

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

Thiago Forell Möbus

**Comparação de Modelos de Previsão de Volatilidade com Dados Diários e Intradiários  
Utilizando como Função Perda a Lucratividade no Mercado de Derivativos**

**Porto Alegre**

**2012**

**Thiago Forell Möbus**

**Comparação de Modelos de Previsão de Volatilidade com Dados Diários e Intradiários  
Utilizando como Função Perda a Lucratividade no Mercado de Derivativos**

Dissertação submetida ao programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como quesito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia com ênfase em Economia Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Gilberto de Oliveira Kloeckner

**Porto Alegre**

**2012**

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

Responsável: Biblioteca Gládis Wiebelling do Amaral, Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS

M687c Möbus, Thiago Forell

Comparação de modelos de previsão de volatilidade com dados diários e intradiários utilizando como função perda a lucratividade no mercado de derivativos / Thiago Forell Möbus. – Porto Alegre, 2012.

67 f. : il.

Orientador: Gilberto de Oliveira Kloeckner.

Ênfase em Economia Aplicada.

Dissertação (Mestrado em Economia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas, Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre, 2012.

1. Volatilidade. 2. Mercado de opções. 3. Modelo econométrico. 4. Modelo de previsão. I. Kloeckner, Gilberto de Oliveira. II. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Ciências Econômicas. Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

CDU 519.23

CDU 336.76

**Thiago Forell Möbus**

**Comparação de Modelos de Previsão de Volatilidade com Dados Diários e Intradiários  
Utilizando como Função Perda a Lucratividade no Mercado de Derivativos**

Dissertação submetida ao programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como quesito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia com ênfase em Economia Aplicada.

Aprovada em: Porto Alegre, 05 de novembro de 2012.

---

Prof. Dr. Gilberto de Oliveira Kloeckner – Orientador  
UFRGS

---

Prof. Dr. Guilherme Ribeiro de Macêdo  
UFRGS

---

Prof. Dr. João Fróis Caldeira  
UFRGS

---

Prof. Dr. Paulo Renato Soares Terra  
UFRGS

## RESUMO

Desde Markowitz (1952), a volatilidade tem ocupado um papel de grande importância dentro da moderna teoria das finanças. Durante muito tempo, a mensuração da volatilidade tem sido realizada a partir de dados diários. No entanto, a disponibilização de dados intradiários, somada à redução do custo de aquisição destes, tem permitido a criação de modelos baseados nestes dados, o que permite incorporar mais informação, e em teoria, proporcionar previsões mais eficientes em comparação aos modelos que incorporam dados diários apenas. Dessa forma, o objetivo foi verificar se a modelagem da volatilidade a partir da utilização de dados diários é mais eficiente que a modelagem a partir de dados diários em termos de previsão da volatilidade futura. Utilizou-se, para comparar os modelos, a lucratividade de operações estruturadas no mercado de derivativos entre janeiro e abril de 2011. Os resultados demonstram que tanto os modelos baseados em dados diários como intradiários apresentaram resultados satisfatórios em termos de previsão da volatilidade futura, tendo, entretanto, os modelos intradiários apresentado mais consistentes se comparado aos modelos diários, além de serem mais simples de serem estimados.

**Palavras-chave:** Volatilidade. Modelos GARCH. Bi-Power Variation. Derivativos.

## **ABSTRACT**

Since Markowitz (1952), volatility has played a major role in modern finance theory. For a long time, the measurement of volatility has been made from daily data. However, the availability of intraday data, added to reduce of the cost of these has allowed the creation of models based on these data, which allows to incorporate more information, and, in theory, provide more efficient forecasts compared to models that incorporate daily data only. Thus, the objective was to verify if the modeling of volatility from the use of daily data is more efficient than the model from daily data in terms of forecasting future volatility. Was used to compare the models, the profitability of structured transactions in the derivatives market between January and April 2011. The results show that both daily and intraday models showed satisfactory results in terms of forecasting future volatility, with, however, higher consistent of intraday models compared to daily models, being simpler to estimated them too.

**Keywords:** Volatility. GARCH Models. Bi-Power Variation. Derivatives.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Long Butterfly.....	37
Figura 2: Short Butterfly .....	38
Figura 3: Evolução dos retornos entre janeiro de 2007 e abril de 2011 .....	41
Figura 4: Padrão diário da Volatilidade Realizada Intradiária .....	43
Figura 5: Padrão Semanal da Volatilidade Realizada .....	44
Figura 6: FAC e FACP dos retornos intradiários .....	44
Figura 7: ACF e PACF da série de Volatilidade Realizada .....	48
Figura 8: FAC e FACP dos resíduos dos modelos de estimação da Volatilidade Realizada ...	50
Figura 9: FAC e FAC da série de retornos e retornos elevados ao quadrado.....	53
Figura 10: Lucro total obtido (R\$ 1,00) com a estratégia Butterfly para cada um dos modelos analisados .....	57
Figura 11: Lucro total obtido (R\$ 1,00) com a estratégia Time Spread para cada um dos modelos analisados .....	57

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Descrição do efeito das gregas .....	35
Tabela 2: Efeito da volatilidade em Time Spreads.....	38
Tabela 3: Estatísticas descritivas dos retornos .....	41
Tabela 4: Estatísticas descritivas da Volatilidade Realizada.....	46
Tabela 5: Teste Box-Pierce aplicado a série de variância realizada.....	48
Tabela 6: Teste R/S modificado por Lo para a série de Volatilidade Realizada.....	49
Tabela 7: Coeficientes e respectivos desvios-padrão dos modelos selecionados.....	49
Tabela 8: Teste Box-Pierce para os modelos de estimação da Volatilidade Realizada .....	50
Tabela 9: Estatísticas descritivas dos retornos diários.....	51
Tabela 10: Teste Box-Pierce para a série de retornos e retornos elevada ao quadrado.....	52
Tabela 11: Teste R/S modificado por Lo para a série de retornos diários.....	52
Tabela 12: Coeficientes dos modelos GARCH escolhidos para a previsão da série de retornos da PETR4.....	54
Tabela 13: Quadro resumo dos resultados com a utilização da estratégia Butterfly.....	58
Tabela 14: Quadro resumo dos resultados com a utilização da estratégia Time Spread .....	59



## SUMÁRIO

<b>1 Introdução</b> .....	9
<b>2 Referencial teórico</b> .....	12
2.1 Microestruturas de Mercado .....	12
2.1.1 Irregularidade temporal .....	13
2.1.2 Dados discretos .....	14
2.1.3 Dependência Temporal .....	14
2.1.4 Bid-Ask Spreads .....	15
2.1.5 Padrões diários .....	16
2.2 Fatos Estilizados das Séries Financeiras .....	16
2.2.1 Assimetria e caudas pesadas .....	17
2.2.2 Assimetria na volatilidade e efeito alavancagem .....	17
2.2.3 Agrupamento e persistência da volatilidade .....	18
2.3 Referencial Teórico Econométrico .....	18
2.3.1 Análise de dados diários .....	18
2.3.1.1 Modelo ARIMA .....	19
2.3.1.2 Modelos GARCH .....	21
2.3.1.3 Modelo EGARCH .....	22
2.3.1.4 Modelos FIGARCH .....	23
2.3.2 Estudo de séries de alta frequência .....	24
2.3.2.1 Construção da variância realizada .....	25
2.3.2.2 Modelo HAR-RV .....	27
2.3.2.3 Modelo ARFIMA .....	28
<b>3 Mercado de opções</b> .....	30
3.1 Definições e Características de negociação .....	31
3.1.1 Identificação das opções .....	31
3.1.2 Alterações das opções .....	31
3.2 Modelo Black e Scholes .....	32
3.2.1 Gregas .....	33
3.2.2 Neutralidade de estratégias .....	35
3.3 Estratégias baseadas em volatilidade .....	36
3.3.1 Butterfly .....	37
3.3.2 Time Spread .....	38

<b>4 Coleta e análise dos dados</b> .....	39
4.1 Coleta e tratamento dos dados .....	39
4.2 Estatísticas descritivas .....	40
4.3 Análise de microestruturas de mercado.....	42
<b>5 Estimação dos modelos</b> .....	46
5.1 Modelos de volatilidade intradiários .....	46
5.2 Modelos de volatilidade diários.....	51
<b>6 Comparação dos modelos e análise dos resultados</b> .....	55
6.1 Procedimentos metodológicos .....	55
6.2 Análise dos resultados .....	56
<b>7 Considerações Finais</b> .....	61
7.1 Limitações do Estudo .....	62
7.2 Sugestões para estudos futuros .....	63
<b>Referências</b> .....	64

## 1 INTRODUÇÃO

Desde o trabalho de Markowitz (1952), a volatilidade tornou-se de fundamental importância para o estudo de finanças, em especial para a análise de risco e seu papel na gestão de portfólios. Entretanto, uma das hipóteses básicas do modelo de Markowitz é a de que a volatilidade dos ativos é constante no tempo, o que sabemos que não se verifica na realidade.

O primeiro modelo a formalizar esta característica heterocedástica das séries financeiras foi o modelo ARCH desenvolvido por Engle (1982), no qual a variância dos ativos depende de seus retornos passados, sendo a versão generalizada deste modelo (GARCH) desenvolvida por Bollerslev (1986), onde a variância não dependia apenas dos valores dos retornos passados, mas também da própria variância defasada, e a partir deste, diversos modelos se derivaram, como o EGARCH, proposto por Nelson (1991) e o FIGARCH, proposto por Baillie *et al* (1996), por exemplo.

Em virtude da recente disponibilidade de dados de alta frequência, ou seja, negócio por negócio, muitos métodos foram criados de forma a captar a informação neles contida. O principal quesito destes dados é que, com a informação, também existem os problemas referentes às microestruturas de mercado, como irregularidade temporal, por exemplo, que dificulta a modelagem utilizando os modelos habituais.

O primeiro modelo para dados intradiários criado de forma a lidar com os problemas de microestruturas de mercado, sem que houvesse perda significativa de informação, foi proposto por Andersen e Bollerslev (1997): a Volatilidade Realizada. Recentemente, novos métodos foram criados a fim de melhorar as estimações de volatilidade com a utilização de dados intradiários<sup>1</sup>, sendo utilizado neste trabalho o *Bi-Power Variation*, desenvolvido por Barndorff-Nielsen e Shephard (2004), visto que o mesmo separa os componentes contínuo e o de saltos da volatilidade, o que permite estimações mais eficientes.

Logo, o objetivo desta dissertação se resume à resposta à pergunta: **A modelagem da volatilidade a partir da utilização de dados de alta frequência é mais eficiente que a modelagem a partir de dados diários em termos de previsão da volatilidade futura?**

---

<sup>1</sup> Uma revisão dos modelos que utilizam dados intradiários para a estimação de volatilidade pode ser vista em Martin et al. (2009).

O diferencial deste trabalho reside no método utilizado para a realização desta comparação que, ao invés de se basear em métodos teóricos de comparação da eficiência das previsões, utiliza dados do mercado de opções, comparando-se os resultados obtidos<sup>2</sup>.

Logo, este trabalho se torna relevante não somente para o meio acadêmico, como também para os profissionais do mercado financeiro. Para o meio acadêmico, sua relevância vem do fato que a volatilidade tem papel fundamental no estudo das finanças, porém a utilização de dados de alta frequência no Brasil ainda é restrita em virtude da recente disponibilização deste tipo de dado. Este trabalho se soma aos trabalhos já realizados na área de forma a tornar possível verificar a eficiência da utilização de dados intradiários nas referidas previsões. Em relação ao mercado financeiro, visa fornecer uma ferramenta adicional aos profissionais para a mensuração da volatilidade, visto que as estratégias de *hedging* passam necessariamente por uma correta estimação desta.

Esta dissertação divide-se em outros seis capítulos além desta introdução. No segundo capítulo são abordados os problemas de microestruturas de mercado provenientes da análise dos dados de alta frequência e dos fatos estilizados presentes em séries financeiras, que motivam a utilização dos métodos econométricos descritos na última parte do capítulo.

No terceiro capítulo é realizada uma breve apresentação sobre o mercado de opções, para então abordarmos o modelo de Black e Scholes (1973), que servirá de base para a construção das estratégias utilizadas na comparação dos modelos descritos no segundo capítulo. No final do capítulo, são descritas as estratégias utilizadas na comparação dos modelos, a *Butterfly* e o *Time Spread*.

O quarto capítulo é destinado a uma das partes mais importantes do trabalho, que se refere aos procedimentos de coleta e tratamentos dos dados utilizados nesta dissertação. É realizada, também, uma breve análise destes, tanto descritiva, quanto do ponto de vista de microestruturas de mercado, de forma a confirmar a presença das tendências descritas na primeira parte do segundo capítulo, que justifica o método utilizado nesta dissertação.

No quinto capítulo são feitas as estimações dos modelos econométricos, separando-se as estimações em duas partes: as estimações dos modelos intradiários e as dos modelos diários. Os modelos selecionados neste capítulo são os utilizados na previsão da volatilidade, cujos resultados ajudarão a responder à pergunta realizada na Introdução deste trabalho.

---

<sup>2</sup> Um método semelhante foi utilizado por Kinlay (2011).

O sexto capítulo destina-se a descrever o resultado da aplicação das previsões de volatilidade estimados no capítulo anterior nas estratégias descritas no capítulo 3. Na primeira parte do capítulo é descrito o processo utilizado na construção das estratégias para, então, realizarmos a demonstração dos resultados em conjunto com a análise e comparação dos modelos. Após, prossegue-se com as considerações finais desta dissertação, assim como a descrição das limitações que surgiram no decorrer de sua realização e de sugestões para futuros estudos.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo é apresentado o referencial teórico para sustentar a utilização e comparação de dados intradiários com dados diários. Inicialmente, debate-se, brevemente, sobre os novos desafios trazidos pela análise de dados de alta frequência, ou seja, os problemas associados às microestruturas de mercados, os quais não se mostram presentes na análise de dados diários, forçando assim, que os pesquisadores busquem novos métodos para a análise destes, de forma que as novas propriedades não causem viés na estimação e previsão realizada.

Após, descreveremos alguns dos fatos estilizados acerca dos retornos de séries financeiras que já estão enraizados na literatura e que devemos conhecer para melhor estimar os modelos. Estes fatos motivaram a criação de diversos métodos econométricos, os quais foram desenvolvidos de forma a contemplar sua ocorrência nas séries estudadas.

Por fim, são descritos alguns dos principais métodos econométricos utilizados para a estimação de volatilidade em séries financeiras. Esta parte do capítulo é dividida em duas partes, sendo uma para a análise dos modelos da família GARCH, amplamente utilizados para a análise de séries diárias ou de menor frequência, e outra destinada a descrever os métodos baseados na Volatilidade Realizada, comumente utilizada na análise de dados de alta frequência.

### 2.1 Microestruturas de Mercado

A teoria de microestruturas de mercado tem como objetivo estudar o processo de formação de preços decorrente da disponibilização de novas informações neste mercado, com a análise da estrutura institucional na qual os ativos são negociados. Normalmente, ao se realizar uma análise de algum instrumento financeiro, principalmente ao utilizarmos prazos mais longos, estas estruturas de mercado exercem pouca ou nenhuma influência no resultado da análise<sup>3</sup>.

Com a disponibilização de dados de alta frequência, ou seja, negócio por negócio, temos novas informações adicionadas ao processo de formação de preços, e que antes não

---

<sup>3</sup> Vale salientar que apesar da relação apresentada pelos dados diários e intradiários das séries financeiras, a análise destes nos leva a diferentes interpretações (Andersen e Bollerslev, 1998).

eram possíveis de serem estudadas apenas se analisando dados diários. Porém, além de conter mais informação, a análise destes dados é mais complexa do que a de dados diários em virtude da influência destas estruturas de mercado, sendo necessário levar em conta fatores como o caráter discreto dos dados, irregularidade temporal dos negócios e padrões intradiários, por exemplo, que são fatores que não influenciam a análise de dados diários, porém exercem forte influência ao lidarmos com dados em alta frequência.

Descreveremos brevemente os problemas relacionados às microestruturas de mercado para dados de alta frequência. Uma revisão mais aprofundada em relação a este assunto pode ser vista em Stoll (2002) e Engle e Russell (2004).

### **2.1.1 Irregularidade temporal**

Um dos principais problemas com os quais nos deparamos ao analisar dados de alta frequência é o fato de que os negócios não são realizados em um espaço de tempo regular. Podemos ter num mesmo ativo algumas operações realizadas com milissegundos de diferença entre elas, e outras com diferenças de segundos ou até minutos.

É comum observarmos também, em séries financeiras, períodos de alta atividade seguidos por períodos de calma (Marchi, 2011), além de padrões diários de comportamento como um maior número de negócios na abertura em virtude do acúmulo de informações durante a noite, uma redução por volta das 12h, que pode ser atribuída a um efeito “hora do almoço” e com um consequente aumento no final do pregão, em virtude do fechamento de posições intradiárias.

O problema é que a maioria dos modelos econométricos é especificada para espaços regulares de tempo. Logo, uma escolha deve ser realizada em relação ao intervalo de tempo a ser utilizado para analisar os dados. Se intervalos regulares forem utilizados, alguma regra de interpolação deve ser utilizada quando não ocorre uma transação ao fim do intervalo, o que pode levar a correlações espúrias no caso de estarmos analisando mais de uma série com taxas de transações diferentes (Engle e Russell, 2004).

### 2.1.2 Dados discretos

Uma característica dos dados financeiros é que estes são discretos, ou seja, a variação dos preços assumidos por estes movem-se em incrementos mínimos chamados *ticks*, no caso dos dados avaliados neste trabalho de R\$ 0.01 (um centavo). Em um mercado altamente líquido, os preços não se movimentam um amplo número de *ticks* de uma transação para outra, porém apresentam grande variância se comparados com o movimento mínimo do *tick* em prazos mais longos.

O fator a considerar é o retorno *overnight*, cujo movimento é substancialmente superior se comparados com os diários. Estes comumente se movimentam num amplo número de *ticks*, sendo necessários critérios diferenciados para analisá-los para que não causem viés nos resultados.

### 2.1.3 Dependência Temporal

Os dados financeiros de alta frequência tendem a apresentar uma forte autocorrelação, ao contrário da análise de dados em frequências mais baixas. Esta autocorrelação surge no *lag 1* devido a muitos fatores, como o *Bid-Ask Bounce*<sup>4</sup> por exemplo, que causa uma correlação negativa. Em amostras menores, podemos observar também uma autocorrelação positiva, devido ao fato de alguns investidores quebrarem grandes ordens em diversas ordens menores, levando a uma sequência de mudanças de preços na mesma direção (Engle e Russel, 2004).

Andersen e Bollerslev (1997) realizaram testes para verificar a presença deste efeito na série do marco alemão sobre o dólar, para amostra de diversas frequências, chegando à conclusão que existe autocorrelação negativa de primeira ordem para amostra de até 30 minutos, não existindo esta em amostras de menor frequência.

Logo, deve-se adotar um critério que equalize o acréscimo de informação proporcionado pelo aumento da frequência com o problema da dependência temporal gerado por este fator.

---

<sup>4</sup> O *Bid-Ask Bounce* refere-se à alteração intermitente da cotação (definido pelo último negócio) de um ativo entre o melhor preço de compra e venda, sem que ocorra mudança nestes preços.



Por fim, além dos preços, a volatilidade também apresenta dependência temporal, sendo já considerado um fato estilizado na literatura o “*volatility clustering*”, onde amplas mudanças de preços tendem a ser seguidas por amplas mudanças de preços, e o mesmo acontece com os mercados calmos.

#### **2.1.4 Bid-Ask Spreads**

*Bid-Ask Spread* é a diferença de valor entre o maior preço de compra e o menor preço de venda de um ativo, podendo gerar além do problema de dependência visto anteriormente, grandes diferenças nos custos de uma operação, em especial as que necessitam que se tome múltiplas posições (mais de uma compra e/ou venda).

Em geral, o spread é um indicativo do nível de informação disponível sobre determinado ativo. Segundo Augen (2008), o *Bid-Ask Spread* é afetado por diversos fatores, tais como:

Liquidez – Um mercado mais líquido denota que os agentes têm melhor informação sobre o ativo, o que reduz a incerteza em relação ao mesmo e, com isso, o spread;

Notícias – Quando o mercado está à espera de notícias, aumenta a incerteza em relação ao valor futuro do ativo, aumentando assim o spread;

Volatilidade – Na presença de instabilidade, os compradores se dispõem a pagar menos por um ativo e os vendedores a vendê-lo mais caro, em virtude das diferentes propensões ao risco dos investidores, gerando assim um *Bid-Ask Spread* maior quando do aumento da volatilidade;

Tempo – Para as opções, temos ainda que o fator tempo é determinante no spread, sendo ele maior à medida que o tempo para o vencimento da mesma aumenta. Porém, opções de maior prazo são relativamente mais baratas se considerarmos o custo deste spread em relação ao preço da opção. O custo relativo também aumenta à medida que se negociam opções mais fora do dinheiro também.

Logo, devemos ter ciência de que a maneira como levamos este fator em consideração pode afetar seriamente os resultados e nossas conclusões, pois a comparação dos modelos neste trabalho se dará exatamente em operações no mercado.

### **2.1.5 Padrões diários**

Os dados financeiros de alta frequência apresentam padrões diários característicos, como por exemplo, um maior volume e menor tempo entre as transações na abertura e fechamento dos pregões já mencionado anteriormente.

Além do volume, que apresenta um padrão de comportamento em formato de U, a volatilidade apresenta um mesmo padrão de comportamento, o que é conhecido na literatura como *volatility smile*. Este padrão foi primeiramente observado por McInish et al. (1985), que ao analisarem o desvio padrão de alguns ativos da NYSE perceberam que estes apresentavam uma maior volatilidade no início e no final do pregão.

A filtragem destes fatores sazonais nos dados intradiários é um tema controverso, pois apesar dos óbvios problemas decorrentes destes padrões nas estimações, a mesma pode não apresentar benefícios. Um dos primeiros trabalhos na área é o de Andersen e Bollerslev (1997b), no qual comparam o modelo AR(1)-GARCH(1,1) com e sem a filtragem prévia da sazonalidade, chegando à conclusão que o modelo filtrado apresenta melhores resultados. Por outro lado, Laakkonen (2007) explica que a filtragem nem sempre é eficaz na eliminação da sazonalidade, além de poder remover informações, o que comprometeria qualquer análise dos dados. Logo, devemos ser criteriosos na utilização de qualquer mecanismo de filtragem de padrões sazonais.

## **2.2 Fatos Estilizados das Séries Financeiras**

Os modelos econométricos, em especial os modelos da família GARCH, vêm se desenvolvendo de forma a se adaptar às peculiaridades das séries financeiras, tendo como um

dos critérios de escolha do modelo a ser utilizado, o conhecimento das regularidades empíricas que se busca capturar.

Logo, antes de iniciar qualquer discussão acerca dos métodos que iremos testar neste trabalho, devemos conhecer alguns fatos estilizados que são amplamente documentados na literatura.

### **2.2.1 Assimetria e caudas pesadas**

A distribuição dos retornos dos ativos financeiros segue uma distribuição diferente de uma curva normal, apresentando uma curtose significativamente maior em dados de alta frequência, pois é observada uma maior incidência de valores extremos de retornos, sendo esta distribuição chamada de caudas pesadas ou leptocúrtica. Esta peculiaridade foi descrita inicialmente por Mandelbrot (1963) e Fama (1965). Este excesso de curtose tende a diminuir à medida que a frequência da amostra aumenta também.

Além da maior incidência de retornos extremos, os retornos também apresentam assimetria nas caudas, sendo os retornos extremos negativos mais frequentes que os extremos positivos.

### **2.2.2 Assimetria na volatilidade e efeito alavancagem**

A assimetria na volatilidade se refere ao fato de mudanças nos preços dos ativos serem negativamente correlacionadas com a mudança de sua volatilidade, ou seja, uma queda no valor do ativo gera um aumento da volatilidade numa magnitude superior do que ocorreria no caso de um aumento do valor na mesma proporção deste ativo. Esta assimetria foi primeiramente descrita por Black (1976), onde ele demonstra que em virtude do efeito alavancagem, uma queda do valor presente do fluxo de caixa de uma empresa tem um efeito ampliado em empresas com alto *debt-to-equity ratio*.

### 2.2.3 Agrupamento e persistência da volatilidade

Agrupamento de volatilidade significa dizer que amplas mudanças de preços são seguidas por amplas mudanças de preços, o que é válido para séries diárias e intradiárias, como já visto anteriormente. Este fato está ligado diretamente à existência de correlação nos quadrados dos retornos dos ativos financeiros, mesmo que os retornos não sejam correlacionados. Tal comportamento também pode ser compreendido como uma persistência da volatilidade, pois um choque à volatilidade ocorrido em certo período do tempo influencia a volatilidade por certo tempo, sendo que no longo prazo a volatilidade tende a reverter à sua média.

## 2.3 Referencial Teórico Econométrico

Nesta seção do trabalho realizaremos uma revisão dos métodos econométricos que serão utilizados no tratamento e análise dos dados. Veremos inicialmente o método mais utilizado para o tratamento de dados diários, o modelo ARIMA-GARCH, no qual se utiliza uma estrutura autoregressiva para eliminar a autocorrelação do retorno do ativo a ser analisado (lembrando que ainda teremos a existência de autocorrelação no quadrado dos retornos), para então realizar a modelagem da volatilidade.

Após a análise dos modelos GARCH, iremos realizar uma revisão dos modelos de Volatilidade Realizada (*RV*), os quais são amplamente utilizados na análise de dados intradiários. Para tal, veremos como se realiza a construção da volatilidade realizada, com foco no método que melhor se adapta a dados financeiros, o *Bi-Power Variation*. Por fim realizaremos a demonstração de modelos que se utilizam desta para realizar a modelagem da volatilidade.

### 2.3.1 Análise de dados diários

Os modelos GARCH serão apresentados nesta seção. Entretanto, será apresentado antes o modelo ARIMA, pois a utilização do mesmo se faz necessária para resolver os problemas de autocorrelação dos retornos e estacionariedade da série analisada.

### 2.3.1.1 Modelo ARIMA

Antes de iniciarmos nossa discussão acerca dos modelos da família GARCH, faz-se necessário realizar uma breve revisão dos modelos ARIMA, pois os mesmos são utilizados na resolução de problemas de autocorrelação dos retornos dos ativos, necessária antes da modelagem da volatilidade, pois a ausência de correlação na série original é uma das premissas por trás dos modelos GARCH.

Vamos iniciar definindo um processo ARIMA  $(p,q)$  da seguinte maneira:

$$\Delta^d x_t = \alpha_1 \Delta^d x_{t-1} + \alpha_2 \Delta^d x_{t-2} + \dots + \alpha_p \Delta^d x_{t-p} + \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \beta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (1)$$

onde  $x_t$  denota o preço do ativo no período  $t$ ,  $\varepsilon_t$  é um processo formado por variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, e  $d$  denota o número de vezes que a série precisa ser diferenciada para a série se tornar estacionária.

O modelo ARIMA  $(p,d,q)$  é amplamente utilizado em séries financeiras, pois as mesmas, normalmente, são estacionárias apenas em primeira diferença. Entretanto, a diferenciação realizada por este modelo gera uma série de retornos simples, capitalizados discretamente. A alternativa é realizar a diferenciação da série em um estágio anterior ao problema da correlação, utilizando-se então uma série de retornos logarítmicos, e nesta série utilizar um modelo ARMA  $(p,q)$ .

O estabelecimento de um processo ARMA  $(p,q)$  passa por três etapas: identificação, estimação e diagnóstico. A identificação é o estabelecimento da ordem  $p$  e  $q$  mais adequadas ao modelo. Podemos fazer isto tanto através da comparação das funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) teóricas com as do modelo, como através dos critérios de seleção de Akaike (AIC) e Schwarz (BIC), que comparam o ajuste dentro da amostra medido pela variância dos resíduos, contra o número de parâmetros estimados.

O critério de Akaike é definido como:

$$AIC(k) = N \ln \hat{\sigma}^2 + 2k \quad (2)$$

onde  $N$  denota o tamanho da amostra,  $k = p + q + 1$  e  $\hat{\sigma}^2 = (1/N) \sum_{t=1}^N \hat{\varepsilon}_t^2$ . Os valores de  $p$  e  $q$  que minimizam o  $AIC(k)$  são a ordem a ser escolhida para o modelo.

O critério de Schwarz é definido como:

$$BIC(k) = N \ln \hat{\sigma}^2 + k(\ln N) \quad (3)$$

Os valores de  $p$  e  $q$  que minimizam o  $BIC(k)$  são a ordem a ser escolhida para o modelo. A diferença entre os critérios é que para  $N > 8$  ( $\ln N > 2$ ) o critério de Schwarz gera valores maiores que o AIC pela introdução de parâmetros no modelo.

Com a identificação do modelo feita, realiza-se a estimação dos parâmetros do modelo através de algum método de estimação como, por exemplo, o método de máxima verossimilhança (MV), de mínimos quadrados ordinários (OLS) ou verossimilhança perfilada modificada (VPM).

O terceiro e último passo da modelagem do retorno dos ativos é avaliar o modelo estimado. Nesta parte realiza-se a análise da FAC e FACP dos resíduos, as quais não devem ser estatisticamente diferentes de zero. Para testar a hipótese de que a FAC é estatisticamente igual a zero, propõe-se realizar um teste de Ljung-Box (LB), definido da seguinte maneira:

$$LB(m) = N(N + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2(\hat{\varepsilon})}{N - k}, \quad (4)$$

onde  $m$  denota a defasagem considerada. O teste LB se distribui como uma qui-quadrado com  $m$  graus de liberdade para grandes amostras.

Esta avaliação é a última etapa da modelagem do retorno dos ativos. Porém, esta relação de dependência dos ativos com seus valores passados não ocorrem apenas nos retornos, mas também na volatilidade destes, sendo esta a base dos modelos GARCH que veremos a seguir.

### 2.3.1.2 Modelos GARCH

A literatura sobre modelagem de volatilidade vem se desenvolvendo de forma expressiva desde a publicação de seus artigos seminais por Engle (1982) e Bollerslev (1986) (modelos ARCH e GARCH respectivamente) e diversas especificações destes têm sido criadas de forma a descrever mais precisamente o comportamento de séries financeiras.

A principal característica apresentada pelos modelos ARCH se encontra na diferenciação entre os momentos de segunda ordem, não condicionais e condicionais. A volatilidade condicional é definida pela variância condicionada ao conjunto de informações disponíveis (ZIEGELMANN, 2002).

Esta classe de modelagem de volatilidade de séries financeiras tenta buscar a solução para a seguinte equação de retornos modelando seu componente de volatilidade ( $\sigma$ ):

$$\begin{aligned} P_t &= P_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= \sigma_t z_t \end{aligned} \quad (5)$$

com  $E(z_t) = 0$  e  $V(z_t) = 1$ .

Os modelos da família ARCH têm como base a modelagem da volatilidade através de uma função determinística. Tomaremos como base a seguinte equação do modelo GARCH ( $p, q$ ), que diferencia-se do modelo ARCH( $p$ ) pelo fato de a volatilidade não depender apenas dos retornos passados, mas também dos seus próprios valores passados:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 = \omega + A(L)\varepsilon_t^2 + B(L)\sigma_t^2 \quad (6)$$

onde  $L$  define o operador de defasagem,  $A(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots + \alpha_q L^q$ ,  $B(L) = \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_p L^p$ , e ainda  $\omega > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, q$  e  $\beta_j \geq 0, j = 1, \dots, p$ .

Definindo  $v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ , o modelo pode ser reescrito como:

$$\varepsilon_t^2 = \omega + A(L)\varepsilon_t^2 + B(L)\sigma_t^2 + v_t \quad (7)$$

com  $v_t$  não correlacionado serialmente com  $E_{t-1}(v_t) = 0$ . O modelo GARCH( $p, q$ ) pode ainda ser representado como um modelo ARMA( $\max(p, q), p$ ) da seguinte forma:

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q (\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^p (\beta_j \varepsilon_{t-j}^2) - \sum_{j=1}^p (\beta_j v_{t-j}) + v_t \quad (8)$$

O processo GARCH é estacionário de segunda ordem se  $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$  e sua variância não condicional é igual a  $\sigma^2 = \omega \left( 1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{i=1}^p \beta_i \right)^{-1}$ . Um caso especial do modelo GARCH ocorre quando  $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i = 1$ , o qual é chamado então de modelo IGARCH, cuja diferença para o modelo GARCH original é o fato de este não ser estacionário de segunda ordem, ou seja, os choques à variância condicional permanecem indefinidamente.

### 2.3.1.3 Modelo EGARCH

Os modelos GARCH são bem sucedidos em capturar alguns dos fatos estilizados das séries financeiras, como as caudas pesadas e os agrupamentos de volatilidade, porém não conseguem captar o efeito alavancagem.

Logo, se torna necessária uma abordagem que capture esse efeito de assimetria nos choques das séries financeiras. Um dos modelos mais utilizados neste sentido é o modelo EGARCH<sup>5</sup>, onde se modela o logaritmo da variância e se adiciona um termo de forma a captar o efeito alavancagem, dependendo então a variância condicional tanto da magnitude quanto do sinal dos choques passados, assumindo a seguinte forma:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i g(\varepsilon_{t-i} / \sigma_{t-i}), \quad \pi_1 \equiv 1, \quad (9)$$

---

<sup>5</sup> O modelo EGARCH não é o único modelo capaz de captar a assimetria de volatilidade, existindo uma infinidade de modelos capazes de fazê-lo, como o GJR e o TARCH, por exemplo. Para uma revisão mais aprofundada dos modelos que captam o efeito alavancagem consultar DEGIANNAKIS e XELENAKI (2010)



sendo a assimetria do modelo incorporada ao fazer de  $g(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1})$  uma combinação linear de  $|\varepsilon_t/\sigma_t|$  e  $\varepsilon_t/\sigma_t$  da seguinte maneira:

$$g(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}) = \gamma_1(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}) + \gamma_2(|\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}| - E|\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}|), \quad (10)$$

onde  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  são constantes. Definiremos por simplicidade, que  $z_t \equiv \varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$ . Quando  $0 < z_t < \infty$ ,  $g(z_t)$  é linear com inclinação  $\gamma_1 + \gamma_2$ , e, quando  $-\infty < z_t \leq 0$ ,  $g(z_t)$  é linear com inclinação  $\gamma_1 - \gamma_2$ . Logo, em  $g(z_t)$ ,  $\gamma_1(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1})$  representa o efeito alavancagem e  $\gamma_2(|\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}| - E|\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}|)$  representa a magnitude do efeito assim como num modelo GARCH.

Da mesma forma que no modelo GARCH, o modelo EGARCH também pode ser representado na forma de um modelo ARMA, da seguinte forma:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \left(1 + \sum_{i=1}^p \alpha_i L^i\right) \left(1 - \sum_{j=1}^q \beta_j L^j\right)^{-1} g(z_{t-1}) \quad (11)$$

#### 2.3.1.4 Modelos FIGARCH

Uma das características dos modelos GARCH apresentados anteriormente é que os choques a variância condicional ou se dissipam exponencialmente ou persistem indefinidamente (como no modelo IGARCH, por exemplo). No caso do modelo FIGARCH e outros modelos com integração fracionária, a resposta da variância condicional aos choques decai lentamente a uma taxa hiperbólica.

Para apresentar o modelo FIGARCH( $p, d, q$ ), iniciaremos denotando o modelo IGARCH( $p, q$ ) como:

$$\Phi(L)(1-L)\varepsilon_t^2 = \omega + (1-B(L))v_t, \quad (12)$$

onde  $\Phi(L) \equiv (1-A(L)-B(L))(1-L)^{-1}$  é de ordem  $(\max(p, q) - 1)$ , podendo ser reescrito como:

$$\sigma_t^2 = \omega + (1 - B(L) - \Phi(L)(1 - L))\varepsilon_t^2 + B(L)\sigma_t^2, \quad (13)$$

O modelo FIGARCH( $p, d, q$ ) pode ser obtido substituindo o operador de primeira diferença da equação acima por um operador de diferença fracionário, obtendo-se assim o seguinte modelo:

$$\sigma_t^2 = \omega + (1 - B(L) - \Phi(L)(1 - L)^d)\varepsilon_t^2 + B(L)\sigma_t^2 \quad (14)$$

que é estacionário para  $0 \leq d \leq 1$ , e é estacionário em covariância para  $|d| \leq 0,5$ . O modelo FIGARCH( $p, d, q$ ) pode ser considerado um modelo generalizado do modelo GARCH( $p, q$ ), que pode ser obtido ao se definir  $d = 0$ , podendo ser obtido também o modelo IGARCH( $p, q$ ) ao se definir  $d = 1$ .

### 2.3.2 Estudo de séries de alta frequência

O estudo de séries financeiras de alta frequência se desenvolveu de forma rápida e consistente nos últimos anos em virtude da maior disponibilização de bases de dados contendo o registro de transações financeiras negócio por negócio e do desenvolvimento tecnológico, que permite o processamento desta grande quantidade de dados.

Estes registros nos fornecem, além dos valores de negociação, outras informações sobre a realização das transações como volume no instante do tempo no qual esta transação é realizada, e também fornece informações sobre a estrutura do mercado como valores de compra e venda, por exemplo. Porém, além de nos proporcionar mais informação, estes dados trazem novos desafios a sua análise, já que os modelos econométricos vistos até o momento não se mostram adequados à análise desta nova base de dados em virtude de suas características únicas.

Em relação à modelagem de volatilidade, esta base de dados nos permite a construção da Volatilidade Realizada, na qual a variância é obtida através do cálculo do produto dos retornos elevados ao quadrado, em pequenos intervalos de tempo, ou seja, nos permite a

utilização de modelos mais adequados aos dados do que os modelos de volatilidade não observada.

### 2.3.2.1 Construção da variância realizada

Para os modelos de variância realizada (RV), se propõe definir  $\sigma_t$  como a Volatilidade Realizada no momento  $t - 1$  ao invés de modelar seu comportamento. Vamos discutir a lógica deste modelo seguindo a explicação apresentada em Corsi (2004) e Martin et al. (2009). Consideremos o seguinte processo de difusão com “saltos”:

$$dp(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t) + k(t)dq(t), t \geq 0 \quad (15)$$

onde  $p(t)$  é o logaritmo do preço do ativo e  $P(t)$  o preço do ativo no período  $t$ ,  $\mu(t)$  é uma função contínua,  $dW(t)$  é um processo Browniano,  $\sigma(t)$  é o componente de volatilidade estritamente positivo e  $k(t)dq(t)$  é um processo de saltos aleatórios que permite variações adicionais em  $p(t)$  de tamanho  $k(t)$ .

A variação quadrática (QV) do retorno de um período  $t$  é dada pela soma da volatilidade integrada (IV) no período  $t$  mais a soma dos “saltos” ao quadrado durante este período, ou seja:

$$QV_t = \int_t^{t+1} \sigma^2(s)ds + \sum_{t < s \leq t+1} k^2(s) \quad (16)$$

Denotaremos por  $p_{t_i}$  o  $i$ -ésimo logaritmo do preço observado no período  $t$ , e  $r_{t_i} = p_{t_i} - p_{t_{i-1}}$  o  $i$ -ésimo retorno. Denotaremos também como  $r_{t,j}^m = p_{t,j/m} - p_{t,(j-1)/m}$  o retorno intradiário, onde  $m$  é o número de observações durante o dia, ou seja, depende do intervalo escolhido ( $\Delta$ ), normalmente variando entre 5 e 30 minutos. Temos então, que um estimador não-paramétrico para a variação quadrática, também chamada de Volatilidade Realizada (RV), pode ser definido como o somatório dos retornos intradiários ao quadrado, ou seja:

$$RV_{t,t+1}^m = \sum_{j=1}^m (r_{t,j}^m)^2 \quad (17)$$

onde  $RV_t \xrightarrow{p} QV_t$  à medida que  $\Delta \rightarrow 0$ .

Porem, três problemas surgem a partir dos modelos de RV. Primeiro, os preços refletem, além dos processos observados em (15), os processos de microestruturas de mercado. Segundo, o estimador RV reflete ambos os processos de volatilidade e saltos, não separando ambos. Por fim, temos que os preços não são contínuos.

Muitas modificações foram propostas para ajustar a RV às microestruturas de mercado, entre os quais podemos citar o TSRV (*Two Scale Realized Volatility*) e o MSRV (*Multi Scale Realized Volatility*), cuja descrição e comparação é realizada por Ait-Sahalia *et al.* (2009), e o OSRV (*Optimal Sample Realized Volatility*), apresentado por Bandi e Russel (2006). Uma revisão destes e de outros modelos ajustados para a presença de microestruturas de mercado podem ser vistas em Martin *et al.* (2009).

Entre estes métodos de construção da variância realizada, o que será utilizado neste trabalho é o *Realized Bi-Power-Variation* (BPV) desenvolvido por Barndorff-Nielsen and Shephard (2004), pois o mesmo é capaz de separar os componentes contínuo e de saltos<sup>6</sup> da variação quadrática, podendo ser definido da seguinte maneira:

$$BPV_{t,t+1}^m = \frac{\pi}{2} \sum_{j=2}^m |r_{t,j}^m| |r_{t,j-1}^m| \quad (18)$$

Barndorff-Nielsen and Shephard (2004, 2006) mostram que mesmo na presença de saltos, este estimador converge para o verdadeiro valor da IV, ou seja,  $BPV_{t,t+1}^M \xrightarrow{p} \int_t^{t+1} \sigma^2(s) ds$ . Logo, os saltos podem ser estimados simplesmente subtraindo o BPV do estimador de RV tradicional:

$$RV_{t,t+1}^m - BPV_{t,t+1}^m \rightarrow \sum_{t < s \leq t+1} k^2(s) \quad (19)$$

---

<sup>6</sup> Para mais detalhes sobre o processo de saltos consultar Andersen, *et al.* (2007) e Barndorff-Nielsen and Shephard (2005).

### 2.3.2.2 Modelo HAR-RV

Apresentaremos o modelo assim como descrito por Corsi (2004). Definindo a volatilidade parcial  $\tilde{\sigma}_t^{(\cdot)}$  como a volatilidade gerada por certo componente de mercado, o modelo HAR-RV se propõe a modelar a volatilidade como uma soma destas volatilidades parciais.

Para exemplificar, vamos considerar um modelo com três elementos de volatilidades parciais, correspondendo aos horizontes de tempo de um dia ( $\tilde{\sigma}_t^{(d)}$ ), uma semana ( $\tilde{\sigma}_t^{(w)}$ ) e um mês ( $\tilde{\sigma}_t^{(m)}$ ). Esta escolha de volatilidades parciais tem como objetivo captar os diversos prazos de investimentos dos investidores.

Definiremos, a termo de ilustração, que o processo gerador de preços é o seguinte:

$$r_t = \sigma_t^{(d)} \varepsilon_t \quad (20)$$

O processo de volatilidade parcial  $\tilde{\sigma}_t^{(\cdot)}$  de cada escala de tempo é definido como uma função de sua Volatilidade Realizada passada (como em um processo AR(1)), e em virtude da propagação assimétrica da volatilidade, ou seja, da expectativa de volatilidade das escalas de tempo de menor frequência. Para a volatilidade parcial de um mês, a estrutura do processo AR(1) se mantém, como pode ser visto a seguir:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{t+1m}^{(m)} &= c^{(m)} + \phi^{(m)} RV_t^{(m)} + \tilde{w}_{t+1m}^{(m)} \\ \tilde{\sigma}_{t+1w}^{(w)} &= c^{(w)} + \phi^{(w)} RV_t^{(w)} + \lambda^{(w)} E_t [\sigma_{t+1m}^{(m)}] + \tilde{w}_{t+1w}^{(w)} \\ \tilde{\sigma}_{t+1d}^{(d)} &= c^{(d)} + \phi^{(d)} RV_t^{(d)} + \lambda^{(d)} E_t [\sigma_{t+1w}^{(w)}] + \tilde{w}_{t+1d}^{(d)} \end{aligned} \quad (21)$$

onde  $RV_t^{(d)}$ ,  $RV_t^{(w)}$  e  $RV_t^{(m)}$  denotam as volatilidades realizadas diária, semanal e mensal respectivamente e  $\tilde{w}_{t+1d}^{(d)}$ ,  $\tilde{w}_{t+1w}^{(w)}$  e  $\tilde{w}_{t+1m}^{(m)}$  são erros contemporâneos serialmente independentes e com média zero.

Fazendo as devidas substituições em (21), o modelo assume a seguinte forma:

$$\sigma_{t+1d}^{(d)} = c + \beta^{(d)} RV_t^{(d)} + \beta^{(w)} RV_t^{(w)} + \beta^{(m)} RV_t^{(m)} + \tilde{w}_{t+1d}^{(d)} \quad (22)$$

Logo, é trivial derivar a forma funcional do processo em termos de suas volatilidades realizadas. Considerando que, ex-post,  $\sigma_{t+1d}^{(d)}$  pode ser escrito como:

$$\sigma_{t+1d}^{(d)} = RV_{t+1d}^{(d)} + w_{t+1d}^{(d)} \quad (23)$$

podemos substituir (22) em (23), obtendo assim:

$$RV_{t+1d}^{(d)} = c + \beta^{(d)}RV_t^{(d)} + \beta^{(w)}RV_t^{(w)} + \beta^{(m)}RV_t^{(m)} + w_{t+1d} \quad (24)$$

onde  $w_{t+1d} = \tilde{w}_{t+1d}^{(d)} - w_{t+1d}^{(d)}$ .

Logo, o modelo HAR-RV pode ser considerado um modelo autoregressivo que considera as volatilidades realizadas de distintos períodos de tempo, ou seja, um modelo heterogêneo autoregressivo de volatilidades realizadas.

### 2.3.2.3 Modelo ARFIMA

Este modelo tem a capacidade de capturar a característica de memória longa das séries de Volatilidade Realizada de séries financeiras. O modelo ARFIMA( $p, d, q$ ) pode ser representado da seguinte maneira:

$$(1 - c(L))(1 - L)^d (\log(\sigma_2^{t(RV)})) = (1 + d(L))\varepsilon_t, \quad (25)$$

onde  $c(L) = \sum_{i=1}^k c_i L^i$  e  $d(L) = \sum_{i=1}^l d_i L^i$ .

Naturalmente, assim como o modelo HAR-RV, este modelo também pode ser expandido de forma a captar algumas características das séries de Volatilidade Realizada como heterocedasticidade e agrupamentos de volatilidade. Para exemplificar, vamos

apresentar o modelo ARFIMA( $p, d, q$ )-GARCH( $p, q$ )<sup>7</sup>, cuja especificação é idêntica ao do modelo anterior, porém com a seguinte distribuição heterocedástica do erro:

$$\varepsilon_t = h_t z_t, \quad h_t^2 = \omega_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}^2 \quad (26)$$

onde  $z_t \sim N(0,1)$ . É válido ressaltar que podemos dar outras formas à variância condicional da Volatilidade Realizada, de forma a captar suas características, conforme visto na seção anterior.

---

<sup>7</sup> Apesar de não usual em séries de volatilidade realizada, este método foi utilizado em trabalhos como o de Ishida and Watanabe (2009)

### 3 MERCADO DE OPÇÕES

O mercado de opções é o mercado onde são negociados direitos de compra ou venda de um lote de ações, com preços e prazos de exercício pré-estabelecidos (BOVESPA, 2000). Já uma opção pode ser definida como um direito de compra (*call*) ou venda (*put*) de um determinado ativo, por um preço pré-estabelecido até ou em determinada data<sup>8</sup>. No mercado de opções brasileiro, temos prevalência de *calls* em relação às *puts* e, por este motivo, as estratégias posteriormente analisadas serão centradas naquelas que utilizam *calls* apenas.

Segundo Chimisso (2008), existem duas linhas de negociação utilizadas neste mercado:

- Negociação baseada no preço da opção, transacionando a mesma como se fosse um ativo, através de expectativas de alta ou baixa no ativo original ou de má precificação desta opção;

- Negociação baseada na volatilidade, onde o preço tem apenas uma função secundária. Nesta modalidade de negociação, utiliza-se o prêmio (preço da opção) para calcular a volatilidade deste ativo e, a partir desta volatilidade, operações estruturadas são montadas. Nesta dissertação, pretendemos fazer uso desta segunda linha de negociação, a baseada em volatilidade, para testar e comparar os modelos econométricos de alta e baixa frequência vistos na seção anterior.

Esta parte do trabalho será dedicada ao mercado de opções. Inicialmente iremos definir algumas características do mercado de opções, assim como seu funcionamento, dando destaque às peculiaridades apresentadas pelo mercado brasileiro. Na segunda parte do capítulo realizaremos uma revisão do modelo mais utilizado para precificação de opções, o modelo de Black e Scholes (1973), e definiremos as variáveis necessárias para a criação de estratégias baseadas em volatilidade, ou seja, neutras ao preço do ativo. Na terceira e última parte, descreveremos o funcionamento das operações estruturadas baseadas em volatilidade, com ênfase àquelas de melhor aplicabilidade ao mercado brasileiro.

---

<sup>8</sup> No caso das opções européias, só podem ser exercidas na data de vencimento; já a americana permite que ela seja exercida desde o momento de sua aquisição até o seu vencimento.



### 3.1 Definições e Características de negociação

Demonstraremos, aqui, como são identificadas as opções na BM&FBovespa, e discutiremos sobre as alterações que podem ocorrer nestas no decorrer de sua vigência, pois estas mudanças devem ser levadas em consideração quando negociamos com elas.

#### 3.1.1 Identificação das opções

A identificação das séries de opções de um ativo na BM&FBovespa é realizada associando-se o símbolo deste ativo a uma letra indicadora do prazo e tipo de opção e um número indicativo de preço<sup>9</sup>. Em relação ao prazo, da letra A a L identificam-se as *calls* de janeiro a dezembro respectivamente, e da letra M a X identificam-se as *puts* de janeiro a dezembro respectivamente. Logo, uma *call* sobre a Petrobras S/A com vencimento em setembro, e com preço de R\$ 20,00 (vinte reais) será denominada por PETRI20.

#### 3.1.2 Alterações das opções

Apesar de serem bem definidas quando de sua criação, o número de ações e preço de uma opção pode ser alterado no decorrer de sua validade em virtude de eventos, conforme descrito em BOVESPA (2000):

→ Se durante o período de vigência da opção o ativo distribuir dividendos, juros sobre o capital próprio ou qualquer outro provento em dinheiro, o valor líquido distribuído será deduzido de seu preço;

→ Se durante o período de vigência da opção ocorrer fracionamento, bonificação ou qualquer distribuição que altere o número de ações de um ativo, têm-se como efeito a

---

<sup>9</sup> Quando falarmos de preço de opção, nos referimos ao preço de exercício pelo qual o ativo é negociado no vencimento da opção.

elevação proporcional de ações cobertas pela opção, assim como uma queda proporcional do preço da opção de forma que seu valor final permaneça inalterado.

→ No caso de ocorrência de subscrição de ações no período de vigência da opção, do preço desta é subtraído o valor teórico do direito de subscrição calculado pelo Bovespa no primeiro dia de negociação ex-direito.

A identificação das séries de opções válidas, assim como seus respectivos preços é divulgada diariamente pela Bovespa.

### 3.2 Modelo Black e Scholes

O modelo mais difundido de precificação de opções é o de Black e Scholes (1973), no qual é proposto um modelo de precificação do prêmio das opções por arbitragem, isto é, calcula-se o preço que a opção deve ter para que não seja possível realizar operação de arbitragem com ela.

Por este modelo, o prêmio de uma opção é determinado com base em cinco variáveis: Preço do ativo à vista ( $S$ ), preço de exercício ( $X$ ), taxa de juros livre de risco ( $r$ ), tempo até o vencimento ( $t$ ) e volatilidade ( $\sigma$ ). A especificação do modelo B&S básico é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 C &= SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2) \\
 P &= Xe^{-rt}N(-d_2) - SN(-d_1) \\
 d_1 &= \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}} \\
 d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{t}
 \end{aligned}$$

onde  $\sigma$  e  $r$  são fixos,  $C$  é o prêmio da *call*,  $P$  é o prêmio da *put* e  $N(*)$  é a função de distribuição acumulada de uma Normal.

Logo, por este modelo, verifica-se que a volatilidade tem forte influência sobre o preço da opção, já que ela afeta a probabilidade do ativo ter valor igual ou superior ao preço de exercício, no vencimento da opção. Porém, apesar de a volatilidade ser considerada um

fator constante no modelo B&S, sabemos que ela varia no tempo, o que justifica estratégias baseadas em volatilidade e, assim sendo, sua previsão através de modelos econométricos.

### 3.2.1 Gregas

São chamadas de Gregas as derivadas parciais do prêmio da opção do modelo B&S em relação aos demais fatores do modelo, ou seja, elas medem a sensibilidade do prêmio em relação a cada um destes outros fatores, *coeteris paribus*.

A primeira, Delta ( $\Delta$ ), é a derivada parcial do prêmio em relação ao preço do ativo à vista, medindo assim as variações do prêmio da opção em relação ao preço do ativo.

$$\Delta = \frac{\delta C}{\delta S}$$

Este parâmetro, porém, não é constante, decaindo com o passar do tempo e também se alterando com movimentos no valor do ativo. Esta alteração de valor do delta com a mudança do preço do ativo tem função importante quando o objetivo é realizar um *delta hedge*<sup>10</sup>, pois a velocidade de mudança do Delta não é simétrica, ou seja, estratégias neutras em Delta podem não manter esta situação quando de amplos movimentos do valor do ativo.

Isto motiva termos o conhecimento do valor da segunda grega, o Gama ( $\Gamma$ ), que é a derivada parcial do Delta em relação ao preço, ou seja, mede a velocidade com a qual o Delta varia em relação às mudanças no preço do ativo, sendo uma medida de risco muito importante.

$$\Gamma = \frac{\delta \Delta}{\delta S}$$

A terceira grega é a Vega ( $v$ ), que é a derivada do prêmio da opção em relação à volatilidade do ativo, medindo assim a mudança do prêmio quando do incremento de 1% na volatilidade do ativo.

---

<sup>10</sup> Será visto em mais detalhes na próxima seção.

$$v = \frac{\delta C}{\delta \sigma}$$

Assim como o Delta, o Vega também é afetado pelo tempo e mudança do valor do ativo. Opções no dinheiro são sensíveis à volatilidade, enquanto opções muito fora ou dentro do dinheiro tendem a ser insensíveis à volatilidade (AUGEN, 2008).

A quarta grega é o Teta ( $\theta$ ), que é a derivada parcial do prêmio da opção em relação ao tempo, ou seja, mede a redução do prêmio da opção a cada unidade de tempo, mantido todos os demais fatores constantes.

$$\theta = \frac{\delta C}{\delta t}$$

Além da influencia já citada nas gregas anteriores, temos também que quanto mais tempo faltar para o exercício da opção, mais sensível é o prêmio à volatilidade, implicação importante para a construção das estratégias *Time Spread*.

A última grega é o Rô, que é a derivada parcial do prêmio da opção em relação à taxa de juros, e mede a alteração do valor do prêmio da opção quando do aumento de 1% da taxa de juros.

$$\theta = \frac{\delta C}{\delta r}$$

O efeito do Rô tende a ser pequeno, e a taxa de mudança lenta, sendo apenas significativo na presença de ciclos econômicos no qual ocorrem bruscas mudanças nas taxas de juros, motivo pelo qual normalmente podemos negligenciar este parâmetro em nossas discussões (AUGEN, 2008).

O seguinte quadro resume o impacto das gregas:

Tabela 1: Descrição do efeito das gregas

Grega	Descrição
Delta ( $\Delta$ )	Mede o efeito do aumento de R\$1 do ativo
Gamma ( $\Gamma$ )	Taxa de mudança do Delta
Vega ( $v$ )	Mede o efeito do aumento de 1% da volatilidade
Theta ( $\theta$ )	Taxa de queda do preço no tempo
Rho ( $\rho$ )	Mede o efeito do aumento de 1% na taxa de juros

Fonte: AUGEN (2008)

### 3.2.2 Neutralidade de estratégias

Uma carteira de ações/opções insensível a um dos parâmetros vistos na seção anterior é chamada de neutra em relação a este parâmetro, sendo assim utilizada como estratégia para se isolar o parâmetro em relação ao qual se deseja montar esta carteira.

A estratégia mais comum é a *Delta Hedge*, que significa montar uma carteira que seja neutra a este parâmetro. Nesta modalidade de hedge, temos que o Delta da carteira, no momento em que ela é montada, é igual a zero, e assim sendo, ela não sofrerá flutuações significativas de valor quando ocorrerem pequenas mudanças no valor do ativo original. Logo, ao anularmos o efeito do preço do ativo na carteira, podemos criar uma carteira voltada para a volatilidade.

Porém, mesmo que o Delta seja igual a zero no momento da criação da carteira, não significa que se manterá assim por todo o período, o que nos é dado pelo parâmetro Gama. Isto nos leva a dois tipos de hedges, o estático e o dinâmico:

Hedge estático → Neste tipo de hedge se realizam apenas duas operações: a compra (venda) da carteira e sua posterior venda (compra). Não são realizados ajustes em virtude de mudanças do valor do Delta, sendo recomendado para posições de curto prazo.

Hedge dinâmico → Neste tipo de hedge realizam-se operações de ajustes de maneira a manter o Delta da carteira sempre igual a zero. O problema com este tipo de hedge está nos custos de fazê-lo, tanto financeiros quanto operacionais, sendo o tempo entre os ajustes uma peça chave no sucesso deste tipo de hedge. Esta estratégia tende a ser utilizada em carteiras com prazo mais longo de vigência, ou com Gama elevado.

A estratégia Delta Hedge pode ainda ser dividida em duas categorias distintas em relação ao parâmetro Vega, podendo ser estratégia de compra ou venda de volatilidade. Se uma estratégia Delta Hedge apresenta parâmetro Vega positivo, esta é caracterizada como uma operação de compra de volatilidade, ou seja, objetiva obter ganhos com o aumento da volatilidade do ativo. No caso da operação apresentar Vega negativo, esta é caracterizada como uma operação de venda de volatilidade, objetivando assim a obtenção de ganhos com a queda da volatilidade do ativo.

Para demonstrar uma posição neutra às variações de preços do ativo, vamos utilizar um exemplo simples de cobertura de opções. Suponha que estejamos trabalhando com uma *call* de Petrobrás S/A com *strike* de R\$ 28,00 e vencimento em fevereiro, com um Delta de 0,60. No caso de comprarmos 1000 PETRB28, isto irá gerar um Delta igual a 600. Neste caso, podemos contrabalancear o Delta da carteira vendendo no mercado a vista 600 PETR4, cujo Delta é igual a -600, o que gera um Delta igual a zero. Neste caso, esta é uma operação de compra de volatilidade, pois temos apenas posições compradas em *calls*, e as mesmas Vega positivo. Uma última consideração a esta estratégia seria em relação ao Gamma, sendo recomendada a utilização opções no dinheiro, pois as mesmas apresentam um Gamma baixo.

### 3.3 Estratégias baseadas em volatilidade

Existem diversas estratégias que podem ser realizadas no mercado de opções baseadas na volatilidade dos ativos financeiros, porém muitas delas exigem a utilização de *puts*<sup>11</sup>, tornando as mesmas inviáveis para o mercado brasileiro, pois não existe liquidez em bolsa de valores para estas. Logo, estratégias como *straddle* e *strangle* não serão vistas neste trabalho. Uma análise destas e de outras estratégias aplicadas ao mercado de opções pode ser vista em Natemberg (1994).

Veremos aqui duas das estratégias comumente utilizadas no mercado de opções, mas somente analisando o caso onde se utiliza apenas *calls*, excluindo também estratégias mistas como arbitragem com *call/put Butterfly*. A lucratividade destas estratégias será utilizada como referência para a avaliação dos métodos econométricos vistos no primeiro capítulo.

---

<sup>11</sup> É possível realizar estas estratégias com a utilização de *puts* sintéticas, porém neste trabalho não utilizaremos estas estratégias.

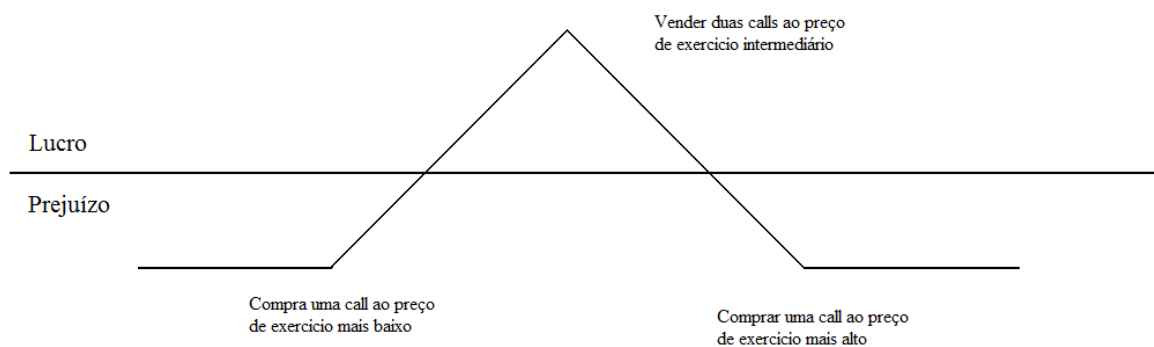
### 3.3.1 Butterfly

A estratégia *Butterfly* é a utilização de três opções do mesmo tipo, com preços de exercícios igualmente espaçados. A configuração desta estratégia é a compra (venda) de uma opção ao preço de exercício mais baixo, venda (compra) de duas opções ao preço de exercício intermediário, e a compra (venda) de uma opção ao preço de exercício mais alto, todas com prazo de vencimento igual. Esta estratégia é chamada de *Long (Short) Butterfly*.

O valor de uma *Butterfly* depende da volatilidade do ativo. Portanto, realizar uma operação de *Long Butterfly at-the-money* em um momento de baixa volatilidade do mercado, terá um custo elevado (o que equivale a movimentos para baixo da linha de lucro na Figura 3.1a), devido a uma maior probabilidade de que o valor ativo se mantenha num nível que gere lucro a operação.

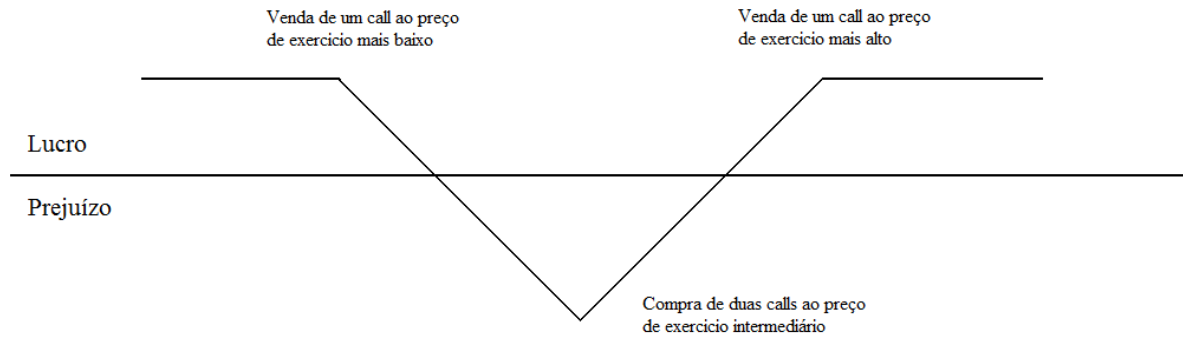
Esta estratégia se beneficia da volatilidade no ponto em que seu valor depende da volatilidade do ativo. Se tivermos uma previsão de que teremos um aumento da volatilidade, realiza-se uma operação de *Short Butterfly*, e uma operação de *Long Butterfly* no caso de uma previsão de redução da volatilidade.

Figura 1: Long Butterfly



Fonte: Adaptado de Natenberg (1994)

Figura 2: Short Butterfly



Fonte: Adaptado de Natenberg (1994)

### 3.3.2 Time Spread

Esta é outra estratégia que se baseia na volatilidade, porém apoiando-se no impacto do fator tempo em conjunto com a volatilidade para obter lucros. A estrutura desta estratégia consiste na compra e venda de duas opções do mesmo tipo e de mesmo valor de exercício, porém com diferentes datas de vencimento. Chamamos a posição onde se compra (vende) uma opção com prazo de vencimento mais curto e se vende (compra) uma opção com prazo de vencimento mais longo de *Short (Long) Time Spread*. O spread entre as duas opções varia de acordo com a volatilidade do ativo, o que é exemplificado na tabela a seguir:

Tabela 2: Efeito da volatilidade em Time Spreads

Volatilidade	15%	20%	25%
Preço da opção de longo prazo	6,50	7,50	8,50
Preço da opção de curto prazo	5,50	6	6,50
Valor do Spread	1	1,50	2

Fonte: Natenberg (1994)

Logo, caso a previsão seja de aumento na volatilidade, realizamos um *Long Time Spread*, obtendo assim um lucro com um aumento da opção de longo prazo superior a opção de curto prazo, e se realiza um *Short Time Spread* no caso da previsão de redução de volatilidade.



## 4 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

A utilização de dados intradiários para a estimação de volatilidade é aparentemente recente, mas tem sido bem desenvolvida e aplicada a séries financeiras pela literatura internacional. Porém, a literatura brasileira ainda carece de trabalhos nesta área. O presente trabalho pretende não apenas realizar uma comparação entre os métodos que utilizam dados diários (estes bastante utilizados pela literatura nacional) com os que utilizam dados intradiários, mas também realizar um teste empírico da capacidade destes modelos.

Nesta seção do trabalho iremos descrever como foram coletados e tratados os dados utilizados, de forma a permitir a replicação a quem desejar. Também será realizada a análise destes dados, para confirmar a presença de alguns fatos estilizados das séries escolhidas e auxiliar nas estimações posteriores.

### 4.1 Coleta e tratamento dos dados

A base de dados aqui utilizada é composta de todas as transações realizadas com o ativo PETR4 pelo Bovespa no período entre 2 de janeiro de 2007 e 29 de abril de 2011, obtidas junto ao banco de dados Economatica. As opções referentes a este ativo foram coletadas no site da BM&FBovespa. Foi escolhido este ativo em virtude de sua alta liquidez se comparada a outros, e este período pelo fato de períodos anteriores não terem a liquidez desejada<sup>12</sup>, o que poderia ocasionar distorções nas estimações realizadas.

A partir da série original de preços da PETR4, criaram-se duas novas séries, uma para a estimação baseada em dados diários e outra para a estimação da Volatilidade Realizada. Inicialmente, converteu-se frequência da série base de preços *tick-by-tick* em uma série de menor frequência de forma a amenizar os problemas de microestruturas de mercado. Escolheu-se utilizar séries de 5 minutos<sup>13</sup>, totalizando 83 preços por dia<sup>14</sup>, tendo-se assim a

---

<sup>12</sup> Apesar da PETR4 ter boa liquidez, os dados anteriores a 2007 apresentam um número excessivo de períodos sem negociação, o que impediu a realização de uma interpolação de dados sem comprometer a amostra.

<sup>13</sup> Utilizou-se em etapas preliminares do trabalho amostras de 15 e 30 minutos, porém como todas apresentaram os mesmos padrões de microestruturas optou-se por utilizar a de menor frequência.

série de preços intradiários. Utilizando-se o último registro de preço de cada dia desta série criou-se a série diária preços.

Em seguida, criou-se a série de retornos logarítmicos para cada série. A série intradiária contém 82 retornos por dia, mas alguns dias específicos não permitiram criar uma série com esta quantidade de retornos<sup>15</sup>. Neste caso, preferiu-se eliminar esses dias da amostra, tanto para a série intradiária quanto para a série diária de forma a uniformizá-las. Nas séries utilizadas neste trabalho, temos um total de 1054 dias, totalizando 1053 retornos na série diária e 86428 retornos na série intradiária.

Para a realização da filtragem e organização dos dados, utilizou-se tanto o aplicativo Excel do pacote Microsoft Office 2007 como programação Bash<sup>16</sup>. Já para a realização das estimativas, foi escolhido o programa Oxmetrics 6.2.

## 4.2 Estatísticas descritivas

O primeiro passo antes de realizar a estimação e teste dos modelos é a análise das estatísticas descritivas das séries de retorno criadas anteriormente. As séries de retornos diários e intradiários podem ser visualizadas na Figura 4.1.

Analisando-se o gráfico, é possível visualizar um aumento da volatilidade dos retornos na segunda metade de 2008, época na qual a crise atingiu seu ápice, sendo possível também visualizar agrupamentos de volatilidade, conforme descrito no Capítulo 2.

Um resumo dos cálculos das estatísticas descritivas das séries de retornos diários e intradiários podem ser visualizados na Tabela 4.1, assim como também o resultado do teste de normalidade e estacionariedade das séries.

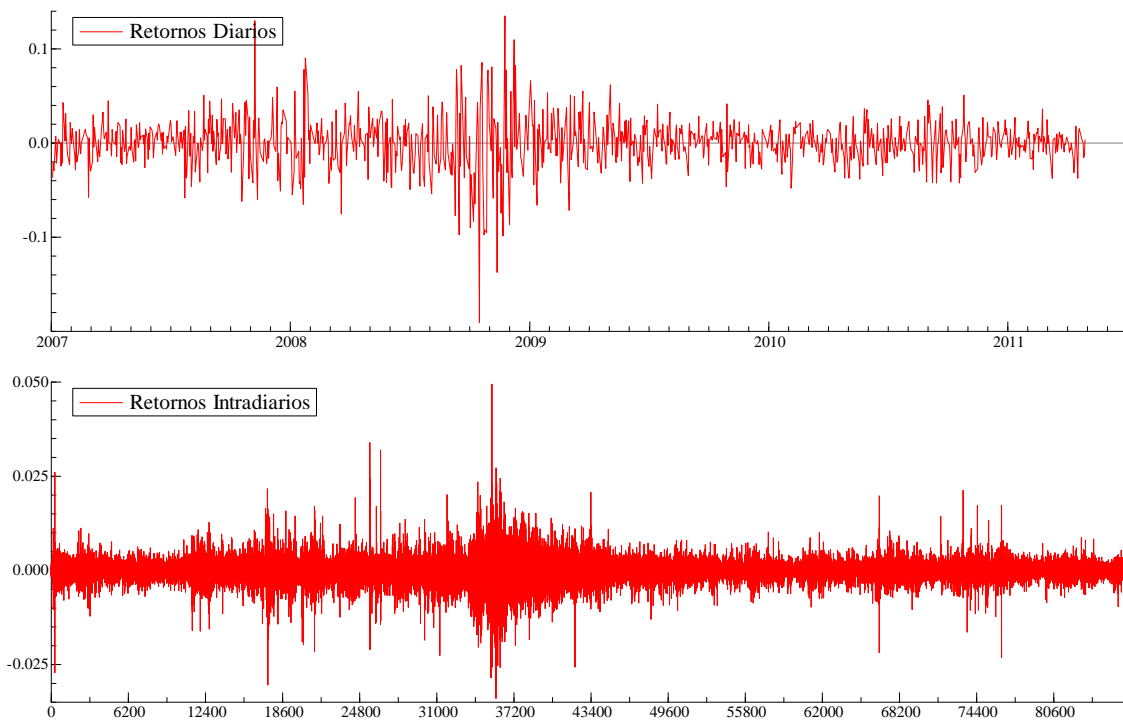
---

<sup>14</sup> Salienta-se aqui que nem sempre existiram preços para os minutos analisados. Neste caso, optou-se por selecionar o preço do minuto subsequente.

<sup>15</sup> Dias com pregão reduzido ou *circuit breaker*, por exemplo, não permitem realizar interpolação de dados sem comprometer a amostra.

<sup>16</sup> Utilizou-se esta forma de programação ao invés dos tradicionais programas estatísticos em virtude do alto custo computacional destes programas.

Figura 3: Evolução dos retornos entre janeiro de 2007 e abril de 2011



Fonte: elaboração própria

Tabela 3: Estatísticas descritivas dos retornos

	Retornos Diários	Retornos Intradiários
<b>Número de Observações</b>	1053	86425
<b>Média</b>	1.3272e-005	-1.1434e-005
<b>Mínimo</b>	-0.19063	-0.033974
<b>Máximo</b>	0.13509	0.049429
<b>Desvio Padrão</b>	0.025898	0.0023583
<b>Assimetria</b>	-0.35923	-0.027923
<b>Excesso de Kurtose</b>	5.9879	14.950
<b>Teste Jarque-Bera</b>	519.45***	1.3994e+005***
<b>Teste ADF</b>	-31.61***	-302.5***

\*\*\* Significativo ao nível de 1%

Obs: Teste ADF realizado sem constante e sem tendência.

Fonte: elaboração própria

A Tabela 4.1 nos revela várias informações importantes acerca das duas séries de retornos, como a presença de alguns fatos estilizados das séries financeiras. O excesso de Kurtose evidencia a presença de uma distribuição leptocúrtica ou de caudas pesadas, na qual a presença de valores extremos é mais comum do que seria numa distribuição normal, o que é

uma característica marcante de séries financeiras. Além disto, a assimetria negativa denota que a distribuição tem um desvio para a esquerda, sendo um claro sinal de uma maior presença de retornos negativos, algo que já era de se esperar por se tratar de uma série financeira.

Ainda pela Tabela 4.1, em respeito à normalidade das séries, temos a confirmação, pelo teste Jarque-Bera, da rejeição da hipótese de normalidade das séries analisadas, o que confirma a análise feita anteriormente de que a distribuição das mesmas seja de caudas pesadas. Por fim, pela rejeição da hipótese nula de existência de raízes unitárias para ambas as séries no teste ADF, temos a confirmação de que a transformação das séries de preços da PETR4 em séries de retornos logarítmicos conseguiu resolver o problema de não estacionariedade das séries.

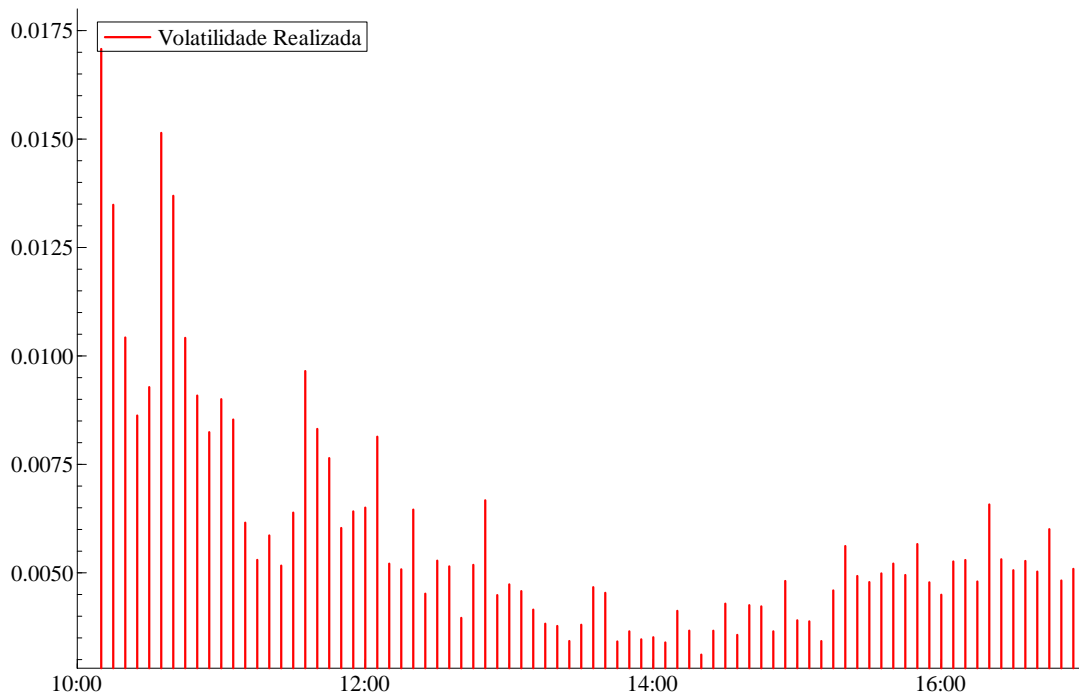
Com as séries de retornos em mãos, o próximo passo foi a construção dos modelos utilizados neste trabalho. Na próxima seção, iniciaremos com a estimação dos modelos de volatilidade com dados intradiários e prosseguiremos com a estimação dos modelos de volatilidade diários. No último capítulo, realizamos a comparação dos modelos estimados utilizando como função perda a lucratividade com operações estruturadas no mercado de opções.

### **4.3 Análise de microestruturas de mercado**

Os dados intradiários financeiros apresentam certos padrões que já foram previamente discutidos, como padrões diários, semanais e do *Bid-Ask Spread*. Realizaremos uma breve análise da série de retornos intradiários de forma a verificar a presença destes fatos.

O primeiro passo é criar uma nova série de volatilidade para os momentos do dia, ao invés de uma série diária, pois dessa forma poderemos identificar a presença de padrões diários de volatilidade.

Figura 4: Padrão diário da Volatilidade Realizada Intradiária



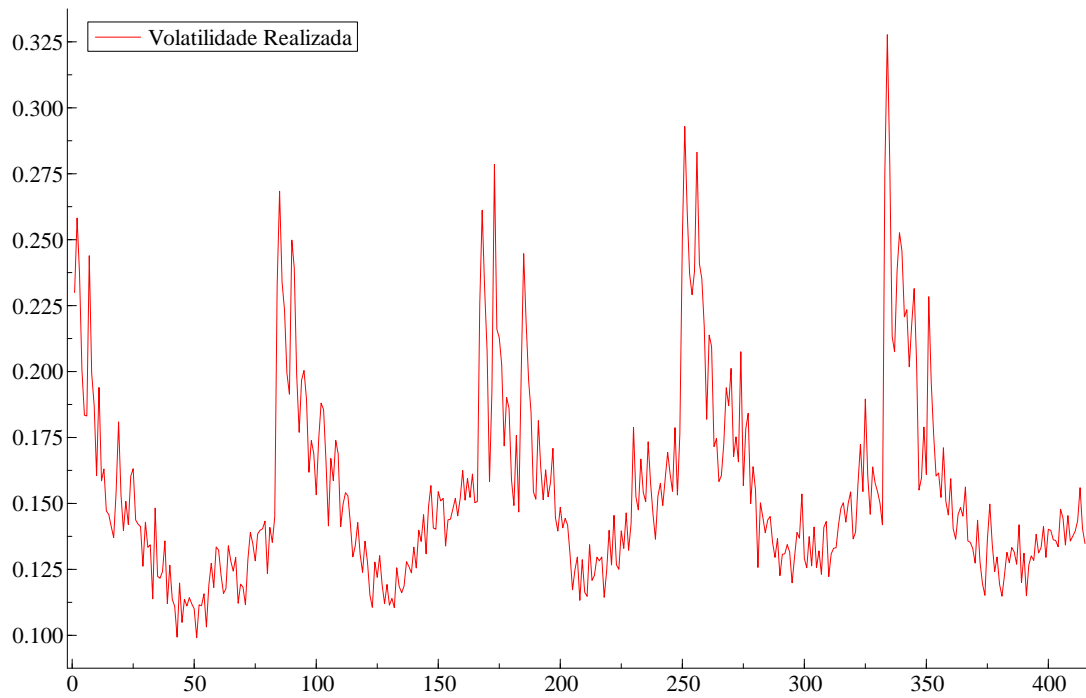
Fonte: elaboração própria

Percebemos, a partir da Figura 4.2, um padrão diário da volatilidade, a qual demonstra ser elevada no início do dia, tendo uma queda durante o dia e uma alta no fechamento do pregão. Este comportamento é conhecido como “*Volatility Smile*”, ou seja, a volatilidade intradiária apresenta um padrão em forma de U.

Além de um padrão diário, temos a existência de padrões semanais no comportamento da volatilidade, que tende a apresentar maiores valores à medida que a semana passa, apresentando também um comportamento mais volátil, como pode ser visto na Figura 4.3.

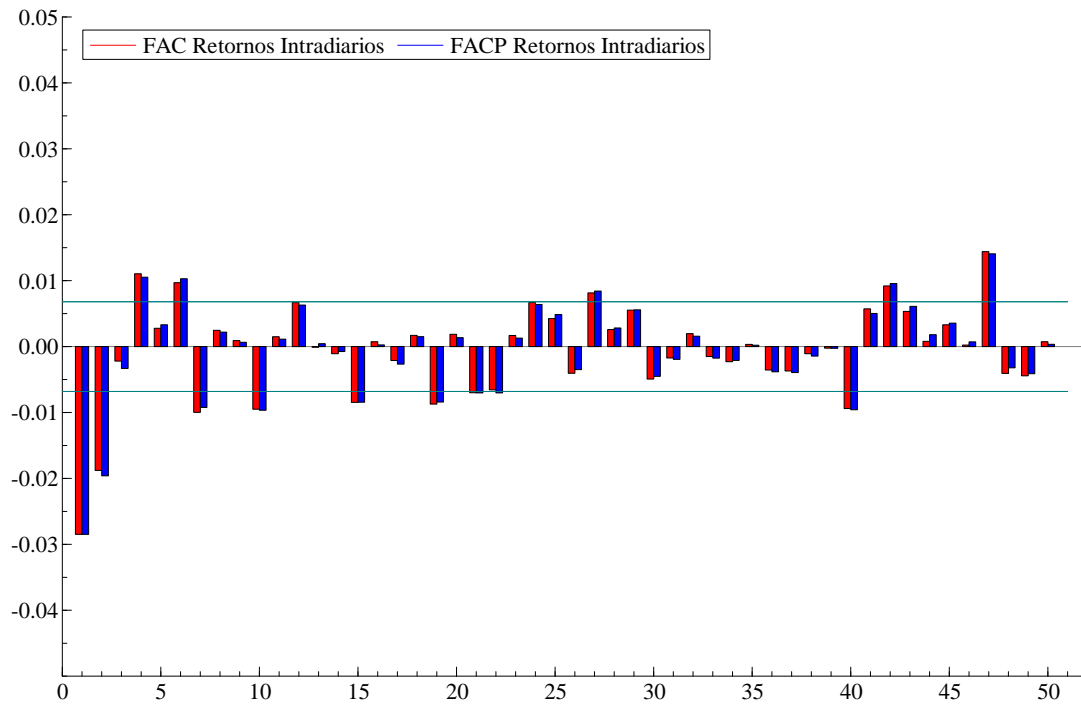
O último fator analisado nesta parte refere-se à presença do *Bid-Ask Bounce* na amostra de retornos através da presença de autocorrelação nesta, cujos resultados para a amostra de 5 minutos podem ser observados na Figura 4.4.

Figura 5: Padrão Semanal da Volatilidade Realizada



Fonte: elaboração própria

Figura 6: FAC e FACP dos retornos intradiários



Fonte: elaboração própria

Os resultados mostram correlação negativa significativa nos dois primeiros *lags*, o que vai de encontro com a hipótese de Andersen e Bollerslev (1997b) de que esta seria significativa até o primeiro *lag* apenas.

Apesar da existência de microestruturas de mercado na série de retornos de 5 minutos, optou-se por utilizá-la, pois os mesmos padrões foram observados em frequências menores. Tentativas de filtrar a sazonalidade da série, de forma a melhorar os resultados das estimações posteriores, não surtiram efeitos significativos.

## 5 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS

Neste capítulo realizaremos a estimação e escolha dos modelos dos modelos utilizados na comparação entre modelos diários e intradiários que será realida no capítulo seguinte. Este capítulo divide-se entre a estimação dos modelos baseados em dados intradiários e dos modelos baseados em dados diários.

### 5.1 Modelos de volatilidade intradiários

De posse da série de retornos intradiários, criou-se a série de Volatilidade Realizada a partir do método *Bi-Power Variation*, descrito pela fórmula (18). Com isso foi criada uma série de Volatilidade Realizada equivalente ao número de dias da amostra, ou seja, 1054 dias. Destes, utilizaram-se 975 dias para a estimação e 79 dias para a avaliação da capacidade de previsão do modelo.

O primeiro passo, já de posse da série de Volatilidade Realizada, é a análise das estatísticas descritivas desta série, que podem ser visualizadas na Tabela 5.1.

Tabela 4: Estatísticas descritivas da Volatilidade Realizada

Volatilidade Realizada	
<b>Número de Observações</b>	1054
<b>Média</b>	0.00043793
<b>Mínimo</b>	3.1688e-005
<b>Máximo</b>	0.0096966
<b>Desvio Padrão</b>	0.00071801
<b>Assimetria</b>	6.3373
<b>Excesso de Curtose</b>	57.094
<b>Teste Jarque-Bera</b>	10227***
<b>Teste ADF</b>	-6.556***

\*\*\* Significativo ao nível de 1%

Obs: Teste ADF realizado sem constante e sem tendência.

Fonte: elaboração própria

A primeira característica marcante sobre a série que observamos a partir da Tabela 5.1 se refere à sua distribuição. O teste Jarque-Bera rejeita fortemente a hipótese de normalidade



da série, o que é confirmado pela análise do excesso de curtose, ou seja, fica evidente a presença de *fat tails* na distribuição da Volatilidade Realizada, o que já era esperado, tratando-se de uma série financeira.

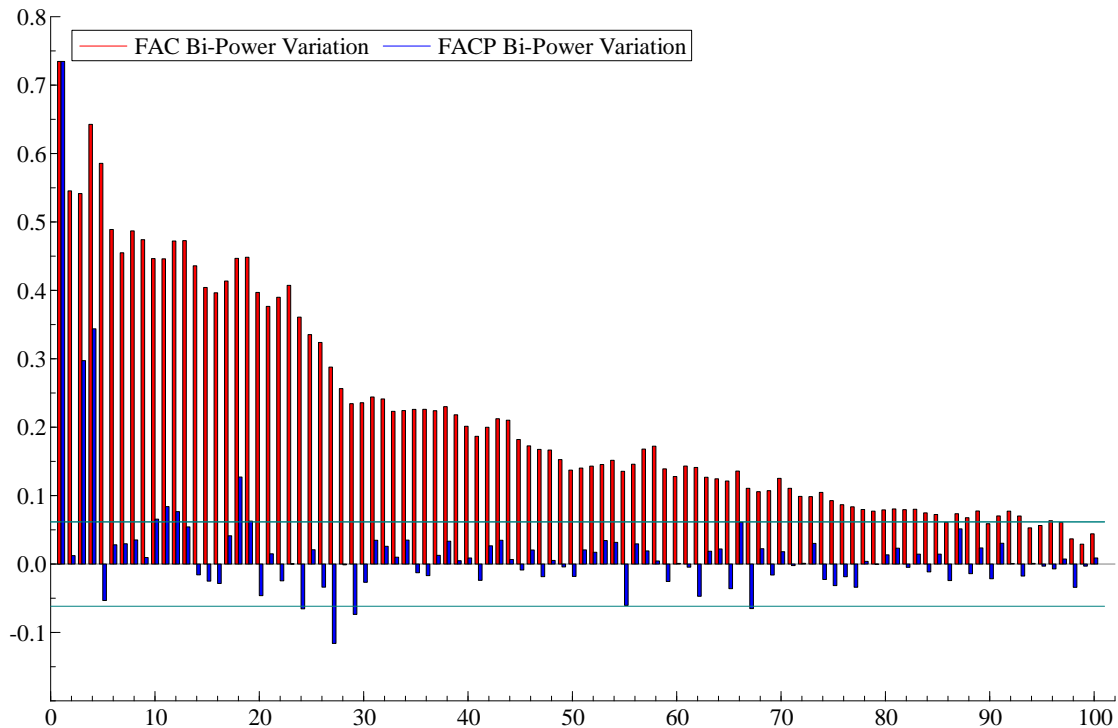
Outro fato marcante em relação à distribuição é a presença de uma forte assimetria positiva, ou seja, uma maior ocorrência de episódios de alta volatilidade do que de baixa. A princípio, pode-se supor que esta assimetria deve-se ao fato de o período de crise estar incluído na amostra, porém testes excluindo os períodos em que a crise foi mais intensa revelaram uma assimetria superior aos que incluíam este período, o que não era esperado.

Ainda, pela Tabela 5.1, temos a rejeição da hipótese da presença de raiz unitária na série de volatilidade, porém de forma menos intensa do que para a série de retornos. Por este motivo, também será realizada uma verificação da presença de memória longa na série no momento da escolha dos modelos que serão testados.

Para determinar os modelos a serem estimados, o próximo passo é a análise da presença de autocorrelação da série. O método mais comum para realizar esta análise é através da visualização da ACF e PACF da série, que são apresentadas na Figura 5.1.

A análise visual da função de autocorrelação nos fornece informações importantes acerca dos modelos a serem testados. Primeiro, evidencia a presença de forte autocorrelação na série de volatilidade, com um pico na quarta e quinta autocorrelação e autocorrelação parcial, evidência de padrões semanais ou efeito de dia da semana. Segundo, o lento decaimento da série pode ser sinal da presença de memória longa, o que justificaria a utilização de modelos de integração fracionada. O próximo passo é a confirmação do que é visualizado na Figura 5.1.

Figura 7: ACF e PACF da série de Volatilidade Realizada



Fonte: elaboração própria

O primeiro fator que verificaremos é a presença de autocorrelação da série, usando para tal o teste Box-Pierce. Os resultados podem ser visualizados na Tabela 5.2.

Tabela 5. Teste Box-Pierce aplicado a série de variância realizada

Defasagem	Estatística Q
<b>5</b>	1997.86***
<b>10</b>	3176.25***
<b>20</b>	5197.19***
<b>50</b>	7268.33***
<b>100</b>	7882.90***

\*\*\* Significativo ao nível de 1%

Fonte: elaboração própria

Pelos valores altamente significativos da estatística Q, temos a confirmação da presença de autocorrelação da série. O próximo passo é a verificação da presença de memória longa da série analisada.

Tabela 6: Teste R/S modificado por Lo para a série de Volatilidade Realizada

Defasagem	Estatística R/S
<b>10</b>	2.48814***
<b>25</b>	1.75231*
<b>50</b>	1.3853
<b>100</b>	1.15686

\* Significativo ao nível de 10%

\*\*\* Significativo ao nível de 1%

Obs: Intervalos de confiança de 90% [0.861, 1.747], 95% [0.809, 1.862] e 99%: [0.721, 2.098]

Fonte: elaboração própria

O teste R/S revelou resultados significativos até a defasagem 25. Testaremos então os modelos com integração fracionada junto com os modelos tradicionais. O próximo passo é o teste e seleção dos modelos que serão utilizados na comparação com os modelos baseados em dados diários.

No teste dos modelos de memória curta, os coeficientes se mostraram altamente significantes até a terceira defasagem, sendo o modelo ARMA(3,3) escolhido pelo resultado da autocorrelação dos resíduos ter sido o mais satisfatório entre todos os modelos testados desta categoria.

No teste dos modelos de memória longa, foi escolhido o modelo ARFIMA(3,3) por ele ter apresentado resultado satisfatório em relação aos outros modelos ARFIMA e por ser a versão de integração fracionada do modelo ARMA escolhido.

O modelo HAR também foi testado, porém apresentou resultados insatisfatórios se comparados com os modelos ARMA e ARFIMA, apesar do componente semanal ter se mostrado significativo. Por este motivo, decidiu-se removê-lo dos testes comparativos.

Tabela 7: Coeficientes e respectivos desvios-padrão dos modelos selecionados

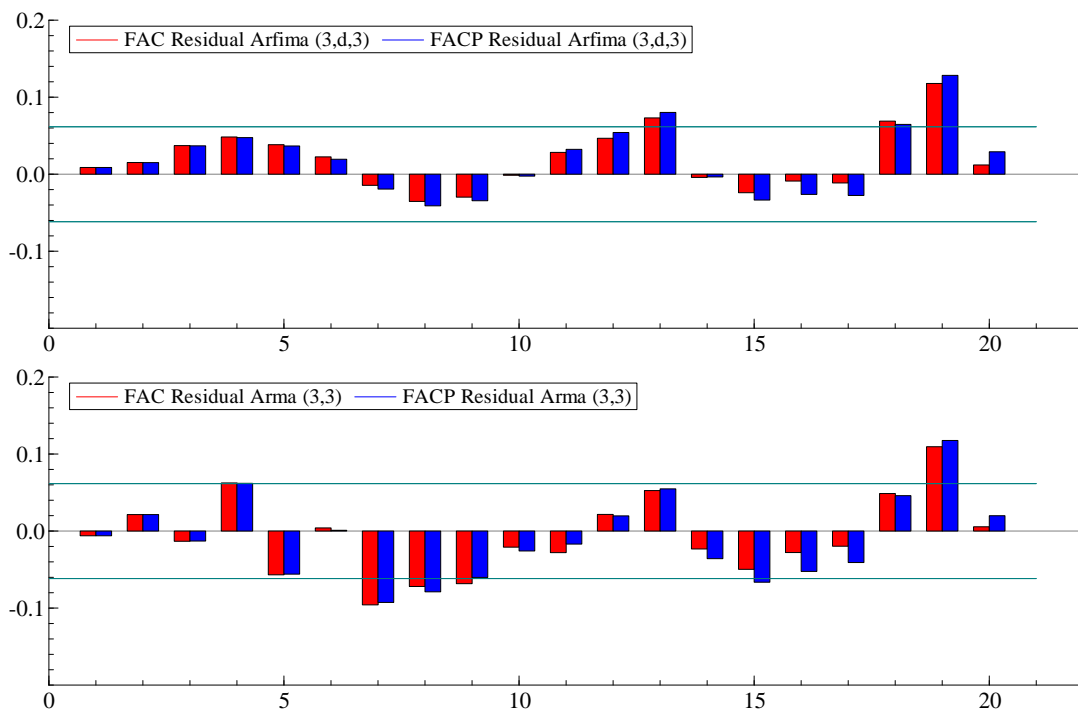
Modelo	AR(1)	AR(2)	AR(3)	MA(1)	MA(2)	MA(3)	AIC	Log-Verossimilhança
<b>ARMA(3,3)</b>	0,96169 (0.0751)	-0.62360 (0.1111)	0.62515 (0.0550)	-0.32410 (0.0808)	0.25727 (0.0819)	-0.36153 (0.0454)	-12.583785	6638.65519
<b>ARFIMA(3,3)</b>	-0.72468 (0.0961)	-0.60982 (0.0707)	-0.54211 (0.0786)	0.86232 (0.1072)	0.51711 (0.0951)	0.280895 (0.0829)	-12.592934	6644.47657

Obs: Todos os coeficientes são significativos a 1%

Fonte: elaboração própria

A Tabela 5.4 denota os coeficientes dos modelos escolhidos, com seus respectivos desvios-padrão. O próximo passo é a análise dos resíduos do modelo, para verificar a presença de autocorrelação nestes. Vale aqui ressaltar que a escolha dos modelos também se baseou nesta análise, porém somente será demonstrado a dos modelos escolhidos. As funções de autocorrelação podem ser visualizadas na Figura 5.2, seguidas dos resultados do teste Box-Pierce na Tabela 5.5.

Figura 8: FAC e FACP dos resíduos dos modelos de estimação da Volatilidade Realizada.



Fonte: elaboração própria

Tabela 8: Teste Box-Pierce para os modelos de estimação da Volatilidade Realizada

Defasagem	Resíduos ARFIMA	Resíduos ARFIMA ao quadrado	Resíduos ARMA	Resíduos ARMA ao quadrado
5	5,83292	363,004***	8,28743	384,423***
10	8,86716	383,823***	29,0007***	417,653***
20	38,8527***	454,654***	53,2446***	492,675***
50	87,7923***	482,794***	106,460***	525,259***

Fonte: elaboração própria

O teste Box-Pierce denota a melhor adequação do modelo de memória longa, porém ainda apresentando indesejada autocorrelação. Entretanto, estes modelos ainda são os que melhor se adequaram aos dados. Diversos procedimentos foram utilizados para tentar minimizar este problema, como métodos para filtrar a sazonalidade da série de retornos original de forma a remover a autocorrelação destes e utilização do logaritmo da série original, entre outros. Porém, nenhum dos métodos aplicados conseguiu promover uma melhora no desempenho dos modelos, excetuando-se a remoção do período de crise da amostra que apenas amenizou o problema. Por este motivo, escolheu-se manter a utilização da série original.

## 5.2 Modelos de volatilidade diários

O primeiro passo para a estimação dos modelos GARCH é a análise das estatísticas descritivas dos retornos a serem utilizados. Também foram realizados testes para normalidade e estacionariedade, cujos resultados podem ser visualizados na Tabela 5.6.

Tabela 9: Estatísticas descritivas dos retornos diários

Retornos Diários	
<b>Número de Observações</b>	1053
<b>Média</b>	1,3272e-005
<b>Mínimo</b>	-0,19063
<b>Máximo</b>	0,13509
<b>Desvio Padrão</b>	0,025898
<b>Assimetria</b>	-0,35923
<b>Excesso de Kurtose</b>	5,9879
<b>Teste Jarque-Bera</b>	519,45***
<b>Teste ADF</b>	-31,61***

\*\*\* Significativo ao nível de 1%

Obs: Teste ADF realizado sem constante e sem tendência.

Fonte: elaboração própria

A Tabela 5.6 nos traz algumas informações relevantes. O primeiro fato a destacar é a distribuição da série de retornos, que apresenta uma assimetria negativa, o que já era esperado por se tratar de uma série financeira. O segundo fator que chama a atenção nas estatísticas é o

valor do excesso de curtose, indício de uma distribuição leptocúrtica. Para confirmar esta hipótese, realizou-se o teste Jarque-Bera que rejeitou a hipótese de normalidade da série.

O teste ADF rejeitou fortemente a hipótese de raiz unitária da série de retornos. Portanto, não se faz necessária a utilização de modelos ARFIMA para a modelagem desta série. O próximo passo consiste no exame da FAC e FACP da série e da aplicação do teste Box-Pierce para a verificação da presença de autocorrelação.

Pela Figura 5.3, visualizamos que a FAC revela a presença de autocorrelação em alguns lags específicos apenas. Entretanto, apresenta correlação significativa na série elevada ao quadrado. Para a confirmação da presença de autocorrelação, realizou-se o teste Box-Pierce.

Tabela 10: Teste Box-Pierce para a série de retornos e retornos elevada ao quadrado

Defasagem	Retornos	Retornos ao quadrado
<b>5</b>	9,94210	260,406***
<b>10</b>	40,2046***	463,254***
<b>20</b>	53,3577***	821,781***
<b>50</b>	104,604***	1355,16***

\*\*\* Significativo ao nível de 1%

Fonte: elaboração própria

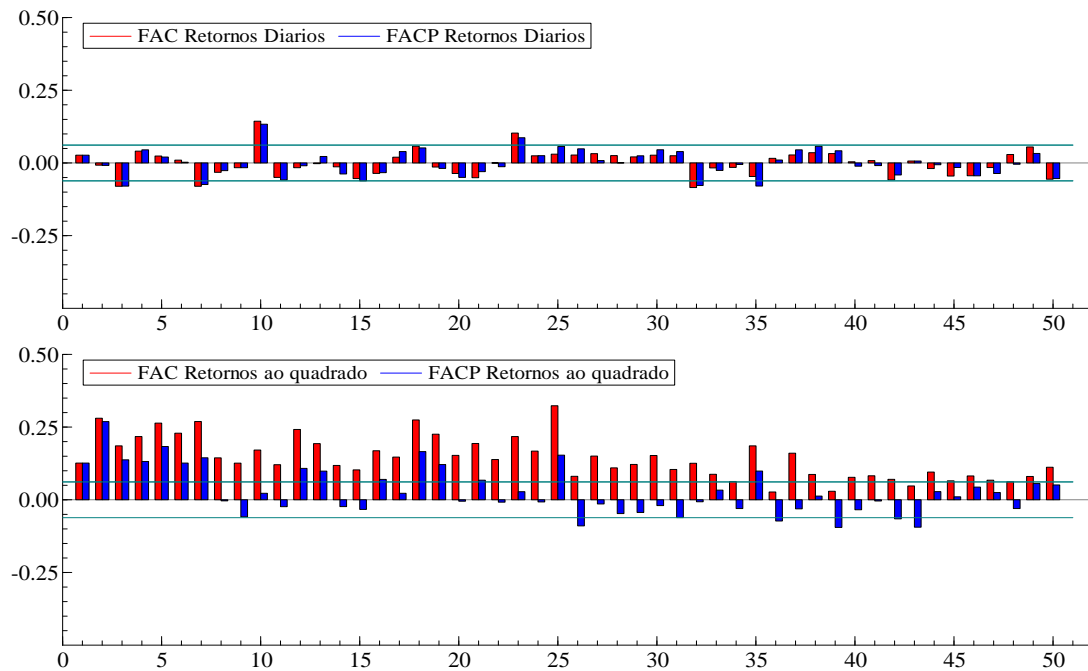
Tabela 11: Teste R/S modificado por Lo (1991) para a série de retornos diários

Defasagem	Estatística R/S
<b>10</b>	1.39236
<b>25</b>	1.43129
<b>50</b>	1.37036
<b>100</b>	1.31997

Obs: Intervalos de confiança de 90% [0.861, 1.747], 95% [0.809, 1.862] e 99%: [0.721, 2.098]

Fonte: elaboração própria

Figura 9: FAC e FAC da série de retornos e retornos elevados ao quadrado



Fonte: elaboração própria

Confirmada a presença de autocorrelação na série de retornos, um teste para a presença de memória longa foi realizado para descartar de forma definitiva os modelos de integração fracionária para os retornos, cujos resultados podem ser visualizados na Tabela 5.8. A hipótese de ausência de memória longa na série não foi rejeitada pelo teste R/S.

O próximo passo consiste na estimação dos modelos de volatilidade. Inicialmente, testaram-se aqui os modelos GARCH, FIGARCH, IGARCH e EGARCH. Entretanto, o modelo EGARCH revelou diversos problemas de adequação como coeficientes não significativos e violação da hipótese de não estacionariedade do modelo. Tentou-se utilizar outros modelos que tentam captar o efeito alavancagem, como o FIEGARCH, GARCH-GJR e o APARCH, mas apresentaram os mesmos problemas, sendo esta classe de modelos excluída dos testes comparativos.

Em todos os modelos escolhidos, um ARMA(1,1) mostrou ser o mais adequado para a modelagem da média. Para a distribuição de erros, apesar de outras distribuições se mostrarem significativas, a t-student assimétrica revelou ser a mais adequada para todas as estimações, segundo os critérios de informação. Os modelos estimados podem ser visualizados na Tabela 5.9.

Tabela 12: Coeficientes dos modelos GARCH escolhidos para a previsão da série de retornos da PETR4

	ARMA(1,1)- GARCH(1,1)	ARMA(1,1)- FIGARCH(2,d,1)	ARMA(1,1)- IGARCH(1,1)
<b>AR(1)</b>	0.740569*** (0.084865)	0.740275*** (0.093274)	0.745480*** 0.081215
<b>MA(1)</b>	-0.746923*** (0.10166)	-0.742984*** (0.11023)	-0.753623*** 0.098466
<b>Parâmetro d</b>		0.581034*** (0.16143)	
<b>C. Variância</b>	0.061327* (0.035080)		
<b>ARCH(1)</b>	0.072281*** (0.015620)	0.806076*** (0.095015)	0.061362*** 0.011250
<b>GARCH(1)</b>	0.917891*** (0.017846)	1.373506*** (0.16968)	0.938638***
<b>GARCH(2)</b>		-0.434978*** (0.12788)	
<b>Assimetria</b>	-0.106314* (0.043179)	-0.114239*** (0.043351)	-0.110661*** 0.042088
<b>Cauda</b>	9.562443*** (2.8290)	9.394044*** (2.3981)	10.319355*** 2.7156
<b>Distribuição dos erros</b>	t-student assimétrica	t-student assimétrica	t-student assimétrica
<b>AIC</b>	-4.818964	-4.819257	-4.815210
<b>Schwarz</b>	-4.785996	-4.781579	-4.791662
<b>Log-Verossimilhança</b>	2544.185	2545.339	2540.208

\*\*\*, \*\*, \* - Significativos ao nível de 1%, 5% e 10% respectivamente.

Fonte: elaboração própria

Dos modelos selecionados, apenas o modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) apresentou componente da variância não-condicional significativo. O coeficiente significativo para as caudas e assimetrias justifica a utilização da distribuição de erros t-student assimétrica.



## 6 COMPARAÇÃO DOS MODELOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A comparação dos modelos foi realizada utilizando-se os resultados obtidos com a lucratividade de estratégias baseadas na previsão da volatilidade um período à frente no mercado de opções. As estratégias utilizadas seguem as descritas no capítulo 3 desta dissertação, ou seja, a *Butterfly* e o *Time Spread*, sendo que a cada dia foi utilizada uma estrutura para a avaliação da lucratividade ao invés de valores monetários fixos, pois a utilização destes gera uma menor sensibilidade dos resultados em relação às estruturas que eventualmente apresentam menor custo de montagem.

Na primeira parte deste capítulo, apresentaremos os procedimentos utilizados na coleta dos dados, montagem das estratégias e método de análise dos resultados obtidos para, na segunda parte, realizarmos a comparação dos resultados da eficiência da previsão dos modelos estimados no capítulo anterior.

### 6.1 Procedimentos metodológicos

Os dados referentes às opções foram coletados no site da BM&FBovespa, sendo utilizado o valor de fechamento como valor de referência para as estratégias<sup>17</sup>. Foram utilizados dados de janeiro a junho de 2011. A comparação foi realizada de janeiro a abril de 2011, sendo que a utilização de dados até junho se justifica nas estratégias de *Time Spread*.

A partir dos valores de fechamento do ativo PETR4 e das opções, calculou-se o Delta de cada uma destas opções por intermédio do modelo de Black&Scholes. Com base nestes valores, criaram-se duas séries de estratégias diárias, uma para a *Butterfly* e uma para o *Time Spread*, de forma que o Delta destas estratégias se aproximasse o máximo possível do zero, para que elas sofressem o menor impacto possível das variações do preço do ativo original.

Vale ressaltar que na montagem das estratégias, tentou-se manter uma uniformidade em sua estrutura, porém a mesma não se mostrou possível em virtude das variações do Delta.

---

<sup>17</sup> Só foi possível obter dados em relação ao preço de fechamento das opções, sendo assim impossível filtrar o efeito do *Bid-Ask Spread* na lucratividade das estratégias. Entretanto, pelos dados se mostrarem de forma uniforme, será possível realizar uma comparação não viesada dos modelos.

Logo o ajuste das estratégias se deu diariamente procurando-se sempre manter a estrutura anterior, ou o mais próximo desta possível.

Com as estratégias montadas, procedeu-se ao teste empírico de capacidade de previsão dos modelos. Comparou-se a estimação da volatilidade em  $t + 1$  com a volatilidade estimada no período  $t$ , e com base na previsão de aumento ou redução efetuou-se a realização da estrutura correspondente, com posterior inversão da posição em  $t + 1$ , verificando se a estratégia adotada auferiu lucro ou prejuízo.

Este procedimento foi realizado com base nas previsões dos cinco modelos estimados no capítulo anterior e utilizando-se as duas estratégias vistas no Capítulo 3, no período compreendido entre três de janeiro de 2011 e 28 de abril de 2011, num total de 78 observações para cada série. Realizou-se ainda este procedimento condicionado a uma previsão de alteração de volatilidade superior a 10%<sup>18</sup>, o que, entretanto, só foi efetivo para os modelos de volatilidade intradiários.

Tendo descrito os procedimentos utilizados, prosseguiremos com a análise dos resultados obtidos.

## 6.2 Análise dos resultados

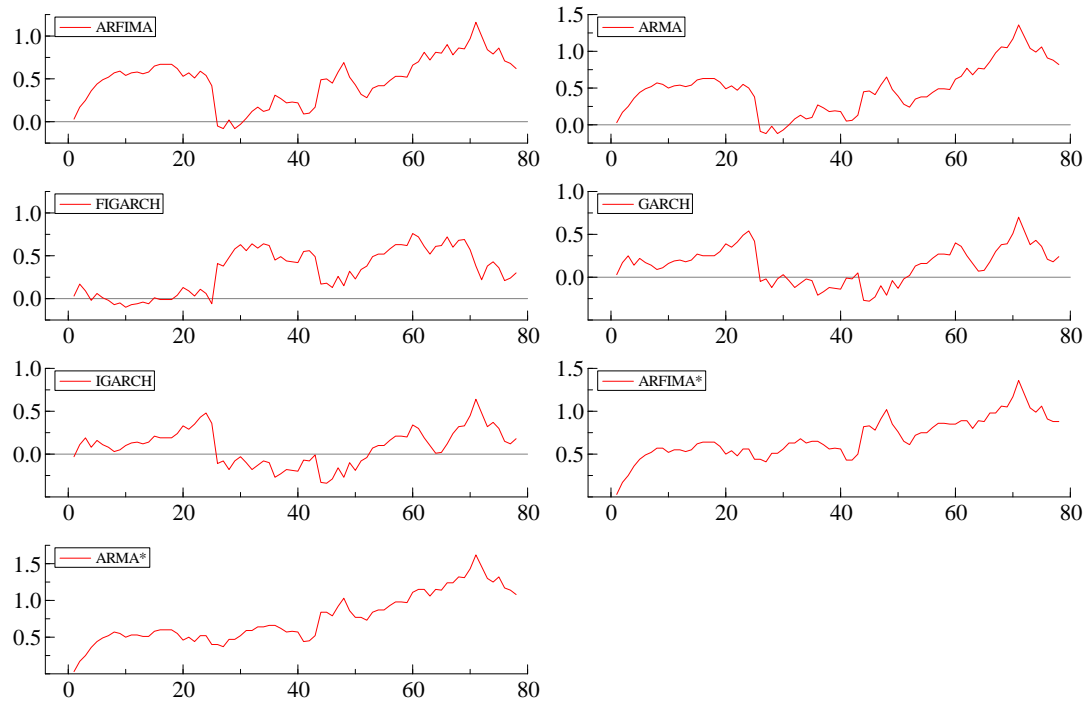
Os resultados obtidos pelas previsões dos modelos foram analisados de duas formas principais, sendo a primeira o valor absoluto do lucro obtido pelas estratégias utilizando-se apenas uma estrutura e; a segunda, se refere à quantidade de acertos dos modelos. Em outras palavras, a quantidade de vezes em que a previsão da volatilidade corretamente levou à estratégia a ser utilizada de forma a obter lucro.

Inicialmente procederemos com uma análise gráfica do lucro obtido pela implementação das estratégias discutidas, de forma a detectar padrões de comportamento nos resultados.

---

<sup>18</sup> Estes modelos serão denominados como restritos para diferenciá-los dos modelos normais.

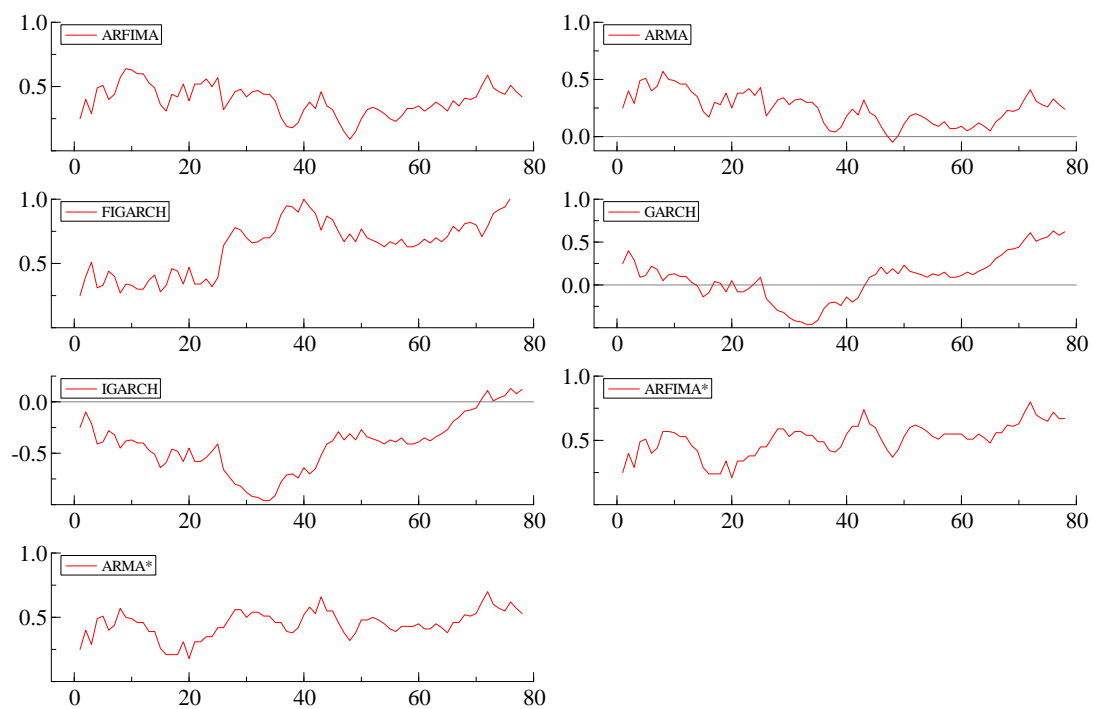
Figura 10: Lucro total obtido (R\$ 1,00) com a estratégia *Butterfly* para cada um dos modelos analisados



\* Modelos Restritos.

Fonte: elaboração própria

Figura 11: Lucro total obtido (R\$ 1,00) com a estratégia *Time Spread* para cada um dos modelos analisados



\* Modelos restritos.

Fonte: elaboração própria

A simples visualização dos gráficos já nos traz informações relevantes acerca da implementação das estratégias. Em primeiro lugar, é significativo salientar que todas as estratégias, ao final do período analisado, geraram lucro, ou seja, apresentaram uma potencial capacidade de utilização da previsão de volatilidade do ativo analisado, o que já era de se esperar.

Um fator que chama a atenção é em relação à diferença dos resultados em relação às estratégias: enquanto os modelos intradiários apresentaram resultados superiores quando da utilização da estratégia *Butterfly* em relação aos modelos GARCH, os modelos diários apresentaram desempenho superior ao se utilizar a estratégia *Time Spread*.

A utilização de uma margem de segurança de 10% na mudança de volatilidade, apesar de não ser eficaz ao ser aplicada aos modelos diários, mostrou-se eficiente nos modelos intradiários em ambas as estratégias, não apenas aumentando o lucro obtido, como também diminuindo a volatilidade da estratégia, o que é relevante para a sua aplicabilidade.

Além da análise do lucro absoluto, também devemos avaliar a quantidade de previsões corretas dos modelos. Começaremos com os resultados obtidos com a estratégia *Butterfly*, o que pode ser feito com a ajuda da Tabela 6.1.

Tabela 13: Quadro resumo dos resultados com a utilização da estratégia *Butterfly*

	ARFIMA	ARMA	FIGARCH	GARCH	IGARCH	ARFIMA*	ARMA*
<b>Lucro Total:</b>	0,62	0,82	0,3	0,24	0,18	0,88	1,08
<b># Lucro</b>	43	43	39	43	42	36	36
<b># Prejuízo</b>	31	31	35	31	32	26	26
<b># Neutro</b>	4	4	4	4	4	16	16
<b># Observações</b>	78	78	78	78	78	78	78
<b>% Lucro</b>	55,13%	55,13%	50,00%	55,13%	53,85%	46,15%	46,15%
<b>% Prejuízo</b>	39,74%	39,74%	44,87%	39,74%	41,03%	33,33%	33,33%
<b>% Neutro</b>	5,13%	5,13%	5,13%	5,13%	5,13%	20,51%	20,51%
<b>Lucro/Prejuízo</b>	138,71%	138,71%	111,43%	138,71%	131,25%	138,46%	138,46%
<b>Lucro/(Total-Neutro)</b>	58,11%	58,11%	52,70%	58,11%	56,76%	58,06%	58,06%
<b>Prejuízo/(Total-Neutro)</b>	41,89%	41,89%	47,30%	41,89%	43,24%	41,94%	41,94%

Obs: Neutro corresponde a dias em que o lucro foi zero e dias em que a estratégia não foi executada em virtude da previsão não ser ter 10% de diferença em relação a anterior (Modelos restritos).

Fonte: elaboração própria

Com a utilização da estratégia *Butterfly*, todos os modelos avaliados conseguiram obter lucro e, além disso, apresentaram um número de acertos superior ao de erros. À exceção

do modelo FIGARCH, os modelos apresentaram um resultado semelhante em relação à correta previsão da utilização da estratégia, o que, entretanto, não se refletiu no lucro auferido por estas estratégias. Isto demonstra, neste caso, uma maior efetividade nas previsões dos modelos intradiários.

Esta maior efetividade fica mais evidente quando analisamos os modelos de volatilidade intradiárias restritos que, mesmo mantendo uma relação Lucro/Prejuízo igual à dos modelos não restritos, apresenta um maior lucro, demonstrando assim uma maior capacidade de evitar erros graves de previsão.

Tabela 14: Quadro resumo dos resultados com a utilização da estratégia Time Spread

	ARFIMA	ARMA	FIGARCH	GARCH	IGARCH	ARFIMA*	ARMA*
<b>Lucro Total:</b>	0,42	0,24	1,1	0,62	0,12	0,67	0,53
<b># Lucro</b>	36	35	41	42	41	29	29
<b># Prejuízo</b>	38	39	33	32	33	31	32
<b># Neutro</b>	4	4	4	4	4	18	17
<b># Observações</b>	78	78	78	78	78	78	78
<b>% Lucro</b>	46,15%	44,87%	52,56%	53,85%	52,56%	37,18%	37,18%
<b>% Prejuízo</b>	48,72%	50,00%	42,31%	41,03%	42,31%	39,74%	41,03%
<b>% Neutro</b>	5,13%	5,13%	5,13%	5,13%	5,13%	23,08%	21,79%
<b>Lucro/Prejuízo</b>	94,74%	89,74%	124,24%	131,25%	124,24%	93,55%	90,63%
<b>Lucro/(Total-Neutro)</b>	48,65%	47,30%	55,41%	56,76%	55,41%	48,33%	47,54%
<b>Prejuízo/(Total-Neutro)</b>	51,35%	52,70%	44,59%	43,24%	44,59%	51,67%	52,46%

Obs: Neutro corresponde a dias em que o lucro foi zero e dias em que a estratégia não foi executada em virtude da previsão não ser ter 10% de diferença em relação a anterior (Modelos restritos).

Fonte: elaboração própria

Já a Tabela 6.2 nos mostra uma diferença relevante em termos de resultado na estratégia *Time Spread* em relação à estratégia *Butterfly*. Os modelos de volatilidade diários apresentaram um lucro maior que os modelos intradiários em média, além de uma maior taxa de acerto com a utilização da estratégia de *Time Spread*. A surpresa, neste caso, é a taxa de acertos dos modelos intradiários, que apresentou um número de erros superior ao de acertos apresentando, entretanto, lucro positivo.

Novamente, os modelos de volatilidade diária restritos apresentaram resultados superiores aos não restritos, mesmo apresentando a mesma taxa de lucro/prejuízo que os

modelos não restritos, sendo esta inferior a 100%, o que somente ratifica a habilidade do modelo de conseguir previsões mais efetivas, ou seja, quando o modelo erra, este erro não tende a ser grande.

De todos os modelos testados, o modelo IGARCH apresentou o pior resultado em termos de lucro absoluto (R\$0,18 e R\$0,12 para as estratégias *Butterfly* e *Time Spread* respectivamente), apesar de ter conseguido uma alta taxa de acertos, não conseguiu ser efetivo em suas previsões, sendo superado pelo modelo GARCH em acertos e lucro em ambas as estratégias. Ainda em relação aos modelos diários, percebeu-se uma efetividade superior do modelo ARFIMA em relação ao GARCH e IGARCH, apresentando também um resultado melhor para a estratégia de *Time Spread*.

Já os dois modelos intradiário testados apresentaram resultados semelhantes para ambas as estratégias, tanto em termos de lucro absoluto quanto de previsão, apresentando, também, o mesmo nível de melhora quando avaliados seus respectivos modelos restritos.

Por fim, podemos dizer que os modelos intradiários apresentaram, em regra, uma maior eficiência em relação aos modelos diários, em especial se considerarmos os modelos restritos, além de um padrão de comportamento mais estável em relação ao lucro absoluto, enquanto os modelos diários, em especial o FIGARCH, se mostrou efetivo na estratégia *Time Spread*, sendo o modelo IGARCH o único a apresentar resultados que podem ser considerados não satisfatórios.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo geral a análise dos modelos de previsão de volatilidade intradiários em comparação com os modelos de volatilidade diários, representados aqui pelos modelos da família GARCH, aplicados à séries financeiras, representados neste trabalho pelo ativo PETR4, para então poder responder a seguinte pergunta realizada na introdução: **A modelagem da volatilidade a partir da utilização de dados de alta frequência consegue ser mais eficiente que a modelagem a partir de dados diários em termos de previsão da volatilidade futura?**

A motivação para a utilização de modelos intradiários vem da capacidade de absorção de informação intradiária por estes modelos, já que os modelos da família GARCH apenas se valem do preço de fechamento diários dos ativos. Tal utilização se mostra possível em virtude da crescente disponibilidade de bases de dados intradiárias, apesar do acesso as mesmas ainda ser limitado.

Para a construção da volatilidade intradiária, utilizou-se um método conhecido como *Bi-Power-Variation* e, nesta série de volatilidade realizaram-se previsões através dos modelos ARMA e ARFIMA. Para os modelos de volatilidade diária utilizou-se os modelos GARCH, IGARCH e FIGARCH na série de retornos diárias, todas com distribuição de erros t-student.

O diferencial deste trabalho se baseou na comparação dos métodos utilizados para previsão de volatilidade que, ao invés de se valer de deduções teóricas, utilizou-se de uma aplicação direta no mercado de capitais, de forma a permitir uma avaliação mais objetiva dos modelos.

Os resultados revelaram que ambos os tipos de modelos têm potencial de previsão de volatilidade. Entretanto, os modelos de volatilidade intradiária apresentaram uma maior consistência nos resultados, além de permitir a utilização da forma restrita, o que permitiu uma melhora nos resultados deste.

Outra vantagem a ser apontada em relação aos modelos intradiários é a sua fácil estimação, o que reduz os custos associados à implementação de estratégias baseadas nestes métodos, apesar da existência de um custo não trivial de aquisição de dados que, porém, tenderá a se reduzir com o tempo com a sua crescente disponibilidade.

Logo, o método de estimação de volatilidade intradiária aparenta ser capaz de estimar eficientemente a volatilidade se comparadas com os modelos GARCH, sendo estimados de forma mais simples que estes últimos, tornando-se, assim, uma poderosa ferramenta para o econometrista ou profissional do mercado financeiro interessado em estimar e prever a volatilidade a baixo custo.

### 7.1 Limitações do Estudo

Infelizmente, no decorrer deste estudo muitas foram as limitações impostas a este trabalho. Inicialmente podem-se citar os problemas em relação à base de dados, uma vez que os dados intradiários não são amplamente disponíveis e mesmo quando disponíveis tem um alto custo de transformação em uma base de dados compatível com a utilização do método. Outro empecilho é a existência de poucos ativos com liquidez suficiente para a utilização do método escolhido, sendo inclusive inviável a utilização da PETR4 com dados antes de 2007.

Outra limitação ocorreu na estimação dos modelos, pois em geral os modelos estimados apresentaram problemas de adaptação ou convergência, sendo possível apenas selecionar cinco modelos dentre os testados. Ainda nestes, surgiram problemas de autocorrelação que não conseguiram ser totalmente resolvidos. Entretanto, mesmo com estes problemas os resultados ainda se mostraram satisfatórios.

Por fim, uma última limitação inerente ao trabalho é a aplicação deste, pois a criação das estratégias tem como base o preço de fechamento das opções, ou seja, pode eventualmente apresentar viés em virtude do *Bid-Ask Spread*, em especial na estratégia de *Time Spread*, já que nessa se utiliza de derivativos com menor liquidez. Também não foram considerados os custos de transação, como corretagens, taxas e impostos, o que levaria a uma menor rentabilidade das estratégias analisadas. Apesar disto, os resultados podem ser avaliados em termos de comparação dos modelos, porém não devem ser avaliados como uma fórmula de ganhos no mercado de capitais, pois uma aplicação prática desta estratégia é sensível ao fato de que o real preço de compra ou venda dos ativos geralmente difere de seu preço de fechamento.



## 7.2 Sugestões para estudos futuros

Muitas são as possibilidades para estudos futuros. Inicialmente, a ratificação destes resultados se faz necessária, e esta pode ser alcançada com a realização de trabalhos que utilizem uma base de dados maior, o que permitiria realizar previsões por um período mais longo, utilizando-se inclusive outros horizontes de previsão, como o semanal e o mensal, por exemplo. A criação, a partir do método explorado neste estudo, de portfólios de estratégias, de forma a controlar o risco inerente à implementação prática destas estratégias, se mostra também como uma alternativa interessante de ser explorada em estudos futuros.

A escolha do intervalo das observações a ser utilizado neste trabalho foi feita através da análise das microestruturas de mercado, na qual se optou por um intervalo de cinco minutos que, entretanto, não elimina a possibilidade da utilização de outros intervalos, de menor ou inclusive maior frequência. Logo, trabalhos voltados para o desenvolvimento de métodos de escolha de frequências se faz necessário, para que tenhamos critérios formais de seleção entre quantidade de informação e ruídos inerentes às microestruturas de mercado.

Em relação ao método econométrico, em especial os modelos de volatilidade intradiários, outros podem ser utilizados, sendo que o escolhido neste trabalho foi o *Bi-Power Variation*, o qual também pode sofrer variações, como a utilização de defasagens maiores de retornos de forma a reduzir os problemas relacionados às microestruturas de mercado.

## REFERÊNCIAS

- ACHCAR, Jorge Alberto; BAROSSO-FILHO, Milton; SOUZA, Roberto Molina de. Modelos de volatilidade estocástica em séries financeiras: uma aplicação para o Ibovespa. **Economia Aplicada**, Ribeirão Preto, v. 14, n. 1, p. 25-40, jan./mar. 2010.
- AIT-SAHALIA, Yacine; MYKLAND, Per A.; ZHANG, Lan. Ultra High Frequency Volatility Estimation with Dependent Microstructure Noise. **Journal of Econometrics**, forthcoming, Sept. 2009.
- ANDERSEN, Torben G.; Tim BOLLERSLEV. Intraday Periodicity and Volatility Persistence in Financial Markets. **Journal of Empirical Finance**, v. 4, p. 115–158, June 1997.
- ANDERSEN, Torben G. and BOLLERSLEV, Tim. Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts. **International Economic Review**, v. 39, p. 885–906, Aug. 1997b.
- ANDERSEN, Torben G. e Tim BOLLERSLEV. DM-Dollar Volatility: Intraday Activity Patterns, Macroeconomic Announcements and Longer Run Dependencies. **The Journal of Finance**, v. 53, p. 219–265, Feb. 1998.
- ANDERSEN, Torben G.; BOLLERSLEV, Tim; DIEBOLD, Francis X. Roughing It Up: Including Jump Components in the Measurement, Modeling and Forecasting of Return Volatility. **The Review of Economics and Statistics**, v. 89, p. 701–720, Nov. 2007.
- AUGEN, Jeffrey. The volatility edge in options trading : new technical strategies for investing in unstable markets. **Pearson Education**. New Jersey, 2008.
- BAILLIE, Richard T.; BOLLERSLEV, Tim; MIKKELSEN, Hans Ole. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 74, p. 3-30, Sept. 1996.
- BANDI, Federico M.; RUSSELL, Jeffrey R. Separating Microstructure noise from Volatility. **Journal of Financial Economics**, n. 79, Issue 3, p. 655-692, Mar. 2006.

BARNDORFF-NIELSEN, Ole E. SHEPARD, Neil. Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps. **Journal of Financial Econometrics**, New Jersey, v. 2, Issue 1, p. 1-37, Jan. 2004.

BARNDORFF-NIELSEN, Ole E. SHEPARD, Neil. Variation, Jumps, Market Frictions and High Frequency Data in Financial Econometrics. **Nuffield College Economics**, Working Paper n. 2005-W16. June, 2005.

BARNDORFF-NIELSEN, Ole E. SHEPARD, Neil. Econometrics of Testing for Jumps in Financial Economics Using Bipower Variation. **Journal of Financial Econometrics**, v. 4, Issue 1, p. 1-30, Winter, 2006.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heterosdasticity. **Journal of Econometrics**. v.31, Issue 3, p. 307–327, April, 1986.

BOVESPA. Como atuar no Mercado de Opções. **Bovespa**, São Paulo, maio, 2000.

BLACK, Fischer. Studies of Stock Prices Volatility Changes. **In Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association, Business and Economics Statistics Section**, p. 177-181. 1976.

BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron S. The pricing of options and corporate liabilities. **Journal of Political Economy**, Chicago, v. 81, n. 3, p. 637-654, June, 1973.

CHIMISSO, Sandro Hüttner. Características de negociação de opções no mercado financeiro. **Revista eletrônica de gestão contemporânea**, Rio Grande, v. 1, n. 2, 2008.

CHUNG, Huimin; HUANG, Chin-Sheng.; and TSENG. Chan-Tseng. Modeling and Forecasting of Realized Volatility Based on High-Frequency Data: Evidence from Taiwan. **International Research Journal of Finance and Economics**, Issue 22, p. 179-191, 2008.

CORSI, F. A Simple Long Memory Model of Realized Volatility. **Universidade de Lugano and Swiss Finance Institute**. Working paper, Aug. 2004.

DEGIANNAKIS, Stavros; XELENAKI, Evdokia. ARCH Models for Financial Applications. **John Wiley & Sons Ltd**, New Jersey, 2010.

ENGLE, Robert F.; RUSSELL, Jeffrey R. Analysis of High Frequency Financial Data. 2004. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.138.7041&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 13 mar. 2010.

ENGLE, R. Autoregressive conditional heterosdasticity with estimates of the variance of uk inflation. **Econometrica**, New York, v. 50, p. 987–1007. Jul., 1982.

FAMA, Eugene F. The Behavior of Stock-Market Prices. **The Journal of Business**, v. 38, No. 1, p. 34-105. Jan., 1965.

GRANGER, Clive W. J. and POON, Ser-Huang. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. **Journal of Economic Literature**, v. 41, No. 2, p. 478-539. Jun., 2003.

ISHIDA, Isao and WATANABE, Toshiaki. Modeling and Forecasting the Volatility of the Nikkei 225: Realized Volatility Using ARFIMA-GARCH Model. **Global COE Hi-Stat Discussion Paper Series**, Tokyo, n. 32. Feb., 2009.

KINLAY, Jonathan. Forecasting Volatility in the S&P 500 Index – An Empirical Test of Option Market Efficiency. 2011. Disponível em <<http://www.jonathankinlay.com/articles/Forecasting%20Volatility%20in%20the%20S&P500%20Index.pdf>> . Acesso em 20 de março de 2011.

LAACKONEN, Helinä. Exchange Rate Volatility, Macro Announcements and the Choice of Intraday Seasonality Filtering Method. **Research discussion papers**, Bank of Finland, n. 23, 2007.

LO, Andrew W. Long Term Memory in Stock Market Prices. **Econometrica**, New York, v. 59, Issue 5, p. 1279-1313, Sep. 1991.

MANDELROT, Benoît B. The Variation of Certain Speculative Prices. **The Journal of Business**, Chicago, v. 36, n. 4, p. 394-419, Oct. 1963.

MARCHI, Marcelo Tadeu. Microestrutura de Mercado : Uma Análise dos Dados de Alta Frequência do Minicontrato de Futuro de Índice Bovespa. **Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Finanças e Economia Empresarial**, FGV/EESP. São Paulo, 2011.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, New Jersey, Vol. 7, Issue 1, p. 77-91, mar. 1952.

MARTIN, Gael M.; REIDY, Andrew and WRIGHT, Jill. Does The option Market Produce Superior Forecasts of Noise-Corrected Volatility Measures? **Journal of Applied Econometrics**, New Jersey, v. 24, Issue 1, p. 77-104, jan/feb. 2009.

MCINISH, Thomas H.; ORD, J. Keith; WOOD, Robert A. An Investigation of Transaction Data for NYSE Stocks. **Journal of Finance**, New Jersey, Vol. 40, Issue 3, p. 723-739, July 1985.

MILACH, Felipe Tavares. Estimação da Volatilidade: Uma aplicação utilizando dados intradiários. **Dissertação de Mestrado submetida para a obtenção do título de Mestre em Administração**, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

NATENBERG, Sheldon. Option Volatility and Pricing. **McGraw-Hill**, New York, 1994.

NELSON, Daniel B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. **Econometrica**, v. 59, p. 347–370, mar. 1991.

PEREIRA, Pedro L. Valls; OLIVEIRA, Leonardo José Cappa de. Modelando a Volatilidade dos Retornos de Petrobrás Usando Dados de Alta Frequência. **Textos para discussão da escola de economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas**, São Paulo, n. 258, 2010.

STOLL, Hans R. Market Microstructure. **Financial Markets Research Center**, Working paper n. 01–16. Aug. 2002.

ZIEGELMANN, Flávio. Estimation of Volatility Functions: Nonparametric and Semi-Parametric Methods. **Thesis Submitted to the University of Kent at Canterbury for the degree of Doctor of Philosophy in the Subjects of Statistics**. Aug. 2002.