



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Carmen Macheimer de Vasconcelos Moniz

## **Visualização espacial na perspectiva da Epistemologia Genética**

Porto Alegre  
2013

Carmen Machemer de Vasconcelos Moniz

## **Visualização espacial na perspectiva da Epistemologia Genética**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Dr<sup>a</sup> Tania Beatriz Iwazsko Marques

Linha de Pesquisa: O Sujeito da Educação: conhecimento, linguagem e contextos

Porto Alegre  
2013

### CIP - Catalogação na Publicação

Moniz, Carmen Machemer de Vasconcelos  
Visualização espacial na perspectiva da  
Epistemologia Genética / Carmen Machemer de  
Vasconcelos Moniz. -- 2013.  
84 f.

Orientadora: Tania Beatriz Iwazsko Marques.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de  
Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, BR-RS, 2013.

1. Visualização espacial. 2. Epistemologia  
Genética. 3. Geometria Descritiva. 4. construção do  
conhecimento. 5. aprendizagem. I. Marques, Tania  
Beatriz Iwazsko, orient. II. Título.

Carmen Machemer de Vasconcelos Moniz

## **Visualização espacial na perspectiva da Epistemologia Genética**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação.

Aprovada em 26 fev. 2013

---

Profa. Dra. Tania Beatriz Iwazsko Marques - Orientadora

---

Prof. Dr. Fernando Becker - UFRGS

---

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso – UFRGS

---

Prof. Dr. Paulo Domingos Mieres Caruso- UFPE

## AGRADECIMENTOS

À minha querida orientadora Dra. Tania Beatriz Iwaszko Marques, que muito me honra com suas contribuições valiosas, pela orientação, disponibilidade, entusiasmo, carinho e leituras cuidadosas.

Aos professores, Dr. Fernando Becker, Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso, Dr. Paulo Domingos Mieres Caruso, Dr. Maria Luiza Rheingantz Becker e Dr. Analice Dutra Pillar, pelas muitas maneiras que ajudaram a construir este trabalho.

Aos colegas da UFRGS, por serem companheiros de aprendizagens e “amigos chatos” quando foi preciso.

Aos prestimosos colegas do Parobé, Karla Sandes, Marcelo Gotuzzo e Ricardo Justo, por terem me acompanhado e incentivado com a aplicação deste estudo nas turmas estudadas.

Aos alunos das turmas estudadas por suas valiosas contribuições.

Aos colegas queridos do Curso de Edificações pelo incentivo.

À direção da Escola Parobé e à coordenação do curso de Edificações, por autorizar que minhas turmas de Geometria Descritiva tivessem uma sequência didática diferenciada das demais.

À minha amada família pelo apoio incondicional.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro durante um ano desta pesquisa.

## RESUMO

Este trabalho analisa a aplicação da proposta de uma nova sequência didática para a disciplina de Geometria Descritiva, que trata do ensino da visualização espacial. A proposta foi desenvolvida a partir da construção das noções de espaço e questões gerais sobre aprendizagem, conhecimento e desenvolvimento possibilitados pelo apoio teórico da Epistemologia Genética de Jean Piaget. A pesquisa, de tipo longitudinal, foi realizada em 4 (quatro) turmas de Curso Técnico em Edificações, sendo utilizado o método Dialético-Didático para o desenvolvimento das aulas. Os dados foram coletados por meio de registros em diários de campo, fotografias e produções gráficas dos alunos. São feitas comparações entre a nova sequência didática e a antiga e apresentadas as possíveis vantagens da utilização da nova sequência, fundamentada no princípio que a construção das noções espaciais se constitui a partir de noções topológicas, na direção de noções projetivas e depois euclidianas. Este trabalho não encerra as pesquisas sobre a melhor sequência didática para a visualização espacial, mas alerta pela busca de uma aprendizagem duradoura e significativa para a vida profissional dos alunos.

**Palavras-chave:** Visualização Espacial. Geometria Descritiva. Epistemologia Genética. Construção do conhecimento. Sequência didática. Aprendizagem.

## ABSTRACT

This work analyzes the application of the proposed of a new didactic sequence for the discipline of Descriptive Geometry, which deals with the teaching of the spacial visualization. The proposal was developed from the construction of the notions of space and general questions about learning, knowledge and development made possible by the theoretical support of Jean Piaget's Genetic Epistemology. The research, of longitudinal type, was performed in 4 (four) class sizes of Technical Course in Edificacions, having been used the Dialectic-Didatic method for the development of the classes. Data were collected through registries in field diaries, photographs and graphic productions of the students. Comparisons are made between the new and the old didatic sequence and the possible advantages of using the new sequence are presented, based on the principle that the construction of spacial concepts is founded upon topological notions toward notions of projective and afterwards Euclidean. This work does not end the researches on the best didatic sequence for spacial visualization, but we believe it is on the right track to provide more chances to develop a lasting and significant learning for the professional life of the students.

**Keywords:** Spacial visualization; Descriptive Geometry; Genetic Epistemology; construction of the knowledge; didatic sequence; learning.

## LISTA DE FIGURAS

Quadro 1: Sequências didáticas.....	35
Quadro 2: Organização da nova sequência didática.....	36
Figura 1: Exercício - Perspectiva isométrica da casa .....	38
Figura 2: Desenhos de alunos - Representações da fachada principal .....	38
Figura 3: Desenho de aluno – Representação da fachada secundária .....	39
Figura 4: Desenhos de alunos - Representações da fachada secundária .....	40
Figura 5: Desenho e representação de desenho de alunos - Representação da fachada secundária .....	40
Figura 6: Desenhos de alunos - Planificação das vistas ortogonais .....	41
Figura 7: Desenho de aluno - Representação de vista superior com linhas paralelas ....	41
Figura 8: Desenho de aluno - Representação de vista superior com linhas convergentes .....	42
Figura 9: Desenho de aluno - Representação de vista superior .....	42
Figura 10: Maquete física da casa .....	43
Figura 11 (a, b e c): Aluno observando maquete e desenhos de alunos - correções .....	44
Figura 12: Exercício - Vistas ortogonais dadas .....	45
Figura 13: Desenhos de alunos - Perspectivas a partir de vistas dadas .....	45
Figura 14: Triedro e épura.....	46
Figura 15: Placas de isopor.....	47
Figura 16: Alunos estudando as vistas .....	47
Figura 17: Desenhos de alunos - Representações sem relação com $\pi 1$ .....	48
Figura 18: Desenhos de alunos - Épuras de sólidos propostos.....	49
Figura 19: Elaboração e representação de sólidos com placas de isopor .....	51
Figura 20: Exercício em grupo – representação da épura do desenho proposto .....	52
Figura 21: Correções realizadas pelos terceiros grupos .....	52
Figura 22: Desenhos de alunos - Trabalho em grupo.....	53
Figura 23: Reconstrução do sólido e respectivas vistas ortogonais.....	53
Figura 24 (a e b): Tipos de perspectiva .....	54
Figura 25: Triedro.....	54
Figura 26: Lay out da folha de exercícios .....	54
Figura 27: Desenhos de alunos – Técnicas mongeanas.....	55
Figura 28: Desenhos de alunos - Exercícios de sólidos no triedro e na épura .....	57
Figura 29: Diferentes posições de um sólido no espaço.....	59
Figura 30: Desenhos de alunos - Relação entre representação espacial e planificada ...	60
Figura 31: Elementos do sólido .....	62
Figura 32: Desenhos de alunos - Trabalhos sobre planos .....	63
Figura 33: Posições do plano.....	63
Figura 34: Projeções do plano .....	64
Figura 35: Desenhos de alunos - Exercícios.....	65
Figura 36: Posições da reta.....	67
Figura 37: Projeções da reta .....	67



Figura 38: Posições do ponto .....	68
Figura 39: Desenhos de alunos - Trabalho sobre pontos, retas e planos .....	69
Figura 40: Desenhos de aluno - Substituição das coordenadas descritivas por cotas. ...	70
Figura 41: Desenho de alunos - Representação de sólidos a partir das vistas ortogonais .....	71
Figura 42: Desenhos de alunos - Vistas .....	73
Figura 43: Desenhos dos alunos - Antes e depois .....	74

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	4
<b>ABSTRACT</b> .....	5
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	6
<b>APRESENTAÇÃO</b> .....	9
<b>1. CONSIDERAÇÕES SOBRE GEOMETRIA DESCRITIVA</b> .....	12
1.1. GÊNESE DA GEOMETRIA.....	11
1.2. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA DESCRITIVA .....	15
<b>2. EPISTEMOLOGIA GENÉTICA E CONSTRUÇÃO DA NOÇÃO DE ESPAÇO</b> .....	18
2.1. APRENDIZAGEM, CONHECIMENTO E DESENVOLVIMENTO .....	18
2.2. ESTÁDIOS DO DESENVOLVIMENTO E NOÇÃO DE ESPAÇO.....	21
2.3. CONSTRUÇÕES LIGADAS AO ESPAÇO .....	24
<b>3. METODOLOGIA DA PESQUISA</b> .....	28
3.1. A PROPOSTA DE TRABALHO.....	28
3.2. INSTRUMENTOS PARA COLETA DE DADOS.....	29
<b>4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	30
4.1. CONSTRUÇÃO CIVIL E O ENSINO DA VISUALIZAÇÃO ESPACIAL .....	30
4.2. GEOMETRIA DESCRITIVA NO CURSO TÉCNICO EM EDIFICAÇÕES DA ESCOLA TÉCNICA PAROBÉ.....	31
4.3. NOVA SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	34
4.4. AS NOVAS AULAS DE GEOMETRIA DESCRITIVA.....	36
4.4.1. Aula 1: O que é vista ortogonal?.....	36
4.4.2. Aula 2: Técnicas Mongeanas .....	49
4.4.3. Aula 3: Sólidos no triedro e na épura.....	56
4.4.4. Aula 4: Coordenadas descritivas .....	58
4.4.5. Aulas 5 e 6: Estudo do plano.....	61
4.4.6. Aula 7: Fazer e compreender .....	64
4.4.7. Aula 8: Estudo da reta e do ponto .....	66
4.4.8. Aulas 9 e 10: Novas possibilidades.....	69
4.4.9. Aula 11: Iniciação ao Desenho Arquitetônico .....	72
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	76
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	79
<b>GLOSSÁRIO</b> .....	84

## APRESENTAÇÃO

A formação em arquitetura na Faculdade Ritter do Reis, em 1987, me deu subsídios para lecionar algumas disciplinas em curso Técnico em Edificações em escola da rede estadual de ensino. A cada semestre que passava esta atividade era mais prazerosa e, em pouco tempo, eu já estava totalmente envolvida em ensinar, e também aprender, junto com os futuros profissionais da construção civil. Assim, a Escola Estadual Parobé, em 1995, foi o início da minha caminhada na área da educação.

Em 1997 ingressei como professora de *Comunicação Visual* no Curso Técnico em Publicidade da Escola Irmão Pedro e em 1999 como professora de *Desenho Arquitetônico* e *Noções da Construção Civil* do Curso Técnico em Transações Imobiliárias da Escola Lafayette. Sentia-me inteiramente envolvida e, com isso, a ideia de não ter nenhuma formação pedagógica me inquietava. Interessante observar que um grande número de professores dos cursos técnicos são profissionais, como arquitetos ou engenheiros, sem a formação pedagógica. São profissionais contratados temporária ou emergencialmente, como é o meu caso há 17 anos, por não apresentar esta formação. A graduação na área técnica é necessária para a contratação do docente, mas será que é suficiente?

Então, fui buscar uma educação mais especializada e iniciei participando da disciplina de *Arte na Educação Infantil* do curso de pedagogia da UFRGS e depois, com muita satisfação e entusiasmo, de três cadeiras sobre semiótica como aluna ouvinte do programa de pós-graduação em Educação da UFRGS. Aquelas aulas me mostraram um mundo que eu não conhecia, onde era prazeroso participar, aprender, descobrir novos caminhos e expressões como “aprender a aprender” e “os saberes dos alunos”, que agora começavam a ter um significado antes desconhecido.

Em 2006/2007, pensando em reverter a situação de muitos docentes sem formação pedagógica, a direção da Escola Técnica Parobé, onde leciono Geometria Descritiva, juntamente com a Universidade de Santa Cruz do Sul – UNISC, disponibilizou o curso de complementação pedagógica para profissionais que atuam na educação profissional da rede pública estadual. Foi uma ótima oportunidade de entrar

em acordo com a Pedagogia que eu não conhecia e adquirir um pouco mais de bagagem para a minha caminhada.

O *Curso de Especialização em Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrada à Educação Básica na Modalidade Educação de Jovens e Adultos* da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, PROEJA, em 2009/2010, foi a própria tomada de consciência do meu fazer pedagógico. No trabalho de conclusão, *Construção de conhecimento: maquete sólida e visualização espacial* (Moniz, 2010), orientado pelo Prof. Dr. Fernando Becker, busquei redimensionar o ensino da disciplina de Geometria Descritiva, do curso de Edificações, na direção de uma pedagogia ativa, participativa e reflexiva. Abordei a significação da visualização espacial com elementos tridimensionais manuseáveis, fabricados pelos próprios alunos, visando às condições da construção do conhecimento da visualização espacial com maquetes sólidas. Proporcionando ajuda significativa na construção do conhecimento da visualização espacial, objetivo do componente curricular, as maquetes auxiliaram aqueles alunos nos processos de organização de padrões perceptivos.

Aquele trabalho me mostrou a seriedade do fazer pedagógico, a importância das ações do professor e dos seus alunos e, a partir de um processo reflexivo docente, meu olhar tomou a direção da busca do significado da construção do conhecimento e, sobretudo, das estruturas do pensamento dos sujeitos. Assim, as aulas não eram mais as mesmas, tudo parecia diferente, começava a prestar mais atenção nas ações dos alunos e me deparei com uma realidade vivenciada pelas turmas de Geometria Descritiva que antes não era percebida por mim. Ao alcançarmos o último conteúdo previsto para o semestre, aqueles sujeitos demonstravam grande satisfação ao realizar as tarefas e, muitas vezes, diziam: *“Ah, agora entendi. Por que a gente não começou por aqui?”*.

Esta reação, esboçada por diversos alunos, me remeteu a uma série de questionamentos: Será que esta não é uma boa sequência de abordagens? Qual o melhor método de ensino de GD? Qual a sequência de ensino que melhor promove essa aprendizagem? A didática da sala de aula é facilitadora? Qual a lógica do processo de construção do conhecimento? Estas inquietações acabaram por balizar esta pesquisa.

Assim, intervindo nas necessidades impostas pela sala de aula, esta dissertação de mestrado me levou ao encontro do seguinte problema de pesquisa: **Como promover**

## **a construção da visualização espacial, na disciplina de Geometria Descritiva, fundada em estudos de Epistemologia Genética?**

O trabalho apresenta uma sequência didática para as aulas de Geometria Descritiva do curso Técnico em Edificações, da Escola Técnica Parobé, diferente daquela utilizada nos diversos cursos dos quais já tive conhecimento. A partir dos estudos de Epistemologia Genética, procurou-se compreender como os sujeitos organizam padrões perceptivos, percebem e representam os elementos espaciais. Segundo Becker (2003), o professor deve saber como se constitui o conhecimento para não obstruí-lo. Assim, esta dissertação **descreve uma proposta de ensino para Geometria Descritiva, com o objetivo de desenvolver a visualização espacial, elaborada com base na Epistemologia Genética, e analisa sua prática.**

Deste modo, o primeiro capítulo desta dissertação é dedicado às questões específicas da Geometria, informa acerca da gênese desta ciência até os dias de hoje e métodos utilizados para seu ensino, assim como alguns estudos realizados sobre este tema.

O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica para esta pesquisa, quando visita obras de Piaget e outros autores envolvidos com a Epistemologia Genética, traz questões gerais de aprendizagem, conhecimento e desenvolvimento e, mais especificamente, questões que envolvem construções ligadas ao espaço.

O capítulo seguinte trata da metodologia, o contexto da pesquisa, a coleta de dados e os motivos que acarretaram mudanças significativas de uma sequência didática sistematizada há muitos anos.

O capítulo “Apresentação e análise dos dados da pesquisa” primeiramente coloca o leitor a par da importância da visualização espacial para os profissionais da construção civil. Num segundo momento, descreve e analisa a forma antiga da sequência didática da disciplina de Geometria Descritiva no Curso de Edificações da Escola Técnica Parobé, evidenciando os motivos pelos quais esta não parece adequada. A seguir, apresenta o que está sendo proposto, descrevendo e analisando aula a aula, relacionando a nova sequência didática utilizada com a antiga. Para finalizar, apresentam-se algumas considerações e reflexões para futuras pesquisas.

## 1. CONSIDERAÇÕES SOBRE GEOMETRIA DESCRITIVA

Com uma breve investigação sobre a geometria através dos tempos, este capítulo inicia entrevendo o desenvolvimento desta ciência. Num segundo momento, traz estudos relacionados ao método de ensino da geometria e da visualização espacial em escolas e universidades, principalmente de Porto Alegre.

### 1.1. Gênese da geometria

Investigando a história, podemos entrever o desenvolvimento das ciências. Cada fato ocorrido é parte integrante de saberes de níveis precedentes e cada acontecimento abre possibilidades para o novo. A ciência é constituída por uma reorganização desses saberes através dos tempos. Sobre os níveis de desenvolvimento das ciências, Piaget (*In* Piaget e Garcia, 1987, p. 17) comenta:

[...] estes estádios sucessivos da construção das diferentes formas do saber são de fato sequenciais, quer dizer que cada um é, ao mesmo tempo, o resultado das possibilidades abertas pelos precedentes e condição necessária do subsequente. Todo estádio começa, na realidade, por uma reorganização num novo nível, das aquisições principais aos precedentes: daí resulta a integração nos estádios superiores de determinadas ligações, cuja natureza só é explicada na análise dos estádios elementares.

No que se refere à Geometria, podemos perceber com clareza a construção de novos níveis de possibilidades que vão organizando esta ciência nas geometrias plana, analítica, descritiva, projetiva e outras.

A palavra “geometria” em grego quer dizer “medida de terra” (GEOS = terra; METRIA = medida) e a ciência assim denominada vem da necessidade do homem de lidar com as propriedades do espaço. Os primeiros registros de demarcação de terras talvez sejam aqueles deixados pelos Egípcios, às margens férteis do Rio Nilo, a partir da necessidade dos agricultores em refazer a demarcação dos marcos fronteiraços de suas plantações, anualmente, após as cheias. Conforme Eves (2011, p. 90), a partir de 3000 a.C., nas regiões agrícolas do chamado “berço da civilização” (Oriente Médio, China e Egito), desencadeou-se um longo período de progresso intelectual e científico. Os povos

construíram as primeiras cidades, desenvolveram projetos de irrigação, ergueram monumentos, “inventaram a escrita e tiveram início a matemática, a astrologia e a metalúrgica”.

Em 2000 a.C., no Oriente Médio antigo, as ideias matemáticas incentivaram a busca de questões em outros campos fundamentais. A curiosidade científica dos gregos acarretou o desenvolvimento do estudo de um raciocínio lógico de tal perfeição que, depois de muitos séculos, foi modelo para construção de novas teorias científicas. Nesta pesquisa, não se pretende relatar os trabalhos de Tales de Mileto, Pitágoras ou Euclides, mas expor brevemente as diferentes geometrias que, se apropriando das contribuições dos geômetras gregos, formam um capítulo no estudo da matemática, evidenciando a decorrência histórica de sua gênese.

A geometria plana, também conhecida como Euclidiana, foi desenvolvida por Euclides de Alexandria no séc. III a.C. Euclides deu ordem lógica aos conhecimentos que os povos antigos haviam adquirido de forma desordenada através do tempo e transformou a geometria em ciência dedutiva. Eves (2011, p. 168) afirma que “[...] é provável que os *Elementos* de Euclides sejam, na sua maior parte, uma compilação altamente bem sucedida e um arranjo sistemático de trabalhos anteriores” numa “sequência lógica”, com “demonstrações” e “feliz seleção de proposições”.

A geometria plana possibilita a medida e o cálculo de distâncias e ângulos e a relação entre áreas e volumes. Os *Elementos* de Euclides representam o tipo de geometria que domina, durante todo o período compreendido entre a antiguidade e a época moderna, características só postas em evidência no sec. XIX a partir de uma profunda evolução metodológica e mudança nos conceitos sobre o significado da geometria. Sem dúvida, *Elementos* foi a contribuição mais importante da Antiguidade para a metodologia das ciências ao ponto de podermos afirmar que “[...] nenhum trabalho, exceto a bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico” (Eves, 2011, p. 167).

No séc. XVII, com os avanços políticos, econômicos e sociais, verificou-se uma produção crescente das pesquisas matemáticas. Usando a geometria da Grécia antiga e os princípios da álgebra da Arábia para resolver problemas matemáticos, desenvolve-se a geometria analítica. Conforme Eves (2011, p. 382), “Enquanto Desargues e Pascal abriam um novo campo, a geometria projetiva, Descartes e Fermat concebiam as ideias

da geometria analítica moderna [...]” que, ao apoiar o cálculo, fazem dele o maior instrumento matemático descoberto no século XVII (p. 462).

Giovanni, Bonjorno e Giovanni Jr (1994, p. 481) comentam como a utilização do método cartesiano contribuiu decisivamente para o progresso das ciências:

As representações cartesianas de fenômenos como a variação da temperatura de um doente, ou a oscilação dos valores das ações da Bolsa, que nos permitem avaliar, por um exame simples das curvas representadas num sistema de eixos coordenados, a marcha de uma transformação, e prever seu desenvolvimento, com certa precisão, mostram, entre outros exemplos, a importância do método de Descartes para o desenvolvimento dos conhecimentos humanos.

Gaspard Monge (1746-1818), considerado o criador da geometria descritiva (Eves, 2011, p. 490), representa sobre um plano as figuras do espaço, de modo a poder resolver, com o auxílio da Geometria Plana, os problemas em que se consideram as três dimensões. Através de métodos descritivos, representa as vistas ortogonais de sólidos em duas dimensões, facilitando, assim, a construção de protótipos de objetos por ter suas faces representadas em verdadeira grandeza.

Eves (2011, p. 489) escreve sobre a geometria descritiva de Gaspard Monge:

Monge contornou o tedioso procedimento aritmético da época substituindo-o por um outro, geométrico, mais rápido. Seu método que consistia em inteligentemente representar objetos tridimensionais por meio de projeções convenientes sobre um plano bidimensional, foi adotado por militares e considerado segredo absoluto.

Os consideráveis desenvolvimentos nas várias áreas da matemática do século XVIII fizeram surgir a figura do especialista, como Monge em geometria (Eves, 2011, p. 544). Então, a geometria se desprende dos moldes tradicionais e abrem-se caminhos para criação de muitos outros sistemas geométricos.

O campo da geometria fez enormes progressos no século XIX. Em 1822, com a geometria projetiva, Jean-Victor Poncelet transcende o espaço euclidiano, relaciona e posiciona os elementos geométricos entre si, representando o mundo que vemos com pontos de fuga e linha do horizonte. A perspectiva representada em duas dimensões já era resolvida pelos artistas renascentistas, mas demorou cerca de dois séculos para que essas ideias fossem formuladas matematicamente.



No século XX, a geometria diferencial estuda as propriedades das curvas e superfícies, trabalho estimulado por Monge, e, mais tarde, estudado por Cauchy, Gauss e Riemann. Quando se fala na evolução desta ciência, vários outros nomes não poderiam deixar de ser citados como Klein, Cantor, Poincare, Weierstrass, as mulheres como Sonja Kovalevsky, Emmy Noether e Charlotte Scott que iniciaram nestes estudos, o casal Young e tantos outros. Algumas áreas da matemática permaneceram bastante ativas em determinados momentos e se apagaram em outros, novos e imprevistos campos surgiram como as recentes teorias das categorias dos fractais e das catástrofes, sem falar na área das calculadoras e dos computadores eletrônicos.

A geometria, depois de tantos séculos, incorpora transformações e se constitui como ciência. Assim, podemos concordar com Aebli (1958, p. 89), quando comenta que toda noção tem sua história a partir de elementos anteriores do pensamento, e diz que uma conduta não surge do nada, pois sempre houve condutas anteriores mais primitivas. Do mesmo modo, Eves (2012, p. 695) comenta a observação de Julian Lowell que “[...] uma das coisas bonitas da matemática é que nunca se resolve um de seus problemas sem que se criem outros”.

## **1.2. Estudos sobre o ensino de Geometria Descritiva**

Os trabalhos que abarcam as questões da visualização espacial são encontrados sob diferentes pontos de vista, sendo que o método Van Hiele para o ensino de geometria é citado, ou embasa alguns destes. Trata-se de uma sequência didática para o ensino da geometria apresentada pelo casal Van Hiele, em 1957, a partir da investigação do desenvolvimento do pensamento geométrico. Foi utilizado pela primeira vez na União Soviética em 1960 e divulgado nos EUA por Izaak Wirsup, a partir de 1976. O método consiste na aprendizagem da geometria por níveis graduais e sequenciais do pensamento com avanço não natural, mas intermediado pelo professor através de ensino adequado. Para os Van Hiele, o progresso depende mais da instrução recebida do que da idade ou da maturidade do aluno.

Kaleff (1994) diz, em seu trabalho embasado neste método, que o estudante só entende o que o professor apresentar de maneira adequada ao seu nível de compreensão.

Verones (2009) usa a ideia gestalista de que o *insight* deve ser compreendido como o resultado da percepção de uma estrutura e, apoiado no método Van Hiele, afirma que o *insight* é um mecanismo chave que permite aos alunos construir conceitos mais complexos e, assim, visualizar diferentes campos.

O trabalho de Lima, Carvalho e Azevedo (2007) apresenta a visualização espacial como habilidade mental que tem seus mecanismos localizados no lado direito do cérebro. Para esses autores, há grande necessidade de praticar esta capacidade, e que isso não foi suficientemente estimulado na escola, gerando um entrave de aprendizagem.

Jacques, Azevedo, Aymone e Teixeira (2001) afirmam que os ambientes de aprendizagem hipermídia devem aproveitar os recursos de tecnologia da informação disponíveis para facilitar a visualização espacial e a compreensão tridimensional. Na mesma linha, Azevedo (2009) confia na atividade de uma sequência didática via computador como recurso facilitador da visualização espacial e Diligenti (2006) sugere a utilização de programas computacionais gráficos para auxiliar na operacionalização das análises e permitir a atividade do aluno na resolução dos problemas gráficos. Vidaletti (2009), apoiado na teoria de aprendizagem voltada para o processo psicológico cognitivo de Ausubel, considera que a sequência didática ideal do ensino deveria começar pelo estudo do sólido. Por outro lado, Seabra e Santos (2005), relacionando os efeitos computacionais à construção da visualização espacial, concordam com Pedro (2006), quando diz que programas computacionais gráficos atualizados auxiliam na operacionalização das análises.

Para Souza (2007), a concepção empirista é o fundamento epistemológico das condutas metodológicas empregadas no ensino da geometria e, provocando um olhar construtivista, busca auxiliar mudanças na prática pedagógica corrente. O autor diz que os conhecimentos sistematizados pela ciência não obedecem à ordem de aquisição do conhecimento geométrico pelas crianças, não respeitando as etapas cognitivas de desenvolvimento infantil.

Becker (2009) propõe uma sequência para o ensino da visualização geométrica a partir da interação dos alunos com o sólido em uma atividade denominada “caixa de Becker”, utilizando-se das teorias de Van Hiele, Gutierrez e Piaget.

O trabalho de Silva Júnior (2007) investiga os processos cognitivos envolvidos no ato de desenhar e fundamenta sua pesquisa nos estudos psicogenéticos de Piaget. Aborda a natureza e o desenvolvimento da lógica geométrica do espaço envolvida na execução de representações gráficas de objetos tridimensionais e verifica que os desenhos feitos por seus alunos dependem da evolução da lógica geométrica operatória e respeitam o desenvolvimento do sujeito epistêmico. Silva Júnior diz que os estudos sobre os processos cognitivos da representação gráfica auxiliam na adequação dos recursos didáticos e currículos de desenho e computação gráfica.

O vasto campo de estudos encontrado em teses, dissertações e trabalhos de conclusão de curso para o estudo da geometria e da visualização espacial denota a preocupação com o tema e aponta para a importância destas questões.

## 2. EPISTEMOLOGIA GENÉTICA E CONSTRUÇÃO DA NOÇÃO DE ESPAÇO

Este capítulo visita obras de Piaget e outros autores envolvidos com a Epistemologia Genética, trazendo questões gerais de aprendizagem, conhecimento e desenvolvimento, os estádios do desenvolvimento e, mais especificamente, questões que envolvem construções ligadas ao espaço.

### 2.1. Aprendizagem, conhecimento e desenvolvimento

A aprendizagem é um processo adaptativo que se desenvolve no tempo, em função das respostas dadas pelo sujeito a um conjunto de estímulos anteriores e atuais. Portanto, a aprendizagem é provocada por uma necessidade de adaptação do organismo, ao mesmo tempo em que é limitada às estruturas cognitivas do sujeito, ou seja, é ação assimiladora subordinada ao desenvolvimento.

O desenvolvimento, por sua vez, é espontâneo, está ligado ao processo de embriogênese, ao desenvolvimento do corpo, do sistema nervoso e das funções mentais, portanto, uma operação construída a partir das necessidades do sujeito. O desenvolvimento é responsável por levar o sujeito a construir as estruturas cognitivas que precisa para viver no seu meio, não é a soma de aprendizagens, mas a sua explicação. Se o sujeito já construiu estruturas elementares, então, e só então, ele será capaz de construir novas estruturas, mais complexas.

Inhelder, Bovet e Sinclair (1977), em *Aprendizagem e estruturas do conhecimento*, estudam as relações existentes entre desenvolvimento e aprendizagem. Afirmam que não pode haver aprendizagem significativa ou duradoura sem condições estruturais. Para assimilar a novidade é preciso que as estruturas já existentes se acomodem, possibilitando novas construções. Uma estrutura lógico-matemática, por exemplo, só pode ser construída quando apoiada em estruturas lógico-matemáticas mais simples, mais elementares.

São processos internos de equilibrações do sujeito que o levam a alcançar as estruturas lógico-matemáticas. Reforço externo ou transmissão social não são suficientes para que o sujeito alcance tais estruturas que, na verdade, são construídas por

meio de auto-regulações e exigem esforços internos do sujeito. Para que um estímulo possa acarretar em uma aprendizagem, deve haver estrutura que o assimile. Somente uma estrutura poderia permitir a assimilação do estímulo, para que, então, se produza uma resposta, provocando aprendizagem.

O processo que possibilita a construção de novas estruturas em virtude da reorganização de elementos retirados de uma estrutura anterior é chamado de Abstração Reflexionante (Piaget, 1995). Trata-se de uma operação do sujeito que, apoiando-se sobre formas (estruturas que permitem trabalhar com um conteúdo) e sobre todas suas atividades cognitivas, retira qualidades das coordenações das ações. O desenvolvimento é um ajustamento das abstrações e generalizações em um equilíbrio gradual.

Toda esta evolução é dirigida, assim, por uma lei de equilíbrio entre as diferenciações e as integrações, resultando as primeiras do processo de “reflexionamento”, próprio das abstrações reflexionantes, que retira de um nível inferior certas ligações, empregadas implicitamente, ou simplesmente implicadas, mas não notadas, para as transformar em objetos de pensamento no nível ulterior. As segundas resultam, então, em ‘reflexão’ ou reorganização necessárias, sobre o novo plano, do sistema assim enriquecido pela introdução destes objetos de pensamento não considerados até então (Piaget, 1995, p. 28).

O sujeito retira qualidades dos objetos e das ações em suas características materiais, isto é, dos observáveis. Enquanto a abstração empírica visa ao conteúdo exterior, pois se apoia em objetos físicos ou sobre aspectos materiais da própria ação, a abstração pseudo-empírica retira do objeto qualidades introduzidas pelo sujeito, modificando o objeto.

As abstrações reflexionantes podem acontecer sem tomada de consciência, abstrações inconscientes, ou com tomada de consciência, ditas refletidas, quando o sujeito diferencia um esquema de coordenação para aplicá-lo de maneira nova, aumentando o domínio sobre o meio e enriquecendo sua conceituação.

A capacidade de aprender é um processo individual de construção, é a capacidade que o sujeito tem de assimilar um objeto, modificar as estruturas antigas para poder incluir um novo elemento e adaptar-se aos problemas trazidos por esta transformação, num processo de equilíbrio. Assim, a aprendizagem não pode ser atribuída simplesmente a heranças genéticas ou a transmissões sociais ou culturais, pois se apoia em ações do sujeito.

Conforme Piaget (1983a, p. 36), existem quatro fatores que explicam o desenvolvimento cognitivo: “A maturação interna” ou “hereditariedade”; “A experiência física” e a “experiência lógico-matemática”; “A transmissão social” ou informações dirigidas para o sujeito que tenha estrutura que capacite à informação (fator educativo no sentido lato); E “o fator de equilibração”, o processo ativo de auto-regulação, entendido como o esforço do organismo na procura do equilíbrio. O equilíbrio é um jogo de regulações e de compensações para chegar a uma coerência e, conforme Piaget (1983a, p. 39-40), “O equilíbrio leva tempo e o tempo é dosado por cada um a sua maneira”.

Segundo Becker (2002), a tomada de consciência de uma ação traz à tona o repertório de conhecimentos que estavam à disposição do indivíduo porque foram obtidos não só por hereditariedade, nem só através do meio físico ou social, mas a partir das transformações em função do desenvolvimento, que abrem condições para novas aprendizagens. O aluno que aprende, no sentido estrito, usa seu instrumental de conhecimentos para novos enfrentamentos por força de aprendizagem no sentido amplo.

A aprendizagem *stricto sensu*, no ponto de vista de Piaget (1974, p.56), é assimilação, indução social, enquanto que a aprendizagem *latu sensu* vai mais além, é aprendizagem *stricto sensu* mais coerência pré-operatória, equilibração entre os movimentos de assimilação e acomodação que levam o sujeito a retomar o equilíbrio num patamar mais elaborado do que aquele no qual se encontrava.

Em *Aprendizagem e conhecimento* (Piaget, 1974, p.55), o autor nos apresenta um quadro explicativo do desenvolvimento. Diz que a formação do conhecimento se dá por vários componentes que não agem isoladamente, mas em sequência de complexidade atingindo construções. São eles: a maturação; a percepção; a compreensão imediata e pré-operatória; a aprendizagem *stricto sensu*; a indução; a coerência pré-operatória (equilibração); e a dedução.

O primeiro componente mencionado pelo autor é o que o sujeito herda, determinado pelo seu genoma, que não é propriamente uma aquisição, mas responsável pela maturação. Os demais não são herdados, são aquisições imediatas do sujeito como a percepção e a compreensão imediata e pré-operatória, que exigem uma sucessão de

coordenações de ações para que o sujeito construa as noções, mas ainda não se trata de conceitos.

As aquisições em função da experiência são assimilações do sujeito que levam à aprendizagem *stricto sensu*, a aprendizagem propriamente dita, ou, como comenta Becker (2004, p. 46), “no sentido de mera aquisição, de estocagem”. Ainda em função da experiência, mas mediante controle sistemático, as inferências levam à indução, às generalizações.

Controlando não sistematicamente assimilações e acomodações, novas aquisições mediatas adquiridas não mais em função da experiência, mas a partir de equilibrações, concebem a coerência pré-operatória. O controle sistemático acarreta deduções. Os processos de equilibração alcançam novos patamares do conhecimento e, somados à aprendizagem *stricto sensu*, engendram a aprendizagem *lato sensu*, a aprendizagem ampla, “entendida como reconstrução dos instrumentos lógicos” (Becker, 2004, p. 46), coincidindo com o processo de desenvolvimento do sujeito.

A cada etapa do desenvolvimento, o sujeito agrega as aquisições da etapa anterior e recebe influência do meio. Conforme Becker e Marques (2012), trata-se do “caráter integrativo” segundo o qual “as estruturas construídas” em uma etapa do desenvolvimento “se tornam parte integrante das estruturas da idade [etapa] seguinte”. Um conteúdo obtido em uma etapa do desenvolvimento será utilizado de outra forma em outra etapa. Diferentes e sucessivos estádios do desenvolvimento “surgem por força da ação do sujeito”, de onde ele “retira material de construção para produzir” esquemas cada vez mais complexos. As capacidades intelectuais de um sujeito são provenientes de atividades em que ele se apropria, tematiza e reflete, mas quando há interesse, pois, caso contrário, o processo cognitivo pode não acontecer (Becker e Marques, 2012).

## **2.2. Estádios do desenvolvimento e noção de espaço**

Convém lembrar, conforme Becker e Marques (2012), que a palavra “estágio denota uma experiência à qual nos submetemos para atingir algum patamar de aprendizagem que não temos até o momento”, enquanto que “estádio significa um corte,

um patamar, uma fase, um período, uma etapa nitidamente distinta e irreversível que constitui uma organização estrutural equilibrada no processo do desenvolvimento”.

A capacidade de representar graficamente figuras espaciais também é uma construção a partir de um processo gradual e sequencial, conforme diferentes fases de desenvolvimento. O sujeito constrói estruturas e esta construção “se dá através de um processo gradual. Devemos, portanto, concluir que existem estágios [estádios] de desenvolvimento” (Piaget, 1977b, p. 82). Na construção de estruturas cognitivas, os estágios têm uma propriedade sequencial, isto é, aparecem em ordem fixa de sucessão e cada um deles é necessário para a formação do seguinte (Idem, p.83).

Do ponto de vista das operações intelectuais, a obra de Piaget destaca diferentes estágios do desenvolvimento da criança e do adolescente, que hoje “orientam [...] investigações e inspiram [...] reformas sérias de ensino” (Piaget, 1983a, p.9).

No primeiro período do desenvolvimento, denominado sensório motor, já há inteligência, mas a solução de um problema ainda não tem o apoio da simbologia, ou função simbólica e da linguagem, portanto, ainda não há raciocínio lógico. Antes da linguagem, a criança elabora as noções de objeto, de espaço, de tempo e de causalidade, mas em um espaço egocêntrico, no mundo que ela vê, pois ainda não consegue se colocar no lugar do outro.

Segundo Piaget (1983b, p. 25), para o recém-nascido o espaço bucal, o tátil e o auditivo não são coordenados; por isso ele ainda não pode compreender o próprio corpo. Com 18 meses a criança já construiu a noção de um espaço geral que engloba todas estas variedades particulares de espaço. A criança com esta idade prevê e coordena seus deslocamentos.

No período pré-operatório, as estruturas cognitivas do sujeito alcançam um novo patamar e a característica principal deste segundo estágio é a capacidade de representação da realidade. A construção da função simbólica ou semiótica capacita para: a linguagem, no sentido de traduzir os esquemas sensório-motores que a criança construiu; a imitação diferida; o brinquedo; o desenho; e a imagem mental. A criança trabalha com representações para atribuir significado ao seu mundo, mas ainda egocêntricas, sem conceber uma realidade da qual ela não faça parte.



Com o surgimento da função simbólica, construída pelo sujeito, a noção do espaço pode, agora, ser representada. Piaget e sua colaboradora Szeminska (Piaget, 1983b, p. 28) apresentam um exemplo interessante: movimentar-se dentro de casa, no plano sensorimotor, pode ser considerado um ato reversível quando exige coordenar os deslocamentos em um sistema total, suas idas e vindas, ir e voltar ao ponto de partida. Mas a representação deste mesmo espaço por meio da imagem mental, desenho ou linguagem só se dá mais tarde, quando existirem estruturas que permitirão tais representações. O andar pela casa é uma ação executada materialmente e não se trata da mesma ação evocada em pensamento para fazer a representação do espaço.

No período das operações concretas, ocorrem as primeiras operações propriamente ditas. Este terceiro estágio é caracterizado pela reversibilidade do pensamento, é período “[...] de uma lógica que não assenta sobre enunciados verbais, mas que assenta unicamente sobre os próprios objectos: objectos manipuláveis” (Piaget, 1983b, p. 30). A criança entre 7 e 12 anos, aproximadamente, realiza operações mentalmente, porém relativas ao mundo concreto, compreende a conservação das propriedades físicas dos objetos, como quantidade, peso e volume, faz classificações e seriações, constrói a noção do número.

Por volta dos 12 anos de idade, a criança encontra-se no período das operações formais. Opera com a lógica e o raciocínio dedutivo sem a necessidade de objetos manipuláveis. Neste estágio a criança formula hipóteses, probabilidades e esquemas conceituais abstratos (Piaget, 1983b, p. 34).

Becker e Marques (2012) dizem que cada nível do desenvolvimento, ou cada estágio, tem a sua realidade que vai integrar novas experiências e organizar estruturas cada vez mais complexas, alcançando novos patamares de abstração. Dizem ainda que os estágios são degraus de equilíbrio, então um sujeito tem capacidade para aprender qualquer conteúdo, desde que se observe sua capacidade estrutural de pensamento.

O que indica o estágio de desenvolvimento em que o sujeito se encontra é a análise a partir das características do seu comportamento. A idade não pode ser considerada como um critério suficiente para indicar um estágio. A variação de idade de um sujeito em um mesmo estágio de desenvolvimento depende dos fatores do desenvolvimento já mencionados: maturação, experiência, meio e equilíbrio. Neste

sentido, podemos destacar que um sujeito, quando defrontado com questões que não lhe sejam familiares, pode apresentar respostas típicas do nível pré-operatório, enquanto se encontra no nível formal para outras questões mais conhecidas, pois as capacidades intelectuais são provenientes das atividades do sujeito e construídas por ele por progressivas coordenações de ações, mediante abstrações reflexionantes.

### **2.3. Construções ligadas ao espaço**

Coerente com o desenvolvimento mental como um todo, o desenvolvimento da noção do espaço dá-se também por uma construção que se processa através de equilibrações ou abstrações reflexionantes. Oliveira (2005) observa que a construção da noção de espaço é mais do que simples leitura de um objeto, ela exige ação do sujeito e um caminho de equilibrações: conhecer o objeto, retirar informações das suas propriedades físicas e abstraí-las. Do mesmo modo, Montoya (2005, p. 8) diz que a imagem não poderia ser mero reflexo do objeto ou então um prolongamento da percepção, pois a cópia não seria suficiente para fornecer um conhecimento deste objeto.

Em *A imagem mental na criança*, Piaget e Inhelder (1977, p. 512) dizem que a imagem não é cópia da realidade, mas sim o produto de um esforço do sujeito em evocar um objeto ausente, assim, a dedução de uma imagem é o “simbolismo” que “permite esboçar sua construção”.

Para Piaget e Inhelder (1993), a construção da noção de espaço ocorre desde o nascimento do indivíduo, inicialmente preso a um espaço sensório-motor ligado à percepção. Esta construção é ação entre organismo e meio, organização do sujeito e adaptação contínua em relação ao objeto em um processo de equilibração. Piaget e Inhelder (1993, p. 17-8) afirmam que as primeiras construções do espaço estão ligadas aos “progressos da percepção e da motricidade”.

Mais tarde, contemporânea ao aparecimento da linguagem e apoiada nas ações espaciais interiorizadas, conforme Oliveira (2005), a construção do espaço passa a ser representativa, mas ainda como uma reconstrução das intuições elementares referentes às relações topológicas. A representação é “obrigada a reconstruir o espaço a partir das intuições mais elementares” aplicadas a “figuras projetivas e métricas superiores ao

nível destas relações primitivas e fornecidas pela percepção” (Piaget e Inhelder, 1993, p. 18). Assim, a criança reconstrói o espaço através de uma atividade representativa exercida sobre a atividade perceptiva em etapas de construção coerentes a todo o processo de desenvolvimento. Só a partir das operações concretas, a construção do espaço ultrapassa os dados perceptivos e se constitui apoiada pelas relações projetivas e euclidianas. O espaço será, então, representado pela imagem e pensamento intuitivos.

As etapas da construção do espaço obedecem à ordem de sucessão que vai do sensorio-motor ao representativo e depois ao operatório concreto e formal, sendo que as estruturas engendradas em um nível de desenvolvimento são parte integrante do nível seguinte. O sujeito constrói estas estruturas contínua e progressivamente, nesta ordem de sucessão.

Em *A representação do espaço na criança*, Piaget e Inhelder (1993, p.84) observam que se torna necessário ir além da percepção visual para construir as relações de dimensão de uma forma.

[...] a abstração das formas não se realiza a partir somente dos objetos percebidos como tais, mas a partir das condições da ação que permitem reconstituir tais objetos em sua estrutura espacial. É por isso que as primeiras formas assim abstraídas são de caráter topológico e não euclidiano, pois as relações topológicas exprimem as coordenações mais simples de regulação entre os elementos motores dissociados do ritmo primitivo em oposição às coordenações necessárias às formas euclidianas que suporão regulações mais complexas.

Estes autores afirmam que nas primeiras noções espaciais não há constância das dimensões ou da organização dos elementos, a figura é percebida intuitivamente, sendo deformável e elástica. Sendo assim, asseguram que o espaço é percebido pelo sujeito primeiramente através das noções topológicas elementares e, só depois, através das noções projetivas e euclidianas.

[...] a descentralização progressiva do espaço sensorio-motriz devida à coordenação crescente das ações do sujeito acaba simultaneamente na constituição de relações projetivas e de relações métricas, cuja síntese constitui as constâncias da forma e da grandeza (Piaget e Inhelder, 1993, p. 26).

As noções topológicas são as primeiras noções a se constituírem em operações mentais e trata-se de relações elementares, referenciais básicos aplicados ao cotidiano, limitadas pelo campo perceptivo, e que ainda não dependem de mensuração. São as

relações de vizinhança, separação, ordem, envolvimento e continuidade que permitem que a criança diferencie figuras abertas e fechadas, mas não garantem que ela faça distinção entre um círculo e um quadrado. As noções topológicas são o ponto de partida para noções representativas, seguidas pelas noções projetivas e euclidianas.

As noções projetivas são relações que permitem a coordenação dos objetos entre si num dado ponto de vista. Coordenando os pontos de vista que não conservam as distâncias e as dimensões, a criança diferencia as posições de um objeto.

Simultâneas às projetivas e apoiando-se nelas, as noções Euclidianas consideram os deslocamentos, as relações métricas e a colocação dos objetos coordenados entre si num sistema de coordenadas, com dimensões e ângulos. Para abstrair as formas capazes de construir o pensamento euclidiano, então, é preciso ir além da percepção visual correta, pois se torna necessário um jogo completo de coordenações de ações.

As formas são abstraídas a partir de coordenações de ações, em movimentos coordenados que intervêm na percepção e depois na construção da imagem representativa. Piaget e Inhelder (1993, p. 469) esclarecem que o espaço geométrico é uma abstração e reconstrução da forma a partir de ações próprias do sujeito.

[...] a intuição do espaço não é mais uma leitura das propriedades dos objetos, mas, antes, desde o início, uma ação exercida sobre eles; e é porque essa ação enriquece a realidade física, ao invés de extrair dela, sem mais, estruturas completamente formadas, que ela consegue ultrapassá-la gradualmente, até constituir esquemas operatórios suscetíveis de serem formalizados e de funcionarem dedutivamente por si mesmos.

Estes autores ainda esclarecem que o espaço geométrico não pode se tratar de mero “decalque do espaço físico correspondente” (Piaget e Inhelder, 1993, p.93), pois, para abstrair a forma, é necessário reconstruir o espaço geométrico determinado pela coordenação das ações do sujeito, inicialmente no plano perceptivo ou sensorio motor e, posteriormente, no plano representativo ou mental.

A intuição de uma figura [...] não é um produto da simples percepção [...], o que intervém na imagem [...] é a antecipação representativa de uma ação não executada; portanto a passagem de um estado perceptivo a um estado perceptível, mas não ainda percebido (Piaget e Inhelder, 1973, p. 309).

A representação gráfica exige, então, o apoio de um quadro operatório para transformar o objeto e garantir o resultado destas transformações constituídas dentro de um caráter reversível. “A intuição geométrica é essencialmente operatória e é o sistema das operações que ela comporta que lhe oferece a sua significação” (Piaget e Inhelder, 1977, p. 475).

Hans Aebli (1958, p.140) diz que o desenho é a observação do que foi assimilado e ele descreve as formas observadas. Piaget (1995) nos mostra que o caminho da ação para a representação exige reflexionamentos para que se possa projetar em patamar superior aquilo que foi retirado de um patamar inferior. O desenho supõe a união da experiência, retirar dos objetos suas qualidades, com a dedução, em uma operação que deve dar conta da intuição geométrica. Uma explicação empirista diria que “é só olhar”, mas a Epistemologia Genética nos garante que se trata de uma operação bem mais complexa, que vai além do simples ato de olhar, pois se trata de inumeráveis abstrações que precisam ser realizadas.

### 3. METODOLOGIA DA PESQUISA

#### 3.1. A proposta de trabalho

O trabalho foi realizado através de uma pesquisa longitudinal em 4 (quatro) turmas de Geometria Descritiva (GD), do Curso Técnico de Edificações, da Escola Técnica Parobé, em Porto Alegre, durante o ano de 2012.

Nesta pesquisa descrevo a sequência didática antiga utilizada para as aulas de Geometria Descritiva e a nova, proposta por mim. Analiso os motivos desta alteração e depois passo a apresentar os dados aula a aula, colhidos ao longo dos semestres nas quatro turmas.

Utilizando-me do Método de Aprendizagem ou Método Dialético-Didático (Bovet, Parrat-Dayán e Voneche, 1987, *apud* Kebach, 2008), questiono e coloco em dúvida as ações, as falas e as representações gráficas dos alunos durante as aulas. Conforme Kebach (2008, p. 52):

O Método Dialético-Didático caracteriza-se por uma espécie de extensão da metodologia experimental clínica, capaz de fornecer não somente dados de observação, mas, também, uma situação ampliada de interação, em que a estruturação do conhecimento tanto prático, quanto conceitual, tem maior chance de ocorrer.

Em cada semestre, as aulas de GD tiveram 16 encontros semanais de 5 (cinco) períodos, perfazendo um total de 80 horas/aula. Foram analisadas duas turmas a cada semestre do ano, sendo sempre uma diurna e outra noturna. Os alunos do turno da noite tinham idade maior (entre 18 e 43 anos) do que os alunos do turno da manhã (entre 17 e 26 anos), sendo que 95% dos sujeitos já contavam com o ensino médio concluído. Cada turma tinha em torno de 20 alunos e foram acompanhadas por mim e mais um professor durante todo semestre.

### **3.2. Instrumentos para coleta de dados**

Para colher as informações para esta pesquisa, foram utilizadas fotografias das produções gráficas dos alunos e diário de campo de cada turma, com apontamentos das experiências vivenciadas em sala de aula.

Diário de campo pode ser entendido como “uma forma de complementação das informações sobre o cenário onde a pesquisa se desenvolve e onde estão envolvidos os sujeitos, a partir do registro de todas as informações que não sejam aquelas coletadas em contatos e entrevistas formais, em aplicação de questionários, formulários e na realização de grupos focais” (Triviños 1987 *apud* Lima, Mito e Prá, 2007, p. 100).

Sendo assim, esta pesquisa além dos registros gráficos elaborados em sala de aula, se preocupa em observar e questionar o cenário da sala de aula, registrando as inquietações dos alunos, suas dúvidas, seus acertos e erros.

## **4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS**

Neste capítulo, serão apresentadas algumas informações acerca da importância da visualização espacial para os profissionais da construção civil. A seguir, será feita uma apresentação da disciplina que se preocupa com estas questões no curso onde esta pesquisa foi realizada. Em um terceiro momento é apresentada a nova sequência didática proposta por este trabalho, ocasião em que serão apresentados os dados desta pesquisa.

### **4.1. Construção civil e o ensino da visualização espacial**

Visualizar e representar graficamente figuras espaciais são atividades essenciais para profissionais da construção civil. Toda edificação tem três dimensões e sua construção obedece à representação gráfica elaborada em duas dimensões, ou seja, a relação entre a obra e suas plantas arquitetônicas é indissociável e utiliza a visualização espacial para se estabelecer. Portanto, a visualização espacial de um projeto de edificação é vital para sua fiel execução.

A disciplina de Geometria Descritiva é componente curricular de cursos que se envolvem com a construção civil com a intenção de desenvolver operações espaciais e exercitar a visualização espacial, possibilitando o desenvolvimento das técnicas de representação de objetos de três dimensões em um plano bidimensional.

O ensino da Geometria Descritiva está fundamentado no Sistema Mongeano de Projeção, idealizado por Gaspard Monge no século XVIII, que se utiliza de projeções ortogonais sobre planos dispostos perpendicularmente entre si, formando os chamados diedros, posteriormente substituídos por triedros.

As representações gráficas utilizadas em Geometria Descritiva contam com o código universal do desenho técnico (DT), e têm suas regras estabelecidas em normas brasileiras (NBRs). Todas as normas brasileiras, que de alguma maneira tratam das questões relativas a projeções, vão ao encontro do Sistema Mongeano de Projeção.



As aulas de Geometria Descritiva geralmente obedecem a uma sequência didática estabelecida em livros e apostilas desta disciplina (Príncipe Jr, 1996; Machado, 1979; Rodrigues, 1970; Cunha, 1991; Martins, s/d; Moniz, 2006<sup>1</sup>; Moniz, 2009<sup>2</sup>; Moniz, 2011<sup>3</sup>) baseada nos ensinamentos de Gaspard Monge. Estas obras partem do estudo do ente geométrico mais elementar, o ponto, seguido do estudo da reta e depois do plano, para finalizar com o estudo dos sólidos. Evidenciando esta sequência, encontramos a seguinte citação de Monge, pai da Geometria Descritiva, datada do século XVIII: “Quem souber representar o ponto, a reta e o plano sabe toda geometria descritiva” (Morgado, s/d).

Este trabalho se vale do Sistema Mongeano de Projeções, mas altera a sequência de ensino preestabelecida por ele. A nova proposta didática para o ensino da Geometria Descritiva parte das noções espaciais gerais que os sólidos possibilitam, para depois seguir estudando os planos, as retas e finalmente os pontos, encerrando seus estudos nas noções espaciais euclidianas.

Acreditamos que as noções de espaço devam ser construídas de maneira que o sujeito estabeleça ligações e articulações que ajudem no seu desenvolvimento, ou seja, quando as construções iniciais de noções espaciais repousam em intuições topológicas, a coordenação crescente das ações do sujeito é o caminho até as relações euclidianas de grandeza e constância de formas.

#### **4.2. Geometria Descritiva no Curso Técnico em Edificações da Escola Técnica Parobé**

Com 106 anos de tradição no ensino técnico, a Escola Técnica Estadual Parobé tem título de Centro Estadual de Referência em Educação Profissional. Situada no centro de Porto Alegre, atende alunos de toda região metropolitana com níveis socioeconômicos e culturais bem diversificados e oferece os cursos Técnicos, com ingresso a partir de prova classificatória, em Edificações, Eletrônica, Eletrotécnica,

---

<sup>1</sup> Texto de circulação interna da Escola Técnica Parobé.

<sup>2</sup> Texto de circulação interna da Escola Técnica Parobé.

<sup>3</sup> Texto de circulação interna da Escola Técnica Parobé.

Estradas e Mecânica, além do ensino médio. Os cursos podem ser realizados concomitantemente ao ensino médio.

O curso Técnico em Edificações forma profissionais que atuam na área da construção civil e tem duração de 1.440 horas, divididas em quatro módulos, mais 500 horas de estágio curricular obrigatório. A cada semestre, a escola oferece oito turmas para o primeiro módulo, sendo quatro no turno da manhã e quatro no turno da noite, totalizando 16 novas turmas por ano.

Conforme o plano de curso vigente na escola (Parobé, 2011), a área de conhecimento Geometria Descritiva faz parte do primeiro módulo do curso de Edificações e avalia conforme as seguintes habilidades:

- “1. Representar croquis em linguagem da expressão gráfica. Copiar desenhos observando normas técnicas.
2. Executar esboços representativos de situações técnicas, inseridas de medições e cálculos trigonométricos.
3. Fazer apresentações em linguagem técnica com domínio do desenho geométrico e dos entes geométricos.
4. Elaborar relatórios técnicos escritos com domínio da grafia da escrita manual em letras de forma.
5. Realizar desenhos perspectivos, representação mongeana e croquis esquemáticos.”

Estas habilidades fazem parte de uma das competências (Parobé, 2011) em que os alunos devem ser considerados aptos:

“C3: Realizar croquis, esboços e representações utilizando linguagens da expressão gráfica técnica.”

Em outras palavras, Geometria Descritiva trata da visualização espacial necessária para o planejamento de projetos de edificações que serão desenvolvidos ao longo do curso. A disciplina pretende desenvolver relações necessárias entre os desenhos arquitetônicos, que são representações gráficas de duas dimensões, e as edificações propriamente ditas, planejadas e elaboradas em três dimensões.

A escola conta com doze professores de GD, sendo que cada turma é acompanhada por dois docentes para melhor garantir o assessoramento a todos. As salas de aula têm mesas de desenho equipadas com régua paralelas, que cada aluno utiliza individualmente, e os demais materiais, recomendados para um bom desempenho de desenhos técnicos, devem ser trazidos pelos alunos.

Em 16 encontros, perfazendo um total de 80 horas/aula, trabalha-se inicialmente com traçados técnicos, normas gráficas e escala, para, então, abordar os conteúdos específicos de Geometria Descritiva. Como em grande parte das instituições de ensino, primeiramente trata-se das questões dos sistemas projetivos, depois o estudo do ponto, o estudo da reta e o estudo do plano, suas projeções ortogonais e vistas espaciais. A partir de então, passados mais de dois terços do semestre, iniciam-se os conteúdos referentes ao estudo dos sólidos.

Após a explanação do conteúdo, conforme a sequência de polígrafo elaborado para a disciplina (Moniz, 2011), a dinâmica da aula transcorre basicamente na resolução de exercícios propostos, que cada aluno faz individualmente e a seu tempo, com assessoramento dos professores da sala. Alguns alunos ouvem música em seus fones de ouvido enquanto trabalham. Por vezes se retiram para fazer um lanche, procuram esclarecimentos com o professor com quem mais se identificam, trocam ideias com os colegas. As tarefas que não forem concluídas podem ser entregues na próxima aula e, depois de analisadas pelos professores, devem ser corrigidas, e, caso necessário, refeitas.

Minha experiência docente me fez perceber que esta sequência de conteúdos desenvolvida nas antigas aulas de Geometria Descritiva, que inicia pelo estudo do ponto, é contrária à construção da noção de visualização espacial. A ideia de que os regramentos das coordenadas descritivas<sup>4</sup> de um ponto são a base para toda noção espacial, estabelece que as noções euclidianas de abscissa<sup>5</sup>, afastamento<sup>6</sup> e cota<sup>7</sup> são os fundamentos destas noções. Pude perceber que, a partir dos postulados ditados pelos professores nesta sequência, os alunos não se apropriavam das ações executadas, apenas repetiam e sistematizavam as tarefas sem que houvesse reflexionamentos.

Becker (2001, p. 63) diz que o reflexionamento do fazer, ou da prática, é a condição necessária do desenvolvimento do conhecimento.

O que se vê na sala de aula que ensina os algoritmos da soma, mas não ensina a soma: Não há lugar para reflexionamentos, apenas para treinamentos. Não há lugar para a apropriação de ações reflexionantes

---

<sup>4</sup> As coordenadas descritivas são as medidas de profundidade, largura e altura, assinaladas nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , que permitem a localização do ente geométrico elementar no sistema espacial ou planificado.

<sup>5</sup> Denomina-se abscissa a localização de um ponto no eixo  $x$ .

<sup>6</sup> Denomina-se afastamento a distância de um ponto ao plano vertical, assinalada no eixo  $y$ .

<sup>7</sup> Denomina-se cota a distância de um ponto ao plano horizontal, assinalada no eixo  $z$ .

executadas, mas apenas para a repetição interminável de ações planejadas pelo outro (professor).

Na verdade, as noções euclidianas, que tratam das relações da constância da grandeza, das formas e de ângulos, supõem um número crescente de coordenações complexas entre ações que estão apoiadas em estruturas mais simples. Em contrapartida, as noções topológicas, que ainda não dependem de mensuração, compreendem os referenciais básicos aplicados ao cotidiano e o ponto de partida para as noções representativas.

Conhecendo a construção da noção do espaço da criança, podemos perceber, como Piaget e Inhelder (1993, p.435) afirmam, que “O sistema de coordenadas não está, com efeito, no ponto de partida do conhecimento espacial, mas no ponto de chegada da construção psicológica inteira do espaço euclidiano [...]”. Ainda nos alertam para a utilização invertida de uma sequência didática utilizada no ensino da geometria:

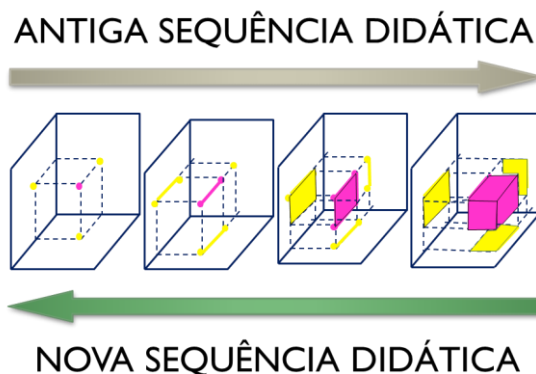
Os tratados elementares da geometria são mais ou menos unânimes em nos apresentar as noções espaciais iniciais como repousando em intuições euclidianas: retas, ângulos, quadrados, círculos, medidas, etc. Esta opinião parece, aliás, confirmada pelo estudo da percepção e das “boas formas” visuais ou táteis. Mas, por outro lado, a análise abstrata das geometrias tende a demonstrar que as noções espaciais fundamentais não são euclidianas: são “topológicas” [...] (Piaget e Inhelder, 1993, p.11).

Isso posto, nos parece claro que a utilização de uma sequência didática para o ensino da geometria que tem como ponto de partida o estudo do ponto é contrária à construção do conhecimento da noção do espaço. Assim, propõe-se uma sequência didática que, apoiada em noções topológicas, acompanha a construção das noções deste conhecimento, na direção das noções euclidianas.

### **4.3. Nova sequência didática**

Diferentemente dos métodos convencionais do ensino de geometria descritiva que iniciam no estudo do ponto, depois da reta e do plano para só então adentrar no estudo dos sólidos, a sequência didática utilizada para auxiliar a construção da noção da visualização espacial teve início no estudo dos sólidos. A partir de noções espaciais topológicas, a nova sequência desenvolve o estudo do sólido, do plano, da reta e

finalmente do ponto, na direção das noções euclidianas, conforme a ordem de sucessão da construção das noções espaciais evidenciadas por Piaget (Quadro 1).



Quadro 1: Sequências didáticas

Na aula 1, para que os alunos se apropriassem do sistema de projeção utilizado em Geometria Descritiva, não iniciamos com o método tradicional que explica este sistema e a construção do triedro e da épura, mas, sim, iniciamos incitando os sujeitos com alguns questionamentos e solicitando que elaborassem representações gráficas ortogonais e em perspectiva de desenhos dados. O andamento e os resultados obtidos ao longo desta, e das demais aulas, foram anotados e fotografados, constituindo o repertório gráfico dos alunos.

Os conteúdos, no decorrer das aulas, foram abordados basicamente através de indagações sobre resoluções de problemas. Um novo polígrafo foi elaborado para esta nova sequência didática (Moniz, 2012), e, ainda, os alunos tiveram participação ativa na construção de maquetes e na elaboração de exercícios propostos. Os trabalhos foram elaborados a grafite em pranchas de desenho, seguindo as normas do desenho técnico e entregues aos professores assim que estivessem considerados prontos pelos alunos.

Na última aula os alunos repetiram o exercício da aula 1 e puderam traçar um comparativo das etapas dos seus processos e evidenciar as construções deste conhecimento.

#### 4.4. As novas aulas de Geometria Descritiva

A nova sequência didática proposta para as aulas, de que trata este trabalho, refere-se aos 11 encontros que abordam os conteúdos específicos de Geometria Descritiva. Conforme quadro abaixo (Quadro 2), ao nos referirmos à aula número 1, os alunos já estudaram os conteúdos de desenho técnico básico.

1. Traçado sem instrumentos	
2. Letreiro, formatos, margem, selo, dobra	
3. Traçado com instrumentos	
4. Escala	
5. Perspectiva	
6. O que é vista ortogonal?.....	aula 1
7. Técnicas mongeanas.....	aula 2
8. Sólidos no triedro e na épura.....	aula 3
9. Coordenadas descritivas.....	aula 4
10. Estudo do plano.....	aula 5
11. Exercícios.....	aula 6
12. Fazer e compreender.....	aula 7
13. Estudo da reta e do ponto .....	aula 8
14. Novas possibilidades.....	aula 9
15. Exercícios.....	aula 10
16. Iniciação ao desenho arquitetônico.....	aula 11

Quadro 2: Organização da nova sequência didática

Observaremos, então, na nova prática proposta por mim, a qual visa a promover a construção do conhecimento das noções espaciais pelos alunos, os trabalhos realizados por estes alunos, suas considerações e suas atitudes em sala de aula, traçando um comparativo com a prática aplicada anteriormente.

##### 4.4.1. Aula 1: O que é vista ortogonal?

Com o objetivo de conhecer o repertório gráfico dos alunos, no primeiro contato com o estudo do Sistema Mongeano de Projeções, pareceu-nos mais apropriado explorar os conhecimentos dos alunos em relação às técnicas da Geometria Descritiva produzindo alguns desequilíbrios.

Uma teoria construtivista, pelo fato de demonstrar que o desenvolvimento cognitivo não pode ser explicado exclusivamente pela hereditariedade, nem apenas pela influência do meio, deve postular a existência de um processo interno ao sujeito (apressando-se em conhecer) que o incita a transformar suas formas de conhecimento no sentido de uma otimização. Este processo é a equilibração. A ideia central de Piaget é a de que o desenvolvimento é uma “evolução dirigida por necessidades internas de equilíbrio” (Piaget, *apud* Montangero e Maurice-Naville, 1998, p.155).

Esta prática não era explorada no programa antigo. Ao serem indagados sobre qual o conhecimento que tinham sobre o assunto, apenas uma aluna, de uma única turma, disse que estava fazendo esta disciplina na faculdade de Arquitetura e os demais alunos afirmaram nunca ter estudado geometria descritiva ou algo sobre vistas ortogonais.

Então, perguntei aos sujeitos o que eles compreendiam por vistas ortogonais e como eles construiriam uma representação ortogonal de uma figura. Sem fornecer respostas prontas, distribuimos uma folha com o desenho de uma casa em perspectiva e solicitamos que representassem as vistas ortogonais de cada face daquele sólido. Posteriormente, apresentamos a maquete sólida da mesma casa e, em um terceiro momento, promovemos a construção de uma representação esquemática, em perspectiva, a partir de vistas ortogonais dadas.

### Representações a partir de perspectiva

Os alunos receberam um desenho de uma casa em perspectiva isométrica<sup>8</sup> na qual duas fachadas e partes do telhado são evidenciadas (Fig. 1). Pediu-se a eles que representassem como ficaria o desenho de cada uma das fachadas e do telhado, se observados isoladamente.

Através deste exercício, pretendia-se observar as antecipações imagéticas de cada aluno, ou seja, como eles imaginam e constroem a imagem da representação ortogonal de cada face do objeto ante sua perspectiva gráfica.

---

<sup>8</sup> A perspectiva isométrica é um caso particular de projeção cilíndrica ortogonal. Ela representa graficamente objetos tridimensionais em um sistema de três eixos coordenados que formam ângulos de 120° entre si. É representada com os eixos dos comprimentos e das larguras formando um ângulo de 30° com a reta horizontal, mantendo as mesmas proporções destas grandezas.

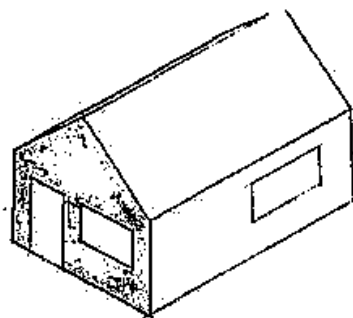


Figura 1: Exercício - Perspectiva isométrica da casa

A fachada que contém a porta e uma janela, que chamaremos de fachada principal (Fig.2), não tem inclinação de telhado. O oitão<sup>9</sup>, continuação da parede para o fechamento da cobertura, se trata de um prolongamento da parede, portanto, todos os elementos desta face se encontram em um mesmo plano.

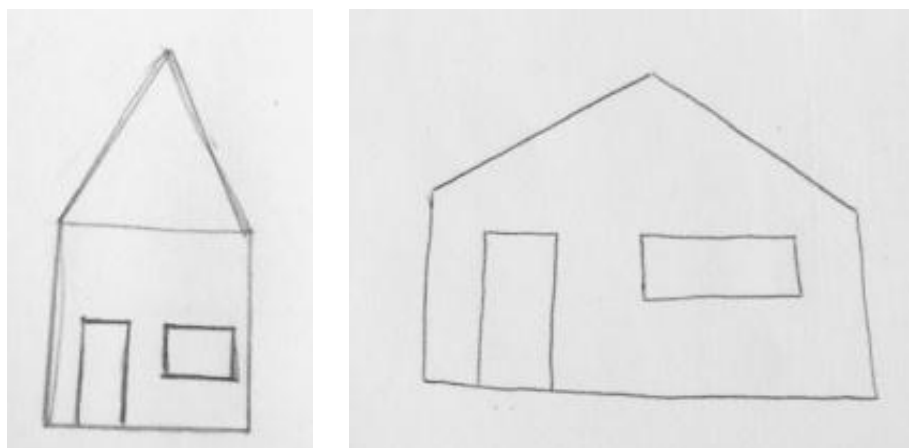


Figura 2: Desenhos de alunos - Representações da fachada principal

Podemos observar que os alunos não tiveram dificuldade em representar o espaço que é percebido primeiramente através de noções topológicas elementares. As representações não são apenas relações limitadas pelo campo perceptivo, elas evocam um esforço do sujeito para assimilar o objeto, mas que ainda não dependem de mensuração e não consideram as relações métricas e a colocação dos objetos ordenados entre si através de dimensões e ângulos. As diversificações de dimensões e proporções nos desenhos dos alunos para uma mesma casa demonstram que ainda se faz necessário construir noções de espaço que vão exigir um jogo mais complexo de coordenações de ações.

<sup>9</sup> Oitão: Parede lateral que faz o fechamento da cobertura de duas águas.



Conforme Piaget e Inhelder (1993, p. 24), nas primeiras noções espaciais não há constância das dimensões, nem da organização dos elementos e a figura é percebida intuitivamente, sendo deformável e elástica. Do mesmo modo, Montoya (2005, p. 36) diz que “a imagem resulta sempre de uma acomodação especial ao modelo proposto, porque o modelo é assimilado de perto ou de longe a um esquema próprio do sujeito”.

A outra fachada, ou fachada secundária, apresenta grau maior de complexidade quando examinada ortogonalmente, pois, para representá-la, é preciso que o sujeito dê conta de observar e representar dois diferentes planos: um frontal e outro inclinado.

O plano frontal é percebido pelos sujeitos da mesma maneira que a fachada principal. O plano inclinado formado pelo telhado, denominado plano paralelo à linha de terra, tem sua projeção reduzida neste plano de projeção. Em função de sua inclinação, a distância entre as linhas horizontais não reproduzem a dimensão do telhado, mas sim sua altura, sempre medida na vertical, enquanto que as linhas laterais permanecem a  $90^\circ$ . Alguns sujeitos tentaram representar esta inclinação reduzindo a linha superior, denominada cumeeira<sup>10</sup>, como se ela estivesse mais afastada (Fig. 3), ou, como disse um aluno: “*Para dar uma sensação de inclinação eu coloquei para dentro (linhas laterais convergentes)*”.

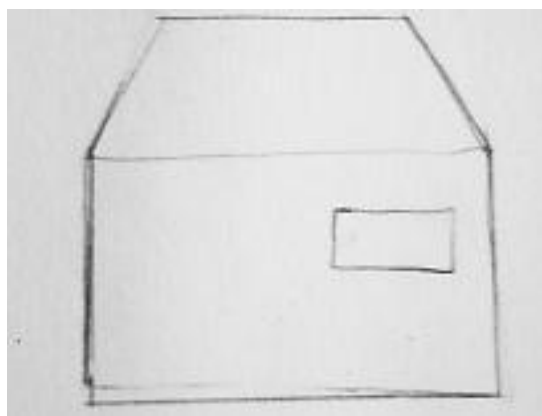


Figura 3: Desenho de aluno – Representação da fachada secundária

Outra tentativa de representar a inclinação deste plano também pode ser observada com linhas inclinadas paralelas entre si (Fig. 4). Algumas representadas para

---

<sup>10</sup> Cumeeira: Linha, ou vértice de cobertura, formada pelo encontro superior das superfícies inclinadas (águas) de um telhado onde deve ser feito um arremate de finalização de telhas.

o lado direito, outras para o lado esquerdo, como se fosse preciso representar esta diferença de inclinação de planos através de linhas também inclinadas.

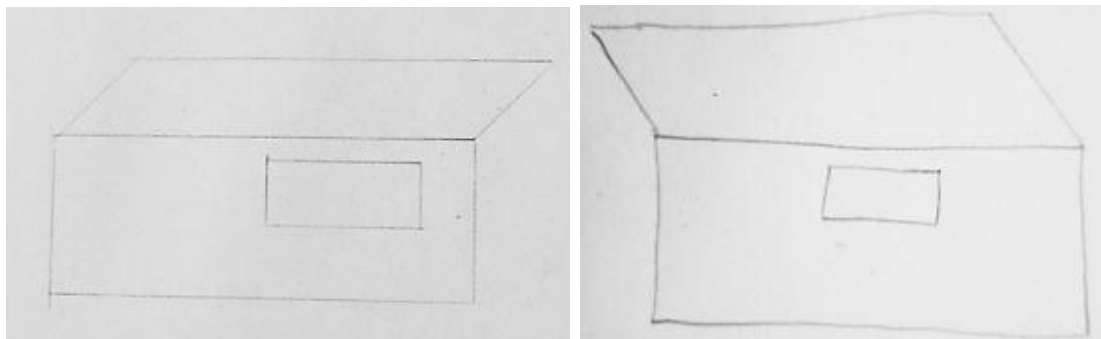


Figura 4: Desenhos de alunos - Representações da fachada secundária

Alguns alunos disseram que, por se tratar de um plano inclinado, esta face não deveria ser representada, enquanto outros colocaram uma linha tracejada imediatamente sobre o desenho para representar que existe algo, mas que não pode ser visualizado (Fig. 5). Um aluno comenta: *“Porque eu não enxergaria o telhado inteiro, só parte dele.”* Conforme as normas de desenho técnico, NBR 8403 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1984), as linhas tracejadas, em arquitetura, são utilizadas para representar contornos e arestas não visíveis, ou seja, são importantes indicadores de elementos posicionados antes ou depois da vista representada, o que não cabe nesta representação.

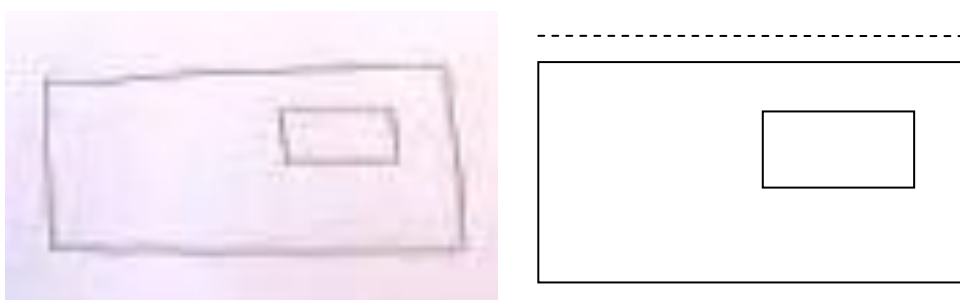


Figura 5: Desenho e representação de desenho de alunos - Representação da fachada secundária

Outros alunos ainda tentam esta representação através da planificação de todas as vistas ortogonais na mesma representação (Fig. 6). Evidenciando a falta de noção projetiva do espaço, estes alunos demonstram não compreender a representação a partir de um único ponto de vista e imaginaram que seria possível observar somente uma face.

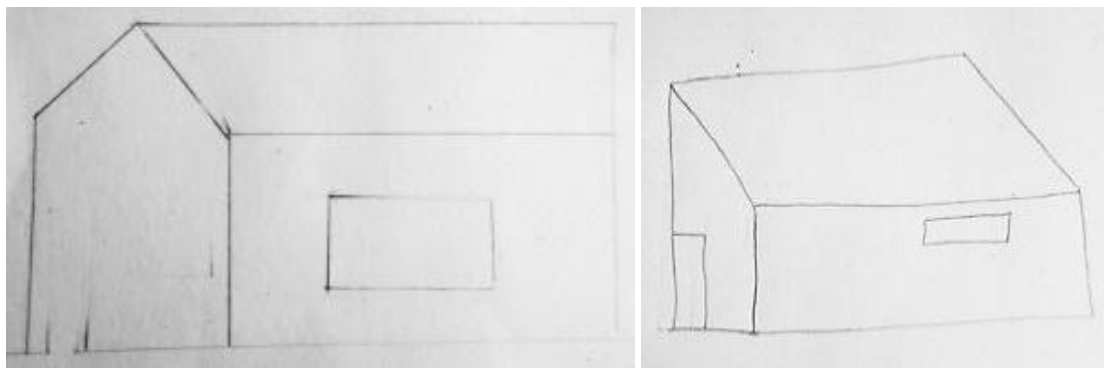


Figura 6: Desenhos de alunos - Planificação das vistas ortogonais

Para solucionar a representação da vista de cobertura, com as diferentes inclinações formadas pelos dois caimentos do telhado, alguns alunos utilizaram pares de linhas paralelas para cada plano (Fig. 7). Um aluno comentou: “*Se eu olhar de cima, os cantos não são retos (Querendo dizer com isso que o ângulo formado não poderia ser de 90°)*”.

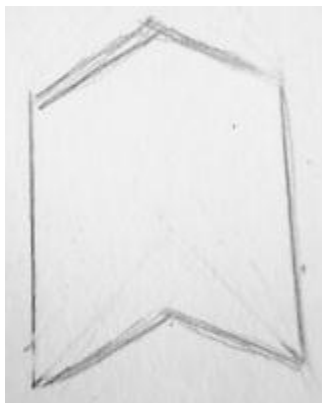


Figura 7: Desenho de aluno - Representação de vista superior com linhas paralelas

Um aluno comenta: “*Na verdade, eu fiquei na dúvida. Parece que na frente está correto (linhas convergentes inferiores no desenho da figura 7), mas atrás deveria ser menos inclinado (linhas convergentes superiores no desenho da figura 7). Acho que é menos (inclinado), mas eu fiz assim para não ficar feio. Quando eu diminuí a inclinação destas linhas (aproximando do correto), ficou muito pobre.*”.

Para representar a vista superior, um aluno utilizou linhas convergentes com representação simultânea da fachada principal (Fig. 8).

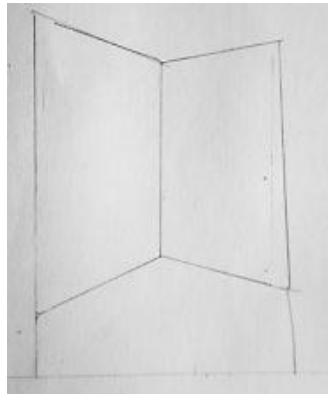


Figura 8: Desenho de aluno - Representação de vista superior com linhas convergentes

Em outro desenho, o aluno disse: “*Eu coloquei profundidade*”. Ele acredita que as duas faces da casa devem ser visualizadas (Fig. 9) e a cumeeira deve ser representada com menor dimensão para que se possam observar as diferenças de altura, o que seria utilizado em uma perspectiva e não em uma vista ortogonal.

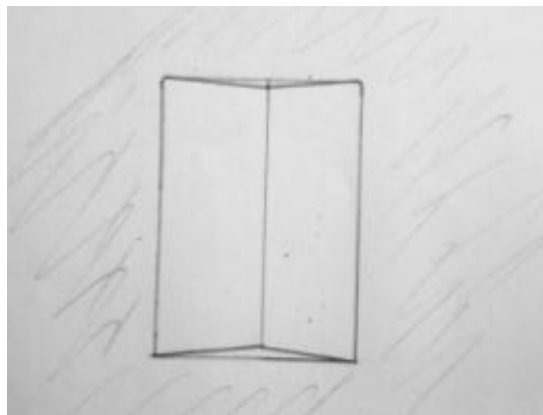


Figura 9: Desenho de aluno - Representação de vista superior

Esses alunos demonstraram ainda não ter construído a noção projetiva de espaço. Piaget e Inhelder (1993, p.476) comentam que a imagem desempenha um papel significativo, um símbolo em relação às ações: “[...] não é a imagem que determina as significações [...] é a ação assimiladora que constrói as relações, cuja imagem não é senão um símbolo [...]”.

As diversas maneiras que os alunos encontraram para representar as fachadas nos remetem a Piaget (*apud* Montoya, 2005, p. 35) que diz que “[...] a imagem é um

esboço de uma imitação possível”. Esses alunos ainda não demonstram ter as noções projetivas e euclidianas, pois não observam a diferenciação das posições do objeto ou a conservação das distâncias e dimensões deste objeto. Sem o apoio das relações projetivas e euclidianas, os sujeitos ainda não garantem a diferenciação do ponto de vista, nem a constância das formas geométricas.

### Representações a partir de maquete

Posteriormente, foi apresentada a maquete sólida, correspondente à mesma perspectiva representada anteriormente pelo desenho, com a intenção de proporcionar mais condições de coordenar as diversas variáveis envolvidas no espaço estudado, diante do objeto físico observado (Fig. 10).



Figura 10: Maquete física da casa

A partir da apresentação da maquete, muitas correções foram realizadas (Fig. 11 a). Neste exemplo, o aluno que havia feito uma representação ortogonal superior com linhas convergentes (Fig. 11 b), adequou seu desenho e, em outro trabalho (Fig. 11 c), a vista frontal e a vista superior foram corrigidas.

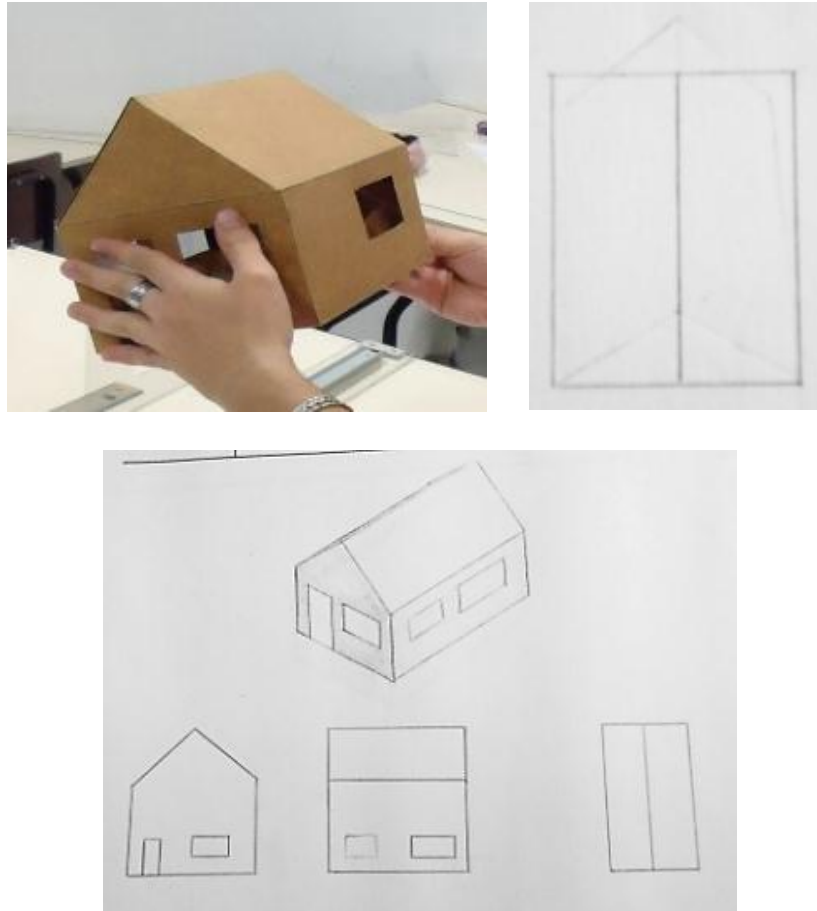


Figura 11 (a, b e c): Aluno observando maquete e desenhos de alunos - correções

Amélia de Castro (1974, p. 15) descreve estratégias para desenvolver a atividade do aluno em *Piaget e a didática*:

As estratégias envolvidas caracterizam-se por promover assimilação ativa de conteúdos, contribuindo concomitantemente para o desenvolvimento e robustecimento das estruturas mentais do aprendiz. Incluem manipulação efetiva ou mental do objeto do conhecimento, incentivam a mobilidade e a reversibilidade do pensamento por meio de comparações, confrontos, relações; desafiam esquemas assimiladores por meio de situações problema; promovem a aptidão para a descoberta e a criatividade do aluno.

### Representações a partir de vistas ortogonais

Ainda com a intenção de captar o repertório gráfico dos alunos, foi proposta uma atividade inversa às anteriores. As representações elaboradas pelos alunos no primeiro momento da aula foram elaboradas a partir de uma representação gráfica em

perspectiva. Agora, pretendendo observar a coordenação entre as diferentes representações espaciais, se houvesse, propusemos a representação da perspectiva de uma casa a partir de suas vistas ortogonais (Fig. 12).

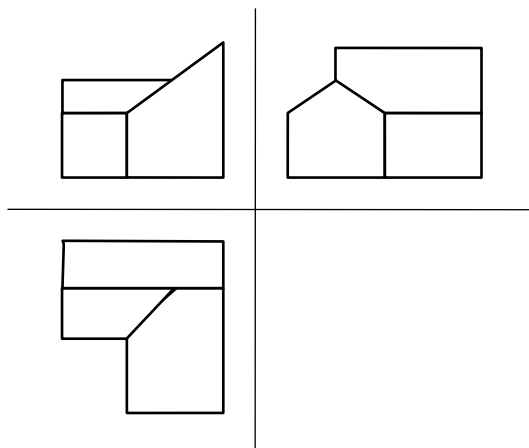


Figura 12: Exercício - Vistas ortogonais dadas

Algumas representações se aproximaram muito de uma perspectiva conforme as vistas dadas. Houve boas tentativas, mas, alguns alunos, aproximadamente 10%, entregaram a folha em branco (Figura 13).

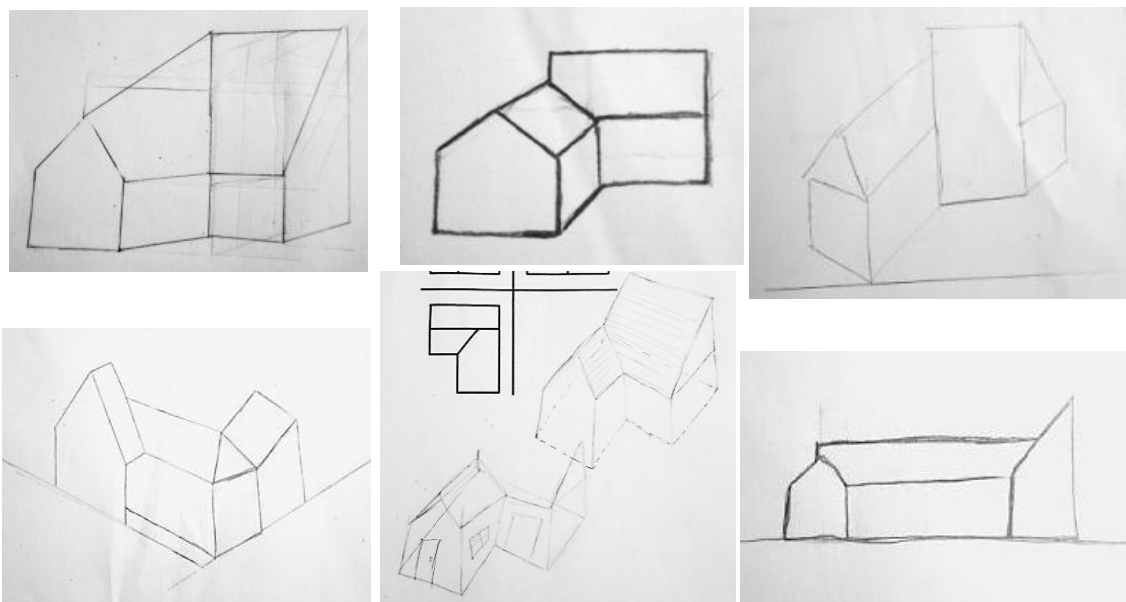


Figura 13: Desenhos de alunos - Perspectivas a partir de vistas dadas

Esta atividade deixou evidente que aqueles alunos ainda não conseguiram coordenar as diversas relações espaciais em jogo.

Até aqui, desafiamos os alunos para as questões das vistas ortogonais com a intenção de auxiliar a construir estruturas relativas às noções espaciais. Estes exercícios possibilitaram considerar os elementos de estudo do Sistema Mongeano de Projeção e, assim, os alunos puderam identificar os sistemas de projeção, os planos de projeção, o triedro e a épura.

Na antiga sequência didática, ao invés disso, para iniciar os estudos de GD, primeiramente os alunos ouviam as explicações dos professores, acompanhavam os estudos através da apostila e faziam anotações sobre os sistemas de projeção, os planos de projeção, o Método Mongeano, o sistema espacial (triedro) e o sistema planificado (épura). Num segundo momento, ainda na mesma aula, desenvolvendo o conteúdo do Estudo do Ponto, ouviam as explicações sobre o funcionamento das coordenadas descritivas com as definições de abscissa, afastamento e cota e realizavam exercícios sobre este estudo.

Então, ainda na primeira aula da nova sequência didática, após tomarem conhecimento da organização espacial utilizada no Sistema Mongeano de Projeção, os alunos elaboraram maquetes físicas do triedro, elemento básico da espacialização deste sistema. A manipulação efetiva do objeto pretendia a visualização de localização dos sólidos, nas mais diversas posições, a partir das três vistas ortogonais. Os alunos montaram os seus triedros com papel reciclado (Fig. 14) e receberam placas de isopor (Fig. 15) para que fossem montados diferentes sólidos.

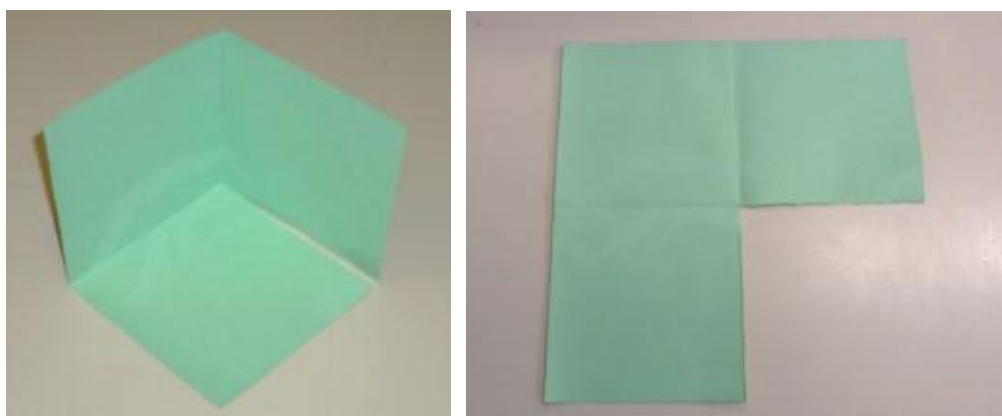


Figura 14: Triedro e épura





Figura 15: Placas de isopor

Com as placas de isopor, cada aluno deveria montar: um “cubo”, uma “poltrona” e uma “escada”. A cada sólido montado deveria representar graficamente as vistas ortogonais nos três planos de projeção do triedro, conforme observações dos sólidos no espaço tridimensional criado por eles (Fig. 16), originando a é pura.

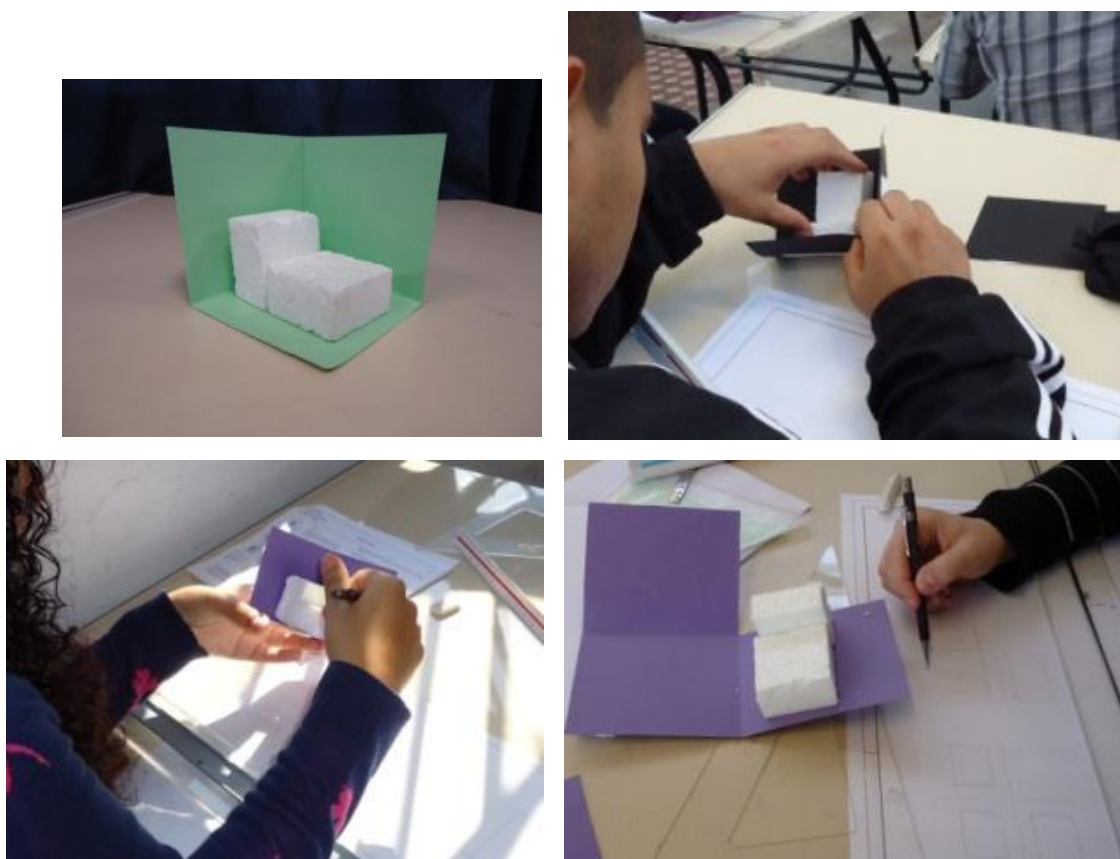


Figura 16: Alunos estudando as vistas

A agilidade oferecida pelo objeto físico proporciona a experimentação. Os alunos observam as diferentes posições e comparam com suas representações. Analisam

cada vista ortogonalmente a cada plano de projeção, identificando cada representação gráfica do sólido, ou seja, suas vistas ortogonais. Comparam altura de um lado com altura em outra vista, reparam larguras diferenciadas em diferentes posições. Conferem a representação gráfica com a observação do objeto. Alguns observam que a posição em que colocaram o sólido no triedro altera a sua representação.

Consideram medidas e relações projetivas a partir de diferentes pontos de vista que, aos poucos, vão se transformando em relações euclidianas. Conforme Piaget, a representação da ação é tardia em relação à ação.

[...] o mecanismo da tomada de consciência aparece [...] como um processo de conceituação que reconstrói e depois ultrapassa, no plano da semiotização e da representação, o que era adquirido no plano dos esquemas de ação (Piaget, 1977a, p. 204).

Aproximadamente 60% dos alunos apresentavam dificuldade em relacionar as diferentes vistas ortogonais nas épuras. Representavam cada elemento separadamente, como se não houvesse uma relação de altura, largura e profundidade entre eles. No exemplo abaixo (Fig. 17), podemos verificar a correta representação nos planos vertical  $\pi_2$ <sup>11</sup> e de perfil  $\pi_3$ <sup>12</sup> (representada na parte superior dos desenhos), mas sem coerência com a vista superior no plano horizontal  $\pi_1$ <sup>13</sup> (representada na parte inferior do desenho).

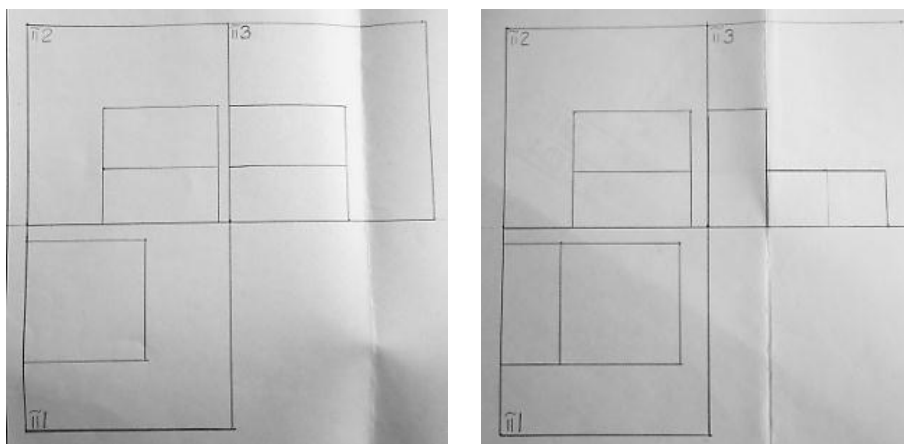


Figura 17: Desenhos de alunos - Representações sem relação com  $\pi_1$

<sup>11</sup> Plano vertical de projeção, representado na parte superior esquerda da épura.

<sup>12</sup> Plano auxiliar de projeção, representado na parte superior direita da épura.

<sup>13</sup> Plano horizontal de projeção, representado na parte inferior esquerda da épura.

Os demais alunos estabeleceram as corretas relações entre os diferentes planos de projeção (Fig. 18).

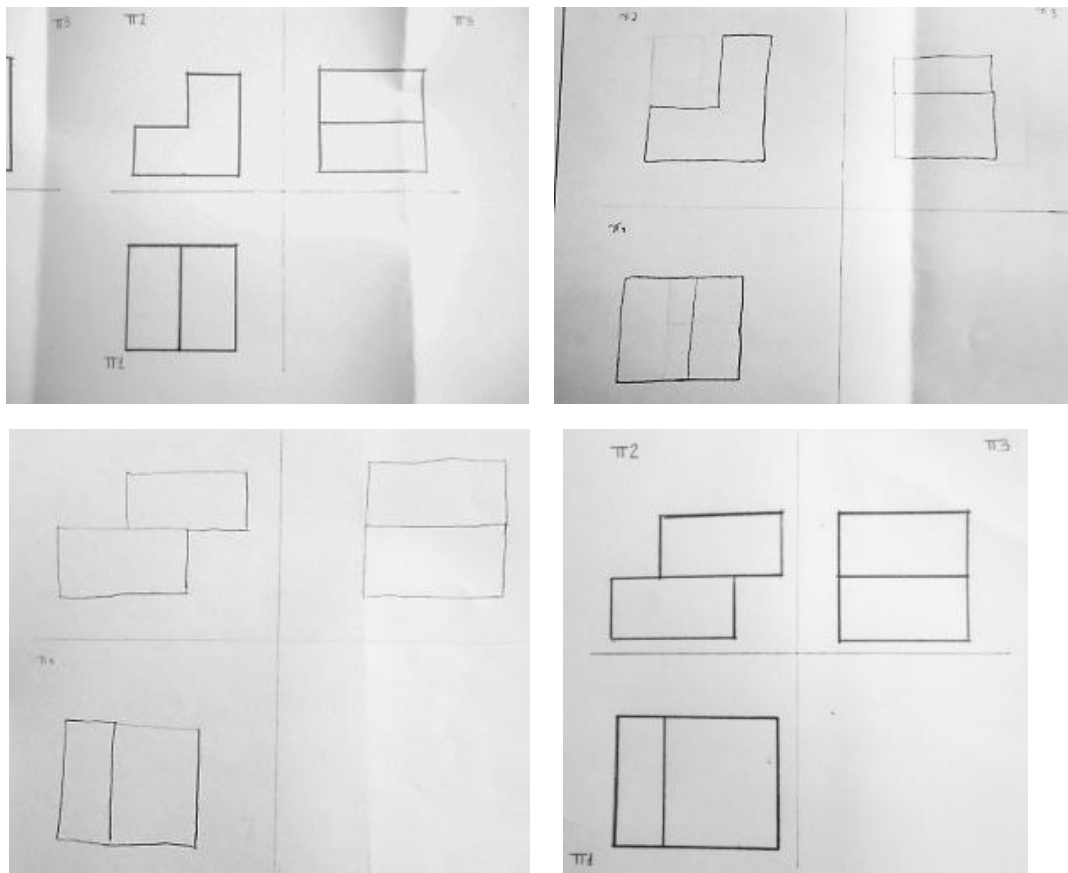


Figura 18: Desenhos de alunos - Épuras de sólidos propostos

#### 4.4.2. Aula 2: Técnicas Mongeanas

Enquanto na aula 2 do sistema antigo estudava-se o ente geométrico mais elementar, ou seja, o ponto, na nova sequência didática trabalham-se as noções espaciais mais elementares relativas aos sólidos. Na antiga proposta, os alunos faziam exercícios sobre o estudo do ponto “aprendido” na aula 1, localizavam as diferentes posições de um ponto no espaço (triedro) e no sistema planificado (épura) a partir de suas coordenadas descritivas.

Na nova sequência didática, depois de se trabalhar alguns princípios do Sistema Mongeano de Projeção na aula 1, o objetivo da segunda aula era que os alunos compreendessem a utilização e a prática deste sistema e atentassem para a possibilidade

de representar qualquer sólido através deste método. Na sequência antiga, os exercícios que representavam sólidos variados por meio do sistema de Monge eram realizados nas últimas aulas.

Em cada turma, os alunos foram divididos em três grupos e cada grupo recebeu dez placas de isopor para elaborar um único sólido com a quantidade de placas que achasse conveniente. Cada grupo deveria representar o seu sólido espacialmente, através de uma perspectiva isométrica. Um novo grupo deveria representar aquele sólido no sistema planificado e o terceiro grupo iria corrigir aquele mesmo exercício. Portanto, para cada trabalho, em um primeiro momento, um grupo representou a perspectiva, depois outro grupo representou a écura dessa perspectiva e, finalmente, o terceiro grupo corrigiu os dois desenhos, totalizando três trabalhos por turma.

Para Castro (1974, p.79), o trabalho em grupo “É precisamente a troca constante de pensamento com os outros que nos permite a descentração e nos assegura a possibilidade de coordenar interiormente as relações que emanam de pontos de vista diferentes”. Conforme Piaget (1972, p.12):

A formação das operações sempre requer um meio favorável para a “co-operação”, ou seja, operações realizadas em comum (por exemplo, o papel da discussão, crítica ou ajuda mútua, problemas levantados como resultados de trocas de informação, eleva a curiosidade devida à influência do grupo social, etc).

Cada grupo elaborou um sólido com as placas de isopor (Fig. 19) e representou sua respectiva perspectiva cavaleira em folha de desenho.

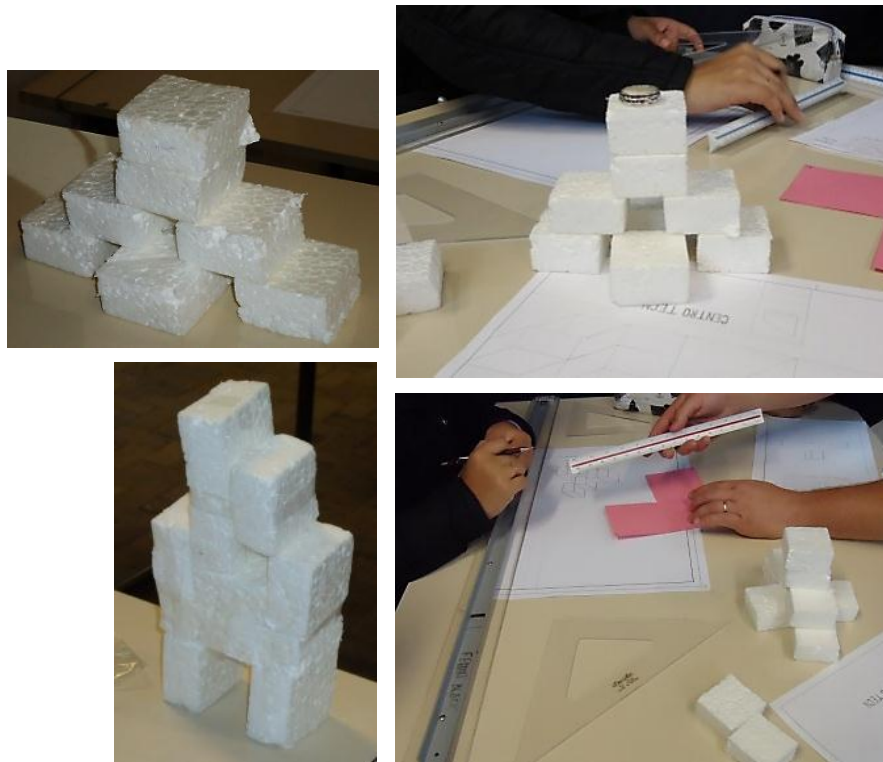


Figura 19: Elaboração e representação de sólidos com placas de isopor

Castro (1974, p.16) comenta que a realização de tarefas em grupo pode auxiliar a reorganização cognitiva do indivíduo:

Não será somente um meio de adaptação do sujeito no plano da conduta e das relações humanas. Torna-se processo importante no desenvolvimento intelectual pelo que apresenta de estímulos à reorganização cognitiva do indivíduo que deve a um tempo tornar objetivo e comunicável seu pensamento, assimilar o ponto de vista alheio e tudo coordenar numa perspectiva de conjunto.

Os trabalhos circularam entre os grupos para que cada um elaborasse a representação planificada de um desenho desconhecido, feito por outro grupo (Fig. 20). Grande parte dos grupos das turmas estudadas recorreu à montagem de maquete para melhor compreensão do sólido.

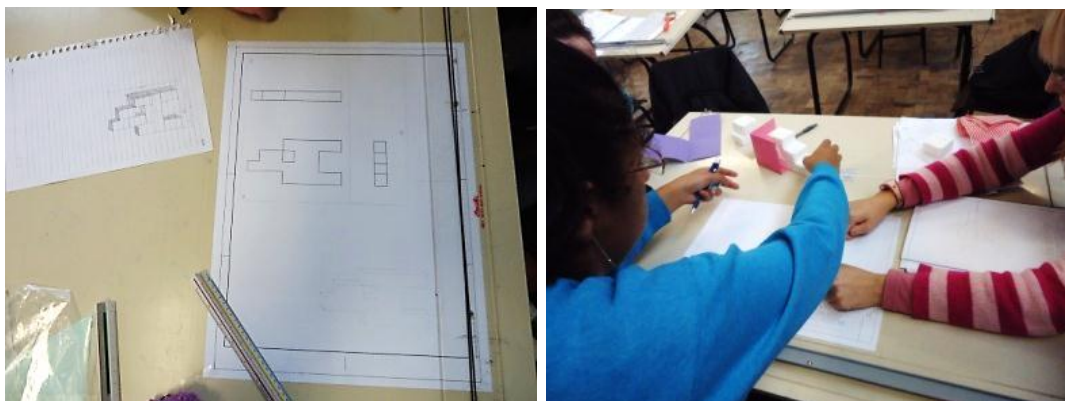


Figura 20: Exercício em grupo – representação da é pura do desenho proposto

O terceiro e último grupo deveria fazer a correção dos dois desenhos elaborados pelos dois grupos anteriores (Fig.21).



Figura 21: Correções realizadas pelos terceiros grupos

No trabalho reproduzido na figura 22, para efetuar a correção, os alunos reconstruíram o sólido no triedro e observaram suas vistas ortogonalmente aos três planos de projeção (Fig. 23). Posteriormente, utilizaram o recurso da fotografia para discutir as dúvidas com os colegas.

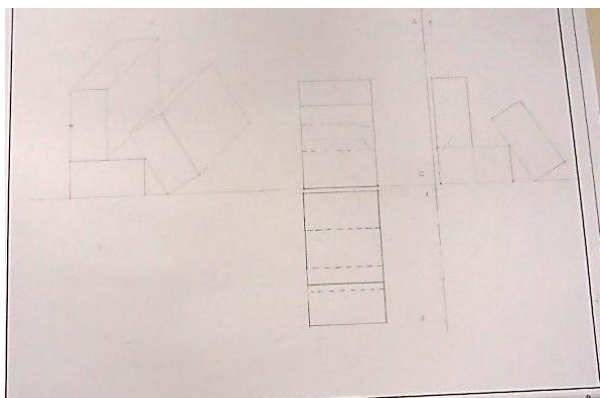


Figura 22: Desenhos de alunos - Trabalho em grupo

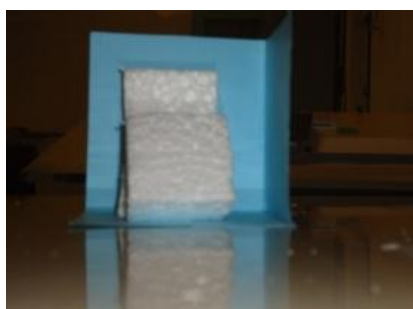
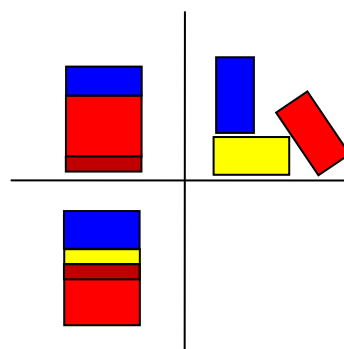


Figura 23: Reconstrução do sólido e respectivas vistas ortogonais

Em todas as turmas estudadas, essa tarefa foi elaborada com muito entusiasmo e dedicação. A ideia de corrigir o trabalho elaborado por outros colegas instigava na busca de possíveis erros e essa possibilidade pode ser um recurso interessante para promover a construção das noções espaciais. Observar novas possibilidades para solucionar os problemas propostos por outros grupos e, ainda, verificar possíveis erros nos trabalhos foi um valioso instrumento para trabalhar os conceitos.

Em outro momento da aula, com o objetivo de aplicar as técnicas mongeanas da geometria descritiva, foi proposta nova atividade. As representações espaciais, que até então eram elaboradas em perspectiva isométrica (Fig. 24a), passaram a ser representadas em perspectiva cavaleira (Fig. 24b), no triedro. Chamamos de triedro (Fig. 25) o espaço tridimensional composto pelos três planos de projeção representados em perspectiva cavaleira, sistematizados por Gaspar Monge, para o ensino de Geometria Descritiva. Assim, as figuras teriam uma representação espacial, a perspectiva no triedro, e outra planificada, as três vistas ortogonais na época.

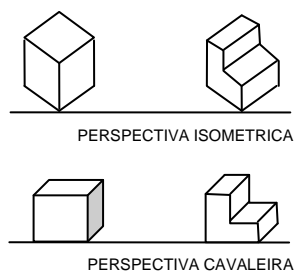


Figura 24 (a e b): Tipos de perspectiva

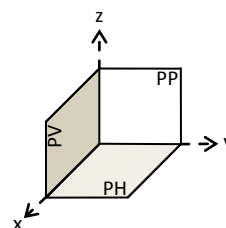


Figura 25: Triedro

Para desenvolver os desenhos, os alunos elaboraram um layout padrão para a folha onde seriam realizados alguns exercícios (Fig. 26).

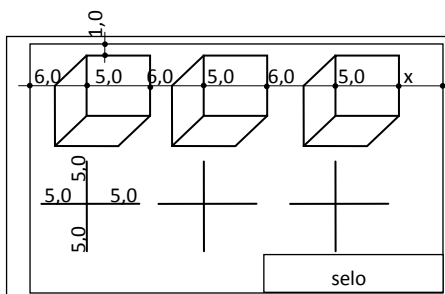


Figura 26: Lay out da folha de exercícios



A utilização da representação dentro do espaço tridimensional se torna necessária em função das coordenadas descritivas, ou seja, quando os sujeitos desenvolverem as noções euclidianas do espaço, cada ponto que forma um sólido terá três coordenadas que garantirão sua localização no espaço em relação a outros pontos. Nas primeiras representações gráficas consolidam-se as noções topológicas de todos os elementos envolvidos.

Para que os alunos se sentissem mais seguros com o novo modelo de representação, utilizaram-se os mesmos sólidos já estudados: cubo, poltrona e escada com as placas de isopor (Fig. 27). A afinidade com os sólidos lhes deu segurança, mas a novidade, quanto à representação, causava um pouco de estranhamento: Como representar aquele sólido conhecido dentro do espaço tridimensional?

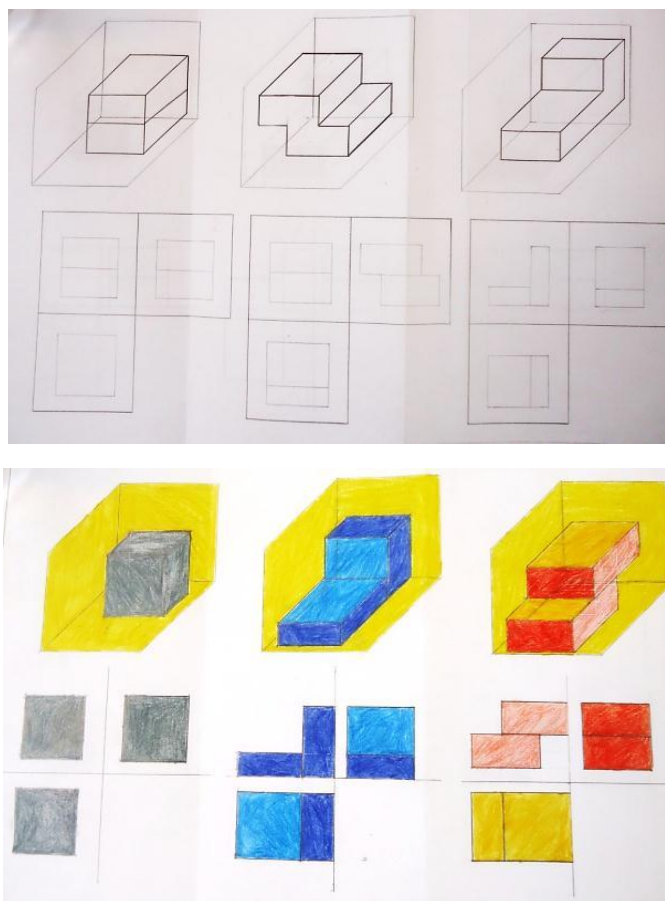


Figura 27: Desenhos de alunos – Técnicas mongeanas

Conforme Piaget (1995, p. 100), as novas fontes de construção resultam de construções reorganizadoras dos dados já adquiridos em patamar inferior de desenvolvimento cognitivo:

[...] a abstração reflexionante que conduz da implicação significativa à inclusão é, sem dúvida, fonte de construções essencialmente novas no sentido de não pré-formadas, mas estas novidades resultam de “reflexão” reorganizadora, tornada necessária pelo “reflexionamento” dos dados já adquiridos, no patamar inferior e que se trata de reconstruir em novos termos, próprios do patamar superior.

Deste modo, as representações gráficas de desenhos já realizados anteriormente agora estavam em acordo com o Sistema Mongeano de Projeções.

#### **4.4.3. Aula 3: Sólidos no triedro e na épura**

Piaget (*Apud* Becker e Marques, 2012) comenta sobre a importância da atividade do sujeito para a produção de conhecimento:

As capacidades intelectuais ou cognitivas do sujeito não provem de doações “gratuitas” do genoma ou do meio, físico ou social. São aquisições provenientes da atividade do sujeito. Não se pode dizer que todas as ações humanas constituem conhecimento. As ações que produzem conhecimento são aquelas das quais o sujeito se apropria, tematizando-a ou tornando-a objeto de seu interesse, de sua reflexão. O certo é que não se chega a construções cognitivas novas sem envolvimento da ação do sujeito; ação praticada, em seguida apropriada e, então, transformada em algo novo.

A terceira aula tem o objetivo de estabelecer novas relações e permitir a melhor compreensão das relações espaciais, propondo novos exercícios (Fig. 28) e utilizando as técnicas Mongeanas de projeção.

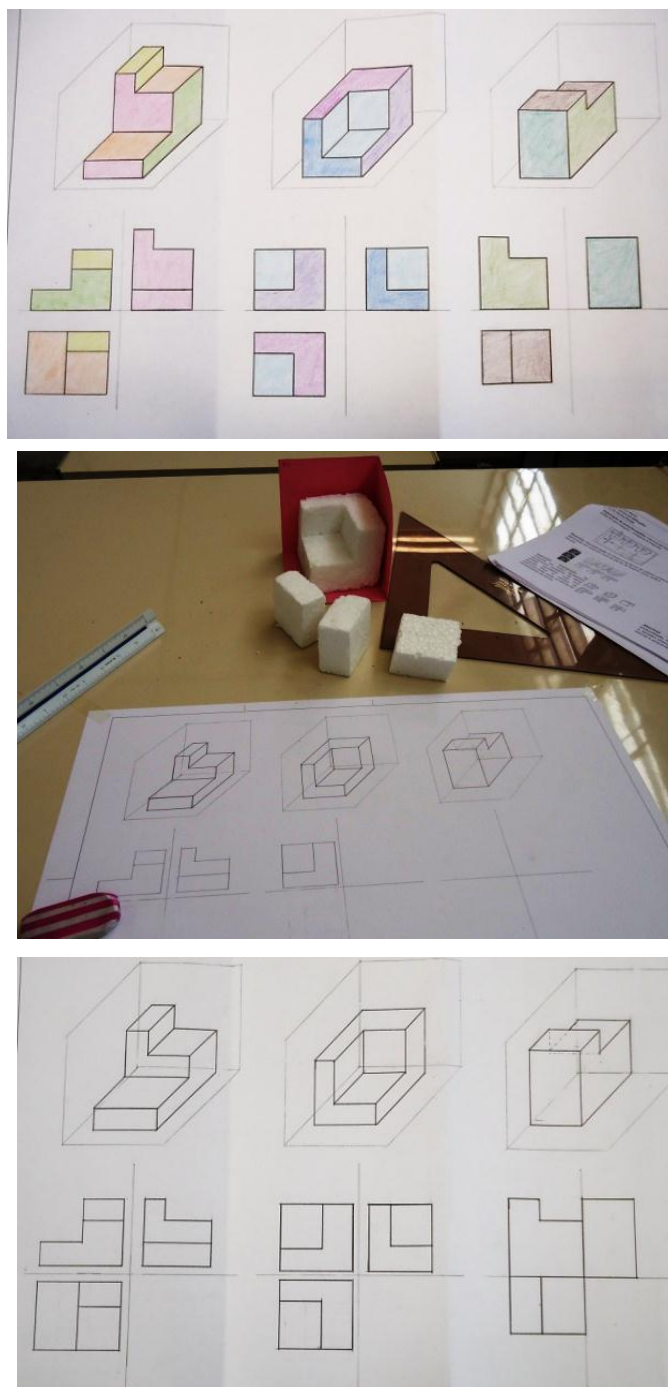


Figura 28: Desenhos de alunos - Exercícios de sólidos no triedro e na épura

Os trabalhos acima nos mostram o quanto os alunos imaginam resultados e são capazes de representar transformações. Podemos perceber que as noções projetivas já foram construídas e torna-se evidente a coordenação da noção de representação num dado ponto de vista. Estes alunos representaram com êxito as três vistas ortogonais de cada sólido.

A presença das noções euclidianas também já pode ser observada. Quando examinamos a organização da disposição das figuras planificadas parece já existir uma “regra” que estabeleça os afastamentos e cotas de cada elemento. A representação planificada, ou seja, é pura, do terceiro sólido aparece de diferentes maneiras nos dois exemplos apresentados, mas cada uma é fiel a sua representação espacial (triedro). No primeiro exemplo, o sólido está afastado do plano vertical e assim é representado na planificação, enquanto que, no segundo exemplo, este sólido não apresenta afastamento dos planos vertical e de perfil e sua representação planificada evidencia estas condições.

A antiga sequência didática não permitia que os alunos escolhessem a disposição dos sólidos no espaço, pois as coordenadas sempre eram preestabelecidas.

#### **4.4.4. Aula 4: Coordenadas descritivas**

Coordenadas descritivas são os referenciais espaciais dos elementos estudados em Geometria Descritiva. Assim como as coordenadas geográficas de latitude, longitude e altitude identificam elementos geograficamente, através das coordenadas descritivas de abscissa, afastamento e cota, representadas respectivamente nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , é possível encontrar a posição exata dos elementos estudados.

As técnicas de ensino de Geometria Descritiva geralmente principiam com a explanação das regras das coordenadas descritivas para aplicação do estudo do ente geométrico mais primitivo, chamado “Estudo do Ponto”. Diferentemente da sequência didática sistematizada por Gaspar Monge, este trabalho evidencia uma melhor aprendizagem quando a identificação das coordenadas descritivas é construída pelo aluno e a tomada de consciência transforma os esquemas do sujeito em noções e posteriormente em operações.

Conforme Piaget (1983a, p.108), “[...] em todos os domínios [...] em que o indivíduo adquire algum conhecimento pela leitura da experiência, esta ‘leitura’ não consiste em registros cumulativos, mas sim em ‘assimilações’, isto é, em incorporações do dado em esquemas que se organizam, graças à actividades do indivíduo [...]”. Piaget comenta que, diferentemente do ponto de vista do empirismo que diz que o conhecimento é adquirido em função da experiência, por percepção e sucessivas

ligações em função do tempo e das repetições objetivas, a aquisição do conhecimento supõe atividade do sujeito que, coordenando ações, prepara estruturas lógicas que servem para a formação do conhecimento.

Do mesmo modo, Becker apresenta o trabalho de Marques (Becker, 2002, p. 22):

[...] o conhecimento não resulta de um processo de treinamento ou de simples maturação de estruturas previamente existentes, mas consiste, ao contrário, no resultado de um processo de construção individual que se beneficia das situações de aprendizagem *stricto sensu*, porém, sempre a partir dos esquemas já construídos (aprendizagem *lato sensu*) pelo sujeito.

Foram desenhados, no quadro, três triedros que continham um cubo de igual dimensão no seu interior, mas posicionado de maneiras diferentes (Fig. 29).

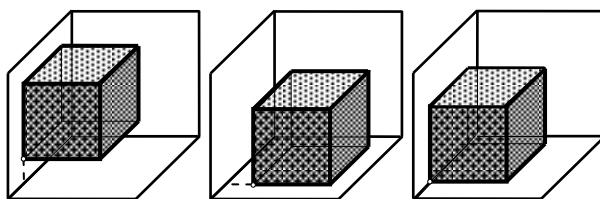


Figura 29: Diferentes posições de um sólido no espaço

Iniciamos os estudos das coordenadas descritivas indagando os alunos sobre quais as semelhanças e diferenças entre os três desenhos representados no quadro. Aos poucos, todos os sujeitos se deram conta de que, para que pudessem encontrar uma figura no espaço, necessitavam de coordenadas que exprimissem algumas medidas: profundidade, ou medida no eixo  $x$ ; distância do plano vertical, ou medida no eixo  $y$ ; e distância do plano horizontal, ou medida no eixo  $z$ . O vocabulário utilizado pelos alunos foi se adequando às falas da construção civil - profundidade, largura e altura; e finalmente às falas da geometria descritiva - abscissa, afastamento e cota.

Prosseguimos os estudos tentando identificar como os sólidos, em posições distintas, seriam representados no sistema planificado. Convém lembrar que aproximadamente 50% dos alunos representavam as vistas ortogonais sem a preocupação dos afastamentos, levando a crer que ainda não tinham tomado consciência

de que a localização de uma figura no espaço acarretaria uma posição distinta na sua representação planificada.

Piaget (1995, p.274) destaca a fecundidade da abstração reflexionante como um dos motores do desenvolvimento cognitivo e como um dos aspectos mais gerais da equilíbrio:

[...] a abstração “reflexionante” (*réfléchissante*) apoia-se sobre as coordenações das ações dos sujeitos, podendo estas coordenações, e o próprio processo reflexionante, permanecer inconsciente, ou dar lugar a tomadas de consciência e conceituações variadas

Evidenciando as diferentes posições de um sólido no espaço através das coordenadas de abscissa, afastamento e cota inseridas nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , os alunos realizaram o exercício com êxito, observando corretamente a relação entre as representações espaciais e as representações planificadas (Fig. 30).

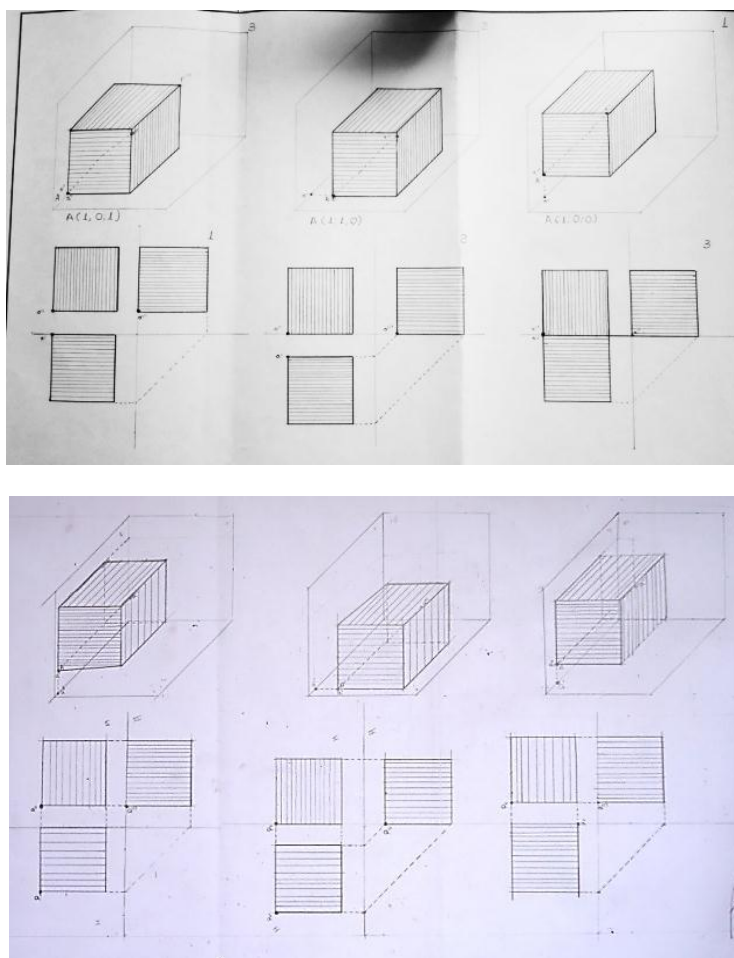


Figura 30: Desenhos de alunos - Relação entre representação espacial e planificada

Assim, os alunos elaboraram a regra das coordenadas descritivas a partir de suas próprias construções, o que leva a supor que tomaram consciência que a localização de um objeto no espaço define a representação da planificação das suas vistas ortogonais.

Para Piaget e Inhelder (1993, p. 435), “[...] o sistema de coordenadas não está, com efeito, no ponto de partida do conhecimento espacial, mas no ponto de chegada da construção psicológica inteira do espaço euclidiano [...]”, portanto, o caminho das noções euclidianas, traçado pelos alunos para mensurar os distanciamentos das figuras, demonstrava estar solidamente construído, apoiado em noções topológicas mais simples.

#### **4.4.5. Aulas 5 e 6: Estudo do plano**

Conforme a NBR 6492 (ABNT, 1994), o processo de elaboração de um projeto de arquitetura principia em Estudos Preliminares e percorre um processo de construção até chegar à representação do Projeto Executivo. Isso quer dizer que o profissional deve partir de noções gerais do terreno, do cliente e dos materiais, para, aos poucos, construir os detalhes do projeto da edificação. As disciplinas que se envolvem no estudo de projetos arquitetônicos preocupam-se em orientar os estudantes desta área no mesmo sentido, ou seja, do todo às partes. Então, por que somente a disciplina de Geometria Descritiva, pré-requisito da disciplina de Desenho Arquitetônico, não obedece esta sequência de pensamento?

A antiga sequência didática das aulas de Geometria Descritiva acontecia de maneira contrária à ideia “do todo às partes”. Iniciando pelas coordenadas descritivas de um ponto, ente geométrico mais primitivo, talvez as aulas partissem do pressuposto que este fosse o início de uma construção, que, acoplada a outros elementos, formaria a reta, depois o plano e finalmente o sólido, obedecendo ao sentido das partes ao todo.

Este trabalho está de acordo com a ideia “do todo às partes”, que concorda com Piaget e Inhelder (1993, p.84) quando dizem que “as primeiras formas [...] abstraídas são de caráter topológico e não euclidiano”. As novas aulas proporcionam uma sequência didática apoiada em noções topológicas que avançam na direção de noções

euclidianas, obedecendo à sequência de construção desse conhecimento, de acordo com a Epistemologia Genética.

As aulas 5 e 6 tinham o objetivo de desmembrar figuras espaciais em planos, posteriormente em retas e, finalmente, em pontos. Para tanto, observamos detalhadamente o cubo desenhado no quadro da sala de aula e destacamos seus elementos: planos, arestas e vértices (Fig. 31).

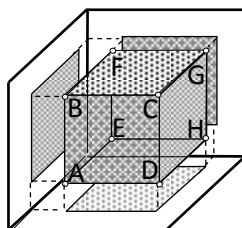


Figura 31: Elementos do sólido

Ao observar a representação planificada no quadro, por vezes, alguns alunos não percebiam as faces ocultas a este desenho, mas quando este cubo era relacionado com sólidos existentes na sala, como um estojo ou um armário, os sujeitos reconheciam suas seis faces. O mesmo procedimento era utilizado para distinguir as doze arestas e os oito vértices do cubo.

O trabalho proposto para esta aula seria representar, no sistema espacial e no sistema planificado, os diversos planos que poderiam estar contidos no cubo (Fig. 32) e, assim, encontrar as oito posições distintas analisadas no Estudo do Plano (Fig. 33):



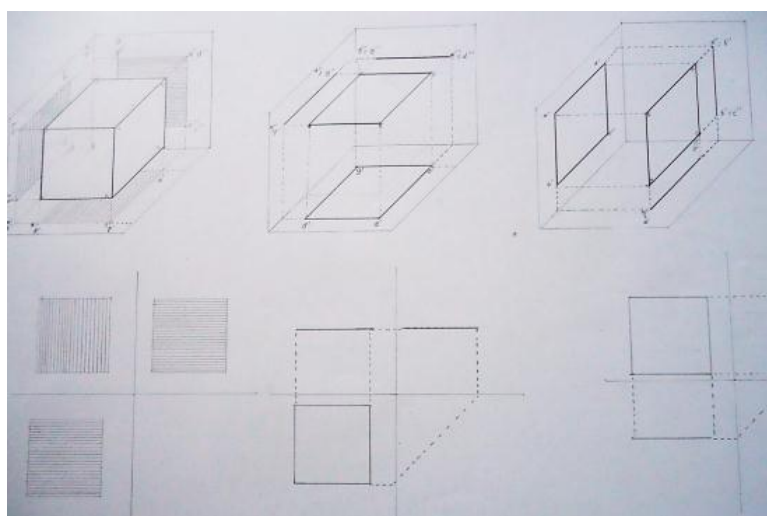
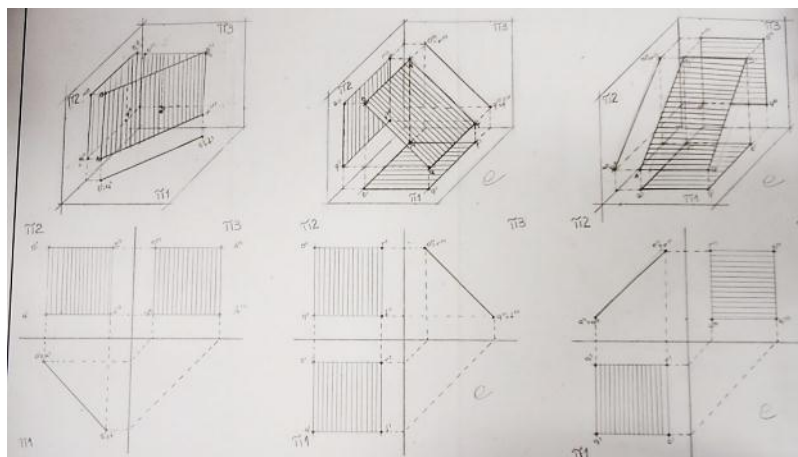


Figura 32: Desenhos de alunos - Trabalhos sobre planos

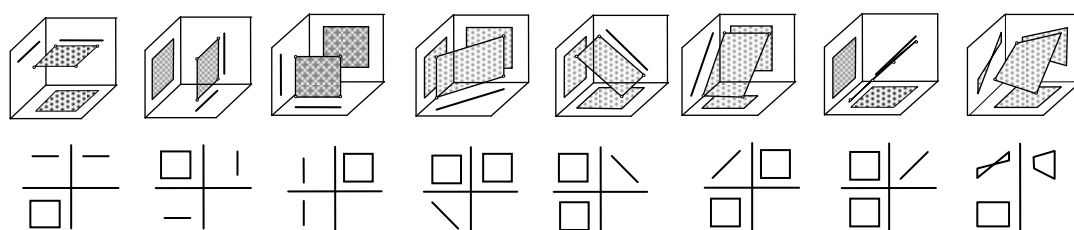


Figura 33: Posições do plano

Na antiga sequência didática, os alunos observavam as explicações dos professores quanto ao posicionamento destes planos, geralmente demonstrados com uma folha de papel próxima a duas paredes e ao chão, como se fosse um grande triedro.

Nos exercícios propostos, encontravam os pontos a partir de suas coordenadas descritivas e ligavam-nos, encontrando, assim, o plano.

Antes do término desta aula da nova sequência, propusemos aos alunos uma verificação do aprendizado. Utilizando os mais variados materiais existentes na sala, perguntamos aos alunos como seriam as projeções de alguns planos. Por exemplo: A representação da projeção desta mesa sobre o chão seria de igual tamanho, menor ou maior? A representação da projeção desta mesa sobre aquela parede seria de igual tamanho, menor ou maior? E sobre a outra parede, como seria? E esta mesa de desenho, que está inclinada, como seriam suas projeções no chão e nas paredes?

Assim sendo, foi observado que a posição que um plano ocupa no espaço define sua projeção no plano de projeção (Fig. 34) e constituímos as regras:

- Plano de projeção e plano estudado paralelos entre si têm projeção em verdadeira grandeza.
- Plano de projeção e plano estudado perpendiculares entre si têm projeção acumulada.
- Plano de projeção e plano estudado oblíquos entre si têm projeção reduzida.

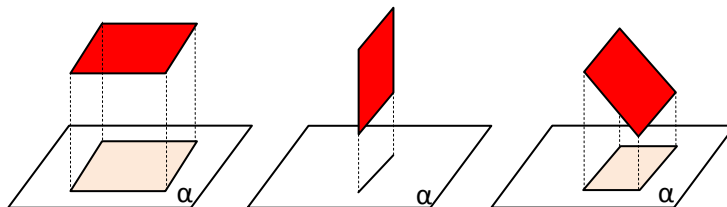


Figura 34: Projeções do plano

#### 4.4.6. Aula 7: Fazer e compreender

Conforme observado pelas turmas na aula anterior, a projeção de uma figura espacial depende do seu posicionamento em relação ao plano que se quer projetar. Esta aula tinha o objetivo de auxiliar os alunos na compreensão das regras observadas anteriormente. Piaget (1978, p. 179) diz que há uma diferença significativa entre o ato de conseguir fazer com êxito e de realmente compreender.

[...] compreender consiste em isolar a razão das coisas, enquanto que fazer é somente utilizá-las com sucesso, o que é, certamente, uma condição preliminar da compreensão, mas que esta ultrapassa, visto que atinge um saber que precede a ação e pode abster-se dela.

Piaget enfatiza que, para conseguir realizar a ação, pode-se chegar ao êxito sem que haja tomada de consciência, enquanto que para compreender é necessário coordenar as ações sucessivas e compreender as noções, ou seja, fazer as relações entre as ações e as constatações, numa palavra, tomar consciência.

Desse modo, foram propostos exercícios em que os alunos deveriam representar espacial e planificadamente figuras comuns ao cotidiano de edificações, como uma “rampa” ou uma “cunha<sup>14</sup>”. Também deveriam representar os planos isolados formados por essas figuras (Fig. 35), relacionando sólidos e planos de uma mesma figura em um mesmo trabalho. Esta atividade não era desenvolvida na sequência antiga.

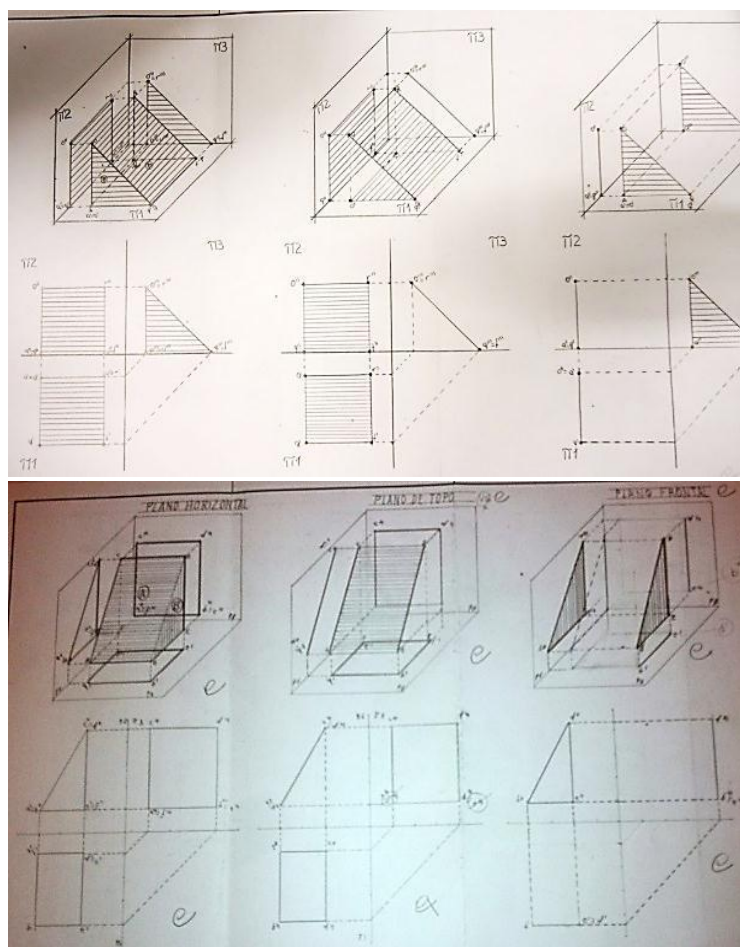


Figura 35: Desenhos de alunos - Exercícios

<sup>14</sup> Ferramenta de metal ou madeira, em forma de prisma agudo em um dos lados, utilizado para calçar ou nivelar uma peça qualquer. Também utilizada para fender um material quando inserida no vértice de um corte.

Em todas as turmas estudadas, os alunos nomearam este exercício como “prova”. Estranhavam a explicação de que não existia um exercício com maior “valor” do que o outro, e que todos os exercícios faziam parte de um dossiê particular de cada aluno, no qual seria possível constatar o processo de construção de conhecimento durante o semestre. Muitas vezes indagavam: “*Tá professora, mas com que nota eu estou?*”.

Becker (2001, p. 72) comenta que o construtivismo nos permite interpretar o mundo do conhecimento em que vivemos, diz que o construtivismo “[...] não é uma prática ou um método; não é uma técnica de ensino nem uma forma de aprendizagem; não é um projeto escolar; é, sim, uma teoria que permite (re)interpretar todas essas coisas, jogando-nos para dentro do movimento da história - da humanidade e do universo”. Ao mesmo tempo, reforça esta ideia dizendo que:

Piaget derruba a idéia de um universo de conhecimento dado, seja na bagagem hereditária (apriorismo), seja no meio (empirismo) físico ou social. Criou a idéia de **conhecimento-construção**, expressando, nessa área específica, o movimento do pensamento humano em cada indivíduo particular, e apontou como isto se daria na Humanidade como um todo (Becker, 2001, p. 71).

Pensando na ideia de conhecimento construção em cada indivíduo, todos os trabalhos realizados ao longo do processo serviram como indicadores da aprendizagem de cada aluno particularmente, sendo desnecessária a aplicação de “provas”. Isso significa dizer que dois alunos em estágios de desenvolvimento diferentes poderiam ser considerados aptos da mesma maneira se apresentassem avanços na “construção de seus conhecimentos” ao longo do semestre.

Esta pausa para refletir sobre o sistema avaliativo se tornou necessária em todas as turmas estudadas, em função da ansiedade dos alunos sobre estas questões.

#### **4.4.7. Aula 8: Estudo da reta e do ponto**

Prosseguindo na ideia “do todo às partes”, esta aula teve o objetivo de, com o apoio das noções topológicas, avançar na direção das noções espaciais euclidianas.

Assim, retomando a atividade proposta na aula 6, observamos um cubo desenhado no quadro da sala e destacamos, mais uma vez, seus elementos: planos, arestas e vértices. Propusemos um trabalho no qual os sujeitos representassem somente algumas retas contidas no cubo, de tal modo que foi possível ressaltar as sete posições de uma reta (Fig. 36).

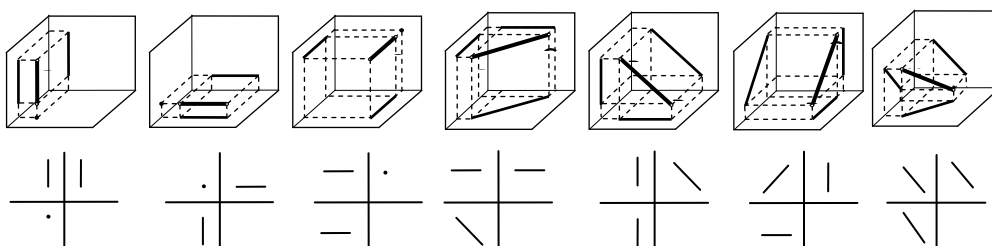


Figura 36: Posições da reta

Do mesmo modo como aconteceu no estudo dos planos, propusemos uma nova verificação do aprendizado. A partir de elementos da sala, como lapiseiras, régua e varão da cortina, perguntamos aos alunos como seriam as representações destas retas no chão, sobre uma classe inclinada, na parede, etc. Mais uma vez, observamos que a posição que a reta ocupa no espaço define sua projeção no plano de projeção (Fig. 37) e alcançamos as regras:

- Reta perpendicular ao plano de projeção tem projeção acumulada em um único ponto.
- Reta oblíqua ao plano de projeção tem projeção reduzida.
- Reta paralela ao plano de projeção tem projeção em verdadeira grandeza.

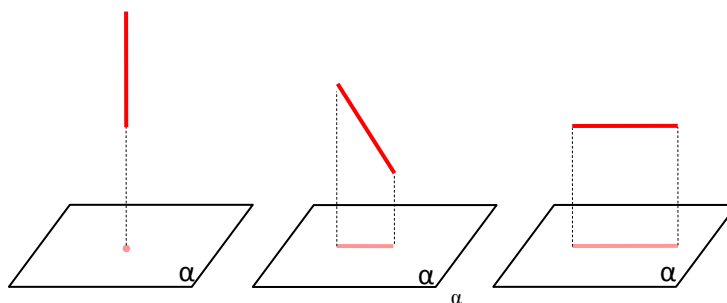


Figura 37: Projeções da reta

Para Piaget (1995), o desenvolvimento cognitivo é movido pela ação e ele se dá por Abstração Reflexionante, quando o sujeito projeta em patamares superiores o que retira de patamar inferior. Numa sucessão de reflexionamentos e reflexões, o sujeito constitui sucessivos patamares no seu desenvolvimento cognitivo.

Percebemos que os alunos neste nível já demonstravam compreensão das regras que estabelecem as representações gráficas do Sistema Mongeano de Projeções. Como diz Piaget (1978, p. 99):

[...] o indivíduo chega [...] a raciocinar sobre o conjunto das transformações possíveis em função de algumas que ele previu e constatou, portanto chega a efetuar operações sobre operações, o que é característico das operações formais e que permite, então, e somente então, uma programação completa da ação a partir da conceituação.

Assim, pudemos concluir o estudo do sistema de projeções observando as possíveis localizações do ente geométrico mais primitivo no espaço tridimensional e na épura, chamado Estudo do Ponto. Essas questões faziam parte da primeira aula do sistema antigo, quando os alunos, através de coordenadas descritivas ditadas pelos professores, encontravam as diferentes posições do ponto.

A partir disso, foi possível verificar, sem dificuldade, as regras que estabelecem as posições do ponto, e que correspondem às noções euclidianas espaciais:

- O ponto que tem afastamento e cota se encontra no espaço.
- O ponto que tem cota igual a zero se encontra no Plano Horizontal.
- O ponto que tem afastamento igual a zero se encontra no Plano Vertical.
- O ponto que tem cota e afastamento igual a zero se encontra no eixo das abscissas.

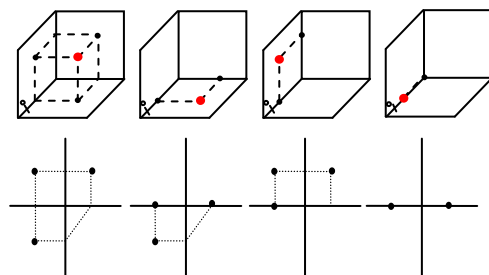


Figura 38: Posições do ponto

O exercício proposto nesta aula (Fig. 39) pretendia que os alunos encontrassem pontos que unidos formariam retas e planos, a partir de coordenadas descritivas.

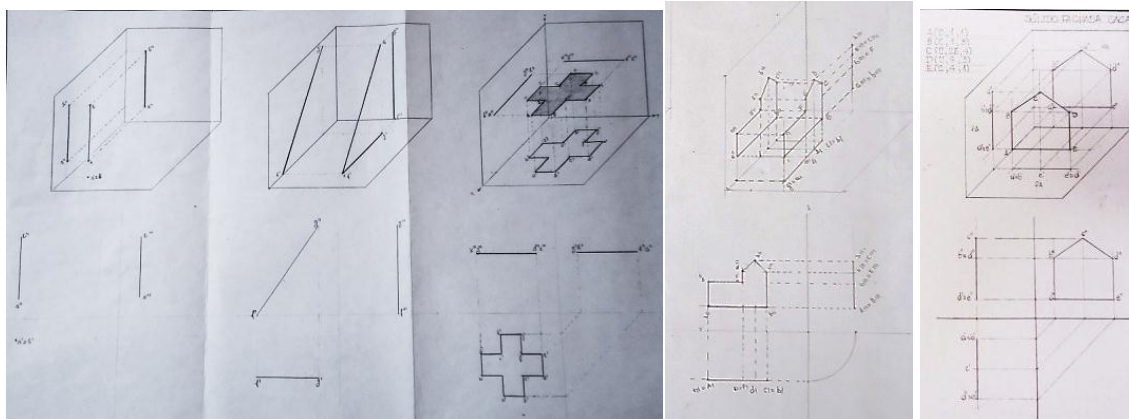


Figura 39: Desenhos de alunos - Trabalho sobre pontos, retas e planos

Havia diversas opções de exercícios sobre esse tema no polígrafo utilizado pelos alunos (Moniz, 2012) e isso ocasionou uma diversificação desta prancha em cada sala de aula. Com isso, pelo menos dois alunos de cada turma perguntaram se seria possível representar outro desenho, ou se eles poderiam fazer mais uma prancha com outros exercícios.

Para Piaget (2005, p.8), a afetividade é a energia da ação, é a energia do mecanismo estrutural. Todo ato de desejo é um ato de conhecimento e vice-versa. A afetividade é imprescindível para compreender a dinâmica do conhecimento humano e nos ajuda a compreender e transformar a forma como conhecimento e educação devem se relacionar.

#### 4.4.8. Aulas 9 e 10: Novas possibilidades

O estudo do Sistema Mongeano de Projeção continua seguindo o propósito de abrir o campo de possibilidades na área do desenvolvimento de projetos, como ocorreu no século XVIII. Sendo assim, GD não é uma disciplina engessada nos cursos que tratam destas questões, mas, sim, é disciplina que embasa e dá suporte para outras.

Pensando nisso, para a representação espacial dos sólidos, nesta aula, sugerimos a substituição do triedro utilizado pela Geometria Descritiva, pela perspectiva isométrica cotada, utilizada pelos croquis<sup>15</sup> de Desenho Arquitetônico. Desta maneira, o trabalho proposto deveria demonstrar vários sólidos em isometria e suas respectivas vistas ortogonais na época (Fig. 40), utilizando as técnicas de Desenho Técnico Básico para os grafismos, a sistematização de Gaspard Monge para as vistas ortogonais e as técnicas de perspectiva para a representação espacial conforme Desenho Arquitetônico.

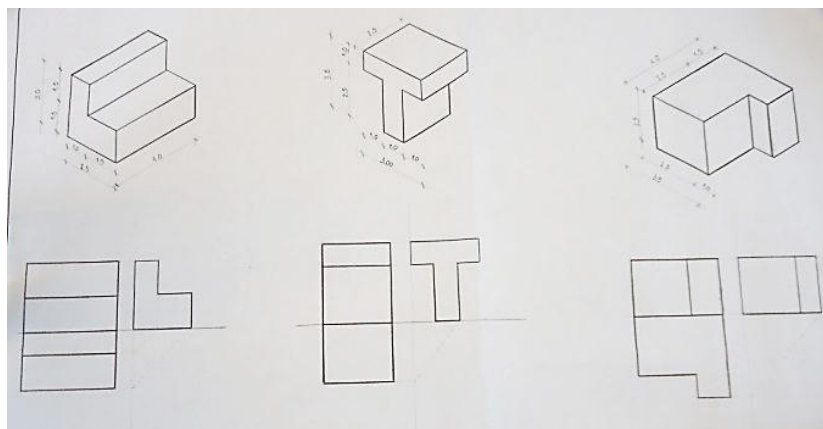


Figura 40: Desenhos de aluno - Substituição das coordenadas

Esta estratégia exigiu a coordenação entre as diferentes representações espaciais, quando substituiu a perspectiva cavaleira, representada a  $45^\circ$  no triedro, foi substituída pela perspectiva isométrica com ângulo de  $30^\circ$ .

Conforme Aebli (1958, p.134), o exercício operatório e a importância de variar as maneiras de chegar a um mesmo resultado: “Variar os meios de solucionar o cálculo representa uma importante medida didática para esclarecer e aprofundar as relações numéricas”<sup>16</sup>. Diz que o ensino das operações deve evidenciar os mecanismos da reversibilidade, ou seja, relacionar operações associativas.

Insistindo no exercício operatório e certificando-se da correspondência entre os processos de representações espaciais, ainda exploramos outra possibilidade: a

<sup>15</sup> Croqui é um desenho rápido, muito utilizado em artes, arquitetura ou engenharia para que se tenha a noção das dimensões e proporções do sólido a desenvolver. Conforme o dicionário Aurélio, croqui é um “esboço, em breves traços de desenho ou de pintura”.

<sup>16</sup> “Variar los medios de solución em el cálculo, representa una medida didáctica importante para esclarecer y profundizar las relaciones numéricas.”



construção da representação isométrica a partir de vistas ortogonais dadas, exigindo a compreensão dos sólidos a partir da observação de suas faces (Fig. 41).

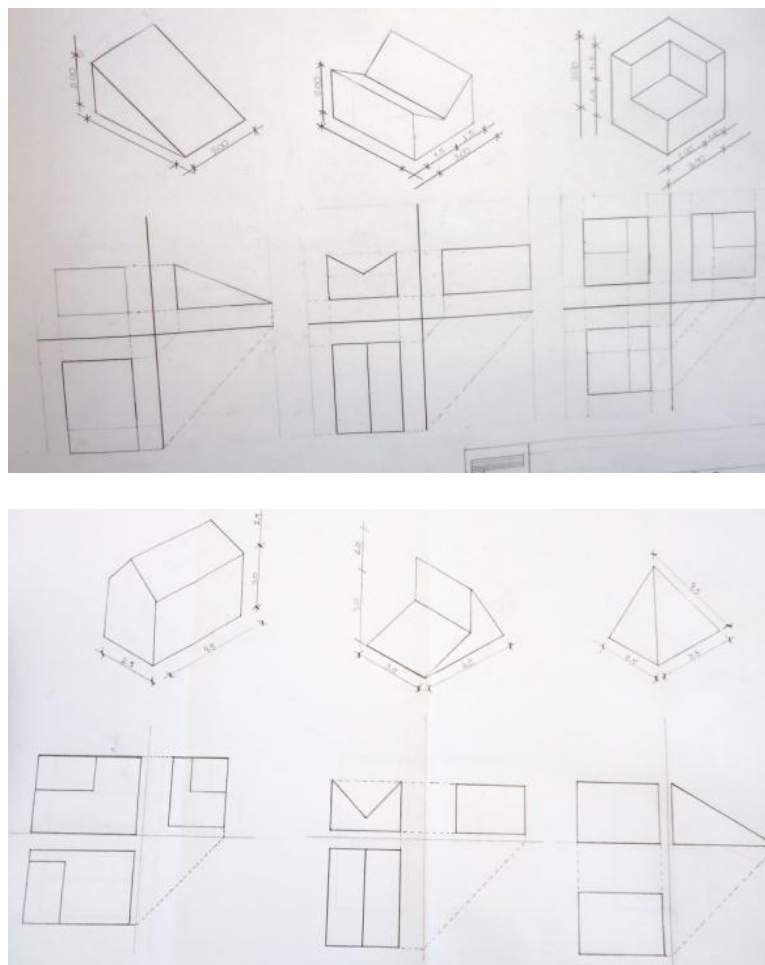


Figura 41: Desenho de alunos - Representação de sólidos a partir das vistas ortogonais

Em alguns trabalhos foram representados os sólidos e suas vistas, e, em outros, apenas perspectivas de sólidos dados e vistas de perspectivas dadas.

As noções espaciais construídas pelos alunos abrem um campo de novas possibilidades. Conforme Piaget (1992, p.51), “[...] uma estrutura acabada [...] torna [...] possível um certo número de operações que não poderiam ser realizadas antes do seu acabamento”, assim como a sua aplicação a novas situações. Diz ainda que os possíveis não são características estáticas, pois estão em constante devir. Cada possível é capaz de produzir uma abertura sobre si mesmo, pois é o resultado desta abertura para outras possibilidades.

Na antiga sequência didática, nem todas as atividades proporcionavam novas possibilidades que exigissem a coordenação entre as diferentes representações espaciais. Na aula 9, os alunos resolviam exercícios e na aula 10, durante os 5 períodos, realizavam a prova final.

#### **4.4.9. Aula 11: Iniciação ao Desenho Arquitetônico**

O objetivo da disciplina de Geometria Descritiva é que o aluno desenvolva a visualização espacial para que possa relacionar as representações gráficas bidimensionais e tridimensionais. Especificamente, no Curso de Edificações, estas noções vão ser exigidas em Desenho Arquitetônico (DA), disciplina do segundo semestre, que desenvolve as representações técnicas das plantas arquitetônicas.

Lembramos, mais uma vez, Inhelder, Bovet e Sinclair (1977) quando dizem que para assimilar a novidade é preciso acomodar as estruturas já construídas, possibilitando novas construções. Podemos fazer uma relação análoga com as disciplinas de Geometria Descritiva (GD) e Desenho Arquitetônico (DA). As estruturas mais simples tratadas em GD engendram novos patamares do conhecimento que deverão ser tratados em DA.

A partir do repertório desenvolvido em GD e instigando os alunos para a construção de representações usuais no DA, propusemos um novo trabalho. No último trabalho da disciplina, os alunos deveriam relacionar perspectivas e vistas ortogonais, sendo que estas vistas não seriam mais representadas a partir do método mongeano, mas conforme utilização em desenho de arquitetura, denominado “vistas”. A novidade obriga os sujeitos a transformar estruturas já existentes. O triedro e a épura que auxiliaram na construção das noções espaciais em GD, agora, em DA, fazem parte da estrutura da operação e não exigem mais suas representações.

Conforme Piaget (1978, p. 181), as etapas e os sucessos das ações são “função da relação de afinidade” dos “projetos” dos sujeitos, pois um projeto dirige uma ação nos processos de equilibração em uma “evolução sempre orientada” na “direção que oscila entre uma determinação pelo passado e uma abertura sobre novidades imprevisíveis”.

Segundo Becker (2004, p. 59), a aprendizagem deve polarizar o ensino e o ensino deve ser desafiado por ela. Assim, o professor deve ensinar conteúdos:

[...] que desafiam a aprendizagem a buscar, para além dos próprios limites, novas respostas. Respostas que não consistem simplesmente em devolver os conteúdos aprendidos, mas em mostrar a ampliação de sua capacidade de aprender; respostas que exigem o ensino de novos conteúdos cuja assimilação abre caminho para novas buscas, ampliando ainda mais a capacidade de aprender.

Esta era a intenção deste trabalho. Não pretendíamos apenas a devolução dos conteúdos, mas auxiliar os alunos a conjecturar sobre novas possibilidades que seriam desenvolvidas em outra disciplina. O novo trabalho propunha a elaboração das vistas de uma casa dada em perspectiva (Fig. 42).

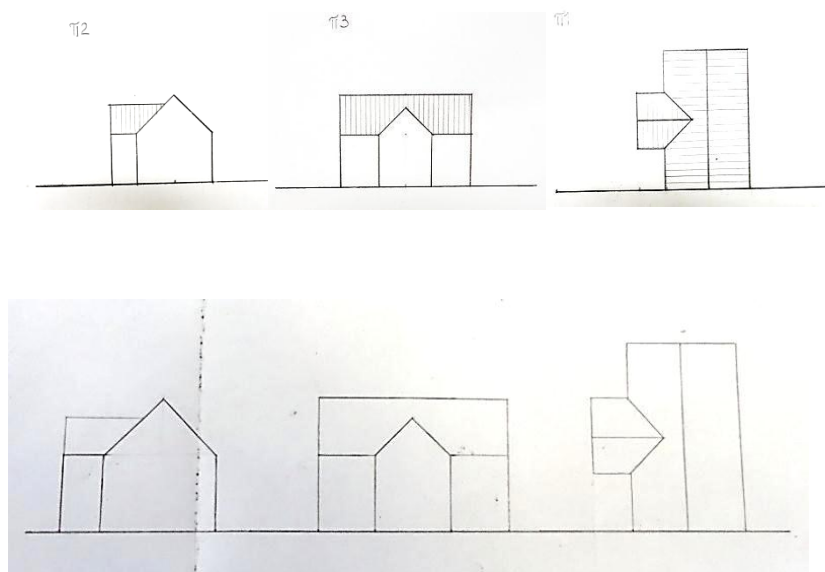


Figura 42: Desenhos de alunos - Vistas

Como uma última tarefa, retomamos a atividade da aula 1, na qual os alunos representaram seu repertório gráfico de acordo com as vistas ortogonais dadas. Entregamos, para cada aluno, mais uma vez, uma folha com as vistas da casa e pedimos que a representassem em perspectiva (Fig. 43).

Após o término da tarefa, os alunos não entregaram estes desenhos aos professores. Para surpresa de todos, receberam o desenho feito na aula 1 e puderam, comparando as duas produções, avaliar o seu próprio crescimento (Fig. 43).

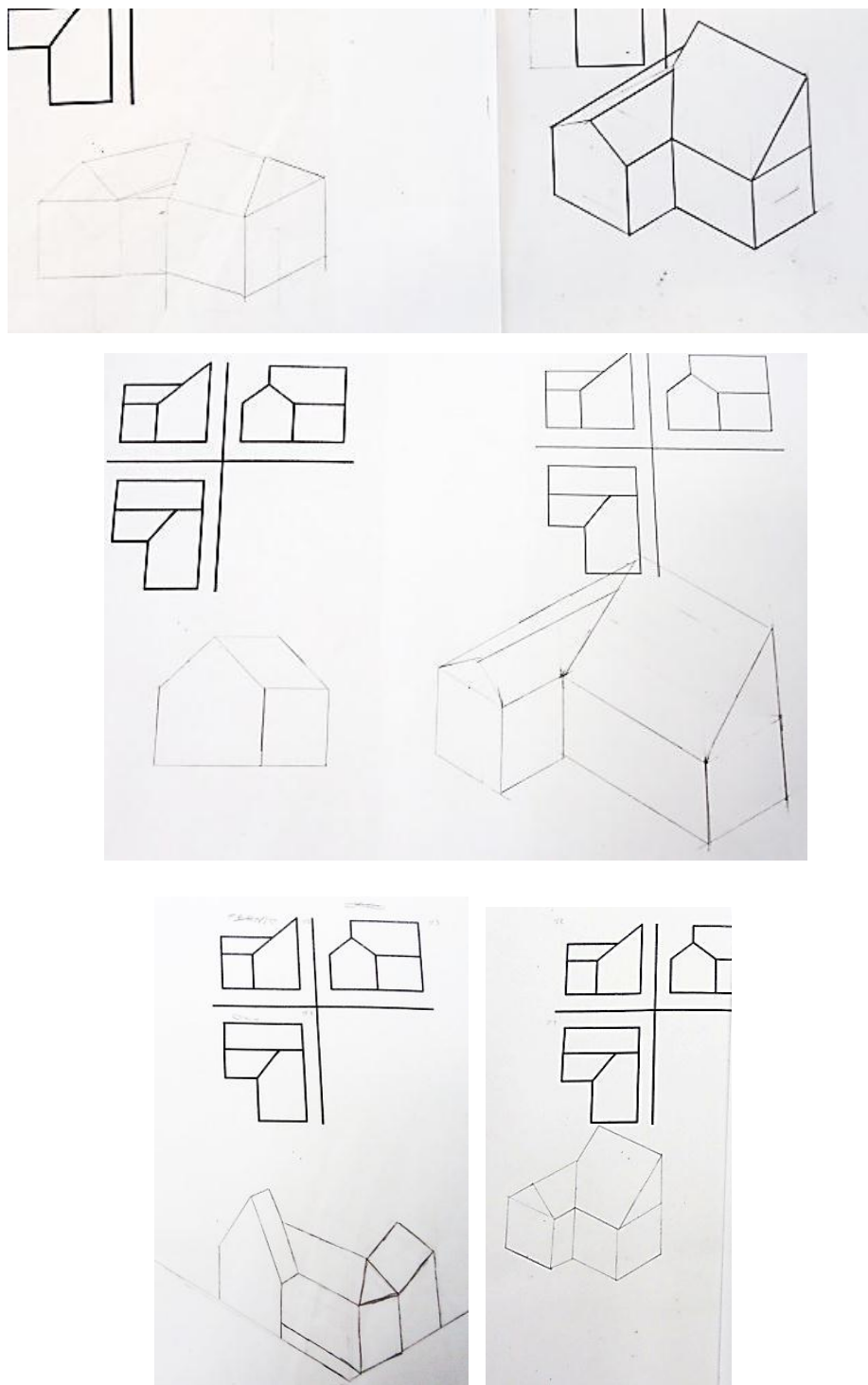


Figura 43: Desenhos dos alunos - Antes e depois

Como era esperado, todos os alunos demonstraram um crescimento significativo nas representações das noções espaciais. A finalidade deste exercício não era que os professores contabilizassem o desenvolvimento de cada aluno, mas, ao contrário, pretendia que os alunos pudessem comparar as suas produções e evidenciar o seu próprio crescimento. O êxito na disciplina já havia sido demonstrado em todas as tarefas realizadas ao longo do semestre, e a necessidade de realizar uma prova final foi totalmente descartada.

As aulas finais de Geometria Descritiva no outro método aconteciam de maneira muito diferente. Na última aula da antiga sequência didática, os alunos que não lograram êxito nas duas provas realizadas, nas aulas 6 e 10, tentavam recuperar os conteúdos não alcançados através de outra prova.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A habilidade da visualização espacial que permite o entendimento das formas espaciais é amplamente requerida pelos profissionais da construção. Arquitetos, engenheiros e técnicos em edificações devem ter a habilidade de relacionar duas e três dimensões para que possam representar plantas arquitetônicas que servirão de guia para a construção de uma edificação. Para tanto, os cursos da área de construção civil devem oferecer, nos seus currículos, uma disciplina que tenha o objetivo de desenvolver a capacidade da visualização espacial e, assim, auxiliar no desenvolvimento da relação entre o desenho e a obra.

Atualmente, a disciplina que se envolve com estas questões é Geometria Descritiva, com conteúdos que foram sistematizados por Gaspard Monge, seu criador (Eves, 2011, p. 490), no século XVIII. A sequência didática para seu estudo, nas instituições de ensino de que temos conhecimento, transcorre a partir do estudo do ponto, na direção do estudo dos sólidos, ou poderíamos dizer, em outras palavras, do particular em direção ao geral.

Nos estudos que culminaram neste trabalho, observamos que esta sequência didática não acompanha o desenvolvimento da noção espacial. Conforme a Epistemologia Genética, as primeiras noções espaciais desenvolvidas são atividades ainda sensório-motoras apoiadas pela percepção e, a partir de construções do sujeito ao longo da vida, a noção do espaço e a intuição geométrica se constituem na direção do todo às partes, portanto, contrária à sequência utilizada para desenvolver os conteúdos em Geometria Descritiva.

Observar como acontece a construção das noções é ponto de partida para elaborar um projeto de ensino que atenda os alunos, cumpra o programa e, principalmente, auxilie os alunos na aprendizagem.

Só foi possível promover a construção da visualização espacial, na nova sequência didática da disciplina de Geometria Descritiva, fundamentada na Epistemologia Genética, quando ouvimos os alunos, estudamos como acontecia a construção do conhecimento que gostaríamos que alcançassem e, ainda, respeitamos a diversidade encontrada nas salas de aula.

Como não existe um modelo único de aluno, pensamos que não poderia haver uma sequência rígida a ser seguida. A metodologia não alcança a todos da mesma maneira e, então, um programa de ensino não pode ser padronizado, desconsiderando a atividade de cada sujeito da aprendizagem, condicionando-o a uma posição passiva.

Conforme Marques (2010, p. 60), o professor deve ser um pesquisador, um pesquisador dos pensamentos dos alunos, para que possa “coordenar os diferentes pontos de vista e ajudar os alunos a estabelecer relações entre o que já sabem e as novidades que ele [professor] apresenta.” Conhecendo o processo do aluno, o professor “consegue auxiliá-lo a estabelecer as relações que significam a aprendizagem no seu sentido de gênese de estruturas de pensamento e não apenas de estocagem de conteúdos” (idem). Isto é, no sentido da aprendizagem *latu sensu* ou do desenvolvimento.

A proposta de sequência didática apresentada neste trabalho demonstrou que é possível promover a construção da visualização espacial, na disciplina de Geometria Descritiva, a partir da Epistemologia Genética, não apenas no sentido estrito, mas na capacidade de aprender no sentido amplo. Como diz Piaget (1983 b, p. 40), “[...] o ideal da educação não é aprender o máximo, ou elevar ao máximo os resultados, mas sim, antes de tudo, aprender a aprender, aprender a desenvolver-se e aprender a continuar a desenvolver-se depois da escola”.

Acompanhando a construção do conhecimento das noções espaciais, a nova proposta para as aulas de Geometria Descritiva não se preocupou com provas que avaliassem cada conteúdo estudado, pois todas as tarefas realizadas ao longo do semestre evidenciavam as conquistas dos alunos. Com a nova sequência didática, conseguimos avançar na abertura de possibilidades formadas pela disciplina, desafiar a aprendizagem e ampliar a capacidade de aprender.

Valendo-nos do pronunciamento de Piaget (2007, p. 3), “[...] é preciso dizer que [...] tudo é gênese, inclusive a construção de uma teoria nova no estado mais atual das ciências”, aproveitamos para lembrar que a sequência das aulas aqui apresentadas deixa o registro de um estudo que apenas está começando, no qual muito mais se poderia acrescentar e muito ainda se tem a experimentar e aprender.

Simplesmente evidenciamos que propor conteúdos e sequências didáticas preestabelecidas, muitas vezes sem se saber exatamente por quem, ou porque, é uma prática excludente contrária à ideia de construção de conhecimento da Epistemologia Genética e apostamos na certeza de que o professor que conhece as capacidades dos seus alunos tem mais chance de acertar na organização de um programa que atente aos conteúdos, mas que, principalmente, respeita o processo de construção de conhecimento de cada sujeito na direção de uma aprendizagem ampla e significativa para sua vida profissional e, também, para seu desenvolvimento pessoal.



## REFERÊNCIAS

- AEBLI, Hans. *Una didáctica fundada em la psicología de Jean Piaget*. Buenos Aires: Kapaelusz, 1958.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8403 - Aplicação de linhas em desenhos – Tipos de linhas - Larguras das linhas*. Rio de Janeiro, 1984.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6492 - Representação de projetos de arquitetura*. Rio de Janeiro, 1994.
- AZEVEDO, Tais A. B. de. *Vistas: Atividades sobre a representação do espaço*. Trabalho de conclusão de curso. Matemática/UFRGS, 2010. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/29158> Acessado em: 26.09.2011.
- BECKER, Fernando. *Educação e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- BECKER, Fernando. Aprendizado e conhecimento. In BECKER, Fernando org. *Aprendizagem e conhecimento escolar*. Pelotas: EDUCAT, 2002.
- BECKER, Fernando. *A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar*. Porto Alegre: Artmed, 2003.
- BECKER, Fernando. Tempo de aprendizagem, tempo de desenvolvimento, tempo de gênese. In MOLL, Jaqueline. *Ciclos na escola, tempos na vida. Criando possibilidades*. Porto Alegre: Artmed, 2004.
- BECKER, Fernando e MARQUES, Tania . Estádios do desenvolvimento. In: BECKER, F. *Educação e construção do conhecimento*. 2ª ed. Porto Alegre: Penso, 2012
- BECKER, Marcelo. *Uma alternativa para o ensino da geometria: Visualização geométrica e representação de sólidos no plano*. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/17161/000712216.pdf?sequence=1> Acessado em 30.11.2011.
- CASTRO, Amélia Domingues de. *Piaget e a didática*. São Paulo: Saraiva, 1974.
- CUNHA, Luís Veiga da. *Desenho Técnico*. 8a. ed. Lisboa – Portugal: Fundação Caloute Gulbenkian, 1991.
- DILIGENTI, Marco Pereira. *A geometria da complexidade*. Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação FACED/UFRGS, 2006.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. 5ª ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

GIOVANNI, Jose Ruy; BONJORNO, Jose R.; GIOVANNI JR, Jose Ruy. *Matemática fundamental, 2º grau: volume único*. São Paulo: FTD, 1994.

INHELDER, Bärbel; BOVET, Magali; SINCLAIR, Hermina. *Aprendizagem e estruturas do conhecimento*. São Paulo: Saraiva, 1977.

JACQUES, Jocelise J.; AZEVEDO, Gabriela Z. ; AYMONE, José L. F.; TEIXEIRA, Fábio G. *Nova abordagem para o ensino de geometria descritiva básica*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Departamento de Expressão Gráfica da Faculdade de Arquitetura. Cobenge, 2001. Disponível em <http://www.pp.ufu.br/Cobenge2001/trabalhos/NTM087.pdf> Acessado em 14.08.2011.

KALEFF, Ana Maria M. R; HENRIQUES, Almir; REI, Dulce M.; FIGUEIREDO, Luiz G. *Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele*. Rio Claro: Bolema, 1994.

KEBACH, Patrícia. *Musicalização coletiva de adultos: o processo de cooperação nas produções musicais em grupo*. Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da UFRGS. Porto Alegre: 2008.

LIMA, Mônica; CARVALHO, Sheila O. de; ASEVEDO Laíze F. de. *Informatizando e modelando a geometria gráfica*. UFRN - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Departamento de Arquitetura. Graphica, Curitiba, 2007. Disponível em [http://www.degraf.ufpr.br/artigos\\_graphica/INFORMATIZANDO.pdf](http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/INFORMATIZANDO.pdf) Acessado em 27.11.2011

LIMA, Telma Cristiane Sasso de, MIOTO Regina Célia Tamasso e PRÁ Keli Regina Dal. *A documentação no cotidiano da intervenção dos assistentes sociais: algumas considerações acerca do diário de campo*. Revista Textos & Contextos Porto Alegre v. 6 n. 1 p. 93-104. jan./jun. 2007. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/fass/article/viewFile/1048/3234> Acessado em 29.11.2012.

MACHADO, Ardevan. *Geometria Descritiva*. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1979.

MARQUES, Tania Beatriz Iwaszko. *Aprendizagem: treinamento, maturação ou construção?* In: BECKER, Fernando et al. *Aprendizagem e conhecimento escolar*. Pelotas: EDUCAT, 2002.

MARQUES, Tania. *Professor ou pesquisador*. In: BECKER, Fernando e MARQUES, Tania (org). *Ser professor é ser pesquisador*. Porto Alegre: Editora Mediação, 2010.

MARTINS, Luiz G. *Apostila de Geometria Descritiva*. s/d. Disponível em <http://pt.scribd.com/doc/65325419/APOSTILA-GEOMETRIA-DESCRITIVA> Acessado em 11 de novembro de 2012.

MONIZ, Carmen M de V. *Apostila de Geometria Descritiva*. Escola Técnica Estadual Parobé, 2006 (mimeo).

MONIZ, Carmen M de V. *Apostila de Geometria Descritiva*. Escola Técnica Estadual Parobé, 2009 (mimeo).

MONIZ, Carmen. Construção de conhecimento: maquete sólida e visualização espacial. In: BENVENUTI, Juçara. et al. *Refletindo sobre PROEJA: Produções Porto Alegre*. Pelotas: Editora Universitária/UFPEL, 2010.

MONIZ, Carmen. *Polígrafo de Geometria Descritiva*. Escola Técnica Parobé: Curso de Edificações, 2011 (mimeo).

MONIZ, Carmen. *Geometria Descritiva*. Escola Técnica Parobé: Curso Técnico em Edificações, 2012 (mimeo).

MONTANGERO, Jaques e MAURICE-NAVILLE, Danielle. *Piaget ou a inteligência em evolução*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

MONTOYA, Adrian O. Dongo. *Piaget: imagem mental e construção do conhecimento*. São Paulo: UNESP, 2005.

MORGADO, F. AEIOU – Geometria Descritiva. *Ensino da Geometria Descritiva Assistido por computador*. Blogspot disponível em <http://www.estv.ipv.pt/PaginasPessoais/fmorgado/aeioug/default.htm> Acessado em 24 de outubro de 2012.

OLIVEIRA, Lívia. *A construção do espaço segundo Piaget*. Uberlândia: Sociedade & Natureza (p. 105-117), 2005. Disponível em <http://www.seer.ufu.br/index.php/sociedadnatureza/article/viewFile/9205/5667> Acessado em 15.11.12.

PAROBÉ, Escola Técnica Estadual. *Plano de Curso 2011. PC 03422707 Técnico Edificações*. Disponível em: <http://www.cteparobe.com.br/downloads/edificacoes.pdf> Acessado em 11.12.2012.

PEDRO, Márcia Valpassos. *JLinkIt: Desenho e Implementação de um Ambiente de Modelagem Computacional para o Ensino*. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Núcleo de Computação Eletrônica, 2006. Disponível em: [http://www.nce.ufrj.br/ginape/publicacoes/dissertacoes/d\\_2006/d\\_2006\\_marcia\\_valpassos\\_pedro.pdf](http://www.nce.ufrj.br/ginape/publicacoes/dissertacoes/d_2006/d_2006_marcia_valpassos_pedro.pdf) Acessado em 02.11.2011.

- PIAGET, Jean. A evolução intelectual da adolescência à vida adulta. In: *Human development*, 15: p.1-12, 1972 (Tradução de Tania B. I. Marques e Fernando Becker).
- PIAGET, Jean. Aprendizagem e conhecimento. In: PIAGET, Jean e GRÉCO, Pierre. *Aprendizagem e conhecimento*. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1974.
- PIAGET, Jean. *A tomada de consciência*. São Paulo: Melhoramentos, 1977a.
- PIAGET, Jean. A teoria de Piaget. In: CARMICHAEL, L. *Manual de psicologia da criança. Desenvolvimento cognitivo I, vol. 4*. São Paulo: EPU/ EDUSP, 1977b.
- PIAGET, Jean. *Fazer e compreender*. São Paulo: Melhoramentos, 1978.
- PIAGET, Jean. *Problemas de psicologia genética*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1983 (a).
- PIAGET, Jean. O tempo e o desenvolvimento intelectual da criança. In: PIAGET, Jean. *Problemas de psicologia genética*. Lisboa: Dom Quixote, 1983 (b).
- PIAGET, Jean. O possível, o impossível e o necessário. In: LEITE, Luci Banks (org.). *Piaget e a escola de Genebra*. 2ª Ed. São Paulo: Cortez, 1992.
- PIAGET, Jean [et al.]. *Abstração reflexionante: relações lógico-matemáticas e ordens das relações espaciais*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.
- PIAGET, Jean. *Inteligencia y afectividad*. Buenos Aires: Aique, 2005.
- PIAGET, Jean e GARCIA, Rolando. *Psicogênese e história das ciências*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1987.
- PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. *A imagem mental na criança: estudo sobre o desenvolvimento das representações imagéticas*. Porto: Livraria Civilização, 1977.
- PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. *A representação do espaço na criança*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.
- PRÍNCIPE Jr, Alfredo dos R. *Noções de Geometria Descritiva*. São Paulo: Ed. Nobel, 1996.
- RODRIGUES, Álvaro. *Geometria Descritiva: Operações fundamentais e poliedros*. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1970.
- SEABRA, Rodrigo e SANTOS, Eduardo. *Utilização de técnicas de realidade virtual no projeto de uma ferramenta 3D para desenvolvimento da habilidade da visualização espacial*. Revista Educação Gráfica, Bauru, n.9, p.111-122, 2005. Disponível em: <http://rodrigoduarte.pcc.usp.br/Artigos/ArtigoEducacaoGrafica.pdf> Acessado em 30.11.2011.

SILVA JÚNIOR, Antônio Pedro da. *Desenho manual e modelagem geométrica: o desenvolvimento da lógica do espaço na representação gráfica*. Dissertação apresentada ao Curso de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

SOUZA, Simone. *Geometria na educação infantil: Da manipulação empirista ao concreto piagetiano*. Dissertação apresentada ao Curso de Pós-graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, 2007. Disponível em: <http://cienciaematematica.vivawebinternet.com.br/media/dissertacoes/3feb597ac8070c3.pdf> Acessado em: 13.11.2011.

VERONES, Paula Cristina de Faria. *O ensino de geometria no ciclo II do ensino fundamental: Um estudo analítico*. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Educação Brasileira da Faculdade de Filosofia e Ciências, UNESP/ Marília, 2009

VIDALETTI, V. B. Berbigier. *Ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir da manipulação de sólidos*. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas - PPGECE, UNIVATES, 2009. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10737/82> Acessado em 31.10.2011

## GLOSSÁRIO

*Abscissa* - Localização de um ponto no eixo  $x$ ; medida de profundidade; distância de um ponto ao plano auxiliar de projeção.

*Afastamento* – Localização de um ponto no eixo  $y$ ; medida de afastamento; distância de um ponto ao plano vertical de projeção.

*Aresta* – Reta formada pela interseção de dois planos; segmento comum a duas faces de um poliedro.

*Coordenadas descritivas* – Medidas de profundidade, largura e altura, assinaladas nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , que permitem a localização do ente geométrico elementar no sistema espacial ou planificado.

*Cota* - Localização de um ponto no eixo  $z$ ; medida de altura; distância de um ponto ao plano horizontal de projeção.

*Eixo  $x$*  – Eixo das abscissas; eixo de interseção entre os planos horizontal e vertical de projeção.

*Eixo  $y$*  – Eixo de interseção entre os planos horizontal e auxiliar de projeção.

*Eixo  $z$*  – Eixo de interseção entre os planos vertical e auxiliar de projeção.

*Épura* – Planificação do sistema espacial utilizado no Sistema Mongeano de Projeção

*Perspectiva cavaleira* – Caso particular de projeção cilíndrica oblíqua. Perspectiva utilizada no Sistema Mongeano de projeção que representa uma face do objeto em verdadeira grandeza e as demais faces em ângulo (geralmente de  $45^\circ$ ).

*Perspectiva isométrica* - Caso particular de projeção cilíndrica ortogonal. Representa duas faces do objeto com a mesma medida de ângulo em relação com a horizontal (geralmente de  $30^\circ$ ).

*Plano* – Ente geométrico, com duas dimensões, formado por três ou mais pontos.

*Plano auxiliar* – Um dos três planos de projeção que compõem o triedro; também chamado de  $\pi_3$ .

*Plano de projeção* – Plano que recebe a projeção de um elemento do espaço.

*Plano horizontal* – Um dos três planos de projeção que compõem o triedro; também chamado de  $\pi_1$ .

*Plano vertical* – Um dos três planos de projeção que compõem o triedro; também chamado de  $\pi_2$ .

*Ponto* – Ente geométrico mais elementar.

*Projeção ortogonal* - Caso específico do sistema cilíndrico de projeção, que projeta as figuras do espaço através de linhas paralelas entre si e perpendiculares ao plano de projeção.

*Reta* - Ente geométrico, com uma dimensão, formado por dois pontos.

*Sistema Cilíndrico de Projeção* - Sistema de projeção utilizado em Geometria Descritiva

*Sistema de projeção* – Conjunto de elementos utilizados para a projeção de elementos do espaço no plano de projeção composto por: objeto, linhas projetantes, projeção e plano de projeção.

*Sistema Mongeano de Projeção* – Conjunto de sistema espacial (triedro) e respectiva planificação (épura), sistematizado por Gaspard Monge, utilizado em Geometria Descritiva.

*Sólido* – Ente geométrico com três dimensões.

*Técnicas Mongeanas* – Técnicas utilizadas pelo Sistema Mongeano de Projeção.

*Triedro* – Espaço tridimensional formado pelos três planos de projeção (horizontal, vertical e auxiliar), utilizado no Sistema Mongeano de Projeções.

*Vértice* - Ponto comum entre os lados consecutivos de uma figura geométrica.

*Vista ortogonal* – representação de uma projeção ortogonal

$\pi_1$  – Plano horizontal de projeção, representado na parte inferior esquerda da épura.

$\pi_2$  – Plano vertical de projeção, representado na parte superior esquerda da épura.

$\pi_3$  - Plano auxiliar de projeção, representado na parte superior direita da épura.