

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Kellen Cardoso Barchinski

FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA DE TRABALHO COM O WINPLOT

Porto Alegre

2013

Kellen Cardoso Barchinski

FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA DE TRABALHO COM O WINPLOT

Trabalho de Conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre

2013

Kellen Cardoso Barchinski

FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA DE TRABALHO COM O WINPLOT

Trabalho de Conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Orientador

Instituto de Matemática – UFRGS

Profa. Dra. Leandra Anversa Fioreze
Instituto de Matemática – UFRGS
Departamento de Matemática - UFSM

Profa. Dra. Márcia Rodrigues Notare
Instituto de Matemática – UFRGS

Agradecimentos

Em primeiro lugar é essencial agradecer todo o incentivo que recebi da minha família para tal realização. Sempre foram pessoas muito amorosas e esse amor me motivou e motivará durante toda minha vida. Agradecer por ter uma mãe tão atenciosa que se preocupa com os mínimos detalhes, uma avó que é sinônimo de alegria, por uma irmã amiga que conforta com palavras e gestos meigos e por um pai que incentivou meus estudos desde cedo.

Agradecer também a meus colegas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul que trilharam ao meu lado durante o curso sendo meus aliados em todos os momentos por pior que eles fossem. Para não ser injusta prefiro não citar nomes, pois tenho certeza que todos sabem sua importância durante essa trajetória.

Aos meus professores que foram profissionais de extrema importância para minha formação. Em especial ao meu orientador Marcus Basso por sempre me incentivar aos estudos e por nunca me deixar desistir, mesmo quando eu enfrentava momentos difíceis. Por ser, além de meu orientador, meu amigo em todos os momentos do curso. Não poderia deixar de citar a minha banca examinadora, Professora Leandra Fioreze e Professora Márcia Notare, que não somente aceitaram nosso convite mas que foram grandes incentivadoras de minhas produções escritas.

O meu muito obrigada também aos meus colegas do PIBID, que dividiram momentos de extrema aprendizagem e alegrias. Um agradecimento especial aos meus colegas do grupo PIBID Irmão Pedro, que além de estudos compartilharam uma amizade muito especial que sempre será lembrada.

Essa etapa da minha vida foi muito especial e agradeço a todos que cruzaram o meu caminho e me deixaram bons ensinamentos.

Resumo:

Este trabalho apresenta uma proposta para a disciplina de matemática aplicada em uma escola da rede pública estadual de Porto Alegre. A atividade consiste em uma sequência de questões sobre funções afim divididas em quatro encontros dos quais os alunos, nos dois últimos, irão manusear o software Winplot. O trabalho busca responder a seguinte pergunta: como os alunos esquematizam suas resoluções, ou seja, como eles fazem representações do que lhe foi dado. As atividades foram elaboradas e implementadas utilizando como guia a teoria de Raymond Duval. Para justificar o uso da tecnologia o estudo de Valente nos serve como referencial teórico. Como resultados obtemos diferentes representações realizadas sendo essas tratadas de formas distintas. Com a utilização do computador percebemos que os alunos adquiriram outra maneira de representar e modificar os registros.

Abstract

This work presents a proposal to the discipline of applied mathematics in a school of public schools in Porto Alegre. The activity consists of a sequence of questions about affine functions divided into four sessions which students in the last two, will handle the Winplot software. The study seeks to answer the following question: how students depict their resolutions, ie, how they make the representations given to it. The activities were designed and implemented using as a guide the theory of Raymond Duval. To justify the use of technology to study Valente serves as the theoretical framework. As results we obtain different representations being made these treated differently. Using the computer realize that students have acquired another way to represent and modify records.

Lista de figuras

FIGURA 1: Interface do Software Winplot.....	23
FIGURA2: Sistema de numeração grega	25
FIGURA 3: Laboratório de informática da escola	32
FIGURA 4: Resolução da questão 1.....	51
FIGURA 5: Resolução da questão 2	51
FIGURA 6: Resolução da questão 3	52
FIGURA 7: Resolução do item a da questão 4	53
FIGURA 8: Resolução dos itens b e c da questão 4	54
FIGURA 9: Resolução do item a da questão 5	55
FIGURA 10: Resolução dos itens b,c e d da questão 5.....	56
FIGURA 11: Resolução do item a da questão 1.....	56
FIGURA 12: Resolução do item b da questão 2	57
FIGURA 13: Justificativa da aluna	57
FIGURA 14:Resolução do primeiro caso da questão 2	58
FIGURA 15: resolução dos itens a e b do segundo caso da questão 2...59	
FIGURA 16:Resolução dos itens a,b do terceiro caso da questão	60
FIGURA 17: Resolução do item a da questão 3	61
FIGURA 18: Resolução dos itens b e c da questão 3	61
FIGURA 19: Resolução da questão 1	62
FIGURA 20: Resolução da questão 2	62
FIGURA 21: Resolução da questão 3	62
FIGURA 22: Resolução da questão 5	63
FIGURA 23: Resolução da questão 6	63
FIGURA 24: Resolução do item a da questão 1	64
FIGURA 25: Resolução dos itens b e c da questão 1	64
FIGURA 26: Resolução da questão 2	65

FIGURA 27: Registro escrito das funções para o esboço no Winplot.....	65
FIGURA 28:Registro escrito das funções para o esboço no Winplot	66
FIGURA 29: Passo para a construção da estrela.....	67
FIGURA 30: Passo para a construção da estrela	67
FIGURA 31: Registro escrito do aluno para o desenho no Winplot.....	68
FIGURA 32: Desenho no Winplot	69
FIGURA 33:Registro escrito do aluno para o desenho no Winplot	69
FIGURA 34:Desenho no Winplot	70
FIGURA 35:Registro escrito do aluno para o desenho no Winpl.....	70
FIGURA 36:Desenho no Winplot	71
FIGURA 37:Registro escrito do aluno para o desenho no Winplot.....	71
FIGURA 38:Desenho no Winplot	71

Lista de Tabelas:

Tabela 1: Tabela de classificação de registros de representações semióticas.....	26
Tabela 2: Conteúdos.....	34

Sumário

1 – Introdução	11
1.1 Motivação.....	11
1.2 Introduzindo o que será estudado.....	12
2 - Tecnologia.....	16
2.1 As visões da tecnologia para Valente	18
2.1.1 Visão Cética.....	18
2.1.2 Visão Otimista.....	19
2.2. O Software Winplot.	21
3 - Representações Semióticas.....	24
4- Procedimentos e Materiais.....	32
4.1 –Sujeitos da Pesquisa.....	32
4.2 - Estudo de Caso	33
4.3 – Coleta de Dados	33
4.4 – A sequência de Atividades.....	34
5 - Análise de Dados	52
6 - Considerações Finais.....	76
7 – Referências	78
Anexos	79

1 – Introdução

1.1 Motivação

Durante dois anos e meio da minha graduação fui bolsista do Projeto PIBID (programa de bolsas de iniciação a docência). Nosso grupo consistia de quinze bolsistas, sendo estes divididos em subgrupos de cinco integrantes. Cada subgrupo é destinado a uma escola pública de Porto Alegre para trabalhar diretamente com os alunos da escola.

No início dos trabalhos, realizávamos oficinas sobre o conteúdo que a professora regente da disciplina de matemática da escola, na qual éramos bolsistas pelo projeto, estava estudando em aula. Tais atividades variavam de apresentação de acordo com a nossa criatividade e elaboração das mesmas.

Em certa etapa do projeto veio, agregando ao desenvolvimento de atividades, a disciplina de Educação Matemática e Tecnologia, onde trabalhávamos com uma série de softwares e mídias digitais voltados à aprendizagem. Um dos trabalhos solicitados pela professora da disciplina foi a elaboração de um plano de aula utilizando o software Winplot. Eu e um colega, minha dupla na disciplina, nos dedicamos a conhecer o software para nos familiarizarmos com o recurso. Notamos que seria interessante trabalharmos com planos. Foi então que elaboramos uma atividade que consistia em analisar, com o auxílio do Software, o que tornavam dois, ou mais, planos concorrentes, paralelos ou coincidentes. Apresentamos para nossa turma na disciplina a atividade. Foi divertido, aprendemos um conteúdo que, se apresentado de outras formas, seria maçante e monótono, de uma maneira legal.

Mas, se fizemos com planos também podemos fazer com retas. Retas nos remetem a funções afim. Esse, coincidentemente, seria o próximo conteúdo que a professora da Escola do Pibid trabalharia. Foi então que veio a ideia de trabalhar com os coeficientes desse tipo de função. Montei então, agora sem a minha dupla da disciplina, uma sequência de atividades das quais os alunos deveriam nos contar, independente de qual modo fosse que

utilizassem para isso a variação dos coeficientes angular e linear de uma função afim.

A primeira atividade foi totalmente introdutória, mas mesmo assim tivemos muitos resultados positivos. Notamos situações de elaboração e estratégias dos alunos para a resolução muito satisfatórias. Estimular a argumentação do aluno e fazer com que esse nos mostre resultados, deixar nas mãos dele o trabalho, me rendeu bons frutos para que o trabalho não fosse encerrado apenas com aquela atividade.

1.2 Introduzindo o que será estudado

Identificar e analisar as resoluções em matemática é uma tarefa que algumas vezes nos passa despercebido por acabar nos atendo apenas a resultados finais. Uma forma de organizar os dados de uma questão ou uma mudança de escrita em vários momentos nos faz perceber o que os alunos precisam compreender a mais sobre determinado assunto ou em qual parte do conteúdo está a dúvida. Alguns deles conseguem nos relatar perfeitamente passo a passo do desenvolvimento da questão, mas não sabem escrever, outros sabem escrever como os fatos no seu raciocínio acontecem, mas não sabem nos relatar matematicamente, também temos os que não conseguem expressar a forma algébrica na forma gráfica e outros transitam entre essas duas formas com facilidade. Pesando nessa questão, nosso trabalho busca responder a seguinte pergunta: como os alunos esquematizam suas resoluções, ou seja, como eles fazem representações do que lhe foi dado? Outro fator importante que será analisado é: que tipos de questões dão um bom suporte para a representação dos alunos?

Baseado na ideia de estudar como os estudantes representam matematicamente conceitos ou ideia, pensamos em observar e registrar as resoluções de atividades que tratam de funções afim. Nota-se nesse conteúdo a necessidade de se conseguir a transformação do registro algébrico para o registro gráfico, assim como a interpretação de dados expostos em tabelas, esquemas ou apenas em enunciados.

A importância de se estudar funções afim, a nosso ver, vem da dificuldade que muitos alunos encontram na noção do conceito de variável e, principalmente, em expressar relações generalizadas das situações. Por isso propomos atividades que sugerem que o ensino de funções comece em representações numéricas, gráficas, em forma de tabela e contextualizadas, que são consideradas mais intuitivas e apresentam maior visualização.

Com essa sequência de atividades, analisaremos as estratégias que o aluno faz uso para resolver os exercícios propostos. Qual é a sua reação ao se deparar com uma função que nos dá como gráfico uma reta e também como ele interpreta os coeficientes, angular e numérico, da função de primeiro grau. Queremos não somente respostas “exatas”, nossa intenção é que o aluno nos escreva ou nos argumente o seu pensamento. Ou seja, queremos que os alunos nos registrem de alguma maneira a forma como sistematizam seus pensamentos no momento da resolução. Tal questão está enquadrada nos PCN’s (BRASIL, 2000, p.19):

“A linguagem é considerada aqui como capacidade humana de articular significados coletivos em sistemas arbitrários de representação, que são compartilhados e que variam de acordo com as necessidades e experiências da vida em sociedade. A principal razão de qualquer ato de linguagem é a produção de sentido”

Pensando em como tornar essa representação mais evidente para observarmos pensamos em vários métodos de realizar uma sequência de atividades visando o bom andamento das mesmas. Para isso buscamos recursos que fizessem parte da vida do aluno e, acima de tudo, do que lhe dá prazer em manusear. Um fator predominante na vida dos jovens é a utilização de tecnologia. Basta olhar ao nosso redor em qualquer ambiente em que estejamos, vamos logo notar alguém manuseando um celular, um notebook, um tablet ou fazendo uso de algum aparelho tecnológico. Muitas vezes conversamos com uma pessoa que está na mesma sala em que estamos através de mensagens virtuais. É engraçado, mas o uso das mídias nos desperta interesse.

O cotidiano do adolescente é completamente ligado ao uso de tais mídias. Basta observar o horário de intervalo em qualquer escola. Ultimamente

temos notado, que os recreios estão mais silenciosos. As brincadeiras de “pega-pega” e “esconde-esconde”, onde se envolve correria e utiliza-se normalmente um tom de voz mais alto, estão sendo trocadas por um aparelho digital. Nota-se aquele grupinho, ou até mesmo um aluno solitário, vendo algum seriado, fazendo uso de algum jogo, ou então apenas lendo as novas contratações de seu time em um aparelho digital.

Baseado nesse avanço da tecnologia pensou-se que, em uma parte da nossa atividade, os alunos pudessem realizar no laboratório de informática da escola. A intenção é despertar no aluno um maior interesse e a curiosidade dele para obter soluções. Não queremos com isso, que eles nos dêem respostas curtas, mas sim que ele tenha um pensamento mais investigativo e argumentativo. Também que, ao se deparar com questões desse conteúdo, saiba interpretar corretamente o que lhe está sendo proposto e que investigue e saiba justificar seu desenvolvimento através de registros. No PCN (BRASIL, p. 24 e 25), temos:

“O conhecimento do sentido da investigação científica, de seus procedimentos e métodos, assim como a compreensão de que estão associados à continuidade entre eles e os métodos e produção tecnológicos, é algo que se desenvolve em cada uma das disciplinas da área e no seu conjunto. Isso se traduz na realização de medidas, na elaboração de escalas, na construção de modelos representativos e explicativos essenciais para a compreensão de leis naturais e de sínteses teóricas. A distinção entre modelo e realidade, entre interpretação e fenômeno, o domínio dos conceitos de interação e de função, de transformação e conservação, de evolução e identidade, de unidade e diversidade, de equivalência e complementaridade, não são prerrogativas desta ou daquela ciência, são instrumentos gerais, desenvolvidos em todo o aprendizado científico, que promovem, como atributo da cidadania, a competência geral de investigação e compreensão.”

Para as análises dos registros nos basearemos na teoria das representações semióticas de Raymond Duval. Tal autor refere-se à importância dos diferentes registros para a compreensão em matemática. Seu trabalho voltado para a análise cognitiva, pois muitas vezes não é necessária apenas a matemática para compreender as dificuldades e a maneira como os alunos organizam suas respostas.

“é necessária uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é nem de formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o

desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. (DUVAL, 2003. p.11)”

No capítulo dois do trabalho será apresentadas as visões a respeito do uso das tecnologias na sala de aula. Tais visões são apresentadas por Valente em sua obra “Por quê o computador na educação?”. Também faremos uma síntese sobre o software utilizado para a realização da prática.

No capítulo três apresentaremos a teoria que utilizaremos para na análise das atividades realizadas pelos alunos. A teoria de Representação semiótica, de Raymond Duval, será nossa referencial para estudar os registros dos alunos na realização das atividades.

O quarto capítulo consiste no capítulo de procedimentos e materiais. Nele vamos apresentar os sujeitos da pesquisa. Também será relatado qual estudo utilizamos para a análise, sendo ele o estudo de casos. No mesmo capítulo esboçaremos a sequência didática utilizada na prática bem como as formas de coleta de dados.

A análise das resoluções dos alunos está presente no capítulo cinco titulado “Análise de Dados”. Nesse capítulo relacionaremos a teoria de Duval aos registros dos alunos.

O sétimo capítulo consiste em nossas considerações finais a respeito do que foi proposto aos alunos, bem como na teoria estudada para a realização desse trabalho.

2 - Tecnologia

Quando pensamos em inserir o computador na sala de aula, a primeira reação que temos é sentirmo-nos inseguros quanto a esse recurso, e o primeiro pensamento que nos remetemos é: “Será que num futuro próximo poderemos ser trocados por tais máquinas?” Além dessa questão, um professor interessando em inserir tal tecnologia deve se perguntar: “Será que o computador deve ser inserido em nossa sala de aula porque ele realmente é útil para os conteúdos matemáticos ou é porque é uma questão de modismo visto que vivemos em uma sociedade super equipada de tecnologia?”

Penso que um desafio para todo profissional da educação, que quer fazer uso das tecnologias, é pensar em quais benefícios serão alcançados com a inserção do computador na educação. Essa, a tecnologia, é um recurso que vem sendo explorado recentemente nas aulas e tal inovação faz com que surjam questionamentos a respeito dos métodos e das práticas que são aplicadas por nós professores.

Algo que nos faz refletir é que a escola não sofre tantas mudanças na sua infraestrutura, pois temos sempre a nosso dispor um quadro negro, muitos agora brancos, e giz ou canetas. Papert no seu livro *A máquina das Crianças* (1994) no remete a pensar em uma situação:

“Imagine um grupo de viajantes do tempo de um século anterior, entre eles um grupo de cirurgiões e um grupo de professores primários, cada qual ansioso para ver o quanto as coisas mudaram em sua profissão a cem anos ou mais no futuro. Imagine o espanto de os cirurgiões entrando numa sala de operações em um hospital moderno. Embora pudessem entender que algum tipo de operação estava ocorrendo e pudessem até mesmo ser capazes de adivinhar o órgão-alvo, na maioria dos casos seriam incapazes de imaginar o que o cirurgião estava tentando fazer ou qual a finalidade dos muitos aparelhos estranhos que ele e sua equipe cirúrgica estavam utilizando(...). Os professores viajantes do tempo responderiam de uma forma muito diferente a uma sala de aula de primeiro grau moderna. Eles poderiam sentir-se intrigados com relação a alguns poucos objetos estranhos. Poderiam perceber que algumas técnicas-padrão mudaram - e provavelmente discordariam entre si quanto a se as mudanças que observaram foram para melhor ou para pior -, mas perceberiam plenamente a finalidade da maior parte do que se estava tentando fazer e poderiam, com bastante facilidade, assumir a classe.”

Essa parábola nos deixa a seguinte pergunta, feita por Papert no mesmo livro (1994, p. 10): “Por que, num período em que tantas atividades humanas foram revolucionadas, não vimos mudanças comparáveis na forma como ajudamos nossas crianças a aprender?”

Pensando nessa citação, não somente a infraestrutura da escola deve ser modificada. Isso também implica numa mudança de postura dos membros do sistema educacional e numa formação de professores que suporte tais mudanças, pois a maioria das escolas já possui um laboratório de informática. Muitos podem pensar que a tecnologia não é utilizada nas escolas pois, mesmo com uma nova geração de professores, a maioria dos professores não foram formados com a visão de que as tecnologias podem ser inseridas na vida escolar. A Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), oferece a disciplina nomeada de Educação Matemática e Tecnologia, da qual foi citada no capítulo 1 desse trabalho, que nos apresenta tais recursos. Tal disciplina é voltada para a utilização de tecnologia na educação e nos apresenta diferentes mídias digitais e recursos que um professor pode inserir em sua sala de aula.

O passo inicial para a mudança, que acreditamos já estar acontecendo nas escolas, está na formação de professores que apresente essa cultura digital. Entendemos os professores que não utilizam a tecnologia em sala de aula, formados a mais tempo e que não tiveram essa visão de didática. Nesse momento é que destacamos a nossa importância nas escolas, como recém formados. Um dos desafios de um professor recém formado é contagiar e apresentar esses recursos aos profissionais antigos, que em muitos casos não tiveram acesso a tais.

Informatizar o ensino, com ambientes que enriquecem a aprendizagem é uma tarefa não só dos professores, mas da escola de modo geral, pois existe uma interação aluno computador nesse tipo de ambiente. Tal fato nos remete a pensar que o aluno, ao fazer uso de tal recurso, pode fazer suas próprias alterações nos procedimentos usados para obtenção de soluções. Isso faz com que o aluno seja construtor do seu próprio conhecimento e tal fato não implica que nosso papel como educadores irá ficar desmerecido. Ao contrário do que

algumas pessoas podem pensar, o ser professor (que desperte o interesse e criação dos alunos) nessa situação é de extrema importância e por isso insistimos que um professor deve ser instruído ao uso de tecnologias. Portanto não se tem mais aquela visão conservadora de que “o professor é o dono do conhecimento e esse transmitirá tais a seus alunos”. Ora, por que tal acontecimento não pode acontecer mutuamente? A aprendizagem se enriquece quando temos formas de tornar nosso pensamento articulado com recursos, sejam eles quais forem.

2.1 As visões da tecnologia para Valente

José Armando Valente (1993), defensor do uso de computadores na educação, nos expõe duas visões sobre a tecnologia. Tais olhares nos fazem refletir sobre os benefícios e as desvantagens que a sociedade impõe a respeito do uso de computador pelos alunos nas escolas. São elas a visão cética e a visão otimista.

2.1.1 Visão Cética

O primeiro argumento utilizado por essa ideia é que as escolas não possuem uma boa estrutura para se portar computadores e para manter laboratórios em bons estados. Pensamos que não é somente necessário uma melhora na infra-estrutura escolar. Por outro lado notamos que a educação precisa ser inovada e que, para isso, os professores precisam ser preparados para tal mudança, pois de nada adianta apenas uma valorização do salário do professor sem que esse tenha expectativas e apoio para realizar um trabalho melhor. Para Valente (1993 p. 3):

“Entretanto, essa valorização salarial deve ser acompanhada de uma valorização da educação como um todo. Isso significa que a escola deve dispor de todos os recursos existentes na sociedade. Caso contrário a escola continuará obsoleta: a criança vive em um mundo que se prepara para o século 21 e frequenta uma escola do século 18 (isso tanto a nível de instalações físicas como de abordagem metodológica) “

Tais mudanças na sociedade, tanto quando se falam das tecnologias como quando se falam dos serviços exigidos, nos remetem a buscar a formação de pessoas críticas e que sejam capazes de se adaptarem sem que essas virem “máquinas”. Ou seja, buscamos formar pessoas que opinem e sejam capazes de formar seus próprios argumentos. Uma de nossas preocupações é não formar alunos passivos perante os acontecimentos, sejam eles quais for, mesmo quando nos referimos a questões matemáticas. O aluno precisa conseguir elaborar estratégias para resoluções e nem sempre ele irá dispor de um professor para lhe auxiliar.

Citado inicialmente no texto, outro argumento usado pelos céticos é que o computador será inserido no lugar de pessoas. Tal mudança criará a desumanização entre os indivíduos. Retirando o contato entre professores e alunos muitos céticos acreditam que a educação perderá seu lado humano. Tal fato acontecerá dependendo do modo como o professor se posiciona perante seus alunos. Se esse professor é daqueles que apenas fica transmitindo o que pensa realmente não terá como não ser substituído pela máquina, que lhe traz muitas informações. O desafio de um professor tecnológico¹ é saber interagir e aconselhar sobre o uso do computador. Em matemática temos muitos softwares que nos permitem um grande leque de ferramentas e possibilidades e tais comandos cabem inicialmente ao professor instruir os alunos.

2.1.2 Visão Otimista

Temos também a visão daqueles que são otimistas quanto ao uso de tecnologia na educação. Agora, devemos tomar alguns cuidados com o otimismo exagerado, que muitas vezes não traz bons argumentos e corre o risco de causar frustrações. Valente(1993, p. 5) classifica os argumentos mais comuns, que são listados a seguir:

- Modismo: justifica o uso do computador na educação por que outros países e estados fazem uso de tal tecnologia. Segundo Valente esse

¹ Usamos essa expressão para designar aqueles professores que utilizam recursos de tecnologias em sala de aula.

argumento é muito superficial e já foi causa de muitos erros implantados no sistema educacional. As outras experiências devem ser utilizadas desde que se faça uso de muito bom senso sem serem copiadas.

- O computador fará parte da nossa vida, portanto a escola deve nos preparar para lidarmos com essa tecnologia. Tal argumento nos faz pensar em apenas possuímos laboratórios de informática na escola. Porém, é preciso ir além desse pensamento, precisamos de profissionais bem formados para manusear e incentivar as tecnologias. Algumas escolas introduzem a disciplina de informática no seu currículo, quando na verdade não é essa a intenção de defendermos computadores na educação. Segundo Valente computador na educação não significa aprender sobre computadores, mas sim através de computadores.

- o projetor é um meio didático: assim como temos o retroprojetor, o vídeo, etc, devemos ter o computador. O computador não deve servir para que o professor demonstre um fenômeno ou conceito sem que o aluno tenha manuseado antes. É claro que o computador possui muitas ferramentas, como animações, facilidade de simular fenômenos, que podem nos ajudar na exposição de nossas aulas. Para Valente, tal ato pode ser caracterizado como uma ferramenta de sub-utilização do computador se pensarmos nos recursos que ele oferece como ferramenta de aprendizagem.

- Motivar e despertar curiosidade do aluno. Com a intenção de tornar a escola mais interessante e ligada à realidade do aluno, muitos profissionais optam pela inserção do computador. Para Valente, é assustador pensar que necessitamos de algo como o computador para tornar a escola mais motivadora e interessante. A escola não deveria ser interessante pelos artefatos que possui, mas pelo que ela deve proporcionar aos alunos em questão de formação cultural, social e pessoal.

- Desenvolver o raciocínio e possibilitar situações problemas. Esse é um fator do qual trabalhamos para que seja verdadeiro. Para Valente, isso é fácil de ser falado e difícil de ser conseguido. Porém, infelizmente, muitas vezes, a

escola contribui pouco para o desenvolvimento do pensamento do aluno. Ficamos então a nos perguntar se esse não é um dos motivos pelos quais ensinamos matemática.

Para muitos autores, o computador auxilia na construção do conhecimento. Segundo Papert (1986) tal construção recebe o nome de construcionismo. Tal denominação é utilizada quando o aluno usa seu próprio conhecimento para a construção de um objeto de seu interesse. Diferenciando do construtivismo defendido por Piaget existem duas ideias nessa definição: o primeiro fala a respeito da prática do aluno em que se é defendida a ideia de que o aluno só aprende fazendo. Já no segundo diz respeito ao fato do indivíduo construir algo de seu interesse, que lhe chame atenção. Tal fato causa motivação no aluno para a realização de tarefas. Portanto é importante questionar-se a respeito da utilização do verdadeiro potencial das tecnologias computacionais no ensino de matemática para que o construcionismo aconteça de forma “espontânea” pelo aluno.

Ligado à concepção citada acima, vem a formulação de práticas que visam a aquisição de técnicas e fórmulas decoradas para calcular as soluções sem significados para o aluno. Isso nos remete a um desprezo do fazer matemático, o que faz com que a não admiração pela matemática cresça entre os alunos. Devemos fornecer ao aluno a possibilidade de desenvolver e utilizar o raciocínio lógico para testar e validar seus argumentos. Por tais motivos defendemos a utilização do computador, que apresenta um ambiente onde o aluno pode desenvolver seu próprio conhecimento e o mesmo pode ser válido e, muito importante, pode ser aplicado.

2.2. O Software Winplot.

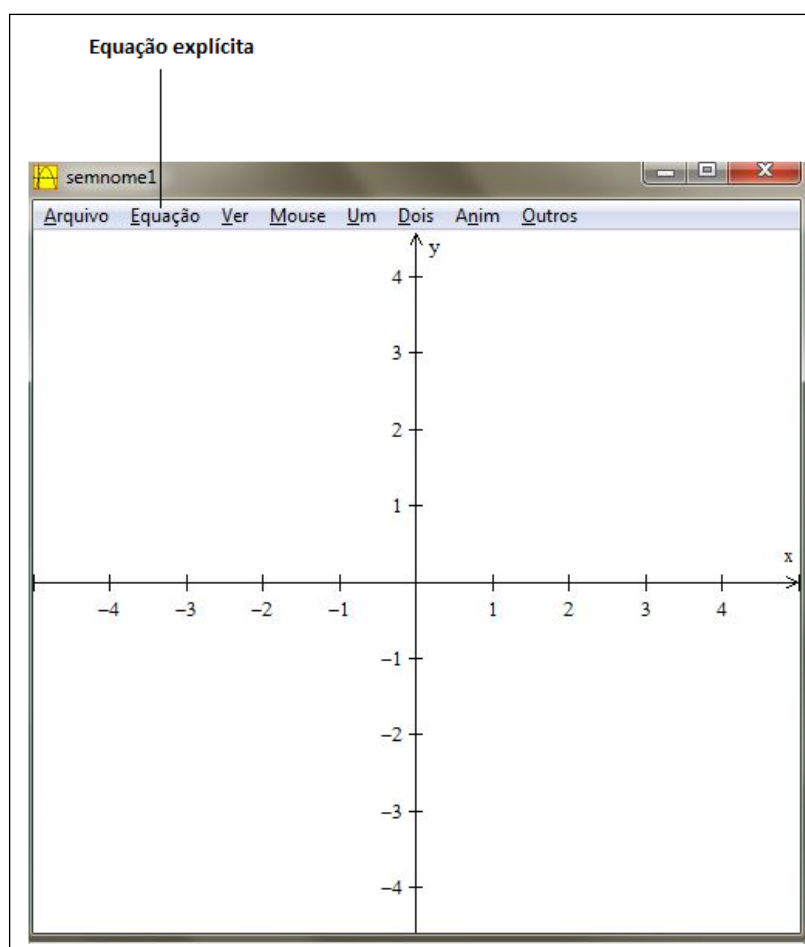
Para a nossa sequência de atividades utilizaremos o software Winplot, que nos permite trabalhar com funções, sólidos de revoluções, também realiza animações, entre outros comandos. O programa foi criado por volta de 1985 pelo professor Richard Parris, da Philips Execer Academy(EUA). Inicialmente chamava-se Plot e rodava em Dos. Com o lançamento do Windows 3.1 o programa passou-se a chamar Winplot.

Além da versão em português, o Winplot possui versões em outros seis idiomas. A tradução para o português foi feita por Adelmo Ribeiro de Jesus, professor bahiano. Outra vantagem é a de funcionar em computadores antigos sem perder sua eficiência e rapidez. Para dar uma ideia de como o software é “leve” podemos salvá-lo em um espaço de menos de 1 MgBites.

O software é freeware e pode ser baixado através do link <http://winplot.softonic.com.br/>

Inicialmente clicando na opção janela 2 dim obteremos a seguinte interface esboçada abaixo na figura . Trabalhamos com as opção equação – equação explícita.

Figura 1: Interface do Software Winplot.



Fonte: arquivo pessoal.

Quando clicamos em equação explícita temos a possibilidade de traçar gráficos das funções desejadas, a partir da seguinte janela. Na mesma janela que acabamos de abrir temos a opção de truncarmos intervalos no eixo x. Ou seja, podemos traçar uma função qualquer de X_1 a X_2 desejados.

Na proposta contida nesse trabalho, podemos notar que grande parte dos recursos existentes no Software não foram executados nas tarefas. Nossa intenção é apresentar o software aos alunos e não expor todas as suas ferramentas. Notamos, após finalizar nossa sequência de atividades que vários recursos contidos no programa foram explorados pelos alunos sem que ao menos lhes fosse citados.

3 - Representações Semióticas

Na matemática, muitas vezes, ouvimos a respeito da importância de esboçar o que estamos estudando ou tentando resolver, seja por meio de escrita, de notação, de gráfico, de desenho. Isso implica que a interpretação das informações que nos são passadas diariamente são primordiais para que consigamos ter argumentos e para adquirir nossa própria opinião a respeito dos fatos. Tal tarefa, de conseguir elucidar e saber organizar a situação deve ser estimulada na escola. Para analisar tais situações nos basearemos nos estudos do filósofo e psicólogo Raymond Duval, autor de vários trabalhos envolvendo a psicologia cognitiva e o papel dos registros de representações semióticas para a apreensão do conhecimento matemático.

Quando falamos em representações semióticas estamos nos referindo a notações e procedimentos usados quando se quer expressar matematicamente as atividades. Parte-se do princípio de que não existe conhecimento que não possa ser mobilizado sem uma atividade de representação. Faz parte dessa estrutura de representações semióticas estudar a mobilidade nessas representações. Segundo Duval(1998., p. 32):

“A especificidade das representações semióticas consiste em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escrita algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações “equivalentes” em um outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para um sujeito que as utiliza”

Dessa maneira, ficamos a nos perguntar se existe uma forma de representar que seja suficiente e ideal para o entendimento dos conteúdos matemático. De acordo com Duval essa resposta é negativa, visto que para o entendimento de qualquer conhecimento o importante é conseguir transitar entre as diferentes formas de representações de um mesmo objeto analisado. Segundo Duval (1999, p. 16):

“A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão”

Como é de conhecimento das pessoas que estudam, ou já estudaram, matemática quando queremos falar sobre um certo objeto, podemos representá-lo de várias formas. Por exemplo, quando queremos estudar a área de um quadrado podemos expressar de várias maneiras esse objeto (quadrado). Temos a opção de desenhar o quadrado repleto de mini quadrados de uma unidade de área, assim como temos a opção de apenas expressar tal situação com a fórmula da área que é lado ao quadrado, entre outras formas.

Algo importante de se analisar nessa tarefa é que os objetos matemáticos não devem ser confundidos com a representação que fizemos deles.

“Ora, na matemática, diferentemente dos outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente. O acesso aos objetos matemáticos passa por representações semióticas.”(DUVAL 2005, p.21)

Ligado à ideia das diferentes representações em matemática estão as dificuldades que os alunos tem em compreendê-la, que muitas vezes podem surgir pela diversidade e complexidade dessas transformações. Para tal é necessário uma análise cognitiva que está relacionada aos erros para tentar buscar as dificuldades encontradas pelos alunos. Para Duval(2005, p.12):

“A originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino.”

Em função dessas dificuldades encontradas pelos alunos nas resoluções, as representações semióticas devem ser estudadas não a partir dos objetos ou dos conceitos matemáticos, mas pelos registros que são produzidos. Inicialmente devemos analisar dois fatores. O primeiro refere-se aos sistemas cognitivos que são necessários mobilizar para aceder aos objetos matemáticos e para realizar múltiplas representações. O segundo é que tais

sistemas cognitivos são os únicos que podem ser mobilizados por qualquer processo de conhecimento em outros domínios científicos e práticos. Para compreender as dificuldades dos alunos e sintetizar os problemas de aprendizagem, é necessário analisar os dados diante desses dois fatores.

Outras duas questões caracterizam a atividade matemática do ponto de vista cognitivo. A primeira é a importância histórica das representações semióticas. Em primeiro lugar deve-se considerar as possibilidades de tratamento em matemática. Um exemplo claro para tal é o sistema que numeração decimal por posição, utilizado por nós, que oferece mais possibilidades que o grego. No entanto a aquisição do sistema de numeração grego pelos alunos não é simples. Não entraremos em detalhes a respeito desse último sistema de numeração citado, mas para exemplificar mostramos abaixo a organização desse sistema.

Figura 2: Sistema de numeração grega.

UNIDADES				DEZENAS				CENTENAS			
A	α	alfa	1	I	ι	iota	10	P	ρ	rô	100
B	β	beta	2	K	κ	kapa	20	Σ	σ	sigma	200
Γ	γ	gama	3	Λ	λ	lambda	30	T	τ	tau	300
Δ	δ	delta	4	M	μ	mu	40	Y	υ	upsilon	400
E	ϵ	epsilon	5	N	ν	nu	50	Φ	ϕ	phi	500
ζ	ζ	digama	6	Ξ	ξ	ksi	60	X	χ	khi	600
Z	ζ	zeta	7	O	\omicron	ômicron	70	Ψ	ψ	psi	700
H	η	eta	8	Π	π	pi	80	Ω	ω	ômega	800
Θ	θ	teta	9	ρ	ρ	kopa	90	$\var�$	$\var�$	san	900

Fonte: http://sistema-de-numeracao.info/mos/view/Sistema_de_Numer%C3%A7%C3%A3o_Grega/

Ligado a tal temos o fato de que muitos objetos em matemática não podem ser diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. Na segunda posição temos a grande variedade de

representações semióticas que utilizamos em matemática. Para designar tais representações iremos nomeá-las como registros para classificá-las.

Tais registros podem ser classificados como Multifuncionais e Monofuncionais. O primeiro tipo de registro são aqueles que não são algoritmizáveis. Já o segundo são principalmente algoritmizáveis. Ressaltamos que esse será ponto da teoria de Duval que será fortemente observado no capítulo de Análise de Dados, visto a importância de se expressar em matemática, independente do tipo de registro. Abaixo temos a tabela que nos apresenta melhor tais conceitos.

Tabela 1: Tabela de classificação de registros de representação semiótica

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: - argumentação a partir de observações, de crenças...; - dedução válida a partir de definições ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1 ou 3) - apreensão operatória e não somente perceptiva; - construção com instrumentos.
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: - numérica (binária, decimal, fracionária...); - algébricas; - simbólicas (línguas formais) - Cálculo.	- Gráficos cartesianos. - mudanças de sistema de coordenadas; - interpolação, extrapolação.

Fonte: ALCANTARA, Silvia dias. Aprendizagem em matemática, registros de representação semiótica

De acordo com a teoria de Duval, a autenticidade da atividade matemática está na simultaneidade de ao menos dois registros de representação, ou também na facilidade das trocas de registros. Compreender os conceitos e definições matemáticas só é possível a partir do momento em que conseguimos coordenar dois tipos de representações para um mesmo objeto. De tal forma, as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias. A importância está em conseguir passar de um registro para o outro. Fazer essa passagem não é somente mudar a forma de tratamento, mas também conseguir explicar o conceito e as propriedades do objeto.

É considerável ressaltar três momentos distintos durante as resoluções feitas pelos alunos, sendo elas as formações de registros nos quais podemos identificar, o tratamento e a conversão.

A formação de uma representação são os dados que serão utilizados para tais registros. Esses dados podem ser enunciados de frases, desenhos, gráficos, entre outras maneiras. Aí está um fator fundamental na vida profissional do professor: saber elaborar e selecionar suas atividades de modo que não se invista somente em um tipo de representação. Sabemos que cada professor tem o seu perfil e suas metodologias para o andamento de sua aula e não afirmamos aqui que o professor deve ser um malabarista e tentar fazer todas as representações possíveis durante a sua aula. Estamos aqui destacando a importância de o aluno ter alternativas a seguir, com questões variadas representativamente. Questões somente com enunciados as vezes não são válidas para o incentivo a variadas representações. A afirmação que diz que “em matemática existe apenas uma resposta certa” na maior parte das vezes induz o aluno a pensar que com isso também temos apenas um tipo de resolução válida.

A análise referida como tratamento diz respeito a transformações das representações realizadas acima. É através do tratamento que decidimos qual modo resolveremos tais questões, ou seja, também podemos classificar um

tipo de resolução (uma expressão, uma frase, um gráfico, um desenho) como um tratamento das informações que foram dadas. Com isso, temos vários tratamentos e isso nos reflete à importância de termos a mesma informação sendo tratada de diferentes formas.

Os tratamentos são considerados transformações de uma representação semiótica no mesmo registro em que foi formada. Esse ponto da análise feita das resoluções é muito importante pois nos permite analisar as escolhas que os alunos fazem para estruturar seu raciocínio. Com os dados selecionados deve-se decidir de qual maneira será feita a resolução e a isso nomeamos de tratamento. Algo que é relevante durante a observação feita pelo professor em sua sala de aula é se questionar o por que seu educando escolheu tal registro. Muitas vezes é escolhido o tratamento que lhes exigirá menos passos e menor resolução.

“Essa economia de tratamento pode ser uma economia do custo em memória, de acordo com Condillac, o primeiro a tê-lo mostrado em *A linguagem dos Cálculos*. Ela pode ser também uma economia de ordem heurística, como, por exemplo, o recurso a uma figura para resolver um problema de geometria”(DUVAL. 2009. p. 34)

Cabe-nos pensar até onde o menor tratamento é eficiente nas resoluções dos alunos. Esse é outro fator que, na prática realizada nesse trabalho nos preocupamos. É de extrema importância buscar formas para tornar o exercício claro e isso nos exigiu que incentivássemos os alunos a procurarem expressar de qualquer forma seus pensamentos, mesmo que fosse através da sua fala.

Já a conversão nos faz pensar a respeito das diferentes formas de expressar um objeto no mesmo exercício. Nessa etapa da análise, é importante observar, por exemplo, como o aluno consegue escrever uma função crescente de diferentes métodos. Fortemente ligado a isso encontramos a passagem do algébrico para o gráfico, ou vice versa. Para Duval (1993 p.272):

“A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conversão é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter).”

Cabe ressaltar a diferença entre conversão e interpretação. Interpretação requer uma mudança de contexto e isso não implica na mudança de registro. Podemos nos confundir também a respeito da codificação, que muitas vezes é uma codificação do que já está escrito. Fazer substituições nas resoluções não é igual à troca de registro.

Quando analisamos a atividade de conversão, é suficiente comparar a representação no registro de partida com a representação no registro final. Dois fatos podem acontecer, ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação – diz então que há congruência -, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não congruência.

Temos também o sentido da conversão, que diferencia-se conforme o registro. Um exemplo para isso é o seguinte: imaginemos dois alunos resolvendo uma questão onde se tem que construir um gráfico de uma função e determinar a sua lei. O primeiro estudante expressa primeiro a lei da função e em seguida traça seu gráfico. Já o segundo aluno traça o gráfico e em seguida representa a lei da função. Considerando a construção do gráfico como registro A e a lei da função como registro B note que o primeiro aluno faz a seguinte conversão: $B \rightarrow A$, já o segundo faz a conversão: $A \rightarrow B$.

Saber diferenciar tratamento de conversão é algo que exige uma análise sutil, que em certos momentos pode ser confundido. Para Duval (2003. p. 16):

“Em outros termos, a conversão não tem nenhum papel intrínseco nos processos matemáticos de justificação ou de prova, pois eles se fazem baseados num tratamento efetuado em um registro determinado, necessariamente discursivo. É por isso que a conversão não chama atenção, como se tratasse somente de uma atividade lateral, evidente e prévia à “verdadeira” atividade

matemática. Mas, do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão.”

Agora pensamos o seguinte: certos objetos matemáticos não são fáceis de percepção ou então não conseguimos ter uma intuição imediata, pois não são objetos físicos ou reais. Vem daí a necessidade de definirmos representantes aos objetos matemáticos. Tais representações não são importantes apenas para a comunicação, mas também para o desenvolvimento da atividade cognitiva do pensamento. Para Duval (2003, pg 269), elas desempenham um papel primordial:

- no desenvolvimento das representações mentais: estas dependem de uma interiorização de representações semióticas, do mesmo modo que as representações mentais são uma interiorização daquilo que é percebido (VIGOTSKY, 1992; PIAGET, 1968);

- na realização de diferentes funções cognitivas: a função de objetivação (expressão particular) que é independente daquela de comunicação (expressão para outrem), e a função de tratamento que não pode ser preenchida pelas representações mentais (algumas atividades de tratamento são diretamente ligadas à utilização de sistemas semióticos, por exemplo, o cálculo);

- a produção de conhecimentos: as representações semióticas permitem representações radicalmente diferentes de um mesmo objeto, na medida em que elas podem atender sistemas semióticos totalmente diferentes (BENVENISTE 1979, BRESSON 1978).

4- Procedimentos e Materiais

Nesse capítulo relataremos como foi realizada nossa prática. Apresentaremos os sujeitos da pesquisa, bem como foram realizadas as coletas de dados e quais procedimentos usamos para tais coletas.

4.1 –Sujeitos da Pesquisa

O estudo foi realizado com sete alunos do primeiro ano do ensino médio da Escola Técnica Estadual Irmão Pedro, localizada em Porto Alegre. Os alunos participantes dessa atividade foram convidados para a realização da prática, formando um grupo de alunos que tiram boas notas e alunos que possuem notas não tão altas. Temos a faixa etária dos alunos entre 14 a 15 anos. A carga horária da disciplina de matemática na escola é de quatro períodos por semana. Sendo assim, as práticas foram realizadas no decorrer desses períodos. Nossa atividade foi realizada em quatro encontros, realizados duas vezes por semana. Todas estas foram realizadas no laboratório de informática, sendo os dois últimos encontros fazendo o uso dos computadores.

Figura 3: Laboratório de informática da Escola



Fonte: Arquivo pessoal

4.2 - Estudo de Caso

O estudo de caso se define em analisar especificamente os “porquês” e os “comos” dos alunos quando estão frente à realização de uma atividade. Esse estudo se debruça a analisar uma situação específica, no nosso caso as representações feitas pelos alunos.

“Um estudo de caso é uma investigação de natureza empírica. Baseia-se fortemente em trabalho de campo ou em análise documental. Estuda uma dada entidade no seu contexto real, tirando todo o partido possível de fontes múltiplas de evidência como entrevistas, observações, documentos e artefactos “ (Yin, 1984. Apud. PONTE 2006, p.6)

Um fato importante que nos cabe ressaltar do estudo de caso é analisar o modo como tal questão se desenvolveu, bem como o seu contexto envolvido. Isso nos remete pensar claramente nas representações semióticas que estamos estudando neste trabalho.

O incentivo para que os alunos escrevam, desenvolvendo seu raciocínio e procurando representar o que lhes foi sugerido, é tarefa fundamental para a obtenção de dados precisos. Não somente isso, temos também a aquisição de conhecimentos e de uma melhor investigação e análise, dessa vez formulada pelo aluno. O próprio aluno classifica o que é importante e, mais ainda, decide de qual maneira tal conceito estudado se torna claro para aprimorá-lo.

Foi escolhido o estudo de caso no nosso trabalho porque analisaremos a resolução de cada aluno em particular. Tendo em vista esse estudo, realizamos nossa atividade com um número pequeno de alunos.

4.3 – Coleta de Dados

A coleta de dados foi realizada de forma diversificada, para que pudéssemos ter uma maior diversidade de registros e diferentes materiais de interpretação. A cada encontro tínhamos uma folha que era entregue aos alunos com a lista impressa com as questões do dia. Nela os alunos deveriam nos expressar suas resoluções. Também fizemos o uso de gravações de voz, para conseguir entender as dúvidas que os alunos tinham na representação matemática e no próprio entendimento das questões, sendo que muitas vezes

ouvimos relatos da dificuldade encontrada na hora de transcrever para o papel o raciocínio.

Assim como os alunos registravam de forma escrita eu, ministrante da atividade, também possuía um caderno de anotações, pois muitas vezes a inexperiência de utilizar um gravador me fazia esquecer de ligá-lo em certos momentos. Tais anotações feitas por mim também se referiam à atitude dos alunos diante das atividades e do uso de tecnologia.

4.4 – A sequência de Atividades

Antes de listar e justificarmos nossa sequência de atividades, é importante ressaltar que a tal tem algumas modificações de linguagem em relação as atividades entregue aos alunos. Para ilustrar segue a organização dos quatro encontros que foram realizados bem como os conceitos analisados.

Tabela 2: Conteúdos

Encontro	Atividades
1	- Interpretação de Gráficos e Tabelas - Análise de dados
2	- Situações Problemas, - Esboço de Gráficos
3	- Estudo de posições entre retas com o uso do Winplot
4	- Construções no Winplot

Fonte: Arquivo pessoal

Formar alunos que saibam ler e interpretar dados e informações vêm sendo uma das prioridades para os professores de matemática. Tendo em vista o desenvolvimento de tais habilidades, é importante que a matemática comece a ser estimulada logo cedo na vida dos alunos. Ligada à matemática, vem a busca por generalização, a análise de dados, interpretação de tabelas e de gráficos, que muitas vezes não é estimulada na vida escolar. Buscando vencer

esses obstáculos, de termos alunos com dificuldades de fazer suas próprias considerações sobre informações que lhes são dadas, a atividade do dia 1 pretende estimular o aluno a observar dados e buscar generalizá-los, para que este consiga explicá-los de acordo como lhe foi dado.

“Sabe-se que ler uma tabela, um diagrama não é tarefa imediata. A leitura exige por parte do leitor certa intimidade, e também domínio, de modo de representação utilizado. A leitura exige por parte do leitor certa intimidade, e também domínio, do modo de representação utilizado. Ler, interpretar, analisar e julgar, ou organizar dados em gráficos e tabelas significa, antes de tudo, dominar o próprio funcionamento representacional.” (FLORES, MÉRICLES. pg. 1)

Analisando as questões número 1 e número 3, do primeiro encontro, temos os dados de determinadas situações dispostos em uma tabela de acordo com o tempo. Na questão número 2 nota-se que deixamos de “alinhar” os dados de acordo com o passar do tempo para que o aluno os organize da forma que escolher. Logo, tendo essa situação, o aluno deve buscar uma alternativa para tal solução, para tal generalização. A intenção com a diferença entre essas duas questões é de querer analisar os esquemas utilizados pelos alunos para resolvê-las. Na primeira questão, onde temos uma tabela o aluno tem a opção de colocar os valores diretamente em um gráfico, ou quem sabe apresentar a expressão algébrica da função. Já na questão de número 2, que é descritiva e não contém gráficos e tabelas, o aluno pode organizar os itens em uma tabela, em um gráfico. Nossa intenção é observar as diferentes formas de representação que irão surgir no desenvolvimento da atividade.

Mesmo sem a expressão da função, é importante que o aluno saiba identificar em que os valores de x crescem ou decrescem. Pensando nisso foram elaboradas as questões 4 e 5 da seqüência de atividades. Tal seqüência é introdutória à aprendizagem de funções afim. Porém não deixamos de apresentar os gráficos, que poderiam servir de suporte para a criação de esquemas que contribuíssem para a solução das questões. Note que não estamos preocupados com a resposta em termos de números e expressões, estamos com a intenção de ouvi-los relatando e de olhar os registros que serão os pontos chaves na aprendizagem de funções, como, por exemplo, na questão 4.b) na qual queremos que seja analisado o tamanho inicial de cada larva. Nesse caso, esperamos que o aluno se questione em qual tempo

teremos o tamanho inicial. Também estamos preocupados que o estudante nos expresse, de seu modo, como analisa uma função decrescente. Note no exercício 5.d) que questionaremos o momento decrescimento da Classe A/B. A intenção de tal questionamento é que o aluno consiga analisar o período de maior de decrescimento da população.

Seguem as atividades do primeiro dia.

- 1) O preço de um produto no mercado cresce de acordo com os meses que passam. Observe o crescimento desse produto na tabela abaixo.

Tempo (em meses)	Preço
0	R\$ 1,00
1	R\$ 3,00
2	R\$ 5,00
3	R\$ 7,00
4	R\$ 9,00
5	R\$ 11,00

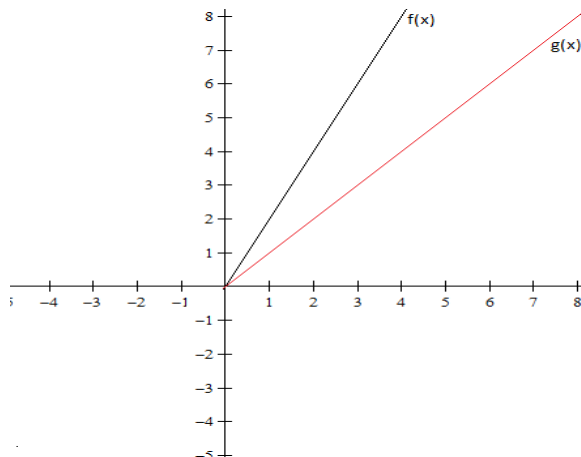
Após t meses qual será a expressão do valor do produto em função do tempo?

- 2) Um prédio possui 40 andares. Sabe-se que o elevador leva 13 segundos entre um andar e outro. Como podemos expressar o tempo que uma pessoa leva dentro do elevador até chegar ao andar desejado?
- 3) A tabela a seguir mostra o desenvolvimento de uma planta, em centímetros a cada dia.

Tempo	Tamanho
0	0 cm
1	3 cm
2	6 cm
3	9 cm
4	12 cm
5	15 cm

Como podemos expressar o crescimento da planta de acordo com o tempo?

- 4) Observe os gráficos de crescimento de duas larvas em milímetros em função do tempo. $f(x)$ representa o crescimento de uma espécie A de larvas e $g(x)$ representa o crescimento uma espécie B de larvas.



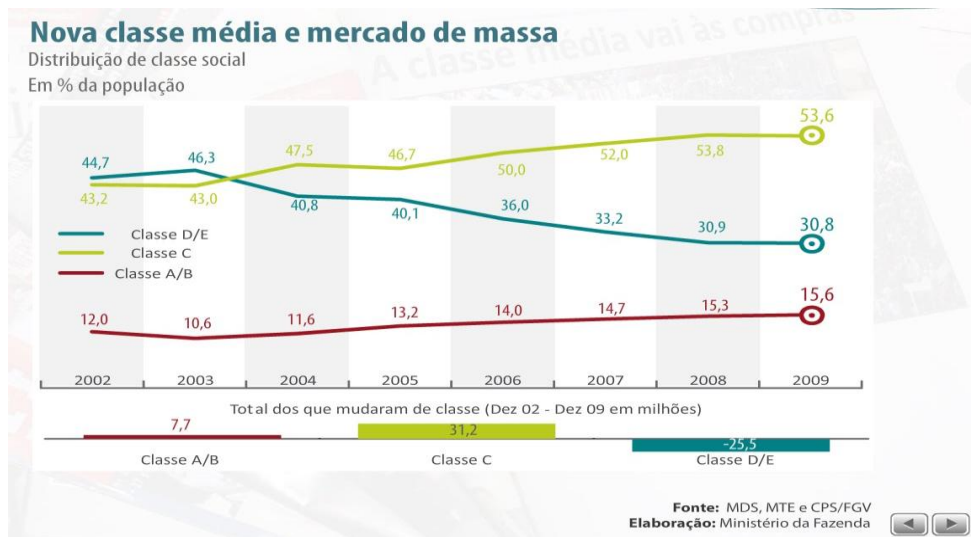
Agora responda:

- a) O que podemos dizer a respeito de tais crescimentos? As duas crescem iguais?

b) Qual cresce mais rapidamente e qual cresce menos rapidamente? Como é o tamanho inicial de cada larva? Onde identificamos no gráfico o tamanho inicial de cada larva?

c) Você pode dizer o porque não temos valores para x negativo?

5) Observe a seguir a distribuição de classe social no Brasil entre os anos de 2002 e 2009.



De acordo com o gráfico analise:

a) Em qual período a classe C foi menor do que a classe D/E?

b) Analisando a maneira como cada classe cresceu relate qual das classes cresceu mais? E qual cresceu menos? Como você fez para observar tal fato?

- c) Analisando a classe C qual foi o período de maior crescimento. Quais análises você fez para concluir o fato?
- d) Qual foi o período de decrescimento da população de classe A/B? Como podemos analisar isso no gráfico?

Algo sugerido no ensino é que os alunos aprendam a respeito do que tem aplicação no seu cotidiano. Dessa forma as atividades do segundo dia nos remetem a esse pensamento. Procuramos buscar no dia a dia onde as funções afim estão inseridas ou que nos remetem a situações cotidianas.

Apresentamos na questão 1 um exemplo de aplicação nos juros simples. Mesmo não sendo mais utilizado no cotidiano, o juros simples nos remete a boas formulações em funções afim. Nessa questão, esperamos uma generalização das funções afim de acordo com os valores apresentados. Com os itens a) e b) queremos expor que podemos fazer generalizações de várias formas. No item c) queremos que o aluno nos apresente o gráfico da função do montante em função do tempo. Isso exigirá do aluno uma atenção maior, visto que ele acabou de expressar funções diferentes utilizando os mesmos dados da questão.

Ligada a Física temos as formas de expressar a posição de um certo móvel de acordo com seu movimento durante um determinado tempo. Na questão número 2, temos uma parte importante da física sendo expressa com funções afim. Mas, tais generalizações dependem de alguns fatores, por isso dividimos em três situações.

Na primeira situação temos um carro partindo da posição zero com velocidade constante. Nesse caso, teremos uma função linear, pois partiremos do ponto de coordenadas $(0,0)$. Nesse item analisaremos como o aluno vai interpretar quando perguntarmos onde estará o carro após andar 9 segundos. Um ponto chave da observação feita será o procedimento usado para tal resultado visto que ele pode utilizar de vários métodos para tal, através da organização das informações. Note que nas atividades do dia 1 expressamos

várias maneiras de representar uma função, por exemplo por meio de uma tabela relacionando os dados ou através da lei da função, feita um item acima. A intenção de iniciar, nas atividades primeiro dia, dando ideias, mesmo que não diretamente, de formas de representações se objetiva no desenvolvimento do pensamento cognitivo e da análise do aluno, para que esse possa fazer suas próprias generalizações.

No segundo caso, temos o móvel partindo 7 metros após o referencial que tomamos anteriormente. Com essa questão, procuramos que o aluno perceba que essa função não vai iniciar do zero, e sim do 7 no eixo y (referente nesse caso à posição). Essa mudança se refletirá também no gráfico quando os estudantes forem construí-lo. Ali, logo de início, já podemos ser questionados do por que não termos o termo “b” da função afim, visto que na primeira questão tínhamos esse termo.

Já pensando na comparação de gráficos de funções, fator que será explorado no terceiro encontro, o caso 3 introduz a ideia de representarmos no mesmo plano cartesiano duas curvas. Observe que temos dois automóveis, cada um partindo de uma posição e cada um com uma determinada velocidade. Quando perguntamos em qual ponto o carro A ultrapassa o carro B queremos que os estudantes observem que nesse momento eles estarão na mesma posição. Nesse instante ao construírem o gráfico vamos analisar se os alunos notam que é nesse ponto que os gráficos se interceptam. Usando um objetivo similar, temos a questão de número 5. Nessa atividade compararemos dois planos de saúde. Aqui também estaremos relacionando com o cotidiano do aluno e sua interpretação, visto que muitas pessoas não conseguem identificar qual é a melhor proposta entre várias opções por não saber fazer esse tipo de generalização e aplicar durante o tempo ou nas condições desejados.

Segue a prática realizada no segundo dia:

1) No mercado, algumas vezes, usamos juros simples nas compras. Repare como esses juros são calculados na tabela abaixo:

Considere:

Capital o Valor que temos no Presente Pago.

Montante: O valor que deve ser pago após o acréscimo de juros.

Mês	Capital (R\$)	Juros	Montante: C + j (R\$)
01	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 000 + 20 = 1\ 020$
02	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 020 + 20 = 1\ 040$
03	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 040 + 20 = 1\ 060$
04	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 060 + 20 = 1\ 080$
05	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 080 + 20 = 1\ 100$
06	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 100 + 20 = 1\ 120$
07	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 120 + 20 = 1\ 140$
08	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 140 + 20 = 1\ 160$

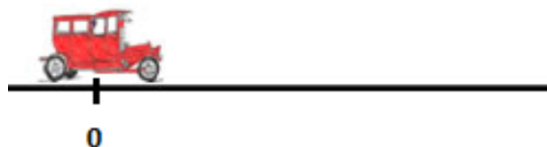
a) Como podemos elaborar uma função que calcule o Juros, independente do mês em que estamos?

b) Como criar uma expressão que nos diga o montante em relação ao juros, tendo informado o mês e o Capital no primeiro mês?

c) Construa o Gráfico do montante em função do tempo.

2) Na física usamos funções de primeiro grau para determinar a posição quando nos referimos a velocidades constantes, ou seja, movimentos uniformes.

Caso 1: Consideramos a seguinte situação: Um carro sai da origem com velocidade constante de 8 m/s.

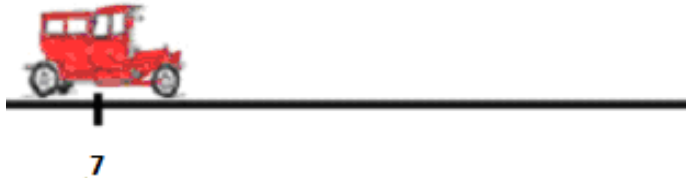


a) como podemos expressar a posição do automóvel em função do tempo?

b) Em qual posição ele estará após andar 9 s ?

c) Esboce o gráfico da função que você expressou na letra a do caso 1.

Caso 2: Agora considere que o carro anda na mesma velocidade mas que ele parta 7 metros a frente do referencial que tomamos, como ilustra a figura:

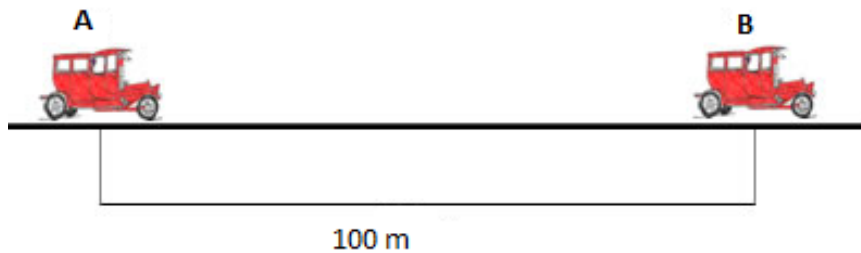


a. Como será a expressão que nos dá a distância final em função do tempo em que o carro andou?

b. Após andar durante 10 segundos onde o carro se encontrará?

c. Esboce o gráfico da posição do carro em função do tempo.

Caso 3: Consideramos agora a seguinte situação com dois carros:



Posição Inicial do Carro A: 0 m

Posição Inicial do Carro B: 100 m

Velocidade do Carro A: 10 m/s

Velocidade do Carro B: 6 m/s

a) Como expressamos a posição final dos dois carros de acordo com o tempo?

b) Em qual momento o carro A ultrapassará o carro B? (em qual momento os dois carros estarão na mesma posição? O que acontecerá com o deslocamento dos automóveis após a ultrapassagem?)

c) Esboce, em um plano cartesiano os dois gráficos, indicando o ponto onde o carro A ultrapassa o carro B.

3) Uma empresa médica oferece dois planos de saúde. Veja a seguir:

Condições dos planos:

Plano A: cobra um valor fixo mensal de R\$ 140,00 e R\$ 20,00 por consulta num certo período.

Plano B: cobra um valor fixo mensal de R\$ 110,00 e R\$ 25,00 no mesmo período acima.

a) Como podemos expressar os dois planos de saúde em função de cada consulta ?

b) Em qual situação o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois se equivalem.

c) Esboce os gráficos das funções, identificando qual é o momento em que os dois planos tem o mesmo valor. Identifique nos gráficos as situações solicitadas no item b.

Na prática do terceiro dia vamos estudar a posição entre duas retas com a utilização do software Winplot. O objetivo é que o estudante observe que podemos apenas com os coeficientes da função saber que duas, ou mais, retas são paralelas ou concorrentes.

Para a realização da atividade desse encontro, inicialmente vamos desenhar no quadro dois planos e, em um deles vamos desenhar um par de retas paralelas e no outro vamos desenhar um par de retas concorrentes. Denominaremos cada uma das posições nos planos referentes a cada uma. Não daremos definições matemáticas a respeito disso, queremos que nos seja indicado como chegar a tais definições. Para isso, inicialmente, perguntaremos quais as semelhanças e diferenças entre os dois pares de retas bem como suas características.

Note que nas questões número 1, 2 e 3 queremos que os alunos nos descrevam as situações. De tais questões esperamos respostas apenas descritivas, afinal tais itens sugerem aos alunos observar e darem o seu parecer a respeito do que visualizaram. Na questão 1 temos duas retas que são concorrentes, sendo uma crescente e uma decrescente. Basicamente são essas duas características que se deve notar, mas, independente dos conceitos matemáticos que já temos, queremos analisar as formas encontradas para expressar tal fato. Na segunda questão, trabalharemos com inclinação de duas retas crescentes. Ressaltamos ao leitor que o conceito formal de inclinação não foi citado em nenhum momento de nossa atividade. Justamente por isso, estamos deixando esse conceito em aberto para analisar como será definido e representado tal fato. Já na questão 3 temos a intenção de que se analise o que acontece quando somamos constantes na função. Outro fator

esperado é que se identifique que estamos trabalhando com funções de mesma inclinação, e aí está outro fator que queremos observar.

Talvez na questão número 4 o aluno ainda não consiga se dar conta de como observar duas retas são paralelas ou concorrentes através de sua função. Ele apenas terá que classificar as retas e nesse caso o Winplot apenas é utilizado para conferir as posições entre as retas. Salientamos que o programa Winplot na nossa atividade não será usado com esse foco. Inicialmente ele servirá de suporte para que os alunos não precisem desenhar todos os gráficos mas salientamos que não teremos esse foco com a utilização do software.

A questão 5 remete ao aluno fazer uma análise da questão 4. Note que apenas estamos dizendo como queremos as retas e os alunos que terão que construí-las. Em último caso, se o aluno ainda não entendeu a ideia de retas paralelas e concorrentes, ele pode observar como são os valores das funções da questão anterior de acordo com suas posições.

Agora note a questão de número 6. Nela o aluno precisa denominar valores para a posição das retas. Em certos casos como no item a) as retas sempre serão paralelas, independente do valor que o aluno colocar em t . Já no item b) do mesmo exercício a variável t se encontra no coeficiente angular da função. Logo, nem sempre essas duas retas serão paralelas. A nossa intenção com essa atividade é que o aluno ao mudar t nessa questão repare que a reta mudando de inclinação e que para ficar paralela à reta dada ela precisa ter o mesmo valor t da outra, ou seja, deve ter o mesmo coeficiente angular da $f(x)$.

Nosso objetivo com o item d) da questão numero 5 é favorecer que os alunos façam generalizações separando em casos. Repare que pelo coeficiente angular as funções serão paralelas. Porém existe o caso em que t pode ser igual a 4, e nessa situação temos duas funções iguais e consequentemente duas retas iguais. Segue a atividade do terceiro dia:

- 1) No programa Winplot no campo de digitação da função, escreva a função $f(x) = 2x$ Perguntamos: essa é uma função crescente ou decrescente? Na mesma janela de inventário clique na opção editar e reescreva a função da seguinte forma $f(x) = -2x$. O que aconteceu? Justifique sua resposta.

- 2) Digite no campo de digitação da função a função $f(x) = x$, em seguida digite a função $f(x) = 3x$. O que acontece com as funções? O que podemos dizer ao compararmos os dois gráficos das funções

- 3) Agora digite a função $f(x) = -x + 1$. É uma função crescente ou decrescente? Em seguida, digite no campo de entrada, juntamente com a função já existente a função, $f(x) = -x + 4$.

- 4) Classifique as retas formadas pelas funções em paralelas ou coincidentes:
 - a) $f(x) = 2x + 2$
 $g(x) = x - 1$
 - b) $f(x) = 3x$
 $g(x) = 3x + 1$
 - c) $f(x) = -x + 4$
 $g(x) = -x + 2$

5) Determine como seria a posição entre os gráficos das funções se variarmos o valor de t:

a) $f(x) = 2x + t$ $g(x) = 2x + 4$	b) $f(x) = 3x + 5$ $g(x) = tx - 1$
c) $f(x) = 5x + t$ $g(x) = 10x + 1$	d) $f(x) = tx - 1$ $g(x) = 7x + 4$
e) $f(x) = tx + 3$ $g(x) = 8x$	f) $f(x) = 2x + t$ $g(x) = 2x + 4$
g) $f(x) = 3x + 5$ $g(x) = tx - 1$	h) $f(x) = 5x + t$ $g(x) = 10x + 1$
i) $f(x) = tx - 1$ $g(x) = 7x + 4$	j) $f(x) = tx + 3$ $g(x) = 8x$

6) De acordo com o que foi estudado responda:

a) Como podemos identificar duas retas paralelas? Como analisamos o paralelismo analisando a lei da função?

b) Como podemos identificar duas retas concorrentes? Como analisamos se duas retas são concorrentes tendo apenas as leis das funções?

No quarto dia continuamos trabalhando com o software Winplot. Porém essa atividade será de forma mais livre aos alunos, deixando que eles criem e programem as funções no recurso. Tal fato justifica o porque da elaboração de uma atividade menos extensa visto que os alunos terão que criar em certas questões seus próprios procedimentos com funções diversificadas e isso exigirá mais tempo.

Na questão número 1, temos três itens listados. Insistindo na ideia de diferentes representações propomos a construção de retas através de pontos dados, o que faz com que eles busquem novos meios de resolução. Note que nos dois primeiros itens os coeficientes podem ser escolhidos de acordo como o aluno desejar, desde que siga as generalizações feitas na atividade do dia 3. Por exemplo, para se ter duas retas que se cruzam no ponto $(0,0)$ basta apenas não termos o coeficiente linear da função. Já no item c) colocamos algumas restrições a respeito de seus coeficientes, que também levam os alunos a pensarem sobre as generalizações feitas no dia anterior.

Com a questão 2, temos a intenção de que os estudantes observem e relatem como devem ser os coeficientes: se são positivos, negativos, ou zero (no caso do coeficiente linear não existir). A ideia é que eles montem a lei da função através dessas observações. Note que nessa questão estão contidos exemplos de funções crescentes e decrescentes juntas, assim como funções de retas paralelas. Nessa questão temos diversas maneiras de expressar tais

fatos, mas um fator que vamos observar mais cuidadosamente será a quantidade de informações que eles conseguem expressar.

Para a resolução da questão 3 vamos apresentar ao aluno a opção de delimitar o intervalo que deseja. Quando abrimos uma janela de comando para que a função seja escrita temos a opção de dizer em qual intervalo, no eixo x , queremos que a função fique delimitada. Com a intenção que os alunos usem tal recurso que o software disponibiliza indicamos, inicialmente, dois desenhos, uma estrela e uma casa. Para desenhar segmentos verticais usaremos a opção segmento, que também é acessível no software onde colocamos a coordenada inicial e a coordenada final do segmento que se deseja traçar. Essa opção será dita no início da atividade, só poderá ser utilizada com segmentos verticais, fora isso os segmentos só poderão ser representados a partir de leis de funções.

A última questão proposta para o quarto encontro é que os alunos elaborem o seu próprio desenho. A intenção é que os alunos utilizem todos os conceitos estudados durante a sequência de atividades dos encontros. Pensamos que tais atividades estimulam a criatividade e a construção dos próprios conceitos pelos alunos. Nesse momento pediremos para que os alunos nos expressem todos os procedimentos realizados durante a elaboração do desenho. Segue a atividade do quarto dia:

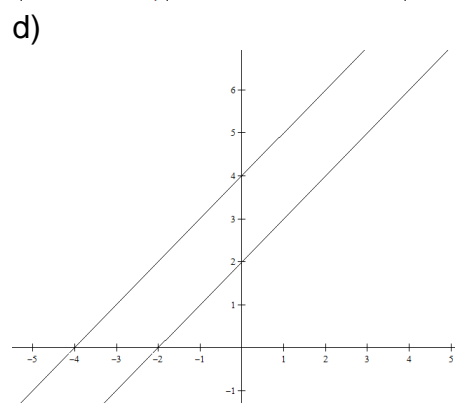
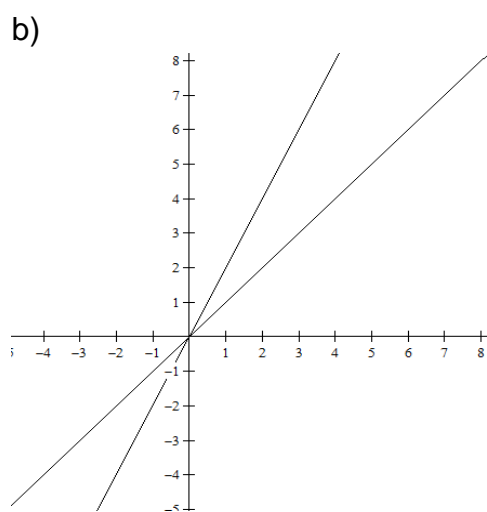
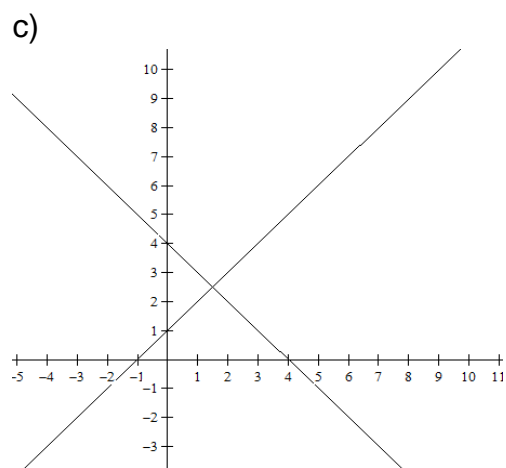
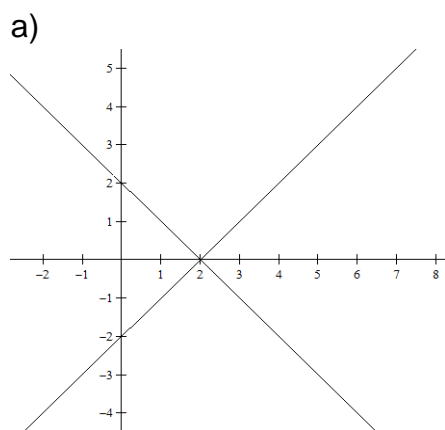
1) Construa o que se pede:

a) Duas retas coincidentes no ponto $(0,0)$. Como você fez tal construção?

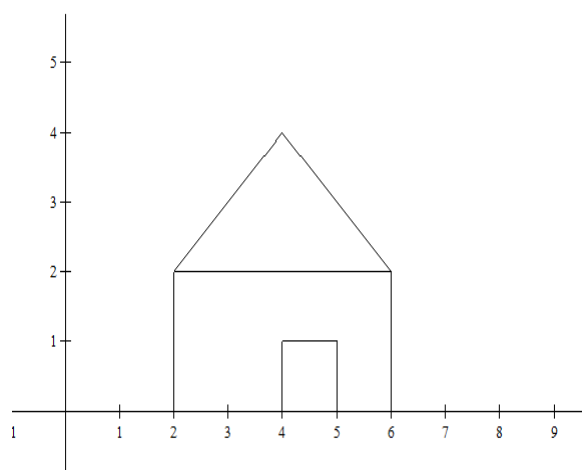
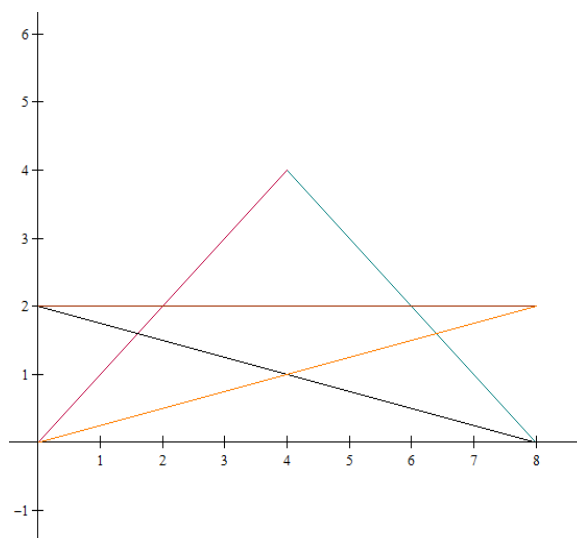
b) Três retas que se interceptam em $(0,3)$. Como você fez tal construção?

c) Duas retas r e s distintas, paralelas. A reta r intercepta o eixo y em 4 e a reta s intercepta o eixo y em 2. Como você fez tal construção?

2) Quais são as leis das funções dos seguintes gráficos:



3) Construa as seguintes figuras registrando cada procedimento utilizado.



4) Faça o seu próprio desenho. Escreva os procedimentos que você usou para a construção do desenho

5 - Análise de Dados

Como já citado no capítulo de procedimentos e materiais tínhamos três formas de registros: os escritos realizados pelos alunos através da sequência de atividades, o nosso diário de campo e gravações de voz. Faremos uso dos três recursos para analisar nossa prática.

Abaixo está a resolução feita por um aluno na questão número 1 da atividade do primeiro dia.

Figura 4: Resolução da questão 1.

1) O preço de um produto no mercado cresce de acordo com os ~~minutos~~ ^{meses} que passam. Observe o crescimento desse produto na tabela abaixo.

Tempo (em meses)	Preço
0	R\$ 1,00
1	R\$ 3,00
2	R\$ 5,00
3	R\$ 7,00
4	R\$ 9,00
5	R\$ 11,00

Handwritten calculations and annotations:

- $F(x) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ (with an arrow pointing to the first row of the table)
- $F(x) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ (with an arrow pointing to the second row of the table)
- $F(x) = 2 \cdot 5 + 1 = 11$ (with an arrow pointing to the sixth row of the table)
- Vertical annotations to the right of the table: $\rightarrow 2$ between rows 0-1, $\leftarrow 2$ between rows 1-2, $\leftarrow 2$ between rows 2-3, $\leftarrow 2$ between rows 3-4, $\leftarrow 2$ between rows 4-5, and $\rightarrow 2$ between rows 5-6.

Após t meses qual será a expressão para expressar o valor do produto?

Handwritten answer: $F(x) = 2 \cdot t + 1$

Fonte: Arquivo pessoal

Notamos nessa questão a diversidade de tratamentos. A organização das informações feita pelo aluno para tal foi realizada de duas formas: primeiro o aluno percebeu que o preço do produto aumenta de 2 em 2 reais de acordo com o tempo. Isso está registrado ao lado da tabela quando o aluno acrescenta o algarismo 2 entre cada linha da mesma. Em seguida o aluno testa os valores na $f(x)$ para a verificação das respostas. Tal forma de resolução nos resulta na conversão quando observamos a função escrita pelo aluno e os algoritmos 2 entre cada uma das linhas.

Já na segunda questão temos a seguinte resolução realizada por um dos alunos.

Figura 5: Resolução da questão 2

2) Um prédio possui 40 andares. Sabe-se que o elevador leva 13 segundos entre um andar e outro. Como podemos expressar o tempo que uma pessoa leva dentro do elevador até chegar ao andar desejado?

$f(t) = 13 \cdot a$

40 andares
13 seg. \pm 1 andar

O valor de B é igual à zero.

Fonte: Arquivo pessoal

Note a riqueza de registros e informações retiradas da questão por essa aluna. A mesma seleciona do enunciado a informação que o prédio possui 40 andares, que leva-se 13 segundos para passar por cada andar. Outra observação que devemos considerar é a da lei da função que, mesmo que indiretamente, está enunciada quando o aluno se refere a “o valor de B é igual a zero”. Note que a aluna utilizou de registros algoritmizáveis e não algoritmizáveis na sua resolução. Tais registros nos remetem a uma conversão realizada pela aluna.

Inserir-se também, para essa resolução, a noção de representações mentais e isso se reflete na representação que foi apresentada.

“o desenvolvimento das representações mentais efetua-se como uma interiorização das representações semióticas da mesma maneira que as imagens mentais são uma interiorização das percepções (Vigotsky, 1985; Piaget, 1968; b. Denis, 1989 apud. Duval 2009, p.17).”

Figura 6: Resolução da questão 3.

7) A tabela a seguir mostra o desenvolvimento de uma planta, em centímetros a cada dia. $\frac{150}{40} = 20$

Tempo	Tamanho
0	0 cm
1	3 cm
2	6 cm
3	9 cm
4	12 cm
5	15 cm

Como podemos expressar o crescimento da planta de acordo com o tempo?

$f(t) = 3 \cdot t$

Eu cheguei a uma conclusão porque a cada tempo cresce 3 cm.

Fonte: Arquivo pessoal

Nessa questão podemos analisar o tratamento das informações realizado pela aluna. Esta aluna faz uso de dois registros, monofuncional e multifuncional, sendo o primeiro os registros que podem ser algoritmizáveis e o segundo os não algoritmizáveis. Temos como monofuncional a função $f(t) = 3t$, e como multifuncional a frase “eu cheguei a essa conclusão porque a cada tempo cresce 3 cm”.

Durante a realização dessa questão, a aluna solicitou a atenção e fez a seguinte pergunta:

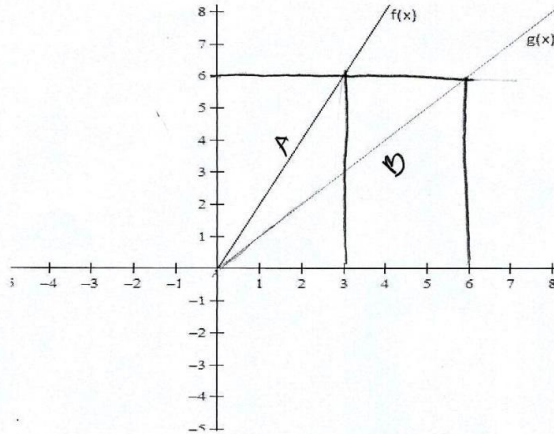
Aluna: - Professora, nós estamos acostumados a escrever todas as funções com a variável x . Aqui estamos nos referindo a tempo, então eu posso utilizar a letra t , não posso? Faz alguma diferença se eu utilizar tal letra ao invés de x ?

Foi explicado à aluna que “tanto faz” qual a letra que ela utilizasse, desde que expressasse a função de forma correta. Note que tal fato pode ser confundido com uma conversão. Porém, podemos perceber que a aluna não realizou tipos de registros diferentes. Quando expressamos essa função como $f(x) = 3x$ e quando a registramos da forma $f(t) = 3t$ estamos representando da mesma forma a função crescimento da planta. Portanto, visto a diversidade de registros realizado pela aluna consideramos que tal realizou uma conversão.

Na questão de número 4 temos outro conceito importante a qual Duval refere-se: a classificação dos registros, citada no capítulo das representações semióticas.

Figura 7: Resolução da questão 5.

- 4) Observe os gráficos de crescimentos de duas larvas em milímetros em função do tempo. $f(x)$ representa o crescimento de uma espécie A de larvas e $g(x)$ representa o crescimento uma espécie B de larvas.



Agora responda:

- a) O que podemos dizer a respeito de tais crescimentos? As duas crescem iguais?

A larva "A" cresce o dobro do tempo da larva "B". Quando a "A" está em 6m no tempo 3 no mesmo milímetro a larva "B" está no tempo 6.

Fonte: Arquivo pessoal.

Note que a aluna realizou um registro não algoritmizável. Consideramos tal fato não como algo negativo. Pensamos que tal procedimento pode ser o início do raciocínio para a transformação em registro multifuncional, ou seja, registros algoritmizáveis. Nessa resolução podemos dizer que a aluna argumentou a partir da observação feita, e isso é um passo inicial para uma estrutura algorítmica.

Observe as resoluções dos itens b e c da mesma questão acima:

Figura 8: Resolução dos itens b e c da questão 5.

b) Qual cresce mais e qual cresce menos? Como é o tamanho inicial de cada larva? Onde identificamos no gráfico o tamanho inicial de cada larva?

A larva "A" cresce mais rapidamente. O tamanho inicial de ambas é 0. No gráfico começa nesse eixo.

c) Você pode dizer o por que não temos valores para x negativo?

Porque não tem como a larva diminuir de tamanho, pois como ela começa a crescer a partir do 0 e não há como diminuir seu tamanho.

Fonte: Arquivo pessoal

No item b dessa questão o enunciado está incompleto (O correto é “qual cresce mais rapidamente e qual cresce menos rapidamente”). Visto a falha, explicamos aos alunos a mudança que deveria ser feita. Sabemos que muitos detalhes foram esquecidos quando os alunos resolviam as questões teóricas. Um dos motivos para tal é que pouco se é incentivado para o desenvolvimentos de registros multifuncionais quando se estuda conteúdos matemáticos. Quando nos referimos a multifuncionalidade de registros em matemática estamos querendo auxiliar o aluno a escrever sobre o que o mesmo está pensando, não somente em formato de números e equações. A escrita natural também é importante para a matemática.

No item c temos a questão de interpretação dos dados. Uma das propostas, quando trabalhamos com registros de representação semióticas, é a importância de não somente operarmos, mas sim de incentivarmos nossos alunos a entender a respeito das informações que lhes são apresentadas.

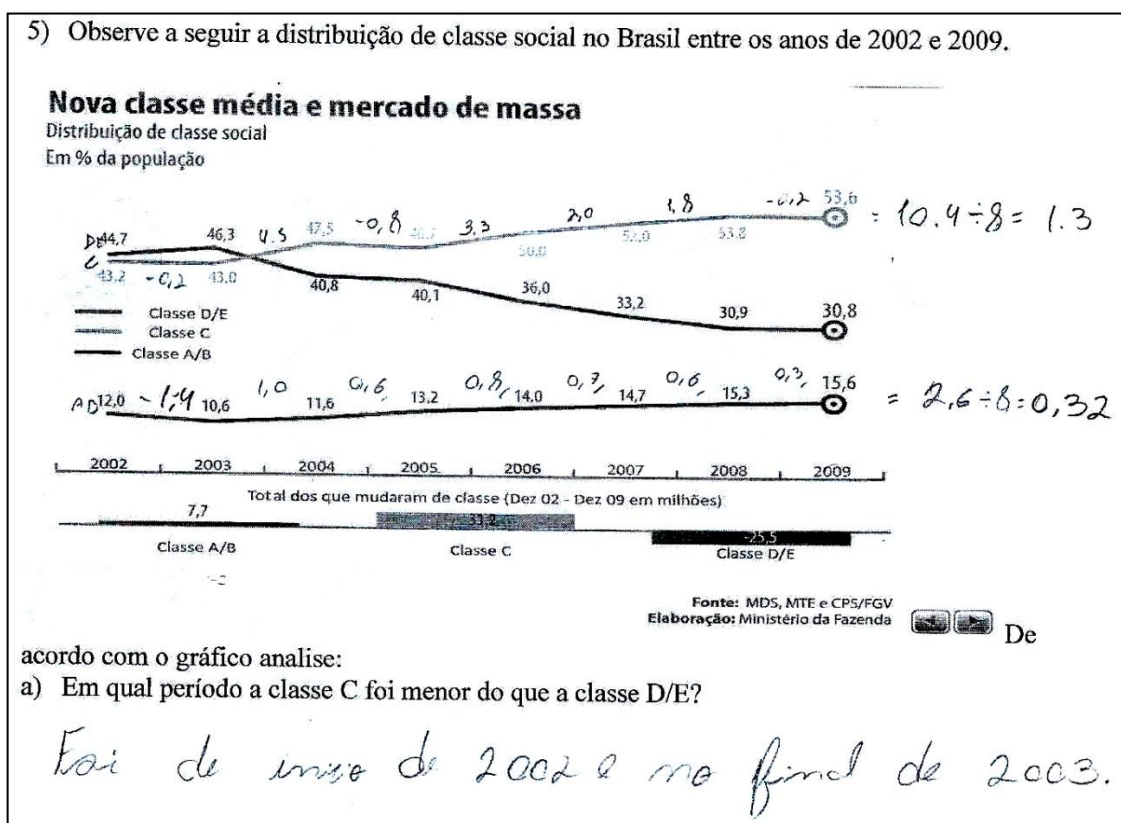
Em um diálogo entre duas alunas referente a essa questão, escutamos a seguinte frase:

Aluna: Não pode ter crescimento negativo por que não tem como a planta diminuir. Outra 'coisa' também é que o gráfico dado começa no zero então não tem como ela ficar menor.

Sabemos que matematicamente a fala da menina é confusa, mas a interpretação feita é válida, visto que ela usou dados que já sabia, quando falou dos crescimentos negativos. Classificamos essa representação como representação discursiva, onde a língua natural é utilizada através de associações verbais. Tais se enquadram nos registros multifuncionais.

Na questão número 5 temos as seguintes resoluções:

Figura 9: Resolução do item a da questão 5.



Fonte: Arquivo pessoal

Nesse item da questão 5 temos registros multifuncionais. A resposta é expressa através de frases e argumentação. Ou seja, nesse item, assim como nos itens b, c e d que seguem abaixo utilizou-se associações escritas através de observações feitas no exercício. Abaixo seguem os itens citados acima.

Figura 10: Resolução dos itens b,c e d da questão 5

- b) Analisando a maneira como cada classe cresceu relate qual das classes cresceu mais? E qual cresceu menos? Como você fez para observar tal fato?

A classe C foi a que mais cresceu e a classe A/B foi a que menos cresceu.

No gráfico a classe C cresceu 10,4% em sete anos e a classe A/B cresceu 3,6% em sete anos.

- c) Analisando a classe C qual foi o período de maior crescimento. Quais análises você fez para concluir o fato?

O período de maior crescimento foi entre 2005 e 2009, peguei desde o primeiro período que ele cresceu até deixar e desde onde ele deixou até ele se manter.

2002 a 2004 = 4,3%

2005 a 2009 = 6,9%

- d) Qual foi o período de decréscimo da população de classe A/B? Como podemos analisar isso no gráfico?

De 2002 a 2003, vemos no gráfico que neste período ele decresce 1,4%, e depois apenas cresce.

Fonte: Arquivo pessoal

Na prática do segundo encontro conseguimos notar avanços para o estudo da teoria de registros de representação semiótica. Na resolução da questão 1 temos o seguinte desenvolvimento realizado por um dos alunos:

Figura 11: Resolução do item a da questão 1.

1) No mercado, algumas vezes, usamos juros simples nas compras. Repare como esses juros são calculados na tabela abaixo:
 Considere:
 Capital o Valor que temos no Presente Pago.
 Montante: O valor que deve ser pago após o acréscimo de juros.

$F(x) = 1000 + 20 \cdot t$

Mês	Capital (R\$)	Juros	Montante: C + j (R\$)
01	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 000 + 20 = 1\ 020$
02	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 020 + 20 = 1\ 040$
03	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 040 + 20 = 1\ 060$
04	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 060 + 20 = 1\ 080$
05	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 080 + 20 = 1\ 100$
06	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 100 + 20 = 1\ 120$
07	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 120 + 20 = 1\ 140$
08	1 000,00	$1\ 000 * 2\% = 20$	$1\ 140 + 20 = 1\ 160$

a) Como podemos elaborar uma função que calcule o Juros, independente do mês em que estamos?

$J = (2\% \text{ do valor inicial}) \cdot \text{Mês}$ $2\% \text{ de } 1000 = 20$

A cada mês aumenta 2% (R\$ 20,00) de valor inicial. $J = 20 \cdot M$

Fonte: Arquivo pessoal

A primeira observação que fizemos quando nos deparemos com essa resolução é a melhora do registro multifuncional. Todas as informações necessárias para a elaboração da função estão contidas na frase apresentada pelo aluno “A cada mês aumenta 2% (R\$ 20,00) do valor inicial”. Temos registros multifuncionais e monifuncionais nessa questão. Note que o aluno converteu a tabela dada em registros em formato de algoritmos e dentro dessa estrutura utilizou a monofuncionais.

Figura 12: Resolução do item b da questão 2.

b) Como montamos uma expressão que nos diga o montante em relação ao juros, tendo informado o mês e o Capital no primeiro mês?

$f(x) = 1000 + 20 \cdot 1$
 $f(x) = 1000 + 20$
 $f(x) = 1020$

Elaboramos uma função " $f(x) = 1000 + 20 \cdot x$ " e na variável " x " colocamos o mês citado no problema.

Fonte: Arquivo pessoal

Note que na resolução do item b foi utilizado o registro monofuncional: quando a aluna procura nos explicar através da frase “Elaboramos uma função $f(x) = 100 + 20x$ na variável “x” colocamos o mês citado no problema”, a aluna apresenta respostas não somente em formato de expressões matemáticas. Observe que a aluna ao mesmo tempo que expressou a função também calculou o mês pedido e justificou seu raciocínio para a construção do gráfico e tal fato nos faz analisar essa forma de tratamento. Segue a frase da mesma aluna da resolução acima:

Figura 13: Justificativa da aluna.

Criamos um gráfico com base na tabela, a cada mês o valor aumenta R\$.20,00 no valor anterior.

Fonte: Arquivo pessoal

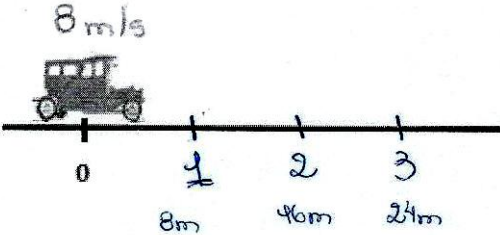
Podemos concluir com a análise que tal aluna realizou uma conversão, visto que temos o mesmo problema com várias formas de resolução.

Analisamos agora a resolução da questão 2 de outra aluna:

Figura 14: Resolução do primeiro caso da questão 2

2) Na física usamos funções de primeiro grau para determinar a posição quando nos referimos a velocidades constante, ou seja, movimentos uniformes.

Caso 1: Consideramos a seguinte situação: Um carro sai da origem com velocidade constante de 8 m/s.



a) como podemos expressar a posição do automóvel em função do tempo?

$f(x) = 8t$ $x = t$

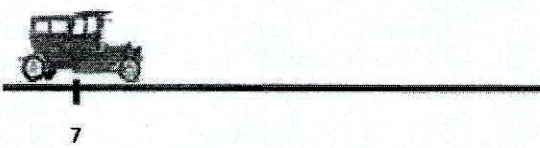
Fonte: Arquivo pessoal

Nessa questão a aluna nos apresenta dos tipos de registros. Inicialmente ela marca os segundos na reta onde o carro se desloca, a partir do zero. Abaixo dessa marcação ela expressa qual será a metragem em que o carro estará. Note que é expressa a função como o formato de uma PA de razão 8 e também como o formato de uma função linear, com coeficiente angular 8. Nessa questão, mesmo não tendo apenas registros multifuncionais houve a atividade de conversão pela aluna, pois mesmo com resoluções algoritmizáveis ela utilizou de duas maneiras dentro dos registros multifuncionais.

Para o caso 2 temos:

Figura 15: Resolução dos itens a e b do segundo caso da questão 2

Caso 2: Agora considere que o carro anda na mesma velocidade mas que ele parta 7 metros a frente do referencial que tomamos, como ilustra a figura:



a) Como será a expressão que nos dá a distância final em função do tempo em que o carro andou?

$$P = 8 \cdot t + 7$$

b) Após andar durante 10 segundos onde o carro se encontrará?

$$P = (\text{Velocidade}) \cdot (\text{tempo}) + (7 \text{ m inicial}).$$

$$P = 8 \cdot 10 + 7$$

$$P = 80 + 7$$

$$P = 87$$

Fonte: Arquivo pessoal

Nessa questão podemos observar registros multifuncionais inseridos em registros monofuncionais. Mesmo assim tais registros são considerados

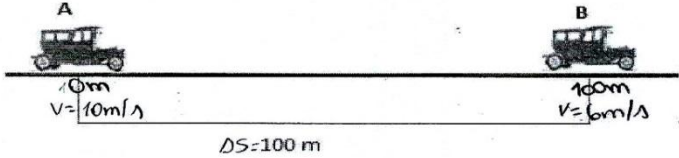
monofuncionais, pois estão algoritmizáveis, em formato de expressão. Podemos observar que a conversão é feita com a transferência do enunciado em expressão.

No terceiro caso analisamos tais registros.

Figura 16: Resolução dos itens a, b do caso 3.

Caso 3: Consideramos agora a seguinte situação com dois carros:

Posição Inicial do Carro A: 0 m
 Posição Inicial do Carro B: 100 m
 Velocidade do Carro A: 10 m/s
 Velocidade do Carro B: 6 m/s



a) Como expressamos a posição final dos dois carros de acordo com o tempo?

A) $f(x) = 10t$
 B) $f(x) = 6t + 100$

$10t = 6t + 100$
 $10t - 6t = 100$
 $4t = 100$
 $t = \frac{100}{4} \quad t = 25s$

$10 \cdot 25 = 250m$
 $6 \cdot 25 + 100 = 250m$

b) Em qual momento o carro A ultrapassará o carro B? (em qual momento os dois carros estarão na mesma posição? O que acontecerá com o deslocamento dos automóveis após a ultrapassagem?)

momento em que os dois carros estarão na mesma posição

após os 25s o carro A ultrapassará o carro B, pois eles estarão na mesma posição aos 25s.

Fonte: Arquivo pessoal

Nesse caso a aluna utiliza de registros multifuncionais e monofuncionais para expressar sua resposta. Temos respostas com a lei da função e temos frases que também justificam o raciocínio utilizado. Note que possivelmente em outro momento esses registros escritos poderiam ter sido perdidos, se caso exigíssemos apenas respostas finais.

Podemos, também, observar a realização do tratamento dessa questão. A aluna organiza os dados da questão na reta onde estão os dois carros identificando a distância entre os carros e a posição inicial e a velocidade que cada um possui. Como temos dois tipos de registros na questão consideramos que houve conversão nessa atividade.

Na questão 3 temos o seguinte:

Figura 17: Resolução do item a da questão 3

3) Uma empresa médica oferece dois planos de saúde. Veja a seguir:

Condições dos planos:

Plano A: cobra um valor fixo mensal de R\$ 140,00 e R\$ 20,00 por consulta num certo período.

Plano B: cobra um valor fixo mensal de R\$ 110,00 e R\$ 25,00 por consulta num certo período.

a) Como podemos expressar os dois planos de saúde em função do A função correspondente a cada plano.

$$A = 140 + 20 \cdot \text{N}^{\circ} \text{ de consultas}$$

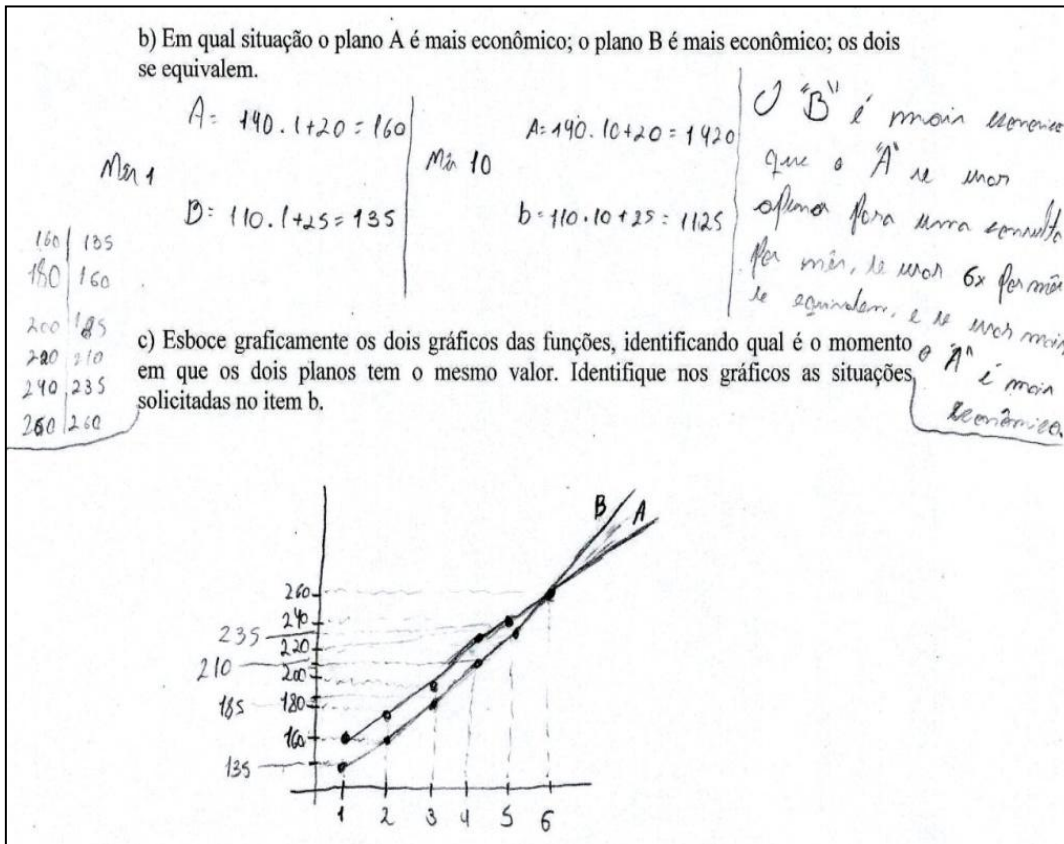
$$B = 110 + 25 \cdot \text{N}^{\circ} \text{ de consultas}$$

Fonte: Arquivo pessoal

Temos nessa questão, mais uma vez, a mescla entre os dois tipos de registros. Note que nesse item temos a estrutura de um registro monofuncional, pois temos uma expressão matemática para o custo das consultas. Porém tal está expressa em palavras e não somente através de símbolos. Percebemos tal fato quando o aluno ao invés de utilizar apenas a letra c de consulta, ou x como normalmente é utilizado ele registra a expressão A , por exemplo, como $140 + 20x$ (número de consultas).

Item b:

Figura 18: Resolução dos itens b e c da questão 3



Fonte: Arquivo pessoal

No item b o aluno usou dois números para testar o valor dos planos, com o primeiro mês e com o décimo mês. Do lado esquerdo da folha observe que o aluno expressou as duas funções, apenas com seus valores finais de acordo com os meses. O registro monofuncional está bem estruturado e devidamente justificado. Temos também nessa questão os dois tipos de registros. No item c temos o esboço do gráfico.

Nas questões 1, 2 e 3 são utilizados registros monofuncionais, pois os alunos expressaram suas respostas através de frases e linguagem escrita sem ser algoritmizável. Segue abaixo as resoluções de tais questões nas figuras 18, 19 e 20.

Figura 19: Resolução da questão 1

- 1) No programa Winplot no campo de digitação da função digite a função $f(x) = 2x$
Perguntamos: essa é uma função crescente ou decrescente?
Na mesma janela de inventário clique na opção editar e reescreva a função da seguinte forma $f(x) = -2x$. O que aconteceu? Justifique sua resposta.

Crescente; A segunda função foi invertida por causa da troca de sinal, sendo assim, se tornou uma função decrescente.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 20: Resolução da questão 2

- 2) Com o programa aberto digite no campo de digitação da função a função $f(x) = x$, em seguida digite a função $f(x) = 3x$. O que aconteceu com as funções? O que podemos dizer quando compararmos os dois gráficos das funções?

Com as funções são crescentes e concorrentes pois se cruzam no ponto $(0,0)$. Eu posso dizer que a função $f(x) = 3x$ é mais rápida, cresce mais pois está mais próxima da linha do y . Eu acho isso pois a cada tempo ela cresce mais que a outra.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 21: Resolução da questão 3

- 3) Agora digite a função $f(x) = -x + 1$. É uma função crescente ou decrescente? Em seguida, digite no campo de entrada, juntamente com a função já existente a função $f(x) = -x + 4$. Qual é o comportamento entre os gráficos das funções?

$f(x) = -x + 1$ e $f(x) = -x + 4$ são funções decrescentes. A única diferença entre elas é que elas contêm números diferentes na linha do x e do y . Elas são paralelas e não se cruzam e o motivo delas conterem pontos diferentes é por causa do valor do y determinado no gráfico.

Fonte: Arquivo pessoal

Na questão 4 os alunos deveriam classificar as retas como paralelas e concorrentes. Nesse caso se obteve respostas apenas monofuncionais, avaliando se as tais retas eram paralelas ou concorrentes.

Nas questões 5 e 6 também temos registros monofuncionais. Seguem abaixo as resoluções realizadas.

Figura 22: Resolução da questão 5.

5) Determine como seria a posição entre os gráficos das funções se variarmos o valor de t :

a) $f(x) = 2x + t$
 $g(x) = 2x + 4$ Sempre serão paralelas, independente do valor de t .

b) $f(x) = 3x + 5$
 $g(x) = tx - 1$ Se t for 3 é paralela, se for outro número ela é concorrente.

c) $f(x) = 5x + t$
 $g(x) = 10x + 1$ Vai ser sempre concorrente, independente o valor de t .

d) $f(x) = tx - 1$
 $g(x) = 7x + 4$ Se t for 7 é paralela, se for outro resultado é concorrente.

e) $f(x) = tx + 3$
 $g(x) = 8x$ Se t for 8 é paralela, se for outro número é concorrente.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 23: Resolução da questão 6.

a) Como podemos identificar duas retas paralelas? Como analisamos o paralelismo analisando a lei da função?

Se o valor do "x" é igual, as retas não são paralelas

b) Como podemos identificar duas retas concorrentes? Como analisamos se duas retas são concorrentes se tivermos apenas a lei da função?

Se o valor do "x" for diferente as retas não são concorrentes.

Fonte: Arquivo pessoal

Na atividade do dia quatro note a resolução da questão 1:

Figura 24: Resolução do item a da questão 1.

a) Duas retas coincidentes no ponto (0,0). Como você fez tal construção?

$f(x) = 2x$ e $f(x) = 4x$ Duas funções com valores diferentes de "a" e sem "b".

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 25: Resolução dos itens b e c da questão 1.

b) Três retas que se interceptam em (0,3). Como você fez tal construção?
 $f(x) = 8x + 3$ $f(x) = 10x + 3$ ~~ou seja, mudando o valor de "a"~~ mudando o valor de "b" para 3, o valor de "a"
 $f(x) = 9x + 3$

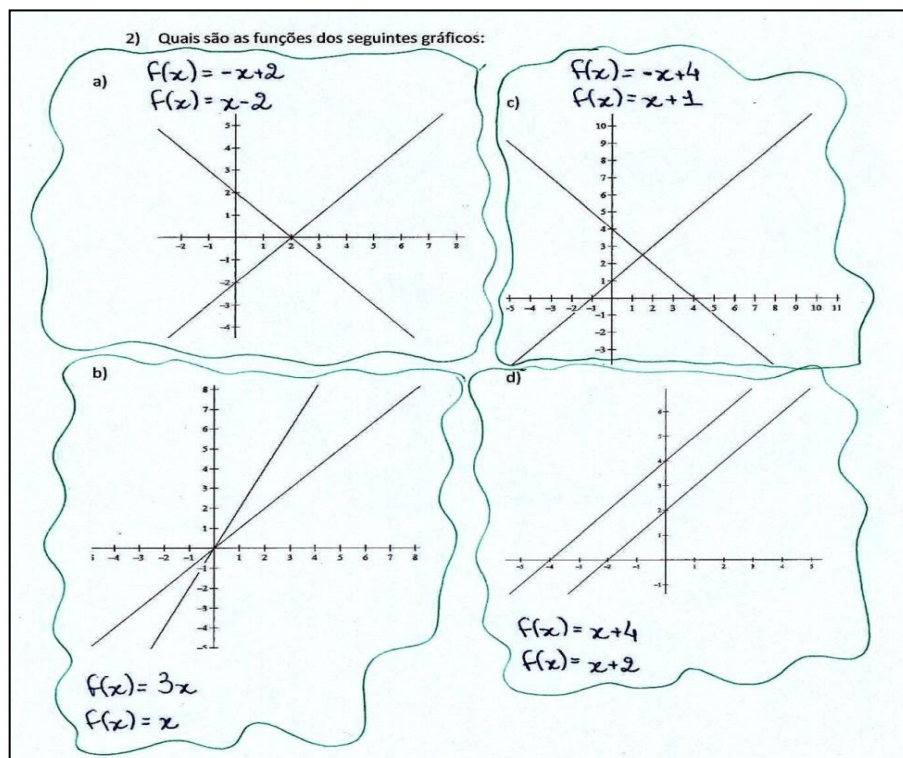
c) Duas retas r e s distintas, paralelas. A reta r intercepta o eixo y em 4 e a reta s intercepta o eixo y não interfere em 2. Como você fez tal construção?
 $f(x) = 2x + 4$ os valores de a devem ser iguais e
 $f(x) = 2x + 2$ os valores de b igual à 4 e 2.

Fonte: Arquivo pessoal

Nos itens a,b e c a aluna fez uso de dois registros, através da parte algoritmizável e a partir de frases. Notamos aí uma conversão de registros pois aí está representada de formas diferentes a mesma questão. Por exemplo, no item a temos como registros multifuncionais as funções $f(x) = 2x$, $f(x) = 4x$, e temos como registro monofuncionais a frase "Duas funções com valores diferentes de "a" e sem "b"".

Na questão de número 2 temos tal registro:

Figura 26: Resolução da questão 2

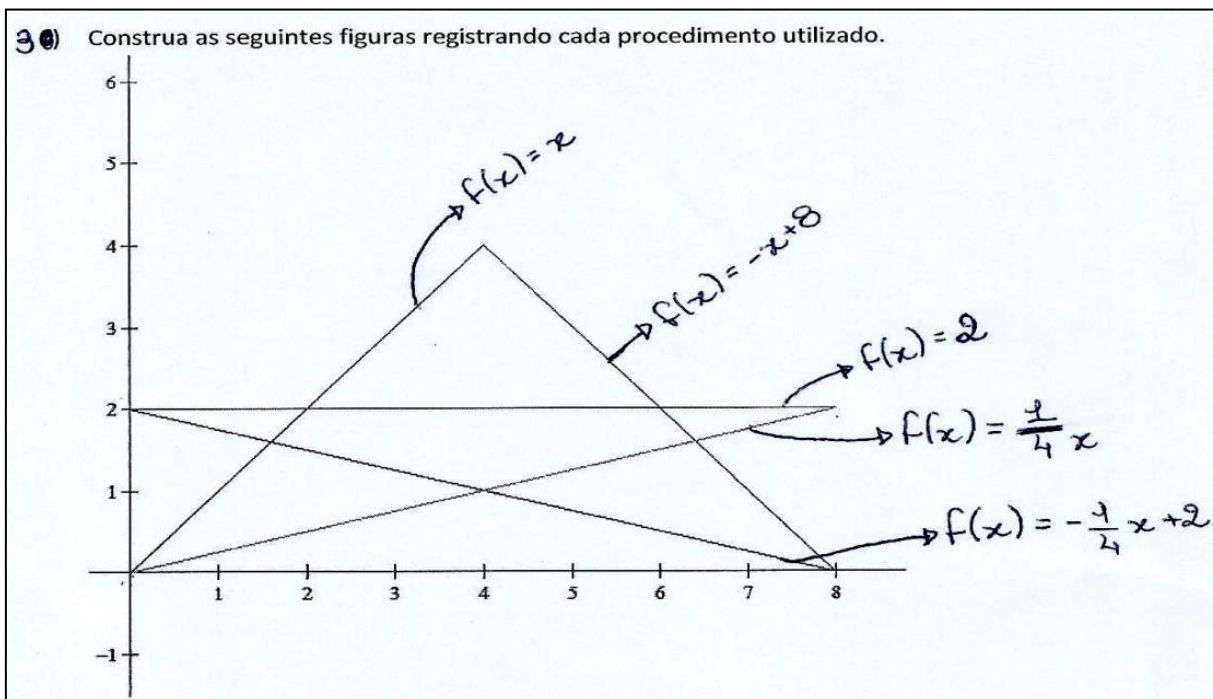


Fonte: Arquivo pessoal

Todo o grupo de estudantes realizou tal questão apenas com registros multifuncionais, apenas identificando a função através de sua lei.

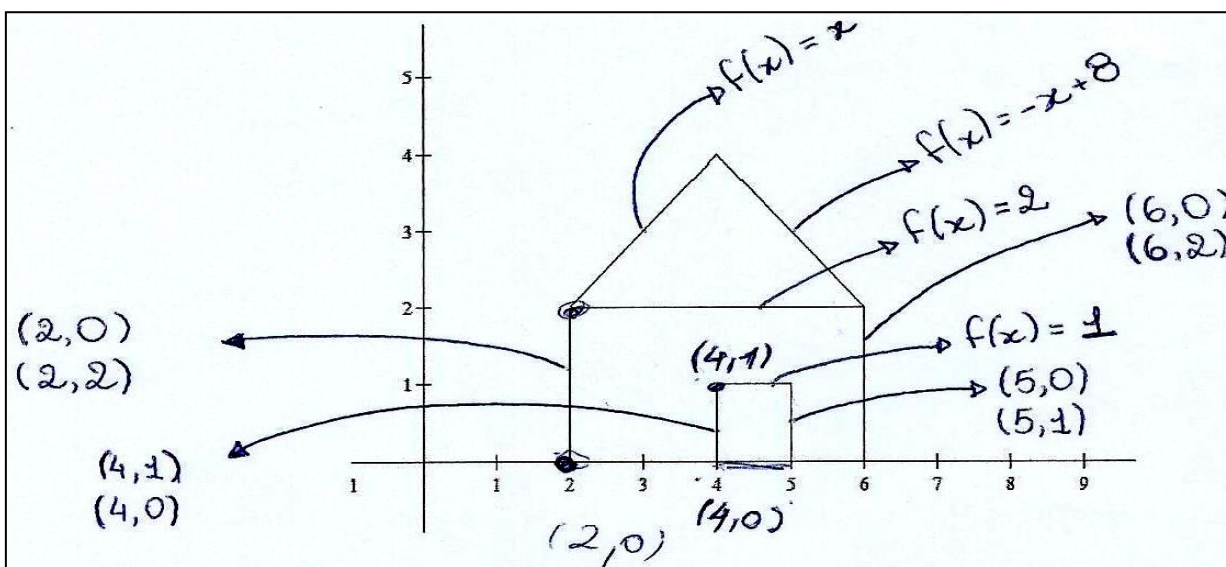
Segue a questão de numero 3:

Figura 27: Registro escrito das funções para o esboço no Winplot



Fonte: Arquivo pessoal

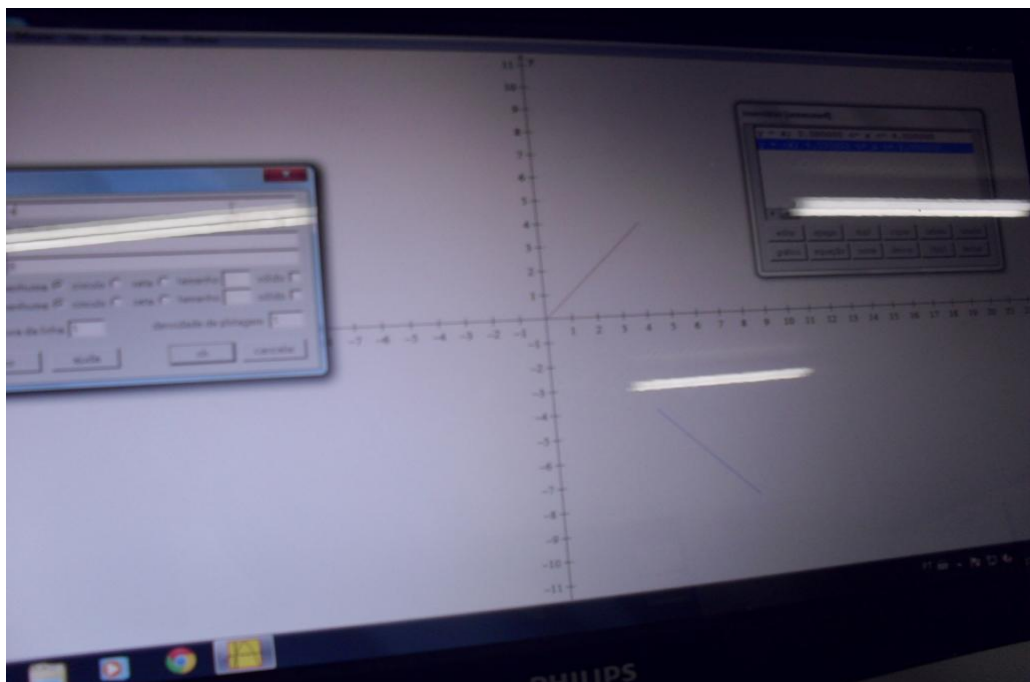
Figura 28: Registro escrito das funções para o esboço no Winplot.



Fonte: Arquivo pessoal

Para essa questão os alunos deveriam reproduzir no Software Winplot tais desenhos, que continham na folha de atividades, e os estudantes deveriam identificar quais as funções e quais os segmentos (no caso de retas verticais) foram utilizados para a construção do desenho. Na figura 27 acima temos os registros realizados na folha de atividades. Consideramos que nessa questão os alunos realizaram conversão pois eles transferiram uma figura geométrica em funções afim. A obtenção dos desenhos foi importante visto que programando as funções no software pode-se identificar se os coeficientes a e b da função estão bem definidos, por exemplo, para a construção da estrela os alunos tiveram que fixar as funções dos coeficientes através do que estavam programando, visto que cada função deveria que se “encaixar” para que o desenho ficasse como foi pedido e tal fato exigiu que se fosse fazendo alterações nas leis das funções que foram utilizadas. Abaixo temos exemplos do que acabamos de nos referir.

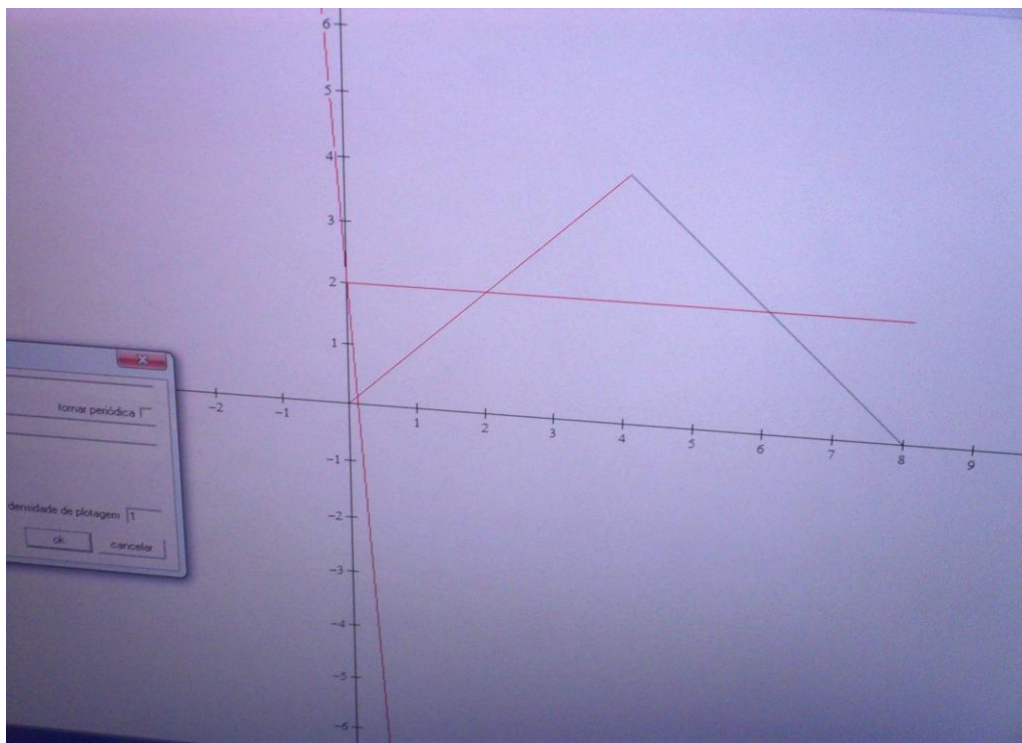
Figura 29: Passo para a construção da estrela



Fonte: Arquivo pessoal

Nesse momento fez-se um ajuste no coeficiente linear da função afim.

Figura 30: Passo para a construção da estrela.



Fonte: Arquivo pessoal

Nesse momento fez-se um ajuste no coeficiente angular da função afim.

A próxima questão solicitava que cada um construísse seu próprio desenho através do que tínhamos estudado. Era esboçado no Software o desenho e expresso no papel quais as funções foram utilizadas, não necessariamente nessa ordem. Ficava a critério de cada aluno a forma como tal desenho seria desenvolvido. Nessa questão também obtemos a conversão pelos alunos, visto que esses reproduziram o desenho no software e na folha de atividades nos apresentando as funções que foram utilizadas.

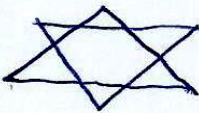
Abaixo estão os desenhos redigidos na folha de resolução seguido dos desenhos feitos no Winplot.

Figura 31: Registro escrito do aluno para o desenho no Winplot

4) Faça o seu próprio desenho. Escreva os procedimentos que você usou para a construção do desenho.

1) $x+2$
2) $-x+8$
3) $0+2$
4) $-x+4$
5) $0+4$

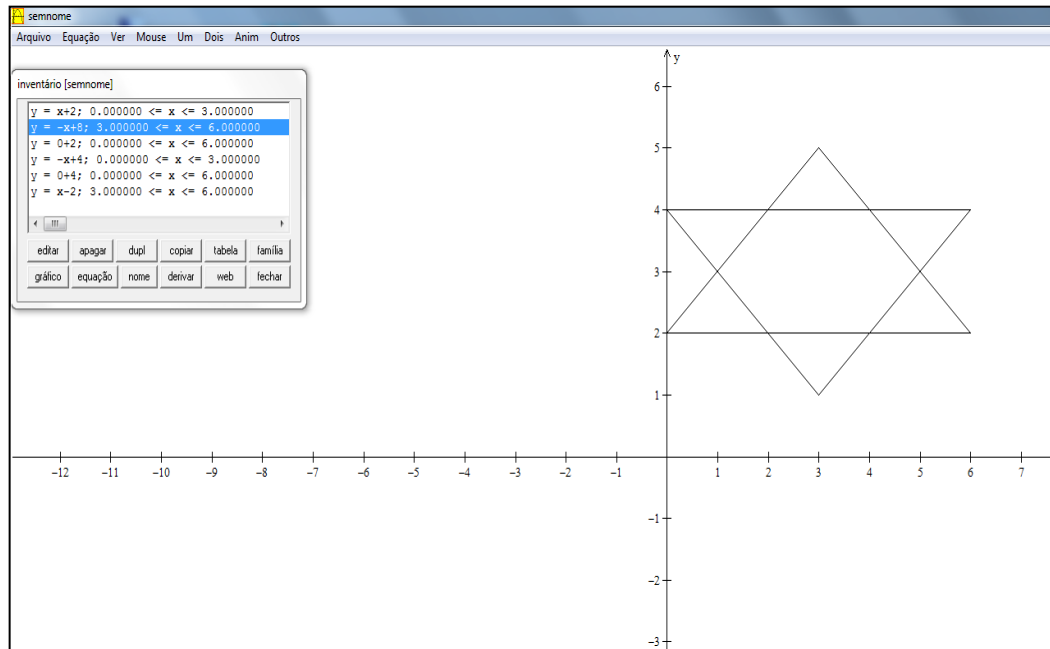
6) $x-2$



Fonte: Arquivo pessoal

No winplot:

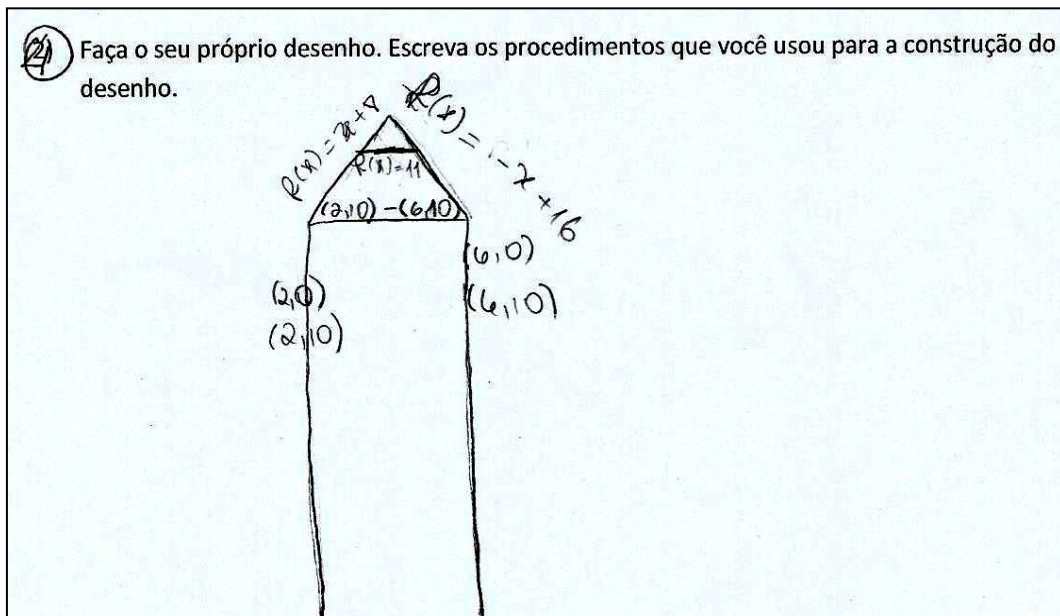
Figura 32: Desenho no Winplot



Fonte: Arquivo pessoal

Desenho do aluno na folha de atividades

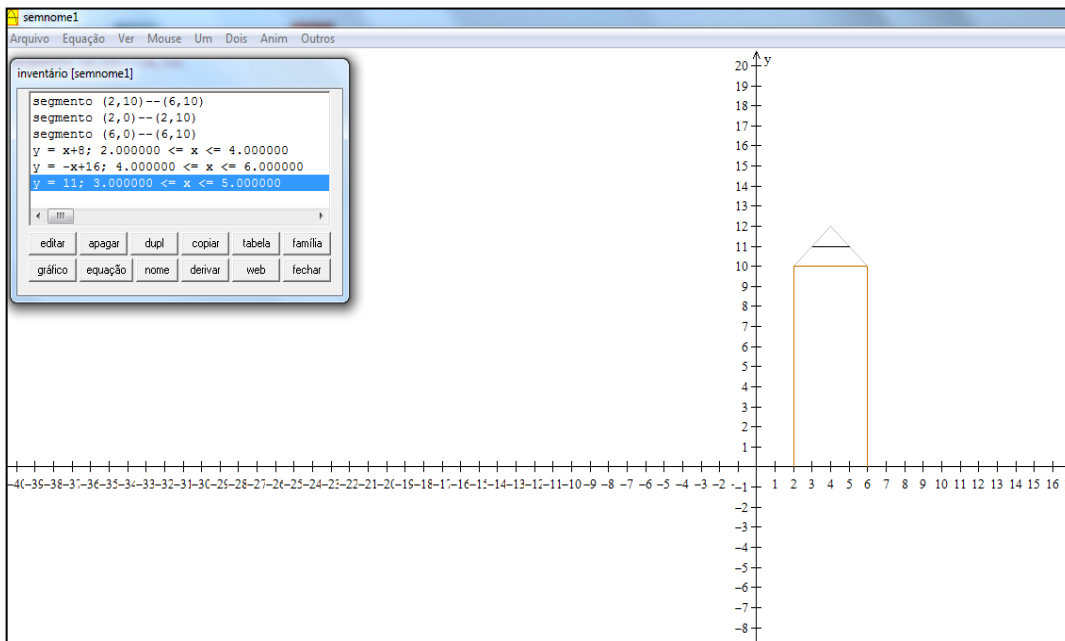
Figura 33: Registro escrito do aluno para a realização do desenho no Winplot



Fonte: Arquivo pessoal

No Winplot:

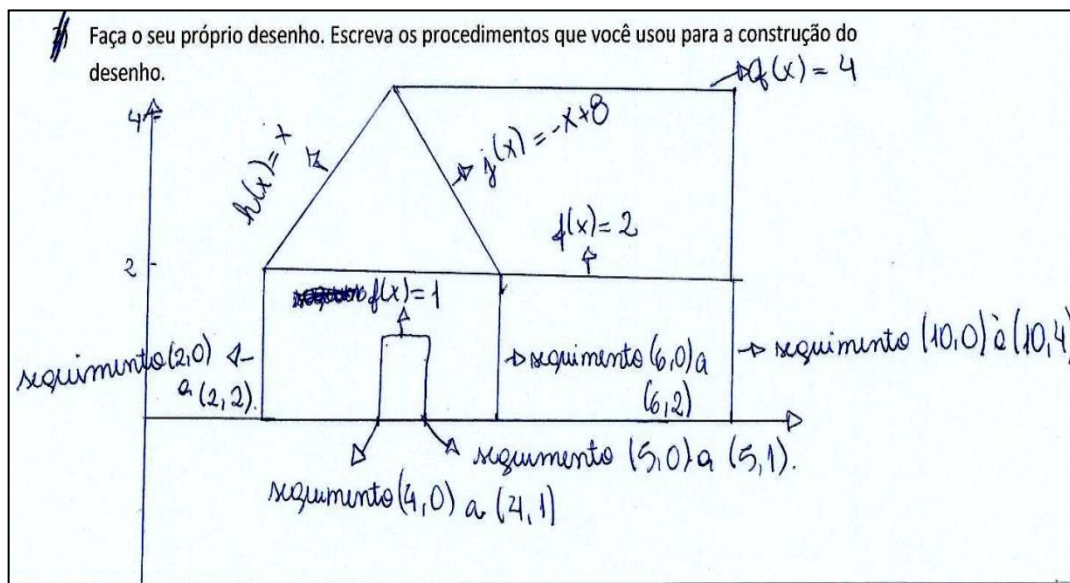
Figura 34: Desenho no Winplot



Fonte: Arquivo pessoa

Desenho da aluna na folha de atividades

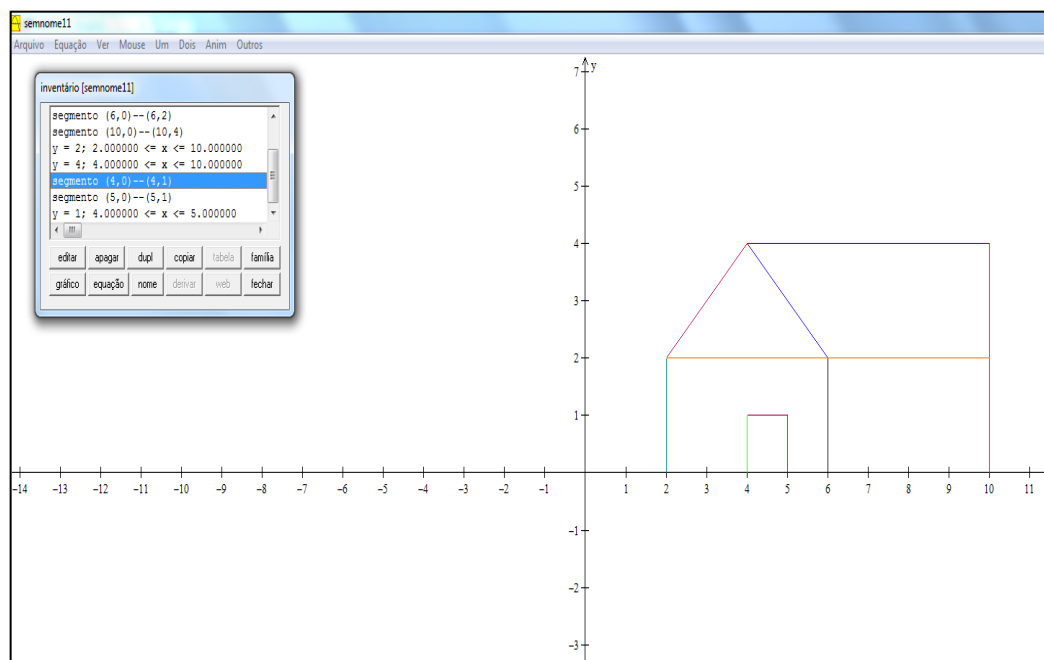
Figura 35: Registro escrito do aluno para a realização do desenho no Winplot



Fonte: Arquivo pessoal

No Winplot:

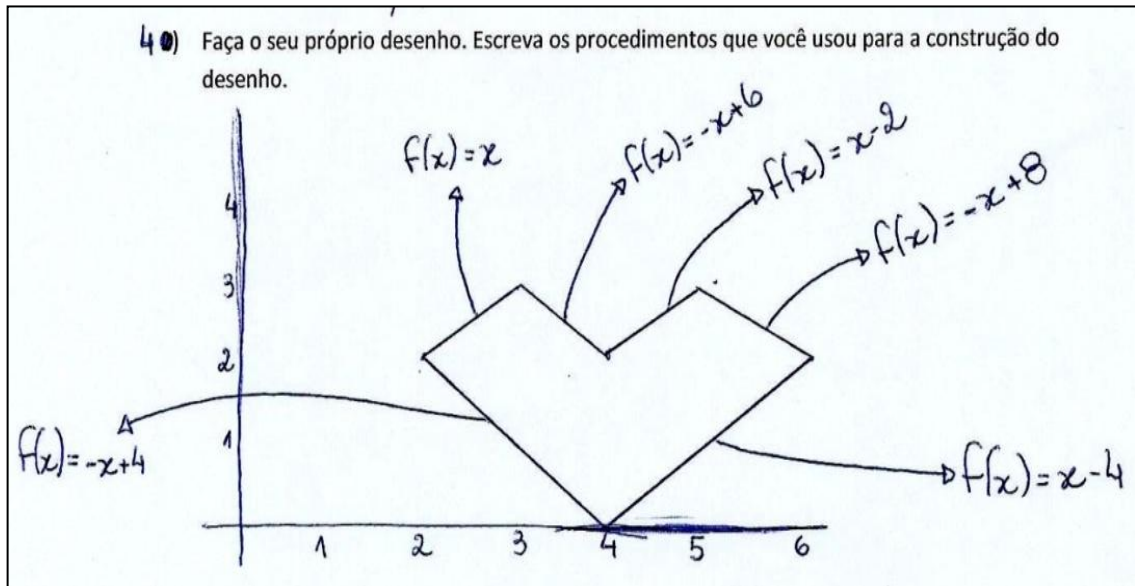
Figura 36: Desenho no Winplot



Fonte: Arquivo pessoal

Desenho da aluna na folha de atividades

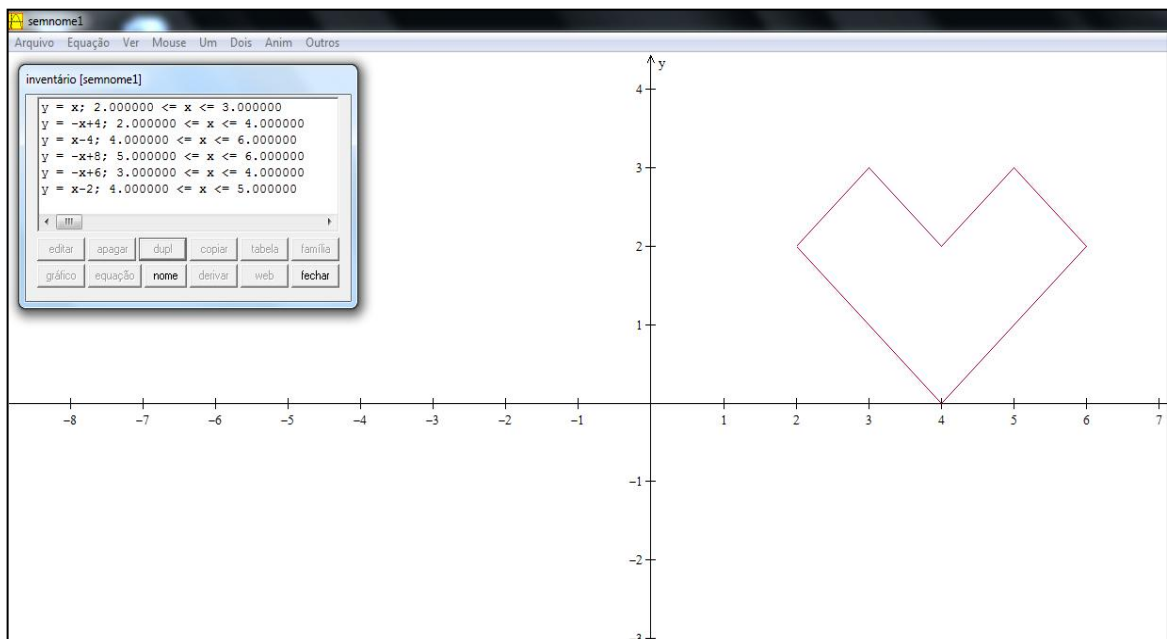
Figura 37: Registro escrito do aluno para a realização do desenho no Winplot.



Fonte: Arquivo pessoal

No Winplot:

Figura38: Desenho no Winplot



Fonte: Arquivo pessoal

6 - Considerações Finais

Analisando a produção dos alunos nas atividades identificamos vários pontos que podemos considerar significativos na aprendizagem de matemática. Um desses pontos é a compreensão que os alunos tiveram a respeito dos coeficientes angular e linear nas funções afim. Também notamos, com essa aprendizagem, a construção de registros através de resultados algébricos e em formato de linguagem natural. Outro fator positivo que se deve considerar é a diversidade de registros de tivemos dos alunos, bem como o tratamento que os mesmos fizeram das informações contidas nas questões.

É importante algoritmizar os exercícios, ou seja, escrevê-los na forma matematicamente. Também queremos destacar a importância dos alunos realizando registros, pois é a partir deles que o próprio aluno pode modifica-lo de acordo com sua necessidade na atividade. Para isso, é necessário focar-se no objeto que se aprende. Não queremos aqui defender a ideia de que o aluno deve com isso decorar conceitos e fórmulas. O conteúdo deve ser construído pelo aluno, e isso nem sempre é obtido imediatamente após a resolução de um exercício. Conseguir resolver uma atividade não nos garante que o aluno conseguiu entender o objeto que está trabalhando. Fato esse se justifica quando foi apresentada a atividade em que os alunos deveriam esboçar no Software os desenhos que lhes foram solicitados. Muitos alunos só compreenderam realmente o papel dos coeficientes na função afim a partir da atividade na qual alteravam os coeficientes no objeto, aqui entendido no sentido atribuído por Duval.

Para a construção da aprendizagem queremos destacar a importância do uso de tecnologias. Através delas o conhecimento pode ser gerado de acordo com a necessidade de cada indivíduo. Tal conhecimento é modelado e transformado de acordo com o que cada aluno precisa. Notamos na nossa atividade que uns alunos precisavam compreender melhor a respeito de um dos coeficientes, enquanto o outro precisava entender melhor sobre o outro. Visto isso, pode-se elaborar atividades que auxiliem os estudantes a compreenderem os dois casos e vem daí a importância de o próprio estudante manusear os dados virtuais de acordo com seu raciocínio.

A intenção não é a de defender apenas um método de abordagem com os alunos. Nossa intenção é mostrar que quanto mais diversificadas forem as atividades maior poderá ser a quantidade de registros que obteremos e mais o aluno será conduzido, mesmo que indiretamente, a compreender os conceitos matemáticos. Tendo a disposição variados registros é mais fácil perceber em qual ponto estará a dúvida do aluno, se for o caso da interferência do professor.

Para finalizar, apresentamos aspectos que foram importantes para a minha própria aprendizagem ao desenvolver esse trabalho. O primeiro ponto que queremos destacar é a importância de uma atividade empírica. A prática nos faz vivenciar situações que na maioria das vezes não estão previstas quando se elabora a atividade.

Também ressaltar o primeiro estudo feito da teoria das representações semióticas de Duval. Com ela notamos a importância de abordarmos em sala de aula atividades variadas que incentivem os múltiplos registros dos alunos. Esse primeiro contato com a teoria nos despertou a vontade de continuar estudando de tal para melhores resultados em matemática.

7 – Referências

BARRETO, Mariana Menna; **Tendências atuais sobre o ensino de funções no ensino médio.** Disponível em http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitaes_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf . Acesso on line em 19/11/13

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio.** Brasília, 2000.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In.: Aprendizagem em matemática registros de representação semiótica. Silvia Dias Alcântara Machado. Campinas, SP. 2005. Editora Papirus.

DUVAL, Raymond. **Semiosis e o Pensamento Humano,** São Paulo, 1998; Livraria da Física

MORETTI, FLORES. Mércles t. Claudia R. **O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática.** Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/funcionamento.pdf. Acesso on line em 19/11/13.

MORETTI, Mércles Thadeu. **O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática.** Revista Contraponto. Disponível em <http://siaiweb06.univali.br/seer/index.php/rc/article/view/180/152>. Acesso on line em 19/11/13.

VALENTE, José Armando. **Porquê o Computador na Educação** . Disponível em http://www.ich.pucminas.br/pged/db/wq/wq1_LE/local/txtie9doc.pdf. Acesso on line em 20/11/13

PAPERT, Seymour. **Inovadores e Conservadores.** In.: A máquina das Crianças, Pensando a Escola na Era da Informática. Seymour Papert, Porto alegre, 1994 Editora Artes Médicas Sul Ltda.

PONTE, João Pedra da. **Estudos de Caso em Educação Matemática** . Disponível em [http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3007/1/06-Ponte\(BOLEMA-Estudo%20de%20caso\).pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3007/1/06-Ponte(BOLEMA-Estudo%20de%20caso).pdf). Acesso on line em 19/11/13.

Anexos

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada Representações Matemática nos Estudo da Função Afim, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) Kellen Cardoso Barchinski. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Observar os registros escritos dos alunos em questões matemáticas.
- Fazer uso de tecnologia digital para estudar a construção e compreensão de conceitos matemáticos.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no e-mail kellens_cardoso@hotmail.com.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de _____ de _____.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa: