

MODELOS MENTAIS EM MECÂNICA

INTRODUTÓRIA:

Uma simulação computacional

por

Rafael Gomes Fernandes

Instituto de Física

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

2000

MODELOS MENTAIS EM
MECÂNICA INTRODUTÓRIA:

Uma simulação computacional¹

por

Rafael Gomes Fernandes

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Marco Antonio Moreira, apresentada para cumprimento parcial das exigências do Mestrado em Física, oferecido pelo Programa de Pós-graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Instituto de Física
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
2000

¹ Trabalho parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

A dissertação elaborada por Rafael Gomes Fernandes, aprovada por todos os membros da Banca Examinadora, foi aceita pelo Instituto de Física, como requisito parcial à obtenção do título de

MESTRE EM FÍSICA

Data:

Banca examinadora

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos que fizeram possível o amadurecimento e a confecção deste trabalho no período do mestrado.

Especificamente, agradeço ao Professor Marco Aurélio Idiart pelas discussões a respeito das redes neurais e seus métodos de aprendizagens; à Ileana por seus pacientes conselhos – desculpe-me qualquer coisa; ao Professor Marco Antonio Moreira pela sua orientação, confiança e paciência; aos meus amigos do Grupo de Ensino: Tainara, Carolina, Sayonara, Isabel e Adriano (o maior colecionador de camisetas de futebol que eu já conheci).

Obrigado aos companheiros da sala M207: Omar (pelas discussões político-socialistas), Gerson (pelo exemplo de postura profissional, pessoal e apoio), Ronaldo Nogara (pelos questionamentos morais), Ronaldo Erichsen (pela paciência e sapiência), Jules (pelo companheirismo), Vinícius (pela sua paciência e apoio), Rogério (pelo compartilhamento de suas experiências), Karim (pelo exemplo de estilo alternativo), Luiz (por outro exemplo de estilo alternativo) e Henrique (pelo apoio e companheirismo). Obrigado companheiros pelas nossas atividades culturais (churrasco, futebol, nossas calorosas e às vezes sonoras discussões sobre quase tudo e o torneio meio secreto de xadrez); aos meus colegas do instituto que não pertenciam à minha sala, mas ofereceram muito apoio – Maria do Carmo, Edilson Vargas (aquele que não é parente do Getúlio), Wladimir, João e muitos outros dos quais, me desculpem mas são muitos, não me recordo neste instante.

Em especial agradeço à minha mãe pelo apoio e incentivos únicos, sem os quais não conseguiria terminar o mestrado. Gostaria de agradecer também ao meu pai, pois a cada dia que passa, ele aprende mais do que é ser um pai. A minha grande e enorme paixão, minha alma gêmea Márcia Lovane Sott, a quem devo toda e qualquer inspiração.

Àqueles a quem não agradei, me perdoem pois errar é humano. Àqueles à quem deveria desagradecer, me desculpem mas não consigo lembrar.

“En mi caso el ser escritor es un mérito descomunal, porque soy muy bruto para escribir. He tenido que someterme a una disciplina atroz para terminar media página en ocho horas de trabajo; peleo a trocadas con cada palabra y casi siempre es ella quien sale ganando, pero soy tan testarudo que he logrado publicar cinco libros en veinte años.” (Gabriel Garcia Márquez).

RESUMO

Neste trabalho utilizamos inicialmente as descrições dos possíveis modelos mentais construídos por estudantes de Física Geral na área de Mecânica Clássica, segundo a perspectiva teórica de Philip N. Johnson-Laird (1983), pesquisadas por Lagreca (1997 e 1999). A partir destas descrições, estendemos seus resultados de acordo com uma revisão da literatura, procurando a formação de possíveis modelos simuláveis computacionalmente.

O Qsim (Kuipers, 1994) foi o algoritmo de simulação escolhido para o nosso trabalho, devido à semelhança com pesquisas analíticas encontradas sobre o pensamento dos estudantes. Para a simulação, implementamos dois modelos. O modelo newtoniano utiliza noções semelhantes às idéias de Newton, pelo menos com as forças de contato e o atrito com dependência direta com a velocidade. O modelo do *impetus* possui a concepção de força proporcional à velocidade com o atrito constante. Neste último caso não foi possível a construção de simulações a partir de um atrito dependente da velocidade, devido ao reconhecimento do programa de apenas uma única função crescente. Além disso, simulamos três modelos provenientes do modelo do *impetus* quando a situação envolve queda na presença da força gravitacional.

Para a simulação dos modelos, selecionamos alguns problemas para estudo. Iniciamos com o estudo do movimento horizontal e, em seguida, os problemas do pára-quedista, do penhasco e do movimento balístico. Comparamos os resultados com algumas concepções dos estudantes encontradas em pesquisas analítico-qualitativas, mostrando que muitas concepções surgiam naturalmente da manipulação dos modelos nos problemas. Isto sugere que a abordagem dos modelos mentais seja mais ampla que a das concepções alternativas e que muitas dessas concepções possam ser reflexos da manipulação dos modelos em algumas situações.

ABSTRACT

In this study we use the descriptions of the possible mental models constructed by students of General Physics in Classical Mechanics, according to the theoretical perspective of Philip N. Johnson-Laird (1983), investigated by Lagreca (1997 and 1999). We started from these descriptions extending its results in accordance with a review of the literature, looking for the formation of possible computer-simulated models.

Qsim (Kuipers, 1994) was the chosen simulation algorithm for our work, due to its likeness with analytical researches found about students' thinking. For the simulation we implemented two models. The Newtonian model uses notions similar to Newton's ideas, at least with contact forces, and friction with direct dependence of velocity. The *impetus* model possesses the conception of force proportional to the velocity with constant friction. In this last case it was not possible the construction of velocity dependent friction simulations, due to the recognition of the program of just only one crescent function. Besides, we simulated three models deriving from the *impetus* model when the situation involves fall in the presence of the gravity force.

For the simulations we selected some problems for study. We began with the study of the horizontal motion, and soon after, the problems of the parachutist, of the cliff and of the ballistic motion. We compared the results with some of the students' conceptions found in analytic-qualitative investigations, demonstrating that many conceptions appeared naturally from the manipulation of the models in the problems. This suggests that the approach of the mental models is wider than the misconceptions one, and that many of these conceptions may be reflexes of the manipulation of the models in some situations.

ÍNDICE ANALÍTICO

LISTA DE ANEXOS.....	IX
LISTA DE FIGURAS.....	XI
LISTA DE TABELAS.....	XIV
Capítulo I: Introdução.....	1
Formulação da situação-problema.....	4
Objetivos, delimitações e relevância do estudo.....	5
Questões e/ou hipóteses.....	7
Organização dos próximos capítulos.....	8
Capítulo II: A Psicologia Cognitiva dos modelos mentais.....	9
A Psicologia Cognitiva e suas representações.....	10
Modelos mentais segundo Johnson-Laird.....	15
Modelos mentais segundo outros autores.....	22
Modelos mentais no ensino de Física.....	30
A Física Qualitativa e a resolução de problemas.....	33
O Raciocínio Qualitativo e o QSim.....	37
O algoritmo de simulação QSim.....	39
A descrição dos modelos mentais na Mecânica introdutória.....	43
Capítulo III: Metodologia.....	51
Capítulo IV: Apresentação e discussão dos resultados.....	56
Capítulo V: Conclusão: comentários finais e recomendações.....	95
Anexos.....	102
Referências bibliográficas.....	152

LISTA DE ANEXOS

Programa 1 – Movimento horizontal com força constante no modelo newtoniano (figura 9).....	103
Programa 2 – Movimento horizontal com força constante no modelo do <i>impetus</i> (figura 10).....	104
Programa 3 – Movimento horizontal com força decaindo a zero no modelo newtoniano (figura 11).....	106
Programa 4 – Movimento horizontal com força decaindo ao valor da resistência no modelo do <i>impetus</i> (figura 12).....	107
Programa 5 – Movimento horizontal com força constante no modelo newtoniano (figura 13a e 13b).....	109
Programa 6 – Movimento horizontal com tvtf constante no modelo newtoniano (figura 14).....	111
Programa 7 – Movimento horizontal com tvtf constante no modelo do <i>impetus</i> (figuras 15 e 15)	113
Programa 8 – Movimento horizontal com tvtf crescente no modelo newtoniano comportamento (figura 18).....	114
Programa 9 – O problema do pára-quedas no modelo newtoniano. Resposta semelhante à	

figura 17b (figura 19).....	116
Programa 10 – O problema do pára-quedas no modelo newtoniano. Resposta semelhante à figura 17c (figura 20)	118
Programa 11 – O problema do pára-quedas no modelo do <i>impetus</i> . Resposta semelhante à figura 17b (figura 21).....	121
Programa 12 – O problema do penhasco no modelo newtoniano (figura 23).....	122
Programa 13 – O problema do penhasco no modelo do <i>impetus</i> A.1 (figura 24).....	124
Programa 14 – O problema do penhasco no modelo do <i>impetus</i> A.2 (figura 25).....	127
Programa 15 – O problema do penhasco no modelo do <i>impetus</i> A.2 (figura 27).....	131
Programa 16 – O problema do penhasco no modelo do <i>impetus</i> A.3 (figura 29).....	134
Programa 17 – O problema do projétil no modelo newtoniano (figura 30).....	135
Programa 18 – O problema do projétil no modelo newtoniano (figura 32).....	136
Programa 19 – O problema do projétil no modelo do <i>impetus</i> A.2 (figura 33).....	140
Programa 20 – O problema do projétil no modelo do <i>impetus</i> A.2 (figura 34).....	144
Programa 21 – O problema do projétil no modelo do <i>impetus</i> A.3 (figura 35).....	148

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama das diferentes representações na Psicologia Cognitiva.....	11
Figura 2 – O problema da bola caindo em um penhasco com um certo momento segundo o modelo mental do <i>impetus</i> proto-aristoteliano.....	46
Figura 3 – O problema do corte no pêndulo segundo o modelo mental do <i>impetus</i> proto-aristoteliano.....	46
Figura 4 – O problema da bola caindo em um penhasco com um certo momento segundo o modelo mental do <i>impetus</i> marchiano.	47
Figura 5 – O problema do corte no pêndulo segundo o modelo mental do <i>impetus</i> marchiano.....	47
Figura 6 – Bola presa por um eletroímã em um carrinho em movimento, em um determinado instante o eletroímã é desligado e a bolinha é solta.	49
Figura 7 – Um exemplo de comportamento espúrio.	54
Figura 8 – Outro exemplo de comportamento espúrio.	54
Figura 9 – Gráficos do movimento horizontal com força constante no modelo newtoniano.	57
Figura 10 – Gráficos do movimento horizontal com força constante no modelo do <i>impetus</i>	58
Figura 11 – Gráficos do movimento horizontal com força decaindo a zero no modelo newtoniano.....	60

Figura 12 – Gráficos do movimento horizontal com força decaindo ao valor da resistência no modelo do <i>impetus</i>	61
Figura 13a – Gráficos do movimento horizontal com tvtf constante no modelo newtoniano comportamento 19.....	62
Figura 13b – Gráficos do movimento horizontal com tvtf constante no modelo newtoniano comportamento 23.....	63
Figura 14 – Gráficos do movimento horizontal com tvtf constante no modelo do <i>impetus</i>	65
Figura 15a – Gráficos do movimento horizontal com tvtf crescente no modelo newtoniano – comportamento 54.....	66
Figura 15b – Gráficos do movimento horizontal com tvtf crescente no modelo newtoniano – comportamento 55.....	67
Figura 16 – Gráficos da velocidade pela posição desenhados pelos alunos, para um empurrão inicial (Twigger et al., 1994).....	68
Figura 17 – Gráficos da velocidade pela posição desenhados pelos alunos, para o problema do pára-quedas (Twigger et al., 1994).....	70
Figura 18 – Gráficos do problema do pára-quedas no modelo newtoniano. Resposta semelhante à figura 17b.....	72
Figura 19 – Gráficos do problema do pára-quedas no modelo newtoniano. Resposta semelhante à figura 17c.....	73
Figura 20 – Gráficos do problema do pára-quedas no modelo do <i>impetus</i> . Resposta semelhante à figura 17b.....	74
Figura 21 – Gráficos do problema do penhasco no modelo newtoniano.....	75

Figura 22 – Esboço das possíveis indicações de movimento no problema do penhasco segundo modelo A.3.....	76
Figura 23 – Gráficos do problema do penhasco no modelo do <i>impetus</i> A.1.....	77
Figura 24 – Gráficos do problema do penhasco no modelo do <i>impetus</i> A.2.....	78
Figura 25 – Gráficos do problema do penhasco no modelo do <i>impetus</i> A.2.....	80
Figura 26 – Esboço das possíveis indicações de movimento no problema do penhasco segundo modelo A.2.....	81
Figura 27 – Gráficos do problema do penhasco no modelo do <i>impetus</i> A.3.....	82
Figura 28 – Esboço das possíveis indicações de movimento no problema do penhasco segundo modelo A.3.....	83
Figura 29 – Gráficos do problema do projétil no modelo newtoniano.....	85
Figura 30 – Gráficos do problema do projétil no modelo newtoniano.....	86
Figura 31 – Esboço possível do movimento no problema do projétil segundo modelo newtoniano.....	87
Figura 32 – Gráficos do problema do projétil no modelo do <i>impetus</i> A.2.....	88
Figura 33 – Esboço possível do movimento no problema do projétil segundo modelo do <i>impetus</i> A.2.....	89
Figura 34 – Gráficos do problema do projétil no modelo do <i>impetus</i> A.3.....	91
Figura 35 – Gráficos do problema do projétil no modelo do <i>impetus</i> A.3.....	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Os três principais programas de pesquisa na área do ensino de ciências, nos últimos anos.....	3
Tabela 2 – Analogia computador – mente.....	9
Tabela 3 – Mais quatro diferenças entre as representações externas pictóricas e as lingüísticas.....	12
Tabela 4 – Comparação entre representações ingênuas e físicas.....	28
Tabela 5 – Esquema possível da evolução dos modelos mentais em Física.....	32
Tabela 6 – Tabela dos possíveis valores sucessores do instante t_i para t_{i+1}	39
Tabela 7 – Tabela dos possíveis valores sucessores do instante (t_i, t_{i+1}) , para t_{i+1}	39

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O final da década de 1970 e o início dos anos 80 foram marcados por uma grande mudança no conceito que os pesquisadores em ensino de ciências possuíam sobre o conhecimento prévio dos alunos. Os pesquisadores se deram conta que os alunos possuíam concepções, alternativas às das ciências convencionais, que poderiam explicar, de modo bastante consistente, uma grande variedade de eventos do cotidiano. A partir dessa conscientização, intensas pesquisas sobre as concepções alternativas dos alunos tomaram corpo, de modo a “mapear” estas concepções. Com enfoques metodológicos diferentes e nomes distintos (como concepções espontâneas, errôneas, prévias, alternativas, etc.), as pesquisas resultaram num grande acervo de dados experimentais (Gutiérrez, 1996) que esperavam, talvez, por uma teoria sistematizadora, superando a etapa de descrição e buscando uma teorização que conseguisse orientar o processo ensino/aprendizagem em ciências.

Detectadas essas concepções, não era mais possível manter a posição tradicional de ensino, na qual os alunos eram considerados “vazios” (de idéias sobre o mundo) onde se “depositavam” informações. A década de 1980 foi, então, marcada por uma intensa busca de estratégias instrucionais para a chamada *mudança conceitual*. Originalmente, considerava-se os estudantes como cientistas ingênuos. Aos estudantes, os professores deveriam apresentar teorias que tivessem características de uma ciência superior (inteligibilidade, plausibilidade e fertilidade) em um contexto de insatisfação cognitiva (Villani e Cabral, 1997), de forma a substituir suas antigas concepções pelas cientificamente aceitas, em um processo de inovação e seleção (conceitual). Contudo, chegou-se ao final dos anos 90 sem que a mudança conceitual tivesse, assim concebida, se confirmado como uma abordagem satisfatória (Gutiérrez, 1996). Recentemente, Pozo (1999) publicou um artigo no qual sugere a aprendizagem da ciência como sendo uma mudança representacional em vez de conceitual.

No final dos anos 80 e início dos anos 90, surgiu um novo programa de pesquisa, denominado *formas de raciocínio* (Pintó et al., 1996). Suas investigações se direcionavam em compreender as formas pelas quais os alunos raciocinam, ou seja, sua lógica mental. O

pressuposto central desse programa era a possibilidade de se retirar estruturas lógicas, ou regras gerais, das concepções discentes. Entretanto, como Johnson-Laird (1983) nos mostra, a hipótese da lógica mental não pode explicar o raciocínio humano, sendo necessária a busca de novos referenciais.

Atualmente, a modelização das concepções dos estudantes encontra seu campo mais fértil na Psicologia Cognitiva. Neste campo, o conceito de modelo mental tem recebido cada vez mais destaque no estudo do raciocínio (Pintó et al., 1996; Gutiérrez, 1996), sendo a perspectiva dos modelos mentais de Johnson-Laird a mais completa e articulada nessa área (Markman, 1997; Moreira, 1996).

Como a concepção da teoria dos modelos mentais foi desenvolvida no âmbito da Ciência Cognitiva, Johnson-Laird (1983, p. 6 e p. 65) argumenta sobre a necessidade desta abordagem obedecer a pelo menos dois critérios. O primeiro refere-se à formulação da teoria através de procedimentos efetivos. Procedimentos efetivos são ações computáveis que não guardam nenhum elemento mágico ou intuitivo na descrição do pensamento, são totalmente explícitos². Sua origem é a doutrina funcionalista, que conjectura as tarefas da mente como intrinsecamente computacionais, modeláveis em qualquer sistema de cômputo, seja o cérebro humano ou o computador. *E aqui é que entra o tema da nossa pesquisa.* O segundo, adiciona o componente humano, isto é, a adequabilidade explicativa. A teoria deve levar em consideração as restrições cognitivas do indivíduo.

Estes três programas de pesquisa – concepções alternativas e mudança conceitual, formas de raciocínio e modelos mentais – estão sintetizados na Tabela 1.

² Todos os procedimentos computacionais são efetivos, contudo, se um procedimento não é implementável computacionalmente não implica em ser não efetivo, pois a análise requerida é ao nível procedimental (Johnson-Laird, 1983, p.7-8).

	Concepções alternativas e mudança conceitual	Formas de Raciocínio	Modelos mentais
Início aproximado	Final dos anos 70 e início dos anos 80	Final dos anos 80 e início dos anos 90	Anos 90
Técnicas de registros de dados	Questionários ou entrevistas com perguntas abertas ou fechadas	Questionários ou entrevistas com perguntas abertas ou fechadas	Conversas sobre situações até um consenso entre o pensamento do aluno e o do pesquisador (teachback)
Centro das investigações	As concepções dos alunos	Os raciocínios lógico-causais dos alunos (modos de raciocínio)	As representações causais dos alunos (modelos mentais causais)
Chega-se aos resultados mediante um processo de ...	Indução a partir dos dados (generalizações empíricas, leis de baixo nível)	Indução a partir dos dados e das concepções (leis de alto nível)	Teorização no campo da inteligência artificial (teoria)
Identificam-se ...	Grande variedade de concepções	Padrões de raciocínio	Modelos teóricos que proporcionam categorias para descrever os modelos mentais dos alunos
Aprender ciência é basicamente ...	Mudar as concepções existentes por outras mais científicas (mudança conceitual)	Mudar os raciocínios e as concepções por outras por outras mais científicas (noção de objeto-obstáculo)	Introduzir modificações no modelo mental para melhorá-lo
Provocam a mudança ...	O estado deficiente das concepções existentes (referente a insatisfação, inteligibilidade, plausibilidade e utilidade)	A insuficiência dos raciocínios requeridos para analisar situações mais complexas	A falta de coerência, correspondência ou robustez do modelo inicialmente empregado

Tabela 1 – Os três principais programas de pesquisa na área do ensino de ciências, nos últimos anos. Adaptado de Pintó et al. (1996, p. 230).

FORMULAÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA

Em 1993, deu-se início a um novo programa de pesquisa em ensino de Física, no Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, com o projeto “Ensino de Ciências (Física), Aprendizagem Significativa e Psicologia Cognitiva”, apoiado pelo CNPq, e desenvolvido até 1997.

Nesse programa, Greca (1995) finalizou uma dissertação baseada em um novo referencial teórico: os modelos mentais. Seu objetivo era encontrar as formas e a utilização das representações mentais usadas pelos alunos e professores sobre o conceito de campo eletromagnético e a sua relação de desempenho no uso delas. Seus resultados sugerem uma categorização para as representações utilizadas pelos alunos no estudo do campo eletromagnético. Ela conclui, também, que os “modelos resultam de uma articulação dos distintos conceitos que permitiriam entender significativamente o fenômeno, explicar, predizer e, portanto, resolver os problemas eficientemente; quando não se construísem modelos, os conceitos não seriam aprendidos significativamente” (Greca, 1995). Isto é, a aprendizagem significativa só ocorreria pela formação de modelos mentais, os quais possibilitariam explicar e predizer o comportamento das situações-problema propostas nos cursos de Física. Sem a formação dos modelos não seria possível obter uma compreensão global das estruturas físicas, ficando o indivíduo preso aos esquemas de resoluções puramente algorítmicos.

Em 1997, Lagreca finalizou uma outra pesquisa sobre modelos mentais. Essa pesquisa pretendia determinar os tipos de representações mentais – representações proposicionais, imagens ou modelos mentais – utilizados predominantemente pelos alunos; detectar núcleos conceituais, isto é, conceitos ou grupos de conceitos que aparecessem com regularidade nas respostas dos alunos; e distinguir características ou atributos dos núcleos conceituais que integrassem conjuntos explicativos e/ou preditivos, a fim de obter indícios de possíveis modelos mentais dos alunos. Seus resultados sugerem que, quanto mais “elaborado” o modelo mental, mais facilmente o aluno poderia compreender situações e contextos diferentes daqueles trabalhados em aula, ou daqueles em que só tivesse que aplicar fórmulas. Logo, o objetivo do ensino deveria ser ajudar os alunos a elaborar melhor seus modelos mentais de trabalho.

Lagreca nos fornece ainda uma tentativa de classificação dos diversos tipos de modelos mentais encontrados, baseada nos seus núcleos conceituais. Os núcleos conceituais foram definidos como os conceitos, ou grupo de conceitos, que apareceram com frequência, ao longo do curso, nas respostas que os alunos davam nos testes de avaliação e durante a entrevista final. A partir desses núcleos, foram identificados atributos ou características dadas pelos estudantes a esses conceitos, a fim de tentar construir modelos dos modelos mentais que os alunos teriam utilizado em relação aos mesmos.

Contudo, essas pesquisas foram conduzidas em uma perspectiva exclusivamente analítico-qualitativa. Para a Psicologia Cognitiva, isso não é o bastante. É necessário que estes modelos possam ser descritos através de procedimentos efetivos, os quais podem ser computados, e tenham verificadas sua coerência interna. O melhor meio para a verificação da coerência interna é a simulação computacional desses modelos. De semelhante forma, a Física estuda os fenômenos através da matemática, permitindo a formalização de uma teoria capaz de contribuir com as experiências e vice-versa, tornando o processo teórico-experimental simbiótico. Assim, nasceu a concepção deste trabalho.

OBJETIVOS, DELIMITAÇÕES E RELEVÂNCIA DO ESTUDO

O objetivo principal deste trabalho é verificar a possibilidade de implementação computacional de modelos mentais proposicionais encontrados na pesquisa em resolução de problemas da Mecânica Clássica introdutória. Para tanto, utilizamos os dados já coletados, sob o enfoque analítico-qualitativo de Lagreca (1997 e 1999), que fez uso da teoria dos modelos mentais de Phillip N. Johnson-Laird e do material disponível na literatura. O estudo adicional da literatura foi uma tentativa de revisão e extensão dos modelos mentais encontrados nessa pesquisa, visando a produção de um material mais apto à simulação computacional, já que a mesma não possuía este enfoque.

Como a teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird ainda não foi completamente estendida ao raciocínio físico, optamos por utilizar um algoritmo compatível com a teoria – o qual pode ser inserido na descrição de Johnson-Laird dos modelos causais, dinâmicos e relacionais.

O QSim (Qualitative simulator) é um algoritmo desenvolvido por Kuipers (1994) para a simulação do raciocínio do senso comum dos *experts* em Física. Ele é implementado sobre a linguagem de programação Allegro Comum Lisp. Esta escolha deve-se, em grande, parte à sua facilidade e ao seu poder computacional, entre outros.

O fato de termos escolhido um algoritmo para simular os modelos mentais não implica uma grande restrição. Muitas formas de simulação estão presentes na inteligência artificial atualmente. O que fez com que os algoritmos se sofisticassem muito. Além disso, construir uma simulação utilizando um algoritmo já é uma tarefa bastante difícil, exigindo inclusive um conjunto de técnicas e ferramentas para desenvolver modelos, mesmo os elementares (Clancy, 1997).

Como objetivos secundários, espera-se que a implementação computacional leve a um estudo mais detalhado de tais modelos e de como esses modelos são usados na resolução de problemas físicos, a uma descrição mais detalhada dos processos envolvidos e a novas considerações sobre pontos relevantes dentro do nosso programa de pesquisa.

A relevância desta pesquisa reside na verificação da coerência interna dos resultados obtidos nas pesquisas sobre modelos mentais e na descrição mais efetiva desses resultados. Estas simulações também podem contribuir para banco de dados³ estudantis, no desenvolvimento de *softwares* educacionais e para estudos mais detalhados sobre os modelos mentais.

³ É através desse repositório de informações sobre os alunos que os tutores inteligentes atuam, no sentido de particularizar o ensino, otimizando o ensino por computador.

QUESTÕES E/OU HIPÓTESES

A principal questão que permeia este trabalho é a possibilidade de simulação dos modelos encontrados em Lagreca (1997 e 1999) e de sua extensão com a adição do material encontrado na literatura. Contudo, pretendíamos, também, fornecer respostas para as seguintes perguntas:

- Que vantagens e desvantagens podemos esperar das simulações computacionais dos modelos mentais?
- Quais as contribuições do algoritmo adotado (QSim e a abordagem baseada nos vínculos) para o estudo e a pesquisa dos modelos mentais?
- Quais são os procedimentos computacionais que melhor detalham ou explicitam esses modelos?
- Possuem esses modelos coerência interna?
- Quais são as possíveis contribuições, para a construção e o funcionamento dos modelos, advindas dessas simulações computacionais?
- Quais as implicações para o ensino de Física?

Além destas questões, levantamos as seguintes hipóteses com relação ao nosso trabalho:

- que os modelos selecionados pudessem ser simulados de forma a demonstrar a coerência interna dos modelos estudados nas pesquisas realizadas;
- que modelos mais completos e articulados pudessem gerar resultados mais próximos dos resultados cientificamente aceitos;
- que uma grande quantidade de procedimentos, necessários a um modelo mental para a resolução

de alguns problemas, se apresentasse oneroso para a cognição humana. Logo, se limitássemos os procedimentos, talvez encontrássemos algumas respostas errôneas compatíveis com as existentes.⁴

ORGANIZAÇÃO DOS PRÓXIMOS CAPÍTULOS

O próximo capítulo apresenta uma introdução ao estudo dos *modelos mentais* e pretende ser a nossa perspectiva teórica. Primeiramente, descrevemos o seu lugar na Ciência Cognitiva, particularmente na Psicologia Cognitiva, depois, os modelos mentais, segundo o enfoque de Johnson-Laird, ao qual está ancorado o nosso programa de pesquisa e, mais adiante, *os modelos mentais segundo outros autores*, que pretende ser uma breve revisão bibliográfica. Após, abrimos um breve parêntese sobre como o enfoque dos modelos mentais tem sido aplicado no ensino de Física. Em seguida, relacionamos a física qualitativa com a resolução de problema e delineamos o algoritmo QSim e, finalmente, acrescentamos uma nota sobre os modelos mentais simulados.

O capítulo três descreve a *metodologia de trabalho* utilizada na simulação e as considerações da análise dos resultados. O capítulo seguinte faz uma *apresentação e discussão dos resultados* encontrados na pesquisa, incluindo as situações abordadas para os modelos. Finalmente, o quinto e último capítulo descreve as conclusões e implicações deste estudo.

4 Semelhante argumento é utilizado por Johnson-Laird no campo do raciocínio silogístico.

CAPÍTULO II

**A PSICOLOGIA COGNITIVA DOS MODELOS
MENTAIS**

Os modelos mentais foram desenvolvidos dentro de um compromisso com a Ciência Cognitiva. Nela, a Teoria Representacional – Computacional da Mente é dominante absoluta. Essa teoria centra-se na hipótese de que “o pensamento pode ser melhor compreendido em termos de estruturas representacionais da mente e procedimentos computacionais que operam nestas estruturas” (Thagard, 1996, p. 20). Ou seja, ao pensarmos sobre a nossa realidade, “re-presentando” o mundo em nossas mentes através de entes mentais, estes entes são manipulados através de procedimentos computacionais, em analogia aos computadores convencionais.

Programa	Mente
Estruturas de Dados	Representações Mentais
+	+
Algoritmos	Procedimentos Computacionais
=	=
Processamento do Programa	Pensamento

Tabela 2 – Analogia computador-mente (adaptada de Thagard, 1996, p.11).

Em outras palavras, essa analogia é geralmente descrita de tal forma que existiriam representações mentais onde existem estruturas de dados, procedimentos mentais em lugar de algoritmos e o pensamento em vez do processamento. Na tabela 2 temos um esquema dessa analogia. Como se trata de uma analogia, não podemos interpretar a mente como o próprio computador convencional, como acontece em algumas teorias. A essência desta relação é apenas a semelhança estrutural. Existem propriedades da mente humana, inexistentes no computador

como, por exemplo, a consciência, sobre as quais o domínio cognitivo não é relacionado *a priori*.

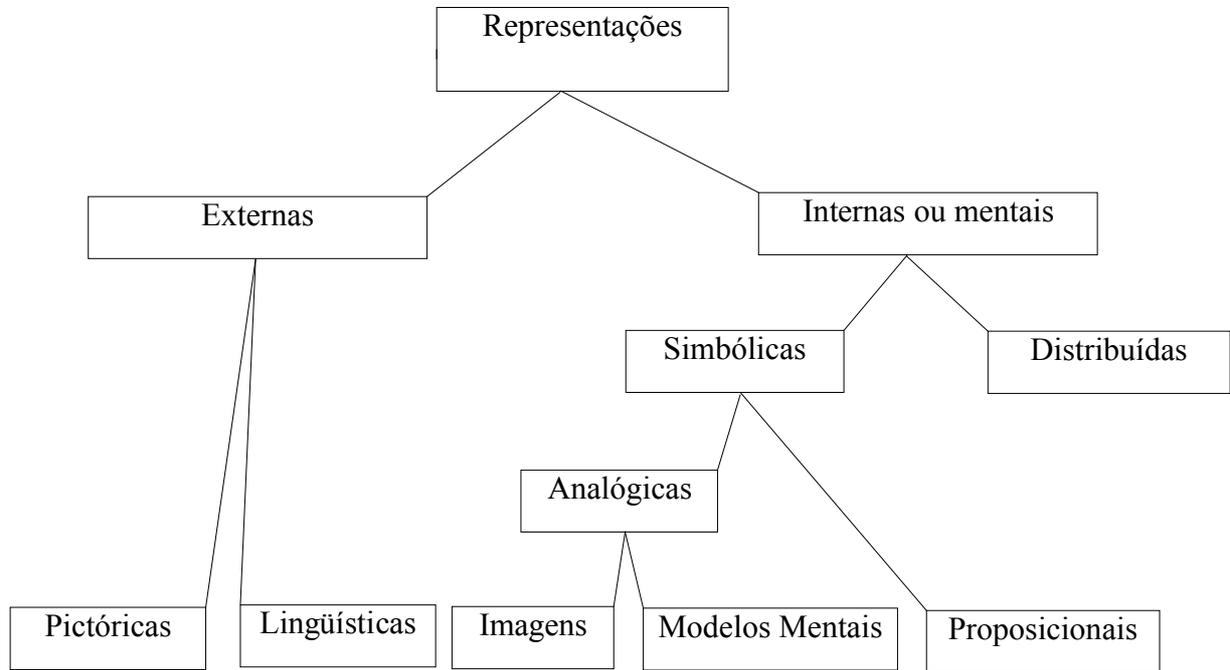
Analogias da mente em relação às máquinas não são novidade. Contudo, devido a uma grande *diversidade teórica e experimental* proveniente das diversas áreas de estudo da mente – Psicologia Cognitiva, Filosofia, Antropologia Cognitiva, Sociologia, Lingüística, Neurociência e Inteligência Artificial – e a resultados integradores, a Ciência Cognitiva ganhou muita força desde o início.

As diferentes origens das teorias na Ciência Cognitiva levaram à construção de distintas abordagens ao estudo da mente. Em nosso programa de pesquisa optamos pela Psicologia Cognitiva e, dentro dela, usamos a abordagem dos modelos mentais, pois a consideramos a teoria mais ampla e articulada dentre as conhecidas (Moreira, 1996). Contudo, para a melhor compreensão do nosso referencial teórico, devemos, em primeiro lugar, entender o seu contexto de inserção, o que nos leva a abordar os diversos tipos de representações.

A PSICOLOGIA COGNITIVA E SUAS REPRESENTAÇÕES

Como já citado, a Psicologia Cognitiva tem como fundamento a representatividade, como consequência de não termos acesso direto ao mundo. Isto é, não temos acesso direto ao mundo. Nós “re-presentamos” o mundo através de entes mentais sobre os quais aplicamos procedimentos, objetivando um raciocínio, um pensamento. Mas o que, afinal, a Psicologia Cognitiva entende por representação? Diversas respostas podem ser fornecidas. A mais abrangente e próxima do nosso objetivo é que “uma representação é uma notação ou signo ou conjunto de símbolos que ‘re-presenta’ algo para nós, ou seja, ela representa alguma coisa na ausência desta coisa” (Eynsenck e Keane, 1990, p.180).

Embora existam diversas respostas sobre o que seja uma representação, há um crescente consenso sobre a classificação dos diferentes tipos representacionais. O diagrama na figura 1 nos mostra esta divisão. No topo, temos duas formas mais inclusivas: externas (utilizadas principalmente na comunicação entre os indivíduos) e internas ou mentais (utilizadas no processamento mental – o pensamento).



*Figura 1 – Diagrama das diferentes representações na Psicologia Cognitiva
(adaptado de Eynsenck e Keane, 1990, p.180).*

Dentro das representações externas, podemos distinguir duas classes: a classe pictórica, referente aos desenhos, figuras e diagramas; e a classe lingüística, composta principalmente da palavra escrita ou falada. Ambas podem representar o mesmo conteúdo, porém de diferentes formas.

Por outro lado, as representações internas são utilizadas pela mente. Elas podem ser divididas didaticamente em distribuídas e simbólicas. As *redes neurais artificiais* são as representações distribuídas mais conhecidas. As simbólicas possuem mais uma divisão, relativa às propriedades de cada representação: proposicional ou analógica. As representações proposicionais são “tipo-linguagem” (cadeias de símbolos), independentes do idioma e da modalidade sensorial nos quais a informação foi adquirida. E, finalmente, as analógicas compreendem as imagens e os modelos mentais.

As Representações Externas

As representações referem-se ao mundo real ou imaginário e podem ter diferentes formas. Para entender melhor, analisemos o diagrama da figura 1. Podemos representar lingüisticamente, assim como foi feito, as mesmas informações. Contudo, o diagrama parece fornecer mais informações implícitas sobre a distribuição de níveis de generalidade. Poderíamos argumentar, por exemplo, que os níveis de generalização estão representados pelas estruturas espaciais. Esta propriedade de semelhança da estrutura espacial com os níveis de generalidade é denominada de análogica. Por isso, as imagens são denominadas analógicas. As representações lingüísticas não possuem essa propriedade de semelhança estrutural, pois sua correlação lingüística é arbitrária. Entretanto, existem ainda pelo menos mais quatro propriedades pertinentes às representações lingüísticas e pictóricas que as diferenciam. Elas estão resumidas na tabela 3.

Representações Pictóricas	Representações lingüísticas
Sem símbolos discretos	Símbolos discretos
Não precisam de símbolos explícitos para relações	Simbolismo explícito para relações entre itens
Não há regras de combinações	Regras de combinação dos símbolos – gramática
Concretas	Abstratas

Tabela 3 – Mais quatro diferenças entre as representações externas pictóricas e as lingüísticas (adaptado de Eynsenck e Keane, 1990, p. 182).

A primeira propriedade enfatiza a composição atomística da linguagem. Enquanto qualquer pedaço de uma representação pictórica pode ainda ter algum significado (quadrado, canto do quadrado, traço, etc.), o mesmo não ocorre com as palavras. Ou seja, a representação de uma só letra, por exemplo, não possui significado concreto. Em vista desta diferença, dizemos que as representações lingüísticas são discretas em oposição às pictóricas.

Nas representações lingüísticas utilizamos expressões ou palavras explícitas para mostrar relações entre os objetos: “um está sobre o outro” ou “um está ao lado do outro”. Já nas figuras não existem modos explícitos de relações. Sua representação é implícita na figura. A relação “sobre”, por exemplo, é realizada posicionando-se um objeto em cima de outro, existindo somente nesse contexto específico.

Outra propriedade é o conjunto das regras de combinações – gramática – existentes nas representações lingüísticas. Nem todos os signos lingüísticos podem ser combinados aleatoriamente. O mesmo não acontece com os elementos pictóricos, os quais podem ser combinados sem quaisquer restrições.

E, por último, temos a abstração lingüística. Ela é abstrata porque não está associada diretamente a nenhuma modalidade perceptual. Quando dizemos que uma coisa está acima, podemos pensar que está acima à direita, acima à esquerda, muito acima ou muito próxima. Desse modo, possui indeterminações perceptuais, sendo, assim, inespecífica. Enquanto a figura, por sua vez, está mais associada à modalidade visual, logo, mais concreta. Isto é, não possui indeterminações tão fortes quanto a forma lingüística representacional.

As Representações Internas

Dentro do estudo da Psicologia Cognitiva, as representações internas são as classes mais importantes. Sua importância reside na suposição de que as representações mentais (ou internas) são a base sobre a qual operam os procedimentos mentais, resultando o pensamento. As representações mentais dividem-se em distribuídas, discutidas mais a frente, e simbólicas, que por sua vez possuem duas classes semelhantes às externas: imagísticas e proposicionais. Apesar de haver uma controvérsia atualmente sobre a redutibilidade das imagens mentais a proposições, existem evidências muito fortes da existência das imagens como elemento independente do pensamento⁵ que são, em geral, aceitas. Em consequência disso, as imagens mentais não são epifenômenos,⁶ ou seja,

5 Duas evidências muito fortes são as propriedades da mente realizar a rotação mental de objetos e o esquadrinhamento (exame minucioso) mental de movimentos de objetos em mapas geográficos (para maiores detalhes veja Eysenck e Keane, 1990, p.192-195)

6 Fenômenos cuja a presença ou ausência não altera o fenômeno que se toma principalmente em consideração.

possuem um papel único na cognição humana, não devendo, portanto, serem desconsideradas nas pesquisas sobre a cognição humana. De qualquer forma, as imagens são consideradas representações de alto nível, argumento discutido na próxima seção, e sua importância na pesquisa sobre a cognição está na forma como são utilizadas e não na prova definitiva de sua existência como código cognitivo básico (Johnson-Laird, 1983, p.152).

Apesar de não estar explícita a correspondência entre representações pictóricas e imagísticas, e entre lingüísticas e proposicionais na figura 1, ela existe, e é válida para a maioria de suas propriedades, podendo, inclusive, ser tomada como analogia no estudo da cognição humana.

Embora a analogia com relação à representação lingüística se faça presente, as representações proposicionais não dependem do idioma no qual foram construídas. São representações semelhantes à linguagem, que captam os conteúdos ideacionais da mente, independente da modalidade original na qual a informação foi encontrada. Possuem uma estrutura semelhante à linguagem, mas não são específicas de qualquer linguagem humana (Johnson-Laird, 1983, p. 155). Como existem diversas posições sobre o conceito das representações proposicionais, procurou-se, aqui, as colocações mais contextualizadas na perspectiva dos modelos mentais.

Modelos Mentais

Não assumindo posição rígida no debate existente entre os proposicionalistas e os imagistas⁷ Johnson-Laird introduziu o constructo de modelo mental. Pode parecer ilógica a introdução de mais um tipo de representação em um debate no qual não se admitiu a existência definitiva das representações imagísticas como entidade representacional independente. Entretanto, seu argumento para a inserção deste novo tipo representacional são suas propriedades derivadas, as quais não podem ser explicadas pelos tipos anteriores. Para ele, “*modelos mentais são análogos estruturais do mundo; 'modelos de trabalho' internos pelos quais representamos os estados de coisas do mundo*” (Johnson-Laird, 1983, p. 9).

⁷ Os proposicionalistas defendem a possibilidade de redução das imagens a um código proposicional, desmerecendo o *status* de entidade representacional independente atribuído a elas. Enquanto isso, os imagistas defendem as imagens como uma forma independente de representação mental.

As Representações Distribuídas

As representações distribuídas tentam imitar o sistema neural humano através de redes de unidades caracterizadas computacionalmente conforme as propriedades relevantes dos neurônios (Eysenck e Keane, 1990, p.239). Constituem-se de matrizes de conexões representando as ligações entre os neurônios. A representação de algo está diluída em padrões de ativação das unidades, que podem ser aprendidos. Assim, a partir de uma ativação de entrada é feito um processamento e devolvido um padrão de saída que, decodificado, forma uma resposta. As representações distribuídas possuem mais plausibilidade neurológica (Thagard, 1996). Contudo, a forma como as informações estão diluídas na rede é dificilmente interpretada ou compreendida.

Para compatibilizar as duas abordagens, sugerem-se argumentos tais como as representações simbólicas sendo vistas como representações em um nível macroestrutural e as distribuídas em um nível microestrutural. Ou seja, as representações distribuídas estão em um nível de detalhamento maior. Utilizando a metáfora do computador para o pensamento de alto nível, é possível argumentar ser mais fácil estudar a mente a partir das representações simbólicas. Logo, discutir as representações distribuídas vai além dos objetivos desse texto.

MODELOS MENTAIS SEGUNDO JOHNSON-LAIRD

Nesta seção, pretendemos descrever os modelos mentais na perspectiva de Johnson-Laird. Contudo, existem pelo menos outras duas formas de representações internas, admitidas pelo próprio, necessárias neste estudo: as imagens (não só visuais, como também auditivas, tácteis e olfativas) e as proposições. Os três tipos de representações formam a base da pesquisa em modelos mentais.

Johnson-Laird considera as *representações proposicionais como estruturas semelhantes à linguagem (cadeias de símbolos), independente do idioma, vinculadas a um código mental: “o mentalês”*. Modelos mentais são análogos estruturais do mundo, estruturas que refletem a nossa

concepção ou percepção de como o mundo funciona. São incompletos na sua correspondência representacional, pois representamos apenas os aspectos mais relevantes, de forma a deixar os modelos mais funcionais. Os modelos mentais são importantes, pois é através de sua manipulação que geramos as previsões e explicações sobre um estado de coisas, a forma pela qual compreendemos o funcionamento do mundo. E, finalmente, as *imagens que são consideradas pontos de vista, perspectivas particulares, dos modelos mentais.*

Em trabalhos mais recentes, Johnson-Laird (1996) admite a possibilidade do pensamento pelas imagens, assumindo que, talvez, elas possam ser um modelo de uma só perspectiva. Como esta interpretação não é relevante para o nosso estudo, e esta discussão foge ao tema do trabalho, não entraremos em maiores detalhes.

Existe um exemplo muito difundido sobre como diferenciar uma representação das outras. A partir de uma definição descritiva, podemos identificar qualquer triângulo. Se uma pessoa possui essa definição literalmente em sua mente, ela possui uma representação proposicional do que seja um triângulo. Porém, mesmo sem possuir essa definição formal, um indivíduo pode identificar qualquer triângulo. Neste caso, dizemos que ele possui um modelo mental de triângulo. No entanto, quando imaginamos um triângulo, não conseguimos visualizar mentalmente um triângulo que represente todos os possíveis triângulos existentes. Imaginamos um triângulo específico (retângulo, obtusângulo ou acutângulo). Neste caso, dizemos que usamos uma representação imagística; uma perspectiva particular do que seja um triângulo.

As representações analógicas – imagens e modelos mentais – são consideradas representações de alto nível. Esta denominação subjaz à metáfora do computador-mente. As representações de alto nível seriam semelhantes às linguagens de alto nível dos computadores – linguagens parecidas com as naturais, utilizadas no cotidiano, que facilitam a programação, porém quando processadas, são traduzidas em linguagem de máquina (código binário), compreensível para o computador, mas muito complicada para o ser humano. Conseqüentemente, o programador das linguagens de alto nível não precisa conhecer o código binário, o que seria por demais oneroso para a programação. De modo semelhante, as imagens e os modelos mentais são representações de alto nível que facilitam o pensamento, ou seja, libertam a cognição humana do trabalho em baixo nível – supostamente proposicional – que seria muito difícil. Esta é a explicação para não termos acesso ao

código mental (“mentalês”): operamos em alto nível. Logo, discutir a existência de um tipo representacional passou a ter um papel secundário, pois sempre podemos recorrer à analogia da linguagem de alto nível. Conseqüentemente, *o papel da Psicologia Cognitiva assume uma nova dimensão: compreender como as pessoas utilizam os diferentes tipos de representações para as diversas tarefas exercidas pelo homem* (Eysenk e Keane, 1994, p. 209-211).

Apesar da noção de modelo mental ser um ponto central da teoria, sua definição é, de certa forma, um ponto fraco, pois não temos acesso à qualquer modelo mental. No entanto, este constructo é extremamente importante, pois fornece subsídios para explicar muitos pontos obscuros do raciocínio humano. Segundo Johnson-Laird (1983, p.410): “os modelos mentais têm o conteúdo e formas que servem a finalidades para as quais foram construídos, sejam elas explicar, predizer ou controlar”. Assim, estão condicionados às estruturas dos estados de coisas do mundo, tais como percebidos ou concebidos a partir das crenças ontológicas⁸. Uma pessoa que apenas assiste a uma televisão, e nunca teve contato com algum estudo sobre a mesma, a concebe como uma caixa preta que, ligada à tomada (na eletricidade), fornece imagens. Já um técnico em TV teria um modelo mais aprimorado, contudo mais simples do que o de um engenheiro. E um físico teórico certamente pensaria em campos quânticos, os quais não fazem parte do conhecimento dos engenheiros. Estas formas de representação estão vinculadas à experiência e à funcionalidade pessoal. Logo, um modelo mental pode ser incompleto e impreciso e, mesmo assim, ser funcional (Johnson-Laird, 1983, cap.1).

Existem outros vínculos, além da funcionalidade, tomados como princípios relativos aos modelos mentais, que tentam caracterizar os modelos mentais. Podemos resumi-los nos princípios da economia e da funcionalidade. Entretanto, para caracterizar melhor os modelos mentais, descreveremos em detalhes os nove princípios de Johnson-Laird (1983, p.398-419):

1. Princípio da computabilidade. Modelos mentais são computáveis, isto é, devem poder ser descritos na forma de procedimentos efetivos que possam ser executados por uma máquina. Procedimento efetivo é aquele que pode ser levado a cabo sem implicar nenhuma decisão na base da intuição ou qualquer outro ingrediente “misterioso” ou “mágico”.-

⁸ Conjunto de conhecimentos pertencentes a um indivíduo comum.

2. Princípio da finitude. Modelos mentais são finitos em tamanho e não podem representar diretamente um domínio infinito. Este vínculo decorre da premissa de que o cérebro é um organismo finito.

3. Princípio do construtivismo. Modelos mentais são construídos a partir de elementos básicos (“tokens”) organizados em uma certa estrutura para representar um determinado estado de coisas. Este vínculo surge da função primária dos modelos mentais que é a de representar mentalmente estados de coisas. Como existe um número infinito de estados de coisas que pode ser representado mas somente um mecanismo finito para construir modelos que os representem, decorre que tais modelos devem ser construídos a partir de constituintes mais elementares.

4. Princípio da economia. Uma descrição de um único estado de coisas é representada por um único modelo mental, mesmo se a descrição é incompleta ou indeterminada. Mas um único modelo mental pode representar um número infinito de possíveis estados de coisas porque esse modelo pode ser revisado recursivamente. Cada nova asserção descritiva de um estado de coisas pode implicar revisão do modelo para acomodá-la. Este vínculo se refere à construção de modelos a partir do discurso, pois este é sempre indeterminado e compatível com muitos estados de coisas diferentes; para contornar isso, a mente constrói um modelo mental inicial e o revisa recursivamente conforme necessário. Naturalmente há limites para essa revisão: em última análise, o processo de revisão recursiva é governado pelas condições de verdade do discurso no qual o modelo está baseado.

5. Princípio da não-indeterminação. Modelos mentais podem representar indeterminações diretamente se e somente se seu uso não for computacionalmente intratável, isto é, se não existir um crescimento exponencial em complexidade. Este vínculo é um corolário do primeiro e do anterior: se se tratar de acomodar cada vez mais indeterminações em um modelo mental isso levará rapidamente a um crescimento intratável no número de possíveis interpretações do modelo que, na prática, deixará de ser um modelo mental.

6. Princípio da predicabilidade. Um predicado pode ser aplicável a todos os termos aos quais um outro predicado é aplicável, mas eles não podem ter âmbitos de aplicação que não se intersectam. Por exemplo, os predicados “animado” e “humano” são aplicáveis a certas coisas em comum,

“animado” aplica-se a algumas coisas as quais “humano” não se aplica, mas não existe nada a que “humano” se aplique e “animado” não. Para Johnson-Laird (p. 411), a virtude desse vínculo é que ele permite identificar um conceito artificial ou não natural. Um conceito que fosse definido por predicados que não tivessem nada em comum violaria o princípio da predicabilidade e não estaria, normalmente, representado em modelos mentais.

7. Princípio do inatismo. Todos os primitivos conceituais são inatos. Primitivos conceituais subjazem nossas experiências perceptivas, habilidades motoras, estratégias, enfim, nossa capacidade de representar o mundo. Indefinibilidade é uma condição suficiente, mas não necessária para identificar conceitos primitivos. Movimento, por exemplo, é uma palavra que corresponde a um primitivo conceitual, mas que pode ser definida. Embora proponha este vínculo aos modelos mentais, Johnson-Laird rejeita o inatismo extremo de que todos os conceitos são inatos embora alguns tenham que ser “disparados” pela experiência. Ele defende a aprendizagem de conceitos a partir de primitivos conceituais inatos ou de conceitos previamente adquiridos. Além dos primitivos conceituais inatos, ele admite também a existência de primitivos procedimentais que são acionados automaticamente quando um indivíduo constrói um modelo mental. Os primitivos procedimentais não podem ser adquiridos através da experiência porque a representação mental da experiência já requer habilidade de construir modelos da realidade a partir da percepção. Estes primitivos devem ser inatos.

8. Princípio do número finito de primitivos conceituais. Existe um conjunto finito de primitivos conceituais que origina um conjunto correspondente de campos semânticos e outro conjunto finito de conceitos, ou “operadores semânticos”, que ocorre em cada campo semântico e serve para construir conceitos mais complexos a partir dos primitivos subjacentes. Um campo semântico se reflete no léxico por um grande número de palavras que compartilham no núcleo dos seus significados um conceito comum. Por exemplo, verbos associados à percepção visual como avistar, olhar, escrutinar e observar compartilham um núcleo subjacente que corresponde ao conceito de ver. Operadores semânticos incluem os conceitos de tempo, espaço, possibilidade, permissibilidade, causa e intenção. Por exemplo, se as pessoas olham alguma coisa, elas focalizam seus olhos durante um certo intervalo de tempo com a intenção de ver o que acontece. Os campos semânticos nos provêm nossa concepção sobre o que existe no mundo, sobre o mobiliário do mundo, enquanto os operadores semânticos nos provêm nosso conceito sobre as várias relações que podem ser inerentes

a esses objetos.

9. Princípio da identidade estrutural. As estruturas dos modelos mentais são semelhantes às estruturas dos estados de coisas, percebidos ou concebidos, que os modelos representam. Este vínculo decorre, em parte, da idéia de que as representações mentais devem ser econômicas e, portanto, cada elemento de um modelo mental, incluindo suas relações estruturais, deve ter um papel simbólico. Não deve haver na estrutura do modelo nenhum aspecto sem função ou significado.

A Tipologia dos Modelos Mentais

Os modelos mentais de Johnson-Laird podem ser divididos em dois tipos. Os *modelos físicos* representam as entidades concretas, físicas ou reais. Os *modelos conceituais* representam as entidades abstratas, não-físicas ou imaginárias. Os modelos conceituais são modelos ligados à linguística, e com pouco significado em nosso trabalho, portanto não os descrevemos aqui. Porém, vale notar a diferença entre os modelos mentais de Johnson-Laird (1983, p. 422) e os de Norman (1983), neste trabalho simplesmente denotados por modelos conceituais. Os modelos conceituais de Norman são criados por cientistas, professores e engenheiros para facilitar a compreensão de sistemas físicos por parte de outras pessoas e, portanto, devem ser aprendíveis, funcionais e utilizáveis. Os de Johnson-Laird são modelos que as pessoas possuem na cabeça, representando estados de coisas do mundo, semelhantes aos modelos físicos com os estados de coisas físicos. Assim, os modelos mentais são construídos por elementos básicos (*tokens*), propriedades e relações, todos finitos e existentes na estrutura cognitiva. Partindo da forma como se relacionam esses elementos, Johnson-Laird (1983, p.422 e 423) tenta uma classificação para os modelos mentais que ele chama de físicos.

1. **Modelo relacional** é uma estrutura estática composta de um conjunto finito de elementos básicos (tokens), representando um conjunto finito de entidades físicas, um conjunto finito de propriedades dos elementos e um conjunto finito de relações entre os elementos.

2. **Modelo espacial** é um modelo relacional, onde somente existem relações espaciais entre as

entidades físicas; elas estão representadas por localizações dos elementos (tokens) num espaço dimensional (tipicamente de duas ou três dimensões). Este tipo de modelo pode satisfazer as propriedades do espaço métrico ordinário, em particular a continuidade psicológica de suas dimensões e a desigualdade triangular (a distância entre dois pontos nunca é mais do que a soma das distâncias entre cada um deles e um terceiro ponto qualquer). O modelo formado pela descrição da localização de diversos objetos é um exemplo deste modelo.

3. **Modelo temporal** é o que consiste de uma seqüência de quadros (frames) espaciais (de uma determinada dimensionalidade) que ocorre em uma ordem temporal que corresponde à ordem dos eventos (embora não necessariamente em tempo real). Uma simulação mental sobre um conjunto de acontecimentos ordenados (não necessariamente contínuos) pode ser inserida neste item.

4. **Modelo cinemático** é um modelo temporal psicologicamente contínuo, ou seja, é um modelo que representa mudanças e movimentos das entidades representadas sem descontinuidades temporais. Naturalmente, este tipo de modelo pode funcionar (rodar) em tempo real e certamente o fará se for construído pela percepção. Podemos imaginar, por exemplo, um tanque enchendo, transladando estados, do vazio ao meio-cheio em direção ao cheio.

5. **Modelo dinâmico** é um modelo cinemático no qual existem também relações entre certas estruturas representando relações causais entre os eventos representados. Um exemplo seria um móvel sendo empurrado, se deslocando de uma posição à outra.

6. **Imagem** consiste de uma representação, centrada no observador, das características visíveis de um modelo espacial tridimensional ou cinemático subjacente. Corresponde, portanto, a uma vista (ou projeção) do objeto ou evento representado no modelo subjacente .

É interessante notar que, tal como está, esta classificação é apenas uma tentativa e não tem relevância direta para o nosso trabalho. Como diz o próprio Johnson-Laird, os modelos mentais estão na cabeça das pessoas, e por isso não tem muito sentido tentar classificá-los.

MODELOS MENTAIS SEGUNDO OUTROS AUTORES

O constructo dos modelos mentais teve um nascimento simultâneo em diversas áreas da Psicologia Cognitiva. Prova deste fato é que em 1983 dois livros homônimos (*Mental models*), eram lançados, provenientes de duas áreas distintas da Psicologia Cognitiva: raciocínio silogístico e resolução de problemas.

O livro de Johnson-Laird (1983) é dedicado a mostrar como sua teoria pode ser descrita através de procedimentos efetivos,⁹ sendo, então, descritivamente adequada conforme os critérios chomskianos (p.65, op. cit.)¹⁰ para uma teoria psicológica do raciocínio. Detalha, ainda, como sua teoria é mais completa e articulada que outras teorias, pelo menos nos campos da compreensão textual, do raciocínio silogístico e modal (Bell e Johnson-Laird, 1997).

Já o livro de Gentner e Stevens (1983) apresenta uma coletânea de artigos que pretende mostrar as várias abordagens sobre como este tema é tratado; principalmente nos campos da resolução de problemas, inteligência artificial e estudos historiográficos.

Apesar desta variedade, podemos classificar estas pesquisas sobre modelos mentais em três vertentes. A primeira tem como base os campos da resolução de problemas e da inteligência artificial. A outra tem como “pano de fundo” as analogias. E a última, corresponde às pesquisas que não possuem “compromisso” com nenhuma das outras vertentes, como, por exemplo, as pesquisas baseadas na perspectiva teórica dos modelos mentais de Johnson-Laird, proveniente do estudo do raciocínio silogístico.

Os estudos advindos da resolução de problemas e da inteligência artificial, em modelos mentais, baseiam-se principalmente nos pressupostos da *Física Qualitativa*, que será detalhada mais à frente. Segundo Bobrow (1985), existem três principais abordagens neste meio: a teoria do

9 Uma teoria descrita através dos procedimentos efetivos significa que não contém nenhum elemento “mágico” ou “intuitivo”. Ou seja, ela é tão explícita que pode ser computável.

10 Para uma teoria ser descrita adequadamente, precisa levar em conta as dificuldades e erros no raciocínio, bem como as diferenças individuais na habilidade de raciocínio. Para ser descritivamente adequada, a teoria precisa ser extensível a outros domínios do raciocínio, levar em conta a aquisição infantil do raciocínio, permitir a racionalidade humana e, como formato ótimo, deve ajudar no desenvolvimento da lógica formal e na pedagogia do raciocínio.

processo qualitativo, a ontologia¹¹ dos componentes e a propagação de restrições temporais.

A perspectiva baseada nos processos (teoria do processo qualitativo – Forbus, 1984 e 1990) *descreve a situação física diretamente em termos dos processos físicos* potencialmente presentes. Intuitivamente, um processo é algo que causa mudanças nos objetos durante um tempo; ou seja, processos são ações do tipo fluir, aquecer, “esfriar”, esticar, comprimir e ferver. Esta perspectiva está descrita em maiores detalhes na seção “A Física Qualitativa e a resolução de problemas”.

As influências indiretas representam uma situação em que um elemento no mundo, diretamente aplicado a outro, causa uma mudança e este, por sua vez, causa uma modificação em um terceiro. As influências indiretas também podem ser entendidas pelas suas relações de proporcionalidade. Seja uma função, por exemplo, que possui dependência de diversas variáveis, como o nível de água em um tanque, que depende do fluxo de entrada de água e de outras variáveis (como o fluxo de saída). Se todas as outras variáveis permanecerem constantes e aumentarmos o fluxo de entrada, o nível da água vai aumentar. Contudo, se as demais variáveis oscilarem, fica mais difícil determinar a direção do nível da água.

De Kleer e Brown (1990) usam a ontologia de componentes para descrever sua teoria. A idéia subjacente é a de que um mecanismo pode ser descrito como um conjunto de partes físicas cujas relações determinam que variáveis são relevantes e quais equações podemos aplicar. As partes de tal mecanismo (os componentes) são descritos através de um conjunto de variáveis e vínculos. *O comportamento de um mecanismo é, então, determinado pelo conjunto de seus componentes, vinculados pelas conexões.*

Para eles os modelos mentais funcionam numa uma seqüência de etapas. Em uma primeira etapa, é feita a construção de uma topologia do dispositivo (uma representação de sua estrutura, organização física dos seus componentes); a segunda é o processo de conjecturas (*envisioment*) – formação de uma rede de possíveis estados e transições de um sistema qualitativo, ou seja, determinação da função a partir da estrutura do dispositivo; a terceira é a formação do conjunto de relações causais que descreve o funcionamento do dispositivo; e o último

¹¹ Ontologia é o estudo ou teoria do ser enquanto ser, isto é, enquanto o ser contém em si alguma coisa em comum com todos os demais seres existentes ou possíveis.

é o processamento pelo qual se computa um comportamento específico, usando as relações causais.

Na etapa do processamento, a teoria menciona os princípios da localidade e da assimetria. O *princípio da localidade* diz que *a causa está estruturalmente perto do seu efeito*. O *princípio da assimetria* é o responsável pela construção dos episódios em uma seqüência determinada pelas relações causais, isto é, *as causas precedem os efeitos*.

Um *modelo ideal* deveria ser *consistente* (não possuir contradições internas), *correspondente* (a previsão do comportamento do modelo é a mesma do dispositivo modelado) e *robusto* (boa funcionalidade em situações atípicas, como, por exemplo, um defeito em uma de suas partes).

Dentro deste referencial teórico, Gutierrez e Ogborn (1992) analisaram diversos protocolos, sobre força e movimento, de seus sujeitos experimentais¹² e de outros autores, mostrando como essa teoria pode ser utilizada para descrever o pensamento causal do senso comum.

De seus estudos nasceram mais *três princípios* em relação aos modelos causais: produtividade, constância e unicidade. A produtividade refere-se à correspondência entre efeito e causa, ou seja, *se existe o efeito, foi produzido por uma causa*. A constância refere-se à correspondência entre causa e efeito, *se existiu a causa, inevitavelmente existirá o efeito*. E a unicidade propõe que *a mesma causa gerará o mesmo efeito*.

A propagação de restrições temporais defende uma descrição da Física Qualitativa através de operadores temporais do tipo *until* e *next*, em conjunto com formulações proposicionais que levariam a uma forma de raciocinar qualitativamente. Originalmente utilizava a ontologia de componentes para modelar seus sistemas (Kuipers, 1994, p. 16).

Os modelos mentais, como uma forma de analogia, estão presentes nas pesquisas de Gentner e Gentner (1983). A preocupação dos estudos dos modelos mentais, nesta perspectiva, baseia-se nas representações armazenadas na memória que constituem o conhecimento prévio que

¹² Dez estudantes espanhóis de 13 e 14 anos de idade em um curso de introdução elementar à mecânica newtoniana e cinco de 17 e 18 anos de idade em um curso de dois anos de mecânica newtoniana.

se tem sobre o mundo. Gentner e Gentner entendem os modelos mentais como representações de um objeto ou idéia ou evento ou processo, envolvendo analogias. Analogia é o veículo pelo qual se expressam os resultados da comparação entre estruturas dos entes fonte e alvo. Fonte é o ente (um objeto ou idéia ou evento ou processo) conhecido. Alvo é o ente que se pretende conhecer, associando à fonte. Os exemplos podem ser vistos como uso destes procedimentos. A partir dos exemplos, tentamos herdar sua estrutura, gerando, para isso, um modelo mental, de modo a compreender o alvo (novo).

Numa pesquisa clássica sobre modelos mentais, eles descreveram o uso de dois modelos analógicos de eletricidade por alunos na resolução de problemas sobre circuitos elétricos. Tratam-se de duas analogias para a corrente. No primeiro, a corrente é imaginada como um “fluido em movimento” (analogia hidráulica) e no segundo como uma “multidão em movimento”.

Na analogia do “fluido em movimento”, as baterias são entendidas como reservatórios de água. As resistências elétricas são imaginadas como constrições nos canos, os quais são os fios. Tal idéia implica uma redução no fluxo em qualquer junção das resistências, paralelo ou série, independentemente de como elas estão conectadas. Esta noção leva a uma predição errônea a respeito das diferentes estruturas paralelas e em série. Entretanto, possui boas previsões com relação ao comportamento das baterias.

No segundo modelo, temos os elétrons como uma “multidão em movimento”. A corrente seria o fluxo dessa multidão, isto é, a quantidade de pessoas que passam por um “portão” por unidade de tempo. Esse portão pode representar também a resistência elétrica. Neste modelo, fica difícil encaixar a noção de bateria em série ou paralelo. No entanto, a concepção de resistências em série ou paralelo leva a previsões mais coerentes com o modelo científico.

Assim, por exemplo, usando o primeiro modelo, os sujeitos tenderiam a considerar que, quanto mais resistências, maior a resistência do circuito e menor a corrente, pois qualquer junção das resistências, paralelo ou série, independentemente de como elas estão conectadas implica redução do fluxo de água. Contudo, como já foi dito, não teriam dificuldades com as baterias, pois elas se combinam da mesma maneira que os reservatórios de água. Contrariamente, no segundo modelo, tenderiam a levar em consideração o paralelismo ou a serialização das resistências. Logo, se as

resistências estiverem em paralelo – um portão ao lado de outro – a corrente será maior (mais gente passará). Mas este modelo teria dificuldades com problemas que envolvessem baterias em série ou em paralelo, pois é difícil encontrar uma analogia correta para ele.

Partindo desta hipótese, Gentner e Gentner estudaram alunos do segundo grau e universitários. Através de testes e entrevistas, encontraram sete alunos que possuíam o modelo de “fluido em movimento” e oito alunos possuindo o modelo de “multidão em movimento”, os outros foram descartados nesta etapa, pois não foi possível classificá-los nestas categorias.

Uma análise estatística confirma as previsões. Isto é, os alunos que usaram o modelo do “fluido em movimento” obtiveram melhores resultados em problemas que envolviam paralelismo e seriação das baterias do que nas questões de resistências. E os sujeitos que utilizaram a analogia da “multidão em movimento” tiveram melhor performance nas questões envolvendo resistências em paralelo e série do que nas questões das baterias.

Os modelos mentais compreendidos como analogias tentam “herdar” a estrutura da fonte, de forma associativa, com o objetivo de compreender o alvo. Assim, os modelos mentais de Gentner e Gentner podem ser incluídos dentro do conceito de Johnson-Laird (Moreira, 1996), embora a analogia empregada por este autor seja apenas estrutural. Ou seja, modelos mentais são análogos estruturais de estados de coisas do mundo.

Alguns outros autores não possuem “compromissos” com a inteligência artificial e a resolução de problemas nem com o estudo das analogias.

Norman (1983) nos fala sobre a importância de se diferenciar algumas noções fundamentais na pesquisa em modelos mentais. O *sistema-alvo* (*target system*) é o primeiro deles. Ele define sistema-alvo como aquele que a pessoa está usando ou aprendendo. Já o *modelo conceitual* é uma invenção visando aprimorar a representação do sistema-alvo. Em outras palavras, *modelos conceituais* são inventados por professores, pesquisadores e físicos, para facilitar a compreensão ou o ensino de sistemas físicos. Portanto, necessitam ser aprendíveis, funcionais e utilizáveis, visando o ensino preciso, consistente e completo. São ferramentas para a compreensão ou ensino de sistemas físicos. A *conceitualização científica dos modelos mentais*, por exemplo, é

um modelo conceitual do que quer que seja um modelo mental. E um *modelo mental* é uma construção mental do sistema, um modelo interno formado através da interação com o sistema-alvo. Eles evoluem naturalmente. Interagindo com o sistema, a pessoa continuamente modifica seu modelo mental a fim de chegar a uma funcionalidade que lhe satisfaça. Esses modelos não precisam ser tecnicamente acurados, mas têm o compromisso de ser funcionais (op. cit.).

Ainda sobre os modelos mentais, Norman cita algumas observações gerais retiradas de uma variedade de experiências:

- a) modelos mentais são incompletos;
- b) a habilidade das pessoas em “computar” seus modelos mentais é bastante limitada;
- c) modelos mentais são instáveis: as pessoas esquecem detalhes do sistema usado, especialmente quando esses detalhes (ou todo o sistema) não são usados por um certo período de tempo;
- d) modelos mentais não têm fronteiras bem definidas: dispositivos e operações similares são confundidos uns com os outros;
- e) modelos mentais são “não-científicos”: as pessoas mantêm padrões de comportamento, superstições, mesmo quando sabem que não são necessários. Porque eles custam pouco esforço físico e poupam esforço mental;
- f) modelos mentais são parcimoniosos: freqüentemente as pessoas optam por operações físicas adicionais em vez de um planejamento mental que evitaria tais operações; as pessoas preferem gastar mais energia física em troca de menor complexidade mental. Especialmente quando ações extras permitem uma simplificação na aplicação de uma variedade de dispositivos, minimizando, então, as chances de ocorrerem confusões.

Baseado nessas observações, ele chama a atenção para a necessidade de utilização de métodos de pesquisa que busquem modelos mentais confusos, incompletos, instáveis e funcionais,

em vez de modelos mentais claros e elegantes.

Larkin (1983) também faz algumas observações sobre as representações de alunos. Ela distingue entre representações físicas e “ingênuas”. As representações ingênuas abrangem simulações temporais de eventos envolvendo objetos reais. Já as físicas abrangem representações correspondentes imagináveis para fenômenos físicos abstratos, por exemplo, níveis de energia, estados de energia de um átomo. Em ambos os casos, as regras de inferência são qualitativas, não ligadas diretamente a equações e não incluem o tempo explicitamente. Esta natureza da independência temporal é vinculada ao fato de os princípios físicos serem relações de vínculos que podem ser usados para fazer inferências independentes do fluxo temporal. Além disso, as propriedades são localizadas para as representações físicas. Em outras palavras, o conjunto de comportamentos de uma entidade deve ser especificado independentemente do contexto no qual exemplos desse componente devam aparecer. Esta universalidade não é notada pela representação ingênuas, que no caso de qualquer mudança vê uma situação diferente. Estas características estão resumidas na tabela 4.

Representações ingênuas	Representações físicas
Entidades familiares	Entidades físicas
Inferências de simulações (seqüências temporais)	Inferências de vínculos
Distância dos princípios físicos	Baseia-se em princípios físicos
Árvores estruturais, fontes simples de inferências	Estruturas gráficas, fontes redundantes de inferências
Propriedades difusas de entidades	Propriedades localizadas de entidades

Tabela 4 – Comparação entre representações ingênuas e físicas (Larkin, 1983).

Nesse artigo ela ainda faz um estudo com problemas de Física fáceis e difíceis. Em problemas fáceis, os *experts* usam os princípios numa ordem ditada por esquemas que completam os problemas. Contrariamente, os novíços seguem uma ordem baseada nas fórmulas matemáticas ou são incapazes de resolver os problemas. Em casos mais difíceis, *experts* usam um esquema qualitativo que pode completar o problema sem contradições, antes de qualquer trabalho quantitativo. Uma vez montado o problema, então eles procedem o trabalho quantitativo. Seu trabalho sugere melhoras nos sujeitos, treinando-os para trabalhar com as representações físicas.

Gilbert e Boutler (1997) discutem o papel dos modelos na aprendizagem. Sua visão de aprendizagem está relacionada com a “cognição situada”¹³ em interações sociais. Esta aprendizagem é formada de teorias que, por sua vez, possuem modelos, representações de idéias, objetos, eventos, processos ou sistemas. Portanto, esses modelos são partes de uma teoria. São intermediários entre a compreensão teórica e a prática experimental.

Dependendo do seu papel na pesquisa de aprendizagem, o modelo pode ter uma denominação diferente. O objetivo é a compreensão do *sistema-alvo*, o objeto da representação ou aquilo que se estuda; o *modelo mental* é uma representação pessoal e privada do sistema-alvo; já o modelo expresso é uma versão expressa do modelo mental através da ação, da fala ou da escrita; o *modelo consensual* é um modelo expresso submetido a um grupo social – a comunidade científica, por exemplo – e sobre o qual se tem um consenso; por último, o *modelo pedagógico*, construído e usado para ajudar na compreensão de um modelo consensual.

As características de um modelo consensual e pedagógico são um pouco diferentes. Para um modelo consensual ser ótimo, deve ter os seguintes atributos: completo, coerente, concreto, conceitual, correto e cuidadoso (claro). Um modelo pedagógico deve possuir as mesmas características do tipo consensual, mas oferecer um caráter introdutório, baseado em fontes familiares.

Nesse artigo, a modelização assume uma abordagem de negociação. De tal forma que se possa evoluir, por um *continuum*, da postura de simples confirmação de modelos consensuais até a produção e articulação de modelos mentais acerca de fenômenos, predições, planejamentos e realizações investigativas, com a revisão dos modelos à luz dessas mesmas investigações. Deste modo, estaria saindo de um “trabalho fechado” para uma metodologia que se aproxima mais do que seja ciência hoje.

De forma a tentar compreender os diferentes sentidos adotados pelos pesquisadores

13 Situação aqui, assume a definição ampla de contexto: “o ambiente externo específico que, pela atividade mental de um indivíduo que frequentemente age em grupo, é transformado em contexto em dado momento” (Gilbert e Boutler 1997).

com relação a modelos, Krapas et al. (1997 e 1999) fizeram uma revisão bibliográfica e desenharam cinco categorias. *Modelo mental* é tomado como um modelo pessoal, construído pelo indivíduo e que pode se expressar através da ação, fala, escrita e do desenho. *Modelo consensual* é um modelo formalizado rigorosamente, compartilhado por grupos sociais com o propósito de compreender/explicar idéias, objetos, eventos, processos ou sistemas. *Meta-modelo* é um modelo formalizado, compartilhado por grupos sociais e construído com o propósito de compreender/explicar o processo de construção e funcionamento dos modelos consensuais ou dos modelos mentais. *Modelo pedagógico* é o modelo construído com o objetivo de promover a educação. Finalmente, a *modelagem* enfatiza a promoção da competência em construir modelos com o propósito central do ensino de ciências.

Seu estudo finaliza afirmando que essas categorias não pretenderam esgotar os diversos sentidos de modelos na literatura. Mesmo porque muitas pesquisas não especificaram claramente o referencial teórico adotado. O que se nota é um aumento da produção de artigos tratando sobre o tema dos modelos mentais, o que pode ter transformado os anos 90 na década dos modelos mentais, assim como ocorreu com os anos 80, com a mudança conceitual, e com os 70 com as concepções alternativas. Estes dados mostram um certo anseio pela busca de novos referenciais, porém sem uma preocupação formalizada com a elaboração de teorias sobre o que sejam os modelos, visto que a única teoria dos modelos mentais até agora proposta é a de Johnson-Laird.

MODELOS MENTAIS NO ENSINO DE FÍSICA

Qual o papel dos modelos mentais no ensino de Física? Esta é a pergunta que tentaremos responder nesta parte da dissertação.¹⁴ Para Johnson-Laird (1990), as fontes de erros nos sistemas cognitivos têm diversas origens. Elas podem estar associadas a representações ingênuas (forças ligadas ao movimento), na falha em deduzir os diversos estados finais ou em considerar as diversas possibilidades. Logo, precisamos de um modelo mental que englobe articuladamente os modelos físicos (representações físicas, não ingênuas, considerando as diversas possibilidades e estados finais) e matemáticos (considerando os diversos estados e possibilidades) de uma teoria

¹⁴ Grande parte dessa seção está baseada em Greca e Moreira (1997 e 2000).

Física, tendo, assim, uma compreensão completa da mesma.

Uma teoria física é formada de signos lingüísticos e matemáticos. Os signos lingüísticos possibilitam a descrição de um fenômeno e, portanto, só têm significados em seu contexto. Por exemplo, é impossível falar em ressonância sem uma análise freqüencial. A matemática determina um formalismo à teoria, de forma a facilitar seu desenvolvimento. Assim, uma teoria física poderia ser vista como uma forma de descrever as coisas, podendo ser estendida a um desenvolvimento matemático, responsável por um aumento no poder preditivo e explicativo sobre os fenômenos físicos. Da teoria física podemos obter modelos físicos.

Um modelo físico é a conjunção dos vínculos, restrições e simplificações. Essa conjunção forma um esquema facilitador para a compreensão asserções teóricas. O modelo matemático é um conjunto de regras articuladas em um formato lógico-dedutivo que possibilita desenvolver as equações para descrição dos fenômenos. Ou seja, os modelos nesta perspectiva atuam num nível intermediário entre a teoria e fenômeno. Assim, nos bastaria montar um modelo mental (de trabalho) que articulasse bem os modelos físicos e matemáticos conhecidos e teríamos uma compreensão mais completa das teorias físicas. Como, então, gerar tais modelos?

A primeira fonte é a observação (percepção), entretanto nossos alunos já passaram por esta fase, possuindo muitos modelos ingênuos da nossa realidade (Larkin, 1983). Podemos, também, formar modelos a partir do discurso (explicações) de outras pessoas, da nossa própria habilidade em construir modelos de um conjunto básico de componentes ou de modelos análogos (Johnson-Laird, 1990). Após a criação dos modelos mentais primários, podemos evoluí-los através da revisão dos mesmos. A revisão pode ser realizada pela quebra da sua coerência interna e funcionalidade (Johnson-Laird, 1990). De Kleer e Brown (1983) ainda nos falam de revisão a partir da quebra da correspondência e robustez, ambas já discutidas em “modelos mentais segundo outros autores”.

Apesar de a evolução dos modelos mentais ser contínua, é interessante uma classificação para estudos mais profundos. Uma tentativa de descrever a evolução dos modelos é dada na tabela 5.

Modelos	Descrição
1 ^{os} modelos	Modelos ingênuos
2 ^{os} modelos	Modelos com regras descorrelacionadas
3 ^{os} modelos	Algoritmos eficientes de resoluções – altamente proposicionais
4 ^{os} modelos	Modelos formulados através de contextos específicos (colisão – resolução somente por conservação do momento, força proporcional à aceleração, proporcional à velocidade)
5 ^{os} modelos	Modelos físicos completos

Tabela 5 – Esquema possível da evolução dos modelos mentais em Física.

Os modelos ingênuos são os primeiros modelos formados pelos alunos, refletem pensamentos ingênuos sobre os sistemas físicos (Larkin, 1983). Os modelos seguintes correspondem à total desvinculação entre as situações físicas apresentadas – “cada problema é um problema”, mesmo alterando somente os dados. Os terceiros modelos resolvem bem os problemas mais comuns. Caracterizam-se principalmente pelo uso excessivo de fórmulas e regras. Na seqüência, os modelos de contextos específicos referem-se às situações dos problemas. Têm como aspectos comuns o uso excessivo do mesmo raciocínio em problemas semelhantes. Em problemas de colisão, por exemplo, sempre o resolvem através da conservação do momento. Os últimos correspondem à compreensão completa dos modelos físicos.

Borges (1999) fornece uma outra tentativa de classificação bem semelhante, baseada em uma análise desenvolvida por Piaget e Garcia sobre a “passagem de um nível de conhecimento para outro mais sofisticado na história da ciência e do indivíduo”. A origem da análise é a psicogênese histórica. Para essa evolução são necessários dois principais mecanismos: (a) a integração do conhecimento anterior ao novo e (b) a transformação da compreensão baseada nos objetos envolvidos para as relações entre esses objetos e possíveis transformações, para, finalmente, a construção de estruturas de compreensão trans-relacionada. A conclusão de suas pesquisas mostra que quando o aluno adiciona novas propriedades, entidades, estados possíveis e considerações da

estrutura de funcionamento do sistema, ele revisa o modelo procurando adequá-lo aos novos elementos.

Portanto, o papel dos modelos mentais no ensino de Física é bem definido. Inicia fornecendo subsídios para a compreensão das previsões e explicações (provenientes dos modelos mentais individuais dos alunos) feitas pelos alunos, perpassando pela evolução, sobre a qual teremos melhores condições de entender como os alunos evoluem seus modelos, para, enfim, inferir melhores estratégias para a revisão dos modelos. Com a revisão dos modelos teremos introduzido novas entidades, propriedades e estruturas mais completos e articuladas. Logo, veremos explicações e previsões mais completas e coerentes com o pensamento físico aceito.

A FÍSICA QUALITATIVA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Na tentativa de descrever computacionalmente como funciona a “intuição física” dos *experts*, os cientistas da inteligência artificial desenvolveram a física qualitativa. A física qualitativa tem o objetivo de descrever o comportamento do mundo físico em detalhes, de forma a fazer com que os sistemas inteligentes possam raciocinar efetivamente sobre este mundo, da mesma forma que as pessoas o fazem, isto é, usando a física do senso comum para prever e explicar o comportamento dos sistemas em termos qualitativos. Esta “intuição” parece utilizar o cálculo causal qualitativo, decidindo, a partir dele, os diversos tipos de situações e explicações possíveis; este cálculo aproxima-se do ensinado na Física.

Para descrever mais precisamente este tipo de pensamento, os pesquisadores tentam uma formalização do senso comum. Por trás desse objetivo, reside o pressuposto de que as pessoas raciocinam muito bem nas situações quotidianas, utilizando o seu conhecimento (modelos) do senso comum. Contudo, em situações mais abstratas e/ou mais complexas, às vezes apresentadas em sala de aula, esta representação do mundo falha.

A física qualitativa usa a idéia do raciocínio local, em que a representação dos objetos (e agentes) do mundo é feita através de histórias (*histories*). Uma história é uma descrição dos limites espaciais do objeto existente no tempo (três dimensões espaciais e uma temporal), e um mecanismo que “pensa” sobre os comportamentos dos objetos envolvidos. Assim, um objeto ou quantidade é descrito por uma estrutura representacional, envolvendo seus atributos e as relações causais ou qualitativas existentes entre eles.

Um tanque de água, por exemplo, pode ser descrito pela sua capacidade. A capacidade pode ser uma variável qualitativa envolvida na representação de algum problema físico. Essa variável possui propriedades diferentes da Física tradicional.

Uma variável qualitativa, por exemplo, possui quatro componentes. O *signal* e a *magnitude* determinam a direção e o tamanho da mudança da quantidade durante o tempo. Magnitudes são valores qualitativos (*landmarks*) do tipo cheio, meio-cheio e vazio, representantes de um estado da variável. O conjunto destas quantidades define o espaço de quantidades de uma variável. O *signal* e a *magnitude da primeira derivada* especificam a direção e o tamanho da mudança no tempo.

O tempo é a variável principal, embora assumido como contínuo, é representado com valores discretos (intervalos ou instantes). Os intervalos são limitados pelas mudanças, conseqüentemente, enquanto uma mudança não ocorre, o intervalo continua o mesmo. A simulação pode ser feita como uma série de episódios ou eventos. Episódios são situações com um tempo estendido (intervalos). Eventos são situações instantâneas.

Por exemplo: suponha um tanque com uma torneira acionada. Em um primeiro momento (instante), o tanque pode estar vazio, em seguida, com a torneira aberta, passa a assumir o valor meio-cheio (episódio) e, na seqüência, cheio (evento). Entre o momento em que o tanque começou a receber água e o momento em que ele encheu, o tempo permaneceu o mesmo, ainda que sendo considerado um intervalo.

Para fazer uma descrição da situação física sobre a qual o computador irá inferir, podemos usar, no mínimo, três formas de representação do conhecimento: a ontologia dos processos – teoria do processo qualitativo, a ontologia dos componentes e a perspectiva baseada nos vínculos.

A perspectiva baseada nos vínculos (Kuipers, 1986, 1990 e 1994) *descreve a situação física diretamente em termos de um conjunto de variáveis e vínculos*, relacionando as variáveis. Na próxima seção, descreveremos com mais detalhes esta concepção da Física Qualitativa, pois a utilizamos em nosso trabalho.

A perspectiva baseada nos processos (teoria do processo qualitativo – Forbus, 1984 e 1990) centra sua atenção nos processos. Nela, as relações qualitativas podem ser do tipo influência direta ou indireta. As influências diretas representam uma situação em que um elemento do mundo, diretamente aplicado a outro, causa uma mudança. Elas podem ser diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

A teoria do processo qualitativo usa a descrição do modelo de fragmentos, sendo que este é uma forma de representar o sistema, e constitui-se de quatro partes:

- os *elementos-componentes* representando os objetos e as relações entre eles que descrevem o sistema físico de interesse;
- as *condições de operação* que são um conjunto de condições a serem satisfeitas para o modelo de fragmentos funcionar;
- as *asserções* descrevendo as afirmações de conhecimentos utilizadas no modelo;
- e, finalmente, as *relações* que especificam as relações matemáticas (influências indiretas e diretas) entre as quantidades baseadas no conjunto de elementos e as asserções, se as condições de operação do modelo forem verdadeiras.

A simulação pode determinar todos os estados possíveis dos sistemas e todos os eventos possíveis

que levam de um episódio a outro. Esta completa descrição dos estados chama-se *envisioning*.

A perspectiva baseada nos componentes (De Kleer e Brown, 1984 e 1990) é um processo reducionista. *O comportamento de uma estrutura física é gerado pelo comportamento de seus constituintes físicos sobre os materiais*, tais como água, ar, elétrons etc. Procura-se uma construção de definições de componentes úteis e reutilizáveis. Os componentes são constituintes que podem mudar as formas e características dos materiais, enquanto os condutos são simples constituintes que transportam materiais de um componente ao outro e não podem mudar a forma ou o aspecto do material durante o transporte, e possuem como exemplos os canos, cabos e fios. A estrutura física de um dispositivo pode ser descrita por uma topologia, na qual se representam somente os componentes e as ligações.

Simulações computacionais são obtidas através das *confluences* – equações ou expressões qualitativas que produzem valores qualitativos através de operadores qualitativos. O conjunto dos valores qualitativos é formado pelo conjunto de sinais estendidos $S = \{+, 0, -, ?\}$, onde: “+” representa o conjunto dos números reais positivos, “-” o conjunto dos números reais negativos, e “?” a indeterminação dos operadores.

A importância desta última perspectiva reside, em grande parte, na utilização do princípio *no function in structure: o conjunto de comportamentos de um componente deve ser especificado independentemente do contexto no qual o componente poderá vir a aparecer*. Poderíamos definir um interruptor da seguinte forma: se está ligado (circuito fechado), temos corrente elétrica passando e, quando aberto, não temos corrente. Esta definição vale perfeitamente para um sistema de uma lâmpada e um interruptor em série, contudo, viola o princípio, pois em casos em que teríamos interruptores em série, não simularia corretamente o comportamento do circuito. Uma melhor definição seria dada se, quando fechado, a ddp fosse zero e, quando aberto, a corrente fosse zero.

Cada perspectiva tem suas vantagens e desvantagens. A perspectiva baseada nos vínculos, por exemplo, permite eliminar a modelagem dos constituintes, mas ao custo de ignorar o princípio *no function in structure*. A perspectiva baseada no processo é extremamente generalizada, incluindo a capacidade de criar, destruir e rearranjar objetos. Esta capacidade introduz uma grande

quantidade de influências particulares para sistemas com grandes números de interconexões. A abordagem baseada em componentes é mais eficiente, obedece mais facilmente o princípio e é idealmente aceita para sistemas com uma topologia fixa.

A simulação da Física Qualitativa possui alguns inconvenientes. Entre eles estão a formação de um número elevado de estados espúrios e de comportamentos indesejados, tornando, em muitos casos, extremamente difícil construir um modelo de trabalho que forneça somente o resultado esperado. Muitos pontos podem ser eliminados através de algumas técnicas específicas (Clancy et al., 1997).

Existem outras tentativas de modelar o pensamento do senso comum. Uma abordagem completamente diferente são as regras de produção (VanLehn et al., 1992 e 1997). Regras de produção são premissas do tipo “se, então” e oferecem alguns bons resultados, mas fornecem apenas uma interpretação fragmentada do pensamento, enquanto a nossa opção nos leva ao desenvolvimento de uma compreensão estrutural mais sofisticada do pensamento, ou seja, modelos mentais qualitativos. Outra vantagem é a representação incompleta. Em uma simulação do tipo “se, então”, necessitamos especificar todas as informações de um sistema, enquanto em uma simulação, semelhante a nossa, não precisamos fornecer todas as informações, pois muitas delas são inferidas por processos dedutivos da simulação ou da construção do modelo.

O RACÍOCINO QUALITATIVO E O QSIM

Especificamente para Kuipers (1994),

"uma descrição qualitativa é tal que captura as diferenças qualitativas que se fazem importantes e ignora outras" (p.1).

Através desta descrição é que geramos um modelo, ou seja,

"uma (pequena) descrição finita de uma realidade infinitamente complexa, construída com o propósito de responder questões particulares" (p.2).

Assim, o processo de pesquisa na área do raciocínio se resumiria em duas principais questões:

- Dentre todos os modelos possíveis, como selecionar o modelo apropriado ou a combinação destes modelos para responder a estas "questões particulares";
- Dado o modelo, como simular, ou de outro modo, como analisá-lo de maneira a tornar explícito inferências implícitas nessa descrição do mundo (isto é, prever comportamentos).

Logo, assume-se que os modelos podem ser formados a partir do conhecimento do que as pessoas rejeitam (negligenciam) e o que incluem neles. Para Kuipers a evolução (predição) poderia ser realizada via um conjunto de operações básicas, aqui entendidas como o modelo de equação diferencial qualitativa (QDE - Qualitative Differential Equation). Este modelo é uma abstração qualitativa das equações diferenciais ordinárias, pelos quais representam melhor os modelos mentais formulados pelos "experts" que o sistema tradicional de equações.

Para investigar o raciocínio qualitativo nesta perspectiva, QSIM é a abreviatura de "Qualitative Simulator", algoritmo de implementação do QDE. Sua função é fornecer um conjunto de soluções consistentes com o QDE, fundadas nas seguintes premissas:

- O mundo é infinito, contínuo e em constante mudança temporal;
- O conhecimento humano e as habilidades inferenciais são finitas, aparentemente simbólicas e incompletas. Em razão dessas limitações, o raciocínio humano é bem próximo ao mundo físico, mas não consegue representá-lo completamente. Assim, considera-se que os modelos mentais construídos podem ser representados por conjuntos de variáveis e funções reais, relações algébricas e diferenciais, mas com as variáveis descritas em termos de relações ordinárias de elementos qualitativos e seus valores simbólicos do tipo *landmark*;

- Modelos particulares de funcionamento de sistemas e mecanismos são importantes no processo de interpretação do mundo físico, pois é a partir destes modelos particulares que são realizadas simulações de comportamento preditivo, gerando as causas, consequências e hipóteses dos problemas.

A simulação começa pela descrição qualitativa do estado inicial, através da descrição de variáveis qualitativas e relações algébricas e diferenciais. Por meio desta descrição podem ser determinados os possíveis sucessores diretos. A interação das equações formam uma sucessão de valores que são representados por gráficos temporais.

Uma série de estudos para os quais esta estrutura de trabalho pode ser utilizada com sucesso para simular o raciocínio dos *experts* pode ser encontrado em Kuipers, 1994.

O ALGORITMO DE SIMULAÇÃO QSIM

Para iniciar o algoritmo de simulação QSim, precisamos de uma descrição da estrutura do sistema conhecido. A estrutura do sistema é descrita por um conjunto de símbolos representando os parâmetros físicos do sistema (funções temporais, continuamente diferenciáveis no tempo, e reais) e um conjunto de equações-vínculos descrevendo como esses parâmetros se relacionam. Os vínculos são relações entre dois ou três parâmetros físicos e alguns podem especificar relações matemáticas, outros, uma relação funcional. Os vínculos podem ser considerados equações qualitativas para o sistema, e utilizam as seguintes relações:

- $M^+(f, g)$ – onde, g é uma função crescente monotônica e inespecífica de f .
- $M^-(f, g)$ – onde, g é uma função decrescente monotônica e inespecífica de f .
- $ADD(h, g, f)$ – onde, h é uma relação aditiva do tipo $g + f$.

- MULT (h, g, f) – onde, h é uma relação multiplicativa do tipo $g \times f$.
- MINUS (g, f) – onde, g é uma relação de negação do tipo $g = -f$.
- DERIV(g, f) – onde, g é uma relação de derivada¹⁵ temporal do tipo $dg/dt = -f$.

Cada parâmetro físico tem seus valores especificados, em termos qualitativos, por um conjunto totalmente ordenado de valores qualitativos. Os valores podem ser numéricos (exemplo, zero) ou simbólicos. Eles especificam um ponto relevante de uma variável. Por exemplo, se quisermos definir a variável capacidade de um copo, podemos definir seus valores, cheio, meio-cheio e vazio.

O estado inicial é fornecido através da especificação de valores qualitativos e direção de mudança para cada variável. Os estados qualitativos consistem de uma especificação de valores para cada parâmetro e sua direção de mudança. Cada função tem, associado, ao menos um conjunto básico de valores $\{-\infty, 0, \infty\}$. O tempo, similarmente, é representado por um conjunto simbólico ordenado de pontos temporais distintos e todos estes são resultados do processo de simulação qualitativa.

Cada vínculo pode ser acompanhado de um conjunto de valores correspondentes. Os valores *landmark* de p e q são ditos valores correspondentes de f e g se, e somente se, existir algum tempo $t \in [a,b]$, tal que $f(t) = p$ e $g(t) = q$.

Um conjunto de vínculos sobre os parâmetros físicos do sistema é válido (pode ser processado) se estiver dentro da região de operação, definida pela variação legal dos parâmetros – um intervalo fechado, no qual os pontos das extremidades são valores *landmark* desse parâmetro. Esses pontos das extremidades podem estar associados com transições para outras regiões de operações, onde um conjunto diferente de vínculos se aplica.

¹⁵ A derivada neste algoritmo tem o sentido de taxa de variação e não a sua definição convencional. Por exemplo, a noção de aceleração a implica uma variação para a velocidade, não na inclinação da reta tangente ao ponto do gráfico da função da velocidade.

Depois de descrito o sistema, o processamento do QSim pode ser descrito em passos:

Passo 1. Selecionar um estado ativo (o primeiro estado ativo é o inicial).

Passo 2. Cada variável determina o conjunto de sucessores possíveis a partir de um estado qualitativo corrente.

O conjunto de n-uplas é gerado a partir das tabelas 6 e 7, que possuem os únicos valores possíveis ao conjunto de magnitudes e direções de mudanças dadas. A transição do tipo P é definida como a passagem de um conjunto de valores qualitativos no tempo t_i para (t_i, t_{i+1}) , onde $t_i < (t_i, t_{i+1}) < t_{i+1}$. A transição do tipo I é passagem de estados do tempo (t_i, t_{i+1}) para t_{i+1} . As abreviaturas *std*, *inc* e *dec* (*steady*, *increasing* e *decreasing*) representam as direções de mudanças das variáveis estacionárias, crescentes e decrescentes, respectivamente; f é o conjunto de variáveis do sistema; l_i é o conjunto de valores *landmark* das variáveis do sistema em t_i ; l_* é um novo valor criado pelo algoritmo do sistema, tal que $l_i < l_* < l_{i+1}$; e $l_i < (l_i, l_{i+1}) < l_{i+1}$. A validade destas transições de estados está demonstrada em Kuipers (1986).

Transição tipo P	Estado atual $\rightarrow (f, t_i)$	Estado sucessor $\rightarrow (f, t_{i+1})$
P1	$\langle l_i, \text{std} \rangle$	$\langle l_i, \text{std} \rangle$
P2	$\langle l_i, \text{std} \rangle$	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$
P3	$\langle l_i, \text{std} \rangle$	$\langle (l_{i-1}, l_i), \text{dec} \rangle$
P4	$\langle l_i, \text{inc} \rangle$	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$
P5	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$
P6	$\langle l_i, \text{dec} \rangle$	$\langle (l_{i-1}, l_i), \text{dec} \rangle$
P7	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{dec} \rangle$	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{dec} \rangle$

Tabela 6 – Tabela dos possíveis valores sucessores do instante t_i , para t_{i+1} (adaptada de Kuipers, 1990).

Transição tipo I	Estado atual $\rightarrow (f, t_i, t_{i+1})$	Estado sucessor $\rightarrow (f, t_{i+1})$
I1	$\langle l_i, \text{std} \rangle$	$\langle l_i, \text{std} \rangle$
I2	$\langle (l, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$	$\langle l_{i+1}, \text{std} \rangle$
I3	$\langle (l, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$	$\langle l_{i+1}, \text{inc} \rangle$
I4	$\langle (l, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$	$\langle (l, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$

Transição tipo I	Estado atual $\rightarrow (f, t_i, t_{i+1})$	Estado sucessor $\rightarrow (f, t_{i+1})$
I5	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{dec} \rangle$	$\langle l_i, \text{std} \rangle$
I6	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{dec} \rangle$	$\langle l_i, \text{dec} \rangle$
I7	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{dec} \rangle$	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{dec} \rangle$
I8	$\langle (l, l_{i+1}), \text{inc} \rangle$	$\langle l^*, \text{std} \rangle$
I9	$\langle (l_i, l_{i+1}), \text{dec} \rangle$	$\langle l^*, \text{std} \rangle$

Tabela 7 – Tabela dos possíveis valores sucessores do instante (t_i, t_{i+1}) , para t_{i+1} (adaptada de Kuipers, 1990).

Passo 3. Filtrar a consistência com os vínculos: (a) as direções de mudanças de uma n-upla devem ser coerentes com o vínculo; (b) os resultados podem ser comparados com os valores correspondentes dos argumentos dos vínculos.

Passo 4. Usar o filtro de consistência no conjunto de uplas associadas com os vínculos do sistema, aplicando o critério de que os vínculos adjacentes¹⁶ devem permitir a sucessão indicada no parâmetro que eles têm em comum.

Passo 5. Aplicar as regras de filtragem global para o novo estado e posicionar os estados remanescentes como ativos. Se um sucessor permanece igual ao estado atual, o computador apaga este estado sucessor através do filtro *No Change*. O filtro *Cycle* elimina os estados sucessores iguais a algum que já tenha sido produzido, evitando assim a formação de ciclos. Se qualquer variável assume $-\infty$ ou ∞ , o filtro *divergence* não torna ativo o sucessor, pois atingiu o seu limite. Os dois primeiros filtros não eliminam estados, apenas as descrições redundantes. O terceiro determina quando um comportamento chega ao final do domínio.

Resumindo, depois de descrito o sistema, o QSim utiliza um conjunto de regras simbólicas que, aplicado a um estado ativo, gera todos os possíveis estados sucessores e filtra os estados que violam os critérios de consistência. Como neste processo não é possível a formação de

¹⁶ Dois vínculos são adjacentes quando possuem um argumento em comum.

um único estado sucessor, o QSim constrói uma árvore representando os possíveis comportamentos do sistema. Esses passos são repetidos até não existirem mais estados ativos ou o limite de alguma variável for excedido.

A DESCRIÇÃO DOS MODELOS MENTAIS NA MECÂNICA INTRODUTÓRIA

Para a simulação dos modelos, tomamos como base a categorização na pesquisa de Lagreca (1997, 1999), sobre a qual desenvolvemos os modelos evidenciados na literatura (Eckstein e Kozhevnikov, 1997; McCloskey, 1980, 1983; Clement, 1983; Ogborn, 1985; Halloun e Hestenes, 1985).

Neste trabalho, estamos interessados em modelos “puros”, e não em modelos “híbridos” (Greca, 1995), nos quais existe a fusão de dois ou mais modelos. Por exemplo, se um aluno afirma que a força gravitacional cresce à medida que chega ao chão, mas a aceleração permanece constante e igual a $9,81 \text{ m/s}^2$ (Halloun e Hestenes, 1985), isso nos parece incoerente. Neste caso, parece mais sensato dizer que o seu modelo original sofreu uma adaptação *ad hoc*, para incorporar a asserção de constância da aceleração gravitacional, tomando-a como uma grandeza não vinculada à força. Logo, seu modelo tornou-se híbrido. A dificuldade de trabalhar com esses modelos híbridos são as altas taxas de combinações possíveis. Portanto, nos limitamos a modelos “puros”.

Uma questão importante diz respeito à consistência destes modelos. Poderia existir realmente uma consistência nas respostas a situações semelhantes para um mesmo modelo? Twigger et al. (1994) mostram que vários estudantes possuem consistência em suas respostas para algumas situações particulares semelhantes e este número é maior em alunos que não receberam um curso formal de Física (Finegold et al., 1991). Ou seja, não “contaminaram” seus modelos com asserções *ad hoc*, como no caso anterior.

Lagreca encontrou quatro categorias de modelos mentais que podem ser classificadas, resumidamente, da seguinte forma:

Grupo A – Alunos que tinham o conceito de força diretamente relacionado com o movimento: força como agente que causava o movimento.

Neste modelo, os alunos pensam a grandeza força como um estereótipo de empurrar ou puxar, estando ela diretamente relacionada ao movimento. Logo, não compreendem forças à distância, como a magnética. A força está relacionada ao movimento e ao contato, sem o qual não é possível aplicar a força.

Para um corpo entrar em movimento, é necessária a existência de uma força, que pode aumentar a velocidade até um determinado valor, além do qual somente uma força maior poderia elevar seu valor. Este limite é devido a uma resistência, à qual são atribuídas diversas origens, como do ar e do atrito com o chão ou simplesmente uma propriedade intrínseca do objeto (existente até no espaço). É essa resistência responsável pela redução da velocidade na falta de uma força para mantê-la. Existe, nesse grupo, uma grande tendência entre a fusão dos termos velocidade e aceleração. Em suma, existe uma dependência direta entre as forças que atuam no corpo e sua velocidade.

Os modelos encontrados neste grupo referem-se à concepção do “*impetus*”¹⁷, não no sentido aristotélico, como amplamente divulgado na literatura, mas no sentido de Galileu. O modelo de Aristóteles afirma, por exemplo, que uma flecha disparada é mantida em movimento somente pelo ar que a impulsiona. O modelo de Galileu diz que o movimento ocorre pela existência do *impetus* na flecha (é uma propriedade intrínseca), o qual é gasto conforme seu avanço. Ou seja, os objetos em movimento possuem uma força interna, e é essa força que mantém os objetos em movimento. Se em um corpo em movimento não é mantida a força, ele tende ao repouso. Esta perda está relacionada à velocidade, quanto maior a velocidade, maior a perda, o que limita o aumento da velocidade por uma força constante. Esta interpretação dos resultados concorda, em grande parte, com os encontrados em Clement (1983).

O *impetus* pode ser identificado pelos estudantes como uma força, energia ou momento que permanece no corpo enquanto existir o movimento. A importância do *impetus* vai além da sua

¹⁷ A palavra *impetus* faz referência à histórica propriedade do mesmo. Contudo, esta referência não pode ser tomada como a própria teoria, mais completa e articulada que estes modelos. Como Norman (1983), já nos apontou, nem sempre temos um sistema tão completo na cabeça dos nossos alunos. Ou seja, é apenas um ponto de semelhança, no sentido de nos dar algumas sugestões de trabalho, uma aproximação dos modelos mentais que eles têm na cabeça.

sua magnitude. Ele tende a manter a direção do movimento. Então, por exemplo, um movimento curvilíneo deve manter-se curvo, mesmo se o vínculo que o mantinha em movimento circular romper-se (McCloskey, 1980, 1983). É como se o corpo tivesse sido “treinado” para manter o movimento, e o responsável pela manutenção do movimento é o *impetus*. Para alguns alunos, o movimento sem o vínculo continua o mesmo, para outros, há uma redução do *impetus* “re-orientando” o objeto para um movimento retilíneo. Esta afirmação é correta para a inexistência da resistência do ar ou atrito, os quais podem ser os responsáveis pela perda do *impetus* e pelo alinhamento do movimento. Entretanto, nem sempre as causas são intrínsecas, para alguns alunos a perda do *impetus* pode ser por influências externas (resistência do ar ou atrito).

Nessa categoria podem aparecer concepções alternativas referentes ao *impetus*, tais como: a rapidez de um objeto depende da massa (inversamente proporcional); na análise da ação-reação, maior massa implica maior força; a resultante das forças é a direção do movimento, e a ação da gravidade aumenta no objeto com a proximidade do chão; qualquer movimento é acelerado com o aumento da força.

A interação da força gravitacional tem diferentes interpretações nessa categoria. Baseados na interação do *impetus* com a gravidade, podemos adicionar uma subclassificação (que poderia ser interpretada como modelos dentro do primeiro):

- Modelo A.1 – O modelo proto-aristoteliano.¹⁸ As pessoas que possuem esse modelo declaram que o objeto sem um suporte, ou força para cima, tem uma queda imediata para baixo, numa direção retilínea vertical. Todos os objetos necessitam ser suportados por alguma coisa, exceto o chão. A gravidade é vista como uma propriedade dos objetos na Terra (em alguns casos, atribuídas, à existência da atmosfera terrestre). Assim, não precisamos pensar no peso de um objeto suportado, a menos que ele esteja perto do ponto de quebrar. Esta “lei de queda” (Ogborn, 1985) tem a velocidade diretamente proporcional à altura e ao peso do objeto. Quando em queda, o objeto atinge imediatamente a sua velocidade máxima de queda. Neste caso, o *impetus* na direção horizontal é desprezível. Evidências deste modelo podem ser encontradas em vários trabalhos (Eckstein e Kozhevnikov, 1997; McCloskey, 1980,

¹⁸ O modelo proto-aristoteliano é assim denominado porque muitas de suas interpretações são mais ingênuas que o modelo de Aristóteles (Eckstein e Kozhevnikov, 1997).

1983; Clement, 1983; Ogborn, 1985; Halloun e Hestenes, 1985b). São exemplos de respostas desse modelo as figuras 2 e 3.

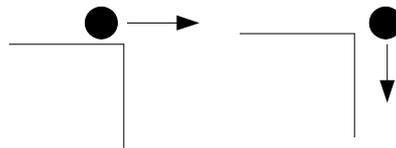


Figura 2 – O problema da bola caindo em um penhasco com um certo momento (as setas indicam a direção do movimento), segundo o modelo mental do *impetus* proto-aristoteliano (adaptado de McCloskey, 1983).

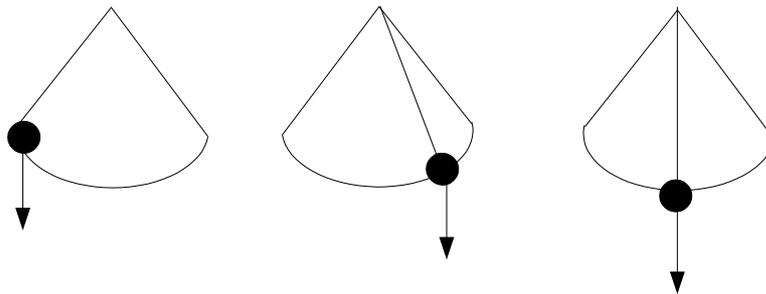


Figura 3 – O problema do corte no pêndulo, segundo o modelo mental do *impetus* proto-aristoteliano. As setas representam a direção do movimento, desenhado pelos alunos, no instante em que o fio é rompido (adaptado de McCloskey, 1983).

- Modelo A.2 – O modelo do *impetus* marchiano.¹⁹ As pessoas que possuem esse modelo declaram que o movimento (*impetus*) precisa ser perdido (até um nível crítico) para a gravidade atuar, mesmo que não seja na vertical. Por exemplo, no problema do penhasco, o corpo precisa perder parte do movimento horizontal para a gravidade atuar. Evidências deste modelo podem ser encontradas em vários trabalhos (McCloskey, 1980, 1983; Clement, 1983; Halloun e Hestenes, 1985b). Respostas

¹⁹ Em relação à teoria do *impetus* de Franciscus de Marchia (Fischbein et al., 1989).

típicas estão apresentadas nas figuras 4 e 5.



Figura 4 – O problema da bola caindo em um penhasco com um certo momento (as setas indicam a direção do movimento), segundo o modelo mental do impetus marchiano. Três formas são fornecidas, a da extrema direita, do meio, e da esquerda (adaptado de McCloskey, 1983).

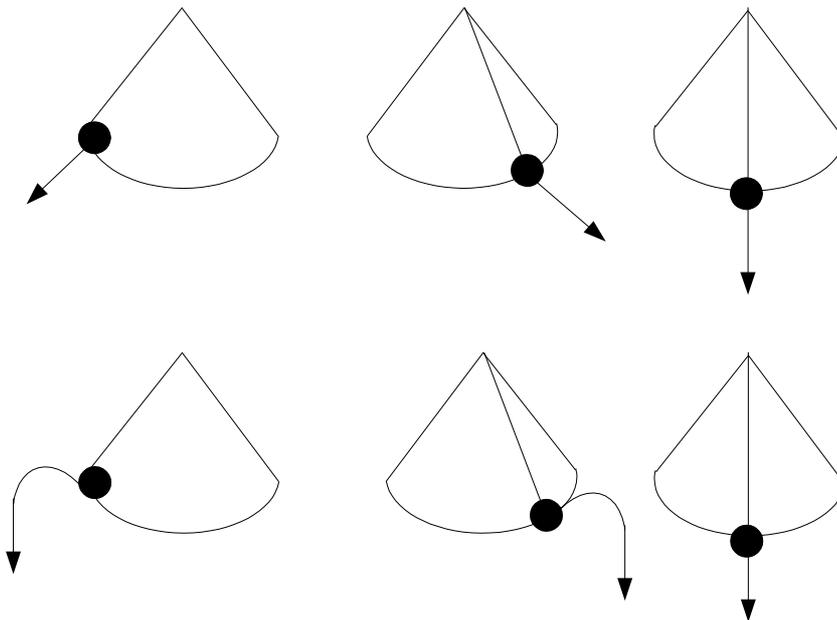


Figura 5 – O problema do corte no pêndulo, segundo o modelo mental do impetus marchiano. As setas representam a direção do movimento, desenhado pelos alunos, no instante em que o fio é rompido (adaptado de McCloskey, 1983).

- Modelo A.3 – O modelo do *impetus* galileano. As pessoas que possuem esse modelo declaram que o movimento não precisa perder nada para a gravidade atuar. São duas ações independentes. Quando o *impetus* atua na vertical existe um desgaste do movimento, até um equilíbrio entre a gravidade e o *impetus* vertical, quando o movimento retorna para baixo. Entre os modelos de *impetus* é o que mais se aproxima do modelo newtoniano, podendo, em muitos casos, serem confundidos. Evidências deste modelo podem ser encontradas na literatura (Eckstein e Kozhevnikov, 1997; McCloskey, 1980, 1983; Clement, 1983; Halloun e Hestenes, 1985b).

Grupo B – Alunos que pareciam ter um modelo mental ligado à tríade velocidade constante \Rightarrow aceleração nula \Rightarrow força nula.

Os alunos com esse tipo de modelo estavam ligados à proposição velocidade constante \Rightarrow aceleração nula \Rightarrow força nula. É um modelo ligado à expressão “velocidade constante”. Em todos os problemas relacionados à velocidade, os alunos tendiam a centrar sua explicação nessa tríade. É um exemplo de modelo formulado em contextos específicos. Por esse modelo ser construído desta forma, não é possível, ainda, sua simulação computacional.

Grupo C – Alunos que pareciam ter um modelo mental de força mais próximo do modelo cientificamente aceito: força como interação, pelo menos quando se tratava de corpos em contato.

Nesse modelo, os alunos, também, pensam a grandeza força como um estereótipo de empurrar ou puxar. Igualmente, não compreendem forças à distância, como a magnética. A força está no contato, sem o qual não é possível exercê-la. A principal diferença entre as pessoas que possuem esse modelo e as que possuem os modelos de *impetus* é a existência da diferença entre o movimento passivo (objeto levado) e o movimento ativo (puxado ou empurrado). Podemos diferenciar os dois modelos por problemas envolvendo as duas situações. Um exemplo é o teste de Eckstein e Kozhevnikov (1997). Esse teste consiste na predição/explicação do problema da figura 6. Um carrinho possui uma bola presa, por um campo magnético (por exemplo), em um poste e, logo abaixo, está posicionado um copo. Se o carrinho for posto em movimento e a bola for solta, o que

pode acontecer? Se o carrinho parar no momento em que a bola for solta?

Respostas típicas dos modelos de *impetus* são: que a bola vai cair atrás do carrinho, se ele parar no instante em que a bola for solta cairá dentro do copo. Respostas típicas do grupo C são: “a bola tem a mesma velocidade do carro, então ela vai cair dentro do copo, ou, se ele parar, na frente do carrinho”; “a bola tem a mesma velocidade do carrinho, quando ela cair, por causa da resistência do ar, ela diminuirá a velocidade e cairá atrás do carrinho no primeiro caso” (idem).

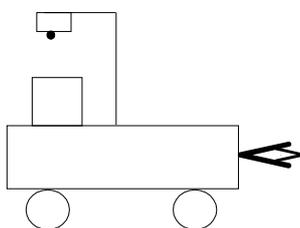


Figura 6 – Bola presa por um eletroímã em um carrinho em movimento. Em um determinado instante, o eletroímã é desligado e a bolinha é solta.

Pergunta-se: a bolinha irá cair dentro do carrinho em movimento?

(adaptada do teste de Erikstein e Koszhevnikov, 1997).

Grupo D – Alunos que pareciam ter um modelo mental que incluía o conceito de energia como alguma coisa que podia ser transferida (corpos em contato) ou transformada. Em geral, as explicações são fornecidas com base no balanço da energia cinética e energia potencial: se o corpo entrou em movimento, foi por causa de uma energia potencial que se converteu em energia cinética; se parou, foi uma conversão de energia cinética em energia potencial. Quando o modelo incluía ações de dissipação de energia, tornava-se confuso e, conseqüentemente, procurava centrar-se em outras explicações. Neste trabalho, não utilizamos esse modelo, pela dificuldade de implementação computacional.

Observe-se que alguns destes modelos não são possíveis de serem simulados computacionalmente, pelo menos atualmente. Porém, nada impede que eles possam ser simulados no futuro. Feita a descrição dos modelos susceptíveis à simulação, passamos a etapa da descrição sobre como desenvolvemos a simulação: nossa metodologia de trabalho. Em seguida, descrevemos

nossas simulações e, analisando seus resultados, encaminhamos a conclusão no capítulo seguinte.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

Neste capítulo, pretendemos fazer uma descrição da metodologia empregada na simulação dos modelos mentais na Mecânica introdutória. Para tanto, descrevemos como os modelos foram desenvolvidos teoricamente até a simulação computacional. Na simulação computacional relatamos detalhes de aproveitamento dos resultados, tais como causas e tratamento dos estados espúrios, bem como comparamos material simulado com o encontrado na literatura.

Primeiramente, fizemos um pequeno estudo das formas de modelamento computacional na inteligência artificial. Estudamos principalmente as ontologias de componentes, de processo e vínculos. Optamos pela ontologia de vínculos (implementada pelo algoritmo QSim) por ser mais próxima aos problemas encontrados em estudos sobre os modelos mentais; isto é, problemas centrados nos conteúdos clássicos de Física. Essa escolha nos levou a um breve estudo da linguagem de programação Common Lisp, sobre a qual foi executado o QSim. Após algumas modificações no programa original, conseguimos interpretá-lo sobre o Allegro Common Lisp for Windows, da Franz Incorporated, Berkeley, CA, USA, do qual o Instituto de Informática possui a licença de uso, em um Pentium II, 32 MB de RAM, 233 Mhz.

Em seguida, fizemos um levantamento bibliográfico de pesquisas sobre modelos mentais e raciocínio do senso comum em Mecânica, mais especificamente Dinâmica, fazendo uma re-leitura dos seus resultados pela ótica dos modelos mentais de Johnson-Laird. Esse levantamento foi uma tentativa de revisão e extensão dos modelos mentais encontrados na pesquisa de Lagreca (1997 e 1999), visando a produção de um material mais apto à simulação computacional.

Partindo dessa releitura procuramos compreender seus núcleos conceituais, a partir dos quais formulamos uma descrição mais formal. Foram implementados basicamente dois modelos. O primeiro tem como ponto de partida a velocidade proporcional à força (grupo

A). Como o programa QSim possui apenas uma definição fechada para uma função proporcional, não foi possível, como no modelo do *impetus*, simular a força de resistência dependente da velocidade. Além disso, não diferenciamos o fator “dissipativo do *impetus*” da força de resistência, considerando os dois como uma só constante “forca_de_resistencia”.²⁰ O *impetus* foi considerado dependente da velocidade e sua modelização foi desenvolvida conforme sua descrição em trabalhos publicados (Ploetzner e VanLehn, 1997; Eckistein et al., 1997; Fischbein et al., 1989; Valadares, 1995; McCloskey, 1980, 1983; Clement, 1983). No segundo modelo, a força é usada na concepção newtoniana, mas com o atrito dependente da velocidade. A idéia de simular o atrito dependente da velocidade provém das entrevistas realizadas por Lagreca (1997), nas quais estavam presentes alunos do grupo C, que não diferenciavam o atrito entre superfícies, e o atrito entre corpos e o ar. Como o QSim usa a manipulação simbólica para os cálculos, não possuindo o conceito do produto de uma constante por uma função, e como não trabalhamos com o conceito de massa, usamos diretamente a definição $d(\text{velocidade})/dt = \text{forca_impressa}$.

Para a implementação dos modelos, selecionamos alguns problemas possíveis de simular no ambiente do QSim e os representamos a partir desses dois modelos, utilizando suas descrições para os detalhes adicionais. No primeiro problema, um bloco é puxado ou empurrado.²¹ Aqui, analisamos situações em que: (a) a força impressa²² no corpo era constante e igual à força de resistência; (b) a força impressa no corpo era constante e maior que a força de resistência; (c) a força impressa era crescente, com o aumento originado em uma variação temporal (tvtf) constante; e, por fim, (d) a força impressa era crescente, com o aumento originado em uma variação temporal (tvtf) crescente. No segundo problema, analisamos o movimento do pára-quedista a partir do momento em que ele é solto. No terceiro e quarto problemas, analisamos as subdivisões do grupo A, através de uma bola empurrada para um precipício e do movimento balístico.

Para representarmos tais problemas iniciamos com a descrição do sistema através de variáveis e relações do mesmo. Considerando que os diferentes modelos podem gerar diferentes representações, as relações e o espaço de quantidades em uma descrição podem ser diferentes em outro modelo. Portanto, a representação do problema é a responsável pelos diferentes resultados. A

²⁰ Em trabalhos da informática é comum manter a notação das variáveis inalterada, em código ASC II, ou seja, sem acento, cedilha ou qualquer outro caracter especial.

²¹ Não existem diferenças qualitativas com referência ao bloco ser puxado ou empurrado – movimento ativo – apenas em relação a ser levado ou carregado – movimento passivo (McCloskey, 1980, 1983).

²² Força impressa significa a força que está sendo imprimida no corpo.

partir dessa descrição e de uma série de regras, o QSim gera os diversos comportamentos possíveis para as variáveis, todos descritos em uma saída gráfica temporal.

Muitos desses comportamentos são espúrios devido às ambigüidades da manipulação simbólica, os quais podem ser desprezados. Em um primeiro momento, parecia que estávamos diante de uma biblioteca com mau funcionamento, mas, após alguns cálculos e simulações, verificamos que eram estados possíveis para o programa e reportamos o problema aos desenvolvedores do QSim, dos quais ainda não obtivemos respostas. Foram tentadas algumas alterações, mas sem sucesso. Em nosso caso, muitos desses comportamentos espúrios poderiam ser eliminados com a introdução de novas regras. Por exemplo,²³ a equação $dx/dt = v$ nos diz que um valor positivo de v gera um crescimento monotônico crescente de x , independente da direção de mudança (crescente, constante ou decrescente) de v . Em nosso caso, o programa estava determinando, também, valores constantes para x , como pode ser observado na figura 7. Outro ponto de ambigüidade foi a variação temporal da força ($tvtf$), a qual não possuía nenhum vínculo de comportamento e tinha a direção de mudança crescente (*inc ou increase*), o que deveria levar a estados crescentes apenas, mas levou a estados crescente, constante e decrescente.

A liberdade do computador para formar novos valores qualitativos, não especificados no programa, gerou outros comportamentos indesejados. Estes comportamentos apesar de reproduzirem os resultados esperados, foram descartados em relação aos comportamentos que não possuíam os novos valores ou que tinham os novos valores na forma simétrica (figura 8b). Isto é, consideramos, em ordem de preferência, os comportamentos sem os novos valores qualitativos, os de valores simétricos, e os assimétricos. Os comportamentos eliminados em nossa apresentação tem a causa indicada no texto.

²³ Existe uma dúvida sobre os alunos possuírem realmente o conceito de derivada temporal; contudo, neste programa, a derivada representa um valor de variação da quantidade, o que qualitativamente é mais aceitável.

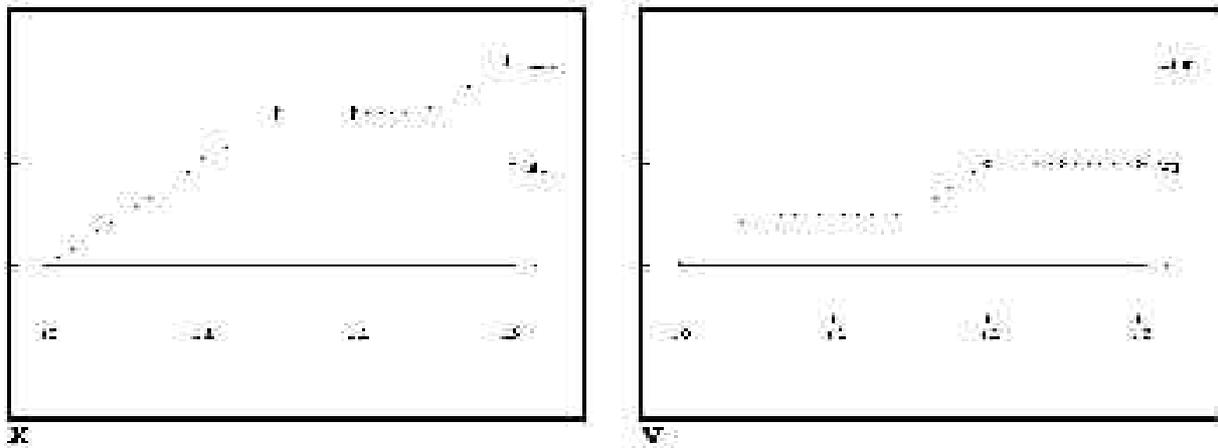


Figura 7 – Um exemplo de comportamento espúrio. A velocidade é positiva e crescente entre os instantes $(T1, T2)$ e $(T2, T3)$, no entanto, está gerando um estado constante em X .

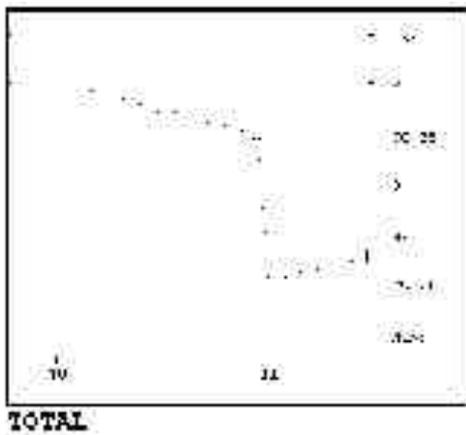


Figura 8a – Outro exemplo de comportamento espúrio. Os pontos TO-25 e TO-26 são valores assimétricos criados pelo programa.

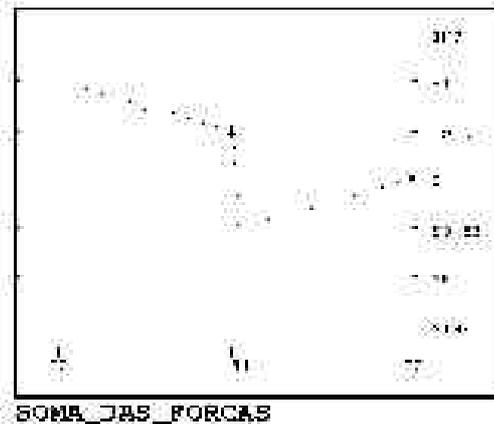


Figura 8b – Outro exemplo de comportamento espúrio. Os pontos SO-51 e SO-53 são valores simétricos criados pelo programa.

Uma questão cabe neste ponto. Se a simulação gerou tantos estados espúrios, poderia ser ela um bom indicador da coerência dos modelos simulados? Se for possível explicar a origem dos comportamentos espúrios, é plausível supor o comportamento esperado e reproduzido como coerente; admitimos, no entanto, não ser possível, ainda, eliminá-los computacionalmente. Partindo desta asserção, desenvolvemos nossas simulações com um olhar crítico, de maneira a encontrar as origens dos estados espúrios mencionados.

Finalmente, tentamos compreender o funcionamento dos modelos e suas saídas gráficas, de forma a compará-las com os resultados encontrados na literatura. É importante notar que, em

muitos casos, tivemos de reformular diversas vezes suas representações para encontrar uma descrição consistente e modelável. Isto é, o trabalho de simulação exigiu uma interação recursiva constante entre o material experimental (analítico) e sua formulação computacional.

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentaremos os resultados das simulações de dois modelos, velocidade dependente da força (o qual denominaremos de modelo do *impetus*), com força de resistência constante, e força no sentido newtoniano (de contato), com força de resistência dependente da velocidade (o qual denominaremos de modelo newtoniano) em várias situações. Em um primeiro estágio, estudaremos o movimento horizontal. Em seguida, o problema do pára-quedista em queda livre, o do penhasco e, finalmente, o problema do movimento balístico. Nos dois últimos casos, analisaremos as subdivisões dos modelos do *impetus*.

O movimento horizontal

Em nossa primeira simulação, temos um bloco sendo empurrado ou puxado por uma força impressa constante maior que a força de resistência. No modelo newtoniano (figura 9)²⁴, podemos notar o crescimento da velocidade com o tempo até o momento em que o valor da força de resistência torna-se igual ao da força impressa (veja o instante T1 na figura 9), isto é, $soma_das_forcas = forca_de_resistencia + forca_impressa = 0$. A partir deste instante (T1 na figura 9), a velocidade passa a ser constante. Neste caso, o computador gerou quatro comportamentos, contudo, os três primeiros são espúrios devido ao problema das derivadas já mencionado. O primeiro e o terceiro possuem velocidade positiva, mas o gráfico da posição x possui uma região de valor constante. O segundo possui uma região de valor constante para velocidade, mas com a força impressa constante positiva e $d(forca_impressa)/dt = velocidade$. Devido a essas afirmações, estes comportamentos foram considerados espúrios.

²⁴ A figura 9 e semelhantes são saídas formatadas pelo programa, sendo, portanto, inviável corrigir detalhes pré-formatados (acentos, cedilhas, tamanhos, etc.).

Figura 9 - Gráficos do movimento horizontal com força impressa constante no modelo newtoniano.

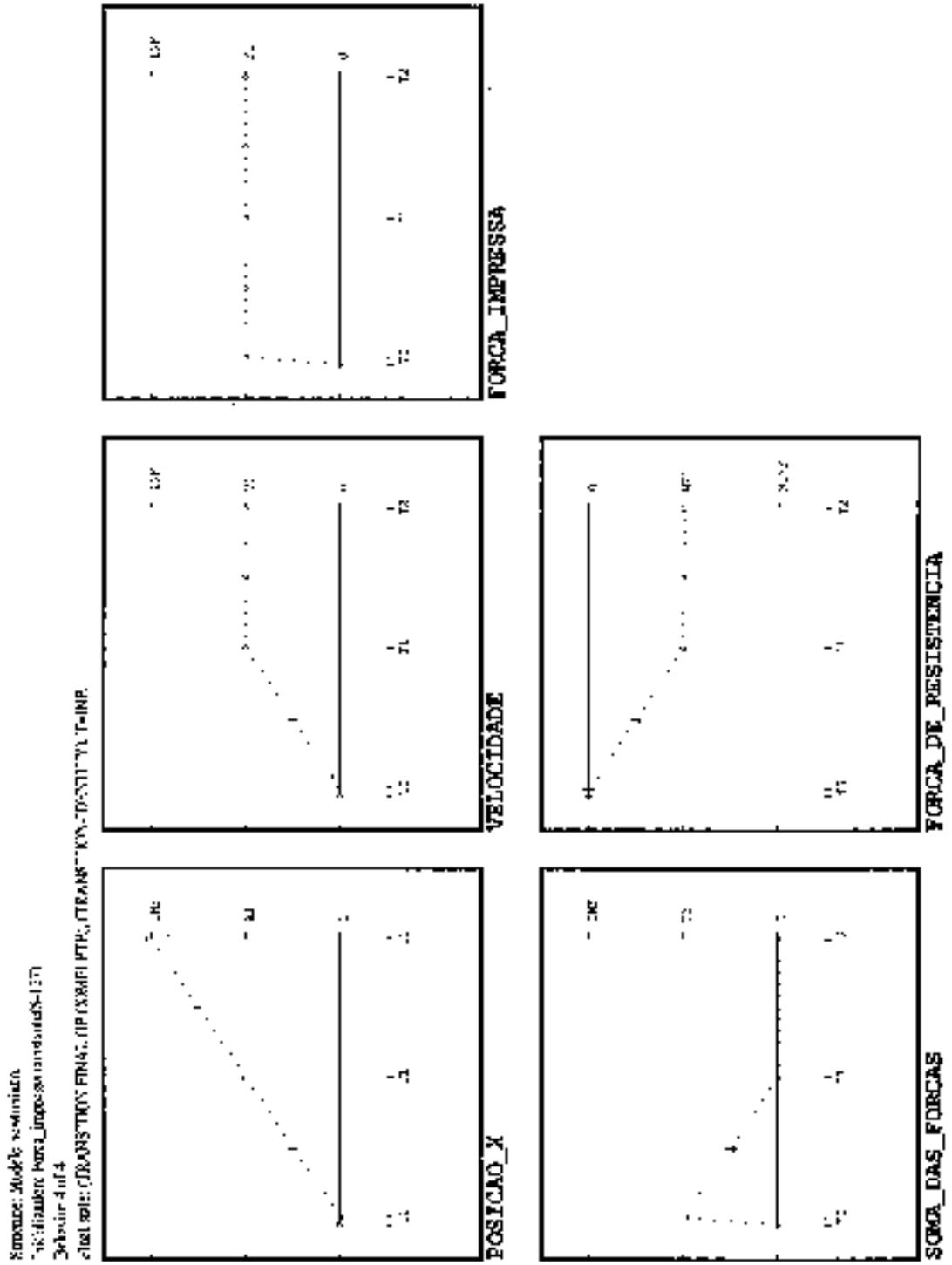
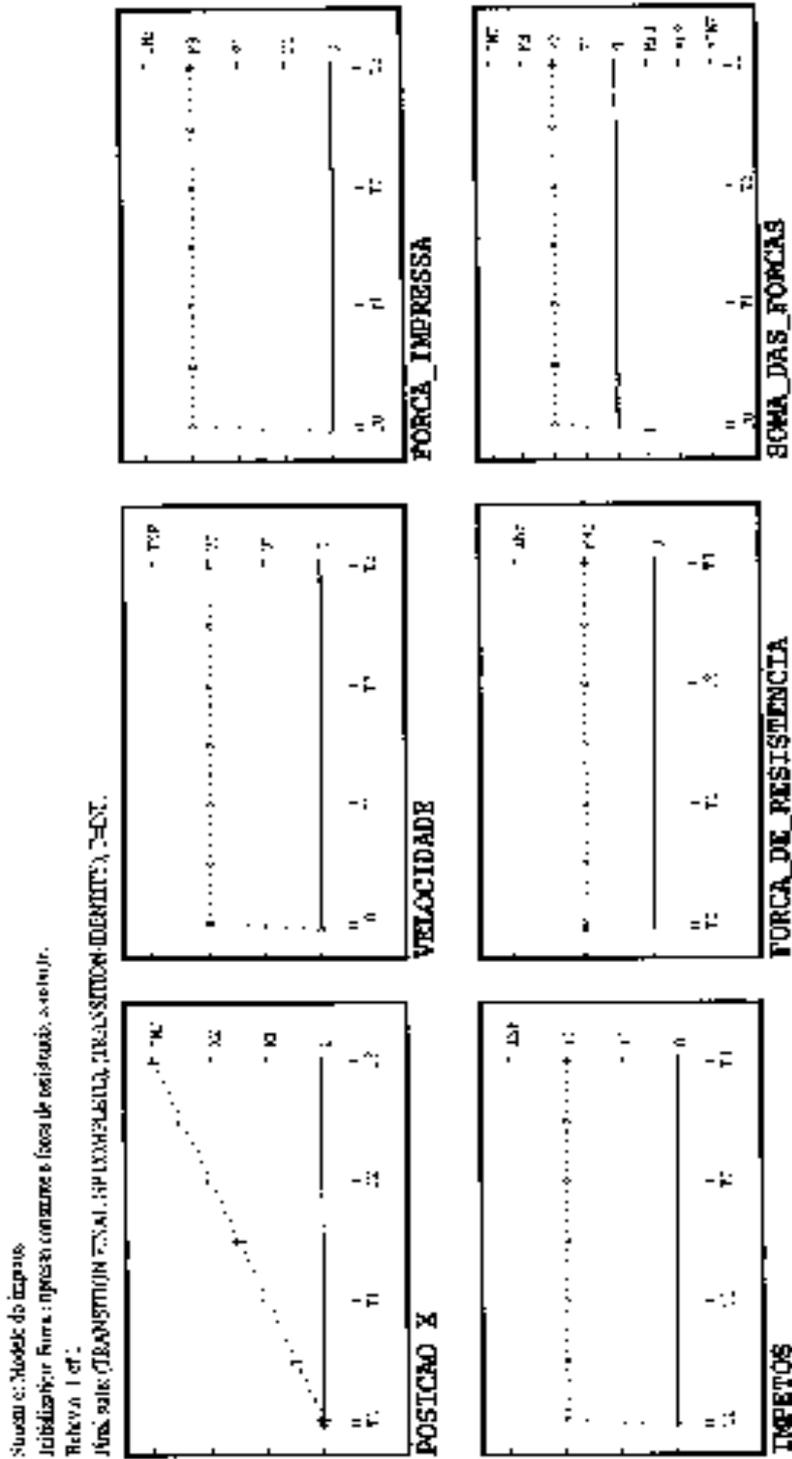


Figura 10 - Gráficos do movimento horizontal com força impressa constante no modelo do imprens.



No segundo modelo (figura 10), a velocidade é proporcional à força, a única maneira encontrada para uma velocidade crescer consistentemente com uma força impressa constante é descrevê-la como instantânea. Assim, um detalhe importante é que a força impressa constante não surge a partir de uma descontinuidade, ela cresce instantaneamente a partir do zero para a velocidade poder existir (veja T0 na figura 10). A mesma consideração não tem implicações no modelo anterior. Deve-se notar que é pela diferença entre a força impressa e a resistência que a velocidade aumenta. Os distintos crescimentos das velocidades são importantes, pois, em vários trabalhos, pesquisadores têm atribuído as concepções de velocidade máxima constante e velocidade proporcional à força impressa apenas aos modelos de *impetus* (por exemplo, McCloskey, 1980, 1983; Valadares, 1995; Clement, 1983; Halloun e Hestenes, 1985).

Em nossa segunda simulação, estudamos como a força de resistência interage no movimento. Iniciamos o modelo newtoniano com uma força impressa constante e, em seguida, a levamos ao zero (figura 11), causando um declínio na velocidade por causa do valor negativo de $soma_das_forcas$ (= $forca_impressa - forca_de_resistencia$). Para o modelo de *impetus*, consideramos a força impressa maior que a força de resistência. Quando a força impressa decresce igualando-se à força de resistência, a velocidade também decresce, até atingir o zero (figura 12).

Para a força impressa crescente, temos um movimento acelerado em ambos os modelos. Primeiro simulamos o modelo newtoniano com uma força impressa crescente numa taxa de variação temporal (tvtf) constante. Para esta situação, temos 23 comportamentos gerados, sendo que os comportamentos 19 e 23 são os esperados (figuras 13a e 13b, respectivamente). No primeiro caso, a $soma_das_forcas$ (= $forca_impressa - forca_de_resistencia$) cresce até o limite (0, total1) onde permanece constante, demonstrando uma situação possível, na qual a força impressa seria igual à $forca_de_resistencia$. No segundo caso, a variável $soma_das_forcas$ cresce sempre, demonstrando outra situação possível, na qual a diferença entre as variáveis é sempre crescente; ou seja, a $forca_impressa$ aumentaria num ritmo sempre maior que a $forca_de_resistencia$. Uma nota interessante é a variável $soma_das_forcas$ ser constante em uma das saídas, resultado encontrado somente nesta simulação. Os dois casos nos levaram a uma velocidade monotônica crescente.

Como era de se esperar, os estados espúrios aumentaram devido à presença de três derivadas temporais, $d(posicao_x)/dt$, $d(velocidade)/dt$ e $d(forca_impressa)/dt$. Os comportamentos

Figura 12 - Gráficos de movimento horizontal com área impressa decaindo em valor da resistência no intervalo de tempo.

Source: Mestrado em Engenharia
 Inauguração: sexta impressa, mas que a resistência
 Redução 1 or 1
 Forças: (COMPLETIF) QUERENTE, NT, 3, 10.

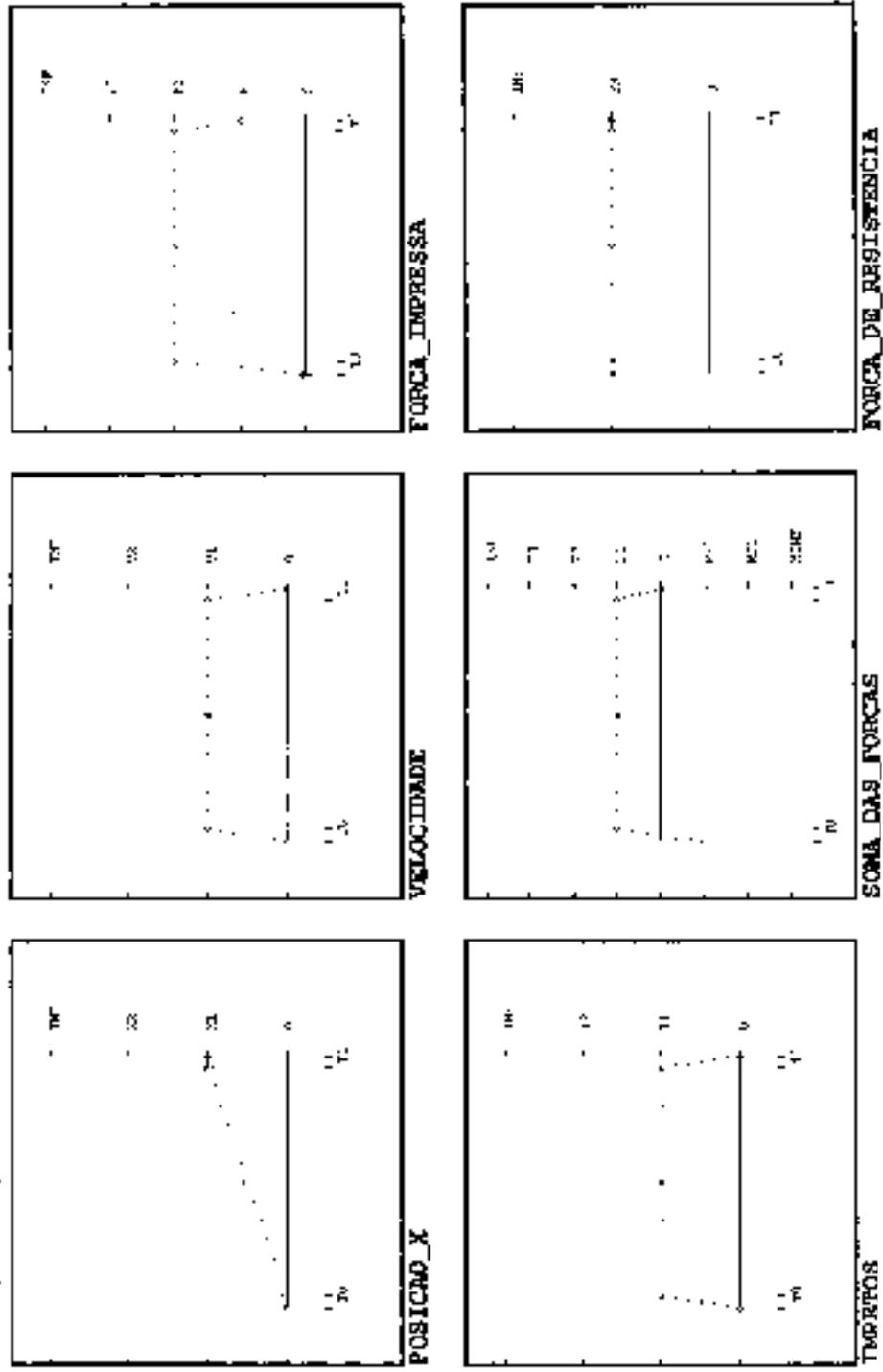


Figura 13a Gráficos do movimento horizontal com TVL constante no modelo newtoniano.

Sistema: Modelo newtoniano.
 Inicialização: TVL constante (5-103).
 Janela: J9.c1.23 - (2-75)S-254.3.314.4-15.0.
 Título: (0-2)XWAPLH.FE.CINIL.LI.DCIBH.

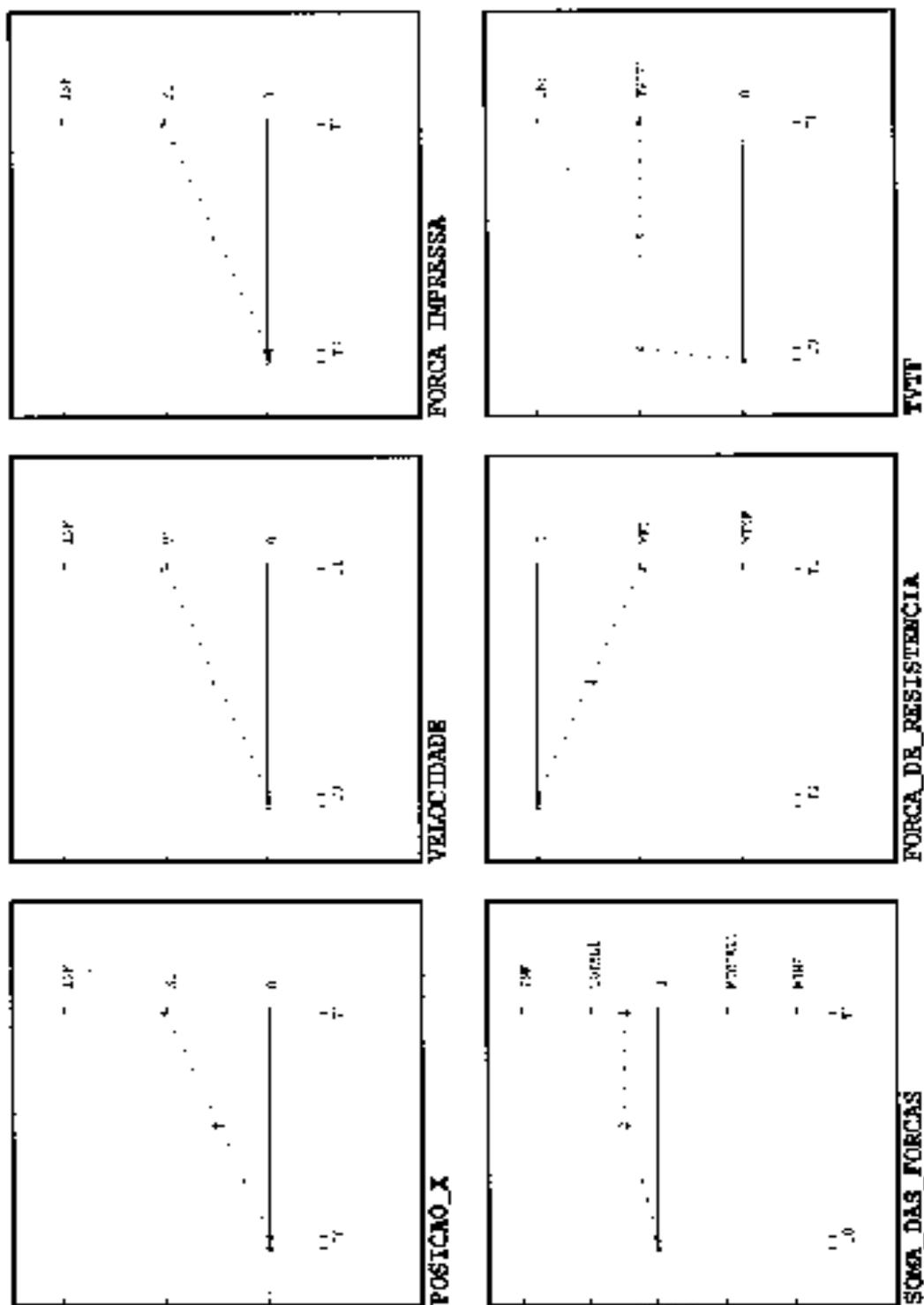
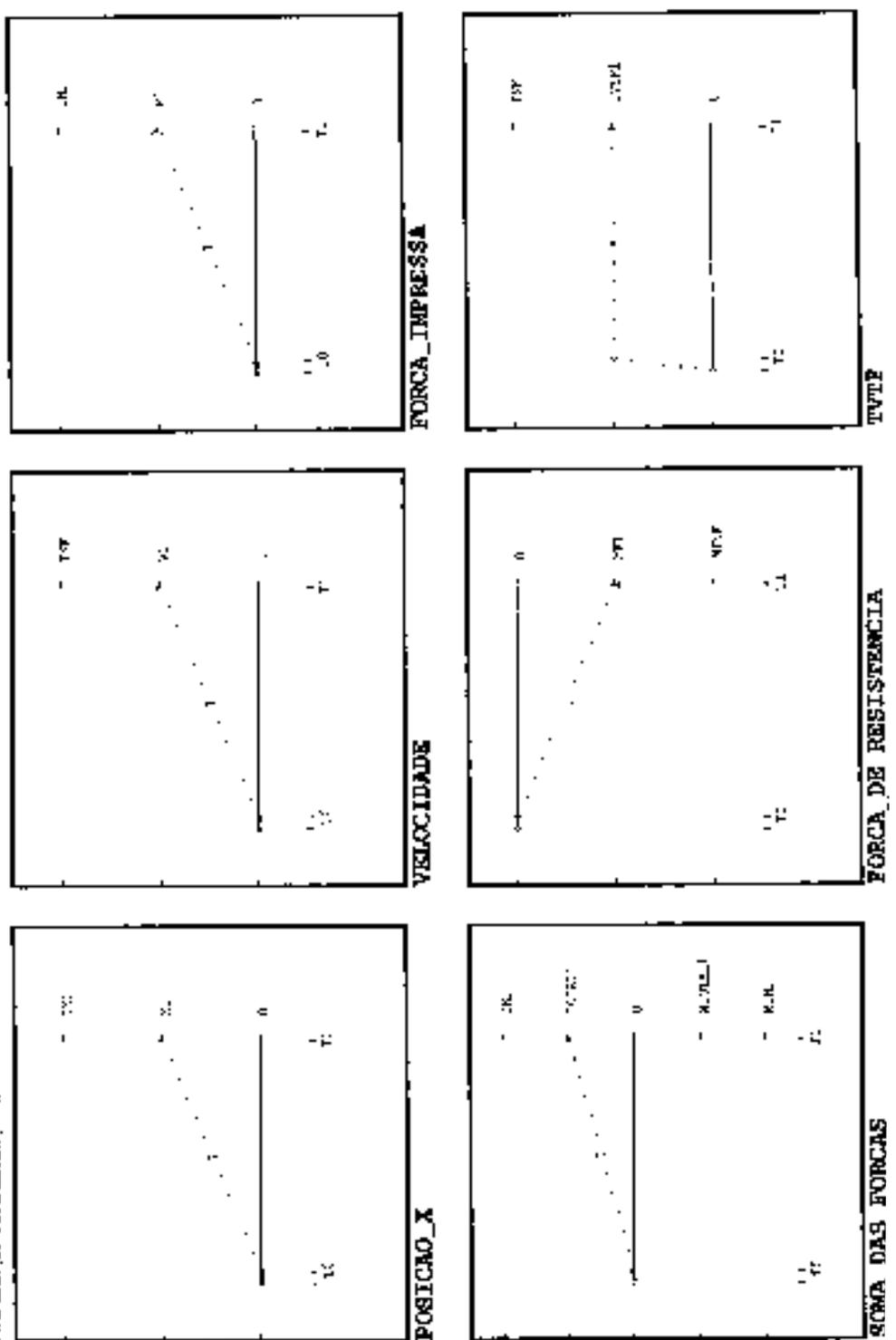


Figura 1.16 - Gráficos do movimento horizontal com taxa constante no modelo newtoniano.

Sistema: Modelo Newtoniano
 Localização: Trabalho 01.11
 Página: 21 of 21
 Print name: (C:\COMPLETE\CVT\X\T01NF.



de 1 a 6, 8 a 11, 14, 16 e 18 tiveram regiões de força impressa constante, apesar de $tvtf$ ser sempre positivo; nos comportamentos de 1 a 5, 7 e 12 a 17, apesar de possuírem a força impressa positiva, a velocidade teve regiões de valores constantes; e nos comportamentos 2, 4, 6, 8, 10, 12, 20 e 22, foram geradas para variável $posicao_x$, regiões de valores constantes, apesar de a velocidade ser sempre positiva; o que nos levou-nos a considerar esses comportamentos como espúrios.

O modelo do *impetus*, com uma força impressa crescente numa taxa de variação temporal constante, nos mostra dois estágios da velocidade (figura 14). Em um primeiro momento, a $forca_impressa$ é menor que a $forca_de_resistencia$, forçando-nos a impor uma velocidade nula e constante. Em um segundo momento, a velocidade adquire um caráter crescente. Esse resultado nos leva à conclusão de que seria necessária uma força impressa continuamente crescente para gerar uma velocidade continuamente crescente. Essa implementação gerou 9 comportamentos. Desses, os comportamentos de 1 a 4 e 7 tiveram regiões constantes para força impressa, mesmo com $tvtf$ constante e positiva, e os comportamentos 2, 4, 5, 6 e 8 tiveram regiões constantes para $posicao_x$, mesmo com a velocidade positiva.

Para o modelo newtoniano crescente numa taxa de variação temporal crescente, obtivemos muitos estados espúrios, como era de se esperar, devido à presença de três derivadas temporais, $d(posicao_x)/dt$, $d(velocidade)/dt$ e $d(forca_impressa)/dt$, e o livre crescimento de $tvtf$. Nos comportamentos de 1 a 4, 9 a 12, 17 a 20, 25 a 28, 33 a 37, e 44 a 49, a variável $posicao_x$ teve regiões de valores constantes apesar da velocidade positiva; de 1 a 8, 33 a 43, e 50 a 52, a velocidade teve regiões de valores constantes apesar da $forca_impressa$ positiva; mesmo com a $tvtf$ positiva, os comportamentos 33, 34, 38 a 40, e 44 a 46 tiveram regiões da $forca_impressa$ constante. E, por último, como não possuíamos controle sobre o crescimento de $tvtf$, ela teve regiões de valores constantes (comportamentos 33 a 50 e 53) e de decréscimo (1 a 32). Todos esses comportamentos foram considerados espúrios, restando apenas os comportamentos 54 e 55. Não encontramos diferenças entre os dois comportamentos, *a priori*, mas elas podem existir na sua extensão temporal. Essa extensão não foi realizada devido ao grande número de comportamentos espúrios gerados pelo programa (cerca de 120 para cada comportamento).

Os comportamentos 54 e 55 (figuras 15a e 15b) indicam uma força impressa crescente, que leva à uma velocidade crescente e, conseqüentemente, uma força de resistência crescente.

Figura 14 - Gráficos do movimento horizontal com t=1f constante no modelo de impetus.

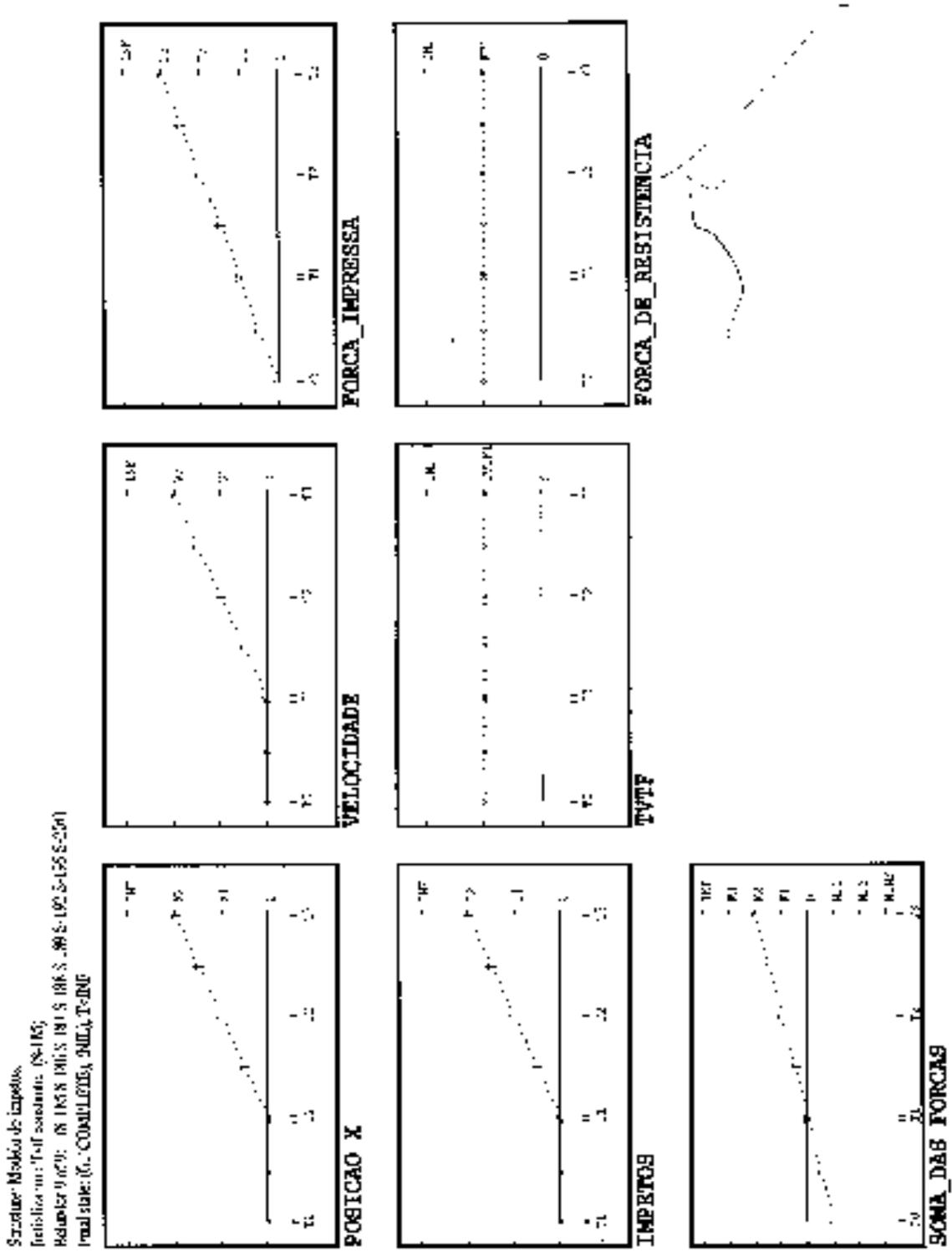


Figura 15a - Gráficos do movimento horizontal com tvf crescente no modelo newtoniano - comportamento 54.

Serie: Modelo Newtoniano.
 Inicializacao: tvf crescente. (5-1985)
 Database: S1 of 35 (8-1986 8-89) 43-89280
 Finalizer: (P-COMPLETO).NIL.;:ENDAF.

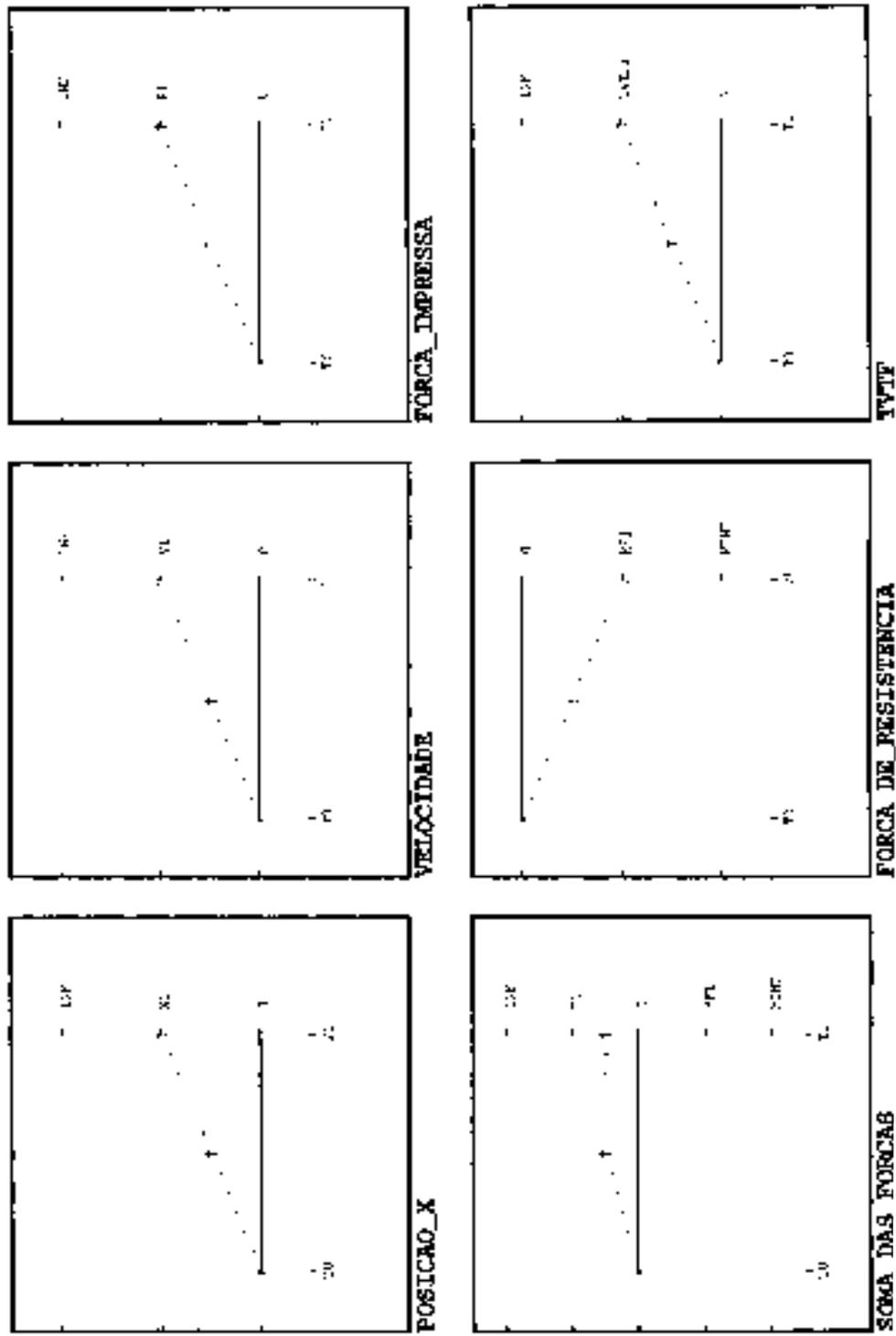
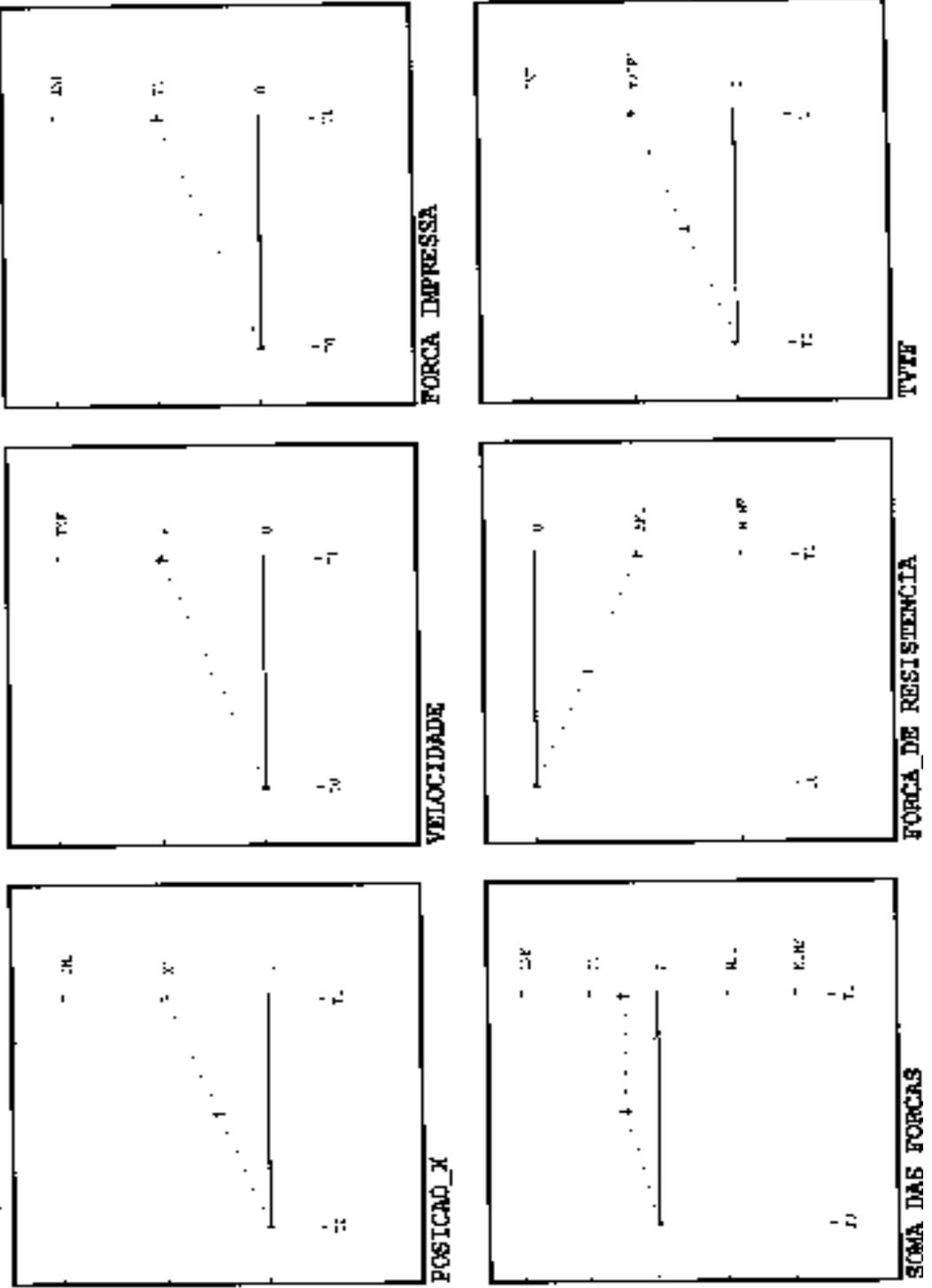


Figura 15h - Gráficos do movimento horizontal com ivf crescente no modelo newtoniano - comportamento 55.

Sistema: Model: newtoniano.
 Initial: 0.00 1.00 0.000000 0.000000
 Behavior: 55 of 55 (S-1016) S-21 (C-4) E-689.
 Final time: (PPL)XMPLE103 (MIL) T-0.00



No entanto, a soma_das_forças (= força_impressa – força_de_resistencia) cresce até atingir $(0, F_1)$, quando passa a ser constante, indicando a diferença positiva constante entre a força impressa e a força de resistência, isto é, as duas variáveis começam a crescer com a mesma taxa.

Após este estudo computacional do movimento horizontal, podemos fazer uma comparação dos resultados computacionais com dados experimentais com formatos mais próximos aos nossos resultados (Twigger et al., 1994). Entretanto, vale notar, como mostramos no decorrer do trabalho, que nossa abordagem é mais ampla que os dados fornecidos neste trabalho, interessado apenas nas características mais comuns do raciocínio dos estudantes. Esses dados foram coletados com estudantes entre 10 e 15 anos (16 garotas e 20 garotos), aos quais foram apresentados problemas sobre movimento horizontal, queda livre e movimento balístico. Foi pedido que eles desenhassem o gráfico da velocidade pela distância do movimento²⁵ e explicassem a resposta, se necessário, com desenhos. As entrevistas foram conduzidas de forma a encorajar as discussões.

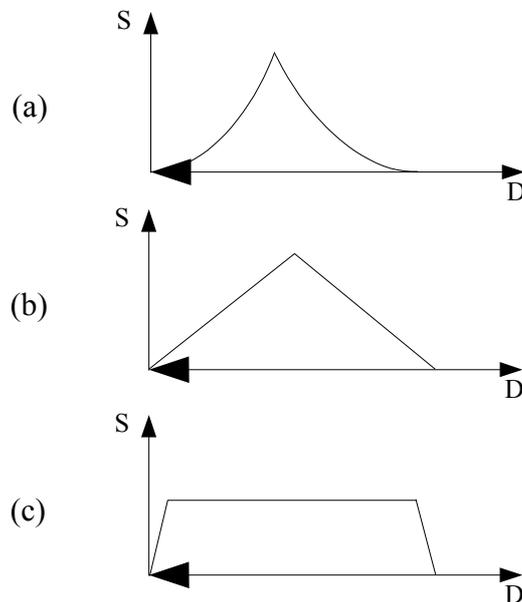


Figura 16 – Gráficos da velocidade pela posição desenhados pelos alunos, para um empurrão inicial (Twigger et al., 1994).

²⁵ Em nosso caso, temos os gráficos em função do tempo, mas como estamos fazendo uma simulação qualitativa, podemos comparar diretamente os gráficos da velocidade pela posição com os da velocidade pelo tempo, pois a distância é graficamente linear com o tempo.

Foram encontrados cinco padrões de gráficos para um móvel que sofreu um empurrão (figura 16). Dois gráficos do artigo não são possíveis de reproduzir fielmente em nosso programa, portanto, não foram considerados nesta análise. Um deles, representado aqui pela figura 16a, pode ser considerado, neste caso, igual ao 17b, já que o nosso programa apenas reproduz funções monotônicas crescentes como lineares. A reprodução das características da figura 16b pode ser vista na figura 11. Se considerarmos a região em que a velocidade da figura 16c permanece constante sua região de velocidade máxima (hipótese não levantada no artigo), poderemos ver este resultado reproduzido na figura 12 e na união das figuras 9 e 11, respectivamente.

Algumas concepções apontadas no mesmo artigo podem ser obtidas naturalmente da simulação destas situações. Para manter a velocidade do móvel constante, todos os estudantes afirmaram ser necessária uma força impressa constante, a grande maioria afirmou, ainda, ser preciso uma força impressa maior que a resistência – 97% dos entrevistados (figura 12) – e alguns igual a força de resistência – 6% dos entrevistados (figura 9). A grande maioria dos que declararam ser necessária uma força impressa maior que a resistência afirmou, também, que, se a força impressa fosse igual à resistência, o móvel pararia – 81% dos entrevistados (figura 12). Para a velocidade manter-se crescente, todos os estudantes afirmaram que a força impressa precisaria aumentar continuamente. Esta concepção pode ser visualizada em nossos modelos (figuras 13, 14 e 15).

Outras concepções comuns aos nossos estudantes (Valadares, 1995; Ploetzner e VanLehn, 1997; Halloun e Hestenes, 1985) podem ser observadas em nossos gráficos. Por exemplo: “se um corpo move-se em um dado sentido, é porque está sob a influência de uma força resultante nesse sentido” pode ser encontrada nos gráficos da figura 12 (modelo do *impetus*); “sob a ação de uma força constante, um corpo move-se com uma velocidade constante”, está representada nos gráficos das figuras 9 e 10; “o valor da velocidade de um corpo é proporcional à intensidade da força impressa sobre o mesmo” pode ser inferida a partir das figuras 9 e 10; “a aceleração (no sentido de crescimento da velocidade) de um corpo é devida a um aumento da força impressa” é uma regra nos gráficos das figuras 13, 14 e 15; e “na ausência de forças, o corpo está em repouso” é uma consequência do modelo do *impetus* (figura 12). Assim, essas concepções podem ser consideradas reflexos das manipulações desses modelos sobre os problemas.

O problema do pára-quedas

O problema do pára-quedas originalmente não fazia parte da nossa proposta de trabalho, mas foi inserido devido à possibilidade de comparação com os resultados experimentais (Twigger et al., 1994). O problema possui três etapas, as quais foram passadas aos entrevistados na forma de desenhos, com uma pequena explicação. Na primeira etapa, o pára-quedista salta do avião; em um segundo momento, o pára-quedista abre completamente o pára-quedas; e então, na última etapa, ele atinge o chão.

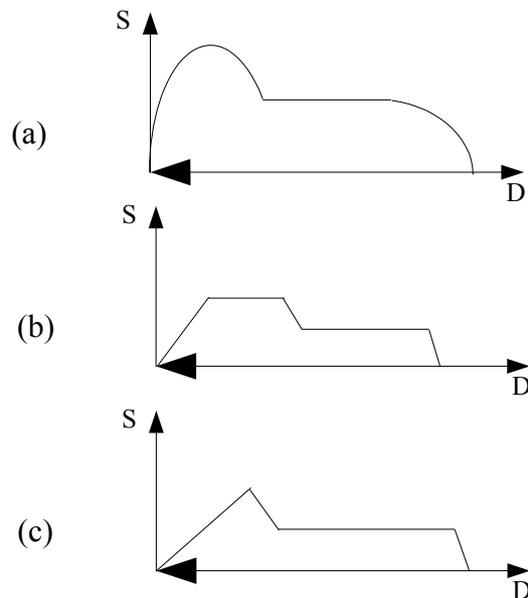


Figura 17 – Gráficos da velocidade pela posição desenhados pelos alunos, para o problema do pára-quedas (Twigger et al., 1994).

Foram encontrados quatro padrões de gráficos. Um dos gráficos não pode ser simulado em nosso programa, portanto, não foi considerado nesta análise. O outro (figura 17a) pode ser considerado, aqui, igual à figura 17c, já que o nosso programa apenas reproduz funções monotônicas crescentes como lineares. Os outros dois estão apresentados na figura 17b e 17c, e podem ser encontrados reproduzidos nas figuras 18 e 19, para o modelo newtoniano e na figura 20, para o modelo de *impetus*.

A figura 18 representa uma situação em que a velocidade atingiu o limite máximo causado pela força constante (força da gravidade), e, em T4, temos uma transição na qual a nova_forca_de_resistencia começa a atuar, de tal forma que agora a soma_das_forcas é negativa, forçando o decréscimo da velocidade. Com a redução da velocidade, a nova_forca_de_resistencia diminui até atingir a equivalência com a força impressa, quando o movimento passa a ser constante constante até a parada final (solo).

A figura 19 representa uma situação em que a velocidade não atingiu o limite máximo proporcionado pela força gravitacional constante, e está aumentando devido à diferença positiva entre a força_da_gravidade e a força_de_resistencia. Em T2, temos uma transição na qual a nova_forca_de_resistencia começa a atuar, de tal forma que agora a soma_das_forcas é negativa, forçando o decréscimo da velocidade. Com a redução da velocidade, a nova_forca_de_resistencia se enfraquece até atingir a equivalência com a força gravitacional, quando o movimento passa a uma velocidade constante até o solo.

A figura 20 mostra gráficos que apontam para uma velocidade limite, gerada a partir da força da gravidade constante, e em T1, temos uma transição na qual a força_de_resistencia cresce, e, conseqüentemente, a soma_das_forcas diminui. Com o decréscimo da soma_das_forcas a velocidade diminui e permanece constante até a parada final. Foi impossível reproduzir o gráfico da figura 17c em nosso modelo de *impetus*. Isso sugere que, nessa situação, as pessoas que usam esse modelo não desenhariam este tipo de gráfico.

Nesta etapa, os pesquisadores identificaram três concepções nas entrevistas que podem ser encontradas em nossos resultados: (a) na fase de desaceleração, a força para baixo (força gravitacional) é maior que a força para cima (resistência do ar) – resposta de 82% dos entrevistados (ver figura 20 instante T1); (b) na fase de velocidade constante, a força para baixo é maior que a força para cima – resposta de 89% dos entrevistados (ver figura 20 instantes T1 a T3); e (c) a força para baixo é igual à força para cima – resposta de 11% dos entrevistados (ver figura 18 e 19, nos instantes T5 a T8 e T3 a T6, respectivamente).

Figura 14 - Gráficos do problema do para-quadris no modelo newtoniano. Resposta sensível à figura 13.b.

Scriptor: Modelo resistivo.
 Inicialização: P, altura do para-quadris, 3.000;
 Resistor: L, cf. 15.
 Finalizar: COMPT, FTR, QUESCENTI, CNL, ML.

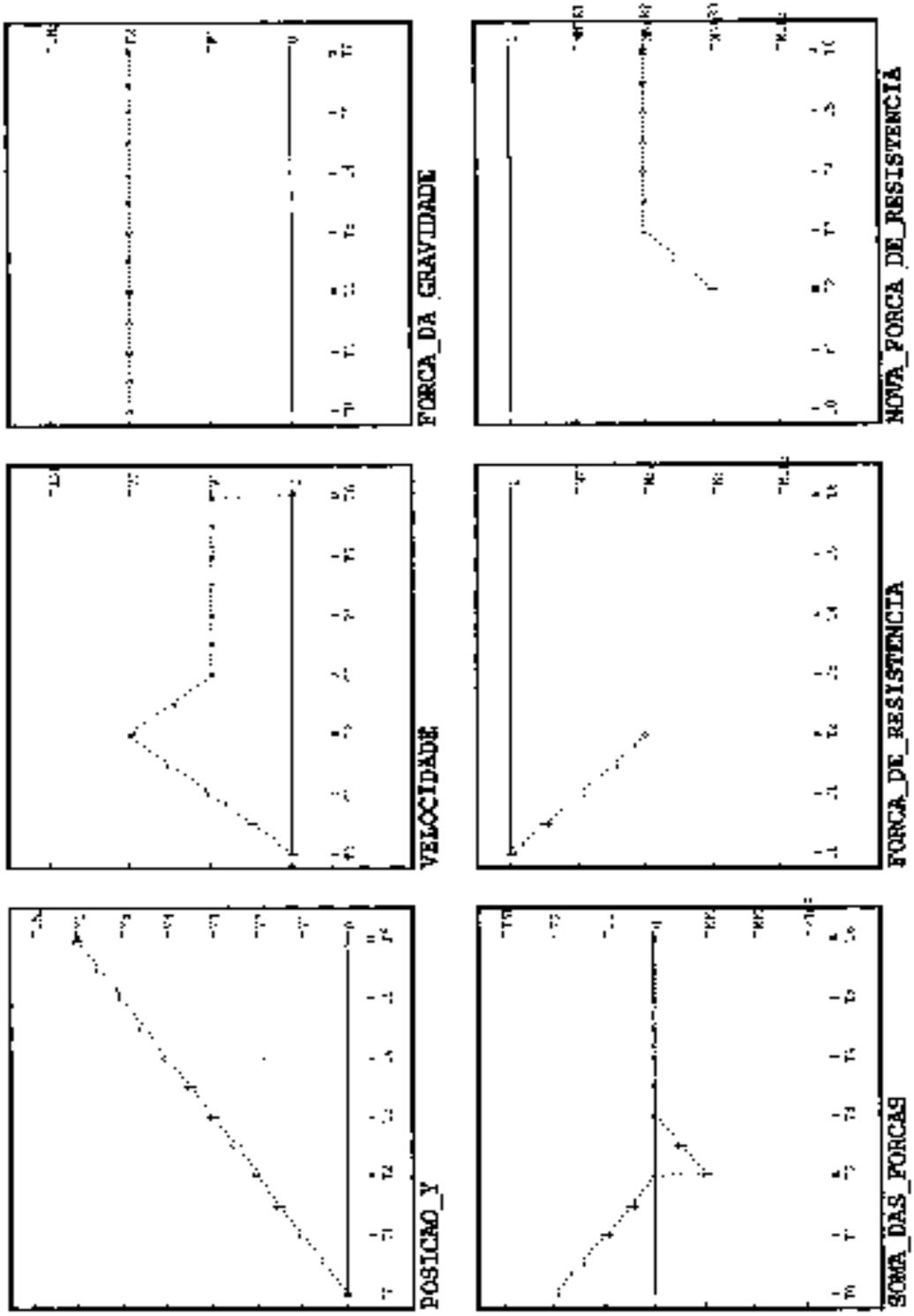


Figura 19 Gráficos do problema do para-queda no modelo newtoniano.
Resposta semelhante a figura 17c.

Autentica: Modelo de materiais.
 Industrializac: Trabalho do para-queda. (S 2995)
 Behavior: 13 inf 3.
 Material: CUMULETOS QUESCENT, (MIL) S. N.A.

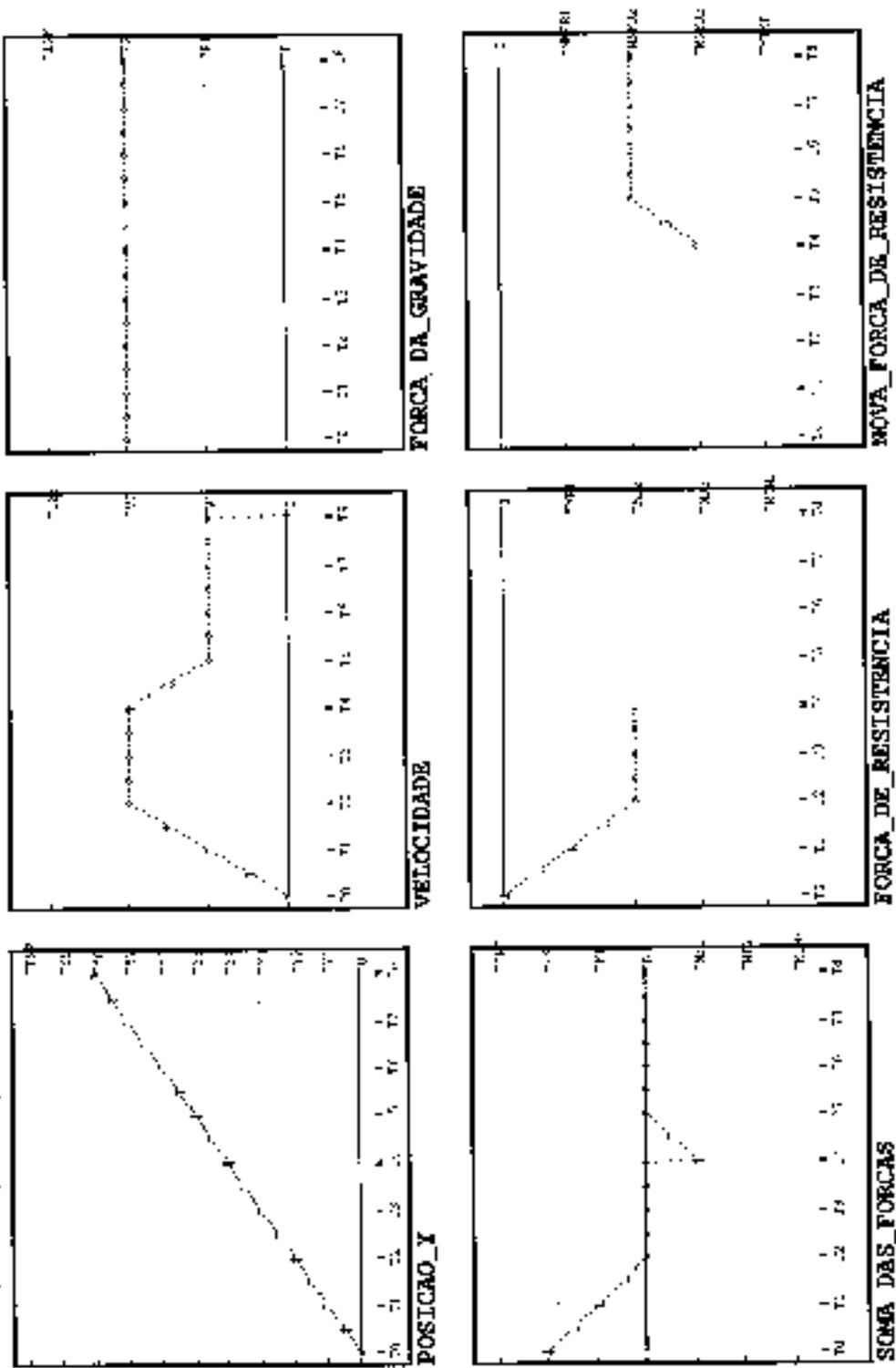


Figura 20 - Gráficos do problema do para-queda: no modo do impacto.
Resposta semelhante a figura 17.h.

Modulo: Modelo do sistema
 Localização: Parâmetros parâmetros. (6-2190)
 Referência: 1 of 1.
 Elementos: (COMPLETAMENTE) 1003 MIL.

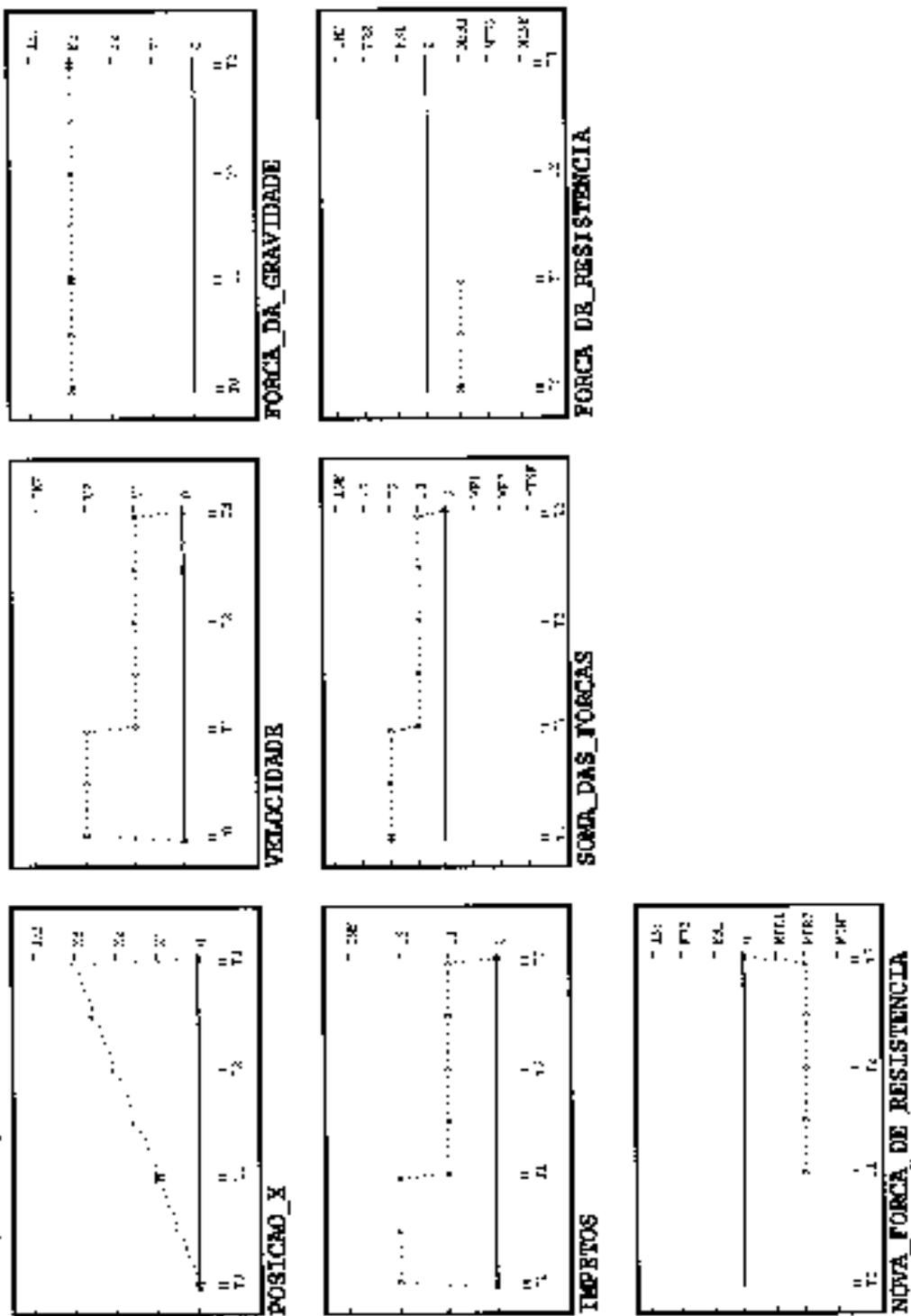
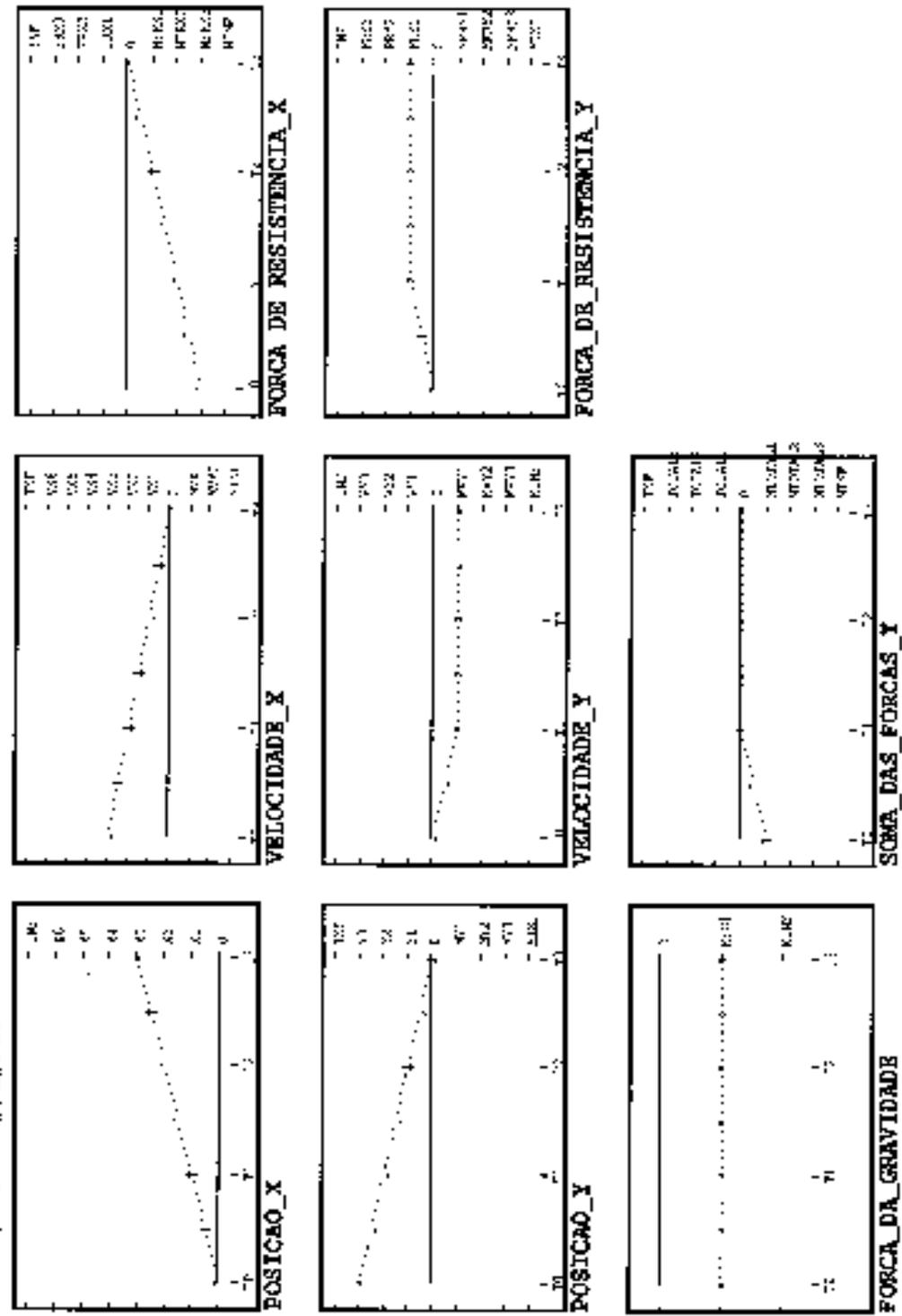


Figura 21 - Gráficos do problema de penhasco no modelo newtoniano.

Serrote: Modelamento
 Inicializa: Posicao do penhasco: (0,100)
 Deletado: 42
 P. ul. base: (UF (COMPR.FE), (MIL), T=INF



A proximidade das percentagens na situação força_impressa maior que a resistência para manter o movimento sugere uma consistência no raciocínio, tanto no movimento horizontal quanto na queda livre. O mesmo vale para a força impressa igual à resistência para manter a velocidade constante. Essa consistência nas respostas indica a possibilidade do uso de um mesmo modelo para situações semelhantes.

O problema do penhasco

O próximo problema simulado é o do penhasco: um móvel é empurrado ou puxado em um penhasco. A simulação do modelo newtoniano nos gráficos da figura 21 mostra a velocidade em x decrescente e em y decrescente até um valor limite. Essa velocidade limite deve-se à diferença entre a força gravitacional e a força de resistência (soma_das_forças), zerando em T1, semelhante ao movimento horizontal. A partir deste ponto, a velocidade em y permanece constante até o final do movimento. O esboço do movimento é bastante semelhante ao do *impetus* (modelo A3, figura 21). A simulação do modelo newtoniano no problema do penhasco gerou 43 comportamentos, dos quais os de número 2, 4, 6 a 8, 10, 11 e 16 tiveram regiões da variável $posicao_x$ constante, apesar de a velocidade em x ser positiva; os de número 1, 4, 5, 7, 10, 11, 12, 16 e 17 tiveram regiões da velocidade em x constante, apesar da soma das forças em x positiva; os de número 1 a 3, 7 a 9 e 12 a 14 tiveram regiões da variável $posicao_y$ constante, apesar de a velocidade em y ser positiva; e o de número 18 teve novos valores gerados pelo programa, sendo, então, todos considerados comportamentos espúrios da simulação.

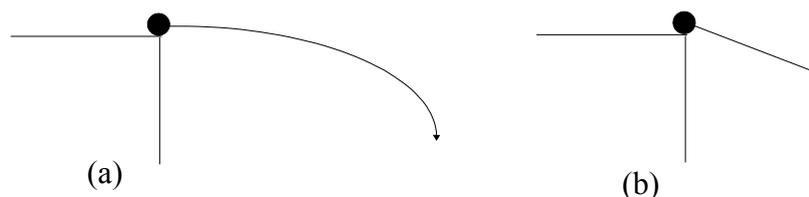


Figura 22 – Esboço das possíveis indicações de movimento no problema do penhasco, segundo modelo A.3, conforme os gráficos da figura 27.

Figura 23 - Gráficos do problema do ponteiro no modelo de injetores A.1.

Série: Modelo de Injetores.
 Inicialização: Ponteiro do Professor, 1 de 6, 1, 08-2005
 Definidor: J. G. L.
 Finalizar: TRANSIÇÃO BUNAL C. COMPTON, 1 de 6, 1, 08-2005

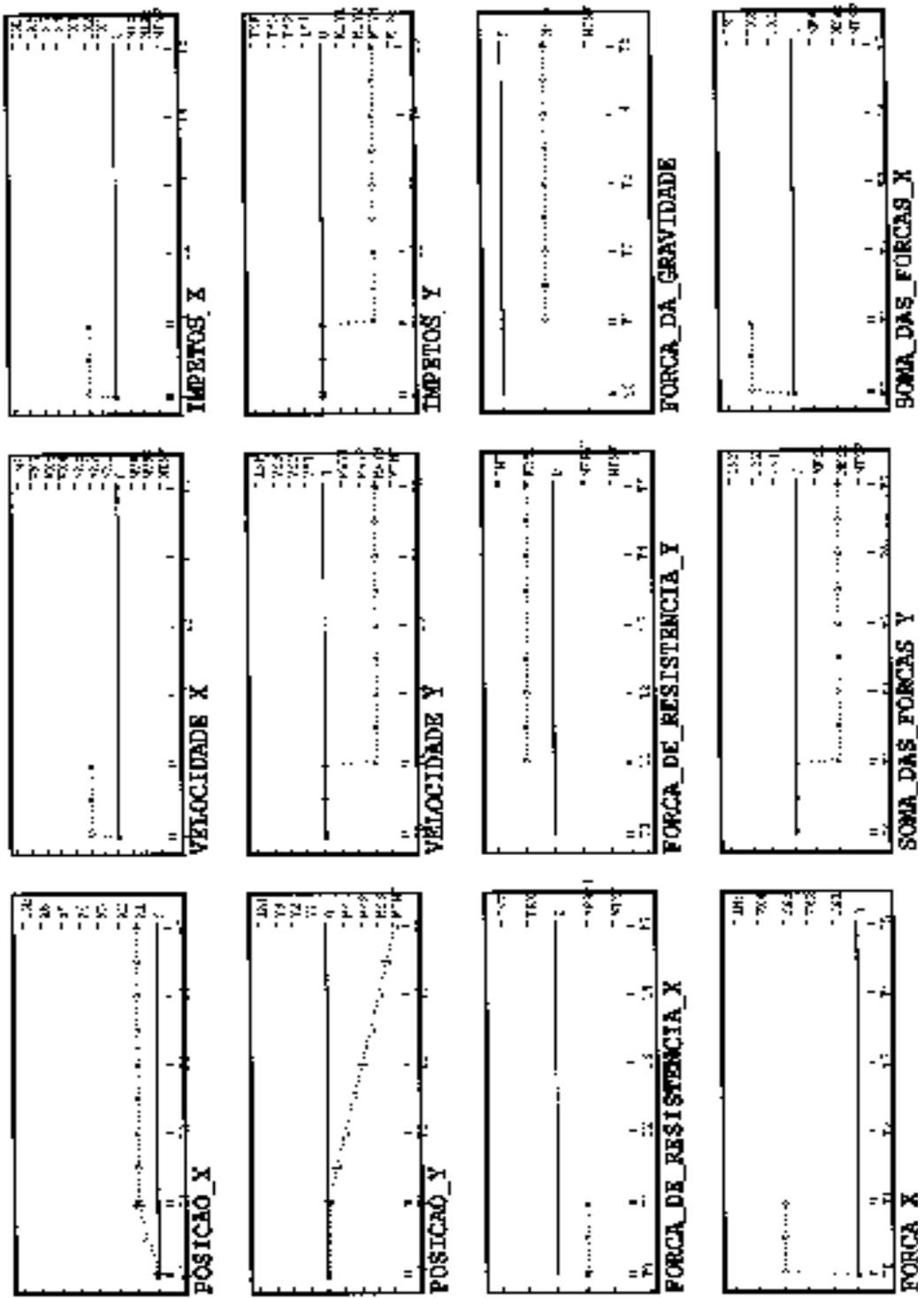
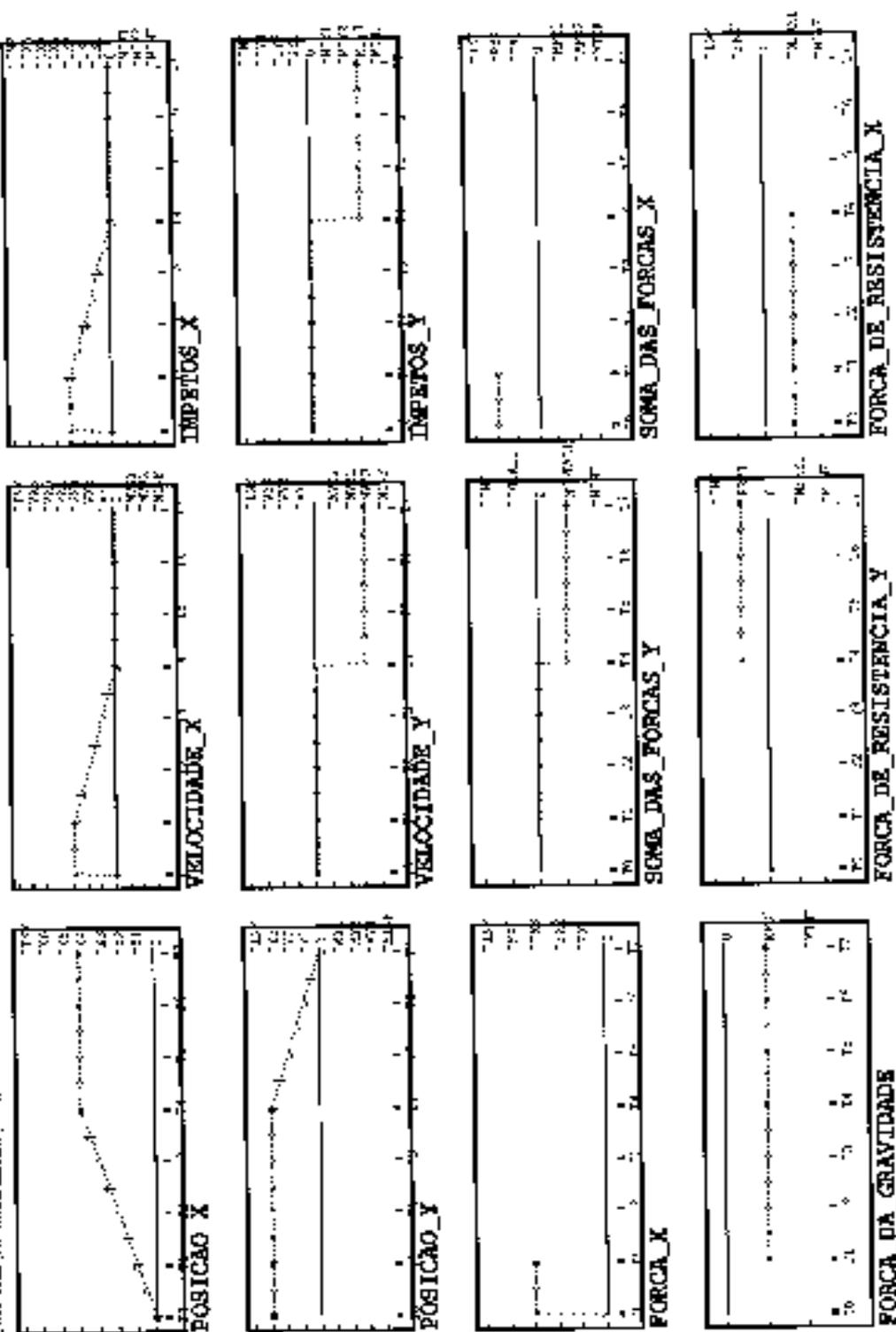


Figura 2.1 - Gráficos do problema do pêndulo no modelo do impulso A.2.

Sistema: Modelo do impulso
 Utilizando: Problemas do pêndulo, modelo A.2. (5-115)
 Aberto: 13.1.13.
 End user: HP COMPLETO (74,74%)



O problema do penhasco, para o modelo do *impetus*, foi modelado e reproduzido conforme os resultados encontrados na pesquisa analítico-qualitativas de McCloskey (1980 e 1983). Na seção “a descrição dos modelos mentais na Mecânica introdutória”, descrevemos o comportamento de três subcategorias do *impetus* conforme sua interação com a gravidade. Na figura 23, temos a solução do problema do penhasco para o modelo A.1, nas figuras 24 e 25, temos a solução para o modelo A.2, e na figura 27, a solução para o modelo A.3. Quando a força_x cessa, consideramos o móvel livre de qualquer suporte. Consideramos, também, tanto o movimento horizontal quanto o vertical submetidos a uma mesma força de resistência constante. A componente vertical do movimento possui a velocidade dependente da soma_{das_forças} (= força_{de_resistencia} + força_{da gravidade}), atingindo rapidamente a sua velocidade máxima (concepção confirmada em pesquisas empíricas: Fischbein et al. 1989; Eckstein, 1997; McCloskey, 1980, 1983; Ogborn, 1985; Halloun e Hestenes, 1985).

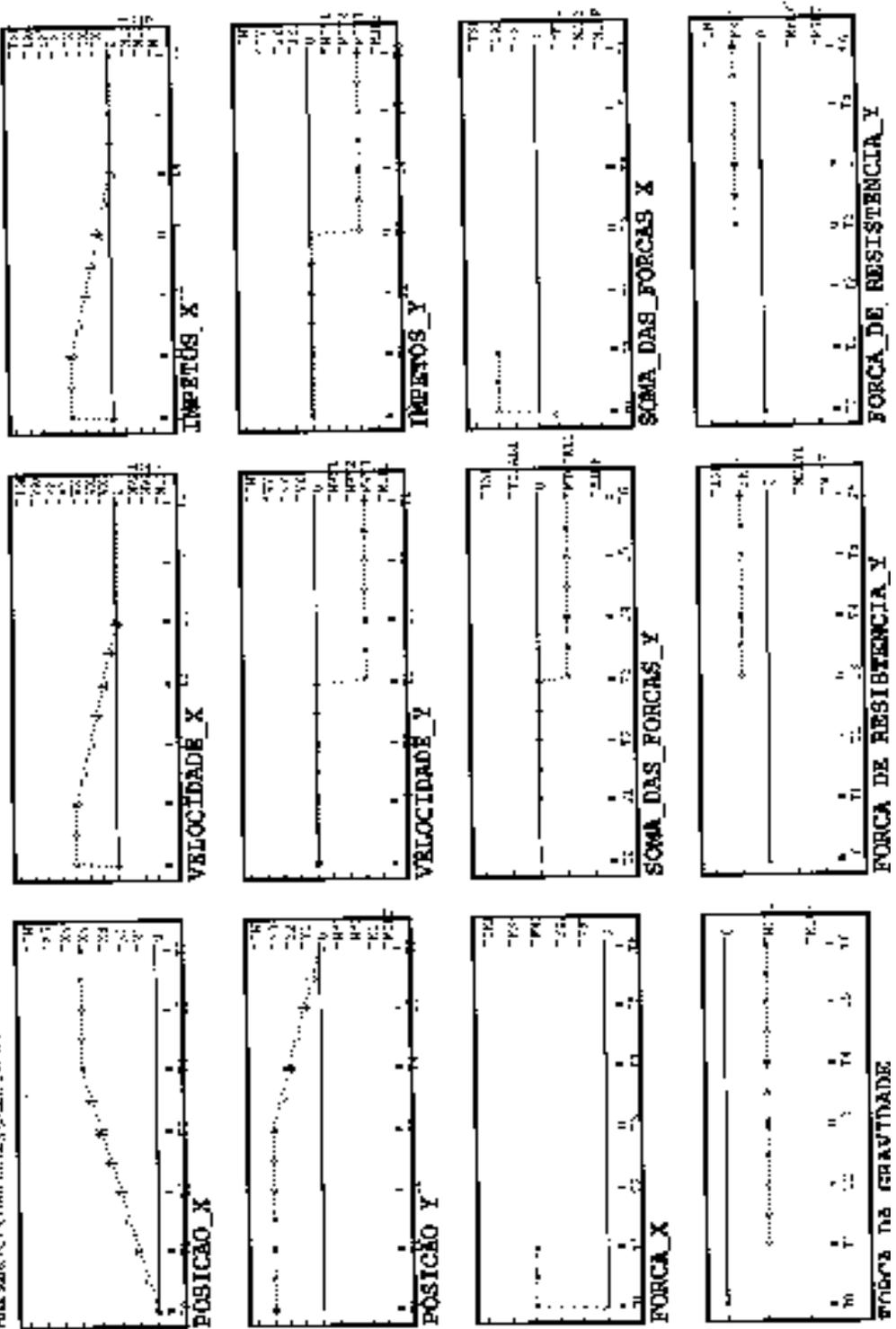
Note-se, no entanto, que a velocidade em x decai através de uma variação temporal (força_{de_resistencia}), o que parece ser uma inconsistência no modelo. Entretanto, existe uma assimetria no problema para os entrevistados. Um móvel acelerado é levado por uma velocidade diretamente proporcional a uma força, mas sua desaceleração é feita através de um fator de variação temporal. Essa assimetria é observada em alguns trabalhos (Ogborn, 1985; Ploetzner e VanLehn, 1997; Twigger et al., 1994).

Para o modelo da figura 23, tudo o que não está apoiado cai em movimento retilíneo para a terra. Portanto, a partir de T1 (quando a força_x cessa), o móvel não possui mais suporte, iniciando o movimento para baixo. Neste movimento, atuam a força_{de_resistencia} e a gravidade, produzindo a velocidade negativa em y (movimento de queda).

No caso do modelo A.2, o movimento exclusivo em x perpetua-se por alguns instantes, até um ponto crítico (quando a gravidade começa a atuar), onde o movimento em y se inicia. No primeiro caso (figura 24), o movimento em x chega a zero exatamente onde o movimento em y começa. É como se somente um *impetus* por vez pudesse atuar. No segundo caso, o nível crítico é um valor da velocidade de x (v_{x1}). Nesse caso, existe um movimento horizontal, que passa a um movimento parabólico, culminando em um movimento retilíneo uniforme (em y). Na figura 25, podemos ver uma tentativa de esboço do movimento.

Figura 25 - Gráficos do problema do pechaseiro no modelo do impetoso A.2.

Sistema: Modelado de molas.
 Análise de Resposta em Frequência, modelo A.2, (S=3D)
 Página 13 of 15
 Resposta (COMPLEX) (A.2).SAFE



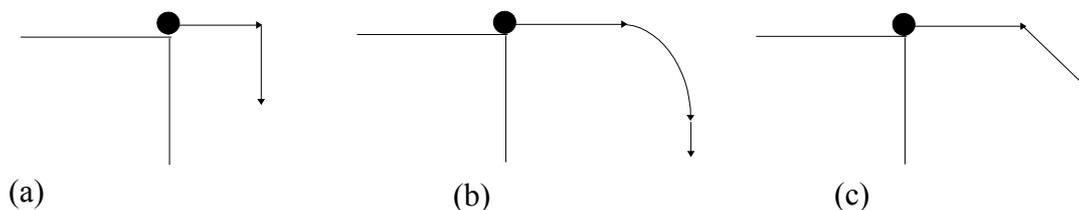


Figura 26 – Esboço das possíveis indicações de movimento no problema do penhasco, segundo o modelo A.2, conforme os gráficos da figura 24 para (a) e 25 para (b) e (c).

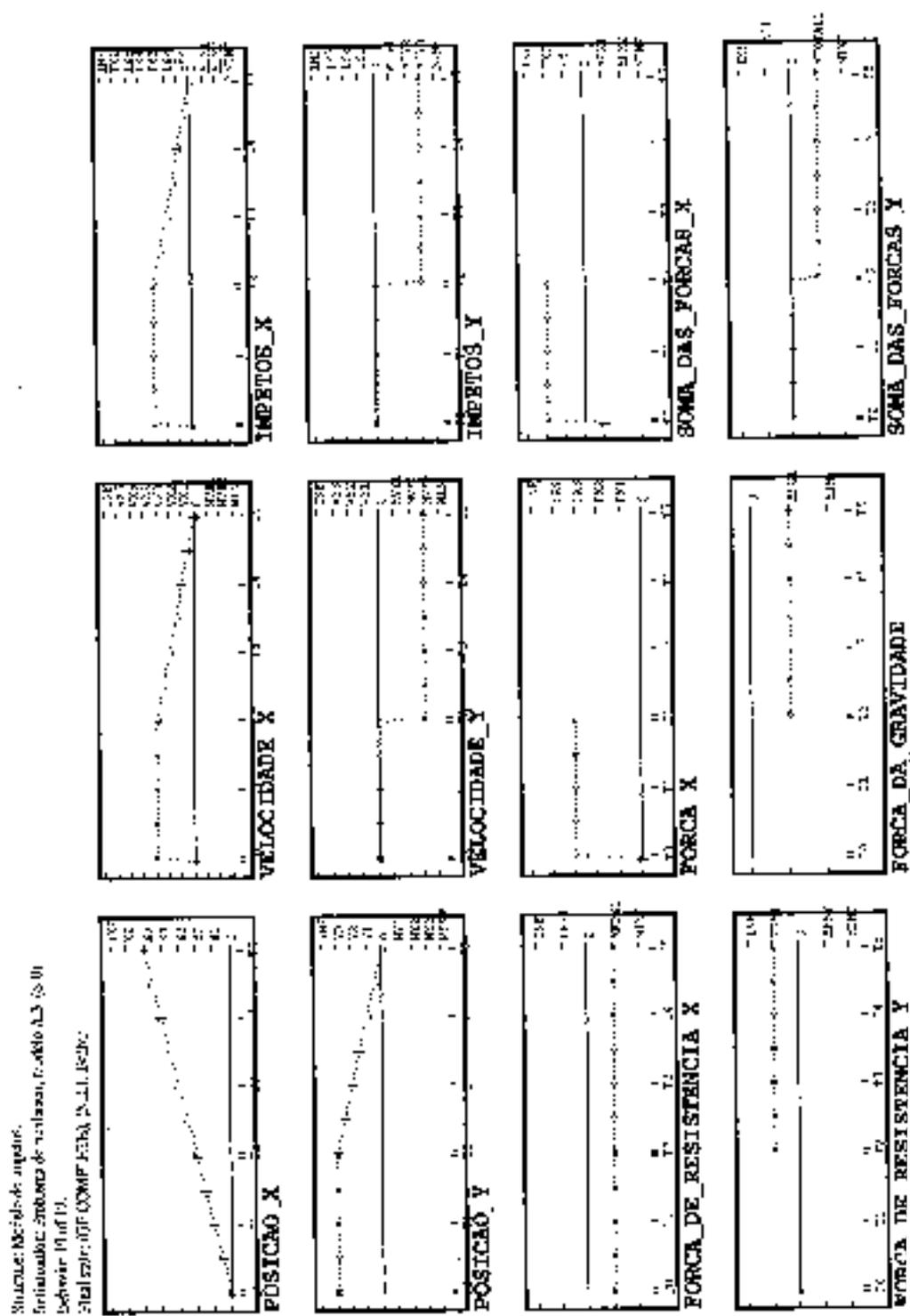
A primeira simulação do modelo A.2 no problema do penhasco gerou 13 comportamentos, dos quais os comportamentos de números 1 a 4, 7, 9, 10 e 11 tiveram regiões de velocidade em x constante, apesar da força de resistência em x negativa; e os de número 2, 4, 5, 6, 8 e 12 tiveram regiões da posição x constante, apesar da velocidade em x positiva, sendo considerados, portanto, comportamentos espúrios.

Já a segunda simulação do modelo A.2 no problema do penhasco gerou 15 comportamentos, dos quais os comportamentos de números 1 a 4, 5, 6, 8 e 12 tiveram regiões de velocidade em x constante, apesar da força de resistência em x negativa; os de número 2, 4, 5, 6, 8 e 12 apresentaram regiões da posição x constante, apesar da velocidade em x positiva; os de número 11 e 14 geraram valores constantes para y , mesmo com valores negativos para a velocidade y ; e o número 10 gerou valores qualitativos adicionais, sendo comportamentos espúrios.

No caso do modelo A.3, o movimento em x coexiste com o movimento em y a partir do momento em que o móvel perde o contato com o suporte (figura 27, em T2). Nesse caso, não existe o movimento somente na horizontal, após o móvel ter perdido o contato. Dependendo do valor da resistência, poderia haver o movimento somente na vertical, após um início parabólico.

A simulação do modelo A.3 no problema do penhasco gerou 19 comportamentos, dos quais os comportamentos de número 1, 4, 5, 7, 10, 11, 12, 16 e 17 mostraram regiões de velocidade em x constante, mesmo com a força de resistência em x negativa; os de número 2, 4, 6 a 8, 10, 11 e 16 tiveram regiões da posição x constante apesar da velocidade em x positiva; os comportamentos 1 a 3, 7 a 9 e 12 a 14 tiveram regiões da posição y constante apesar da velocidade em y negativa;

Figura 27 - Gráficos do problema do pêndulo no modelo do impacto A.3.



e o comportamento 18 produziu novos valores para y , sendo considerados, portanto, comportamentos espúrios.

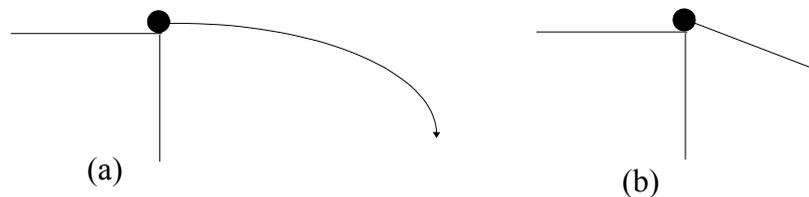


Figura 28 – Esboço das possíveis indicações de movimento no problema do penhasco segundo o modelo A.3, conforme os gráficos da figura 27.

Todas as simulações do penhasco terminaram com um movimento exclusivamente vertical devido à pequena velocidade implementada em x . Ou seja, o movimento final não pode ser concebido como uma decorrência da simulação dos nossos modelos. Se fosse implementada uma velocidade adequada (maior) em x , certamente ela permaneceria até o fim. A introdução de uma velocidade maior em x não foi realizada devido ao interesse nas pequenas velocidades (menos estados espúrios, maior poder computacional, respostas mais interessantes, etc.).

Com essa última simulação, completamos nossas simulações que possuem descrições em pesquisas empíricas. Na próxima seção, tentaremos simular o problema do projétil, como extensão dessas representações. Apesar do movimento balístico ser bastante estudado na literatura, suas pesquisas estão concentradas apenas nas comparações entre os diferentes ângulos de disparo, massas e forças. Em nosso trabalho, concentrar-nos-emos na descrição do movimento em si e em suas causas.

O problema do projétil

O movimento de subida foi modelado para uma velocidade em desaceleração com base na diferença da força gravitacional e da resistência. No movimento de descida, existe um novo conjunto de vínculos iniciado no ponto de altura máxima. Esses vínculos estão condicionados à velocidade proporcional à força, a qual atinge seu valor máximo instantaneamente. A diferença de consistência aparente nos dois movimentos indica que o

movimento é abordado como uma assimetria, como já indicado no problema do penhasco. Além disso, notamos o movimento apenas vertical no final da trajetória, o qual atribuímos à mesma relação do problema do penhasco: pequena velocidade em x .

Para o modelo newtoniano, o problema do projétil não trouxe nenhuma novidade, sendo os resultados semelhantes aos do modelo do *impetus* A.3. Simulamos duas situações, uma com velocidade em y de v_{y3} (figura 29) e outra com velocidade menor (figura 30). Na primeira simulação, o móvel inicia com uma velocidade em x de v_{x3} . A velocidade em x diminui até atingir o zero, quando só possuirá velocidade em y . A velocidade em y decresce, tornando-se negativa até atingir um limite, semelhante ao movimento horizontal, estabelecido pela soma das forças (= força da gravidade + força de resistência). O mesmo conjunto de vínculos é adotado para todo o movimento.

A simulação do modelo newtoniano no primeiro caso do projétil, gerou 81 comportamentos. Desses, os comportamentos 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 64, 68 e 72 registraram regiões da variável `posicao_x` constante, apesar da velocidade em x ser positiva; apesar da soma das forças em x ser positiva, os comportamentos 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 24, 25, 28, 29, 31, 34, 35, 38, 39, 42, 43, 46, 47, 50, 51, 54, 55, 58, 59, 61, 64, 65, 68, 69, 72 e 73 levaram a valores constantes na velocidade em x ; os comportamentos 1 a 3, 8 a 11, 16 a 19, 24 a 27, 31 a 33, 38 a 41, 46 a 49, 54 a 57, 61 a 63, 76, 78 e 80 apresentaram regiões da velocidade y constante, mesmo com a soma das forças em y positiva; os de 1 a 7, 16 a 23, e 31 a 37, 46 a 53, 61 a 67 e 75 levaram a `posicao_y` para valores constantes, mesmo com a velocidade em y positiva; e os de número 70, 71, 74, 77 e 79 geraram novos valores pelo programa, levando-nos a denominá-los comportamentos espúrios.

Na segunda simulação (figura 30), o móvel inicia com uma velocidade em x de v_{x3} e em y de v_{y2} . A velocidade em y diminui até atingir o zero, retorna o seu movimento. Em seguida, a velocidade em x decresce até atingir o zero, quando só existirá velocidade em y . A velocidade em y decresce, tornando-se negativa até atingir um limite estabelecido pela soma das forças (= força da gravidade + força de resistência). O mesmo conjunto de vínculos é adotado para todo o movimento.

Figura 29 Gráficos do problema do projétil no modelo newtoniano.

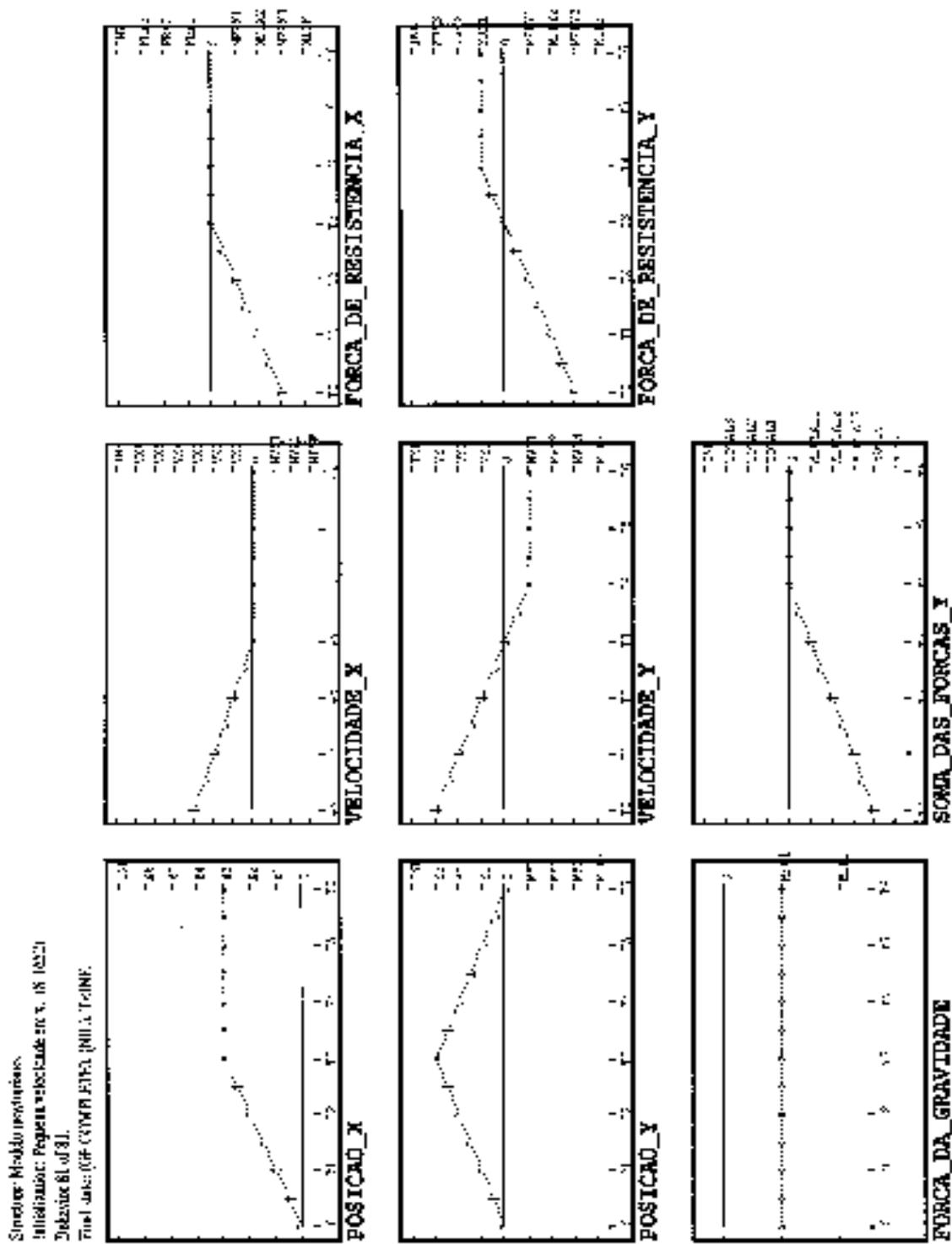
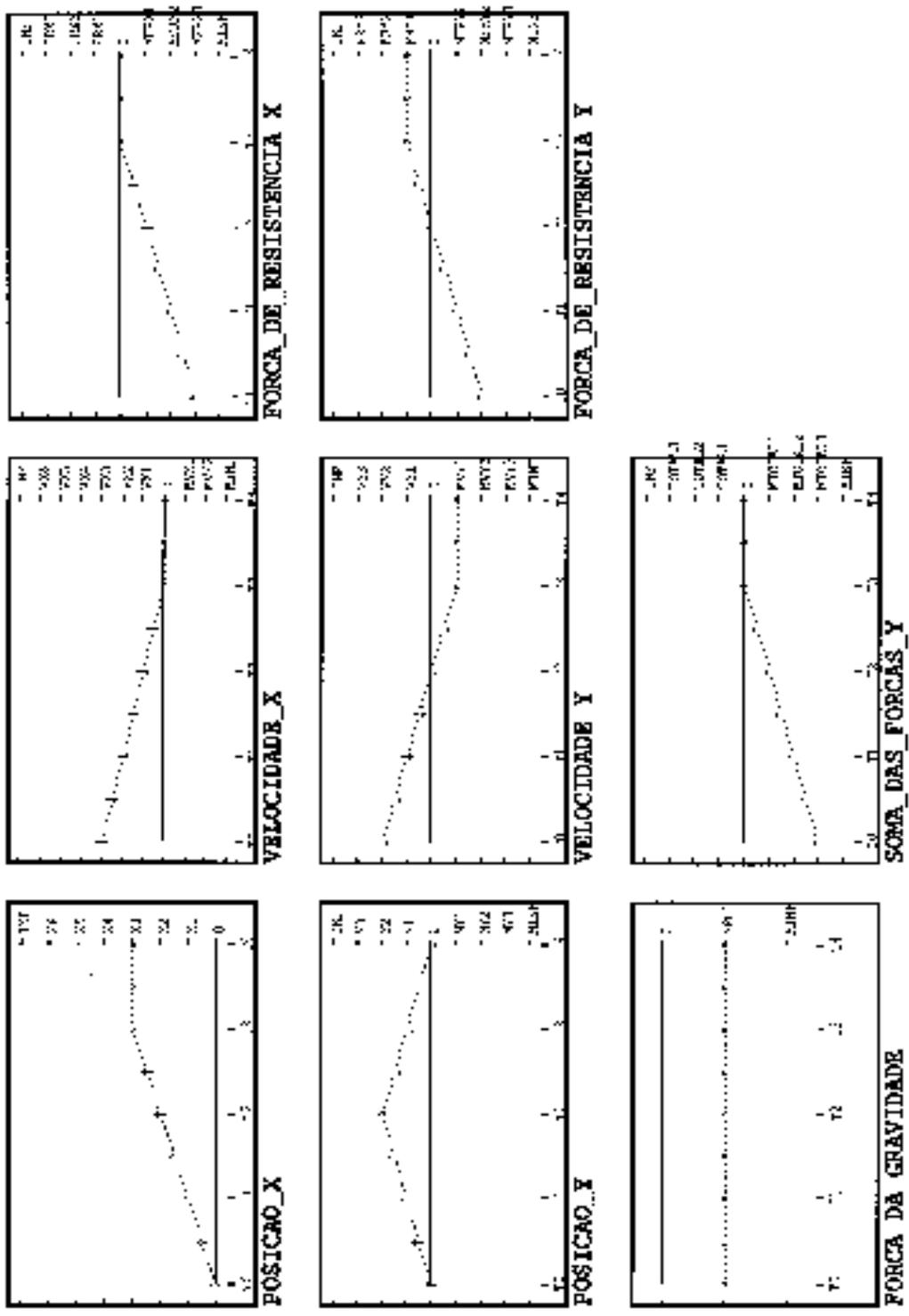


Figura 30 - Gráficos do problema do projétil no modelo newtoniano.

Source: Modelagem em
 Inicialização: Main, velocidade 21 e (R=1770)
 Iteration: 15 of 12.
 Time: 0.01 (0.01 COMPILE), (NIL), T=0.00



A simulação do modelo newtoniano no segundo caso do projétil resultou em 79 comportamentos, dos quais os comportamentos 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68 e 72 continham valores constantes para a posição x , no entanto, a velocidade em x era positiva; os comportamentos de número 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 24, 25, 28, 29, 31, 34, 35, 38, 39, 42, 43, 45, 48, 49, 52, 53, 56, 57, 60, 61, 64, 65, 68, 69, 72 e 73 apresentaram regiões da velocidade em x constante, mesmo com a soma das forças em x positiva; para os de número 1 a 3, 8 a 11, 16 a 19, 24 a 27, 31 a 33, 38 a 41, 45 a 47, 52 a 55, 60 a 63, e 68 a 71, obtivemos uma velocidade em y constante, mas com a soma das forças em y positiva; para os comportamentos de 1 a 7, 16 a 23, e 31 a 37, e 45 a 51, o programa gerou regiões da variável posição y constante, apesar da velocidade em y ser positiva; e, finalmente, os comportamentos 58, 59, 66, 67 e 74 geraram novos valores através do programa, sendo considerados todos comportamentos espúrios.

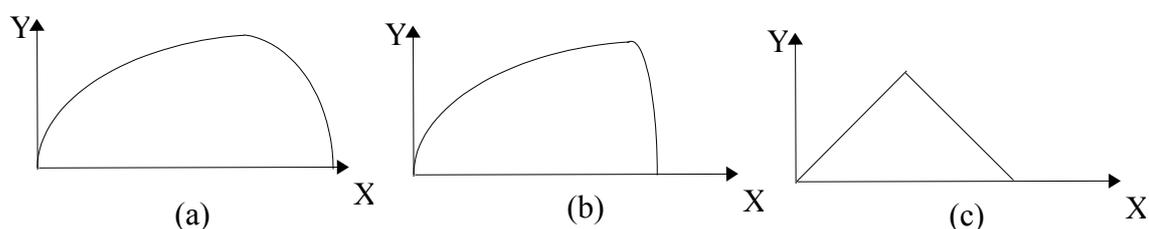


Figura 31 – Esboço possível do movimento no problema do projétil, segundo modelo newtoniano, conforme os gráficos da figura 29 para (a), 30 para (b), e ambos para (c).

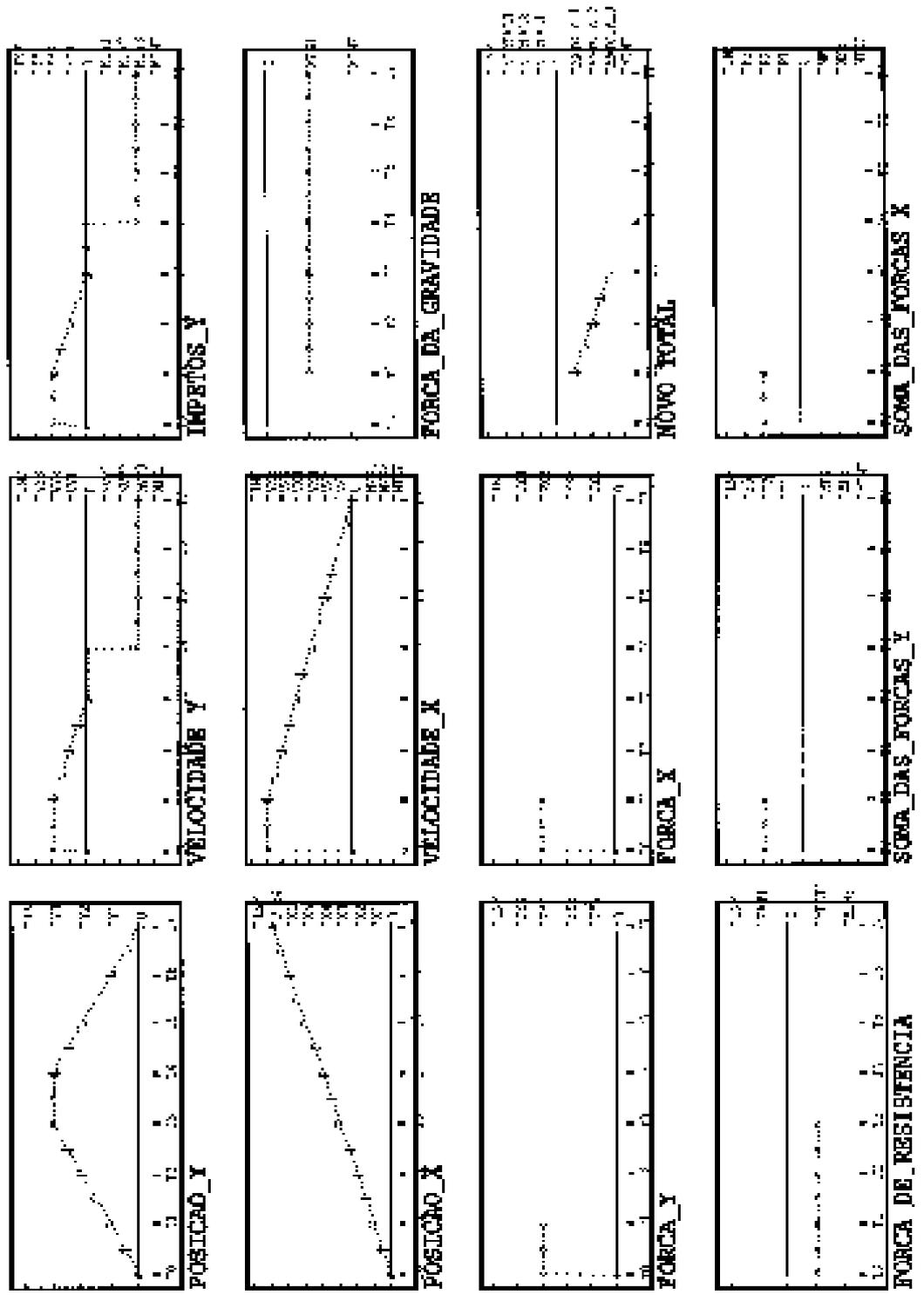
No caso do modelo do *impetus* no problema do projétil, não é possível simular o modelo do *impetus* A.1. Como um aluno com o modelo A.1 poderia interpretar o movimento balístico? É possível que, caso o estudante já tenha visto este movimento, ele possua uma imagem mental que lhe possibilite um raciocínio limitado, isto é, um modelo de uma só perspectiva (Johnson-Laird, 1996). Para os modelos A.2 e A.3, não tivemos problemas.

A simulação do movimento balístico no modelo do *impetus* conta com a junção de duas situações: o movimento na horizontal, já estudado, e o movimento na vertical, de subida e descida. O movimento de subida envolve uma grande assimetria. Na subida, consideramos uma força de componentes horizontal e vertical, responsável pelo impulso inicial, em seguida, um decréscimo uniforme na velocidade, devido à atuação da força de resistência e da gravidade, conforme

Figura 32: Gráficos do problema do projétil no modelo do ímpeto A.2.

Sistema: Modelo de ímpeto
 Inicialização: Velocidade do projétil, modelo A.2 (5-1108)
 Referência: 0, 0 m

Localizar: TRANSFORMAÇÃO DE COMPUTAR; TRANSFORMAÇÃO DE UNIDADES



resultados experimentais (Twigger et al., 1994; McCloskey, 1980, 1983). No momento em que atinge a altura máxima, o móvel passa a estar nas mesmas condições do penhasco. De acordo com a simulação do penhasco, a velocidade máxima é atingida instantaneamente na queda. Nesse caso a velocidade adquirida poderia ser igual, inferior ou superior à velocidade de subida no mesmo ponto. Adotamos uma velocidade maior, em conformidade com os resultados experimentais (Twigger et al., 1994).

Para o modelo A.2, simulamos uma situação em que o nível crítico se encontra após o ponto de altura máxima. O resultado encontra-se na figura 32. Em um primeiro momento temos uma força em x e em y responsável pelo impulso inicial (intervalo de T0 a T1). Após esse impulso inicial, o nível crítico (momento em que a gravidade começa a atuar) é atingido antes da altura máxima. Ou seja, na altura máxima, o móvel percorre um movimento apenas na horizontal, até atingir o nível crítico, quando começa a cair. Assim, seria possível esperar uma região de movimento puramente horizontal (entre T3 e T4), como a observada no problema do penhasco. Esta concepção do movimento puramente horizontal, no problema do projétil, não foi encontrada na literatura, podendo ser considerada uma previsão das nossas simulações para estudos futuros.

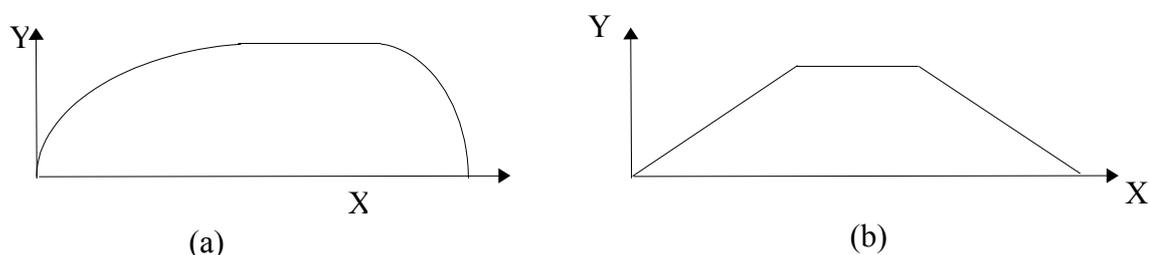


Figura 33 – Esboço possível do movimento no problema do projétil segundo modelo do impetus A.2, conforme os gráficos da figura 32.

Nessa simulação, temos 79 comportamentos, dos quais os de número 4 a 6, 11 a 13, 19 a 21, 26 a 29, 33 a 35, 40 a 43, 47 a 49, 51 a 53, 57 a 59, e 63 a 65 apresentaram regiões de velocidade em x constante, mesmo com a força de resistência em x negativa; os de números 4, 7, 8, 11, 12, 14 a 16, 19, 22, 23, 26, 27, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41, 44, 45, 48, 52, 54, 56, 58, 60, 62 e 64 levaram a valores da posição x constante apesar da velocidade em x positiva; os de 1 a 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 63, 66 e 67 registraram pontos em y constantes na velocidade em y negativa; os de 4 a 10, 19 a 25, 33 a 39, 55, 57, 60, 61 e 68 tiveram regiões de velocidade em y constante, com diferença entre a força de resistência e a força gravitacional em y negativa; e os comportamentos 18, 46 e 50 formaram novos valores qualitativos, sendo todos considerados, portanto, comportamentos espúrios.

Para o modelo A.3, simulamos situações de pequena e grande velocidade em x . Os resultados encontram-se nas figuras 34 e 35, respectivamente. No primeiro arranjo, a velocidade de x atinge o zero muito rapidamente, antes da posição y atingir seu valor máximo. No ponto em que a velocidade em x se anula, o movimento passa a ser somente vertical. No segundo arranjo, a velocidade em x atinge lentamente o zero, momentos após a variável y atingir seu máximo. Como nesse modelo não existe o nível crítico para a ação da gravidade agir, não aparece a concepção do movimento puramente horizontal no ponto de altura máxima.

Encontramos 37 comportamentos para a primeira simulação, desses, os de número 4 a 6, 11 a 14, 19 a 21, e 26 a 29 levaram a regiões constantes na posição x , com a velocidade em x positiva; o de número 4, 11, 12, 19, 26 e 27 registraram regiões de velocidade em x constante, mesmo com a força de resistência em x negativa; para os de número 4 a 10, 19 a 25 e 32 a 34, observamos valores constante de y , apesar da velocidade em y negativa; os comportamentos de 1 a 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 28, 30 e 33 a 36 apresentaram regiões de velocidade constante em y para a força de resistência em y positiva; e os comportamentos 16, 18, 31 e 34 formaram novos valores qualitativos; logo, consideramos todos comportamentos espúrios.

Figura 34 Gráficos do problema do projétil no momento do impulso A.3.

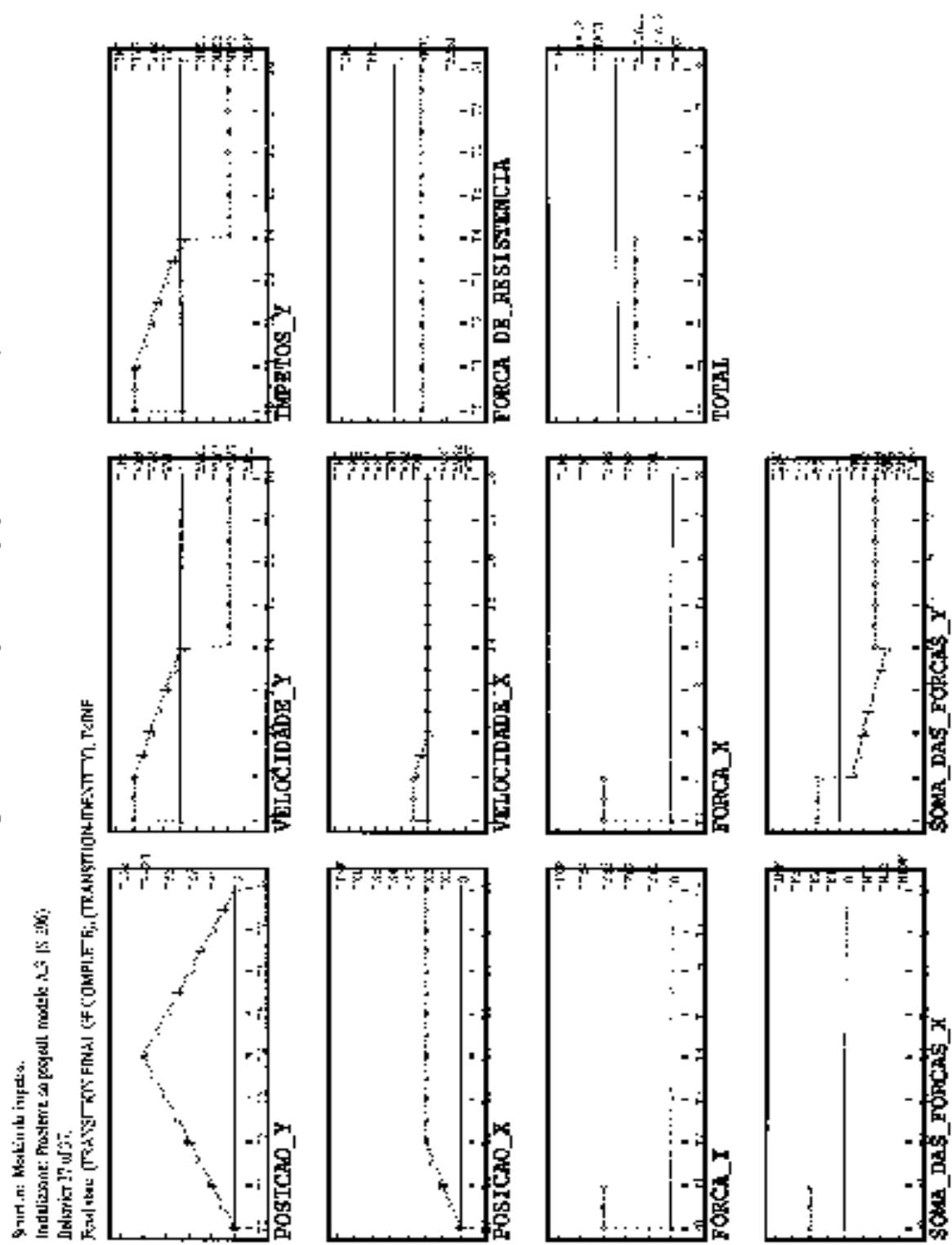
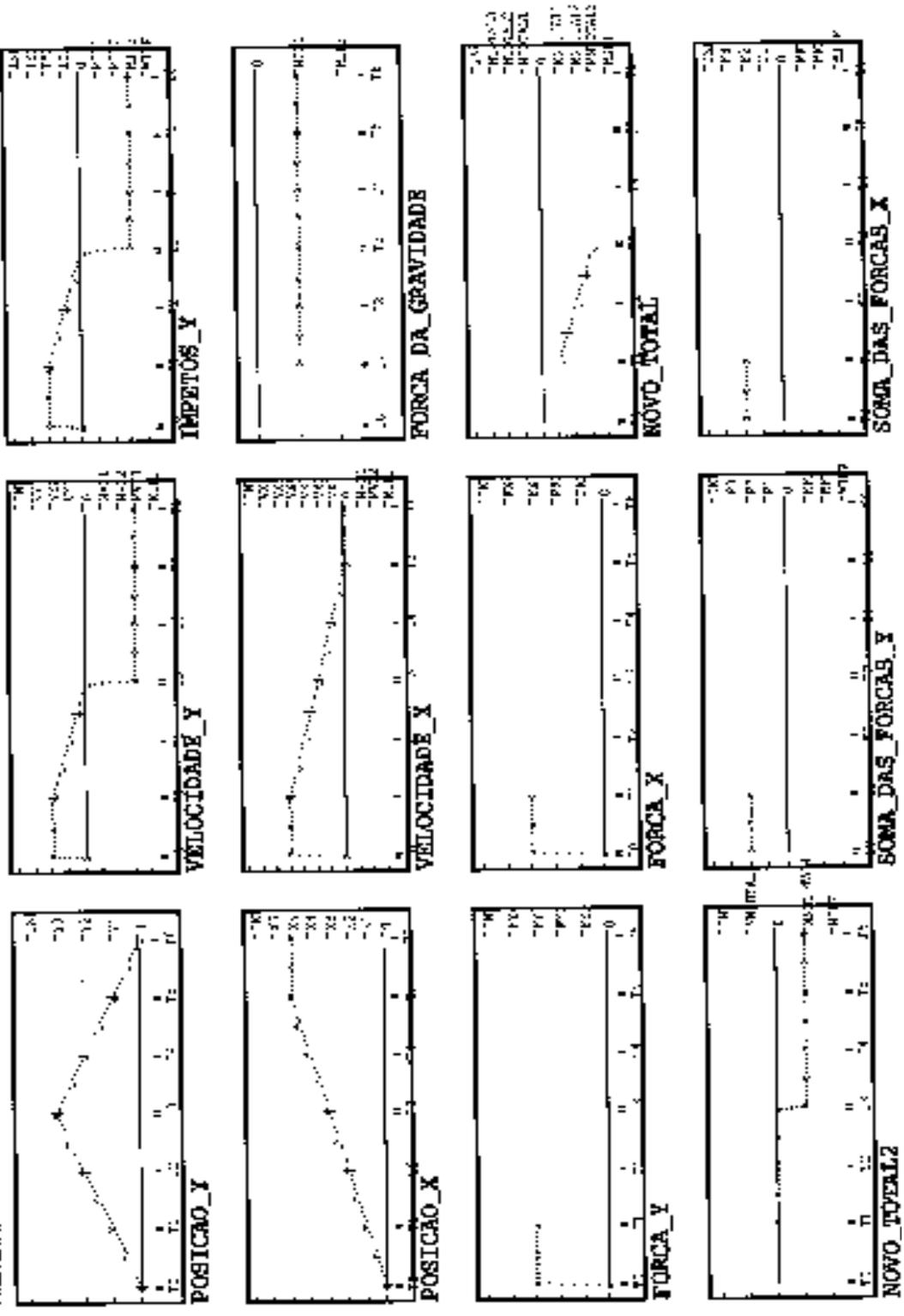


Figura 35 - Graficos do problema do projétil na modalidade do Impetus A.3.

Nome: Mateus de Moraes
Instituto: Programa de Pós-graduação em Física (PPGFI) - UNICAMP
Data: 19/04/2023
Finalizar: TRANSITION.F3A - GEOMETRIA_CINEMÁTICA_1711.MIP.



Em nossa segunda simulação geramos 59 comportamentos. Desses, os de número 4 a 6, 11 a 14, 19 a 21, 26 a 29, 33 a 35, 40 a 43, 47 a 49 e 53 a 55 registraram regiões de x constante, com a velocidade em x positiva; os comportamentos 4, 11, 12, 19, 26, 27, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41, 44, 45, 48, 50, 52 e 54 apresentaram velocidades estáveis para a força de resistência em x negativa; os comportamentos de número 4 a 10, 19 a 25 e 33 a 39 indicam valores de y constantes apesar da velocidade em y negativa; para os comportamentos de 1 a 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 47, 50, 51, 53, 56 e 57, observamos regiões de velocidade em y constante, mesmo com a força de resistência em y positiva; e os comportamentos 16, 18, 46 e 58 formaram novos valores qualitativos; conseqüentemente, consideramos todos comportamentos espúrios.

Análise geral

Analisados os resultados, podemos observar muitas concepções alternativas como conseqüência natural das manipulações dos modelos newtoniano e do *impetus*, nos problemas propostos. Como, por exemplo: no movimento horizontal, se a força aplicada for constante, produzirá uma velocidade final constante e dependente da força. Além disso, as simulações apresentaram-se bastante frutíferas, indicando pontos de interesse na pesquisa em ensino de Física. Como, por exemplo, a dependência entre o valor da velocidade constante e a força aplicada, também constante, que foi identificada não somente para o modelo do *impetus*, mas também para o modelo newtoniano. A previsão das concepções dos alunos é outra característica importante da simulação. Em nosso caso, estamos prevendo o movimento exclusivamente horizontal, por um intervalo de tempo, na altura máxima do movimento balístico, para estudantes que possuam o modelo A.2.

Alguns problemas que foram encontrados em nossas simulações poderiam ser corrigidos. Muitos estados espúrios foram diagnosticados devido ao desenho de regiões constantes na derivada. Regra que, se corrigida, poderia aumentar o poder computacional do programa, permitindo, talvez, a simulação do movimento horizontal com vt^2 crescente para o modelo do *impetus* e modelos mais sofisticados. Contudo, o aparecimento das concepções alternativas nos resultados nos leva a acreditar na simulação dos modelos descritos com o

QSim como uma boa opção para a descrição dos modelos mentais através dos procedimentos efetivos.

CAPÍTULO V

**CONCLUSÃO: COMENTÁRIOS FINAIS E
RECOMENDAÇÕES**

O objetivo principal deste trabalho foi o de verificar a possibilidade de implementação computacional de modelos mentais proposicionais encontrados nas pesquisas em resolução de problemas em Mecânica Clássica introdutória. Para isso, usamos resultados de Lagreca (1998) e outros disponíveis na literatura. Partindo da estaca zero em termo de simulação computacional de modelos mentais - um tópico extremamente atual, porém muito difícil e abordar - chegamos à simulação de dois possíveis modelos dos alunos nessa área da Física: aquele que chamamos de modelo do *impetus* (velocidade dependente da força, com a força de resistência constante) e o que denominamos de modelo newtoniano (força de resistência dependente da velocidade).

Estes dois modelos mentais, propostos a partir da descrição dos modelos da Mecânica, foram implementados computacionalmente com sucesso, portanto são coerentes internamente. As situações utilizadas para as simulações levaram a uma descrição mais detalhada dos modelos mentais, envolvendo não só descrições parciais, mas todo um modelo mental de trabalho, incluindo causas e conseqüências. Assim, diversas concepções alternativas encontradas na literatura surgiram naturalmente da simulação desses modelos, como conseqüências de seu funcionamento nas situações apresentadas. Além disso, as simulações formam uma perspectiva particular e mais detalhada no estudo dos modelos mentais, a qual é muito importante para a formação dos nossos modelos conceituais dos modelos mentais dos alunos, que muito provavelmente não poderia ser concebida na pesquisa analítico-qualitativa. Também, não podemos nos esquecer que a formação dos modelos conceituais é baseada nos consensos entre os nossos modelos mentais. Isso implica que quanto mais perspectivas (pontos de vistas particulares dos modelos) estiverem de acordo, mais próximo estaremos da formação de um modelo conceitual ótimo. Logo, consideramos a implementação

computacional um trabalho necessário a uma abordagem completa, ou visão integradora, ao nosso referencial teórico, que é o dos modelos mentais de Johnson-Laird.

No movimento horizontal, encontramos as concepções do tipo “a velocidade é constante se a força aplicada for constante”, “a proporcionalidade do valor da velocidade à intensidade da força impressa sobre o mesmo”, “a aceleração de um corpo devida a um crescimento monotônico da força impressa” (todas encontradas nos dois modelos). Outras concepções mais específicas também foram encontradas: “para manter o movimento com velocidade constante, seria necessário que a força impressa fosse igual as força de resistência” (modelo do newtoniano) ou “maior” (modelo do *impetus*); “do movimento no sentido da força aplicada” e “do repouso na ausência de forças” (modelo do *impetus*).

Nas outras situações analisadas não foi diferente. Vários resultados empíricos foram gerado em decorrência da manipulação dos modelos. No problema do pára-quedas, reproduzimos dois gráficos encontrados no trabalho experimental de Twigger et al. (1994). No problema do penhasco simulamos os três modelos do *impetus* em interação com a gravidade e o modelo newtoniano. O problema do projétil foi simulado para o modelo newtoniano e para os modelos A.2 e A.3, não sendo possível simulá-lo para o modelo A.1. Neste caso, se há o raciocínio do movimento balístico, levantamos a hipótese de ser através de imagens (modelos mentais de uma perspectiva apenas). Para o modelo A.2 fizemos a previsão do movimento puramente horizontal, para o problema do projétil não encontrado em nenhum dos artigos consultados. Esse resultado nos leva a acreditar que sujeitos com o modelo do *impetus* A.2 poderiam possuir esta concepção. Tais resultados sugerem o constructo de modelos mentais como mais abrangentes do que o das concepções alternativas, que nestes casos puderam ser derivadas naturalmente da manipulação dos modelos.

É interessante notar alguns pontos teóricos emergentes de nossas simulações. Um deles foi a impossibilidade de simular uma velocidade dependente da força e uma força de resistência dependente da velocidade. Atribuímos essa dificuldade ao uso exclusivo de uma única função diretamente proporcional em nosso trabalho.

Outra simulação impossível foi a reprodução do gráfico da figura 17c do artigo de

Twigger et al. (1994) para modelo do *impetus*, sugerindo que os estudantes com modelo do *impetus* não ofereceriam este tipo de resposta. Em todos os itens pesquisados empiricamente as porcentagens das respostas do modelo do *impetus* e do modelo newtoniano concordam com os nossos resultados. Ou seja, a soma das possíveis respostas do primeiro modelo são sempre da ordem de 80%, e do segundo, por volta de 10%. Neste caso, esperávamos uma redução na quantidade de respostas semelhantes, próxima à porcentagem do modelo newtoniano. Contudo, a porcentagem foi de 77% (somando as resposta semelhantes ao gráfico 17a – 25% – e 17b, conforme já argumentado anteriormente), gerando uma contradição que não nos foi possível de ser solucionada.

Assim, consideramos o processo de simulação bastante frutífero, pois conseguimos reproduzir resultados empíricos, prever algumas respostas e explicar alguns problemas de acordo com o raciocínio dos alunos. Além disso, encontramos alguns pontos de grande interesse para pesquisas futuras – como, por exemplo, a descrição detalhada de funcionamento do modelo do *impetus* nas situações aqui abordadas, inclusive com a previsão do movimento exclusivamente horizontal no modelo A.2. Com as confirmações possíveis das respostas dos alunos que possuem estes modelos, poderemos dizer que estamos compreendendo o funcionamento desses modelos segundo o pensamento de Johnson-Laird (p. 3, 1983).

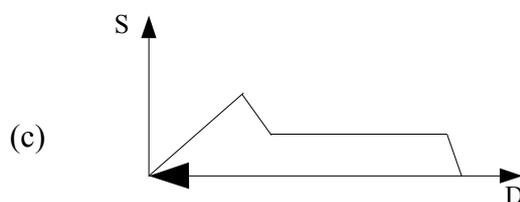


Figura 17c – Gráfico da velocidade pela posição desenhado pelos alunos, para o problema do pára-quedas (Twigger et al., 1994).

Um outro ponto que nos parece interessante é analisar a correspondência (funcionalidade) dos modelos mentais aqui testados, já que a funcionalidade é seu único

compromisso. Note-se que os modelos simulados explicam “corretamente”, pelo menos de forma qualitativa, vários pontos dos nossos problemas. Por exemplo, as descrições de movimento do *impetus* A.3 para os problemas do penhasco e do movimento balístico são muito próximas. Assim, é lógico supor que estes modelos (e conseqüentemente as concepções alternativas, quando são reflexos dos modelos mentais) sejam resistentes à mudança.

Uma lacuna importante em nosso trabalho foi a comprovação empírica-analítico-qualitativa de nossos resultados. Sugere-se para pesquisas futuras uma triagem dos alunos com estes modelos, e um estudo mais aprofundado dos mesmos, de forma a confirmar ou refutar as previsões, bem como melhorar os modelos simulados. Esse trabalho cooperativo e simbiótico, entre a teoria, simulação e o empírico é amplamente ressaltado na epistemologia da Ciência Cognitiva, principalmente por Johnson-Laird (p. 3-8, 1983).

Partindo destes resultados, nosso trabalho sugere uma re-leitura do tema das concepções alternativas a partir do referencial dos modelos mentais. Como muitas das concepções foram encontradas em nosso trabalho de simulação computacional, outras podem surgir de novos modelos mentais a serem identificados e simulados. Ou seja, entendemos as concepções alternativas talvez sejam meros reflexos dos modelos, e clamamos por uma abordagem mais ampla do tema.

Análise das ferramentas de pesquisa

O QSim se revelou uma ferramenta valiosa para simulação dos modelos mentais encontrados na literatura. Várias situações de pesquisa puderam ser simuladas no algoritmo, e outras mais poderiam ser adicionadas, contudo o desenvolvimento da descrição dos modelos levou um tempo muito grande. Por causa dessa limitação temporal, não foi possível desenvolver outras situações. Uma outra limitação foi que não conseguimos explorar os modelos envolvendo o uso de diversas massas, amplamente encontrados nos artigos. Os comportamentos espúrios, também, limitaram a incursão por modelos mais complexos, sendo necessário corrigir o problema das derivadas temporais para representações mais abertas. Contudo, as saídas gráficas mostraram-se bastante acessíveis. Portanto, o QSim é um

poderoso ambiente para a simulação de modelos mentais.

Para a comparação dos resultados foi muito importante o artigo de Twigger et al. (1994), pois continha representações gráficas das diversas situações. No futuro, o uso dos gráficos nas pesquisas analítico-qualitativas pode ser muito útil no estudo do funcionamento e articulação dos modelos mentais. Para possíveis comparações com as saídas gráficas do QSim seria desejável gráficos temporais. Um conhecimento das funções implementadas no algoritmo (add, mult, d/dt, M+, M-, etc.), mesmo superficial, seria igualmente desejável no estudo.

O estudo dos modelos mentais pode, também, se beneficiar das técnicas de modelização. Assim, a identificação das variáveis envolvidas nas situações apresentadas, a descrição de sua evolução temporal, de como se articulam com outras variáveis são pontos muito importantes para a simulação, se descritas em detalhes. Entretanto, o pesquisador deve lembrar-se que nem todos os alunos tem a idéia de variáveis e relações de forma clara, alguns partilham mais a idéia de eventos, objetos e causalidade.

Considerações ao ensino de Física

Os alunos possuem raciocínios consistentes e bastante completos. Isto é, podem inferir prever e explicar diversas situações. Possuem, um corpo de operações (do tipo somar, subtrair, funções proporcionais e condições de variação) que unidas à algumas concepções (força diretamente relacionada à velocidade, por exemplo) podem produzir modelos bastante consistentes (como o modelo do *impetus*, a propósito). Pela literatura, sabe-se que muitas tentativas foram feitas para modificar esses modelos, contudo são tentativas locais; é necessário tratá-los mais estruturalmente (Kuiper et al., 1994). Uma maneira seria “atacar” os núcleos dos modelos mentais, em vez dos seus reflexos (concepções alternativas). Isto é, a “velocidade dependente da força”, em vez do “aumento instantâneo da velocidade a partir de uma força constante”.

É claro que sendo os modelos mentais construções pessoais (idiossincráticas)

torna-se impossível levar-se em conta todas as formas de pensamento de um grande grupo de alunos. Mas o uso de um estudo de modelos padrões pode ser de grande utilidade. Além disso, a idéia de modelos idiossincráticos sugere uma revisão dos objetivos do ensino, no sentido de se valorizar o ensino da construção dos modelos físicos (modelização) a partir de ferramentas básicas (analogia, simulações, idealizações e abstrações gerais) disponíveis nos materiais didáticos (Greca, 2000), em contraste com a abordagem centrada no conteúdo.

Outro ponto é que em muitos casos nossos alunos imaginam objetos, eventos e processos relevantes mais facilmente que as variáveis físicas (Santos e Gravina, 1995). Portanto, uma solução para uma aprendizagem mais eficiente seria a redução dos modelos aos seus núcleos causais, de maneira a facilitar a análise das explicações e previsões dos alunos. A modelização é uma técnica que pode ajudar a identificar explicitamente os processos, variáveis e quantidades existentes, a partir das interações, propostas pelos alunos, entre os objetos e eventos.

Não podemos esquecer que os modelos mentais são parcialmente analógicos, que dizer, são análogos estruturais. Logo, o estímulo à criação de imagens pode ser uma saída interessante. Entretanto, temos, também, que levar em consideração que os alunos podem formar modelos essencialmente proposicionais (Greca, 1995). Contudo, quanto mais perspectivas entrarem em consenso mais próximo os modelos mentais estarão dos modelos conceituais.

Um outro fator de erro é a desconsideração de alguns elementos (objetos, eventos, propriedades ou relações) devido à economia cognitiva, de forma semelhante ao que ocorre nos silogismos (Johnson-Laird, 1983, p. 95-125; Bell e Johnson-Laird, 1998). Essa pode ser a causa da manutenção do modelo do *impetus*. O modelo do *impetus* não inclui a idéia de sistema (apenas de um objeto) e flui em uma única direção de causalidade (causa-efeito). Em problemas de colisões, por exemplo, o sujeito simula mentalmente o comportamento de apenas um dos objetos, fornecendo explicações e previsões somente deste. Se questionado sobre o outro, o sujeito simula novamente a situação enfocando o objeto antes esquecido. Ou seja, os sujeitos que possuem o modelo do *impetus* mantêm apenas um objeto por vez em seu sistema cognitivo. Assim, forçar a consideração de todos os elementos (objetos, propriedades,

eventos e relações) explicitamente podem levar a revisão do seu modelo e a construção de um modelo mais completo (Borges, 1999 e Borges e Gilbert, 1998) .

Uma proposta um pouco diferente é apresentada por Pozo (1999). Ele clama pela permanência das representações alternativas com a construção de um novo conjunto representacional (o científico). Seu argumento é de que essas representações alternativas funcionam muito bem no cotidiano, exigindo até um menor dispêndio da capacidade cognitiva. Enquanto as representações científicas poderiam ser construídas apenas para uso no contexto escolar ou científico. Neste caso, poderíamos imaginar que os alunos, gradualmente, iriam reconhecer seus modelos e os modelos científicos explicitamente, optando pelo uso, cada vez mais frequente, dos modelos científicos. Uma proposta semelhante já havia sido proposta por Solomon em 1984.

Greca (1998) acha válida ambas as posições, de enriquecimento dos modelos e, em casos extremos, a revisão total, bem como o estabelecimento de contextos distintos para o uso dos modelos distintos. Contudo, enfatiza a importância de se ensinar explicitamente o processo de modelização científica. Esta pode ser uma saída para o processo de construção ou mudança mais ampla da estrutura representacional.

Concluindo, esperamos que este estudo, ainda bastante preliminar e exploratório, sobre simulações computacional de modelos mentais sirva de estímulo a novas pesquisas na área. Na medida em que a pesquisa em ensino de Física busca, cada vez mais, apoio teórico na Psicologia Cognitiva e, de modo mais amplo, na Ciência Cognitiva, nos parece inevitável que pelo menos alguns pesquisadores da área passem a trabalhar em simulação computacional.

ANEXOS:

OS PROGRAMAS DAS SIMULAÇÕES

**PROGRAMA 1 – MOVIMENTO HORIZONTAL COM FORÇA
CONSTANTE NO MODELO NEWTONIANO (FIGURA 9)**

```
(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_imprensa (0 f1 inf))
    (soma_das_forcas (0 f1 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mf1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade forca_de_resistencia) )
    ((constant forca_imprensa))
    ((add forca_de_resistencia forca_imprensa soma_das_forcas)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transicao_para_novos_vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '((posicao_x (0 nil))
                                         (velocidade (0 nil))
                                         (forca_imprensa (0 std))
                                         (forca_de_resistencia (0 nil))
                                         (soma_das_forcas (0 nil)))
                        :text "Forca constante e atrito dependente da
velocidade")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade forca_imprensa)
                                   (soma_das_forcas forca_de_resistencia nil))))))

(defun transicao_para_novos_vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
                          :to-qde novos_vinculos
                          :assert '((forca_imprensa (f1 std)))
                          :inherit-qmag '(posicao_x velocidade forca_de_resistencia)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_imprensa (0 f1 inf))
    (soma_das_forcas (0 f1 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mf1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade forca_de_resistencia) (0 0) (v1 mf1))
    ((constant forca_imprensa))
    ((add forca_de_resistencia forca_imprensa soma_das_forcas) (0 f1 f1) (mf1 f1 0))))
```

**PROGRAMA 2 – MOVIMENTO HORIZONTAL COM FORÇA
CONSTANTE NO MODELO DO *IMPETUS* (FIGURA 10)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_impresa (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetos (0 I1 inf))
    (forca_de_resistencia (0 fr1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_x))
    ((constant forca_de_resistencia))
    ((add forca_de_resistencia soma_das_forcas forca_impresa) (fr1 mf1 0) (fr1 0 f1) (fr1 f1 f2) (fr1 f2 f3))
    ((constant velocidade))
    ((constant impetos)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transição-para-novos-vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '(
          (velocidade (0 std))
          (forca_impresa (0 inc))
          (impetos (0 std))
          (posicao_x (0 std))
          (forca_de_resistencia (fr1 std)))
        :text "Forca impressa constante e forca de resistencia
constante"))))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade forca_impresa)
    (impetos forca_de_resistencia soma_das_forcas)
    (nil nil nil))))))

(defun transição-para-novos-vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos_vinculos
    :assert '((forca_impresa (f3 std))
    (velocidade (v2 nil))
    (impetos (I2 nil))
    (forca_de_resistencia (fr1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x forca_impresa)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_impresa (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetos (0 I1 I2 inf))
    (forca_de_resistencia (0 fr1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))

```

```
((constant forca_de_resistencia)
  (add forca_de_resistencia soma_das_forcas forca_impressa) (fr1 f1 f2) (fr1 f2 f3))
  (M+ soma_das_forcas velocidade) (0 0) (f1 v1) (f2 v2))
  (M+ velocidade impetos) (0 0) (v1 I1) (v2 I2))
  ((constant forca_impressa))))
```

**PROGRAMA 3 – MOVIMENTO HORIZONTAL COM FORÇA
DECAINDO A ZERO NO MODELO NEWTONIANO (FIGURA**

11)

```
(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_impressa (0 f1 inf))
    (soma_das_forcas (0 f1 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mf1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade forca_de_resistencia) )
    ((constant forca_impressa))
    ((add forca_de_resistencia forca_impressa soma_das_forcas)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transicao_para_novos_vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '((posicao_x (0 nil))
                                         (velocidade (0 nil))
                                         (forca_impressa (0 std))
                                         (forca_de_resistencia (0 nil))
                                         (soma_das_forcas (0 nil)))
                        :text "Forca constante e atrito dependente da
velocidade")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade forca_impressa)
                                   (soma_das_forcas forca_de_resistencia nil))))))

(defun transicao_para_novos_vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
                          :to-qde novos_vinculos
                          :assert '((forca_impressa (f1 std)))
                          :inherit-qmag '(posicao_x velocidade forca_de_resistencia)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_impressa (0 f1 inf))
    (soma_das_forcas (0 f1 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mf1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade forca_de_resistencia) (0 0) (v1 mf1))
    ((constant forca_impressa))
    ((add forca_de_resistencia forca_impressa soma_das_forcas) (0 f1 f1) (mf1 f1 0))))
```

**PROGRAMA 4 – MOVIMENTO HORIZONTAL COM FORÇA
DECAINDO AO VALOR DA RESISTÊNCIA NO MODELO DO
IMPETUS (FIGURA 12)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_impressa (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetos (0 I1 inf))
    (forca_de_resistencia (0 fr1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_x))
    ((constant forca_de_resistencia))
    ((add forca_de_resistencia soma_das_forcas forca_impressa) (fr1 mf1 0) (fr1 0 f1) (fr1 f1 f2) (fr1 f2 f3))
    ((constant velocidade))
    ((constant impetos)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transição-para-novos-vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '((velocidade (0 std))
                                         (forca_impressa (0 inc))
                                         (impetos (0 std))
                                         (posicao_x (0 std))
                                         (forca_de_resistencia (fr1 std)))
                        :text "Forca maior que a resistencia, decaindo para valor
igual a resistencia")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade forca_impressa)
                                   (impetos soma_das_forcas forca_de_resistencia))))))

(defun transição-para-novos-vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
                          :to-qde novos_vinculos
                          :assert '((forca_impressa (f2 std))
                                   (velocidade (v1 nil))
                                   (impetos (I1 nil))
                                   (forca_de_resistencia (fr1 std)))
                          :inherit-qmag '(posicao_x forca_impressa)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_impressa (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetos (0 I1 I2 inf))
    (forca_de_resistencia (0 fr1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))
    ((constant forca_de_resistencia))

```

```

((add forca_de_resistencia soma_das_forcas forca_impressa) (fr1 f1 f2) (fr1 f1 f2) (fr1 f2 f3))
((M+ soma_das_forcas velocidade) (0 0) (f1 v1) (f2 v2))
((M+ velocidade impetos) (0 0) (v1 I1) (v2 I2))
((constant forca_impressa)))
(transitions
  ((posicao_x (x1 nil)) -> transição-para-novos-vinculos2)))

(defun transição-para-novos-vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos_vinculos2
    :assert '((forca_impressa (f1 std))
              (forca_de_resistencia (fr1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x forca_impressa)))

(define-QDE novos_vinculos2
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_impressa (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetos (0 I1 I2 inf))
    (forca_de_resistencia (0 fr1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))
    ((constant forca_de_resistencia))
    ((add forca_de_resistencia soma_das_forcas forca_impressa) (fr1 f1 f2) (fr1 f1 f2) (fr1 f2 f3))
    ((M+ soma_das_forcas velocidade) (0 0) (f1 v1) (f2 v2))
    ((M+ velocidade impetos) (0 0) (v1 I1) (v2 I2))
    ((constant forca_impressa))))

```

**PROGRAMA 5 – MOVIMENTO HORIZONTAL COM TVTF
CONSTANTE NO MODELO NEWTONIANO
(FIGURAS 13A E 13B)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_impressa (0 f1 inf))
    (tvtf (0 tvtf1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mtotal1 0 total1 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mf1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade forca_de_resistencia))
    ((constant tvtf))
    ((d/dt forca_impressa tvtf))
    ((add forca_de_resistencia forca_impressa soma_das_forcas) (0 0 0) )
    ((constant soma_das_forcas)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transicao_para_novos_vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '((posicao_x (0 nil))
                                         (velocidade (0 nil))
                                         (forca_impressa (0 nil))
                                         (forca_de_resistencia(0 nil))
                                         (soma_das_forcas (0 std))
                                         (tvtf (0 std)))
                        :text "Forca crescente, atrito dependente da velocidade e
tvtf constant")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade forca_impressa)
                                   (soma_das_forcas forca_de_resistencia tvtf))))))

(defun transicao_para_novos_vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
                           :to-qde novos_vinculos
                           :assert '((tvtf (tvtf1 std)))
                           :inherit-qmag '(posicao_x velocidade forca_de_resistencia forca_impressa soma_das_forcas)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_impressa (0 f1 inf))
    (tvtf (0 tvtf1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mtotal1 0 total1 inf))
    (forca_de_resistencia(minf mf1 0)))

```

```
(constraints
  ((constant tvtf)
   ((d/dt posicao_x velocidade)
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas)
     (M- velocidade forca_de_resistencia) (0 0) (v1 mf1))
    ((d/dt forca_imprensa tvtf)
     ((add forca_de_resistencia forca_imprensa soma_das_forcas) (0 0 0))))))
```

**PROGRAMA 6 – MOVIMENTO HORIZONTAL COM TVTF
CONSTANTE NO MODELO DO *IMPETUS*
(FIGURA 14)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_imprensa (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetos (0 I1 inf))
    (tvtf (0 tvtf1 inf))
    (forca_de_resistencia (0 fr1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_x))
    ((constant forca_de_resistencia))
    ((add forca_de_resistencia soma_das_forcas forca_imprensa) (fr1 mf1 0) (fr1 0 f1) (fr1 f1 f2) (fr1 f2 f3))
    ((d/dt forca_imprensa tvtf))
    ((constant velocidade))
    ((constant impetos))
    ((constant tvtf)))
  (transitions
    ((soma_das_forcas (0 inc)) -> transição-para-novos-vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '((tvtf (tvtf1 std))
                                         (velocidade (0 std))
                                         (forca_imprensa (0 inc))
                                         (impetos (0 std))
                                         (posicao_x (0 std))
                                         (forca_de_resistencia (fr1 std)))
                        :text "Forca aumentando, tvtf constante e forca de
resistencia constante")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((Posicao_x Velocidade Forca_imprensa)
                                   (Impetos Tvtf Forca_de_resistencia)
                                   (Soma_das_forcas nil nil))))))

(defun transição-para-novos-vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
                           :to-qde novos_vinculos
                           :assert '((tvtf (tvtf1 std))
                                    (velocidade (0 inc))
                                    (impetos (0 inc))
                                    (forca_de_resistencia (fr1 std)))
                           :inherit-qmag '(posicao_x forca_imprensa)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_imprensa (0 f1 f2 f3 inf))

```

```
(impetos (0 I1 I2 inf))
(tvtf (0 tvtf1 inf))
(forca_de_resistencia (0 fr1 inf))
(soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf))
(constraints
  ((d/dt posicao_x velocidade))
  ((constant forca_de_resistencia))
  ((add forca_de_resistencia soma_das_forcas forca_impressa) (fr1 f1 f2) (fr1 f1 f2) (fr1 f2 f3))
  ((M+ soma_das_forcas velocidade) (0 0) (f1 v1) (f2 v2))
  ((M+ velocidade impetos) (0 0) (v1 I1) (v2 I2))
  ((d/dt forca_impressa tvtf))
  ((constant tvtf))))
```

**PROGRAMA 7 – MOVIMENTO HORIZONTAL COM TVTF
CRESCENTE NO MODELO NEWTONIANO
(FIGURAS 15A E 15B)**

```
(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 inf))
    (velocidade (0 v1 inf))
    (forca_impressa (0 f1 inf))
    (tvtf (0 tvtf1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf1 0 f1 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mf1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade forca_de_resistencia) (0 0) (v1 mf1) )
    ((d/dt forca_impressa tvtf))
    ((add forca_de_resistencia forca_impressa soma_das_forcas) (0 0 0) (0 f1 f1) (mf1 inf inf))))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '((posicao_x (0 nil))
                                         (velocidade (0 nil))
                                         (forca_impressa (0 nil))
                                         (forca_de_resistencia (0 nil))
                                         (soma_das_forcas (0 nil))
                                         (tvtf (0 inc)))
                        :text "Forca impressa constante, atrito dependente da
velocidade e tvtf crescente"))
        (qsim initial)
        (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade forca_impressa)
                                         (soma_das_forcas forca_de_resistencia tvtf)))))
```

**PROGRAMA 8 – O PROBLEMA DO PARA-QUEDAS NO
MODELO NEWTONIANO. RESPOSTA SEMELHANTE A
FIGURA 17B (FIGURA 18)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 y4 y5 y6 y7 y8 y9 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mf3 mf2 mf1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade forca_de_resistencia) (0 0) (v1 mf1) (v2 mf2))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((add forca_de_resistencia forca_da_gravidade soma_das_forcas) (0 f2 f2) (mf1 f2 f1) (mf2 f2 0)))
  (transitions
    ((posicao_y (y4 inc)) -> transicao_para_novos_vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '((posicao_y (0 nil))
                                         (velocidade (0 inc))
                                         (forca_da_gravidade (f2 std))
                                         (forca_de_resistencia (0 dec))
                                         (soma_das_forcas (f2 dec)))
                        :text "Problema do para-quedas; resposta b")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_y velocidade forca_da_gravidade)
                                   (soma_das_forcas forca_de_resistencia nova_forca_de_resistencia)))))

(defun transicao_para_novos_vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
                          :to-qde novos_vinculos
                          :assert '((nova_forca_de_resistencia (mnfr3 nil))
                                   (soma_das_forcas (mf1 nil)))
                          :inherit-qmag '(posicao_y velocidade forca_da_gravidade)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 y4 y5 y6 y7 y8 y9 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf))
    (nova_forca_de_resistencia (minf mnfr3 mnfr2 mnfr1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade nova_forca_de_resistencia))
    ((add nova_forca_de_resistencia forca_da_gravidade soma_das_forcas) (mnfr3 f2 mf1) (mnfr2 f2 0))
    ((constant forca_da_gravidade)))
  (transitions
    ((posicao_y (y8 inc)) -> transicao_para_novos_vinculos2)))

```

```

(defun transicao_para_novos_vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos_vinculos2
    :assert '((velocidade (0 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_y velocidade forca_da_gravidade soma_das_forcas
      nova_forca_de_resistencia)))

(define-QDE novos_vinculos2
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 y4 y5 y6 y7 y8 y9 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf))
    (nova_forca_de_resistencia (minf mnfr3 mnfr2 mnfr1 0)))
  (constraints
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((constant soma_das_forcas))
    ((constant nova_forca_de_resistencia))))

```

**PROGRAMA 9 – O PROBLEMA DO PARA-QUEDAS NO
 MODELO NEWTONIANO. RESPOSTA SEMELHANTE A
 FIGURA 17C (FIGURA 19)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 y4 y5 y6 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mf3 mf2 mf1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade forca_de_resistencia) (0 0) (v1 mf1) (v2 mf2))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((add forca_de_resistencia forca_da_gravidade soma_das_forcas) (0 f2 f2) (mf1 f2 f1) (mf2 f2 0)))
  (transitions
    ((posicao_y (y2 inc)) -> transicao_para_novos_vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '((posicao_y (0 nil))
                                         (velocidade (0 inc))
                                         (forca_da_gravidade (f2 std))
                                         (forca_de_resistencia (0 dec))
                                         (soma_das_forcas (f2 dec)))
                        :text "Problema do para-quedas; resposta a")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_y velocidade forca_da_gravidade)
                                   (soma_das_forcas forca_de_resistencia nova_forca_de_resistencia))))))

(defun transicao_para_novos_vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
                          :to-qde novos_vinculos
                          :assert '((nova_forca_de_resistencia (mnfr3 nil))
                                   (soma_das_forcas (mf1 nil)))
                          :inherit-qmag '(posicao_y velocidade forca_da_gravidade)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 y4 y5 y6 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf))
    (nova_forca_de_resistencia (minf mnfr3 mnfr2 mnfr1 0)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade))
    ((d/dt velocidade soma_das_forcas))
    ((M- velocidade nova_forca_de_resistencia))
    ((add nova_forca_de_resistencia forca_da_gravidade soma_das_forcas) (mnfr3 f2 mf1) (mnfr2 f2 0))
    ((constant forca_da_gravidade)))
  (transitions
    ((posicao_y (y6 inc)) -> transicao_para_novos_vinculos2)))

```

```

(defun transicao_para_novos_vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos_vinculos2
    :assert '((velocidade (0 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_y velocidade forca_da_gravidade soma_das_forcas
      nova_forca_de_resistencia)))

(define-QDE novos_vinculos2
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 y4 y5 y6 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 inf))
    (nova_forca_de_resistencia (minf mnfr3 mnfr2 mnfr1 0)))
  (constraints
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((constant soma_das_forcas))
    ((constant nova_forca_de_resistencia))))

```

**PROGRAMA 10 – O PROBLEMA DO PARA-QUEDAS NO
MODELO DO *IMPETUS*. RESPOSTA SEMELHANTE A
FIGURA 17B (FIGURA 20)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetus")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetus (0 I1 I2 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mfr2 mfr1 0 fr1 fr2 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_x))
    ((constant forca_de_resistencia))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((constant velocidade))
    ((constant impetus))
    ((constant soma_das_forcas)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transição-para-novos-vinculos)))

(defun rodar ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '(
          (velocidade (0 std))
          (forca_da_gravidade (f3 std))
          (impetus (0 std))
          (posicao_x (0 nil))
          (forca_de_resistencia (mfr1 std))
          (soma_das_forcas (f2 nil)))
          :text "Problema do paraquedas; resposta b")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade forca_da_gravidade)
    (impetus soma_das_forcas forca_de_resistencia)
    (nova_forca_de_resistencia nil nil))))))

(defun transição-para-novos-vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos_vinculos
    :assert '((forca_da_gravidade (f3 std))
    (velocidade (v2 nil))
    (impetus (I2 nil))
    (soma_das_forcas (f2 nil))
    (forca_de_resistencia (mfr1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo do impetus")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetus (0 I1 I2 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mfr2 mfr1 0 fr1 fr2 inf))

```

```

(soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf))
(constraints
  ((d/dt posicao_x velocidade)
   ((constant forca_de_resistencia)
    (add forca_de_resistencia forca_da_gravidade soma_das_forcas) (mfr1 f3 f2))
   ((M+ soma_das_forcas velocidade) (0 0) (f1 v1) (f2 v2))
   ((M+ velocidade impetos) (0 0) (v1 I1) (v2 I2))
   ((constant forca_da_gravidade)))
(transitions
  ((posicao_x (x1 nil) -> transição-para-novos-vinculos2)))

(defun transicao_para_novos_vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos_vinculos2
    :assert '((nova_forca_de_resistencia (mfr2 nil))
              (velocidade (v1 nil))
              (impetos (I1 nil)))
    :inherit-qmag '(posicao_x forca_da_gravidade)))

(define-QDE novos_vinculos2
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetos (0 I1 I2 inf))
    (nova_forca_de_resistencia (minf mfr2 mfr1 0 fr1 fr2 inf))
    (soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade)
     ((constant nova_forca_de_resistencia)
      (add nova_forca_de_resistencia forca_da_gravidade soma_das_forcas) (mfr2 f3 f1))
     ((M+ soma_das_forcas velocidade) (0 0) (f1 v1) (f2 v2))
     ((M+ velocidade impetos) (0 0) (v1 I1) (v2 I2))
     ((constant forca_da_gravidade)))
  (transitions
    ((posicao_x (x3 nil) -> transição-para-novos-vinculos3)))

(defun transição-para-novos-vinculos3 (estado3)
  (create-transition-state :from-state estado3
    :to-qde novos_vinculos3
    :assert '((forca_da_gravidade (f3 std))
              (velocidade (0 std))
              (impetos (0 std))
              (nova_forca_de_resistencia (0 std))
              (posicao_x (0 std))
              (soma_das_forcas (0 std)))
    :inherit-qmag '( ))

(define-QDE novos_vinculos3
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 inf))
    (velocidade (0 v1 v2 inf))
    (forca_da_gravidade (0 f1 f2 f3 inf))
    (impetos (0 I1 I2 inf))

```

```
(nova_forca_de_resistencia (minf mfr2 mfr1 0 fr1 fr2 inf))  
(soma_das_forcas (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf))  
(constraints  
  ((constant posicao_x))  
  ((constant nova_forca_de_resistencia))  
  ((constant soma_das_forcas))  
  ((constant forca_da_gravidade))  
  ((constant velocidade))
```

**PROGRAMA 11 – O PROBLEMA DO PENHASCO NO
MODELO NEWTONIANO
(FIGURA 21)**

```
(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx3 mfrx2 mfrx1 0 frx1 frx2 frx3 inf))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry3 mfry2 mfry1 0 fry1 fry2 fry3 inf))
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal3 mtotal2 mtotal1 0 total1 total2 total3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((M- forca_de_resistencia_x velocidade_x) (mfrx3 vx3) (mfrx2 vx2) (mfrx1 vx1) (0 0))
    ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((M- forca_de_resistencia_y velocidade_y) (0 0) (fry1 mvy1) (fry2 mvy2) (fry3 mvy3))
    ((d/dt velocidade_y soma_das_forcas_y))
    ((add forca_de_resistencia_y forca_da_gravidade soma_das_forcas_y) (0 mfg1 mtotal1)
      (mfry1 mfg1 mtotal2) (mfry2 mfg1 mtotal3))
    ((constant forca_da_gravidade))))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '(
          (posicao_x (0 nil))
          (velocidade_x (vx3 nil))
          (posicao_y (y3 nil))
          (velocidade_y (0 nil))
          (forca_da_gravidade (mfg1 nil))
          (forca_de_resistencia_y (0 nil))
          (forca_de_resistencia_x (mfrx3 nil)))
          :text "Problema do penhasco")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade_x forca_de_resistencia_x)
      (posicao_y velocidade_y forca_de_resistencia_y)
      (forca_da_gravidade soma_das_forcas_y nil))))))
```



```

(forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
:inherit-qmag '(posicao_x posicao_y velocidade_y impetos_y))

```

```

(define-QDE novos_vinculos
(text "Modelo do impetos")
(quantity-spaces
(posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
(velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
(impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
(forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
(forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
(posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
(velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
(impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
(soma_das_forcas_y (minf mfy2 mfy1 0 fy1 fy2 inf))
(soma_das_forcas_x (minf mfx2 mfx1 0 fx1 fx2 inf)))
(constraints
((d/dt posicao_x velocidade_x))
((constant forca_de_resistencia_x))
((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x) (mfrx1 fx2 fx1) (mfrx1 fx3 fx2))
((M+ soma_das_forcas_x velocidade_x) (0 0) (fx1 vx1) (fx2 vx2))
((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2))
((constant forca_x))
((constant posicao_y))
((constant velocidade_y))
((constant soma_das_forcas_y))
((constant impetos_y)))
(transitions
((posicao_x (x1 nil) -> transição-para-novos-vinculos2)))

```

```

(defun transição-para-novos-vinculos2 (estado2)
(create-transition-state :from-state estado2
:to-qde novos_vinculos2
:assert '((forca_de_resistencia_y (fry1 std))
(velocidade_y (mvy3 std))
(impetos_y (mIy3 std))
(forca_da_gravidade (mfg1 std)))
:inherit-qmag '(posicao_x posicao_y))

```

```

(define-QDE novos_vinculos2
(text "Modelo do impetos")
(quantity-spaces
(forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
(soma_das_forcas_y (minf mfy2 mfy1 0 fy1 fy2 inf))
(posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
(velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
(impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
(posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
(forca_de_resistencia_y (minf mfr1 0 fry1 inf)))
(constraints
((d/dt posicao_y velocidade_y))
((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (mfy2 mvy3))
((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y soma_das_forcas_y) (mfg1 fry1 mfy2))
((constant forca_da_gravidade))
((constant forca_de_resistencia_y))
((constant posicao_x)))

```

**PROGRAMA 13 – O PROBLEMA DO PENHASCO NO
 MODELO DO *IMPETUS* A.2
 (FIGURA 24)**

```
(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
    (forca_x (0 forca_x1 forca_x2 forca_x3 forca_x4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
    (soma_das_forcas (minf mforca_x2 mforca_x1 0 forca_x1 forca_x2 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_x))
    ((constant velocidade_x))
    ((constant impetos_x))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas) (mfrx1 0 mforca_x1) (mfrx1 forca_x1 0) (mfrx1
forca_x2 forca_x1) (mfrx1 forca_x3 forca_x2))
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant impetos_y))
    ((constant forca_de_resistencia_y))
  )
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transição-para-novos-vinculos)))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '(
          (posicao_x (0 std))
          (velocidade_x (0 std))
          (impetos_x (0 std))
          (posicao_y (y3 std))
          (velocidade_y (0 std))
          (impetos_y (0 std))
          (forca_x (0 inc))
          (forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
          (forca_de_resistencia_y (0 std))
        )
        :text "Problema do penhasco; modelo A.2")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade_x impetos_x)
                                     (posicao_y velocidade_y impetos_y)
                                     (forca_x soma_das_forcas_y soma_das_forcas_x)
                                     (forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y forca_de_resistencia_x))))))
```

```
(defun transição-para-novos-vinculos (estado)
```

```

(create-transition-state :from-state estado
  :to-qde novos-vinculos
  :assert '((forca_x (forca_x3 std))
            (velocidade_x (vx3 std))
            (impetos_x (Ix3 std))
            (forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
            (posicao_y (y3 std)))
  :inherit-qmag '(posicao_x posicao_y velocidade_y impetos_y)))

(define-QDE novos-vinculos
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_x (0 forca_x1 forca_x2 forca_x3 forca_x4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (soma_das_forcas_x (minf mforca_x2 mforca_x1 0 forca_x1 forca_x2 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x) (mfrx1 forca_x2 forca_x1) (mfrx1 forca_x3
forca_x2))
    ((M+ soma_das_forcas_x velocidade_x) (0 0) (forca_x1 vx2) (forca_x2 vx3))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
    ((constant forca_x))
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant impetos_y)))
  (transitions
    ((posicao_x (x1 inc)) -> transição-para-novos-vinculos2)))

(defun transição-para-novos-vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos-vinculos2
    :assert '((forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
              (forca_da_gravidade (mfg1 std))
              (posicao_x (x1 inc))
              (posicao_y (y3 std))
              (soma_das_forcas_y (0 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x velocidade_y impetos_y impetos_x)))

(define-QDE novos-vinculos2
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))

```

```

)
(constraints
  ((d/dt posicao_x velocidade_x)
   ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x)
    (M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3) (vx4 Ix4))
   ((constant soma_das_forcas_y)
    ((constant forca_de_resistencia_x)
     ((constant forca_da_gravidade)
      ((constant posicao_y)
       ((constant velocidade_y)
        ((constant impetos_y))))
    (transitions
      ((velocidade_x (0 nil)) -> transição-para-novos-vinculos3)))

(defun transição-para-novos-vinculos3 (estado3)
  (create-transition-state :from-state estado3
    :to-qde novos-vinculos3
    :assert '((forca_de_resistencia_y (fry1 std))
              (velocidade_y (mvy3 std))
              (impetos_y (mly3 std))
              (forca_da_gravidade (mfg1 std))
              (posicao_y (y3 dec))
              (soma_das_forcas_y (mtotal1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x velocidade_y impetos_y impetos_x)))

(define-QDE novos-vinculos3
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y)
     ((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y soma_das_forcas_y) (mfg1 fry1 mtotal1))
     ((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (mtotal1 mvy3))
     ((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mly1) (mvy2 mly2) (mvy3 mly3))
     ((constant soma_das_forcas_y)
      ((constant forca_de_resistencia_y)
       ((constant forca_da_gravidade)
        ((constant posicao_x)
         ((constant velocidade_x)
          ((constant impetos_x))))))

```

**PROGRAMA 14 – O PROBLEMA DO PENHASCO NO
 MODELO DO *IMPETUS* A.2
 (FIGURA 25)**

```
(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
    (soma_das_forcas_x (minf mfx2 mfx1 0 fx1 fx2 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_x))
    ((constant velocidade_x))
    ((constant impetos_x))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x) (mfrx1 0 mfx1) (mfrx1 fx1 0) (mfrx1 fx2 fx1)
    (mfrx1 fx3 fx2))
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant impetos_y))
    ((constant forca_de_resistencia_y)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transicao-para-novos-vinculos)))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio :assert-values '(
          (posicao_x (0 std))
          (velocidade_x (0 std))
          (impetos_x (0 std))
          (posicao_y (y3 std))
          (velocidade_y (0 std))
          (impetos_y (0 std))
          (forca_x (0 inc))
          (forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
          (forca_de_resistencia_y (0 std))
          :text "Problema do penhasco; modelo A.2"))))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade_x impetos_x)
    (posicao_y velocidade_y impetos_y)
    (forca_x soma_das_forcas_y soma_das_forcas_x)
    (forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y forca_de_resistencia_y))))))

(defun transicao-para-novos-vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos-vinculos
    :assert '((forca_x (fx3 std))
    (velocidade_x (vx3 std)))
```

```

                (impetos_x (Ix3 std))
                (forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
                (posicao_y (y3 std)))
:inherit-qmag '(posicao_x posicao_y velocidade_y impetos_y)))

(define-QDE novos-vinculos
(text "Modelo do impetos")
(quantity-spaces
 (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
 (velocidade_y (minf mv3 mv2 mv1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
 (impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
 (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
 (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
 (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
 (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
 (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
 (soma_das_forcas_x (minf mfx2 mfx1 0 fx1 fx2 inf)))
(constraints
 ((d/dt posicao_x velocidade_x))
 ((constant forca_de_resistencia_x))
 ((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x) (mfrx1 fx2 fx1) (mfrx1 fx3 fx2))
 ((M+ soma_das_forcas_x velocidade_x) (0 0) (fx1 vx2) (fx2 vx3))
 ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
 ((constant forca_x))
 ((constant posicao_y))
 ((constant velocidade_y))
 ((constant impetos_y)))
(transitions
 ((posicao_x (x1 inc)) -> transicao-para-novos-vinculos2)))

(defun transicao-para-novos-vinculos2 (estado2)
 (create-transition-state :from-state estado2
 :to-qde novos-vinculos2
 :assert '((forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
 (forca_da_gravidade (mfg1 std))
 (posicao_x (x1 inc))
 (posicao_y (y3 std))
 (soma_das_forcas_y (0 std)))
 :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x velocidade_y impetos_y impetos_x)))

(define-QDE novos-vinculos2
(text "Modelo do impetos")
(quantity-spaces
 (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
 (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
 (velocidade_y (minf mv3 mv2 mv1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
 (impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
 (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
 (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
 (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
 (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
 (soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))
 )
(constraints
 ((d/dt posicao_x velocidade_x))
 ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))
 ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3) (vx4 Ix4))

```

```

((constant soma_das_forcas_y))
((constant forca_de_resistencia_x))
((constant forca_da_gravidade))
((constant posicao_y))
((constant velocidade_y))
((constant impetos_y))
(transitions
  ((velocidade_x (vx1 nil) -> transicao-para-novos-vinculos3)))

(defun transicao-para-novos-vinculos3 (estado3)
  (create-transition-state :from-state estado3
    :to-qde novos-vinculos3
    :assert '((forca_de_resistencia_y (fry1 std))
              (velocidade_y (mvy3 std))
              (impetos_y (mIy3 std))
              (forca_da_gravidade (mfg1 std))
              (posicao_y (y3 dec))
              (soma_das_forcas_y (mtotal1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x forca_de_resistencia_x velocidade_y
impetos_y)))

(define-QDE novos-vinculos3
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y soma_das_forcas_y) (mfg1 fry1 mtotal1))
    ((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (mtotal1 mvy3))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
    ((constant soma_das_forcas_y))
    ((constant forca_de_resistencia_y))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3) (vx4 Ix4)))
  (transitions
    ((velocidade_x (0 nil) -> transicao-para-novos-vinculos4)))

(defun transicao-para-novos-vinculos4 (estado4)
  (create-transition-state :from-state estado4
    :to-qde novos-vinculos4
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x forca_de_resistencia_x posicao_y
velocidade_y
impetos_y forca_de_resistencia_y forca_da_gravidade soma_das_forcas_y)))

(define-QDE novos-vinculos4

```

```

(text "Modelo do impetos")
(quantity-spaces
(forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
(posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
(velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
(impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
(forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
(soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))
(posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
(velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
(impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf)))
(constraints
((d/dt posicao_y velocidade_y))
((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y soma_das_forcas_y) (mfg1 fry1 mtotal1))
((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (mtotal1 mvy3))
((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
((constant soma_das_forcas_y))
((constant forca_de_resistencia_y))
((constant forca_da_gravidade))
((constant posicao_x))
((constant velocidade_x))
((constant impetos_x))))

```

**PROGRAMA 15 – O PROBLEMA DO PENHASCO NO
 MODELO DO *IMPETUS* A.3
 (FIGURA 27)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
    (soma_das_forcas_x (minf mfx2 mfx1 0 fx1 fx2 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_x))
    ((constant velocidade_x))
    ((constant impetos_x))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x) (mfrx1 0 mfx1) (mfrx1 fx1 0) (mfrx1 fx2 fx1)
    (mfrx1 fx3 fx2))
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant impetos_y))
    ((constant forca_de_resistencia_y)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transicao_para_novos_vinculos)))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio :assert-values '(
          (posicao_x (0 std))
          (velocidade_x (0 std))
          (impetos_x (0 std))
          (posicao_y (y3 std))
          (velocidade_y (0 std))
          (impetos_y (0 std))
          (forca_x (0 inc))
          (forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
          (forca_de_resistencia_y (0 std))
          :text "Problema do penhasco; modelo A.3"))))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade_x impetos_x)
    (posicao_y velocidade_y impetos_y)
    (forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x)
    (forca_de_resistencia_y forca_da_gravidade soma_das_forcas_y))))))

(defun transicao_para_novos_vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos_vinculos
    :assert '((forca_x (fx3 std))
    (velocidade_x (vx3 std))

```

```

                (impetos_x (Ix3 std))
                (forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
                (soma_das_forcas_y (0 std))
                (posicao_y (y3 std)))
:inherit-qmag '(posicao_x posicao_y velocidade_y impetos_y)))

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (soma_das_forcas_x (minf mfx2 mfx1 0 fx1 fx2 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x) (mfrx1 fx2 fx1) (mfrx1 fx3 fx2))
    ((M+ soma_das_forcas_x velocidade_x) (0 0) (fx1 vx2) (fx2 vx3))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
    ((constant soma_das_forcas_y))
    ((constant forca_x))
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant impetos_y)))
  (transitions
    ((posicao_x (x2 inc)) -> transicao_para_novos_vinculos2)))

(defun transicao_para_novos_vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos_vinculos2
    :assert '((forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
              (forca_da_gravidade (mfg1 std))
              (posicao_x (x2 inc))
              (posicao_y (y3 dec))
              (soma_das_forcas_y (mtotal1 std))
              (forca_de_resistencia_y (fry1 std))
              (velocidade_y (mvy3 std))
              (impetos_y (mly3 std)))
    :inherit-qmag '(velocidade_x impetos_x)))

(define-QDE novos_vinculos2
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))

```

```

(impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
(forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
(constraints
((d/dt posicao_y velocidade_y))
((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y soma_das_forcas_y) (mfg1 fry1 mtotal1))
((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (mtotal1 mvy3))
((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mly1) (mvy2 mly2) (mvy3 mly3))
((constant soma_das_forcas_y))
((constant forca_de_resistencia_y))
((constant forca_da_gravidade))
((constant forca_de_resistencia_x))
((d/dt posicao_x velocidade_x))
((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))
((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3) (vx4 Ix4)))

```

**PROGRAMA 16 – O PROBLEMA DO PROJÉTIL NO MODELO
NEWTONIANO (FIGURA 29)**

```
(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx3 mfrx2 mfrx1 0 frx1 frx2 frx3 inf))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry3 mfry2 mfry1 0 fry1 fry2 fry3 inf))
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal3 mtotal2 mtotal1 0 total1 total2 total3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((M- forca_de_resistencia_x velocidade_x) (mfrx3 vx3) (mfrx2 vx2) (mfrx1 vx1) (0 0))
    ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((M- forca_de_resistencia_y velocidade_y) (0 0) (fry1 mvy1) (fry2 mvy2) (fry3 mvy3))
    ((d/dt velocidade_y soma_das_forcas_y))
    ((add forca_de_resistencia_y forca_da_gravidade soma_das_forcas_y) (0 mfg1 mtotal1)
      (mfry1 mfg1 mtotal2) (mfry2 mfg1 mtotal3))
    ((constant forca_da_gravidade))))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio
                        :assert-values '(
          (posicao_x (0 nil))
          (velocidade_x (vx3 nil))
          (posicao_y (0 nil))
          (velocidade_y (vy3 nil))
          (forca_da_gravidade (mfg1 nil))
          (forca_de_resistencia_y (mfry3 nil))
          (forca_de_resistencia_x (mfrx3 nil))
          :text "Problema do projétil, pequena velocidade em
x"))))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade_x forca_de_resistencia_x)
      (posicao_y velocidade_y forca_de_resistencia_y)
      (forca_da_gravidade soma_das_forcas_y nil))))))
```

**PROGRAMA 17 – O PROBLEMA DO PROJÉTIL NO MODELO
NEWTONIANO (FIGURA 30)**

```
(define-QDE inicio
  (text "Modelo newtoniano")
  (quantity-spaces
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx3 mfrx2 mfrx1 0 frx1 frx2 frx3 inf))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry3 mfry2 mfry1 0 fry1 fry2 fry3 inf))
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal3 mtotal2 mtotal1 0 total1 total2 total3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((M- forca_de_resistencia_x velocidade_x) (mfrx3 vx3) (mfrx2 vx2) (mfrx1 vx1) (0 0))
    ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((M- forca_de_resistencia_y velocidade_y) (0 0) (fry1 mvy1) (fry2 mvy2) (fry3 mvy3))
    ((d/dt velocidade_y soma_das_forcas_y))
    ((add forca_de_resistencia_y forca_da_gravidade soma_das_forcas_y) (0 mfg1 mtotal1)
      (mfry1 mfg1 mtotal2) (mfry2 mfg1 mtotal3))
    ((constant forca_da_gravidade))))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio :assert-values '(
          (posicao_x (0 nil))
          (velocidade_x (vx3 nil))
          (posicao_y (0 nil))
          (velocidade_y (vy2 nil))
          (forca_da_gravidade (mfg1 nil))
          (forca_de_resistencia_y (mfry2 nil))
          (forca_de_resistencia_x (mfrx3 nil))
          :text "Problema do projétil, maior velocidade em x")))
        (qsim initial)
        (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade_x forca_de_resistencia_x)
          (posicao_y velocidade_y forca_de_resistencia_y)
          (forca_da_gravidade soma_das_forcas_y nil))))))
```

**PROGRAMA 18 – O PROBLEMA DO PROJÉTIL NO MODELO
DO IMPETUS A.2 (FIGURA 32)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_y (0 fy1 fy2 fy3 fy4 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant posicao_x))
    ((constant velocidade_x))
    ((constant impetos_y))
    ((constant impetos_x))
    ((constant forca_x))
    ((constant forca_y)))
  (transitions
    ((posicao_y (0 nil)) -> transicao_para_novos_vinculos)))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio :assert-values '(
          (velocidade_y (0 std))
          (forca_x (0 std))
          (forca_y (0 std))
          (impetos_y (0 std))
          (impetos_x (0 std))
          (posicao_y (0 std))
          (posicao_x (0 std))
          (velocidade_x (0 std)))
          :text "Problema do projétil; modelo A.2")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_y velocidade_y impetos_y)
      (posicao_x velocidade_x forca_da_gravidade )
      (forca_y forca_x novo_total)
      (forca_de_resistencia soma_das_forcas_y soma_das_forcas_x))))))

(defun transicao_para_novos_vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos_vinculos
    :assert '((forca_y (fy3 std))
      (forca_x (fx3 std))
      (velocidade_y (vy2 std))
      (impetos_y (Iy2 std))
      (velocidade_x (vx6 std))
      (impetos_x (Ix6 std))
      (forca_de_resistencia (mfat1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_y posicao_x)))

```

```

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_y (0 fy1 fy2 fy3 fy4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mfat1 0 fat1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf))
    (soma_das_forcas_x (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (vy1 Iy1) (vy2 Iy2) )
    ((add forca_de_resistencia forca_y soma_das_forcas_y) (mfat1 0 mf1) (mfat1 fy1 0) (mfat1 fy2 f1) (mfat1 fy3
f2) (mfat1 fy4 f3))
    ((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (f1 vy1) (f2 vy2) )
    ((constant forca_y))
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3)(vx4 Ix4)(vx5 Ix5)(vx6 Ix6) )
    ((add forca_de_resistencia forca_x soma_das_forcas_x) (mfat1 0 mf1) (mfat1 fx1 0) (mfat1 fx2 f1) (mfat1 fx3
f2) (mfat1 fx4 f3))
    ((M+ soma_das_forcas_x velocidade_x) (f1 vx5) (f2 vx6) )
    ((constant forca_x))
    ((constant forca_de_resistencia)))
  (transitions
    ((posicao_y (y1 nil) -> transicao_para_novos_vinculos2)))

(defun transicao_para_novos_vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos_vinculos2
    :assert '((forca_da_gravidade (mfg1 std))
      (novo_total2 (0 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x posicao_y velocidade_y impetos_y
forca_de_resistencia)))

(define-QDE novos_vinculos2
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (total (minf mtotal2 mtotal1 0 total1 total2 inf))
    (novo_total (minf mntotal3 mntotal2 mntotal1 0 ntotal1 ntotal2 ntotal3 inf))
    (novo_total2 (minf mnntotal1 0 nntotal1 inf))
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mfat1 0 fat1 inf)) )
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia total) (mfg1 mfat1 mtotal1))
    ((add total impetos_y novo_total) (mtotal1 Iy2 mntotal1) (mtotal1 Iy1 mntotal2) (mtotal1 0 mntotal3))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (vy3 Iy3) (vy2 Iy2) (vy1 Iy1) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))

```

```

((constant forca_de_resistencia))
((d/dt velocidade_y novo_total))
((constant novo_total2))
((d/dt posicao_x velocidade_x))
((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia)))
(transitions
  ((velocidade_y (0 dec)) -> transicao_para_novos_vinculos3)))

(defun transicao_para_novos_vinculos3 (estado3)
  (create-transition-state :from-state estado3
    :to-qde novos_vinculos3
    :assert '((forca_de_resistencia_y (0 std))
              (forca_de_resistencia_x (mfatx1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x posicao_y velocidade_y impetos_y
forca_da_gravidade)))

(define-QDE novos_vinculos3
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfaty1 0 faty1 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfatx1 0 fatx1 inf)) )
  (constraints
    ((constant posicao_y))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant forca_de_resistencia_y))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
    ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x)))
  (transitions
    ((velocidade_x (vx3 dec)) -> transicao_para_novos_vinculos4)))

(defun transicao_para_novos_vinculos4 (estado4)
  (create-transition-state :from-state estado4
    :to-qde novos_vinculos4
    :assert '((forca_de_resistencia_y (faty1 std))
              (forca_de_resistencia_x (mfatx1 std))
              (velocidade_y (mvy3 std))
              (impetos_y (mIy3 std))
              (novo_total2 (mnntotal1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x posicao_y forca_da_gravidade)))

(define-QDE novos_vinculos4
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))

```

```

(novo_total2 (minf mnntotal1 0 nntotal1 inf))
(posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
(velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
(impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
(posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
(velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
(impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
(forca_de_resistencia_y (minf mfaty1 0 faty1 inf))
(forca_de_resistencia_x (minf mfatx1 0 fatx1 inf))
(constraints
((d/dt posicao_y velocidade_y))
((constant forca_da_gravidade))
((constant novo_total2))
((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y novo_total2) (mfg1 faty1 mnntotal1))
((M+ novo_total2 velocidade_y) (0 0) (mnntotal1 mvy3))
((constant forca_de_resistencia_y))
((constant forca_de_resistencia_x))
((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mly1) (mvy2 mly2) (mvy3 mly3))
((d/dt posicao_x velocidade_x))
((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))))

```

PROGRAMA 19 – O PROBLEMA DO PROJÉTIL NO MODELO DO *IMPETUS* A.2 (FIGURA 33)

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mv3 mv2 mv1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 lx1 lx2 lx3 lx4 lx5 lx6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
    (soma_das_forcas_x (minf mfx2 mfx1 0 fx1 fx2 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_x))
    ((constant velocidade_x))
    ((constant impetos_x))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x) (mfrx1 0 mfx1) (mfrx1 fx1 0) (mfrx1 fx2 fx1)
    (mfrx1 fx3 fx2)))
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant impetos_y))
    ((constant forca_de_resistencia_y)))
  (transitions
    ((posicao_x (0 nil)) -> transicao-para-novos-vinculos)))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio :assert-values '(
          (posicao_x (0 std))
          (velocidade_x (0 std))
          (impetos_x (0 std))
          (posicao_y (y3 std))
          (velocidade_y (0 std))
          (impetos_y (0 std))
          (forca_x (0 inc))
          (forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
          (forca_de_resistencia_y (0 std))
          :text "Problema do penhasco; modelo A.2")))
        (qsim initial)
        (qsim-display initial :layout '((posicao_x velocidade_x impetos_x)
          (posicao_y velocidade_y impetos_y)
          (forca_x soma_das_forcas_y soma_das_forcas_x)
          (forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y forca_de_resistencia_y))))))

(defun transicao-para-novos-vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos-vinculos
    :assert '((forca_x (fx3 std))
      (velocidade_x (vx3 std))
      (impetos_x (lx3 std))
      (forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
      (posicao_y (y3 std)))

```

```

:inherit-qmag '(posicao_x posicao_y velocidade_y impetos_y)))

(define-QDE novos-vinculos
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (soma_das_forcas_x (minf mfx2 mfx1 0 fx1 fx2 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((add forca_de_resistencia_x forca_x soma_das_forcas_x) (mfrx1 fx2 fx1) (mfrx1 fx3 fx2))
    ((M+ soma_das_forcas_x velocidade_x) (0 0) (fx1 vx2) (fx2 vx3))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
    ((constant forca_x))
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant impetos_y)))
  (transitions
    ((posicao_x (x1 inc)) -> transicao-para-novos-vinculos2)))

(defun transicao-para-novos-vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos-vinculos2
    :assert '((forca_de_resistencia_x (mfrx1 std))
      (forca_da_gravidade (mfg1 std))
      (posicao_x (x1 inc))
      (posicao_y (y3 std))
      (soma_das_forcas_y (0 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x velocidade_y impetos_y impetos_x)))

(define-QDE novos-vinculos2
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))
  )
  (constraints
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3) (vx4 Ix4))
    ((constant soma_das_forcas_y))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((constant forca_da_gravidade))
  )

```

```

((constant posicao_y))
((constant velocidade_y))
((constant impetos_y))
(transitions
  ((velocidade_x (vx1 nil) -> transicao-para-novos-vinculos3)))

(defun transicao-para-novos-vinculos3 (estado3)
  (create-transition-state :from-state estado3
    :to-qde novos-vinculos3
    :assert '((forca_de_resistencia_y (fry1 std))
      (velocidade_y (mvy3 std))
      (impetos_y (mly3 std))
      (forca_da_gravidade (mfg1 std))
      (posicao_y (y3 dec))
      (soma_das_forcas_y (mtotal1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x forca_de_resistencia_x velocidade_y
impetos_y)))

(define-QDE novos-vinculos3
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfrx1 0 frx1 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y soma_das_forcas_y) (mfg1 fry1 mtotal1))
    ((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (mtotal1 mvy3))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mly1) (mvy2 mly2) (mvy3 mly3))
    ((constant soma_das_forcas_y))
    ((constant forca_de_resistencia_y))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3) (vx4 Ix4)))
  (transitions
    ((velocidade_x (0 nil) -> transicao-para-novos-vinculos4)))

(defun transicao-para-novos-vinculos4 (estado4)
  (create-transition-state :from-state estado4
    :to-qde novos-vinculos4
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x forca_de_resistencia_x posicao_y
velocidade_y
      impetos_y forca_de_resistencia_y forca_da_gravidade soma_das_forcas_y)))

(define-QDE novos-vinculos4
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))

```

```

(posicao_y (minf my3 my2 my1 0 y1 y2 y3 inf))
(velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
(impetos_y (minf mly3 mly2 mly1 0 ly1 ly2 ly3 inf))
(forca_de_resistencia_y (minf mfry1 0 fry1 inf))
(soma_das_forcas_y (minf mtotal1 0 total1 inf))
(posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
(velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
(impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
(constraints
((d/dt posicao_y velocidade_y))
((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y soma_das_forcas_y) (mfg1 fry1 mtotal1))
((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (mtotal1 mvy3))
((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mly1) (mvy2 mly2) (mvy3 mly3))
((constant soma_das_forcas_y))
((constant forca_de_resistencia_y))
((constant forca_da_gravidade))
((constant posicao_x))
((constant velocidade_x))
((constant impetos_x))))

```

**PROGRAMA 20 – O PROBLEMA DO PROJÉTIL NO MODELO
DO IMPETUS A.3 (FIGURA 34)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_y (0 fy1 fy2 fy3 fy4 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant posicao_x))
    ((constant velocidade_x))
    ((constant impetos_y))
    ((constant impetos_x))
    ((constant forca_x))
    ((constant forca_y)))
  (transitions
    ((posicao_y (0 nil)) -> transicao-para-novos-vinculos)))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio :assert-values '((velocidade_y (0 std))
                                                             (forca_x (0 std))
                                                             (forca_y (0 std))
                                                             (impetos_y (0 std))
                                                             (impetos_x (0 std))
                                                             (posicao_y (0 std))
                                                             (posicao_x (0 std))
                                                             (velocidade_x (0 std)))
          :text "Problema do projétil; modelo A.3")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_y velocidade_y impetos_y)
                                     (posicao_x velocidade_x forca_de_resistencia)
                                     (forca_y forca_x total)
                                     (soma_das_forcas_x soma_das_forcas_y nil))))))

(defun transicao-para-novos-vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos_vinculos
    :assert '((forca_y (fy3 std))
              (forca_x (fx3 std))
              (velocidade_y (vy3 std))
              (impetos_y (Iy3 std))
              (velocidade_x (vx1 std))
              (impetos_x (Ix1 std))
              (forca_de_resistencia (mfr1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_y posicao_x)))

(define-QDE novos_vinculos

```

```

(text "Modelo do impetos")
(quantity-spaces
  (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
  (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
  (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
  (forca_y (0 fy1 fy2 fy3 fy4 inf))
  (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
  (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
  (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
  (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
  (forca_de_resistencia (minf mfr1 0 fr1 inf))
  (soma_das_forcas_y (minf mf2 mf1 0 fl f2 f3 inf))
  (soma_das_forcas_x (minf mf2 mf1 0 fl f2 f3 inf)))
(constraints
  ((d/dt posicao_y velocidade_y))
  ((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (vy1 Iy1) (vy2 Iy2) )
  ((add forca_de_resistencia forca_y soma_das_forcas_y) (mfr1 0 mf1) (mfr1 fy1 0) (mfr1 fy2 fl) (mfr1 fy3 f2)
(mfr1 fy4 f3))
  ((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (f1 vy2) (f2 vy3))
  ((constant forca_y))
  ((d/dt posicao_x velocidade_x))
  ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3)(vx4 Ix4)(vx5 Ix5)(vx6 Ix6) )
  ((add forca_de_resistencia forca_x soma_das_forcas_x) (mfr1 0 mf1) (mfr1 fx1 0) (mfr1 fx2 fl) (mfr1 fx3 f2)
(mfr1 fx4 f3))
  ((M+ soma_das_forcas_x velocidade_x) (f2 vx1))
  ((constant forca_x))
  ((constant forca_de_resistencia)))
(transitions
  ((posicao_y (y1 nil) -> transicao-para-novos-vinculos2)))

(defun transicao-para-novos-vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos_vinculos2
    :assert '((forca_da_gravidade (mfg1 std))
      (nntotal (0 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x posicao_y
      velocidade_y impetos_y forca_de_resistencia)))

(define-QDE novos_vinculos2
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (total (minf mtotal2 mtotal1 0 total1 total2 inf))
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mfr1 0 fr1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mf4 mf3 mf2 mf1 0 fl f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia total) (mfg1 mfr1 mtotal1))
    ((add total impetos_y soma_das_forcas_y) (mtotal1 Iy3 mf1) (mtotal1 Iy2 mf2) (mtotal1 Iy1 mf3) (mtotal1 0
mf4))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (vy3 Iy3) (vy2 Iy2) (vy1 Iy1) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
    ((constant forca_de_resistencia))

```

```

((d/dt velocidade_y soma_das_forcas_y))
((d/dt posicao_x velocidade_x))
((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia)))
(transitions
  ((velocidade_x (0 dec)) -> transicao-para-novos-vinculos3)))

(defun transicao-para-novos-vinculos3 (estado3)
  (create-transition-state :from-state estado3
    :to-qde novos_vinculos3
    :assert '()
    :inherit-qmag '(velocidade_y impetos_y posicao_x forca_de_resistencia
      velocidade_x impetos_x posicao_y forca_da_gravidade)))

(define-QDE novos_vinculos3
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (total (minf mtotal2 mtotal1 0 total1 total2 inf))
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia (minf mfr1 0 fr1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mf4 mf3 mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia total) (mfg1 mfr1 mtotal1))
    ((add total impetos_y soma_das_forcas_y) (mtotal1 Iy3 mf1) (mtotal1 Iy2 mf2) (mtotal1 Iy1 mf3) (mtotal1 0
      mf4))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (vy3 Iy3) (vy2 Iy2) (vy1 Iy1) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
    ((constant forca_de_resistencia))
    ((d/dt velocidade_y soma_das_forcas_y))
    ((constant posicao_x))
    ((constant impetos_x))
    ((constant velocidade_x)))
  (transitions
    ((velocidade_y (0 dec)) -> transicao-para-novos-vinculos4)))

(defun transicao-para-novos-vinculos4 (estado4)
  (create-transition-state :from-state estado4
    :to-qde novos_vinculos4
    :assert '((velocidade_y (mvy3 std))
      (impetos_y (mIy3 std))
      (soma_das_forcas_y (mf3 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x posicao_y
      forca_da_gravidade forca_de_resistencia)))

(define-QDE novos_vinculos4
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))

```

```

(velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
(impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
(posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
(velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
(impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
(forca_de_resistencia (minf mfr1 0 fr1 inf))
(soma_das_forcas_y (minf mf5 mf4 mf3 mf2 mf1 0 fl f2 f3 f4 f5 inf)))
(constraints
((d/dt posicao_y velocidade_y))
((constant forca_da_gravidade))
((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia soma_das_forcas_y) (mfg1 fr1 mf1))
((constant soma_das_forcas_y))
((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (mf1 mvy1) (mf2 mvy2) (mf3 mvy3))
((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
((constant forca_de_resistencia))
((constant posicao_x))
((constant impetos_x))
((constant velocidade_x))))

```

**PROGRAMA 21 – O PROBLEMA DO PROJÉTEL NO MODELO
DO IMPETUS A.3 (FIGURA 35)**

```

(define-QDE inicio
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_y (0 fy1 fy2 fy3 fy4 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf)))
  (constraints
    ((constant posicao_y))
    ((constant velocidade_y))
    ((constant posicao_x))
    ((constant velocidade_x))
    ((constant impetos_y))
    ((constant impetos_x))
    ((constant forca_x))
    ((constant forca_y)))
  (transitions
    ((posicao_y (0 nil)) -> transicao_para_novos_vinculos)))

(defun r ()
  (let ((initial
        (make-new-state :from-qde inicio :assert-values '(
          (velocidade_y (0 std))
          (forca_x (0 std))
          (forca_y (0 std))
          (impetos_y (0 std))
          (impetos_x (0 std))
          (posicao_y (0 std))
          (posicao_x (0 std))
          (velocidade_x (0 std)))
          :text "Problema do projétil; modelo A.3")))
    (qsim initial)
    (qsim-display initial :layout '((posicao_y velocidade_y impetos_y)
      (posicao_x velocidade_x forca_da_gravidade)
      (forca_y forca_x novo_total)
      (novo_total2 soma_das_forcas_y soma_das_forcas_x))))))

(defun transicao_para_novos_vinculos (estado)
  (create-transition-state :from-state estado
    :to-qde novos_vinculos
    :assert '((forca_y (fy3 std))
      (forca_x (fx3 std))
      (velocidade_y (vy2 std))
      (impetos_y (Iy2 std))
      (velocidade_x (vx4 std))
      (impetos_x (Ix4 std))
      (fat (mfat1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_y posicao_x)))

```

```

(define-QDE novos_vinculos
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (forca_y (0 fy1 fy2 fy3 fy4 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_x (0 fx1 fx2 fx3 fx4 inf))
    (fat (minf mfat1 0 fat1 inf))
    (soma_das_forcas_y (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf))
    (soma_das_forcas_x (minf mf2 mf1 0 f1 f2 f3 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (vy1 Iy1) (vy2 Iy2) )
    ((add fat forca_y soma_das_forcas_y) (mfat1 0 mf1) (mfat1 fy1 0) (mfat1 fy2 f1) (mfat1 fy3 f2) (mfat1 fy4
f3))
    ((M+ soma_das_forcas_y velocidade_y) (0 0) (f1 vy1) (f2 vy2) )
    ((constant forca_y))
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3)(vx4 Ix4)(vx5 Ix5)(vx6 Ix6) )
    ((add fat forca_x soma_das_forcas_x) (mfat1 0 mf1) (mfat1 fx1 0) (mfat1 fx2 f1) (mfat1 fx3 f2) (mfat1 fx4
f3))
    ((M+ soma_das_forcas_x velocidade_x) (f1 vx3) (f2 vx4) )
    ((constant forca_x))
    ((constant fat)))
  (transitions
    ((posicao_y (y1 nil) -> transicao_para_novos_vinculos2)))

(defun transicao_para_novos_vinculos2 (estado2)
  (create-transition-state :from-state estado2
    :to-qde novos_vinculos2
    :assert '((forca_da_gravidade (mfg1 std))
              (novo_total2 (0 std))
              )
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x posicao_y velocidade_y impetos_y fat)))

(define-QDE novos_vinculos2
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (total (minf mtotal2 mtotal1 0 total1 total2 inf))
    (novo_total (minf mntotal3 mntotal2 mntotal1 0 ntotal1 ntotal2 ntotal3 inf))
    (novo_total2 (minf mnntotal1 0 nntotal1 inf))
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (fat (minf mfat1 0 fat1 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((add forca_da_gravidade fat total) (mfg1 mfat1 mtotal1))
    ((add total impetos_y novo_total) (mtotal1 Iy2 mntotal1) (mtotal1 Iy1 mntotal2) (mtotal1 0 mntotal3))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (vy3 Iy3) (vy2 Iy2) (vy1 Iy1) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3)))

```

```

((constant fat))
((d/dt velocidade_y novo_total))
((constant novo_total2))
((d/dt posicao_x velocidade_x))
((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
((d/dt velocidade_x fat))
(transitions
  ((velocidade_y (0 dec) -> transicao_para_novos_vinculos3)))

(defun transicao_para_novos_vinculos3 (estado3)
  (create-transition-state :from-state estado3
    :to-qde novos_vinculos3
    :assert '((forca_de_resistencia_y (faty1 std))
              (forca_de_resistencia_x (mfatx1 std))
              (velocidade_y (mvy3 std))
              (impetos_y (mIy3 std))
              (novo_total2 (mnntotal1 std)))
    :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x posicao_y forca_da_gravidade)))

(define-QDE novos_vinculos3
  (text "Modelo do impetos")
  (quantity-spaces
    (forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
    (novo_total2 (minf mnntotal1 0 nntotal1 inf))
    (posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
    (velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
    (impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
    (posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
    (velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
    (impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
    (forca_de_resistencia_y (minf mfaty1 0 faty1 inf))
    (forca_de_resistencia_x (minf mfatx1 0 fatx1 inf)))
  (constraints
    ((d/dt posicao_y velocidade_y))
    ((constant forca_da_gravidade))
    ((constant novo_total2))
    ((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y novo_total2) (mfg1 faty1 mnntotal1))
    ((M+ novo_total2 velocidade_y) (0 0) (mnntotal1 mvy3))
    ((constant forca_de_resistencia_y))
    ((constant forca_de_resistencia_x))
    ((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
    ((d/dt posicao_x velocidade_x))
    ((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
    ((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x)))
  (transitions
    ((velocidade_x (0 dec) -> transicao_para_novos_vinculos4)))

(defun transicao_para_novos_vinculos4 (estado4)
  (create-transition-state :from-state estado4
    :to-qde novos_vinculos4
    :assert '((forca_de_resistencia_x (0 std))
              :inherit-qmag '(posicao_x velocidade_x impetos_x posicao_y velocidade_y impetos_y
forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y novo_total2)))

(define-QDE novos_vinculos4
  (text "Modelo do impetos")

```

```

(quantity-spaces
(forca_da_gravidade (minf mfg1 0))
(novo_total2 (minf mnntotal1 0 nntotal1 inf))
(posicao_y (0 y1 y2 y3 inf))
(velocidade_y (minf mvy3 mvy2 mvy1 0 vy1 vy2 vy3 inf))
(impetos_y (minf mIy3 mIy2 mIy1 0 Iy1 Iy2 Iy3 inf))
(posicao_x (0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 inf))
(velocidade_x (minf mvx2 mvx1 0 vx1 vx2 vx3 vx4 vx5 vx6 inf))
(impetos_x (minf mIx2 mIx1 0 Ix1 Ix2 Ix3 Ix4 Ix5 Ix6 inf))
(forca_de_resistencia_y (minf mfaty1 0 faty1 inf))
(forca_de_resistencia_x (minf mfatx1 0 fatx1 inf)))
(constraints
((d/dt posicao_y velocidade_y))
((constant forca_da_gravidade))
((constant novo_total2))
((add forca_da_gravidade forca_de_resistencia_y novo_total2) (mfg1 faty1 mnntotal1))
((M+ novo_total2 velocidade_y) (0 0) (mnntotal1 mvy3))
((constant forca_de_resistencia_y))
((constant forca_de_resistencia_x))
((M+ velocidade_y impetos_y) (0 0) (mvy1 mIy1) (mvy2 mIy2) (mvy3 mIy3))
((d/dt posicao_x velocidade_x))
((M+ velocidade_x impetos_x) (0 0) (vx1 Ix1) (vx2 Ix2) (vx3 Ix3))
((d/dt velocidade_x forca_de_resistencia_x)))

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] BELL, V. A., JOHNSON-LAIRD, P. N. A model theory of modal reasoning. *Cognitive Science*, Norwood, v. 25, n. 1, p. 25-51, Jan./Mar. 1998.
- [02] BOBROW, D. G. Qualitative reasoning about physical systems: an introduction. *Artificial Intelligence*, Amsterdam, v. 24, p. 1-5, Dec. 1984.
- [03] BORGES, A. T., GILBERT, J. K. Models of magnetism. *International Journal of Science Education*, London, v. 20, n. 3, p. 361-378, Mar. 1998.
- [04] BORGES, A. T. Como evoluem os modelos mentais. *Ensaio: pesquisa em educação em ciências*, Belo Horizonte, v. 1, n. 1, p. 85-125, set. 1999.
- [05] CLANCY, D. J., BRAJNIK, G., KAY, H. Model revision: techniques and tools for analyzing simulation results and revising qualitative models. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON QUALITATIVE REASONING ABOUT PHYSICAL SYSTEMS, 11, 1997, Cortona. [14p.]. Disponível na Internet <ftp://ftp.cs.utexas.edu/pub/qsim/papers/Clancy+Brajnik+Kay-QR97.ps.Z>, em 1 de julho de 1999.
- [06] CLEMENT, J. A conceptual model discussed by Galileo and used intuitively by physics students. In: GENTNER, D., STEVENS, A. L. (Eds.). *Mental models*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1983. p. 325-340.
- [07] ECKSTEIN, S. G., KOZHEVNIKOV, M. Parallelism in the development of children's ideas and the historical development of projectile motion theories. *International Journal of Science Education*, London, v. 19, n. 9, p. 1057-1073, Nov. 1997.

- [08] EYSENK, M., KEANE, M. T. *Psicologia cognitiva: um manual introdutório*. Trad. Wagner Gesser e Maria Helena F. Gesser. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.
- [09] FERREIRA, A. B. de H. *Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.
- [10] FINEGOLD, M., GORSKY, P. Students' concepts of force as applied to related physical systems: a search for consistency. *International Journal of Science Education*, London, v. 13, n. 1, p. 97-113, Jan./Mar. 1991.
- [11] FISCHBEIN, E., STAVY, R. The psychological structure of naive impetus conceptions. *International Journal of Science Education*, London, v. 11, n. 1, p. 71-81, Jan/Mar. 1989.
- [12] FORBUS, K. D. Qualitative process theory. *Artificial Intelligence*, Amsterdam, v. 24, p. 85-168, Dec. 1984.
- [13] FORBUS, K. D. Qualitative process theory. In: WELD, D. S., KLEER, J. de (Eds.). *Qualitative reasoning about physical systems*, San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, 1990. p. 178-219.
- [14] GENTNER, D., GENTNER, D. R. Flowing waters or teeming crowds: mental models of electricity. In: GENTNER, D., STEVENS, A. L. (Eds.). *Mental models*, Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1983. p.99-129.
- [15] GILBERT, J. K., BOULTER, C. J. Aprendendo ciências através de modelos e modelagem. In: COLINVAUX, D. (Org.). *Modelos e educação em ciências*, Rio de Janeiro: Ravil, 1997. p.13-34.
- [16] GRECA, I. M. *Tipos de representações mentais – modelos, proposições e imagens – utilizadas por estudantes de física geral sobre o conceito de campo eletromagnético*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física – UFRGS,

1995. Diss. maestr. Física.
- [17] GRECA, I. M., MOREIRA, M. A. The kinds of mental representations – models, propositions and images – used by collage physics students regarding the concept of field. *International Journal of Science Education*, London, v. 19, n. 6, p. 711-724, July 1997.
- [18] GRECA, I. M., MOREIRA, M. A. Modelos mentais e modelos físicos no ensino e na aprendizagem da Física. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 6, 1998, Florianópolis. *Atas*. Florianópolis: Imprensa UFSC, 1998. 15p., [Seção de Comunicações]. 1 CD-ROM.
- [19] GRECA, I. M., MOREIRA, M. A. Mental models, conceptual models, and modelling. *International Journal of Science Education*, London, v. 22, n. 1, p. 1-11, Jan., 2000.
- [20] GUTIÉRREZ, R. OGBORN, J. A causal framework for analysing alternative conceptions. *International Journal of Science Education*, London, v. 14, n. 2, p. 201-220, Apr./June 1992.
- [21] GUTIÉRREZ, R. Modelos mentales y concepciones espontáneas. *Alambique: didáctica de las ciencias experimentales*, Barcelona, s/v., n. 7, p. 73-86, ene. 1996.
- [22] HALLOUN, I. A., HESTENES, D. Common sense concepts about motion. *American Journal of Physics*, New York, v. 53, n. 11, p. 1056-1065, Nov. 1985.
- [23] HALLOUN, I. A., HESTENES, D. Modelling instruction in mechanics. *American Journal of Physics*, New York, v. 55, n. 5, p. 455-462, May 1987a.
- [24] HALLOUN, I. A., HESTENES, D. Towards a modelling theory of physics instruction. *American Journal of Physics*, New York, v. 55, n. 5, p. 455-462, May 1987b.
- [25] JOHNSON-LAIRD, P. N. Mental models. In: POSNER, M. I. (Ed.). *Foundations of*

cognitive science. Cambridge: MIT Press, 1989. p. 469-499.

- [26] JOHNSON-LAIRD, P. N. *Mental models: towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge: Harvard University Press, 1983.
- [27] JOHNSON-LAIRD, P. N. Images, models and propositional representations. In: VEGA, M. de, INTONS-PETERSON, M. J., JOHNSON-LAIRD, P. N., DENIS, M., MARSCHARK, M. *Models of visuospatial cognition*. New York: Oxford University Press, 1996. p. 90-127.
- [28] KRAPAS, S., QUEIROZ, G., COLINVAUX, D., FRANCO, C. Modelos: uma análise de sentidos na literatura de pesquisa em ensino de ciências. *Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v. 2, n. 3, p. 185-206, set./dez. 1997. Disponível na Internet (<http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>), em 1 de julho de 1999.
- [29] KAPRAS, S., QUEIROZ, G., COLIVAU, D., FRANCO, C., ALVES, F. Modelos: uma análise de sentidos na literatura de pesquisa em ensino de ciências. In: COLINVAUX, D. (Org.). *Modelos e educação em ciências*. Rio de Janeiro: Ravel, 1997. p. 35-53.
- [30] KLEER, J. de, BROWN, J. S. A qualitative physics based on confluences. *Artificial Intelligence*, Amsterdam, v. 24, p. 7-83, Dec. 1984.
- [31] KLEER, J. de, BROWN, J. S. A qualitative physics based on confluences. In: WELD, D. S., KLEER, J. de (Eds.). *Qualitative reasoning about physical systems*. San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, 1990. p.88-126.
- [32] KUIPER, J. MONDLANE, E. Students ideas of science concepts: alternative frameworks? *International Journal of Science Education*, London, v. 16, n. 3, p. 279-292, May/June 1994.

- [33] KUIPERS, B. *Qualitative reasoning: modeling and simulation with incomplete knowledge*. Cambridge: MIT Press, 1994.
- [34] KUIPERS, B. Qualitative simulation. *Artificial Intelligence*, Amsterdam, v. 29, n. 3, p. 289-338, Sept. 1986.
- [35] KUIPERS, B. Qualitative simulation. In: WELD, D. S., KLEER, J. de (Eds.). *Qualitative reasoning about physical systems*. San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, 1990. p. 236-260.
- [36] LAGRECA, M. do C. B. *Tipos de representações mentais utilizadas por estudantes de física geral na área de mecânica clássica e possíveis modelos mentais nessa área*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física-UFRGS, 1997. Diss. maestr. Física.
- [37] LAGRECA, M. do C. B., MOREIRA, M. A. Tipos de representações mentais utilizadas por estudantes de física geral na área de mecânica clássica e possíveis modelos mentais nessa área. *Revista Brasileira do Ensino de Física*, São Paulo, v. 21, n. 1, p. 202-215, mar. 1999.
- [38] LARKIN, J. H. The role of problem representation in physics. In: GENTNER, D., STEVENS, A. L. (Eds.). *Mental models*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1983. p. 75-98.
- [39] MARKMAN, A. B. *Knowledge representation*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 1999.
- [40] McCLOSKEY, M. Naive theories of motion. In: GENTNER, D., STEVENS, A. L. (Eds.). *Mental models*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1983. p. 299-324.
- [41] McCLOSKEY, M., CARAMAZZA, A., GREEN, B. Curvilinear motion in the

- absence of external forces: naive beliefs about the motion of objects. *Science*, Washington, v. 210, n. 4474, p. 1139-1141, Dec. 1980.
- [42] MOREIRA, M. A. Modelos mentais. *Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v. 1, n. 3, p. 193-232, dez. 1996. Disponível na Internet (<http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>), em 1 de julho de 1999.
- [43] NORMAN, D. A. Some observations on mental models. In: GENTNER, D., STEVENS, A. L. (Eds.). *Mental models*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1983. p. 7-14.
- [44] OGBORN, J. Understanding students' understandings: an example from dynamics. *European Journal of Science Education*, London, v. 7, n. 2, p. 141-150, Apr./June 1985.
- [45] PINTÓ, R., ALIBERAS, J., GÓMEZ, R. Tres enfoques de la investigación sobre concepciones alternativas. *Enseñanza de las Ciencias*, Barcelona, v. 14, n. 2, p. 221-232, nov. 1996.
- [46] PLOETZNER, R., VanLEHN, K. The acquisition of qualitative physics knowledge during textbook-based physics training. *Cognition and Instruction*, London, v. 15, n. 2, p. 162-205, Mar. 1997.
- [47] POZO, J. I. Más allá del cambio conceptual: el aprendizaje de la ciencia como cambio representacional. *Enseñanza de las Ciencias*, Barcelona, v. 17, n. 3, p. 513-520, nov. 1999.
- [48] SANTOS, A. de C. K. dos, GRAVINA, M. H. A teoria do processo qualitativo (TPQ) e a análise de explicações em Física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 17, n. 2, p. 165-168, junho 1995.
- [49] SOLOMON, J. Prompts, cues and discriminations: the utilization of two separate

- knowledge systems. *European Journal of Science Education*, London, v. 6, n. 3, p. 277-284, Mar./Apr. 1984.
- [50] THAGARD, P. *Mind: introduction to cognitive science*. Cambridge: MIT Press, 1996.
- [51] TWIGGER, D., BYARD, M., DRIVER, R., DRAPER, S., HARTLEY, R., HENNESSY, S., MOHAMED, R., O'MALLEY, C., O'SHEA, T., SCANLON, E. The conception of force and motion of students aged between 10 and 15 years: an interview study designed to guide instruction. *International Journal of Science Education*, London, v. 16, n. 2, p. 215-229, Mar./Apr. 1994.
- [52] VanLEHN, K., JONES, R. M., CHI, M. T. H. A model of the self-explanation effect. *The Journal of Learning Science*, Hillsdale, v. 2, n. 1, p. 1-59, Jan. 1992.
- [53] VILLANI, A., CABRAL, T. C. B. Mudança conceitual, subjetividade e psicanálise. *Investigações em Ensino de Ciências, Porto Alegre, v. 2, n. 1, p. 43-64, jan. 1997.* Disponível na Internet (<http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>), em 1 de julho de 1999.