UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

SERGIO DIAS ASSUMPÇÃO

USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

Porto Alegre
2013

SERGIO DIAS ASSUMPÇÃO

USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

Dissertação realizada sob orientação da Prof. Dra. Maria Alice Gravina, apresentada ao PPGEMAT do Instituto de Matemática da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Porto Alegre

2013

SERGIO DIAS ASSUMPÇÃO

USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

PORTO ALEGRE, 16 de Dezembro de 2013

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Cydara Cavedon Ripoll
IM/ UFRGS

Prof. Dra. Elisabete Zardo Búrigo
IM/ UFRGS

Prof. Dra. Aparecida Francisco da Silva
UNESP

DEDICATÓRIA

À *minha mãe* Zulmira *(in memorian)*.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, tias e irmãs por auxiliarem e permitirem que pudesse dedicar meu tempo a aprender como ensinar, financiando, incentivando e apoiando.

Á minha esposa e minha filha por aturarem o mau humor e as horas dedicadas a estudar, escrever, desenhar e produzir o material desta dissertação.

À minha eterna orientadora, professora Maria Alice, que me incentivou a iniciar o uso de informática na sala de aula, mesmo que, há vinte anos atrás, o mundo fosse extremamente lento, visto através de um monitor de fósforo verde e armazenado em disquetes de $5\frac{1}{4}$ de polegadas.

Aos colegas da Escola Municipal de Educação Básica Alberto Santos Dumont pela ajuda, as substituições e a compreensão.

Aos parceiros de mestrado: Tiago, Pomper, Paulinha e Cristiano pelas trocas de ideias, as risadas e o companheirismo em todas as disciplinas do curso.

Ao Andrezinho que, pouco antes de deixar este mundo, ajudou como pode na disciplina de estatística.

Às professoras voluntárias, que muito colaboraram com o material final desta dissertação, a partir da participação nas oficinas.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela minha formação e a Fundação de Amparo a Pesquisa do Rio Grande do Sul pelo apoio na realização deste trabalho.

Aos professores Alvino, Maria Cristina, Marcus, Marilaine, Maria Paula, Luísa, Francisco, Elisabete e João pelos ensinamentos, muito além dos conteúdos, transmitidos em suas aulas.

E a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para o resultado final deste trabalho.

RESUMO

As dificuldades apresentadas pelos alunos, ao chegarem ao 6º ano do ensino fundamental, sempre me intrigaram. A busca de maneiras para minimizá-las foi o ponto de partida desta proposta de dissertação. Ao longo de minha experiência profissional identifiquei que muitas colegas dos anos iniciais não se sentiam confortáveis ao trabalharem com a matemática, muitas pediam auxilio, enquanto outras apenas reproduziam, mecanicamente, o que lhes fora ensinado. Trabalhar com estas colegas pareceu-me a solução natural para meus anseios. Desenvolver um material que pudesse auxiliá-las em sala de aula e, ao mesmo tempo, que fosse familiar ao aluno, levou-me à opção do uso da linguagem das histórias em quadrinhos e dos desenhos animados. Conversas e questionários com as professoras de anos iniciais indicaram o ensino de frações como o conteúdo em que os alunos apresentavam maiores dificuldades. Isto levou-me a optar por desenvolver o projeto para este conteúdo especifico. A análise de dissertações, livros e artigos relativos ao tema trouxeram os diferentes conceitos envolvidos: operador multiplicativo, razão, quociente, medida e, o escolhido para ser o foco do trabalho, parte-todo. A elaboração de roteiros, desenhar, digitalizar e por último animar o material através de softwares específicos geraram as histórias em quadrinhos e os desenhos animados que são o produto final desta dissertação. Com o material pronto, foram ofertadas oficinas de preparação aos professores. Nestas oficinas surgiram dificuldades maiores do que as previstas, conduzindo a uma reconstrução do material para adequá-lo à realidade apresentada. Esta caminhada está registrada neste trabalho.

Palavras-chave: Ensino nos anos iniciais. Ensino de Matemática. Frações. Histórias em quadrinhos. Tecnologias na educação. Formação de professores

ABSTRACT

The difficulties presented by the students upon arrival at the 6th grade level, have always intrigued me. The search for ways to overcome them was the starting point for this dissertation proposal. Throughout my professional experience, I identified that many of my colleagues of the early years were not comfortable when working with mathematics, so many of them asked for assistance, while others merely reproduced mechanically what they had been taught. Working with these colleagues seemed to me the natural solution to my desires. Develop a material that could help them in the classroom and, at the same time this was familiar to the student, took me the option of using the language of comics and cartoons . Questionaires and conversations with teachers of the early years have indicated the teaching of fractions as the topic that the students had more difficulties. This led me to choose to develop the design for this specific content. A review of dissertations, books and articles on the subject brought the different concepts involved: multiplicative operator, reason, ratio, measure, and chosen to be the focus of the work, part-whole. The roadmapping, draw, scan and finally animate the material through specific software generated the comics and animes final product of this work and, with the material ready, worshop of preparation were offered to teachers. In these workshops have appeared more difficulties than we have previewd, it lead this to a reconstrution of the material to fit the reality presented. This hike is recorded in this work .

Keywords : Teaching in the early years. Teaching of Mathematics. Fractions. Comics. Technologies in education. Teacher training

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

DVD	Digital Video Disc
FSI	Frações nas Séries Iniciais
HD	High Definition
HQ	História em Quadrinhos
MMC	Mínimo Múltiplo Comum
MPEG	Moving Picture Experts Group
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PDF	Portable Document Format
PNBE	Programa Nacional Biblioteca da Escola
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático

Sumário

1. INTRODUÇÃO

Durante vários anos atuei na quinta série do ensino fundamental, neste período recebi alunos das mais variadas condições sociais, que apresentavam características distintas, enquanto algumas famílias seguiam o modelo tradicional e apresentavam condições sócio econômicas e culturais confortáveis, havia o contraste com famílias com baixos índices de escolaridade, em situações de risco social e dependentes de programas governamentais para sobreviver. Apesar desta disparidade evidente, havia um ponto em comum na grande maioria dos alunos: as dificuldades em Matemática.

Ao analisar alguns dados sobre o desempenho dos alunos nos 5º e 6º anos do ensino fundamental na escola em que trabalho[1], ao longo de alguns anos, ficou evidente a maior dificuldade enfrentada pelos alunos, no sexto ano, quanto ao aprendizado da matemática. Os gráficos 1 e 2 mostram que, enquanto no 5º ano os índices de aprovação nas diferentes disciplinas são similares, no 6º ano[2] o índice de aprovação em matemática se diferencia dos demais, ficando em faixa sensivelmente inferior.

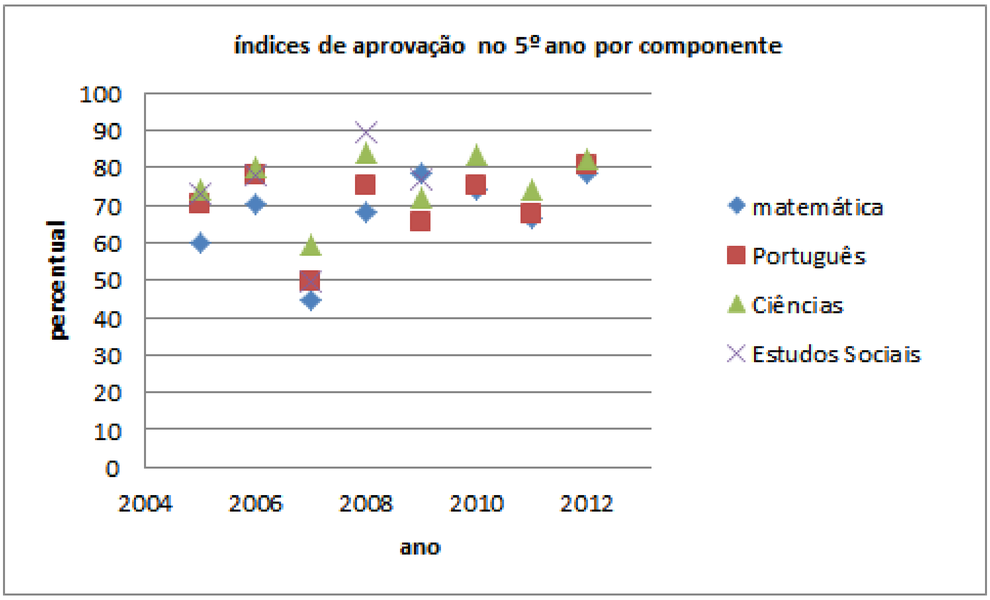


Gráfico 1: percentuais de aprovação no 5º ano por disciplina

[1] O ensino fundamental de nove anos foi implantado gradualmente na escola, os dados informados consideram a 4ª série do ensino fundamental de oito anos, extinta no ano de 2010.
[2] 5ª série até 2010. Para efeito de comparação o parâmetro "estudos sociais" nos 6ºs anos foi obtida através da média aritmética de aprovações nas disciplinas de História e Geografia.

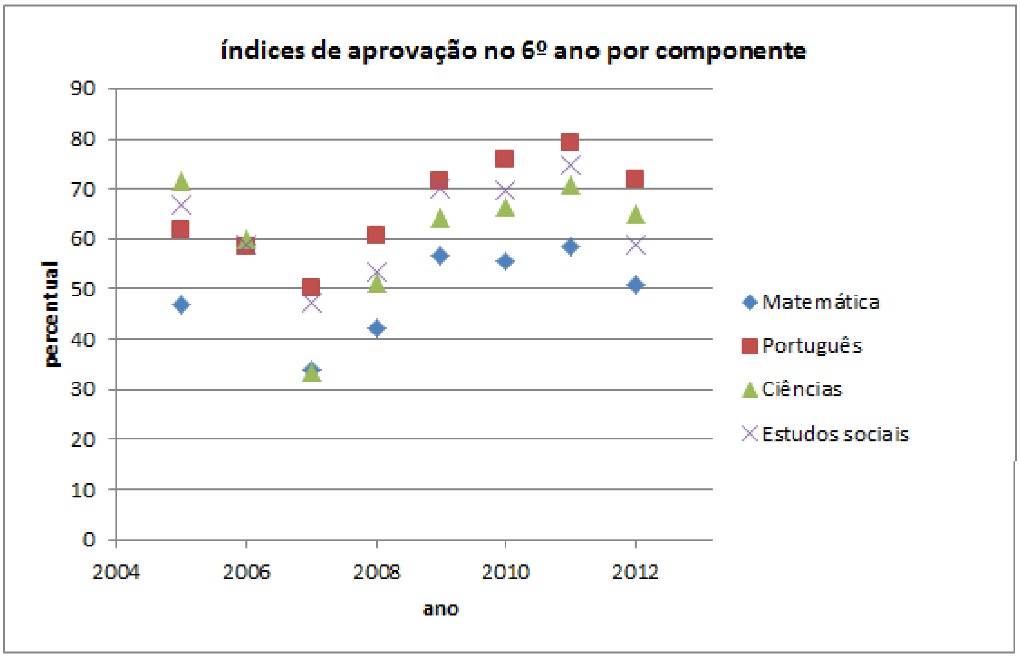


Gráfico 2: percentuais de aprovação no 6º ano por disciplina

A diminuição no índice[3] de aprovação em matemática, do 5º para o 6º ano, tem sua contribuição no desempenho geral dos alunos, registrado no Quadro 1. Um aspecto que também merece ser considerado, ao analisar-se o quadro 1, é o aumento no número de alunos no 6º ano, estes oriundos de outras escolas, fato que também pode ter influência nos percentuais de aprovação. Informações detalhadas, bem como gráficos anuais, podem ser consultados nos anexos desta dissertação.

	4ª série/5º ano			5ª série/6º ano		
	aprovados	reprovados	%	aprovados	reprovados	%
2006	109	29	78,99	94	76	55,29
2007	64	86	42,67	55	115	32,35
2008	117	48	70,91	86	94	47,78
2009	84	34	71,19	108	80	57,45
2010	102	31	76,69	93	54	63,27
2011	98	51	65,77	84	46	64,62
2012	115	30	79,31	69	67	50,74
total	689	309	69,04	589	532	52,54

Quadro 1: números gerais do período 2006/2012

[3] Dados extraídos dos arquivos da Escola Municipal de Educação Básica Alberto Santos Dumont, de Sapucaia do Sul, RS.

Minha experiência, como professor, mostra que, os alunos ao chegarem ao 6º ano, apresentam dificuldades conceituais, em especial no que se refere a frações. Estas dificuldades podem explicar os índices de reprovação, em matemática, e acompanharão os alunos, nos anos posteriores de escolarização, quando se defrontam com as operações com números racionais. Esta observação me leva a considerar a hipótese de uma preparação matemática deficiente, dos alunos, nos anos iniciais do ensino fundamental. Mas como validar esta hipótese? A formação inicial e continuada dos professores de matemática pode nos ajudar a entender a precariedade desta preparação? Segundo Dias (2010):

> "Mesmo sendo a formação inicial um objeto de extrema importância para a educação de um modo geral, especialmente no caso brasileiro, visto que estamos ainda em processo de construção de uma efetiva formação inicial e continuada dos nossos professores, ainda carecemos de estudos para compreendermos melhor a formação do professor no campo da Educação Matemática."

Na tentativa de entender um pouco a origem destas dificuldades, procurei identificar algumas características do pequeno grupo de professores que atuam nos anos iniciais de duas escolas da minha vivência, todos eles sem formação especifica em Matemática. Para tanto, apliquei um questionário [4] (denominado "questionário de sondagem") a dois grupos de professores: um grupo de cinco entrevistados de uma escola estadual da zona rural de Porto Alegre e outro grupo de treze entrevistados de uma escola municipal da periferia de Sapucaia do Sul. Ambas as escolas situam-se em regiões de população de baixa renda e, de modo geral, têm como público alvo crianças de pais com baixa escolaridade. Os questionários buscavam identificar a formação dos professores e as dificuldades encontradas por eles na tarefa de ensinar matemática.

Neste momento me detenho em uma das perguntas colocadas no questionário de sondagem: *Você sente alguma dificuldade principal em relação a conteúdos de matemática?* As demais perguntas e respostas serão comentadas no capítulo 2.

---

[4] Os questionários realizados durante o trabalho podem ser conferidos nos anexos.

No grupo de dezoito entrevistados, 72,2% respondeu dizendo não ter maior dificuldade com os conteúdos de matemática. Algum desconforto em relação à memorização de tabuadas e quantificação de números foi registrado . No entanto, duas professoras apresentaram respostas que me surpreenderam - uma delas disse ter dificuldade em todos os conteúdos por detestar matemática. A outra também manifestou muito desconforto no seu trabalho e assim falou:

> "Fui mal trabalhada na educação infantil e, em consequência disto, tive muitas dificuldades no ensino fundamental. Foi difícil até conseguir superar algumas[5]."

No pequeno grupo de entrevistados, estas duas manifestações contundentes, levantam questões que podem ter influência nas dificuldades e reprovações que os alunos passam a enfrentar ao iniciarem o terceiro ciclo do ensino Fundamental. Um profissional que afirma detestar determinada área do conhecimento poderá ministrar uma aula que desperte interesse nos alunos? Um profissional que identifica uma falha no seu próprio aprendizado poderá superar estas dificuldades ao transmitir conhecimentos aos seus alunos?

Esta minha primeira interlocução com professores dos anos iniciais me trouxe a motivação para o trabalho que viria a desenvolver com um pequeno grupo de professores da rede municipal em que atuo. Schön (2000, apud Dias, 2010) aponta para a necessidade de o profissional fazer um movimento constante de aprender a aprender, refletindo criticamente sobre sua prática. Ele considera que para o desenvolvimento de uma prática reflexiva são necessárias três ações ou momentos: a reflexão-na-ação, a reflexão-sobre-a-ação e a reflexão-sobre-a-reflexão-na-ação. Especificamente em relação à matemática, Dias (2010) aponta que estas reflexões precisam ser baseadas em três tipos de conhecimento: o conhecimento da disciplina específica, o conhecimento curricular de matemática e o conhecimento pedagógico do conteúdo de matemática.

É com estes pressupostos que este trabalho apresenta uma proposta para o ensino introdutório de frações, um tema apontado pelos professores como de maior dificuldade para os alunos. A proposta, que faz uso de vídeos e historias em quadrinhos, foi discutida e aperfeiçoada através de encontros com

---

[5] A palavra 'algumas' foi sublinhada pela professora em sua resposta.

professores da rede municipal em que atuo, momentos que se revelaram de reflexão para todos os participantes, sobre suas práticas e ações em sala de aula.

O trabalho se estrutura em sete capítulos:

O capítulo 1, a Introdução, apresenta as inquietações que me ajudaram a definir o tema da dissertação.

No capítulo 2 trago um olhar sobre as professoras das duas escolas públicas com os quais fiz entrevistas.

No capítulo 3 apresento discussão sobre os diferentes significados que podem ser atribuídos aos números da forma a/b com a e b números inteiros e b diferente de zero; também analiso este conteúdo em alguns livros didáticos.

No capítulo 4 discuto o potencial do vídeo e das histórias em quadrinhos como recursos que podem contribuir no despertar de interesse de alunos em situação de aprendizagem. Também apresento o processo de construção dos vídeos e histórias em quadrinhos que fazem parte do meu produto didático.

O capitulo 5 trata das oficinas que foram realizadas com os professores, para discutir e analisar o produto didático. Como resultado destas reflexões, o produto didático foi reestruturado, e é disto que trata o capítulo 6.

No capitulo 7 faço minhas considerações finais.

2. UM OLHAR SOBRE OS PROFESSORES DAS ESCOLAS DA MINHA VIVÊNCIA

Neste capítulo trago um pouco do perfil dos professores das duas escolas em que apliquei um questionário de sondagem (disponível nos apêndices). Meu objetivo, com o questionário, foi conhecer um pouco as professoras dos anos inicias que trabalham nestas escolas da minha vivência.

Volto ao questionário de sondagem, aplicado aos colegas de escola pública, buscando traçar um perfil da experiência profissional.

Quanto à formação das professoras, a Figura 1 apresenta os resultados.

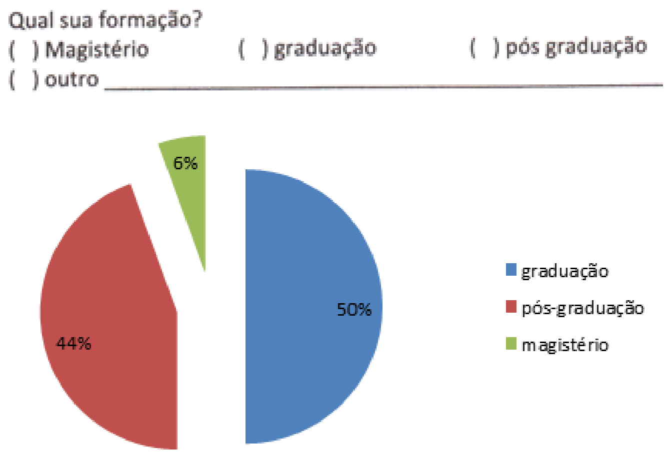


Figura 1: formação acadêmica dos professores por níveis

Quanto ao tempo de atuação destes professores, tem-se a informação na figura 2:

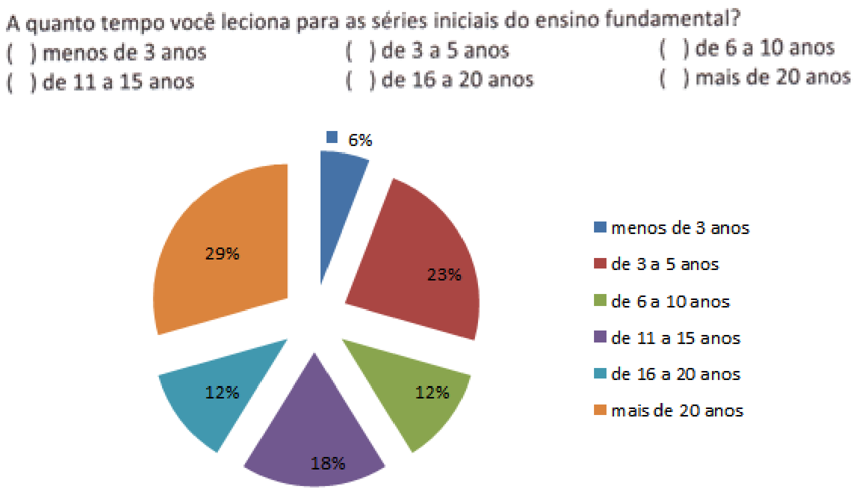


Figura 2: tempo de atuação dos professores

As informações nos mostram que, de modo geral, os professores possuem um nível elevado de escolaridade e vários anos de experiência em sala de aula. Estes dados, no entanto, não especificam as habilidades dos professores quanto ao ensino da Matemática, pois uma especialização em, por exemplo, alfabetização, não assegura que o profissional esteja habilitado a desenvolver nos alunos as habilidades necessárias para trabalhar com conteúdos de matemática.

Na sondagem sobre os conteúdos em que os alunos apresentam maiores dificuldades, o assunto fração se apresentou em destaque, conforme ilustra o gráfico 3.

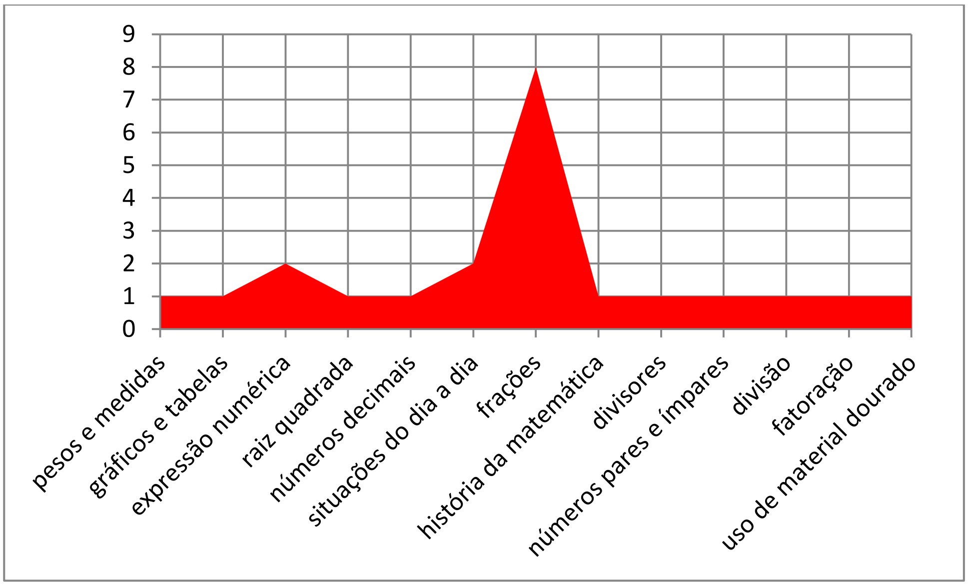


Gráfico 3: dificuldades apontadas pelos professores

Tal informação reforçou o meu sentimento inicial de que o ensino de frações nos anos iniciais é um ponto que merece atenção. Assim, avancei com a ideia de produzir uma proposta para um ensino introdutório de frações, a ser discutida e analisada com os professores, o que se caracterizaria, para eles, também como um momento de formação continuada.

A formação continuada de professores é uma tendência no processo educacional. Nos estudos iniciais deste trabalho, encontrei em Araújo (2000), as características e implicações do tipo de formação a ser aplicada, a saber:

Características	Implicações ideológicas
• Constitui-se como ações em processo, inacabadas; • Mostra a ideia de constituição, disposição, organização, fundamentação.	• Pode contribuir na compreensão de que o ser humano é inconcluso, pois há um processo de constituição humana que não se esgota com o nascimento; • Promove a consciência deliberada de mudança em processo.

Quadro 2: características e implicações da formação[6]

Também em Carvalho (1989) encontrei indicações para minhas escolhas, quando ele diz que a mudança das concepções matemáticas dos professores, para além daquelas que se consolidaram em seus anos de alunos de escola, depende de cursos e estágios de formação.

Este trabalho não pretende apresentar uma proposta fechada, que se encerre em si mesma, e sim uma forma de propiciar ao professor sentir-se à vontade para utilizar métodos não convencionais em suas aulas, bem como buscar um conhecimento maior sobre os conteúdos, não só de Matemática, que necessita trabalhar com seus alunos. Imbernón (apud SAKAY, 2007), diz que:

> "A formação não é a atualização científica, didática e psicopedagógica do professor, mas consiste em descobrir, organizar, fundamentar, revisar e construir a teoria."

Para que este processo seja bem sucedido, é necessária uma cumplicidade entre a escola, ou a rede de escolas, com a universidade, de modo que as propostas pedagógicas inovadoras cheguem a estas e possam ser experimentadas, validadas, ou não, e principalmente repensadas na busca de torná-

[6] Quadro adaptado de Araújo (2000)

las aplicáveis à realidade profissional, sem que este processo torne-se mais uma dificuldade para o professor de sala de aula como, por exemplo, a carga horária excessiva oriunda das baixas remunerações ofertadas pelo poder público. Esta, e outras, dificuldades, são apontadas por Lüdke (1998) como um elemento que não explica, nem justifica, a falta de correspondência satisfatória entre a pesquisa educacional e as necessidades das escolas.

Há que se respeitar, ainda, a individualidade de cada profissional, não se deve esperar um resultado homogêneo da proposta, pois cada professor tem seu tempo de assimilação, com idas e vindas, nas quais arrisca-se no desenvolvimento de estratégias que lhe permitam uma reflexão sobre sua prática pedagógica. Todo este processo é subjetivo e não permite uma análise apriorística, apenas suposições sobre o desenrolar do trabalho. Ponte (1992) destaca que é fundamental saber distinguir entre o saber que é imposto ao indivíduo, com o qual ele não se identifica, e aquele que é desenvolvido por ele. Deste modo o trabalho, ora em questão, não deve ser uma imposição ao profissional e sim uma sugestão, a qual ele pode, ou não, adotar em suas aulas. Esta visão remete a Sakay (2007):

> “O pesquisador deve buscar a interlocução entre o conhecimento acumulado na área e as novas evidências que serão construídas por sua pesquisa. Permanece o desafio de se tentar captar a dinamicidade e a complexidade do objeto de estudo da educação em sua realidade histórica.”

Retomo Lüdke (apud Sakay 2007), para reiterar a necessidade do trabalho voltado ao professor da escola básica:

> “[...] Schön, H. Giroux, M. Aplle, J. Elliott, M. Young, T. Popkewitz, A. Nóvoa, K. Zeichner e outros tem afirmado a importância da pesquisa junto ao professor de educação básica, não apenas como resultado do trabalho feito por pesquisadores externos, mas quando realizado pelo próprio professor, de maneira integrada ao seu trabalho na escola dentro de um processo de ação e reflexão.”

Tomando estas concepções como norteadoras do trabalho, considero que a proposta possa ser agente de transformação da ação pedagógica dos professores que a adotarem e, consequentemente, transformadora da aprendizagem dos seus alunos.

Para que o projeto atinja seus objetivos, faz-se necessária uma análise prévia sobre frações, em especial aos significados que podem ser atribuídos aos números a/b, com a e b inteiros e b diferente de zero, sem deixar de considerar a forma como o assunto é desenvolvido nos livros escolares. Esta será a temática do próximo capítulo.

3. SOBRE AS FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo vamos tratar dos diferentes significados que pode assumir o número *a/b*, com *a* e *b* números inteiros e *b* diferente de zero, já no início do estudo de frações. E também vamos analisar, em alguns livros didáticos de anos iniciais, como é feita a introdução do conceito de fração.

Uma breve regressão histórica sobre frações nos leva a era do bronze[7] onde as culturas começaram a prosperar e, consequentemente, o conceito, e posteriormente a notação, de frações fizeram-se necessários. Notações especiais para as frações unitárias podem ser encontradas nas inscrições hieroglíficas egípcias. Embora conhecidas, as frações não eram algo natural para os egípcios[8], BOYER (1974) relata:

> "(...) os egípcios consideravam a fração racional própria geral da forma m/n não como uma 'coisa' elementar, mas como parte de um processo incompleto." (página 10)

Exemplificando, a fração $\frac{3}{5}$, hoje considerada uma única fração irredutível, era representada pelos egípcios como a soma de três frações unitárias: $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$.

Um grande avanço no conceito de fração foi dado na Mesopotâmia, ao estenderem o princípio da posição às frações, segundo BOYER (1974):

> "Isso significava que os babilônios dominavam o poder de computação que a moderna notação decimal para as frações nos confere." (página 20)

Também na China, por volta do século XIV A.C., artifícios de cálculo com frações são conhecidos e, nesta mesma época, há uma tendência à "decimalização" do sistema, oriunda do seu uso em pesos e medidas.

---

[7] Acredita-se que o período teve início no Oriente Médio em torno de 3300 a.C.

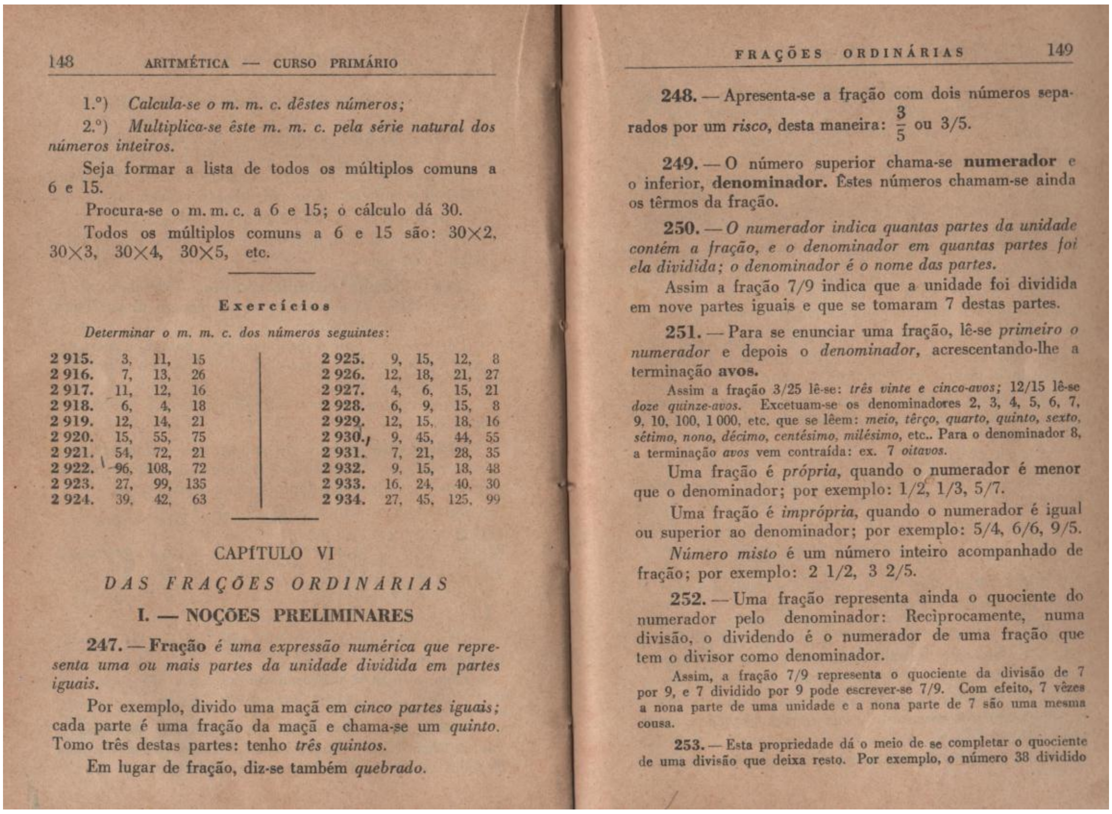
[8] A referência à forma como os antigos egípcios tratavam as frações entra neste trabalho apenas como curiosidade. Uma referência para estudos mais detalhados podem ser obtidos através do livro *Ancient Egyptian Science – A Source Book,* de Marshall Clagett, disponível em: http://books.google.com.br/books?id=9ToLAAAAIAAJ&printsec=frontcover&dq=Marshall+Clagett&hl=pt-BR&sa=X&ei=NSWSUvuEN4iqkQfyuoHQBg&ved=0CDkQ6AEwAQ#v=onepage&q=Marshall%20Clagett&f=false

Avançando no tempo, chegamos ao Liber Abaci, nele Fibonacci opera com frações não decimais, mostrando uma predileção por frações unitárias. Esse fato fica evidenciado pelas tabelas de conversão de frações comuns a unitárias. A fração $\frac{98}{100}$, por exemplo, é representada pela soma $\frac{1}{100}+\frac{1}{50}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$.

Estas concepções primitivas, modificadas e aprimoradas ao longo da história, nos levam a buscar compreender como o ensino de frações é apresentado nas escolas brasileiras. Sem perder de vista o foco deste trabalho – os conceitos transmitidos aos alunos nos seus anos iniciais de ensino formal – chegamos à primeira metade do século XX. A editora FTD, aberta no Rio de Janeiro em 1902, produz uma coleção de livros didáticos que logo é adotada pelos colégios católicos criados no Brasil. Segundo VALENTE (2007):

> “A FTD publica uma coleção com uma quantidade enorme de didáticos, que engloba todas as disciplinas escolares. (...) Elementos de Aritmética, curso elementar, para as classes primárias e secundárias; contém toda a matéria do ensino primário (...) Encerra um curso completo e mais de 5.000 problemas graduados e interessantes próprios para inteligências de 8 a 10 anos.”

Tive acesso a este volume, que foi utilizado por meu pai no Colégio Rosário na década de 1940; uma análise, ainda que superficial, mostra a distribuição dos conceitos em tópicos numerados, com poucos ou, não raras vezes, nenhum exemplo. Seguem-se grandes sequências de exercícios mecânicos e repetitivos. As figuras 3 e 4 retratam esta realidade no que diz respeito às frações; como contraponto apresento, nas figuras 5 e 6, trechos de um exemplar disponibilizado para escolha no PNLB 2012 para o 5° ano:



1.°) *Calcula-se o m. m. c. dêstes números;*

2.°) *Multiplica-se êste m. m. c. pela série natural dos números inteiros.*

Seja formar a lista de todos os múltiplos comuns a 6 e 15.

Procura-se o m. m. c. a 6 e 15; o cálculo dá 30.

Todos os múltiplos comuns a 6 e 15 são: 30×2, 30×3, 30×4, 30×5, etc.

Exercícios

Determinar o m. m. c. dos números seguintes:

2 915.	3,	11,	15	**2 925.**	9,	15,	12,	8
2 916.	7,	13,	26	**2 926.**	12,	18,	21,	27
2 917.	11,	12,	16	**2 927.**	4,	6,	15,	21
2 918.	6,	4,	18	**2 928.**	6,	9,	15,	8
2 919.	12,	14,	21	**2 929.**	12,	15,	18,	16
2 920.	15,	55,	75	**2 930.**	9,	45,	44,	55
2 921.	54,	72,	21	**2 931.**	7,	21,	28,	35
2 922.	96,	108,	72	**2 932.**	9,	15,	18,	48
2 923.	27,	99,	135	**2 933.**	16,	24,	40,	30
2 924.	39,	42,	63	**2 934.**	27,	45,	125,	99

CAPÍTULO VI

DAS FRAÇÕES ORDINÁRIAS

I. — NOÇÕES PRELIMINARES

247. — Fração *é uma expressão numérica que representa uma ou mais partes da unidade dividida em partes iguais.*

Por exemplo, divido uma maçã em *cinco partes iguais;* cada parte é uma fração da maçã e chama-se um *quinto.* Tomo três destas partes: tenho *três quintos.*

Em lugar de fração, diz-se também *quebrado.*

248. — Apresenta-se a fração com dois números separados por um *risco,* desta maneira: $\frac{3}{5}$ ou 3/5.

249. — O número superior chama-se **numerador** e o inferior, **denominador.** Êstes números chamam-se ainda os têrmos da fração.

250. — *O numerador indica quantas partes da unidade contém a fração, e o denominador em quantas partes foi ela dividida; o denominador é o nome das partes.*

Assim a fração 7/9 indica que a unidade foi dividida em nove partes iguais e que se tomaram 7 destas partes.

251. — Para se enunciar uma fração, lê-se *primeiro o numerador* e depois o *denominador,* acrescentando-lhe a terminação **avos.**

Assim a fração 3/25 lê-se: *três vinte e cinco-avos;* 12/15 lê-se *doze quinze-avos.* Excetuam-se os denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 100, 1 000, etc. que se lêem: *meio, têrço, quarto, quinto, sexto, sétimo, nono, décimo, centésimo, milésimo,* etc.. Para o denominador 8, a terminação *avos* vem contraída: ex. 7 *oitavos.*

Uma fração é *própria,* quando o numerador é menor que o denominador; por exemplo: 1/2, 1/3, 5/7.

Uma fração é *imprópria,* quando o numerador é igual ou superior ao denominador; por exemplo: 5/4, 6/6, 9/5.

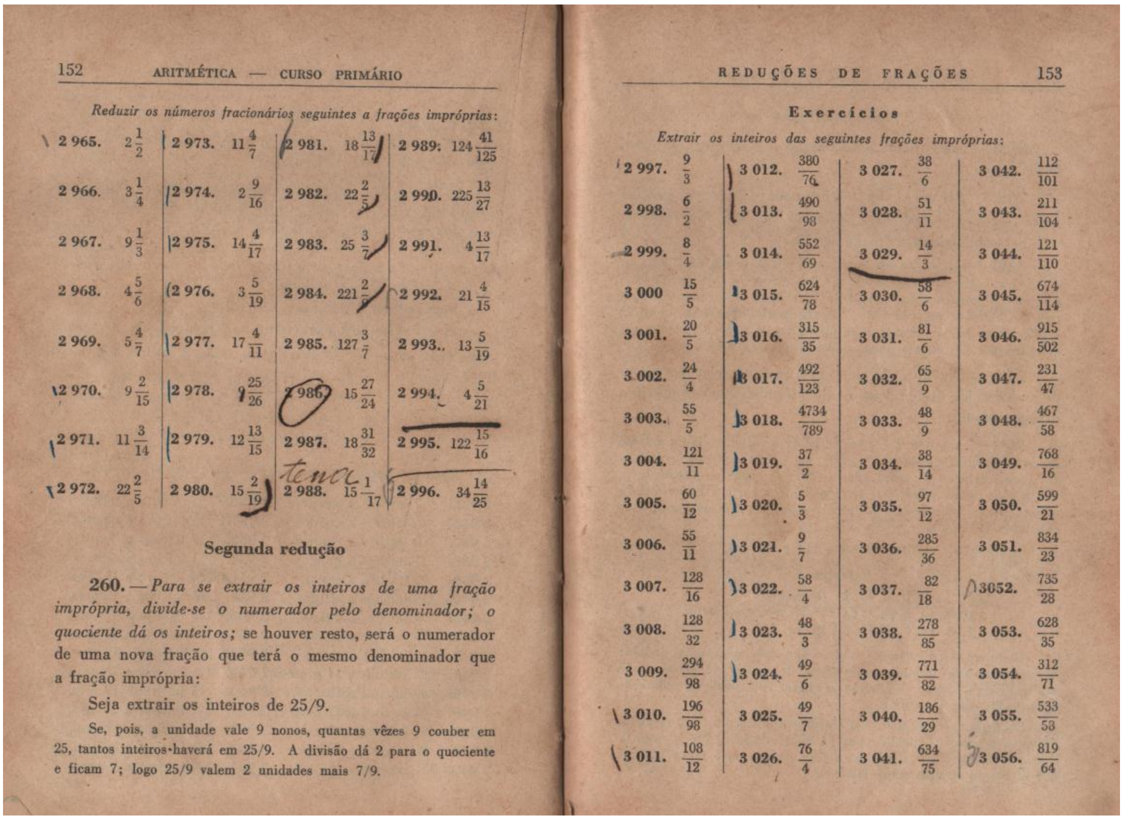
Número misto é um número inteiro acompanhado de fração; por exemplo: 2 1/2, 3 2/5.

252. — Uma fração representa ainda o quociente do numerador pelo denominador: Reciprocamente, numa divisão, o dividendo é o numerador de uma fração que tem o divisor como denominador.

Assim, a fração 7/9 representa o quociente da divisão de 7 por 9, e 7 dividido por 9 pode escrever-se 7/9. Com efeito, 7 vêzes a nona parte de uma unidade e a nona parte de 7 são uma mesma cousa.

253. — Esta propriedade dá o meio de se completar o quociente de uma divisão que deixa resto. Por exemplo, o número 38 dividido

Figura 3: noções preliminares no livro didático (década de 30)



Reduzir os números fracionários seguintes a frações impróprias:

2 965.	$2\frac{1}{2}$	**2 973.**	$11\frac{4}{7}$	**2 981.**	$18\frac{13}{17}$	**2 989.**	$124\frac{41}{125}$
2 966.	$3\frac{1}{4}$	**2 974.**	$2\frac{9}{16}$	**2 982.**	$22\frac{2}{5}$	**2 990.**	$225\frac{13}{27}$
2 967.	$9\frac{1}{3}$	**2 975.**	$14\frac{4}{17}$	**2 983.**	$25\frac{3}{7}$	**2 991.**	$4\frac{13}{17}$
2 968.	$4\frac{5}{6}$	**2 976.**	$3\frac{5}{19}$	**2 984.**	$221\frac{2}{5}$	**2 992.**	$21\frac{4}{15}$
2 969.	$5\frac{4}{7}$	**2 977.**	$17\frac{4}{11}$	**2 985.**	$127\frac{3}{7}$	**2 993.**	$13\frac{5}{19}$
2 970.	$9\frac{2}{15}$	**2 978.**	$9\frac{25}{26}$	**2 986.**	$15\frac{27}{24}$	**2 994.**	$4\frac{5}{21}$
2 971.	$11\frac{3}{14}$	**2 979.**	$12\frac{13}{15}$	**2 987.**	$18\frac{31}{32}$	**2 995.**	$122\frac{15}{16}$
2 972.	$22\frac{2}{5}$	**2 980.**	$15\frac{2}{19}$	tena **2 988.**	$15\frac{1}{17}$	**2 996.**	$34\frac{14}{25}$

Segunda redução

260. — *Para se extrair os inteiros de uma fração imprópria, divide-se o numerador pelo denominador; o quociente dá os inteiros;* se houver resto, será o numerador de uma nova fração que terá o mesmo denominador que a fração imprópria:

Seja extrair os inteiros de 25/9.

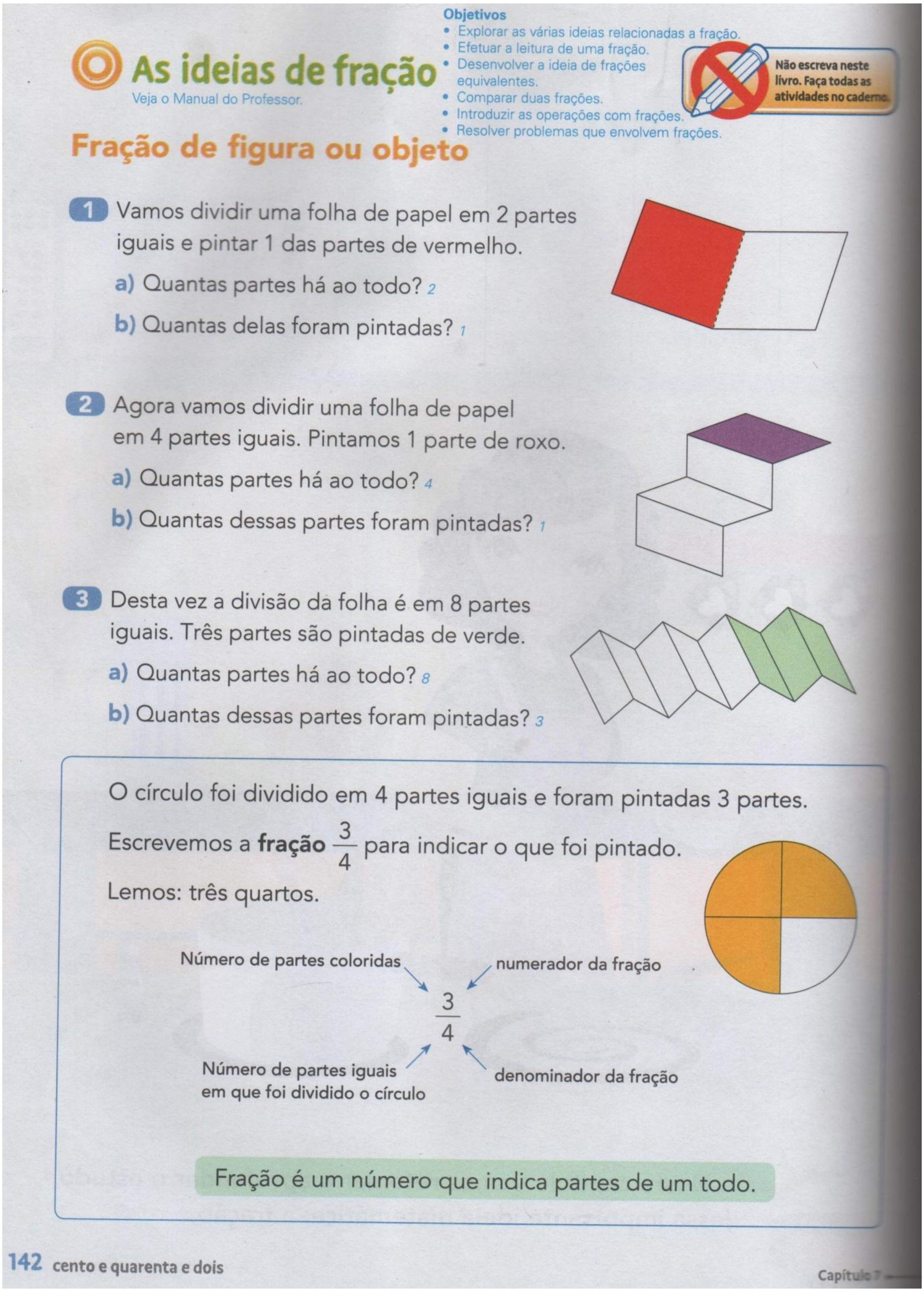
Se, pois, a unidade vale 9 nonos, quantas vêzes 9 couber em 25, tantos inteiros haverá em 25/9. A divisão dá 2 para o quociente e ficam 7; logo 25/9 valem 2 unidades mais 7/9.

Exercícios

Extrair os inteiros das seguintes frações impróprias:

2 997.	$\frac{9}{3}$	**3 012.**	$\frac{380}{76}$	**3 027.**	$\frac{38}{6}$	**3 042.**	$\frac{112}{101}$
2 998.	$\frac{6}{2}$	**3 013.**	$\frac{490}{98}$	**3 028.**	$\frac{51}{11}$	**3 043.**	$\frac{211}{104}$
2 999.	$\frac{8}{4}$	**3 014.**	$\frac{552}{69}$	**3 029.**	$\frac{14}{3}$	**3 044.**	$\frac{121}{110}$
3 000	$\frac{15}{5}$	**3 015.**	$\frac{624}{78}$	**3 030.**	$\frac{58}{6}$	**3 045.**	$\frac{674}{114}$
3 001.	$\frac{20}{5}$	**3 016.**	$\frac{315}{35}$	**3 031.**	$\frac{81}{6}$	**3 046.**	$\frac{915}{502}$
3 002.	$\frac{24}{4}$	**3 017.**	$\frac{492}{123}$	**3 032.**	$\frac{65}{9}$	**3 047.**	$\frac{231}{47}$
3 003.	$\frac{55}{5}$	**3 018.**	$\frac{4734}{789}$	**3 033.**	$\frac{48}{9}$	**3 048.**	$\frac{467}{58}$
3 004.	$\frac{121}{11}$	**3 019.**	$\frac{37}{2}$	**3 034.**	$\frac{38}{14}$	**3 049.**	$\frac{768}{16}$
3 005.	$\frac{60}{12}$	**3 020.**	$\frac{5}{3}$	**3 035.**	$\frac{97}{12}$	**3 050.**	$\frac{599}{21}$
3 006.	$\frac{55}{11}$	**3 021.**	$\frac{9}{7}$	**3 036.**	$\frac{285}{36}$	**3 051.**	$\frac{834}{23}$
3 007.	$\frac{128}{16}$	**3 022.**	$\frac{58}{4}$	**3 037.**	$\frac{82}{18}$	**3052.**	$\frac{735}{28}$
3 008.	$\frac{128}{32}$	**3 023.**	$\frac{48}{3}$	**3 038.**	$\frac{278}{85}$	**3 053.**	$\frac{628}{35}$
3 009.	$\frac{294}{98}$	**3 024.**	$\frac{49}{6}$	**3 039.**	$\frac{771}{82}$	**3 054.**	$\frac{312}{71}$
3 010.	$\frac{196}{98}$	**3 025.**	$\frac{49}{7}$	**3 040.**	$\frac{186}{29}$	**3 055.**	$\frac{533}{53}$
3 011.	$\frac{108}{12}$	**3 026.**	$\frac{76}{4}$	**3 041.**	$\frac{634}{75}$	**3 056.**	$\frac{819}{64}$

Figura 4: Exercícios no livro didático (década de 30)



Objetivos

- Explorar as várias ideias relacionadas a fração.
- Efetuar a leitura de uma fração.
- Desenvolver a ideia de frações equivalentes.
- Comparar duas frações.
- Introduzir as operações com frações.
- Resolver problemas que envolvem frações.

As ideias de fração

Veja o Manual do Professor.

Não escreva neste livro. Faça todas as atividades no caderno.

Fração de figura ou objeto

1 Vamos dividir uma folha de papel em 2 partes iguais e pintar 1 das partes de vermelho.

a) Quantas partes há ao todo? *2*

b) Quantas delas foram pintadas? *1*

2 Agora vamos dividir uma folha de papel em 4 partes iguais. Pintamos 1 parte de roxo.

a) Quantas partes há ao todo? *4*

b) Quantas dessas partes foram pintadas? *1*

3 Desta vez a divisão da folha é em 8 partes iguais. Três partes são pintadas de verde.

a) Quantas partes há ao todo? *8*

b) Quantas dessas partes foram pintadas? *3*

O círculo foi dividido em 4 partes iguais e foram pintadas 3 partes.

Escrevemos a **fração** $\frac{3}{4}$ para indicar o que foi pintado.

Lemos: três quartos.

Número de partes coloridas

numerador da fração

$$\frac{3}{4}$$

Número de partes iguais em que foi dividido o círculo

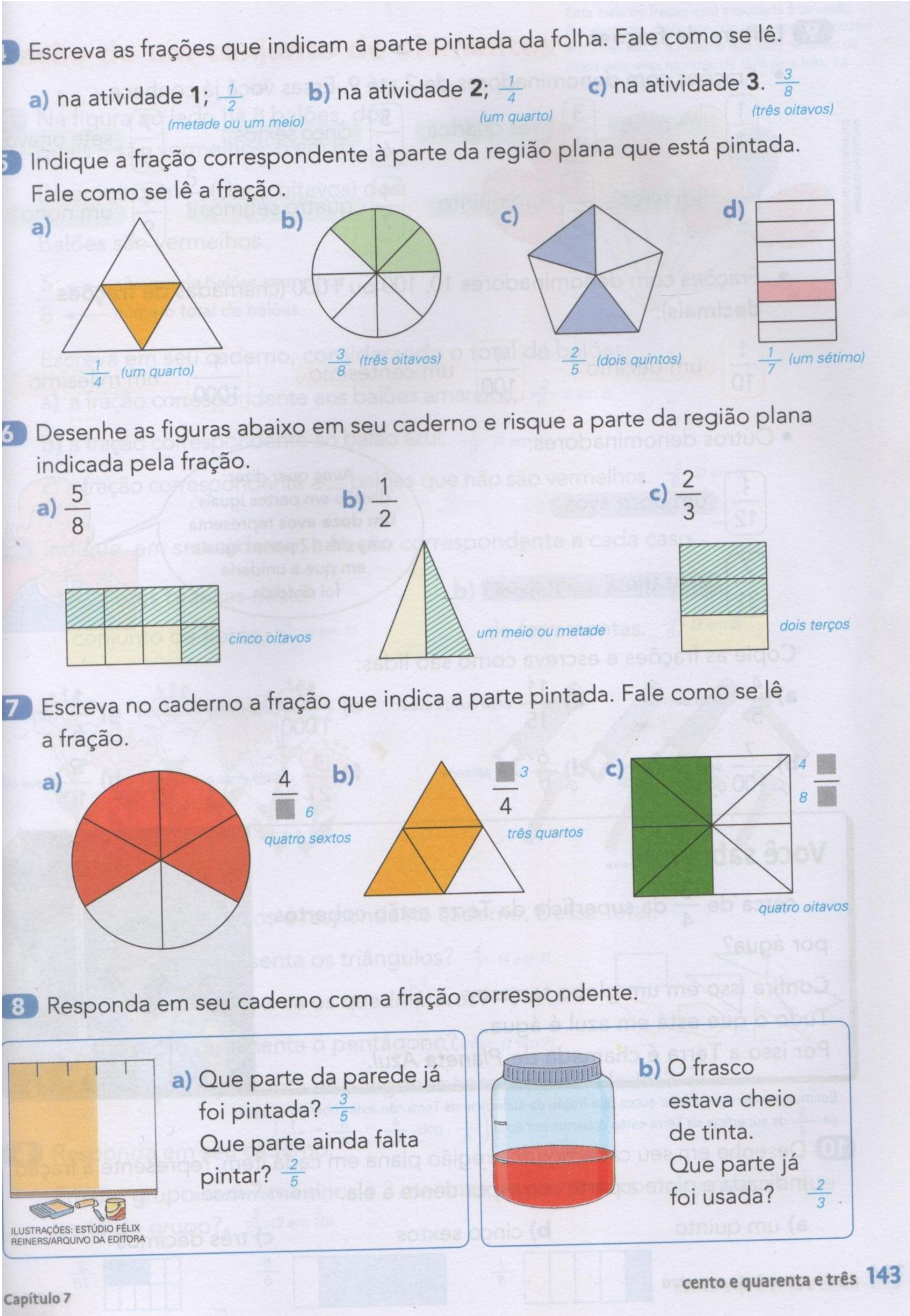
denominador da fração

Fração é um número que indica partes de um todo.

142 cento e quarenta e dois

Capítulo 7

Figura 5: noções preliminares no livro didático (PNLB 2012)



4 Escreva as frações que indicam a parte pintada da folha. Fale como se lê.

a) na atividade **1**; $\frac{1}{2}$ (metade ou um meio) b) na atividade **2**; $\frac{1}{4}$ (um quarto) c) na atividade **3**. $\frac{3}{8}$ (três oitavos)

5 Indique a fração correspondente à parte da região plana que está pintada. Fale como se lê a fração.

a) $\frac{1}{4}$ (um quarto) b) $\frac{3}{8}$ (três oitavos) c) $\frac{2}{5}$ (dois quintos) d) $\frac{1}{7}$ (um sétimo)

6 Desenhe as figuras abaixo em seu caderno e risque a parte da região plana indicada pela fração.

a) $\frac{5}{8}$ cinco oitavos b) $\frac{1}{2}$ um meio ou metade c) $\frac{2}{3}$ dois terços

7 Escreva no caderno a fração que indica a parte pintada. Fale como se lê a fração.

a) $\frac{4}{■}$ 6 quatro sextos b) $\frac{■}{4}$ 3 três quartos c) $\frac{■}{■}$ 4, 8 quatro oitavos

8 Responda em seu caderno com a fração correspondente.

a) Que parte da parede já foi pintada? $\frac{3}{5}$ Que parte ainda falta pintar? $\frac{2}{5}$

b) O frasco estava cheio de tinta. Que parte já foi usada? $\frac{2}{3}$

ILUSTRAÇÕES: ESTÚDIO FÉLIX REINERS/ARQUIVO DA EDITORA

Capítulo 7 cento e quarenta e três 143

Figura 6: Exercícios no livro didático (PNLB 2012)

Para além desta visão do passado sobre frações, busquei estudos recentes que abordassem o tema, visando embasar o material que me propus desenvolver.

Inicialmente, é importante destacar o enfoque dado pelos PCNs[9], para os anos iniciais, ao ensino de números racionais no segundo ciclo do ensino fundamental. De forma resumida, podemos destacar:

- Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais;
- Cálculo de adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias convencionais;
- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária;
- Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas;
- Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão;
- Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária;
- Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional;
- Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário. (página 87)

De posse destas diretrizes, faz-se necessária uma reflexão sobre os diferentes conceitos envolvidos no ensino de frações. Tal reflexão vai subsidiar as escolhas a serem feitas quanto ao material didático a ser produzido.

3.1 Os diferentes significados

A aprendizagem do conceito de fração, devido aos seus diferentes significados, é um processo complexo bem documentado na literatura. Behr (1983), entre outros, diz que:

> "o conceito de número racional é uma das mais complexas e importantes ideias matemáticas que as crianças encontram a partir das perspectivas prática, psicológica e matemática".

[9] Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília, MEC/SEF, 1997, 142p.

Para avançar nos diferentes significados de fração, busco suporte em Lessa (2011). No seu trabalho, a autora aponta para cinco diferentes significados para este conceito, a saber: medida, quociente, razão, operador multiplicativo e parte/todo. Este último será o norteador de minha proposta didática.

Ao considerarmos a fração como medida, podemos associá-la a um ponto sobre uma reta numérica, definindo-a como a distância entre a origem e o ponto determinado. A contextualização desta abordagem, pode ser efetivada através da associação entre uma reta numérica e um elemento do dia a dia do aluno, como a tampa da caneta. O simples ato de usar a tampa para medir a própria caneta, já nos levará a uma situação que exige o uso de uma fração do comprimento da tampa.

A figura 7 apresenta a situação proposta:

Figura 7: significando fração através de medidas incongruentes

Visualmente, temos a relação de duas tampas e meia para cada caneta. Esta percepção nos permite relações, tais como:

$$1\ caneta = 2\frac{1}{2}\ tampas \quad ou \quad 1\ caneta = \frac{5}{2}\ tampas$$

A segunda abordagem sobre frações, o operador multiplicativo, é, usualmente, caracterizada pela preposição “de” em problemas que, em última análise, resultam na modificação de uma situação. Brizuela (2006) apresenta a resolução de uma aluna de anos iniciais para a seguinte situação:

> “Jéssica gastou um terço de seu dinheiro para comprar sorvete. Depois de comprar o sorvete, ela ficou com US$ 6. Quanto dinheiro ela tinha antes de fazer a compra?”

A resolução presentada pela aluna, considerou, inicialmente, o valor total que esta possuía dividido em três partes e, a seguir, distribuiu a duas delas o valor que sobrara após a compra. Com isto obteve o valor relativo a cada “terço” e, consequentemente, o valor inicial de US$ 9,00. O raciocínio da aluna pode ser expresso conforme a figura 8:

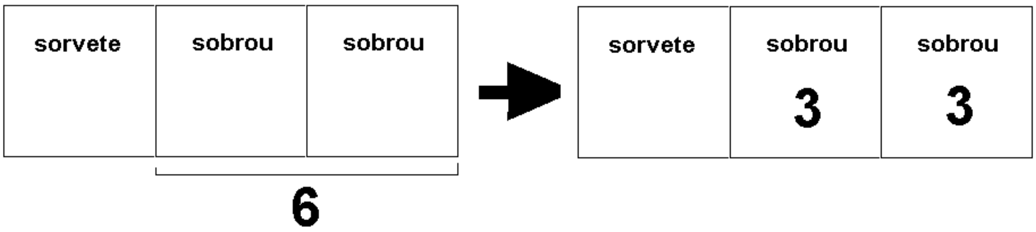


Figura 8: diagrama de resolução

Este esquema de representação usado pela aluna é uma forma de concretizar ideias, que pode ser considerada uma ponte entre o raciocínio abstrato e aquele que faz uso de material concreto.

Uma terceira abordagem é a fração como quociente, que, segundo Lessa (2011), não é de fácil assimilação pelos alunos. De fato, ao considerarmos, por exemplo, a fração $\frac{1}{2}$, esta passa a ser o resultado da divisão de um por dois, e, conceitualmente, diverge da ideia concreta de dividirmos algo em duas partes e tomarmos uma destas.

Na fração como quociente, há uma série de mecanismos que podem ser empregados pelo aluno para representar a situação. Uma fração aparente não trará grandes dificuldades, pois resultará em uma divisão exata. Já as frações próprias e impróprias não são de tão fácil assimilação. Considerando a fração para representar uma situação em que cinco crianças devem dividir igualmente entre si três pizzas, uma situação possível está representada na figura 9:

Figura 9: representação da situação

Com o uso do diagrama é possível perceber que, cada criança, irá receber um quinto de cada pizza, totalizando $\frac{3}{5}$ de uma pizza, porção que cada um tem direito na divisão igualitária. Esta divisão é usualmente representada por 3:5.

A quarta forma de interpretar frações é como a razão entre duas grandezas ou, ainda, como uma probabilidade de êxito em um evento. Um exemplo é o resultado de uma rodada numa roleta como a apresentada na figura 10. Nele comparamos o total das possibilidades vencedoras com o total de possibilidades. Este exemplo é apontado por Charalambous e Pitta Pantazi (2007) como perfeito para significar frações como razão.

Figura 10: roleta de cassino

Muitas razões podem ser estabelecidas no exemplo da roleta de cassino, dependendo das apostas. Dentre os diversos tipos de apostas, vamos considerar duas delas: vermelho ou preto; e aposta simples. O número zero não é considerado para o primeiro tipo de apostas; caso seja sorteado, o vencedor é a “banca”. Para a aposta simples, é possível apostar no zero, mas este não faz parte do universo considerado para o resultado. Para efeito de exemplificação, o zero será desconsiderado. Assim, as frações indicadoras das possibilidades de vitória em cada uma das apostas consideradas são:

aposta	possibilidade	Retorno
Vermelho ou Preto	$\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$	2 fichas por 1 apostada
Simples	$\frac{1}{36}$	36 fichas por 1 apostada

Tabela 1: apostas na roleta

Com estas informações, o apostador pode decidir se arrisca um lucro maior, com menor possibilidade de êxito, ou um lucro menor através de uma maior possibilidade de vitória. Isto vai ao encontro de Charalambous e Pitta-Pantazi (2007) que enfatizam que a compreensão do significado razão pressupõe a habilidade de reconhecer a proporcionalidade estabelecida entre as quantidades quando estas são modificadas. De fato, a tabela expressa uma inversão entre a possibilidade de sucesso e o retorno esperado.

De posse destas concepções sobre as diversas abordagens conceituais envolvidas no ensino de frações, podemos passar a uma análise um pouco mais aprofundada da concepção parte/todo. Bezerra (2001) a define como:

> "A relação parte-todo apresenta-se quando um 'todo' (contínuo ou discreto) divide-se em partes 'congruentes' (equivalentes como quantidades de superfície ou quantidade de 'objetos'). Neste caso, a fração indica a relação que existe entre um número de partes e o número total de partes (que pode estar formado por vários 'todos'). " (páginas 9-10)

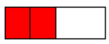
Este significado é usualmente o mais trabalhado nas escolas e, também, o mais difundido nos livros didáticos. Está ligado à divisão de um todo em partes iguais, tomando um determinado número destas partes. Em alguns casos utiliza-se de uma dupla contagem, onde o denominador é a quantidades de partes em que o todo foi dividido e o numerador, quantas destas partes iremos considerar.

Llinares e Garcia (1988) destacam que algumas habilidades são necessárias para que o aluno compreenda a abordagem parte-todo, devendo ser trabalhadas para permitir a compreensão do conceito. São elas:

1. Saber que frações estão relacionadas com partes de igual tamanho, o que pressupõe dividir figuras ou conjuntos em partes iguais;
2. Saber que o número de partes não coincide com o número de "cortes";
3. Saber que uma mesma fração pode representar quantidades diferentes dependendo do todo considerado;

4. Ter noção de subdivisões equivalentes do mesmo todo;
5. Ter noção de que, quanto mais se particiona, menor é a parte produzida;
6. Saber que as partes fazem parte do todo (ideia de inclusão).

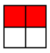
De modo geral, os erros cometidos pelos alunos, relacionam-se diretamente com alguma, ou algumas, destas habilidades. Kistemann Jr. (2010) destaca que o erro na escola pública recebe um tratamento sentencioso, constituindo-se como item coadjuvante no cotidiano escolar no contexto pedagógico. Sob este aspecto desconsidera-se o erro como elemento presente e importante na educação. Através de uma análise dos erros dos alunos, podemos traçar os aspectos formativos que resultam nestas falhas, permitindo que sejam enfrentadas em um momento anterior ao que costuma apresentar-se, evitando ou, ao menos, diminuindo sua incidência.

Campos (apud Silva, 1997) descreve um estudo desenvolvido com 55 alunos de 5ª série (atual 6º ano), entre 10 e 12 anos, em que a abordagem parte/todo encoraja os alunos a utilizarem-se de uma dupla contagem, sem abstrair o significado do número fracionário. A análise dos resultados aponta um erro comum, que expõe a incompreensão do significado, ao representar-se uma fração através de uma figura onde, intencionalmente, seja suprimido um dos traços divisórios, o aluno é induzido ao erro, por exemplo: . Embora a parte colorida represente claramente a metade da figura, os traços divisórios levarão o aluno a utilizar a dupla contagem. Isto vai de encontro a Pitkethly (1996):

> “Na construção do número racional, a criança usa o seu conhecimento de contagem dos números inteiros combinando-a ao ato de divisão.”[10]

No estudo de Campos, 56% dos alunos escolheram $\frac{2}{3}$ para representar a parte colorida, contra apenas 12% que associam a representação à fração $\frac{2}{4}$. Já a associação de equivalência entre as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ para representar a figura foi indicada por apenas 4% dos alunos. Esta representação baseia-se fundamentalmente em conceitos de medidas de área. Outro aspecto do estudo trata da dificuldade de relacionar duas figuras divididas de maneira diferentes para indicar

[10] Traduzido livremente pelo autor

uma mesma fração, por exemplo: enquanto a figura  representa claramente a fração $\frac{1}{2}$ e a figura  não traz dificuldade em ser identificada como $\frac{2}{4}$, há uma resistência em perceber a equivalência que não ocorre ao usarmos apenas a representação numérica. Estas breves análises são relacionadas por Silva (1997), ao analisar os conhecimentos dos alunos:

> *"... depois de anos de estudo não conseguem perceber a fração nem como uma quantidade, pois não a percebem como um número; nem como um quociente, pois não a associam ao resultado de uma divisão; ao contrário, continuam trabalhando simbolicamente com números naturais, só que escritos de uma forma diferente, um em cima do outro." (página 13)*

Para a elaboração deste trabalho, procurei analisar trabalhos em Educação Matemática voltados para ao ensino de frações. Isto me levou a Hart (1981), com resultado de pesquisa feita em universo de dez mil sujeitos, entre 11 e 16 anos. Os sujeitos foram questionados sobre diversos conteúdos da matemática escolar, e no que se refere a frações, são enumeradas dificuldades na interpretação do numerador ou do denominador para avaliar a grandeza da fração. Atuando como professor de 5ª série (atual 6º ano), presenciei diversos erros dos alunos que corroboram esta análise. Na comparação de frações, é comum alunos considerarem que a fração $\frac{1}{3}$ é maior do que a fração $\frac{1}{2}$, pois "três é maior que dois", em total dissonância com o item 5 da lista de pré-requisitos de Llinares e Garcia. Outro exemplo que vivenciei em sala de aula: na janela apresentada na figura 11, um dos vidros retangulares, não importando seu tamanho, é dito ser "um sobre 'x' avos da divisão do todo". Nesta situação recordo-me de apenas uma vez uma das alunas ter dito "mas são de tamanhos diferentes! Isto pode?".

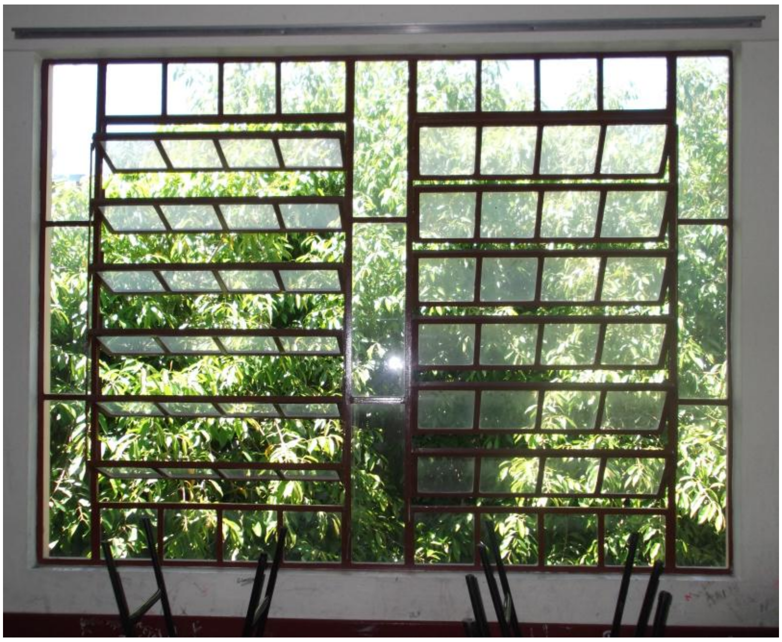


Figura 11: janela da sala de aula

Minha experiência enquanto professor mostra que os alunos pouco sabem lidar com a matemática que lhes é apresentada na escola. A transposição deste conhecimento para situações específicas, para eles, não é simples e é disto que nos fala NUNES (1997):

> *"Uma das dificuldades de usar técnicas matemáticas como ferramentas de pensamento parte da relação entre o domínio de procedimentos gerais e seu uso em situações específicas. Dominar um procedimento geral frequentemente não nos diz quando o procedimento é uma boa escolha para resolver um problema. Temos que entender a situação-problema a fim de pensar matematicamente sobre ela. (página 30)"*

O quadro de significados associados à fração a/b e às dificuldades de aprendizagem discutidas até aqui serão importantes subsídios para a construção da proposta didática para o ensino de frações, na forma de vídeo e histórias em quadrinhos.

3.2 Os livros didáticos

A análise de alguns títulos do PNLD, referentes ao 5º ano do ensino fundamental, servirá para traçar um rápido esboço de quais são, na concepção desses autores, os conteúdos a serem dominados pelos alunos ao concluírem o segundo ciclo do ensino fundamental. A análise considerou os títulos apresentados no quadro 3:

	**Livro A** A aventura do saber: Matemática Márcia Marinho Aidar LeYa 2011
	**Livro B** Conhecer e crescer: Matemática Jacqueline Garcia Escala Educacional 2011
	**Livro C** Ápis: Matemática Luis Roberto Dante Editora Ática 2012

Quadro 3: livros didáticos dos anos iniciais

Para um direcionamento da análise, levei em consideração o plano de estudo, para a Matemática, do 5º ano do ensino fundamental da rede municipal de ensino de Sapucaia do Sul. Neste, o objetivo geral é caracterizado como:

> *"oportunizar ao educando o desenvolvimento do raciocínio lógico, explorando material concreto, valorizando situações do dia-a-dia, e a construção do conhecimento de forma lúdica, estabelecendo relações, elaborando hipóteses e descobrindo meios para obter solução de problemas."*

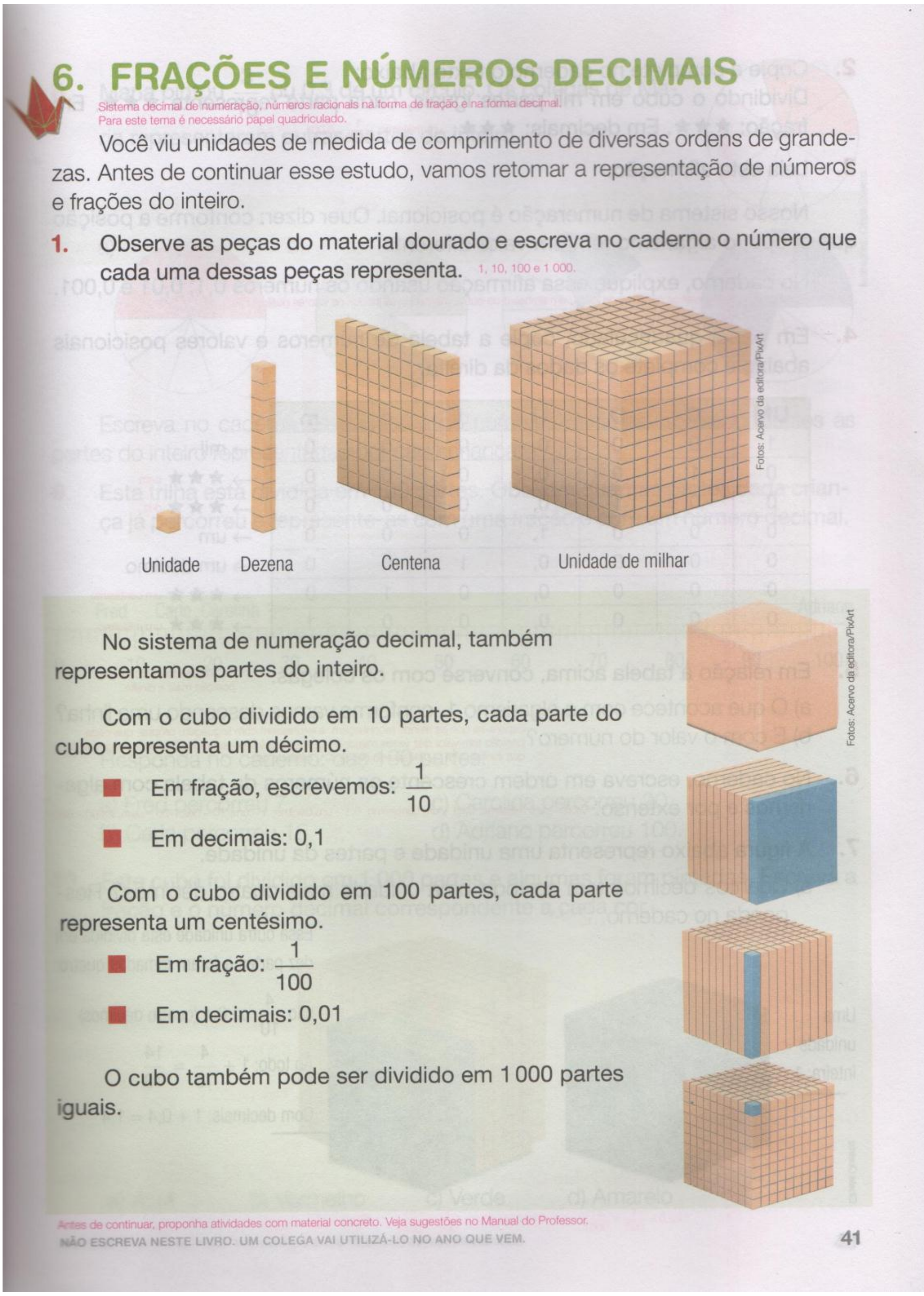
Especificamente, quanto ao ensino de frações, o plano restringe o estudo ao "reconhecimento de frações através de suas representações geométricas". Não há uma preocupação explícita sobre a construção do conceito, nem de buscar modos alternativos para trabalhar o assunto. As orientações pedagógicas finais complementam esta abordagem simplificada, reproduzo um trecho a seguir:

> *“Quanto mais variarmos as histórias matemáticas (situações-problema), mais os alunos ampliarão a compreensão das operações e aumentarão o repertório de estratégias, lembrando, ainda, que a compreensão do que está em jogo na resolução de histórias matemáticas vem antes da sistematização de um procedimento para solucioná-la.”*

Ao abordar apenas a representação simbólica[11], o plano sugere a restrição do estudo e a variação possível, apregoada pelas orientações, e sugerindo a mecanização do processo de aprendizagem.

Os exemplares de livros analisados apresentam diferentes abordagens ao introduzirem o capítulo sobre frações. Enquanto os livros B e C procuram, ainda que superficialmente, construir o conceito de fração como parte/todo, o livro A parte imediatamente para informações descontextualizadas. Neste aspecto, o livro A pode levar o aluno a tentar “decorar” os significados sem que os tenha compreendido. As figuras 12, 13 e 14 mostram as páginas iniciais – do capítulo sobre frações – dos livros A, B e C, respectivamente.

[11] Não utilizo o termo “geométrico” por considerar que, para ser utilizado, dever-se-ia levar em consideração a área, não havendo menção a isto no texto.



6. FRAÇÕES E NÚMEROS DECIMAIS

Sistema decimal de numeração, números racionais na forma de fração e na forma decimal.
Para este tema é necessário papel quadriculado.

Você viu unidades de medida de comprimento de diversas ordens de grandezas. Antes de continuar esse estudo, vamos retomar a representação de números e frações do inteiro.

1. Observe as peças do material dourado e escreva no caderno o número que cada uma dessas peças representa. 1, 10, 100 e 1 000.

No sistema de numeração decimal, também representamos partes do inteiro.

Com o cubo dividido em 10 partes, cada parte do cubo representa um décimo.

- Em fração, escrevemos: $\frac{1}{10}$
- Em decimais: 0,1

Com o cubo dividido em 100 partes, cada parte representa um centésimo.

- Em fração: $\frac{1}{100}$
- Em decimais: 0,01

O cubo também pode ser dividido em 1 000 partes iguais.

Antes de continuar, proponha atividades com material concreto. Veja sugestões no Manual do Professor.

NÃO ESCREVA NESTE LIVRO. UM COLEGA VAI UTILIZÁ-LO NO ANO QUE VEM.

41

Figura 12: página inicial do livro didático A

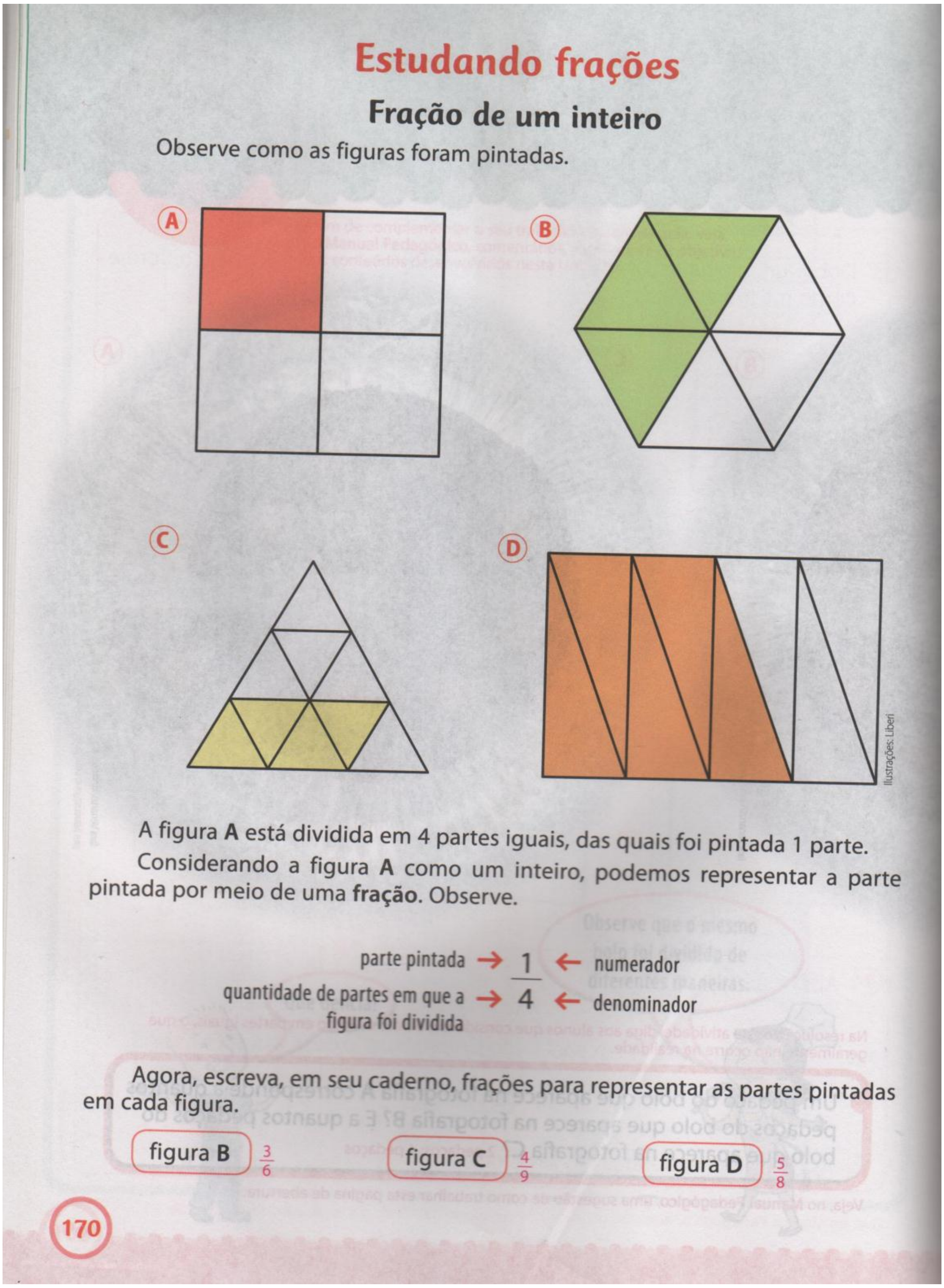


Figura 13: página inicial do livro didático B

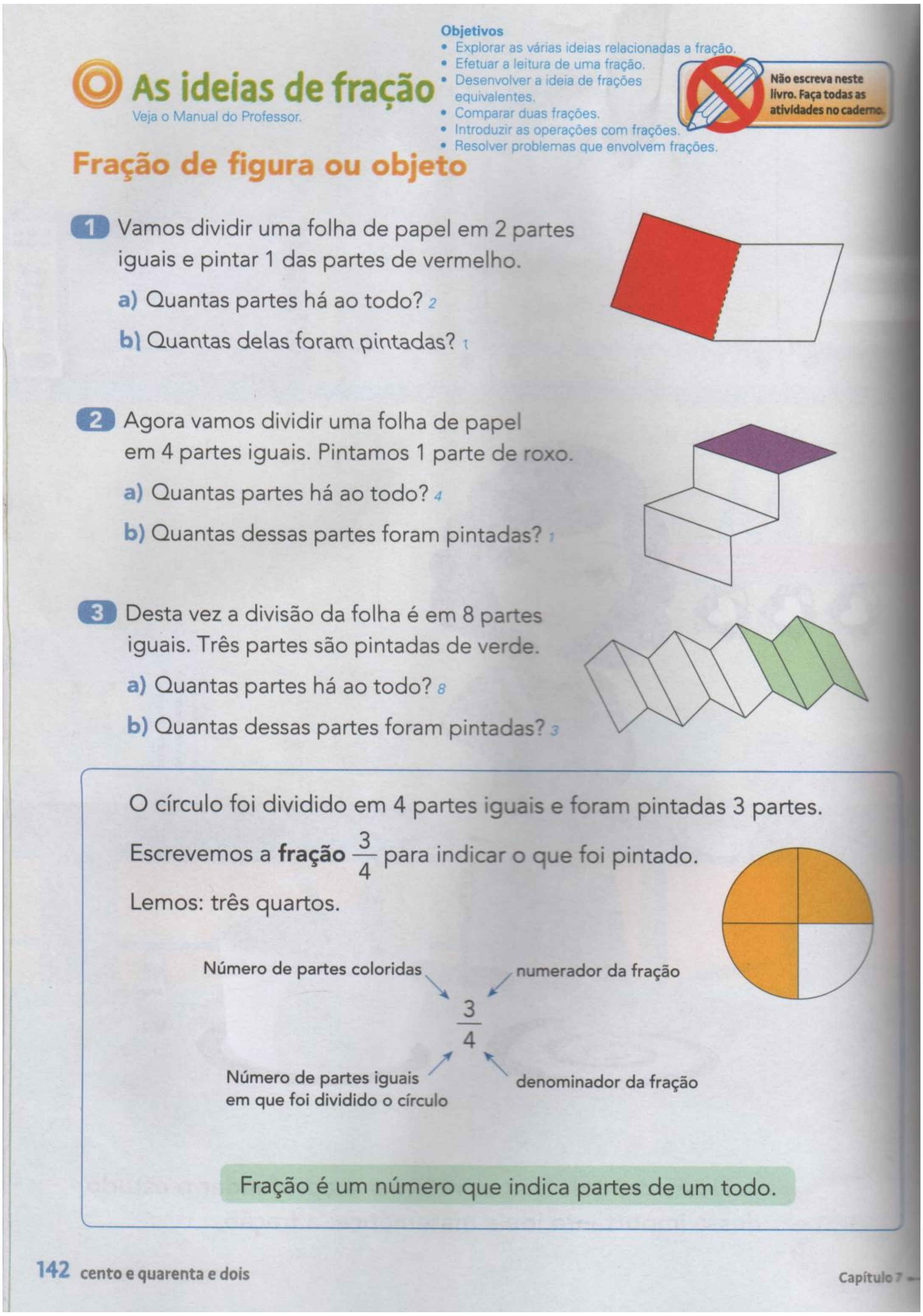


Figura 14: página inicial do livro didático C

Ainda, analisando o livro A, tem-se, na página inicial, a abordagem de frações equivalentes. O autor, simplesmente mencionando a figura apresentada e, usando uma simbologia não definida, que $\frac{4}{8} = \frac{3}{6}$, introduz o conceito de equivalência..

Essa precipitação, provavelmente, levará o aluno a utilizar-se da dupla contagem sem os cuidados necessários, determinados pelas seis habilidades básicas descritas por Llinares e Garcia (1988). Essa falha pode provocar uma dificuldade futura quando o aluno necessitar operar com números fracionários. Exemplifico através de minha experiência em sala de aula, onde, mesmo no ensino médio, a pergunta: “tem de simplificar?” aparece de forma repetitiva, demonstrando que o conceito de equivalência não é compreendido pelo aluno. Os autores dos livros B e C mostram-se bem mais cuidadosos quanto à construção do conceito de equivalência, desenvolvendo, anteriormente, noções como: representação, leitura, números mistos e, ainda, a notação decimal, no livro B, e fração como medida, no livro C. Os exercícios apresentados para a equivalência mostram uma similaridade nos livros B e C, enquanto o livro A mantém-se fixo no exemplo inicial; isto pode levar o aluno a deduzir que o conceito seja aplicável apenas naquela situação. Após isto, e utilizando-se de imagens do material Cuisenaire, a autora do livro A define a equivalência.

Os três livros ultrapassam os objetivos do plano de estudo da rede municipal de Sapucaia do Sul, apresentando operações com frações. Os livros A e C iniciam com adições e subtrações com frações de mesmo denominador, enquanto o livro A parte exclusivamente da representação simbólica, o livro C apresenta uma representação visual ao lado dos símbolos, tornando, sob certo aspecto, a operação algo concreto para o aluno, conforme representado na figura 15:

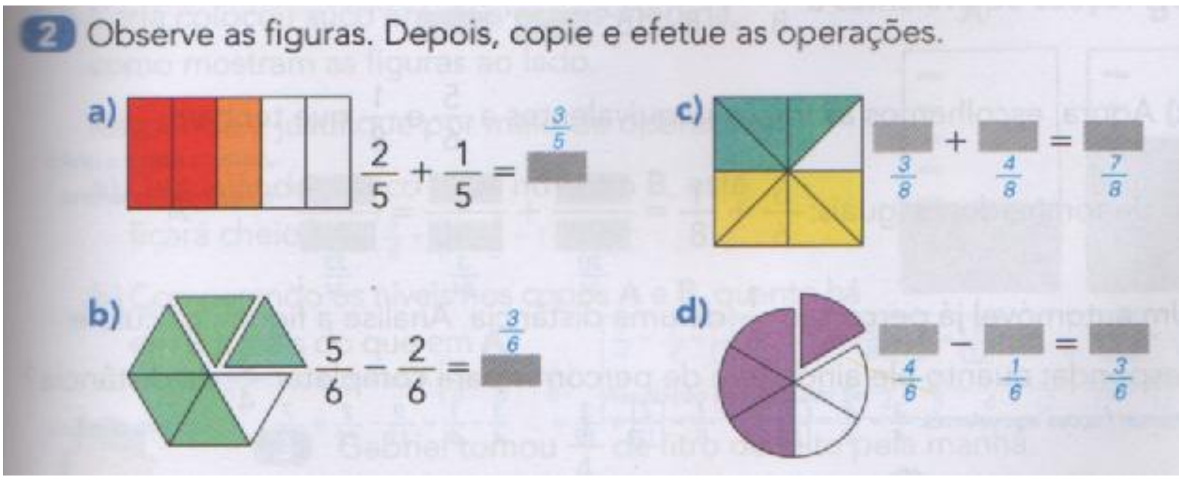
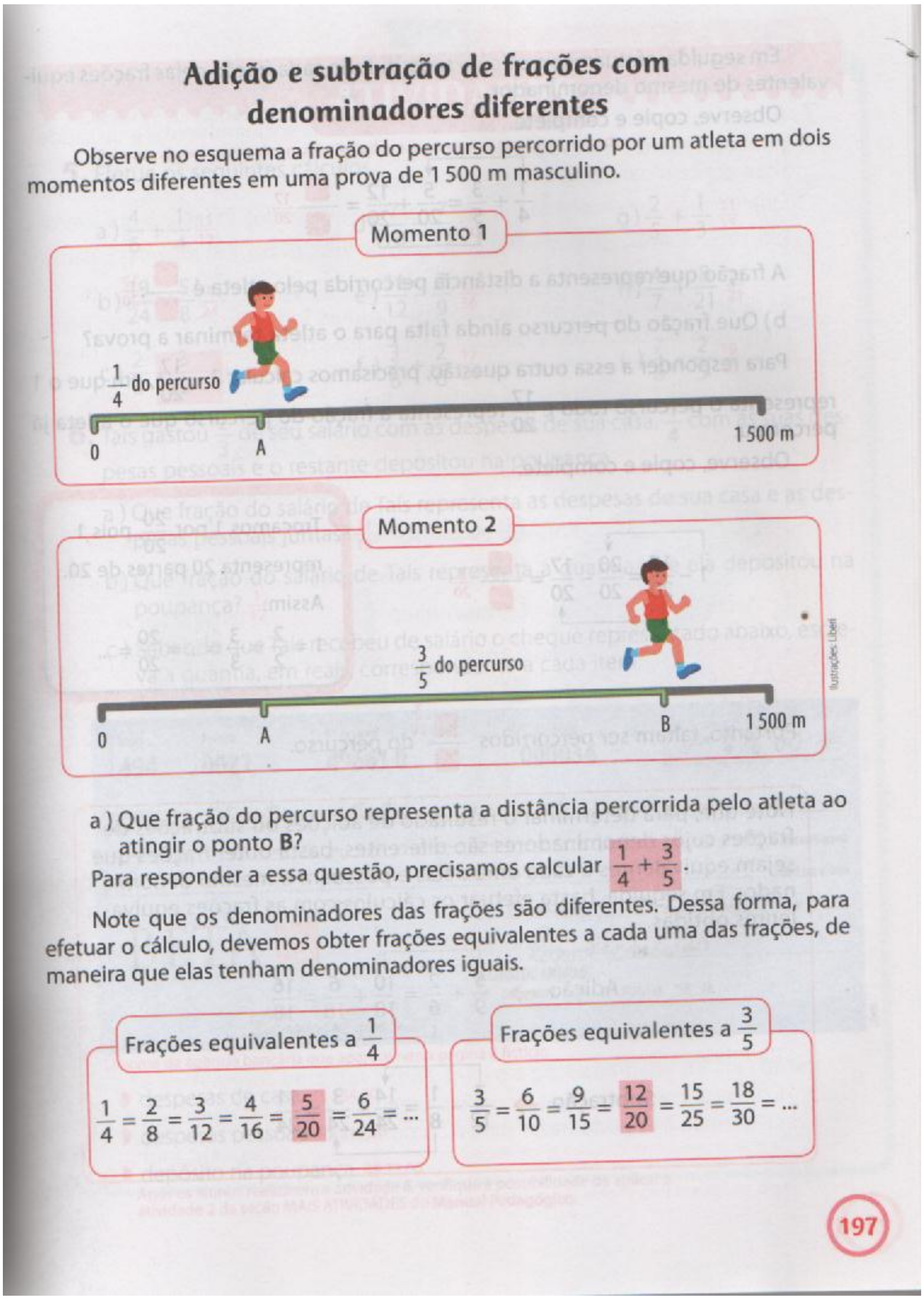


Figura 15: representação simbólica com apoio visual

Já o livro B inicia com frações de denominadores diferentes, conforme as figuras 16 e 17, a seguir constrói sequências de frações equivalentes, após identifica as que possuem o mesmo denominador, indicando as substituições e efetuando a operação.



Adição e subtração de frações com denominadores diferentes

Observe no esquema a fração do percurso percorrido por um atleta em dois momentos diferentes em uma prova de 1 500 m masculino.

Momento 1

$\frac{1}{4}$ do percurso

0 A 1 500 m

Momento 2

$\frac{3}{5}$ do percurso

0 A B 1 500 m

Ilustrações: Libert

a) Que fração do percurso representa a distância percorrida pelo atleta ao atingir o ponto B?

Para responder a essa questão, precisamos calcular $\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$.

Note que os denominadores das frações são diferentes. Dessa forma, para efetuar o cálculo, devemos obter frações equivalentes a cada uma das frações, de maneira que elas tenham denominadores iguais.

Frações equivalentes a $\frac{1}{4}$

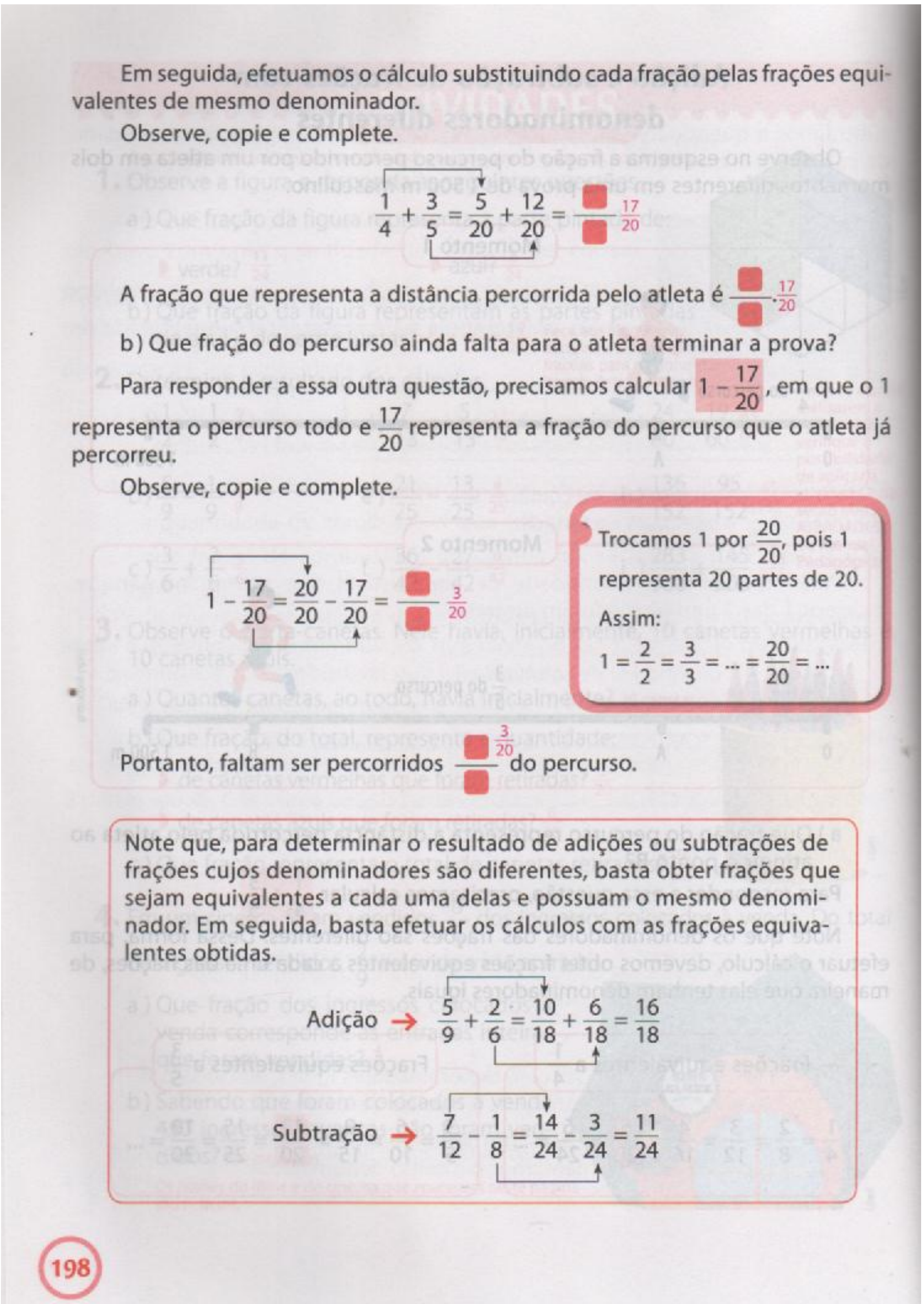
$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} = ...$

Frações equivalentes a $\frac{3}{5}$

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{18}{30} = ...$

197

Figura 16: abordagem da adição de frações de mesmo denominador em livro didático atual



Em seguida, efetuamos o cálculo substituindo cada fração pelas frações equivalentes de mesmo denominador.

Observe, copie e complete.

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=\frac{5}{20}+\frac{12}{20}=\frac{\blacksquare}{\blacksquare}\ \frac{17}{20}$$

A fração que representa a distância percorrida pelo atleta é $\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$. $\frac{17}{20}$

b) Que fração do percurso ainda falta para o atleta terminar a prova?

Para responder a essa outra questão, precisamos calcular $1-\frac{17}{20}$, em que o 1 representa o percurso todo e $\frac{17}{20}$ representa a fração do percurso que o atleta já percorreu.

Observe, copie e complete.

$$1-\frac{17}{20}=\frac{20}{20}-\frac{17}{20}=\frac{\blacksquare}{\blacksquare}\ \frac{3}{20}$$

Trocamos 1 por $\frac{20}{20}$, pois 1 representa 20 partes de 20.

Assim:

$$1=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\ldots=\frac{20}{20}=\ldots$$

Portanto, faltam ser percorridos $\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$ $\frac{3}{20}$ do percurso.

Note que, para determinar o resultado de adições ou subtrações de frações cujos denominadores são diferentes, basta obter frações que sejam equivalentes a cada uma delas e possuam o mesmo denominador. Em seguida, basta efetuar os cálculos com as frações equivalentes obtidas.

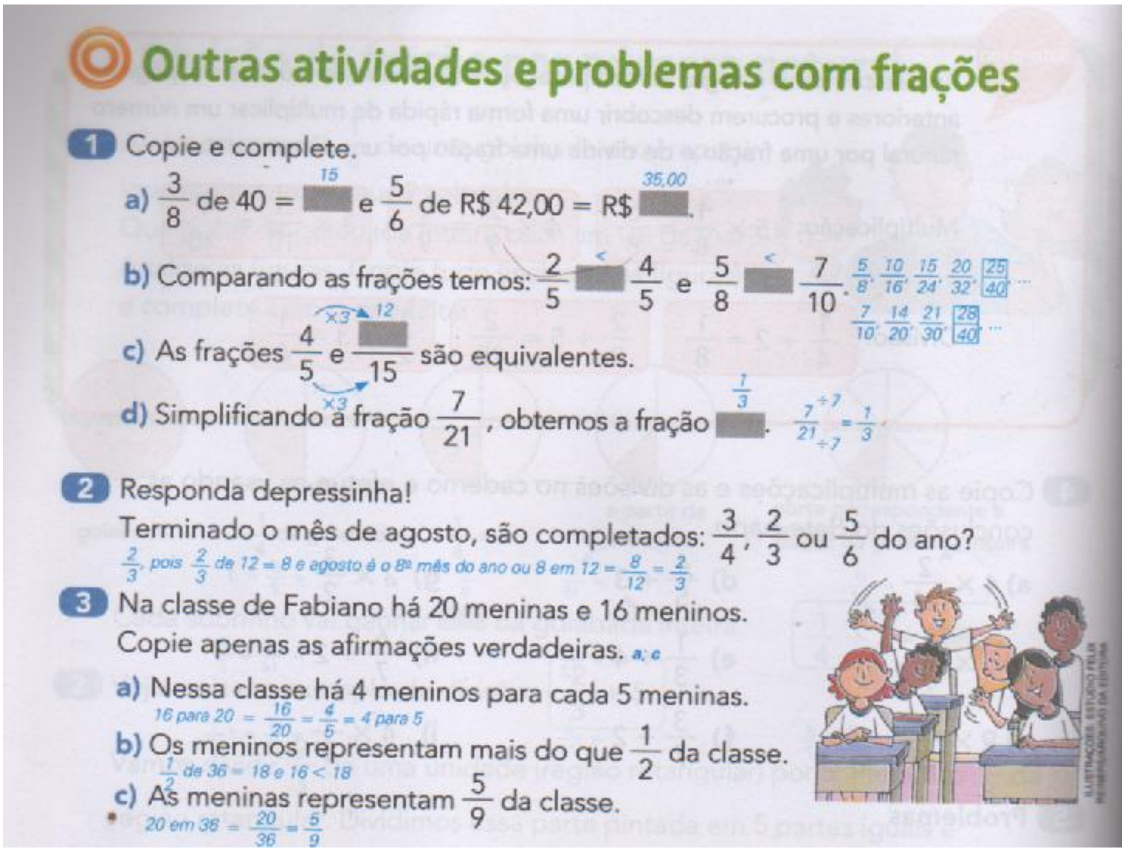
Adição → $\frac{5}{9}+\frac{2}{6}=\frac{10}{18}+\frac{6}{18}=\frac{16}{18}$

Subtração → $\frac{7}{12}-\frac{1}{8}=\frac{14}{24}-\frac{3}{24}=\frac{11}{24}$

198

Figura 17: uma abordagem para a adição/subtração de frações de mesmo denominador

Dos três exemplares analisados, apenas o livro C trata de multiplicação e divisão envolvendo frações. A abordagem dá-se através de exemplos e envolvem apenas operações entre um número natural e um fracionário. Ao final do capítulo, é apresentada uma série de exercícios envolvendo os conceitos trabalhados, apresentados na figura 18.



Outras atividades e problemas com frações

1 Copie e complete.

a) $\frac{3}{8}$ de 40 = $\square$ (15) e $\frac{5}{6}$ de R$ 42,00 = R$ $\square$ (35,00).

b) Comparando as frações temos: $\frac{2}{5}$ $\square$ ($<$) $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{8}$ $\square$ ($<$) $\frac{7}{10}$. $\frac{5}{8}, \frac{10}{16}, \frac{15}{24}, \frac{20}{32}, \boxed{\frac{25}{40}} \ldots$ $\frac{7}{10}, \frac{14}{20}, \frac{21}{30}, \boxed{\frac{28}{40}} \ldots$

c) As frações $\frac{4}{5}$ e $\frac{\square}{15}$ (12) são equivalentes. $\times 3$

d) Simplificando a fração $\frac{7}{21}$, obtemos a fração $\square$ ($\frac{1}{3}$). $\frac{7}{21}\frac{\div 7}{\div 7} = \frac{1}{3}$

2 Responda depressinha!

Terminado o mês de agosto, são completados: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{6}$ do ano?

$\frac{2}{3}$, pois $\frac{2}{3}$ de 12 = 8 e agosto é o 8º mês do ano ou 8 em 12 = $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

3 Na classe de Fabiano há 20 meninas e 16 meninos.

Copie apenas as afirmações verdadeiras. a; c

a) Nessa classe há 4 meninos para cada 5 meninas.
16 para 20 = $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ = 4 para 5

b) Os meninos representam mais do que $\frac{1}{2}$ da classe.
$\frac{1}{2}$ de 36 = 18 e 16 < 18

c) As meninas representam $\frac{5}{9}$ da classe.
20 em 36 = $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

Figura 18: exemplos de exercícios

Concluímos esta análise observando que, por um lado, tem-se nos PCN´s indicações de diretrizes para o ensino de frações que, em parte, se refletem nos livros do PNLD analisados. Por outro lado tem-se o Plano de Estudo da Secretaria Municipal de Educação de Sapucaia do Sul com diretrizes que não contemplam, por exemplo, o tópico ‘soma de frações’ no 5º ano do ensino fundamental. Nossa escolha na construção do material inclui tal tópico pensando na diversidade de planos de estudos das diversas redes de ensino.

4. CONSTRUÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO PARA O ENSINO DE FRAÇÕES: HISTÓRIA EM QUADRINHOS E VÍDEO

A minha motivação para produzir um material didático sobre frações usando vídeo e história em quadrinhos vem de uma primeira experiência, nesta direção, no ano de 2007. Naquela ocasião, produzi material semelhante para o ensino do sistema métrico decimal, na 5ª serie.

Tal proposta de produto didático encontra apoio em Beluco (1998):

> *"Outra forma de construir uma educação matemática é partindo do cotidiano do aluno. Conhecendo a sua forma de pensar, sabendo o que lhe atrai a atenção quando não está na escola."*

Usei o material com meus alunos e a receptividade foi muito boa. Um momento desta experiência está na foto da figura 19:

Figura 19: alunos lendo a HQ sistema métrico decimal

Nesta primeira experiência, apenas reproduzi a aula que normalmente aplicava ao trabalhar o assunto. Para transmitir as informações, optei por "criar" um personagem chamado *Sôr Sergio,* apresentado na figura 20. O nome originou-se da forma como os alunos me chamavam. O personagem, portanto, é o meu alter-ego[12].

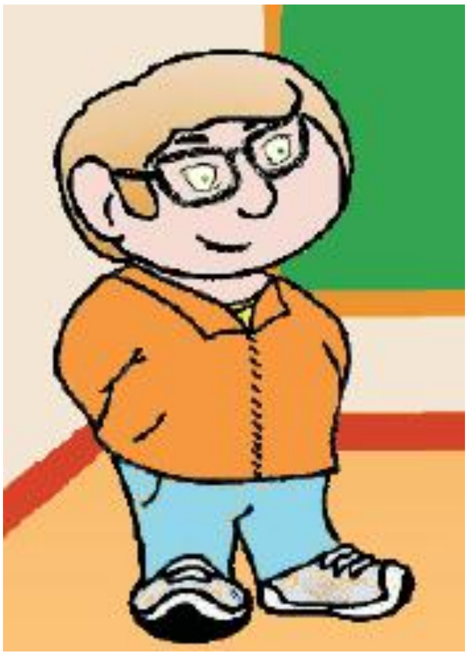


Figura 20: Sôr Sergio

O meu interesse em histórias em quadrinhos como possibilidade didática me levou ao material "História em Quadrinhos: um recurso para aprendizagem", produzido pela TV Escola (LUYTEN et al, 2011). Este material discute o potencial das HQ como recurso didático:

> *"As Histórias em Quadrinhos na sala de aula motivam os alunos relutantes ao aprendizado e à leitura. Elas os envolvem num formato literário que eles conhecem. E também as HQs 'falam' com eles de uma forma que entendem e, melhor do que isto, se identificam. Mesmo para os alunos que já estão com o hábito de leitura formado, os quadrinhos dão a oportunidade de ler um material que combina a imagem com texto para*

[12] O termo é comumente utilizado em análises literárias para indicar uma identidade secreta de algum personagem ou para identificar um personagem como sendo expressão da personalidade do próprio autor de forma geralmente não-declarada.

> *expressar simbolismos, pontos de vista, drama, humor, sátira, tudo isto num só texto." (página 7)*

O material aponta para os diversos usos que se pode fazer das HQ, fora do espaço de comercialização de gibis. Dentre eles, destaca as HQ como veículo de informação, de publicidade, de manifestação política ou artística, de material paradidático em diferentes contextos. Mas não chega a apontar para suas possibilidades no contexto da matemática.

Quanto aos resultados do uso em sala de aula, seja na criação ou apenas na utilização, é dado destaque para a importância do conhecimento do professor sobre a linguagem especial que caracteriza as HQ:

> *"O primeiro passo para um professor usar os quadrinhos em sala de aula é não ter medo e começar a familiarizar com a sua linguagem. Os quadrinhos, numa definição bastante simples, são formados por dois códigos de signos: a imagem e a linguagem escrita." (*LUYTEN et al, 2011, *página.21)*

A história em quadrinhos é um gênero literário que conjuga imagem e palavra, símbolos e signos. No caso da matemática, imagens e colorido adequados podem reduzir a necessidade do texto escrito e, desta forma, os alunos podem colocar mais atenção nos aspectos conceituais que são foco de aprendizagem. É com estes pressupostos que estou apostando na produção de produto didático que sirva de apoio para os professores introduzirem seus alunos ao mundo das frações, de uma forma lúdica e divertida.

A linguagem própria, à qual Luyten se refere, é caracterizada pelos balões, que atribuem dinamismo à narrativa. A escrita utilizada nos balões deve ser reduzida, permitindo uma leitura rápida da mensagem que está sendo veiculada. O uso de figuras convencionais - tais como traços para representar movimento, ou gotas de suor para expressar medo - é outra característica utilizada nas HQ. CALAZANS (2004) destaca:

> *"Um requisito importante na HQ didática é a existência de trama, verbo, ação e movimento, além de um colorido rico em*

todas as páginas. Os personagens devem prender a atenção do leitor, e o livro deve contar com uma linguagem acessível. (...) É necessário que o livro capte o interesse dos leitores, reproduza a signagem, o visual. A estética e o ritmo narrativo ao qual os alunos estão habituados em sua leitura espontânea." (página 21)

Vale aqui destacar que este tipo de mídia vem ganhando incentivo pelo Programa Nacional Biblioteca da Escola[13]. Na lista de mais de duzentos títulos distribuídos em 2012, vinte e nove utilizam a linguagem dos quadrinhos, sendo 65% de autores nacionais. A figura 21 apresenta alguns títulos distribuídos pelo programa:

Figura 21: histórias em quadrinhos distribuídas pelo PNBE

Ao projeto embrionário de 2007, aliei alguns conhecimentos adquiridos no curso de extensão Mídias na Educação, oferecido na modalidade EAD pela UFRGS, no ano de 2008. Neste curso, o módulo TV e Vídeo tornou-se

[13] Informações sobre o Programa Nacional Biblioteca da Escola podem ser obtidas em http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12368:programa-nacional-biblioteca-da-escola&catid=309:programa-nacional-biblioteca-da-escola&Itemid=574

fundamental para o amadurecimento das minhas ideias, e hoje vejo o vídeo como um recurso que pode contribuir no processo de aprendizagem da matemática .

Na próxima seção detalho o processo de construção do produto didático, na forma de vídeo e HQ, para o ensino Introdutório de frações.

4.1 O processo de construção do material

Com estas ideias e objetivos em mente é hora de colocar o projeto de construção do material em execução. Optei por fundir a elaboração do material preparando, inicialmente, a HQ que já serviria como guia para a produção do vídeo. Para isto dividi o trabalho em três etapas: pré-produção, produção e pós-produção, descritas no quadro 4:

Pré-produção	Compreende a elaboração do roteiro, a análise técnica e a elaboração do cronograma**.**
Produção	Compreende a filmagem, no caso de desenhos animados, a fotografia, quadro a quadro, das situações.
Pós-produção	Compreende a edição, montagem, dublagem, trilha sonora, legendas e créditos.

Quadro 4: etapas da produção

Com assunto definido, passos a serem seguidos e muita vontade, iniciei minha carreira de cineasta. A figura 22 apresenta a conclusão do primeiro roteiro, muitos rabiscos e desenhos e a ideia tomando forma.

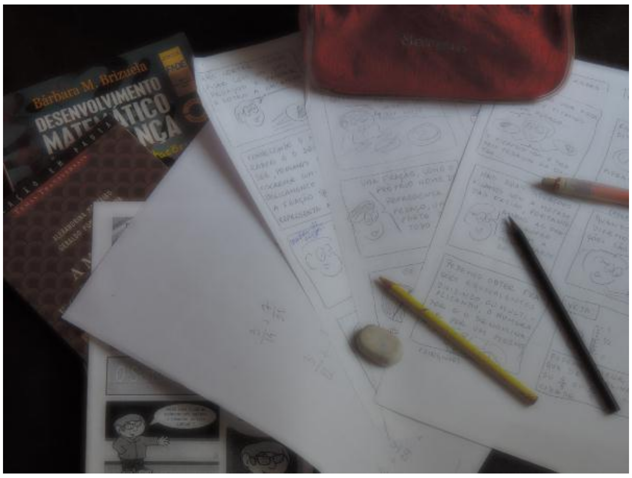


Figura 22: mãos a obra

A segunda etapa, a produção do material para a primeira HQ, foi bastante complicada. Busquei trabalhar com softwares de animação e, para tanto adquiri uma mesa digitalizadora. O objetivo era que os desenhos fossem feitos diretamente na tela do computador. Embora de fácil manuseio o desenvolvimento do trabalho mostrou-me que essa não era uma boa opção pois, cada cena, devia ser desenhada isoladamente e, considerando-se a capacidade mínima da visão humana de 24 fotogramas por segundo, seriam necessárias várias semanas para concluir a animação. A solução foi utilizar um software que trabalha com gráficos vetoriais, assim movimentos simples poderiam ser realizados com um simples deslocamento através do mouse. Optei pelo Corel Draw[14], a figura 23, mostra várias "peças" utilizadas na movimentação do personagem.

Figura 23: um quebra cabeça digital

[14] Copyright © Corel Corporation. Todos os direitos reservados

Com muita aprendizagem pelo caminho, a primeira HQ, que seria também a storyboard [15] do vídeo, ficou pronta. Caminho aberto para a nova etapa: transformar a história em quadrinhos em uma animação.

A opção inicial seria utilizar o Windows Movie Maker. Entretanto a simplicidade dos recursos disponíveis, para transições e trilhas sonoras, me fez mudar de ideia. Optei pela aquisição de um software com mais recursos. Após testar algumas versões demo, acabei por escolher o MPEG Video Wizard DVD 5.0[16]. É uma plataforma simples, onde pode-se “arrastar” elementos para a linha do tempo. Ela também dispõe de trilhas para vozes e efeitos sonoros, além de uma grande quantidade de efeitos visuais para as transições de cenas. O trabalho, além de ser simples de realizar, foi também prazeroso; as diferentes cenas foram gravadas separadamente, facilitando as correções quando necessárias. A velocidade de compressão do vídeo final é excelente e é possível salvar em diversos formatos, propiciando tanto uma alta resolução, para exibição em aparelhos HD, quanto vídeos menores para serem disponibilizados em páginas da internet. A figura 24 mostra a tela de edição do software.

Figura 24: montagem do vídeo

[15] Storyboard são organizadores gráficos tais como uma série de ilustrações imagens arranjadas em sequência com o propósito de pré-visualizar um filme ou, no caso, uma animação.
[16] ©Copyright Womble Multimedia, Inc.

Os demais vídeos seguiram o mesmo processo. A cada projeto concluído, podia-se notar uma maior rapidez na produção, resultante de uma maior desenvoltura no uso dos softwares e no reaproveitamento de imagens.

4.2 O material produzido

O material produzido para ser utilizado na proposta didática, consiste de quatro conjuntos de história em quadrinhos e vídeos, nos quais são apresentados o conceito de fração através da ideia "parte-todo", a equivalência de frações, a soma de frações, os números primos e a soma de frações usando mínimo múltiplo comum. Acompanha este material uma sequência de atividades a ser trabalhada, após os alunos terem assistido o vídeo e lido a HQ correspondente. As atividades propostas, na forma de pintura, recortes e jogos, foram elaboradas para serem resolvidas em pequeno espaço de tempo, sendo o foco nos aspectos conceituais e não em exercícios mecânicos e repetitivos.

A seguir faço uma apresentação do material produzido.

4.2.1 Conjunto 1 – Frações

O primeiro conjunto HQ/Vídeo[17] abordou os conceitos básicos de fração através da parte/todo, nomenclatura e equivalência. Ambientada inicialmente no interior de uma pizzaria, o personagem usa cortes para transmitir os conceitos. Ao deixar a pizzaria, problemas mecânicos em seu carro evocam exemplos de equivalência de frações. A figura 25 apresenta trechos da HQ.

[17] Nota: este primeiro conjunto foi, posteriormente, dividido em dois episódios detalhados no capítulo 6. O material apresentado nos anexos contempla esta reestruturação.

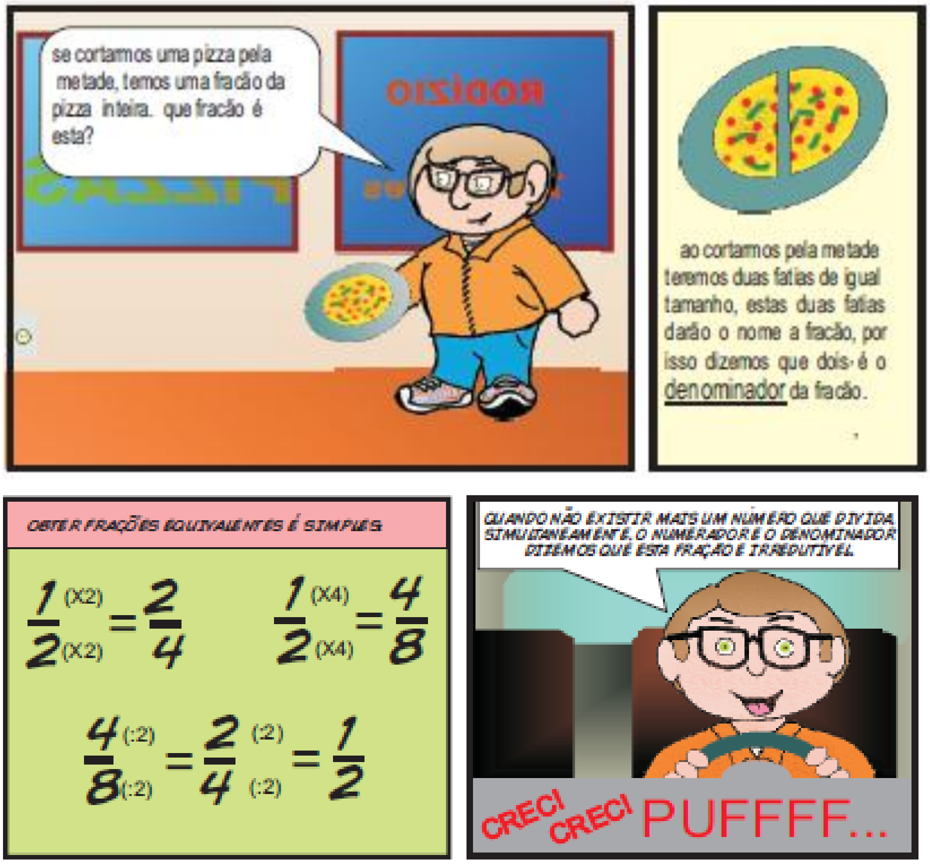


Figura 25: imagens de 'Frações'

As atividades que acompanham a HQ/Vídeo exploram os conceitos trabalhados através de recorte, pintura e escrita, além de problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. A figura 26 mostra algumas destas atividades.

Figura 26: atividades referentes a 'Frações'

4.2.2 Conjunto 2 – Operando com Frações

O segundo conjunto HQ/Vídeo trata da soma de frações, ambientada na sala de aula; inicialmente, apresenta soma de frações de mesmo denominador. Em um segundo momento, a soma de frações, de denominadores diferentes, é abordada sem o recurso ao mínimo múltiplo comum, levando o aluno a utilizar o conceito de equivalência para construir sequências. Esta proposta visa identificar similaridade com a forma apresentada anteriormente para a soma em que os denominadores são iguais.

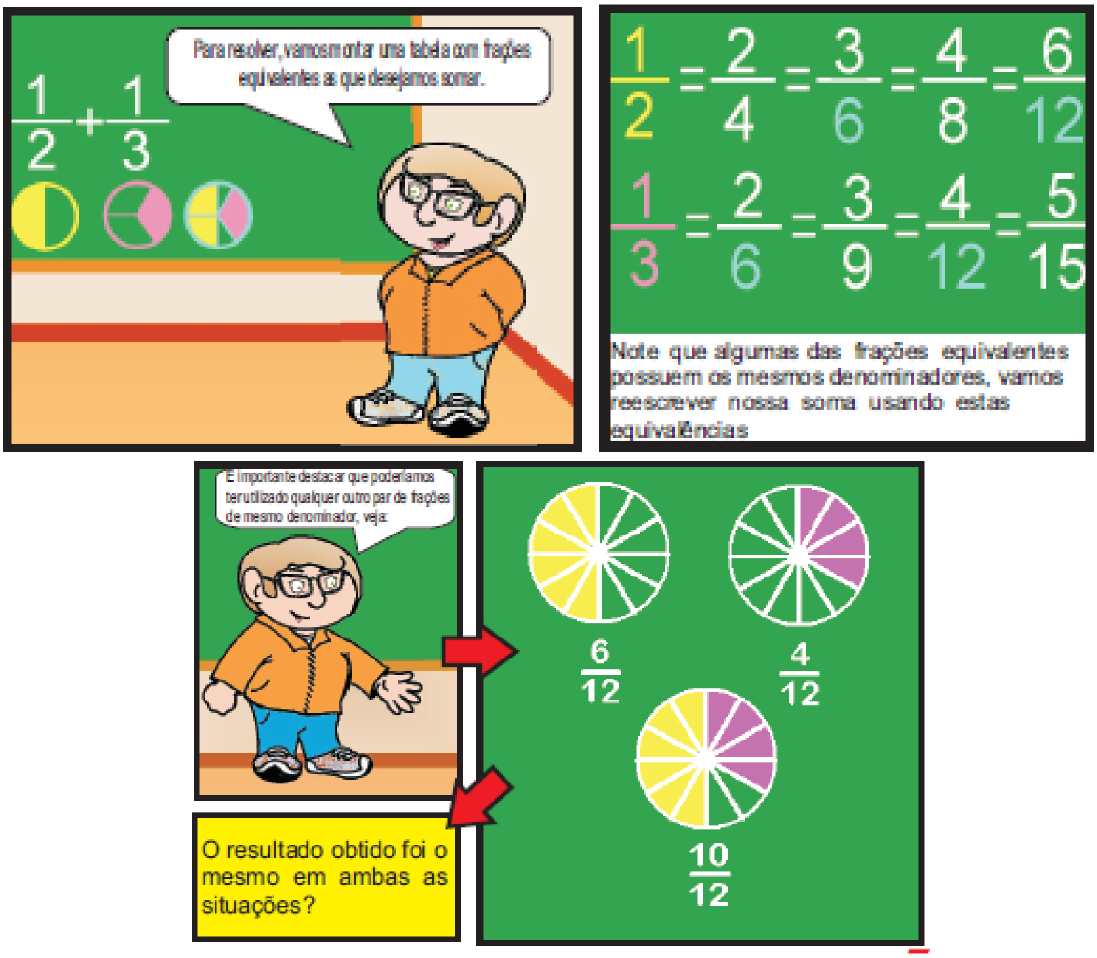


Figura 27: imagens de 'Operando com Frações'

A atividade associada a este conjunto de HQ/vídeo, apresentada na figura 28, mantém o uso de pintura e recorte. Para resolver os problemas são fornecidos discos previamente divididos em partes iguais. Isto faz com que o aluno necessite analisar a situação e não apenas recortar e colar pois, se assim proceder, não disporá de peças adequadas para resolver o desafio.

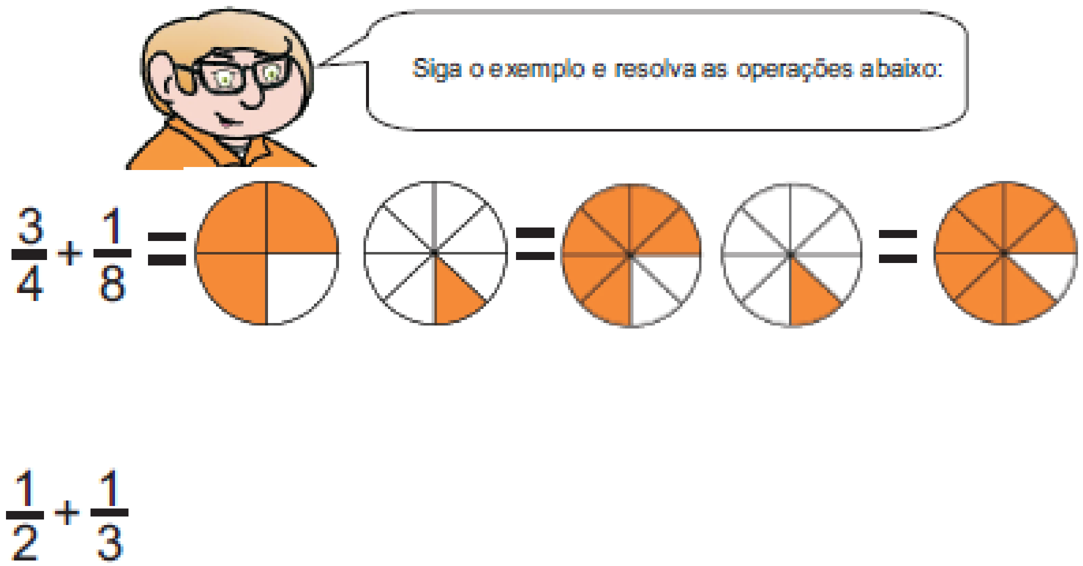


Figura 28: atividades referentes a ‘Operando com Frações’

4.2.3 Conjunto 3 – Números Primos

Como o título revela, este conjunto HQ/Vídeo aborda os números primos. Usando o quadro negro, o personagem constrói o crivo de Eratóstenes e caracteriza números compostos. Na última página é feita uma referência histórica à origem do termo “primo”. A figura 29 apresenta uma passagem da HQ.

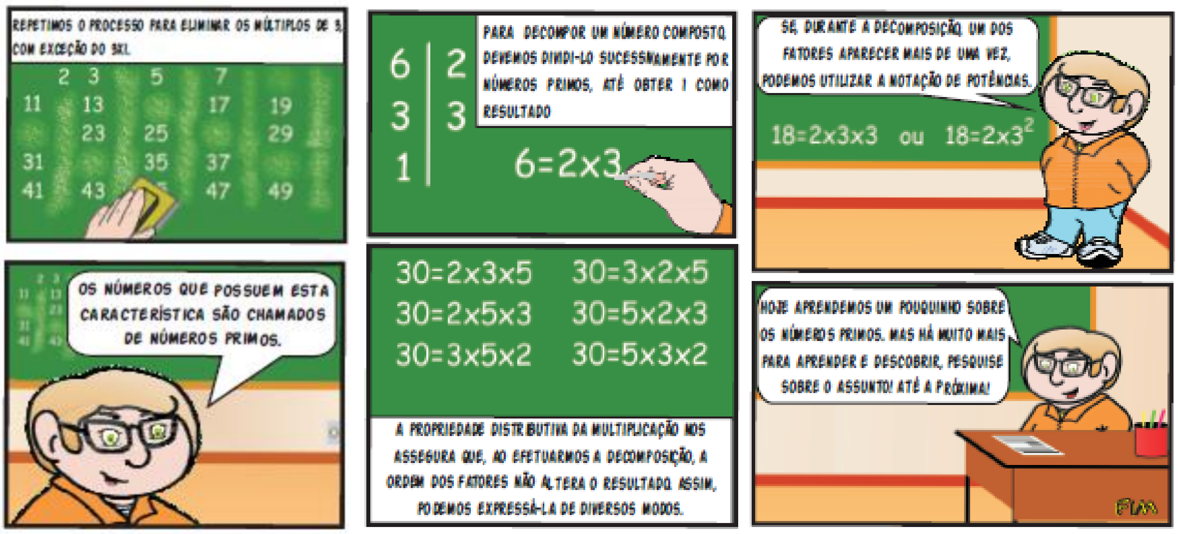


Figura 29: imagens de ‘Números Primos’

A atividade elaborada para esta HQ recorre ao lúdico. O Bingo da Fatoração consiste em sortear um número e marcar nas cartelas os primos de sua decomposição. A figura 30 apresenta algumas das cartelas. As regras e as demais cartelas do bingo podem ser conferidas nos anexos.

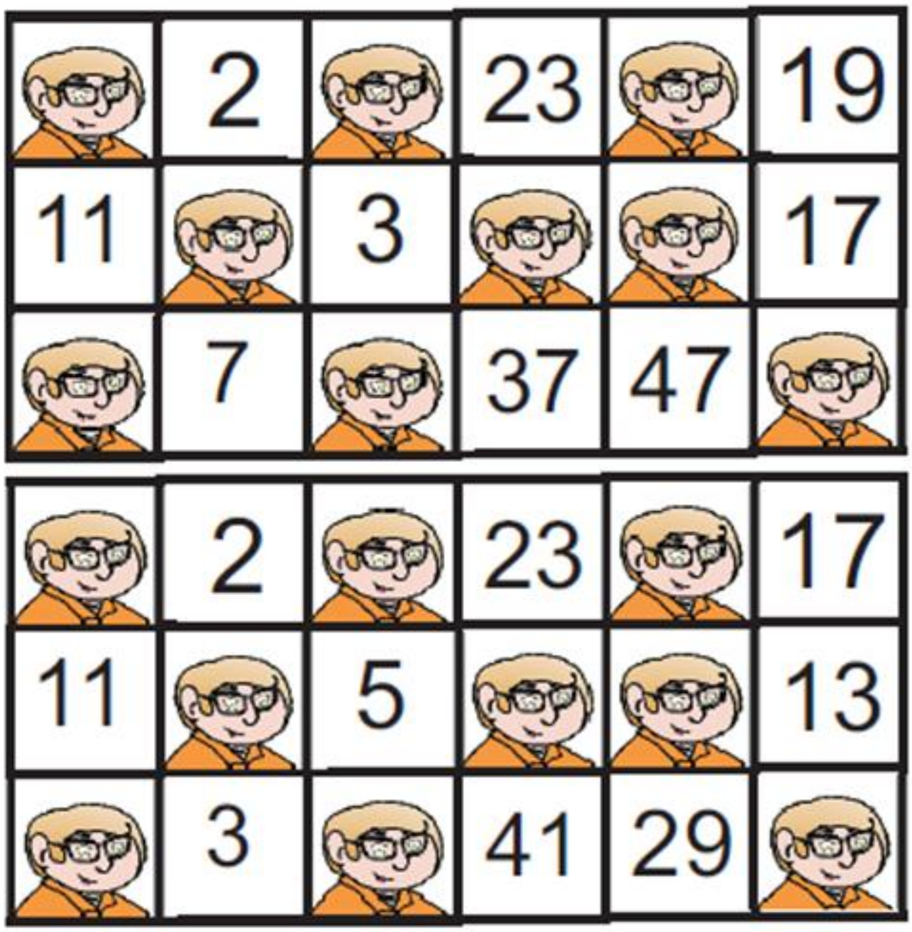


Figura 30: cartelas do Bingo da Fatoração

4.2.4 Conjunto 4 – Somando Frações

O último conjunto HQ/Vídeo retoma a adição de frações, desta vez utilizando o mínimo múltiplo comum para otimizar a operação. Ambientada no refeitório, o personagem utiliza jarras de suco para preparar uma mistura, mas será que esta caberá no recipiente disponível? A figura 31 apresenta algumas passagens da história.

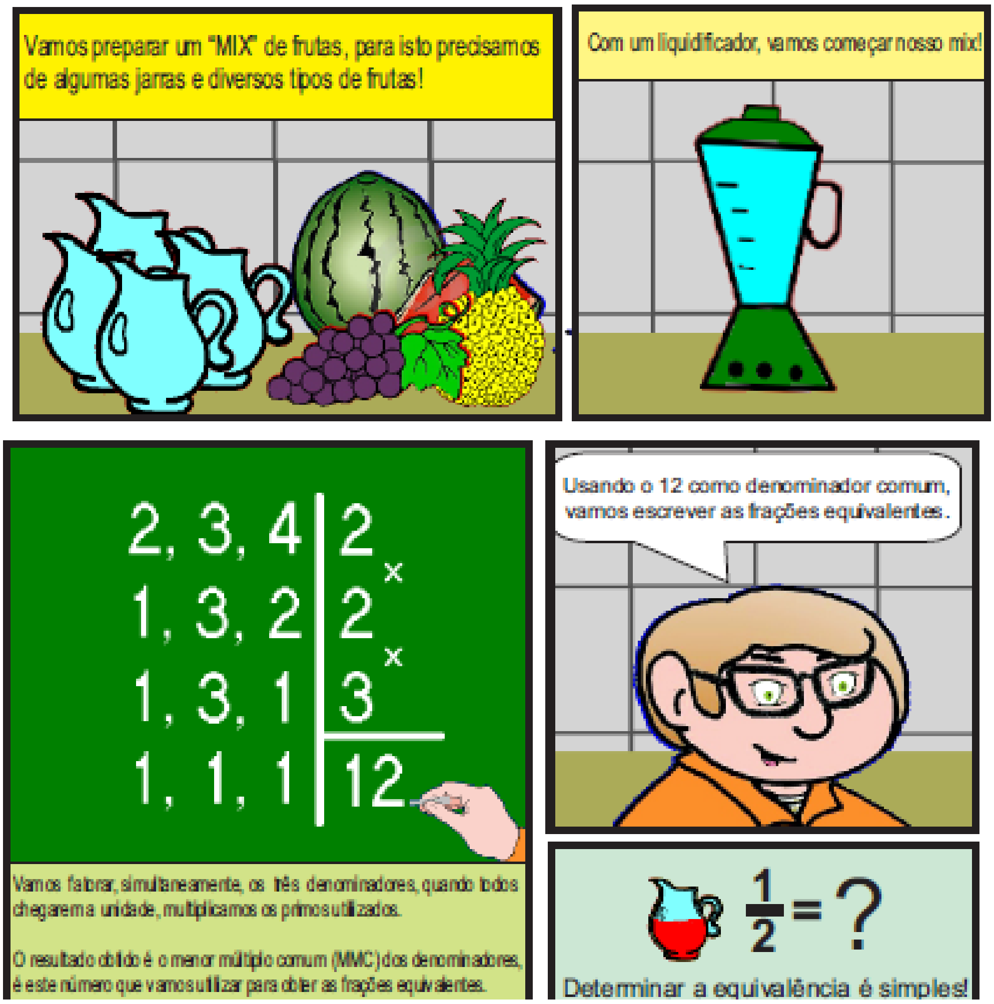
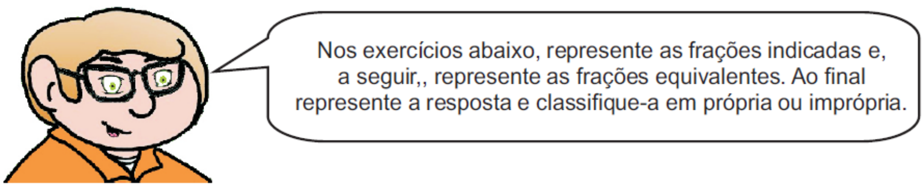


Figura 31:imagens de 'Somando Frações'

As atividades referentes a esta HQ diferem das demais. Deixam a parte lúdica, as pinturas e recortes, e abordam situações problema. A figura 32 apresenta uma delas.



1. Três amigos estão participando de uma corrida de revezamento. André percorreu dois quintos do trajeto e Bruno um meio. Qual a fração indica a distância a ser percorrida por Cláudio para completar a prova?

Figura 32: situação problema

Estes quatro conjuntos de HQ/vídeo, além de suas atividades, compõem o material Frações nas Séries Iniciais. A íntegra das HQs podem ser conferidas nos anexos; os vídeos estão disponíveis no repositório digital do programa[18].

Figura 33: a coleção completa das HQs

Com o material preparado, chegou a hora de testá-lo!

[18] http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem/produto_didatico/index.htm

5. USO DO MATERIAL DIDÁTICO CONSTRUÍDO: UMA EXPERIÊNCIA COM PROFESSORES

O material didático produzido, na forma de história em quadrinhos e vídeo (no que segue referido como HQ/Vídeo), apresentado no capítulo 4, foi colocado sob avaliação em uma oficina com um grupo de seis professoras da rede municipal de Sapucaia do Sul. A oficina se desenvolveu em quatro encontros de duas horas, ao longo de quatro semanas. Nos encontros, as professoras assistiram aos vídeos, leram as histórias em quadrinhos e, depois, trataram de resolver a sequência de atividades associada à correspondente HQ/Vídeo. O material foi pensado para ser usado com alunos entre 9 e 10 anos de idade, cursando o quinto ano do Ensino Fundamental.

5.1 O primeiro encontro

A oficina começou com o propósito inicial de identificar, junto às professoras/alunas, as melhorias que poderiam ser feitas no material didático produzido, antes de usá-lo em situação de sala de aula. Um primeiro percalço se apresentou: a procura pela oficina não foi a esperada. Das quinze vagas ofertadas, apenas seis foram preenchidas, fato que, ao meu ver, prejudicou mas não inviabilizou a minha proposta de trabalho.

No primeiro encontro, mostrei o material produzido e discutimos sobre o processo de avaliação a ser feito durante a oficina, para então depois usá-lo em situação de sala de aula. E faríamos uma nova avaliação do material, agora quanto à sua contribuição para melhorias no processo de aprendizagem dos alunos, em tópico que havia sido apontado pelas próprias professoras como de maiores dificuldades. Foi combinado que as duas análises do material – antes e depois do uso em sala de aula - seriam utilizadas para validar ou não a minha proposta de uso de história em quadrinhos e vídeo na sala de aula de matemática.

Após esta conversa inicial, foi aplicado um questionário de sondagem (disponível no Anexo Questionário) consistindo de duas partes. .A primeira parte tratou do perfil das participantes. Quanto à formação, todas possuíam no mínimo a graduação em pedagogia e, algumas, pós-graduação, em áreas como alfabetização, ensino religioso e educação de jovens e adultos. O tempo de atuação no magistério apresentou uma grande variação, entre três e vinte anos de atividade.

A segunda parte do questionário foi de questões específicas sobre o ensino das frações nas séries/anos iniciais. Com perguntas diretas sobre o tema, as professoras/alunas apresentaram suas concepções sobre o tema. Foram propostas cinco questões relativas ao conceito e operações, relativas ao aprendizado, dificuldades e material didático. Ainda nesta segunda parte, ao final, foram propostos problemas envolvendo frações e a operação de soma.

No que segue, apresento a análise das respostas ao questionário, intercalando-a com as discussões que sucederam ao momento de preenchimento. As transcrições, sejam do questionário ou das gravações das discussões, são literais; eventualmente são feitos recortes na sequência das falas, mas sem que se perca ou se altere a ideia que está sendo manifestada pela professora/aluna.

Para a questão “Qual o objetivo do ensino de frações?”, da primeira parte do questionário e fundamental para nortear a implementação da proposta, as respostas foram diversas:

- *Ensinar como ocorre a divisão de uma forma que trabalhe mais a realidade.*

- *Para que o aluno entenda a divisão na maneira mais prática, ou mais minuciosamente.*

- *Oportunizar raciocínio lógico através das operações matemáticas.*

– *Acredito que o objetivo básico de uma fração está ligado a divisão.*

Esta manifestação do grupo mostra a forte presença da fração com o significado de divisão. Nenhum outro significado - parte/todo, operador e razão – foi mencionado. Esta visão restrita do conceito de fração, centrada na divisão, inevitavelmente, tem suas implicações no processo de aprendizagem dos alunos.

As respostas à terceira questão – “Consideras que o ensino de frações está adequadamente situado no currículo? Por quê?” – foram variadas, passando pela defesa de trabalha-la já no primeiro ano escolar ou, ainda, de ser trabalhado no quarto ano. Não houve um consenso e, de certa forma, esse impasse mostra a fragilidade de posicionamento dos professores neste assunto.

No momento de discussão com o grupo, surgiu o seguinte diálogo:

> *professora A: “Começar a partir do quarto ano introduzir a noção, por que no currículo do estado tem no quarto ano, tu já começa a dar a noção de fração...”*
>
> *professora B: “Na nossa escola já! Eu tenho quarto ano e todo ano eu já inicio fração. Eu não dou lá a divisão, as vezes nem a soma, só o inteiro e as partes, até quando eu vejo que a turma tá indo tu até pode introduzir alguma coisa.”*

Essa discussão mostra que, mesmo no universo restrito da rede municipal, não há um consenso sobre os conteúdos a serem trabalhados em cada ano. As escolas da mesma rede divergem nos seus programas, mesmo existindo um currículo base indicado pela Secretaria Municipal. Na conversa com as professoras, ficou claro que as escolhas e decisões ficam muito sob a responsabilidade do professor. Mesmo sendo importante a autonomia, tanto da escola, quanto do professor, parece-me que a ideia de rede de ensino deveria ser preservada, através de diretrizes e orientações mais seguras. Esta liberdade de escolhas não interfere diretamente no processo de aprendizagem, se o educando permanecer durante toda a sua formação em uma mesma escola. Infelizmente essa não é a realidade da maioria das famílias no município de Sapucaia do Sul. A troca constante de escola faz com que o aluno fique sujeito a rever alguns conteúdos e que fique sem conhecimento de outros.

Quanto às perguntas específicas da segunda parte do questionário, as respostas a “Como você explica o conceito de fração para os seus alunos?” foram evasivas ou superficiais:

> *professora B: “Na maioria das vezes dou exemplos práticos.”*
>
> *professora C: “De uma forma lúdica, mostrando sempre o lado realista que podemos associar às frações.”*

Quanto à solicitação de “Procure listar situações do cotidiano em que são usadas as frações”, as respostas ficaram nas situações de pizzas, chocolates ou receitas. Na discussão coletiva foi feita referência a situação do quotidiano em desuso – pedir o pão “de quarto” na padaria.

Quanto às estratégias que utilizam para ensinar soma de frações, as professoras indicaram dificuldades para se expressar e também inseguranças, e até mesmo erros de nomenclatura foram cometidos:

> *professora C: “Uso o concreto para mostrar que quando somamos adicionamos.”*
>
> *professora B: “Somente ensinei com numeradores iguais então explico que somam-se os denominadores e conservam o numerador.”*

Durante o debate em torno desta questão, propus um exemplo que costumo utilizar nas aulas de 5ª série. Na discussão com as professoras, pude perceber as suas próprias dificuldades com o conteúdo em questão. Transcrevo parte do diálogo que aconteceu:

Figura 34: Uma situação problema envolvendo soma de frações (reprodução do vídeo da oficina 1)

> *Sergio: “Mariazinha ganhou meia barra de chocolate preto no recreio, depois ganhou um terço de uma barra de chocolate branco. Quanto de chocolate ela ganhou ao todo?”*
>
> *professora C: “Acho que é um inteiro, né?”*

professora B: "Seria o mesmo que uma divisão?"

professora A: "Até pra nós é difícil!"

Sergio: "Se ela tivesse ganho duas metades seria fácil, pega as duas metades... Ela ganhou um inteiro?"

Grupo "Não!"

professora B: "Um meio mais a terça parte."

Sergio: "Isso não é um inteiro?"

... instantes de silêncio...

professora D: "É um inteiro mais um pedaço."

Sergio: "É um inteiro, é menos que um inteiro ou é mais que um inteiro?

professora B: "Não! É menos que um inteiro! Pois se ela recebeu um terço... um terço é menos do que a metade. Ganhou então uns 75%! (risada)"

... instantes de silêncio...

professora B: "Nessa ai tu tem que tirar o MMC?"

Como notei o impasse, resolvi fazer uma representação gráfica das barras de chocolate, indicando $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ em cada uma delas, respectivamente, conforme está na figura 35.

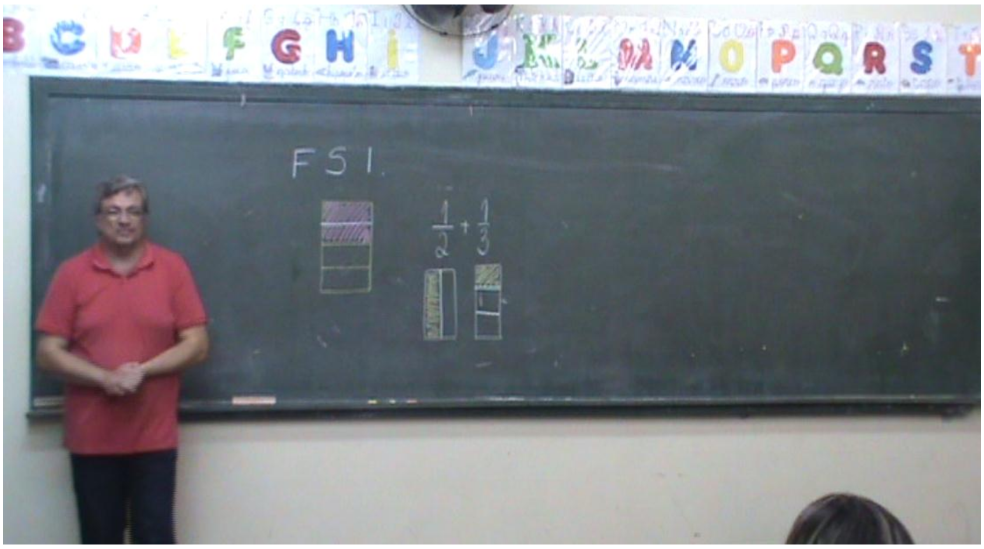


Figura 35: representação simbólica (reprodução do vídeo da oficina 1)

professora B: “Pra mim continua 75%”

Sergio: “Qual é o nosso grande problema?”

... instantes de silêncio...

Sergio: “Vocês estão como as crianças, olhando fixo pro desenho.”

... instantes de silêncio...

professora E: “visualizar?”

Sergio: “Por que eu não estou conseguindo juntar?”

professora B: “Por que tu não está dividindo em partes iguais?”

Sergio: “Ah, então as fatias são diferentes. Então o que a gente precisa fazer?”

professora B: “Tem que juntar os dois e ai dividir. Mas não tem como né?”

Sergio: “Ai eu vou esbarrar novamente nas fatias diferentes...”

professora E: “Tem de dividir da mesma forma e dividir de novo.”

Aproveitando a intervenção da professora *E,* fiz uma nova divisão no desenho das barras de chocolate, conforme ilustra a figura 36:

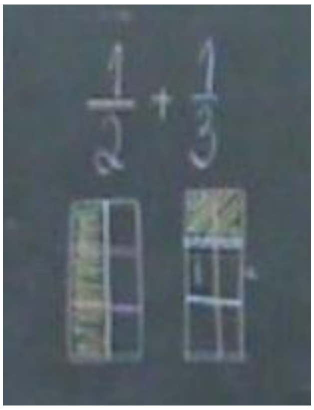


Figura 36: figura dividida para propiciar a comparação (reprodução do vídeo da oficina 1)

Minha expectativa era de que a nova forma de dividir fornecesse as informações necessárias para obter a resposta. Mas não foi isto que aconteceu.

Não houve o entendimento de que, ao fazer tal divisão nas duas barras de chocolate, as frações originais poderiam ser expressas através de frações equivalentes com o mesmo denominador seis. Apresentei para o grupo as frações equivalentes e destaquei que o procedimento usado, no caso, coincidia com o conhecido procedimento do “mínimo múltiplo comum“ de obtenção de frações equivalentes. Ao transmitir essa ideia, o comentário do grupo foi de que o procedimento do MMC é ensinado na escola, mas que não se explica por que isto é feito. Ou seja, já nos anos inicias da escola está presente a atitude do “como se faz”, sem consideração alguma ao “por que se faz” - esse é o início dos processos mecânicos de procedimentos. Uma vez entendido que o procedimento do MMC serve para obter frações com mesmo denominador, seguimos com o problema das duas barras de chocolate:

> *Sergio: “Feito isto, metade da turma já entendeu, a outra ainda não. Vamos ver se vocês entenderam! Qual é a resposta? (risos)”*
>
> *professora E: “São cinco doze avos!”*
>
> *professora B: “Tu quer saber o total né?”*
>
> *Sergio: “Quero saber quanto de chocolate ela ganhou.”*

Seguiu-se um pequeno debate e foi de forma bastante insegura que a resposta correta foi verbalizada.

Coube à professora *B* a frase que convenceu as demais:

> *“Tem de juntar as duas, então é cinco sextos!”*

Essa discussão desencadeou um debate, um pouco mais amplo, sobre o ensino da matemática. O ponto de partida foi a manifestação da professora *F*, endereçado às demais colegas – ela queria saber se o ensino de frações era o assunto que também trazia maior dificuldade para elas. Seguiu-se o comentário da professora *A*, complementado pela professora *B*:

> *professora A: “Até assim, quando começa a entrar nos números decimais, começa a quebrar os números (...) chega um momento que a gente acaba se perdendo e ai é horrível. Então tu acaba avançando só naquilo que tu tem mesmo segurança (...).pois se começa a avançar muito tu não consegue pegar o fio da meada*

e ai tu acaba cometendo algum erro (...) e isso é muito ruim né.”

professora B: “Fica pior até do que não ensinar, ficar na dúvida. É melhor ensinar o que se tem certeza.”

professora A: “A fração dá um certo temor quando começa a parte de calcular ela.”

professora F: “Quando eu fiquei sabendo que eu iria pegar o quinto ano, o que eu me apavorei foi as frações.(sic)”

Esta discussão tornou transparente as dificuldades enfrentadas pelo pequeno grupo de professoras, no assunto “frações”. Neste momento comecei então a questionar minha intenção de colocar o material didático HQ/Vídeo em uso na sala de aula, logo após o trabalho na oficina.

Prosseguimos com a discussão, direcionada pelas demais perguntas colocadas no questionário. Sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado de frações, disse a professora A:

“Quando sai da representação [imagens e formas] e inicia cálculos, então é que iniciam as dificuldades dos alunos. Muitas vezes abstrair a ideia é mais difícil.(sic)”

Vale aqui observar que a discussão registrada acima indica que tal dificuldade não é exclusiva dos alunos.

Quanto ao livro didático, as manifestações do grupo foram de insatisfação:

professora D: “A nível de 5º ano acho [os que vi] eles infantilizados demais, não representam o dia-a-dia de alunos [a realidade].”

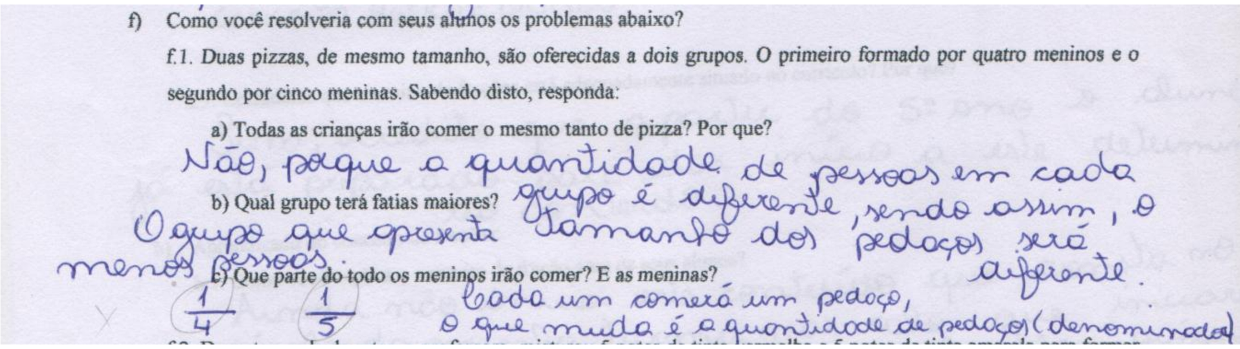
professora A: “Os livros apresentam boas atividades para aplicar em aula porém carece de exercícios básicos para o início do uso das frações.”

> *professora B: “Os alunos não entendem a linguagem dos livros, sem a intervenção do professor.”*

Nenhuma das participantes apresentou resposta para a questão “há algum título, ou autor, que você destacaria como uma abordagem mais adequada à sala de aula?”. As respostas não permitiram identificar o que as professoras desejariam ver nos livros didáticos.

Agora passo à análise dos exercícios que tratavam de conteúdos específicos de fração; neles foi solicitado que falassem sobre como os trabalhariam com seus alunos, em sala de aula. De imediato chamou a atenção o fato de que boa parte do grupo se posicionou como aluno ao responder às questões colocadas; não trataram da abordagem que fariam com seus alunos e simplesmente resolveram as questões.

O primeiro exercício tratava sobre a noção de “quanto mais fatias, menor será seu tamanho”. Na resolução, as professoras mostraram as mesmas dificuldades apresentadas na resolução da situação das barras de chocolate, analisada acima. Mas manifestaram clara percepção de que quanto mais pessoas, menores as fatias. A figura 37 reproduz a solução de uma das professoras:


f) Como você resolveria com seus alunos os problemas abaixo?

f.1. Duas pizzas, de mesmo tamanho, são oferecidas a dois grupos. O primeiro formado por quatro meninos e o segundo por cinco meninas. Sabendo disto, responda:

a) Todas as crianças irão comer o mesmo tanto de pizza? Por que?

Não, porque a quantidade de pessoas em cada grupo é diferente, sendo assim, o tamanho dos pedaços será diferente.

b) Qual grupo terá fatias maiores?

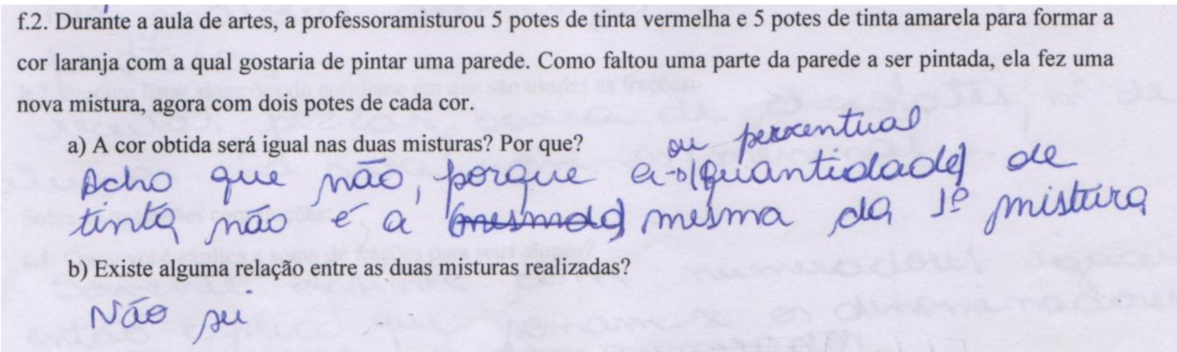
O grupo que apresenta menos pessoas.

c) Que parte do todo os meninos irão comer? E as meninas?

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ Cada um comerá um pedaço, o que muda é a quantidade de pedaços (denominador)

Figura 37: resolução do exercício f.1

O segundo exercício, voltado para frações equivalentes, foi resolvido de forma satisfatória. Apenas uma das participantes não concluiu que, mantendo-se a proporção da mistura de duas tintas, a cor final seria a mesma. Claramente confundiu quantidade com proporção, conforme a figura 38:



f.2. Durante a aula de artes, a professoramisturou 5 potes de tinta vermelha e 5 potes de tinta amarela para formar a cor laranja com a qual gostaria de pintar uma parede. Como faltou uma parte da parede a ser pintada, ela fez uma nova mistura, agora com dois potes de cada cor.

a) A cor obtida será igual nas duas misturas? Por que?

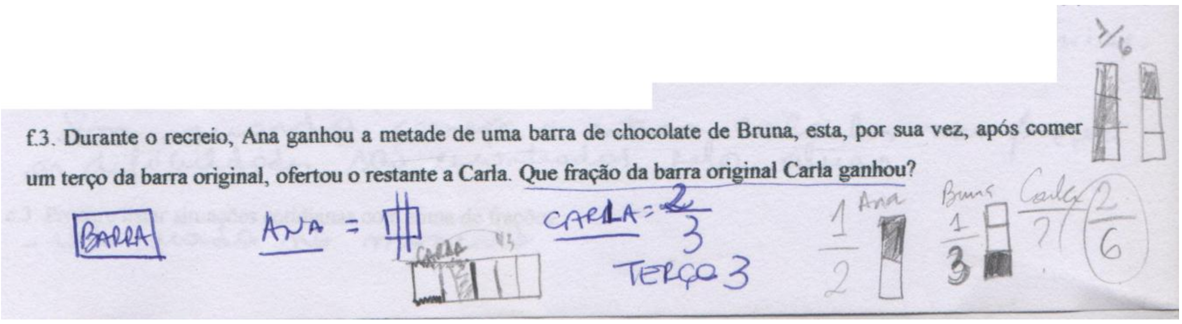
Acho que não, porque a quantidade ou percentual de tinta não é a ~~mesma~~ mesma da 1º mistura

b) Existe alguma relação entre as duas misturas realizadas?

Não sei

Figura 38: resolução do exercício f.2

O último exercício – que tratava da noção de fração de uma fração – quando debatido ao final do encontro, mostrou que parte da conversa anterior propiciou que algumas das professoras participantes pudessem formular uma resposta adequada para a situação proposta, conforme a figura 39 .



f.3. Durante o recreio, Ana ganhou a metade de uma barra de chocolate de Bruna, esta, por sua vez, após comer um terço da barra original, ofertou o restante a Carla. Que fração da barra original Carla ganhou?

Figura 39: resolução do exercício f.3

Percebe-se que a professora utilizou uma representação gráfica para representar a situação inicial e, partindo desta, procurou realizar uma divisão posterior que permitisse identificar a resposta. Durante a discussão em grupo, chamou atenção a manifestação de uma das professoras que não respondeu a atividade quando realizada individualmente:

> *professora A: "... vai ter de dividir a metade que ela ganhou, e aí vai dar sextos!"*

Esta afirmação permite perceber que a discussão na situação das barras de chocolate trouxe benefício para as professoras/alunas. Neste momento, foi com maior segurança que compartilharam suas conjecturas, o que propiciou uma troca de informações no grupo sobre os diversos modos de representar o mesmo problema. Diria que esta atitude, ao final do primeiro encontro, mostrou um ganho pedagógico para as professoras. Isto, junto com as minhas impressões ao longo da discussão sobre a soma $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ da barra de chocolate, me fez reconsiderar o rumo a ser dado à minha proposta inicial. Decidi então que a oficina seria um momento não só de avaliação do material produzido, mas, sobretudo, de discussão, das professoras, sobre suas dificuldades no conteúdo "frações". Assim, os demais encontros se transformaram em espaços de discussão, e as informações neles colhidas me ajudaram a fazer a reconstrução do material, de forma a torná-lo mais adequado para uso em sala de aula.

Agora passo ao relato dos três outros encontros da oficina e também faço uma análise das resoluções apresentadas pelas professoras para a sequência de atividades. Nos encontros aconteceram muitas discussões; vou fazer transcrições de momentos que mostram as dificuldades e dúvidas que foram se apresentando para o pequeno grupo. É esta experiência que me trouxe os subsídios para repensar o material que já havia sido produzido, de forma a torná-lo mais adequado para o uso com alunos de 5º ano.

5.2 O segundo encontro

O segundo encontro iniciou com a apresentação do vídeo "Frações", ao qual se seguiu uma breve conversa. O vídeo, abordando os conceitos básicos, foi bem recebido pelo grupo de professoras e disse uma delas:

> *"gostei muito, pois é uma das formas que os alunos prendem mais a sua atenção e aprendem a matemática de maneira divertida."*

Figura 40: grupo discutindo a resolução das atividades (reprodução do vídeo da oficina 2)

Depois deste primeiro momento, veio a leitura da correspondente história em quadrinhos, essencialmente com as mesmas ideias do vídeo. E então o grupo começou a trabalhar na sequência de atividades.

Os exercícios propostos visavam às ideias básicas envolvidas no estudo de fração, com o significado parte-todo. O primeiro exercício visava exclusivamente tornar clara a ideia de fatias idênticas. Não houve dificuldades na resolução. A figura 41 apresenta resolução que reflete o desempenho de todo o grupo. Destaco que, nenhuma das professoras, apresentou frações diferentes de $\frac{1}{2}$ na resolução.

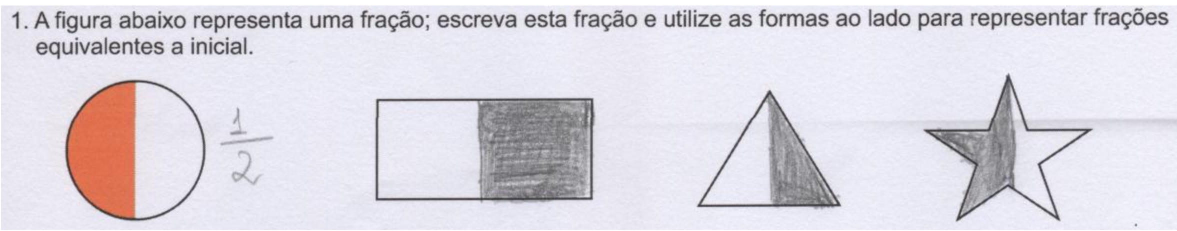


Figura 41: resolução da atividade 1

A segunda atividade, tratando de equivalências de frações, trouxe à tona, mais uma vez, as dificuldades de algumas das professoras. Neste ponto é importante destacar algumas das estratégias de resolução apresentadas.

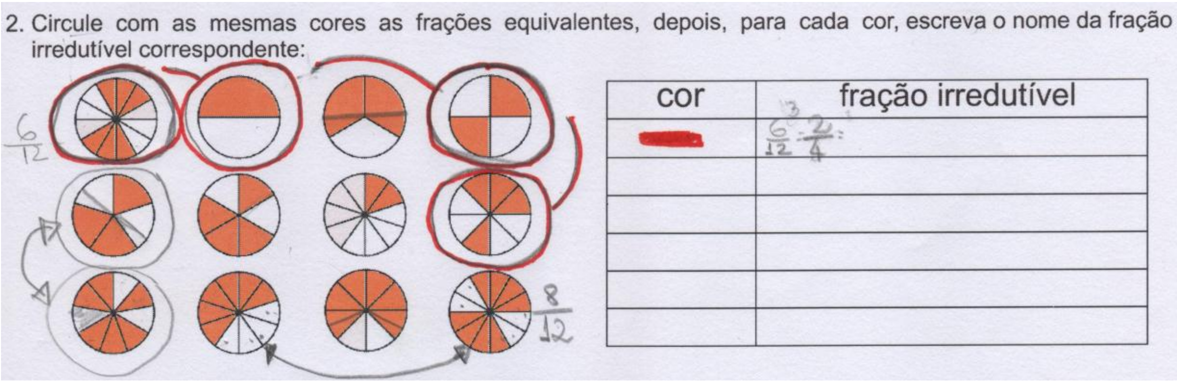


Figura 42: uma resolução para a atividade 2

Na figura 42, nota-se que a professora identificou, sem dificuldades, as diferentes representações das frações equivalentes a $\frac{1}{2}$; entretanto, mesmo para estas, não preencheu o quadro de equivalências. A professora indica com seta, que há relação entre as figuras correspondentes às frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{9}$ (frações marcadas com círculos desenhados com lápis) No desenho a lápis, feito na figura correspondente à fração $\frac{3}{5}$, percebe-se uma tentativa de encontrar "duas metades" para compor a fatia também assinalada com lápis na figura da fração $\frac{6}{9}$; estes desenhos sugerem que cada fatia colorida da figura correspondente à fração $\frac{3}{5}$ pode ser colocada em relação com duas fatias coloridas da figura correspondente a fração $\frac{6}{9}$. Parece-me que a professora está analisando as figuras, essencialmente, sob o ponto de vista da aparência visual, ou seja, ela não está considerando o conceito de fração para fazer a associação entre as figuras. Nas duas outras figuras com indicação de associação, correspondentes as frações $\frac{6}{10}$ e $\frac{8}{12}$, também identifico o mesmo tipo de associação visual. Diria que, a não indicação das frações irredutíveis equivalentes no quadro, sugere falta de segurança quanto as associações feitas nos círculos coloridos.

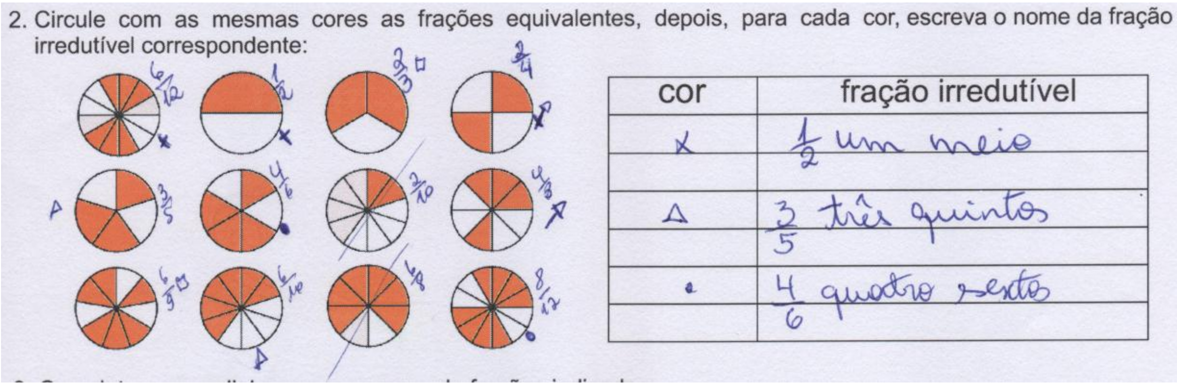


Figura 43: dificuldades na resolução da atividade 2

A figura 43 apresenta a resolução de outra professora. Ao usar símbolos para identificar "famílias" de equivalência percebe-se que a fração $\frac{2}{4}$ foi associada a duas "famílias distintas", o que sugere que a professora não associou a fração $\frac{4}{8}$ a sua equivalente irredutível $\frac{1}{2}$.

Apenas uma das professoras resolveu o exercício conforme esperado, ainda que com algumas incorreções, conforme ilustra a figura 44. No geral, o agrupamento de figuras é pertinente e a indicação da fração irredutível correspondente é correta; observa-se uma incorreção no agrupamento correspondente a fração $\frac{6}{10}$.

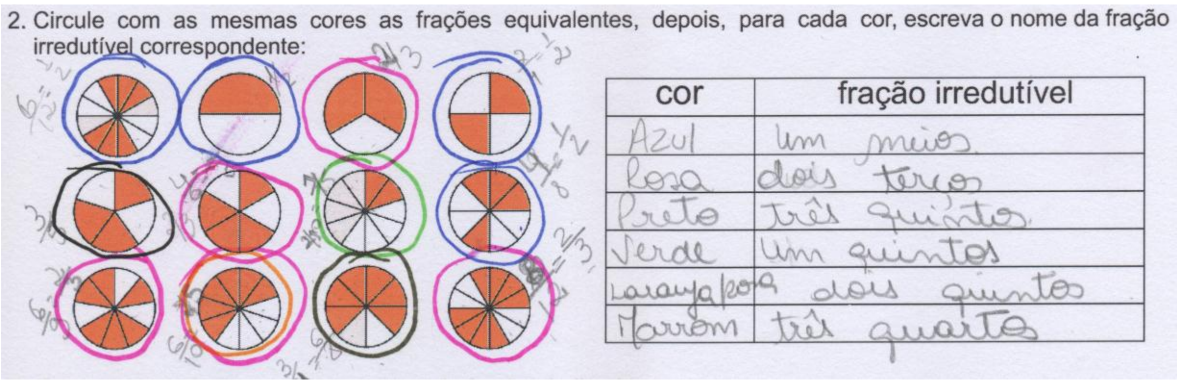


Figura 44: resolução da atividade 2

Na discussão de grupo, ficou entendido que, com a simplificação das frações, através de divisão do numerador e do denominador por um mesmo número, chega-se à fração irredutível equivalente. Durante a conversa, uma pergunta que me chamou a atenção foi:

> *professora B "Não quer dizer que se ela tiver um divisor ela seja irredutível então?"*

É uma questão simples, mas que mostra uma dificuldade apresentada também por alunos mesmo do ensino médio. Para abordar a situação, utilizei, como exemplo, a fração $\frac{14}{15}$, individualmente, os números 14 e 15, possuem quatro divisores, mas não há um divisor comum entre eles, portanto a fração é irredutível.

A terceira atividade, na forma de palavras-cruzadas, exige saber ler as frações em linguagem corrente (por ex. dois quintos ou três quartos) e foi concluída com sucesso, sem maiores dificuldades.

Na sequência, as professoras trabalharam na atividade que solicitava que fossem formados pares de frações equivalentes com os círculos previamente divididos. Embora simples, a atividade exigia atenção, pois um dos discos – dividido em seis fatias – poderia ser associado a três outros. Para obter êxito na formação dos três pares de equivalência solicitados, obrigatoriamente o disco dividido em sextos deveria ser associado ao dividido em terços. A figura 45 mostra a tentativa da professora/aluna em identificar frações que permitissem identificar as equivalências. Mais uma vez fica nítida a fração $\frac{1}{2}$, permitindo supor que a voluntária sente-se confortável apenas com a representação da metade do inteiro uma vez que, os discos divididos em três e cinco fatias, não sofreram marcações, tendo a professora/aluna se limitado a identificar o número de fatias de ambos.

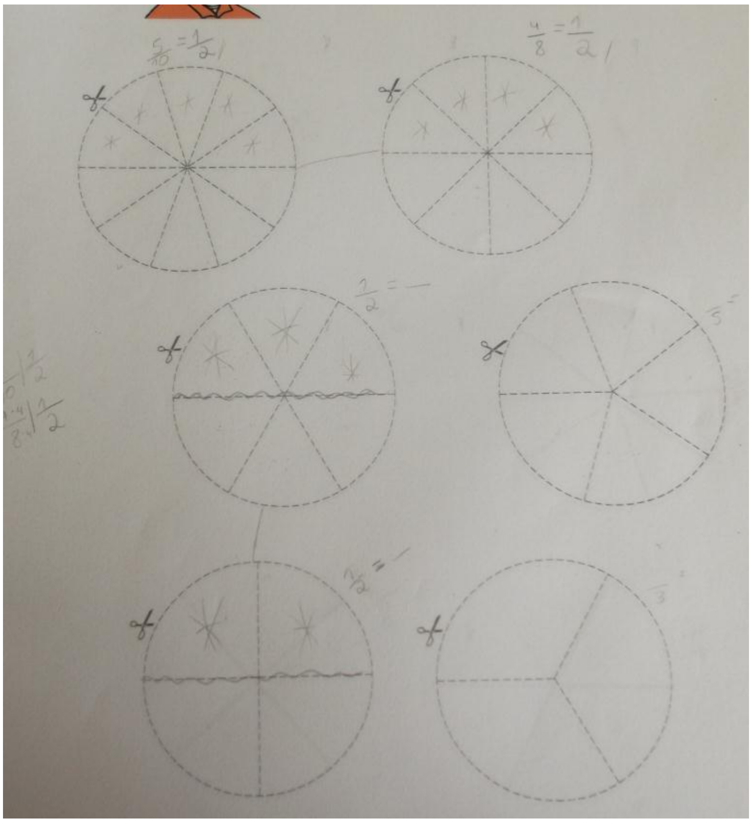


Figura 45: dificuldades em montar os pares de frações

A resolução deste exercício originou, no debate em grande grupo, considerações sobre a dificuldade que os alunos teriam na sua resolução, pois, segundo as professoras, eles não teriam a percepção inicial de testar possibilidades, partindo diretamente para o “pintar e recortar”. Isto resultaria em falta das correspondências, aos pares, solicitadas e, consequentemente, se apresentaria a impossibilidade de resolver a atividade conforme solicitado no seu enunciado. Estas considerações das professoras apontaram para um aspecto que não havia percebido durante a elaboração da sequência de atividades.

5.3 O terceiro encontro

O terceiro encontro iniciou com a discussão de exercícios da OBMEP, que faziam parte da sequência de atividades, ainda relativa ao primeiro vídeo. A resolução estendeu-se por um período maior que o planejado, pois as professoras apresentaram muita curiosidade e interesse. As duas primeiras atividades foram consideradas fáceis, e foram resolvidas através de contagem. A figura 46 retrata a resolução de uma das professoras:

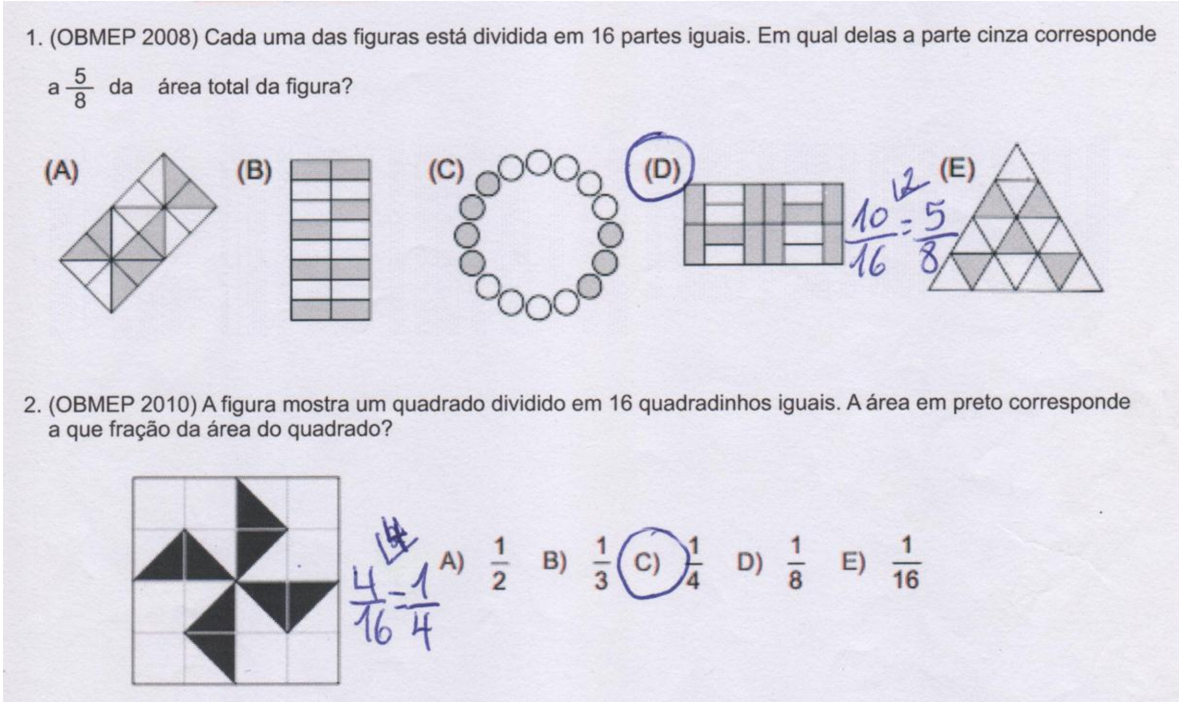


Figura 46: resolução exercícios OBMEP

A outra questão proposta, extraída da OBMEP 2007, trazia alguns conceitos que não são trabalhados nas séries iniciais, como o cálculo de áreas. A questão solicitava a fração correspondente à região sombreada da figura, e foi respondida de formas diversas. A professora F relatou:

> *"Eu dividi e deu vinte e dois (figura 47) e aqui tem quatro, aí eu fiz a regrinha aquela de três (...) deu vinte e oito e, como tinha vinte e oito, eu marquei!"*

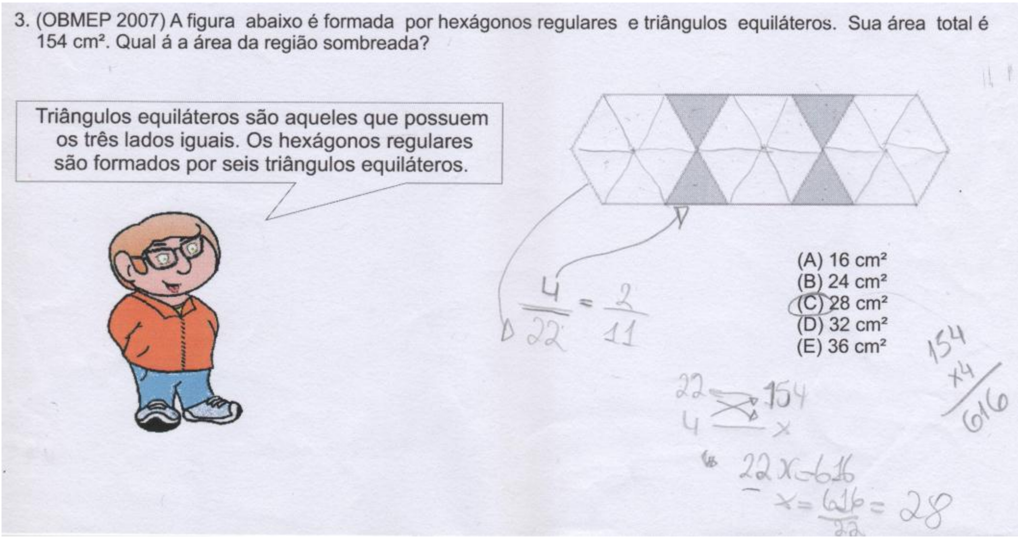


Figura 47: utilização da regra de três na resolução pela professora F

A frase "como tinha vinte e oito, eu marquei" reflete uma insegurança por parte da professora; embora tendo chegado à resposta de uma maneira correta, na sua manifestação não há muita convicção.

Já a professora *E* usou um método mais rápido e mostrou-se convicta de sua resposta:

> *"Eu dividi cento e cinquenta e quatro por vinte e dois, deu sete, ai fiz vezes quatro: vinte e oito!"*

Um ponto que não fica claro é se, caso não fosse informado que os hexágonos podem ser decompostos em triângulos equiláteros, as professoras chegariam às subdivisões da figura.

No segundo momento do terceiro encontro iniciou-se o trabalho com soma de frações. As professoras assistiram ao vídeo que tratava, inicialmente, da soma de frações com mesmo denominador e, depois, com denominadores diferentes. Nesta última soma não foi usado o procedimento do menor múltiplo comum (MMC). A situação apresentada no vídeo transforma as frações em outras equivalentes de mesmo denominador. Assim como no segundo encontro, o material HQ/Vídeo foi bem recebido pelas professoras. Elas se mostraram interessadas na forma de resolução. No vídeo, tem-se uma sucessão de frações equivalentes e os correspondentes "cortes na pizza", uma apresentação que prepara para o procedimento do MMC. As professoras comentaram que, normalmente, o procedimento do MMC é apresentado sem que se saiba a razão de fazê-lo.

Após os comentários sobre o vídeo, iniciamos o trabalho com a sequência de atividades. A proposta da atividade inicial é somar frações usando equivalências: foram distribuídas duas folhas, a primeira contendo vinte círculos previamente decompostos e a segunda propondo quatro somas. As figuras 48 e 49 reproduzem parte da atividade.

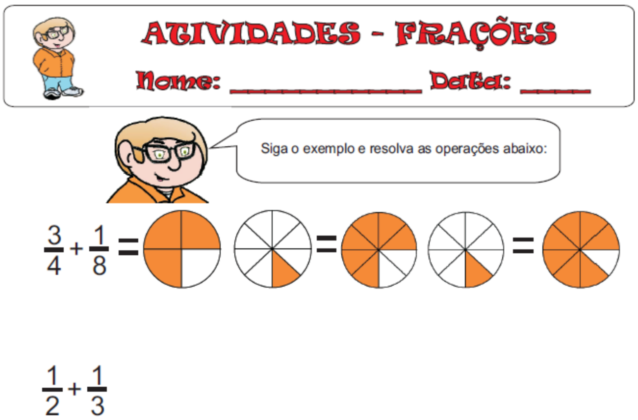


Figura 48: Atividade do terceiro encontro[19]

Seguindo o exemplo apresentado e usando uma coleção de círculos, previamente divididos, conforme ilustra a figura 49, o objetivo era recortar, pintar e representar com os círculos as diferentes somas propostas.

[19] Ao analisar o material posteriormente, ficou claro o uso equivocado do sinal de igualdade no exemplo.

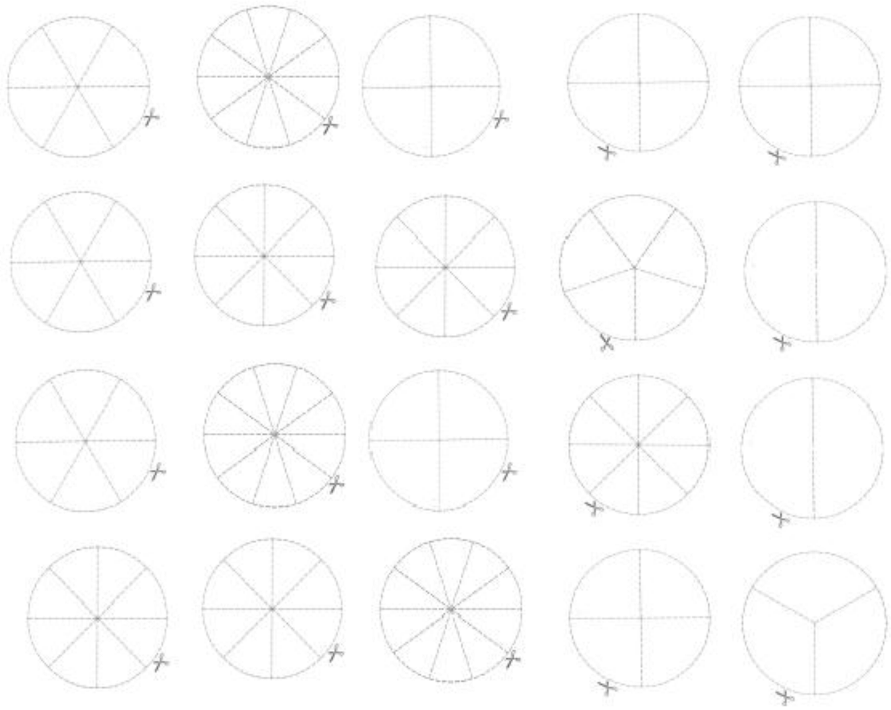


Figura 49: material para resolução da aividade do terceiro encontro

O “quebra cabeça” propiciou que as professoras/alunas tivessem uma atividade bastante integradora. Devido ao diminuto número de participantes, todas resolveram trabalhar em conjunto. De modo geral, conseguiram seguir o exemplo. Entretanto, o último exercício, a saber, $\frac{2}{8}+\frac{1}{2}$, gerou muitas dúvidas e discussões, pois seria necessário utilizar equivalências para que todas as “peças” fossem utilizadas.

Não foi dito às professoras que os círculos tinham predeterminados os seus usos; o objetivo era verificar que estratégia seria utilizada na resolução da última operação, onde seria necessária a busca de uma equivalência para a fração $\frac{2}{8}$ antes de iniciar o processo de resolução. De modo geral, as participantes resolveram rapidamente as primeiras operações. A professora E, que utilizou uma folha para escrever as equivalências antes de recortar e pintar (figura 50) foi a primeira a desvendar o mistério. Suas palavras indicam a percepção de que é preciso antecipar o modo de utilizar os círculos:

> *“Mas tem uma pegadinha aqui ó! Se eu for usar este não vai ter bolinha (...) essa vai ser um quarto então, por isso que eu disse*

que dá pra usar a de um quarto no lugar da de oito, não tem a de oito!"

Figura 50: escrita em busca da resolução

Com os círculos separados para representar as equivalências, as voluntárias passaram a expressar suas respostas na folha de papel. Destaco duas das resoluções: na primeira, figura 51, a professora F, mesmo utilizando-se de uma única cor, teve a preocupação de destacar as fatias para deixar claro o processo de adição de frações; já a professora A, figura 52, usou várias cores, mas não teve tanta preocupação no registro do processo e adição, limitando-se a encontrar uma resposta.

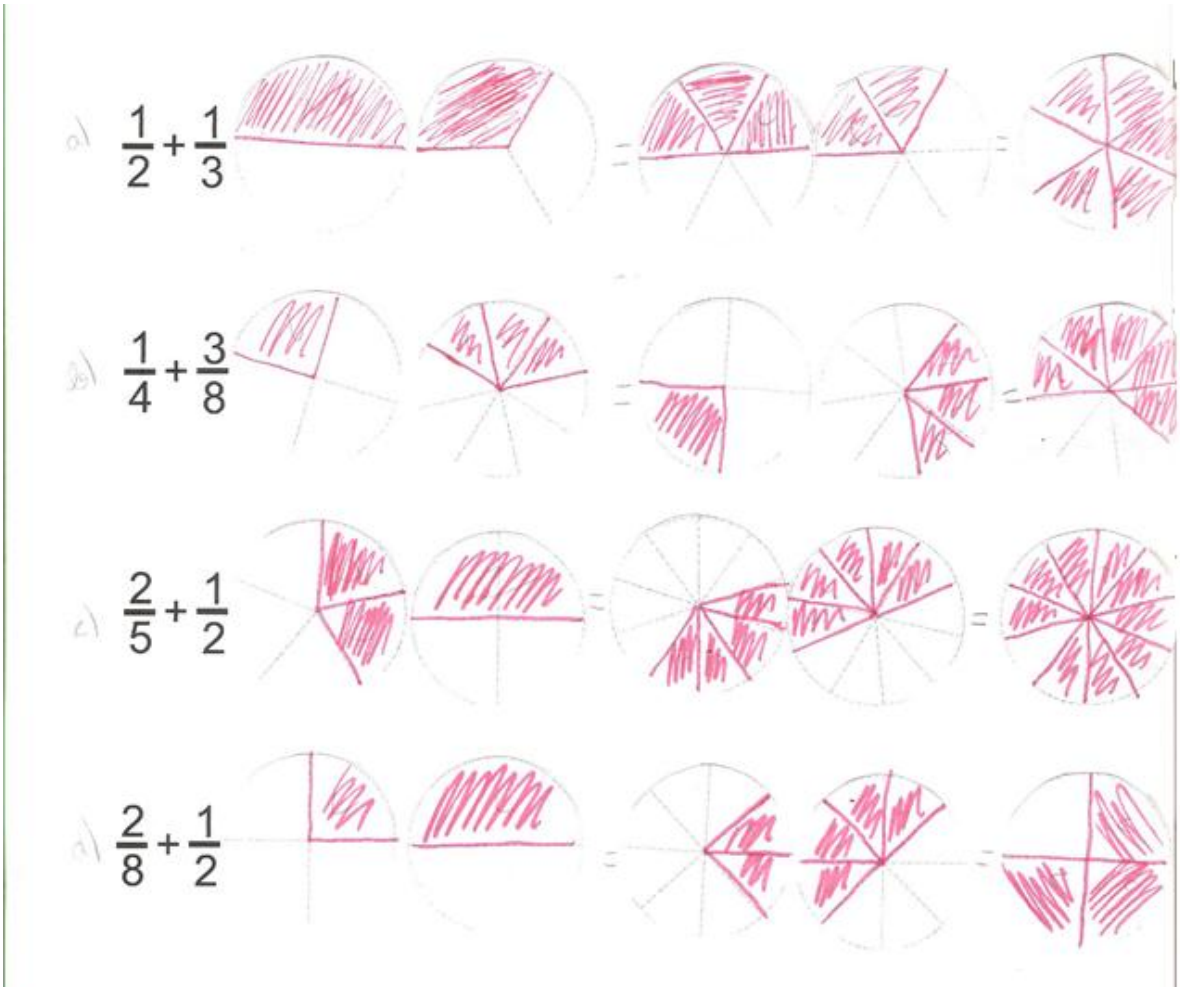


Figura 51: resolução da professora F

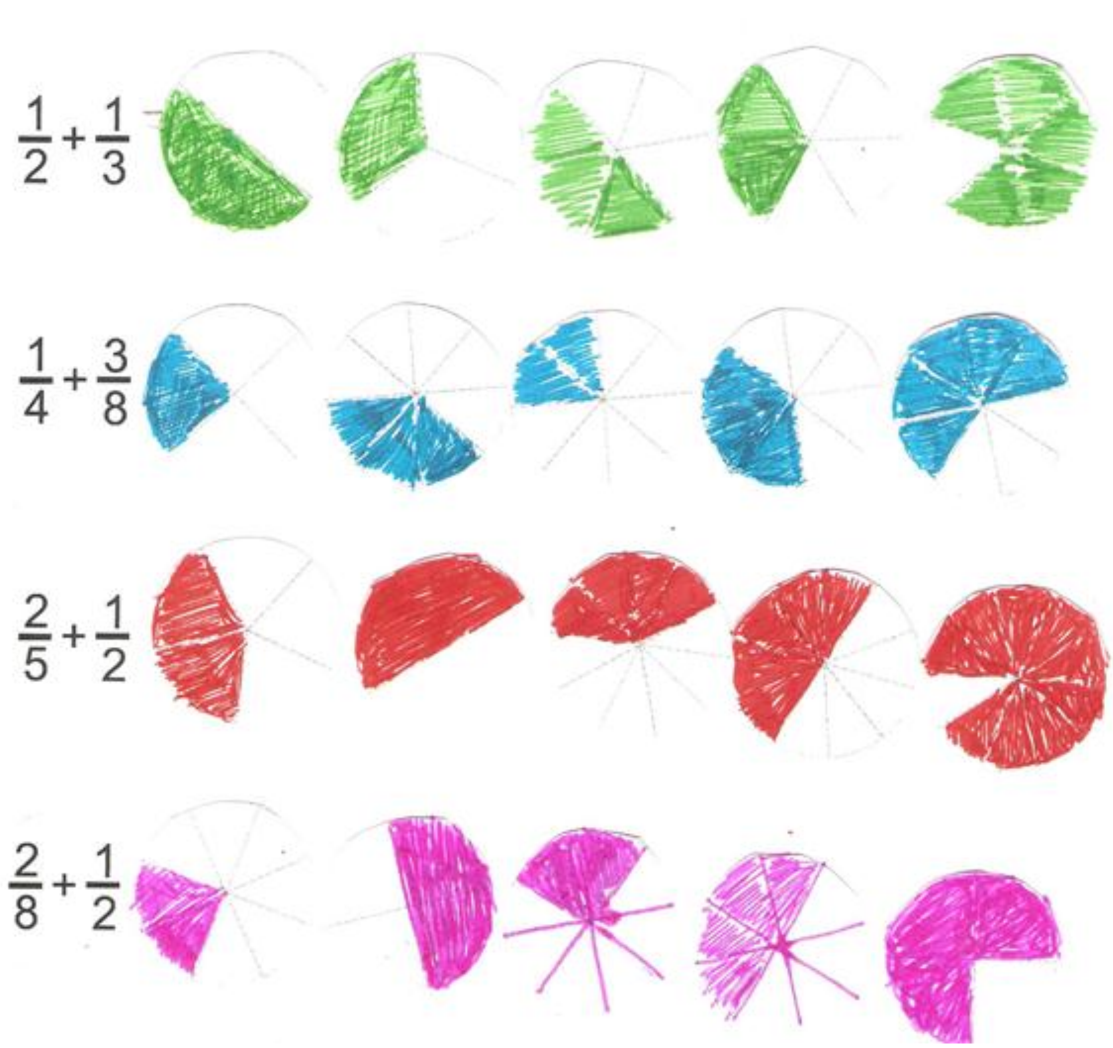


Figura 52: resolução da professora A

O terceiro encontro desenvolveu-se dentro do esperado, as dificuldades enfrentadas pelas professoras, mantiveram o mesmo padrão dos encontros anteriores. O lado positivo é a segurança que elas demonstraram em buscar estratégias de solução, algo que não se apresentava nos encontros anteriores.

- **O quarto encontro**

O último encontro desenvolveu-se conforme o planejado, embora tendo a participação de apenas duas professoras. O vídeo assistido tratava, na primeira parte, de números primos e noções de fatoração e na segunda, do procedimento de soma de frações através de MMC.

As professoras gostaram do material; uma delas falou que não sabia sobre o “crivo de Eratóstenes” e sobre isto sua manifestação foi: *“(...) Eu achei interessante o desenho animado, porque daí eles conseguem ter uma ideia da construção. (professora A)”.*

Depois do vídeo, retomamos a questão da fatoração de números inteiros e trouxe para discussão a fatoração do número 54. Realizei as divisões seguindo a “regra” que se usa na escola - iniciar pelo menor divisor e mantê-lo, até que não seja possível a divisão exata, para só após trocar de divisor. Feito isto, indaguei se haveria outra forma de efetuar a fatoração. Após alguns instantes de hesitação, a professora A falou, sem muita convicção *“Eu acho que dá, acho que pode sim.”*

Essa hesitação sugere que as divisões sucessivas não são percebidas, inversamente, como uma multiplicação que gera o número que está sendo fatorado. Vejo que o não entendimento desta propriedade – diretamente associada à decorada frase “a ordem dos fatores não altera o produto” - que tanto encontro nos meus alunos de 5ª série, também se apresenta para os professores.

O segundo momento do encontro teve rodadas do “bingo da fatoração”, a atividade foi facilmente compreendida e desenvolveu-se de forma tranquila. As participantes consideraram que os alunos veriam a atividade como uma brincadeira e, por consequência, divertir-se-iam fazendo os exercícios.

O fechamento das atividades ocorreu com os trabalhos referentes à soma envolvendo denominadores diferentes e o uso do algoritmo do menor múltiplo comum. Durante a resolução das atividades propostas, tornou-se evidente a dificuldade da professora A quanto às noções necessárias para a resolução de problemas. A atividade 1 (figura 53) apresenta um problema que pode ser resolvido através de uma soma inicial entre duas frações e, posteriormente, uma subtração do resultado obtido da unidade, representando o trajeto total.

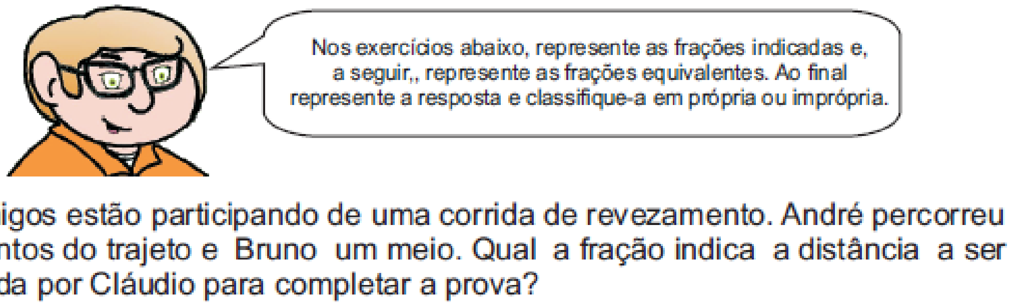


Figura 53: exercício do quarto encontro

A professora chegou facilmente ao resultado esperado para a primeira parte da resolução. Entretanto, ao interpretar os $\frac{9}{10}$ obtidos, mostrou-se bastante confusa pois, ao mesmo tempo que tinha a percepção de que representava o trajeto percorrido pelos dois meninos, não conseguia elaborar uma alternativa para encontrar a resposta final. Isso é expresso pela própria professora ao dizer:

> *"(...) mas é $\frac{2}{5}$ de um e $\frac{1}{2}$ de outro, daí eu usei os dois pra fazer, ai veio um resultado. Daí do resultado eu não consigo fazer uma... compreensão."*

A figura 54 reproduz a resolução gráfica que a professora empregou até este momento.

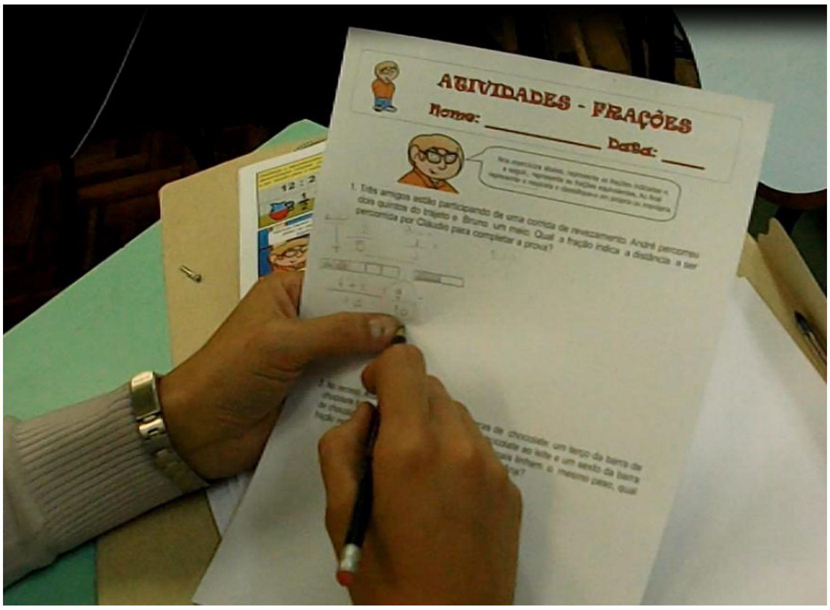


Figura 54: solução gráfica e dúvidas na resposta final

No vídeo que registra este momento, sente-se nos gestos e na voz da professora a hesitação para avançar na resolução do problema. A transcrição que segue é deste momento, mas nela perde-se boa parte do que foi vivenciado neste momento:

> *S: Os nove décimos são o total da prova?*
>
> *professora A: Não, não é o total porque é dois quintos e um meio.*
>
> *S: Isso aqui é o que eles já percorreram. Esses dois percorreram nove décimos da prova.*
>
> *professora A: É! Os dois.*
>
> *S: O que falta pro Cláudio correr? O percurso tem de ser...*
>
> *professora A: Completo né? Pra fechar no caso associar com o inteiro, ele ficar com uma fração inteira, que eu penso né, faltaria um décimo? Um décimo pro Cláudio alcançar daí, daí que daria a fração inteira.*
>
> *S: Exato!*
>
> *professora A: Então tá!*

A dificuldade de interpretação apresentada pela professora/aluna não é diferente daquelas que encontramos nos alunos**.** No inicio da resolução, ela usou conceito trabalhado anteriormente – a soma de frações – e resolveu sem dificuldades. Já na necessária a interpretação para prosseguir com a resolução, a insegurança conceitual se apresenta.

A atividade 2 assemelha-se com exercícios feitos durante os encontros anteriores, sua resolução (no que diz respeito à soma das frações) não apresentou problemas, as professoras chegaram rapidamente aos $\frac{15}{12}$. A figura 55 retrata a resolução da professora A

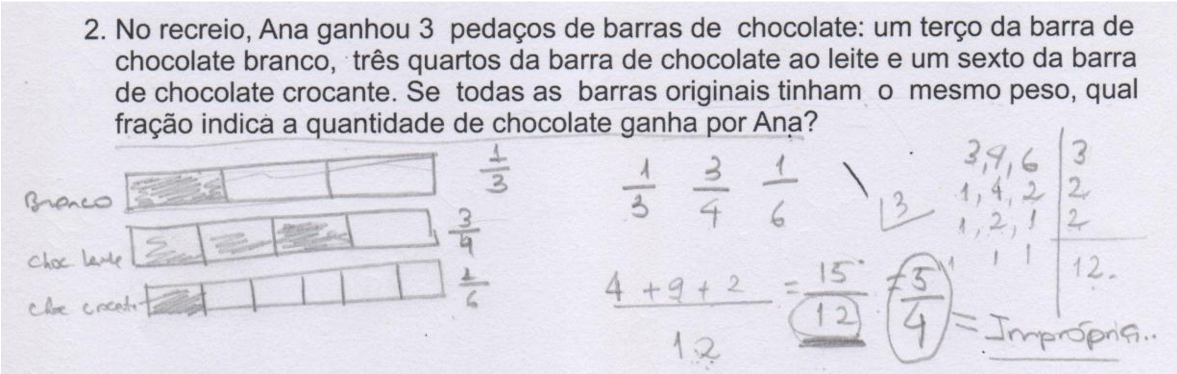


Figura 55: uma resolução completa

Nesta atividade os cálculos foram feitos sem maiores dificuldades; no entanto a interpretação do resultado não foi imediata. O diálogo com a professora A evidencia isto:

> *professora A: Pra mim sempre o total da fração fica no denominador. Eu tô errada quando eu penso assim?*
>
> *S.: O total de fatias ficam no denominador.*
>
> *professora A: No denominador, sempre embaixo né? Daí quando ocorre no caso assim de consumo que eu sei que aqui[20] é o total. Isso aqui para mim foi o consumo, não foi?*
>
> *S: Foi o que ela ganhou.*
>
> *professora A: Tá mas isso aqui não é o total das barras, total dos chocolates? Esse aqui?*
>
> *S: Não, esse é o total de UMA barra.*
>
> *professora A: Hum... uma barra é esse valor.*

Ao identificar que 12 fatias compõem a unidade, ficou claro para a professora que as 15 fatias, obtidas como resultado da adição, indicam que a menina ganhou mais do que uma barra de chocolate.

Refletindo sobre o que aconteceu ao longo dos quatro encontros programados para a oficina, posso dizer que neles aconteceram momentos de muita aprendizagem para todos nós. Percebi que as dificuldades identificadas nos alunos

---

[20] Neste momento a professora apontava para o denominador da fração $\frac{15}{12}$ obtida como solução.

que recebia na 5ª série poderiam não ser fruto exclusivo de falta de estudo ou de comprometimento deles, mas também das dificuldades e hesitações que se apresentaram para as professoras. Se de início imaginei que teria o olhar crítico das professoras na avaliação dos vídeos e histórias em quadrinhos, o desenrolar da oficina revelou professoras no papel de aprendizes. Nas diferentes situações vividas na oficina, as mais significativas transcritas e analisadas neste capitulo, me mostraram que o material produzido não chegou a se apresentar adequado para que as professoras melhor entendessem o conteúdo sobre frações. Elas gostaram do material. Mas vejo que ele não cumpriu o que havia sido pretendido, enquanto material didático. E, assim, foi preciso repensá- lo.

6. A RECONSTRUÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

Terminada a oficina com as professoras, voltei a analisar os vídeos produzidos. Vi que modificações, no fluir das imagens e textos, precisavam ser feitas. Mas antes de iniciar o processo de reconstrução do material, convidei o grupo de professoras para um encontro em que falaríamos sobre suas impressões sobre os vídeos.

Dentre os quatro vídeos produzidos, um deles se destacou nas manifestações. As palavras da professora F expressam o sentimento do grupo:

> *"O vídeo dos números primos está ótimo; a melhor explicação. O vídeo "operando com frações", também gostei; só, talvez, incluiria um 'relembrando frações equivalentes', quando vem a fala '...para resolver, vamos montar uma tabela com frações equivalentes...'. Sobre e primeiro vídeo, "Frações", talvez eu dividiria em dois... deixaria o primeirão só com a introdução da introdução. Pensando nos meus alunos, acho que todas aquelas informações, em um só vídeo, acabaria confundindo um pouquinho. Mas é só a minha opinião....hehehe! Gostei das cores escolhidas; tons fortes com tons fracos. Chama a atenção da criança."*

O conjunto de HQ/vídeo, *Números Primos,* coincidentemente, ou não, é o menor de todos em duração. Sua linguagem direta e apoiada numa animação que demonstra, na prática, a construção do crivo de Eratóstenes, aponta claramente o caminho a ser seguido na reconstrução do material, visando adequá-lo à realidade das salas de aula. Para chegar ao produto final, fez-se necessário retomar cada um dos vídeos com um olhar bastante crítico, para posteriormente alterá-los. Esta análise, de forma resumida, está no quadro 6 a seguir:

Conjunto 1 – Frações
• *Duração longa demais* • *Exemplos baseados em frações de numerador 2* • *Muitas informações conceituais*
Conjunto 2 – Operações com Frações
• *Exemplos únicos para cada situação* • *Muitas informações conceituais* • *Citação a potenciação precipitada (não faz parte do currículo)*
Conjunto 4 – Somando Frações
• *Muitas informações conceituais* • *Excessivo uso da linguagem, pouca informação visual* • *Tipo de fração descontextualizado* • *Pouca ênfase para o resultado final*

Quadro 5: análise dos problemas detectados nos vídeos

Na reconstrução, foram analisados os roteiros originais, com a intenção de neles se corrigir as “falhas”. Isto fez com que os quatro conjuntos de HQ/vídeo originais tornassem-se cinco, reestruturados e modificados. A sequência de atividades se manteve a mesma, e se reorganizou de acordo com os cinco momentos de vídeos.

As cinco histórias em quadrinhos estão disponibilizadas em versão digital, no formato pdf, e em duas versões para impressão, no anexo HQ. Na impressão pode-se escolher ter-se o formato cinco “gibis” ou o formato um único “gibi”. Este último formato oferece um manuseio mais simples para o aluno, pois ele terá todas as histórias juntas, o que facilita a retomada de alguns dos conceitos quando necessário. A versão digital, em formato PDF, permite que o aluno acesse o material facilmente, em dispositivos eletrônicos.

A seguir apresentamos a coletânea final HQ/Vídeos, obtida deste processo de reconstrução do material.

6.1. Episódio 1 – Conhecendo as Frações

O primeiro conjunto HQ/Vídeo aborda o conceito de fração com o significado “parte-todo”. Inicia com a fração $\frac{1}{2}$; depois apresenta as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$. As cenas são no contexto de divisão de pizzas. A linguagem dos “quartos”, “quintos” … também é introduzida. Na nova versão o vídeo é mais curto, pois o conceito de equivalência de frações foi suprimido. Uma alteração apresentada foi a inclusão de um exemplo que mostra o uso errôneo da dupla contagem (figura 56); a necessidade de partes de mesma área foi, sutilmente, abordada através de uma pergunta do personagem, enquanto a noção de equivalência foi suprimida para ser trabalhada no segundo vídeo.

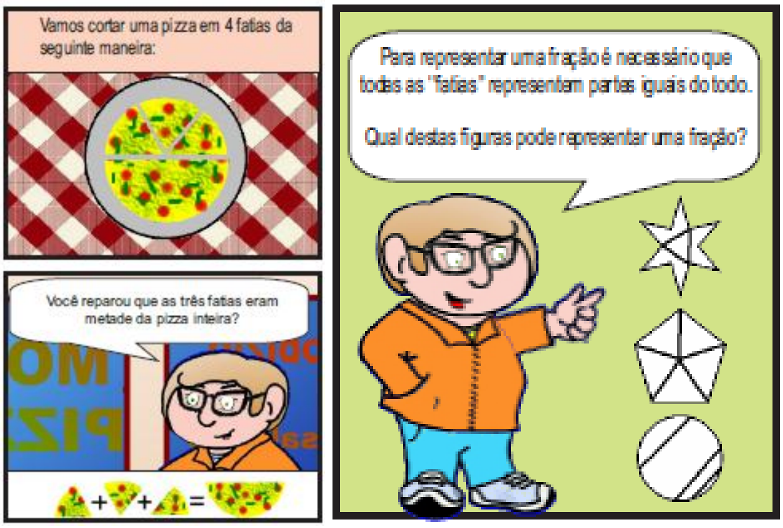


Figura 56: imagens de ‘Conhecendo as Frações’

6.2. Episódio 2 – Equivalência

A introdução do conceito de equivalência de frações é feita com o marcador angular de gasolina do tanque de um carro. Depois são apresentadas situações variadas de “cortes” em partes iguais de uma mesma porção colorida de um retângulo, de forma a ilustrar a equivalência das frações $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{2}$. Também são apresentadas as frações irredutíveis. Nas duas situações tirou-se maior proveito da linguagem visual, o que significou ter-se mais cenas e menos texto falado. E, como no primeiro vídeo, o “Sor” Sergio também coloca, em determinados momentos, perguntas provocativas (figura 57).

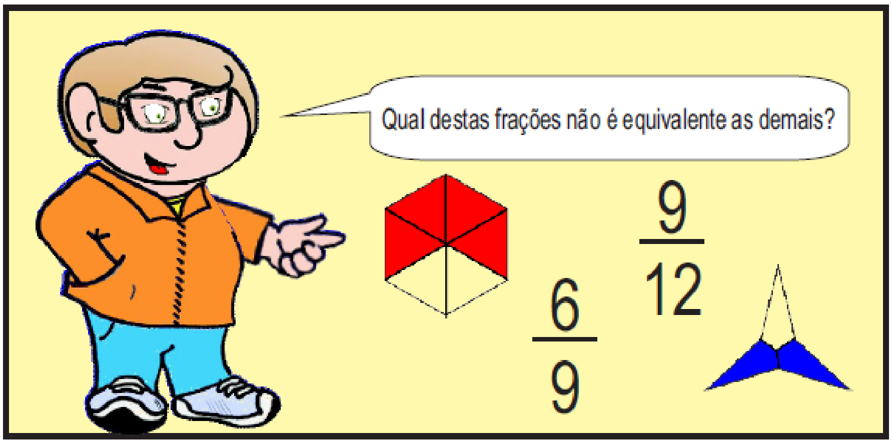


Figura 57: imagens de ‘Equivalência’

6.3. Episódio 3 – Somando Frações

O terceiro conjunto inicia com a soma de frações com denominadores iguais, fazendo divisão em “fatias” de polígonos regulares. As somas apresentadas são $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{7}+\frac{3}{7}$. Depois é lançado o desafio de somar $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ e aqui um trabalho com a imagem visual foi feito de forma a ilustrar as duas sequências de equivalências: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{6}{12}$ e $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\frac{5}{15}$ para então mostrar as diferentes frações que podem informar a mesma soma: $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$ ou $\frac{6}{12}+\frac{4}{12}$. Neste episódio a ênfase foi na soma de frações via frações equivalentes (figura 58). Os desafios do “Sor” Sergio se mantém como provocações aos alunos.

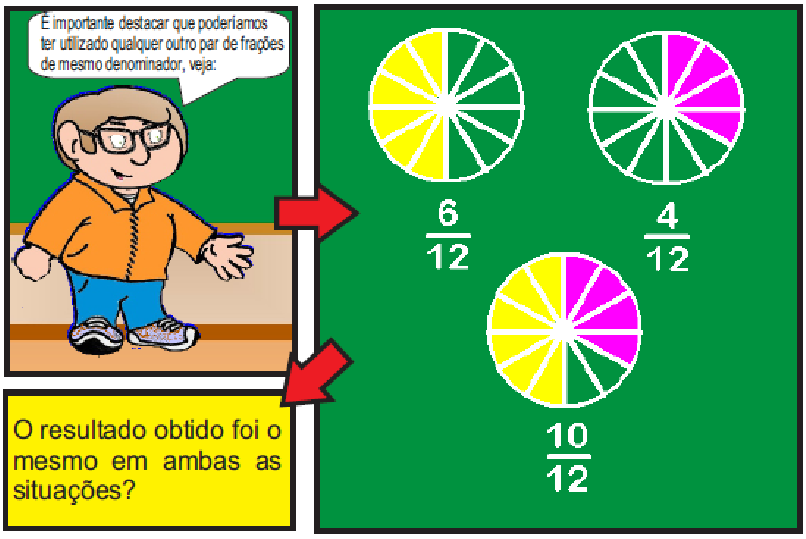


Figura 58: imagens de 'Somando Frações'

6.4. Episódio 4 – Os Números Primos

Tendo sido considerado pelas professoras/alunas como o vídeo de melhor solução na linguagem visual, pequenas foram as alterações feitas nele . Foram revisões no texto e, para seguir o padrão utilizado nos demais vídeos, o "Sor" Sergio também coloca desafios, reproduzidos na figura 59.

Figura 59: imagens de 'Os Números Primos'

6.5. Episódio 5 – Uma soma Diferente

A abordagem das somas envolvendo denominadores diferentes manteve a situação anteriormente desenvolvida. Foram acrescidos desafios ao leitor (figura 60) e reduzidas as falas, dando um enfoque mais visual. Estas alterações não afetam as atividades propostas anteriormente, ficando mantidas.

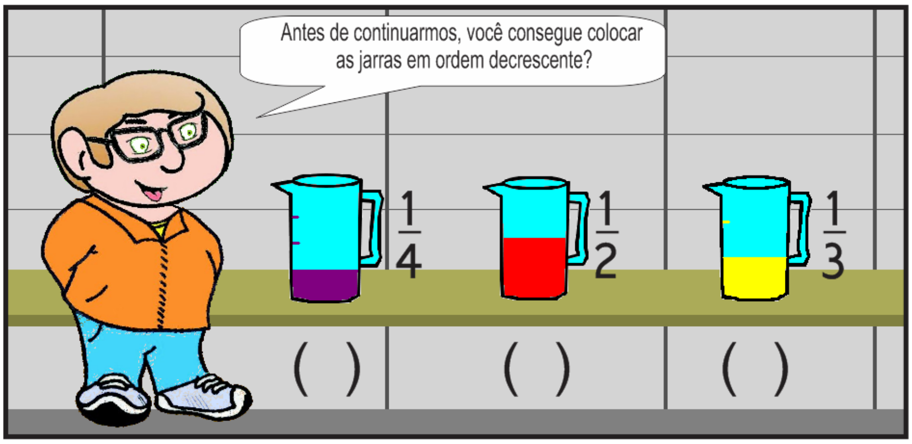


Figura 60: imagem de 'Uma Soma Diferente'

Este momento de reflexão, proporcionado pela experiência realizada, mostrou que o material não pode ser dado como acabado. É necessária uma constante revisão e atualização. Destaco a fundamental participação das professoras neste processo pois, através de suas dúvidas e sugestões, procurei adequar o material para que esteja de acordo com as ansiedades e necessidades atuais da etapa de ensino a que se destina.

Com o encerramento desta etapa do trabalho de produção, é hora de uma reflexão final sobre tudo que foi feito até aqui.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para determinar o tema de minha dissertação de mestrado, busquei nas minhas vivências de professor, de muitos anos, momentos que me parecessem reveladores de dificuldades dos alunos. Identifiquei um destes momentos como aquele de transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental e então fui atrás de dados, no universo de alunos da minha escola, que confirmassem a minha percepção. Estes dados foram apresentados no Capitulo 1. Lá vimos que a reprovação em Matemática tem um destaque em relação às demais disciplinas , quando comparada ao ano imediatamente anterior.

Foi então que pensei em conversar com as colegas dos anos iniciais para que estas me falassem sobre suas dúvidas, angústias e medos em relação ao ensino da matemática. Não posso dizer que as respostas foram inesperadas - o convívio na sala dos professores de certa forma já me antecipava o que seria dito. Nas respostas materializadas nos questionários, aflorou a insegurança das professoras quanto ao ensino de frações.

Também com a minha vivência, vendo o desempenho de meus alunos, já havia identificado o assunto “fração” como sendo uma fonte de dificuldades. Durante dez anos trabalhei com alunos de 5ª série, e os problemas repetiam-se ciclicamente, as dificuldades apresentadas num ano repetiam-se nos seguintes. Sempre considerei que estes problemas tinham origem nos anos iniciais de escolaridade, fosse pelo conteúdo ser pouco trabalhado ou, ainda, pela matemática ser considerada, informalmente, como algo difícil e que não são todos os alunos que a dominam. Foi com esta visão que o trabalho foi pensado. A opção pelo uso de vídeos e história em quadrinhos, baseada em minha experiência profissional, pareceu-me adequada e, então, tomei a decisão de produzir material didático neste formato. Queria um material que pudesse ajudar as professoras dos anos iniciais na introdução das primeiras noções sobre fração. Com meu tema definido, um scanner e um computador, passei a elaborar roteiros, a fazer desenhos, a digitalizá-los e compor animações; enfim, passei a produzir vídeos.

Pronto o material HQ/Vídeos e a sequência de atividades a serem realizadas, e com as leituras que fiz sobre os diferentes significados do conceito de fração e sobre o tratamento que é feito em alguns livros didáticos, parti confiante para executar meu projeto de avaliação do material em oficina com professores. O desenrolar desta história está documentado neste trabalho.

Os momentos de discussão e reflexão que aconteceram, durante a oficina com as professoras, foram de fundamental importância para a compreensão da forma que se dá a aprendizagem de frações. Isto me levou a reconstrução do material didático que se caracteriza como o produto de minha dissertação. Estou colocando à disposição dos professores de escola o seguinte produto :

– Uma coletânea de vídeos, consistindo de cinco episódios: ‘Conhecendo as Frações’, ‘Equivalência’, ‘Somando Frações’, ‘Números Primos’ e ‘Uma Soma Diferente’. Os vídeos estão disponíveis no repositório digital do programa.

– Uma coletânea de cinco histórias em quadrinhos, que acompanham os episódios de vídeo. As histórias em quadrinhos estão no anexo ‘HQ’.

– Uma sequência de atividades, organizada de forma a ser trabalhada pelos alunos após assistirem os episódios de vídeo. A sequência de atividades está no anexo ‘atividades dos encontros’.

Ao finalizar este meu período de mestrado, sinto-me gratificado pelas oportunidades, que me foram proporcionadas, para refletir sobre o ensino que praticamos na escola. Não só na escola pública, minha realidade, mas sobre a escola de forma mais ampla, seus agentes, seus saberes, seus medos. Em particular, vejo que não basta se ter um produto didático para auxiliar o professor. É preciso garantir que o produto seja utilizado de forma adequada e, para tanto, são necessárias oportunidades de formação continuada. Considero que a oficina que fiz com as professoras se transformou em um destes momentos.

Mas diria que o produto didático que estou disponibilizando não pode ser considerado como acabado. Certamente, é no seu uso que novos olhares e novas sugestões vão se apresentar. Nesta versão que disponibilizo, tive como parceiros de trabalho as professoras da rede municipal de Sapucaia do Sul. Elas muito me ajudaram no entendimento de que não basta a vontade e o entusiasmo para produzir um material didático de qualidade. Hoje vejo o quão importante e crucial é ouvir e entender o que nos dizem os professores, quando se pretende a produção de material que atenda às necessidades dos alunos. Foi isto que também procurei fazer nos diferentes momentos da oficina, em parte documentados nesta dissertação. Sou muito grato aos professores que me acolheram para que minha proposta de dissertação se concretizasse.

Por fim saliento a importância do intercâmbio da universidade com a escola básica, pois só através desta parceria nossas ideias podem chegar aos alunos das periferias e, deste modo, podemos contribuir na melhoraria da educação no Brasil. O Programa de Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, com a sua filosofia e princípios, vem propiciando este intercâmbio.

6. BIBLIOGRAFIA

AIDAR, M. M. *A AVENTURA DO SABER: MATEMÁTICA*, 5º ANO. São Paulo, Leya, 2011.

ANWAR, L. *SUPPORTING STUDENT´S THINKING IN ADDITION OF FRACTION FROM INFORMAL TO MORE FORMAL USING MEASURING CONTEXT.* International Seminar and the Fourth National Conference on Mathematics Education 2011, Department of mathematics Education, Yogyakarta State University. 21 a 23 de julho de 2011. Disponível em http://eprints.uny.ac.id/1863/, acesso em 11/08/2012.

ARAÚJO, I. A. *EDUCAÇÃO CONTINUADA NA ESCOLA: TRAÇOS, TRILHAS E RUMOS DA COORDENAÇÃO PEDAGÓGICA*. 232 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2000.

BELUCO, A. *EDUCAÇÃO MATEMÁTICA X MEIOS DE COMUNICAÇÃO: EXISTE MATEMÁTICA NOS CARTOONS?* Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática RS. Ano 8, No 3, Novembro 1998.

BEZERRA, F.J. B. *INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO FRACIONÁRIO E DE SUAS REPRESENTAÇÕES: UMA ABORDAGEM CRIATIVA PARA A SALA DE AULA.* 220 f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2001.

BOYER, C. *HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*. São Paulo, Edgar Blücher, 1974.

BRIZUELA, B. M. *DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO NA CRIANÇA: EXPLORANDO NOTAÇÕES*. Tradução Maria Adriana Veríssimo Veronese, Porto Alegre, Artmed, 2006.

CALAZANS, F. *HISTÓRIA EM QUADRINHOS NA ESCOLA*. São Paulo, Paulus, 2004.

CARRAHER, T. N., Carraher, D. W., Schliemann, A. D. *NA VIDA DEZ, NA ESCOLA ZERO*. 11ª edição, São Paulo, Cortez, 2001.

CHARALAMBOUS, C. Y, PITTA-PANTAZI, D. *DRAWING ON A THEORICAL MODEL TO STUDY STUDENT UNDERSTANDING OF FRACTIONS*. Educational Studies in Mathematics, v. 64, n. 3, p. 293-316, University of Michigan, School of Education: Springer Netherlands, 2007.

DANTE, L. R. *ÁPIS: MATEMÁTICA, 5º ANO. São Paulo, Ática, 2011.*

DIAS, E. M. A. *ARTICULAÇÃO ENTRE A FORMAÇÃO INICIAL NA PEDAGOGIA E A PRÁXIS PEDAGÓGICA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*. MAIO DE 2010. 278 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

DOMINGOS, C. L. *MATEMÁTICA ZERO – PADRÃO E FÓRMULA PARA OS NÚMEROS PRIMOS*. Porto alegre, Editora Alcance, 2007.

DUMONT, I. *ELEMENTOS DE ARITMÉTICA*. Rio de janeiro, Editora Paulo de Azevedo, 1937.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. *INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PERCURSOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS*. 3ª edição, Campinas, Autores Associados, 2009.

FUSARI, M. F. *O EDUCADOR E O DESENHO ANIMADO QUE A CRIANÇA VÊ NA TELEVISÃO*. São Paulo, Edições Loyola,, 1985.

GARCIA, J. *MATEMÁTICA, 5º ANO.* São Paulo, Escala Educacional, 2011.

GARDNER, M. *DIVERTIMENTOS MATEMÁTICOS*. 2ª edição, São Paulo, IBRASA, 1967.

KISTEMANN Jr, M. A. *O ERRO E A TAREFA AVALIATIVA EM MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM QUALITATIVA.* Revista Ensino de Ciências e Engenharia, volume 1, número 1, janeiro/junho de 2010. Disponível em http://www.latec.ufrj.br/revistas/index.php?journal=ensinodeciencias&page=article&op=view&path%5B%5D=13&path%5B%5D=119 , acesso em 03/12/2012.

LESSA, V. E. *A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE NÚMERO FRACIONÁRIO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O SIGNIFICADO MEDIDA*. Janeiro de 2011.

167 f. Dissertação (mestrado profissionalizante em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

LLINARES, S. GARCIA. M. V. S. *FRACCIONES*. Madrid, Editorial Sintesis, 1988.

LOPES, A. J. *O QUE NOSSOS ALUNOS PODEM ESTAR DEIXANDO DE APRENDER SOBRE FRAÇÕES, QUANDO TENTAMOS LHES ENSINAR FRAÇÕES*. Bolema, ano 21, número 31, páginas 1-22, Rio Claro, 2008.

LORENZATO, S. *O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES*. Campinas, Autores Associados, 2010.

LÜDKE, M. PESQUISA EM EDUCAÇÃO: CONCEITOS, POLÍTICAS E PRÁTICAS. In: FIORENTINI, D; GERALDI, C. M. G; PEREIRA, E. M. A (org). CARTOGRAFIAS DO TRABALHO DOCENTE: PROFESSOR(A)-PESQUISADOR(A). Campinas, SP. Mercado das Letras, 1998, p. 23-32.

LUYTEN, S. M. B. e outros. *HISTÓRIA EM QUADRINHOS: UM RECURSO DE APRENDIZAGEM.* Boletim da TV Escola, número 1, ano XX!, Abril de 2011, disponível em http://www.tvbrasil.org.br/fotos/salto/series/181213historiaemquadrinhos.pdf, acesso em 21/10/2011.

MIRANDA, J. F. *ESTÓRIA INFANTIL EM SALA DE AULA.* Porto alegre, Sulina, 1978.

MONTEIRO, A., POMPEU Jr, G. *A MATEMÁTICA E OS TEMAS TRANSVERSAIS*. São Paulo, Moderna,2010.

NETTO, S. D. P. *DE OLHO NA PRESTAÇÃO*. São Paulo, Coleção paradidáticos, Scipione, 1998.

______, O *QUE É POUPANÇA*. São Paulo, Coleção paradidáticos, Scipione, 1998.

NUNES, T. e outros. *EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NÚMEROS E OPERAÇÕES MATEMÁTICAS.* São Paulo, Cortez, 2009.

PITKETHLY, A. HUNTING, R. *A REWIEW OF RECENT RESEARCH IN THE AREA OF INITIAL FRACTION CONCEPTS*. Educational Studies in Mathematics n. 30, páginas 5 a 38, Kluwer Academic Publishers, Bélgica, 1996. Disponível em http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00163751#page-1, acesso em 02/09/2012.

SAKAY, L. *ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES DE UMA PESQUISA-AÇÃO DE REEDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS*. Maio de 2007. 156 f. Dissertação (mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

SERRES, F.F. *CONCEPÇÃO E PRÁTICA DO ENSINAR MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ESTUDO DE CASO EM UM CURSO DE PEDAGOGIA A DISTÂNCIA*. 20/12/2010. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

SILVA, M. J. F. *SOBRE A INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO FRACIONÁRIO.* 245 F. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997.

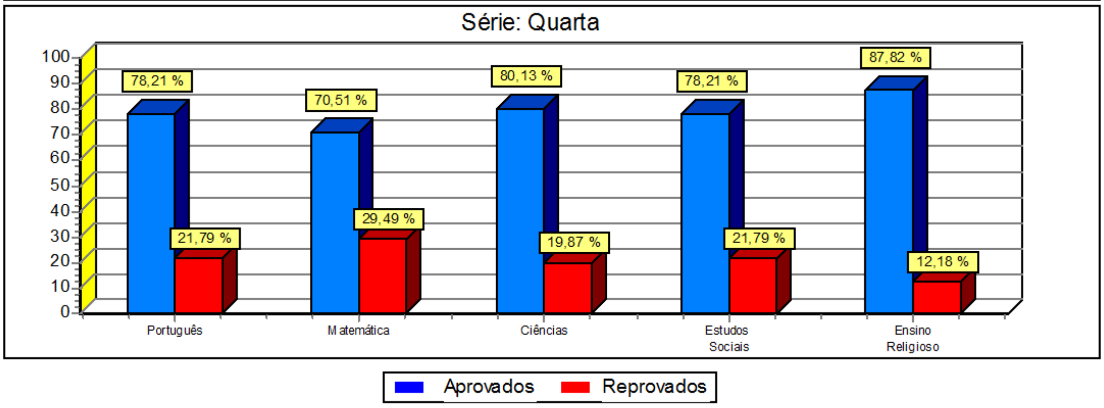
VALENTE, W. R. *UMA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ESCOLAR NO BRASIL 1730-1930*. 2ª edição, São Paulo, Annablume: FAPESP, 2007.

ANEXOS

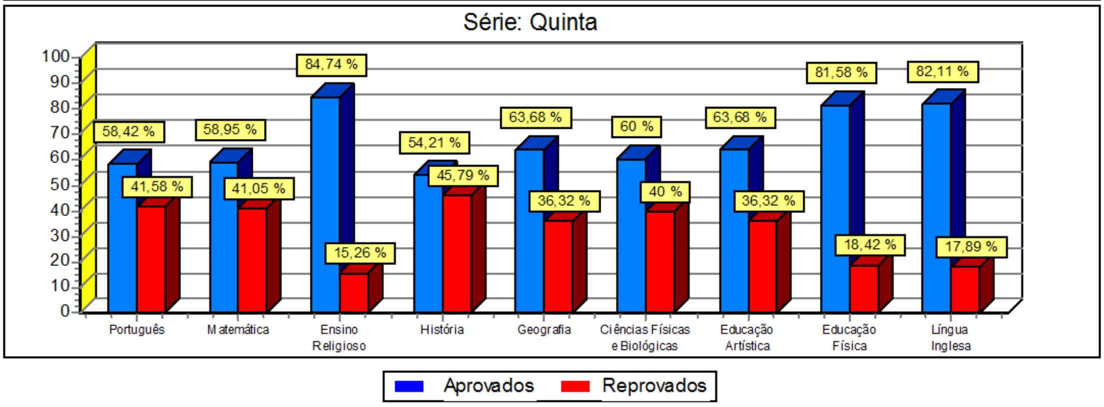
ANEXO - Aproveitamento anual por componente

2006

EMEB ALBERTO SANTOS DUMONT
Relatório de Aproveitamento por Série/Componente
Ano Letivo: 2006

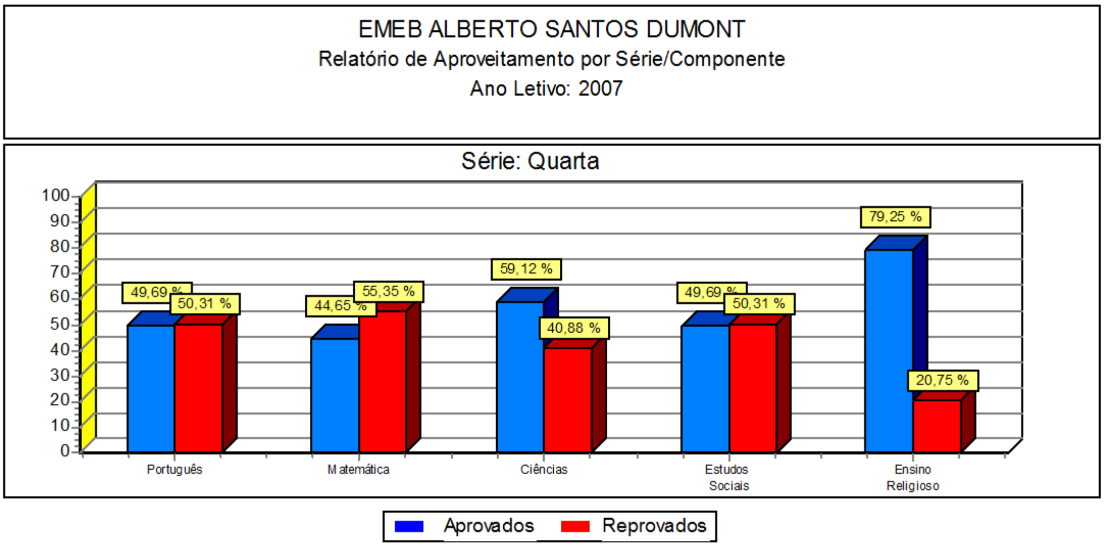


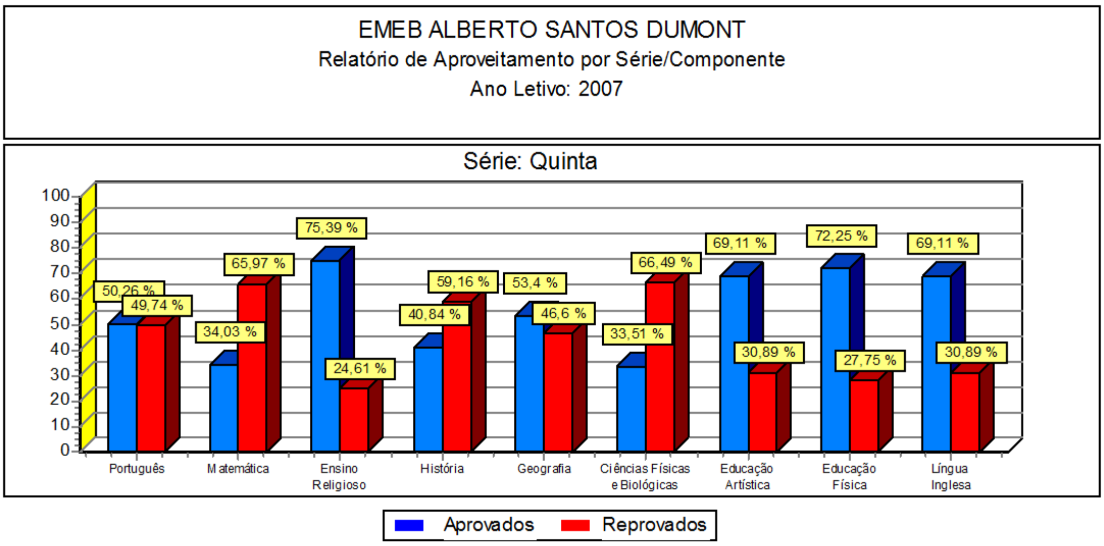
EMEB ALBERTO SANTOS DUMONT
Relatório de Aproveitamento por Série/Componente
Ano Letivo: 2006



ANEXO - Aproveitamento anual por componente

2007

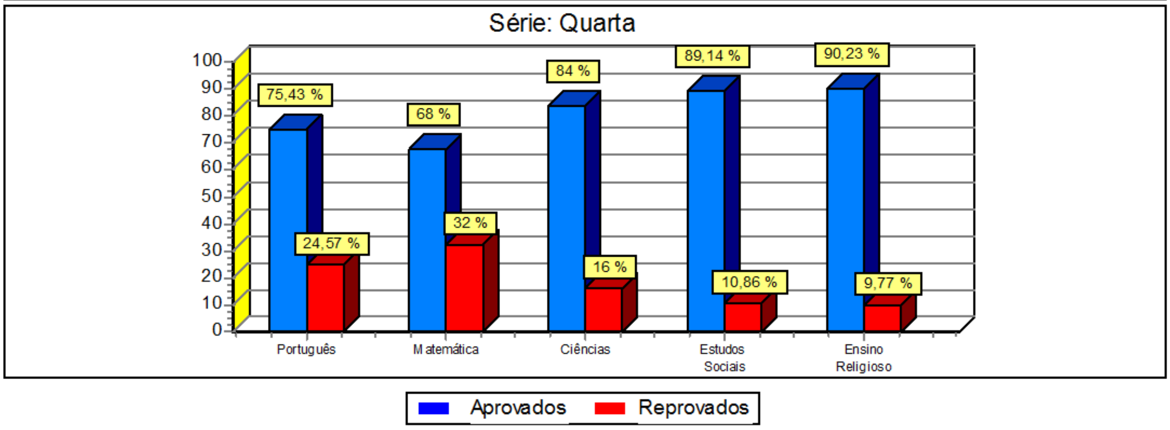




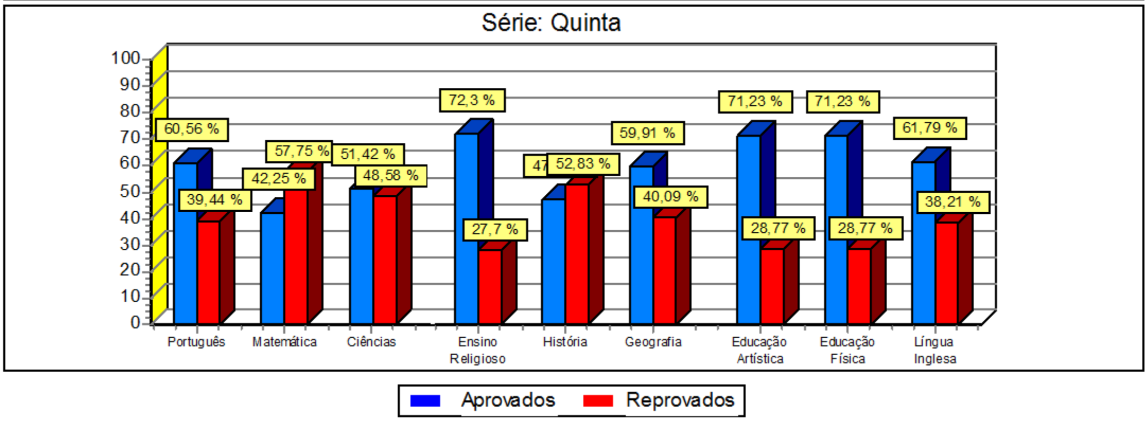
ANEXO - Aproveitamento anual por componente

2008

EMEB ALBERTO SANTOS DUMONT
Relatório de Aproveitamento por Série/Componente
Ano Letivo: 2008

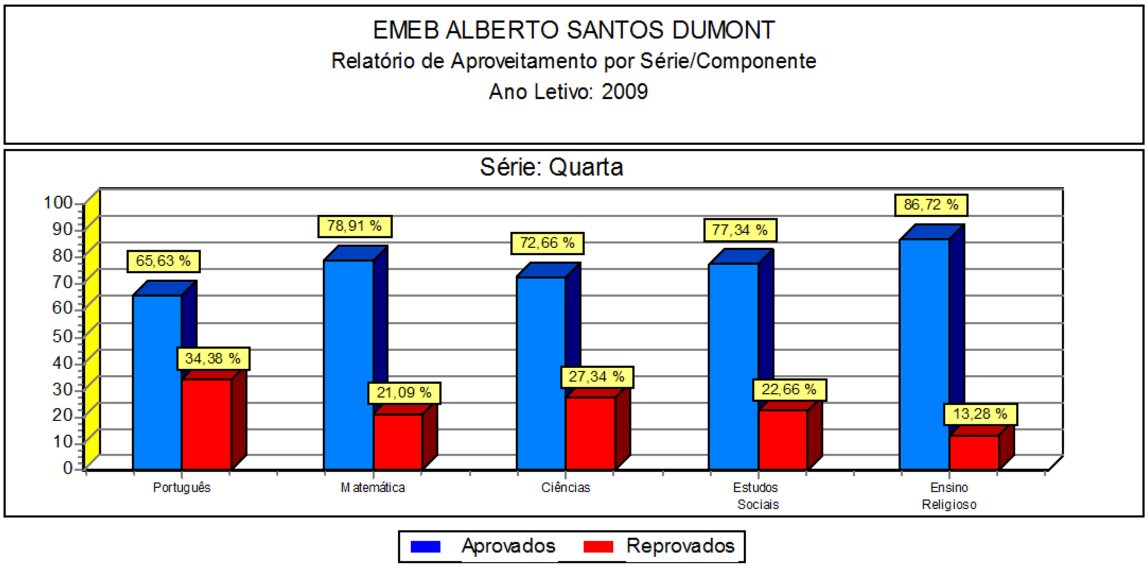


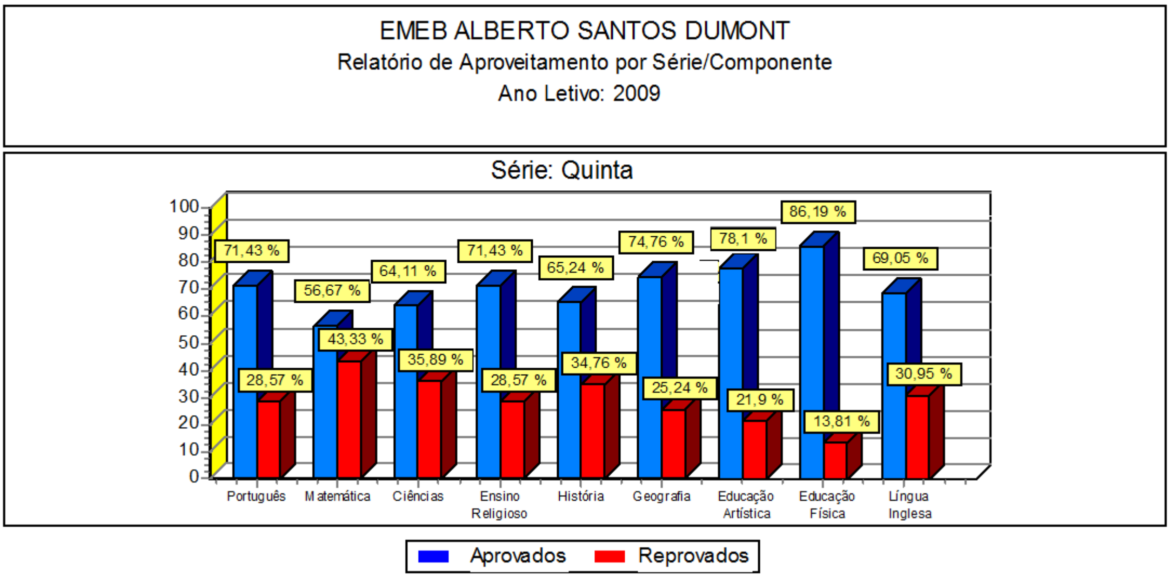
EMEB ALBERTO SANTOS DUMONT
Relatório de Aproveitamento por Série/Componente
Ano Letivo: 2008



ANEXO - Aproveitamento anual por componente

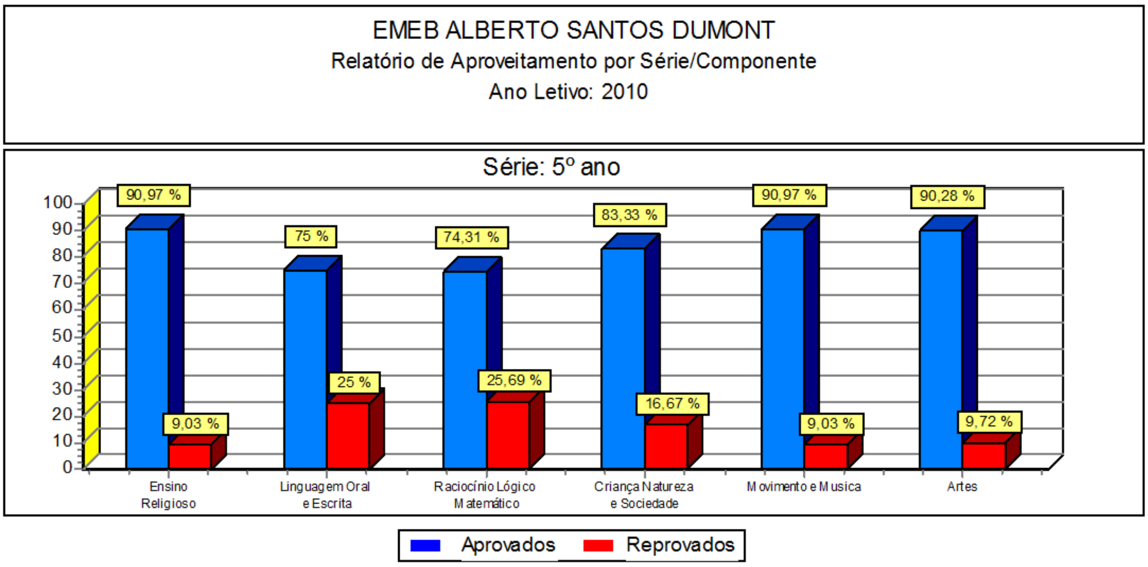
2009

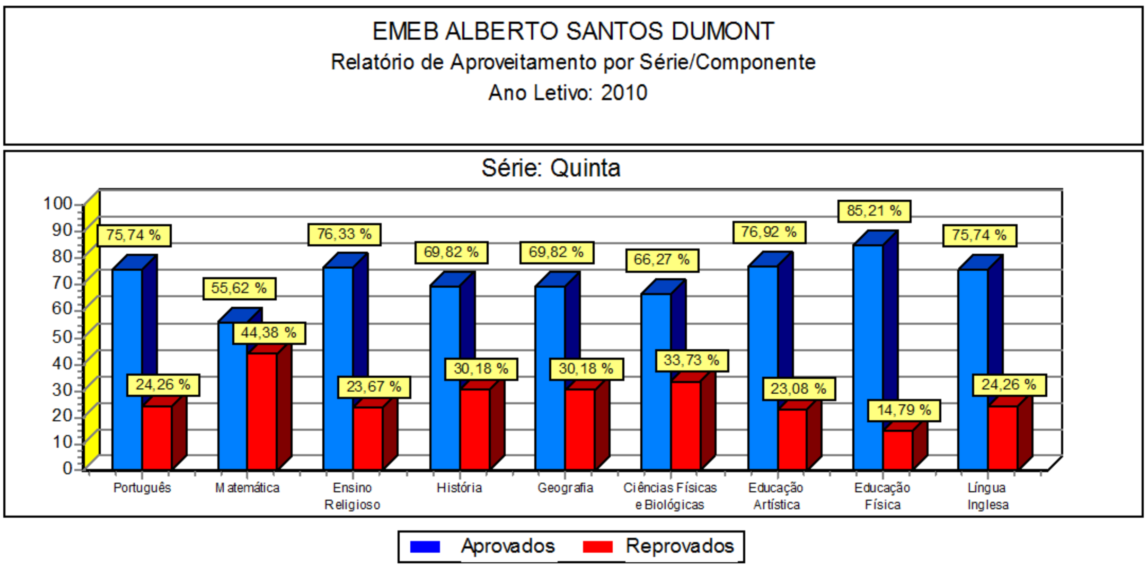




ANEXO - Aproveitamento anual por componente

2010

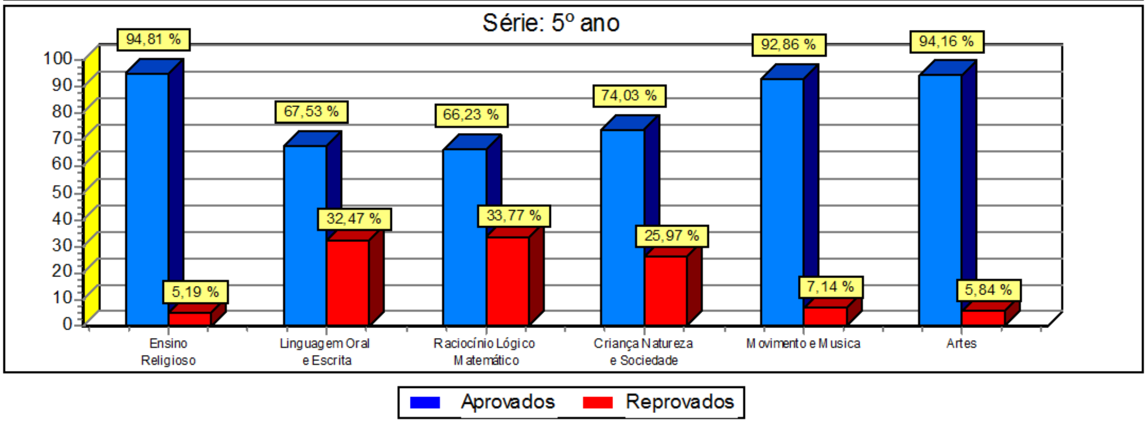




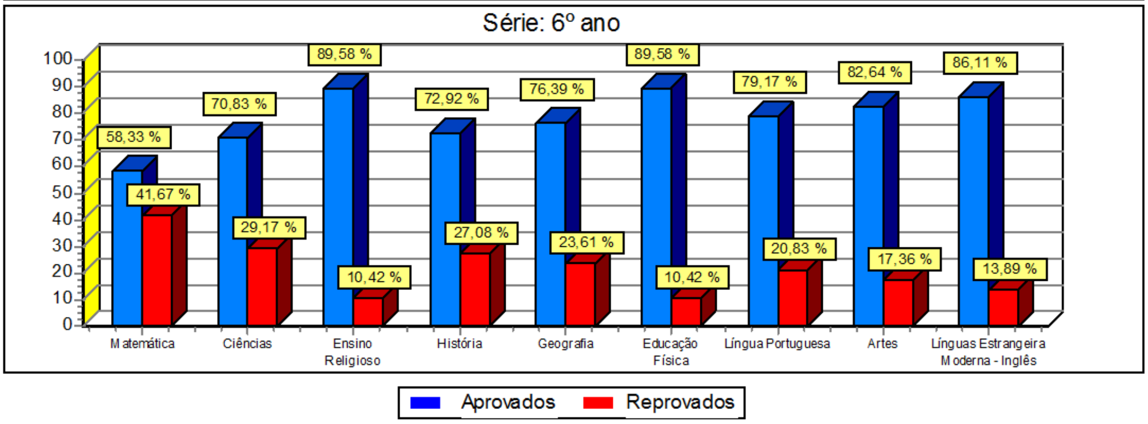
ANEXO - Aproveitamento anual por componente

2011

EMEB ALBERTO SANTOS DUMONT
Relatório de Aproveitamento por Série/Componente
Ano Letivo: 2011

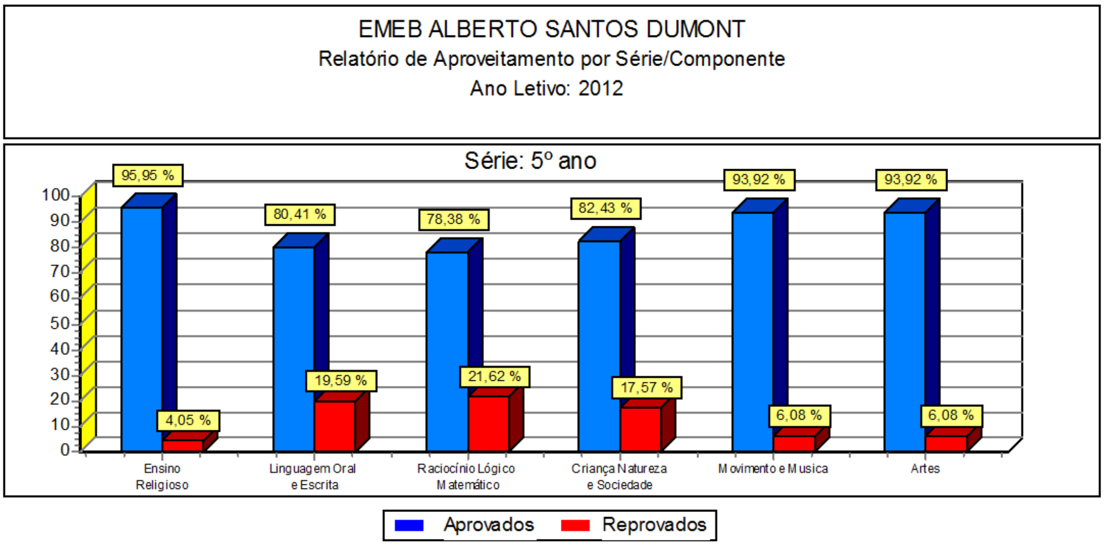


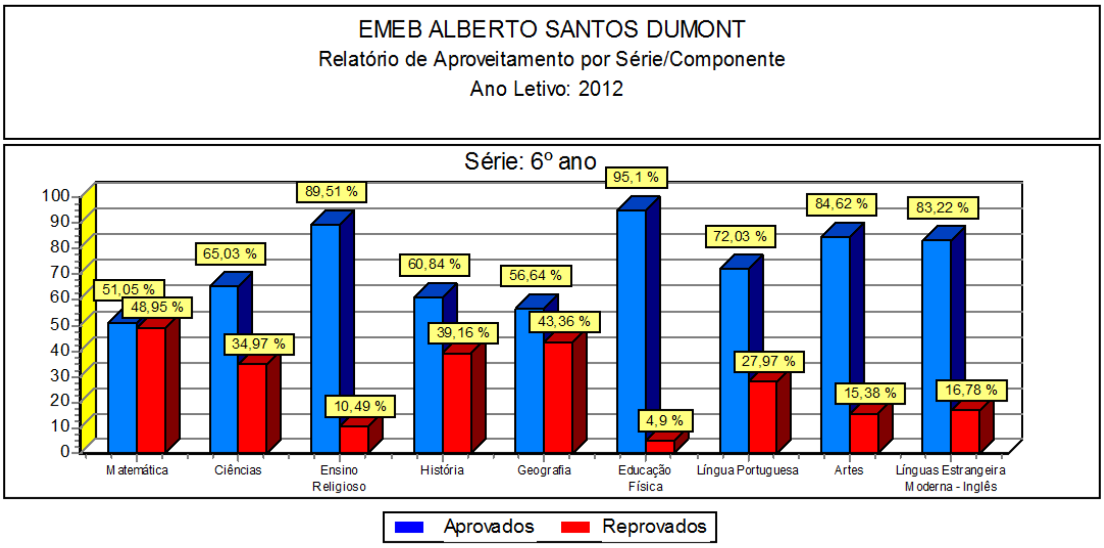
EMEB ALBERTO SANTOS DUMONT
Relatório de Aproveitamento por Série/Componente
Ano Letivo: 2011



ANEXO - Aproveitamento anual por componente

2012





ANEXO – QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM – PRÉ DEFINIÇÃO

UFRGS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

INSTITUTO DE ppgemat MATEMÁTICA UFRGS

Questionário com professores

a) Qual sua formação?
( ) Magistério ( ) graduação ( ) pós graduação
( ) outro ____

b) A quanto tempo você leciona para as séries iniciais do ensino fundamental?
( ) menos de 3 anos ( ) de 3 a 5 anos ( ) de 6 a 10 anos
( ) de 11 a 15 anos ( ) de 16 a 20 anos ( ) mais de 20 anos

c) Em sua opinião, a Matemática vista em sala de aula:
( ) Não tem uma aplicação prática fora da escola.
( ) Tem alguma aplicação fora da sala de aula, mas não sei qual.
( ) Tem aplicação fora da sala de aula e, as vezes, identifico estas situações.
( ) Sempre visualizo situações em que posso aplicar o que trabalho na sala de aula.
( ) outro ____

d) Você sente alguma dificuldade principal em relação a conteúdos de Matemática?
( ) Não
( ) Sim. Qual ____

e) Em sua opinião, o que torna uma aula de Matemática interessante ou desinteressante?

____
____
____
____

f) Qual conteúdo, de Matemática, costuma apresentar mais dificuldades para os alunos?

____
____
____
____

g) Se pudesse escolher um conteúdo, de Matemática, para que fosse desenvolvido através de uma vídeo aula, qual seria este conteúdo?

____
____
____
____

h) Em sua opinião, que tipo de vídeo aula seria melhor recebida e assimilada pelo aluno?
( ) desenho animado ( ) filme com bonecos ( ) filme com atores
( ) outro ____

Sapucaia do sul, de Julho de 2011.

Pesquisador: Prof. Sergio Dias Assumpção

Obrigado pela ajuda!

ANEXO – SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO A SMED/SAPUCAIA DO SUL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

Sapucaia do Sul, 9 de Abril de 2013

Senhor Secretário,

Encaminho a vossa senhoria a solicitação de autorização para a execução do projeto USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO, destinado a formação continuada de profissionais em atuação nos anos iniciais do ensino fundamental.

O projeto em questão faz parte do trabalho final do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em desenvolvimento sob a orientação da Prof. Dra. Maria Alice Gravina, e servirá como referência para a produção de dissertação a ser apresentada como pré-requisito a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática.

A proposta baseia-se em quatro oficinas voltadas à profissionais da rede, visando um aperfeiçoamento profissional, através de material desenvolvido pelo mestrando, na forma de histórias em quadrinhos e desenhos animados, que busca introduzir, de forma lúdica, os conceitos básicos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem das frações. Para a realização das atividades, serão disponibilizadas 15 vagas para professores de anos iniciais, preferencialmente em atuação no 5º ano. Solicito, ainda, que as oficinas sejam ofertadas na EMEB Alberto Santos Dumont. Todo o material necessário será providenciado pelo mestrando, não gerando custos a esta secretaria ou a administração municipal.

A carga horária total das oficinas será de oito horas, distribuídas em quatro encontros de duas horas às quartas-feiras das 17:30h às 19:30h, nos dias 17 e 24 de abril, 8 de maio e 5 de junho.

Nestes termos peço deferimento.

Cordialmente,

Prof. Sergio Dias Assumpção

Mestrando PPG ENSIMAT UFRGS

Sr. Edson Luiz Portilho

Secretario Municipal de Educação

Sapucaia do Sul, RS

ANEXO – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. _________________, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO**, desenvolvida pelo pesquisador Prof. Sergio Dias Assumpção. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Maria Alice Gravina, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone 33086189 ou e-mail gravina@mat.ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo as únicas finalidades desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa e o meu aprimoramento profissional. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

1. Analisar o ensino de frações nas séries iniciais do ensino fundamental, procurando identificar as principais dificuldades de professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem;
2. Elaborar estratégia de abordagem diferenciada que motive professores e alunos a um estudo mais detalhado, e com valor significativo, para termos e operações que, de modo geral, são apresentadas de forma abstrata e descontextualizadas;
3. Implementar e validar uma sequência de atividades apoiadas em material didático, na forma de história em quadrinhos e desenho animado, desenvolvido pelo pesquisador.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pela minha participação será apenas em situações acadêmicas (dissertação, artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de meu nome.

A colaboração se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que será observado(a) e sua produção analisada. No caso de fotos, obtidas durante a participação nas oficinas, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como: dissertação, artigos científicos, palestras, seminários, etc., sem identificação. A colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o pesquisador responsável no telefone 99681726 ou e-mail sergioda@ig.com.br.

Fui ainda informado(a) de que poderei me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Sapucaia do Sul, _____ de Abril de 2013

Assinatura do participante: ____

pesquisador   Orientador da pesquisa

ANEXO – QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM – OFICINA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

Mestrando Sergio Dias Assumpção **Orientadora Profa. Dra. Maria Alice Gravina**

Sondagem inicial

Nome: ____

Tempo de atuação no magistério:

( ) menos de 3 anos ( ) de 3 a 5 anos ( ) de 5 a 10 anos ( ) de 10 a 15 anos ( ) mais de 15 anos

Formação:

( ) magistério

( ) graduação
( ) completa
( ) incompleta
Área: ________________________

( ) pós-graduação
( ) completa
( ) incompleta
Área: ________________________

a) Sim ou não ao ensino de frações nas séries/anos iniciais:
   a.1. Qual o objetivo do ensino de frações?
   a.2. Qual é o básico a ser ensinado sobre frações?
   a.3. Consideras que o ensino de frações está adequadamente situado no currículo? Por quê?

b) Aprendizado do conceito de frações:
   b.1. Como você explica o conceito de fração para os seus alunos?
   b.2. Procure listar situações do cotidiano em que são usadas as frações.

c) Sobre as operações com frações:
   c.1. Como você explica a soma de frações para seus alunos?
   c.2. É difícil explicar a soma de frações para os alunos? Porque?
   c.3. Procure listar situações cotidianas com soma de frações.

d) Sobre dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de frações:
   d.1. Quais suas maiores dificuldades ao trabalhar frações com seus alunos?
   d.2. De quais recursos você dispõe para trabalhar com seus alunos?
   d.3. Existe uma relação entre o algoritmo ensinado na escola e a forma utilizada pelos alunos para resolver situações como, por exemplo: "Se havia a metade de uma torta e comi a terça parte desta, quanto de torta eu comi?"

e) Sobre os livros didáticos:
   e.1. O que você acha da forma como o conteúdo frações é apresentado nos livros didáticos?

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

e.2. Há algum título, ou autor, que você destacaria como uma abordagem mais adequada a sala de aula? Se sim, qual(is)?

f) Como você resolveria com seus alunos os problemas abaixo?

f.1. Duas pizzas, de mesmo tamanho, são oferecidas a dois grupos. O primeiro formado por quatro meninos e o segundo por cinco meninas. Sabendo disto, responda:

a) Todas as crianças irão comer o mesmo tanto de pizza? Por que?

b) Qual grupo terá fatias maiores?

c) Que parte do todo os meninos irão comer? E as meninas?

f.2. Durante a aula de artes, a professora misturou 5 potes de tinta vermelha e 5 potes de tinta amarela para formar a cor laranja com a qual gostaria de pintar uma parede. Como faltou uma parte da parede a ser pintada, ela fez uma nova mistura, agora com dois potes de cada cor.

a) A cor obtida será igual nas duas misturas? Por que?

b) Existe alguma relação entre as duas misturas realizadas?

f.3. Durante o recreio, Ana ganhou a metade de uma barra de chocolate de Bruna, esta, por sua vez, após comer um terço da barra original, ofertou o restante a Carla. Que fração da barra original Carla ganhou?

ANEXO HQ

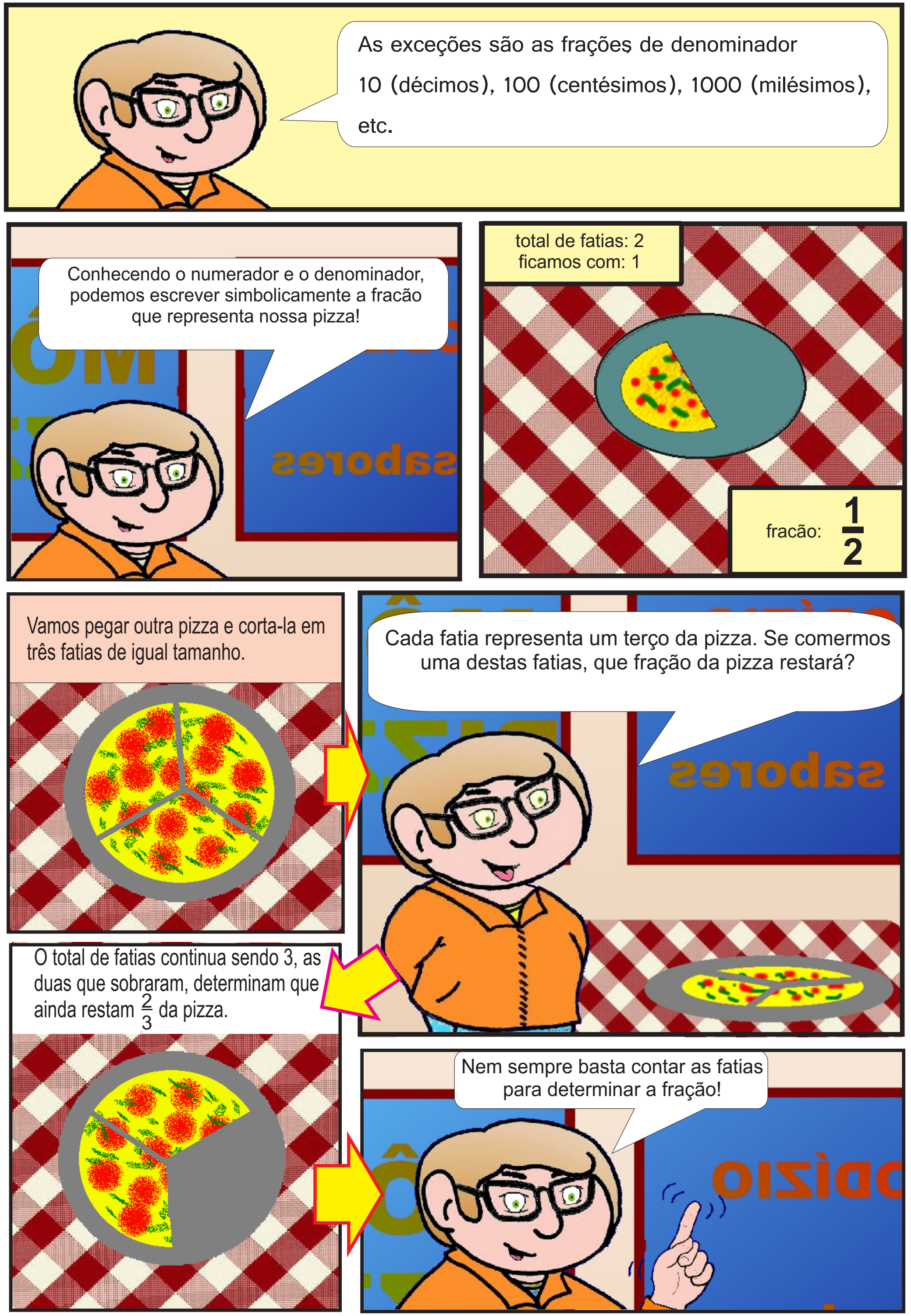
MATEMÁTICA EM QUADRINHOS DO "SÔR" SERGIO - CONHECENDO AS FRAÇÕES !!!
APOIO: UFRGS, PPGENSIMAT, FAPERGS

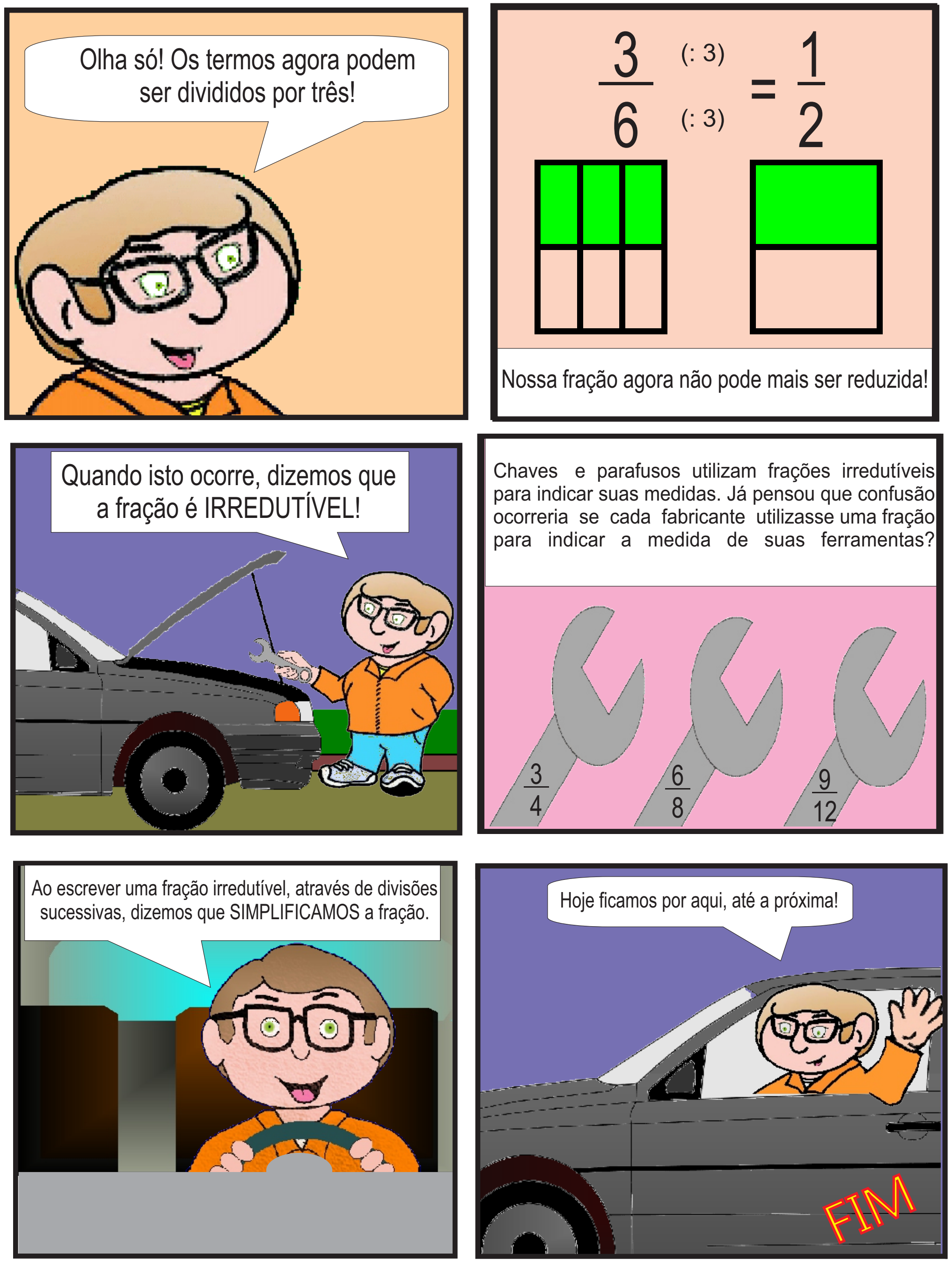
Roteiro e ilustrações: Prof. Sergio Dias Assumpção   Contato: sergioda@ig.com.br

Porto Alegre, 2º semestre de 2013

denominador	como se lê
2	meios
3	terços
4	quartos
5	quintos
6	sextos
7	sétimos
8	oitavos
9	nonos

Obs. AVO é um substantivo masculino que designa cada uma das partes iguais em que foi dividida a unidade.



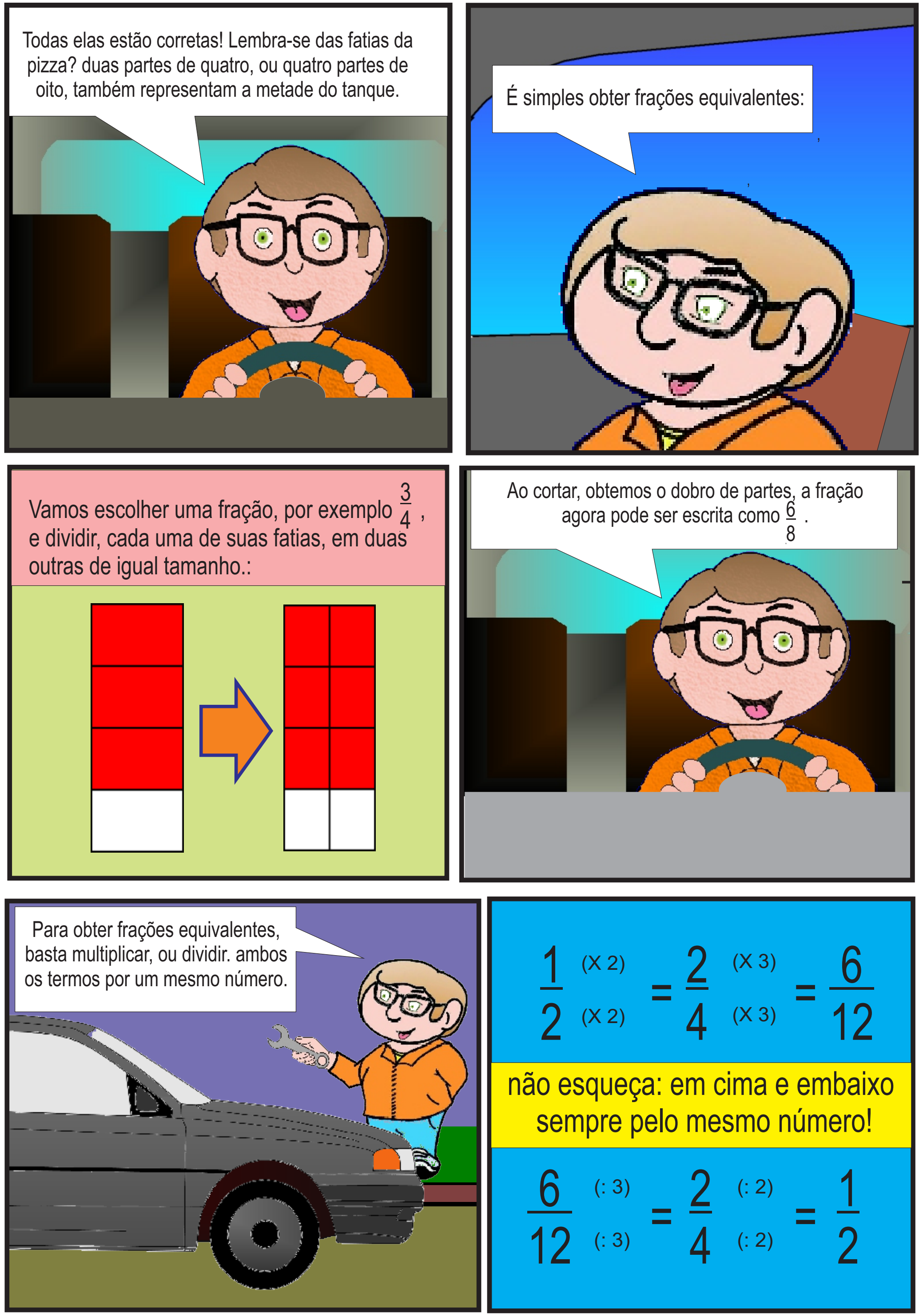


MATEMÁTICA EM QUADRINHOS DO "SÔR" SERGIO - EQUIVALÊNCIA
APOIO: UFRGS, PPGENSIMAT, FAPERGS

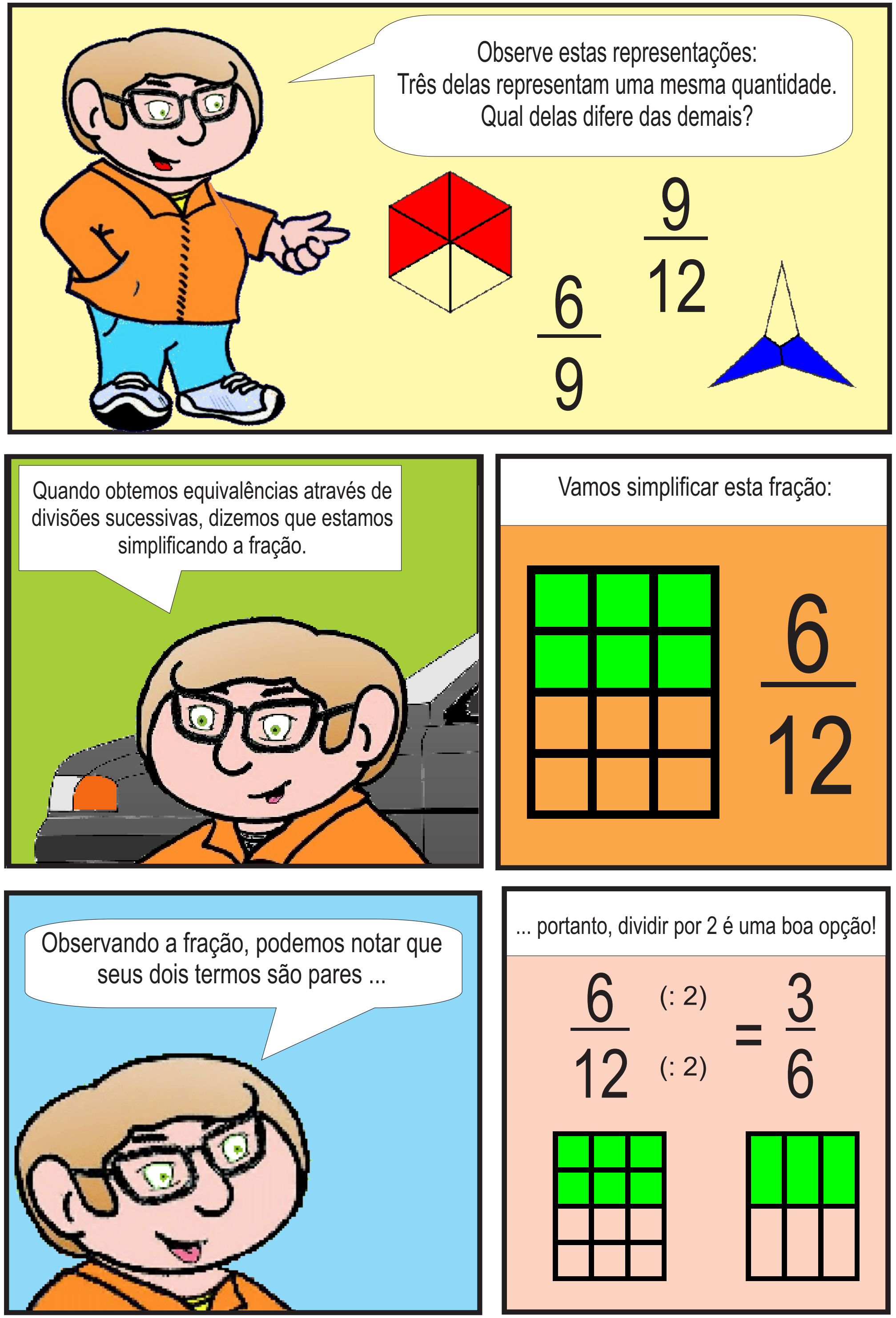
Roteiro e ilustrações: Prof. Sergio Dias Assumpção

Contato: sergioda@ig.com.br

Porto Alegre, 2º semestre de 2013



Todas elas estão corretas! Lembra-se das fatias da pizza? duas partes de quatro, ou quatro partes de oito, também representam a metade do tanque.
É simples obter frações equivalentes:
Vamos escolher uma fração, por exemplo $\frac{3}{4}$, e dividir, cada uma de suas fatias, em duas outras de igual tamanho.:
Ao cortar, obtemos o dobro de partes, a fração agora pode ser escrita como $\frac{6}{8}$.
Para obter frações equivalentes, basta multiplicar, ou dividir. ambos os termos por um mesmo número.
$\frac{1}{2} \begin{smallmatrix}(X\ 2)\\(X\ 2)\end{smallmatrix} = \frac{2}{4} \begin{smallmatrix}(X\ 3)\\(X\ 3)\end{smallmatrix} = \frac{6}{12}$
não esqueça: em cima e embaixo sempre pelo mesmo número!
$\frac{6}{12} \begin{smallmatrix}(:\ 3)\\(:\ 3)\end{smallmatrix} = \frac{2}{4} \begin{smallmatrix}(:\ 2)\\(:\ 2)\end{smallmatrix} = \frac{1}{2}$



Observe estas representações: Três delas representam uma mesma quantidade. Qual delas difere das demais?
$\frac{6}{9}$
$\frac{9}{12}$
Quando obtemos equivalências através de divisões sucessivas, dizemos que estamos simplificando a fração.
Vamos simplificar esta fração:
$\frac{6}{12}$
Observando a fração, podemos notar que seus dois termos são pares ...
... portanto, dividir por 2 é uma boa opção!
$\frac{6}{12} \begin{smallmatrix}(:\ 2)\\(:\ 2)\end{smallmatrix} = \frac{3}{6}$

Para saber mais!

Ao ouvir falar em número primo, é comum relacionar o termo com graus de parentesco mas esta é uma concepção falsa, "primo" transmite a idéia de primeiro e tem origem bem antes de Eratóstenes.

Os números (em grego arhitmós) eram classificados pelos Pitagóricos em protói, aqueles que não podem ser gerados multiplicando-se outros arithmói, e deuterói, aqueles que podem ser gerados através de multiplicações.

Quando o romano Boethius, em 500 DC, escreveu o primeiro livro em latim sobre teoria dos números usou a expressão "numerus primus" para traduzir "protós arithmós" dando origem à expressão usada até os dias de hoje.

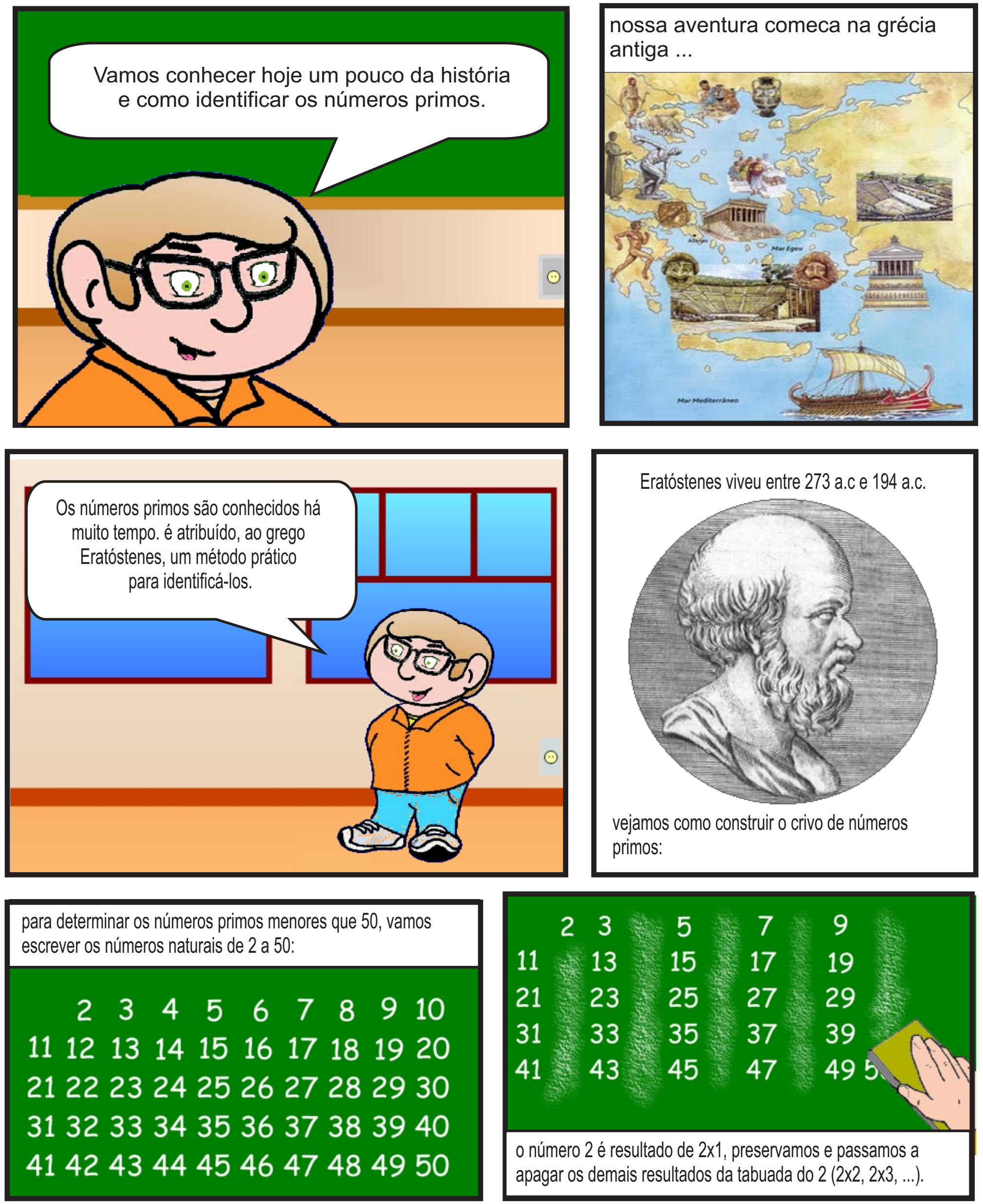
PARA SABER AINDA MAIS: http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/pqprimo.html

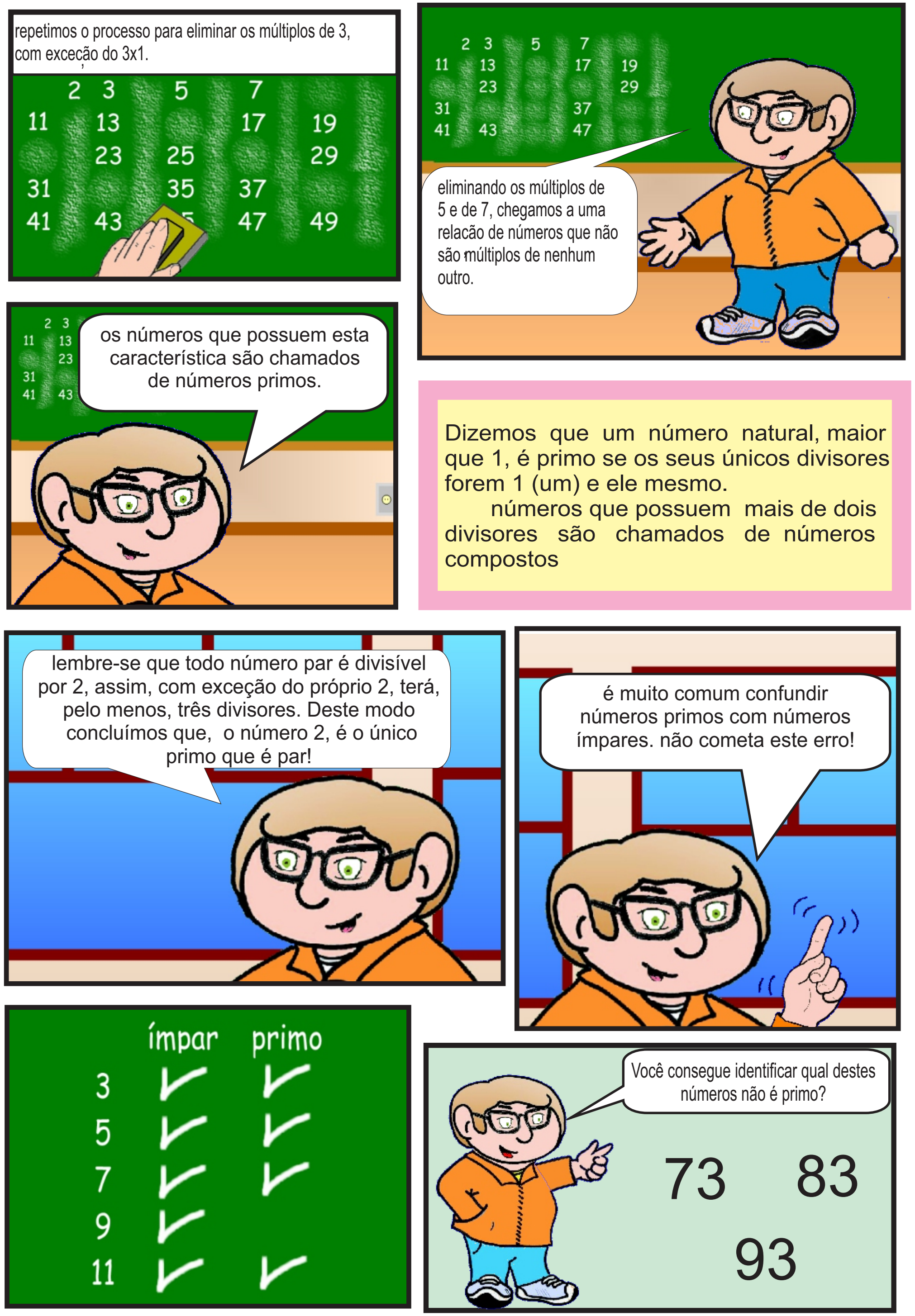
MATEMÁTICA EM QUADRINHOS DO "SÔR" SERGIO - OS NÚMEROS PRIMOS

APOIO: UFRGS, FAPERGS, CAPES

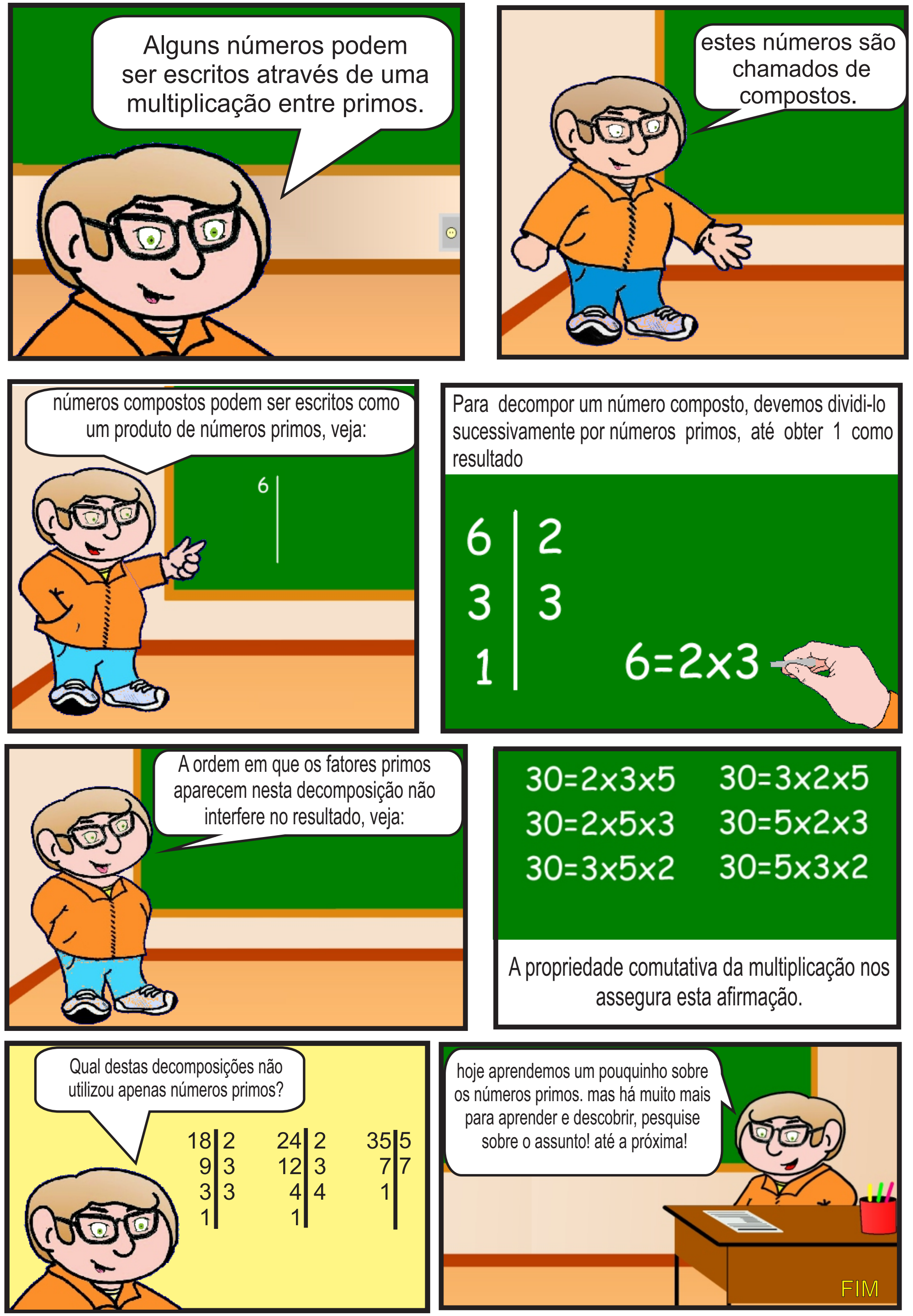
Roteiro e ilustrações: Prof. Sergio Dias Assumpção Contato: sergioda@ig.com.br

Porto Alegre, 1º semestre de 2012

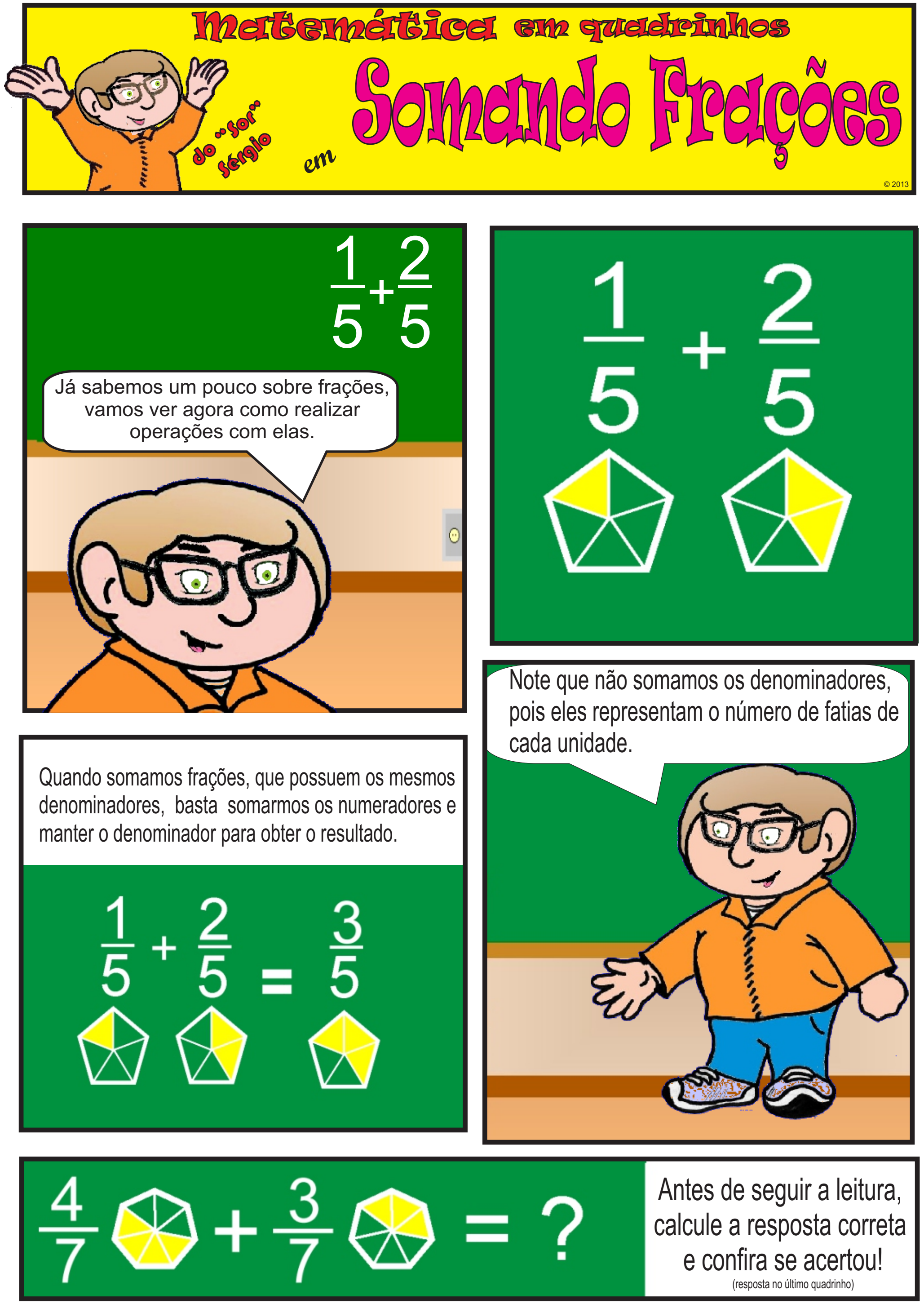


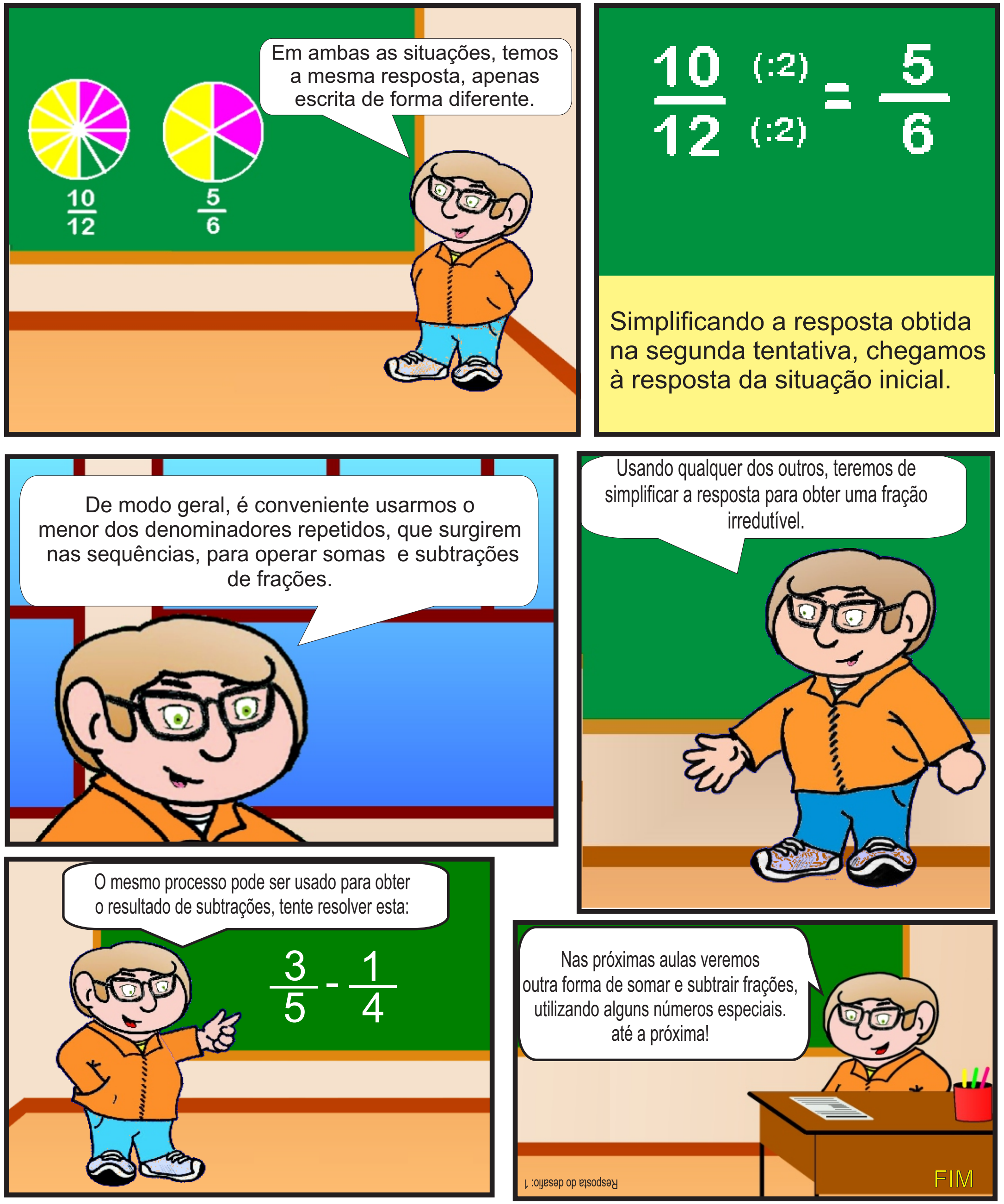


repetimos o processo para eliminar os múltiplos de 3, com exceção do 3x1.
2 3 5 7 11 13 17 19 23 25 29 31 35 37 41 43 47 49
eliminando os múltiplos de 5 e de 7, chegamos a uma relação de números que não são múltiplos de nenhum outro.
os números que possuem esta característica são chamados de números primos.
Dizemos que um número natural, maior que 1, é primo se os seus únicos divisores forem 1 (um) e ele mesmo.
números que possuem mais de dois divisores são chamados de números compostos
lembre-se que todo número par é divisível por 2, assim, com exceção do próprio 2, terá, pelo menos, três divisores. Deste modo concluímos que, o número 2, é o único primo que é par!
é muito comum confundir números primos com números ímpares. não cometa este erro!
ímpar primo
3 5 7 9 11
Você consegue identificar qual destes números não é primo?
73 83 93



Alguns números podem ser escritos através de uma multiplicação entre primos.
estes números são chamados de compostos.
números compostos podem ser escritos como um produto de números primos, veja:
6
Para decompor um número composto, devemos dividi-lo sucessivamente por números primos, até obter 1 como resultado
6 | 2
3 | 3
1 |
6=2x3
A ordem em que os fatores primos aparecem nesta decomposição não interfere no resultado, veja:
30=2x3x5 30=3x2x5
30=2x5x3 30=5x2x3
30=3x5x2 30=5x3x2
A propriedade comutativa da multiplicação nos assegura esta afirmação.
Qual destas decomposições não utilizou apenas números primos?
18 | 2, 9 | 3, 3 | 3, 1
24 | 2, 12 | 3, 4 | 4, 1
35 | 5, 7 | 7, 1
hoje aprendemos um pouquinho sobre os números primos. mas há muito mais para aprender e descobrir, pesquise sobre o assunto! até a próxima!
FIM



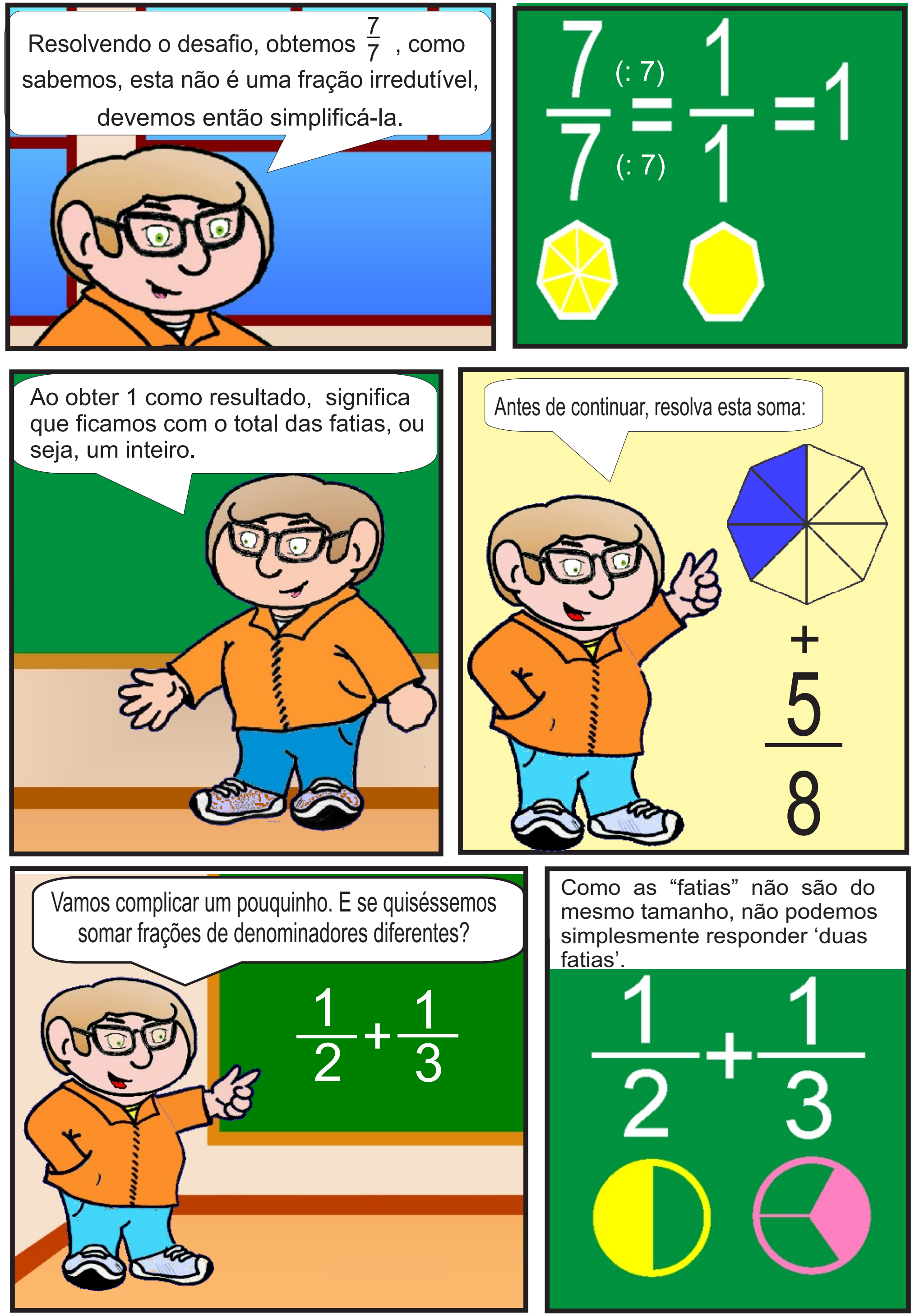


MATEMÁTICA EM QUADRINHOS DO "SÔR" SERGIO - SOMANDO FRAÇÕES
APOIO: UFRGS, PPGENSIMAT, FAPERGS

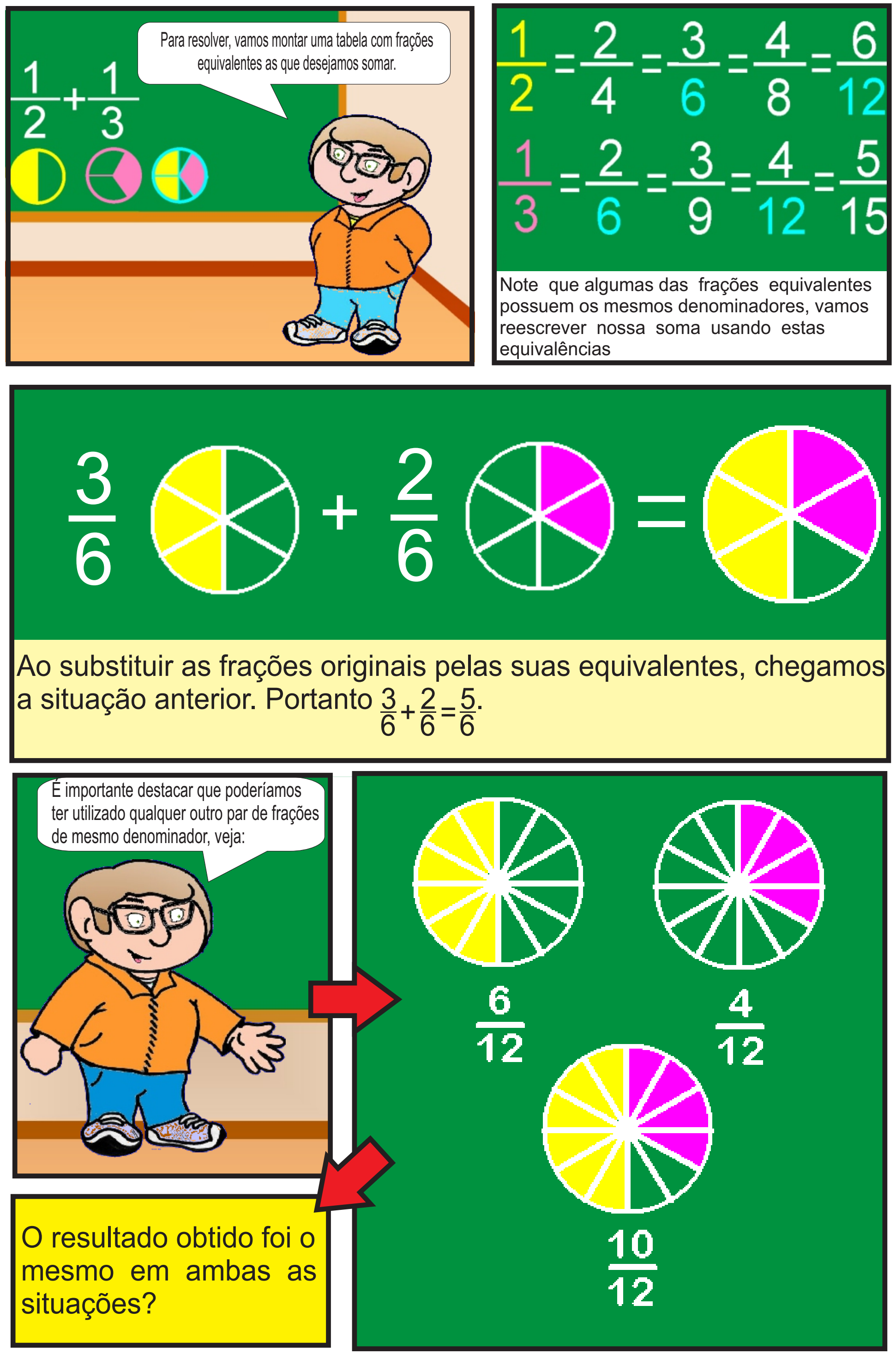
Roteiro e ilustrações: Prof. Sergio Dias Assumpção

Contato: sergioda@ig.com.br

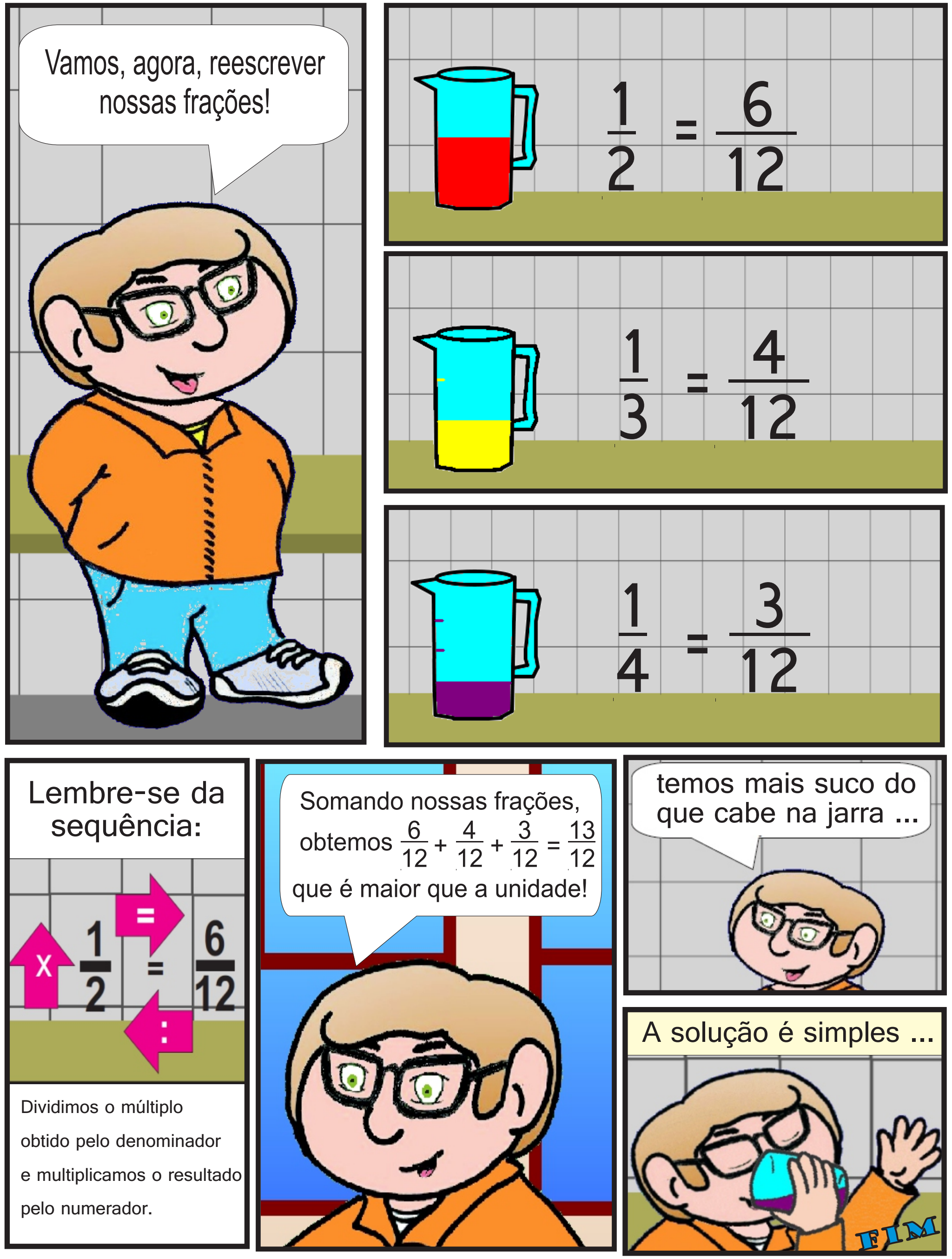
Porto Alegre, 2º semestre de 2013



Resolvendo o desafio, obtemos $\frac{7}{7}$, como sabemos, esta não é uma fração irredutível, devemos então simplificá-la.
$\frac{7}{7}\begin{matrix}(:7)\\(:7)\end{matrix} = \frac{1}{1} = 1$
Ao obter 1 como resultado, significa que ficamos com o total das fatias, ou seja, um inteiro.
Antes de continuar, resolva esta soma:
$+ \frac{5}{8}$
Vamos complicar um pouquinho. E se quiséssemos somar frações de denominadores diferentes?
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$
Como as “fatias” não são do mesmo tamanho, não podemos simplesmente responder ‘duas fatias’.
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$



Para resolver, vamos montar uma tabela com frações equivalentes as que desejamos somar.
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{6}{12}$
$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\frac{5}{15}$
Note que algumas das frações equivalentes possuem os mesmos denominadores, vamos reescrever nossa soma usando estas equivalências
$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} =$
Ao substituir as frações originais pelas suas equivalentes, chegamos a situação anterior. Portanto $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$.
É importante destacar que poderíamos ter utilizado qualquer outro par de frações de mesmo denominador, veja:
$\frac{6}{12}$
$\frac{4}{12}$
$\frac{10}{12}$
O resultado obtido foi o mesmo em ambas as situações?

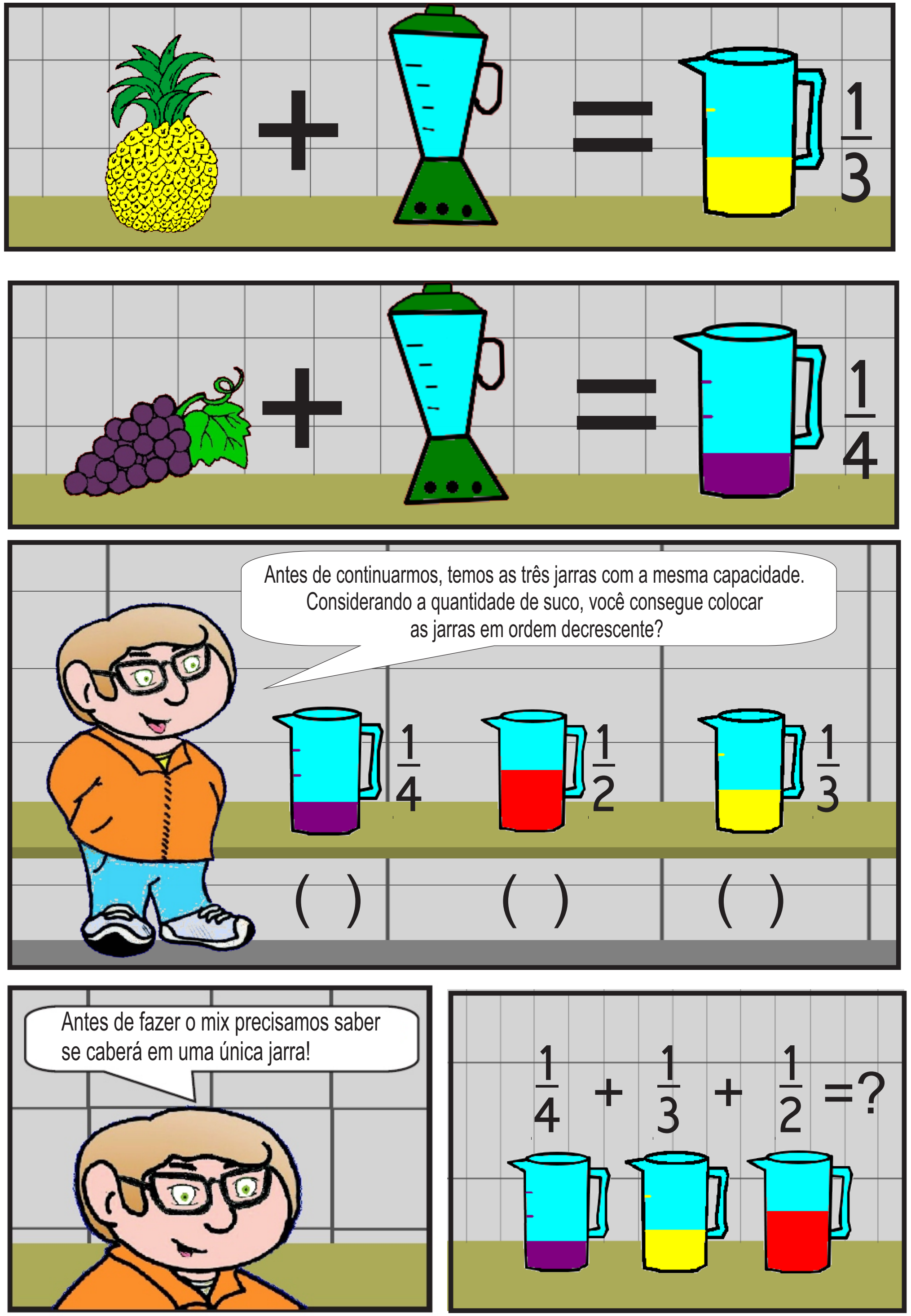


MATEMÁTICA EM QUADRINHOS DO "SÔR" SERGIO - UMA SOMA DIFERENTE
APOIO: UFRGS, PPGENSIMAT, FAPERGS

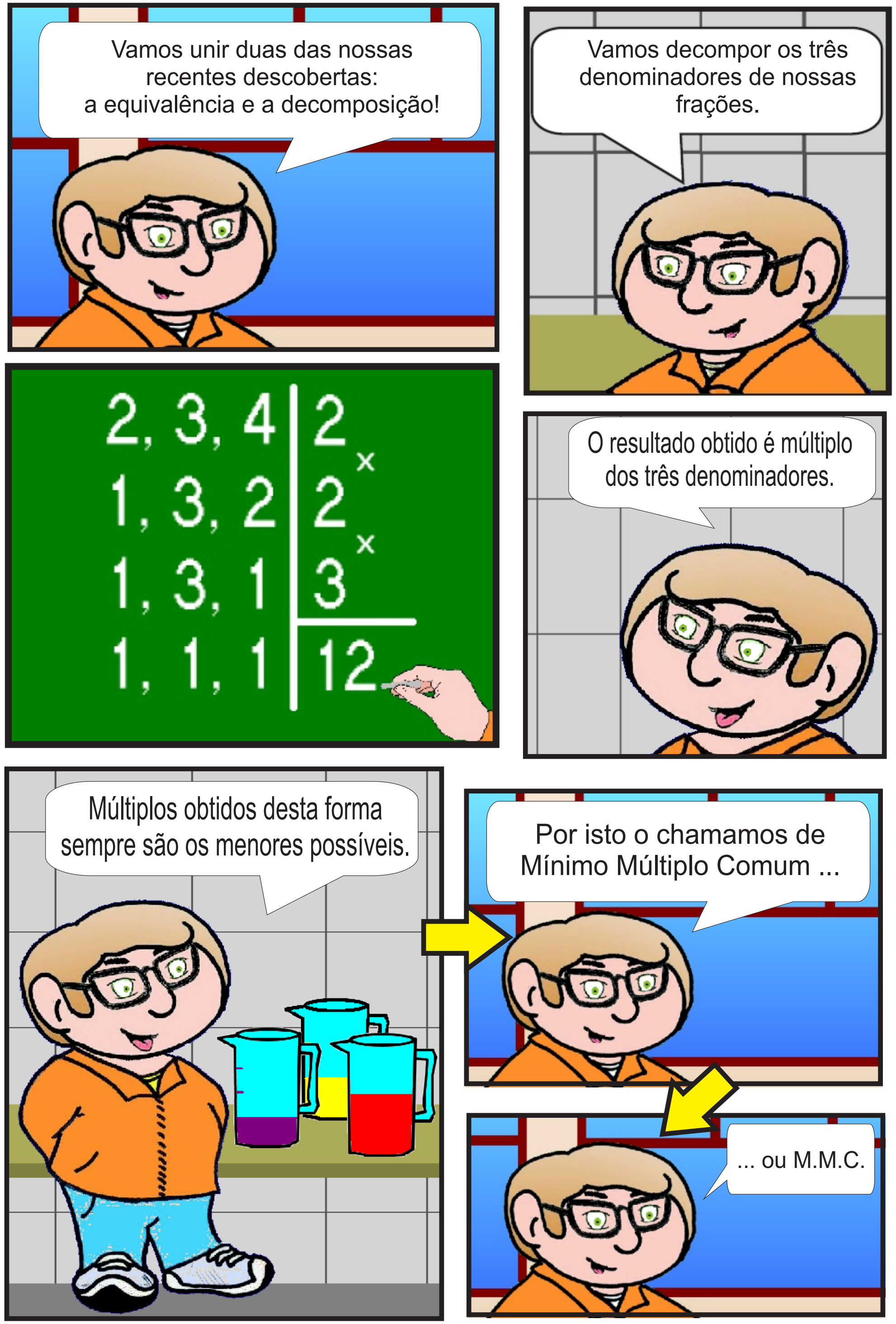
Roteiro e ilustrações: Prof. Sergio Dias Assumpção

Contato: sergioda@ig.com.br

Porto Alegre, 2º semestre de 2013



1/3
1/4
Antes de continuarmos, temos as três jarras com a mesma capacidade. Considerando a quantidade de suco, você consegue colocar as jarras em ordem decrescente?
1/4 ( )
1/2 ( )
1/3 ( )
Antes de fazer o mix precisamos saber se caberá em uma única jarra!
1/4 + 1/3 + 1/2 =?



Vamos unir duas das nossas recentes descobertas: a equivalência e a decomposição!
Vamos decompor os três denominadores de nossas frações.
2, 3, 4 | 2
1, 3, 2 | 2 x
1, 3, 1 | 3 x
1, 1, 1 | 12
O resultado obtido é múltiplo dos três denominadores.
Múltiplos obtidos desta forma sempre são os menores possíveis.
Por isto o chamamos de Mínimo Múltiplo Comum ...
... ou M.M.C.

ANEXO ATIVIDADES DA OFICINA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

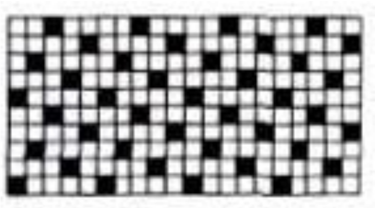
USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

Mestrando Sergio Dias Assumpção **Orientadora Profa. Dra. Maria Alice Gravina**

Questões envolvendo frações

ENEM 2005, questão 42

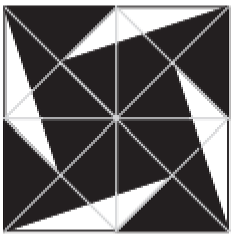
Um pátio de grandes dimensões vai ser revestido por pastilhas quadradas brancas e pretas, segundo o padrão representado abaixo, que vai ser repetido em toda a extensão do pátio. As pastilhas de cor branca custam R$ 8,00 por metro quadrado e as de cor preta, R$ 10,00. O custo por metro quadrado do revestimento será de:



a) R$ 8,20 b) R$ 8,40 c) R$ 8,60 d) R$ 8,80 e) R$ 9,00

OBMEP 2010, questão 13

A figura mostra um quadrado com suas diagonais e segmentos que unem os pontos médios de seus lados. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado?



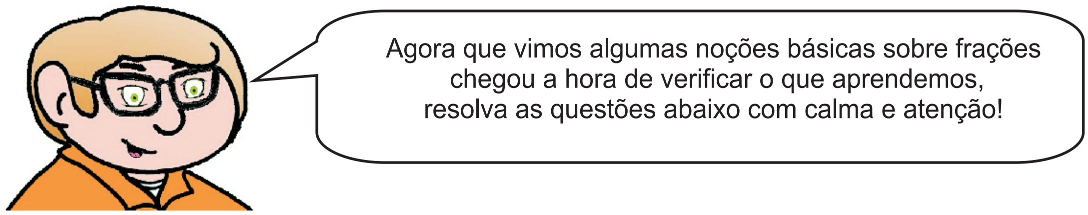
a) $\frac{1}{2}$ $b)$ $\frac{2}{3}$ $c)$ $\frac{3}{4}$ $d)$ $\frac{3}{8}$ $e)$ $\frac{9}{16}$

OBM 1998, questão 29

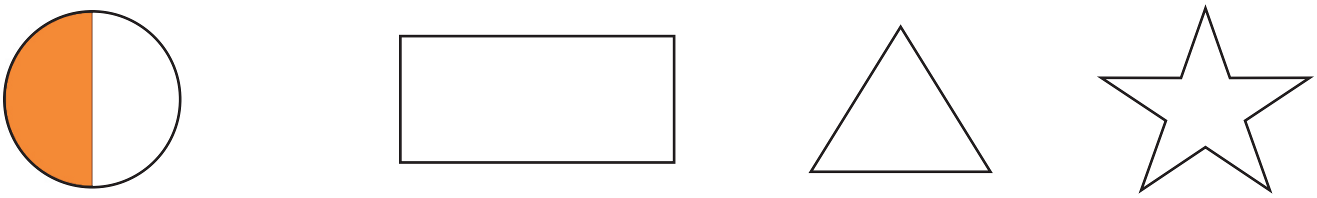
Que frações devem ser retiradas da soma $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}$ para que a soma das restantes seja igual a 1?

ATIVIDADES - FRAÇÕES

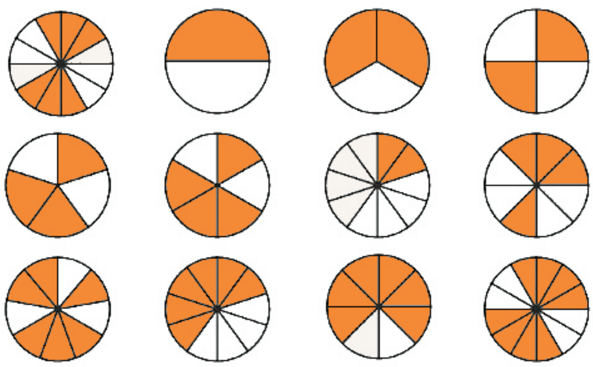
Nome: ____________________ **Data:** _______



1. A figura abaixo representa uma fração; escreva esta fração e utilize as formas ao lado para representar frações equivalentes a inicial.

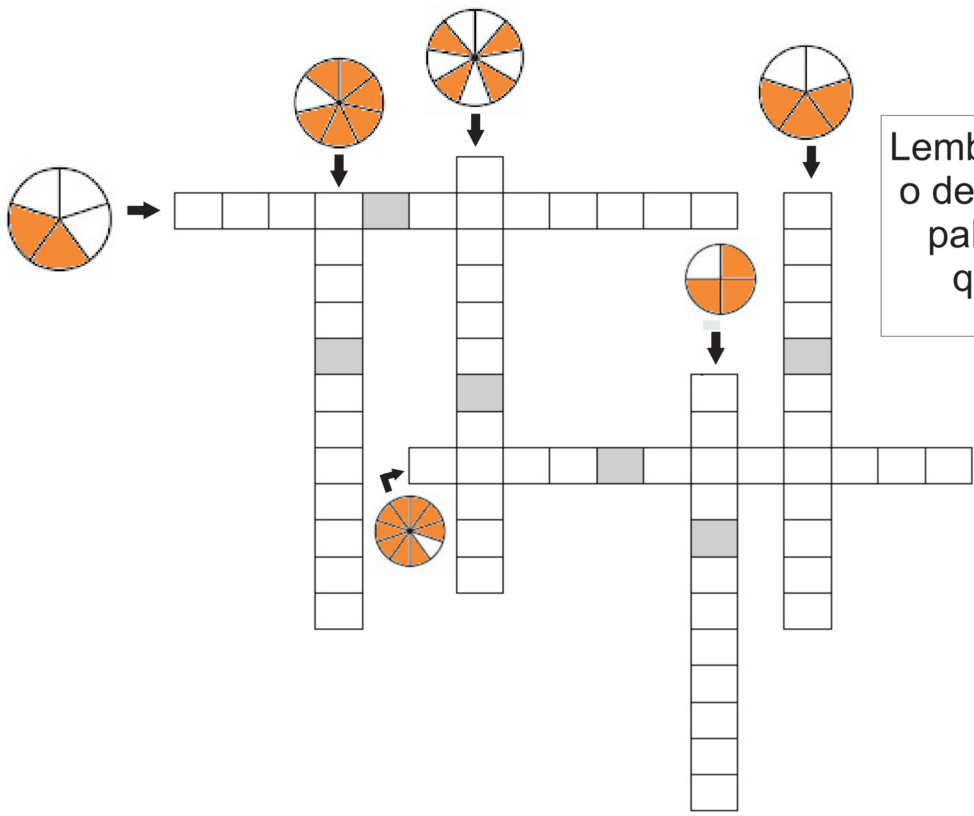


2. Circule com as mesmas cores as frações equivalentes, depois, para cada cor, escreva o nome da fração irredutível correspondente:



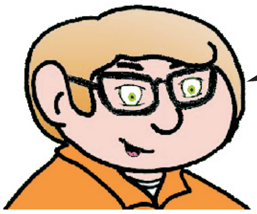
cor	fração irredutível

3. Complete a cruzadinha com os nomes da frações indicadas:

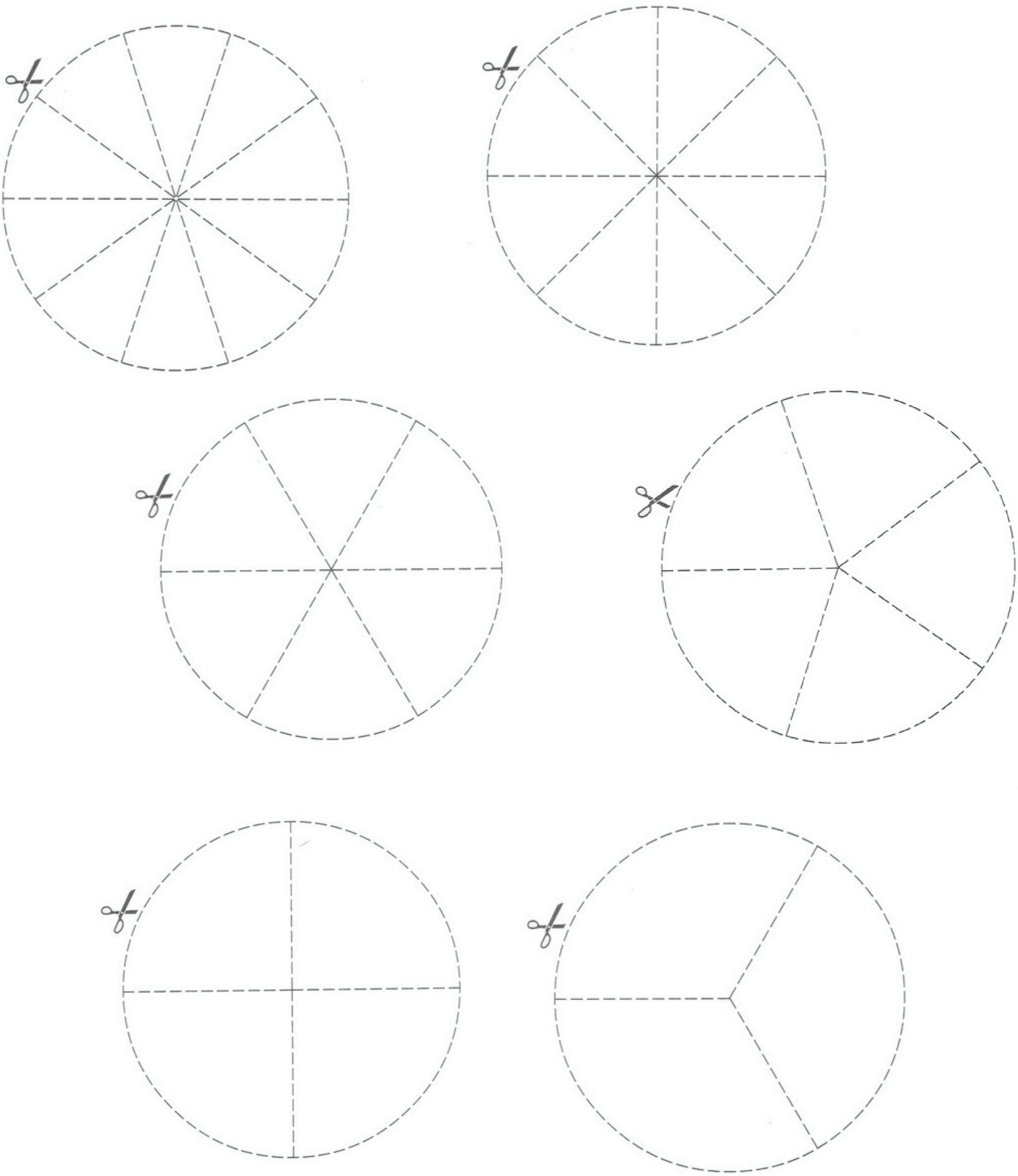


ATIVIDADES - FRAÇÕES

Nome: ______________ **Data:** _____

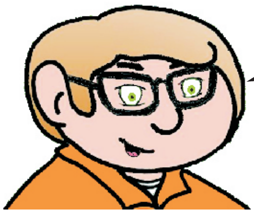


Após colorir, recorte os discos abaixo e cole no seu caderno formando três pares de frações equivalentes.
Não esqueça de escrever os nomes das frações formadas!



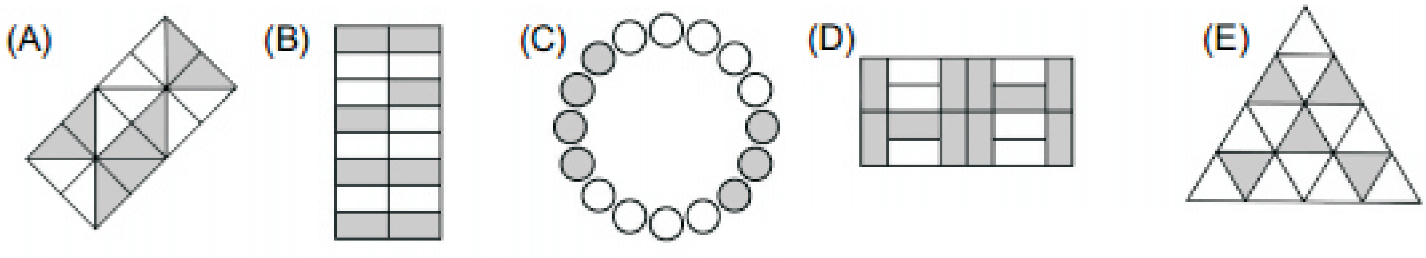
ATIVIDADES - FRAÇÕES

Nome: ______________ **Data:** _____

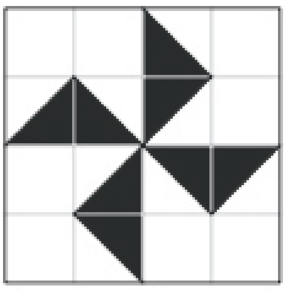


Que tal resolver algumas questões da OBMEP? Assim, quando você puder participar, já estará acostumado1

1. (OBMEP 2008) Cada uma das figuras está dividida em 16 partes iguais. Em qual delas a parte cinza corresponde a $\frac{5}{8}$ da área total da figura?



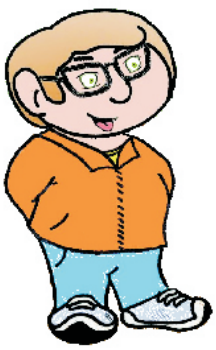
2. (OBMEP 2010) A figura mostra um quadrado dividido em 16 quadradinhos iguais. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado?

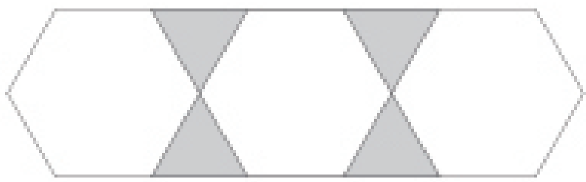


A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

3. (OBMEP 2007) A figura abaixo é formada por hexágonos regulares e triângulos equiláteros. Sua área total é 154 cm². Qual á a área da região sombreada?

Triângulos equiláteros são aqueles que possuem os três lados iguais. Os hexágonos regulares são formados por seis triângulos equiláteros.





(A) 16 cm²
(B) 24 cm²
(C) 28 cm²
(D) 32 cm²
(E) 36 cm²

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

PROJETO

USO DE ELEMENTOS DA CULTURA INFANTO-JUVENIL NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

Mestrando Sergio Dias Assumpção **Orientadora Profa. Dra. Maria Alice Gravina**

BINGO DA FATORAÇÃO – REGRAS

O bingo da fatoração compreende os números primos menores que 50, a saber: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

Para compor as cartelas os números foram divididos em quatro grupos:
Grupo A: 2 e 3;
Grupo B: 5 e 7;
Grupo C: 11, 13, 17, 19 e 23;
Grupo D: 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

Cada cartela apresenta nove números, assim distribuídos:
- 2 do grupo A;
- 1 do grupo B;
- 4 do grupo C;
- 2 do grupo D.

Cabe ao professor sortear um dos números do universo disponível (2 a 50). Após o sorteio cabe aos alunos, que trabalharão em duplas, se necessário, efetuarem a fatoração e marcar os fatores primos presentes no resultado.

Desta forma, ao sortear-se, por exemplo, o número 38 seriam marcados os fatores 2 e 19.

As pontuações são as seguintes:
A primeira dupla a completar uma linha, marca um ponto;
A primeira dupla a completar a cartela, marca três pontos;

Em caso de empate todas as duplas marcam pontos. Vence a dupla que primeiro completar dez pontos.

ATIVIDADES - números primos

Nome: ______________ **Data:** _____

As cartelas a seguir devem ser entregues para duplas de alunos, os números sorteados (de 2 a 50) podem representar um, ou mais fatores primos, após fatorá-los as duplas devem marcá-los nos cartões.

As pontuações são as seguintes:
LINHA: a primeira dupla a completar os 3 números de uma linha marca um ponto;
BINGO: a primeira dupla a completar a cartela marca três pontos;

Em caso de empate, na linha ou bingo, as duplas marcam a pontuação completa.

Vence a dupla que completar dez, ou mais pontos, primeiro.

	2		23		19
11		3			17
	7		37	47	

	2		23		17
11		5			13
	3		41	29	

	2		13		19
11		3			23
	5		31	43	

	5		17		19
13		3			23
	2		29	41	

	2		17		13
19		3			23
	5		41	43	

	3		13		19
17		5			23
	2		31	29	

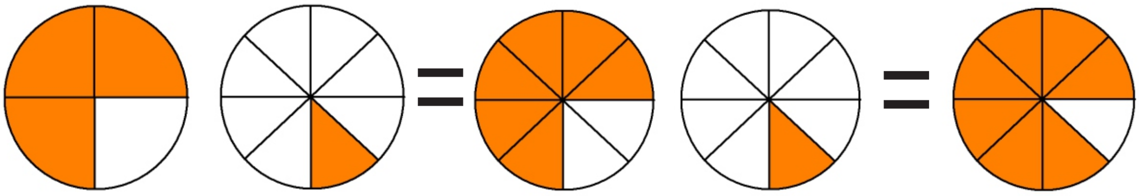
	3		13		19
11		2			23
	7		31	47	

	2		17		19
11		3			13
	5		29	47	

ATIVIDADES - FRAÇÕES

Nome: ______________ **Data:** _____

Siga o exemplo e resolva as operações abaixo:

$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} =$ 

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$

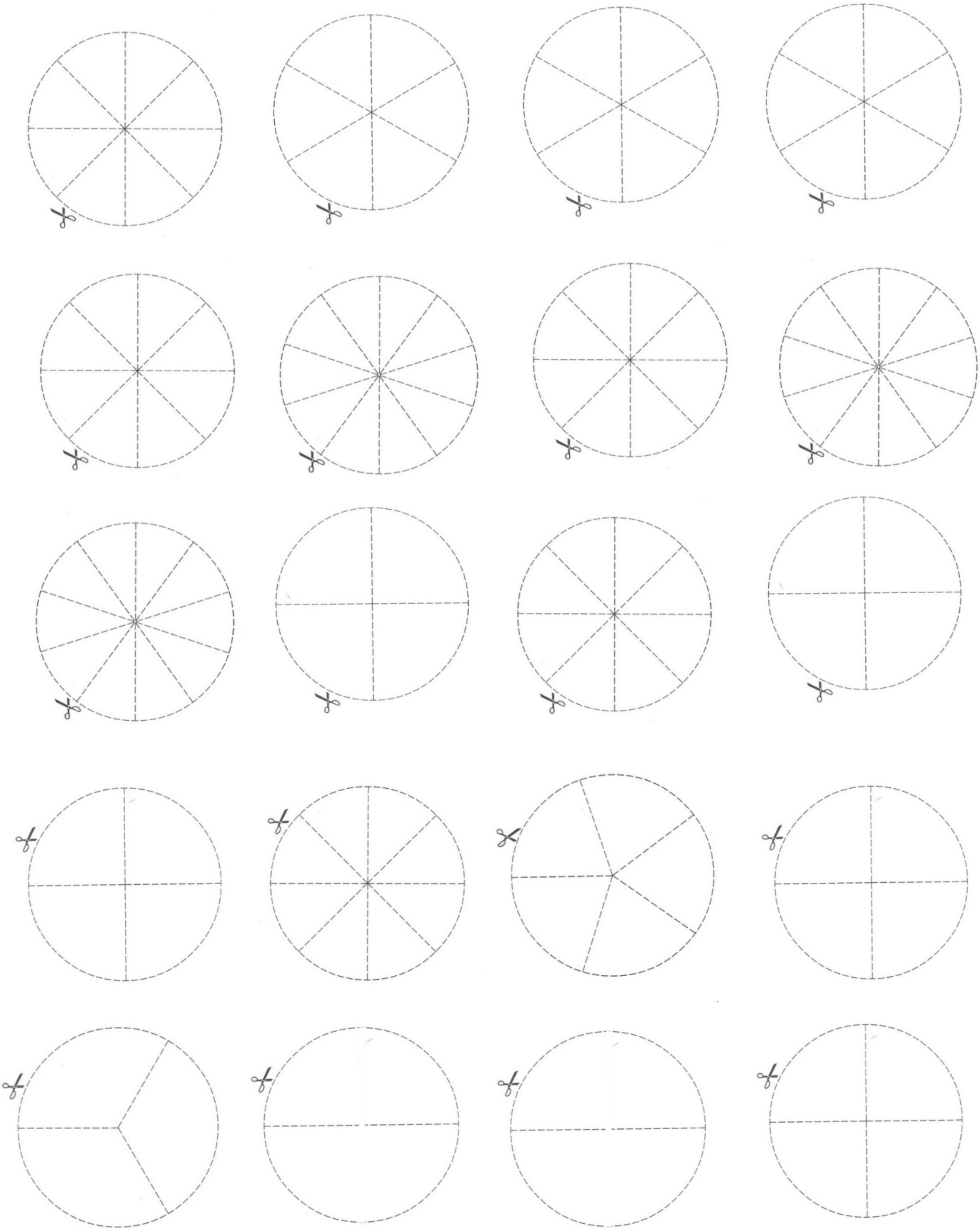
$\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$

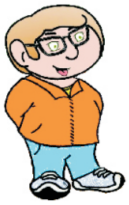
$\frac{2}{8} + \frac{1}{2}$

ATIVIDADES - FRAÇÕES

Nome: ______________ **Data:** ____

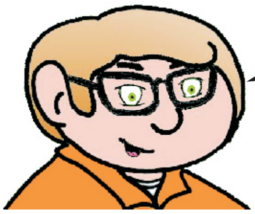
Após recortar. utilize os discos abaixo para representar todos os passos das somas propostas colando-os na folha de exercícios! Não esqueça de colorir com as suas cores favoritas!





ATIVIDADES - FRAÇÕES

Nome: ______________ **Data:** _____



Nos exercícios abaixo, represente as frações indicadas e,
a seguir,, represente as frações equivalentes. Ao final
represente a resposta e classifique-a em própria ou imprópria.

1. Três amigos estão participando de uma corrida de revezamento. André percorreu dois quintos do trajeto e Bruno um meio. Qual a fração indica a distância a ser percorrida por Cláudio para completar a prova?

2. No recreio, Ana ganhou 3 pedaços de barras de chocolate: um terço da barra de chocolate branco, três quartos da barra de chocolate ao leite e um sexto da barra de chocolate crocante. Se todas as barras originais tinham o mesmo peso, qual fração indica a quantidade de chocolate ganha por Ana?