

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA

Análise de Diagramas Cor-Magnitude de Aglomerados Globulares Galácticos

Adriano Pieres

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Kepler de Souza Oliveira Filho e apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul para a obtenção de Título de Mestre em Ciências, na Área de Astrofísica.

Porto Alegre, RS, Brasil
Dezembro de 2013

Agradecimentos

Gostaria de agradecer aos meus familiares que aceitaram a privação da minha presença em grande parte do tempo em que estive trabalhando nesta dissertação. Aos meus filhos Éric e Ísis (*Pai, aquilo que tu estava fazendo já tá pronto?*) e à minha namorada Claudia Adriana Birnfeld pelo incentivo e compreensão (*Eu não compreendo, mas sei que é importante...*). Aos meus colegas e professores (Basílio Santiago, Charles Bonatto, José Eduardo Costa, Rogério Riffel) pelas discussões, pelo apoio e esclarecimentos. À Elizandra Martinazzi pelo empurrão inicial (*Por que tu não faz a prova do mestrado?*). Ao amigo e eterno incentivador Edson Pedro. Ao meu orientador, Kepler de Souza Oliveira Filho pelo incentivo, por confiar na minha capacidade e por me mostrar caminhos que eu desconhecia. Aos meus amigos e alunos que tive neste período por me fazerem tentar explicar 'n' vezes o que eu estava tentando fazer. Enfim, a todas as pessoas que compartilharam este tempo comigo e que, de uma forma ou de outra, me influenciaram.

Resumo

Neste trabalho eu desenvolvo um método para a determinação dos quatro principais parâmetros de um aglomerado globular (idade, metalicidade, avermelhamento e módulo de distância) através de diagramas cor-magnitude, por comparação com modelos teóricos (isócronas). Usando diagramas cor-magnitude sintéticos determino a precisão e a incerteza do método por comparação com o banco de isócronas de Dartmouth e de Pádova (PARSEC). Como exemplo, determino os parâmetros do aglomerado globular NGC 6397, o segundo aglomerado globular mais próximo do sistema solar, utilizando múltiplas observações e múltiplas cores. Os parâmetros são comparados com a idade do Universo e dados espectroscópicos de estrelas do aglomerado e chegam a uma boa concordância. Os parâmetros ajustados são $12 \pm 0,5$ Ganos, metalicidade $[Fe/H] = -1,8 \pm 0,25$, avermelhamento $[E(B-V)] = 0,12 \pm 0.01$ e módulo de distância $(m-M) = 12,04$. Discuto a diferença entre os valores finais dos parâmetros para um conjunto de muitos dados em relação com os parâmetros para apenas um diagrama cor-magnitude e a diferença entre o ajuste para cores do ultravioleta até o infravermelho.

Abstract

In this work I develop a method to determine the four main parameters of a galactic globular cluster (age, metallicity, reddening and distance modulus) by comparing color-magnitude diagrams to theoretical models (isochrones). Using synthetic color-magnitude diagrams I determine the accuracy and uncertainties of the method by comparison with the isochrone databases from Dartmouth and Padova (PARSEC). As an example, I determine the parameters for the globular cluster NGC 6397, the second nearest to the Sun, using multiple observations and multiple colors. The parameters are compared with the age of the Universe and spectroscopic data of cluster stars and yields a good agreement. The parameters fitted are 12 ± 0.5 Gyr, metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.8$, reddening $[E(\text{B}-\text{V})] = 0.12 \pm 0.01$ and distance modulus $(m-M) = 12.04$. I discussed the difference between the final parameters values for many data sets with parameter values in a single color-magnitude diagram and the difference between the fit to colors from the ultraviolet to the infrared.

Conteúdo

Conteúdo	IV
Lista de Figuras	VI
Lista de Tabelas	1
1 Introdução	3
1.1 O estudo dos aglomerados estelares	3
1.1.1 Nascimento de estrelas em aglomerados	3
1.1.2 A classificação dos aglomerados	5
1.1.3 Características dos aglomerados globulares	6
1.1.4 O <i>CMD</i>	10
1.1.5 Os problemas na determinação das magnitudes estelares	13
1.1.6 As isócronas	15
1.1.7 As regiões de um <i>CMD</i>	20
1.1.8 A proposta do trabalho	23
2 Métodos utilizados	27
2.1 Introdução	27
2.2 Metodologia para a determinação da linha de tendência média	27
2.2.1 Algoritmo e variáveis	27
2.3 Metodologia para a determinação do melhor modelo teórico	33
2.3.1 As simulações	35
2.3.2 Algoritmo e variáveis	39
2.3.3 Variáveis do programa de comparação	39
2.4 Metodologia para a soma de várias reduções	42
2.4.1 A formatação dos dados de saída do programa qui.f90 e a soma das variâncias	42

3	Resultados	45
3.1	Introdução	45
3.2	Comparações com as simulações	45
3.2.1	Estrelas duplas e de campo	45
3.2.2	Idades e metalicidades	48
4	Aplicações e conclusões	54
4.1	Introdução	54
4.2	O aglomerado NGC 6397	54
4.2.1	Dados de Richer	57
4.2.2	Dados de Stetson	66
4.2.3	Dados de Kaluzny	72
4.2.4	Dados de Martinazzi	72
4.3	Unificação das reduções	78
4.4	Conclusões	78
5	Perspectivas	97
5.1	Introdução	97
5.2	Disponibilização dos programas e métodos	97
5.3	Aprofundamento na análise dos <i>CMDs</i> dos aglomerados globulares	97
5.4	Aprofundamento na fotometria dos aglomerados globulares	98
	Bibliografia	99
A	Programa para determinação da linha de tendência média	111
B	Simulador de diagramas cor-magnitude	121
C	Programa para comparação entre a linha de tendência média e as isócronas)	125

Lista de Figuras

1.1	Diagrama temperatura-luminosidade ou Diagrama Hertzsprung-Russell (temperatura das estrelas versus luminosidade)	11
1.2	Exemplo de <i>CMD</i> do aglomerado NGC 6366 com dados não calibrados	12
1.3	<i>CMDs</i> de vários aglomerados da Via-Láctea, ilustrando as diferentes idades dos aglomerados, principalmente os aglomerados abertos, segundo Alan Sandage	16
1.4	Comparação entre dois modelos teóricos de isócronas: um modelo de Dartmouth e outro de Pádova, com mesmos atributos de idade e metalicidade para um aglomerado com baixa metalicidade e idade de 13,5 bilhões de anos e outro aglomerado com idade de 7 bilhões de anos e alta metalicidade	19
1.5	Regiões ou ramos de um <i>CMD</i> , da baixa sequência principal à sequência de resfriamento das anãs brancas para um aglomerado globular	21
1.6	Diagrama de Hess do aglomerado NGC 6656, com a densidade de probabilidade das estrelas aumentando à medida em que a cor no diagrama se aproxima do azul	25
2.1	Algoritmo seguido pelo programa para a determinação da linha de tendência média para aglomerados globulares utilizado neste trabalho	28
2.2	Exemplo de <i>CMD</i> com reversão da linha média em determinadas cores em comparação com a não-reversão da linha média em outras cores	32
2.3	Exemplo de construção de uma linha de tendência média para o aglomerado globular NGC 104 (47 Tucanae), com dados da ACS/HST	34
2.4	Comparação entre as incertezas das magnitudes medidas para um aglomerado em uma redução de PSF e uma simulação aplicada neste trabalho	36

2.5	Comparação entre as incertezas em redução de campos de aglomerados utilizando a função de espalhamento puntual (PSF) e utilizando a redução por abertura	37
2.6	Exemplo de <i>CMDs</i> sintéticos com diferentes funções de espalhamento	38
2.7	Representação do pictórica do algoritmo do método de comparação entre a linha média e o modelo (isócrona) para a determinação dos parâmetros dos aglomerados globulares	40
2.8	Histograma para a razão entre o avermelhamento total e o seletivo (R_V)	43
2.9	Algoritmo seguido para a determinação dos melhores parâmetros, seguindo várias reduções e várias cores	44
3.1	<i>CMD</i> simulado sem a presença de estrelas binárias e com 100% de estrelas binárias	46
3.2	<i>CMD</i> simulado com presença de binárias e o erro em função da presença de binárias	47
3.3	Função incerteza adotada nas simulações, por analogia com os resultados das reduções	50
4.1	Diagrama exemplificando a razão entre a extinção em um filtro em relação ao excesso de cor para uma mesma estrela	57
4.2	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por H. Richer (principal autor), com dados ACS/HST, com parâmetros de melhor ajuste entre as magnitudes 14 e 18 (F814W) com as isócronas de Dartmouth atualizadas, com bins de idade em 0,5 bilhão de anos e bins de metalicidade em 0,5 (Fe/H), comparando a isócrona de melhor ajuste dado pelo programa de minha autoria com a isócrona proposta pelo autor.	59
4.3	S^2 em função da idade e metalicidade, avermelhamento e módulo de distância para a redução de Richer com ajuste às isócronas de Dartmouth, em um ajuste prévio	60
4.4	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por H. Richer, com parâmetros refinados de melhor ajuste entre as magnitudes (F814W) 14 e 18 com as isócronas de Dartmouth	62
4.5	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância para a redução de Richer e isócronas de Dartmouth, dentro de um range pré-determinado.	63

4.6	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por H. Richer, comparado com as isócronas de Padova	64
4.7	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância para a redução de Richer e isócronas de Padova.	65
4.8	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397 com as estrelas-padrão de Stetson, reduzidas pelo próprio, juntamente com diagrama simulado .	67
4.9	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por Peter Stetson, com ajuste às isócronas de Dartmouth, juntamente com as estrelas do aglomerado descontaminadas pelas estrelas de campo	68
4.10	S^2 em função da idade e metalicidade, avermelhamento e módulo de distância para a redução de Stetson e isócronas de Dartmouth	69
4.11	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por P. Stetson, com isócronas de Pádova	70
4.12	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância (<i>à direita</i>) para a redução de Stetson e isócronas de Padova.	71
4.13	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por Kaluzny 1997, com ajuste às isócronas de Dartmouth	73
4.14	S^2 em função da idade e metalicidade, avermelhamento e módulo de distância para a redução de Kaluzny 1997 e isócronas de Dartmouth .	74
4.15	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por J. Kaluzny, com isócronas de Pádova	75
4.16	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância (<i>à direita</i>) para a redução de Kaluzny e isócronas de Padova.	76
4.17	Comparação entre as estrelas reduzidas por ELizandra Martinazzi e as estrelas-padrão do Catálogo de Peter Stetson, 2000	77
4.18	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por E. Martinazzi, com isócronas de Dartmouth na cor (U-B)	79
4.19	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância (<i>à direita</i>) para a redução de Martinazzi e isócronas de Dartmouth (U-B).	80
4.20	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por E. Martinazzi, com isócronas de Padova na cor (U-B)	81

4.21	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância (<i>à direita</i>) para a redução de Martinazzi com ajustes às isócronas de Padova na cor (U-B)	82
4.22	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por E. Martinazzi, com isócronas de Dartmouth na cor (B-V)	83
4.23	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância para a redução de Martinazzi e ajuste com as isócronas de Dartmouth na cor (B-V)	84
4.24	<i>CMD</i> do aglomerado globular NGC 6397, reduzido por E. Martinazzi, com isócronas de Padova na cor (B-V)	85
4.25	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância para a redução de Martinazzi com ajuste às isócronas de Padova na cor (B-V)	86
4.26	S^2 em função da idade e metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância para todas as reduções e todas as isócronas	88
4.27	S^2 em função da idade e metalicidade para o conjunto total de dados de redução e cores, para cada um dos modelos de isócronas, de Dartmouth e Padova	91
4.28	Incerteza para a idade e para a metalicidade para uma amostra de N estrelas com incerteza de 0,02 magnitudes	93
4.29	<i>CMDs</i> do aglomerado globular NGC 6397 reduzidos por todos os autores utilizados neste trabalho, com isócronas de Dartmouth e Padova, com o resultado do melhor ajuste conjunto	94
4.30	S^2 em função da idade e metalicidade para o conjunto parcial de dados de redução e cores, para as isócronas de Dartmouth, com os dados sem o filtro F606W e F814W e sem a cor U-B	96

Lista de Tabelas

1.1	Idade estimada para o Universo obtidos por diversos métodos, por ordem cronológica	8
2.1	Descrição das variáveis do programa de determinação da linha de tendência média	30
2.2	Descrição das variáveis do programa de comparação da linha de tendência média com as isócronas	41
3.1	Tabelas com variação de parâmetros para os aglomerados globulares e valores resgatados	49
3.2	Tabelas com os valores das incertezas definidas a partir do resgate da simulação de <i>CMDs</i> simulados, para um intervalo de idades e metalicidades	51
3.3	Tabelas dos parâmetros de entrada para o programa da linha de tendência média para uma mesma metalicidade ($Z=0,001$)	53
3.4	Tabelas dos parâmetros de entrada para o programa da linha de tendência média para uma mesma idade (12 bilhões de anos)	53
4.1	Tabela de parâmetros para o NGC 6397 extraídos da literatura, em ordem cronológica	56
4.2	Resultados dos ajustes dos parâmetros do aglomerado globular NGC6397 aos dados de Martinazzi	78
4.3	Resumo dos melhores resultados dos ajustes dos parâmetros do aglomerado globular NGC6397 para todos os autores de reduções aqui citados	87
4.4	Resultados das menores somas da variâncias dos parâmetros do aglomerado globular NGC6397 para todos os autores de reduções aqui citados, ajustados às isócronas de Padova e Dartmouth e normalizados pelas cores	88

4.5	Resultados das somas da variâncias dos parâmetros do aglomerado globular NGC6397 para as isócronas de Dartmouth e Padova normalizados pelas cores	92
-----	---	----

Capítulo 1

Introdução

1.1 O estudo dos aglomerados estelares

1.1.1 Nascimento de estrelas em aglomerados

As estrelas não nascem isoladas. A maioria das estrelas, salvo muito raras exceções, nascem em aglomerados que descendem de nuvens moleculares gigantes que para colapsar devem ter um valor mínimo para a massa. Hipóteses sustentam que nosso Sol também já fez parte de um aglomerado, no qual suas componentes se dispersaram após algumas dezenas de milhões de anos. Pode parecer estranho que, mesmo tendo um sistema planetário, o Sol tenha feito parte de um aglomerado, afinal em aglomerados a densidade de estrelas em geral é muito maior do que na vizinhança solar (Nilakshi et al., 2002). No entanto, segundo Bressert et al. (2010), a fração de estrelas que nasce em um ambiente denso é pequena (em torno de uma em cada quatro estrelas nasce em um ambiente denso, como o centro de um aglomerado).

E para que ocorra a formação estelar, é necessário que uma nuvem molecular gigante (GMC, da sigla em inglês *Giant Molecular Cloud*) sofra uma contração devido à explosão de uma supernova na vizinhança ou a forças de maré provenientes da Galáxia, da passagem de um braço espiral ou ainda de uma galáxia próxima (Binney & Tremaine, 2008).

Além das condições acima citadas, algumas outras são necessárias para que a nuvem molecular gigante inicie um processo de contração e posteriormente se fragmente em protoestrelas (Jeans, 1904). As principais são: densidade média da ordem de 10^4 átomos por centímetro cúbico, temperatura na faixa dos 10 aos 30 Kelvin e tamanho mínimo da ordem de 0,05 parsecs (0,16 anos-luz ou 10.000 unidades

astronômicas). Estando inicialmente em equilíbrio gravitacional, deve haver uma instabilidade para que a nuvem comece a colapsar. Este desequilíbrio é dado pelo critério de Jeans, que estabelece uma medida limite (chamado *comprimento de onda de Jeans*) para o comprimento de onda de uma perturbação (por exemplo, causada pela explosão de uma supernova). Caso o comprimento de onda desta perturbação seja menor que o comprimento de Jeans, a nuvem relaxa e absorve a perturbação. Se maior, a nuvem colapsa. Este critério leva a uma massa mínima para a nuvem capaz de se contrair: o chamado critério de Jeans, com massa em torno de $10^5 M_{\odot}$ (Jeans, 1915). Este critério, no entanto, apenas refere-se à interação gravitacional, não levando em conta outras características, como o momento angular ou magnético da nuvem.

Após o início do processo de contração da nuvem ocorre a fragmentação, quando pedaços menores da nuvem colapsam mais rapidamente do que a nuvem como um todo, formando vários corpos menores, em vez de apenas uma grande estrela. O que ocorre na verdade é a formação de vários núcleos e a acreção de matéria a estes vários corpos (Rees, 1976). A fragmentação depende ainda de como ocorre termicamente a contração da nuvem (isotérmica ou adiabaticamente, caso a nuvem seja transparente ou opaca). Mas como sabemos que o processo de fragmentação não irá levar à formação de apenas uma estrela? Para isso devemos saber um pouco mais sobre os limites de massa de uma estrela.

Uma estrela é um corpo gasoso que equilibra a gravidade com a pressão gerada pela alta temperatura, produto das reações nucleares de seu interior. Assim, as estrelas não podem ser tão pequenas pois a temperatura em seu centro tem que ser capaz de gerar reações nucleares estáveis. Por outro lado, quando a massa da estrela supera poucas centenas de massas solares, para a metalicidade solar (Crowther et al., 2010), a pressão da radiação é muito grande e acaba por expulsar as camadas externas da estrela, diminuindo sua massa. Estes corpos gasosos, portanto, possuem uma gama de massas dentro de um limite superior e um limite inferior. Ao colapsar uma nuvem com massa mínima de Jeans, há a formação de várias estrelas, variando de $0,083 M_{\odot}$ (mínimo) a um máximo de cerca de $216 M_{\odot}$ (para a metalicidade solar) segundo Crowther et al. (2010), obedecendo a uma função de distribuição inicial de massa [e. g. Kroupa (2001), Chabrier (2003)], que, devido à evolução inicial, será diferente da função distribuição de massa para tempos posteriores (Salpeter, 1955). O tempo de formação deste novo corpo celeste vai depender também da massa das estrelas, pois o material acreta mais rapidamente em uma estrela massiva (devido ao tempo de queda livre ser menor) do que em uma estrela menos massiva. Estes

valores limites para as massas das estrelas são para a metalicidade solar. Na época de formação dos aglomerados globulares, a metalicidade do meio interestelar era muito menor do que é atualmente e o limite de massa para a formação de estrelas era da ordem de mil M_{\odot} (população do tipo III).

1.1.2 A classificação dos aglomerados

Os aglomerados oriundos de nuvens colapsantes, no entanto, não são todos iguais. Historicamente, a taxonomia foi estabelecida por sua aparência. Enquanto os aglomerados que pareciam possuir uma simetria radial foram classificados inicialmente por William Herschel (Hoskin, 1987) como globulares, os aglomerados sem esta simetria foram nomeados aglomerados abertos, além de associações estelares, que, como o nome indica são grupos (pequenos ou grandes) de estrelas interagindo gravitacionalmente. Mais tarde se notou que esta aparente classificação tinha também outro significado: os aglomerados globulares se distribuía na nossa Galáxia esfericamente, principalmente no halo, enquanto que a maioria dos aglomerados abertos encontra-se no disco galáctico. Além disso, em nossa Galáxia, os aglomerados globulares (GC, do inglês *Globular Cluster*) são mais massivos e luminosos [10^5 a $10^6 M_{\odot}$, $-10 < M(V) < 0$], porém em menor número (em torno de 160 na Galáxia, como cita o catálogo de Harris (1996), atualizado em 2010), do que os aglomerados abertos (OC, do inglês *Open Cluster*), com limite superior para a massa em torno de $10^5 M_{\odot}$ e alguns milhares de estrelas. Por não possuir tantas estrelas, um aglomerado aberto também não possui uma magnitude absoluta tão significativa. Isso afeta a completeza da nossa amostra, pois aglomerados abertos que se encontram do outro lado da Via-Láctea (em relação ao Sol) não são facilmente visíveis a partir das redondezas do Sol. Para um raio em torno do Sol de 600 parsecs, o catálogo de Kharchenko (Kharchenko et al., 2005) lista 114 objetos. Mais completo, o catálogo do prof. Wilton S. Dias (UNIFEI), disponível no endereço

<http://www.astro.iag.usp.br/ocdb/>

apresenta um total de 2.174 objetos, dentro de um raio de aproximadamente 10kpc. Sabendo que a matéria luminosa da Galáxia possui cerca de 15 kpc de raio, e que os aglomerados se concentram no disco, estima-se que o número total de aglomerados abertos deve chegar a 10^5 .

Outra diferença importante entre os aglomerados globulares e abertos diz respeito à idade. Grande parte dos aglomerados globulares foi formada simultaneamente à formação da Galáxia. Sua idade estimada é da ordem de 12 bilhões de anos. Os

abertos, ao contrário, se formam continuamente em nossa Galáxia. Grande parte deles se forma e permanece embebido no gás por cerca de 2 a 5 milhões de anos. Após este período, a combinação de ventos de estrelas massivas e supernovas varre o gás para fora do aglomerado (Goodwin & Bastian, 2006,e.g.). Este fato traz importantes consequências: em primeiro lugar, as estrelas menos massivas são as que mais sofrem com este processo, pois grande parte da matéria que as formaria é varrida junto com o gás. Em segundo, há um rearranjo ou relaxação do aglomerado, pois grande parte da matéria (o gás) não mais contribui gravitacionalmente e muitas estrelas podem ter velocidade maior do que a velocidade de escape do aglomerado. Há, então, no mínimo uma expansão do aglomerado logo após a expulsão do gás. Para muitos aglomerados abertos, esta expansão acaba por dissolver o aglomerado (e. g. (Goodwin & Bastian, 2006)), no processo conhecido como *mortalidade infantil*. São estas estrelas (as estrelas liberadas pelo aglomerado) que povoam o disco da Galáxia como o vemos no céu. Em uma amostra de aglomerados abertos, é fácil notar que haverá um número maior de aglomerados jovens do que de antigos, pois dentro de menos de um bilhão de anos muitos se dispersarão no disco. Além da expulsão do gás, ao longo de sua existência, os aglomerados abertos perdem massa por evolução estelar, forças de maré galáctica, choques com braços espirais e encontros com nuvens moleculares gigantes. Conforme Lamers & Gieles (2006), este tempo depende da massa inicial do aglomerado e o fator predominante para a dissolução do aglomerado é o encontro com as nuvens moleculares gigantes. Para os mais massivos ($10^5 M_{\odot}$), o tempo de dissolução pode ser de até 9 bilhões de anos, embora Kharchenko et al. (2005) apresente apenas seis aglomerados abertos que possuem idade maior que 1 bilhão de anos e no catálogo do prof. Wilton são listados 316 objetos com idade maior ou igual a 1 bilhão de anos, existindo ainda objetos sem determinação de idade.

1.1.3 Características dos aglomerados globulares

Os aglomerados globulares, por outro lado, não apresentam tempo de dissolução menor do que a idade atual do Universo. Ao se formar, a nuvem que deu origem ao aglomerado era formada com a matéria primordial do Cosmos: Hidrogênio (fração em massa= X , representando 75% em massa) e Hélio (fração em massa= Y , com 25%), praticamente, sendo que dos outros elementos (fração em massa= Z), existiam apenas traços. O Hidrogênio e o Hélio possuem uma absorção baixa (baixa opacidade) para as frequências luminosas próximas do ótico, fazendo com que a nuvem, ao se contrair, perca grande parte da radiação (ao se contrair, uma nuvem acumula

metade da energia gravitacional e emite a outra metade). O início da contração é portanto, isotérmico (com a mesma temperatura) e não-adiabático (sem perda de energia). Outros processos como a rotação, campo magnético e forças de maré podem ainda determinar a massa mínima para o colapso de grandes nuvens moleculares (Rees, 1976), mas, para a formação dos aglomerados globulares, o dominante foi a baixa opacidade da nuvem composta praticamente por H e He ($Z \ll 1$). Com a rápida evolução das estrelas mais massivas (uma estrela com $30 M_{\odot}$ leva em torno de 10 milhões de anos na sequência principal e apenas mais alguns milhares para explodir em supernova), o material rico em elementos mais pesados que o Hélio é jogado para o meio interestelar, aumentando a opacidade do gás circundante e impedindo que nuvens tão grandes quanto as que formaram os aglomerados globulares se formem novamente. Isso é o predominante em nossa galáxia. Na Grande Nuvem de Magalhães, de baixa metalicidade, para citar uma galáxia onde a formação estelar ocorre de forma temporalmente diferente da nossa, há regiões com intensa formação estelar, como o aglomerado estelar R136 (conhecido também como *30 Doradus*). Das 65 estrelas mais brilhantes deste aglomerado, a maioria são estrelas O3, as estrelas mais quentes, luminosas e massivas já conhecidas (Massey & Hunter, 1998), demonstrando que este é uma região que certamente abriga o estágio de formação de um aglomerado globular. Em nossa Galáxia também existem as regiões de formação estelar como a região de Pismis 24, com estrelas recém formadas das classes O e B.

Os aglomerados globulares são, portanto, fósseis vivos do começo do Universo. Suas idades estimadas por modelos por vezes ultrapassam a idade estimada para o Universo por outros métodos, demonstrando incertezas nos modelos (mesmo com modelos atualizados nos últimos anos). Este é certamente um dos maiores paradoxos para quem lida com estes objetos e com esta linha de pesquisa. Alguns autores determinam suas idades como 13,5 bilhões de anos (Dotter et al., 2007a), muito próximo da idade do Universo atualmente aceita [$13,798 \pm 0,037$ bilhões de anos (Planck Collaboration et al., 2013)], como se pode conferir na tabela 1.1. Certamente o valor da idade do Universo está correto, sendo que o erro está na determinação da idade dos aglomerados. Mas como se determina a idade dos aglomerados globulares? E qual a idade esperada para estes objetos seguindo o modelo atualmente aceito para a evolução do Universo?

Para responder a esta pergunta, devemos fazer uma pequena incursão sobre a evolução das estrelas, componentes destes gigantes objetos. A evolução de uma estrela é definida basicamente no momento de sua primeira reação nuclear, contanto que não haja posteriores colisão ou troca de matéria com outra estrela. Ou seja, o

Tabela 1.1: Tabela de estimativas de idades (em bilhões de anos) para o Universo por diversos métodos. Chaboyer et al. (1998) utiliza calibrações do satélite Hipparcos para redeterminação de distâncias para os aglomerados globulares e consequentemente luminosidade e massa das estrelas da saída da sequência principal, juntamente com redeterminações de distância das variáveis RR Lyrae e modelos evolutivos do ramo horizontal.

Autor/Ano	Idade Estimada	Método utilizado
Chaboyer et al. (1998)	$11,5 \pm 1,3$	Vários parâmetros
Cowan et al. (1999)	$15,6 \pm 4,6$	^{238}U e ^{232}Th em estrelas
Hansen et al. (2004)	$12,1 \pm 0,9$	Anãs brancas em M4
Dauphas (2005)	$14,5^{+2,8}_{-2,2}$	^{238}U e ^{232}Th
Komatsu et al. (2009)	$13,72 \pm 0,12$	Radiação de fundo (WMAP)
Hinshaw et al. (2012)	$13,772 \pm 0,059$	Radiação de fundo (WMAP)
Planck Collaboration et al. (2013)	$13,798 \pm 0,037$	Radiação de fundo (Planck)

destino de uma estrela é dado pela quantidade de matéria que a constitui no começo de sua vida. Um dos primeiros trabalhos sobre a fonte de energia das estrelas foi o trabalho publicado por Hans Bethe (Bethe, 1939). Hoje sabe-se que as estrelas com massa abaixo de $1,25M_{\odot}$ (ou de população III) começam sua vida queimando Hidrogênio em Hélio, no ciclo conhecido como próton-próton. No Sol (e predominantemente nas estrelas mais massivas) também ocorrem outras reações além do ciclo próton-próton, como as reações do ciclo CNO, onde o Carbono age como catalizador na conversão de quatro prótons em uma partícula alfa. Estas reações dependem da temperatura do interior da estrela e são mais significativas em estrelas mais massivas (no interior do Sol, por exemplo, o ciclo CNO representa apenas 3% das reações de fusão). As estrelas mais massivas possuem pressão e temperatura também maiores e o equilíbrio hidrostático é alcançado com uma taxa de reações nucleares muito maior, fazendo com que seu tempo de vida transformando Hidrogênio em Hélio no núcleo (definido como tempo na *sequência principal*) seja pequeno em comparação com uma estrela com massa mais moderada. Podemos calcular este tempo de permanência da estrela na sequência principal (Kepler & Saraiva, 2003,e.g.). Uma estrela com $10M_{\odot}$, por exemplo, sustenta a força gravitacional praticamente com o ciclo Carbono-Nitrogênio-Oxigênio por 100 milhões de anos. Assim, se avistarmos um aglomerado de estrelas e, após algumas medidas, determinarmos que uma estrela de $10M_{\odot}$ está se tornando uma gigante vermelha (o próximo passo após uma estrela com esta massa sair da sequência principal), podemos dizer com certa precisão que o aglomerado possui esta idade, já que o tempo em que esta estrela fica na sequência

principal é de 10 milhões de anos. Estrelas ainda mais massivas possuem um tempo menor de passagem pela sequência principal. Para comparação, nosso Sol está há $4,57 \pm 0.11$ bilhões de anos (Bonanno et al., 2002) na sequência principal e possui Hidrogênio para mais 5 bilhões de anos. Uma série de modelos para o Sol com acreção são criados em Serenelli et al. (2011), onde é discutido também o problema das abundâncias dos elementos no Sol. O limite para a saída da sequência principal é quando a massa de outros elementos mais pesados que o Hidrogênio supera em torno de 10% da massa da estrela (Schönberg & Chandrasekhar, 1942).

Um fator também dramaticamente importante para um aglomerado é a metalicidade. Em astronomia, o termo metalicidade corresponde à quantidade de elementos mais pesados que o Hidrogênio e o Hélio, não importando, a grosso modo, como os elementos são classificados quimicamente. Sua fração em massa corresponde à letra Z . Para o Sol, por exemplo, vários valores foram determinados por muitos autores (Asplund et al., 2009), variando de $Z=0,0122$ a $Z=0,02$, sendo que um valor muito utilizado é o de $Z=0,019$. Outro indicador para a metalicidade é a relação entre o número de átomos do elemento ferro em relação ao número de átomos de hidrogênio para um corpo estelar, através da determinação da intensidade da linha de emissão do Ferro em relação ao Hidrogênio, simbolizado por $[Fe/H]$. A relação entre $[Fe/H]$ com Z é dada pela expressão:

$$[Fe/H] = \log_{10} \left(\frac{N_{Fe}}{N_H} \right)_{estrela} - \log_{10} \left(\frac{N_{Fe}}{N_H} \right)_{\odot} \quad (1.1)$$

onde $\left(\frac{N_{Fe}}{N_H} \right)_{estrela}$ refere-se à razão entre a quantidade de átomos de Ferro e de Hidrogênio (por volume) para a estrela e $\left(\frac{N_{Fe}}{N_H} \right)_{\odot}$ para o Sol. A quantidade Z refere-se à razão em massa de elementos com peso atômico maior do que o Hélio em relação à massa total, enquanto que a razão $[Fe/H]$ refere-se à quantidade do Ferro em relação ao Hidrogênio. Por analogia com Z dever-se-ia ter a metalicidade como o valor M assim definido:

$$[M/H] = \log_{10} \left(\frac{Z/X}{Z_{\odot}/X_{\odot}} \right) \quad (1.2)$$

No entanto, esta quantidade é na prática muito difícil de se medir e prefere-se a razão entre as linhas do Ferro e do Hidrogênio, mais facilmente determinadas espectroscopicamente. Neste trabalho vou usar a seguinte transformação entre as metalicidades das isócronas de Dartmouth ($[Fe/H]$) e Padova (Z):

$$A * [Fe/H] = \log_{10} \left(\frac{Z/X}{Z_{\odot}/X_{\odot}} \right) \quad (1.3)$$

adotando o valor A igual a 1,00. Para baixas metalicidades se pode aplicar a aproximação:

$$Z = Z_{\odot} 10^{[Fe/H]} \quad (1.4)$$

Para se ter uma ideia da importância da quantidade de elementos mais pesados que o Hidrogênio, basta pensar que o Sol, por exemplo, irá deixar de ter sua principal fonte de radiação (o ciclo próton-próton) depois que a quantidade de Hidrogênio no núcleo se tornar muito menor do que a atual (ou se pode dizer que a quantidade de Hélio se tornar maior que a atual). Assim, mesmo uma pequena variação na quantidade de elementos pesados afeta drasticamente a forma como a estrela evolui (Vassiliadis & Wood, 1993). E como o aglomerado evolui a partir da contração de uma nuvem molecular que deveria ter uma única proporção de elementos pesados, as estrelas de um aglomerado, em grandes linhas, deveriam ter todas a mesma metalicidade. No Capítulo 4 vamos ver que isso é verdade, embora pequenos desvios sejam observados, provenientes de populações ligeiramente diferentes.

1.1.4 O *CMD*

Os aglomerados globulares são definidos com as características das estrelas e de sua distribuição, como a distribuição de massa e o perfil de luminosidade. Além disso, características intrínsecas das estrelas formam ferramentas importantes para a definição de algumas características dos aglomerados. Uma destas ferramentas é o diagrama Hertzsprung-Russell (em homenagem aos seus autores) ou diagrama cor-luminosidade, onde por definição cor é a diferença entre as magnitudes de uma mesma estrela em dois filtros diferentes [como por exemplo, a cor B-V, que é a diferença entre as magnitudes da estrela nos filtros B e V, do sistema Johnson (Johnson & Morgan, 1953)]. Neste diagrama o eixo das abcissas ainda pode ser representado pelas classes espectrais das estrelas, seguindo a classificação espectral de Harvard. Um exemplo deste diagrama (cor-luminosidade ou Hertzsprung-Russell) é visto na Figura 1.1. Na Figura 1.2, vemos um diagrama cor-magnitude (em inglês, *Color-Magnitude Diagram*, ou *CMD*).

Uma diferença é evidente ao avaliarmos as diferenças entre os dois diagramas. Na Figura 1.1 as estrelas parecem se agrupar em certas linhas ou sequências formando alguns grupos, enquanto que na Figura 1.2 as estrelas parecem divergir levemente

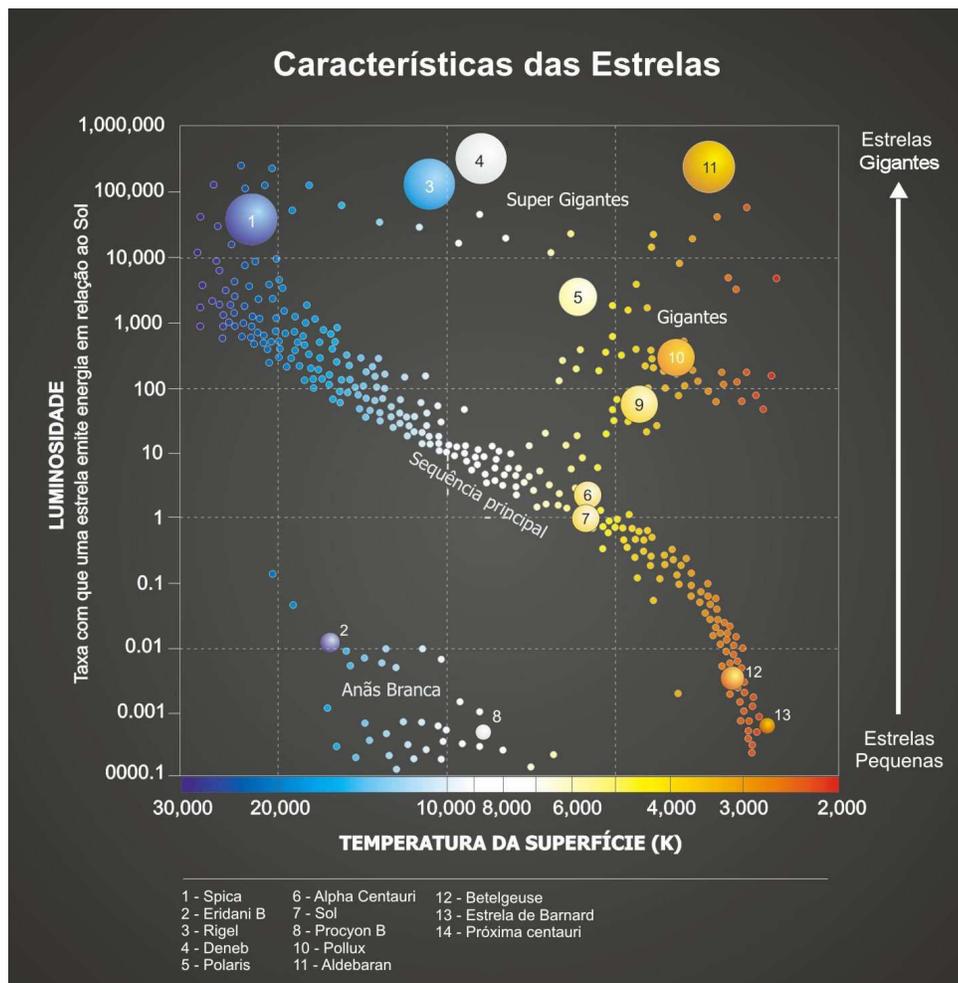


Figura 1.1: Diagrama onde o eixo das abcissas inferior mostra a temperatura da superfície das estrelas (K) e no eixo das ordenadas à esquerda a luminosidade visual absoluta em L_{\odot} . De uma amostra de estrelas no céu. *Adaptado de Kepler & Saraiva (2003)*

de uma mesma sequência que vai das coordenadas aparentes $(2.1, 22)$ até $(2, 16)$. Na verdade, na primeira figura as estrelas estão agrupadas por uma incerteza na determinação de suas temperaturas e/ou classe espectral. A linha que vai da classe espectral M com luminosidade $0,01L_{\odot}$ até a classe espectral B com luminosidade $1000L_{\odot}$ é a região estreita chamada de sequência principal, ou seja, as estrelas que aí estão transformam seu componente principal (H) em Hélio. Como a amostra foi tomada das estrelas mais brilhantes do céu, não há uma uniformidade nas suas idades. São estrelas brilhantes e jovens ao lado de estrelas velhas. Há também uma relação importante da completeza da amostra: como as estrelas menos massivas são pouco brilhantes no céu, esta amostra nos leva a pensar que as estrelas mais massivas são a maioria, o que não é verdade. Realmente, as estrelas menos massivas é que são mais numerosas, mas como brilham pouco, não povoam proporcionalmente a amostra, limitada em brilho.

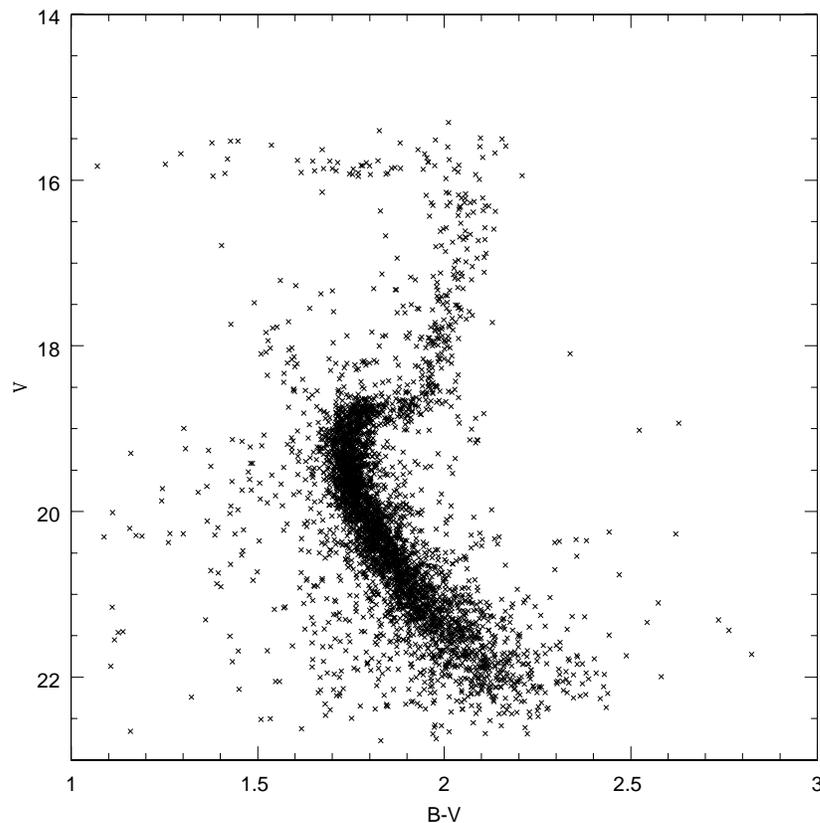


Figura 1.2: Exemplo de *CMD* aparente do aglomerado globular NGC 6366, obtido com o telescópio SOAR, onde o eixo das abcissas mostra a cor (diferença de magnitudes aparentes em filtros diferentes, no caso, B-V) e o eixo das ordenadas a magnitude visual aparente em um filtro (V).

Podemos notar na Figura 1.2 a validade desta relação entre o número das estrelas

mais massivas e das estrelas menos massivas, mesmo que a completeza não seja total para as estrelas próximas do final do diagrama. Há no entanto, um maior número de estrelas menos massivas do que no topo do diagrama, refletindo o fato de que, na formação do aglomerado, havia uma função de distribuição de massa para as estrelas, onde as estrelas mais massivas são em menor número do que as estrelas menos massivas.

Outra questão pertinente ao trabalho é: como as estrelas são formadas por uma distribuição de massa, praticamente na mesma região (esta região é muito menor do que a distância que separa os aglomerados) e ao mesmo tempo (há pouca diferença de tempo relativo entre a formação de uma estrela massiva e uma estrela pouco massiva e a idade do aglomerado), por que no diagrama o aglomerado não é representado apenas por uma linha e possui um espalhamento?

1.1.5 Os problemas na determinação das magnitudes estelares

Em primeiro lugar, devemos testar as hipóteses consideradas até então. Seguindo o catálogo de Aglomerados Globulares de Harris (Harris, 1996) atualizado em 2010, o aglomerado globular mais próximo do Sol é M4, distante 2,2 kpc e possuindo um diâmetro angular do raio de meia luminosidade (raio para o qual o aglomerado possui metade da luminosidade total integrada) de 4,33 minutos de arco. Isso leva a uma distância de separação entre o Sol e este aglomerado de aproximadamente 800 vezes seu raio. Sabendo que o módulo de distância $m - M$:

$$m - M = 5 \log(r) - 5 \quad (1.5)$$

onde m é a magnitude aparente da estrela, r a sua distância e M a magnitude absoluta da estrela, é possível calcular a variação em magnitude para o brilho de uma estrela:

$$\Delta(m - M) = \frac{5}{r} \Delta r \quad (1.6)$$

se aproximando da derivada no limite em que Δr tende a 0. Usando esta equação, uma estrela deste aglomerado, pode ter seu brilho reduzido (se estiver mais distante) ou aumentado (caso contrário) em 0.006 magnitudes, variando sua posição. Para os outros aglomerados, mais distantes, esta razão deve diminuir proporcionalmente. Não se pode esquecer que existem estrelas além deste raio de meia luminosidade e que este espalhamento é impossível de se determinar fotometricamente e astrome-

tricamente. Num exemplo, podemos pensar que estrelas se deslocam do centro do aglomerado no sentido radial à linha de visada. Estas estrelas apresentam deslocamento no *CMD*, mesmo se tiverem a mesma idade e metalicidade que a nuvem original. Ou seja, ela se desloca fotometricamente, mas não astrometricamente. Por outro lado, se a estrela se deslocar numa direção perpendicular à linha de visada, no *CMD* esta estrela não sofre deslocamento para nenhuma direção (espalhamento fotométrico, apenas astrométrico). Porém, dentro dos padrões deste trabalho, este espalhamento é desprezível, tanto no eixo das ordenadas em um *CMD* (visto ser muito pequeno em relação a outros espalhamentos observacionais), quanto no eixo das abcissas (é nulo neste eixo).

Analisando o atual estado dos instrumentos de observação em astronomia e levando em conta o fato de que vivemos em uma atmosfera relativamente densa, o principal fator de espalhamento dos dados das estrelas em um *CMD* é a incerteza nos dados, proveniente de todo um conjunto de fatores, das incertezas na aquisição dos dados (flutuações poissonianas), da iluminação do fundo do céu (em inglês, *background*), dos instrumentos de coleta e conversão das partículas luminosas (ou fótons) em elétrons (ruído de leitura e ganho, no caso dos CCDs), dos métodos de redução de dados ou fotometria (redução por abertura ou função de espalhamento puntual), citando apenas os sistemáticos. No caso da Figura 1.2, os maiores erros são os de coleta de dados, mesmo sendo os dados obtidos com o telescópio SOAR, com espelho de 4,1 m e tempo de exposição de 1800 segundos (no filtro B) e 3600 segundos (no filtro V).

Este é um ponto importante: a atribuição do espalhamento que vemos agir sobre as estrelas deve-se principalmente ao chamado espalhamento fotométrico. Estrelas que possuem uma incerteza na determinação de sua magnitude tendem a divergir a partir de um certo ponto. Há que se levar em conta outros fatores: a existência de binárias, que faz com que uma estrela não se encontre sobre o ponto médio e sim deslocado para o vermelho (caso a estrela principal seja da sequência principal, veja por exemplo Milone et al. (2012a)); o avermelhamento diferencial, causado por nuvens compostas por camadas não-homogêneas situadas entre o aglomerado e o observador e o avermelhamento diferencial causado pelo acúmulo de gás e poeira dentro do próprio aglomerado. Embora após os primeiros 10 milhões de anos a poeira e o gás do aglomerado sejam varridos do aglomerado devido à combinação dos ventos de estrelas massivas e supernovas, após algum tempo a ejeção de matéria pode repovoar o meio interestelar, embora com uma densidade muito menor do que a inicial. Este efeito, no entanto, tende também a ser minimizado pela determinação

de uma linha de tendência média para um aglomerado, dentro de certos limites de poeira e gás.

Os estágios finais da evolução das estrelas depende também de seu conteúdo em massa. Se a estrela tiver baixa massa (entre o limite da queima de Hidrogênio de $0,08M_{\odot}$ e massa de $0,45M_{\odot}$), a estrela converterá Hidrogênio em Hélio no núcleo durante a maior parte da sua vida, se transformará em uma gigante vermelha e no final de sua vida terminará como uma anã branca de Hélio. Se a estrela tiver uma massa entre $0,45M_{\odot}$ e $8M_{\odot}$, terá os mesmos ciclos evolutivos que o Sol, passando pelas fases de gigante vermelha, super gigante vermelha, ejeção de nebulosa planetária e no fim da sua vida será uma anã branca de Carbono e Oxigênio. Entre $8M_{\odot}$ e $25M_{\odot}$ o fim da evolução da estrela será a explosão em supernova e o núcleo remanescente se converterá em uma estrela de nêutrons. Se a estrela tiver ainda mais massa, depois da explosão em supernova o núcleo remanescente se transformará em um buraco-negro. No caso dos aglomerados globulares galáticos, onde a massa das estrelas no ponto de saída da sequência principal é levemente menor do que a massa do Sol, as estrelas evoluem seguindo a sequência de resfriamento das anãs-brancas, como mostra a figura 1.5.

1.1.6 As isócronas

Um passo importante é calcular a forma dos espectros das estrelas ao longo de sua evolução para uma gama extensa de massas. Com estes dados, convoluindo com a curva de transmissão dos filtros e a sensibilidade dos instrumentos, se poderia comparar as magnitudes teóricas das estrelas com as magnitudes das estrelas reais dos aglomerados e assim determinar a idade destes conjuntos de estrelas, bem como a metalicidade das nuvens originárias. Isócronas são portanto, tabelas para estrelas com várias massas mas uma mesma idade (do grego *iso*=mesmo e *cronos*=tempo).

Um exemplo destas ideias é mostrado na Figura 1.3, onde é exibida uma série de *CMDs* de aglomerados estelares superpostos. Os que possuem uma maior extensão da sequência principal são o NGC 2362 e o $h + \chi$ Persei, cujo ponto de saída da sequência principal está à esquerda, acima na figura. Como as estrelas que estão saindo da sequência principal possuem massa maior que a solar, é fácil perceber que estes aglomerados possuem a idade menor que a solar. Para o aglomerado M67, a massa de saída da sequência principal (em inglês *turnoff mass*), é pouco maior que a solar. Este é um dos aglomerados abertos mais velhos que se conhece, em torno de 4 bilhões de anos (Pasquini et al., 2012). As estrelas, neste caso, não foram representadas, apenas alguns segmentos médios de evolução estelar. As magnitudes

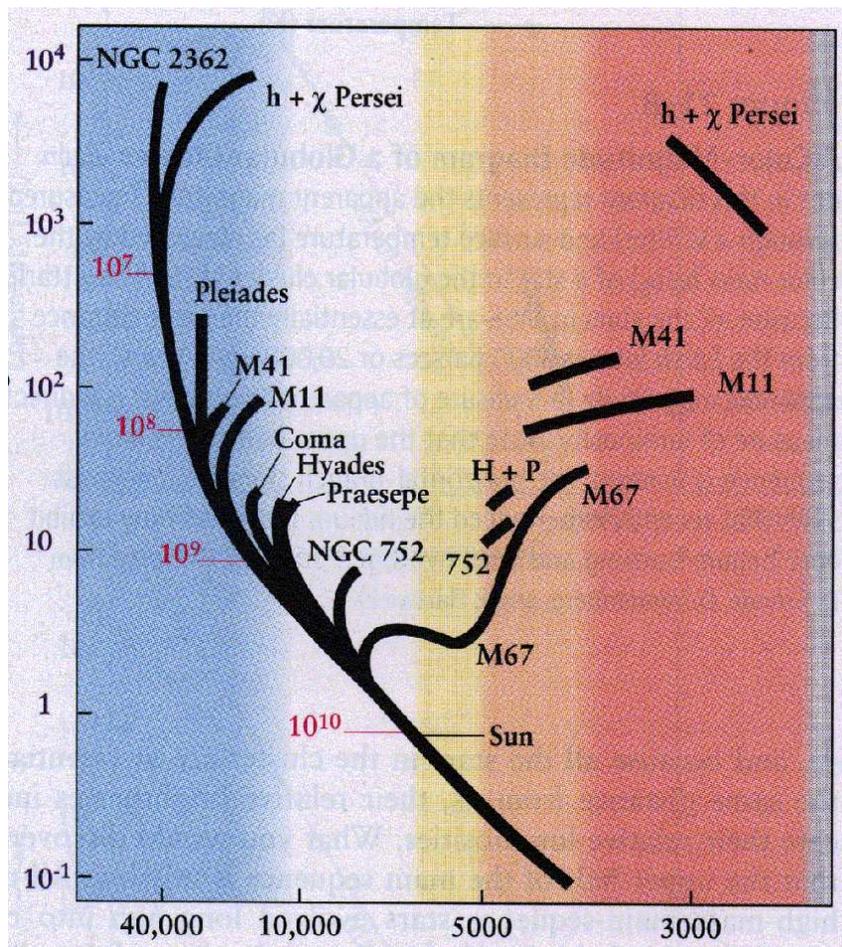


Figura 1.3: Diagrama publicado por Alan Sandage, ilustrando as estrelas de vários aglomerados galácticos indicados na figura. O eixo vertical refere-se à luminosidade das estrelas em luminosidade solar e o eixo das abcissas à temperatura em Kelvin. A cor ao fundo é uma alusão à temperatura das estrelas, aumentando para a esquerda, como indica o eixo inferior. Adaptado de Allan Sandage, 1956 por Clark Christensen.

plotadas no gráfico são as magnitudes absolutas, a partir das distâncias estimadas pelo ajuste de isócronas destes aglomerados do Sol. Para estes aglomerados pouco massivos, dentro de uma esfera com raio pequeno dentro da vizinhança solar, um efeito que pode passar despercebido é a influência da poeira e do gás da Galáxia sobre a luz destas estrelas. O gás e a poeira componentes do disco da Galáxia tendem a interagir mais com comprimentos de onda pequenos, espalhando mais a luz ultravioleta do que a luz vermelha. Isso faz com que um objeto que se apresenta próximo do observador, com forte emissão no azul, perca grande parte desta emissão se estiver muito longe, e se torne mais vermelho. Assim, um efeito que para estes vizinhos próximos é pequeno, para um aglomerado globular que se encontra muito mais longe e até do outro lado do disco da Galáxia, pode não ser. Este efeito, denominado avermelhamento (em inglês *reddening*), faz com que um aglomerado tenha um deslocamento para a direita em um *CMD*. Mais tarde veremos que este deslocamento segue na verdade o sentido de um vetor denominado *vetor avermelhamento*, mas que possui valor projetado próximo da unidade no eixo das abcissas.

Os programas para o cálculo das isócronas levam em conta os interiores estelares, as diferentes características de cada camada das estrelas, a emissão e absorção das estrelas (de suas camadas exteriores), e todos os processos complexos, incluindo a interação da radiação eletromagnética com os sensores de observação. Esse é um cálculo demorado, tanto computacionalmente (várias horas para rodar os programas que definem as isócronas, indo da baixa sequência principal à sequência de resfriamento das anãs brancas, com passo em tempo variável para determinar as magnitudes nos ramos das gigantes e ramo assintótico) quanto evolucionalmente (décadas para a definição de um programa fiel aos dados). Muitos astrofísicos se empenharam neste trabalho (Vandenberg & Bell, 1985, Girardi et al., 2000, Yi et al., 2001, Girardi et al., 2002, Maraston, 2005, Marigo & Girardi, 2007, Dotter et al., 2007b, 2008, Marigo et al., 2008, Bressan et al., 2012, Pietrinferni et al., 2013), embora não haja ainda um consenso na comunidade quanto à magnitude e cor destas estrelas teóricas, por limitações nos modelos. Não há uma unificação no processo de cálculo, nos resultados finais e nem mesmo nos parâmetros de entrada dos programas. Trabalhos recentes vêm sendo desenvolvidos neste sentido, mas sem resultados completos ainda [Denissenkov et al. (2013), Paxton et al. (2013) e Paxton et al. (2011)]. Um exemplo destas divergências nos cálculos é mostrado na figura 1.4, onde são plotados dois modelos bastante usados e conhecidos pelo nome das universidades de origem: Pádova (PARSEC) e Dartmouth, para parâmetros físicos semelhantes.

As isócronas do grupo da Universidade de Pádova, na Itália [denominado isócronas

de Pádova ou atualmente PARSEC de Bressan et al. (2012)], apresenta parâmetros de idade (0 a 13,5 bilhões de anos), metalicidade ($0,0001 \leq Z \leq 0,03$), extinção total (A_v) e $\eta_{Reimers} \leq 0,5$ (padrão de perda de massa de Reimers [Reimers (1977)]. Os valores padrão para a $\eta_{Reimers}$ e extinção são de 0,2 e 0,0, respectivamente. Estes modelos incluem processos como a difusão e o *overshooting* para baixas massas, com refinamentos na fase de pré-sequência principal, como anunciado no site na rede (<http://stev.oapd.inaf.it/cgi-bin/cmd>). Passa por atualizações constantes e utiliza como metalicidade solar $Z=0,019$ até 2008 e depois utiliza $Z = 0,0152$.

As isócronas do grupo da Universidade de Dartmouth (Dotter et al., 2008) apresentam parâmetros de idade até 15 bilhões de anos, metalicidade ($-2,5 \leq [Fe/H] \leq 0,5$), fração da massa de Hélio para todas as metalicidades ($Y = 0,245 + 1,5Z$), e para $Y=0,33$ e $Y=0,40$ apenas para $[Fe/H] \leq 0$ e $[\alpha/Fe]$ (elementos gerados pelo processo alfa) variando de $-0,2$ a $+0,8$ em intervalos de $0,2$ (valores para $Y=0,33$ e $Y=0,44$ apenas $[\alpha/Fe]=0$). Utiliza como metalicidade solar $Z=0,017$ (Paxton et al., 2011).

Percebe-se na figura 1.4 que os modelos são distintos para ambos os valores de idade e metalicidade, acentuando-se na baixa sequência principal. Há uma grande divergência na baixa sequência principal, que não é explicada pela variação em Hélio. Este é outro parâmetro que pode ser ajustado, dentro de uma amplitude diferente para os modelos. Além disso, estes modelos estão constantemente sendo modificados, para levar em conta novos efeitos, como se pode atestar pelo histórico dos sites de origem. Outro parâmetro a ser ajustado é o $[\alpha/Fe]$, semelhante ao $[Fe/H]$, mas que define a proporção do número de elementos formados pelo acréscimo de partículas alfa em relação aos átomos de Ferro. Para algumas isócronas, há parâmetros diferentes possibilitando resultados diferentes, visto a opacidade ser modificada pela presença destes elementos. Em algumas, há a variação da quantidade de Hélio(Y); para outras não. Esta variação ainda é uma questão delicada de se fazer variar, visto que a quantidade de Hélio nas estrelas como o Sol (Grevesse & Sauval, 1998) ou mesmo galáxias com baixa quantidade de metais (Izotov et al., 1994) é praticamente a mesma (em torno de 25%). Por outro lado, como nem todos os modelos de isócronas possuem a variação em $[\alpha/Fe]$ e Y , a análise é dificultada pela possível variação de isócronas que utilizam esta variação em comparação com isócronas que não utilizam esta variação. Na tentativa de se restringir o número de parâmetros, portanto, exclui os parâmetros por assim dizer particulares dos modelos: $[\alpha/Fe]$, variações em Y e $\eta_{Reimers}$.

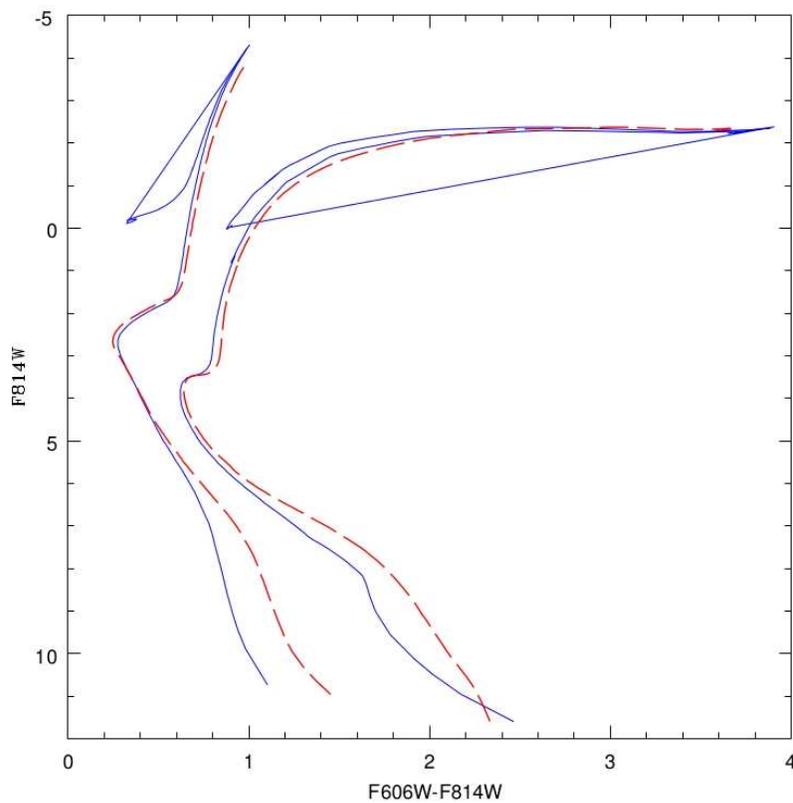


Figura 1.4: Gráfico dos modelos de isócronas de Dartmouth (em vermelho, linha tracejada) e Pádua (em azul, linha sólida), à esquerda com 7 bilhões de anos e $Z=0,03$ (com $Y=0,306$ e $Y=0,290$, respectivamente) e à direita com 13,5 bilhões de anos e metalicidade $Z=0,0001$ (com $Y=0,249$ e $Y=0,245$, respectivamente). Os modelos de Padova incluem a região da queima nuclear de Hélio, enquanto que os modelos de Dartmouth não incluem.

1.1.7 As regiões de um *CMD*

Na figura 1.5 pode-se notar as posições ocupadas pelas estrelas ao longo de sua evolução. A massa da estrela no ponto de saída da sequência principal (em inglês *Main Sequence Turn-Off Point*, ou *MSTO*) é aproximadamente uma massa solar, o que quer dizer que o aglomerado do exemplo tem aproximadamente 10 bilhões de anos.

As estrelas de menor massa e luminosidade, no canto vermelho do diagrama (à direita, embaixo), são as estrelas que permanecem por mais tempo na sequência principal (em inglês, *Main Sequence* ou *MS*). Possuem massa da ordem de décimos da massa solar e ficam na sequência principal por centenas de bilhões de anos. São estrelas anãs do tipo M, com luminosidade de décimos da solar e raios também menores que o Sol. O limite inferior para a produção de energia nuclear via ciclo próton-próton, que não aparece na figura, é de $0,083 M_{\odot}$ (Kepler & Saraiva, 2003,e.g.). A temperatura para estas estrelas é da ordem de 3300 K. Subindo na direção da sequência principal estão as estrelas de tipo K e G, como o Sol (dG2V)¹.

Ao extinguir o combustível mais eficiente na conversão de massa em energia (o Hidrogênio, que no processo de conversão de quatro prótons em um núcleo de Hélio são convertidos 0,73% da massa em energia), a produção de energia diminui e o núcleo estelar se contrai, aumentando a temperatura. Com o aumento de temperatura, a região de fusão do Hidrogênio em Hélio migra para fora, formando uma casca onde ocorre a fusão e cujo interior está acumulado o Hélio. A densidade do núcleo aumenta até que os elétrons alcancem a degenerescência. Isso faz com que o gás não se dilate enquanto é aquecido pela casca de fusão do Hidrogênio. A temperatura do núcleo aumenta até os 10^8 de Kelvin necessários para a fusão do Hélio em Carbono pela reação do triplo alfa (quando três núcleos de Hélio ou partículas alfa se fundem em um núcleo de Carbono). Com o processo triplo alfa há o aumento de energia no núcleo, que não se expande devido à degenerescência dos elétrons. Isso gera uma reação em cadeia que culminará quando a temperatura chegar à casa dos 3×10^8 Kelvin, quando a energia liberada é suficiente para remover a degenerescência dos elétrons, energia esta que se compara a 100 vezes a energia luminosa emitida pela Galáxia. Este processo recebe o nome de *Flash de Hélio* e só ocorre para estrelas

¹O prefixo d refere-se ao tamanho da estrela (*dwarf* ou anã, em inglês), como são chamadas as estrelas da sequência principal, pois são menores que as gigantes e supergigantes. O número romano V refere-se à classe de luminosidade da estrela (Ia-0 supergigantes extremas, Ia supergigantes Luminosas, Iab supergigantes moderadas, Ib supergigantes menos luminosas, II Gigantes brilhantes, III gigantes normais, IV subgigantes e V anãs) (Binney & Tremaine, 2008). Há ainda as estrelas sub-anãs (com o prefixo *sd*), estrelas ainda menores que as anãs como o Sol, mas maiores que as anãs como as anãs brancas.

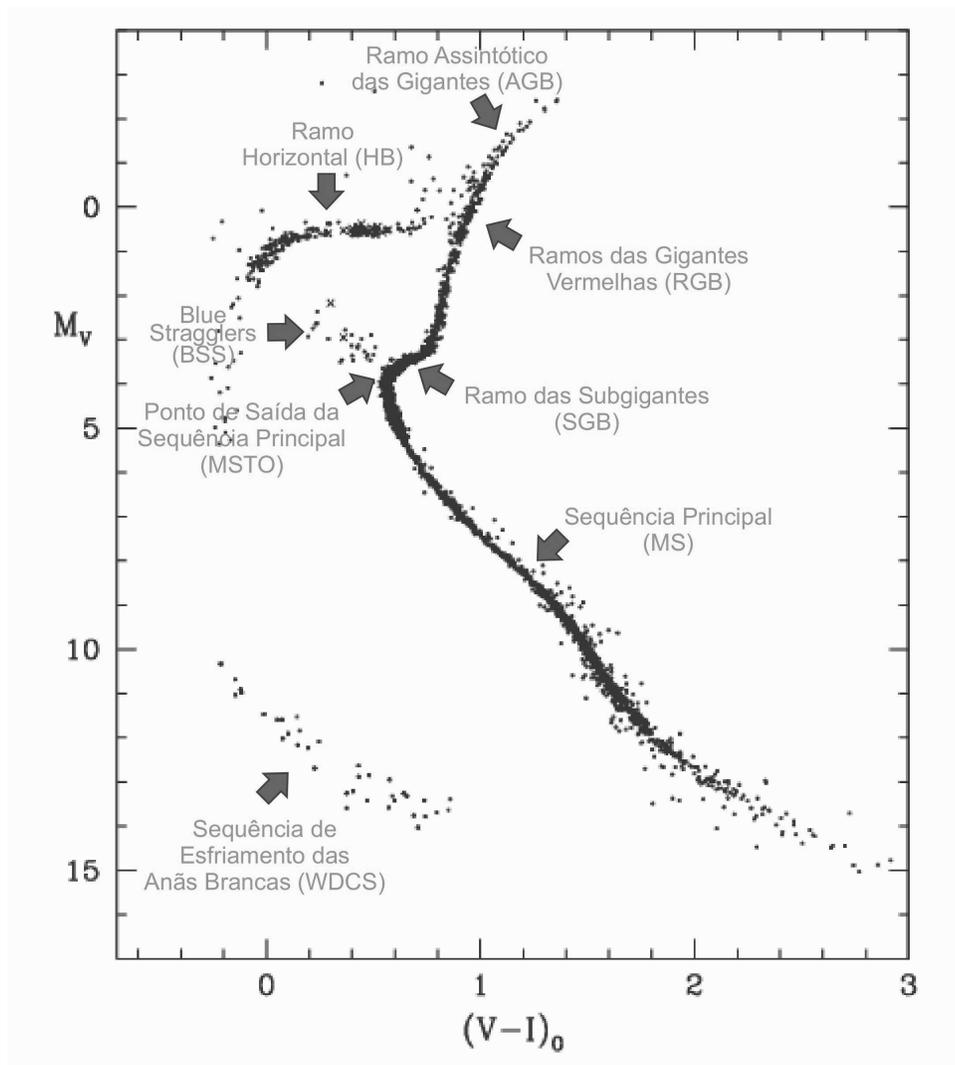


Figura 1.5: As regiões ou faixas de um *CMD* para um aglomerado globular. Este diagrama também é válido para qualquer outro aglomerado, no entanto muitos aglomerados jovens, devido à sua pouca idade, não possuem algumas regiões, como a sequência de resfriamento das anãs brancas, por exemplo.

com massa menor do que 1,25 a 1,75 M_{\odot} , variando com a metalicidade.

As camadas mais externas, devido ao aumento de luminosidade, se expandem e a estrela começa a aumentar de tamanho e diminuir sua temperatura externa. Uma estrela G0 irá diminuir sua temperatura de 6000 K para 5700 K no ramo das subgigantes (em inglês, *SubGiant Branch*) e para 5400 K no ramo das gigantes vermelhas (em inglês, *Red Giant Branch*). No entanto, seu diâmetro irá aumentar dezenas de vezes. Neste ponto, o núcleo da estrela ainda não conseguiu pressão suficiente para a queima do Hélio. Há apenas a queima do Hidrogênio em uma camada ao redor do núcleo. Esta fase é muito rápida em comparação com a vida total da estrela (para uma estrela de 5 M_{\odot} que passa 400 milhões de anos na sequência principal, dura em torno de 20 milhões de anos) e a escassez de estrelas neste ramo se deve à rapidez com que as estrelas passam por esta fase (alguns milhões de anos, em comparação com os bilhões que passa na sequência principal). Ao atingir a temperatura necessária para a queima do Hélio, convertendo-o em Carbono, a estrela passa para o ramo horizontal (em inglês, *Horizontal Branch*). O Sol, por exemplo, permanecerá nesta região em torno de 50 milhões de anos. Logo depois as camadas externas, longe do núcleo da estrela, muito rarefeitas frente à atual temperatura da estrela são perdidas em pulsos e se expandem, formando uma nebulosa planetária. Convertendo o Hélio em Carbono, o combustível vai acabando e agora a estrela não terá mais como sustentar outra reação nuclear (apenas estrelas com massa maior que 8 M_{\odot} (Smartt, 2009) conseguem seguir adiante nas reações nucleares), atingindo 1 bilhão de Kelvin no núcleo. Assim, a estrela segue a sequência de resfriamento das anãs brancas (em inglês, *white dwarf cooling sequence* ou *WDCS*), terminando por emitir toda a energia térmica que possui, mas num tempo muito maior que a idade do Universo atual.

Existem regiões em um *CMD* que não fazem parte de uma sequência linear da evolução estelar, como o caso é o das estrelas retardatárias azuis (em inglês, *Blue Stragglers*). Em um *CMD*, elas parecem divergir do ponto de saída da sequência principal. Estas estrelas são provavelmente o produto da acreção de matéria por companheiras (estrelas binárias).

Pode-se notar que em todas as regiões do *CMD*, as incertezas estão presentes. Em algumas regiões, a densidade de estrelas no diagrama é maior do que em outros (por exemplo, é maior na baixa sequência principal do que no ramo das gigantes). Em alguns exemplos, as estrelas passam mais rapidamente por uma região do que por outras, como no caso do Ramo das Subgigantes. Estes casos devem ser levados em conta para a determinação de uma linha de tendência média (em inglês *Mean*

Ridge Line ou *MRL*) para o aglomerado, como definirei mais tarde.

Tanto a idade como a metalicidade podem afetar as regiões de um *CMD*. A metalicidade, quando muito alta, transforma o ramo horizontal em um agrupamento vermelho (denominado em inglês *red clump*), devido à alta opacidade que caracteriza os metais. Afeta também a posição da sequência principal no *CMD*.

1.1.8 A proposta do trabalho

O trabalho aqui exposto procura responder as seguintes questões:

1. De posse de um *CMD* de um aglomerado globular, qual o modelo (em idade e metalicidade) que melhor se ajusta a estes dados, ou seja, qual a idade e metalicidade de uma linha estelar média representante deste aglomerado?

Aqui definimos linha estelar média como uma sequência de estrelas representativas do aglomerado em cor e magnitude, no diagrama. Ela não é apenas uma estrela, nem possui unicidade para a mesma cor, mas o conjunto de estrelas médias compõe, por assim dizer, uma isócrona. Assumimos, por ora, este fato.

2. Qual a posição desta isócrona de melhor ajuste, determinando assim o módulo de distância e avermelhamento?
3. Como estão atualmente os modelos, no que tange à congruência dos modelos evolutivos estelares em si (magnitudes e cores teóricas finais das estrelas)?

Esta questão diz respeito tanto ao ajuste do modelo como um todo (da baixa sequência principal ao topo do ramo assintótico das gigantes) quanto à sua confiabilidade, afinal um bom modelo pode se ajustar para a sequência principal, mas não se ajustar bem para o ramo das gigantes e também pode se ajustar completamente bem a algumas cores, mas entrar em desacordo com outras.

4. Qual o limite de precisão que os dados precisam ter para que se recupere a isócrona geradora do aglomerado?

Neste ponto, o trabalho de ajuste de uma isócrona pode ser comparado com o resgate de uma imagem original onde foi aplicada uma desfocagem. Certamente há um limite para o qual não é mais possível recuperar os dados, seja por causa de detetores mal calibrados, imprecisão das medidas ou outras fontes de incerteza.

Para responder estas perguntas, o algoritmo proposto por mim vai nesta direção: um aglomerado pode ser representado com a determinação de uma linha média para um agrupamento de estrelas, pensando que estas estrelas, reunidas em uma estreita faixa, tendem a uma linha estelar média, com massas diferentes, com características semelhantes entre si e dispersas dentro de um certo limite. O resultado para este algoritmo é a determinação dos quatro parâmetros mais importantes de um aglomerado globular: seu módulo de distância, avermelhamento, idade e metalicidade. Com o algoritmo em mãos, se pode testar diagramas de vários aglomerados reais. No entanto, os modelos das isócronas atuais podem não ser completamente iguais às reais, ainda mais sabendo que continuam passando por modificações substanciais nos últimos anos. Para testar o método, foram utilizadas inicialmente simulações de *CMDs* para uma grade de idades e metalicidades.

Por outro lado, as simulações também foram importantes em outro aspecto. Como, para rodar o algoritmo sobre um diagrama é necessário definir alguns parâmetros (em um número maior do que os quatro parâmetros finais), fica a dúvida de quais são os parâmetros iniciais ideais para o método. Assim, as simulações serviram também para determinar estes parâmetros iniciais.

O algoritmo teve por base a percepção inicial do ajuste das isócronas, que é a de se fazer uma média para caixas de magnitude. Este processo funciona bem para aglomerados globulares velhos com baixa metalicidade, quando suas estrelas se estendem da parte inferior à parte superior do diagrama com flexões suaves. Isso já não acontece com aglomerados antigos com alta metalicidade e com aglomerados relativamente mais jovens. Mesmo assim, no *MSTO* há uma imprecisão muito grande na determinação de uma média. A média parece ser definida conforme a inclinação da trajetória da evolução estelar ao longo do *CMD*.

Um fato importante para a determinação da linha média é que a incerteza na determinação das magnitudes das estrelas afeta muito mais a cor do que a magnitude. Isso vem facilmente do fato de que o intervalo de magnitude é muito maior do que o intervalo de cor e, portanto, uma diferença de 0,1 em magnitude terá efeito muito menor do que 0,1 em cor. Em uma redução de dados, a incerteza da magnitude também cresce com a magnitude: uma estrela mais fraca tende a ter uma incerteza maior do que uma estrela mais brilhante. Isso é deduzido facilmente da distribuição poissoniana que caracteriza a emissão e a captura dos fótons pelo detector. O desvio padrão desta distribuição é a própria raiz do número de contagens de fótons [e. g. Andrae (2010)]. Aumentando a contagem de fótons, aumenta a relação sinal/ruído (número de contagens da estrela sobre sua raiz), diminuindo a incerteza relativa.

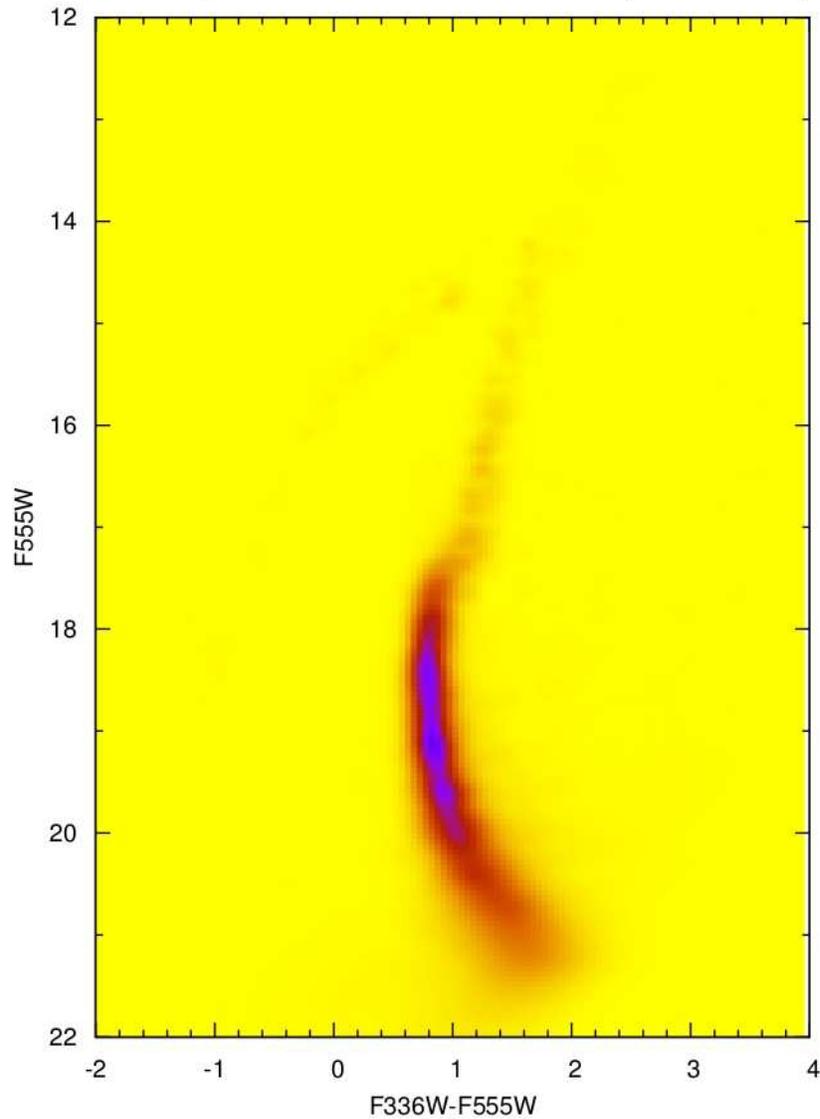


Figura 1.6: A figura mostra um exemplo de um diagrama de Hess (mapa de densidades) onde as cores mais azuladas indicam maior probabilidade de se encontrar estrelas, em detrimento das cores amareladas. Os filtros utilizados são do Telescópio Espacial Hubble, da câmera planetária e de grande campo, *Wide Field and Planetary Camera 2*, *WFPC2*, com os filtros F336W e F555W.

Esta variação é contínua, sem saltos, assumindo que as contagens do céu são muito menor que a das estrelas.

Outra característica importante e que torna possível este trabalho é o grande número de estrelas dos aglomerados globulares em relação aos aglomerados abertos, fato importante para uma boa estimativa de parâmetros estatísticos. Mesmo sem poder abarcar todo o aglomerado em apenas uma imagem, é possível que se tenha uma boa amostra, contanto que o centro da exposição não esteja muito longe do centro do aglomerado e que tenha profundidade suficiente (tempo de exposição) para conter uma baixa incerteza.

Um outro caminho para a determinação dos parâmetros de um aglomerado, citado na literatura, seria com a comparação visual de um *CMD* (e posteriormente um método matemático para maior confiança) com diagramas sintéticos (Kerber & Santiago (2009), Bertelli et al. (2003), Bertelli et al. (2003)b). A comparação pode ser feita também via diagrama de Hess (Hess, 1924) sintético, um mapa de densidade de probabilidades no *CMD*, que também apresenta seus problemas particulares. Um exemplo pode ser visto na figura 1.6. Assim, um modelo teórico pode passar por um espalhamento fotométrico e posteriormente ser comparado com dados de observação. Optamos pela determinação de uma linha média por vezes chamada de linha fidedigna (em inglês, *Fiducial Line*).

A poluição pelas estrelas de campo (chamada de contaminação) e o avermelhamento interno e externo não foram computadas para a determinação da linha de tendência média. Alguns testes foram feitos com aglomerados globulares reais onde a fração de estrelas de campo não superava os 10% do número de estrelas do aglomerado. Em alguns aglomerados, o número de estrelas de campo pode ser superior ao número de estrelas do aglomerado, principalmente para baixas latitudes galácticas. Também o avermelhamento interno e externo não foram computados. Na seção 2.2.1 reservada à determinação do algoritmo para a linha de tendência média são citados os processos utilizados para contornar ou minimizar estes problemas.

Esta dissertação apresenta inicialmente uma descrição dos algoritmos e programas propostos, bem como a descrição e interpretação física das suas variáveis, constituindo o Capítulo 2. Posteriormente, os programas são aplicados a simulações e seus produtos são analisados e comparados (Capítulo 3). No Capítulo 4 é feita a análise dos resultados do aglomerado globular NGC 6397 e no Capítulo 5 são delineadas as perspectivas do trabalho.

Capítulo 2

Métodos utilizados

2.1 Introdução

Neste capítulo são abordados os métodos utilizados para a determinação da linha de tendência média e para a comparação desta linha com as isócronas dos modelos. As variáveis utilizadas nos algoritmos são discutidas e analisadas. Escrevi todos os programas em Fortran 95 e os principais programas escritos por mim estão presentes nos apêndices.

A determinação da linha média foi feita para a sequência principal e para o ramo das gigantes (incluindo neste o das supergigantes). Isso não impede que os programas sejam utilizados para outras regiões de interesse (como a sequência de resfriamento das anãs-brancas). Apenas, e isso irá ficar mais claro com as seções a seguir, estas partes foram escolhidas para serem comparadas com os modelos teóricos.

2.2 Metodologia para a determinação da linha de tendência média

2.2.1 Algoritmo e variáveis

A figura 2.1 ilustra o algoritmo de determinação da linha de tendência média para um *CMD*. A intenção é seguir o caminho onde a maior parte das estrelas está agrupada, semelhante a uma varredura azimutal para se achar uma trilha. O algoritmo tem dados de entrada iniciais informados e algumas variáveis definidas para certas particularidades do diagrama (dependente do número de estrelas, profundidade, incerteza, quantidade de estrelas de campo, etc.), que são descritas na

tabela 2.1. A partir das estimativas destas variáveis, o algoritmo vai determinando os pontos da linha de tendência média, em direção às estrelas mais brilhantes.

O algoritmo pode ainda ser dividido em duas partes: a seção correspondente à determinação da linha estelar média, calculando os parâmetros estatísticos (média, desvio padrão) e outra seção definindo a direção para o próximo ponto.

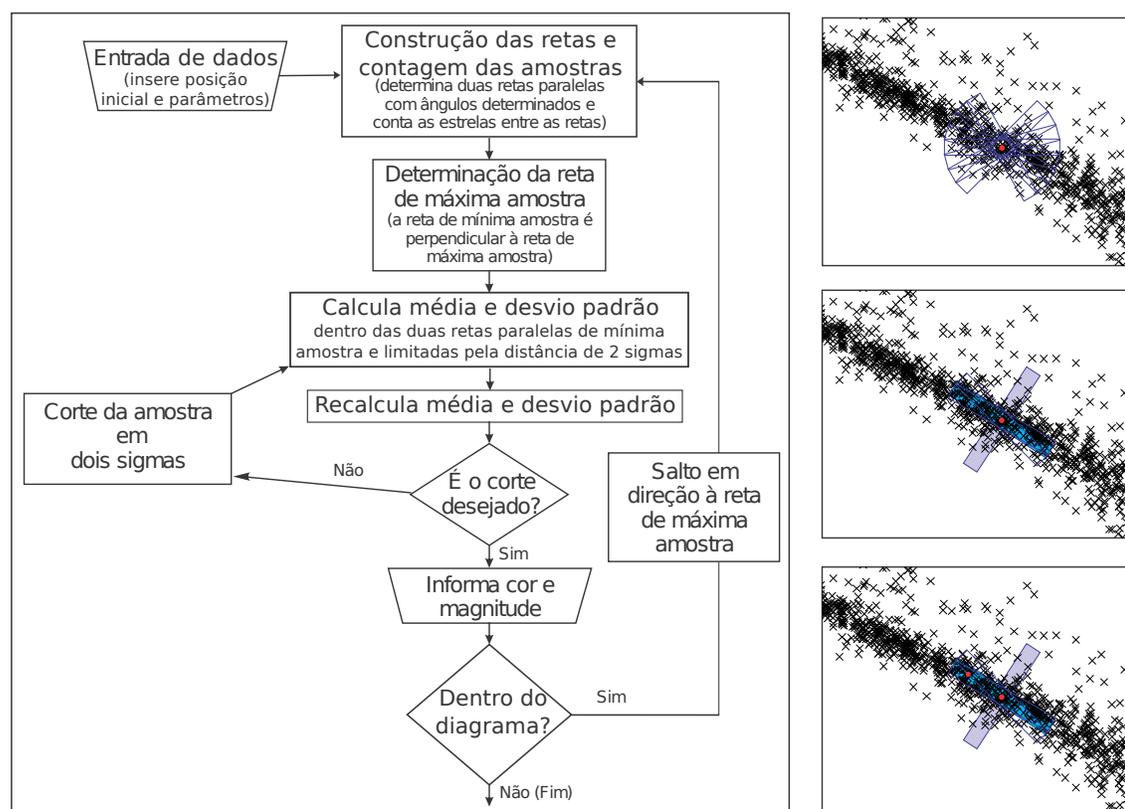


Figura 2.1: À esquerda: algoritmo desenvolvido para a determinação da linha de tendência média de um *CMD* de um aglomerado globular. À direita: *Acima* a determinação da linha de tendência média começa pela estimativa de um ponto no diagrama, onde são contadas estrelas dentro de caixas separadas por um certo ângulo, com centro no ponto em questão. *Centro*: A caixa com mínima amostra será utilizada para a determinação da média e Desvio padrão. A caixa com maior amostra será usada para a determinação de um novo ponto. *Embaixo*: a determinação de um novo ponto pela reta de máxima amostra fecha o ciclo.

Uma das dificuldades iniciais foi a diferença entre o intervalo de magnitudes e a gama de cores no *CMD*. Esta diferença acaba resultando em um grande problema quanto às distâncias relativas entre as estrelas no diagrama. A distância (no diagrama) que separa duas estrelas diferentes por uma magnitude (e igual cor) é muito diferente das estrelas que possuem idêntica magnitude e que diferem por uma magnitude em cor. Este fato gera um problema enorme quando a distância entre dois

pontos passa de uma inclinação pronunciada (quase vertical, como na sequência principal) para uma inclinação mais leve (como próximo ao ponto de saída da sequência principal), pois o passo se torna muito grande. A primeira ação do programa é, portanto, escalonar o eixo horizontal tal como o eixo vertical. Isso é feito tornando as amplitudes de magnitude do eixo vertical iguais às amplitudes de cor, por um fator idêntico às razões entre estas amplitudes:

$$fator = \frac{magnitudo_{maxima} - magnitudo_{minima}}{COR_{maxima} - COR_{minima}} \quad (2.1)$$

A seguir é feita uma estimativa de um ponto da linha (em coordenadas cor e magnitude), no limite inferior do diagrama. A partir deste ponto, são criados conjuntos de duas linhas paralelas equidistantes deste ponto inicial. As linhas varrem todas as inclinações, definidas em um passo de ângulo (1° , por exemplo). Para cada inclinação, é lido o número de estrelas dentro da caixa, definindo este número inteiro como a variável amostra. Para se evitar a contagem de estrelas muito distantes do ponto de avaliação, a caixa é limitada por uma variável denominada sigma (σ), com valor inicial informado.

A moda (caixa de maior amostra) foi a solução escolhida para a determinação de um novo ponto. Assim, por definição, a direção de um novo ponto para a linha de tendência média é a direção da inclinação da caixa que possui um número maior de estrelas (maior amostra) e a direção para se calcular a linha estelar média (a partir da média das posições das estrelas no *CMD*) é a direção perpendicular à caixa de maior amostra. Para se evitar a contaminação de estrelas de campo, uma medida inicial foi se restringir a área a ser computada por uma série de segmentos de reta, recortando a região de interesse e excluindo grande parte das estrelas de campo, as retardatárias azuis e a sequência de resfriamento das anãs-brancas. Mais tarde, foi visto que esta medida era inócua, pois o corte em sigma excluía grande parte das estrelas indesejáveis. Em alguns pontos, no entanto, esta medida foi executada, principalmente próximo ao ponto de saída da sequência principal e quando o número de estrelas na sequência principal não era muito superior às estrelas de campo ou às retardatárias azuis. Ao invés de se determinar uma limitação para a caixa, uma das tentativas foi a de se criar um peso para cada estrela, com valor exponencial negativo proporcional à distância da estrela ao ponto inicial. O custo computacional foi aumentado e o resultado não foi relevante, não diferindo dos resultados com a limitação da caixa. A estimativa por peso por estrela foi então, excluía. Como parâmetro para determinação de um novo ponto, foi testada a moda das várias amostras e o ajuste a uma gaussiana, reordenando a sequência de inclinações, visto que a menor

Tabela 2.1: Tabela dos parâmetros de entrada do programa de definição da linha de tendência média. O rótulo refere-se ao nome no programa (MRL.f90). Os valores são valores usuais. Os parâmetros assinalados com * dependem de cada *CMD*. As ordenadas referem-se às magnitudes do eixo vertical do diagrama. Os sufixos *pre* referem-se aos parâmetros abaixo do ponto de saída da sequência principal (TOP) para valores maiores de magnitude e os sufixos *pos*, acima. Para cada variável com o sufixo *pre* há outra correspondente com o sufixo *pos*, não incluída na tabela (com valores próximos).

Rótulo	Valor	Significado	Unidade
bin_angle	0,01	Ângulo entre as retas	Radiano
umag	0,1	Incerteza máxima para as estrelas	Magnitude
corte	2	Número de cortes na iteração	σ
mag_inf	*	Ordenada mínima das estrelas	Magnitude
mag_sup	*	Abscissa máxima das estrelas	Magnitude
cor_inf	*	Cor mínima das estrelas	Magnitude
cor_sup	*	Cor máxima das estrelas	Magnitude
qk_x	*	Valor inicial da linha em cor	Magnitude
qk_y	*	Ordenada inicial da linha	Magnitude
color_turnoff	*	Cor da saída da sequência principal	Magnitude
mag_turnoff	*	Ordenada da saída da sequência principal	Magnitude
sigmafinder_pre	0,5	Desvio-padrão máximo da amostra	Magnitude
sigmafit_pre	0,5	Desvio padrão máximo da amostra mínima	Magnitude
ds_pre	0,15	Distância entre as retas paralelas iniciais	Magnitude
jump_pre	0,1	Distância entre pontos na linha	Magnitude
lambdapre ¹	1	Fator de correção de jump_pre	Magnitude
ncortes_pre	10	Cortes para determinar a média	Unidade

amostra nem sempre correspondia ao valor do menor ângulo de inclinação. O ajuste a uma gaussiana revelou-se muito conservador, evitando mudanças abruptas, como próximo ao ponto de saída da sequência principal. Para exemplificar, vamos utilizar o exemplo de um *CMD* onde a abcissa corresponde à cor (B-V), diferença entre as magnitude nos filtros B e V, seguindo o sistema fotométrico de Johnson. No entanto, este processo pode ser estendido para quaisquer outras magnitudes e cores de quaisquer outros sistemas fotométricos. Vamos adotá-lo apenas por simplicidade e por razões históricas. Determinado o ponto e a inclinação para a extração dos dados estatísticos (a de menor amostra), a média das posições das estrelas no *CMD* é executada, seguindo as fórmulas:

$$x_c = \sum_{i=1}^n \frac{(B - V)_i}{\sigma_{(B-V)_i}^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sigma_{B_i}^2} + \frac{1}{\sigma_{V_i}^2} \right)} \quad (2.2)$$

e

$$yc = \sum_{i=1}^n \frac{B_i}{\sigma_{B_i}^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sigma_{B_i}^2} \right)} \quad (2.3)$$

onde x_c corresponde ao valor médio da abcissa do conjunto de estrelas no diagrama, yc ao valor médio da ordenada do conjunto de estrelas, n é o número de estrelas entre as retas paralelas iniciais (amostra), σ_{B_i} é a incerteza em B da estrela i , σ_{V_i} é a incerteza em V para a estrela i e $\sigma_{(B-V)_i}$ é o valor da incerteza em cor da estrela i . É determinado também o valor da variância S :

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_c - (B - V)_i]^2 \quad (2.4)$$

Após a determinação do valor da variância S , é feito o corte em dois S e posteriormente redeterminada a média e S . Este processo é iterado para que se excluam basicamente as estrelas indesejáveis, como as estrelas retardatárias azuis, as estrelas de campo, as estrelas duplas e para que se minimize o efeito da incerteza na determinação da cor e magnitude das estrelas.

Após a iteração deste processo passa-se ao novo ponto de coordenadas, distante por um valor variável, mas que geralmente está entre 0,1 e 0,2 em distância no plano do diagrama. Todo este processo é repetido para pontos intermediários, evitando que as flutuações estatísticas interfiram por demasiado na determinação do ponto da linha estelar média.

Como há uma grande variação de densidade de estrelas entre a parte acima e abaixo do ponto de saída da sequência principal, alguns parâmetros foram agrupados

e são (ou podem ser) distintos para estas duas seções do diagrama. Uma melhora possível é achar um valor para o passo variável pela amostra. Foram feitas tentativas, mas as funções logarítmicas tentadas não funcionaram melhor do que a divisão por regiões, que fora adotada como padrão.

Outra diferença importante entre a parte inferior e a superior de um *CMD* é a direção da linha estelar média. Na parte inferior do diagrama, na sequência principal, a direção para o próximo ponto é para a menor cor e menor magnitude. Após passar pelo ponto de saída da sequência principal, a direção preferencial é também para a menor magnitude, mas para a direção de maior cor. Para algumas cores, há que se deixar mais um grau de liberdade, para que a linha possa, depois de passar pelo ponto de saída da sequência principal, ir para a maior ou menor magnitude. Isso, por exemplo, é o que acontece com o *CMD* do aglomerado ω Centauri [Bellini et al. (2010)], nas cores do ultravioleta, ilustrado pela figura 2.2. Denominaremos este fato de reversão da linha de tendência média para o diagrama. Na figura é evidente também a presença de múltiplas populações no mesmo aglomerado.

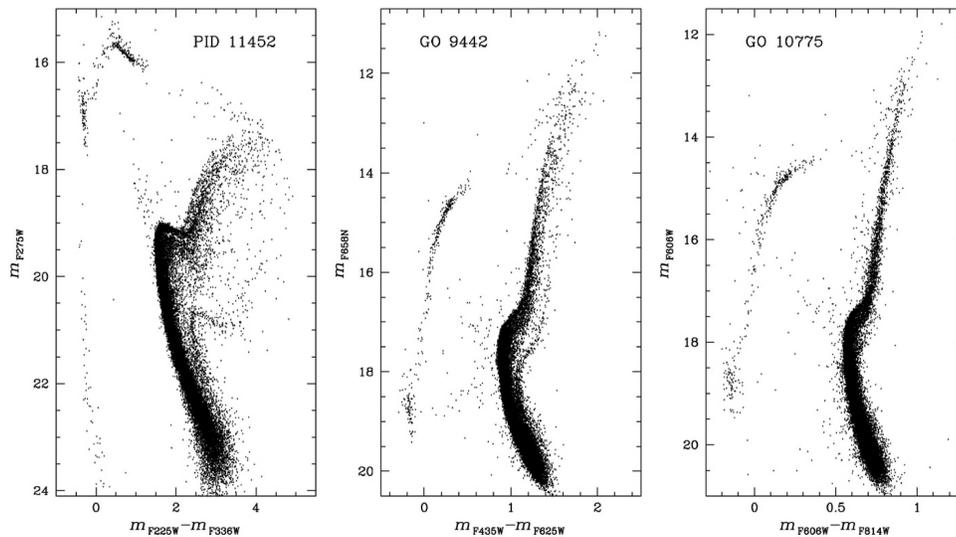


Figura 2.2: Exemplo de *CMD* onde as estrelas que saem da sequência principal tem seu brilho diminuído (em certos filtros) para o aglomerado globular ω Centauri. Este fenômeno ocorre apenas para certas cores e filtros, principalmente para os filtros do ultravioleta (como os filtros F225W e F336W) à *direita*, em comparação com filtros mais vermelhos (F606W e F814W) à *direita*. Extraído de Bellini et al. (2010).

Outro problema ocorre quando a densidade de estrelas é muito baixa, como no ramos das gigantes vermelhas. A linha de tendência média forma um movimento de zigue-zague devido à escassez de estrelas. Porém, na comparação, a isócrona ajustada tende a ser determinada pela média dos valores desta linha oscilante. Neste

sentido, a linha de tendência média é uma ferramenta, não um produto final. O produto final consiste na isócrona ajustada.

No Apêndice A encontra-se o programa para o ajuste de uma redução do aglomerado globular NGC 104 (47 Tucanae) em um *CMD* utilizando filtros da ACS/HST (sigla do inglês *Advanced Camera for Surveys/Hubble Space Telescope* ou Câmera Avançada de Pesquisas/Telescópio Espacial Hubble), com dados reduzidos por Brown et al. (2005). Na figura 2.3 é mostrada uma linha de tendência média construída com o programa.

Se por um lado são tratados nas simulações aglomerados que tenham apenas uma população (ao contrário do que evidenciam vários artigos, por exemplo [Bellini et al. (2010), Bedin et al. (2004), Milone et al. (2008, 2012b), Marino et al. (2009)]), por outro o fato de a linha ser a média determinada perpendicularmente à reta com o maior número de estrelas faz com que seja fácil determinar histogramas de espalhamento ao longo dos ramos de um aglomerado. No programa de determinação da linha de tendência média a construção destes histogramas está disponível, sendo que foram somados histogramas para alguns segmentos da sequência principal.

2.3 Metodologia para a determinação do melhor modelo teórico

Após a definição da linha de tendência média, o propósito é poder compará-la com os modelos teóricos e extrair parâmetros dos aglomerados pesquisados com fidelidade, como o módulo de distância, o avermelhamento como a distância entre o modelo e a linha média projetada no eixo horizontal, a idade e a metalicidade. Além disso, é importante poder determinar a precisão do ajuste nestes parâmetros, o que é um dado muito importante (quicá mais importante do que a própria medida) e impossível de se determinar pelo ajuste visual. Representa inclusive um parâmetro de confiança no modelo teórico e para comparação entre diferentes modelos.

Adotou-se para a determinação matemática do melhor modelo a estatística de menor diferença quadrática média. Com os últimos estudos e dados sobre os aglomerados globulares, sabe-se hoje que muitos (senão todos) aglomerados globulares abrigam múltiplas populações. Isso quer dizer que muito do espalhamento que vemos em um *CMD* pode não ser devido apenas ao espalhamento fotométrico, embora para muitos dados em solo este espalhamento seja predominante. Mesmo assim, a análise dos dados com os histogramas pode revelar mais de uma população e se definir os pontos centrais destas populações com os respectivos parâmetros. Este é

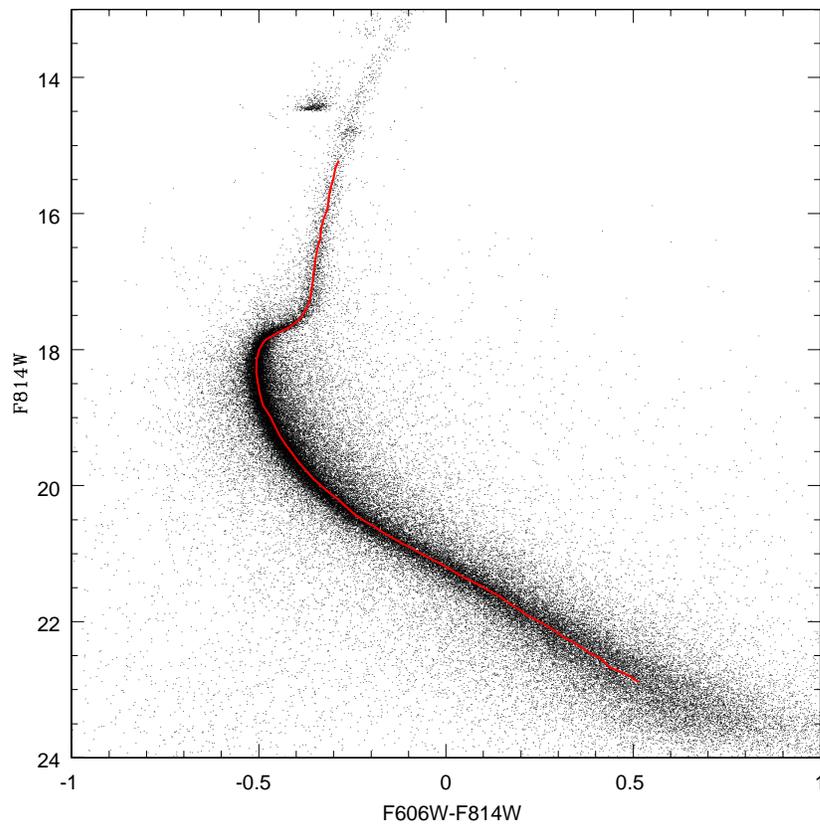


Figura 2.3: Exemplo de linha de tendência média para o aglomerado globular 47 Tucanae, com dados da ACS/HST cedidos por Ed Smith (Brown et al., 2005)

um ponto para melhoras possíveis do programa em questão.

A idade e a metalicidade de um aglomerado globular são identificados pela forma da isócrona: os modelos com a mesma metalicidade e diferentes idades são muito semelhantes, diferindo pouco além do ponto de saída da sequência principal. A metalicidade, no entanto, muda completamente a forma da isócrona. Assim, a comparação com a isócrona ocorre em dois níveis: com a forma (idade e metalicidade, indissociáveis) e com parâmetros de posição (módulo de distância e avermelhamento). Os dois primeiros são muito afetados pelos modelos teóricos e os dois últimos são mais afetados pela determinação do ponto zero para cada filtro, no processo de redução dos dados.

2.3.1 As simulações

Um dos problemas principais foi a redundância do ajuste: como não há outro método para a determinação conjunta dos parâmetros dos aglomerados, não há como criar-se uma prova dos parâmetros. Por outro lado, deveria haver uma confiança total nos modelos, que sabe-se terem mudado muito nos últimos anos. Assim, para não cair em erro, a solução consistiu em criar-se um outro programa que simula erros (em função da magnitude) em uma isócrona, em dois filtros. Com isso, simulase a redução de dados de um aglomerado globular. Para tanto, é necessário saber como é a função incerteza em relação à magnitude das estrelas na redução: como a chegada dos fótons no CCD obedece a uma estatística poissoniana, deve haver um patamar de incerteza para todas as estrelas (incorporando incertezas no número de chegada de fótons no CCD, de leitura e ruído do CCD, conversão de fótons para elétrons e incertezas inerentes ao método de redução) e uma incerteza que cresce com a diminuição de brilho, resultado da estatística poissoniana quando as contagens diminuem.

Para se criar esta função, foram analisadas alguns *CMDs* feitos pelo autor e por outros pesquisadores. As reduções via PSF mostraram-se ter um patamar de incerteza e, a partir de uma magnitude (magnitude de corte), uma função exponencial, como mostra a figura 2.4. Este modelo de incerteza é visualizado também em outros trabalhos (Milone et al., 2012a, Kaluzny, 1997). As reduções por abertura assemelham-se às da função de espalhamento puntual, porém com o ponto de corte em magnitude menor, produzindo uma incerteza ainda maior. Na figura 2.4, os dados aparecem com um espalhamento da incerteza maior do que a função simulada. Este fato deve-se ao instrumento (*WFPC2*) ter alguns problemas não-corrigidos (correção das contagens por eficiência na transferência de carga, redução) e objetos

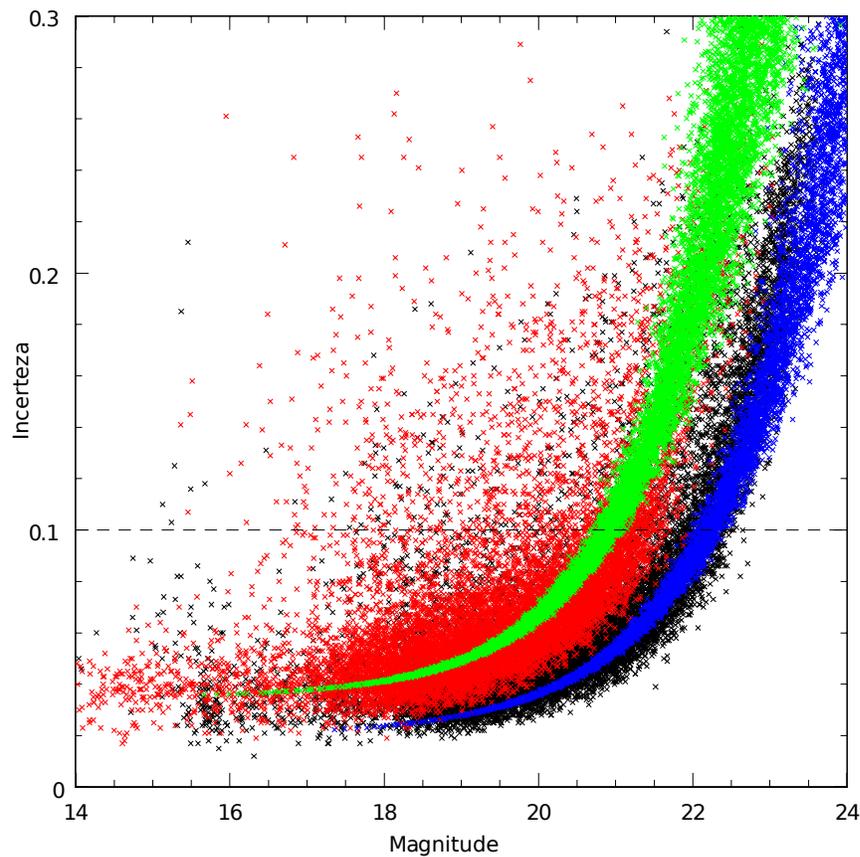


Figura 2.4: As cruces em preto e em vermelho são as incertezas das estrelas estimadas em função da magnitude nos filtros F336W (vermelho) e F555W (preto), com dados de redução da WFPC2/HST do aglomerado NGC 6656. Em azul e verde são simulações das incertezas aplicadas no programa que gera os *CMDs* artificiais. O espalhamento deve-se parte à redução e alguns efeitos não corrigidos. O comportamento das incertezas assemelha-se ao das funções simuladas: uma função exponencial.

não-estelares. Aqui importa mais a função (forma da curva) do que o espalhamento da incerteza, visto que há que se simular um aglomerado.

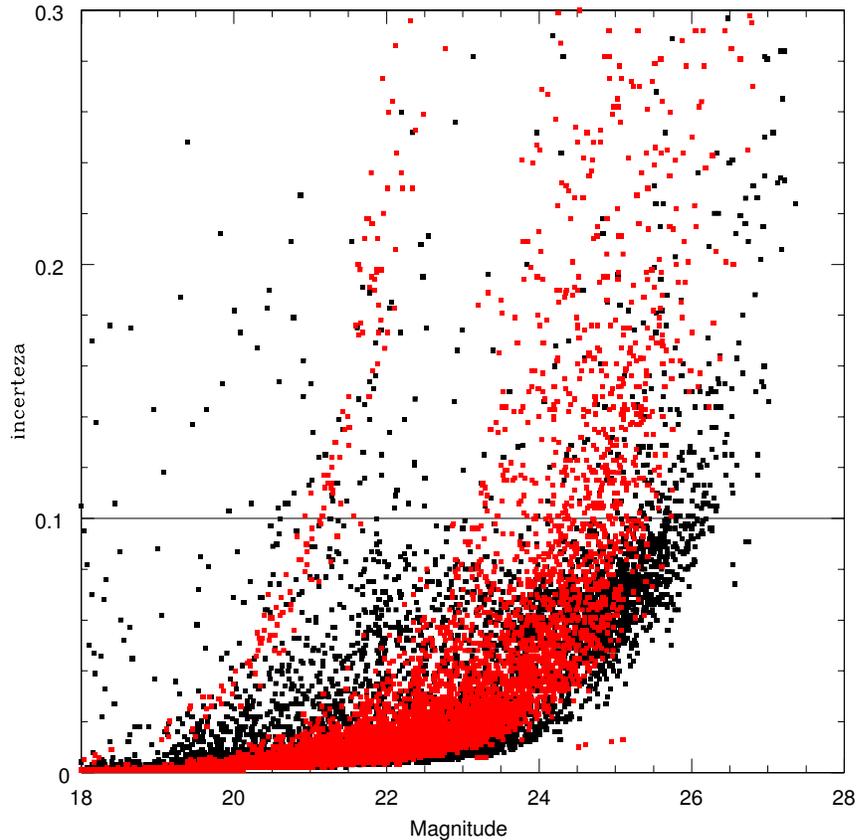


Figura 2.5: Os pontos em preto são as incertezas das estrelas em uma redução via função de espalhamento puntual (PSF) no filtro V, com dados do ESO/VLT (sigla do inglês para *European Southern Observatory/Very Large Telescope/Observatório Europeu Austral/Telescópio Muito Grande*) do aglomerado NGC 6397. Em vermelho as reduções por método de abertura. Nota-se as incertezas médias menores para a PSF do que para a abertura para valores de magnitude acima de 25. A linha indica a incerteza limite superior de 0,1 magnitude. A região próxima à magnitude 21 está afetada pela saturação nas imagens de longa exposição e pela baixa estatística nas de curta exposição.

Na figura 2.5, é mostrada a incerteza para uma redução por PSF (preto) e para uma redução por abertura (vermelho). Embora para magnitudes abaixo de um certo limite haja valores de incerteza na redução por abertura menores do que na redução por PSF, há que se lembrar o modo como é avaliada a incerteza para a redução por abertura. Para a fotometria por abertura, a incerteza avaliada é a raiz das contagens da estrela, descontado uma área correspondente à abertura da estrela com valor de contagens igual ao anel do céu (foi utilizado a tarefa Daophot, do IRAF [Image Reduction and Analysis Facility, NOAO]). Assim, qualquer estrela próxima

(principalmente em um aglomerado globular) contribui para o céu, modificando o valor das contagens e a magnitude da estrela. Na redução por PSF, estes efeitos são minimizados pela escolha da função de espalhamento que melhor se ajusta à forma da função de espalhamento da estrela. Estrelas vizinhas, duplas aparentes e outros efeitos são minimizados em uma redução via PSF. E para as estrelas com baixo brilho, a incerteza é menor.

Semelhante à incerteza da redução, foi definida uma função exponencial no programa de simulação que limita a incerteza em relação à magnitude. Dentro desta gama de incerteza, foi calculado um erro randômico, com distribuição gaussiana e com desvio padrão igual à incerteza. Assim, com a definição de apenas um único parâmetro se consegue a produção de um *CMD* com maior ou menor espalhamento. A figura 2.6 ilustra estes diagramas.

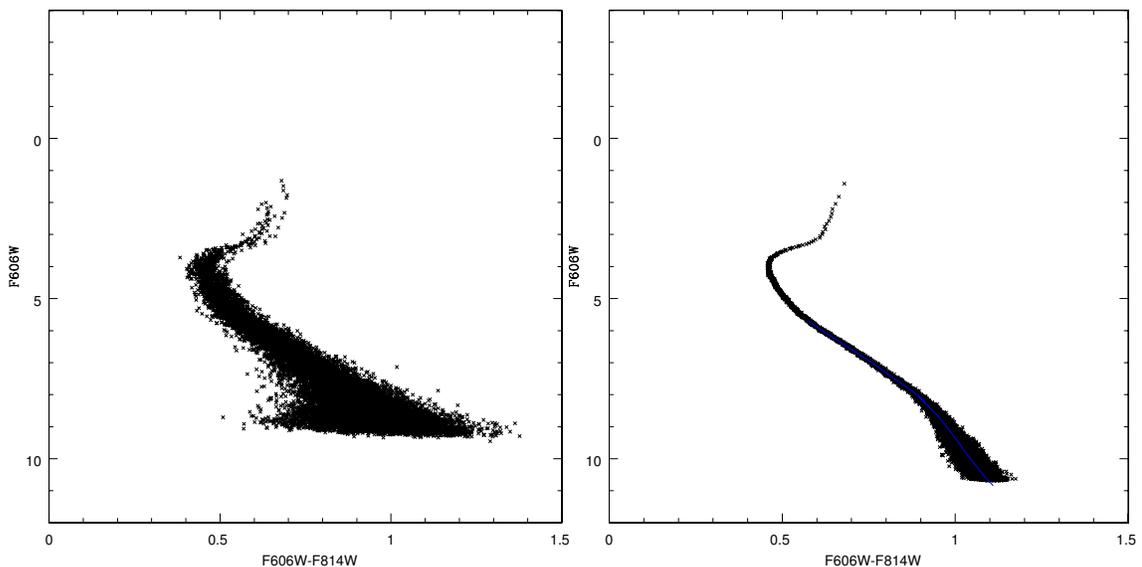


Figura 2.6: *CMDs* com diferentes funções de incerteza nas medidas: à esquerda com maior incerteza do que à direita. Ambos simulam a observação e redução de um aglomerado globular galáctico sem estrelas de campo, partindo de uma isócrona para os filtros da ACS/HST. Na figura à esquerda, as estrelas com incerteza em magnitude (F606W ou F814W) maior do que 0,1 foram excluídas do gráfico.

Um ponto observacionalmente importante é o fato de que a magnitude de corte (onde a incerteza da magnitude aumenta consideravelmente) pode ser aumentada com exposições de maior tempo (sem saturação, obviamente). Desse modo, a incerteza não se caracteriza pelo instrumento e sim pela observação. Obviamente exposições de pouco tempo terão magnitudes de corte menores do que uma combinação de várias exposições com o mesmo tempo.

2.3.2 Algoritmo e variáveis

Após o cálculo da linha de tendência média, para cada isócrona é formatado um conjunto de pontos com amplitude igual a duas vezes a amplitude em magnitudes correspondente à linha média. Isso é feito para que se possa escolher com certa liberdade o início da isócrona (para comparação com a linha de tendência média). A isócrona e a linha de tendência média são interpoladas para que seus pontos coincidam e para que a variação em intervalos de posição se torne mais fácil. A isócrona modelo (com duas vezes o tamanho da linha de tendência média) é então cortada com o mesmo comprimento da linha de tendência média, variando apenas o ponto inicial (para cada comparação). As duas linhas são giradas e comparadas ponto a ponto, para o cômputo das diferenças. Há uma estimativa inicial do deslocamento em módulo de distância (vertical) e avermelhamento (horizontal) que deve ser informada pelo programa (vide figura 2.7). Há uma variação em posição para cada isócrona também (representado pelas letras q e j na figura 2.7). Este processo é feito para cada isócrona de um banco de dados, com uma gama de parâmetros distintos. O arquivo com o resultado de cada ajuste é impresso para se analisar os melhores valores e como os parâmetros variam dois a dois, idade e metalicidade, juntamente com módulo de distância e avermelhamento. As soluções com os menores valores de S são impressos em outro arquivo.

Por comodidade, a comparação para cada isócrona em cada posição diferente tem como resultado um valor S , a variância para todos os pontos:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{ltm} - y_{iso})^2 w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (2.5)$$

onde S é a variância, y_{ltm} é a ordenada da linha de tendência média, y_{iso} é a ordenada da isócrona e w_i é o peso do ponto, passando por uma normalização devido ao denominador da função. A inserção do fator peso se justifica porque muitos modelos de isócronas não correspondem à realidade para valores de massa muito abaixo da massa solar. As características destas estrelas ainda são pouco conhecidas, devido à sua baixa luminosidade. A função peso ajustada é uma parábola com o vértice no $MSTO$ e valor nulo no ponto inferior do CMD .

2.3.3 Variáveis do programa de comparação

O banco de isócronas para os aglomerados globulares foi formatado com idades que variam de 7 a 15 bilhões de anos, com passo de 0,5 bilhão de anos. A metalicidade

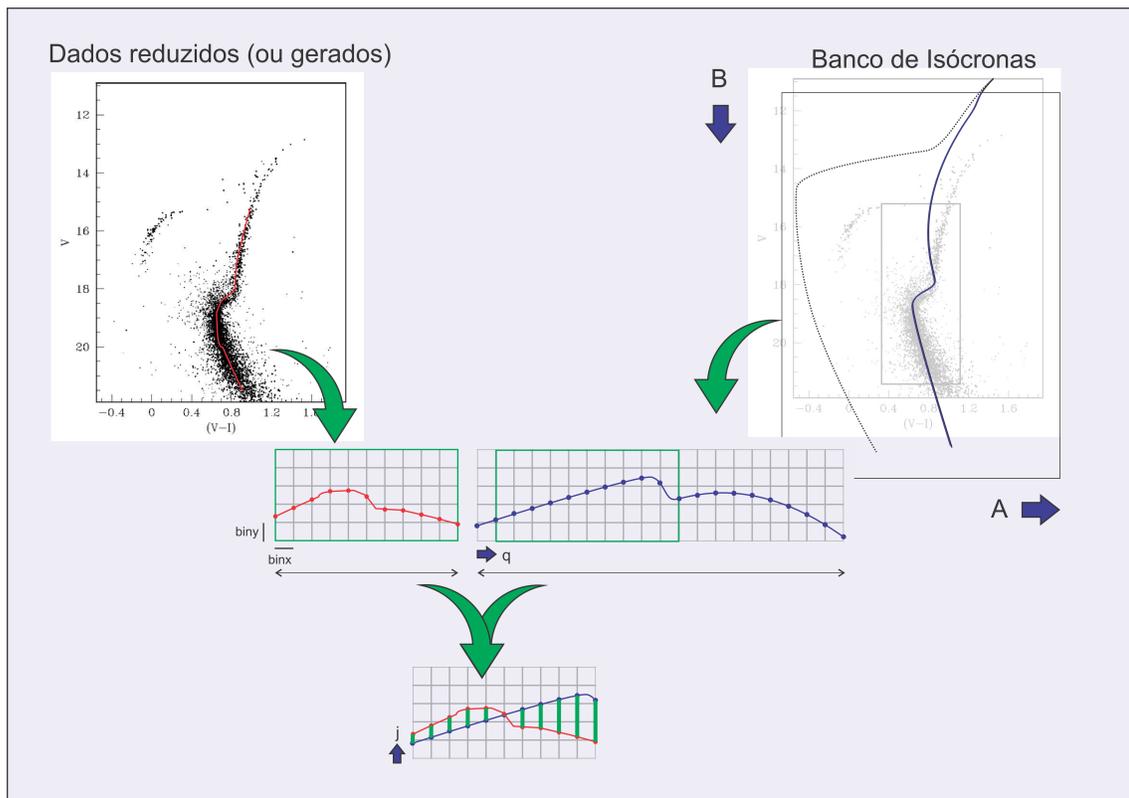


Figura 2.7: Diagrama representando a comparação entre a linha de tendência média (à esquerda) e o modelo teórico (à direita). A linha do modelo é extraída com uma amplitude em magnitudes igual a duas vezes a amplitude em magnitudes da isócrona, deslocada no eixo horizontal por uma variável A e no eixo vertical por B . Após, ambas as linhas são giradas por um ângulo para que possam ser comparadas como duas funções matemáticas. As linhas são determinadas por uma série de pontos, definidas por intervalos binx e biny , em seus respectivos eixos já rotados. Os parâmetros geométricos são dados pela distância q e j , multiplicados pelo lado do quadrado unitário. O ângulo de rotação depende de haver reversão ou não na linha de tendência média.

cobre uma gama em Z de 0,0001 a 0,03 em intervalos de 0,0001 para as isócronas de Padova e com $[\text{Fe}/\text{H}]$ de -2,5 a 0,5, com passos de 0,5 para as isócronas de Dartmouth. Ainda para as isócronas de Dartmouth, quando foi confeccionado o banco com outros parâmetros variando, como Y e $[\alpha/\text{Fe}]$, o número de comparações chegou a alguns bilhões, o que fez com que o programa demorasse em torno de uma hora para calcular os resultados finais, o que não representa um custo computacional grande.

Tabela 2.2: Tabela dos parâmetros de entrada do programa de comparação da linha de tendência média com as isócronas. O rótulo refere-se ao nome no programa (`qui_dart.f90`). Os valores são valores usuais. Algumas constantes com a mesma função do que as constantes da tabela do programa da linha de tendência média não estão listadas.

Rótulo	Valor	Significado	Unidade
theta	1,57	Ângulo de rotação	Radiano
a	*	Estimativa para o avermelhamento	Magnitude
b	*	Estimativa para o módulo de distância	Magnitude
bin_x	0,01	Valor do passo em cor	Magnitude
bin_y	0,01	Valor do passo na ordenada	Magnitude

A tabela 2.2 apresenta as variáveis utilizadas como parâmetros para a comparação entre a linha de tendência média e as isócronas. O ângulo de rotação (theta) das linhas é uma das variáveis de interesse na comparação e deve ser inserida manualmente. Quando não há reversão da linha de tendência média, o ângulo definido é de 90° (ou $\frac{\pi}{2}$, em radianos). Quando há reversão, o ângulo adotado deve ser uma média entre duas derivadas, a menor derivada da sequência principal e a menor derivada do ramo das subgigantes, de forma que uma rotação com este ângulo transforme as duas linhas em possíveis funções matemáticas que sejam unívocas, sem superposição de coordenadas independentes para um mesmo ponto. Por exemplo, foi utilizado o ângulo de 110° em uma simulação de aglomerado de 7 bilhões de anos e alta metalicidade (não incluído no banco de simulações) no *CMD* com eixo vertical B e cor B-V.

Há uma relação entre o peso e a densidade de pontos que pode ser equivalente. A densidade de pontos varia para cada região em dependência do ângulo de inclinação. Se, em uma região o número de pontos é menor do que em outra, mas se encontra mais próxima do *MSTO*, terá o mesmo peso do que outra região mais afastada, mas com um número maior de pontos. Isso acontece, por exemplo, com a baixa sequência principal e o ramo das gigantes vermelhas. Alguns modelos teóricos (senão todos)

não tem boas isócronas para a baixa sequência principal. No entanto, é difícil caracterizar o quão longe da realidade estão estes modelos e, portanto, a dificuldade se estende a definir a função peso de uma forma ideal (quadrática, logarítmica, exponencial ou outra). Com estes argumentos, preferi ainda a função quadrática como forma de ponderar as diferenças, mesmo que a diferença com/sem pesos seja pouco significativa.

Ao final, para mostrar que o ajuste tende para apenas um modelo, são impressos os gráficos dos ajustes em relação à idade e metalicidade e em outro gráfico o módulo de distância e o avermelhamento. Para a quantidade de Hélio em massa (Y) e a quantidade de elementos formados pelo processo alfa sobre a quantidade de Ferro em número ($[\alpha/\text{Fe}]$), devido ao fato de que estes parâmetros não são completamente livres e sim restritos a certos valores, estes parâmetros não serão plotados em curvas de S .

2.4 Metodologia para a soma de várias reduções

2.4.1 A formatação dos dados de saída do programa `qui.f90` e a soma das variâncias

Para se poder somar várias cores e *CMDs*, os dados de saída do programa de comparação devem estar com o módulo de distância subtraído da extinção no filtro da magnitude do eixo vertical do *CMD*. Ao mesmo tempo, deve-se escolher uma cor padronizada para determinar o avermelhamento. Para as transformações entre os filtros foram utilizadas as referências (Cardelli et al., 1989, Fitzpatrick, 1999, Fitzpatrick & Massa, 2007), resultando numa transformação para a cor (B-V) na forma corrente para a Galáxia, onde as transformações entre os excessos de cor:

$$E(U - B) = 0,70E(B - V)$$

$$E(B - V) = 1,22E(F606W - F814W)$$

e para a extinção:

$$A_{F814W} = 2,04(E_{B-V})$$

$$A_V = 4,30(E_{U-B})$$

$$A_V = 3,10(E_{B-V})$$

$$A_B = 4,10(E_{B-V})$$

utilizando o valor padrão de $R_V = 3,1$, mesmo sabendo que este é um valor médio e que pode variar de 2 a 6, como ilustra a figura abaixo, retirada de Fitzpatrick & Massa (2007).

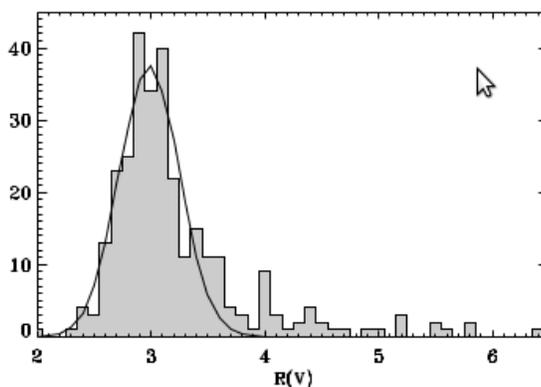


Figura 2.8: Histograma com valores para a razão entre o avermelhamento total e o seletivo na Galáxia, retirado de Fitzpatrick & Massa (2007).

Como mostrarei no Capítulo 4, os parâmetros obtidos pelo ajuste de apenas um *CMD* são diferentes dos parâmetros de outro *CMD*. Para obter o melhor ajuste, utilizarei vários *CMDs* simultaneamente.

O método utilizado para reunir as reduções que não utilizaram a cor (B-V) e a magnitude V consistiu em converter o módulo de distância para o módulo de distância em (V) no eixo vertical e o avermelhamento para o avermelhamento em (B-V). Os valores de S^2 foram somados e foi feita a normalização por cor, sendo que cada cor entrou com um peso idêntico. A comparação do menor S^2 foi feita para idade e metalicidade conjuntamente. Depois, foi analisado o menor valor de S^2 para módulo de distância e avermelhamento. O algoritmo para a confecção do resultado final é mostrado na figura 2.9, onde os múltiplos ajustes são somados para a determinação dos melhores resultados.

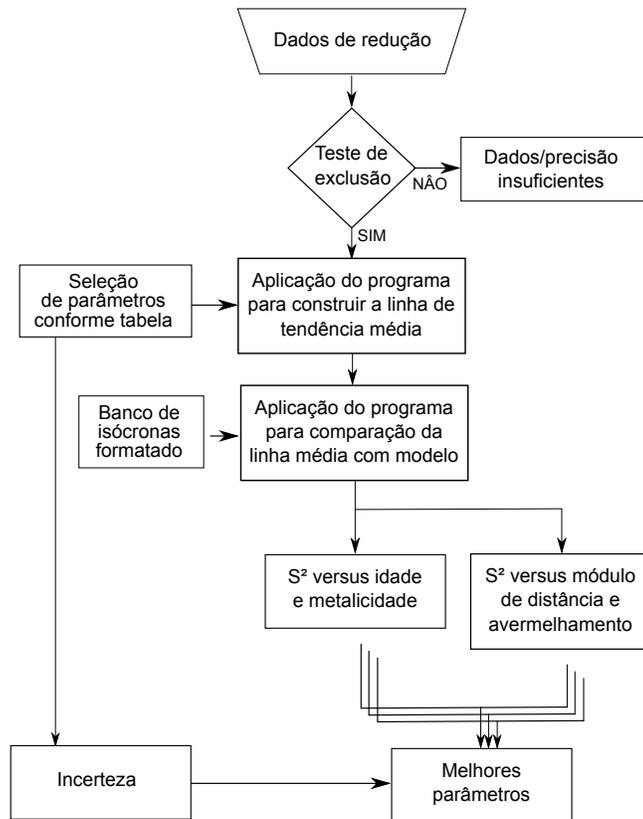


Figura 2.9: O algoritmo seguido para a determinação dos melhores resultados, baseado em várias cores e várias reduções.

Capítulo 3

Resultados

3.1 Introdução

Neste capítulo são abordadas as simulações e o resgate dos valores originais dos parâmetros: seus valores e seus erros. É discutido o melhor conjunto de variáveis para cada simulação e qual o valor de incerteza limite para o qual ainda possa ser resgatado o valor original. É avaliado o efeito das binárias e das estrelas de campo, do avermelhamento diferencial e como se pode criar uma ferramenta que defina a validade do método.

3.2 Comparações com as simulações

3.2.1 Estrelas duplas e de campo

Os aglomerados globulares situam-se em campos por vezes muito povoados. No entanto, a quantidade de estrelas pertencentes a um aglomerado globular não é superada pelas estrelas situadas entre o observador e o aglomerado (em inglês *foreground*) ou além do aglomerado (em inglês *background*). No entanto, as estrelas situadas à frente podem poluir consideravelmente o *CMD*. Já as estrelas situadas atrás geralmente possuem brilho mais fraco, sendo numeroso o número de galáxias que se agrupam próximo à baixa sequência principal em um *CMD*. Próximo do ramo das gigantes e supergigantes, onde as estrelas são escassas (devido à rápida evolução nestes ramos), as estrelas de campo podem confundir o programa e levar a resultados errôneos. Nesta região do diagrama deve ser tomado cuidado e evitar baixas amostras, exceto se houve uma descontaminação das estrelas de campo, por exemplo com medidas de movimento próprio. No algoritmo para a determinação

da linha de tendência média, todas as estrelas possuem igual peso, sendo excluídas apenas pela distância a esta, o que em geral exclui a grande maioria das estrelas de campo.

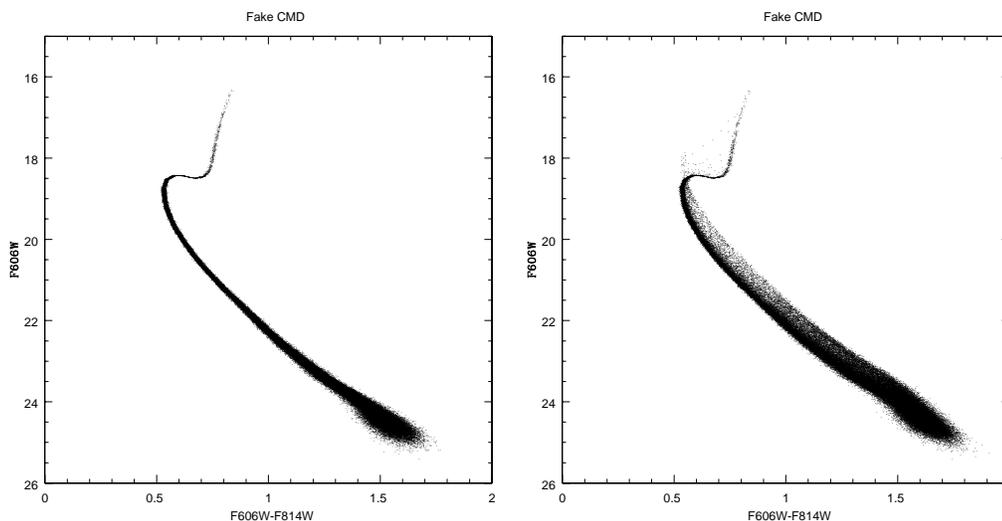


Figura 3.1: Visualização de um *CMD* com a presença de binárias em um aglomerado globular. À esquerda: 0% de binárias e à direita com 100% de binárias. Simulações de binárias cedidas pelo prof. Charles Bonato (IF-UFRGS).

Para as estrelas binárias, embora alguns artigos estimem que a sua ocorrência máxima em aglomerados globulares seja menor que 5% das estrelas em todo o aglomerado (Milone et al., 2012a), testes foram feitos para estimar o desvio da MRL entre um aglomerado sem binárias (0% de binárias) e com todas as suas estrelas pertencendo a um sistema duplo (100% de binárias), como mostra a figura 3.1.

A figura 3.2 mostra as linhas de tendência médias adotadas para um mesmo aglomerado com distintas porcentagens de binárias. Ao fundo está o aglomerado sem binárias. Um aglomerado globular com 30% de binárias (Milone et al., 2012a) provoca para a baixa sequência principal um desvio de 0,03 em cor. Mesmo com este erro baixo, este valor ainda será distribuído por toda a sequência, onde os valores são menores do que 0,005 magnitudes em cor e onde a incerteza fotométrica é bem maior. Esta permanência da linha de tendência média com o valor da sequência principal do aglomerado deve-se principalmente ao fato de haver um corte repetido 10 vezes em $2 \times S$ para estes dados. Cabe ressaltar também que o número de estrelas na simulação é de aproximadamente 30.000, embora o número de binárias seja proporcional.

Pode-se comentar também que a presença de binárias é importante na baixa sequência principal, onde há uma discordância entre os modelos teóricos e os dados

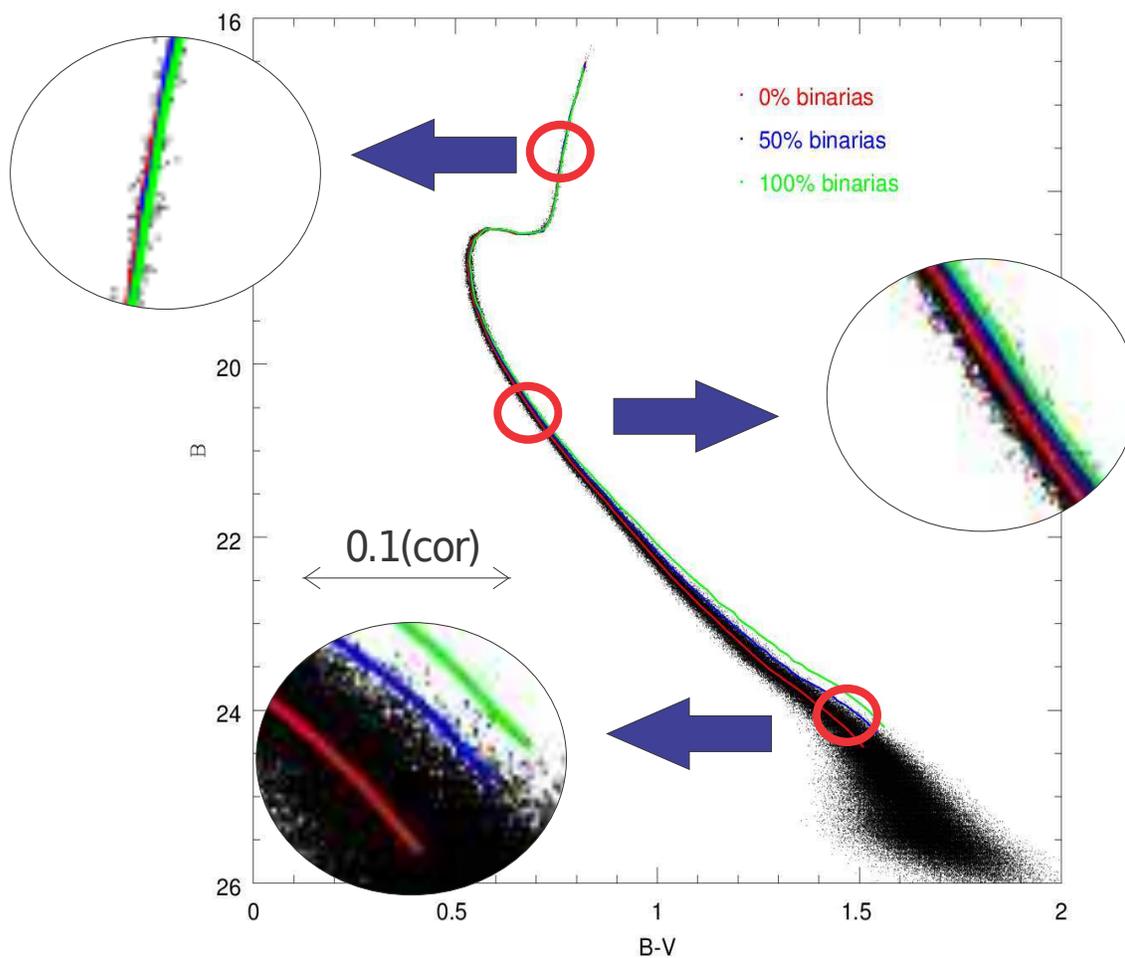


Figura 3.2: As linhas de tendência média para cada simulação de binárias estão sobrepostas, após uma iteração de 10 cortes em S , justapostas às estrelas do aglomerado sem binárias. No círculo acima, as linhas se superpõem, acumulando um erro menor que 0,001. No círculo do meio o espaçamento ainda é bem menor do que no círculo abaixo, onde o espalhamento atinge valores da ordem de 0,03 (em cor). A escala ampliada mostra o valor correspondente a 0,1 magnitudes em cor.

observacionais. Não foram avaliados dados observacionais reais nesta região do *CMD* (veja Capítulo 4).

3.2.2 Idades e metalicidades

O próximo passo para testar os programas foi variar idades para alguns valores fixos de metalicidade e, em outro teste, fixar algumas idades e variar metalicidades. Além disso, foram feitas tentativas para se reduzir o número de parâmetros inseridos no programa. As simulações e os erros no resgate dos dados estão listados na tabela 3.1.

Nas simulações foram utilizadas as isócronas de Padova (Bressan et al., 2012), com os modelos mais recentes (atualizados em junho de 2013). As idades foram espaçadas em 0,5 bilhão de anos, de 7 a 13 bilhões de anos e metalicidades espaçadas em intervalos de $Z = 0,001$, variando de $Z_{min} = 0,001$ a $Z_{max} = 0,03$. O intervalo de módulo de distância foi de 0,01 em magnitude. Para o avermelhamento, o processo de *homogeneização* de coordenadas faz com que o tamanho do bin em cor seja em torno de seis vezes menor do que o bin em magnitude. O valor de módulo de distância e metalicidade para os aglomerados simulados é igual a zero. Este valor foi tomado por simplicidade, visto que o valor do erro em ambos é uma constante e não proporcional ao avermelhamento.

Na tabela pode-se ver que para alguns valores conjuntos de idade e metalicidade o resgate vai até valores de espalhamento maiores do que para outros. Nota-se principalmente o caso de altas idades e metalicidades baixas, quando se atingiu valores de espalhamento de 0,04 magnitudes. Este fato deve-se principalmente a que, quando a metalicidade é alta, a isócrona tem uma curvatura grande no *MSTO*. Com uma desfocagem aplicada neste ponto, torna-se muito difícil, senão impossível, recuperar o valor original.

Para alguns valores altos de espalhamento, quando a incerteza se torna muito grande, um artifício utilizado foi omitir os pontos vizinhos à saída da sequência na comparação. Mesmo sem estes pontos, há uma linearidade entre os segmentos abaixo e acima do *MSTO*. Estas comparações foram marcadas com um asterisco(*) na idade resgatada. Encontrei pelo menos um trabalho que utilizou também este artifício para a determinação de idades relativas (Marin-Franch et al., 2009).

Devido ao fato de que as estrelas são dispersadas em um *CMD* com um espalhamento gaussiano (teoricamente), a média dos valores que diferirem no resgate dos diagramas simulados serão assumidos como a incerteza no resgate dos diagramas reais, como mostra a tabela 3.2, para um mesmo número de estrelas no *CMD*.

Tabela 3.1: Tabela de simulações com idade (em bilhões de anos, metalicidade (Z), espalhamento, módulo de distância (em magnitudes) e avermelhamento (em magnitudes). O número de estrelas aproximado em cada simulação é 30.000. o asterisco indica o processo onde a vizinhança do *MSTO* é excluído para a comparação com os modelos.

Modelo		Espalhamento	Resgate				S
Idade	Z	(0,01 mag)	Idade	Z	Mód.Dist.	Averm.	($mmag$)
12	0,001	0,5	12	0,001	0,020	0,000	35
		1	12	0,001	0,030	0,003	48
		2	12	0,001	0,085	0,003	35
		4	11,5	0,001	0,095	0,003	69
	0,01	0,5	12	0,01	0,009	0,005	45
		1	12	0,01	0,014	0,006	41
		1,5	12	0,01	0,011	0,012	14
		2	12,5	0,01	0,009	0,005	45
		3	12,5*	0,01	0,040	0,035	17
	0,02	0,5	12	0,02	0,012	0,009	19
		1	12	0,02	0,016	0,012	103
		1,5	12,5	0,02	0,006	0,000	82
		2	13	0,019	0,004	0,003	124
		3	13*	0,019	0,010	0,003	49
	0,025	0,5	12	0,025	0,000	0,000	4
		1	12	0,025	0,028	0,021	54
		1,5	12	0,025	0,028	0,021	57
		2	12	0,025	0,032	0,025	55
		3	13,5*	0,025	0,062	0,053	45
	7	0,001	0,5	7	0,001	0,015	0,003
1			7	0,001	0,019	0,005	39
1,5			7	0,001	0,024	0,006	53
2			7,5	0,001	0,007	0,012	73
10	0,001	0,5	10	0,001	0,019	0,005	43
		1	10	0,001	0,024	0,006	32
		1,5	10	0,001	0,034	0,008	39
		2	10,5	0,001	0,006	0,005	32
13	0,001	0,5	13	0,001	0,010	0,002	29
		1	13	0,001	0,029	0,007	40
		1,5	13	0,001	0,038	0,012	38
		2	13,5	0,001	0,015	0,001	135

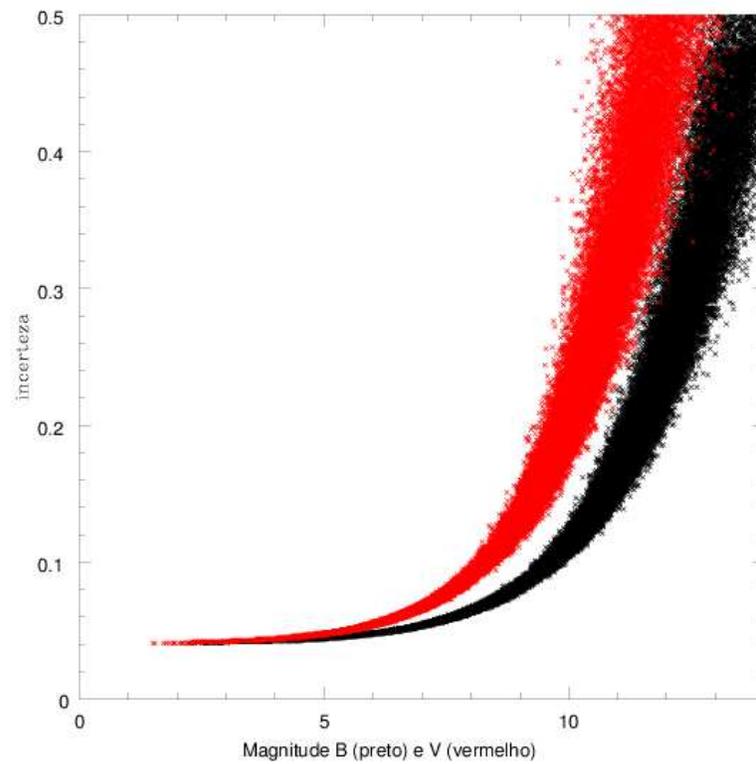


Figura 3.3: Nas simulações utilizadas, a incerteza é determinada como uma função exponencial, sensível a partir de um ponto aproximadamente igual à metade da gama de metalicidade.

A incerteza pela presença de binárias é excluída por ser de valor muito pequeno para o intervalo de magnitudes utilizado ($< 0,001$ mag). Além disso, nas reduções utilizadas posteriormente a baixa sequência principal não foi avaliada, pois os modelos teóricos não possuem bons resultados nesta região. Mesmo onde a sequência principal foi avaliada, foi criada a função peso, fazendo o peso tender a zero na baixa sequência principal. Assim, o resultado do deslocamento devido às binárias foi desprezado.

Tabela 3.2: Tabelas com os valores de incerteza definidos para o resgate dos parâmetros em função do espalhamento das reduções dos *CMDs*.

Espalhamento (0,01 mag)	Erro em averme- lhamento (mag)	Erro em módulo de distância (mag)
0,5	0,003	0,012
1	0,0085	0,023
2	0,0088	0,023

Sobre a quantidade de estrelas necessária para a construção da linha de tendência média, fiz alguns testes variando o número total de estrelas. Em testes executados com 30.000 estrelas, o espalhamento restringia o uso do programa, para certos valores limite, como mostra a tabela 3.1. Por outro lado, quando o programa convergia, aumentar o número de estrelas não diminuía sensivelmente a incerteza do ajuste. Há, portanto uma relação do número de estrelas com o espalhamento. Para as simulações com 30.000 estrelas o limite do espalhamento ficou em torno de 0,03 (espalhamento em magnitudes). Um ponto importante para a determinação da validade do método foram as estrelas-padrão de Stetson do aglomerado NGC 6397, com incerteza muito baixa (menor que 0,003), mas com uma pequena amostra (1357 estrelas), onde foi possível através de uma simulação (de uma isócrona semelhante com 12 bilhões de anos e metalicidade de 0,002) recuperar a isócrona geradora. Neste teste, se poderia ter uma incerteza relativamente baixa mesmo que houvesse apenas 600 estrelas. Realizei inúmeros testes para que se chegasse a uma relação simples entre o número de estrelas, a incerteza nos parâmetros fotométricos, a idade e metalicidade e a incerteza nos parâmetros de saída. Devido à complexidade das simulações, não achei uma relação simples entre estes fatores. Minha saída para *CMDs* reais foi identificar a incerteza de cada ajuste pela simulação de cada *CMD*, utilizando o mesmo número de estrelas e espalhamento. Em alguns casos (para *CMDs* reais), não era informada a incerteza e uma avaliação visual da incerteza por comparação com diagramas simulados servia para se criar uma estimativa. Testes

com *CMDs* simulados provavam então a validade do método.

As condições mínimas para o uso do programa, portanto, devem ser: um número mínimo de estrelas e um espalhamento menor que o máximo possível de ser recuperado pela simulação. Estes valores de incerteza são listados na tabela 3.1, onde as últimas colunas indicam os valores resgatados, cuja diferença com os valores originais podem ser tomadas como a incerteza dos parâmetros para 30.000 estrelas e espalhamento indicado. Mais tarde, quando neste trabalho forem utilizadas as reduções para o aglomerado NGC 6397, as incertezas terão aproximadamente os valores da tabela 3.2 para o avermelhamento e módulo de distância, pois é conhecido que este aglomerado é um dos mais velhos e com menor metalicidade dos aglomerados galácticos. Para idade e metalicidade, como mostra a tabela 3.1, as incertezas terão como valor o erro do resgate. Como veremos mais tarde, estas incertezas são subjetivas, pois o valor dos parâmetros será dado pela combinação do valor da variância das comparações dos *CMDs* das reduções. Mas, neste ponto do trabalho, servem como estimativa da precisão do método e podem indicar mais tarde a precisão para o conjunto, se forem maior do que o valor do passo do parâmetro da grade de isócronas de comparação.

Para alguns dados de aglomerados com grande avermelhamento diferencial [NGC 6528, dados da ACS/HST, cedidos por Ed Smith (Brown et al., 2005)] foram feitas tentativas infrutíferas de determinar uma linha de tendência média. O avermelhamento diferencial corresponde no *CMD* a um espalhamento ainda mais eficiente do que a incerteza na redução fotométrica, pois atinge todas as estrelas em igual forma. Do total, foi feita a comparação, como um teste preliminar para cinco aglomerados (NGC 104, 6791, 6752, 6341 e 5927) e apenas um não pode ser comparado, devido ao forte avermelhamento diferencial (NGC6528). No entanto os dados não haviam sido calibrados e constaram neste trabalho apenas como testes.

A figura 3.3 mostra a incerteza em relação à magnitude para as estrelas da simulação de um diagrama. Há um patamar de incerteza igual a 0,04 em magnitudes. Aproximadamente na metade do intervalo de magnitudes, a incerteza começa a crescer sensivelmente e atinge o dobro do valor do patamar (0,08) em 3/4 do valor do intervalo de magnitude.

Como referência, segue a tabela 3.3 com os valores dos parâmetros de configuração para o programa MRL.f90, onde foi utilizada uma metalicidade de 0,001 e foi feita a variação em idade, em 7, 10 e 13 bilhões de anos, juntamente com os valores de espalhamento (em centésimos de magnitude). Na tabela 3.4, fez-se a variação das metalicidades em função da idade constante de 12 bilhões de anos.

Tabela 3.3: Valores de entrada do programa da linha de tendência média para vários valores de espalhamento e idade, mantendo a metalicidade fixa ($Z=0,001$). Para valores menores de espalhamento, pode-se utilizar o menor valor de espalhamento. Para valores maiores de espalhamento, o programa não convergiu.

Parâmetro	Idade 7 Ganos				Idade 10 Ganos			Idade 13 Ganos		
espalhamento(cmag)	1,0	1,5	2	4	1	1,5	2	1	1,5	2
bin_angle	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
umag	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
sigmafinder_pre	0,25	0,25	0,25	0,35	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
sigmafinder_pos	0,25	0,25	0,25	0,35	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
sigmafit_pre	0,25	0,25	0,25	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
sigmafit_pos	0,25	0,25	0,25	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
ds_pre	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
ds_pos	0,1	0,1	0,15	0,1	0,1	0,15	0,1	0,1	0,15	0,1
jumppre	0,1	0,1	0,1	0,15	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
jumppos	0,1	0,1	0,1	0,15	0,1	0,15	0,15	0,1	0,15	0,1
ncortespre	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ncortespos	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Tabela 3.4: Valores de entrada do programa da linha de tendência média para vários valores de espalhamento e metalicidade, mantendo a idade fixa (12 bilhões de anos). Para valores menores de espalhamento, pode-se utilizar o menor valor de espalhamento. Para valores maiores de espalhamento, o programa não convergiu.

Parâmetro	Z=0,025	Z=0,02			Z=0,01			Z=0,001		
espalhamento(cmag)	3,0	1,5	2	3	1	1,5	3	1	2	4
bin_angle	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
umag	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
sigmafinder_pre	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
sigmafinder_pos	0,25	0,25	0,3	0,3	0,25	0,25	0,23	0,25	0,25	0,25
sigmafit_pre	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
sigmafit_pos	0,2	0,18	0,3	0,3	0,2	0,18	0,18	0,2	0,2	0,2
ds_pre	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
ds_pos	0,1	0,1	0,15	0,15	0,1	0,1	0,12	0,1	0,15	0,1
jumppre	0,1	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1
jumppos	0,1	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1
ncortespre	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ncortespos	5	5	1	1	5	5	1	5	5	5

Capítulo 4

Aplicações e conclusões

4.1 Introdução

Neste capítulo vou aplicar o método ao aglomerado NGC 6397, com dados e reduções de outros pesquisadores. O capítulo se divide em duas partes principais: na primeira a apresentação dos ajustes individuais para os dois conjuntos de isócronas e o ajuste coletivo de todas as reduções, para ambas as isócronas (Pádova e Dartmouth). Na segunda parte deste trabalho é feita a determinação dos parâmetros com o ajuste multirredução e multicromático, já que todas as cores do aglomerado devem ser consistentes com somente uma temperatura efetiva, uma metalicidade e uma distância. Finalmente os resultados são comparados com a literatura.

Nem todos os dados cedidos vieram acompanhados de seus respectivos valores de incerteza na determinação da magnitude das estrelas. Na falta destes, o ajuste é feito com suposições inerentes à redução, isto é, com avaliação de incerteza feita visualmente.

4.2 O aglomerado NGC 6397

O aglomerado NGC 6397 é um dos mais próximos do sistema solar, o que faz com que suas estrelas sejam mais facilmente observáveis do que nos aglomerados mais distantes. Está situado no hemisfério celeste austral ($\delta = -53^\circ$) e relativamente longe do plano da Galáxia ($b = 12^\circ$). É conhecido como tendo uma das mais baixas metalicidades ($Z=0,0001$ ou $[Fe/H] = -2,02$ para $Z_\odot = 0,017$) entre os aglomerados globulares (Harris, 1996). Este catálogo apresenta um avermelhamento baixo [$E(B-V) = 0,18$] e módulo de distância [$m-M(V)$] igual a 12,37 magnitudes. Outros valores e parâmetros são citados numa súpula da literatura na tabela 4.1.

Alguns dos dados da tabela 4.1 apresentam aparentemente valores de módulo de distância somado com a extinção interestelar. O módulo de distância na verdade é o aumento em magnitudes (ou diminuição em brilho) devido exclusivamente à distância entre o objeto (no caso o aglomerado) e o observador, independente do filtro utilizado na redução. A diferença em magnitudes entre o brilho absoluto e o brilho observado sofre ainda com a extinção devido principalmente à poeira interestelar, esta sim dependente do comprimento de onda do filtro utilizado. Esta absorção do fluxo luminoso também faz com que haja uma variação na cor do objeto, chamado excesso de cor. Para um mesmo filtro, há uma relação entre a extinção e o excesso de cor, que é uma propriedade do material constituinte dos grãos de poeira interestelar pelo qual a luz passa. Este é conhecido como R_V , a razão entre a extinção seletiva em V em relação ao excesso de cor $[E(B-V)]$, por exemplo. A figura 4.1 representa a extinção e o módulo de distância em diferentes filtros, no exemplo para uma mesma estrela. Para evitar a ambiguidade, neste trabalho adotaremos a seguinte convenção: quando o módulo de distância for acompanhado de um filtro [ex. $m-M(V)$], ele representará o módulo de distância incluindo a extinção. Quando não for acompanhado de nenhum filtro, representará apenas o módulo de distância ($m-M$), corrigido pela extinção.

Tabela 4.1: Lista de parâmetros do aglomerado NGC 6397 extraídos da literatura, em ordem cronológica. O asterisco (*) indica dados extraídos por espectroscopia. Os outros dados foi deduzido por comparação com modelos teóricos (isócronas e espectros).

Referência	[Fe/H]	E(B-V)	(m-M)	Idade (Ganos)
Searle & Rodgers, 1966*	-2,0	0,10	12,00 ± 0,30	-
Newell et al., 1969*	-2,00	0,18	-	-
Cannon, 1974	-	0,18 ± 0,01	-	-
Alcaino & Liller, 1980	0,16 ± 0,02	-	-	-
Webbink, 1985	-	0,18	(V) 12,30	-
van den Bergh, 1988	-	0,19 ± 0,02	-	-
Gratton & Ortolani, 1989*	-1,88	-	-	-
Anthony-Twarog et al., 1992	-2,00	-	(V) 12,10 ± 0,30	-
Brocato et al., 1996	-1,91	0,25	-	-
Gratton et al., 1997*	-1,82 ± 0,04	-	-	-
Cool et al., 1996	-	-	12,3	-
Reid & Gizis, 1998	-1,82	0,18	(V) 12,12 ± 0,15	-
Anthony-Twarog & Twarog, 2000	-1,82 ± 0,04	0,179 ± 0,003	(V) 12,15	12,0 ± 0,8
Castilho et al., 2000*	-2,0 ± 0,05	-	-	-
Gratton et al., 2003	-2,03 ± 0,05	0,186 ± 0,006	(V) 12,60 ± 0,08	13,9 ± 1,1
Kraft & Ivans, 2003	-2,01	0,24	11,62	-
Richer et al., 2008	-2,02 ± 0,07	0,18 ± 0,01	12,07 ± 0,06	-
Korn et al., 2007*	-2,20	-	-	-
Hansen et al., 2007	-	0,20 ± 0,03	12,02 ± 0,06	11,47 ± 0,47
Winget et al., 2009	-2,20	0,19 ± 0,02	(V) 12,49 ± 0,05	-
Lind et al., 2009*	-2,05 ± 0,02	-	-	-
Carretta et al., 2009*	-1,95	0,183 ± 0,005	-	13,5 ± 1,1
Koch & McWilliam, 2011*	-2,10 ± 0,07 ± 0,02	-	-	-

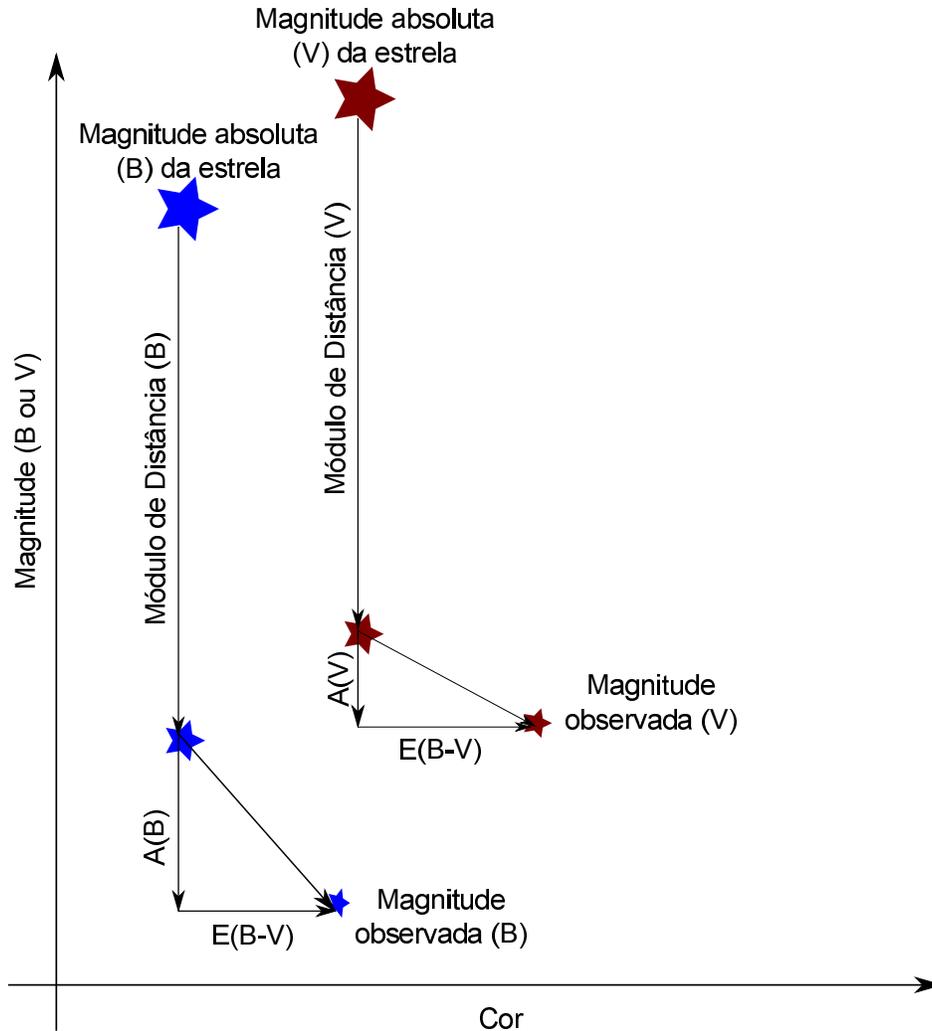


Figura 4.1: A figura exemplifica a extinção (variável com o filtro) e o módulo de distância (constante para qualquer filtro) para uma mesma estrela que foi observada no filtro B (representado pela estrela azul) e no filtro V (representado pela estrela vermelha).

4.2.1 Dados de Richer

Com os dados do aglomerado globular NGC 6397, em reduções feitas por Richer et al. (2008) de 126 órbitas do Telescópio Espacial Hubble, com a Câmera Avançada para Pesquisas (em inglês *ACS, Advanced Camera for Surveys*), fiz o ajuste para as isócronas de Dartmouth e de Pádova. No trabalho do autor os pontos na imagem identificados como estrelas passaram por processos para certificarem-se de que as

todas as estrelas são estrelas do aglomerado (Anderson et al., 2008), sem contaminação por estrelas de campo, raios cósmicos ou outro objeto que não pertença ao aglomerado (galáxias, por exemplo). A redução foi profunda o bastante para identificar todas as estrelas do aglomerado, inclusive as anãs-brancas. No entanto, a amplitude de magnitudes escolhida para o ajuste foi entre 14 e 18 (filtro F814W) e cor (F606W-F814W) entre 0.5 e 2.5. Este intervalo de magnitudes foi escolhido devido ao problema que ocorre com as estrelas da classe espectral M e final da classe K, onde não há boas previsões teóricas de luminosidade, em ambos os modelos (Dartmouth e Pádova), devido à ausência de cálculos detalhados de opacidades moleculares. Quando se incluem estas classes espectrais, os valores de ajuste tendem a idades maiores do que as medidas para a idade do Universo, como muitos artigos das décadas passadas citam (Alcaino et al., 1987, Stetson, 1991). Alguns autores criticam (Hurley et al., 2008) e outros apresentam discussões (Baraffe et al., 1998) evitando o ajuste de estrelas evoluídas para o parâmetro idade. Realmente, apenas este parâmetro (idade), parece ser o modificado pelas estrelas de baixa temperatura efetiva (incluindo estas estrelas, os ajustes em idade são crescentes para massas menores que $0,5M_{\odot}$).

Nesta redução temos um total 2324 estrelas, com incerteza não indicada. Assumindo uma incerteza média de 0,005 magnitudes (avaliada por comparação com o *CMD* simulado com este parâmetro de espalhamento), a simulação apresentava uma relação entre espalhamento e número de estrelas suficiente para utilizar o programa para a confecção da linha de tendência média.

O melhor ajuste dado pelo meu programa para a grade de isócronas de Dartmouth (atualizada em julho de 2013) está na figura 4.2, junto com o ajuste do autor proposto no artigo (Richer et al., 2008) com os dados do autor. Os valores de metalicidade no ajuste feitos por mim $[(\text{Fe}/\text{H})=-1,5]$ diferem dos medidos espectroscopicamente, listados na tabela 4.1, com média em $[\text{Fe}/\text{H}] = -2,02 \pm 0,07$. Os parâmetros de ajuste são para a idade 13,5 Ganos, $E(\text{F606W}-\text{F814W})=0,175$ e $(m-M)(\text{F814W}) = 12,100$. Ao final de todas as reduções os dados são comparados na tabela 4.3 e na figura 4.2 pode-se ver a comparação das isócronas. Os valores de S^2 para os parâmetros em idade e metalicidade e para módulo de distância e avermelhamento podem ser avaliados nas figuras 4.3.

Além do valor de melhor ajuste, é necessário analisar o comportamento do valor de S^2 com a modificação dos parâmetros. Para tanto, foi plotado para cada ajuste um mapa de cores onde a cor mais amarela indica menores valores de S^2 e a cor azul, maiores valores, juntamente com curvas isométricas.

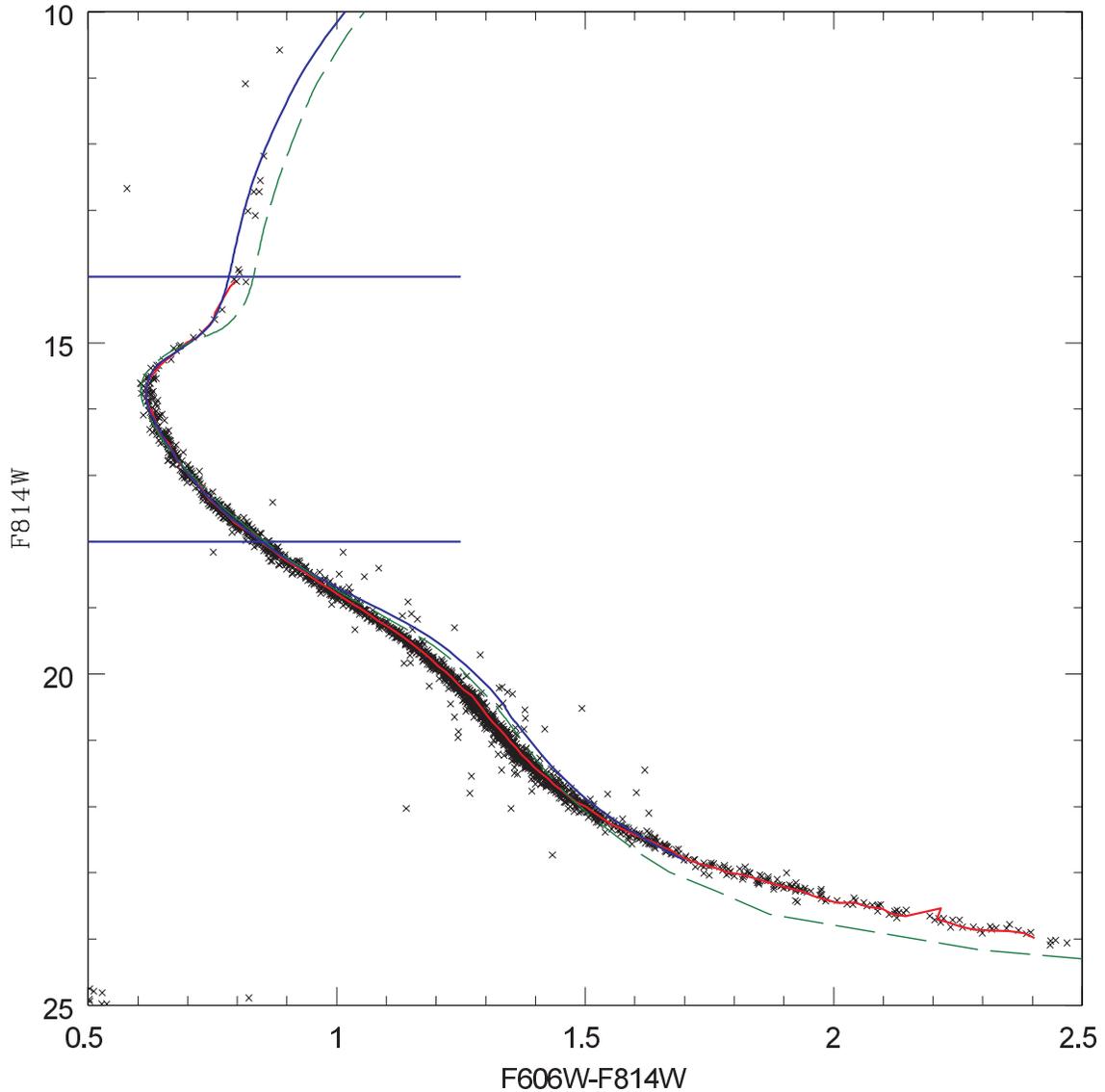


Figura 4.2: A linha de tendência média (em vermelho) e a isócrona de ajuste proposta por Richer et al. (2008) por ajuste visual (em verde, 11,47 bilhões de anos, $[Fe/H] = -2,0$, avermelhamento $[E(F606W - F814W) = 0,18]$, módulo de distância (F814W) = 12,36), com dados ajustados no intervalo de magnitude no filtro F814W entre 14 e 18 pelo programa de minha autoria (em azul, 13,5 bilhões de anos, $[Fe/H] = -1,5$, avermelhamento $[E(F606W - F814W) = 0,175]$, módulo de distância (F814W) 12,100, $[\alpha/Fe] = 0,4$ e $Y = 0,33$), com as isócronas de Dartmouth. O valor de S para este ajuste é de 2 milimagnitudes. Os bins de idade e metalicidade foram de 0,5 bilhão de anos e de metalicidade em 0,5 $[Fe/H]$.

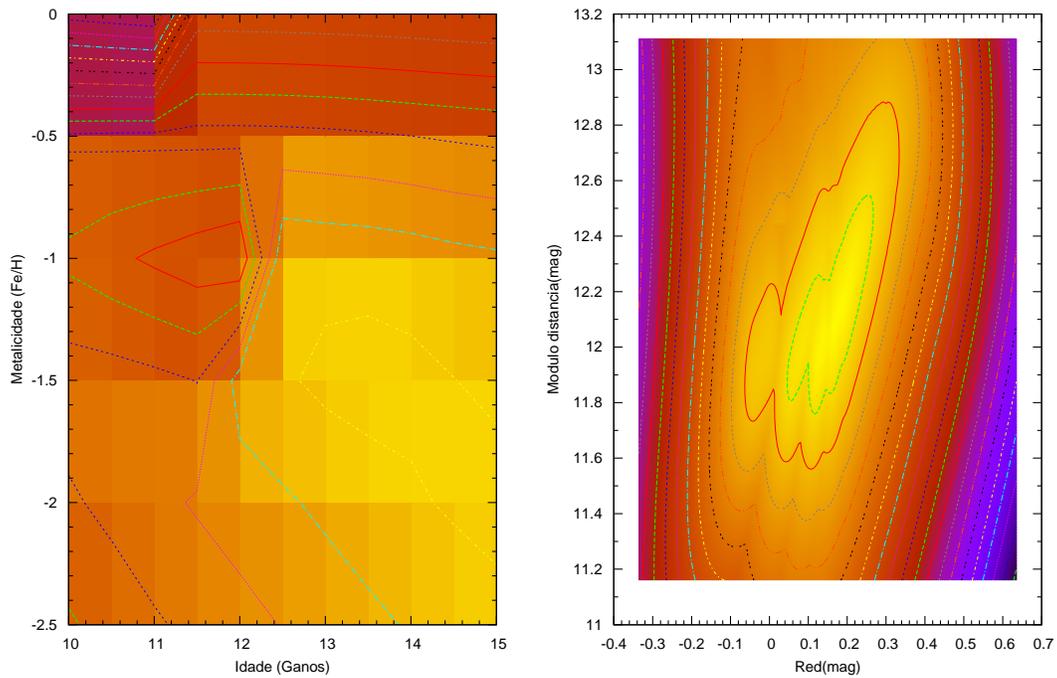


Figura 4.3: Os menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Dartmouth. O intervalo de idades foi diminuído para melhor visualização. Os melhores valores são: idade $13,5 \pm 0,5$ bilhões de anos, metalicidade $[Fe/H] = -1,5 \pm 0,5$, $E(F606W-F814W) = 0,175 \pm 0,01$ e módulo de distância (F814W) = $12,10 \pm 0,01$.

Para efetuar o ajuste, primeiramente fiz a comparação com todos os valores baixados via rede da grade de isócronas de Dartmouth, variando em metalicidade (de -2,4 a 0,5 [Fe/H], com passo de 0,5 [Fe/H]), idade (de 7 a 15 bilhões de anos, com passo de 0,5 bilhão de anos), $[\alpha/Fe]$ (quantidade de átomos de elementos gerados por acréscimo de partículas alfa em relação à quantidade de Ferro nos valores -0,2 a +0,4, com passo de 0,2) e Y (quantidade de Hélio em massa variando entre 0,33, 0,44 ou $0,245+1,5*Z$). Para o valor de $[\alpha/Fe] = +0,4$ apenas os valores de $Y=0,33$ e 0,40 são disponibilizados no site:

http://stellar.dartmouth.edu/models/isolf_new.html

Os melhores ajustes indicaram valores de $[\alpha/Fe] = +0,4$, $Y = 0,33$, embora estes valores não sejam realistas, pois as medidas de Y em estrelas de mais baixa metalicidade indicam $Y = 0,2565 \pm 0,0010 \pm 0,0050$ (Izotov & Thuan, 2010), em comparação com as medida do Sol de $Y = 0,2485 \pm 0,0035$ (Serenelli & Basu, 2010) e $Y = 0,2485$ (Asplund et al., 2009). Certamente estes valores de Hélio estão mascarando efeitos que não foram levados em conta para os modelos evolutivos. Desta forma, não utilizei estes valores de Y e sim o valor padrão ($Y = 0,245 + 1,5Z$) para efetuar posteriormente a soma com as outras reduções. O ajuste para o valor padrão de Y não mudou os parâmetros sensivelmente. Ao final, os mapas de S^2 em função dos parâmetros de ajustes são mostrados na figura 4.3.

Após este ajuste preliminar, refiz os ajustes, mantendo a idade constante e refinando os valores de metalicidade e idade (em bins de 0,1 [Fe/H] e 0,1 bilhão de anos) e recalculando o módulo de distância e o avermelhamento em bins de 0,01. Os resultados finais foram: metalicidade de $[Fe/H] = -1,6$, módulo de distância $m - M(F814W) = 12,120$ e avermelhamento $E(F606W - F814W)$ de 0,180. Os resultados podem ser avaliados nas figuras 4.4 e 4.5.

Com as isócronas de Padova os ajustes foram feitos com toda a grade já confeccionada inicialmente. O tempo computacional é maior, no entanto a comparação com todos os dados é feita de uma só vez. Na figura 4.6 o melhor ajuste é exibido, seguindo as figuras com os valores de S^2 para os outros parâmetros. O melhor ajuste foi para 13,5 Ganos em idade, $Z = 0,001$, $E(F606W-F814W) = 0,165$ e $(m-M) = 12,120$.

Nas isócronas de Pádova, não há variação de $[\alpha/Fe]$ ($= 0$), nem valores diferentes de Y do padrão ($Y = 0,2485 + 1,78 \times Z$).

Uma outra possibilidade de se utilizar o programa de comparação entre a linha de tendência média e a isócrona é fixar um parâmetro e analisar a variação dos outros parâmetros. Para o aglomerado NGC 6397 existem algumas referências para

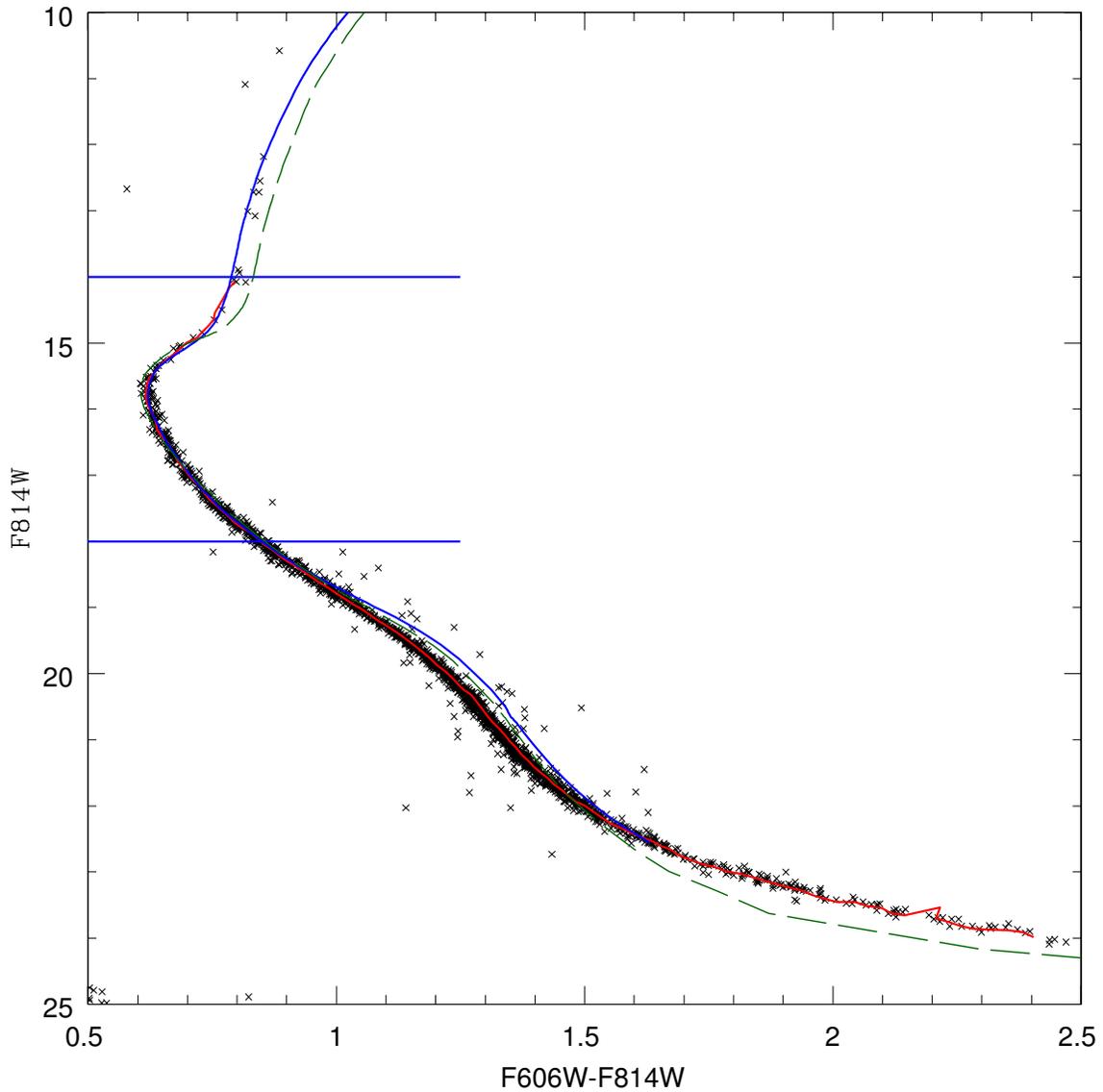
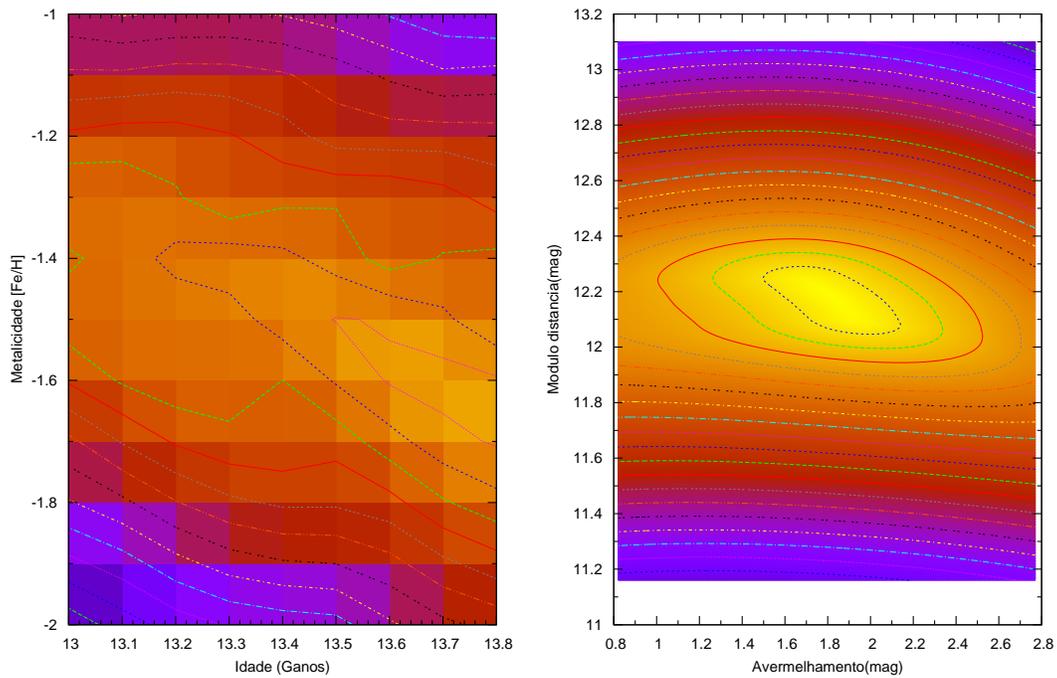


Figura 4.4: A linha de tendência média (em vermelho) e a isócrona de ajuste do autor (em verde, 11,47 bilhões de anos, $[Fe/H] = -2,0$, avermelhamento $[E(F606W - F814W)] = 0,18$, módulo de distância (F814W) 12,36, $Y = 0,245 + 1,5Z$ e $[\alpha/Fe] = 0,4$), com dados ajustados no intervalo de magnitude no filtro F814W entre 14 e 18 (em azul), com as isócronas de Dartmouth (melhor ajuste com 13,8 bilhões de anos, $[Fe/H] = -1,6$, avermelhamento $E(F606W - F814W) = 0,180$, módulo de distância $m - M(F814W) = 12,120$, $[\alpha/Fe] = -0,2$ e $Y = 0,245 + 1,5 \times Z$), para um ajuste refinado. O valor de S ficou em 2,35 milimagnitudes.



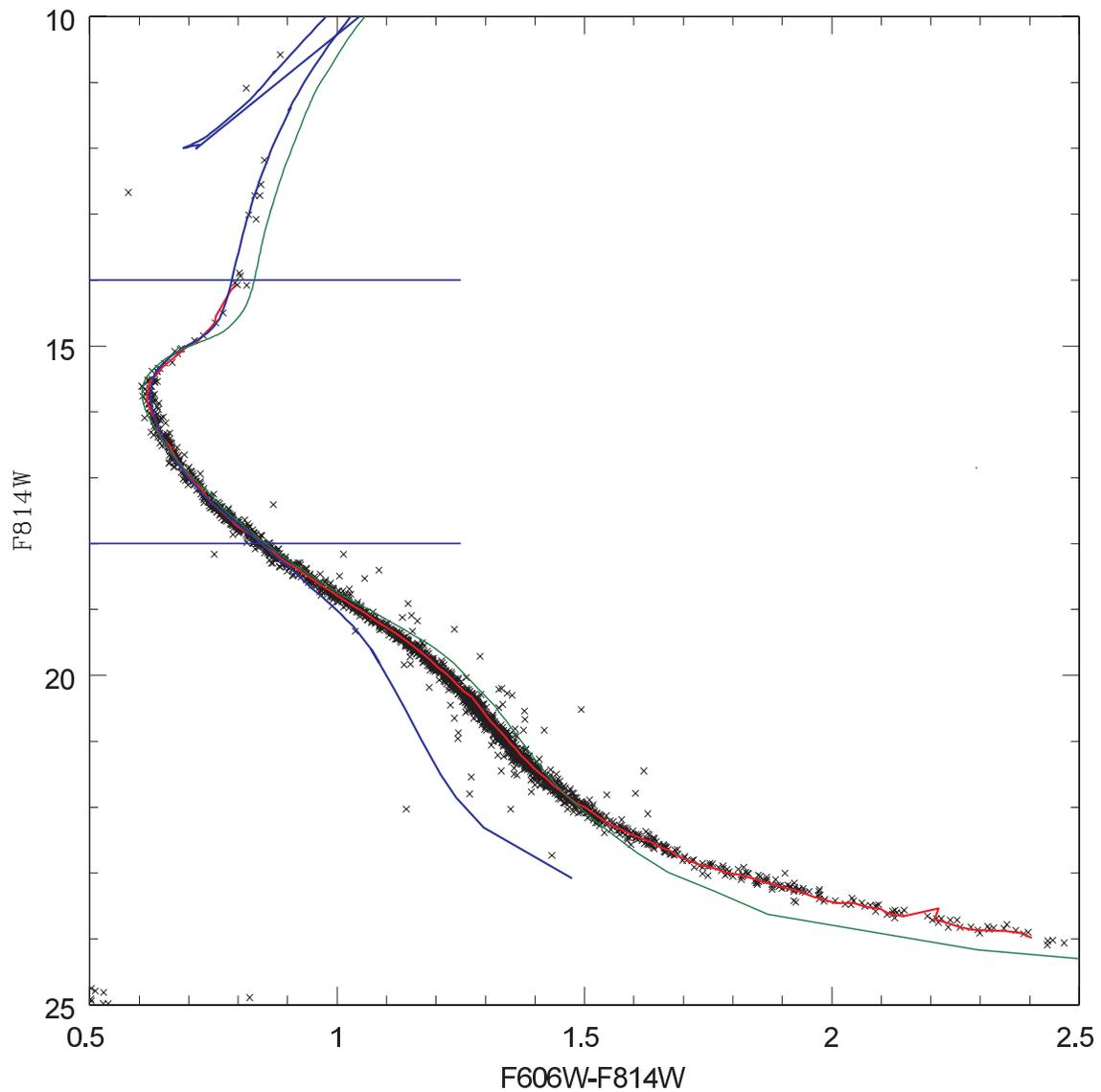


Figura 4.6: Melhor ajuste dos dados de Richer et al. (2008) com as isócronas de Padova. Os valores do melhor ajuste foram de 13,5 bilhões de anos, metalicidade $Z = 0,0010 \pm 0,0001$, módulo de distância (F814W) 12,120, avermelhamento $E(F606W - F814W)$ 0,165. O valor para S é de 3,4 mma. Em verde a isócrona de Richer et al. (2008) com 11,47 bilhões de anos, $[Fe/H] = -2,0$, avermelhamento $[E(F606W - F814W)] = 0,18$, módulo de distância (F814W) 12,36. Pode-se notar a grande diferença entre as isócronas na baixa sequência principal.

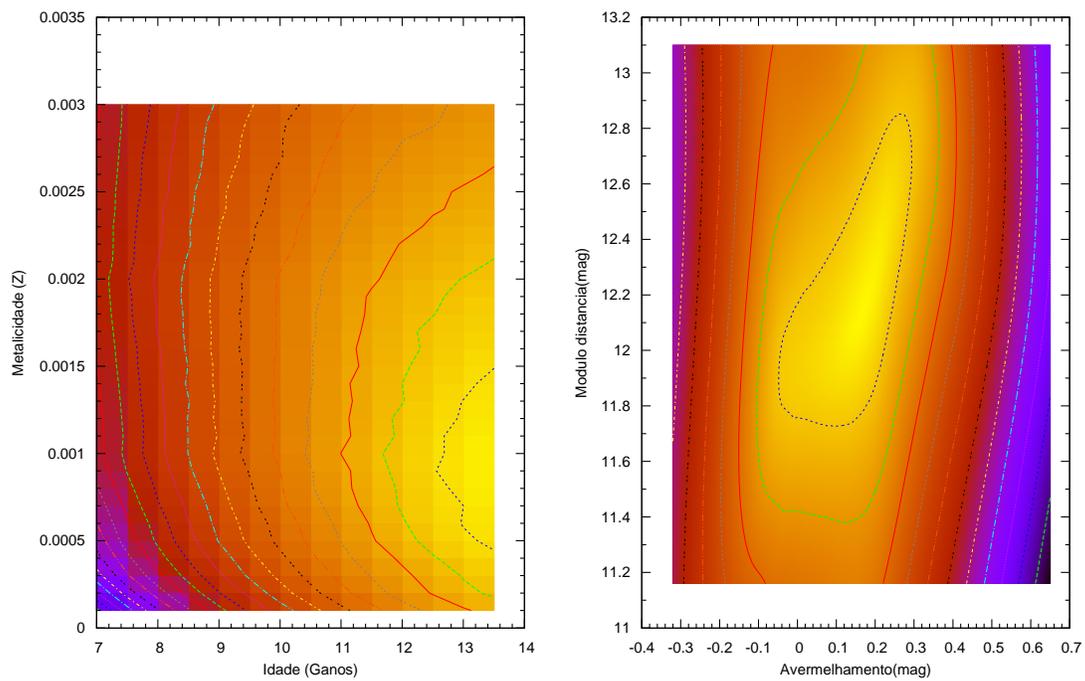


Figura 4.7: Os menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Padova ao dados de Richer et al. 2008. À esquerda para idade e metalicidade e à direita para avermelhamento e módulo de distância.

a metalicidade mensurada espectroscopicamente (ver tabela 4.1). Utilizando um valor médio $[\text{Fe}/\text{H}] = -2,00$, com base nos trabalhos listados na tabela 4.1, fiz o ajuste em idade, avermelhamento e módulo de distância. Os resultados de melhor ajuste foram 13,0 bilhões de anos para a idade, com módulo de distância de 12,240 e $E(B-V)=0,213$, com valor de S de 6,0 mmag. Para comparação, o melhor valor de S nesta mesma faixa de magnitudes foi de 2,4 mmag, com metalicidade $[\text{Fe}/\text{H}]=-1,5$.

4.2.2 Dados de Stetson

Em 1991, Peter Stetson publicou um trabalho com fotometria de estrelas-padrão no campo do aglomerado NGC 6397 (Stetson, 1991). Estas estrelas formam um grupo de aproximadamente 1357 estrelas com fotometria U, B e V. Algumas estrelas possuem fotometria em B e V, mas não em U. Este fato fez com que o diagrama na cor (U-B) ficasse muito pobre em estrelas, selecionadas a partir de um corte de incerteza em 0,02 magnitudes (B e V). A incerteza média é de 0,003 magnitudes, portanto muito baixa. Realizei o teste para este conjunto de estrelas, já que muitas reduções (não apenas deste aglomerado) o utilizam como referência. Na simulação de espalhamento do aglomerado, utilizando um aglomerado com *CMD* análogo, foi recuperado o valor original, com incerteza dos parâmetros em idade menor do que 0,5 bilhão de anos, erro em metalicidade menor do que 0,001 (Z), erro em avermelhamento menor do que 0,003 e erro em módulo de distância menor do que 0,025.

Como na simulação os dados não haviam sido contaminados com estrelas de campo, fiz um filtro para descontaminá-las (devido ao baixo número de estrelas) baseado em uma linha média prévia e na incerteza dos dados, excluindo as estrelas que estavam fora da região definida pela linha de tendência média e duas vezes a incerteza em cor. Depois desta descontaminação, foi feita uma nova linha de tendência média, sem a influência das estrelas de campo (figura 4.8). O filtro funciona analogamente a uma forma de cunha, com valor de abertura igual a uma constante vezes a incerteza.

Os ajustes com estes dados concordaram com os outros dados de 13,5 bilhões de anos para o aglomerado, $[\text{Fe}/\text{H}] = -1,0$ para Dartmouth e $Z = 0.0005$ (Padova), como mostra a figura 4.9 e o comportamento da variância S na figura 4.10 para as isócronas de Dartmouth e as figuras dos ajustes 4.11 e o comportamento de S na figura 4.12. O módulo de distância ficou em $m - M(V) = 12,465$ e avermelhamento $E(B - V) = 0,147$ (Padova) e $(m - M)_V = 12,360$ e avermelhamento $E(B - V) = 0.090$ (Dartmouth).

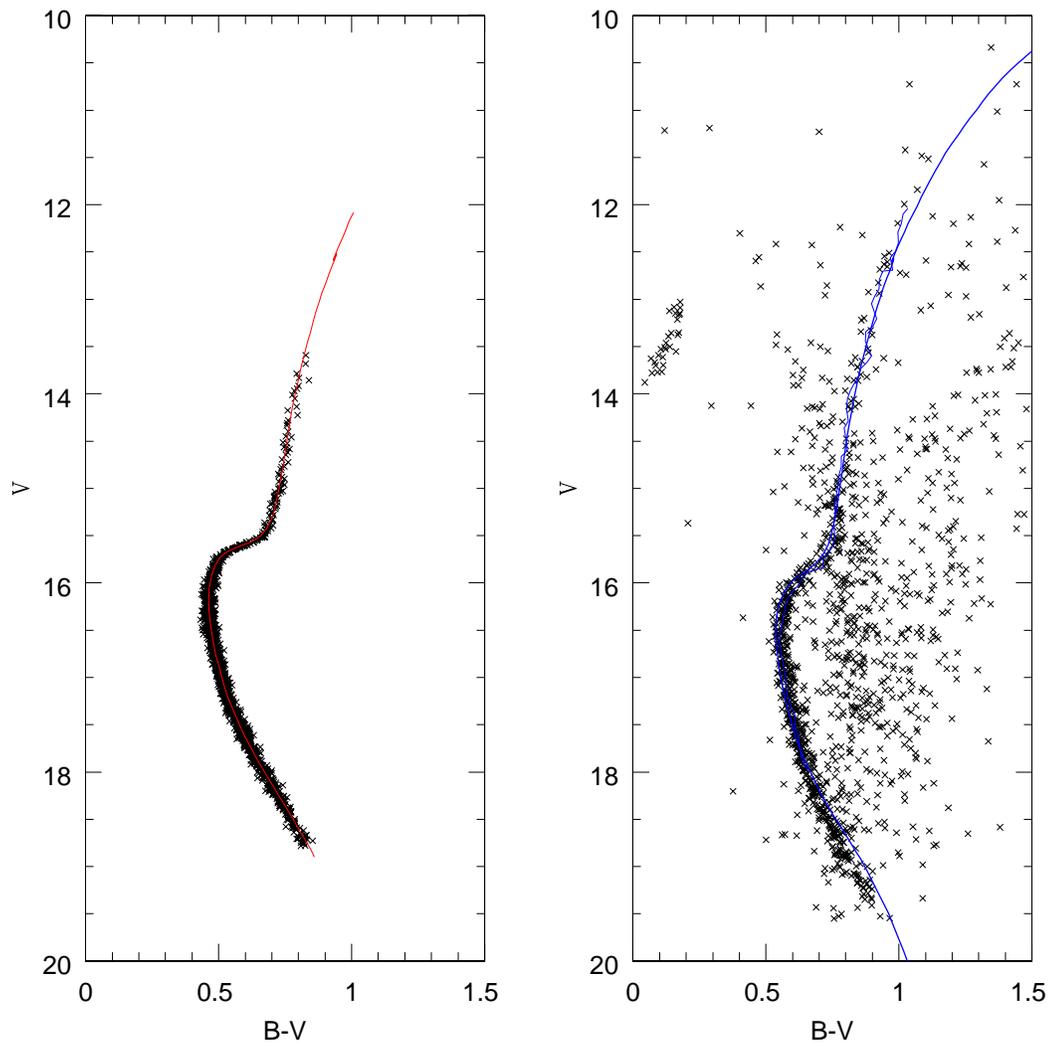


Figura 4.8: À esquerda: CMD simulado com o espalhamento gaussiano das incertezas nas magnitudes B e V. Superposta a isócrona geradora dos dados. À direita: Dados de Stetson, 1991 do aglomerado NGC 6397, juntamente com a linha de tendência média preliminar e a isócrona geradora dos dados simulados à esquerda.

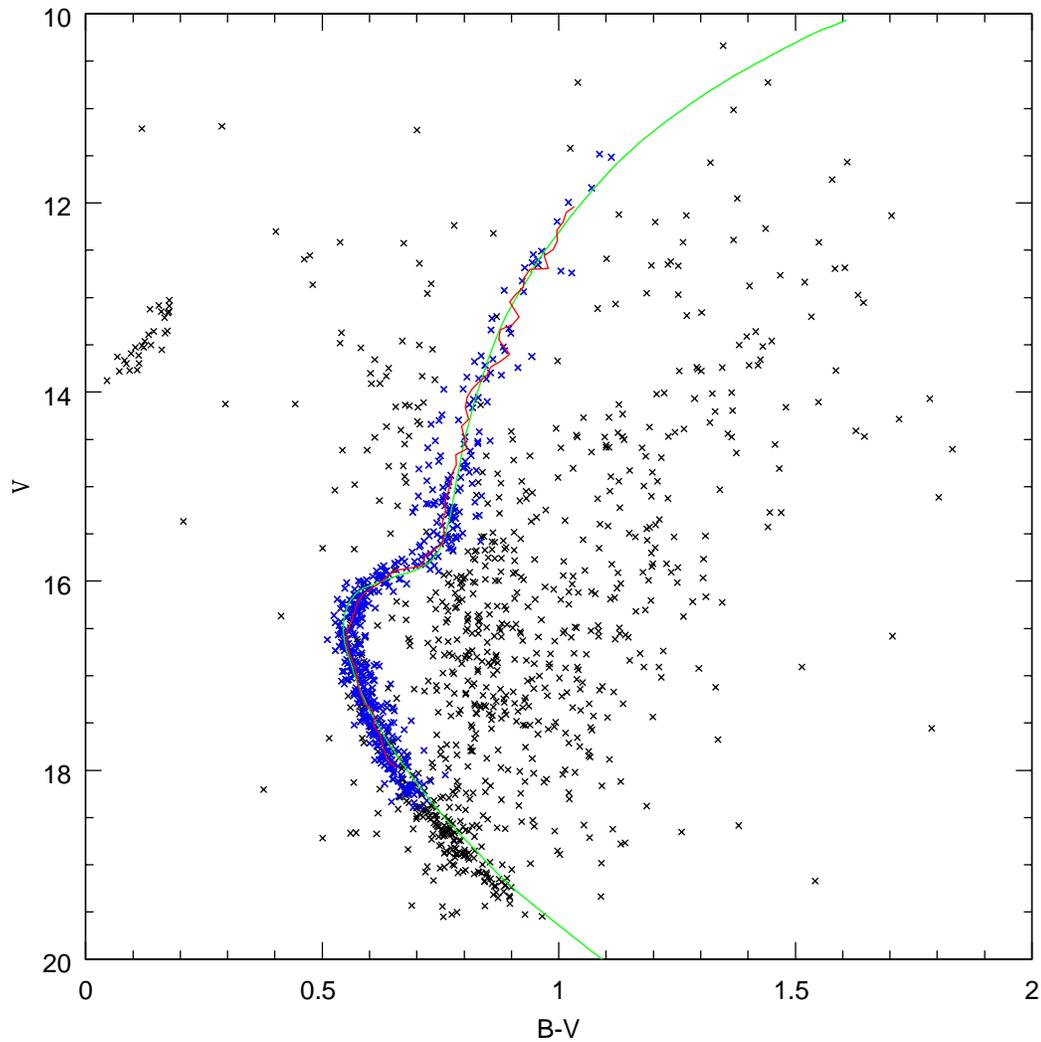


Figura 4.9: Melhores parâmetros de ajuste dos dados reduzidos por P. Stetson ao aglomerado NGC 6397, com isócronas de Dartmouth. Em vermelho a linha de tendência média e em verde o melhor ajuste: idade de $13,5 \pm 0,5$ bilhões de anos, metalicidade $[Fe/H] = -1,0 \pm 0,1$, módulo de distância (V) $12,36 \pm 0,02$ e avermelhamento $0,09 \pm 0,01$ [E(B-V)]. Em azul estão as estrelas depois de efetuada a descontaminação das estrelas de campo.

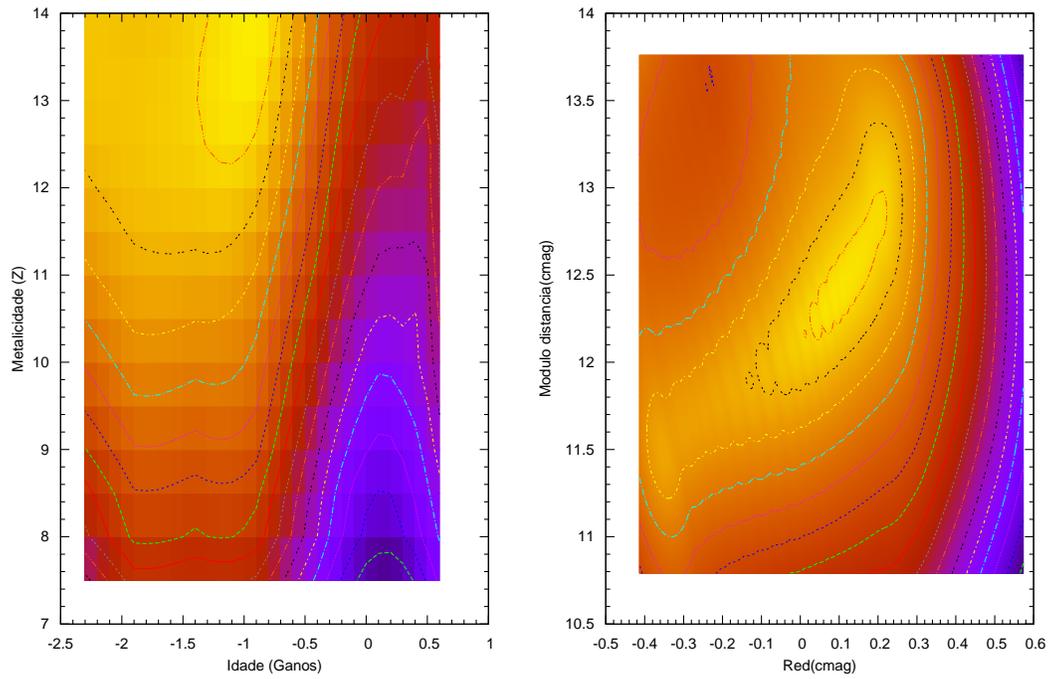


Figura 4.10: Menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Dartmouth. À esquerda em idade e metalicidade e à direita em avermelhamento e módulo de distância, para a redução de Stetson.

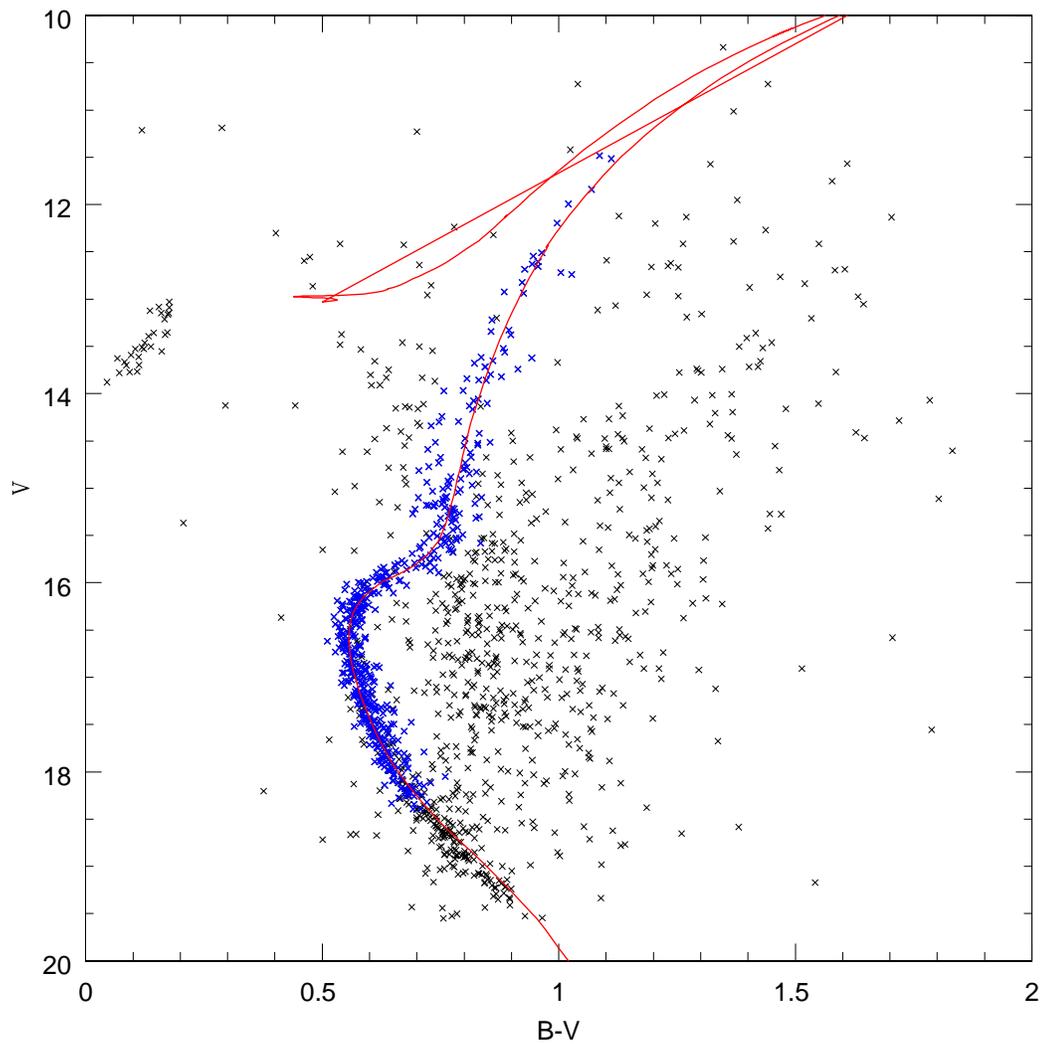


Figura 4.11: Melhores parâmetros de ajuste dos dados reduzidos por P. Stetson ao aglomerado NGC 6397, com as isócronas de Pádova: $13,5 \pm 0,5$ bilhões de anos, $Z=0,0003 \pm 0,0001$, módulo de distância (V) de $12,465 \pm 0,02$ e avermelhamento de $0,15 \pm 0,01$ [$E(B-V)$].

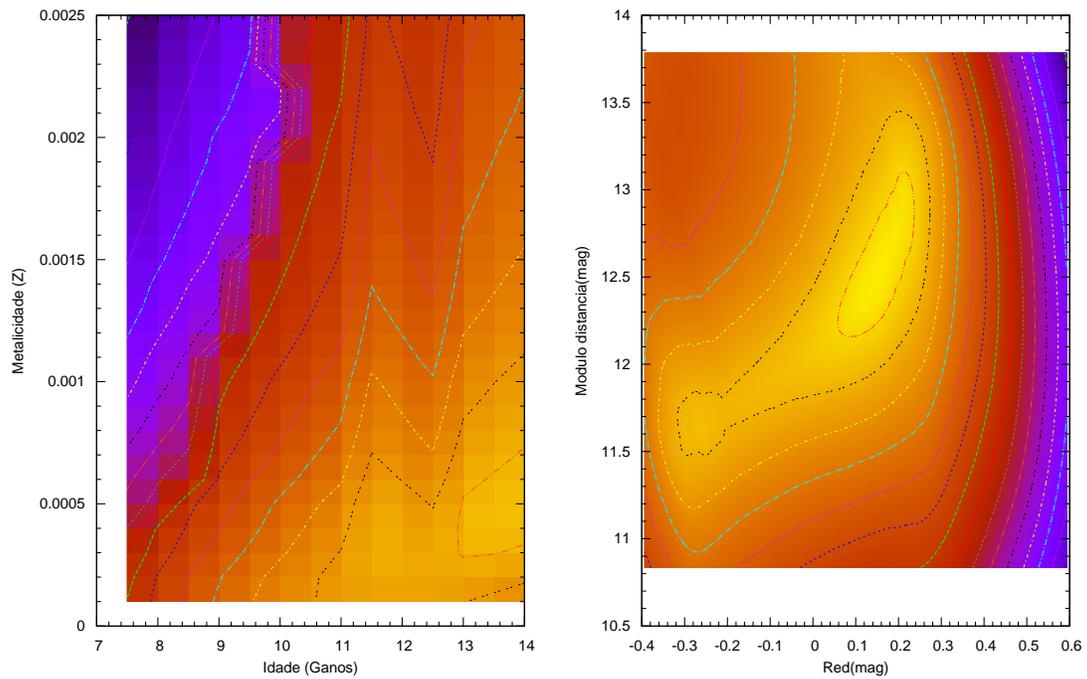


Figura 4.12: Menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Padova. À esquerda em idade e metalicidade e à direita em avermelhamento e módulo de distância, para a redução de Stetson.

4.2.3 Dados de Kaluzny

Em 6 noites de 1995 (8 e 9 de julho para as bandas B e V e mais três outras noites de julho, não especificadas no artigo) Kaluzny (1997) monitorou com o telescópio CTIO de 0,9 metros e a câmera CCD Tektronix número 6 o centro do aglomerado NGC 6397 à procura de estrelas variáveis, nos filtros B e V do sistema Johnson. Um dos resultados do artigo que saiu em 1997 foi o *CMD* do aglomerado (com incertezas não especificadas no artigo). O número de estrelas é de 9.852 e o valor do espalhamento das incertezas das magnitudes das estrelas é de 0,007 em magnitude (mínimo). A simulação recuperou os valores dos parâmetros, com incertezas indicadas na tabela 3.2 para avermelhamento e módulo de distância e para a idade e metalicidade os valores da incerteza ficaram menores do que o passo, sendo que a incerteza portanto foi igualada às diferenças da grade.

O ajuste com os dados de Kaluzny (1997) foi feito com as isócronas de Dartmouth e de Pádova. Os parâmetros dos ajustes estão indicados nas figuras 4.13 e 4.15, bem como são plotadas as linhas de tendência médias e as isócronas, juntamente com o comportamento de S^2 com a variação dos parâmetros nas figuras 4.14 e 4.16.

4.2.4 Dados de Martinazzi

Dados do aglomerado NGC 6397 foram coletados por Kepler de Souza Oliveira Filho com o telescópio VLT-ESO UT-1 nos filtros UBV em duas noites em 2009 em exposições de 1, 100, 300 e 600s, à procura de estrelas variáveis. Elizandra Martinazzi, IF, UFRGS (comunicação privada) fez a redução para os três filtros e eu fiz o ajuste multicromático (ou bicromático, nas cores U-B e B-V do sistema Johnson) dos *CMDs* do aglomerado NGC 6397, utilizando a magnitude V como eixo vertical para as duas cores. As estrelas nestas reduções foram calibradas pelas estrelas do próprio aglomerado (Stetson, 2000), como mostra a figura 4.17. As estrelas mostram boa concordância entre as estrelas-padrão do próprio aglomerado, sendo que muito poucas mostram uma diferença maior do que 0,1 magnitudes.

Para o *CMD* ajustado aos dados de Martinazzi [cor (U-B) na figura 4.18 para Dartmouth e figura 4.20 para Padova e cor (B-V) figura 4.22 para as isócronas de Dartmouth e figura 4.24 para as isócronas de Padova), os parâmetros ajustados encontram-se na tabela 4.2. Na figura 4.19 pode-se avaliar o comportamento da variância em relação aos parâmetros na cor UB e na figura 4.23 os valores de S^2 para cada parâmetro para a cor BV, ambas para as isócronas de Dartmouth. Nas figura 4.21 o comportamento da variância para a cor UB e na figura 4.25 o

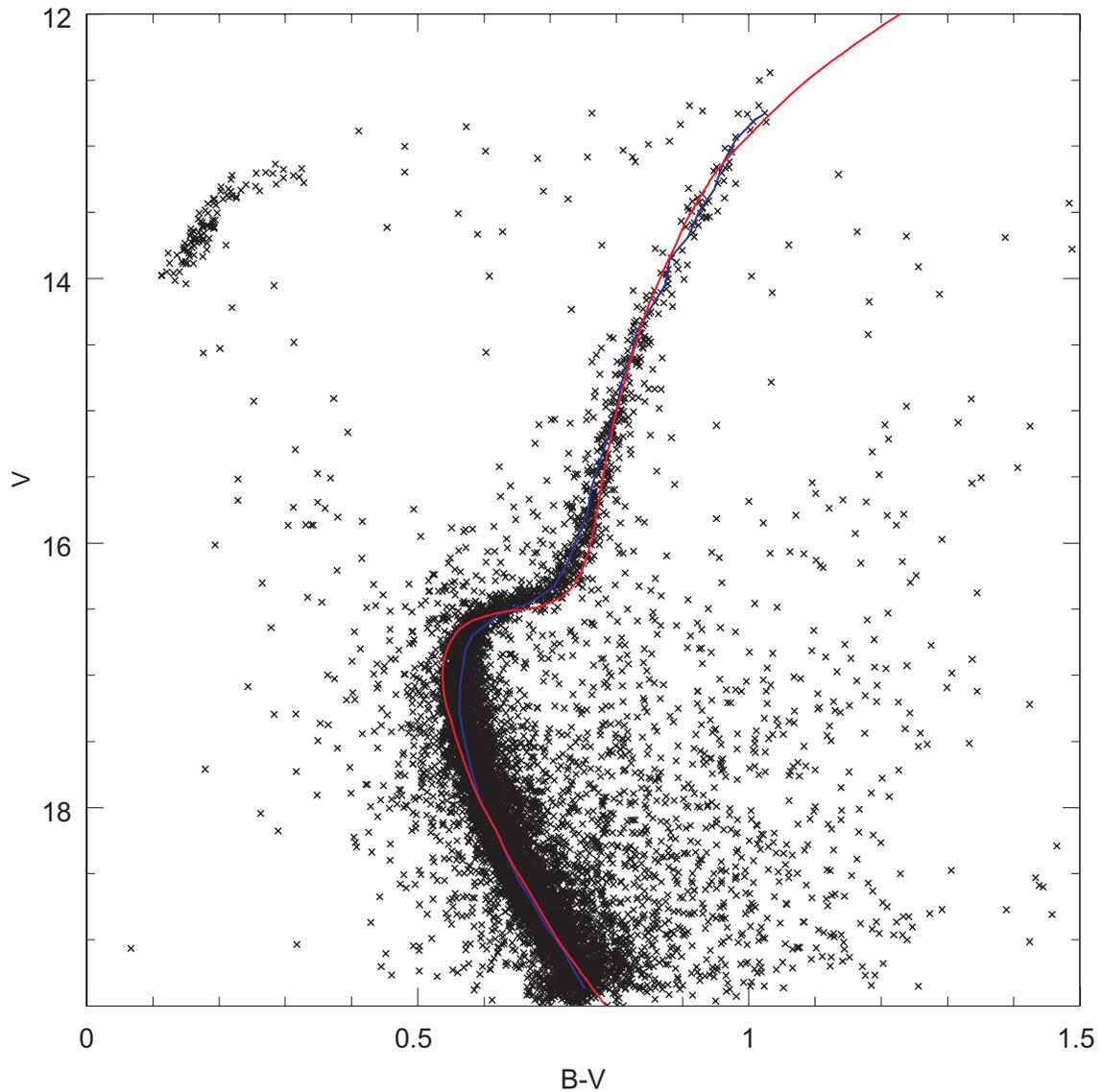


Figura 4.13: Melhores parâmetros de ajuste dos dados reduzidos por J. Kaluzny ao aglomerado NGC 6397, com isócronas de Dartmouth. Em vermelho a linha de tendência média e em azul o melhor ajuste: idade de $13,5 \pm 0,5$ bilhões de anos, metalicidade $Z = 0,00066 \pm 0,0001$, módulo de distância $12,02 \pm 0,02$ e avermelhamento $0,137 \pm 0,01 [E(B-V)]$.

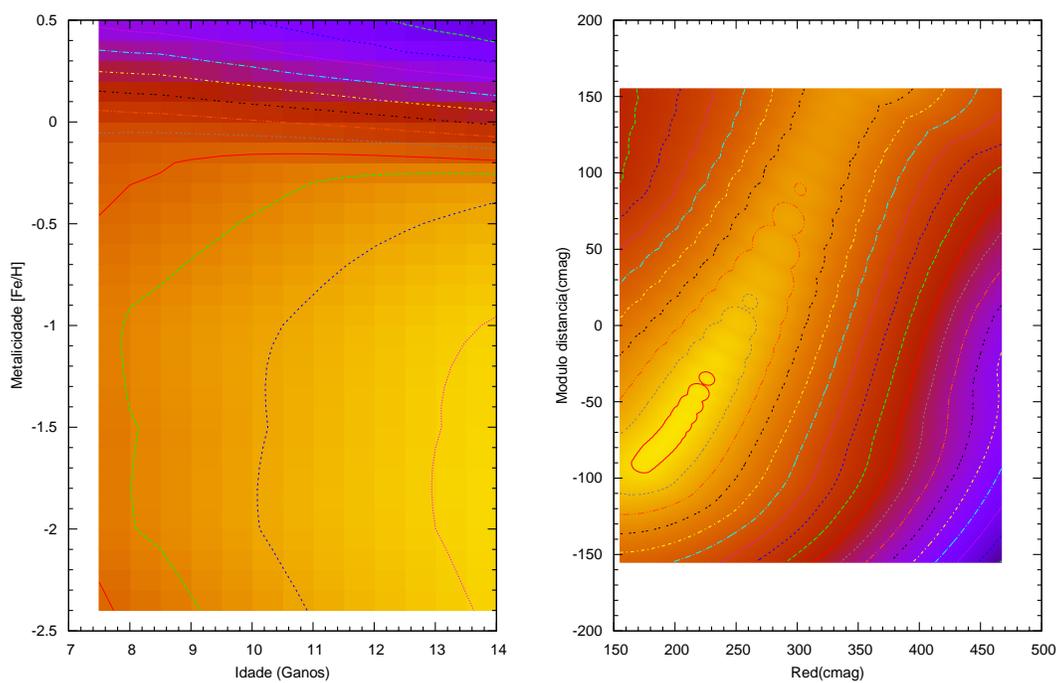


Figura 4.14: Menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste dos dados de Kaluzny 1997 com as isócronas de Dartmouth. À esquerda em idade e metalicidade e à direita em avermelhamento e módulo de distância.

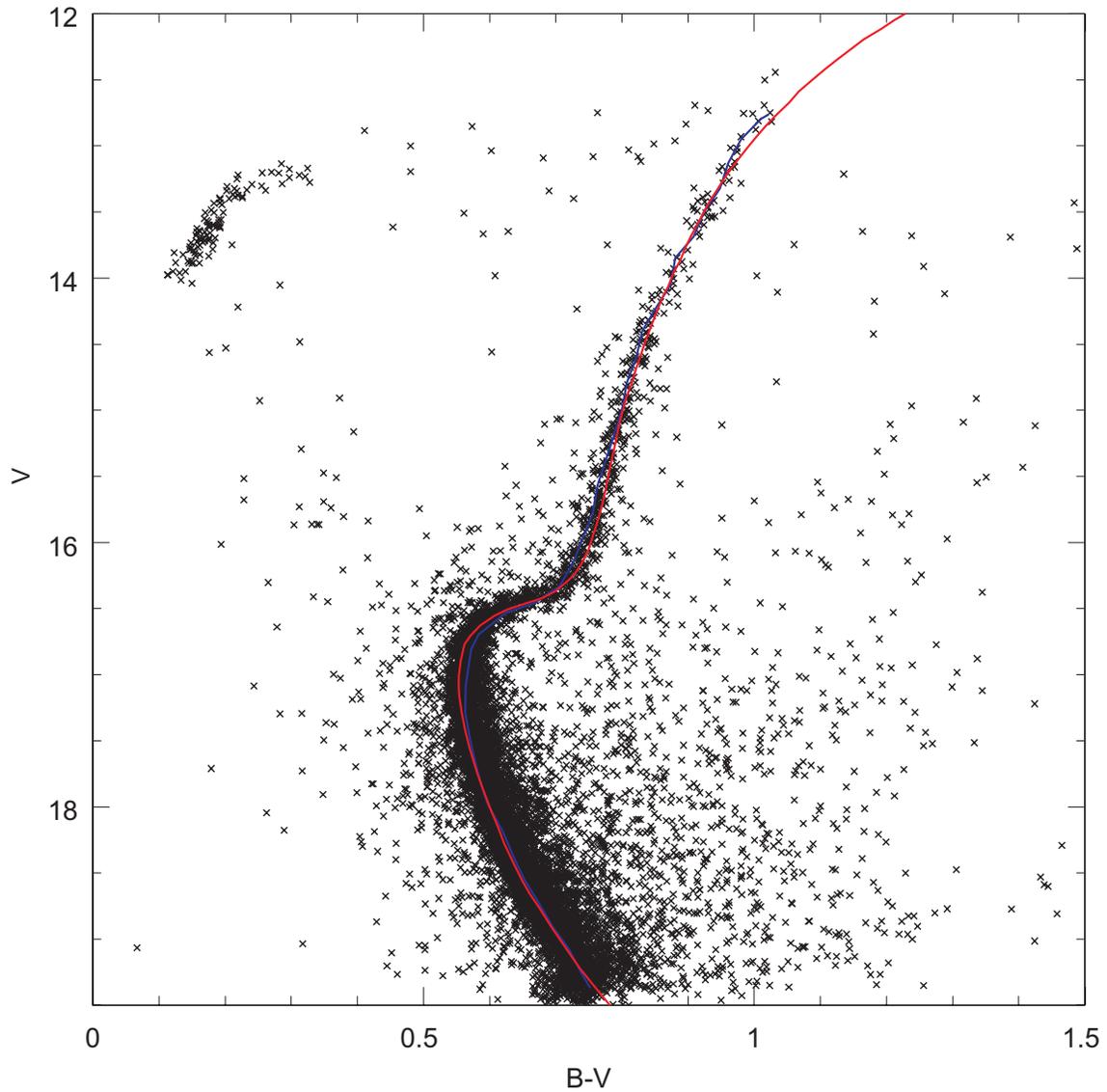


Figura 4.15: Melhores parâmetros de ajuste dos dados reduzidos por J. Kaluzny ao aglomerado NGC 6397, com as isócronas de Pádova: $13,5 \pm 0,5$ bilhões de anos, $Z=0,0003 \pm 0,0001$, módulo de distância de $12,10 \pm 0,02$ e avermelhamento de $0,159 \pm 0,01$ [E(B-V)].

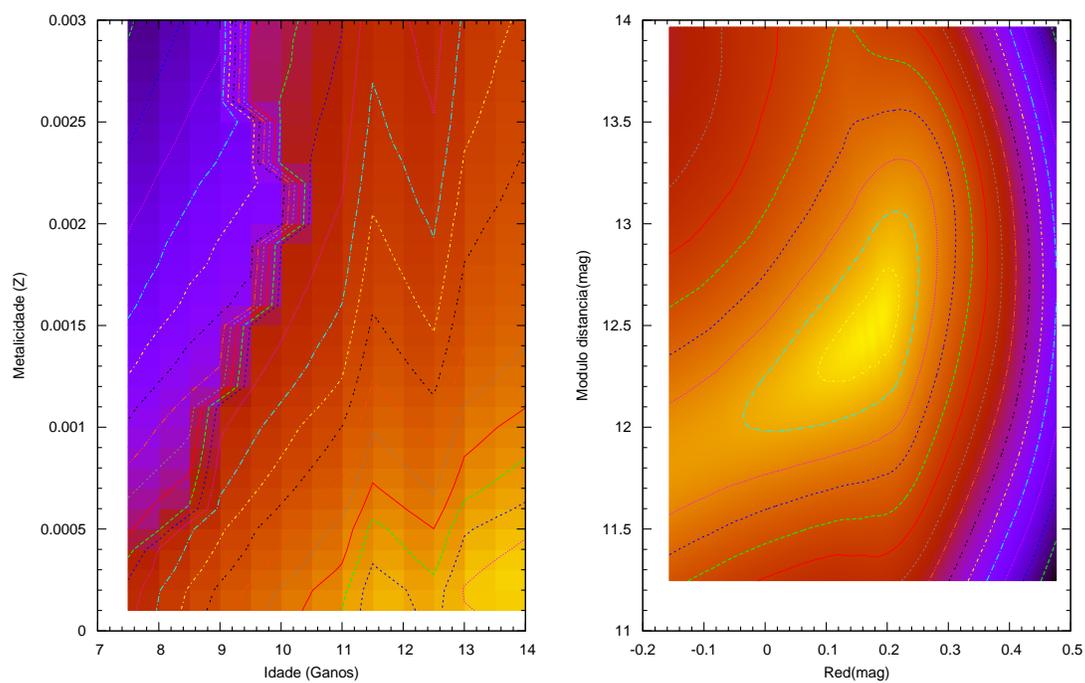


Figura 4.16: Menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Padova aos dados de Kaluzny 1997. À esquerda em idade e metalicidade e à direita em avermelhamento e módulo de distância.

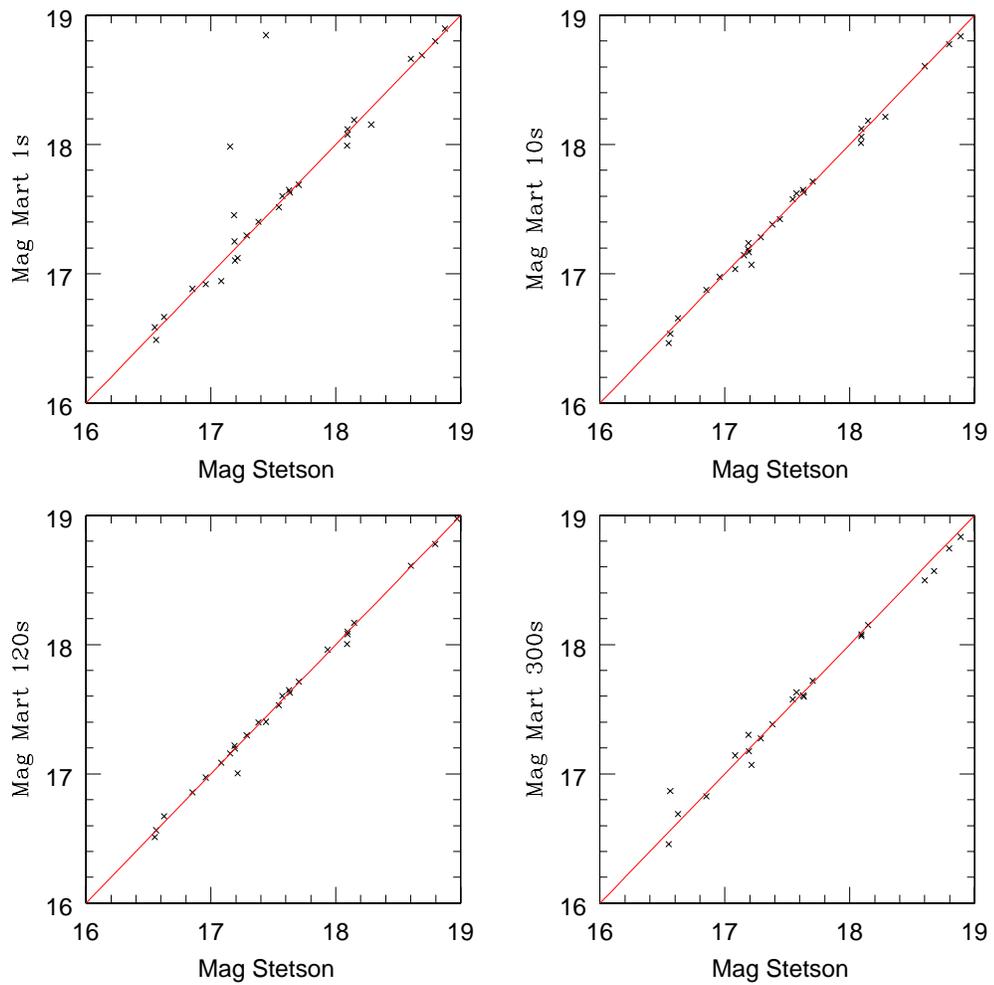


Figura 4.17: Comparação entre as estrelas reduzidas por Elizandra Martinazzi (comunicação privada), no gráfico [Mag Mart] e as estrelas do catálogo de Stetson 2000.

comportamento da variância para a cor BV, ambas para as isócronas de Padova.

Tabela 4.2: Resultados dos melhores ajustes entre os modelos de Dartmouth e Padova para os dados de Martinazzi do aglomerado NGC6397.

Coors	Modelo	Idade(Ganos)	Z($\pm 0,0001$)	Mód. distância	E(cor)	S mma
U-B	Dartmouth	$13,5 \pm 0,5$	0,0001	$11,93 \pm 0,02$	$0,12 \pm 0,01$	6,4
U-B	Padova	$13,0 \pm 0,5$	0,0003	$12,13 \pm 0,02$	$0,05 \pm 0,01$	7,0
B-V	Dartmouth	$13,5 \pm 0,5$	0,0017	$12,03 \pm 0,02$	$0,08 \pm 0,01$	8,1
B-V	Padova	$13,5 \pm 0,5$	0,0006	$11,92 \pm 0,02$	$0,13 \pm 0,01$	9,0

Os dados individuais são apresentados na tabela 4.3. Nota-se a convergência em idade acima do valor esperado (maior do que 12,7 bilhões de anos, pois a Galáxia se formou cerca de 1 bilhão de anos depois do Big Bang) e a divergência em metalicidade e módulo de distância.

4.3 Unificação das reduções

Devido à divergência de valores de parâmetros ajustados e da possível presença de erros sistemáticos intrínsecos aos dados e/ou modelos, executei a soma de todas as variâncias para as reduções, tomando cada cor com peso igual. Para tanto, foram somados os resultados de variância S^2 de todas as reduções e cores: (U-B) de Martinazzi (peso igual a 1) com (B-V) de Martinazzi, Kaluzny e Stetson (estas com peso igual a $\frac{1}{3}$ para não dar mais valor a uma única cor, juntamente com (F606W-F814W) de Richer (peso igual a 1), utilizando as transformações de filtros citadas no Capítulo 2.

Ao final da comparação, como os arquivos com a comparação geométrica de módulo de distância+extinção e avermelhamento não possuíam as mesmas medidas em todas as reduções e cores, fiz uma grade padronizada, interpolando os valores para cada grade, bidimensionalmente. Após isso, somei os valores de S^2 para todas as grades. O comportamento do valor de S^2 pode ser avaliado na figura 4.26.

4.4 Conclusões

Ainda para comparação com os dados do aglomerado globular NGC 6397 havia disponível os dados reduzidos de aglomerados globulares por mim da *WFPC2/HST* não puderam ser utilizados mesmo com cerca de 14.000 estrelas mas com espalha-

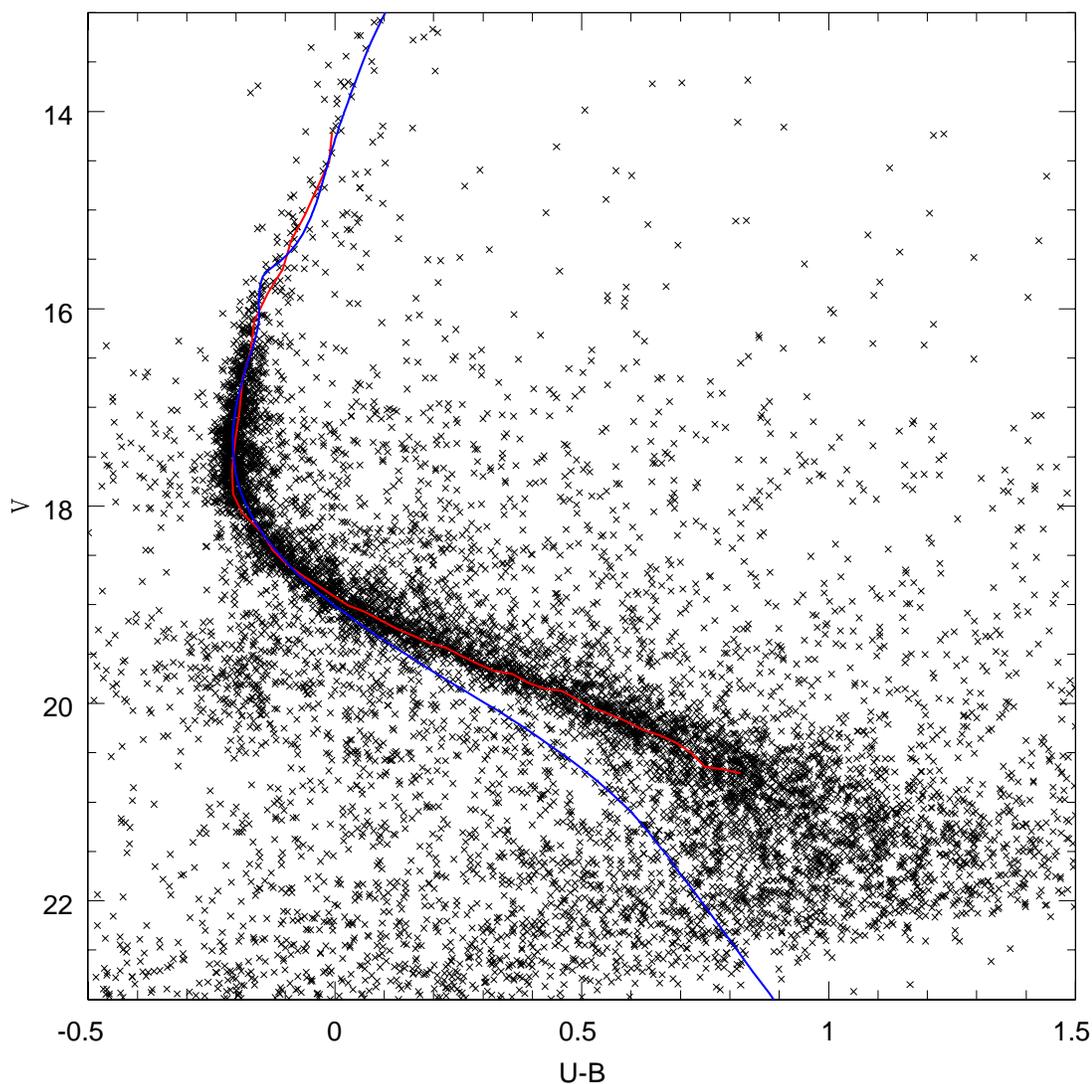


Figura 4.18: Melhores parâmetros de ajuste dos dados reduzidos por E. Martinazzi do aglomerado NGC 6397 [$V \times (U-B)$], com as isócronas de Dartmouth: $13,5 \pm 0,5$ bilhões de anos, $Z=0,0001 \pm 0,0001$, módulo de distância de $11,93 \pm 0,02$ e avermelhamento de $0,12 \pm 0,01$ [$E(U-B)$]. Em azul a isócrona e em vermelho a linha de tendência média. Pode-se notar a grande divergência entre a linha de tendência média e a isócrona de melhor ajuste na baixa sequência principal, devido a problemas com os modelos na determinação da magnitude destas estrelas. Este problema se repete nos diagramas seguintes, bem como nos anteriores, caracterizando uma digressão entre os dados e modelos.

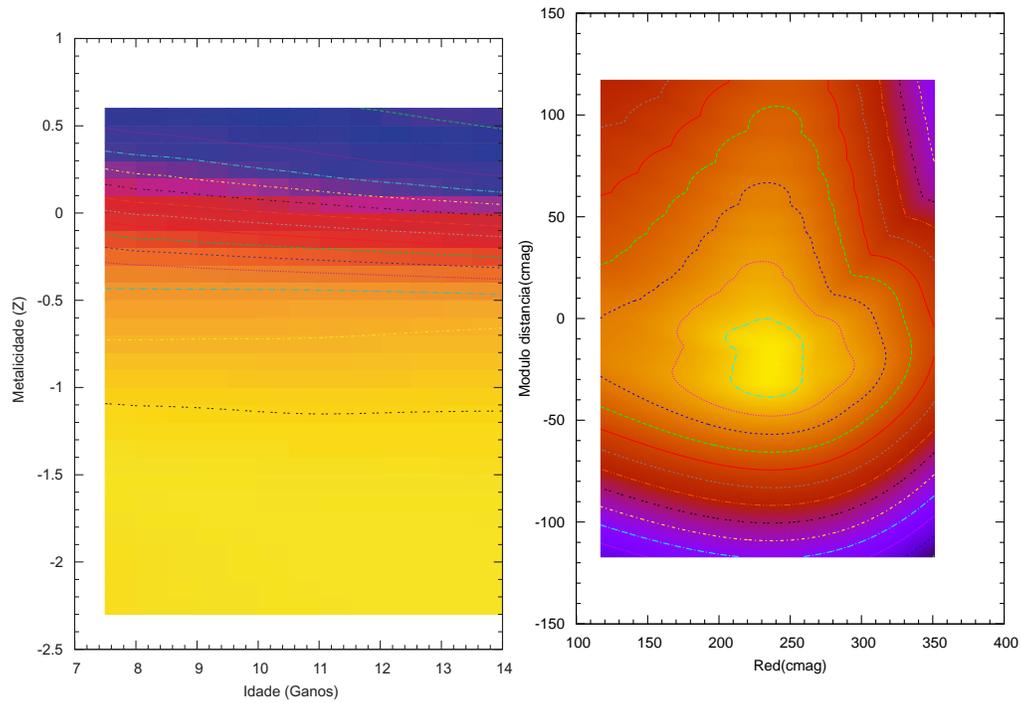


Figura 4.19: Menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Dartmouth, utilizando os dados de Martinazzi na cor (U-B). À esquerda em idade e metalicidade e à direita em avermelhamento e módulo de distância.

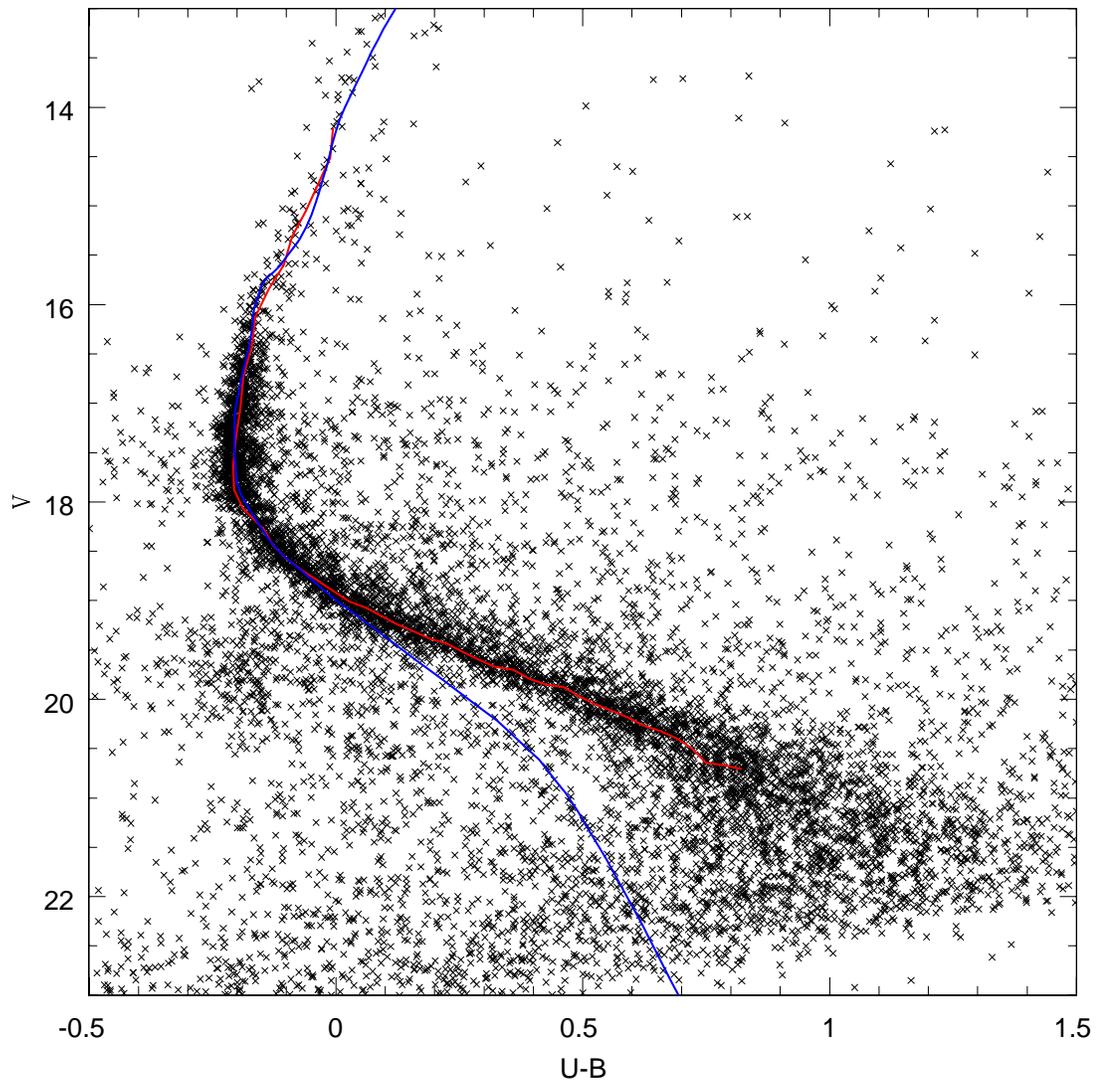


Figura 4.20: Melhores parâmetros de ajuste dos dados reduzidos por E. Martinazzi do aglomerado NGC 6397 (V x $(U-B)$), com as isócronas de Padova: $13,0 \pm 0,5$ bilhões de anos, $Z=0,00030 \pm 0,0001$, módulo de distância (V) de $12,13 \pm 0,02$ e avermelhamento de $0,05 \pm 0,01$ [$E(U-B)$]. Em azul a isócrona e em vermelho a linha de tendência média.

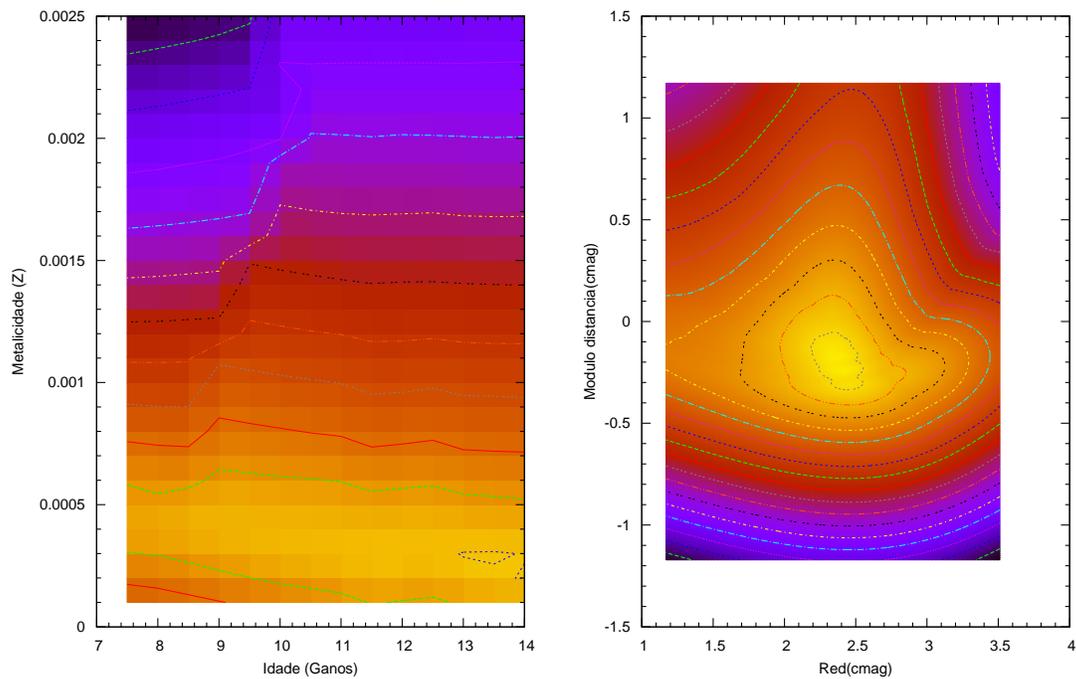


Figura 4.21: Menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Padova, utilizando os dados de Martinazzi na cor (U-B). À esquerda em idade e metalicidade e à direita em avermelhamento e módulo de distância.

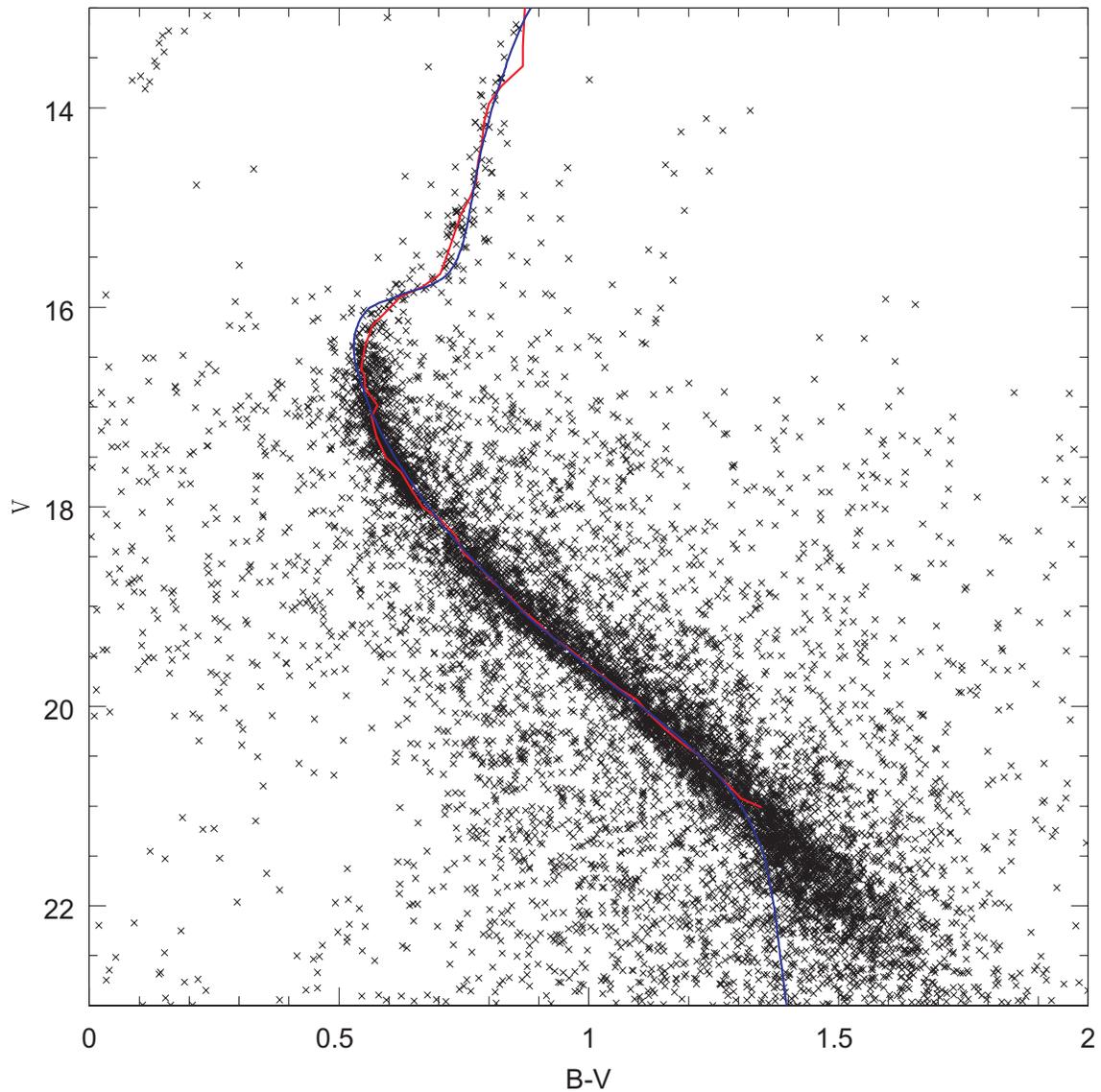


Figura 4.22: Melhores parâmetros de ajuste dos dados reduzidos por E. Martinazzi ao aglomerado NGC 6397 [V x (B-V)], com as isócronas de Dartmouth: $13,5 \pm 0,5$ bilhões de anos, $Z=0,0017$, módulo de distância de $12,03 \pm 0,02$ e avermelhamento de $0,08 \pm 0,01$ [E(B-V)]. Em azul a isócrona e em vermelho a linha de tendência média.

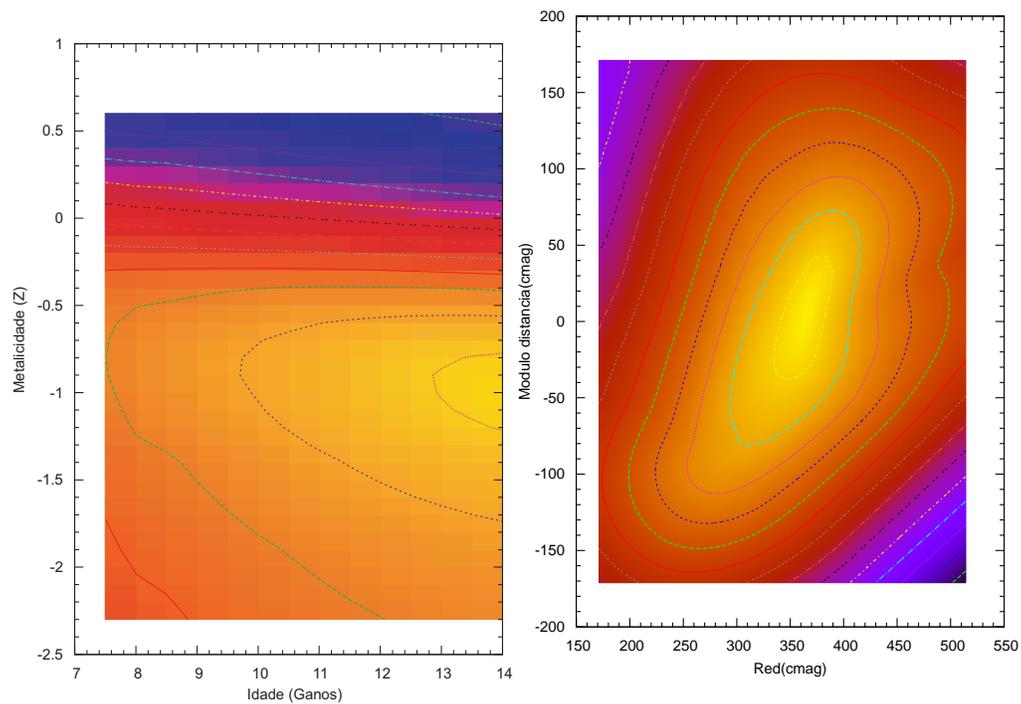


Figura 4.23: Menores valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Dartmouth, utilizando os dados de Martinazzi na cor (B-V). À esquerda em idade e metalicidade e à direita em avermelhamento e módulo de distância.

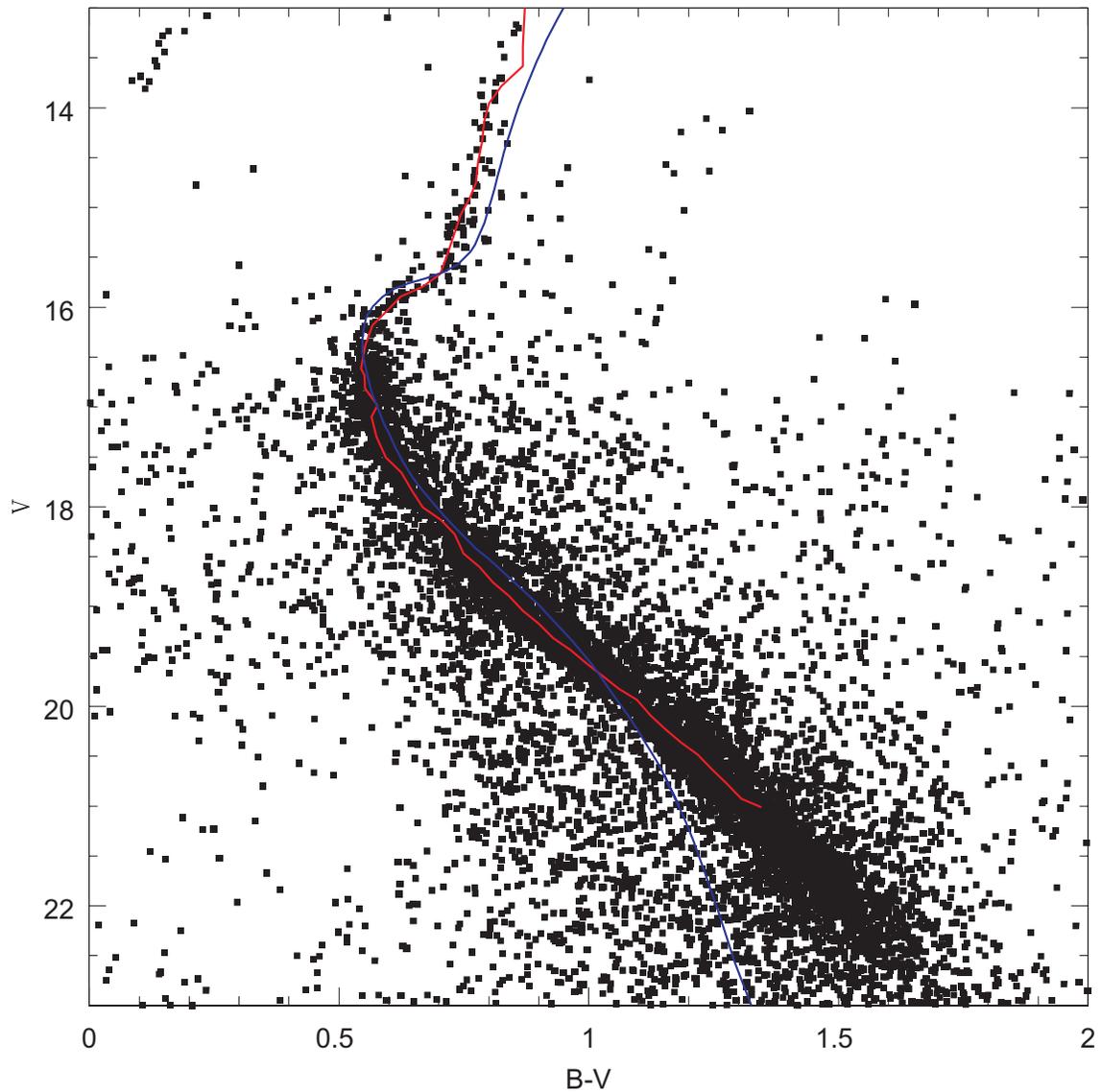


Figura 4.24: Melhores parâmetros de ajuste dos dados reduzidos por E. Martinazzi ao aglomerado NGC 6397 [V x (B-V)], com as isócronas de Padova: $13,5 \pm 0,5$ bilhões de anos, $Z=0,0006 \pm 0,0001$, módulo de distância de $11,92 \pm 0,02$ e avermelhamento de $0,130 \pm 0,01$ [E(B-V)]. Em azul a isócrona e em vermelho a linha de tendência média.

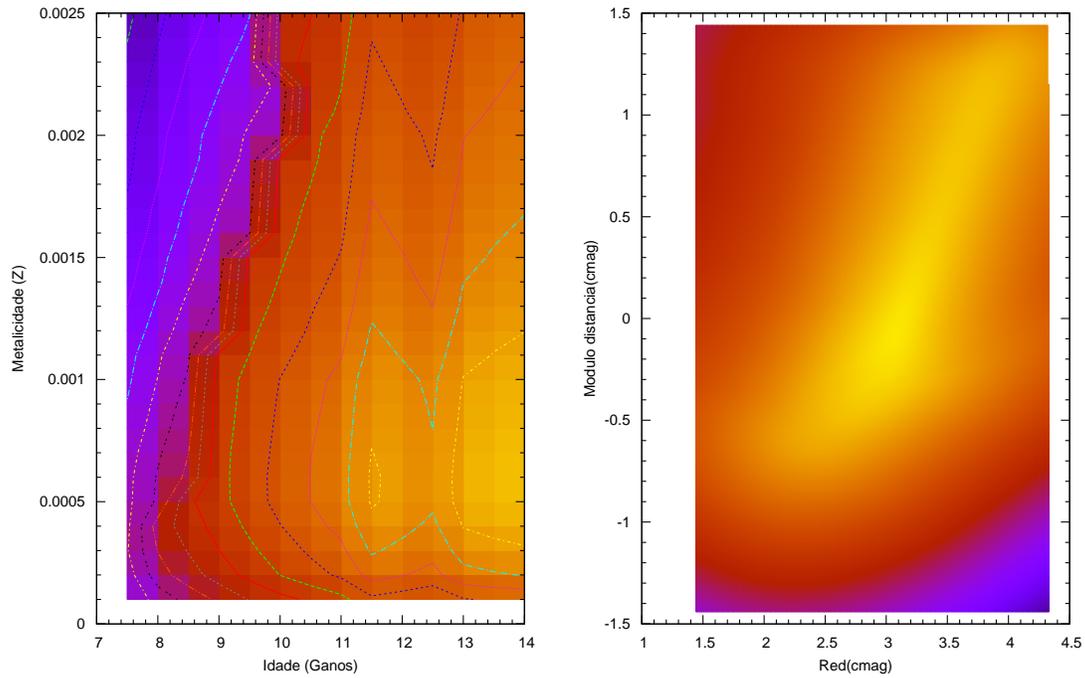


Figura 4.25: Valores da dispersão (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Padova, utilizando os dados de Martinazzi, na cor (B-V). À esquerda em idade e metalicidade e à direita em avermelhamento e módulo de distância.

Tabela 4.3: Resultados dos melhores ajustes entre os modelos de Dartmouth e Padova para dois conjuntos de dados do aglomerado NGC6397. As colunas são (1) o modelo avaliado, (2) a idade de melhor ajuste do modelo, (3) a metalicidade (quantidade de elementos mais pesados que o Hélio, avaliado em massa), (4) o módulo de distância na magnitude indicada, (5) o avermelhamento (E) e (6) o valor de S do ajuste em unidades de milimagnitude. Os primeiros dados de Martinazzi referem-se ao ajuste em (U-B), enquanto o restante à cor (B-V). As incertezas dos ajustes provém da simulação com *CMDs* sintéticos.

Modelo da isócrona	Idade (Ganos)	Z	Módulo distância	E(F606W -F814W)	S <i>mma</i>
Richer					
Dartmouth	$13,5 \pm 0,5$	$0,00054 \pm 0,00001$	$12,10 \pm 0,01$	$0,175 \pm 0,002$	2,48
Padova	$13,5 \pm 0,5$	$0,00100 \pm 0,00001$	$12,12 \pm 0,01$	$0,165 \pm 0,002$	3,41
Stetson					
Dartmouth	$13,5 \pm 0,5$	$0,002 \pm 0,00001$	$12,09 \pm 0,025$	$0,090 \pm 0,003$	10,9
Padova	$13,5 \pm 0,5$	$0,00100 \pm 0,00001$	$12,01 \pm 0,003$	$0,147 \pm 0,002$	9,4
Kaluzny					
Modelo da isócrona	Idade (Ganos)	Z	Módulo distância	E (B-V)	S <i>mma</i>
Dartmouth	$13,5 \pm 0,5$	$0,00066 \pm 0,00001$	$12,02 \pm 0,03$	$0,137 \pm 0,007$	12,0
Padova	$13,5 \pm 0,5$	$0,00030 \pm 0,00001$	$12,10 \pm 0,007$	$0,159 \pm 0,007$	8,3
Martinazzi (ajustes separados)					
Modelo da isócrona	Idade (Ganos)	Z	Módulo distância	E(B-V)	S <i>mma</i>
Dartmouth	$13,5 \pm 0,5$	$0,0001 \pm 0,00001$	$11,93 \pm 0,038$	$0,12 \pm 0,010$	6,42
Padova	$13,0 \pm 0,5$	$0,0003 \pm 0,00001$	$12,13 \pm 0,038$	$0,05 \pm 0,010$	6,96
Dartmouth	$13,5 \pm 0,5$	$0,0017 \pm 0,00001$	$12,03 \pm 0,030$	$0,08 \pm 0,007$	8,07
Padova	$13,5 \pm 0,5$	$0,0006 \pm 0,00001$	$11,92 \pm 0,030$	$0,13 \pm 0,007$	8,97
Martinazzi (ajustes agrupados)					
Modelo da isócrona	Idade (Ganos)	Z	Módulo distância	E(B-V)	S <i>mma</i>
Dartmouth	$13,5 \pm 0,5$	$0,00011 \pm 0,00001$	$11,94 \pm 0,024$	$0,173 \pm 0,009$	7,29
Padova	$13,5 \pm 0,5$	$0,00020 \pm 0,00001$	$11,87 \pm 0,024$	$0,147 \pm 0,009$	12,7

Tabela 4.4: Resultados dos melhores ajustes entre os modelos de Dartmouth e Padova para os conjuntos de dados do aglomerado NGC6397, com um intervalo de confiança de 95%. O módulo de distância aqui citado é o módulo de distância corrigido pela extinção. As incertezas foram reduzidas devido ao uso de quatro conjuntos de dados independentes. Os valores de S^2 foram normalizados pelas cores, de forma que cada cor tenha um peso igual.

Parâmetro	Valor	Incerteza	Unidade
Idade	12,0	$\pm 0,5$	Bilhões de anos
Metalicidade	-1,80	$\pm 0,25$	[Fe/H]
Módulo de distância	12,04	$\pm 0,02$	Magnitude corrigida pela extinção
Avermelhamento	0,12	$\pm 0,01$	Cor (B-V)

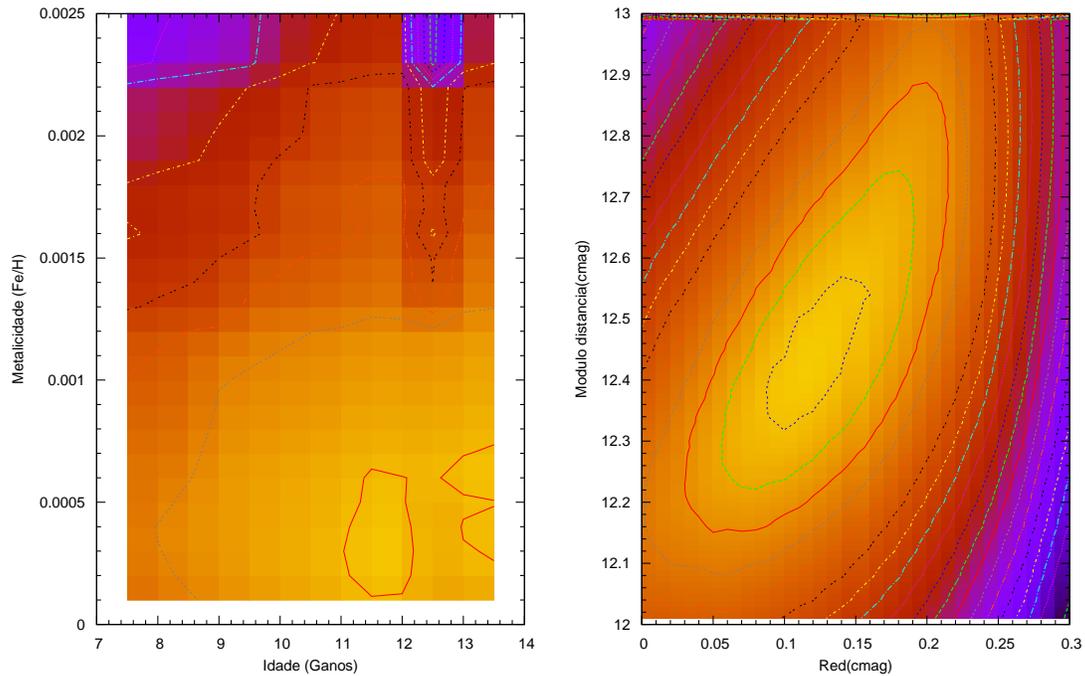


Figura 4.26: S^2 em função da idade e da metalicidade e em função do avermelhamento e módulo de distância para todos os ajustes e isócronas de Dartmouth e Padova.

mento fotométrico da ordem de 0,05 (filtros disponíveis nas imagens F170W, F255W, F336W, F555W), impossibilitando a recuperação pelo teste de simulação.

Uma das conclusões importantes é que os dados tiveram que ser limitados na magnitude que constituiu o eixo vertical dos *CMDs* (*V* para Kaluzny e Martinazzi, F814W para Richer). Para a baixa sequência principal, os modelos teóricos têm grande desvio da linha média dos dados das isócronas, como reconhecido por outros autores (Hansen et al., 2013), pela falta de cálculo de muitas opacidades moleculares presentes nos espectros das estrelas, modificando as cores. Este é um parâmetro livre no meu programa e para alguns valores (como quando a baixa sequência é inserida) os menores valores de S^2 indicam parâmetros completamente diferentes daqueles da literatura (principalmente a idade aumenta ainda mais).

Um dado importante para a relação entre $E(U - B)$ e $E(B - V)$ (que depende da comparação dos grãos da poeira interestelar) foi que, ao fazer a relação entre a soma dos valores de S^2 para os dados ajustados em $U - B$ e $B - V$, foi dado um certo grau de liberdade para que esta razão [a relação entre $E(U - B)$ e $E(B - V)$] variasse entre 0,6 e 0,8. O resultado das somas com menor valor de S^2 variou apenas no intervalo de 0,65 e 0,66. Isso demonstrou uma diferença do valor padronizado, uma possível indicação de um diferente tipo de poeira naquela direção da Galáxia.

Para os dados cedidos por Richer, a diferença entre o valor de S^2 nos melhores ajustes dos dois modelos de isócronas (entre o intervalo maior de magnitudes e o menor) provocou uma diferença em uma ordem de grandeza (10 vezes) para as isócronas de Padova e em torno de 50% para as isócronas de Dartmouth. Sob este ponto de vista, pode-se afirmar que os modelos das estrelas da baixa sequência principal (de tipo espectral M ou final da K) são mais críticos para as isócronas de Padova do que de Dartmouth, embora apresentem dessemelhanças com a realidade em ambas. Os resultados são congruentes entre si, apresentando, no entanto, um espalhamento maior para os modelos de Padova nos filtros do Hubble e nos modelos de Dartmouth para os filtros do sistema Johnson, como atesta a comparação entre a metalicidade para os dados de Richer ($Z=0,00054$) com os dados de Kaluzny ($Z=0,00066$). Isso é coerente, pois os modelos de Dartmouth são otimizados para os filtros do HST e os de Padova são otimizados para o sistema Johnson.

Para os dados de solo de Kaluzny (e portanto, no sistema Johnson) as diferenças entre idades e metalicidades não foram tão acentuadas: as isócronas concordam em idade e a metalicidade variou entre $Z=0,0003$ (Padova) e $Z=0,0007$ (Dartmouth). O módulo de distância variou dentro de 0,01 (o tamanho do passo), como mostra a tabela 4.3.

Um dado importante em relação aos valores de S^2 é que estes, dentre os 200.000 menores, ficaram com um intervalo de S aproximadamente de 1 ordem de grandeza ($S_{max} \cong 12S_{min}$).

Os valores reunidos apresentam uma certa surpresa ao se comparar dados com altas idades e ter como produto uma idade menor, após a soma normalizada das cores. Porém a idade é apenas *um* parâmetro que pode parecer ter um peso maior do que outros (ou que pode parecer estar evidentemente errado). No entanto, quando trabalhei com o resgate dos valores das simulações, quando o espalhamento atingia certos valores, a idade aumentava além do valor estabelecido e outro parâmetro (como o módulo de distância ou o avermelhamento) diminuía sensivelmente. Essa pode não ser a resposta para o problema, mas possui seu valor heurístico. Pode-se fazer uma comparação com o que acontece com a dupla idade-metalicidade nesta comparação para o NGC 6397: ao se comparar variâncias pequenas para metalicidades diferentes, os menores valores acabaram diminuindo a idade. A comparação com os outros valores dos parâmetros com a literatura, como o catálogo de Harris [Fe/H] = -2,02, $E(B - V)$ = 0,18, $(m - M)_V$ = 12,37 foi de grande concordância.

Qual o motivo da diferença entre as conclusões parciais (dos parâmetros de cada redução) e a conclusão geral? Atribuo aos erros sistemáticos em cada redução de dados ou às transformações dos modelos teóricos em cores (em um ou ambos os filtros). Este erro intrínseco aos métodos de redução e tratamento dos dados não aparecem nos resultados das reduções. Em suma, são omitidos na maioria dos resultados finais (veja que a tabela 4.1 apresenta apenas um valor que apresenta estas incertezas). Por outro lado, pode-se atribuir a diferença à falta de coesão ainda dos modelos com os resultados empíricos.

A primeira pergunta a que me propus responder é a de qual modelo de isócronas melhor se ajusta aos dados, ou seja, qual conjunto de parâmetros possui uma menor dispersão em relação aos dados observacionais. Estes valores foram definidos e estão na tabela 4.4. O resultado final da soma entre Dartmouth e Padova concorda com o valor já indicado pelas isócronas de Dartmouth, como se pode ver na tabela 4.5. No entanto, apenas uma redução ou mesmo várias reduções, mas em apenas uma cor (ou mesmo apenas duas, como mostram os dados de Martinazzi na tabela 4.3) não são suficientes para uma boa determinação dos parâmetros do aglomerado. A figura 4.27 apresenta os dois valores da variância para cada um dos dois modelos teóricos. Pode-se notar que há para Dartmouth um mínimo global, enquanto que para as isócronas de Padova forma-se um mínimo global em 13,5 bilhões de anos e um mínimo local em 12 bilhões de anos. Levando em conta estes fatores, uma

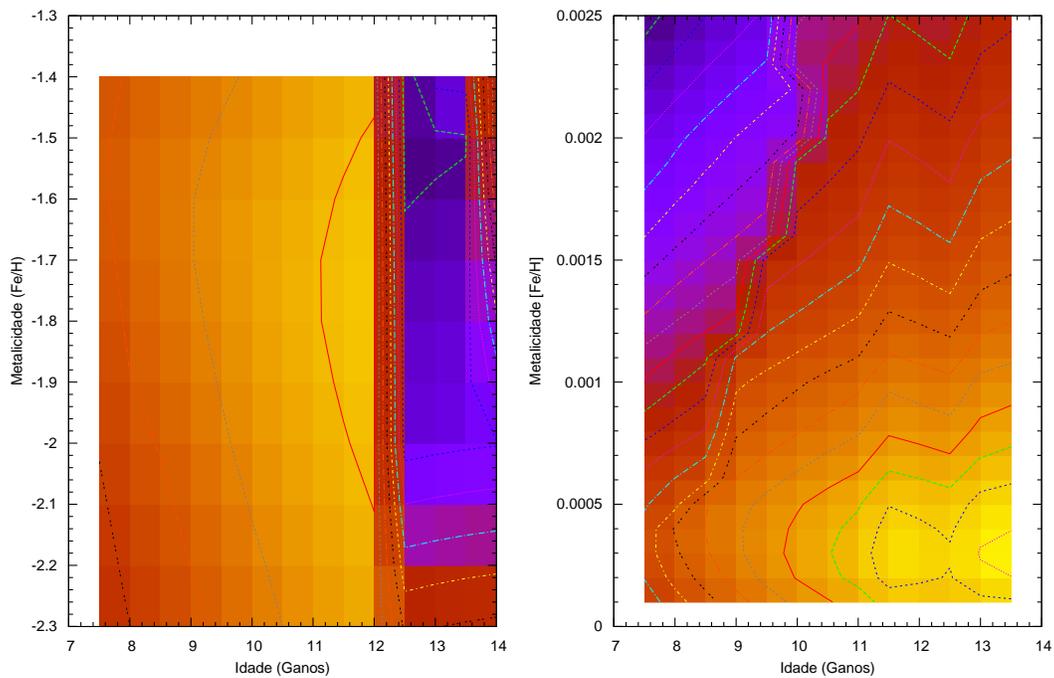


Figura 4.27: Menores valores da variância (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Dartmouth à esquerda e Pádova à direita para os valores de idade e metalicidade. Pode-se observar que com as isócronas de Pádova cria-se um mínimo local para 12 bilhões de anos, embora o mínimo absoluto seja de 13,5 bilhões de anos. Nas isócronas de Dartmouth o valor de S^2 é um único mínimo global de 12 bilhões de anos.

redução com mais de uma cor é imprescindível para se chegar aos parâmetros de um aglomerado com boa precisão. Isso indica uma fragilidade dos modelos, seja de fundo teórico ou computacional, já que com um único *CMD* os resultados dos parâmetros não concordam com o modelo evolutivo e com a determinação de idade do Universo.

Tabela 4.5: Resultados dos melhores ajustes entre os modelos de Dartmouth e Padova para os conjuntos de dados do aglomerado NGC6397, normalizados pelas cores.

Modelo	Idade (Ganos)	Metalicidade[Fe/H]	$S(mmag)$
Dartmouth	12,0	-1,80	0,097
Padova	13,5	-1,80	0,086

A segunda pergunta a ser respondida é em relação aos parâmetros do aglomerado. Eles estão listados na tabela 4.4. A metalicidade concorda razoavelmente com o valor espectroscópico e a idade está dentro do esperado para a evolução do Universo. As incertezas também estão inseridas na tabela 4.4.

O valor de distância r a partir do módulo de distância ($m - M$) pode ser deduzido utilizando a equação:

$$r = 10^{\frac{m-M}{5}+1}$$

e para o valor final $(m - M) = 12,04 \pm 0,17$ (assumindo o valor de $R_V = 3,1 \pm 1,0$) chega-se à distância de $2,56 \pm 0,08$ kpc, utilizando a propagação de erros. A distância para o aglomerado mais próximo (M4) do Sol informado no catálogo de Harris é de 2,2 kpc, sem indicação de incerteza. Comparando estes dois valores chega-se à conclusão que o aglomerado globular NGC 6397 é de fato o segundo aglomerado globular mais próximo do sistema solar. A massa do *MSTO* para o aglomerado é de $0,79M_{\odot}$, deduzida pelas isócronas de Dartmouth.

Na resposta sobre como estão os modelos, pode-se afirmar que os modelos são ainda imprecisos para se utilizar poucas reduções e cores e ter grande precisão na idade. Os outros parâmetros apresentaram variação para os ajustes, variando em metalicidade [Fe/H] de -2,2 a -1,2, com módulo de distância variando de 11,87 a 12,13 e avermelhamento de 0,05 a 0,17.

Sobre o limite de precisão para a identificação da isócrona geradora das estrelas do aglomerado, ou o limite observacional para o resgate dos dados, obtive surpresas com os dados. Inicialmente havia dado um valor alto no número de estrelas para a possibilidade de resgate. Posteriormente este limite foi sendo reduzido, e atualmente

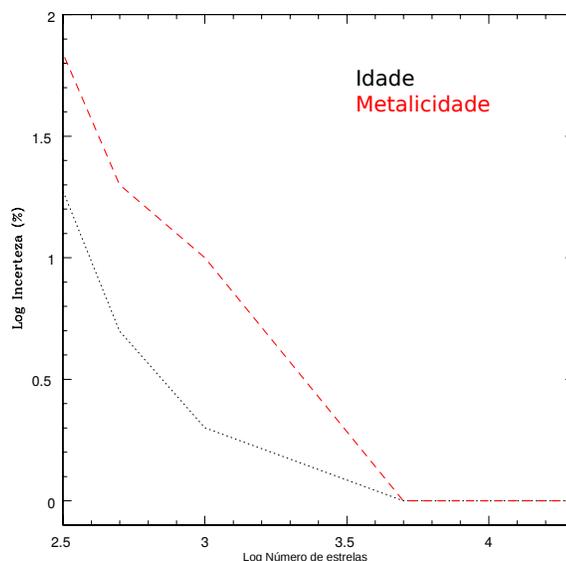


Figura 4.28: Incertezas para a idade e metalicidade para uma amostra de N estrelas com incerteza de 0,02 magnitudes. Em vermelho tracejado a incerteza em metalicidade e em preto pontilhado a incerteza em idade. Como é esperado, ambas as incertezas aumentam com a diminuição do número de estrelas.

algumas simulações mostraram que a incerteza é um fator mais importante do que o número de estrelas. Utilizando um valor de incerteza constante de 0,02 magnitudes, a figura 4.28 ilustra a incerteza em idade e metalicidade em relação ao número de estrelas da amostra (estrelas que pertencem ao aglomerado e que se situam no intervalo de magnitudes do *CMD* correspondente). Utilizei simulações com 1000 estrelas, alcançando uma incerteza em idade de 2% e 10% em metalicidade. Para 500 estrelas, a incerteza aumenta para 5% em idade e 20% em metalicidade. Uma última simulação de 300 estrelas mostra um aumento na incerteza de 22% para a idade e de 80% para a metalicidade. Uma perspectiva que assim se desenha é a aplicação para aglomerados abertos (não embebidos), onde o número de estrelas é bem menor do que para os aglomerados globulares.

Por último, apresento na figura 4.29 os *CMDs* com as isócronas de melhor ajuste, de Padova e Dartmouth. Na parte superior concentrei os diagramas em $V \times (B-V)$ e na parte inferior os diagramas nas cores restantes. Pode-se avaliar que, embora nos filtros centrados em comprimentos de onda mais curtos sejam mais afetados pela extinção interestelar, os *CMDs* que utilizam estes filtros são mais fiéis do que os que utilizam filtros com comprimento de onda maiores. O infravermelho, como se pode notar também pelas propriedades das estrelas da baixa sequência principal (que emitem mais nestes comprimentos de onda) ainda é pouco explicado pelos modelos teóricos. Este resultado já era de conhecimento de alguns autores, como o trabalho

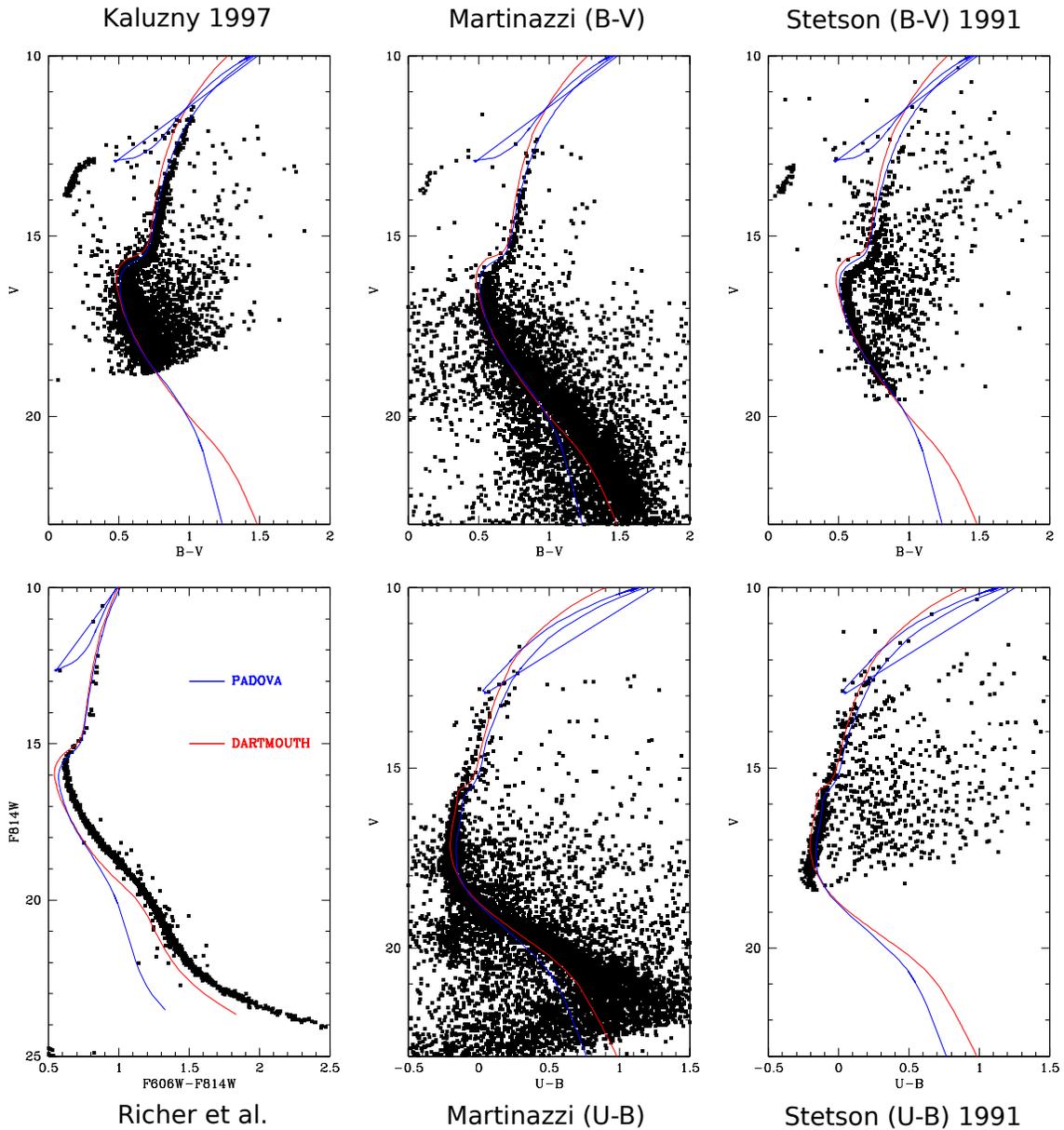


Figura 4.29: *CMDs* do aglomerado NGC 6397 reduzidos pelos autores utilizados neste trabalho com as isócronas de Padova(em azul) e Dartmouth (em vermelho), com o resultado do melhor ajuste: 12,0 bilhões de anos, $[Fe/H] = -1,8$, módulo de distância de 12,04 e avermelhamento de 0,12 $[E(B-V)]$. Os diagramas estão dispostos na seguinte ordem: painéis superiores Kaluzny, Martinazzi e Stetson; painéis inferiores: Richer, Martinazzi e Stetson. O último diagrama não foi utilizado para o cômputo do ajuste do conjunto, pois possui um número insuficiente de estrelas para a determinação da linha de tendência média e encontra-se aqui apenas para análise do resultado final.

de Carney et al. (2005) com o ajuste no visível e infravermelho do aglomerado NGC 6791 com filtros do infravermelho e óptico, onde o ajuste de isócronas é muito bom nos filtros do visível e vai piorando à medida que o comprimento de onda do filtro atinge as bandas J, H e K. É também um outro extremo, pois o aglomerado NGC 6791 possui uma metalicidade muito alta, superando a solar. É importante também ressaltar no meu trabalho que os filtros com comprimento de onda menor atingiram maior êxito devido ao baixo avermelhamento, ou seja, à baixa quantidade de poeira no aglomerado. Ainda realizei testes sobre a fidelidade dos filtros ao resultado final e aos dados espectroscópicos do aglomerado, utilizando já apenas as isócronas de Dartmouth. Retirando a cor (U-B) dos resultados somados, a idade permaneceu a mesma para as isócronas de Dartmouth. No entanto, a metalicidade aumentou muito, ficando em $[Fe/H] = -1,4$, destoando muito dos valores espectroscópicos. Pude notar que, embora muitos aglomerados tenham poucos dados neste filtro devido à absorção interestelar e atmosférica, este é um dos filtros mais fiéis aos modelos teóricos atuais quanto ao parâmetro metalicidade. Assim, os resultados das reduções que não utilizam estes filtros ficam seriamente comprometidos quanto a este parâmetro. Retirando a cor com os dados de Richer (com os filtros F606W e F814W da ACS/HST), o parâmetro idade é que resultou muito maior do que com os dados somados, indo para o limite superior de idade (13,5 bilhões de anos), mas apontando para a metalicidade idêntica à da espectroscopia $[Fe/H] = -2,0$. A figura 4.30 ilustra estas reduções somadas parcialmente.

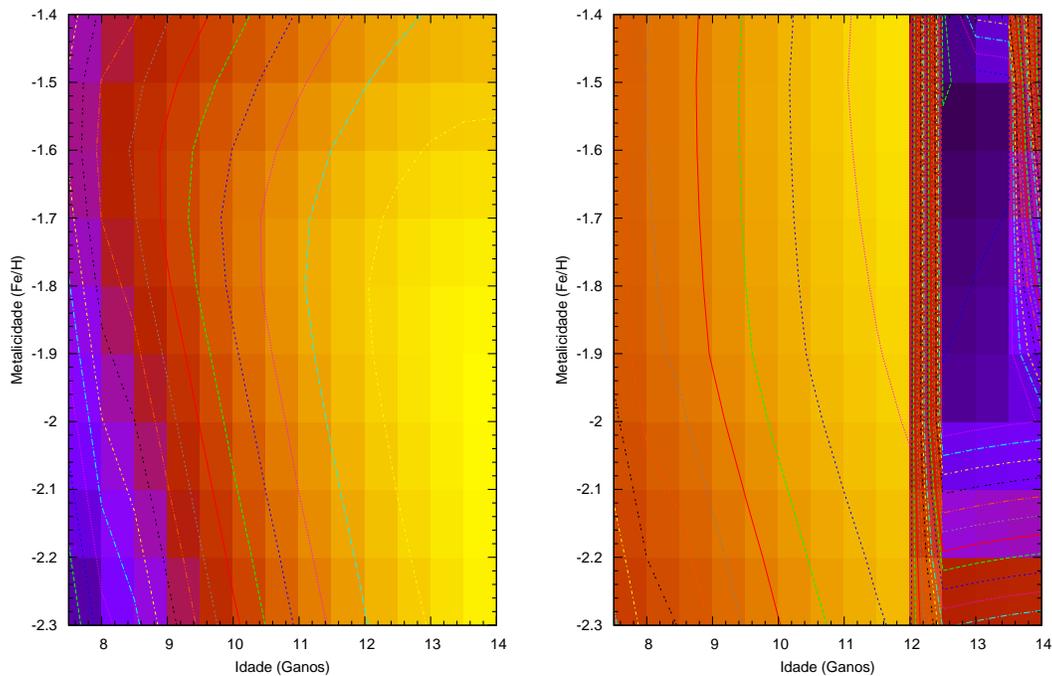


Figura 4.30: Valores da variância (S^2) em amarelo para o ajuste com as isócronas de Dartmouth para os valores de idade e metalicidade somando todos os dados exceto os dados de Richer à esquerda e de Martinazzi (U-B) à direita. Pode-se observar que as reduções usando os filtros UBV indicam boa concordância para a metalicidade, enquanto que somando os filtros da ACS/HST análogos aos filtros R e I há boa concordância com a idade. Isso é esperado pois a metalicidade afeta mais os filtros correspondentes ao ultravioleta do que os do infravermelho.

Capítulo 5

Perspectivas

5.1 Introdução

Neste breve capítulo abordo as perspectivas e extensões possíveis do trabalho até aqui desenvolvido: a disponibilização em uma página (ou site) on-line, possibilitando o uso do método para qualquer pesquisador/interessado, o aprofundamento das análises dos *CMDs* e da fotometria dos aglomerados globulares.

5.2 Disponibilização dos programas e métodos

A proposta de disponibilizar os programas e métodos para a análise e determinação dos *CMDs* é necessária para a validade do método e utilização de um critério estatístico que norteie as decisões de escolha de isócronas. Neste sentido, a disponibilização funciona de forma análoga à disponibilização das isócronas.

5.3 Aprofundamento na análise dos *CMDs* dos aglomerados globulares

Uma possibilidade para a utilização dos programas aqui desenvolvidos é a análise de mais aglomerados globulares, estendendo os resultados presentes para um maior número de aglomerados. Com estes dados mais confiáveis, chegar a um valor mais próximo dos parâmetros reais dos aglomerados globulares, de forma a determinar a sua época de formação, se houve picos de formação, origem de metalicidades, melhor distribuição dos aglomerados na Galáxia, determinar o mapa de avermelhamento pelo excesso de cor dos aglomerados, enfim, mapear estes parâmetros, de forma

mais confiável para todos estes corpos celestes na Galáxia. Pode-se estender ainda a análise a objetos menos populosos como os aglomerados abertos, onde a amostra de estrelas é menor e podem ser testados outros limites, como a inserção de estrelas de campo (via simuladores) e avermelhamentos diferenciais.

Por outro lado, pode-se também avaliar a evolução dos modelos teóricos (as isócronas) ao longo do tempo de uma forma quantitativa. Também ter uma ferramenta para a escolha de qual região está mais bem ajustada, como está a concatenação das regiões das isócronas e estender o programa de comparação para mais de uma região do *CMD*, podendo-se fazer com que, via comparação, chegue-se a avaliar todo o diagrama, da baixa sequência principal à região das anãs-brancas, passando pelo ramos das gigantes e pelo ramo horizontal.

Alguns testes, no entanto, se fazem necessários, como o efeito devido às estrelas de campo sobre a linha de tendência média do *CMD*. Este teste pode ser feito utilizando simulações sobre o campo, como por exemplo, as simulações do TRILEGAL (Girardi et al., 2005), onde as estrelas da galáxias são simuladas em brilho, sendo a densidade passível de se determinar por um gerador de números aleatórios, tomando o campo constante (sem gradientes de densidade, visto o pequeno espaço representativo do aglomerado).

5.4 Aprofundamento na fotometria dos aglomerados globulares

Como uma das conclusões a que chegou este trabalho foi que os erros em fotometria são subestimados, uma proposta é a de se fazer uma pesquisa em fotometria para a minimização dos erros sistemáticos, comparando-os posteriormente com as fotometrias de abertura e de função de espalhamento puntual (PSF). Poder-se-ia também fazer simulações dos campos de redução para melhor alcançar a origem destes erros sistemáticos, visto que a análise dos *CMDs* está intimamente ligada à fotometria dos aglomerados. Um ponto importante para isso foi a experiência acumulada com a programação para a confecção dos programas aqui desenvolvidos. Nesta linha, poder-se-ia concatenar a fotometria com a comparação com os modelos, entrando com a imagem e tendo por resultado o *CMD* e os parâmetros de melhor ajuste para as isócronas.

Bibliografia

- [1] ALCAINO, G., BUONANNO, R., CALOI, V., CASTELLANI, V., CORSI, C. E., IANNICOLA, G., LILLER, W. The CM diagram of the nearby globular cluster NGC 6397. **Astronomical Journal**, v. 94, p. 917–947, October 1987.
- [2] ALCAINO, G., LILLER, W. The main sequence of the metal-poor globular cluster NGC 6397. **Astronomical Journal**, v. 85, p. 680–694, June 1980.
- [3] ANDERSON, J., KING, I. R., RICHER, H. B., FAHLMAN, G. G., HANSEN, B. M. S., HURLEY, J., KALIRAI, J. S., RICH, R. M., STETSON, P. B. Deep Advanced Camera for Surveys Imaging in the Globular Cluster NGC 6397: Reduction Methods. **Astronomical Journal**, v. 135, p. 2114–2128, June 2008.
- [4] ANDRAE, R. Error estimation in astronomy: A guide. **ArXiv e-prints**, v. 1, September 2010.
- [5] ANTHONY-TWAROG, B. J., TWAROG, B. A. CCD UVBYH β Photometry in Clusters. II. The Nearest Globular Cluster, NGC 6397. **Astronomical Journal**, v. 120, p. 3111–3126, December 2000.
- [6] ANTHONY-TWAROG, B. J., TWAROG, B. A., SUNTZEFF, N. B. CCD Stromgren studies in NGC 6397. **Astronomical Journal**, v. 103, p. 1264–1284, April 1992.
- [7] ASPLUND, M., GREVESSE, N., SAUVAL, A. J., SCOTT, P. The Chemical Composition of the Sun. **Astronomical Journal**, v. 47, p. 481–522, September 2009.
- [8] BARAFFE, I., CHABRIER, G., ALLARD, F., HAUSCHILD, P. H. Evolutionary models for solar metallicity low-mass stars: mass-magnitude relationships and color-magnitude diagrams. **Astronomy and Astrophysics**, v. 337, p. 403–412, September 1998.

- [9] BEDIN, L. R., PIOTTO, G., ANDERSON, J., CASSISI, S., KING, I. R., MORMANY, Y., CARRARO, G. ω Centauri: The Population Puzzle Goes Deeper. **Astrophysical Journal Letters**, v. 605, p. L125–L128, April 2004.
- [10] BELLINI, A., BEDIN, L. R., PIOTTO, G., MILONE, A. P., MARINO, A. F., VILLANOVA, S. New Hubble Space Telescope WFC3/UVIS Observations Augment the Stellar-population Complexity of ω Centauri. **Astronomical Journal**, v. 140, p. 631–641, August 2010.
- [11] BERTELLI, G., NASI, E., GIRARDI, L., CHIOSI, C., ZOCCALI, M., GALLART, C. Age and metallicity of three lmc globular clusters. In: NEW HORIZONS IN GLOBULAR CLUSTER ASTRONOMY, Piotto, G., Meylan, G., Djorgovski, S. G., Riello, M., editors, v. 296 of **Astronomical Society of the Pacific Conference Series**, p. 569, 2003.
- [12] BERTELLI, G., NASI, E., GIRARDI, L., CHIOSI, C., ZOCCALI, M., GALLART, C. Testing Intermediate-Age Stellar Evolution Models with VLT Photometry of Large Magellanic Cloud Clusters. III. Padova Results. **Astronomical Journal**, v. 125, p. 770–784, 2003.
- [13] BETHE, H. A. Energy production in stars. **Physical Review**, v. 55, p. 434–456, March 1939.
- [14] BINNEY, J., TREMAINE, S. **Galactic dynamics**, Princeton series in astrophysics. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2008.
- [15] BONANNO, A., SCHLATTL, H., PATERNO, L. The age of the Sun and the relativistic corrections in the EOS. **Astronomy and Astrophysics**, v. 390, p. 1115–1118, August 2002.
- [16] BRESSAN, A., MARIGO, P., GIRARDI, L., SALASNICH, B., DAL CERO, C., RUBELE, S., NANNI, A. PARSEC: stellar tracks and isochrones with the PAdova and TRieste Stellar Evolution Code. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 427, p. 127–145, November 2012.
- [17] BRESSERT, E., BASTIAN, N., GUTERMUTH, R., MEGEATH, S. T., ALLEN, L., EVANS, N. J., II, REBULL, L. M., HATCHELL, J., JOHNSTONE, D., BOURKE, T. L., CIEZA, L. A., HARVEY, P. M., MERIN, B., RAY, T. P., TOTHILL, N. F. H. The spatial distribution of star formation in the solar neighbourhood: do all stars form in dense clusters? **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 409, p. L54–L58, November 2010.

- [18] BROCATO, E., CASSISI, S., CASTELLANI, V., COOL, A. M., KING, I. R., PIOTTO, G. Low-Luminosity Main-Sequence Stars: NGC 6397 and the Solar Neighbourhood. In: FORMATION OF THE GALACTIC HALO...INSIDE AND OUT, Morrison, H. L., Sarajedini, A., editores, v. 92 of **Astronomical Society of the Pacific Conference Series**, p. 76, April 1996.
- [19] BROWN, T. M., FERGUSON, H. C., SMITH, E., GUHATHAKURTA, P., KIMBLE, R. A., SWEIGART, A. V., RENZINI, A., RICH, R. M., VANDENBERG, D. A. Stellar Cluster Fiducial Sequences with the Advanced Camera for Surveys. **Astronomical Journal**, v. 130, p. 1693–1706, October 2005.
- [20] CANNON, R. D. Photometry of southern globular clusters. III. Bright stars in 47 Tucanae, NGC 6397 and NGC 288. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 167, p. 551, June 1974.
- [21] CARDELLI, J. A., CLAYTON, G. C., MATHIS, J. S. The relationship between infrared, optical, and ultraviolet extinction. **Astrophysical Journal**, v. 345, p. 245–256, October 1989.
- [22] CARNEY, B. W., LEE, J.-W., DODSON, B. Infrared Photometry of NGC 6791. **Astronomical Journal**, v. 129, p. 656–668, February 2005.
- [23] CARRETTA, E., BRAGAGLIA, A., GRATTON, R., D'ORAZI, V., LUCA-TELLO, S. Intrinsic iron spread and a new metallicity scale for globular clusters. **Astronomy and Astrophysics**, v. 508, p. 695–706, December 2009.
- [24] CASTILHO, B. V., PASQUINI, L., ALLEN, D. M., BARBUY, B., MOLARO, P. High resolution abundance analysis of 16 giants and subgiants in the metal-poor globular cluster NGC 6397. **Astronomy and Astrophysics**, v. 361, p. 92–100, September 2000.
- [25] CHABOYER, B., DEMARQUE, P., KERNAN, P. J., KRAUSS, L. M. The Age of Globular Clusters in Light of Hipparcos: Resolving the Age Problem? **Astrophysical Journal**, v. 494, p. 96, February 1998.
- [26] CHABRIER, G. Galactic Stellar and Substellar Initial Mass Function. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 115, p. 763–795, July 2003.

- [27] COOL, A. M., PIOTTO, G., KING, I. R. The Main Sequence and a White Dwarf Sequence in the Globular Cluster NGC 6397. **Astrophysical Journal**, v. 468, p. 655, September 1996.
- [28] COWAN, J. J., PFEIFFER, B., KRATZ, K.-L., THIELEMANN, F.-K., SNE- DEN, C., BURLES, S., TYTLER, D., BEERS, T. C. R-Process Abundances and Chronometers in Metal-poor Stars. **Astrophysical Journal**, v. 521, p. 194–205, August 1999.
- [29] CROWTHER, P. A., SCHNURR, O., HIRSCHI, R., YUSOF, N., PARKER, R. J., GOODWIN, S. P., KASSIM, H. A. The R136 star cluster hosts several stars whose individual masses greatly exceed the accepted $150M_{\text{solar}}$ stellar mass limit. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 408, p. 731–751, October 2010.
- [30] DAUPHAS, N. The U/Th production ratio and the age of the Milky Way from meteorites and Galactic halo stars. **Nature**, v. 435, p. 1203–1205, June 2005.
- [31] DENISSEKOV, P. A., HERWIG, F., BILDSTEN, L., PAXTON, B. MESA Models of Classical Nova Outbursts: The Multicycle Evolution and Effects of Convective Boundary Mixing. **Astrophysical Journal**, v. 762, p. 8, January 2013.
- [32] DOTTER, A., CHABOYER, B., JEVREMOVIC, D., BARON, E., FERGUSON, J. W., SARAJEDINI, A., ANDERSON, J. The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. II. Stellar Evolution Tracks, Isochrones, Luminosity Functions, and Synthetic Horizontal-Branch Models. **Astronomical Journal**, v. 134, p. 376–390, July 2007a.
- [33] DOTTER, A., CHABOYER, B., JEVREMOVIĆ, D., BARON, E., FERGUSON, J. W., SARAJEDINI, A., ANDERSON, J. The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. II. Stellar Evolution Tracks, Isochrones, Luminosity Functions, and Synthetic Horizontal-Branch Models. **Astronomical Journal**, v. 134, p. 376–390, July 2007b.
- [34] DOTTER, A., CHABOYER, B., JEVREMOVIĆ, D., KOSTOV, V., BARON, E., FERGUSON, J. W. The Dartmouth Stellar Evolution Database. **Astrophysical Journal**, v. 178, p. 89–101, September 2008.

- [35] FITZPATRICK, E. L. Correcting for the Effects of Interstellar Extinction. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 111, p. 63–75, January 1999.
- [36] FITZPATRICK, E. L., MASSA, D. An Analysis of the Shapes of Interstellar Extinction Curves. V. The IR-through-UV Curve Morphology. **Astrophysical Journal**, v. 663, p. 320–341, July 2007.
- [37] GIRARDI, L., BERTELLI, G., BRESSAN, A., CHIOSI, C., GROENEWEGEN, M. A. T., MARIGO, P., SALASNICH, B., WEISS, A. Theoretical isochrones in several photometric systems. I. Johnson-Cousins-Glass, HST/WFPC2, HST/NICMOS, Washington, and ESO Imaging Survey filter sets. **Astronomy and Astrophysics**, v. 391, p. 195–212, August 2002.
- [38] GIRARDI, L., BRESSAN, A., BERTELLI, G., CHIOSI, C. Evolutionary tracks and isochrones for low- and intermediate-mass stars: From 0.15 to 7 M_{sun} , and from $Z=0.0004$ to 0.03. **Astronomy and Astrophysics**, v. 141, p. 371–383, February 2000.
- [39] GIRARDI, L., GROENEWEGEN, M. A. T., HATZIMINAOGLOU, E., DA COSTA, L. Star counts in the Galaxy. Simulating from very deep to very shallow photometric surveys with the TRILEGAL code. **Astronomy and Astrophysics**, v. 436, p. 895–915, June 2005.
- [40] GOODWIN, S. P., BASTIAN, N. Gas expulsion and the destruction of massive young clusters. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 373, p. 752–758, dec 2006.
- [41] GRATTON, R. G., BRAGAGLIA, A., CARRETTA, E., CLEMENTINI, G., DESIDERA, S., GRUNDAHL, F., LUCATELLO, S. Distances and ages of NGC 6397, NGC 6752 and 47 Tuc. **Astronomy and Astrophysics**, v. 408, p. 529–543, September 2003.
- [42] GRATTON, R. G., FUSI PECCI, F., CARRETTA, E., CLEMENTINI, G., CORSI, C. E., LATTANZI, M. Ages of Globular Clusters from HIPPARCOS Parallaxes of Local Subdwarfs. **Astrophysical Journal**, v. 491, p. 749, December 1997.
- [43] GRATTON, R. G., ORTOLANI, S. Metal abundances in metal-poor globular clusters. **Astronomy and Astrophysics**, v. 211, p. 41–55, February 1989.

- [44] GREVESSE, N., SAUVAL, A. J. Standard Solar Composition. **Space Science Review**, v. 85, p. 161–174, May 1998.
- [45] HANSEN, B. M. S., ANDERSON, J., BREWER, J., DOTTER, A., FAHLMAN, G. G., HURLEY, J., KALIRAI, J., KING, I., REITZEL, D., RICHER, H. B., RICH, R. M., SHARA, M. M., STETSON, P. B. The White Dwarf Cooling Sequence of NGC 6397. **Astrophysical Journal**, v. 671, p. 380–401, December 2007.
- [46] HANSEN, B. M. S., KALIRAI, J. S., ANDERSON, J., DOTTER, A., RICHER, H. B., RICH, R. M., SHARA, M. M., FAHLMAN, G. G., HURLEY, J. R., KING, I. R., REITZEL, D., STETSON, P. B. An age difference of two billion years between a metal-rich and a metal-poor globular cluster. **Nature**, v. 500, p. 51–53, August 2013.
- [47] HANSEN, B. M. S., RICHER, H. B., FAHLMAN, G. G., STETSON, P. B., BREWER, J., CURRIE, T., GIBSON, B. K., IBATA, R., RICH, R. M., SHARA, M. M. Hubble Space Telescope Observations of the White Dwarf Cooling Sequence of M4. **Astrophysical Journal**, v. 155, p. 551–576, December 2004.
- [48] HARRIS, W. E. A Catalog of Parameters for Globular Clusters in the Milky Way. **Astronomical Journal**, v. 112, p. 1487, oct 1996.
- [49] HESS, R. Die verteilungsfunktion der absol. helligkeiten etc. **Probleme der Astronomie**, v. 1, 1924.
- [50] HINSHAW, G., LARSON, D., KOMATSU, E., SPERGEL, D. N., BENNETT, C. L., DUNKLEY, J., NOLTA, M. R., HALPERN, M., HILL, R. S., ODEGARD, N., PAGE, L., SMITH, K. M., WEILAND, J. L., GOLD, B., JAROSIK, N., KOGUT, A., LIMON, M., MEYER, S. S., TUCKER, G. S., WOLLACK, E., WRIGHT, E. L. Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results. **ArXiv e-prints**, v. 1, December 2012.
- [51] HOSKIN, M. Herschel's Cosmology. **Journal for the History of Astronomy**, v. 18, p. 1, feb 1987.
- [52] HURLEY, J. R., SHARA, M. M., RICHER, H. B., KING, I. R., SAUL DAVIS, D., KALIRAI, J. S., HANSEN, B. M. S., DOTTER, A., ANDERSON, J.,

- FAHLMAN, G. G., RICH, R. M. Deep Advanced Camera for Surveys Imaging in the Globular Cluster NGC 6397: Dynamical Models. **Astronomical Journal**, v. 135, p. 2129–2140, June 2008.
- [53] IZOTOV, Y. I., THUAN, T. X. The Primordial Abundance of ^4He : Evidence for Non-Standard Big Bang Nucleosynthesis. **Astrophysical Journal**, v. 710, p. L67–L71, February 2010.
- [54] IZOTOV, Y. I., THUAN, T. X., LIPOVETSKY, V. A. The primordial helium abundance from a new sample of metal-deficient blue compact galaxies. **Astrophysical Journal**, v. 435, p. 647–667, November 1994.
- [55] JEANS, J. H. **The dynamical Theory of Gases**. 1.ed.: Cambridge University Press Warehouse, 1904.
- [56] JEANS, J. H. On the theory of star-streaming and the structure of the universe. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 76, p. 70–84, December 1915.
- [57] JOHNSON, H. L., MORGAN, W. W. Fundamental stellar photometry for standards of spectral type on the revised system of the Yerkes spectral atlas. **Astrophysical Journal**, v. 117, p. 313, May 1953.
- [58] KALUZNY, J. CCD photometry of variable stars in the field of the globular cluster NGC6397. **Astronomy and Astrophysics**, v. 122, p. 1–7, April 1997.
- [59] KEPLER, S. O., SARAIVA, M. F. O. **Astronomia e Astrofísica**: Editora Livraria da Física, 2003.
- [60] KERBER, L. O., SANTIAGO, B. X. On the self-consistent physical parameters of LMC intermediate-age clusters. In: IAU SYMPOSIUM, Van Loon, J. T., Oliveira, J. M., editores, v. 256 of **IAU Symposium**, p. 391–396, March 2009.
- [61] KHARCHENKO, N. V., PISKUNOV, A. E., RÖSER, S., SCHILBACH, E., SCHOLZ, R.-D. Astrophysical parameters of Galactic open clusters. **Astronomy and Astrophysics**, v. 438, p. 1163–1173, aug 2005.
- [62] KOCH, A., MCWILLIAM, A. A Differential Chemical Element Analysis of the Metal-poor Globular Cluster NGC 6397. **Astronomical Journal**, v. 142, p. 63, August 2011.

- [63] KOMATSU, E., DUNKLEY, J., NOLTA, M. R., BENNETT, C. L., GOLD, B., HINSHAW, G., JAROSIK, N., LARSON, D., LIMON, M., PAGE, L., SPERGEL, D. N., HALPERN, M., HILL, R. S., KOGUT, A., MEYER, S. S., TUCKER, G. S., WEILAND, J. L., WOLLACK, E., WRIGHT, E. L. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation. **Astrophysical Journals**, v. 180, p. 330–376, February 2009.
- [64] KORN, A. J., GRUNDAHL, F., RICHARD, O., MASHONKINA, L., BARKLEM, P. S., COLLET, R., GUSTAFSSON, B., PISKUNOV, N. Atomic Diffusion and Mixing in Old Stars. I. Very Large Telescope FLAMES-UVES Observations of Stars in NGC 6397. **Astrophysical Journal**, v. 671, p. 402–419, December 2007.
- [65] KRAFT, R. P., IVANS, I. I. A Globular Cluster Metallicity Scale Based on the Abundance of Fe II. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 115, p. 143–169, February 2003.
- [66] KROUPA, P. On the variation of the initial mass function. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 322, p. 231–246, 2001.
- [67] LAMERS, H. J. G. L. M., GIELES, M. Clusters in the solar neighbourhood: how are they destroyed? **Astronomy and Astrophysics**, v. 455, p. L17–L20, aug 2006.
- [68] LIND, K., PRIMAS, F., CHARBONNEL, C., GRUNDAHL, F., ASPLUND, M. Signatures of intrinsic Li depletion and Li-Na anti-correlation in the metal-poor globular cluster NGC 6397. **Astronomy and Astrophysics**, v. 503, p. 545–557, August 2009.
- [69] MARASTON, C. Evolutionary population synthesis: models, analysis of the ingredients and application to high-z galaxies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 362, p. 799–825, September 2005.
- [70] MARIGO, P., GIRARDI, L. Evolution of asymptotic giant branch stars. I. Updated synthetic TP-AGB models and their basic calibration. **Astronomy and Astrophysics**, v. 469, p. 239–263, July 2007.
- [71] MARIGO, P., GIRARDI, L., BRESSAN, A., GROENEWEGEN, M. A. T., SILVA, L., GRANATO, G. L. Evolution of asymptotic giant branch stars. II. Optical to far-infrared isochrones with improved TP-AGB models. **Astronomy and Astrophysics**, v. 482, p. 883–905, May 2008.

- [72] MARIN-FRANCH, A., APARICIO, A., PIOTTO, G., ROSENBERG, A., CHABOYER, B., SARAJEDINI, A., SIEGEL, M., ANDERSON, J., BEDIN, L. R., DOTTER, A., HEMPEL, M., KING, I., MAJEWSKI, S., MILONE, A. P., PAUST, N., REID, I. N. The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. VII. Relative Ages. **Astrophysical Journal**, v. 694, p. 1498–1516, April 2009.
- [73] MARINO, A. F., MILONE, A. P., PIOTTO, G., VILLANOVA, S., BEDIN, L. R., BELLINI, A., RENZINI, A. A double stellar generation in the globular cluster NGC 6656 (M 22). Two stellar groups with different iron and s-process element abundances. **Astronomy and Astrophysics**, v. 505, p. 1099–1113, October 2009.
- [74] MASSEY, P., HUNTER, D. A. Star Formation in R136: A Cluster of O3 Stars Revealed by Hubble Space Telescope Spectroscopy. **Astrophysical Journal**, v. 493, p. 180, January 1998.
- [75] MILONE, A. P., BEDIN, L. R., PIOTTO, G., ANDERSON, J., KING, I. R., SARAJEDINI, A., DOTTER, A., CHABOYER, B., MARÍN-FRANCH, A., MAJEWSKI, S., APARICIO, A., HEMPEL, M., PAUST, N. E. Q., REID, I. N., ROSENBERG, A., SIEGEL, M. The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. III. The Double Subgiant Branch of NGC 1851. **Astrophysical Journal**, v. 673, p. 241–250, January 2008.
- [76] MILONE, A. P., PIOTTO, G., BEDIN, L. R., APARICIO, A., ANDERSON, J., SARAJEDINI, A., MARINO, A. F., MORETTI, A., DAVIES, M. B., CHABOYER, B., DOTTER, A., HEMPEL, M., MARÍN-FRANCH, A., MAJEWSKI, S., PAUST, N. E. Q., REID, I. N., ROSENBERG, A., SIEGEL, M. The ACS survey of Galactic globular clusters. XII. Photometric binaries along the main sequence. **Astronomy and Astrophysics**, v. 540, p. A16, April 2012a.
- [77] MILONE, A. P., PIOTTO, G., BEDIN, L. R., KING, I. R., ANDERSON, J., MARINO, A. F., BELLINI, A., GRATTON, R., RENZINI, A., STETSON, P. B., CASSISI, S., APARICIO, A., BRAGAGLIA, A., CARRETTA, E., D'ANTONA, F., DI CRISCIENZO, M., LUCATELLO, S., MONELLI, M., PIETRINFERNI, A. Multiple Stellar Populations in 47 Tucanae. **Astrophysical Journal**, v. 744, p. 58, January 2012b.
- [78] NEWELL, E. B., RODGERS, A. W., SEARLE, L. The blue horizontal-branch stars of NGC 6397. **Astrophysical Journal**, v. 156, p. 597, May 1969.

- [79] NILAKSHI, , SAGAR, R., PANDEY, A. K., MOHAN, V. A study of spatial structure of galactic open star clusters. **Astronomy and Astrophysics**, v. 383, p. 153–162, January 2002.
- [80] PASQUINI, L., BRUCALASSI, A., RUIZ, M. T., BONIFACIO, P., LOVIS, C., SAGLIA, R., MELO, C., BIAZZO, K., RANDICH, S., BEDIN, L. R. Search for giant planets in M 67. I. Overview. **Astronomy and Astrophysics**, v. 545, p. A139, September 2012.
- [81] PAXTON, B., BILDSTEN, L., DOTTER, A., HERWIG, F., LESAFFRE, P., TIMMES, F. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA). **Astrophysical Journal**, v. 192, p. 3, January 2011.
- [82] PAXTON, B., CANTIELLO, M., ARRAS, P., BILDSTEN, L., BROWN, E. F., DOTTER, A., MANKOVICH, C., MONTGOMERY, M. H., STELLO, D., TIMMES, F. X., TOWNSEND, R. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Planets, Oscillations, Rotation, and Massive Stars. **Astrophysical Journal**, v. 208, p. 4, September 2013.
- [83] PIETRINFERNI, A., CASSISI, S., SALARIS, M., HIDALGO, S. The BaSTI Stellar Evolution Database: models for extremely metal-poor and super-metal-rich stellar populations. **ArXiv e-prints**, August 2013.
- [84] PLANCK COLLABORATION, , ADE, P. A. R., AGHANIM, N., ARMITAGE-CAPLAN, C., ARNAUD, M., ASHDOWN, M., ATRIO-BARANDELA, F., AUMONT, J., BACCIGALUPI, C., BANDAY, A. J., AL., ET . Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. **ArXiv e-prints**, v. 192, March 2013.
- [85] REES, M. J. Opacity-limited hierarchical fragmentation and the masses of protostars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 176, p. 483–486, September 1976.
- [86] REID, I. N., GIZIS, J. E. The Distance to NGC 6397 by M-Subdwarf Main-Sequence Fitting. **Astronomical Journal**, v. 116, p. 2929–2935, December 1998.
- [87] REIMERS, D. On the absolute scale of mass-loss in red giants. I - Circumstellar absorption lines in the spectrum of the visual companion of Alpha-1 HER. **Astronomy and Astrophysics**, v. 61, p. 217–224, October 1977.

- [88] RICHER, H. B., DOTTER, A., HURLEY, J., ANDERSON, J., KING, I., DAVIS, S., FAHLMAN, G. G., HANSEN, B. M. S., KALIRAI, J., PAUST, N., RICH, R. M., SHARA, M. M. Deep Advanced Camera for Surveys Imaging in the Globular Cluster NGC 6397: the Cluster Color-Magnitude Diagram and Luminosity Function. **Astronomical Journal**, v. 135, p. 2141–2154, June 2008.
- [89] SALPETER, E. E. The Luminosity Function and Stellar Evolution. **Astrophysical Journal**, v. 121, p. 161, January 1955.
- [90] SCHÖNBERG, M., CHANDRASEKHAR, S. On the Evolution of the Main-Sequence Stars. **Astrophysical Journal**, v. 96, p. 161, September 1942.
- [91] SEARLE, L., RODGERS, A. W. The Horizontal-Branch Stars of the Globular Cluster NGC 6397. **Astrophysical Journal**, v. 143, p. 809, March 1966.
- [92] SERENELLI, A. M., BASU, S. Determining the Initial Helium Abundance of the Sun. **Astrophysical Journal**, v. 719, p. 865–872, August 2010.
- [93] SERENELLI, A. M., HAXTON, W. C., PEÑA-GARAY, C. Solar Models with Accretion. I. Application to the Solar Abundance Problem. **Astrophysical Journal**, v. 743, p. 24, December 2011.
- [94] SMARTT, S. J. Progenitors of Core-Collapse Supernovae. **Astronomical Journal**, v. 47, p. 63–106, September 2009.
- [95] STETSON, P. B. On deriving globular-cluster luminosity functions from CCD observations, with a particular application to the main-sequence turnoff/subgiant branch in metal-poor clusters. In: THE FORMATION AND EVOLUTION OF STAR CLUSTERS, Janes, K., editor, v. 13 of **Astronomical Society of the Pacific Conference Series**, p. 88–111, 1991.
- [96] STETSON, P. B. Homogeneous Photometry for Star Clusters and Resolved Galaxies. II. Photometric Standard Stars. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 112, p. 925–931, July 2000.
- [97] VAN DEN BERGH, S. A Sequence of Photoelectric Standard Stars Surrounding NGC 6397. **Astronomical Journal**, v. 95, p. 106, January 1988.
- [98] VANDENBERG, D. A., BELL, R. A. Theoretical isochrones for globular clusters with predicted BVRI and Stromgren photometry. **Astrophysical Journals**, v. 58, p. 561–621, August 1985.

-
- [99] VASSILIADIS, E., WOOD, P. R. Evolution of low- and intermediate-mass stars to the end of the asymptotic giant branch with mass loss. **Astrophysical Journal**, v. 413, p. 641–657, August 1993.
- [100] WEBBINK, R. F. Structure parameters of galactic globular clusters. In: DYNAMICS OF STAR CLUSTERS, Goodman, J., Hut, P., editores, v. 113 of **IAU Symposium**, p. 541–577, February 1985.
- [101] WINGET, D. E., KEPLER, S. O., CAMPOS, F., MONTGOMERY, M. H., GIRARDI, L., BERGERON, P., WILLIAMS, K. The Physics of Crystallization From Globular Cluster White Dwarf Stars in NGC 6397. **Astrophysical Journal**, v. 693, p. 6–10, March 2009.
- [102] YI, S., DEMARQUE, P., KIM, Y.-C., LEE, Y.-W., REE, C. H., LEJEUNE, T., BARNES, S. Toward Better Age Estimates for Stellar Populations: The Y^2 Isochrones for Solar Mixture. **Astrophysical Journals**, v. 136, p. 417–437, October 2001.

Apêndice A

Programa para determinação da linha de tendência média

Programa para determinar a linha de tendência média (em inglês *Mean Ridge Line*). Linguagem utilizada: Fortran 95. Os parâmetros são indicados para reduções da ACS/HST.

```
program MRL
implicit none
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! FIT PARAMETERS 1 !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
real(4), parameter :: bin_angle=0.01, umag=0.1, corte=2.0
real(4), parameter :: mag_inf=13.d0, mag_sup=23.d0
real(4), parameter :: color_inf=-1.d0, color_sup=1.d0
real(4), parameter :: mag_turnoff=18.5, color_turnoff=1.2,
real(4), parameter :: qk_x=0.5, qk_y=mag_sup
integer, parameter :: passos=11 ! akways an odd number
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! FIT PARAMETERS 2 !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
real(4), parameter :: sigmafinderpre=0.5, sigmafinderpos=0.5
real(4), parameter :: sigmafitpre=0.5, sigmafitpos=0.5, dspre=0.15, dspos=0.15
real(4), parameter :: jumppre=0.1, jumppos=0.1, lambdapre=1.d0, lambdapos=1.d0
integer, parameter :: ncortespre=5, ncortespos=5
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
real(4), allocatable :: a(:), angle(:), at(:), bt(:), miss(:)
real(4), allocatable :: b(:), mag1(:), mag2(:), color(:), x_c(:), y_c(:)
real(4), allocatable :: density(:), lenght(:), lenght_n(:), xc_dm(:), yc_dm(:)
real(4), allocatable :: ab(:), mag1_rej(:), mag2_rej(:)
real(4), allocatable :: umag1_rej(:), umag2_rej(:), color_rej(:), u_a0(:)
```

```

real(4), allocatable :: ucolor(:), weight(:)
integer :: i, j, k, l, m, n_angle, soma_amostra, z, beta, gama, soma_amostra_c
integer :: n_bins, n, controle, n_rej, soma_amostra_1, maximum_amostra, u
integer :: n_cortes, max_amostra, min_amostra
integer, allocatable :: amostra(:), amostra_c(:), am_bin(:), histo_tot(:)
real(4) :: yc, xc, bsup, binf, s, soma_miss, b0, xmedia, ymedia, xc_old, yc_old
real(4) :: a0_old, ds, ds2, dsx, angle0, angle1, a0_antigo, xx
real(4) :: lenght_max, lenght_min, min_miss, width_bin, i_medio, lenght_of_max
real(4) :: average, std_dev, aa, bb, cc, ee, ff, soma_u_a0, yy
real(4) :: xc1, yc1, a0, at1, binf1, bsup1, bt1, soma_lenght, media_lenght
real(4) :: sigma, db, max_miss, xc_dm_media, yc_dm_media, b0_antigo
real(4) :: x_moda, y_moda, a_moda, media_amostra_c, a_medio, at1_antigo
real(4) :: fator, xz, sigma_xz, xmd, sigma_yz, qq, peso, soma_peso
real(4) :: min_weight, max_weight, dist
! Primeiro determina o numero de angulos.
n_angle=INT(3.1/bin_angle); ds=dspre
fator=(mag_sup-mag_inf)/(color_sup-color_inf); at1_antigo=0
allocate(x_c(1:passos)); allocate(y_c(1:passos)); allocate(ab(1:passos))
allocate(weight(1:n_angle))
allocate(xc_dm(1:passos)); allocate(yc_dm(1:passos)); allocate(a(1:n_angle))
allocate(b(1:n_angle)); allocate(at(1:n_angle))
allocate(bt(1:n_angle))
allocate(amostra_c(1:passos)); allocate(histo_tot(1:80))
allocate(angle(1:n_angle))
allocate(amostra(1:n_angle)); allocate(miss(1:n_angle))
! Abre o arquivo-base
open(1,file='ngc104.cat',status='old'); open(2,file='MRL.dat',status='unknown')
open(3,file='rejMRL.dat',status='unknown')
open(4,file='accept.dat',status='unknown')
open(5,file='histo.dat',status='unknown')
write(2,200) '# bin_angle=', bin_angle, ', umag=', umag, ', corte=', corte,
write(2,200) '# mag_inf=', mag_inf, ', mag_sup=', mag_sup
write(2,201) '# color_inf=', color_inf, ', color_sup=',color_sup,
write(2,201) '# color_turnoff=',color_turnoff, mag_turnoff=',mag_turnoff,
write(2,201) '# sigmafindexpre=', sigmafindexpre,
write(2,201) '# sigmafindexpos=',sigmafindexpos

```

```

write(2,201) '# sigmafitpre=',sigmafitpre,'dspre=', dspre
write(2,201) '# sigmafitpos=', sigmafitpos, ', dspos=', dspos,
write(2,201) '# jumppre=', jumppre
write(2,202) '# lambdapre=', lambdapre, ', lambdapos=', lambdapos
write(2,203) '# qk_x= ', qk_x, ', passos= ', passos, ', ncortespre=', ncortespre
write(2,203) '# ncortespos=', ncortespos, ',jumppos=', jumppos
200 format (A, F4.2, A, F3.1, A, F3.1, A, F5.2, A, F5.2)
201 format (A, F5.2, A, F5.2, A, F5.2, A, F5.2)
202 format (A, F5.2, A, F5.2)
203 format (A, F5.2, A, I2, A, I2, A, I2)
204 format (A)
! lê o arquivo-base indexado em n
n=0
do
read (1,*,iostat=controle) qq
if(controle>=0) then
n=n+1
else
exit
end if
end do
REWIND(1)
allocate(mag1(1:n)); allocate(mag2(1:n))
allocate(color(1:n)); allocate(lenght(1:n))
allocate(ucolor(1:n)); allocate(u_a0(1:n))
do i=1,n
read (1,*,end=101) qq, xx, color(i), mag1(i)
mag2(i)=mag1(i)+color(i)
color(i)=(color(i)-color_inf)*fator
end do
101 close(1)
! entrando com algumas CIs
xc_old=(qk_x-color_inf)*fator; yc_old=qk_y; x_moda=xc_old
y_moda=yc_old; histo_tot=0; a0=-0.01; at1=-1/a0
! começa a rotina para fazer a MRL. Executando passos previos
do while (yc_old>mag_inf)

```

```

! faz a variacao dos pontos iniciais em numero de passos
do z=1,passos
! define xc e yc novos em z, mantendo xc_old e yc_old antigos para z=1 a z=9
IF (yc>mag_turnoff) THEN
xc=xc_old-((cos(atan(at1)))*(float(z)-&
(float(passos)/2.d0))*jumppre/float(passos))
yc=yc_old-((sin(atan(at1)))*(float(z)-&
(float(passos)/2.d0))*jumppre/float(passos))
ELSE
xc=xc_old-((cos(atan(at1)))*(float(z)-&
(float(passos)/2.d0))*jumppos/float(passos))
yc=yc_old-((sin(atan(at1)))*(float(z)-&
(float(passos)/2.d0))*jumppos/float(passos))
END IF
IF (yc>mag_turnoff) THEN
ds=dspre; sigma=sigmafinderpre
ELSE
ds=dspos; sigma=sigmafinderpos
END IF
! aqui começa a variacao de a(coef. angular) indexado em i.
do i=1,n_angle
angle(i)=(float(i)*bin_angle)-1.5701
a(i)=tan(angle(i)); b(i)=yc-(a(i)*xc); at(i)=-1/a(i)
! determinando as paralelas e a perpendicular indexados em i
db=ds/(cos(atan(a(i))))); bsup=b(i); binf=b(i)-db
bt(i)=yc-at(i)*xc; amostra(i)=0; weight(i)=0
! varrendo a amostra em n indexado em j e assumindo as condicionais
do j=1,n
IF ((mag1(j)<((a(i)*color(j))+bsup)).and.(mag1(j)>((a(i)*color(j))+binf))&
.and.(mag1(j)<(0.3*color(j)+yc-0.3*xc))&
.and.(mag1(j)>(-4.25*color(j)+23.d0))&
.and.(mag1(j)<(at(i)*color(j)+bt(i)))&
.and.(ABS((((color(j)-xc)*cos(atan(at(i))))+((mag1(j)-yc)&
*sin(atan(at(i))))))<(corte*sigma))) THEN
dist=(ABS((((color(j)-xc)*cos(atan(at(i))))+&
((mag1(j)-yc)*sin(atan(at(i))))))&

```

```

amostra(i)=amostra(i)+1
weight(i)=weight(i)+exp(-dist*dist/0.04)
END IF
end do
end do
! determinando o valor medio da inclinacao com a maior miss.
soma_amostra=0
do i=1,n_angle
soma_amostra=soma_amostra+amostra(i)
end do
min_amostra=MINVAL(amostra(:)); max_amostra=MAXVAL(amostra(:))
min_weight=minval(weight(:)); max_weight=maxval(weight(:))
do i=1,n_angle
IF (amostra(i)==max_amostra) THEN
at1=a(i)
END IF
!write(*,*) amostra(i), weight(i)
end do
angle1=atan(at1); a0=-1/at1
! O coeficiente angular da reta de minima amostra agora fica
!definido como a0. Determinando os limites:
db=ds/(cos(atan(a0))); b0=yc-(a0*xc); bsup1=b0; binf1=b0-db; bt1=yc-at1*xc
! agora o programa vai determinar os pontos
! de maior densidade de estrelas no espaço de fase
! varrendo novamente o arquivo para determinar o novo xc e yc,
!media e desvio padrao para justificar o corte de algumas estrelas
IF (yc>mag_turnoff) THEN
n_cortes=ncortespre; ds2=dspre; sigma=sigmafitpre
ELSE
n_cortes=ncortespos; ds2=dspos; sigma=sigmafitpos
END IF
do l=1,n_cortes! aqui vai o numero de cortes(l-1)
! determina parametros para a nova media
soma_amostra=0; lenght=0; soma_lenght=0; soma_u_a0=0.
!write(*,*) xc, yc
do j=1,n

```

```

IF ((mag1(j)<(a0*color(j)+bsup1)).and.(mag1(j)>(a0*color(j)+binf1)).and.&
(mag1(j)>(-4.25*color(j)+23.d0)).and.&
(ABS((((color(j)-xc)*cos(atan(a0)))+(mag1(j)-yc)*&
sin(atan(a0))))<(corte*sigma))) THEN
length(j)=(color(j)-xc)*cos(atan(a0))+(mag1(j)-yc)*sin(atan(a0))
soma_amostra=soma_amostra+1; soma_lenght=soma_lenght+length(j)
END IF
end do
! Determina novo ponto da media (sem cortes)
IF (soma_amostra>0) THEN
media_lenght=soma_lenght/float(soma_amostra)
ELSE
media_lenght=0
END IF
!write(*,*) xc, yc, soma_lenght, media_lenght, soma_amostra
xc=xc+(cos(atan(a0))*media_lenght); yc=yc+(sin(atan(a0))*media_lenght); bt1=yc-at1*
!write(*,*) 'fim', xc, yc, soma_lenght, soma_amostra, media_lenght
! Determinando o desvio padrao e soma da amostra
!write(*,*) '-->', xc, yc
soma_amostra=0; soma_lenght=0; s=0
do j=1,n
IF ((mag1(j)<(a0*color(j))+bsup1).and.(mag1(j)>(a0*color(j))+binf1).and.&
(mag1(j)>(-4.25*color(j)+23)).and.&
(ABS((((color(j)-xc)*cos(atan(a0)))+(mag1(j)-yc)*sin(atan(a0))))<(corte*sigma)))
length(j)=(color(j)-xc)*cos(atan(a0))+(mag1(j)-yc)*sin(atan(a0))
s=s+(length(j)*length(j));
soma_amostra=soma_amostra+1
END IF
end do
IF (soma_amostra>=2) THEN
sigma=SQRT(s/(FLOAT(soma_amostra-1)))
ELSE
sigma=0.5
END IF
soma_amostra=0
do j=1,n

```

```

IF ((mag1(j)<(a0*color(j))+bsup1).and.(mag1(j)>(a0*color(j))+binf1).and.&
(mag1(j)>(-4.25*color(j)+23)).and.&
(ABS((((color(j)-xc)*cos(atan(a0)))+(mag1(j)-yc)*sin(atan(a0))))<(corte*sigma))
soma_amostra=soma_amostra+1
END IF
end do
end do
IF ((soma_amostra>=2)) THEN
IF (allocated(lenght_n)) deallocate(lenght_n)
allocate(lenght_n(1:soma_amostra)); i=1; lenght_n=0
do j=1,soma_amostra
IF ((mag1(j)<(a0*color(j))+bsup1).and.(mag1(j)>(a0*color(j))+binf1).and.&
(mag1(j)>(-4.25*color(j)+23)).and.&
(ABS((((color(j)-xc)*cos(atan(a0)))+(mag1(j)-yc)*sin(atan(a0))))<(corte*sigma))
lenght_n(j)=(color(j)-xc)*cos(atan(a0))+(mag1(j)-yc)*sin(atan(a0))
i=i+1
! IF (l==5) THEN
! write(4,*) mag1(j),umag1(j),mag2(j),umag2(j),(mag1(j)-mag2(j))
! END IF
END IF
end do
ELSE
IF (allocated(lenght_n)) deallocate(lenght_n)
allocate(lenght_n(1:2))
END IF
! end do
!write (*,*) xc, yc, soma_amostra, sigma
! determina os valores de lenght max e min e agora os parametros estatisticos
lenght_max=MAXVAL(lenght_n(:)); lenght_min=MINVAL(lenght_n(:))
IF ((soma_amostra>=2)) THEN
n_bins=1+NINT(FLOAT(soma_amostra)/5)
width_bin=(lenght_max-lenght_min)/FLOAT(n_bins)
IF (ALLOCATED(am_bin)) DEALLOCATE(am_bin)
IF (ALLOCATED(density)) DEALLOCATE(density)
allocate(am_bin(1:n_bins)); allocate(density(1:n_bins)); am_bin=0; density=0
ELSE

```

```

n_bins=2
width_bin=0.1
END IF
IF (ALLOCATED(am_bin)) DEALLOCATE(am_bin); IF (ALLOCATED(density)) DEALLOCATE(density)
allocate(am_bin(1:n_bins)); allocate(density(1:n_bins)); am_bin=0; density=0
IF (soma_amostra>=2) THEN
IF (ALLOCATED(histo_tot)) DEALLOCATE(histo_tot); allocate(histo_tot(1:n_bins))
do i=1,n_bins
do j=1,soma_amostra
IF ((length_n(j)>=(length_min+((float(i-1))*width_bin)))&
and.(length_n(j)<(length_min+(float(i)*width_bin)))) THEN
am_bin(i)=am_bin(i)+1
END IF
end do
histo_tot(i)=histo_tot(i)+am_bin(i)
end do
END IF
do j=1,n_bins
density(j)=float(am_bin(j))/(width_bin*ds)
end do
IF((soma_amostra)>=1) THEN
maximum_amostra=MAXVAL(am_bin(:))
ELSE
maximum_amostra=0
END IF
IF((soma_amostra)>=2) THEN
do i=1,n_bins
IF (am_bin(i)==maximum_amostra) THEN
length_of_max=length_min+(float(i-1)*width_bin)
END IF
write(5,*) xc, yc, i, am_bin(i)
end do
ELSE
length_of_max=0
END IF
xc_dm(z)=xc+(cos(a0)*length_of_max); yc_dm(z)=yc+(sin(a0)*length_of_max)

```

```

ab(z)=angle1
x_c(z)=xc; y_c(z)=yc; amostra_c(z)=soma_amostra
IF (z==passos) THEN
xmedia=0; ymedia=0; soma_amostra_c=0; xc_dm_media=0; yc_dm_media=0; a_medio=0
do i=1,passos
xmedia=xmedia+x_c(i); ymedia=ymedia+y_c(i)
soma_amostra_c=soma_amostra_c+amostra_c(i)
xc_dm_media=xc_dm_media+xc_dm(i)
yc_dm_media=yc_dm_media+yc_dm(i); a_medio=a_medio+ab(i)
end do
media_amostra_c=float(soma_amostra_c)/float(passos)
xmedia=xmedia/float(passos); xc_dm_media=xc_dm_media/float(passos)
a0=-1/tan(a_medio/float(passos))
ymedia=ymedia/float(passos); yc_dm_media=yc_dm_media/float(passos)
xz=color_inf+(xmedia/fator); sigma_xz=sigma*cos(atan(a0))/fator
xmd=color_inf+(xc_dm_media/fator)
sigma_yz=ABS(sigma*sin(atan(a0))/fator)
IF(media_amostra_c>0) THEN
write(2,*) xz, sigma_xz, ymedia, sigma_yz, xmd, &
yc_dm_media, at1, ds2, sigma, media_amostra_c
END IF
! Determinando a reta perpendicular a reta media:
xc=xc_old; yc=yc_old; at1=-1/a0; bt1=yc-at1*xc
IF (yc>mag_turnoff) THEN
yc1=yc-ABS((sin(atan(at1)))*ds2*lambdapre)
y_moda=y_moda-ABS(sin(atan(at1))*ds2*lambdapre)
xc1=xc-ABS((cos(atan(at1)))*ds2*lambdapre)
x_moda=x_moda-ABS(cos(atan(at1))*ds2*lambdapre)
ELSE
yc1=yc-ABS((sin(atan(at1)))*ds2*lambdapos)
y_moda=y_moda-ABS(sin(atan(at1))*ds2*lambdapos)
xc1=xc+ABS(((cos(atan(at1)))*ds2*lambdapre))
x_moda=x_moda+ABS(cos(atan(at1))*ds2*lambdapre)
END IF
xc_old=xc1; yc_old=yc1; ds=ds2 ; at1_antigo=at1
END IF

```

```
end do
end do
close(2)
n_rej=0
do
read (4,*,iostat=controle) qq
if(controle>=0) then
n_rej=n_rej+1
else
exit
end if
end do
REWIND(4)
allocate(mag1_rej(1:n_rej)); allocate(mag2_rej(1:n_rej))
allocate(color_rej(1:n_rej))
do i=1,n_rej
color_rej(i)=mag1(i)-mag2(i)
read (4,*,end=102) mag1_rej(i), mag2_rej(i), color_rej(i)
end do
102 close(4)
end program
```

Apêndice B

Simulador de diagramas cor-magnitude

Programa para determinar diagramas cor-magnitude simulados a partir de uma isócrona. Linguagem utilizada: Fortran 95.

```
program faker
! este programa simula a observacao e reducao de um aglomerado globular &
!com numero de estrelas igual a total_stars
! partindo de um arquivo (iso.dat) com uma isocrona com colunas de massa, &
!mag1 e mag2
! escrito por Adriano Pieres em 22 de marco de 2013. Ultima atualizacao &
!em 23 de marco de 2013
implicit none
integer :: i, j, l, k, n=0, o, q, r, s, t, u, v, w, z, x, y, controle
integer :: soma=0, nova_soma=0
real(4), allocatable :: mag1(:), mag2(:), mass(:), massa_calculada(:)
integer, allocatable :: amostra(:)
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! PARAMETERS !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
real(4), parameter :: binmass=0.01, scatmin1=0.00001, scatmin2=0.000001
integer, parameter :: total_stars=30000
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
real(8) :: massmax, massmin, qq, intervalo, scat1, magmin1
real(8) :: magmin2, magmax1, magmax2, scat2
double precision :: RNG1, RNG2
! abre o arquivo e le os dados
open(1,file='iso.dat',status='old')
```

```

do
read (1,*,iostat=controle) qq
if(controle>=0) then
n=n+1
else
exit
end if
end do
REWIND(1)
allocate(mag1(1:n)); allocate(mag2(1:n)); allocate(mass(1:n))
do i=1,n
read(1,*) mass(i), mag1(i), mag2(i)
enddo
close(1)
! calcula o range em massa e os valores iniciais e finais; aloca variaveis
massmin=minval(mass(:)); massmax=maxval(mass(:))
allocate(amostra(1:INT((massmax-massmin)/binmass)))
magmin1=minval(mag1(:)); magmax1=maxval(mag1(:))
magmin2=minval(mag2(:)); magmax2=maxval(mag2(:))
! calcula a amostra e a soma para normalizar dentro do intervalo de massa
do i=1,INT((massmax-massmin)/binmass)
amostra(i)=NINT(100.d0*(massmin+float(i)*binmass)**(-2.d0))
soma=soma+amostra(i)
enddo
do i=1,INT((massmax-massmin)/binmass)
amostra(i)=NINT(float(total_stars*amostra(i))/float(soma))
nova_soma=amostra(i)+nova_soma
enddo
! calcula agora a massa de cada estrela
allocate(massa_calculada(1:nova_soma))
i=1
open(2,file='isofake.dat',status='unknown')
do j=1,INT((massmax-massmin)/binmass)
do k=1,amostra(j) ! toda a amostra dentro do intervalo
massa_calculada(i)=massmin + (float(j)*binmass) + &
(binmass*float(k)/float(amostra(j)))

```

```

    i=i+1
  enddo
enddo
do i=1,nova_soma
  do k=1,n-1 ! abre as linhas do arquivo em massa
! se a massa estiver no intervalo das linhas
    IF ((mass(k).lt.(massa_calculada(i))).and.(mass(k+1).&
gt.(massa_calculada(i)))) THEN
! vai abrir tantas vezes quantas forem as estrelas representadas
    call GRNG (RNG1,RNG2)
    intervalo=(massa_calculada(i)-mass(k))/(mass(k+1)-mass(k))
scat1=0.02d0+0.16d0*scatmin1*((2.718281828459045)**&
((8.d0*((mag1(k)-intervalo*(mag1(k)-mag1(k+1)))-&
magmin1)/magmax1-magmin1)-0.8d0))
scat2=0.02d0+0.08d0*scatmin2*((2.718281828459045)**&
((8.d0*((mag2(k)-intervalo*(mag2(k)-mag2(k+1)))-&
magmin2)/magmax2-magmin2)-0.8d0))
IF ((scat1.lt.0.1).and.(scat2.lt.0.1)) THEN
write(2,*) mag1(k)-(mag1(k)-mag1(k+1))*intervalo+2.d0*scat1*RNG1-scat1, scat1,&
mag2(k)-(mag2(k)-mag2(k+1))*intervalo+2.d0*scat2*RNG2-scat2, scat2
ENDIF
  ENDIF
  enddo
enddo
end program faker
subroutine GRNG (RNG1,RNG2)
implicit none
double precision :: random_number1 , random_number2, &
random_number3, random_number4
double precision , parameter :: mean=1.0d0, SD=0.5d0, pi=4.0d0*atan(1.0d0)
double precision , intent ( out ) :: RNG1, RNG2
call random_number ( random_number1 ); call random_number ( random_number3 )
call random_number ( random_number2 ); call random_number ( random_number4 )
RNG1 = SD * sqrt ( -2.0d0 * log ( random_number1)) * &
cos ( 2.0d0 * pi * random_number2 ) + mean
RNG2 = SD * sqrt ( -2.0d0 * log ( random_number3)) * &

```

```
cos ( 2.0d0 * pi * random_number4 ) + mean  
end subroutine GRNG
```

Apêndice C

Programa para comparação entre a linha de tendência média e as isócronas)

O programa compara a linha de tendência média e um banco de isócronas, formatados conforme a solicitação do programa. O resultado é o desvio padrão da comparação para todos os pontos, variando posição e isócrona

```
program qui_pdv
! standard program version gama(2012nov)
implicit none
character*2, allocatable :: o(:)
character*3, dimension(14) :: k1
character*4, dimension(300) :: k2
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
real(4), parameter :: mag_min=15.3d0, mag_max=20.d0
real(4), parameter :: color_min=-1.d0, color_max=1.d0
real(4), parameter :: theta=1.5708, a=-1.d0,b=15.d0,bin_x=0.01,
real(4), parameter :: bin_y=0.01,MST0=17.7d0
real(4), parameter :: fator=(mag_max-mag_min)/(color_max-color_min)
real(4), parameter :: color_to=-0.5d0
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
real(4), allocatable :: x(:,,:), mrl_conf(:,,:), iso_conf(:,,:)
real(4), allocatable :: coo_iso_old(:,,:), coo_iso(:,,:), mrl(:,,:)
real(4), allocatable :: coo_mrl_rot(:,,:), coo_iso_rot(:,,:)
```

```

real(4), allocatable :: iso_tot(:,,:), coo_old(:,:)
real(4), allocatable :: iso_old(:,,:), iso_forma(:,,:), coo_old1(:,:)
real(4), allocatable :: ucoo_old1(:,,:), ucoo_mrl_rot(:,,:), ucoo_old(:,:)
real(4), allocatable :: residuo(:,,:,:,)
integer :: i, j, k, l, el_x, el_y_mrl, el_x_mrl, el_x_iso
integer :: el_y_iso, s_mrl, p, q, r, s, m, n, controle, t, u
real(4) :: soma_residuo, range_mrl_y, range_mrl_x, y_min_mrl
real(4) :: y_max_mrl, x_min_mrl, x_max_mrl
real(4) :: x_min_iso, res, min_res, aa, bb, dd, weight, qq
real(4) :: redd, mod_d, MST01, soma_weight, color_to1
color_to1=(color_to-color_min)*fator
open(1,file='MRL.dat',status='old'); s_mrl=0.d0
do
read (1,*,iostat=controle) qq
if(controle>=0) then
n=n+1
else
exit
end if
end do
REWIND(1); allocate(coo_old1(1:n,1:2)); allocate(ucoo_old1(1:n,1:2))
do i=1,n
read (1,*,end=101) coo_old1(i,1),ucoo_old1(i,1),coo_old1(i,2), &
ucoo_old1(i,2)
coo_old1(i,1)=(coo_old1(i,1)-color_min)*fator
ucoo_old1(i,1)=ucoo_old1(i,1)*fator
end do
101 close(1)
do i=1,n
IF ((coo_old1(i,2)>mag_min).and.(coo_old1(i,2)<mag_max)) THEN
s_mrl=s_mrl+1
END IF
end do
close(1)
! relocate values to a chosen part of the MRL standard
ALLOCATE(coo_old(1:s_mrl,1:2)); coo_old=0; ALLOCATE(ucoo_old(1:s_mrl,1:2))

```

```

k=1
do i=1,n
IF ((coo_old1(i,2)>mag_min).and.(coo_old1(i,2)<mag_max)) THEN
coo_old(k,:)=coo_old1(i,:); ucoo_old(k,:)=ucoo_old1(i,:); k=k+1
END IF
end do

! the standard MRL is ready. Rotate a angle theta
ALLOCATE(coo_mrl_rot(1:s_mrl,1:2)); coo_mrl_rot=0
ALLOCATE(ucoo_mrl_rot(1:s_mrl,1:2))
do i=1,s_mrl
coo_mrl_rot(i,1)=coo_old(i,1)*cos(theta)+coo_old(i,2)*sin(theta)
coo_mrl_rot(i,2)=coo_old(i,2)*cos(theta)-coo_old(i,1)*sin(theta)
ucoo_mrl_rot(i,1)=ucoo_old(i,1)*cos(theta)+ucoo_old(i,2)*sin(theta)
ucoo_mrl_rot(i,2)=ucoo_old(i,2)*cos(theta)-ucoo_old(i,1)*sin(theta)
end do

MSTO1=color_to1*cos(theta)+MSTO*sin(theta)
allocate(coo_iso_old(1:m,1:2))
open(3,file='resid_pdv.dat',status='unknown')
open(4,file='k1_pdv.dat',status='old')
open(5,file='iso_mrl_pdv.dat',status='unknown')
open(8,file='k2_pdv.dat',status='old')
open(9,file='mrl_stand_pdv.dat',status='unknown')
write(3,*) 'Age(100Myr) Mod_d Redd S'
do i=1,14
read(4,*) k1(i)
end do
close(4)
do i=1,300
read(8,*) k2(i)
end do
close(8)
x_min_mrl=MINVAL(coo_mrl_rot(:,1))
x_max_mrl=MAXVAL(coo_mrl_rot(:,1)); range_mrl_x=x_max_mrl-x_min_mrl
y_min_mrl=MINVAL(coo_mrl_rot(:,2))
y_max_mrl=MAXVAL(coo_mrl_rot(:,2)); range_mrl_y=y_max_mrl-y_min_mrl
el_x_mrl=INT(range_mrl_x/bin_x) !; el_y_mrl=INT(range_mrl_y/bin_y)

```

```

allocate(mrl(1:el_x_mrl,1:4)); mrl=0
do i=1,el_x_mrl
! Remember: the isochrone and the MRL must be some points in
! commom and must be crescent or decrescent together
mrl(i,1)=x_min_mrl+(FLOAT(i)*bin_x) ! crescendo
do j=1,s_MRL
IF ((coo_mrl_rot(j,1)>mrl(i,1)).and.(coo_mrl_rot(j+1,1)<mrl(i,1))) THEN
mrl(i,2)=coo_mrl_rot(j+1,2)+(mrl(i,1)-&
coo_mrl_rot(j+1,1))*((coo_mrl_rot(j,2)-coo_mrl_rot(j+1,2))/&
(coo_mrl_rot(j,1)-coo_mrl_rot(j+1,1)))
mrl(i,3)=(ucoo_mrl_rot(j+1,1)+ucoo_mrl_rot(j,1))/2.
mrl(i,4)=(ucoo_mrl_rot(j+1,2)+ucoo_mrl_rot(j,2))/2.
END IF
end do
write(9,*) mrl(i,1), mrl(i,3), mrl(i,2), mrl(i,4) ! crescendo
end do
close(9)
write(*,*) 'Certifique-se que a MRL foi rotada &
no angulo desejado em mrl_stand.dat.'
allocate(iso_forma(1:el_x_mrl,1:2))
allocate(residuo((int((float(el_x_mrl)/2.)-(float(el_x_mrl)/4.))):&
(int((float(el_x_mrl)/2.)+(float(el_x_mrl)/4.))),&
int(float(-el_x_mrl)/4.d0):int(float(el_x_mrl)/4.d0),1:300,1:14))
allocate(iso_tot(1:2*el_x_mrl,1:2))
! Defining the quadratic weight:
aa=-9.d0/((x_min_mrl*x_min_mrl)-2*(MSTO1*x_min_mrl)+MSTO1*MSTO1)
dd=1.d0-aa*(x_min_mrl*x_min_mrl+2*MSTO1*x_min_mrl)
bb=-2*aa*MSTO1
soma_weight=0.d0
do i=1,el_x_mrl
soma_weight=(soma_weight)+(aa*mrl(i,1)*mrl(i,1)+bb*mrl(i,1)+dd)
enddo
! Now there is a standard MRL (variable called "mrl")
! equipartitionated. Make the same thing to the isochrone.
! The isochrone has the doble size the MRL at the maximum.
! start the main loop!

```

```

write(*,*) 'Abrindo os arquivos para comparacao com a MRL...'
do u=1,300 ! Open the isochrones files in age
do l=1,14 ! Open the files in metallicity and account the lines
open(2,file='a'//k1(l)//'m'//k2(u),status='old'); m=0
write(*,*) 'Abrindo arquivo: ', 'a'//k1(l)//'m'//k2(u)
do
read (2,*,iostat=controle) qq
if(controle>=0) then
m=m+1
else
exit
end if
end do
REWIND(2);
if (allocated(x)) then
deallocate(x)
end if
allocate(x(m,1:22))
do i=1,m
read (2,*,end=100) (x(i,j),j=1,22)
end do
100 close(2)
open(2,file='a'//k1(l)//'m'//k2(u),status='old')
if (allocated(coo_iso_rot)) deallocate(coo_iso_rot)
allocate(coo_iso_rot(1:m,1:2)); coo_iso_rot=0.d0
do i=1,m
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Here the program read the magnitude of the isocrone
! Read you in the file to determine the row of the band1 and band2
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
coo_iso_rot(i,1)=((x(i,17)-x(i,22)+a-color_min)*&
fator)*cos(theta)+((x(i,22)+b)*sin(theta)) ! diminuindo
coo_iso_rot(i,2)=(x(i,22)+b)*cos(theta)-((a+x(i,17)&
-x(i,22)-color_min)*fator*sin(theta)) ! aumentando
end do
x_min_iso=mrl(1,1)-(FLOAT(e1_x_mrl)*bin_x*0.5)

```

```

el_x_iso=2.d0*el_x_mrl; el_y_iso=el_x_iso
do i=1,el_x_iso
iso_tot(i,1)=x_min_iso+(float(i)*bin_x) ! aumentando
end do
! Defining the y iso_tot
do i=1,el_x_iso
do j=1,m-1
IF (((iso_tot(i,1)>coo_iso_rot(j+1,1)).and.(iso_tot(i,1)&
<coo_iso_rot(j,1)))) THEN
iso_tot(i,2)=coo_iso_rot(j,2)+(iso_tot(i,1)-coo_iso_rot(j,1))&
*((coo_iso_rot(j+1,2)-coo_iso_rot(j,2))/&
(coo_iso_rot(j+1,1)-coo_iso_rot(j,1)))
END IF
end do
end do
iso_forma=0.d0
! Two curves (mrl(x_min_mrl:x_min_mrl+i*bin_x) with el_x_mrl
! elements and the doble-sized binned at the same points iso_tot
! Find a way to cut and index the iso_tot to compare to MRL To do
! this, create a new variable (from the isochrone): the iso_forma.
! Allocate the iso_forma to the same number of elements to the MRL.
! The two are the same size (same rank and same shape).
! Convention: q->define iso start; k-> define iso; j->ystart
do q=int((float(el_x_mrl)/2.)-(float(el_x_mrl)/4.)),&
int((float(el_x_mrl)/2.)+(float(el_x_mrl)/4.))
! This loop define the iso_forma indexed on k (l=1,2), varyng with index k
do k=q,q+el_x_mrl-1
iso_forma(k-q+1,1)=iso_tot(k,1)
iso_forma(k-q+1,2)=iso_tot(k,2)
end do
! Now there is a mrl and a iso_forma. The y elements of the mrl must
! be compare with the y elements of the iso and the MRL.
do j=int(-1.*float(el_x_mrl)/4.d0),int(float(el_x_mrl)/4.d0)
soma_residuo=0
do k=1,el_x_mrl
weight=(-aa*(mrl(k,1)*mrl(k,1))+(bb*mrl(k,1))+dd)/soma_weight

```

```

res=(mrl(k,2)-(iso_forma(k,2)+float(j)*bin_y))
res=res*res*weight
soma_residuo=soma_residuo+res
end do
residuo(q,j,u,l)=SQRT(soma_residuo/soma_weight)
!write(*,*) q,j,u,l,residuo(q,j,u,l), el_x_mrl, el_x_iso
end do
end do
! The minor five values of the residuals
end do
end do
write(*,*) 'Final da comparacao. Escrevendo o arquivo resid.dat'
do s=1,200
min_res=minval(residuo)
do u=1,300 ! Open the isochrones files in age
do l=1,14 ! Open the files in metallicity and account the lines
do q=(int((float(el_x_mrl)/2.)-(float(el_x_mrl)/4.))&
(int((float(el_x_mrl)/2.)+(float(el_x_mrl)/4.)))
do j=int(-1.*float(el_x_mrl)/4.d0),int(float(el_x_mrl)/4.d0)
IF ((residuo(q,j,u,l)==min_res)) THEN
mod_d=b-((float(q)-(float(el_x_mrl)/2.d0))*bin_x*&
sin(theta))-(float(j)*bin_y*cos(theta)/fator)
redd=a-(float(j)*bin_y*sin(theta)/fator)+((float(q)-&
float(el_x_mrl)/2.d0)*bin_x*cos(theta))
write(3,300) k1(l)//k2(u),mod_d,redd,residuo(q,j,u,l),q,j,u,l
300 format (A, 1x, F6.3, 1x, F6.3, 1x, F10.7, 1x, I4, 1x, I4, 1x, I4, 1x, I4)
residuo(q,j,u,l)=999.999 ! flag
END IF
end do
end do
end do
end do
end do
end do
write(*,*) 'Fim.'
end program

```