UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

MICHELE DOS SANTOS FERREIRA

MARCAS DA DIVISÃO – UM ESTUDO DE CASO SOBRE A APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Porto Alegre

2012

MICHELE DOS SANTOS FERREIRA

MARCAS DA DIVISÃO – UM ESTUDO DE CASO SOBRE A APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Elisabete Zardo Búrigo

Porto Alegre

2012

MICHELE DOS SANTOS FERREIRA

MARCAS DA DIVISÃO – UM ESTUDO DE CASO SOBRE A APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática apresentada à Banca Examinadora para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática.

Banca Examinadora:

....

Profª. Dra. Maria Lucia Faria Moro – UFPR

....

Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald – UFRGS

....

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso – UFRGS

Porto Alegre, 10 de agosto de 2012.

Dedicatória

A todos os alunos da turma 41, do ano de 2011, da Escola Municipal de Ensino Fundamental José Mariano Garcia Mota, de Gravataí, Rio Grande do Sul.

AGRADECIMENTOS

A Deus, a quem recorri diversas vezes, em pensamento, no caminho das orientações.

À Professora Elisabete Zardo Búrigo, pelas orientações dadas, pela paciência, por este período maravilhoso de aprendizagem para mim.

Ao meu marido, Fernando, pela compreensão e pelo carinho doado nas horas difíceis. Muito obrigada por estar ao meu lado neste período importante da minha vida.

Aos meus pais, Jucelino e Maria Elisabete, pelo exemplo de vida. Obrigada pela educação, pelo apoio constante e pelo amor, dedicado à família, todos os dias.

Ao meu irmão, Maicon, meu primeiro aluno, dos tempos de infância em que brincávamos de escola, onde eu era a professora de Matemática e ele o aluno, que deveria copiar as "continhas" escritas no quadro-negro. Obrigada pelo incentivo sempre.

À minha sogra, dona Vania, colega de profissão, conselheira e amiga. Muito obrigada pelo apoio e pelas incansáveis cobranças.

À minha grande amiga Leonor, eterna colega de faculdade, oficinas e pós-graduação, obrigada pelo apoio em todas as horas.

Aos meus amigos e familiares, que sempre perguntavam sobre o andamento do trabalho e, torciam pelo sucesso dele.

À E.M.E.F. José Mariano Garcia Mota, por abraçar a ideia da pesquisa, permitindo que eu realizasse a aplicação do trabalho, na escola. Em especial, um muito obrigada à equipe diretiva da escola, aos amigos e colegas, companheiros da Educação.

À Professora Vera, minha colega e amiga, obrigada por permitir que este trabalho fosse realizado com sua turma, além de apoiá-lo em todos os momentos. Muito Obrigada!

À Professora Anamari, minha colega e amiga, muita obrigada pelos conselhos nos momentos de angústia e lágrimas, de 2011; e por batalhar comigo pelas vitórias das crianças, do turno da tarde.

Aos colegas e amigos do Cesuca – Faculdade Inedi, pelas ideias, sugestões, conversas e apoio, ao longo desta pesquisa.

Aos Professores Francisco Egger Moellwald e Marcus Vinicius de Azevedo Basso, e em especial, à Professora Doutora Maria Lucia Faria Moro, por aceitarem participar da banca examinadora deste trabalho.

“Todo ponto de vista é a vista de um ponto. Para entender como alguém lê é necessário saber como são seus olhos e qual é a sua visão de mundo. Isso faz da leitura sempre uma releitura.”.

(Leonardo Boff, 1997)

RESUMO

A presente dissertação traz uma pesquisa sobre a aprendizagem da operação de divisão, com crianças do 4º ano do Ensino Fundamental. O objetivo da pesquisa era verificar se, através de uma proposta de ensino em que as crianças pudessem vivenciar a operação de divisão em variados contextos e situações, seria possível favorecer a (re)construção de seus esquemas e provocar sua aprendizagem. A metodologia adotada foi o estudo de caso, com a aplicação da sequência didática elaborada em uma turma de uma escola municipal da cidade de Gravataí, Rio Grande do Sul. A elaboração da sequência didática, assim como a análise dos registros orais e escritos de sua implementação, apoiou-se nos estudos realizados sobre a teoria dos campos conceituais, de Gérard Vergnaud, e em trabalhos de outros autores que estudam a construção das estruturas multiplicativas. Foi possível verificar que houve avanços na aprendizagem da operação de divisão por parte das crianças daquela turma. Através dos registros coletados e dos diálogos estabelecidos, foi possível compreender as maneiras como as crianças compreendiam e lidavam com situações de divisão e observar a mobilização e a reformulação de seus esquemas frente às situações vivenciadas em sala de aula.

Palavras-chave: Aprendizagem de Matemática – Ensino de Matemática – Operação de Divisão – Teoria dos Campos Conceituais – Desenvolvimento Cognitivo – Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The present dissertation presents a research on the division operation learning with children of the 4th grade of Elementary School. The purpose of this research to verify if, through a teaching proposal in which children could experience the division operation in various contexts and situations, it would be possible to favour the (re) construction of their schemes and to develop their learning. The methodology adopted was the case study, with the application of the teaching sequence elaborated in a group of a municipal school of Gravataí, Rio Grande do Sul. The elaboration of the teaching sequence, as the analysis of the oral and written records of its implementation, was supported by the studies accomplished with the Theory of Conceptual Fields by Gérard Vergnaud, and by papers from other authors that study the construction of multiplicative structures. It was possible to verify that there were advancements in the learning of the division operation by the children of that group. Throughout the collected records and the dialogs established, it was possible to understand the ways children understood and dealt with the division situations and to observe the mobilization and the reformulation of their schemes faced to the situations experienced in the classroom.

Keyword: Mathematics Learning – Mathematics Teaching – Division Operation – Theory of the Conceptual Fields – Cognitive Development – Elementary School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este trabalho nasceu da minha experiência como professora de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

Ao longo de nove anos como professora titular da disciplina de Matemática, pude perceber dificuldades que permeiam as salas de aula do Ensino Fundamental ao Médio. Entre elas, estão as dificuldades que os alunos apresentam em relação à operação de divisão.

Desde o início de minha experiência docente, essas dificuldades atraíram minha atenção, e provocaram inquietações. Não compreendia como adolescentes precisavam de uma calculadora para efetuar uma divisão, e mesmo assim não entendiam os resultados obtidos.

As crianças, por sua vez, apresentavam dificuldades na interpretação de problemas que envolviam a operação de divisão e em que era preciso determinar os dados a serem utilizados. Percebia, também, que a falta de destreza com os números racionais e, em especial, com as frações, se devia, pelo menos em parte, à falta de habilidade com a operação de divisão.

Essas inquietações motivaram meu interesse pela aprendizagem de Matemática nos primeiros anos do ensino básico, em especial pela compreensão da operação de divisão por parte dos alunos no 4º ano do Ensino do Fundamental.

Decidi, então, desenvolver esta pesquisa, chamada "Marcas da Divisão", em um campo até então desconhecido para mim – o ensino de matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental –, acreditando que essa fase escolar é importante e decisiva para os anos seguintes na vida escolar de uma criança.

A primeira fase da pesquisa foi desenvolvida por ocasião do estágio realizado, no segundo semestre de 2010, como componente curricular do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática. Organizei uma sequência didática voltada para o estudo da divisão, que foi aplicada com uma turma de 4º ano da escola onde trabalho como professora nomeada, a Escola Municipal José Mariano Garcia Mota, localizada no município de Gravataí, Rio Grande do Sul. Por não ter experiência com os primeiros anos do Ensino Fundamental, encontrei algumas dificuldades no trabalho com crianças dessa fase escolar, que foram superadas no decorrer das aulas, tornando o estágio um período de aprendizagem para mim.

Percebi, com o período do estágio, que precisaria de mais do que aulas com ambientes diversos e situações propícias à aprendizagem. Percebi que era necessário estreitar o diálogo com essas crianças, oportunizando-lhes expressarem suas ideias.

A partir da vivência obtida nesse período, percebi que era necessário: modificar a sequência didática elaborada, dando mais ênfase às estratégias que os alunos utilizam para chegar à solução de um problema de divisão; focar, nas aulas iniciais, a divisão por dois e por três; explorar as respostas verbais que as crianças dão, questionando-as sobre como chegaram às conclusões. Essa primeira experiência gerou várias ideias a serem implementadas em uma sequência reformulada.

A segunda fase da pesquisa foi realizada no ano de 2011, com uma nova turma do 4º ano do Ensino Fundamental, da mesma escola municipal – José Mariano Garcia Mota. Com esta turma, foi realizado um trabalho entre os meses de abril e julho. A sequência didática utilizada no ano de 2010 foi reformulada e ampliada, de modo a contemplar mais situações didáticas e diversificadas, para que os alunos pudessem perceber a operação de divisão em variados contextos.

O objetivo dessa pesquisa era compreender como as crianças da turma compreendiam a operação de divisão, quais as estratégias que elas utilizavam diante de uma situação de divisão e, a partir daí, verificar se a sua vivência de variados contextos contribuiria para sua aprendizagem, com relação à operação de divisão.

O capítulo “Fomentando ideias” explica a opção pelo estudo de caso, e como o tema – operação de divisão – foi delimitado. Também é realizada uma breve explanação sobre a coleta de dados para esta pesquisa.

No capítulo “A divisão nos primeiros anos do Ensino Fundamental” são abordadas as referências teóricas adotadas. O capítulo apresenta o parecer dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre o ensino e aprendizagem desta operação, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, e alguns elementos da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud que serviram de orientação e embasamento para as ideias trabalhadas na sequência didática elaborada. É realizada também uma discussão sobre a construção do sentido numérico na criança e sobre a importância da construção dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, para a compreensão da aritmética.

O capítulo “Criando a sequência didática” explica a elaboração da sequência didática, enquanto o capítulo “Aplicando a experiência” traz os relatos, registros e atividades produzidas com as crianças da turma escolhida para realizar a pesquisa.

No capítulo “O quociente da experiência – Análises gerais” é realizada a análise geral da implementação da sequência, a partir dos relatos apresentados no capítulo anterior.

Por fim, no capítulo “Considerações finais”, encerro o trabalho apresentando o meu ponto de vista sobre essa experiência. Apresento as conclusões da pesquisa sobre a aprendizagem da operação de divisão nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1 FOMENTANDO IDEIAS

A partir da experiência como professora de Matemática, das leituras realizadas sobre a aprendizagem das crianças nos primeiros anos escolares, e das conversas com professores e pesquisadores da área da Educação, emergiram questionamentos que resultaram em inquietações e busca por algumas respostas.

Como as crianças pensam quando são confrontadas com problemas de divisão?

Por que adolescentes e adultos apresentam dificuldades em realizar cálculos de divisão?

Por que as crianças apresentam erros na utilização do algoritmo da divisão?

Como as crianças compreendem o que é dividir?

Quais são as estratégias que as crianças utilizam na resolução de um problema de divisão?

É possível desenvolver o raciocínio aditivo e multiplicativo da criança, se a mesma estiver vivenciando situações de divisão?

Promover a aprendizagem da operação de divisão através de um trabalho em que as crianças vivenciem essa operação em variados ambientes e diversos contextos, com ênfase na interpretação de texto, contribuirá para uma melhor compreensão dos problemas de divisão pelas crianças?

Essas perguntas motivaram a realização de uma experiência com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para essa experiência, optei por construir uma sequência didática[1], que foi elaborada visando entender como as crianças compreendem a divisão, quais são as estratégias utilizadas por elas na resolução de problemas de divisão, quais são as dificuldades que elas encontram nesse tipo de situação e como podemos auxiliá-las na construção desse conhecimento. A sequência foi construída visando sua aplicação em uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental, pois é nesse ano que a operação de divisão é abordada na escola em que a sequência foi implementada.

A construção desta sequência didática foi embasada em leituras sobre a teoria dos campos conceituais, pois ela oferece aportes importantes sobre o desenvolvimento dos conceitos nas crianças.

A sequência visava propiciar aos alunos um ambiente de aprendizagem onde pudessem explorar a operação de divisão a partir de situações variadas e em contextos

---

[1] Chamamos de sequência didática a sequência de atividades elaboradas tendo em vista a aprendizagem da operação de divisão.

diversos. Nosso objetivo era promover para as crianças situações propícias à reflexão, que as desestabilizassem cognitivamente, levando-as a serem ativas.

1.1 ESCOLHA DA METODOLOGIA PARA A PESQUISA

A gênese de uma pesquisa está nas inquietações que permeiam uma determinada área do conhecimento, e que produzem indagações em um sujeito. A partir desse momento, temos um pesquisador em busca de resposta para as perguntas de sua pesquisa. É importante, para o sucesso dessa busca, a determinação de uma metodologia de pesquisa.

A abordagem qualitativa de pesquisa tem sido muito usada na área da Educação, pois "envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada" assim como "se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes" (BOGDAN; BIKLEN apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.13).

Uma forma de abordagem qualitativa é o estudo de caso, que tem como objetivo o estudo e análise de um caso específico, determinado, afunilando assim o leque de possibilidades existentes dentro de um tema de pesquisa. Segundo Ponte (2006), "um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social" (p. 2).

Destaca-se também, com relação ao estudo de caso, a ênfase dada para a "interpretação em contexto" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 18); a busca em "retratar a realidade de forma completa e profunda" (p. 19) e a utilização de "uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa" (p. 20), ou seja, há uma preocupação em transmitir ao leitor, de uma forma clara, direta e estruturada o caso em estudo, de maneira que ele identifique pontos comuns com sua realidade.

Além disso, o estudo de caso tem sido amplamente utilizado nas pesquisas voltadas para a área da educação, pois:

> Podemos dizer que o estudo de caso "qualitativo" ou "naturalístico" encerra um grande potencial para conhecer e compreender melhor os problemas da escola. Ao retratar o cotidiano escolar em toda a sua riqueza, esse tipo de pesquisa oferece elementos preciosos para uma melhor compreensão do papel da escola e suas relações com outras instituições da sociedade. (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 23-4).

Conforme analisa Ponte (2006), pesquisadores em Educação Matemática têm optado pelos estudos de caso em suas pesquisas, pois os mesmos "têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como de conhecimento e das práticas profissionais de professores” (2006, p. 3).

O autor ainda afirma que um estudo de caso permite ao pesquisador uma gama de instrumentos e estratégias para coleta e análise dos dados, e que “é uma investigação de natureza empírica”, baseada em um forte “trabalho de campo” (PONTE, 2006, p. 7).

Esse tipo de abordagem foi escolhido porque se tem um tema delimitado, que é a aprendizagem da operação de divisão, e optou-se por desenvolver uma pesquisa de campo com uma turma do quarto ano de uma escola municipal da periferia de Gravataí. Como afirma Ponte (2006, p. 15) “o objetivo desse tipo de pesquisa [...] é produzir conhecimento acerca de objetos muito particulares”; “os estudos de caso valem essencialmente na medida em que [...] ajudam a perceber certos aspectos da realidade quotidiana. Deste modo, eles têm tido um papel significativo no desenvolvimento do conhecimento em Educação Matemática” (PONTE, 2006, p.20). Embora as dificuldades com a operação de divisão que motivaram a pesquisa não fossem específicas dessa turma, a pesquisa de campo dedicou-se a compreender as aprendizagens daquele grupo de alunos. É nesse sentido que entendemos que essa pesquisa pode ser considerada como um estudo de caso.

O pesquisador foi também o professor. Essa opção está amparada nos estudos de Lüdke e André (1986) pois, segundo elas, “Na medida em que o observador acompanha *in loco* as experiências diárias dos sujeitos, pode tentar apreender a sua visão de mundo, isto é, o significado que eles atribuem à realidade que os cerca e às próprias ações.” (1986, p. 26).

No final do ano de 2010, foi realizada uma primeira experiência com uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental, quando foram trabalhadas seis atividades ao longo de seis semanas aproximadamente. Verificou-se que havia a necessidade de modificações nessa experiência, pois elas não foram suficientes para o estudo do tema escolhido. Não foi possível, através dos registros coletados, emitir juízo sobre a aprendizagem da operação de divisão. Precisávamos de mais situações em que as crianças expressassem suas opiniões, através da fala e da escrita.

Após essa primeira experiência, ficou decidido que para o ano de 2011 a sequência didática seria aplicada novamente em uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental, e que a mesma deveria ocorrer em um período de tempo maior, com mais atividades, em variados contextos, possibilitando mais aprendizagem e também uma maior coleta de dados para serem analisados.

A partir destas definições e escolhida a escola, foi aplicada a nova sequência didática, de 2011, na turma do 4º ano do Ensino Fundamental, da mesma. A turma escolhida foi então a 41, formada por dezoito alunos, com idade entre 9 e 10 anos, pertencente à Escola Municipal José Mariano Garcia Mota, da cidade de Gravataí, Rio Grande do Sul. A sequência foi aplicada entre os meses de abril e julho de 2011.

Solicitei autorização da escola, da professora regente e dos pais das crianças para realizar o projeto, que foi intitulado "Marcas da Divisão". Os pais dos alunos assinaram um termo de consentimento informado, conforme modelo que consta no Apêndice A. Para preservar a identidade dos alunos participantes, foram utilizados, neste texto, nomes fictícios.

A partir da aplicação da sequência didática elaborada, buscou-se responder à seguinte pergunta: através de um ambiente de aprendizagem que se constitua como um cenário de aprendizagem, onde os alunos são convidados a formarem as questões e procurar explicações, é possível desenvolver uma melhor compreensão, por parte das crianças do 4º ano do Ensino Fundamental, com relação à operação de divisão?

1.2 COLETA DOS MATERIAIS A SEREM ANALISADOS

No planejamento da sequência didática, foi inserida, na primeira atividade, a confecção de um caderno de registros, pois havia necessidade de termos um espaço distinto dos utilizados no cotidiano escolar das crianças, que seria utilizado somente nas aulas do projeto, e entregue ao final de cada atividade.

Ao final de cada atividade era construído um relato do encontro, descrevendo as situações ocorridas ao longo da atividade, além de uma análise sobre as ações dos sujeitos da pesquisa. Para a construção desse relato, era necessário ouvir a gravação do áudio da aula, para que fosse possível transcrever os diálogos promovidos a partir das atividades desenvolvidas. O conjunto desses relatos formou um diário de campo sobre a pesquisa qualitativa desenvolvida a partir desse estudo de caso.

Lüdke e André (1986) destacam em seu estudo as contribuições de cada método de coleta de dados em uma pesquisa qualitativa. Sobre a gravação de áudio, afirmam que "A gravação tem a vantagem de registrar todas as expressões orais [...] deixando o entrevistador livre para prestar toda a sua atenção ao entrevistado" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 37).

Nas transcrições dos diálogos entre professor-pesquisador e alunos, e entre alunos, foi realizada uma correção na ortografia e nas concordâncias entre o sujeito da ação e o tempo verbal da ação, para que a leitura fluísse melhor.

Cada situação ocorrida era discutida e analisada, buscando-se compreender como a criança estava interpretando e quais as estratégias que ela utilizava, em sua resolução de um problema de divisão.

É necessário destacar que o projeto, composto por dez atividades, não foi realizado em dez aulas, como havia sido previsto inicialmente; ou seja, foi preciso um número bem maior de encontros com a turma, para desenvolver todas essas atividades de forma plena.

Além das informações coletadas nos cadernos de registros, nos diálogos coletivos ocorridos durante cada atividade do projeto e nas conversas individuais com questionamentos e indagações entre professor e aluno, uma fonte não prevista fez a diferença na busca pela compreensão da operação de divisão, por parte das crianças: os rascunhos produzidos pelos alunos em cada atividade.

Essas informações escritas, registradas em papel, são consideradas por Lüdke e André (1986), "[...] uma fonte estável e rica" (1986, p. 39), pois através delas é possível "[...] estudar o problema a partir da própria expressão dos indivíduos, ou seja, [...] a linguagem dos sujeitos é crucial para a investigação." (HOLSTI, 1969 apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 39).

Ao perceber que as crianças expressavam no caderno somente a resposta final, muitas vezes através de uma representação semelhante ao algoritmo escolar da divisão, e colocavam no lixo os rascunhos ou apagavam com borrachas suas resoluções reais escritas em sua mesa, foi tomada a decisão de coletar também essas informações, solicitando aos alunos que entregassem, ao final das atividades, esses materiais.

Com essa medida, as crianças passaram a utilizar os rascunhos em todas as atividades, e aqueles que escreviam nas mesas, passaram a adotar essa medida também. Isso contribuiu para a análise das estratégias que as crianças utilizam na resolução de um problema de divisão.

Felizmente, conseguimos a tempo resgatar esse material tão rico, que foi de grande valia para os estudos que realizamos sobre a aprendizagem da operação de divisão.

2 A DIVISÃO NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O ato de dividir faz parte da vida de todos nós. Dividimos desde os primeiros anos de vida elementos materiais como alimentos e brinquedos, até elementos imateriais como os sentimentos envolvidos no nosso dia a dia.

Grossi (2003), em suas pesquisas, constatou que "crianças bem pequenas já se defrontam com problemas de divisão, no seu cotidiano." (2003, p. 107-8).

No entanto, é preciso destacar que esse verbete da língua portuguesa – "divisão" – envolve significados distintos. Neste estudo, vamos trabalhar com o significado matemático da divisão, pois nosso foco é a operação matemática da divisão estudada nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Entendemos que, na escola, esses significados que as crianças têm com relação à divisão serão delimitados, dando enfoque à divisão em partes iguais.

A operação de divisão é estudada, em geral, com mais profundidade a partir do 4º ano do Ensino Fundamental. Ela requer uma compreensão diferente daquela envolvida na operação de adição, bem como sua inversa, a subtração; essa compreensão passa pelo desenvolvimento do raciocínio multiplicativo na criança.

Neste capítulo, vamos examinar o que os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCNs) (BRASIL, 1997) discutem sobre o ensino e a aprendizagem da divisão e dos conceitos a ela relacionados, destacando a construção do sentido numérico que, segundo os PCNs, está atrelada à construção das estruturas aditivas e multiplicativas.

Para compreender o processo cognitivo de construção dos conceitos relacionados às operações de multiplicação e divisão, buscamos apoio na teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud (1993; 1994; 2003; 2009a; 2009b), destacando a construção do campo conceitual das estruturas multiplicativas. Examinamos também resultados de pesquisas de outros autores que enfocam a compreensão dessas operações por crianças ou alunos dos anos iniciais.

2.1 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) destacam a importância da Matemática para a formação básica e da cidadania: seu estudo pode desenvolver o raciocínio lógico, a tomada de decisão, a formação de argumentos, proposições e verificação de hipóteses. No entanto, eles destacam que isso só é possível se "forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia" dos alunos (BRASIL, 1997, p. 26).

Os PCNs não fornecem uma listagem de conteúdos a serem trabalhados, de forma sequencial; entretanto apresentam quatro blocos de conteúdos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, e tratamento da informação. Apesar do nome "bloco de conteúdo" sugerir algo estanque, eles enfatizam a necessidade de o professor relacionar os quatro blocos, apresentando ao aluno as conexões existentes na Matemática entre eles.

De acordo com os PCNs, não há um caminho único para chegarmos à melhor forma de ensino, porém existem alternativas didáticas que podem ser empregadas pelo professor, a fim de estruturar sua prática em sala de aula. Porém, essas alternativas contribuirão para a aprendizagem das crianças a partir do momento em que "o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar idéias" (Ibidem, p. 31).

Os dois primeiros ciclos da Educação Básica, que abrangem os anos iniciais do Ensino Fundamental, têm o objetivo de que as crianças ao final do segundo ciclo "se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos" (Ibidem, p. 49).

A característica principal destes dois ciclos iniciais é o trabalho realizado com as crianças a fim de aproximá-las das operações aritméticas, dos números, das medidas, das formas e espaço e da organização de informações, relacionando-os com os conhecimentos matemáticos que a criança traz à escola, embasados na sua vivência, no seu cotidiano. Os PCNs vão além, comentando que grande parte dos problemas da Matemática e das situações do dia a dia das pessoas são resolvidos pelas operações fundamentais, portanto, é natural que estas operações sejam desenvolvidas a partir de situações cotidianas, na sala de aula.

Com relação ao primeiro ciclo, os PCNs recomendam, sobre o sistema de numeração decimal, que não é necessário enfatizar a decomposição de ordens e classes (unidades, dezenas e centenas), pois suas características poderão ser reconhecidas através das "representações numéricas e dos procedimentos de cálculo em situações-problema." (Ibidem, p. 48).

Sobre as operações elementares, os PCNs destacam que seu ensino tem seguido uma lógica: primeiro, a obtenção de resultados básicos; após, o ensino de técnicas, como algoritmos; e, por fim, o uso dessas técnicas em "problemas-modelo", que enfatizam sempre uma única ideia entre as várias que estão ligadas à operação (Ibidem, p. 49).

Segundo os PCNs (Ibidem, p. 59), no segundo ciclo (a partir do 4º ano do Ensino Fundamental) as crianças ampliam os conceitos envolvidos no sistema de numeração decimal, assim como, ao resolverem situações-problema envolvendo operações com números naturais, conseguem desenvolver estratégias pessoais e empregar o uso das técnicas operatórias convencionais.

Nesse segundo ciclo, as crianças desenvolvem a compreensão com relação aos números racionais, que têm na divisão um de seus significados mais importantes. Elas já trabalham com os significados de uma fração, pois exploram "diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão" (BRASIL, 1997, p. 59).

2.2 SENTIDO NUMÉRICO

A construção do número pela criança não é dada através de uma ação isolada, anterior ou posterior à aprendizagem das quatro operações elementares da aritmética. De acordo com os PCNs, essa construção inicia-se a partir das vivências que o aluno teve antes da escola, e, na escola, essa construção deverá ser fomentada a partir dos trabalhos promovidos pelo professor, a fim de que a criança reconheça os números em variados contextos (Ibidem, p. 50).

Essa construção é referida por Lins e Gimenez (1997) como a busca pelo desenvolvimento de um sentido numérico. Eles afirmam que "Nosso *sentido numérico* é construído com base em uma grande variedade de experiências com números." (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 30, itálico no original). Até alguns anos atrás se valorizou o sistema de numeração como única via de significado para os números. No entanto, as pesquisas mostram que esta visão está mudando, pois os parâmetros curriculares de diversos países estão promovendo uma reflexão entre os educadores sobre "a necessidade de desenvolver intuições sobre o aspecto quantitativo das situações, entendendo os números em seus diversos significados e relações" (Ibidem, p. 59).

Para Lins e Gimenez (1997), sentido numérico é "o conjunto de características e de rede de relações que permitem relacionar números com operações, com o objetivo de resolver problemas flexivelmente e mediante formas criativas" (p. 59-60), ou seja, o desenvolvimento desse sentido está implicado na compreensão das operações elementares.

Segundo os autores, o sentido numérico é sempre entendido em relação a um problema, uma situação. Essa situação é que dá significado aos conceitos envolvidos. Ela está inserida em um contexto, terá uma representação associada. A solução do problema passará pelos processos de busca de estratégias e instrumentos adequados para serem utilizados, assim como a aplicabilidade da estratégia escolhida.

Lins e Gimenez (1997) relacionam a construção do sentido numérico com o estudo das operações aritméticas, afirmando que "um bom trabalho aritmético implica, para a tarefa do professor [...] reconhecer a necessidade de uma mudança curricular que sirva para desenvolver um sentido numérico" (p. 87). Conforme os autores:

> Como estratégias de aprendizagem do sentido numérico, citaremos como importantes as seguintes:
>
> Uso de números em contextos;
> Importância da visualização numérica;
> Uso de técnicas de agrupações e decomposições;
> Compreensão do significado de operações;
> Diversidade de representações;
> Tratamento da ordem;
> Comunicação coletiva de estratégias;
> Controle e reflexão sobre eficiência e aplicabilidade (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 75-6).

2.3 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Ao realizarmos uma investigação sobre a aprendizagem da aritmética nas crianças nos anos iniciais, é importante ter como base os estudos de Jean Piaget (1980) sobre o desenvolvimento na criança das estruturas lógico-matemáticas, assim como é importante, para compreendermos a construção de conceitos matemáticos, considerar os estudos de Gérard Vergnaud (1993; 1994; 2003; 2009a; 2009b).

A criança ingressa na escola por volta dos 6-7 anos, no entanto a construção da sua inteligência iniciou muito antes, desde os primeiros dias de vida. Neste período, por volta dos 6-7 anos, conforme os estudos de Piaget (1980), a criança passa do chamado estágio pré-operatório para o estágio operatório. Ele descreve esta passagem assim:

> [...] as ações constituem o ponto de partida das futuras *operações* da inteligência. A operação é, assim, uma ação interiorizada, que se torna reversível e que se coordena com outras, em estruturas operatórias de conjunto. Como as operações assim definidas só terminam por volta de 7 ou 8 anos, existe, portanto, um período "pré-operatório" do desenvolvimento, que corresponde ao que chamei, antes, de etapa "pré-lógico". As operações se constituem em duas etapas sucessivas: uma "concreta", entre 7 e 11 anos, mais próxima da ação, e a outra "formal" ou proposicional, somente depois de 11-12 anos (PIAGET, 1980, p. 74-5, itálico no original).

Piaget (1980) afirma que as operações lógico-matemáticas "derivam das próprias ações, pois são o produto de uma abstração procedente da coordenação das ações, e não dos objetos" (1980, p. 77). As ações a que o autor se refere são os movimentos oculares e as manipulações realizadas sobre um objeto, mas também e sobretudo as reconstituições mentais que a criança faz após a abstração de uma ação anterior.

A teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud (2009b) é uma teoria cognitivista que traz recursos para os professores e pesquisadores entenderem como se desenvolve a construção do conhecimento matemático nas mentes das crianças.

Brousseau (2008) explica que Vergnaud, baseado na epistemologia genética e na psicologia cognitiva, "procurava descobrir, através dos seus comportamentos, como as crianças se apropriavam dos conhecimentos matemáticos", pois "[...], as estruturas matemáticas lhe forneciam modelos de 'esquemas de pensamento' e de modos de pensamento, e de modelos de aprendizagem" (BROUSSEAU, 2008, p. 13).

Para Vergnaud (2009b), conhecimento é adaptação. O autor vai além, e afirma que nos adaptamos às situações e "é por meio de uma evolução da organização de sua atividade" (p. 13) que nós nos adaptamos. Conforme explica o autor, se queremos elaborar situações de aprendizagem é preciso nos dedicarmos a "dar a essas situações características semelhantes àquelas que conduzem normalmente os indivíduos a desenvolver novas formas de atividade, sozinhos ou com ajuda" (p. 14), ou seja, para Vergnaud, nos adaptamos às novas situações reorganizando os conhecimentos já internalizados, e construindo novos conhecimentos.

Vergnaud (2003) afirma que "propor ao aluno situações que vão desestabilizá-lo" (p. 38) promove uma reorganização do seu pensamento, e com isso é possível ampliar sua gama de situações conhecidas. Segundo o autor, "por isso é tão importante [...] confrontar-se com as pessoas em situações diante das quais elas têm de ser ativas" (VERGNAUD, 2003, p. 22).

De acordo com Vergnaud (2009b), o conhecimento está organizado no que ele chama de campos conceituais. Ele define campo conceitual da seguinte forma:

> Um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações (VERGNAUD, 2009b, p. 29).

A teoria dos campos conceituais trata de desenvolvimento e aprendizagem dos processos cognitivos, não apenas como organizadores das atividades humanas diante de situações, mas também dos esquemas e conceitos cuja construção é fomentada diante de uma experiência (VERGNAUD, 2003, p. 22). Segundo Vergnaud (2009b), "A experiência consiste no encontro do sujeito com as situações. Cada uma delas é singular" (p. 26). A experiência vivenciada pelo sujeito tem papel fundamental para a aprendizagem (VERGNAUD, 2003, p. 44).

O autor afirma que "o que dá sentido aos conceitos ou teorias são os problemas que eles permitem resolver" (VERGNAUD apud STAREPRAVO; MORO, 2005, p. 135), pois estes conceitos terão validade a partir do momento em que o sujeito consegue, a partir das construções cognitivas que possui, emitir opinião sobre algo, formular hipóteses sobre uma situação, e montar estratégias de solução para um dado problema.

Como sugere Vergnaud (2009b), "por trás da ação encontra-se sempre a conceitualização, quer dizer, a identificação de objetos de diferentes níveis, diretamente acessíveis à percepção ou não, assim como suas propriedades e relações." (2009b, p. 18). Esta conceitualização encontrada nas ações é fomentada a partir das experiências que envolvem as atividades realizadas pelo sujeito, pois de acordo com Vergnaud, "a experiência é incontornável" (Ibidem, p. 18). Vergnaud (2003) dá importância aos processos envolvidos na conceitualização, pois ela "abarca todos os registros da atividade" (p. 38-9) do indivíduo diante de uma situação.

Para Vergnaud (2009b), conceito é um tripleto formado por três conjuntos: C = (S, I, L). A letra C representa o conceito, enquanto os demais conjuntos, segundo Vergnaud (2009b), são:

> S o conjunto de situações que dão sentido ao conceito
> I conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade (esquemas) suscetíveis de serem evocados por essas situações
> L conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébricas, gráficas...) que permitem representar os conceitos e suas relações, e, consequentemente, as situações e os esquemas que elas evocam (VERGNAUD, 2009b, p. 29).

2.3.1 Schème – esquemas do pensamento

Schème é um termo francês, carregado de significado, segundo a ótica da teoria dos campos conceituais. Brousseau (2008, p. 13) explica que Vergnaud define esta expressão em português como "esquema de pensamento", pois é a expressão que mais se aproxima do sentido denso e da caracterização do que é um *schème* para ele. Este "esquema do pensamento" para Vergnaud (1994, p. 53, tradução nossa) é "uma organização dos invariantes operatórios relacionados a uma classe de situações.".

Vergnaud (1993) chama de esquema "a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada" (p. 2), afirmando ainda que "é nos esquemas que se devem pesquisar [...] os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória" (p. 2).

Conforme define Vergnaud (2009b), os elementos que constituem um esquema são: os objetivos, as metas e antecipações que o sujeito tem diante de uma situação; as regras de ação do sujeito sobre a situação; os invariantes operatórios que o sujeito emite a partir da situação, chamados de conceitos em ação e teoremas em ação; as possibilidades de inferência, que são os raciocínios que o sujeito tem a partir da situação (VERGNAUD, 2009b, p. 21).

É importante sabermos que os esquemas têm como referência sempre uma ou mais situações; podemos ter situações em que o sujeito já dispõe do que o autor chama de competências para compreendê-la e resolver os possíveis problemas que ela traga. Porém, existem situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias para compreender uma situação, precisando de tempo para refletir sobre e explorá-la, reorganizando e formando novos esquemas para compreendê-la (VERGNAUD, 1993). Segundo Moro (2004), "a noção de esquema é importante para interpretar-se a conceitualização do real a partir da ação" (p. 252).

Vergnaud chama de invariantes operatórios os conhecimentos em ação, que são os conceitos em ação e os teoremas em ação. Em resumo, Vergnaud define os conhecimentos em ato ou conhecimentos em ação assim:

> Numa situação dada, o sujeito dispõe de muitos tipos de conhecimentos para identificar os objetos e suas relações e a partir daí estabelecer objetivos e regras de conduta pertinentes. Os conhecimentos são conhecimentos em ato, designados aqui por "invariantes operatórios" para indicar que estes conhecimentos não são necessariamente explícitos, nem mesmo conscientes para certos entre eles. O conceito de invariante operatório permite falar nos mesmos termos às vezes da percepção, quer dizer da identificação dos objetos materiais e suas relações, da interpretação das informações perceptivas nas situações onde há espaço para a incerteza, e os pensamentos que portam objetos altamente elaborados da cultura (VERGNAUD apud MUNIZ, 2009, p. 48).

Portanto, para Vergnaud (2009b), teorema em ação é "uma proposição tida como verdadeira na ação em situação" (p. 23), enquanto o conceito em ação é "um conceito considerado pertinente na ação em situação" (p. 23).

Muniz (2009) explica que os conceitos em ação são conceitos considerados pelo sujeito como verdadeiros, pois eles “permitem ao sujeito selecionar e tomar informações consideradas como relevantes para a produção de uma solução de acordo com seus objetivos, assim como selecionar os teoremas em ato necessários” (p. 48).

2.3.2 Situação segundo a Teoria dos Campos Conceituais

Segundo a ótica de Vergnaud, o termo situação tem um sentido próprio na teoria dos campos conceituais:

> Nós não tomaremos o conceito de “situação” com toda a significação [da TSDM[2]] aqui; nós nos limitaremos ao sentido que lhe dá habitualmente o psicólogo: os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações às quais eles são confrontados (VERGNAUD apud BROUSSEAU, 2008, p. 19).

Diante desta definição, é possível percebermos que o termo “situação”, na Teoria dos Campos Conceituais, não se refere necessariamente a uma situação didática (BROUSSEAU, 2008).

Conforme Vergnaud (2009b), a forma operatória do conhecimento abrange todas as ações envolvidas no processo do aprendizado de algo, como “os gestos e a tomada de informações perceptivas, a linguagem e o diálogo, o raciocínio científico e técnico” (VERGNAUD, 2009b, p. 17); essa forma operatória do conhecimento, segundo ele, é conhecida também como competência.

As situações são o ponto central desta teoria, assim como as ações do sujeito diante das atividades matemáticas. Se um campo conceitual é “um conjunto vasto, porém organizado, a partir de um conjunto de situações” (VERGNAUD, 2003, p. 30), então ao vivenciar diversas atividades e repetidas atividades, é possível que a criança construa os esquemas envolvidos em uma classe de situações. Como afirma Vergnaud:

> A atividade é ao mesmo tempo, repetição e variação. Não podemos compreender o pensamento presente na atividade humana se não percebemos o duplo caráter sistemático e oportunista nela. Não há repetição sem sistema e sem regras; não nos adaptamos à contingência, à variedade e à novidade sem categorias de pensamento para captar e tratar a informação pertinente (VERGNAUD, 2009b, p. 21).

2.4 ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

O ensino da aritmética envolve as chamadas quatro operações elementares da Matemática, que são a adição, subtração, multiplicação e divisão. Moro (2004, p. 252) afirma que a perspectiva da teoria dos campos conceituais "permite ver as operações de adição e de subtração como parte do campo conceitual das estruturas aditivas, e as de multiplicação e divisão como parte do campo das estruturas multiplicativas".

O desenvolvimento destas estruturas inicia antes da fase escolar da criança, como afirmam Nunes e Bryant (1997), pois "crianças tão novas como as de 5 ou 6 anos de idade podem resolver alguns problemas de adição através de uma extensão simples de contagem e com a ajuda de sua imaginação em brinquedos faz-de-conta" (p. 118).

O raciocínio aditivo, conforme explicam Nunes e Bryant (1997), está relacionado a reunir ou separar objetos de um conjunto, ou conjuntos de objetos. Segundo os autores, as estruturas aditivas são construídas à medida que as crianças conseguem estabelecer uma conexão entre a correspondência termo-a-termo (comparação entre dois conjuntos de elementos), e as representações internas e externas que elas já possuem da adição e subtração.

Vergnaud (2003) afirma que o campo conceitual das estruturas aditivas envolve diversas competências, cuja constituição se inicia pelos quatro anos de idade e segue ao longo da vida. Esse campo conceitual envolve também inúmeros conceitos, que por vezes estão implícitos nas situações. São eles:

> Os conceitos de quantidades, discretas e contínuas; de medidas; da parte e do todo; do estado e da transformação; de comparação entre o referido e o referente; de comparação do quê com o quê; de composições binárias; de medidas, transformações e relações; de inversão; de número natural e número relativo; de posição, abscissa e valor algébrico (VERGNAUD, 2003, p. 31).

Vergnaud (1994) explica que o campo multiplicativo pode ser visto como:

> Um conjunto de situações que requer uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações;
> Um conjunto com uma grande quantidade de esquemas necessários para uma determinada situação. Esquemas são invariantes operatórias do comportamento humano, definidas como classes de problemas que podem ser evocados para resolver novos problemas;
> Um conjunto de conceitos e teoremas que possibilitam analisar as operações do pensamento necessárias: funções lineares e não lineares, frações,

[2] Teoria das Situações em Didáticas das Matemáticas.

> proporção, razão e número racional, análise dimensional e espaço vetorial. Estes três conceitos explícitos são sempre implícitos apenas nos esquemas.
> Um conjunto de estratégias ou formulações do pensamento e de representações (VERGNAUD, 1994, p. 57-8, tradução nossa).

O autor afirma que "no que diz respeito ao MCF[3] não podemos reduzi-lo à noção de raciocínio proporcional, ou ao conceito de fração, ou só ao algoritmo da multiplicação e da divisão" (VERGNAUD, 1994, p. 41, tradução nossa), pois o campo conceitual das estruturas multiplicativas engloba diversos conceitos interligados entre si.

O autor descreve os ingredientes necessários e envolvidos em um campo conceitual multiplicativo: "multiplicação e divisão; funções lineares e não-lineares; relação, taxa de variação, fração e número racional; análise dimensional; combinação linear e espaços vetoriais" (VERGNAUD, 1994, p. 46, tradução nossa).

Segundo Nunes e Bryant (1997), a construção das estruturas multiplicativas envolve a compreensão de adição, porém vai além dos conceitos e esquemas desenvolvidos nas estruturas aditivas. Aparentemente, a multiplicação está associada à ideia de adições repetidas, da mesma forma que a divisão parece estar associada à ideia de subtrações repetidas, porém a multiplicação e divisão envolvem outros conceitos e significados. O raciocínio multiplicativo não envolve situações de unir ou separar conjuntos, mas situações que os autores classificam como: situações de correspondência um-para-muitos; situações envolvendo relações entre variáveis; e situações envolvendo distribuição, divisão e cortes sucessivos.

Nas situações multiplicativas um-para-muitos, um conjunto está diretamente relacionado com outro conjunto, como por exemplo, uma moto tem duas rodas, um cachorro tem quatro pernas, ou seja, há uma relação constante, em que se aumentarmos o número de motos do exemplo, a consequência disso é o aumento no número de rodas.

Conforme Nunes e Bryant (1997), "Esta correspondência um-para-muitos constante é a invariável na situação, [...] que não está presente no raciocínio aditivo. A correspondência um-para-muitos é a base para um novo conceito matemático, o conceito de *proporção*" (p. 143). Outra diferença entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo está no fato de que, para manter uma proporção invariável, não é utilizada a ideia de unir/separar, mas a ideia da replicação.

De acordo com os estudos de Nunes e Bryant (1997), replicação "envolve somar a cada conjunto a unidade correspondente para o conjunto de modo que a correspondência

---

[3] MCF é Multiplicative Conceptuals Field, que traduzido para nossa língua é Campo Conceitual Multiplicativo.

invariável um-para-muitos seja mantida" (p. 144). O inverso de replicar é remover unidades correspondentes, de modo que seja mantida a correspondência invariável. Um exemplo: três pessoas têm seis pernas, ao retirar uma pessoa precisaremos retirar duas pernas da quantidade total.

Ao realizarmos uma replicação, a proporção da correspondência não varia, ou seja, existe um escalar que mantém a proporção dessa correspondência. Nunes e Bryant (1997) chamam este número de fator escalar.

As situações multiplicativas envolvendo relações entre variáveis também mantêm a ideia de proporção e replicação, porém nas situações um-para-muitos trabalhamos com quantidades descontínuas como, por exemplo, número de rodas, quantidade de pernas, quantidade de pessoas. Já nas situações que envolvem relações entre variáveis trabalhamos com quantidades contínuas, ou seja, escolhida uma unidade, é possível encontrarmos valores fracionários. Por exemplo, o comprimento de um fio, ou o volume de uma barra de chocolate são quantidades contínuas.

Por fim, nas situações de distribuição, lembramos da relação parte-todo do raciocínio aditivo, porém agora, além de considerar o tamanho do todo e o número de partes, precisamos considerar o tamanho de cada parte, ou seja, há três elementos envolvidos na distribuição.

Grossi (2003) afirma que devemos entender estrutura multiplicativa como "um binômio multiplicação/divisão, esta como operação inversa da primeira" (GROSSI, 2003, p. 109). Ela explica que a construção dessa estrutura pode levar um longo período, dos 3 aos 16 anos, podendo alguns adultos não compreendê-la totalmente. Ela verificou que há sete níveis de compreensão para a estrutura multiplicativa, em que os primeiros níveis contemplam a compreensão da multiplicação como adições repetidas, ou como uma potência, ou ainda relacionam a multiplicação com o estudo da tabuada (GROSSI, 2003, p. 105-113). Segundo a autora, muitos indivíduos chegam à vida adulta nos primeiros níveis de compreensão das estruturas multiplicativas. Ela afirma que isso se deve ao fato de que a "concepção de que a multiplicação é uma adição repetida é alimentada pelo que está escrito em muitos livros didáticos" (2003, p. 111).

2.4.1 Divisão – um importante conceito das estruturas multiplicativas

O conceito de divisão envolve uma relação inversa entre o divisor e o quociente, pois enquanto um cresce o outro decresce (NUNES; BRYANT, 1997, p. 151). Na ação de dividir, as invariáveis são diferentes das invariáveis da adição (subtração), pois nesta ação estamos trabalhando com três variáveis que estão relacionadas: o dividendo, o divisor e o quociente.

Os problemas sobre divisão podem parecer iguais aos olhos de um adulto, mas, para uma criança, há diferenças significativas entre as situações que envolvem a divisão. Segundo Nunes e Bryant (1997), existem dois tipos de situações de divisão. Dada uma situação de divisão, podemos ter uma partição ou um problema de quotas.

Nas situações de divisão em que ocorre uma partição, genericamente podemos afirmar que são conhecidos do sujeito o todo e o número de partes em que esse todo deverá ser repartido, e o que se quer saber é o tamanho de cada parte. Nos problemas partitivos, temos o dividendo e o divisor expressos no problema explicitamente.

Entre os problemas de divisão do tipo partição, temos duas possibilidades de situações: as situações de distribuição e as divisões sucessivas ou cortes sucessivos.

Conforme explicam Nunes e Bryant (1997), "Quando as crianças estão preocupadas com distribuir, elas se concentram sobre dar quantidades iguais a cada receptor" (1997, p. 194), indicando que as crianças fazem uma correspondência termo-a-termo entre os conjuntos distribuídos. Essa é a invariável da situação.

A ação de distribuir não exige, do sujeito que está dividindo, a antecipação do tamanho que cada parte terá ao final da distribuição. Mas ela estabelece relações novas, não vivenciadas no raciocínio aditivo, pois quando as crianças estão realizando uma distribuição elas passam a relacionar três conjuntos: o conjunto do todo, o conjunto das partes, e o resultado da distribuição que é o conjunto do tamanho das partes.

Os cortes sucessivos consistem em bipartições (partição em metades) ou tripartições ou *n*-partições sucessivas. A ação de realizar cortes sucessivos no todo requer do sujeito uma antecipação do tamanho que terá cada parte.

A situação de divisão por quota, chamada também de "problema de divisão medida por quotas" (NUNES; BRYANT, 1997, p. 198), é descrita como aquela em que é conhecido do sujeito o tamanho do todo e o tamanho que deverá ter cada parte, após a divisão. É desconhecido do sujeito, nesse tipo de situação, o número de partes que está relacionando as duas informações: o todo e a quota. Portanto, deseja-se descobrir em quantas partes é necessário dividir o todo, para que se tenham partes de tamanho previamente determinado. Temos, nesse tipo de divisão, o dividendo e o quociente explícitos.

Na perspectiva psicogenética, de acordo com Nunes e Bryant (1997), para a criança existe diferença de compreensão entre problemas partitivos e problemas de divisão medida por quotas, e essa diferença os autores verificaram em suas pesquisas. Segundo eles, as crianças apresentam um desempenho significativamente melhor nos problemas partitivos.

Os autores também concluíram que as crianças resolvem problemas de divisão simples sobre quantidades descontínuas satisfatoriamente, utilizando recursos manipulativos para antecipar o resultado ou estruturar o pensamento sobre a situação dada. A partir do recurso manipulativo, no estudo realizado, as crianças passaram a quantificar os cortes necessários (divisão em partes) de uma quantidade contínua, chegando à divisão em partes iguais como um recurso para responder algumas situações de divisão.

Conforme as análises de Nunes e Bryant (1997), "Quando as partes são iguais, elas podem pensar em termos de igualdade; quando elas são diferentes, elas podem usar sua compreensão de relações: 'maior/menor do que'" (p. 206). Essa noção de metade auxilia as crianças na resolução de problemas de divisão, pois esse conhecimento torna-se uma ferramenta para simplificar o problema dado; a criança divide ao meio quando fazer isso é possível, e após, se houver resto (parte que restou), particiona-a exaustivamente.

Nunes e Bryant (1997) afirmam que "quando as crianças resolvem tarefas experimentais sobre divisão [...], elas se engajam em raciocinar sobre as situações."; no entanto, ao contrário, "quando elas resolvem tarefas matemáticas em avaliações educacionais, elas vêem a situação como um momento no qual elas precisam pensar em que operações fazer com números, como usar o que lhes foi ensinado na escola" (1997, p. 212).

2.5 SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Para uma criança ser numeralizada, Nunes e Bryant (1997) afirmam que ela precisa aprender sistemas de numeração convencionais. O sistema ensinado nos anos iniciais do Ensino Fundamental é o sistema de numeração decimal.

Estes sistemas têm como base as estruturas aditivas e multiplicativas, pois a sequência dos números naturais ocorre na adição de uma unidade ao número anterior (lembrando que o zero não possui antecessor), assim como a base do sistema são as potências de dez, multiplicadas por um algarismo. Temos então agrupamentos de dez em dez, que constituem as ordens das unidades, dezenas, centenas, etc.

De acordo com as pesquisas de Nunes e Bryant (1997), as crianças trabalham com a adição e a subtração antes das outras operações aritméticas, porém os autores afirmam que antes de aprenderem a trabalhar com os algoritmos, as crianças precisarão compreender "a base conceitual destas operações" (p. 117).

Tanto os estudos organizados por Moro e Soares (2005) como os estudos de Moreira e David (2005) apontam as dificuldades que as crianças enfrentam na aprendizagem da aritmética, nos anos iniciais. Essas dificuldades, de acordo com os autores, são responsáveis pelo fracasso escolar nos primeiros anos da educação básica. Segundo Moro e Soares (2005), elas devem-se ao fato de que a compreensão das relações aritméticas está situada na expressão de suas "escritas canônicas" (p. 13), porém a escrita matemática, assim como o sistema de numeração decimal, requer tempo para sua aprendizagem, pelas suas particularidades e porque pressupõem a construção do conhecimento pela criança.

As pesquisas dos autores citados convergem para a compreensão do sistema decimal como um dos fatores importantes para a aprendizagem da adição e multiplicação, assim como de suas operações inversas.

Conforme explicam Moreira e David (2005), a aritmética dos naturais é um tema extenso e complexo, e conceitos aí envolvidos não são completamente estruturados nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Com isso, os alunos carregam, para a vida escolar, diversas dúvidas. Segundo os autores, há a necessidade de que seja feita, entre os professores da educação básica, "uma discussão a respeito dos significados e das propriedades das operações com os naturais – de modo especial a multiplicação e a divisão – e do sistema decimal de numeração" (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 55).

2.5.1 Representações das operações

As representações das operações pelas crianças envolvem diversas formas de registros, através de expressões escritas, como as anotações, atividades dos cadernos, e os rascunhos; de expressões orais, onde a criança manifesta seu ponto de vista através da fala; de expressões pictóricas, que são os desenhos e símbolos utilizados pela criança, cujo significado foi atribuído por ela; e as expressões corporais, que são as ações executadas através do seu corpo.

Portanto, as representações são todas as formas e expressões que as crianças constroem enquanto solucionam uma situação matemática. Todas essas representações são manifestações externas dos esquemas internalizados pelas crianças.

Os esquemas formados pela criança diante de uma situação envolvem a relação entre os significantes, que são as representações simbólicas, e os significados que estas representações evocam na criança. É preciso dar voz às crianças, para compreendermos esses esquemas a partir das representações construídas por elas. De acordo com os estudos de Muniz (2009), "o interesse pela identificação e compreensão de esquemas é mais uma oportunidade de interação aluno-professor, na construção de um diálogo mais profícuo nas aulas de matemática" (p. 51), pois a "verbalização do aluno sobre suas produções" (p. 51) é parte importante no desenvolvimento das produções matemáticas em sala de aula.

Os estudos de Teixeira (2005) mostram que "é por meio das representações que atribuímos significados às estruturas matemáticas" (p. 20), portanto, ao possibilitar às crianças a criação de procedimentos pessoais para a resolução de problemas propostos, abre-se caminho para a construção cognitiva dessas estruturas.

A sala de aula deve ser vista, segundo Fiorentini (1995), como uma comunidade emergente que interage, produzindo significados ao longo dos trabalhos realizados. Para ele, aprender é justamente isso, "significa *significar*: estabelecer relações possíveis entre fatos/ideias e suas representações (signos)" (1995, p. 33, itálico no original).

Como medida para que os significados sejam produzidos em sala de aula, o professor deve ter a compreensão de que "o aluno aprende significativamente Matemática, quando consegue atribuir sentido e significado às ideias matemáticas, [...] e sobre elas é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar." (FIORENTINI, 1995, p. 32).

Muniz (2009), a partir de seus estudos sobre as produções matemáticas das crianças nas escolas, afirma que as salas de aula são um campo efervescente de conhecimento matemático, "dotado de esquemas de pensamento e significações que permitem a possibilidade de diversidade no desenvolvimento de conceitos e procedimentos matemáticos" (2009, p. 37). Entender essas produções, bem como os significados atribuídos, pelas crianças, aos objetos matemáticos destas produções, pode contribuir para a compreensão de como essas crianças pensam.

Muniz propõe um novo olhar para estas produções das crianças, afirmando que os profissionais da educação básica precisam:

> [...] tomar consciência que a escola não deveria ser apenas consumidora de conhecimento acadêmico, mas pode e deve ser assumida como produtora crítica e criativa de saberes matemáticos, gerando então a possibilidade de vermos em cada aluno um "ser matemático" dotado de esquemas próprios que são a base essencial da realização de suas atividades matemáticas (MUNIZ, 2009, p. 37).

Se a escola é uma fonte rica de conhecimento a ser estudado, então é preciso compreender como o sujeito ativo dessa fonte pensa, como ele produz novos conhecimentos, como ele trata os conhecimentos prévios, e quais são as estratégias que ele utiliza diante de situações matemáticas.

Para o professor promover esse desenvolvimento cognitivo, Nunes e Bryant (1997) afirmam que:

> Se desejamos ensinar matemática para crianças de uma forma que torne todas as crianças numeralizadas no mundo de hoje (e até mesmo no de amanhã), temos que saber muito mais sobre como as crianças aprendem matemática e o que a aprendizagem da matemática pode fazer pelo pensamento delas (NUNES; BRYANT, 1997, p. 17-8).

Segundo Teixeira (2005), para estudar a aprendizagem dos conceitos matemáticos, é interessante "estudar o papel das representações na atividade cognitiva, ou seja, como os conceitos matemáticos estão relacionados à atividade mental das pessoas" (p. 19). A autora explica que há dois tipos de representações: internas, que são os objetos do pensamento, ideias constituídas na mente do ser humano; e as externas, que são os signos, símbolos, notações, gráficos, figuras e desenhos.

A autora explica que o campo das representações de um número é vasto, e que toda a representação interna terá uma manifestação externa. Portanto, a representação externa (que é de caractere semiótico) está ligada a uma ou mais representações internas, formando assim "o campo de significados que concretizam esse número ou o que se entende ser esse número" (TEIXEIRA, 2005, p. 21).

Ela também afirma que o problema do ensino da matemática ocorre "porque não há *noésis* sem *sémiosis*" (TEIXEIRA, 2005, p. 23), sendo *noésis* a apreensão conceitual de um objeto (matemático no caso) e *sémiosis* a apreensão ou produção de representações semióticas. Podemos parafrasear a citação, dizendo que não haverá compreensão do conceito de um objeto matemático, sem a compreensão da representação externa desse objeto matemático.

Diante disso, é possível afirmar que as representações semióticas contribuem para a ampliação das representações internas e a produção de conhecimento, "na medida em que possibilitam diferentes representações de um mesmo objeto e permitem, ainda, a realização de funções cognitivas como as de objetivação ou expressão do que é representado" (TEIXEIRA, 2005, p. 22-3).

Lins e Gimenez (1997) verificaram em suas pesquisas que elementos exteriores trazidos para a sala de aula contribuem para a aprendizagem das crianças. Eles ainda afirmam que uma das maneiras de fomentar essa aprendizagem é permitir "a possibilidade de o aluno afirmar coisas e justificar suas afirmações" (p. 56). Isto é, não basta trabalharmos em sala de aula buscando somente "boas representações [...], mas promover experiências e reflexões." (p. 56).

De acordo com Moro e Soares (2005), é possível revertermos o paradigma em que se encontra o ensino da aritmética escolar, se for dada às crianças dos anos iniciais a oportunidade "de elaborar os conceitos matemáticos, ao mesmo tempo em que elaboram, coordenadamente, formas de expressá-los verbalmente e de registrá-los por escrito" (2005, p. 14).

2.5.2 Valor Posicional e os Números "Grandes"

As dificuldades de compreensão com o sistema de numeração decimal levam as crianças a cometerem equívocos. Algumas crianças em idade escolar (ou que freqüentam a escola) não associam o valor posicional que um determinado algarismo ocupa em um número com a quantidade que ele representa.

Teixeira (2005) descreve as dificuldades que as crianças apresentam no sistema de numeração escrita. Segundo a autora, para a criança, a notação numérica não condiz com a expressão verbal de um número, ou seja, eles não percebem que "A significação de um algarismo depende da relação de posição que ele conserva com outros algarismos." (Ibidem, p. 28); e que "a correspondência entre o dito, escrito e seu significado é de natureza diferente daquela existente entre a palavra, sua significação e sua escrita alfabética" (Ibidem, p. 28).

Sobre o sistema de numeração posicional, Teixeira (2005) afirma que foram constatados em seus estudos: uma dissociação entre o número visto como quantidade, sua composição aditiva e sua escrita numérica; indiferenciação entre a numeração falada e a escrita; não percepção de equivalência entre diferentes maneiras de escrever um número; dificuldades com o valor posicional do algarismo de um número; indissociação entre a representação semiótica de um número e a lógica de agrupamentos do sistema de numeração (dado um número, a criança interpreta todos os algarismos desse número como unidades, não percebendo a composição que eles formam).

Conforme observou Teixeira (2005), se a apreensão do conceito de um objeto matemático e a representação semiótica desse objeto são inseparáveis, então um caminho para que a escrita numérica tenha significado para as crianças é "trabalhar ao mesmo tempo com a escrita numérica juntamente com os agrupamentos [material dourado], ou partir da exploração de números do cotidiano da criança, levando-a a explicar as suas representações" (2005, p. 38).

A partir das dificuldades discutidas pelos autores citados, sobre a compreensão do sistema de numeração decimal, bem como sobre o valor posicional, temos um outro obstáculo enfrentado pelas crianças: os números "grandes", que envolvem diferentes ordens de grandeza.

Se a aritmética tem baseado seu ensino na aprendizagem dos algoritmos e técnicas, e estas técnicas estão baseadas, por sua vez, no sistema de numeração decimal, temos então uma situação de dificuldade por parte das crianças que não compreendem este sistema decimal. Como elas irão operar com números com vários dígitos, se não compreendem o que estes dígitos representam?

Moreira e David verificaram em suas pesquisas que "os resultados [destas pesquisas] mostram também que números grandes causaram maiores problemas" (2005, p. 56) para as crianças, com elevado número de erros.

Segundo Lins e Gimenez (1997), o estudo da aritmética precisa envolver situações que tenham significado para os alunos, ao invés de apenas envolver manipulação de números sem significado. Portanto, "a mudança de perspectiva mais importante refere-se a passarmos a pensar em termos de significados sendo produzidos no interior de atividades, e não, como até aqui, pensarmos em termos de técnicas ou conteúdos" (p. 161).

Em pesquisa realizada com crianças brasileiras, Nunes e Bryant (1997) afirmam que as crianças obtiveram maior sucesso ao realizar cálculos de adição e subtração com números maiores que dez, com métodos em que utilizaram representações com desenhos no papel e representação de um número através de dedos das mãos, contando-os como se estivessem contando objetos concretos.

2.5.3 Algoritmos Escolares

Na escola, as crianças são apresentadas aos algoritmos escolares – aqueles tradicionais, ensinados ao longo dos anos. A compreensão desses algoritmos escolares requer uma compreensão anterior: do sistema de numeração decimal. Estes algoritmos são ferramentas para realizar cálculos aritméticos, porém sua utilização pode ser significativa, desde que o sujeito, ao utilizá-lo, compreenda os conceitos envolvidos em cada etapa do processo. Do contrário, serão apenas "mecanismos de memorização" para informar a resposta esperada pelo professor.

Segundo Moro e Soares (2005), o ensino das quatro operações aritméticas elementares ainda está centrado na aprendizagem dos algoritmos escolares, pois "aprender a aritmética da escola quer dizer dominar, o mais cedo e o melhor possível, o sistema da escrita matemática." (p. 13). Essa situação é também criticada por Lins e Gimenez (1997), que afirmam ser "inconcebível [...] basear a aprendizagem em métodos somente algorítmicos" (p. 41), ao relatarem as reflexões que devem ser feitas sobre o que realmente é importante na aritmética escolar.

Moreira e David (2005) trazem uma citação de 1930, em que o autor, F. B. Knight, já demonstrava preocupação com os erros decorridos do uso de algoritmos para a resolução de multiplicações e divisões. Esse autor, ao analisar uma lista com doze exemplos de divisão com naturais, afirmou que todos eram iguais se analisados matematicamente, porém do ponto de vista didático, há diferenças:

> [...] um contém dificuldades do tipo "vai 1" em algumas das multiplicações que aparecem no processo de execução do algoritmo; em outro caso aparece o dígito zero "no meio" do quociente; outro, ainda, apresenta dificuldades para o aluno no momento de estimar o valor do primeiro dígito do quociente etc. (KNIGHT apud MOREIRA; DAVID, 2005, p. 58)

Segundo Starepravo e Moro (2005), "Como o trabalho com a matemática ainda privilegia o ensino dos algoritmos, resolver problemas, para a maioria das crianças, seria 'adivinhar' a conta a ser utilizada em cada caso" (p. 108), logo o que se sugere é que seja mudado o foco do trabalho aritmético, antecipando aos alunos situações-problema antes do ensino dos algoritmos, possibilitando às crianças uma liberdade de escolha na forma como eles irão encontrar a solução do problema.

Nas pesquisas realizadas, Starepravo e Moro (2005, p. 109) verificaram que, ao se modificar a ordem de ensino, em que os algoritmos não precedem mais as situações-problema, as crianças passaram a se preocupar com o contexto do problema e a significação dos elementos envolvidos, pois elas não tinham nenhum dispositivo determinado para resolvê-los. Essa liberdade às crianças permite que elas criem procedimentos pessoais de resolução para os problemas matemáticos.

Nunes e Bryant (1997) verificaram que as crianças compreendem melhor um problema quando "os números se referem a objetos em uma situação", pois assim "eles fazem muito mais sentido para as crianças [...] do que quando não se referem a coisa alguma" (NUNES; BRYANT, 1997, p. 123).

Os resultados destas pesquisas mostram como a análise dos esquemas, construídos a partir das situações promovidas, nos ajudam a compreender a construção dos conceitos matemáticos pelas crianças, em especial, das estruturas multiplicativas, sob a luz da teoria dos campos conceituais. As situações-problema são vistas como o caminho para a compreensão das operações aritméticas, e devem ser anteriores à formalização dos algoritmos. Portanto, precisamos pensar em situações de aprendizagem que fomentem a construção dos campos conceituais.

2.6 IMPLICAÇÕES DOS CAMPOS CONCEITUAIS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Na perspectiva da teoria dos campos conceituais, o ensino de Matemática "não pode mais ser visto como sinônimo de dar respostas prontas", nem "se reduz a mostrar caminhos únicos" (STAREPRAVO; MORO, 2005, p. 137).

Os estudos de Vergnaud, além da forte influência piagetiana, também apresentam uma influência vygotskyana, ao considerarem o professor como um mediador no processo de ensino e aprendizagem, pois ele poderá propor situações que favoreçam o desequilíbrio do aluno e, posteriormente, ao desenvolvimento do campo conceitual envolvido (VERGNAUD, 2003, p. 36). O autor explica que o "primeiro ato de mediação do professor é a escolha da situação que vai apresentar a seus alunos", pois, segundo ele, a "pesquisa em didática trouxe à cena o interesse da escolha de situações como um aspecto importante para essa atividade de promoção do desenvolvimento do aluno" (VERGNAUD, 2003, p. 53).

Brun (2008) explica que, para Vergnaud, não há uma linearidade determinada na ordem dos conteúdos a serem apresentados, de maneira que a criança precise aprender primeiro o conteúdo A para depois aprender o conteúdo B e só mais tarde o conteúdo C. Deve-se levar em conta uma aprendizagem simultânea, relacionando os conteúdos.

Segundo Moro e Soares (2005), a teoria dos campos conceituais também se constitui como bom recurso para entender as dificuldades que ocorrem na aprendizagem de Matemática, relacionadas à comunicação entre os signos matemáticos e os significados (referentes à Matemática escolar).

Conforme explica Vergnaud (1994), ao tratar das dificuldades que as crianças apresentam diante de situações aditivas e multiplicativas na escola: "O círculo vicioso pode ser interrompido se desenvolvermos uma teoria razoavelmente complexa de desenvolvimento cognitivo e de aprendizagem, relacionando os esquemas, os conceitos e os símbolos." (p. 53, tradução nossa). Se fomentarmos a construção dos campos conceituais, que são uma rede de relações entre os esquemas, os conceitos e as situações envolvidas, as crianças se desenvolverão cognitivamente.

A teoria dos campos conceituais também abre um novo olhar para a produção das crianças, principalmente aquelas consideradas em "situação de dificuldade" (MUNIZ, 2009), pois muitas vezes os registros destas crianças não estão de acordo com as respostas esperadas, segundo as técnicas operatórias empregadas no ensino da aritmética, e:

> A análise das competências matemáticas do aluno via análise do registro, frequentemente gera erros por parte do avaliador, seja ele pesquisador ou professor, uma vez que o esquema é um produto de ordem psicológica, apoiado na representação mental (MUNIZ, 2009, p. 44).

Moro (2004, p. 265) destaca que a análise das notações das crianças permite ao professor chegar aos invariantes operatórios das crianças. Segundo ela, a exploração e produção de notações significativas às crianças na escola é “parte inerente da aprendizagem da matemática”.

Muniz (2009) afirma que os esquemas são algo mais amplo e complexo do que aquilo que podemos ver, nos registros das crianças no papel, e sua apreensão pelo observador, só é possível através das falas das crianças sobre aquilo que elas produziram. Para “compreender a natureza do pensamento e obter suas constituições mais essenciais” (VERGNAUD apud MUNIZ, 2009, p. 46), é preciso considerarmos todas as formas de registro empregadas pelo sujeito em análise, que vão desde os registros escritos até as ações verbais, as ações gestuais, assim como as interações sociais que ele estabelece diante de uma situação.

Para uma situação-problema de Matemática, é possível termos diversas soluções; cada criança irá interpretar e solucionar essa situação-problema de acordo com os conceitos e esquemas que construiu. Segundo Vergnaud:

> Para uma mesma tarefa, mesmo problema ou mesma situação, as crianças podem apresentar uma variedade de procedimentos. Não há um caminho para se obter a resposta correta, não há somente uma resposta errada e não há somente um caminho para se obter a mesma resposta errada. Estes diferentes procedimentos, corretos ou incorretos, não são equivalentes do ponto de vista cognitivo (VERGNAUD apud STAREPRAVO; MORO, 2005, p. 137).

Para Brun (2008), a contribuição mais importante da teoria dos campos conceituais está ligada à importância que ela dá para as representações das crianças e os meios que elas utilizam para expressá-la. Para Vergnaud, a análise dos acertos, assim como dos erros dos alunos, faz parte de uma análise geral que o professor deve ter sobre o seu aluno. Ele afirma que “os meios utilizados pela criança, os caminhos que ela segue para resolver um problema ou atingir o objetivo solicitado numa dada tarefa escolar estão profundamente enraizados na representação que se faz da situação” (VERGNAUD apud BRUN, 2008, p. 43).

A teoria dos campos conceituais contribui para o trabalho de pesquisadores e professores na busca por uma aprendizagem significativa. Para Vergnaud (2009b):

> [...] uma abordagem desenvolvimentista de competências e de conceitualizações conduz inexoravelmente a estudar uma variedade de situações, pois um conceito não se desenvolve em uma única categoria de situações, mas em certa variedade, que pode ser muito grande. Correlativamente uma situação não se analisa com a ajuda de um único conceito, mas de vários. O pesquisador é, portanto levado, se ele quer compreender o desenvolvimento, a considerar como objeto de estudo, um conjunto de situações e um conjunto de conceitos, ou seja, um campo conceitual (VERGNAUD, 2009b, p. 27-8).

Na perspectiva da teoria dos campos conceituais, podemos afirmar que compreender a divisão é uma tarefa complexa, tanto para as crianças quanto para o professores. Os motivos para essa complexidade, segundo Vergnaud (2009a), "são de ordem conceitual" (p.190), ou podem estar "ligadas à complexidade das regras operatórias implicadas pela divisão" (p. 190).

Foi a partir destas contribuições que a teoria dos campos conceituais traz para a Educação Matemática, e das reflexões evocadas nos estudos sobre a construção dos conceitos matemáticos – em especial o da divisão – que construímos nosso projeto de pesquisa e experiência didática. Todos estes estudos constituem a base teórica da nossa pesquisa, e através deles é que iremos analisar os materiais coletados.

3 CRIANDO A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Para o desenvolvimento da pesquisa, foi escolhida a Escola Municipal José Mariano Garcia Mota, do município de Gravataí, Rio Grande do Sul, pois tenho um vínculo com ela – trabalho nela há três anos.

Ela está localizada em um bairro periférico da cidade, e vários alunos apresentam dificuldades de aprendizagem em Matemática, conforme a direção da escola. Para a aplicação da sequência didática elaborada, no ano de 2011, foi escolhida uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental.

Foi apresentado à direção da escola e à professora titular da turma, o projeto intitulado "Marcas da Divisão", cuja proposta era desenvolver com a turma as dez atividades que formam a sequência didática, parte integrante da pesquisa. Após essa apresentação e a coleta dos termos de consentimento, iniciamos as atividades.

A turma era formada por dezoito alunos – nove meninas e nove meninos. Entre estes alunos havia dois repetentes do 4º ano do Ensino Fundamental. A média de idade das crianças era de dez anos, com exceção dos alunos repetentes, que tinham treze anos, e de um aluno portador de necessidades especiais, que tinha dezesseis anos.

Ficou definido com a professora Vera que as atividades da sequência didática seriam realizadas de duas a três vezes por semana, conforme o calendário da escola para o primeiro trimestre.

3.1 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática aplicada em 2011 foi construída a partir da experiência realizada durante um estágio realizado no ano de 2010, também com uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental, dessa mesma escola.

Após a primeira intervenção, no ano de 2010, entendi que era necessário iniciar o trabalho explorando a ideia que as crianças tinham da operação de divisão, e aumentar gradualmente o divisor nas situações de divisão, iniciando pela divisão por dois.

Entendi que havia a necessidade de começar com os divisores pequenos para que as crianças pudessem estruturar seu pensamento quanto às situações de divisão, e verificar como elas iriam se sair posteriormente em situações em que o divisor era uma quantidade maior que dois ou três.

Todas as atividades foram pensadas e reformuladas ao longo da aplicação do projeto de pesquisa, conforme as respostas que os alunos foram apresentando nas aulas. Entendo que essa organização e flexibilidade no roteiro do projeto foram benéficas para a obtenção do material a ser analisado, pois as atividades eram independentes e ao mesmo tempo conectadas.

Atividades independentes, porque verifiquei, no ano de 2010, que deveria desenvolver atividades mais curtas, com duração de uma aula, por causa do elevado número de faltas dos alunos nessa escola, de modo que o aluno que estivesse em aula pudesse iniciar e terminar a atividade no mesmo dia.

Devo destacar que, no planejamento dos encontros, tive a preocupação em planejar atividades que pudessem desenvolver a escrita das crianças, assim como a leitura. A interpretação do que se está lendo é importante para todas as áreas do conhecimento, e na Matemática não seria diferente. Também pensei em explorar o lúdico proporcionando aos alunos a oportunidade de criarem histórias em que ocorre uma situação de divisão. Outra preocupação foi com a utilização de materiais manipulativos, como material de apoio para que as crianças pudessem, a partir dele, estruturar as ideias envolvidas em algumas situações de divisão.

As atividades estavam conectadas, buscando levar o aluno a passar por diversas etapas, pensadas com os objetivos de que o aluno expressasse sua noção de divisão, descobrisse quais são as ideias que seus colegas têm com relação a essa palavra, e, a partir da interferência das situações propostas pelo professor, que contemplasse leitura, interpretação de problemas, criação de histórias, jogo didático, relações da geometria com divisão e análise de uma situação real em que fosse necessário dividir algo, construísse o conceito da divisão, bem como as noções envolvidas nessa operação.

A partir das leituras realizadas que compõem o referencial teórico desta pesquisa, percebeu-se que as atividades deveriam proporcionar aos alunos a oportunidade deles expressarem suas idéias sobre a operação de divisão, pois dessa forma seria possível conhecer a operação de divisão sob sua ótica.

Também era necessário variar os contextos em que as situações de divisão seriam apresentadas para as crianças, ou seja, era importante para a pesquisa entender como as crianças compreendiam a operação de divisão em situações variadas.

Para a criação de situações reais, que fogem dos típicos problemas fictícios envolvendo quase sempre frutas, pizza e chocolate, buscou-se aproveitar os próprios materiais escolares[4] que as crianças iriam utilizar, e assim criar situações reais em que elas necessitassem dividir aquele material.

Entendeu-se também que seria importante, para a construção do conhecimento da operação de divisão, utilizar uma situação real vivenciada por toda a escola: a festa junina. A decoração da sala de aula da turma foi planejada como um momento em que as crianças necessitariam dividir uma quantidade de elementos reais por outra quantidade que representava algo real.

Entendemos também que seria importante, para a aprendizagem da Matemática, trabalhar as conexões possíveis entre a aritmética e a geometria, ou seja, encontrar situações de divisão em conteúdos da geometria. Com isso as crianças poderiam perceber, desde os anos iniciais, que os conhecimentos matemáticos estão interligados.

Por fim, buscou-se compor um conjunto de atividades que possibilitassem às crianças um leque de situações envolvendo a operação de divisão, fugindo assim do tradicional ambiente de exercícios de repetição.

A composição de todas as atividades elaboradas sob os critérios relatados até então, formam o que chamamos em nossa pesquisa de sequência didática. É através de sua implementação que foi realizada a coleta de informações, dados e material para serem estudados e analisados, conforme as bases teóricas dessa pesquisa.

As atividades da sequência didática foram organizadas em dez etapas, para que se pudesse abordar com as crianças diferentes situações em que surge a divisão.

A primeira atividade, chamada "O que é a divisão para você?", tinha o objetivo de proporcionar às crianças um momento para elas expressarem o que entendem quando ouvem a palavra divisão e a quais significados elas associam esse termo. A situação de divisão criada era a da distribuição dos materiais que seriam utilizados por eles ao longo das atividades.

A segunda atividade era: "Divisão por dois: trabalhando a idéia da metade". Nessa atividade, as crianças precisaram dividir diversos materiais e objetos entre colegas. A cada distribuição, três alunos participavam da atividade, que era realizada no centro da sala de aula, de modo que todas as crianças visualizavam a divisão que estava sendo feita, e podiam opinar sobre a mesma. O objetivo era colocar o aluno na posição de "material a ser dividido" e de "agente que faz a divisão", em uma situação de divisão. Com isso, queríamos que as crianças

---

[4] Conhecida a situação econômica dos alunos da escola, foi comprado lápis de escrever, canetas esferográficas coloridas, borrachas, folhas de ofício para confecção dos cadernos de registros e colas coloridas para ilustrar a capa desse caderno. Assim, todas as crianças teriam as mesmas condições materiais de aprendizagem.

experimentassem a ação de dividir, e concluíssem que a divisão de que estamos tratando na matemática da escola é uma divisão em partes iguais.

A terceira atividade era “Divisão por três” e tinha o objetivo de verificar como as crianças iriam realizar as divisões em três partes iguais. Nessa atividade, buscou-se relacionar a resposta da divisão – quociente – com o número de vezes que essa quantidade cabe na quantidade total – dividendo. Essas associações foram concomitantes ao trabalho de divisão, de diversos materiais escolares, entre três pessoas ou três grupos.

A quarta atividade, chamada “Introduzindo a leitura e interpretação na aula de matemática”, focou a interpretação de texto, ou melhor, a compreensão de problemas de divisão, partitivos ou de divisão por quotas. Foi possível, a partir dos problemas propostos, verificar as dificuldades que as crianças apresentavam, decorrentes muitas vezes da incompreensão da leitura dos textos ou enunciados.

Na quinta atividade, cujo título era “Interpretando as situações-problema”, foi dada continuidade ao foco da leitura e interpretação de texto. No entanto, diferentemente da anterior, nessa atividade as crianças trabalharam individualmente. Foi solicitado às crianças atenção na leitura, para que compreendessem a história do problema e, assim, solucionassem a situação-problema utilizando o modo que elas consideravam mais adequado.

Na sexta atividade – “Trabalhando com quantidades ‘grandes’” – os alunos precisaram encontrar estratégias para resolver situações-problema, em que as quantidades a serem divididas eram consideradas “grandes” pelas crianças. O objetivo era identificar as estratégias que as crianças daquela turma utilizavam para resolver situações de divisão, em que necessitassem dividir uma quantidade maior que cem, em partes iguais.

A sétima atividade promoveu um jogo didático entre os alunos da turma 41, chamado “TÔ CERTO OU TÔ ERRADO?”. Nesta atividade, o objetivo era explorar as ideias que cada situação de divisão sorteada poderia gerar. Cada situação sorteada proporcionava aos alunos uma oportunidade de resolver a questão, e apresentar a solução, para o grupo.

A oitava atividade – “Utilizando o geoplano como recurso didático para explorar as estruturas multiplicativas dos alunos” – proporcionou às crianças uma interação com dois materiais didáticos: os blocos lógicos e o geoplano. O objetivo dessa atividade era trabalhar com as formas geométricas retangulares e suas respectivas áreas, formadas no geoplano, relacionando-as à operação de divisão.

A nona atividade foi uma festa, literalmente: “Festa Junina com Matemática”. A partir da comemoração promovida pela escola, a atividade aproveitou a decoração da sala de aula como um gerador de situações reais, em que as crianças necessitaram dividir quantidades em partes iguais.

O encerramento do projeto de pesquisa "Marcas da Divisão" ocorreu na décima atividade, em que as crianças realizaram uma avaliação que envolvia as diversas situações propostas à turma.

4 APLICANDO A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática criada, composta por dez atividades, foi implementada ao longo de quatro meses, de abril a julho do ano de 2011. Através dessa experiência foi possível conviver com as crianças de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental, e assim coletar informações, estabelecer diálogos e realizar intervenções, para compreender a construção dos conceitos daquelas crianças, referente à operação de divisão.

Nas seções a seguir, apresentamos o relato de cada uma das atividades, com alguns diálogos estabelecidos com os alunos e entre os alunos, o material coletado referente aos registros dos alunos e, por fim, uma breve análise da aplicação da atividade.

4.1 ATIVIDADE 1 – O QUE É A DIVISÃO PARA VOCÊ?

A turma 41 era formada por dezoito alunos com idade média de dez anos, sendo nove meninos e nove meninas; porém, um menino da turma era considerado, pela escola, como um aluno evadido e participou de apenas uma atividade da sequência. Eles me receberam bem, demonstrando simpatia e alegria pela chegada de uma nova professora, que representava, para eles, uma mudança na rotina escolar.

Eles vieram me cumprimentar, perguntaram quantos anos eu tinha, para quem eu dava aula, porque eu estava ali, enfim, demonstraram curiosidade sobre o motivo pelo qual eu estava substituindo a professora titular deles. Também se ofereceram para me ajudar a carregar os materiais da aula e minha mochila. Expliquei o porquê da minha presença na turma, e o que iria trabalhar com eles: matemática e a operação de divisão.

Reuni a turma em um círculo, quando iniciamos uma conversa para eles se apresentarem. Perguntei a cada aluno seu nome, se tinha irmãos que estudavam à tarde, pois eu leciono no período da tarde nessa escola, e se gostava ou não de matemática; poucos disseram que gostavam de matemática.

A ideia de modificar a organização da sala da aula, saindo da disposição tradicional das classes, surgiu para deixá-los mais à vontade para a discussão sobre o que eles já haviam aprendido de matemática e o que lembravam quando ouviam a palavra divisão.

Após as apresentações, fizemos os acordos e estabelecemos as regras de convivência para as aulas do projeto de pesquisa “Marcas da Divisão”. Disse à eles: “nossa aula de matemática será diferente, pois vocês irão ler, desenhar, pintar, construir, e participar”. Do mesmo modo como ocorreu na primeira aplicação do projeto, em 2010, surgiram respostas inusitadas, que eu não esperava.

Perguntei aos alunos: “O que vem à cabeça de vocês quando ouvem a palavra divisão?”. Por alguns segundos ouvi “ahh”, “uhumm”, soando como algo de que eles não gostavam muito ou não sabiam identificar, descrever precisamente o que é. Após esses segundos iniciais, surgiram as primeiras respostas:

“Fico triste”, disse Kelen. No mesmo momento perguntei “Por quê?” e ela disse “não sei”. Fez-se um silêncio por segundos e voltei a questioná-los: “O que lembra essa palavra para vocês? O que é dividir? Vamos lá!”. Surgiram então as respostas:

“Não sei que que é isso.”, disse Kelen.

“Não sei que é isso”, disse o Marcelo; o Luan repetiu também essa resposta, “Não sei, sora!”.

“Eu sei! Eu sei! É dividir”, disse Diovana.

“É conta de dividir”, Belissa disse e seguidamente o Benício repetiu também.

Perguntei então se na vida a gente divide alguma coisa.

“Amizade”, disse rapidamente Kelen.

“Afeto”, completou Jonathan, seguido de uma vaia pelos colegas meninos.

“As merendas” , gritou bem alto o Eduardo que até então não havia se manifestado.

“Emoção”, disse o Benício.

“Carinho”, falou a Carolina, que foi seguida pela Samara na resposta.

Perguntei a eles se a mãe da gente também divide algo. Eles responderam em coro: “Sim!”. Questionei “o quê?” e responderam todos juntos, numa gritaria organizada, as palavras carinho, emoção, alegria, amor e palmas. Estranhei a palavra palmas; questionei o aluno que falou e então ouvi como resposta: “Palmada!”.

A aluna Tamara disse “Não gosto de dividir nada”.

Surgiram também outras respostas, como: “é uma conta muito difícil”, “eu não sei dividir” e “me lembra o açougueiro”. Ao ser questionado, o aluno que deu essa última resposta disse que o açougueiro divide a carne em partes. Essa resposta interessante favoreceu a ideia já prevista de discutir com a turma a divisão em partes iguais. Nesse momento, os próprios alunos da turma disseram que o açougueiro não divide a carne em partes iguais.

Terminamos a conversa inicial e retornamos à disposição inicial das classes: em filas. Apresentei os materiais que seriam utilizados em todas as aulas, tanto como material concreto que pudessem usar para representar as situações-problema a serem resolvidas, como material de escrita e desenho para utilizarem na aula.

Esse material era composto por canetas coloridas, lápis, borrachas, cola *gliter*, folhas de ofício e folhas pautadas. Na sala de aula da turma, há diversos livros que ficam nas prateleiras, assim como materiais educativos, como os blocos lógicos, que também foram utilizados por mim e pelos alunos para explorar situações de divisão. Maria perguntou: “a gente vai usar caneta?” e eu respondi “Sim”, para a alegria de toda a turma.

Disse aos alunos que precisava entregar a mesma quantidade de folhas pautadas para cada um deles, porém não sabia quantas folhas tinha. Contei de dez em dez, e a Maria foi anotando no quadro a quantidade contada. Quando terminei de contar, perguntei: “Quantas folhas têm?”, e a Bruna gritou “quarenta!”. Perguntei como ela sabia, e Maria disse: “Dez, vinte, trinta, quarenta” referindo-se à anotação do quadro:

$$10 + 10 + 10 + 10$$

Perguntei à turma quantos alunos havia na sala, e eles disseram, após contar rapidamente: “Dezesseis”. Relembrei que eu iria entregar o mesmo número de folhas para cada aluno, e para isso precisaria da ajuda deles, para descobrirmos quantas folhas cada criança iria receber.

Surgiram respostas como “quatro”, “dez” e “cinco” folhas. Nesse momento percebi que estavam dizendo números aleatórios. Então mostrei as folhas novamente para a turma e questionei: “Nós temos mais folhas ou mais alunos?”, e a aluna Belissa respondeu primeiro: “mais folhas”. Novamente retomei a quantidade de folhas que tínhamos e a quantidade de alunos da turma, naquele dia. Ao perguntar novamente quantas folhas cada aluno iria receber, percebi um silêncio por instantes. Perguntei se eu conseguiria distribuir uma folha para cada, e o aluno Marcelo disse “quatro” folhas para cada. No entanto, alguns alunos ficaram calados e outros alunos disseram “sim”, e alguns completaram afirmando que sobrariam folhas.

Ivan me ajudou a distribuir as folhas, entregando uma para cada aluno. Perguntei então à turma: “Quantas folhas sobraram, que não foram distribuídas?”. William disse “trinta e duas”, mas não soube dizer como chegou à resposta. Questionei como iríamos descobrir quantas folhas havia, e solicitei a ajuda da turma.

Alguns disseram “conta de menos”, referindo-se ao cálculo que eu deveria fazer; um aluno disse “conta de mais”, porém ao ser questionado não relatou que “conta de mais” era essa. Maria disse “vinte e quatro, vinte e quatro folhas”. Questionei como havia chegado ao vinte e quatro. Alguns disseram “fazendo conta”, e repliquei perguntando “que contas?”. Maria disse “conta de menos” e questionei sobre quais números seriam usados nessa conta de menos citada por ela. Mirela respondeu bem alto “quarenta menos dezesseis”. Perguntei finalmente “quantas folhas sobraram?” e todos responderam juntos “Vinte e quatro”, e alguns completaram a frase dizendo: “Quarenta menos dezesseis é vinte quatro”.

Após chegarmos a essa etapa, em que os alunos deveriam obter as primeiras conclusões, seguimos a distribuição das folhas que sobraram. Questionei a turma se poderíamos entregar mais folhas para cada aluno. Perguntei: “Eu tenho vinte e quatro folhas aqui. Vocês são dezesseis. Quantas folhas cada um pode receber?”.

Como muitos falavam ao mesmo tempo, fiz uma nova pergunta: “Para entregar uma folha para cada aluno, a prô precisará de 16 folhas. Se ela quiser entregar duas folhas para cada aluno, ela precisará de quantas folhas?”. Uma aluna disse “trinta e seis”. Eu comentei que o número estava próximo da resposta certa. Um colega então respondeu dizendo “trinta e dois”.

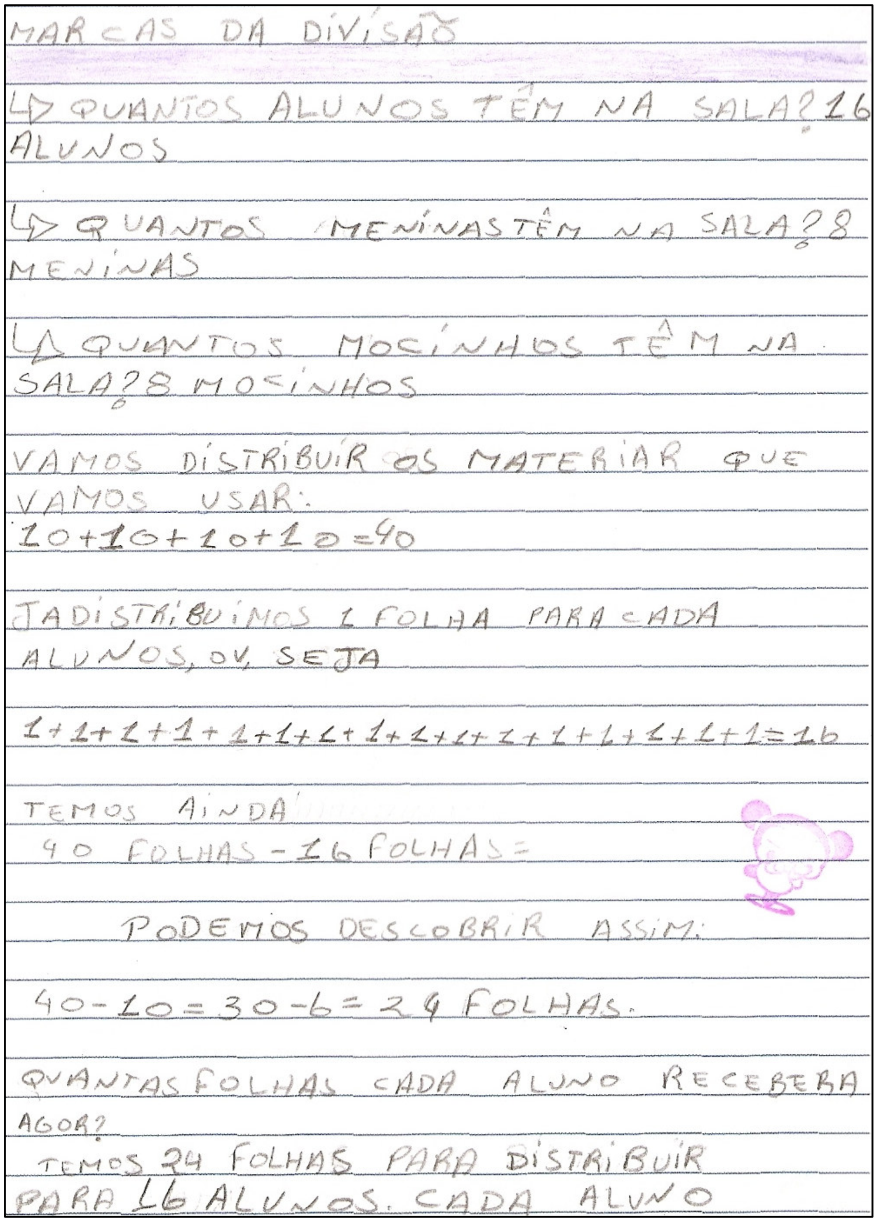
Nesse momento, fiz uma pausa para explorar com os alunos a proporcionalidade envolvida na situação que havíamos acabado de vivenciar. Perguntei sobre a distribuição de livros, em pequenas quantidades como dois, quatro e seis livros, distribuídos para dois alunos.

Através das respostas orais dadas por alguns alunos, eles demonstraram perceber que, ao dobrarmos a quantidade de folhas entregues para cada criança, a quantidade necessária de folhas para realizar essa distribuição deverá dobrar também, ou seja, mesmo sem ter o conhecimento formal de função de uma variável, de grandezas diretamente proporcionais, intuitivamente eles percebiam essa relação e mostravam isso através da fala.

Para finalizar a atividade da entrega das folhas, perguntei se eu poderia entregar mais folhas para cada aluno e eles disseram: “pode”, disse o Eduardo. Perguntei então “quem é que sabe quantas folhas irão sobrar na minha mão?”. O Marcelo disse “quatro”. Outros repetiram o que ele falou. Pedi novamente, “mostrem como chegamos ao número de folhas que sobraram”. Eduardo gritou após alguns segundos: “Oito! Oito folhas sora! Pode contar que é oito.”.

Perguntei, por fim, se era possível entregar mais uma folha para cada aluno e muitos disseram “não!”. Como Belissa falou bem alto, perguntei a ela “Por que não?” e ela falou: “por causa que tem mais alunos e menos folhas”.

Todas as conclusões obtidas a partir da situação da entrega das folhas pautadas foram anotadas no quadro-negro para que os alunos as registrassem no seu caderno de anotações. Podemos observar nas Figuras 1 e 2 as anotações da Belissa. É importante registrar que, ao transcrever para o quadro-negro as subtrações realizadas, cometi um equívoco com relação à escrita matemática. Ao utilizar o resultado de uma operação como termo da outra, escrevi igualdades que não são verdadeiras: “40 -10 = 30 – 6” e “24 – 10 = 14 – 6”.



MARCAS DA DIVISÃO

QUANTOS ALUNOS TÊM NA SALA? 16 ALUNOS

QUANTOS MENINASTÊM NA SALA? 8 MENINAS

QUANTOS MOCINHOS TÊM NA SALA? 8 MOCINHOS

VAMOS DISTRIBUIR OS MATERIAR QUE VAMOS USAR:

10+10+10+10=40

JADISTRIBUIMOS 1 FOLHA PARA CADA ALUNOS, OU, SEJA

1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=16

TEMOS AINDA

40 FOLHAS - 16 FOLHAS=

PODEMOS DESCOBRIR ASSIM:

40-10=30-6=24 FOLHAS.

QUANTAS FOLHAS CADA ALUNO RECEBERA AGOR?

TEMOS 24 FOLHAS PARA DISTRIBUIR PARA 16 ALUNOS. CADA ALUNO

Figura 1 – Distribuição dos materiais – Registro da Belissa com a transcrição das anotações no quadro-negro.

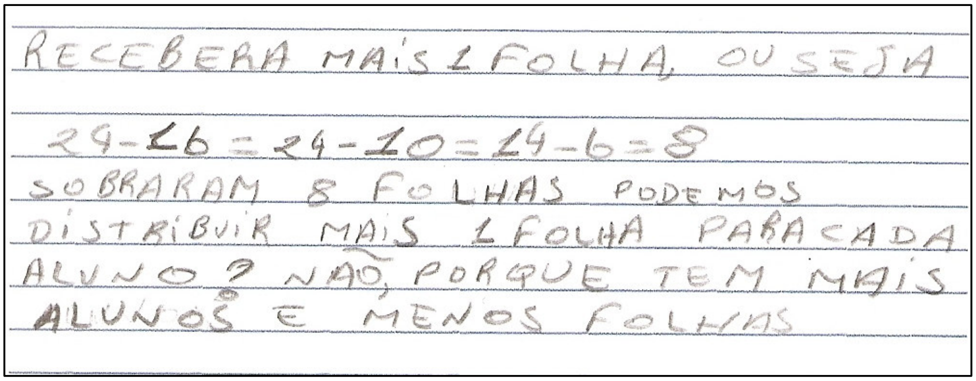

RECEBERA MAIS 1 FOLHA, OU SEJA
29-16=24-10=14-6=8
SOBRARAM 8 FOLHAS PODEMOS
DISTRIBUIR MAIS 1 FOLHA PARA CADA
ALUNO? NÃO, PORQUE TEM MAIS
ALUNOS E MENOS FOLHAS

Figura 2 – Primeiras conclusões – Registro da Belissa.

A última atividade da aula foi a confecção da capa do caderno de registros. Nessa atividade, os alunos fizeram uma roda com as classes, para poderem se movimentar na troca de materiais como lápis de cor e caneta hidrográfica, bem como mostrar, no final da aula, o desenho que cada um havia feito. Na Figura 3 as crianças aparecem mostrando seus desenhos.

Figura 3 – Confecção da capa do caderno de registros.

Essa primeira atividade tinha o objetivo de verificar qual era a compreensão inicial que as crianças tinham sobre a divisão. Além disso, também era preciso saber quais as operações aritméticas que essas crianças conheciam e/ou dominavam, e qual seria a participação delas nas atividades sugeridas. Como fator motivador, utilizei a ideia de distribuir os materiais que iríamos utilizar nas aulas, criando assim um ambiente em que precisaria da participação dos alunos.

Diante das frases que foram ditas ao longo da atividade, percebi alguns aspectos aos quais deveria dar atenção, pois eles serviriam de base para entendermos como essas crianças viam a operação de divisão, e com isso podermos fazer as intervenções necessárias.

O primeiro ponto a ser analisado é o fato de as crianças já considerarem a operação de divisão como uma operação difícil, um cálculo difícil de realizar. Por quê? Destaco esse ponto, pois entendo que essa fase do período escolar de um aluno é importante para definir como ele irá considerar o ensino de Matemática para os anos seguintes.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 50) é importante que, "[...] o aluno adquira confiança em sua própria capacidade para aprender Matemática e explore um bom repertório de problemas que lhe permitam avançar no processo de formação de conceitos.".

Foi possível estabelecer uma discussão entre os alunos da turma sobre o que eles lembravam quando se deparavam com a palavra "divisão". Percebemos, através das respostas dadas, que há uma distância entre os sentidos da palavra divisão conforme o uso na linguagem coloquial e o sentido que a mesma ganha na linguagem matemática.

Conforme o dicionário Aurélio de Língua Portuguesa, divisão é "o ato de dividir-se; linha ou objeto divisório; compartimento ou parte de uma casa; repartição; discórdia, dissensão; área dalgumas jurisdições.". O próprio dicionário também menciona, por último, o sentido matemático da palavra: "operação cujo fim é determinar o maior número de vezes que um número, o dividendo, contém outro, o divisor.".

Percebemos que os alunos, no primeiro momento, relacionam a palavra divisão com o ato de repartir algo que pode ser material ou não, como a merenda citada por um aluno ou o afeto citado por outro, porém essa divisão não se dá necessariamente em partes iguais. Isso pode ser visto através da lembrança que um aluno fez do açougueiro.

Podemos concluir então que, na aula de matemática, é necessário dar um sentido mais preciso para a palavra divisão, o sentido matemático associado à divisão entre números. Era importante para as futuras atividades que tanto alunos quanto professora estivessem atribuindo o mesmo sentido à operação de divisão, para que um pudesse compreender o que o outro queria dizer.

Ficou definido na atividade que o sentido do verbete divisão, utilizado nas aulas de Matemática, era o de dividir uma certa quantidade em partes iguais e obter um número, que é o resultado.

As crianças demonstraram apoiar-se na operação de adição e subtração para solucionar as situações com as quais foram confrontadas. Verificamos que elas não relacionavam a operação de adição com a multiplicação, o que nos leva a acreditar que a operação de multiplicação ainda não era bem compreendida.

Podemos afirmar também que a expressão verbal das crianças estava mais desenvolvida do que a expressão escrita matemática, isto é, eles conseguiam se explicar oralmente, o que não ocorria com a representação dos algoritmos que haviam sido ensinados na escola. Através da fala, as crianças demonstraram que compreendem que em uma divisão todos devem receber a mesma quantidade (partes iguais).

Elas percebem também que existe uma proporcionalidade entre a cota que cada parte recebe e a quantidade total a ser dividida, como vimos quando questionei as crianças sobre a quantidade de que eu precisaria para entregar duas folhas para cada aluno, sabendo que uma folha para cada aluno representava 16 folhas ao total.

4.2 ATIVIDADE 2 – DIVISÃO POR DOIS: TRABALHANDO A IDEIA DA METADE

Essa atividade tinha o objetivo de trabalhar com os alunos a divisão de uma determinada quantidade por dois. Após a primeira aplicação do projeto, no ano de 2010, percebi que a operação de divisão não é tão simples como parece ser. E como as crianças estavam no início do ano letivo, tomei a decisão de trabalhar a divisão em diversas etapas, iniciando pela divisão por dois, trabalhando a ideia da metade.

Iniciei a atividade afirmando aos alunos que eu tinha vinte e nove folhas pautadas e gostaria de distribuí-las igualmente entre eles. Perguntei aos alunos: “quantos alunos vieram na aula hoje?”. Eles contam e vários respondem juntos: “Dezessete alunos.”. Perguntei então: “Quantas folhas cada aluno receberá?”.

“Quatro!”, responde o Artur.

“Duas!”, responde o Marcelo.

A maioria da turma ficou esperando minha reação diante das respostas. Retornei a pergunta feita, solicitando que eles encontrassem uma forma de descobrir. Benício falou:

"Uma folha Sora!". Diovana também falou: "Uma!". Perguntei o porquê e ela explicou que distribuiu uma folha para cada aluno e sobraram doze folhas. Em seu caderno consta:

29 - 17=12

Questionei os alunos se eu poderia entregar mais uma folha para cada aluno. Muitos responderam juntos: "Não!". Perguntei: "Por quê?" e a aluna Belissa disse: "Porque tem menos folhas e mais alunos". Os colegas concordaram com o argumento dela, e questionei então sobre quantas folhas eu precisaria para que pudesse entregar duas folhas para cada aluno. Vi que alguns alunos contavam nos dedos, a partir do número doze, para saber quantos dedos eram necessários para chegar ao número dezessete, na contagem dos dedos.

A aluna Diovana se antecipou e disse: "Cinco, cinco!". Perguntei o porquê e ela disse: "Doze mais cinco é dezessete.", referindo-se ao número de alunos que havia na sala.

A atividade consistiu na distribuição de materiais, começando pelas folhas que seriam usadas na confecção de um caderno onde registrariam as atividades. Entendi que deveria aproveitar a confecção desse caderno para trabalhar com os alunos a divisão.

Após a distribuição, reuni vários objetos da sala de aula e dos materiais que havia levado para aula, e os coloquei em cima de uma mesa. Os alunos formaram a letra *u* com suas classes, dispostas lado a lado. Todos tinham a visão dos materiais que levei para a aula, e perceberam que as quantidades variavam, alguns em número par e outros em número ímpar. Os materiais eram: seis dicionários; quatro colas; dezesseis lápis de escrever; oito livros; dez canetas vermelhas; nove canetas de cor azul; cinco borrachas; duas canetas de cor verde; dois bonés.

Deixei duas cadeiras de frente para a turma, onde ficariam dois alunos representando o número dois. Para completar a dinâmica da proposta, chamaria um aluno para ser o distribuidor, ou seja, esse aluno representaria o divisor da divisão proposta.

Expliquei aos alunos o que iríamos fazer e que precisava da atenção deles. Os alunos brigavam para participar e ser o divisor da tarefa. Não queriam só receber materiais, digamos assim, mas dividir, passar por aquela situação de distribuir os materiais.

Iniciamos com a Kelen e Luan recebendo os materiais. A Bruna precisava dividir seis dicionários entre eles. Perguntei: "quantos dicionários cada um irá receber?". Bruna estava pensando e diante da demora de alguns segundos que ela levou para pensar, Marcelo grita, "Dá três pra cada. Três! Três! Tá loco!".

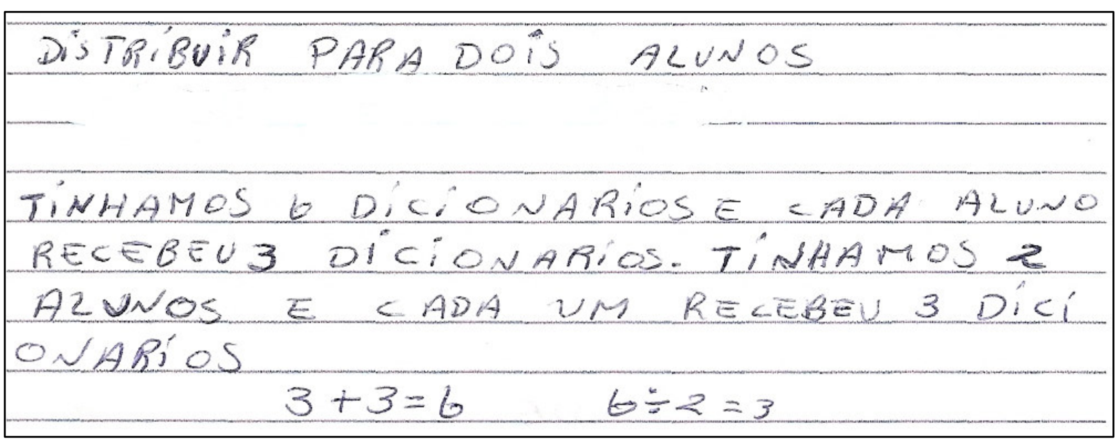
Faço um sinal com a cabeça para Marcelo e retomo a pergunta para a Bruna, pois já havia percebido que ela apresentava dificuldades com relação à divisão. Bruna me responde: "Três.". Pergunto como ela chegou ao resultado e ela diz: "Tinha seis. Dei três e três".

Questiono a turma sobre a resposta dada pela Bruna e pelo Marcelo, e a Belissa disse: “Três mais três é seis.”. Afirmo para a turma que precisamos registrar esses dados no caderno e preciso que eles formulem a frase que eu irei colocar no quadro. Belissa disse então: “Tínhamos 6 dicionários e cada aluno recebeu 3 dicionários. Tínhamos 2 alunos e cada um recebeu 3 dicionários.”. Após escrever essas duas frases, perguntei: “Que divisão acabamos de fazer?”. Benício fala: “Seis dividido por dois.”. Escrevo:

$$6 : 2 =$$

A aluna Maria pergunta: “Sora, posso botar diferente?”, apontando com o dedo para o símbolo que eu estava usando para a divisão. Pergunto qual o sinal de divisão que ela usa, e vejo no caderno dela que é o símbolo ∟ utilizado tradicionalmente no algoritmo da divisão. Disse que o símbolo citado pela colega era utilizado quando expressávamos a divisão através do algoritmo, que eles haviam aprendido a chamar de “conta”. Mostrei às crianças que podemos expressar a divisão também através dos sinais “:” e “÷”.

Como não havia colocado resposta, perguntei aos alunos: “Seis dividido por dois é quanto?”. Vários alunos responderam juntos: “Três!”. Completei: “Por quê?”. A Belissa respondeu “Porque três mais três é seis”. Podemos observar na Figura 4 as anotações da Belissa.


DISTRIBUIR PARA DOIS ALUNOS

TINHAMOS 6 DICIONARIOS E CADA ALUNO RECEBEU 3 DICIONARIOS. TINHAMOS 2 ALUNOS E CADA UM RECEBEU 3 DICI ONARIOS

3+3=6 6÷2=3

Figura 4 – Conclusão formulada pelas crianças. Transcrição do quadro-negro feita pela Belissa.

Dei sequência à atividade chamando outros alunos para participar. O aluno a dividir agora foi Jonathan, que precisava dividir quatro dicionários entre os dois alunos. Ao ser perguntado, ele respondeu da seguinte forma: “Dois pra cada!”. “Por quê?” perguntei, e ele respondeu rapidamente em meio a outros colegas querendo responder também: “Por causa que tem quatro dicionário e dois guris. Dois e dois, quatro”. Questionei como poderíamos escrever e vários alunos ao mesmo tempo falaram alto: “Quatro dividido por dois é dois porque dois mais dois é quatro.”. Os colegas bateram palmas para ele pelo acerto, assim como a aluna anterior.

O próximo material foram dois bonés. Não chamei alunos, apenas perguntei verbalmente: “Dois bonés divididos entre dois alunos, cada aluno ficará com quantos bonés?”. Maria disse: “Porque tinha dois, tinha duas meninas, dou um pra cada.”. Quando estava registrando no quadro a frase que eles formularam sobre a divisão que realizaram, o Artur disse: “Dois dividido por dois dá dois.”. No mesmo momento questionei o menino: “Artur, pegue os dois bonés e divida-os entre dois colegas. Quantos bonés cada aluno recebe?”. Ele nem precisou realizar a ação concreta. Ele olhou e disse: “É um sora. Um pra cada.”.

Segui a sequência mostrando quatro colas e perguntei à Diovana: “Se a prô dividir essas quatro colas com esses dois alunos, quantas colas cada aluno receberá?”, mostrando os dois alunos que estavam sentados em suas classes, perto de mim. Ela disse: “Dois”. Perguntei por quê? Ela respondeu: “Por que tem quatro colas e dois alunos, daí dou duas pra ele, duas pra ela.”. Perguntei o que escreveria no quadro. Eles responderam “Cada aluno recebeu duas colas.”. Escrevi no quadro a divisão e a justificativa dada pela turma:

$$4 : 2 = 2$$

$$2 + 2 = 4$$

Seguimos a atividade entregando dezesseis lápis para a Samara, para distribuí-los entre dois alunos, que vieram até ela. Enquanto ela entregava um lápis de cada vez para cada aluno, até esgotar a quantidade, os alunos começaram a responder:

“Dá oito!”, disse Marcelo rapidamente.

“Oito Sora”, disse o Jonathan em seguida.

“Oito, eu fiz a conta Sora”, disse a Kelen.

Outros começaram a falar também, pois haviam chegado ao resultado e gritavam: “Oito, oito, oito mais oito, dezesseis!”. Passados pouco mais de cinqüenta segundos (que naquele momento pareceram uma eternidade para mim e para ela), Samara respondeu: “Oito pra ele e pra ele.”. Perguntei a ela: “Oito mais oito é?”, ela disse “Dezesseis.”. Completei dizendo: “Então dezesseis dividido ao meio é?”, e ela falou “Oito.”.

Escrevi no quadro a frase formulada por eles, assim como a justificativa que me deram para o resultado correto.

16 : 2 = 8, Cada aluno recebeu 8 lápis.

$$8 + 8 = 16.$$

Demos continuidade com a Mirela distribuindo oito livros para dois colegas. Ela separou-os com as mãos, observando que cada grupo tinha a mesma quantidade, ou seja, ela utilizou a bipartição da quantidade total sem realizar uma distribuição – estratégia distinta da distribuição um a um utilizada por outros colegas. Ela disse: “Pronto. Quatro.”, e perguntei porque dava essa resposta, e ela em meio a outros colegas, disse: “Quatro mais quatro é oito”. Artur falou bem alto também: “Quatro pra cada.”.

Após a resposta, perguntei diretamente à turma: “Se dividirmos agora dez canetas vermelhas para dois alunos, quantas canetas cada um vai receber?”. O aluno Jonathan respondeu antes dos outros: “Cinco! Cinco Sora!”, sem precisar dividir realmente o material. Perguntei à turma se a resposta estava correta e eles disseram: “Sim”, e a aluna Mirela completou a afirmação dizendo “Cinco mais cinco, dez”.

Deixei para o final as quantidades ímpares, em que dividimos nove canetas azuis e cinco borrachas. Perguntei à turma: “Nove canetas divididas entre duas pessoas, cada uma irá receber quantas canetas?”. Marcelo fala bem alto, antes dos outros que se encontram em silêncio: “Vai sobrar uma caneta.”. Respondi: “Será?”. Distribuí as canetas entre eu a Kelen, uma para cada até sobrar uma caneta. Perguntei “E agora, o que fazemos com essa caneta?”. Marcelo disse: “Tem que cortar ao meio.”. Questionei se a caneta iria funcionar se cortássemos ao meio. Kelen disse: “Não prô!”. Complementei a frase deles explicando que, se cortássemos ao meio, nenhuma de nós receberia a caneta inteira. Perguntei “Quantas canetas cada uma recebeu?”, e eles em coro responderam “Quatro!”, e a Mirela completou “e sobrou uma!”. Perguntei como iríamos escrever isso, e a Belissa disse “Cada aluno recebeu quatro canetas e sobrou uma”.

O aluno Marcelo disse que iria colocar no caderno de registro somente que cada um recebeu quatro canetas, e não colocaria que sobrou uma caneta. Expliquei para ele que se ele retirasse essa “uma caneta”, ficaria ao total com oito e não nove canetas, como eu havia separado para a distribuição. Para finalizar, perguntei à turma: “Cinco borrachas divididas entre duas pessoas, cada pessoa irá receber quantas borrachas?”. Luan disse “dois pra cada!”; Artur disse “Dá duas pra cada e sobra uma.”. Maria disse que “falta mais uma”, e pergunto “para quê?”, e ela disse “pra ficar três pra cada”. A frase formulada pela turma como resposta foi: cada aluno recebeu duas borrachas e sobrou uma borracha.

Questionei os alunos sobre porque antes não sobrava nada e agora estavam sobrando objetos na divisão. Eles responderam:

“Porque nove não dá pra dividir, não dá cinco pra cada”, disse Kelen.

“Se colocar uma caneta a mais, dá pra dividir”, disse Artur.

Na segunda parte da atividade sobre divisão por dois, trabalhei sem material, ou seja, os alunos precisavam imaginar ou buscar outra representação, que não era a concreta, para a quantidade indicada nas situações propostas. As situações de divisão enunciadas eram as seguintes:

– 8 bonecas divididas entre 2 pessoas;

– 16 livros divididos entre 2 pessoas;

– 14 bombons divididos entre 2 pessoas;

– 20 balas divididas entre 2 pessoas;

– 18 canetas divididas entre 2 pessoas;

– 12 folhas divididas entre 2 pessoas;

– 24 bolitas divididas entre 2 pessoas;

– 62 lápis divididas entre 2 pessoas.

Solicitei que os alunos resolvessem sozinhos essas situações, para poder verificar quais estratégias eles iriam adotar. Circulando pela sala, percebi que muitos alunos estavam fazendo os cálculos na mesa e a aluna Maria buscava, de tempo em tempo, folhas que ficavam em uma caixa, no fundo da sala. Perguntei do que se tratava e ela disse que eram folhas para o rascunho. Notei também que alguns alunos escreviam somente a resposta da divisão ou deixavam a operação indicada, mas não deixavam explícito como chegaram àquela solução, que era o que eu queria. Na Figura 5 e 6 podemos observar exemplos do que eles escreviam no caderno.

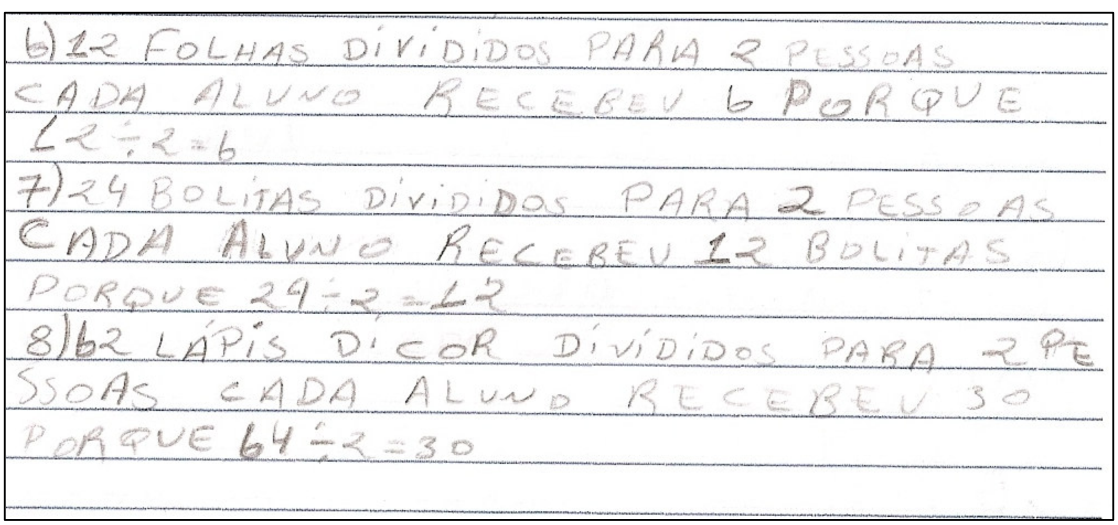

6) 12 FOLHAS DIVIDIDOS PARA 2 PESSOAS
CADA ALUNO RECEBEU 6 PORQUE
12÷2=6
7) 24 BOLITAS DIVIDIDOS PARA 2 PESSOAS
CADA ALUNO RECEBEU 12 BOLITAS
PORQUE 24÷2=12
8) 62 LÁPIS DI COR DIVIDIDOS PARA 2 PE
SSOAS CADA ALUNO RECEBEU 30
PORQUE 64÷2=30

Figura 5 – Registro da Belissa.

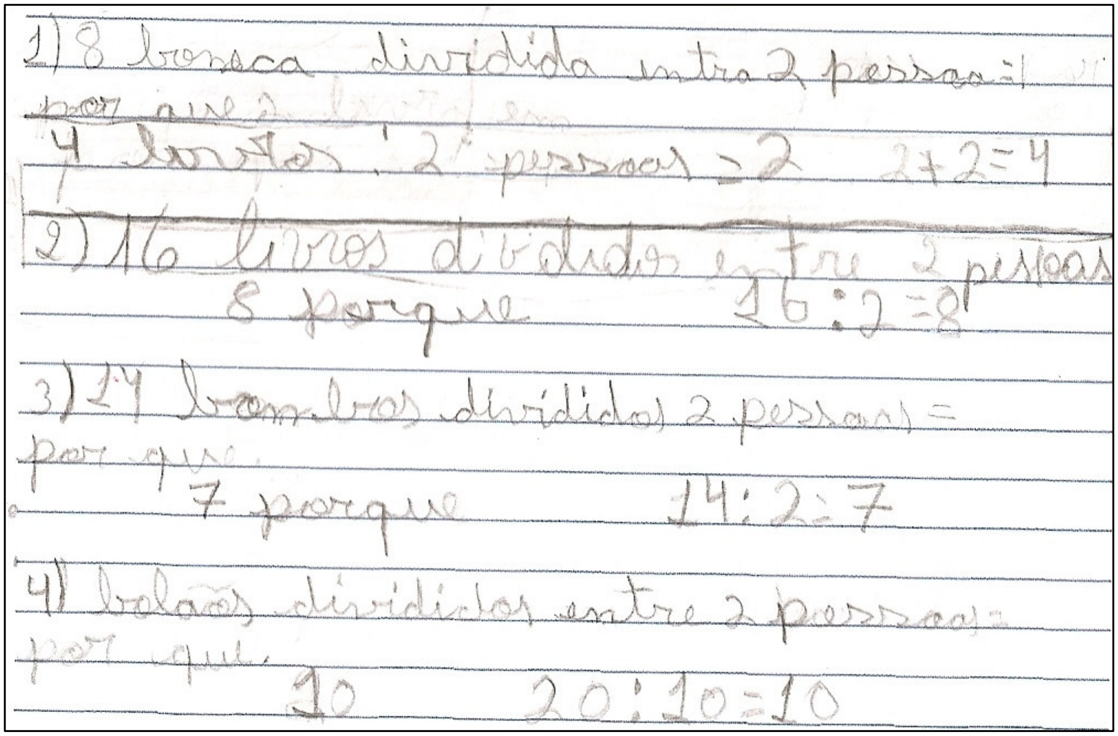


Figura 6 – Registro da Samara.

Questionei a aluna Samara sobre como ela havia chegado à resposta, e ela me mostrou o grupo de barrinhas que ela havia desenhado na classe[5]. Já o aluno Ivan indicou a resposta através do algoritmo da divisão, como podemos ver na Figura 7.

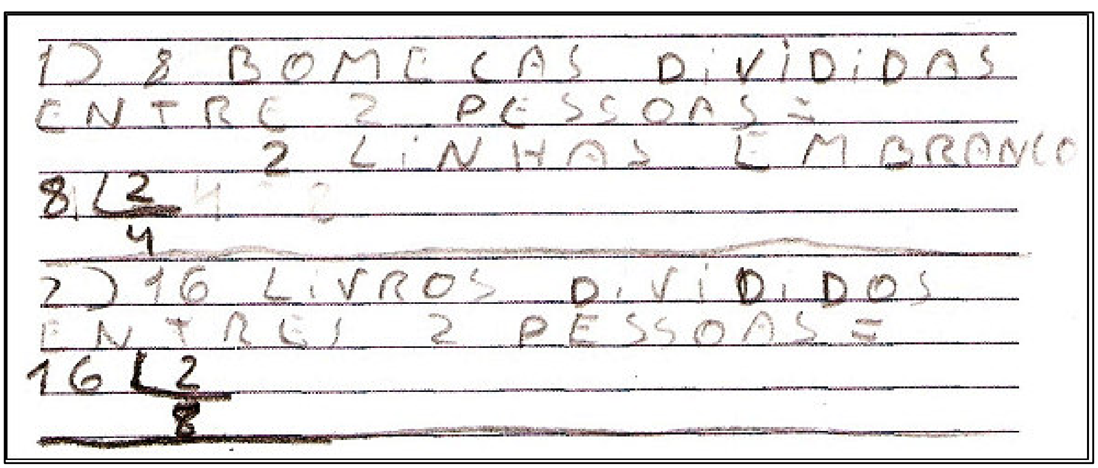


Figura 7 – Registro do Ivan.

A aluna Diovana também escreveu o resultado (Figura 8), porém quando questionada sobre como chegou a essa resposta, afirmou que o havia feito no rascunho que colocara no lixo. Busquei rapidamente no lixo a folhinha, e vi que ela ia colocando os pequenos rascunhos no lixo, assim que terminava de usá-los.

A ideia de caminhar pela sala de aula, conversar com as crianças, questioná-las sobre as respostas que conseguiram tornou-se um ponto importante e decisivo no projeto, pois diante da forma como os alunos resolviam as questões, percebi a importância de resgatar os rascunhos deles, recolhendo-os, pois seriam peça fundamental no momento de fazer a análise da atividade.

Decidi entregar a todos os alunos as folhas de rascunho e solicitei que me entregassem esses rascunhos junto com o caderno de registros, pois era daquilo que a professora precisava. Solicitei que colocassem nome e indicassem de qual questão era o rascunho.

Analisando os materiais coletados nessa atividade, conseguimos indicativos da forma como essas crianças planejam e executam suas estratégias para solucionar uma situação de divisão. Algumas estratégias se repetem, porém cada um as desenvolve ao seu modo.

Na Figura 8 podemos perceber que a aluna Diovana indica a resposta através de frases, porém antes de compor a frase ela utiliza um modo pictórico, isto é, uma representação da quantidade total sendo dividida para chegar ao resultado (Figura 9), passo que é omitido no caderno de registro. Percebemos então que alguns alunos dessa turma sentem a necessidade de construir uma representação pictórica para a quantidade e as operações envolvidas na situação. É importante destacarmos que essa aluna utiliza uma representação em que cada traço do desenho corresponde a uma unidade.

[5] Classe é uma expressão regional que designa a carteira, ou a mesa do aluno.

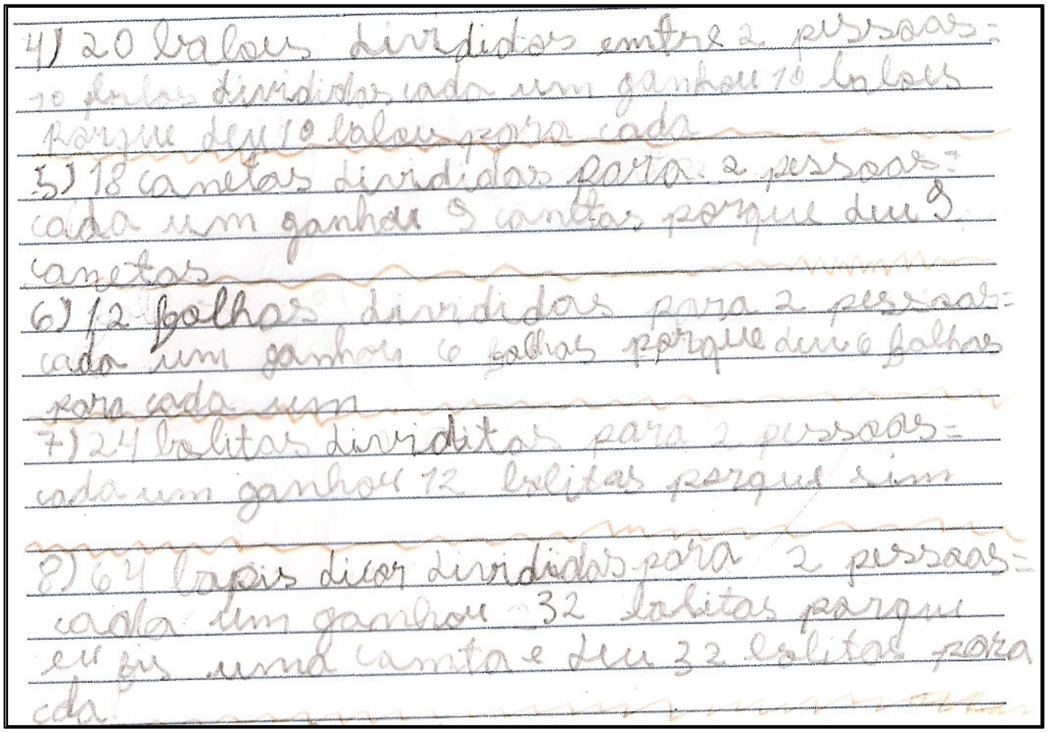

4) 20 balois divididos emtre 2 pessoas=
10 balois divididos cada um ganhou 10 balois
porque deu 10 balois para cada
5) 18 canetas divididas para 2 pessoas=
cada um ganhou 9 canetas porque deu 9
canetas
6) 12 folhas divididas para 2 pessoas=
cada um ganhou 6 folhas porque deu 6 folhas
para cada um
7) 24 bolitas divididas para 2 pessoas=
cada um ganhou 12 bolitas porque sim
8) 64 lapis di cor divididos para 2 pessoas=
cada um ganhou 32 bolitas porque
eu fiz uma conta e deu 32 bolitas para
cada

Figura 8 – Registro da Diovana.

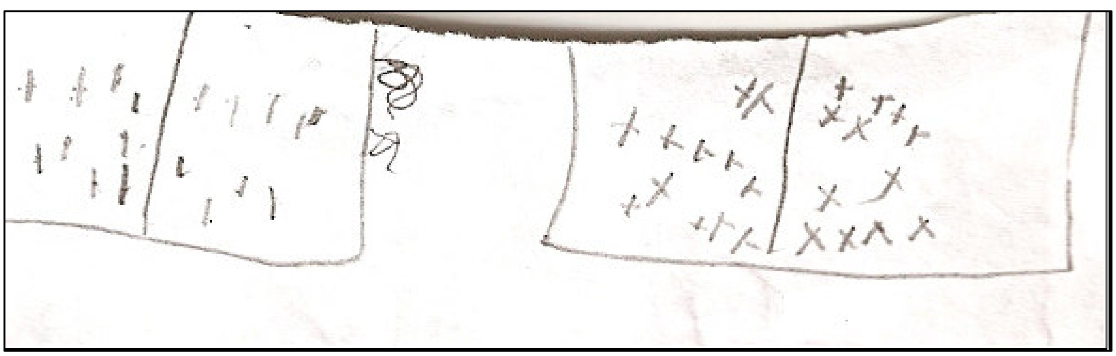


Figura 9 – Rascunho da Diovana, referente às divisões 18:2 e 24:2.

Assim como essa aluna, outros alunos dessa turma também buscavam o recurso do desenho, através da distribuição de bolinhas e barrinhas, agrupando-as ou distribuindo-as. Analisando cada desenho, podemos perceber alguns detalhes importantes, que nos auxiliam na busca sobre o entendimento desses alunos com relação à divisão.

A aluna Belissa havia indicado a resposta das questões diretamente após o sinal de igual. Questionada sobre como chegou àquele resultado, ela nos apresenta o rascunho, como vemos na Figura 10.

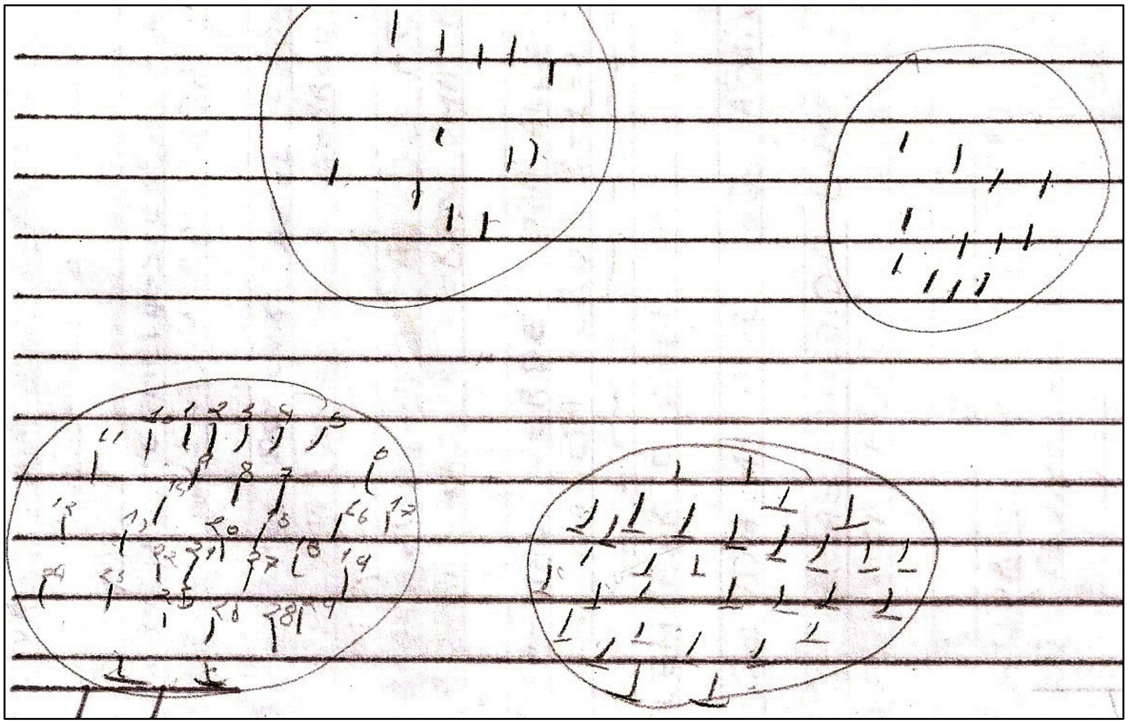


Figura 10 – Rascunho da Belissa, relativo à operação 24 : 2.

Observamos que Belissa recorre ao desenho para determinar o valor do quociente da divisão. Ela fixa dois grupos e distribui a quantidade total entre eles. Essa aluna também demonstra que conseguiu encontrar uma estratégia que funciona para a divisão de qualquer quantidade por dois, e recorre a essa estratégia toda vez que se depara com situação semelhante, mesmo variando a quantidade a ser dividida.

A figura seguinte (Figura 11) mostra como Maria resolve e registra no caderno.

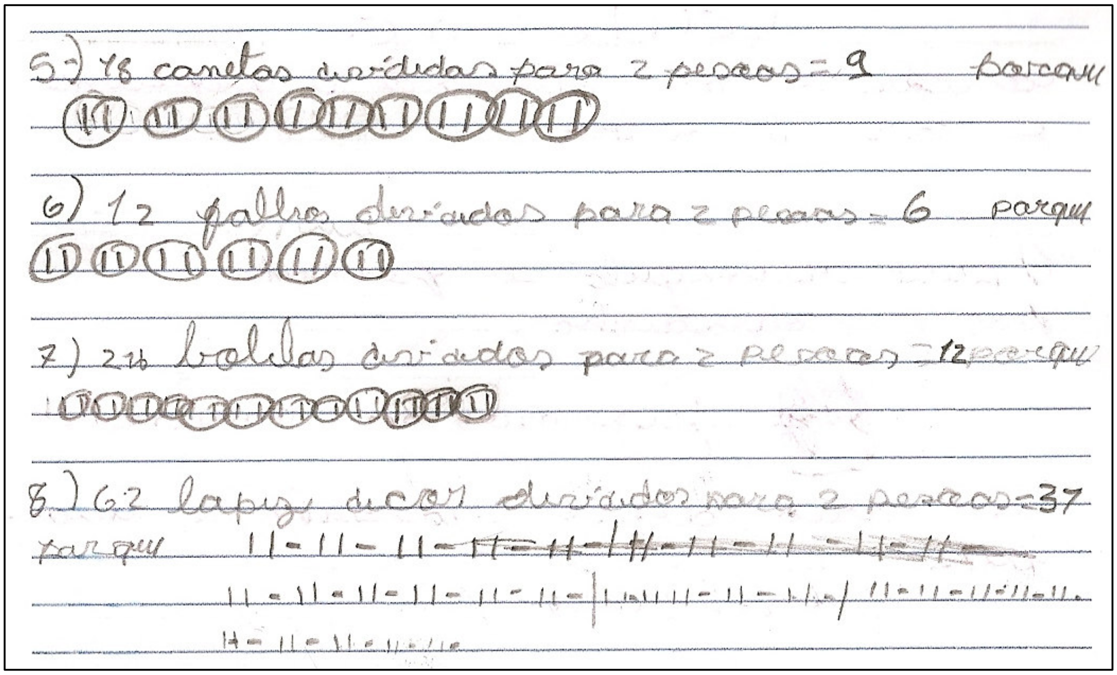


Figura 11 – Registro da Maria.

Podemos observar que Maria (Figura 11) desenhou o total de barrinhas e, após, agrupou-as de duas em duas. O total de grupos é a resposta da divisão. Já a aluna Diovana (Figura 9) fixou os dois conjuntos, que representam a quantidade do divisor (2), e distribuiu a quantidade total entre esses dois grupos. A quantidade a ser dividida é uma variável, que diminui à medida em que os dois grupos vão recebendo unidades, e nesse momento surge outra variável – a quantidade de unidades atribuída a cada grupo.

A aluna Maria trabalhou com uma variável apenas, ou seja, precisava controlar apenas os agrupamentos, enquanto Diovana precisava ter o domínio de duas variáveis ao mesmo tempo, controlando a quantidade a ser distribuída, e a quantidade que cada grupo recebia, pois os grupos deviam receber quantidades iguais. Para Maria, a resposta era o número de agrupamentos. A resposta para a Diovana estava na quantidade que cada grupo recebeu.

Podemos verificar que algumas crianças encontraram uma estratégia, que eles consideravam segura, para solucionar situações de divisão. Quando os alunos possuíam o material concreto, eles utilizavam esse material, real e manipulativo. Os alunos passaram por essa situação na primeira etapa da atividade. Percebemos que, para números menores que vinte, algumas crianças conseguiam realizar a divisão mentalmente, sem utilizar o recurso manipulativo, e respondiam a divisão solicitada rapidamente.

Também devo destacar os registros do Benício que, como vemos na Figura 12 aparentemente recorria à adição. No entanto, ele utilizava também o recurso pictórico, como vemos nos rascunhos entregues por ele (Figura 13).

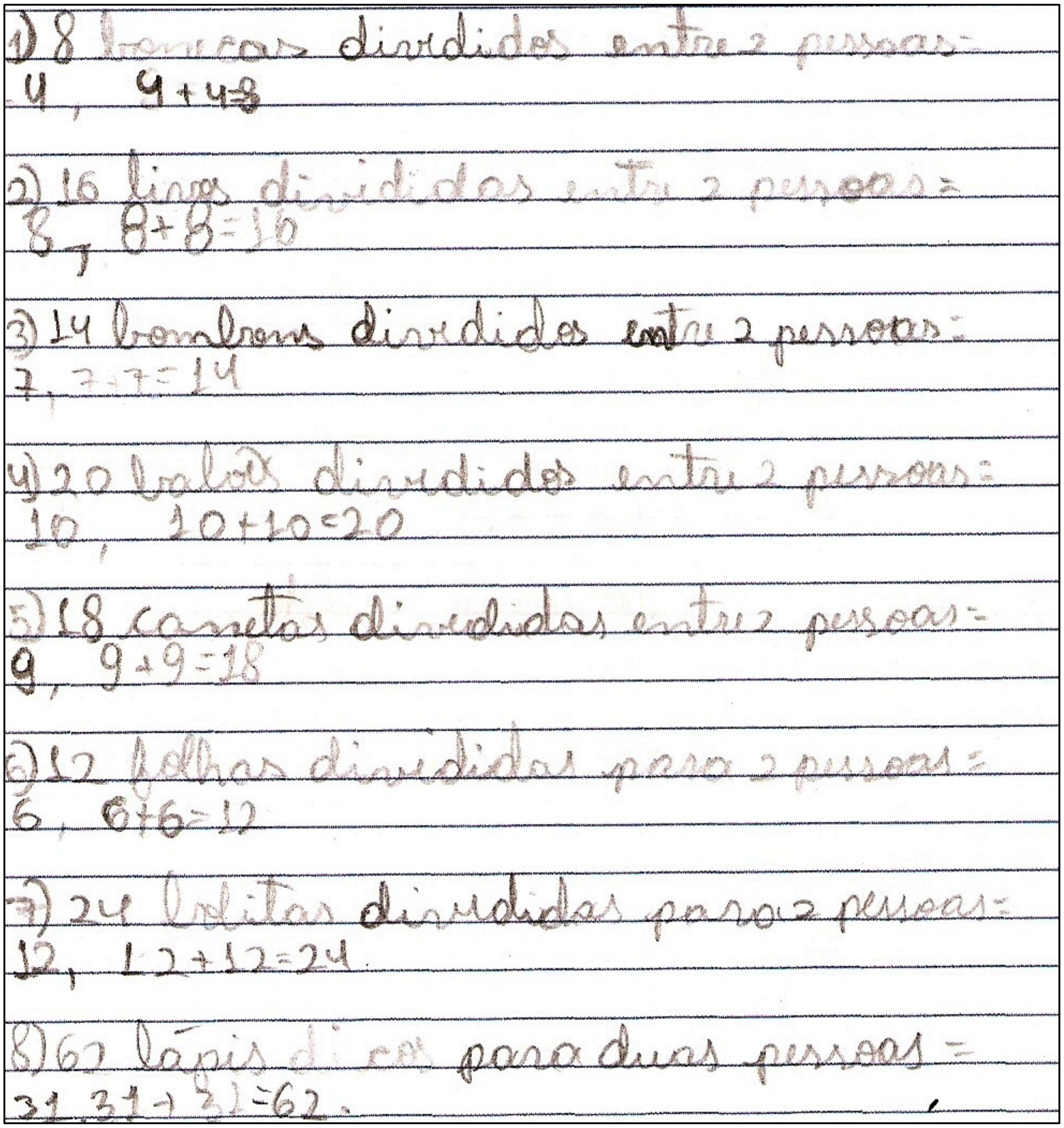

1) 8 bonecas divididos entre 2 pessoas=
4, 4+4=8
2) 16 livros divididas entre 2 pessoas=
8, 8+8=16
3) 14 bombons divididos entre 2 pessoas=
7, 7+7=14
4) 20 balas divididos entre 2 pessoas=
10, 10+10=20
5) 18 canetas divididas entre 2 pessoas=
9, 9+9=18
6) 12 folhas divididas para 2 pessoas=
6, 6+6=12
7) 24 bolitas divididas para 2 pessoas=
12, 12+12=24.
8) 62 lápis de cor para duas pessoas=
31, 31+31=62.

Figura 12 – Registro do Benício.

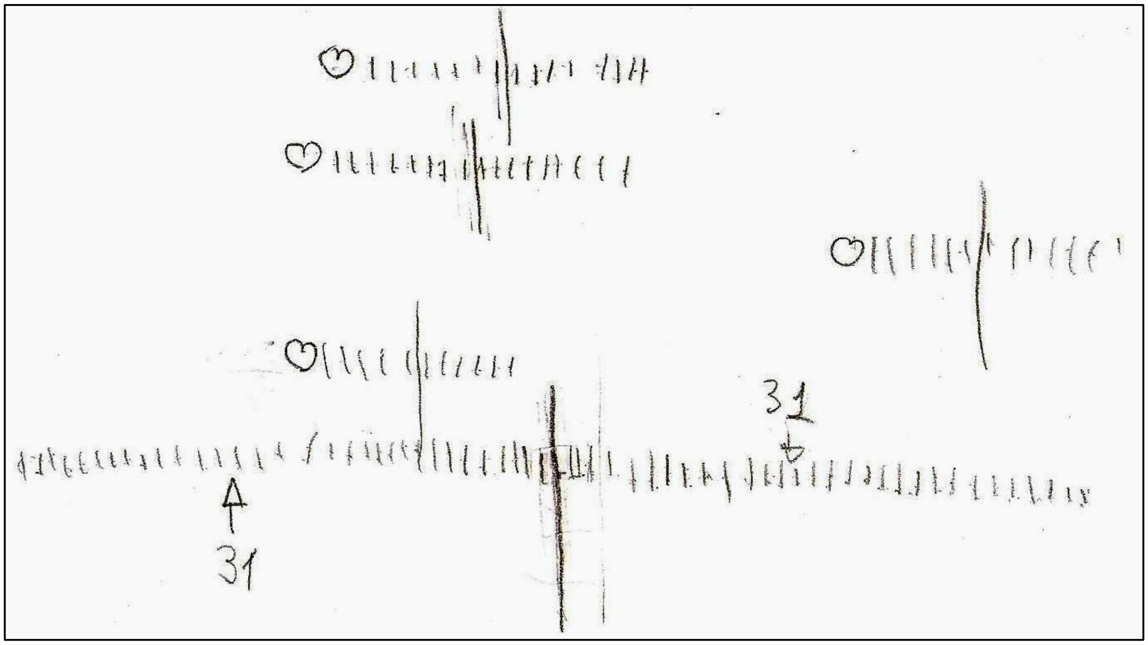


Figura 13 – Registro do rascunho do Benício.

Curiosamente, ele representava a quantidade total citada em cada questão e, após, estabelecia onde ficava o limite, a metade da quantidade total, que é indicada por uma barrinha de tamanho maior. A quantidade até essa barra maior, incluindo-a, é igual à quantidade que há depois dessa barra maior.

Assim como Benício, muitos alunos recorriam à adição para resolver as situações de divisão. Eles verificaram na primeira etapa da atividade que, ao dividir ao meio uma determinada quantidade, a soma das duas partes que surge é igual à quantidade total que havia. A operação de somar um número a ele mesmo é reversível para esses alunos, isto é, eles compreendem que a adição dessas duas parcelas iguais resultará em um número, cuja metade é uma dessas parcelas. Porém nem todos conseguiram compreender como poderiam recorrer à adição para buscar uma solução na divisão por dois.

Percebemos também que alguns alunos apresentam equívocos quanto ao que é dividir. Mesmo variando as situações, as quantidades, e ao mesmo tempo estabelecendo situações repetidas, alguns alunos não conseguiram internalizar o que é dividir e qual a resposta que se busca quando estamos dividindo uma quantidade por outra, que nessa primeira etapa era o dois.

No caso do Eduardo (Figura 14), temos uma ideia equivocada da divisão: ele subtraía a quantidade do divisor uma única vez da quantidade total a ser dividida. Para ele, isso era dividir.

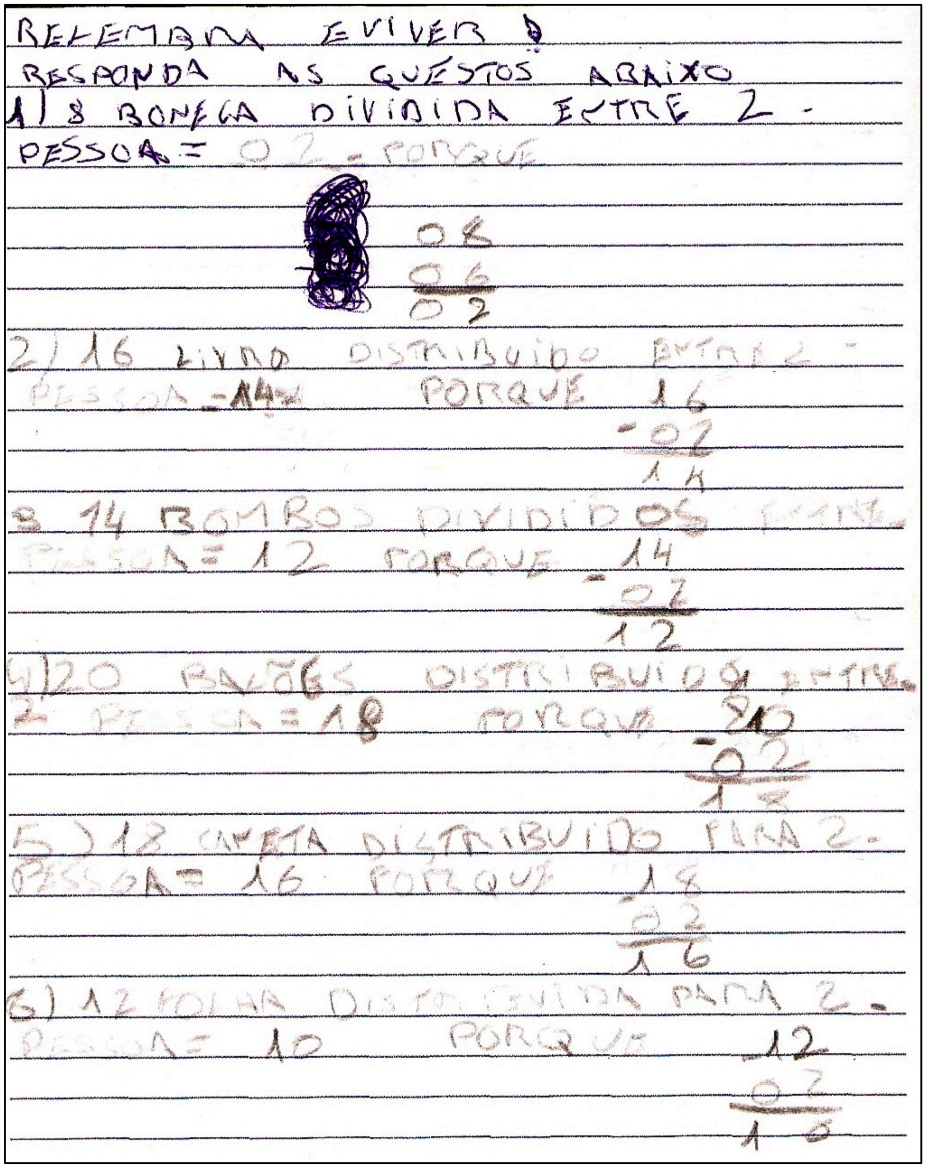


Figura 14 – Registro do Eduardo.

Ao perceber essa dificuldade que o aluno apresentava, procurei não dizer que a questão estava errada, mas levá-lo a verificar que sua resposta não era coerente com a situação enunciada. Tomei a iniciativa de trabalhar individualmente com ele a utilização do material concreto, pois percebi que apresentava dificuldades em estabelecer uma representação para aquilo que lia. E mais: precisava compreender o que é dividir.

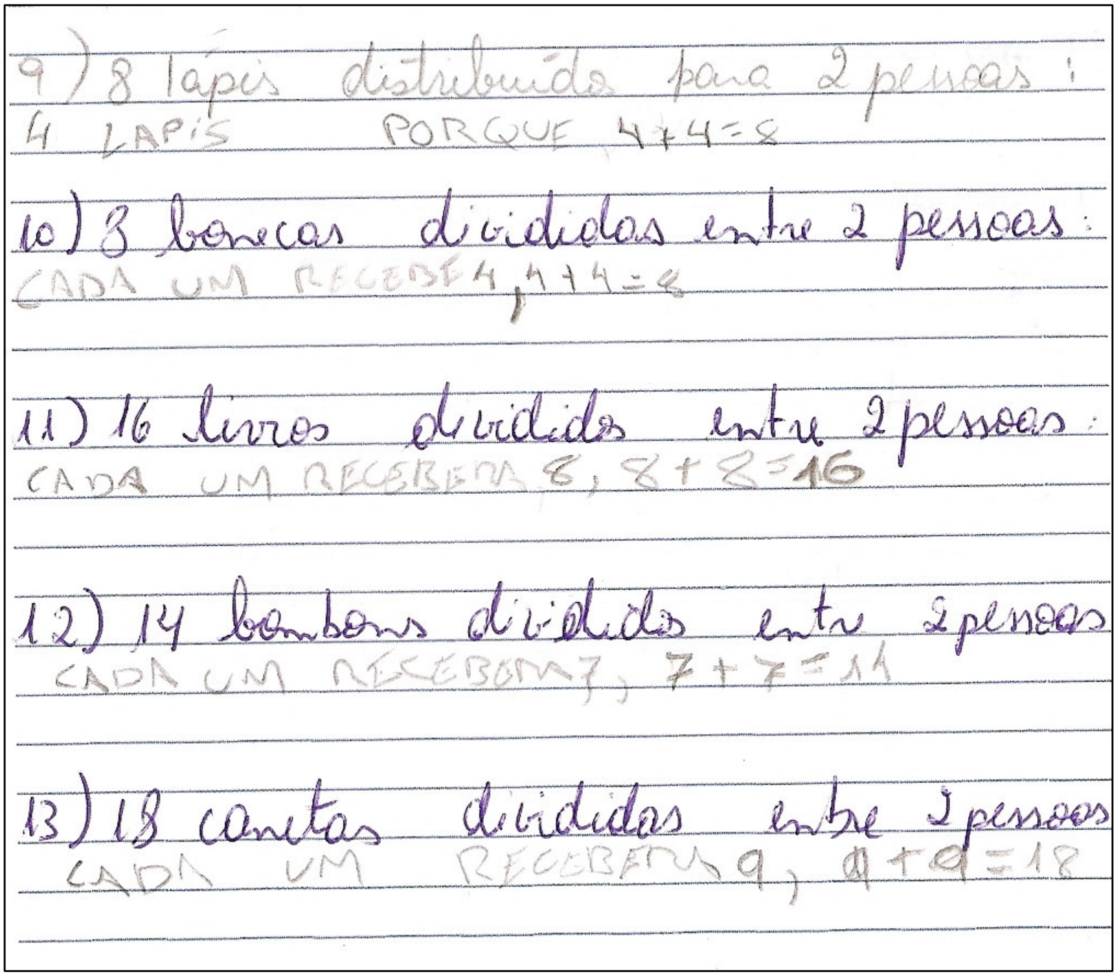
Mostrei a ele oito lápis, trocando somente o objeto a ser dividido e não a quantidade. Expliquei a ele que dividir uma quantidade entre nós dois era repartir de modo que eu e ele recebêssemos a mesma quantidade de lápis, no caso. Solicitei que ele fizesse essa divisão entre eu e ele. Ele colocou os lápis um ao lado do outro, e foi separando-os de um em um até que estivéssemos com a mesma quantidade. Ele me deu quatro lápis. Perguntei se tínhamos a mesma quantidade, e ele disse “Sim!”. Então afirmei a ele que dividir é isso: é repartir em partes iguais. Reafirmei que $8 : 2 = 4$, pois $4 + 4 = 8$ ou $2 \times 4 = 8$.

Mostrei também através do desenho, como haviam feito alguns colegas, que ele poderia representar a quantidade citada no problema, através de desenhos, onde ele poderia agrupar ou distribuir. Nesse momento Diovana mostrou seu rascunho a ele, indicando como fazia, da mesma forma que mostrei a ele como fazia a Maria.

Solicitei então que ele dividisse agora doze canetas entre nós dois. Ele foi mais rápido do que a primeira vez, distribuindo de dois em dois para cada um de nós, chegando ao número seis. Ele respondeu “Seis canetas cada” quando perguntei quantas canetas cada um de nós receberia. Destaquei que podemos expressar esse resultado através de números.

Escrevi no caderno de registro algumas situações para ele resolver sozinho, porém fiquei observando de longe. Algum tempo depois ele me mostrou o sucesso que obteve, conseguindo realizar as divisões. Anteriormente ele subtraía uma única vez o divisor do dividendo, ou seja, a divisão era confundida com a operação de subtração.

Essa incompreensão surge pois algumas crianças associam a divisão à retirada, a uma quantidade que vai diminuindo. Podemos comparar como o aluno Eduardo resolveu as situações antes, na Figura 14, e como a resolveu após a conversa, na Figura 15.



9) 8 lapis distribuido para 2 pessoas:
4 LAPIS PORQUE 4+4=8
10) 8 bonecas divididas entre 2 pessoas:
CADA UM RECEBE 4, 4+4=8
11) 16 livros divididos entre 2 pessoas:
CADA UM RECEBERA 8, 8+8=16
12) 14 bombons divididos entre 2 pessoas
CADA UM RECEBOM 7, 7+7=14
13) 18 canetas divididas entre 2 pessoas
CADA UM RECEBERA 9, 9+9=18

Figura 15 – Registro do Eduardo, após a explicação das dúvidas que ele apresentava.

Ao verificar o que ele havia escrito anteriormente, e, após, com a utilização do material concreto, ele mesmo percebeu a diferença entre as respostas, verificando que a escrita anterior estava equivocada, e que dividir era diferente do que havia feito.

Outro menino, o William, também apresentou alguns equívocos na divisão (Figura 16). Esse menino também tinha a compreensão equivocada de que dividir é subtrair, porém ele subtraía duas vezes a quantidade determinada no divisor. Como estamos trabalhando com as divisões por dois, ele subtraiu da quantidade total, quatro unidades. Isso nos leva a perceber as noções erradas que as crianças constroem e acabam levando para a vida escolar. Esse menino tinha a ideia de distribuir, porém distribuía duas unidades para cada, não esgotando totalmente a quantidade citada de objetos no problema.

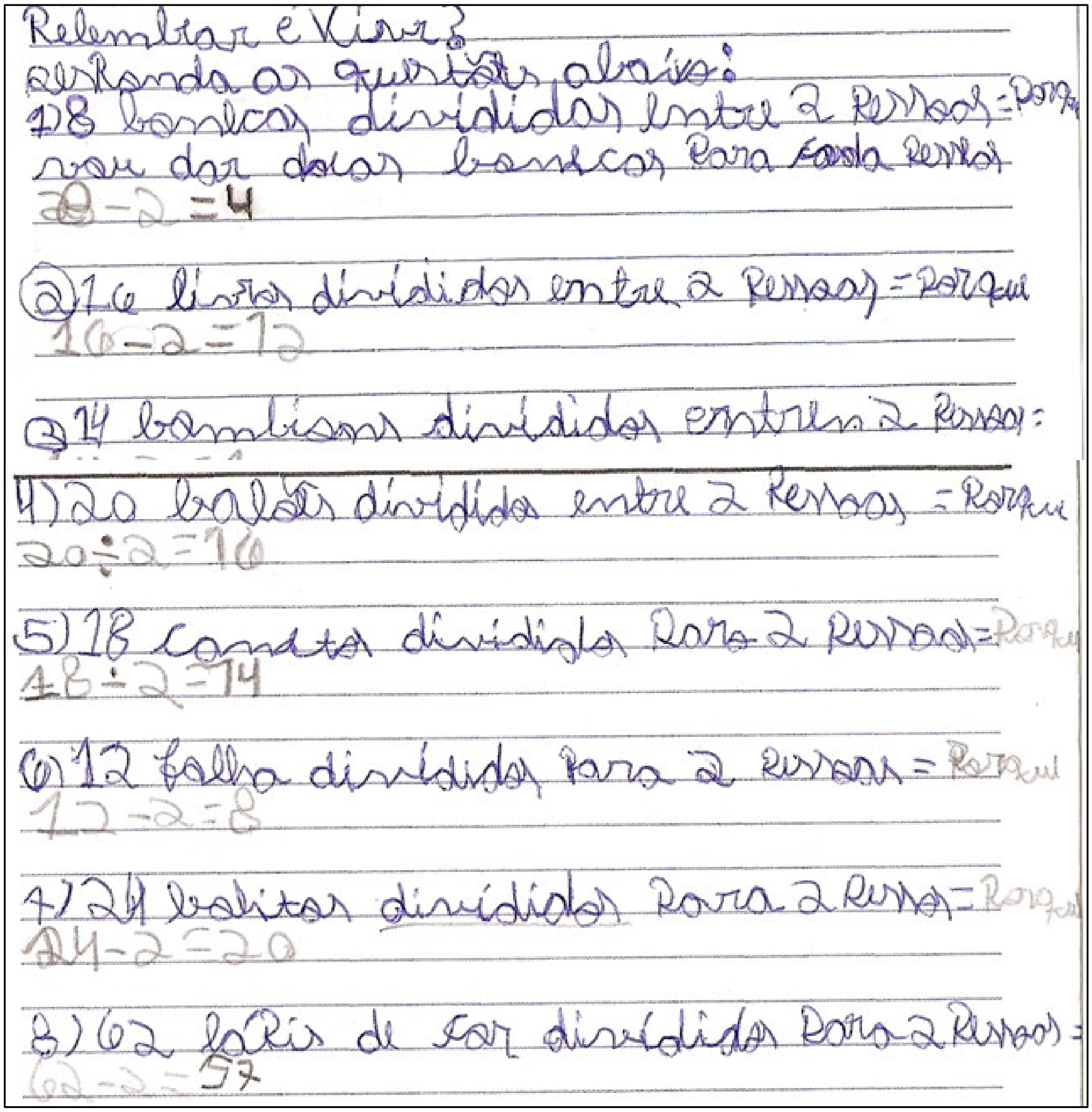


Figura 16 – Registro do William.

Da mesma forma que Eduardo, William precisou de uma atenção especial para que esses equívocos fossem reformulados. Podemos afirmar que essas crianças possuíam esquemas, porém alguns deles precisavam ser reformulados, substituídos ou aprimorados para serem proveitosos nas diversas situações de divisão.

Percebemos nessa atividade que os alunos não utilizavam a multiplicação; somente uma aluna utilizou a multiplicação como justificativa para a solução da divisão solicitada, mas podemos verificar na Figura 17 que ela utilizou também o modo pictórico para resolver uma divisão em que a quantidade era maior que vinte.

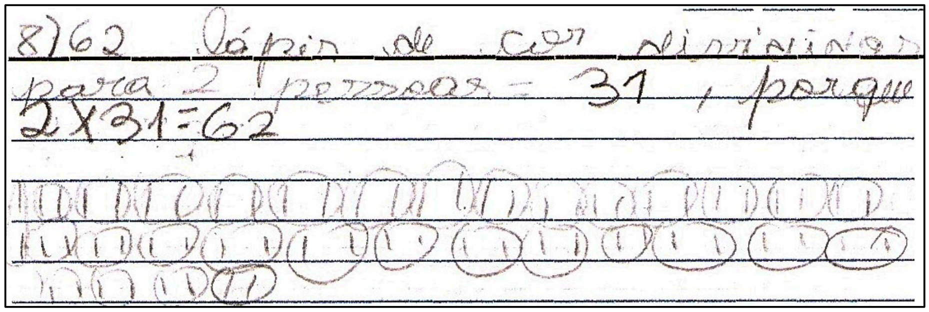


Figura 17 – Registro da Mirela.

Percebemos que a maioria da turma recorria a algum tipo de representação para simbolizar a quantidade a ser dividida. Também alternavam o modo de realizar a divisão, sendo que alguns alunos preferiam a distribuição um a um, enquanto outros preferem o agrupamento.

Foi interessante perceber que alguns alunos conseguiram dividir mentalmente alguns números (quantidades pequenas menores que vinte), estabelecendo uma relação com a ideia da metade trabalhada com eles. Diante das quantidades maiores, a maioria dos alunos via a necessidade de dividir por etapas, distribuindo as unidades, de um em um, ou de dois em dois.

Nos casos das quantidades ímpares de objetos, eu questionava o que fazer com a sobra e eles afirmavam que não podia ser distribuída, pois os colegas deveriam receber a mesma quantidade. Dessa forma, conseguimos associar a ideia de dividir com a divisão em partes iguais.

4.3 ATIVIDADE 3 – DIVISÃO POR TRÊS

A terceira atividade era de divisão por três e seu objetivo era trabalhar com os alunos a divisão de uma quantidade em três partes iguais, e verificar quais estratégias as crianças utilizariam para resolver situações desse tipo.

Iniciei a atividade relembrando que trabalháramos anteriormente sobre a divisão por dois. Disse que “Quando dividimos uma quantidade por dois, basta dividir essa quantidade total ao ...” e as crianças completaram a frase “Ao meio.”. Relembrei também que dividir é distribuir uma quantidade total em partes iguais. Dei um exemplo para as crianças em que precisávamos dividir quatorze canetas entre duas pessoas. O aluno Eduardo disse rapidamente: “Sete. Dá Sete!” enquanto Benício disse “Doze.”. Escrevi no quadro

14 : 2 =

Comentei com a turma o sinal utilizado na operação de divisão. Após, dramatizei essa divisão utilizando quatorze canetas repartidas entre eu e um aluno. Perguntei à turma “Quantas canetas cada um recebeu?” e, em coro, as crianças disseram “Sete”. Ressaltei que, antes de dividirmos as canetas entre eu e um aluno, alguém havia falado doze como resposta, ou seja, a pessoa que falou isso subtraiu dois de quatorze, porém não estávamos subtraindo, mas sim dividindo. Então perguntei à turma: “Quando dividimos uma quantidade, estamos dividindo em partes ...” e algumas crianças completaram a frase “partes iguais”.

Coloquei a resposta no quadro:

$$14 : 2 = 7$$

Disse às crianças que o número sete era a resposta da divisão de quatorze por dois. Belissa falou “Cada um recebe sete, recebe a mesma coisa.”, referindo-se à resposta da divisão. Diante da resposta, comentei que vimos o porquê de a resposta ser sete, e pergunto para a turma “Por quê?”. Kelen diz “Porque sete mais sete dá quatorze.”. Escrevi no quadro-negro essa resposta:

$$7 + 7 = 14$$

Lembrei às crianças que havíamos visto anteriormente que é possível escrever essa adição de outra forma. Pergunto: “Que outra forma é essa que vimos? Posso escrever isso como?”. Mirela diz “Duas vezes sete dá quatorze.”. Outras crianças falam também “Duas vezes sete!”. Escrevo no quadro:

$$7 \times 2 = 14$$

Nesse momento percebi que havia escrito os números envolvidos na multiplicação citada pelas crianças, na ordem contrária à do que eles disseram. Aproveitei essa situação e perguntei às crianças: “Quantas canetas eu preciso ter para entregar a dois alunos, sete canetas para cada um?”. Alguns segundos se passaram até o aluno Eduardo responder “Quatorze!”, enquanto outros colegas terminavam a adição, em suas classes, de sete mais sete.

Fiz outra pergunta em seguida: “Quantas canetas eu preciso ter para entregar a sete alunos, duas canetas para cada um?”. Fez-se um silêncio na sala, enquanto os alunos utilizavam os dedos ou a própria classe para realizar seus cálculos, na grande maioria através da adição. Belissa responde a pergunta dizendo “Quatorze canetas.”. Escrevo em outra parte do quadro as conclusões a que eles chegaram:

$$2 \times 7 = 14 \quad \text{e} \quad 7 \times 2 = 14$$

Através dessa situação, foi possível discutir com as crianças a comutatividade da multiplicação nos naturais, sem citar o nome da propriedade. Quando questionados sobre a diferença que havia entre as duas expressões, eles apontaram a ordem dos fatores, e quando questionei se essa inversão na ordem alterava o resultado, a maioria da turma respondeu segura: "Não!".

Após relembrar com as crianças as situações vividas nas aulas anteriores, falei-lhes que agora iríamos fazer algumas divisões por três. Lancei a seguinte pergunta: "Se dividirmos doze livros entre duas pessoas, cada pessoa receberá quantos livros?". Marcelo respondeu "Seis!". Pergunto então: "Por quê?" e o aluno Marcelo respondeu "Seis mais seis é doze!". Escrevi no quadro-negro:

$$12 : 2 = 6, \text{ pois } 6 + 6 = 12$$

Perguntei então à turma se a resposta iria mudar, se dividíssemos os doze livros entre três pessoas, e um grande número respondeu que sim. O aluno Jonathan disse "Quatro! Quatro!", antecipando-se à pergunta que fiz em seguida: "Se dividirmos doze livros entre três pessoas, cada pessoa receberá quantos livros?" e a aluna Diovana respondeu bem alto "Quatro!". Perguntei o porquê da resposta e o aluno Eduardo disse "Quatro mais quatro mais quatro.". Escrevi no quadro:

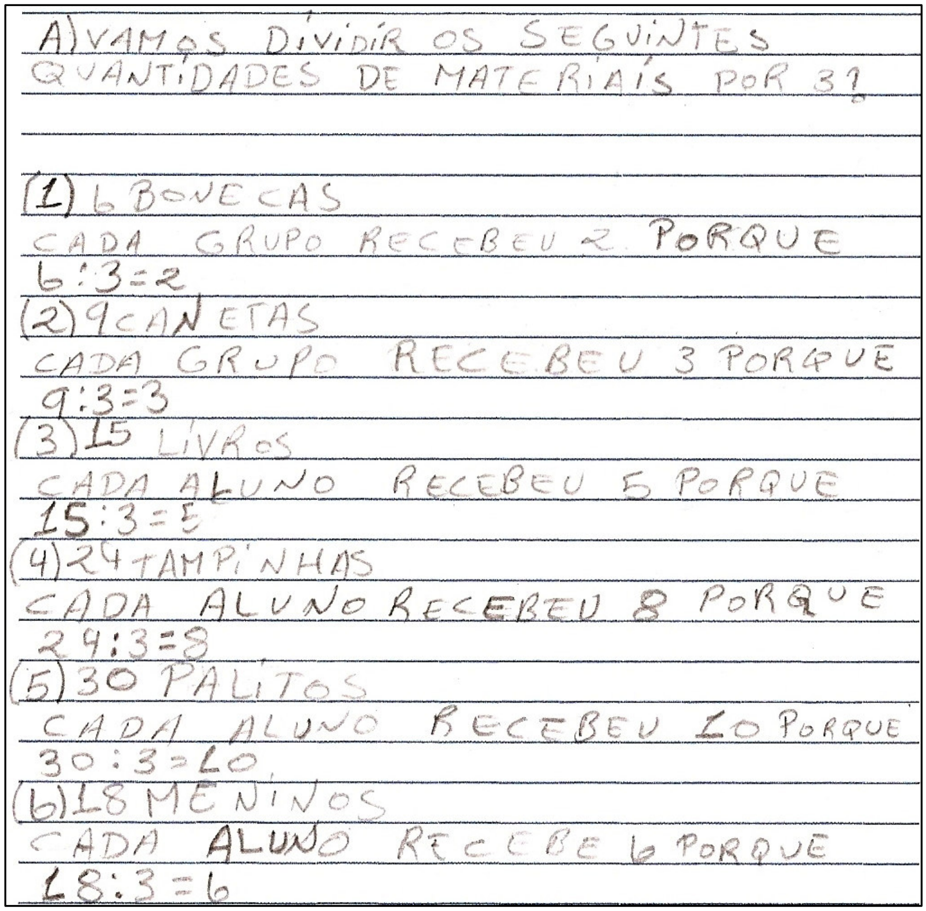
$$12 : 3 = 4 \quad \text{pois} \quad 4 + 4 + 4 = 12$$

Chamei a atenção dos alunos sobre outra forma de escrever aquela adição, usando a multiplicação. Perguntei quantos números quatro havia ali e eles disseram "Três". Mirela falou em seguida: "Três vezes quatro dá doze!". Escrevi no quadro essa outra forma:

$$3 \times 4 = 12$$

Seguindo uma dinâmica diferente da adotada para a atividade anterior, lancei aos alunos algumas situações de divisão por três e solicitei que eles encontrassem a resposta para cada situação, porém deveriam responder no caderno de registro, anotando exatamente como chegaram àquela resposta. Não fiz o trabalho com o material concreto antes disso, justamente para verificar quais estratégias utilizariam para resolver as situações de divisões por três.

Observando a Figura 18, referente ao registro da aluna Belissa, ficamos com a ideia de que ela resolveu a divisão através do cálculo mental, porém durante a aula verifiquei que ela resolveu todos os itens de outra forma, como podemos ver na Figura 19.


A) VAMOS DIVIDIR OS SEGUINTES
QUANTIDADES DE MATERIAIS POR 3?

(1) 6 BONECAS
CADA GRUPO RECEBEU 2 PORQUE
6:3=2
(2) 9 CANETAS
CADA GRUPO RECEBEU 3 PORQUE
9:3=3
(3) 15 LIVROS
CADA ALUNO RECEBEU 5 PORQUE
15:3=5
(4) 24 TAMPINHAS
CADA ALUNO RECEBEU 8 PORQUE
24:3=8
(5) 30 PALITOS
CADA ALUNO RECEBEU 10 PORQUE
30:3=10
(6) 18 MENINOS
CADA ALUNO RECEBE 6 PORQUE
18:3=6

Figura 18 – Registro do caderno da Belissa.

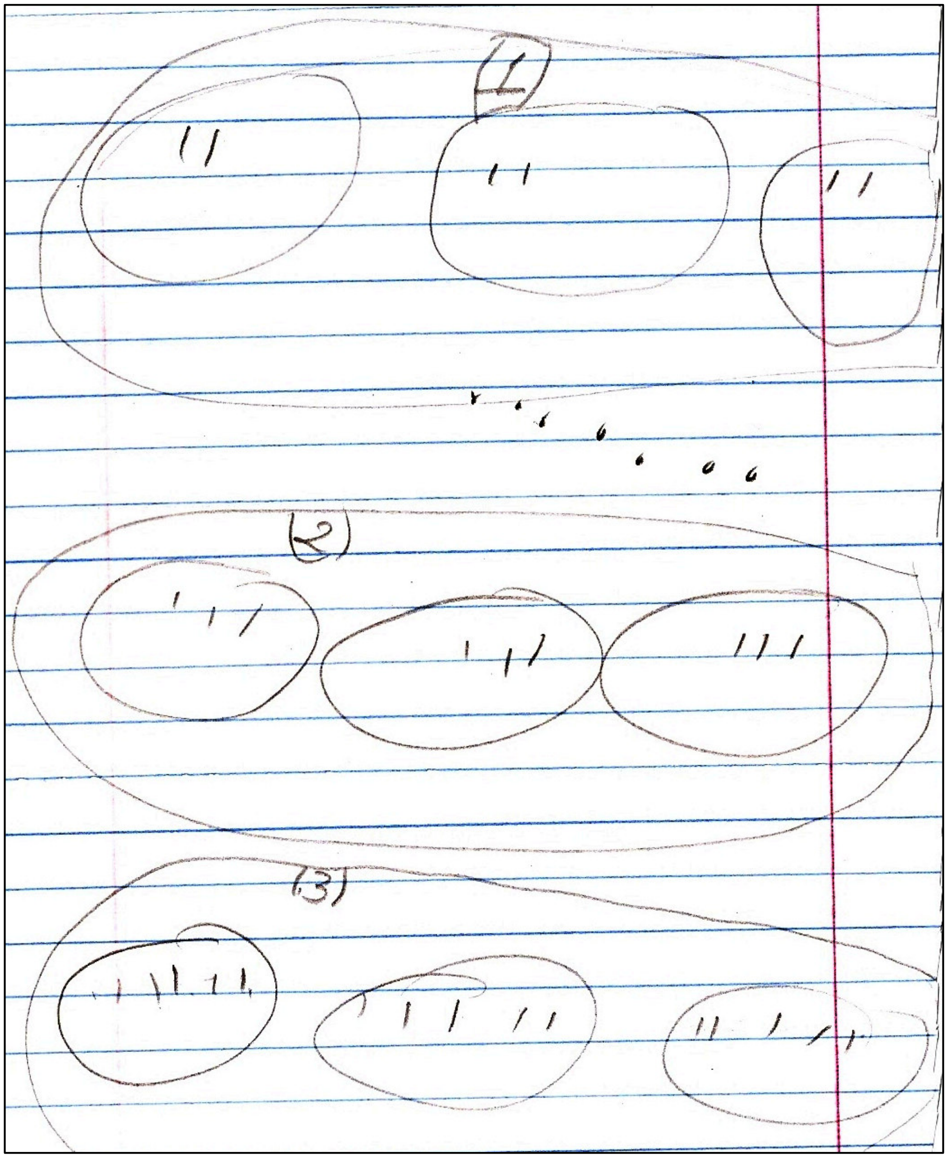


Figura 19 – Rascunho das divisões realizadas pela Belissa.

Curiosamente, podemos verificar a organização da aluna para solucionar as divisões, recorrendo a uma representação para o divisor três – os três círculos – e outra representação para a quantidade total a ser dividida.

Outras formas de resolução apareceram também, como podemos observar nas figuras que seguem. Podemos observar que as próximas figuras mostram que os alunos optaram pela resolução através de uma representação, onde utilizam barrinhas, círculos ou outras figuras ilustrando o material a ser distribuído.

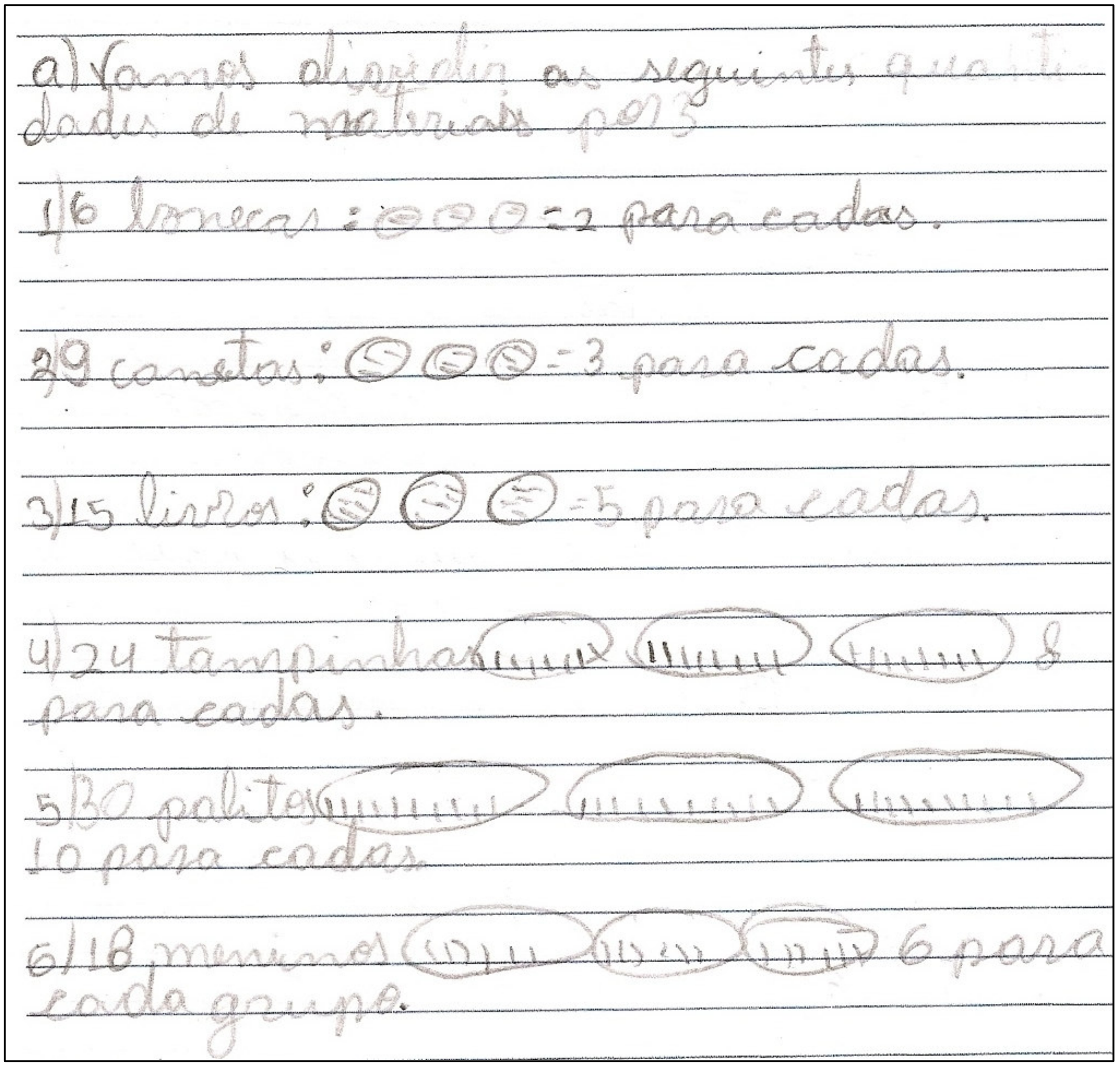

a) Vamos dividir as seguintes quantidades de materiais por 3
1/6 bonecas: = 2 para cadas.
2/9 canetas: = 3 para cadas.
3/15 livros: = 5 para cadas.
4/24 tampinhas 8 para cadas.
5/30 palitos 10 para cadas.
6/18 meninos 6 para cada grupo.

Figura 20 – Registro do Benício.

Podemos observar na Figura 20 que Benício utilizou um raciocínio semelhante ao da aluna Belissa, mostrado anteriormente; porém ele apresentou essa resolução no caderno de registros e destacou a resposta através de um número logo após o sinal de igual. Em nenhum momento, ele tentou utilizar a escrita tradicional do algoritmo para indicar a resposta ou resolver a situação, como vimos no caso da Belissa.

Outras crianças da turma também utilizaram desenhos nas resoluções; porém, olhando com mais atenção vemos que, assim como na divisão por dois, há dois raciocínios que dividem o grupo das crianças que utilizavam o modo pictórico.

Havia um grupo de crianças que, como Belissa e Benício, desenhava inicialmente a quantidade de círculos que representa o divisor, e depois distribuía entre esses círculos a quantidade total de objetos a ser dividida, que era representada, por sua vez, por barrinhas.

O outro grupo é o daquelas crianças que inicialmente representavam a quantidade total a ser dividida através de barrinhas ou outros símbolos e, após, agrupavam essas barrinhas de três em três, circulando ou riscando cada agrupamento. Podemos observar essa estratégia na Figura 21, que mostra as soluções da Carolina.

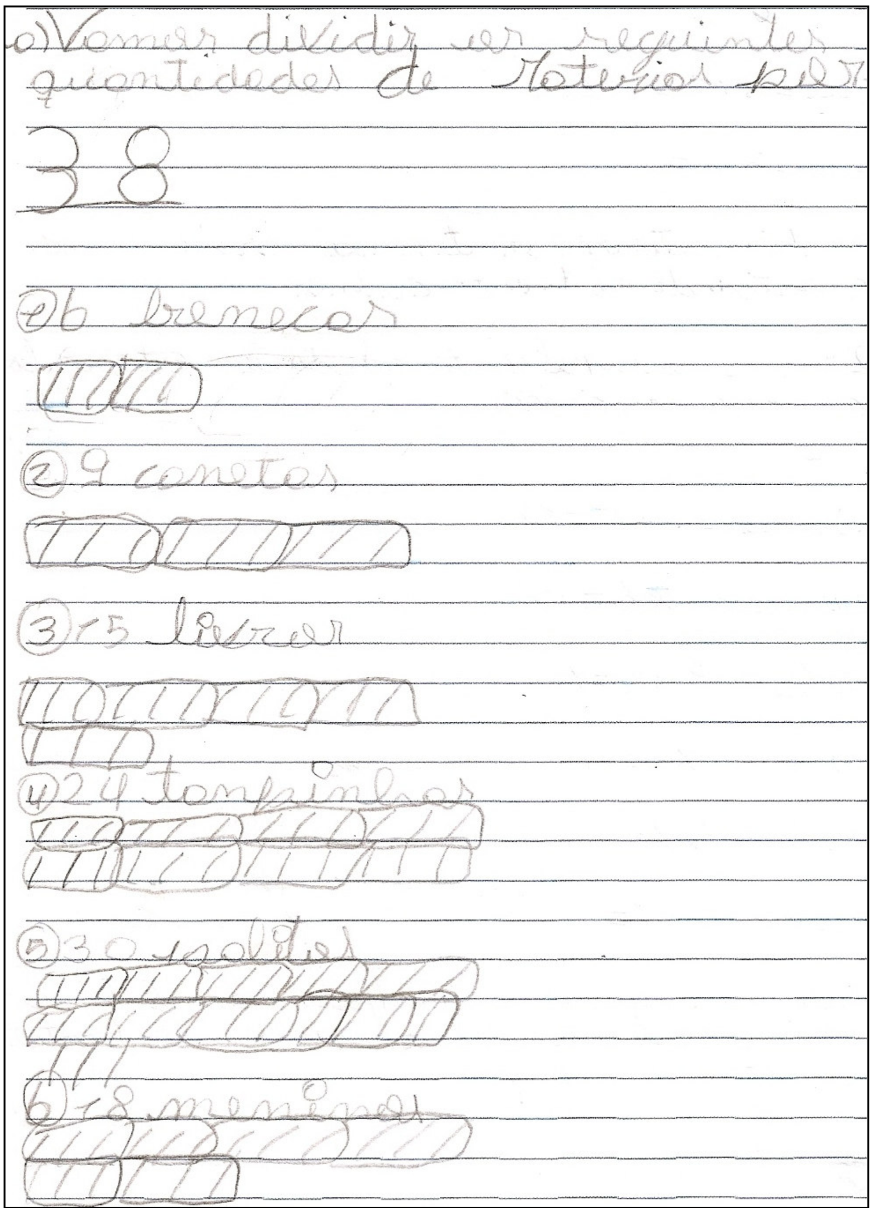


Figura 21 – Registro da Carolina.

Um aluno apresentou uma forma de resolução que me fez pensar. Perguntei-me "Como ele resolveu? Ele primeiro fez o cálculo mental e depois representou através de desenhos?". Essa inquietação surgiu porque ele não deixou indicado claramente qual era a resposta da divisão, como podemos ver na Figura 22, porém podemos ver que ele separou através de um ponto os grupos de bonecas ou canetas ou o material a ser distribuído. Ao ser questionado como chegara à conclusão de com quantas canetas cada pessoa ficaria, ele me respondeu "Fazendo!", e perguntei novamente "Como? De que forma?", ele me respondeu sucinto, como se fosse algo óbvio: "Ué! Eu resolvi Sora", mostrando as mãos e fazendo um movimento com os dedos, indicando que ele utilizava os dedos e o cálculo mental para resolver a divisão.

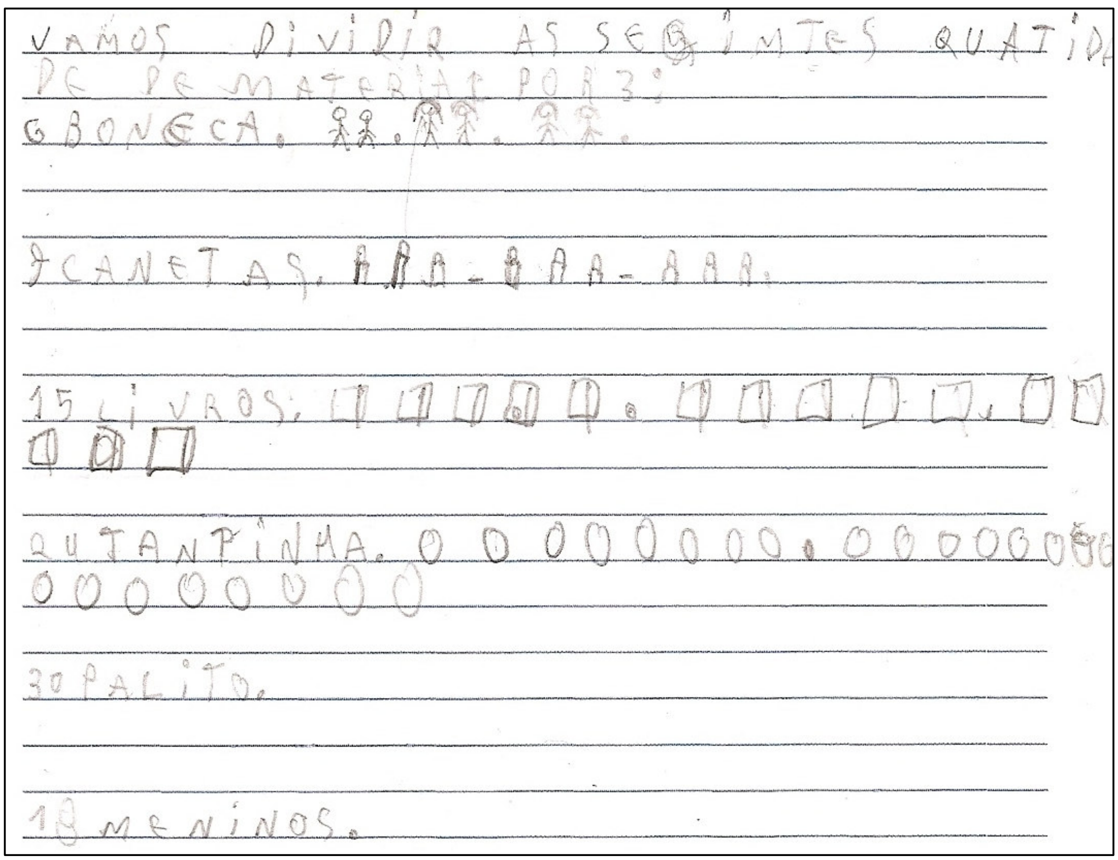


Figura 22 – Registro do Luan.

Considero relevante esse momento em que os alunos trabalharam sozinhos, sem antes fazermos um trabalho com material concreto e coletivo, pois pude observar, ao circular pela sala de aula e conversar com os alunos, quais estratégias cada criança estava adotando para solucionar as questões. Essas questões foram formuladas com enunciados simples, de modo que pudessem ser interpretadas pelos alunos sem maiores dificuldades. Ao planejar o roteiro do projeto, tive a preocupação de contemplar a interpretação de texto somente após trabalhar com situações simples de divisão e também após o trabalho com material concreto. Da mesma forma, podemos observar que escolhi trabalhar inicialmente com quantidades menores que vinte, e após, menores que cinqüenta.

Nas conversas individuais com cada aluno, percebi maneiras diversas de encontrar a solução para as divisões solicitadas, usando uma representação para as quantidades de objetos, fazendo corresponder a cada unidade um símbolo, e, a partir daí, usando agrupamentos ou distribuição. Verifiquei, por outro lado, que algumas crianças buscavam utilizar o procedimento do algoritmo da divisão, que é tradicionalmente ensinado no quarto ano, para expressar a resposta esperada pela professora.

Podemos ver nas Figuras 23 e 24 que as alunas Tamara e Diovana utilizaram o algoritmo da divisão para representar o cálculo, porém ao serem questionadas sobre a resposta da divisão, em que se perguntava quantas bonecas cada grupo recebeu, a Diovana demonstrou segurança ao responder “Duas!”, no entanto, a Tamara demorou mais a responder, mesmo com o cálculo pronto no caderno que estava à sua frente. Após algum tempo ela responde “Três! Dois!”, e eu disse, “Pensa no que a Prô perguntou. Pensa na situação entes de responder.”, mas ela me respondeu “Ah! Não sei.”.

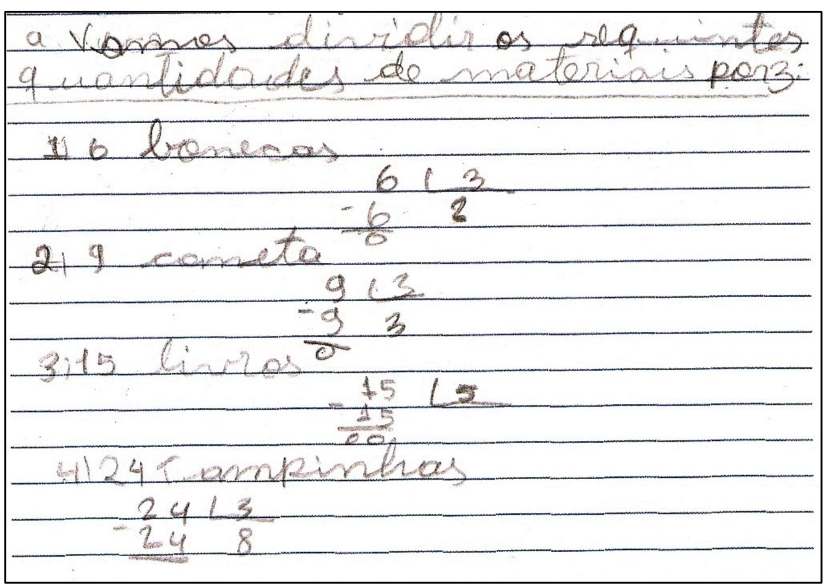


Figura 23 – Registro da Tamara.

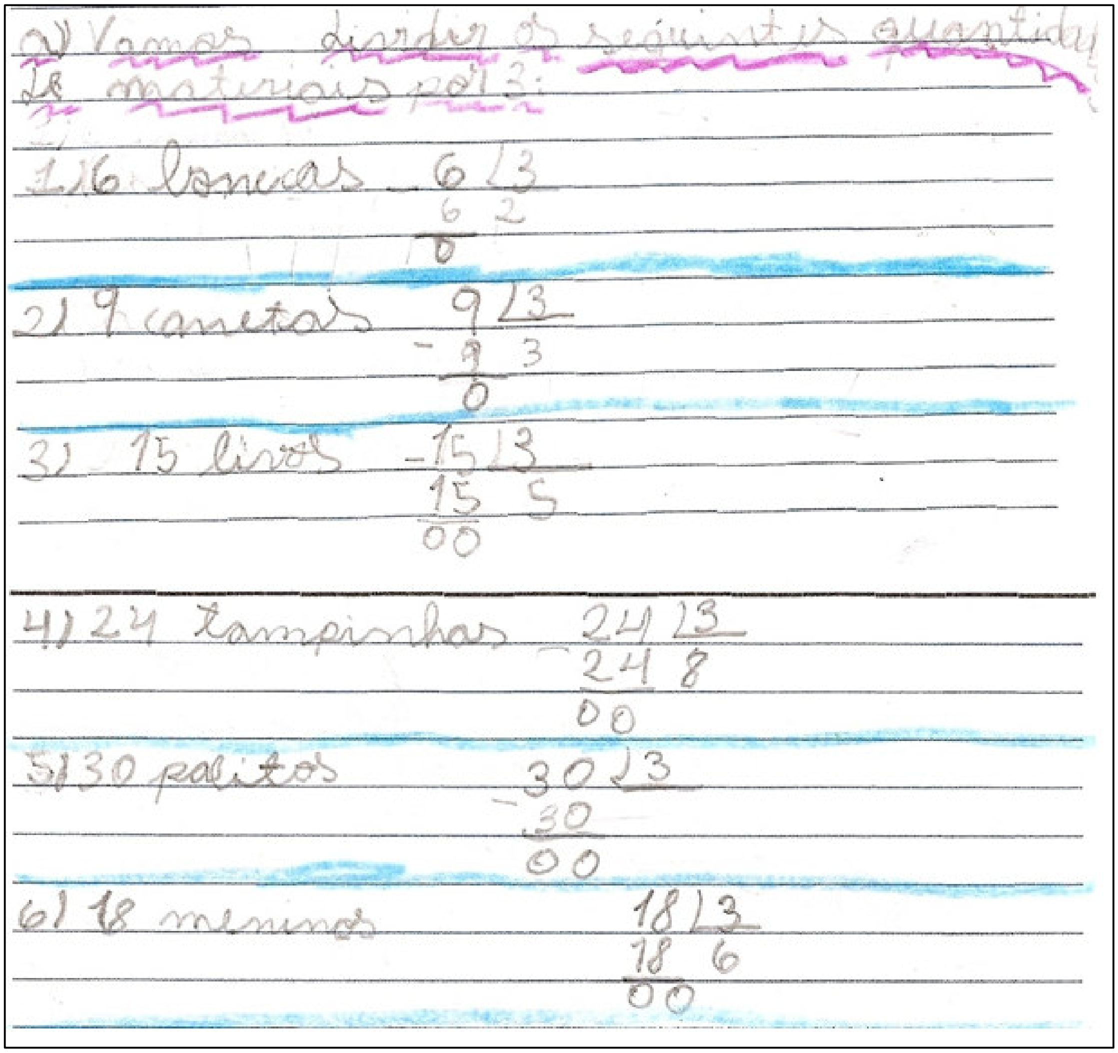


Figura 24 – Registro da Diovana.

Nessa atividade, ao conversar com o Eduardo, percebi que ele estava com uma concepção equivocada do algoritmo da divisão. Podemos visualizar, através das suas anotações no caderno (Figura 25), que ele multiplicou o número que ocupa o lugar do divisor pelo número que ocupa o lugar do dividendo, ou seja, neste caso, multiplicou por três a quantidade total de objetos a serem divididos.

No momento em que vi seu caderno tive o cuidado de não dizer que estava errado, mas buscar que percebesse seu equívoco, pois na atividade anterior ele já havia demonstrado que compreendera o que é dividir, realizar uma divisão, porém seu problema estava relacionado ao uso da linguagem matemática utilizada na escola.

Solicitei ao aluno que me mostrasse com o material concreto aquela divisão que ele havia feito no caderno. Entreguei a ele quinze livros e nove canetas, e pedi que fizesse a divisão desse material entre eu, ele e a Samara. No mesmo momento ele pegou as canetas e separou-as com as mãos, formando três grupos em cima da mesa, demonstrando cuidado para que os grupos tivessem o mesmo número de canetas. Perguntei "Quantas canetas eu recebi?" e ele disse "Três!" dando um sorriso inibido, em que demonstrou ter percebido que a resposta do caderno não fora essa.

Perguntei a ele "Qual resposta tu encontraste no caderno?" e ele disse "Está errado Sora!", pois ele havia multiplicado. O mesmo ocorreu com a divisão dos livros entre nós e uma colega. Ele entregou-os de um em um até sobrarem seis livros, quando olhou os seis e entregou dois para cada um de nós. Ele falou para mim "Deu cinco Sora!", referindo-se à quantidade de livros que cada um recebeu. Pedi que ele comparasse sua resposta do caderno com essa encontrada, e ele sorriu novamente.

Essa intervenção foi importante, pois podemos verificar, na Figura 25, que as respostas dos três primeiros itens estão erradas. Após a intervenção, ele percebeu seu erro e corrigiu sua forma de utilizar o algoritmo, indicando agora corretamente o quociente da divisão.

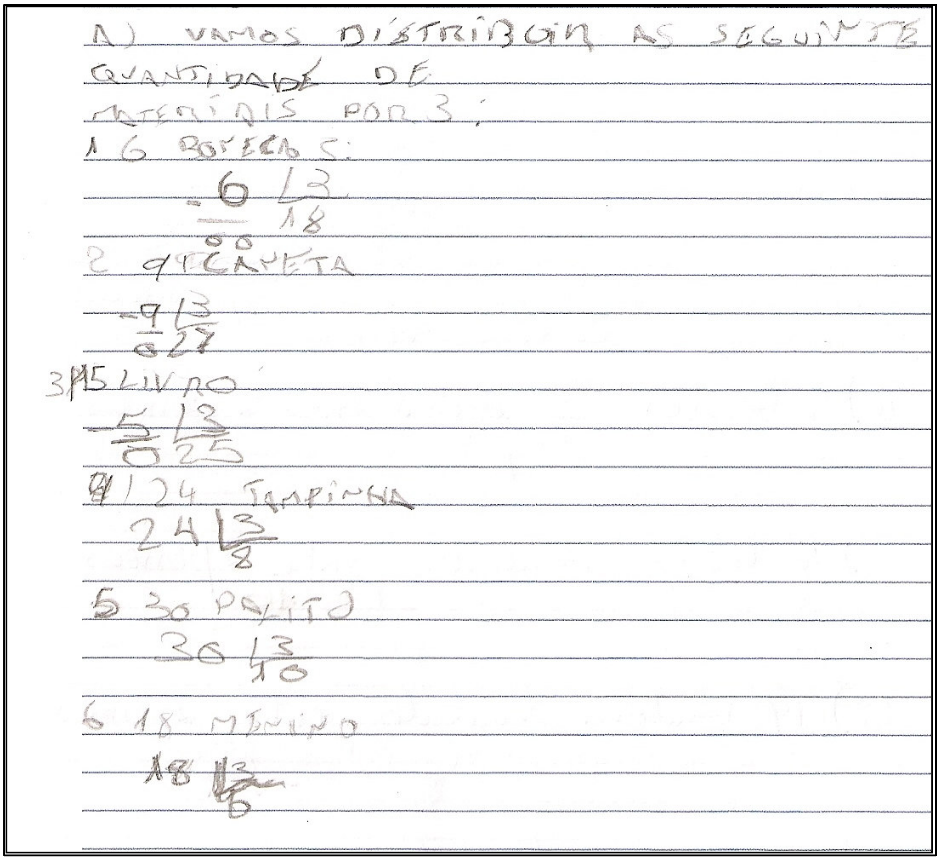

A) VAMOS DISTRIBUIR AS SEGUINTE QUANTIDADE DE MATERIAIS POR 3;
1 6 BORRACHAS:
6 |3 18
2 9 CANETA
9 |3 27
3 15 LIVRO
5 |3 25
4 24 TAMPINHA
24 |3 8
5 30 PALITO
30 |3 10
6 18 MENINO
18 |3 6

Figura 25 – Registro do Eduardo.

Não foi possível atingir todos os alunos nas atividades e discussões até aqui. Alguns equívocos ainda permaneceram, mesmo após as discussões. É necessário considerar aqui que alguns negaram-se a realizar as atividades (Figura 26) ou realizaram-nas sem a dedicação necessária (Figura 27).

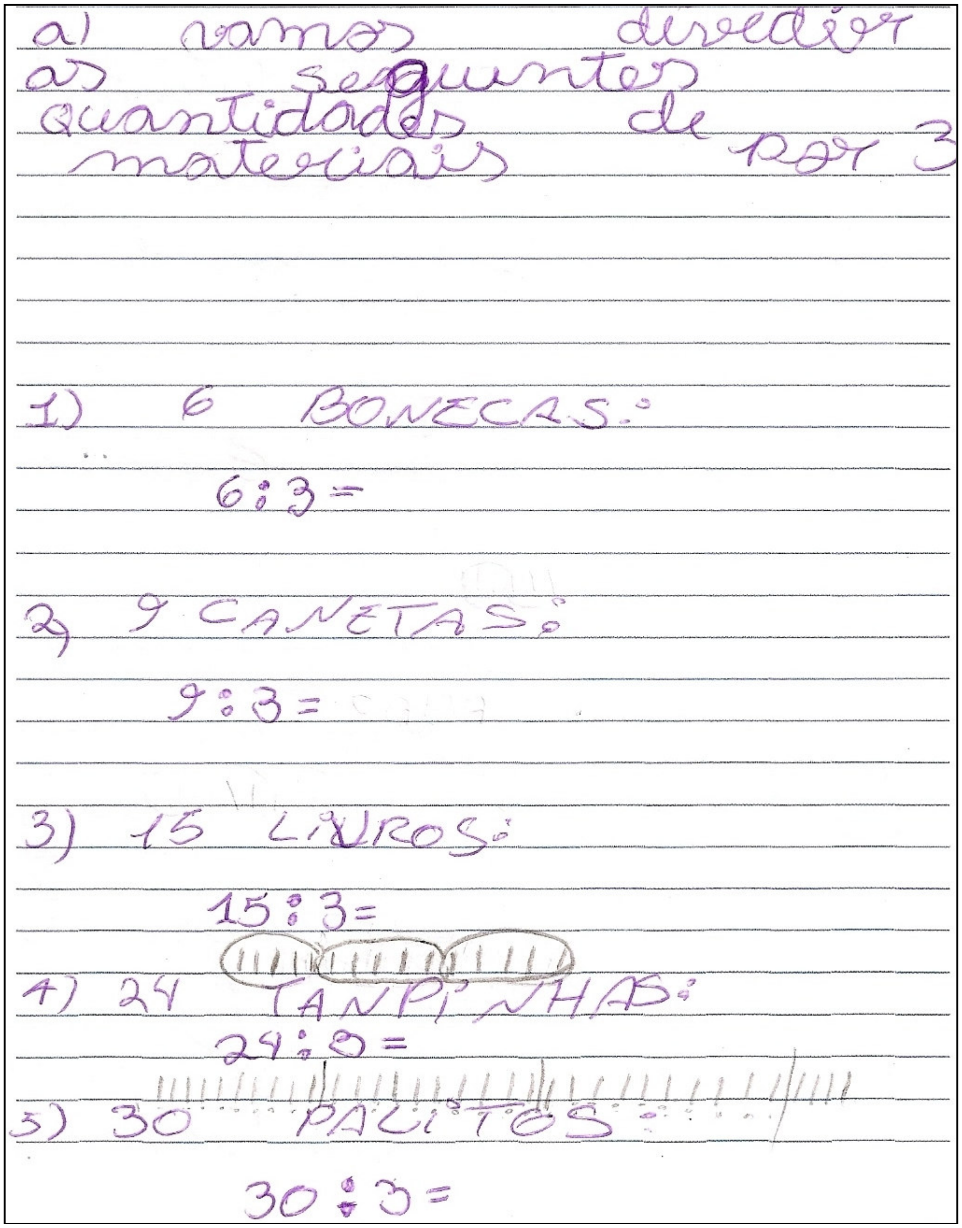


Figura 26 – Registro da Kelen.

Na Figura 27, vemos que o aluno fez a divisão dos materiais por dois, corretamente, indicando até mesmo o resto nos casos em que a divisão não era exata. Quando solicitei que ele fizesse a divisão utilizando os materiais concretos, ele fez a divisão por três como pedia a atividade, verificou que havia feito uma divisão por dois no caderno e reclamou dizendo “Azar! Não quero fazer! Não vou.”.

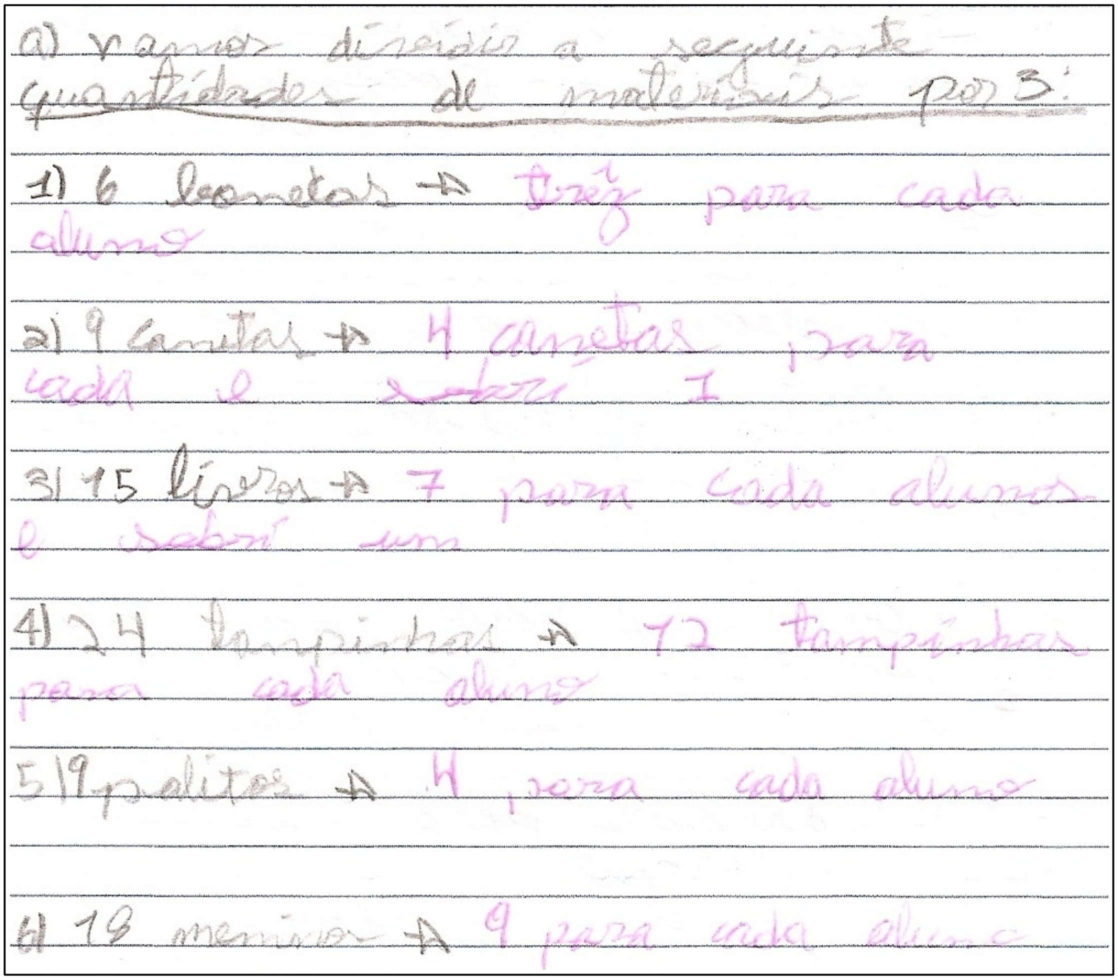


Figura 27 – Registro do Jonathan.

Através da atividade, podemos verificar que os alunos buscavam uma representação para a situação com que se deparavam, em que precisavam dividir uma quantidade por outra. É através dessa representação que eles conseguiam visualizar a situação e representar a operação de divisão, e formular uma estratégia para chegar ao resultado esperado.

Diante dos registros das crianças, percebemos que a grande maioria demonstrava segurança ao utilizar o modo pictórico como recurso para resolver uma divisão, associada a dois tipos de esquemas, que denominaremos de “esquema de agrupamento” e “esquema de distribuição”.

Verificamos que as crianças determinavam uma forma para representar a quantidade total de objetos e outra forma para representar o divisor, que nessa atividade foi o número três. Essa representação era tida como necessária para que conseguissem realizar a divisão. É interessante destacar que cada criança cria sua própria representação, ou seja, a resposta final para um aluno será a quantidade de barrinhas, por exemplo, que estão dentro de um círculo, enquanto que para outra criança, a resposta para a mesma questão está no número de círculos que ela obteve, ao agrupar as barrinhas. Com isso, verificamos que um mesmo signo possui significados distintos, atribuídos a ele pela criança.

Analisando os esquemas utilizados, observamos os dois grupos formados. As crianças que optaram pelo esquema de agrupamento, ao dividir, estão trabalhando apenas com uma variável: o divisor três. Isso ocorre porque primeiro elas fazem a representação da quantidade total de objetos a serem divididos, e depois iniciam o trabalho de agrupamento, onde têm o cuidado de agrupar sempre a mesma quantidade.

Essa preocupação em agrupar sempre a mesma quantidade demonstra o entendimento do que é dividir, ou seja, elas têm já construída a noção de que, quando estamos dividindo na matemática, estamos dividindo em partes iguais.

As crianças que utilizam o esquema de distribuição, ao dividir, estão trabalhando com duas variáveis ao mesmo tempo. Ao dividir por distribuição, elas iniciam a resolução com a representação do divisor através de círculos ou conjuntos e, após, distribuem entre esses círculos a quantidade total de objetos. Ao mesmo tempo em que a criança está distribuindo, ela precisa estar atenta à quantidade que cada grupo está recebendo, para que tenham a mesma quantidade.

Outro aspecto importante que verificamos através da atividade está relacionado ao algoritmo da divisão. Percebemos que algumas crianças entendiam que, quando se deparassem com uma divisão, precisariam informar a resposta através do algoritmo escolar da divisão; resolviam a divisão pelo modo pictórico, e expressavam a resposta através de uma representação semelhante à do algoritmo escolar da divisão.

Percebemos que esse algoritmo era entendido como a forma como a resposta deve aparecer e não como um recurso, uma ferramenta matemática, que auxilia na solução de uma divisão. Os conceitos e propriedades matemáticas envolvidos no algoritmo da divisão não eram compreendidos por essas crianças.

Essa incompreensão é percebida a partir do momento em que verificamos que alguns alunos reproduziam corretamente o algoritmo, mas não sabiam indicar qual era a resposta final, ou seja, decoraram uma sequência de passos, mas não compreendiam o que estavam fazendo. A representação do algoritmo visava apenas dar a resposta esperada pelo professor.

4.4 ATIVIDADE 4 – INTRODUZINDO A LEITURA E INTERPRETAÇÃO NA AULA DE MATEMÁTICA

Após o trabalho inicial, percebi que era importante inserir nas atividades a interpretação de frases que trazem uma situação de divisão. Para essa atividade, foram elaboradas cinco situações, que as crianças precisariam ler, interpretar e resolver como desejassem. As situações estão apresentadas no Quadro 1:

Quadro 1 – Situações envolvendo divisão.

1) Mari tem 12 balas e quer dividi-las com suas seis amigas. Quantas balas cada amiga irá ganhar?
2) Bruno quer entregar 2 lápis para cada colega, porém ele só tem 12 lápis. Quantos colegas receberão os lápis do Bruno?
3) Emerson tem 6 jogadores no seu time e cada jogador entregou 2 reais a ele para pagar a inscrição do torneio de futebol. Quantos reais Emerson recebeu se todos pagaram?
4) Sabrina tem 25 figurinhas e vai distribuí-las entre ela e a sua amiga Camila. Quantas figurinhas cada uma receberá?
5) Luiz tem 16 folhas para entregar aos seus colegas. Cada colega irá receber 3 folhas. Quantos colegas receberão folhas do Luiz?

Ao formular as situações-problema, procurei formar frases curtas e simples, envolvendo quantidades menores que cinquenta. Também foi proposital a utilização das mesmas quantidades nas três primeiras situações, porém modificando a divisão. Na primeira e na quarta, temos problemas partitivos, enquanto na segunda e na quinta temos problemas de divisão medida por quotas.

Na aula, apresentei aos alunos essas cinco situações e disse aos alunos que nessa atividade eles precisariam ler e interpretar alguns problemas. Nesse momento, ao verem que precisariam ler, um sonoro “Ah!” ecoou na sala.

Disse a eles: “Cada um deverá ler cada probleminha, pensar nessa situação e lembrar do que fizemos nas outras aulas. A Prô quer que vocês leiam e depois respondam, certo! Vou dar um tempinho pra vocês. Não é para copiar do colega, pois daí não serve pra Prô. Eu quero ver se você está entendendo ou não cada problema, ok!”. Pedi a eles para lerem com atenção, duas vezes se necessário, antes de resolverem cada situação. Alguns minutos se passaram até começarem algumas reclamações.

A aluna Bruna reclamou: “Não gosto de ler.”, e fez jus à frase não respondendo as questões durante toda a aula. Outras reclamações surgiram:

“Não vou fazer!” disse Tamara.

“Não entendi.”, disse Kelen.

Expliquei aos alunos novamente que era importante eles lerem uma, duas, três vezes cada problema, e tentarem resolvê-lo da maneira que entendiam que era melhor. Também expliquei que eles poderiam se colocar naquela situação, pensando que eles poderiam fazer parte do problema.

Alguns alunos tentaram fazer, porém outros demonstraram resistência à leitura, e argumentavam que leram, mas não entenderam. Entre aqueles que tentaram resolver as situações, podemos perceber a preocupação em responder através de uma frase. No entanto, entre os espaços em branco da folha podemos perceber as representações que as crianças utilizaram para a resposta dada. Um exemplo pode ser visto na Figura 28.

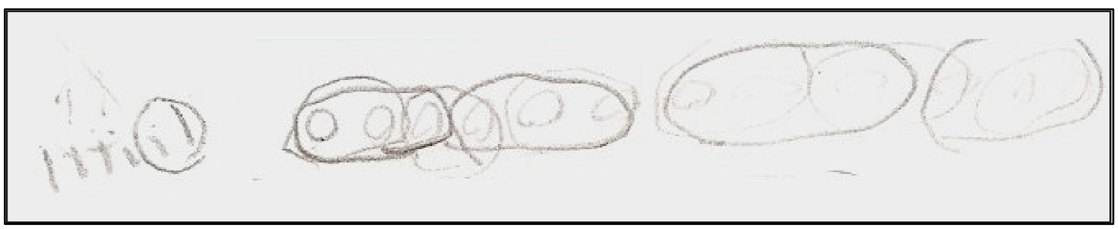


Figura 28 – Representações feitas pelo William nos espaços em branco da folha.

Também podemos verificar a preocupação que algumas crianças tinham em informar através de uma frase a resposta da situação. Podemos ver nas Figuras 29, 30, 31, 32 e 33, as respostas dadas por algumas delas para a questão 1 – “Mari tem 12 balas e quer dividi-las com suas seis amigas. Quantas balas cada amiga irá ganhar?”.

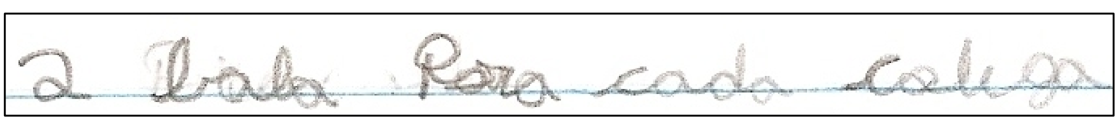


Figura 29 – Resposta à questão 1 do William.

Figura 30 – Resposta à questão 1 da Carolina.

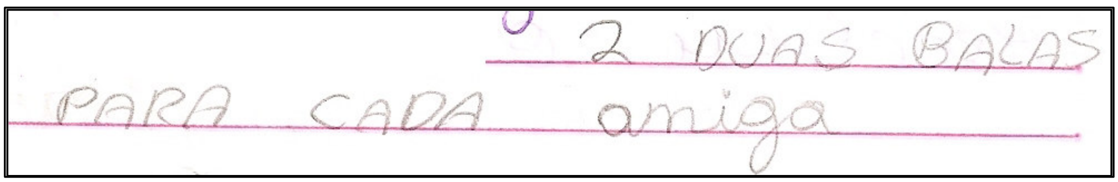


Figura 31 – Resposta da Kelen.

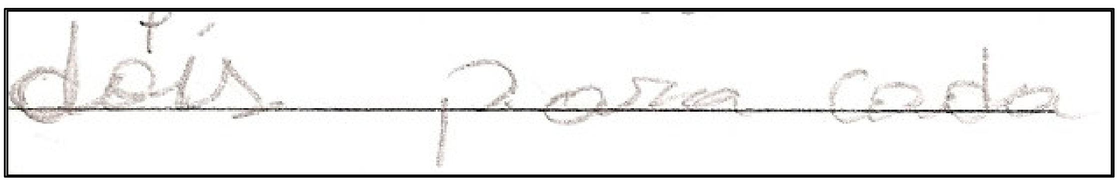


Figura 32 – Resposta do Jonathan.

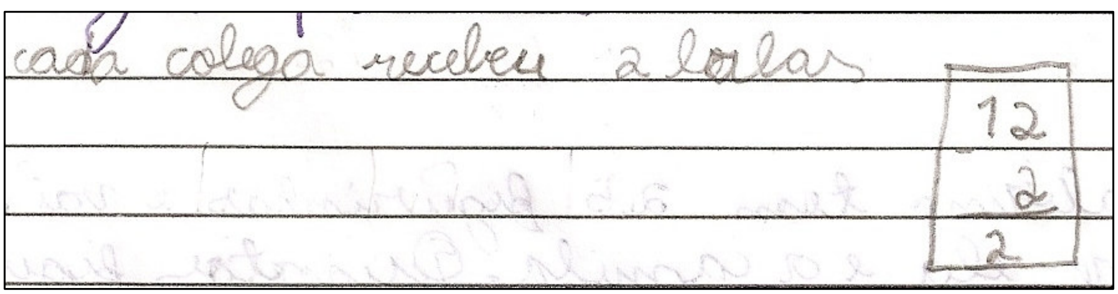


Figura 33 – Resposta da Diovana.

Curiosamente, a Diovana informou através de uma frase a resposta correta, como vemos na Figura 33. No canto direito vemos o registro de um cálculo onde ela associou a divisão a uma subtração, onde são retiradas duas balas para cada criança e cada criança recebe duas balas.

Na Figura 34 podemos verificar que Mirela também utilizou a representação do algoritmo da divisão. Percebemos também que ela destacou o resto dessa divisão com “00” e escreveu a resposta através de uma frase.

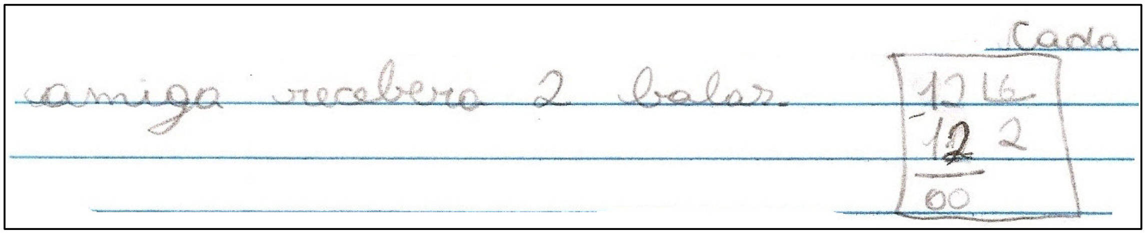


Figura 34 – Resposta da Mirela.

Na questão 2 – “Bruno quer entregar 2 lápis para cada colega, porém ele só tem 12 lápis. Quantos colegas receberão os lápis do Bruno?”, que é do tipo divisão por quota, percebemos uma confusão na compreensão da situação pois, dos nove alunos presentes nessa aula, somente cinco responderam a questão e, entre esses cinco alunos, quatro deles chegaram à solução correta. Podemos ver na Figura 35 a resposta da Carolina, que tentou, mas não chegou à resposta esperada.

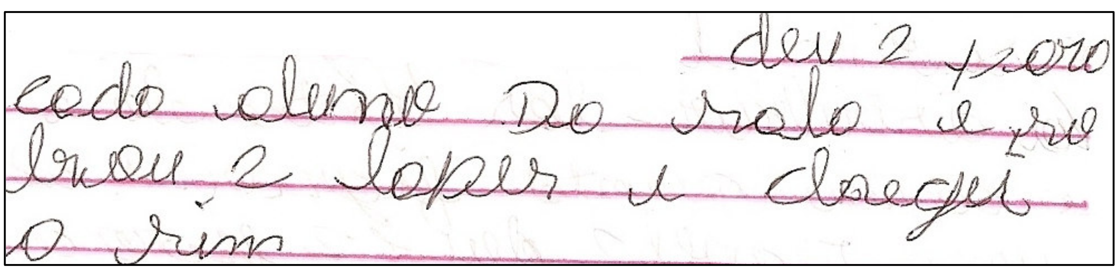


Figura 35 – Resposta à questão 2 da Carolina.

Entre os alunos que resolveram, encontramos as seguintes respostas que podemos ver nas Figuras 36, 37, 38 e 39.

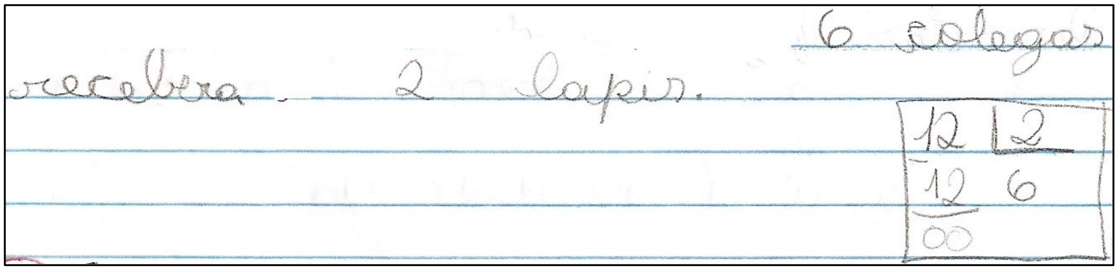


Figura 36 – Resposta da Mirela.

Figura 37 – Resposta da Kelen.

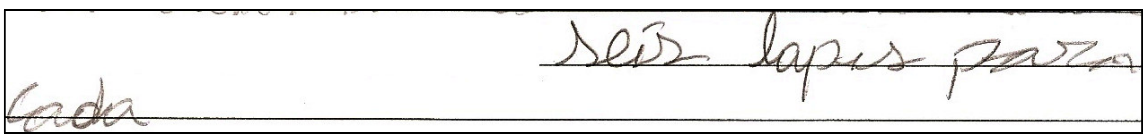


Figura 38 – Resposta do Jonathan.

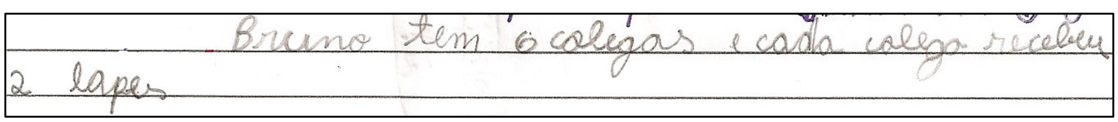


Figura 39 – Resposta da Diovana.

A questão 3 – “Emerson tem 6 jogadores no seu time e cada jogador entregou 2 reais a ele para pagar a inscrição do torneio de futebol. Quantos reais Emerson recebeu se todos pagaram?” não era uma questão de divisão, e sim de multiplicação, mas utilizava os mesmos valores das duas questões anteriores. Apenas três alunos dos nove presentes responderam corretamente a questão, informando os doze reais que ele recebeu dos jogadores do seu time, como podemos ver através da resposta da Diovana, na Figura 40.

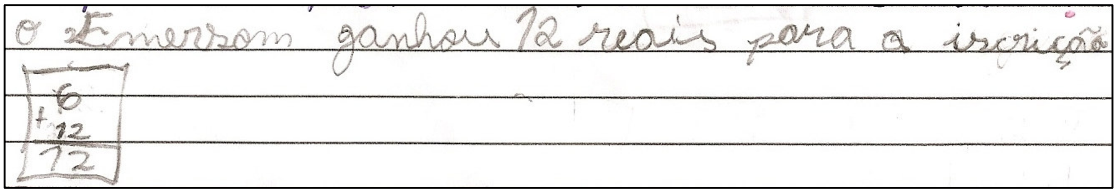


Figura 40 – Resposta da Diovana.

Novamente essa aluna utilizou um algoritmo – o da adição – mas o mesmo não está correto; a resposta correta é informada através da frase escrita.

A aluna Mirela também é uma das que informaram a resposta correta, e utilizou o recurso da multiplicação para justificar a sua resposta, como podemos ver na Figura 41.

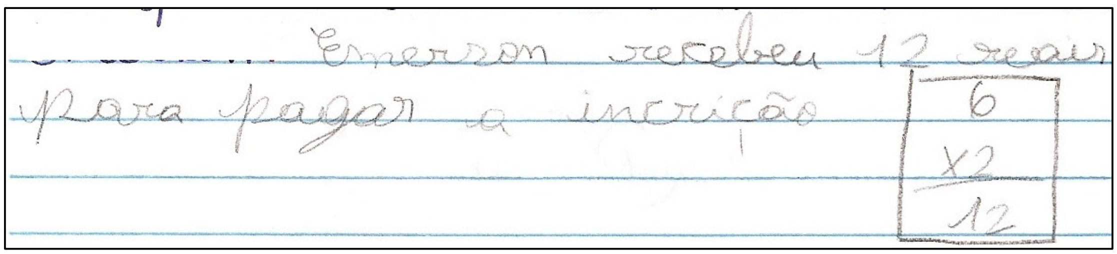


Figura 41 – Resposta da Mirela.

Três alunos não responderam a questão 3 e os outros três alunos do grupo utilizaram os números citados no problema com alguma operação aritmética. Podemos ver na Figura 42 que Jonathan encontrou dez reais como resposta.

Figura 42 – Resposta do Jonathan.

Essa resposta me levou a questionar a maneira como ele havia interpretado a questão, porque se considerarmos Emerson como parte da equipe, compondo os seis integrantes, ele receberá dois reais apenas de cinco pessoas, ou seja, dez reais. Portanto sua resposta não está errada, pode apenas representar a sua forma de interpretar a situação.

A aluna Kelen fez uma operação de subtração entre os números citados, como podemos ver na Figura 43, mostrando que não entendeu a situação, e para dar a resposta que o professor esperava, manipulou os números seis e dois, citados no enunciado, somando-os, tratando a palavra “recebeu” como um indício de soma.

Figura 43 – Resposta da Kelen.

A aluna Carolina também não informou a resposta esperada por mim, porém se analisarmos a sua resposta, na Figura 44, veremos que ela interpretou o time como sendo o Emerson mais os seis jogadores, e com isso, somando o dinheiro desses sete meninos, teremos quatorze reais, como ela informou.

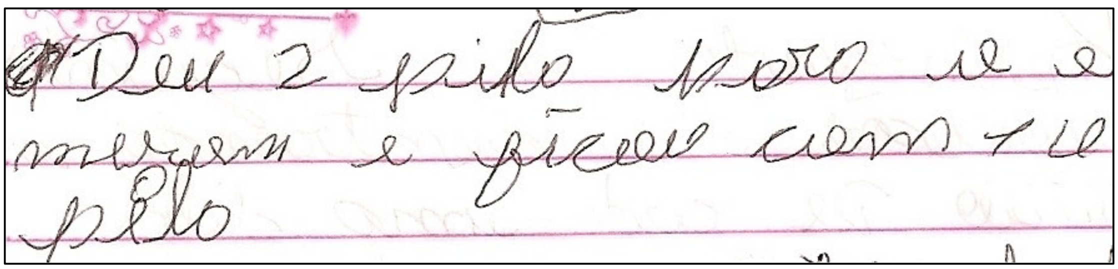


Figura 44 – Resposta da Carolina.

A questão 4 – “Sabrina tem 25 figurinhas e vai distribuí-las entre ela e a sua amiga Camila. Quantas figurinhas cada uma receberá?” não tratava de uma divisão exata e, justamente por isso, eu estava com uma curiosidade de verificar o que os alunos responderiam diante dessa situação. Dos nove alunos, cinco não responderam ou não entenderam a questão, deixando-a em branco.

Entre os alunos que responderam, o Jonathan informou uma resposta sem indicar a forma que utilizou para encontrá-la, como podemos ver na Figura 45.

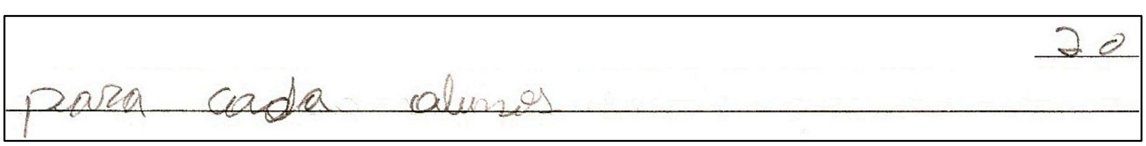


Figura 45 – Resposta do Jonathan.

Entre as três alunas que acertaram, obtivemos resoluções distintas. Podemos ver no canto direito da Figura 46 que Carolina se apoiou nas representações pictóricas para encontrar e justificar a resposta. Ela representou através de traços a quantidade doze inicialmente e, após, desenhou mais doze traços. Ela não deixa indicado o vigésimo quinto traço. Porém, diante da sua resposta, é possível crer que ela percebeu que esse traço unitário, representando a figurinha, não poderia ser distribuído, pois estava dividindo em partes iguais.

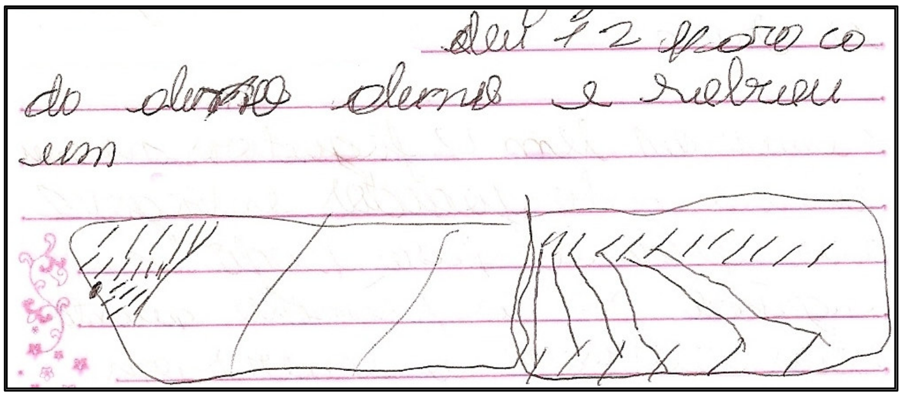


Figura 46 – Resposta da Carolina.

A aluna Mirela também utilizou uma representação pictórica para responder a questão, como podemos ver na Figura 47. Diferente da aluna anterior, ela deixa bem explícito na sua representação que se trata de uma divisão não exata.

Se observarmos com atenção veremos no canto direito da Figura 47 que a aluna iniciou uma tentativa de resolver pelo algoritmo da divisão. Ela me perguntou em aula: “Prô, vai sobrar. É vinte e cinco dividido por dois!”, fazendo uma referência à divisão não exata. Respondi a ela: “Qual é o problema de sobrar uma figurinha? Não tem problema nenhum.”.

Diante da minha resposta, vemos que ela procurou outra maneira de expressar a divisão, sem utilizar o algoritmo, talvez por entender que, ao usar o algoritmo, o resto da divisão deveria ser sempre zero.

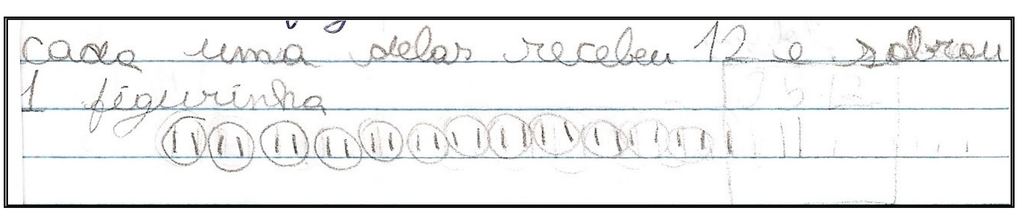


Figura 47 – Resposta da Mirela.

Através da resposta da aluna Diovana, percebemos essa compreensão equivocada que as crianças tinham com relação ao algoritmo da divisão, de que o resto deve ser sempre igual a zero. Podemos ver, na Figura 48, que a Diovana respondeu corretamente através da frase, que talvez tenha sido formulada a partir da adição de doze e doze, que são vinte e quatro. Como a menina do problema tinha vinte e cinco, sobrara então uma figurinha.

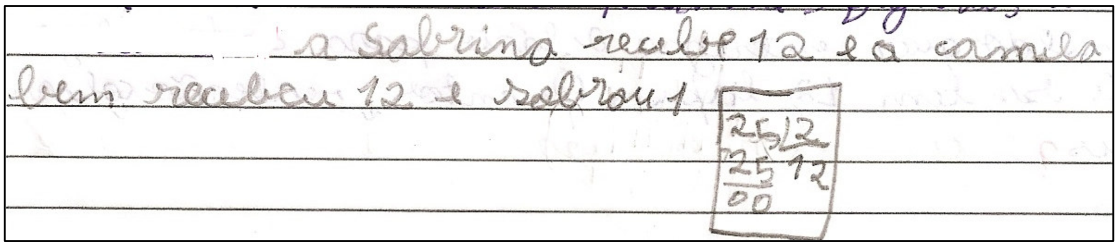


Figura 48 – Resposta da Diovana.

A questão 5 perguntava "Luiz tem 16 folhas para entregar aos seus colegas. Cada colega irá receber 3 folhas. Quantos colegas receberão folhas do Luiz?". Ela foi respondida por cinco alunos entre os nove; dentre esses cinco, apenas duas alunas conseguiram informar a resposta, e somente uma delas mostrou claramente como conseguiu encontrar a solução.

Podemos ver na Figura 49 que William informou uma resposta, mas não mostrou em suas anotações como chegou à conclusão de que sobrara uma folha, e também não informa quantos colegas receberam, cada um, as três folhas.

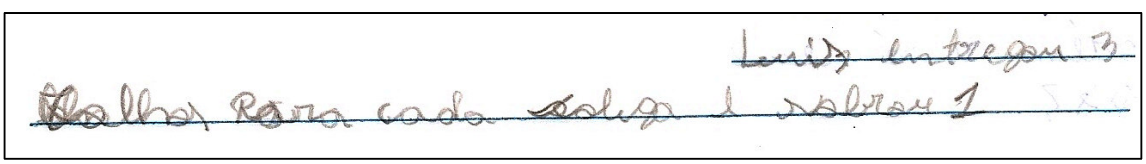


Figura 49 – Resposta do William.

Podemos entender que William se refere à sobra de uma folha, levando em consideração que o menino do problema entregou folhas a cinco meninos, ou seja, quinze folhas foram distribuídas, portanto sobrou uma folha das dezesseis que havia. No entanto, esse raciocínio está implícito na sua resolução, da mesma forma que na resposta da Diovana, que podemos ver na Figura 50.

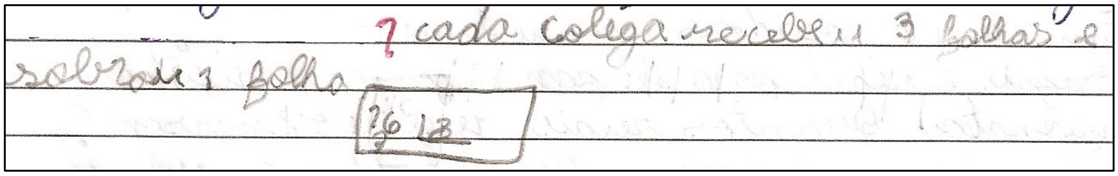


Figura 50 – Resposta da Diovana.

O aluno Jonathan realizou uma subtração entre um dos números do problema e o número dois, que não é citado na situação. Podemos ver sua resposta na Figura 51.

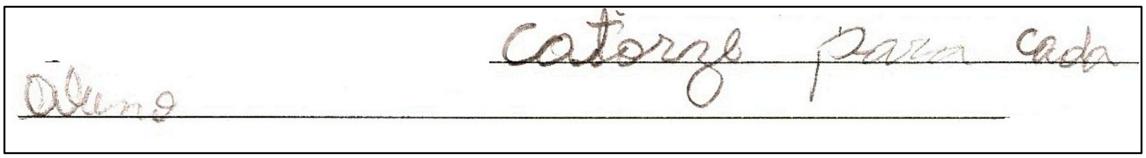


Figura 51 – Resposta do Jonathan.

Uma hipótese é a de que o Jonathan faz uma subtração para chegar ao número quatorze, ou seja, dezesseis menos dois. Na Figura 52 é possível ver a resposta dada pela Carolina.

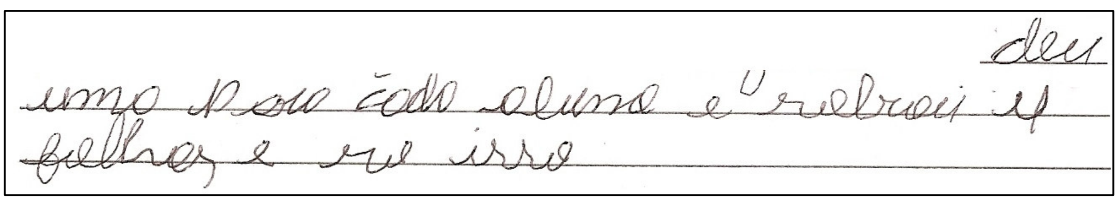


Figura 52 – Resposta da Carolina.

Podemos ver que Carolina informou que foi dada uma folha para cada aluno e ainda sobraram quatro folhas. Resposta um tanto estranha para aqueles que não acompanharam a trajetória das atividades. Entendo aqui que esse problema foi confundido com a situação proposta na primeira atividade, em que eu trouxe aos alunos folhas pautadas, que seriam distribuídas entre os doze alunos que estavam em aula.

Se a aluna utilizou essa hipótese, então ela considerou que o menino do problema entregou uma folha para cada um dos doze alunos da turma, sobrando assim quatro folhas. Percebemos um equívoco na interpretação do problema, que trazia outro divisor.

A aluna Mirela apresentou uma resposta semelhante aos dos colegas William e Diovana, porém deixou explícito como chegou à essa conclusão, como podemos ver na Figura 53.

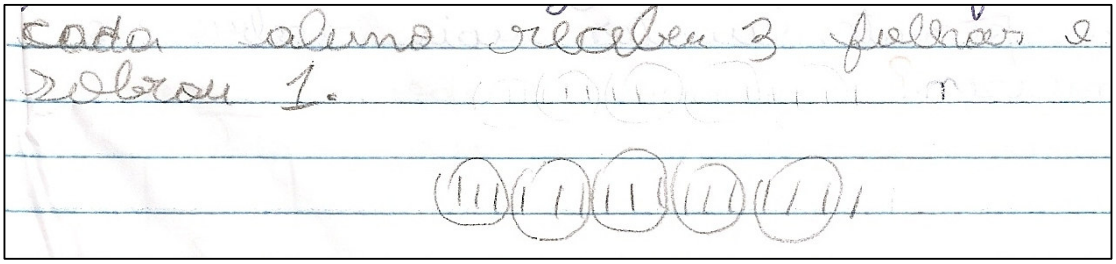


Figura 53 – Resposta da Mirela.

Analisando essa atividade, que ocorreu uma aula após o término da atividade de divisão por três, pude perceber que as crianças dessa turma, que estavam presentes nesse dia, apresentavam dificuldades com a leitura e interpretação de texto. Essa atividade nos dá indicativos de que é necessário um trabalho intenso com esses alunos, buscando resgatar o entendimento da leitura.

É possível perceber a importância da leitura para as atividades de Matemática, pois verifiquei nessa atividade que algumas crianças, ao serem confrontadas com um cálculo em que precisariam efetuar a divisão de doze por dois, o resolveram sem maiores problemas, enquanto ao lidarem com essas mesmas quantidades incluídas em um problema, uma história, não obtiveram o mesmo sucesso.

Outro ponto importante que essa atividade nos apresentou foi o das verdades internalizadas pelas crianças, com relação ao algoritmo da divisão. Percebemos que algumas crianças entendem que, ao utilizar o algoritmo da divisão, o resto dessa divisão será zero, mesmo que eles verifiquem por outro meio que haverá resto diferente de zero. Entendi que essa questão deveria ser vista nas próximas atividades, buscando maneiras de propiciar a reconstrução desse conhecimento.

Outro ponto interessante foi perceber que a interpretação de um problema é algo singular, ou seja, cada um pode interpretar conforme as vivências anteriores em situações semelhantes. Percebemos que alguns alunos, ao não entenderem ou interpretarem o problema, buscaram dar uma resposta através de um número, que foi obtido com a utilização de uma das operações aritméticas, conhecidas e dominadas por eles.

Também percebemos que a multiplicação ainda não era uma operação que esses alunos se sentiam seguros ao utilizar, enquanto é possível perceber que eles apresentavam maior desenvoltura com a adição e a subtração.

Foi observado que algumas crianças da turma apresentaram dificuldades com os problemas de divisão medida por quotas, ao contrário dos problemas partitivos. Verificamos que muitas crianças não identificavam os problemas de divisão por quotas como problemas de divisão.

Quando as crianças se deparam com uma situação de divisão, para elas é natural efetuar uma distribuição, pois elas vão de unidade em unidade, ou de dois em dois, ou de três em três, etc.

Por isso os problemas de divisão partitivos são encarados pelas crianças com mais destreza, pois as informações para a distribuição são dadas desde o início.

Nos problemas de divisão medida por quotas, a pergunta a ser respondida é quantas vezes a quota "cabe" na quantidade total citada. É nesse momento que pode ocorrer um embaraço por parte das crianças com relação a esse tipo de problema, porque a divisão se apresenta com um significado diferente daquele com o qual ela está habituada.

Se ela interpreta a divisão como uma distribuição, então no problema por quota, a informação dada é o que ela considera como resposta e ela precisa descobrir o divisor que a levará a essa resposta conhecida.

Além da natureza da divisão envolvida, os dois problemas diferem quanto à linguagem utilizada no enunciado. No primeiro, como nas situações anteriores, a expressão "dividir" está explícita, enquanto no segundo enunciado a ideia da divisão está implícita.

4.5 ATIVIDADE 5 – INTERPRETANDO AS SITUAÇÕES-PROBLEMA

Após o trabalho inicial com leitura e interpretação de situações-problema, propostas na atividade anterior, percebi que era necessário continuar com esse trabalho, pois os alunos da turma, na sua maioria, demonstraram dificuldades com a leitura e a interpretação do que estava sendo tratado na situação em questão.

Por esse motivo, elaborei para essa atividade uma folha com onze situações-problema, que podem ser vistos no Quadro 2 abaixo, com personagens executando algum tipo de ação envolvendo a operação de dividir. Disse aos alunos que nessa atividade eles não precisariam escrever muito, o que levou os alunos a gritarem "ehehehehehehehe!", ao mesmo tempo em que batiam palmas.

Quadro 2 – Situações para interpretar.

VAMOS AJUDAR A PROFESSORA? ELA ESTÁ COM MUITOS "PROBLEMAS" E PRECISA RESOLVÊ-LOS.

1) A mãe de Deivid Gabriel comprou 2 sacos de salgadinho hoje, pois ele leva de merenda para o treino de futebol um pacote de salgadinho. Se em cada saco de salgadinho vêm 3 pacotes de salgadinho, então ele terá merenda para o treino por quantos dias?

2) Jackson têm 24 bolas de gude para dar de presente aos seus amigos. Cada amigo vai ganhar 3 bolinhas. Quantos amigos de João ganharão bolinhas de gude?

3) A professora tem 18 pirulitos para distribuir igualmente com seus 6 alunos. Quantos pirulitos cada aluno vai ganhar?

4) Roger Uálter adora estudar. Ele descobriu que a biblioteca da escola possui 48 livros de histórias de aventuras. Se ele conseguir ler 4 livros por mês, ele terminará de ler os livros em quantos meses?

5) Gilda comprou copos descartáveis de 200 mililitros, para servir refrigerantes, em sua festa de aniversário. Se 1 litro é equivalente a 1000 mililitros, então quantos copos ela encherá com 1 litro de refrigerante?

6) O professor Agildo tem que formar times de futebol de salão, onde cada time terá 5 jogadores. Se ele tem 32 meninos na sua escolinha, então quantos times ele consegue formar?

7) Um carro percorre 192 quilômetros em 3 horas. Em uma hora o carro percorre quantos quilômetros?

8) Ismael tem 30 figurinhas e após jogar bafo, ele quer dividir igualmente com seus 6 amigos. Quantas figurinhas cada um dos seus amigos vai receber?

9) Em uma caixa de chicletes vêm 2 unidades. Felipe precisa de 18 chicletes. Quantas caixas de chicletes ele vai ter que comprar?

10) No bazar as figurinhas são vendidas em pacotinhos, que possuem 3 figurinhas cada. A professora precisa de 27 figurinhas para presentear todos os alunos com uma figurinha. Quantos pacotinhos ela precisa comprar?

11) Uma merendeira preparou 558 pães que foram distribuídos igualmente em 18 cestas. Quantos pães foram colocados em cada cesta?

Expliquei às crianças como se desenvolveria a aula e o que eles deveriam fazer para conseguir ajudar a professora, já que o título da folha entregue a eles era “Vamos ajudar a professora?”.

Disse aos alunos: “O primeiro passo para a resolução é ler. Vocês terão que ler o problema. Depois vocês iram interpretar o problema.”. A Belissa pergunta: “O que é isso?”, e remeti a pergunta para a turma: “O que é interpretar?”. Como ninguém respondeu, a Bruna disse “Vê no dicionário!”. Busquei o mesmo no armário da sala, e li aos alunos o significado da palavra interpretar: “Explicar ou declarar o sentido do texto. Pessoa que interpreta é a pessoa que lê o que está escrito e explica com as suas palavras o que está escrito.”.

A última etapa era resolver cada problema da folha. Disse aos alunos: “Depois que vocês entenderam o que está acontecendo, precisam arrumar uma forma de resolver o problema. Cada aluno tem uma maneira de resolver. A aluna Mirela gosta de resolver por continhas, o Luan gosta de fazer ...” quando o Luan me interrompe dizendo “Por desenho!”.

Terminei minha explicação dizendo às crianças que elas precisavam pensar em cada situação, colocando-se no lugar de cada personagem. A Maria disse “Eu não consigo.”, enquanto o Luan gritava “Já sei a primeira! Posso responder?”. A Bruna disse “Não entendi a primeira!”.

A Diovana comentou: “Interpretar é ler o problema? Ah!”, demonstrando que havia entendido o que era para fazer. Um silêncio mesclado com murmúrios e vozes em um tom baixo tomaram conta da sala. Nesse momento circulo pela sala, atendendo dúvidas pontuais de cada aluno que me chama. Percebi que alguns ficaram ansiosos com a atividade, pois necessitavam de concentração, que era algo difícil para eles.

A Tamara veio conversar comigo e disse “É assim?” mostrando um cálculo de adição com os dois números da primeira questão. Pedi à ela que lesse para mim o problema. Ela leu; após, perguntei à ela: “Quantos sacos de salgadinho a mãe do menino comprou?” e ela disse “Dois.”. Disse que ela deve imaginar os dois sacos de salgadinhos na sua frente, e perguntei: “Quantos salgadinhos têm em cada saco?” e ela responde: “Três.”. Pergunto então qual é a quantidade total de salgadinhos e ela diz “Seis. Essa é a resposta! Tá.”.

A Kelen fala em voz alta novamente “Não entendi nenhuma! Não vou fazer.”, demonstrando querer chamar a atenção dos colegas e a minha, buscando que outras pessoas aderissem à sua queixa. Solicitei a ela que se concentrasse, lesse a questão, uma de cada vez, e se colocasse no lugar do personagem, imaginando o que precisava fazer.

Após quinze minutos de queixas intercaladas de alguns alunos, percebi que a maioria estava se concentrando e tentando fazer. Aos alunos que iam me mostrando, eu perguntava como haviam feito, como chegaram à solução escrita.

Entre as questões dadas, havia situações em que as crianças precisavam dividir por quatro, por cinco, por seis, três situações em que precisavam dividir por duzentos e outra por dezoito. Estava curiosa para ver como as crianças se sairiam com essas divisões, pois até agora tínhamos feito somente divisões por dois e por três.

O Quadro 3 apresenta a primeira questão da atividade.

Quadro 3 - Primeira questão da atividade

VAMOS AJUDAR A PROFESSORA? ELA ESTÁ COM MUITOS "PROBLEMAS" E PRECISA RESOLVÊ-LOS. 1) A mãe de Deivid Gabriel comprou 2 sacos de salgadinho hoje, pois ele leva de merenda para o treino de futebol um pacote de salgadinho. Se em cada saco de salgadinho vêm 3 pacotes de salgadinho, então ele terá merenda para o treino por quantos dias?

Essa questão não traz uma situação de divisão, poderia ser resolvida por adição ou multiplicação, cálculo mental ou escrito. Entre as respostas dadas, três maneiras de resolver apareceram: a representação através de desenhos das quantidades envolvidas, a operação de adição como recurso para resolver a questão, e a resposta do cálculo mental expressa através da escrita.

Podemos ver na Figura 54, logo abaixo, que Luan resolveu o problema utilizando representações de uma das variáveis envolvidas; ele fez o desenho dos dois sacos de salgadinhos, buscando assim representar a situação descrita, e indicou a resposta através de uma frase, informando os seis dias em que o aluno terá merenda. Esse resultado certamente ele deve ter calculado mentalmente. Outros alunos também apresentaram ideia semelhante para a resolução.

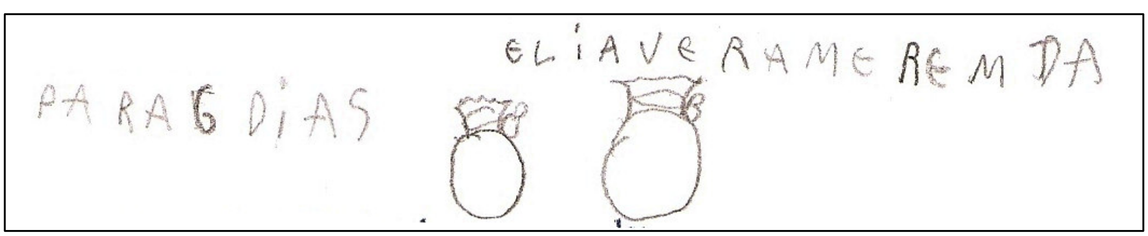


Figura 54 – Resposta do Luan.

Bruna também utilizou uma representação pictórica, como podemos ver na Figura 55. Porém, no desenho dela podemos ver também a representação, através de retângulos, dos salgadinhos que ficam dentro de cada saco.

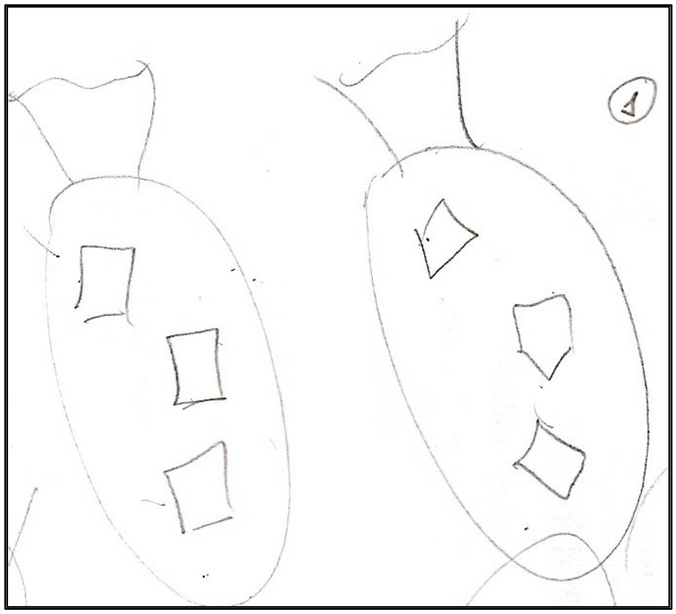
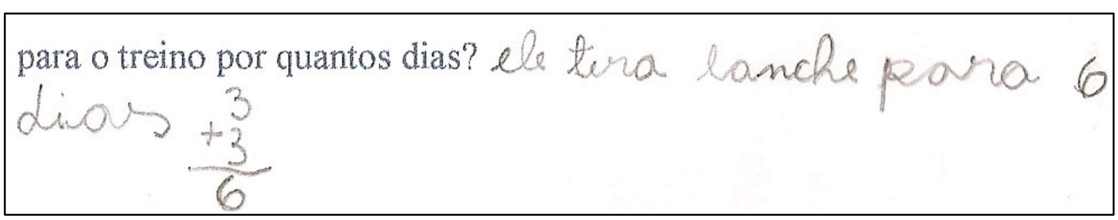


Figura 55 – Resposta da Bruna.

Diovana resolveu essa situação através de uma adição, como podemos ver na Figura 56, e também usou uma frase para informar a resposta do problema. Essa aluna mostra que fez um cálculo de adição, e mostra que sabe expressar isso através do algoritmo escolar.


para o treino por quantos dias? ele tera lanche para 6 dias

$$\begin{array}{r} 3 \\ +3 \\ \hline 6 \end{array}$$

Figura 56 – Resposta da Diovana.

Outros alunos apenas informaram a resposta do problema através de uma frase, não expressando a forma como chegaram à solução. Artur é um deles, e assim como os outros que tiveram ideia semelhante, informou sua resposta através da expressão escrita. Como podemos ver na Figura 57, Artur justifica afirmando que "leu e fez", chegando à resposta.

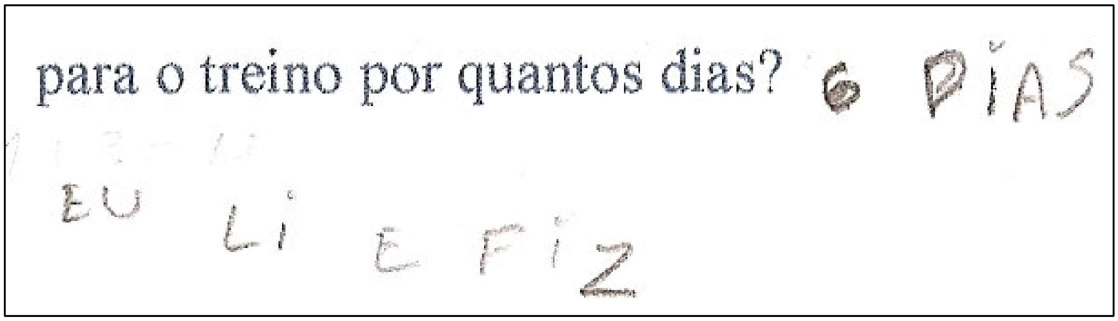


Figura 57 – Resposta do Artur.

Alguns alunos se negaram a fazer a atividade, deixando as questões totalmente ou parcialmente em branco. Entre aqueles que responderam poucas questões, temos o exemplo do Jonathan, que respondeu na primeira questão "Foi durar 2 dias". Ao ser questionado sobre essa resposta, para explicar como a encontrou, ele respondeu "Ah! Sei lá!".

Percebendo que era comum o hábito de copiar a resposta dos colegas, insisti que cada um deveria obter sua resposta, incentivando cada um a perceber que ele próprio era capaz de fazer sozinho, e se houvessem dúvidas, a professora iria ajudá-los. Dos quinze alunos, seis deixaram em branco a questão.

O Quadro 4 apresenta a segunda questão da atividade.

Quadro 4 – Segunda questão da atividade

2) Jackson têm 24 bolas de gude para dar de presente aos seus amigos. Cada amigo vai ganhar 3 bolinhas. Quantos amigos de João ganharão bolinhas de gude?

Essa questão foi mais familiar para os alunos, e esse fato pode ser observado pelo número de alunos que a responderam: treze alunos dos quinze. Isso certamente se deve às quantidades envolvidas no problema, pois era um problema de divisão por três, quantidade já trabalhada com essa turma.

Entre aqueles alunos que fizeram a questão, a maioria optou resolver o problema usando uma representação para as quantidades dadas, porém observamos formas de pensar diferentes.

Podemos ver na Figura 58 que a Diovana utilizou barrinhas para representar as vinte e quatro bolas de gude, e fez a divisão em grupos de três, indicando esses grupos por uma barra maior que separa as barrinhas menores de três em três. O detalhe interessante é que ela partiu da informação de que o número de bolinhas que cada grupo receberia era três, e já deixou uma distância entre cada dois grupos, ou seja, ela ao mesmo tempo em que estão desenhando os grupos, também contava mentalmente até chegar na quantidade total.

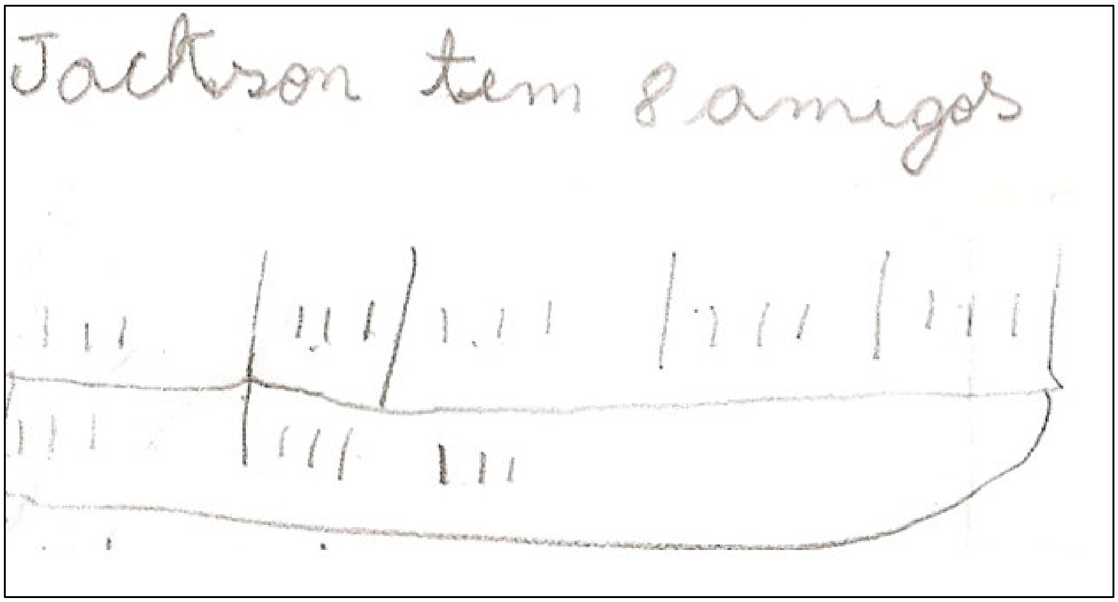


Figura 58 – Resposta da Diovana juntamente com seu rascunho.

Através dos rascunhos feitos por algumas crianças da turma, percebemos que o esquema de agrupamento, neste problema de divisão por quotas, foi bem construído por eles, pois demonstram que compreenderam que cada grupo deve ter a mesma quantidade de barrinhas, ou bolinhas, ou qualquer outra quantidade que está sendo dividida. Isso pode ser observado nos rascunhos da Bruna, na Figura 59.

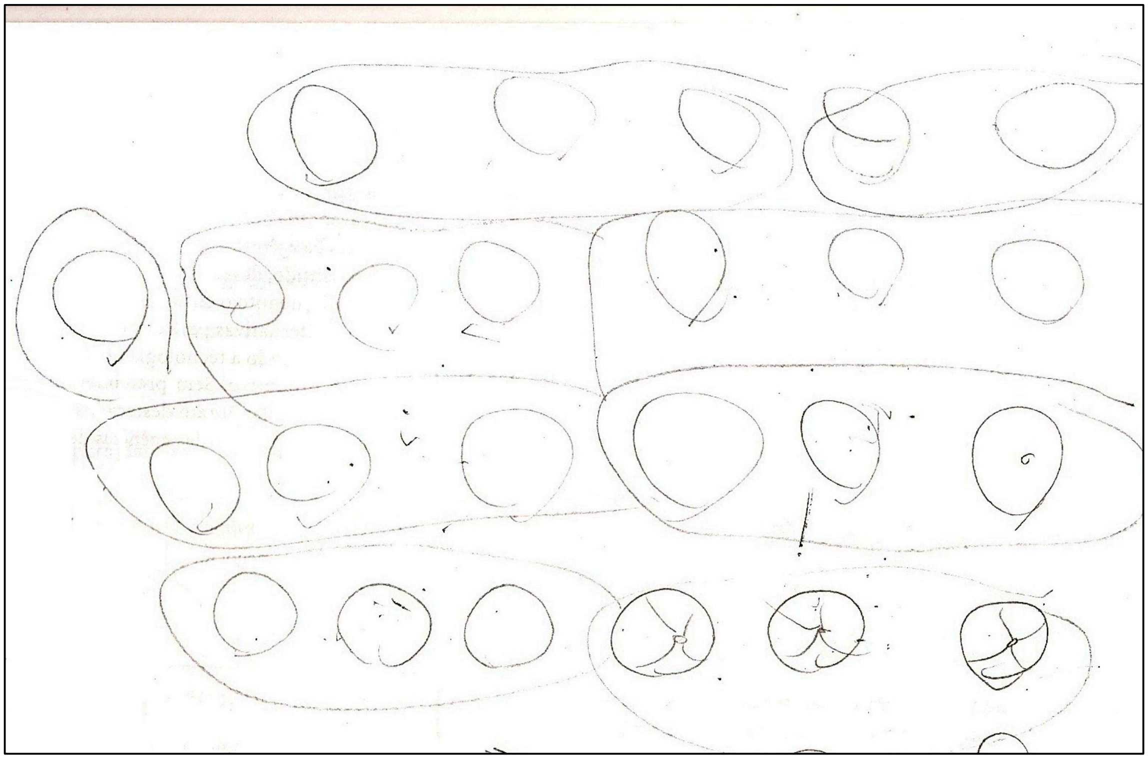


Figura 59 – Rascunho da Bruna.

Podemos observar que Bruna começou desenhando vinte e quatro bolinhas, sem preocupação com a ordem e a disposição delas na folha de rascunho. Após, começou a fazer os agrupamentos de três em três, delimitando cada grupo através de uma linha fechada. No segundo agrupamento (canto direito superior da figura acima), ela percebeu que havia duas bolinhas, porém o grupo deveria ter três. Ela fechou o grupo com três bolinhas e na linha debaixo fechou outro grupo com uma bolinha, indicando que esse era o complemento do outro grupo. No entanto, percebemos um equívoco, pois sua resposta, na folha (Figura 60) não condiz com o enunciado do problema, que pergunta quantos amigos de João ganharão bolinhas de gude.

Figura 60 – Resposta da Bruna.

Belissa utiliza uma representação semelhante, como podemos ver na Figura 61; porém, o modo de fazer é que varia, pois ela desenha barrinhas, representando a quantidade a ser distribuída, e a cada três barrinhas ela desenha uma linha fechada que contém essas três barrinhas. Após desenhar a quantidade total em forma de barrinhas, sua resposta (Figura 62) está na quantidade de grupos (delimitados pela linha fechada) que ela formou, como podemos ver na Figura 61.

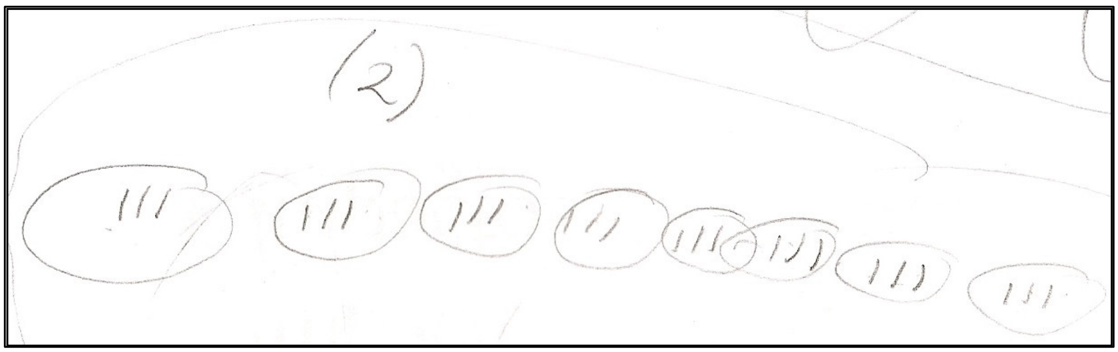


Figura 61 – Rascunho da Belissa.

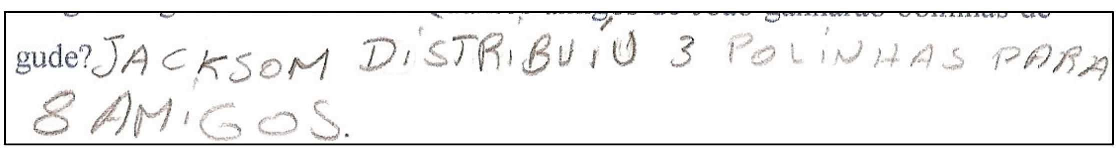


Figura 62 – Resposta da Belissa na folha.

Os alunos se diferenciam quanto à forma como eles dispõem a representação da divisão no rascunho, ou seja, a resposta para um estará na quantidade de linhas fechadas, enquanto para outro estará na quantidade de barrinhas contidas dentro de cada linha fechada.

Um exemplo disso pode ser visto na comparação das figuras abaixo, extraídas de William e Marcelo, respectivamente, Figuras 63 e 64.

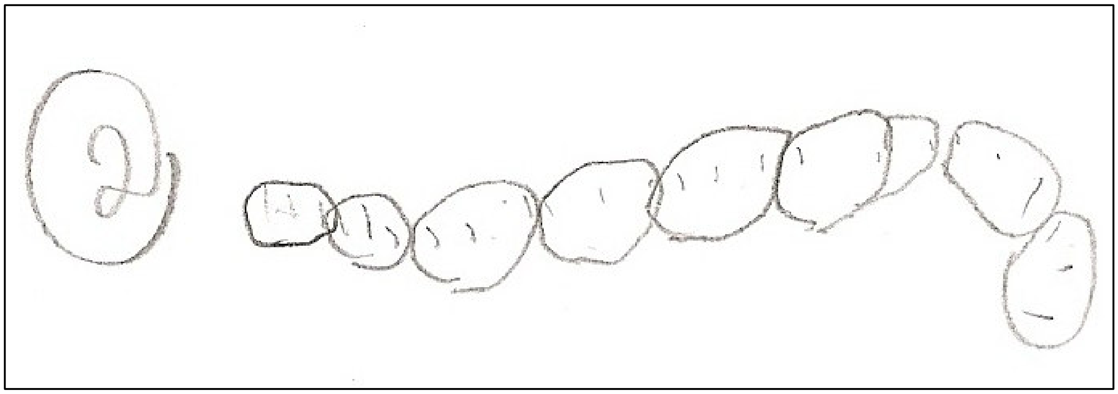


Figura 63 – Rascunho do William.

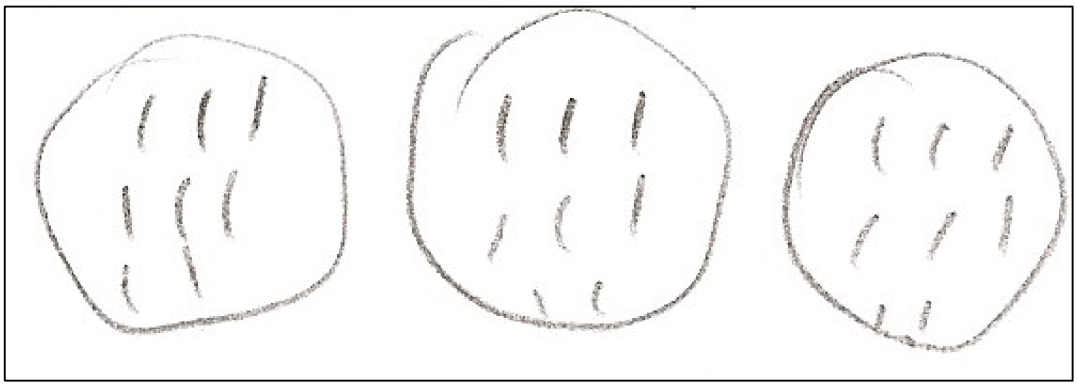


Figura 64 – Rascunho do Marcelo.

Nas resoluções deste problema de divisão por quota, foram encontrados os dois esquemas: de agrupamento e de distribuição. Os dois alunos utilizam uma representação para a quantidade total de bolas de gude, que são as barrinhas, porém as resoluções são distintas e expressam o modo de pensar de cada um. Enquanto William desenha todas as barrinhas de uma única vez e após faz agrupamentos, Marcelo desenha primeiro as três linhas fechadas que se assemelham a um círculo, e após distribui as vinte e quatro barrinhas no interior de cada círculo. A resposta do William está na quantidade de agrupamentos que ele fez, enquanto a resposta do Marcelo está na quantidade de barrinhas contidas em cada círculo. Em ambas as folhas, a resposta é indicada na folha apenas pelo algarismo 8. Também é curioso observar que, para William, os amigos correspondem às linhas fechadas, semelhantes ao círculo, enquanto para Marcelo, os amigos estavam representados pelas barrinhas, contidas dentro de cada círculo, correspondendo às bolas de gude. Essa diferença de pensamento fica explícita através dos desenhos das crianças, mostrando que na Figura 63 temos um esquema por agrupamento, enquanto na Figura 64 temos um esquema por distribuição; ambos esquemas "funcionam" para a mesma situação-problema.

Percebemos que alguns alunos conseguiram construir uma estratégia de resolução do problema através de representação pictórica ou cálculo. Porém, no momento de expressar a resposta por escrito, eles demonstraram uma certa indiferenciação entre o número e o tamanho dos agrupamentos, entre o quociente, que era o resultado que estavam procurando, e o divisor, que era um elemento do enunciado.

Como exemplo, podemos ver na Figura 65 a resposta dada pelo Luan, e comparar a frase com o desenho que ele usou para representar a situação.

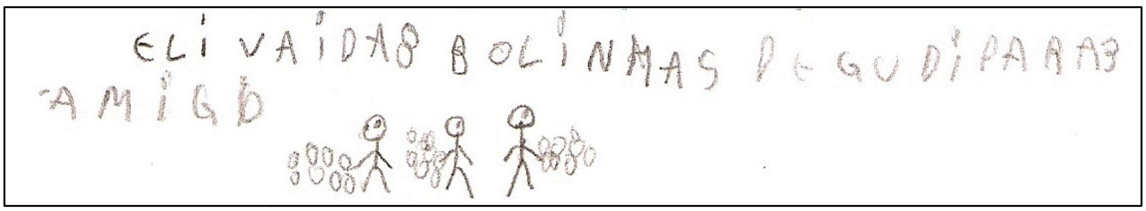


Figura 65 – Resposta do Luan.

Se Luan tivesse feito o desenho em outro lugar e tivesse respondido somente com o algarismo 8, assim como outros colegas fizeram, passaria despercebida a troca feita por ele, entre as variáveis da solução e do enunciado do problema, que pergunta quantos amigos de Jackson receberão três bolinhas de gude.

Essa troca foi verificada em outras crianças também, que até representaram corretamente os dados fornecidos pelo problema mas, no momento de informar a resposta através da escrita, acabaram cometendo erros.

O Quadro 5 apresenta a terceira questão da atividade.

Quadro 5 – Terceira questão da atividade:

3) A professora tem 18 pirulitos para distribuir igualmente com seus 6 alunos. Quantos pirulitos cada aluno vai ganhar?

Como na questão anterior, verificamos que as crianças identificaram esse problema como uma situação já trabalhada nas aulas anteriores, em que precisavam dividir a quantidade total por outra, porém a novidade dessa questão estava no divisor: o número seis.

Essa era a primeira questão em que uma quantidade seria dividida por um número maior que três. O propósito da situação era justamente verificar como as crianças iriam trabalhar com essas divisões.

Alguns alunos efetuaram um cálculo de multiplicação, como é o caso do Jonathan, que apenas colocou o número 48 como resposta, sem indicar na folha ou nos rascunhos como obteve esse resultado que está, por sua vez, errado. Percebemos através do resultado que ele multiplicou seis por oito.

Samara indicou sua resposta, que podemos ver na Figura 66, através de uma frase, porém a mesma não condiz com o seu rascunho, como podemos ver na Figura 67.

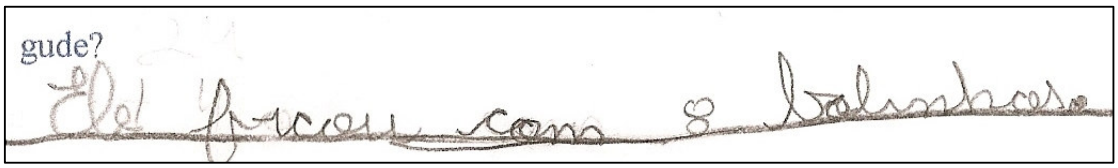


Figura 66 – Resposta da Samara.

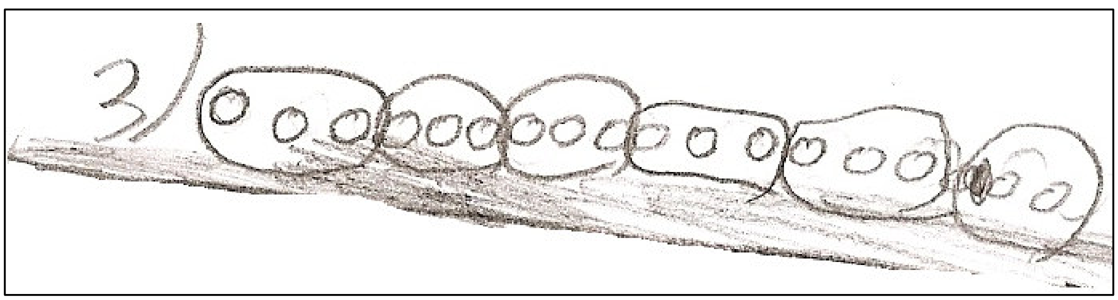


Figura 67 – Rascunho da Samara, referente à questão três.

Percebemos que a aluna fez corretamente a divisão de dezoito pirulitos representados pelas bolinhas, por ela, porém ao responder a questão, escreveu uma resposta errada. Já verificamos esse tipo de situação anteriormente.

Entre os alunos que não compreenderam a situação proposta na questão, encontramos um aluno que desenhou seis grupos com seis bonecos cada um, representando os alunos da professora, assim como houve um aluno que fez uma subtração do número dezoito pelo número cinco. Podemos ver ambos os casos através das Figuras 68 e 69.

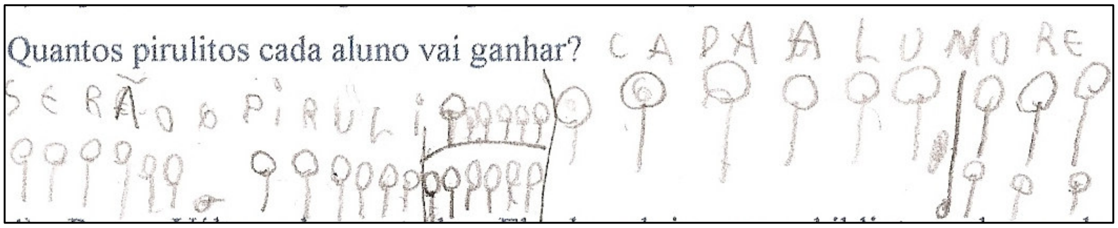

Quantos pirulitos cada aluno vai ganhar? CADA ALUNO RE SERÃO O PIRULI

Figura 68 – Resposta do Luan.

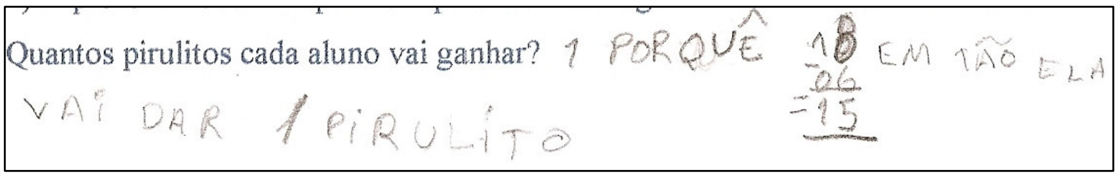

Quantos pirulitos cada aluno vai ganhar? 1 PORQUÊ 18 EM TÃO ELA VAI DAR 1 PIRULITO
-06
=15

Figura 69 – Resposta do Artur.

Nos dois casos citados, percebemos a incompreensão do problema. É possível que isso tenha ocorrido tanto por dificuldades com a leitura como por incompreensão dos problemas de divisão.

Dos quinze alunos, cinco alunos deixaram em branco a questão, e entre aqueles que a responderam, verificamos que as crianças continuaram utilizando as mesmas estratégias que vinham usando anteriormente, mesmo com a mudança do divisor.

Podemos ver através da Figura 70 que Bruna utilizou o esquema de agrupamento, porém se equivocou ao escrever a resposta, confundindo o número de agrupamentos com o seu tamanho, como vemos na Figura 71.

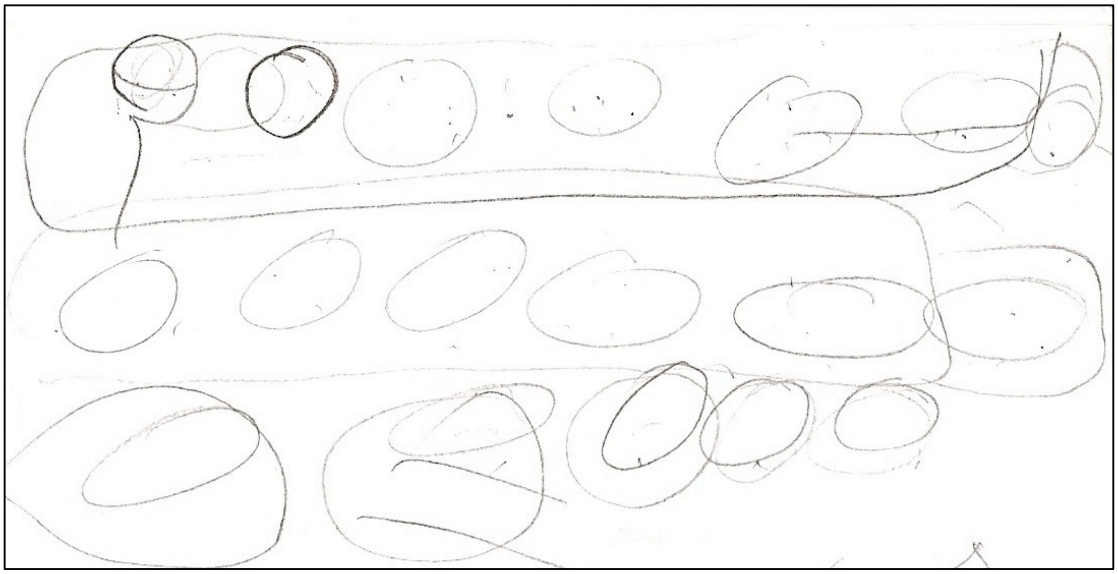


Figura 70 – Rascunho da Bruna.

Figura 71 – Resposta da Bruna na folha das questões.

Entre as respostas corretas temos a da Diovana, que utilizou a representação através de barrinhas, mas informou a resposta através de uma representação do algoritmo da divisão, como podemos ver na Figura 72.

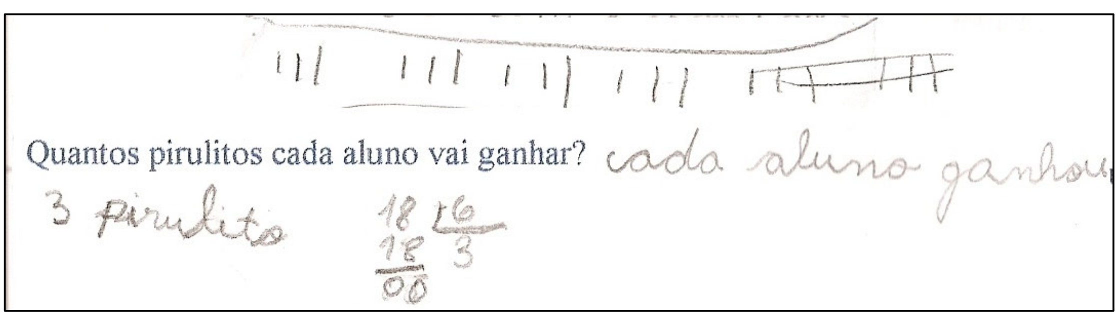


Figura 72 – Rascunho e resposta da Diovana.

Maria ilustrou a situação sugerida no problema desenhando os seis alunos e distribuiu os dezoito pirulitos, como vemos na Figura 73. Ela respondeu na folha “Dará 3 para cada aluno, ficara 6”, mostrando que compreendeu o que estava ocorrendo na situação.

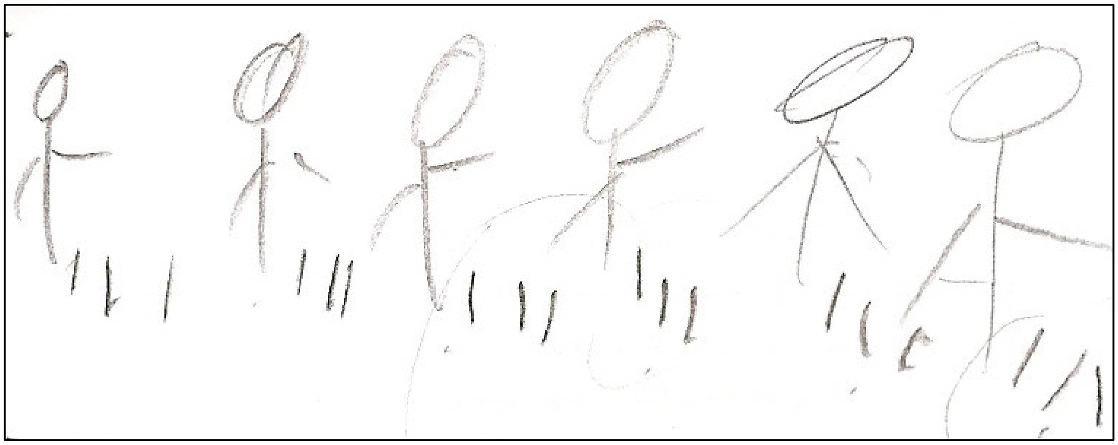


Figura 73 – Rascunho da Maria.

Já Benício, como podemos ver na Figura 74, representou inicialmente os seis alunos usando seis linhas fechadas, e distribuiu as dezoito barrinhas alocando-as no interior das linhas fechadas.

Figura 74 – Rascunho do Benício.

William, como podemos ver na Figura 75, seguiu a estratégia preferida dele que era representar inicialmente através de barrinhas os dezoito pirulitos, e depois contar de seis em seis, formando grupos que ele delimitou por uma linha fechada. Sua resposta na folha é curta e direta: 3.

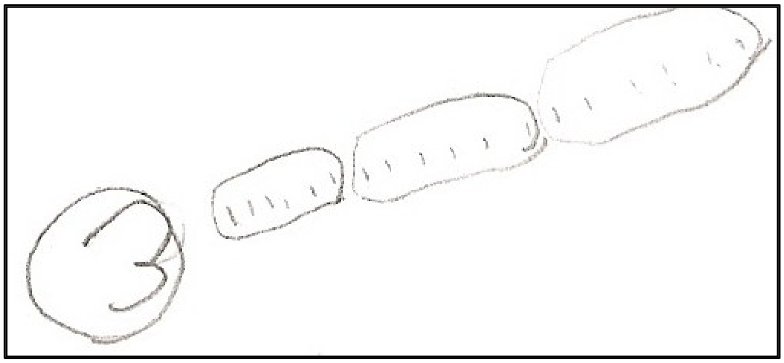


Figura 75 – Rascunho do William.

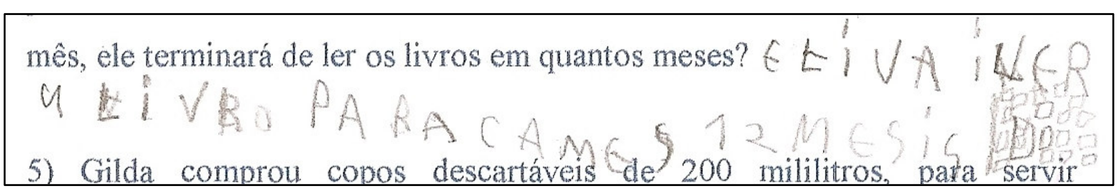
O Quadro 6 apresenta a quarta questão da atividade.

Quadro 6 – Quarta questão da atividade.

4) Roger Uálter adora estudar. Ele descobriu que a biblioteca da escola possui 48 livros de histórias de aventuras. Se ele conseguir ler 4 livros por mês, ele terminará de ler os livros em quantos meses?

Essa questão exigia que os alunos pensassem na situação e verificassem que poderiam utilizar a divisão para solucioná-la. Dos quinze alunos, somente oito responderam a questão e esses que tentaram obtiveram sucesso na resolução.

Através das respostas, podemos verificar que alguns alunos já percebiam que a estratégia da representação pictórica torna-se ineficaz em casos com quantidades maiores que quatro dezenas. Essa verificação da ineficácia do modo pictórico pode ser observada na tentativa de Luan de representar os quarenta e oito livros através de quadradinhos, que ele abandona, utilizando outra estratégia para chegar à solução, que não fica explícita na folha, como vemos na Figura 76.


mês, ele terminará de ler os livros em quantos meses?

5) Gilda comprou copos descartáveis de 200 mililitros, para servir

Figura 76 – Resposta do Luan.

Algumas crianças demonstraram pouca destreza em dividir quantidades que elas consideravam “grandes” em partes iguais. Isso é evidenciado pelos casos de alunos que reclamaram da quantidade de bolinhas ou barrinhas que precisavam desenhar, ao utilizarem esse meio para resolver o problema. Ao dividirem uma quantidade considerada por eles "grande", utilizando a representação por desenho, o elevado número de bolinhas ou barrinhas a serem desenhadas promovia uma confusão nas crianças, pois elas acabavam atrapalhando-se na contagem. Podemos observar isso nas Figuras 77, 78 e 79, respectivamente dos alunos Benício, William e Bruna.

Esses alunos continuaram utilizando a mesma estratégia anterior, mesmo reclamando por ser trabalhosa; eles demonstraram através dos registros que se sentiam seguros ao utilizarem o modo pictórico, pois tinham a certeza de que por esse caminho conseguiriam encontrar a resposta.

Verificamos, nas figuras a seguir, representações distintas, em que vemos: uma distribuição, na Figura 77, das barrinhas no interior das quatro linhas fechadas; na Figura 78, uma representação inicial dos quarenta e oito livros e, após, um agrupamento de quatro em quatro.

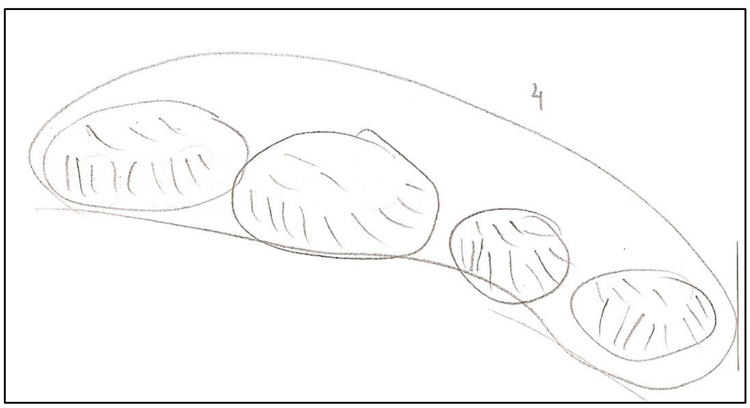


Figura 77 – Rascunho do Benício.

Benício formulou uma frase para responder a questão, após encontrar a solução através dos rascunhos. Ele escreveu na folha de respostas: "Ele terminará de ler os livros em 12 meses.", assim como outras crianças que também formaram frases semelhantes, enquanto o William limitou-se a indicar o número 12 ao lado da questão.

Figura 78 – Rascunho do William.

Na Figura 79 vemos uma representação semelhante à ocorrida na Figura 78, onde a aluna representou inicialmente a quantidade total através de bolinhas, dispostas aleatoriamente na folha de rascunho, e depois foi feito um agrupamento de quatro em quatro indicado por uma linha fechada que contém quatro bolinhas cada. O destaque fica por conta da indicação dos números 1, 2, 3, ..., 12 que ela colocou em cada agrupamento feito. Aparentemente, essa foi uma maneira que a menina encontrou para contar os agrupamentos.

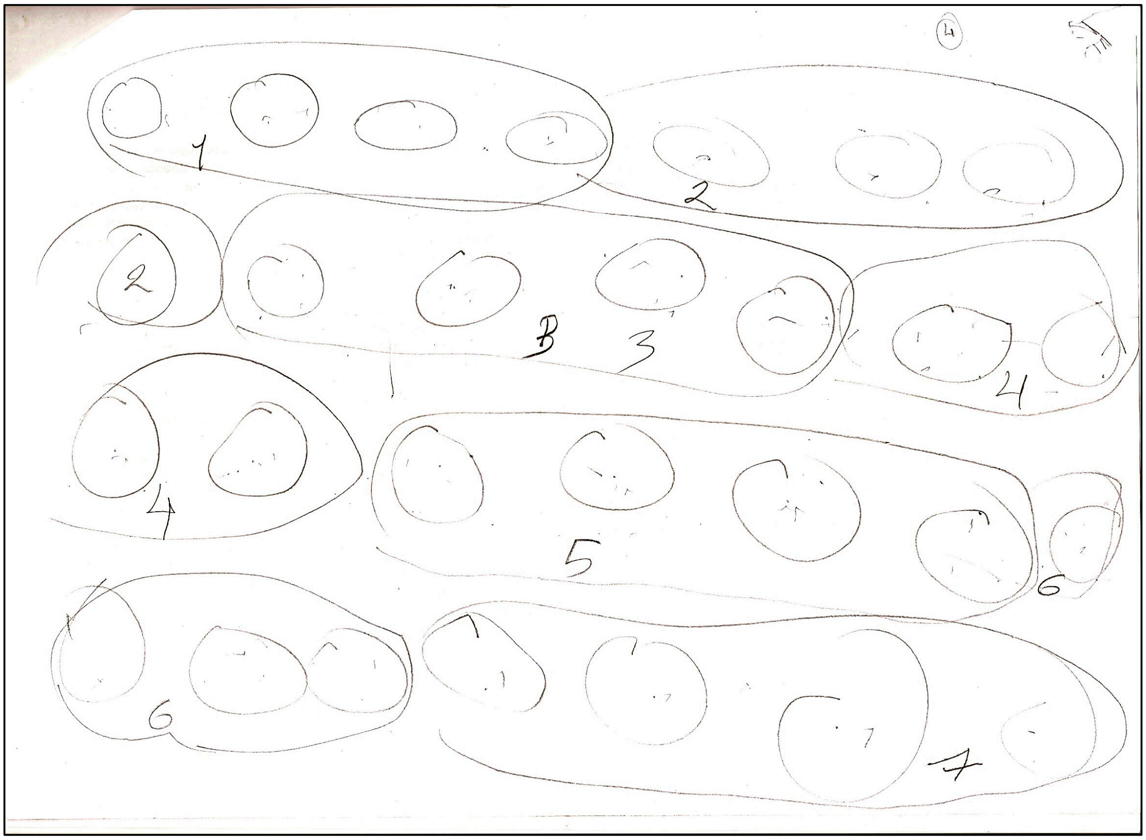


Figura 79 – Rascunho da Bruna[6].

O Quadro 7 apresenta a quinta questão da atividade.

Quadro 7 – Quinta questão da atividade.

> 5) Gilda comprou copos descartáveis de 200 mililitros, para servir refrigerantes, em sua festa de aniversário. Se 1 litro é equivalente a 1000 mililitros, então quantos copos ela encherá com 1 litro de refrigerante?

Dos quinze alunos, somente uma aluna tentou resolver a questão, não obtendo o resultado esperado. Os outros alunos reclamaram muito do tamanho dos números.

Por não conseguirem compreender a questão, alguns alunos começaram a escrever qualquer valor como resposta, no intuito de que pudesse ser a resposta correta, como por exemplo o Jonathan que escreveu “Dez.”, a Bruna escreveu “4 litros.”, a Carolina escreveu

[6] A aluna fez o restante do rascunho, na borda de outra folha, e estava ilegível.

“Oito copos dará para servir.” e o Artur escreveu “10 copos.”, porém nenhum deles indicou na folha ou nos rascunhos como chegou ao valor escrito.

A Diovana me chamou para perguntar sobre a questão, dizendo que não a havia entendido. Expliquei a ela em voz alta, de forma que outros alunos também pudessem acompanhar. Chamei a atenção da turma para prestarem atenção e assim tentarem resolver a questão, já que estavam achando muito difícil.

Disse aos alunos: “Um litro equivale, é a mesma quantidade que 1000 mililitros, são duas unidades de capacidade, assim como tem os centímetros, os metros e quilômetros. Se no copo cabem 200 mililitros, então com 1000 mililitros eu consigo encher quantos copos?”, direcionando a pergunta à turma.

Um silêncio se fez por segundos até começarem os “chutes” para a resposta. Disse para eles: “Pensem! Vamos imaginar os copos na nossa frente.”, e em seguida falo: “Um copo tem 200 mililitros, dois copos terão quantos mililitros?” e a Diovana responde “Duzentos, trezentos, quatrocentos. Quatrocentos!”, fazendo movimentos com a cabeça e com as mãos, demonstrando que estava calculando mentalmente.

Disse à Diovana e aos outros alunos que sentavam perto dela, e estavam prestando a atenção em mim: “Isso! Dois copos dão quatrocentos mililitros. E se eu encher mais um copo? E depois mais um? E seguir assim até terminar com o refrigerante, quantos copos vou conseguir encher?”, e a Diovana nesse momento escreve na sua folha e vem me mostrar, dizendo “Duzentos mais duzentos mais duzentos mais duzentos.”. Podemos ver na Figura 80 o rascunho dela.

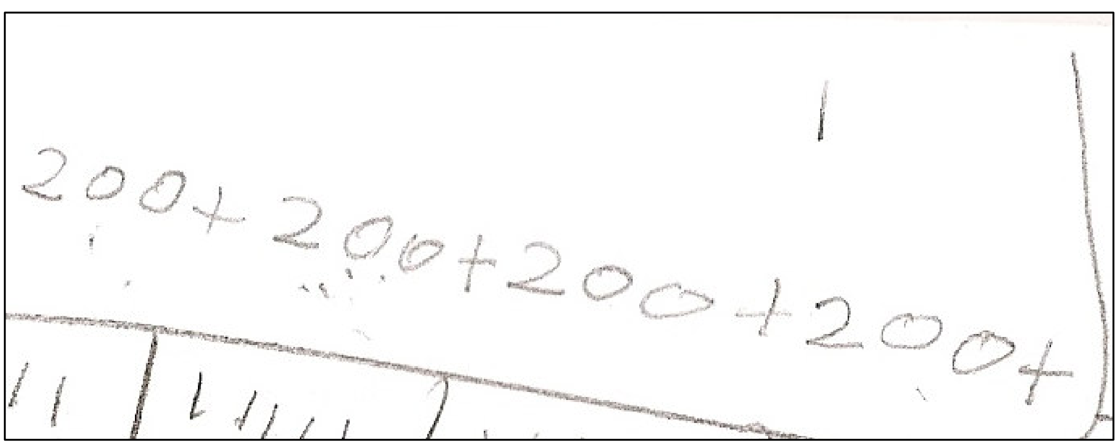


Figura 80 – Rascunho de Diovana.

Em uma parte da folha de respostas ela armou um cálculo de adição, dispondo quatro números 200 na vertical, um embaixo do outro, e obteve o resultado igual a 800, porém como vimos na Figura 80, ela escreveu após o último número duzentos um sinal de mais, como se fosse somar mais uma parcela de duzentos.

Percebemos pela Figura 81, logo abaixo, que ela indicou como resposta quatro copos, ou seja, cada número duzentos representava para ela um copo. Talvez ela tenha contado os oitocentos mililitros a partir de duzentos mililitros.

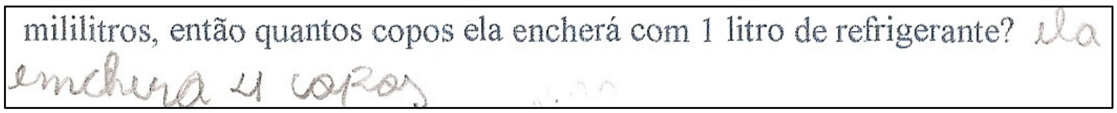

mililitros, então quantos copos ela encherá com 1 litro de refrigerante? ela enchera 4 copos

Figura 81 – Resposta da Diovana.

O Quadro 8 apresenta a sexta questão da atividade.

Quadro 8 – Sexta questão da atividade.

6) O professor Agildo tem que formar times de futebol de salão, onde cada time terá 5 jogadores. Se ele tem 32 meninos na sua escolinha, então quantos times ele consegue formar?

A sexta questão traz uma divisão por cota, ou seja, é determinada a cota que cada grupo, que nesse caso é o time formado, deverá ter. Outro dado informado é o número total de alunos da escolinha de futebol, que por sua vez é uma quantidade cuja divisão por cinco não dará exata. Isso intrigou os alunos, pois aqueles que tentaram resolver a questão – somente três alunos dos quinze – tentaram justificar que não se podia dividir trinta e dois por cinco. Um exemplo é a fala da Diovana que diz "Vai sobrar Sora! Não dá pra dividir.".

Respondi a ela que não havia problemas em sobrarem alunos na divisão; através da Figura 82 podemos ver que ela ignorou, na resposta final, os dois alunos que sobraram, representados no rascunho (Figura 83) pelas barrinhas que foram desenhadas de seis em seis, indicando os grupos que representam o time de futebol. A resposta dada pela aluna está correta se analisarmos a pergunta da questão, que era o número de times possível de se formar.

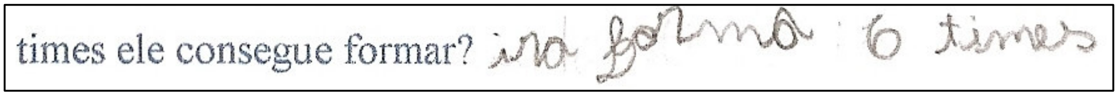


Figura 82 – Resposta da Diovana.

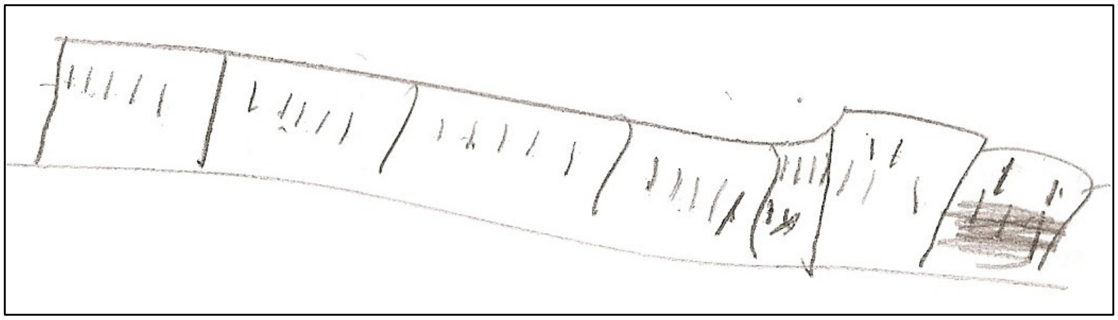


Figura 83 – Rascunho da Diovana.

Na Figura 84 vemos que William utilizou o modo pictórico assim como Diovana, porém em sua resposta, que está na Figura 85, ele indicou que serão formados seis times, mas sobrarão dois jogadores.

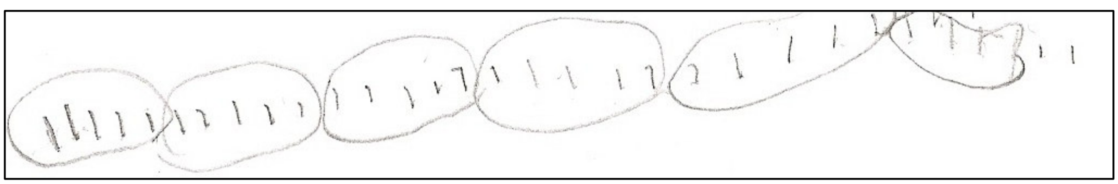


Figura 84 – Rascunho do William.

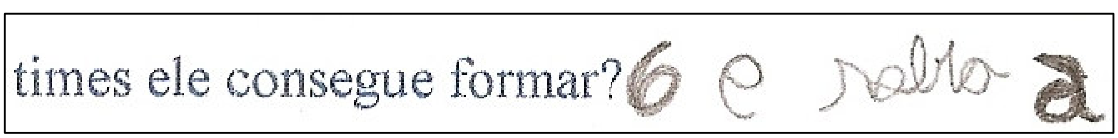


Figura 85 – Resposta do William.

Belissa reclamou durante a resolução da questão, pois devido ao número grande de barrinhas utilizadas por ela para representar a quantidade total, ela acabava esquecendo de contar alguma ou contava uma barrinha duas vezes, cometendo assim erros (Figura 86). Ela compreendeu que o professor deveria formar trinta e dois times com cinco jogadores cada, como podemos ver na Figura 87, mostrando que não interpretou corretamente o problema.

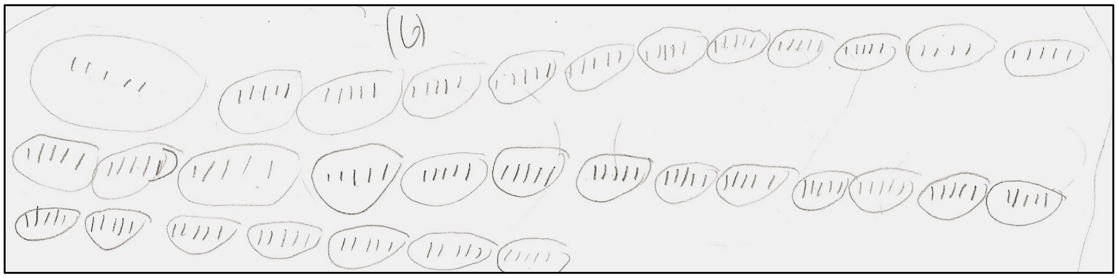
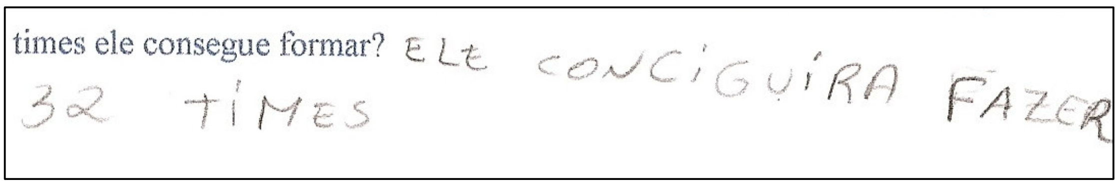


Figura 86 – Rascunho da Belissa.



times ele consegue formar? ELE CONCIGUÍRA FAZER 32 TÍMES

Figura 87 – Resposta da Belissa.

O Quadro 9 apresenta a sétima questão da atividade.

Quadro 9 – Sétima questão da atividade.

7) Um carro percorre 192 quilômetros em 3 horas. Em uma hora o carro percorre quantos quilômetros?

Para os alunos a sétima questão foi uma das questões mais difíceis, e somente uma aluna indicou a resposta. A Diovana escreveu “O carro percorre 92 quilômetros.” mas não justificou ou mostrou como chegou ao resultado.

Belissa demonstra sua incompreensão através de uma frase sincera, que reflete a posição de outros alunos em relação a essa questão, como vemos na Figura 88.

percorre quantos quilômetros? NÃO SEI

Figura 88 – Resposta da Belissa.

O quadro 10 apresenta a oitava questão da atividade.

Quadro 10 – Oitava questão da atividade.

> 8) Ismael tem 30 figurinhas e após jogar bafo, ele quer dividir igualmente com seus 6 amigos. Quantas figurinhas cada um dos seus amigos vai receber?

A oitava questão não tratava de nenhuma quantidade grande, segundo a ótica das crianças que se assustam com quantidades maiores do que quarenta, e trazia uma divisão exata por seis. Mesmo assim, poucos alunos conseguiram ou tentaram resolver a questão.

Três alunos responderam essa questão, porém somente dois alunos apresentaram o caminho através do qual encontraram a solução, como podemos ver nas Figuras 89 e 90, respectivamente do William, que representa as trinta figurinhas através da barrinhas e faz um agrupamento de seis em seis, e da aluna Belissa que representa inicialmente os seis amigos através de círculos e distribui igualmente as barrinhas, que representam as figurinhas, dentro desses círculos.

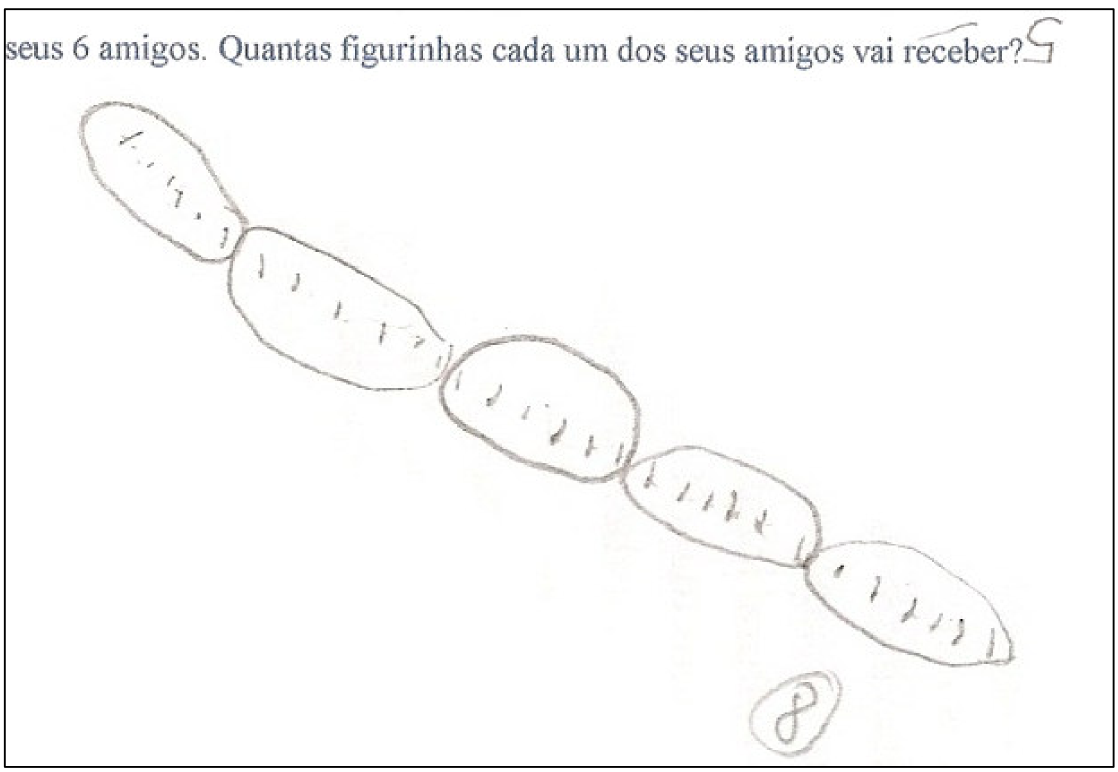


Figura 89 – Resposta e rascunho do William.

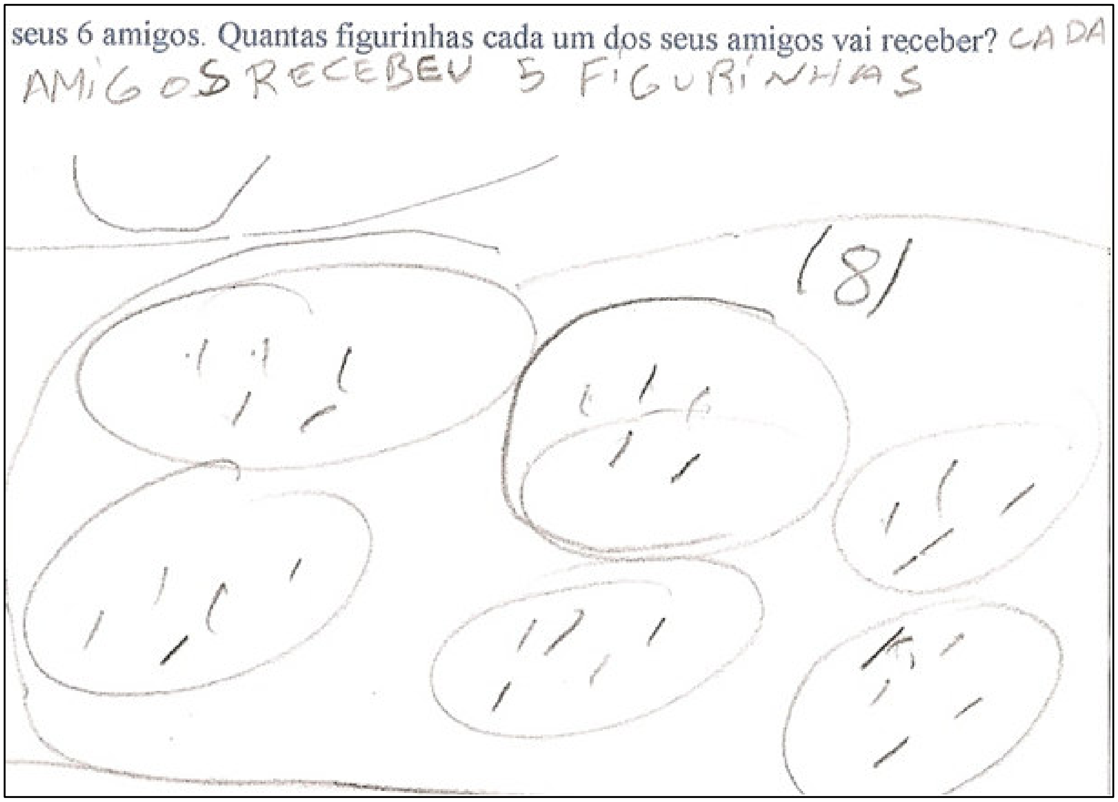


Figura 90 – Resposta e rascunho da Belissa.

O Quadro 11 apresenta as questões 9, 10 e 11 da atividade.

Quadro 11 - Três últimas questões da atividade.

9) Em uma caixa de chicletes vêm 2 unidades. Felipe precisa de 18 chicletes. Quantas caixas de chicletes ele vai ter que comprar?
10) No bazar as figurinhas são vendidas em pacotinhos, que possuem 3 figurinhas cada. A professora precisa de 27 figurinhas para presentear todos os alunos com uma figurinha. Quantos pacotinhos ele precisa comprar?
11) Uma merendeira preparou 558 pães que foram distribuídos igualmente em 18 cestas. Quantos pães foram colocados em cada cesta?

Nenhum aluno conseguiu ou tentou fazer as questões 9, 10 e 11; o tempo final da aula foi aproveitado para relermos algumas questões da atividade que não haviam sido compreendidas pela maior parte das crianças. Nesse momento revisei a questão quatro, que trazia a situação de um menino que lia quatro livros por mês e gostaria de saber quanto tempo ele precisaria para ler os quarenta e oito livros da biblioteca.

Pedi para Artur ler o problema pausadamente e, após, perguntei à turma o que o problema dizia. Vários falando ao mesmo tempo disseram “Dá doze!”, “Dividi os livros por quatro.”, “Doze!”. Disse à turma que cada aluno havia feito do modo como achava ou entendia melhor, e que gostaria de saber como eu poderia resolver essa situação ali na sala. A Bruna disse “Divide os livros.” apontando para o fundo da sala.

Peguei quarenta e oito livros e pedi a ajuda de todas as crianças para resolver aquela situação. O Luan tomou a frente e começou a separar os livros de quatro em quatro. Os colegas foram organizando os grupos formados por Luan, um ao lado do outro. Depois que terminou, ele disse: “Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze meses.”, indicando o tempo que o personagem levaria para ler todos os livros.

Perguntei à turma se compreenderam a situação, se tinham dúvidas, se havia ficado mais fácil com material concreto, o que levou a Bruna a balançar a cabeça num gesto afirmativo ao que falei.

Percebi que para as crianças interpretarem um problema, elas precisavam visualizar a situação envolvida na questão e encontrar um modo de representá-la por um meio concreto ou pictórico, para após escrever sobre isso.

Através das resoluções, percebemos que as crianças buscavam utilizar o esquema já internalizado por elas nas divisões por quantidades maiores que três. Esses esquemas já haviam sido testados e verificados nas divisões por dois e por três, ou seja, para as crianças, a princípio esses esquemas poderiam ser aplicados em todas as situações de divisão. Essa constatação até então sólida, sofreu rupturas quando os alunos se depararam com problemas com quantidades maiores que quarenta. Isso é constatado na fala de algumas crianças ao tentarem resolver os problemas desse tipo:

“Sora, me perdi na conta”, disse Artur ao se referir à quantidade de barrinhas que estava fazendo.

“Não dá para fazer essa conta.”, disse Diovana em relação à última questão.

Nos minutos finais, li com a turma a questão do refrigerante, e desenhei um copo no quadro. Perguntei às crianças “Quantos mililitros cabem naquele copo?”, a turma disse em coro: “Duzentos!”. Perguntei então “Se eu desenhar mais um copo igual àquele quantos mililitros precisarão para encher os dois copos?” e o Jonathan, que não havia feito as atividades na folha, disse: “Quatrocentos.”. Perguntei o porquê e a Diovana respondeu gritando “Duzentos mais Duzentos. Quatrocentos.”.

Com isso, perguntei à turma “Vamos pensar: quantos copos a Prô precisa desenhar aqui, para que ela tenha 1000 mililitros de refrigerante?” procurando assim um modo deles visualizarem a necessidade dos cinco copos. O Jonathan novamente fala alto e diz “Cinco. Cinco” e alguns começam em coro com ele “Cinco.”, “É cinco Sora.”.

Desenhei no quadro um copo de cada vez, sempre questionando se havíamos chegado a mil mililitros, e escrevia dentro de cada um “200”. Logo abaixo do desenho fui escrevendo o número duzentos mais duzentos mais duzentos mais duzentos mais duzentos, que é igual a mil:

$$200 + 200 + 200 + 200 + 200 = 1000 \text{ mililitros.}$$

Mostrei às crianças que cada número 200 representava um copo, ou seja, precisávamos de cinco copos. Interessante ver que o debate aberto a todos, da turma, para que se manifestassem, inclusive aquelas que não tentaram ou conseguiram resolver as questões, os incentivou a participarem e responderem.

Percebi que a grande dificuldade estava na articulação do Português com a Matemática, ou seja, as crianças apresentavam dificuldades em resolver problemas de matemática porque não conseguiam interpretar e compreender o que estavam lendo. Como não conseguiam, tentavam operar com os números citados pelo problema, utilizando alguma operação aritmética, principalmente nos casos de problemas envolvendo quantidades grandes a serem divididas.

Um ponto que devo ressaltar é que, ao mesmo tempo em que essa atividade produziu informações importantes sobre a forma como as crianças pensavam e executavam uma operação e situação de divisão, também produziu inúmeras reclamações por parte de alguns alunos.

Refiro-me a isso por entender que contribuiu negativamente para a execução da atividade. Também serviu para eu ver que, com essa turma, precisaria trazer um número menor de questões, ao trabalhar com resolução de problemas, pois a ausência de concentração, somada às dificuldades com a leitura e interpretação, prolongava o tempo de resolução e diminuía a produção das crianças, cansando-as em alguns minutos de trabalho.

4.6 ATIVIDADE 6 – TRABALHANDO COM QUANTIDADES “GRANDES”

As atividades iniciais trabalhadas com as crianças mostraram que a maior parte da turma utilizava uma representação através de um desenho para conseguir resolver uma situação de divisão. Porém, na última atividade realizada, ao vivenciarem situações em que a quantidade a ser dividida era tida como “grande” para eles, surgiram reclamações, juntamente com erros.

Esses erros apareceram na resolução das situações propostas, pois os alunos tentaram utilizar os mesmos esquemas que vinham funcionando em diversas situações anteriores, porém ao desenharem um número grande de barrinhas ou bolinhas, ou ao fazerem agrupamentos com grandes quantidades, confundiram-se na contagem.

A sexta atividade teve o objetivo de que as crianças constatassem a necessidade da produção de novos esquemas para as novas situações de divisão com quantidades grandes.

Iniciei a aula entregando uma folha para cada criança com as seguintes questões:

1) Carolina descobriu aprendeu a fazer a operação de divisão. Ela já sabe que 10 dividido por 2 dá 5. Como ela é curiosa, ela quer fazer a divisão com números maiores. Ajude a Carolina a encontrar a resposta das divisões abaixo:

a) 100 : 2 = b) 500: 2 = c) 202: 2 =

2) A professora Eliane precisa separar em partes iguais 1020 livros, entre dois armários grandes da biblioteca. Quantos livros ficarão em cada armário?

3) O professor Rafael organizou uma gincana que reuniu 93 alunos no sábado. Ele precisa formar 3 grupos com esses alunos. Quantos alunos ficarão em cada grupo?

4) Larissa está arrumando as prateleiras com DVDs na locadora em que trabalha. Ela precisa distribuir os 369 DVDs entre 3 estantes. Sabendo que cada estante receberá o mesmo número de DVDs, quantos DVDs ficarão em cada estante?

Figura 91 – Questões contidas na folha entregue às crianças da turma 41.

Expliquei-lhes que deveriam ler, interpretar e buscar uma maneira de responder a pergunta formulada em cada situação-problema. Disse às crianças que, dessa vez, seriam somente quatro questões, ao contrário da última atividade que havia sido cansativa para eles, pois continha onze questões. Um coro gritando “êêêêê!!!” pôde ser ouvido na sala.

Disse às crianças que, a partir de agora, elas começariam a trabalhar com números maiores do que aqueles com que estavam habituadas, pois já possuíam uma maior destreza com a operação de divisão. Também disse que elas deveriam procurar uma maneira de solucionar as quatro situações da folha, mostrando no quadro, nesse momento, algumas estratégias distintas que apareceram nas atividades anteriores.

Tomei como exemplo uma questão da aula anterior, que podemos ver na Figura 92.

Ismael tem 30 figurinhas e após jogar bafo, ele quer dividir igualmente com seus 6 amigos. Quantas figurinhas cada um dos seus amigos vai receber? 5

Figura 92 – Questão da atividade anterior e resposta do William.

Mostrei no quadro o exemplo da resolução do William, como podemos ver na Figura 93. Ele demonstrou ficar orgulhoso, mostrando um sorriso, e ao mesmo tempo uma certa vergonha dos colegas ao ser mostrada sua resolução. Podemos ver que primeiro o aluno desenhou as trinta figurinhas citadas no problema, representando-as na forma de pequenas barras; após ele contou de seis em seis barrinhas e desenhou uma linha fechada em torno delas, delimitando assim cada conjunto de seis barrinhas. A resposta para a questão está na quantidade de conjuntos que ele formou.

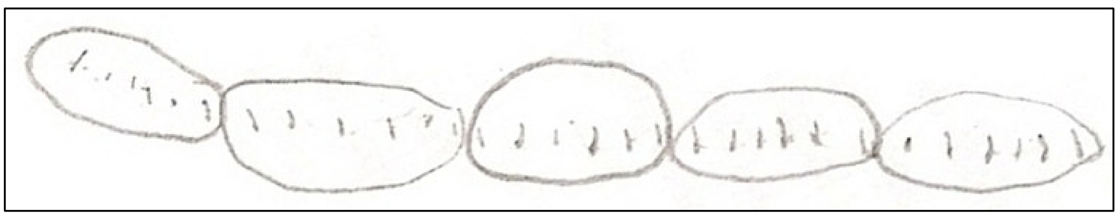


Figura 93 – Rascunho do William referente a questão da Figura 93.

Mostrei também que alguns alunos, como Belissa, gostavam de desenhar primeiro os círculos, que na resolução dessa questão eram seis, e depois distribuíam as barrinhas dentro dos círculos igualmente. Ela balançou a cabeça em sinal de positivo e sorriu ao ver que eu citava sua maneira de resolver.

Também apresentei aos alunos a maneira como a Maria gostava de fazer, pois ela fazia uma adição em muitos casos, somando a quantidade que representava o número de partes tantas vezes quantas fossem necessárias para atingir a quantidade total, e sua resposta era esse número de parcelas. No caso desse problema, perguntei aos alunos em quantas partes deveríamos dividir as trinta figurinhas, e eles responderam “Seis!”. Resolvendo como a Maria faz algumas vezes, escrevi no quadro

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30.$$

Fui adicionando o número seis, um de cada vez, sempre perguntando aos alunos “Seis mais seis é?”, e eles respondiam “Doze.”, seguindo a sequência “Doze mais seis?” e as crianças respondiam “Dezoito”; “Dezoito mais seis?” e elas disseram “Vinte e quatro”. A Bruna gritou “Só mais um!”, se referindo à última parcela a ser adicionada: “Vinte e quatro mais seis?” e eles disseram “Trinta!”.

Perguntei, por fim, quantos números seis haviam sido escritos no quadro e as crianças disseram “Cinco.”. A Mirela falou nesse momento, em tom alto: “Seis vezes cinco é trinta.”. Aproveitei e escrevi no quadro também essa informação:

$$6 \times 5 = 30$$

Após mostrar algumas resoluções que apareceram nas atividades anteriores, reforcei que eles iriam escolher a maneira que consideravam a melhor para resolver cada situação.

Entreguei a folha com a atividade aos alunos. Eduardo perguntou: “É só isso que vamos fazer hoje?” pois, em comparação com a atividade anterior, o número de questões era menor.

Disse aos alunos que eles poderiam fazer como preferissem, e que poderiam utilizar folhas de rascunho, desde que a entregassem junto com a outra. Como eram poucas questões, as crianças começaram a resolvê-las rapidamente, pois acreditavam que terminariam logo; porém perceberam, ao ler os problemas, que as quantidades envolvidas – 500, 369, 93, 1020 – eram bem maiores do que aquelas com que eles estavam acostumados.

Por mais ou menos trinta minutos escutávamos murmúrios, barulhos de lápis, alguns alunos fazendo cálculos e contagem em voz alta. Eduardo, ao ver que eu percebi a calculadora em sua mão, disse “Eu estou só conferindo pra ver se está certo.”, e eu respondi: “Ótimo, só não te esquece de deixar a forma como tu encontraste essa resposta correta, certo!” e completei o comentário dizendo a ele que eu estava interessada na forma como os alunos resolveriam a questão e não apenas no resultado, na resposta final.

Luan veio até mim e perguntou “Prô, está certo?” e eu respondi “Como é que tu fizeste? Me explica”, mostrando ao aluno a resposta que ele havia colocado, escrevendo somente um número, sem qualquer rascunho ou indicação do modo como havia chegado a esse número. Já a aluna Tamara reclamou dizendo que “Professora, eu não consegui fazer nada”.

A Diovana me mostrou os seus rascunhos e perguntou se tinha que colocar a resposta na folha que eu entregara, e disse a ela: “Coloca, escreve com tuas palavras como fizeste para chegar à resposta.”.

Artur, por sua vez, veio me mostrar sua folha praticamente em branco, e falou “Não consigo fazer!”; perguntei o porquê, e ele disse: “Não entendi a [questão] dois.” E respondi a ele: “Se não entendeu a dois, passa para a próxima questão, deixe essa por último.”.

Vários alunos vieram até mim e perguntaram se a resposta estava certa, porém, ao questioná-los, percebi que alguns não sabiam o que estavam procurando ou qual era a pergunta que estávamos tentando responder.

Após algum tempo, Maria perguntou "Posso pegar as canetas?" referindo-se às canetas que levei como material de apoio, caso algum aluno quisesse utilizar. Eu entendi que ela queria resolver a folha da atividade escrevendo com caneta e respondi que não, e ela insistiu "Mas porquê!?". Respondi que ela iria fazer como os outros colegas, usando lápis, e ela disse: "Tu não entendeu. É pra fazer as contas!". Na realidade, ela queria as canetas para realizar as divisões através de um material concreto; permiti o seu uso, porém avisei: "Não tem caneta suficiente para as quantidades citadas nas questões.". Mesmo assim, ela pegou a sacola com as canetas e utilizou-as em seus cálculos.

Kelen me perguntou "Como é que vou fazer?", e respondi: "Tu vais fazer da mesma forma como tu fazias as atividades das outras aulas. Se quiser fazer por desenho pode, se quiser fazer por adição, subtração, multiplicação ou divisão também pode, só tem que deixar na folha como que tu fizeste pra Prô ver depois.".

Percebi com essa atividade, assim como na anterior, que a concentração das crianças tinha uma duração limitada, e após esse tempo elas começavam a ficar impacientes, perdendo o foco no que estavam fazendo. Quando percebi que esse tempo estava se esgotando, encerrei as atividades, solicitando que eles entregassem a folha juntamente com os rascunhos.

Após recolher todas as folhas, pedi aos alunos para fazermos um círculo para conversarmos. Disse às crianças que havia percebido que vários alunos não responderam ou tentaram resolver uma ou mais questões da folha. Nosso diálogo foi assim:

Disse – "Pessoal, eu trouxe quatro questões que envolviam situações de divisão, e percebi que alguns alunos tiveram dificuldades para resolvê-las.", e o Luan gritou "Eu!", referindo-se às dificuldades por que passou.

Perguntei então "Mas por que surgiram essas dificuldades? Quem é que sabe me dizer? O que acharam difícil ali?", e eles responderam:

"Os números", disse o Ivan.

"A divisão.", disse a Tamara.

"As continhas!", falou Eduardo.

"É porque, é muito, é grande. É porque, é porque os números são muito grandes", disse a Maria.

Perguntei "O que era grande ali que vocês estão falando?", e as crianças começaram a responder, todas falando ao mesmo tempo.

“Os números.”, disseram todos.

“Os números eram muito grandes.”, disse o Benício.

“Não dá pra fazer!”, disse a Bruna.

Questionei como antes eles conseguiam fazer a divisão de doze por dois, por exemplo, e disse: “Mas vocês estavam fazendo divisão até a semana passada. Como não conseguiram fazer agora? Vocês faziam doze por dois.”. Belissa resumiu bem a situação então vivenciada por eles. Ela disse:

“Oh Sora! Mas aquilo lá dá pra fazer em pauzinho. Isso aí não! Isso aí a gente morre fazendo.”, e os colegas concordaram com o argumento da Bruna, balançando a cabeça e ecoando um “É!” na sala de sala.

Disse então que a dificuldade deles estava nos números, porque eram muito grandes, e eles concordaram comigo. Comentei com os alunos que estava difícil de fazer por desenho porque eles se perdiam, e então perguntei: “Pessoal, então quando aparece um número daquele tamanho, a gente não vai resolver por pauzinho, por bolinha, por desenhinho, mas então vamos resolver como?”, indagando das crianças uma solução, quando Diovana diz “Tem que somar por conta de mais”, e Mirela diz: “Por conta de vezes”.

Através do material coletado, podemos observar estratégias que foram utilizadas ou vivenciadas nas atividades anteriores, presentes nessa atividade, porém as crianças verificaram que havia a necessidade, em alguns momentos, de aprimorar essas estratégias, para que conseguissem obter sucesso na resolução dos problemas propostos. Podemos verificar essa situação ocorrida e analisá-la, através de algumas respostas selecionadas dessa atividade.

É possível termos uma dimensão da dificuldade que alguns alunos enfrentaram, observando a resposta dada por eles, nas duas figuras a seguir, Figura 94 e 95.

2) A professora Eliane precisa separar em partes iguais 1020 livros, entre dois armários grandes da biblioteca. Quantos livros ficarão em cada armário? eu não cosigo fazer por que eu não consigo dividi,

Figura 94 – Resposta da Tamara.

2) A professora Eliane precisa separar em partes iguais 1020 livros, entre dois armários grandes da biblioteca. Quantos livros ficarão em cada armário? EU NÃO CONSEGUI POR CAUSA DOS NUMEROS SÃO MUITO ALTO

Figura 95 – Resposta da Belissa.

Das dezesseis crianças presentes na aula, seis não conseguiram chegar às respostas esperadas. Nessas resoluções, podemos observar como a quantidade grande de símbolos - como barrinhas ou bolinhas - pode atrapalhar as crianças. Na Figura 96, podemos ver a resolução de William referente à terceira questão: “O professor Rafael organizou uma gincana que reuniu 93 alunos no sábado. Ele precisa formar 3 grupos com esses alunos. Quantos alunos ficarão em cada grupo?”.

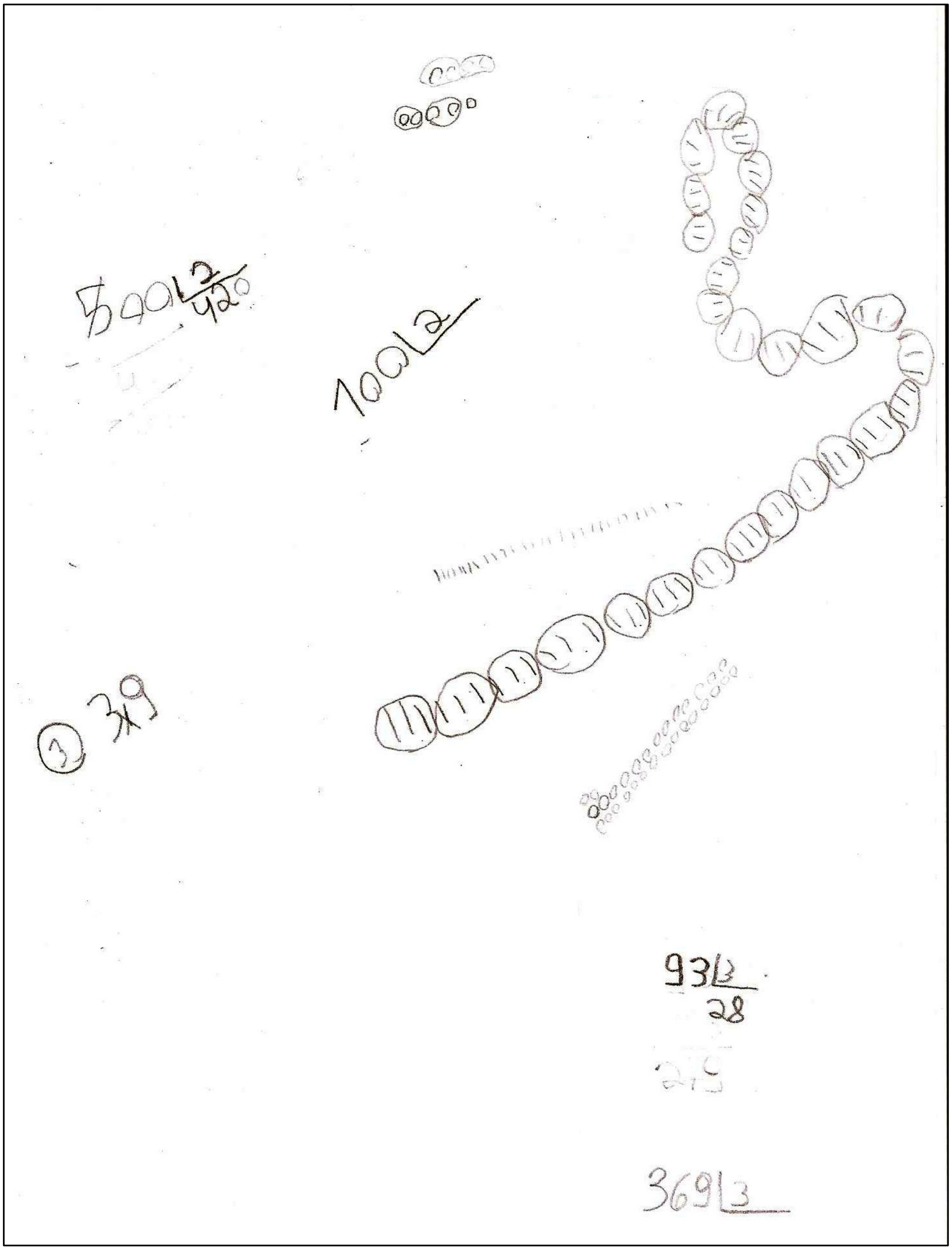


Figura 96 – Rascunho do William.

Podemos ver que William fez vinte e oito grupos de três barrinhas, ou seja, ele não desenhou as noventa e três barrinhas e por isso não chegou à quantidade correta de agrupamentos.

Alguns alunos iniciaram a resolução com a estratégia de usar uma representação para as quantidades grandes, porém desistiram em algum momento, como vemos na Figura 97 que mostra o rascunho de Jonathan, referente à questão 1:

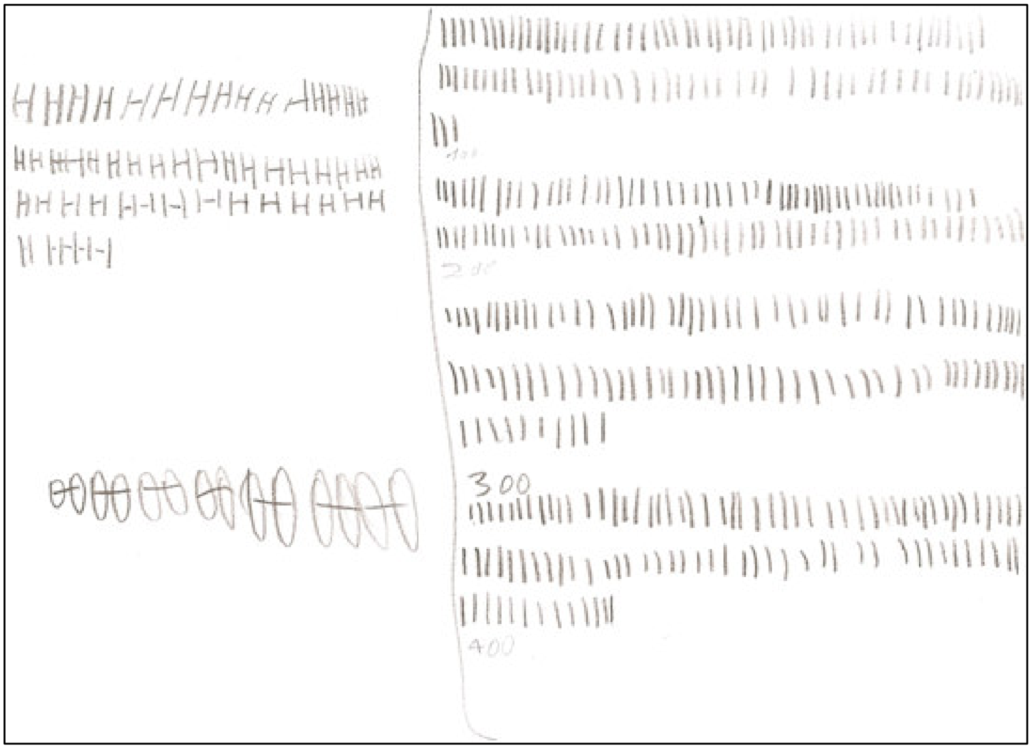


Figura 97 – Rascunho do Jonathan.

No lado esquerdo da Figura 97 temos a resolução do item *a* da primeira questão: “100 : 2 = ”. Percebemos que ele se atrapalhou no agrupamento de dois em dois, o que fez com que sobrasse, equivocadamente, uma barrinha. Diante disso, fazendo a contagem dos agrupamentos, chegou à resposta quarenta e nove.

Podemos observar também, na Figura 97 , que o aluno chegou a desenhar quatrocentas barrinhas, talvez buscando resolver o item *b* da primeira questão: “500 : 2 = ”, porém não chegou a fazer os agrupamentos.

Os alunos Luan e Carolina demonstram certo desinteresse pela atividade, talvez devido à dificuldade enfrentada com a quantidade a ser dividida. Carolina conseguiu acertar uma questão, resolvida através do agrupamento de barrinhas de duas em duas, diferente de Luan, que não acertou nenhuma.

Eduardo resolveu as questões com o auxílio da calculadora, inviabilizando meu objetivo que era justamente verificar a estratégia que o aluno iria utilizar nas situações propostas. Bruna não conseguiu responder corretamente as questões, porém demonstrou uma lógica adequada para buscar essas respostas, como podemos ver na Figura 98.

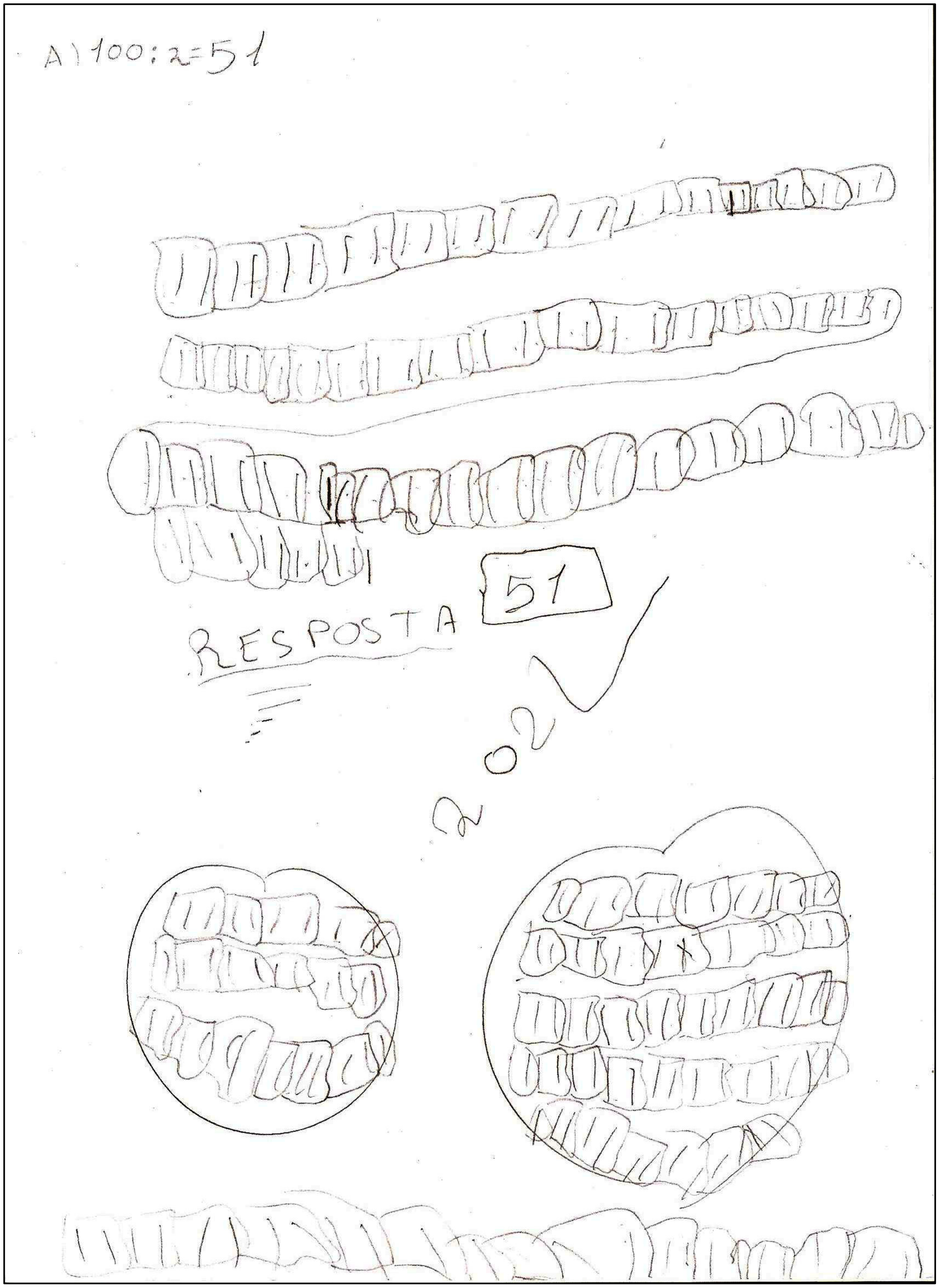


Figura 98 – Rascunho da Bruna.

Observamos na figura que a aluna demonstra saber fazer o agrupamento, porém o elevado número de desenhos confundiu sua contagem, levando-a ao erro. Vemos, através da Figura 98 que, após fazer os agrupamentos, de duas em duas barrinhas, sobrou uma barrinha e por isso ela contou essa barrinha como um agrupamento também, ou seja, ela considerou cinquenta agrupamentos mais uma barrinha como cinquenta e um agrupamentos, o que está errado.

Artur apresenta no rascunho representações pictóricas, como vemos na Figura 99; porém, nenhuma delas possui a quantidade citada nas questões, mostrando assim que o aluno também se perdeu na contagem dos desenhos. Também é possível identificar na Figura 99 uma tentativa de escrever o algoritmo da divisão.

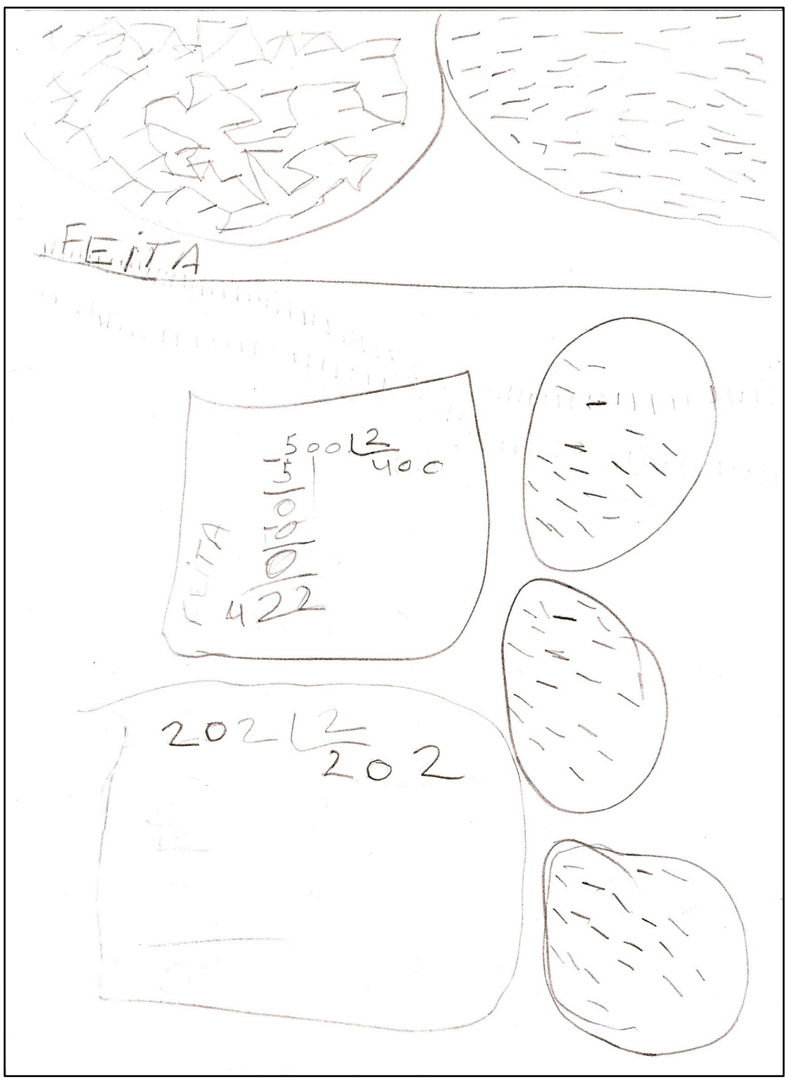
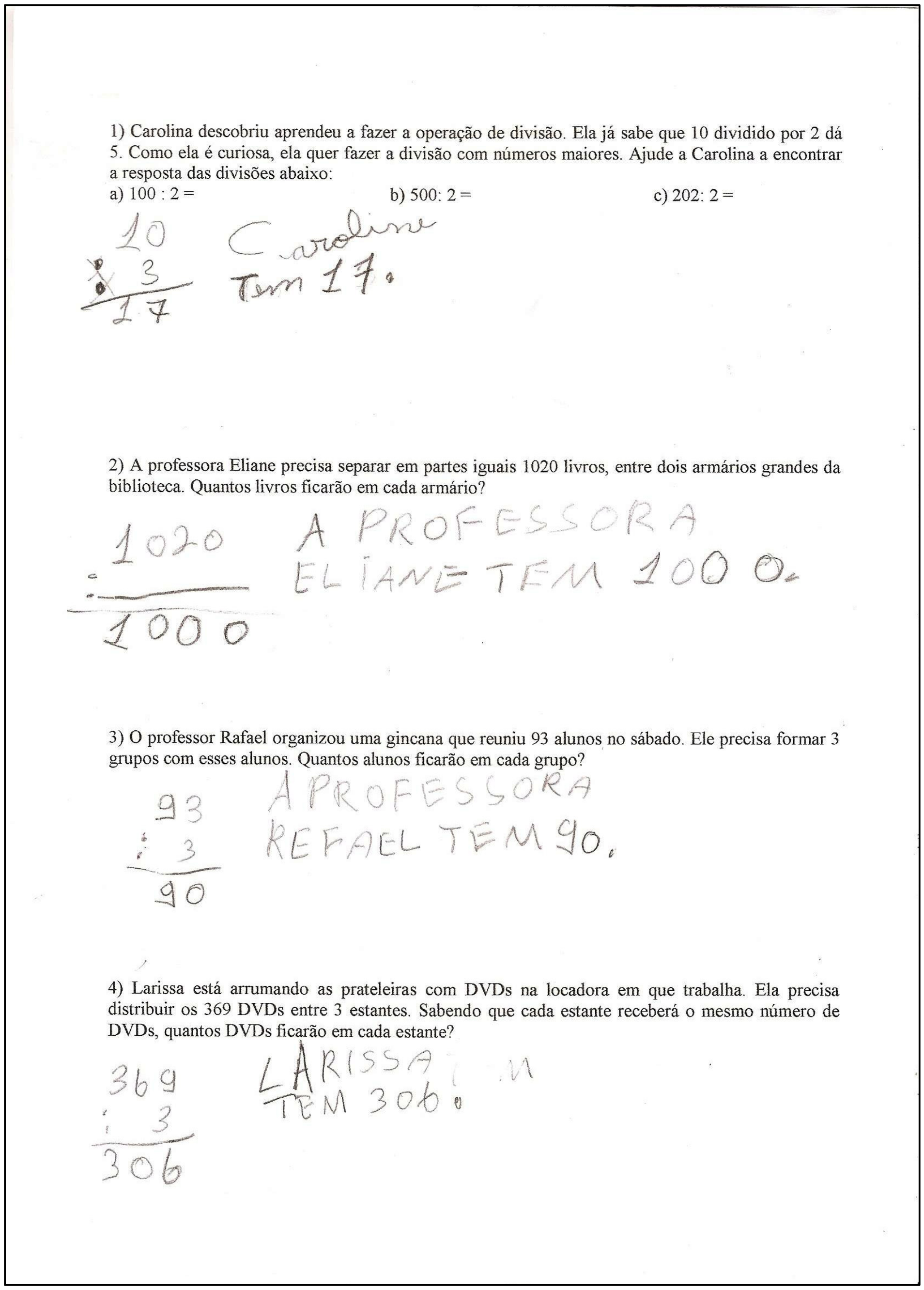


Figura 99 – Rascunho do Artur.

Samara obtém, como resposta para as questões, valores que não estão coerentes com a situação abordada, e apresenta erros como subtrair do dividendo a quantidade do divisor, como podemos ver na Figura 100.



1) Carolina descobriu aprendeu a fazer a operação de divisão. Ela já sabe que 10 dividido por 2 dá 5. Como ela é curiosa, ela quer fazer a divisão com números maiores. Ajude a Carolina a encontrar a resposta das divisões abaixo:

a) 100 : 2 = b) 500: 2 = c) 202: 2 =

10
3
17

Caroline
Tem 17.

2) A professora Eliane precisa separar em partes iguais 1020 livros, entre dois armários grandes da biblioteca. Quantos livros ficarão em cada armário?

1020
:
1000

A PROFESSORA
ELIANE TEM 1000.

3) O professor Rafael organizou uma gincana que reuniu 93 alunos no sábado. Ele precisa formar 3 grupos com esses alunos. Quantos alunos ficarão em cada grupo?

93
: 3
90

A PROFESSORA
REFAEL TEM 90.

4) Larissa está arrumando as prateleiras com DVDs na locadora em que trabalha. Ela precisa distribuir os 369 DVDs entre 3 estantes. Sabendo que cada estante receberá o mesmo número de DVDs, quantos DVDs ficarão em cada estante?

369
: 3
306

LARISSA
TEM 306.

Figura 100 – Folha de questões da Samara.

Entre os nove alunos que conseguiram resolver uma ou mais questões, duas meninas usaram a adição, trabalhando com a ideia da metade na operação de divisão por dois. Na divisão por três, nenhuma delas apresenta como chegou à quantidade que cada pessoa receberia. Na Figura 101, observamos que a aluna utilizou a adição de três parcelas iguais para mostrar que o resultado é a quantidade total de alunos e de *DVD's*, como consta nas questões três e quatro, respectivamente, porém não mostrou como chegou ao valor de cada parcela.

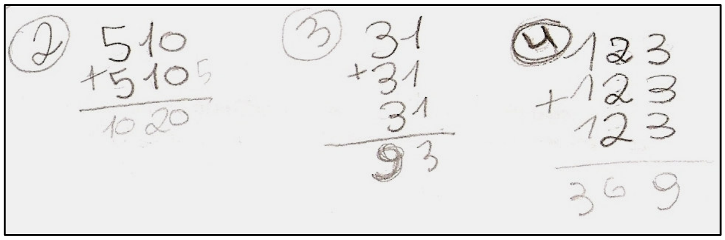


Figura 101 – Rascunhos da Mirela.

Diovana, que havia dito que devemos resolver as situações de divisão com "números grandes", através da "soma", expressou sua resposta através de adições, como podemos ver na Figura 102.

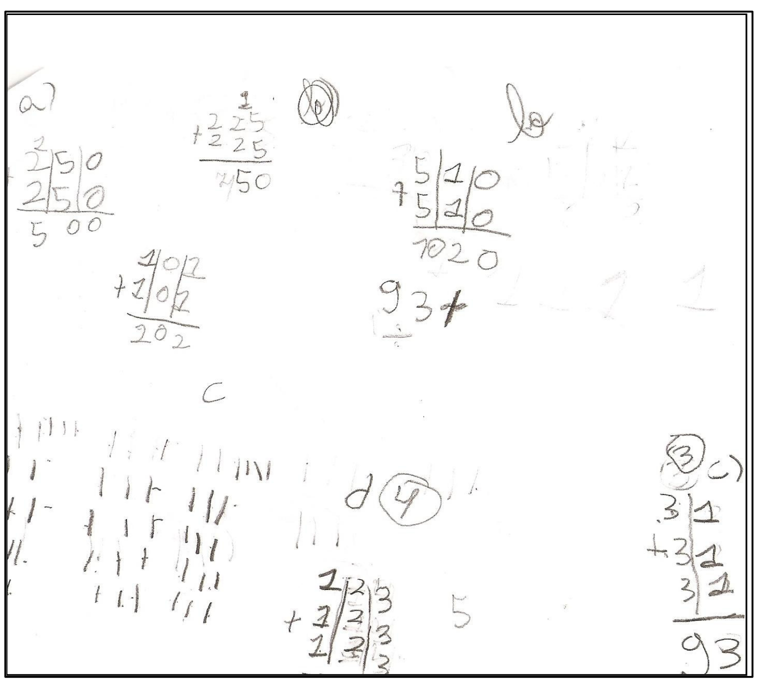


Figura 102 – Rascunho da Diovana.

Ivan também utilizou a adição para expressar a resposta da primeira questão, e mostra que chegou a esse número pelo modo pictórico, como podemos ver na Figura 103.

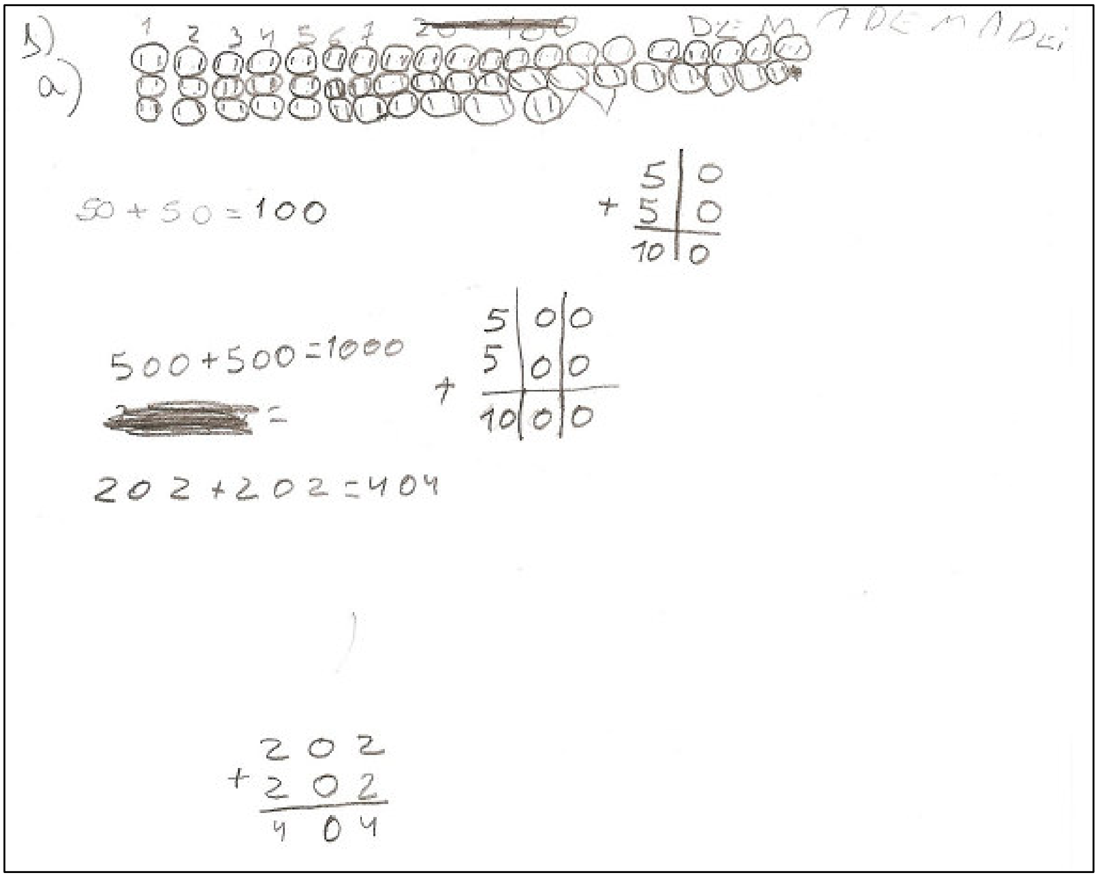


Figura 103 – Rascunho do Ivan.

Percebemos que Ivan resolveu corretamente o item *a* da primeira questão, porém, nas demais divisões, ele somou a quantidade do dividendo com ela mesma, ou seja, duas vezes, encontrando o dobro do número e não a metade. Percebemos aqui uma indiferenciação do aluno em relação às variáveis, pois ele realiza a divisão corretamente no primeiro item e, no item seguinte, não segue a mesma lógica; e não percebe, em seus rascunhos, que estava somando a quantidade a ser dividida duas vezes, encontrando como resposta uma quantidade maior do que a quantidade total do problema, ou seja, incoerente com o que se esperava.

As alunas Maria e Tamara conseguiram resolver uma questão, desenhando as barrinhas (quantidade do dividendo) e após as agruparam de duas em duas, ou de três em três. A resposta final para elas é o total de bolinhas (que são os agrupamentos, conjuntos que contêm duas barrinhas, ou três barrinhas, dependendo do agrupamento feito). Percebemos que os alunos, diante de tantos desenhos, precisam fazer marcações para indicar a quantidade durante o agrupamento ou contagem, como podemos ver na Figura 104.

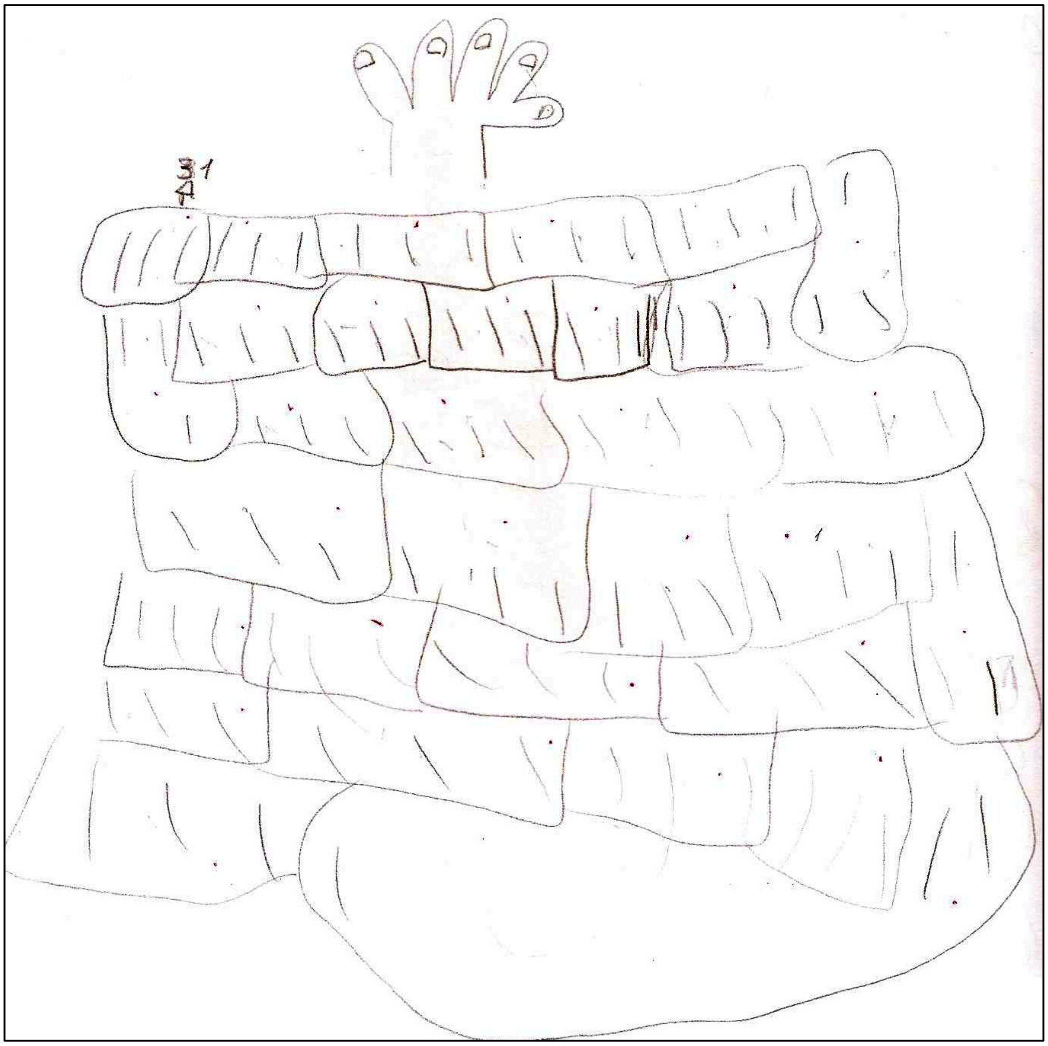
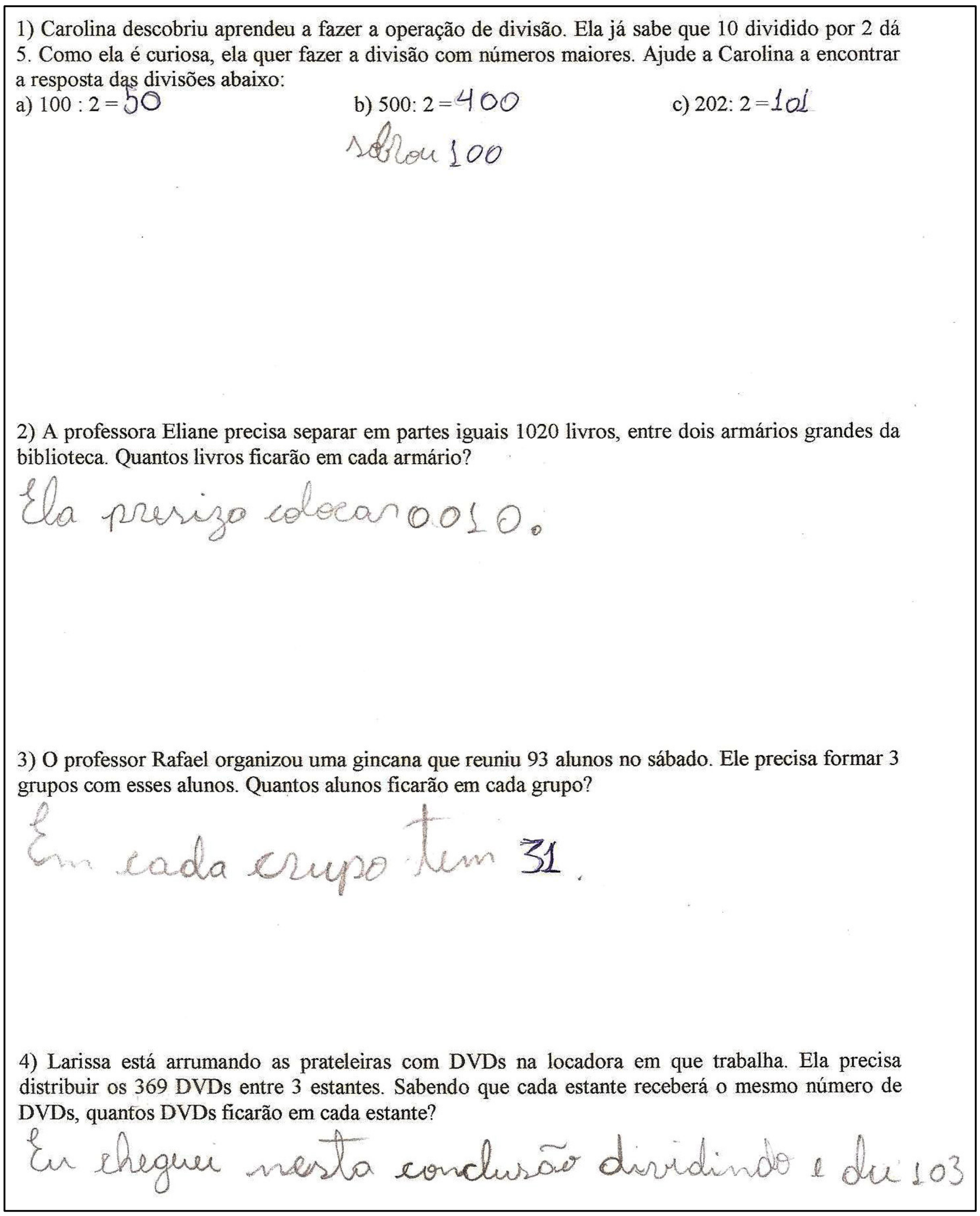


Figura 104 – Rascunho da Tamara, referente à terceira questão da folha.

Podemos perceber que ocorreram erros que não consideramos importantes, pois a resposta dada foi de uma unidade a mais do que a esperada e isso certamente ocorreu por causa da grande quantidade de “barrinhas” e “bolinhas” que eles tinham que coordenar e agrupar.

Um equívoco de Benício chamou a atenção, como podemos ver na Figura 105 a seguir. No item *b* da primeira questão ele informa que quinhentos divididos por dois é quatrocentos, e ainda indica por escrito que “sobrou 100”. Ele possivelmente associou a divisão de 500 por 2, com a divisão de 5 por 2, relacionando o resto 1 com o resto 100 que ele informou na questão.

Percebemos aí que esse aluno não realizou a divisão exaustiva, trabalhando apenas com as centenas, pois o aluno dividiu as cinco centenas em duas partes, restando uma centena. Esse aluno não percebe que é possível desmembrar essa centena em dez dezenas, realizando assim sua bipartição.



1) Carolina descobriu aprendeu a fazer a operação de divisão. Ela já sabe que 10 dividido por 2 dá 5. Como ela é curiosa, ela quer fazer a divisão com números maiores. Ajude a Carolina a encontrar a resposta das divisões abaixo:

a) 100 : 2 = 50 b) 500: 2 = 400 c) 202: 2 = 101

sobrou 100

2) A professora Eliane precisa separar em partes iguais 1020 livros, entre dois armários grandes da biblioteca. Quantos livros ficarão em cada armário?

Ela prerizo colocar 0010.

3) O professor Rafael organizou uma gincana que reuniu 93 alunos no sábado. Ele precisa formar 3 grupos com esses alunos. Quantos alunos ficarão em cada grupo?

Em cada crupo tem 31.

4) Larissa está arrumando as prateleiras com DVDs na locadora em que trabalha. Ela precisa distribuir os 369 DVDs entre 3 estantes. Sabendo que cada estante receberá o mesmo número de DVDs, quantos DVDs ficarão em cada estante?

Eu cheguei nesta conclusão dividindo e deu 103

Figura 105 – Folha de questões do Benício.

Benício foi o único que utilizou o esquema de distribuição, onde é fixado o número de conjuntos que vão receber as barrinhas a serem distribuídas, como podemos ver na Figura 106. Para obter as respostas das questões, ele utilizou a representação por desenho, fazendo a distribuição das barrinhas entre dois grupos (nos casos de divisão por dois) ou três grupos (nos casos de divisão por três).

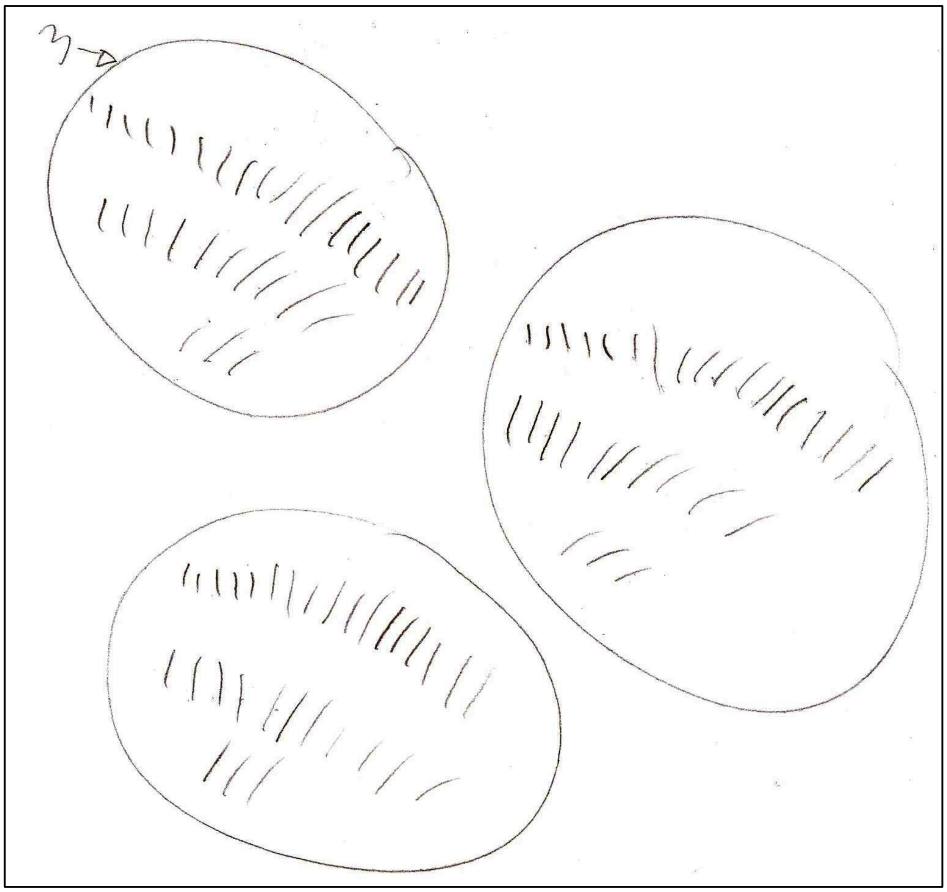


Figura 106 – Rascunho do Benício, referente à terceira questão.

As crianças dessa turma apresentavam esquemas para resolverem situações de divisão. Dentro destes esquemas, conseguimos distinguir dois grupos: esquema de distribuição e esquema de agrupamento; ambos evocados em problemas partitivos e de divisão medida por quotas, trabalhados até aqui. É possível verificar que antes desta atividade, a aplicação desses esquemas era bem sucedida, porém, ao serem confrontados com situações em que aparecem quantidades maiores que cem, as crianças expressaram suas dificuldades, oralmente, perceberam que necessitavam de novos esquemas, o que podemos considerar um avanço conquistado pela atividade: o objetivo foi alcançado.

Percebemos que as dificuldades de compreensão do sistema decimal ainda eram um empecilho para que esses alunos tivessem maior destreza em trabalhar com as quantidades grandes, pois observamos que algumas crianças não sabiam ler um número, confundindo-se com as casas decimais. Um exemplo disso foi o caso do número mil e vinte (1020), que aparecia na segunda questão da folha. Um aluno leu para mim, afirmando ser cento e vinte, e não mil e vinte.

Moreira e David (2005) destacam as dificuldades enfrentadas pelas crianças, diante da incompreensão do sistema de numeração decimal. De acordo com a análise dos autores, "o domínio do sistema decimal de numeração é um processo que se desenvolve ao longo de todo o ensino fundamental e [que] é um dos aspectos mais complicados da aprendizagem a respeito dos números." (2005, p. 54).

Se o aluno não compreende o valor posicional de cada algarismo, fica mais difícil conseguir realizar qualquer operação com esse número. Isso indica uma incompreensão do sistema de numeração decimal utilizado por nós, e em relação ao qual estão estruturados todos os algoritmos escolares ensinados às crianças.

Diante dessa incompreensão ao estudarem a operação de divisão, percebemos que as crianças dessa turma haviam aprendido a utilizar o algoritmo da divisão sem associar os passos desse algoritmo às propriedades do sistema decimal, ocorrendo assim um processo mecânico, uma repetição de passos sem significado.

O momento em que as crianças constataram a ineficácia do modo pictórico nos casos em que aparecem quantidades grandes foi muito importante, pois eles verificaram a necessidade de buscar outra maneira de solucionar as situações de divisão desse tipo.

Eles perceberam que não é prático resolver uma divisão de um número maior que cinquenta ou sessenta, por exemplo, por outro, mesmo que este seja o número dois ou três, através do modo pictórico, pois eles se perdem em meio a tantos "pauzinhos", "bolinhas", "barrinhas", como eles mesmos relatam.

Diante das dificuldades e das conclusões a que as crianças chegaram, pensei que seria importante retomar essas questões, mostrando para a turma como cada aluno pensou, pedindo para que cada aluno explicasse como resolveu cada questão.

Pensei também que, para esses alunos, seria interessante discutir que podemos fazer "retiradas" do dividendo, até esgotarmos a possibilidade de retiradas. Essas retiradas são representadas por *n* x divisor, onde *n* é um número que multiplica o divisor, ou seja, múltiplo do divisor.

4.7 ATIVIDADE 7 – JOGO DIDÁTICO: “TÔ CERTO OU TÔ ERRADO?”

Todas as atividades até aqui realizadas tinham como objetivos verificar como as crianças compreendiam a operação de divisão, quais eram seus esquemas de resolução diante de uma situação de divisão, provocar e avaliar os avanços obtidos.

A sétima atividade foi planejada como um jogo didático, que envolvia situações de divisão. Essa atividade trouxe uma mudança na dinâmica trabalhada até então, buscando através do jogo, que provoca nas crianças o espírito competitivo e participativo, uma troca de saberes e diálogos entre os alunos.

Como havia quatorze alunos na aula, separamos a turma em duas equipes, escolhendo inicialmente o líder de cada equipe. Cada líder podia escolher um colega para sua equipe, alternando entre meninas e meninos a serem escolhidos. Com a equipe formada, foram explicadas as regras do jogo aos alunos. Perguntei para a turma: “Quantas pessoas terão cada equipe?” e vários gritaram “Sete!”. Perguntei “Por quê?” e o Jonathan respondeu mais alto que outros: “Porque sete mais sete é quatorze.”. Durante a explicação das regras do jogo, os alunos ficaram atentos e concentrados para ouvir como seria a dinâmica da atividade. As regras estão indicadas no Quadro 12.

Quadro 12 – Regras do Jogo.

Formadas as equipes, a primeira tarefa é a de elaborar dois problemas envolvendo a divisão, a serem colocados na urna, junto com os problemas que a professora elaborou para serem sorteados. Através do jogo de “par ou ímpar”, é definida a equipe que começa jogando. O líder dessa equipe escolhe o aluno que irá sortear um problema dentre os que estão na urna, para resolvê-lo separadamente da equipe, primeiramente em um rascunho e após, no quadro, explicando para todos na sala. Enquanto esse aluno está resolvendo o problema sorteado, as equipes podem resolvê-lo também, pois isso também será pontuado. Se o aluno escolhido resolver o problema e acertar a solução, então sua equipe ganhará 3 pontos. Se alguma equipe acertar a resolução do problema, também ganhará 2 pontos. Se algum aluno atrapalhar o bom andamento do jogo, a equipe perde 5 pontos.

Com base nas situações já trabalhadas com as crianças, elaborei alguns problemas que foram reunidos com os elaborados pelas crianças, para serem sorteados. Cada criança deveria ler a questão em voz alta para todos, na frente da sala, e resolver a questão em uma folha, ficando de costas para os "QG" – quartel-general – das equipes. Ao mesmo tempo, as equipes poderiam também resolver o problema, e assim ganhar mais pontos para a equipe.

As perguntas a serem sorteadas seguem no Quadro 13.

Quadro 13 – Perguntas a serem sorteadas pelas equipes.

Anna irá distribuir 40 pirulitos entre seus amigos no seu aniversário. Se no aniversário de Anna compareceram 10 amiguinhos, quantos pirulitos, cada amiguinho ganhou?

Letícia esta arrumando seu quarto, e quer colocar seus 24 CDs em três pilhas de CDs. Quantos CDs ficarão em cada pilha?

Julinho tem nove barrinhas de chocolate e quer dividi-los com seu amigo Bernardo. Que quantidade de chocolate cada um vai receber?

A gatinha de Patrícia deu cria: nasceram nove gatinhos lindos. A mãe dela já avisou que os gatinhos que nascessem seriam divididos igualmente entre ela e a sua prima. Com quantos gatinhos cada uma ficou?

Fernandinho está dividindo seus amiguinhos em seis times para jogarem futebol. Se ele tem 30 amigos, quantos jogadores têm cada time que ele formou?

No dia de hoje, Lia que trabalha na cozinha da escola preparou 201 pastéis para o lanche das crianças que estudam à tarde. Cada criança comeu três pasteis. Sabendo disso, é possível sabermos quantas crianças estudam a tarde?

Gilian vai comprar pneus para vender na sua loja. Ele comprou 72 pneus. Essa quantidade daria para trocar TODOS OS PNEUS de quantos carros?

Alessandra, esposa do Gilian, cuida de uma loja de bicicletas e também comprou pneus para sua loja. Ela comprou 26 pneus. Essa quantidade de pneus daria para trocar TODOS OS PNEUS de quantas bicicletas?

Alex adora peixes e ganhou de seu tio 24 peixinhos lindos. Ele foi ao petshop para comprar aquário para essa quantidade de peixes e descobriu que a loja só tem dois tipos de aquário: um aquário que cabem três peixes e outro aquário que cabem seis peixes. Pergunta-se: a) se ele optar pelo aquário que cabem três peixes, ele precisará de quantos aquários? b) se ele optar pelo aquário que cabem seis peixes, ele precisará de quantos aquários? Getúlia disse que 22 dividido por 2 dá 10. Está certo ou está errado? Paulinha fez um cálculo e descobriu que 64 dividido por 2 dá 32. Está certo ou está errado? Robertinho disse que se separarmos 36 pessoas em 3 grupos, com a mesma quantidade de pessoas, cada grupo ficará com 13 pessoas. Está certo o cálculo de Robertinho? Julinha disse que 100 dividido por 2 dá 51. É verdade isso? Betinha fez os cálculos em uma folhinha e disse para a professora que 200 dividido por 2 dá 202. É verdade? Luizinho disse que 300 não dá para dividir por três. É verdade isso ou não?

Essa foi uma das melhores aulas com a turma, pois os alunos se envolveram com o jogo. Assim que as duas equipes se formaram, uma do lado direito da sala, e a outra do lado esquerdo, lancei para eles a primeira tarefa, que consta no Quadro 12: “Vocês vão ter que se reunir com seu líder e entregar duas tirinhas de papel, cada tirinha com uma historinha de divisão, assim como aquelas que a gente estava trabalhando até semana passada. Vocês têm oito, oito minutos para me entregar.”. Isso provocou uma gritaria nas equipes, seguida de um burburinho em voz mais baixa, onde era possível escutá-los conversando e criando a frase.

Belissa pergunta: “Sora, olha aqui! É pra responder?”, e disse a ela, “Não, mas é bom vocês saberem responder, pois alguém da equipe de vocês poderá sortear esse probleminha. Já pensou nisso?”.

Assim que eles terminaram, dobraram os papeis e os colocaram no saquinho do sorteio. Começamos o jogo com a Diovana da equipe do William. Ela sorteou a pergunta: “A gatinha de Patrícia deu cria: nasceram nove gatinhos lindos. A mãe dela já avisou que os gatinhos que nascessem seriam divididos igualmente entre ela e a sua prima. Com quantos gatinhos cada uma ficou?".

Terminado o tempo, solicitei que Diovana escrevesse no quadro a sua resposta e a explicasse. Ela escreveu o algoritmo da Figura 107. Observamos que ela escreve, no lugar do resto, o algarismo 8, resultado da multiplicação 4 x 2, e o algarismo zero.

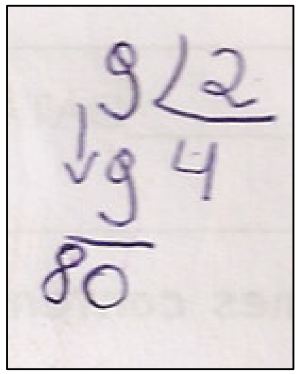


Figura 107 – Primeiro cálculo realizado pela Diovana.

Ao explicar, ela disse: "Quatro. Ela ganha quatro e sobra um.". Os colegas gritaram: "Tá errado! Não é zero. É um!", e ela em seguida apaga o algarismo 8 e coloca o algarismo um ao lado do zero, na sua folha de resposta e no quadro. Dessa forma ficou registrado um resto igual a dez, como podemos ver na Figura 108, o que demonstra que a disposição dos números no algoritmo era uma prática sem significado.

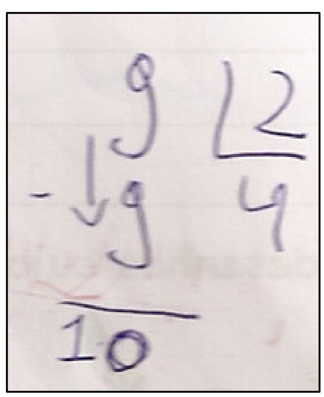


Figura 108 – Segundo cálculo realizado pela Diovana.

Perguntei aos alunos como seria a resposta correta do problema e vários alunos, juntos, gritam: “Quatro gatinhos pra cada, e sobra um gato.”. A Mirela fala em seguida: “No lugar do nove tem que botar oito, ali.”, apontando com o dedo para a resolução no quadro.

Refiz o cálculo no quadro, indicando o porquê de escrevermos o número oito logo abaixo do número nove, e por fim, expliquei que o gato que sobra deve estar representado no cálculo através do algoritmo, surgindo da subtração dos oitos gatos distribuídos, do total dos nove gatos.

Percebemos que, na explicação oral no quadro, a aluna explicou corretamente, porém ela escreveu o algoritmo sem multiplicar o quociente obtido pelo divisor e subtraindo o dividendo dele mesmo, de modo a obter resto zero. Eu disse à turma que a colega havia expressado o cálculo de forma errada, porém havia explicado corretamente a solução. Sugeri que ela ganhasse a metade da pontuação. A turma concordou e perguntei a eles: “Qual é a metade de três pontos?” Alguns disseram “Um ponto”, outros disseram “Dois pontos”. Respondi dizendo que a soma de um mais um não dá três, assim como a soma de dois mais dois também não dá três.

Eles ficaram em silêncio por um tempo, até que um aluno disse: um ponto e meio. Escrevi então no quadro de pontuação um ponto e meio, utilizando o algarismo 1 e a palavra “meio”, pois eles não tinham ainda o contato com a escrita dos números fracionários.

As respostas dadas pelas equipes estão nas Figuras 109 e 110.

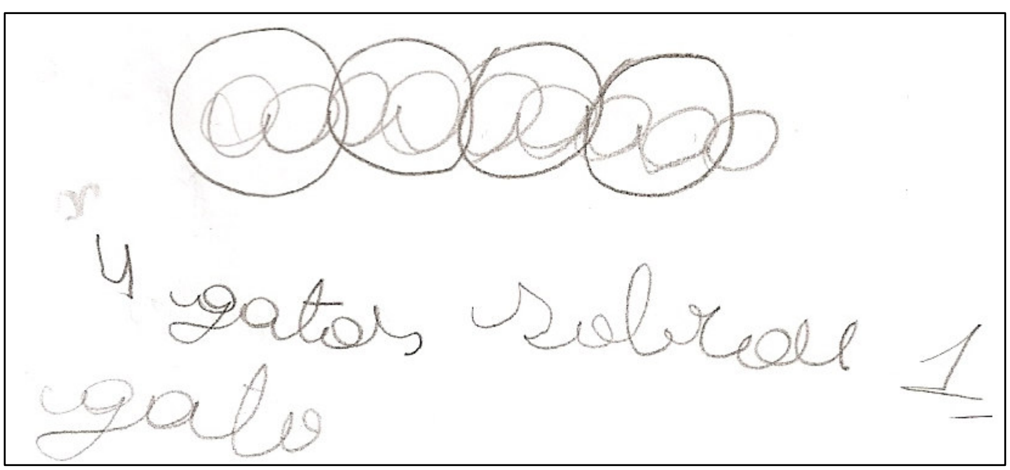


Figura 109 – Resposta dada pela equipe do William.

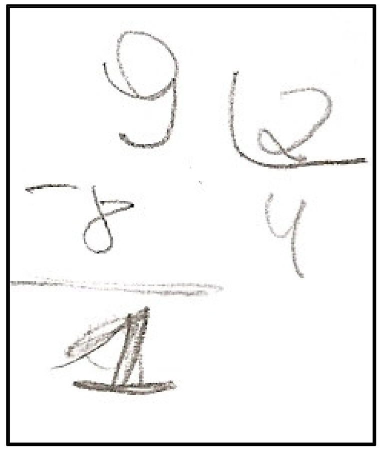


Figura 110 – Resposta dada pela equipe da Bruna.

Percebemos na resposta das equipes que eles preferiram utilizar o recurso do desenho, juntamente com o recurso da representação do algoritmo. É interessante ver, na Figura 109, que a representação foi complementada pela frase em que afirma que sobrará um gato, ou seja, estamos dividindo algo e o resto, o que sobra, não pode ser dividido novamente.

A segunda pergunta foi: "Julinho tem nove barrinhas de chocolate e quer dividi-los com seu amigo Bernardo. Que quantidade de chocolate cada um vai receber?". Essa pergunta traz os mesmos números do primeiro problema, e foi muito bom ela ter sido sorteada logo em seguida para compararmos as respostas, pois os números são os mesmos da questão anterior, porém os contextos são diferentes; em um caso temos algo que não pode ser fracionado e neste temos o chocolate que pode ser fracionado.

Maria respondeu essa pergunta com a solução representada na Figura 111.

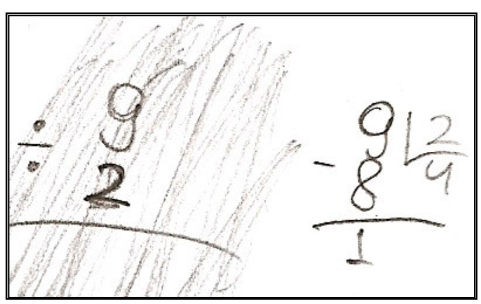


Figura 111 – Resposta da Maria, representando sua equipe.

Ela expressou a divisão e logo em seguida a resposta. Ao ser questionada, ela argumentou que a resposta era quatro e sobrava um. Ao explicar no quadro, afirmou que esse chocolate que sobra pode ser repartido ao meio, ou seja, já percebemos que essa aluna compreende que em alguns casos é possível dividir o resto, e em outros casos não. Essa situação é citada nos estudos de Nunes e Bryant (1997, p. 148), em que os autores tratam das situações que envolvem distribuições e cortes, que eles chamam de "splits" sucessivos. Podemos ver a resposta das equipes nas Figura 112 e 113:

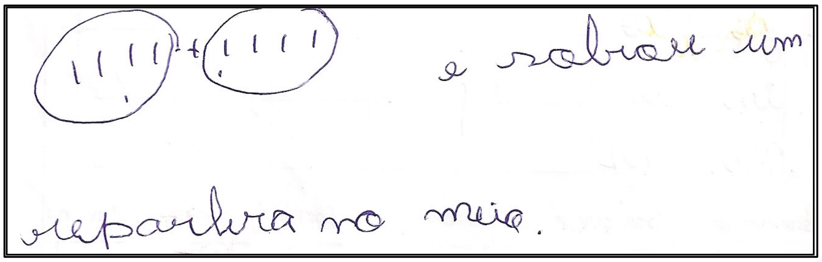


Figura 112 – Resposta dada pela equipe da Bruna.

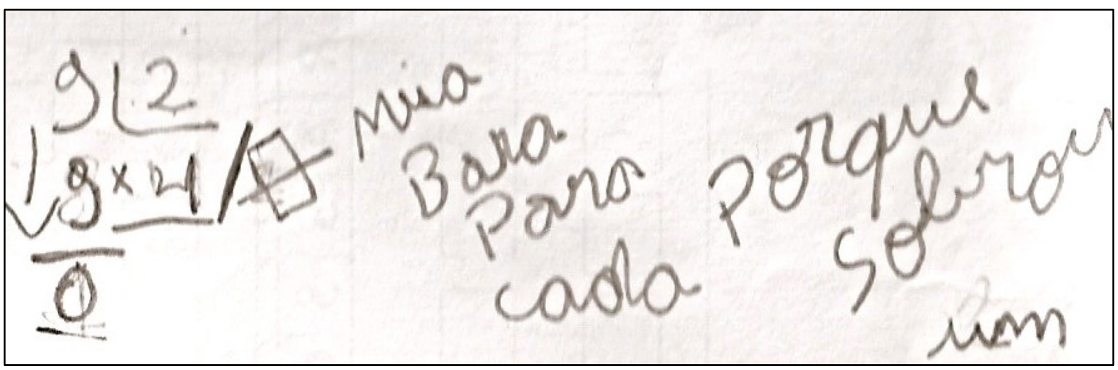


Figura 113 – Resposta dada pela equipe do William.

Interessante observarmos que as duas respostas trazem a ideia da metade, citada por Nunes e Bryant (1997). Os autores verificam que "essas habilidades claramente precedem o conhecimento das crianças de representações fracionais e sua habilidade de calcular com frações" (1997, p. 197).

A pergunta seguinte foi: "Julinha disse que 100 dividido por 2 dá 51. É verdade isso?".

Essa pergunta foi fácil para eles, pois todos recordaram essa divisão, realizada em atividades anteriores. Todos responderam através da adição de duas parcelas iguais de cinquenta. Um exemplo está na Figura 114.

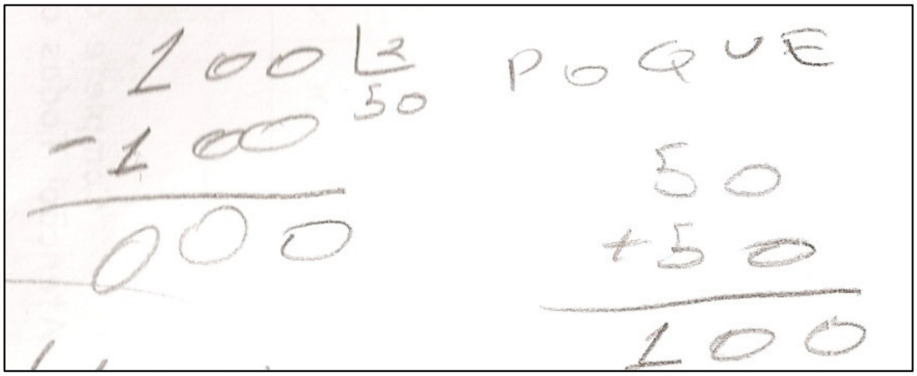


Figura 114 – Resposta do Benício representando sua equipe.

Uma das equipes resolveu o problema através da multiplicação, e depois ao descobrir o quociente 50, escreveu o algoritmo da divisão, como vemos na Figura 115.

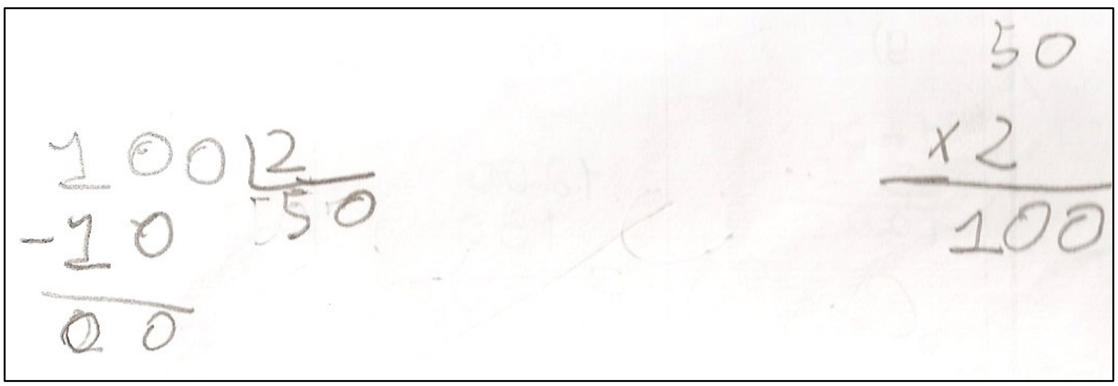


Figura 115 – Resposta dada pela equipe do William.

Questionei os alunos sobre a resposta à pergunta: “É verdade que 100 dividido por 2 dá 51? As crianças gritaram juntas: “Mentira.”, “Ta errado!”, “É cinquenta!”. Completei a resposta das crianças afirmando que estava errado porque cinquenta mais cinquenta é que dará cem.

A pergunta seguinte foi parecida: “Luizinho disse que 300 não dá para dividir por três. É verdade isso ou não?”.

Nessa pergunta, percebi que eles utilizaram a pergunta anterior como parâmetro, pois as respostas vieram através da adição e da multiplicação. Podemos visualizar as respostas dadas nas próximas figuras.

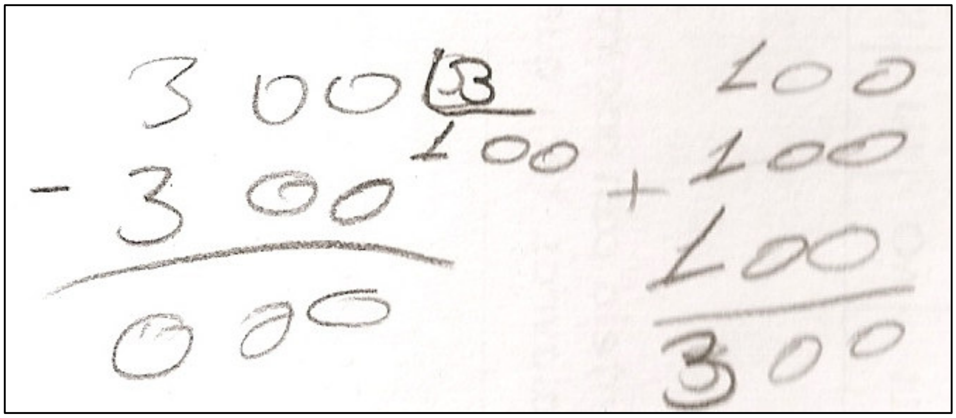


Figura 116 – Resposta da Mirela representado sua equipe.

Questionei a turma se a resposta da Mirela, assim como sua explicação utilizando adição para justificar a resposta, estava correta, e todos afirmaram que sim. Também mostrei as outras respostas que as equipes deram, como podemos ver nas Figuras 117 e 118 em que podemos perceber, novamente, a utilização do algoritmo da divisão como uma forma de informar a resposta correta, e não como meio de encontrá-la.

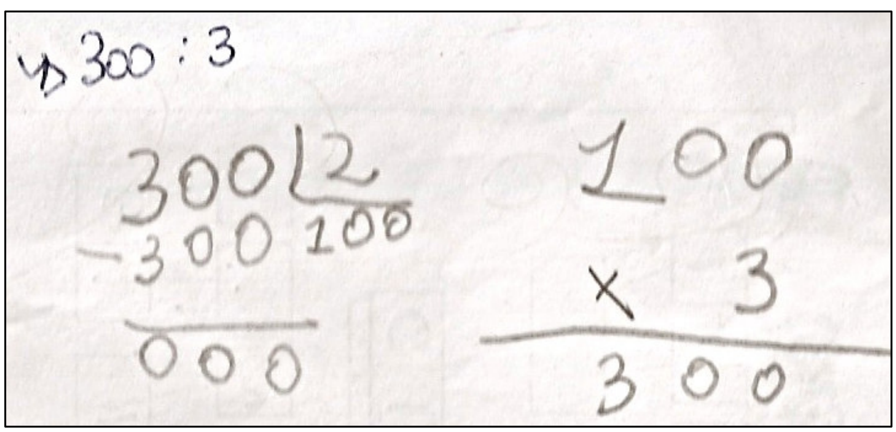


Figura 117 – Resposta dada pela equipe do William.

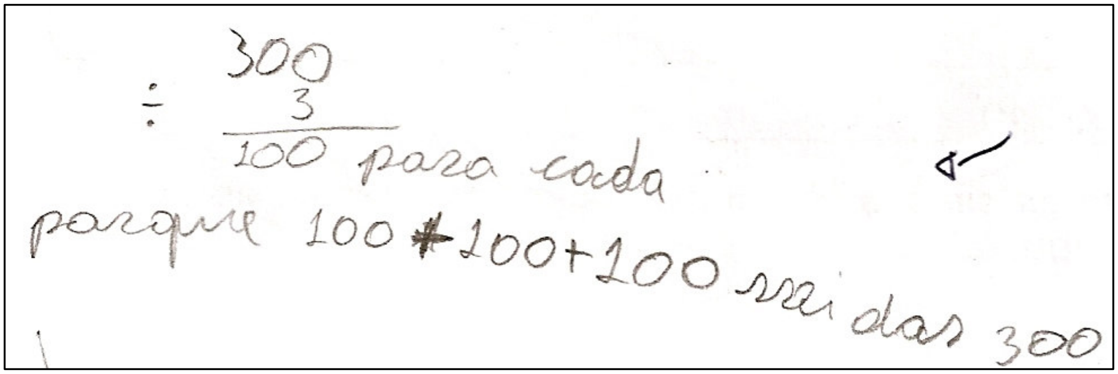


Figura 118 – Resposta dada pela equipe da Bruna.

É interessante perceber que os alunos estão procurando padrões utilizados anteriormente para conseguirem solucionar os problemas. Eles perceberam que podemos encontrar uma parcela a ser somada três vezes para obter o número trezentos, por exemplo, como no caso acima.

A próxima pergunta sorteada foi: “Robertinho disse que se separarmos 36 pessoas em 3 grupos, com a mesma quantidade de pessoas, cada grupo ficará com 13 pessoas. Está certo o cálculo de Robertinho?”

A aluna Belissa preferiu explicar sua resposta (Figura 119) para os colegas através de desenho, em que distribuiu as trinta e seis barrinhas entre os dois círculos e, depois, conferiu para ver se havia a mesma quantidade nos três círculos, indicando que havia doze barrinhas em cada círculo. Interessante que essa menina insistiu nos desenhos, apesar de ter reclamado na atividade anterior que não dava para dividir números grandes por que ela “morre fazendo pauzinhos”.

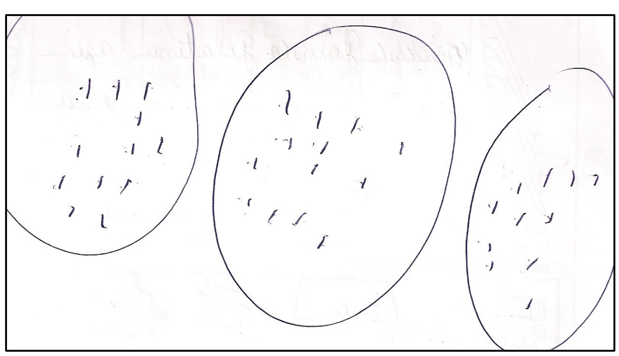


Figura 119 – Resposta da Belissa representado sua equipe.

As duas equipes responderam que a resposta do Robertinho estava errada e justificaram isso mostrando que a divisão de trinta e seis por três dará doze e não treze. Podemos ver as soluções apresentadas em Figuras 120 e 121.

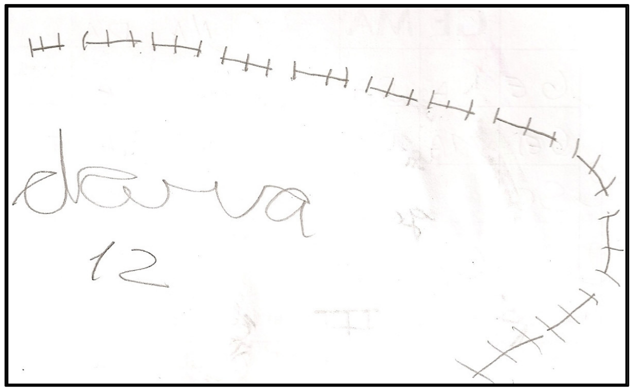


Figura 120 – Resposta dada pela equipe da Bruna.

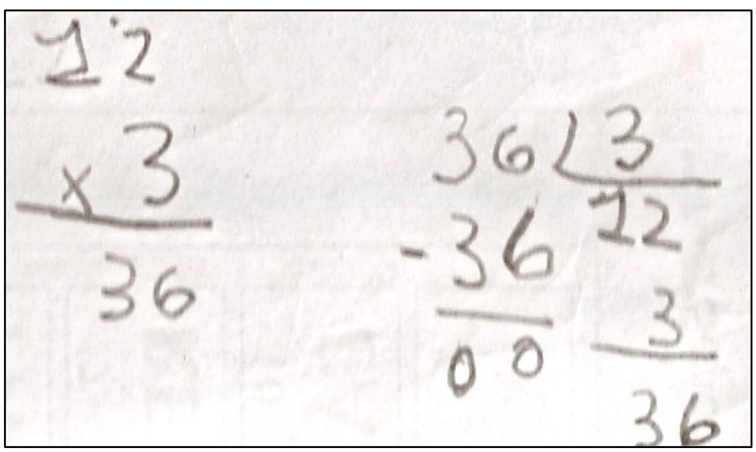


Figura 121 – Resposta dada pela equipe do William.

O problema seguinte foi: “No dia de hoje, Lia, que trabalha na cozinha da escola, preparou 201 pastéis para o lanche das crianças que estudam à tarde. Cada criança comeu três pasteis. Sabendo disso, é possível sabermos quantas crianças estudam à tarde?”

Esse foi o último problema sorteado por causa do horário, e o mais difícil para os alunos, pois eles não conseguiram encontrar um padrão para auxiliar a resolução. Todos tentavam, mas não conseguiam. Um silêncio tomou conta da sala, a maioria dos alunos da turma estava, nesse momento, com um lápis nas mãos riscando em uma folha, tentando encontrar a resposta, para pontuar para sua equipe (Figura 123). Alguns tentaram resolver o problema através de desenho, como podemos ver na Figura 122.

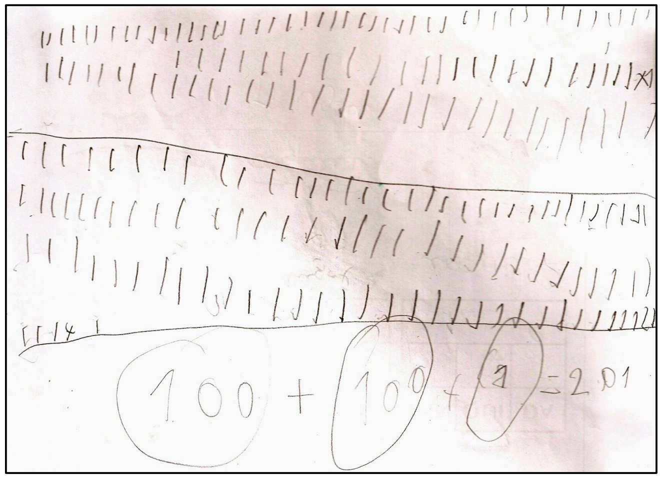


Figura 122 – Folha de rascunho com as tentativas, da equipe da Bruna, de achar a resposta.

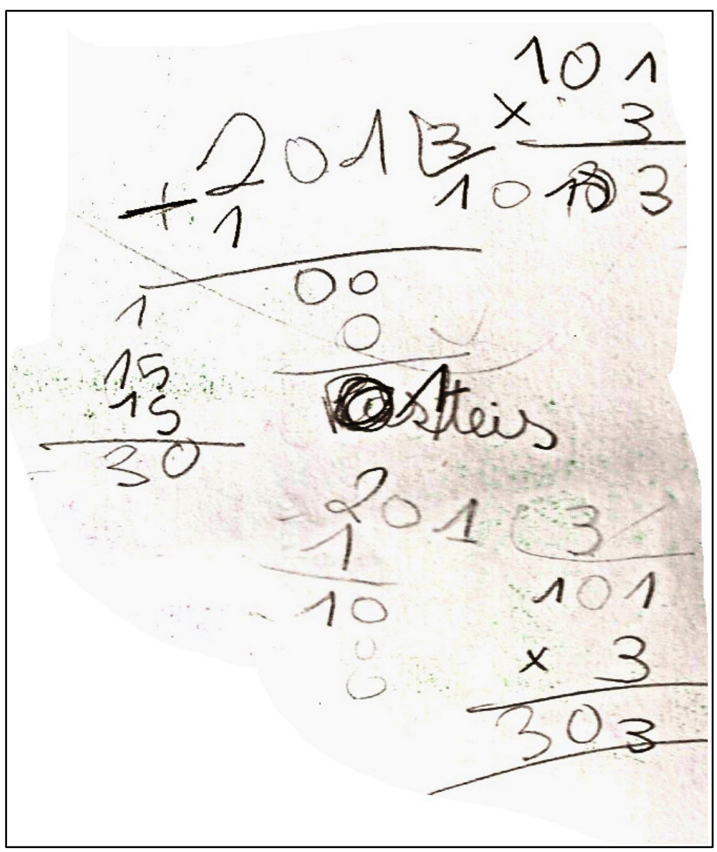


Figura 123 – Folha de rascunho com as tentativas, da equipe do William, de achar a resposta.

Diante das inúmeras tentativas, sem obter sucesso, e do desânimo das crianças, resolvi aproveitar essa situação e mostrar outra maneira de resolvê-la: realizar a divisão por retiradas de determinadas quantidades, da quantidade total.

Comecei com uma situação vivenciada por eles dias antes, em que os alunos da escola foram ao cinema, na cidade de Porto Alegre. Incluindo os professores, foram ao cinema cento e sessenta e duas pessoas, que a diretora distribuiu em três ônibus alugados. Perguntei para a turma, "Considerando que os três ônibus levaram a mesma quantidade de pessoas, quantas pessoas foram em cada ônibus?".

Como eles participaram dessa atividade da escola, sabiam que havia muitas pessoas dentro de cada ônibus, e justamente esse era meu objetivo agora, utilizar esse fato para que as crianças fizessem estimativas para iniciarmos a retirada de quantidades da quantidade inicial, cento e sessenta e dois.

A Maria respondeu "Cinquenta!", estimando um número grande. Desenhei três ônibus no quadro, e coloquei o número cinquenta dentro de cada um. Perguntei então, "Quanto é cinquenta mais cinquenta mais cinquenta?", e o Benício respondeu rápido: "Cento e cinquenta!". Disse aos alunos que, das cento e sessenta e duas pessoas que havia, cento e cinquenta já estavam dentro do ônibus, pois

$$50 + 50 + 50 = 150.$$

Perguntei para a turma: "Se cento e cinquenta pessoas já entraram no ônibus, e o total era de cento e sessenta e duas pessoas, quantas pessoas faltam entrar no ônibus?". Após alguns murmúrios, alguns alunos gritavam juntos "Doze!", "Doze Sora! Doze.". Então perguntei aos alunos "Ao dividirmos essas doze pessoas entre os três ônibus, cada ônibus irá receber mais quantas pessoas?", e Mirela respondeu rapidamente "Quatro!". Perguntei "Por que quatro?" e a disse "Quatro mais quatro mais quatro é doze.".

Coloquei no desenho do quadro o número quatro dentro de cada ônibus, e após, perguntei: "Quantas pessoas foram em cada ônibus? Basta somarmos as duas parcelas. Cinquenta mais quatro. Quanto dá?" e rapidamente alguns alunos falaram juntos "Cinquenta e quatro.". Mostrei para as crianças que se somarmos três parcelas iguais a cinquenta e quatro, encontraremos como resposta cento e sessenta e dois, que era o número total de pessoas. Perguntei para as crianças como poderia expressar isso através da multiplicação, e a resposta veio da Mirela: "Cinquenta e quatro vezes três.".

Como a maior parte da turma utilizava o modo pictórico para resolver os problemas de divisão, essa aluna se destacou, pois ela também utilizou a operação de multiplicação para justificar a resposta encontrada nas situações de divisão.

Alguns alunos disseram que é mais difícil fazer a divisão dessa forma; expliquei para as crianças que eles mesmos haviam verificado que, para "números grandes", não era prático trabalhar com desenho, desenhando muitas barrinhas e bolinhas. Eles precisavam pensar em outras maneiras de trabalhar com os números grandes, e na forma das retiradas, ao invés de desenhar barrinhas, eles apenas precisariam representar a quantidade subtraída e a restante, através do numeral.

Retornei ao problema que nenhuma equipe havia conseguido resolver: "No dia de hoje, Lia que trabalha na cozinha da escola preparou 201 pastéis para o lanche das crianças que estudam à tarde. Cada criança comeu três pasteis. Sabendo disso, é possível sabermos quantas crianças estudam à tarde?".

Disse para as crianças: "Vamos tentar resolver esse problema com número grande, agora que já conhecemos outra maneira de resolver?". Dei alguns minutos para eles tentarem resolver o problema; alguns iniciaram uma tentativa de distribuir, como podemos verificar na Figura 124. Um aluno da equipe da Bruna desenhou três círculos, representando os três pasteis que cada criança comeu, e dentro dos círculos uma tentativa de distribuição, em que a estimativa foi de cem pessoas. Percebemos que a criança considerou a quantidade total de alunos que era duzentos e um, tanto que no último círculo ele coloca o numeral 1, porém não conseguiu definir uma resposta, percebendo que as quantidades distribuídas não eram as mesmas.

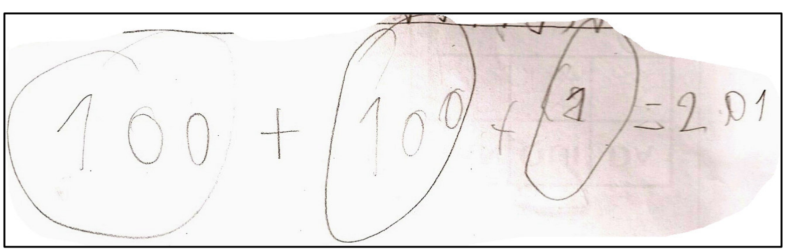


Figura 124 – Rascunho com a tentativa de encontrar a resposta de 201:3, da equipe da Bruna.

Maria foi a única da turma a conseguir distribuir igualmente as quantidades retiradas da quantidade total, chegando ao resultado esperado, como podemos ver na Figura 125.

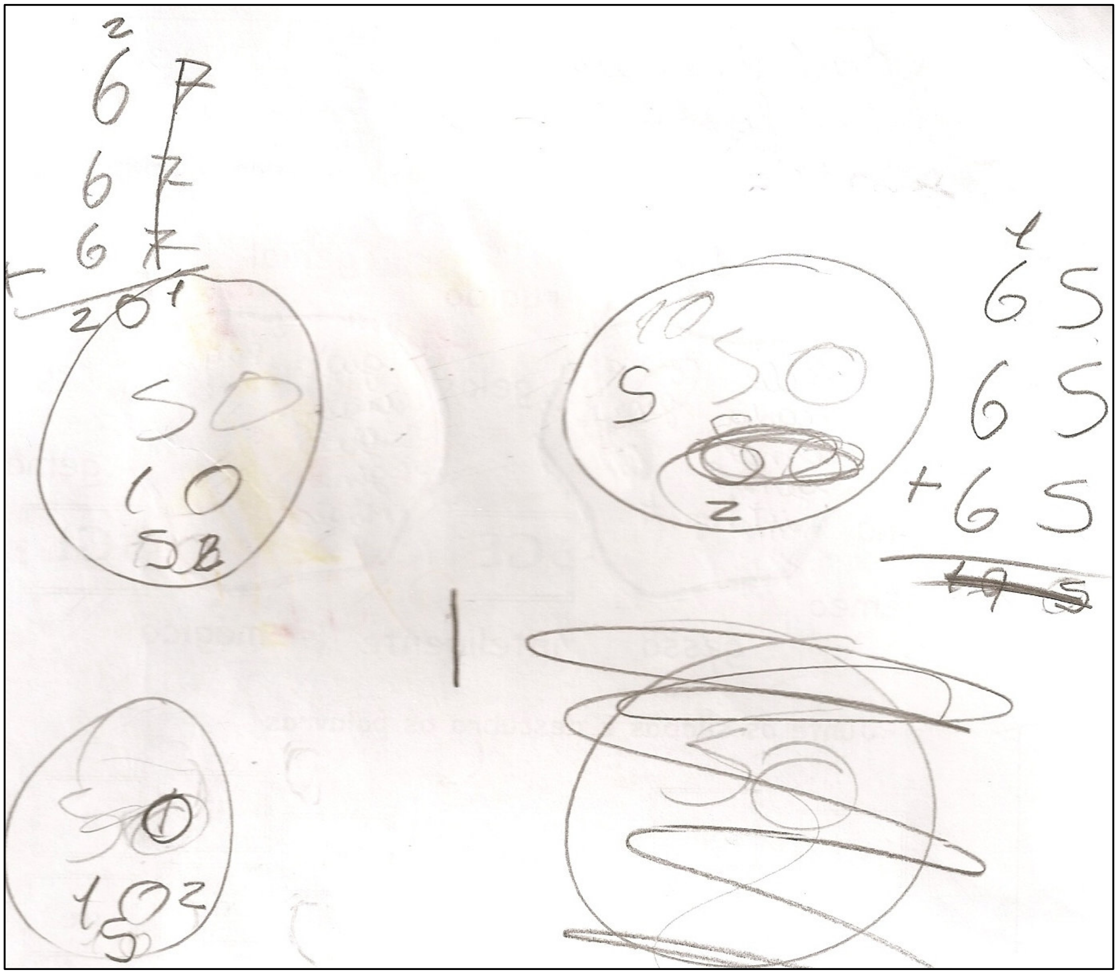


Figura 125 – Rascunho da Maria, referente à divisão de 201 por 3.

Podemos ver que a aluna fez três círculos e dentro deles foi colocando quantidades iguais. Ela iniciou colocando o número cinquenta em cada, e ao somar percebeu que já distribuíra cento e cinquenta. Ela colocou mais dez em cada círculo e contou novamente. Percebeu que já distribuíra cento e oitenta. Colocou mais dez em cada e falou pra mim, que percebi sua forma de resolver e me aproximei dela: “Passou!”, referindo-se à quantidade duzentos e um.

Sua colega Carolina, que estava ao seu lado também, observou a resolução e resolveu ajudar: “Maria, tem que ser menos que dez, coloca cinco.” Maria riscou por cima do número anterior e colocou cinco em cada círculo, somou e encontrou um total de 195. Perguntei então: “Quanto falta para chegarmos em 201?” A Carolina, sua colega que estava ao lado, contou nos dedos e respondeu: “Seis.” Então perguntei: “Seis dividido por três grupos vai dar...?”.

Maria disse que seriam dois e colocou em cada círculo mais duas unidades. Achei que ela pararia ali, mas para minha surpresa, ela disse: “Vamos somar agora.” Ela somou as três parcelas de sessenta e sete e encontrou o duzentos e um, ou seja, verificou se realmente a sua distribuição estava correta, para minha satisfação.

Diante da lamentação das crianças pelo fim do jogo, decidi dar sequência à atividade com mais uma aula. Na aula seguinte, compareceram dezessete alunos e com isso, decidi montar três equipes.

Escolhidos os líderes e membros de cada equipe, percebi que duas meninas haviam sobrado. Aproveitei a ocasião para questionar os alunos se as equipes ficariam com o mesmo número de componentes se a Maria e a Bruna entrassem em alguma equipe. Eles responderam que não, e então completei dizendo: “Dezessete dividido por três dá cinco para cada equipe e sobrarão dois.”.

Informei à turma que essas meninas que sobraram não iriam para nenhum grupo, porque elas seriam as minhas ajudantes. Entendi que seria melhor fazer isso, pois um grupo iria ficar em desvantagem e, se por ventura eles perdessem, as crianças iriam ficar descontentes. Relatei as regras do jogo novamente, e iniciamos o jogo. As perguntas sorteadas foram as que constam no Quadro 14.

Quadro 14 – Perguntas a serem sorteadas

1) Anna irá distribuir 40 pirulitos entre seus amigos no seu aniversário. Se no aniversário de Anna compareceram 10 amiguinhos, quantos pirulitos, cada amiguinho ganhou?

2) Fernandinho está dividindo seus amiguinhos em seis times para jogarem futebol. Se ele tem 30 amigos, quantos jogadores têm cada time que ele formou?

3) Gilian vai comprar pneus para vender na sua loja. Ele comprou 72 pneus. Essa quantidade daria para trocar TODOS OS PNEUS de quantos carros?

4) Ana fez 27 bolinhos para as crianças da creche. Sabendo que cada criança comeu 3 bolinhos, quantas crianças têm na creche?

5) Tayna tem 13 laranjas e dividiu por 3 amigos? (pergunta elaborada pelas crianças de uma das equipes, na primeira etapa do jogo, na aula passada)

6) Bruno tem 21 bolinhas de gude dividiu para 2 pessoas quantas pessoas receberão? (pergunta elaborada pelas crianças de uma das equipes, na primeira etapa do jogo, na aula passada)

Entre essas perguntas sorteadas tivemos: problemas de divisão partitivos, como as questões 1, 2, 5 e 6; problema de divisão medida por quotas, em que foi informada a quantidade total e a quota que cada indivíduo receberia, como as questões 3 e 4; e, por fim, um problema em que as crianças precisavam pensar e encontrar o número que seria o divisor, como a questão 5.

As perguntas 5 e 6, elaboradas pelas crianças, tratavam de divisões com resto diferente de zero. Ao resolverem as questões, no caso das bolinhas de gude, as crianças perceberam que o resto não poderia ser fracionado. Na divisão de 13 laranjas por 3 amigos, eles consideraram que a laranja que sobrava não poderia ser dividida em três partes iguais. Temos duas possibilidades de interpretação para essa decisão das crianças: ou elas não consideravam a fruta como algo que, no cotidiano, se divide em três partes iguais, ou não conseguiram encontrar uma maneira de dividi-la em três partes. Verificamos que as crianças apresentavam maior habilidade com a divisão por dois.

Com relação à pergunta "Ana fez 27 bolinhos para as crianças da creche. Sabendo que cada criança comeu 3 bolinhos, quantas crianças têm na creche?", percebemos que vários alunos acertaram o problema de quotas, o que não ocorria nas atividades anteriores. Isso se deve à quantidade citada no problema, que é o número vinte e sete (considerado pequeno e fácil pelas crianças), da mesma forma que a quota era o número três, também pequeno, segundo os alunos.

Percebi que as crianças se sentiram mais à vontade ao manipular essas quantidades, pois algumas ainda necessitavam de uma representação por desenho, para realizar a divisão solicitada.

Mesmo divididos em três grupos, os alunos faziam questão de todos resolverem as questões e brigavam para que eu pegasse a resposta que cada um tinha escrito, representando a resposta do grupo. Fiquei impressionada com isso. Cheguei a dizer para eles: "Verifiquem para ver se a resposta de vocês está igual.". Eles olhavam e diziam: "Está igual mas pega a minha!".

Fiquei bem feliz com a disposição deles e, para não desagradar ninguém, peguei as folhas de todos e, ao apresentar as respostas dadas, dizia: "O grupo encontrou formas diferentes de resolver a questão e todos chegaram à mesma resposta.". Alguns detalhes me chamaram muito a atenção e devo destacar.

Em primeiro lugar, Marcelo me surpreendeu, pois ele não havia participado da aula anterior e, por demonstrar em geral pouca concentração, imaginei que ele não iria se adaptar ao jogo e à concentração que exige. Felizmente me enganei. Ele participou o tempo todo, ajudou os colegas da equipe e acertava todas as questões. Percebi a forma como ele raciocinava, não dividindo, mas somando a quantidade do divisor, ou seja, ele via quantas vezes o divisor cabia no dividendo, ou seja, um raciocínio por quota.

Esse fato é importante, pois era isso que eu queria que os outros colegas percebessem. Mostrei aos colegas a resolução de um dos problemas sorteados, em que a pergunta era: "Gilian vai comprar pneus para vender na sua loja. Ele comprou 72 pneus. Essa quantidade daria para trocar TODOS OS PNEUS de quantos carros?"

Ele resolveu essa questão escrevendo na classe (mesa), como podemos ver na foto tirada por mim, que está na Figura 126. Observamos que o aluno desenha figuras semelhantes a um retângulo, e dentro dessas figuras ele coloca o número quatro. À medida que ele desenha, ele também vai somando mentalmente essas quantidades: quatro mais quatro mais quatro ...

Em determinado momento ele coloca dentro de uma das figuras o número seis. Ele fez isso duas vezes, como podemos observar na Figura 126 e 127. Ao ser questionado sobre esse procedimento, ele explica que fez isso porque ali a soma completa 36 (como está indicado na Figura 127, em vermelho). Na realidade, a figura continua representando a quantidade quatro, porém a posição que ele ocupa é a nona, ou seja, quatro vezes nove são trinta e seis. Mais adiante, na foto, vemos que a soma dá cinquenta e seis (indicado por mim na Figura 127, em vermelho), que segue o mesmo raciocínio anterior: décima quarta posição. Quatorze vezes quatro são cinquenta e seis.

Podemos considerar isso como uma estratégia criada por ele para não se perder na adição das parcelas de quatro, correspondente ao divisor, e que somente ele compreende. Conversei com ele e pedi para que fizesse no papel essa resolução (Figura 126), porque a professora precisava levar a resolução dele para casa, e a mesa eu não poderia levar. Diante do meu apelo, ele fez em uma folha o seguinte desenho.

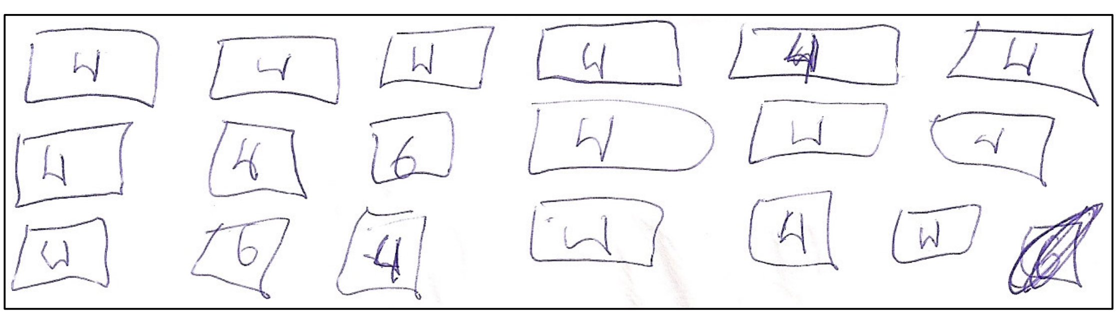


Figura 126 – Rascunho da representação feita na mesa, pelo aluno, referente à divisão de 72 por 4.

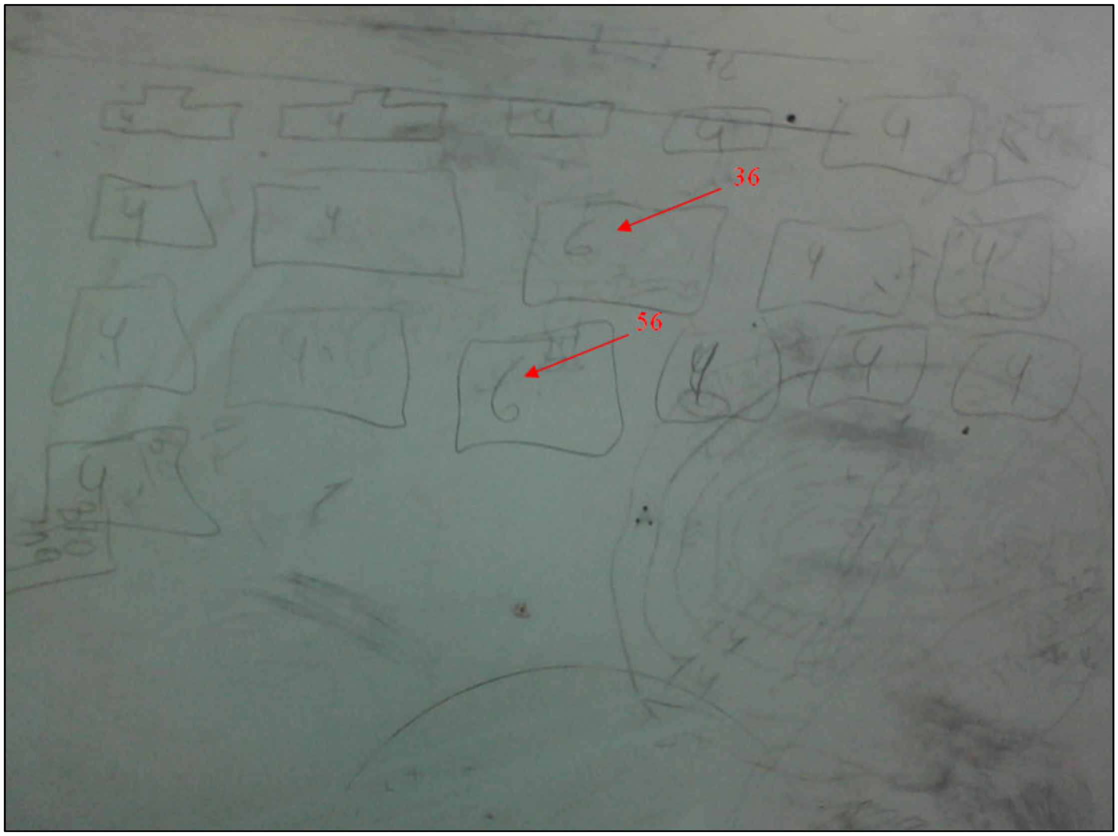


Figura 127 – Foto da classe do Marcelo, referente à divisão de 72 por 4.

Outra estratégia que me surpreendeu foi a do menino Jonathan. Ele utilizou a representação do desenho de barrinhas e, após, fez o agrupamento dessas barrinhas formando grupos com a mesma quantidade. Podemos visualizar suas resoluções na Figura 128.

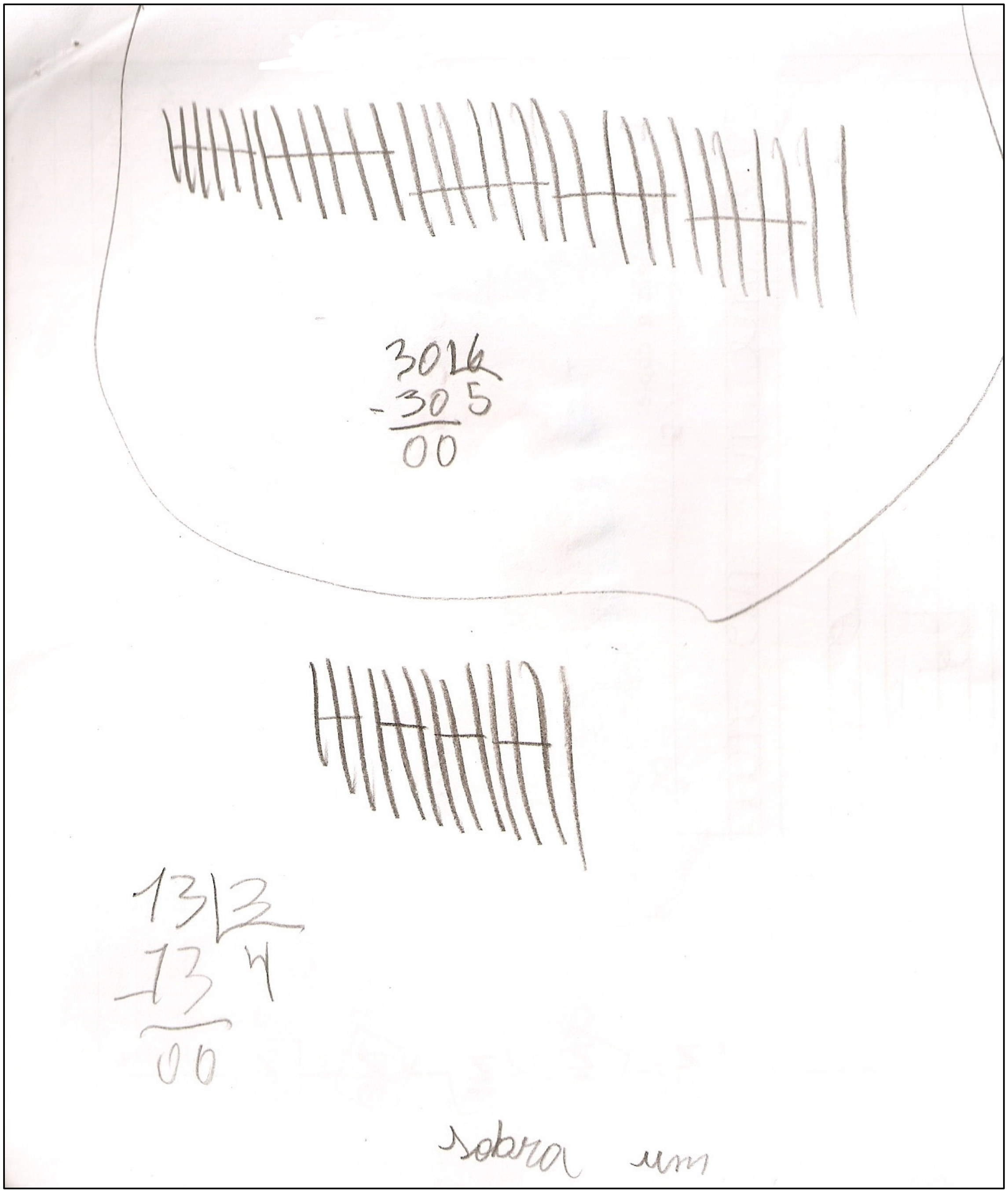


Figura 128 – Resolução do Jonathan, referente a 30 : 6 (parte superior) e 13:3 (parte inferior).

Outro menino que me surpreendeu foi o Eduardo, que parecia ter uma dificuldade enorme. A questão que ele resolveu no quadro foi: “Gilian vai comprar pneus para vender na sua loja. Ele comprou 72 pneus. Essa quantidade daria para trocar TODOS OS PNEUS de quantos carros?”.

Ele “armou” a divisão de 72 por 4 através do algoritmo da divisão, porém ele multiplicou 72 por 2, colocando como respostas 144 no lugar do quociente. A turma disse que a resolução estava errada e ele se irritou, apagou o que havia escrito e sentou quieto. Achei que ele não iria mais participar do jogo, porém, ao ver as respostas dos colegas, começou a resolver as questões do mesmo modo que alguns de seus colegas: através do modo pictórico.

Considerei importante essa atitude, pois ele era um menino que tinha o costume de resolver os problemas usando a calculadora por baixo da mesa, para que eu não visse, ou copiando as respostas dos colegas. Diante da opinião dos colegas de que ele estava errado, ele percebeu que todos os outros estavam tentando resolver os problemas, através de desenho, ou de cálculo. Podemos visualizar suas resoluções na Figura 129.

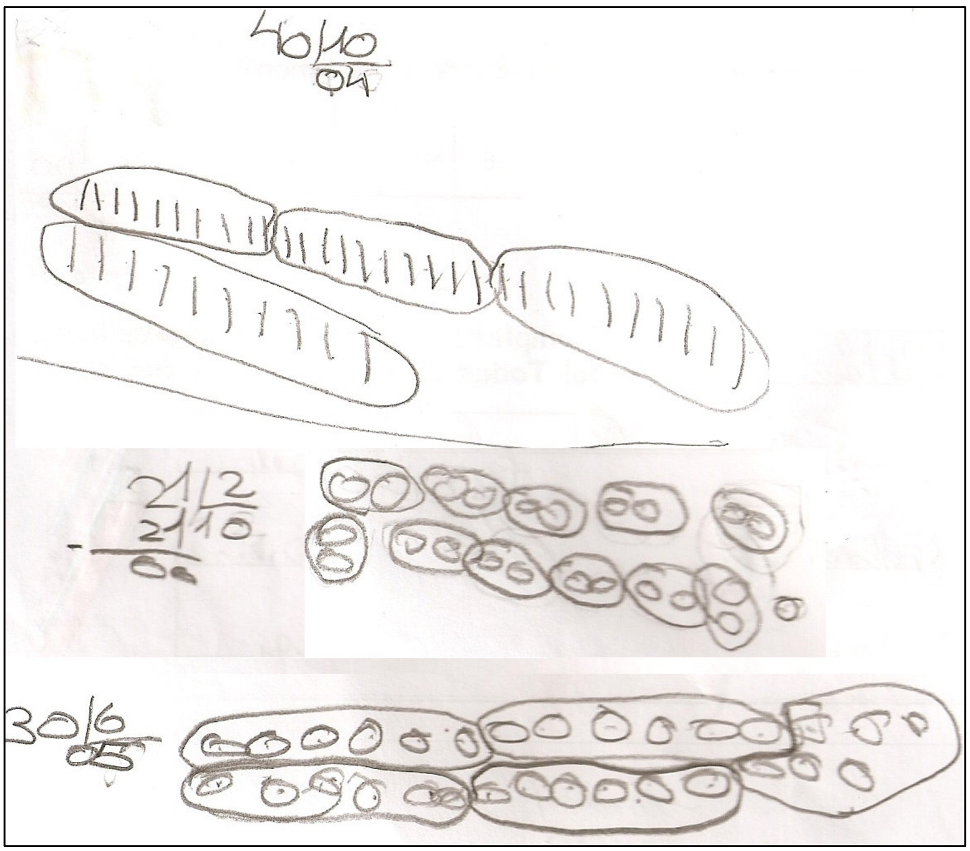


Figura 129 – Resolução do Eduardo, realizando as divisões 40:10, 21:2 e 30:6.

Também percebi uma mudança na postura do William. Ele apresentava muitas dificuldades antes, e não resolvia os problemas, nem mesmo através dos desenhos. Nessa aula, ao ver os colegas resolvendo os problemas através de desenho, ele encontrou uma maneira de resolver as questões, como podemos ver nas Figuras 130, 131 e 132.

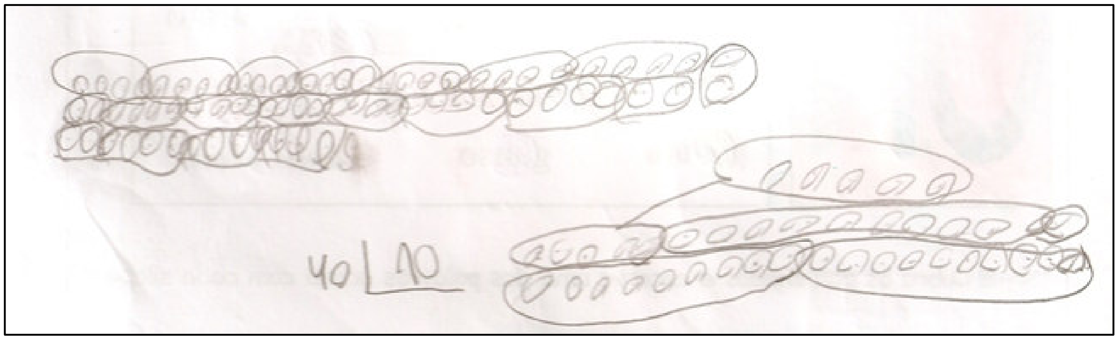


Figura 130 – Resolução do William realizando as divisões 72:4, 40:10.

Figura 131 – Resolução do William realizando a divisão 21:2.

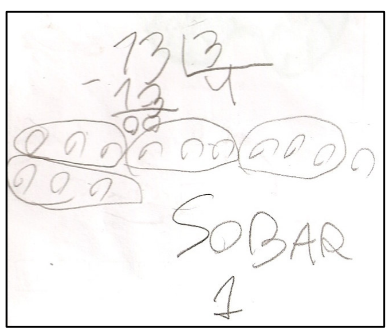


Figura 132 – Resolução do William realizando a divisão 13:3.

Esses meninos mostraram que, ao visualizar como o seu colega estava pensando, puderam pensar de uma forma diferente, e buscar uma maneira de resolver os problemas de divisão.

Analisando a atividade, percebemos que os alunos prosperaram na utilização de outras maneiras para dividir, além do modo pictórico. É possível perceber que alguns alunos associavam a divisão com soma de parcelas iguais, que teria como resultado a quantidade total a ser dividida.

Também as crianças estavam percebendo que a multiplicação pode ser utilizada como uma verificação do resultado – prova real – da operação de divisão, ou seja, pode-se manter a hipótese de que eles perceberam a relação inversa que há entre as duas operações: multiplicação e divisão.

É necessário dar créditos também à dinâmica do jogo, que contribuiu para o sucesso da atividade. As crianças envolveram-se com a disputa entre as equipes, da mesma forma que queriam que sua resposta fosse escolhida para representar a equipe.

Nesse momento, percebemos que os alunos não consideravam importante o trabalho em equipe, que poderia gerar discussões e aprendizagem. Era engraçado ver que a cada pergunta sorteada, todos os membros da equipe baixavam a cabeça, e escreviam, desenhavam, riscavam no papel de rascunho, uma tentativa para a resolução da questão sem trocar ideias ou palavras com seus colegas de equipe, ou seja, eram equipes em que os membros trabalhavam sozinhos pela vitória da equipe.

Cada pergunta sorteada era solucionada, no quadro-negro, por uma criança representando uma equipe. Ao mesmo tempo, no "QG" de cada equipe, todas as crianças poderiam resolver também e entregar uma resposta representando a equipe. Depois de entregarem as respostas, solicitava à criança que estava no quadro-negro a explicação da sua resolução.

Percebemos nesses momentos a espontaneidade das crianças, que avaliavam a resposta dizendo se estava certa ou errada, e, quando estava errada, indicavam onde estava o erro, independentemente do colega ser da sua equipe ou não. Isso foi bom para que as crianças pudessem avaliar e ser avaliadas, observando como os colegas raciocinavam e quais os meios mais utilizados para conseguir resolver as questões de divisão.

Considero também que o critério de todos pontuarem a cada perguntar sorteada, incentivou todos os alunos a participarem da atividade, ao mesmo tempo. Além da criança que sorteou a pergunta, seus colegas também tiveram a oportunidade de resolver a questão e colocá-la em discussão.

É necessário destacar que alguns alunos que apresentavam dificuldades durante essa atividade observaram como seus colegas faziam, opinaram sobre as respostas e perceberam que eles também conseguiam resolver as questões utilizando a representação das quantidades citadas nos problemas, através de desenho.

Percebemos que algumas crianças que não compreendiam a operação de divisão passaram a tentar resolver essas questões através da representação por desenho, realizando agrupamentos e encontrando, no número de agrupamentos formados, o resultado da questão. Considero isso importante, pois as crianças perceberam que tinham capacidade, e que não precisavam recorrer à cópia ou a calculadora.

Outro ponto que preciso destacar é a lembrança que as crianças tiveram das quantidades já trabalhadas em aula, com material concreto ou nos problemas. Todas as vezes em que apareceram quantidades já trabalhadas, elas já tinham uma estimativa da resposta. Também já tinham uma ideia de como encontrar a solução da questão, ou seja, as crianças criaram ou aperfeiçoaram esquemas para determinados tipos de problemas.

Elas chegaram a conclusões importantes, pois verificaram que esses esquemas necessitavam ser modificados ou, ainda criaram novos meios de trabalhar com problemas em que aparecem “números grandes”, como eles mesmos definem.

Eles já haviam afirmado que não era possível resolver todos os problemas através do modo pictórico, e como a operação de multiplicação ainda não era plenamente reversível para a maioria das crianças, elas não a utilizavam como um meio de resolver problemas com quantidades grandes.

Nessa atividade, foi possível apresentar uma outra forma de pensar a divisão, realizando retiradas da quantidade total a ser dividida. Essa ideia não foi bem compreendida por todos. Talvez isso se deva ao fato de ter sido trabalhado, na escola, apenas uma definição para a operação de divisão: dividir algo em partes iguais.

Também devemos entender a divisão como o cálculo de quantas vezes uma determinada quantidade cabe dentro de outra quantidade. Essa ideia abre um leque maior de possibilidades, pois conseguimos, por exemplo, entender como um dividido por um meio resultará em duas partes, o que para muitos adultos é algo difícil de ser compreendido.

Trabalhar essa ideia nas crianças desde os anos iniciais talvez possa contribuir para a sua melhor compreensão das situações de divisão.

4.8 ATIVIDADE 8 – RELACIONANDO A GEOMETRIA E A ARITMÉTICA

A oitava atividade contemplou a geometria, trabalhando as formas geométricas – polígonos – construídos através da utilização de elásticos no geoplano.

Para minha surpresa, quando apresentei o geoplano para as crianças da turma, elas demonstraram curiosidade, pois nunca haviam visto ou tido contato com esse material. O Benício logo repetiu o que falei: “GEO-PLANO”.

Mostrei a eles que o geoplano se trata de uma placa de madeira no formato de um quadrado, ou seja, possui os quatro lados iguais e os quatro ângulos iguais. Para ressaltar a questão dos ângulos, comentei com as crianças: “Esses são os quatros ângulos [apontando com os dedos] e vejam que as mesas de vocês também possuem esses quatro ângulos iguais. São as quinas da mesa.”. O Eduardo perguntou nesse momento: “Quem fez isso? Tu comprou pronto?”, e eu respondi “Esse aqui fui eu que fiz [indicando o geoplano maior] e o outro foi um aluno meu [indicando o geoplano menor].”. Ele então diz: “É fácil. Vou fazer um.”.

Muitos alunos não conheciam e acharam muito legal trabalhar com o tabuleiro com pregos, em que podemos construir com elástico (atílio) uma forma geométrica. Levei para a aula dois geoplanos, atílios e elásticos de silicone. Também utilizei cinco conjuntos de blocos lógicos, cujas peças são quadrados, retângulos, triângulos equiláteros e círculos.

Como havia 16 alunos, separei a turma em três grupos, dos quais dois trabalharam inicialmente com os blocos lógicos e um grupo ficou com os dois geoplanos. Antes de entregar o material, fiz uma apresentação, para a turma, do material que iríamos utilizar, perguntando aos alunos se eles conheciam as formas geométricas que estava mostrando. Foi bem interessante, pois os alunos sabiam identificar um quadrado e um retângulo, porém poucos sabiam distinguir os retângulos que são quadrados daqueles que não são. Isto porque o quadrado possui todas propriedades de um retângulo e de um losango. A recíproca é que não é verdadeira, ou seja, nem todo retângulo é quadrado.

Preocupei-me com o conhecimento que as crianças precisavam ter com relação às formas geométricas que eu iria utilizar mais adiante nas aulas: o retângulo e o quadrado. Por isso, trabalhamos inicialmente com os blocos lógicos, que podemos ver na Figura 133.

Figura 133 – Material didático: Blocos Lógicos.

Perguntei para as crianças: “Quais são as formas geométricas que vocês conhecem?”.

O Benício respondeu “Formas geométricas são linhas.”, e eu disse para ele “Ôpa! Uma forma geométrica será uma linha fechada, em que eu terei a parte de dentro e a parte de fora.”. Outras crianças foram respondendo depois:

“Círculo”, disse Diovana.

“Quadrado”, disse Belissa.

“Losango”, disse o Ivan.

“Bola”, disse Luan.

Perguntei para as crianças: “Será que se eu mostrar algumas formas, vocês saberão identificá-las? Vamos ver.”, e assim fui pegando uma a uma as peças dos blocos lógicos.

Mostrei a primeira peça e perguntei: “Que forma geométrica é essa?”, e muitos responderam juntos: “Círculo!”. Mostrei outra peça e perguntei novamente, mostrando um retângulo, e a turma respondeu dividida: “Quadrado!”, disseram alguns, enquanto outros responderam “Retângulo!”.

Mostrei então as duas formas, o retângulo (não quadrado) e o quadrado, e perguntei: “Quais são as diferenças entre as duas formas?”. Eles responderam:

“O azul tem lados iguais.”, disse Diovana.

“O quadrado tem lados iguais”, disse Mirela.

“O outro tem dois pequenos iguais e dois grandes iguais [referindo-se aos lados do retângulo].”, disse Luan.

Confirmei com as crianças a diferença, mostrando as peças e pedindo para que elas as pegassem na mão, já que cada grupo havia recebido uma caixa com os blocos lógicos.

Mostrei por fim o triângulo, e perguntei que forma era aquela. Eles responderam “Triângulo”. Perguntei a diferença entre o triângulo e as outras três formas. Eles disseram: “Ele tem três lados [referindo-se aos lados do triângulo]”, disse Benício. “O círculo não tem lados iguais”, disse o Artur, referindo-se à diferença entre as formas.

Perguntei: “Qual dessas formas geométricas nós conseguimos construir no geoplano?” e eles disseram:

“O quadrado”, disse o Eduardo, e em seguida a Mirela e a Diovana.

“Triângulo”, disse o Luan.

Peguei o geoplano maior, e expliquei para as crianças, que chegaram bem perto de mim, que o geoplano é composto de vários quadradinhos, e cada linha possui o mesmo número de quadradinhos. Eles contaram nesse momento e verificaram isso, inclusive observando a linha na vertical e na horizontal. Mostrei para eles porque era bom trabalhar com o elástico e não com um barbante ou linha, pois o elástico nos daria mais possibilidades de criar e recriar formas geométricas ali, de um modo prático, sem precisar fazer laçadas ou nós.

Perguntei-lhes como poderíamos fazer um quadrado ali. O Luan, que estava perto de mim, pegou o elástico que já estava formando um quadrado unitário, e esticou para o lado direito três unidades. Perguntei a ele, “Isso é um quadrado?”, e o Eduardo respondeu mais rápido que o Luan: “Têm que puxar para cima.”, esticando o elástico para cima três unidades, arrumando todas as pontas e formando assim um quadrado, como vemos na Figura 134 abaixo. Ele quis se referir a uma das condições de existência do quadrado, que é a congruência entre os seus quatro lados.

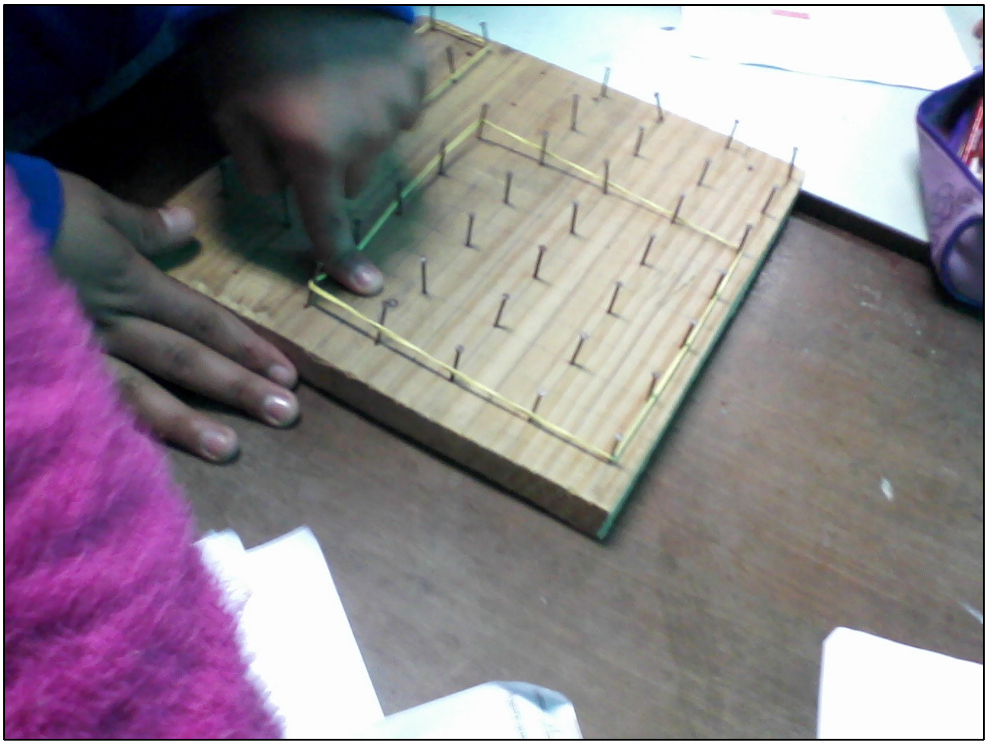


Figura 134 – Construção do quadrado pelo Luan, com ajuda final do Eduardo.

Solicitei que eles começassem a construir formas no geoplano, e eles gostaram da flexibilidade do material, pois podiam modificar as figuras a qualquer momento. Após deixar as crianças criarem formas variadas, regulares e não regulares, solicitei que construíssem um quadrado, um retângulo, um triângulo e, por fim, um círculo.

Elas verificaram que não era possível construir um círculo. Perguntei o porquê e ouvia a seguinte resposta da maioria: “Não!”. A Diovana disse “Não dá, porque ele não tem lados.”, compreendendo que retângulos e círculos pertencem a famílias distintas. Expliquei que não era possível construir um círculo com quadradinhos.

Após a etapa de reconhecimento das formas geométricas e do geoplano, apresentei a malha quadriculada, conforme a Figura 135.

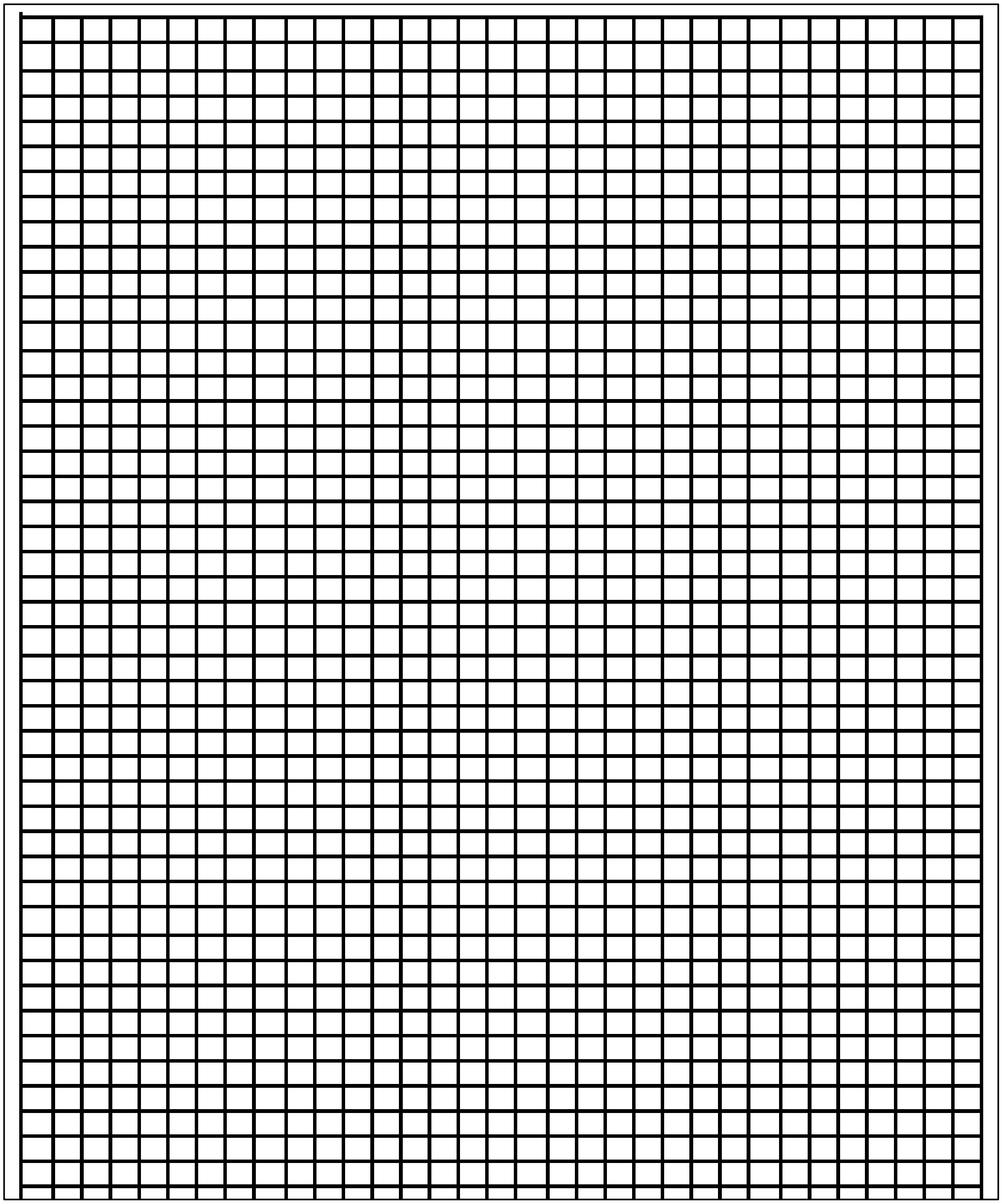


Figura 135 – Malha quadriculada que estava na folha entregue para as crianças.

Na folha que continha a malha quadriculada, pedi para as crianças pintarem figuras com um determinado número de quadradinhos, de maneira que formassem um retângulo ou um quadrado. Deixei por alguns minutos as crianças livres para pintarem e, após, solicitei que elas escrevessem as características que encontraram, de cada uma das quatro formas. Podemos ver nas próximas figuras – 136, 137, 138, 139 e 140, as curiosidades que surgiram.

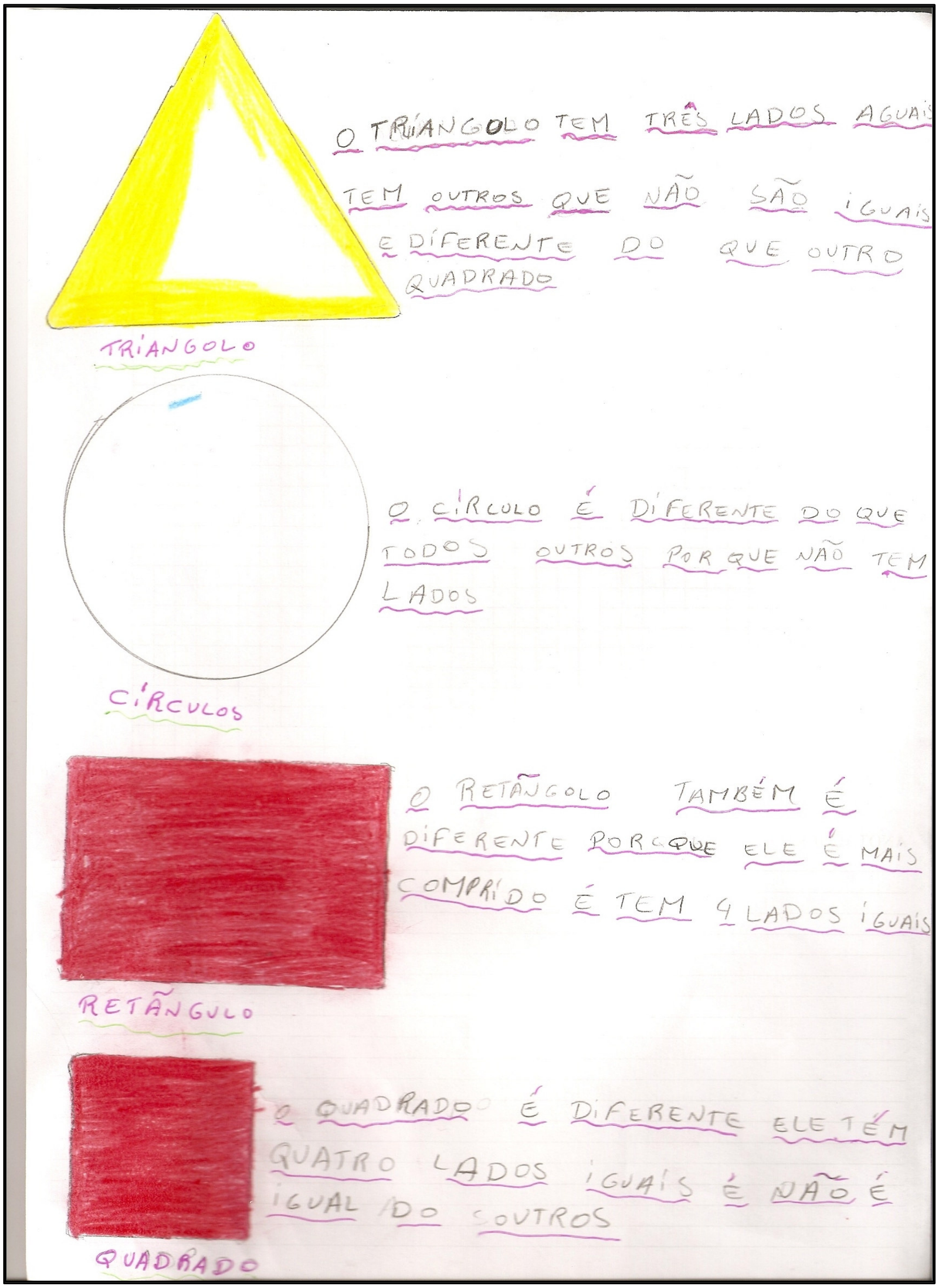


Figura 136 – Característica definidas pela Belissa.

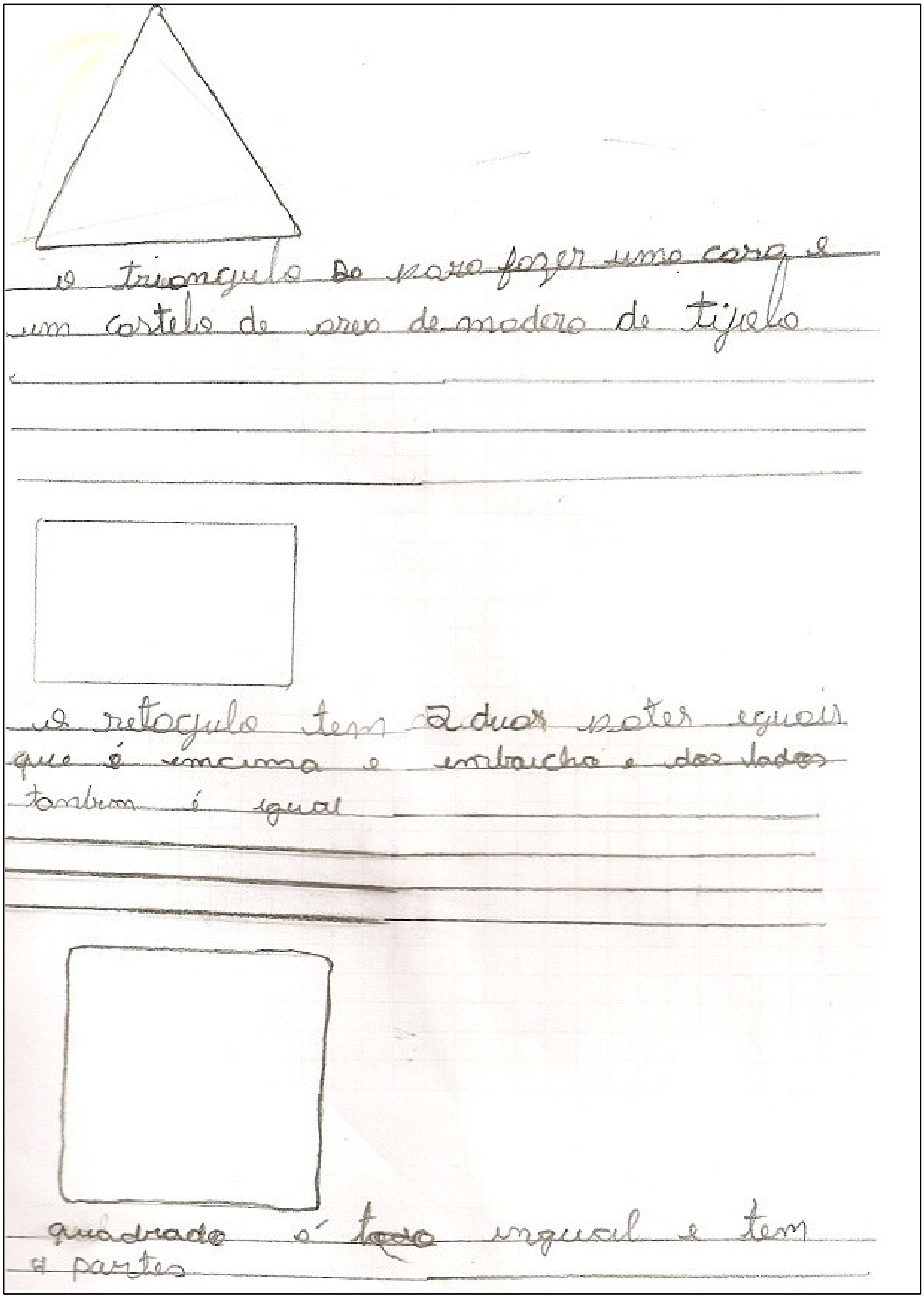


Figura 137 – Características definidas pela Carolina.

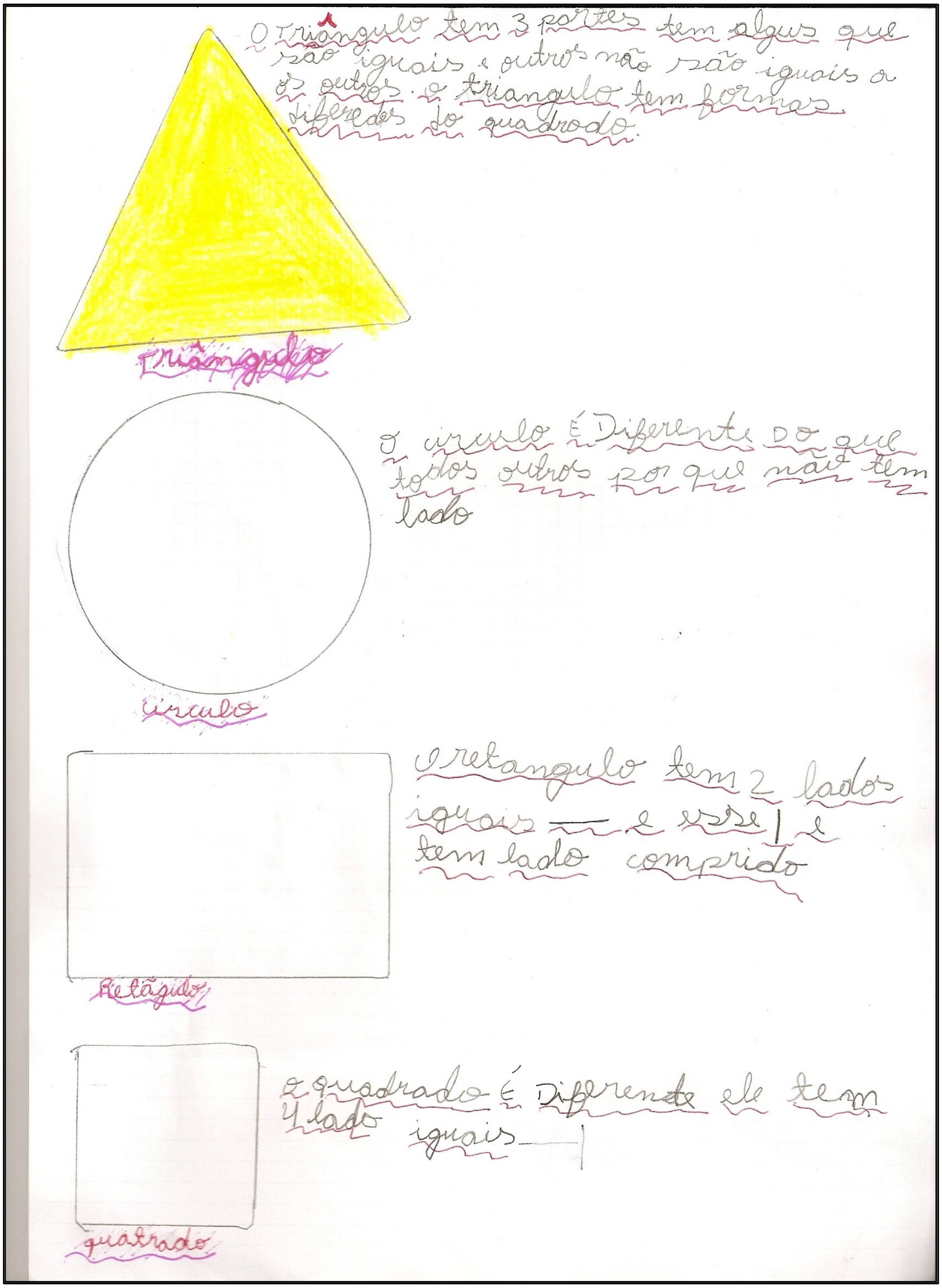


Figura 138 – Características definidas pela Diovana.

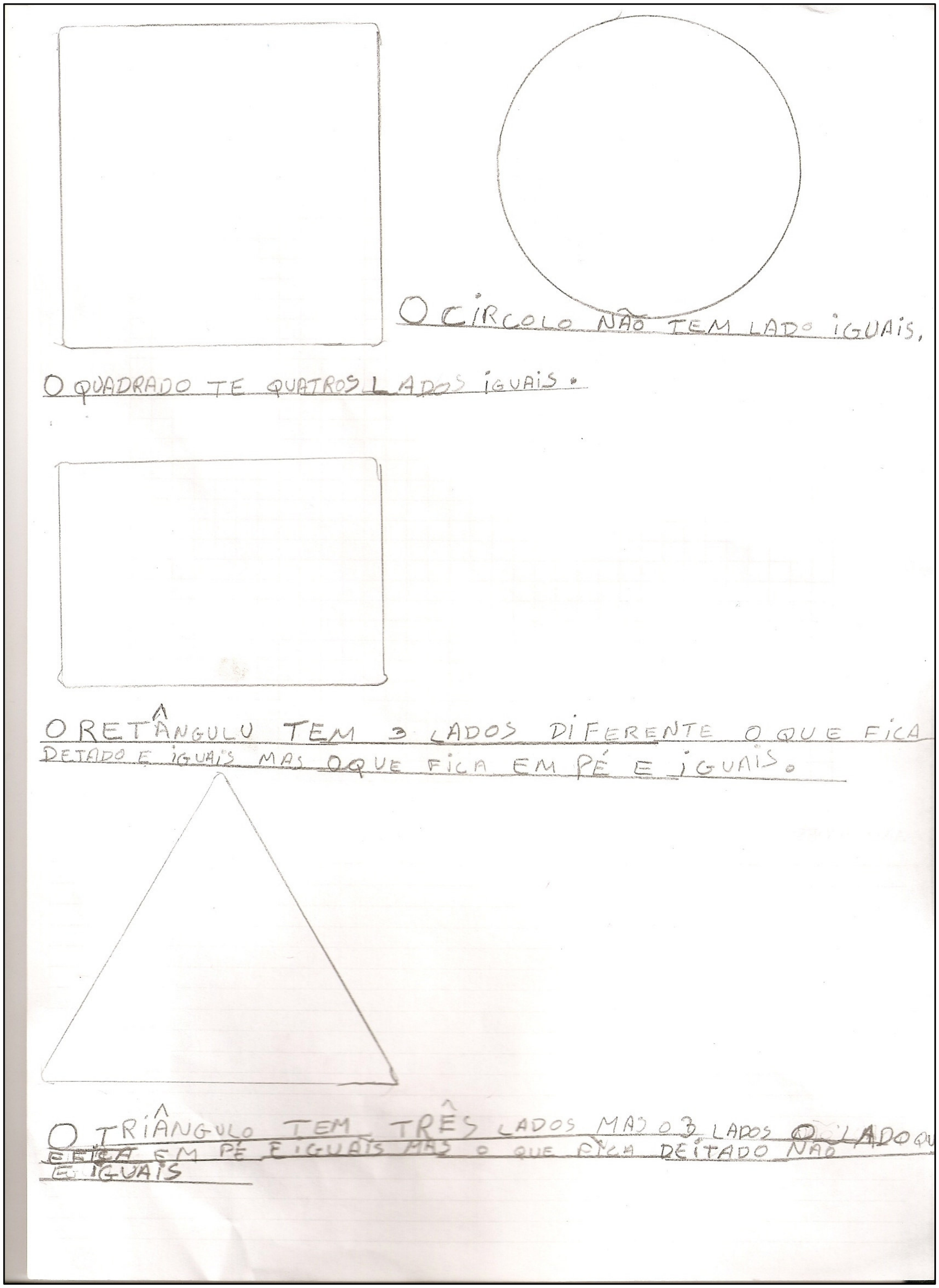


Figura 139 – Características definidas pelo Artur.

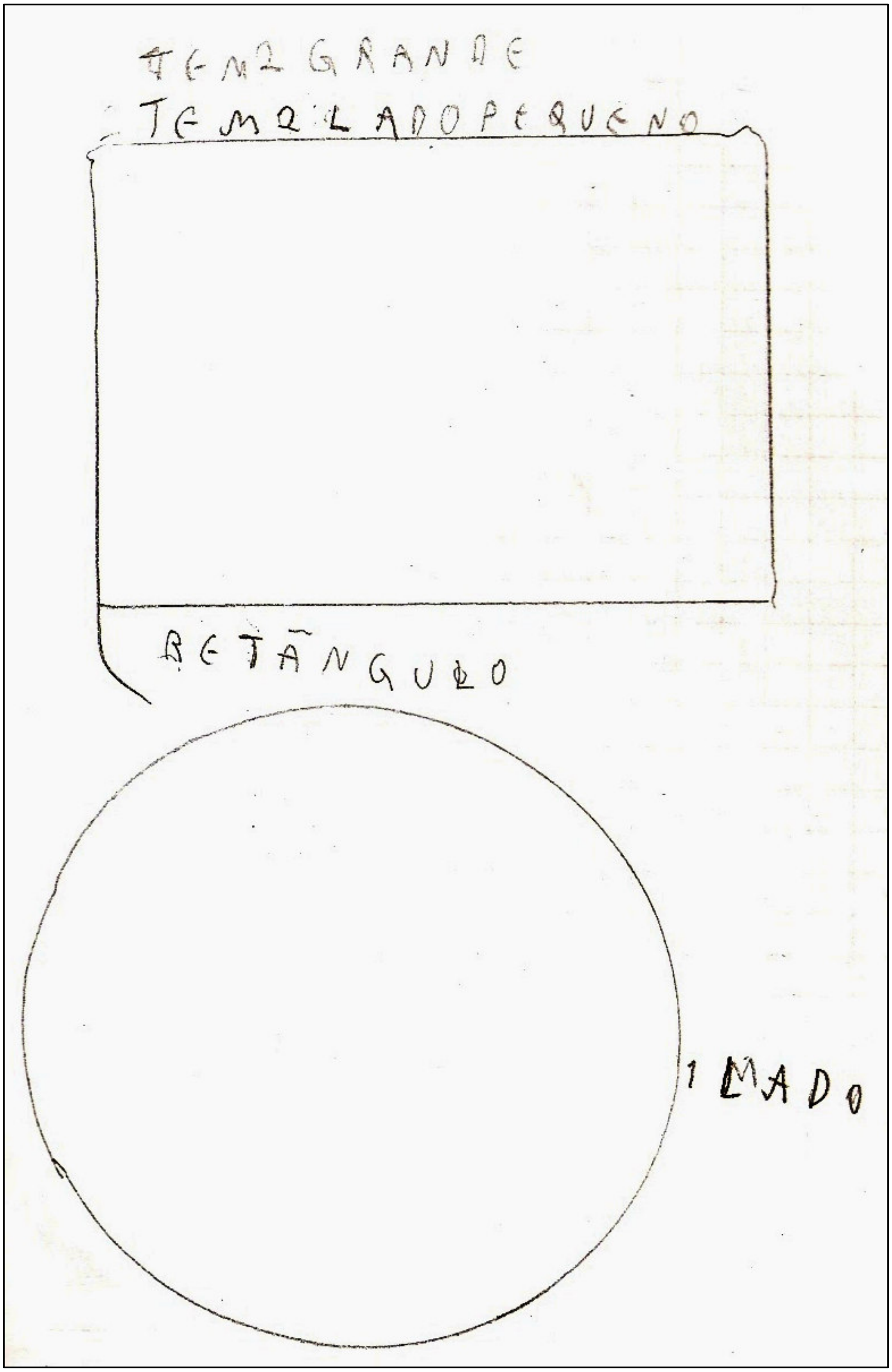


Figura 140 – Características definidas pelo Luan.

É curioso ver como as crianças definiram cada uma das quatro formas geométricas, principalmente as definições dadas para o círculo. Para alguns, o círculo é a forma geométrica que não tem lado, ao contrário de outros, que afirmam que o círculo possui somente um lado. No entanto, a definição mais inusitada foi a da Maria, como podemos ver na Figura 141.

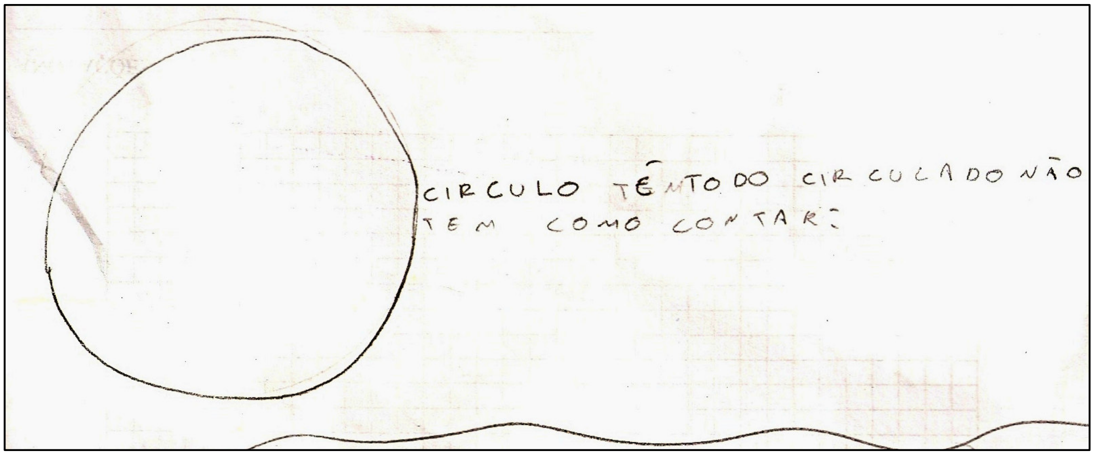


Figura 141 – Definição de círculo dada pela Maria.

Assim que eles criaram as formas geométricas no geoplano e as características de cada forma, mostrei a toda a turma a criação de cada colega, e questionei os alunos sobre o número de quadradinhos que havia dentro de cada retângulo ou quadrado. A cada situação, questionava as crianças sobre o número de quadradinhos que havia em cada linha e em cada coluna. Após os questionamentos, perguntei: "Qual relação existe entre o número total de quadradinhos, e o número de quadradinhos que há nas linhas e colunas do retângulo ou do quadrado?".

Fez-se um silêncio, com murmúrios, sem indicação de uma resposta. Então pedi que eles descobrissem que relação era aquela. Pedi para que alguns alunos desenhassem no quadro a figura que formaram, utilizando giz colorido, na malha desenhada por mim no quadro. Podemos ver algumas formas criadas na Figura 142.

Figura 142 – Eduardo apresentando o retângulo que ele formou no geoplano.

Passei a chamar a atenção das crianças para o número de quadradinhos que cada figura geométrica continha. Destacava também o número de quadradinhos nas linhas e colunas da mesma figura. O objetivo era levar as crianças a verificarem que essa informação as levaria à quantidade total de quadradinhos da figura.

Finalizamos a atividade no dia seguinte, com uma aula em que eles tinham o recurso do geoplano e dos blocos lógicos em uma mesa no canto da sala de aula. Da tarefa em grupo da aula passada, passamos a uma tarefa individual, em que eles iriam pintar quadradinhos na malha quadriculada, porém agora seguiriam alguns critérios.

Fiquei empolgada com a aula em que os alunos trabalharam com os blocos lógicos e com o geoplano, pois eles se envolveram com as atividades, participaram e demonstraram compreender as características de cada uma das formas geométricas que estávamos trabalhando.

Solicitei aos alunos que pintassem os quadradinhos de maneira que formassem três quadrados e três retângulos, distintos e separados (solicitei que deixassem um espaço em branco entre uma forma e outra, para que um desenho não atrapalhasse a compreensão do outro). Percebi que alguns alunos formaram quadrados e retângulos pequenos, com uma quantidade pequena de quadradinhos, como podemos ver nas figuras abaixo.

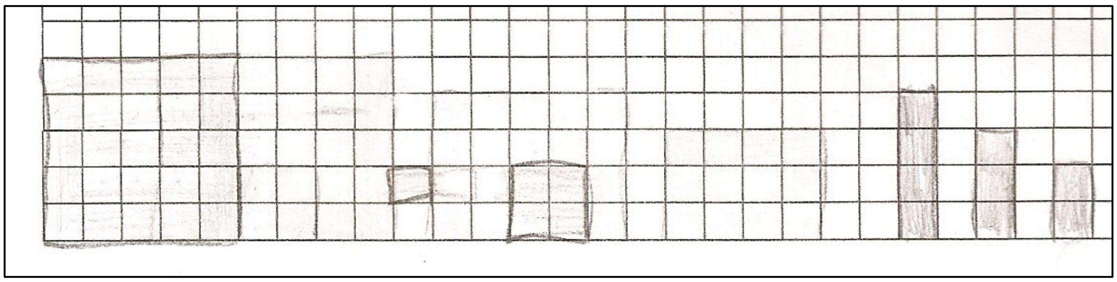


Figura 143 – Malha quadriculada da Tamara.

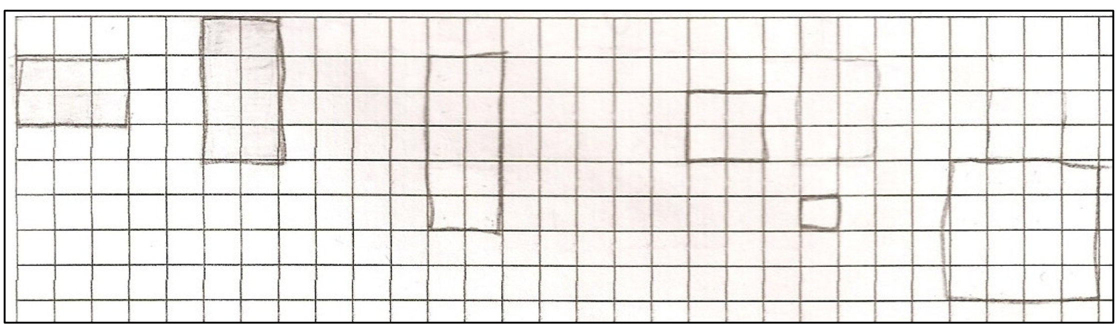


Figura 144 – Malha quadriculada da Belissa.

Outros alunos procuraram desenhar formas maiores, e percebemos no interior das formas geométricas as letras Q e R, indicando respectivamente, quadrados e retângulos. Da mesma forma percebemos pontos no centro de cada quadrado unitário[7], que indicam uma contagem da quantidade total de quadrados unitários. Podemos verificar essas duas situações nas Figuras 145 e 146.

[7] Chamamos de quadrado unitário o menor quadrado da malha quadriculada.

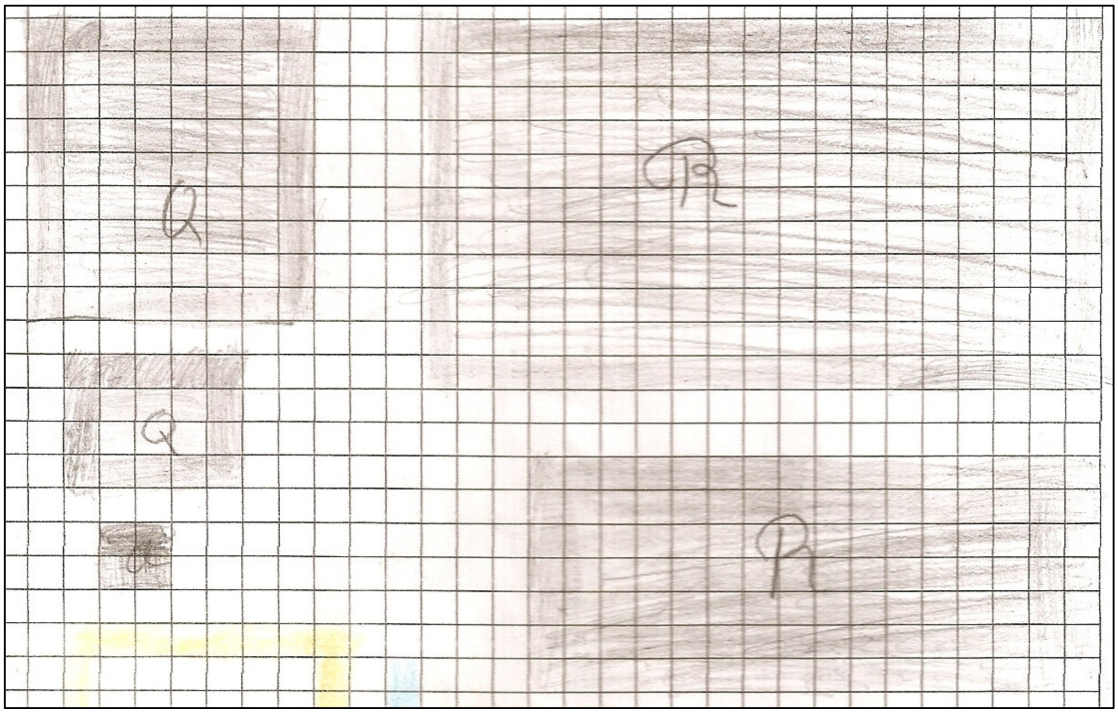


Figura 145 – Malha quadriculada da Maria.

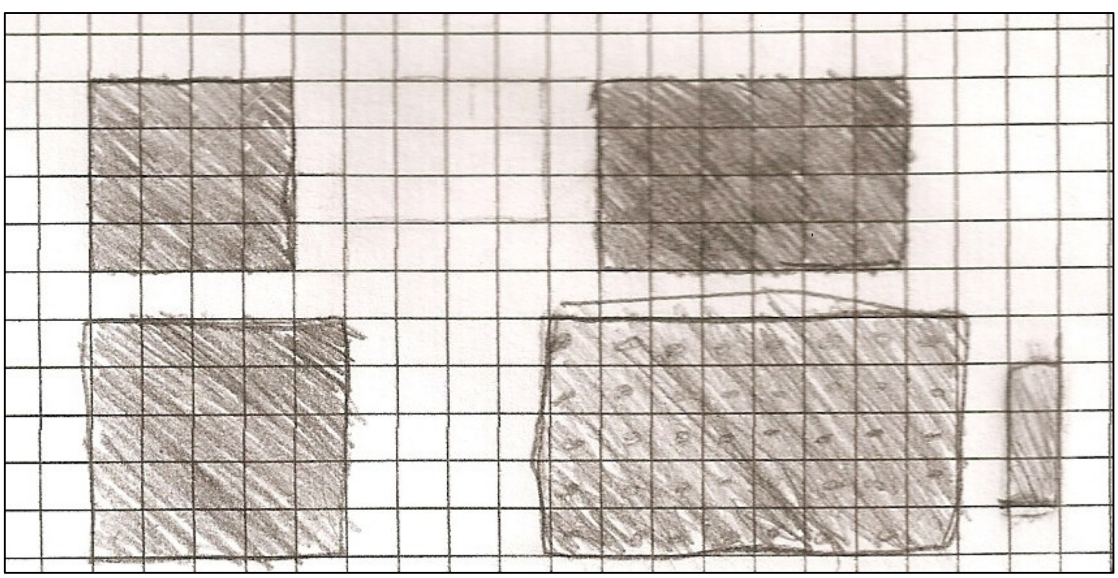


Figura 146 – Malha quadriculada do Ivan.

Precisamos destacar que um pequeno número de crianças apresentou dificuldades no momento de formar e pintar quadrados e retângulos, pois pintavam somente as linhas e colunas que faziam o contorno da figura, não pintando, e consequentemente, não considerando os quadrados unitários do interior da figura (Figura 147).

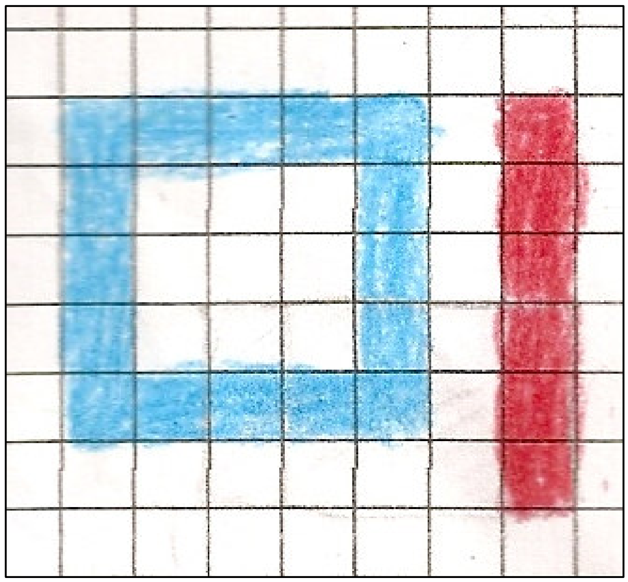


Figura 147 – Malha quadriculada da Kelen.

No primeiro momento os alunos se saíram bem, conseguiram desenhar os quadrados e retângulos. Alguns desenharam somente retângulos não quadrados. Então, questionava sobre quais as características de cada um; os alunos contavam quantos quadradinhos havia em cada linha e em cada coluna. Eles mesmos percebiam que, para termos um quadrado, temos que ter os quatro lados iguais, ou seja, o número de quadradinhos da linha e o número de quadradinhos da coluna precisavam ser iguais. Percebi que os próprios alunos verificavam se a sua figura construída era ou não um quadrado. No segundo momento, solicitei aos alunos que formassem as figuras constantes do Quadro 15.

Quadro 15 – Restrições para a construção dos próximos quadrados e retângulos.

- Retângulo com 12 quadradinhos e pintassem de vermelho;
- Retângulo com 5 quadradinhos e pintassem de azul;
- Quadrado com 16 quadradinhos e pintassem de amarelo;
- Quadrado com 7 quadradinhos e pintassem de verde.

Surgiram problemas nesse momento, pois alguns alunos não compreenderam o que deveriam fazer quando fixei o número de quadradinhos que a forma geométrica deveria conter.

Dentre os seis alunos que conseguiram construir algumas das formas solicitadas corretamente, me chamou a atenção a aluna Bruna (Figura 148):

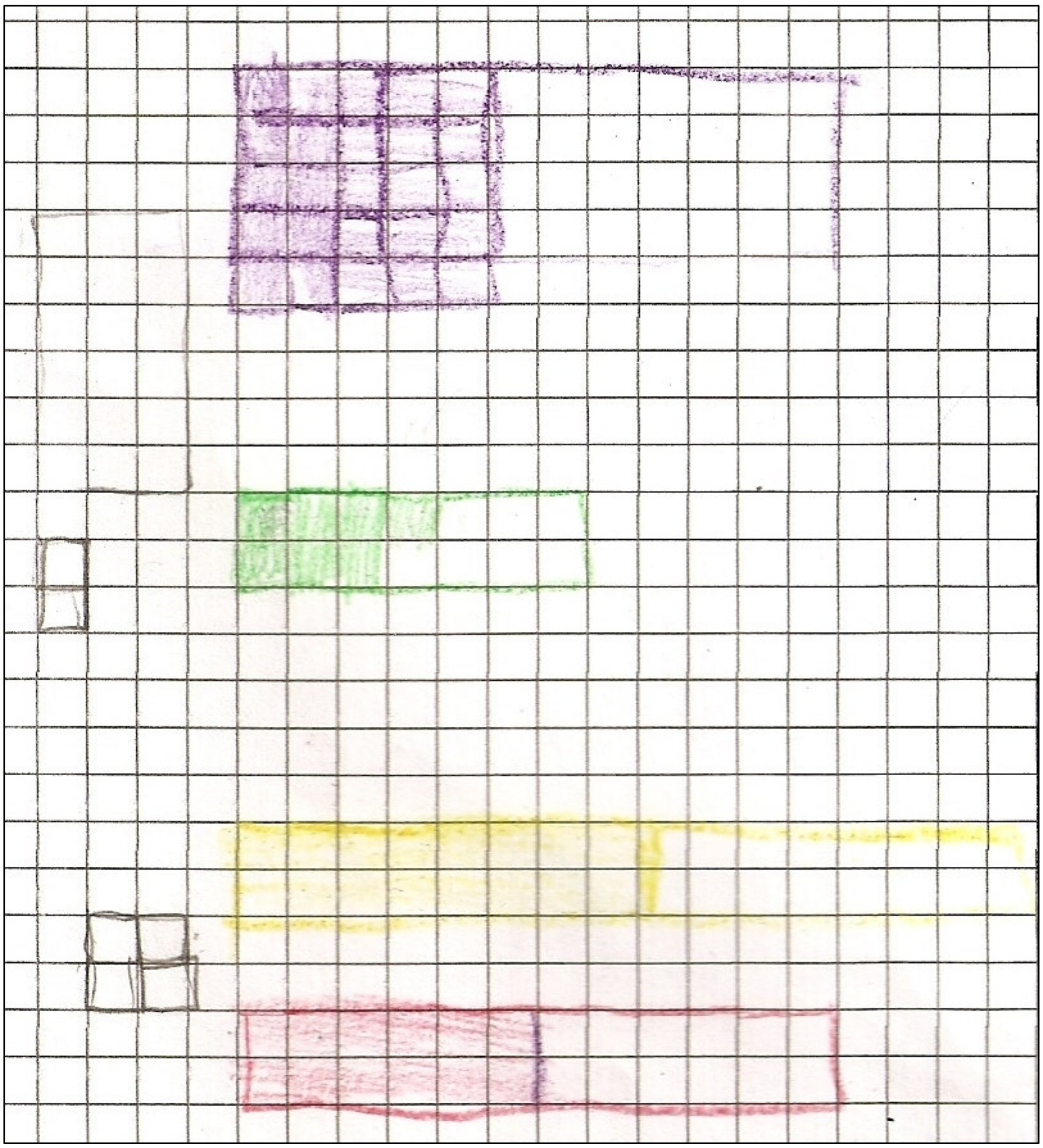


Figura 148 – Malha quadriculada da Bruna.

Podemos ver que a aluna teve, inicialmente, a preocupação de colocar em uma linha a quantidade total de quadradinhos fixados por mim, e depois formou um retângulo. Quando a questionei sobre a quantidade dada, ela compreendeu que aquela quantidade deveria ser o total, e apagou a parte que estava sobrando.

Ela também não preservava as características do quadrado que deveria ter dezesseis quadradinhos no total, e acabou formando um retângulo que não era quadrado. No entanto, é interessante perceber que ela tentou construir um retângulo com duas linhas, tendo um total de sete quadradinhos, e percebeu que não era possível.

Alguns alunos precisaram recorrer ao geoplano, pois estavam tentando construir um quadrado utilizando sete quadradinhos. A Figura 149 ilustra a tentativa, porém eles formaram um retângulo com sete quadradinhos. Ao tirar a foto, os dois alunos estavam mexendo no atílio, pois quando perguntei se a figura tinha todos os lados do mesmo tamanho, perceberam que não haviam formado um quadrado.

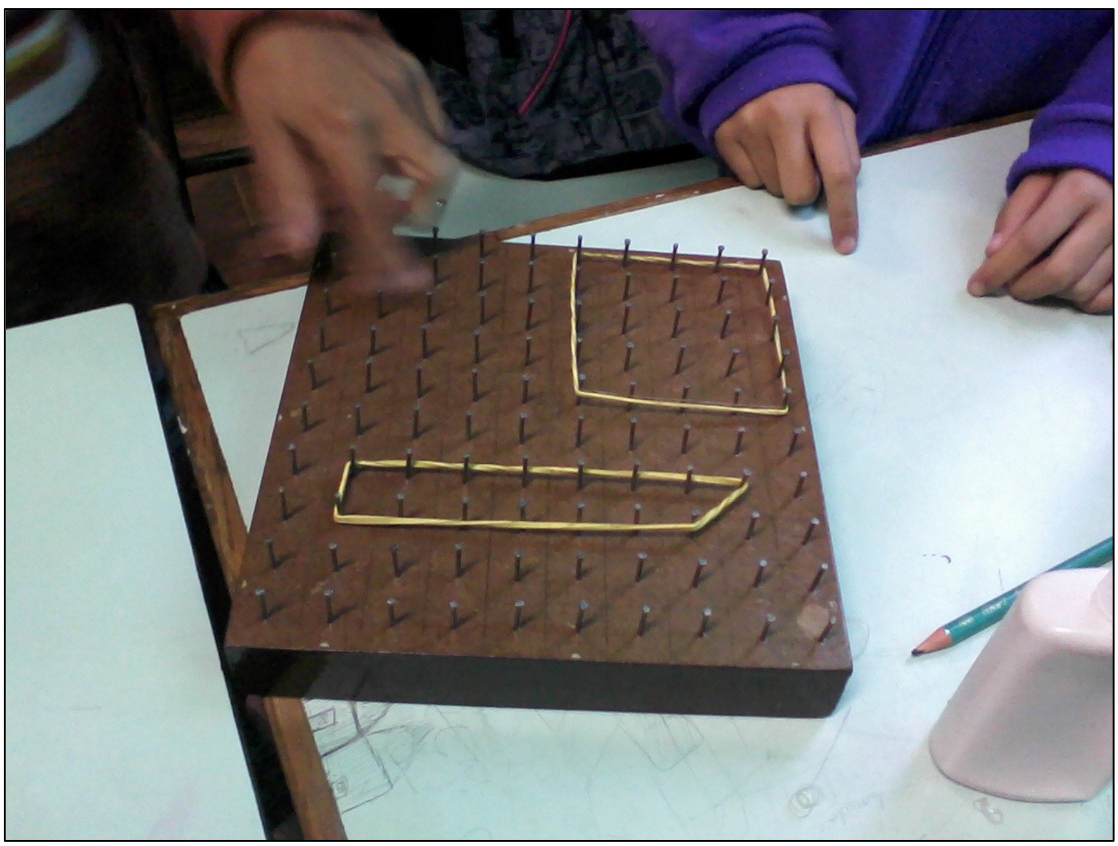


Figura 149 – Alunos utilizando o geoplano para formar um quadrado com sete quadradinhos.

Outros colegas tentaram também a construção de um quadrado com sete quadradinhos, mas não conseguiram e acabaram justificando nas anotações, como podemos ver nas Figuras 150 e 151.

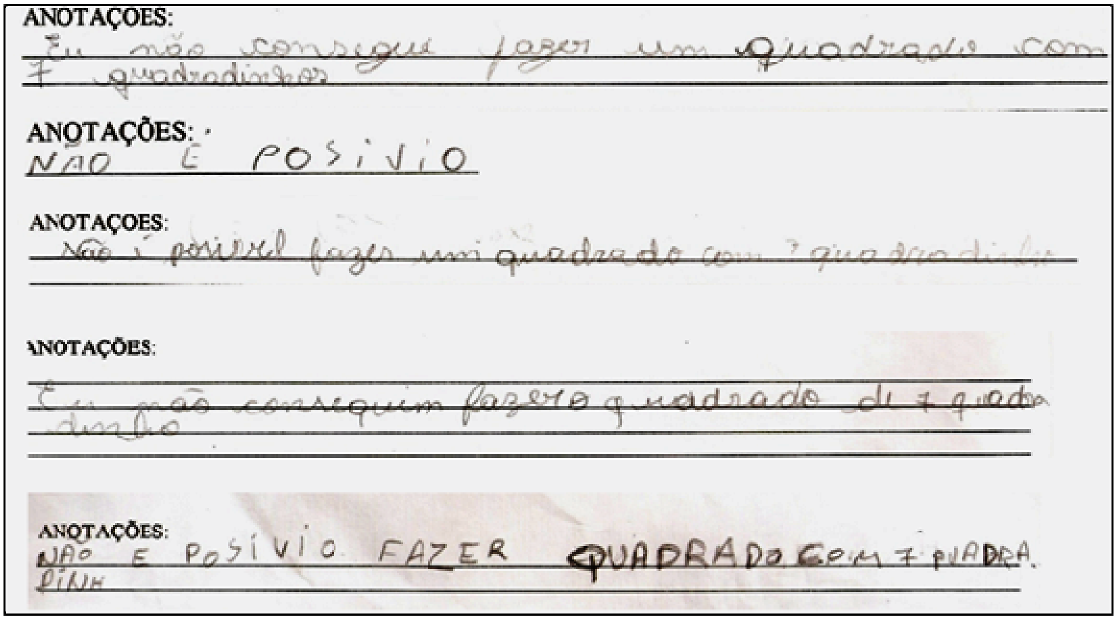

ANOTAÇOES:
Eu não consegui fazer um quadrado com 7 quadradinhos
ANOTAÇÕES:
NÃO E POSIVIO
ANOTAÇOES:
Não i posivel fazer um quadrado com 7 quadradinho
ANOTAÇÕES:
Eu não consequim fazero quadrado di 7 quadradinho
ANOTAÇÕES:
NÃO E POSÍVIO FAZER QUADRADO COM 7 QUADRA DINH

Figura 150 – Frases de alguns alunos que não conseguiram formar um quadrado com sete quadradinhos.

No caso da formação de um quadrado com dezesseis quadradinhos, grande parte dos alunos cometeram o mesmo erro: construíram um retângulo de oito colunas por duas linhas.

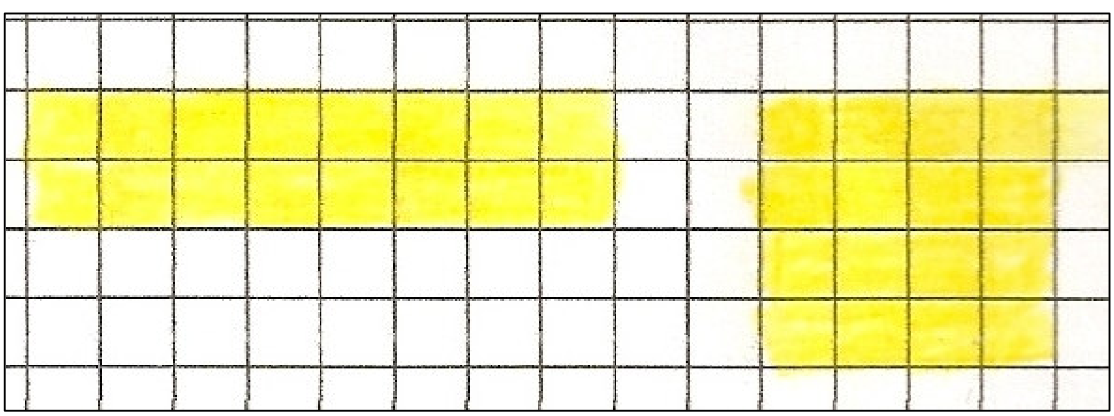


Figura 151 – Malha quadriculada da Belissa.

Nesse momento, pude perceber que as crianças já faziam algumas associações, como no caso anterior, em que a aluna construiu um retângulo oito por dois quando deveria ter feito um quadrado, utilizando dezesseis quadradinhos da malha.

Certamente essa aluna, assim como outros, estava, ao mesmo tempo, guardando as características que deve ter um quadrado ou um retângulo, e dividindo essa quantidade total em partes iguais, que era nosso principal objetivo nessa atividade.

Ao circular pela sala de aula, e entre um questionamento e outro sobre a construção dos retângulos e quadrados, percebi que seria importante fazermos uma discussão naquele momento. Perguntei aos alunos como eu poderia construir um retângulo utilizando quatorze quadradinhos, e a resposta veio rápida: "Sete assim e sete assim.", disse a Mirela referindo-se a sete quadradinhos que deveriam ser pintados em uma linha, na horizontal, e mais sete quadradinhos na linha superior, de modo a formar um retângulo.

Pintei, então, no quadro e escrevi:

$$7 + 7 = 14$$

$$7 \times 2 = 14$$

Mostrei que podemos determinar o número de quadradinhos somando o número de quadradinhos pintados em cada linha. Dois alunos perceberam que podemos multiplicar o número de quadradinhos de uma linha pelo número de quadradinhos de uma coluna.

Entre os alunos que conseguiram construir as figuras geométricas solicitadas, todos eles perceberam que o retângulo com cinco quadradinhos só podia ser feito com uma linha e cinco colunas, ou o contrário. Também utilizaram a ideia da metade para determinar quantos quadradinhos deveriam pintar na primeira linha, para que somados com os quadradinhos da segunda linha, formassem o retângulo com doze quadradinhos.

Mesmo aqueles que erraram a tarefa de construir um quadrado com dezesseis quadradinhos também utilizaram a idéia da metade para solucionar o problema de "Quantos pintar em cada linha?". Nas Figuras 152, 153, 154 e 155, podemos visualizar algumas construções.

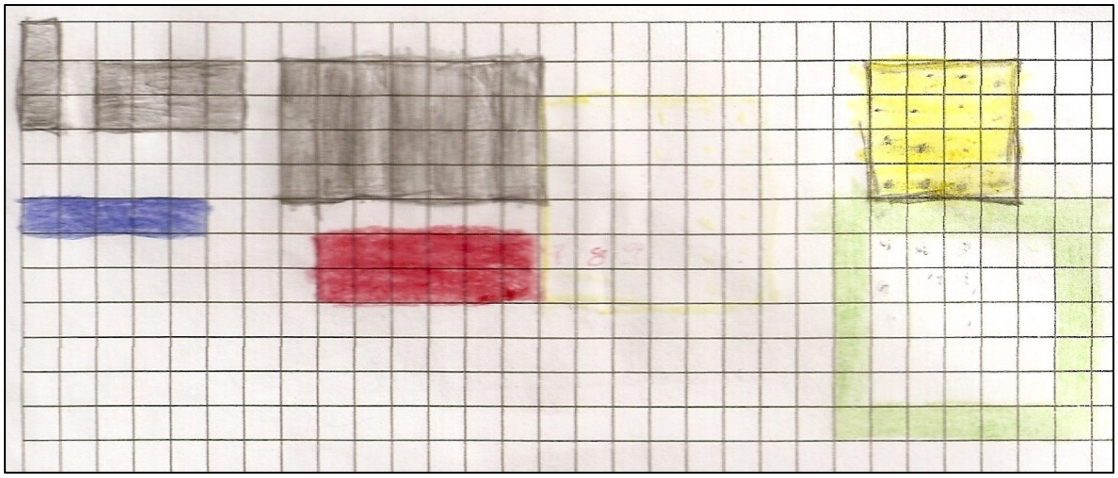


Figura 152 – Malha quadriculada do Artur.

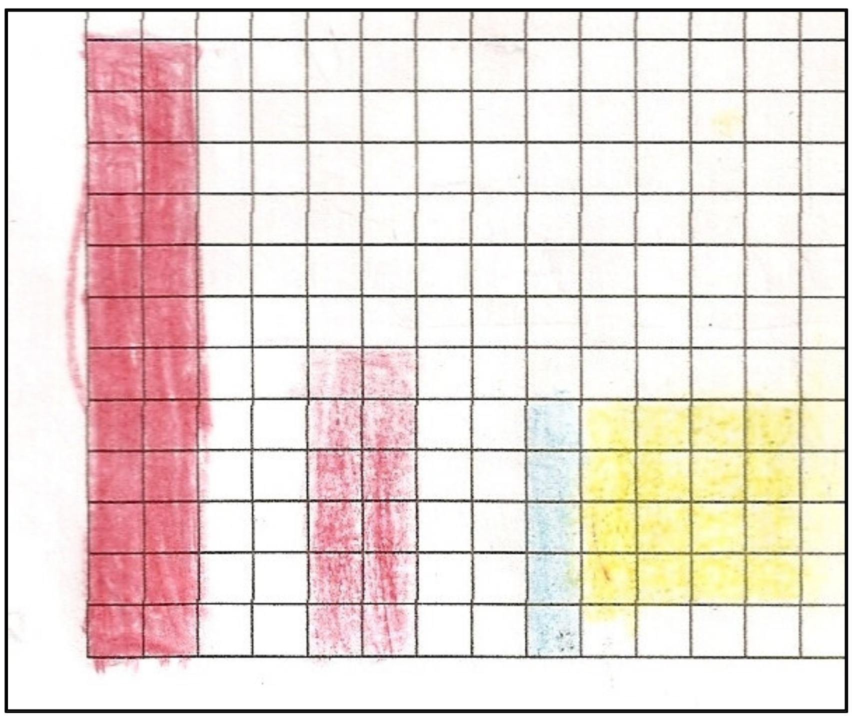


Figura 153 – Malha quadriculada do William.

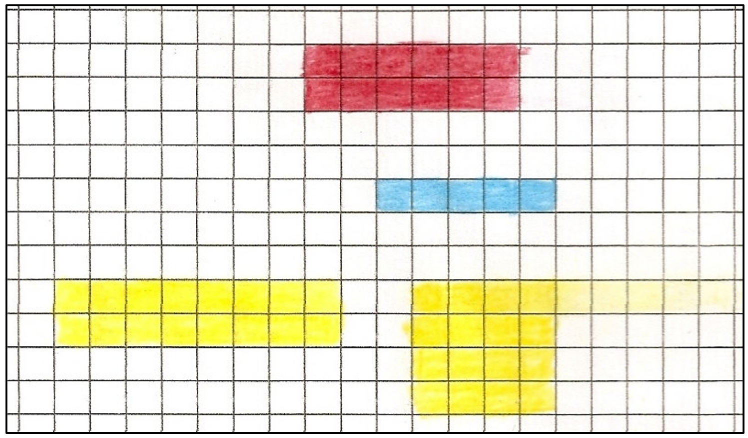


Figura 154 – Malha quadriculada da Belissa

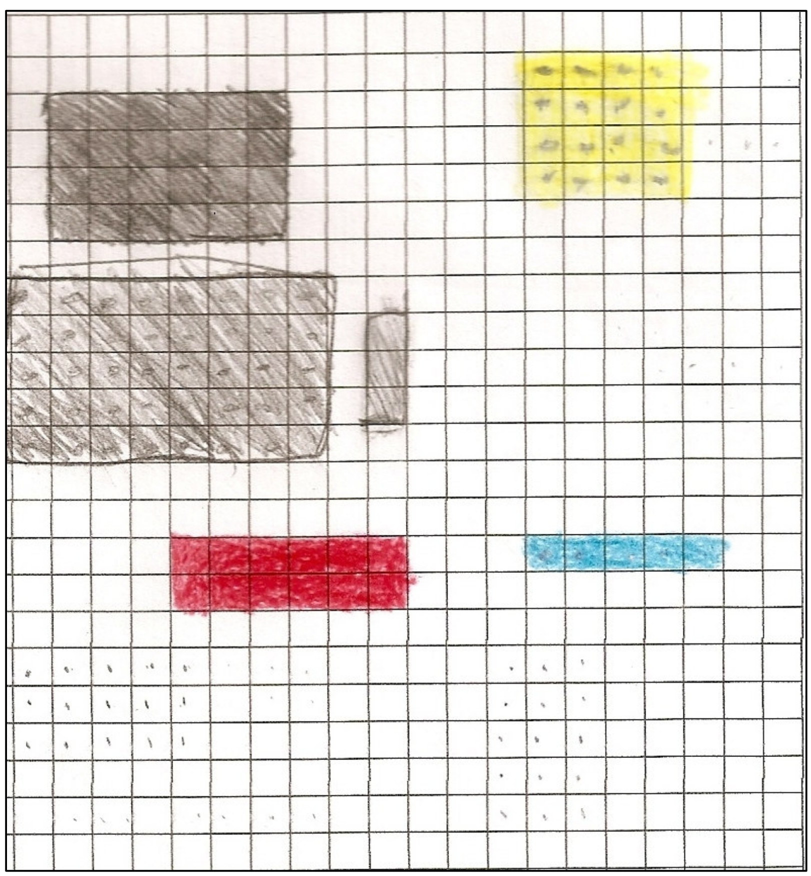


Figura 155 – Malha quadriculada do Ivan.

Analisando a atividade até esse momento, percebemos, nessa segunda etapa da atividade com o geoplano, que os alunos permaneceram utilizando a ideia da metade, da mesma forma que ocorria na divisão. Esse fato se repetiu quando foi preciso formar um retângulo. Também podemos afirmar que eles perceberam que nem sempre é possível determinar a metade de uma quantidade, pois não conseguiram reparti-la em partes iguais.

Tive o cuidado de informá-los e mostrar que existem outros formatos de triângulos, diferentes do formato que eles estavam vendo, mas que eram também triângulos, pois bastaria a figura ter três lados para ser triângulo.

Também mostrei que o triângulo que havia na caixa dos blocos lógicos era um triângulo que tinha todos os lados iguais e comentei que, no geoplano, não conseguimos formar um triângulo assim. Alguns alunos que tentaram disseram que "Só dá dois lados iguais.".

As crianças gostaram de construir as formas geométricas no geoplano e foi bom mostrar as peças do conjunto dos blocos lógicos, para que eles criassem as associações necessárias para identificar as características de cada forma geométrica: quadrado, retângulo, triângulo e círculo.

Na terceira etapa e última da atividade, foi entregue para as crianças uma folha em que lhes era solicitado construir retângulos no papel quadriculado, seguindo os critérios impostos, como podemos ver no Quadro 16 abaixo. No primeiro momento, as crianças não compreenderam muito bem o que fazer; então apresentei-lhes a malha quadriculada gigante que confeccionei, para que pudessem visualizar melhor como iríamos formar retângulos e quadrados na malha.

Quadro 16 – Retângulos solicitados para as crianças construírem.

1) Construa um retângulo no papel quadriculado, com:	
a) 16 quadradinhos usando 2 linhas;	b) 12 quadradinhos usando 6 linhas;
c) 18 quadradinhos usando 3 linhas;	d) 28 quadradinhos usando 7 linhas;
e) 30 quadradinhos usando 6 linhas;	f) 40 quadradinhos usando 8 linhas;

Podemos ver na Figura 156 a malha quadriculada fixada no quadro-negro, e os quadradinhos coloridos que levei para as crianças construírem os retângulos, de maneira que todos os colegas pudessem visualizar.

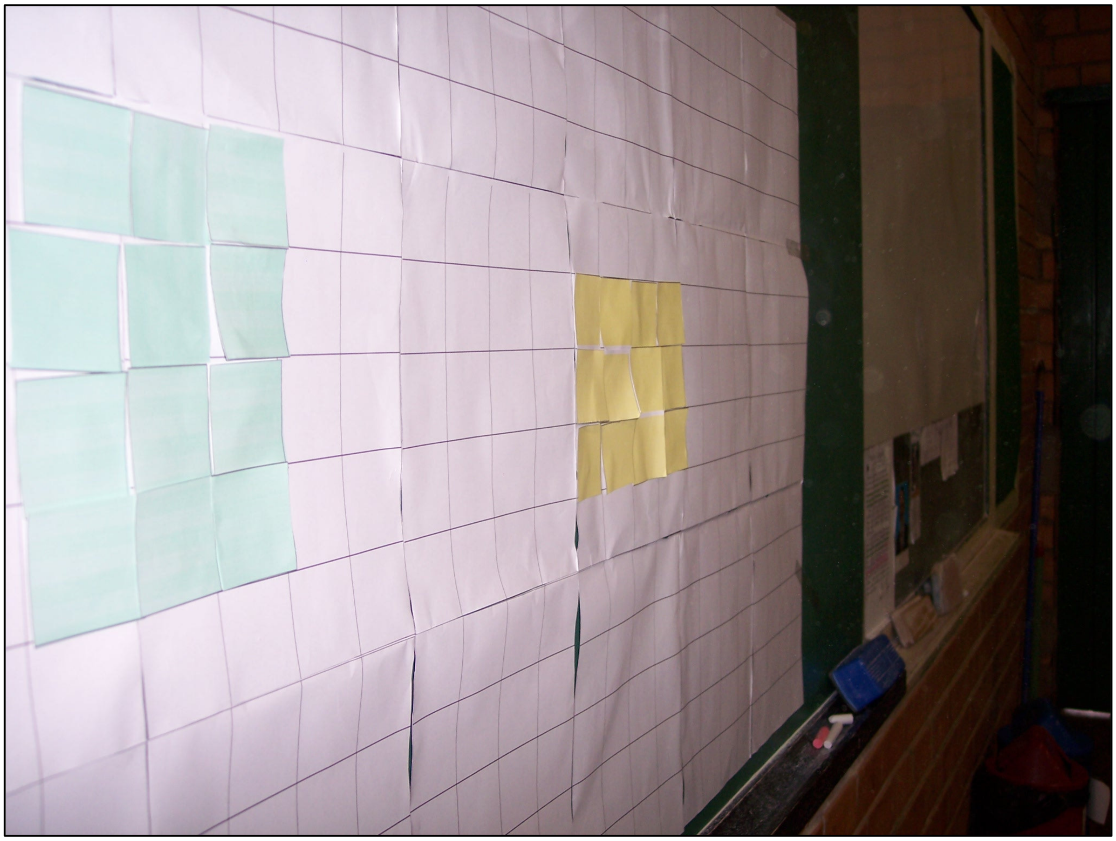


Figura 156 – Malha quadriculada “gigante” fixada no quadro-negro da sala de aula.

Com o auxílio de uma fita adesiva, era possível colarmos e descolarmos os quadriculados na malha, formando assim retângulos e quadrados. As crianças gostaram da malha gigante, e começaram a pedir para construir um retângulo ou quadrado ali.

Utilizei essa malha para explicar a atividade solicitada: a partir das restrições colocadas, as crianças deveriam construir um retângulo. Perguntei para as crianças, “Como posso formar um retângulo utilizando doze quadradinhos verdes, porém com o retângulo tendo somente três linhas?”. Um silêncio se fez na sala, e segui falando: “Gente, se precisamos que tenha três linhas, então vamos colocando os quadradinhos de três em três, certo?”. Fui fixando três quadradinhos por vez, formando uma coluna, e disse para as crianças, apontando com o meu dedo: “Nós vamos utilizar essas três linhas para colocar os quadradinhos que faltam. Quantos quadradinhos irão em cada linha?”, e o Eduardo respondeu alto: “Vão mais três em cada linha.”.

Dessa forma, completei o restante das três linhas, e por fim perguntei aos alunos: “Quantos quadradinhos ficaram em cada linha?”, e eles disseram “Quatro.”. Escrevi no quadro:

$$4 + 4 + 4 = 12$$

Expliquei para as crianças que, quando é dada uma condição para termos aquele retângulo, devemos partir dessa informação para construí-lo. Com isso, disse aos alunos que se a professora havia pedido para utilizar três linhas, então eles poderiam contar de três em três, sempre pintando nessa ordem, até obterem o número total de quadradinhos necessários, para formar a figura.

Perguntei para as crianças: “Como posso escrever aquela soma, utilizando uma multiplicação? Nós já fizemos isso nas aulas anteriores.”, e a Belissa respondeu, “Três vezes quatro.”. Escrevi no quadro então:

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

Perguntei então para as crianças: “Quantos quadradinhos tinha que ter o retângulo?”, e eles disseram “Doze.”; continuei perguntando “Quantas linhas tínhamos que usar?”, e a Mirela respondeu alto, destacando-se “Três.”. Perguntei por fim, “Quantos quadradinhos nós descobrimos que deveria ter em cada linha?”, e a Belissa responde “Quatro. Quatro.”.

A Mirela olhando para mim, falou “Hãm, três vezes quatro é doze.”.

Fiz uma última pergunta: “Quanto é doze divididos por três?”, e a turma em peso respondeu “Quatro.”. Pois bem, disse eu, e finalizei o diálogo afirmando para as crianças que para sabermos quantos quadradinhos terão cada linha, basta dividirmos a quantidade total pela informação dada pela professora na folha, ou seja, “Basta dividir a quantidade total entre as linhas ou colunas determinadas pela professora.”.

Após a explicação e o tempo dado para que eles desenvolvessem a atividade da folha, chamei algumas crianças, um por vez, para mostrarem como construíram seus retângulos. Surgiu então uma curiosidade: alguns retângulos estavam virados, vamos dizer assim. Quando solicitei, por exemplo, que um retângulo tivesse seis linhas, a resposta esperada era como a da Figura 157.

Figura 157 – Retângulo construído pela Bruna, com 12 quadradinhos e seis linhas.

Porém, alguns alunos apresentavam como resposta o seguinte desenho, como vemos na Figura 158.

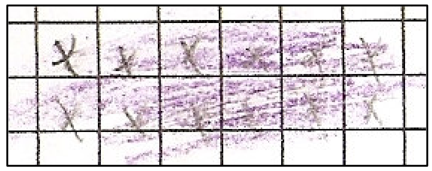


Figura 158 – Retângulo construído pelo Jonathan, com 12 quadradinhos e duas linhas (deveria ser seis linhas como solicitou o enunciado).

A primeira impressão é a de que a criança não sabe distinguir linha e coluna, porém ao circular pela sala de aula enquanto as crianças realizavam a atividade, percebi que o problema estava na disposição da folha de atividades, ou seja, esperava que trabalhassem com a folha na vertical, e algumas crianças trabalharam com ela na horizontal. Portanto, não temos um erro, mas um ponto de vista diferente.

Quando comentei com elas sobre a questão da disposição da folha, alguns ficaram chateados porque teriam que apagar o que já haviam feito. Disse então para escreverem ao lado da figura se haviam desenhado com a folha “virada”. Alguns seguiram minhas instruções e deixaram claro a forma como deveria visualizar seu retângulo, como podemos ver na Figura 159.

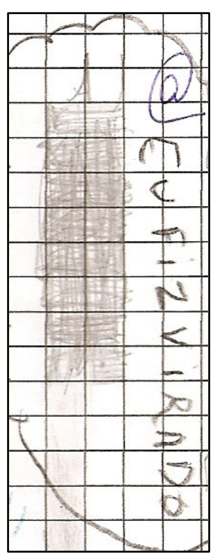


Figura 159 – Retângulo construído pela Bruna, com 16 quadradinhos e duas linhas (no caso do desenho, que está virado, são das colunas).

Após o término dessa etapa, as crianças foram convidadas a construírem um retângulo na malha quadriculada que estava no quadro. Houve disputa, pois todos queriam participar e mostrar que conseguiram construir o que foi solicitado, como podemos ver nas Figuras 160 e 161.

Figura 160 – Aluna construindo seu retângulo na malha quadriculada do quadro.

Figura 161 – Aluno construindo seu retângulo na malha quadriculada do quadro.

Podemos afirmar que os objetivos desta atividade foram alcançados, pois as crianças trabalharam com geometria e aritmética, sendo possível explorar adição, multiplicação e divisão nas situações promovidas. Os alunos da turma não conheciam o geoplano, que serviu para que os alunos testassem suas hipóteses, para construírem os retângulos solicitados. Também puderam comparar as formas geométricas, através do trabalho com os blocos lógicos, conseguindo, ao final da atividade, identificar retângulos e quadrados, e emitir juízo sobre as características dos triângulos e círculos, o que anteriormente não ocorria com tanta destreza. Por isso, é possível afirmar que houve avanços na aprendizagem das crianças desta turma, com esta atividade.

4.9 ATIVIDADE 9 – FESTA JUNINA COM MATEMÁTICA

A penúltima atividade coincidiu com a Festa Junina, que é organizada pelos professores juntamente com os alunos, todos os anos, na escola. Por questões administrativas, nesse ano a festa foi realizada no mês de julho.

Uma das tarefas que os alunos dos anos iniciais realizam é a decoração da sala de aula para a festa. Sabendo dessa comemoração, planejei a penúltima atividade utilizando a Festa Junina como ponto de partida da aula, em que o objetivo era trabalhar a operação de divisão a partir de um cenário real, vivenciado pelas crianças.

Verifiquei inicialmente que havia dezessete alunos em aula e perguntei se poderíamos fazer duplas. Belissa disse “Não.”, e completei sua resposta afirmando para a turma que sobraria um aluno sem dupla. Então tentamos uma divisão em trios, porém a turma também não obteve sucesso. Eles perceberam que sobrariam dois colegas.

Formamos então cinco trios e uma dupla, e escrevi no quadro essa divisão que fizemos:

$$17 : 3 = 5 \text{ e sobram } 2, \text{ pois}$$
$$3 \times 5 = 15 \text{ e } 15 + 2 = 17.$$

Comentei com as crianças que a simples formação de grupos na sala de aula em que haja uma restrição, pode ser considerada uma divisão, e muitas vezes essa divisão não é exata, ou seja, conseguimos formar grupos com o mesmo número de componentes, porém irão sobrar componentes (alunos da turma) que não farão parte de nenhum grupo.

Formados os trios e uma dupla, expliquei para as crianças que precisávamos enfeitar a sala de aula para a festa junina da escola, que aconteceria no sábado seguinte. Porém precisávamos nos organizar, pois a professora gostaria de enfeitar todas as janelas da sala de aula com a mesma quantidade de bandeirinhas. Após, com as bandeirinhas que sobrassem, iríamos enfeitar outros lugares da sala.

Escrevi no quadro as etapas da decoração, como podemos ver na Figura 162.

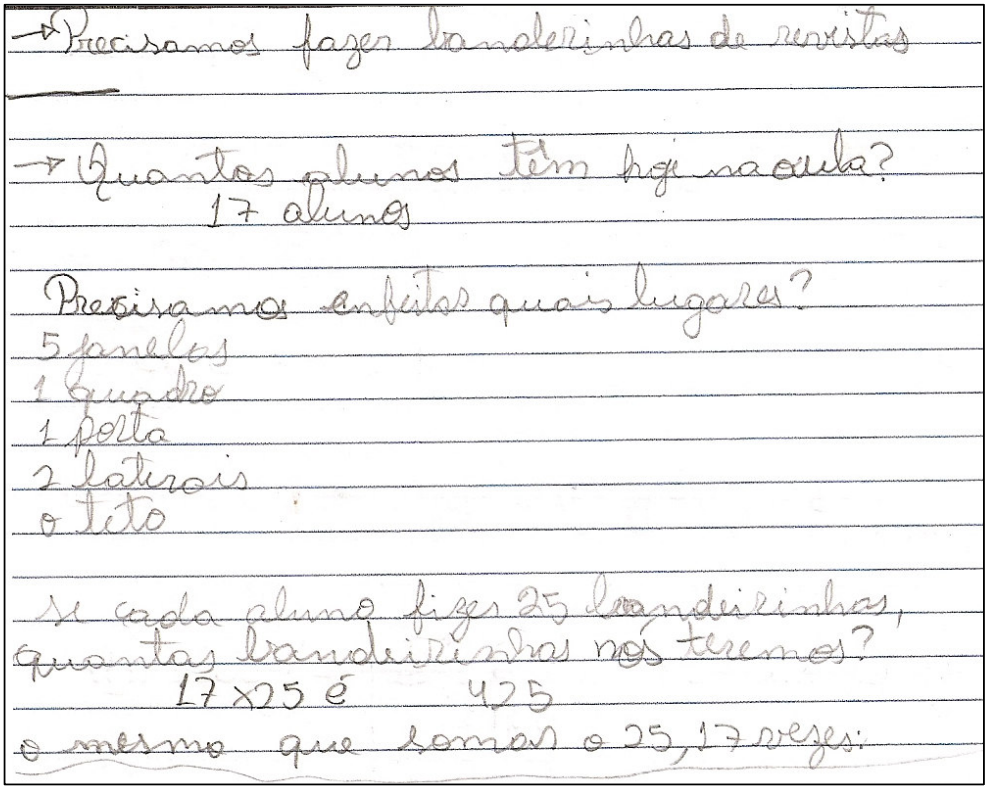

→ Precisamos fazer bandeirinhas de revistas
→ Quantos alunos têm hoje na aula?
17 alunos
Precisamos enfeitar quais lugares?
5 janelas
1 quadro
1 porta
2 laterais
o teto
Se cada aluno fizer 25 bandeirinhas,
quantas bandeirinhas nós teremos?
17 x 25 é 425
o mesmo que somar o 25, 17 vezes.

Figura 162 – Roteiro da aula registrado no caderno de Benício.

Escrevi o roteiro da aula no quadro, que foi anotado pelas crianças no caderno de registros. Defini para as crianças o número de bandeirinhas que cada uma delas deveria fazer, e perguntei: “Se cada aluno fizer 25 bandeirinhas, quantas bandeirinhas nós teremos [ao total]?”. Ouvia-se um murmúrio entre frases como “Não sei.” e “Hum!”.

Alguns alunos demonstraram que não haviam compreendido como chegariam à quantidade total de bandeirinhas. Comentei então com as crianças: “Se cada aluno fizer vinte e cinco bandeirinhas, significa que o Benício vai fazer 25 bandeirinhas, a Belissa vai fazer mais 25, o Marcelo mais 25, enfim, vamos juntar as bandeirinhas de todos os alunos da sala.”. Perguntei novamente: “O que precisamos fazer para descobrir qual será a quantidade total de bandeirinhas?”; a Mirela respondeu primeiro: “Tem que somar as bandeirinhas.”.

Completei a resposta da Mirela assim: “Isso mesmo! Vamos somar as bandeirinhas de cada colega junto com as minhas. Vamos lá! Tempinho para fazerem.”. Alguns alunos iniciaram a adição, porém desistiram dela por causa da quantidade de parcelas a somar: dezessete. Mirela fez o cálculo e gritou: “Consegui!”. Pedi a ela que não mostrasse para ninguém a resposta. Como ela conseguiu, outros também tentaram e chegaram à mesma resposta. Havia comentado também às crianças que precisavam encontrar a quantidade total para prosseguirmos na atividade, pois eu não iria dar a resposta a eles. Vemos na Figura 163 como a Mirela resolveu o cálculo:

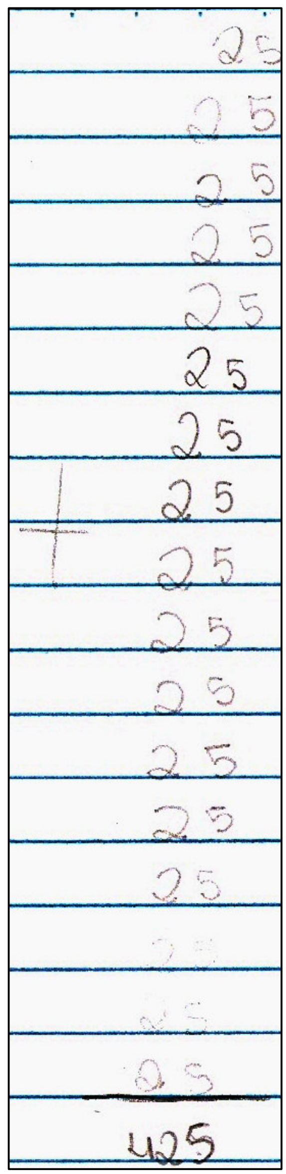


Figura 163 – Cálculo da Mirela em que ela soma dezessete parcelas de 25.

Assim que outros alunos também encontraram a resposta, dei sequência à atividade. Pedi o auxílio do Eduardo para medirmos o tamanho das janelas da sala. A turma observou nós dois, um em cada ponta da janela, e com o fio esticado perguntei: "Vamos deixar o fio das bandeirinhas assim?". Alguns alunos disseram "Sim!", "Tá bom", porém as meninas observaram que o fio deveria ficar mais solto.

Diante da observação, soltei mais o fio deixando-o no formato de uma meia-lua. Todos acharam que havia ficado melhor, então, com a medida certa do fio a ser utilizado, cortamos esse pedaço. Perguntei às crianças se precisavam medir todas as janelas novamente, e o Eduardo disse "Não. Elas têm mesmo tamanho.".

Realizada essa etapa, disse para as crianças que "Temos 425 bandeirinhas no total, porém não vamos utilizar todas na decoração da janela. Para as janelas, vamos utilizar somente 65 bandeirinhas.".

Escrevi então no quadro e as crianças registraram em seus cadernos: "Como temos 5 janelas e vamos enfeitá-las com 65 bandeirinhas, quantas bandeirinhas terá em cada janela?". Inicialmente alguns responderam "Não sei!", então disse "Temos que distribuir essas sessenta e cinco bandeirinhas entre as cinco janelas.". Perguntei à turma como iríamos fazer para descobrir qual a quantidade em cada janela. A Belissa disse: "É conta de dividir.", identificando a situação com os problemas trabalhados anteriormente e com a palavra "distribuir", pois percebemos que as crianças associam a operação de divisão com a palavra "distribuir", "distribuição" em situações-problema.

Artur falou logo em seguida: "Sessenta e cinco dividido por cinco.".

Respondi para a turma que o Artur estava certo, e agora só precisavam realizar o último cálculo para começarmos a confecção das bandeirinhas:

$$65 : 5 =$$

Os alunos começaram a fazer o cálculo, e mesmo estando sentados em grupos na sala de aula, cada aluno resolvia a sua questão sem preocupar-se com o colega ao lado. Ao circular pela sala de aula percebi formas distintas de resolver essa divisão.

Sessenta e cinco era uma quantidade considerada grande pelas crianças dessa turma e, talvez por isso, muitas tenham recorrido à distribuição da quantidade total entre cinco conjuntos, representando as cinco janelas existentes na sala de aula.

Podemos observar na Figura 164 a resolução de Belissa, em que faz a distribuição de sessenta e cinco barrinhas entre cinco conjuntos, com formato semelhante a um círculo. Ela escreveu um número ao lado de cada barrinha, que corresponde à contagem da quantidade existente em cada conjunto. Ao final, percebeu que há treze barrinhas dentro de cada conjunto. Ela fez essa contagem uma única vez, pois para ela estava implícito que os outros quatro conjuntos possuem a mesma quantidade.

Ela, por fim, utilizou o algoritmo da divisão para informar a resposta encontrada, como podemos visualizar no topo da Figura 164.

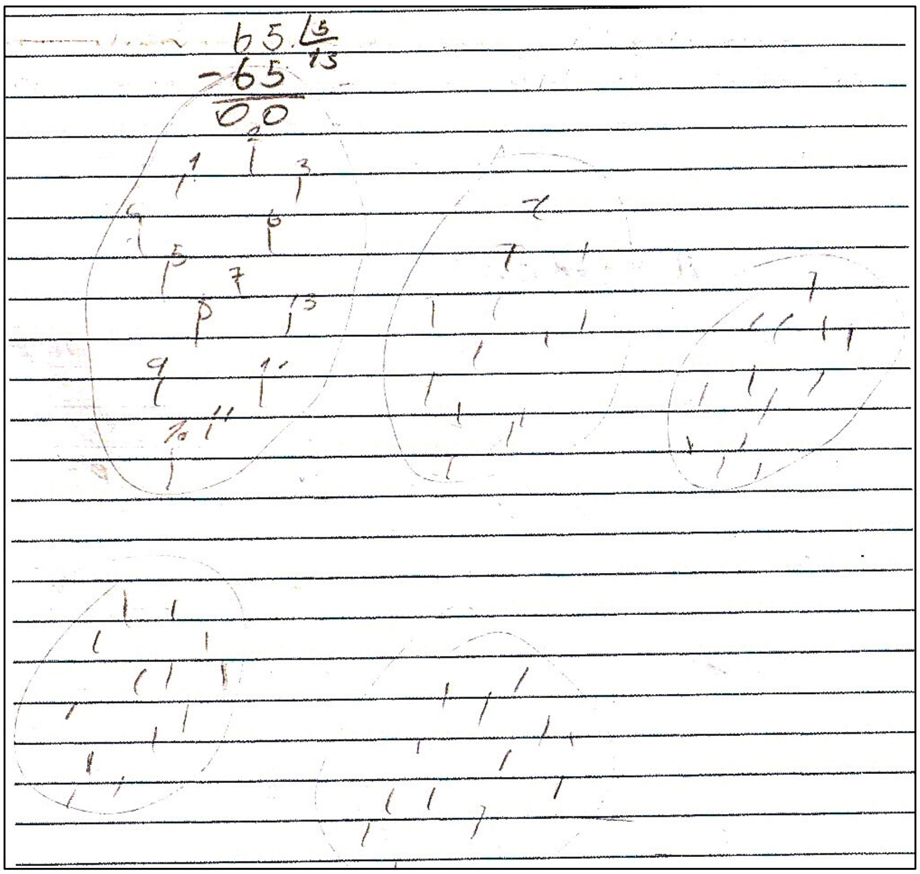


Figura 164 – Resolução da Belissa registrado em seu caderno, referente à 65:5.

Assim como Belissa, outras crianças também utilizaram a distribuição, porém ninguém resolveu por agrupamento, como ocorria nas atividades anteriores.

Percebemos que algumas crianças também utilizaram uma distribuição, porém utilizando estimativas e numerais. Podemos observar, na Figura 165, que Maria tentou dividir sessenta e cinco como:

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5$$

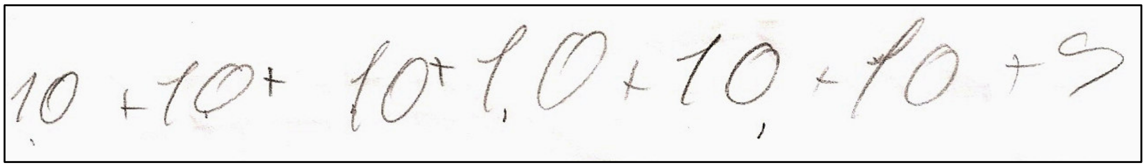


Figura 165 – Rascunho da Maria referente à divisão de 65 por 5.

Ela tentou associar essa divisão com questões anteriores, realizadas em aula, porém não percebeu que as partes não eram iguais e que também não contemplava as cinco janelas existentes na sala. Perguntei a ela: “Quantas bandeirinhas cada janela irá receber então, se tu já fizeste a conta?”, e ela disse “Dez.”. Disse a ela: “Quantas janelas têm mesmo na nossa sala de aula?”; ela respondeu “Cinco!”.

Falei, apontando com o dedo para cada número dela: “Então cada número dez é uma janela. E essa janela aqui [o último número escrito por ela] receberá só cinco? Não tem que ser a mesma quantidade para cada janela?”. Ela coça a cabeça, dizendo “Ih, hum, ai não sei.”.

Para auxiliá-la dei uma dica: “Desenhe cinco janelas e depois vá colocando bandeirinhas dentro de cada uma, até distribuir todas as sessenta e cinco. Lembre-se que cada uma deve receber a mesma quantidade.”. Nesse momento percebi que outros alunos prestaram atenção nas minhas palavras, e vi alguns deles pegando folhas novas de rascunho ou apagando com a borracha alguma tentativa frustrada.

Podemos visualizar (Figura 166) que Maria iniciou uma distribuição com uma quantidade menor dessa vez, e por fim obteve sucesso, como podemos ver na Figura 166.

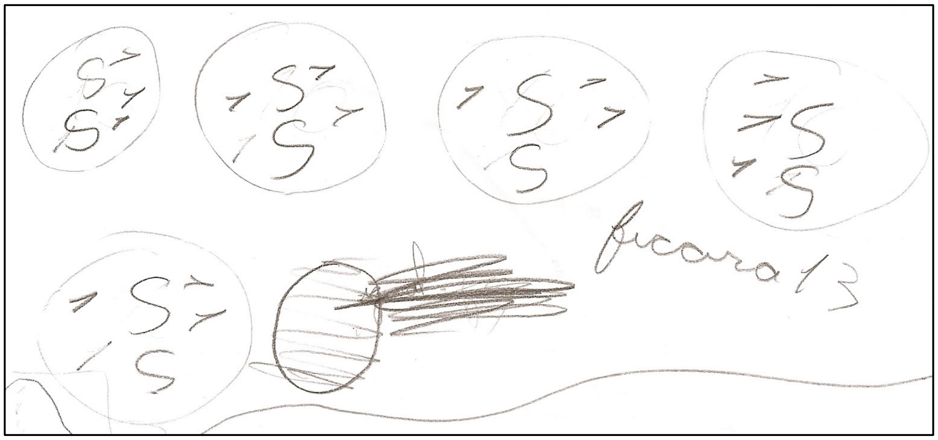


Figura 166 – Segundo rascunho da Maria, referente à divisão de 65 por 5.

Outros alunos também utilizaram essa forma para encontrar o número de bandeirinhas que cada janela receberia. Podemos observar o modo como William e Mirela resolveram, respectivamente, nas Figuras 167 e 168.

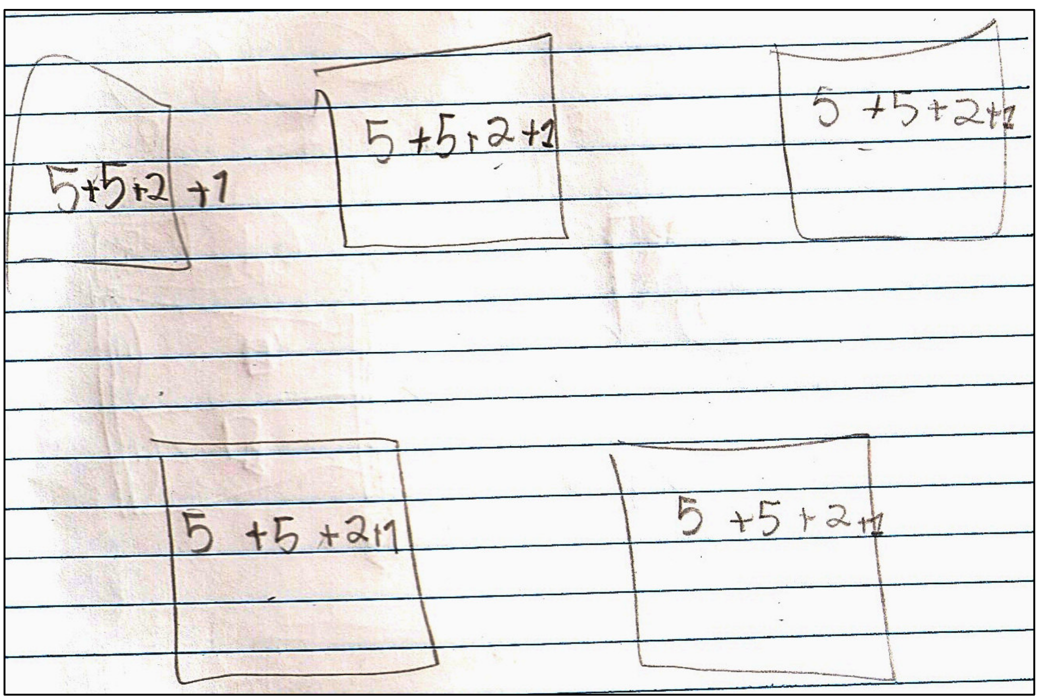


Figura 167 – Rascunho do William referente à divisão de 65 por 5.

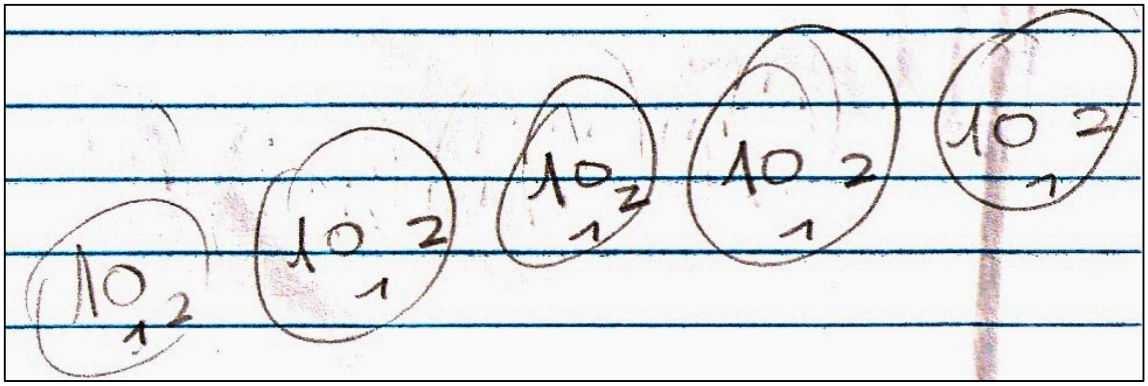


Figura 168 – Rascunho da Mirela referente à divisão de 65 por 5.

Essa tarefa foi gratificante, pois algumas semanas antes apenas um aluno conseguia resolver divisões por esse modo. Analisando essa tarefa, é possível afirmar que essas crianças conseguiram elaborar alternativas para resolver uma questão de divisão, sem recorrer ao algoritmo escolar da divisão.

Conhecido o número de bandeirinhas que iriam em cada janela, escrevi no quadro e os alunos registraram em seus cadernos:

$$65:5 = 13$$

Perguntei para as crianças porque a resposta era treze, e recebi duas respostas dadas pelas crianças: “13 mais 13 mais 13 mais 13 mais 13 é 65.” e “13 vezes 5 é 65.”. A primeira resposta foi mais natural ainda para as crianças, pois elas já faziam a associação do número de parcelas iguais com o divisor da divisão referida.

Terminamos a atividade com a melhor parte para as crianças: a confecção das bandeirinhas e a decoração da sala de aula. Nas figuras a seguir podemos visualizar a confecção (Figura 169) e como a sala de aula ficou (Figura 170 e 171).

Figura 169 – Alunos confeccionando as bandeirinhas a partir de revistas antigas.

Figura 170 – A primeira janela decorada.

Figura 171 – Sala de aula decorada para a festa junina.

Analisando essa atividade, percebemos que as crianças já estavam relacionando as situações apresentadas com as vivenciadas anteriormente por elas, ao longo desse período de pesquisa.

É possível perceber que alunos que não conseguiam resolver uma divisão, ao trabalharem com seus colegas, ao explicitarem suas ideias quando dada a oportunidade, ao vivenciarem a operação de divisão em cenários distintos, conseguiram construir o conceito de divisão e produziram esquemas para a operação de divisão, ou seja, grande parte da turma compreendeu que estávamos trabalhando com o sentido de dividir em partes iguais; que é possível resolver as situações de divisão através de esquemas que envolvem desenhos e números; alguns alunos perceberam que podemos realizar uma distribuição, não mais unitária, mas de quantidades maiores que um; alguns alunos construíram esquemas apoiados na adição, e perceberam a relação que há com a multiplicação.

Percebemos que o trabalho com os números "grandes" já ocorria com mais naturalidade, ao contrário do que ocorria nas primeiras semanas da pesquisa. Também é possível verificarmos que as crianças recorriam aos modelos de resolução em que obtiveram sucesso em atividades anteriores.

Ao final da penúltima atividade da pesquisa, percebi o quanto é importante valorizarmos as representações dos alunos para as situações vivenciadas nas aulas de matemática, pois essas vivências é que possibilitarão que o aluno construa seu saber sobre aquele assunto, e seus esquemas, que serão novamente utilizados e reformulados, inúmeras vezes ao longo de sua vida.

Conforme os autores, "As idéias das crianças sobre o que a matemática é, como a compreensão matemática, se desenvolvem à medida que as crianças crescem." (NUNES; BRYANT, 1997, p. 220). Portanto, se quisermos entender como as crianças fazem matemática, precisamos antes de tudo "[...] entender o que as crianças pensam que é matemática, como elas resolvem problemas que nós pensamos serem matemáticos." (Ibidem, p. 221).

4.10 ATIVIDADE 10 – ENCERRAMENTO DO PROJETO MARCAS DA DIVISÃO

O encerramento das atividades da pesquisa a princípio foi planejado com a aplicação de um teste, com exemplos de cada uma das situações que vivenciamos ao longo do projeto.

Por questões administrativas da escola, a aula prevista para a última atividade teve seu período reduzido, ou seja, não daria tempo para os alunos resolverem as questões com tranquilidade. Decidi adiar para o dia seguinte a última atividade.

Aproveitamos o período reduzido para relembrar com a turma tudo que havíamos visto ao longo desses meses. Perguntei-lhes: “Todas as divisões que fizemos eram exatas?”. Eles pensaram, alguns não entenderam a pergunta, e expliquei: “Quando dividíamos canetas, livros, bandeirinhas, entre pessoas ou fios, todos recebiam a mesma quantidade e depois disso sobravam canetas, sobravam livros ou bandeirinhas, ou nunca sobrava nada?”. O Benício disse “Às vezes.”.

Comentei com as crianças que algumas vezes sobravam objetos, outras vezes não. E que na matemática chamamos essa sobra da divisão de “Resto.”. Alguns repetiram comigo: “Resto!”.

Dei dois exemplos para as crianças:

$$8 : 2 = \qquad e \qquad 9 : 2=$$

Perguntei às crianças qual era a resposta da primeira divisão. O Eduardo respondeu alto: “Quatro!”. Outros falaram em seguida também, e, ao perguntar o porquê dessa resposta, a Mirela falou: “Quatro mais quatro é oito.”.

Escrevi o que a Mirela havia falado no quadro, através do algoritmo, porém expliquei-lhes que quando usamos aquela forma de “fazer a continha”, temos que ter atenção, pois cada número tem o seu lugar certo. A Figura 172 mostra o caderno da Tamara, com o registro da explicação sobre o significado do lugar de cada número presente naquela “continha”, que chamamos de “algoritmo”.

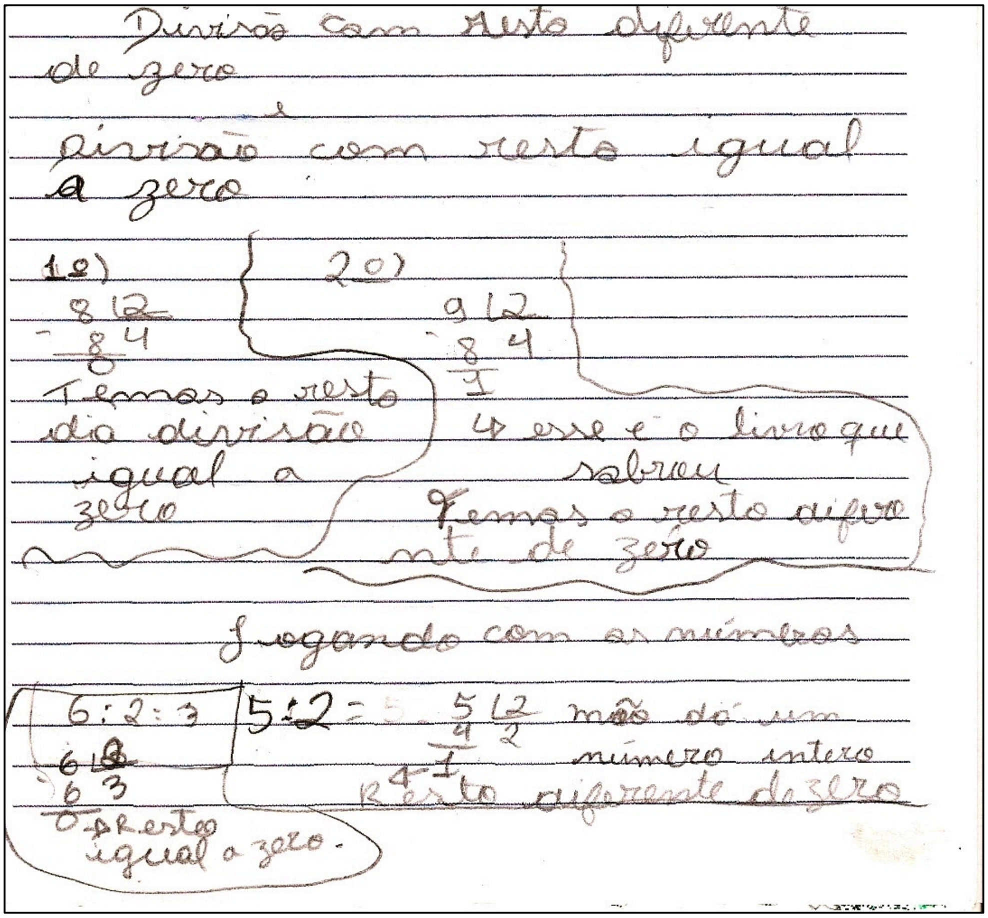


Figura 172 – Registro do caderno da Tamara.

Disse para as crianças, explicando a primeira divisão: “Aquele número oito pode representar o que nós quisermos: caderno, livros, canetas; enquanto isso, aquele número dois indica entre quantas pessoas ou entre quantos conjuntos vamos dividir a quantidade total de objetos ou alimentos. Vamos escolher então.”, e perguntei o que dividiríamos. Artur disse “Livros.”. Peguei oito livros e pedi para ele dividi-los com um colega seu. Ele dividiu, distribuindo os livros um a um e disse: “Quatro pra cada.”. Expliquei para as crianças que devemos escrever o número quatro logo abaixo do número dois, naquele tipo de cálculo, pois isso significa que estamos multiplicando a quantidade quatro por dois (pelas duas pessoas). Como o resultado é oito, expliquei que devemos subtrair o que já dividimos, da quantidade total.

As crianças pareciam estar entendendo e acompanhando o raciocínio. Perguntei à turma: “Quatro vezes dois é oito. Então vamos subtrair oito da quantidade total de livros que é?", e a turma completou "Oito.". Disse então: "Oito menos oito é quanto?", e a turma inteira respondeu "Zero!". Pedi para olharem para a frente e dizerem se sobrou algum livro que o Artur não havia dividido, e eles verificaram que não. "Justamente por não sobrar nenhum livro é que o resto da divisão é zero.", afirmei aos alunos.

Pedi então para eles resolverem a segunda divisão: nove divididos por dois.

Rapidamente o Eduardo disse, "Vai sobrar um.", referindo-se ao resto dessa divisão. Pedi para a turma me acompanhar no quadro, onde expliquei que iríamos resolver a divisão da mesma forma que a anterior; Eduardo tomou a frente dos livros e dividiu rapidamente, os livros entre nós dois. Perguntei sobre o livro que ficou de lado e não foi dado a ninguém: "E esse livro?". Ele me respondeu: "Ele sobra.".

Perguntei para toda a turma: "Se dividirmos nove livros entre eu e o Eduardo, cada um de nós ficará com quantos livros?", e vários alunos respondem juntos: "Quatro", "Dá quatro pra cada um!".

Expliquei qual era a posição do número quatro, e disse "Quatro vezes o número dois dá oito. Portanto isso significa que distribuímos quantos livros entre eu e o Eduardo?", alguns falam "Oito.". Disse então que "Precisamos diminuir oito da quantidade.... total!".

Mostrei às crianças a posição do número oito, que estávamos subtraindo de nove. Perguntei às crianças "Quanto é nove menos oito?", e todos responderam "Um!". Afirmei a eles: "Pois é! Esse um que vocês disseram representa esse livro aqui [mostrei o livro nessa hora para a turma] que sobrou e não foi dividido com ninguém.".

"Essa divisão é exata?", perguntei a eles, e recebi como resposta um "Não" bem convicto, pois as crianças perceberam que nesse exemplo sobravam objetos, e isso precisava constar na "continha". Expliquei que esse resto era exatamente o resultado de nove (quantidade total) menos oito (quantidade distribuída), que é um (livro que sobrou).

Também destaquei que cada algarismo em um número encontra-se em uma posição, e quanto mais à esquerda ele estiver, maior a quantidade que ele representa. Com isso, relembrei as crianças das unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar. Alguns lembraram e respondiam quando perguntava "Em que posição encontra-se esse número?", apontando com o dedo para cada algarismo do número vinte e quatro.

O objetivo de destacar a questão posicional era chamar a atenção para a divisão, pois o algoritmo escolar está estruturado sobre o valor posicional de cada algarismo do dividendo, dada uma divisão. Se as crianças não percebem ou compreendem isso, fica muito difícil elas utilizarem esse procedimento para resolver cálculos de divisão.

Ao realizar a divisão de vinte e quatro por dois, perguntei para as crianças “Como começamos a resolver esse cálculo? Como vocês aprenderam a resolver?”, e o Jonathan disse: “Dividi o dois e depois o quatro.”. Respondi para a turma: “Esse algarismo dois está representando duas dezenas. Quanto são duas dezenas?”, e alguns responderam “Vinte”, porém um aluno se confundiu e disse “Dez”. Respondi para eles: “Ops! Alguém disse dez? Duas dezenas! Dez mais dez ou duas vezes dez, que é vinte.”.

Expliquei para as crianças que “Se estamos dividindo dezenas então, lá no lugarzinho da resposta, o resultado deve ser expresso em dezenas, pois se dividimos chocolates, o resultado da divisão são os chocolates que cada um recebe. Se dividimos balas, o resultado são as balas que cada um recebe. Se dividimos dezenas, o resultado deve ficar lá na resposta na casinha das dezenas. Duas dezenas dividido por dois vai dar ...?”. Alguns alunos respondem: “Um”, “Uma”. Respondi então: “Isso mesmo. Uma dezena! Então coloco o algarismo um aqui. Ele representa uma dezena.”, colocando a letra “D” em cima do algarismo um no campo do quociente.

Após, perguntei para as crianças “Esse algarismo quatro está na casinha das...?”, e alguns alunos completam a frase “Unidades”. Respondi então: “Exato. Quatro unidades. Quatro divididos por dois vai dar...?”, e um número maior de alunos responde: “Dois, dois!”.

Expliquei que “Esse algarismo dois representa duas unidades, pois estávamos dividindo unidades, portanto a resposta são unidades. Devemos colocar ao lado do algarismo um, no lugarzinho da resposta.”. Escrevo o algarismo dois ao lado do algarismo um, e coloco a letra “U” em cima do algarismo, indicando sua posição. Pergunto finalmente: “Qual é a resposta de vinte e quatro divididos por dois?”, e a turma responde: “Doze!”.

Percebemos que eles compreenderam o resto zero e, em cálculos posteriores, eles indicavam com uma flecha o resto e informavam se era igual ou diferente de zero, como podemos ver na Figura 173.

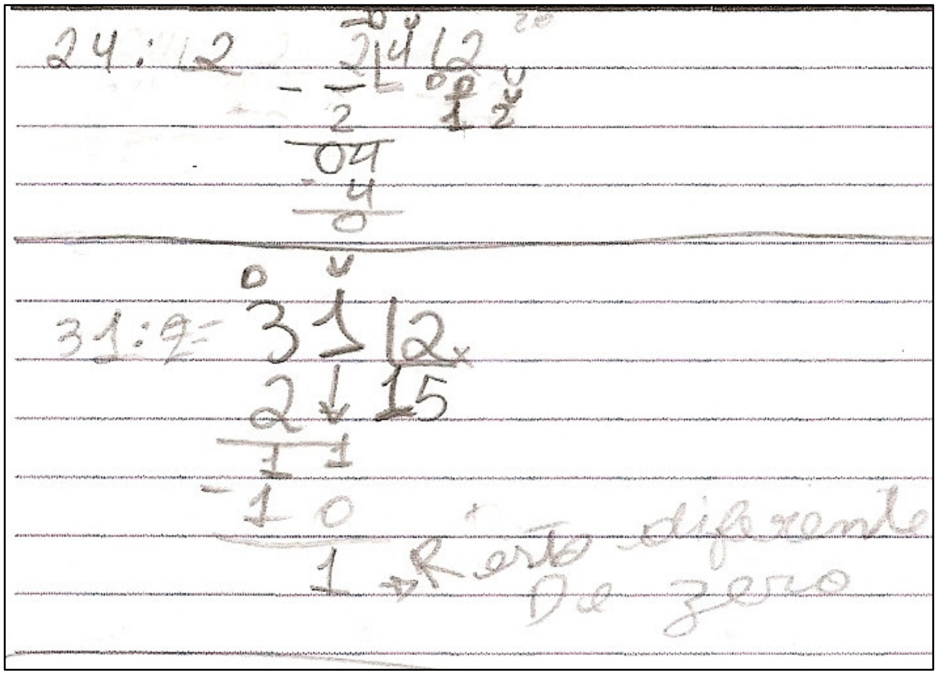


Figura 173 – Algumas divisões que foram feitas depois da explicação citada anteriormente.

Ao final dessa aula reduzida, propus um desafio às crianças: “Qual é a divisão que você consegue fazer usando um número bem grande?”. A Belissa perguntou: “Qualquer número?”, e respondi “Sim! Uma divisão que você sabe fazer de um número bem grande por outro número.”.

As crianças se empolgaram com o desafio e começaram a escrever na folha de ofício que entreguei a elas.

A Belissa fez o cálculo de 100 dividido por 50 e encontrou como resposta 50. Sua justificativa estava correta, como podemos visualizar na Figura 174, embora o quociente estivesse errado. Ela não percebeu que esse quociente estava errado, e que não era compatível com os outros exemplos que ela fez corretamente. Perguntei a ela: “Tu não consegues dividir um número maior que 100?”, e ela voltou para a classe disposta a fazer uma divisão usando um número maior que 100. Ela retornou à conversa comigo e mostrou o que havia feito agora:

200 : 100 =

Diante do desafio que a cativou, questiono novamente: “Mas será que tu não consegues fazer com um número maior ainda”, e ela responde: “Ai Prô! Tá bom.”, retornando à sua classe.

Segui instigando Belissa a procurar sempre um número maior. Podemos ver na Figura 174 a sua escrita.

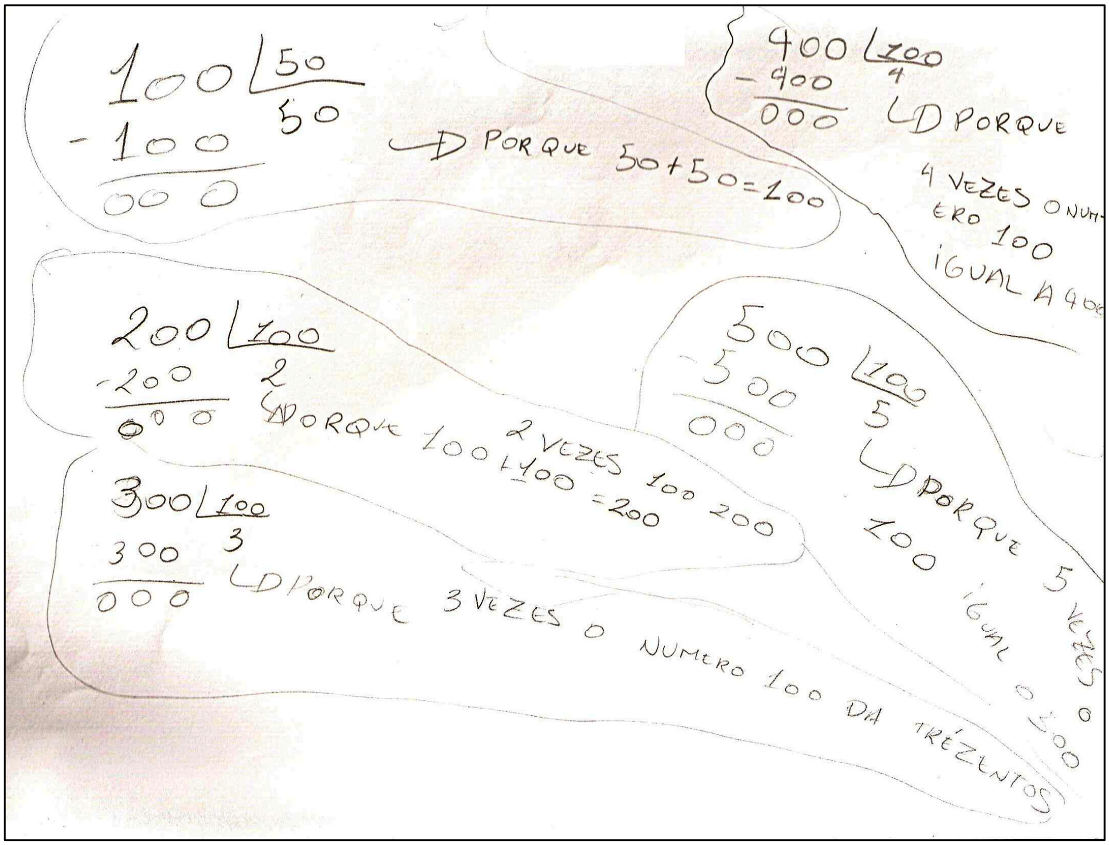


Figura 174 – Divisões da Belissa, utilizando “números grandes”.

Outros colegas também se sentiram desafiados e buscaram divisões que conseguiam fazer, utilizando quantidades que, segundo eles, eram muito grandes. Podemos observar, que essas crianças estavam perdendo o medo das quantidades grandes.

Também é possível observar que muitos deles expressaram através do algoritmo a divisão que estavam tentando resolver. Foi uma satisfação ver que alguns alunos compreenderam a multiplicação como uma operação que permite verificar se o resultado que haviam encontrado estava correto.

Isso nos indica que algumas crianças, aparentemente, conseguiram perceber a relação inversa que há entre as operações de multiplicação e divisão, ou seja, conseguimos obter um avanço diante das situações encontradas meses antes, no início do projeto.

Diante das respostas que recebi, considero interessante observarmos como as crianças trabalharam bem ao serem desafiadas. Podemos acompanhar uma dessas respostas na Figura 175:

Figura 175 – Tamara fez 99:2.

Tamara foi uma das poucas crianças que utilizou (ou deixou expresso) o modo pictórico, em que ela representa a quantidade total através da barrinhas e, após, faz agrupamentos de dois em dois. Ela destacou no seu cálculo o resto da sua divisão não exata. Mirela apresenta uma divisão de 420 por 2, e utiliza aparentemente o algoritmo, como vemos na Figura 176.

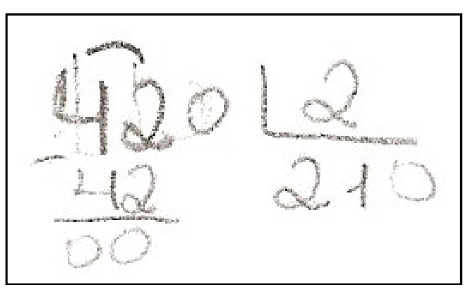


Figura 176 – Mirela fez 420:2.

Bruna e Maria resolveram ousar na quantidade do divisor, apresentando divisões por 100 e por 50, respectivamente – Figura 177 e 178. Curioso, pois não trabalhei em nenhuma atividade com essas quantidades no divisor.

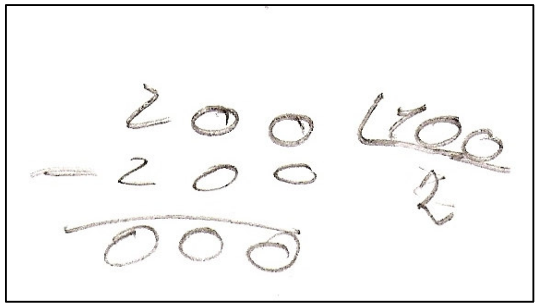


Figura 177 – Bruna fez 200:100.

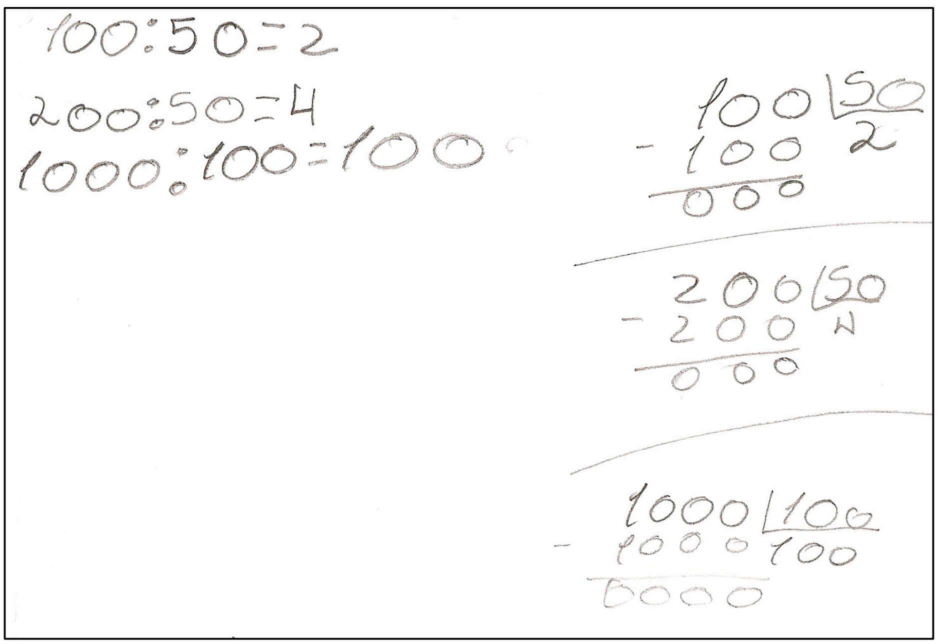


Figura 178 – Maria fez 100:50, 200:50 e 1000:100.

Artur foi um dos que utilizaram uma quantidade grande para dividir: 6.000. Interessante observarmos a Figura 179, em que ele justifica a divisão de 6.000 por 2, através de uma multiplicação de 3 por 2, fazendo uma associação entre 6 e 6.000.

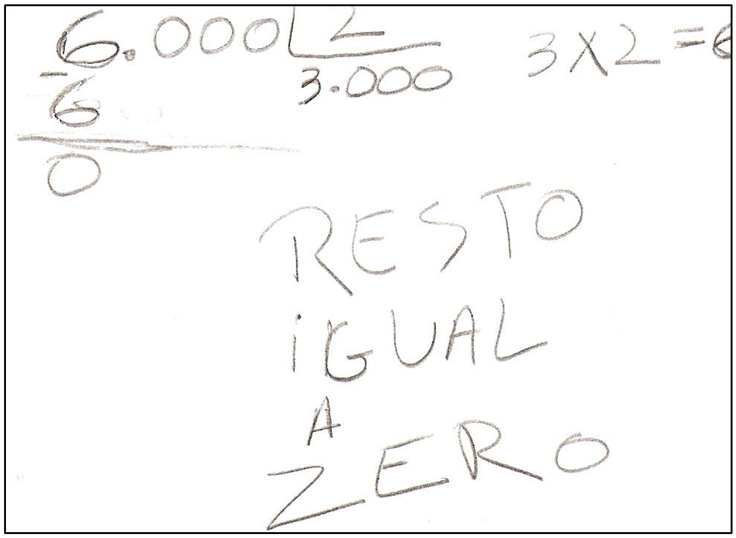


Figura 179 – Artur fez 6.000:2.

Por fim, um dos cálculos que mais chamou minha atenção foi o do Eduardo, que demonstrava dificuldades no início do projeto, e agora mostrou que conseguiu superar algumas delas, como podemos ver na Figura 180. Ele fez duas divisões de números que não são múltiplos de dez, ao contrário dos seus colegas.

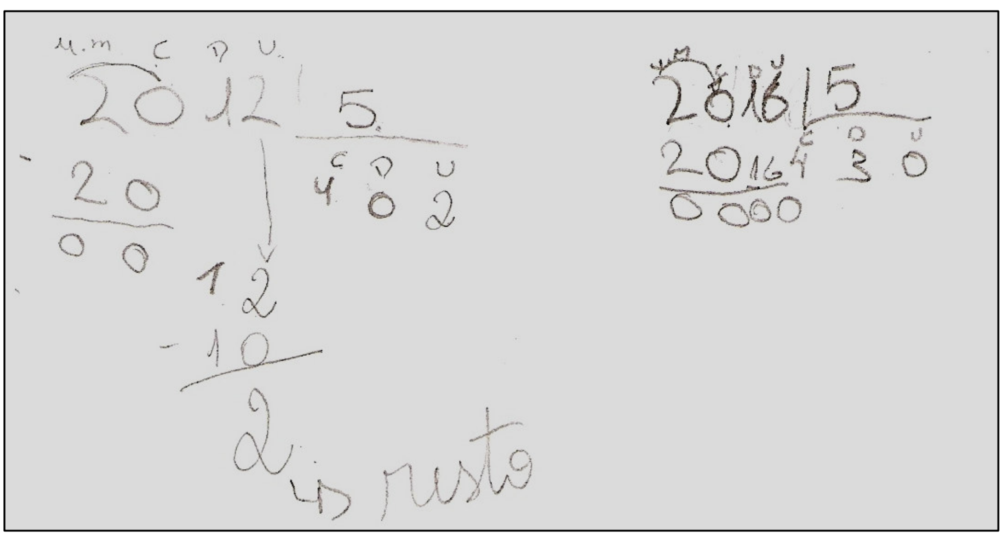


Figura 180 – Eduardo faz 2.012:5 e 2016:5.

O encerramento da atividade ocorreu no dia seguinte, quando foi possível trabalhar duas horas com a turma, como havia planejado inicialmente. As crianças estavam ansiosas para esse encontro. Certamente essa expectativa era em função da festa organizada por nós, na aula anterior, que ocorreria na hora do recreio.

No entanto, algumas crianças demonstraram através de gestos e palavras que gostariam que as atividades de matemática continuassem, perguntando “Mas porque tu não vem mais?”.

Iniciei o último encontro agradecendo às crianças pela contribuição que elas deram ao trabalho, e afirmando que a professora havia aprendido tanto quanto elas nas aulas, ou talvez, até mais que os alunos. Eles ficaram olhando e estranharam aquele agradecimento, quando falei para eles: “A Prô estará esperando vocês daqui a dois anos, lá no sétimo ano para estudar mais matemática. Por isso, quero muito que vocês estudem, passem de ano. Espero que o meu trabalho tenha ajudado vocês a entenderem melhor as continhas de dividir, porque vocês contribuíram muito para o trabalho da Prô, Ok!”.

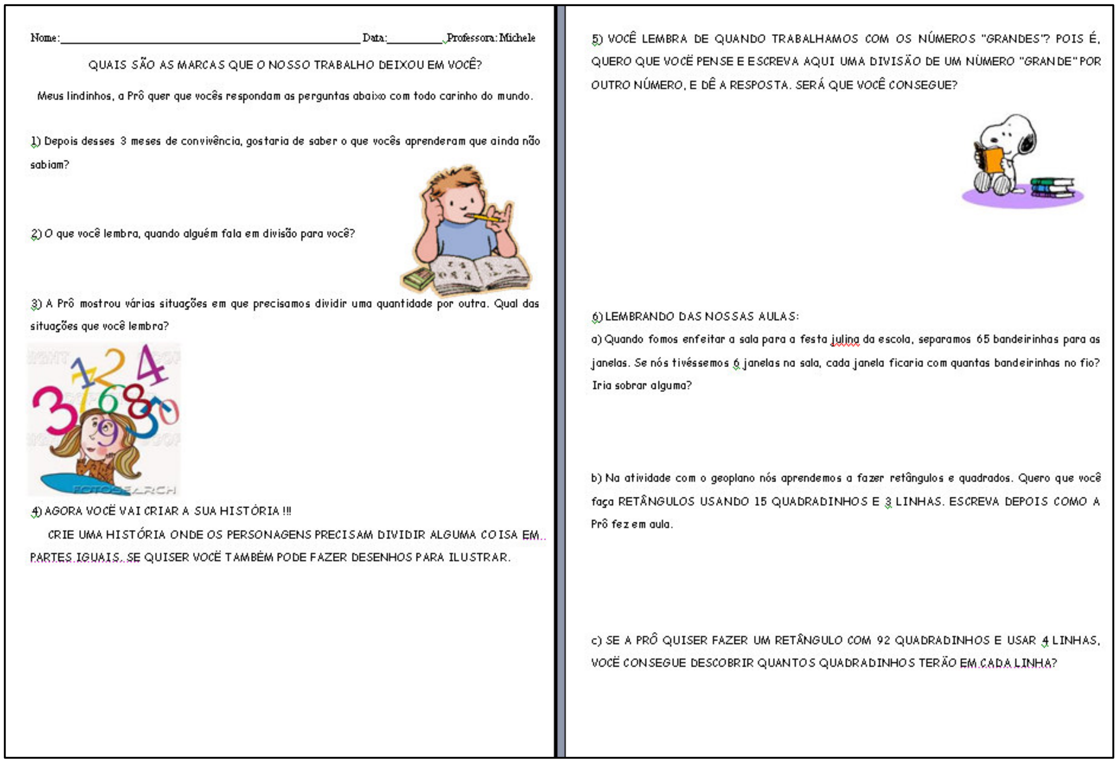
Expliquei para as crianças que elas iriam receber duas folhas com algumas perguntas, sobre o trabalho que desenvolvemos nos últimos meses. Disse-lhes que deveriam responder com sinceridade, com empenho, pensando antes de escrever. Comentei também sobre o quanto eram importantes para o trabalho, as respostas que elas dariam.

Também destaquei a importância das respostas individuais, pois o que a professora queria saber era justamente como cada um pensava, resolvia e entendia cada questão. Por isso, expliquei-lhes que deveriam ser honestos, resolvendo de acordo com a sua compreensão.

Ao final do trabalho, avalio que não foi possível alcançar todos os objetivos definidos na fase inicial do projeto de pesquisa, como a compreensão do algoritmo escolar da divisão, ou a compreensão da operação de divisão por todos alunos da turma. Não conseguimos chegar à utilização do algoritmo escolar da divisão como uma ferramenta para situações de divisão, que envolviam diferentes ordens de grandezas, pois seria necessário um tempo maior com esta turma, para trabalhar o sistema de numeração decimal e sua relação nos processos utilizados no algoritmo da divisão.

Percebemos que alguns alunos desta turma precisavam ainda de um tempo maior para associar e construir o conceito de multiplicação, possibilitando a utilização do algoritmo escolar da divisão, ou a criação de novos algoritmos. No entanto outros objetivos que não estavam planejados foram alcançados.

Na Figura 181, podemos visualizar as duas folhas entregues para as crianças.



Nome:________________________________ Data:________ Professora: Michele

QUAIS SÃO AS MARCAS QUE O NOSSO TRABALHO DEIXOU EM VOCÊ?

Meus lindinhos, a Prô quer que vocês respondam as perguntas abaixo com todo carinho do mundo.

1) Depois desses 3 meses de convivência, gostaria de saber o que vocês aprenderam que ainda não sabiam?

2) O que você lembra, quando alguém fala em divisão para você?

3) A Prô mostrou várias situações em que precisamos dividir uma quantidade por outra. Qual das situações que você lembra?

4) AGORA VOCÊ VAI CRIAR A SUA HISTÓRIA !!!

CRIE UMA HISTÓRIA ONDE OS PERSONAGENS PRECISAM DIVIDIR ALGUMA COISA EM PARTES IGUAIS. SE QUISER VOCÊ TAMBÉM PODE FAZER DESENHOS PARA ILUSTRAR.

5) VOCÊ LEMBRA DE QUANDO TRABALHAMOS COM OS NÚMEROS "GRANDES"? POIS É, QUERO QUE VOCÊ PENSE E ESCREVA AQUI UMA DIVISÃO DE UM NÚMERO "GRANDE" POR OUTRO NÚMERO, E DÊ A RESPOSTA. SERÁ QUE VOCÊ CONSEGUE?

6) LEMBRANDO DAS NOSSAS AULAS:

a) Quando fomos enfeitar a sala para a festa julina da escola, separamos 65 bandeirinhas para as janelas. Se nós tivéssemos 6 janelas na sala, cada janela ficaria com quantas bandeirinhas no fio? Iria sobrar alguma?

b) Na atividade com o geoplano nós aprendemos a fazer retângulos e quadrados. Quero que você faça RETÂNGULOS USANDO 15 QUADRADINHOS E 3 LINHAS. ESCREVA DEPOIS COMO A Prô fez em aula.

c) SE A PRÔ QUISER FAZER UM RETÂNGULO COM 92 QUADRADINHOS E USAR 4 LINHAS, VOCÊ CONSEGUE DESCOBRIR QUANTOS QUADRADINHOS TERÃO EM CADA LINHA?

Figura 181 – Última atividade do projeto "Marcas da Divisão".

Nem todas as crianças da turma responderam todas as questões, da mesma forma que alguns alunos não encontraram a resposta esperada. Porém é interessante refletirmos sobre as respostas dadas por essas crianças que, no início do projeto, afirmavam que não gostavam de dividir, ou não sabiam dividir, ou diziam que era "uma conta muito difícil de fazer" referindo-se aos cálculos de divisão.

A folha entregue às crianças trazia no seu topo um título, que envolvia o nome do projeto "Marcas da Divisão": "Quais são as marcas que nosso trabalho deixou em você?". Jamais imaginei que ao colocar essa pergunta como título, iria obter respostas das crianças, pois para mim se tratava somente de um título.

No entanto, algumas crianças iniciaram a resolução da última atividade por essa pergunta. Podemos observar as respostas que recebi através das Figuras 182, 183, 184 e 185.

QUAIS SÃO AS MARCAS QUE O NOSSO TRABALHO DEIXOU EM VOCÊ? FELIZ

Figura 182 – Resposta dada pelo Ivan.

Figura 183 – Resposta dada pela Belissa.

Figura 184 – Resposta dada pelo Benício.

Figura 185 – Resposta dada pela Diovana.

Percebemos nas quatro últimas figuras que nosso trabalho os marcou, assim como queríamos, talvez não da maneira planejada inicialmente, mas contribuiu para auxiliar na sua aprendizagem. A simples resposta “Feliz.” dada pelo Ivan, assim como a da Diovana, “Muitas, não dá para dizer.”, referindo-se ao volume de situações trabalhadas nas dez atividades elaboradas para as crianças, nos mostram o quanto foi produtivo variar os contextos, mesmo que o foco de todas as atividades fosse sempre a operação de divisão.

Podemos perceber, através das respostas dadas à primeira questão, o reconhecimento das crianças sobre quais eram suas dificuldades e, após o projeto, o que elas aprenderam ou o que elas trabalharam nesses três meses de convivência. A pergunta era: “Depois desses 3 meses de convivência, gostaria de saber o que vocês aprenderam que ainda não sabiam?”. As figuras trazem algumas das respostas dadas pelos alunos da turma.

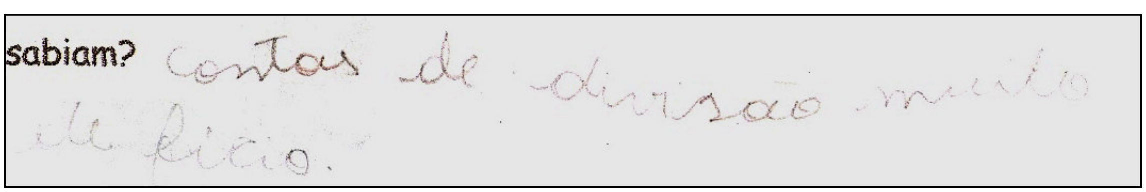


Figura 186 – Resposta à questão 1, dada pela Bruna.

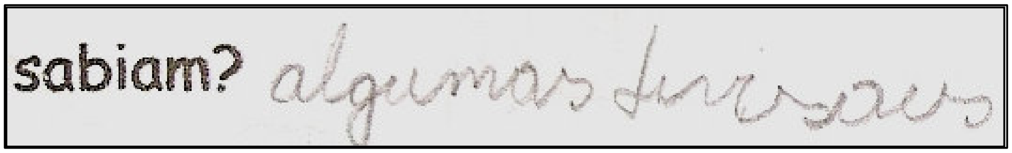


Figura 187 – Resposta à questão 1, dada pela Diovana.

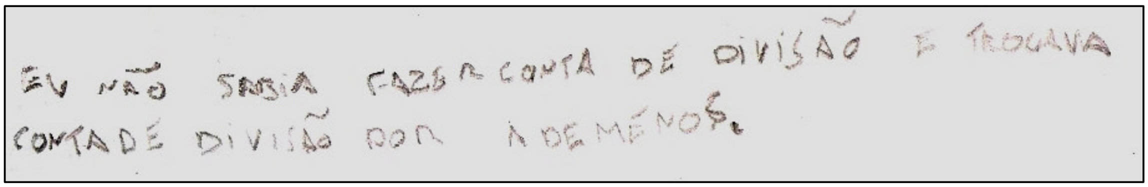


Figura 188 – Resposta à questão 1, dada pelo Eduardo.

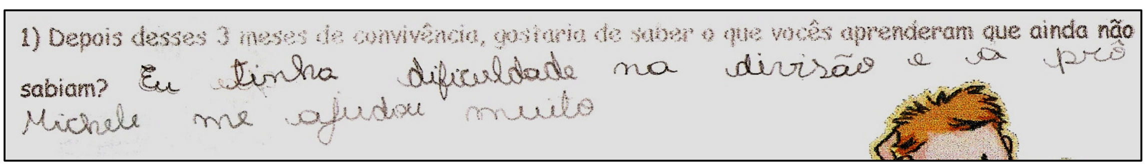


Figura 189 – Resposta à questão 1, dada pela Mirela.

É interessante percebermos, através das frases, com alguns erros ortográficos, a sinceridade das crianças ao afirmarem que não sabiam resolver um cálculo de divisão. Algumas crianças dessa turma foram objetivas ao expressarem sua resposta à pergunta, respondendo "Dividir", ou "Conta de divisão", ou "Conta de vezes e de dividir.", referindo-se ao que aprenderam e que não sabiam antes.

Também devemos destacar algumas crianças como o Eduardo, que afirmou que trocava a operação de divisão pela de subtração. Isso é importante, pois a própria criança percebeu seu erro, e verificou a diferença existente entre as duas operações. Ele poderá não saber resolver corretamente um cálculo de divisão, porém suas dificuldades agora encontram-se em outro estágio, ou seja, ele consegue distinguir uma operação da outra, compreendeu algumas características que estão envolvidas na operação de divisão, e outras que estão envolvidas na operação de subtração.

A segunda questão perguntava às crianças: “O que você lembra, quando alguém fala em divisão para você?”. Percebemos através das respostas, que estão nas cinco figuras abaixo, algumas marcas que ficaram na memória das crianças, quando se defrontam com uma situação de divisão. As respostas estão nas Figuras 190, 191, 192 e 193.

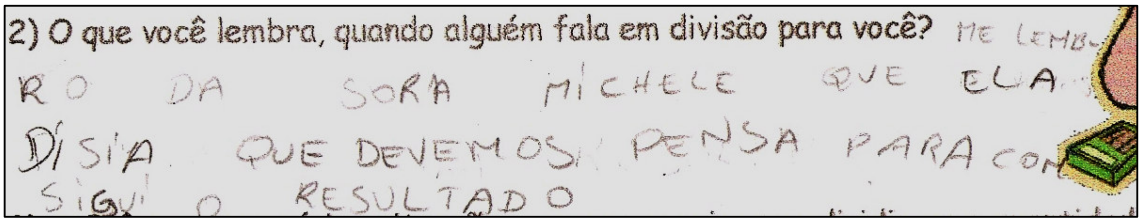

2) O que você lembra, quando alguém fala em divisão para você? ME LEMBRO DA SORA MICHELE QUE ELA DÍSIA QUE DEVEMOS PENSA PARA CONSIGUI O RESULTADO

Figura 190 – Resposta à questão 2, dada pela Belissa.

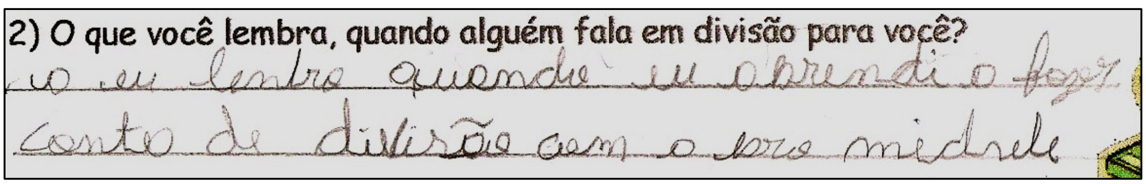

2) O que você lembra, quando alguém fala em divisão para você? o eu lembro quando eu abrendi o fazer conto de divisão com a sora michele

Figura 191 – Resposta à questão 2, dada pela Carolina.

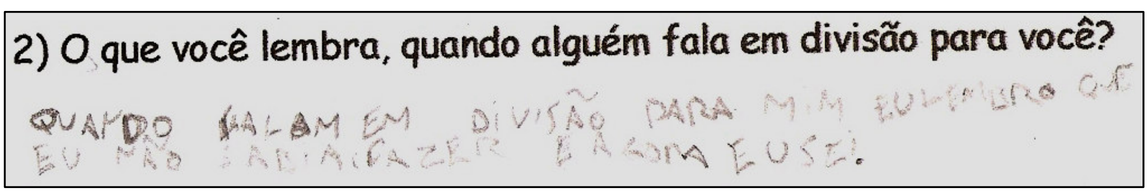

2) O que você lembra, quando alguém fala em divisão para você? QUANDO FALAM EM DIVISÃO PARA MIM EU LEMBRO QUE EU NÃO SABIA FAZER E AGORA EU SEI.

Figura 192 – Resposta à questão 2, dada pelo Eduardo.

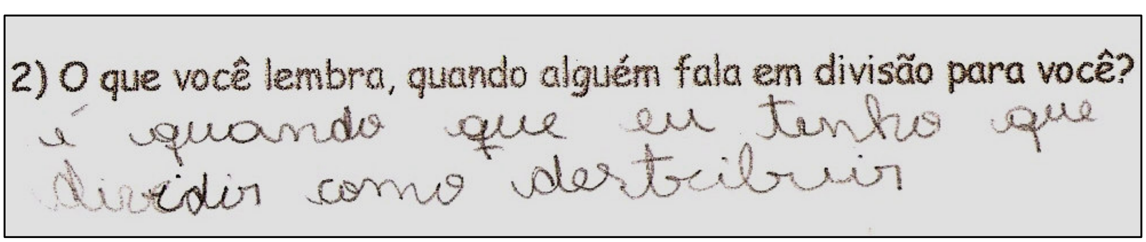

2) O que você lembra, quando alguém fala em divisão para você? é quando que eu tenho que dividir como destribuir

Figura 193 – Resposta à questão 2, dada pela Mirela.

Para a segunda pergunta, era esperado, entre as respostas, que os alunos citassem as situações de divisão vivenciadas por eles nas atividades. A Diovana respondeu que a divisão lembra “Dividir coisas, livros, balas.”, enquanto o William respondeu que lembra “Multiplicar, subtrair.”.

No entanto, a maior parte das crianças dessa turma demonstrou que associavam a operação de divisão com as aulas do projeto e com o professor, como podemos observar nas Figuras 190, 191 e 192.

Precisamos destacar outra associação que apareceu: a divisão com a distribuição, como podemos visualizar na Figura 193. Percebemos que as crianças, após esse projeto, conseguiam associar a operação de divisão com o ato de distribuir uma determinada quantidade em partes iguais, e que essa divisão poderia ser exata ou não, ou seja, mesmo quando as crianças utilizavam o algoritmo da divisão como uma forma de expressar o resultado da divisão, cometendo equívocos ao expressarem o resto sempre igual a zero, essas mesmas crianças conseguiam expressar a compreensão de uma divisão, exata ou não, através do modo pictórico, pelo qual elas escreviam ou deixavam indicado o resto, quando o mesmo era diferente de zero.

A terceira pergunta era: “A Prô mostrou várias situações em que precisamos dividir uma quantidade por outra. Qual das situações que você lembra?”. Algumas crianças recordaram das atividades iniciais, em que dividimos folhas, canetas, livros, pessoas em grupos e comidas. Um exemplo é a resposta do Artur, como podemos visualizar na Figura 194.

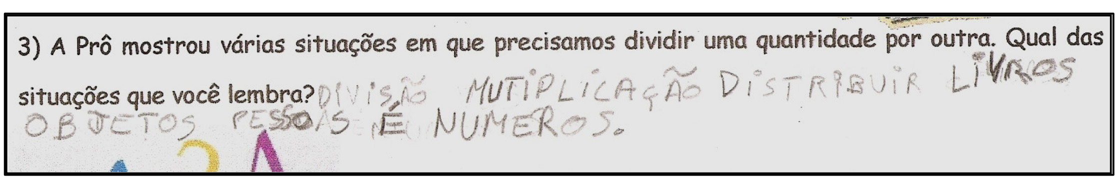

3) A Prô mostrou várias situações em que precisamos dividir uma quantidade por outra. Qual das situações que você lembra? DIVISÃO MUTIPLICAÇÃO DISTRIBUIR LIVROS OBJETOS PESSOAS É NUMEROS.

Figura 194 – Resposta à questão 3, dada pelo Artur.

Outros alunos lembraram alguns cálculos realizados por eles, como foi o caso da resposta do William, que pode ser vista na Figura 195.

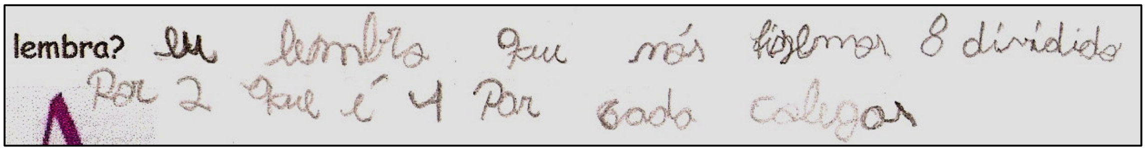


Figura 195 – Resposta à questão 3, dada pelo William.

Uma das respostas vem ao encontro da discussão realizada na página anterior, sobre a utilização do algoritmo como forma de expressar a resposta. Alguns alunos resolviam uma divisão primeiro pelo modo pictórico e, após, representavam o resultado através do algoritmo da divisão. No entanto, após a penúltima atividade, algumas crianças resolveram "aventurar-se" na resolução pelo algoritmo da divisão, seguindo todos os passos envolvidos no mesmo. Porém, mesmo modificando o método de resolução, algumas crianças continuaram marcando resto igual a zero, mesmo quando não era.

Podemos verificar com um pouco mais de atenção na Figura 196, que a Mirela responde a terceira questão com um cálculo de divisão: 89 dividido por 2. Ela inicialmente colocou o resto igual a zero, mesmo tendo indicado no algoritmo "9 - 8". Ao entregar a folha, percebi esse fato e perguntei a ela "Mirela, quanto é nove menos oito?", e ela imediatamente me respondeu: "Um Sora!"; falei então "É mesmo? Então porque aqui tu colocou zero?". Ela arregalou os olhos e disse: "Aham!", pegando rapidamente a borracha para arrumar.

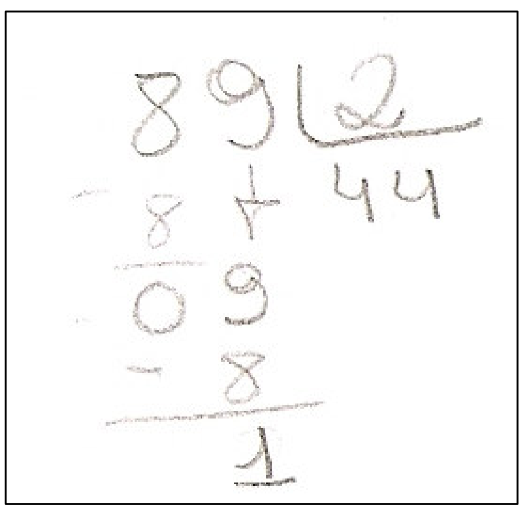


Figura 196 – Resposta à questão 3, dada pela Mirela.

Percebemos, através da resposta dessa aluna, que ela conseguiu trabalhar com o algoritmo, porém incorrendo em alguns equívocos.

Foi possível perceber isso em diversas respostas dadas para a quinta pergunta: “Você lembra de quando trabalhamos com os números “grandes”? Pois é, quero que você pense e escreva aqui uma divisão de um número “grande” por outro número, e dê a resposta. Será que você consegue?”.

Podemos observar algumas respostas dadas pelos alunos para essa pergunta, nas Figuras 197 e 198.

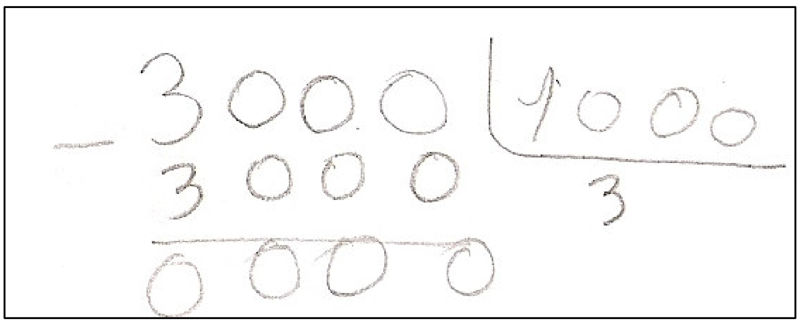


Figura 197 – Resposta à questão 5, dada pela Bruna.

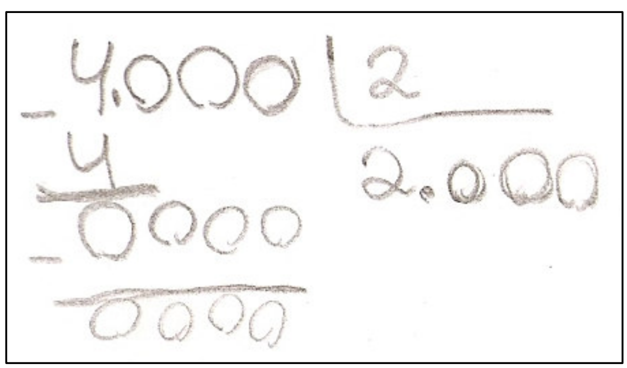


Figura 198 – Resposta à questão 5, dada pelo William.

Entre as respostas selecionadas para a questão cinco, percebemos que as crianças não possuíam mais aquele receio inicial que tinham antes, quando as situações de divisão envolviam números considerados “grandes” para eles. Percebemos que eles utilizaram em alguns exemplos, quantidades múltiplas de dez, como constam nas Figuras 197 e 198.

Percebemos que algumas crianças demonstraram identificar a relação entre um número dado e os seus múltiplos, que também são múltiplos de 10 ou 100 ou 1000. Um exemplo é a divisão que consta na Figura 198, em que o aluno divide 4000 por 2.

Também verificamos que algumas crianças tentaram utilizar o algoritmo, iniciando corretamente, porém acabam equivocando-se em algumas etapas, o que os levou a resultado incorreto. Esse é o caso da Mirela (Figura 199) que iniciou corretamente a divisão, porém não considerou o resto parcial, ou seja, ela passou a dividir as 6 dezenas sem considerar a centena do resto parcial, que equivale a 10 dezenas, ou seja, ela deveria dividir 16 dezenas e não 6 dezenas como fez.

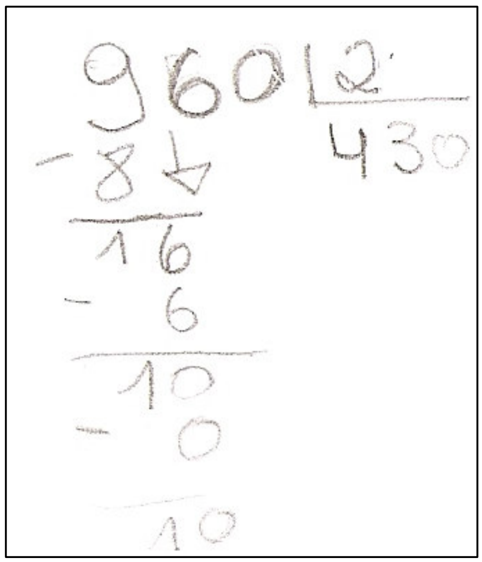


Figura 199 – Resposta à questão 5, dada pela Mirela.

Alguns alunos observaram a importância da posição dos algarismos, destacadas nas atividades anteriores, nos momentos de explicações. Um exemplo desse caso é do Eduardo, que tentou resolver a divisão de 96 por 3. Podemos visualizar na parte inferior da Figura 200 que o aluno representou as 9 dezenas através de bolinhas, que foram divididas em três conjuntos. Ele indicou no quociente do algoritmo, logo abaixo da letra “D”, o número 3, referindo-se à divisão de 9 em 3 conjuntos. Após, ele concluiu equivocadamente que 6 unidades divididas em 3 conjuntos resultarão em 1 unidade, chegando ao quociente 31.

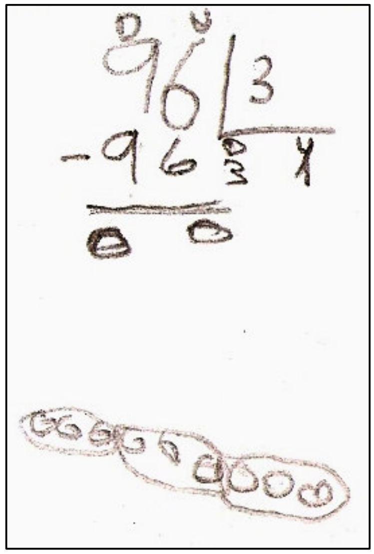


Figura 200 – Resposta à questão 5, dada pelo Eduardo.

Entre as respostas selecionadas pela quinta questão, precisamos destacar a da Tamara. Percebemos uma contradição na Figura 201, em que Tamara fez a divisão corretamente no desenho, porém ao expressá-la através do algoritmo, indicou o algarismo zero no campo do resto, e escreve ao lado “Sobrou 1.”, referindo-se à divisão de 99 por 2.

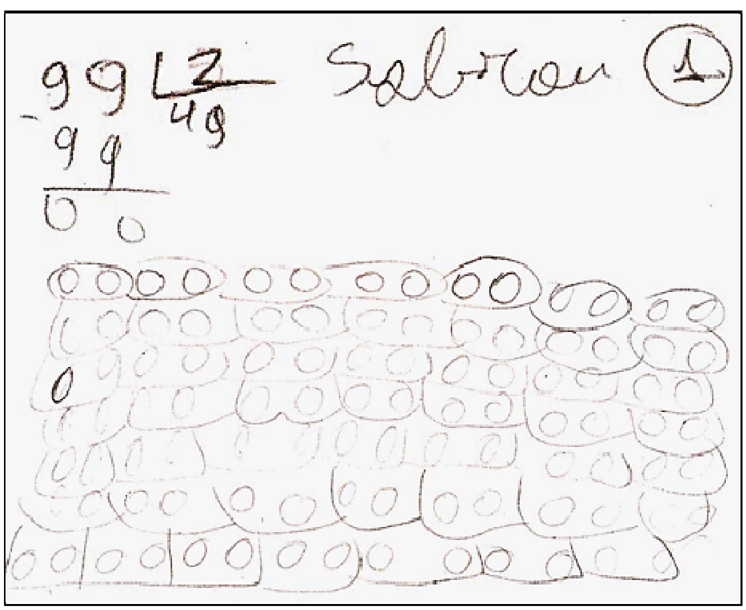


Figura 201 – Resposta à questão 5, dada pela Tamara.

Essa mesma situação ocorreu no item (a) da última pergunta da atividade: "Quando fomos enfeitar a sala para a festa junina da escola, separamos 65 bandeirinhas para as janelas. Se nós tivéssemos 6 janelas na sala, cada janela ficaria com quantas bandeirinhas no fio? Iria sobrar alguma?".

Na atividade da Festa Junina, a turma havia enfeitado as cinco janelas da sala, porém agora o problema trazia uma janela a mais. Alguns alunos não consideraram essa janela a mais e erraram a questão. Aqueles que consideraram a nova divisão, indicaram quantas bandeirinhas iriam sobrar, porém os equívocos com o zero continuaram.

Podemos visualizar nas Figuras algumas respostas dadas pelas crianças para o primeiro item da sexta pergunta, e verificar de novo como elas tinham a compreensão errada de que, ao expressarem o resultado de uma divisão, através de uma representação semelhante ao do algoritmo, o resto deveria ser obrigatoriamente zero.

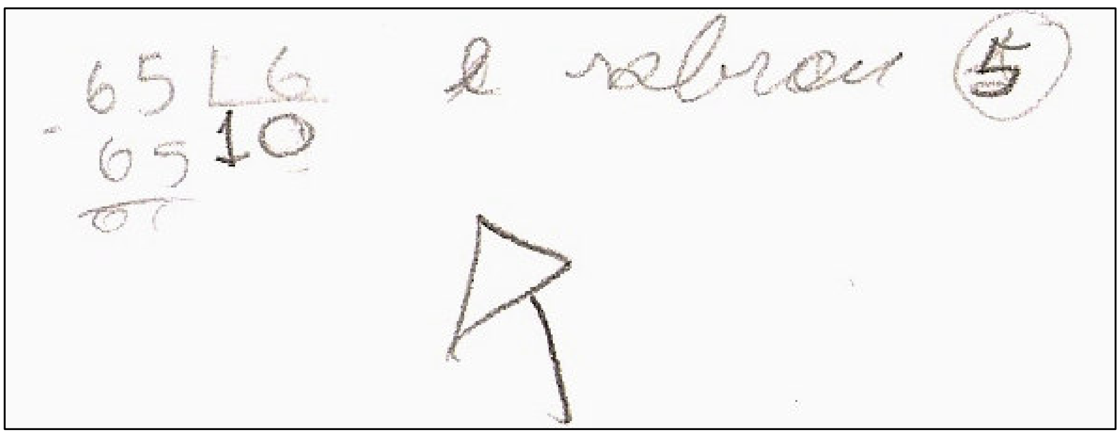


Figura 202 – Resposta à questão 6, item (a), dada pela Tamara.

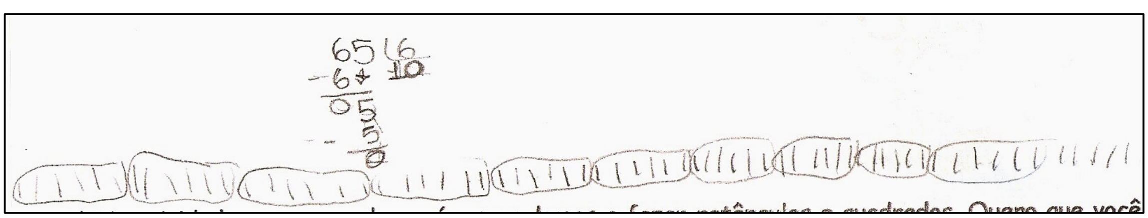


Figura 203 – Resposta à questão 6, item (a), dada pela Mirela.

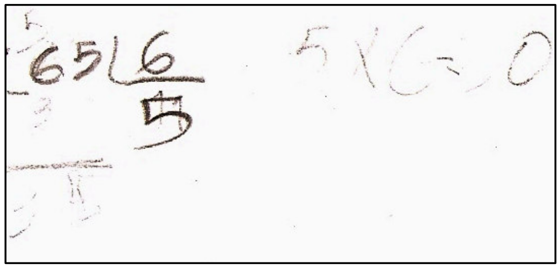


Figura 204 – Resposta à questão 6, item (a), dada pelo Artur.

Entre os alunos que resolveram o primeiro item da questão seis, todos aqueles que resolveram utilizando o modo pictórico encontraram o resultado correto. Todos os que tentaram expressar a resposta da questão através do algoritmo cometeram erros. Um desses casos é o do Artur, que não expressou corretamente a divisão com o algoritmo, porém através da representação de barrinhas distribuídas em seis conjuntos, conseguiu obter sucesso, como podemos ver na Figura 205.

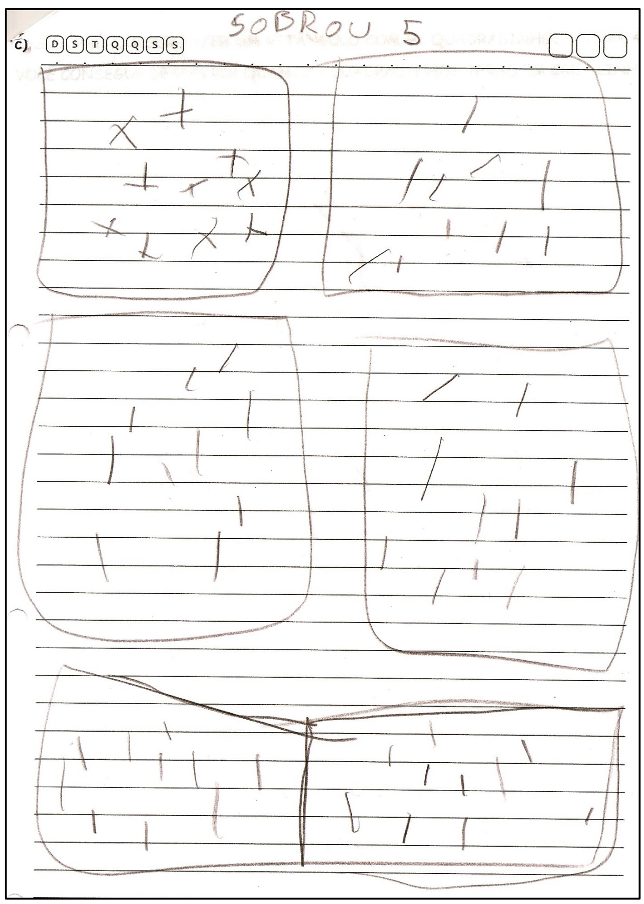


Figura 205 – Rascunho à questão 6, item (a), do Artur.

Através da Figura 205, podemos ver que Artur distribuiu sessenta barrinhas entre os seis conjuntos, e percebeu que sobraram cinco barrinhas, ou seja, um número menor que o número de conjuntos; ele não conseguiu expressar sua conclusão correta através do algoritmo escolar. Esse caso nos mostra a importância de observarmos os rascunhos e questionarmos a criança sobre a maneira como chegou ao resultado, pois somente com esse diálogo entre professor e aluno é possível auxiliar a criança a desenvolver habilidades, de forma que consiga compreender como utilizar e expressar suas conclusões através dos algoritmos escolares tradicionais.

O item (b) da sexta questão era: “Na atividade com o geoplano nós aprendemos a fazer retângulos e quadrados. Quero que você faça retângulos usando 15 quadradinhos e 3 linhas. Escreva depois como a Prô fez em aula.”. Nesse item, a maior parte da turma não encontrou dificuldades, e todos aqueles que resolveram, encontraram o retângulo solicitado.

O item (c) da sexta questão era: “Se a Prô quiser fazer um retângulo com 92 quadradinhos e usar 4 linhas, você consegue descobrir quantos quadradinhos terão em cada linha?”. Essa questão envolveu uma quantidade considerada “grande” pelas crianças, e a construção do retângulo com o número de linhas fixado.

A maior parte da turma iniciou a resolução corretamente, construindo uma coluna de cada vez, e cada uma com apenas quatro linhas. A grande quantidade de quadradinhos para contar contribuiu para que alguns alunos não chegassem à conclusão correta. Podemos visualizar na Figura 206 que Diovana faz corretamente a construção do retângulo, porém insistiu em apresentar a resposta através do algoritmo, que por sua vez foi utilizado de maneira errada.

Além da construção do retângulo, a aluna escreveu uma representação do algoritmo em que indicou a resposta, ou seja, ela possivelmente associou essa situação de distribuir 92 quadradinhos em 4 linhas com uma situação de divisão.

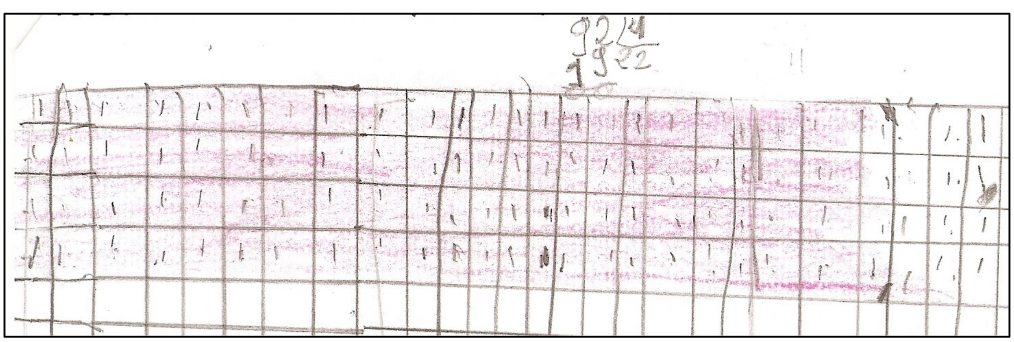


Figura 206 – Resposta à questão 6, item (c), dada pela Diovana.

William encontrou uma maneira de não se perder na contagem dos 92 quadradinhos, indicando em cada um a sua posição, como podemos ver na Figura 207. Ele conseguiu construir o retângulo, porém não informou quantos quadradinhos havia em cada linha.

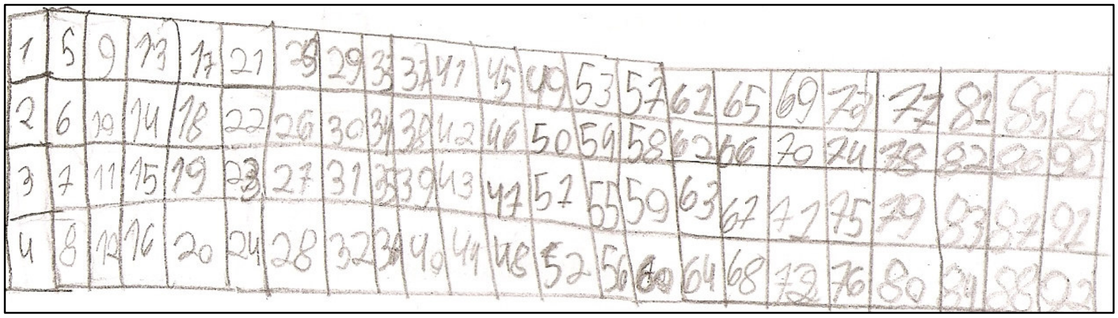


Figura 207 – Resposta à questão 6, item (c), dada pelo William.

Para fechar a última atividade, deixei para o final a quarta questão da folha, que é: “Agora você vai criar a sua história!!! Crie uma história onde os personagens precisam dividir alguma coisa em partes iguais. Se quiser você também pode fazer desenhos para ilustrar.”.

As crianças gostaram dessa questão e apresentaram histórias e desenhos que nos mostram como elas vêem a operação de divisão, e o que significa, para elas, dividir. Acreditamos que essa oportunidade seja importante para evocar a criatividade assim como do raciocínio lógico, ao pensarem nas quantidades a serem divididas, encaixando isso na história a ser criada. Podemos observar algumas respostas nas últimas Figuras 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214 e 215.

Figura 208 – Resposta à questão 4, dada pela Bruna.

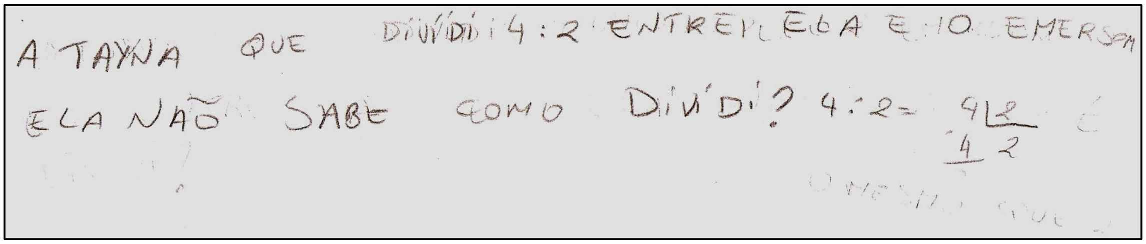


Figura 209 – Resposta à questão 4, dada pela Belissa.

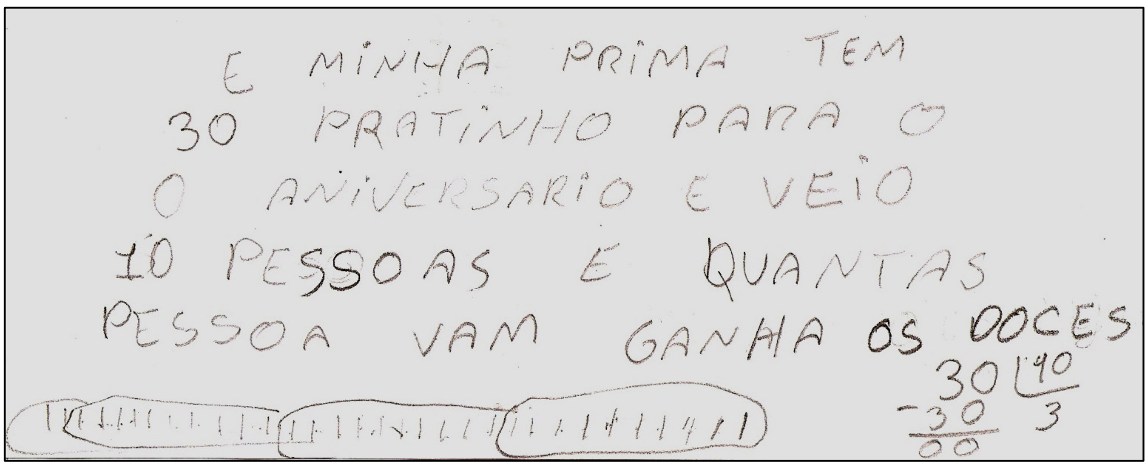


Figura 210 – Resposta à questão 4, dada pela Kelen.

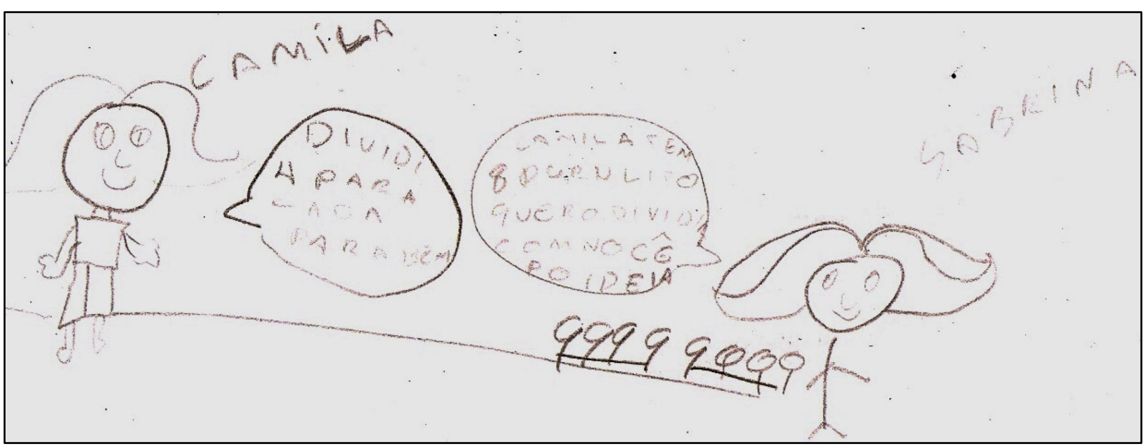


Figura 211 – Resposta à questão 4, dada pela Maria.

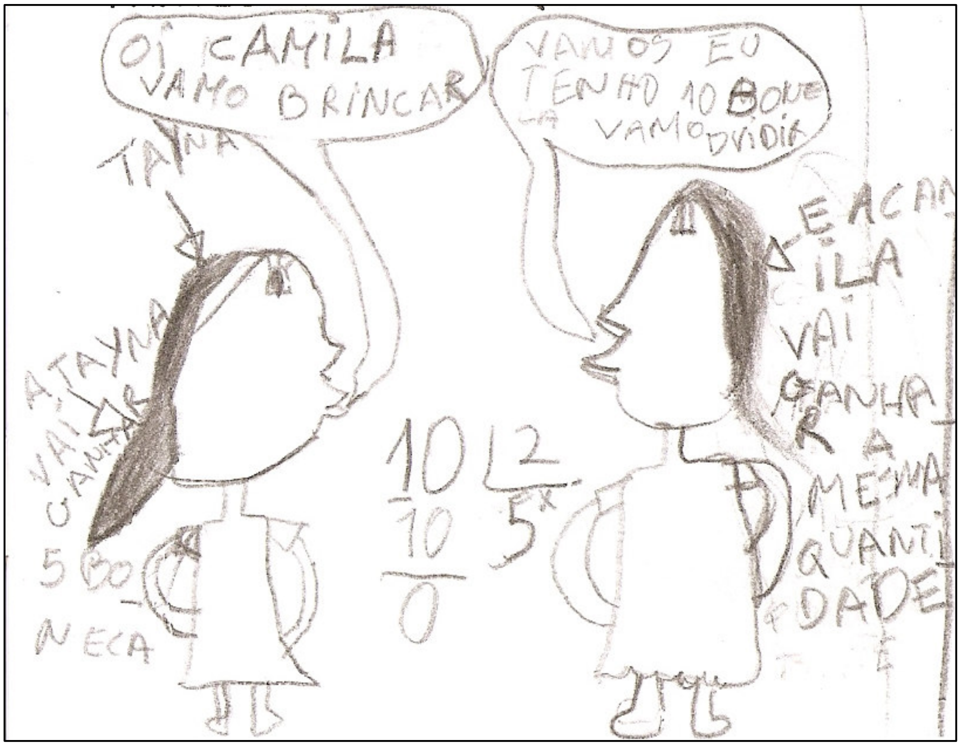


Figura 212 – Resposta à questão 4, dada pelo Artur.

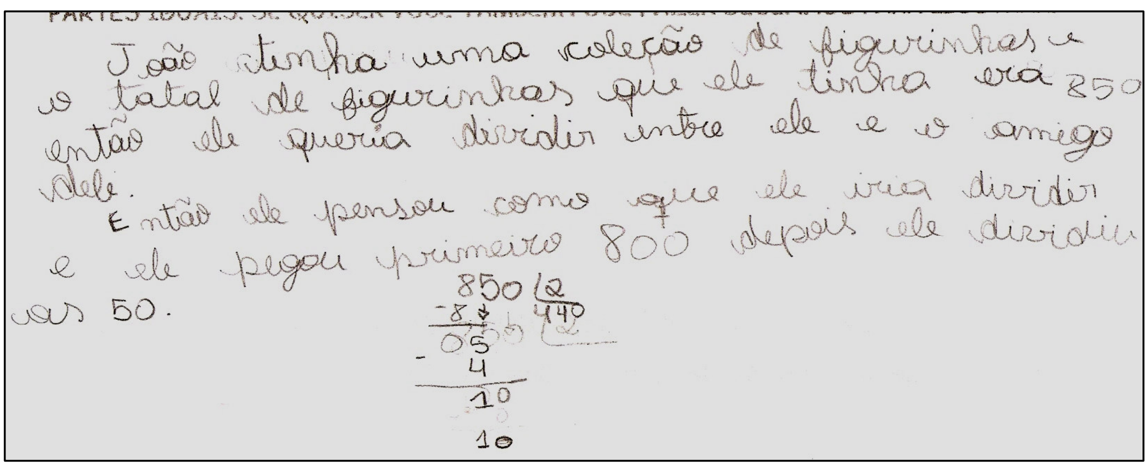


Figura 213 – Resposta à questão 4, dada pela Mirela.

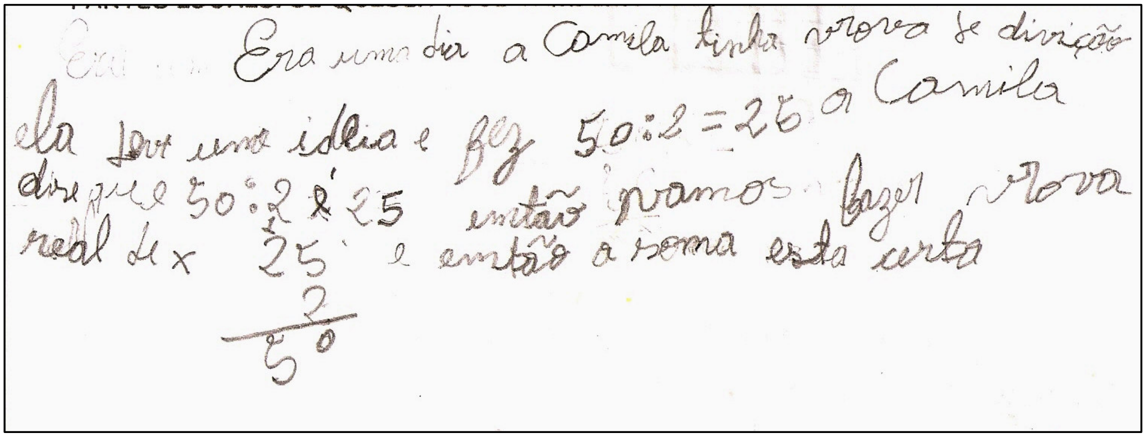


Figura 214 – Resposta à questão 4, dada pela Diovana.

Figura 215 – Resposta à questão 4, dada pelo William.

Essas oito figuras anteriores nos dão uma ideia de como as crianças dessa turma compreendiam a divisão, e como elas conseguiram criar histórias, ilustrá-las indicando como ocorre a situação criada.

Como respostas à segunda questão da folha (“O que você lembra, quando alguém fala em divisão para você?”), a Belissa afirmou que a professora disse aos alunos que eles precisavam pensar para conseguir o resultado. Essa resposta evoca as diversas vezes em que foi dito à turma que eles precisavam se colocar naquela situação sugerida pelo problema. E para que isso fosse possível era necessário ler, interpretar, pensar sobre o problema sugerido pelo professor.

Percebemos que, nessas histórias criadas pelos alunos, há sinais de que alguns alunos compreenderam a necessidade de pensar e elaborar uma divisão, e o contexto em que ela iria se inserir antes de escrever o problema. Percebemos também o cuidado, como na Figura 208, que a aluna tem ao distribuir os livros igualmente entre as duas amigas, e destacar que sobrou um livro.

Da mesma forma percebemos toda a lógica que há em uma divisão, através da explicação da Mirela, na Figura 213, explicando que inicialmente dividimos as 8 centenas e após as 5 dezenas.

É interessante destacarmos que nessa questão, em que ela precisou pensar na situação antes de escrever, a aluna não cometeu erros com relação ao resto da divisão, ao contrário do que ocorria antes, quando o resto era considerado sempre igual a zero ao utilizar o algoritmo da divisão.

Podemos então afirmar o quanto é importante para o desenvolvimento de todos os conceitos ligados à operação da divisão, construir um ambiente em que a criança possa criar, inventar, explorar e interagir com as situações de divisão. Isso fará com que ela consiga se colocar na situação sugerida pelo problema e visualizar como ocorre a dinâmica ao dividir uma quantidade em partes iguais.

Algumas dessas crianças só conseguiram compreender porque o resto algumas vezes é zero e outras vezes não, a partir da interação com objetos, em que tiveram a necessidade de dividi-los em partes iguais.

Essas crianças tiveram o seu primeiro contato com a divisão através do algoritmo da divisão, porém muitas delas não estavam preparadas para compreender a sequência de passos que há no processo de divisão utilizando o algoritmo. Era necessário realizar um trabalho prévio para que essas crianças compreendessem "o que é dividir?".

Segundo Moro e Soares (2005, p. 14), " "ser bom em matemática" é algo que [...] pode ser encontrado em grande maioria dos alunos de nossas escolas", justificando que cabe aos professores proporcionarem variados contextos para que as crianças desenvolvam seus esquemas conceituais sobre determinado assunto, para que possam contribuir para a aprendizagem de uma maioria. Para Moro e Soares (2005, p. 14) isso só ocorrerá com as crianças se "[...] lhes for dada a oportunidade adequada de elaborar os conceitos matemáticos, ao mesmo tempo em que elaboram coordenadamente, formas de expressá-los verbalmente e de registrá-los por escrito.”.

Ao término das atividades elaboradas, corroboramos as conclusões de Nunes e Bryant (1997, p. 230), em que afirmam que “as crianças são mais do que apenas máquinas lógicas e mais do que apenas recipientes de ensino”, fazendo uma referência ao ensino mecanizado, estático, em que as crianças necessitam utilizar os processos sequenciais ao manipular números, dados em um problema.

Percebemos nesse projeto que as crianças, assim como verificaram Nunes e Bryant, “raciocinam sobre matemática e seu raciocínio melhora à medida que elas crescem” (1997, p. 230).

5 O QUOCIENTE DA EXPERIÊNCIA – DISCUSSÃO

A criança ao longo da vida, em especial na idade escolar e na escola, vai construir seus esquemas, que serão evocados diante de situações. A experiência realizada no ano de 2011, com a turma do 4º ano do Ensino Fundamental, permitiu acesso a uma variedade de esquemas que expressavam como crianças estavam compreendendo uma situação de divisão. Algumas crianças já possuíam esquemas para resolver algumas situações de divisão, construídos a partir de situações de divisão vividas e de situações abordadas em sala de aula pela professora titular. Portanto, estas crianças já haviam tido contato com a operação matemática de divisão, e com a representação do algoritmo.

Cada uma das dez atividades da sequência didática elaborada tinha o objetivo de expor as crianças a situações de divisão. Como sugere Muniz (2009), é interessante proporcionar às crianças variadas situações para que surjam, assim, momentos de desequilíbrio, promovendo situações em que precisem ser ativas – pensar sobre a situação – mobilizando um ou mais esquemas que possibilitem a resolução do problema proposto. Muitas vezes os esquemas já internalizados pela criança não são adequados ou suficientes, sendo preciso reformulá-los ou criar novos esquemas. É desse modo que o campo conceitual da criança vai se estruturando, ampliando os conceitos envolvidos em dada situação. Esperava-se, portanto, com a aplicação da sequência, que houvesse uma reformulação e ampliação dos esquemas utilizados para compreender e resolver situações de divisão.

Foi possível perceber no início da experiência que as crianças daquela turma, daquela escola, tinham ideias associadas a sentimentos, alimentos ou indivíduos, em que a divisão não precisava necessariamente ser em partes iguais.

Em relação ao sentido matemático da divisão de uma quantidade em partes iguais, podíamos identificar três grupos na turma: aqueles que não expressavam a compreensão da divisão como operação; aqueles que não conseguiam expressar uma divisão através da escrita (números, símbolos ou desenhos), mas conseguiam efetuá-la mentalmente, utilizando esquemas já internalizados, e expressavam a resposta verbalmente; e aqueles que realizavam divisões utilizando seus esquemas, e registravam a operação através de algum tipo de representação, falando, desenhando ou escrevendo o algoritmo escolar da divisão. Com relação a este último grupo identificado, podemos afirmar que as crianças acreditavam que, se seu esquema estava funcionando sempre, em todos os casos de divisão até o momento, então ao identificar qualquer situação de divisão, eles poderiam continuar utilizando este esquema, pois assim conseguiriam encontrar a solução. O esquema, para essas crianças, era a construção de agrupamentos de mesmo tamanho, ou seja, o esquema de agrupamento, esgotando a quantidade de objetos dada inicialmente.

No entanto, essas crianças não conseguiam, no início das atividades, a partir desse invariante, expressar através da escrita uma conexão com as operações de adição ou de multiplicação: para as crianças realizarem a divisão, elas precisavam construir uma representação da quantidade de objetos a serem divididos, através de desenhos, para agrupá-los em quantidades iguais.

Nas primeiras atividades, foram identificados dois esquemas recorrentes nos registros dos alunos, que denominamos "esquema de agrupamento" e "esquema de distribuição".

No "esquema de agrupamento", as crianças identificavam na situação a quantidade total a ser dividida, e a representavam através de desenhos de barrinhas ou bolinhas, dispondo-as uma ao lado da outra, geralmente nas folhas de rascunho. Após, faziam agrupamentos conforme o divisor dado na situação, de duas em duas barrinhas, ou de três em três barrinhas, sucessivamente, até esgotar a quantidade total desenhada. Cada agrupamento era identificado por uma linha fechada, que delimitava seus elementos. A resposta para a criança estava na quantidade de conjuntos novos formados, ou seja, na quantidade de agrupamentos formados.

No "esquema de distribuição", as crianças identificavam o número de partes em que a quantidade total deveria ser dividida, e representavam esse número de partes através de linhas fechadas. Após, as crianças distribuíam uma a uma as barrinhas ou bolinhas dentro das linhas fechadas, controlando mentalmente a quantidade registrada através da contagem, até chegarem à quantidade total. Ao esgotarem essa quantidade total distribuída igualmente dentro das linhas fechadas, identificavam, por fim, o resultado da situação de divisão na quantidade de barrinhas ou bolinhas que cada linha fechada continha.

No "esquema de agrupamento", a criança considera duas variáveis, porém trabalha com uma de cada vez. Ela desenha a quantidade total e, após, trabalha com o esquema de agrupar de dois em dois, ou de três em três, conforme o divisor dado. No "esquema de distribuição" a criança trabalha com duas variáveis ao mesmo tempo. Enquanto ela distribui igualmente a quantidade total, deve estar atenta à quantidade que ainda resta para distribuir, pois senão algumas linhas fechadas poderão receber quantidades diferentes.

Com relação ao algoritmo escolar da divisão, foi possível perceber que vários alunos tinham como verdade algo em comum: dada uma situação de divisão (ou cálculo de divisão), a resposta deve ser expressa através do algoritmo escolar da divisão. Mesmo tendo realizado a divisão em uma folha de rascunho usando uma representação pictórica, expressavam a resposta na folha do caderno, através de uma representação semelhante ao algoritmo escolar da divisão. Portanto, para essas crianças, dividir era o que elas faziam nas folhas de rascunho, mas a resposta deveria ser dada no formato esperado pelo professor, e utilizado por ele ao realizar as correções das atividades de divisão, no quadro da sala de aula.

Conforme Lins e Gimenez (1997), o ensino da aritmética está ancorado na aprendizagem dos algoritmos escolares. Estes algoritmos escolares estão estruturados a partir do nosso sistema de numeração decimal, e o conjunto de passos envolvidos em cada etapa do processo de divisão, utilizando o algoritmo, só tem sentido se compreendermos o valor posicional de cada algarismo, assim como o significado de cada elemento na representação do algoritmo.

Se as crianças não vêem sentido no algoritmo escolar apresentado a elas, a representação escrita envolvida em uma situação de divisão passa a ser algo mecânico e memorizado. Podemos afirmar que nenhuma das crianças da turma 41, que participaram da experiência, considerava o algoritmo escolar da divisão como uma ferramenta matemática, pois não compreendiam as propriedades envolvidas nos algoritmos relacionadas ao valor posicional dos algarismos dos números.

Para aquelas crianças, na verdade, o algoritmo era apenas uma forma de dispor os números dados pelo professor (dividendo e divisor), e de apresentar a resposta encontrada (quociente). Além disso, consideravam que o resto apresentado na resposta, dada através da representação do algoritmo, era "sempre" igual a zero. Esta situação foi verificada por diversas vezes nas primeiras atividades, e está exemplificada na Figura 216. Podemos observar pela escrita da criança que ela está consciente da existência do resto.

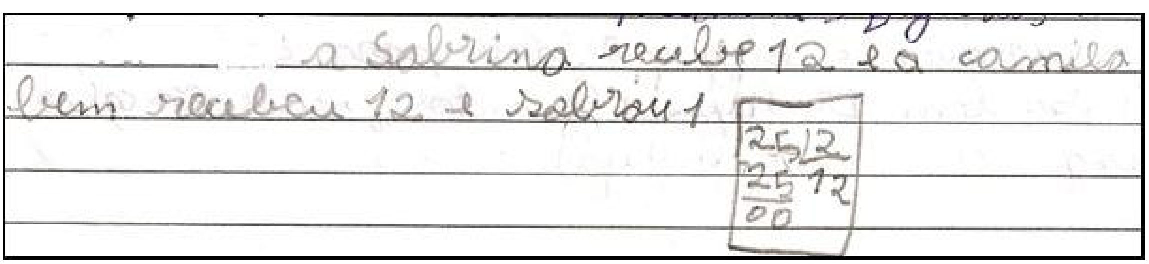


Figura 216 – Contradição entre a expressão escrita, que está correta, e a representação semelhante ao algoritmo.

Interessante percebermos que o algoritmo, para algumas crianças, tem outra finalidade, distinta daquela de ferramenta a ser utilizada nas situações de divisão. Com isso, mesmo que o professor chame a atenção do aluno para algum erro que possa haver no uso do algoritmo escolar, apresentado por ele em seu caderno, isto não surtirá efeito, pois o professor está falando de erros que o aluno não entende, uma vez que aquilo (o algoritmo escolar) é apenas uma escrita da resposta da divisão, ou seja, as posições ocupadas pelos números envolvidos não têm significado. Para a criança, os números estão naquelas posições porque o professor ensinou assim, e ele memorizou assim.

A compreensão da criança, portanto, não está expressa na representação apresentada ao professor, mas sim nas representações que estão nas folhas de rascunho. Qualquer erro que possa estar apresentado na escrita da resposta deve ser trabalhado na fonte, ou seja, no esquema utilizado pela criança para fazer a divisão. É lá que estão os conceitos equivocados, que devem ser reformulados.

A pesquisa mostrou também que as crianças podem ter um falso sucesso no uso do algoritmo, aos olhos do professor, pois utilizam outros esquemas para solucionar uma divisão, e expressam a resposta através de uma representação semelhante ao algoritmo escolar. Quando as divisões são exatas e os números são pequenos, as incompreensões ficam camufladas, porém quando temos divisões não exatas, as incoerências vêm à tona, como foi possível perceber no exemplo da Figura 216. A aluna, ao registrar uma divisão não exata, mecanicamente, atribuiu ao resto da divisão o valor zero, pois foi isso que ela havia decorado.

Com o decorrer das atividades, as crianças foram vivenciando situações variadas de divisão: iniciamos com as ideias envolvidas com a palavra divisão no cotidiano e, após, nas aulas de matemática; trabalhamos inicialmente com as divisões de quantidades menores que trinta, por dois e por três; trabalhamos posteriormente com divisões de números menores que cem, por dois e por três; ampliamos o trabalho para os divisores maiores que três; por fim, estendemos nosso trabalho para as divisões envolvendo números grandes – números maiores que cem. Iniciamos o trabalho utilizando materiais concretos – objetos da sala de aula; trabalhamos com situações-problema propostas por mim, criação de situações-problema pelos alunos, apresentação, por parte de cada aluno, da sua resolução, discussão entre a turma sobre os possíveis resultados de uma situação-problema de divisão; jogo didático de divisão "Tô certo ou tô errado"; geoplano para construir retângulos com medidas pré-definidas; reflexão e resolução de uma situação de divisão envolvida na festa junina da escola.

Essa variação foi pensada e arquitetada propositadamente, para que os alunos vivenciassem um vasto repertório de situações de divisão, com quantidades iguais ou distintas e, assim, pudessem criar, utilizar, aplicar, refletir sobre e reformular seus esquemas.

As atividades da sequência didática contribuíram para a reformulação dos esquemas mentais das crianças? Analisando cada atividade e, por fim, as atividades como um todo, percebemos mudanças nos seus modos de pensar.

Na primeira atividade, foi trabalhada a construção das ideias relacionadas à divisão, sob a ótica do seu sentido matemático, pois algumas crianças tinham uma ideia sobre a divisão que foge desse sentido – o de dividir em partes iguais. A visão das crianças sobre a divisão no cotidiano e na escola foi conhecida, pois elas tiveram a oportunidade de falar sobre isso, ouvir e conhecer as ideias de seus colegas, emitindo juízo sobre as mesmas, pois havia momentos em que concordavam e momentos em que discordavam. Ao final, chegamos ao consenso de que, na Matemática, trabalhamos com um sentido que pode diferir do sentido utilizado fora da aula de Matemática.

É possível percebermos que houve uma mudança na maneira como estas crianças se comportam diante de uma situação de divisão, pois a maior parte delas conseguiu construir esquemas que possibilitam a resolução deste tipo de situação, como os esquemas de distribuição e agrupamento; os esquemas de representação da sua representação interna; e os verbetes associados à ideia de divisão, contidos nas frases que compõem uma situação-problema.

A segunda atividade focou a ação de dividir, uma vez que todos os esquemas das crianças estão amparados em coordenações de ações. As crianças executaram ações de dividir e, ao serem questionadas sobre as quantidades envolvidas, respondiam as perguntas amparadas no material concreto que manipulavam e visualizavam. Isso permitiu que, quando questionadas, verificassem as incoerências existentes entre as representações escritas das operações, nos cadernos, e as representações pictóricas que espelhavam as ações executadas com o material concreto.

As crianças perceberam o sentido matemático da divisão na ação praticada de distribuir ou repartir os objetos. Aqueles alunos que não conseguiam expressar esta ação no papel, anteriormente, conseguiram, a partir dos diálogos realizados entre professora-aluno e entre eles, compreender os esquemas utilizados pelos colegas, e construir seus próprios esquemas para resolver uma situação de divisão. Quando o material concreto foi deixado de lado, percebemos que algumas crianças construíram representações internas daquelas ações executadas e vivenciadas com o material. Essas representações internas foram evocadas quando foi solicitado às crianças resolverem situações de divisão. A partir disso, foi possível conhecer a variedade de esquemas que as crianças construíram com relação à divisão.

As atividades quatro e cinco trouxeram à tona uma dificuldade: a compreensão da divisão quando a mesma está implícita. Percebemos que nas situações em que eram enunciados verbos que evocam a ação de dividir ou de distribuir, e em que era dada a quantidade total a ser dividida e o número de partes, as crianças relacionavam a situação dada com os esquemas construídos para solucionar problemas de divisão. Essas são as situações que consideramos situações explícitas de divisão.

Nas situações em que a divisão estava implícita, as dificuldades apresentadas não estavam, necessariamente, na incompreensão das palavras enunciadas na situação, mas tinham relação com a identificação da ação de dividir na situação. As situações propostas de divisão medida por quotas são exemplos, pois nestes casos a criança identifica na situação o todo a ser dividido e o tamanho que terá cada parte após a divisão do todo, ou seja, ela tem a quantidade inicial e a resposta de uma divisão que ainda não fez. Para obter o número de partes em que o todo deveria ser dividido de modo a terem o tamanho estipulado no enunciado, é necessário que a criança realize uma representação interna dessa situação, ou seja, faça uma distribuição do todo, mentalmente. Como ela não consegue o amparo da representação externa da situação, essa divisão pode se tornar difícil, pois ela precisa pensar na distribuição como resultado de uma ação, que tem que ser imaginada, mas não é evocada pela situação-problema.

Nessas atividades, o trabalho com números "grandes" (maiores que 50) também mostrou as dificuldades que as crianças tinham com relação à manipulação das quantidades que aqueles números representavam. Elas tentaram utilizar os mesmos esquemas que vinham funcionando diante das situações de divisão com números pequenos, porém concluíram que esses esquemas precisavam ser reformulados, e foram. As crianças perceberam que as operações de adição e multiplicação são boas ferramentas para serem utilizadas nas divisões que envolvem números grandes, e passaram a utilizá-las para justificar as respostas encontradas nas situações de divisão, como podemos visualizar na Figura 217.

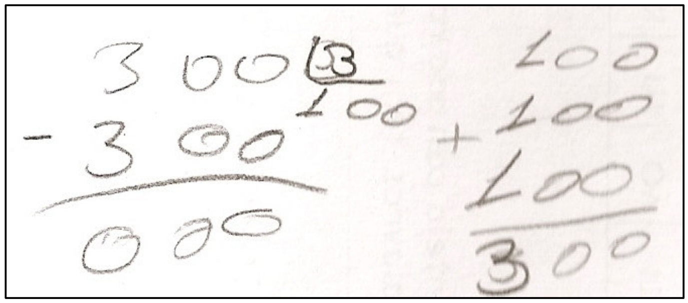


Figura 217 – Divisão de 300 por 3, com justificativa ao lado.

Podemos visualizar na Figura 217 que a criança estabelece uma relação inversa entre a operação de divisão e a adição de parcelas iguais, ou seja, há uma relação inversa entre a distribuição de um todo em agrupamentos e a reunião desses agrupamentos através do qual se reconstitui o todo. Podemos afirmar que esta criança tinha uma concepção aditiva da operação de divisão.

Esta atividade auxiliou as crianças a perderem o "medo" das quantidades maiores que cinquenta, nas divisões. Elas sentiram a necessidade de construir e reformular esquemas, ou seja, ninguém disse a elas que não poderiam mais usar as representações pictóricas para resolver as divisões com números "grandes", mas elas próprias chegaram a esta conclusão. Importante também para esta construção foi a atividade do jogo didático, pois foram propiciados às crianças momentos de trocas de ideias, trocas de estratégias, discussões e debates sobre as estratégias de cada colega. Essas trocas foram benéficas para que os alunos pudessem conhecer os modos como seus colegas pensavam e resolviam as situações de divisão. Também neste jogo as crianças colocaram em prática sua criatividade, criando problemas de divisão.

A atividade que envolveu as formas geométricas e utilizou o geoplano possibilitou a algumas crianças o primeiro contato com a classificação das figuras, pois alguns não conheciam as diferenças entre um retângulo e um quadrado, por exemplo. As crianças não tinham ideia de como as operações aritméticas poderiam se inserir na construção de retângulos, no geoplano. As crianças construíram retângulos e quadrados de diversos tamanhos; após contaram o número de quadrados unitários que havia dentro de cada retângulo. Por fim, questionei os alunos sobre o número de quadrados unitários que formavam os lados (altura e largura do retângulo), perguntando-lhes se havia alguma relação entre os números encontrados e o número total de quadrados unitários dentro de cada retângulo. Eles chegaram à multiplicação que as levava ao número total de quadrados unitários.

Através da atividade, eles foram percebendo as relações aditivas ou multiplicativas que havia entre as medidas da base e da altura do retângulo e sua área. Neste caso, utilizamos a ideia da quantidade de vezes que o quadrado unitário cabe dentro de um retângulo, cuja base deveria ter uma quantidade dada de quadrados unitários. Ao construírem os retângulos no geoplano, as crianças iam testando as suas estratégias e ideias, visando o sucesso. Nessas idas e vindas das ideias para construir os retângulos solicitados, as crianças foram percebendo outras maneiras de realizar a divisão, pois através da atividade perceberam que, se dividíssemos a quantidade total de quadrados unitários que deveria ter o retângulo pelo número de quadrados unitários que deveria ter a largura ou altura do retângulo, conseguiríamos chegar ao outro valor esperado.

A atividade da festa junina contribuiu para que as crianças vivenciassem uma situação real de divisão. Elas confeccionaram o material a ser dividido e, após, dividiram esse material entre as cinco janelas, de modo que todas recebessem a mesma quantidade. Interessante verificarmos na Figura 218 um exemplo de como as crianças desenvolveram seus esquemas para solucionar uma situação de divisão, recorrendo agora a representações numéricas.

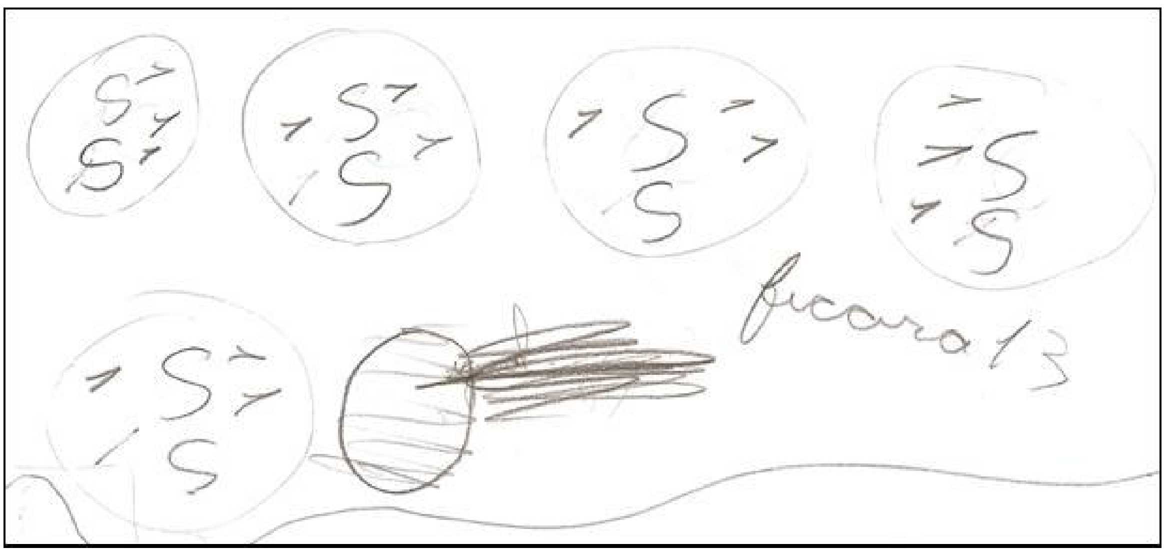


Figura 218 – Representação do esquema utilizado para dividir 65 por 5.

Percebemos que nesta atividade as crianças já demonstram que modificaram seus esquemas, pois a situação envolvia uma quantidade grande. Antes, as crianças que conseguiam realizar a divisão evocavam o esquema “divisão por distribuição” ou “divisão por agrupamento”, e utilizavam representações pictóricas para representar as quantidades envolvidas. Como percebemos na Figura 218, eles aperfeiçoaram os esquemas, utilizando agora representações das quantidades por meio dos números cardinais, trabalhando também, em seus esquemas, com a adição de parcelas iguais que totalizam a quantidade total a ser dividida, que podemos chamar de esquema aditivo.

Além disso, percebemos que as crianças antes realizavam uma distribuição unitária, assim como uma adição de parcelas unitárias. Ao final da atividade, percebemos pelo exemplo da Figura 218 que elas realizam uma distribuição de quantidades maiores que um, e utilizam a propriedade distributiva, da multiplicação pela adição.

Todas estas atividades contribuíram para a reformulação dos esquemas mentais daquelas crianças, pois houve vários momentos em que as crianças precisaram ser ativas diante das situações de divisão; possibilitamos às crianças expressarem suas formas de pensar, deixando transparecer sua atividade mental relacionada à operação de divisão. Estas atividades mentais eram ampliadas conforme as crianças iam vivenciando diferentes situações de divisão.

Acredito que a contribuição da sequência didática para a compreensão da divisão daquelas crianças está na valorização dos esquemas e das distintas representações das crianças, relacionando-as com as ações praticadas em sala de aula. Esse vaivém de informação, mesclando os contextos, deu às crianças um leque de possibilidades de resolução de uma divisão, uma variedade de esquemas e suas representações, e, por fim, deu valor aos esquemas das crianças, expressos nos rascunhos de papel.

Através desta sequência utilizada, conseguimos que as crianças constatassem que alguns de seus esquemas eram ineficazes diante de algumas situações de divisão. Provocamos o que Vergnaud (2003) chamou de desestabilização, ou seja, a criança se deparou com uma situação de divisão para a qual o seu esquema, que sempre havia funcionado para uma situação de divisão, não servia ou não era viável para chegar à solução da divisão.

Esta desestabilização pode ser vista e escutada através da fala de uma aluna que afirma "Mas aquilo lá dá pra fazer em pauzinho. Isso aí não! Isso aí a gente morre fazendo", ao justificar porque não conseguiam realizar as divisões com números maiores que cem. Eles perceberam que necessitavam de outro esquema para trabalhar com números deste tipo, abrindo-se então para novas ideias. Esta abertura só é possível se a criança permitir, quiser e buscar novos esquemas.

Ao trabalhar com as formas geométricas encontradas nos materiais manipulativos, blocos lógicos, geoplano e malha quadriculada, conseguimos estabelecer uma relação entre a aritmética, em especial a divisão, e a geometria, diversificando as situações e ampliando os conhecimentos das crianças, pois com a manipulação puderam classificar as figuras geométricas, representá-las em outros espaços que não as folhas de caderno ou rascunhos, além de formular hipóteses sobre a possibilidade de construção de um retângulo ou quadrado, dado o número de quadradinhos que deveria conter.

A formulação de hipóteses, assim como a sua validação através de ações empíricas, inicialmente, e posteriormente, através de ações mentais, colaboram, segundo Vergnaud (2009b), para a construção dos campos conceituais na criança.

As atividades da experiência transitaram por variados contextos e culminaram com a atividade da festa junina da escola. O interesse de enfeitar a sala foi utilizado para que elas percebessem a divisão embutida na situação. Identificar a Matemática nas pequenas ações e situações do nosso cotidiano torna a aprendizagem significativa para o aluno.

Na experiência, podemos verificar que algumas crianças, nas atividades finais, já conseguiam relacionar a operação de multiplicação com adições de parcelas iguais – um dos conceitos aditivos, assim como justificavam a resposta da divisão, afirmando que aquela quantidade representava o número de parcelas iguais cuja soma era igual à quantidade do todo.

Ao final da experiência foi possível perceber uma mudança nos três grupos que havia na turma. Continuamos com três grupos, porém modificados: um grupo de crianças que, sendo explicada ou reconhecida uma situação de divisão em um dado problema, conseguiam resolvê-lo utilizando representações pictóricas e registravam isso de algum modo; um grupo que conseguia reconhecer situações de divisão e realizar as operações de divisão a partir de seus esquemas, usando representações pictóricas e registrando isso de algum modo; um grupo que conseguia reconhecer e realizar as operações de divisão usando representações numéricas e símbolos, expressavam o resultado dessa divisão e o justificavam usando as relações entre as operações.

As crianças tiveram um avanço na aprendizagem da operação de divisão, porém muito ainda deve ser feito para que elas construam seus campos conceituais aditivo e multiplicativo, e assim desenvolvam seu raciocínio. De acordo com os critérios de Grossi (2003), ao final da experiência a maior parte das crianças encontrava-se nos níveis iniciais com relação ao raciocínio multiplicativo, pois compreendiam a multiplicação como uma soma de parcelas iguais. Consideramos que houve uma aprendizagem, porque no início da experiência, somente algumas crianças utilizavam a multiplicação nas situações vivenciadas, porém a operação mais utilizada era a da adição, e não expressavam através da escrita a relação entre a adição e a multiplicação.

Não podemos afirmar que todas as crianças, ao término da experiência, conseguiam reconhecer uma situação de divisão, mas podemos afirmar que todos avançaram, pois aqueles que não conseguiam, no momento anterior à experiência, resolver uma divisão, agora já conseguem, pois construíram esquemas que eles utilizam sempre que se deparam com uma situação identificada como de divisão. Podemos afirmar também que, após todo o trabalho desenvolvido, a turma compreende a divisão no sentido matemático, que é o de dividir uma quantidade dada em partes iguais, obtendo o número de partes ou o tamanho da cada parte.

Sobre o algoritmo escolar da divisão, boa parte da turma ainda não tinha destreza com o mesmo, pois faltava a compreensão do valor posicional dos algarismos, assim como dos passos envolvidos nas etapas da divisão. Ao final das dez atividades, ainda tínhamos alunos utilizando o algoritmo escolar da divisão apenas como uma forma de expressar a resposta. No entanto, não podemos dizer que essas crianças não sabem dividir; apenas não conseguiram ainda fazer a passagem das representações diversas para a representação numérica segundo o sistema posicional, com a utilização do algoritmo escolar da divisão. Esta passagem é importante, porém só ocorrerá de forma plena quando as crianças compreenderam as relações existentes entre estas duas formas de representação, ou seja, somente quando atingirem um determinado nível nessa construção, onde será possível estabelecer as relações entre o sistema posicional e o algoritmo.

Qual resposta do aluno eu, como professora, devo considerar: a do caderno ou a do rascunho? Qual delas representa verdadeiramente o pensamento do aluno, assim como sua compreensão sobre determinada situação?

Quantas vezes um professor de matemática, do Ensino Fundamental ou Médio, já se fez essa pergunta? Certamente todos nós, professores, já passamos por essa situação, em que percebemos que nosso aluno consegue encontrar uma estratégia ou forma de solucionar uma questão. Mas ele faz isso nos rascunhos e ao transcrever a resposta para a “folha” da prova ou do caderno, a expõe através de um algoritmo, que foi ensinado na escola.

Foi possível auxiliar as crianças que tinham uma compreensão errada da divisão, ao dialogar com elas sobre as suas representações, oportunizando-lhes explicarem oralmente o que estava escrito ou desenhado em seus rascunhos e cadernos. Como sugere Muniz (2009), é preciso dar voz às crianças para expressarem suas ideias, pensamentos, e assim, compreendermos seus esquemas. Só assim conseguiremos realizar intervenções construtivas para a aprendizagem das crianças.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Algumas perguntas nortearam minhas leituras e observações, iniciadas em 2010. Perguntava-me como as crianças pensam quando são confrontadas com problemas de divisão; por que adolescentes e adultos apresentam dificuldades em realizar cálculos de divisão? Acreditava, naquela época, que o problema estava no algoritmo, e que as crianças precisavam utilizá-lo corretamente.

A partir da primeira experiência realizada, com uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal José Mariano Garcia Mota, foi possível constatar que o problema não estava apenas no algoritmo escolar da divisão e, com isso, outras inquietações começaram a surgir. Passei a me questionar sobre como as crianças compreendem o que é dividir. Quais são as estratégias que as crianças utilizam na resolução de um problema de divisão? É possível desenvolver o raciocínio aditivo e multiplicativo da criança, se ela vivenciar situações de divisão?

O problema a ser investigado era mais profundo: estava na construção, pelas crianças, do sentido matemático de dividir trabalhado nas aulas de Matemática, dos conceitos envolvidos na operação de divisão, e na compreensão pelo teor dos esquemas e das representações que elas tinham para solucionar uma situação de divisão. Portanto, as dificuldades com o algoritmo eram apenas um aspecto do que havia para ser investigado, que era a concepção de cada criança diante de uma situação de divisão.

Além disso, percebi que minha maneira de conduzir as aulas deveria ser diferente, pois estava me comportando como costumo me comportar ao dar aula para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em diante. Estava planejando as atividades da sequência didática, imaginando o comportamento dos alunos como se fosse o dos alunos de 7º ano, por exemplo.

Ao final da primeira experiência em 2010, foi possível reformular a sequência didática que havia construído, tornando-a mais consistente para a investigação dessas novas inquietações. Com a sequência reformulada, foi realizada a segunda experiência, que ocorreu em 2011, com outra turma do 4º ano do Ensino Fundamental, da mesma escola.

Na segunda experiência, expandi as atividades, dando tempo para as crianças pensarem e refletirem sobre a proposta de cada aula. Também modifiquei minha forma de agir com relação a elas, o que significa que continuei tratando-as com muito carinho, atenção e respeito, porém compreendi que elas possuem um tempo diferente dos alunos maiores, e que era preciso compreender os ritmos e as necessidades daquela faixa etária.

Devo destacar que foi importante, para a investigação, dar voz às crianças, desde a primeira atividade da sequência didática, pois elas expressaram seus pontos de vista com relação à divisão e ao que significava dividir. Com isso, foi possível desenvolver um trabalho nas aulas seguintes buscando promover a construção do conceito de dividir, bem como o seu sentido matemático, que é o de dividir em partes iguais.

Também é preciso destacar que foi importante iniciarmos com as situações de divisão com divisores menores, seguindo uma ordem crescente: começamos com as divisões por dois, continuamos com as divisões por três, após ampliamos o dividendo para números maiores que trinta, depois para números maiores que cinquenta, até expandirmos para os números maiores que cem. Com isso, os alunos tiveram a oportunidade de repetir e variar, ao mesmo tempo, as divisões, testando e fortalecendo seus esquemas e representações. Quando os alunos trabalharam com divisores maiores que três, a maior parte dos alunos já haviam construído vários esquemas, que eram evocados nas situações de divisão, e que forneciam a solução correta.

Foi importante, também, a interação que ocorreu entre eu e os alunos, pois modificamos o espaço da sala de aula, criando uma roda com as mesas dos alunos, para que todos visualizassem os materiais que iríamos utilizar, para fazer divisões. As crianças sentiram-se importantes ao participarem da aula, e pediam para resolver um problema de divisão para poderem distribuir os materiais. Mais importante ainda, foi a relação que estabelecemos entre as diversas formas de representação de uma divisão. Fiz questão de explorar a representação escrita, por extenso, e a representação numérica das situações de divisão que realizávamos, pois acredito que o aluno deve compreender a linguagem matemática utilizada.

Também contribuiu positivamente a oportunidade que os alunos tiveram para construir problemas de divisão, resolvê-los e apresentar as soluções para seus colegas. As crianças foram envolvidas pela competição provocada pelo jogo, mas também demonstraram uma vontade de mostrar que sabiam resolver, e chegar à resposta correta. Foi incrível ver todos os componentes de cada grupo, com uma folha de rascunho, tentando resolver os problemas sorteados, sem falar na briga, literalmente, que acontecia entre eles para decidir qual das respostas iriam entregar representando a resposta do grupo – todos queriam que a sua fosse a escolhida.

O trabalho com os blocos lógicos trouxe à tona as concepções que as crianças tinham do retângulo, do quadrado, do triângulo e, em especial, do círculo. Suas falas, assim como sua euforia com os blocos lógicos, nos indicam que a Geometria deve receber uma atenção maior da escola, para que as crianças possam desenvolver seu pensamento geométrico.

O trabalho com o papel quadriculado, em que as crianças deveriam pintar figuras retangulares, com um número fixo de quadrados unitários, desafiou-as, pois percebemos que precisavam pensar sobre a forma como iriam pintar a figura. Esse "pensar sobre" promove a formulação e reformulação dos esquemas que a criança possui, pois ela, neste momento, precisa testar suas hipóteses, validando-as ou não.

O trabalho com números maiores que cem, assim como o desafio dado às crianças para pensarem em uma divisão que soubessem fazer, de um número "bem grande" por outro, nos trouxe relações entre a adição e a multiplicação. As crianças sentiram-se desafiadas e buscaram mostrar que estavam fazendo a divisão correta. Na sua justificativa, apresentavam a operação inversa da divisão.

A atividade da festa junina foi importante para que as crianças percebessem que utilizamos a Matemática em diversas situações do nosso dia a dia, e que podemos trazer para a sala de aula as situações do nosso cotidiano. Nesta atividade, foi possível perceber, através das respostas e explicações de alguns alunos, que eles já haviam amadurecido em relação à Matemática e à operação de divisão.

Percebemos que algumas crianças migraram de uma representação pictórica para uma representação numérica, ao mesmo tempo em que seus esquemas foram reformulados, ou seja, ao invés de dividir a quantidade total através de uma distribuição um para um (adição de parcelas unitárias), passaram a realizar uma distribuição de parcelas iguais (maiores que um), demonstrando um pensamento reversível em relação à multiplicação e ao uso da propriedade distributiva.

Nem tudo ocorreu como esperado. As dez atividades não aconteceram em dez encontros. Foi preciso um trabalho de pouco mais de três meses para que conseguíssemos concluir as dez atividades. As atividades de leitura e resolução de problemas não apresentaram o êxito esperado, pois a maior parte dos alunos não gostava de ler, e apresentavam dificuldades de concentração. Esta falta de concentração também foi um dos fatores que contribuíram negativamente para o andamento das discussões ou debates que buscava realizar com a turma.

Também ocorreram problemas de indisciplina e conflitos em praticamente todos os encontros, que precisavam ser resolvidos antes de iniciarmos a aula. Talvez, se eu tivesse experiência em lecionar para os anos iniciais, ou conduzido com mais habilidade esses conflitos, eles teriam ocorrido com menor frequência, pois não estava acostumada com alunos brigando por canetas, ou pelo lugar onde sentar na sala, ou chorando porque foram contrariados por um colega ou pela professora.

Promover a aprendizagem da operação de divisão através de um trabalho em que as crianças vivenciem essa operação em variados ambientes e diversos contextos, com ênfase na interpretação de texto, contribuirá para uma melhor compreensão dos problemas de divisão pelas crianças?

Diante da pergunta central da pesquisa, afirmo que sim, é possível provocar a construção dos conceitos envolvidos com a operação de divisão, através da variação de ambientes de trabalho e da variação dos contextos em que a operação será apresentada. Porém, é preciso considerar vários outros aspectos envolvidos no processo de aprendizagem.

Em primeiro lugar, é preciso considerar a linguagem, ou seja, o que a criança entende por determinado verbete e, quais as relações que ela estabelece com esse verbete, pois é preciso que professor e aluno estejam trabalhando com o mesmo sentido.

Além disso, é preciso dar voz às representações da crianças, ou seja, é preciso conhecer o que cada traço, risco, bolinha, desenho representa para aquela criança, para daí sim, emitir opinião e juízo de valor sobre as representações dela.

Nesta pesquisa, percebemos que as representações externas são como uma ecografia do pensamento matemático da criança. Portanto, se queremos provocar a aprendizagem nesta criança, precisamos realizar a leitura dessa ecografia, para então produzir meios de promover sua aprendizagem.

A partir das análises realizadas, nos materiais coletados, podemos concluir que as crianças daquela turma apresentaram evolução na construção de seus esquemas e nas suas representações.

Algumas das crianças daquela turma não tinham ainda o pensamento reversível em relação à multiplicação, o que os impedia de compreender a divisão como uma operação inversa da multiplicação. No entanto, é possível perceber que a maior parte desta turma, ao final da experiência, se encaminhava para atingir esta reversibilidade. Muitas crianças utilizavam agora representações numéricas expressando conceitos aditivos e multiplicativos, porém ainda não conseguiam utilizar o algoritmo escolar da divisão, como uma ferramenta para realizar uma divisão.

Acredito que a sequência de atividades aqui apresentada pode ser utilizada por professores dos anos iniciais, pois a mesma foi aplicada em uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental, e analisada de acordo com o referencial teórico e os registros coletados da escrita, da fala e das atividades, realizadas pelos alunos.

Além disso, creio que este trabalho contribui para as pesquisas na área da educação matemática e para a construção do olhar para as representações e esquemas dos alunos, pois nos mostra que as representações das crianças dizem muito sobre o que elas pensam, sobre como elas pensam, e sobre como elas constroem suas concepções.

O trabalho indica a importância de novas investigações, segundo caminhos a serem percorridos. Assim como Moreira e David (2005) e Moro e Soares (2005) constataram em seus estudos, percebemos nesta pesquisa que são comuns entre as crianças as dificuldades com o sistema de numeração decimal, e de compreensão do valor posicional dos algarismos.

Do mesmo modo que Lins e Gimenez (1997), percebemos que algumas crianças têm uma aprendizagem mecânica das operações aritméticas, ou seja, seu ensino está sendo associado ao ensino da resolução de cálculos através de algoritmos escolares, sem promover ao aluno a oportunidade de criar novos algoritmos.

Mesmo constatando que as crianças encontram outras formas de resolver uma situação de divisão, entendemos que é importante para o aluno compreender o funcionamento dos algoritmos, assim como de outras ferramentas, que podem ser criados até mesmo pelas crianças. Entretanto, nossa pesquisa não desenvolveu atividades com foco no algoritmo e na sua utilização como uma ferramenta matemática, pois percebemos, na experiência de 2011, que as crianças daquela turma apresentavam dificuldades com o sistema de numeração decimal e com o valor posicional dos algarismos de um número; também havia alunos naquela turma cujo pensamento matemático ainda não era reversível em relação à multiplicação. Durante a aplicação da sequência, buscou-se promover a construção dos conceitos envolvidos na divisão, e a compreensão e o uso do algoritmo foram remetidas a um outro momento de sua escolarização.

Afirmo que é preciso desenvolver mais pesquisas sobre a construção do pensamento matemático das crianças, assim como a construção dos campos conceituais, porém estes trabalhos não podem ficar restrito ao meio acadêmico. Eles precisam circular. Chegar aos diversos professores dos anos iniciais, que por sua vez precisam de suporte dos gestores das instituições para as quais trabalham. Da mesma forma, as crianças somente poderão gostar e compreender aquilo que conhecem, portanto é preciso que os professores dos anos iniciais também conheçam as variadas formas de se fazer Matemática, compreender Matemática, e entender como esse pensamento se constrói na mente de cada criança.

Ao contrário do que imaginei há quase dois anos atrás, minha pesquisa não acaba aqui. Apenas colocarei um ponto neste capítulo da minha vida acadêmica, para abrir um novo capítulo, a partir das inquietações que esta pesquisa me proporcionou, relacionadas à construção do pensamento matemático das crianças.

Nesta pesquisa aprendi com as crianças, aprendi com as professoras dos anos iniciais, aprendi muito durante as conversas com a professora orientadora, aprendi que ensinar Matemática para as crianças daquela turma, daquela escola, envolve muito mais do que experiência de sala de aula ou cursos de pós-graduação. Aprendi que a paciência caminha junto com a sabedoria, e que a demonstração de carinho e amor são recompensados, e ficam gravados na memória daqueles para quem a vida não seguiu o sentido matemático da divisão: o de dividir o todo em partes iguais.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, Guy. Introdução a um estudo das situações e dos campos conceituais. In: GEEMPA. **Atividade humana e conceitualização.** Porto Alegre: GEEMPA, 2008.

BRUN, Jean. A obra de Gérard Vergnaud numa perspectiva de didáticas matemáticas. In: GEEMPA. **Atividade humana e conceitualização.** Porto Alegre: GEEMPA, 2008.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

GROSSI, Esther Pillar. A didática das provocações. In: GROSSI, Esther Pillar (Org.). **Por que ainda há quem não aprende? A teoria.** Petrópolis: Vozes, 2003. p. 107-118.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, n. 28, p. 50-61, jan./abr. 2005.

MORO, Maria Lucia Faria. Notações da matemática infantil. Igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. In: **Psicologia: Reflexão e Crítica**, n. 17 (2), p. 251-266, 2004.

MORO, Maria Lucia Faria; SOARES, Maria Tereza Carneiro (Orgs.). **Desenhos, palavras e números:** as marcas da matemática na escola. Curitiba: UFPR, 2005.

MUNIZ, Cristiano Alberto. O conceito de "esquema" para um novo olhar para a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). **A Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: Editora CRV, 2009. p. 37-52.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia.** Rio de Janeiro: Forense universitária LTDA, 1980.

PONTE, João Pedro M. da. Estudos de Caso em Educação Matemática. In: **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, v. 19, n. 25, 2006. Disponível em: www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1880. Acesso em 13 de setembro de 2012.

STAREPRAVO, Ana Ruth; MORO, Maria Lucia Faria. As crianças e suas notações na solução de problemas de multiplicação. In: MORO, Maria Lucia Faria; SOARES, Maria Tereza Carneiro (Orgs.). **Desenhos, palavras e números:** as marcas da matemática na escola. Curitiba: UFPR, 2005. p. 107-142.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. As representações da escrita numérica: questões para pensar o ensino e a aprendizagem. In: MORO, Maria Lucia Faria; SOARES, Maria Tereza Carneiro (Orgs.). **Desenhos, palavras e números:** as marcas da matemática na escola. Curitiba: UFPR, 2005. p. 19-40.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L. (Ed.). **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. p.1-26. Rio de Janeiro, 1993.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative Conceptual Field. What and Why? In: HAREL, Guershon; CONFREY, Jere (Orgs.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.** New York: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

VERGNAUD, Gérard. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, Esther Pillar (Org.). **Por que ainda há quem não aprende?** A teoria. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 21-60.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009a.

VERGNAUD, Gérard. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). **A Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: Editora CRV, 2009b. p. 13-35.

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

No decorrer das aulas de Matemática com os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, foi constatado que vários alunos apresentam dificuldades em cálculos que envolvem a operação de divisão.

A presente pesquisa pretende coletar dados e informações que serão analisados e utilizados como referência para a dissertação de mestrado intitulada “Marcas da Divisão – Uma análise sobre a aprendizagem da operação de divisão no 4º ano do Ensino Fundamental”. O trabalho consiste no desenvolvimento de uma pesquisa que visa analisar como se dá a compreensão da operação de divisão no 4º ano do Ensino Fundamental. A coleta de dados será realizada através de gravações de áudio durante as aulas e análise do material produzido pelos alunos.

A pesquisa faz parte do trabalho de dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, cuja orientação é realizada pela Professora Doutora Elisabete Zardo Búrigo.

Os dados e resultados individuais desta pesquisa estarão sempre sob sigilo ético, não sendo mencionados os nomes dos participantes em nenhuma apresentação oral ou trabalho escrito que venha a ser publicado.

As pesquisadoras responsáveis por esta pesquisa, Profª Dra. Elisabete Z. Búrigo e a mestranda, Profª Michele dos Santos Ferreira, comprometem-se a esclarecer devida e adequadamente qualquer dúvida ou necessidade que eventualmente o participante e/ou responsável legal venha a ter no momento da pesquisa ou posteriormente através dos emails: 00009949@ufrgs.br e michele.ferreira@cesuca.edu.br

Após ter sido devidamente informado de todos os aspectos desta pesquisa e ter esclarecido todas as minhas dúvidas, eu .... autorizo meu(minha) filho(a) .... a participar desta pesquisa.

....

Assinatura do participante

....

Assinatura do responsável

Porto Alegre, ...de junho de 2011

APÊNDICE B – Sequência de atividades realizadas com os alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, da Escola Municipal de Ensino Fundamental José Mariano Garcia Mota.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

MARCAS DA DIVISÃO – UM ESTUDO DE CASO SOBRE A APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

ATIVIDADE 1 – O QUE É A DIVISÃO PARA VOCÊ?

Objetivo da aula: Determinar com os alunos as combinações que deverão ser cumpridas, em todas as aulas do projeto de pesquisa sobre a operação de divisão. Promover uma conversa com os alunos para obter qual a noção de divisão que eles possuem.

Roteiro:

- Iniciar uma conversa com os alunos sobre o trabalho a ser desenvolvido.
- Perguntar o que vem à memória dos alunos quando ouvem a palavra divisão; o que eles lembram?
- Combinações iniciais: as aulas ocorrerão uma vez na semana (podendo ocorrer também duas ou três vezes na semana); todos os alunos deverão trazer a autorização dos pais para participar do projeto de pesquisa; as atividades serão iniciadas e finalizadas na aula corrente; os alunos deverão estar atentos as faltas não justificadas; todas as aulas terão registros a serem feitos pelos alunos.
- Através da conversa descobrir o que eles já sabem sobre a operação de divisão e as demais operações.
- Distribuição dos materiais “reais” (folhas de registros, canetas, lápis e borrachas).
- Através desta distribuição dos materiais que eles irão utilizar em todas as aulas, formar perguntas e questionar os alunos sobre quantas canetas cada um receberá, quantas folhas, quantos lápis, etc.
- Provocar os alunos com perguntas que os levem a pensar, como: *“Quantas folhas seriam necessárias para entregar mais uma folha para cada aluno?”*
- Registrar a divisão das folhas do caderno de registro e confeccionar as capas dos cadernos.

ATIVIDADE 2 – DIVISÃO POR DOIS: TRABALHANDO A IDEIA DA METADE.

Objetivo da aula: Trabalhar com os alunos a divisão, através da distribuição de material concreto, como palito de picolé, canetas, livros de histórias, bonecas, enfim, utilizar materiais que estimulem a visualização das crianças. Vamos dividir qualquer quantidade por dois. Quero que eles compreendam que ao dividir por dois, estamos repartindo a quantidade ao meio, e com isso, pretendo verificar como eles farão essa divisão: se será por meio de distribuição um-para-cada-um ou se resolverão através da soma das metades (exemplo: *12 dividido por 2 é 6 pois 6 + 6 = 12*).

Roteiro:

- Iniciar com uma conversa sobre o que trabalhamos na última aula, sobre o que conversamos.
- Dividir um determinado número de folhas entre os alunos da turma, porém as crianças devem realizar esta divisão para receber as folhas.
- Solicitar a participação dos alunos, pois eles representarão o *divisor*, ou seja, receberão o material, que poderá ser palitos de picolé, canetas, borrachas, bonecas, carrinhos, enfim, algum material concreto para que eles visualizem o que ocorre quando faço a divisão de uma quantidade por outra quantidade.
- Realizar a divisão utilizando materiais e objetos da sala de aula, onde o dividendo e o divisor são quantidades iguais:

  Com 5 participantes – Vamos dividir entre eles : 5 lápis; 5 cadernos; 5 bonecas.

  Com 12 participantes – Vamos dividir entre eles : 12 canetas.

  Inicialmente pode parecer desnecessário utilizar quantidades pequenas, mas elas servirão de base para as quantidades maiores.

  Cada aluno receberá uma folha onde constará o roteiro das divisões que faremos no decorrer da aula, e onde eles deverão escrever como resolvemos cada situação, e qual foi a conclusão que chegamos.
- Após, vamos partir para a divisão por 2. Vou escolher dois alunos para receberem os materiais, e um aluno será a operação de divisão, ou seja, ele repartirá os materiais. Os demais alunos estarão observando o desenvolvimento da tarefa, e auxiliando o colega que estará dividindo os materiais. Nesse momento, questionar todos os alunos se a divisão está correta, se os dois participantes receberão a mesma quantidade, porque eles não receberam mais materiais. Com isso, pretendo mostrar aos alunos que basta eles encontrarem a

quantidade que multiplicada por 2, dá o número total de materiais que estarão sendo distribuídos.

Agora somente dois alunos receberão os materiais.

Vamos distribuir:

- *8 bonecas divididas entre 2 pessoas;*
- *16 livros divididos entre 2 pessoas;*
- *14 bombons divididos entre 2 pessoas;*
- *20 balas divididas entre 2 pessoas;*
- *18 canetas divididas entre 2 pessoas;*
- *12 folhas divididas entre 2 pessoas;*
- *24 bolitas divididas entre 2 pessoas;*
- *62 lápis divididas entre 2 pessoas.*

Em cada uma das distribuições os alunos deverão registrar como chegamos ao resultado. Nesse momento pretendo questionar sobre os resultados e mostrar aos alunos, no final da atividade, que, por exemplo, 6:2 = 3 pois 3 + 3 =6, ou seja, 2 x 3 = 6.

- Os alunos deverão registrar com suas palavras o que realizamos.
- Apresentar os símbolos que utilizamos para identificar a operação de divisão na Matemática.
- Identificar nos registros e nas falas das crianças como elas resolvem estas divisões.
- Quais estratégias as crianças utilizam para chegar à solução da situação de divisão proposta?
- Quais são as representações pictóricas das crianças?
- Questionar as crianças sobre suas representações e solicitar que elas expliquem as mesmas.

ATIVIDADE 3 – DIVISÃO POR TRÊS

Objetivo da aula: Divisão por 3. Após trabalharmos a divisão de um número por ele mesmo, e a divisão por 2, vamos nessa aula, verificar quais estratégias os alunos buscarão para realizar a divisão por 3. Inicialmente com a ajuda dos materiais concretos, vamos dividir algumas quantidades de materiais por 3 participantes. Provocar os alunos com perguntas que os conduzam a verificar a relação aditiva na operação de divisão. Verificar se eles se darão por conta de utilizar a operação inversa, ou seja, *3 x ..... = quantidade de material a ser distribuída, ou 3 x 4 = 12 pois 4 + 4 + 4 = 12.*

Roteiro:

- Iniciar com uma conversa sobre o que trabalhamos na última aula, e apresentar uma situação de divisão por dois.
- Relembrando o que fizemos na aula passada, vamos escolhemos 3 alunos, pois a divisão agora é por 3. Apresentar aos alunos os materiais e solicitar a divisão das seguintes quantidades:

  – 6 bonecas divididas entre 3 pessoas;

  – 9 canetas divididas entre 3 pessoas;

  – 15 livros divididos entre 3 pessoas;

  – 24 tampinhas divididas entre 3 pessoas;

  – 30 palitos divididos entre 3 pessoas;

  – 18 meninos divididos entre 3 grupos;

  Cada aluno faz o registro de como encontramos o resultado de cada divisão, e após completo o registro mostrando que, por exemplo, 15 : 3 = 5 pois 5 + 5 + 5 = 15, ou seja, 3 x 5 = 15.

  Sugerir aos alunos, a divisão de outras quantidades em três grupos, sem o auxílio do material concreto, como por exemplo:

  18 : 3 = ? ; 24: 3 = ? ; 42 : 3 = ? ; 66 : 3 = ?

- Verificar quais estratégias os alunos utilizaram para solucionar as situações de divisão por três.
- Solicitar às crianças que expliquem suas representações pictóricas e numéricas, mostrando ao professor como está compreendendo a operação de divisão.
- Verificar se alguns alunos utilizam a operação de adição ou multiplicação como recurso para solucionar a situação de divisão.

ATIVIDADE 4 – INTRODUZINDO A LEITURA E INTERPRETAÇÃO NA AULA DE MATEMÁTICA

Objetivo da aula: Introduzir a leitura na aula de Matemática, apresentando situações escritas em que apareçam a operação de divisão. Quero verificar a interpretação de problemas; compreensão do aluno sobre o que está acontecendo na situação-problema; qual é a forma que eles utilizam para solucionar esse problema. Após essa atividade, quero que os alunos consigam identificar um problema de divisão; consigam, a partir das duas aulas iniciais, solucionar os problemas através de desenhos ou através da soma de parcelas iguais ou através da operação inversa da divisão: multiplicação.

Roteiro:

- Iniciar a aula com uma conversa sobre tudo o que já vimos nas três primeiras atividades. Relembrar as divisões que realizamos nas últimas aulas.
- No caderno de registro é apresentado 5 situações envolvendo a operação de divisão:

1) Mari tem 12 balas e quer dividi-las com suas seis amigas. Quantas balas cada amiga irá ganhar?

2) Bruno quer entregar 2 lápis para cada colega, porém ele só tem 12 lápis. Quantos colegas receberão os lápis do Bruno?

3) Emerson tem 6 jogadores no seu time e cada jogador entregou 2 reais a ele para pagar a inscrição do torneio de futebol. Quantos reais Emerson recebeu se todos pagaram?

4) Sabrina tem 25 figurinhas e vai distribuí-las entre ela e a sua amiga Camila. Quantas figurinhas cada uma receberá?

5) Luiz tem 16 folhas para entregar aos seus colegas. Cada colega irá receber 3 folhas. Quantos colegas receberão folhas do Luiz?

- Verificar se as crianças apresentaram dificuldades na interpretação;
- Verificar como foi o desempenho das crianças diante das situações de divisão, cujo problema era do tipo partitivo (situações 1 e 4);
- Verificar se houveram dificuldades nas situações-problema do tipo divisão medida por quotas (situações 2 e 5), conforme nosso referencial teórico.
- Quais estratégias elas utilizaram? São as mesmas das atividades passadas?

ATIVIDADE 5 – INTERPRETANDO AS SITUAÇÕES-PROBLEMA

Objetivo da aula: Situações-problema em que apareçam a operação de divisão. A diferença desta atividade é que teremos um número maior de situações e envolvendo quantidades maiores do que vínhamos trabalhando. A partir desta novidade, verificar quais as dificuldades encontradas pelas crianças e como eles irão resolver as situações com quantidades maiores que 100.

Roteiro:

Cada aluno receberá uma folha com 11 problemas. Eles irão ler cada problema e resolver da forma que achar mais adequado. As primeiras situações-problemas trarão quantidades pequenas que deverão ser divididas por 2, ou por 3. As últimas trarão situações-problemas com quantidades ainda não trabalhadas como 1000, 192 e 558. Também irão aparecer divisões por outras quantidades diferentes de 2 e de 3, como vínhamos trabalhando.

Tópicos a serem analisados e pesquisados:

- A partir das novidades apresentadas, investigar quais dificuldades apareceram;
- Dar voz às crianças para falarem sobre as dificuldades que enfrentaram e se estas dificuldades apareciam antes.
- Quais estratégias elas utilizaram?
- Elas compreenderam as situações?
- Como eles solucionaram a situação em que precisavam dividir 32 por 5?
- Foi necessário o recurso do material concreto para que as crianças compreendessem a situação-problema?
- Elas continuaram utilizando as mesmas estratégias de antes, diante das situações de divisão por 5, por 6, enfim, por quantidades diferentes de 2 e 3?
- Como elas solucionaram as situações com quantidades maiores que 100?

Folha entregue para as crianças, no trabalho da Atividade 5.

E.M.E.F. JOSÉ MARIANO GARCIA MOTA

NOME:______________________ DATA: ________ PROFª MICHELE

VAMOS AJUDAR A PROFESSORA!!! ELA ESTÁ COM MUITOS "PROBLEMAS" E PRECISA RESOLVÊ-LOS.

1) A mãe de Deivid Gabriel comprou 2 sacos de salgadinho hoje, pois ele leva de merenda para o treino de futebol um pacote de salgadinho. Se em cada saco de salgadinho vem 3 pacotes de salgadinho, então ele terá merenda para o treino por quantos dias?

2) Jackson têm 24 bolas de gude para dar de presente aos seus amigos. Cada amigo vai ganhar 3 bolinhas. Quantos amigos de João ganharão bolinhas de gude?

3) A professora tem 18 pirulitos para distribuir igualmente com seus 6 alunos. Quantos pirulitos cada aluno vai ganhar?

4) Roger Uálter adora estudar. Ele descobriu que a biblioteca da escola possui 48 livros de histórias de aventuras. Se ele conseguir ler 4 livros por mês, ele terminará de ler os livros em quantos meses?

5) Gilda comprou copos descartáveis de 200 mililitros, para servir refrigerantes, em sua festa de aniversário. Se 1 litro é equivalente a 1000 mililitros, então quantos copos ela encherá com 1 litro de refrigerante?

6) O professor Agildo tem que formar times de futebol de salão, onde cada time terá 5 jogadores. Se ele tem 32 meninos na sua escolinha, então quantos times ele consegue formar?

7) Um carro percorre 192 quilômetros em 3 horas. Em uma hora o carro percorre quantos quilômetros?

8) Ismael tem 30 figurinhas e após jogar bafo, ele quer dividir igualmente com seus 6 amigos. Quantas figurinhas cada um dos seus amigos vai receber?

9) Em uma caixa de chicletes vêm 2 unidades. Felipe precisa de 18 chicletes. Quantas caixas de chicletes ele vai ter que comprar?

10) No bazar as figurinhas são vendidas em pacotinhos, que possuem 3 figurinhas cada. A professora precisa de 27 figurinhas para presentear todos os alunos com uma figurinha. Quantos pacotinhos ela precisa comprar?

11) Uma merendeira preparou 558 pães que foram distribuídos igualmente em 18 cestas. Quantos pães foram colocados em cada cesta?

ATIVIDADE 6 – TRABALHANDO COM QUANTIDADES “GRANDES”

Objetivo da aula: Nas cinco primeiras atividades foi possível estabelecer com as crianças o sentido de divisão que utilizamos na Matemática. Através das situações-problema da última atividade, em que as crianças “enfrentaram” o primeiro contato com situações de divisão com quantidades maiores que 100, foi possível verificar algumas dificuldades. Nesta atividade queremos intensificar o contato das crianças com as quantidades maiores que 100, através de situações-problema. O objetivo é identificar e provocar as crianças, buscando a construção de novos esquemas para solucionarem as situações de divisão, com quantidades “grandes”.

Roteiro:

Através de uma folha com 4 situações de divisão envolvendo quantidades consideradas “grandes” pelas crianças, analisar os seguintes pontos:

- As crianças conseguiram compreender as situações propostas?
- Quais são as maiores dificuldades enfrentadas pelas crianças?
- Quais estratégias elas utilizaram? Estas estratégias conduziram as crianças à solução correta?
- Como as crianças realizaram a divisão de 500 por 2?
- Como elas solucionaram a situação 2 da folha, em que precisaram dividir 1020 por 2?

Cada aluno irá apresentar sua resolução para a turma, no quadro. A turma irá corrigir, dizendo se está certa ou errada a solução. Nesse momento quero questionar o aluno que estará resolvendo a questão e a turma sobre como chegou à resposta, se dá para resolver de outra forma, e se alguém da turma resolveu de outra maneira.

Folha entregue para as crianças, no trabalho da Atividade 6.

E.M.E.F. JOSÉ MARIANO GARCIA MOTA

Nome:______________________________________ Data:__________ Professora: Michele

1) Carolina aprendeu a fazer a operação de divisão. Ela já sabe que 10 dividido por 2 dá 5. Como ela é curiosa, ela quer fazer a divisão com números maiores. Ajude a Carolina a encontrar a resposta das divisões abaixo:

a) 100 : 2 = b) 500 : 2 = c) 202 : 2 =

2) A professora Eliane precisa separar em partes iguais 1020 livros, entre dois armários grandes da biblioteca. Quantos livros ficarão em cada armário?

3)O professor Rafael organizou uma gincana que reuniu 93 alunos no sábado. Ele precisa formar 3 grupos com esses alunos. Quantos alunos ficarão em cada grupo?

4) Larissa está arrumando as prateleiras com DVDs na locadora em que trabalha. Ela precisa distribuir os 369 DVDs entre 3 estantes. Sabendo que cada estante receberá o mesmo número de DVDs, quantos DVDs ficarão em cada estante?

ATIVIDADE 7 – JOGO DIDÁTICO: “TÔ CERTO OU TÔ ERRADO?”

Objetivo da aula: Na aula de hoje, os alunos irão produzir “problemas de divisão”, criando histórias que envolvam a operação de divisão. Deverão resolver o problema para que assim, possamos colocá-lo na urna onde será sorteado por um participante do jogo “TÔ CERTO OU TÔ ERRADO”. Nesse jogo, cada aluno sorteará um problema e deverá resolvê-lo. Será perguntado aos demais alunos se há outra forma de resolver o problema, e se a resposta está de acordo com o que foi solicitado no problema. Ganhará pontos o participante da equipe que responder correta a questão. Pretendo, através do jogo, motivar os alunos a participarem da atividade, incentivando o aluno a tentar resolver a questão, e para aqueles que não compreenderam ainda como resolvemos um problema de divisão, será a oportunidade de ouvir e ver a explicação através de um colega.

Roteiro:

Cada aluno deverá criar na folha de registro dois problemas (informá-los que deve ser um problema de divisão e que ele deverá resolvê-lo) que envolvam a operação de divisão. Eles deverão resolver estes problemas na folha de registro, e após o aval da professora, o aluno irá escrever cada um dos problemas em uma cartela do jogo e após, depositar na urna do sorteio.

Para o jogo: vamos dividir a turma em duas equipes. A professora apresentará as regras do jogo, definindo quando uma equipe ganhará os pontos. Todas as equipes ganharão: ganhará a equipe que sorteou o problema e acertou a resposta (a pontuação é determinada pelos alunos) e, ganhará a outra equipe se também acertar a resposta da questão (a pontuação é menor e determinada pelos alunos).

Determinado quem começará o jogo, um aluno da equipe iniciante (ALUNO JOGADOR) irá retirar uma questão entre as tantas que estão na urna. O aluno deverá ler a questão e escolher se quer resolvê-la no quadro ou na folha. A professora deverá ler a questão em voz alta para toda turma, e assim a outra equipe também terá a oportunidade de resolver a questão, pontuando se a mesma estiver correta. Após o tempo estabelecido pelo grupo nas regras iniciais, o aluno jogador apresentará aos colegas sua resolução, explicando a mesma. A professora verificará a resposta dada pela outra equipe, determinando assim a pontuação.

Sobre as regras iniciais, é importante que elas fiquem claras para os alunos. É importante que eles também participem da construção destas regras; a partir de uma conversa com a turma sobre as regras estabelecidas inicialmente, poderemos realizar um debate com as crianças sobre possíveis alterações. As regras iniciais são:

Formadas as equipes, a primeira tarefa é a de elaborar dois problemas envolvendo a divisão, a serem colocados na urna, junto com os problemas que a professora elaborou para serem sorteados.
Através do jogo de "par ou ímpar", é definida a equipe que começa jogando. O líder dessa equipe escolhe o aluno que irá sortear um problema dentre os que estão na urna, para resolvê-lo separadamente da equipe, primeiramente em um rascunho e após, no quadro, explicando para todos na sala.
Enquanto esse aluno está resolvendo o problema sorteado, as equipes podem resolvê-lo também, pois isso também será pontuado.
Se o aluno escolhido resolver o problema e acertar a solução, então sua equipe ganhará 3 pontos. Se alguma equipe acertar a resolução do problema, também ganhará 2 pontos.
Se algum aluno atrapalhar o bom andamento do jogo, a equipe perde 5 pontos.

As perguntas elaboradas pela professora, para serem sorteadas:

Anna irá distribuir 40 pirulitos entre seus amigos no seu aniversário. Se no aniversário de Anna compareceram 10 amiguinhos, quantos pirulitos, cada amiguinho ganhou?

Letícia esta arrumando seu quarto, e quer colocar seus 24 CDs em três pilhas de CDs. Quantos CDs ficarão em cada pilha?

Julinho tem nove barrinhas de chocolate e quer dividi-los com seu amigo Bernardo. Que quantidade de chocolate cada um vai receber?

A gatinha de Patrícia deu cria: nasceram nove gatinhos lindos. A mãe dela já avisou que os gatinhos que nascessem seriam divididos igualmente entre ela e a sua prima. Com quantos gatinhos cada uma ficou?

Fernandinho está dividindo seus amiguinhos em seis times para jogarem futebol. Se ele tem 30 amigos, quantos jogadores têm cada time que ele formou?

No dia de hoje, Lia que trabalha na cozinha da escola preparou 201 pastéis para o lanche das crianças que estudam à tarde. Cada criança comeu três pasteis. Sabendo disso, é possível sabermos quantas crianças estudam a tarde?

Gilian vai comprar pneus para vender na sua loja. Ele comprou 72 pneus. Essa quantidade daria para trocar TODOS OS PNEUS de quantos carros?

Alessandra, esposa do Gilian, cuida de uma loja de bicicletas e também comprou pneus para sua loja. Ela comprou 26 pneus. Essa quantidade de pneus daria para trocar TODOS OS PNEUS de quantas bicicletas?

Alex adora peixes e ganhou de seu tio 24 peixinhos lindos. Ele foi ao petshop para comprar aquário para essa quantidade de peixes e descobriu que a loja só tem dois tipos de aquário: um aquário que cabem três peixes e outro aquário que cabem seis peixes. Pergunta-se:

c) se ele optar pelo aquário que cabem três peixes, ele precisará de quantos aquários?

d) se ele optar pelo aquário que cabem seis peixes, ele precisará de quantos aquários?

Getúlia disse que 22 dividido por 2 dá 10. Está certo ou está errado?

Paulinha fez um cálculo e descobriu que 64 dividido por 2 dá 32. Está certo ou está errado?

Robertinho disse que se separarmos 36 pessoas em 3 grupos, com a mesma quantidade de pessoas, cada grupo ficará com 13 pessoas. Está certo o cálculo de Robertinho?

Julinha disse que 100 dividido por 2 dá 51. É verdade isso?

Betinha fez os cálculos em uma folhinha e disse para a professora que 200 dividido por 2 dá 202. É verdade?

Luizinho disse que 300 não dá para dividir por três. É verdade isso ou não?

Investigar nesta atividade:

- O trabalho em grupo favoreceu as trocas de estratégias, de resolução, de ideias?
- A dinâmica que o jogo proporciona contribuiu para a aprendizagem das crianças?
- A atividade promoveu a fala e o debate sobre as distintas maneiras de resolvermos uma situação de divisão?
- Quais as estratégias que mais apareceram?
- Como as crianças resolveram a situação da divisão dos 9 gatinhos entre as duas meninas?
- Como as crianças solucionaram as situações com números maiores que cem, ao serem divididos por 2 ou por 3?

ATIVIDADE 8 – RELACIONANDO A GEOMETRIA E A ARITMÉTICA

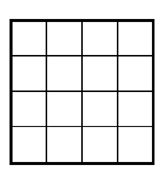
Objetivo da aula: Figuras geométricas. Através do *geoplano* e da folha quadriculada pretendo instigar os alunos a verificarem a relação existente entre a multiplicação e a divisão. Mostrar também que há várias formas de representarmos alguns números, por exemplo, 12 (*2x6, 3x4, 1x12,*), e já trabalhar a propriedade da comutatividade da operação de multiplicação (por exemplo *3x4* = *4x3*), fazendo com que eles mesmos concluam que a divisão não conserva essa propriedade. Tenho a pretensão de que os alunos consigam perceber como a multiplicação os auxiliará na resolução da divisão.

Roteiro:

Iniciaremos a aula apresentando as duas figuras geométricas que vamos utilizar na aula: quadrado e o retângulo. Utilizar o material didático *blocos lógicos* para que eles manuseiem e falem sobre as suas percepções referentes às formas geométricas. Falar sobre as características de cada uma delas e destacar a diferença entre elas. Formalizar essas características na folha de registros. Mostrar aos alunos o *geoplano*, e como a partir dele podemos formar quadrados e retângulos utilizando atílio de borracha. Deixar os alunos manusearem e formarem as suas figuras por alguns minutos. Chamar a atenção das crianças para as características comuns que o quadrado e o retângulo têm, e após formalizar com as crianças que o quadrado faz parte da família dos retângulos, ou seja, ele também é um retângulo.

Cada aluno, nesse momento, receberá uma folha quadriculada onde ele deverá, pintando, formar quadrados e retângulos. Após, instigar os alunos sobre a quantidade total de quadrados unitários (quadrados do geoplano) que cada retângulo tem, queremos conduzi-los, através de questionamentos, a investigarem se é possível encontrar essa quantidade total, sem contar todos os quadrados unitários que formam a figura (retângulo). O objetivo é que eles cheguem à conclusão de que existe uma forma mais rápida de encontrarmos esse número *n* de quadrados: basta multiplicar a base pela altura. Solicitar aos alunos que mostrem suas construções aos colegas informando o número de quadrinhos que há em cada construção.

Como desafio para o final da aula, determinar um número fixo de quadradinhos que deverão ser utilizados na construção de quadrados ou retângulos. Por exemplo: *como podemos formar uma figura que tenha 16 quadradinhos?*



E com 16 quadrinhos ao total, porém um dos lados deve ser formado pelo lado de 2 quadradinhos?

É nesse momento que quero mostrar aos alunos que 16 : 4 = 4 e 4 x 4 = 16. Ou seja, quando tenho duas informações, podemos utilizar a divisão para descobrir a outra quantidade desconhecida.

Após o trabalho com as figuras geométricas, quero tornar mais sólida a idéia proposta sobre a relação entre o número total de quadradinhos e no final da aula passada, através da folha de questões onde os alunos deverão construir quadrados e retângulos, porém com algumas medidas determinadas (fixas) de área de quadrinhos que deverão ter a figura construída (quadrado e/ou retângulo) pelos alunos, e com isso, eles irão utilizar (espero) a divisão e a multiplicação como recurso para solucionar as questões. Acredito que essa relação existente entre a multiplicação e a divisão deve ficar bem clara para o aluno.

Cada aluno irá receber uma folha com as questões e outra quadriculada. Eles deverão formar quadrados ou retângulos, com o número estipulado pela professora, ou seja, não servirá qualquer figura (quadrado ou retângulo). Em alguns casos, os alunos conseguirão formar apenas retângulos enquanto outros números formarão quadrados ou retângulos (se trata do número quadrado perfeito). Os alunos terão tempo para realizar a atividade, pintar as figuras que construiu e apresentar aos colegas no final da aula, onde faremos uma discussão sobre as figuras que surgiram, sobre as várias figuras que surgiram como o mesmo número de quadradinhos e sobre os números em que não foi possível formar um quadrado.

Construção dos retângulos com restrições:

- Retângulo com 12 quadradinhos e pintassem de vermelho;
- Retângulo com 5 quadradinhos e pintassem de azul;
- Quadrado com 16 quadradinhos e pintassem de amarelo;
- Quadrado com 7 quadradinhos e pintassem de verde.

Investigar nesta atividade:

- O trabalho com o geoplano auxiliou os alunos na compreensão da relação existente entre a multiplicação e a divisão? Eles conseguiram construir os retângulos após as restrições colocadas?
- Como as crianças solucionaram a situação em que precisavam construir um quadrado com 7 quadradinhos?

ATIVIDADE 9 – FESTA JUNINA COM A MATEMÁTICA

Objetivo: Descobrir as situações de divisão existentes na organização da festa junina e na ornamentação da sala de aula para a festa. A partir destas situações de divisão, relacioná-las às atividades anteriores de divisão que foram realizadas em aula, e junto com os alunos encontrar as soluções destas situações. A partir destas situações trabalhar a operação de divisão com as crianças do 4º ano do Ensino Fundamental.

Roteiro:

Através de uma conversa com as crianças, determinar como a sala de aula será enfeitada para a festa junina. Após definida a situação de divisão inserida na ação motivadora (enfeitar a sala de aula para a festa junina), provocar os alunos a encontrarem a solução da situação para que possamos enfeitar a sala de aula.

Cada aluno deverá registrar no seu caderno do projeto, a solução encontrada para a situação de divisão. Após é interessante que cada aluno mostre aos seus colegas e explique como montou a sua estratégia.

ATIVIDADE 10 – ENCERRAMENTO DO PROJETO MARCAS DA DIVISÃO.

Objetivo: Avaliação sobre tudo que vimos nestas 9 atividades realizadas com a turma, sobre a operação de divisão.

Roteiro: Através de uma folha com questões trabalhadas em aula, quero verificar se os alunos compreenderam melhor agora, a operação de divisão, comparando com os resultados obtidos durante as aulas.

Folha entregue para as crianças, no trabalho da Atividade 10.

Nome:______________________________ Data:_________ Professora: Michele

QUAIS SÃO AS MARCAS QUE O NOSSO TRABALHO DEIXOU EM VOCÊ?

Meus lindinhos, a Prô quer que vocês respondam as perguntas abaixo com todo carinho do mundo.

1) Depois desses 3 meses de convivência, gostaria de saber o que vocês aprenderam que ainda não sabiam?

2) O que você lembra, quando alguém fala em divisão para você?

3) A Prô mostrou várias situações em que precisamos dividir uma quantidade por outra. Qual das situações que você lembra?

4) AGORA VOCÊ VAI CRIAR A SUA HISTÓRIA !!!

CRIE UMA HISTÓRIA ONDE OS PERSONAGENS PRECISAM DIVIDIR ALGUMA COISA EM PARTES IGUAIS. SE QUISER VOCÊ TAMBÉM PODE FAZER DESENHOS PARA ILUSTRAR.

5) VOCÊ LEMBRA DE QUANDO TRABALHAMOS COM OS NÚMEROS "GRANDES"? POIS É, QUERO QUE VOCË PENSE E ESCREVA AQUI UMA DIVISÃO DE UM NÚMERO "GRANDE" POR OUTRO NÚMERO, E DÊ A RESPOSTA. SERÁ QUE VOCÊ CONSEGUE?

6) LEMBRANDO DAS NOSSAS AULAS:

a) Quando fomos enfeitar a sala para a festa julina da escola, separamos 65 bandeirinhas para as janelas. Se nós tivéssemos 6 janelas na sala, cada janela ficaria com quantas bandeirinhas no fio? Iria sobrar alguma?

b) Na atividade com o geoplano nós aprendemos a fazer retângulos e quadrados. Quero que você faça RETÂNGULOS USANDO 15 QUADRADINHOS E 3 LINHAS. ESCREVA DEPOIS COMO A Prô fez em aula.

c) SE A PRÔ QUISER FAZER UM RETÂNGULO COM 92 QUADRADINHOS E USAR 4 LINHAS, VOCË CONSEGUE DESCOBRIR QUANTOS QUADRADINHOS TERÃO EM CADA LINHA?