

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
UNIDADE ACADÊMICA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

**Yasmini Lais Spindler Sperafico**

**COMPETÊNCIAS COGNITIVAS E METACOGNITIVAS NA RESOLUÇÃO DE  
PROBLEMAS E NA COMPREENSÃO DO ERRO:  
um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano**

**Porto Alegre**

**2013**

Yasmini Lais Spindler Sperafico

COMPETÊNCIAS COGNITIVAS E METACOGNITIVAS NA RESOLUÇÃO DE  
PROBLEMAS E NA COMPREENSÃO DO ERRO:

um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Beatriz Vargas Dorneles

Coorientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Clarissa Seligman Golbert

Linha de Pesquisa: Psicopedagogia, Sistemas de Ensino/Aprendizagem e Educação em Saúde

Porto Alegre

2013

Yasmini Lais Spindler Sperafico

COMPETÊNCIAS COGNITIVAS E METACOGNITIVAS NA RESOLUÇÃO DE  
PROBLEMAS E NA COMPREENSÃO DO ERRO:

um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Aprovada em 21 de fevereiro de 2013.

---

Profª. Drª. Beatriz Vargas Dorneles – Orientadora

---

Profª. Drª. Clarissa Seligman Golbert – Coorientadora

---

Profª. Drª. Maria Luiza Rheingantz Becker - UFRGS

---

Profª. Drª. Graciela Inchausti de Jou

---

Profª. Drª. Maria Cecilia Bueno Fischer – UNISINOS

*Dedico este trabalho aos meus pais, Alcides Sperafico e Regane Spindler, e ao meu noivo, Emanuel Bauer, pela paciência, apoio e incentivo constante nesta caminhada.*

Ao concluir este trabalho, quero agradecer...

...à Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Clarissa Seligman Golbert por acreditar na realização deste trabalho e compreender, pacientemente, o meu processo de construção desse conhecimento;

...à minha orientadora, Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Beatriz Vargas Dorneles, por ter me recebido generosamente no decorrer do processo de desenvolvimento desta pesquisa e ter auxiliado com valiosas contribuições;

...aos meus pais, Alcides Sperafico e Regane Spindler, pelo incentivo à educação, mesmo tendo sido privados desta oportunidade;

...ao meu irmão, Christian Rafael Spindler Prates, por seu exemplo de superação que sempre me incentivou a desafiar meus limites;

...ao meu noivo, Emanuel Bauer, pelo companheirismo durante mais uma de minhas trajetórias;

...aos meus colegas de orientação, Gessilda Müller e Silas Ferraz da Silva, e às colegas, Nelba Pisacco, Isabel Vasconcelos, Eliane Kiss, Caroline Dorneles e Rebeca Sena, pelo companheirismo e colaboração na revisão do trabalho;

... à CAPES, pela bolsa de estudos que possibilitou o desenvolvimento desta pesquisa;

...à psicóloga Viviane Maia pela colaboração na coleta de dados e no entendimento de seus resultados;

...ao estatístico Gustavo Gattino pelo auxílio na compreensão de dados fundamentais para a construção desta dissertação;

...à escola, professores, pais dos participantes e, principalmente, aos participantes desta pesquisa. Sem vocês nada disso seria possível.

Enfim, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a construção deste trabalho, **MUITO OBRIGADA!**

*Afinal, o espaço pedagógico é um texto para ser constantemente “lido”, interpretado, “escrito” e “reescrito”. (FREIRE, 2006, p. 97).*

## RESUMO

Este estudo situa-se no campo da aprendizagem da Matemática. O objetivo da pesquisa aqui proposta foi identificar a existência de relação entre a competência cognitiva, o uso de estratégias metacognitivas e a compreensão do erro, na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau. Para isso, investigou-se 38 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da região metropolitana de Porto Alegre, selecionados aleatoriamente em duas turmas.

Adotando o método misto de pesquisa, utilizou-se como instrumentos o Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI), como avaliador da competência cognitiva e divisor dos grupos com alto e baixo nível de competência cognitiva, tendo como referência a média geral de acertos do grupo; e a Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP). Realizaram-se também Observações e Entrevistas Clínicas com base na solução da Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau (TRPEA).

O tratamento estatístico, realizado por meio dos testes de Correlação de Pearson e t-Student, demonstrou a existência de correlação estatisticamente significativa entre o WASI e a TRPEA, evidenciando a existência de relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas e compreensão do erro pelo estudante. Verificou-se também uma diferença significativa entre os estudantes com alto e baixo nível de competência cognitiva, em relação ao desempenho na resolução dos problemas e compreensão dos erros, comprovando que estudantes com maiores níveis de competência cognitiva apresentaram melhor desempenho, cometendo menos erros e compreendendo com maior frequência os erros cometidos.

Verificou-se ainda a existência de relação entre o uso de estratégias metacognitivas e a compreensão do erro, bem como em relação à competência cognitiva - por meio da observação e entrevista clínica - evidenciando que, apesar do uso das estratégias não ocorrer em todos os momentos da resolução do problema (antes, durante e após a leitura do enunciado e durante e após a resolução do problema) com a mesma frequência, os estudantes com maiores níveis de competência cognitiva demonstraram utilizar um maior conjunto de estratégias, compreendendo melhor a necessidade de sua utilização correta em todas as etapas da resolução, do que os estudantes com baixos níveis de competência cognitiva. Esses resultados alertam para a necessidade de desenvolver-se em sala de aula, atividades que tenham como propósito o treinamento do uso correto de estratégias metacognitivas, visando o aprimoramento da capacidade de resolução de problemas matemáticos, assim como a prevenção e compreensão dos erros cometidos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Equações Algébricas do 1º Grau. Competência Cognitiva. Metacognição. Erro.

---

SPERAFICO, Yasmini Lais Spindler. **Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas e na compreensão do erro: um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano.** - Porto Alegre, 2013. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

## ABSTRACT

This study belongs to the field of mathematics learning. The research aimed to confirm the existence of a relationship among cognitive ability, usage of metacognitive strategies and comprehension of error, in mathematical problem solving 1st degree algebraic equations. For this purpose, 38 students attending the 8th year of primary education in a public school in the metropolitan area of Porto Alegre (Brazil), were randomly divided into two groups.

A mixed method research was adopted, in which the tools chosen were: Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI), used as a measure of cognitive competence and also as criteria for splitting the group according to cognitive competence level (high and low), considering the overall average of the group's score as guideline, and Metacognitive Strategies Scale in Problem Solving (MSSPS). The method included observations and clinic interviews based on solution of Problem Solving 1st Degree Algebraic Equations (PSAET) as well.

Statistical procedure, through Pearson correlation and Student's t-tests, showed a statistically significant correlation between WASI and PSAET, which demonstrated the existence of relationship between cognitive ability and performance in problem solving and comprehension of error by the student. In addition, there was detected a significant difference between students with high and low levels of cognitive ability, referent to the performance in problem solving and comprehension of errors, proving that students with higher levels of cognitive ability showed best performance, by making fewer errors and comprehending them more frequently.

Furthermore, there was confirmed the existence of a relationship between the use of metacognitive strategies and comprehension of the error, and relatively to cognitive competence - through observation and clinical interview. This is an evidence that, despite the strategies were not employed at all stages of problem solving (before, during and after reading the statement and during and after the resolution of the problem) with the same frequency, students with higher levels of cognitive competence demonstrated using a larger set of strategies, aware of the need to the right utilization at all stages of resolution, compared to students with low levels of cognitive competence. These results emphasized the importance of developing classroom activities with purpose of training the correct usage of metacognitive strategies, in order to improve the ability to solve mathematical problems, besides prevention and understanding of errors.

Keywords: Problem solving. 1st Degree Algebraic Equations. Cognitive Competence. Metacognition. Error.

---

SPERAFICO, Yasmini Lais Spindler. **Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas e na compreensão do erro:** um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano. - Porto Alegre, 2013. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Interpretações referentes à álgebra .....	22
Gráfico 1 - Correlação entre o WASI e a TRPEA.....	91
Gráfico 2 - Desempenho geral dos grupos em cada categoria do WASI .....	92
Gráfico 3 - Frequência do uso de estratégias metacognitivas em cada momento da resolução	95
Gráfico 4 - Frequência do uso de estratégias em cada momento da resolução pelo grupo 1 ...	97
Gráfico 5 - Frequência do uso de estratégias em cada momento da resolução pelo grupo 2 ...	98
Gráfico 6 - Diferença entre os grupos para a TRPEA .....	100
Gráfico 7 - Ocorrência de erros na resolução da lista de problemas .....	103
Gráfico 8 - Comparação entre grupos em relação à ocorrência de erros conceituais.....	104
Gráfico 9 - Comparação entre grupos em relação à ocorrência de erros processuais .....	107
Gráfico 10 - Comparação entre os grupos em relação ao pedido de auxílio .....	110

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Relações entre as categorias de problemas do WASI e os conceitos da Psicologia Cognitiva .....	39
Tabela 2 - Descrição da amostra de pesquisa .....	79
Tabela 3 - Adaptação do Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI).....	84
Tabela 4 - Relação dos problemas que compõem cada categoria do WASI.....	84
Tabela 5 - Classificação das estratégias da E-EMRP de acordo com a classificação de Pintrich (2000) .....	86
Tabela 6 - Desempenho dos estudantes nas categorias do WASI (percentual de acertos).....	92
Tabela 7 - Desempenho dos estudantes por problema apresentado .....	101
Tabela 8 - Desempenho médio dos estudantes de cada grupo nos problemas matemáticos ..	102
Tabela 9 - Progresso em relação à identificação e compreensão do erro .....	115
Tabela 10 - Estratégias pouco relatadas pelo grupo 1 que são utilizadas com frequência .....	117
Tabela 11 - Estratégias muito relatadas pelo grupo 2 que não foram identificadas .....	118

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....</b>	<b>17</b>
2.1 ASPECTOS GERAIS DA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	17
2.2 PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	20
<b>2.2.1 A resolução de problemas algébricos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) .....</b>	<b>21</b>
<b>2.2.2 Resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.....</b>	<b>22</b>
<b>2.2.3 Dificuldade na resolução de problemas matemáticos .....</b>	<b>25</b>
<b>3 COMPETÊNCIA COGNITIVA .....</b>	<b>28</b>
3.1 COMPETÊNCIA COGNITIVA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	28
3.2 DEFINIÇÃO DE COMPETÊNCIA.....	29
3.3 RACIOCÍNIOS DEDUTIVO E INDUTIVO.....	31
<b>3.3.1 Raciocínio Dedutivo.....</b>	<b>31</b>
<b>3.3.2 Raciocínio Indutivo .....</b>	<b>32</b>
3.4 ANÁLISE DE UM INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO DA COMPETÊNCIA COGNITIVA: O WHIMBEY ANALYTICAL SKILLS INVENTORY (WASI).....	34
<b>3.4.1 Análise dos problemas do WASI.....</b>	<b>35</b>
<b>4 ERRO MATEMÁTICO.....</b>	<b>40</b>
4.1 A NOÇÃO DE OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO .....	40
4.2 REFLETINDO SOBRE AS CONCEPÇÕES DE ERRO .....	41
<b>4.2.1 Epistemologia Genética.....</b>	<b>43</b>
4.2.1.1 Concepção de erro na Epistemologia Genética .....	45
<b>4.2.2 Abordagem Neopiagetiana .....</b>	<b>46</b>
4.2.2.1 Concepção de erro como incapacidade de inibição.....	47
<b>4.2.3 Avaliação Formativa .....</b>	<b>48</b>
4.2.3.1 Concepção de erro na Avaliação Formativa.....	51
4.3 UMA ABORDAGEM SOBRE OS ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DO 1º GRAU.....	52
<b>4.3.1 Erros relacionados a aspectos conceituais e suas possíveis origens .....</b>	<b>54</b>
<b>4.3.2 Erros relacionados a técnicas de resolução e suas possíveis origens.....</b>	<b>58</b>
4.4 O ERRO COMO POSSIBILIDADE DE ENSINAR E APRENDER.....	59

<b>5 METACOGNIÇÃO</b> .....	<b>61</b>
5.1 ORIGEM E DEFINIÇÃO DO TERMO METACOGNIÇÃO .....	61
5.2 METACOGNIÇÃO E APRENDIZAGEM.....	65
5.3 METACOGNIÇÃO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS .....	74
<b>6 MÉTODO DE PESQUISA</b> .....	<b>77</b>
6.1 OBJETIVO GERAL.....	77
<b>6.1.1 Objetivos específicos</b> .....	<b>77</b>
6.2 PROBLEMA DE PESQUISA .....	78
6.3 QUESTÕES DE PESQUISA .....	78
6.4 AMOSTRA.....	79
6.5 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS .....	80
6.6 INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS .....	81
<b>6.6.1 Teste Não Verbal de Inteligência (R-1)</b> .....	<b>83</b>
<b>6.6.2 Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI)</b> .....	<b>83</b>
<b>6.6.3 Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP)</b> .....	<b>85</b>
<b>6.6.4 Entrevista Clínica sob o enfoque da Avaliação Formativa</b> .....	<b>86</b>
6.7 ANÁLISE DOS DADOS .....	88
<b>6.7.1 Análise Quantitativa</b> .....	<b>88</b>
<b>6.7.2 Análise Qualitativa</b> .....	<b>89</b>
<b>7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>90</b>
7.1 RESULTADOS DO ESTUDO DA COMPETÊNCIA COGNITIVA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	90
7.2 RESULTADOS DO AUTORRELATO DOS ESTUDANTES SOBRE O USO DE ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	94
7.3 RESULTADOS DA ENTREVISTA CLÍNICA .....	99
<b>7.3.1 Desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau</b> .....	<b>101</b>
<b>7.3.2 Análise dos erros cometidos pelos estudantes</b> .....	<b>102</b>
<b>7.3.3 Efeitos da entrevista clínica realizada sob o enfoque da Avaliação Formativa</b> .....	<b>109</b>
7.3.3.1 Pedido de auxílio .....	110
7.3.3.2 Verbalização do pensamento .....	111
7.3.3.3 Compreensão dos erros.....	113
7.3.3.4 Melhora no desempenho.....	114
<b>7.3.4 Relação entre estratégias metacognitivas autorrelatadas e observadas</b> .....	<b>116</b>

<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>122</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>126</b>
<b>APÊNDICE A – ESCALA DE ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS (E-EMRP) .....</b>	<b>138</b>
<b>APÊNDICE B – PROTOCOLO DE OBSERVAÇÃO.....</b>	<b>141</b>
<b>APÊNDICE C – TAREFA COM PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DO 1º GRAU.....</b>	<b>145</b>
<b>APÊNDICE D – ROTEIRO PARA ENTREVISTA CLÍNICA .....</b>	<b>146</b>
<b>APÊNDICE E – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO .....</b>	<b>147</b>
<b>ANEXO A – WHIMBEY ANALYTICAL SKILLS INVENTORY (WASI).....</b>	<b>148</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho originou-se em uma experiência que despertou um interesse inicial sobre o processo de aprendizagem da Matemática e, em especial, pela temática do erro. Como docente e pesquisadora nessa área do conhecimento, tenho investigado essa temática, no contexto escolar, desde os anos da graduação, quando lecionava na rede municipal.

Durante o ano letivo de 2009, tive uma experiência como docente que teve relação direta com a proposta apresentada neste trabalho. Atendi, no contraturno, estudantes que apresentavam baixo desempenho em Matemática durante as aulas regulares. O Reforço Escolar<sup>1</sup>, como era nomeada a atividade desenvolvida, objetivava a recuperação do aluno em relação ao seu possível déficit cognitivo, auxiliando-o também a recuperar sua autoestima no que se refere às próprias capacidades matemáticas.

Os estudantes, de fato, cometiam muitos erros ao solucionar problemas envolvendo conceitos matemáticos, mas frequentemente esses erros resultavam de um processo de pensamento bem definido e construído pelo sujeito. Assim, inquietou-me a verificação de que os erros cometidos pelos estudantes durante a resolução de um problema matemático eram banalizados e simplesmente descartados pelos educadores e também pelos educandos, sem qualquer análise de todo o processo resultante. Dessa forma, mantive o interesse em encontrar uma maneira eficaz de trabalhar didaticamente sobre o erro cometido pelo estudante na resolução de problemas matemáticos - visando à compreensão, superação e também prevenção desses pelo aluno - por entender a Matemática como construção humana passível de erros, principalmente os cometidos por educandos que estão em processo de construção e compreensão desse conhecimento. Isso porque a Matemática não é um corpo de conhecimento imutável e verdadeiro, mas sim um fruto da construção humana que se caracteriza como uma maneira de compreender e atuar no mundo, interagindo constantemente com o contexto natural, social e cultural.

Vários estudos, porém, têm evidenciado que o erro é visto frequentemente, no contexto escolar, como uma falta de conhecimento, algo a ser punido e eliminado (CARMO, 2002; PINTO, 2000, CURY, 2007) e não como uma importante etapa do processo de construção e apropriação de um novo conhecimento. Nessa perspectiva, o erro geralmente é descartado no contexto escolar e não é trabalhado com o propósito de auxiliar no crescimento

---

<sup>1</sup> O termo “Reforço Escolar” faz referência à proposta de recuperação paralela que, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9394/96), deve ser oferecida aos alunos com baixo rendimento escolar durante o ano letivo.

do aluno, já que não é concebido como possibilidade de aprendizagem. Essa visão punitiva do erro tem se consolidado na sociedade atual em que o erro tem sido cada vez menos tolerado, pois sua maior ou menor ocorrência na vida do indivíduo passou a ser sinônimo de fracasso ou sucesso. Muitos professores descartam o erro, tratando-o como algo indesejado, com a justificativa de que a vida não admite erros. Entretanto, parecem ser múltiplas as ações humanas, não tendo sentido classificá-las como corretas ou erradas sem que estejam imbricadas em um contexto maior. Assim, um erro cometido por um aluno durante a resolução de um problema matemático não parece ser algo que resultará em árduas consequências (CARMO, 2002).

A busca por um ensino que trate o erro como uma etapa fundamental da construção de um conhecimento (e não como indicativo de bom ou mau desempenho) e como consequência das buscas e descobertas pessoais do educando, que possui sua forma única de aprender e que deve ser respeitado, viabiliza-se pelos avanços científicos obtidos por diversos estudos que discorrem sobre o tema. Nos últimos anos, pesquisas na área da Educação (DAVIS; ESPÓSITO, 1991; CARVALHO, 1997; CARMO, 2002; ESTEBAN, 2002), Educação Matemática (PINTO, 2000; CURY, 2007; MANDARINO *et al.*, 2010) e Epistemologia Genética (MACEDO, 1994; BECKER, 2001; ABRAHÃO, 2004) têm tratado do erro evidenciando as perspectivas que o envolvem e apontando para uma abordagem formativa, em que os erros seriam compreendidos como hipóteses levantadas pelos alunos fazendo parte do processo de aprendizagem.

Por outro lado, no campo da Educação, pesquisas na área da Psicologia Cognitiva (FLAVELL, 1979; ZIMMERMAN; MARTINEZ-PONS, 1988; SHIMAMURA, 2000; RIBEIRO, 2003; MATLIN, 2004; DAVIS; NUNES; NUNES, 2005) buscam meios de aprimorar a aprendizagem em diversos domínios, entre eles a Matemática. Muitas dessas pesquisas apontam para o uso da metacognição pelos alunos, na resolução de problemas, possibilitando a reflexão desses sobre o seu próprio conhecimento, monitorando-o e regulando-o. Nessa perspectiva, a metacognição pode ser utilizada pelo educando para identificar e compreender seus erros, possibilitando a prevenção dos mesmos. Alguns pesquisadores ainda abordam a possibilidade de desenvolvimento da metacognição aos estudantes como ferramenta para a aprendizagem (BLAKEY; SPENCE, 1990; FISHER, 1998; SCALLON, 2000; ZIMMERMAN, 2002; DAVIS; NUNES; NUNES, 2005; MONTAGUE, 2008; ARAÚJO, 2009; ÖZSOY; ATAMAN, 2009).

Ainda são encontrados estudos (PRIMI *et al.*, 2001, PRIMI, 2002; SANTOS; PRIMI, 2005) que questionam a existência de uma relação entre a aprendizagem de novas informações - que assume papel importante no sucesso ou fracasso dos indivíduos no mundo moderno - e a competência cognitiva, fator essencial da aprendizagem, já que parte das dificuldades pode ser explicada por baixos níveis de competência cognitiva. Esclarece-se que a competência cognitiva é tratada aqui como uma competência geral para a resolução de problemas que pode ser definida como a capacidade de um indivíduo de se envolver em processamento cognitivo com o objetivo de compreender e resolver problemas (OECD, 2010).

Entretanto, pesquisas que investiguem os benefícios do uso da metacognição pelo aluno especificamente na compreensão do erro e que explorem melhor esta relação entre a aprendizagem e a competência cognitiva, bem como entre metacognição e competência cognitiva são escassas.

O presente trabalho se constitui na articulação, principalmente, entre essas duas grandes áreas: Educação, mas especificamente Educação Matemática, e Psicologia Cognitiva, buscando também outras contribuições (Epistemologia Genética, Teoria Neopiagetiana, entre outras), com o objetivo de verificar a existência de relações entre a competência cognitiva, a compreensão do erro e o uso da metacognição na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau, com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

Optou-se pelo campo algébrico, por marcar uma das mais importantes rupturas no ensino da Matemática, de uma Matemática supostamente “concreta” para um campo mais abstrato e generalizável (ARAÚJO, 2009). Já a escolha de problemas com equações do 1º grau (uma das interpretações algébricas), se deu pelo fato dessas constituírem um dos primeiros conteúdos algébricos formalizados que os alunos têm contato e por apresentarem símbolos envolvidos em operações, constituindo um novo patamar do conhecimento matemático, denominado por Vergnaud (1996) de patamar da generalização. Por seu grau de abstração, os problemas envolvendo equações algébricas estão mais suscetíveis a erros e então, mostra-se ainda mais importante a utilização desses como um trampolim para a aprendizagem desse novo conceito.

Já a opção de investigar alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, deu-se com base nas afirmações de Araújo (2009) de que alunos mais jovens possuem dificuldades em expressar seu pensamento e suas habilidades mentais. Já aqueles com mais idade (como os do 8º ano) supostamente não teriam tantas dificuldades, bem como já teriam iniciado seus



estudos no campo algébrico<sup>2</sup> e teriam trabalhado com as equações algébricas do 1º grau, estando aptos a participar da pesquisa.

Para o desenvolvimento desse estudo utilizou-se o método misto de pesquisa, proposto por Creswell (2007), no qual as análises quantitativa e qualitativa se complementam para identificar as relações entre a competência cognitiva, o uso de estratégias metacognitivas e o desempenho e compreensão do erro, na resolução de problemas. Também foram investigadas as diferenças entre os grupos de alunos com altos e baixos níveis de competência cognitiva na resolução de problemas, definidos por meio do Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI), em relação ao uso de estratégias e desempenho e compreensão dos erros cometidos, na resolução de problemas. Explorou-se o tema mais profundamente, por meio da elaboração e aplicação de uma escala de estratégias metacognitivas e do uso de entrevistas clínicas e protocolos de observação para verificar a resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.

A presente dissertação consta de uma revisão teórica sobre a resolução de problemas, dos seus aspectos gerais à resolução de problemas algébricos, bem como as dificuldades enfrentadas pelos estudantes. Busca-se, também, por meio da literatura, conceituar o construto “competência”, evidenciando sua relação com a resolução de problemas matemáticos e analisando o instrumento utilizado na pesquisa (Whimbey Analytical Skills Inventory - WASI), que se propõem a avaliar a competência cognitiva, estabelecendo relações com os conceitos da Psicologia Cognitiva. Traz-se, logo após, uma revisão de pesquisas que tratam das concepções de erro sob diferentes perspectivas. No quinto capítulo, discute-se a definição de metacognição e suas contribuições no âmbito educacional, buscando também estabelecer relações entre a metacognição e a compreensão do erro na resolução de problemas matemáticos. Após, apresenta-se o método que norteou a pesquisa, bem como os instrumentos utilizados para a coleta de dados. E, por fim, analisam-se os resultados obtidos que são discutidos com base no aporte teórico adotado neste estudo, sendo tecidas, na sequência, as considerações mais relevantes sobre a pesquisa realizada, bem como suas limitações.

---

<sup>2</sup> Estudo de Araújo (2009) mostra que o ensino de álgebra, nas escolas brasileiras, geralmente inicia no 7º ano do Ensino Fundamental.

## 2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O presente capítulo incumbir-se-á de abordar o tema resolução de problemas desde um âmbito geral, afinando em direção aos problemas de domínio específico da Matemática e, por fim, aos problemas algébricos com equações do 1º grau. Discutir-se-á, a luz de estudiosos – como Pozo e colaboradores (1998), Polya (1995), Sternberg (2008), Matlin (2004), Vieira (1999), entre outros autores – o conceito e passos para solução de problemas, bem como as dificuldades enfrentadas pelo educando frente a problemas matemáticos, com foco nos problemas algébricos com equações do 1º grau.

### 2.1 ASPECTOS GERAIS DA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Problemas são encontrados em diversas áreas do conhecimento, como a Química, a Física, a Matemática, as Relações Sociais, entre outras. Um problema se caracteriza por ter um objetivo claro, ao qual se pretende chegar, mas que não se conhece nitidamente o caminho a ser trilhado para resolvê-lo.

Pozo e colaboradores (1998) destacam que uma situação somente pode ser percebida como um problema, se não se dispor de procedimentos automáticos para solucioná-la. Sternberg (2008) complementa essa definição afirmando que um sujeito desenvolve a solução de um problema quando precisa chegar a uma resposta ou objetivo, mas para isso deve superar obstáculos impostos pelo caminho. Se fosse possível recuperar a resposta rapidamente em sua memória, sem dificuldades, não estaria frente a um problema. Portanto, “um problema é, de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização *estratégica* de técnicas já conhecidas” (POZO *et al.*, 1998, p. 16, grifo do autor). Dessa forma, para Matlin (2004), todos os problemas possuem três componentes: (1) o estado inicial, (2) o estado meta e (3) os obstáculos.

Estudantes se confrontam com problemas de diferentes áreas do conhecimento diariamente, dentro e fora da sala de aula. Para que possam solucioná-los, Sternberg (2008) propõe sete passos a serem seguidos: identificação do problema, definição e representação do problema, formulação de estratégias, organização da informação, alocação de recursos, monitorização e avaliação. O autor também destaca a importância da flexibilidade para seguir esses passos e como as emoções e motivações do sujeito podem influenciar e afetar a forma como ele resolve problemas ou incapacitá-lo de chegar a uma solução.

O primeiro passo refere-se à *identificação do problema* pelo resolvidor como uma situação problemática de fato. Apesar desse parecer um passo trivial para solucionar um problema, Sternberg (2008) alerta para o fato de nem todos os indivíduos serem capazes de reconhecer o objetivo de um problema, não podendo avançar na resolução, já que não são capazes de compreendê-lo. Após identificar o problema como uma situação desafiadora, o resolvidor precisa *representar esse problema*, de forma que possa resolvê-lo. Para Chi e Glaser (1992), a representação de um problema consiste essencialmente na interpretação ou compreensão do problema por aquele que o soluciona. Matlin (2004) também destaca que a construção dessa representação é primeiramente interna, mas que pode ser, posteriormente, explicitada. Propõe três exigências para a representação de um problema: deve ser coerente, de forma que interligue todas as informações relevantes do problema; deve ter correspondência com o material que está sendo compreendido; e estar relacionada aos conhecimentos básicos que o sujeito possui.

O terceiro passo para a solução de um problema, consiste na *formulação de estratégias*, que devem ser planejadas e executadas de forma adequada ao problema exposto. Existem diversas estratégias abarcadas sob o termo estratégias de aprendizagem, que podem ser aplicadas à resolução de problemas possibilitando uma diversidade de subsídios para a solução. Uma estratégia frequentemente utilizada pelos resolvidores é a heurística que não oferece a solução do problema, mas auxilia na sua aproximação. Trata-se de estratégias de ordem intuitiva e especulativa, com o objetivo de auxiliar em uma tarefa cognitiva, assim como as estratégias mnemônicas utilizadas para auxiliar na memória (MATLIN, 2004; STERNBERG, 2008).

Além dessas estratégias cognitivas de aprendizagem, Dansereau e colaboradores (1979) destacam outros dois tipos de estratégias: as primárias que são destinadas a auxiliar o aluno na organização, elaboração e integração da informação; e as de apoio, responsáveis pela manutenção da satisfação interna do sujeito, auxiliando em sua aprendizagem. Boruchovitch (1999) ainda destaca um quarto tipo de estratégia de aprendizagem: as metacognitivas, que tratam de procedimentos que o sujeito utiliza para planejar, monitorar e regular o seu próprio pensamento. As estratégias metacognitivas são objeto de estudo do presente trabalho que aprofundará o conhecimento sobre as mesmas.

O quarto passo para a resolução do problema, consiste na *organização da informação*. Nesta etapa, a informação relevante será integrada de forma que se possa aplicar a estratégia ou estratégias selecionadas para chegar à solução. É necessária também a *alocação de*

*recursos*, principalmente no que diz respeito ao tempo dedicado a cada etapa da resolução. Sternberg (2008) aponta a existência de estudos que evidenciam que os “melhores alunos” dedicam mais de seus recursos mentais ao planejamento global do que os “alunos piores” que alocam mais tempo ao planejamento local (aos detalhes). O autor destaca também que “alunos melhores” geralmente dedicam mais tempo à fase inicial do problema, decidindo quais estratégias aplicar para resolvê-lo do que os “alunos piores”. E ao passar mais tempo sondando o problema, esses estudantes costumam ser mais eficazes, já que dificilmente se envolvem em falsos começos ou caminhos tortuosos, cometendo assim menos erros. Nokes, Schunn e Chi (2010) ainda destacam que os alunos que apresentam maior desempenho possuem esquemas de problemas organizados de forma diferente dos alunos com menor desempenho, possibilitando uma representação mais profunda da situação proposta.

O sexto passo proposto por Sternberg (2008) é o *monitoramento*. De acordo com o autor, um emprego de tempo prudente inclui a monitorização do processo de solução do problema. Sendo assim, resolvedores eficazes não saem em uma direção na resolução e só a avaliam quando chegam ao resultado final. Bons resolvedores fazem verificações durante a resolução para saber se estão na direção correta, aproximando-se do objetivo, ou se é necessário trocar de estratégia. Portanto, por meio da monitorização, como sugere Polya (1995), o estudante verifica e esclarece cada passo de forma a evitar possíveis erros. Nokes, Schunn e Chi (2010) também afirmam que, como consequência de uma melhor monitorização, os bons resolvedores apresentam resoluções mais refinadas e aprendem informações novas com maior facilidade.

Assim como é necessário avaliar os procedimentos utilizados durante a resolução do problema, também é necessária uma *avaliação* da solução final. Essa avaliação pode ocorrer imediatamente ou ser adiada por um tempo maior. Apesar de a avaliação final constituir o último passo proposto por Sternberg (2008) para resolução de um problema, o autor afirma que esses passos estabelecem um ciclo. Com a realização da avaliação final, podem surgir novos problemas que constituirão novas ideias, completando ou recomeçando o ciclo.

Após o esclarecimento sobre o que constitui um problema e o estabelecimento de um panorama geral em relação aos passos para a solução desses, tratar-se-á do domínio específico da Matemática, focando o campo algébrico e o conteúdo específico de equações do 1º grau.

## 2.2 PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Uma área específica na qual não é necessário justificar a importância da resolução de problemas é a Matemática. Pozo e colaboradores (1998) declaram que, durante muito tempo, a expressão resolução de problemas esteve vinculada apenas ao campo matemático. Os autores ainda observam que, na perspectiva de educadores e educandos, geralmente a expressão solução de problemas assume dois significados: por um lado, em Matemática, solucionar problemas equivale a qualquer atividade que precise ser realizada. Por outro lado, equivale a propor e tentar resolver uma questão difícil ou surpreendente.

Entretanto, como alerta Sternberg (2008), uma tarefa qualquer não constitui um problema a não ser que o resolvidor encontre alguma dificuldade que o obrigue a questionar o melhor caminho a seguir para atingir a meta, caso contrário, essa tarefa é apenas um exercício, destinado a consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos. Já a resolução de problemas matemáticos oportuniza aos alunos a mobilização de conhecimentos e o desenvolvimento da capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos têm a possibilidade de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática e do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Para solucionar um problema matemático, pode-se utilizar, de forma similar, os passos sugeridos por Sternberg (2008), discutidos anteriormente. No entanto, Mayer (1992) sugere uma divisão simplificada em dois passos: representação e solução do problema. Por se tratar de problemas matemáticos, o passo que envolve sua representação e, conseqüentemente, sua tradução, é bastante discutido pelo autor. Mayer (1992) afirma ser a tradução o início da representação do problema, consistindo na capacidade de traduzir cada proposição de um problema em uma representação interna. Em relação ao segundo passo, a resolução do problema, o autor destaca a utilização estratégica de fatos, técnicas e habilidades dentro do contexto matemático.

No entanto, embora esses passos do processo de solução sejam postos em ação de forma automática, Pozo e colaboradores (1998) alertam que sua eficiência depende dos conhecimentos que o aluno possui armazenados em sua memória e da forma como os ativa. Assim, pelo fato da tradução de um problema matemático incidir sobre a utilização de linguagem matemática, se fazem necessários conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemas que facilitem a compreensão, permitindo a elaboração de um plano, no contexto matemático, para a resolução. Já o passo da resolução do problema, exige conhecimentos

heurísticos e estratégicos que auxiliem no estabelecimento dos objetivos e meios para alcançá-los e conhecimentos operacionais ou algorítmicos para a execução das estratégias e planos.

É possível, pois, perceber-se a importância e dificuldade da representação e tradução de um problema matemático, fato que se agrava ao se propor aos alunos problemas algébricos, por esses envolverem conhecimentos em outro patamar, o da generalização, como alertam L. Booth (1995) e Vergnaud (1996).

### **2.2.1 A resolução de problemas algébricos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**

A resolução de problemas deve ser o ponto de partida de toda atividade matemática, já que, como ressaltam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), os estudantes só atribuem significado aos conhecimentos matemáticos quando são confrontados com situações desafiadoras, necessitando desenvolver estratégias de resolução. Um problema matemático é, portanto, uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obtenção de um resultado.

A elaboração de uma solução para o problema proposto pressupõe que o estudante elabore um ou vários procedimentos de resolução, realizando simulações, fazendo tentativas e formulando hipóteses. Também é preciso que compare seus resultados com o de outros alunos e chegue a validação ou à reformulação de seus procedimentos.

Entre os campos matemáticos encontra-se o algébrico. A álgebra é um ramo da Matemática que se ocupa da simbolização de relações numéricas, de estruturas matemáticas e das operações sobre essas estruturas. Seu foco incide no estabelecimento de procedimentos e relações, expressando-os numa forma simplificada geral. Essa, como destaca o PCN (BRASIL, 1998), consiste de um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização e, além disso, lhe possibilita a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

O ensino de Álgebra se inicia no quarto ciclo do Ensino Fundamental, correspondente ao 7º e 8º anos. Para o ensino neste ciclo, o PCN (BRASIL, 1998) define alguns objetivos que visam: o desenvolvimento do pensamento algébrico, com a exploração de situações que permitam que o aluno produza e interprete diferentes escritas algébricas (expressões, igualdades e desigualdades), identificando as equações que as representam; resolução de

problemas por meio de equações, compreendendo os procedimentos envolvidos; e observação de regularidades e estabelecimento de leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

As atividades algébricas propostas devem, então, possibilitar aos estudantes a construção do conhecimento a partir de situações-problema. Os problemas propostos precisam atribuir significados à linguagem e aos conceitos e procedimentos utilizados, oportunizando ao aluno conhecimento sobre as diferentes interpretações das letras em álgebra. Além disso, os contextos dos problemas devem ser diversificados, favorecendo o reconhecimento das diferentes funções e interpretações da álgebra (apresentadas na Figura 1), a construção de representações algébricas, traduções das situações em equações e construção de regras para a resolução dessas equações.

Figura 1- Interpretações referentes à álgebra



Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 116)

Como observado na Figura 1, a álgebra no Ensino Fundamental apresenta quatro diferentes interpretações. Neste estudo são focadas as equações, especificamente as do 1º grau.

### 2.2.2 Resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau

A principal funcionalidade da álgebra é se constituir em um instrumento que permite a resolução de problemas que não poderiam ser resolvidos apenas com recursos da aritmética, como destaca Vergnaud (1996). No caso específico das equações, o autor se refere àquelas que apresentam incógnitas em ambos os lados da igualdade. Essas seriam verdadeiros

problemas algébricos. Vergnaud (1996, 2009), ainda alerta que, apesar de os conhecimentos algébricos serem mais profundamente abordados no quarto ciclo do Ensino Fundamental, os estudantes já têm contato com algumas situações que sugerem equações desde os anos iniciais. Essas situações são compostas por problemas envolvendo as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), desde equações mais elementares, onde é necessário encontrar o resultado (incógnita da equação), até as mais elaboradas, onde a incógnita está localizada no primeiro membro da equação, ou seja, uma das parcelas iniciais é desconhecida e o resultado está explicitado, como em  $\_ + 5 = 12$ . Dessa forma, os estudantes chegam ao quarto ciclo do Ensino Fundamental com uma noção sobre álgebra e, mais especificamente, sobre equações. Porém, lhes falta a formalização deste conhecimento. Os estudantes, então, precisam compreender o que são variáveis e como representá-las.

Uma das diferenças fundamentais entre a aritmética (supostamente já compreendida pelos alunos desse ciclo) e a álgebra é que essa última dá outro significado às letras utilizadas, como destacado por L. Booth (1995). Em aritmética, as letras têm significados que sugerem unidades de medida, como  $m$  para metros. Já em álgebra, essas letras podem representar números desconhecidos (incógnitas).

Essa mudança causa uma grande confusão aos alunos, podendo resultar em uma falha na interpretação do significado das letras em álgebra. L. Booth (1995) ainda destaca que a ideia de variável talvez seja um dos aspectos mais importantes da álgebra, pois mesmo quando os estudantes interpretam as letras como representação de números, há forte tendência a considerar que as letras representam valores específicos únicos e não números genéricos e variáveis. Muitas vezes os alunos compreendem, erroneamente, que letras diferentes devem ter valores diferentes.

Por ser um dos primeiros conteúdos algébricos apresentado aos alunos, as equações do 1º grau desempenham um papel muito importante na Matemática e em muitas de suas aplicações, sendo um elemento essencial no ensino da álgebra, como destacam Bernard e Cohen (1995). Uma equação é caracterizada pela existência de letras indicando valores desconhecidos, que são denominadas incógnitas ou variáveis, um sinal de igualdade, uma expressão à esquerda da igualdade, denominada primeiro membro, e uma expressão à direita da igualdade, denominada segundo membro.

Da Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam que o trabalho com equações pressupõe a familiarização dos discentes com as terminologias “membros” e “termos”. Os autores ainda destacam que o trabalho pedagógico desenvolvido sobre equações deve apoiar o



desenvolvimento do significado das expressões algébricas e de sua respectiva terminologia (monômio, polinômio, binômio, coeficiente numérico, parte literal, etc.) sendo particularmente importante a noção de solução de uma equação (raiz), pois, além de serem capazes de resolver equações, os alunos devem ser capazes de verificar se um dado valor é ou não a solução de certa equação. A importância do conhecimento pelo educando da definição de raiz também é destacada por Bernard e Cohen (1995), sendo esta definição considerada pelos autores como marco inicial de um estudo significativo sobre a resolução de equações. A raiz, solução ou conjunto verdade de uma equação, é / são o(s) valor(es) que a tornam verdadeira, ou seja, que validam a igualdade entre o primeiro e segundo membro.

Uma equação, especificamente, neste estudo, uma equação do 1º grau, pode ser solucionada de diferentes maneiras. Bernard e Cohen (1995) destacam quatro métodos de solução, os quais podem constituir também uma sequência de ensino evolutiva, desde métodos mais simples e vagos, a métodos mais complexos. Os métodos, na sequência de aprendizagem são: (1) gerar e avaliar, (2) esconder, (3) desfazer e (4) equações equivalentes.

O *método de gerar e avaliar* consiste em gerar valores aleatórios e aplicá-los à equação verificando ou não a validade. O *método de esconder* é aplicado na resolução de equações simples, consistindo em esconder a variável e fixar a atenção ao que a equação pede (como os problemas resolvidos nos anos iniciais). Assim, na situação  $15 - x = 12$ , esconder-se-ia a variável  $x$  e se perguntaria “quinze menos quanto resulta em 12? Já o *método de desfazer* baseia-se nas noções de inversos operacionais e na reversibilidade de um processo envolvendo um ou mais passos invertíveis. Desse modo, as operações, geralmente do primeiro membro, são “desfeitas”, por meio de operações inversas, buscando isolar a incógnita e determinar seu valor.

O último e mais complexo método de resolução de equações, pressupõe a conceituação de equações equivalentes. Para isso, primeiramente deve haver uma compreensão mais profunda do sinal de igualdade, que deve deixar de pressupor um resultado, como frequentemente é compreendido pelo aluno e passar a representar a existência de equivalência. Assim o *método de equações equivalentes* é semelhante ao método de desfazer, mas pelo fato da equação constituir uma equivalência, as operações devem ser desfeitas em ambos os membros da equação (BOOTH, L., 1995; BOOTH, J.; KOEDINGER, 2008; GINSBURG, 2009).

Bernard e Cohen (1995) alertam para o fato dessa aprendizagem sobre a resolução de equações ser mais eficiente no contexto de resolução de problemas. Para os autores, isso

contribuiria no desenvolvimento de processos para eliminar obstáculos e atingir subobjetivos, criando assim, meios para monitorar e avaliar processos, dando ênfase à tarefa e sua realização bem-sucedida.

### **2.2.3 Dificuldade na resolução de problemas matemáticos**

Uma série de fatores pode obstaculizar a resolução de um problema, além dos referentes à competência cognitiva do resolvidor. Para Vieira (1999), os fatores afetivos, os relacionados ao conteúdo matemático envolvido nos problemas e os fatores metodológicos, também podem gerar dificuldades na resolução.

Os fatores cognitivos referem-se às capacidades dos resolvidores de problemas, tais como a organização dos conhecimentos na memória de longo-prazo de forma que possam ser acessados com facilidade; a automatização, por meio da prática de alguns procedimentos, possibilitando à memória de trabalho ocupar-se de atividades de monitoramento e avaliação da resolução; o desenvolvimento de estratégias que auxiliem no aprimoramento da memória; a focalização da atenção na atividade realizada, entre outros aspectos que serão melhor discutidos no próximo capítulo.

Os fatores afetivos que dificultam a resolução podem consistir tanto da falta de motivação para resolver um problema quanto a fatores ligados a sentimentos negativos frente a erros e fracassos cometidos. Os aspectos relativos ao erro e suas implicações afetivas serão aprofundados no capítulo 4. Já em relação à motivação, que pode ser intrínseca ou extrínseca, Alves e Da Luz (2007) afirmam que, caso o estudante não esteja “motivado” para realizar a atividade matemática com resolução de problemas ou apresentar uma atitude negativa frente ao problema, o processo pode ser afetado. Assim, é preciso que o professor tente estabelecer nos estudantes uma relação ativa e favorável com a resolução de problemas.

Tanto os fatores cognitivos quanto os afetivos são, prioritariamente, internos ao sujeito resolvidor. Entre os externos, podem-se destacar os metodológicos e os referentes ao conteúdo matemático. Um dos principais fatores metodológicos destacados por Vieira (1999) é a artificialidade de muitos problemas matemáticos. A autora alerta que muitos problemas propostos aos alunos não se assemelham em nada àqueles quantitativos da vida real e, além disso, são impostos aos discentes, não resultando de uma necessidade por eles identificada, o que também pode afetar a motivação para se engajar na resolução do problema.

Outro fator metodológico, apresentado por Kieran (1995) e J. Booth e Koedinger (2008) e mais voltado à resolução de equações, é o ensino de aritmética dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que os educadores apenas abordam a igualdade em uma perspectiva de identificação de resultado e não como o estabelecimento de uma equivalência. Essa noção simplista a respeito do sinal de igualdade traz dificuldades, posteriormente, quando os alunos são confrontados com problemas com equações como as do 1º grau. Da Ponte, Branco e Matos (2009) alertam para a necessidade de se dar atenção às dificuldades dos estudantes relacionadas a conceitos básicos referentes às equações, como é o caso da igualdade – destacada por Kieran (1995) – da variável e da raiz ou solução. Além disso, também é necessário que se identifiquem as dificuldades que resultam da complexidade crescente das expressões envolvidas nos dois membros de uma equação e também as dificuldades que resultam de uma incompleta apreensão dos conceitos aritméticos.

Já em relação às dificuldades oferecidas pelo ramo algébrico da Matemática, Lochhead e Mestre (1995) ressaltam a interpretação de afirmações algébricas e os processos de tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica. L. Booth (1995) também destaca como uma dificuldade comum dos estudantes, no caso mais específico das equações de 1º grau, a compreensão de variável, representada por letras que assumem um valor, diferente das situações envolvendo a aritmética.

Um último item que se constitui em um fator de dificuldade para a resolução de equações é a passagem do pensamento aritmético para o pensamento algébrico. Essa, na perspectiva de Araújo (2009), trata-se de uma ruptura epistemológica que pressupõe grande abstração, generalização, compreensão da relação existente entre as operações e formalização. Já L. Booth (1995), além de admitir a dificuldade em relação à formação do pensamento algébrico, aborda possíveis obstáculos para a aprendizagem algébrica que se originam em aspectos aritméticos, afirmando que:

o uso de métodos informais em aritmética pode também ter implicações na habilidade do aluno para esclarecer (ou compreender) afirmações gerais em álgebra. Por exemplo, se um aluno geralmente não determina o número total de elementos de dois conjuntos de, digamos 35 e 19 alunos utilizando a noção de adição, como  $35+19$ , mas resolve o problema, utilizando o processo de contagem, então é pouco provável que o número total dos dois conjuntos de  $x$  e  $y$  elementos seja prontamente representado por  $x + y$  (BOOTH, L., 1995, p. 35).

Nessa ótica, a dificuldade não se encontra tanto na generalização a partir de um exemplo aritmético, mas da inexistência de um procedimento adequado, e de uma representação aritmética desse procedimento, para, a partir dela, fazer uma generalização inicial. O autor ainda ressalta o valor do conhecimento dessas dificuldades específicas pelo educador para que esse lance mão de estratégias adequadas para auxiliar os estudantes a superá-las.

### 3 COMPETÊNCIA COGNITIVA

Este capítulo traz reflexões sobre a relação entre competência cognitiva e resolução de problemas, tendo como referência autores como Davis, Nunes e Nunes (2005), Chi e Glaser (1992), Primi (2002) e Nokes, Schunn e Chi (2010), entre outros, bem como busca esclarecer a definição de competência na literatura, com base nos estudos da Psicometria e da Psicologia Cognitiva. Ainda, analisa um instrumento, que será utilizado na pesquisa para avaliar a competência cognitiva, realizando aproximações com os estudos da Psicologia Cognitiva.

#### 3.1 COMPETÊNCIA COGNITIVA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

É fato que, frente a uma mesma situação problemática, alunos diferentes usam estratégias diversas em direções distintas. Essas diferenças, como sugerem Chi e Glaser (1992), estão baseadas em processos cognitivos e organizações mentais que caracterizam a capacidade dos sujeitos para a resolução de problemas. Nessa mesma perspectiva, Davis, Nunes e Nunes (2005) afirmam que encontrar caminhos para a resolução depende tanto da disposição como do conhecimento prévio que o sujeito possui e reside na interação da experiência pessoal com a demanda da tarefa, ou seja, do interesse que desperta em cada um, dos mecanismos que cada um possui para desvendá-la, dos conhecimentos conceituais e dos recursos cognitivos atuantes.

Desse modo, alunos mais competentes cognitivamente são aqueles com maior capacidade de organização do conhecimento conceitual e procedural na memória de longo prazo, pois, dessa forma, podem acessá-lo durante a resolução de um problema. Para que isso seja possível, estes estudantes utilizam estratégias mnemônicas. Eles também processam melhor as informações envolvidas na resolução, já que automatizaram várias operações por meio da prática na aplicação de estratégias, podendo recuperá-las e executá-las com facilidade. Além disso, estes alunos utilizam processos de esquematização, desenvolvendo esquemas ricos e bem organizados, e processos de automatização de sequências de passos em rotinas que exigem pouco controle consciente. Com o uso desses processos, podem redimensionar o peso da solução da memória de trabalho, de capacidade limitada, para a memória de longo prazo, de capacidade muito maior. Isso lhes permite monitorar melhor seu avanço e sua precisão durante a resolução do problema (CHI; GLASER,1992; NOKES; SCHUNN; CHI, 2010; CHI, 2011). Alunos mais capazes cognitivamente também utilizam

mais a metacognição, o que lhes permite avaliar a dificuldade de um problema e torna-os também, como destaca Matlin (2004), mais capazes de reconhecer os erros que cometem e distribuir adequadamente o tempo ao resolverem problemas.

Posto isso, parece haver uma íntima relação entre a competência cognitiva e o êxito na resolução de problemas específicos, já que, como indica a literatura, um aluno mais competente cognitivamente tem um melhor desempenho na resolução de problemas, cometendo menos erros. Entretanto, é necessário o esclarecimento sobre o conceito “competência” na literatura. Dessa forma, o subcapítulo que segue, busca trazer algumas reflexões sobre esse construto, com base nos estudos da Psicometria e Psicologia Cognitiva.

### 3.2 DEFINIÇÃO DE COMPETÊNCIA

Competência cognitiva, na perspectiva deste estudo, é tratada como uma competência cognitiva geral para a resolução de problemas. Essa é definida no documento do Pisa de 2010 como a capacidade de um indivíduo de se envolver em processamento cognitivo para compreender e resolver situações problemáticas em que um método de solução não é imediatamente óbvio e inclui a vontade de se envolver com problemas, com o objetivo de alcançar seu potencial como cidadão construtivo e reflexivo (OECD, 2010).

Essa definição de competência cognitiva, sob um enfoque da Psicologia Cognitiva, parece envolver muito mais do que a reprodução do conhecimento básico acumulado. Trata-se, como explica o Pisa (OECD, 2010), de uma mobilização de aptidões cognitivas e práticas, habilidades criativas, entre outros fatores cognitivos. Assim, para Primi e colaboradores (2001), dizer que um sujeito é competente significa dizer que este atingiu determinado nível de realização. Esta definição, na perspectiva dos autores, é melhor formulada que as que lhe antecederam, como a definição dada pela abordagem Psicométrica, já que relaciona os conceitos de habilidade, conteúdo e nível de realização. Posto isso, cabe mencionar que a presente pesquisa apropriar-se-á desta abordagem da Psicologia Cognitiva para definir competência cognitiva. Entretanto, pensa-se ser interessante destacar alguns estudos de Carroll (1993), autor da abordagem psicométrica que desenvolveu o Modelo dos Três Extratos, já que estes foram relevantes para o avanço dos conhecimentos nesta área.

A Teoria dos Três Extratos de Carroll (1993) está organizada em três camadas, da mais geral a mais específica. O Extrato I seria o mais específico, agrupando um pouco mais que 65 fatores ligados ao formato dos problemas cognitivos que são propostos pelos testes

psicométricos. O Extrato II é composto pelo agrupamento destes fatores em oito fatores menos específicos, a saber: inteligência fluída, inteligência cristalizada, memória e aprendizagem, percepção visual, percepção auditiva, produção de ideias, velocidade de decisão e velocidade de processamento cognitivo. Já o Extrato III seria a camada mais alta, onde estaria um fator geral, chamado “g”, indicando a existência de processos cognitivos gerais, ou seja, de operações cognitivas comuns a todas as atividades mentais.

Apesar de o modelo psicométrico ter contribuído para o avanço do conhecimento sobre inteligência, esse apresenta limitações, sendo uma delas a ênfase no fator estrutural. Para a abordagem que emprega o uso da análise fatorial, a capacidade cognitiva que uma pessoa utiliza na resolução de um problema da vida diária pode ser decomposta em fatores diversos. Entretanto, a teoria não explica como estes fatores entram em ação no momento em que a pessoa se defronta com o problema, ou seja, “não fornece uma compreensão dinâmico-funcional da inteligência” (PRIMI, 2002, p. 60).

Entretanto, Primi e colaboradores (2001) destacam que nestas duas abordagens (Psicométrica e Psicologia Cognitiva) as estruturas inteligência cristalizada (Gc) e inteligência fluída (Gf) são tratadas como fundamentais para a resolução de problemas. A Gc refere-se à profundidade e extensão dos conhecimentos adquiridos via escolarização, utilizados na resolução de problemas semelhantes aos já aprendidos anteriormente, ou ainda um estoque de conhecimentos acumulados e organizados com informações específicas. Já a Gf prioriza o raciocínio, pois se refere à capacidade de processamento cognitivo ou às operações mentais realizadas ao resolver um problema relativamente novo, onde poucos conhecimentos estão previamente memorizados. Essa capacidade implica no desenvolvimento de estratégias a partir da organização das informações disponíveis na situação e da reorganização de esquemas disponíveis no estoque de conhecimentos (PRIMI *et al.*, 2001; SANTOS; PRIMI, 2005).

Como destacado por Primi e colaboradores (2001) e Santos e Primi (2005), a Gf dá prioridade ao raciocínio para a resolução de problemas relativamente novos que podem exigir um raciocínio mais indutivo ou um raciocínio mais dedutivo. A distinção entre raciocínio indutivo e raciocínio dedutivo, será mais amplamente discutida no próximo item deste capítulo.

### 3.3 RACIOCÍNIOS DEDUTIVO E INDUTIVO

Na definição de Sternberg (2008), raciocínio é um processo em que são tiradas conclusões a partir de princípios e evidências. Por meio do raciocínio, é possível avançar a partir do que é sabido para inferir uma nova conclusão ou avaliar uma conclusão proposta. Costumeiramente, o raciocínio é dividido em dois grandes tipos: raciocínio dedutivo e raciocínio indutivo. O raciocínio dedutivo é um processo que parte de um ou mais enunciados com conhecimento conhecido para chegar a uma conclusão logicamente certa. Já o raciocínio indutivo é um processo que parte de fatos ou observações específicas, com a finalidade de chegar a uma conclusão provável para explicar os fatos. O autor afirma que a principal característica que distingue os dois tipos de raciocínio é que, no indutivo não se pode chegar a uma conclusão logicamente certa, mas apenas bem fundamentada e provável.

#### 3.3.1 Raciocínio Dedutivo

Dedução é um processo sistemático de pensamento que conduz de um conjunto de proposições a outro e que está supostamente baseado nos princípios da lógica, os quais têm como finalidade garantir a validade da conclusão (JOHNSON-LAIRD, 1992). Assim, uma dedução será válida se, e somente se, a verdade de suas premissas garantir a verdade de sua conclusão. Entretanto, grande parte da dificuldade do raciocínio está na falta de entendimento da linguagem dos problemas, ou seja, do conteúdo das premissas que precisam ser julgadas quanto a sua validade, como alerta Sternberg (2008). Dessa forma, processos mentais utilizados na compreensão da linguagem estão diretamente envolvidos no raciocínio.

Com o objetivo de melhor definir o raciocínio dedutivo, o autor traz duas subdivisões do mesmo: raciocínio condicional e raciocínio silogístico. Ressalta que o raciocínio condicional é um tipo mais básico de raciocínio dedutivo em que o indivíduo deve tirar uma conclusão tendo como base uma proposição “se  $p$  então  $q$ ”, sendo  $p$  e  $q$  as sentenças que compõem a proposição, por exemplo: “se os alunos estudarem muito, eles terão notas altas nas provas”. Neste exemplo,  $p$  seria a primeira sentença que é condição para que a segunda sentença ( $q$ ) ocorra.

Por sua vez, os silogismos são argumentos dedutivos que envolvem, a partir de duas premissas, a definição de uma conclusão, por exemplo, “Todos os matemáticos são músicos. Todos os músicos são atletas. Logo, todos os matemáticos são atletas”. Em relação à



resolução de silogismos, Sternberg (2008) comenta que uma teoria mais amplamente aceita é a que acredita na utilização de um processo semântico. Conforme essa visão, o raciocínio envolve processos semânticos baseados em modelos mentais que podem ser contrastados com processos sintáticos (baseados em regras). O autor ainda afirma existirem outros tipos de problemas de raciocínio dedutivo que possuem mais que duas premissas, como os matemáticos que podem envolver diversos passos para a resolução.

### 3.3.2 Raciocínio Indutivo

No raciocínio indutivo, ao contrário do dedutivo, não se pode chegar a uma conclusão correta, já que este se baseia em observações. Entretanto, é possível chegar a uma conclusão bem fundamentada e muito provável.

A indução é definida por Pellegrino (1992) como o desenvolvimento de regras ou conceitos gerais a partir de exemplos específicos ou conjunto de casos. Na visão do autor, ao analisar as similaridades e diferenças entre experiências específicas, o sujeito extrai as características gerais de classes de objetos, eventos e situações. Posto isso, Pellegrino (1992) afirma que a capacidade para o raciocínio indutivo está no centro das teorias sobre inteligência e tem exercido um papel central na sua avaliação formal. Dentro do domínio do raciocínio indutivo, pode-se destacar alguns tipos de problemas, como os problemas de raciocínio analógico, muito frequentes, e os problemas de completar séries.

Raciocinar analogicamente é aplicar um conjunto de informações ou relações de um domínio conhecido a outro desconhecido, criando novas informações em campo desconhecido. O autor ainda destaca que geralmente os problemas de raciocínio analógico seguem a forma A está para B, assim como C está para D (A:B / C:D), que exige, do sujeito que o soluciona, capacidade de inferir relações entre os dois primeiros termos (conhecidos) e aplicá-las ao terceiro para encontrar a parte que falta (desconhecida) (PRIMI, 2002).

Os processos mentais necessários para a solução de um problema de analogia da forma A:B / C:D se ajustam a três classes (PELLEGRINO, 1992). Inicialmente, o sujeito deve *descobrir os atributos* ou processos de codificação. Os atributos importantes de cada membro da analogia devem ser representados na memória (primeira classe), sendo que, para itens verbais, também está envolvida a ativação de um conjunto de aspectos semânticos associados a um conceito.

A segunda classe de processos consiste na *comparação de atributos* usados para pares específicos de itens da analogia. Primeiramente, ocorre a inferência, onde é estabelecido o relacionamento entre os dois primeiros termos (A e B). Após a inferência, o indivíduo codifica o terceiro termo da analogia, recuperando seus atributos para, em seguida, realizar o mapeamento. O mapeamento é similar ao processo de comparação de atributos. Por meio deste processo, deve-se encontrar correspondências entre o primeiro e o terceiro termo da analogia (A e C), armazenando as relações encontradas na memória. Por fim, ainda neste bloco de processos de comparação, ocorre a aplicação. A aplicação é um processo no qual a regra específica inferida do par A-B, é aplicada ao termo C com o objetivo de produzir um termo D que resolva o problema.

A terceira classe de processos mentais é composta por processos de *avaliação*. Nesta, se o sujeito conseguiu distinguir uma única solução entre as respostas possíveis, responde o problema. No entanto, se nenhum dos atributos recuperados e aplicados permitiu fazer esta distinção, então o indivíduo deve iniciar um novo processo de comparação e discriminação, denominado *justificação*, no qual descobre a melhor resposta possível, justificando as razões encontradas.

Já os problemas de completar séries são aqueles em que é inferido um padrão de formação da série com o objetivo de identificar o termo seguinte. Pellegrino (1992) descreve minuciosamente o processo de compleição de uma série. Inicialmente, como propõe o autor, o sujeito deve *detectar as relações*, examinando visualmente a série e formulando uma hipótese sobre como um elemento da série está relacionado a outro. Para séries de letras há menos relações a serem consideradas. Nestas situações, deve-se verificar a identidade (repetição de uma letra), próxima (movimento de uma letra para outra) e próxima de trás para frente (ocorrência de ordem alfabética inversa). Já aquelas com séries numéricas podem imprimir uma grande variação de relações. Estas podem envolver uma categoria de operação aritmética (adição, subtração, multiplicação e divisão), podem variar a magnitude da operação aritmética (+2, +3, +2, +3 etc.) e ainda podem apresentar uma sequência hierárquica de operações aritméticas, como na série 20, 18, 14, 6, ... (onde a magnitude do subtraendo é repetidamente multiplicada por 2).

Em um segundo momento da resolução, deve-se *descobrir a periodicidade da série*, ou seja, o número de elementos que constitui um ciclo completo do padrão. Por exemplo, a série 2,4,6,8,... tem extensão periódica de um, já que se aplica a mesma relação a cada elemento consecutivo. Já a série 1,1,2,2,3,3,... tem uma extensão periódica de dois, já que dois

números ocorrem antes de se completar um ciclo. Por fim, realiza-se a *compleição da descrição do padrão*. Após identificar a periodicidade da série, o indivíduo deve identificar as relações que regem todas as posições restantes dentro do período, completando a regra para extrapolar a sequência. Ainda cabe ressaltar que tanto os problemas de analogia quanto os problemas de completar séries são largamente utilizados em testes que realizam a medição da inteligência fluída ou capacidade fluída analítica (PELLEGRINO, 1992).

### 3.4 ANÁLISE DE UM INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO DA COMPETÊNCIA COGNITIVA: O WHIMBEY ANALYTICAL SKILLS INVENTORY (WASI)

O Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI), desenvolvido por Arthur Whimbey como recurso para avaliar as capacidades cognitivas, tem sido utilizado, no meio científico, em pesquisas que envolvem educação, especificamente para avaliar e desenvolver capacidades cognitivas para a resolução de problemas. Reinert (1989) utilizou o instrumento como método de desenvolvimento de capacidades intelectuais em uma pesquisa com estudantes universitários, obtendo no pós-teste, após a realização de intervenção, um aumento das capacidades dos estudantes.

Gulgoz e Kagıtcıbası (2004) também utilizaram o WASI, em um estudo piloto com cento e vinte nove crianças, como um instrumento de avaliação das capacidades cognitivas antes e após um programa de intervenção experimental que visou melhorar essas capacidades nas crianças. Gulgoz e Kagıtcıbası (2004) verificaram um crescimento significativo no pós-teste. Esse programa de intervenção, desenvolvido pelos autores, faz parte de um estudo maior que tem como objetivo explicar e diminuir as dificuldades de adaptação de comunidades rurais e imigrantes à vida urbana e aos sistemas escolares urbanos.

Já Sanley (1987), desenvolveu um estudo com o objetivo de determinar se as diferenças nos estilos de aprendizagem de cento e oitenta alunos, calouros da faculdade preparatória, estavam relacionadas com os escores do WASI. Um de seus objetivos específicos foi o exame da relação entre os grupos de estudantes com diferentes estilos de aprendizagem e sua taxa de sucesso no WASI. Por meio desse estudo o autor concluiu que não havia relação entre os estilos de aprendizagem e o sucesso na resolução de problemas, já que os caminhos distintos, preferidos pelos estudantes, tiveram pouco ou nenhum impacto sobre sua capacidade de raciocinar analiticamente no WASI.

No Brasil, Vieira (1999) utilizou o instrumento em sua pesquisa de doutorado intitulada *Intervenção psicopedagógica na fase de representação mental em resolução de problemas matemáticos*, com vinte e seis professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas e privadas de Porto Alegre. O teste foi utilizado como verificador das dificuldades nas estratégias de compreensão em resolução de problemas e serviram como um divisor de subgrupos (resolvedores menos eficazes N=13 e resolvedores mais eficazes N=13). Posteriormente, a autora realizou intervenções para reforçar as funções cognitivas, ao longo de três meses, com o propósito de estabelecer comparações entre os subgrupos, antes e depois da intervenção.

Para utilização do WASI, Vieira (1999) realizou sua tradução e adaptou seu vocabulário a realidade cultural em que o inseriu. O WASI originalmente é constituído de duas partes (pré-teste e pós-teste) com 38 problemas cada, sendo alguns de múltipla escolha, e está dividido em seis categorias, propostas por Whimbey e Lochhead (1999): 1) Problemas de Raciocínio Verbal (N = 8; 21,05%), 2) Problemas de Instruções Sequenciais (N=9; 23,68%), 3) Problemas de Formação de Analogias (N=9; 23,68%), 4) Problemas de Análise de Tendências e Padrões (N=7; 18,42%), 5) Problemas de Resolução Matemática (N=2, 5,26%) e 6) Problemas de Relações de Frases Escritas (N=3; 7,90%).

Na presente investigação, foi aplicado apenas o pré-teste traduzido para o português que foi reduzido, contendo em sua versão final 22 problemas distribuídos nas seis categorias. Com o propósito de verificar o que, especificamente, cada uma das categorias de problemas do WASI avalia, realizou-se uma análise dos problemas que compõem o teste, apresentada a seguir, com o objetivo de estabelecer aproximações aos conhecimentos da Psicologia Cognitiva.

### **3.4.1 Análise dos problemas do WASI**

A análise realizada buscou aproximar as categorias organizadas por Whimbey (WHIMBEY; LOCHHEAD, 1999) aos conceitos trazidos pela Psicologia Cognitiva. Dessa forma, cada problema do WASI foi analisado, identificando-se características semelhantes àqueles classificados pela Psicologia Cognitiva como problemas de raciocínio dedutivo e problemas de raciocínio indutivo, bem como uma classificação mais específica sobre o tipo de raciocínio indutivo ou dedutivo empregado na resolução.

Inicialmente, cabe lembrar que, na resolução de uma situação problemática, diversas capacidades estão envolvidas, como capacidade de memória de trabalho, capacidade de organização da memória de longo prazo, metaconhecimento e monitoramento, capacidade verbal, entre outros. Neste momento, dar-se-á apenas um maior destaque a capacidade verbal, que se faz presente em qualquer problema que envolva leitura, mas no WASI, mostra uma influência ainda maior naqueles que compõem as categorias “Relação de Frases Escritas” e “Raciocínio Verbal”. As situações apresentadas nessas categorias, em grande parte, envolvem a análise de palavras soltas a fim de verificar diferenças em relação aos seus significados, o sentido contrário de uma palavra (antônimo) ou outra palavra que expresse o mesmo sentido (sinônimo), como no primeiro problema da prova onde o indivíduo é solicitado a identificar qual palavra (gritar, falar, lápis, murmurar) tem significado diferente das outras.

Para solucionar questões deste tipo, Hunt (1992) afirma que o sujeito precisa realizar uma análise léxica das palavras, verificando a existência dessas em seu vocabulário, acessando-as. Após, é necessária uma análise sintática, a fim de verificar o papel que esta palavra ocupa neste contexto (verbo, substantivo, adjetivo, etc.). E, por fim, ainda deve ser realizada uma análise semântica, com o objetivo de verificar o significado desta palavra. Se a palavra a ser analisada faz parte do léxico mental deste indivíduo, o problema poderá ser resolvido mais facilmente. Entretanto, se na etapa de acesso ao léxico mental, a palavra não for encontrada, realizar análises sintáticas e semânticas apenas por dedução do contexto pode ser mais difícil para alguns sujeitos. Para Hunt (1992), estas diferenças podem estar relacionadas à capacidade verbal geral que está correlacionada ao tamanho do vocabulário de uma pessoa e à facilidade de utilização de uma palavra.

Outra categoria proposta por Whimbey (WHIMBEY; LOCHHEAD, 1999) é “Formação de Analogias”. Problemas de raciocínio indutivo deste tipo (A:B / C:D) - como o número 15 que traz a analogia: O **forno** está para **assar** assim como \_\_\_\_\_ está para \_\_\_\_\_, com quatro opções de resposta (automóvel – transportar, lava-louça – pratos, comida – gelo, o aspirador de pó – almofada), exigem que o resolvidor: codifique os termos A e B (forno – assar) e inicie o processo de inferência. Em seguida, codifique um candidato C (automóvel, neste caso) e realize o processo de mapeamento A-C (forno – automóvel), procurando correspondência. Por fim, o termo D (transportar) é codificado, e um processo de aplicação-confirmação combinado é realizado, levando à aceitação ou rejeição da resposta oferecida. Se o item estiver em formato de verificação, a resposta será verdadeiro ou falso

(como no exemplo dado). O ciclo continua até que todas as opções sejam avaliadas e a resposta correta seja identificada (PELLEGRINO, 1992).

Quando o problema de analogia apresenta itens verbais, como grande parte dos que compõem o WASI, estes vão envolver um conjunto de aspectos semânticos associados a um contexto, como propõe Pellegrino (1992). Assim, o sujeito resolvidor deverá identificar se a relação entre os atributos está baseada em características semânticas (significado), sintáticas (relacionadas à função) ou ambas (como no problema apresentado como exemplo).

A categoria “Análise de Tendências e Padrões” também apresenta situações problemáticas que envolvem raciocínio indutivo, mas este é empregado para completar séries numéricas, de letras e de figuras. Nestas situações, Pellegrino (1992) recomenda que o resolvidor, primeiramente, analise os elementos da série e formule uma hipótese. Em seguida, a periodicidade da série é verificada para complementar a hipótese formulada que, por fim é testada e, se confirmada, é aplicada para a compleição dos termos seguintes da série.

Nos problemas que apresentam séries numéricas, Pellegrino alerta que a solução pode ser dificultada pelo fato deste tipo de questão ter possibilidade de apresentar uma diversidade de regras de formação ou periodicidade. Na questão 9 do WASI, que apresenta a série 1 2 4 8 16 32 64 \_\_ \_\_, este problema não é agravante, já que a série exige apenas uma operação em sua lei de formação (multiplicação), utilizando apenas uma magnitude (2) e com periodicidade um. Este problema foi adaptado, já que o original (3 9 5 15 11 33 29 \_\_ \_\_) oferecia dificuldades maiores por apresentar duas operações em sua lei de formação (multiplicação e subtração) com diferentes magnitudes e se verificou, por ocasião de um estudo piloto<sup>3</sup>, que não era adequado aos alunos investigados.

Já as situações que envolvem séries de letras costumam ter um nível menor de dificuldade, pois, como destaca Pellegrino (1992), estas não possibilitam uma grande diversidade de relações. Entretanto, também podem diferir em sua periodicidade, como a questão 16 do WASI, onde é apresentada a série A B B C D D E F F G H H I \_\_ \_\_ \_\_. Esta tem extensão periódica variável (1 e 2), pois após uma letra, a letra seguinte (em ordem alfabética) é repetida duas vezes antes que o ciclo de relação recomece (A, BB, depois próxima letra – C).

Por fim, nos problemas de figuras, no qual temos um representante no WASI (problema 13, ver anexo A), o sujeito deve analisar os elementos em suas diversas dimensões (neste caso, linhas horizontais e verticais) e verificar as relações entre eles para inferir uma

---

<sup>3</sup> O estudo piloto desenvolvido será brevemente descrito no capítulo 6.

hipótese, testá-la e completar a série com o elemento seguinte. No problema 13, a figura 1 apresenta 6 linhas horizontais e 9 verticais. Na segunda figura, as linhas horizontais se mantêm, mas as verticais reduzem em 2. Na terceira figura, as linhas verticais restantes persistem (7) e as horizontais reduzem em uma. Na figura quatro, as horizontais continuam 5 e as verticais reduzem duas novamente, restando 5. Assim, infere-se a relação: -2 linhas verticais, -1 linha horizontal, encontrando-se como resposta a figura D, com 4 linhas horizontais e 5 linhas verticais.

A penúltima categoria apresentada no WASI é “Instrução Sequencial”. Esta categoria é formada por problemas de raciocínio dedutivo que expressam algumas características dos silogismos, já que apresentam premissas das quais serão retiradas as informações para chegar a uma conclusão. Entretanto, estas situações também dependem, em maior grau, da capacidade verbal, já que apresentam informações e regras, em formato sequencial, que deverão ser compreendidas e atendidas adequadamente para que o problema possa ser solucionado. Um exemplo é o problema 5 do WASI:

Temos três caixas separadas de igual tamanho e dentro de cada uma delas há duas caixas pequenas e separadas. Dentro de cada uma das caixas pequenas há ainda quatro caixinhas ainda menores. Quantas caixas há no total?  
 a) 24      b) 13      c) 21      d) 33      e) outra quantidade de caixas

Nesta circunstância, o solucionador deve realizar cada passo da instrução fornecida, após compreendê-la, para chegar à solução (33).

Por fim, a última categoria apresentada no WASI é “Problemas de Resolução Matemática”. Estas situações problemáticas, como o nome diz, exigem conhecimentos matemáticos, mas não apenas conhecimentos deste tipo. A capacidade para sua resolução está relacionada ao conhecimento linguístico (análise das sentenças, significado das palavras), ao conhecimento factual (conhecimento sobre o mundo, como sobre as unidades de medidas), ao conhecimento do esquema (tipo do problema), ao conhecimento de estratégias (como desenvolver e monitorar um plano de solução) e ao conhecimento algorítmico (conhecimento sobre o procedimento para realizar a solução planejada) (MAYER, 1992). Por exemplo, o problema 20 do WASI que traz a pergunta: “quantos sextos há em 6?”, o resolvidor necessita de conhecimentos linguísticos para compreender o problema (como o conhecimento semântico para compreender o significado da palavra “sexto”), de conhecimento factual para compreender que “um sexto” é uma medida representada pela fração  $1/6$ , de conhecimento do

esquema para identificar este problema como um problema que envolve números racionais, de conhecimento de estratégias para traçar um plano de resolução (como  $6:1/6$ ) e, por fim, de conhecimento sobre algoritmos para executar essa divisão e obter a resposta correta (36).

Um resumo das relações estabelecidas entre as categorias de problemas do WASI e os conceitos da Psicologia Cognitiva, como o tipo de raciocínio predominantemente envolvido e sua especificação, podem ser verificadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Relações entre as categorias de problemas do WASI e os conceitos da Psicologia Cognitiva

<b>Categoria da Prova WASI</b>	<b>Tipo de raciocínio</b>	<b>Especificação</b>
Problema Raciocínio Verbal	Dedutivo	Verbal
Problema Instrução Sequencial	Dedutivo	Características dos Silogismos
Problema Formação de Analogias	Indutivo	Analógico
Problema Análise de Tendências e Padrões	Indutivo	Completar séries
Problema Resolução Matemática	Dedutivo	Matemático
Problema Relação de Frases Escritas	Dedutivo	Verbal

Fonte: dados da pesquisa

Desta forma, é possível perceber que o WASI fornece uma medida da competência cognitiva do sujeito que o soluciona, já que avalia o raciocínio dedutivo e indutivo (Gf), os conhecimentos de diferentes áreas (linguagem, matemática) armazenados na memória de longa duração (Gc), a capacidade verbal, a capacidade matemática, entre outras capacidades subjacentes. O instrumento também auxilia, quando realizada uma análise mais específica dos resultados, na verificação das maiores dificuldades dos indivíduos (em qual(is) categoria(s) os sujeitos apresentaram mais erros): nos problemas de raciocínio indutivo (analógico ou de completar séries), nos de raciocínio dedutivo, nos que envolvem, de forma mais específica, conhecimentos matemáticos, capacidade verbal, entre outros. Desta forma, como destacado por Whimbey e Lochhead (1999), este instrumento pode ser utilizado em sala de aula para auxiliar o professor a verificar as competências iniciais dos estudantes, para que, a partir desses resultados, o educador possa desenvolver sua prática pedagógica de forma mais eficiente.



## 4 ERRO MATEMÁTICO

No presente capítulo procurar-se-á aprofundar algumas dimensões relacionadas ao erro que ocorre no processo de aprendizagem da Matemática. Assim, reflete-se inicialmente sobre a noção de obstáculo epistemológico proposta por Brousseau (1989). Seguem-se as diferentes concepções de erro, com suporte em estudiosos do tema da Epistemologia Genética, da abordagem Neopiagetiana, da Educação e da Educação Matemática. Julga-se importante essa discussão inicial, como forma de refletir sobre qual o significado do erro e quais as perspectivas que o envolvem.

Após, abordar-se-á erros frequentemente cometidos por alunos na resolução de equações algébricas do 1º grau e as possíveis origens desses erros, tendo em vista os estudos de L. Booth (1995), Kieran (1995), Freitas (2002), entre outros. Por fim, discutir-se-á o lugar que o erro assume no processo de ensino e aprendizagem e possíveis formas de encaminhar os erros dos alunos, proporcionando a superação das dificuldades na aprendizagem.

### 4.1 A NOÇÃO DE OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO

A noção de obstáculo epistemológico como constituinte do pensamento científico foi apresentada primeiramente por Gaston Bachelard, em seu livro *A formação do espírito científico* publicado em 1938. Para o epistemólogo francês, as perturbações que causam a inércia do pensamento aparecem no ato de conhecer, ou seja, um obstáculo epistemológico é marcado por um conhecimento não questionado, como relata Iglioni (2008). Entretanto, foi Guy Brousseau, em 1976, que aprofundou os estudos a respeito e desenvolveu, com base nos trabalhos de Bachelard, uma abordagem desse obstáculo como meio de identificação das causas de dificuldades na aprendizagem da Matemática.

Brousseau (1989) explica que um obstáculo epistemológico não se caracteriza como uma falta de conhecimento, mas sim como um conhecimento mal formado, que está adaptado a um determinado contexto e que, quando utilizado fora desse contexto, se revela falso e ineficaz, gerando respostas incorretas. Assim, um obstáculo epistemológico consiste em um conhecimento, uma concepção (e não uma dificuldade ou falta de um conhecimento) que vai se revelar por intermédio de erros específicos que são constantes e resistentes.

O autor amplia suas considerações sobre obstáculo no contexto didático, destacando três tipos: os de origem ontogênica, constituídos por limitações de ordem neurofisiológicas do

sujeito, em seu desenvolvimento; os de origem didática, relacionados às escolhas realizadas por um sistema educativo; e os de ordem epistemológica, relacionados aos conhecimentos e experiências anteriores do sujeito não fundamentadas em saber científico ou mal-sucedidas quando generalizadas a outros contextos.

Assim, a concepção de obstáculo epistemológico proposta por Brousseau (1976, 1989) comporta outra visão sobre o erro cometido pelo estudante na resolução de um problema. Para o epistemólogo, o erro não é apenas resultado de uma ignorância ou um acaso, mas está relacionado a um conhecimento anterior que deixa de ser bem sucedido quando mal adaptado a novos conteúdos. Isso é reafirmado por Iglori (2008) que destaca que raramente uma concepção que estabelece um obstáculo é espontânea, mas frequentemente é advinda do ensino e das aprendizagens anteriores. Entretanto, a autora destaca que os mecanismos que produzem um obstáculo também podem produzir conhecimentos novos e auxiliar na superação dos conhecimentos mal formados, sugerindo a utilização do erro como uma possibilidade de ensinar e aprender, que será mais bem discutida no subitem 4.4 deste capítulo.

## 4.2 REFLETINDO SOBRE AS CONCEPÇÕES DE ERRO

A concepção de erro está intrinsecamente relacionada a concepções de avaliação que, por sua vez, estão relacionadas a concepções de ensino e de aprendizagem. Educadores e educandos tratam os erros cometidos durante o processo de aprendizagem de acordo com suas perspectivas pré-determinadas sobre o que significa avaliar, ensinar e aprender. É possível destacar três grandes perspectivas que podem englobar as concepções de erro circundantes no âmbito escolar: apriorista, empirista e interacionista.

Em uma perspectiva apriorista, que concebe o conhecimento como programado em suas bases genéticas e que seu desenvolvimento depende apenas de um processo de maturação, o professor assume papel de facilitador e deve intervir o mínimo possível. Isso caracteriza a pedagogia não-diretiva, que postula uma aprendizagem sem ensino (BECKER, 2001). O aluno aprende sozinho, o professor apenas pode auxiliar despertando o conhecimento do aluno que já existe *a priori*. Essa concepção epistemológica, na perspectiva de Macedo (1994), trata o erro de forma mais amena, pois o entende como algo que é próprio dos seres humanos, trata-se de uma questão de tempo para que o conhecimento seja aperfeiçoado.

A perspectiva empirista concebe o conhecimento como algo externo ao sujeito. Nesta perspectiva, trazida para o contexto escolar por Becker (2001) como pedagogia diretiva, o professor é o detentor do conhecimento e o aluno deve ficar em silêncio e ouvi-lo. Nesta sala de aula, o erro, como destaca Cury (2007), apenas é considerado como um resultado que evidencia a não aprendizagem. Trata-se de “uma falta de conhecimento, algo a ser ‘crucificado’ e eliminado” (PINTO, 2000, p. 71). Picolo, Teixeira e Vitória (2006), esclarecem que, sob esta ótica, o educador apenas detecta o erro do aluno e o descarta, não o considerando relevante ao processo de aprendizagem e, por conseguinte, não o abordando como uma ferramenta de ensino. De forma análoga, o acerto também não é investigado, e sim considerado como constatação de que certo conhecimento foi adquirido. No entanto, Cury (2007) questiona a certeza que o educador pode ter de que um erro identifica a ausência de conhecimento e de que um acerto mostra que o aluno aprendeu. A partir desse questionamento, abre-se outro campo para a discussão do assunto.

Assim, em uma perspectiva interacionista - em que o conhecimento não está nem no sujeito, nem no objeto, mas nas relações entre sujeito e objeto - o professor é aquele que traz a novidade com significado para os alunos e estes a exploram, a fim de elaborar representações sobre ela e, assim, construir novos conhecimentos. Nesta sala de aula, caracterizada pela pedagogia relacional (BECKER, 2001), o professor é aquele que instiga, que desafia, que questiona, que intervém e assim faz, pois compreende que o aluno só aprende se construir algo novo, ou seja, se agir e refletir sobre sua ação. Nesta perspectiva, o erro e o acerto são parte do processo, fazem parte da construção de um conhecimento.

Após essa breve distinção entre diferentes perspectivas de aprendizagem, busca-se agora discutir a concepção de erro em duas teorias - Epistemologia Genética e Teoria Neopiagetiana - e em uma modalidade de avaliação - Avaliação Formativa - que compartilham da perspectiva interacionista, aproximando-se por tratar o erro como parte do processo de construção de um conhecimento. Desta forma, define-se, primeiramente, alguns conceitos da Epistemologia Genética que serão abordados nessa dissertação, discutindo-se, em seguida, a concepção de erro nesta teoria. Em um segundo momento, apresenta-se uma concepção neopiagetiana do erro como incapacidade de inibição. E, por fim, caracteriza-se a modalidade de Avaliação Formativa, discutindo, na sequência, a concepção de erro nesta perspectiva. Destaca-se que essas diferentes abordagens se complementam e possuem relação com a Epistemologia Genética. Os neopiagetianos conservam o essencial de Piaget e acrescentam aspectos neurológicos em sua abordagem. A abordagem de Avaliação Formativa

sustenta a concepção de aprendizagem por interação, proposta pela Epistemologia Genética, e ainda tem como base o método clínico (desenvolvido por Piaget) para diagnosticar e intervir na aprendizagem. Posto isso, pensa-se que essas abordagens, em certos pontos complementares, possam auxiliar para uma melhor análise dos dados coletados na pesquisa.

#### **4.2.1 Epistemologia Genética**

A aprendizagem, para Piaget (1995), pode ocorrer por dois tipos de experiência: física ou lógico-matemática. A experiência física está relacionada à abstração empírica e a lógico-matemática à abstração reflexionante. Assim, quando uma aprendizagem decorre da experiência física, o sujeito tira suas informações dos objetos ou de suas ações em características materiais, ou seja, dos observáveis. Quando a aprendizagem decorre de experiência lógico-matemática, como o conhecimento sobre resolução de problemas com equações do 1º grau, os conhecimentos são tirados das coordenações das ações do sujeito, podendo essas coordenações, e todo o processo, permanecerem inconscientes ou serem objeto de tomadas de consciência. A abstração reflexionante, ainda é especificada por Piaget (1995), de acordo com sua natureza, em dois subtipos: abstração pseudo-empírica e abstração refletida. Mas antes de defini-las, discorrer-se-á sobre os dois aspectos inseparáveis que a abstração reflexionante comporta: o reflexionamento e a reflexão.

O reflexionamento é uma projeção, em um patamar superior, do que foi tirado do patamar inferior, e a reflexão é o ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior do que foi transferido. Assim, para Piaget (1995), cada nova reflexão supõe a formação de um patamar superior de reflexionamento, onde o que permanecia no patamar inferior torna-se um objeto de pensamento sendo, portanto, abordado como tema e não mais como um instrumento de pensamento.

Quanto aos subtipos de abstração reflexionante, a abstração pseudo-empírica ocorre, como define Piaget (1995), quando o objeto é modificado pelas ações do sujeito e também enriquecido por propriedades provenientes das coordenações das ações. Assim, como nas abstrações empíricas é necessário o material sensório-motor, mas as constatações atingem os produtos das coordenações das ações, o que a distingue de uma abstração empírica. O resultado da abstração reflexionante, assim que se torna consciente, é denominado abstração refletida, ou seja, uma abstração reflexionante com tomada de consciência.

As abstrações refletidas podem ser encontradas em todos os patamares de reflexionamento. Entretanto, são mais frequentes nos estádios mais tardios do desenvolvimento, quando o pensamento ocupa-se também da reflexão sobre a reflexão (GLASERSFELD, 1995). Já as abstrações pseudo-empíricas desempenham um papel fundamental nos níveis elementares, bastante presente, como afirma Piaget (1995), no estádio das operações concretas, pois o sujeito, ao efetuar uma composição e julgar seu resultado, tem necessidade de vê-las inseridas em objetos. Não excluindo a coexistência dos dois tipos de abstração, constata-se uma proporção inversa nos seus desenvolvimentos, já que as abstrações pseudo-empíricas vão tornando-se menos frequentes, sem desaparecer, conforme o pensamento distancia-se dos apoios concretos. Por outro lado, as abstrações refletidas tornam-se cada vez mais frequentes (sem estarem ausentes nos níveis elementares), desempenhando um papel cada vez mais importante.

Outro conceito central da teoria piagetiana é o conceito de tomada de consciência. A tomada de consciência é um processo que tem sua origem no plano das ações, que são consideradas como um saber autônomo e eficaz, mas não um conhecimento consciente. A ação é um saber prático, um *saber-fazer*. Para o sujeito passar desse patamar de conhecimento prático para um patamar de pensamento, é preciso haver um processo de tomada de consciência, no qual sistemas de ações se tornam noções e operações. A partir de então, a ação passa a sofrer a influência dessa conceituação, que permite a compreensão do saber-fazer e, assim, seu planejamento e controle. Piaget (1977) ainda destaca que a tomada de consciência não deve ser entendida como um esclarecimento ou uma iluminação, mas como um processo de conceituação que sucede ao momento do êxito prático, sendo responsável por uma reorganização e não apenas uma tradução ou uma evocação.

Portanto, para Piaget (1977), a tomada de consciência é, primeiro, um processo de conceituação e por ser um processo, alcança diferentes níveis desde o plano dos esquemas de ações até ultrapassar o plano semiótico da representação. É um processo que parte da periferia (objetivos e resultados) em direção às regiões centrais da ação quando procura alcançar os mecanismos em torno desta, entre eles, o reconhecimento dos meios empregados e motivos de sua escolha ou de sua modificação durante a experiência.

Assim, para a teoria piagetiana, tudo tem início com a ação. O sujeito age sobre o objeto assimilando sua(s) característica(s) em um processo de exteriorização. O objeto impõe dificuldades a esta assimilação e, o sujeito frente a esse problema, age sobre si mesmo (reflete), acomodando seus esquemas e refazendo seus instrumentos de assimilação

(acomodação) em função desta novidade (o problema com o qual se depara), em um processo de interiorização de suas ações. Esse processo de interiorização conduz a tomadas de consciência dos mecanismos das ações, permitindo sucessivas aproximações aos centros da ação. A sucessão destes processos de interiorização e exteriorização levam o sujeito a um nível superior ao precedente, por meio de reflexões e novas inferências (abstrações reflexionantes), as quais irão construir estruturas mais elaboradas que as anteriores, possibilitando a construção de conhecimentos cada vez mais complexos.

#### 4.2.1.1 Concepção de erro na Epistemologia Genética

Definidos alguns conceitos da Epistemologia Genética, busca-se agora discorrer sobre como o erro é entendido e tratado nesta teoria. Macedo (1994) apresenta três níveis em relação ao desenvolvimento cognitivo, nos quais destaca a reação dos sujeitos sobre os erros por eles cometidos. No nível I, o erro não existe em uma perspectiva consciente, é recalcado e a contradição não causa conflito (sujeito não toma consciência de seu erro). Em um segundo nível, apresenta-se como problema e é reconhecido apenas após ser cometido (tomada de consciência é incompleta). Neste nível, interferências exteriores já surtem efeito como forma de problematizar a situação e o erro assume uma posição de contradição, que exige superação, mas “ainda é uma perturbação exterior ao sistema cognitivo do sujeito” (MACEDO, 1994, p. 77). Já no nível III, o erro é superado e pode ser antecipado. Além disso, os erros anteriores são evitados nas ações seguintes (há tomada de consciência e antecipação das ações). Assim, a compreensão do erro é resultado do processo de tomada de consciência do objeto de conhecimento que exige regulações, ou seja, autocorreções.

Desse modo, para Macedo (1994) o erro pode se localizar no plano do fazer ou do compreender. No plano do fazer, ele é visto pelo educando como uma frustração de um resultado em relação ao objetivo, mas pode ou não se tornar um problema. Já no plano da compreensão, o erro coloca-se como uma contradição, um conflito. Entretanto, como alerta Macedo (1994, p.74), os sistemas fazer e compreender são solidários, pois “fazemos na medida em que compreendemos, e compreendemos na medida em que fazemos”.

Enquanto Macedo (1994) discute o erro a partir de diferentes níveis, Abrahão (2004) e Becker (2001) explicam a origem do erro, relacionado-o ao conhecimento lógico-matemático. Este conhecimento, para Abrahão (2004), é produto das relações mentais utilizadas pelo sujeito para criar hipóteses cognitivas. Dessa forma, o erro traz uma hipótese acerca de algum

conhecimento. Entretanto, trata-se de uma assimilação deformante, quando o sujeito assimila um conhecimento em um esquema impróprio.

Becker (2001) discute a questão do erro com base no processo de abstração reflexionante que, como já discutido, comporta dois subprocessos complementares: o reflexionamento (retira informações dos dados de observação relativos ao objeto ou às ações em suas características materiais, na abstração empírica; e das coordenações das ações, nas abstrações reflexionantes pseudo-empírica e refletida) e a reflexão (reorganiza as informações dentro dos esquemas e estruturas existentes). Assim, uma fonte de erro estaria no fato de o processo de reflexionamento retirar características, mas não todas as características do objeto ou ação. A segunda fonte de erro, como propõe Becker (2001), estaria no fato de que os esquemas e estruturas em que o subprocesso de reflexão organiza as informações retiradas por reflexionamento, foram construídas também por abstrações empíricas ou reflexionantes anteriores, que não são capazes de assimilar todo o real, já que este é superior à capacidade de assimilação (um exemplo seria o aluno que, nas situações em que deve representar variáveis, utiliza sempre “x”, como se esta fosse a única representação possível, ou ainda, utiliza a variável como representação de um objeto – m é traduzido como metros). Becker (2001, p. 90) afirma que estas duas fontes de erros podem ser reduzidas em uma: “à capacidade limitada do sujeito humano, em termos de estruturas cognitivas, para conhecer a infinita diversidade do real, incluindo nesse real ele próprio”. Para a Epistemologia Genética, o erro é parte do processo de conhecimento e integra a gênese e o desenvolvimento cognitivo.

#### **4.2.2 Abordagem Neopiagetiana**

A teoria piagetiana foi alvo de diversas críticas por apresentar algumas lacunas na explicação do comportamento intelectual humano. Uma das principais, como destaca Houdé (2002), era sua incapacidade em explicar a importante variabilidade intra e interindividual de desempenhos, observada de acordo com as situações e os indivíduos. A fim de explicar essa variabilidade de desempenho, iniciou-se uma tentativa de aproximação entre o estruturalismo piagetiano, que tinha por objeto de estudo a transformação epistêmica da ação em conhecimento (a longo prazo), e a psicologia cognitiva, que tinha como objeto a transformação pragmática do conhecimento em ação (a curto-prazo), ou seja, a resolução de problemas.

Entre as linhas de pesquisa que buscaram essa aproximação, a neopiagetiana foi a que mais se destacou durante os anos 80, conservando de Piaget uma teorização geral do desenvolvimento, mas inovando com a criação de modelos que davam destaque aos procedimentos de processamento da informação mais do que à ação do sujeito. Dessa forma, a abordagem neopiagetiana pôde explicar, melhor do que a teoria de Piaget, a variabilidade de desempenhos por meio de uma análise precisa das características das tarefas, dos objetivos e estratégias adotados pelos sujeitos e da carga cognitiva que essas tarefas implicavam (HOUDÉ, 2002).

Esses modelos neopiagetianos apresentaram várias evoluções ao longo dos anos 90, como relatado por Houdé (2002), e mostraram que, em áreas como o número, a categorização e o raciocínio, o desenvolvimento cognitivo não se resume à aquisição progressiva de estruturas de complexidade crescente, mas também deve ser entendido como resultado da capacidade de inibição de reações que impedem a expressão do conhecimento já existente. Portanto, o desenvolvimento não pode ser reduzido à coordenação ou à co-ativação de unidades estruturais (como é o caso na teoria estruturalista de Piaget e nos modelos neo-estruturalistas dos anos 80), mas desenvolver-se é também, frequentemente, inibir uma estrutura ou noção concorrente.

#### 4.2.2.1 Concepção de erro como incapacidade de inibição

Ao discutir a incapacidade de inibição da informação concorrente, Houdé (2002) expõe um novo aspecto a ser considerado em relação à origem dos erros. Para esse autor, mesmo havendo competência de nível superior, pode ocorrer um erro no desempenho, devido à demanda, em termos de processamento da informação, que pode ser superior às possibilidades do aluno. Essa demanda cognitiva também deve ser considerada em termos de capacidade de inibição, ou seja, pode haver uma incapacidade de inibir a informação concorrente e inadequada ao problema devido à elevada demanda cognitiva da tarefa.

Este é um ponto em que a abordagem neopiagetiana difere da piagetiana. Essa última afirma que, por exemplo, uma criança em idade pré-escolar, que provavelmente estaria em um estágio pré-operatório, apresentaria um pensamento intuitivo ao realizar a prova de conservação do número, pois não haveria adquirido, ainda, a capacidade numérica que lhe possibilita um processo analítico preciso. Para Houdé (2002), essa interpretação tem sido colocada em questão pelas novas pesquisas, já que a prova piagetiana de conservação do



número é, antes de qualquer coisa, uma prova de interferência número/comprimento que pode ter seus resultados afetados mais pela incapacidade de inibição que pela falta de capacidade numérica.

Dessa forma, o desenvolvimento também passa a estar relacionado ao sistema executivo que, na perspectiva de Russel (2002), permite não só o desencadeamento e o controle de ações dirigidas para um objetivo, mas também a inibição de ações inadequadas. Nessa perspectiva, os erros podem estar relacionados à fraqueza do controle executivo, que faz com que muitos alunos suspendam precocemente a reflexão sobre um problema, não considerando outras possibilidades de resolução do mesmo.

### **4.2.3 Avaliação Formativa**

Posto estas considerações sobre a origem dos erros, sob o enfoque de duas abordagens, volta-se ao ponto de partida: a concepção de erro. Esta permanece construtiva nas duas perspectivas abordadas e visa à formação do sujeito. Formação que, sob a ótica de estudiosos como Ginsburg (2009) e Scallon (2000), é realizada por um diagnóstico que auxiliará no desenvolvimento de intervenções no processo de ensino e aprendizagem. Nessa perspectiva, insere-se a Avaliação Formativa. Assim, antes de discutir a concepção de erro na Avaliação Formativa, buscou-se caracterizar essa modalidade de avaliação.

A Avaliação Formativa é definida por Ginsburg (2009) como avaliação para fins de instrução, já que é utilizada com o objetivo de obter informações que possam auxiliar o professor a planejar uma instrução eficaz para o sujeito. Para esse estudioso, a avaliação formativa também deve considerar fatores de ordem afetiva e motivadora, já que esses interferem significativamente na aprendizagem e podem tornar-se obstáculos para o progresso dos alunos, além dos fatores relativos ao conhecimento em questão e ao potencial de aprendizagem do estudante. Avaliar para formar, portanto, consiste em investigar os obstáculos que impedem o aluno de prosseguir em sua aprendizagem e desenvolver um plano que o auxilie a transpor essas barreiras, tornando-o capaz de aprender com autonomia. Então, uma das maneiras de auxiliar o estudante a manter-se ativo em seu processo de aprendizagem é por meio de práticas que o ajudem a refletir sobre o desenvolvimento de suas tarefas e com isso, adquirir o hábito de autoavaliar-se, ato esse indispensável a qualquer empreendimento de formação, como destaca Scallon (2000).

Já a tarefa do professor, na perspectiva da avaliação formativa, é diagnosticar o aluno e auxiliá-lo a atingir o patamar da autoavaliação, como forma de corrigir seus erros. Para isso, o educador deve dispor de métodos diversificados. Ginsburg (2009) afirma que existem basicamente três métodos de avaliação: tarefa, observação e entrevista clínica. O presente estudo apropriou-se deste último método para avaliar os participantes da pesquisa.

O método clínico, adaptado por Piaget, caracteriza-se pela coleta de informações, por meio de observações e questionamentos dirigidos ao sujeito com base em ações realizadas para a execução de uma tarefa (DELVAL, 2002). O experimentador observa a realização da tarefa pelo sujeito e, após, conversa livremente com esse sobre a tarefa executada. Os dados dessa entrevista podem ser coletados com o apoio de gravadores, vídeos, anotações e outros, conforme o objetivo da ação. Esse método tem como principal propósito, compreender o pensamento do sujeito e como esse está organizado, por meio da observação de como o sujeito age sobre os objetos e verbaliza seus atos.

Outro método para diagnóstico, bastante utilizado com estudantes que apresentam baixo desempenho, é a abordagem de Resposta à Intervenção (RTI), que tem sido utilizada e defendida como um método de identificação de alunos com dificuldades na aprendizagem por pesquisadores como Fuchs e colaboradores (2003), Fuchs, Fuchs e Hollenbeck (2007), Gersten e colaboradores (2009) e Almeida, Pizza e Miranda (2011). A RTI é definida por Gersten e colaboradores (2009) como um sistema de apoio, de detecção precoce e intervenção que tem como objetivo identificar alunos que apresentam baixo desempenho, assistindo-os para que progridam em sua aprendizagem. Essa abordagem refere como hipótese que um estudante que não demonstra progresso após completar diversas sessões de intervenção é um provável candidato à educação especial, pois pode apresentar algum transtorno de aprendizagem. Já os estudantes que avançam com o passar das sessões, são identificados como sem dificuldade de aprendizagem e seu baixo desempenho pode ser resultado de uma instrução pobre em sala de aula (FUCHS; FUCHS; HOLLENBECK, 2007). Dessa forma, como afirmam Fuchs e colaboradores (2003), esta modalidade de intervenção é eficaz para diferenciar estudantes com possíveis transtornos de aprendizagem daqueles que possuem baixo desempenho devido à instrução inadequada recebida em sala de aula.

O processo de intervenção, que tem como aporte a abordagem de Resposta à Intervenção (RTI), deve ser iniciado por uma triagem, onde os alunos identificados como risco potencial de dificuldades de aprendizagem recebem intervenções (GERSTEN *et al.*,

2009). Essas intervenções devem seguir algumas recomendações, como destacam Gersten e colaboradores (2009):

- Devem ter como base um material que foque profundamente conteúdos prévios (de anos escolares anteriores) que são base para a construção de outros conteúdos que estão sendo ou serão abordados em sala de aula. No caso da Matemática, foca-se no tratamento dos números inteiros (do 1º ao 6º ano) e dos números racionais (do 6º ao 9º ano);
- Os materiais utilizados também devem possibilitar que os estudantes trabalhem com representações visuais das ideias matemáticas, sendo necessário que o intervencionista seja proficiente no uso destas representações;
- A instrução oferecida durante as intervenções deve ser explícita e sistemática, incluindo a oferta de modelos de resolução de problemas, verbalização do pensamento, prática orientada, *feedback* corretivo e frequentes revisões cumulativas;
- Cada sessão de intervenção deve ter cerca de 10 minutos para construção de fluência na recuperação dos fatos aritméticos básicos;
- O progresso dos estudantes deve ser monitorado.

A RTI aproxima-se da Avaliação Formativa, pelo fato de procurar diagnosticar e intervir no processo de aprendizagem do estudante, investigando a causa da não aprendizagem de um conteúdo escolar e procurando, por meio de intervenção, auxiliar este aluno a progredir em sua aprendizagem. Entretanto, como alertam Almeida, Pizza e Miranda (2011), apesar da RTI apresentar resultados promissores, no Brasil ainda não há adoção de um plano estruturado de ações para desenvolver essas intervenções, fazendo com que os profissionais atuem de forma isolada. As autoras alertam para a necessidade de adaptação e implementação de programas que ofereçam modelos de estratégias de prevenção, identificação precoce e remediação das dificuldades de aprendizagem.

Posto isso, fica clara a dificuldade de adoção da RTI em sala de aula, pelo professor, já que esta implica uma formação específica para que seja desenvolvida. Sendo assim, a Avaliação Formativa se apresenta para o educador, assim como para esta pesquisa, como um método mais viável de identificar e auxiliar os estudantes que estão apresentando baixo desempenho, verificando os saberes que estes possuem e o que os impede de progredir em seu processo de aprendizagem, conduzindo-os à identificação e compreensão de seus erros.

Caracterizada essa modalidade de avaliação, discute-se a seguir a concepção de erro na visão formativa, evidenciando as semelhanças com as concepções anteriormente abordadas e estabelecendo as diferenças em relação à concepção empirista, muito presente na escola, como alertam autores como Pinto (2000), Carmo (2002) e Esteban (2002).

#### 4.2.3.1 Concepção de erro na Avaliação Formativa

Na modalidade de Avaliação Formativa, assim como na Epistemologia Genética, na Educação Matemática e na abordagem Neopiagetiana, o erro é concebido como um saber que o aluno possui, constituído de alguma forma, fazendo-se necessária uma intervenção que vise sua superação, como propõe Ginsburg (2000). Pinto (2000) também concorda que os erros não são simplesmente ausência de conhecimentos, eles expressam conhecimentos malformados que, depois, se tornam resistentes. Nessa perspectiva, o erro torna-se uma ferramenta de ensino à disposição do educador para auxiliar na superação dos obstáculos postos frente ao aluno, assumindo uma perspectiva formativa, já que se torna um possibilitador para a construção de conhecimento.

Essa concepção formativa do erro também é defendida por Pessoa (2007) que afirma não existir conhecimento sem a possibilidade de erro. Além disso, Carmo (2002, p. 224) também alerta que “os processos pelos quais se aprende a errar são os mesmos pelos quais se aprende a acertar. Erro ou acerto, portanto, só existem arbitrariamente, em função de alguns critérios previamente estabelecidos”. Sob esse ângulo, os erros também devem ser considerados, já que o educando desenvolveu seu raciocínio na escolha das estratégias utilizadas e uma resposta incorreta também desenvolve conhecimentos, pois o educando está testando suas estratégias e construindo aprendizagens.

Para Carmo (2002), a escola, que deve ser um local privilegiado de aprendizagem, geralmente concebe o erro como um padrão de resposta que não atingiu o que lhe era requerido para a aprovação. Assim, como alerta o autor, a escola não considera o erro como um saber, mas sim, como algo fora do padrão, portanto, descartável e punível pela não aprovação. Pinto (2000, p. 20) também destaca essa visão punitiva do erro, afirmando que:

ao não deixar espaço para o aluno errar, ao apelar mais para a punição do que para o estímulo, o aparato avaliativo da escola cerceia o desenvolvimento da criança, justamente na fase em que o próprio crescimento requer mais e mais questões para resolver – portanto, mais possibilidades de cometer erros. Ao privilegiar a cultura do acerto, acentuada pelos livros didáticos, a escola acaba por não reconhecer o erro

como elemento importante na construção do conhecimento pelo aluno. Nessa concepção, o erro é tido como um “vírus a ser eliminado” e, desse modo, sempre indesejável: o aluno é sempre punido ao errar. Nunca lhe é permitido refletir sobre o erro sem sentir medo ou culpa.

Na prática escolar, então, o erro tem sido sinônimo de fracasso, de incapacidade do educando, como alertam Esteban (2002) e Pessoa (2007), e nessa concepção, ele intimida o discente, pois esse sente medo de ser exposto pelo seu não saber que é visto, nesta perspectiva, sob uma carga negativa e que irá condená-lo ao fracasso pela reincidência de seus erros. Logo, o aluno deixa de arriscar-se a resolver um problema, por medo de fracassar e ser punido ou ainda, conforma-se com o rótulo de incapaz que lhe foi atribuído e nem sequer procura entender o que lhe é dado, já que está acostumado a não obter sucesso, tornando-se apático.

Desse modo, frequentemente, o aluno que erra é considerado “fracassado”. No entanto, Carvalho (1997) alerta que quando erro e fracasso são associados, como se fossem causa e consequência, não se percebe que, enquanto o erro é um dado, algo detectável, o fracasso é resultado de uma interpretação do erro e não necessariamente sua consequência. O autor destaca, com ênfase, que o significado atribuído ao erro não passa de uma interpretação intimamente relacionada às concepções formadas sobre o erro no espaço escolar e fora dele.

Por isso, Pinto (2000) destaca a importância de uma outra forma de avaliar, que não considera apenas os resultados e não enfatiza o fracasso dos alunos, fazendo com que o erro oriente o professor sobre as deficiências de cada estudante, auxiliando-o a promover novas intervenções. Nesse contexto, avalia-se menos para punir e mais para formar. E assim, os erros matemáticos podem se tornar portas para a aprendizagem (MANDARINO *et al.*, 2010), proporcionando a reflexão sobre o processo utilizado para a resolução de um problema, e não apenas sobre o resultado obtido. Constrói-se, então, um cenário favorável à aprendizagem, onde o erro não constitui uma ameaça de fracasso, de reprovação, e sim a possibilidade de promover novos conhecimentos.

#### 4.3 UMA ABORDAGEM SOBRE OS ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DO 1º GRAU

O erro é parte integrante do processo de aprendizagem, pois constitui uma importante etapa de construção de um conhecimento, já que o educando está testando estratégias e

estabelecendo relações entre diferentes conhecimentos. Para Picolo, Teixeira e Vitória (2006), mesmo errando, o aluno está crescendo intelectualmente e errando ele também constrói uma aprendizagem. Sendo assim, todo o processo realizado pelo aluno para encontrar o resultado (certo ou não) durante a resolução de um problema, deve ser considerado. Cury (2007) justifica a importância de acompanhar o processo de resolução ao afirmar que aprender a dar uma resposta correta pode ser suficiente para que ela seja aceita e até convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido, pois, além da resposta correta, é necessário desenvolver habilidades que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução. Nessa forma de trabalho, a importância da resposta correta cede lugar à importância do processo de resolução.

É por meio da reflexão sobre o processo de resolução de um problema realizado pelo estudante, que se pode ter clareza de como este compreende os conhecimentos envolvidos, bem como do motivo que o impede de encontrar a solução correta. Conhecer o processo de pensamento do aluno e como ele compreende e articula os conhecimentos que possui na resolução de problemas é de suma importância em qualquer área do conhecimento. Como a presente pesquisa foca o campo matemático e, mais especificamente, a resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau, apresentar-se-á apenas estudos e pesquisas que tratam desse tema – desenvolvidas por estudiosos como L. Booth (1995), Kieran (1995) e Freitas (2002), dentre outros - abordando erros cometidos pelos alunos na resolução de equações algébricas do 1º grau, bem como as possíveis origens desses erros.

L. Booth (1995) relata os resultados obtidos com uma pesquisa desenvolvida no Reino Unido, entre os anos de 1980 e 1983, com alunos entre treze e dezesseis anos. O autor constatou que, apesar dos alunos com mais idade já terem contato com conteúdos algébricos mais complexos, apresentavam erros semelhantes aos dos alunos mais jovens, na resolução de equações do 1º grau. Ainda destaca possíveis fatores que originam esses erros, entre eles: o uso da notação e da convenção em álgebra, o significado das letras e das variáveis, os tipos de relações que os alunos realizam com o campo aritmético e os métodos empregados para a resolução.

Kieran (1995) também descreve um estudo realizado com seis alunos canadenses do 8º ano (7ª série) em relação aos erros cometidos por esses. A autora identifica origens semelhantes às propostas por L. Booth (1995), como conhecimento do significado das letras, métodos de resolução, concepções de equivalência e supergeneralização do procedimento de

resolução (os alunos iniciavam no final do segundo membro e seguiam em direção ao primeiro membro tomando as operações inversas à medida que elas se sucediam).

Freitas (2002), anos depois, realizou uma investigação com oitenta alunos brasileiros do Ensino Médio em relação aos erros cometidos na resolução de equações e suas origens. Primeiramente, propôs aos estudantes que resolvessem algumas equações, entre elas equações aritméticas e algébricas. Com o apoio desse instrumento, o autor categorizou os erros encontrados, resumidamente, em erros relacionados a aspectos conceituais e os relacionados a técnicas de resolução. Para inferir hipóteses sobre as origens dos erros, desenvolveu entrevistas clínicas com os estudantes, obtendo resultados compatíveis com os apresentados por L. Booth (1995) e Kieran (1995) em relação aos tipos de erros cometidos pelos alunos.

Para facilitar a discussão detalhada sobre os tipos de erros e suas origens utilizou-se, neste estudo, as duas grandes categorias propostas por Freitas (2002): erros relacionados a aspectos conceituais e erros relacionados a técnicas de resolução.

#### **4.3.1 Erros relacionados a aspectos conceituais e suas possíveis origens**

O conhecimento prévio dos conceitos e procedimentos envolvidos em um problema é um fator importante para uma resolução adequada, já que, na perspectiva de J. Booth e Koedinger (2008) e J. Booth (2011), para obter sucesso no domínio da resolução de problemas algébricos são necessários conhecimentos dos dois tipos. O primeiro é o conhecimento conceitual que diz respeito a reconhecer e compreender as características do problema, como o sinal de igualdade estabelecendo equivalência, as variáveis como representantes de vários números, os termos, os sinais negativos como ligados aos números, entre outros. Já o segundo tipo de conhecimento, o procedural, se refere à capacidade de realizar uma série de ações para resolver um problema. Assim, o conhecimento conceitual permite que o sujeito compreenda porque um procedimento é mais adequado para determinada tarefa. Como alertam J. Booth, Koedinger e Siegler (2007), conhecimentos anteriores mal formados ou lacunas nesses conhecimentos levam ao uso incorreto de procedimentos e a erros de procedimento na resolução de problemas.

Um dos erros destacados por L. Booth (1995), e também relatado na pesquisa de Freitas (2002), diz respeito à notação na escrita das equações. Para o autor, se faz necessária a distinção do aluno entre expressões como  $p : q$  e  $q : p$ . Este relata que os estudantes não observam essa distinção crucial quando registram ou quando resolvem as equações o que

resulta em erros posteriormente, sendo que a origem dessa indiferenciação pode ter raízes nas experiências anteriores que os estudantes tiveram em relação à aritmética.

Alguns alunos acham que a divisão, como a adição, é comutativa. Outros não veem necessidade de distinguir as duas formas, acreditando que o maior número sempre deverá ser dividido pelo menor. Isso parece decorrer da recomendação bem-intencionada feita pelo professor de matemática, no início do aprendizado da divisão, e da própria experiência dos alunos, pois todos os problemas de divisão encontrados em aritmética elementar, de fato, exigem que o número maior seja dividido pelo menor (BOOTH, L., 1995, p. 29-30).

Ele ainda sugere que uma forma de reverter essa concepção, seria confrontar mais precocemente os estudantes com situações concretas em que um número menor deverá ser dividido por um maior.

Outra fonte de erro muito comum na resolução de problemas, proposta por Lochhead e Mestre (1995), está nas concepções erradas concernentes à estrutura e à interpretação de afirmações algébricas e nos processos pelos quais se faz a tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica. Os autores alertam que os estudantes apresentam uma forte tendência em realizar uma associação à ordem das palavras, da esquerda para a direita, ao traduzirem, cometendo diversos erros. Esse tipo de erro de tradução também pode ser consequência da insuficiência de abstrações reflexionantes necessárias para que o sujeito estabeleça relações adequadas entre o enunciado verbal e os símbolos algébricos (PIAGET, 1995).

L. Booth (1995), Kieran (1995) e J. Booth (2011) relatam ainda outro erro comum apresentado pelos estudantes de suas pesquisas. Este diz respeito ao significado das letras. Os estudantes apresentaram dificuldades em conceber as letras como números desconhecidos (variáveis ou incógnitas). E ainda, muitas vezes, quando compreendiam que uma letra representava um valor numérico, muitos tendiam a pensar que esse valor era fixo para a letra que o representava, como se a letra “x” necessariamente tivesse que representar o valor numérico 2. Esta mesma dificuldade também é apontada por Usiskin (1995), que ainda afirma ser frequente a crença dos alunos de que uma variável é sempre uma letra que representa um número. Os autores justificam a presença dessa crença pelo fato de, na aritmética, as letras serem utilizadas como unidades de medida, como *cm* para centímetros, o que não ocorre na álgebra. Além disso, na aritmética, os símbolos que representam quantidades sempre significam um valor único, por exemplo, o valor representado pelo símbolo “3”. Não é



estranho, portanto, que as crianças tratem esses novos símbolos da mesma maneira, como se representassem quantidades.

A interpretação de letras e símbolos também é abordada por Matos e Da Ponte (2008) que destacam a importância de uma compreensão adequada das letras (ou símbolos), já que estas permitem expressar ideias matemáticas de forma rigorosa e condensada, possibilitando também um distanciamento em relação aos elementos semânticos que representam, ganhando independência e tornando-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas. Entretanto, os autores admitem que, apesar da simbologia constituir uma fonte de potencialidades em álgebra, esta impõe simultaneamente uma gama de conflitos e de dificuldades a muitos alunos.

Matos e Da Ponte (2008) verificaram dificuldades oriundas do uso da simbologia em dois estudos de caso realizados com dois alunos contrastantes: Sofia, 13 anos, com bom desempenho acadêmico; e André, 16 anos, com baixo desempenho acadêmico. Por meio de entrevistas preliminares os investigadores identificam as interpretações construídas pelos estudantes durante seu percurso escolar sobre o significado das letras e verificaram como essas interpretações implicavam em dificuldades na resolução de problemas. Para sanar ou diminuir algumas delas, foram realizadas intervenções com atividades de interpretação de símbolos.

Para analisar as concepções dos estudantes em relação aos símbolos literais, os pesquisadores utilizaram as categorias formuladas no projeto Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS) para um estudo sobre interpretação de símbolos literais com alunos entre 11 a 16 anos, entre 1974 e 1979. As categorias utilizadas foram:

- I. *Letra avaliada*: aluno substitui imediatamente letra por valor numérico sem operação;
- II. *Letra não considerada*: aluno reconhece letra, mas não vê necessidade de lhe atribuir significado;
- III. *Letra como objeto*: aluno compreende letra como abreviatura de objeto ou objeto em si;
- IV. *Letra como incógnita*: visão da letra como número específico, mas desconhecido, onde pode operar diretamente;
- V. *Letra como número generalizado*: aluno reconhece que a letra representa vários números ou que pode ser substituída por mais que um valor;
- VI. *Letra como variável*: letra representa conjunto de valores cuja alteração provoca uma alteração sistemática dos valores de cada uma das expressões em que está inserida.

Matos e Da Ponte (2008) observaram que, inicialmente, as interpretações mais frequentemente relatadas pelos estudantes pertenciam às categorias *letra como objeto* e *letra não considerada*. Porém, após intervenção, pode-se observar um crescimento significativo, principalmente em relação à aluna Sofia, que já concebia, em parte, os símbolos literais como variáveis, mostrando assim a possibilidade de ensino visando à interpretação do uso das letras em álgebra.

Outro fato importante, que foi observado por Freitas (2002) em sua pesquisa, diz respeito à verificação do resultado encontrado. Relata que, após resolverem a equação, os alunos eram questionados sobre a validade da resposta encontrada. Muitos deles não tinham certeza sobre o resultado e não demonstravam saber como determinar sua confiabilidade. Bernard e Cohen (1995) destacam que esse fato deriva da incompreensão do significado da raiz de uma equação. Os mesmos ainda afirmam que este deve ser um conhecimento básico para qualquer resolvidor de equações. Outra explicação para o fato dos estudantes não procurarem meios de comprovar sua resposta está relacionada ao sistema executivo e é abordada por Russel (2002), que afirma que os alunos costumam suspender precocemente a reflexão sobre o resultado e aceitam a primeira solução encontrada. O autor ressalta que isso é especialmente verificado em alunos que raciocinam mal, pois esses se satisfazem com o primeiro modelo mental do problema que criam e atêm-se a um processamento superficial, o que justifica o fracasso em sua tentativa de distanciamento mental.

Erros na resolução de equações também derivam da incompreensão do sinal de igualdade como uma equivalência entre membros. Esse erro, evidenciado por Freitas (2002) durante a realização de entrevistas com os estudantes, está relacionado à interpretação do sinal de igualdade como um símbolo unidimensional que precede a resposta numérica de um problema. Kieran (1995) e J. Booth (2011) alertam que essa concepção sobre o símbolo de igualdade também está ligada ao ensino de aritmética onde, muitas vezes, os estudantes apenas têm contato com problemas que imprimem essa lógica e, na maior parte dos problemas a operação é apresentada na vertical e, quando apresentada na horizontal, aparece no formato  $4+5=9$  (com números e operações do lado esquerdo do sinal de igual e a resposta ou espaço vazio à direita).

Por fim, L. Booth (1995) ainda destaca um último erro cometido pelos educandos, também com raízes aritméticas: o não uso dos parênteses. Para o autor, os alunos não utilizam os parênteses na escrita de equações porque pensam que a sequência escrita de operações determina a ordem em que os cálculos devem ser efetuados. Além disso, muitos acreditam

que o valor de uma expressão não muda devido à ordem dos cálculos. Assim, registram equações como  $3.(x+5)=24$ , como  $3.x+5=24$  e acabam desenvolvendo primeiro a multiplicação ( $3.x$ ) e, por último a adição ( $+5$ ), pensando que o resultado obtido não se alterará.

A maioria dos erros cometidos pelos estudantes, então, não são de ordem algébrica, mas de conceitos e concepções aritméticas mal compreendidas. Por fim, cabe ainda destacar que alguns estudantes não chegam a cometer erros propriamente. Esses alunos apresentam tanta dificuldade que sequer compreendem bem o que representa uma equação, muito menos o que esta envolve em sua resolução (BOOTH, L., 1995; DA PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

#### **4.3.2 Erros relacionados a técnicas de resolução e suas possíveis origens**

Erros cometidos pelos alunos e relacionados ao uso de métodos informais são descritos por L. Booth (1995). O autor salienta que os métodos informais são importantes para a aprendizagem, mas que os estudantes também devem conhecer e empregar métodos formais de resolução de equações. L. Booth (1995) relata que alunos que não costumam representar, por exemplo, adições como sentenças escritas, utilizando apenas métodos de contagem, possivelmente terão dificuldades de generalizar, algebricamente, essas sentenças.

Kieran (1995) destaca a supergeneralização de uma estratégia como origem de erros na resolução de equações. A autora relata que as experiências com situações aritméticas abertas vivenciadas pelos alunos, faz com que esses acreditem que para solucionar equações e descobrir o termo desconhecido, devem aplicar as operações inversas, partindo do segundo membro da equação em direção ao primeiro, como realizavam nas situações aritméticas abertas.

Da Ponte, Branco e Matos (2009) e Matsuda e colaboradores (2009) destacam erros de procedimento com origens na má compreensão ou falta de compreensão do conceito de variável, como a adição de termos que não são semelhantes ( $3+4n=7n$ ). Os autores também destacam a adição incorreta de termos semelhantes ( $-4x+2x=6x$ ) que pode ter origem em conhecimentos mal formados sobre números inteiros e racionais.

Por fim, Freitas (2002) evidencia a grande frequência de erros cometidos pelos sujeitos de sua pesquisa em relação à transposição de elementos do primeiro membro para o segundo (18,27% na transposição de termos independentes; 23,08% de termos em  $x$  e 11,54%

em ambos). Esses erros na resolução têm origem em conhecimentos prévios dos mais variados (números inteiros, concepção de operações e outros), como relatado pelo autor.

Por intermédio dos estudos expostos, pode-se perceber que, apesar da divisão em duas categorias para a abordagem neste estudo, os erros conceituais e procedurais estão intimamente relacionados e constituem obstáculos à aprendizagem do aluno que precisam ser transpostos, pois, como alertam J. Booth, Koedinger e Siegler (2007), o uso de procedimentos incorretos na resolução de equações está associado à falta de conhecimento das características conceituais. Essas incompreensões conceituais levam os estudantes a resolver menos problemas de forma correta e, em alguns casos, a aprender menos com a instrução, a menos que sejam corrigidos. Posto isso, estes autores sugerem que a melhoria do conhecimento conceitual algébrico é necessária para que ocorra aprendizagem.

#### 4.4 O ERRO COMO POSSIBILIDADE DE ENSINAR E APRENDER

No momento em que o erro é utilizado como fonte de pesquisa para verificar as carências dos alunos e auxiliá-los na superação dessas, está sendo tratado, na visão de Vasconcellos (2008), como uma abertura a novas possibilidades, o que se faz necessário no âmbito escolar, pois como mostra Luckesi (1998) o fato de não chegar à solução bem-sucedida pode ser o trampolim para um novo salto. Os erros, pois, podem ser utilizados de forma positiva na medida em que são identificados e compreendidos pelo educador como indício de uma aprendizagem que ainda não se realizou por inteiro.

Dessa forma, “quando um aluno comete um erro, ele expressa o caráter incompleto de seu conhecimento. Esta é, na verdade, uma oportunidade de o professor ajudá-lo a adquirir o conhecimento que lhe falta ou levá-lo a reconhecer por que errou” (PINTO, 2000, p. 54). Porém, para que os erros sejam utilizados como possibilidade de ensinar e aprender é necessário que o educador se motive a participar ativamente, investigando e promovendo ações de intervenção para auxiliar o aluno a construir o conhecimento. Dois fatores indispensáveis para isso são a observação e análise dos erros. Para Pinto (2000), o termo “observável” traz implícita a ideia de construção, ou seja, algo que é observado a partir das relações que envolvem as transformações do objeto. Assim, captar o sentido de erro requer também, para o professor, a compreensão de sua natureza, de modo que possa captar as inter-relações do erro no cotidiano da sala de aula. Dessa forma, o erro torna-se primeiro “um observável” para o professor, mas esse tem a tarefa de auxiliar o educando para que aos

poucos também possa tomar consciência e refletir sobre seus erros, como recomendam Davis e Espósito (1991).

Uma alternativa para possibilitar ao estudante essa reflexão é aprimorar sua metacognição, auxiliando-o a desenvolver estratégias de reflexão sobre seus saberes e não saberes, bem como monitorá-los e regulá-los durante a resolução de um problema. Aspectos relativos à metacognição, e como esta pode auxiliar no processo de aprendizagem, compreensão e prevenção dos erros, serão apresentados no próximo capítulo.

## 5 METACOGNIÇÃO

Neste capítulo tratar-se-á da metacognição. Primeiramente, refletir-se-á sobre a origem e definição do termo e os processos que engloba, bem como a pertinência da metacognição às funções executivas, com aporte em autores que têm explorado o tema. Após, tratar-se-á da metacognição como um auxílio à aprendizagem dos alunos, aprimorando-a e, principalmente, como possibilidade de compreensão e prevenção dos erros cometidos pelos estudantes, por meio de estratégias metacognitivas. Por fim, abordar-se-á a metacognição na resolução de problemas matemáticos, buscando transpor essas reflexões para a temática de resolução de equações algébricas do 1º grau.

### 5.1 ORIGEM E DEFINIÇÃO DO TERMO METACOGNIÇÃO

A metacognição, termo cunhado por Flavell na década de 1970, inicialmente foi definida como cognição além da cognição. Entretanto, como revelam De Jou e Sperb (2006), diferente da compreensão atual, entendia-se por metacognição apenas o conhecimento que o indivíduo possuía sobre sua cognição como, por exemplo, o conhecimento sobre sua memória (metamemória). Posteriormente, por meio do enfoque do Processamento da Informação, proposto pela Psicologia Cognitiva - concepção abordada nesta pesquisa - acoplou-se a esse termo outros conceitos.

Em seu estudo, Wolfs (2000) apresentou a posição de diversos estudiosos da metacognição, abordando duas dimensões mais comumente distinguidas pelos autores: conhecimento metacognitivo e controle metacognitivo (ou autorregulação). O conhecimento metacognitivo, como define Flavell (1979), refere-se às crenças dos indivíduos sobre fatores ou variáveis que afetam o andamento e o resultado de uma atividade cognitiva. Já a autorregulação é referida por Panaoura (2007), como a capacidade de utilizar o conhecimento metacognitivo estrategicamente para alcançar objetivos cognitivos. A autorregulação, assim, compreende a seleção, combinação e coordenação de estratégias de forma efetiva a fim de solucionar um problema, bem como o monitoramento do progresso em direção à solução.

Ainda em relação à autorregulação, Zimmerman (2002) esclarece que esta não se trata de habilidades mentais ou acadêmicas, mas sim do processo de autodireção pelo qual o estudante transforma suas habilidades mentais em habilidades acadêmicas. Dessa forma, a regulação do conhecimento envolve a utilização de mecanismos autorregulatórios durante a

realização de tarefas, incluindo planificação, verificação, monitorização, revisão e avaliação das realizações cognitivas (SOUZA, 2007).

Com o propósito de propor uma melhor definição do termo, Flavell (1979) desenvolveu um modelo de monitoramento cognitivo, integrando as duas dimensões acima apresentadas, que consiste em comportamentos e conhecimentos que devem ser desenvolvidos pela criança. Para o autor, o monitoramento de muitas das atividades cognitivas ocorre por meio da ação e da interação de quatro classes de fenômenos: conhecimento metacognitivo, experiências metacognitivas, objetivos (ou tarefas) e ações (ou estratégias).

Nesse modelo, o conhecimento metacognitivo é dividido em três categorias: indivíduo, tarefa (conhecimento sobre a natureza da informação) e estratégia (informações sobre ações que permitem êxito na tarefa). A categoria indivíduo ainda recebe as seguintes subdivisões: crenças intraindividuais (sobre si mesmo), interindividuais (comparações sociais) e universais (conhecimento dominante na cultura). As experiências metacognitivas são de ordem afetiva e possibilitam a avaliação das dificuldades e desenvolvimento dos meios de superação. Estão presentes na experimentação de uma dificuldade ou em uma falta de compreensão. Dessa forma, conhecimento metacognitivo e experiências metacognitivas estão relacionados ao passo que o conhecimento auxilia na interpretação das experiências e essas, por sua vez, contribuem modificando o conhecimento.

Outra classe de fenômenos da metacognição é a dos objetivos, os quais são os responsáveis por motivar o desenvolvimento da tarefa cognitiva. Já as ações são as estratégias utilizadas para potencializar e avaliar a tarefa desenvolvida. Flavell (1979) acredita que, por meio do monitoramento, o indivíduo pode autorregular-se, tornando-se mais eficiente na resolução de problemas, pois, como afirmam Pintrich e De Groot (1990), a autorregulação é um importante aspecto do desempenho acadêmico. Sendo assim, Flavell (1979) preocupou-se bastante com a compreensão da metacognição e o que esse termo engloba. Preocupação também apresentada por Ribeiro (2003) que alerta para a confusão causada em virtude da amplitude do termo, destacando que um dos fatores que contribui para isso é sua abordagem em diferentes correntes teóricas. No entanto, a autora também distingue as duas formas de entendimento da metacognição no âmbito educacional:

*conhecimento sobre o conhecimento* (tomada de consciência dos processos e das competências necessárias para a realização da tarefa) e *controle ou autorregulação* (capacidade para avaliar a execução da tarefa e fazer correções quando necessário –

controle da atividade cognitiva, da responsabilidade dos processos executivos centrais que avaliam e orientam as operações cognitivas) (RIBEIRO, 2003, p. 110, grifo do autor).

De Jou e Sperb (2006), em relação à definição de metacognição, propõem uma integração entre o modelo de monitoramento cognitivo de Flavell, que enfatiza componentes que fazem parte do sistema metacognitivo, e o modelo metacognitivo de Nelson e Narens, que aborda o fluxo de informação e focaliza os processos de monitorização e autorregulação da habilidade metacognitiva. Este modelo de Nelson e Narens (1990) apresenta dois níveis hierárquicos, nível meta e nível objeto. O nível meta seria de atuação metacognitiva e o nível objeto de atuação cognitiva. Além disso, esse modelo ainda comporta duas relações, controle e monitoramento. Assim, para que haja monitoramento é necessária a fluência da informação do nível objeto para o nível meta e para que haja autorregulação, a informação deve fluir do nível meta para o nível objeto (NELSON; NARENS, 1990).

Nesse contexto, ao resolver um problema, representando-o mentalmente por meio da utilização de conhecimentos ativados na memória, um estudante estaria utilizando as estruturas propostas por Flavell – conhecimento e experiência metacognitiva, objetivo e ação – e, com posse desses dados, elaboraria uma resolução no nível meta. Após a cognição atuária, de acordo com o modelo de Nelson e Narens, fazendo o fluxo da informação entre os níveis até a resolução final do problema. Sendo assim, De Jou e Sperb (2006), concluem que a metacognição atualmente não se caracteriza somente como conhecimento sobre cognição, mas também é compreendida como uma fase do processamento de alto nível que é adquirida e desenvolvida com a experiência e o acúmulo de conhecimento pelo indivíduo.

Além das dificuldades e falta de consenso sobre o que abarca sob o termo “metacognição”, ainda há preocupação dos autores em distinguir cognição de metacognição. Ribeiro (2003) demonstra essa preocupação ao diferenciar em seu estudo o que é *meta* e o que é *cognitivo*. Para a autora, cognição se refere, restritamente, a representações proposicionais. Já a metacognição diz respeito ao conhecimento sobre o próprio conhecimento, à avaliação, organização e regulação do conhecimento cognitivo, entre outras atividades mentais. No entanto, ainda não há um consenso sobre essa diferenciação.

Outro aspecto da metacognição sobre o qual não há consenso diz respeito ao seu pertencimento às funções executivas. Sabe-se que a metacognição tem sido considerada uma função executiva por autoras como Mello (2009) e Dias e Seabra (2009). Essas autoras



alertam para a existência de controvérsias causadas pela abrangência do conceito de funções executivas.

Malloy-Diniz e colaboradores (2008, p. 187) definem as funções executivas como “habilidades que, de forma integrada, permitem ao indivíduo direcionar comportamentos a metas, avaliar a eficiência e adequação desses comportamentos, abandonar estratégias ineficazes em prol de outras mais eficientes e, desse modo, resolver problemas”. Mello (2009), ao enunciar uma lista de funções executivas, destaca a metacognição como uma delas. Porém, nesse estudo, a autora não discorre sobre essa relação. O mesmo ocorre no estudo de Dias e Seabra (2009) que definem funções executivas como

um conjunto de processos cognitivos e metacognitivos, os quais permitem ao indivíduo perceber e responder de modo adaptativo aos estímulos ambientais, mudar de planos de ação de modo flexível, antecipar objetivos e consequências futuras e responder de modo adaptativo frente a um objetivo proposto (DIAS; SEABRA, 2009, s/p).

Já Fernandez-Duque, Baird e Posner (2000) sugerem a existência de relações entre a metacognição e as funções executivas. Os autores propõem essa relação pelo fato de ambas envolverem habilidades para monitorar e controlar o processamento de informações necessárias à produção de uma ação voluntária. Outra evidência destacada pelos autores está relacionada à associação da metacognição ao lobo frontal, localização comum às funções executivas.

Apesar de alguns autores evidenciarem algumas relações entre a metacognição e as funções executivas, chegando, por vezes, a considerar a metacognição como uma função executiva (MELLO, 2009; DIAS; SEABRA, 2009), há discordância quanto a essa pertinência. Meltzer e Krishan (2007) justificam essa falta de consenso pelo fato das funções executivas consistirem de processos mais globais e amplos que as estratégias metacognitivas. Além disso, como discutido pelas autoras, o termo “funções executivas” constitui um conjunto muito abrangente, abarcando muitos processos cognitivos complexos relacionados a comportamentos intencionais e dirigidos a objetos.

Corso e colaboradores (2012), em revisão literária sobre a aprendizagem, também trazem à discussão esses dois conceitos – metacognição e funções executivas – que parecem tratar de capacidades mentais semelhantes, justificando a falta de consenso sobre a relação entre estes construtos pelo fato de estarem baseados em diferentes teorias. A metacognição é

um conceito central da Psicologia Cognitiva, mais especificamente, da abordagem de Processamento da Informação, abrangendo funções que vão além da própria cognição, não se relacionando com habilidades mentais específicas, mas oferecendo uma organização abrangente para essas. Já as funções executivas, estão baseadas em uma abordagem neuropsicológica e designam a capacidade de gerenciamento dos recursos cognitivos, estando relacionada com o córtex pré-frontal.

As autoras ainda esclarecem que na perspectiva da abordagem do processamento da informação, os fatos metacognitivos são postos como operações que são desempenhadas por um sistema executivo, capaz de avaliar as operações de todo o sistema. Assim, a metacognição corresponde a um subsistema de controle que está contido no sistema cognitivo, com a finalidade de planejar, elaborar, monitorar e regular estratégias para potencializar sua cognição. As funções executivas, por sua vez, são responsáveis pela organização das capacidades perceptivas, amnésicas e práxicas dentro de um contexto, tendo como propósito estabelecer um objetivo; iniciar a proposta; planejar e monitorar as etapas de execução, modificando o modelo quando necessário; e avaliar o resultado final comparando-o com o objetivo inicial.

Dessa forma, Corso e colaboradores (2012) afirmam que ambos, funções executivas e metacognição, descrevem atividades mentais que envolvem planejamento, monitoramento e controle das próprias ações. Entretanto, as autoras trazem o mesmo problema já abordado anteriormente: a abrangência excessiva desses conceitos. Apesar da falta de esclarecimento sobre o que englobam estes construtos - sendo este um desafio para a psicologia e para a neuropsicologia, como bem colocam Corso e colaboradores (2012) - há certa clareza sobre a importância dessas atividades mentais de planejamento, monitoramento e regulação na resolução de problemas (contexto investigado neste estudo) e, de forma mais abrangente, à aprendizagem de modo geral.

## 5.2 METACOGNIÇÃO E APRENDIZAGEM

Piaget já considerava que a reflexão das crianças sobre os problemas com que se defrontam e a consideração de possibilidades de resolução eram aspectos importantes do desenvolvimento cognitivo (FISHER, 1998). Flavell (1979), utilizando o termo metacognição (mas tratando do mesmo processo de reflexão sobre o pensamento), alertava para a validade dessa reflexão aplicada à aprendizagem, acreditando que um bom monitoramento resultava

em aprender melhor, defendendo assim a prática metacognitiva como estratégia para aumentar a quantidade e qualidade de conhecimento metacognitivo, bem como as habilidades de monitoramento. Dessa forma, o exercício deste monitoramento pelo aluno, levaria à autorregulação da aprendizagem, melhorando o desempenho acadêmico. Essa perspectiva é compartilhada por Ribeiro (2003) que destaca a relevância adquirida pela metacognição no cenário educacional, já que permite ao indivíduo monitorar, autorregular e elaborar estratégias para potencializar sua cognição, afirmando ser este um fator importante na aprendizagem.

Objetivando as relações existentes entre a metacognição e a aprendizagem, tem-se desenvolvido diversos estudos empíricos e teóricos (ZIMMERMAN; MARTINEZ-PONS, 1986, 1988; ABLARD; LIPSCHULTZ, 1998; DE JOU; SPERB, 2006; JOLY, 2008; PANAOURA, 2007). Zimmerman e Martinez-Pons (1986) realizaram um estudo com estudantes universitários para verificação do uso de quatorze estratégias de autorregulação, entre elas: autoavaliação; organização e transformação; definição de objetivos e planejamento; busca de informações; tomar notas e automonitoramento; estruturação do ambiente; autoconsequências; recuperação e memorização; busca de ajuda de pares, professores ou adultos e revisão de notas, testes ou livros. As verificações foram realizadas por meio de entrevistas livres com quarenta estudantes e comparadas com seu desempenho acadêmico. Obteve-se como resultado que estudantes com melhor desempenho relatavam a utilização de um número maior de estratégias de autorregulação e, geralmente, lançavam mão de conjuntos de estratégias para desempenhar uma tarefa. Já os alunos com menor desempenho acadêmico, apesar de relatar o uso de algumas estratégias, sempre as utilizavam de maneira isolada. Por exemplo, na categoria de estratégias denominada “busca de ajuda”, 53% dos alunos com melhor desempenho relatam pedir auxílio a pares e 35% a adultos, já entre os alunos com menor desempenho, apenas 23% pediam ajuda a pares e 8% a outros adultos.

Em um estudo posterior, Zimmerman e Martinez-Pons (1988), dentre outros objetivos, compararam o relato de utilização de estratégias de autorregulação pelos estudantes com o relato dos professores sobre o desempenho dos alunos em sala de aula. Para isso, os autores investigaram uma amostra de oitenta alunos do Ensino Médio, a maioria com quinze anos de idade, em relação às mesmas quatorze categorias de estratégias de autorregulação do estudo anterior (ZIMMERMAN; MARTINEZ-PONS, 1986), encontrando correlações significativas entre os relatos dos estudantes e as observações dos professores.

De forma semelhante, um estudo realizado por Ablard e Lipschultz (1998), revelou que alunos que relatavam utilizar mais frequentemente estratégias de autorregulação, demonstravam níveis mais altos de desempenho acadêmico. Entretanto, os autores alertam para o fato de existirem muitos alunos que apresentam bom desempenho acadêmico sem necessariamente utilizar estratégias metacognitivas. Esses estudantes geralmente utilizam outras estratégias de ordem cognitiva, como: codificações e recuperações eficientes de informações, além de prestar atenção quando a matéria é apresentada pelo professor.

Nesse mesmo estudo, os autores revelaram também que uma das categorias de estratégias mais utilizadas pelo grupo estudado era a busca de ajuda social (professor, pares ou outros adultos), estratégia que também foi significativamente relatada pelos educandos estudados por Zimmerman e Martinez-Pons (1986), principalmente por aqueles com bom desempenho acadêmico. Newman (1990) atribui esse resultado ao fato de alunos que se percebem como competentes, verem a procura de ajuda como uma estratégia instrumental para diminuir as dificuldades. Já os alunos que se percebem como pouco competentes acreditam que o professor e os colegas não estão dispostos a ajudá-los e temem uma reação negativa, especialmente quando acreditam que há uma expectativa de que deveriam conhecer sua tarefa e realizá-la sem auxílio.

Já Wernke e colaboradores (2011) foram além da verificação das diferentes estratégias metacognitivas utilizadas pelos estudantes e desenvolveram dois estudos com o objetivo de investigar se diferentes dimensões das estratégias metacognitivas poderiam ser empiricamente diferenciadas em estudantes do 4º, 5º e 6º ano do ensino fundamental, entre outros objetivos. Para isso, os autores aplicaram um questionário com quatro subescalas metacognitivas, contemplando a classificação proposta por Pintrich (2000), após confrontar os estudantes com uma situação escolar típica (ler um texto e responder a questões de interpretação).

As dimensões das estratégias metacognitivas, propostas por Pintrich (2000) e utilizadas no estudo de Wernke e colaboradores (2011), são:

- Planejamento: análise da tarefa e conteúdo educacional;
- Monitoramento: estratégias utilizadas para possibilitar a observação da efetividade do desempenho e comportamento de aprendizagem;
- Regulação: estratégias usadas quando aparecem problemas durante o processo de aprendizagem;
- Avaliação: estratégias utilizadas para conferir se os objetivos foram alcançados ou não.

Por meio de uma análise fatorial, os autores não verificaram diferenças entre as quatro fases, apenas em relação à fase de planejamento, sendo que as fases de monitoramento, regulação e avaliação apresentaram alta correlação, não podendo ser diferenciadas empiricamente, mesmo nos estudantes de mais idade. Apesar dessa indiferenciação, os autores afirmam a importância de conceber as estratégias metacognitivas nestas quatro dimensões com a finalidade de planejar e administrar treinamentos de estratégias, bem como realizar estudos, já que estratégias que contemplem essas quatro dimensões são indispensáveis para uma regulação metacognitiva.

Outra autora que contribui quanto a estratégias metacognitivas é Joly (2008) que, por meio da construção de uma escala para verificar o uso de estratégias metacognitivas na compreensão da leitura, também apresentou várias estratégias significativas para a resolução de problemas, como: reler trechos em que não há compreensão, analisar a lógica das informações do texto, ficar atento a dados importantes, entre outros. Pode-se estabelecer essa relação, pelo fato da atividade de resolução de problemas matemáticos também exigir compreensão leitora.

Como Joly (2008), Panaoura (2007) também investigou uma área específica do conhecimento, neste caso, a Matemática. Seu estudo objetivou verificar o impacto da influência do processamento da informação e da memória de trabalho nos processos metacognitivos. A autora investigou se essas inter-relações tendem a mudar com o desenvolvimento dos alunos. Encontrou, também, relações entre os construtos investigados, verificando que o desenvolvimento de um dos fatores influencia no desenvolvimento das outras duas habilidades. Para isso, estudou um grupo de cento e vinte e seis crianças (de 8 a 11 anos), entre o 4º e o 6º ano (3ª e 5ª séries) de seis escolas distintas, em três fases com intervalos de três a quatro meses. Entre os instrumentos utilizados para a coleta de dados, estava o questionário de desempenho metacognitivo, composto por trinta itens que avaliavam o julgamento de conhecimento e estratégias utilizadas pelos estudantes para estudar o conteúdo e solucionar problemas propostos.

Ainda sobre as relações entre o uso de estratégias metacognitivas e desempenho acadêmico, Nota, Soresi e Zimmerman (2004) alertam que não existem evidências claras de que a influência do uso de estratégias metacognitivas pelos alunos seja preditora do desempenho acadêmico desses. Porém, os autores alertam que pesquisas realizadas (como as descritas acima) apontam para isso. De forma mais concreta, os benefícios do uso da metacognição no âmbito escolar são explicitados no estudo de Pressley e Gaskins (2006), que

trazem o relato de uma escola localizada em Media, na Pensilvânia, chamada Benchmarck que incluiu em seu currículo o ensino de estratégias metacognitivas, especialmente de leitura, que são trabalhadas com os estudantes desde as séries iniciais da escola básica. Nessa escola, os educadores têm o papel fundamental de incentivar os alunos a utilizar as estratégias aprendidas, por meio de questionamentos antes, durante e após uma atividade de leitura.

A proposta desenvolvida por essa escola exemplifica as afirmações realizadas no estudo de Andretta e colaboradores (2010, p. 10) de que

os componentes metacognitivos podem ser desenvolvidos ou reconfigurados em sala de aula, construindo um ambiente favorável para que o aluno reconheça e utilize características cognitivas, motivacionais, pessoais e situacionais, bem como, avaliar e administrar suas próprias aprendizagens, pensando sobre processos e estratégias cognitivas utilizadas na construção de significados e na resolução de problemas e não apenas sobre conteúdos.

A necessidade de estimulação da metacognição pelo professor também é destacada por Ribeiro (2003). Para a autora, o educador precisa oferecer aos alunos momentos propícios para que esses desenvolvam sua metacognição em contextos de resolução de problemas onde há a necessidade de escolher a estratégia apropriada para a resolução, antecipando as consequências de sua escolha. A autora ainda afirma que este gênero de atividade pode dar ao aluno, sobretudo se apresenta dificuldades, oportunidade de conduzir de maneira refletida suas próprias operações cognitivas. Assim, a prática metacognitiva conduz a uma melhora da atividade cognitiva e, conseqüentemente, da aprendizagem, pois, como alertam Özsoy e Ataman (2009), quando o sujeito percebe como os processos cognitivos operam, é capaz de controlá-los e usá-los de modo mais eficiente, adequando-os a uma aprendizagem mais qualificada.

Sendo assim, oportunizar o uso da metacognição em sala de aula é extremamente importante, mas, como alertam Pintrich e De Groot (1990), não garante a promoção da aprendizagem. Os autores alertam que para haver aprendizagem deve primeiro haver motivação para utilizar a metacognição e afirmam que os estudantes precisam de vontade e habilidade para aprender e estes componentes devem ser integrados pelos professores em seus modelos de aprendizagem.

Ainda em relação à escola Benchmarck, Pressley e Gaskins (2006) afirmam que o ensino nesta instituição é realmente diferenciado e demonstra que estudantes passivos e com histórico de fracasso podem tornar-se ativos e ter sucesso escolar com o uso adequado da

metacognição. Os benefícios do uso da metacognição por alunos com dificuldade de aprendizagem também são destacados por Veenman, Van Hout-Wolters e Afflerbach (2006), que afirmam que um adequado nível de metacognição pode compensar as limitações cognitivas dos alunos. Araújo (2009) destaca esses benefícios ao salientar que o uso de estratégias metacognitivas auxilia os alunos a tomar consciência da ineficiência de algumas estratégias por eles utilizadas, ajudando-os a construir e utilizar de forma correta estratégias mais eficientes.

Por possibilitar o aprimoramento da aprendizagem, o uso da metacognição também pode auxiliar os alunos na detecção de erros e correção dos mesmos, como sugerem Pieschl (2009) e Andretta e colaboradores (2010). Shimamura (2000) e Fernandez-Duque, Baird e Posner (2000) concordam com a existência de uma relação entre a metacognição e a compreensão do erro, já que a regulação metacognitiva auxilia na detecção de erros. Assim, o uso de estratégias metacognitivas pode auxiliar o aluno não só a compreender os erros cometidos, mas também a preveni-los, pelo monitoramento e regulação de seus conhecimentos e dos procedimentos utilizados durante a resolução de um problema.

No entanto, Pintrich e De Groot (1990) alertam que não basta o estudante ter o conhecimento de estratégias, ele deve saber também como e quando utilizá-las. Além disso, Pieschl (2009) destaca que, muitas vezes, os alunos podem autorrelatar o uso de estratégias que na prática não utilizam. Isso ocorre pelo fato dos estudantes não possuírem um julgamento preciso que, como afirma Metcalfe (2009), é essencial ao aluno autorregulado, que também deve convertê-lo (o julgamento) em estratégias, visando melhorar sua aprendizagem. Como há estudantes que relatam o uso de estratégias que na verdade não utilizam, também existem estudantes que relatam não utilizar uma estratégia que de fato empregam. Isso, provavelmente, ocorre porque tal estratégia, após frequente utilização, transformou-se em habilidade e não há mais demonstração de controle consciente sobre ela, como revela Marini (2006).

O fato dos estudantes relatarem conhecer estratégias, mas não utilizá-las quando desenvolvem uma atividade pode também ser explicado com base na Epistemologia Genética, tomando o processo de tomada de consciência (PIAGET, 1977). Guimarães, Stoltz e Bosse (2008) argumentam que a tomada de consciência e a metacognição são processos inseparáveis e complementares, pois, enquanto o saber é um conhecimento prático e inconsciente, não é possível ao sujeito refletir sobre ele, regulá-lo e controlá-lo. Nesse momento, pode-se até utilizar estratégias metacognitivas para agir sobre o objeto, mas não há possibilidade de ativar

estratégias metacognitivas que permitam uma ação planejada, antecipada e controlada. Sob a ótica das autoras, para que o aluno aplique estratégias metacognitivas sobre um conhecimento é necessário que, primeiro, tome consciência desse saber. Guimarães, Stoltz e Bosse (2008) ainda argumentam que, nessa perspectiva, a tomada consciência parece ser pré-requisito para a metacognição, pois o sujeito não atinge níveis mais elevados de consciência (tomada de consciência dos elementos centrais da ação) sem que haja um exercício metacognitivo. Desse modo, como bem destaca Piaget (1977), no início há apenas a ação prática e inconsciente até que os resultados dessa ação, ao se tornarem observáveis, auxiliem o sujeito a tornar os objetivos iniciais mais claros e conscientes. E, a partir dessa consciência dos elementos periféricos (objetivos iniciais e resultados alcançados) o sujeito pode refletir sobre eles, utilizando suas estratégias metacognitivas, e isso lhe possibilitará alcançar a compreensão desses elementos periféricos (GUIMARÃES; STOLTZ; BOSSE, 2008).

As autoras ainda alertam que os resultados obtidos, após essa reflexão, podem não satisfazer as necessidades desse sujeito que, ainda em desequilíbrio cognitivo, continua refletindo sobre seus objetivos e resultados até que essa reflexão lhe permita tomar consciência dos meios utilizados (elementos centrais da ação). E assim, os meios utilizados na ação podem se tornar objeto de reflexão, por meio da aplicação de estratégias metacognitivas, permitindo que o sujeito reflita sobre suas possibilidades e limitações na tarefa desenvolvida. Como resultado desse processo de reflexão e consciência, o sujeito pode iniciar uma nova ação, agora planejada e controlada em pensamento. Por essa perspectiva, a metacognição é uma ferramenta necessária ao processo de tomada de consciência, já que o sujeito não alcança níveis mais elevados de consciência de suas condutas sem lançar mão de estratégias metacognitivas. Mas, também, não é possível utilizar a metacognição sem que o objeto de conhecimento esteja acessível à consciência do sujeito.

Dessa forma, os alunos que relatam conhecer estratégias metacognitivas, mas não as utilizam, podem ainda não ter tomado consciência (ou não ter atingido o nível necessário de consciência) do conhecimento sobre o qual pretendem aplicar suas estratégias. Pode ainda, o conhecimento que os estudantes possuem sobre estratégias metacognitivas ser um conhecimento informal, que não é totalmente compreendido. Então, os estudantes não conseguem estabelecer relações entre as estratégias metacognitivas e o conhecimento sobre o qual deveriam aplicá-las, ou seja, não há abstrações reflexionantes suficientes para estabelecer essas relações, uma vez que o conhecimento metacognitivo não é totalmente consciente.



Se para explicar as diferenças entre autorrelato e uso real de estratégias metacognitivas os autores apontam diferentes causas que podem estar relacionadas, no que se refere ao uso apropriado de estratégias metacognitivas, há consenso entre estudiosos de que um bom lugar para ensinar os educandos a utilizar estes recursos é a sala de aula. Zimmerman (2002) além de se mostrar a favor do ensino da metacognição, também alerta que, ao contrário do que muitos educadores pensam, a autorregulação da aprendizagem não é desenvolvida naturalmente, pois é um processo que envolve o estabelecimento de metas, uso de estratégias e autoavaliação, necessitando assim de instrução, que pode ser fornecida pelo professor ou por pares.

Estudiosos como Scallon (2000), Ribeiro (2003), Davis, Nunes e Nunes (2005), Veenman, Van Hout-Wolters e Afflerbach (2006) e Özsoy e Ataman (2009) também defendem o ensino da metacognição na escola, pois, por seu intermédio o aluno pode construir conhecimentos e habilidades que tenham maior possibilidade de sucesso e de transferência, aprender estratégias de solução de problemas que sejam passíveis de serem autorreguladas, adquirir autonomia na gestão de tarefas e nas aprendizagens, autorregulando-se e ainda construir uma autoimagem de aprendiz produtivo e, com isso, obter motivação para aprender. Assim, a utilização da metacognição em sala de aula pode se tornar um bom caminho para ensinar os estudantes a aprender a aprender.

Para implementar a instrução metacognitiva em sala de aula, Veenman, Van Hout-Wolters e Afflerbach (2006) apresentam três princípios: a) situar a instrução metacognitiva no conteúdo da disciplina para que haja conectividade; b) informar aos discentes sobre a utilização da metacognição para incentivá-los a aplicá-la; e c) prolongar a prática metacognitiva para garantir sua manutenção durante a realização da atividade cognitiva. Já Hassan (2003) traz uma sugestão de atividade para auxiliar o educando a desenvolver estratégias metacognitivas conscientemente. Para isso, como propõe o autor, o estudante deve ser estimulado a pensar em voz alta, pois essa técnica induz os alunos a se tornarem mais conscientes sobre o que estão pensando, sobre sua compreensão, sobre o que não devem fazer e sobre o que devem fazer quando não há compreensão.

Já Blakey e Spence (1990), nomeiam uma série de ações que podem ser realizadas pelo professor, com o propósito oferecer treinamento metacognitivo aos estudantes, como:

- Instigar os estudantes a escrever sobre o que sabem e o que não sabem;
- Instigar os alunos a explicitar seu pensamento, sendo que o professor, ao resolver um problema com os estudantes, também deve expressar seu pensamento em voz alta

durante a resolução, a fim de auxiliar os estudantes a construir um vocabulário comum para explicitar e discutir seu pensamento durante a resolução do problema;

- Manter um diário de pensamento: o aluno deve refletir sobre seu pensamento e tomar nota de ambiguidades e inconsistências, bem como comentar como lidou com as dificuldades;
- Planejamento: ensinar o aluno a estruturar planos sobre as atividades de aprendizagem, estipulando tempo para realização, material a ser utilizado, organização da atividade e o procedimento que será realizado;
- Esclarecer o processo de pensamento: instigar os alunos a discutir o raciocínio utilizado para desenvolver consciência sobre as estratégias que podem ser aplicadas em outras situações. Para isso, orienta-se o aluno para que reveja a atividade, recolhendo dados sobre o processo de pensamento; solicita-se que classifique as ideias, identificando as estratégias de pensamento utilizadas; e avalie o sucesso, descartando as estratégias inadequadas e identificando as adequadas;
- Autoavaliação: desenvolver critérios de avaliação para que os alunos se questionem durante e após a aprendizagem.

Montague (2008) especifica que este processo de treinamento deve ser constituído por atividades estruturadas, com instrução explícita e guiada e interação entre professor e aluno, fornecendo *feedback* corretivo e imediato do desempenho.

Como alerta Araújo (2009, f. 67) esse treinamento metacognitivo em sala de aula, como suporte à aprendizagem, não é uma realidade das escolas brasileiras,

o que pode levar muitos alunos a desenvolver um círculo vicioso: a falta de autoeficácia nos estudos conduz a falhas em aplicar estratégias de aprendizagem – repetidas falhas nas avaliações podem reforçar a crença compartilhada entre os alunos e os professores que eles (alunos) não são inteligentes o bastante -, produzindo ‘barreiras’ para a aprendizagem.

Essas “barreiras” têm um impacto negativo nos desempenhos futuros dos estudantes. Porém, a autora afirma ser difícil, mas possível, romper esse círculo vicioso com o engajamento dos educadores no ensino de estratégias metacognitivas aos discentes.

### 5.3 METACOGNIÇÃO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A importância da metacognição também é investigada no campo específico da resolução de problemas matemáticos, pois, como alertam Özsoy e Ataman (2009), parece não ser suficiente aprender apenas procedimentos e heurísticas para desenvolver conhecimentos sobre resolução de problemas. Ou seja, habilidades cognitivas, como definir o problema, planejar a resolução, testá-la e verificá-la, são importantes, mas não garantem o sucesso do desempenho. Não basta saber o que fazer, mas também é preciso saber quando utilizar essas estratégias. Assim, para os autores, o conhecimento metacognitivo (e o uso efetivo desse) e o controle ou estratégia metacognitiva, são necessários para se obter um melhor desempenho na resolução de problemas. Portanto, a metacognição parece desempenhar um importante papel em cada nível da resolução de um problema, sendo que a falha na habilidade metacognitiva corresponde a uma falha no pensamento e na resolução do problema.

Nessa perspectiva, Fisher (1998) alerta que alunos com dificuldades na aprendizagem tendem a superestimar sua capacidade de memória, não conseguem experimentar diferentes abordagens a um mesmo problema e deixam de perceber que problemas semelhantes podem ser solucionados por procedimentos semelhantes. Esses estudantes, conforme o autor, não falham só porque têm menos conhecimento sobre as tarefas, mas também porque tendem a não realizar um planejamento da resolução, não utilizam estratégias na realização de tarefas e não acompanham seu desempenho. Já os estudantes mais capazes, como destaca Fisher (1998), possuem maior competência metacognitiva e compreendem claramente o que sabem e o que não sabem, o que podem e o que não podem e o que vai ajudá-los a construir o conhecimento ou compreender o que necessitam, mostrando a importância da metacognição para a aprendizagem.

Diversos estudos têm evidenciado, ainda, os benefícios da metacognição no campo específico de resolução de problemas matemáticos, como a pesquisa realizada por Gartmann e Freiberg (1995) com universitários. Para as autoras, a capacidade de pensamento flexível dos estudantes pode ser desenvolvida e potencializada por meio da resolução de problemas, já que esta atividade favorece a reflexão consciente sobre o próprio pensamento. A relação inversa também é verificada pelas autoras, já que alunos que utilizavam uma gama mais ampla de estratégias de forma eficiente obtinham sucesso mais evidente na resolução de problemas.

O estudo de Gartmann e Freiberg (1995) foi desenvolvido com trinta e quatro estudantes universitários matriculados em uma disciplina de Matemática e objetivou examinar

como os estudantes utilizavam suas habilidades de pensamento para completar uma tarefa de resolução de problemas no campo algébrico. Além disso, o estudo tinha o propósito de investigar se a orientação na forma de dicas metacognitivas dadas aos sujeitos, mudaria a sua postura frente à tarefa.

Os estudantes foram inicialmente divididos em dois grupos, controle e tratamento, com dezessete componentes cada. Após, foi aplicada uma tarefa em forma de jogo no computador com sentenças literais compostas com letras de A a J, que corresponderiam aos algarismos de 0 a 9. A tarefa dos universitários seria descobrir o valor de cada letra apresentada em sentenças como  $A+A=?$ . Os alunos iniciavam a tarefa com 500 pontos e, para resolver as questões, dispunham de dicas que poderiam ser solicitadas pelo valor de 5 pontos. Além disso, os estudantes eram alertados que, para cada resposta incorreta, perderiam 50 pontos. Foram realizadas três rodadas de resolução. A todos os alunos eram disponíveis algumas orientações gerais de resolução, como: “Vá devagar”, “Pense sobre sua resposta”, entre outras; e o grupo de tratamento recebeu ainda algumas orientações específicas, como: “Reveja se cada dígito foi utilizado apenas uma vez”. Todas essas orientações sugeriam alguma estratégia importante para a resolução de problemas.

As pesquisadoras não encontraram diferenças estatisticamente significativas entre os grupos, apresentando como uma possível justificativa o fato de se tratar de uma pequena amostra. Porém, percebeu-se que os alunos do grupo de tratamento cometeram menos erros e mostraram-se mais cautelosos durante a resolução do que os estudantes do grupo de controle. Além disso, as autoras perceberam que o grupo de tratamento utilizou, de forma mais significativa, as orientações e dicas fornecidas. Também foi possível perceber, em ambos os grupos, uma melhora significativa após cada rodada, sugerindo que a prática metacognitiva auxilia no desenvolvimento dessa habilidade. Com esse estudo, Gartmann e Freiberg (1995) concluíram que a orientação criteriosa pode ser uma alternativa para auxiliar os estudantes a fazerem perguntas certas a si mesmos, gerando estratégias apropriadas, e que o melhor contexto de desenvolver a metacognição é o da resolução de problemas.

Özsoy e Ataman (2009) também investigaram os benefícios da metacognição, por meio de um treinamento de estratégias metacognitivas, em seu estudo realizado com 47 estudantes do 5º ano de uma escola pública na Turquia. Os autores, em uma pesquisa quase experimental, que teve como objetivo investigar o efeito do uso de treino metacognitivo na aprendizagem de problemas matemáticos, obtiveram como resultado diferenças significativas em relação ao nível de conhecimento, habilidade metacognitiva e desempenho matemático,

mostrando que os estudantes que participaram do treinamento apresentaram melhores resultados no pós-teste que o grupo controle.

Outros autores (CHAHON, 2006; VIEIRA, 2001) também destacam a importância de um aporte metacognitivo que forneça ao aluno suporte para a resolução de problemas matemáticos. Chahon (2006) afirma que diante da atividade de resolução de problemas, o conhecimento que o estudante possui sobre os próprios recursos e a compreensão das exigências da tarefa, levam ao uso de procedimentos de resolução mais ou menos apropriados, inclusive ao reconhecimento da própria ignorância e a um adiamento da tarefa. Além disso, Vieira (2001) ressalta que, por meio da metacognição, o aluno tem informações sobre seu próprio processo de resolução, podendo supervisionar o resultado encontrado. Essa supervisão, permitida pela metacognição, auxilia o educando na detecção e correção de possíveis erros na resolução. Com a utilização de estratégias metacognitivas, além de compreender os erros cometidos durante a resolução de uma equação e autoavaliar seu desempenho, os educandos também podem prevenir seus erros, ao passo que supervisionam sua resolução.

Essas estratégias podem, pois, ser utilizadas pelos educadores, juntamente com seus métodos de ensino, e discutidas com os alunos como uma forma de melhorar a aprendizagem desses, especialmente os que demonstram maiores dificuldades no estudo das equações. Essa poderia ser uma boa alternativa, pois, como afirmam Davis, Nunes e Nunes (2005), o fracasso desses alunos, que se empenham em aprender, frequentemente não é decorrido de problemas cognitivos, mas sim de dificuldades metacognitivas, já que eles não conseguem utilizar seus conhecimentos de forma adequada, tampouco transferi-los para outras situações. A detenção de um suporte cognitivo e uma supervisão metacognitiva, pelo aluno, durante o processo de resolução de um problema com equações do 1º grau, pode não garantir o sucesso do processo, como bem salientam Pintrich e De Groot (1990), mas fornece ao estudante boas ferramentas, se bem utilizadas, para tornar-se um resolvidor eficiente e autorregulado.

## 6 MÉTODO DE PESQUISA

Neste estudo foram estabelecidas correlações ou relações entre funções cognitivas avaliadas, comparações entre grupos com diferentes desempenhos (alto e baixo nível de competência cognitiva, organizados com base na média geral de acertos no WASI) e análises dos efeitos das entrevistas clínicas, desenvolvidas sob o enfoque da Avaliação Formativa.

Para tanto, foi escolhido o método misto de pesquisa, o qual possibilita uma análise quantitativa e qualitativa dos dados a serem coletados, conforme definição de Creswell (2007). O autor ainda afirma que com a utilização do método misto de pesquisa, tem-se a possibilidade de complementar os resultados quantitativos com os qualitativos, oferecendo uma visão mais ampla do problema de pesquisa. Minayo (2007) compartilha dessa visão, afirmando que a combinação do método quantitativo com o qualitativo promove uma compreensão mais elaborada e completa da realidade investigada.

Assim, este estudo utilizou a técnica de triangulação concomitante (simultânea) que, para Creswell (2007), é a mais familiar entre diversos modelos de métodos mistos. Esta estratégia é caracterizada pela coleta, em única etapa, de dados quantitativos e qualitativos, integrando-os posteriormente para possibilitar uma melhor interpretação do estudo. Justifica-se esta escolha nas afirmações de Minayo (2007), que alerta para o fato de que tanto os resultados quantitativos como os qualitativos são importantes para compreender a realidade que se apresenta, não havendo sentido em atribuir prioridade para um ou outro.

### 6.1 OBJETIVO GERAL

Tem-se como objetivo geral explorar as relações entre a competência cognitiva, o uso de estratégias metacognitivas e o desempenho e compreensão do erro na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau, em alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

#### 6.1.1 Objetivos específicos

- Relacionar a competência cognitiva com o desempenho e a compreensão do erro pelo aluno na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau;
- Relacionar a competência cognitiva com o uso de estratégias metacognitivas na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau;

- Relacionar o uso de estratégias metacognitivas com o desempenho e a compreensão do erro pelo aluno, na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau;
- Comparar alunos com altos e baixos níveis de competência cognitiva, quanto ao uso de estratégias metacognitivas e ao desempenho e à compreensão do erro pelo aluno, na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau;
- Identificar as estratégias metacognitivas mais utilizadas na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau;
- Verificar os efeitos das entrevistas clínicas, desenvolvidas sob o enfoque da Avaliação Formativa, no uso de estratégias metacognitivas, desempenho e compreensão do erro pelo aluno, na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.

## 6.2 PROBLEMA DE PESQUISA

Há relações entre a competência cognitiva, o uso de estratégias metacognitivas e o desempenho e compreensão do erro pelo aluno na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau, em alunos do 8º ano do Ensino Fundamental?

## 6.3 QUESTÕES DE PESQUISA

- Alunos com altos níveis de competência cognitiva apresentam alto desempenho e identificam e compreendem possíveis erros na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau? E os com baixos níveis?
- Alunos com altos níveis de competência cognitiva utilizam estratégias metacognitivas na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau? E os com baixos níveis?
- Alunos que utilizam estratégias metacognitivas apresentam alto desempenho e compreendem seus erros na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau, com maior frequência que os alunos que utilizam menos essas estratégias?
- Quais as estratégias metacognitivas utilizadas mais frequentemente pelos alunos na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau?

- Quais os efeitos das entrevistas clínicas, desenvolvidas sob o enfoque da Avaliação Formativa, no uso de estratégias metacognitivas, desempenho e compreensão do erro pelo aluno, na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau?

#### 6.4 AMOSTRA

A amostra para esse estudo foi composta, inicialmente, por 40 alunos e teve como critérios de inclusão: ter idade entre 12 e 15 anos e estar matriculado e frequentando<sup>4</sup> o 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da região metropolitana de Porto Alegre. E como critérios de exclusão o resultado do Teste Não Verbal de Inteligência (R-1); que manteve na amostra os alunos com percentil acima de 20. Todos os alunos da amostra inicial tiveram pontuação nos limites estabelecidos, sendo assim mantidos na pesquisa. Durante o período de coleta de dados, houve a perda de dois sujeitos por motivos de transferência, restando 38 estudantes. Os estudantes investigados tinham idade média de 12,79 anos (DP=0,66), sendo que 16 alunos eram do sexo masculino e 22 do sexo feminino.

Os 38 sujeitos participantes da pesquisa<sup>5</sup> foram designados a dois grupos distintos, conforme resultado do Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI), que teve como critério de classificação a média geral do grupo. O primeiro grupo, composto por 20 estudantes (9 meninos e 11 meninas) que apresentaram desempenho acima da média, foi denominado grupo de alto nível de competência cognitiva (ACC). Já o segundo grupo, composto por 18 estudantes (7 meninos e 11 meninas) que obtiveram desempenho inferior à media, foi denominado grupo de baixo nível de competência cognitiva (BCC). Informações sobre a idade dos alunos e grupo para o qual foram designados podem ser verificadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Descrição da amostra de pesquisa

<b>Aluno</b>	<b>Idade</b>	<b>Grupo</b>	<b>Aluno</b>	<b>Idade</b>	<b>Grupo</b>
Ama	12	ACC	Dio	13	BCC
And	14	ACC	Djo	13	BCC
Ani	13	BCC	Dou	13	BCC
Anr	13	BCC	Eli	13	ACC
Bia	13	ACC	Eri	13	BCC
Bru	13	ACC	Feo	15	BCC
Die	12	BCC	Fet	13	ACC

<sup>4</sup> O aluno frequente, neste estudo, é aquele que não se ausenta às aulas por mais que dez dias letivos mensais.

<sup>5</sup> Esses sujeitos aceitaram participar da pesquisa e entregaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice E) assinado pelo responsável.



Tabela 2 – Descrição da amostra da pesquisa (conclusão)

<b>Aluno</b>	<b>Idade</b>	<b>Grupo</b>	<b>Aluno</b>	<b>Idade</b>	<b>Grupo</b>
Ism	12	ACC	Mir	13	BCC
Isr	12	BCC	Mon	13	ACC
Lal	12	ACC	Nat	13	ACC
Lar	12	BCC	Pab	12	ACC
Lav	12	ACC	Pal	14	BCC
Luc	12	ACC	Pam	12	ACC
Lui	12	ACC	Raf	13	BCC
Mai	13	BCC	Sam	13	ACC
Man	13	BCC	Tha	13	ACC
Mar	13	ACC	Vic	13	ACC
Mat	12	BCC	Wel	13	BCC
Mic	13	BCC	Wil	13	ACC

Fonte: dados da pesquisa

Legenda: ACC – Grupo de Alto Nível de Competência Cognitiva; BCC – Grupo de Baixo Nível de Competência Cognitiva.

A maior parte dos sujeitos investigados tinha entre 12 e 13 anos, como observado na Tabela 2, com exceção de três estudantes que já haviam passado por uma reprovação: And, no grupo 1 (ACC), um menino de 14 anos; e Pal e Feo, menina de 14 anos e menino de 15 anos respectivamente, no grupo 2 (BCC).

## 6.5 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

A coleta dos dados ocorreu durante os meses de fevereiro e março de 2012. Inicialmente, foi estabelecido contato com a Secretaria de Educação do município. Por meio de uma carta de apresentação, foi solicitada a autorização para realizar a pesquisa em uma das escolas municipais que ofereciam o Ensino Fundamental. Em posse da autorização, foi agendada uma visita à escola para conversar com a direção e a coordenação, a fim de esclarecer o objetivo do estudo e verificar a disponibilidade de espaço para os encontros de coleta de dados.

Antes de dar início à pesquisa, realizou-se um encontro com os professores que lecionavam para as turmas de 8º ano da escola, com o objetivo de apresentar resumidamente a pesquisa que seria realizada, deixando-os cientes e solicitando-lhes colaboração, liberando os alunos para as avaliações, já que toda a coleta ocorreu em horário de aula. A participação na pesquisa por parte dos alunos foi livre, sendo selecionados 27 estudantes de uma turma de 8º

ano e 11 estudantes de outra turma, que apresentaram o termo de consentimento assinado por um responsável.

A coleta de dados ocorreu em três momentos (três encontros), dos quais dois foram coletivos. Em um primeiro momento foi realizado o Teste Não Verbal de Inteligência (R-1) que teve duração aproximada de 50 minutos (incluindo organização dos estudantes, explicação das regras e aplicação), aplicado por uma psicóloga. Em um segundo encontro, foram aplicados os instrumentos WASI e E-EMRP coletivamente, em sala de aula. O WASI teve um tempo médio de aproximadamente 14 minutos de aplicação e a E-EMRP de aproximadamente 10 minutos. Em um terceiro momento, foi aplicada a Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau (TRPEA), que teve como suporte um protocolo de observação da resolução de problemas pelo aluno e uma entrevista clínica individual, em sala reservada, tendo um tempo médio de aplicação de, aproximadamente, 28 minutos e 20 segundos por aluno.

Todo o material coletado sobre os estudantes foi oferecido à escola que solicitou os resultados dos procedimentos realizados. O material foi entregue à coordenadora pedagógica da escola, em uma reunião informal com a pesquisadora onde foram discutidos alguns aspectos observados em relação a estudantes específicos. A pesquisadora permaneceu à disposição da escola para futuros esclarecimentos.

## 6.6 INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS

Os instrumentos selecionados ou elaborados para avaliar os participantes da pesquisa, consistem em um teste de inteligência, uma prova de competência cognitiva e uma escala de estratégias metacognitivas. Realizou-se também uma entrevista clínica, com suporte em uma tarefa de resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau (TRPEA) e um protocolo de observação.

Anterior à pesquisa, no ano de 2011, foi realizado um estudo piloto com 10 estudantes do 8º ano da mesma escola em que esta<sup>6</sup> foi realizada, com o objetivo de verificar a eficiência e precisão dos instrumentos construídos ou adaptados (WASI, E-EMRP, TRPEA e protocolo de observação para entrevista). Com os dados do estudo piloto, realizaram-se as adequações necessárias no WASI, na E-EMRP e no protocolo de observação. A tarefa de resolução de problemas com equações do 1º grau (TRPEA) foi reformulada e aplicada em 40 estudantes,

---

<sup>6</sup> Os estudantes que participaram do estudo piloto não participaram da pesquisa atual.

de duas turmas do 7º ano, em outra escola do mesmo município, a fim de verificar a adequação desta nova tarefa, já que a anterior apresentou problemas em relação à irregularidade da complexidade dos problemas. Por meio dessa aplicação, verificou-se a adequação destes problemas em relação ao nível de complexidade exigida.

A coleta de dados para a presente pesquisa, realizada em 2012, iniciou-se pela aplicação, com apoio de uma psicóloga, do Teste Não Verbal de Inteligência (R-1), com o propósito de excluir da amostra da pesquisa alunos com capacidade intelectual classificada como inferior (percentil inferior a 20). Em um segundo momento, foi proposto aos estudantes à resolução do WASI, com o objetivo de verificar a competência cognitiva dos sujeitos da pesquisa e, conseqüentemente, dividi-los em dois subgrupos: alto e baixo nível de competência cognitiva, por meio da obtenção de dados quantitativos. Esse instrumento possibilitou a comparação entre os subgrupos em relação ao uso de estratégias metacognitivas na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau, bem como em relação à compreensão do erro pelo aluno.

Para verificar o uso de estratégias pelos estudantes, bem como quais as categorias de estratégias mais utilizadas, os alunos responderam à Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP), construída para o estudo. As informações, de ordem quantitativa, obtidas por meio da escala foram comparadas com as informações obtidas pelo WASI e confrontadas durante a realização da entrevista clínica.

Esse procedimento utilizado para a obtenção de dados qualitativos, foi dividido em dois momentos, A e B, que foram conduzidos de forma intercalada. A parte A correspondeu à tarefa de resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau (TRPEA) pelo aluno, que possibilitou observar como o estudante resolve um problema, dando uma noção das estratégias utilizadas, que foram verificadas com o auxílio de um protocolo de observação. Os dados observados por meio do protocolo de observação foram comparados aos dados obtidos por meio da E-EMRP e utilizados para a realização de questionamentos aos alunos durante o desenvolvimento da parte B.

A parte B consistiu de questionamentos, que objetivaram verificar se o aluno utilizou estratégias metacognitivas e, principalmente, caso o estudante tivesse respondido de forma incorreta o problema, verificando se, com o uso de estratégias, sugeridas indiretamente por meio dos questionamentos realizados, era capaz de compreender seu erro. Esse procedimento também permitiu, por intermédio desses questionamentos, verificar se o uso dessas estratégias auxilia na detecção e correção dos erros e, se após a mediação da pesquisadora, o estudante passa a utilizá-las, respondendo corretamente aos problemas; autorregulando-se. A entrevista

ainda possibilitou o esclarecimento de informações conflitantes entre os dados coletados por meio da escala e os observados com o recurso do protocolo de observação.

### **6.6.1 Teste Não Verbal de Inteligência (R-1)**

O Teste Não Verbal de Inteligência é padronizado e preciso e caracteriza-se por fornecer uma medida não verbal de inteligência. Sua construção é semelhante ao Teste das Matrizes Progressivas de Raven, sendo composto de 40 itens que apresentam uma figura, com uma parte faltando, que deve ser completada com uma das alternativas apresentadas abaixo dela. O número de alternativas varia de 6 a 8 por problema. A aplicação pode ser coletiva ou individual. O tempo limite de aplicação é de 30 minutos. Após a entrega do material, é solicitado ao sujeito que preencha seus dados na folha de resposta para que, em seguida, seja entregue o caderno de aplicação com os exercícios, onde se inicia a explicação do instrumento. A aplicação nesta pesquisa foi realizada de forma coletiva, utilizando-se o tempo máximo, 30 minutos, para a resolução e teve como único objetivo consistir em um critério de controle da amostra, excluindo estudantes com percentil inferior a 20.

### **6.6.2 Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI)**

O WASI foi desenvolvido por Arthur Whimbey como recurso para avaliar as capacidades cognitivas. Esse instrumento consta em seu livro *Problem Solving and Comprehension*, publicado em 1944, em colaboração com Jack Lochhead, com reedições posteriores<sup>7</sup>. Na edição de 1999, o autor sugere o uso deste instrumento em sala de aula como forma de verificar as competências iniciais do estudante, oferecendo ao professor um panorama de cada aluno, para que, a partir de seu nível de competência, seja desenvolvido um plano de ensino.

O WASI, como referido no item 3.4, é formado por um pré e um pós-teste, com 38 problemas cada, distribuídos em seis categorias distintas: 1) Problemas de Raciocínio Verbal, 2) Problemas de Instruções Sequenciais, 3) Problemas de Formação de Analogias, 4) Problemas de Análise de Tendências e Padrões, 5) Problemas de Resolução Matemática e 6) Problemas de Relação de Frases Escritas. Neste estudo utilizou-se a versão traduzida que foi

---

<sup>7</sup> O presente trabalho consultou a 6ª edição de 1999.

utilizada no estudo de doutorado de Vieira (1999), que concedeu autorização para o uso, redução<sup>8</sup> e nova adaptação do WASI.

Por meio de um estudo dos problemas presentes no instrumento, reduziu-se a prova a vinte e dois problemas, para diminuir o tempo de aplicação. Por ser realizada por adolescentes, buscou-se evitar cansaço, irritabilidade, desânimo, entre outros, pela extensão do instrumento. Entretanto, procurou-se manter a proporcionalidade de questões em cada categoria, exceto a de problemas de resolução matemática, pois foram mantidos os dois problemas existentes (questões 18 e 20 na adaptação, ver Anexo A); uma vez que o estudo está mais voltado a essa área do conhecimento. O resultado da adaptação em relação à quantidade de problemas em cada categoria pode ser visualizado na Tabela 3.

Tabela 3 - Adaptação do Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI)

<b>Categorias</b>	<b>Número de Problemas</b>
Problemas de Raciocínio Verbal	5
Problemas de Instruções Sequenciais	5
Problemas de Formação de Analogias	5
Problemas de Análise de Tendências e Padrões	4
Problemas de Relação de Frases Escritas	1

Fonte: dados da pesquisa

Na versão adaptada do WASI, assim como na versão original, as categorias de problemas não se encontram concentradas de forma sequencial, mas distribuídas ao longo dos vinte e dois itens, conforme apresentado na Tabela 4, referente ao instrumento adaptado.

Tabela 4 - Relação dos problemas que compõem cada categoria do WASI

<b>Categorias</b>	<b>Problemas Relacionados</b>
Problemas de Raciocínio Verbal	8,10,12,17,22
Problemas de Instruções Sequenciais	5,6,11,14,21
Problemas de Formação de Analogias	2,3,4,15,19
Problemas de Análise de Tendências e Padrões	7,9,13,16
Problemas de Resolução Matemática	18,20

Fonte: dados da pesquisa

Questões que diziam respeito ao vocabulário e à complexidade dos problemas foram verificadas por meio do estudo piloto, desenvolvido anteriormente à pesquisa, o que

<sup>8</sup> Neste estudo foi utilizado apenas o pré-teste.

possibilitou uma análise do nível de dificuldade dos problemas, promovendo substituições de expressões não conhecidas pelos estudantes e modificações nos problemas em que não houve acertos.

O WASI, neste estudo, foi aplicado com o objetivo de verificar as competências cognitivas dos estudantes e correlacioná-las ao uso de estratégias metacognitivas e ao desempenho e compreensão do erro pelo aluno, bem como realizar a divisão da amostra em dois subgrupos (alto e baixo nível de competência cognitiva) para, posteriormente, possibilitar a comparação entre os grupos para o uso de estratégias metacognitiva, o desempenho e a compreensão do erro, ou seja, comparar se estudantes com altos níveis de competência cognitiva utilizam mais estratégias e apresentam melhor desempenho, compreendendo seus erros com mais frequência que alunos com baixos níveis de competência cognitiva.

Para realizar a divisão em dois grupos, utilizou-se como referência a média do grupo, sendo classificados como alunos com altos níveis de competência cognitiva os estudantes que tiveram pontuação acima da média de acertos do grupo; bem como foram designados para o grupo de baixo nível de competência cognitiva, os estudantes que obtiveram pontuação abaixo da média do grupo.

### **6.6.3 Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP)**

A escala foi elaborada para esse estudo com base nas pesquisas de Zimmerman e Martinez-Pons (1986, 1988), De Jou e Sperb (2006), na Escala de Estratégias Metacognitivas de Compreensão em Leitura (EMeL-FII) de Joly (2008) e no questionário metacognitivo elaborado por Panaoura (2007).

O instrumento estruturado para essa pesquisa (Apêndice A), com base nos estudos dos autores acima descritos, foi dividido em cinco etapas, com o objetivo de verificar a utilização de estratégias: antes da leitura do enunciado (AL) (N=1), durante a leitura do enunciado (DL) (N=9), após a leitura do enunciado (AP) (N=6), durante a resolução do problema (DR) (N=7) e após a resolução do problema (AR) (N=7). O instrumento foi composto por trinta tópicos com possibilidade de quatro respostas cada, em escala Likert: sempre, frequentemente, raramente e nunca. Como forma de quantificar o instrumento, estabeleceu-se valores para as opções de resposta em ordem decrescente: sempre (4 pontos), frequentemente (3 pontos), raramente (2 pontos) e nunca (1 ponto).

A E-EMRP também foi confrontada com a classificação apresentada por Pintrich (2000) e utilizada no estudo de Wernke e colaboradores (2011). Usou-se essa classificação

como recurso para verificar a dimensão ou dimensões de estratégias mais utilizadas pelos estudantes e aquelas em que houve pouca frequência de uso. Esses dados podem auxiliar na análise do uso de estratégias, bem como sugerir a necessidade de ensino destas estratégias metacognitivas em sala de aula, como forma de aprimorar o desempenho na resolução de problemas pelos estudantes. A classificação dessas na E-EMRP pode ser verificada na Tabela 5.

Tabela 5 - Classificação das estratégias da E-EMRP de acordo com a classificação de Pintrich (2000)<sup>9</sup>

<b>Classificação</b>	<b>Itens na E-EMRP</b>
Monitoramento	1,2,3,7,8,9,10,13,15,16,17,19, 20,21,22,23,24,25,26,27,28
Regulação	4,5,6,14,18,
Avaliação	11,12,29,30

Fonte: dados da pesquisa

Esse instrumento, por meio da obtenção de dados quantitativos, possibilitou a verificação do índice de correlação entre o uso de estratégias metacognitivas, o nível de competência cognitiva, o desempenho e a compreensão do erro pelo aluno, além de permitir o estabelecimento de comparações entre os subgrupos em relação à utilização dessas estratégias. A escala também forneceu informações que foram confrontadas com os itens observados com o recurso do protocolo de observação, por meio da entrevista clínica.

#### **6.6.4 Entrevista Clínica sob o enfoque da Avaliação Formativa**

A entrevista foi realizada de forma individual com base na execução, pelos estudantes da Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau (TRPEA) (Apêndice B), que apresentam a incógnita em ambos os lados da igualdade, constituindo legítimos problemas de resolução algébrica, como propõe Vergnaud (1996).

A fim de reduzir possíveis dificuldades devido ao tempo que os alunos passaram sem exposição ao conteúdo de equações algébricas do 1º grau, combinou-se com a professora responsável por ministrar as aulas de Matemática aos estudantes, uma revisão com alguns problemas na semana anterior à aplicação do procedimento. Além disso, realizou-se, antes da avaliação, a resolução de um problema de ensaio (Apêndice C), questionando os estudantes

<sup>9</sup> Para descrição de cada item, ver Apêndice A.

para verificar seus conhecimentos sobre equações, bem como esclarecer possíveis dúvidas com relação ao procedimento por eles adotado.

A TRPEA, construída com a adaptação dos problemas propostos por Dante (2007), foi apresentada individualmente e consistiu no primeiro momento da realização do procedimento (parte A). A resolução da TRPEA foi acompanhada pela pesquisadora, por meio de um protocolo de observação (Apêndice B); construído com o propósito de verificar o uso de estratégias metacognitivas pelos estudantes. O protocolo consistiu de vinte itens que abordaram atitudes apresentadas pelo estudante, durante a resolução de cada um dos problemas, que foram comparadas com as informações obtidas com a aplicação da escala e confrontadas, principalmente quando houve incoerência, durante a entrevista clínica.

No protocolo também foram registrados os erros cometidos durante o processo de resolução, bem como o método de resolução utilizado pelo estudante. Dessa forma, o protocolo foi utilizado como um recurso adicional de informações a serem combinadas com os dados da entrevista.

Após o aluno ter solucionado cada um dos problemas ou ter desistido de resolvê-los (quando o aluno se julgou incapaz de desenvolver uma solução), a pesquisadora realizou alguns questionamentos (parte B) (Apêndice D), pretendendo compreender a resolução do aluno e se este utilizou estratégias metacognitivas durante a resolução. Além disso, a sequência dos questionamentos pôde sugerir ao aluno que utilizasse essas estratégias, principalmente quando o resultado obtido estava incorreto, possibilitando verificar se o uso dessas estratégias auxiliava na compreensão do erro e encaminhava o educando a rever seus procedimentos, a fim de compreender a origem de seu equívoco. Para Araújo (2009), a realização de simples questionamentos aos alunos pode levá-los a recordar alguns aspectos de sua aprendizagem, bem como melhorar seu automonitoramento, ou seja, o funcionamento de sua consciência metacognitiva pode melhorar seu autocontrole.

Os questionamentos empregados a cada resolução de problema, constituindo uma sequência que foi registrada com o recurso de áudio, também possibilitaram evidenciar a existência de crescimento do aluno em relação ao uso de estratégias de um problema ao outro, bem como um melhor desempenho na resolução e maior frequência de identificação e compreensão dos erros cometidos.

Como recurso para quantificar os dados qualitativos obtidos pela tarefa de resolução de problemas (TRPEA), foram atribuídos valores às possibilidades de resultados da ação de resolução desempenhada pelo aluno, a saber: acerta (C), 5 pontos; acerta após auxílio inicial (CA), 4 pontos; erra (E), 3 pontos; erra após auxílio inicial (EA), 2 pontos, quando o aluno



solicita auxílio para compreender o problema e não o soluciona corretamente e desiste (D), 1 ponto, quando o educando se julga incapaz de solucionar o problema. O desempenho dos alunos foi somado, segundo a pontuação estabelecida, para verificar o crescimento desses ao longo das entrevistas clínicas, levando em conta que a identificação e compreensão dos erros interferem diretamente no desempenho dos estudantes, possibilitando assim, utilizar este recurso como forma de quantificação. Entende-se, no entanto, que uma análise qualitativa é mais adequada para verificar esta compreensão. Nesse contexto, realizou-se também um estudo qualitativo da compreensão do erro, possibilitado por meio das entrevistas clínicas, que tiveram suas informações cruzadas com os resultados do desempenho dos estudantes na resolução dos problemas.

Esse procedimento permitiu, assim, o esclarecimento das informações coletadas por meio da escala e do protocolo de observação, bem como possibilitou uma análise qualitativa dos dados, complementando os resultados obtidos com os instrumentos anteriores e, possibilitando estabelecer correlações entre o uso de estratégias metacognitivas, o desempenho e a compreensão do erro pelo aluno, e a competência cognitiva. Também permitiu a comparação entre os subgrupos em relação ao desempenho e à compreensão do erro.

## 6.7 ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados foi realizada de acordo com os pressupostos teóricos adotados, estabelecendo cruzamentos entre os dados obtidos por meio dos testes realizados e as informações coletadas por meio das entrevistas clínicas.

### 6.7.1 Análise Quantitativa

Realizou-se um estudo de estatística descritiva, com auxílio do software Microsoft Office Excel 2007, sobre o conjunto de dados coletados. Após, utilizou-se o software SPSS 16.0 para a aplicação do teste de correlação de Pearson (nível de significância de 1%), com o propósito de investigar a existência de correlações entre as funções investigadas. Aplicou-se ainda, por meio do software SPSS 16.0, o teste t-Student (nível de significância de 5%), que investigou a presença de diferença entre os dois grupos (alto e baixo nível de competência cognitiva), no uso de estratégias metacognitivas e no desempenho e na compreensão dos erros cometidos, na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.

### 6.7.2 Análise Qualitativa

Os dados relacionados aos erros cometidos, estratégias utilizadas e método de resolução – que foram coletados por meio de um protocolo de observação e pela entrevista clínica – foram agrupados em quatro itens para uma melhor análise qualitativa do conteúdo: 1) Desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau, 2) Análise dos erros cometidos pelos estudantes, 3) Efeitos da entrevista clínica realizada sob o enfoque da Avaliação Formativa e 4) Relação entre estratégias metacognitivas autorrelatadas e observadas.

Nos três primeiros itens foi aplicado um processo de categorização, sendo que o item 1 compunha-se de quatro categorias: *desempenho geral*, *desempenho por grupos*, *evolução do desempenho geral* e *evolução do desempenho por grupos*. O item 2 foi composto por duas categorias: *erros relacionados a aspectos conceituais* e *erros relacionados a técnicas de resolução*. No item 3 constavam quatro categorias: *pedido de auxílio*, *verbalização do pensamento*, *compreensão dos erros* e *melhora no desempenho*.

## 7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O presente capítulo analisa e discute os resultados obtidos por meio da aplicação do Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI), da Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP) e da realização de Entrevistas Clínicas sob o enfoque da Avaliação Formativa, desenvolvida com base na Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau (TRPEA) e com o suporte de um protocolo de observação.

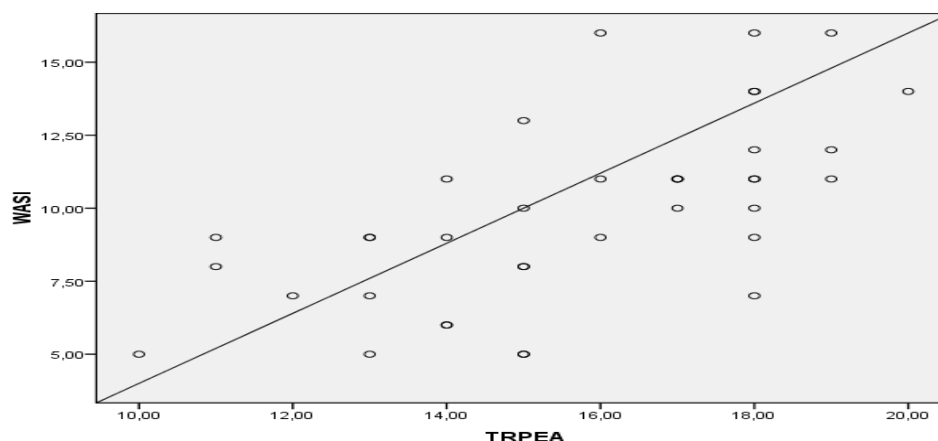
Para uma melhor compreensão dos resultados, optou-se por apresentá-los junto à análise e discussão desses, com base no referencial teórico adotado. Além disso, para melhor organização, optou-se por apresentar estes dados seccionados por função avaliada, evidenciando, para cada ocasião, suas relações com as demais funções e a comparação entre os dois grupos em relação à função em questão. Os dados são apresentados na ordem em que foram coletados, iniciando pela análise dos dados relativos à competência cognitiva, seguido dos dados referentes ao autorrelato de uso de estratégias metacognitivas e, por fim, dados sobre o desempenho na TRPEA e sobre a compreensão dos erros pelos estudantes. Quanto à TRPEA, foi verificado o desempenho dos estudantes, analisados os erros e acertos apresentados, a necessidade de mediação para a compreensão do erro pelos estudantes e o resultado obtido por meio das entrevistas clínicas realizadas. Finalizando a análise, estabeleceu-se as relações entre as estratégias relatadas pelos estudantes e as observadas na entrevista clínica.

### 7.1 RESULTADOS DO ESTUDO DA COMPETÊNCIA COGNITIVA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Avaliou-se a competência cognitiva por meio da aplicação do Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI). A correlação desta tarefa com a Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau (TRPEA) pode ser verificada no Gráfico 1.

O Gráfico 1 apresenta a distribuição dos dados do WASI e da TRPEA que, com o tratamento estatístico, por meio da aplicação da Correlação de Pearson, evidenciam uma correlação estatisticamente significativa (0,638;  $p < 0,001$ ), mostrando que há uma relação entre essas duas tarefas que, por sua vez, acusa uma relação entre as funções competência cognitiva e desempenho / compreensão do erro na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.

Gráfico 1 – Distribuição dos dados do WASI e da TRPEA



Fonte: dados da pesquisa

Legenda: WASI – Whimbey Analytical Skills Inventory; TRPEA – Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau.

Os estudantes apresentaram no WASI, realizado em momento coletivo, uma média de 9,90 acertos (DP=3,11) em um universo de 22 problemas. O desempenho entre eles variou entre o mínimo de 5 (-2DP) e máximo de 16 acertos (+2DP). De acordo com o WASI, os estudantes foram divididos em dois grupos: 1) grupo de alto nível de competência cognitiva (ACC) e 2) grupo de baixo nível de competência cognitiva (BCC). A designação para os grupos foi realizada com base na média geral do teste (9,90 acertos), sendo que 18 alunos com desempenho inferior à média compuseram o grupo 2 (BCC) e 20 estudantes com desempenho superior à média compuseram o grupo 1 (ACC)<sup>10</sup>.

Investigou-se também, por meio deste instrumento, as categorias de problemas do WASI em que os estudantes apresentaram melhor e pior desempenho. O WASI, como já descrito no item 3.4, está organizado em seis categorias, sendo que em duas delas há predominância de raciocínio indutivo (Formação de Analogias e Análise de Tendências e Padrões) e nas quatro subsequentes predomina o raciocínio dedutivo (Raciocínio Verbal, Instrução Sequencial, Resolução Matemática e Relações de Frases Escritas).

Os dois grupos demonstraram pior desempenho na categoria de Problemas de Resolução Matemática, já que aproximadamente 92% dos estudantes não apresentaram nenhum acerto nos problemas desta categoria. No grupo 1, apenas três estudantes responderam corretamente um dos dois problemas de Resolução Matemática. Já no grupo 2, não houve acertos nos problemas desta categoria. A categoria em que ambos os grupos apresentaram melhor desempenho foi a de Relações de Frases Escritas, sendo que apenas dois

<sup>10</sup> Os grupos apresentaram diferença significativa (8,267;  $p < 0,001$ ;  $M = 4,97$ ;  $DP = 0,60$ ).

estudantes (um de cada grupo), não responderam corretamente o problema que a representava. O desempenho, medido em percentual de acertos, em cada categoria pode ser verificado na Tabela 6.

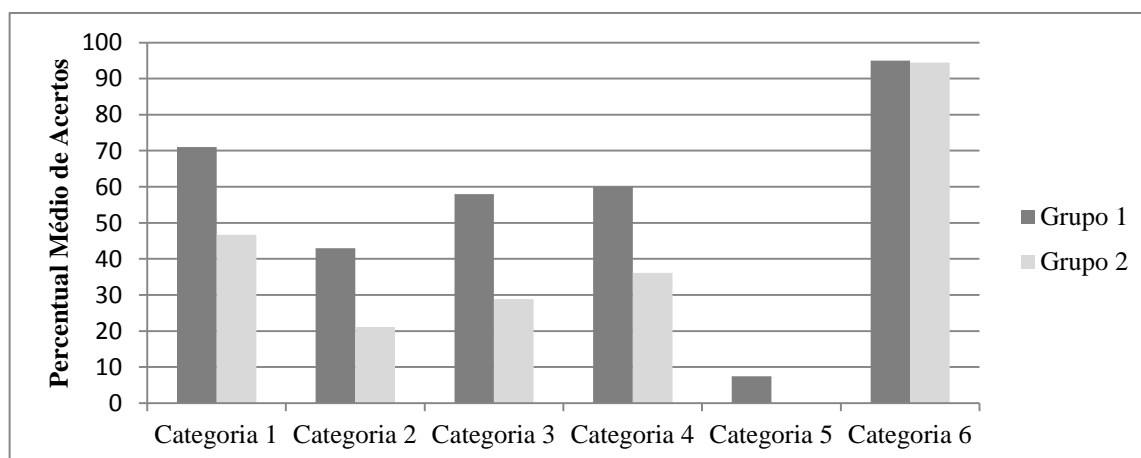
Tabela 6 - Desempenho dos estudantes nas categorias do WASI (percentual de acertos)

<b>Categoria</b>	<b>% de problemas corretos</b>
1) Problemas de Raciocínio Verbal	57,95
2) Problemas de Instrução Sequencial	32,82
3) Problemas de Formação de Analogias	42,57
4) Problemas de Análise de Tendências e Padrões	48,72
5) Problemas de Resolução Matemática	5,13
6) Problemas de Relação de Frases Escritas	92,31

Fonte: dados da pesquisa

O grupo 1 demonstrou um desempenho mais homogêneo em relação às demais categorias (exceto a categoria de Problemas Matemáticos, já comentada), não havendo, na maior parte dos casos, predomínio absoluto de uma categoria em detrimento de outras. Já o desempenho dos estudantes do grupo 2 foi mais heterogêneo, pois grande parte dos alunos apresentou um desempenho melhor nos problemas de Relações de Frases Escritas, mas baixo desempenho nos demais. Entretanto, cabe destacar que muitos estudantes deste grupo apresentaram baixo desempenho em todos os tipos de problema. O desempenho médio dos dois grupos, medido por percentual de acertos, pode ser verificado no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Desempenho geral dos grupos em cada categoria do WASI



Fonte: dados da pesquisa

Legenda: C1 (Problemas de Raciocínio Verbal); C2 (Problemas de Instrução Sequencial); C3 (Problemas de Formação de Analogias); C4 (Problemas de Análise de Tendências e Padrões); C5 (Problemas de Resolução Matemática); C6 (Problemas de Relação de Frases Escritas).

Desse modo, os dados obtidos por meio da aplicação do WASI e de sua análise estatística parecem sugerir que estudantes com baixo nível de competência cognitiva podem apresentar, com maior frequência, dificuldades em diferentes áreas de conhecimento, pois apresentam raciocínio indutivo e dedutivo insuficientes (menos de 50% de acertos nos problemas do WASI).

No que se refere mais especificamente à resolução de problemas, Chi e Glaser (1992), Pozo e colaboradores (1998), Sternberg (2008), Nokes, Schunn e Chi (2010) e Chi (2011) sugerem que diferenças no desempenho estão baseadas em processos cognitivos e organizações mentais. Depreende-se que, alunos mais competentes cognitivamente possuem maior capacidade de organização do conhecimento na memória de longo prazo, podendo acessá-lo durante a resolução do problema; processam melhor as informações envolvidas na resolução; possuem esquemas ricos e organizados e utilizam processos de automatização de etapas da resolução do problema que possibilitam pouco controle consciente, prevenindo a sobrecarga da memória de trabalho.

Além disso, ao verificar o desempenho por categoria de problemas, percebeu-se que grande parte dos estudantes do grupo 2 (com baixo nível de competência cognitiva) apresentam deficiências no Raciocínio Verbal, dado o baixo percentual de acertos apresentados nesta categoria. Na perspectiva de Hunt (1992), atividades que envolvem raciocínio verbal exigem dos sujeitos uma análise léxica das palavras, uma análise sintática de seu papel no discurso em questão e ainda uma análise semântica a fim de verificar seu significado. Problemas em qualquer um destes processos de análise interferem na capacidade verbal geral dos sujeitos e isso implica em diferenças de desempenho que estão correlacionadas ao tamanho do vocabulário e facilidade de utilização de uma palavra (HUNT, 1992).

Cabe, ainda, ressaltar que o raciocínio verbal é indispensável para qualquer atividade de leitura, assim prejuízos nesta função podem implicar em dificuldades em qualquer atividade que envolva a leitura e interpretação de dados, o que poderia explicar o baixo desempenho dos estudantes nas outras categorias do WASI que envolvem este tipo de raciocínio. Já os estudantes do grupo 1, apresentaram percentual de acertos superior a 50% (exceto Wil) na categoria de Problemas de Raciocínio Verbal, o que sugere que estes, com maior nível de competência cognitiva, apresentam uma maior capacidade verbal, o que poderia explicar, na maioria dos casos, o bom desempenho mantido nas diversas categoria, com exceção da categoria de problemas de Resolução Matemática.

Os problemas de resolução matemática, como propõe Mayer (1992), estão relacionados a conhecimentos linguísticos, factuais, de esquemas, de estratégias e algorítmicos. No caso dos estudantes do grupo 2, a baixa capacidade verbal poderia ser uma das justificativas para o baixo desempenho nesta categoria. Entretanto, problemas em outros tipos de conhecimento envolvidos também podem ter acarretado dificuldades nos problemas matemáticos, como: conhecimentos factuais (compreender que “um sexto” é representado pela fração  $1/6$ , no problema 20); conhecimento do esquema (para identificar que o problema 18 envolve relação da grandeza distância entre dois objetos distintos); conhecimento de estratégias para pensar em um plano de resolução ( $6:1/6$ , no problema 20) e conhecimento de algoritmo para executar o procedimento adotado (uma regra de três no problema 18 e uma divisão de frações no problema 20).

No grupo 1, 80% dos estudantes também apresentaram desempenho insuficiente nos problemas matemáticos, apesar de, em sua maioria, terem demonstrado uma boa capacidade verbal. Isso pode sugerir que as dificuldades encontradas por estes estudantes possam ter origem em dois fatores ou em ambos: conceitos mal formados em relação aos conhecimentos numéricos básicos necessários para a resolução de problemas matemáticos ou o conteúdo dos problemas (divisão de frações e regra de três) ainda não está dominado por estes alunos. Outros aspectos relativos ao desempenho na resolução de problemas matemáticos serão explorados posteriormente, no item 7.3.

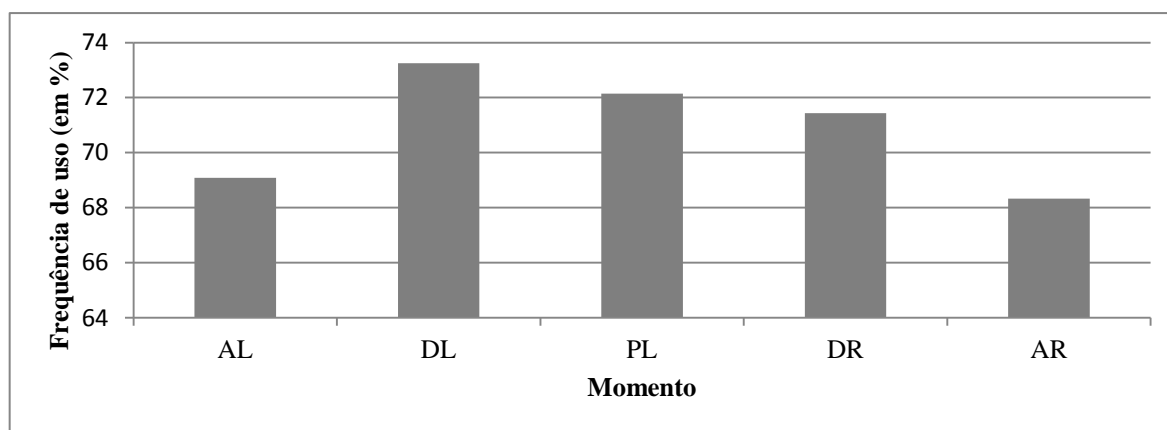
## 7.2 RESULTADOS DO AUTORRELATO DOS ESTUDANTES SOBRE O USO DE ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O uso de estratégias metacognitivas foi verificado, primeiramente, por meio da Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP), tendo como base o autorrelato dos estudantes quanto ao uso de estratégias em cinco momentos distintos: antes da leitura do enunciado do problema (AL), durante a leitura (DL), após a leitura do enunciado (PL), durante (DR) e após a resolução do problema matemático (AR). Como forma de mensurar a frequência de uso de estratégias, a E-EMRP foi quantificada da seguinte forma: sempre = 4 pontos, frequentemente = 3 pontos, raramente = 2 pontos e nunca = 1 ponto. Como o instrumento possui 30 itens com quatro opções de resposta cada (apresentadas acima), pode admitir pontuação máxima de 120 pontos, o que indicaria o uso constante de todas as estratégias verificadas por meio deste instrumento.

De modo geral, os estudantes apresentaram uma média de 84,39 pontos (DP= 12,82), o que evidencia o uso frequente de diversas estratégias. As pontuações do grupo variaram bastante, tendo como máxima 107 (+2DP) e mínima 54 (-3DP) pontos.

Em relação aos momentos da resolução de um problema definidos no instrumento, a frequência de uso de estratégias metacognitivas foi bastante irregular, como pode ser observado no Gráfico 3. Os alunos relataram utilizar, com maior regularidade, estratégias nos momentos de leitura (DL=73,25% e PL=72,15%). Ressalta-se também a baixa regularidade de uso de estratégias após a resolução do problema (68,33% de frequência), com o objetivo de conferir os cálculos realizados e verificar se o objetivo inicial foi alcançado.

Gráfico 3 - Frequência do uso de estratégias metacognitivas em cada momento da resolução



Fonte: dados da pesquisa

Legenda: AL (antes da leitura do enunciado); DL (durante a leitura); PL (após a leitura); DR (durante a resolução do problema); AR (após a resolução).

Outro aspecto analisado foi o uso de estratégias metacognitivas referentes à cada dimensão proposta por Pintrich (2000) - monitorização, regulação e avaliação - e contemplada pela E-EMRP. Observou-se uma maior frequência de uso de estratégias de natureza regulativa (77,9% de frequência), utilizadas quando os estudantes se deparavam com dificuldades. Já as de monitoração foram relatadas com frequência de uso de 70,56% e, com menor frequência, as estratégias de avaliação (66,28%).

Verificou-se, ainda, quais as estratégias mais utilizadas pelos estudantes investigados. Destacaram-se com aproximadamente 85,53% de frequência cada: a leitura atenciosa do enunciado para verificação da compreensão do problema (item 9 da E-EMRP) e a releitura do enunciado quando não há entendimento da relação entre as informações (item 14 da E-EMRP). A segunda estratégia mais utilizada, com aproximadamente 84,87% de frequência de uso, foi a de releitura de trechos do enunciado onde não há compreensão das informações



(item 5 da E-EMRP). Assim, novamente verifica-se o uso predominante de estratégias metacognitivas empregadas aos momentos de leitura e de natureza regulativa.

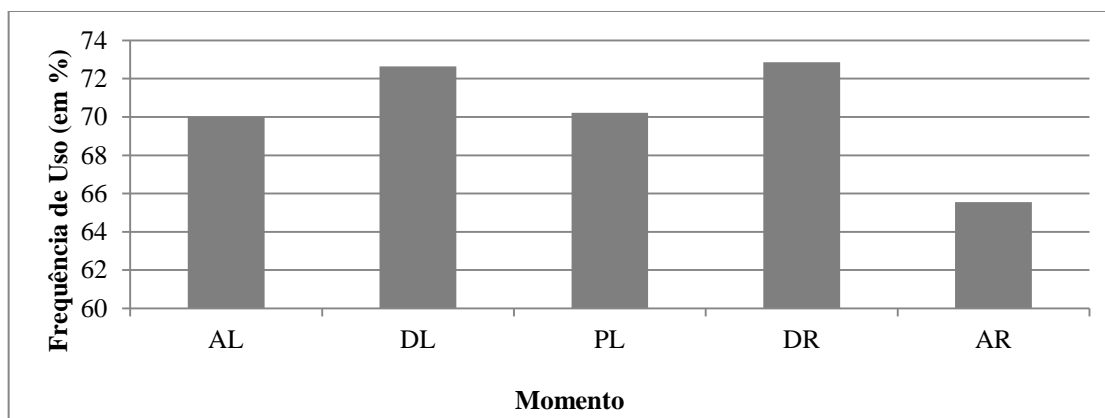
Procurou-se também identificar a estratégia metacognitiva menos utilizada pelos estudantes investigados e, com aproximadamente 54,24% de frequência, destacou-se a referente à procura de outras soluções possíveis após conclusão do problema. O pouco uso desse recurso pode estar relacionado ao ensino oferecido a esses estudantes que provavelmente não incentiva ou valoriza a descoberta de outras formas de resolução que diferem do modelo ensinado. Traz-se à discussão esta possibilidade, dado que se verificou apenas o uso de um método de resolução pelos alunos (Método de Desfazer, BERNARD; COHEN, 1995), nem sempre compreendido por esses, como recurso para solucionar os problemas. Este dado será mais amplamente discutido posteriormente, na apresentação dos resultados relativos à entrevista clínica.

O uso de estratégias metacognitivas também foi investigado em cada grupo, em particular. Verificou-se que o grupo 1 apresentou pontuação média de 82,5 (DP=12,82), com intervalo de variação de 54 (-3DP) a 105 (+2DP) pontos, o que demonstra o uso frequente de estratégias metacognitivas por grande parte dos estudantes. Este grupo relatou maior uso da estratégia de releitura de trechos do enunciado onde são encontradas dificuldades (item 5 da E-EMRP, com aproximadamente 91,25% de frequência). Já a estratégia menos utilizada pelos estudantes deste grupo, segundo relato dos mesmos, foi a estratégia referente à procura de outras soluções possíveis após conclusão do problema (item 28 da E-EMRP, com aproximadamente 52,5% de frequência). No que se refere às dimensões de estratégias metacognitivas mais utilizadas, o grupo 1 relatou maior frequência de estratégias de regulação (80,5%), seguidas pelas estratégias de monitoramento (69,58%) e, por fim, as estratégias de avaliação (62,81%).

Já em relação ao uso de estratégias metacognitivas em cada momento da resolução de problemas investigado, os alunos do grupo 1 apresentaram maior frequência de estratégias durante a leitura do enunciado, para verificar se estão compreendendo o problema (com aproximadamente 72,64% de frequência) e durante sua resolução, a fim de verificar se essa está sendo realizada de forma correta (com aproximadamente 72,86% de frequência), como pode ser observado no Gráfico 4. Alerta-se para uma frequência menor de uso de estratégias após a resolução do problema (aproximadamente 65,55% de frequência), com o objetivo de verificar se a resolução está correta e se o objetivo inicial foi atendido (resultado compatível com a menor frequência de relato de uso de estratégias de natureza avaliativa). Pode-se sugerir, entretanto, que um dos possíveis motivos para os estudantes do grupo 1 utilizarem

estratégias de avaliação (aplicadas após a resolução dos problema) com menor frequência, seja o uso mais frequente de estratégias de regulação (80,5% de frequência), o que pode lhes garantir o sucesso da resolução, não sendo necessária a utilização de muitas estratégias para revisão do procedimento realizado.

Gráfico 4 - Frequência do uso de estratégias em cada momento da resolução pelo grupo 1



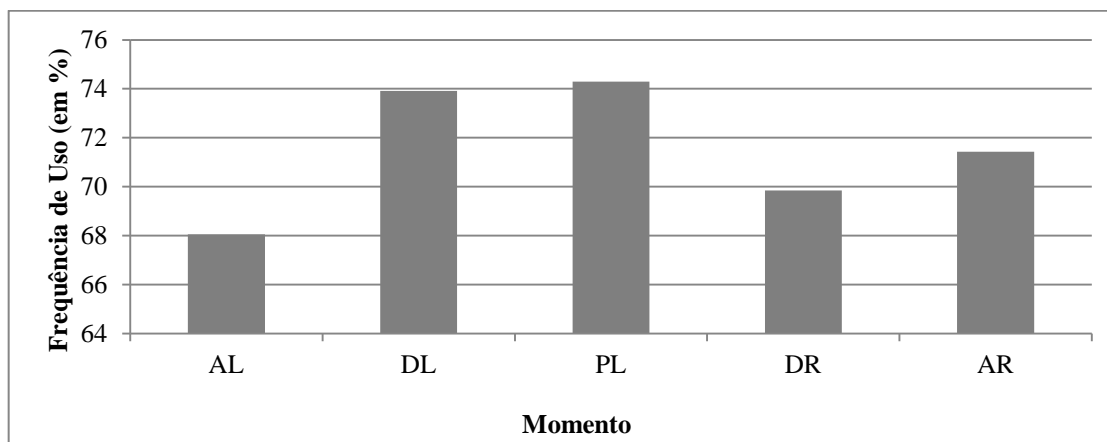
Fonte: dados da pesquisa

Legenda: AL (antes da leitura do enunciado); DL (durante a leitura); PL (após a leitura); DR (durante a resolução do problema); AR (após a resolução).

O grupo 2 apresentou uma média superior ao grupo 1 ( $M=86,5$ ;  $DP=12,85$ ), com intervalo de variação de 57 (-3DP) a 107 (+2DP) pontos, demonstrando também o uso frequente de diversas estratégias metacognitivas contempladas pelo instrumento. Este grupo relatou maior frequência de uso da estratégia referente à fixação da atenção em trechos do enunciado considerados mais importantes (item 7 da E-EMRP, com aproximadamente 86,11% de frequência). E, como estratégia menos utilizada, destacou-se, com aproximadamente 56,94% de frequência, o uso de um problema semelhante, resolvido anteriormente, como base para solucionar um novo problema (item 23 da E-EMRP). A dimensão de estratégia metacognitiva mais relatada por este grupo também foi a de regulação, com 75,06%, seguida das estratégias de monitoramento (72,02%) e de avaliação (70,14%).

Com relação aos momentos de leitura, o grupo 2 relatou maior frequência de uso de estratégias durante e após a leitura do enunciado (73,92% e 74,3% de frequência, respectivamente), como pode ser verificado no Gráfico 5. Diferente do grupo 1, os estudantes pertencentes a este grupo, relataram uma frequência maior no uso de estratégias após a resolução do problema (aproximadamente 71,43% de frequência), com a intenção de conferir o resultado encontrado, assim como uma frequência maior de estratégias de natureza avaliativa.

Gráfico 5 - Frequência do uso de estratégias em cada momento da resolução pelo grupo 2



Fonte: dados da pesquisa

Legenda: AL (antes da leitura do enunciado); DL (durante a leitura); PL (após a leitura); DR (durante a resolução do problema); AR (após a resolução).

Pode-se perceber que os alunos com baixos níveis de competência cognitiva relataram maior frequência de uso de estratégias metacognitivas do que os estudantes do grupo de alto nível de competência cognitiva. Pelo fato da E-EMRP estar sustentada pelo autorrelato dos estudantes, entretanto, deve-se ter cautela ao afirmar que os estudantes do grupo 2 utilizam, de fato, maior número de estratégias e com maior frequência que os estudantes do grupo 1. Esta cautela justifica-se, pois o julgamento dos alunos, como relata Pieschl (2009), nem sempre é acurado o que pode sugerir que os estudantes do grupo 2 relataram utilizar estratégias que talvez não utilizem ou que não empreguem com a frequência relatada. Além disso, estes estudantes podem não ter tomado consciência (ou atingido nível de consciência suficiente) do conhecimento sobre o qual deveriam aplicar as estratégias metacognitivas ou possuem um conhecimento informal dessas, não podendo estabelecer relações com o objeto de conhecimento (problemas), ou seja, não há abstrações reflexionantes suficientes para estabelecer essas relações (PIAGET, 1977; GUIMARÃES; STOLTZ; BOSSE, 2008). E, ainda, os estudantes do grupo 1 podem não ter relatado estratégias que por eles são utilizadas, pelo fato destas já terem se transformado em habilidades e, como alerta Marini (2006), passarem a ser utilizadas sem controle consciente.

Nessa perspectiva, realizou-se entrevistas clínicas para verificar o uso de estratégias metacognitivas durante uma tarefa de resolução de problemas, dentre outros objetivos. Os dados referentes ao uso de estratégias metacognitivas serão retomados durante a análise e discussão dos dados obtidos por meio da entrevista clínica.

### 7.3 RESULTADOS DA ENTREVISTA CLÍNICA

A entrevista clínica, desenvolvida com o apoio da Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau (TRPEA), teve como objetivo verificar o desempenho dos estudantes, identificar os erros por eles cometidos e se esses eram compreendidos, bem como verificar o uso de estratégias metacognitivas. Esta tarefa era composta por quatro problemas com mesmo nível de complexidade, adaptados de Dante (2006). O desenvolvimento de uma solução pelo aluno foi acompanhado por meio da observação clínica da pesquisadora, atendendo aos critérios pré-determinados por um protocolo de observação (Apêndice B).

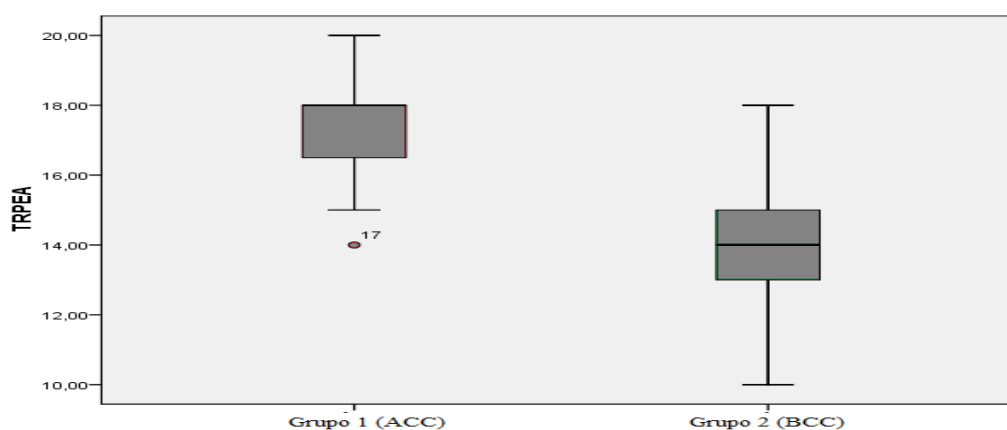
Após o estudante solucionar o problema ou desistir de solucioná-lo, eram-lhe direcionados alguns questionamentos, a fim de compreender sua interpretação do problema, o uso de elementos algébricos e o processo de resolução utilizado. No caso de o estudante ter respondido de forma incorreta o problema, os questionamentos tinham como intenção levá-lo a refletir sobre a sua solução, por meio do uso de estratégias metacognitivas, com o objetivo de verificar se este identificava e corrigia seu erro, bem como passava a utilizar algumas estratégias no problema seguinte a fim de prevenir erros. Além disso, os estudantes poderiam solicitar auxílio, a qualquer momento, para compreender o problema ou algum passo do processo de solução. Deixou-se clara, logo no início da atividade, a possibilidade de auxílio, bem como, a ajuda foi oferecida todas as vezes que os estudantes apresentavam sinais de incompreensão.

O desempenho dos estudantes foi quantificado da seguinte forma: acerta, 5 pontos; acerta após auxílio, 4 pontos; erra, 3 pontos; erra após auxílio, 2 pontos e desiste, 1 ponto. Dessa forma, a pontuação máxima para a TRPEA seria de 20 pontos. Essa quantificação representa diretamente o desempenho de cada estudante, mas também traz dados de compreensão do erro e do crescimento após as entrevistas clínicas, pois um melhor desempenho implica menos erros ou nenhum erro e, provavelmente, maior compreensão dos erros cometidos.

Este recurso de quantificação foi utilizado para possibilitar o estabelecimento de correlações com as demais funções investigadas e comparação entre os dois grupos. Entretanto, faz-se uma análise qualitativa dos erros cometidos pelos estudantes, se esses são identificados e compreendidos ou não, e se as entrevistas clínicas realizadas surtiram efeitos em relação ao desempenho na resolução de problemas e na compreensão e prevenção dos erros.

O instrumento utilizado para avaliar o desempenho e a compreensão do erro pelos estudantes, a TRPEA, apresentou correlação estatisticamente significativa com o WASI (0,638;  $p < 0,001$ ), como já apresentado no subcapítulo 7.1, evidenciando a existência de uma relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas / compreensão do erro. A aplicação do Teste t-Student também evidenciou diferença significativa entre os grupos em relação à TRPEA (5,687;  $p < 0,001$ ;  $M = 3,46$ ;  $DP = 0,61$ ), que pode ser visualmente observada no Gráfico 6<sup>11</sup>.

Gráfico 6 - Diferença entre os grupos para a TRPEA



Fonte: dados da pesquisa

Legenda: Grupo 1 (ACC) – alto nível de competência cognitiva; Grupo 2 (BCC) – baixo nível de competência cognitiva.

Pode-se observar no Gráfico 6 que, no grupo 1, há um ponto que representa um dado do grupo que está abaixo do limite inferior da amostra, ou seja, um sujeito do grupo 1 que teve um desempenho bastante inferior à média do grupo. No grupo 2, há um desempenho bastante heterogêneo, como pode ser verificado pelo comportamento do intervalo apresentado no gráfico, sendo que alguns estudantes apresentaram desempenho semelhante aos estudantes do grupo 1.

Mesmo com desempenhos mais heterogêneos, verificou-se uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos 1 (ACC) e 2 (BCC), o que mostra que alunos

<sup>11</sup> O Gráfico 6 é um gráfico do tipo Box Plot que apresenta quatro grandes divisões: na parte inferior do gráfico (onde está presente um traço horizontal) é o limite inferior da apresentação dos dados; a parte inicial do retângulo é denominada quartil 1 ou mediana da parte inferior do conjunto de dados; o traço central do retângulo é denominado quartil 2 ou mediana dos dados de todo o conjunto (no grupo 1, a mediana de todo o conjunto e a mediana do quartil 3 coincidem); a parte superior do retângulo é o quartil 3 ou mediana da parte superior do conjunto de dados; a parte superior do gráfico (onde está presente um traço horizontal) é o limite superior da apresentação dos dados.

com maiores níveis de competência cognitiva apresentam melhor desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1<sup>a</sup> grau e compreendem com maior frequência os erros cometidos. Como já foi discutido, a competência cognitiva parece ser um fator de interação para a resolução de problemas.

### 7.3.1 Desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1<sup>o</sup> grau

Com o objetivo de verificar o desempenho dos estudantes na resolução dos problemas, organizou-se a apresentação e análise dos dados em quatro categorias: *desempenho geral*, *evolução do desempenho geral* (durante a atividade), *desempenho por grupos*, *evolução do desempenho por grupos*. No que se refere ao *desempenho geral*, os estudantes apresentaram uma pontuação média de 15,71 pontos (DP=2,55) - com máxima de 20 pontos (+2DP) e mínima de 10 pontos (-2DP) - demonstrando, em primeira análise, um bom desempenho na resolução dos problemas. O desempenho médio em cada questão pode ser verificado na Tabela 7.

Tabela 7 - Desempenho dos estudantes por problema apresentado

	<b>Problema 1</b>	<b>Problema 2</b>	<b>Problema 3</b>	<b>Problema 4</b>
Média	3,14	4,11	4,36	3,94
DP	1,2	0,85	0,8	0,75

Fonte: dados da pesquisa

Em se tratando da *evolução do desempenho de modo geral*, pôde-se observar crescimento do primeiro para o segundo problema e do segundo para o terceiro problema. No quarto problema houve um decréscimo, que pode ter ocorrido devido à complexidade do enunciado que trazia uma situação de equilíbrio de uma balança e não apresentava palavras ou expressões que evidenciassem mais facilmente as operações a serem utilizadas (por exemplo, “acrescentar”, “a mesma quantidade que” e outras) que estavam presentes nos problemas anteriores, dificultando a tradução do enunciado para uma equação algébrica. Dessa forma, o problema 4 provavelmente exigiu maior reflexão para compreensão das relações entre as grandezas envolvidas.

Observou-se também, por meio da tarefa de resolução dos problemas, que a maior parte dos estudantes, aproximadamente 63%, teve crescimento da resolução de um problema à resolução do seguinte e manteve o desempenho (18 alunos) ou apresentou crescimento em

dois momentos durante a atividade (6 alunos). Três estudantes não apresentaram crescimento, pois seu desempenho já era muito bom ou ótimo desde o início da atividade. Oito estudantes apresentaram momentos de crescimento isolados, que não foram mantidos durante a atividade: dois alunos apresentaram crescimento do problema 1 para o 2, quatro sujeitos apresentaram crescimento do problema 2 para o 3 e dois estudantes apresentaram crescimento do problema 3 para o 4.

Em relação ao *desempenho e evolução do desempenho por grupos*, evidenciou-se um melhor desempenho dos estudantes do grupo 1 (ver Tabela 8), mas maiores ocorrências de crescimento nos estudantes do grupo 2. Isso pode ter ocorrido pelo fato dos estudantes do grupo 1 apresentarem, salvo algumas exceções (And, Ism e Lal que erraram o primeiro problema), um bom desempenho desde a resolução do primeiro problema. Também há a possibilidade de os estudantes do grupo 2 terem se beneficiado mais das entrevistas clínicas realizadas.

Tabela 8 - Desempenho médio dos estudantes de cada grupo nos problemas matemáticos

		<b>Problema 1</b>	<b>Problema 2</b>	<b>Problema 3</b>	<b>Problema 4</b>
Grupo 1	Média	3,83	4,56	4,72	4,22
	DP	0,79	0,51	0,57	0,55
Grupo 2	Média	2,44	3,67	4	3,67
	DP	1,15	0,91	0,84	0,84

Fonte: dados da pesquisa

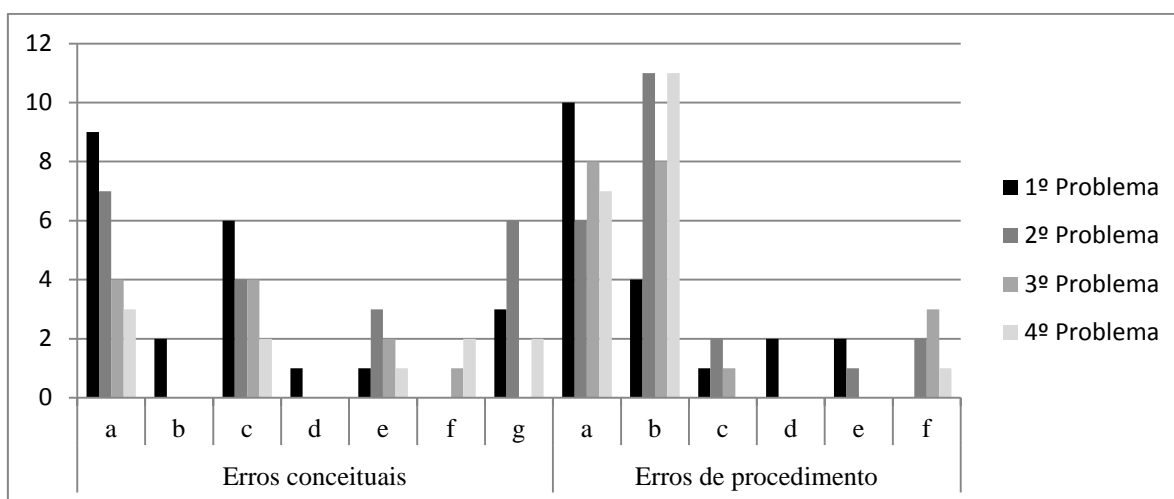
Essa evolução apresentada por muitos dos estudantes pode estar relacionada às entrevistas clínicas realizadas após a resolução de cada um dos problemas (quando não realizada durante a solução, nos momentos em que os alunos solicitavam auxílio). Um melhor detalhamento destas entrevistas e de seus efeitos será apresentado no item 7.3.3.

### **7.3.2 Análise dos erros cometidos pelos estudantes**

Os erros cometidos pelos estudantes durante a resolução da TRPEA foram organizados nas duas categorias propostas por Freitas (2002): *erros relacionados a aspectos conceituais* e *erros relacionados a técnicas de resolução*. A categoria *erros relacionados a aspectos conceituais* foi subdividida em sete subcategorias: a) tradução do enunciado em uma equação, b) notação escrita, c) incompreensão das letras como variáveis, d) incompreensão do significado de raiz, e) incompreensão do sinal de igualdade como equivalência, f)

incompreensão das características das operações com inteiros e g) conceitos matemáticos mal formados. Já a categoria *erros relacionados a técnicas de resolução* foi subdividida em seis subcategorias: a) transposição de elementos, b) operações com inteiros, c) método informal de resolução, d) supergeneralização de técnica aritmética, e) operação com termos não semelhantes e f) operação com termos semelhantes. A ocorrência desses erros foi verificada em cada um dos problemas resolvidos (ver Gráfico 7), com o objetivo de verificar se após as entrevistas clínicas (que serão detalhadas no item 7.3.3) os estudantes passavam a cometer menor número de erros.

Gráfico 7 - Ocorrência de erros na resolução da lista de problemas



Fonte: dados da pesquisa

Legenda: Erros conceituais - a) tradução do enunciado em uma equação; b) notação escrita; c) incompreensão das letras como variáveis; d) incompreensão do significado de raiz; e) incompreensão do sinal de igualdade como equivalência; f) incompreensão das características das operações com inteiros; g) conceitos matemáticos mal formados. Erros de procedimento - a) transposição de elementos; b) operações com inteiros; c) método informal de resolução; d) supergeneralização de técnica aritmética; e) operação com termos não semelhantes; f) operação com termos semelhantes.

Foi possível observar uma maior frequência de erros relacionados a operações com números inteiros. Estes erros podem ter origem em fatores, como:

- Incapacidade de inibição de ações inadequadas (HOUDÉ, 2002; RUSSEL, 2002), o que explicaria porque muitos desses erros foram facilmente identificados e corrigidos após solicitar-se que os estudantes revisassem a solução. Isso sugere que havia competência, mas ocorreu um erro no desempenho devido à falha na inibição de ações inadequadas (por exemplo, Feo, do grupo 1, realiza divisão mentalmente no 2º problema:  $48:2=28$ , mas ao ser sugerida a revisão, percebe erro e corrige o cálculo);

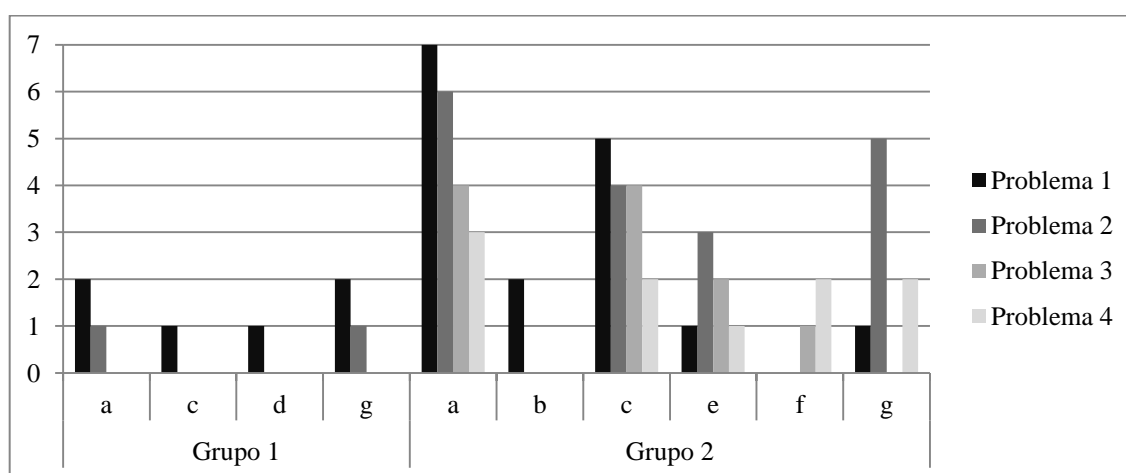


- Incompreensão do conceito de número inteiro e dos procedimentos de operação, ou supergeneralização de uma regra relacionada a operações de multiplicação e divisão com números inteiros (“regra de sinais”) que é aplicada a operações de adição e subtração (Anr, grupo 2, fica em dúvida quanto à operação  $45-13$ , no 4º problema. A aluna pensa ter que aplicar a “regra de sinais” aprendida, após realizar a subtração, obtendo  $-32$ ). Portanto, como alertam J. Booth, Koedinger e Siegler (2007) o uso de procedimentos incorretos na resolução de equações também está associado à falta de conhecimento das características conceituais. Esse conhecimento conceitual mal formado sobre números inteiros, nesse caso, caracteriza um obstáculo epistemológico (BROUSSEAU, 1989), pois, ao aplicar regras que são verdadeiras apenas no contexto de multiplicação e divisão de números inteiros a outras situações, são gerados erros.

Pode-se comprovar também, a partir dos dados apresentados no Gráfico 7, que em relação à ocorrência de erros conceituais, houve um decréscimo que pode ser resultado das entrevistas clínicas realizadas, o que será discutido posteriormente.

A ocorrência de erros também foi verificada em relação aos grupos e se observou que, em ambas as categorias, o grupo 2 apresentou maior quantidade de erros. No que se refere aos erros relacionados a aspectos conceituais, pode-se perceber, no Gráfico 8, uma redução na ocorrência de erros em relação ao grupo 1, mas não há uma redução em todas as subcategorias no grupo 2.

Gráfico 8 - Comparação entre grupos em relação à ocorrência de erros conceituais



Fonte: dados da pesquisa

Legenda: a) tradução do enunciado em uma equação; b) notação escrita; c) incompreensão das letras como variáveis; d) incompreensão do significado de raiz; e) incompreensão do sinal de igualdade como equivalência; f) incompreensão das características das operações com inteiros; g) conceitos matemáticos mal formados.

Os estudantes do grupo 1 apresentaram mais erros conceituais no problema 1 e ainda alguma ocorrência no problema 2, mas observa-se que nos problemas 3 e 4 não há erros conceituais, o que sugere que, além desses alunos, com maior competência cognitiva, apresentarem os conhecimentos investigados mais bem formulados, eles ainda podem ter se beneficiado das entrevistas clínicas realizadas e compreendido os erros por eles cometidos. Já os estudantes do grupo 2, apresentaram grande ocorrência de erros na tradução do problema. De fato, muitos estudantes demonstraram não compreender bem o que é uma equação, como Man que, no problema 1, não é capaz de formular uma equação e escreve a sentença  $13+5=18$ , mas não sabe explicar como chegou a esta representação e a este resultado, apenas diz “somei os números”. Houve ainda, muitos estudantes que apresentaram dificuldades em interpretar o problema, compreender seu objetivo e transformar suas informações em símbolos matemáticos. Isso, como propõem Lochhead e Mestre (1995), pode estar relacionado às concepções errôneas dos estudantes em relação à estrutura e interpretação das afirmações algébricas. Além disso, os autores alertam que os estudantes têm forte tendência em fazer relação à ordem das palavras, da direita para esquerda, ao realizarem a tradução, o que gera erros. Foi possível observar esta característica no grupo 2 em relação aos problemas 1 e 4, que não apresentavam uma ordem direta entre as palavras do enunciado e as operações a serem realizadas.

Assim, alunos como Die podem fazer parte deste grupo de estudantes que costumam realizar traduções literais, já que no problema 1, em que o enunciado afirmava “subtraindo 13 anos do dobro de sua idade”, escreve  $13+2x$ , procurando registrar os dados na ordem em que são apresentados no enunciado.

Outra possível explicação para o fato de alunos como Die realizarem essa tradução literal é oferecida pela Epistemologia Genética que dá subsídios para a hipótese de que não há abstrações reflexionantes suficientes para que este e outros alunos sejam capazes de estabelecer as relações necessárias entre o problema verbal e sua representação algébrica.

Os estudantes deste grupo também apresentaram maior ocorrência de erros relacionados à incompreensão das letras como variáveis, como o caso de Pal que, no problema 3, escreve a equação  $x+3x-12=2x+36$ , realiza a transposição e, quando opera os termos semelhantes  $x+3x-2x$ , desconsidera o primeiro  $x$  escrito. Ao ser questionada, diz que “ele não faz parte da conta, mas está ali porque precisa aparecer no final” (fala da aluna). Esse erro, como explica L. Booth (1995), está relacionado ao fato dos alunos apresentarem dificuldades em conceber uma letra como um número desconhecido.

Além disso, L. Booth (1995) também chama atenção para o uso das letras no ensino de aritmética, onde essas trazem outros significados, como  $m$  que, no contexto aritmético, representa a unidade de medida *metros* e não um número desconhecido. Tal associação pode ter sido estabelecida por Anr que, no problema 1, escreve  $2x-13$ , mas opera  $2.13$ . Quando questionada sobre o que representa o símbolo “x”, ora diz que é “vezes”, ora afirma que representa “a idade de Carlos”. Isso pode ter ocorrido pelo fato de, muitas vezes, a operação de multiplicação ser representada pelo símbolo “x” no ensino de aritmética, fazendo com que a aluna estabelecesse essa relação incorreta.

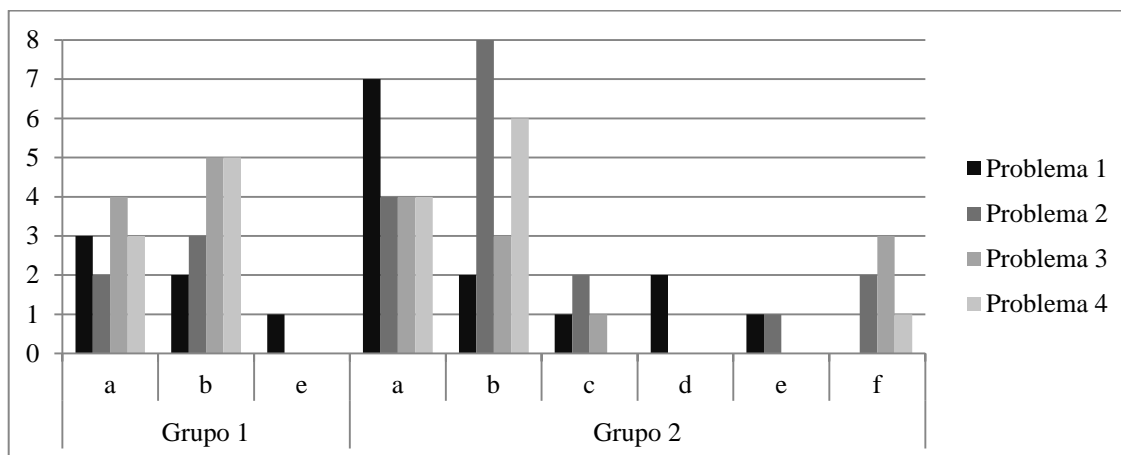
Em relação às interpretações das letras nos problemas algébricos pelo grupo 2, os resultados obtidos neste estudo são semelhantes aos encontrados por Matos e Da Ponte (2008) que, ao investigar dois estudantes (13 e 16 anos) verificaram que as interpretações mais frequentes eram *letra não considerada* (aluno reconhece letra, mas não vê necessidade de lhe atribuir significado, como o caso de Pal neste estudo) e *letra como objeto* (compreende letra como abreviatura de objeto ou objeto em si, como o caso de Anr neste estudo). Assim como na pesquisa realizada por Matos e Da Ponte (2008), pôde-se perceber um crescimento destes estudantes em relação à compreensão das variáveis nos problemas seguintes.

A incompreensão do sinal de igualdade como equivalência também prejudicou o desempenho dos estudantes do grupo 2. Alunos como Pal, Mic e Eri não admitiam o sinal de igualdade como equivalência entre os membros, afirmando que este era utilizado “antes de escrever o resultado final” (fala de Mic). Ainda, em alguns momentos, após os questionamentos, Eri passou a utilizar dois sinais de igualdade, um para estabelecer relação de equivalência e outro para separar o cálculo do resultado final. Este erro, discutido por Kieran (1995) e J. Booth (2011), pode ter origens no ensino de aritmética, onde os alunos são confrontados apenas com esta lógica em que o sinal de igualdade pressupõe um resultado.

Dessa forma, no grupo 2, observa-se apenas redução na ocorrência de erros relacionados à tradução do enunciado em equação, à notação escrita e à incompreensão das letras como variáveis. Isso pode sugerir que estes estudantes, com menor competência cognitiva, possuem conhecimentos mal formulados que se constituem em obstáculos epistemológicos (BROUSSEAU, 1989) quando aplicados no contexto investigado, bem como estes podem ter se beneficiado menos da mediação realizada durante as entrevistas clínicas ou esta mediação não ter sido suficiente para sanar todas as suas dificuldades. Entretanto, como já discutido aqui e no item 7.3.1 a maioria dos estudantes do grupo 2 apresentaram melhoras, ainda que pequenas, no seu desempenho.

Em relação aos erros relacionados a técnicas de resolução, o grupo 1 também mostrou menor ocorrência de erros em comparação ao grupo 2, como pode ser verificado no Gráfico 9.

Gráfico 9 - Comparação entre grupos em relação à ocorrência de erros processuais



Fonte: dados da pesquisa

Legenda: a) transposição de elementos; b) operações com inteiros; c) método informal de resolução; d) supergeneralização de técnica aritmética; e) operação com termos não semelhantes; f) operação com termos semelhantes.

Os alunos de ambos os grupos apresentaram maior ocorrência de erros relacionados a operações com números inteiros. No caso dos estudantes do grupo 1, estes erros podem estar relacionados, na maior parte dos casos, à falta de inibição de ações inadequadas (RUSSEL, 2002), já que os estudantes perceberam, após revisão, os erros cometidos, corrigindo-os sem necessidade de interferência. Isso ocorreu com Ama que, no problema 4, realizou a operação  $45-13=42$  e, ao conferir, percebeu o erro e o corrigiu, justificando que não subtraiu as dezenas. O mesmo ocorre com Lui que, no problema 3, resolve mentalmente  $56+37=94$  e, após momentos em que parece refletir sobre o resultado, escreve e resolve algoritmo, verificando seu erro. Quando questionada, diz que percebeu, por meio de conferência mental, que  $6+6$  era 12, assim,  $6+7$  deveria ser 13, mas havia respondido 14. Esta estratégia de contagem de fatos derivados também é utilizada por Sam e Ism ao explicarem como perceberam seu erro no mesmo cálculo do problema 3.

Outro fator de origem pode ser a falta de conferência do procedimento, já que a maior parte dos estudantes deste grupo não demonstrou conferir a resolução sem que isso lhes fosse pedido. Entretanto, após sugestão, todos os estudantes identificaram e corrigiram erros deste tipo, como Nat que, no problema 4, percebe erro na divisão  $32:2=11$ , ao ser solicitada a conferência, e justifica dizendo que, quando foi dividir as unidades, fez  $2:2$  quando deveria fazer  $12:2$ .

Referente aos estudantes do grupo 2, também ficaram evidentes casos em que se pode sugerir que o erro ocorreu por falta de conferência do procedimento; como o caso de Man que realiza divisão  $32:2=18$  e quando solicitada a conferir, corrige erro. Entretanto, alguns estudantes não identificaram seus erros, como o caso de Eri que na subtração  $56-37$  apresenta dificuldade em executar algoritmo com empréstimo e encontra resposta 18. Refaz o cálculo, mas mesmo assim não encontra resposta correta, demonstrando incompreensão do procedimento utilizado. Fato semelhante ocorre com Die, mas nesse caso, envolvendo o algoritmo da divisão ( $95:2=42$ ), onde a aluna demonstrou não saber como resolver o algoritmo.

Dificuldades no algoritmo da divisão não foi exceção de Die, outros estudantes deste grupo demonstraram não saber resolver o algoritmo da divisão e, mesmo sendo estas compostas por apenas um dígito no divisor, não foram capazes de realizar o cálculo mentalmente, evidenciando que este conhecimento está mal formado ou não é dominado por estes estudantes. Esse fato apresenta grande gravidade, já que se trata de um conhecimento que já deveria ser dominado pelos alunos, bem como é necessário para a execução correta de procedimentos aprendidos posteriormente, como o caso das operações com números racionais e a resolução de equações algébricas (conteúdo foco da pesquisa).

Outro erro frequente nos dois grupos deu-se em relação à transposição de elementos. No grupo 1, estes erros são facilmente identificados e corrigidos pelos estudantes: sem mediação da pesquisadora, apenas com conferência de todo o procedimento (Nat, no problema 3, na transposição de  $2x$ ) ou com interferência, solicitando que aluno explique a utilização de cada operação, em cada etapa de resolução (Fet, Wil e And, por exemplo). Já os estudantes do grupo 2, não percebem sozinhos os erros cometidos, mas, a maior parte desses, compreendeu o erro após serem questionados sobre a resolução, como Man, Wel e Dio. Outros estudantes, porém, não compreenderam seus erros sem questionamentos explícitos, como Mic que, no problema 1, não registra operações, apenas números e letras ( $2x x=13 5$ ) e, mesmo quando questionada, diz não saber que operações utilizar, demonstrando incompreensão do procedimento e método utilizado.

Assim, os erros relacionados à transposição de elementos podem também ter origem no método utilizado por grande parte dos estudantes. O método de desfazer, descrito por Bernard e Cohen (1995), que consiste em tomar as operações inversas ao transpor os elementos, não é o método mais eficaz para resolver equações. Além disso, alguns estudantes demonstraram não compreender completamente este procedimento, como Die, que aplica as operações inversas mesmo em elementos que não foram transpostos, e Dou que, em sua fala

(abaixo), deixa clara a não compreensão do método, na resolução do problema 1, onde reduz a equação à  $3x=18$  (operando termos) e relata que  $x$  vale 18:

**E:** E esse 3? O que se faz com ele? O que ele significa?

**D:** Tem que usar para dividir o 18.

**E:** E quanto fica?

(precisa de ajuda para resolver a divisão)

**D:** 6.

**E:** E o que significa o 6?

**D:** Ele é  $3 \times 6$ , daí dá 18.

**E:** O que você faz com ele? Ele é parte da resposta?

**D:** Não.

**E:** E o que se faz com ele?

**D:** Vou puxar ele pra cá (outro membro) e subtrair.

Estudantes como Dou que resolvem as equações mecanicamente, sem compreensão do método utilizado, bem como os estudantes que apresentam dificuldades em realizar a tradução do problema verbal em uma equação algébrica do 1º grau, demonstram à ausência de abstrações reflexionantes suficientes, as quais permitem retirar informações das ações realizadas (BECKER, 2001), que possibilitem uma adequada compreensão do problema. Esses não ultrapassam o campo das relações numéricas, já que não ocorrem tomadas de consciência necessárias para que estabeleçam relações entre os elementos do problema.

Sob esse ângulo, ao serem verificadas diversas dificuldades na resolução do primeiro problema (principalmente em relação ao grupo 2) relativas a aspectos cognitivos e, talvez, a metodologia de ensino da escola ou professor (procedimento usado não é compreendido, apenas realizado mecanicamente), percebeu-se a necessidade de realizar questionamentos direcionados ao problema, com o suporte das entrevistas clínicas, para auxiliar os estudantes a refletir sobre os procedimentos de resolução, visando a superação das dificuldades, verificando os resultados em seu desempenho. Os efeitos dessas entrevistas clínicas já foram parcialmente observados em relação ao decréscimo na ocorrência de erros, mas serão mais bem detalhados no próximo subcapítulo.

### **7.3.3 Efeitos da entrevista clínica realizada sob o enfoque da Avaliação Formativa**

As entrevistas clínicas consistiam de questionamentos que eram realizados após a resolução do primeiro problema (para todos) e seguiam em outros momentos em que se identificava algum erro, dificuldade na resolução ou quando não se compreendia a resolução apresentada pelo aluno. Os objetivos da entrevista clínica eram: compreender o pensamento do estudante sobre equações algébricas do 1º grau; identificar o método que utilizava para resolver os problemas e se este era compreendido pelo aluno e, na ocorrência de erros,

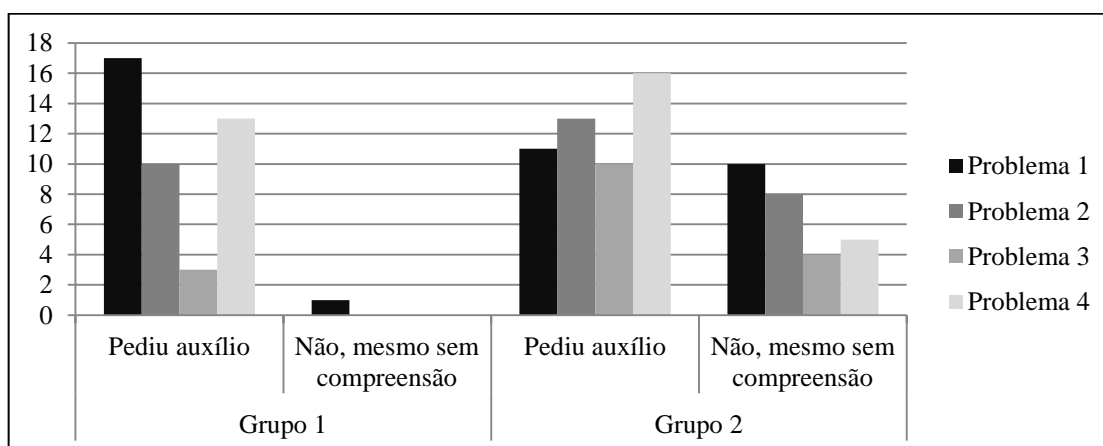
verificar se os questionamentos e sugestões de estratégias metacognitivas a serem utilizadas pelos alunos (reler problema, rever cálculos, conferir procedimento e outras) os auxiliariam a compreender e corrigir seus erros. E, por meio dos questionamentos realizados, esperava-se que os estudantes demonstrassem um melhor desempenho no problema seguinte. Nos casos em que, mesmo com os questionamentos, o aluno não compreendeu o erro, mas identificou sua existência, foi-lhe oferecido auxílio para refazer todo o problema e sugerido que comparasse a resolução àquela que havia apresentado anteriormente. O tempo médio gasto nas entrevistas clínicas foi de 28 minutos e 24 segundos, com intervalo de variação entre 16 e 45 minutos.

Os efeitos destas entrevistas clínicas foram categorizados em quatro itens, para possibilitar uma melhor análise e discussão, que foram verificados em ambos os grupos: *pedido de auxílio*, *verbalização do pensamento*, *compreensão dos erros* e *melhora no desempenho*.

### 7.3.3.1 Pedido de auxílio

Verificou-se, inicialmente, que os estudantes do grupo 1 solicitaram mais o recurso de *pedido de auxílio*, sendo atendidos por meio de questionamentos e sugestões de estratégias que poderiam auxiliá-los no esclarecimento de suas dúvidas. Entretanto, no segundo, terceiro e quarto problema, observou-se maior solicitação dos estudantes do grupo 2, como pode ser verificado no Gráfico 10.

Gráfico 10 - Comparação entre os grupos em relação ao pedido de auxílio



Fonte: dados da pesquisa

Observa-se que, além do aumento em relação aos pedidos de auxílio do grupo 2, houve também um decréscimo em relação ao número de estudantes que não solicitaram, mesmo não compreendendo o problema. Isso pode ter ocorrido pelo fato de se oferecer ajuda aos estudantes sempre que estes demonstravam incompreensão, o que pode ter sido a causa dessa redução da resistência inicial. Essa resistência a pedir auxílio é considerada por Newman (1990) como comum em alunos que se percebem pouco competentes, pois acreditam que o professor e os colegas não estão dispostos a ajudá-los e que deveriam saber como realizar a atividade sozinhos.

Este sentimento de incompetência foi identificado, com maior evidência, em dois estudantes do grupo 2. Anr e Mai demonstraram maior resistência em pedir orientação e, ao final da atividade, relataram que tinham vergonha de pedir auxílio por não saberem como fazer a tarefa e que, na sala de aula, raramente tiravam suas dúvidas com o professor. Mai ainda relatou que tem muito medo de errar, mostrando que atribui a culpa de seus fracassos a si mesmo, o que sugere que talvez este aluno já tenha sido submetido a experiências negativas, em relação ao erro, em sala de aula. Fatores afetivos, como o sentimento negativo de Mai frente ao erro e seu medo de fracassar, podem ter interferido em seu desempenho na pesquisa, bem como podem prejudicar seu desempenho nas atividades realizadas em sala de aula, como alertam Vieira (1999) e Alvez e Da Luz (2007).

Já os estudantes do grupo 1 não apresentam esta resistência em solicitar auxílio, o que Newman (1990) afirma ser comum em estudantes que se percebem competentes, pois estes acreditam que essa procura é uma estratégia para diminuir suas dificuldades. Percebe-se, todavia, que houve um decréscimo nas solicitações para os problemas 2 e 3, mas esse se deve ao fato dos estudantes não necessitarem desse auxílio, mostrando plena compreensão do problema, o que foi observado ao explicitarem seu pensamento após a resolução. No entanto, no problema 4 houve um aumento considerável que pode ter ocorrido devido às informações envolvidas no problema, como já foi discutido no item 7.3.1.

#### 7.3.3.2 Verbalização do pensamento

Os estudantes do grupo 1 apresentaram uma maior facilidade, desde o início da atividade, em explicitar seu pensamento e justificar suas ações no desenvolvimento da resolução dos problemas, o que pode ser exemplificado pelo diálogo realizado com Ama, do grupo 1, em relação à resolução do primeiro problema:

**E:** Tem certeza que seu resultado está correto?



**A:** Acho que está certo.

**E:** Por quê?

**A:** Porque sua idade como a gente sabe é  $x$ . Tirando 13 do dobro da idade, que é  $x$  vezes 2, que vai ficar  $2x$ . Daí, menos 13 (porque é subtraindo), é o mesmo que sua idade, é igual. Daí  $x$ , que é a idade, acrescentado de 5 anos, que é mais 5.

**E:** Por que usou essas operações?

**A:** Menos porque é subtraindo. Mais porque é acrescido e quando tem um número e uma letra eles estão fazendo vezes.

Percebe-se que Ama tem segurança de seu conhecimento e justifica com coerência cada um dos passos da resolução que realizou, indicando seu registro da equação. Isso não ocorreu com todos os estudantes do grupo 2, já que alguns, como Isr, além de apresentar dificuldades em justificar o uso das operações, também apresentou um discurso incoerente:

**E:** Achas que está certa a resolução?

**I:** Não.

**E:** Por quê?

**I:** Porque tinha que pegar o número na frente de  $x$  e dividir por 18. (Registra  $3x=18$ , mas responde 18).

**E:** Por quê?

**I:** Pra descobrir o resultado.

**E:** E você descobriu quanto vale o  $x$ ?

**I:** Sim.

**E:** Quanto é?

**I:** 18.

**E:** O que  $x$  representava?

**I:** A idade dele.

**E:** E você descobriu a idade dele?

**I:** Sim.

**E:** E por que tem que dividir por 3 o 18?

**I:** Depende da resposta tem que dividir pelo valor do  $x$ .

Isr claramente não compreende o método de resolução que utiliza e deixa isso evidente ao afirmar “depende da resposta tem que dividir pelo valor de  $x$ ”. Além disso, apresenta ideias incoerentes em relação ao valor de  $x$ , pois primeiro afirma que  $x$  representa a idade do personagem do problema e que vale 18, mas depois, parece pensar que o valor de  $x$  é 3, já que afirma que deve dividir 18 por 3 e isso deve ser feito pois, “dependendo da resposta tem que dividir pelo valor de  $x$ ”. Entretanto, Isr, como outros alunos deste grupo, apresentam melhores explicações nos problemas posteriores.

Duas estudantes (Eri e Mic) do grupo 2 não conseguiram explicar como resolveram o primeiro problema. Mesmo quando se insistiu que procurassem descrever suas ações, questionando-as sobre cada operação realizada, não foi possível obter uma frase coerente que pudesse auxiliar na compreensão do pensamento realizado. Essa dificuldade de verbalização do pensamento é entendida por Piaget (1977) como ausência de compreensão. O autor afirma que a ação precede a compreensão. Assim, alguns alunos podem chegar a um resultado em um problema matemático mecanicamente, ou seja, sem compreender os meios utilizados.

Essa incompreensão é demonstrada ao se pedir que verbalize o pensamento empregado para resolver o problema e este não ser capaz de explicá-lo, como ocorreu com Eri e Mic.

Eri, porém, demonstrou progressos neste quesito já no problema seguinte. Quando solicitada que justificasse o motivo das operações utilizadas, Eri afirma: “é que diz que se quadruplicasse e tirasse 12 e somasse 36 dava o resultado. Daí depois eu fiz ao contrário, onde era mais coloquei menos e onde era menos coloquei mais”. Apesar de não ser bem formulada e completamente correta, já há uma explicação. No entanto, Mic não apresentou estes avanços, pois quando questionada sobre como resolveu os problemas, limitou-se a dizer que não sabia, mas que estava certo. No quarto problema, ao ser questionada sobre a representação  $x+x$ , não sabia explicar porque registrou as variáveis, mas tentou justificar, sem muita clareza, o motivo da operação de adição: “para saber o peso tem que somar”, mas quando questionada sobre sua ideia, não apresentou resposta.

Sendo assim, o avanço no desempenho na resolução de problemas pela maioria dos alunos também pode estar relacionado com a verbalização do pensamento possibilitada pelo procedimento utilizado. Para Blakey e Spence (1990), a verbalização auxilia os estudantes no uso da metacognição, já que quando estão explicando seu pensamento para a resolução estão refletindo sobre o mesmo.

### 7.3.3.3 Compreensão dos erros

Na categoria *compreensão dos erros*, os estudantes do grupo 1 também demonstraram responder melhor às entrevistas clínicas. Todos os estudantes deste grupo que apresentaram algum erro, tanto conceitual quanto procedimental, conseguiram identificá-lo e compreendê-lo sem mediação da pesquisadora ou facilmente o perceberam, após alguns questionamentos, que os direcionassem a reler o enunciado ou rever as operações utilizadas ou cálculos realizados. Um exemplo de identificação e compreensão do erro é fornecido por Lui quando, no problema 1, percebe erro na tradução do problema para uma equação, após mediação:

**E:** Tens certeza de tua resposta?

**L:** Acho que sim.

**E:** Me explica, de onde você tirou estas informações para montar a equação?

**L:** Tinha que tirar 13 do dobro da idade.

**E:** E o +5 do outro lado da igualdade?

**L:** Acrescida de 5.

**E:** O que é acrescido de 5?

**L:** (Relê) A idade dele é acrescida de 5.

**E:** E o +5 representa isso?

**L:** Não.

**E:** O que representa então?

**L:** Tem que colocar um x ali.

**E:** Onde?

**L:** Na frente do 5. É  $x+5$ .

**E:** Por quê?

**L:** Porque a idade dele é x.

Lui, assim como outros estudantes do grupo 1, parece apresentar postura frente ao erro que corresponde ao nível III, caracterizado por Macedo (1994), onde os erros são superados e evitados nas ações seguintes, ou seja, há tomadas de consciência necessárias para a autocorreção e compreensão do erro cometido.

Alguns estudantes do grupo 2 também identificaram e corrigiram facilmente seus erros, como Raf, que no primeiro problema também registrou uma equação incorreta ( $-13+2x=+5$ ), mas, após ser questionado, corrigiu seu erro:

**E:** Me explica como você montou a equação.

**R:** -13, porque tinha que subtrair 13 do dobro, então  $2x$ . Isso é igual a idade dele mais 5, por isso +5.

**E:** Esse +5 representa “a idade dele mais 5”?

(Demonstra incerteza)

**E:** Como você representou a idade de Carlos?

**R:** Com x.

**E:** E a idade acrescida de 5?

**R:** Faltou o x.

**E:** Onde?

**R:** É  $x+5$ .

No entanto, a maioria dos estudantes do grupo 2 apresentou maiores dificuldades para identificar seus erros no primeiro problema e, ainda, dos 10 estudantes que elaboraram algum algoritmo de resolução e cometeram erros (já que quatro estudantes, Ani, Anr, Eri e Man desistiram de resolver o problema e quatro estudantes, Dio, Feo, Mat e Pal não cometeram erros), 6 não foram capazes de identificar seus erros, mesmo após auxílio. Entretanto, estes estudantes, com exceção de Mic, que não percebeu seus erros mesmo após os quatro momentos da entrevista clínica, apresentaram grandes progressos em direção à identificação de seus erros e avanços mais tímidos em direção à compreensão destes.

Muitos estudantes do grupo 2 demonstraram, então, uma postura frente ao erro coincidente com o nível II, apresentado por Macedo (1994), em que as interferências externas já surtem efeito como forma de conduzir à reflexão, mas o problema ainda permanece externo ao sistema cognitivo do sujeito, o que explicaria o grande avanço em relação à identificação, mas a ausência de compreensão e antecipação de erros.

#### 7.3.3.4 Melhora no desempenho

A melhora na identificação e compreensão dos erros dos estudantes do grupo 2 pode ser visualizada na Tabela 9. Considera-se, para leitura dos dados, NP= não percebe erro; P= percebe erro, mas não compreende sem auxílio; CE= compreende erro; NE= não comete erros; e D= desiste de resolver o problema.

Tabela 9 - Progresso em relação à identificação e compreensão do erro

Aluno	Inicial	1ª Entrevista	2ª Entrevista	3ª Entrevista
		Clínica	Clínica	Clínica
Ani	D	NE	NE	NE
Anr	D	NE	NE	NE
Die	NP	P	P	P
Dio	NE	P	P	NE
Djo	P	P	P	CE
Dou	NP	CE	NE	NE
Eri	D	NP	NP	P
Feo	NE	P	P	P
Isr	NP	P	NE	P
Lar	NP	P	NE	NE
Mai	P	NE	NE	NE
Man	D	CE	P	P
Mat	NE	P	P	NE
Mic	NP	NP	NP	NP
Mir	P	P	NE	NE
Pal	NE	CE	NP	P
Raf	P	NE	NE	CE
Wel	NP	P	NE	NE

Fonte: dados da pesquisa

Como apresentado na Tabela 9, é possível perceber uma resposta mais imediata à mediação nos casos de Ani e Anr que não chegaram a desenvolver uma solução para o problema 1, mas após a primeira entrevista clínica, passaram não só a resolver os problemas, mas também não cometeram erros. Já Eri apresenta um progresso mais lento, passando a perceber seus erros somente após o terceiro momento de entrevista clínica.

Os efeitos resultantes das entrevistas clínicas realizadas, principalmente em relação aos estudantes do grupo 2, parecem conferi-las um importante papel na melhora do desempenho dos estudantes, bem como no progresso em relação à identificação e compreensão de seus erros. Assim, essa melhora pode ser resultado da interação entre o aluno, a tarefa e a pesquisadora, que foi possibilitada pelo procedimento adotado. Para Piaget (1997), é na interação sujeito-objeto que o conhecimento se constrói, já que é no jogo de assimilações

e acomodações, as quais visam restabelecer um equilíbrio parcial, que aparecerão os confrontos e contradições que podem ou não serem superados, por meio de tomadas de consciência necessárias. Nesse processo, a mediação da pesquisadora que oferece situações em que o estudante se depara com contradições por ele apresentadas, podem ter auxiliado nesse processo de superação das mesmas, favorecendo o crescimento no desempenho de alguns estudantes, como Anr e Ani. Isso sugere que, como afirmam Ginsburg (2009) e Scallon (2000), uma avaliação na modalidade formativa, que visa diagnosticar as dificuldades do aluno e auxiliá-lo a atingir o patamar da autoavaliação, mostra-se como uma forma eficiente de ajudar os estudantes a construir conhecimentos.

Esses resultados também podem sugerir que instruções metacognitivas, que foram ofertadas em forma de questionamentos durante a entrevista clínica, podem melhorar o desempenho dos estudantes, já que estes podem realizar um monitoramento mais eficaz por meio de estratégias metacognitivas. Resultado semelhante foi encontrado por Gartmann e Freiberg (1995) em estudo com 34 estudantes universitários, onde aqueles que receberam instrução metacognitiva apresentaram menos erros na resolução de problemas algébricos. Além disso, o fato dos questionamentos realizados por meio de entrevistas clínicas possibilitarem um crescimento no desempenho dos estudantes na resolução dos problemas, uma maior ocorrência de identificação e compreensão de erros cometidos, bem como a prevenção de erros nos problemas seguintes (com exceção de Mic que não demonstrou crescimento) sugere que estes estudantes podem estar sendo afetados por instruções inadequadas. Essa hipótese tem apoio na abordagem de resposta à intervenção (RTI) (FUCHS *et al.*, 2003; FUCHS; FUCHS; HOLLENBECK, 2007; GERSTEN *et al.*, 2009; ALMEIDA; PIZZA; MIRANDA, 2011), que sugere que quando o aluno responde bem à intervenção realizada, suas dificuldades anteriores podem estar relacionadas à instrução recebida em sala de aula. Entretanto, pelo fato de não terem sido seguidas todas as recomendações relativas ao desenvolvimento da abordagem RTI, já que se optou por adotar a modalidade de Avaliação Formativa, está hipótese não pôde ser comprovada.

### **7.3.4 Relação entre estratégias metacognitivas autorrelatadas e observadas**

Como relatado anteriormente, o uso de estratégias metacognitivas pelos estudantes foi verificado por meio da Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP). Nesta ocasião, os estudantes pertencentes ao grupo 2 relataram utilizar um número maior de estratégias metacognitivas (M=86,5 pontos) que os integrantes do grupo 1 (M=82,5

pontos). Procurou-se, por meio da observação e das entrevistas clínicas, verificar se as estratégias relatadas pelos alunos dos dois grupos estavam presentes na resolução dos problemas. Assim, ao final da atividade, os alunos foram questionados sobre o uso de estratégias que não foram relatadas, mas pareciam presentes (principalmente, no caso do grupo 1) e das que foram relatadas, mas não identificadas durante a observação (principalmente, no caso do grupo 2).

No grupo 1, verificou-se, por meio dos questionamentos destinados a auxiliar o aluno a refletir sobre suas estratégias, que diversos estudantes utilizavam com maior frequência (sempre ou frequentemente) estratégias que foram relatadas como nunca ou raramente utilizadas, como pode ser observado na Tabela 10.

Tabela 10 - Estratégias pouco relatadas pelo grupo 1 que são utilizadas com frequência

Item da E-EMRP	Nº de Alunos
Avalia compreensão após leitura (item 11)	6
Repete ou revisa cálculos (itens 24 e 25)	6
Examina desempenho (item 30)	6
Classifica ou analisa informações (itens 10 e 15)	5
Fica atento a dados numéricos (item 8)	3
Interpreta problema antes de resolver (item 16)	3
Relê problema DR ou AR (itens 22 e 26)	3
Relê em voz alta (item 6)	2
Lê atentamente (item 9)	2
Busca ajuda (itens 4 e 18)	1

Fonte: dados da pesquisa

Pode-se verificar que estratégias como *avaliar a compreensão após leitura do enunciado*, *repetir e revisar cálculos* e *examinar desempenho após resolução* foram relatadas como nunca ou raramente utilizadas por 6 estudantes do grupo 1. Quando estes estudantes foram observados ao resolver a atividade envolvendo problemas algébricos, observou-se, no entanto, o uso destas durante a resolução de todos ou pelo menos em metade dos problemas propostos. Além disso, após a atividade, quando questionados sobre o uso destas estratégias, relataram que as utilizaram quando resolviam problemas propostos na sala de aula.

Essa ocorrência de estratégias metacognitivas utilizadas, mas não relatadas pelos estudantes com alto nível de competência cognitiva é discutida por Marini (2006). A autora afirma que, ao utilizarem essas estratégias, muitas vezes os estudantes não demonstram controle consciente delas, já que, por serem muito utilizadas por eles, tomam a forma de uma habilidade automatizada e pouco consciente. Este pode ter sido o caso dos alunos do grupo 1,

pois quando questionados, perceberam que realmente utilizavam a estratégia metacognitiva observada pela pesquisadora.

Já a maioria dos estudantes do grupo 2, relataram utilizar algumas estratégias com maior frequência (sempre ou frequentemente) do que o observado durante a resolução dos problemas. Desta forma, em relação a essas estratégias que pareciam claramente não estarem presentes, mas foram apontadas pelos alunos, questionou-se se os estudantes realmente as utilizavam e se verificou uma superestimação no relato do seu uso, como mostra a Tabela 11.

Tabela 11 - Estratégias muito relatadas pelo grupo 2 que não foram identificadas

Item da E-EMRP	Nº de Alunos
Repete ou revisa cálculos (itens 24 e 25)	12
Busca ajuda (itens 4 e 18)	8
Registram informações do enunciado (item 13)	4
Relê problema DR ou AR (itens 22 e 26)	3
Relê em voz alta (item 6)	1

Fonte: dados da pesquisa

Há uma superestimação do uso da estratégia de *revisão e repetição dos cálculos realizados* que foi relatada como utilizada sempre ou frequentemente pelos estudantes, mas não observada durante a atividade de resolução de problemas. Alguns estudantes chegavam a realizar alguma revisão, mas tão somente quando isso lhes era solicitado.

Outra estratégia muito relatada, mas pouco utilizada de forma espontânea, foi a busca por ajuda. Os estudantes do grupo 2 demonstraram, inicialmente, uma maior resistência em pedir auxílio, mas quando este lhes era oferecido, aceitavam prontamente. Entretanto, a maior parte dos estudantes, até o final da atividade, passaram a solicitar este recurso, embora relatem que em sala de aula não costumam recorrer ao professor ou colegas, pois afirmam ter vergonha por não saberem realizar a tarefa sozinhos, como relataram Anr e Mai. Estes alunos, que se percebem como menos competentes, temem uma reação negativa do professor ou colegas e, ainda, demonstram um sentimento negativo em relação aos erros por eles cometidos, atribuindo a si mesmos a culpa por seus fracassos. Esse sentimento é comum em estudantes que se veem como menos competentes, como alertam Newman (1990), Carvalho (1997) e Carmo (2002). Os autores atentam para a concepção de erro frequentemente adotada pelos professores e pela escola, que o trata como algo fora do padrão, relacionando-o como a causa do fracasso e não permitindo que o estudante reflita sobre o erro sem culpa, o que faz

com que, frequentemente, os alunos percam o interesse pela Matemática, já que se julgam incapazes de aprendê-la.

Por meio dos resultados encontrados em relação ao relato de uso de estratégias metacognitivas, percebe-se que a maioria dos estudantes do grupo 2 relataram utilizar uma ou mais estratégias com maior frequência do que realmente as empregavam. Pieschl (2009) justifica este acontecimento, afirmando que o julgamento destes estudantes nem sempre é acurado. E, como destaca Metcalfe (2009), um julgamento acurado é essencial ao aluno autorregulado, que deve converter o julgamento em estratégia, com o objetivo de melhorar sua aprendizagem. Além disso, como alertam Pintrich e De Groot (1990), não basta conhecer uma estratégia para utilizá-la, deve-se também saber como e quando aplicá-la, pois para utilizar a metacognição é necessário motivação e habilidade. Dessa forma, os estudantes do grupo 2 podem não ser autorregulados, já que a autorregulação, como coloca Panaoura (2007), é a capacidade de utilizar o conhecimento metacognitivo estrategicamente para alcançar um objetivo cognitivo. E ainda, como destaca Ribeiro (2003), permite o controle da atividade cognitiva, a avaliação da execução da tarefa e as correções quando necessárias. Uma possível explicação para o relato superestimado desses estudantes está, então, no fato deles não serem autorregulados. Estes alunos podem ter conhecimento metacognitivos (sobre a tarefa, as ações e objetivos, o modo como aprendem), mas podem não ser capazes de utilizá-lo de forma estratégica para realizar atividades cognitivas.

Outra explicação para o relato superestimado pode ser dada com base nas afirmações de Guimarães, Stoltz e Bosse (2008). Essas autoras argumentam que para o aluno aplicar estratégias metacognitivas sobre um conhecimento é necessário que, primeiro, tome consciência desse saber. Assim, alguns estudantes do grupo 2 podem não compreender suficientemente bem os problemas apresentados, não podendo relacioná-los com as estratégias conhecidas. Esse pode ser o caso de Mic que apresentou uma elevada pontuação na E-EMRP (103 pontos), sugerindo o uso frequente de diversos recursos que não foram observados na tarefa de resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau (TRPEA). Como Mic demonstra grande dificuldade nessa tarefa, apresentando muitos erros conceituais, pode-se supor que não tenha apresentado melhora com as entrevistas clínicas, baseadas em instruções metacognitivas, dado o fato de não ter conhecimentos prévios suficientes sobre equações algébricas do 1º grau para aplicar as estratégias por ela conhecidas e outras sugeridas durante a entrevista clínica. Posto isso, pode-se sugerir que a maioria dos estudantes do grupo 2, além de relatar um uso maior do que o observado, demonstrando um



juízo pouco preciso, também pode estar usando esses recursos de forma inadequada, não obtendo assim resultados positivos.

Dessa forma, infere-se - com o aporte de estudiosos (DAVIS; NUNES; NUNES, 2005; CHI; GLASER, 1992, FISHER, 1998; STERNBERG, 2008) e com base nos resultados da observação e entrevista clínica – que há relação entre competência cognitiva e metacognição, já que os estudantes do grupo 1, que apresentaram alto nível de competência cognitiva, também demonstraram utilizar com maior frequência um número maior de estratégias metacognitivas. E, de modo contrário, os estudantes que apresentaram baixo nível de competência cognitiva, também demonstraram utilizar em menor número e frequência esses recursos metacognitivos na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau. Esses achados vão ao encontro das ideias discutidas por Fisher (1998), que afirma que os estudantes menos competentes apresentam atrasos no desenvolvimento metacognitivo, o que prejudica sua aprendizagem. Já os estudantes mais competentes, possuem um maior conhecimento e controle metacognitivo, o que lhes possibilita ter consciência sobre o que sabem e o que não sabem e como lidar com suas dificuldades, procurando a compreensão de que necessitam.

Não só o menor uso real de estratégias metacognitivas, observado em relação ao grupo 2, mostra-se como um resultado preocupante. Ainda mais alarmante é a falta de identificação de recursos empregados visando à conferência do resultado do problema, ou seja, estratégias de natureza avaliativa, que foi verificada em ambos os grupos, mas com maior intensidade no grupo 2 (opondo-se aos dados obtidos por meio da E-EMRP). Russel (2002) justifica que os alunos costumam suspender precocemente a reflexão sobre o resultado e se contentam com a primeira resposta encontrada, sendo o fato ainda mais frequente em alunos que raciocinam mal. Para esses um caminho até uma solução é tão tortuoso que costumam se contentar com o primeiro modelo mental do problema criado, o que pode explicar porque os estudantes do grupo 2 não costumam conferir seu procedimento de resolução.

Entretanto, observou-se no grupo 1 que, apesar de o uso de estratégias de natureza avaliativa, visando à conferência do resultado, não serem frequentes, elas são facilmente utilizadas (e com sucesso) quando sugeridas, o que não ocorre com todos os estudantes do grupo 2, que demonstram grande dificuldade em refletir ou explicar sua resolução (como Mic que, como já discutido, não conseguiu explicar como resolveu os problemas). Além disso, os estudantes do grupo 1 relataram que costumam utilizar estratégias de avaliação para conferir suas resoluções em provas ou trabalhos que serão entregues, mas em atividades de aula, utilizam-nas apenas quando encontram dificuldades, como relatado por Sam. Estes estudantes

demonstram conhecer a importância de utilizá-las para avaliar seu desempenho na resolução, como demonstrado por Ism que, quando questionado se costumava realizar revisões, respondeu “Não costumo. É por isso que, às vezes, nas provas eu erro coisas bobas”.

Dessa forma, pôde-se observar uma relação inversa entre o autorrelato de várias estratégias metacognitivas e a observação do uso destas durante a resolução dos problemas, principalmente no que diz respeito aos estudantes do grupo 2. E ainda, pode-se sugerir que alguns estudantes do grupo 2 não utilizam de forma correta aquelas que empregam. Isso vai ao encontro das ideias de diversos autores (PINTRICH; DE GROOT, 1990; BLAKEY; SPENCE, 1990; FISHER, 1998; ZIMMERMAN, 2002; DAVIS; NUNES; NUNES, 2005; MONTAGUE, 2008; ARAÚJO, 2009; ÖZSOY; ATAMAN, 2009) que defendem que o uso frequente e correto de estratégias metacognitivas precisa ser trabalhado em sala de aula, integrado aos modelos de aprendizagem dos professores, tornando-se uma alternativa para auxiliar os estudantes a: tomar consciência de estratégias ineficientes (ARAÚJO, 2009); identificar, compreender e prevenir seus erros (SHIMAMURA, 2000; FERNANDEZ-DUQUE; BAIRD; POSNER, 2000); aprimorar sua aprendizagem e, conseqüentemente, seu desempenho.

Posto isso, pode-se também sugerir, como propõem diversos autores (ANDRETTA *et al.*, 2010; PIESCHL, 2009; SHIMAMURA, 2000; FERNANDEZ-DUQUE; BAIRD; POSNER, 2000; MATLIN, 2004), que há relação entre a identificação e compreensão do erro e o uso de estratégias metacognitivas. Isso pode ser sugerido pelo fato de, após a observação e entrevista, ter sido verificado que os estudantes do grupo 1, que utilizaram estratégias metacognitivas com maior frequência, identificaram, compreenderam e preveniram seus erros mais vezes durante a resolução dos problemas, apresentando melhor desempenho. Também os estudantes do grupo 2, após questionamentos sugerindo o uso desse recurso, passaram a identificar, compreender e até prevenir erros na resolução dos problemas, em concordância com as ideias de Özsoy e Ataman (2009) sobre a necessidade de os alunos possuírem conhecimento e controle metacognitivo, além do conteúdo cognitivo, para se obter um bom desempenho na aprendizagem de qualquer conteúdo escolar. Além disso, a melhora no desempenho dos estudantes do grupo 2, reforça a validade do treino metacognitivo, realizado por meio de instruções e questionamentos que sugerem estratégias metacognitivas, como foi destacado por Blakey e Spence (1990) e Özsoy e Ataman (2009).

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aprendizagem e, de forma específica, a aprendizagem da Matemática tem sido o foco de estudos desenvolvidos em diversas áreas da ciência – Psicologia Cognitiva, Educação, Educação Matemática e Epistemologia Genética – com o propósito de investigar as diferenças cognitivas e metacognitivas entre os sujeitos, discutir estratégias que auxiliem os estudantes a aprimorar sua aprendizagem, bem como oportunizar aos educadores informações relevantes sobre o processo de aprendizagem para que desenvolvam melhores planos de ensino.

O uso de estratégias metacognitivas como recurso para aprimorar a aprendizagem tem sido um dos fatores mais fortemente investigado pela Psicologia Cognitiva. Estudos nessa área, e outros articulados à Educação e Educação Matemática, têm evidenciado a importância do uso de um aporte metacognitivo de planejamento, monitoramento, regulação e avaliação na resolução de problemas matemáticos. A abordagem metacognitiva contribui para o aprimoramento da aprendizagem de forma geral, como um fator que implica nas diferenças entre o desempenho acadêmico dos estudantes e, conseqüentemente, na identificação, compreensão e prevenção dos erros.

Esta pesquisa demonstrou que, alunos diferentes usam estratégias diversas frente a um mesmo problema e que encontrar caminhos para a resolução depende tanto do interesse como do conhecimento prévio que cada sujeito possui. Assim, as diferenças estão baseadas em processos cognitivos e metacognitivos e organizações mentais que caracterizam a competência na solução de problemas. Nessa perspectiva, alunos com alto nível de competência cognitiva apresentam uma melhor organização e acesso ao conhecimento na memória de longo-prazo; possuem diversas operações automatizadas, podendo recuperá-las e executá-las com facilidade; bem como utilizam um número maior de recursos cognitivos e metacognitivos, e com maior frequência, quando solucionam um problema, cometendo menos erros e compreendendo mais facilmente os erros cometidos.

Ao retomar o objetivo geral desta pesquisa, explorar as relações entre a competência cognitiva, o uso de estratégias metacognitivas e o desempenho e a compreensão do erro na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau, em alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, destaca-se a constatação de uma forte correlação entre a competência cognitiva e o desempenho / compreensão do erro pelo estudante. Esse resultado sugere que a capacidade de identificar, compreender e prevenir erros na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau está relacionado à competência cognitiva do sujeito.

Solidificou-se esta relação ao serem identificadas diferenças significativas entre os grupos com alto e baixo nível de competência cognitiva, demonstrando que alunos mais competentes apresentam melhor compreensão e prevenção de erros na resolução de problemas. Já os estudantes menos competentes, apresentam maiores dificuldades em identificar os erros por eles cometidos, raramente compreendendo suas origens sem que houvesse a mediação da pesquisadora.

Verificou-se também a existência de relação entre a competência cognitiva e o uso de estratégias metacognitivas, já que foi possível observar, durante a resolução dos problemas, o uso de um maior número de estratégias e de forma mais regular pelos estudantes pertencentes ao grupo de alto nível de competência cognitiva. Já os estudantes pertencentes ao grupo de baixo nível de competência cognitiva também demonstraram o uso de diversos recursos, mas geralmente não os utilizavam em conjunto, mas isoladamente e de forma irregular. Entretanto, verificou-se que, por vezes, mesmo utilizando-os, os estudantes não foram capazes de identificar os erros por eles cometidos. Esse achado alerta para a possibilidade de existência de falhas na utilização de estratégias metacognitivas por estes estudantes, evidenciando a necessidade de um plano de ensino que contemple a utilização destes recursos aplicados ao campo da Matemática.

Ainda foi possível verificar a existência de relação entre o uso de estratégias metacognitivas e a identificação, compreensão e prevenção de erros, já que os estudantes que demonstraram utilizar um maior número de estratégias durante a resolução dos problemas, também cometeram menos erros e apresentaram maior facilidade em identificar e compreender a origem dos erros cometidos. Assim, constatou-se que os estudantes que apresentaram alto nível de competência cognitiva, demonstraram utilizar um aporte mais estruturado de recursos metacognitivos e cometeram menos erros na resolução dos problemas. Já os estudantes que apresentaram baixo nível de competência cognitiva, demonstraram utilizar um número menor de estratégias, e de forma irregular, e cometeram uma quantidade maior de erros, apresentando maior dificuldade na identificação e compreensão destes. Os dados desta pesquisa, então, evidenciam a importância da competência cognitiva e metacognitiva na identificação, compreensão e prevenção de erros na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.

Também foi possível identificar, por meio da observação e entrevista clínica, o uso de recursos estratégicos de contagem imaturos (contar nos dedos) e a dificuldade no algoritmo da divisão, por parte dos estudantes do grupo de baixo nível de competência cognitiva. Além disso, observou-se, em ambos os grupos, a primazia de um processo de resolução mecanizado

e, frequentemente, com ausência de compreensão. Essas evidências sugerem que o ensino da Matemática ainda está centrado no domínio de técnicas de cálculo e tem contemplado de forma insuficiente as estratégias de raciocínio. Essa hipótese parece ser reforçada pelo desempenho médio dos estudantes no WASI, o qual prioriza o raciocínio indutivo e dedutivo, que foi de aproximadamente 9 acertos, sendo que a prova é composta de 22 problemas. Deficiências dessa natureza parecem ser ainda mais evidentes no que se refere à resolução de problemas matemáticos, já que os dois problemas desta natureza – presentes no WASI – tiveram poucos acertos (3 acertos, no grupo 1), sendo que nenhum dos estudantes respondeu corretamente aos dois problemas matemáticos.

Os resultados obtidos com a presente pesquisa, referentes à análise dos erros na resolução de problemas, também sugerem que a ênfase nos conhecimentos procedurais, parece pôr em detrimento o ensino de conhecimentos conceituais, já que os estudantes apresentaram grande frequência e variedade de erros relacionados a aspectos conceituais, como a incompreensão das letras como variáveis, incompreensão do sinal de igualdade como equivalência, desconhecimento das características das operações com números inteiros e suas relações, entre outros. Outro fato que pareceu evidente com a ocorrência de diversos erros no processo de resolução dos problemas foi que a ênfase no ensino mecanizado de procedimentos de resolução, sem compreensão, parece não garantir o bom desempenho dos estudantes e, frequentemente, dificulta a compreensão dos erros cometidos. Isso ocorre por não haver compreensão total nem domínio do procedimento aplicado, dificultando a reflexão sobre o processo de resolução, já que sua verbalização se resume a recitar os passos e cálculos efetuados.

Assim, verificou-se a importância de trabalhar com problemas matemáticos verbais que possibilitam uma maior abrangência das capacidades matemáticas dos alunos, bem como dão espaço para a criação de outras formas de resolução que não o procedimento padrão. Além disso, a utilização da observação e entrevista clínica possibilitou verificar as estratégias metacognitivas utilizadas pelos estudantes durante a resolução, bem como o pensamento aplicado em cada problema, evidenciando a origem dos erros cometidos e sua natureza conceitual ou procedural.

Um dos aspectos mais relevantes da pesquisa diz respeito aos efeitos dessas entrevistas clínicas, realizadas sob o enfoque da Avaliação Formativa. Os questionamentos e orientações oferecidos parecem ter auxiliado os alunos, que apresentaram evolução na resolução do problema seguinte à entrevista clínica. Esse efeito foi mais evidente nos estudantes com baixos níveis de competência cognitiva, sendo que muitos apresentaram uma melhora

constante no que condiz à identificação e compreensão dos erros cometidos. Tal evidência apresenta uma valiosa implicação educacional, já que parece ser possível ao professor auxiliar cada estudante em sua aprendizagem, por meio de questionamentos, identificando os equívocos de pensamento que precisam ser corrigidos, não se limitando apenas a corrigir o erro, sem compreender o pensamento que o originou.

Desse modo, mesmo com o número restrito de sujeitos na amostra, que consiste em uma limitação do estudo, os resultados obtidos pela pesquisa vão na mesma direção que pesquisas anteriores e mostram dados de uma realidade que deve ser considerada, já que expressa características da aprendizagem de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Nessa perspectiva, sugere-se aos professores e pesquisadores formadores de professores - não só na área de Educação Matemática, mas na educação de modo geral – que invistam em mais estudos que busquem a compreensão do processo de aprendizagem e suas particularidades, auxiliando na reformulação do trabalho pedagógico que dá ênfase à mecanização em detrimento da compreensão, dando subsídios aos educadores para que possam compreender e rever seu fazer pedagógico.

Posto isso, o presente estudo levanta questões que sugerem mais investigação e intervenção dos pesquisadores, na realidade escolar brasileira. É preciso verificar como se encontra o conhecimento aritmético dos estudantes, antes do início do ensino da álgebra; bem como verificar as falhas no processo de ensino e de aprendizagem, que não deram conta de resolver as dificuldades aritméticas até o 7º ano do ensino fundamental, quando os estudantes se iniciam formalmente no campo algébrico. Ainda fazem-se necessários mais estudos que contemplem o processo de aprendizagem algébrica, contribuindo com informações que auxiliem os professores a estruturar um plano de ensino mais eficiente.

## REFERÊNCIAS

ABLARD, K.; LIPSCHULTZ, R. Self-Regulated Learning in High- Achieving Students: relations to advanced reasoning, achievement goals, and gender. **Journal of Educational Psychology**, Washington, v. 90, n. 1, p. 94-101, 1998.

ABRAHÃO, M. (Org). **Avaliação e erro construtivo libertador**: uma teoria-prática incluída em educação. 2. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

ALMEIDA, R.; PIZZA, C.; MIRANDA, M. Resposta à intervenção: uma abordagem para prevenir e remediar dificuldades de aprendizagem. **Revista Crescimento e desenvolvimento Humano**, São Paulo, v.2, n. 21, [s/p], 2011.

ALVES, H.; DA LUZ, A. Aspectos cognitivos, metacognitivos e afetivos envolvidos na resolução de problemas matemáticos. **Revista Contemporânea de Educação**, Rio de Janeiro, v. 3, p. 1-12, 2007.

ANDRETTA, I. et al. Metacognição e aprendizagem: como se relacionam?. **Psico-PUCRS**, Porto Alegre, v. 41, n. 1. p. 7-13, jan./mar. 2010.

ARAÚJO, L. **Rompendo o contrato didático**: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos. 2009. 302 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, Recife, PE, 2009.

BECKER, F. **Educação e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BERNARD, J.; COHEN, M. Uma integração dos métodos de resolução de equações numa sequência evolutiva de aprendizado. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 10, p. 111-126.

BLAKEY, E.; SPENCE, S. **Developing Metacognition**. New York: ERIC Clearinghouse on Information Resources Syracuse, 1990.

BOOTH, J. Why Can't Students Get the Concept of Math? In: **International Dyslexia Association Perspectives**, 2011. Disponível em: <[http://www.resourceroom.net/math/ida\\_math\\_spring2011\\_booth.asp](http://www.resourceroom.net/math/ida_math_spring2011_booth.asp)>. Acesso em: 05 mar. 2012.

BOOTH, J.; KOEDINGER, K. Key misconceptions in algebraic problem solving. In: LOVE, B.; MCRAE, K.; SLOUTSKY, V. (Eds.). **Proceedings of the 30th Annual Cognitive Science Society**. Austin: Cognitive Science Society, p. 571-576, 2008.

BOOTH, J.; KOEDINGER, K.; SIEGLER, R. The effect of prior conceptual knowledge on procedural performance and learning in algebra. In: **29th annual meeting of the Cognitive Science Society**, Nashville, 2007.

BOOTH, L. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 3, p. 23-36.

BORUCHOVITCH, E. Estratégias de aprendizagem e desempenho escolar: considerações para a prática educacional. **Revista Reflexão e Crítica**. UFRGS, Porto Alegre, v. 12, n. 002, p. 1-15, 1999.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Lei nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2011.

BRASIL, Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Matemática. Brasília: MEC, SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 5 abr. 2011.

BROUSSEAU, G. Les obstacles epistemologiques et la didactique des mathematiques. **Construction des saviors: obstacles et conflits**. p. 3-19, 1989.

BROUSSEAU, G. Les obstacles epistemologiques et les problèmes en mathématiques. In: COMMISSION INTERNATIONALE POUR L'ETUDE ET L'AMÉLIORATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES - XXVIII CIEAEM. 1976, Bélgica. **Anais...** Bélgica, 1976. Disponível em: <[http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/51/65/69/PDF/Obstacles\\_76.pdf](http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/51/65/69/PDF/Obstacles_76.pdf)>. Acesso em: 21 jul. 2011.

CARMO, J. Produção de erros no ensino e na aprendizagem: implicações para a interação professor-aluno. In: MIZUKAMI, M.; REALI, A. (Org.). **Aprendizagem profissional da docência: saberes, contextos e práticas**. São Carlos: EDUFSCar, 2002. cap. 9, p. 211-227.

CARROL, J. **Human cognitive abilities: a survey of factor-analytic studies**. New York: Cambridge University Press, 1993.



CARVALHO, J. As noções do erro e do fracasso no contexto escolar: algumas considerações preliminares. In: AQUINO, J. (Org.). **Erro e fracasso na escola: alternativas teóricas e práticas**. São Paulo: Summus, 1997. p. 11-24.

CHAHON, M. Metacognição e resolução de problemas aritméticos verbais: teoria e implicações pedagógicas. **Revista do Departamento de Psicologia** – UFF, Niterói, v. 18, n. 2, p. 163-176, jul./dez. 2006.

CHI, M. Theoretical Perspectives, Methodological Approaches, and Trends in the Study of Expertise. In: LI, Y. **Expertise in Mathematics Instruction: an international perspective**. Springer, 2011, p. 17-39.

CHI, M.; GLASER, R. A capacidade para a solução de problemas. In: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas**. Porto Alegre: Artmed, 1992. cap. 10, p. 250-275.

CORSO, H. et al. Metacognição e funções executivas: relações entre os conceitos e implicações na aprendizagem. **Psicologia: Teoria e Prática**. Em produção, 2012.

CRESWELL, J. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CURY, H. **Análise de erros: o que podemos aprender com as resposta dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DA PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Portugal: Ministério da Educação-BGIdc, 2009. cap. 7, p. 92-115.

DANSEREAU, D. et al. Development and evaluation of na effective learning strategy. **Journal of Education Psychology**, n. 79, p. 64-73, 1979.

DANTE, L. Equações do 1º grau com uma incógnita. In: DANTE, L. **Tudo é matemática 6ª série**. 2 ed. São Paulo: Ática, 2007. cap. 5, p. 99-124.

DAVIS, C.; ESPOSITO, Y. O papel e a função do erro na avaliação escolar. **Revista brasileira de estudos pedagógicos**, Brasília, v. 72, n. 171, p. 196-206, mai./ago. 1991. Disponível em: <<http://www.rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile /436/441>>. Acesso em: 5 abr. 2011.

DAVIS, C.; NUNES, M.; NUNES, C. Metacognição e sucesso escolar: articulando teoria e prática. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 35, n. 125, p. 205-230, maio/ago. 2005.

DE JOU, G.; SPERB, T. A metacognição como estratégia reguladora da aprendizagem. **Revista Reflexão e Crítica** – UFRGS, Porto Alegre, v. 19, n. 2, p. 177-185, 2006.

DELVAL, J. O método clínico de Piaget. In: DELVAL, J. **Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento das crianças**. Porto Alegre: Artmed, 2002. cap. 3, p.53-78.

DIAS, N.; SEABRA, A. Desenvolvimento das funções executivas. In: MONTIEL, J.; CAPOVILLA, F. **Atualização em transtornos de aprendizagem**. São Paulo: Artes Médicas, 2009. cap. 23, [s/p].

ESTEBAN, M. **O que sabe quem erra?** Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FERNANDEZ-DUQUE, D.; BAIRD, J.; POSNER, M. Executive attention and metacognitive regulation. **Consciousness and Cognition**, San Diego, n. 9, p. 288-307, 2000.

FISHER, R. Thinking about Thinking: Developing Metacognition in Children. **Early Child Development and Care**, v. 141, n. 1, p. 1-15, 1998.

FLAVELL, J. Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. **American Psychologist**, Washington, v. 34, n. 10, p. 906-911, out. 1979.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2006.

FREITAS, M. **Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio**. 2002. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2002.

FUCHS, L.; FUCHS, D.; HOLLENBECK, K. Extending Responsiveness to Intervention to Mathematics at First and Third Grades. **Learning Disabilities Research & Practice**, Malden, v. 22, n. 1, p. 13–24, feb. 2007.

FUCHS, D. et al. Responsiveness-to-Intervention: Definitions, Evidence, and Implications for the Learning Disabilities Construct. **Learning Disabilities Research & Practice**, Malden, v. 18, n. 3, p. 157–171, 2003.

GARTMANN, S.; FREIBERG, M. Metacognition and Mathematical Problem Solving: helping students to ask the right questions. **The Mathematics Educator**, Athens, v. 6, n. 1, p. 9-13, 1995. Disponível em: <<http://math.coe.uga.edu/tme/Issues/v06n1/3gartmann.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2011.

GERSTEN, R. et al. **Assisting Students Struggling with Mathematics**: response to intervention (RtI) for elementary and middle schools. Washington: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education, 2009. Disponível em: <<http://ies.ed.gov/ncee/wwc/publications/practiceguides/>>. Acesso em: 10 mai. 2012.

GINSBURG, H. The challenge of formative assessment in mathematics education: children's minds, teacher's minds. **Human Development**, Basel, n. 52, p. 109-128, 2009.

GLASERSFELD, E. **Construtivismo Radical**: uma forma de conhecer e aprender. Tradução de Fernanda Oliveira. Lisboa: Instituto Piaget, 1995.

GUIMARÃES, S.; STOLTZ, T.; BOSSE, V. Da tomada de consciência à metacognição. In: GUIMARÃES, S.; STOLTZ, T. (Org). **Tomada de consciência e conhecimento metacognitivo**. Curitiba: UFPR, 2008. cap. 1, p. 13-27.

GULGOZ, S.; KAGITCIBASI, C. Intelligence and intelligence in Turkey. In: STERNBERG, R. **International Handbook of Intelligence**. Cambridge University Press, 2004.

HASSAN, F. **Metacognitive Strategy Awareness and Reading Comprehension**. Malásia: Universiti Putra Malaysia, 2003. Disponível em: <<http://www.melta.org.my/ET/2003/2003-16.pdf>>. Acesso em: 05 mai. 2011.

HOUDÉ, O. A gênese da cognição: o espírito piagetiano e as perspectivas atuais. In: HOUDÉ, O.; MELJAC, C. **O espírito piagetiano**: homenagem internacional a Jean Piaget. Tradução de Vanise Dresch. Porto Alegre: Artmed, 2002. cap. 7, p. 121-138.

HUNT, E. A capacidade verbal. In: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas**. Porto Alegre: Artmed, 1992. cap. 2, p. 43-71.

IGLIORI, S. A noção de “obstáculo epistemológico” e a Educação Matemática. In: MACHADO, S. (Org). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3 ed. São Paulo: EDUC, 2008. p. 113-142.

JOHNSON-LAIRD, P. A capacidade para o raciocínio dedutivo. In: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas**. Porto Alegre: Artmed, 1992. cap. 8, p. 194-216.

JOLY, M. **Escala de Estratégias Metacognitivas de Leitura** – Ensino Fundamental II. (Rel. Tec. Nº 1) Brasília: Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento Científico e Tecnológico, 2008.

KIERAN, C. Equações e expressões em álgebra. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 9, p. 104-110.

LOCHHEAD, J. MESTRE, J. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 13, p. 144-154.

LUCKESI, C. **Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude**. São Paulo: FDT, 1998. Disponível em: < [http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias\\_08\\_p133-140\\_c.pdf](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_08_p133-140_c.pdf)>. Acesso em: 01 jun. 2011.

MACEDO, L. **Ensaaios construtivistas**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

MALLOY-DINIZ, L. et al. Neuropsicologia das funções executivas. In: FUENTES, D. et al. **Neuropsicologia: teoria e prática**. Porto Alegre, Artmed, 2008. cap. 11, p.187-206.

MANDARINO, M. et al. **Soluções inesperadas na resolução de problemas matemáticos: erro ou acerto?**. Rio de Janeiro, 01 abr. 2010. Disponível em: <<http://www.limc.ufrj.br/limc/images/7/7c/Solucoes.pdf>>. Acesso em: 5 abr. 2011.

MATLIN, M. Estratégias de memória e metacognição. In: MATLIN, M. **Psicologia Cognitiva**. Rio de Janeiro: LTC, 2004. cap. 5, p. 104-125.

MATLIN, M. Memória de longo prazo. In: MATLIN, M. **Psicologia Cognitiva**. Rio de Janeiro: LTC, 2004. cap. 4, p. 74-102.

MATLIN, M. Resolução de problemas e criatividade. In: MATLIN, M. **Psicologia Cognitiva**. Rio de Janeiro: LTC, 2004. cap. 10, p. 233-259.

MATOS, A.; DA PONTE, J. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8º ano. **Revista Latinoamericana de Investigacion Matematica Educativa**, México, v. 11, n. 2, p. 195-231, 2008.

MATSUDA, N. et al. A Computational Model of How Learner Errors Arise from Weak Prior Knowledge. In: **Annual Conference of the Cognitive Science Society**. Austin: Cognitive Science Society, p. 1-6, 2009.

MAYER, R. A capacidade para a matemática. In: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas**. Porto Alegre: Artmed, 1992, cap. 6, p.114-168.

MELLO, C. Pensamento, inteligência e funções executivas. In: PANTANO, T.; ZORZI, J. **Neurociência aplicada à aprendizagem**. São José dos Campos: Pulso, 2009. cap. 5, p. 81-104.

MELTZER, L.; KRISHNAN, K. Executive Function Difficulties and Learning Disabilities: understandings and misunderstandings. In: MELTZER, L. **Executive Function in Education**. New York: The Guilford Press, 2007.

MARINI, J. **Escala de estratégias metacognitiva de leitura para o ensino médio: evidências de validade**. 2006. 104 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Programa de Pós-Graduação em Psicologia, Universidade de São Francisco, Faculdade de Psicologia. Itatiba, SP, 2006. Disponível em: <[http://www.usf.edu.br/itatiba/mestrado/psicologia/uploadAddress/Dissertacao\\_Janete\\_Marini\[1581\].pdf](http://www.usf.edu.br/itatiba/mestrado/psicologia/uploadAddress/Dissertacao_Janete_Marini[1581].pdf)>. Acesso em: 22 mar. 2012.

METCALFE, J. Metacognitive judgments and control of study. **Associations for Psychological Science**, Washington, v. 18, n. 3, p. 159-163, 2009.

MINAYO, M. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 10 ed. São Paulo: Editora Hucitec, 2007.

MONTAGUE, M. Self-regulation strategies to improve mathematical problem solving for students with learning disabilities. **Learning Disability Quarterly**, Thousand Oaks, v. 31, n. 1, p. 37-44, 2008.

NELSON, T.; NARENS, L. Metamemory: a theoretical framework and new findings. **The Psychology of Learning and Motivation**, Orlando, v 26, p. 128-173, 1990. Disponível em: <

[http://aris.ss.uci.edu/~lnarens/1990/Nelson&Narens\\_Book\\_Chapter\\_1990.pdf](http://aris.ss.uci.edu/~lnarens/1990/Nelson&Narens_Book_Chapter_1990.pdf)>. Acesso em: 11 jul. 2011.

NEWMAN, R. Children's help-seeking in the classroom: the role of motivational factors and attitudes. **Journal of Educational Psychology**, Washington, v. 82, n. 1, p. 71-80, 1990.

NOKES, T.; SCHUNN, C.; CHI, M. Problem solving and human expertise. In: BAKER, P.; MCGAW, B. (Eds). **International Encyclopedia of Education**. 3 ed. Oxford: Elsevier, 2010, p. 265-272.

NOTA, L.; SORESI, S.; ZIMMERMAN, B. Self-regulation and academic achievement and resilience: a longitudinal study. **International Journal of Education Research**, Orlando, n. 41, p. 198-215, 2004.

OECD. **PISA 2012 field trial problem solving framework**: Draft subject to possible revision after the field trial. Paris: OECD, 2010. Disponível em:<<http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/8/42/46962005.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2012.

ÖZSOY, G.; ATAMAN, A. The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. **International Electronic Journal of Elementary Education**, Norway, v.1, n. 2, mar. 2009.

PANAOURA, A. The Interplay of Processing Efficiency and Working Memory with the Development of Metacognitive Performance in Mathematics. **The Montana Mathematics Enthusiast**, Cyprus, v. 4, n. 1, p. 31-52, 2007.

PELLEGRINO, J. A capacidade para o raciocínio indutivo. In: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas**. Porto Alegre: Artmed, 1992. cap. 9, p. 217-249.

PESSOA, R. **O processo avaliativo na progressão continuada**: qual o sentido do erro?. 2007. 157 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP, 2007. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000410408>>. Acesso em: 3 abr. 2011.

PIAGET, J. **Abstração Reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Traduzido por Fernando Becker e Petronilha B. G. da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIAGET, J. **A tomada de consciência**. São Paulo: Melhoramentos, 1977.

PICOLO, K.; TEIXEIRA, T.; VITÓRIO, S. A compreensão do erro no ensino de matemática. **Revista de iniciação científica**, Criciúma, v. 4, n. 1, p. 227-233, 2006. Disponível em: <<http://periodicos.unesc.net/index.php/iniciacaocientifica/article/viewArticle/64>>. Acesso em: 05 abr. 2011.

PIESCHL, S. Metacognitive calibration: an extended conceptualization and potential applications. **Metacognition Learning**, New York, n. 4, p. 3-31, 2009.

PINTO, N. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas: Papyrus, 2000.

PINTRICH, P. The role of goal orientation in self-regulated learning. In: BOEKAERTS, M.; PINTRICH, P.; ZEIDNER, M. (Eds.). **Handbook of selfregulation**. San Diego: Academic Press, 2000, p. 451-502.

PINTRICH, P.; DE GROOT, E. Motivacional and Self-Regulated Learning Components of Classroom Academic Performance. **Journal of Educational Psychology**. Washington, v. 82, n.1, p. 33-40, 1990.

POLYA, M. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

POZO, J. et al. **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

PRESSLEY, M.; GASKINS, I. Metacognitively Competent Reading Comprehension is Constructively Responsive Reading: how can such reading developed is student? **Metacognition Learning**, New York, n. 1, p. 99-113, 2006.

PRIMI, R. Inteligência fluída: definição fatorial, cognitiva e neuropsicológica. **Paidéia**, Ribeirão Preto, v.12, n. 23, p. 57-75, 2002.

PRIMI, R. et al. Competências e habilidade cognitivas: diferentes definições dos mesmos construtos. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, v.17, n. 2, p. 151-159, 2001.

REINERT, C. **A preliminary comparasion between two methods of intellectual skill development**. San Diego: Conference of the Society for Accelerative Learning and Teaching, abr. 1989.

RIBEIRO, C. Metacognição: um apoio ao processo de aprendizagem. **Revista Reflexão e Crítica**- UFRGS, Porto Alegre, v. 16, n. 1, p. 109-116, 2003.

RUSSEL, J. Desenvolvimento cognitivo e funções executivas: “o essencial de Piaget”. In: HOUDÉ, O.; MELJAC, C. **O espírito piagetiano**: homenagem internacional a Jean Piaget. Tradução de Vanise Dresch. Porto Alegre: Artmed, 2002. cap. 8, p. 139-173.

SANLEY, J. D. **Na examination of student learning styles and learning modalities on problem-solving success**. ETD collection for University of Nebraska, Lincoln, jan. 1987.

SANTOS, M.; PRIMI, R. Desenvolvimento de um teste informatizado para a avaliação do raciocínio, da memória e da velocidade do processamento. **Estudos da Psicologia**, Campinas, v.3, n. 22, p. 241-254, 2005.

SCALLON, G. Avaliação formativa e psicologia cognitiva: correntes e tendências. In: GRÉGOIRE, J. **Avaliando as aprendizagens**: os aportes da psicologia cognitiva. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. cap. 7, p. 155-168.

SHIMAMURA, A. Toward a Cognitive Neuroscience of Metacognition. **Consciousness and Cognition**, San Diego, n. 9, p. 313–323, 2000. Disponível em:< [www.idealibrary.com](http://www.idealibrary.com)>. Acesso em: 20 mai. 2011.

SOUZA, A. **Metacognição e ensino da álgebra**: análise do que pensam e dizem professores de matemática da educação básica. 2007. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.

STERNBERG, R. Memória: modelos e métodos de pesquisa. In: STERNBERG, R.. **Psicologia Cognitiva**. 4 ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. cap. 5, p. 156-189.

STERNBERG, R. Raciocínio e tomada de decisões. In: STERNBERG, R.. **Psicologia Cognitiva**. 4 ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. cap. 12, p. 408-448.

STERNBERG, R. Solução de problemas e criatividade. In: STERNBERG, R. **Psicologia Cognitiva**. 4 ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. cap. 11, p. 365-407.

USISKIN, Z. Concepções sobre álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 2, p. 9-22.



VASCONCELLOS, C. **Avaliação da aprendizagem: práticas de mudanças por uma práxis transformadora**. 9. ed. São Paulo: Libertad, 2008.

VEENMAN, M.; VAN HOUT-WOLTERS, B.; AFFLERBACH, P. Metacognition and learning: conceptual and methodological considerations. **Metacognition Learning**, New York, v.1, p. 3-14, 2006. Disponível em: < <http://www.csuchico.edu/~nswartz/Veenman%20Metacognition.pdf>>. Acesso em: 05 abr. 2011.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. In: STEFFE, L. et al. **Theories of mathematical learning**. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 1996. cap. 13, p. 219-239.

VIEIRA, E. **Intervenção psicopedagógica na fase de representação mental em resolução de problemas matemáticos**. 1999. 206 f. Tese (Doutorado em Psicologia) – Programa de Pós-Graduação em Psicologia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, 1999.

VIEIRA, E. Representação Mental: as dificuldades na atividade cognitiva e metacognitiva na resolução de problemas matemáticos. **Revista Reflexão e Crítica- UFRGS**, Porto Alegre, v. 14, n. 2, p. 439-448, 2001. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/prc/v14n2/7868.pdf>>. Acesso em: 05 abr. 2011.

WERNKE, S. et al. Assessing Cognitive and Metacognitive Learning Strategies in School Children: Construct Validity and Arising Questions. **The International Journal of Research and Review**, Nagpur, v. 6, n. 2, apr. 2011.

WHIMBEY, A.; LOCHHEAD, J. **Problem solving and comprehension**. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 1999.

WOLFS, J. Análise das práticas que visam a participação do aluno na avaliação diagnóstica, na condução e na regulação de suas aprendizagens. In: GRÉGOIRE, J. **Avaliando as aprendizagens: os aportes da psicologia cognitiva**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. cap. 8, p.169-179.

ZIMMERMAN, B. Becoming a self-regulated learner: an overview. **Theory into Practice**, Ohio, n. 41, v. 2, p. 64-70, 2002.

ZIMMERMAN, B.; MARTINEZ-PONS, M. Development of a structured interview for assessing student use of self-regulated learning strategies. **American Education Research Journal**, Thousand Oaks, v. 23, n. 4, p. 614-628, 1986.

ZIMMERMAN, B. J.; MARTINEZ-PONS, M. Construct Validation of a Strategy Model of Student Self-regulated Learning. **Journal of Educational Psychology**, Washington, v. 80, n. 3, set. 1988.

**APÊNDICE A – ESCALA DE ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS (E-EMRP)**

NOME:.....

IDADE:.....

DATA DE NASCIMENTO:.....

DATA.....

**Instruções**

Leia com atenção cada tópico e marque com um “X” somente uma das opções: **SEMPRE, FREQUENTEMENTE, RARAMENTE, NUNCA.**

Antes da leitura do enunciado:

1. Leio o enunciado rapidamente para ter ideia acerca da dificuldade ou facilidade do problema.

( ) Sempre                      ( ) Frequentemente                      ( ) Raramente                      ( ) Nunca

Durante a leitura do enunciado:

2. Relaciono informações novas no problema as que eu já conheço.

( ) Sempre                      ( ) Frequentemente                      ( ) Raramente                      ( ) Nunca

3. Busco informações em outras fontes (livro, caderno, etc.) para compreender enunciado.

( ) Sempre                      ( ) Frequentemente                      ( ) Raramente                      ( ) Nunca

4. Busco ajuda (do professor, colega, etc.) para compreender enunciado quando não compreendo sozinho.

( ) Sempre                      ( ) Frequentemente                      ( ) Raramente                      ( ) Nunca

5. Releio trecho do enunciado ao encontrar informação que tenho dificuldade de entender.

( ) Sempre                      ( ) Frequentemente                      ( ) Raramente                      ( ) Nunca

6. Releio em voz alta trechos do enunciado que não compreendi.

( ) Sempre                      ( ) Frequentemente                      ( ) Raramente                      ( ) Nunca

7. Fixo a atenção em determinados trechos do enunciado que considero mais importantes.

( ) Sempre                      ( ) Frequentemente                      ( ) Raramente                      ( ) Nunca

8. Fico atento a dados numéricos no enunciado para compreender as relações que estabelecem entre si a fim de definir a operação a ser realizada.

( ) Sempre                      ( ) Frequentemente                      ( ) Raramente                      ( ) Nunca

9. Leio o enunciado com atenção e devagar para ter certeza de que estou entendendo.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

10. Classifico as informações do problema em relevantes e irrelevantes.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

Após a leitura do enunciado:

11. Avalio minha compreensão do problema após ler o enunciado.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

12. Realizo autoquestionamentos para verificar se compreendi o enunciado.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

13. Registro informações importantes do enunciado.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

14. Leio novamente o enunciado quando não entendo a relação entre as informações.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

15. Analiso se as informações do enunciado são lógicas ou fazem sentido.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

16. Interpreto o que o enunciado do problema diz antes de resolvê-lo.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

Durante resolução do problema:

17. Busco informações em outras fontes (livro, caderno, etc.) para resolver o problema.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

18. Busco ajuda (do professor, colega, etc.) para resolver o problema, quando não consigo sozinho.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

19. Procuo utilizar estratégias de resolução que já testei anteriormente e fui bem-sucedido.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

20. Realizo perguntas para mim mesmo a fim de concentrar minha atenção no problema.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

21. Questiono-me para ver se estou atendendo ao objetivo estabelecido pelo problema.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

22. Retorno a ler o enunciado para ver se os procedimentos que utilizei estão corretos até o momento.  
( ) Sempre            ( ) Frequentemente            ( ) Raramente            ( ) Nunca

23. Uso como base para a solução um problema semelhante resolvido anteriormente.

Sempre             Frequentemente             Raramente             Nunca

Após resolução do problema:

24. Repito os cálculos para maior confiança no resultado.

Sempre             Frequentemente             Raramente             Nunca

25. Reviso os cálculos realizados.

Sempre             Frequentemente             Raramente             Nunca

26. Releio o problema para verificar se o resultado obtido condiz com a situação enunciada.

Sempre             Frequentemente             Raramente             Nunca

27. Após resolver o problema, questiono-me se havia outra forma mais fácil de resolvê-lo.

Sempre             Frequentemente             Raramente             Nunca

28. Antes de apresentar a solução final do problema, procuro encontrar outras soluções possíveis.

Sempre             Frequentemente             Raramente             Nunca

29. Questiono-me se aprendi coisas novas resolvendo o problema.

Sempre             Frequentemente             Raramente             Nunca

30. Examino meu desempenho após resolver o problema.

Sempre             Frequentemente             Raramente             Nunca

## APÊNDICE B – PROTOCOLO DE OBSERVAÇÃO

NOME:.....

IDADE:.....

DATA DE NASCIMENTO:.....

DATA.....

Um modelo do protocolo foi preenchido para cada problema resolvido pelo estudante.

1. O aluno lê o enunciado do problema atentamente e o relê novamente buscando compreendê-lo.

Sim, lê atentamente e relê o enunciado.

Lê apenas uma vez, com atenção.

Lê apenas uma vez, rapidamente.

2. Após a leitura o aluno demonstra refletir sobre o problema antes de iniciar a resolução.

Sim, demonstra estar refletindo e após um tempo inicia a resolução.

Inicia imediatamente a resolução.

Demonstra incompreensão por meio de gestos e expressões faciais.

3. Pedido de auxílio.

Não pede ajuda, pois parece compreender o problema.

Não pede ajuda mesmo demonstrando não compreender o problema.

Pede ajuda e após inicia a resolução.

Pede ajuda, mas ainda não compreende o problema.

4. Registra separadamente os dados do problema antes de escrever a equação.

Sim.

Não.

5. Registro da equação.

Não escreve equação.

Escreve de forma incorreta.

Escreve de forma correta.

6. Em algum momento durante a resolução, o aluno relê novamente o problema.

Não.

Sim, após registrar dados.

Sim, após escrever equação.

Sim, durante resolução da equação.

7. Pedido de auxílio durante a resolução da equação.

Não, pois parece compreender o procedimento.

Não, apesar de demonstrar não compreender o procedimento.

Pede auxílio para:  escrever equação;  no procedimento de resolução.

8. Durante a resolução da equação o aluno demonstra atenção ao procedimento utilizado.  
 Não, demonstra distração e olha vagamente para o ambiente em que se encontra.  
 Sim, não demonstra distração durante a resolução.

9. Durante a resolução da equação o aluno demonstra refletir sobre o processo.  
 Não foi possível identificar.  
 Resolve a equação mais lentamente, com pequenas pausas entre cada passo do procedimento.  
 Resolve lentamente e parece balbuciar algumas palavras, supondo que está refletindo sobre o procedimento.

**Para resolver a equação:**

10. O aluno utiliza o método de gerar e avaliar, conforme classificação de Bernard e Cohen (1995).

Não.  
 Sim, aluno “chuta” valores e verifica se respondem o problema, sem antes escrever a equação e:  acerta o resultado numérico;  erra o resultado numérico.  
 aluno escreve a equação e “chuta” valores para a incógnita, verifica se satisfazem o problema e:  acerta o resultado numérico;  erra o resultado numérico.

11. O aluno utiliza o método de esconder, conforme classificação de Bernard e Cohen (1995).

Não.  
 Sim e:  acerta resultado numérico;  erra resultado numérico.

12. O aluno utiliza o método de desfazer, conforme classificação de Bernard e Cohen (1995), aplicando as operações inversas do primeiro membro no segundo membro.

Não.  
 Sim, realiza rapidamente o procedimento e:  acerta o resultado;  erra o resultado  
 Sim, mas demonstra dificuldades em alguns passos:  porém acerta o resultado;  e erra o resultado.

13. O aluno utiliza o método das equações equivalentes, conforme classificação de Bernard e Cohen (1995).

Não.  
 Sim e resolve sem demonstrar dificuldades:  acertando o resultado;  porém erra o resultado.  
 Sim, mas demonstra dificuldades em realizar o procedimento:  entretanto acerta o resultado;  e erra o resultado.

14. O aluno parece utilizar um método próprio de resolução.

Não.

Sim.

Descrição: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

15. Durante a resolução da equação o aluno apresenta erros provavelmente relacionados a aspectos conceituais.

- Não apresenta erros conceituais.
- Sim, em relação a notação escrita da equação.
- Sim, na compreensão do significado das letras na equação.
- Sim, na compreensão do significado da raiz da equação.
- Sim, na compreensão do símbolo (=) como uma relação de equivalência.
- Outros.

Descrição dos erros cometidos: \_\_\_\_\_

---

---

---

16. Durante a resolução da equação o aluno apresenta erros provavelmente relacionados a técnicas de resolução.

- Não apresenta erros de resolução.
- Sim, utiliza um método informal que não é eficaz.
- Sim, generaliza uma técnica aritmética incorretamente.
- Sim, em relação à transposição de elementos do primeiro membro para o segundo.
- Outros.

Descrição dos erros cometidos: \_\_\_\_\_

---

---

---

17. Após a resolução do problema o aluno repete os cálculos realizados.

- Não.
- Sim, uma vez.
- Sim, mais que uma vez.
- Sim, mas não faz alterações.
- Sim, e faz alterações.

18. O aluno revisa os cálculos realizados.

- Não.
- Sim, mas não faz alterações.
- Sim e faz alterações.

19. Antes de escrever a resposta, o aluno relê o enunciado novamente.

- Não relê o enunciado e não coloca uma resposta com interpretação completa.
- Não relê, mas coloca uma resposta com interpretação completa.
- Sim, mas não coloca uma resposta com interpretação completa.
- Sim e coloca uma resposta com interpretação completa.



20. Após a resolução do problema o aluno parece refletir sobre ele e procura novas formas de solução.

Não.

Parece refletir, mas não sobre outras formas de resolução.

Parece refletir e esboça outras formas de resolução.

Aluno acerta problema.

Aluno erra o problema.

Outras informações: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**APÊNDICE C – TAREFA COM PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÕES  
ALGÉBRICAS DO 1º GRAU**

Problema de Ensaio:

O dobro da idade de Tais somado a 30 é o mesmo que sua idade acrescida de 50. Qual a idade de Taís?

1. Carlos estava realizando cálculos envolvendo o valor de sua idade e percebeu que: subtraindo 13 anos do dobro de sua idade obtinha-se o mesmo que sua idade acrescida de 5 anos. Qual é a idade de Carlos?

2. Ângela e sua amiga Carina colecionam figurinhas. As amigas estavam comparando suas quantidades quando Ângela sugeriu que: se quadruplicasse sua quantidade de figurinhas e do resultado subtraísse 12, teria a mesma quantidade que o dobro de figurinhas de Carina acrescido de 36. Sabendo que elas possuíam a mesma quantidade de figurinhas, quantas figurinhas tinha cada uma das amigas?

3. Antônio estava contando seus pontos ao final de uma rodada de um jogo de cartas com seus amigos e resolveu lançar um desafio aos colegas. Ele propôs que se tivesse feito o triplo de seus pontos menos 37 pontos, teria o mesmo que o dobro de sua pontuação acrescido de 56 pontos. Quantos pontos marcou Antônio nessa rodada?

4. Uma balança de dois pratos está em equilíbrio. Em um prato há três pesos iguais de valor desconhecido (medido em gramas) e um quarto peso de 13g. No outro prato da balança há um outro exemplar igual aos anteriores de peso desconhecido e um peso de 45g. Qual é o valor do peso desconhecido?

**APÊNDICE D – ROTEIRO PARA ENTREVISTA CLÍNICA**

NOME:.....

IDADE:.....

DATA DE NASCIMENTO:..... DATA.....

- O aluno deve resolver o problema, utilizando o tempo que necessitar e se precisar de rascunhos esses serão disponibilizados, assim como lápis e borracha;
- Durante a resolução dos problemas, os alunos serão observados conforme o protocolo de observação.
- Serão confrontadas as informações da escala (anteriormente respondida) com as do protocolo de observação a fim de questionar os alunos sobre possíveis incoerências.

Algumas questões para dirigir os momentos de entrevista clínica:

1. Você pensa que sua resolução está correta ou incorreta? Por quê?
2. Esse número que você achou (resposta) significa o quê?
3. Como você fez para resolver o problema, conte desde o início como pensou? (se tiver dificuldades em relatar oralmente, fazer perguntas para auxiliar em cada fragmento da resolução).
4. Por que você representou os dados do problema dessa forma?
5. Tem alguma outra forma de representar esse problema? Pode me mostrar? (para aqueles que não utilizarem equações para representar o problema).
6. Por que utilizou essas operações? Como você sabia que eram essas as operações que deveria usar?
7. Você está certo ou tem dúvidas se utilizou as operações corretamente?
8. Como você fez para garantir que esse resultado está correto? (ou para os que perceberam o erro: como você fez para verificar que a resposta estava incorreta?).
9. Questioná-los sobre um item (ou itens) que marcou na Escala de Estratégias de Metacognitivas na Resolução de Problemas e que não demonstrou utilizar na resolução, segundo anotações do protocolo.

**APÊNDICE E – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Autorizo meu (minha) filho(a) \_\_\_\_\_ a participar da pesquisa intitulada “Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas e na compreensão do erro: um estudo envolvendo equações do 1º grau com alunos do 8º ano” realizada pela mestranda da UFRGS Yasmini Lais S. Sperafico, sob orientação da profª. Dra. Beatriz Vargas Dorneles e co-orientação da Profª. Dra. Clarissa S. Golbert.

Esta pesquisa tem por objetivo explorar as formas e estratégias de resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental.

Os estudantes serão avaliados pela pesquisadora responsável, na escola, de preferência, durante o período escolar e em horários previamente combinados com o professor, de modo que não prejudique o aproveitamento do aluno. Cada aluno participará de três encontros de avaliação, sendo dois em grupo e um individual. Os registros serão sempre tratados confidencialmente. Os resultados deste estudo poderão ser usados para fins científicos, mas os alunos não serão identificados por nomes. Os pais ou responsáveis poderão ser informados sobre o desempenho dos alunos participantes, quando sentirem necessidade, assim como poderão solicitar a desistência dos alunos da participação da pesquisa.

---

Declaro que concordo com a participação de \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ na pesquisa acima referida, realizada pela mestranda Yasmini Lais S. Sperafico, da Faculdade de Educação da UFRGS.

---

Assinatura do responsável

Campo Bom, \_\_\_\_/\_\_\_\_/2012

## ANEXO A – WHIMBEY ANALYTICAL SKILLS INVENTORY (WASI)

NOME:.....

IDADE:.....

DATA DE NASCIMENTO:.....

DATA.....

### Inventário Analítico de Atitudes Whimbey – WASI (Whimbey Analytical Skills Inventory)

Tradução: Daniel Etcheverry

Revisão: Elaine Vieira

Autorizada a adaptação e uso nesta pesquisa por Elaine Vieira

#### **Instruções:**

O inventário original consiste de 38 perguntas, algumas de múltipla escolha, outras mais complexas. Esta adaptação está composta por 22 das questões originais contemplando as mesmas habilidades, também contendo os dois tipos de questões (múltipla escolha e mais complexas). Abaixo constam dois exemplos de perguntas. Nas perguntas de múltipla escolha deve-se traçar um círculo em volta da opção correta.

1. Se tiveres 25 reais e gastares 3 reais indo ao cinema, quanto dinheiro te sobrar?

a) 23 reais    b) 22 reais    c) 21 reais    d) 12 reais

2. Fazer um círculo em volta da quinta palavra desta frase.

#### **Comentários:**

No primeiro exemplo a letra b será circulada, pois os 22 reais representam o que sobra, após terem sido gastos os 3 reais com a ida ao cinema.

Na segunda questão, a palavra a ser marcada com um círculo é “volta”, pois ela é a quinta palavra da frase.

No caso de ainda haver alguma dúvida, perguntar ao professor.

Do contrário, aguardar o aviso para iniciar o WASI.

## WASI

1. Qual das palavras abaixo têm significado diferente das outras três?

- a) Gritar      b) Falar      c) Lápis      d) Murmurar

2. Que letra do alfabeto está tão distante do K, como a letra J está distante da letra G?

- a) K      b) M      c) N      d) G      e) I

3. Que palavras preenchem os espaços da frase abaixo:

**Braço** está para **pulso** assim como \_\_\_\_\_ está para \_\_\_\_\_.

- a) perna / pé                      b) coxa / tornozelo  
c) perna / tornozelo              d) perna / joelho

4. **20** está para **30** assim como 10 está para \_\_\_\_\_ ?

- a) 5              b) 25              c) 60              d) 15              e) 10

5. Temos três caixas separadas de igual tamanho e dentro de cada uma delas há duas caixas pequenas e separadas. Dentro de cada uma das caixas pequenas há ainda quatro caixinhas ainda menores. Quantas caixas há no total?

- a) 24      b) 13      c) 21      d) 33      e) outra quantidade de caixas

6. Dez caixas cheias de balas pesam 410kg e uma caixa vazia pesa 10kg. Qual é o peso das balas soltas?

- a) 400      b) 390      c) 310      d) 320      e) 420

7. Um número na série abaixo não está correto. Qual número deverá ocupar o lugar do número incorreto?

3 4 6 9 13 18 24 33

- a) 33      b) 7      c) 24      d) 31      e) 32

8. Indicar as duas palavras que melhor completam o significado da frase abaixo:

\_\_\_\_\_ o cão fosse grande, \_\_\_\_\_ pesado.

- a) como – não era    b) embora – era muito    c) embora – não era    d) porque – entretanto era

9. Escrever os dois números que continuam a série abaixo:

1 2 4 8 16 32 64 \_\_\_ \_\_\_

10. Um relatório incompleto é \_\_\_\_\_.

- a) aplicável    b) equivalente    c) acreditável    d) barulhento    e) vago

11. Três caixas de cereais vazias pesam 9 kg e cada caixa pode conter 11 kg de cereais.

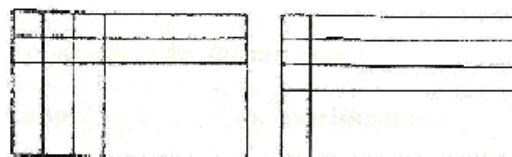
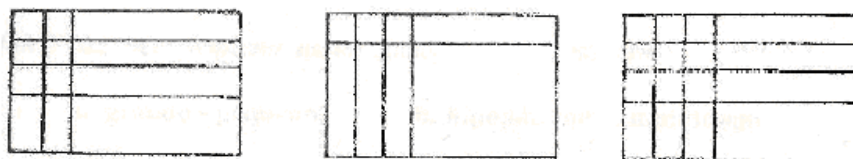
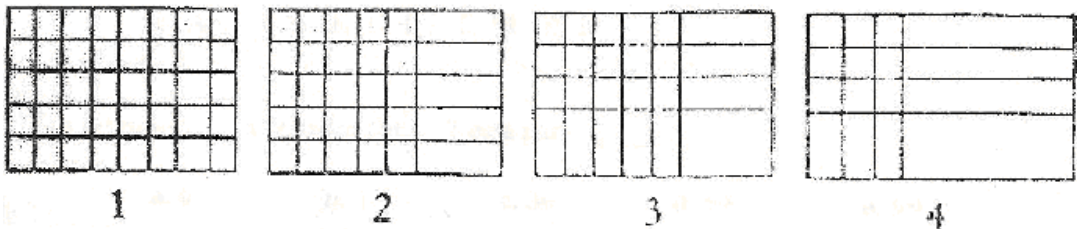
Quanto pesam, juntas, duas caixas cheias de cereais?

- a) 20 kg    b) 40 kg    c) 14 kg    d) 28 kg    e) 15 kg

12. Qual destes pares de palavras é diferente dos outros pares:

- a) caminha – devagar                      b) falar – alto  
c) ler – livro                                      d) levantar – rápido

13. As quatro figuras da primeira linha formam uma série que se modifica de uma maneira sistemática, conforme uma regra determinada. Descobrir essa regra e indicar entre as alternativas abaixo, a figura que deveria seguir a série:



D

E

14. Qual número desta série se repete primeiro?

5 9 4 8 2 3 6 1 7 4 7 6 7 8 9 1 5 2 3 5 8 9 5 3 5 4 3 7 1

- a) 7                      b) 8                      c) 6                      d) 4                      e) 5

15. Que par de palavras preenche melhor os espaços da frase abaixo?

O **forno** está para **assar** assim como \_\_\_\_\_ está para \_\_\_\_\_.

- a) automóvel – transportar                      b) lava-louça – pratos  
c) comida – gelo                                      d) o aspirador de pó – almofada

16. Escrever as três letras que continuam a série abaixo:

A B B C D D E F F G H H I \_ \_ \_

17. Que palavra significa o contrário de **falecimento**?

- a) precipitado              b) nascimento              c) aceitação              d) abraço

18. Um trem anda 50 km enquanto um automóvel percorre 40 km. Que distância terá percorrido o trem quando o automóvel percorrer 60 km?

- a) 60                      b) 50                      c) 70                      d) 75                      e) 80

19. Herege está para religioso assim como \_\_\_\_\_ está para \_\_\_\_\_.

- a) incredulidade – fé                                      b) inimigo – companheiro  
c) pecador – castigo                                      d) descrente – piedoso

20. Quantos sextos há em 6?

- a) 6                      b) 1                      c) 36                      d) 4                      e) 24

21.

2, 9, 3, 5, 1, 8, 4

Calcular a diferença entre o segundo e o penúltimo número da série acima. A seguir adicionar a diferença encontrada ao quarto número. Se o resultado dessa adição for menor que 6, escrever a palavra “seguir” neste espaço \_\_\_\_\_. Caso contrário, escrever a palavra “stop” neste outro espaço \_\_\_\_\_.



22. Qual palavra abaixo é diferente das outras três palavras?

- a) peregrinação      b) caminhada      c) remoto      d) passeio

Ao terminar, confira seu trabalho e entregue ao professor.

**CHAVE DE RESPOSTAS:**

- |       |       |             |           |       |       |
|-------|-------|-------------|-----------|-------|-------|
| 1. c  | 2. c  | 3. c        | 4. d      | 5. d  | 6. c  |
| 7. d  | 8. c  | 9. 128, 256 | 10. e     | 11. d | 12. c |
| 13. d | 14. d | 15. a       | 16. J J K | 17. b | 18. d |
| 19. b | 20. c | 21. stop    | 22. c     |       |       |