

Vanessa Hoffmann de Quadros

Risco de crédito em redes interbancárias

Porto Alegre
2014

Vanessa Hoffmann de Quadros

Risco de crédito em redes interbancárias

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. José Roberto Iglesias

Porto Alegre
2014

Quadros, Vanessa Hoffmann de
Risco de crédito em redes interbancárias
98 páginas
Dissertação (Mestrado) - Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-graduação em Física.

1. Exposições interbancárias
2. Crises financeiras
3. Leis de potência

I. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Física. Programa de Pós-graduação em Física.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr.
Nome

Prof. Dr.
Nome

Prof. Dr.
Nome

Prof. Dr.
José Roberto Iglesias

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Prof. José Roberto Iglesias, pela confiança depositada em mim e pela disposição para discussão do trabalho e dos resultados. Também gostaria de agradecer a colaboração do Dr. Juan Carlos González-Avella durante o período de elaboração deste trabalho. Um especial agradecimento aos colegas do Tribunal Regional do Trabalho da 4^a Região, pelo respaldo às minhas atividades de pesquisa, em particular aos chefes André Luis de Assis e Wolmar Augusto Cozubek Mallet, que sempre foram receptivos às minhas solicitações de mudança de horário de trabalho, permitindo que eu pudesse frequentar as disciplinas do mestrado. Agradeço aos professores da Universidade Federal do Rio Grande do Sul que contribuíram de forma essencial para minha formação, em especial à Prof. Acirete Simões e ao Prof. Pedro Luis Grande, pelas excelentes aulas ministradas. Por fim agradeço à minha família e aos amigos que agora compartilham comigo a satisfação da tarefa cumprida.

Resumo

Uma característica dominante do sistema financeiro contemporâneo é a intrincada rede de conexões entre instituições financeiras, destacando-se a rede de empréstimos do mercado interbancário, através da qual é feita a transferência de recursos líquidos de bancos com *superavit* de liquidez para bancos deficitários. Ao mesmo tempo em que o mercado interbancário é responsável pela alocação eficiente de liquidez, a estrutura das exposições interbancárias pode ser considerada fator de risco sistêmico por ser fonte de contágio em caso de crise financeira. A insolvência de um banco pode se propagar na rede levando à insolvência de um grande subconjunto conectado de bancos.

Estudos empíricos tem evidenciado que algumas redes interbancárias apresentam características de redes livres de escala. O presente trabalho explora as características de contágio financeiro em redes cuja distribuição de links se aproxima a uma lei de potência, através de um modelo deliberadamente simplificado que define a estrutura patrimonial dos bancos a partir de informações de conectividade da rede. Variando os parâmetros de formação das redes obtemos distribuições com diferentes concentrações de dívidas e de direitos, criando três perfis principais, que foram analisados quanto a sua resistência ao contágio. Testamos também o efeito da variação da conectividade em conjunto com a variação da concentração dos links.

Os resultados encontrados sugerem que redes mais conectadas e com alta concentração de direitos (com nodos caracterizados por serem grandes credores do sistema) apresentam maior resistência ao contágio.

Avaliando alguns índices topológicos de risco sistêmico sugeridos na literatura, pudemos verificar sua capacidade de explicar o impacto da quebra de um nodo sobre o sistema. Embora fique evidente a relação positiva entre os índices e o valor do impacto para os casos de maior magnitude de perdas, a relação é mais fraca para os menores

valores de impacto, sugerindo um poder menor de previsão em redes mais resistentes.

Palavras-chave: exposições interbancárias, crises financeiras, leis de potência.

Abstract

One of the most striking characteristics of modern financial systems is its complex interdependence, standing out the network of bilateral exposures in interbank market, through which institutions with surplus liquidity can lend to those with liquidity shortage. While the interbank market is responsible for efficient liquidity allocation, it also introduce the possibility for systemic risk via financial contagion. Insolvency of one bank can propagate through interlinkages leading to insolvency of other banks.

Empirical studies have shown that some interbank networks have features of scale-free networks. This work explores the characteristics of financial contagion in networks whose links distributions approaches a power law, using a deliberately simplified model that defines banks balance sheets from information of network connectivity.

Varying the parameters of the network creation we obtained links distributions with different concentrations of debts and rights, creating three main network types, which were analyzed for their resilience to contagion. We also tested the effect of a variation in connectivity in conjunction with variation in concentration of links.

The results suggest that more connected networks with high concentration of rights (featuring nodes that are large creditors of the system) present greater resilience to contagion.

Evaluating some topological indices of systemic risk suggested in the literature, we could verify its ability to explain the impact on the system caused by the failure of a node. While it is clear the positive relationship between the indexes and the impact value for cases of greater magnitude of losses, the relationship is weaker for smaller values of impact, suggesting a lower predictive power in more resilient networks.

Keywords: interbank exposures, financial crises, power laws.

Lista de Figuras

2.1	Rede interbancária americana	22
2.2	Rede interbancária austríaca	23
2.3	Rede interbancária japonesa	23
2.4	Rede interbancária brasileira	23
3.1	Redes livre de escala	27
3.2	Algoritmo de construção da rede	29
3.3	Rede de 100 nodos	30
3.4	Distribuição dos graus de entrada e saída, $n = 10^7$	32
3.5	Distribuição dos graus de entrada (detalhe)	33
3.6	Distribuição dos graus de saída (detalhe)	34
3.7	Distribuição dos graus de entrada e saída (várias redes, $n = 10^6$)	35
3.8	Distribuição dos graus de entrada e saída (várias redes, $n = 10^3$)	36
3.9	Espaço de parâmetros	38
3.10	Distribuições de conectividade de três redes selecionadas	41
3.11	Redes selecionadas	42
3.12	Rede ilustrativa representando os fluxos de pagamento	43
3.13	Proporções ANB/A e PNB/P	48
5.1	Ranking dos bancos ordenados pelo <i>Impacto de Default</i> , ID_i	58

5.2	Ranking dos bancos ordenados pela <i>Cascata de Defaults</i> , CD_i	60
5.3	Efeito do tamanho da rede sobre as medidas agregadas, ID e CD	64
5.4	Efeito do tamanho da rede sobre ID_i e CD_i dos nodos de maior impacto	65
5.5	Efeito do nível de capitalização sobre as medidas agregadas, ID e CD . .	66
5.6	Impacto de <i>default</i> (diferentes tipos de conectividade/concentração) . .	75
5.7	Cascata de <i>defaults</i> (diferentes tipos de conectividade/concentração) . .	76
5.8	Impacto de <i>default</i> e medidas locais de risco sistêmico	78
5.9	Cascata de <i>default</i> e medidas locais de risco sistêmico	79
B.1	Relação capital/ativos e IB	94

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros para as 9 redes de exemplo	37
3.2	Parâmetros das redes GD_0 , S_0 e GC_0	40
3.3	Três redes selecionadas	40
5.1	Nodos de maior impacto das redes GD , S e GC	62
5.2	Parâmetros das redes GD , S e GC (tipos 0 a 4)	68
5.3	Medidas ID e CD , conectividade e concentração das redes GD , S e GC (tipos 0 e 1)	69
5.4	Medidas ID e CD , conectividade e concentração das redes GD , S e GC (tipos 0 e 2)	71
5.5	Medidas ID e CD , conectividade e concentração das redes GD , S e GC (tipos 0 e 3)	73
5.6	Medidas ID e CD , conectividade e concentração das redes GD , S e GC (tipos 0 e 4)	74
A.1	Balanço Patrimonial	88
B.1	Parâmetros de Basileia III	96

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Instituições financeiras e risco sistêmico	3
1.2	Representação da rede interbancária	7
2	Revisão da literatura	9
2.1	Modelos teóricos sobre redes financeiras	9
2.2	Redes financeiras reais	13
3	Descrição do modelo	24
3.1	Construção das redes livres de escala	26
3.2	Magnitude das exposições interbancárias	42
3.3	Completando o balanço dos bancos	45
4	Contágio em redes interbancárias	50
4.1	Simulações de contágio em redes interbancárias	50
4.2	Impacto de default e cascata de defaults	53
5	Resultados	56
5.1	Impacto de default e Cascata de defaults	57
5.2	Efeito do tamanho da rede sobre o contágio	63
5.3	Efeito do nível de capitalização sobre o contágio	64

Sumário	xii
5.4 Efeito da conectividade e concentração	65
5.4.1 Tipo 1: Maior conectividade e maior concentração	68
5.4.2 Tipo 2: Maior conectividade e concentração similar ao tipo 0 . . .	70
5.4.3 Tipo 3: Maior conectividade e menor concentração	72
5.4.4 Tipo 4: Mesma conectividade e menor concentração	73
5.5 Contágio e medidas locais de risco sistêmico	75
6 Conclusões	80
Referências Bibliográficas	82
A O balanço patrimonial	87
B O acordo de Basileia	90

Capítulo 1

Introdução

A crise financeira deflagrada em 2007 pôs em evidência, uma vez mais, o alto grau de interdependência dos sistemas financeiros. Durante o desdobramento da crise, ficou clara a dificuldade de previsão de sua amplitude e suas consequências.

Nos sistemas financeiros contemporâneos os bancos estão conectados através de exposições mútuas criadas no mercado interbancário, pelo qual é feita a transferência de recursos líquidos de bancos com *superavit* de liquidez para bancos deficitários. Igualmente relevantes são as interdependências que surgem entre instituições que possuem ativos similares e compartilham os mesmos depositantes.

A estrutura de conexões entre instituições financeiras pode ser capturada através de uma representação em rede, em que as instituições são interpretadas como os nodos e suas relações mútuas como os *links* que as conectam. Estudos empíricos visando identificar a topologia de redes financeiras têm evidenciado que algumas delas apresentam características de redes livres de escala, o que quer dizer que a distribuição das conexões entre bancos segue uma lei de potência, $p(K = k) \sim k^{-X}$.

Este trabalho procura identificar, através de simulações de redes cujas distribuições se aproximam de leis de potência, como se comportam as redes livres de escala quanto à propagação do contágio financeiro via exposições mútuas no mercado interbancário

e quais as características que fazem uma determinada rede livre de escala ser mais ou menos propensa à propagação da crise. Utilizando um modelo simplificado que define a estrutura patrimonial dos bancos a partir de informações de conectividade da rede, simulamos a estrutura patrimonial do sistema financeiro dividindo o balanço dos bancos entre ativos e passivos bancários e não bancários. A divisão representa as relações dos bancos com agentes internos ao sistema financeiro (ativos e passivos bancários) e as relações com agentes externos (ativos e passivos não bancários).

Variando os parâmetros de formação das redes obtemos distribuições de *links* com diferentes concentrações de dívidas e de direitos, criando três tipos principais, analisados quanto a sua resistência ao contágio: redes em que a concentração de débitos é maior que a de créditos, redes em que a concentração de débitos é menor que a concentração de créditos e redes com concentrações de débitos e créditos similares. Testamos também o efeito da variação da conectividade em conjunto com a variação da concentração dos *links*, assim como o efeito do tamanho das redes e do nível de capitalização dos bancos sobre o contágio financeiro. Em todas as situações analisadas o contágio financeiro é simulado a partir da quebra individual de um banco da rede, que afeta os bancos vizinhos pela inadimplência de suas obrigações no mercado de crédito interbancário. Dessa forma, este trabalho se concentra no problema do risco de crédito, abstraindo outras fontes de contágio igualmente importantes, como o risco de choques adversos atingindo várias instituições ao mesmo tempo.

Avaliamos alguns índices topológicos de risco sistêmico sugeridos na literatura no intuito de verificar sua capacidade de explicar o impacto da quebra de um nodo sobre o sistema.

O restante do trabalho está estruturado da seguinte forma: a seção 1.1 introduz o conceito de risco sistêmico e relaciona as características que fazem dos sistemas financeiros mais propensos às crises sistêmicas. A seção 1.2 esquematiza o tratamento do sistema financeiro como uma rede em que os nodos são as instituições financeiras e os

links equivalem a suas relações mútuas. Em seguida, o capítulo 2 apresenta uma revisão da literatura sobre redes financeiras, abordando os trabalhos teóricos de simulação de redes e também os trabalhos empíricos que mapearam redes financeiras de vários países. O capítulo 3 descreve o modelo utilizado neste trabalho para simulação das redes financeiras, apresentando a metodologia utilizada na construção das conexões entre nodos, assim como o método usado na simulação de seus balanços patrimoniais. O capítulo 4 introduz o método de simulação de contágio a partir da quebra inicial de um nodo da rede. Apresenta também os índices de impacto, pelos quais avaliamos os nodos quanto ao efeito de sua quebra sobre os outros nodos do sistema. Para cada rede simulada todos os nodos são analisados individualmente quanto ao impacto de quebra. O capítulo 5 apresenta os resultados das diversas simulações efetuadas, variando os parâmetros de formação das redes, a escala do sistema (número de nodos) e o nível de capitalização dos bancos. O capítulo 6 sumariza as conclusões principais do trabalho.

1.1 Instituições financeiras e risco sistêmico

Uma vasta literatura tem sido produzida nos últimos anos a respeito das crises financeiras, figurando no centro das discussões o conceito de risco sistêmico e o papel das instituições financeiras na propagação das crises. De acordo com [Bandt e Hartmann \(2000\)](#), uma crise sistêmica pode ser definida como um evento que afeta um número considerável de instituições ou mercados, impactando severamente o funcionamento do sistema. Em um sentido restrito, um evento sistêmico aparece aos agentes econômicos como um choque idiossincrático, em que a quebra de uma instituição ou a divulgação de más notícias a respeito de sua saúde financeira levam à quebra ou a resultados adversos de outras instituições.

Em sentido mais amplo, o conceito de evento sistêmico abrange também a ocorrência de eventos adversos de nível macroeconômico, que atingem todos os agentes simultanea-

mente, como por exemplo variações de preços no mercado, alterações cambiais, variações nas taxas de juros etc.

Eventos sistêmicos não são exclusividade de sistemas financeiros, podendo surgir em outros setores da economia. Entretanto, a probabilidade de ocorrência e a severidade de crises em sistemas financeiros tem sido consideradas notavelmente mais elevadas (Stiglitz (1993)). Ainda de acordo com Bandt e Hartmann (2000), existem três características dos sistemas financeiros que explicam essa “hipótese da fragilidade financeira”: (1) a função e estrutura dos bancos; (2) a rede de conexões entre instituições financeiras via exposições diretas e sistema de pagamentos e (3) o gerenciamento da informação e controle dos contratos financeiros.

1. *Função e estrutura dos bancos*: A função primordial dos bancos em uma economia é servir de intermediário entre poupadores e investidores/consumidores, promovendo a alocação eficiente dos recursos no processo produtivo. São intermediários entre os que desejam emprestar recursos visando uma remuneração e os que necessitam de recursos para realizar seus projetos.

A forma mais tradicional usada por bancos para captação de recursos junto aos agentes poupadores é através de depósitos, que são redirecionados para os agentes investidores ou consumidores através da concessão de financiamento para suas atividades. Como forma alternativa aos depósitos os bancos podem captar recursos nos mercados monetário e de capitais, emitindo títulos financeiros. Também podem obter recursos vendendo temporariamente valores mobiliários a outros bancos com obrigação de recompra (*repurchase agreement*). Outra prática comum para obtenção de fundos é a securitização, que consiste no agrupamento de títulos de crédito que o banco possui em seu ativo (dívidas de clientes referentes a empréstimos concedidos) convertendo-os em títulos padronizados que podem ser vendidos para vários investidores. A diversificação das fontes de captação, con-

seqüência da procura dos bancos por obter recursos em condições mais favoráveis, é um dos fatores que intensificam as relações interbancárias, tornando a rede interbancária mais densamente conectada.

Todas as atividades financeiras envolvem a análise e a tomada de decisão entre opções de risco, retorno e liquidez, o que impele os bancos a administrarem ativamente os dois lados do balanço, ou seja, tanto a captação quanto a aplicação dos recursos. Em decorrência da atividade dos bancos como alocadores de recursos financeiros, há uma disparidade entre os prazos de suas captações, que são em grande parte obrigações de curto prazo, e de suas aplicações, normalmente de médio e longo prazos (Diamond e Rajan (1999)). De forma simplificada, os bancos captam recursos de depósitos à vista e os invertem em aplicações cujo retorno só vai acontecer em uma data futura. Ocorre que os depósitos podem ser sacados a qualquer momento, e os bancos precisam manter recursos líquidos para honrar essas obrigações. Normalmente, apenas uma pequena fração dos ativos dos bancos precisam ser mantidos em reservas líquidas, uma vez que os depositantes em geral não sacam seus recursos todos ao mesmo tempo. Entretanto, em momentos de incerteza no mercado a desconfiança dos agentes pode levar a uma corrida bancária, quando os bancos se deparam com saques muito acima dos níveis normais, correndo sério risco de ficarem ilíquidos.

Em parte a adoção de mecanismos de seguro depósito protege o sistema quanto ao risco de corridas bancárias, mas as crises de liquidez ainda são uma realidade em situações de estresse do sistema, com instituições reduzindo o crédito que antes proviam a bancos parceiros em épocas de normalidade. Com efeito, a perda de confiança dos agentes em uma situação de estresse pode provocar sérias restrições de liquidez, encarecendo a obtenção de caixa para que as instituições possam honrar seus compromissos no curto prazo. Essa é uma situação de paralisação bastante perigosa, uma vez que instituições ilíquidas deverão se desfazer de ativos

de longo prazo para conseguir recursos, operações que implicam perda no valor dos ativos. Por essa via, instituições ilíquidas podem eventualmente se tornar insolventes¹ devido às perdas infligidas pelas operações de obtenção de caixa a um alto custo. A saúde financeira de um banco não depende apenas de seu sucesso em escolher as aplicações mais rentáveis para seus recursos, mas também da confiança dos depositantes e outras instituições parceiras no valor de seus ativos. Notemos que essa característica não se aplica a outros intermediários financeiros, como seguradoras, corretoras e sociedades distribuidoras de títulos mobiliários, mas como é comum que tanto essas instituições quanto os bancos pertençam a conglomerados financeiros, o problema que é de um facilmente passa a ser de todos.

2. *Rede de conexões entre instituições:* A complexa rede de exposições entre bancos, através do mercado interbancário e do sistema de pagamentos, representa um importante canal de propagação de crises. As exposições interbancárias podem ser suficientemente grandes a ponto de que o *default* de um banco gere dificuldades de pagamento para outros bancos da rede.
3. *Gerenciamento da informação e controle dos contratos financeiros:* As decisões financeiras visam a alocação intertemporal de poder de compra e são, portanto, baseadas em expectativas quanto ao valor futuro e retorno das aplicações. Quando a incerteza do mercado cresce e a credibilidade das instituições é questionada, as expectativas dos agentes econômicos podem mudar bruscamente e decisões de investimento podem ser alteradas, o que leva a grandes flutuações nos preços dos ativos. Bancos operam sob condições de incerteza sobre o futuro iguais ou maiores que aquelas que atingem o resto dos agentes, devido à sua natureza especulativa e aos riscos inerentes a cada transação financeira.

¹Usamos aqui a definição usual de insolvência, ou seja, um banco se torna insolvente quando seu patrimônio líquido é negativo, o que quer dizer que seus ativos valem menos que o total de suas dívidas.

As características descritas acima respondem em conjunto pela maior vulnerabilidade das instituições financeiras ao risco sistêmico.

1.2 Representação da rede interbancária

O sistema interbancário pode ser representado por uma rede direcionada e ponderada Γ definida como o tripleto $\Gamma(\mathcal{V}, W, \mathcal{C})$ em que:

- Os nodos $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ representam os bancos da rede;
- A matriz W é a matriz de exposições bilaterais dos bancos: w_{ij} representa a exposição do nodo j ao nodo i , ou seja, o valor que i deve pagar a j por empréstimos tomados, representando, portanto, a direção do fluxo de perdas em caso de inadimplência de i ;
- $\mathcal{C} = \{PL_i, i \in \mathcal{V}\}$ é a estrutura de capital da rede, em que PL_i é o patrimônio líquido (capital) do banco i .

Da forma como definimos, um *link* saindo do nodo i em direção ao nodo j representa a existência de uma obrigação de pagamento de i para j , sendo o peso do *link* a magnitude dessa obrigação, ou seja, w_{ij} . A soma das obrigações (dívidas) do banco i para com outros bancos representa o seu passivo bancário, PB_i :

$$PB_i = \sum_{j \in \{k_{out}^i\}} w_{ij} \quad (1.1)$$

em que $\{k_{out}^i\}$ é o conjunto dos bancos para os quais o banco i tem obrigações a pagar.

A soma dos empréstimos que o banco i concedeu a outros bancos da rede representa o seu ativo bancário, AB_i :

$$AB_i = \sum_{j \in \{k_{in}^i\}} w_{ji} \quad (1.2)$$

em que $\{k_{in}^i\}$ é o conjunto dos bancos que possuem obrigações a pagar ao banco i .

Uma vez estabelecidos os valores dos ativos e passivos bancários, AB_i e PB_i , resta definir os outros elementos que compõem o balanço: ativos não bancários, passivos não bancários e patrimônio líquido. Ativos e passivos não bancários se referem às relações que o banco mantém com agentes externos ao sistema financeiro: pessoas físicas e jurídicas não financeiras. O patrimônio líquido corresponde aos recursos próprios aplicados no banco, ou seja, o capital dos sócios. No capítulo 3 detalhamos a metodologia utilizada na construção da estrutura patrimonial de cada nodo do sistema.

Capítulo 2

Revisão da literatura

2.1 Modelos teóricos sobre redes financeiras

Os estudos de redes financeiras apresentam abordagens teóricas e empíricas. Os modelos teóricos procuram identificar características topológicas das redes associadas ao potencial de propagação de crises. Os estudos empíricos têm procurado mapear as redes reais, também buscando identificar, via simulações de contágio, sua propensão ou resistência à propagação de perdas via exposições interbancárias.

Dentre os trabalhos teóricos destaca-se o estudo de [Allen e Gale \(2000\)](#), que demonstra como a possibilidade de contágio depende fortemente da estrutura da rede de conexões interbancárias. Os autores avaliam o contágio gerado a partir de um aumento da demanda por liquidez (choque de liquidez) de um sistema constituído de 4 regiões idênticas. Cada região pode ser interpretada como um banco, ou um conjunto de bancos de uma região geográfica específica. Para cada par de bancos, i e j , uma conexão entre os dois existe se i mantém depósitos em j ou j mantém depósitos em i . A rede é considerada completa se qualquer banco i possui depósitos em todos os outros bancos da rede. Os autores demonstram que se o sistema formado por essas 4 regiões (ou bancos) é uma rede completa, em que todos os pares de nodos possuem

conexões entre si, o efeito contágio é minimizado. Argumentam que em redes completas o impacto de uma crise de liquidez em uma região pode ser distribuído entre todas as outras e dessa forma atenuado. Por outro lado, se a rede interbancária se apresenta como uma cadeia de crédito, em que cada agente está exposto a apenas um vizinho ao longo de um anel, a crise iniciada em uma região será sentida fortemente por seu vizinho imediato, iniciando o processo de propagação da crise.

Freixas et al. (2000) avaliam as diferenças de contágio entre uma rede completa e uma estrutura incompleta de *links* em cadeia (*credit chain*), encontrando resultados semelhantes. Em seu modelo, as linhas de crédito interbancário surgem pela necessidade dos depositantes de sacar seus depósitos em região distinta daquela em que depositaram inicialmente. Argumentam que em condições normais as linhas de crédito interbancário atenuam os custos de manutenção de ativos líquidos (caixa) pelos bancos, mas são fontes de propagação do contágio em caso de insolvência de um dos nodos do sistema.

Conforme destaca Upper (2011), os modelos teóricos de Allen e Gale (2000) e Freixas et al. (2000) proveem um bom entendimento dos mecanismos de propagação do contágio, embora não seja direta a extrapolação de suas conclusões para redes de maior complexidade.

Estudos mais recentes modelam redes artificiais complexas buscando identificar padrões que possam levar a uma maior ou menor propensão ao contágio. Nier et al. (2007) simulam a propagação de perdas a partir da quebra inicial de um banco em uma rede aleatória tipo Erdős-Rényi, encontrando uma relação negativa não linear entre o contágio e o nível de capitalização dos bancos. A rede é construída a partir de dois parâmetros: o número de nodos, N , e a probabilidade, p_{ij} , de que o banco i tenha emprestado ao banco j . A probabilidade p_{ij} é considerada igual para todos os pares (i,j) e, por simplicidade, representada por p . Os autores simulam redes de 25 bancos com probabilidade de conexão a partir de $p = 0,2$, aumentando o valor de p para obter redes com maior conectividade. Ao todo 5 parâmetros determinam a

estrutura patrimonial dos bancos da rede: patrimônio líquido como fração dos ativos totais, γ , ativos interbancários como fração dos ativos totais, θ , total de ativos do sistema, E , número de bancos, N , e probabilidade de conexão, p . Todos os empréstimos interbancários, w_{ij} , possuem igual magnitude, determinada pelos parâmetros $(\gamma, \theta, E, N, p)$, de tal forma que w_{ij} resulta inversamente proporcional à conectividade da rede. A relação resultante entre contágio e conectividade é não linear. Um acréscimo no número de exposições interbancárias inicialmente não apresenta efeito sobre o contágio, uma vez que as perdas são absorvidas pelo capital de cada nodo afetado. Entretanto, conforme o número de conexões vai sendo elevado a propagação das perdas cresce, até o ponto em que novos acréscimos no número de *links* passam a diminuir o contágio. A relação não monotônica entre conectividade e contágio reflete a atuação de dois efeitos: de um lado, a adição de novos *links* acrescenta novos canais através dos quais o contágio pode ocorrer. Por outro lado, acréscimos de *links* também representam a distribuição das perdas entre um maior número de nodos, diluindo o impacto da quebra e atenuando os efeitos da crise.

Estudando uma rede de 400 nodos com distribuição da conectividade que se aproxima a uma lei de potência, [Cont e Moussa \(2010\)](#) encontram resultados semelhantes aos de [Nier et al. \(2007\)](#) para a relação entre conectividade, nível de capitalização e contágio. A rede é obtida utilizando o algoritmo para construção de redes livres de escala direcionais proposto por [Bollobás et al. \(2003\)](#). Para cada *link* é atribuído um peso, representando a magnitude do empréstimo interbancário, obtido de uma distribuição em lei de potências do tipo Pareto com parâmetro $\alpha = 1.9$.

[Battiston et al. \(2009\)](#) simulam contágio em uma rede regular e encontram também uma relação não linear entre conectividade e propagação de perdas, embora com efeito diverso: inicialmente o aumento no número de conexões eleva a resiliência da rede ao contágio, enquanto acréscimos posteriores tendem a diminuí-la.

Os autores derivam um sistema de equações diferenciais estocásticas em que a

saúde financeira de cada banco é função de sua saúde passada e da saúde financeira dos demais bancos da rede. A saúde financeira de cada banco i é representada por $\rho_i \in [0,1]$, e pode ser interpretada como a relação capital/ativos do banco. Dessa forma, $\rho_i = 0$ indica que o banco i está insolvente. Eles consideram um sistema de n bancos conectados por uma rede interbancária definida pela matriz de exposições mútuas W , com $w_{ij} \in [0,1]$. O grau de entrada do banco i é o número $k_i \leq n - 1$, e representa o número de vizinhos a quem o banco i está exposto. O modelo supõe que todos os bancos possuem o mesmo número de conexões e que as exposições no portfólio de cada banco são aproximadamente balanceadas, ou seja, $w_{ij} \cong 1/k_i$, de forma que o grau de entrada do nodo é uma medida da diversificação do seu risco.

A evolução temporal da saúde financeira de cada banco i é dada por:

$$d\rho_i = \left[\sum_j w_{ij} \rho_j(t) - \rho_i(t) + h(\rho_i(t), \rho_i(t')) \right] dt + \sigma dz_i \quad (2.1)$$

Na equação acima σdz_i é um processo de Wiener representando choques idiossincráticos sobre o sistema. A função $h(\rho_i(t), \rho_i(t'))$ equivale ao acelerador financeiro, representando a idéia de que uma mudança na saúde financeira ρ_i possui um efeito de retroalimentação, causando uma mudança de mesma direção em ρ_i no futuro¹.

Os autores demonstram que o aumento inicial da conectividade diminui o contágio, evidenciando o efeito positivo de um aumento da diversificação do risco. Entretanto, na presença do acelerador financeiro, quando a conectividade cresce além de um determinado limiar, ocorre o efeito contrário, com a amplificação do contágio.

As diferenças nos resultados encontrados pelos vários estudos indicam que a possibilidade e extensão do contágio depende consideravelmente da estrutura de cada rede e dos pressupostos de cada modelo. Essas evidências ressaltam a importância dos trabalhos empíricos em mapear a estrutura específica de redes reais.

¹Para mais detalhes a respeito do conceito de acelerador financeiro ver [Bernanke et al. \(1999\)](#).

2.2 Redes financeiras reais

Os estudos empíricos de sistemas financeiros em vários países têm procurado avaliar a propensão das redes ao contágio via exposições interbancárias. A maioria dos trabalhos usa informação extraída dos balanços patrimoniais dos bancos para estimar as relações bilaterais entre as instituições do sistema. Consecutivamente são feitos testes para avaliar a estabilidade da rede sob condições de estresse, como na situação de quebra de um dos nodos ou de um conjunto de nodos.

Geralmente as informações sobre exposições bilaterais são escassas e de qualidade limitada. Empréstimos interbancários são contratados em geral bilateralmente com o auxílio de corretoras, sendo compensados (liquidados) via sistema de pagamentos. O valor das exposições individualizadas não são divulgadas, sendo conhecidas apenas pelas contrapartes envolvidas. Plataformas eletrônicas de negociação podem manter informações sobre todas as operações, mas não existem em todas as jurisdições de atuação das instituições financeiras.

Em alguns países o órgão regulador do sistema financeiro, normalmente o banco central, exige que os bancos apresentem relatórios contábeis de suas operações bilaterais. Em outros essa informação é coletada por agências responsáveis pelo registro de créditos, que coletam informação sobre todo tipo de empréstimos, não só entre instituições financeiras. Em certos países, por exemplo Hungria ([Lubloy \(2005\)](#)), Itália ([Mistrulli \(2007\)](#)), Brasil ([Cont et al. \(2010\)](#)), México ([Jaramillo et al. \(2012\)](#)), os relatórios exigidos são bastante completos, permitindo reconstruir toda a matriz de exposições bilaterais. Em alguns casos, entretanto, apenas se exige informações sobre exposições de maior magnitude, como ocorre em muitos países europeus, por exemplo Suíça ([Sheldon e Maurer \(1998\)](#)), Alemanha ([Upper e Worms \(2004\)](#)), Reino Unido ([Wells \(2004\)](#)) e Bélgica ([Degryse e Nguyen \(2004\)](#)).

Em sua maioria os relatórios excluem também as operações fora do balanço (*off-*

balance sheet). Tais operações se referem a transações da instituição que não figuram no balanço por não representarem a posse de um direito (ativo) corrente ou obrigação (passivo) corrente. Apesar disso, as atividades fora do balanço afetam a forma futura do balanço do banco, visto que envolvem a criação de ativos e passivos condicionais. Exemplo de operação fora do balanço é a concessão de garantias sob forma de cartas de fiança para apoiar a emissão de obrigações: sem os pagamentos comprometidos, a garantia concedida transforma-se em passivo efetivo ou real, ou seja, o banco é obrigado a usar recursos próprios para indenizar os credores.

Outro exemplo de operação fora do balanço, que teve inclusive papel de destaque na crise de 2008, é a criação pelos bancos dos chamados veículos de investimento estruturados (Janet (2009)). Os SIVs (Structured Investment Vehicles) são sociedades criadas por bancos e fundos de *hedge* na época do *boom* do crédito nos Estados Unidos. Elas tomavam recursos no curto prazo com juros baratos, com emissão de títulos comerciais, e emprestavam recursos a longo prazo. A vantagem para os bancos ao montarem esse tipo de estrutura era que as operações de crédito dos SIVs ficavam fora dos seus balanços, não comprometendo a capacidade de alavancagem. Com o congelamento do mercado de títulos comerciais, os SIVs não conseguiram rolar sua captação de curto prazo e tiveram problemas para honrar seus compromissos, já que seus ativos eram de maturação de longo prazo e de valor duvidoso, com grande ligação com o mercado de hipotecas *subprime*. Relações contratuais obrigaram os bancos a assumir perdas dessas sociedades no auge da crise, trazendo um risco até certo ponto desconhecido para os acionistas das instituições financeiras.

A ausência de informações sobre as operações fora do balanço pode subestimar tanto a possibilidade quanto o efeito do contágio financeiro. Em geral as agências reguladoras dispensam bastante atenção aos bancos com maior balanço, julgados potencialmente perigosos para o sistema. Esses bancos são considerados grandes demais para quebrar (*too big to fail*) e normalmente são resgatados pelo governo quando enfrentam problemas.

A crise de 2008 chamou atenção para o risco sistêmico que a estrutura de conexões impõe ao sistema, através de bancos muito conectados, embora pequenos e médios, considerados “*too interconnected to fail*”. É possível, entretanto, argumentar que muitos dos bancos considerados pequenos e muito conectados são, na realidade, grandes e muitos conectados, uma vez que possuem grandes posições fora do balanço ².

As exposições bilaterais também podem ser estimadas através das informações do fluxo de pagamentos que ocorre nos sistemas de liquidação interbancária. O trabalho de [Furfine \(2003\)](#) utiliza essa abordagem com dados do Fedware, o sistema de pagamentos americano operado pelo FED (Federal Reserve). [Amundsen e Arnt \(2005\)](#) estimam o risco de contágio a partir de informações do sistema de pagamentos da Dinamarca. [Jaramillo et al. \(2012\)](#) apresentam dados do sistema de pagamentos mexicano, assim como informações de balanço reportados ao Banco Central do México.

A estimativa a partir de fluxos de pagamentos é simples: cada empréstimo com maturidade de um dia, por exemplo, envolve a transferência de fundos do banco emprestador para o banco tomador no primeiro dia e uma transferência com sinal oposto (pagamento) do tomador para o emprestador no dia seguinte. Uma vez que os empréstimos são usualmente valores redondos e os juros são acrescidos ao pagamento do principal, basta procurar no total de transações do sistema os possíveis pagamentos e identificar se houve uma transferência de mesmo valor menos os juros no sentido inverso no dia anterior. Para que esse mecanismo de estimação funcione é preciso, entretanto, que sejam satisfeitos os seguintes pressupostos:

- Todos os pagamentos ocorrem através do sistema de pagamentos do qual se possui os dados;
- Os juros são acrescidos ao principal quando do pagamento da obrigação, e não

²Um caso emblemático foi o resgate em 1998 do fundo de *hedge* LTCM (*Long Term Capital Management*) pelo Federal Reserve de Nova Iorque, diante do temor de que a sua liquidação fosse disparar quebras em cascata de suas muitas contrapartes. Os ativos do fundo registrados em seu balanço patrimonial totalizavam US\$ 125 bilhões, com capital de US\$4 bilhões. Entretanto, o fundo mantinha ativos fora do balanço com valor nominal de mais de \$1 trilhão ([Lowenstein \(2001\)](#)).

computados separadamente;

- As taxas de juros cobradas estão no intervalo esperado pelo pesquisador.

A vantagem de se reconstruir a matriz de exposições bilaterais a partir dos fluxos de pagamentos é ter dados diários das exposições, e não somente do último dia do mês ou do trimestre. A desvantagem é que as exposições são identificadas depois de já terem sido liquidadas, o que faz a matriz de exposições obsoleta por construção.

Todos os estudos mencionados analisam redes de exposições bilaterais com o propósito geral de avaliar o contágio interbancário. A partir desses trabalhos obtemos algumas evidências das características topológicas das redes financeiras reais.

Lubloy (2005) estuda a rede interbancária da Hungria (composta por 39 bancos nacionais), analisando apenas empréstimos sem garantia (*uncollateralized interbank transactions*). São excluídos da análise, portanto, os contratos de câmbio, as transações com garantias e acordos de recompra de títulos (*repurchase agreement*), que em conjunto com as transações sem garantia representam as principais formas de transação interbancária. Também não são considerados nesse estudo as transações com bancos estrangeiros. As informações cobrem o período de 2001 a 2004 e são do banco de dados do Banco Central da Hungria, a quem os bancos devem reportar diariamente o volume de suas transações, as contrapartes envolvidas, o dia de início e de liquidação da transação, a taxa de juros e o tipo de transação.

A autora observa que a matriz de exposições bilaterais húngara é incompleta (69% das entradas da matriz são nulas), indicando que muitos bancos não transacionam entre si. A rede é composta por múltiplos centros monetários (*money centres*): em torno de 10 a 15 bancos muito conectados que estão em posição simétrica, concentrando os depósitos de outros bancos como também concedendo empréstimos. Os outros nodos da rede se conectam indiretamente através destes centros monetários. A concentração de direitos e dívidas interbancários é aproximadamente a mesma. Tanto no lado do

ativo interbancário quanto do passivo os três bancos mais significativos representam 45% do mercado e os 10 mais importantes representam 80%. As simulações de quebra dos nodos da rede revelam situações de contágio limitado, o que pode ser atribuído ao fato de que as transações sem garantia representam apenas 2% do total dos ativos do sistema. Apenas um dos nodos causou *default* de suas contrapartes quando sua quebra foi simulada, não havendo propagação para credores indiretos.

Boss et al. (2004) fazem uma análise da rede austríaca a partir de dados dos balanços patrimoniais que são declarados mensalmente ao Banco Central da Áustria. Os dados são de 2002 e se referem a 881 bancos que compõem o sistema. Os autores apontam para uma alta concentração da distribuição de tamanho dos balanços, com 50% dos ativos concentrados nos 10 maiores bancos. A parcela dos ativos interbancários sobre o total de ativos apresenta grande variação, indo de 0 até 95%, sendo em média de 12%. A distribuição da magnitude das exposições interbancárias segue uma lei de potência, com expoente $-1,87$. Também assinalam a presença de duas sub-redes distintas, uma estrutura hierárquica que reflete a organização regional e setorial do sistema financeiro austríaco. A distribuição da conectividade apresenta dois padrões diferentes, relacionados diretamente às duas sub-redes: os dois padrões seguem leis de potência, com expoente $-0,62$ para a primeira parte da curva (a partir da origem) e $-2,01$ para a cauda. As distribuições parciais de conectividade, relativas aos graus de entrada (número de *links* de direitos) e aos graus de saída (*links* de dívidas), apresentam a mesma característica, com dois expoentes de lei de potência para cada parte da curva. Para a primeira região da curva os expoentes para a distribuição dos graus de entrada e saída são $-1,08$ e $-0,69$, respectivamente, indicando que para essa sub-rede existe uma maior concentração de *links* de dívida que de direitos. Para a segunda metade da curva os valores são $-1,73$ para entrada e $-3,11$ para saída, o que assinala uma maior concentração dos *links* de direitos.

Elsinger et al. (2006) utilizam os mesmos dados que Boss et al. (2004) para avaliar

a probabilidade de eventos sistêmicos na rede austríaca. Utilizando o método VaR (*Value at Risk*) de administração de risco estimam a probabilidade de vários cenários de estresse da rede, como a quebra de um ou mais bancos. Os autores concluem que o contágio via exposições bilaterais é um evento raro, mas na eventualidade de sua ocorrência atingiria uma parcela considerável dos nodos. Nos cenários em que a quebra inicial ocorre para um conjunto grande de bancos, a propagação é maior, como era esperado. Os casos mais graves de contágio ocorrem nos cenários menos prováveis, por exemplo, se o choque inicial é responsável pela quebra simultânea de 50 bancos, então praticamente toda a rede seria afetada via contágio.

[Cont et al. \(2010\)](#) estudam a rede interbancária brasileira utilizando informações de balanço compiladas pelo Banco Central do Brasil em 6 datas compreendidas entre junho de 2007 e novembro de 2008.

O sistema financeiro brasileiro é formado por cerca de 2400 instituições sob a supervisão do Banco Central. Entretanto, como a maioria das instituições pertence a um conglomerado, os dados foram consolidados para análise, de forma que a rede estudada pelos autores é uma rede de 125 nodos, cada nodo representando um conglomerado. O balanço do conglomerado é o consolidado dos balanços de seus membros, uma vez que os fundos e a liquidez são administrados como se todas as instituições financeiras afiliadas fossem apenas uma. Os autores ajustam leis de potência à cauda das distribuições dos graus de entrada e saída (*links* de direitos e de dívidas), com valor dos expoentes em torno de -2,46 e -2,84, respectivamente (valores médios dos 6 períodos). Indicam que a cauda da distribuição das exposições (peso dos *links*) também segue uma lei de potência e apontam a existência de uma correlação positiva não linear entre a conectividade dos nodos e o valor médio de suas exposições.

Utilizando testes de estresse que integram variações estocásticas negativas no valor dos ativos com o efeito da quebra individual de nodos, os autores avaliam a robustez da rede diante de cenários em que o *default* de um banco ocorre em um sistema já fragilizado

pela desvalorização de ativos. Nas simulações efetuadas observam que a maioria dos bancos possui pouco impacto sobre a rede, mas a quebra de alguns nodos principais seria capaz de reduzir em até 15% o valor do capital total da rede via contágio³.

Furfine (2003) reconstrói a rede de exposições bilaterais no mercado americano de fundos federais⁴ através dos dados de pagamentos do Fedware, a plataforma operada pelo Federal Reserve System. A rede de pagamentos do Fedware expõe a forma como se conectam as instituições financeiras no mercado de fundos, mas deve-se ressaltar que essas operações representam, segundo o autor, apenas 14% do total de exposições interbancárias do mercado americano. Utilizando dados diários das exposições de fevereiro a março de 1998 e efetuando simulações de quebra de nodos, o autor pôde constatar um efeito limitado do contágio na rede americana. No pior cenário a quebra do maior devedor da rede produziu a quebra subsequente de outros 21 bancos de um total de 719.

Soramäki et al. (2006) também exploram a topologia da rede americana de negociação de fundos federais, reportando um total de mais de 9500⁵ instituições financeiras atuantes no sistema Fedware em 2004. Apontam para a presença de centros monetários que formam um núcleo muito conectado, ao qual todos os outros nodos se conectam. A maioria dos bancos possui poucas conexões, enquanto um pequeno número de *hubs* apresenta milhares de *links*. Para graus (número de *links*) maiores que 10 a distribuição da conectividade é livre de escala, sendo bastante similares as distribuições de graus de entrada e saída, com expoente estimado de -2,15 e -2,11, respectivamente.

Inaoka et al. (2004) mapeiam a rede de fluxos de pagamento efetuados pelas instituições financeiras japonesas através do sistema BOJ-NET (Bank of Japan Financial

³Esse percentual não leva em conta a perda inicial do banco cujo *default* está sendo simulado.

⁴Fundos federais (*federal funds*) são depósitos interbancários com maturidade de um dia que os bancos americanos negociam entre si para obter as reservas que precisam manter como depósitos compulsórios no Federal Reserve.

⁵Embora não fique claro nos artigos de Furfine (2003) e Soramäki et al. (2006), a grande diferença entre o número de instituições reportado pelos dois autores (719 e 9500) provavelmente se deve à forma como os dados foram analisados, se foram consolidadas instituições financeiras de um mesmo conglomerado ou se cada instituição foi individualizada como um nodo da rede.

Network System), com dados de 2001. O sistema BOJ-NET é a principal plataforma para transferência de fundos entre instituições financeiras do Japão, onde também são efetuadas as transações com títulos do governo. Em seu estudo os autores não levaram em consideração a direção de cada transferência, sendo que a rede foi construída adicionando-se um *link* não direcional ligando 2 nodos sempre que identificaram acima de 20 transações entre eles no período considerado de 20 dias (equivalendo a uma média de uma transação diária). Dessa forma, não é feito o casamento de pares de fluxos referentes a concessão e pagamento de empréstimos, metodologia descrita anteriormente e usada por outros autores, por exemplo [Furfine \(2003\)](#). Embora houvesse 546 instituições efetuando transações no período observado, apenas 354 formam a rede analisada pelos autores, tendo em vista que bancos com menos de 20 transações por contraparte não foram considerados. Os dados mostram uma rede com baixa conectividade, com 1727 *links* conectando os 354 nodos, o que é menos de 3% do número possível de *links* caso a rede fosse completa (62481). A rede exibe uma distribuição de conectividade livre de escala: os autores ajustam uma lei de potência para distribuição acumulada de *links* com expoente de -1,1 para número de *links* maior que 5.

[Mistrulli \(2007\)](#) avalia o sistema financeiro italiano a partir dos dados de exposições bilaterais declaradas ao Banco da Itália. Em cada fechamento de mês os bancos italianos devem declarar suas exposições bilaterais referentes a todo tipo de ativo interbancário. Em 2003, ano avaliado pelo autor, havia 789 bancos italianos em atividade. As exposições interbancárias nesse ano representavam parcela considerável do total de ativos: o valor de empréstimos interbancários chegavam a 24% do total de ativos dos bancos. Nas simulações de contágio, entretanto, os autores também apontam um efeito limitado do contágio em caso de *default* de um único nodo. No pior cenário simulado a quebra de um único banco provocou a quebra de outros 67 bancos da rede. O autor aponta para o fato de que alguns pequenos bancos também podem ser contagiosos, enquanto que nem todos os bancos grandes possuem efeito de propagação de quebras no sistema.

Em trabalho mais recente, [Fricke e Lux \(2012\)](#) avaliam a rede italiana usando dados da plataforma e-MID, a plataforma eletrônica onde se negociam depósitos interbancários e que cobre todo o mercado italiano de depósitos interbancários com maturidade de um dia (*overnight*). Em 2011 transacionavam na plataforma 101 bancos italianos e 61 estrangeiros. Utilizando dados das negociações diárias entre os anos de 1999 e 2010, os autores observam a presença de bancos que atuam como centros monetários, sendo intermediários do sistema, captando depósitos de outros bancos e concedendo empréstimos, da mesma forma como observado na Hungria. Ao contrário da rede húngara, entretanto, apontam que a distribuição de dívidas é mais concentrada que a de direitos, evidenciando que os centros monetários são mais devedores que credores do sistema. Ao contrário do que ocorre com outras redes, não encontram evidências de que a rede italiana apresente distribuição da conectividade em lei de potência. Os autores chamam atenção para a característica hierárquica da rede, sendo possível identificar sub-redes ou comunidades de acordo com a conectividade de seus nodos.

[Jaramillo et al. \(2012\)](#) avaliam a rede mexicana de exposições interbancárias a partir de dados diários de balanço declarados pelas instituições financeiras ao Banco Central do México. O estudo acompanha a evolução do sistema de 2005 a 2010. O número diário de *links* apresenta elevação ao longo do período analisado, embora a rede chegue ao fim do 2010 menos completa tendo em vista a entrada de novos bancos no sistema. A rede é pequena, composta por 42 bancos em 2010, e o número médio de conexões gira em torno de 9 por nodo. Os autores apresentam os ajustes a leis de potência das distribuições de graus de entrada e saída, com valores médios bastante similares, com média de -3,0 e -2,9 ao longo do período, respectivamente. O ajuste é feito para número de *links* maior que 10. Embora os testes de significância não invalidem a hipótese de que as distribuições seguem leis de potência, é preciso levar em conta que a amostra é bastante pequena (menos de 50 nodos), como bem apontam os autores.

As figuras [2.1](#), [2.2](#), [2.3](#) e [2.4](#) apresentam as redes interbancárias dos Estados Unidos,

Áustria, Japão e Brasil, assim como gráficos das distribuições de conectividade.

Os trabalhos relacionados nesse capítulo não exaurem a lista de estudos sobre redes financeiras já produzidos, mas ajudam a evidenciar algumas características das redes interbancárias às quais a literatura da área tem dado destaque. Em termos gerais algumas das características mais destacadas na literatura são:

- As redes possuem baixa densidade de *links*, ou seja, estão longe de serem completas;
- As distribuições da conectividade em vários casos parecem seguir leis de potência (geralmente a cauda das distribuições), com expoentes entre 2 e 3;
- A distribuição da magnitude das exposições também apresenta características de lei de potência;

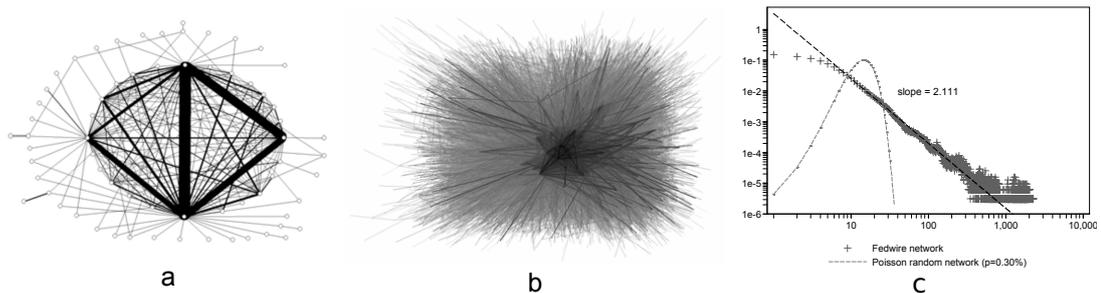


Figura 2.1: Rede americana de negociação de fundos federais (Sistema Fedwire): a) Rede mostrando apenas os *links* principais, que equivalem a 75% dos valores diários transferidos através do sistema. b) Rede incluindo todos os *links*. c) Distribuição dos graus de saída (*links out*). Fonte: [Soramäki et al. \(2006\)](#).

Destaque-se também a característica apontada por [Cont et al. \(2010\)](#) no estudo da rede brasileira: o peso dos *links* apresenta correlação positiva com a conectividade dos nodos, indicando que bancos muito conectados possuem direitos e obrigações de grande magnitude com cada contraparte. Essa peculiaridade, em conjunto com o comportamento em lei de potência das distribuições de conectividade são propriedades que procuramos reproduzir nas simulações feitas neste trabalho, conforme descrito a seguir.

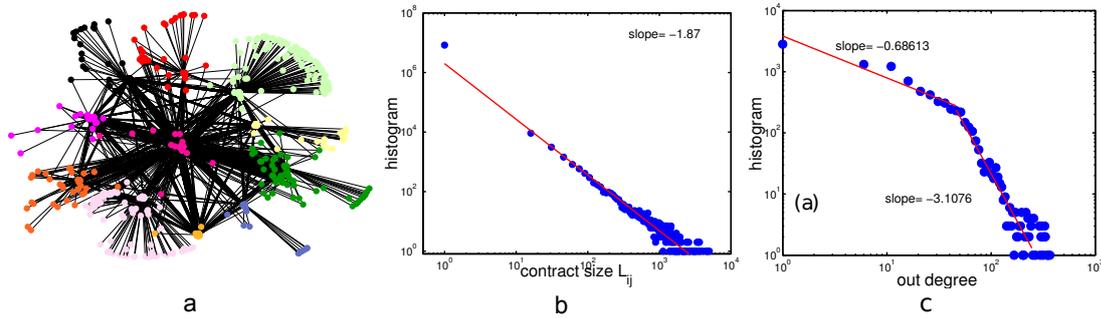


Figura 2.2: a) Rede interbancária austríaca b) Distribuição da magnitude das exposições interbancárias c) Distribuição dos graus de saída (*links out*). Fonte: [Boss et al. \(2004\)](#).

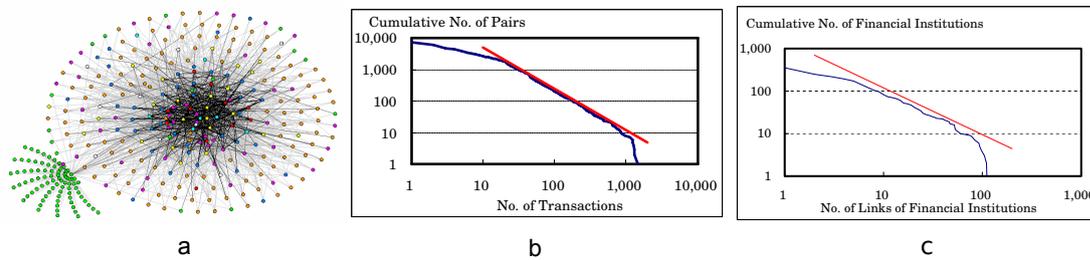


Figura 2.3: a) Rede interbancária japonesa b) Distribuição cumulativa do número de transações c) Distribuição cumulativa da conectividade (número de *links*). Fonte: [Inaoka et al. \(2004\)](#).

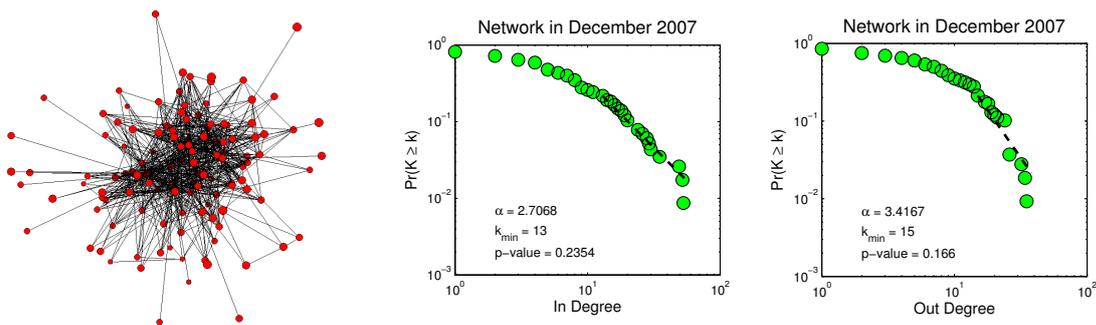


Figura 2.4: a) Rede interbancária brasileira b) Distribuição acumulada complementar dos graus de entrada (*links in*) c) Distribuição acumulada complementar dos graus de saída (número de *links out*). As distribuições se referem a dezembro de 2007, um dos seis períodos em que os dados foram obtidos. Fonte: [Cont et al. \(2010\)](#).

Capítulo 3

Descrição do modelo

Os estudos empíricos têm evidenciado que várias redes financeiras reais apresentam distribuição da conectividade cuja cauda é bem ajustada a uma lei de potência. Matematicamente, a distribuição do número de *links* de uma rede segue uma lei de potência se a probabilidade de que haja um nodo com k *links* é dada por:

$$p(K = k) \sim k^{-X} \tag{3.1}$$

em que X é o expoente da lei de potência. Redes com essa distribuição de conexões são denominadas redes livres de escala (*scale free*), assim chamadas pelo fato de que a forma funcional da distribuição permanece inalterada quando se muda a escala de seu argumento, a menos de um fator multiplicativo, ou seja, $p(bk) = ap(k)$ (Newman (2003)).

Como vimos anteriormente, as redes interbancárias são exemplos de redes direcionais, e como cada nodo pode ter *links in* e *out*, a rede fica melhor caracterizada por duas distribuições: a distribuição dos graus de entrada, k_{in} , e a distribuição dos graus de saída, k_{out} . Se assumimos que as distribuições são leis de potência teremos, portanto,

dois expoentes para caracterizar a conectividade da rede:

$$p(k_{in}) = C_{IN}k_{in}^{-X_{IN}} \quad (3.2)$$

$$p(k_{out}) = C_{OUT}k_{out}^{-X_{OUT}} \quad (3.3)$$

em que C_{IN} e C_{OUT} são constantes de normalização.

Dentre os objetivos desse trabalho está avaliar o papel dos expoentes da distribuição no efeito contágio em caso de quebra bancária, principalmente porque a magnitude do expoente da lei de potência determina a concentração da distribuição. De fato, conforme verificam [Kunegis e Preusse \(2012\)](#), quanto menor o valor absoluto do expoente da lei de potência, maior a concentração da distribuição. O que ocorre é que o menor valor absoluto do expoente gera distribuições com caudas mais grossas, viabilizando a existência de nodos com grande conectividade (valores extremos na cauda da distribuição).

Para tratar do papel dos expoentes e da concentração construímos redes cuja distribuição de conectividade se aproxima a uma lei de potência utilizando o algoritmo introduzido por [Bollobás et al. \(2003\)](#), que estende o método de construção de [Barabasi e Albert \(1999\)](#) para o caso de redes direcionais. Propomos um modelo simplificado para os balanços patrimoniais dos bancos, construídos a partir das informações de conectividade da rede. Uma vez construída a rede e a estrutura patrimonial dos bancos, testamos a propagação das perdas em caso de *default* de cada um de seus nodos.

Na seção [3.1](#) descrevemos o algoritmo de construção das redes e a metodologia utilizada para restringir o espaço de parâmetros do modelo de [Bollobás et al. \(2003\)](#), de forma que possamos nos concentrar em redes que apresentem características das redes reais. Na seção [3.2](#) é descrita a maneira como são atribuídos pesos aos *links* de forma a retratar a evidência empírica de que a magnitude das exposições (pesos dos *links*) possui correlação positiva com a conectividade dos nodos. Na seção [3.3](#), completamos a estrutura patrimonial dos bancos com os valores de créditos e débitos que cada

banco possui com agentes de fora do sistema financeiro, assim como o valor de seu patrimônio líquido. Uma vez tendo determinado, na seção 3.1, os valores das exposições interbancárias, os créditos e débitos com agentes externos são definidos como proporção dos créditos e débitos interbancários, situação em que utilizamos a proporção média encontrada em redes reais. Também o valor do patrimônio líquido como proporção do total de ativos se baseia nos valores médios relatados em estudos empíricos.

3.1 Construção das redes livres de escala

Dentre os estudos sobre redes livres de escala destaca-se o trabalho de [Barabasi e Albert \(1999\)](#), no qual os autores propõem um mecanismo de ligação preferencial (*preferential attachment*) para formação desse tipo de rede. Dada uma rede inicial, novos nodos vão sendo adicionados aos nodos já existentes, os quais são escolhidos para receber uma nova conexão com probabilidade que é proporcional ao número de conexões que já possuem. Esse tipo de mecanismo é interessante pela similaridade com o processo real pelo qual os bancos escolhem clientes e contrapartes, conforme descrevem [Tabak et al. \(2012\)](#) em estudo sobre as conexões no sistema de pagamentos brasileiro:

Nesse processo, ocorre anexação preferencial a instituições financeiras de maior porte pelas diversas economias de escala que apresentam, seja pela diversidade de operações, presença geográfica ou estrutura dos mercados. Como exemplo de estrutura de mercado, o BCB avalia e define um conjunto de instituições financeiras para atuarem como *dealers* de câmbio e do mercado aberto, motivo pelo qual essas instituições se tornam participantes muito mais frequentes nesses tipos de operação do que as demais.

O mecanismo de ligação preferencial de [Barabasi e Albert \(1999\)](#) é implementado de acordo com o seguinte algoritmo:

- A partir de um pequeno número inicial de nodos que formam uma rede, m_0 , a

cada passo é adicionado um novo nodo com m *links* anexando o novo nodo aos já existentes;

- Os nodos, k_i , aos quais o novo nodo é anexado são escolhidos com probabilidade que é proporcional ao número de *links* que possuem:

$$p(k_i) = \frac{k_i}{\sum_i k_i} \quad (3.4)$$

A figura 3.1 apresenta um exemplo de redes livres de escala de 100 e 1000 nodos construídas com o algoritmo de Barabasi e Albert (1999) com $m = 1$.

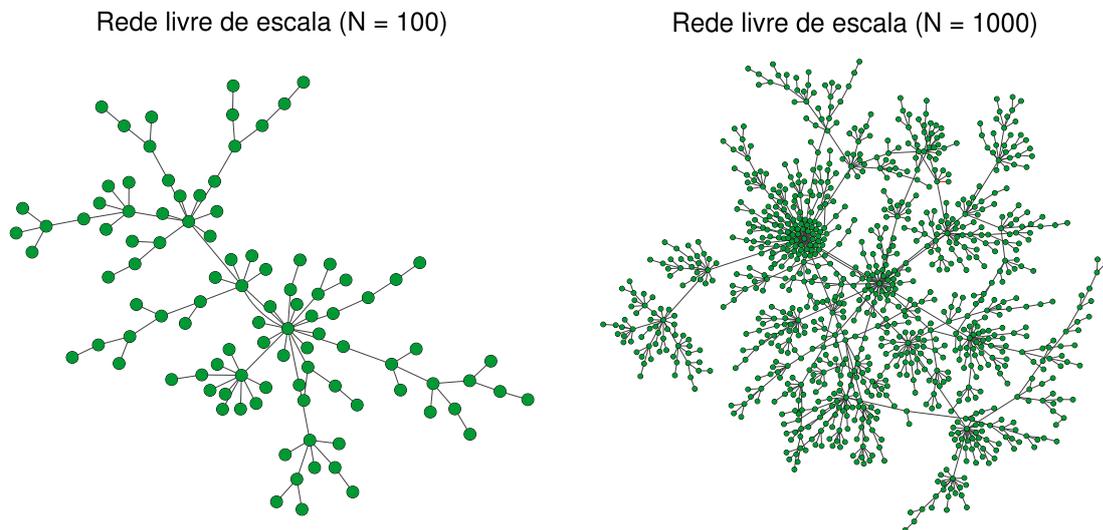


Figura 3.1: Redes livres de escala de 100 e 1000 nodos construídas com o algoritmo de Barabasi e Albert (1999) ($m = 1$).

O algoritmo proposto por Bollobás et al. (2003) é uma generalização para redes direcionais do modelo desenvolvido por Barabasi e Albert (1999). A rede é formada por ligação preferencial que depende da distribuição dos graus de entrada, k_{in} , e saída, k_{out} , dos nodos. Esse algoritmo possui a vantagem de produzir diferentes expoentes para os graus de entrada e saída, o que é conveniente se queremos reproduzir as características de redes interbancárias reais. A seguir descrevemos as etapas para geração da rede de

acordo com [Bollobás et al. \(2003\)](#).

Sejam $\alpha, \beta, \gamma, \delta_{in}$ e δ_{out} números reais não negativos tais que $\alpha + \beta + \gamma = 1$. Seja G_0 uma rede inicial qualquer¹, e seja t_0 o número de *links* de G_0 . A cada passo, t , adicionamos um novo *link* à rede, de forma que na etapa t a rede possui t *links* e um número aleatório de nodos, $n(t)$. Em cada passo a adição do novo *link* pode ser acompanhada ou não pela inclusão de novo nodo, de acordo com o seguinte método [Bollobás et al. \(2003\)](#):

- Com probabilidade α , adicionamos um novo nodo v com um *link* saindo de v e entrando em um nodo já existente da rede, u , escolhido com probabilidade dada por:

$$p(u = u_i) = \frac{k_{in}(u_i) + \delta_{in}}{t + n(t)\delta_{in}} \quad (3.5)$$

- Com probabilidade β , selecionamos um nodo existente v com probabilidade:

$$p(v = v_i) = \frac{k_{out}(v_i) + \delta_{out}}{t + n(t)\delta_{out}} \quad (3.6)$$

e adicionamos um *link* saindo de v e entrando em um nodo u também já existente, escolhido com probabilidade:

$$p(u = u_i) = \frac{k_{in}(u_i) + \delta_{in}}{t + n(t)\delta_{in}} \quad (3.7)$$

- Com probabilidade γ , adicionamos um novo nodo u com um link entrando em u proveniente de um nodo já existente da rede, v , escolhido com probabilidade dada por:

$$p(v = v_i) = \frac{k_{out}(v_i) + \delta_{out}}{t + n(t)\delta_{out}} \quad (3.8)$$

A figura [3.2](#) ilustra a formação da rede através do algoritmo descrito acima.

¹No presente trabalho as simulações executadas utilizam uma rede inicial, G_0 , constituída de 2 nodos, 0 e 1, conectados por 2 *links* direcionais, $0 \rightarrow 1$ e $1 \rightarrow 0$.

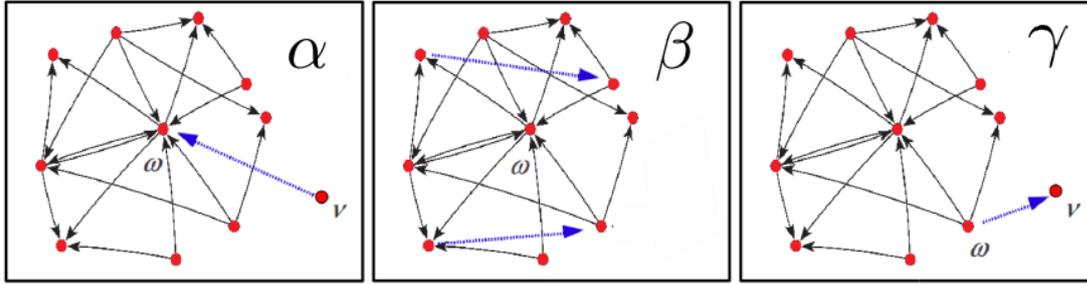


Figura 3.2: Probabilidades do algoritmo de [Bollobás et al. \(2003\)](#).

Notemos que a conectividade média por nodo em uma rede construída com o algoritmo acima é dada por $\frac{2}{1-\beta}$. De fato, com $n(t)$ sendo o número de nodos no passo t , temos a probabilidade:

$$p(n(t+1) = n(t) + 1) = \alpha + \gamma \quad (3.9)$$

É fácil ver que o valor esperado para o número de nodos no passo t é $t(\alpha + \gamma)$. Além disso, como a cada passo um novo *link* é criado, a soma dos graus dos nodos da rede é incrementado em 2 a cada passo (um para o grau de entrada e um para o grau de saída). Dessa forma, a soma dos graus dos nodos da rede após t passos é $2t$, e a conectividade média por nodo é, portanto, $\frac{2}{\alpha + \gamma}$, ou seja, $\frac{2}{1-\beta}$.

Como a probabilidade β se refere à adição de novo *link* sem que haja criação de novo nodo, aumentar o valor de β implica aumentar a conectividade média da rede. Já os parâmetros α e γ estão relacionados com a formação de nodos com maiores graus de entrada ou de saída. Como definido anteriormente, no caso de redes interbancárias o grau de entrada de um nodo, k_{in} , representa o número de devedores que ele possui, de forma que valores grandes de α tendem a gerar nodos que concentram muitos devedores, ou seja, os nodos mais conectados serão grandes credores. De forma complementar, valores grandes de γ (em contraposição a α) tendem a gerar grandes nodos devedores. Já os parâmetros δ_{in} e δ_{out} representam pesos distribuídos entre os nodos, fazendo com que todos tenham alguma chance de ser selecionados no processo de ligação. Por exemplo,

com $\delta_{in} > 0$, um nodo da rede que não possua nenhum *link in* ($k_{in} = 0$) pode ser selecionado para receber um *link in* com probabilidade:

$$p(u = u_i) = \frac{\delta_{in}}{t + n(t)\delta_{in}} \quad (3.10)$$

O mesmo ocorre quando temos $\delta_{out} > 0$. Se δ_{in} e δ_{out} fossem nulos, teríamos uma polarização da rede em nodos apenas credores e nodos apenas devedores, o que não é realista. A figura 3.3 mostra uma rede gerada com o algoritmo de [Bollobás et al. \(2003\)](#), com parâmetros $\alpha = \gamma = 0,375$, $\beta = 0,25$ e $\delta_{in} = \delta_{out} = 2.0$.

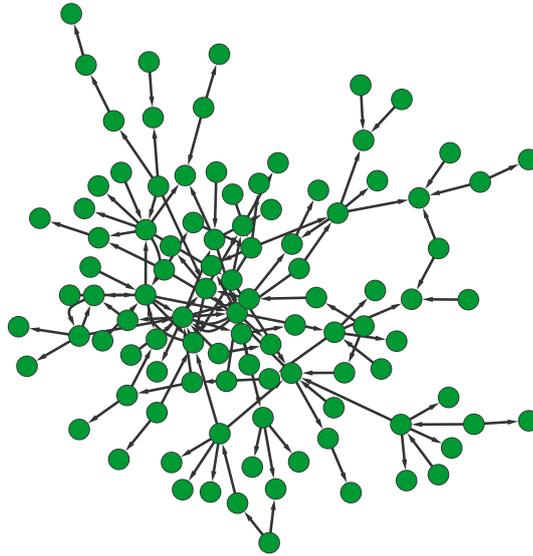


Figura 3.3: Rede de 100 nodos construída com o algoritmo de [Bollobás et al. \(2003\)](#), com os parâmetros $\alpha = \gamma = 0,375$, $\beta = 0,25$ e $\delta_{in} = \delta_{out} = 2.0$.

Em seu trabalho, [Bollobás et al. \(2003\)](#) demonstram que, quando a conectividade dos nodos cresce, ou seja, $k \rightarrow \infty$, teremos:

$$p(k_{in}) \sim C_{IN} k_{in}^{-X_{IN}} \quad (3.11)$$

$$p(k_{out}) \sim C_{OUT} k_{out}^{-X_{OUT}} \quad (3.12)$$

em que:

$$X_{IN} = 1 + \frac{1 + \delta_{in}(\alpha + \gamma)}{\alpha + \beta} \quad (3.13)$$

$$X_{OUT} = 1 + \frac{1 + \delta_{out}(\alpha + \gamma)}{\beta + \gamma} \quad (3.14)$$

O limite $k \rightarrow \infty$ não pode, obviamente, ser atingido, mas o resultado é válido quando o número de nodos da rede cresce e tomamos os nodos mais conectados, ou seja, as leis de potência para k_{in} e k_{out} vão surgir na cauda das distribuições de grandes redes. Com o objetivo de avaliar a convergência das distribuições às leis de potência, ajustamos os parâmetros α , β , γ , δ_{in} e δ_{out} para que o algoritmo produza redes com determinados valores de X_{IN} e X_{OUT} . As figuras 3.4, 3.5 e 3.6 apresentam um exemplo de distribuição dos graus de entrada e saída para uma rede de 10^7 nodos gerada com o algoritmo de Bollobás e com parâmetros $\alpha = 0,23$, $\beta = 0,69$, $\gamma = 0,08$, $\delta_{in} = 1,11$ e $\delta_{out} = 1,34$. Os parâmetros foram ajustados para produzirem $X_{IN} = 2,4610$ e $X_{OUT} = 2,8382$, de acordo com as fórmulas 3.11 e 3.12. Os valores para X_{IN} e X_{OUT} são apenas ilustrativos, foram escolhidos como exemplo por representarem a média dos valores encontrados para a rede brasileira no período de junho de 2007 a novembro de 2008, segundo estudo feito por Cont et al. (2010).

A estimação dos expoentes da lei de potência de cada distribuição é feita utilizando o estimador de máxima verossimilhança para leis de potência discretas, de acordo com Clauset et al. (2007). O valor estimado para o expoente X é aquele que maximiza a função dada por:

$$\mathcal{L}(X) = -n \ln \zeta(X, k_{min}) - X \sum_{i=1}^n \ln k_i \quad (3.15)$$

em que n é o número de nodos da rede, k_i é o grau (número de *links*) do nodo i , e k_{min} é o grau mínimo a partir do qual se deseja ajustar a curva da distribuição à lei de potência.

Para uma simulação de rede com 10^7 nodos e fazendo-se o ajuste a partir de $k_{min} = 10$, obtivemos o valor 2,3310 ($\pm 0,0017$) estimado para X_{IN} e o valor 2,6187 ($\pm 0,0016$)

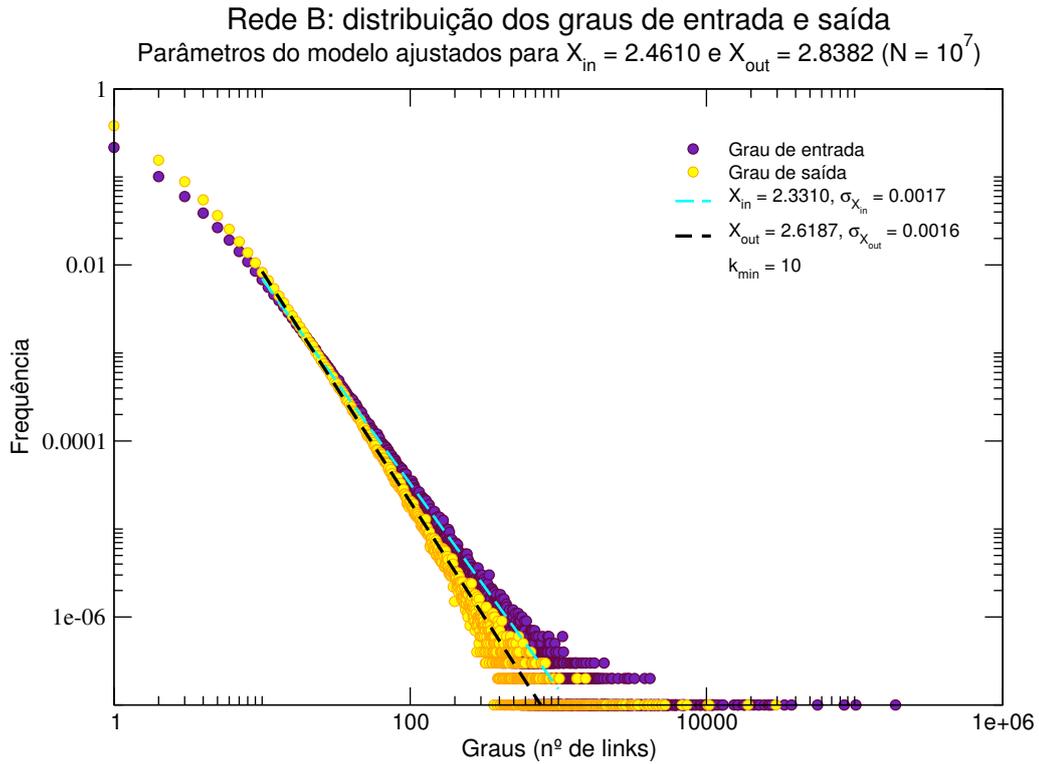


Figura 3.4: Gráfico log-log da distribuição dos graus de entrada e saída de uma rede gerada com o algoritmo de Bollobás, com $N = 10^7$ e parâmetros ajustados para produzirem $X_{IN} = 2,4610$ e $X_{OUT} = 2,8382$. A estimação dos expoentes foi feita com $k_{min} = 10$.

para X_{OUT} , quando os valores limite, de acordo com o modelo, são $X_{IN} = 2,4610$ e $X_{OUT} = 2,8382$. A convergência aos valores limite melhora quando fazemos o ajuste a partir de $k_{min} = 100$, conforme mostram as figuras 3.5 e 3.6. Vemos que a convergência aos valores limite ocorre pela esquerda, ou seja, a partir de valores menores que o previsto pelas fórmulas de X_{IN} e X_{OUT} . Efetuando várias simulações usando diferentes valores dos parâmetros constatamos que os valores dos expoentes estimados para redes finitas convergem aos valores limite correspondentes a cada conjunto de parâmetros quando o ajuste é feito para a cauda de redes da ordem de 10^7 nodos ou maiores. Dessa forma, se queremos atingir um determinado valor de expoente para redes menores, devemos ajustar os parâmetros de tal forma que os valores limite sejam maiores do

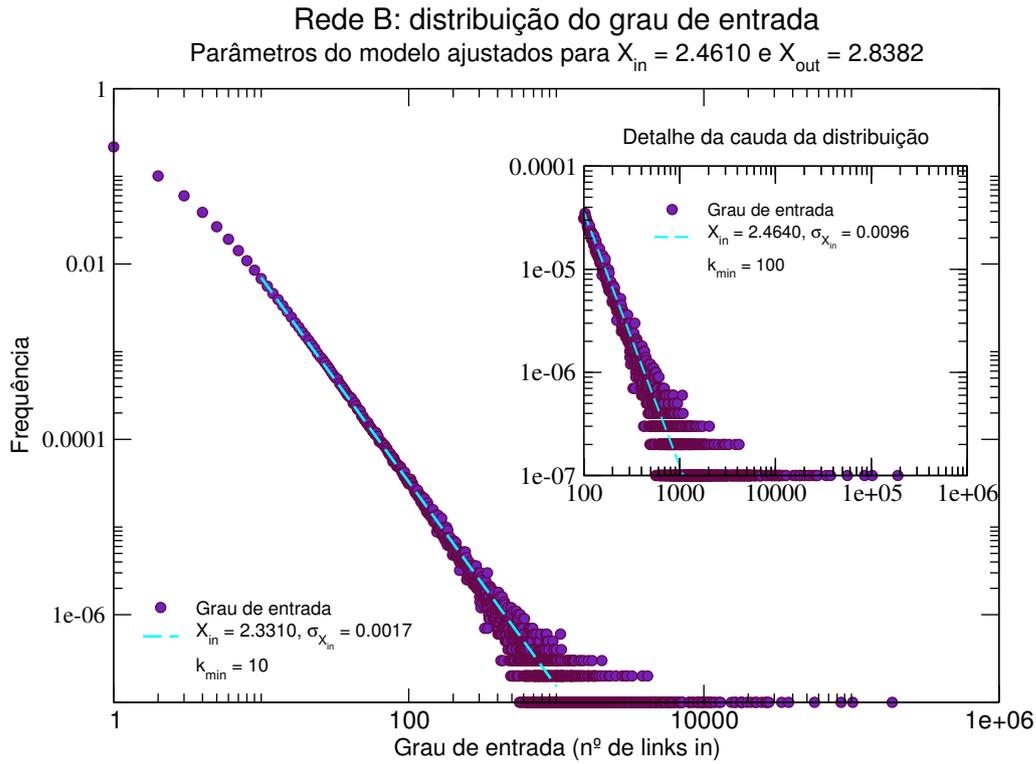


Figura 3.5: Gráfico log-log da distribuição dos graus de entrada da rede gerada com o algoritmo de [Bollobás et al. \(2003\)](#), com $N = 10^7$ e parâmetros ajustados para produzirem $X_{IN} = 2,4610$ e $X_{OUT} = 2,8382$. A estimação dos expoentes foi feita com $k_{min} = 10$. A figura menor apresenta o ajuste feito com $k_{min} = 100$.

que o expoente desejado. A figura 3.7 apresenta 9 redes geradas variando-se livremente os parâmetros α , β , γ , δ_{in} e δ_{out} para $N = 10^6$, dando uma ideia de como podemos controlar os expoentes das distribuições dos graus de entrada e saída. Entretanto, a diferenciação dos expoentes é cada vez menos evidente quando as mesmas simulações são feitas para redes menores, equivalendo ao tamanho real das redes interbancárias, como mostra a figura 3.8, que apresenta também 9 redes geradas a partir dos mesmos parâmetros, mas com número de nodos $N = 10^3$. Destaque-se que para redes de apenas 10^3 nodos, o ajuste da lei de potência é calculado a partir de $k_{min} = 2$.

A tabela 3.1 apresenta os parâmetros usados na construção das redes da figura 3.7, assim como os valores limite para X_{IN} e X_{OUT} e os valores estimados (redes de

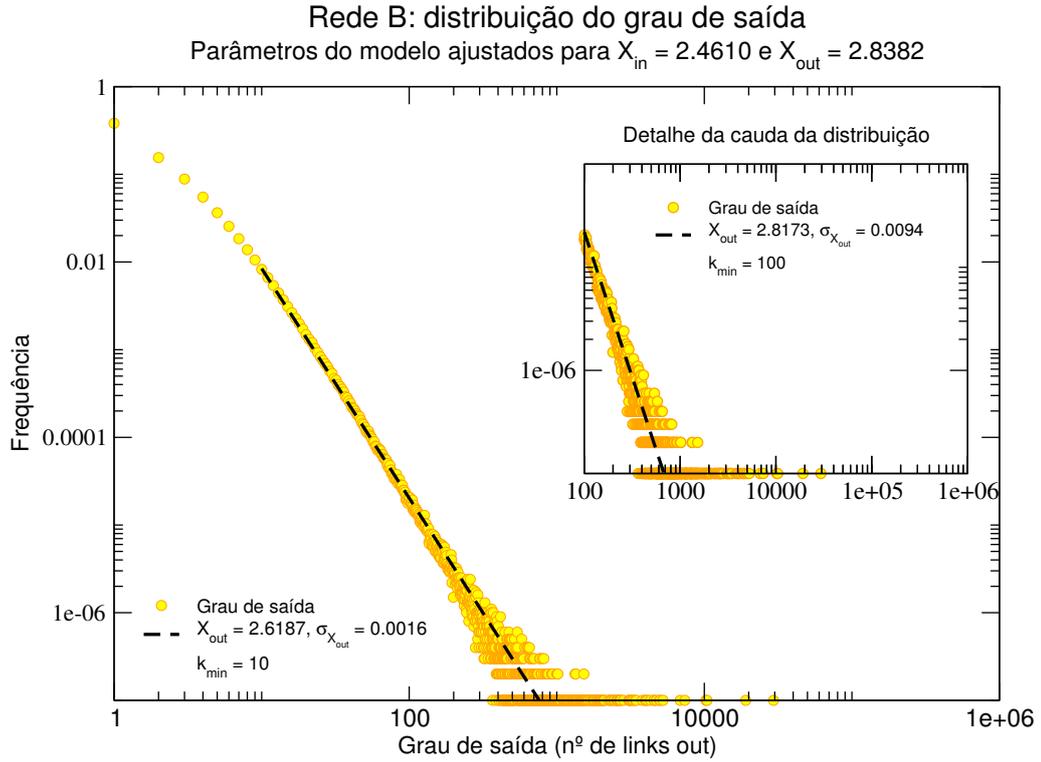


Figura 3.6: Gráfico log-log da distribuição dos graus de saída da rede gerada com o algoritmo de [Bollobás et al. \(2003\)](#), com $N = 10^7$ e parâmetros ajustados para $X_{IN} = 2,4610$ e $X_{OUT} = 2,8382$. A estimação dos expoentes foi feita com $k_{min} = 10$. A figura menor apresenta o ajuste feito com $k_{min} = 100$.

$N = 10^6$ nodos).

Desejamos comparar redes que apresentem diferentes valores para X_{IN} e X_{OUT} , exibindo, portanto, diferenças nas concentrações de k_{in} e k_{out} , mas que sejam semelhantes quanto a outras características, como conectividade média e concentração total da distribuição de *links*, k . Em particular nos interessa que as redes apresentem valores de X_{IN} e X_{OUT} em torno de 2 e 3, em consonância com os valores empíricos estimados. Para tanto, vamos restringir os graus de liberdade do modelo utilizado, impondo as seguintes restrições aos parâmetros:

$$\alpha + \gamma = 0,75 \tag{3.16}$$

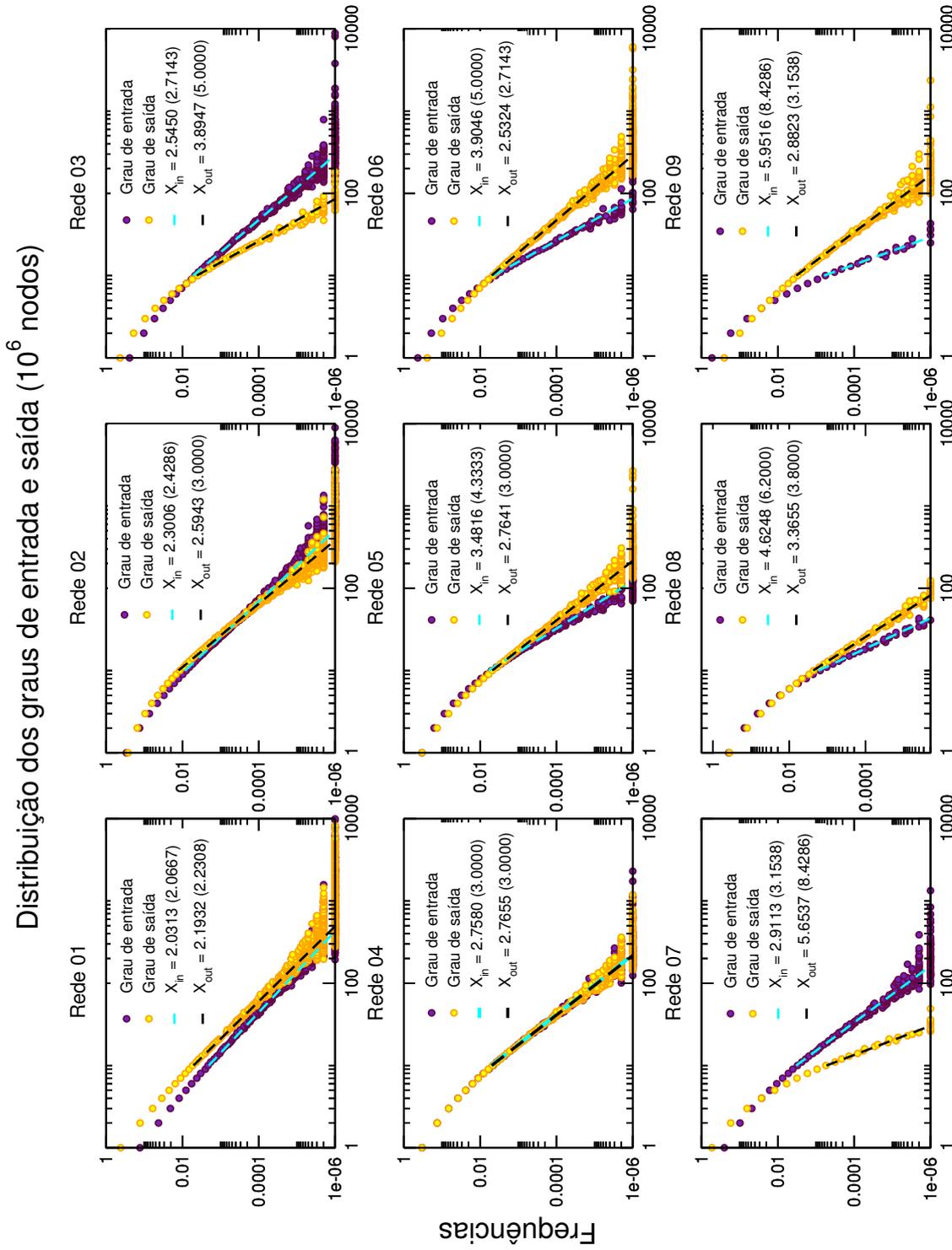


Figura 3.7: Gráfico log-log da distribuição dos graus de entrada e saída para 9 diferentes redes geradas com o algoritmo de Bollobás, com $N = 10^6$. Os valores limite dos expoentes são mostrados entre parênteses ao lado dos valores estimados para cada distribuição. Os ajustes são feitos para $k_{min} = 10$.

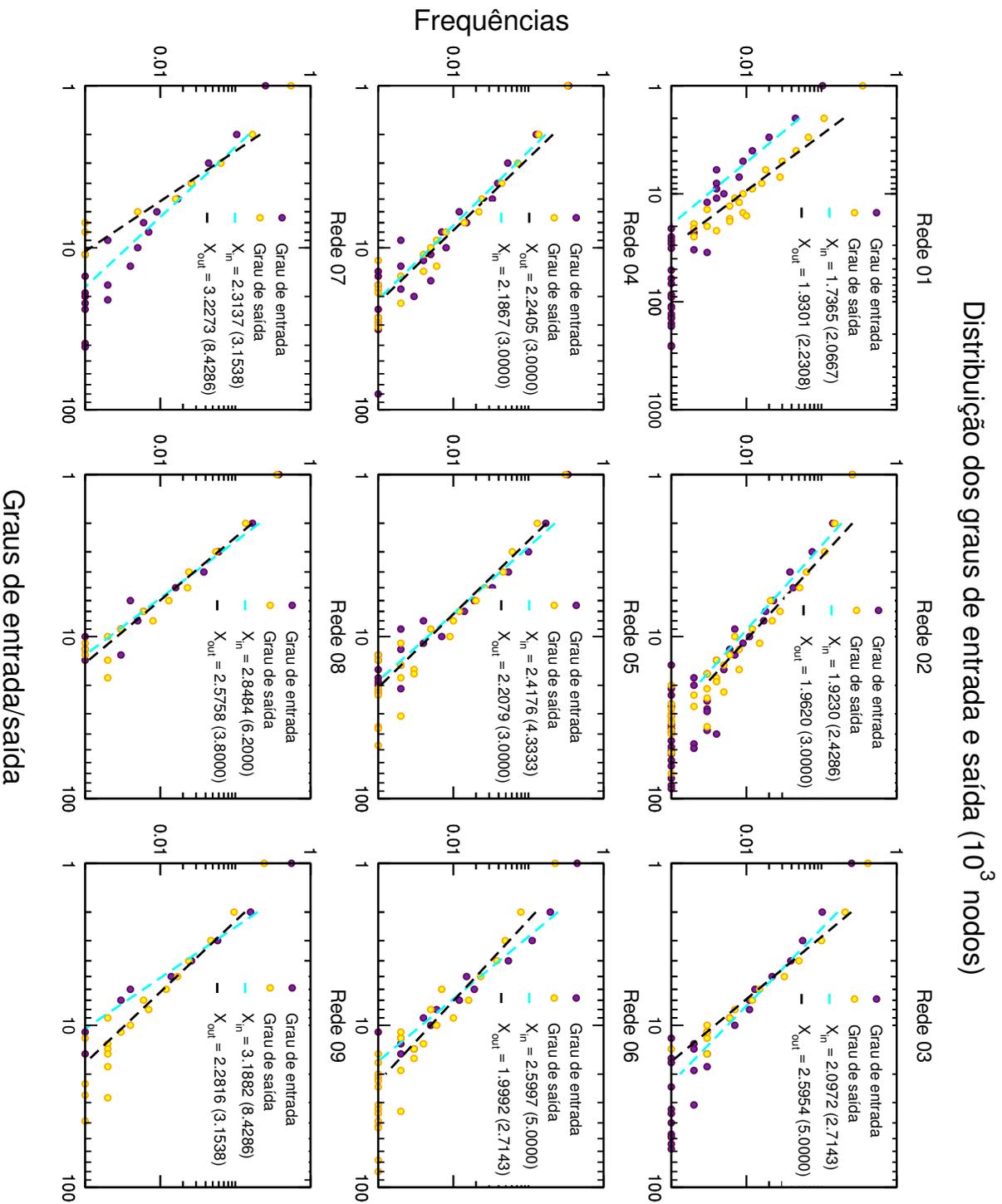


Figura 3.8: Gráfico log-log da distribuição dos graus de entrada e saída para 9 diferentes redes geradas com o algoritmo de Bollobás, com $N = 10^3$. Os valores limite dos expoentes são mostrados entre parênteses ao lado dos valores estimados para cada distribuição. Os ajustes são feitos para $k_{min} = 2$.

	α	β	γ	δ_{in}	δ_{out}	X_{IN} (valor-limite)	X_{OUT} (valor-limite)	X_{IN} (estimado)	X_{OUT} (estimado)
Rede 01	0,1875	0,7500	0,0625	0,00	0,00	2,0667	2,2308	2,0313	2,1932
Rede 02	0,1250	0,7500	0,1250	1,00	3,00	2,4286	3,0000	2,3006	2,5943
Rede 03	0,3750	0,5000	0,1250	1,00	3,00	2,7143	5,0000	2,5450	3,8947
Rede 04	0,2500	0,5000	0,2500	1,00	1,00	3,0000	3,0000	2,7580	2,7655
Rede 05	0,2500	0,5000	0,2500	3,00	1,00	4,3333	3,0000	3,4816	2,7641
Rede 06	0,1250	0,5000	0,3750	3,00	1,00	5,0000	2,7143	3,9046	2,5324
Rede 07	0,5625	0,2500	0,1875	1,00	3,00	3,1538	8,4286	2,9113	5,6537
Rede 08	0,3750	0,2500	0,3750	3,00	1,00	6,2000	3,8000	4,6248	3,3655
Rede 09	0,1875	0,2500	0,5625	3,00	1,00	8,4286	3,1538	5,9516	2,8823

Tabela 3.1: Valores dos parâmetros, valores limite e valores estimados dos expoentes X_{IN} e X_{OUT} para as 9 redes da figura 3.7.

$$\delta_{in} + \delta_{out} = 4 \quad (3.17)$$

Sendo $\alpha + \gamma = 0,75$, temos $\beta = 0,25$. Como β é a probabilidade de criar um *link* sem adição de novo nodo, não podemos utilizar um valor de β muito pequeno, sob pena de ter uma rede com conectividade média muito baixa. Por outro lado, gostaríamos de ter um valor $\alpha + \gamma$ elevado para que as diferenças entre os valores de α e γ fossem mais significativas, criando assimetria entre as distribuições dos graus de entrada (número de *links in*) e graus de saída (número de *links out*). Os valores $\alpha + \gamma = 0,75$ e $\beta = 0,25$ satisfazem essas exigências. Por exemplo, a assimetria entre os expoentes estimados X_{IN} e X_{OUT} em redes de 1000 nodos fica evidente se utilizamos valores de α e γ na proporção de 1:3 (ou 3:1), o que implica, sendo $\alpha + \gamma = 0,75$, nos valores $\alpha = 0,1875$ e $\gamma = 0,5625$ (ou $\alpha = 0,5625$ e $\gamma = 0,1875$).

Também as diferenças de valor entre δ_{in} e δ_{out} provocam discrepância entre os expoentes X_{IN} e X_{OUT} estimados. Usamos δ_{in} e δ_{out} também na proporção de 1:3 e 3:1 para acentuar a assimetria da rede.

Além das restrições 3.16 e 3.17, vamos “varrer” os espaços de parâmetros $\alpha \times \gamma$ e $\delta_{out} \times \delta_{in}$ variando retas radiais do tipo:

$$\alpha = \frac{\delta_{out}}{\delta_{in}} \gamma \rightarrow \alpha = \frac{4 - \delta_{in}}{\delta_{in}} \gamma \quad (3.18)$$

Os pontos de intersecção de uma radial do tipo 3.18 com as restrições 3.16 e 3.17 nos dão as quadras $(\alpha, \gamma, \delta_{in}, \delta_{out})$ que por sua vez definem pares (X_{IN}, X_{OUT}) , conforme representado na figura 3.9.

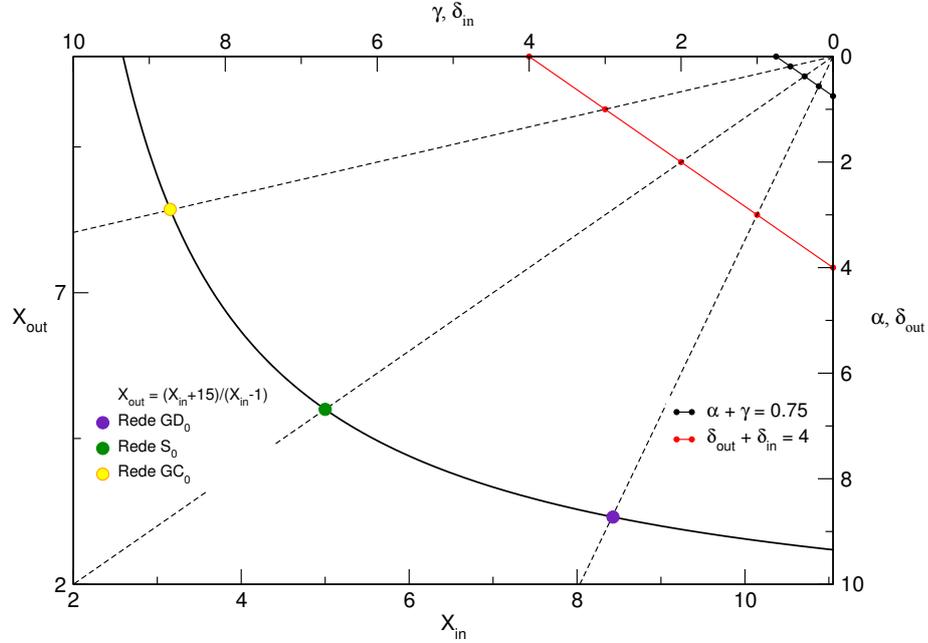


Figura 3.9: Espaço de parâmetros e espaço de expoentes: estão representados os espaços $\alpha \times \gamma$ e $\delta_{out} \times \delta_{in}$ (com origem no canto superior direito) e o espaço de expoentes $X_{IN} \times X_{OUT}$ (com origem no canto inferior esquerdo).

Utilizando as restrições 3.16, 3.17 e 3.18 reescrevemos os parâmetros α , β , γ e δ_{out} como função de δ_{in} :

$$\alpha = \frac{12 - 3\delta_{in}}{16} \quad (3.19)$$

$$\gamma = \frac{3}{16}\delta_{in} \quad (3.20)$$

$$\delta_{out} = 4 - \delta_{in} \quad (3.21)$$

Substituindo 3.19, 3.20 e 3.21 nas expressões para X_{IN} e X_{OUT} , obtemos as duas equações paramétricas:

$$X_{IN} = 1 + \frac{16 + 12\delta_{in}}{16 - 3\delta_{in}} \quad (3.22)$$

$$X_{OUT} = 1 + \frac{68 - 9\delta_{in}}{4 + 3\delta_{in}} \quad (3.23)$$

a partir das quais temos, finalmente:

$$X_{OUT} = \frac{X_{IN} + 15}{X_{IN} - 1} \quad (3.24)$$

A figura 3.9 apresenta três espaços ($\alpha \times \gamma$, $\delta_{out} \times \delta_{in}$ e $X_{IN} \times X_{OUT}$) sobrepostos em um único plano para facilitar a visualização da correspondência entre os parâmetros e os expoentes X_{IN} e X_{OUT} . O plano dos expoentes está representado com origem no canto inferior esquerdo do gráfico, enquanto os espaços $\alpha \times \gamma$ e $\delta_{out} \times \delta_{in}$ estão sobrepostos com suas origens no canto superior direito. A reta preta equivale à restrição 3.16 e a reta vermelha equivale à restrição 3.17. Cada reta radial (retas pontilhadas) a partir do canto superior direito do gráfico indica, pela sua intersecção com a curva 3.24, os valores correspondentes de X_{IN} e X_{OUT} para um dado conjunto de parâmetros (α , γ , δ_{in} , δ_{out}) que ela intercepta.

As redes construídas usando a relação 3.24 são geradas, portanto, a partir da variação de um único grau de liberdade, possuindo características de conectividade média e concentração de *links* semelhantes (limitadas pelas restrições 3.16 e 3.17), e diferindo no valor dos pares (X_{IN} , X_{OUT}). Como já relatado anteriormente, o valor do expoente de uma distribuição em lei de potência reflete a concentração da distribuição: quanto menor o valor absoluto do expoente mais concentrada é a distribuição. Assim, diferenças entre os valores dos expoentes X_{IN} e X_{OUT} representam diferenças entre as concentrações das distribuições de *links in* e *links out*.

Para os estudos de contágio selecionamos três pontos da curva, que representam três redes distintas, denominadas na figura 3.9 como Rede GD_0 (em azul), Rede S_0 (em verde) e Rede GC_0 (em amarelo). A rede GD_0 se caracteriza por ser mais concentrada do lado devedor: com uma maior concentração de dívidas do que de direitos, é gerada de forma que os maiores bancos da rede sejam grandes devedores do sistema financeiro. A rede

GC_0 apresenta maior concentração de direitos: os maiores bancos da rede são grandes credores do sistema. A rede S_0 é simétrica, gerada com igualdade de concentrações. A tabela 3.2 apresenta os valores dos parâmetros utilizados na construção das redes GD_0 , S_0 e GC_0 . Os valores limite dos pares (X_{IN}, X_{OUT}) para essas redes estão apresentadas na tabela 3.3.

	α	β	γ	δ_{in}	δ_{out}
Rede GD_0	0,1875	0,2500	0,5625	3,00	1,00
Rede S_0	0,3750	0,2500	0,3750	2,00	2,00
Rede GC_0	0,5625	0,2500	0,1875	1,00	3,00

Tabela 3.2: Valores dos parâmetros utilizados na construção das redes GD_0 , S_0 e GC_0 .

	X_{IN}	X_{OUT}	$\langle k \rangle$	G	G_{in}	G_{out}
Rede GD_0	8,4286	3,1538	2,646 ($\pm 0,039$)	0,457 ($\pm 0,006$)	0,418 ($\pm 0,013$)	0,746 ($\pm 0,009$)
Rede S_0	5,0000	5,0000	2,663 ($\pm 0,041$)	0,429 ($\pm 0,006$)	0,578 ($\pm 0,015$)	0,576 ($\pm 0,012$)
Rede GC_0	3,1538	8,4286	2,652 ($\pm 0,028$)	0,456 ($\pm 0,008$)	0,748 ($\pm 0,011$)	0,410 ($\pm 0,008$)

Tabela 3.3: Valores limite dos expoentes X_{IN} e X_{OUT} , conectividade média e índice de Gini para as três redes selecionadas.

A escolha de tais valores levou em conta a necessidade de trabalhar com redes pequenas, de 1000 nodos, para as quais os valores estimados dos expoentes ficam bastante aquém dos valores limite. Com efeito, gerando redes de 1000 nodos com os parâmetros selecionados, obtemos valores dos expoentes entre 2,2 e 3,2, como mostra a figura 3.10. A figura 3.11 apresenta as redes GC_0 , S_0 e GD_0 construídas com 100 e 1000 nodos.

A tabela 3.3 também apresenta os valores da conectividade média das redes selecionadas (número de *links* médio por nodo), $\langle k \rangle$, do coeficiente de Gini da distribuição de *links*, G^2 , do coeficiente de Gini da distribuição de *links in*, G_{in} , e do coeficiente de

²O Coeficiente de Gini é uma medida de concentração comumente utilizada para calcular a desigualdade de distribuição de renda mas pode ser usado para qualquer distribuição. Varia entre 0 e 1, sendo que um Gini igual a 0 indicaria perfeita distribuição da conectividade entre os nodos da rede, e um Gini tendendo a 1 indicaria a concentração em um único nodo de todas as conexões com os outros

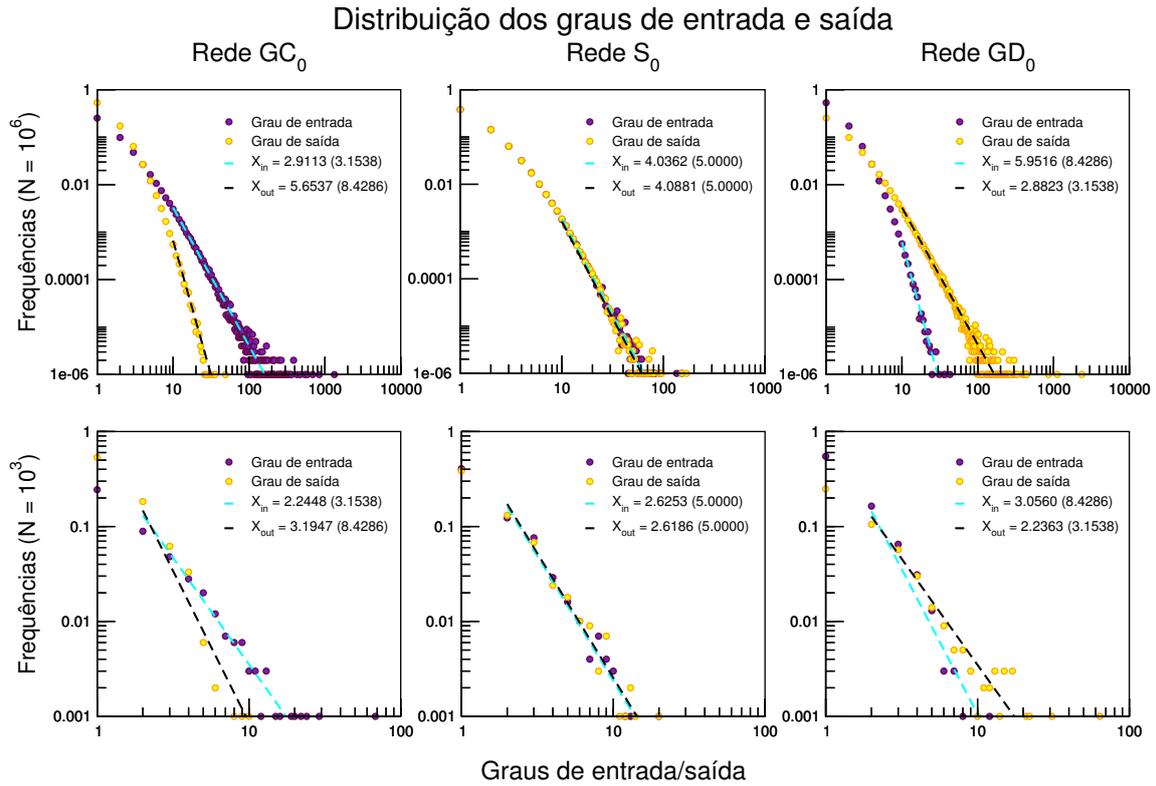


Figura 3.10: Gráficos log-log da distribuição dos graus de entrada e saída para as três redes selecionadas. Na primeira fileira: gráficos das redes GC_0 , S_0 e GD_0 geradas com 10^6 nodos. Na segunda fileira: gráficos das mesmas redes com 10^3 nodos. Os valores entre parênteses ao lado dos expoentes estimados se referem aos valores limite de acordo com o modelo.

Gini da distribuição dos *links out*, G_{out} . Os valores apresentados na tabela são valores médios de 20 simulações para redes de 1000 nodos.

nodos. O coeficiente de Gini pode ser calculado a partir da fórmula:

$$G = 1 - \sum_{i=1}^n (X_i - X_{i-1})(Y_i - Y_{i-1}) \quad (3.25)$$

em que X é a proporção acumulada da população (nesse caso, número de nodos) e Y é a proporção acumulada do número de *links* da rede.

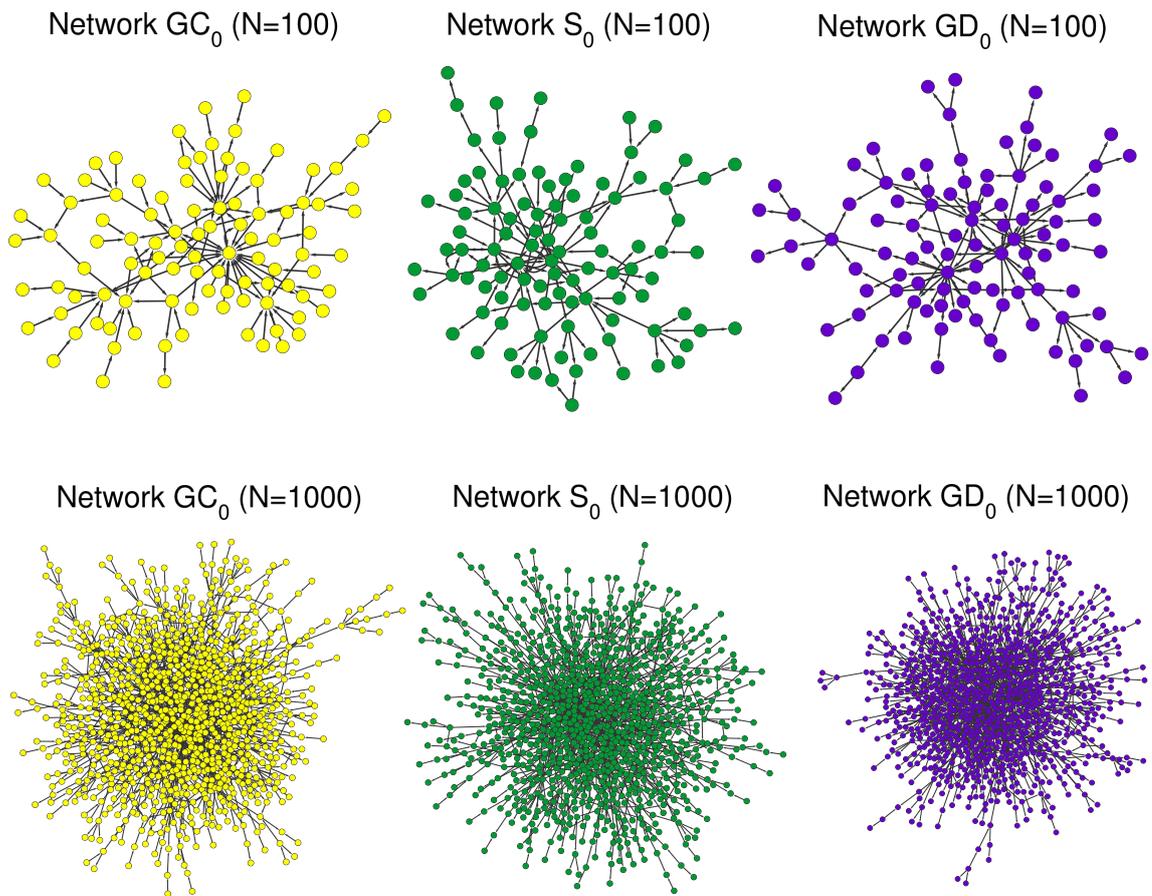


Figura 3.11: Representação das redes GC_0 , S_0 e GD_0 . Na primeira fileira, redes de 100 nodos. Na segunda fileira, redes de 1000 nodos.

3.2 Magnitude das exposições interbancárias

Para completar a informação de uma rede interbancária é necessário que sejam atribuídos pesos aos *links*, já que eles representarão a magnitude das exposições entre os bancos. A soma dos pesos dos graus de entrada (*links in*) de um banco i , representa o total de suas aplicações em outras instituições do sistema financeiro (empréstimos a outros bancos), valor que vamos denominar ativos bancários, AB_i . A direção desse tipo de *link*, entrando no nodo i , indica a direção do fluxo monetário na ocasião do pagamento das dívidas dos devedores de i , e indica também a direção do impacto nega-

tivo ou perda financeira em caso de inadimplência dos devedores. Já a soma dos pesos dos graus de saída (*links out*) representa o total das obrigações de i para com outras instituições financeiras (empréstimos tomados de outros bancos), que denominaremos passivos bancários, PB_i . A figura 3.12 mostra uma rede ilustrativa com 10 nodos em que os *links* direcionais representam o fluxo de pagamentos e a magnitude de cada exposição está representada pelo número ao lado de cada *link*.

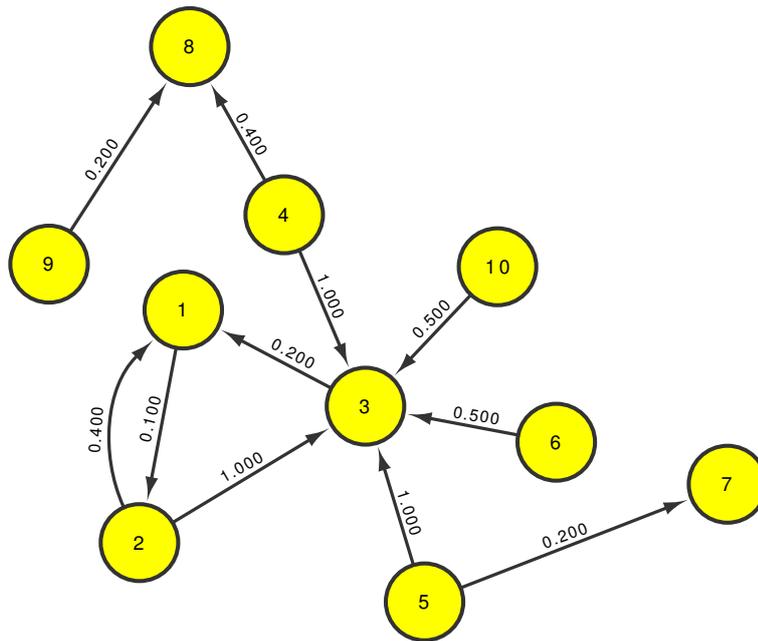


Figura 3.12: Rede ilustrativa com 10 nodos representando os fluxos monetários na ocasião do pagamento das dívidas ou o sentido do impacto financeiro em caso de inadimplência dos nodos. A magnitude de cada exposição está representada pelo número ao lado de cada *link*.

Existindo um *link* entrando no banco i proveniente do banco j , definimos a exposição do banco i ao j por $w_{j,i}$, de forma que:

$$AB_i = \sum_{j \in \{k_{in}^i\}} w_{ji} \quad (3.26)$$

em que $\{k_{in}^i\}$ é o conjunto dos bancos que possuem obrigações a pagar ao banco i .

De maneira equivalente, existindo um *link* saindo do banco i em direção ao banco j , definimos a obrigação do banco i para com j por w_{ij} , sendo:

$$PB_i = \sum_{j \in \{k_{out}^i\}} w_{ij} \quad (3.27)$$

em que $\{k_{out}^i\}$ é o conjunto dos bancos para os quais o banco i tem obrigações a pagar.

Em estudo sobre a rede interbancária brasileira, [Cont et al. \(2010\)](#) destacam a presença de correlação positiva, não linear, entre os pesos dos *links* e a conectividade dos nodos, em consonância com a noção bastante difundida de que o tamanho dos balanços e a conectividade dos bancos estão positivamente relacionados ([Arinaminpathy et al. \(2012\)](#)). Refletindo essa característica, propomos a seguinte relação funcional que define o peso de um *link* de acordo com a conectividade dos nodos ligados por ele:

- Para um *link* saindo de i , em direção a j :

$$w_{ij} = \frac{k_{out}^i \cdot k_{in}^j}{k_{out}^{max} \cdot k_{in}^{max}} \quad (3.28)$$

- Para um *link* entrando em i , proveniente de j :

$$w_{ji} = \frac{k_{in}^i \cdot k_{out}^j}{k_{in}^{max} \cdot k_{out}^{max}} \quad (3.29)$$

Nas equações 3.29 e 3.28 k_{in}^{max} e k_{out}^{max} denotam os valores máximos de k_{in} e k_{out} encontrados na rede. Os valores w_{ij} formam a matriz $n \times n$ de exposições mútuas da rede, W , em que cada elemento $w_{ij} \in W$ representa a magnitude da exposição do banco j ao banco i .

A atribuição de pesos aos *links* tal como definida acima difere da simulação implementada em [Cont e Moussa \(2010\)](#), em que os autores atribuem pesos aos *links* distribuídos aleatoriamente entre estes, com valores tomados de uma distribuição de

Pareto, sem estarem relacionados à conectividade dos nodos.

3.3 Completando o balanço dos bancos

Uma vez estabelecidos os valores dos ativos e passivos bancários, AB_i e PB_i , de cada banco da rede, vamos definir os outros elementos que compõem o balanço: ativos não bancários, passivos não bancários e patrimônio líquido.

1. Ativos não bancários, ANB : se referem a todas as aplicações dos bancos com exceção das interbancárias. São os empréstimos feitos aos agentes externos ao sistema financeiro (pessoas físicas e pessoas jurídicas não financeiras), aplicações no que se costuma denominar o lado real da economia, em contraposição ao lado financeiro.
2. Passivos não bancários, PNB : se referem à captação de recursos de fora do sistema, em sua maioria representada pelos depósitos dos agentes não financeiros.
3. Patrimônio líquido, PL : corresponde aos recursos próprios aplicados no banco, ou seja, o capital dos sócios.

Da maneira como definimos, o balanço está representado de forma simplificada, abstraindo-se características como diferentes maturidades dos passivos e diferenças na liquidez e risco dos ativos.

Para cada banco, i , os valores do balanço devem obedecer a identidade contábil (ver apêndice A):

$$AB_i + ANB_i = PB_i + PNB_i + PL_i \quad (3.30)$$

O patrimônio líquido está sujeito a regulamentação governamental, sendo a principal regra a que estabelece o Índice de Basileia (IB), um valor mínimo para o capital dos bancos como proporção dos ativos ponderados pelo risco (ver Apêndice B). Refletindo

a legislação de capital mínimo vamos definir o patrimônio líquido de cada banco por:

$$PL_i = \lambda_i(AB_i + ANB_i) \quad (3.31)$$

em que λ_i representa, portanto, a relação capital/ativos, sendo um indicador da extensão com que os ativos são financiados por recursos próprios.

Para as simulações desse trabalho vamos adotar três valores da relação capital/ativos: o caso subcapitalizado, com $\lambda = 0.01$, e os valores $\lambda = 0.05$ e $\lambda = 0.1$, em linha com os valores empíricos observados (Apêndice B). Para cada banco o valor da relação capital/ativo é extraído de uma distribuição normal $\lambda_i \sim N(\lambda, \sigma)$ sujeita à restrição $\lambda_i > \lambda$, ou seja, σ representa um desvio estocástico positivo do valor mínimo λ , caracterizando a heterogeneidade dos bancos quanto a capitalização³. As simulações executadas utilizam $\sigma = 0.01$.

Em trabalhos anteriores em que foi necessário estimar o percentual de ativos e passivos bancários sobre os ativos e passivos totais (Arinaminpathy et al. (2012), Karimi e Raddant (2013)), se assume que os ativos bancários representem em torno de 20% do total de ativos, refletindo a divisão tradicional do balanço dos bancos entre relações interbancárias e relações com a economia real. Em consulta ao relatório “50 maiores bancos e o consolidado do Sistema Financeiro Nacional” BACEN (2013), divulgado trimestralmente pelo Banco Central brasileiro, observamos relação semelhante para os bancos no Brasil, embora haja bastante variabilidade: em média os ativos interfinanceiros (ativos bancários) representam 21% do total de ativos, com desvio padrão de 19%. A estimativa é conservadora porque identifica como ativos interfinanceiros apenas as

³A figura B.1 do apêndice A apresenta os valores médios da relação capital/ativos para os países do G20, dando uma idéia da heterogeneidade de capitalização entre as instituições financeiras destes países.

contas Aplicações Interfinanceiras⁴ e Relações Interfinanceiras⁵.

Levando em conta a necessidade de representar de forma adequada a proporção de ativos bancários sobre o total de ativos, introduzimos a seguinte relação que define os ativos não bancários para cada banco i :

$$ANB_i = \xi(AB_i + PB_i) \quad (3.32)$$

Definido dessa forma, o valor dos ativos não bancários é função do número de conexões do banco através de AB_i e PB_i , mantendo a coerência com o pressuposto de que o tamanho do balanço está relacionado com a conectividade. Vamos usar ξ como fator de calibração para controlar a proporção entre ANB_i e os ativos totais.

As igualdades 3.30, 3.31 e 3.32 formam um sistema de equações pelo qual o valor de PNB_i pode ser determinado:

$$PNB_i = (1 - \lambda_i)(1 + \xi)AB_i + [(1 - \lambda_i)\xi - 1]PB_i \quad (3.33)$$

Dessa forma, as proporções de ativos e passivos não bancários sobre ativos e passivos ficam definidas por:

$$\frac{ANB_i}{A_i} = \frac{\xi(AB_i + PB_i)}{(\xi + 1)AB_i + \xi PB_i} \quad (3.34)$$

$$\frac{PNB_i}{P_i} = \frac{(1 - \lambda_i)(1 + \xi)AB_i + [(1 - \lambda_i)\xi - 1]PB_i}{(1 - \lambda_i)(1 + \xi)AB_i + (1 - \lambda_i)\xi PB_i} \quad (3.35)$$

Como os valores de AB_i e PB_i são aleatórios (dependem do processo de formação da rede) vamos avaliar as equações 3.34 e 3.35 em três possíveis limites:

⁴A conta Aplicações Interfinanceiras compreende as aplicações feitas em outros bancos via CDI (Certificados de Depósito Interbancário), operações realizadas sem a necessidade de garantia. Também inclui as operações compromissadas, que equivalem a empréstimos interbancários com o “lastro” ou a “garantia” de um título.

⁵A conta Relações Interfinanceiras se refere a direitos e obrigações do banco junto aos outros bancos participantes do sistema de liquidação, inclui os cheques que estão sendo compensados entre os bancos ou outros papéis, como pagamentos de boletos. Além disso entram nessa conta créditos vinculados ao Banco Central (depósitos compulsórios, depósitos em moedas estrangeiras, depósitos para contratação de câmbio etc) e depósitos em correspondentes bancários.

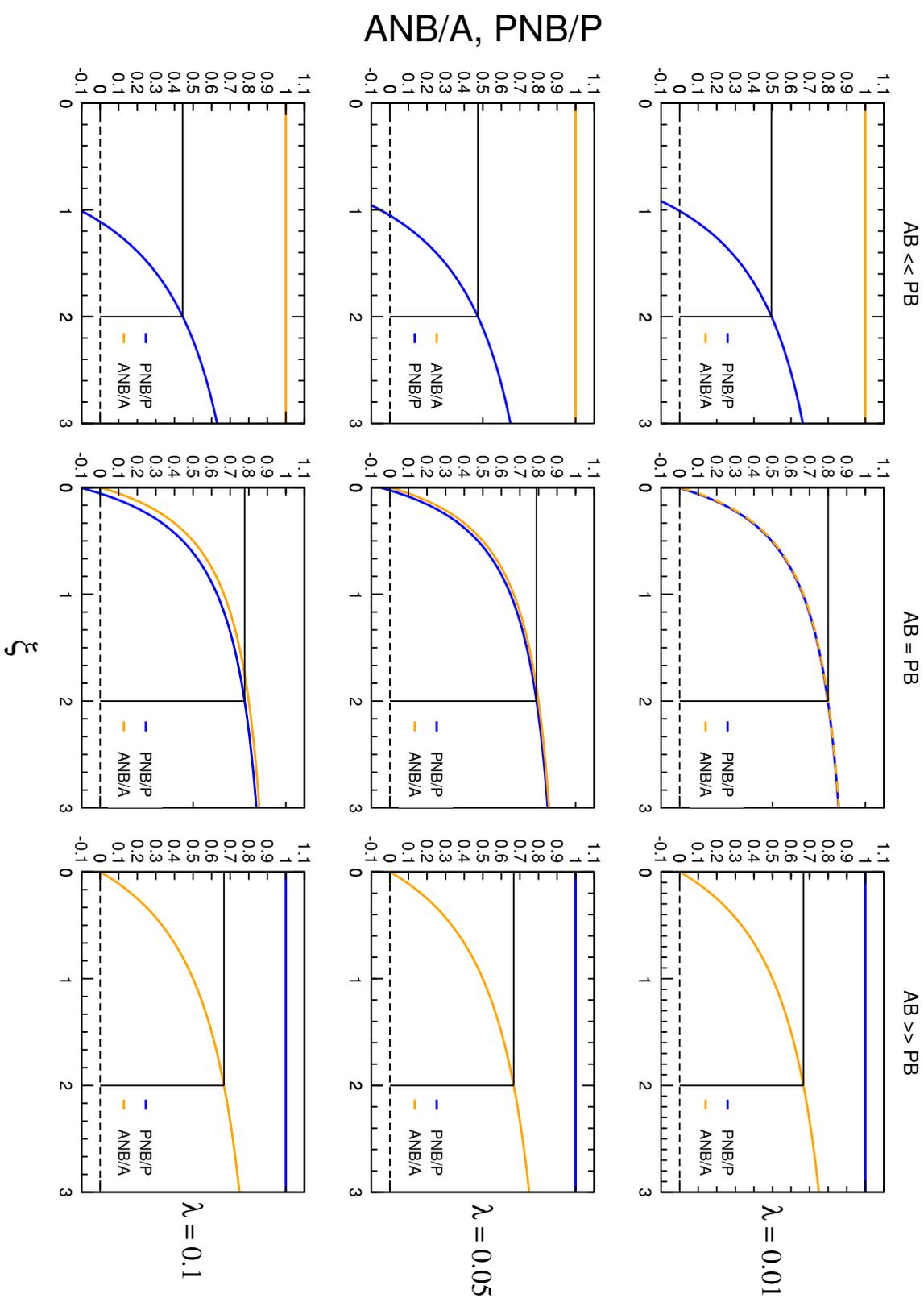


Figura 3.13: Proporções ANB/A e PNB/P como função de ξ para três valores de λ .

1. $AB_i \ll PB_i$:

$$\frac{ANB_i}{A_i} \rightarrow 1 \quad (3.36)$$

$$\frac{PNB_i}{P_i} \rightarrow \frac{(1 - \lambda_i)\xi - 1}{(1 - \lambda_i)\xi} \quad (3.37)$$

2. $AB_i = PB_i$:

$$\frac{ANB_i}{A_i} = \frac{2\xi}{2\xi + 1} \quad (3.38)$$

$$\frac{PNB_i}{P_i} = \frac{2\xi(1 - \lambda_i) - \lambda_i}{2\xi(1 - \lambda_i) - \lambda_i + 1} \quad (3.39)$$

3. $AB_i \gg PB_i$:

$$\frac{ANB_i}{A_i} \rightarrow \frac{\xi}{\xi + 1} \quad (3.40)$$

$$\frac{PNB_i}{P_i} \rightarrow 1 \quad (3.41)$$

A figura 3.13 apresenta as proporções 3.34 e 3.35 para diferentes valores de ξ e para os valores considerados de λ nos três regimes destacados acima. Nas simulações feitas nesse trabalho utilizamos $\xi = 2$ com o objetivo de obter uma composição do balanço em que ativos e passivos não bancários representem em geral mais que 50% do total de ativos e passivos.

Com o método descrito nesta seção representamos o balanço de cada banco usando apenas informações da rede e os parâmetros λ e ξ . Destaque-se novamente que a principal suposição sustentando tal construção é a de que o tamanho do balanço patrimonial dos bancos está relacionado positivamente com sua conectividade.

Capítulo 4

Contágio em redes interbancárias

Neste capítulo apresentamos a metodologia utilizada para avaliar a propagação de perdas na rede interbancária a partir da quebra isolada de um de seus componentes. Simulamos a insolvência de um único banco, exposto a um choque externo representado pela perda de valor de seus ativos não bancários. Cada banco da rede é testado isoladamente e o impacto de sua quebra sobre o sistema avaliado. Após testarmos a rede para a quebra de um de seus nodos, as condições iniciais da rede são restauradas ao estado original e o teste é repetido para outro nodo. Lembremos a definição usual de insolvência, ou seja, um banco se torna insolvente quando seu patrimônio líquido é negativo, o que quer dizer que seus ativos valem menos que o total de suas dívidas.

4.1 Simulações de contágio em redes interbancárias

Em um cenário hipotético um determinado banco, i , se torna insolvente, sendo incapaz de honrar suas obrigações integralmente. Se no instante de tempo t , o banco j constata que sua contraparte i não honrará a exposição w_{ij} integralmente, então, o banco j deve reavaliar para baixo o valor de sua aplicação no banco i , de w_{ij} para w'_{ij} : $(w'_{ij} - w_{ij}) < 0$. Este procedimento afetará negativamente o capital de j em mesma magnitude, sendo

a variação $(w'_{ij} - w_{ij})$ internalizada como uma perda. Ocorre que o valor menor, w'_{ij} , que o banco inadimplente i tem condições efetivas de pagar, depende das condições de pagamento de outros bancos da rede, bancos para quem i havia concedido empréstimos. Em resumo, a negativa de i em pagar integralmente suas obrigações com j , pode levar j a não honrar suas obrigações com k . A eventual inadimplência de k pode, por sua vez, afetar novamente i , piorando ainda mais suas condições de pagamento, em um processo de realimentação negativa. Esse exemplo ilustra uma característica interessante dos sistemas financeiros, a de que a interdependência pode gerar contágio e esse contágio pode ser cíclico.

Eisenberg e Noe (2001) abordam o problema da determinação dos valores w'_{ij} que os nodos teriam efetivamente condições de pagar no momento da liquidação de suas exposições multilaterais. Dada a matriz de exposições mútuas, W , o problema consiste em determinar o vetor de pagamentos do sistema, $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, em que:

$$p_i = \sum_{j=1}^n w'_{ij} \quad (4.1)$$

Notemos que, caso nenhum dos nodos esteja insolvente *a priori*, o vetor de pagamentos é simplesmente o vetor das obrigações interbancárias totais, PB_i :

$$PB_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad (4.2)$$

Mais precisamente, o problema engloba também a determinação do valor pago aos credores externos, cujos direitos estão representados em PNB_i , mas eles podem ser considerados como um nodo do sistema que só possui direitos e nenhuma obrigação (*sink node*). A natureza do problema permanece inalterada, portanto.

O modelo satisfaz as condições usuais da legislação de falência:

- Pagamento proporcional das obrigações pela entidade em *default*: o valor w'_{ij} que

o credor j recebe de i é proporcional ao percentual que a dívida w_{ij} representa do total das obrigações de i : $w'_{ij} \sim \frac{w_{ij}}{P_i}$;

- Responsabilidade limitada dos sócios: o banco possui um patrimônio próprio, pelo qual responderá por suas obrigações. Com efeito, os patrimônios pessoais dos sócios não se comunicam com o patrimônio da sociedade, de forma que eles não responderão (em princípio) por dívidas dela;
- Absoluta prioridade dos devedores sobre os sócios: o pagamento das dívidas é prioridade sobre a remuneração do capital.

Em seu trabalho, [Eisenberg e Noe \(2001\)](#) demonstram a existência de um vetor de pagamentos único e que otimiza o valor pago na liquidação multilateral das obrigações. Também apresentam um algoritmo para determinação de tal vetor, que nada mais é que um processo simulado ou “fictício” de *defaults* sequenciais. A técnica desenvolvida por eles é utilizada em simulações de contágio em redes de bancos no sistema financeiro em trabalhos posteriores ([Upper \(2011\)](#)).

No contexto de nosso trabalho, em que temos um único nodo insolvente inicial, o algoritmo pode ser descrito da seguinte forma:

1. O nodo i sofre um choque externo que reduz a zero o valor de seus ativos não bancários ($ANB_i \rightarrow 0$), podendo se tornar insolvente se a magnitude da perda é maior que seu patrimônio líquido ($ANB_i > PL_i$). O valor excedente da perda é repassada aos credores, supondo que todos os nodos com exceção de i pagam integralmente suas obrigações.
2. Se a perda internalizada pelos credores de i não torna nenhum deles insolvente, o algoritmo finaliza. Do contrário, recalculamos o repasse das perdas contabilizando como insolventes, além de i , seus credores com $PL < 0$.

As iterações no algoritmo de *defaults* fictícios traçam o caminho do contágio desde o

nodo insolvente inicial até a última rodada de *defaults*. Entretanto, é preciso ter em mente que as iterações representam um mero mecanismo computacional, uma vez que, em princípio, o contágio é instantâneo.

4.2 Impacto de default e cascata de defaults

O algoritmo descrito na seção anterior nos permite calcular duas medidas importantes para avaliar o impacto da quebra de um banco sobre a rede: o *Impacto de Default* e a *Cascata de Defaults*.

Para cada banco i , o *Impacto de Default*, ID_i , se refere à redução dos ativos totais do sistema financeiro em decorrência das perdas sofridas via contágio, como proporção dos ativos totais iniciais. Lembremos que a magnitude do impacto inicial é dada por ANB_i , já que o choque externo é simulado pela redução a zero do valor dos ativos não bancários do banco i . Caso essa perda supere o valor de seu capital, PL_i , teremos o repasse do valor excedente aos credores. Se definimos os ativos totais do sistema no tempo inicial por A_0 e no tempo final (após o choque que levou à quebra do banco i) por A_t , o valor do *Impacto de Default* será dado por:

$$ID_i = \frac{A_0 - A_t - ANB_i}{A_0} \quad (4.3)$$

A equação 4.3 exclui do cômputo de ID_i o valor do *Impacto Inicial* ($II_i = ANB_i/A_0$), representando somente as perdas em decorrência do contágio. O *Impacto Total*, IT_i , é simplesmente a soma do *Impacto Inicial* e do *Impacto de Default*:

$$IT_i = \frac{ANB_i}{A_0} + \frac{A_0 - A_t - ANB_i}{A_0} \quad (4.4)$$

A medida *Cascata de Defaults*, ID_i , se refere ao número de bancos insolventes em decorrência da quebra inicial do banco i como proporção do número total de bancos da rede.

Tanto o *Impacto de Default* quanto a *Cascata de Defaults* de cada banco revelam o quanto a rede seria afetada pela sua quebra, levando-se em conta apenas os efeitos diretos de propagação das perdas via exposições interbancárias. Embora o *Impacto de Default* pareça a medida mais relevante, já que se refere à magnitude do impacto em termos do valor dos ativos, igualmente importante é a *Cascata de Defaults*, uma vez que a forma como a crise é sentida e repercutida pelos agentes econômicos está também relacionada com a distribuição do número de bancos afetados.

Com a intenção de avaliar a sensibilidade do contágio a medidas locais de conectividade e concentração, Cont et al. (2010) propõem os índices *susceptibilidade da contraparte*, $SC(i)$, e *fragilidade local da rede*, $f(i)$. A seguir reproduzimos as definições dos autores.

Definição: A *susceptibilidade da contraparte*, $SC(i)$ de um nodo i , é a máxima exposição de uma contraparte j ao nodo i como proporção do capital da contraparte.

$$SC(i) = \max_j \frac{w_{ij}}{PL_j}$$

A *susceptibilidade da contraparte* nos diz quantas vezes o seu capital a contraparte mais exposta emprestou ao nodo i , e representa a via pela qual o impacto é sofrido mais fortemente em caso de quebra de i , sendo uma medida da máxima vulnerabilidade dos credores.

Definição: A *fragilidade local da rede* é a máxima exposição de uma contraparte j ao nodo i como proporção do capital da contraparte, ponderada pelo valor do passivo bancário de contraparte.

$$f(i) = \max_j \frac{w_{ij}}{PL_j} PB_j$$

Assim como a media SC_i , a *fragilidade local da rede* é uma medida da vulnerabilidade dos credores, mas dessa vez alcança também a sensibilidade dos credores indiretos de i , representados pelo passivo bancário da contraparte j , PB_j . O índice $f(i)$ assinala com grande importância sistêmica um nodo que tomou emprestado uma grande proporção de recursos de uma dada contraparte que por sua vez possui um grande passivo com outros nodos da rede.

Para as simulações implementadas neste trabalho calculamos os índices $SC(i)$ e $f(i)$ com a intenção de verificar a relação entre essas características topológicas da rede e o *impacto de default e cascata de defaults* de seus nodos.

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo apresentamos os resultados obtidos nas simulações de contágio com redes produzidas de acordo com a metodologia apresentada no capítulo 3. Temos três redes principais conforme definido anteriormente (ver figura 3.11): GD_0 , S_0 e GC_0 . A rede GD_0 se caracteriza por ser mais concentrada do lado devedor: com uma maior concentração de dívidas do que de direitos, é gerada de forma que os maiores bancos da rede sejam grandes devedores do sistema financeiro. A rede GC_0 apresenta maior concentração de direitos: os maiores bancos da rede são grandes credores do sistema. A rede S_0 é simétrica, gerada com igualdade de concentrações.

A seção 5.1 apresenta os resultados dos índices de contágio, em simulações feitas para redes de 1000 nodos e com nível de capitalização médio ($\lambda = 0.05$). A seção 5.2 apresenta o efeito do tamanho da rede no *Impacto de Default* e *Cascata de Defaults*. A seção seguinte expõe os índices de contágio encontrados quando variamos o nível de capitalização das redes. Na seção 5.4 apresentamos os resultados obtidos quando variamos conectividade e concentração de conexões, gerando novos tipos de rede a partir das redes principais. Por fim, na seção 5.5 investigamos a contribuição das características locais da rede na explicação do nível de contágio, a partir dos índices $SC(i)$ e $f(i)$ apresentados na seção 4.2.

5.1 Impacto de default e Cascata de defaults

Para cada conjunto de parâmetros que define uma categoria de rede (GD_0 , S_0 e GC_0) implementamos 20 simulações, de forma que a análise é feita com base em 20 realizações de redes do tipo GD_0 , 20 realizações de redes S_0 e 20 realizações de redes GC_0 ¹. Para cada rede gerada foi calculado o *Impacto de Default*, ID_i e a *Cascata de Default*, CD_i , de cada banco i . Relembramos que os resultados apresentados nessa seção são para redes de 1000 nodos, com nível de capitalização $\lambda = 0.05$. A figura 5.1 apresenta o *ranking* dos bancos para os três tipos de rede, em ordem decrescente de ID_i . Os valores apresentados são valores médios de cada posição, por exemplo, para cada categoria de rede o valor do maior *Impacto de Default* (primeira posição no *ranking*) é a média dos maiores impactos das 20 redes geradas. De maneira equivalente, as posições seguintes representam valores médios.

Como podemos observar, a diferenciação entre os três tipos de rede é mais acentuada nas primeiras posições do *ranking*, embora seja nessas posições que ocorre maior dispersão em torno do valor médio: o desvio padrão na primeira posição fica, para as três redes, em torno de 40% da média, como mostra o gráfico menor da figura 5.1, decrescendo nas posições seguintes. Dentre as 20 simulações da rede GC_0 o maior impacto individual, ID_i , chegou a 0,0799, ou seja, uma redução de 7,99% dos ativos da rede em decorrência de contágio a partir da quebra de um único nodo. O valor máximo encontrado para as simulações da rede S_0 foi de 6,53% e para a rede GD_0 , 13,02%.

É possível pensar na área sob a curva de *ranking*, que nada mais é que a soma dos impactos individuais, ID_i , como uma media de avaliação do risco sistêmico da rede.

¹Como poderá ser observado pelos resultados deste capítulo, a amostra de 20 simulações se mostrou suficiente para a análise das três categorias de rede testadas, apresentando desvios bem inferiores à média, como pode ser visto nos gráficos dos índices agregados (por exemplo, figura 5.3).

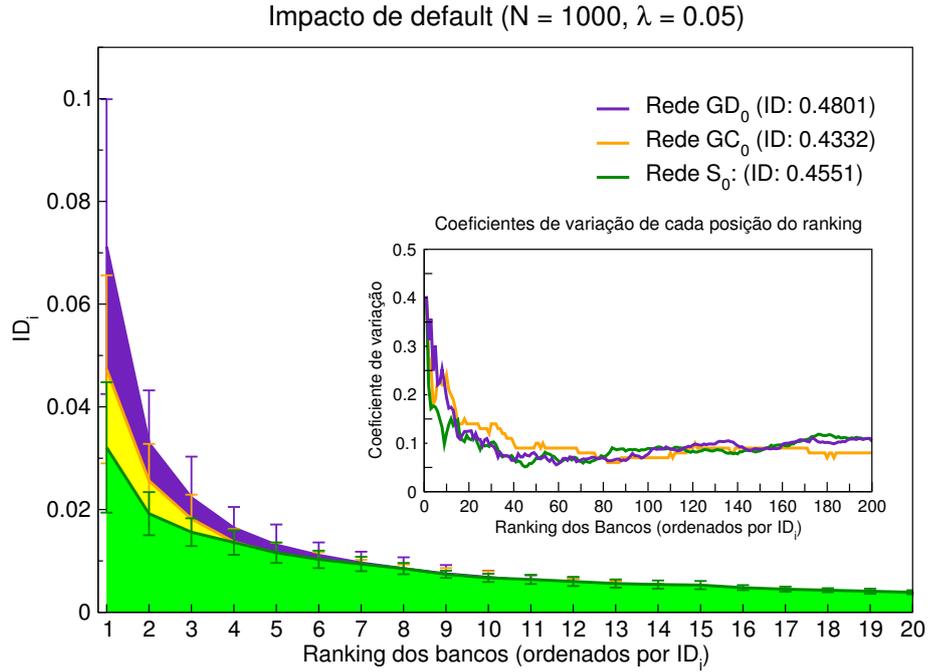


Figura 5.1: *Ranking* dos bancos ordenados por ID_i : a figura apresenta os valores para os 20 bancos que provocam maior impacto. Lembremos que, para cada banco, i , o Impacto de Default, ID_i , se refere às perdas sofridas pelo sistema via contágio (a partir do *default* de i) como proporção dos ativos totais da rede. O gráfico menor expõe os valores do coeficiente de variação ($cv = \sigma/\mu$) em cada posição do *ranking* para os 200 bancos com maior impacto.

Teremos, então, para cada rede uma medida agregada, ID , dada por:

$$ID = \sum_{i=1}^n ID_i \tag{5.1}$$

A medida ID corresponde a uma medida de tendência central: de fato, basta que o valor ID seja dividido por N (número de nodos) para termos o valor médio dos *Impactos de Default* individuais. Ordenando as três redes pelo índice agregado, ID , teremos a rede GD_0 com maior impacto ($ID=0.48$), seguida da S_0 ($ID=0.46$), e por último a rede GC_0 ($ID=0.43$). O ordenamento obedece ao sentido do aumento da concentração dos *links* de dívida, desde a maior concentração na rede GD_0 , passando por uma concentração moderada em S_0 , até a menor concentração em GC_0 . Embora

essa maneira de avaliar as redes pareça razoável, uma vez que a quebra de um grande devedor tem grande potencial de contágio, é preciso lembrar que valores de tendência central são menos significativos na presença de grandes desvios.

De outra forma, se avaliamos as três redes apenas pelos bancos de maior impacto (primeiros bancos do *ranking*), a rede de maior risco permanece sendo a GD_0 , mas as duas outras trocam de posição: os bancos de maior impacto da rede GC_0 impactam mais o sistema que os grandes bancos da rede S_0 . Tal fato pode ser explicado pelas diferenças na concentração dos ativos das redes GD_0 , GC_0 e S_0 . Ocorre que bancos com grandes balanços impactam a rede mais fortemente em caso de *default* e embora tenhamos construído as três redes de forma que apresentem concentrações de conectividade similares (ver capítulo 3), a construção das exposições interbancárias tal como definida pelo modelo acentua as concentrações dos ativos, acentuando também as diferenças entre estas concentrações. De fato, o coeficiente de Gini para concentração de ativos é de 0.83 para a rede GC_0 , 0.80 para a GD_0 e 0.78 para a S_0 ². Com o maior Gini, a rede GC_0 possui um grande banco cujo ativo total é 122 vezes maior que o ativo médio da rede, enquanto que o maior banco da rede simétrica S_0 possui um ativo total 55 vezes maior que o ativo médio da rede³.

Em resumo, ao avaliarmos as redes pela redução dos ativos em caso de *default* de seus nodos, a rede com grandes devedores apresenta potencial para as maiores perdas e a rede com grandes credores possui grandes nodos que impactam mais o sistema que seus similares da rede simétrica, embora em média os nodos de S_0 sejam mais impactantes que os de GC_0 . A comparação entre as redes exige cautela, uma vez que uma avaliação das perdas efetivas envolveria um estudo dos cenários de estresse do sistema que poderiam levar ao *default* de um nodo da rede ou de um conjunto de nodos.

²A concentração de ativos em redes reais também é bastante elevada, como relatado na literatura. Por exemplo, [Elsinger et al. \(2006\)](#) reportam um Gini de 0,88 para a rede austríaca em 2002 e [Ennis \(2001\)](#) reporta um Gini de 0,90 para os Estados Unidos em 2000.

³Lembremos que os índices de Gini e os valores dos ativos são valores médios das 20 simulações implementadas para cada rede.

O cálculo das probabilidades de *default* em diferentes cenários de estresse é tema para um próximo trabalho.

Mais simples é a comparação das redes quando avaliadas pelas *cascatas de defaults* de seus nodos, porque nesse caso a diferenciação é mais acentuada, como pode ser observado na figura 5.2. Para as *cascatas de defaults* também definimos como medida agregada a área sob a curva de *ranking*:

$$CD = \sum_{i=1}^n CD_i \tag{5.2}$$

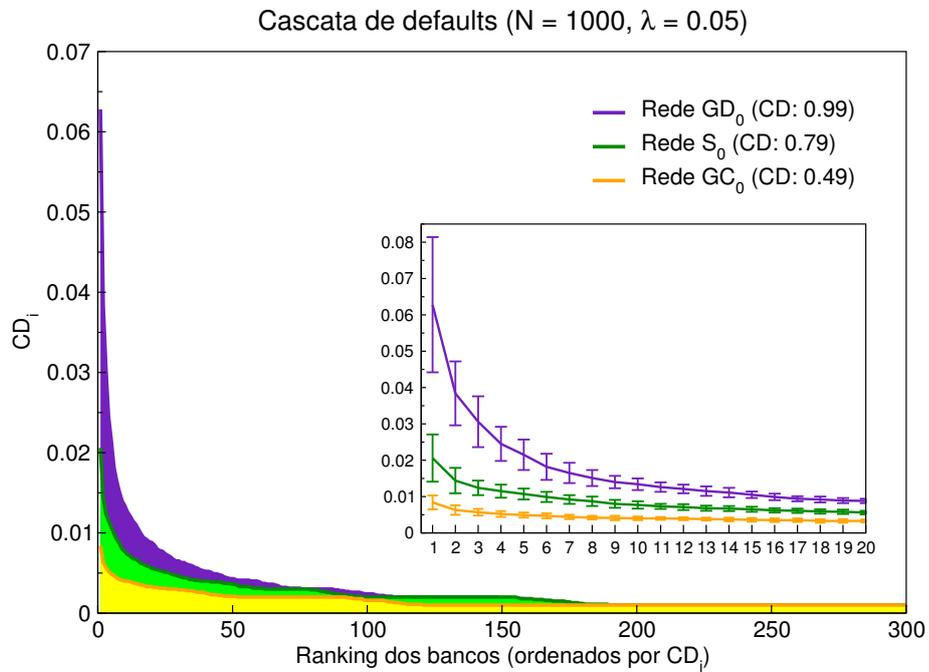


Figura 5.2: *Ranking* dos bancos ordenados por CD_i ; a figura apresenta os valores para os 300 bancos que provocam maiores cascatas. Como definido anteriormente, a Cascata de Defaults, ID_i , se refere ao número de bancos insolventes em decorrência da quebra inicial do banco i como proporção do número total de bancos da rede. O gráfico menor apresenta o detalhe dos 20 primeiros bancos.

Aqui fica clara a ordenação das redes: a rede GD_0 é também a que mais apresenta potencial de gerar contágio em caso de *default* de seus nodos. Em segundo lugar temos

a rede simétrica, S_0 , e por último a rede GC_0 . O tamanho dos balanços tem menos influência sobre a *Cascata de Defaults* que sobre o *Impacto de Default*, permitindo que fique mais evidente o efeito das concentrações dos *links* de dívida e de direitos. De fato, como era esperado, as *Cascatas de Defaults* aumentam no sentido do aumento da concentração das dívidas. Embora tenham tamanhos similares, o banco que provoca a maior cascata na rede GD_0 atinge em média 6% dos nodos da rede, em comparação com menos de 1% em média na rede GC_0 . Nas 20 simulações da rede GC_0 a maior cascata provocada, CD_i , chegou a 0,013, ou seja, entraram em *default* 13 nodos da rede em decorrência de contágio a partir da quebra inicial de um único nodo. O número máximo encontrado para as simulações da rede S_0 foi de 36 nodos e para a rede GD_0 106 nodos.

Ao analisarmos os bancos mais importantes de cada categoria de rede podemos detalhar melhor os perfis destas categorias quanto ao impacto e à propagação de quebras. Nas redes GD_0 o nodo de maior impacto de default (ID_i em torno de 7%) também é o que provoca a maior cascata: em média 62 quebras. Com um número de credores em torno de 50, propagam as quebras para além de seus vizinhos diretos. É o maior banco da rede, possuindo os maiores valores de ativos totais, ativos não bancários, passivos totais, passivos bancários e não bancários. O PB_i representa em média 50% do passivo total.

Nas redes GC_0 em geral o nodo de maior impacto de default (ID_i em torno de 5%) não é o que provoca a maior cascata (ele é o terceiro colocado, com uma média de 2,7 quebras). É o maior banco, com os maiores valores de A_i , AB_i , ANB_i , P_i e PNB_i . O PB_i é bem menor que o PNB_i , representando 5% do passivo total, de forma que o *impacto de default* é sentido quase que na totalidade pelos credores externos ao sistema financeiro. Possui em geral um número de devedores 9 vezes maior que o número de credores. O nodo que provoca a maior cascata de default é em média o 3º ou 4º colocado no *ranking* de impacto de *default*, possuindo um balanço 4 vezes menor que o de maior

impacto. O PB_i deste nodo representa 20% de seus passivos totais. Possui em torno de 10 credores e sua quebra torna insolventes em média 8 bancos.

Já o banco mais importante da rede S_0 possui características intermediárias em relação às redes GD_0 e GC_0 . Em geral o nodo de maior impacto de default (ID_i em torno de 3%) é o que provoca a maior cascata: em média 17 quebras. É o que tem os maiores valores de ativos e passivos, tanto bancários quanto não bancários. Possui um passivo bancário que representa 34% de seu passivo total, concentrando o maior número de credores (em média são 18 *links*). Em quase todas as simulações a quebra do maior nodo provoca a insolvência de todos os seus credores que, por sua vez, não propagam novas quebras.

A tabela 5.1 apresenta os valores médios de ID_i , CD_i , número de credores (k_{out}^i) e da relação PB_i/P_i para os nodos de maior impacto de *default* das três redes consideradas.

	$\langle ID_i \rangle$	$\langle CD_i \rangle$	$\langle k_{out}^i \rangle$	$\langle PB_i/P_i \rangle$
GC_0	5%	2,7	4	5%
S_0	3%	17	18	34%
GD_0	7%	62	50	50%

Tabela 5.1: Caracterização dos nodos de maior impacto de *default* das redes GD_0 , S_0 e GC_0 : valores médios de ID_i , CD_i , k_{out}^i e PB_i/P_i .

Vimos que, das duas medidas de importância sistêmica, ID e CD , é a *Cascata de Defaults* a que mais diferencia as categorias de rede analisadas. Também observamos que, para todas as categorias, tanto o *Impacto de Default* quando a *Cascata de Defaults* de cada nodo isoladamente não atingem grandes percentuais da rede. De fato, também em estudos empíricos de redes interbancárias se apontou para a extensão limitada do contágio via *default* (Sheldon e Maurer (1998), Furfine (2003), Upper e Worms (2004), Wells (2004), Elsinger et al. (2006)). Todos esses estudos (com exceção de Elsinger et al. (2006)) avaliam o efeito contágio da quebra isolada de um banco devido a um choque externo. Entretanto, como também apontam Elsinger et al. (2006) e Cont et al. (2010),

o efeito contágio é amplificado na presença de outros fatores de estresse recorrentes em momentos de crise, como escassez de recursos líquidos e quedas correlacionadas dos preços de ativos. Choques de mercado que afetem o capital de várias instituições simultaneamente podem deixar o sistema mais vulnerável à propagação de contágio. Ao se avaliar, portanto, o contágio via *default* em conjunto com os outros canais de propagação de crise, diferenças na estrutura da rede de exposições podem ser bastante relevantes.

5.2 Efeito do tamanho da rede sobre o contágio

Para avaliar o efeito da escala sobre os índices de contágio variamos o tamanho das redes nas três categorias analisadas, produzindo redes com número de nodos $N = 500$, $N = 1000$, $N = 5000$ e $N = 10000$. Os parâmetros são iguais aos usados nas redes anteriores de 1000 nodos e portanto o número médio de *links* permanece o mesmo. A variação da escala não provoca mudança nas medidas agregadas, ID e CD, como mostra a figura 5.3. Tal característica implica que os valores médios dos impactos individuais, ID_i e da cascata de *defaults*, CD_i , decrescem quando a rede aumenta, fazendo com que a importância de cada nodo se dilua com o crescimento do número de nodos. Dessa forma, concluímos que redes maiores apresentam nodos com menor potencial de contágio, situação já constatada em trabalhos de simulação anteriores (Cont e Moussa (2010)).

A figura 5.4 apresenta os valores da primeira posição nos *rankings* ID_i e CD_i para as três categorias de rede e para os diferentes tamanhos, caracterizando a tendência decrescente de impacto dos nodos.

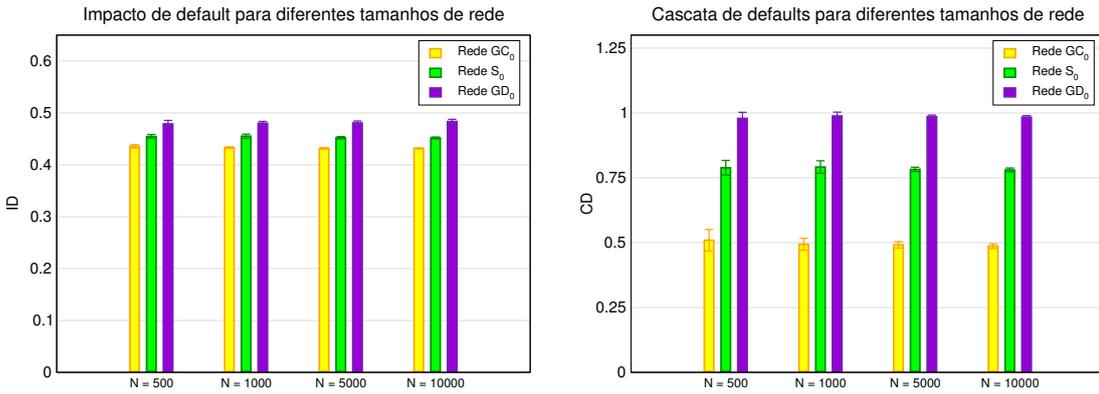


Figura 5.3: À esquerda: valores da medida agregada ID para as três categorias de rede nas diferentes escalas ($N = 500$, $N = 1000$, $N = 5000$ e $N = 10000$). À direita: valores da medida agregada CD para as três categorias de rede também nas diferentes escalas analisadas.

5.3 Efeito do nível de capitalização sobre o contágio

Avaliamos o efeito de uma mudança no nível de capitalização, λ , sobre o *Impacto de Default* e a *Cascata de Defaults*, lembrando que λ se refere à relação capital/ativos dos bancos e em geral varia entre 0,05 e 0,1 para redes reais (apêndice B). As medidas agregadas, ID e CD , estão representadas na figura 5.5.

Como esperado, o aumento da capitalização tem como efeito reduzir o contágio em todas as três categorias de rede, uma vez que o capital de um banco funciona como amortecedor, absorvendo o primeiro impacto de uma desvalorização dos ativos sofrida por ele. Obviamente a diminuição da capitalização tem o efeito inverso, aumentando o contágio em caso de *default*. Testar a rede para menores valores de λ nos dá uma ideia da amplificação dos efeitos de contágio em caso de estresse macroeconômico, situação em que grande parte da rede pode se tornar menos capitalizada. Como pode ser observado na figura, a variação da capitalização tem maior efeito sobre a *Cascata de Defaults* que sobre o *Impacto de Default*. Por exemplo, para uma rede de 1000 nodos e com $\lambda = 0.05$, o banco com maior CD_i da rede GD_0 provoca em média a quebra de 63 outros nodos. Com $\lambda = 0.01$ o número de quebras passa a 100, e para $\lambda = 0.1$ se reduz a 45. O

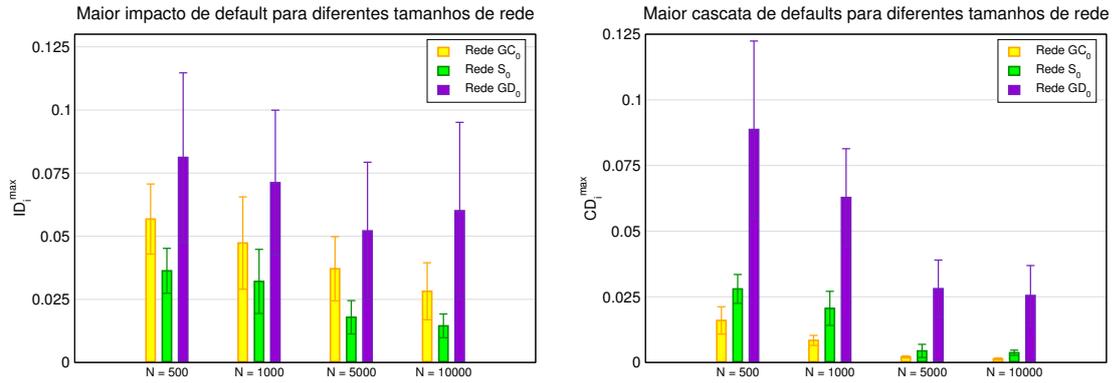


Figura 5.4: À esquerda: valores do *Impacto de Default* da primeira posição do ranking (banco de maior ID_i), ID_i^{max} , para os diversos tamanhos de rede. À direita: valores da *Cascata de Defaults* da primeira posição do ranking (banco de maior CD_i), CD_i^{max} , para os diversos tamanhos de rede.

Impacto de Default do maior banco da rede GD_0 fica em torno de 0,07 para $\lambda = 0.05$, ou seja, sua quebra provoca, via contágio, uma redução de 7% no valor dos ativos da rede. Para $\lambda = 0.01$ a redução é também em média de 7%, e para $\lambda = 0.1$ a redução é de 5.6%.

5.4 Efeito da conectividade e concentração

Estudos anteriores que simulam o contágio via *default* em diferentes topologias de rede abordam a questão da influência da conectividade sobre a propagação de perdas. As conclusões são divergentes, dependendo fortemente da estrutura das redes utilizadas em cada trabalho.

Como vimos no capítulo 2, Allen e Gale (2000) avaliam diferentes estruturas de empréstimos interbancários em um sistema constituído por 4 regiões geográficas distintas (também interpretado como 4 bancos de regiões distintas). Mostram que, para o mesmo padrão de demanda por liquidez (saques dos depositantes), o contágio pode surgir ou não, dependendo da conectividade da rede formada entre as 4 regiões. Para a rede simples de 4 nodos concluem que uma estrutura completa, em que cada banco

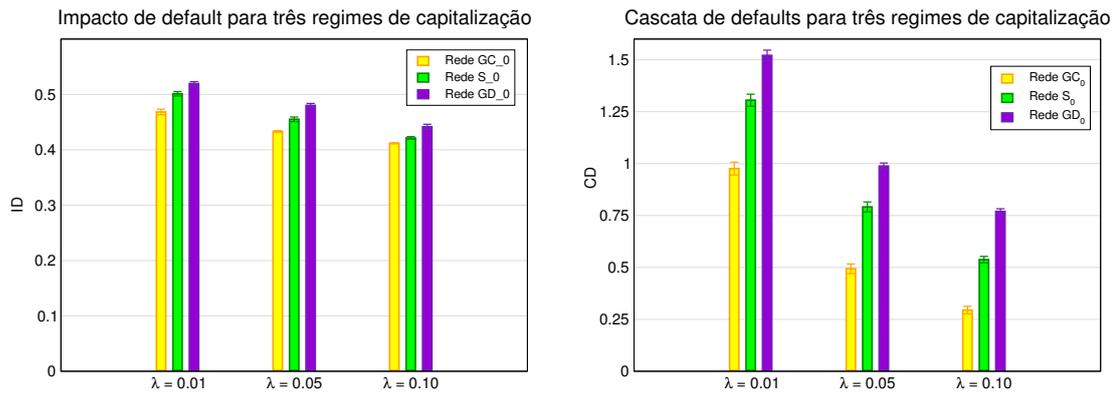


Figura 5.5: À esquerda: valores da medida agregada ID nas três categorias de rede para $\lambda = 0.01$, $\lambda = 0.05$ e $\lambda = 0.10$. À direita: valores da medida agregada CD nas três categorias de rede também para $\lambda = 0.01$, $\lambda = 0.05$ e $\lambda = 0.10$.

possui conexões com todos os outros, é mais estável que uma estrutura incompleta.

Nier et al. (2007) estudam o contágio em uma rede aleatória tipo Erdős-Rényi de 25 nodos e mostram que o tamanho das cascatas de default dependem da conectividade do sistema de forma não monotônica: quando o número de conexões é baixo, um aumento da conectividade intensifica o contágio, mas quando a conectividade já é alta, o acréscimo de novas conexões tende a dissipar as perdas, tornando a rede mais resistente.

Battiston et al. (2009) investigam a propagação de contágio em uma rede regular e encontram um efeito inverso: quando a conectividade inicial é baixa, um acréscimo no número de conexões aumenta a resiliência da rede à propagação de defaults, mas quando a conectividade já é elevada, o aumento do número de conexões eleva o contágio. Os autores identificam o aumento da conectividade a um *trade-off* entre o decréscimo do risco individual (através do compartilhamento do risco) e um acréscimo do risco sistêmico devido à propagação do estresse financeiro.

Cont e Moussa (2010) testam o efeito da conectividade em uma rede construída com o algoritmo proposto por Bollobás et al. (2003) (o mesmo utilizado neste trabalho). Partindo de uma rede de 400 nodos com conectividade média de 10 *links*, aumentam a conectividade através da adição de novas ligações entre nodos escolhidos aleatoriamente.

Para redes com uma relação capital/ativos de 4% observamos que o contágio cresce com a conectividade. Já para redes melhor capitalizadas, com uma relação capital/ativos de 8%, a relação não é monotônica: a partir do nível mais baixo de conectividade o aumento do número de conexões leva ao aumento do contágio, mas quando a conectividade já está alta, aumentos posteriores tendem a reduzir a propagação das perdas.

É preciso levar em conta que, ao aumentar a conectividade da rede pela adição aleatória de novos *links*, estaremos ao mesmo tempo alterando a distribuição de conectividade no sentido de tornar a distribuição de *links* menos concentrada, o que também afeta o desempenho da rede na propagação de contágio. O ideal seria que fosse possível separar esses dois efeitos: o efeito da variação da conectividade e o da variação da concentração de *links*.

Na tentativa de entender como essas duas características atuam sobre o contágio financeiro, testamos novos tipos de rede que são variantes das três redes avaliadas anteriormente, com níveis distintos de conectividade e concentração de *links*. Dessa forma, além do tipo original, que nomeamos tipo 0 e é constituído por GD_0 , S_0 e GC_0 , implementamos 4 novos tipos, cada um deles detalhados nas seções seguintes. As redes tipo 1 têm maior conectividade e são mais concentradas que as originais. As redes tipo 2 apresentam maior conectividade e concentração similar às do tipo 0. As redes tipo 3 possuem maior conectividade que as do tipo 0 mas são menos concentradas. Finalmente, as redes tipo 4 mantêm a mesma conectividade que as originais do tipo 0, porém com menor concentração. A tabela 5.2 apresenta os parâmetros usados na construção das redes tipo 0, 1, 2, 3 e 4⁴.

Cabe alertar que algumas das redes simuladas, mais precisamente as redes tipo 2 e 4, são construídas com valores elevados de δ_{in} e δ_{out} , o que faz com que as distribuições se afastem de uma lei de potência, dada a grande componente aleatória na formação da rede. Por essa razão optamos pelo uso exclusivo do coeficiente de Gini como medida de

⁴As redes tipo 3 são construídas com os mesmos parâmetros do tipo 0, após o que elevamos sua conectividade pelo acréscimo de novos links distribuídos de forma aleatória entre seus nodos.

concentração, em vez de utilizar também os expoentes estimados para a lei de potência, X_{in} e X_{out} .

	α	β	γ	δ_{in}	δ_{out}
GC_0	0,5625	0,2500	0,1875	1,00	3,00
S_0	0,3750	0,2500	0,3750	2,00	2,00
GD_0	0,1875	0,2500	0,5625	3,00	1,00
GC_1	0,1875	0,7500	0,0625	1,00	3,00
S_1	0,1250	0,7500	0,1250	2,00	2,00
GD_1	0,0625	0,7500	0,1875	3,00	1,00
GC_2	0,1875	0,7500	0,0625	25,00	75,00
S_2	0,1250	0,7500	0,1250	50,00	50,00
GD_2	0,0625	0,7500	0,1875	75,00	25,00
GC_3	0,5625	0,2500	0,1875	1,00	3,00
S_3	0,3750	0,2500	0,3750	2,00	2,00
GD_3	0,1875	0,2500	0,5625	3,00	1,00
GC_4	0,5625	0,2500	0,1875	10,00	30,00
S_4	0,3750	0,2500	0,3750	20,00	20,00
GD_4	0,1875	0,2500	0,5625	30,00	10,00

Tabela 5.2: Valores dos parâmetros utilizados na construção das redes tipo 0 a 4.

5.4.1 Tipo 1: Maior conectividade e maior concentração

Nesse tipo temos as redes GD_1 , S_1 e GC_1 , construídas de forma que tenham maior conectividade e sejam mais concentradas que as redes originais. Isso é feito aumentando o valor do parâmetro β de 0,25 para 0,75. Mantemos a proporção de 1 para 3 existente entre α e γ e os mesmos valores de δ_{in} e δ_{out} . Lembremos que, como a probabilidade β se refere à adição de novo *link* sem que haja criação de novo nodo, aumentar o valor de β implica aumentar a conectividade média da rede. Como o mecanismo de conexão é preferencial, ou seja, os nodos que recebem novos *links* são escolhidos com probabilidade que é proporcional a sua conectividade prévia, o aumento de β também aumenta a concentração de *links* nos nodos que já são mais conectados, fazendo com

que o coeficiente de Gini para distribuição de *links* aumente. A tabela 5.3 apresenta as medidas agregadas, *ID* e *CD*, assim como a conectividade média, coeficiente de Gini para concentração de *links* (*G*), coeficiente de Gini para concentração de *links* de créditos (G_{in}) e coeficiente de Gini para concentração de *links* de débitos (G_{out}). Como vemos, o aumento da conectividade média quando acompanhado de aumento na

	<i>ID</i>	<i>CD</i>	$\langle k \rangle$	<i>G</i>	G_{in}	G_{out}
GC_0	0,433 ($\pm 0,001$)	0,494 ($\pm 0,023$)	2,652 ($\pm 0,028$)	0,456 ($\pm 0,008$)	0,748 ($\pm 0,011$)	0,410 ($\pm 0,008$)
S_0	0,455 ($\pm 0,004$)	0,792 ($\pm 0,024$)	2,663 ($\pm 0,041$)	0,429 ($\pm 0,006$)	0,578 ($\pm 0,015$)	0,576 ($\pm 0,012$)
GD_0	0,480 ($\pm 0,004$)	0,988 ($\pm 0,015$)	2,646 ($\pm 0,039$)	0,457 ($\pm 0,006$)	0,418 ($\pm 0,013$)	0,746 ($\pm 0,009$)
GC_1	0,426 ($\pm 0,001$)	0,331 ($\pm 0,028$)	7,406 ($\pm 0,166$)	0,630 ($\pm 0,008$)	0,805 ($\pm 0,010$)	0,561 ($\pm 0,010$)
S_1	0,429 ($\pm 0,001$)	0,735 ($\pm 0,025$)	7,484 ($\pm 0,227$)	0,612 ($\pm 0,007$)	0,669 ($\pm 0,009$)	0,671 ($\pm 0,008$)
GD_1	0,437 ($\pm 0,002$)	1,113 ($\pm 0,027$)	7,425 ($\pm 0,165$)	0,630 ($\pm 0,008$)	0,560 ($\pm 0,010$)	0,805 ($\pm 0,007$)

Tabela 5.3: Medidas agregadas, *ID* e *CD*, conectividade média, $\langle k \rangle$, coeficiente de Gini da distribuição de *links*, *G*, coeficiente de Gini da distribuição de *links* de crédito, G_{in} , e coeficiente de Gini da distribuição de *links* de débito, G_{out} , para os tipos 0 e 1.

concentração de *links* tem efeitos distintos a depender da simetria da rede. Ao passarmos da rede GC_0 para GC_1 vemos uma diminuição do efeito contágio como resposta ao aumento do número de conexões e à maior concentração de direitos (concentração de *links in*) que acompanha a variação da concentração. A conectividade média vai de 2,65 *links* por nodo para 7,41 e o coeficiente de Gini, que em GC_0 é 0,46, passa a 0,63. Assim também o coeficiente de Gini para distribuição de direitos (de 0,75 para 0,81) e o Gini para distribuição de dívidas (de 0,41 para 0,56). A medida agregada para *Impacto de Default* não sofre grande variação, indo de 0,43 em GC_0 para 0,42 em GC_1 . Já a medida *CD* (*Cascata de Defaults*) tem um decréscimo significativo de 0,49 a 0,33.

Concluimos que, para redes do tipo *GC*, em que a concentração de direitos é maior que a de dívidas, um aumento da conectividade acompanhada de aumento da concentração tem como efeito aumentar a resistência da rede ao contágio. O aumento da concentração de direitos em nodos que se tornam grandes credores do sistema é, certamente, o fator responsável pela melhora na resistência da rede ao efeito contágio. Nodos

credores muito conectados possuem muitos *links in*, direcionados para o banco, sendo que a quebra de um nodo credor se propaga menos, apenas através de seus poucos *links out*. Além disso, quando um banco vizinho ao grande banco declara *default*, a perda transmitida representa pouco do total de direitos do credor, uma vez que este possui muitos outros parceiros. Vemos aqui o resultado positivo de ter um grande credor que diversificou seu risco entre muitos parceiros.

Para as redes simétricas há apenas uma pequena melhora na resistência quando passamos de S_0 para S_1 . Como apresentado na tabela 5.3, os valores de ID e CD sofrem uma tênue redução (ID variando de 0,46 para 0,43 e CD variando de 0,79 a 0,73).

No caso das redes GD a situação é ambígua: o aumento da conectividade acompanhado do aumento da concentração causa uma leve redução na medida ID , de 0,48 para 0,44. Ao mesmo tempo vemos um aumento das *Cascatas de Defaults*, com CD passando de 0,99 para 1,11. Para as redes GD , o aumento da concentração acentua a assimetria da rede, favorecendo ainda mais o surgimento de grandes bancos devedores. Estes bancos apresentam grande potencial de propagação do contágio, uma vez que a maioria de seus *links* estão direcionados para o sistema, tendo um papel desestabilizador da rede. O fato de que CD tenha aumentado com o aumento da conectividade e concentração é resultado desse efeito. Mesmo assim, o aumento da concentração de *links* também aumenta a concentração de direitos nos nodos credores, e esse é o fator estabilizador que, junto do aumento da conectividade, provoca a melhora da medida de impacto ID .

5.4.2 Tipo 2: Maior conectividade e concentração similar ao tipo 0

No tipo 2 consideramos redes em que o número médio de *links* é elevado através do aumento do parâmetro β (0,25 para 0,75) enquanto compensamos a tendência ao aumento da concentração elevando o valor dos parâmetros δ_{in} e δ_{out} . Mantemos a

proporção de 1 para 3 entre os valores α e γ .

Como vimos no capítulo 3, os parâmetros δ_{in} e δ_{out} representam probabilidades distribuídas entre os nodos, fazendo com que todos tenham alguma chance de ser selecionados no processo de ligação. A ligação preferencial tem o efeito de concentrar os *links* em grandes nodos conectados, enquanto que os parâmetros δ_{in} e δ_{out} podem frear essa tendência por representarem pesos distribuídos igualmente entre os nodos. Assim, se aumentarmos os valores destes pesos, compensaremos o efeito concentrador do aumento de β . Entretanto, teremos o efeito colateral de prejudicar a formação da lei de potência na distribuição dos *links*. De fato, a distribuição de *links* converge mais rapidamente à lei de potência quanto menores forem os valores de δ_{in} e δ_{out} .

Com β aumentado para 0,75, elevamos os valores de δ_{in} e δ_{out} em 25 vezes de forma a manter o coeficiente de Gini da distribuição de *links* o mais próximo possível do valor que ele possui no tipo 0, ou seja, em torno de 0,45. A melhor aproximação que obtemos com $\beta = 0,75$ é um Gini de 0,47. Os valores de δ_{in} e δ_{out} são aumentados conservando a relação de 1 para 3 entre eles, de forma que as redes possam ser comparadas com aquelas do tipo 0. A tabela 5.4 apresenta os valores das medidas agregadas *ID* e *CD*, assim como os valores de conectividade média, concentração de *links* e concentrações parciais (direitos e dívidas).

	<i>ID</i>	<i>CD</i>	$\langle k \rangle$	<i>G</i>	G_{in}	G_{out}
GC_0	0,433 ($\pm 0,001$)	0,494 ($\pm 0,023$)	2,652 ($\pm 0,028$)	0,456 ($\pm 0,008$)	0,748 ($\pm 0,011$)	0,410 ($\pm 0,008$)
S_0	0,455 ($\pm 0,004$)	0,792 ($\pm 0,024$)	2,663 ($\pm 0,041$)	0,429 ($\pm 0,006$)	0,578 ($\pm 0,015$)	0,576 ($\pm 0,012$)
GD_0	0,480 ($\pm 0,004$)	0,988 ($\pm 0,015$)	2,646 ($\pm 0,039$)	0,457 ($\pm 0,006$)	0,418 ($\pm 0,013$)	0,746 ($\pm 0,009$)
GC_2	0,428 ($\pm 0,001$)	0,574 ($\pm 0,023$)	7,813 ($\pm 0,200$)	0,476 ($\pm 0,006$)	0,555 ($\pm 0,008$)	0,465 ($\pm 0,007$)
S_2	0,429 ($\pm 0,001$)	0,723 ($\pm 0,021$)	7,812 ($\pm 0,141$)	0,471 ($\pm 0,008$)	0,507 ($\pm 0,009$)	0,506 ($\pm 0,008$)
GD_2	0,430 ($\pm 0,001$)	0,884 ($\pm 0,020$)	7,817 ($\pm 0,139$)	0,475 ($\pm 0,007$)	0,463 ($\pm 0,008$)	0,554 ($\pm 0,007$)

Tabela 5.4: Medidas agregadas, *ID* e *CD*, conectividade média, $\langle k \rangle$, coeficiente de Gini da distribuição de *links*, *G*, coeficiente de Gini da distribuição de *links* de crédito, G_{in} , e coeficiente de Gini da distribuição de *links* de débito, G_{out} , para os tipos 0 e 2.

Ao compararmos as redes GC_0 e GC_2 notamos o aumento das *Cascatas de Default*, medidas pelo índice agregado CD , que passa de 0,49 para 0,57. O índice de impacto, ID , permanece estável em 0,43.

Apesar da tentativa de isolar o efeito da conectividade mantendo o Gini o mais próximo possível do valor original de 0,45, não podemos atribuir a piora no desempenho do índice CD apenas ao aumento da conectividade, porque apesar de a concentração de *links* permanecer próxima ao valor original, ocorre uma variação das concentrações parciais, G_{in} e G_{out} , que se referem às distribuições dos *links* de créditos e débitos. Com efeito, uma vez alterados os parâmetros δ_{in} e δ_{out} , observamos a elevação da concentração de dívidas nos grandes nodos devedores (G_{out} indo de 0,41 para 0,46) e uma redução da concentração de direitos (G_{in} indo de 0,75 para 0,55). Essas alterações na distribuição contribuem para a piora do índice CD .

No caso das redes simétricas temos uma leve melhora dos índices: quando comparamos a rede S_0 com a S_2 observamos a variação do ID de 0,46 para 0,43 e do CD de 0,79 para 0,72.

Para a rede GD o aumento da conectividade melhora levemente a medida ID , que passa de 0,48 a 0,43, e melhora também o índice CD , que vai 0,99 para 0,88. Aqui se destaca também, além do aumento da conectividade, a variação das concentrações parciais, no sentido da diminuição da concentração de dívidas e aumento da concentração de direitos.

5.4.3 Tipo 3: Maior conectividade e menor concentração

O tipo 3 repete a experiência feita em [Cont e Moussa \(2010\)](#) para testar o aumento da conectividade. Primeiro construímos a rede com os mesmos parâmetros do tipo 0. Em seguida, com a rede já construída, elevamos sua conectividade pelo acréscimo de novos *links* distribuídos de forma aleatória entre seus nodos até que a rede atinja o número médio de 7,8 *links* por nodo, a mesma média das redes do tipo 2. Dessa forma,

teremos uma rede mais conectada e menos concentrada: o coeficiente de Gini passa de 0,45 para 0,24 e os coeficientes de Gini parciais também sofrem redução. Os dados estão apresentados na tabela 5.5.

	ID	CD	$\langle k \rangle$	G	G_{in}	G_{out}
GC_0	0,433 ($\pm 0,001$)	0,494 ($\pm 0,023$)	2,652 ($\pm 0,028$)	0,456 ($\pm 0,008$)	0,748 ($\pm 0,011$)	0,410 ($\pm 0,008$)
S_0	0,455 ($\pm 0,004$)	0,792 ($\pm 0,024$)	2,663 ($\pm 0,041$)	0,429 ($\pm 0,006$)	0,578 ($\pm 0,015$)	0,576 ($\pm 0,012$)
GD_0	0,480 ($\pm 0,004$)	0,988 ($\pm 0,015$)	2,646 ($\pm 0,039$)	0,457 ($\pm 0,006$)	0,418 ($\pm 0,013$)	0,746 ($\pm 0,009$)
GC_3	0,429 ($\pm 0,001$)	0,678 ($\pm 0,020$)	7,789 ($\pm 0,040$)	0,245 ($\pm 0,006$)	0,378 ($\pm 0,010$)	0,276 ($\pm 0,005$)
S_3	0,434 ($\pm 0,001$)	0,860 ($\pm 0,027$)	7,800 ($\pm 0,041$)	0,233 ($\pm 0,004$)	0,318 ($\pm 0,007$)	0,317 ($\pm 0,005$)
GD_3	0,450 ($\pm 0,005$)	1,007 ($\pm 0,017$)	7,794 ($\pm 0,043$)	0,256 ($\pm 0,005$)	0,277 ($\pm 0,005$)	0,374 ($\pm 0,007$)

Tabela 5.5: Medidas agregadas, ID e CD , conectividade média, $\langle k \rangle$, coeficiente de Gini da distribuição de *links*, G , coeficiente de Gini da distribuição de *links* de crédito, G_{in} , e coeficiente de Gini da distribuição de *links* de débito, G_{out} , para os tipos 0 e 3.

Assim como nos tipos 1 e 2, todas as três redes (GC , S e GD) apresentam uma leve melhora da medida agregada de impacto, ID , sugerindo que o *Impacto de Default* se reduz com o aumento da conectividade independente se este vem acompanhado de aumento ou redução das concentrações. Já as *Cascatas de Default* dependem certamente das concentrações, como pode ser visto pelos dados apresentados. Com o aumento da conectividade e redução da concentração de *links* (inclusive das concentrações parciais), a rede GC sofre um aumento das *Cascatas de Default*, com a medida agregada CD variando de 0,49 para 0,68. A rede simétrica também sofre piora no índice CD , que vai de 0,79 a 0,85. Já a rede GD é a que menos tem mudança no índice, que vai de 0,99 a 1,01. Novamente os dados sugerem que a variação das concentrações são importantes para determinar as *Cascatas de Default*.

5.4.4 Tipo 4: Mesma conectividade e menor concentração

Por último testamos as redes para uma diminuição da concentração de *links*, mantendo a mesma conectividade. Construímos as redes do tipo 4 mantendo o mesmo valor de

β que as redes originais, ou seja, $\beta=0,25$, e aumentamos em 10 vezes os valores de δ_{in} e δ_{out} . Os valores dos índices de impacto, assim como os dados de conectividade e concentração são apresentados na tabela 5.6.

	ID	CD	$\langle k \rangle$	G	G_{in}	G_{out}
GC_0	0,433 ($\pm 0,001$)	0,494 ($\pm 0,023$)	2,652 ($\pm 0,028$)	0,456 ($\pm 0,008$)	0,748 ($\pm 0,011$)	0,410 ($\pm 0,008$)
S_0	0,455 ($\pm 0,004$)	0,792 ($\pm 0,024$)	2,663 ($\pm 0,041$)	0,429 ($\pm 0,006$)	0,578 ($\pm 0,015$)	0,576 ($\pm 0,012$)
GD_0	0,480 ($\pm 0,004$)	0,988 ($\pm 0,015$)	2,646 ($\pm 0,039$)	0,457 ($\pm 0,006$)	0,418 ($\pm 0,013$)	0,746 ($\pm 0,009$)
GC_4	0,446 ($\pm 0,001$)	0,714 ($\pm 0,016$)	2,644 ($\pm 0,048$)	0,394 ($\pm 0,006$)	0,608 ($\pm 0,009$)	0,385 ($\pm 0,011$)
S_4	0,459 ($\pm 0,001$)	0,871 ($\pm 0,022$)	2,635 ($\pm 0,046$)	0,388 ($\pm 0,007$)	0,509 ($\pm 0,009$)	0,509 ($\pm 0,011$)
GD_4	0,466 ($\pm 0,002$)	1,016 ($\pm 0,018$)	2,661 ($\pm 0,036$)	0,394 ($\pm 0,007$)	0,383 ($\pm 0,013$)	0,607 ($\pm 0,010$)

Tabela 5.6: Medidas agregadas, ID e CD , conectividade média, $\langle k \rangle$, coeficiente de Gini da distribuição de $links$, G , coeficiente de Gini da distribuição de $links$ de crédito, G_{in} , e coeficiente de Gini da distribuição de $links$ de débito, G_{out} , para os tipos 0 e 4.

Para as redes GC e S a menor concentração de $links$ provoca a piora dos dois índices de contágio. Para essas redes o efeito negativo da redução na concentração dos direitos é superior ao efeito positivo da redução na concentração de dívidas.

Para as redes GD o índice ID apresenta uma leve melhora (de 0,48 a 0,46), enquanto que o índice CD tem uma leve piora (de 0,99 a 1,01), indicando que nesse caso os dois efeitos se equilibram.

As figuras 5.6 e 5.7 resumem os resultados dessa seção apresentando os valores de ID e CD para os 5 tipos de rede analisados.

As comparações entre tipos sugere que, para redes construídas com o algoritmo de Bollobás e com a magnitude das exposições relacionada positivamente à conectividade dos nodos, o melhor cenário é aquele de uma rede mais conectada e com alta concentração de direitos, apresentando grandes nodos credores que funcionam como estabilizadores da rede. Destaque-se novamente que, nas comparações entre tipos efetuadas nesse trabalho, não estamos considerando diferenças dos nodos quanto a suas probabilidades de *default*, diferenças que podem certamente alterar a avaliação que

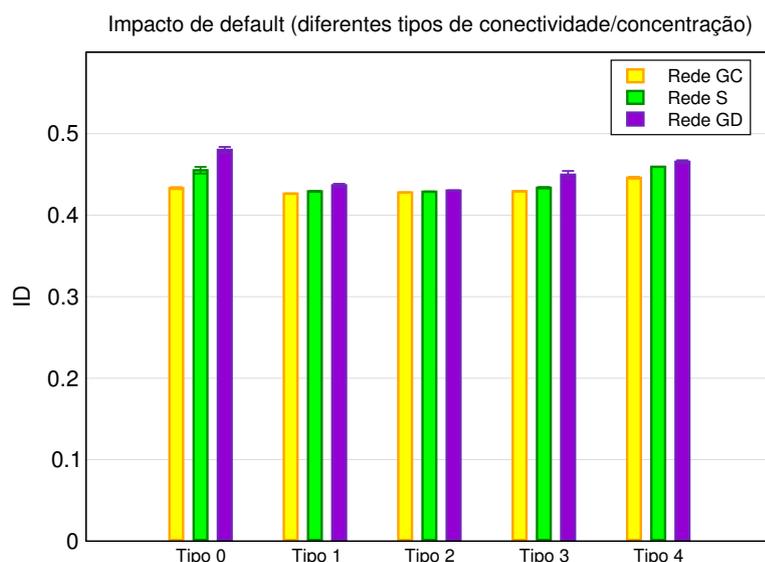


Figura 5.6: *Impacto de default* (medida agregada) para os 5 tipos de rede analisados.

temos de cada rede.

5.5 Contágio e medidas locais de risco sistêmico

Para as simulações das redes GC_0 , S_0 e GD_0 calculamos os índices de risco sistêmico, $SC(i)$ e $f(i)$, descritos na seção 4.2. A intenção é verificar a capacidade dos índices em explicar o contágio provocado pela quebra individual dos nodos da rede. Também avaliamos o peso do *impacto inicial*, II_i , na determinação do *impacto de default*, ID_i e da *cascata de defaults*, CD_i . A figura 5.8 apresenta, para cada uma das redes, três dispersões:

- Dispersão para o *impacto de default*, ID_i , como variável dependente, e o *impacto inicial*, II_i , como variável explicativa.
- Dispersão para o *impacto de default*, ID_i , como variável dependente, e a *fragilidade local de rede*, $f(i)$, como variável explicativa.
- Dispersão para o *impacto de default*, ID_i , como variável dependente, e a *suscep-*

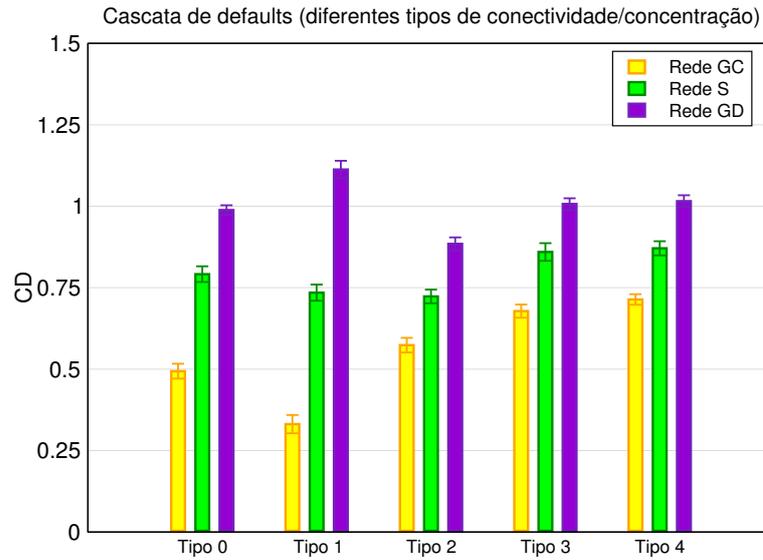


Figura 5.7: *Cascata de defaults* (medida agregada) para os 5 tipos de rede analisados.

tibilidade da contraparte, $SC(i)$, como variável explicativa.

A figura 5.9 repete as dispersões, dessa vez para a *cascata de defaults*, CD_i , como variável dependente.

Como podemos observar, o *impacto de default* é fortemente determinado pelo *impacto inicial*, o que já era esperado, uma vez que os ativos de grandes bancos (maior impacto inicial) representam parcela considerável dos ativos da rede. Entretanto, o *impacto inicial* não determina na mesma medida a *cascata de defaults*, variável mais sensível às características de conectividade local.

Podemos notar que a medida topológica *fragilidade local da rede* reflete melhor o risco sistêmico de um nodo que a *susceptibilidade da contraparte*. Embora fique evidente a correlação positiva entre as variáveis explicativas e as medidas de impacto, a relação é mais fraca para os menores valores de ID_i e CD_i , sugerindo um poder menor de previsão em redes mais resistentes. Por exemplo, calculando o coeficiente de correlação, R , para a dispersão entre CD_i e $f(i)$ na rede S_0 , obtemos $R = 0,91$. Se desconsiderarmos os 10 nodos mais impactantes (de um total de 1000), o coeficiente sofre um decréscimo, indo

para $R = 0,87$.

Impacto de Default

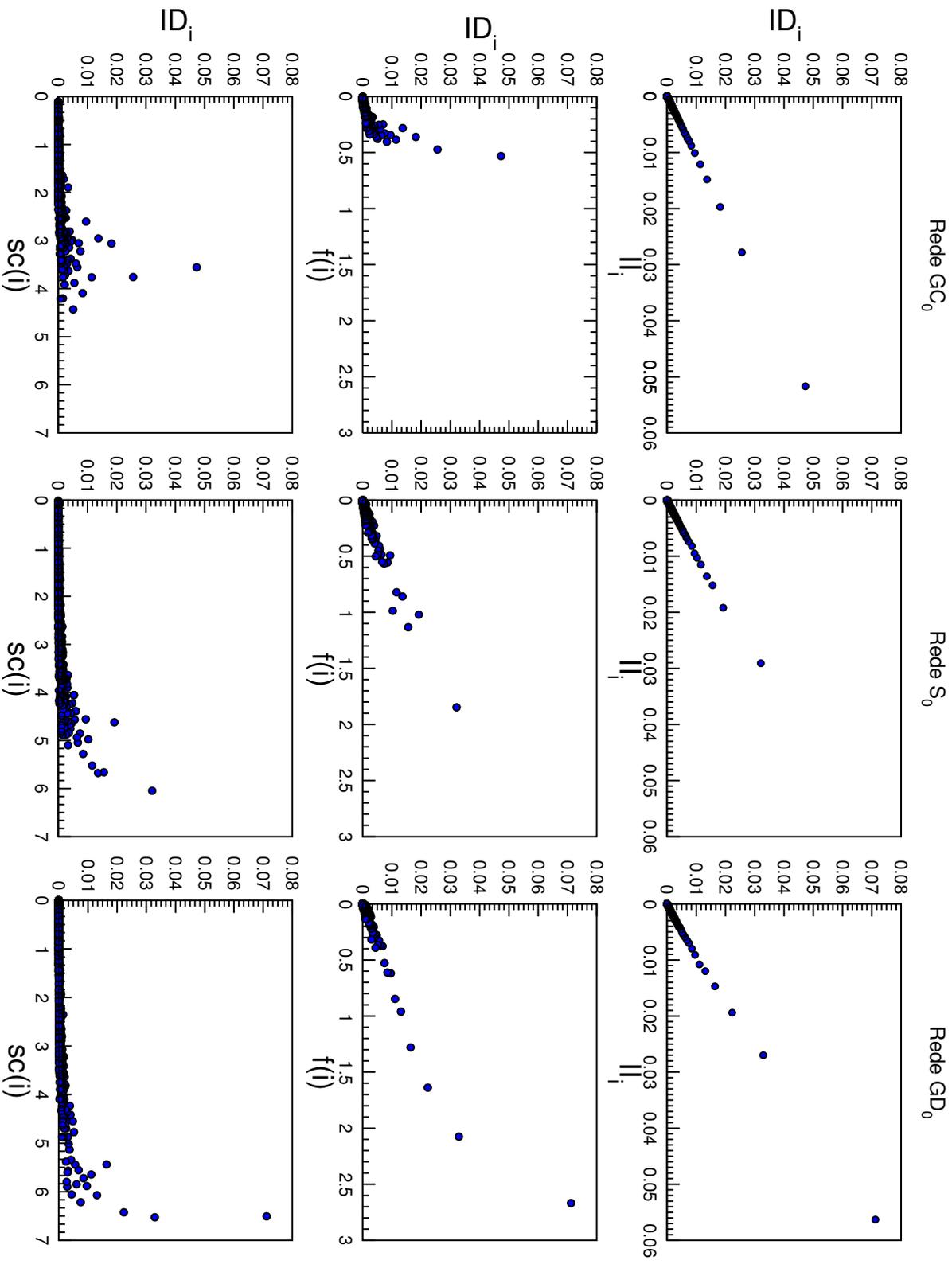


Figura 5.8: Na primeira fileira: dispersão para *impacto de default* e *impacto inicial* para as redes GC_0 , S_0 e GD_0 . Na segunda fileira: dispersão para *impacto de default* e *fragilidade local da rede*, $f(i)$, para as redes GC_0 , S_0 e GD_0 . Na terceira fileira: dispersão para *impacto de default* e *susceptibilidade da contraparte*, $SC(i)$, para as redes GC_0 , S_0 e GD_0 .

Cascata de Defaults

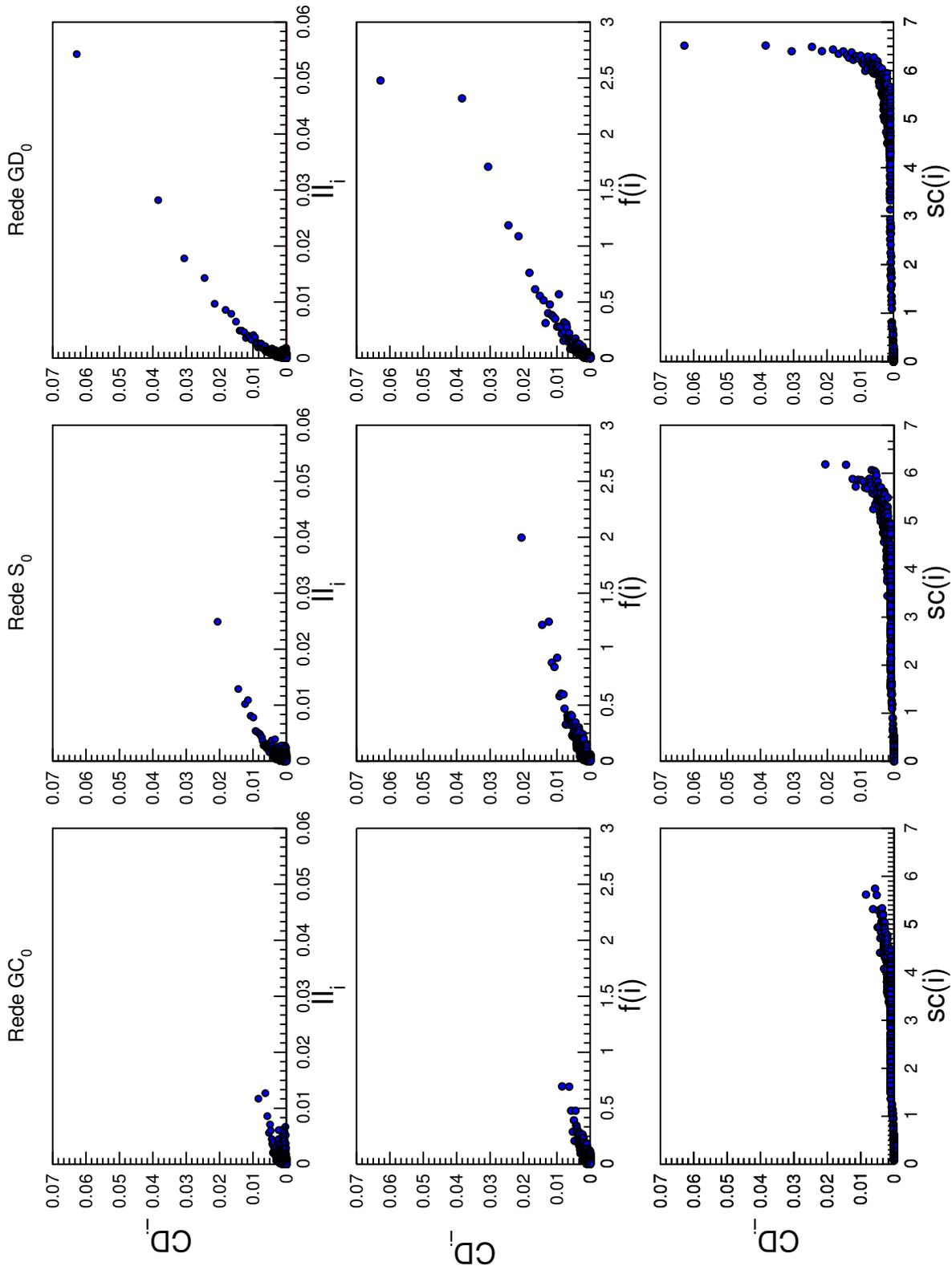


Figura 5.9: Na primeira fileira: dispersão para *cascata de default e impacto inicial* para as redes GC_0 , S_0 e GD_0 . Na segunda fileira: dispersão para *cascata de default e fragilidade local da rede*, $f(i)$, para as redes GC_0 , S_0 e GD_0 . Na terceira fileira: dispersão para *cascata de default e susceptibilidade da contraparte*, $SC(i)$, para as redes GC_0 , S_0 e GD_0 .

Capítulo 6

Conclusões

Este trabalho procurou identificar, através de simulações de redes cujas distribuições se aproximam de leis de potência, como se comportam as redes livres de escala quanto à propagação do contágio financeiro via exposições mútuas no mercado interbancário.

Vimos que, das duas medidas de importância sistêmica, *ID* e *CD*, é a *Cascata de Defaults* a que mais diferencia as categorias de rede analisadas. Também observamos que, para todas as categorias, tanto o *Impacto de Default* quanto a *Cascata de Defaults* de cada nodo isolado não atingem grandes percentuais da rede. Esse resultado está em concordância com os resultados de testes de estresse feitos em redes empíricas. Embora o contágio gerado pela quebra individual de um nodo tenha se mostrado de pequena amplitude, as diferenças de impacto encontradas entre as categorias de rede podem ser relevantes em caso de choques de mercado que afetem o capital de várias instituições simultaneamente, o que deixaria o sistema mais vulnerável ao contágio.

As comparações entre os tipos de rede analisados sugerem que, para redes cujas distribuições se aproximam de leis de potência e em que a magnitude das exposições está relacionada positivamente à conectividade dos nodos, o melhor cenário é aquele de uma rede mais conectada e com alta concentração de direitos, apresentando grandes nodos credores que funcionam como estabilizadores da rede. Esta constatação sugere que a

assimetria verificada nas distribuições de certas redes reais é um fator positivo para a estabilidade da rede, desde que a rede se apresente mais concentrada na distribuição de *links* de créditos. Com redes reais apresentando expoentes de leis de potência estimados entre 2 e 3, isso implica que as redes mais estáveis são aquelas com expoente da distribuição de *links in* igual a 2 e expoente da distribuição de *links out* igual a 3.

Como esperado, o aumento da capitalização tem como efeito reduzir o contágio em todas as três categorias de rede, uma vez que o capital de um banco absorve o primeiro impacto de uma desvalorização dos ativos sofrida por ele. Também observamos que redes maiores apresentam nodos com menor potencial de contágio, situação já constatada em trabalhos de simulação anteriores.

Vimos que o *impacto de default* é fortemente determinado pelo *impacto inicial*, o que já era esperado, uma vez que os ativos de grandes bancos (maior impacto inicial) representam parcela considerável dos ativos da rede. Entretanto, o *impacto inicial* não determina na mesma medida a *cascata de defaults*, variável mais sensível às características de conectividade local. A medida topológica *fragilidade local da rede* reflete melhor o risco sistêmico de um nodo que a *susceptibilidade da contraparte* e embora fique evidente a correlação positiva entre as medidas topológicas e as medidas de impacto, a relação é mais fraca para os menores valores de ID_i e CD_i , sugerindo um poder menor de previsão em redes mais resistentes.

Os resultados sugerem que o tamanho do balanço é o fator mais importante ao se determinar o impacto sobre os ativos decorrente da quebra de um nodo, não podendo ser desconsiderado ou substituído por medidas topológicas que refletem informação apenas da conectividade da rede. Por outro lado, a estrutura da rede tem reflexos importantes sobre as *cascatas de default*. Em certos casos, conforme constatamos, os bancos que desencadeiam as maiores *cascatas de default* não são os de maior balanço. Para estes, medidas topológicas como a *fragilidade local da rede* são bons indicadores de sua importância sistêmica.

Referências Bibliográficas

- Allen, F. e Gale, D. (2000). Financial Contagion. *Journal of Political Economy*, 108(1):1.
- Amundsen, E. e Arnt, H. (2005). Contagion risk in the danish interbank market. Danmarks Nationalbank working papers 29, Danmarks Nationalbank.
- Arinaminpathy, N., Kapadia, S., e May, R. (2012). Size and complexity in model financial systems. Bank of England working papers 465, Bank of England.
- BACEN (2013). 50 maiores bancos e o consolidado do sistema financeiro nacional. Recuperado em junho, 2013, de <http://www4.bcb.gov.br/top50/port/top50.asp>, Banco Central do Brasil.
- Bandt, O. d. e Hartmann, P. (2000). Systemic risk: a survey. European Central Bank working papers 35, European Central Bank.
- Barabasi, A.-L. e Albert, R. (1999). Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286:509.
- BASEL (2005). International convergence of capital measurement and capital standards: A revised framework. Recuperado em agosto, 2013, de <http://www.bis.org/publ/bcbs118.pdf>, Bank for International Settlements.
- Battiston, S., Gatti, D. D., Gallegati, M., Greenwald, B., e Stiglitz, J. E. (2009). Liaisons

- dangereuses: Increasing connectivity, risk sharing, and systemic risk. Working Paper 15611, National Bureau of Economic Research.
- Bernanke, B., Gertler, M., e Gilchrist, S. (1999). The financial accelerator in a quantitative business cycle framework. Em Taylor, J. e Woodford, M., editores, *Handbook of Macroeconomics*. Amsterdam, North-Holland.
- Bollobás, B., Borgs, C., Chayes, J. T., e Riordan, O. (2003). Directed scale-free graphs. Em *SODA*, pgs. 132–139. ACM/SIAM.
- Boss, M., Elsinger, H., Summer, M., e Thurner, S. (2004). Network topology of the interbank market. *Quantitative Finance*, 4(6):677–684.
- Clauset, A., Shalizi, C. R., e Newman, M. E. J. (2007). Power-law distributions in empirical data. cite arxiv:0706.1062 Comment: 43 pages, 11 figures, 7 tables, 4 appendices; code available at <http://www.santafe.edu/~aaronc/powerlaws/>.
- Cont, R. e Moussa, A. (2010). Too interconnected to fail: contagion and systemic risk in financial networks. Financial engineering report, Columbia University.
- Cont, R., Moussa, A., e Santos, E. B. e. (2010). Network structure and systemic risk in banking systems. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1733528> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1733528>.
- Degryse, H. e Nguyen, G. (2004). Interbank exposures: an empirical examination of systemic risk in the belgian banking system. Working Paper Research 43, National Bank of Belgium.
- Diamond, D. W. e Rajan, R. G. (1999). Liquidity risk, liquidity creation, and financial fragility: A theory of banking. Nber working paper, National Bureau of Economic Research.

- Eisenberg, L. e Noe, T. (2001). Systemic Risk in Financial Systems. *Management Science*, 47(2):236–249.
- Elsinger, H., Lehar, A., e Summer, M. (2006). Risk Assessment for Banking Systems. *Management Science*, 52(9):1301–1314.
- Ennis, H. M. (2001). On the size distribution of banks. *Economic Quarterly*, 87(4).
- Filgueiras, C. (2011). *Manual de Contabilidade Bancária*. Elsevier.
- FMI (2013). Financial soundness indicators. Recuperado em novembro, 2013, de <http://fsi.imf.org>, Fundo Monetário Internacional.
- Fortuna, E. (2013). *Mercado Financeiro: produtos e serviços*. Qualitymark.
- Freixas, X., Parigi, B., e Rochet, J.-C. (2000). Systemic risk, interbank relations and liquidity provision by the central bank. *Journal of Money, Credit and Banking*, (32):611–638.
- Fricke, D. e Lux, T. (2012). Core-periphery structure in the overnight money market: Evidence from the e-mid trading platform. Kiel working papers 1759, Kiel Institute for the World Economy.
- Furfine, C. (2003). Interbank Exposures: Quantifying the Risk of Contagion. *Journal of Money, Credit & Banking*, 35(1):111–129.
- Inaoka, H., Ninomiya, T., Taniguchi, K., Shimizu, T., e Takayasu, H. (2004). Fractal network derived from banking transaction - an analysis of network structures formed by financial institutions. Bank of Japan working papers 04-E-04, Bank of Japan.
- Iudícibus, S. d., Martins, E., Kanitz, S. C., Ramos, A. d. T., Castilho, E., Benatti, L., Filho, E. W., e Júnior, R. D. (2010). *Contabilidade Introdutória*. Editora Atlas.

- Janet, M. T. (2009). *Caro Sr. Buffet - O livro que conta as estratégias vencedoras de Warren Buffett*. Editora Campus.
- Jaramillo, S. M., Kabadjova, B. A., Benítez, B. B., e Margain, J. P. S. (2012). An empirical study of the mexican banking system's network and its implications for systemic risk. Documentos de investigación, Banco de México.
- Karimi, F. e Raddant, M. (2013). Cascades in real interbank markets. Papers, arXiv.org.
- Kunegis, J. e Preusse, J. (2012). Fairness on the web: Alternatives to the power law. Em *Proc. Web Science Conf.*
- Lowenstein, R. (2001). *When genius failed: The rise and fall of long-term capital management*. Random House.
- Lubloy, A. (2005). Domino effect in the hungarian interbank market. mimeo.
- Mistrulli, P. E. (2007). Assessing financial contagion in the interbank market: Maximum entropy versus observed interbank lending patterns. Temi di discussione, Banca d'Italia, Servizio Studi.
- Newman, M. (2003). The structure and function of complex networks. *SIAM review*, 45(2):167–256.
- Nier, E., Yang, J., Yorulmazer, T., e Alentorn, A. (2007). Network models and financial stability. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(6):2033–2060.
- Niyama, J. K. e Gomes, A. L. O. (2012). *Contabilidade de Instituições Financeiras*. Atlas.
- Sheldon, G. e Maurer, M. (1998). Interbank lending and systemic risk: An empirical analysis for switzerland. *Swiss Journal of Economics and Statistics*.

- Soramäki, K., Bech, M. L., Arnold, J. B., Glass, R. J., e Beyeler, W. (2006). The topology of interbank payment flows. Staff Reports 243, Federal Reserve Bank of New York.
- Stiglitz, J. E. (1993). The role of the state in financial markets. Annual bank conference on development economics, Washington, DC: World Bank.
- Tabak, B. M., Miranda, R. C. d. C., e Souza, S. R. S. d. (2012). Conectividade e risco sistêmico no sistema de pagamentos brasileiro. Trabalhos para Discussão 300, Banco Central do Brasil.
- Upper, C. (2011). Simulation methods to assess the danger of contagion in interbank markets. *Journal of Financial Stability*, 7(3):111–125.
- Upper, C. e Worms, A. (2004). Estimating bilateral exposures in the German interbank market: Is there a danger of contagion? *European Economic Review*, 48(4):827–849.
- Wells, S. (2004). Financial interlinkages in the united kingdom's interbank market and the risk of contagion. Bank of England working papers 230, Bank of England.

Apêndice A

O balanço patrimonial

O balanço patrimonial é uma das mais importantes demonstrações contábeis, por meio do qual são apuradas a situação patrimonial e financeira de uma entidade em determinado ponto no tempo. É constituído pelas contas ativas e passivas, de forma que cada transação que altera a natureza do patrimônio da entidade é registrada duplamente em uma conta do ativo e em uma do passivo, seguindo o método contábil das partidas dobradas.

A premissa do método das partidas dobradas é de que a condição financeira e os resultados das operações da empresa são mais bem representadas por diversas variáveis, chamadas contas, em que cada uma reflete um aspecto em particular do negócio em valor monetário. Cada transação financeira é registrada na forma de entradas em pelo menos duas contas, nas quais o total de débitos deve ser igual ao total de créditos.

No balanço patrimonial as conta passivas compreendem mais propriamente o passivo e o patrimônio líquido (ou capital societário), e representam o patrimônio da entidade de acordo com a origem dos recursos. Tais recursos podem ter origem própria, o capital dos sócios, ou pertencerem a terceiros, disponibilizados via empréstimos feitos à empresa e formando, portanto, o seu passivo.

O patrimônio é também apresentado de acordo com a sua aplicação em bens e

direitos da empresa, representando o seu ativo. Obviamente os recursos administrados pela entidade possuem valor independente da forma como são apresentados, seja de acordo com suas origens ou com sua aplicação, de forma que a identidade contábil

$$ATIVO = PASSIVO + PATRIMÔNIO LÍQUIDO$$

sempre é satisfeita.

De acordo com a Lei nº 6.404, de 15-12-1976, as contas do ativo devem ser classificadas de acordo com o grau de liquidez dos elementos nelas registrados, e as contas do passivo de acordo com o vencimento das obrigações. A legislação internacional também segue essa prática. A tabela A.1 apresenta de forma simplificada a organização das contas de um balanço típico de um banco (Filgueiras (2011)).

ATIVO	PASSIVO
<p>Circulante:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Disponibilidades (ex.: caixa, reservas no Banco Central, aplicações em ouro); - Direitos realizáveis no curso dos 12 meses seguintes do balanço. 	<p>Circulante:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Obrigações com vencimento no curso de 12 meses do balanço.
<p>Realizável a longo prazo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Direitos realizáveis após o término dos 12 meses subsequentes aos balanço 	<p>Exigível a longo prazo:</p> <ul style="list-style-type: none"> Obrigações com vencimento após o término dos 12 meses subsequentes ao balanço.
<p>Permanente:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Investimentos (ex.: participações em outras sociedades, ações e cotas); - Imobilizado (bens corpóreos, como prédios e veículos); - Diferido (despesas pré-operacionais); - Intangível (ex.: marcas, carteiras de clientes adquiridas de terceiros.) 	<p>PATRIMÔNIO LÍQUIDO</p> <p>Capital social</p> <p>Lucros ou prejuízos acumulados</p>

Tabela A.1: Contas principais do Balanço patrimonial.

Se o passivo superar o ativo, teremos o chamado *patrimônio líquido negativo*, também denominado *passivo a descoberto* (Iudícibus et al. (2010)). O patrimônio líquido negativo

caracteriza o estado de insolvência, situação em que a entidade se vê incapaz de honrar todas as suas obrigações com os credores.

Apêndice B

O acordo de Basileia

Em 1987 o Comitê de Supervisão Bancária do Banco de Compensações Internacionais (BIS) apresentou uma proposta de definição de capitais e categorias de risco de ativos, a ser utilizada para a determinação dos padrões mínimos de capital para os bancos que operassem, principalmente, no mercado internacional. O documento elaborado foi denominado Convergência Internacional de Mensuração de Capital e de Padrões de Capital (*Internacional Convergence of Capital Measurement and Capital Standard*), que acabou conhecido como “Acordo de Basileia”. Em princípio o acordo contou com a adesão dos países do G-10 (Canadá, França, Alemanha, Itália, Japão, Países Baixos, Suécia, Suíça, Reino Unido e Estados Unidos). Atualmente, quase todos os países da Comunidade Europeia adotam o modelo proposto pelo BIS, assim como vários outros, dentre os quais Brasil, Argentina, Chile, Uruguai, México, Áustria, Finlândia, Hong Kong, Israel, Nova Zelândia e Noruega (Niyama e Gomes (2012)).

O acordo de adequação de capital e supervisão bancária está alicerçado em três pilares: pilar 1, composto pelos requerimentos de capital propriamente ditos; pilar 2, a revisão, pelo Banco Central, da adequação de capital de cada instituição individualmente; e pilar 3, a exigência de divulgação de informações e transparência das instituições financeiras.

Para fins de verificação do cumprimento dos limites de capital das instituições financeiras foi definido o conceito de patrimônio de referência (*PR*), de tal forma que, quanto maior o *PR*, maior a capacidade do banco em conceder crédito. O *PR* é obtido pelo somatório dos dois níveis de capital que compõem a estrutura de capital das instituições, o nível I (*tier I*) e o nível II (*tier II*).

De acordo com Fortuna (2013), o nível I refere-se aos capitais de melhor qualidade, como o capital social (dinheiro efetivamente subscrito e integralizado pelos acionistas) e as reservas e lucros retidos (lucros não distribuídos e agregados ao patrimônio). O nível II inclui as reservas de reavaliação (decorrentes de reavaliação de imóveis) e as reservas de contingência (para compensar perdas de difícil estimação), assim como os capitais obtidos através de novos instrumentos de capitalização, como instrumentos híbridos de capital e dívida e instrumentos de dívida subordinada. Conforme descreve (Fortuna (2013)):

O primeiro [instrumentos híbridos de capital e dívida] refere-se à emissão de ações preferenciais resgatáveis, e o segundo [instrumentos de dívida subordinada] representa dívidas que são preteridas em relação a todas as outras e que, por isso, são “quase capitais”. Os instrumentos híbridos de capital e dívida são empréstimos tomados pela instituição, sob condições tão favoráveis que quase equivalem a uma capitalização. Não envolvem a oferta de garantias por parte dos bancos e não têm, nem mesmo, prazo de vencimento. A dívida subordinada é assim chamada, pois, em caso de falência, é a última a ser paga. Ela fica subordinada ao pagamento dos demais credores e só vem antes dos pagamentos aos acionistas. Seu impacto sobre o balanço do banco também é diferente, pois ela não entra como passivo exigível, mas, sim, como base de capital, aumentando o patrimônio líquido. Reduz o grau de alavancagem do banco e aumenta a capacidade do banco para empréstimos.

O primeiro acordo de Basileia, Basileia I, estava focado na apropriada ponderação de

risco de crédito dos ativos. Conforme [Niyama e Gomes \(2012\)](#), um estudo realizado pelo Comitê de Basileia com base em dados estatísticos dos 50 maiores bancos americanos indicou que o coeficiente de 8% representava a relação capital/ativos (ponderados pelo risco) que melhor traduzia a alavancagem média do sistema, ou seja, os ativos ponderados pelo risco representariam 12,5 vezes o valor do capital. Assim, o valor do PR deveria ser superior ao valor do Patrimônio de Referência Exigido - PRE , o qual era calculado considerando a parcela referente às exposições ponderadas pelo fator de ponderação de risco de crédito do ativo a elas atribuído, P_{EPR} :

$$PRE = P_{EPR} \quad (\text{B.1})$$

Na equação acima, a parcela das exposições ponderadas pelo fator de risco de crédito, P_{EPR} , é dada por:

$$P_{EPR} = F \times EPR \quad (\text{B.2})$$

em que:

$$F = 0,08;$$

EPR é o somatório dos produtos dos ativos pelos seus respectivos Fatores de Ponderação de Risco, FPR .

Em 2004, com o segundo acordo de Basileia (Basileia II), outras fontes de risco passaram a ser consideradas na exigência de capital mínimo além do risco de crédito: os vários riscos de mercado e o risco operacional¹.

Como exemplo de cálculo do PRE apresentamos o critério adotado no Brasil a partir da Resolução 3.490, de 29/08/07, que segue as recomendações do Comitê de Basileia. Os riscos de mercado são adicionados em parcelas referentes às categorias risco cambial, de juros, de *commodities* e de ações. Com o novo acordo, o PRE deve ser calculado

¹Conforme [Fortuna \(2013\)](#), o risco operacional é qualquer possibilidade de perda originada por falhas na estrutura organizacional da instituição financeira, seja em nível de sistemas, procedimentos, recursos humanos e recursos tecnológicos ou, então, em decorrência de fraudes e outros atos ilícitos.

considerando-se, no mínimo, as seguintes parcelas:

$$PRE = P_{EPR} + P_{CAM} + P_{JUR} + P_{COM} + P_{ACS} + P_{OPR} \quad (\text{B.3})$$

em que:

P_{CAM} = parcela referente ao risco das exposições em ouro, em moeda estrangeira e em operações sujeitas a variação cambial;

P_{JUR} = parcela referente ao risco das operações sujeitas à variação nas taxas de juros;

P_{COM} = parcela referente ao risco das operações sujeitas à variação do preço de mercadorias (*commodities*);

P_{ACS} = parcela referente ao risco de operações sujeitas à variação do preço de ações;

P_{OPR} = parcela referente ao risco operacional.

O índice de Basileia, que é um indicador de quanto os bancos podem conceder em créditos, é apurado de acordo com a seguinte fórmula:

$$IB = F \frac{(PR \times 100)}{PRE} \quad (\text{B.4})$$

O segundo acordo de Basileia estabeleceu um mínimo de 8% para o índice de cada instituição financeira. No Brasil o Banco Central adotou uma posição mais conservadora, exigindo um mínimo de 11%.

A figura B.1 apresenta os valores para o Índice de Basileia e a relação capital/ativos dos países do G-20. Os dados são do segundo trimestre de 2013 (FMI (2013)). Embora os dados sejam exibidos em conjunto, a comparação deve ser relativizada em virtude das diferenças nos padrões contábeis e nos conceitos utilizados na regulação de capital mínimo dos diversos países.

A estimação do risco representado por cada uma das parcelas que compõem o

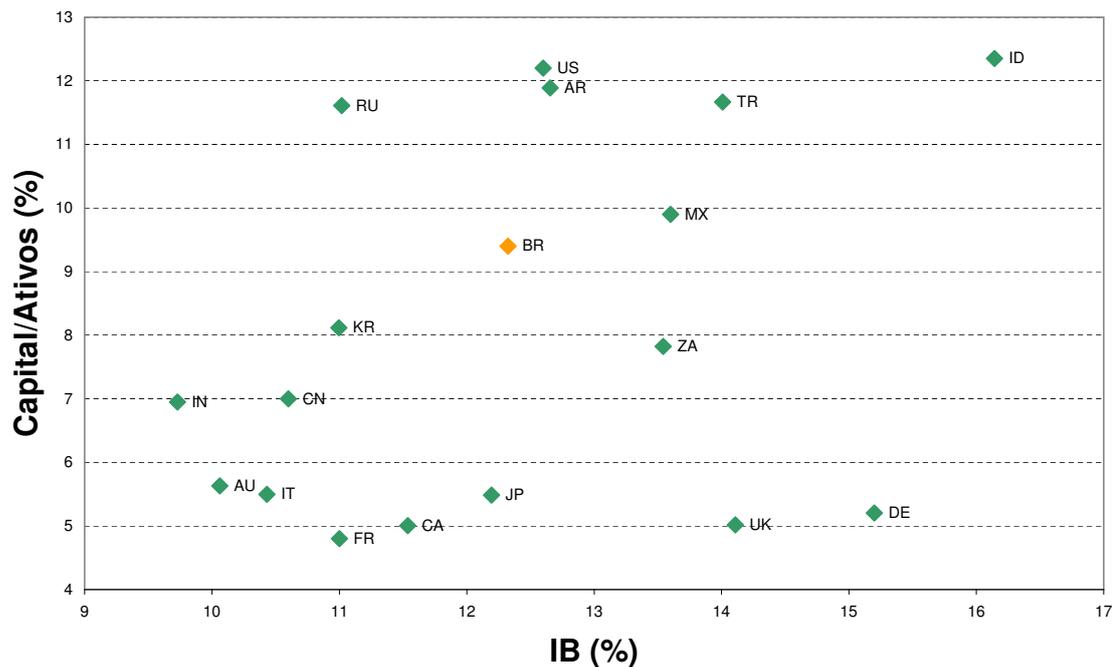


Figura B.1: Relação capital/ativos e índice de Basileia. Fonte: FMI.

PRE pode ser feito a partir de distintas metodologias, todas propostas pelo comitê de Basileia, diferindo entre si pela complexidade e qualidade das técnicas de análise de risco empregadas (para informações detalhadas ver [BASEL \(2005\)](#)). No caso particular do risco de crédito, o Brasil adota o modelo padrão simplificado para cálculo dos fatores de ponderação de risco das exposições (*FPR*), em que os fatores podem variar de 0 a 300%, de acordo com as características do ativo sendo considerado. Como exemplo, entre outros, deve ser aplicado o FPR de:

- 0% - em valores mantidos em espécie em moeda nacional, em operações com o Tesouro Nacional e com o Banco Central; em operações com organismos multilaterais de crédito e desenvolvimento, tais como o Banco Mundial e o BID.
- 20% - em valores mantidos em depósitos à vista em outros bancos; em operações com vencimento em até três meses em moeda nacional realizadas com instituições financeiras; depósitos à vista em outros bancos, em moeda estrangeira emitidos

por países especificados.

- 35% - em financiamentos para aquisição de imóvel residencial novo ou usado garantido por hipoteca em primeiro grau ou alienação fiduciária de imóvel, cujo valor contratado seja inferior a 50% do valor de avaliação da garantia; em certificados de recebíveis imobiliários desses tipos de financiamentos.
- 50% - em operações com determinadas instituições financeiras bem como exposições que tenham como ativo objeto valores mobiliários por ela emitidos; a mesma situação com determinados governos centrais de países estrangeiros, seus bancos centrais e suas instituições financeiras; em financiamentos para aquisição de imóvel residencial novo ou usado com garantia dada por hipoteca em primeiro grau ou alienação fiduciária, cujo valor contratado represente de 50 a 80% do valor da garantia; financiamentos para construção de imóveis garantidos por alienação fiduciária ou por hipoteca em primeiro grau.
- 75% - em operações de varejo (inclusive crédito consignado), desde que a contraparte seja pessoa física ou jurídica de direito privado de pequeno porte (receita bruta anual inferior a R\$ 2,4 milhões).
- 100% - em exposições para as quais não haja *FPR* previamente estabelecido; em aplicações em cotas de fundos de investimento.
- 150% - em exposições relativas a operações de crédito e de arrendamento mercantil financeiro contratadas com pessoas físicas; em exposições relativas a operações de crédito para financiamento de dívida vinculada a cartão de crédito.
- 300% - em operações relativas a operações de crédito pessoal sem destinação específica, incluindo crédito consignado, contratadas ou renegociadas com pessoas físicas.

	01/01/13	01/01/14	01/01/15	01/01/16	01/01/17	01/01/18	01/01/19
Capital Principal	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
Nível I	5,5	5,5	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0
PR	11,0	11,0	11,0	9,875	9,25	8,625	8,0
Capital de Conservação				0,625	1,25	1,875	2,5
PR + Capital de Conservação	11,0	11,0	11,0	10,5	10,5	10,5	10,5
Capital Contracíclico		Até 0,625	Até 1,25	Até 1,875	Até 2,5	Até 2,5	Até 2,5
TOTAL	11,0%	Até 11,625%	Até 12,25%	Até 12,375%	Até 13,0%	Até 13,0%	Até 13,0%

Tabela B.1: Parâmetros mínimos para o capital regulamentar conforme Basileia III (como percentual dos ativos ponderados pelo risco)

Por conta da crise financeira de 2008 o comitê de Basileia revisou os termos do acordo, apresentando, no final de 2010, um novo conjunto de normas que ficou conhecido como Basileia III. As principais alterações do novo acordo são:

- Cota mínima de capital Nível I: o capital Nível I deve representar 6% do ativos da instituição ponderados pelo risco.
- Colchão de proteção de capital (capital de conservação): introdução de um “colchão de proteção de capital” de 2,5%, que se soma ao capital Nível I, tendo por objetivo evitar que o capital se esgote rapidamente em tempos de crise.
- Colchão de capital contracíclico: essa reserva, que pode chegar a 2,5%, deverá ser criada apenas quando houver sinais de crescimento excessivo de crédito, cabendo às autoridades supervisoras determinar a sua implementação.
- Colchões de liquidez: criação de indicadores com objetivo de impedir que os bancos transformem créditos de curto prazo em créditos de longo prazo através de refinanciamento.
- Taxa de alavancagem: mostra o grau de endividamento de um banco em relação ao seu capital próprio. Basileia III define que o endividamento deve ser de, no máximo, 33 vezes o valor do capital Nível I.

As novas regras são complementares às definições já existentes (Basileia II), com o intuito de compensar períodos de turbulência do mercado. O Índice de Basileia passará dos atuais 8% para 13%, com implementação prevista por um cronograma com início em 2013 e que deve encerrar em 2019. Com o Comunicado 20.615, de 17-02-11, o Banco Central do Brasil adere às normas de Basileia III, e estabelece um cronograma próprio que antecipa algumas das exigências definidas no novo acordo. [Filgueiras \(2011\)](#) descreve o novo cálculo do Índice de Basileia conforme o cronograma brasileiro:

O índice [de Basileia] total será uma soma de três parcelas: o Patrimônio de Referência (*PR*), que continuará a existir, mas será acompanhado por dois colchões de liquidez, o capital de conservação e o capital contracíclico. Estes dois últimos terão como objetivo compensar momentos difíceis para a instituição, no primeiro caso, e da economia, no caso da segunda exigência. O Patrimônio de Referência (*PR*) continuará sendo formado pelos capitais de níveis 1 e 2. O capital de nível 1 terá um patamar mínimo de 6%, subdividido em duas parcelas: o capital principal (Common Equity Tier 1), mais robusto, composto apenas por ações e lucros retidos e com parcela mínima de 4,5%; e o capital adicional (Additional Tier 1), composto por instrumentos híbridos de capital e dívida autorizados pelo Banco Central. Por outro lado, a exigência do *PR* cairá de 11% para 8%, mas não significa que os bancos poderão reduzir o capital, pois muitos dos valores que hoje podem entrar na conta do *PR* ficarão de fora no novo cálculo. [...]

Com essa redução do *PR*, os novos parâmetros de capital, o de conservação e o contracíclico, responderão com 2,5% cada um do novo Índice de Basileia. Desta forma, o capital total poderá chegar a 13%, visto que o capital contracíclico, que será definido pelo Banco Central a cada ano, poderá ser igual ou inferior aos 2,5% previstos.

A tabela [B.1](#) apresenta os novos parâmetros e o cronograma de implementação conforme o Comunicado 20.615, do Banco Central do Brasil.