UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

CRISTIANO CARDOSO PEREIRA

NÚMEROS RELATIVOS: UMA PROPOSTA DE ENSINO

Porto Alegre

2014

CRISTIANO CARDOSO PEREIRA

NÚMEROS RELATIVOS: UMA PROPOSTA DE ENSINO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

ORIENTADORA: Profa. Dra. Elisabete Zardo Búrigo

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Porto Alegre

2014

CRISTIANO CARDOSO PEREIRA

NÚMEROS RELATIVOS: UMA PROPOSTA DE ENSINO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Banca Examinadora

Porto Alegre

2014

AGRADECIMENTOS

A Deus, pois sem Ele nada poderia fazer.

Ao Programa de Pós - Graduação, onde fui muito bem recebido e pelo valioso aprendizado ao longo de curso.

À direção, funcionários e alunos da EMEF Prof. Thiago Würth, pelo apoio no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos companheiros do Programa de Pós - Graduação, pelos bons momentos, colaboração e coleguismo ao longo desta jornada.

À minha família como um todo, pelo apoio ao longo deste processo.

À Inajara minha amada, pela compreensão, apoio e cumplicidade em todas as etapas desta jornada.

À minha orientadora Profa. Elisabete, pela paciência e dedicação dispensadas ao longo das orientações e pelo exemplo de competência, postura e correção profissional demonstrados, que fazem a diferença na formação de seus alunos.

RESUMO

Este trabalho traz um estudo sobre o ensino e a aprendizagem dos números relativos e das operações de adição e subtração. A escolha deste tema de pesquisa está associada às constatações de incompreensões dos números relativos pelos alunos, ao longo de anos de prática docente. A partir dessa prática e dos referenciais teóricos adotados, observou-se que a concepção de número como quantidade constitui-se em obstáculo epistemológico para a aceitação dos números negativos. Foi construída uma sequência didática com o objetivo de promover a compreensão dos números relativos como operadores aditivos e como representação de posição relativa e das operações de adição e subtração. A sequência didática foi aplicada em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal da cidade de Canoas, durante o primeiro semestre letivo do ano de 2013. A elaboração da sequência didática e a análise dos registros escritos e orais coletados no decorrer de sua implementação apoiaram-se na Teoria dos Campos Conceituais e em pesquisas de autores que estudam o ensino e a aprendizagem dos números relativos. A análise apontou que o desenvolvimento de atividades envolvendo transformações de sentidos opostos, em contextos variados, favoreceu a compreensão dos números relativos como operadores aditivos, bem como das operações de adição e subtração e suas propriedades. Tais resultados também se devem à participação dos alunos em discussões argumentativas acerca de suas próprias soluções para os problemas propostos. Como produto da pesquisa, propomos uma sequência didática aprimorada, a partir das reflexões desenvolvidas sobre a aplicação realizada.

Palavras – chave: Ensino de matemática, Teoria dos Campos Conceituais, Números Relativos, Aritmética, Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This paper presents a study on the teaching and learning of relative numbers and addition and subtraction operations with such numbers. The choice of this research topic is related to the findings of misunderstandings of the relative numbers by students over years of teaching practice. From this practice and the theoretical frameworks adopted, it was observed that the concept of number as an expression of quantity is an epistemological obstacle to the acceptance of negative numbers. A didactic sequence was constructed with the aim of promoting understanding of the numbers as operators and representations of the relative position, and the understanding of addition and subtraction. The instructional sequence was applied to a seventh year class in an elementary school of the municipality of Canoas, during the first semester of the year 2013. The development of instructional sequence and the analysis of written and oral records collected in the course of its implementation were based on the Conceptual Fields Theory and research of authors who study the teaching and learning of relative numbers. The analysis pointed out that the development of activities involving transformations along opposite directions, in varying contexts, favoured the understanding of numbers as additive operators, as well as understanding of the addition and subtraction operations and their properties. These results are also due to the participation of students in argumentative discussions about their own solutions to the problems posed. As a product of the research, we propose an enhanced instructional sequence, based on the reflections developed during and after the application.

Keywords: Mathematics Teaching, Conceptual Fields Theory, Relative Numbers, Arithmetic, Elementary School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

No decorrer da minha trajetória profissional, na docência de matemática para o Ensino Médio, venho constatando, com razoável frequência, a dificuldade que muitos alunos enfrentam para a compreensão de conteúdos propostos quando, para o desenvolvimento dos mesmos, se faz necessária a aplicação das operações com números relativos, assunto normalmente abordado no Ensino Fundamental.

Diante deste cenário, nasceu a ideia de desenvolver um trabalho capaz de contribuir para a compreensão dos números relativos e suas operações, além de responder aos questionamentos: por que alguns alunos não conseguem compreender o conceito de número relativo, suas aplicações e operações? É possível desenvolver uma proposta de ensino para os alunos do Ensino Fundamental capaz de promover a compreensão dos números relativos e das operações adição e subtração?

Por ocasião do Estágio Supervisionado, componente curricular do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, no segundo semestre do ano de 2012, optamos por desenvolver, de modo preliminar, uma abordagem sobre o tema em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Thiago Würth da cidade de Canoas, na qual sou professor. Nessa experiência, atestamos a importância do diálogo e da participação dos alunos na construção e mobilização dos conceitos relacionados aos números relativos, e da utilização de recursos lúdicos (jogos) como ferramenta para o desenvolvimento das atividades.

No ano seguinte, optamos pelo desenvolvimento de uma pesquisa envolvendo a implementação de uma sequência didática que buscava contribuir para a compreensão dos números relativos e das operações adição e subtração com esses números. A sequência foi aplicada em uma turma do sétimo ano do ensino fundamental, na mesma escola em que foram desenvolvidas as atividades do estágio.

Nesta dissertação, apresentamos a pesquisa desenvolvida.

No primeiro capítulo, apresentamos o referencial teórico que lastreou o desenvolvimento da pesquisa. Este capítulo apresenta considerações sobre o desenvolvimento dos números relativos ao longo da história, comentando algumas das dificuldades enfrentadas por matemáticos para a compreensão e aceitação desses números. Também buscamos apoio na Teoria dos campos conceituais e nos denominados invariantes operatórios de Gérard Vergnaud, que nos orientaram na análise dos dados.

No segundo capítulo, apresentamos a metodologia da pesquisa: a justificativa da opção metodológica escolhida, um estudo de caso, a construção da sequência didática e os procedimentos adotados para a coleta de dados. No terceiro capítulo, apresentamos o relato e a análise de cada encontro de aplicação da sequência didática, apresentando, além das atividades e das respostas dos alunos, o relato das discussões que ocorreram ao longo desses encontros.

Finalmente, nas considerações finais, concluímos nosso trabalho, apresentando reflexões sobre o tema pesquisado, nosso ponto de vista acerca das atividades desenvolvidas ao longo da sequência didática elaborada, além do encaminhamento de sugestões para o desenvolvimento de outros trabalhos que possam contribuir para o estudo e a aprendizagem dos números relativos.

1 REFERENCIAIS TEÓRICOS

O tema números relativos tem sido alvo do estudo de muitos pesquisadores, que confirmam a dificuldade enfrentada pelos alunos para a compreensão do mesmo. Esta pesquisa, que objetiva colaborar para a compreensão dos números relativos e das operações de adição e subtração, foi influenciada, principalmente, pelas ideias de Vergnaud (1986, 1993), D'Amore (2007), Schubring (2007, 2012), Glaeser (1985) e pelos trabalhos de Megid (2010), Morais (2010) e Linardi (1998).

1.1 NÚMEROS RELATIVOS – OBSTÁCULOS PARA A APRENDIZAGEM

A partir da experiência adquirida em minha pratica docente, tenho percebido a grande dificuldade manifestada por muitos alunos na compreensão dos números relativos e das operações com esses números.

Questionamentos do tipo "como posso subtrair um número maior de um número menor?" ou "como – 5 pode ser menor que – 2?" ou ainda "como pode (+5) – (-7) resultar em +12?" não são raros ao longo de minhas aulas, nas mais variadas séries ou anos, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

Neste contexto, a palavra dificuldade, anteriormente empregada, não deve ser compreendida apenas como um entrave ou impedimento, mas como um obstáculo, no sentido que D'Amore (2007) atribui a esse termo:

> Obstáculo é uma ideia que, no momento da formação de conceitos, foi eficaz para enfrentar os problemas anteriores, mas que se revela um fracasso quando se tenta aplicá-la a um novo problema. Dado o êxito obtido, tende-se a conservar a ideia já adquirida e comprovada e, apesar do fracasso, busca-se salvá-la; mas esse fato acaba sendo uma barreira para aprendizagens sucessivas. (D'AMORE, 2007, p. 211).

Pais (2002) resgata o conceito de obstáculo epistemológico descrito inicialmente por Bachelard (1996), no qual observa-se que, para a evolução da ciência, devem-se ultrapassar barreiras que são constituídas por conhecimentos anteriores enraizados pelo passar do tempo e que oferecem resistência a novas concepções. Ao referir-se ao campo pedagógico, o autor adapta o conceito de obstáculo epistemológico, designando-o de obstáculo didático.

Segundo Schubring (2012), no obstáculo epistemológico "o novo conhecimento não consegue integrar-se sistematicamente, o saber já existente não admite o novo – seja parcialmente, seja inteiramente" (*Ibidem*, p. 20).

De acordo com Barroso (2010), "nas situações de ensino de matemática, é possível identificar obstáculos que impedem o aprendizado do aluno, alguns deles identificados como epistemológicos e outros como didáticos" (2010, p. 206).

Podemos dizer que existem obstáculos que contribuem para a incompreensão ou para compreensões equivocadas dos números relativos por parte de muitos alunos.

Mas quais são estes obstáculos?

Acreditamos que observar o desenvolvimento deste tema ao longo da história pode nos ajudar a responder esse questionamento.

1.2 A COMPREENSÃO DOS NÚMEROS RELATIVOS PELOS MATEMÁTICOS

Ao observarmos o desenvolvimento da discussão sobre os números relativos ao longo da história, verificamos que muitos matemáticos relutaram em aceitar os números negativos. Segundo Glaeser (1985), Diofanto de Alexandria, a quem é atribuída a regra de sinais, "não faz qualquer referência aos números negativos" (*Ibidem*, p. 8). O autor observa que:

> [...] a introdução conceitual dos números relativos foi um processo surpreendentemente lento. Durou mais de 1500 anos, da época de Diofante aos nossos dias! Durante todo esse tempo, os matemáticos trabalharam com números relativos, tendo deles apenas uma compreensão parcial, com espantosas lacunas. (GLAESER, 1985, p. 1).

Para Schubring (2007), a história dos números negativos apresenta exemplos significativos que demonstram que seu desenvolvimento esteve permeado "de desvios, de regressos, de obstáculos, de diversidade conceitual em comunidades matemáticas diferentes" (2007, p. 2).

Glaeser (1985) verificou que o entendimento dos números relativos não se deu de forma linear, pelo contrário:

> [...] se adotarmos, em nosso trabalho, um despojamento cronológico, as transposições de obstáculos aparecerão fora de ordem. Há precursores que cedo superaram esta dificuldade, e retardatários que incorrem nos mesmos erros anteriores (*Ibidem*, p. 4).

O autor cita seis obstáculos para a compreensão dos números relativos que podem ser identificados ao longo da história:

> 1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas.
> 2. Dificuldade em dar um sentido a quantidades negativas isoladas.
> 3. Dificuldade em unificar a reta numérica. Isto se manifesta, por exemplo, quando se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivos; ou quando se descreve a reta como uma justaposição de duas semi-retas opostas com sinais heterogêneos; ou quando não se consideram simultaneamente as características dinâmicas e estáticas dos números.
> 4. A ambiguidade dos dois zeros.
> 5. Estagnação no estágio das operações concretas (em confronto com o estágio das operações formais). É a dificuldade de afastar-se de um sentido "concreto" atribuído aos seres numérico.
> 6. Desejo de um modelo unificador. (GLAESER, 1985, p. 5).

Ao observarmos os obstáculos descritos por Glaeser para o entendimento dos números relativos pelos matemáticos, podemos verificar que entraves como a "dificuldade em dar sentido a quantidades negativas isoladas" e a "ambiguidade dos dois zeros" ainda hoje têm trazido complicações aos alunos para a compreensão deste tema. Glaeser (1985) menciona Stendhal, escritor francês do século XVIII, que, em sua época, apresentava dúvidas semelhantes às dos alunos atuais em relação ao entendimento das regras de sinais.

1.3 A COMPREENSÃO DOS NÚMEROS RELATIVOS PELOS ESTUDANTES

Para Gonzalez *et al.* (1990), muitos são os obstáculos enfrentados no ensino e na aprendizagem dos números inteiros, uma vez que não podemos compreendê-los inteiramente através de situações concretas. Os autores mencionam concepções que estariam atreladas ao pensamento que predominou até o século XIX, de que "as matemáticas descrevem e demonstram verdades acerca do mundo real" (*Ibidem*, p. 152).

Segundo os autores, a compreensão do número inteiro está atrelada à ruptura com algumas ideias ou obstáculos, dentre as quais: "o número como expressão de quantidade", "a soma como aumento", "a multiplicação como aumento", "a subtração como diminuição", "a ordem dos números negativos ser a mesma dos números naturais” e “a imposição da matemática formal” utilizada (GONZALEZ *et al.*, 1990, p. 152-157).

De acordo com Vergnaud (1986), os obstáculos à aprendizagem dos números negativos são decorrentes de se “considerar que os números negativos representam quantidades: como não há quantidades negativas, os números negativos não têm sentido algum” (*Ibidem*, p. 76).

Para Piaget (1987), os números positivos ou negativos são constituídos como “modelos de abstração a partir da ação e não do objeto”, uma vez que “não se pode abstrair dos objetos sua exclusão” (*Ibidem*, p. 113). Tais abstrações podem ser construídas, por exemplo, a partir de ações como retiradas ou inclusões de elementos em conjuntos, retiradas ou acréscimos de pontos em determinados jogos, avanços ou recuos (deslocamentos) a partir de um referencial, entre outros.

Segundo Piaget, “o número negativo é resultante das mesmas ações que dão lugar ao número positivo, mas simplesmente orientadas em sentido contrário” (PIAGET *apud* GONZALEZ *et al.,* 1990, p. 80).

Gonzalez *et al.* (1990), ao refletirem sobre as propriedades dos números relativos, citam Piaget: “a propriedade essencial do número não é estática e perceptiva, senão dinâmica e vinculada à mesma ação, interiorizada em operações” (PIAGET *apud* GONZALEZ, 1990, p. 79, tradução nossa). E, por fim, concluem:

> [...] sendo assim, o número relativo, como temos visto, aparentemente, passa primeiro pela categoria de operador, relação ou transformação em seu sentido de ferramenta, para posteriormente, adquirir a categoria de estado ou de resultado em seu sentido de objeto (GONZALEZ *et al.*, 1990, p. 80, tradução nossa).

Dentro desta perspectiva, Gonzalez *et al.* (1990) apontam que um número inteiro relativo, concebido como ferramenta, pode ser “primário, [nos casos] em que o número inteiro é um operador, uma transformação ou uma relação”, podendo assim expressar uma perda, ganho ou deslocamento em relação a um referencial, “secundário, em que o número inteiro passa a obter uma categoria de estado ou objeto contextualizado, tornando-se uma entidade nova com uma simbolização própria”, representando, por exemplo, uma coordenada ou posição relativa e, ainda, “ferramenta matemática não formalizada, [...] utilizada em situações matemáticas sem um significado concreto” (*Ibidem*, p. 77, tradução nossa).

Para Vergnaud (1993), tais operações, relações ou transformações compõem o campo conceitual das estruturas aditivas, isto é, “o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações” (*Ibidem*, p. 9).

Citando Vergnaud, Morais (2011) complementa:

> Embora sejam operações distintas, ambas [adição e subtração] referem-se à relação parte/todo e é esse invariante conceitual que relaciona soma e subtração à mesma estrutura de raciocínio, o raciocínio aditivo. Portanto, soma e a subtração são definidas como operações irmãs, já que podemos resolver o mesmo problema utilizando uma ou outra. (MORAIS, 2011, p. 2)

1.4 O ENSINO E A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Segundo Vergnaud (1980), “é necessário, para compreender o desenvolvimento e a apropriação dos conhecimentos, estudar conjuntos bastante vastos de situações e conceitos, ou seja, campos conceituais” (*Ibidem*, p. 81). Segundo o autor,

> Os campos conceituais são uma teoria psicológica dos conceitos que visa a identificar e estudar as continuidades e descontinuidades entre os diferentes passos da aquisição do conhecimento, a partir do ponto de vista de seus conteúdos (VERGNAUD, apud LINARDI, 1990, p.133).

Para Vergnaud, um campo conceitual é formado por “um conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão” (1986, p. 84).

No âmbito da Teoria dos campos conceituais, Vergnaud (1993) destaca duas classes de situações:

> 1) Classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
>
> 2) Classes de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abortadas, e o conduza eventualmente ao sucesso ou fracasso (VERGNAUD, 1993, p. 2).

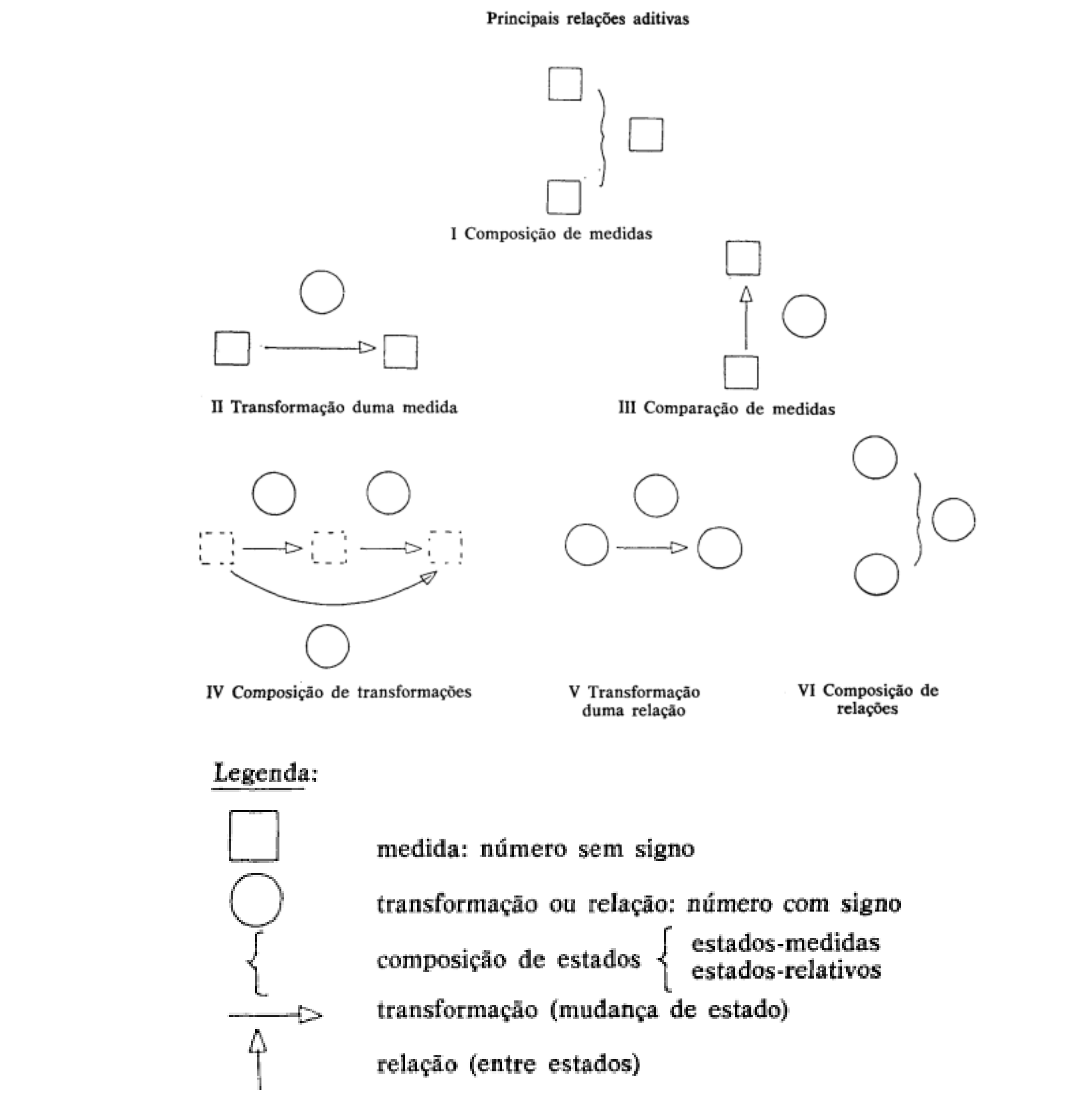
Para o autor, o confronto do sujeito com situações variadas contribui para o desenvolvimento de um esquema ou “a organização invariante do comportamento para uma dada classe de situações" (*Ibidem*, p. 2), como é o caso das situações que compõem o campo conceitual aditivo.

Os esquemas envolvem a construção e mobilização dos invariantes operatórios, "conceitos em ação" e "teoremas em ação". "Teoremas em ação" são invariantes do tipo proposicional que buscam a generalização de uma regra ou de uma propriedade capaz de explicar uma situação. "Conceitos em ação" traduzem objetos (materiais ou imaginários), qualidades ou mesmo ideias consideradas importantes (VERGNAUD, 2009). É relevante destacar que "conceitos em ação e teoremas em ação se constroem em estreita relação" (VERGNAUD, 1993, p. 7).

Através de reflexões, em contextos variados, o aluno constrói "conceitos em ação" e, a partir deles, desenvolve estratégias com o intuito de superar os problemas propostos, construindo e mobilizando "teoremas em ação", para, desta forma, "desenvolver ao mesmo tempo a forma operatória do conhecimento, isto é, o saber-fazer, e a forma predicativa do conhecimento, isto é, saber explicitar os objetivos e suas propriedades" (VERGNAUD, 1996, p. 13).

Vergnaud (1986) classifica as situações aditivas em grandes classes, numeradas de I a V no Quadro I. A classe I abrange as situações que envolvem "composição de medidas" (em geral, reuniões de conjuntos). A classe II abrange as situações que envolvem a transformação de uma "medida", de um estado inicial para um estado final. Estão incluídas nessa classe as situações em que há ganho ou perda, avanço ou recuo a partir de uma situação inicial definida. A classe III abrange as situações de comparação entre medidas, em que a comparação é dada por uma diferença que pode ser positiva ou negativa (acima ou abaixo de, a mais ou a menos que...). A classe IV abrange as composições de transformações, isto é, as situações que envolvem a composição de ganhos e perdas, avanços e recuos. As classes V e VI envolvem a transformação de uma relação (de comparação) e a composição de relações.

Quadro 1 – Principais relações aditivas



Conforme salienta Vergnaud, "as concepções dos alunos são modeladas pelas situações com que eles se deparam" (*Ibid*., p. 76), sendo, de acordo com o autor, necessária a reflexão a partir de diferentes contextos em cada classe de situações. Por exemplo, podemos propor aos alunos situações de transformação de uma medida, a partir de um estado inicial e uma ação definida, com a finalidade de encontrar um estado final; ou de modo contrário, a partir de um estado final e de uma ação encontrar um estado inicial (situação que envolve maior dificuldade, pois requer o raciocínio inverso ao da ação dada); ou ainda, dados os estados inicial e final, encontrar a transformação (situação que oferece dificuldades pois requer uma reflexão análoga à da comparação entre estados).

1.5 COMENTÁRIOS SOBRE OUTROS TRABALHOS QUE ABORDAM O ENSINO DOS NÚMEROS RELATIVOS

Ao buscar trabalhos que abordassem o tema do ensino e aprendizagem dos números relativos, nos deparamos com diversos trabalhos, dentre os quais destacamos as pesquisas de Linardi (1998) e Morais (2010), que apresentam abordagens conectadas com a Teoria dos campos conceituais de Vergnaud, e Megid (2010), que apresenta interessantes atividades relatadas em seu trabalho.

Em sua dissertação, Linardi (1998) apresenta, sob a ótica da Teoria dos campos conceituais de Vergnaud, uma proposta para ensino dos números inteiros, a partir da utilização dos jogos: Jogo das Borboletas, Jogo de Perdas e Ganhos, Jogo das Apostas e Jogo das Araras.

A proposta de uma abordagem dos números inteiros, com base na utilização dos jogos, como descrito no trabalho de Linardi (1998), bem como os resultados positivos alcançados, ao longo da implementação dos jogos, nos inspiraram na utilização de jogos como recurso didático, na elaboração das atividades da sequência didática por nós implementada.

Em seu trabalho, Morais (2010) também utiliza a ferramenta jogos como instrumento de aprendizagem, a partir de uma interessante perspectiva: o uso da informática para a construção de objetos digitais de aprendizagem. O autor propõe, a partir da perspectiva da Teoria dos campos conceituais, uma sequência didática com a finalidade de auxiliar na aprendizagem dos números relativos e suas operações, além da preocupação de em muitas situações abordar os números não apenas como uma medida, mas como uma relação e as operações como composições ou transformações. Conforme relatado em sua pesquisa, o autor confirma a contribuição da utilização de objetos digitais de aprendizagem (ODA) para a compreensão das operações abordadas. Adotamos, em nosso trabalho, atividades como a trilha e o varal dos números inteiros, em uma outra modalidade, com o uso de material concreto e sem o recurso computacional, que não estava disponível.

Em seu trabalho, Megid (2010) propõe uma interessante sequência de atividades, alternando atividades diversas e jogos, além de reflexões desenvolvidas com a participação dos alunos. Algumas das atividades propostas pela autora, como a elaboração do quadro de elevadores, verificação do saldo de gols, a verificação da variação de temperatura e o jogo de escopa, bem como os resultados positivos alcançados (relatados ao longo do trabalho) também nos inspiraram no desenvolvimento de nossa sequência didática.

2 A CONSTRUÇÃO DA PESQUISA

Tomando como ponto de partida as questões norteadoras deste trabalho “por que alguns alunos não conseguem compreender o conceito de número relativo, suas aplicações e operações? É possível desenvolver uma proposta de ensino para os alunos do Ensino Fundamental capaz de promover a compreensão dos números relativos e das operações adição e subtração?”, optamos pela construção e aplicação de uma sequência didática em uma turma e por uma abordagem qualitativa. Para os autores Bogdan e Biklen (1994), nesta modalidade de pesquisa, os investigadores mantêm contato com a situação alvo de sua pesquisa, pois “[...] se preocupam com o contexto. Entendem que as ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência” (*Ibid.,* p. 48). Além disso, “interessam-se mais pelo processo do que pelos resultados ou produtos" (*Ibid.,* p. 49) e “pelo modo como diferentes pessoas dão sentido ás suas vidas”, ou seja, pela “perspectiva dos participantes” (*Ibid.,* p. 50).

Uma das formas de abordagem de uma pesquisa qualitativa é o estudo de caso. Para Ponte (2006), esta forma tem por objetivo “proporcionar uma melhor compreensão de um caso específico e ajudar a formular hipóteses de trabalho sobre o grupo ou a situação em causa” (p. 16).

Conforme destaca Ponte,

> Na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projetos de inovação curricular, novos currículos, etc. (PONTE, 2006, p. 3)

A opção pela abordagem de pesquisa qualitativa, a partir da definição do tema a ser pesquisado, justifica-se pelo envolvimento direto do pesquisador com a situação a ser pesquisada (turma de alunos do sétimo ano de uma escola da rede municipal da cidade de Canoas) e pela necessidade de relatar, do modo mais detalhado possível, a realidade encontrada e o desenrolar das atividades desenvolvidas retratando, sempre que possível, a perspectiva dos participantes, buscando-se, desta forma, uma análise mais rica do contexto.

2.1 A CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Segundo Vergnaud, “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para uma criança” (1993, p. 1). E ainda: “um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações” (VERGNAUD, apud MOREIRA, 2002, p. 11). Em acordo com o autor e com a Teoria dos campos conceituais, acreditamos que a vivência de variadas atividades e reflexões pode contribuir para a aprendizagem dos números relativos e a compreensão de sua estrutura aditiva.

Na sequência didática proposta aos alunos, nesta pesquisa, buscou-se, portanto, contemplar atividades que provocassem reflexões em variados contextos, privilegiando situações que pudessem contribuir para a aquisição das competências necessárias para a compreensão dos números relativos e das operações com esses números.

Propusemos a superação da ideia de número como expressão de quantidades, para associá-lo à concepção de operador aditivo, a uma representação de posição relativa a partir de um referencial, ou, ainda, a uma relação entre duas posições relativas. Procuramos abordar as operações de adição e subtração de números relativos como composições de operadores ou transformadores.

Além disso, buscou-se, como propõe Linardi (1998), “transferir ao estudante não somente a responsabilidade da situação de aprendizagem, mas, também, a responsabilidade de responder as questões do problema didático” (1998, p. 52).

Procurou-se adotar uma estratégia de ensino e aprendizagem que viesse, também, ao encontro de Brousseau, para quem “a aprendizagem se faz pela experimentação de concepções sucessivas, provisórias e relativamente boas, que é necessário rejeitar sucessivamente ou retomar, numa verdadeira gênese de cada vez” (BROUSSEAU, *apud* LINARDI, 1998, p. 71).

Ainda, em relação à utilização de jogos, conforme Linardi (1998), acreditamos que “os jogadores inicialmente são imbuídos de sentimento de vencer o jogo” (1998, p. 62), e que, com o decorrer do mesmo, os alunos tendem a desenvolver um esquema “eficaz” para desenvolver a missão proposta.

Tal percepção nos levou a investir nesta abordagem. Por outro lado, evitamos, sempre que possível, atrelar os números relativos, principalmente negativos, às finanças pessoais, tema que, de acordo com a experiência docente do autor, não integrava as vivências dos alunos, pois questionados a esse respeito, muitos respondiam: “eu já ouvi alguém falar mas não sei o que é...”.

Sendo assim, propusemos atividades individuais e coletivas, jogos e reflexões em pequenos grupos de alunos ou no coletivo da turma como, por exemplo, a estratégia “brincar de tribunal” em que, de acordo com a situação, o aluno e ou o grupo de alunos deveriam “defender” as conclusões a que chegaram.

Convém ressaltar que muitas das atividades desenvolvidas ao longo desta sequência didática, foram adaptadas de atividades propostas em outras pesquisas, como nos trabalhos dos autores Megid (2010), no qual nos inspiramos para desenvolver o jogo de escopa e Morais (2011), do qual aproveitamos as ideias do varal dos números inteiros e da trilha. Também desenvolvemos atividades a partir de ideias semelhantes encontradas em livros didáticos, como as atividades de preenchimento de pirâmides e a utilização de dados coloridos em algumas atividades.

2.2 APRESENTAÇÃO DA ESCOLA

A escola em que se realizou este processo de aplicação da sequência didática, ao longo do ano de 2013, foi a Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Thiago Würth, localizada no Bairro Mathias Velho, no município de Canoas, na Região Metropolitana de Porto Alegre.

O município de Canoas contava, em 2010, com população de aproximadamente 324.000 habitantes. Sua economia está baseada, principalmente, nos setores industrial e de serviços. Esta cidade conta com dois Centros Universitários – UNILASALLE e UNIRITTER -, uma Universidade, a Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), e uma ampla oferta de cursos técnicos profissionalizantes, em um número variado de escolas de Ensino Básico e Técnico.

O Bairro Mathias Velho que, segundo a Prefeitura Municipal de Canoas (2012), possui a maior densidade demográfica do município, está localizado em área periférica da cidade. Apresenta elevados índices de violência e criminalidade, concentrando, no ano de 2011, um terço dos homicídios ocorridos no município (ZERO HORA, 2011). O bairro possui um grande número de estabelecimentos comerciais e serviços. Em relação à saúde pública, o bairro conta com três postos de saúde e um hospital – Hospital de Pronto Socorro (HPS).

A escola em que implementamos nosso trabalho está entre as maiores da Rede Municipal de Canoas, atendendo no ano de 2013, nos turnos manhã, tarde e noite, aproximadamente 1600 alunos, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, Anos Finais e Educação de Jovens e Adultos – EJA.

A turma escolhida para o desenvolvimento desta pesquisa foi a turma 7°D, uma das turmas para as quais lecionei no ano de 2013. A turma era composta, inicialmente, por 27 alunos, com faixa etária compreendida entre 12 e 16 anos, sendo 24 oriundos do 6° ano do Ensino Fundamental e 3 alunos reprovados no 7° ano do período letivo anterior. Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, houve oscilações do número de alunos matriculados na turma, entre um mínimo de 25 e um máximo de 29 alunos.

A maioria dos alunos, que eram oriundos do sexto ano, não haviam estudado o tema números relativos. Já os alunos que estavam repetindo o sétimo ano haviam estudado o tema no ano anterior.

A sequência foi aplicada no período de março a julho de 2013, em encontros semanais. A frequência média nos encontros era de aproximadamente 22 alunos.

É relevante mencionar a autorização da escola para o desenvolvimento deste trabalho e sua colaboração, sempre que necessário. Também contamos com a permissão dos pais, a partir do preenchimento de Termo de Consentimento Informado (Apêndice A), autorizando seus filhos a participarem das atividades desenvolvidas ao longo da pesquisa.

2.3 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA E COLETA DE DADOS

Ao longo do desenvolvimento desta pesquisa, optamos por proporcionar aos alunos, sempre que possível, material impresso, com espaços em branco para escreverem suas respostas. Esses materiais foram recolhidos e escaneados para posterior análise.

Outros instrumentos também foram utilizados para a coleta de dados, como o gravador, de modo a registrar os diálogos em sala de aula, e o bloco de anotações, sempre utilizado para registrar, ainda que de modo resumido, atitudes, expressões e gestos dos alunos.

Após cada encontro, buscamos analisar os dados coletados (a partir das gravações, material escrito coletado e anotações do pesquisador), de modo a, sempre que necessário, efetuar alterações no planejamento das próximas atividades, buscando corrigir situações que, fundamentado nos resultados encontrados, consideramos insatisfatórias.

Por fim, salientamos que, ao longo deste trabalho, de modo a preservar a identidade dos alunos envolvidos na pesquisa, utilizamos siglas (alfabéticas) para nomear os alunos que participaram dos trabalhos desenvolvidos nesta pesquisa.

3 RELATO DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo, relatamos e analisamos a aplicação de uma sequência que tem como objetivo principal contribuir para a aceitação e aprendizagem dos números relativos como operadores ou representação de posição, e das operações de adição e subtração dos números relativos. No relato, cada seção corresponde a um encontro realizado.

3.1 RELATO DA AULA 1

A primeira atividade consistiu em refletir, através de uma conversa com o grupo de alunos da turma, sobre duas situações distintas. Inicialmente os alunos foram incentivados a refletir acerca da questão constante do quadro 2, a seguir.

Quadro 2 – Primeira atividade da aula 1

Vamos refletir... Quanto é 9 - 5? Justifique sua resposta

Para esta questão inicial, os alunos logo concluíram que a resposta deveria ser 4.

Quando questionados sobre como poderiam justificar tal resposta, obtivemos como respostas:

- “Tira 5 de nove e sobra 4”;
- “Do cinco ao nove contamos 4”
- “Ora sor: 5 +4 = 9 e 9 -5 = 4.

Nas respostas, podemos observar a compreensão dos alunos da operação adição como uma operação reversível. Essa compreensão era esperada, uma vez que nos anos anteriores os alunos estudaram a operação adição de números naturais.

Após a reflexão inicial, propusemos, como fechamento desta primeira atividade, um novo momento de reflexão a partir da questão constante do quadro 3, a seguir.

Quadro 3 – Segunda atividade da aula 1

Quanto é 5 – 9? Justifique sua resposta.

Obtivemos as seguintes respostas:

“Não dá para fazer, pois não podemos tirar 9 de 5”

“4, tem que dar 4”

Nesta primeira atividade, alguns alunos optaram por não se manifestar, apenas concordando com as respostas sugeridas pelos colegas.

Ao contrário do primeiro questionamento (Quanto é 9 - 5?), os alunos, frente a este segundo questionamento (Quanto é 5 – 9?), apoiados na noção de número vinculada à ideia de quantidade, demonstraram dificuldades para responder ou simplesmente se abstiveram de expressar uma resposta. Percebemos que os alunos utilizam teoremas em ação falsos, com a compreensão de que não é possível retirar uma quantidade maior de uma certa quantidade definida – obstáculo epistemológico - ou ainda com a ideia de que, para encontrar a resposta, a ordem das parcelas não importa.

Atividade 2 – Trilha matemática

A seguir, no quadro 4, apresentamos o material impresso disponibilizado aos alunos para a realização da atividade.

Quadro 4 – Terceira atividade da aula 1

Regras do jogo

A atividade – trilha dos números relativos apresenta as seguintes regras:

→ Número de participantes: o jogo pode comportar até 5 participantes;

→ Material: tabuleiro de trilha contendo números relativos, peças móveis e dados vermelhos e dados brancos;

→ Desenvolvimento do jogo: Os jogadores devem iniciar a partida na casa P (partida) do tabuleiro. Cada participante deve lançar simultaneamente dois dados – um branco e um vermelho. O valor sorteado no dado branco representa o número de casas que o jogador deve avançar deslocando-se para a direita e o dado vermelho representa o número de casas que o jogador deve percorrer em sentido inverso, ou seja, deslocando-se para a esquerda. É consagrado vencedor o jogador que concluir a trilha chegando à casa C (chegada) primeiramente.

No quadro 5, apresentamos o modelo de trilha utilizado na atividade.

Quadro 5 – Tabuleiro atividade de trilha

Durante a realização do jogo, poucos foram os questionamentos. De modo geral, os alunos “avançavam e retornavam” conforme os valores sorteados nos dados. Nesta atividade, apenas um grupo percebeu que obter os mesmos números de pontos nos dados vermelho e branco equivale a permanecer na mesma “casa” da trilha – podendo isso ser considerado um teorema em ação (uma propriedade construída pelos alunos e aplicável em situações semelhantes a esta).

Ao final, os alunos foram convidados a refletir, através de uma conversa com o grande grupo, sobre as questões constantes do quadro 6, a seguir.

Quadro 6 - Quarta atividade da aula 1

→ Se você chamasse uma das casas do tabuleiro de ZERO, qual casa você escolheria? Justifique sua resposta. → Que nome você daria para as casas que estão antes do zero? Justifique sua resposta.

Ao primeiro questionamento, de modo geral, os alunos responderam que o zero deveria ficar na casa P. Não houve contestações a esta resposta.

Abaixo, transcrevemos as justificativas dadas pelos alunos para esta resposta:

"Ora, começamos o jogo na casa P";

"Porque a casa P está no meio do tabuleiro.";

"Esse jogo é igual à temperatura, abaixo de zero frio e acima do zero quente.";

"Começamos do zero"

Ao observarmos as respostas atribuídas ao primeiro questionamento, podemos verificar que expressam um "conceito em ação": o do zero como ponto de referência para o início da partida.

Quanto ao segundo questionamento: "que nome você daria para as casas que estão antes do zero?", obtivemos as seguintes respostas: "Negativos" e "casas atrás do zero". Vejamos as justificativas para cada resposta:

a) Resposta "Negativa":

- "Pois quando estamos nestas casas estamos perdendo";
- "Demoramos mais para ganhar".

b) Resposta "Casas atrás do zero":

- "Porque quando caminhamos nas casas atrás do zero estamos perdendo";
- "São as casas que estão antes do zero".

Tais comentários, como podemos observar, evidenciam a associação entre os sinais dos números e a posição de cada casa em relação ao referencial P, e expressam os teoremas em ação contidos nas falas dos alunos. Os comentários dos alunos "quando caminhamos nas casas atrás do zero estamos perdendo" e "demoramos mais para ganhar" refletem a compreensão de que, em uma posição "atrás do zero", o número de casas a serem percorridas é maior, pois deve-se percorrer o número de casas anteriores ao ponto de partida, antes de prosseguir a trilha. Por outro lado, o pensamento recíproco é válido, ou seja, estar posicionado à frente do zero é sinônimo de estar ganhando, pois o número de casas a ser percorrido é menor. Percebe-se a mobilização dos conceitos em ação “zero relativo” e “posição relativa”.

3.2 RELATO DA AULA 2

Neste segundo encontro, objetivamos provocar a construção dos números relativos como operadores aditivos e, ainda que intuitivamente, vincular a operação adição de números relativos à idéia de composição de operadores. Para tanto, neste momento, propusemos a realização da atividade “Jogo com dados coloridos”, em que cada ponto sorteado em um dado vermelho anula um ponto sorteado em um dado branco. A atividade deveria ser realizada em pequenos grupos de no máximo 5 componentes. Cada aluno recebeu uma tabela para o registro de sua pontuação.

Quadro 7 – Primeira atividade da aula 2

Jogo com dados coloridos

Este jogo consiste na utilização de 2 dados coloridos um vermelho e outro branco. Regra do jogo: o jogo pode ser jogado por 4 ou 5 jogadores e a cada rodada o jogador deve arremessar os dados juntos (ao longo de 3 rodadas). **Os valores obtidos devem ser registrados em tabela, observando-se o seguinte código**: *cada ponto vermelho sorteado deve ser escrito com a letra V (por exemplo: 2V) e cada ponto branco sorteado deve ser escrito com a letra B (por exemplo: 5B)*. **Importante:** sabendo que um ponto vermelho anula um branco, registrar o “somatório” obtido a cada rodada com a letra resultante (V ou B) na coluna resultado e ao final das 3 rodadas, de acordo com as regras estabelecidas, registrar o “somatório” dos pontos obtidos (não esqueça a letra resultante: V ou B) na linha TOTAIS da tabela. Sai vitorioso o jogador que obtiver no espaço **“resultado total”**, da tabela, o maior número de pontos “brancos” registrados.

OBS: Todos os jogadores são também fiscais...

No Quadro 8, a seguir, apresentamos parte da tabela fornecida aos alunos para o registro dos pontos sorteados com os dados.

Quadro 8 – Tabela da atividade com dados coloridos

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1° Rodada)			
A (2° Rodada)			
A (3° Rodada)			
TOTAL			
B (1° Rodada)			
B (2° Rodada)			
B (3° Rodada)			
TOTAL			

Ao longo da atividade surgiu, da parte de dois grupos, o seguinte questionamento:

“Sor, se ao jogarmos os dados aparecerem os mesmos números, o que devemos fazer?”

A este questionamento respondi: “Como assim?”

Um aluno respondeu: “se um ponto vermelho anula um branco, neste caso teremos zero pontos? Mas como iremos preencher a tabela, 0V ou 0B?”.

Questionei: “uma vez que um ponto vermelho anula um branco, neste caso quantos pontos obteremos? Vermelhos ou brancos?”.

Os alunos responderam: “não teremos pontos vermelhos ou brancos”.

Ainda argumentei: “Podemos então designar a letra V ou B ao valor obtido?”

Outro aluno do grupo respondeu: “certo professor, neste caso só vai o zero, pois não termos pontos vermelhos nem brancos”.

Ao observar o diálogo descrito acima, verificamos que este grupo, ainda que induzido pelo professor, consegue desvincular o zero das letras B e V, compreendendo-o como “neutro” (conceito em ação).

As tabelas foram preenchidas corretamente, exceto por pequenos erros que podem ser atribuídos a falta de atenção. Na figura 1 apresentamos um exemplo de tabela preenchida pelos alunos ao longo da atividade.

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1° Rodada)	1V	1B	0B
A (2° Rodada)	2V	4B	2B
A (3° Rodada)	4V	1B	3V
TOTAL	7	6	5
B (1° Rodada)	1V	6B	5B
B (2° Rodada)	1V	6B	5B
B (3° Rodada)	1V	2B	1B
TOTAL	3V	14B	11B
C (1° Rodada)	1V	3B	2B
C (2° Rodada)	3V	5B	2B
C (3° Rodada)	4V	4B	0B
TOTAL	8V	12B	4B
D (1° Rodada)	6V	1B	5V
D (2° Rodada)	2V	6B	4B
D (3° Rodada)	6V	2B	4V
TOTAL	14V	9B	0V

Figura 1– Registro de pontos do Grupo A

Observamos, na figura 1, o preenchimento das linhas correspondentes às rodadas de cada jogador com os valores sorteados, sempre vinculados às letras B e V. Nas linhas correspondentes aos totais de cada jogador, estão registrados os totais de pontos vermelhos e brancos e o resultado correspondente ao saldo de pontos. Observamos que o jogador A não vinculou os resultados às letras (ou cores) e apresentou uma resposta equivocada 5, resultante da soma dos valores absolutos 2 e 3, sem considerar a regra de que cada ponto vermelho anula um branco.

Também podemos observar, na tabela preenchida por este grupo de alunos, a vinculação do zero às letras B e V, demonstrando a necessidade de o identificar com um dos "tipos" de número (associado às letras B ou V). Glaeser (1985) já apontava a concepção do zero absoluto e do zero como origem como um dos obstáculos epistemológicos para a compreensão dos números relativos negativos ao longo da história do ensino da matemática e que, como podemos observar, ainda se repete.

Ao final da atividade, convidamos os alunos, ainda separados em grupos, a realizarem uma avaliação da mesma, destacando os pontos positivos, negativos, críticas e sugestões. Nas figuras 2, 3 e 4 apresentamos a avaliação de 3 grupos.

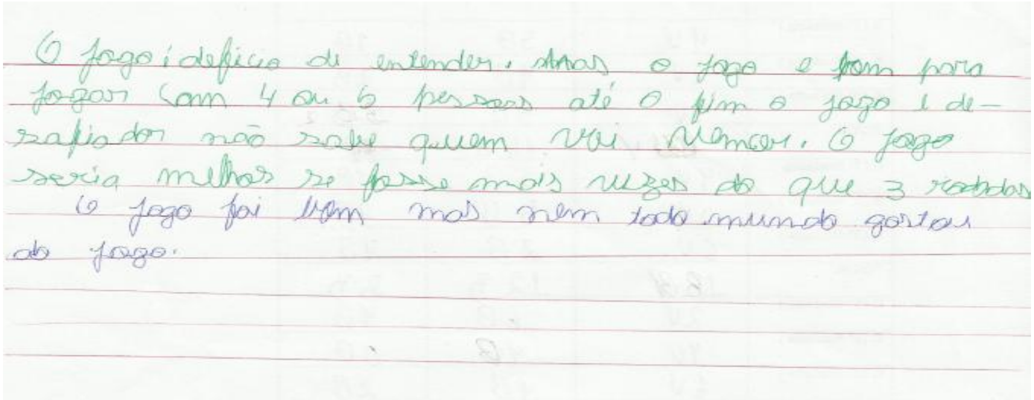


Figura 2 – Avaliação do grupo C

Transcrição: “O jogo é deficio de entender. Mas o jogo e bom para jogar com 4 ou 6 pessoas até o fim o jogo e desafiador não sabe quem vai vencer. O jogo seria melhor se fosse mais vezes do que 3 rodadas. O jogo foi bom mas nem todo mundo gostou do jogo”.

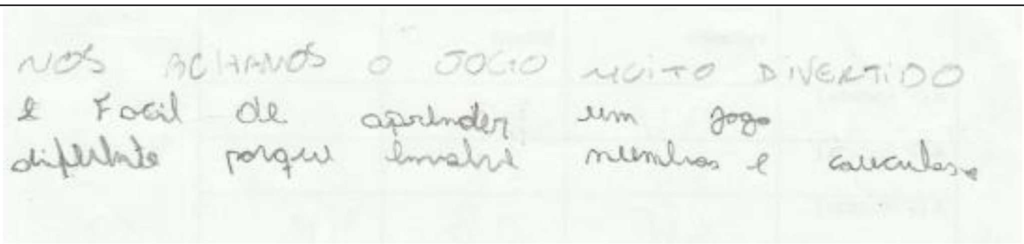
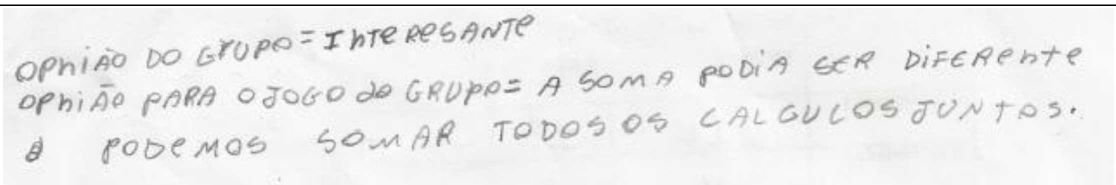


Figura 3 – Avaliação do grupo B

Transcrição:“Nós achamos o jogo muito divertido e fácil de aprender um jogo diferente porque envolve números e cálculos”.



OPNIÃO DO GRUPO = INTERESANTE
OPNIÃO PARA O JOGO DO GRUPO = A SOMA PODIA SER DIFERENTE
Ê PODEMOS SOMAR TODOS OS CALCULOS JUNTOS.

Figura 4 – Avaliação do grupo A

Ao lermos os comentários, podemos observar que, para dois grupos, as atividades não ofereceram dificuldades. Apenas um grupo destacou que a mesma era “difícil de entender”. De modo geral os grupos demonstraram seu envolvimento com a atividade, porém, como mencionado por um grupo, “nem todo mundo gostou do jogo”. Podemos verificar, ainda que de modo implícito, nos comentários destacados, que o fato de uma atividade que envolve conhecimentos matemáticos estar vinculada a um jogo a torna, segundo a avaliação de um dos grupos, “diferente”. Consideramos que a atividade do jogo, que envolve competências e habilidades matemáticas, foi motivadora por propiciar aos alunos a possibilidade de competirem e desta forma se autoafirmarem perante o grupo.

3.3 RELATO DA AULA 3

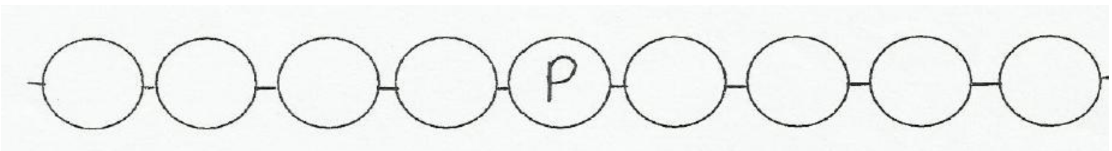
No terceiro encontro, propusemos, inicialmente, a atividade denominada “Trilha matemática”, buscando retomar, em um novo contexto, a ideia de número como operador – neste caso, representando avanços ou recuos ao longo da trilha. Nas atividades posteriores, procuramos abordar, ainda sob a perspectiva de uma trilha, a ordenação dos números relativos e a ideia de número como operador.

Antes de proceder à leitura desta primeira atividade, explicamos aos alunos que a figura apresentada continha um determinado número de “casas”, porém, caso houvesse necessidade, poderíamos acrescentar mais “unidades em ambos os sentidos”.

No quadro 9, a seguir, apresentamos a primeira questão.

Quadro 9 – Primeira atividade da aula 3

1– A figura abaixo representa uma trilha reta. Observe:



Agora pense, como poderíamos chamar as casas desta trilha?

a) Se uma pessoa na posição P desta trilha andar 3 unidades para a direita e, após, andar 5 unidades em sentido contrário, ao final se encontrará em que posição?

b) Se uma pessoa na posição P andar 4 unidades para a esquerda e, após, andar 7 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?

c) Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para a direita e, após, andar 4 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?

d) Se uma pessoa na posição P andar 3 unidades para a esquerda e, após, 3 unidades para a direita, ao final em que posição se encontrará?

Em relação ao primeiro questionamento, “Agora pense como poderíamos chamar as casas desta trilha?”, verificamos que apenas quatro alunos desta turma fizeram menção ao termo “reta”. Os demais alunos utilizaram outras expressões como: balões, círculos, casas em fila, casas numéricas e casas da trilha. Também houve denominações curiosas como trilha “*kurosaki*” (pois, segundo o aluno, a figura apresenta semelhança com a trilha de uma animação de origem japonesa) e "estações", pois, de acordo com o aluno, a figura lembra o desenho do itinerário do trem metropolitano que passa por Canoas. Quatro alunos não sugeriram respostas.

A seguir, apresentamos as respostas dos alunos aos outros questionamentos desta primeira atividade.

O item *a* da questão 1 perguntava: “Se uma pessoa na posição P desta trilha andar 3 unidades para a direita e, após, andar 5 unidades em sentido contrário, ao final se encontrará em que posição?”.

As respostas para esta questão foram diversas. Dentre os presentes, apenas 10 alunos responderam as questões corretamente, utilizando denominações variadas como “dois negativo”, “duas casas antes de P”, “duas casas atrás do P” e duas casas à esquerda de P”. As respostas dos demais alunos apresentavam erros de cálculo (posição incorreta) ou menção de sentido correto (“antes do P”, “à esquerda de P”), porém com erro na determinação da casa.

O item *b* da questão 1 perguntava: “Se uma pessoa na posição P andar 4 unidades para a esquerda e após, andar 7 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?”

Esta questão, apenas seis alunos responderam corretamente. Os termos utilizados pelos mesmos foram: “três positivo” e “três casas depois de P”.

O item *c* da questão 1 perguntava: “Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para a direita e, após, andar 4 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?”.

Apenas oito alunos deram respostas corretamente esta questão. As expressões utilizadas foram “dois negativo” e “dois antes de P”.

O item *d* da questão 1 perguntava: “Se uma pessoa na posição P andar 3 unidades para a esquerda e, após, 3 unidades para a direita, ao final em que posição se encontrará?”.

Nesta questão, quatorze alunos responderam acertadamente que a pessoa, ao final, continuaria na posição P.

O item *e* da questão 1 perguntava: "Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para a esquerda e, após, 3 unidades no mesmo sentido, ao final em que posição se encontrará?".

Esta questão, sete alunos responderam corretamente. Os termos utilizados foram "cinco negativo" e "cinco casas antes de P".

O item *f* da questão 1 perguntava: "Se uma pessoa na posição P andar 1 unidade para a direita e, após, 4 unidades no mesmo sentido, ao final em que posição se encontrará?".

Nove alunos deram a resposta esperada. Os termos utilizados foram "cinco positivo", "cinco casas à direita de P" e "cinco casas depois de P".

Ao observarmos cada questão e as respostas, podemos verificar que muitos alunos apresentaram dificuldades em associar números a posições. Nas respostas equivocadas, percebemos a inversão de sentido (talvez a orientação ainda não esteja bem construída para alguns alunos), erros de cálculo ou a identificação correta do sentido do deslocamento final, sem a contagem adequada das casas.

Convém destacar que o maior índice de respostas corretas se deu no item "d", que propunha um pequeno deslocamento em um sentido e o mesmo deslocamento em sentido inverso. Acreditamos que um maior índice de acertos nesse item se deve principalmente ao deslocamento pequeno e com o mesmo número de casas nos dois sentidos.

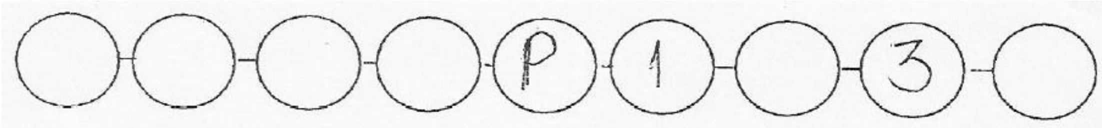
Quadro 10 – Segunda atividade da aula 3

2 – Ana gosta de jogar trilha. Em uma certa partida, após avançar 7 casas, Ana precisou retornar 13 casas. Até este momento Ana avançou ou retornou quantas casas efetivamente?

Na segunda atividade, apresentada no quadro 10, nove alunos responderam corretamente. Nos outros casos, constatamos erros de cálculo, como nas respostas "retornou 5 casas" ou "retornou 13 casas". Também obtivemos duas respostas com erro de sentido, por exemplo, "avançou 6 casas", e, por fim, três respostas em branco.

Quadro 11 – Terceira atividade da aula 3

3 – Considere a figura abaixo:



Como você completaria a figura acima? Como você chamaria as casas à esquerda da letra P?

Vamos trocar o nome da casa P? Qual nome você acha mais adequado?

Em relação à atividade constante do quadro 11, verificamos uma grande variedade de respostas distintas. A seguir, apresentamos algumas das respostas dos alunos para o primeiro questionamento.

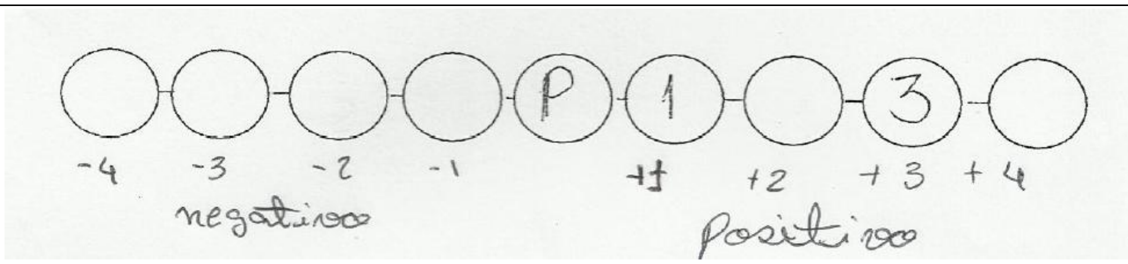


Figura 5 – Complete a trilha - resposta 1

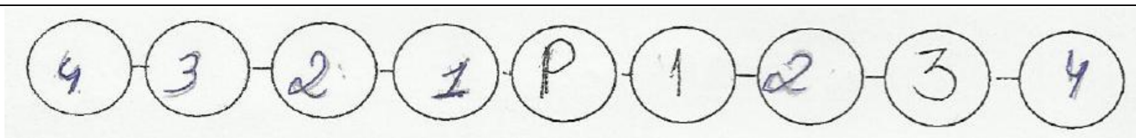


Figura 6 – Complete a trilha - resposta 2

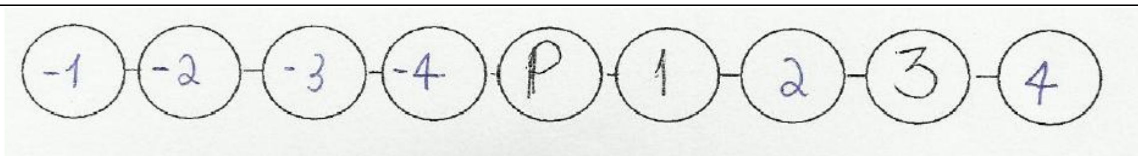


Figura 7 – Complete a trilha - resposta 3

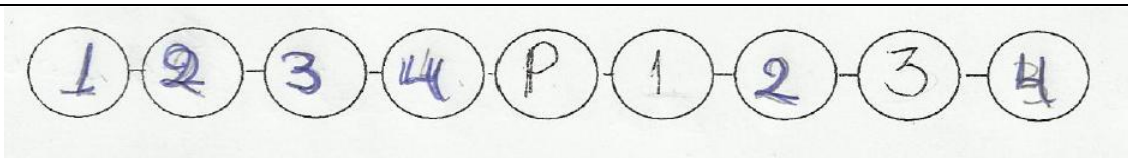


Figura 8 – Complete a trilha- resposta 4

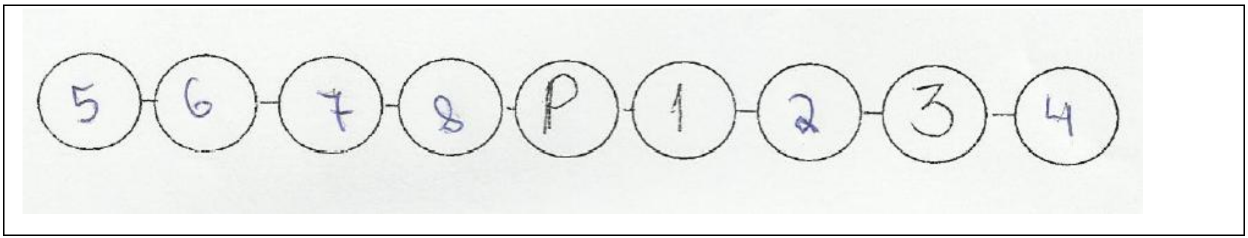


Figura 9 – Complete a trilha - resposta 5

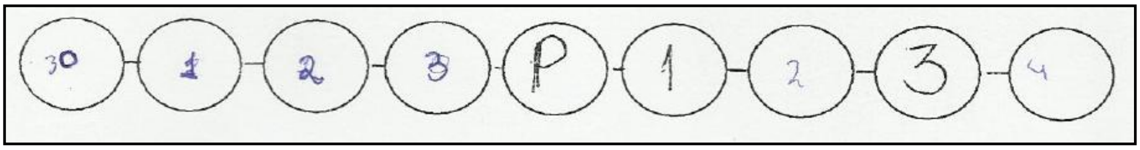


Figura 10 – Complete a trilha – resposta 6

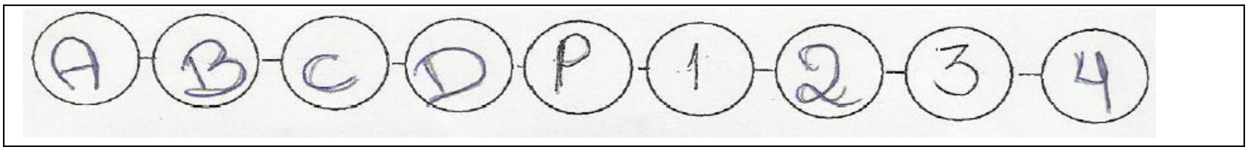


Figura 11 – Complete a trilha – resposta 7

Ao contabilizar as respostas, verificamos que, dentre os dezessete alunos presentes, quatro adotaram como solução a resposta 1 (figura 5), nove adotaram como solução a resposta 2, apresentada na figura 6, e outros quatro optaram por adotar letras, como verificamos na resposta 7 (figura 11).

Ao observarmos as respostas 1 e 2 (figuras 5 e 6), verificamos a presença do conceito de simetria, ainda que na resposta 2 não se tenha vinculado a posição P ao valor "zero" e os números anteriores à posição P ao sinal de "menos".

Nas respostas 4 e 6 (figuras 8 e 10), observamos que os alunos consideraram a posição P apenas como um separador de duas sequências, fazendo ordenações parciais (à esquerda e à direita de P), sem observar uma ordenação global da trilha. Na resposta 3, observamos que o ponto P separa positivos de negativos, mas sem a ideia de simetria, e sem uma ordenação global. Em relação à resposta 6 (figura 10), é relevante salientar a atribuição do número zero no "início" da trilha, possivelmente associando o zero à ideia de origem ou de valor absoluto.

Na resposta 5 (figura 9), verificamos que o aluno observou a trilha proposta como sendo cíclica, associando o ponto P com o ponto de partida e expressando uma concepção de número vinculada a quantidade. Tal ideia também se expressa na resposta 7 (figura 11), uma vez que o aluno considera apenas as posições à direita do zero como vinculadas a números, sendo as demais preenchidas com letras. Tal preenchimento se explica a partir da não compreensão da letra P como zero relativo.

Quanto ao questionamento “Como você chamaria as casas à esquerda da letra P?”, obtivemos variadas respostas, uma vez que a resposta era “livre”. Para esta questão, seis alunos sugeriram a resposta “negativos” e dez alunos não responderam. Os demais alunos sugeriram nomes como: “casinhas”, “números”, “crescente”, “perdidos” e “retornação”.

Quanto ao questionamento “Vamos trocar o nome da casa P? Qual nome você acha mais adequado?”, verificamos as seguintes sugestões de repostas dadas pelos alunos: “Zero”, resposta de 4 alunos, “partida”, resposta de 3 alunos , “meio”, resposta de 3 alunos, e outras respostas sugeridas por um ou dois alunos como: “base”, “início”, “largada”, “C” e “N”. Seis alunos deixaram a questão em branco.

Por fim, ao observar as atividades e analisar as respostas dos alunos para as atividades propostas, observa-se que muitos alunos ainda não pensam nos números como operadores. Por outro lado, observamos que alguns alunos incorreram em erros de “cálculo”, o que nos leva a refletir quanto à clareza do enunciado proposto. Quanto às atividades que proporcionaram reflexões acerca do “zero relativo”, percebemos que muitos alunos compreenderam tal noção, ainda que intuitivamente, porém tal conceito ainda permanece obscuro para outros.

3.4 RELATO DA AULA 4

As atividades deste quarto encontro foram desenvolvidas em duas etapas distintas: em um primeiro momento, propusemos uma reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos nas atividades desenvolvidas no encontro anterior; na segunda parte do encontro, retomamos o assunto números positivos e negativos e sua ordenação com a proposição de uma nova atividade.

Inicialmente, propusemos uma brincadeira que nortearia as atividades da primeira parte deste encontro: “o jogo brincar de tribunal”. Explicamos que, no jogo “brincar de tribunal”, todas as posições e opiniões que os alunos propusessem ou com as quais concordassem deveriam ser justificadas e defendidas com argumentos, de modo que os outros colegas da sala (“o júri”) se convencessem e concordassem com a opinião proposta. Não houve questionamentos quanto ao entendimento do jogo.

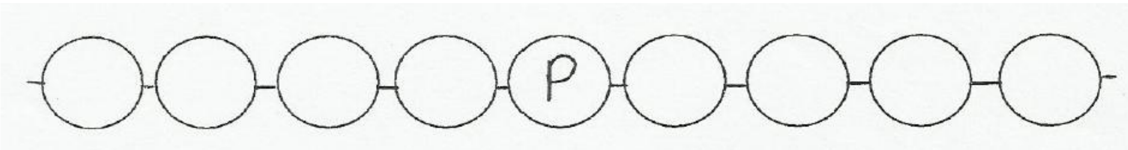
Revendo a primeira atividade da aula 3

De modo a favorecer a correção e análise da atividade, projetamos no quadro o desenho da trilha apresentada no material impresso. Quanto à abordagem das questões propostas, optamos, nos itens *a e b*, por projetar as respostas sugeridas pelos alunos no encontro anterior, de modo que o grupo, após as devidas argumentações, optasse pela “melhor resposta”. Quanto aos demais itens, os alunos foram convidados a sugerir uma resposta mais adequada e, como num “tribunal”, convencer os demais colegas.

A seguir, após a reprodução do enunciado da atividade, destacamos cada um dos itens analisados neste encontro com o relato da participação dos alunos.

Quadro 12 – Primeira atividade da aula 3

1– A figura abaixo representa uma trilha reta. Observe:



a) Se uma pessoa na posição P desta trilha andar 3 unidades para a direita e, após, andar 5 unidades em sentido contrário, ao final se encontrará em que posição?

b) Se uma pessoa na posição P andar 4unidades para a esquerda e, após, andar 7 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?

c) Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para a direita e, após, andar 4 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?

d) Se uma pessoa na posição P andar 3 unidades para a esquerda e, após, 3 unidades para a direita, ao final em que posição se encontrará?

e) Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para a esquerda e, após, 3 unidades no mesmo sentido, ao final em que posição se encontrará?

f) Se uma pessoa na posição P andar 1 unidade para a direita e, após, 4 unidades no mesmo sentido, ao final em que posição se encontrará?

A seguir, projetamos as respostas sugeridas pelos alunos (Figura 12), coletadas no material impresso da aula anterior.

a) Se uma pessoa na posição P desta trilha andar 3 unidades para a direita e, após, andar 5 unidades em sentido contrário, ao final se encontrará em que posição?

“Uma casa antes do P”;

“Atrás da partida P”;

“Ao contrário de P”;

“Segunda estação antes do P”;

“2 Negativo”.

Figura 12 – Respostas ao item *a* da primeira atividade da aula 3

Segue o relato do debate realizado com o grande grupo de alunos, sobre cada resposta sugerida para a primeira questão desta atividade.

→ “Uma casa antes do P”.

O aluno Ru, imediatamente argumentou: “não professor, a resposta não está certa. Deveria ser 2 casas antes de P, é só contar...” Perguntei aos demais alunos se todos concordavam com a resposta do colega. Alguns alunos assentiram com a cabeça, demonstrando sua concordância, outros claramente responderam “sim”. Outros ainda permaneceram em silêncio.

→ “Atrás da partida P”.

O aluno I argumentou: “não está de todo errada, pois ao final estaremos antes de P”; o aluno Ru argumentou: “o quanto antes?”. Recomendei: “Tudo bem gente, todos concordam com o argumento do aluno I? Quanto ao questionamento do aluno Ru, parece também ser importante... Assim, sugiro que não descartemos esta resposta e continuemos a análise das demais sugestões para verificarmos se outra sugestão ‘se encaixa melhor’”. Todos os alunos concordaram.

→ “Ao contrário de P”.

Após alguns segundos de silêncio, o aluno Ra comentou: “esta resposta está errada, como assim, ao contrário de P? Onde é o contrário de P? Não faz sentido”. Não houve contestações, todos os alunos concordaram com o comentário.

→ “Segunda estação antes do P”.

Os alunos Ru e I logo comentaram: “está certa sor“. Como não houve comentários acerca do termo “estações” utilizado nesta resposta, comentei que este termo relacionava o desenho apresentado na atividade com as estações do trem metropolitano que passa pela cidade de Canoas. O aluno Ru comentou: “É mesmo!”.

→ “2 Negativo”.

Houve uma manifestação coletiva concordando com esta resposta e duas manifestações: “sor, antes de P é negativo pois está antes da casa P” e “sor, tipo clima... abaixo de zero”.

Logo após a manifestação dos colegas, o aluno Ra comentou: “eu discordo desta resposta... Acho que ficaria melhor duas casas antes de P”. Neste momento informei à turma que essa era a próxima sugestão de resposta e os alunos I e Ra comentaram: “mas não é o mesmo dizer 2 negativo, duas estações antes de P e ou 2 casas antes de P”?

Estendi o questionamento à turma e todos pareceram concordar, com exceção do aluno Ra que ainda considerava o termo “duas casas antes de P” mais apropriado.

Por fim, questionei a turma sobre qual das respostas era mais apropriada e completa e a maioria da turma considerou que as três respostas “2 negativo”, “2 estações antes de P” e “2 casas antes de P” estavam corretas, e que a resposta “antes de P” estava incompleta. O aluno Ru logo comentou: “eu prefiro 2 negativo”.

Ao observarmos a discussão relatada acima, podemos destacar algumas ponderações de alunos que associam o número ao conceito de posição. Tal justificativa evidencia a diferenciação estabelecida entre os sentidos dos deslocamentos realizados a partir do referencial proposto, além da importância desse referencial para o estabelecimento de um sentido inicial. Percebemos, no primeiro comentário relatado, a correta intervenção do aluno, mencionando o erro do colega, que denominamos erro de contagem ou de cálculo. O segundo comentário - “não está de todo errado” -, reforça a diferenciação estabelecida na primeira intervenção, porém o questionamento do aluno Ru demonstra a percepção da necessidade de se estabelecer além do sentido, a “posição” da pessoa ao final do deslocamento (número de casas em relação ao referencial - conceito em ação).

Quando da análise da terceira resposta, observamos a grande aceitação da mesma. Essa aceitação nos parece surpreendente, uma vez que em nenhum momento, em sala de aula, havíamos associado as posições das casas aos termos positivo ou negativo. Por outro lado, na justificativa dada, observamos novamente o referencial P conectado ao conceito de zero relativo, conforme observamos nos argumentos “sor, antes de P é negativo pois está antes da casa P” e “sor tipo clima... abaixo de zero”. Podemos observar que tais argumentos indicam novamente a construção, ainda que intuitiva, do conceito de zero relativo.

No quadro a seguir, segue a projeção da segunda questão, com as respostas sugeridas, apresentada para a análise do grupo.

b) Se uma pessoa na posição P andar 4 unidades para a esquerda e, após, andar 7 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará? "Duas casas depois de P"; "Perto da linha de chegada"; "3 casas ao contrário de P"; "3 estações à direita de P"; "3 positivo".

Figura 13 – Respostas ao item *b* da primeira atividade da aula 3

Novamente, procedemos à discussão, com o grande grupo de alunos, sobre cada resposta sugerida.

→ "Duas casas depois de P".

O aluno Gu logo se manifestou: "está errada sor, não são duas casas ... Quem fez essa resposta contou errado" . Não houve outras manifestações.

→ "Perto da linha de chegada".

O aluno Ra comentou: "é igual à outra, esta é incompleta, não diz a casa em que parou..."

→ "3 casas ao contrário de P".

O aluno I comentou: "esta também é igual à que vimos antes... Onde é 'ao contrário de P'? Não faz sentido...". Não houve outras manifestações.

→ "3 estações à direita de P".

O aluno Ru manifestou-se: "está certo sor". Questionei a turma se alguém discordava da resposta sugerida. Não houve manifestações.

→ "3 positivo".

Vários alunos de modo simultâneo se manifestaram concordando com esta sugestão de resposta.

Ao questionar os alunos sobre qual resposta seria a mais adequada, o aluno I respondeu: "tem duas certas: 3 estações à direita de P e 3 positivo". Questionei os demais alunos sobre o comentário do colega e todos concordaram com o mesmo.

Assim como na questão anterior verificamos, a partir das considerações da turma, a mobilização do conceito de zero relativo. Observamos, novamente, o espontâneo uso da denominação “positivo”. Os usos das denominações “positivo” e “negativo” podem estar vinculadas a associações com o clima – temperatura positiva e negativa - mas também com o fato de que alguns alunos estavam repetindo o “ano” e desta forma, anteciparam tais denominações que para alguns ainda não faziam sentido, como observado no comentário sobre o item *a* “eu prefiro 2 casas antes de P”.

Para a reflexão sobre os itens seguintes, optamos por um questionamento oral dirigido ao grande grupo de alunos, não informando sobre as respostas que haviam sido sugeridas na aula anterior.

O item *c* questionava: “Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para a direita e, após, andar 4 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?”.

O aluno Gu respondeu: “2 negativo”. Perguntei se alguém discordava desta resposta e não houve contestações.

O item *d* questionava: “Se uma pessoa na posição P andar 3 unidades para esquerda e, após, 3 unidades para a direita, ao final em que posição se encontrará?”.

O aluno An se manifestou: “voltar para o ponto P, sor”. Alguns acenaram com a cabeça e observei que outros comentavam “está certo”. Como nos outros itens, questionei se alguém discordava da resposta do colega. Não houve questionamentos.

O item *e* questionava: “Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para esquerda e após 3 unidades no mesmo sentido, ao final em que posição se encontrará?”.

Em um primeiro momento, ninguém se manifestou, porém, logo em seguida, o aluno Ru argumentou: “5 negativo sor...” . Após, o aluno Ra comentou: “também pode ser 5 casas antes de P”. Não houve outros comentários acerca desse item.

O item *f* questionava: “Se uma pessoa na posição P andar 1 unidade para direita e, após, 4 unidades no mesmo sentido, ao final em que posição se encontrará?

O aluno Ru novamente participou comentando: “sor, este dá 5 positivo ou 5 casas depois de P”. Ninguém discordou desta resposta.

Podemos observar, nos comentários acima, a mobilização do conceito de posição relativa.

Revendo a terceira atividade da aula 3

Do mesmo modo que na primeira atividade, optamos por projetar no quadro sugestões de resposta atribuídas pelos alunos no material impresso da aula anterior, para que os mesmos identificassem a opção considerada mais adequada.

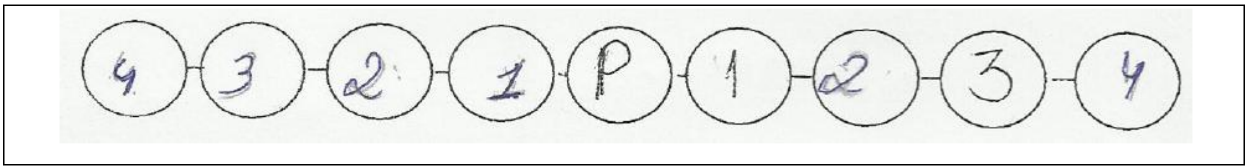


Figura 14 – Reflexão sobre a terceira atividade da aula 3 - resposta projetada 1

Sobre a resposta 1, o aluno An comentou: “Está certo sor...” . Questionei o grupo de alunos se todos concordavam com a opinião do colega: com exceção de alguns acenos de positivo com a cabeça, os demais optaram por não se manifestar.

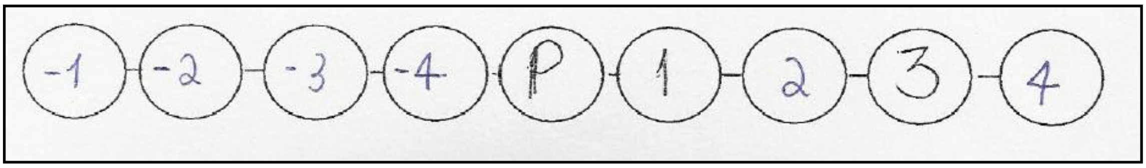


Figura 15 – Reflexão sobre a terceira atividade da aula 3 - resposta projetada 2

Sobre a resposta 2, o aluno Ru logo se manifestou: “esta está mais certa sor, pois tem o sinal de menos”.

O colega An logo argumentou: “não faz sentido a resposta do colega, pois termina em – 4 e começa de novo ...”

O aluno Ru contra-argumentou: “ainda acho que tá certa, só está invertida”.

Por fim, o aluno Gu argumentou: “Faz mais sentido a sugestão 1”.

Perguntei à turma se alguém gostaria de fazer outro comentário e como não houve manifestações, ponderei: “acho que a análise está muito boa, vamos verificar as outras sugestões...”.

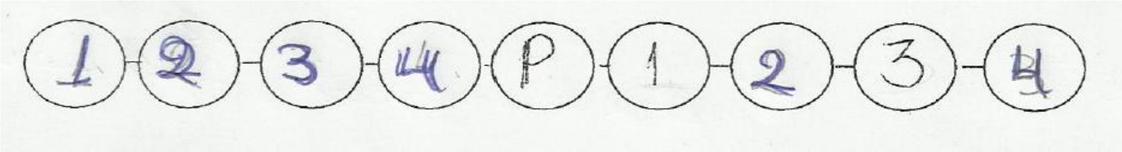


Figura 16 – Reflexão sobre a terceira atividade da aula 3 - resposta projetada 3

Sobre a resposta 3, o aluno I logo argumentou: “ esta faz menos sentido, pois nem o sinal de menos aparece...”. Ninguém se manifestou em contrário.

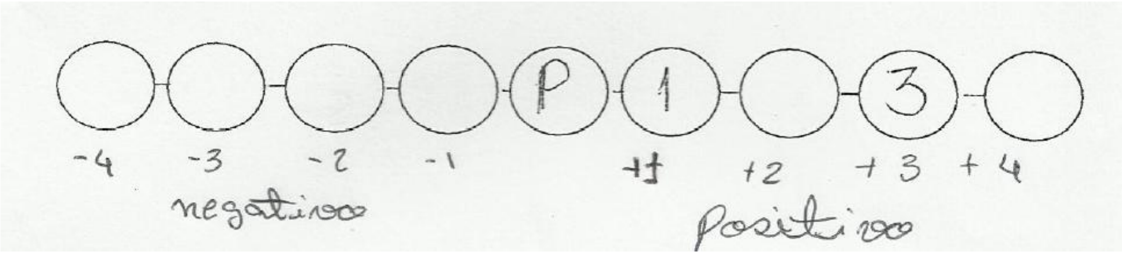


Figura 17 – Reflexão sobre a terceira atividade da aula 3 - resposta projetada 4

Ao ser projetada a resposta 4, o aluno Gu comentou: “esta faz sentido, tem sinal e está na ordem certa”.

Após esse comentário, perguntei: “entre as sugestões apresentadas, qual vocês acham que está melhor?”. Simultaneamente, muitos alunos responderam: “a 4”.

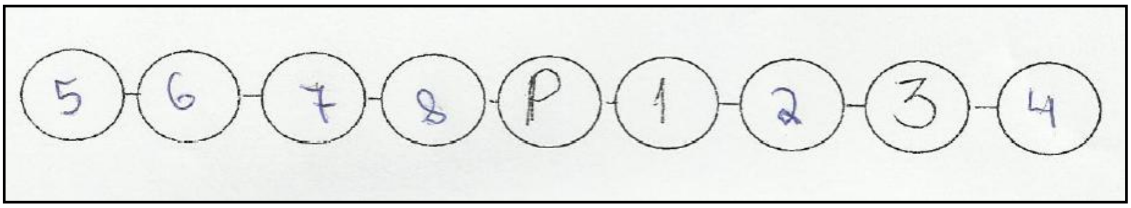


Figura 18 – Reflexão sobre a terceira atividade da aula 3 - resposta projetada 5

O aluno Ra comentou: “está completamente errada, depois do 8 vem P e após 1. Não faz sentido”. Questionei a turma se todos concordavam e obtive como resposta um sonoro “Sim”, de um grande número de alunos.

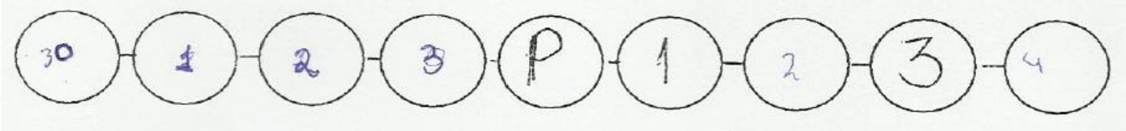


Figura 19 – Reflexão sobre a terceira atividade da aula 3 - resposta projetada 6

Sobre a resposta 6, imediatamente o aluno I comentou: “Também não, é a mesma coisa que a anterior, com outros números”.

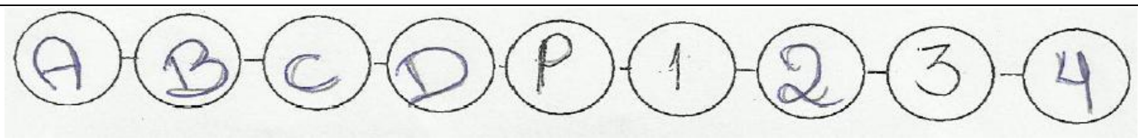


Figura 20 – Reflexão sobre a terceira atividade da aula 3 - resposta projetada 7

Sobre a resposta 7, o aluno Ru logo comentou: “quem fez esta tem que mandar internar...”

Argumentei: “Gente, temos que respeitar as respostas dos colegas... Para alguém, esta resposta fez ou faz sentido... “

O aluno I comentou: “Tá sor, mas neste caso começa com letras e termina com números, acho que esta resposta também está errada”.

Neste momento, argumentei: “certo gente, vocês me disseram que na opinião de vocês a resposta 4 parece ser a mais adequada..., mas vamos observá-la novamente”.

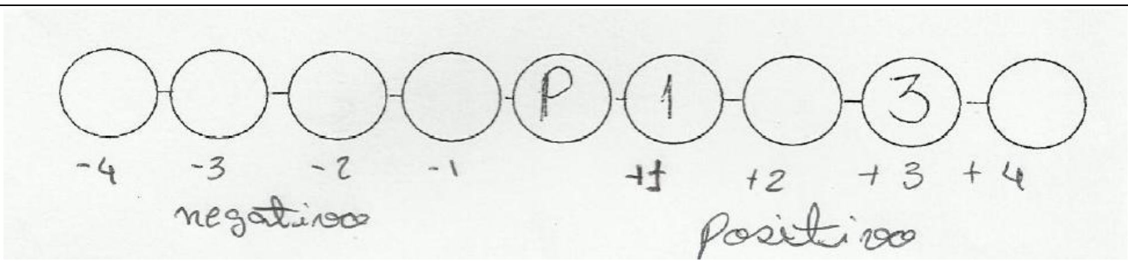


Figura 21 – Nova reflexão sobre resposta projetada 4

Continuei o questionamento: “neste caso também não temos números e letras?” e o aluno Ru argumentou “tem números e só a letra P”. Continuei com a ponderação: “de acordo com o colega I, a sugestão 7 está errada, pois possui letras e números. Em relação à sugestão 4 mencionada acima, poderíamos trocar a letra P por um número, para que tenhamos somente números?“ e alguns alunos simultaneamente responderam – “sim, o zero”. Questionei o grande grupo se alguém discordava. Não houve manifestações.

De modo geral, ao observamos os argumentos dos alunos frente às sugestões de respostas, percebemos a clara adequação do referencial P aos conceitos de zero relativo e simetria (podemos observar as considerações relativas às respostas 1 e 4). Também verificamos o interessante argumento do aluno An, relativo à questão 2: “não faz sentido a resposta do colega, pois termina em – 4 e começa de novo ...”, o que de fato, revela a mobilização dos conceitos de zero relativo, de posições relativas e de simetria. As demais considerações referendam a compreensão dessas noções.

Como última atividade deste encontro, após distribuir um material impresso (conforme Quadro 13), solicitei que os alunos desenvolvessem a questão e escrevessem suas respostas para posterior análise.

3.5 RELATO DA AULA 5

As atividades deste quinto encontro foram desenvolvidas em duas etapas distintas: na primeira, propusemos uma reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos para a atividade desenvolvida no encontro anterior, constante do quadro 13; na segunda etapa, os alunos desenvolveram uma nova atividade relacionada com o jogo de trilha.

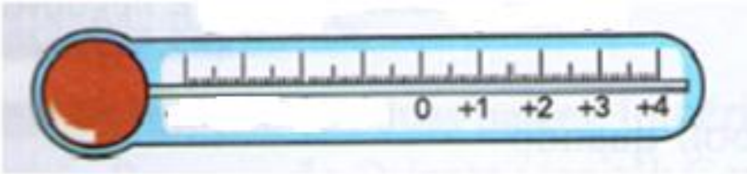
Inicialmente expliquei à turma que neste encontro teríamos dois momentos distintos, começando com “o jogo brincar de tribunal”.

Revendo a segunda atividade da aula 4

De modo a favorecer a correção e a análise da atividade, projetamos a atividade que havia sido realizada no material impresso, com as respostas propostas em cada item, sendo os alunos convidados a indicarem uma resposta mais adequada e, como no encontro anterior, argumentarem e, se necessário, convencerem os demais colegas acerca da resposta mais conveniente.

Quadro 13 – Atividade termômetro

Observe a figura abaixo:



Você consegue identificar esta figura?

Se você pudesse completar a figura, o que você acrescentaria?

Em relação ao primeiro questionamento, verificamos que apenas um aluno não reconheceu a figura acima como um termômetro, para o mesmo a figura representava um cronômetro.

O aluno Br comentou: “É óbvio que é um termômetro sor”. Ao que respondi que “o que é óbvio para alguns pode não ser para outros”.

Em relação ao segundo questionamento - “Se você pudesse completar a figura, o que você acrescentaria?” -, como verificamos uma ampla variedade de respostas, selecionamos sete opções que sintetizam as respostas sugeridas pelos alunos e que foram apresentadas e discutidas pela turma.

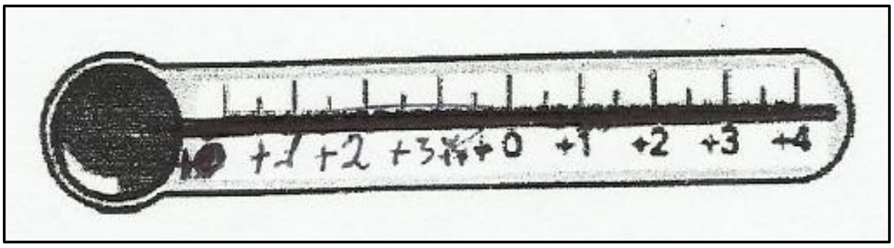


Figura 22 – Atividade termômetro: resposta 1

Ao projetarmos a resposta acima, obtivemos as seguintes considerações.

O aluno Br comentou: “errada, sor, são os mesmos números nos dois lados”.

O aluno Ru argumentou: “é, sor, tá errado, era para pôr o sinal de negativo e invertido os números”.

Questionei: “Certo, Ru, mas se invertermos os números ainda teremos 2 zeros. O que vamos fazer?". O aluno Ru respondeu: “tiramos um”. Ainda questionei “qual?” e o aluno Ru respondeu “ora sor, o +0, já tínhamos um e este ainda tem o sinal de +”.

O aluno An acrescentou: “o zero separa, é como um ponto de partida, ele separa e logo não pode ter sinal”.

Neste ponto da aula ainda questionei: “todos concordam que esta não seria a resposta mais adequada?”. Muitos alunos simultaneamente responderam sim, outros acenaram positivamente com a cabeça e ainda outros permaneceram em silêncio.

Nesta discussão, podemos destacar alguns elementos relevantes das falas dos alunos. Inicialmente, observamos o argumento do aluno Br: “são os mesmos números dos dois lados”. O comentário revela a compreensão de que a cada número corresponde apenas uma posição, entretanto não deixa claro qual seria, para o aluno, o melhor ordenamento.

Como podemos observar, na sequência, o aluno Ru com os argumentos “era para pôr o sinal de negativo e invertido os números” demonstra compreensão das noções de simetria e de posições relativas. O aluno Ru, em sua fala, também menciona o sinal “+” antes do zero como sendo um erro (neste argumento, verificamos a associação do número zero à idéia de neutralidade – conceito em ação).

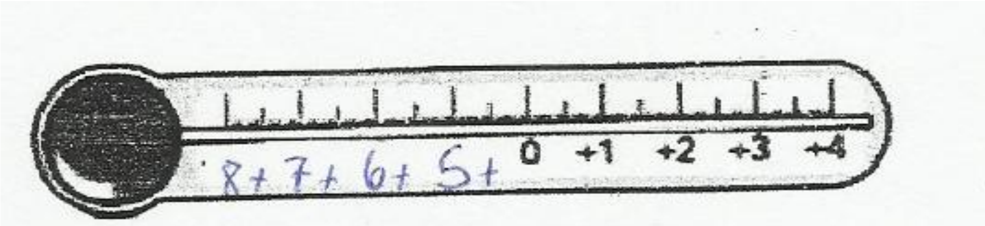


Figura 23 – Atividade termômetro: resposta 2

Imediatamente após a projeção da resposta 2, o aluno I comentou: “está errada de novo, ainda tem números positivos antes do zero”.

O aluno Ma completou o questionamento: “como do 5 vai para o zero?”.

Por fim, o aluno Ru argumentou: “É, sor, o colega I tá certo, não pode ter número positivo antes do zero”.

Não houve mais manifestações além de breves acenos com a cabeça.

Nos comentários relatados acima, podemos observar alguns pontos que consideramos relevantes: como na discussão anterior, os alunos destacaram que à esquerda do referencial zero não devem ser observados números positivos; além disso, contestam a vizinhança entre o cinco e o zero, mostrando preocupação em construir um ordenamento abrangente dos números e não restrito a cada uma das regiões (antes e depois do P).

Por outro lado, observamos na figura o interessante uso do sinal atribuído, ao lado direito de cada número. Tal iniciativa nos causou surpresa, uma vez que na figura do exercício havia exemplos de números com a utilização dos sinais usuais. Por outro lado, como neste momento não havíamos, ainda, construído a formalização da escrita correta dos números e de seus devidos sinais, optamos por não aprofundar neste momento este conceito.

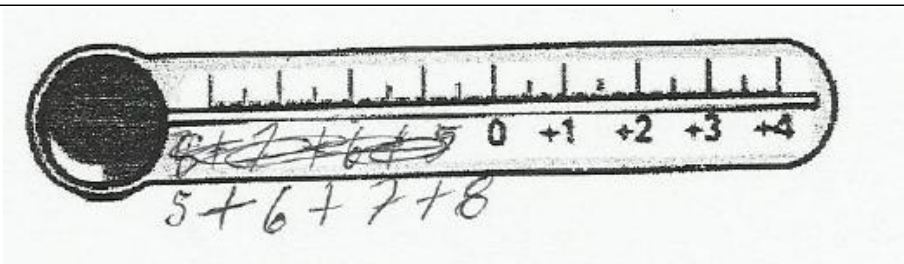


Figura 24 – Atividade termômetro: resposta 3

Observamos, na resposta 3, que o aluno desconsidera a ideia de um termômetro. Começa do zero, segue para a direita e volta para a esquerda continuando a escala de modo “cíclico”, com a sequência ordenada de números inteiros posteriores a +4 (último número positivo da escala no termômetro da figura).

Ao projetarmos esta resposta, o aluno Ru comentou: “errada, igual à resposta 2, só que os números estão ao contrário.”

O aluno Ma completou: “do +8 vai para o zero?”. Neste ponto podemos observar a preocupação que o aluno demonstra com a coerência na sequência dos números (ordenação correta e abrangente).

Não houve outros comentários.

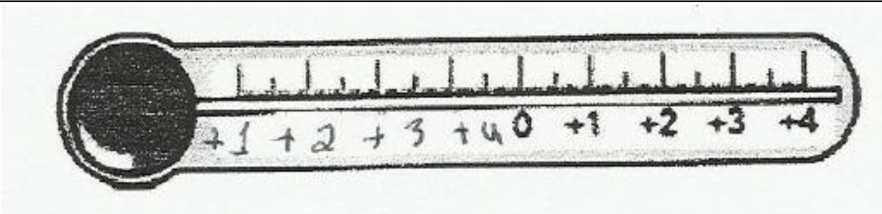


Figura 25 – Atividade termômetro: resposta 4

Nesta figura, verificamos uma resposta semelhante à resposta projetada 3 para a atividade da trilha matemática (figura 16). Podemos observar duas sequências semelhantes, ordenadas de acordo com o valor absoluto dos números.

O aluno An comentou: “a mesma coisa, tá errado, é muito parecida com a resposta 1, eu acho”. Muitos alunos manifestaram concordância com o resultado e passamos para a análise da próxima sugestão.

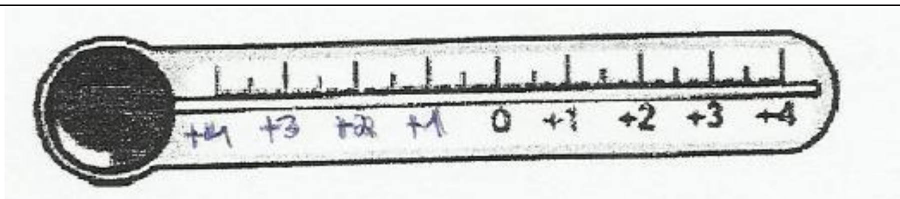


Figura 26 – Atividade termômetro: resposta 5

O aluno Ra comentou “esta tá certa, só o sinal dos números antes do zero deveriam ser negativos”. Não houve outras considerações.

No comentário do aluno Ra, verificamos o uso dos conceitos de simetria e zero relativo, bem como a necessidade de diferenciação dos sinais dos números, e a compreensão de que a cada número deve corresponder apenas uma posição no termômetro.

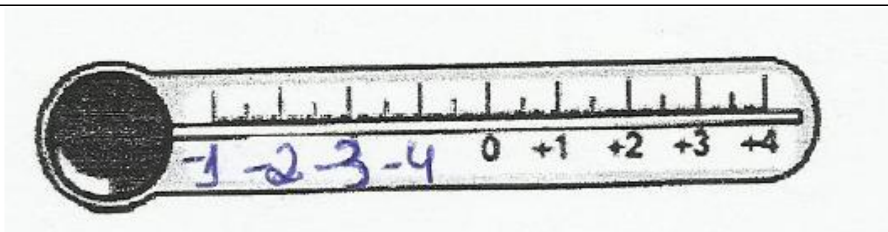


Figura 27 – Atividade termômetro: resposta 6

Ao ser exposta esta sugestão, o aluno Ru imediatamente comentou: “está errada, sor”.

O aluno B completou: “mais ou menos sor, os sinais estão certos mas a ordem não”.

O aluno An sugeriu: “até agora é a mais certa”.

Ao ouvir os colegas, a aluna Y interveio: “Fui eu que fiz, para mim está certo”.

O aluno Ru questionou “mas tá errada Y, os números estão na ordem errada”.

A aluna Y respondeu: “para mim está certo”.

Comentei: “Certo gente, vamos ver! A ideia não é impor uma posição, temos dois pontos de vista, vamos avaliar os argumentos dos colegas um de cada vez. Vamos iniciar com o argumento do aluno Ru”.

O aluno Ru comentou “Tá errado sor, se pensarmos na trilha, temos uma casa antes de P, depois duas casas antes de P e assim vai...”. Percebemos na argumentação do aluno Ru os conceitos de zero relativo, de posições relativas, de simetria e de valor absoluto, que corresponde à distância de cada marcação até o zero.

Instantaneamente os colegas da turma focaram seus olhares na aluna Y, aguardando a resposta. Neste ponto a aluna Y comentou “Sor, ainda não sei, não combina”.

Então comentei: “Certo, vamos à próxima resposta e se necessário voltamos a esta questão”.

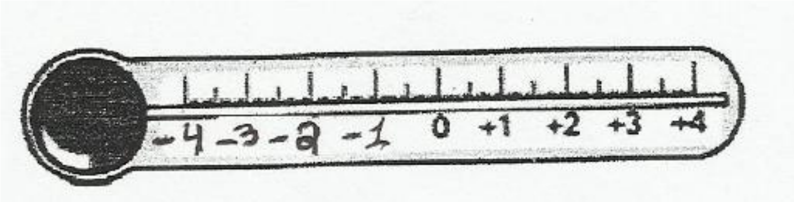


Figura 28 – Atividade termômetro: resposta 7

Ao olharem esta resposta, muitos alunos simultaneamente comentaram: “ tá certa, sor”.

Ao visualizar a resposta, a aluna Y comentou: “É mesmo sor...”.

Verificamos que a visualização desta resposta pode ter contribuído para a sua aceitação por parte da aluna Y.

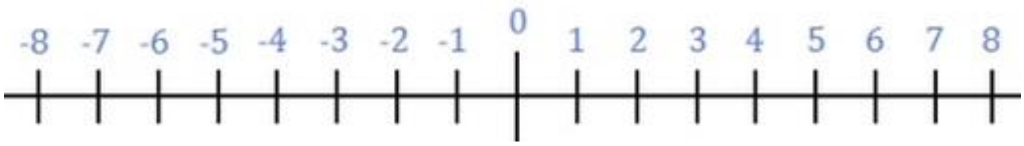
Por fim, questionei a turma: “qual das sugestões propostas é a melhor resposta?” e simultaneamente os alunos responderam “esta sor, a resposta 7”.

Podemos observar, nos comentários sobre a resposta 7, e na fala da aluna Y, a compreensão da turma, ou da maioria da turma, das noções de zero relativo, simetria e posições relativas. A resposta 7 observa várias propriedades: a cada número corresponde apenas uma posição, há um ordenamento completo dos números e o valor absoluto de cada número corresponde à distância entre aquele ponto e o zero.

No segundo momento deste encontro, foi desenvolvida uma atividade proposta no material impresso. A seguir apresentamos a atividade e as respostas atribuídas a cada item.

Quadro 14 – Segunda atividade aula 5

1 – A figura abaixo representa as posições das casas de um jogo de trilha, onde a coordenada 0 marca a posição inicial de cada jogador no início da partida e a coordenada 8 indica o término do jogo, designando como o vencedor, o jogador que primeiro chegar a esta posição.



Agora responda:

a) Quem está mais perto da chegada, quem está na posição 2 ou quem está na posição -3?

b) Quem está mais perto da chegada, quem está na posição -3 ou quem está na posição 0?

c) Está vencendo a partida, quem está na posição - 5 ou quem está na posição -8?

O item *a perguntava*: “Quem está mais perto da chegada, quem está na posição 2 ou quem está na posição -3?

Ao observarmos as respostas sugeridas ao questionamento proposto, verificamos que, dos 28 alunos presentes, 20 compreenderam a situação e responderam que está mais perto da chegada quem está na posição 2. Seis alunos consideraram que está mais próximo da chegada quem está na posição -3. Por fim dois alunos atribuíram como resposta a posição 4 e a posição -4.

O erro mais recorrente consistiu em atribuir -3 como resposta. Acreditamos que tal fato possa estar relacionado, primeiramente, à falta de atenção na leitura do enunciado ou da figura e, em segundo lugar, à não observância do zero e das posições relativas.

O item *b* perguntava: "Quem está mais perto da chegada, quem está na posição - 3 ou quem está na posição 0?

Neste item, verificamos que 17 alunos responderam corretamente a questão, indicando como resposta a posição zero. Oito alunos consideraram que está mais perto da chegada quem está na posição -3 e três alunos responderam a questão atribuindo como resposta as posições -2, +2 e +1.

O item *c* perguntava: "Está vencendo a partida, quem está na posição - 5 ou quem está na posição -8?

Neste terceiro item, verificamos que 17 alunos responderam corretamente a questão, indicando como resposta a posição – 5. Sete alunos consideraram que está mais perto da chegada quem está na posição - 8 e quatro alunos responderam a questão atribuindo como resposta as posições – 7 e 1.

Ao considerarmos as respostas para esse item, verificamos novamente um número semelhante de respostas incorretas em relação às do primeiro item. Tais erros, em nossa opinião, podem estar atrelados à falta de atenção na leitura dos enunciados ou da figura, ou à desconsideração dos sinais, confundindo o valor relativo e o valor absoluto dos números.

3.6 RELATO DA AULA 6

Neste encontro, foi desenvolvida a atividade constante do Quadro 15, inspirada em Megid (2010).

Quadro 15 – Atividade de desenho do quadro de botões do elevador

Uma importante invenção, que facilitou e continua facilitando a vida de muita gente é o elevador. Imagine alguns prédios modernos com muitos andares. Agora imagine morar em tais prédios nos últimos andares... Realmente os elevadores, em muitos casos, facilitam nossa vida. Vamos imaginar um prédio com 3 andares de estacionamento abaixo do térreo e 7 andares acima do andar térreo. Agora, desenhe o quadro de botões que poderia ser usado no elevador do prédio em questão.

O objetivo da atividade era o de explorar as posições relativas em um novo contexto, o da orientação vertical. As respostas para essa atividade serão apresentadas no relato do sétimo encontro.

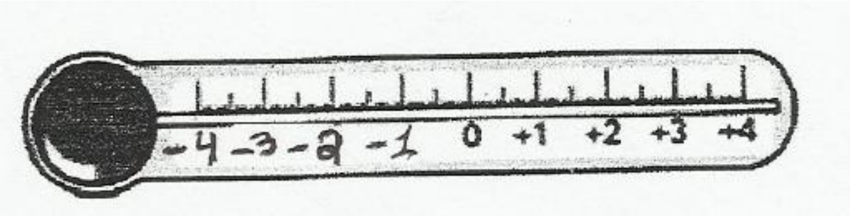
3.7 RELATO DA AULA 7

As atividades desenvolvidas ao longo deste sétimo encontro podem ser divididas em três etapas distintas: na primeira, propusemos uma nova reflexão sobre duas das respostas dadas pelos alunos para a atividade do termômetro, já comentadas no encontro anterior; na segunda, disponibilizamos imagens relacionadas a prédios e elevadores, buscando um melhor entendimento da atividade desenvolvida na aula anterior, e embasar sua correção; na terceira etapa, realizamos a atividade varal dos números relativos, uma atividade dinâmica realizada em grupos de trabalho, com o objetivo de estimular a compreensão de números relativos como representação de posição e do ordenamento de números relativos.

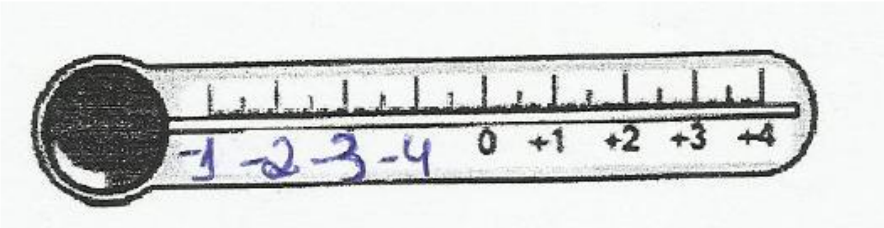
Como meio de abordar as questões já vistas e analisadas anteriormente, mencionamos que, em um trabalho semelhante realizado em outra turma, alguns alunos sugeriram uma resposta diferente da tida como correta pelo grupo de alunos no encontro anterior. A seguir, destacamos o material disponibilizado via projetor de imagens para os alunos.

Quadro 16 – Primeira atividade da aula 7

Vamos novamente observar duas das respostas discutidas na aula anterior...



Resposta 1



Resposta 2

Um aluno de outra turma afirmou que a resposta correta é a resposta 2. Você concorda? Justificar...

Imediatamente após a nova projeção das figuras, alguns alunos se manifestaram.

O aluno Ra comentou: “a resposta 1 está certa”.

Ao comentário, questionei: “Por quê?”.

O aluno Ru argumentou: “a resposta 2 tá errada, pois vai do -4 para zero, já a resposta 1 tá certa, pois apresenta ordem nos dois lados”. Neste comentário observamos que, intuitivamente, o aluno faz alusão à ideia de simetria e de valor absoluto.

O aluno Ma completou: “é, em um lado tem os números negativos – abaixo de zero, temperatura fria, e do outro os positivos – temperatura mais quente”. Neste comentário, o aluno mostra que percebe o ponto referencial zero como separador dos números positivos e negativos.

O aluno Bh ainda comentou: “se temos uma temperatura zero e diminuísse um grau, não iria para -4 e sim para menos 1, por isso a resposta certa é a 1”. É relevante salientar, que neste argumento, o aluno estabelece relações entre os números e as operações, não os considerando apenas como marcadores.

Perguntei se todos os alunos concordavam com os colegas e se a resposta 1 era a mais correta. Alguns responderam sim, outros acenaram positivamente com a cabeça.

Neste momento questionei a aluna Y (a qual no último encontro ainda apresentava dúvidas quanto à melhor resposta) e a mesma comentou “agora concordo, se diminuir 1 grau não vai para -4 e sim para -1”.

Podemos observar que os alunos apresentaram em seus argumentos, ainda que intuitivamente, ideias relativas aos conceitos de ordenação, como observado no comentário do aluno Bh, e simetria, como no relato do aluno Ru - “apresenta ordem nos dois lados”.

Terminado este momento de reflexão, propusemos aos alunos que observassem com atenção as imagens que seriam projetadas, pois seriam úteis no desenvolvimento das próximas atividades. Nestas imagens (Quadros 17 e 18), aparecem prédios com andares acima e abaixo do solo.

Quadro 17 – Representações de prédios com andares acima e abaixo do solo - A

Quadro 18 – Representações de prédios com andares acima e abaixo do solo - B

Após a observação das imagens, propusemos aos alunos a atividade constante no Quadro 19.

Quadro 19 – Segunda atividade da aula 7

Observe a figura acima... Agora desenhe um prédio que tenha este quadro de botões de elevador...

Vemos que no quadro de botões aparece um andar nomeado como “zero” e outro como “-1”. Acima do zero, os andares de número 1, 2, 3, 4, 5 e 6. A seguir, apresentamos algumas respostas para a atividade proposta.

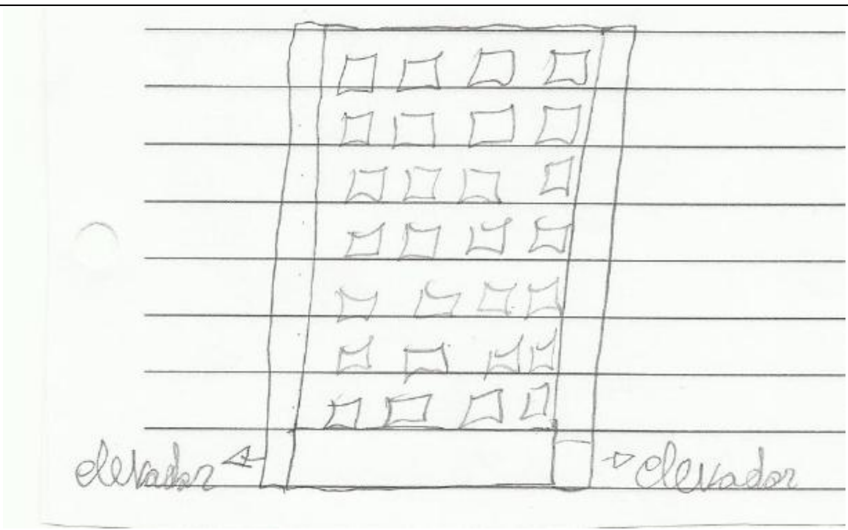


Figura 29 – Desenho do prédio: resposta 1

Nesta resposta, observamos que o aluno desenha sete linhas de janelas, sem destacar ou nomear os andares. Desta forma, não podemos afirmar onde o aluno localiza o andar térreo (talvez, o andar em que desenhou os elevadores), bem como o subsolo. Nesta resposta, não podemos verificar a compreensão dos conceitos de posição relativa, zero relativo e simetria.

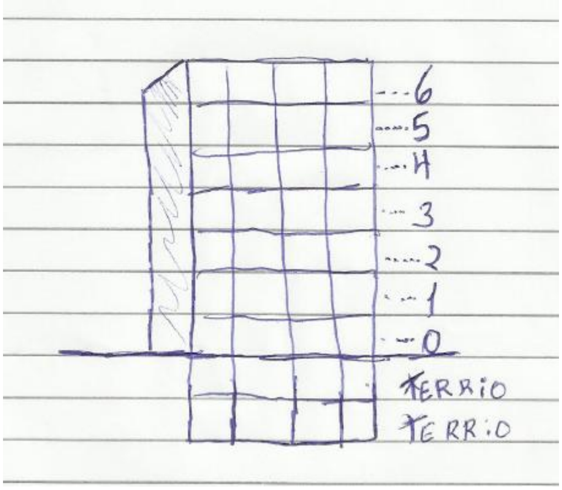


Figura 30– Desenho do prédio: resposta 2

Neste segundo exemplo, podemos observar que o aluno estrutura seu desenho observando a correta ordenação dos andares correspondentes aos números positivos do quadro de botões. Porém, o aluno não vincula o andar zero ao termo "térreo", associa tal termo à ideia de subsolo, e não marca nenhum andar correspondente ao número -1.

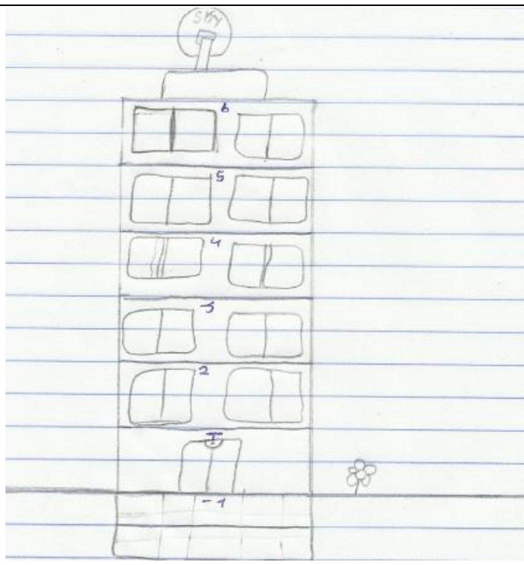


Figura 31– Desenho do prédio: resposta 3

Na resposta 3, observamos a presença da ideia de ordenação, porém sem distinção entre o primeiro andar e o andar térreo. Essa ordenação, em que não existe um primeiro andar acima do térreo, é comum nos prédios da região metropolitana de Porto Alegre, o que não corresponde ao quadro de botões apresentado na atividade. É possível também que, para esse aluno, o zero, por representar ausência de quantidade, também não corresponda a nenhum andar.

Abaixo apresentamos mais duas respostas e, após, os comentários relativos às mesmas.

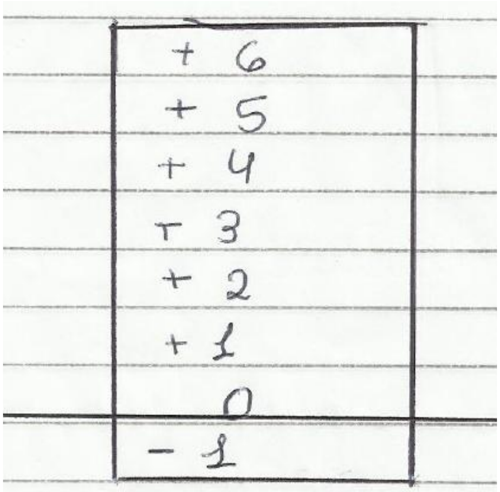


Figura 32– Desenho do prédio: resposta 4

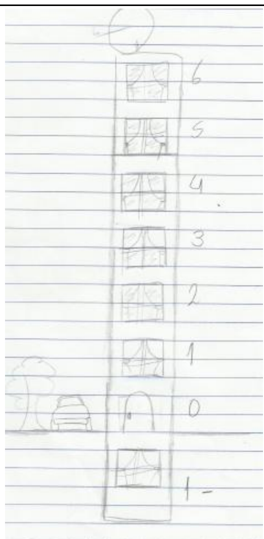
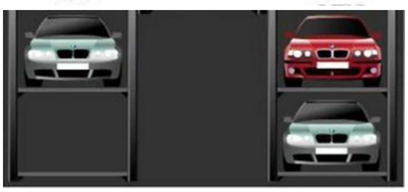


Figura 33– Desenho do prédio: resposta 5

Nas respostas acima, podemos perceber a correta ordenação dos andares, a vinculação do zero relativo ao andar térreo, demonstrando, neste caso, os conceitos em ação de zero relativo e posições relativas. É interessante observar, nesta quinta resposta, que o aluno desenha uma janela no subsolo. Neste ponto nos questionamos: ele imagina um prédio com janelas no subsolo ou apenas reproduziu as janelas dos outros andares?

A seguir, propusemos a realização da atividade constante no Quadro 20.

Quadro 20 – Terceira atividade da aula 7



Observe a figura acima... . Suponha que o prédio acima tenha elevador. Desenhe o quadro de botões deste elevador.

Fonte das imagens: Imagens livres do google.

Após a realização da atividade, observamos que a figura (quadro 20), em que a garagem aparece em posição diferente do restante do prédio, pode ter induzido à dissociação dos andares do subsolo em relação aos demais, gerando equívocos.

Abaixo apresentamos algumas respostas, que de modo geral sintetizam as respostas sugeridas para esta atividade.

Figura 34 – Desenho do quadro de botões do elevador: resposta 1

Na resposta 1, podemos observamos que o aluno relaciona as garagens do subsolo aos botões 2 e 1 e térreo ao botão - 1.

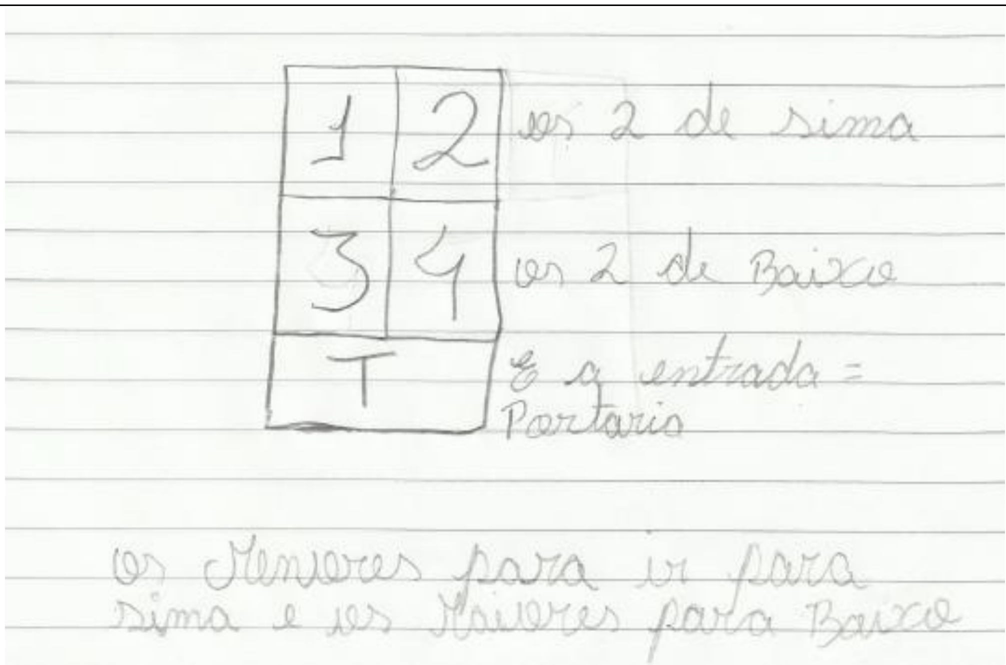


Figura 35– Desenho do quadro de botões do elevador: resposta 2

Na resposta 2, observamos que o aluno não considera o andar térreo como referencial e separador entre os andares “acima e abaixo” do solo, nem considera que os números dos andares crescem conforme se afastam do térreo.

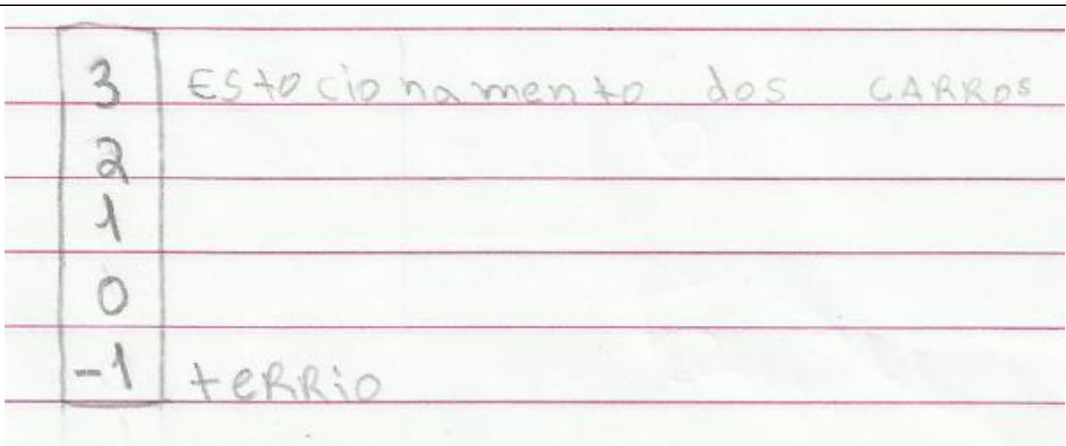


Figura 36 – Desenho do quadro de botões do elevador: resposta 3

Na resposta 3, o aluno representa o terceiro andar como o do estacionamento, e o andar -1 como térreo. Neste contexto, consideramos que o aluno não faz referência à ideia do andar térreo como separador (andares “acima e abaixo do solo”) e também não considera que os números dos andares crescem conforme se afastam do térreo.

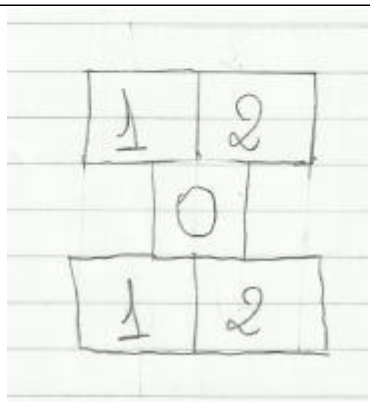


Figura 37 – Desenho do quadro de botões do elevador: resposta 4

Nesta resposta, observamos que, apesar de o aluno não utilizar sinais para distinguir os andares acima do solo e subsolo, apresenta o zero como separador entre duas condições – subsolo e acima do solo (neste desenho consideramos que o aluno dá a entender que o andar zero é o térreo), além de intuitivamente usar a ideia de simetria.

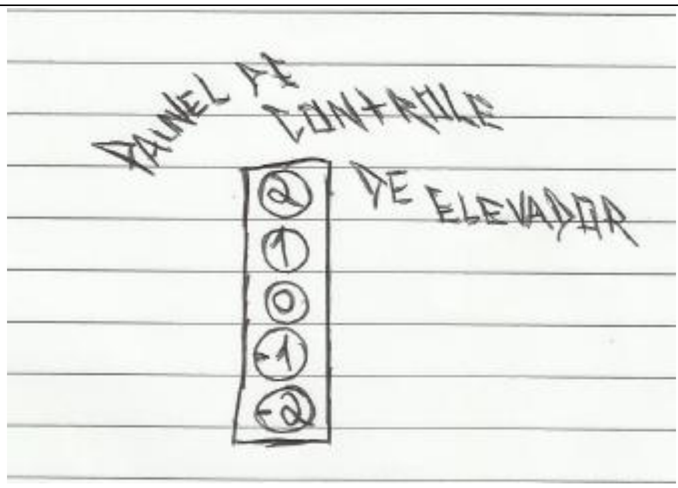


Figura 38 – Desenho do quadro de botões do elevador: resposta 5

Na resposta acima o aluno, diferentemente da resposta anterior, diferencia os andares acima e abaixo do solo e considera o andar zero como térreo (demonstrando a compreensão das ideias de ordenação e posição relativa). Novamente podemos perceber, nesta resposta, o uso do conceito de simetria.

Ao observarmos, de modo geral, as respostas atribuídas nesta atividade, acreditamos que a apresentação de uma figura mais clara poderia contribuir para um melhor entendimento do exercício proposto.

A seguir, apresentamos o enunciado da última atividade desenvolvida no encontro anterior, exemplos de respostas dos alunos que foram projetadas no quadro e a descrição da reflexão desencadeada.

Quadro 21 – Atividade de desenho do quadro de botões do elevador

Uma importante invenção, que facilitou e continua facilitando a vida de muita gente é o elevador. Imagine alguns prédios modernos com muitos andares. Agora imagine morar em tais prédios nos últimos andares... Realmente os elevadores, em muitos casos, facilitam nossa vida. Vamos imaginar um prédio com 3 andares de estacionamento abaixo do térreo e 7 andares acima do andar térreo. Agora, desenhe o quadro de botões que poderia ser usado no elevador do prédio em questão.

Para distinguir esta atividade de outra anterior, denominamos o prédio de B.

Figura 39– Desenho do quadro de botões do elevador do prédio B: resposta 1

Ao observar a imagem, o aluno An comentou: “tá errada sor, não aparece o estacionamento”.

O aluno Ru completou: “não dá para diferenciar os andares abaixo do térreo...”.

Questionei a turma se todos concordavam com os colegas. A maioria dos alunos respondeu que sim.

Nos comentários descritos acima, verificamos que nenhum aluno se posicionou quanto à ordem dos andares marcada na resposta. Também não houve comentários sobre as funções do “botão” P, do botão "zero" e do botão "T", desenhado fora do quadro, em aparente duplicidade.

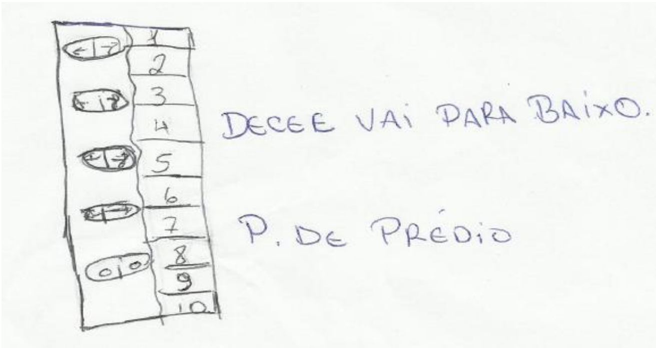


Figura 40– Desenho do quadro de botões do elevador prédio B: resposta 2

Ao ser projetada a resposta 2, novamente o aluno An completou: “também está errada sor, não tem estacionamento e parece que o térreo começa no andar 10. Não pode ser...” Neste comentário, do aluno An, podemos observar que o mesmo menciona a preocupação com a correspondência entre a ordenação dos botões e a dos andares, e com o fato de na resposta não haver distinção entre os andares acima e abaixo do andar térreo.

Alguns alunos se manifestaram aprovando o argumento do colega. Não houve outros comentários.

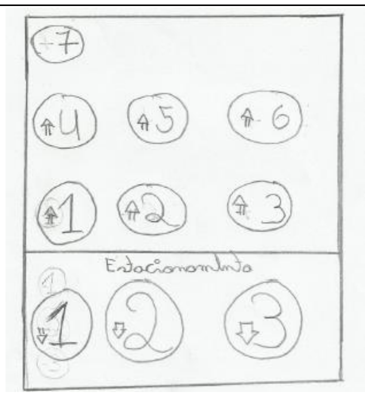


Figura 41– Desenho do quadro de botões do elevador prédio B: resposta 3

Ao observar a imagem, o aluno Ra comentou “esta tá mais certa sor!”. É importante destacar a utilização das setas “para cima” e “para baixo”, no quadro de andares. A utilização das setas sugere a percepção de número não apenas como um marcador de posição mas como um operador.

O aluno Br completou: “até agora esta é a melhor sugestão”.

Neste momento questionei os alunos “se estivéssemos em um elevador com este quadro de botões, como faríamos para ir ao térreo?”

O aluno I respondeu “parece que faltou o térreo”.

Nos relatos acima, percebemos novamente a mobilização da noção de posição relativa. Não houve comentários relativos ao sinal utilizado para diferenciar os andares acima e abaixo do andar térreo.

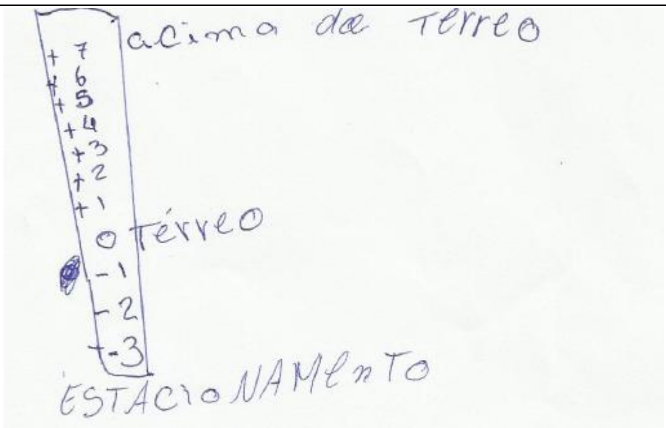


Figura 42– Desenho do quadro de botões do elevador prédio B: resposta 4

Por fim, ao ser projetada a sugestão 4, o aluno Br concluiu: “para mim é a mais certa, os sinais dos números nos mostram se vamos subir ou descer e tem térreo que é o andar zero”. Novamente, neste argumento, podemos observar que o aluno percebe os números (e seus sinais) como operadores (subir ou descer) e não apenas como marcadores de posição.

No comentário do aluno Br, percebemos a associação entre os sinais dos números e a posição de cada andar (positivo acima do andar térreo e negativo abaixo) além da conexão entre o andar térreo e a posição zero. Tais argumentos evidenciam a compreensão dos conceitos zero relativo e posições relativas.

Ao questionar os alunos se alguém discordava do colega, não houve manifestações.

Ainda questionei: “dos exemplos projetados, qual vocês consideram o mais adequado?” Simultaneamente, muitos alunos responderam: “a resposta 4”.

Após a conclusão das atividades propostas nesta segunda etapa do encontro, propusemos a realização de uma última atividade: o varal dos números relativos. A seguir, apresentamos o enunciado dessa atividade.

Quadro 22 – Quinta atividade aula 6

Varal dos números relativos Vamos formar grupos com 4 componentes. Cada grupo deverá retirar 5 cartões do “montinho” e de forma coletiva refletir sobre os números encontrados em cada cartão estabelecendo a melhor ordenação dos números encontrados. Por fim, o grupo deve “prender os cartões no varal” conforme o combinado.

Após a leitura do enunciado do exercício proposto e a explicação da atividade, procedemos à formação dos grupos de trabalho a partir de um rápido sorteio. Cada grupo recebeu 5 cartas com números relativos. É importante salientar que tais cartas estavam “embaralhadas”, portanto as cartas recebidas pelos grupos não estavam em sequência e tampouco obedeciam a correta ordenação. Deste modo propusemos aos grupos que, num primeiro momento, ordenassem as cartas recebidas sobre a mesa. Após, um representante de cada grupo, a cada rodada, deveria pendurar uma carta de modo que obtivéssemos, ao final, a melhor ordenação possível das mesmas no varal.

Ao longo da atividade observamos que os alunos, nos grupos de trabalho, estavam ordenando corretamente as cartas recebidas. Por fim, após todos os grupos pendurarem as suas cartas no varal, conforme a ordenação abaixo, questionamos se a mesma estava correta.

<u>Ordenação sugerida pelos alunos</u>

-5 -26 – 8 -19 -18 -14 -13 -7 -4 -3 -1 -2 0 +1 +4 +6 +8 +9 +11 + 15 +16 +17 +19 +23 +25

Como resposta ao questionamento solicitado, o aluno Ma respondeu: “tá errado sor, antes do zero é -1 e não -2”.

O aluno Ru completou: “o – 5 também está fora de lugar e – 8 também ...” .

Após o pronunciamento dos alunos, questionamos a turma se alguém discordava da opinião dos colegas. A maioria da turma considerou corretas as intervenções dos colegas. Deste modo, convidamos os grupos responsáveis para operarem a mudança de posição dos números sugeridos.

Efetivadas tais alterações, o aluno Ra comentou: “agora tá certinho sor... tudo em ordem”.

Podemos perceber no relato da atividade acima, que mesmo em um novo contexto (varal dos números relativos), os alunos, ao efetuarem a atividade ou mesmo ao corrigi-la, usaram adequadamente os conceitos de posição relativa e zero relativo.

3.8 RELATO DA AULA 8

No decorrer deste oitavo encontro, propusemos o desenvolvimento de atividades que objetivavam num primeiro momento, ainda que intuitivamente, o desenvolvimento da operação adição de números relativos para, posteriormente, buscar a formalização desta operação. Para tanto, disponibilizamos para os alunos material impresso com as atividades propostas.

Como atividade inicial, propusemos aos alunos uma retomada da atividade “jogo com dados coloridos”, desenvolvida na aula 2 (vide Quadro 8). Porém, nesta nova abordagem da atividade, os alunos deveriam completar os espaços em branco da tabela, como se o grupo de jogadores houvesse “esquecido” de completar tais valores. A realização desta tarefa inicial proporcionou aos alunos situações diversas relacionadas à adição de números relativos positivos e negativos. Em um segundo momento, desenvolvemos a reflexão buscando a formalização dos conceitos, a partir das soluções dadas pelos alunos na primeira parte do exercício. É importante destacar que, no decorrer desta atividade, disponibilizamos aos alunos dados coloridos brancos e vermelhos, com o objetivo de auxiliar os alunos que, por ventura, ainda demonstrassem dificuldades no preenchimento da tabela. Por fim, propusemos uma atividade com a finalidade de vincular as cores dos dados coloridos aos sinais de positivo e negativo, além de formalizar a operação adição de números relativos. A seguir, destacamos a primeira atividade proposta.

Quadro 23 – Primeira atividade da aula 8

Jogo com dados coloridos

Você lembra da atividade “Jogo com dados coloridos” ?

Naquela atividade, após arremessar os dados, o jogador deveria registrar os valores obtidos em uma tabela observando o código: *cada ponto vermelho sorteado deve ser escrito com a letra V (por exemplo: 2V) e cada ponto branco sorteado deve ser escrito com a letra B (por exemplo: 5B)*.

Após a realização da atividade, um grupo de alunos esqueceu de fazer alguns registros na tabela, conforme a figura a seguir.

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1° Rodada)		2B	3V
A (2° Rodada)	5V		2V
A (3° Rodada)	1V	5B	
TOTAL			
B (1° Rodada)	1V		5B
B (2° Rodada)	2V	2B	
B (3° Rodada)	4V		3V
TOTAL			
C (1° Rodada)	6V	1B	
C (2° Rodada)	5V	3B	
C (3° Rodada)	6V	4B	
TOTAL			
D (1° Rodada)	3V	3B	
D (2° Rodada)	4V	1B	
D (3° Rodada)	1V		5B
TOTAL			
E (1° Rodada)	3V	1B	
E (2° Rodada)	4V	4B	
E (3° Rodada)	3V		2B

Após o preenchimento, observamos que muitos alunos conseguiram completar corretamente a tabela. Contudo, observamos erros cometidos por alguns alunos. A seguir, apresentamos alguns exemplos desses erros.

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1ª Rodada)	5V	2B	3V
A (2ª Rodada)	5V	3B	2V
A (3ª Rodada)	1V	5B	4B
TOTAL	11	9	9
B (1ª Rodada)	1V	6B	5B
B (2ª Rodada)	2V	2B	0 ~~B~~
B (3ª Rodada)	4V	1B	3V
TOTAL	7	9	8
C (1ª Rodada)	6V	1B	5V
C (2ª Rodada)	5V	3B	2V

Figura 43 – Complete a tabela: resposta 1

Nesta resposta, observamos o correto preenchimento da tabela nas lacunas relativas às rodadas, porém o mesmo não ocorreu com o preenchimento da linha TOTAL. Nessa linha, os pontos foram marcados sem vinculação com as cores e na coluna dos resultados, os números foram somados sem que se respeitasse a regra de que cada ponto vermelho anula um branco.

Por fim, podemos observar na coluna “Resultado”, relativa à segunda rodada do jogador B, a atribuição inicial (e depois rasurada) do zero atrelado ao símbolo B, indicando insegurança quanto à noção de zero relativo, ou apenas a preocupação de escrever uma letra.

A seguir, apresentamos parte de outra resposta com erros de preenchimento.

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1ª Rodada)	5V	2B	3V
A (2ª Rodada)	5V	3B	2V
A (3ª Rodada)	1V	5B	4B
TOTAL	11 V	10 B	5V
B (1ª Rodada)	1V	6B	5B
B (2ª Rodada)	2V	2B	0BV
B (3ª Rodada)	4V	3B	3V
TOTAL	7V	11B	3V
C (1ª Rodada)	6V	1B	5V
C (2ª Rodada)	5V	3B	2V

Figura 44 – Complete a tabela: resposta 2

Novamente observamos erros relativos ao preenchimento da célula pertencente à coluna resultado e à linha total. Também observamos a interessante resposta atribuída na segunda rodada ao jogador B. O aluno considerou o zero como B e/ou V simultaneamente. Tal associação pode estar relacionada à não compreensão do zero como “neutro”, ou, por outro lado, tal associação pode estar refletindo indecisão sobre como se posicionar frente ao reconhecimento da idéia de neutralidade. Ao analisar as demais respostas que apresentavam erros no preenchimento da tabela, verificamos que, a maioria dos mesmos, se concentravam na célula relativa à coluna resultado e à linha “total”. Tal concentração de erros pode estar vinculada ao fato de que o preenchimento desta célula se dá em momento posterior, desvinculado do arremesso dos dados, fato que pode tornar tal atividade menos atrativa e, portanto, sujeita a erros de atenção. Por outro lado, os resultados observados no cruzamento da linha “Total” e na coluna “Resultado” não resultam diretamente do lançamento dos dados, podendo inclusive ser maiores do que 6V ou 6B, o que dificulta a comparação com o material concreto e a análise por parte do aluno.

Tendo em vista os erros apresentados, consideramos ser necessária a retomada dessa atividade, principalmente quanto à compreensão das operações necessárias para o correto preenchimento da célula relativa à coluna "resultado" e à linha "total". Estabelecemos que tal retomada seria realizada no próximo encontro.

Após a realização da primeira parte das atividades propostas neste encontro, propusemos aos alunos a reflexão e a formalização dos conceitos envolvidos. Nesta, os alunos, a partir da tabela trabalhada anteriormente, deveriam responder aos questionamentos abaixo.

Quadro 24 – Segunda atividade da aula 8

1) O que acontece quando juntamos apenas pontos vermelhos?
2) O que acontece quando juntamos pontos brancos?
3) O que pode acontecer quando juntamos pontos brancos e pontos vermelhos?

A seguir, apresentamos cada questão proposta e algumas respostas que, de modo geral, são representativas das demais.

1) O que acontece quando juntamos apenas pontos brancos?

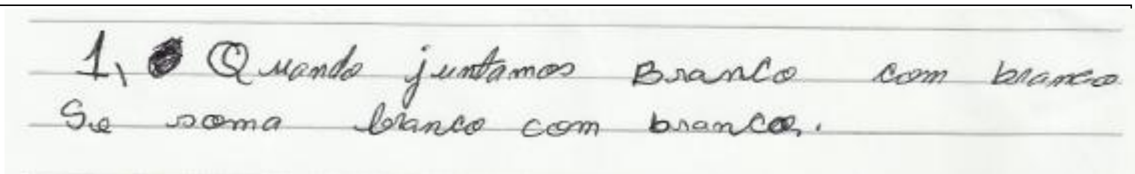

1, Quando juntamos Branco com branco Se soma branco com branco.

Figura 45 – Juntando pontos brancos: resposta 1

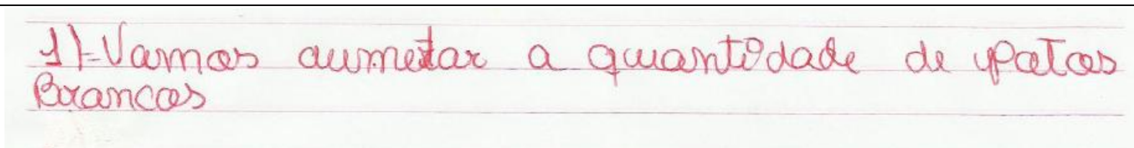

1)-Vamos aumetar a quantidade de patos Brancos

Figura 46 – Juntando pontos brancos: resposta 2

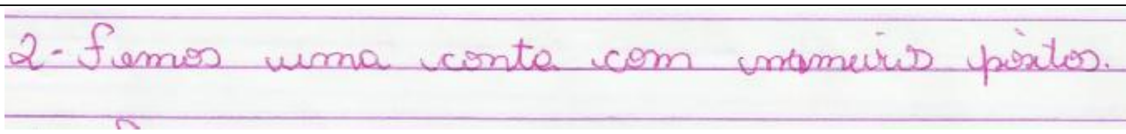

2- Femos uma conta com numeros positos.

Figura 47 – Juntando pontos brancos: resposta 3

Nas respostas 1, 2 e 3, podemos observar a utilização de um teorema em ação relativo à operação adição de números positivos, uma vez que os alunos vinculam a ação de juntar pontos brancos à ação de agrupar ou adicionar. Também observamos, na terceira resposta (figura 47), a espontânea associação de ponto branco à ideia de número positivo.

A seguir, apresentamos a segunda questão da atividade e as respostas dos alunos.

2) O que acontece quando juntamos apenas pontos vermelhos?

Figura 48 – Juntando pontos vermelhos: resposta 1

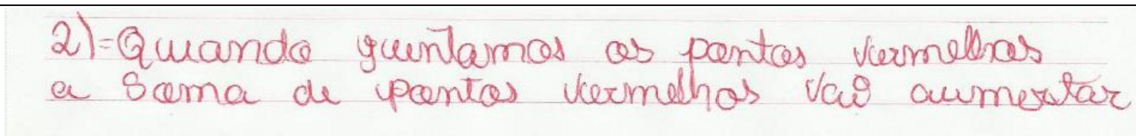


Figura 49 – Juntando pontos vermelhos: resposta 2

Nos exemplos de respostas destacados acima, observamos, como nas respostas anteriores, a compreensão, ainda que intuitiva, da operação adição de números negativos.

A seguir, apresentamos a terceira questão da atividade e as respostas sugeridas pelos alunos.

3) O que pode acontecer quando juntamos pontos brancos e pontos vermelhos?

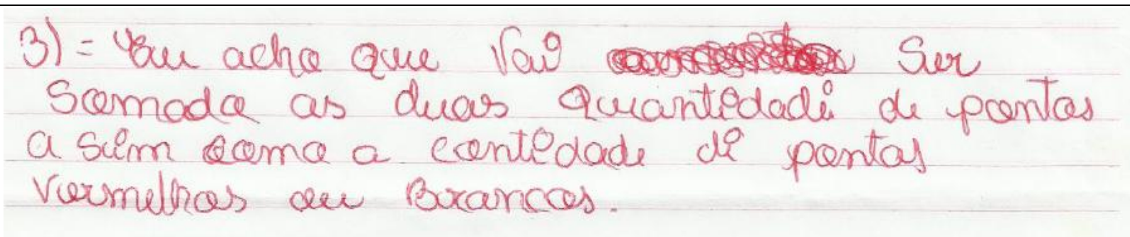


Figura 50 – Juntando pontos: resposta 1

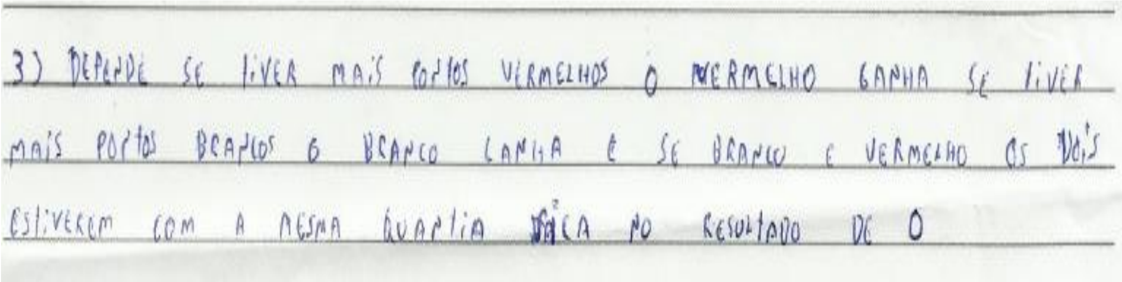

3) DEPENDE SE TIVER MAIS PONTOS VERMELHOS O VERMELHO GANHA SE TIVER MAIS PONTOS BRANCOS O BRANCO GANHA E SE BRANCO E VERMELHO OS DOIS ESTIVEREM COM A MESMA QUANTIA FICA NO RESULTADO DE 0

Figura 51 – Juntando pontos: resposta 2

Na primeira resposta, o aluno aponta que as duas quantidades de pontos devem ser “somadas”, porém não esclarece a “ação” envolvida nessa “soma”. Na segunda resposta, observamos que o aluno destaca claramente as ações vinculadas a algumas possibilidades que poderiam ser encontradas em relação às quantidades de pontos brancos ou vermelhos: “se tiver mais pontos vermelhos, o vermelho ganha, se tiver mais pontos brancos o branco ganha”. Por fim, observamos a correta compreensão do zero como “número neutro”.

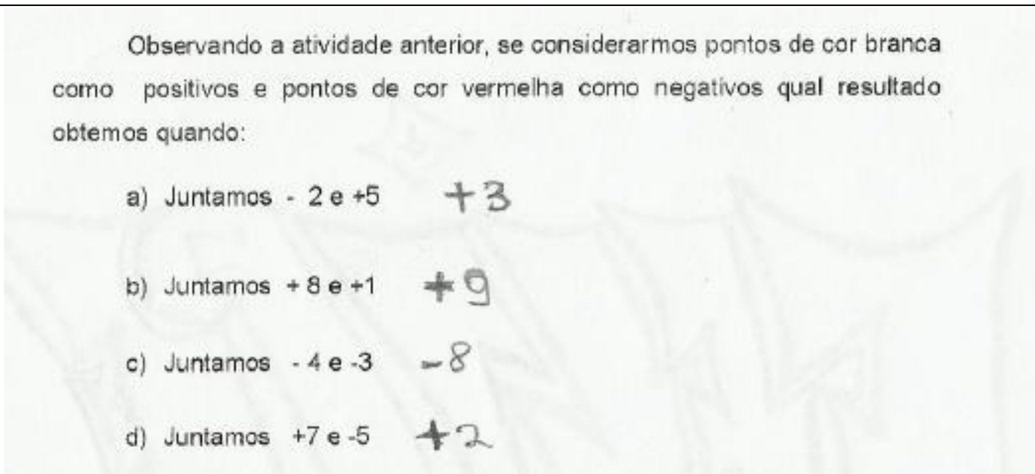
No terceiro momento deste encontro, desenvolvemos a última atividade planejada para o mesmo. Tal atividade consistiu em finalmente “oficializar” ou formalizar ponto vermelho como negativo e ponto branco como positivo e efetuar operações a partir dessa formalização. Ao questionar a turma sobre se todos concordavam com o uso dos sinais de positivo e de negativo para designar pontos brancos e vermelhos, apenas o aluno Ru comentou: “tranquilo sor, o sinal de menos combina com os pontos vermelhos e o de mais combina com os pontos brancos”.

A seguir descrevemos a atividade proposta.

Quadro 25 - Terceira atividade da aula 8

Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos, qual resultado obtemos quando: a) Juntamos - 2 e + 5 b) Juntamos + 8 e +1 c) Juntamos - 4 e - 3 d) Juntamos + 7 e - 5

Ao analisarmos o desenvolvimento desta atividade, observamos que a maioria dos alunos conseguiu compreendê-la. Porém, percebemos que alguns alunos cometeram erros de cálculo (ou de contagem). A seguir apresentamos um exemplo desse tipo de erro.


Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos qual resultado obtemos quando:

a) Juntamos - 2 e +5 +3

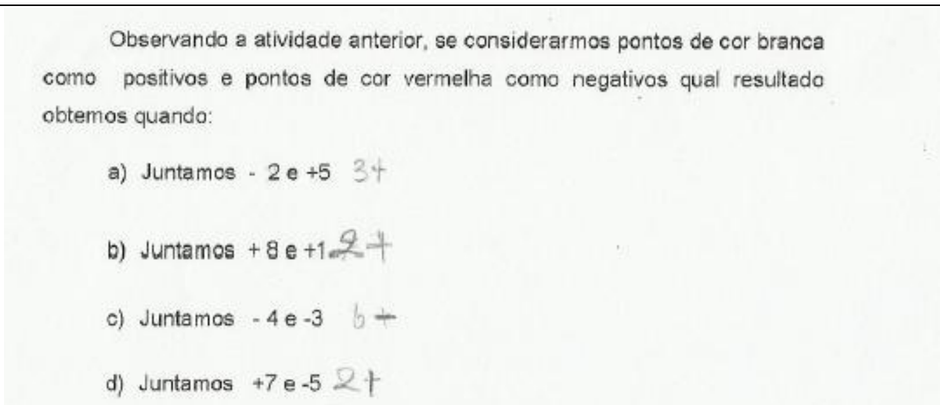
b) Juntamos + 8 e +1 +9

c) Juntamos - 4 e -3 -8

d) Juntamos +7 e -5 +2

Figura 52 – Juntando números: resposta 1

Podemos observar, no exemplo acima, apenas um erro de cálculo (o qual nomeamos de erro de contagem) no item *c*, uma vez que o aluno atribuiu corretamente o sinal ao final da operação, demonstrando a mobilização de um teorema em ação relativo à operação de “juntar” números relativos, correspondente às regras para “juntar” pontos de dados brancos e vermelhos.


Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos qual resultado obtemos quando:

a) Juntamos - 2 e +5 3+

b) Juntamos + 8 e +1 2+

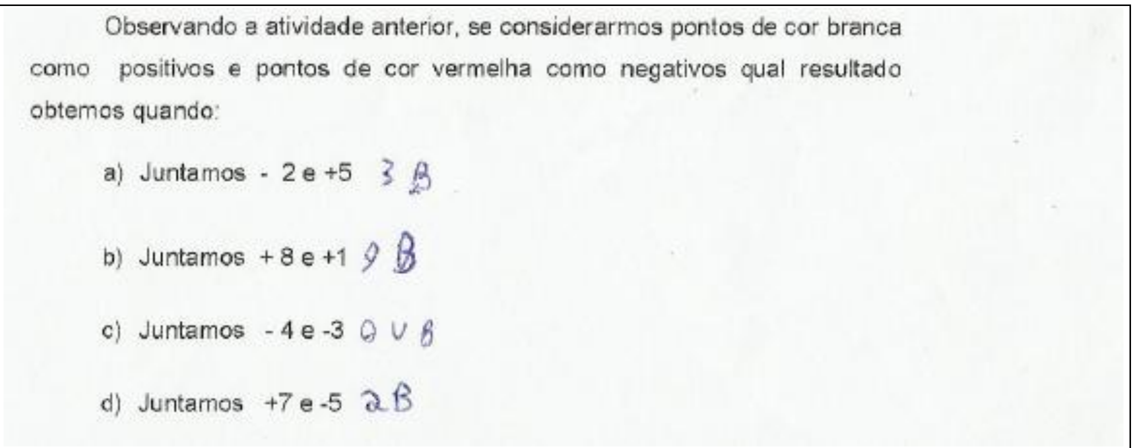
c) Juntamos - 4 e -3 6+

d) Juntamos +7 e -5 2+

Figura 53 – Juntando números: resposta 2

Na resposta destacada acima, observamos, no item *c*, erro de cálculo e de atribuição de sinal. Por fim, chama a atenção, nas respostas atribuídas, a indicação dos sinais de positivo e negativo à direita do número, notação esta, diferente daquela proposta nos exercícios, o que mostra que alguns alunos ainda não estão habituados com a nova notação, mantendo os novos símbolos na posição utilizada para as letras B e V.

A seguir apresentamos outro exemplo de resposta em que podemos destacar, além do erro cometido pelo aluno no item *c*, a manutenção da utilização das letras B e V, apesar das combinações iniciais sobre a nova denominação a ser implementada, e a indicação de problemas relativos à compreensão do zero como número neutro.


Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos qual resultado obtemos quando:

a) Juntamos - 2 e +5 3 B

b) Juntamos + 8 e +1 9 B

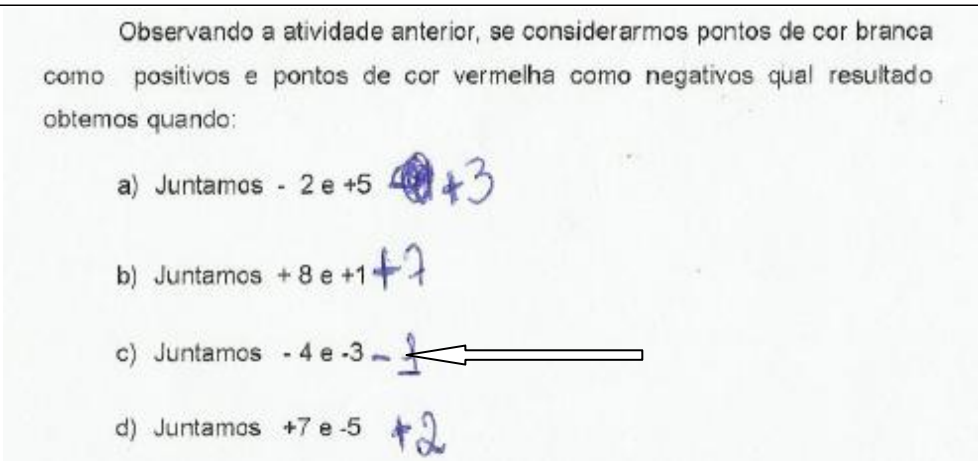
c) Juntamos - 4 e -3 0 V B

d) Juntamos +7 e -5 2B

Figura 54 – Juntando números: resposta 3

É importante destacar que, de modo geral, poucos foram os erros observados nesta atividade, com exceção do item *c*, em que 12 alunos apresentaram respostas equivocadas.

Na resposta a seguir (figura 55), observamos que o aluno, em todos os itens, considera a segunda parcela como tendo sinal oposto ao da primeira parcela, o que resulta em respostas equivocadas para os itens *b e c*.


Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos qual resultado obtemos quando:

a) Juntamos - 2 e +5 +3

b) Juntamos + 8 e +1 +7

c) Juntamos - 4 e -3 -1

d) Juntamos +7 e -5 +2

Figura 55 – Juntando números: resposta 4

Por fim, concluímos a atividade com a reflexão contida no quadro a seguir.

Quadro 26 – Quarta atividade da aula 8

Para refletir: por qual outra palavra podemos substituir o termo “juntamos”?

A maioria absoluta dos alunos respondeu que o termo “somamos” seria adequado. Outros termos com o mesmo sentido foram sugeridos como “reunimos”, “acrescentamos” e “misturamos”.

3.9 RELATO DA AULA 9

Ao longo deste nono encontro, propusemos o desenvolvimento de atividades que objetivavam, num primeiro momento, retomar algumas atividades desenvolvidas no encontro anterior. Em um segundo momento, sugerimos uma reflexão individual sobre o conceito de número negativo. Por fim, tendo como base as atividades desenvolvidas no encontro anterior e as reflexões propostas ao longo deste encontro, propusemos a formalização da operação adição de números relativos a partir da reescrita de procedimentos intuitivos relacionados à mesma.

Neste oitavo encontro, após a instalação do equipamento de projeção de imagens, o aluno Bh logo questionou: “Vamos falar sobre as nossas respostas de novo?”. Ao questionamento, respondi: “podemos dizer que sim, mas não apenas conversar ...”.

Após o diálogo e o término da instalação dos equipamentos, iniciamos as atividades, projetamos a figura da tabela incompleta do jogo de dados coloridos, que os alunos haviam recebido no material impresso do encontro anterior.

A seguir, apresentamos parte da tabela projetada.

Quadro 27 – Primeira atividade da aula 9

Jogo com dados coloridos

Termine o trabalho do grupo.

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1° Rodada)		2B	3V
A (2° Rodada)	5V		2V
A (3° Rodada)	1V	5B	
TOTAL			
B (1° Rodada)	1V		5B
B (2° Rodada)	2V	2B	
B (3° Rodada)	4V		3V
TOTAL			
C (1° Rodada)	6V	1B	
C (2° Rodada)	5V	3B	
C (3° Rodada)	6V	4B	
TOTAL			
D (1° Rodada)	3V	3B	
D (2° Rodada)	4V	1B	
D (3° Rodada)	1V		5B
TOTAL			
E (1° Rodada)	3V	1B	
E (2° Rodada)	4V	4B	
E (3° Rodada)	3V		2B

Sugerimos aos alunos que completassem a tabela projetada no quadro, combinando que, caso houvesse discordância acerca de alguma resposta, observaríamos os argumentos e decidiríamos sobre a sua adequação.

Registramos apenas dois momentos em que houve questionamentos acerca das respostas sugeridas pelos colegas da turma. O primeiro questionamento realizado foi em decorrência de um valor (incorreto – 1B) atribuído na célula de cruzamento da coluna “resultado” e da linha “total” do jogador A. Sugeri que, com calma, observássemos novamente a linha “total” e verificássemos os valores. A turma chegou à conclusão de que o cálculo da resposta em questão estava errado. O aluno I sugeriu: “a resposta está invertida, é 1V”. Todos concordaram com a nova resposta e prosseguimos com a atividade.

O segundo questionamento realizado ao longo desta atividade ocorreu quando nos deparamos com a resposta zero em uma determinada lacuna da tabela (primeira rodada relativa ao jogador D). O aluno Raf questionou: “sor, não tem que colocar B ou V ao lado do zero?”. Após o questionamento, imediatamente o aluno

Ru respondeu: “claro que não, temos que colocar só o zero pois ele é neutro ...”. O aluno Raf concordou com a colocação do colega. Não houve outras considerações ou discordâncias ao longo desta atividade.

O diálogo entre os alunos, relatado acima, indica que o conceito de zero como número neutro ainda não estava formalizado. A intervenção do aluno Ru e a concordância dos demais em relação à sua opinião, aponta para a aceitação desta ideia.

Em um segundo momento desse encontro, propusemos uma reflexão coletiva sobre a segunda parte da atividade desenvolvida no encontro anterior. Solicitamos que os alunos identificassem a resposta mais adequada para cada questionamento proposto, expondo suas justificativas para a aceitação ou não de cada resposta.

A seguir apresentamos os questionamentos, os exemplos de respostas destacados e os comentários dos alunos acerca de cada uma das sugestões.

Quadro 28 – Segunda atividade da aula 9

2) O que acontece quando juntamos apenas pontos brancos?

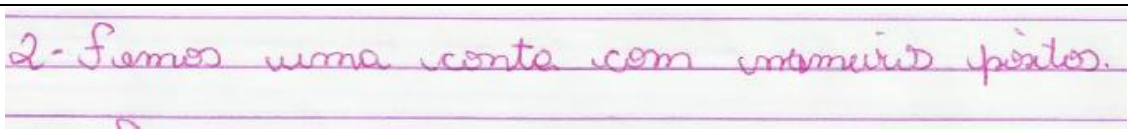

2- Femos uma conta com numeros positos.

Figura 56 – Reflexão juntando pontos brancos - resposta 1

Na resposta 1, observamos apenas a associação dos pontos brancos aos números positivos. Não observamos, em tais comentários, referência direta à operação de adição.

Ao ser projetada a resposta 1, o aluno Ru comentou “não é a resposta, tá repetindo a pergunta...” .

O aluno Ra comentou: “escreveu o que é para fazer e não a resposta”.

A seguir, apresentamos a segunda resposta projetada para análise do grupo.

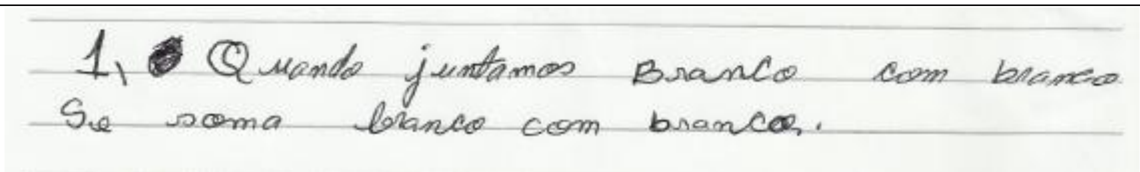

1, Quando juntamos Branco com branco Se soma branco com branco.

Figura 57 – Reflexão juntando pontos brancos – resposta 2

Ao ser projetada esta resposta, o aluno I comentou: “também não respondeu a pergunta”.

O aluno An completou: “é claro que vai dar branco, juntamos branco com branco... enrolou.” Observamos que, para o aluno, parece óbvio tal fato. Neste comentário, observamos a presença do teorema em ação – ao juntar pontos brancos obtermos maior quantidade de pontos desta cor.

A seguir apresentamos a terceira resposta para a questão projetada para análise do grupo.

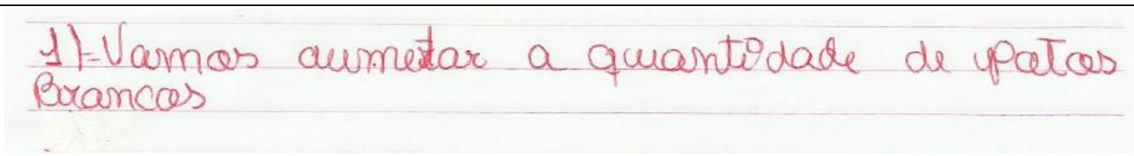

1)- Vamos aumetar a quantidade de patas brancas

Figura 58 – Reflexão juntando pontos brancos – resposta 3

O aluno Ru imediatamente respondeu: “essa tá certa sor” . Questionei se alguém discordava do colega. Não houve manifestações.

Ao observarmos o comentário relatado acima, percebemos claramente a compreensão do questionamento proposto e do teorema em ação – operação adição de números relativos positivos.

A seguir, apresentamos o segundo questionamento projetado e os comentários relativos à análise do grande grupo.

Quadro 29 – Terceira atividade da aula 9

2) O que acontece quando juntamos pontos vermelhos?

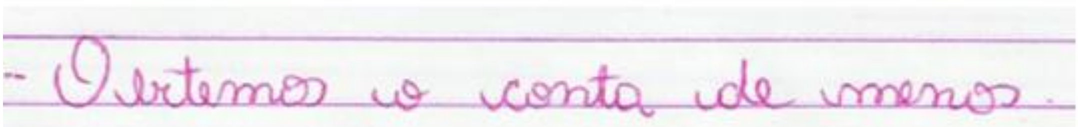

- Obtemos a conta de menos.

Figura 59 – Reflexão juntando pontos vermelhos - resposta 1

O aluno I comentou: “tá estranho sor, ficaria mais certo se a resposta fosse obtemos pontos negativos”.

O aluno Ra comentou: “não é conta de menos... estamos somando”.

A resposta 1 sugere a compreensão de que acrescentar pontos vermelhos equivale a retirar pontos brancos, mas ainda com indiferenciação entre os números negativos e a operação de subtração. Por outro lado, os comentários dos alunos I e Ra indicam início de diferenciação, além da menção direta à operação adição de números relativos proposta na atividade.

A seguir apresentamos a segunda resposta projetada para a análise do grupo.


2. Juntando Vermelho com vermelho acontece que somamos juntos um com o outro

Figura 60 – Reflexão juntando pontos vermelhos – resposta 2

Para esta resposta, houve apenas a consideração do aluno An, “tá meio que repetindo a pergunta sor”.

A seguir, apresentamos a terceira resposta para a questão, projetada para análise do grupo.

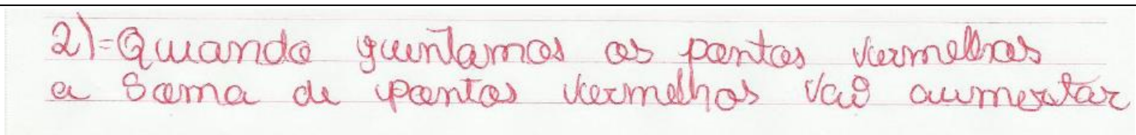

2)=Quando juntamos os pontos vermelhos a Soma de pontos vermelhos vai aumentar

Figura 61 – Reflexão juntando pontos vermelhos – resposta 3

O aluno An comentou “esta foi a melhor que apareceu”;

O aluno I completou “tá certo sor”.

A seguir, apresentamos o terceiro questionamento proposto nesta parte da atividade e algumas das respostas projetadas para análise do grupo de alunos.

Quadro 30 – Quarta atividade da aula 9

3)	O que pode acontecer quando juntamos pontos brancos e pontos vermelhos?

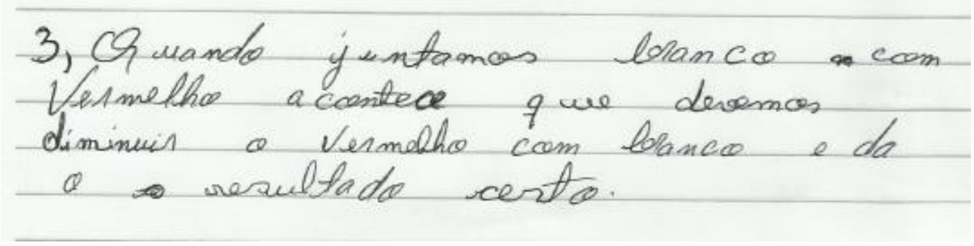

3, Quando juntamos branco com Vermelho acontece que devemos diminuir o vermelho com branco e da o resultado certo.

Figura 62 – Reflexão juntando pontos – resposta projetada 1

Imediatamente, o aluno Ru comentou “tá errado sor, de novo falou o que se deve fazer... mas não falou do resultado”. É interessante observar que, na resposta projetada, os procedimentos adotados configuram um teorema em ação - adição de números relativos com sinais diferentes.

A seguir apresentamos a segunda resposta para a questão, projetada para análise do grupo.

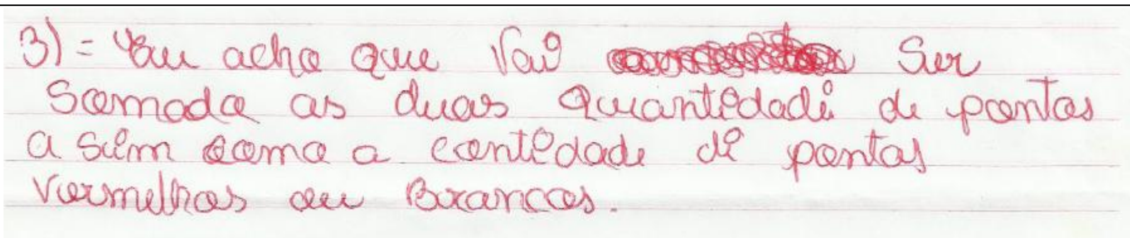

3) = Eu acho que vai Ser Somada as duas Quantidadé de pontos a sim soma a contidade de pontos Vermelhos ou Brancos.

Figura 63 – Reflexão juntando pontos – resposta projetada 2

O aluno Br comentou “também tá só dizendo o que é para fazer”.

A seguir (figura 64), apresentamos a terceira resposta para a questão, projetada para análise do grupo (já apresentada neste texto como figura 51).

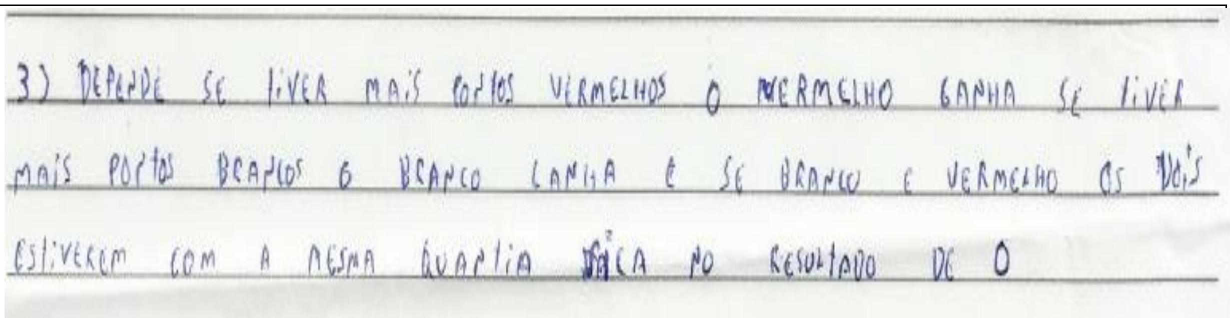

3) DEPENDE SE TIVER MAIS PONTOS VERMELHOS O VERMELHO GANHA SE TIVER MAIS PONTOS BRANCOS O BRANCO GANHA E SE BRANCO E VERMELHO OS DOIS ESTIVEREM COM A MESMA QUANTIA FICA NO RESULTADO DE 0

Figura 64 – Reflexão juntando pontos – resposta projetada 3

Após a projeção da imagem, o aluno I logo comentou: “essa tá bem certa sor”. Questionei “por quê ?” e como resposta obtive, do aluno I: “sor nessa temos certinho o que acontece quando o número de pontos vermelho é maior e quando o número de pontos brancos é maior”.

O aluno Ru completou “e quando forem iguais ...”.

Os comentários acerca da resposta projetada indicam a compreensão da operação adição de números relativos pois, em suas justificativas, abordam várias possibilidades de resposta: um número maior de pontos de uma determinada cor e a mesma quantidade de pontos de cores diferentes.

Novamente questionei a turma se alguém discordava. Ninguém se manifestou, observei apenas alguns alunos balançando a cabeça.

Após a realização de tais reflexões, propusemos aos alunos que individualmente refletissem e respondessem o seguinte questionamento: “Mas afinal o que é um número negativo? “

A seguir apresentamos algumas respostas que são representativas das demais.

Mas afinal, o que é um número negativo ?

Ele diminui a quantidade de casas que tem.

Figura 65 – Reflexão sobre números negativos - resposta 1

Mas afinal, o que é um número negativo ?

Um numero negativo é aquele que le atras do zero

Figura 66 – Reflexão sobre números negativos - resposta 2

Mas afinal, o que é um número negativo ?

um número negativo e um número abaixo de zero ele aparece em varios lugar, paresempro nas temperatura tem o calor e o ~~frio~~ fril e o baixo de zero e o calor e a sima de zero.

Figura 67 – Reflexão sobre números negativos - resposta 3

Mas afinal, o que é um número negativo ?

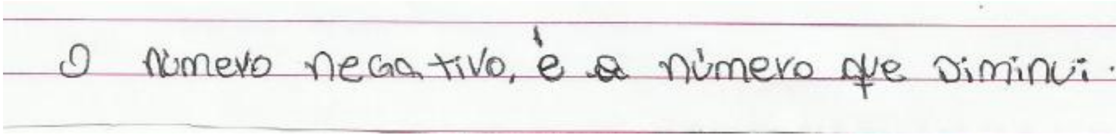

O número negativo, é a número que diminui.

Figura 68 – Reflexão sobre números negativos - resposta 4

Mas afinal, o que é um número negativo ?

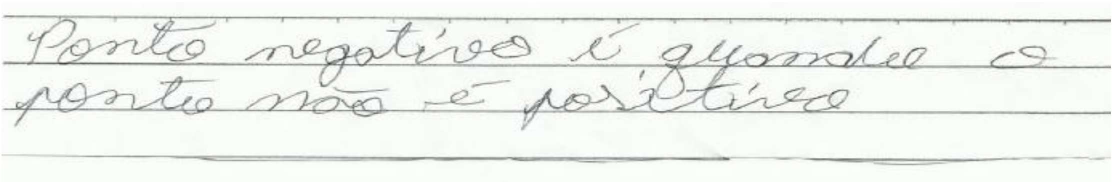

Ponto negativo é quando o ponto não é positivo

Figura 69 – Reflexão sobre números negativos - resposta 5

Nas respostas acima apresentadas, podemos destacar: a ideia de número como operador (respostas 1 e 4 – número negativo como aquele que diminui, ou diminui quantidades), a ideia de posição (respostas 2 e 6 – “atrás do zero”, “acima do zero”, “abaixo do zero”), as contextualizações (respostas 3 e 6 – associação da temperatura e quantidade de calor aos números positivos e negativos) e a ideia de disjunção ou oposição (sugestão 5 – números negativos não são positivos).

Por fim, em um terceiro momento, propusemos aos alunos a retomada da atividade desenvolvida na terceira atividade da aula 8.

Quadro 31 – Quinta atividade da aula 9

Que resultado obtemos quando:

a) Juntamos – 2 e + 5 ?
b) Juntamos + 8 e + 1 ?
c) Juntamos – 4 e – 3 ?
d) Juntamos + 7 e – 5 ?

No decorrer desta atividade, apoiados pela compreensão inicial de que, cada ponto vermelho anula um ponto branco e, estabelecida a combinação de que um ponto vermelho equivale a um ponto negativo e que um ponto branco equivale a um ponto positivo e, portanto, um ponto negativo anula um ponto positivo (teorema em ação), os alunos realizaram a atividade, não explicitando dúvidas ou questionamentos, mesmo no momento da correção.

Após a correção desta atividade, propusemos a reescrita das operações, agora utilizando a linguagem formal e a simbologia matemática, conforme o quadro 32.

Quadro 32 – Sexta atividade da aula 9

a)	(- 2) + (+ 5) =
b)	(+ 8) + (+ 1) =
c)	(- 4) + (- 3) =
d)	(+ 7) + (- 5) =

3.10 RELATO DA AULA 10

Neste encontro, propusemos aos alunos o desenvolvimento de atividades relativas à operação adição de números relativos. Para tanto, disponibilizamos material impresso composto por questões que abordam o tema a partir de diversos contextos. Também consideramos relevante abordar, em uma das atividades, a soma de números relativos, com a finalidade de retomar a formalização do conceito proposto.

A seguir, apresentamos o material impresso disponibilizado.

Quadro 33 – Primeira atividade da aula 10

1) Observe as situações e responda (justifique as respostas):

a) Em uma trilha, parti da posição A, se avancei 9 casas e voltei 7 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?

b) Em uma trilha, parti da posição A, se avancei 5 casas e voltei 8 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?

c) Um time de futebol marcou 13 gols e sofreu 19 gols no primeiro turno de um campeonato. Qual o saldo de gols deste time?

d) Nas 5 primeiras rodadas de um campeonato, verificamos que um time de futebol marcou 4 gols e sofreu 9 gols. Em uma partida da sexta rodada o mesmo time sofreu 3 gols e não marcou gols. Qual o saldo de gols deste time ao final da sexta rodada?

2) Na atividade abaixo escrevemos cada exercício conforme a combinação estabelecida na aula anterior. Observe com atenção e complete os exercícios abaixo:

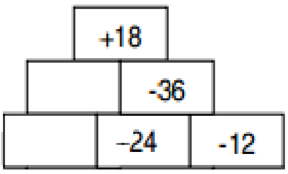
a) (+ 8) + (- 6) =

b) (+ 2) + (- 6) =

c) (- 9) + (- 5) =

d) (- 9) + (+17) =

3) Observe a pirâmide abaixo:



Ao observar a figura acima podemos verificar que ao juntarmos – 24 e – 12 obtemos ___________ .

Como você completaria a figura acima?

A seguir destacamos cada atividade proposta neste material, acompanhadas de respostas dadas por alunos, que são representativas das demais.

O item *a* da questão 1 perguntava: “Em uma trilha, parti da posição A, se avancei 9 casas e voltei 7 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?”

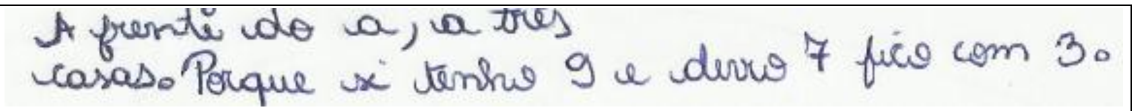

A frentê do a, a três casas. Porque se tenho 9 e devo 7 fico com 3.

Figura 70 – Primeira atividade – item *a* – resposta1

Na resposta 1, podemos verificar que o aluno, apesar de observar o sentido correto do deslocamento proposto, não logra êxito no cálculo. Três alunos deram respostas semelhantes à resposta 1.

Também verificamos a utilização dos termos “tenho” e “devo” atrelados aos verbos avançar e voltar. É relevante salientar que em nenhum momento sugerimos a utilização de tais termos. Acreditamos que a utilização dos mesmos possa ter origem em outras abordagens para o ensino deste conteúdo em anos anteriores, tendo sido sugerida por alunos que já haviam cursado o sétimo ano.

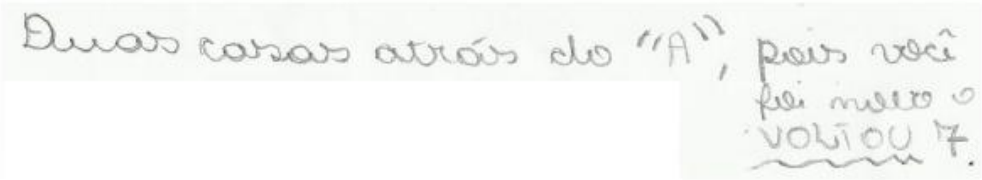

Duas casas atrás do "A", pois você foi nove e VOLTOU 7.

Figura 71 – Primeira atividade – item *a* – resposta 2

Na resposta 2, verificamos que, apesar de o aluno observar o deslocamento final de duas casas, não observa corretamente o sentido do deslocamento proposto possivelmente confundindo a posição (atrás da casa A) com o sentido do último deslocamento (para trás).

Três alunos apresentaram respostas semelhantes à resposta 2.

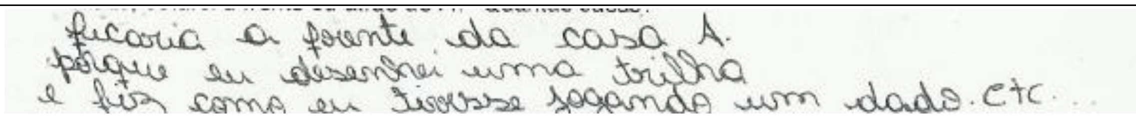

ficaria a frente da casa A.
porque eu desenhei uma trilha
e fiz como eu tivesse jogando um dado. etc. . .

Figura 72 – Primeira atividade – item *a* – resposta 3

Na resposta 3, verificamos que o aluno observa corretamente o sentido do deslocamento, porém não especifica a posição final. Três alunos apresentaram respostas semelhantes à resposta 3.

Também ressaltamos, nesta resposta, a menção que o aluno faz ao jogo de trilha, em que os deslocamentos eram determinados pelos pontos sorteados nos dados coloridos. Apesar de não mencionar o resultado dos cálculos, o aluno ressalta que desenhou a trilha, ou seja, utilizou a mesma como apoio para resolver a questão.

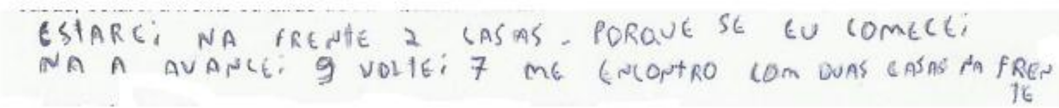

ESTAREI NA FRENTE 2 CASAS - PORQUE SE EU COMECEI
NA A AVANCEI 9 VOLTEI 7 ME ENCONTRO COM DUAS CASAS NA FRENTE

Figura 73 – Primeira atividade – item *a* – resposta 4

Na resposta 4, verificamos que o aluno observou corretamente o sentido do deslocamento e sua posição ao final dos deslocamentos, a partir do ponto de referência fornecido. Treze alunos deram respostas corretas, semelhantes à 4.

O item *b* da questão 1 perguntava: “Em uma trilha, parti da posição A, se avancei 5 casas e voltei 8 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?”

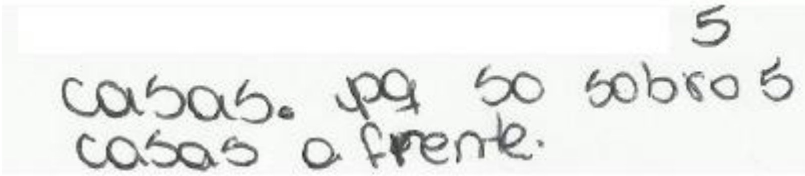

5
casas. pq so sobro 5
casas a frente.

Figura 74 – Primeira atividade – item *b* – resposta 1

Nesta resposta, verificamos que o aluno não observou o correto sentido do deslocamento e não logrou êxito no cálculo da posição ao final dos deslocamentos. Três alunos sugeriram respostas semelhantes à resposta 1.

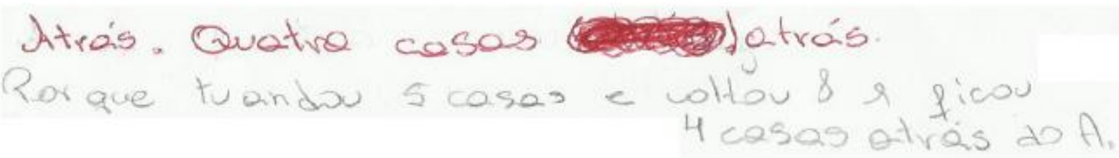

Atrás. Quatro casas ~~atrás~~ atrás.
Porque tu andou 5 casas e voltou 8 e ficou
4 casas atrás do A.

Figura 75 – Primeira atividade – item *b* – resposta 2

Na resposta acima, a aluna observa corretamente os sentidos dos deslocamentos, porém não obtém sucesso no cálculo da posição (ou na simulação dos deslocamentos). Três alunos sugeriram respostas semelhantes.

Acreditamos que tal erro pode estar associado à falta de atenção no cálculo, erro em eventual contagem ou na simulação de deslocamentos.

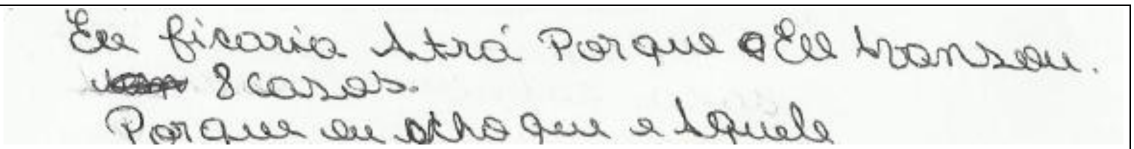

Ele ficaria Atrá Porque o Ele transou.
8 casas.
Porque eu acho que e aquele

Figura 76 – Primeira atividade – item *b* – resposta 3

Nesta resposta, o aluno mencionou corretamente que ficaria atrás de A, mas a redação é confusa, e não fica claro como chegou a essa conclusão; também não indica a posição em que se encontra ao final dos deslocamentos propostos. Dois alunos apresentaram respostas semelhantes à resposta 3.

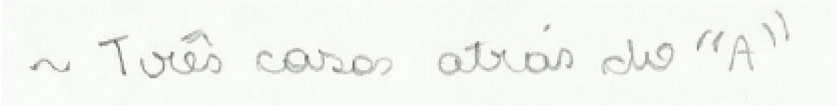


Figura 77 – Primeira atividade – item *b* – resposta 4

Na resposta acima, verificamos que o aluno observou corretamente o sentido do deslocamento e sua posição ao final dos deslocamentos, simulando o deslocamento ou mobilizando o teorema em ação pelo qual cada recuo anula um avanço. Quatorze alunos deram respostas semelhantes à resposta 4.

O item *c* da questão 1 perguntava: "Um time de futebol marcou 13 gols e sofreu 19 gols no primeiro turno de um campeonato. Qual o saldo de gols deste time?"

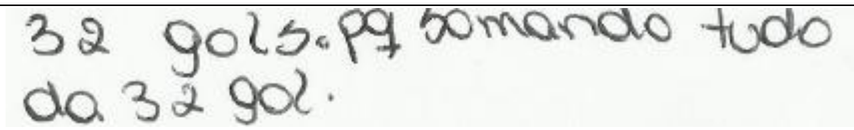


Figura 78 – Primeira atividade – item *c* – resposta 1

Na resposta acima, verificamos que o aluno apenas adiciona os valores enunciados, não considerando que cada gol sofrido anula um gol marcado e vice-e-versa. Dois alunos deram respostas semelhantes.

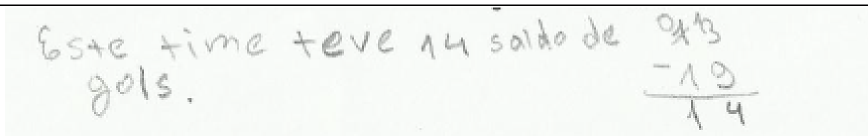


Figura 79 – Primeira atividade – item *c* – resposta 2

Na resposta 2, observamos que o aluno estabelece a diferença entre gols marcados e sofridos, além de perceber o saldo de gols como uma diferença entre gols marcados e sofridos, porém não obtém sucesso no cálculo do saldo de gols. Três alunos apresentaram sugestões com erros de cálculo semelhantes a esse.

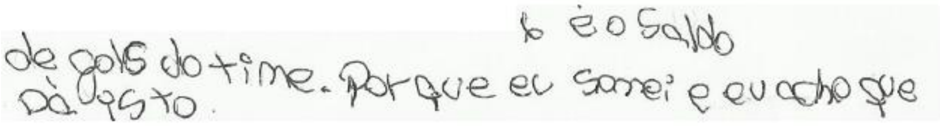

6 é o saldo
de gols do time. Porque eu somei e eu acho que
dá isto.

Figura 80 – Primeira atividade – item *c* – resposta 3

Nesta resposta, verificamos que o aluno observa em seu cálculo a diferença entre gols marcados e sofridos, porém não indica em sua resposta final se o saldo verificado é o de gols marcados ou sofridos. O aluno parece considerar irrelevante o “sinal” do saldo ou está orientado pela ideia de que em exercícios de matemática a tarefa é simplesmente buscar um número. Nove alunos apresentaram respostas semelhantes.

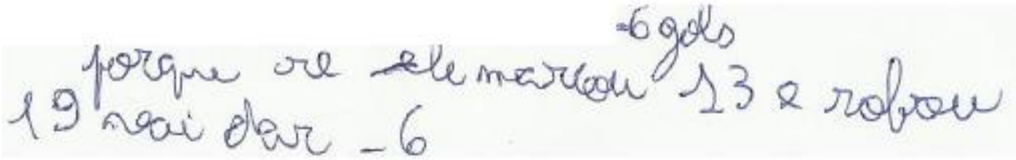

-6 gols
porque que ele marcou 13 e sofreu
19 vai dar -6

Figura 81 – Primeira atividade – item *c* – resposta 4

No exemplo acima, verificamos que o aluno compreende a diferença entre gols marcados, sofridos e o saldo de gols e obtém êxito no cálculo e na indicação do saldo de gols.

Por fim, destacamos a possibilidade de algumas respostas equivocadas estarem relacionadas à possibilidade de que tais alunos não conhecessem a regra de cálculo do saldo de gols, contrariando a expectativa do professor.

O item *d* da questão 1 perguntava: “Nas 5 primeiras rodadas de um campeonato, verificamos que um time de futebol marcou 4 gols e sofreu 9 gols. Em uma partida da sexta rodada o mesmo time sofreu 3 gols e não marcou gols. Qual o saldo de gols deste time ao final da sexta rodada?”

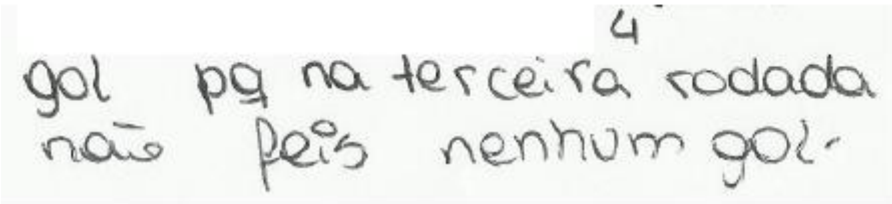


Figura 82 – Primeira atividade – item *d* – resposta 1

Na resposta 1, observamos que a aluna não compreendeu o problema proposto e considera apenas os gols marcados. Dezesseis alunos apresentaram respostas semelhantes à resposta 1.

Figura 83 – Primeira atividade – item *d* – resposta 2

Na resposta 2, verificamos que o aluno percebe que o número de gols sofridos é maior que o número de gols marcados, mas comete um erro de cálculo ou de contagem.

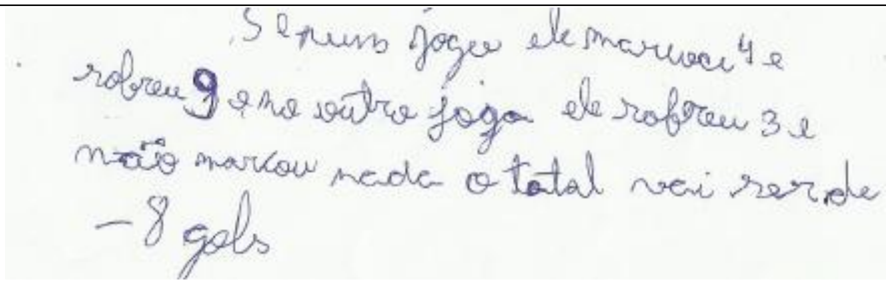


Figura 84 – Primeira atividade – item *d* – resposta 3

Na resposta 3, percebemos o que aluno compreende a atividade e obtém sucesso no cálculo do saldo de gols e na caracterização do saldo, demonstrando a compreensão da operação adição de números relativos e o uso do teorema em ação que permite combinar operadores de sentido contrário. Cinco alunos sugeriram respostas semelhantes a esta.

Observamos que a maioria dos alunos responderam corretamente os itens *a* e *b* da questão 1, que envolviam o contexto já familiar dos deslocamentos em uma trilha, mas erraram ao responder os itens *c* e *d*, em que é explorado o novo contexto dos gols marcados e sofridos. Os erros sugerem que a maioria dos alunos não estavam familiarizados com a ideia do cálculo de saldo de gols e com o preenchimento da tabela.

A questão 2 da atividade solicitava que os alunos efetuassem as operações indicadas nos itens a seguir.

a) (+ 8) + (- 6) =

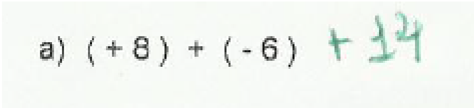


Figura 85 – Segunda atividade – item *a* – resposta 1

Na resposta 1, observamos que o aluno, ao efetuar a adição dos números, não considera o sinal (negativo) da segunda parcela e, portanto, não obtém êxito no cálculo. Seis alunos apresentaram respostas semelhantes.

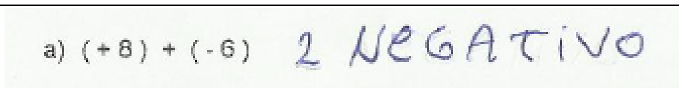


Figura 86 – Segunda atividade – item *a* – resposta 2

Na resposta acima, o aluno apresenta erro na determinação do sinal resultante ao final da operação. Acreditamos que tal erro possa estar associado a uma não diferenciação entre valor absoluto e sinal ou talvez, o sinal esteja vinculado ao do último termo. Dois alunos apresentaram respostas semelhantes.

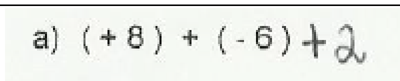


Figura 87 – Segunda atividade – item *a* – resposta 3

Nesta resposta, observamos que o aluno considerou corretamente o sinal de cada número e efetuou corretamente a operação proposta, demonstrando a mobilização do teorema em ação que permite somar números relativos de sinais diferentes. Quatorze alunos escreveram a mesma resposta.

b) (+ 2) + (- 6) =

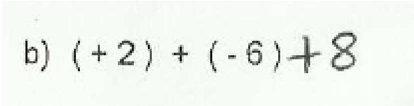

b) (+2) + (-6)+8

Figura 88 – Segunda atividade – item *b* – resposta 1

Podemos observar, nesta resposta, que o aluno efetua a adição proposta considerando os dois números envolvidos como positivos. Tal resposta nos sugere que o aluno segue pensando em números como quantidades, sem considerar os sinais. Três alunos deram respostas semelhantes.

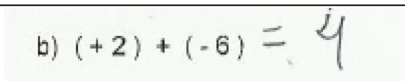

b) (+2) + (-6) = 4

Figura 89 – Segunda atividade – item *b* – resposta 2

Na resposta 2, verificamos que o aluno observa os sinais dos números, pois a resposta sugerida está vinculada à idéia de que cada número positivo anula um negativo, porém não vincula a resposta ao sinal de “menos”, o que pode significar desatenção, esquecimento de escrever o sinal, insegurança ao atribuir o sinal correto ou ainda a concepção de número como quantidade. Três alunos sugeriram respostas semelhantes.

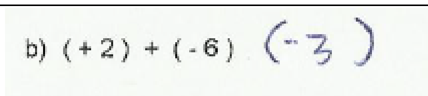

b) (+2) + (-6) (-3)

Figura 90 – Segunda atividade – item *b* – resposta 3

Na resposta acima, percebemos que o aluno observa corretamente os sinais de cada número, porém não logra êxito no cálculo da resposta. Neste caso acreditamos que a resposta esteja vinculada apenas a um erro de contagem (ou de cálculo). Três alunos deram respostas semelhantes.

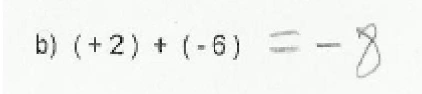


Figura 91 – Segunda atividade – item *b* – resposta 4

Nesta resposta, verificamos que o aluno obtém a resposta que estaria correta se os dois números fossem negativos. Acreditamos que a resposta desse aluno esteja vinculada à falta de atenção ou à ideia de que os valores absolutos dos números devem ser sempre somados.

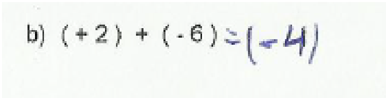


Figura 92 – Segunda atividade – item *b* – resposta 5

Na resposta acima, o aluno observa o sinal de cada número e efetua corretamente a operação indicada, demonstrando a mobilização do teorema em ação sobre a adição de números relativos de sinais diferentes. Onze alunos deram a mesma resposta.

c) (- 9) + (- 5) =

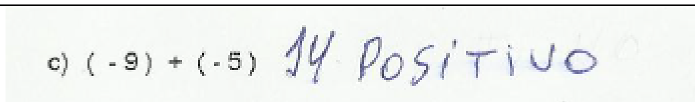


Figura 93 – Segunda atividade – item *c* – resposta 1

Na resposta acima, observamos que o aluno, apesar de estar somando números negativos, obtém uma resposta positiva. O erro pode ser devido à desatenção quanto à leitura dos sinais envolvidos, à não aceitação dos números negativos ou, ainda, como no caso de um dos alunos que estava repetindo o sétimo ano, a uma possível confusão envolvendo as operações adição e multiplicação de números relativos, quanto à designação do sinal resultante. Três alunos deram respostas semelhantes.

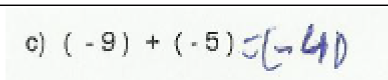


Figura 94 – Segunda atividade – item *c* – resposta 2

Nesta resposta, observamos que o aluno opera como se os números tivessem sinais diferentes, ignorando o sinal “-“ de -5, indicando dificuldade de operar com números negativos. Nove alunos deram respostas semelhantes.

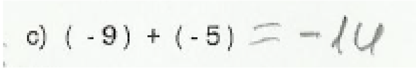

c) (-9) + (-5) = -14

Figura 95 – Segunda atividade – item *c* – resposta 3

Na resposta acima, o aluno observa corretamente o sinal de cada número envolvido e efetua corretamente a operação indicada, demonstrando a mobilização do teorema em ação – quando somamos números negativos obtemos como resposta outro número negativo cujo valor absoluto é a soma do valor absoluto dos mesmos. Sete alunos deram a mesma resposta.

É importante destacar que observamos, em três respostas, números inesperados, como 0, 6 e -9. Ao serem questionados sobre suas respostas, os alunos apresentaram argumentos como: “não sei porque coloquei esta resposta” ou “Acho que li errado a questão”.

d) (- 9) + (+17) =

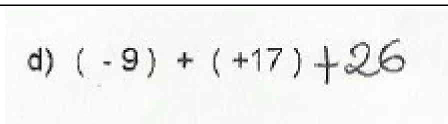

d) (-9) + (+17) +26

Figura 96 – Segunda atividade – item *d* – resposta 1

Observamos, nesta resposta, que o aluno opera com os números como se tivessem o mesmo sinal, obtendo uma resposta equivocada. Seis alunos deram respostas semelhantes.


d) (-9) + (+17) = 17

Figura 97 – Segunda atividade – item *d* – resposta 2

Nesta segunda resposta, observamos que o aluno não considera o número negativo -9, como se aceitasse apenas operar com números positivos, e obtém uma resposta incorreta. Dois alunos sugeriram respostas semelhantes.

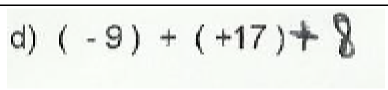


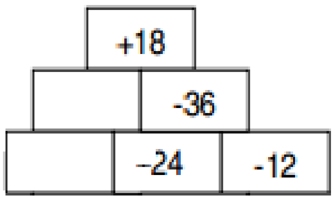
Figura 98 – Segunda atividade – item *d* – resposta 3

Na resposta acima, o aluno observa o sinal de cada número envolvido e efetua corretamente a operação indicada. Quatorze alunos deram a mesma resposta.

Observamos que a maioria dos alunos responderam corretamente os itens *a, b*, e *d* da segunda questão, em que os números envolvidos tinham sinais diferentes. Mas apenas sete responderam corretamente o item *c*, em que ambos os números eram negativos.

A seguir, destacamos a terceira questão proposta nesta etapa da atividade.

3) Observe a pirâmide abaixo:



Ao observar a figura acima, podemos verificar que ao juntarmos –24 e –12 obtemos - 36 .

Como você completaria a figura acima ?

Ao verificarmos as respostas dos alunos, observamos a não compreensão desta atividade, em que esperávamos, a partir da visualização da figura do exercício, a intuição do padrão segundo o qual cada célula é preenchida com a soma dos valores das células imediatamente inferiores. Observamos que o enunciado foi incompleto e inadequado, uma vez que nenhum aluno preencheu toda a pirâmide corretamente, houve apenas acertos parciais.

A seguir, apresentamos dois exemplos de respostas.

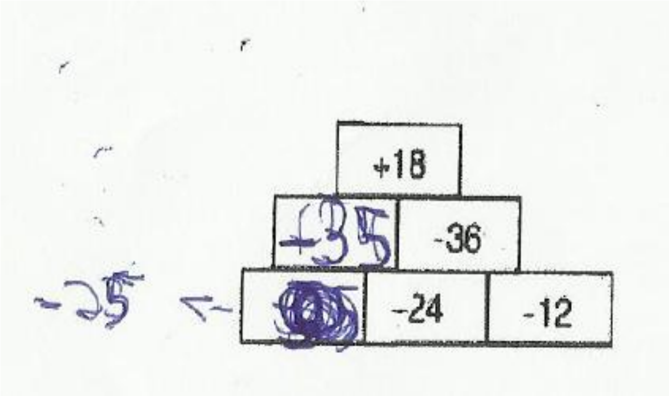


Figura 99 – Terceira atividade - resposta 1

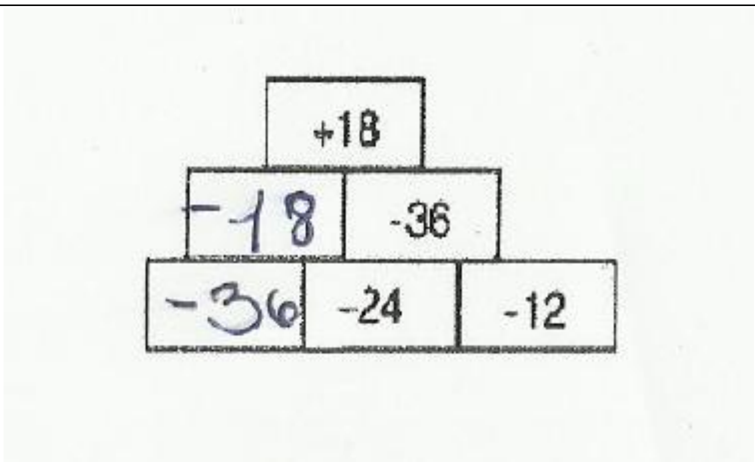


Figura 100 – Terceira atividade - resposta 2

Nas respostas acima, percebemos a não compreensão desta atividade pelos alunos. Na resposta 1, o aluno apenas completa os espaços com números vizinhos ao número expresso no espaço ao lado. Na resposta 2, acreditamos que o preenchimento do espaço relativo à terceira linha com o número – 36 se deve à possível soma dos números – 24 e – 12; e que o preenchimento do espaço relativo à segunda linha com o número – 18 está associado possivelmente a uma soma com o valor absolutos do número + 18 resultando em 36, configurando, além do erro conceitual, um erro de interpretação da atividade.

3.11 RELATO DA AULA 11

Neste encontro, após analisar as respostas para as questões propostas na aula anterior, optamos por promover uma reflexão coletiva sobre as respostas dadas à primeira questão e, em um segundo momento, propusemos a resolução de atividades similares às propostas no material impresso da aula anterior.

Inicialmente, explicamos que, na primeira atividade, projetaríamos algumas das respostas sugeridas para os itens da primeira questão, e que a turma deveria escolher a resposta mais adequada, observando e justificando sua escolha.

A seguir apresentamos o material projetado para este encontro e os comentários dos alunos acerca de cada uma das respostas projetadas.

O item *a* da primeira questão solicitava: “Em uma trilha, parti da posição A, se avancei 9 casas e voltei 7 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?”

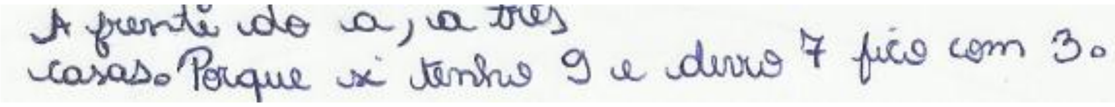

A frentê do a, a três
casas. Porque si tenho 9 e devo 7 fico com 3.

Figura 101 – Reflexão sobre item *a* da aula anterior – resposta1

Ao observar a resposta 1, o aluno He argumentou: “errado sor, são duas casas à frente”. Não houve outra manifestação.

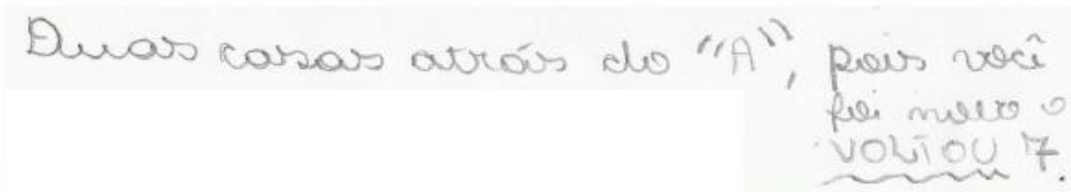

Duas casas atrás do "A", pois você
foi nove e
VOLTOU 7.

Figura 102 – Reflexão sobre item *a* da aula anterior – resposta 2

Ao ser projetada a resposta 2, imediatamente o aluno Ru argumentou: “também tá errado, são duas casas à frente e não atrás”.

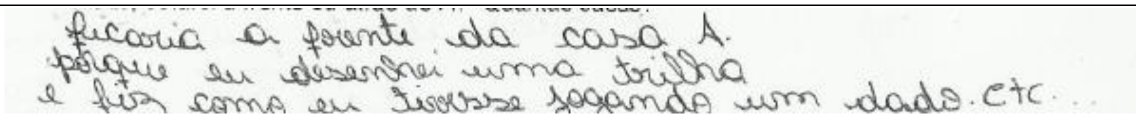

ficaria a frente da casa A.
porque eu desenhei uma trilha
e fiz como eu tivesse jogando um dado. etc.

Figura 103 – Reflexão sobre item *a* da aula anterior – resposta 3

Ao ser projetada a resposta acima, o aluno Bh de imediato interveio: “essa tá meio certa, por que faltou somente o número de casas”. Outros alunos demonstraram concordar com o argumento. Ainda questionei: “Então neste caso, a sugestão anterior também estava meio certa, pois o aluno errou somente o sentido da posição?”. O aluno Ru argumentou “não sor,a outra está mais errada, pode ser que tenha trocado tudo.” Ainda questionei “como assim?” e o mesmo aluno respondeu “trocou tudo sor, ponto branco e vermelho, positivo e negativo, sei lá.”

Os argumentos acima mostram que os alunos Ru e Bh compreenderam as ideias envolvidas nesta atividade. Por outro lado, o comentário do aluno Ru mostra a vinculação dessa atividade com as anteriormente trabalhadas, como o jogo de trilha e os dados coloridos, e a mobilização do conceito em ação de número relativo, atrelado à idéia de operador.

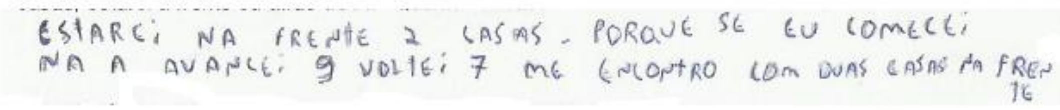

ESTAREI NA FRENTE 2 CASAS - PORQUE SE EU COMECEI NA A AVANCEI 9 VOLTEI 7 ME ENCONTRO COM DUAS CASAS NA FRENTE

Figura 104 – Reflexão sobre item *a* da aula anterior – resposta 4

Apresentada a resposta acima, observamos que muitos alunos acenavam positivamente com a cabeça ou simplesmente comentavam: “essa tá certa,sor”.

O item *b* da primeira questão solicitava: “Em uma trilha, parti da posição A, se avancei 5 casas e voltei 8 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?”

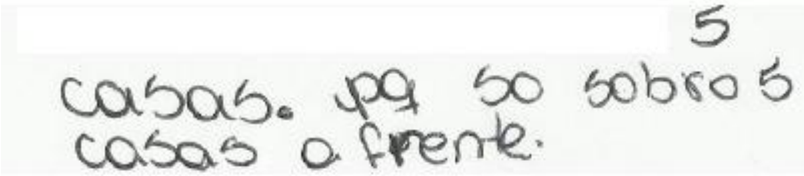

5 casas. pq so sobro 5 casas a frente.

Figura 105 – Reflexão sobre item *b* da aula anterior – resposta 1

Imediatamente, após projetar a resposta acima, o aluno Ra comentou: “tudo errado, deveria estar atrás de A e o número de casas está errado”.

Não houve outros comentários. Convém salientar que, em seu comentário, o aluno Ru novamente mostra a compreensão de número como expressão de posição relativa frente a um ponto de referência estabelecido.

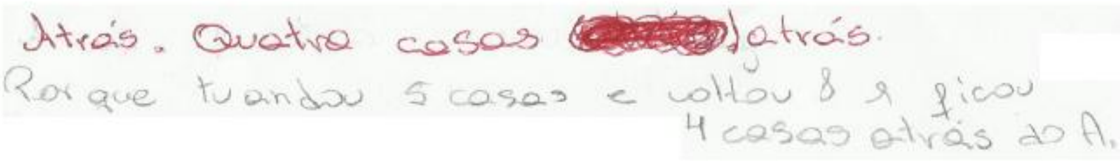

Atrás. Quatro casas atrás.
Porque tuandou 5 casas e voltou 8 e ficou
4 casas atrás do A.

Figura 106 – Reflexão sobre item *b* da aula anterior – resposta 2

Após observar a projeção da resposta 2, o aluno Bh comentou: “tá errado sor, deveria ser voltar 3”. O aluno An completou: “o número deveria ser 3 negativo”. Questionei a turma se alguém discordava dos argumentos. Não houve manifestações.

Nos argumentos mencionados pelos alunos, novamente observamos a associação entre a posição relativa ao referencial e os sinais estabelecidos. Neste caso, de acordo com Gonzalez *et ali.* (1990), temos um “número relativo contextualizado” (*Ibidem*, p. 77).

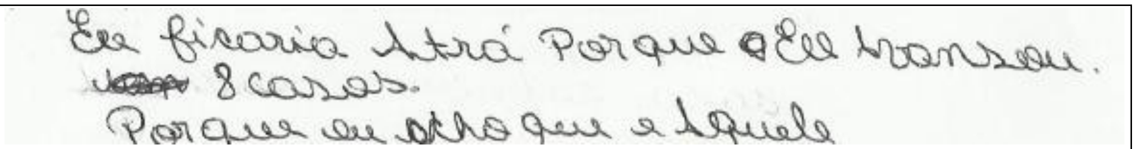

Ele ficaria Atrá Porque Ele avançou.
8 casas.
Porque eu acho que aquele

Figura 107 – Reflexão sobre item *b* da aula anterior – resposta 3

Ao observar a resposta acima, o aluno Ru comentou: “esta resposta tá meio confusa, pois repete que avançou 8 casas e não falou o resultado”. Neste comentário o aluno Ru demonstra perceber que o colega não fez uma operação com os deslocamentos. Por fim, o aluno I completou: “é sor, tá errada”.

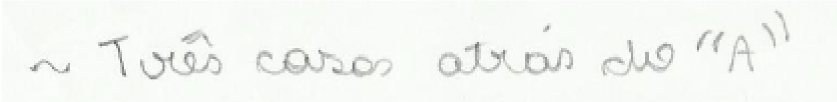

~ Três casas atrás do "A"

Figura 108 – Reflexão sobre item *b* da aula anterior – resposta 4

Simultaneamente muitos alunos responderam: “tá certa sor”.

O item *c* da primeira questão solicitava: “Um time de futebol marcou 13 gols e sofreu 19 gols no primeiro turno de um campeonato. Qual o saldo de gols deste time?”

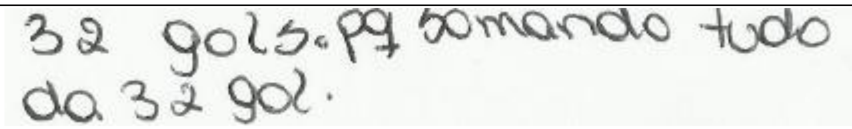


Figura 109 – Reflexão sobre item *c* da aula anterior – resposta 1

Ao ser projetada a resposta acima, simultaneamente muitos alunos comentaram que estava “errada” e o aluno Jo complementou: “tá errada, somou negativo e positivo”.

Em seu argumento, o aluno Jo indica a compreensão de que os valores absolutos dos números não podem ser somados porque têm sinais diferentes e, portanto, conclui que a resposta está incorreta.

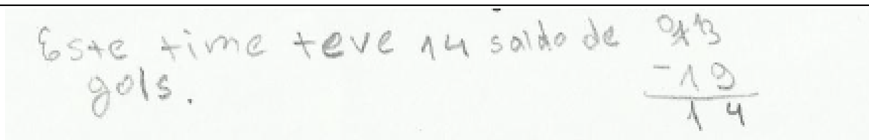


Figura 110 – Reflexão sobre item *c* da aula anterior – resposta 2

Ao observar a resposta 2, o aluno Ru comentou: “muito errada, de onde tiraram esta conta?” Ainda questionei “Por quê?” e imediatamente os alunos I e Ru observaram: “a conta está feita de modo errado, deveria ser 19 menos 13, aí dá certo”. Aqui temos uma situação interessante: o aluno Ru mostra em seu comentário a compreensão de que o saldo pode ser obtido por uma subtração, e de que para se obter o "saldo não contextualizado", isto é, o valor absoluto do saldo, pode-se diminuir o menor do maior, como se fazia até então com os números positivos. Por outro lado, o aluno que escreveu a resposta 2, aparentemente, encontrou dificuldade ao tentar diminuir o número maior (gols sofridos) do menor (gols marcados), conforme o contexto do enunciado sugeria.

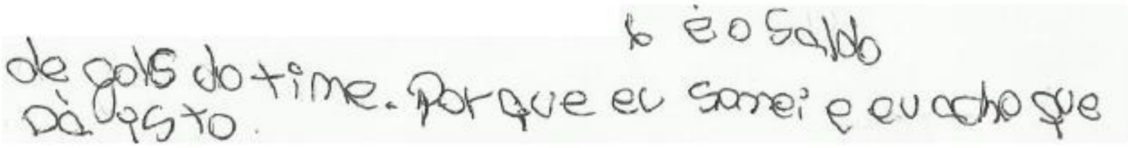


Figura 111 – Reflexão sobre item *c* da aula anterior – resposta 3

Após ser projetada a resposta acima, o aluno Sa comentou: “tá certo sor...”. Imediatamente o aluno Ra argumentou: “sor, mas tá faltando o sinal de menos, sem ele a gente não sabe se o saldo de gols é a favor ou contra!”. Neste instante as atenções se voltaram ao aluno Sa que completou: “é mesmo, tem que dizer se é a favor ou contra”.

Os comentários descritos acima sinalizam que os alunos percebem que, neste caso, apenas fazer menção ao valor absoluto do número não basta para a compreensão da situação, ou seja, esta situação requer um número contextualizado.

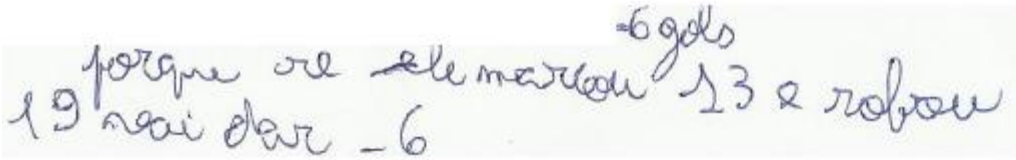


Figura 112 – Reflexão sobre item *c* da aula anterior – resposta 4

Ao ser projetada a resposta acima, o aluno Ra comentou “agora tá certo”. Não houve outros argumentos ou comentários e passamos a analisar a próxima questão.

O item *d* da primeira questão solicitava: “Nas 5 primeiras rodadas de um campeonato, verificamos que um time de futebol marcou 4 gols e sofreu 9 gols. Em uma partida da sexta rodada o mesmo time sofreu 3 gols e não marcou gols. Qual o saldo de gols deste time ao final da sexta rodada?”

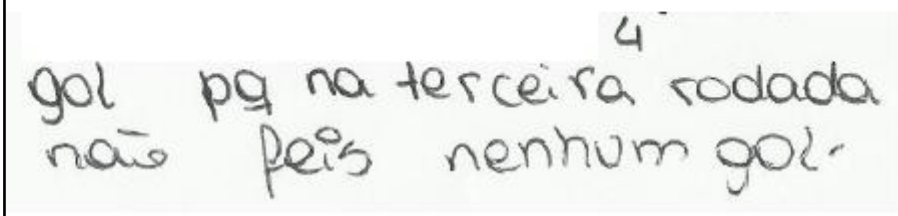


Figura 113 – Reflexão sobre item *d* da aula anterior – resposta 1

Ao observar a resposta acima, o aluno Ru comentou: “tá errado sor, não fez as contas... só repetiu que o time marcou 4 gols”. Ao ouvir o argumento do colega, muitos alunos acenaram positivamente com a cabeça. Não houve outros comentários.

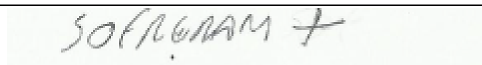


Figura 114 – Reflexão sobre item *d* da aula anterior – resposta 2

Em relação à resposta acima, o aluno An comentou: “quase certa sor, só errou na conta..., deveria ser: sofreram 8 gols”. Não houve outros comentários.

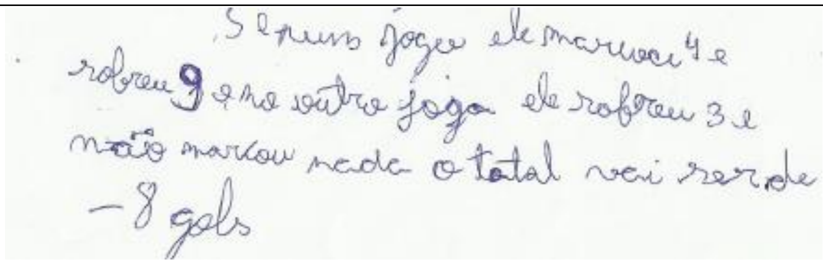


Figura 115 – Reflexão sobre item *d* da aula anterior – resposta 3

Após observar a resposta acima, o aluno Ru comentou: “tá bem certa sor”. O aluno An completou: “nessa fizeram a conta certa”.

Nos comentários acima, os alunos reconhecem na resposta a interpretação correta do saldo de gols e dos termos “sofrer” e “marcar”, os quais ao final determinam se o saldo será positivo ou negativo.

No segundo momento deste encontro, propusemos aos alunos a resolução de atividades similares às desenvolvidas no encontro anterior, buscando verificar se as discussões realizadas contribuíram para a compreensão das operações pelos alunos. A seguir, apresentamos o material impresso disponibilizado e após, a partir de cada questão proposta, destacamos algumas respostas que são representativas da maioria delas.

Quadro 34 – Atividades aula 11

1 – Na atividade abaixo, escrevemos cada exercício conforme a combinação estabelecida na aula anterior. Observe com atenção e complete os exercícios abaixo:

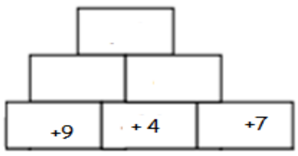
a) (+ 3) + (- 5) =

b) (+ 1) + (- 7) =

c) (– 12) + (- 6) =

d) (– 9) + (+11) =

2 – Observe a pirâmide abaixo:



Ao observar a figura acima podemos verificar que ao juntarmos +4 e +7 obtemos ______________________.

Como você completaria a figura acima?

Seguem algumas respostas sugeridas pelos alunos para cada item da primeira atividade.

a) (+ 3) + (- 5) =

$(+3) + (-5)\ +2$

Figura 116 – Atividade 1 item *a* – resposta 1

Podemos verificar, nesta resposta, que o aluno observa que unidades em mesmo número e com sinais contrários devem ser anuladas, porém, ao final, não considera corretamente o sinal da resposta. Sete alunos sugeriram respostas semelhantes.

$(+3) + (-5)\ -8$

Figura 117 – Atividade 1 item *a* – resposta 2

Ao observarmos a resposta acima, acreditamos que uma possível explicação para a mesma seja a consideração, por parte do aluno, da primeira parcela como sendo de sinal negativo. Outra explicação para a resposta seria a soma dos valores absolutos dos números e a manutenção do sinal da última parcela (número maior) ou, ainda, a aplicação da regra dos sinais na multiplicação, em se tratando de aluno repetente. Esta resposta foi sugerida por apenas 1 aluno.

$(+3) + (-5) = -2$

Figura 118 – Atividade 1 item *a* – resposta 3

Nesta resposta, podemos observar que o aluno opera corretamente, considerando os sinais envolvidos e os valores absolutos. Dezoito alunos sugeriram respostas semelhantes. Percebemos um aumento do número de acertos em relação a uma atividade semelhante desenvolvida na aula anterior.

b) (+ 1) + (- 7) =

$(+1) + (-7) + 6$

Figura 119 – Atividade 1 item *b* – resposta 1

Ao analisarmos a resposta, verificamos que o aluno observa que cada unidade negativa anula uma positiva, porém não considera corretamente o sinal da resposta. Tal erro pode estar associado à falta de atenção no momento da escrita ou à concepção de que uma soma sempre tem um resultado positivo. Esta resposta foi dada por 2 alunos.

$(+1) + (-7) - 8$

Figura 120 – Atividade 1 item *b* – resposta 2

Na resposta 2, acreditamos que o aluno tenha considerado as duas parcelas como sendo de mesmo sinal (negativo) ou adicionado os valores absolutos das duas parcelas e optado pela manutenção do sinal da segunda parcela (número de maior valor absoluto). Esta resposta foi dada por 2 alunos.

$(+1) + (-7) + 8$

Figura 121 – Atividade 1 item *b* – resposta 3

Na resposta 3, acreditamos que o aluno tenha considerado as duas parcelas como sendo de mesmo sinal (positivo) ou adicionado os valores absolutos das duas parcelas e optado pela manutenção do sinal da primeira parcela. Esta resposta foi sugerida por 2 alunos.

$(+1) + (-7) - 6$

Figura 122 – Atividade 1 item *b* – resposta 4

Na resposta 4, podemos observar que o aluno considera corretamente todos os aspectos envolvidos na operação indicada (valor absoluto e sinal de cada número e a operação de adição). Esta resposta, correta, foi dada por dezoito alunos. Novamente observamos um substancial aumento de acertos em relação a uma questão similar desenvolvida na aula anterior.

c) (- 12) + (- 6) =

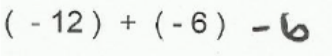


Figura 123 – Atividade 1 item *c* – resposta 1

Uma possível explicação para esta resposta pode ser a leitura equivocada do sinal da segunda parcela. Esta resposta foi dada por 4 alunos.

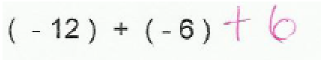


Figura 124 – Atividade 1 item *c* – resposta 2

Uma possível explicação para esta resposta pode ser a leitura equivocada do sinal da primeira parcela. Esta resposta foi dada por 3 alunos.

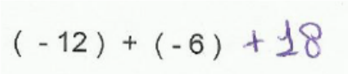


Figura 125 – Atividade 1 item *c* – resposta 3

Uma possível explicação para esta resposta pode estar associada a uma leitura equivocada do sinal das duas parcelas. Outra possível explicação para a resposta acima pode residir no fato de um dos alunos, devido à reprovação em ano anterior, estar repetindo o ano e estar confundindo, em relação aos sinais, as propriedades das operações adição e multiplicação de números relativos. Esta resposta foi dada por 2 alunos.

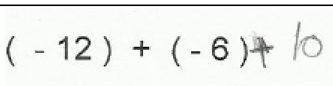


Figura 126 – Atividade 1 item *c* – resposta 4

Ao observarmos a resposta sugerida acima, acreditamos que a mesma pode estar atrelada a erro de leitura ou de compreensão da operação. Esta resposta foi dada por 3 alunos, dos quais dois eram infrequentes.

$(-12) + (-6) = -18$

Figura 127 – Atividade 1 item *c* – resposta 5

Nesta resposta, podemos observar que o aluno considera corretamente todos os conceitos envolvidos na operação indicada. Esta resposta foi dada por 14 alunos. Novamente observamos um aumento do número de acertos em relação à atividade desenvolvida no encontro anterior.

d) $(-\ 9) + (+11) =$

$(-9) + (+11) = -20$

Figura 128 – Atividade 1 item *d* – resposta 1

Uma possível explicação para esta resposta pode ser a leitura equivocada do sinal da segunda parcela ou, ainda, a concepção de que os valores absolutos devem ser sempre somados, na adição. Esta resposta foi dada por 4 alunos.

$(-9) + (+11)\ +20.$

Figura 129 – Atividade 1 item *d* – resposta 2

Uma possível explicação para esta resposta pode ser uma leitura equivocada do sinal da primeira parcela. Esta resposta foi dada por apenas 1 aluno.

$(-9) + (+11) =$

Figura 130 – Atividade 1 item *d* – resposta 3

Nesta resposta, observamos que o aluno observa que uma unidade negativa anula uma positiva, porém, na resposta final, erra na determinação do sinal. Esta resposta foi sugerida por apenas 1 aluno.

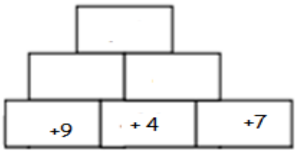
$(-9) + (+11)$ $+2$

Figura 131 – Atividade 1 item *d* – resposta 4

Nesta resposta, podemos observar que o aluno considera corretamente todos os conceitos envolvidos na operação indicada. Esta resposta foi sugerida por 20 alunos. Da mesma forma que nas questões anteriores, observa-se um aumento do número de respostas certas em relação a uma questão semelhante desenvolvida no encontro anterior.

A seguir, destacamos a próxima questão desta atividade e algumas respostas que são representativas das demais.

2 – Observe a pirâmide abaixo:



Ao observar a figura acima podemos verificar que ao juntarmos +4 e +7 obtemos ______________________.

Como você completaria a figura acima?

Nesta atividade, como na atividade anterior com pirâmides, era esperado que os alunos intuíssem um padrão. O enunciado, incompleto, foi seguido de explicações orais do professor sobre a lógica da pirâmide.

Seguem algumas respostas sugeridas pelos alunos para a atividade.

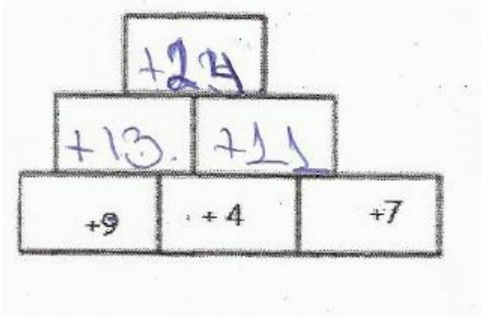


Figura 132 – Atividade 2 – resposta 1

Nesta resposta, podemos observar que o aluno compreende a proposta do exercício. Esta resposta foi dada por 21 alunos. Esse resultado, entretanto, não pode ser comparado com o da aula anterior, em que a atividade envolvia operações com números positivos e negativos.

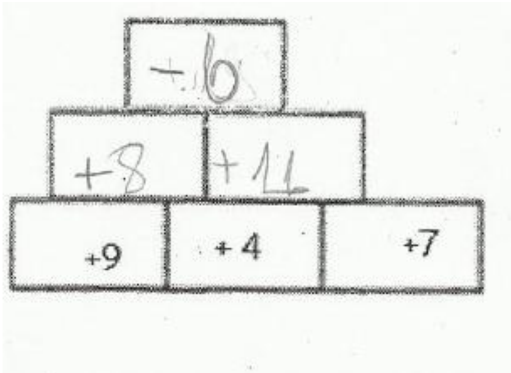


Figura 133 – Atividade 2 – resposta 2

Na resposta acima, o aluno preencheu corretamente apenas um dos espaços. Aparentemente, não compreendeu a tarefa, e talvez tenha copiado o número -6 de outro colega (vide resposta 3).

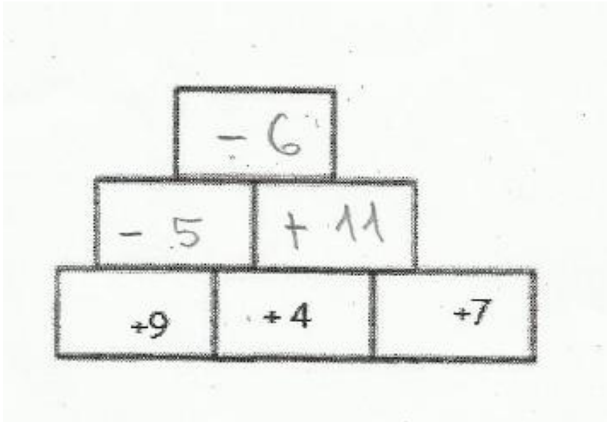


Figura 134 – Atividade 2 – resposta 3

Nesta terceira resposta, observamos o preenchimento parcialmente correto da figura. Acreditamos que os erros, acima observados, podem estar associados à interpretação da atividade. O aluno não segue um padrão ao considerar a ordem em que as parcelas são tomadas: soma +4 e +7 para obter +11, soma +9 com -5 para obter +4 e soma -5 com +11 obtendo equivocadamente -6. Por outro lado, cabe o questionamento:até que ponto o aluno pode ter vinculado seu raciocínio a uma “obrigatoriedade” de aparecerem também números negativos na resposta? Esta resposta foi marcada por 2 alunos.

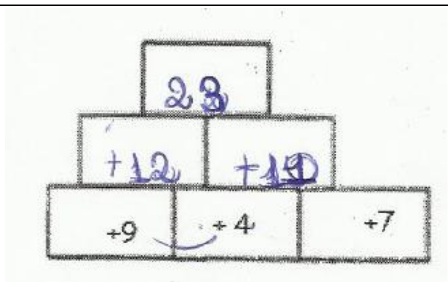


Figura 135 – Atividade 2 – resposta 4

Nesta resposta, podemos observar que o aluno compreende a proposta da atividade e demonstra compreensão da operação adição de números relativos positivos, porém incorre em um erro de cálculo na “base da pirâmide”, que gera outro erro acima. Esta resposta foi marcada por apenas 1 aluno.

3.12 RELATO DA AULA 12

Neste encontro, optamos por abordar a operação adição de números relativos sob a perspectiva de um jogo de dominó adaptado, em que em cada peça estava impresso, de um lado, um exercício de adição de números relativos e, do outro lado, um número. As regras utilizadas e o número de peças do jogo são idênticas ao jogo de dominó tradicional.

A seguir mostramos exemplos de peças utilizadas no jogo.

Quadro 35 – Atividade aula 11

$+7$	-4	-1	-17	$+1$	$+9$	-9	-4
$(+9)+(-8)$	$(-9)+(-8)$	$(+2)+(-6)$	$(+4)+(-9)$	$(-1)+(-3)$	$(-1)+(+7)$	$(-2)+(-1)$	$(-9)+(+9)$

Devido ao número de alunos em sala de aula, concluímos que a formação de grupos com três componentes seria a mais apropriada. É importante ressaltar que disponibilizamos a formalização das “regras de adição de números relativos” construída ao longo dos encontros anteriores, de modo a facilitar o desenvolvimento das atividades.

Antes de iniciarmos as atividades, questionamos os alunos sobre eventuais dúvidas sobre o jogo proposto. Não houve comentários ou perguntas.

Ao observar o desenvolvimento das atividades, percebemos que alguns alunos não estavam motivados para o desenvolvimento da atividade. Ao questionarmos tais alunos, obtivemos como resposta: “esse jogo é difícil sor, tem que fazer contas ...”.

Ressaltamos que a velocidade do desenvolvimento das partidas variou de grupo para grupo. Enquanto alguns grupos jogaram duas partidas, outros grupos jogaram três ou até mesmo quatro partidas.

Por fim, ao final desta atividade, solicitamos aos grupos uma rápida avaliação da mesma, descrevendo e justificando suas impressões, positivas e ou negativas, bem como suas sugestões.

A seguir, apresentamos algumas avaliações dos grupos sobre o desenvolvimento desta atividade e, posteriormente, a análise das mesmas.

EU ACHEI O JOGO BOM POR QUE TINHA CALCULOS
DE MATEMATICA E TAMBEM ADORAMOS AS CONTAS COM
NUMEROS NEGATIVOS E NUMEROS POSITIVOS E O DOMINO
TAMBEM E LEGAL O DOMINO NÃO E O TRADICIONAL

Figura 136 – Avaliação 1 – atividade dominó

Nós achemos muito ruim por
que envolvia conta, mais é bem
criativo.
Os dominós não tem o resultado
compativel com o outro.

Figura 137 – Avaliação 2 – atividade dominó

É um meio de aprender
melhor a Matemática e desenvolver
melhor as contas. E também
não gostei muito por que é
um pouko dificil mais até
que é meio legalzinho

Figura 138 – Avaliação 3 – atividade dominó

Eu não Sabia fazer as
contas mais agora eu sei.
tive muitas dificuldades com as
contas. no começo eu não
gostei mas quando eu comesei
a jogar de verdade eu adorei
espero que tem mais deses

Figura 139 – Avaliação 4 – atividade dominó

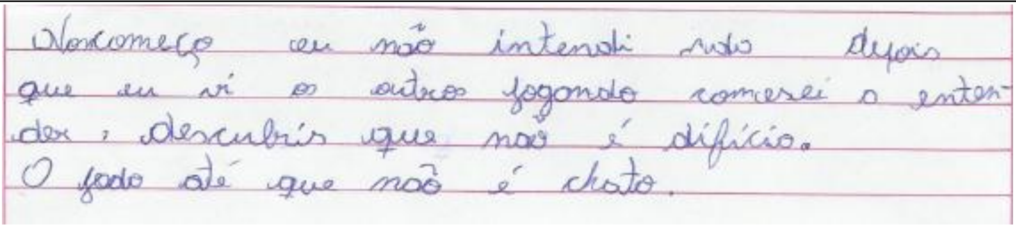

No começo eu não intendi nada depois
que eu vi os outros jogando comecei a enten-
der, descubris que não é dificio.
O jogo até que não é chato.

Figura 140 – Avaliação 5 – atividade dominó

Ao refletirmos sobre a atividade proposta neste encontro e a nítida manifestação de uma menor motivação para a realização da mesma, em comparação com as atividades desenvolvidas nos encontros anteriores, nos questionamos sobre os motivos para tais resultados.

Acreditamos que a resposta para tal questionamento possa estar associada à abordagem escolhida para a atividade. Talvez uma conotação menos lúdica e mais direta com os cálculos possa ter resultado em, de alguma forma, uma frustração. Outro aspecto, que talvez tenha tornado inicialmente a atividade menos atrativa, tenha sido a necessidade imediata de efetuar cálculos diretos e a verificação de que, em alguns momentos do jogo, a resposta apurada era incompatível com as peças disponíveis na rodada.

A partir de tais situações e dos resultados alcançados nesta atividade, optamos por modificar a abordagem dos exercícios propostos.

3.13 RELATO DA AULA 13

Após analisar os resultados obtidos no último encontro, concluímos ser necessário retomar o tema adição de números relativos. Para tanto, neste encontro, optamos por abordar o tema, novamente sob a perspectiva de um jogo.

Optamos pela realização da atividade “Escopa do Zero”. Esta atividade é uma adaptação feita por Fiorentini (*apud* MEGID, 2010), de um jogo de baralho bastante conhecido e muito praticado pelos imigrantes italianos no Sul do Brasil. A motivação para a escolha desta atividade, neste momento, se deu a partir da experiência anterior feita pela professora Maria Auxiliadora Megid (2010). Em nosso contexto, julgamos necessário efetuar algumas adaptações na proposta sugerida por Fiorentini (*apud* MEGID, 2010).

Devido a uma paralisação dos professores da rede municipal e à semana de Ação em Rede (semana dedicada ao reforço escolar, adotada nas escolas da rede municipal), já haviam se passado algumas semanas desde o último encontro.

No início do encontro, o aluno An questionou sobre qual atividade iríamos desenvolver, pois estava curioso.

É interessante ressaltar a colocação do aluno I logo após o questionamento do aluno An: “Sor, não vamos jogar novamente o jogo de dominó?” Ao responder que hoje teríamos outra proposta de trabalho, o mesmo exclamou “ainda bem sor, não gostei muito do dominó”. Imediatamente questionei “por quê?” e obtive como resposta: “Sor aquilo não era jogo, era só continhas...”. Neste ponto nos questionamos: por que tal atividade não foi identificada como um “jogo” para o aluno? Após o pequeno diálogo e concluída a montagem do equipamento para a projeção de imagens, iniciamos a explicação da atividade proposta para a turma. Abaixo destacamos as regras do jogo proposto, conforme descrição de Megid (2010), e o baralho adaptado desenvolvido para o mesmo.

O baralho do jogo é composto por 40 cartas:

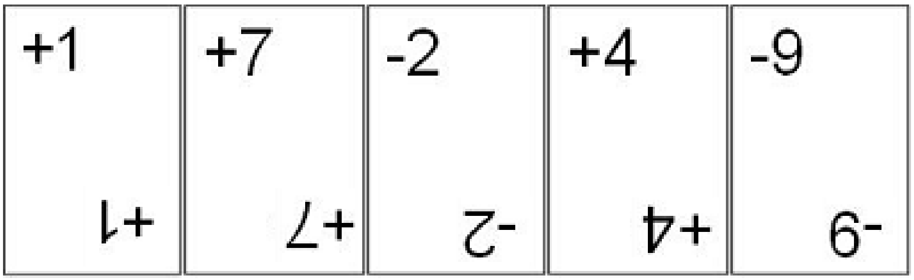
→ 20 cartas de uma cor, sendo 10 números inteiros negativos (de -10 a -1) e 10 números inteiros positivos (de 1 a 10);

→ 20 cartas de outra cor, com a mesma distribuição.

Quadro 36 – Atividade aula 12

A) O jogo é ideal para ser jogado em grupos de até 4 jogadores;
B) Escolhe-se um jogador para embaralhar e distribuir as cartas;
C) Inicialmente, após embaralhar as cartas, o jogador-distribuidor vira as 4 primeiras cartas do baralho colocando-as no centro da mesa;
D) A seguir distribui 3 cartas para cada jogador;
E) O primeiro a jogar escolhe uma de suas cartas para descartar de modo que possa formar, com aquelas da mesa, uma adição “zero”.
F) O segundo jogador dá sequência à jogada procedendo da mesma forma. E assim procedem os demais.
G) Caso o jogador não consiga combinar uma de suas cartas com aquelas da mesa de modo a obter a soma “zero”, o jogador simplesmente descarta uma carta dando sequência ao jogo.
H) Quando um jogador conseguir, com uma de suas cartas, combinar uma soma “zero” com todas as cartas da mesa, este jogador limpa a mesa e diz-se que ele fez ESCOPA. Para melhor indicar a escopa feita ele coloca uma carta transversalmente no seu monte.
I) Não havendo cartas na mesa, o jogador seguinte apenas descarta uma de suas cartas e passa a sua vez.
J) Completada a primeira rodada (isto é, quando todos os jogadores ficarem sem nenhuma carta na mão) o distribuidor de cartas distribui mais três cartas para cada jogador. Repete-se o procedimento até o baralho acabar.
K) Pontuação: cada escopa vale um ponto e cada 5 cartas valem um ponto.

Seguem alguns exemplos de cartas usadas no jogo.



Após a explicação das regras do jogo, comunicamos aos alunos que as mesmas permaneceriam projetadas ao longo da atividade, de modo a auxiliar na resolução de eventuais dúvidas relacionadas aos procedimentos do jogo. Além disto, ressaltamos que ao longo da atividade estaríamos circulando pela sala de aula para o esclarecimento de eventuais dúvidas.

Por fim, antes de iniciarmos a atividade, com a ajuda de um aluno voluntário, simulamos a realização de três rodadas de uma partida, de modo que os alunos pudessem observar “os procedimentos descritos nas regras”. Ao final da demonstração e das explicações de eventuais dúvidas referentes ao procedimento do jogo, solicitamos aos alunos a formação de grupos de quatro jogadores e procedemos à distribuição dos kits para cada grupo.

Após o recebimento do material necessário, os alunos iniciaram as atividades. Inicialmente não houve dúvidas. Ao observar o desenrolar da atividade, percebemos, na maioria dos grupos, discussões acerca das regras do jogo, sendo que três grupos solicitaram minha intervenção acerca das regras. Apenas um grupo demonstrou não compreender a regra principal – juntar cartas cuja soma fosse zero. Ao observar com mais cuidado o desenvolvimento das atividades deste grupo, verificamos que o mesmo ainda apresentou dificuldades na adição, porém percebemos que com o andamento do jogo, ao longo das rodadas, esta dificuldade foi minimizada.

De modo geral, ao questionar os alunos sobre esta atividade, os alunos responderam que gostaram muito da mesma e que, se possível, gostariam de “jogar novamente” (comentário de vários alunos).

Abaixo, apresentamos avaliações de dois grupos a respeito da atividade.

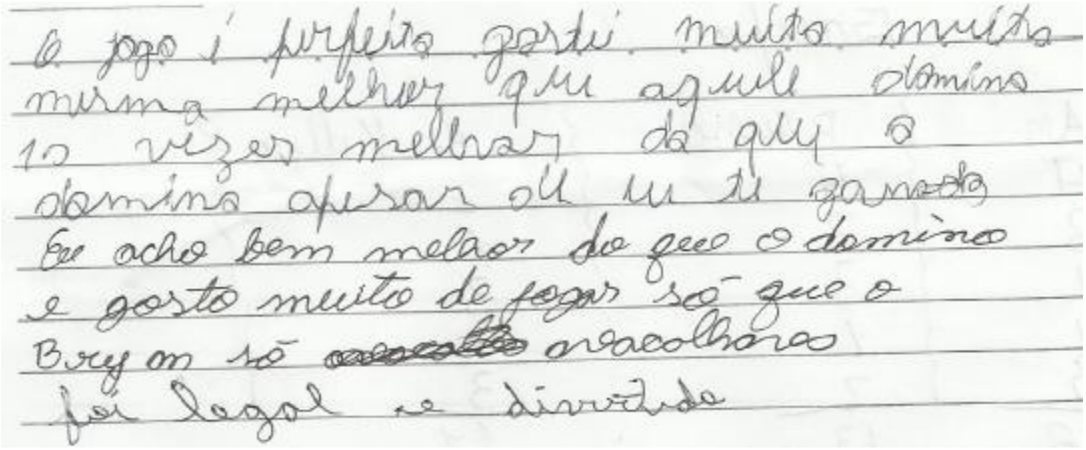

o jogo é perfeito gostei muito muito
mesmo melhor que aquele domino
10 vezes melhor do que o
domino apesar de eu ter ganhado
Eu acho bem melhor do que o domino
e gosto muito de jogar só que o
Bryan só ~~[illegible]~~ aracolhoras
foi legal e divertido

Figura 141 – Avaliação 1 – atividade escopa

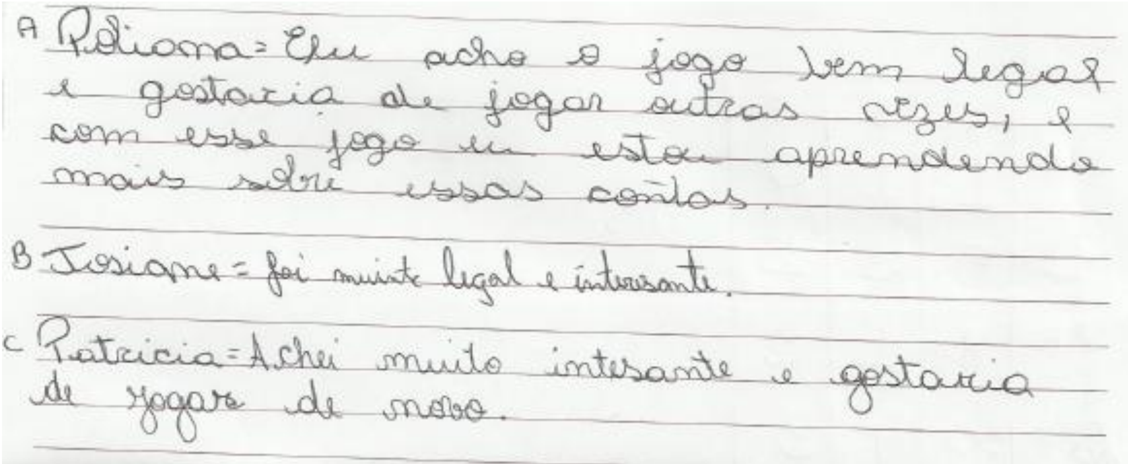

A Rosiana = Eu acho o jogo bem legal
e gostaria de jogar outras vezes, e
com esse jogo eu estou aprendendo
mais sobre essas contas.
B Josiane = foi muito legal e interessante.
C Patricia = Achei muito intesante e gostaria
de jogar de novo.

Figura 142 – Avaliação 2 – atividade escopa

Podemos observar, nos comentários acima, que os alunos comparam a atividade proposta nesta aula com a atividade anterior (dominó), demonstrando a preferência por esta atividade. Acreditamos que tal preferência possa estar associada à conotação competitiva do jogo e à rápida interatividade que o mesmo propicia, bem como à não vinculação “direta” com expressões matemáticas e, portanto, explorando a operação adição de números relativos com uma atividade que, de acordo com o que presenciamos, também propiciou competição e divertimento.

3.14 RELATO DA AULA 14

Ao longo deste décimo quarto encontro, propusemos o desenvolvimento de atividades que objetivavam introduzir a ideia de subtração de números relativos. Para tanto, procuramos desenvolver questões a partir de variados contextos buscando, sempre que possível, atrelá-las a situações que se aproximassem da realidade vivenciada pelos alunos.

A seguir, destacamos o material impresso fornecido aos alunos. O desenvolvimento das atividades previstas se deu em duas etapas distintas. As três primeiras questões foram resolvidas de forma individual, e as demais em duplas.

Quadro 37 – atividades aula 13

1) A tabela abaixo indica o número de gols marcados, o número de gols sofridos e o saldo de gols de uma equipe de futsal em cada uma das quatro rodadas do campeonato brasileiro de futsal. Observe que a tabela possui espaços em branco. Portanto, com muita atenção, complete os espaços em branco da tabela observando as informações disponíveis em cada rodada

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	+3	-7	
2° Rodada	+8		-3
3° Rodada		- 3	+7
4° Rodada	+2		-1

2) Em um jogo de “play 3”, Murilo na segunda fase do jogo, perdeu 50 pontos e ficou com 20 pontos. Quantos pontos possuía antes da segunda fase?

3) Neste mesmo jogo de “play 3”, ao terminar a primeira fase, André ganhou 70 pontos. Terminada a segunda fase deste jogo, André verificou que seu saldo era de 60 pontos. O que aconteceu na segunda fase? Ele perdeu ou ganhou pontos? Quantos?

4) Os meninos da turma 7° D fizeram uma competição com um jogo de “play 3”. Na tabela abaixo estão os resultados das pontuações das duas primeiras fases do jogo.

Aluno	1° Fase	2°Fase	Saldo
Murilo	ganhou 20 pontos	ganhou 50 pontos	+70
André		ganhou 30 pontos	+80
Paula	ganhou 50 pontos	perdeu 20 pontos	
Pedro	ganhou 30 pontos		-70
Jaime		perdeu 30 pontos	-100
Miguel	não pontuou		-50
Maria	perdeu 30 pontos		Zero

OBS : Complete os espaços em branco da tabela acima.

5) Na tabela abaixo, apresentamos o monitoramento da variação da temperatura na cidade de Canoas na primeira semana do mês de Maio. Por alguma falha na impressão da tabela alguns espaços estão em branco.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
01/05	5°	10°	Subiu 5°
02/05	12°	8°	Caiu 4°
03/05	9°	15°	
04/05		14°	Subiu 9°
05/05	13°		Caiu 6°
06/05	10°	10°	

6) Na tabela abaixo, apresentamos o monitoramento da variação da temperatura na cidade de Continhas na segunda semana do mês de Maio. Por alguma falha na impressão da tabela alguns espaços estão em branco.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
01/05	- 5°	+4°	Subiu 9°
02/05	+2°	-2°	Caiu 4°
03/05	-3°	+5°	
04/05		+4°	Subiu 6°
05/05	+3°		Caiu 6°

A seguir, após a reprodução do enunciado de cada uma das questões propostas e a discussão da natureza da tarefa ou das dificuldades envolvidas, destacamos as respostas produzidas pelos alunos.

1) A tabela abaixo indica o número de gols marcados, o número de gols sofridos e o saldo de gols de uma equipe de futsal em cada uma das quatro rodadas do campeonato brasileiro. Observe que a tabela possui espaços em branco. Portanto, com muita atenção, complete os espaços em branco da tabela observando as informações disponíveis em cada rodada.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	+3	-7	
2° Rodada	+8		-3
3° Rodada		- 3	+7
4° Rodada	+2		-1

Na primeira linha, o aluno deveria preencher a célula referente ao saldo do gols, ou seja, o aluno deveria realizar o que Vergnaud (1986) nomeia de composição de transformações, sendo que neste caso as transformações têm sentidos opostos, e cada gol sofrido anula um gol marcado. Nas demais linhas, os alunos deveriam preencher as células gols marcados (linha 4) e gols sofridos (linhas 3 e 5), sendo em ambas situações necessário decompor uma transformação em duas de sinal oposto. A tarefa é mais difícil, porque é preciso imaginar uma ação que não está explicitada.

Nesta primeira atividade, quatorze alunos preencheram corretamente a tabela, indicando a compreensão das situações. Cinco alunos obtiveram êxito parcial, acertando dois ou três valores. Por fim, cinco alunos não demonstraram a compreensão das situações, acertando um ou nenhum valor no preenchimento da tabela.

A seguir, apresentamos uma resposta que expressa a compreensão parcial da atividade.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	+3	-7	-4
2° Rodada	+8	+5	-3
3° Rodada	+10	- 3	+7
4° Rodada	+2	-3	-1

Figura 143 – Atividade 1 da aula 14 – resposta 1

Verificamos que o aluno responde corretamente as questões, com exceção da segunda linha. Nesta, o aluno dá como resposta um valor positivo, inconsistente com a coluna de gols sofridos, aparentemente fazendo +8 – 3 = +5, invertendo o significado das colunas e adicionando aos gols marcados o saldo de gols.

A seguir, apresentamos uma tabela em que as linhas 2, 3 e 4 foram preenchidas incorretamente.

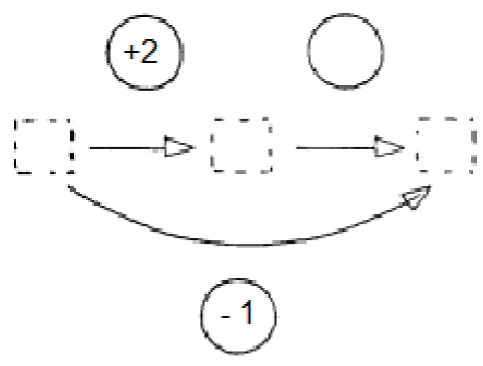
Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	+3	-7	-4
2° Rodada	+8	- 8	-3
3° Rodada	+11	- 3	+7
4° Rodada	+2	+1	-1

Figura 144 – Atividade 1 da aula 14 – resposta 2

A resposta na linha 2 sugere que o aluno não consegue imaginar que o número de gols sofridos seja maior do que o de gols marcados. Aqui se verifica o obstáculo epistemológico relacionado à ideia de que não se pode subtrair um número maior de outro menor. Na linha 3, observamos um possível erro de cálculo, uma vez que o aluno observa corretamente o sinal da resposta. Já na linha 4, vemos novamente uma inversão do significado das colunas, pois aparentemente o aluno efetuou a operação +2 – 1 = +1, tratando esse resultado como um saldo, e não como uma transformação (gols sofridos).

A seguir, apresentamos um esquema que ilustra o problema relativo à linha quatro, nos moldes propostos por Vergnaud (1986) para as situações que envolvem a composição de relações ou transformações.

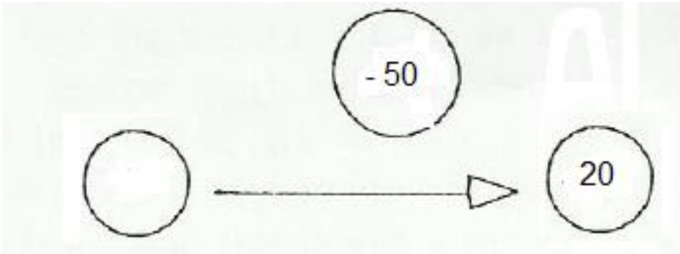
Quadro 38 – Representação do esquema envolvido na situação da 4ª rodada



2) Em um jogo de “play 3”, Murilo na segunda fase do jogo, perdeu 50 pontos e ficou com 20 pontos. Quantos pontos possuía antes da segunda fase?

A seguir apresentamos um esquema que ilustra a situação proposta no enunciado, em que, a partir de uma transformação e de um estado final, deve ser identificado o estado inicial.

Quadro 39 – Representação do esquema envolvido na situação proposta na questão 2



Nesta atividade, também realizada de modo individual, obtivemos doze respostas corretas e doze respostas incorretas. A seguir apresentamos três respostas, duas corretas e uma incorreta.

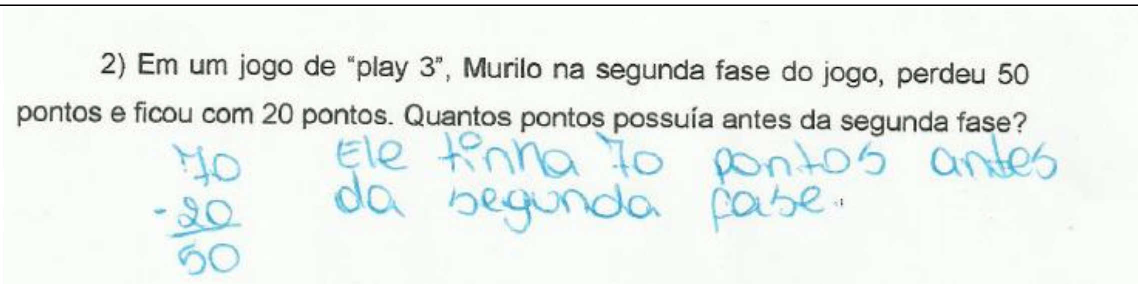


Figura 145 – Atividade 2 da aula 14 – resposta 1

Podemos observar que o aluno, após encontrar a resposta, mostra que ela está correta, efetuando a subtração descrita na situação. O aluno obtém os 70 pontos iniciais através de uma soma que não é explicitada, expressando a compreensão da adição como o inverso de uma subtração (que corresponde, nesse caso, ao que Vergnaud (1986) denomina transformação de uma medida).

A seguir, apresentamos a segunda resposta atribuída a essa questão.

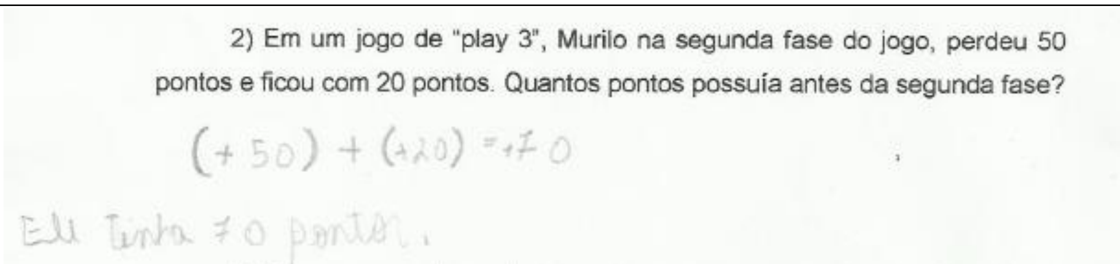
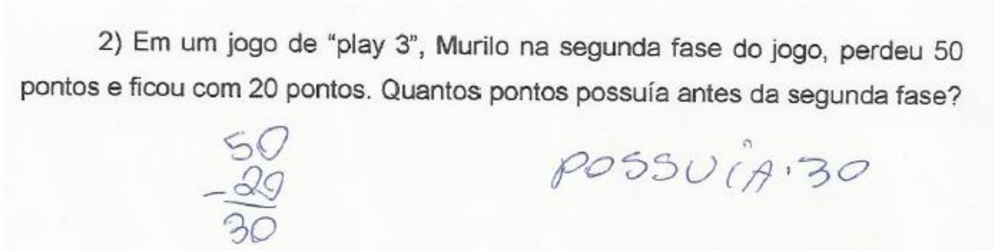


Figura 146 – Atividade 2 da aula 14 – resposta 2

Podemos observar que o aluno justifica a resposta a partir da adição de (+50) + (+20), mobilizando o teorema em ação: “para descobrir o número total de pontos antes da segunda fase, devo adicionar o número de pontos perdidos ao número de pontos restantes”. É interessante observar que o aluno atribui, corretamente, sinal positivo aos pontos e à transformação inversa a da perda.

A seguir, apresentamos a terceira resposta atribuída à questão.


2) Em um jogo de “play 3”, Murilo na segunda fase do jogo, perdeu 50 pontos e ficou com 20 pontos. Quantos pontos possuía antes da segunda fase?

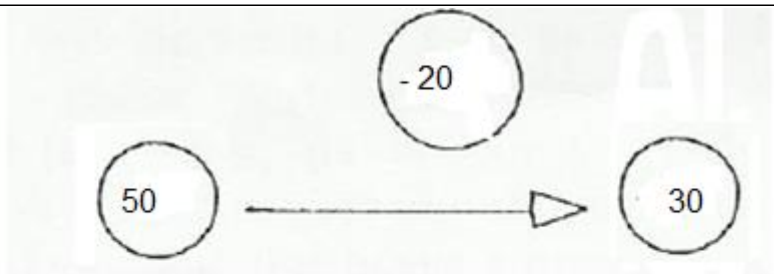
50
-20
30

POSSUÍA 30

Figura 147 – Atividade 2 da aula 14 – resposta 3

Nesta resposta o aluno demonstra não compreender a situação, uma vez que opta por subtrair, dos pontos perdidos, os pontos restantes. Inverte os termos, raciocinando como se, no jogo, Murilo tivesse 50 pontos e perdesse 20 pontos. Aqui observamos a dificuldade de inverter uma operação para reconstituir um estado inicial desconhecido, e a opção de operar com os números como se o estado inicial fosse conhecido. A seguir, apresentamos uma representação do esquema utilizado pelo aluno.

Quadro 40 – Representação do esquema utilizado pelo aluno

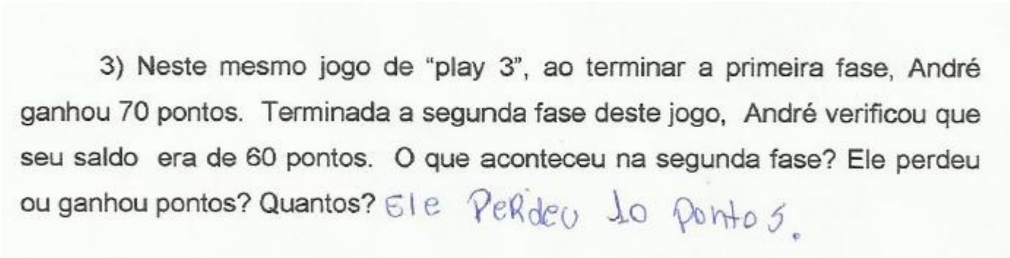


A seguir apresentamos a próxima questão e o relato e análise de algumas das respostas atribuídas à mesma.

3) Neste mesmo jogo de “play 3”, ao terminar a primeira fase, André ganhou 70 pontos. Terminada a segunda fase deste jogo, André verificou que seu saldo era de 60 pontos. O que aconteceu na segunda fase? Ele perdeu ou ganhou pontos? Quantos?

Nesta última atividade, vinte e um alunos responderam corretamente o problema e apenas três alunos responderam incorretamente o mesmo.

Abaixo destacamos duas respostas: uma correta e outra incorreta.

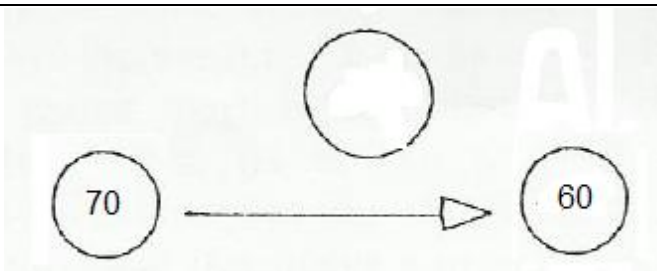


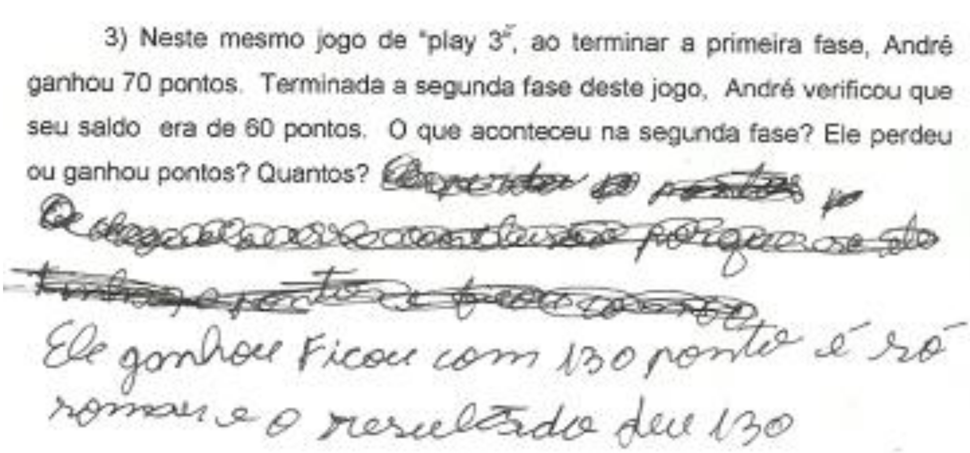
3) Neste mesmo jogo de "play 3", ao terminar a primeira fase, André ganhou 70 pontos. Terminada a segunda fase deste jogo, André verificou que seu saldo era de 60 pontos. O que aconteceu na segunda fase? Ele perdeu ou ganhou pontos? Quantos? Ele PeRdeu 10 Pontos.

Figura 148 – Atividade 3 da aula 14 – resposta 1

Na resposta acima, verificamos que o aluno identifica corretamente o estado inicial e final e identifica corretamente a transformação ocorrida (perda de 10 pontos). Abaixo apresentamos o esquema correspondente a esta situação (considerando que André tinha um saldo de 70 pontos ao final da primeira fase).

Quadro 41 - Representação do esquema envolvido na situação proposta na questão 3





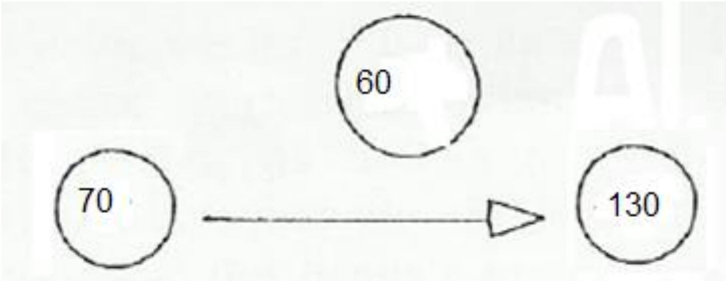
3) Neste mesmo jogo de "play 3", ao terminar a primeira fase, André ganhou 70 pontos. Terminada a segunda fase deste jogo, André verificou que seu saldo era de 60 pontos. O que aconteceu na segunda fase? Ele perdeu ou ganhou pontos? Quantos?

Ele ganhou Ficou com 130 ponto e só somou e o resultado deu 130

Figura 149 – Atividade 3 da aula 14 – resposta 2

Ao observarmos a resposta acima, percebemos que o aluno inicialmente escreve corretamente a resposta, porém, logo em seguida, invalida sua resposta, escrevendo outra (neste caso, incorreta). Nesta nova resposta o aluno soma os pontos adquiridos na primeira fase com o saldo de pontos após o término da segunda fase do jogo, sem estabelecer uma relação entre os saldos, como se o saldo da primeira rodada não importasse para a obtenção do saldo da segunda. A seguir destacamos a representação do esquema utilizado pelo aluno.

Quadro 42 - Representação do esquema utilizado pelo aluno



Após o desenvolvimento das atividades anteriormente relatadas, solicitamos aos alunos que se agrupassem em duplas para a realização das atividades posteriores.

Abaixo apresentamos as atividades desenvolvidas nesta segunda etapa da aula, bem como as respostas atribuídas a cada questão.

4) Os alunos da turma 7° D fizeram uma competição com um jogo de “play 3”. Na tabela abaixo estão os resultados das pontuações das duas primeiras fases do jogo.

Aluno	1° Fase	2°Fase	Saldo
Murilo	ganhou 20 pontos	ganhou 50 pontos	+70
André		ganhou 30 pontos	+80
Paula	ganhou 50 pontos	perdeu 20 pontos	
Pedro	ganhou 30 pontos		-70
Jaime		perdeu 30 pontos	-100
Miguel	não pontuou		-50
Maria	perdeu 30 pontos		Zero

OBS : Complete os espaços em branco da tabela acima.

Nesta questão, verificamos que sete duplas preencheram corretamente todas as lacunas, três duplas obtiveram êxito parcial, pois preencheram corretamente ao menos quatro valores solicitados na tabela, e duas duplas obtiveram menos de dois acertos.

Abaixo apresentamos, respectivamente, respostas corretas e parcialmente corretas.

Aluno	1° Fase	2°Fase	Saldo
Murilo	ganhou 20 pontos	ganhou 50 pontos	+70
André	Ganhou 50 pontos	ganhou 30 pontos	+80
Paula	ganhou 50 pontos	perdeu 20 pontos	+30
Pedro	ganhou 30 pontos	Perdeu 100 pontos	-70
Jaime	Perdeu 70 pontos	perdeu 30 pontos	-100
Miguel	não pontuou	Perde 50	-50
Maria	perdeu 30 pontos	ganhou 30	Zero

OBS : Complete os espaços em branco da tabela acima.

Figura 150 – Atividade 4 da aula 14 – resposta 1

Nesta resposta, observamos que os alunos compreenderam a situação apresentada, e o saldo positivo ou negativo como resultado da composição entre os resultados das duas fases.

Aluno	1° Fase	2°Fase	Saldo
Murilo	ganhou 20 pontos	ganhou 50 pontos	+70
André	ganhou 50 pontos	ganhou 30 pontos	+80
Paula	ganhou 50 pontos	perdeu 20 pontos	+ 30
Pedro	ganhou 30 pontos	perdeu 100 pontos	-70
Jaime	ganhou 130 pontos	perdeu 30 pontos	-100
Miguel	não pontuou	ganhou 50 pontos	-50
Maria	perdeu 30 pontos	ganhou 30 pontos	Zero

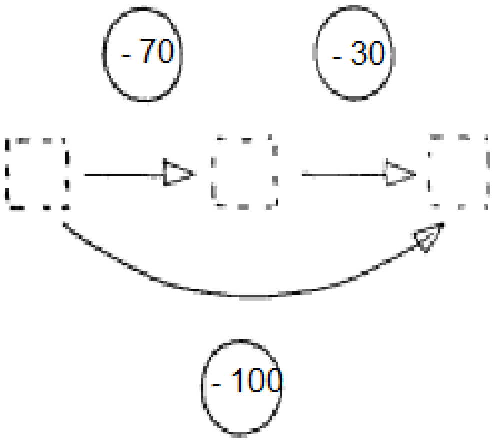
OBS : Complete os espaços em branco da tabela acima.

Figura 151 – Atividade 4 da aula 14 – resposta 2

Nesta resposta, observamos que os alunos preencheram corretamente as linhas relativas a Murilo, André, Paula, Pedro e Maria. Nas três primeiras linhas, o problema pode ser resolvido tratando-se os números como quantidades a serem somadas ou subtraídas. Na linha relativa a Pedro, os alunos identificaram, corretamente, a transformação ocorrida na segunda fase, considerando que, partindo de um saldo de 30, para se chegar a um saldo de -70, seria preciso compor duas perdas (de 30 e 70 pontos), ou seja, seria preciso ter havido uma perda de 100 pontos na segunda fase. Na linha relativa a Maria, a tarefa é facilitada pela presença do saldo zero; os alunos identificaram corretamente que é preciso ganhar 30 pontos para anular uma perda de 30 pontos. Entretanto na linha relativa ao aluno Jaime, encontramos uma resposta errada; seria preciso somar 30 pontos aos -100 para se chegar ao saldo da primeira fase, que seria ainda negativo. A tarefa é difícil por envolver a inversão de uma operação (a perda da segunda fase deve ser "desfeita", somando-se 30 pontos) e a dificuldade é agravada por envolver a operação com dois números negativos (o saldo final e a perda a ser "desfeita").

Abaixo destacamos o esquema de uma composição de transformações, que exemplifica o raciocínio por nós esperado para a linha relativa a Jaime.

Quadro 43 – Representação do esquema envolvido na situação da linha relativa a Jaime



A seguir, apresentamos outro exemplo de resposta de aluno.

Aluno	1° Fase	2°Fase	Saldo
Murilo	ganhou 20 pontos	ganhou 50 pontos	+70
André	ganhou 50 pnts	ganhou 30 pontos	+80
Paula	ganhou 50 pontos	perdeu 20 pontos	-30
Pedro	ganhou 30 pontos	perdeu 40 pnts	-70
Jaime	ganhou 70 pnts	perdeu 30 pontos	-100
Miguel	não pontuou	perdeu 50 pnts	-50
Maria	perdeu 30 pontos	não pontuou	Zero

OBS : Complete os espaços em branco da tabela acima.

Figura 152 – Atividade 4 da aula 14 – resposta 3

Na resposta acima, verificamos erros e acertos. Observamos, na linha relativa a Paula, que o aluno troca o sentido das ações descritas na situação, ocasionando erro de sinal no saldo. Em relação à linha relativa a Pedro, o aluno opta por adicionar os pontos da primeira fase ao saldo de pontos, trocando o significado das duas últimas colunas. Na linha relativa a Jaime, o aluno demonstra dificuldades ao raciocinar com uma composição de saldos negativos. Por fim, na linha relativa a Maria, o aluno, aparentemente, desconsidera o saldo relativo à primeira fase, evidenciando sua dificuldade ao raciocinar com uma situação em que deve-se decompor uma composição de transformações para identificar uma delas.

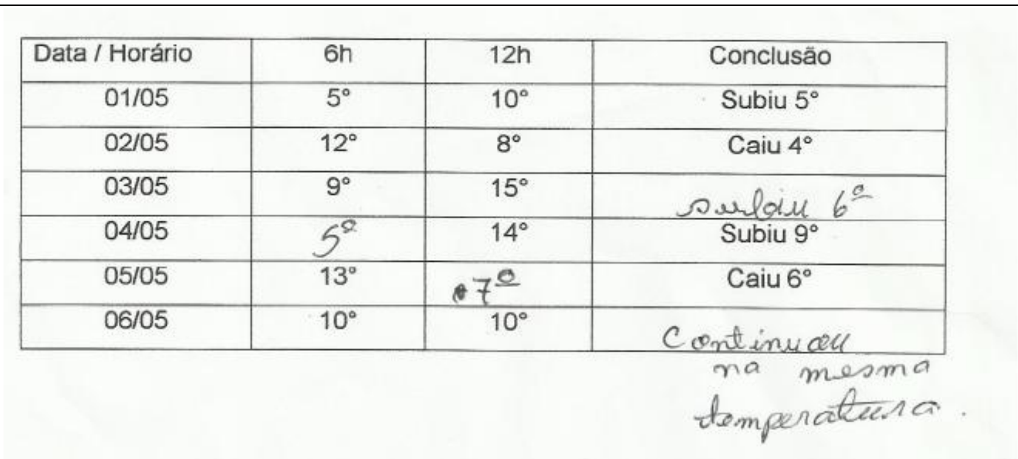
5) Na tabela abaixo, apresentamos o monitoramento da variação da temperatura na cidade de Canoas na primeira semana do mês de Maio. Por alguma falha na impressão da tabela alguns espaços estão em branco.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
01/05	5°	10°	Subiu 5°
02/05	12°	8°	Caiu 4°
03/05	9°	15°	
04/05		14°	Subiu 9°
05/05	13°		Caiu 6°
06/05	10°	10°	

Nesta atividade, podemos considerar a temperatura às 6 horas como o estado inicial, a temperatura às 12 horas como estado final e a variação como uma transformação.

Nesta questão verificamos que seis duplas preencheram corretamente os espaços em branco da tabela, quatro duplas apresentaram apenas um erro no preenchimento dos espaços da tabela. Duas duplas acertaram apenas um ou dois valores.

Abaixo destacamos, como no relato da questão anterior, respectivamente, respostas corretas e parcialmente corretas.



Data / Horário	6h	12h	Conclusão
01/05	5°	10°	Subiu 5°
02/05	12°	8°	Caiu 4°
03/05	9°	15°	subiu 6º
04/05	5º	14°	Subiu 9°
05/05	13°	7º	Caiu 6°
06/05	10°	10°	Continuou na mesma temperatura.

Figura 153 – Atividade 5 da aula 14 – resposta 1

Este é um exemplo de resposta que exemplifica a compreensão das diferentes situações, com a identificação correta das transformações ocorridas ou do estado inicial (obtido com a inversão da transformação havida) ou do estado final.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
01/05	5°	10°	Subiu 5°
02/05	12°	8°	Caiu 4°
03/05	9°	15°	Subiu 6º
04/05	23º	14°	Subiu 9°
05/05	13°	7º	Caiu 6°
06/05	10°	10°	manteu o Temperatura

Figura 154 – Atividade 5 da aula 14 – resposta 2

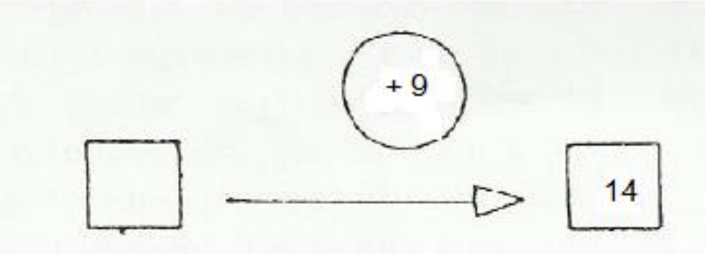
Nesta resposta, verificamos o preenchimento equivocado da temperatura inicial no dia 04/05. O aluno trocou as colunas, considerando o estado final como inicial. A situação oferece dificuldades, pois o aluno tem que partir de uma situação final para voltar à inicial, invertendo a transformação ocorrida.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
01/05	5°	10°	Subiu 5°
02/05	12°	8°	Caiu 4°
03/05	9°	15°	Subiu 24°
04/05	24°	14°	Subiu 9°
05/05	13°	19°	Caiu 6°
06/05	10°	10°	Não Subiu nem caiu

Figura 155 – Atividade 5 da aula 14 – resposta 3

Nesta terceira resposta, verificamos o equívoco relativo ao preenchimento da tabela relativo aos dias 03/05, 04/05 e 05/05. Em relação ao dia 03/05, observamos que o aluno efetua a adição dos valores relativos à situação inicial e final, como se estivesse compondo duas transformações. No que tange aos dias 04/05 e 05/05, acreditamos que o preenchimento das lacunas oferece dificuldades, uma vez que o aluno troca o estado final e o inicial. A seguir destacamos um esquema de transformação de medidas que corresponde à situação do dia 04/05.

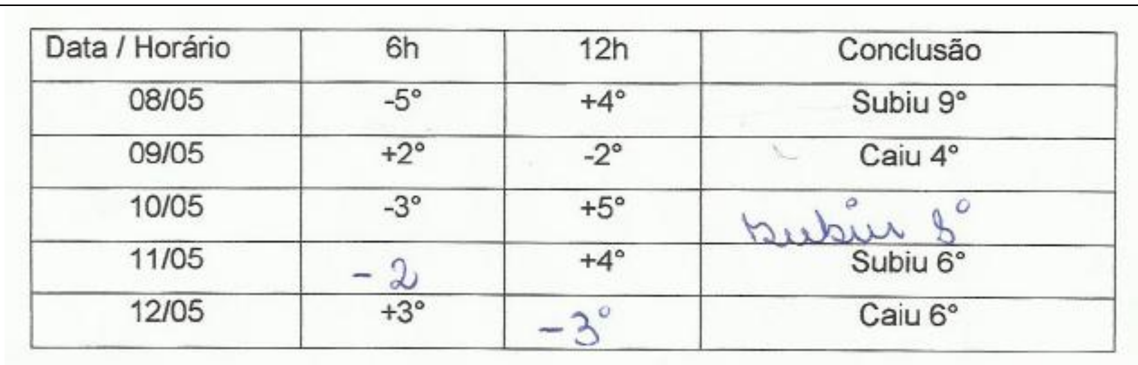
Quadro 44 – Esquema de transformação de medidas



6) Na tabela abaixo, apresentamos o monitoramento da variação da temperatura na cidade de Continhas na segunda semana do mês de Maio. Por alguma falha na impressão da tabela, alguns espaços estão em branco.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
08/05	- 5°	+4°	Subiu 9°
09/05	+2°	-2°	Caiu 4°
10/05	-3°	+5°	
11/05		+4°	Subiu 6°
12/05	+3°		Caiu 6°

Por fim, na última atividade, em que aparecem temperaturas positivas e negativas, verificamos que seis duplas preencheram corretamente todos os espaços em branco da tabela, duas duplas acertaram parcialmente o preenchimento dos valores e quatro duplas apresentaram apenas um ou nenhum acerto no preenchimento da tabela. Abaixo apresentamos um exemplo de cada situação mencionada.



Data / Horário	6h	12h	Conclusão
08/05	-5°	+4°	Subiu 9°
09/05	+2°	-2°	Caiu 4°
10/05	-3°	+5°	Subiu 8°
11/05	- 2	+4°	Subiu 6°
12/05	+3°	- 3°	Caiu 6°

Figura 156 – Atividade 6 da aula 14 – resposta 1

Observamos nesta resposta, que o aluno compreende as transformações associadas a cada questão, preenchendo corretamente a tabela da atividade.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
08/05	-5°	+4°	Subiu 9°
09/05	+2°	-2°	Caiu 4°
10/05	-3°	+5°	SUBIU 2°
11/05	-2	+4°	Subiu 6°
12/05	+3°	-3°	Caiu 6°

Figura 157 – Atividade 6 da aula 14 – resposta 2

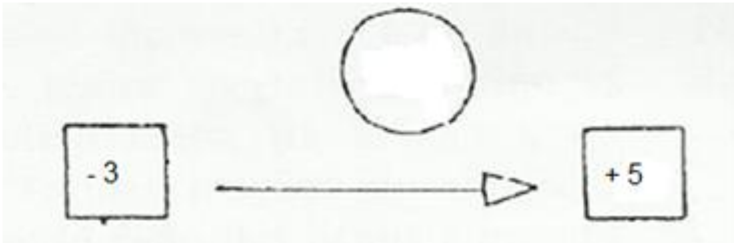
Ao observarmos a resposta acima, verificamos apenas um erro relativo ao dia 10/05. Acreditamos que tal erro esteja associado ao fato de o aluno adicionar os valores relativos, como se estivesse compondo duas transformações.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
08/05	-5°	+4°	Subiu 9°
09/05	+2°	-2°	Caiu 4°
10/05	-3°	+5°	Subiu 2
11/05	-10	+4°	Subiu 6°
12/05	+3°	-9	Caiu 6°

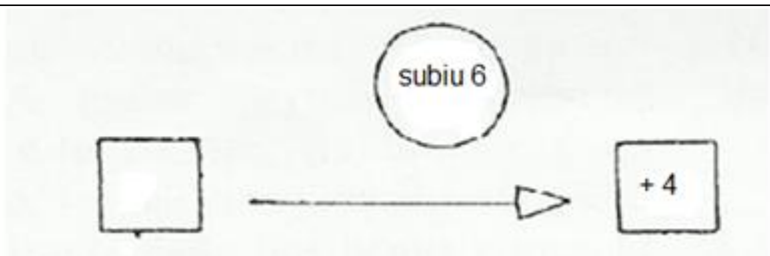
Figura 158 – Atividade 6 da aula 14 – resposta 3

Na resposta acima, verificamos que o raciocínio equivocado, observado na resposta anterior, se repete e é utilizado pelo aluno em todas as linhas da tabela, ou seja, as medidas (temperaturas) apenas são adicionadas, como se houvesse uma composição de transformações. Abaixo apresentamos esquemas que ilustram os raciocínios por nós esperados.

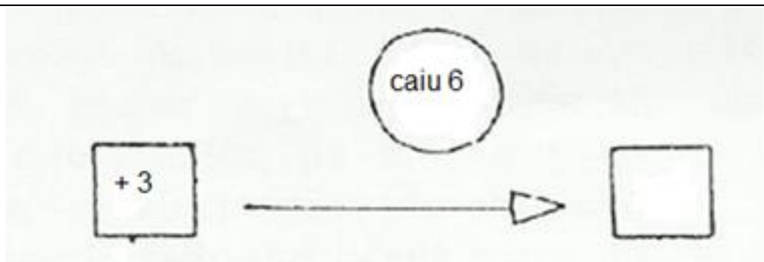
Quadro 45 - Raciocínio esperado relativo à terceira linha – 10/05



Quadro 46 - Raciocínio esperado relativo à quarta linha – 11/05



Quadro 47 - Raciocínio esperado relativo à quinta linha – 12/05



Ao compararmos o desempenho dos alunos nas duas últimas atividades, observamos uma maior dificuldade no desenvolvimento da última, principalmente quando na atividade apareciam temperaturas negativas. Verificamos que a dificuldade da atividade é agravada ao propormos a inversão de uma operação, principalmente envolvendo números negativos.

3.15 RELATO DA AULA 15

No décimo quinto encontro, propusemos o desenvolvimento de atividades que objetivavam, a partir das atividades introdutórias realizadas no encontro anterior, desenvolver e encaminhar a formalização do conceito da operação subtração de números relativos. Para tanto, procuramos disponibilizar atividades atreladas, sempre que possível, a situações que se aproximassem da realidade dos alunos e que proporcionassem a compreensão da operação subtração a partir da releitura do conceito anteriormente formalizado: a adição de números relativos.

É importante destacar que no desenvolvimento do estudo da operação subtração houve um grande número de alunos ausentes no decorrer das aulas, fator que dificultou e prejudicou o desenvolvimento das atividades.

A seguir, apresentamos o material impresso disponibilizado aos alunos.

Quadro 48 – Atividades da aula 15

1) A tabela abaixo indica o número de gols marcados, o número de gols sofridos e o saldo de gols de uma equipe de futsal em cada uma das cinco rodadas do campeonato brasileiro de futsal. Observe que a tabela possui espaços em branco. Portanto, com muita atenção, complete os espaços em branco da tabela observando as informações disponíveis em cada rodada.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	5	7	
2° Rodada	7		– 3
3° Rodada		1	+7
4° Rodada	3		– 1
5° Rodada	10	8	

Responda:

a) De que modo podemos calcular o saldo de gols de um time? Justifique sua resposta.

b) Agora complete a tabela acima.

c) Observe a continha que podemos escrever para calcular o saldo de gols (considere gols marcados como positivos e gols sofridos como negativos)...

(+5) + (-7) = - 2

Agora escreva uma continha para cada rodada restante.

2) Observe as seguintes continhas...

6 + 1 = 7 e logo, 7 – 1 = 6

Agora observe a continha abaixo:

___ + 8 = 10

Qual é o valor que completa a continha acima ?

E se a continha fosse 10 - 8 = ___

Que valor completaria o espaço acima?

Por fim, podemos dizer que

(__) + (+ 8) = +10 e que

(+10) – (+ 8) = (___)

Agora, voltando à tabela de gols, calcule:

(+10) + (– 8) = ___

Sendo assim, podemos dizer que (+ 10) – (+ 8) = (+10) + (–8) ? Justifique.

3) Agora, refletindo sobre a atividade anterior, calcule:

a) (+9) + (___) = (+15)
b) (+15) – (___) = (+ 6)

4) Ainda refletindo sobre os exercícios anteriores, calcule o valor de cada expressão ou do termo desconhecido:

a) (– 3) + (___) = + 5
b) (+ 5) – (– 3) = (___)
c) (+ 7) + (___) = + 4
d) (+ 4) – (+ 7) = (___)
e) (– 4) + (___) = – 5
f) (– 5) – (– 4) = (___)

5) Nas expressões abaixo, alguns espaços estão em branco... Como podemos descobrir os valores que faltam para completar estes espaços? Justificar.

a) (+ 5) + (__) = (– 7)
b) (__) + (– 6) = (– 8)
c) (– 7) + (___) = (+ 7)

A seguir, após a reprodução do enunciado de cada uma das atividades propostas, comentamos as respostas dos alunos.

1) A tabela abaixo indica o número de gols marcados, o número de gols sofridos e o saldo de gols de uma equipe de futsal em cada uma das cinco rodadas do campeonato brasileiro de futsal. Observe que a tabela possui espaços em branco. Portanto, com muita atenção, complete os espaços em branco da tabela observando as informações disponíveis em cada rodada.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	5	7	
2° Rodada	7		– 3
3° Rodada		1	+7
4° Rodada	3		– 1
5° Rodada	10	8	

Responda:

a) De que modo podemos calcular o saldo de gols de um time? Justifique sua resposta.

Neste primeiro item, obtivemos as mais variadas respostas. Dezessete alunos sugeriram a associação do saldo de gols à operação adição de números relativos. Abaixo destacamos duas respostas.

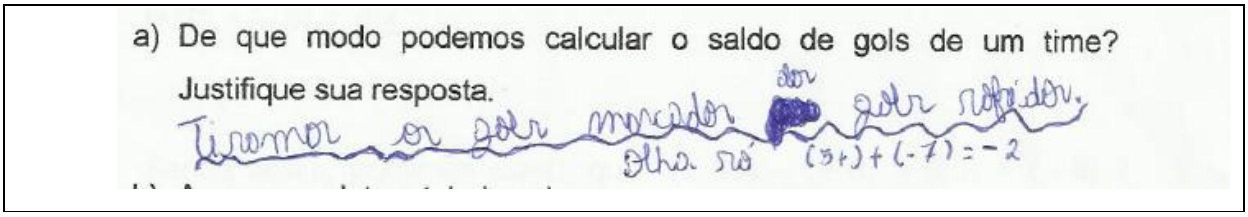


Figura 159 – Aula 15 – atividade 1 questão *a* – resposta 1

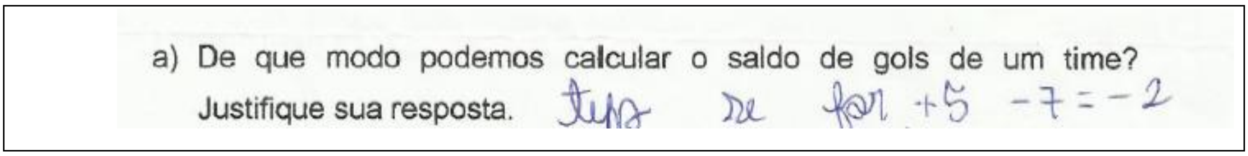


Figura 160 – Aula 15 – atividade 1 questão *a* – resposta 2

Como podemos observar, nas duas respostas relatadas, os alunos associam ou compreendem os número de gols marcados como positivos e o número de gols sofridos como negativos. Desta forma os alunos, de modo geral, associaram suas respostas à operação adição de números relativos.

Também constatamos que quatro alunos apresentaram respostas sem justificativas como, por exemplo, “calculando” ou “depende”. Por fim, dois alunos não apresentaram nenhuma justificativa, deixando a questão “em branco”.

b) Agora complete a tabela acima.

Nesta segunda atividade, verificamos que dez alunos preencheram a tabela corretamente. Dois alunos obtiveram êxito parcial, apresentando um ou dois erros no preenchimento da tabela. Por fim, onze alunos não obtiveram o desempenho esperado, pois apresentaram três ou mais erros no preenchimento da tabela. Abaixo, comentamos três respostas apresentadas: uma com o preenchimento correto, a segunda com o preenchimento parcialmente correto e a terceira apresentando mais de dois erros de preenchimento.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	5	7	−2
2° Rodada	7	10	– 3
3° Rodada	8	1	+7
4° Rodada	3	4	– 1
5° Rodada	10	8	+ 2

Figura 161 – Aula 15 – atividade 1 questão *b* – resposta 1

Na resposta acima, observamos que o aluno preenche corretamente os espaços em branco da tabela, demonstrando a compreensão das subtrações envolvidas na obtenção do saldo de gols, positivo ou negativo.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	5	7	−2
2° Rodada	7	4	−3
3° Rodada	8	1	+7
4° Rodada	3	2	−1
5° Rodada	10	8	+2

Figura 162 – Aula 15 – atividade 1 questão *b* – resposta 2

Nesta resposta, verificamos que o aluno preenche corretamente os espaços "em branco" relativos às 1ª, 3ª e 5ª rodadas e apresenta respostas incorretas nas demais rodadas. Ao refletir sobre as respostas, observamos que os acertos relativos à 1ª rodada e à 5ª rodada indicam a compreensão da operação adição de números relativos, pois trata de somar (+5) + (-7) e (+10)+(-8). Com relação à 3ª rodada, observamos que o baixo número de gols sofridos, associado a um saldo de gols positivo, pode ter facilitado a análise do aluno. Por fim, nas respostas relativas às demais rodadas (2ª e 4ª), em que é preciso inverter uma adição de números relativos, verificamos que o aluno completou as lacunas considerando um saldo positivo, ao invés de negativo, o que indica que o aluno considera o sinal do saldo como o sinal da operação, mostrando que não compreendeu a composição envolvida na situação.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de Gols
1° Rodada	5	7	−2
2° Rodada	7	4	−3
3° Rodada	6	1	+7
4° Rodada	3	2	−1
5° Rodada	10	8	−2

Figura 163 – Aula 15 – atividade 1 questão *b* – resposta 3

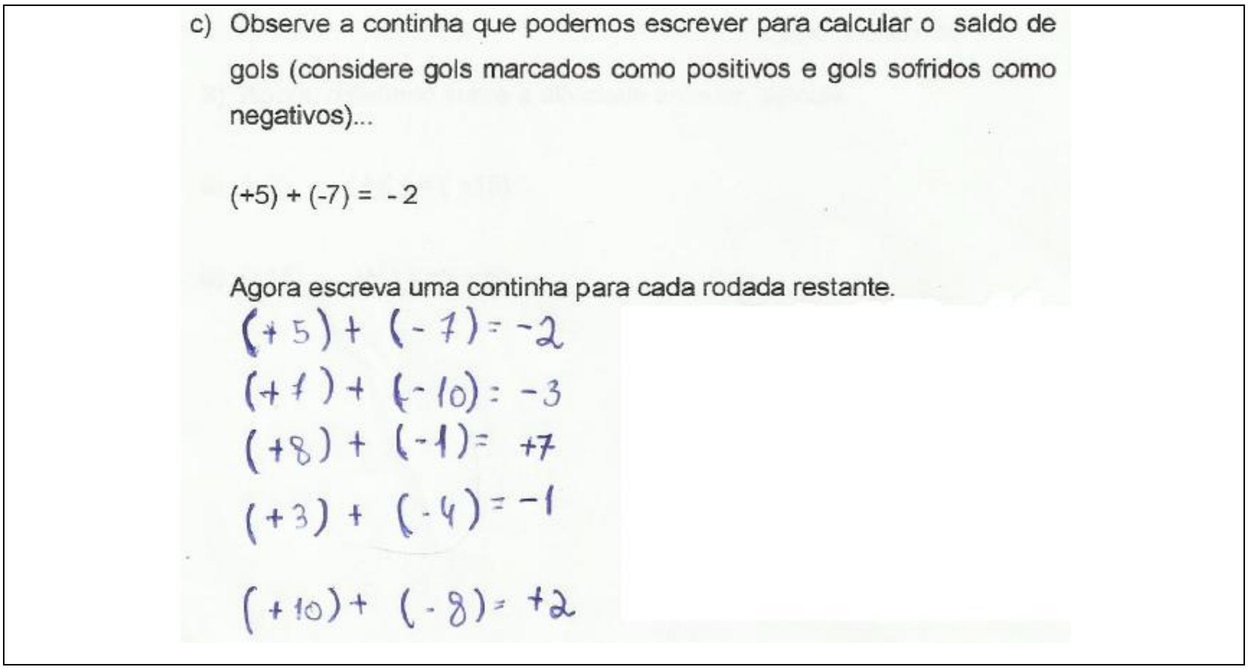
Nesta terceira resposta, verificamos que o aluno atribui respostas incorretas à maioria dos itens. Na segunda e na quarta rodadas, o aluno repete os erros da resposta anterior. De modo mais amplo, percebemos que o aluno considera o sinal do saldo como sendo o sinal da operação, o que vem a demonstrar, novamente nesta resposta, a dificuldade de compreensão da composição proposta na atividade.

c) Observe a continha que podemos escrever para calcular o saldo de gols (considere gols marcados como positivos e gols sofridos como negativos)...

$$(+5) + (-7) = -2$$

Agora escreva uma continha para cada rodada restante.

Neste terceiro item, observamos que os dez alunos que preencheram corretamente a tabela, conseguiram escrever e responder corretamente o cálculo proposto, como na resposta a seguir.


c) Observe a continha que podemos escrever para calcular o saldo de gols (considere gols marcados como positivos e gols sofridos como negativos)...

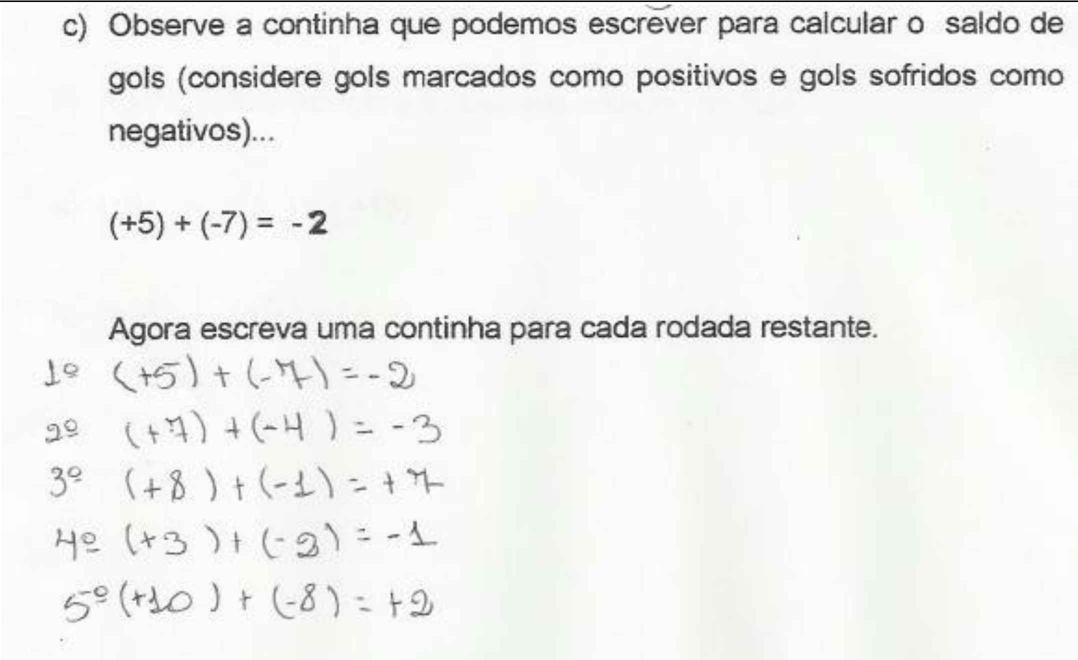
(+5) + (-7) = -2

Agora escreva uma continha para cada rodada restante.

(+5) + (-7) = -2
(+7) + (-10) = -3
(+8) + (-1) = +7
(+3) + (-4) = -1
(+10) + (-8) = +2

Figura 164 – Aula 15 – atividade 1 questão *c* – resposta 1

Como verificamos anteriormente, dois alunos acertaram parcialmente o preenchimento da tabela de gols. No item *c*, esses alunos “montaram” corretamente o cálculo proposto, porém, do mesmo modo que no preenchimento da tabela, não efetuaram corretamente duas delas, trocando o sinal do saldo. A seguir, destacamos um exemplo de resposta.



c) Observe a continha que podemos escrever para calcular o saldo de gols (considere gols marcados como positivos e gols sofridos como negativos)...

(+5) + (-7) = -2

Agora escreva uma continha para cada rodada restante.

1º (+5) + (-7) = -2

2º (+7) + (-4) = -3

3º (+8) + (-1) = +7

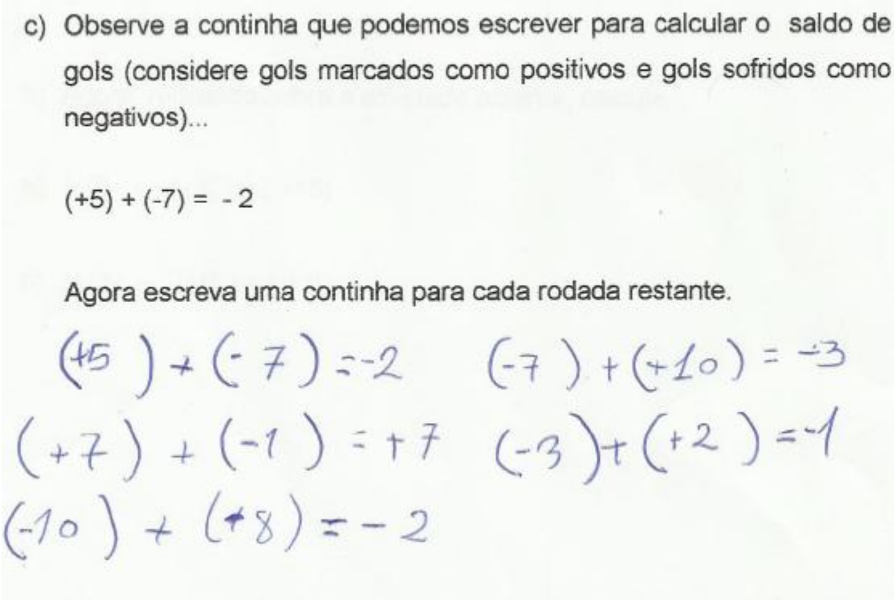
4º (+3) + (-2) = -1

5º (+10) + (-8) = +2

Figura 165 – Aula 15 – atividade 1 questão *c* – resposta 2

As respostas incorretas que podemos observar na resposta acima, reforçam a ideia anteriormente relatada da dificuldade enfrentada por tais alunos na subtração de números relativos.

Por fim, observamos que os onze alunos que não preencheram corretamente a tabela de gols apresentaram erros na escrita dos cálculos, ou erros de interpretação (considerando gols marcados como negativos, por exemplo) ocasionando a montagem equivocada do cálculo (demonstrando coerência com as respostas atribuídas no preenchimento da tabela), apenas erros de cálculo ou erros de interpretação e cálculo. A seguir, apresentamos um exemplo de resposta.



c) Observe a continha que podemos escrever para calcular o saldo de gols (considere gols marcados como positivos e gols sofridos como negativos)...

(+5) + (-7) = - 2

Agora escreva uma continha para cada rodada restante.

(+5) + (-7) = -2   (-7) + (+10) = +3
(+7) + (-1) = +7   (-3) + (+2) = -1
(-10) + (+8) = -2

Figura 166 – Aula 15 – atividade 1 questão *c* – resposta 3

2) Observe as seguintes continhas...

6 + 1 = 7 e logo, 7 – 1 = 6

Agora observe a continha abaixo:

___ + 8 = 10

Qual é o valor que completa a continha acima?

Todos os alunos sugeriram como resposta o valor correto: 2, invertendo a adição do enunciado.

E se a continha fosse 10 - 8 = ___

Que valor completaria o espaço acima?

Novamente, todos os alunos presentes deram como resposta o valor 2.

Por fim, podemos dizer que

(__) + (+ 8) = +10 e que

(+10) – (+ 8) = (___)

Agora, voltando à tabela de gols, calcule:

(+10) + (– 8) = ___

Novamente todos os alunos sugeriram como resposta: +2.

Sendo assim, podemos dizer que (+ 10) – (+ 8) = (+10) + (–8)? Justifique.

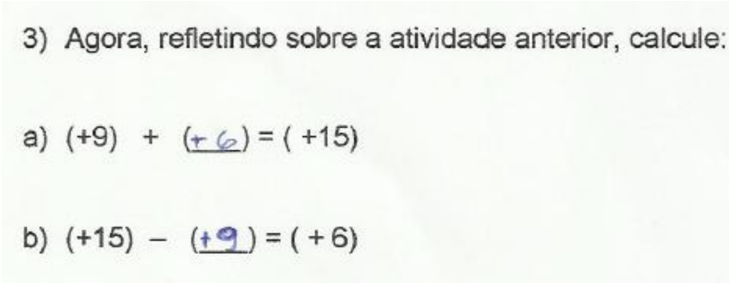
Nesta questão, dezoito alunos concordaram com a afirmação proposta justificando que, apesar de as duas contas proporem operações diferentes, nas mesmas obtém-se “mesmo resultado”. Dois alunos responderam que se tratam de contas “diferentes”. Dois alunos não concordaram com a afirmação; um aluno alegou que discordava da afirmação “apesar de as respostas das questões serem as mesmas” e o outro aluno apresentou, em sua justificativa, erro de cálculo (apesar de preencher corretamente os dados anteriores propostos neste item da atividade, o aluno considerou – 2 como resposta da expressão (+10) + (-8)) , de modo que para ele a igualdade era inválida. Por fim, um aluno não apresentou resposta, deixando a questão “em branco”.

3) Agora, refletindo sobre a atividade anterior, calcule:

a) (+9) + (___) = (+15)

b) (+15) – (___) = (+ 6)

Nesta terceira atividade proposta, observamos que dezoito alunos responderam corretamente as questões propostas. A seguir, apresentamos um exemplo de resposta.



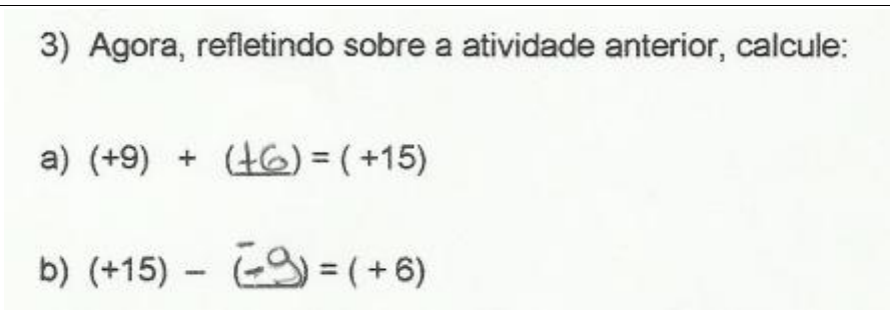
3) Agora, refletindo sobre a atividade anterior, calcule:

a) (+9) + (+ 6) = (+15)

b) (+15) – (+9) = (+ 6)

Figura 167 – Aula 15 – atividade 3 – resposta 1

Cinco alunos apresentaram respostas incorretas para as atividades propostas. A seguir, apresentamos dois exemplos de resposta em que observamos erros.

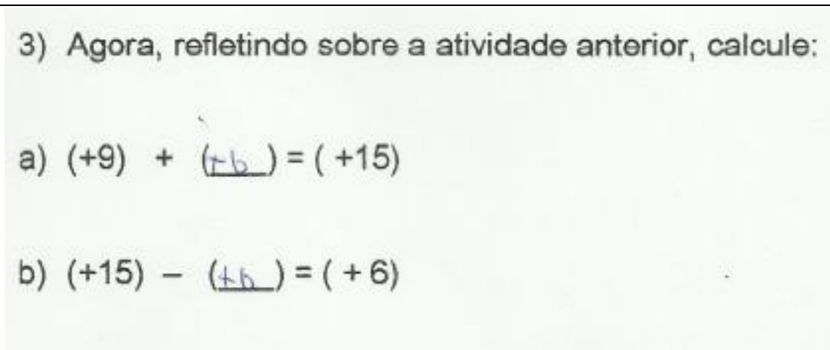

3) Agora, refletindo sobre a atividade anterior, calcule:

a) (+9) + (+6) = (+15)

b) (+15) – (-9) = (+ 6)

Figura 168 – Aula 15 – atividade 3 – resposta 1

Na resposta 1, observamos que o aluno apenas tenta reproduzir o raciocínio da atividade anterior, porém o sinal “ – “ antes do 9, no segundo item, indica que o aluno não compreendeu a inversão envolvida na operação subtração de números relativos. O aluno trata o duplo sinal de menos como um único sinal de menos indicativo da operação.


3) Agora, refletindo sobre a atividade anterior, calcule:

a) (+9) + (+6) = (+15)

b) (+15) – (+6) = (+ 6)

Figura 169 – Aula 15 – atividade 3 – resposta 2

Quanto à resposta 2, observamos que o aluno indica a mesma resposta para os dois itens, demonstrando a não compreensão da atividade e, por consequência, da operação envolvida.

As questões 4 e 5 deste plano de aula foram desenvolvidas em um período de aula separado das demais atividades; no desenvolvimento destas duas atividades observamos o não comparecimento de 4 alunos que desenvolveram a primeira parte das atividades. A seguir, apresentamos a resolução da quarta atividade.

4) Ainda refletindo sobre os exercícios anteriores, calcule o valor de cada expressão ou do termo desconhecido:

a) (– 3) + (___) = + 5

b) (+ 5) – (– 3) = (___)

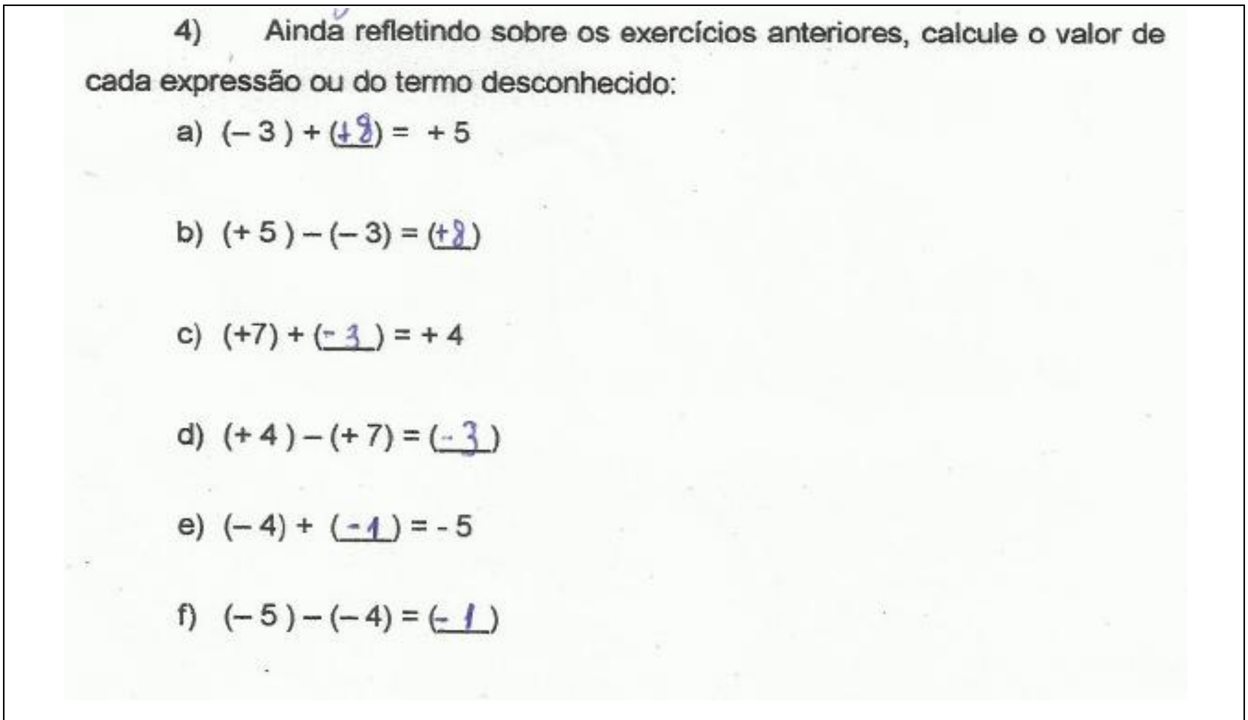
c) (+ 7) + (___) = + 4

d) (+ 4) – (+ 7) = (___)

e) (– 4) + (___) = - 5

f) (– 5) – (– 4) = (___)

Verificamos que oito alunos responderam corretamente a questão. Cinco alunos apresentaram respostas corretas em, no mínimo, quatro dos seis itens propostos. Por fim, cinco alunos apresentaram respostas corretas em menos de quatro itens, desempenho considerado não satisfatório. A seguir, para cada tipo de desempenho descrito anteriormente, apresentamos um exemplo de resposta dada por um aluno da turma.



4) Ainda refletindo sobre os exercícios anteriores, calcule o valor de cada expressão ou do termo desconhecido:

a) (– 3) + (+8) = + 5

b) (+ 5) – (– 3) = (+8)

c) (+7) + (- 3) = + 4

d) (+ 4) – (+ 7) = (- 3)

e) (– 4) + (- 1) = - 5

f) (– 5) – (– 4) = (- 1)

Figura 169 – Aula 15 – atividade 4 – resposta 1

4) Ainda refletindo sobre os exercícios anteriores, calcule o valor de cada expressão ou do termo desconhecido:

a) (– 3) + (-2) = + 5

b) (+ 5) – (– 3) = (+2)

c) (+7) + (+3) = + 4

d) (+ 4) – (+ 7) = (-3)

e) (– 4) + (-1) = - 5

f) (– 5) – (– 4) = (-1)

Figura 170 – Aula 15 – atividade 4 – resposta 2

Na resposta acima, verificamos que o aluno apresenta erros em dois itens. No item *c*, observamos que o aluno destaca parte do sinal "+", sugerindo a atribuição do sinal "-" como resposta (que seria correta). Em relação ao item *b* desta resposta, verificamos que o aluno ignorou um dos sinais de menos.

4) Ainda refletindo sobre os exercícios anteriores, calcule o valor de cada expressão ou do termo desconhecido:

a) (– 3) + (+8) = + 5

b) (+ 5) – (– 3) = (+2)

c) (+7) + (-3) = + 4

d) (+ 4) – (+ 7) = (+11)

e) (– 4) + (-1) = - 5

f) (– 5) – (– 4) = (-9)

Figura 171 – Aula 15 – atividade 4 – resposta 3

Nesta resposta, observamos que o aluno considera, em todas as questões, apenas a operação adição de números relativos, desconsiderando a operação subtração proposta em alguns itens. Consideramos que tal erro pode estar associado a uma ideia de aceitação da operação adição de números relativos em todos os itens, ignorando o sinal que indica a operação subtração de números relativos quando solicitado.

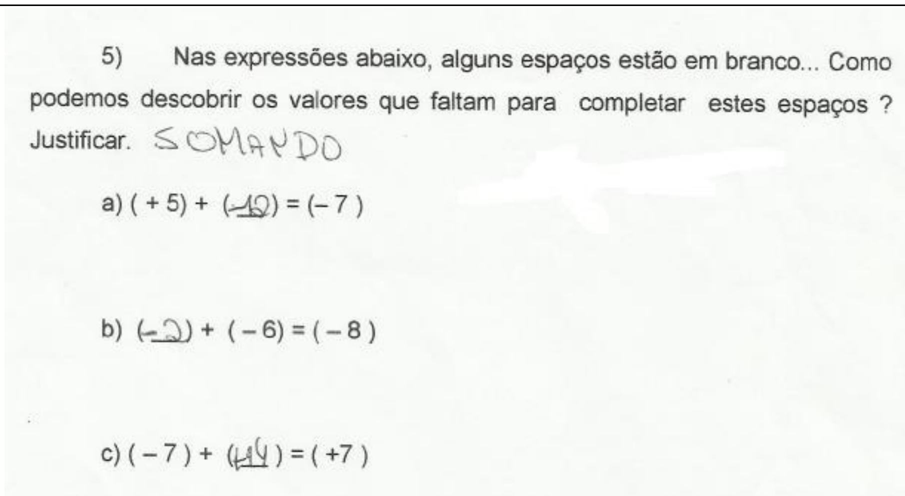
5) Nas expressões abaixo, alguns espaços estão em branco... Como podemos descobrir os valores que faltam para completar estes espaços? Justificar.

a) (+ 5) + (__) = (– 7)

b) (__) + (– 6) = (– 8)

c) (– 7) + (__) = (+ 7)

Ao observar as respostas para esta quinta atividade, verificamos que dez alunos acertaram as três questões, três alunos acertaram duas das três questões propostas e cinco alunos acertaram apenas uma das três questões. Por fim, convém destacar que apenas dois alunos apresentaram justificativas para suas respostas. A seguir, para cada tipo de desempenho descrito, apresentamos um exemplo de resposta de um dos alunos da turma.



5) Nas expressões abaixo, alguns espaços estão em branco... Como podemos descobrir os valores que faltam para completar estes espaços ? Justificar. SOMANDO

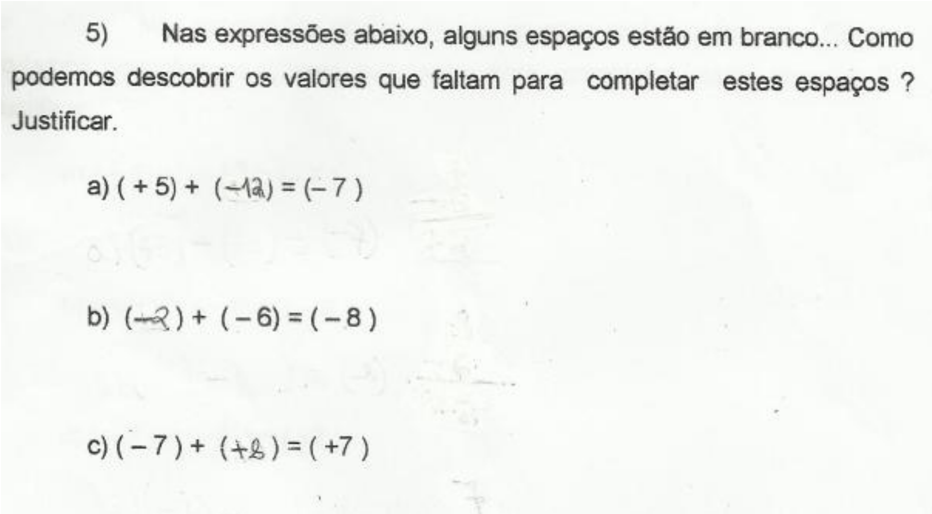
a) (+ 5) + (–12) = (– 7)

b) (–2) + (– 6) = (– 8)

c) (– 7) + (+14) = (+7)

Figura 172 – Aula 15 – atividade 5 – resposta 1

Na resposta acima, verificamos que o aluno atribui valores corretos nas questões propostas, porém apenas escreve, para justificar sua resposta, que está "somando", o que indica que o aluno não pensa na subtração de números relativos como operação inversa da adição.


5) Nas expressões abaixo, alguns espaços estão em branco... Como podemos descobrir os valores que faltam para completar estes espaços ? Justificar.

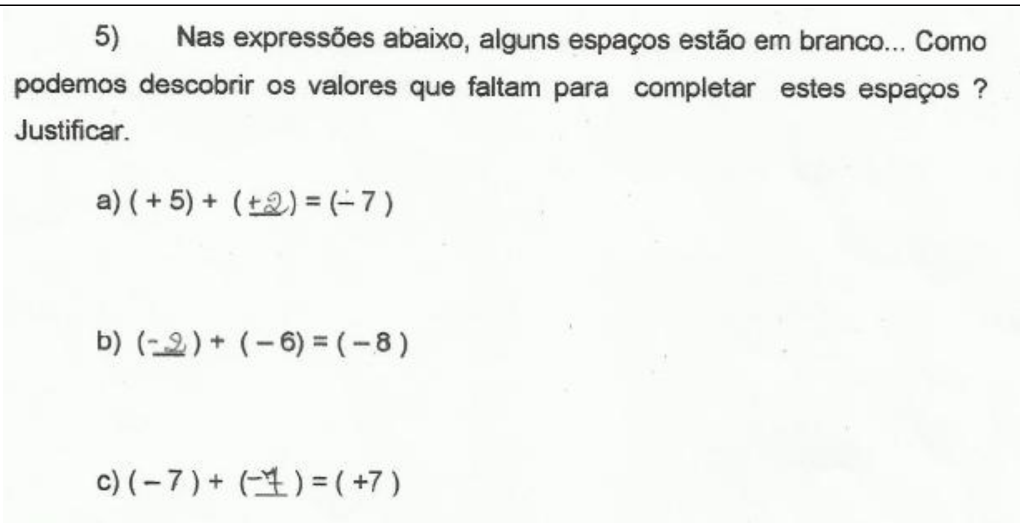
a) (+ 5) + (−12) = (− 7)

b) (−2) + (− 6) = (− 8)

c) (− 7) + (+8) = (+7)

Figura 173 – Aula 15 – atividade 5 – resposta 2

Na resposta acima, verificamos que o aluno responde de forma correta apenas as duas primeiras questões. Em relação à resposta para a terceira questão, acreditamos que tenha havido falta de atenção.


5) Nas expressões abaixo, alguns espaços estão em branco... Como podemos descobrir os valores que faltam para completar estes espaços ? Justificar.

a) (+ 5) + (+2) = (− 7)

b) (−2) + (− 6) = (− 8)

c) (− 7) + (−1) = (+7)

Figura 174 – Aula 15 – atividade 5 – resposta 3

Ao observar as respostas incorretas dadas acima, verificamos, em relação ao primeiro item, que o aluno efetua uma soma de valores absolutos e desconsidera o sinal indicado na resposta. Em relação ao terceiro item, que em nossa percepção apresenta um grau maior de dificuldade, pois envolve números com sinais diferentes, acreditamos que o aluno não tenha mobilizado a ideia de simetria (pois, para chegar de -7 a +7 é preciso somar 7 duas vezes).

3.16 RELATO DA AULA 16

Inicialmente propusemos, neste décimo sexto encontro, retomar e ampliar a idéia da operação subtração de números relativos, com o objetivo de, ao final do encontro, formalizar essa operação.

Abaixo destacamos as atividades planejadas para este encontro. Nelas, procuramos proporcionar, além de problemas e exercícios contextualizados, uma atividade lúdica, de modo a estimular a compreensão da ideia de subtração de números positivos e negativos.

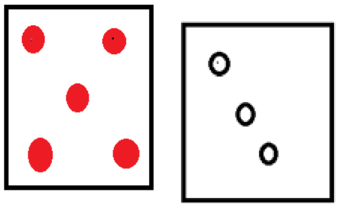
Quadro 49 – Atividade aula 16

1) No início do ano, Jonas tinha muitas canetas, ao longo do ano perdeu 14 e ficou com 32. Quantas canetas Jonas tinha no início do ano?

2) Pedro tinha um saco de bolinhas de gude. Ao longo da semana ganhou 17 e ficou com 41 bolinhas. Quantas bolinhas Pedro tinha inicialmente?

3) Este jogo é composto por cartas com bolinhas brancas e cartas com bolinhas vermelhas. Cada bolinha branca equivale a um ponto positivo e cada bolinha vermelha a um ponto negativo. Sabemos que um ponto positivo e um ponto negativo se anulam.

Observe as cartas disponíveis:



Regras do jogo:

→ Devem ser formados grupos de 3 ou 4 jogadores.

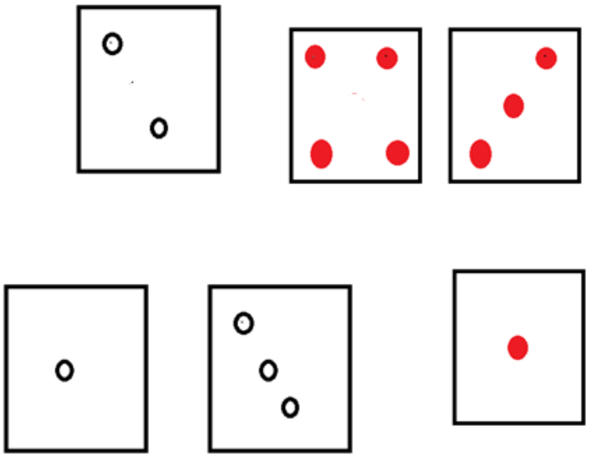
→ Cada jogador deverá receber 6 cartas e, após analisar, descartar 2 delas.

→ Após descartar 2 cartas, cada jogador deverá verificar o saldo de pontos que ainda possui.

Será considerado vencedor o jogador que obtiver o maior saldo de pontos.

4) Agora vamos pensar...

Imagine que você receba as seguintes cartas:



a) Qual é o total dos pontos das cartas?

b) Se tirar a carta de 3 pontos brancos das cartas acima, passarei a ter mais ou menos pontos? Quantos?

c) Escreva uma continha que expresse a situação descrita acima.

d) Se tirar a carta de 5 pontos vermelhos das cartas acima, passarei a ter mais ou menos pontos? Quantos?

Cada grupo deve responder as seguintes questões no material impresso:

a) Que conclusão pode-se tirar do jogo de cartas ?

b) Podemos dizer que subtrair um número positivo é o mesmo que ______________.

c) Podemos dizer que subtrair um número negativo é o mesmo que ______________.

d) Podemos dizer que subtrair um número positivo ou negativo é ______________.

e) Cada grupo deverá criar uma “regra” para continhas de subtração.

f) Cada grupo deverá escrever no quadro a regra elaborada.

Lembre-se: Todas as respostas são importantes...

No momento adequado defenda a resposta do seu grupo.

5) Vamos refletir um pouquinho ...

a) (+7) + (___) = + 4

b) (+ 4) – (+ 7) = (___)

c) (– 3) + (__) = + 5

d) (+ 5) – (– 3) = (__)

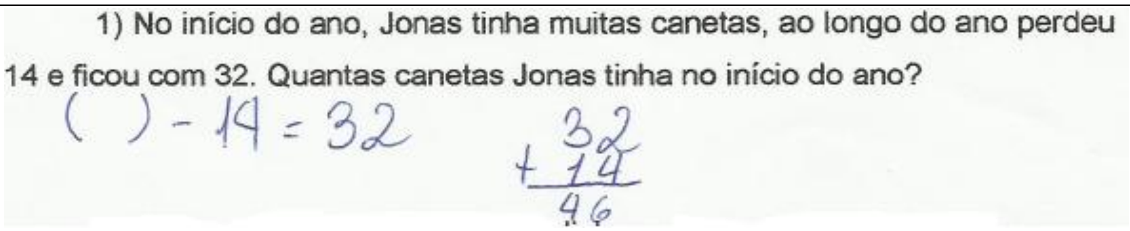
Ao entrar na sala de aula, no início deste encontro, novamente constatamos um razoável número de ausências. Ao questionar a turma sobre as ausências, obtive como resposta que alguns estavam doentes, outro havia trocado de escola e outros simplesmente não haviam comparecido à aula.

Inicialmente, serão relatadas as três primeiras atividades, que foram trabalhadas no décimo sétimo encontro e, num segundo momento, as demais atividades, trabalhadas no encontro posterior.

A seguir, após a reprodução do enunciado de cada uma das atividades propostas, comentamos as respostas dos alunos.

1) No início do ano, Jonas tinha muitas canetas, ao longo do ano perdeu 14 e ficou com 32. Quantas canetas Jonas tinha no início do ano?

Nesta atividade, todos os alunos responderam que Jonas tinha 46 canetas no início do ano. Doze alunos escreveram a expressão inicial e demonstraram o cálculo utilizado para justificar a resposta. Os demais apenas demonstraram o cálculo. A seguir apresentamos uma resposta de um aluno.


1) No início do ano, Jonas tinha muitas canetas, ao longo do ano perdeu 14 e ficou com 32. Quantas canetas Jonas tinha no início do ano?

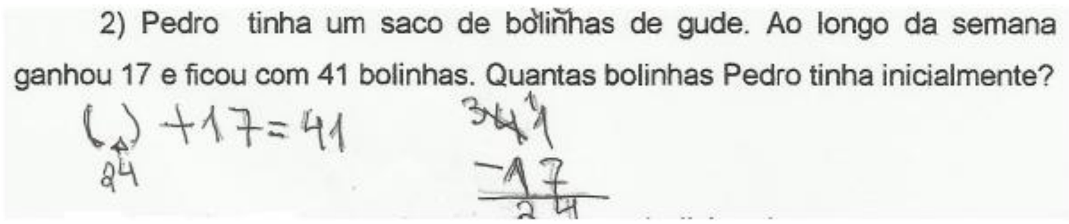
$(\quad) - 14 = 32$

$$\begin{array}{r} 32 \\ +\ 14 \\ \hline 46 \end{array}$$

Figura 175 – Aula 15 – atividade 1

2) Pedro tinha um saco de bolinhas de gude. Ao longo da semana ganhou 17 e ficou com 41 bolinhas. Quantas bolinhas Pedro tinha inicialmente?

Novamente verificamos um grande índice de acertos nesta questão, pois dezessete alunos responderam corretamente que Pedro possuía, inicialmente, 24 bolinhas. Apenas um aluno não respondeu a questão. A seguir apresentamos uma das respostas dadas para essa questão.



2) Pedro tinha um saco de bolinhas de gude. Ao longo da semana ganhou 17 e ficou com 41 bolinhas. Quantas bolinhas Pedro tinha inicialmente?

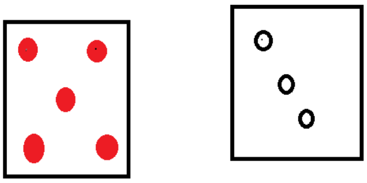
( ) +17 = 41
24

$\begin{array}{r} 41 \\ -17 \\ \hline 24 \end{array}$

Figura 176 – Aula 15 – atividade 2

Após os alunos responderem individualmente cada uma das duas primeiras questões, questionamos a turma sobre as respostas dadas. Todos os alunos que se manifestaram responderam corretamente. Não houve discordâncias.

3) Este jogo é composto por cartas com bolinhas brancas e cartas com bolinhas vermelhas. Cada bolinha branca equivale a um ponto positivo e cada bolinha vermelha a um ponto negativo. Sabemos que um ponto positivo e um ponto negativo se anulam.
Observe abaixo as cartas disponíveis:



Regras do jogo:

→ Devem ser formados grupos de 3 ou 4 jogadores.

→ Cada jogador deverá receber 6 cartas e, após analisar, descartar 2 delas.

→ Após descartar 2 cartas, cada jogador deverá verificar o saldo de pontos que ainda possui.

Será considerado vencedor o jogador que obtiver o maior saldo de pontos.

Inicialmente, sugerimos a leitura coletiva da atividade. Não houve questionamentos.

Formados os grupos, procedemos à distribuição das cartas do jogo.

No desenvolvimento da atividade, observamos que três grupos iniciaram a leitura das regras novamente, e outros dois grupos solicitaram a nossa atenção, alegando a não compreensão do significado da palavra “descartar”. Ao longo da atividade, outro grupo solicitou nossa presença. O aluno Bh fez o interessante questionamento: “Sor, ganha quem fizer o maior número de pontos brancos ou vermelhos?”. Observamos: “Ora, vamos pensar nos exercícios do encontro anterior, quando trabalhamos a tabela de saldo de gols ...” . Antes mesmo de finalizar minha colocação, o aluno Ra observou “Claro sor, ganha quem tiver maior saldo positivo como no saldo de gols...”. Os colegas do grupo concordaram e não houve outros questionamentos.

Durante o desenvolvimento da atividade, verificamos que, em alguns grupos, havia alunos que ainda estavam em dúvida sobre o descarte das cartas. Houve a necessidade de intervir em apenas mais um grupo. Verificamos que normalmente os componentes dos grupos procuravam ajudar seus colegas quanto ao entendimento das regras da atividade.

Após duas rodadas “teste”, informamos os alunos que na terceira rodada faríamos o registro preciso da atividade. Para tanto, seriam distribuídas planilhas que deveriam ser preenchidas com os resultados obtidos. Abaixo apresentamos a planilha utilizada na atividade.

Quadro 50 – Planilha de pontos do jogo de cartas com descarte

Nome	Total de pontos brancos	Total de pontos vermelhos	Saldo	Cartas descartadas	Saldo após o descarte

Desta forma, procedemos com a distribuição de uma planilha por grupo. Neste momento, não houve questionamentos.

Com o desenvolvimento do jogo, todos os grupos fizeram questionamentos quanto ao preenchimento da planilha. O questionamento mais frequente foi: “podemos usar sinais ou letras?”. A resposta sugerida para tal questionamento foi “Podem usar sinais ou letras, o que acharem conveniente”. Outro questionamento de muitos grupos teve relação com o correto preenchimento da tabela. Observamos que alguns grupos não preencheram corretamente a coluna “cartas descartadas”. Neste momento, esclarecemos os alunos sobre o preenchimento da coluna.

A seguir, apresentamos duas planilhas de resultados desta terceira atividade. Observamos, nas respostas, grupos que utilizaram apenas números e sinais e grupos que utilizaram, além dos números e sinais, letras.

Nome	Total de pontos brancos	Total de pontos vermelhos	Saldo	Cartas descartadas	Saldo após o descarte
	+13	- 10	+ 3	-6 e -3	+ 12
	+ 12	- 4	+ 8	-3 e -1	+ 12
	+5	- 18	- 13	-6 e -5	- 2
	+ 12	- 10	+ 2	-4 e -4	+ 10

Figura 177 – Aula 16 – Planilha 1 – atividade 3

Nome	Total de pontos brancos	Total de pontos vermelhos	Saldo	Cartas descartadas	Saldo após o descarte
	+ 14	- 6	+ 8	-1V -5V	+ 14
	+ 10	- 9	+ 1	5V - 9V	+ 10
	+ 18	- 3	+ 15	3V - 1V	+ 18

Figura 178 – Aula 16 – Planilha 2 – atividade 3

Por fim, se faz importante salientar que, ao observarmos o desenvolvimento da atividade, verificamos que muitos "jogadores" contavam o número de pontos brancos e vermelhos para apurar o saldo de pontos e, após o descarte das cartas, efetuavam uma nova contagem dos pontos.

3.17 RELATO DA AULA 17

Neste encontro, procuramos concluir as atividades programadas para a aula anterior. Inicialmente propusemos a retomada do jogo de cartas com pontos vermelhos e brancos, uma vez que no encontro anterior, verificamos a ausência de muitos alunos.

Neste momento, propusemos uma pequena alteração na regra do jogo: a partir deste momento, apenas uma carta seria descartada, a planilha de resultados permanecendo inalterada. Com esta alteração na regra do jogo, procuramos estabelecer, de modo mais claro, possíveis relações do jogo com expressões de subtração de dois números relativos, de modo a incentivar a formalização desta operação. Ao questionar os alunos sobre eventuais dúvidas sobre o jogo, ou sua nova formatação, apenas o aluno Gab, ausente no último encontro, demonstrou não compreender o mesmo. Fiz uma rápida simulação dos procedimentos propostos neste jogo e o aluno Gab afirmou ter compreendido o jogo proposto.

Ao observarmos o desenvolvimento da atividade, verificamos que a maior parte dos alunos continuou a estabelecer uma "contagem dos pontos", porém observamos que dois alunos, durante a realização do jogo, já efetuavam mais rapidamente os cálculos propostos e o saldo de pontos, não necessitando contar o número de bolinhas brancas e vermelhas para efetuar o registro e a apuração do saldo de pontos. O aluno I questionou "Sor, podemos fazer direto, precisa anotar?". Respondi ao aluno que não haveria problemas, desde que a planilha de resultados fosse preenchida corretamente.

Ao longo desta atividade não houve outros questionamentos a respeito do jogo, suas regras ou sobre o preenchimento da planilha. Apenas um grupo registrou que o aluno Ru não estava cumprindo as regras estabelecidas, pois trocava as cartas recebidas por outras, com a finalidade de angariar um maior número de pontos "positivos" e vencer a partida. Conversamos com o aluno sobre a importância da atividade e que "como as cartas são sorteadas, um dos componentes deste jogo é a sorte...".

Figura 179 – Aula 17 – Fotografia:Jogo de cartas com descarte

A seguir, apresentamos duas planilhas com o registro dos resultados obtidos ao longo da atividade.

Nome	Total de pontos brancos	Total de pontos vermelhos	Saldo	Cartas descartadas	Saldo após o descarte
	+8	-10	-2	-4	+2
	+12	-10	+2	-6	+8
	+14	-11	+3	-5	+8
	+8	-13	-5	-6	+3

Figura 180 – Aula 17 – Planilha 1 – atividade 1

Nome	Total de pontos brancos	Total de pontos vermelhos	Saldo	Cartas descartadas	Saldo após o descarte
	B 9	V 10	-1	V4	+3
	B7	V 19	-12	V6	-6
	B11	V 6	+5	V5	+10
	B15	V 7	+8	V4	+12 *

Figura 181 – Aula 17 – Planilha 2 – atividade 1

Em relação à primeira planilha, observamos apenas erro apenas na última linha, na célula saldo após descarte. Acreditamos que tal erro deve-se à falta de atenção na operação com os demais valores obtidos.

Na segunda planilha, observamos que o grupo, ao anotar suas respostas, utilizou em três colunas, letras, e em duas colunas, os sinais correspondentes associados. Podemos verificar que o grupo não comete erros de cálculo. Finalizado o preenchimento das planilhas, solicitamos a um dos grupos a disponibilização dos resultados obtidos. Apenas um grupo se prontificou a divulgar seus resultados. A seguir, segue a planilha deste grupo.

Nome	Total de pontos brancos	Total de pontos vermelhos	Saldo	Cartas descartadas	Saldo após o descarte
	+8	-13	-5	-6	+1
	+10	-13	-3	-5	+2
	+6	-9	-3	-1	-2
	+18	-7	+11	-4	+15

Figura 182 – Aula 17 – Planilha 3 – atividade 1

Inicialmente questionamos os demais grupos acerca dos resultados obtidos pelo grupo. Não houve discordâncias quanto aos dados preenchidos.

Neste momento questionei o grande grupo: “Gente, que significado tem o termo 'tirar' na matemática?” . Imediatamente o aluno An respondeu: “diminuir sor”. Como não houve manifestações de discordância, voltamos a questionar: “Certo, se subtrair é o mesmo que diminuir ou tirar, como podemos subtrair dois números e o resultado aumentar?”.

Imediatamente o aluno Ru questionou: “Como assim sor?”. Ao questionamento, respondi: “observem a tabela e vejam o que aconteceu após o descarte...”. Neste momento não houve outros comentários ou questionamentos.

Após a reflexão anterior, procedemos à distribuição do material impresso abaixo, em que procuramos pontuar algumas reflexões que, ao nosso ver, poderiam contribuir para a formalização da operação subtração de números relativos. Solicitamos a cada aluno o preenchimento do mesmo.

Quadro 51 – Atividades aula 17

Cada grupo deve responder as seguintes questões no material impresso:

Que conclusão pode-se tirar do jogo de cartas?

a) Podemos dizer que subtrair um número positivo é o mesmo que ______________.

b) Podemos dizer que subtrair um número negativo é o mesmo que ______________.

c) Podemos dizer que subtrair um número positivo ou negativo é ______________.

d) Cada grupo deverá criar uma “regra” para continhas de subtração.

e) Cada grupo deverá escrever no quadro a regra elaborada.

Lembre-se: Todas as respostas são importantes...

No momento adequado defenda a resposta do seu grupo.

A seguir, apresentamos cada uma das questões propostas e algumas respostas dadas pelos alunos.

O item *a* desta atividade perguntava: “Que conclusão pode-se tirar do jogo de cartas?”.

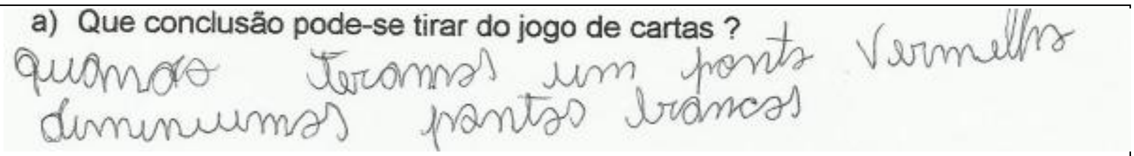

a) Que conclusão pode-se tirar do jogo de cartas ?
quando tiramos um ponto vermelho
diminuimos pontos brancos

Figura 183 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item *a* resposta 1

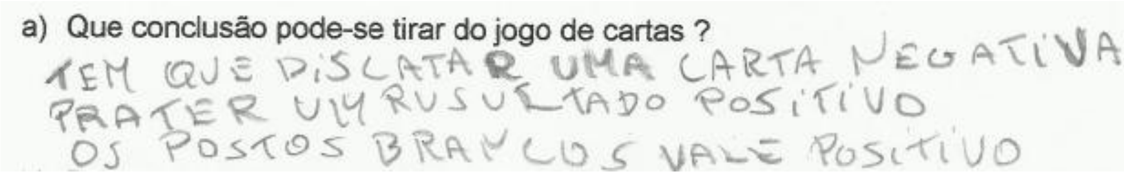

a) Que conclusão pode-se tirar do jogo de cartas ?
TEM QUE DISCATAR UMA CARTA NEGATIVA
PRA TER UM RUSULTADO POSITIVO
OS POSTOS BRANCOS VALE POSITIVO

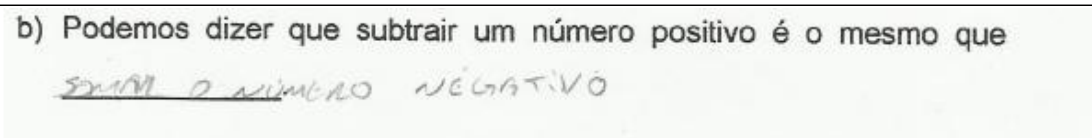
Figura 184 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item *a* resposta 2

Nas respostas acima, observamos que os alunos apresentam forte associação entre pontos brancos e vermelhos e os sinais correspondentes: positivo e negativo. Na primeira resposta, o aluno demonstra uma certa confusão em sua resposta. Tal equívoco pode estar associado a dificuldades de compreensão do teorema em ação construído (um ponto vermelho anula um ponto branco). Também podemos observar a interessante relação atrelada à operação subtração de números relativos comentada na segunda sugestão: “tem que descartar uma carta negativa para ter um saldo positivo”.

É importante destacar que, como esta atividade foi desenvolvida em grupos, observamos que as respostas dos alunos de cada grupo são semelhantes. Também observamos duas respostas em branco e duas respostas que se diferenciaram das dos respectivos grupos, como “legal” e “eficiente”.

A seguir, apresentamos a segunda questão proposta e um exemplo de resposta para a mesma.

O item *b* desta atividade perguntava: “Podemos dizer que subtrair um número positivo é o mesmo que ____________”.


b) Podemos dizer que subtrair um número positivo é o mesmo que

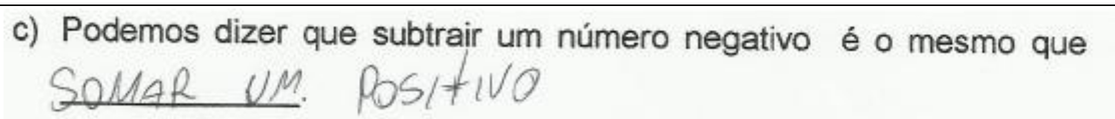
SOMAR O NÚMERO NEGATIVO

Figura 185 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item *b* resposta 2

As demais respostas foram semelhantes à acima apresentada. Salientamos que os alunos demonstram que usam o teorema em ação subtração de números relativos – subtrair um número positivo é o mesmo que somar um número negativo, ou ainda, tirar um ponto branco é o mesmo que acrescentar um ponto vermelho.

A seguir, apresentamos a terceira questão proposta e duas respostas atribuídas para a mesma pelos alunos.

O item *c* desta atividade perguntava: “Podemos dizer que subtrair um número negativo é o mesmo que ____________”.


c) Podemos dizer que subtrair um número negativo é o mesmo que

SOMAR UM. POSITIVO

Figura 186 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item c resposta 1

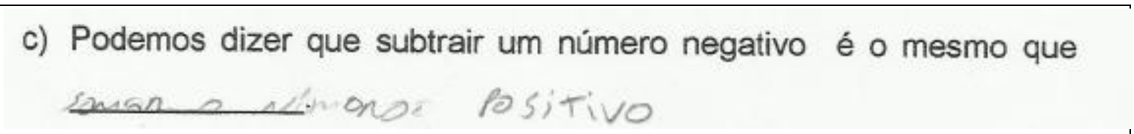

c) Podemos dizer que subtrair um número negativo é o mesmo que
somar o número positivo

Figura 187 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item c resposta 2

As demais respostas foram semelhantes às acima reproduzidas. Novamente as respostas sugerem a compreensão da operação subtração de números relativos como inversa da adição: se somar um negativo é o mesmo que subtrair um positivo, somar um positivo é o mesmo que subtrair um negativo.

Abaixo apresentamos a quarta questão proposta e duas respostas atribuídas pelos alunos para a mesma.

O item *d* desta atividade perguntava: “Podemos dizer que subtrair um número positivo ou negativo é _____________”.

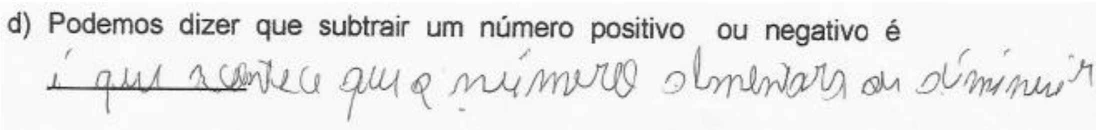

d) Podemos dizer que subtrair um número positivo ou negativo é
é que acontece que o número almentar ou diminuir

Figura 188 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item d resposta 1

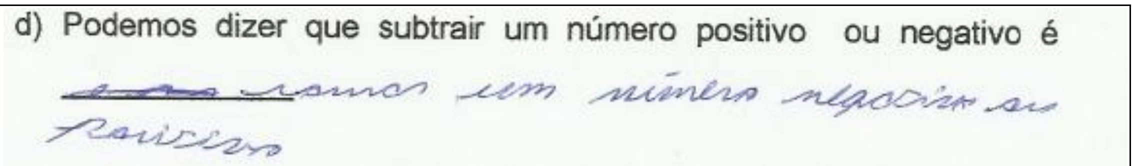
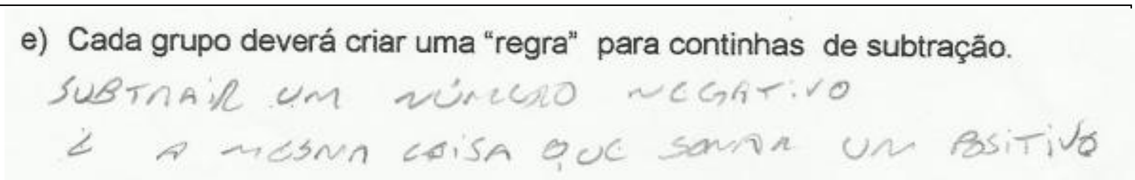

d) Podemos dizer que subtrair um número positivo ou negativo é
somar um número negativo ou positivo

Figura 189 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item d resposta 2

As respostas acima não nos permitem concluir sobre a compreensão dos alunos e nos levam a refletir sobre a clareza do enunciado. As demais respostas sugeriram ideias semelhantes às acima apresentadas.

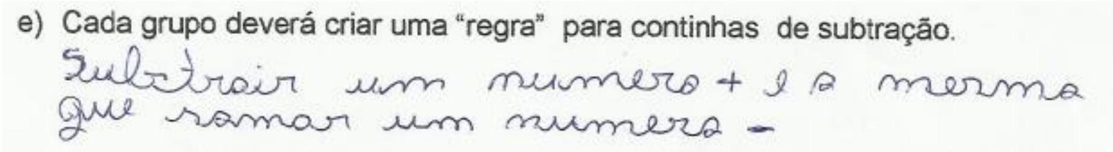
A seguir, destacamos a quinta questão proposta: “Cada grupo deverá criar uma “regra” para continhas de subtração”.

Neste item, verificamos uma maior variedade de respostas. A seguir, evidenciamos três respostas que são representativas das demais.


e) Cada grupo deverá criar uma "regra" para continhas de subtração.

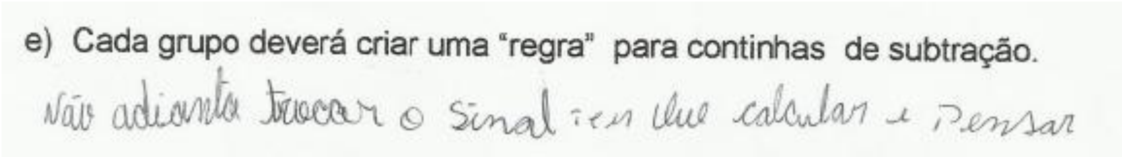
SUBTRAIR UM NÚMERO NEGATIVO É A MESMA COISA QUE SOMAR UM POSITIVO

Figura 190 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item e resposta 1


e) Cada grupo deverá criar uma "regra" para continhas de subtração.

Subtrair um numero + é a mesma que somar um numero -

Figura 191 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item e resposta 2


e) Cada grupo deverá criar uma "regra" para continhas de subtração.

Não adianta trocar o sinal tem que calcular e pensar

Figura 192 – Conclusões sobre o jogo de cartas com descarte – item e resposta 3

É importante ressaltar que um grupo (4 alunos) não escreveu a regra. Os componentes alegaram que o tempo destinado à tarefa foi suficiente. Outra resposta diferente das demais, dada por outro grupo (3 alunos), foi: "subtrair um número é igual a trocar de sinais".

Na última questão proposta nesta atividade, sugerimos que cada grupo escrevesse no quadro a regra elaborada.

Ao final desta atividade propusemos um debate nos moldes da atividade "brincar de tribunal", desenvolvida em encontros anteriores. Ao observar as respostas dos colegas, os alunos chegaram à conclusão de que "as regras" a seguir estavam corretas, pois abordavam situações distintas.

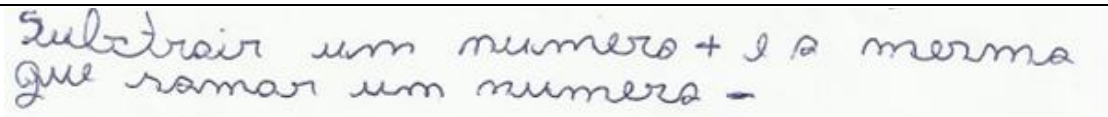

Subtrair um numero + é a mesma que somar um numero -

Figura 193 – Aula 17 – algumas conclusões 1

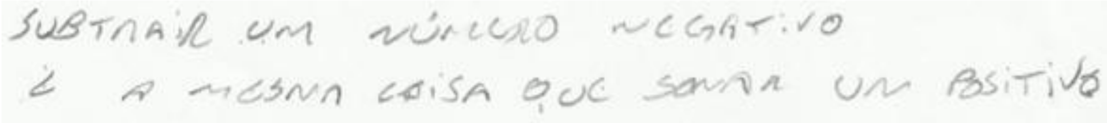

SUBTRAIR UM NÚMERO NEGATIVO
É A MESMA COISA QUE SOMAR UM POSITIVO

Figura 194 – Aula 17 – algumas conclusões 2

Ao final desta atividade, realizamos a formalização da subtração de números relativos. Neste momento, sugerimos aos alunos uma “regra” que de certa forma sintetiza as “regras” elaboradas que são, de acordo com a turma, “mais apropriadas” para a subtração.

A “regra” por nós sugerida tem o enunciado que segue.

Para efetuar uma subtração de dois números relativos devemos expressar tal operação como uma adição de números relativos, somando o primeiro número e o oposto do segundo número.

Ressaltamos que a ideia de número “oposto”, mencionada no enunciado acima, havia sido explorada em diversas atividades envolvendo simetria, como na atividade da trilha (“x” casas antes ou depois de P), na atividade com dados coloridos (“x” pontos brancos anulam “x” pontos vermelhos) e na atividade do termômetro.

Após a projeção desta “nova regra” no quadro, e o questionamento acerca de eventuais dúvidas e ou discordâncias, propusemos aos alunos que copiassem tal formalização no caderno.

Após essa formalização da operação subtração de números relativos, propusemos, inicialmente, uma reflexão a partir de três expressões em que os alunos deveriam, com o auxílio da “regra”, buscar resolvê-las. A seguir apresentamos as imagens das questões escritas no quadro e a contribuição dos alunos.

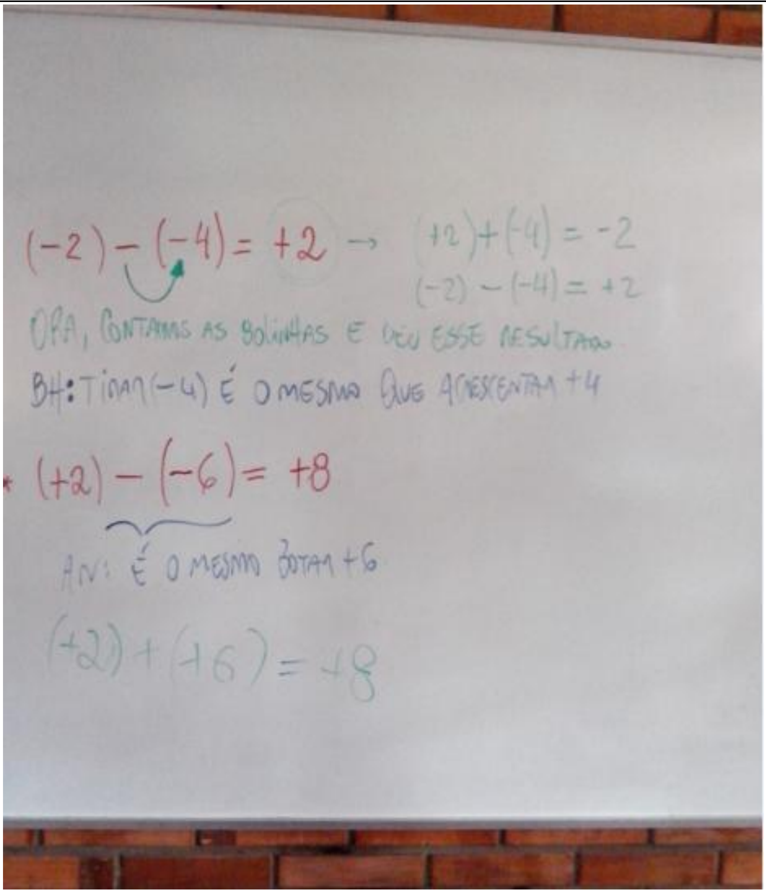


Figura 195 – Aula 17 – Imagem do quadro branco 1

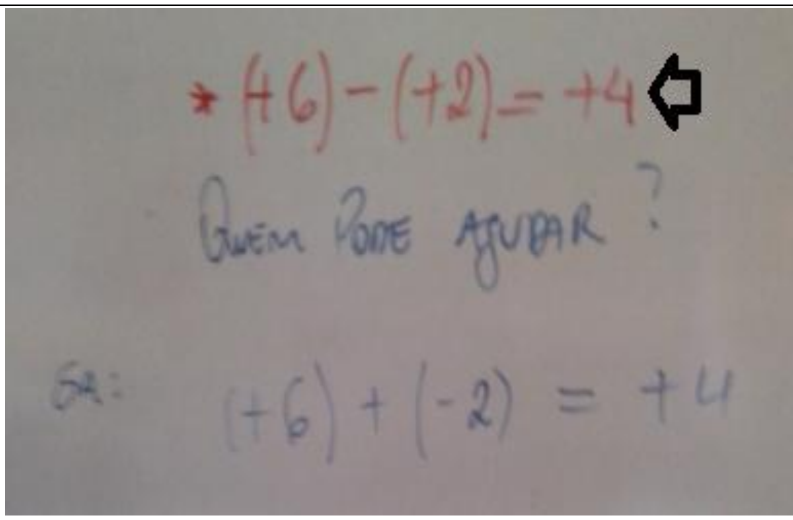


Figura 196 – Aula 17 – Imagem do quadro branco 2

Por fim, sugerimos como atividade de fechamento deste encontro, a realização de uma última tarefa. Nesta, propusemos uma reflexão coletiva, a partir das reflexões anteriores da operação subtração de números relativos. É importante ressaltar que nesta atividade coletiva, os alunos deveriam chegar a um consenso sobre a resposta mais adequada com participação do professor como um mediador das interlocuções.

5) Vamos refletir um pouquinho ...

a) (+7) + (___) = + 4

Nesta primeira questão, de modo coletivo, alguns alunos simultaneamente responderam que a resposta deveria ser (-3). Não houve outros questionamentos ou discordâncias.

b) (+ 4) – (+ 7) = (___)

O aluno Ra logo respondeu “sor esta vai dar (-11)”. Ao ouvir a resposta dois alunos manifestaram contrariedade: o aluno An argumentou “não sor, ta errado. O certo é (- 3)”. O aluno I ainda argumentou “não tem como dar (-11), pois (+4) anula (-4) e sobra só (-3). Ainda questionei a turma se alguém discordava das argumentações. Não houve outras manifestações em contrário.

c) (– 3) + (__) = + 5

Ao propor a reflexão sobre esta questão, imediatamente alguns alunos manifestaram que a resposta seria (+ 8). Não houve argumentações em contrário.

d) (+ 5) – (– 3) = (__)

Ao propor a questão acima, imediatamente o aluno Br argumentou: “esta dá (+2) sor...” e imediatamente alguns alunos argumentaram simultaneamente “não sor, dá (+8). A partir das duas respostas propostas, questionei “Por que a resposta não é (+2)?” e o aluno Ru argumentou: “ora sor, não é (+2) pois é uma continha de menos”. Questionei a turma sobre o argumento do colega, não houve discordâncias ou argumentos contrários.

3.18 ATIVIDADE DE RETOMADA

Com o objetivo de observar o desempenho e o nível de aprendizado dos alunos que participaram desta pesquisa, sobre o tema números relativos e suas operações – adição e subtração – propusemos aos alunos o desenvolvimento do conjunto de atividades a seguir, em um encontro composto de dois períodos de aula e sem aviso prévio.

A seguir, no quadro abaixo destacamos tais atividades.

Quadro 52 – Atividades – retomada

Atividades – Números Relativos
1– Observe as situações e responda (justifique as respostas):
a) Em uma trilha, parti da posição A, se avancei 17 casas e voltei 19 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?
b) Em uma trilha, parti da posição A, se avancei 15 casas e voltei 8 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?
c) Um time de futebol marcou 13 gols e sofreu 19 gols no primeiro turno de um campeonato. Qual o saldo de gols deste time?
d) Nas 5 primeiras rodadas de um campeonato, verificamos que um time de futebol marcou 4 gols e sofreu 9 gols. Em uma partida da sexta rodada o mesmo time sofreu 3 gols e não marcou gols. Qual o saldo de gols deste time ao final da sexta rodada?
e) Um prédio possui 8 andares acima do solo e 5 andares abaixo do solo (estacionamentos). Se uma pessoa, partindo do andar térreo descer 4 andares e subir 7 andares, em que andar se encontrará ?
2 – Observe com atenção e efetue os exercícios abaixo:
a) $(+9) + (-16) =$
b) $(+12) + (-13) =$
c) $(-6) + (-7) =$
d) $(-4) + (+11) =$
3 – Observe as seguintes continhas...
$7 + 2 = 9$ e logo, $9 - 2 = 7$
Agora observe a continha abaixo:

___ + 5 = 13

Qual é o valor que completa a continha acima ?

E se a continha fosse 13 - 5 = ___

Que valor completaria o espaço acima?

Por fim, podemos dizer que
(__) + (+ 5) = +13 e que

(+13) – (+ 5) = (___)

4) Agora, refletindo sobre a atividade anterior, calcule:

a) (+9) + (___) = (+15)

b) (+15) – (___) = (+ 6)

5) Ainda refletindo sobre os exercícios anteriores, calcule o valor de cada expressão ou do termo desconhecido:

a) (+ 5) – (– 3) = (__)

b) (+ 4) – (+ 7) = (___)

Após a realização desta atividade percebemos que, apesar do longo intervalo de tempo decorrido entre o desenvolvimento desta atividade e o término das atividades da pesquisa, de modo geral, a maioria dos alunos conseguiu obter êxito nas questões propostas. Vinte alunos realizaram esta atividade, sendo que em média, cada questão contou com quinze ou dezesseis respostas corretas, com exceção da questão número 5, em que observamos apenas 13 respostas corretas. Nesta questão percebemos que a maioria dos erros se deveu ao fato de tais alunos adicionarem os números desconsiderando o sinal da operando a operação indicada.

Percebemos que alguns erros evidenciados ao longo desta pesquisa como a não consideração do sinal da operação indicada e a inversão de sinais em alguns cálculos, ainda permanecem nas respostas de alguns alunos.

Por outro lado, com satisfação, percebemos que a aplicação da sequência atingiu os objetivos propostos, provocando a construção e mobilização de conceitos e teoremas relacionados aos números relativos e às operações de adição e subtração.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação foi norteada pelos seguintes questionamentos: por que alguns alunos não conseguem compreender o conceito de número relativo, suas aplicações e operações? É possível desenvolver uma proposta de ensino para os alunos do Ensino Fundamental capaz de promover a compreensão dos números relativos e das operações adição e subtração?

Quanto à primeira questão, a literatura consultada indica que a dificuldade que muitos alunos enfrentam não é recente; pelo contrário, ao longo da história muitos matemáticos enfrentaram dificuldades para o entendimento e aceitação dos números negativos. Conforme comentamos no capítulo dedicado ao referencial teórico, tais dificuldades podem ser atribuídas à compreensão dos números associada à ideia de quantidade, que se constitui em obstáculo epistemológico à aceitação dos números relativos.

Para responder ao segundo questionamento, aplicamos uma sequência didática construída à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1993), buscando enfrentar o obstáculo epistemológico acima mencionado.

Inicialmente, procuramos, a partir de questões direcionadas, como "Quanto é 5 – 9?", proporcionar aos alunos reflexões que indicassem a necessidade dos números relativos negativos e a superação da ideia de que número é expressão de quantidade. Buscamos, desse modo, enfrentar o obstáculo epistemológico segundo o qual não é possível retirar de uma quantidade definida uma quantidade maior do que ela. Observamos, frente às atividades inicialmente propostas, a dificuldade da maioria dos alunos em aceitar um número sob uma perspectiva não vinculada à ideia de quantidade, conforme salienta um aluno: "Não dá para fazer, pois não podemos tirar 9 de 5".

Após esta primeira reflexão, propusemos a realização de uma segunda atividade, o "jogo de trilha", de modo a proporcionar aos alunos a possibilidade de associar números à noção de posição relativa, e o zero a uma referência – o ponto de partida. Notamos, a partir dos comentários de alguns alunos, a compreensão de que o jogador em uma posição "atrás do zero" está perdendo, pois deve percorrer o número de casas anteriores ao ponto de partida, além das posteriores. Deste modo, observamos, ainda que de modo intuitivo, a mobilização dos conceitos de posição relativa e zero relativo, indicando a necessidade de um novo tipo de número que pudesse expressar essas ideias.

No segundo encontro, propusemos a atividade "jogo com dados coloridos*",* de modo a contribuir para a construção dos números relativos como operadores aditivos e provocar a reflexão sobre as noções de número oposto ou simétrico e de zero relativo. Verificamos a dificuldade encontrada por muitos alunos para a aceitação do zero como número neutro (ao preencher a tabela, alguns alunos vinculavam o "zero" às letras B ou V, indicando "zero vermelhos" ou "zero brancos"), explicada pelo fato de, até então, compreenderem o zero como "absoluto", ou seja, vinculado à ideia de ausência de quantidade, obstáculo epistemológico apontado por Glaeser (1985).

Com o intuito de retomar, em um novo contexto, a noção de número como operador, propusemos, no terceiro encontro, a realização de três atividades, iniciando com a "trilha matemática" e com problemas envolvendo composições de deslocamentos. Nestas atividades, muitos alunos apresentaram dificuldades em associar números a posições, devido a erros de contagem ou a dificuldades em coordenar, mentalmente, deslocamentos de sentidos opostos. Na terceira atividade, em que os alunos deveriam nomear as casas da trilha, observamos variedade de respostas, sendo que algumas contemplavam as noções de zero relativo, simetria e ordenação, e outras indicavam ainda o atrelamento de número à ideia de quantidade.

Nos dois encontros seguintes, priorizamos, através de discussões que denominamos "brincar de tribunal", a reflexão dos alunos sobre os temas zero relativo, posições relativas e simetria. Na discussão sobre a atividade de completar a escala do termômetro, pudemos perceber o uso das noções de simetria, posição relativa e zero relativo, pois a turma escolheu, dentre as respostas dadas, e após a argumentação dos colegas, uma escala de temperaturas bem ordenada.

De modo a proporcionar a reflexão sobre essas noções em novo contexto, propusemos as atividades de representação de um prédio com subsolo ou do painel de elevador. Observamos que muitos alunos apresentavam dificuldades em relacionar o andar térreo com o botão zero, ou os andares relativos ao subsolo com os números negativos do painel do elevador. Em reflexão posterior, frente à discussão das diferentes respostas e aos argumentos dos colegas, observamos a concordância do grupo de alunos com as respostas que apresentavam um ordenamento completo dos andares, com as posições relativas adequadas.

Por fim, ainda em relação aos temas posições relativas, zero relativo e simetria, destacamos a atividade “varal dos números inteiros”, que envolvia a ordenação de números inteiros, em que observamos a utilização adequada de tais noções.

Outro importante tema desenvolvido ao longo deste trabalho foi a construção da operação adição de números relativos. Procuramos, inicialmente, mobilizar tal tema a partir da atividade “jogo com dados coloridos”, em que os alunos deveriam preencher uma tabela de pontos realizando ou invertendo composições de resultados. A maioria dos grupos preencheu corretamente as linhas das rodadas, mas houve erros relativos ao preenchimento da linha “total”, que não estava diretamente associada às ações de lançar os dados e contabilizar os pontos.

Frente às questões “O que acontece quando juntamos pontos vermelhos? Brancos? Ou quando juntamos um pouco dos dois?”, os alunos mostraram a construção dos teoremas em ação necessários para a formalização da operação adição de números relativos. A partir deste contexto, com a associação das cores branco e vermelho aos sinais de positivo e negativo, e com a associação entre a operação soma e a ação de juntar pontos, foi construída a formalização da operação adição de números relativos.

No encontro seguinte, desenvolvemos atividades envolvendo a mobilização da operação adição de números relativos como composições de transformações: determinação de saldo de gols e composições de deslocamentos em trilhas. Pudemos observar dificuldades enfrentadas por vários alunos quando perguntados sobre a posição resultante após dois ou mais deslocamentos em trilhas, especialmente quando os sentidos dos deslocamentos eram opostos ou quando prevalecia um deslocamento contrário ao sentido da trilha. Também percebemos dificuldades nas atividades em que, dado um estado inicial e um estado final, o aluno deveria identificar a transformação ocorrida, como no preenchimento das lacunas da pirâmide.

De modo a superar tais entraves e consolidar a formalização da operação adição de números relativos, propusemos outras reflexões com as atividades “dominó de números relativos” e a “escopa do zero”.

Com a atividade “dominó de números relativos” não alcançamos os resultados esperados. Percebemos que a necessidade da resolução das expressões matemáticas contidas em cada peça tornou menos lúdica a atividade, não despertando o interesse dos alunos.

Em relação ao jogo “escopa do zero”, observamos o contrário. A maioria dos alunos conseguiu desenvolver a atividade a partir das regras estabelecidas. Durante os jogos, observamos que alguns alunos necessitavam registrar os cálculos no papel, ou consultar os colegas, enquanto outros efetuavam mentalmente os cálculos necessários e, quando solicitados, justificavam suas ações de modo pertinente.

Ao abordarmos a operação subtração de números relativos, constatamos dificuldades de alguns alunos com a inversão da operação adição de números relativos, que ainda não estava bem construída. Também foi observada a dificuldade de inverter uma operação para, conhecidos uma transformação e um estado final, reconstituir um estado inicial desconhecido, ou para desfazer uma composição de transformações. Observamos tais entraves nas atividades relacionadas aos temas saldo de gols, pontuação de um jogador nas fases de um jogo de “play 3”, variação de temperatura em determinados dias e horários. Finalmente, consideramos que o trabalho realizado nos últimos encontros, “jogo de cartelas com possibilidade de descarte”, contribuiu para a formalização das noções relativas às operações aditivas.

Ao traçarmos um olhar comparativo entre as operações adição e subtração de números relativos, ainda observamos, em alguns alunos, dificuldades quando solicitada a subtração, pois envolve reversão da adição e também a combinação de sinais, invertendo o sentido do segundo termo na composição.

Ao analisar o trabalho como um todo, e retomando a pergunta norteadora do projeto de pesquisa, afirmamos que sim, é possível desenvolver uma sequência didática que provoque a aceitação e a construção e do conceito de números relativos e de suas operações: adição e subtração.

Ressaltamos a importância das atividades de cunho lúdico como ferramentas capazes de proporcionar reflexões fundamentais na mobilização dos conceitos e teoremas envolvidos.

Outra ferramenta utilizada, que consideramos de fundamental importância no contexto deste trabalho, foi a denominada “brincadeira de tribunal”, que propiciou a participação dos alunos em discussões e reflexões proveitosas em diversos momentos, trazendo à pauta discussões sobre respostas mais ou menos coerentes e argumentações que propiciaram a superação de dúvidas e a construção de acordos em torno das respostas consistentes.

Em relação ao questionamento inicial sobre a possibilidade de desenvolver uma proposta de ensino para os alunos do Ensino Fundamental capaz de promover a compreensão dos números relativos e das operações adição e subtração, acreditamos que podemos responder de modo afirmativo. Tal afirmação pode ser justificada com base nas respostas dos alunos ao longo das atividades, nos gestos e nas argumentações compartilhadas pela maioria dos alunos ao longo do trabalho.

Propomos, como produto final desta pesquisa, a revisão da sequência didática desenvolvida, com a finalidade de contribuir para o ensino dos números relativos e das operações de adição e subtração.

REFERÊNCIAS

BARROSO, M. M; FRANCO, V. S. O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática. *Zetetiké,* Unicamp, v. 18, n. 34, jul./dez. 2010.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, Sari k. *Investigação Qualitativa em Educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação . Secretaria de Educação fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais***:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CANOAS. Prefeitura Municipal de Canoas. Canoas em dados 2012. Canoas 2012. Disponível em < http://www.canoas.rs.gov.br/site/home/pagina/idDep/25/id/91>. Acesso em 30 de Janeiro de 2014.

D'AMORE, B. *Elementos de didática da matemática***.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

GLAESER, G. Epistemologia dos Números Negativos**.** Rio de Janeiro: *Boletim GEPEM*, n. 17, p. 27 – 124, 1985.

GONZÁLEZ, J. L. *et al*. *Numeros Enteros.* Madrid: Sintesis, 1990.

LINARDI, P. R. *Quatro Jogos para Números Inteiros:* uma análise. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP, Rio Claro, 1998.

MEGID, M. A. B. A. Construindo a matemática na sala de aula: uma experiência com números relativos. In: FIORENTINI, D; MIORIM, M. A. (orgs.). *Por trás da porta que matemática acontece?.* Campinas: Ílion, 2010. pp. 159 – 204.

MORAIS, A. D. *Fórmula (- 1) :* Desenvolvimento de objetos digitais de aprendizagem para as operações com números positivos e negativos. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**.** *Investigação em Ensino de Ciências*, v. 7, n.1, p. 7 – 29, 2002.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática*: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PIAGET, J. *Introducción a la epistemología genética*. v. 1. El pensamiento matemático. México: Paidós, 1987.

PONTE, J. P. M. da. Estudos de Caso em Educação Matemática. In: *Bolema*, Rio Claro – São Paulo, v. 19, n 25, 2006.

SCHUBRING, G. Um outro caso de obstáculos epistemológicos: o princípio da permanência. *Bolema*, Rio Claro – São Paulo, Ano 20, n 28, p. 1 – 20, 2007.

SCHUBRING, G. *Os números negativos:* exemplos de obstáculos epistemológicos. Rio de Janeiro: E – LIMC, 2012.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos**.** *Revista do GEEMPA*, Porto Alegre, n 4, p. 9 – 19, 1996.

VERGNAUD, G. O que é aprender? . In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto. (Orgs.). *Aprendizagem matemática na perspectiva dos campos conceituais*. Curitiba: Editora CRV, p. 13 – 35, 2009.

VERGNAUD, G. Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e Didática das Matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas**.** *Análise Psicológica*, v. 1, n. 5, p. 75 – 90, 1986.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais**.** In: NASSER, L. (Ed.). Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1. *Anais...*. Rio de Janeiro, p. 1 – 26, 1993.

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ___________________, responsável pelo(a) aluno(a) ____, da turma _________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada "Números Relativos: uma proposta de sequência didática.", desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) Cristiano Cardoso Pereira. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Elisabete Zardo Búrigo, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone 33086212 ou e-mail elisabete.burigo@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Contribuir para a promoção e a compreensão do conteúdo números relativos e suas operações através do desenvolvimento de uma sequência didática;
- Contribuir para o aprendizado de assuntos abordados em séries posteriores que tenham como pré-requisito o domínio do conteúdo: números relativos e propriedades.

Fui também esclarecido(a) de que os usos da informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio da participação em oficina/aula, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no e-mail crispe75@bol.com.br .

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, 28 de Fevereiro de 2012.

Assinatura do(a) responsável: ___________________________________.

Assinatura do(a) pesquisador(a): ________________________________.

Sequência Didática Revisada

A seguir apresentamos, como produto de pesquisa, a versão revisada da sequência didática aplicada aos alunos

Acreditamos que as atividades a seguir podem contribuir para o ensino dos números relativos e das operações adição e subtração. Para tanto, consideramos fundamental a participação ativa dos alunos para a construção e mobilização dos conceitos e teoremas envolvidos nas variadas atividades propostas. Assim, destacamos a importância da ferramenta “brincar de tribunal”, como instrumento motivador para participação dos alunos nas atividades.

Orientações ao Professor: As atividades de 1 a 7 objetivam provocar a construção dos números relativos como operadores aditivos e, ainda que intuitivamente, vincular a operação adição de números relativos à idéia de composição de operadores.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 1: Nesta atividade inicial, sugerimos uma reflexão envolvendo a operação de subtração, de modo a despertar a curiosidade sobre as subtrações que não podem ser resolvidas com os números que já são conhecidos pelos alunos.

Atividade 1 – Reflexão inicial

Vamos refletir...
Quanto é 9 - 5?
Justifique sua resposta.

Vamos pensar...
Quanto é 5 – 9?
Justifique sua resposta.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 2: Para o desenvolvimento desta atividade, que objetiva provocar a construção dos números relativos como operadores aditivos, sugerimos a separação da turma em grupos de até 5 componentes.

Atividade 2 – Trilha matemática

Regras do jogo

A atividade – trilha dos números relativos apresenta as seguintes regras:

→ Número de participantes: o jogo pode comportar até 5 participantes;

→ Material: tabuleiro de trilha contendo números relativos, peças móveis e dados vermelhos e dados brancos;

→ Desenvolvimento do jogo: Os jogadores devem iniciar a partida na casa P (partida) do tabuleiro. Cada participante deve lançar simultaneamente dois dados – um branco e um vermelho. O valor sorteado no dado branco representa o número de casas que o jogador deve avançar deslocando-se para a direita e o dado vermelho representa o número de casas que o jogador deve percorrer em sentido inverso, ou seja, deslocando-se para a esquerda. É consagrado vencedor o jogador que concluir a trilha chegando à casa C (chegada) primeiramente.

Tabuleiro do jogo – Trilha matemática

												P												C
												P												C
												P												C
												P												C
												P												C

Orientações para o desenvolvimento da atividade 3: Esta atividade objetiva provocar a construção dos números relativos como operadores aditivos de sentidos inversos. Sugerimos a separação da turma em grupos de modo a provocar a interação entre os alunos e facilitar a observação das dificuldades encontradas e das estratégias e recursos utilizadas. Sugerimos ao professor a disponibilização dos dados coloridos aos alunos para que possam recorrer, se necessário, ao apoio de material concreto na realização desta tarefa.

Atividade 3 – Jogo com dados coloridos

Jogo com dados coloridos

Este jogo consiste na utilização de 2 dados coloridos, um vermelho e outro branco. Regra do jogo: o jogo pode ser jogado por 4 ou 5 jogadores e a cada rodada o jogador deve arremessar os dados simultaneamente (ao longo de 3 rodadas). **Os valores obtidos devem ser registrados em tabela, observando-se o seguinte código**: *cada ponto vermelho sorteado deve ser escrito com a letra V (por exemplo: 2V) e cada ponto branco sorteado deve ser escrito com a letra B (por exemplo: 5B)*. **Importante:** sabendo que um ponto vermelho anula um branco, registrar o "somatório" obtido a cada rodada com a letra resultante (V ou B) na coluna resultado e, ao final das 3 rodadas, de acordo com as regras estabelecidas, registrar o "somatório" dos pontos obtidos (não esquecendo a letra resultante: V ou B) na linha TOTAIS da tabela. Sai vitorioso o jogador que obtiver no espaço **"resultado total"**, da tabela, o maior número de pontos "brancos" registrados.

OBS: Todos os jogadores são também fiscais...

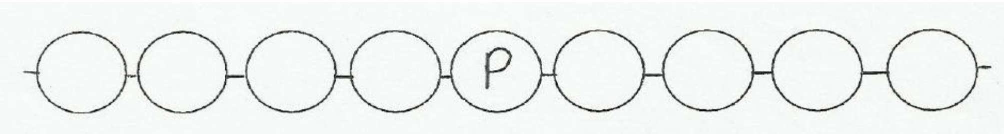
Tabela de pontos

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1ª Rodada)			
A (2ª Rodada)			
A (3ª Rodada)			
TOTAL			
B (1ª Rodada)			
B (2ª Rodada)			
B (3ª Rodada)			
TOTAL			
C (1ª Rodada)			
C (2ª Rodada)			
C (3ª Rodada)			
TOTAL			
D (1ª Rodada)			
D (2ª Rodada)			
D (3ª Rodada)			
TOTAL			
E (1ª Rodada)			
E (2ª Rodada)			
E (3ª Rodada)			
TOTAL			

Orientações para o desenvolvimento da atividade 4: Sugerimos que esta atividade seja desenvolvida de forma individual para, posteriormente, verificar-se a compreensão e as estratégias utilizadas pelos alunos. As questões 1 e 2 envolvem a composição de deslocamentos e buscam provocar a compreensão intuitiva da adição de números relativos. A questão 3 pretende provocar os alunos a refletirem acerca das ideias de número como separador e da simetria entre os deslocamentos (para a direita e para a esquerda).

Atividade 4 – Vinculando o número à idéia de operador

1– A figura abaixo representa uma trilha reta. Observe:



Agora pense: como poderíamos chamar as casas desta trilha?

a) Se uma pessoa na posição P desta trilha andar 3 unidades para a direita e, após, andar 5 unidades em sentido contrário, ao final se encontrará em que posição?

b) Se uma pessoa na posição P andar 4 unidades para a esquerda e, após, andar 7 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?

c) Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para a direita e, após, andar 4 unidades em sentido contrário, em que posição se encontrará?

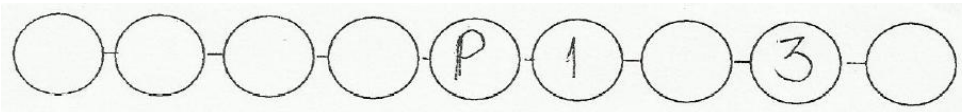
d) Se uma pessoa na posição P andar 3 unidades para a esquerda e, após, 3 unidades para a direita, ao final, em que posição se encontrará?

e) Se uma pessoa na posição P andar 2 unidades para esquerda e, após, 3 unidades no mesmo sentido, ao final, em que posição se encontrará?

f) Se uma pessoa na posição P andar 1 unidade para a direita e, após, 4 unidades no mesmo sentido, ao final em que posição se encontrará?

2 – Ana gosta de jogar trilha. Em uma certa partida, após avançar 7 casas, Ana precisou retornar 13 casas. Até este momento, Ana avançou ou retornou quantas casas efetivamente?

3 – Considere a figura abaixo:



Como você completaria a figura acima? Como você chamaria as casas à esquerda da letra P?

Vamos trocar o nome da casa P? Qual nome você acha mais adequado?

Atividade 5

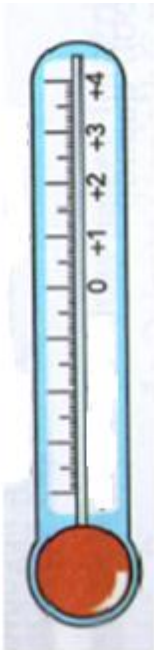
Reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos nas atividades 3 e 4 desenvolvidas anteriormente.

Nesta atividade, após a projeção de algumas das respostas sugeridas pelos alunos para as questões anteriores, recomendamos a utilização da ferramenta “brincar de tribunal”, na qual todas as posições e opiniões dos alunos devem ser justificadas e defendidas com argumentos, de modo que os outros colegas da sala (“o júri”) aceitem e concordem com a opinião proposta.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 6: Sugerimos a realização da atividade a seguir, de forma individual, buscando a partir da figura de um termômetro na posição vertical, provocar os alunos a refletir sobre as posições relativas, noções de simetria e ordenamento de números relativos.

Atividade 6 – Atividade termômetro

Observe a figura abaixo:



Você consegue identificar esta figura?

Se você pudesse completar a figura, o que você acrescentaria?

Atividade 7

Reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos para a atividade 6 com a utilização da ferramenta: Brincar de tribunal.

Com a projeção das respostas, os alunos são convidados a se manifestarem sobre a adequação ou a correção das mesmas.

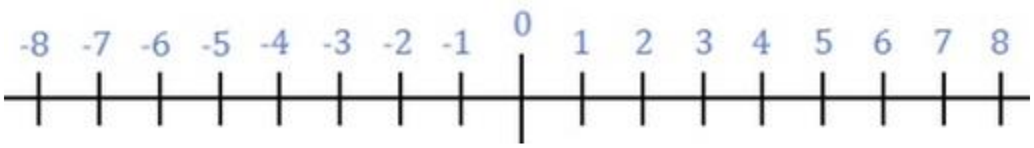
Importante: Todas as posições e opiniões que os alunos propõem ou com as quais concordam devem ser justificadas e defendidas com argumentos. É importante que todos as opiniões sejam ouvidas e consideradas e que a discussão prossiga até que os colegas de sala ("o júri") cheguem a um acordo sobre uma determinada resposta ou opinião.

Orientações ao Professor: Nas atividades de 8 a 13, buscamos estimular a compreensão de números relativos como representação de posição e o ordenamento dos mesmos.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 8: Sugerimos a realização da atividade a seguir de forma individual, buscando provocar reflexões acerca da mobilização das ideias de representação de posição, ordenamento de números relativos e da operação de adição de números relativos, ainda que de modo intuitivo.

Atividade 8 – Posições relativas

A figura abaixo representa as posições das casas de um jogo de trilha, onde a coordenada “0” (zero) marca a posição inicial de cada jogador no início da partida e a coordenada 8 indica a posição de chegada, sendo vencedor o jogador que primeiro chegar a esta posição.



Agora responda:

b) Quem está mais perto da chegada, quem está na posição 2 ou quem está na posição -3?

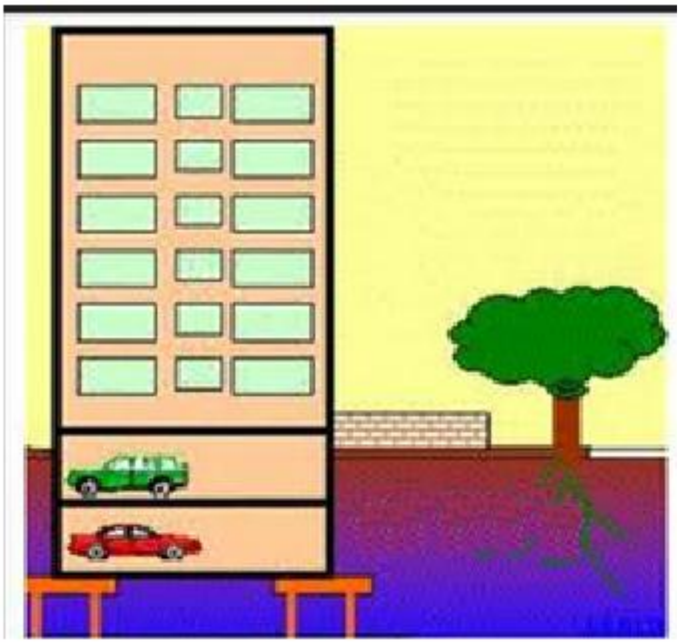
c) Quem está mais perto da chegada, quem está na posição - 3 ou quem está na posição 0?

d) Está vencendo a partida quem está na posição - 5 ou quem está na posição -8?

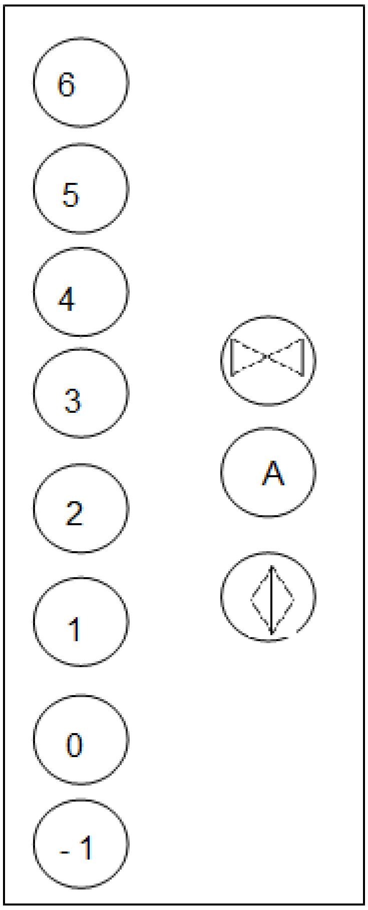
Orientações para o desenvolvimento da atividade 9: Sugerimos a realização da atividade a seguir de forma individual, buscando provocar reflexões em novos contextos sobre ideias de representação de posição e ordenamento de números relativos.

Atividade 9 – Pensando em elevadores

Observe com atenção as imagens que serão projetadas...




corte bb



Observe a figura acima... Esse é um quadro de botões de um elevador. Para chegar a cada andar do prédio deve-se apertar um botão.

Agora desenhe um prédio que tenha este quadro de botões de elevador...

Orientações para o desenvolvimento da atividade 10

Reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos para a atividade 6 com a utilização da ferramenta: Brincar de tribunal.

Com a projeção das respostas, os alunos são convidados a se manifestarem sobre a adequação ou a correção das mesmas.

Importante: Todas as posições e opiniões que os alunos propõem ou com as quais concordam devem ser justificadas e defendidas com argumentos. É importante que todos as opiniões sejam ouvidas e consideradas e que a discussão prossiga até que os colegas de sala ("o júri") cheguem a um acordo sobre uma determinada resposta ou opinião.

Atividade 10

Reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos nas atividades 9 e 10 desenvolvidas anteriormente, com a projeção das respostas e a utilização da ferramenta "Brincar de tribunal".

Orientações para o desenvolvimento da atividade 11: Sugerimos a realização da atividade a seguir de forma individual. Nesta atividade, a partir do raciocínio inverso ao da atividade anterior, pretende-se estimular a mobilização das ideias de representação de posição e ordenamento de números relativos.

Atividade 11 – Pensando em elevadores 2

Observe a figura acima... . Suponha que o prédio acima tenha elevador. Desenhe o quadro de botões deste elevador.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 12: Sugerimos a realização da atividade a seguir, de forma individual, buscando proporcionar aos alunos, a partir das experiências vivenciadas nas atividades anteriores, reflexões sobre ideias de representação de posição e ordenamento de números relativos.

Atividade 12 – Pensando em elevadores 3

Uma importante invenção, que facilitou e continua facilitando a vida de muita gente é o elevador. Imagine alguns prédios modernos com muitos andares. Agora imagine morar em tais prédios nos últimos andares... Realmente os elevadores, em muitos casos, facilitam nossa vida.

Vamos imaginar um prédio com 3 andares de estacionamento abaixo do térreo e 7 andares acima do andar térreo. Agora, desenhe o quadro de andares que poderia ser usado no prédio em questão.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 13: Para a realização da atividade abaixo, sugerimos a organização da turma de alunos em grupos menores. Nesta, buscamos, em um novo contexto, mobilizar os conceitos de representação de posição e ordenação de números relativos.

Atividade 13 – Varal dos números relativos

Vamos formar grupos com 4 componentes. Serão disponibilizados cartões com números relativos (positivos e negativos) impressos. Cada grupo deverá retirar 5 cartões de um “montinho” e, de forma coletiva, refletir sobre os números encontrados em cada cartão, estabelecendo a melhor ordenação dos números encontrados. Por fim, o grupo deve “prender os cartões no varal” conforme o combinado.

Quando todos os cartões estiverem “pendurados”, deve-se questionar a turma acerca da ordenação, recorrendo novamente à ferramenta “Brincar de tribunal”.

Orientações ao Professor: As atividades a seguir objetivam num primeiro momento, ainda que de modo intuitivo, o desenvolvimento da operação adição de números relativos para, posteriormente, buscar a formalização desta operação.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 14: Sugerimos a realização da atividade a seguir de forma individual, buscando provocar, a partir do contexto já explorado de ganhos e perdas, reflexões sobre a adição de números relativos.

Atividade 14 – Refletindo sobre o jogo de dados coloridos

Jogo com dados coloridos

Você lembra da atividade "Jogo com dados coloridos" ?

Naquela atividade, após arremessar os dados, o jogador deveria registrar os valores obtidos em uma tabela observando o código: *cada ponto vermelho sorteado deve ser escrito com a letra V (por exemplo: 2V) e cada ponto branco sorteado deve ser escrito com a letra B (por exemplo: 5B)*.

Após a realização da atividade, um grupo de alunos esqueceu de fazer alguns registros na tabela, conforme a figura a seguir.

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1ª Rodada)		2B	3V
A (2ª Rodada)	5V		2V
A (3ª Rodada)	1V	5B	
TOTAL			
B (1ª Rodada)	1V		5B
B (2ª Rodada)	2V	2B	
B (3ª Rodada)	4V		3V
TOTAL			
C (1ª Rodada)	6V	1B	
C (2ª Rodada)	5V	3B	
C (3ª Rodada)	6V	4B	
TOTAL			
D (1ª Rodada)	3V	3B	
D (2ª Rodada)	4V	1B	
D (3ª Rodada)	1V		5B
TOTAL			
E (1ª Rodada)	3V	1B	
E (2ª Rodada)	4V	4B	
E (3ª Rodada)	3V		2B
TOTAL			

Complete a tabela acima, terminando o trabalho do grupo.

Agora, responda os questionamentos a seguir.

1) O que acontece quando juntamos apenas pontos vermelhos?
2) O que acontece quando juntamos pontos brancos?
3) O que pode acontecer quando juntamos pontos brancos e pontos vermelhos?

Orientações para o desenvolvimento da atividade 15: Sugerimos a realização da atividade a seguir, de forma individual, buscando a mobilização, ainda que intuitiva, da operação adição de números relativos.

Atividade 15 – Juntando pontos

Observando a atividade 14, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos, qual resultado obtemos quando:

a) Juntamos - 2 e +5 ?
b) Juntamos + 8 e +1 ?
c) Juntamos - 4 e -3 ?
d) Juntamos + 7 e -5 ?

Para refletir: por qual outra palavra podemos substituir o termo “juntamos” ?

Orientações para o desenvolvimento da atividade 16

Reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos para a atividade 6 com a utilização da ferramenta: Brincar de tribunal.

Com a projeção das respostas, os alunos são convidados a se manifestarem sobre a adequação ou a correção das mesmas.

Importante: Todas as posições e opiniões que os alunos propõem ou com as quais concordam devem ser justificadas e defendidas com argumentos. É importante que todos as opiniões sejam ouvidas e consideradas e que a discussão prossiga até que os colegas de sala ("o júri") cheguem a um acordo sobre uma determinada resposta ou opinião.

Atividade 16

Reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos nas atividades 14 e 15, desenvolvidas anteriormente, com a projeção das respostas e a utilização da ferramenta: Brincar de tribunal.

Atividade 17 – Reescrita das operações

Propor a reescrita das operações (desenvolvidas na atividade 15), agora utilizando a linguagem formal e a simbologia matemática.

Espera-se que os alunos substituam o termo “juntar” pelo símbolo matemático “+”, reescrevendo a operação indicada em cada item como uma expressão matemática, por exemplo, para a expressão “Juntar -2 e +5” esperamos que o aluno escreva a expressão matemática (- 2) + (+ 5) = .

Orientações para o desenvolvimento da atividade 18: Sugerimos a realização da atividade a seguir de forma individual, buscando proporcionar aos alunos reflexões em contextos variados, estimulando a mobilização da operação adição de números relativos.

Sugerimos que antes da atividade seja examinada uma tabela de saldo de gols, para que os alunos se familiarizem com o cálculo do saldo.

Veja a tabela a seguir.

EQUIPE	GP	GC	SG
São Paulo - SP	66	36	30
Grêmio - RS	59	35	24
Cruzeiro -MG	59	44	15
Palmeiras - SP	55	45	10
Flamengo - RJ	67	48	19
Internacional - RS	48	47	1
Botafogo - RJ	51	44	7
Goiás - GO	57	47	10
Coritiba - PR	55	48	7
Vitória - BA	48	44	4
Sport - PE	48	45	3
Atlético - MG	50	61	-11
Atlético - PR	45	54	-9
Fluminense - RJ	49	48	1
Santos - SP	44	53	-9
Náutico - PE	44	54	-10
Figueirense -SC	49	73	-24
Vasco da Gama - RJ	56	72	-16
Portuguesa - SP	48	70	-22
Ipatinga - MG	37	67	-30

GP - Gols marcados

GC – Gols sofridos

SG – Saldo de gols

Fonte da imagem: Adaptação da tabela de saldo de gols extraída do site: http://odin.mat.ufrgs.br/usuarios/sara/saldodegol_experimento.pdf

Atividade 18 – Adição de números relativos

1) Observe as situações e responda (justifique as respostas):

a) Em uma trilha, parti da posição A. Se avancei 9 casas e voltei 7 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?

b) Em uma trilha, parti da posição A. Se avancei 5 casas e voltei 8 casas, estarei à frente ou atrás de A? Quantas casas?Um time de futebol marcou 13 gols e sofreu 19 gols no primeiro turno de um campeonato. Qual o saldo de gols deste time?

c) Nas 5 primeiras rodadas de um campeonato, verificamos que um time de futebol marcou 4 gols e sofreu 9 gols. Em uma partida da sexta rodada, o mesmo time sofreu 3 gols e não marcou gols. Qual o saldo de gols deste time ao final da sexta rodada?

2 – Na atividade abaixo escrevemos cada exercício conforme a combinação estabelecida na aula anterior, em que a adição corresponde a "juntar" pontos vermelhos e brancos (de sinais opostos). Observe com atenção e complete os exercícios abaixo:

a) $(+ 8) + (- 6) =$

b) $(+ 2) + (- 6) =$

c) $(- 9) + (- 5) =$

d) $(- 9) + (+17) =$

Orientações para o desenvolvimento da atividade 19

Reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos para a atividade 6 com a utilização da ferramenta: Brincar de tribunal.

Com a projeção das respostas, os alunos são convidados a se manifestarem sobre a adequação ou a correção das mesmas.

Importante: Todas as posições e opiniões que os alunos propõem ou com as quais concordam devem ser justificadas e defendidas com argumentos. É importante que todos as opiniões sejam ouvidas e consideradas e que a discussão prossiga até que os colegas de sala ("o júri") cheguem a um acordo sobre uma determinada resposta ou opinião.

Atividade 19

Reflexão sobre as respostas sugeridas pelos alunos na atividade 18, com a projeção das respostas e a utilização da ferramenta: Brincar de tribunal.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 20: Sugerimos a realização da atividade a seguir, de forma coletiva, em grupos de no máximo 4 alunos estimulando, a partir de um “jogo de cartas”, a mobilização da operação adição de números relativos.

Ao observar o desenvolvimento desta atividade nos grupos, o professor pode identificar possíveis dúvidas e dificuldades relacionadas à operação de adição de números relativos.

Atividade 20 – Jogo Escopa do Zero

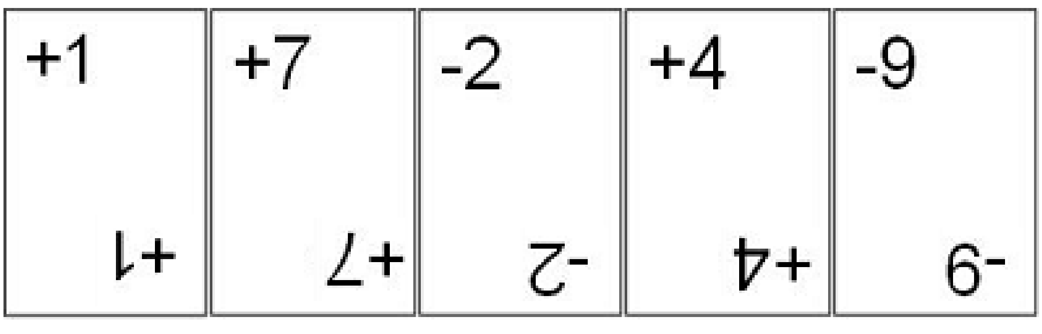
Jogo Escopa do Zero

Neste jogo, utilizaremos um baralho especial composto por 40 cartas:

→ 20 cartas de uma cor, sendo 10 números inteiros negativos (de -10 a -1) e 10 números inteiros positivos (de 1 a 10);

→ 20 cartas de outra cor, com a mesma distribuição.

A seguir destacamos exemplos de cartas utilizadas no jogo.



A seguir, destacaremos as regras do jogo.

a) O jogo é ideal para ser jogado em grupos de até 4 jogadores;

b) Escolhe-se um jogador para embaralhar e distribuir as cartas;

c) Inicialmente, após embaralhar as cartas, o jogador-distribuidor vira as 4 primeiras cartas do baralho colocando-as no centro da mesa;

d) A seguir distribui 3 cartas para cada jogador;

e) O primeiro a jogar escolhe uma de suas cartas para descartar de modo que possa formar, com aquelas da mesa, uma adição “zero”.

f) Caso o jogador não consiga combinar uma de suas cartas com aquelas da mesa de modo a obter a soma “zero”, o jogador simplesmente descarta uma carta dando sequência ao jogo.

g) O segundo jogador dá sequência à jogada procedendo da mesma forma. E assim procedem os demais.

h) Quando um jogador conseguir, com uma de suas cartas, combinar uma soma “zero” com todas as cartas da mesa, este jogador limpa a mesa e diz-se que ele fez ESCOPA. Para melhor indicar a escopa feita, ele coloca uma carta transversalmente no seu monte.

i) Não havendo cartas na mesa, o jogador seguinte apenas descarta uma de suas cartas e passa a sua vez.

j) Completada a primeira rodada (isto é, quando todos os jogadores ficarem sem nenhuma carta na mão) o distribuidor de cartas distribui mais três cartas para cada jogador. Repete-se o procedimento até usar todo o baralho.

k) Pontuação: cada escopa vale um ponto e cada 5 cartas valem um ponto.

Orientações ao Professor: Nas atividades seguintes propomos, num primeiro momento, ainda intuitivamente, a mobilização da operação subtração de números relativos para, posteriormente, buscar a formalização desta operação.

Orientações para o desenvolvimento da atividade 21: A atividade a seguir pode ser desenvolvida em duas etapas: as três primeiras questões de forma individual, e as demais, em duplas.

Sugerimos que antes da atividade seja novamente examinada a tabela de saldo de gols, buscando retomar esta ideia.

EQUIPE	GP	GC	SG
São Paulo - SP	66	36	30
Grêmio - RS	59	35	24
Cruzeiro -MG	59	44	15
Palmeiras - SP	55	45	10
Flamengo - RJ	67	48	19
Internacional - RS	48	47	1
Botafogo - RJ	51	44	7
Goiás - GO	57	47	10
Coritiba - PR	55	48	7
Vitória - BA	48	44	4
Sport - PE	48	45	3
Atlético - MG	50	61	-11
Atlético - PR	45	54	-9
Fluminense - RJ	49	48	1
Santos - SP	44	53	-9
Náutico - PE	44	54	-10
Figueirense -SC	49	73	-24
Vasco da Gama - RJ	56	72	-16
Portuguesa - SP	48	70	-22
Ipatinga - MG	37	67	-30

GP - Gols marcados

GC – Gols sofridos

SG – Saldo de gols

Atividade 21 – Pensando em subtração

1) A tabela abaixo indica o número de gols marcados, o número de gols sofridos e o saldo de gols de uma equipe de futsal em cada uma das quatro rodadas do campeonato brasileiro de futsal. Observe que a tabela possui espaços em branco. Portanto, com muita atenção, complete os espaços em branco da tabela observando as informações disponíveis em cada rodada.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
1ª Rodada	3	7	
2ª Rodada	8		- 3
3ª Rodada		3	+ 7
4ª Rodada	2		- 1

2) Em um jogo de "play 3", Murilo na segunda fase do jogo, perdeu 50 pontos e ficou com 20 pontos. Quantos pontos possuía antes da segunda fase?

3) Neste mesmo jogo de "play 3", ao terminar a primeira fase, André ganhou 70 pontos. Terminada a segunda fase deste jogo, André verificou que seu saldo era de 60 pontos. O que aconteceu na segunda fase? Ele perdeu ou ganhou pontos? Quantos?

4) Os meninos da turma 7° D fizeram uma competição com um jogo de "play 3". Na tabela abaixo estão os resultados das pontuações das duas primeiras fases do jogo.

Aluno	1° Fase	2°Fase	Saldo
Murilo	ganhou 20 pontos	ganhou 50 pontos	+70
André		ganhou 30 pontos	+80
Paula	ganhou 50 pontos	perdeu 20 pontos	
Pedro	ganhou 30 pontos		-70
Jaime		perdeu 30 pontos	-100
Miguel	não pontuou		-50
Maria	perdeu 30 pontos		Zero

OBS : Complete os espaços em branco da tabela acima.

5) Na tabela abaixo, apresentamos o monitoramento da variação da temperatura na cidade de Canoas na primeira semana do mês de Maio. Por alguma falha na impressão da tabela, alguns espaços estão em branco. Preencha esses espaços.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
01/05	5°	10°	Subiu 5°
02/05	12°	8°	Caiu 4°
03/05	9°	15°	
04/05		14°	Subiu 9°
05/05	13°		Caiu 6°
06/05	10°	10°	

6) Na tabela abaixo, apresentamos o monitoramento da variação da temperatura na cidade de Continhas na segunda semana do mês de Maio. Por alguma falha na impressão da tabela, alguns espaços estão em branco. Preencha esses espaços.

Data / Horário	6h	12h	Conclusão
01/05	- 5°	+4°	Subiu 9°
02/05	+2°	-2°	Caiu 4°
03/05	-3°	+5°	
04/05		+4°	Subiu 6°
05/05	+3°		Caiu 6°

Orientações para o desenvolvimento da atividade 22: Na atividade a seguir propomos, a partir de contextos variados, reflexões que contribuam para a compreensão e mobilização da operação subtração de números relativos.

Atividade 22 – Pensando em subtração

1) A tabela abaixo indica o número de gols marcados, o número de gols sofridos e o saldo de gols de uma equipe de futsal em cada uma das cinco rodadas do campeonato brasileiro de futsal. Observe que a tabela possui espaços em branco. Portanto, com muita atenção, complete os espaços em branco da tabela observando as informações disponíveis em cada rodada.

Rodadas	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
1ª Rodada	5	7	
2ª Rodada	7		- 3
3ª Rodada		1	+ 7
4ª Rodada	3		- 1
5ª Rodada	10	8	

Responda:

a) De que modo podemos calcular o saldo de gols de um time? Justifique sua resposta.

b) Agora complete a tabela acima.

c) Observe a continha que podemos escrever para calcular o saldo de gols (considere gols marcados como positivos e gols sofridos como negativos)...

$$(+5) + (-7) = -2$$

Agora escreva uma continha para cada rodada restante.

3) Observe as seguintes continhas...

6 + 1 = 7 e logo, 7 – 1 = 6

Agora observe a continha abaixo:

___ + 8 = 10

Qual é o valor que completa a continha acima ?

E se a continha fosse 10 - 8 = ___

Que valor completaria o espaço acima?

Por fim, podemos dizer que

(__) + (+ 8) = +10 e que

(+10) – (+ 8) = (___)

Agora, voltando à tabela de gols, calcule:

(+10) + (– 8) = ___

Sendo assim, podemos dizer que

(+ 10) – (+ 8) = (+10) + (–8) ? Justifique.

3) Agora, refletindo sobre a atividade anterior, calcule:

a) (+ 9) + (__) = (+15)

b) (+15) – (__) = (+ 6)

4) Ainda refletindo sobre os exercícios anteriores, calcule o valor de cada expressão ou do termo desconhecido:

a) (– 3) + (__) = + 5

b) (+ 5) – (– 3) = (__)

c) (+ 7) + (__) = + 4

d) (+ 4) – (+ 7) = (__)

e) (– 4) + (__) = - 5

f) (– 5) – (– 4) = (__)

5) Nas expressões abaixo, alguns espaços estão em branco... Como podemos descobrir os valores que faltam para completar estes espaços? Justificar.

a) (+ 5) + (__) = (– 7)

b) (__) + (– 6) = (– 8)

c) (– 7) + (__) = (+7)

Orientações para o desenvolvimento da atividade 23: Esta atividade tem por objetivo proporcionar novas reflexões que contribuam para a compreensão, mobilização e formalização da operação subtração de números relativos. Propomos a organização da turma em pequenos grupos de trabalho, com a finalidade de promover a interação entre os alunos e favorecer a identificação das estratégias utilizadas pelos alunos além de possíveis dificuldades associadas à operação de subtração.

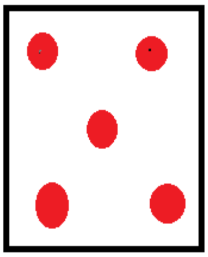
Atividade 23 – Subtração de números relativos

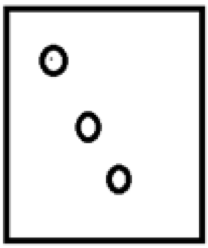
1) No início do ano, Jonas tinha muitas canetas. Ao longo do ano perdeu 14 e ficou com 32. Quantas canetas Jonas tinha no início do ano?

2) Pedro tinha um saco de bolinhas de gude. Ao longo da semana ganhou 17 e ficou com 41 bolinhas. Quantas bolinhas Pedro tinha inicialmente?

3) Este jogo é composto por cartas com bolinhas brancas e cartas com bolinhas vermelhas. Cada bolinha branca equivale a um ponto positivo e cada bolinha vermelha a um ponto negativo. Sabemos que um ponto positivo e um ponto negativo se anulam.

Observe as cartas disponíveis:





Regras do jogo:

→ Devem ser formados grupos de 3 ou 4 jogadores.

→ Cada jogador deverá receber 6 cartas e, após analisar, descartar 2 delas.

→ Após descartar 1 carta, cada jogador deverá verificar o saldo de pontos que ainda possui.

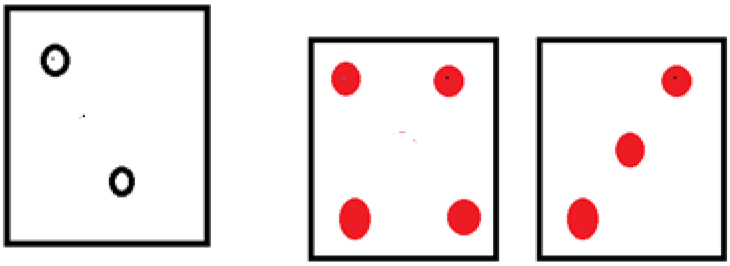
Será considerado vencedor o jogador que obtiver o maior saldo de pontos.

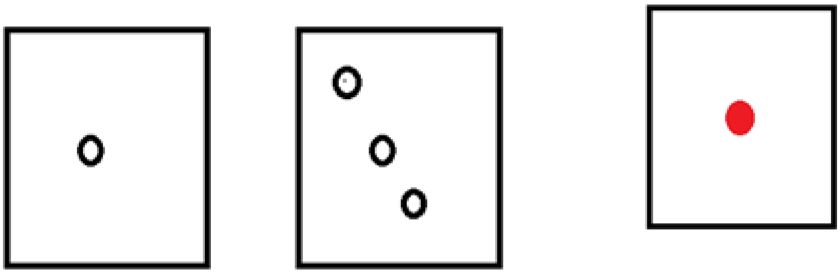
Importante: para cada grupo será disponibilizada a tabela abaixo, para facilitar a "contagem" dos pontos.

Nome	Total de pontos brancos	Total de pontos vermelhos	Saldo	Carta descartada	Saldo após o descarte

4) Agora vamos pensar ...

Imagine que você receba as seguintes cartas:





a) Qual é o total dos pontos das cartas?

b) Se tirar a carta de 3 pontos brancos das cartas acima, passarei a ter mais ou menos pontos? Quantos?

c) Escreva uma continha que expresse a situação descrita acima.

d) Se tirar a carta de 5 pontos vermelhos das cartas acima, passarei a ter mais ou menos pontos? Quantos?

Cada grupo deve responder as seguintes questões no material impresso:

a) Que conclusão pode-se tirar do jogo de cartas?

b) Podemos dizer que subtrair um número positivo é o mesmo que ____.

c) Podemos dizer que subtrair um número negativo é o mesmo que ____.

d) Podemos dizer que subtrair um número positivo ou negativo é ____.

e) Cada grupo deverá criar uma “regra” para continhas de subtração.

f) Cada grupo deverá escrever no quadro a regra elaborada.

Lembre-se: Todas as respostas são importantes...

No momento adequado defenda a resposta do seu grupo.

5) Vamos refletir um pouquinho ...

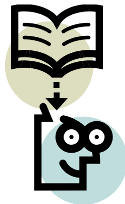
a) (+ 7) + (___) = + 4

b) (+ 4) – (+ 7) = (___)

c) (– 3) + (___) = + 5

d) (+ 5) – (– 3) = (___)

Atividade 24 – Proposta de formalização das regras de adição e subtração de números relativos.



<u>Adição de números relativos</u>

Para efetuar a adição de números relativos de mesmo sinal, devemos adicionar os valores absolutos de tais números, observando e mantendo no resultado o sinal indicado em cada número envolvido. Logo, ao adicionarmos dois números positivos, teremos como resultado um número positivo; ao adicionarmos dois números negativos, teremos como resultado um número negativo.

Para efetuar a adição de números relativos com sinais diferentes, devemos lembrar que cada unidade negativa anula uma unidade positiva, e que o resultado encontrado deve ter o sinal das unidades restantes, sejam positivas ou negativas. Portanto, o sinal do resultado será o sinal do número de maior valor absoluto.

Veja alguns exemplos:

a) $(+8) + (+5) = +13$

b) $(-9) + (-7) = -16$

c) $(-8) + (+2) = -6$

d) $(+8) + (-5) = +3$

Subtração de números relativos

Para efetuar uma subtração de dois números relativos devemos expressar tal operação como uma adição de números relativos, somando o primeiro número e o oposto do segundo número.

Veja alguns exemplos:

a) $(+8) - (+5) = (+8) + (-5) = +3$

b) $(+9) - (-7) = (+9) + (+7) = +16$

c) $(-8) - (+2) = (-8) + (-2) = -10$