

O estudo de problemas de geometria em física matemática consiste de uma ampla área de pesquisa. Em particular na mecânica quântica, estamos interessados na evolução de um sistema e podemos nos perguntar sobre a forma de uma trajetória ou de um conjunto delas.

Dada uma partícula, digamos, um elétron, sabe-se que não é possível conhecer sua posição precisamente, apenas a probabilidade de que ela se encontre em alguma região. No entanto podemos nos perguntar sobre o caminho percorrido por distribuições de probabilidade.

Neste trabalho apresentamos uma descrição matemática de canais quânticos em espaços de Hilbert de dimensão finita. Tais canais são usados para a descrição de sistemas expostos a algum tipo de interferência.

No caso de uma partícula, o espaço de estados possíveis é dado pela esfera de Bloch, o qual, através de uma identificação, é descrito pela esfera unitária no espaço real de três dimensões. Isto significa, em particular, que ao invés de analisar um simplexo de probabilidades clássico, o espaço de estados é dado por um objeto com infinitos pontos extremos. Tal fenômeno é típico de problemas envolvendo geometria não-comutativa. No caso de mais de uma partícula, não é conhecida uma descrição simples para o espaço de estados.

Dado um ponto inicial, estuda-se a sequência de iterações do canal, sendo que nosso ponto de partida são resultados conhecidos sobre o limite assintótico de matrizes positivas. A análise é feita através da Forma Canônica de Jordan. Como tratamos de um número finito de partículas, podemos construir matrizes e obter intuição através de simulações.

Baseados em teoria e exemplos, nos concentramos em alguns casos particulares de canais que surgem naturalmente no estudo da esfera de Bloch, e analisamos relações entre a evolução dinâmica obtida e uma versão de cadeia de Markov quântica.

As ferramentas usadas no estudo matemático de tais operadores consistem de conhecimentos de geometria analítica, álgebra linear e teoria de probabilidade.