

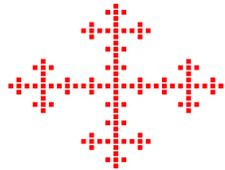
## MAGNETIZAÇÃO EM UMA REDE FRACTAL VICSEK

### INTRODUÇÃO

O magnetismo da matéria está associado a organização dos momentos magnéticos (spins) dos elétrons. No ferromagnetismo, os spins estão alinhados em um mesmo sentido, ao contrário do paramagnetismo, que não possui qualquer tipo de ordem. Propriedades como temperatura e campo magnético externo influenciam no comportamento dos spins e determinam como eles se organizam. O modelo de Ising fornece uma forma simplificada de explicar os fenômenos magnéticos e suas transições de fase nos pontos críticos. Redes cuja dimensão é não inteira possuem estrutura fractal, sendo de interesse para a formulação de modelos matemáticos que associem a dimensão de um corpo com suas propriedades físicas. O método de Monte Carlo serve como suporte para simular fenômenos físicos e obter suas quantidades associadas. O algoritmo cluster de Wolff auxilia no processo computacional para a simulação de Monte Carlo.

### OBJETIVO

Simular redes fractais Vicsek, obtendo seus valores de magnetização, suscetibilidade magnética, energia interna e calor específico na ausência de campo magnético externo. A imagem abaixo representa uma das redes fractais simuladas.



### METODOLOGIA

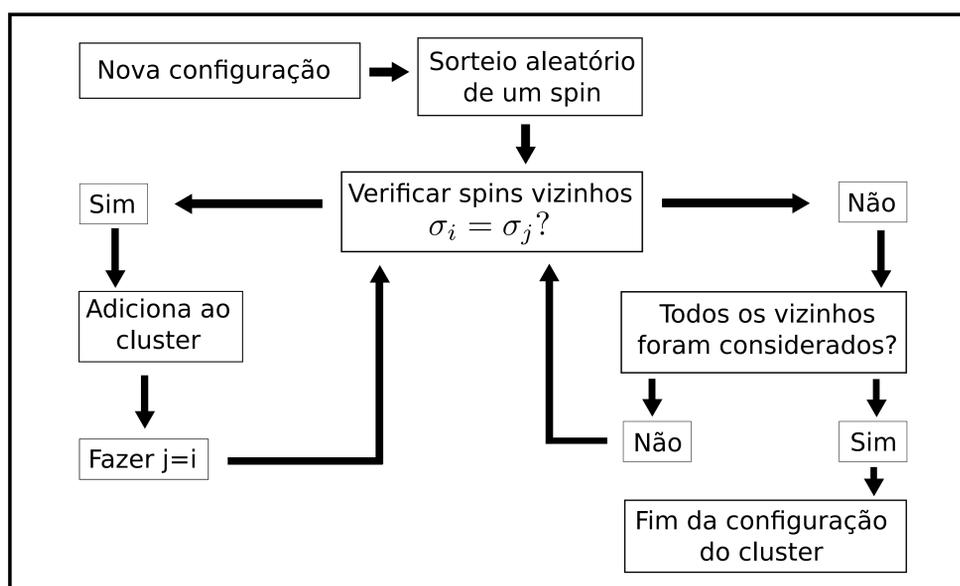
O hamiltoniano do modelo de Ising é expresso por:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j$$

Os valores médios das propriedades físicas são calculados por:

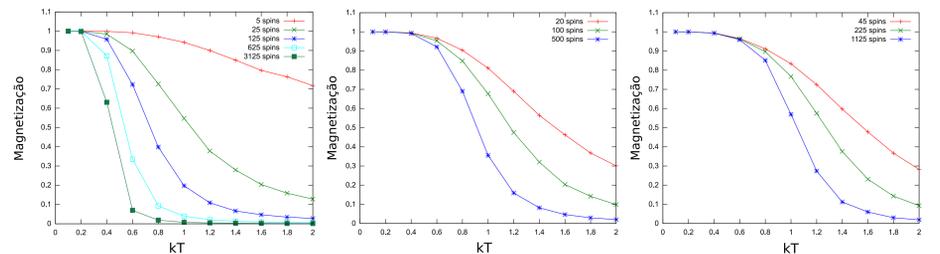
$$\langle O \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n O_i e^{-\beta H_i}}{Z} \quad Z = \sum_{i=1}^n e^{-\beta H_i}$$

As redes fractais foram simuladas através do método de Monte Carlo em Fortran 90. O algoritmo cluster de Wolff pode ser representado pelo seguinte diagrama:

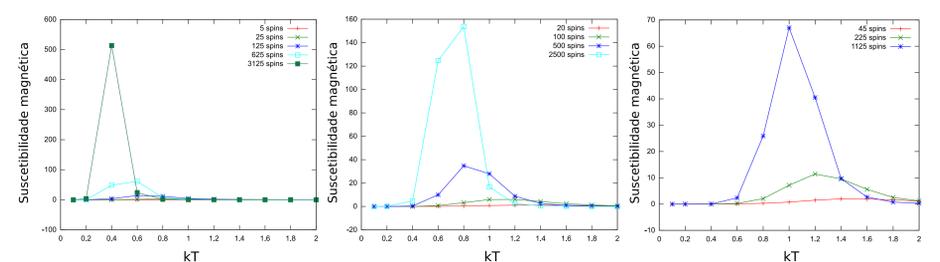


### RESULTADOS

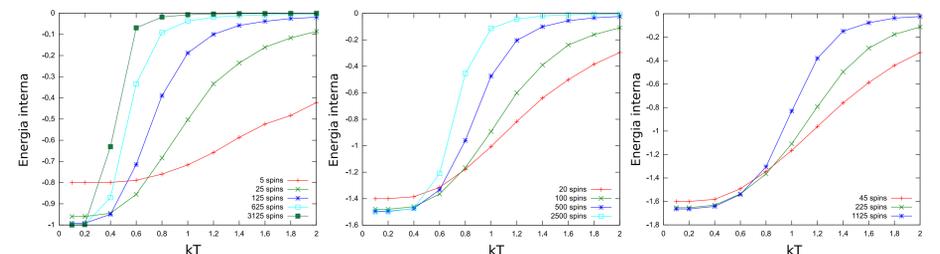
Foram desenvolvidos gráficos a partir dos resultados obtidos. A primeira coluna representa a rede com dimensão  $D_f=1,464$ , a segunda rede possui  $D_f=1,671$  e a terceira  $D_f=1,732$ .



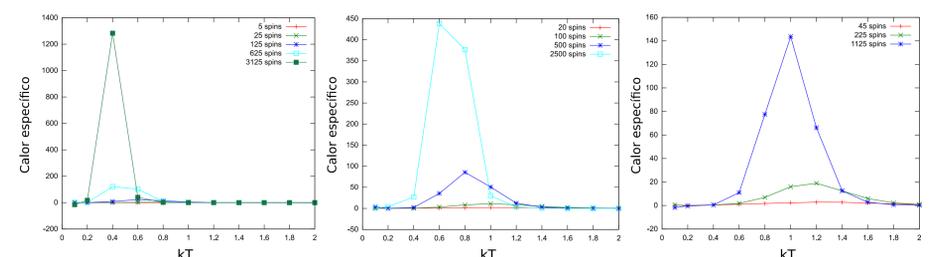
Magnetização em relação a temperatura.



Suscetibilidade magnética em relação a temperatura.



Energia interna em relação a temperatura.



Calor específico em relação a temperatura.

### CONCLUSÕES

As simulações em redes fractais mostram que existe transição de fase magnética em redes com dimensão e número de coordenação menores que 2. O aumento da dimensionalidade aproxima a temperatura crítica ( $T_c$ ) das redes com a  $T_c$  da rede quadrada, como era esperado. Além disso, percebe-se que o aumento do número de spins melhora a qualidade dos resultados, levando a  $T_c$  para 0,2, 0,55 e 0,6 aproximadamente para cada rede fractal respectiva.

O estudo de estruturas fractais poderá contribuir para a elaboração de um modelo capaz de associar propriedades geométricas de um material com suas propriedades físicas, sendo a extensão deste estudo para o caso tridimensional a próxima etapa deste trabalho.

Marin, Juan J., Magnetic Phase Transition of the Viscek Fractal, Int. J. of Physical and Mathematical Sciences, Vol 3, No 1 (2012).  
Kadanoff, L.P., J. Stat. Phys.137, 777 (2009).  
Marder, Michal P., Condensed Matter Physics. University of Texas.  
Chapman, Fortran 95/2003 for Scientists and Engineers, McGrawHill, Third edition, 2007. Wiley, 2000.