Uma discussão sobre algumas interpretações do "Tempo de Tunelamento Quântico"

Débora Elisa Peretti, Sandra Prado

Instituto de Física – UFRGS, Porto Alegre

Introdução

Na Mecânica Quântica (MQ), existe uma probabilidade não-nula de uma partícula atravessar uma barreira de potencial, mesmo quando ela tem energia inferior à energia da barreira. O tempo de travessia é chamado de tempo de tunelamento quântico, muito embora não seja ainda consenso uma definição precisa do que seria esse tempo. Uma estimativa razoável para o tempo de tunelamento é feita através da diferença de fase $\delta(E)$ das funções de onda incidente e emergente da barreira e pode ser definido como $T=\partial\delta(E)/\partial E$. Esses resultados teóricos podem ser comparados a medidas nas quais se acopla fracamente um relógio quântico à partícula [4].

Relação Energia-Tempo

Em 1927, W. Heisenberg formulou o Princípio da Incerteza:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (1)$$

que relaciona as incertezas das medidas da posição, Δx, e do momentum, Δp, de uma partícula. A equação (1) indica que, na MQ, não podemos medir com exatidão a posição e o momentum da partícula ao mesmo tempo, ou seja, quanto mais precisa for a medida da posição da partícula, menos precisa é a do momentum associado a ela e vice-versa.

Na formulação de energia-tempo, a Relação da Incerteza é dada pela equação (2):

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (2)$$

Cuja interpretação diz que, em estados estacionários, a dispersão de energia é nula e, portanto, seria necessário esperar um tempo infinito para se observar qualquer mudança no estado de energia do sistema [2].

Mas, enquanto a relação (1) é considerada fundamental, a relação (2) não é. Espaço e tempo possuem funções diferentes na MQ: enquanto x é um operador, t é apenas um parâmetro.

Existem tentativas de substituir o parâmetro t por uma quantidade T, que seria um operador associado ao tempo, tal que fosse possível escrever uma relação de incerteza associada à relação de comutação:

$$[T, H] = -i\hbar \qquad (3)$$

Mas a literatura demonstra que a obtenção de um operador T não é nada trivial [3].

Apesar de a relação (2) não ser uma relação fundamental, nas situações práticas ainda é válido dizer que a incerteza ΔE e a duração da medida do evento Δt satisfazem (2). Portanto, podemos utilizá-la para o cálculo do tempo de tunelamento de uma partícula, por exemplo.

Referências

[1] P.C.W. Davies, *Am. J. Phys.*, **73**, 23 (2005).

[2] E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, John Wiley and Sons, Nova Iorque, 1970.

[3] H. Nikolic, *Found. Phys.*, **37**, 1563-1611 (2007).

[4] A.M. Steinberg, *Physics World*, **16**, (12), 19 (2003).

Agradecimentos

Barreira de Potencial

Consideramos uma partícula de energia E que se depara com uma barreira de potencial de largura a.

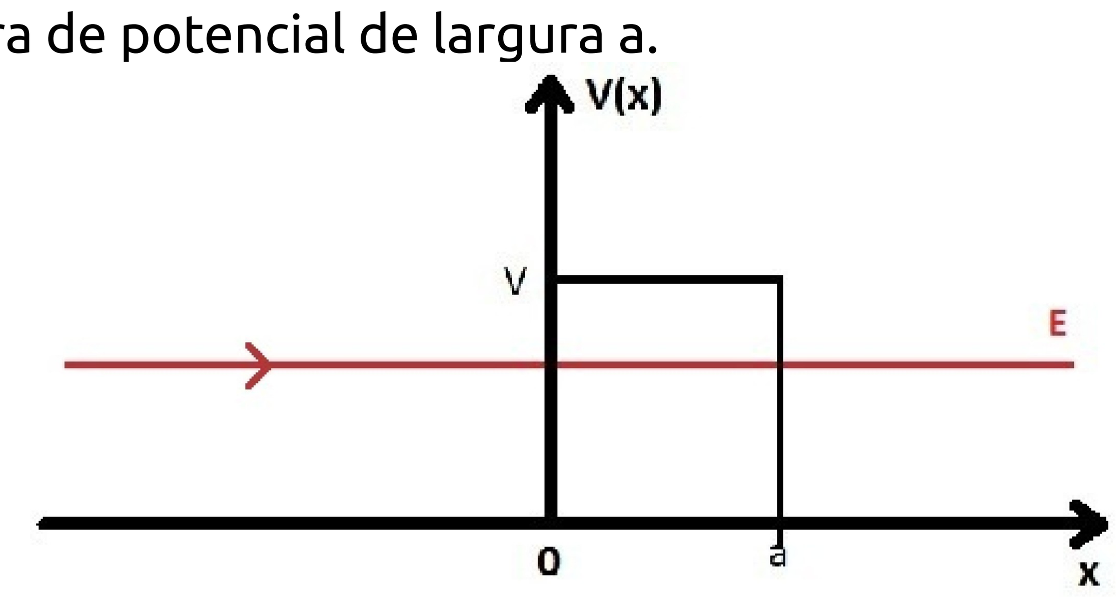

Figura 1: Barreira de potencial.

Sua função de onda é a seguinte:

$$\begin{cases} e^{ikx} + Ae^{-ikx}; & x<0 \\ Be^{ipx} + Ce^{-ipx}; & 0<x<a \\ De^{ikx}; & x>a \end{cases} \qquad \text{onde: } k=\sqrt{2mE/\hbar^2}, \quad p=\sqrt{2m(V-E)/\hbar^2}$$

Aplicando as condições de contorno e de continuidade da função de onda e de sua derivada primeira em *x=0* e *x=a*, obtemos:

$$A = i\frac{t}{2}\frac{(p^2-k^2)}{kp}e^{ika}\sin(pa) \quad \text{e} \quad D=\frac{2kp\, e^{-ika}}{2kp\cos(pa)-i(k^2+p^2)\sin(pa)}$$

Calculamos a diferença entre as fases da onda que incidente em *x=0* e emergente em *x=a*:

$$\delta(E) = \arctan\left[\left(\frac{p^2-k^2}{2kp}\right)\tanh(pa)\right] \qquad (4)$$

Resultando no tempo de tunelamento:

$$T=\frac{2m[k(p^2-k^2)a+(\frac{p^2-k^2}{2kp})\sinh(2pa)]}{(p^2+k^2)^2\cosh^2(pa)-(p^2-k^2)} \qquad (5)$$

A figura (2) mostra a relação entre o tempo de tunelamento e a diferença entre a energia da partícula e a altura da barreira para diferentes valores da largura a. Com isso, podemos ver que há uma relação exponencial, independente de a. É possível ver também que o tempo diverge em ambos os extremos: quando $E\to 0$ e quando $E\to V$.

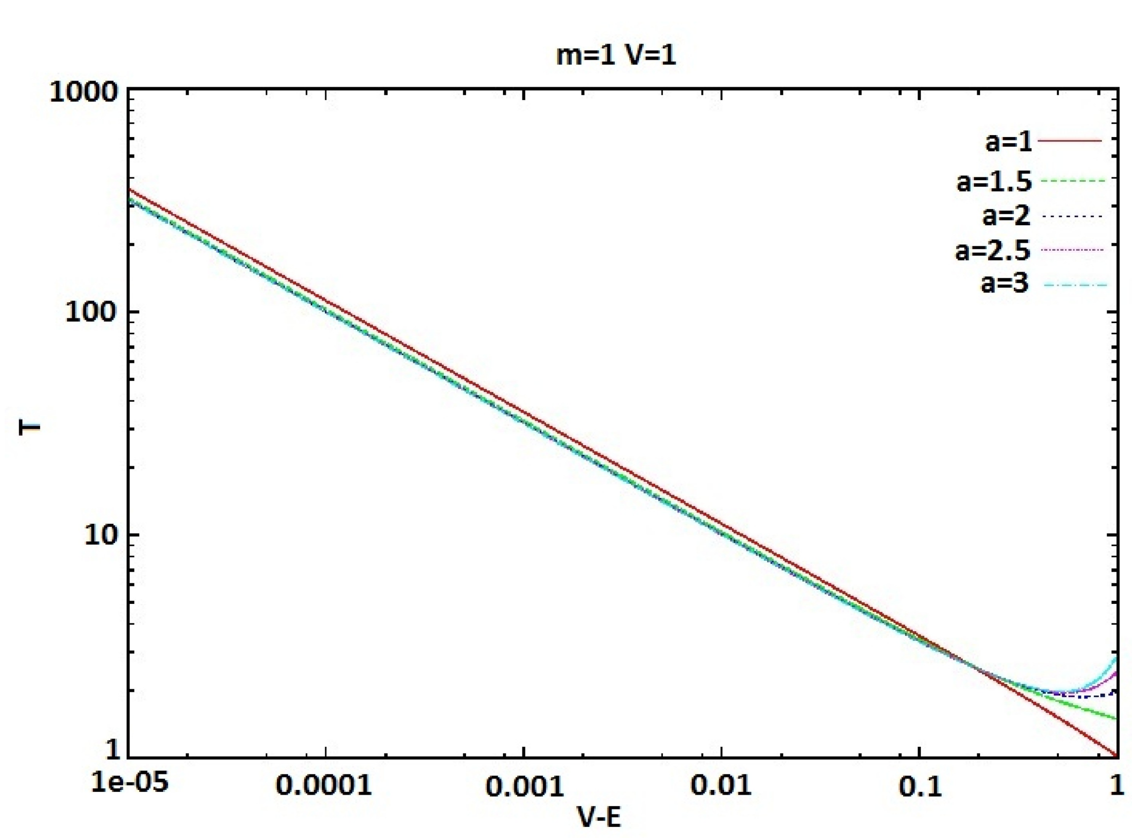

Figura 2: Dependência do tempo de tunelamento com a diferença entre a energia da partícula e a altura da barreira para diferentes valores de a em escala logarítmica.

Conclusão

Uma comparação do tempo de tunelamento (5) calculado através da derivada da diferença de fase em relação à energia e interpretado via relação da incerteza energia-tempo reproduzem razoavelmente os resultados obtidos experimentalmente através de relógios quânticos fracamente acoplados à partícula [4].