

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS DEFORMAÇÕES
INDUZIDAS POR SEQUÊNCIAS TECTÔNICAS EM
BACIAS SEDIMENTARES**

André Reinert Brüch

Porto Alegre
2012

ANDRÉ REINERT BRÜCH

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS DEFORMAÇÕES
INDUZIDAS POR SEQUÊNCIAS TECTÔNICAS EM
BACIAS SEDIMENTARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA**.

Orientadores: Prof. Dr. Samir Maghous

Prof.^a Dr.^a Denise Bernaud

Porto Alegre
2012

CIP - Catalogação na Publicação

Reinert Brüch, André

Simulação numérica das deformações induzidas por sequências tectônicas em bacias sedimentares / André Reinert Brüch. -- 2012.

117 f.

Orientador: Samir Maghous; Denise Bernaud.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2012.

1. bacia sedimentar. 2. poroplasticidade finita. 3. movimentos tectônicos. I. Denise Bernaud, Samir Maghous;, orient. II. Título.

ANDRÉ REINERT BRÜCH

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS DEFORMAÇÕES
INDUZIDAS POR SEQUÊNCIAS TECTÔNICAS EM
BACIAS SEDIMENTARES**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre 2012

Samir Maghous
Docteur École Nationale
des Ponts et Chaussées
Orientador

Denise Bernaud
Docteur École Nationale
des Ponts et Chaussées
Orientadora

Luiz Carlos Pinto da Silva Filho
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Fernando Luiz Bastos Ribeiro (UFRJ)
Dr. Universidade Federal do Rio de Janeiro

Fernando Schnaid (UFRGS)
Ph.D. University of Oxford

Alexandre Luis Braun (UFRGS)
Dr. Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho aos meus avôs,
Neu Reinert e Osmar Brüch.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Samir Maghous e a Prof.^a Denise Bernaud, orientadores deste trabalho, pela ajuda e orientação prestadas ao longo de todo ano.

Aos meus pais, Ana Reinert e Ricardo Santalucia Brüch, por estarem sempre ao meu lado em todas as decisões tomadas.

Aos meus avôs, Neu Reinert e Osmar Brüch, dois grandes exemplos na minha vida.

Agradeço a Capes pelo apoio financeiro.

O sofrimento é passageiro, desistir é para sempre.

Lance Armstrong

RESUMO

BRÜCH, A. R. **Simulação numérica das deformações induzidas por sequências tectônicas em bacias sedimentares**. 2012. 117 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O estudo de bacias sedimentares é de grande importância econômica, já que podem servir de reservatórios naturais de água, hidrocarbonetos e minérios valiosos. Neste sentido, avanços significativos vêm sendo feitos na área da engenharia computacional, motivados principalmente pela indústria petrolífera, buscando uma melhor compreensão dos mecanismos envolvidos na formação das bacias, a fim de otimizar custos e minimizar riscos na exploração das mesmas. O objetivo deste trabalho é a modelagem da formação, compactação e deformação de bacias sedimentares abordando exclusivamente os fenômenos mecânicos envolvidos. A simulação pode ser dividida em três fases características: a deposição dos sedimentos, sua compactação devido às forças gravitacionais e alívio de poro-pressões, e as deformações impostas por movimentos tectônicos extensionais e compressivos. Os estudos são realizados a partir de um modelo constitutivo poroelastoplástico em grandes deformações, levando em conta os acoplamentos hidro-mecânico e elástico-plástico. A simulação numérica é realizada através do método dos elementos finitos. Um algoritmo desenvolvido em Fortran é utilizado para realizar simulações bidimensionais da bacia em estado plano de deformação. São apresentados para diferentes momentos os fenômenos de subsidência da rocha sedimentar no caso de movimentos tectônicos extensionais, e de inversão da bacia (*uplift*) para o caso de movimentos tectônicos compressivos. São analisados e comparados todos os casos: compactação gravitacional e compactação segundo esforços de origem tectônica.

Palavras-chave: bacia sedimentar, poroplasticidade finita, movimentos tectônicos.

ABSTRACT

BRÜCH, A. R. Simulação numérica das deformações induzidas por sequências tectônicas em bacias sedimentares. 2012. 117 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

NUMERICAL SIMULATION OF TECTONIC-DRIVEN DEFORMATION IN SEDIMENTARY BASINS

The study of sedimentary basins is of great economic importance, since they can serve as natural reservoirs of water, hydrocarbons and valuable minerals. In this context, motivated mainly by the oil industry, significant advances have been made in the area of computational engineering, seeking a better understanding of the mechanisms involved in the formation of basins in order to optimize costs and minimize risks in their exploration. This work is devoted to modeling of purely mechanical aspects of the formation, compaction and deformation of sedimentary basins. The simulation can be divided into three characteristic phases: the sediments deposition, its compaction due to gravitational forces and pore pressure dissipation, and its deformations imposed by extensional and compressive tectonic motion. The poromechanical constitutive law is formulated in the framework of finite irreversible strains, accounting for hydromechanical and elasticity-plasticity couplings. The numerical simulation is performed using the finite element method. An algorithm developed in Fortran code is used to perform two-dimensional simulations in plane strain state. Two phenomena are presented for different basin ages: the sedimentary rock subsidence, in the case of extensional tectonics, and the basin inversion (uplift), in the case of compressive tectonics. Different analyses and comparisons are made for all cases: gravitational compaction and tectonic-driven compaction.

Key-words: sedimentary basin, finite poroplasticity, tectonic loading.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: camadas composicionais e reológicas da Terra.....	17
Figura 2.2: divisão das placas tectônicas.....	20
Figura 2.3: convergência oceânica-oceânica.....	21
Figura 2.4: convergência oceânica-continental.....	22
Figura 2.5: convergência continental-continental.....	22
Figura 2.6: divergência tectônica.....	22
Figura 2.7: movimento transformante entre placas.....	23
Figura 2.8: ciclo de Wilson.....	24
Figura 2.9: exemplos de subsidência mecânica e térmica.....	25
Figura 2.10: analogia mecânica ao adensamento do solo.....	29
Figura 3.1: meio poroso: superposição de dois meios contínuos.....	31
Figura 4.1: definição de forças de volume e forças de superfície.....	44
Figura 4.2: lei de ação e reação.....	46
Figura 4.3: lema do tetraedro.....	47
Figura 4.4: critério elástico.....	55
Figura 4.5: decomposição do gradiente de transformação e variação de porosidade.....	56
Figura 4.6: modelo Cam-Clay.....	60
Figura 5.1: método Lagrangiano atualizado.....	66
Figura 5.2: elemento triangular de seis nós.....	71
Figura 5.3: esquema geométrico da sedimentação da bacia.....	73
Figura 6.1: configuração da bacia.....	76
Figura 6.2: compactação da bacia sedimentar (fase 1 + fase 2).....	78
Figura 6.3: perfil de poro-pressão (fase 1 + fase 2).....	79
Figura 6.4: perfil de tensão efetiva horizontal (fase 1 + fase 2).....	80
Figura 6.5: perfil de tensão efetiva vertical (fase 1 + fase 2).....	81
Figura 6.6: relação tensão desviadora/tensão média efetiva (fase 1 + fase 2).....	82
Figura 6.7: perfil de coeficiente K_p (fase 1 + fase 2).....	83
Figura 6.8: perfil de porosidade (fase 1 + fase 2).....	84
Figura 6.9: perfil de coeficiente de permeabilidade normalizado (fase 1 + fase 2).....	85
Figura 6.10: perfil de massa específica normalizado (fase 1 + fase 2).....	86
Figura 6.11: perfil de pressão de consolidação normalizado (fase 1 + fase 2).....	87
Figura 6.12: perfil de módulo de Young normalizado (fase 1 + fase 2).....	88

Figura 6.13: representação esquemática da força resultante.....	89
Figura 6.14: força efetiva horizontal resultante (fase 1 + fase 2).....	89
Figura 6.15: tensão efetiva horizontal média (fase 1 + fase 2).....	90
Figura 6.16a: curva de compactação (fase 3 – compressão).....	92
Figura 6.16b: curva de compactação (fase 3 – tração).....	92
Figura 6.17: curvas de compactação: (fase 1 + fase 2) e fase 3.....	93
Figura 6.18: deslocamento horizontal do caso 5 (fase3 – tração).....	94
Figura 6.19a: perfil de poro-pressão (fase3 – compressão).....	95
Figura 6.19b: perfil de poro-pressão (fase3 – tração).....	96
Figura 6.20a: perfil de tensão efetiva horizontal (fase3 – compressão).....	97
Figura 6.20b: perfil de tensão efetiva horizontal (fase3 – tração).....	97
Figura 6.21a: perfil de tensão efetiva vertical (fase3 – compressão).....	98
Figura 6.21b: perfil de tensão efetiva vertical (fase3 – tração).....	98
Figura 6.22a: relação tensão desviadora/tensão média efetiva (fase3 – compressão).....	99
Figura 6.22b: relação tensão desviadora/tensão média efetiva (fase3 – tração).....	100
Figura 6.23a: perfil de coeficiente K_p (fase3 – compressão).....	100
Figura 6.23b: perfil de coeficiente K_p (fase3 – tração).....	101
Figura 6.24a: perfil de porosidade (fase3 – compressão).....	102
Figura 6.24b: perfil de porosidade (fase3 – tração).....	102
Figura 6.25a: perfil de coef. de permeabilidade normalizado (fase3 – compressão).....	103
Figura 6.25b: perfil de coef. de permeabilidade normalizado (fase3 – tração).....	103
Figura 6.26a: perfil de massa específica normalizado (fase3 – compressão).....	104
Figura 6.26b: perfil de massa específica normalizado (fase3 – tração).....	105
Figura 6.27a: perfil de pressão de consolidação normalizado (fase3 – compressão).....	105
Figura 6.27b: perfil de pressão de consolidação normalizado (fase3 – tração).....	106
Figura 6.28a: perfil de módulo de Young normalizado (fase3 – compressão).....	107
Figura 6.28b: perfil de módulo de Young normalizado (fase3 – tração).....	107
Figura 6.29a: força efetiva horizontal resultante (fase 3 – compressão).....	108
Figura 6.29b: força efetiva horizontal resultante (fase 3 – tração).....	109
Figura 6.30a: tensão efetiva horizontal média (fase 3 – compressão).....	109
Figura 6.30b: tensão efetiva horizontal média (fase 3 – tração).....	110
Figura 6.31a: perfil de velocidades do caso 5 (fase 3 – compressão).....	111
Figura 6.31b: perfil de velocidades do caso 5 (fase 3 – tração).....	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1: casos estudados.....	78
Tabela 6.2: deslocamento lateral total obtido para fase 3.....	91

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 BACIAS SEDIMENTARES	17
2.1 AS DIFERENTES ZONAS DA TERRA.....	17
2.1.1 Zonas composicionais	18
2.1.2 Zonas reológicas	18
2.2 MOVIMENTO DE PLACAS TECTÔNICAS.....	19
2.2.1 Limite convergente	21
2.2.2 Limite divergente	22
2.2.3 Limite conservativo	23
2.2.4 Ciclo de Wilson	23
2.3 FORMAÇÃO DAS BACIAS SEDIMENTARES.....	24
2.4 CLASSIFICAÇÃO DAS BACIAS SEDIMENTARES.....	26
2.5 FORMAÇÃO DAS ROCHAS SEDIMENTARES.....	27
2.5.1 Erosão e deposição de sedimentos	27
2.5.2 Consolidação de uma camada de sedimentos	28
2.5.3 Litificação de uma camada de argila	30
3 MECÂNICA DOS MEIOS POROSOS	31
3.1 DEFORMAÇÃO DO ESQUELETO.....	32
3.1.1 Gradiente de deformação	32
3.1.2 Transformação de um volume	34
3.1.3 Transformação de uma superfície	34
3.1.4 Porosidade Euleriana e Lagrangiana	35
3.1.5 Tensor de deformações	35
3.1.6 Pequenas transformações	36
3.2 CINEMÁTICA.....	38
3.2.1 Derivada material	38
3.2.1.1 Derivada material de um vetor.....	38
3.2.1.2 Derivada material de um volume.....	39
3.2.1.3 Derivada material de um campo.....	40
3.2.1.4 Derivada material de uma integral de volume.....	40
3.2.2 Taxa de deformação	41
3.3 BALANÇO DE MASSA.....	42

4 POROELASTICIDADE E POROPLASTICIDADE.....	44
4.1 ESFORÇOS INTERNOS.....	44
4.2 TENSOR DE TENSÕES.....	46
4.2.1 Lei de ação e reação.....	46
4.2.2 O lema do tetraedro e o tensor de Cauchy.....	47
4.2.3 Equação de equilíbrio local.....	48
4.2.4 A simetria do tensor de tensões.....	49
4.2.5 Tensor de tensões parciais.....	50
4.2.6 Tensão efetiva de Terzaghi.....	51
4.2.7 Taxa de trabalho de deformação.....	51
4.3 COMPORTAMENTO POROELÁSTICO.....	52
4.4 COMPORTAMENTO POROPLÁSTICO.....	54
4.4.1 Regra de fluxo plástico.....	57
4.4.2 Equações de estado.....	58
4.4.3 Modelo Cam-Clay.....	59
4.5 ACOPLAMENTO ELÁSTICO-PLÁSTICO.....	61
5 DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS.....	63
5.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO.....	63
5.2 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO.....	64
5.2.1 Condições de contorno mecânicas.....	64
5.2.2 Condições de contorno hidráulicas.....	64
5.3 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL.....	65
5.4 FORMA FRACA DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO.....	67
5.4.1 Balanço das quantidades de movimento.....	68
5.4.2 Balanço de massa fluida.....	70
5.5 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL.....	71
5.6 SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES.....	72
5.7 TÉCNICA DE ATIVAÇÃO/DESATIVAÇÃO DE ELEMENTOS.....	73
6 ANÁLISE NUMÉRICA.....	75
6.1 PROBLEMA CONSIDERADO.....	75
6.2 PROBLEMA DE COMPACTAÇÃO GRAVITACIONAL.....	77
6.3 SEQUÊNCIAS TECTÔNICAS.....	91
7 CONCLUSÕES.....	113
REFERÊNCIAS.....	116

1 INTRODUÇÃO

Define-se bacia sedimentar como uma determinada área da crosta terrestre que foi capaz de reter uma apreciável camada de sedimentos. Estes sedimentos, originados da destruição de qualquer tipo de rocha, são transportados e depositados em diferentes tipos de ambiente (continental, marinho ou intermediário) e se transformam em rocha através de um fenômeno chamado diagênese, envolvendo processos físicos e químicos.

O estudo de bacias sedimentares é muito importante para a compreensão da história geológica do planeta, já que elas registram informações importantes sobre suas formações ao longo de centenas de milhões de anos. Estas também representam grande importância econômica, pois a formação dos hidrocarbonetos naturais como petróleo, gás e carvão ocorre quase que inteiramente dentro de rochas sedimentares. Rochas sedimentares são também importantes aquíferos e hospedam uma grande variedade de minérios metálicos e não metálicos como cobre, ouro, ferro e urânio (LEEDER, 1999).

A detecção e exploração de todos esses recursos requer métodos cada vez mais sofisticados e vem evoluindo sob vários aspectos ao longo das últimas décadas. Grande parte disso se deve a indústria petrolífera, pois a necessidade de conhecimentos industriais em reservatórios de petróleo levou a uma enorme expansão da moderna pesquisa sobre ambientes sedimentares. Hoje em dia é possível fazer previsões bastante detalhadas para a origem de reservatórios de hidrocarbonetos e água através de uma combinação de perfis de reflexão sísmica tridimensional, registros elétricos e sondas de fundo de poço (LEEDER, 1999).

Neste sentido, diferentes modelos numéricos de bacias sedimentares vêm sendo desenvolvidos em engenharia aplicada computacional para ajudar a compreender suas formações e transformações ao longo do tempo. Estes modelos são utilizados para simular os diferentes processos que ocorrem durante a evolução das bacias: erosão de sedimentos, deposição, compactação, deformações induzidas por movimentos tectônicos, transporte de calor, formação, migração e acumulação de hidrocarbonetos. O principal objetivo da modelagem de bacias sedimentares é buscar uma melhor compreensão do seu comportamento

e da distribuição de seus parâmetros de forma que se possa reduzir ao máximo os riscos de sua exploração, evitando desperdício de tempo e dinheiro (Mello et al, 2009).

No entanto, o progresso neste campo tem sido dificultado pela ausência de bons modelos reológicos para descrever o comportamento do material constituinte do problema (Bernaud et al, 2010). Como se trata de um problema que envolve diferentes, e muitas vezes complexos fenômenos, muitos autores se vêem obrigados a priorizar apenas determinados componentes na formulação de seus modelos, já que a implementação numérica e o acoplamento de todos estes fenômenos envolvidos se torna muito difícil.

Os processos que afetam a compactação dos sedimentos podem ser divididos em dois grandes grupos: mecânicos e químicos. A compactação mecânica se dá principalmente devido ao alívio de poro-pressões e a deformações impostas por movimentos tectônicos, resultando em mudanças de volume devido à redução da porosidade. A compactação química envolve a dissolução, precipitação e cimentação de minerais e é função da estabilidade mineral e da cinética de precipitação dos sedimentos (GUTIERREZ; WANGEN, 2005). No entanto, é importante salientar que estes processos não são independentes, já que, por exemplo, a compactação mecânica depende do nível de cimentação da rocha. Rochas bem cimentadas são obviamente mais rígidas que rochas não tão bem consolidadas, o que é claro, interfere diretamente nos processos mecânicos envolvidos (GILES, 1997). Fenômenos mecânicos prevalecem nas camadas superiores das bacias sedimentares, enquanto que a compactação química é dominante nas camadas mais profundas, onde as tensões e temperaturas são maiores (SCHMIDT; MCDONALD, 1979).

A modelagem da compactação de sedimentos usando a teoria da consolidação foi primeiramente realizada por Gibson (1958), assumindo uma taxa de sedimentação constante, uma única litologia e propriedades constantes para os sedimentos (compressibilidade, permeabilidade e densidade). A teoria é baseada na equação de consolidação para pequenas deformações de Terzaghi aplicada à análise da consolidação de depósitos superficiais do solo (GUTIERREZ; WANGEN, 2005). Ainda hoje, os modelos básicos para compactação mecânica são baseados nas relações fenomenológicas relacionando a porosidade à tensão vertical efetiva de Terzaghi (Bernaud et al, 2010).

Poucos trabalhos são dedicados na literatura recente para a modelagem teórica ou numérica destes fenômenos. Zhao et al. (2001) desenvolveram um modelo de elementos finitos para

simular a interação rocha-fluido em bacias sedimentares saturadas. Uma simulação numérica foi proposta em Hutton e Syvitski (2004) fazendo uso do programa bidimensional SedFlux que foi modificado para simular a distribuição dos parâmetros geotécnicos do fundo do mar durante o crescimento de uma margem continental sismicamente ativa.

Os mecanismos de inversão tectônica da bacia da Panónia, na Europa Central, foram investigados por Jarosinski et al. (2009) usando o programa de elementos finitos Ansys. Os autores modelaram o comportamento dos sedimentos através de um modelo bidimensional com acoplamento termo-elastoviscoplastico em deformações planas. Buitter et al. (2009) estudaram a inversão de bacias sedimentares extensionais através de um modelo acoplado termo-mecânico com critério plástico de Drucker-Prager. Mello et al. (2009) desenvolveram um modelo de elementos finitos tridimensional, utilizando elementos tetraédricos sobre uma malha não estruturada para resolver numericamente as equações diferenciais parciais acopladas que regem os processos geológicos envolvidos na evolução de bacias sedimentares.

Este trabalho é dedicado a modelagem puramente mecânica da compactação de bacias sedimentares. Um modelo bidimensional de elementos finitos em deformação plana desenvolvido em Fortran é utilizado para simular a deposição dos sedimentos e os diferentes processos mecânicos que ocorrem ao longo de sua formação em um ambiente saturado.

Uma das grandes dificuldades que envolvem as simulações é atribuída à grande mudança de porosidade ao longo do processo de compactação. A natureza do problema deve ser entendida da seguinte forma: grandes deformações modificam a microestrutura do material, e estas modificações levam a mudanças nas propriedades poromecânicas do mesmo, afetando a resposta da bacia. Isto requer que a lei constitutiva seja formulada no contexto das grandes deformações, de forma que os principais componentes sejam o acoplamento hidro-mecânico e também o acoplamento elástico-plástico (Bernaud et al, 2010).

Outra especificidade do problema é que a simulação de bacias sedimentares está relacionada a sistemas materiais abertos, já que os sedimentos são depositados ao longo da história da formação da bacia. Uma técnica baseada na engenharia de túneis aplicada ao método dos elementos finitos é utilizada para lidar com esta situação, de forma que o sistema material aberto real é simulado como um sistema fechado fictício (Bernaud et al, 2006).

O objetivo deste trabalho é investigar o comportamento de bacias sedimentares com diferentes idades, quando sujeitas a deformações induzidas por movimentos tectônicos extensionais e compressivos, a partir de simulações numéricas realizadas utilizando o método dos elementos finitos. As simulações são feitas a partir de uma malha retangular, representando uma fossa oceânica aberta devido a movimentos tectônicos divergentes pré-deposicionais. A partir de então, passa a ocorrer a acumulação de sedimentos nesta fossa ao longo de sessenta milhões de anos. Após este longo período de deposição e compactação dos sedimentos segundo forças gravitacionais e alívio de poro-pressão, são aplicados movimentos tectônicos de tração e compressão sobre a rocha sedimentar, buscando simular fenômenos clássicos encontrados na literatura como a subsidência da rocha sedimentar no caso de movimentos tectônicos extensionais, e a inversão ou sobrelevação da bacia (*uplift*) para o caso de movimentos tectônicos compressivos.

O trabalho é dividido em sete capítulos. Cabe a este primeiro introduzir o tema proposto, sua importância no contexto mundial e de que forma o assunto encontra-se abordado atualmente pelos pesquisadores, assim como a forma em que ele é abordado neste trabalho. O segundo capítulo, bacias sedimentares, busca explicar de forma clara e sucinta, a partir de informações básicas sobre a geologia da Terra, os diferentes fenômenos envolvidos em suas formações.

O terceiro capítulo trata da teoria da mecânica dos meios porosos, abordando o assunto na escala macroscópica através da superposição de dois meios contínuos. A partir de uma formulação tensorial, apresenta-se as equações necessárias para descrever as deformações e o balanço de massa fluida, necessários para solução de problemas de materiais porosos. O quarto capítulo descreve o comportamento elasto-plástico do material, o modelo plástico de Cam-Clay, e apresenta o acoplamento elástico-plástico utilizado na formulação do modelo constitutivo. O quinto capítulo é sobre o método dos elementos finitos, ferramenta utilizada nas simulações numéricas propostas, apresentando pontos importantes para compreensão da metodologia utilizada, assim como algumas técnicas envolvidas na solução dos problemas.

O sexto capítulo trata das análises numéricas, apresentando os problemas abordados, suas características, e os diferentes casos de estudo derivados deste. São apresentados também neste capítulo os resultados obtidos para todas as análises realizadas. No sétimo capítulo são expostas as conclusões e considerações finais a partir de tudo que foi pesquisado e apresentado ao longo deste trabalho.

2 BACIAS SEDIMENTARES

Antes de falar sobre engenharia aplicada computacional, mecânica dos meios porosos, modelos constitutivos reológicos, método dos elementos finitos, simulação numérica de bacias sedimentares, entre outros, é importante que se tenha uma noção geral sobre o que são e como se formam as bacias sedimentares. Este capítulo objetiva transmitir uma formação básica sobre os diferentes processos que envolvem este tema.

2.1 AS DIFERENTES ZONAS DA TERRA

O interior da Terra é composto por diversas zonas. Estas costumam ser classificadas de duas diferentes formas: composicionais e reológicas (ou mecânicas). As principais zonas composicionais são o manto, a crosta e o núcleo. A crosta é a parte mais externa, composta por rochas de densidade relativamente baixa cobertas por uma camada de sedimentos. As divisões reológicas não coincidem necessariamente com as divisões composicionais. Um limite reológico fundamental é entre a litosfera e a astenosfera subjacente. A litosfera compreende a camada mais externa, composta por um número de placas que se encontram em movimento em relação umas às outras (ALLEN; ALLEN, 2005). A figura 2.1 apresenta um corte da Terra e suas diferentes camadas segundo os dois tipos de classificação.

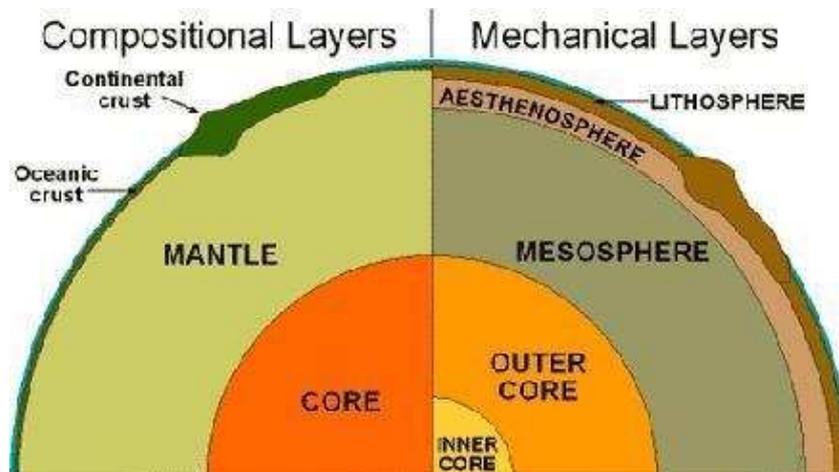


Figura 2.1: camadas composicionais e reológicas da Terra

2.1.1 Zonas composicionais

A crosta oceânica ocupa cerca de 60% da superfície da Terra. Ela é mais fina e mais densa do que a maior parte da crosta continental, variando entre 4 a 20 km de espessura, e com densidade média em torno de 2900 kg/m^3 . A vida da crosta oceânica é curta. Como a crosta oceânica vai resfriando com o passar do tempo, chega-se a um momento em que ela se torna instável gravitacionalmente em relação ao manto, e como resultado disto ela é consumida. Isto explica porque a mais antiga crosta oceânica nos dias de hoje é tão jovem como o período Jurássico (cerca de 150 milhões de anos). Comparado com a crosta continental, a oceânica tem uma vida útil muito curta (ALLEN; ALLEN, 2005).

A espessura da crosta continental varia entre 30 a 70 km, mas com uma espessura média de 35 km. Originalmente, pensava-se que ela era dividida em duas camadas, com composições e densidades diferentes. A camada superior com propriedades físicas semelhantes às de granitos, recoberta por uma fina camada de rochas sedimentares. Esta camada tem uma espessura entre 20 e 25 km e uma densidade de 2500 a 2700 kg/m^3 . A camada inferior composta principalmente por basalto com densidade de 2800 a 3100 kg/m^3 . Na realidade, estas camadas podem não ser tão bem definidas assim, e em vez disso, pode existir uma variação mais contínua da composição ao longo da profundidade (ALLEN; ALLEN, 2005).

O manto é dividido em duas camadas: o manto superior e inferior. O manto superior estende-se em cerca de até 680 km de profundidade e é marcado por transições de fase, entre sólida e líquida. O manto inferior estende-se até o limite exterior do núcleo, a 2900 km, com um aumento de sua densidade ao longo da profundidade (ALLEN; ALLEN, 2005).

2.1.2 Zonas reológicas

Na classificação das zonas reológicas ou mecânicas da Terra, um dos fatores mais importantes no estudo de bacias sedimentares é a diferenciação entre a litosfera e a astenosfera. Isto porque os movimentos verticais de subsidência e sobreelevação (*uplift*) em bacias sedimentares ocorrem principalmente em resposta à deformação destas zonas reológicas mais externas da Terra. (ALLEN; ALLEN, 2005).

A litosfera é uma casca segmentada rígida externa do planeta que compreende a crosta e uma parte do manto superior. É importante saber a diferença entre as espessuras térmica e elástica da litosfera. Acredita-se que a base da litosfera é representada por uma zona isotérmica, entre 1100 e 1330°C, em que as rochas do manto aproximam-se de sua temperatura sólida. Isto define a litosfera térmica (ALLEN; ALLEN, 2005).

A rigidez da litosfera permite que ela se comporte como uma placa, mas somente a parte superior da litosfera é suficientemente rígida para reter tensões elásticas em escalas de tempo geológico (10 milhões de anos). Abaixo desta litosfera superior, os processos de fluência relaxam as tensões elásticas, de modo que há uma diferença física e conceitual entre a litosfera térmica e a litosfera elástica. A litosfera abaixo da porção superior elástica deve, portanto, ser suficientemente macia para relaxar as tensões elásticas, mas suficientemente rígida para constituir uma parte da placa da superfície (ALLEN; ALLEN, 2005).

As litosferas oceânicas e continentais diferem em sua força. A parte mais forte da litosfera oceânica ocorre no manto entre 20 e 60 km de profundidade, abaixo do qual se torna cada vez mais dúctil. A litosfera continental, no entanto, parece ser zoneada reologicamente. Em particular, a zona superior, frágil e sismicamente ativa, se sobrepõe a uma zona geralmente não sísmica que pode sofrer deformações dúcteis (ALLEN; ALLEN, 2005).

A astenosfera é a camada que se situa logo abaixo da litosfera. Com temperaturas mais elevadas, possui menor rigidez, sendo capaz de sofrer deformações de uma forma relativamente fácil (ALLEN; ALLEN, 2005). Pode ser considerada como um fluido viscoso para longos períodos (tempo geológico) e como um sólido elástico para curtos intervalos de tempo, como por exemplo, para a passagem das ondas sísmicas (minutos a segundos).

2.2 MOVIMENTO DE PLACAS TECTÔNICAS

O conceito dos movimentos relativos das placas que constituem a litosfera vem de estudos de grandes terremotos e observações da distribuição de seus epicentros, assim como de estudos magnéticos realizados sobre as bacias oceânicas (ALLEN; ALLEN, 2005). A figura 2.2 ilustra a divisão das placas tectônicas ao redor do planeta.

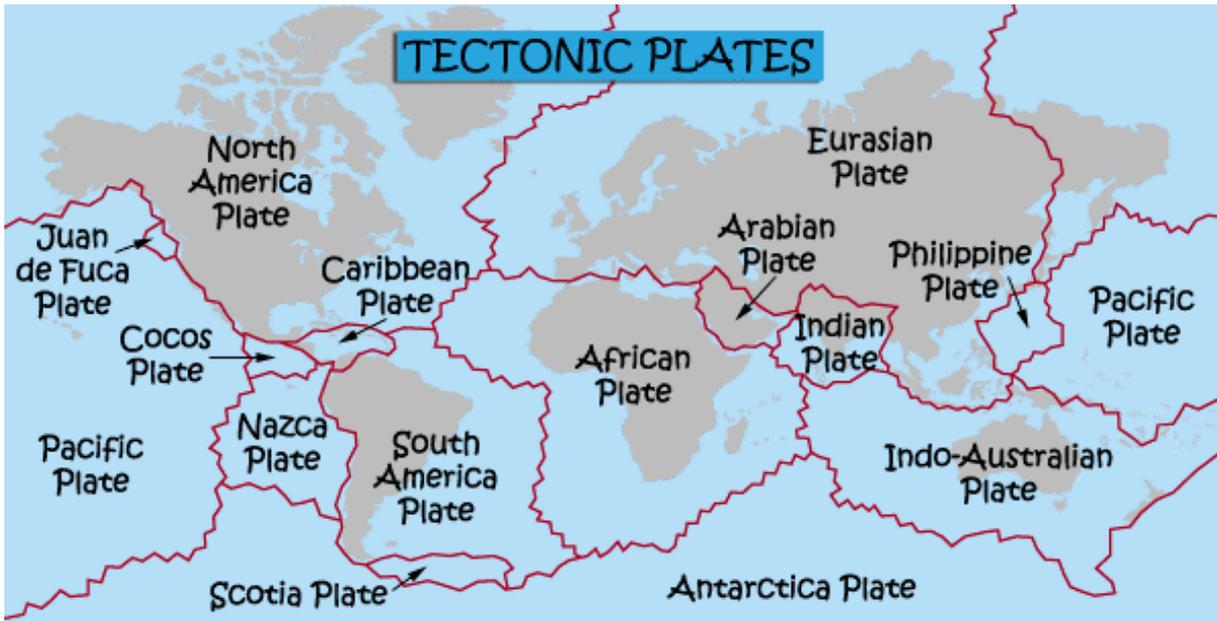


Figura 2.2: divisão das placas tectônicas

Estas placas estão em constante movimento. As taxas e a forma como as placas se movimentam relativamente umas as outras governam muitos aspectos do ambiente geodinâmico das bacias sedimentares (ALLEN; ALLEN, 2005). Diferentes informações podem ser encontradas na literatura a respeito da velocidade em que as placas se movem. Bernaud et al (2010) classificam como placas rápidas as que se movem com velocidade na ordem de 10 mm/ano, e como lentas as que apresentam velocidade na ordem de 0,5 mm/ano.

Segundo Komatina (2004 apud ASSAAD, 2009), a taxa média de movimentos recentes das placas é de 1 a 2 mm/ano. No entanto, Cloetingh et al (1984) afirmam que 10 mm/ano é uma velocidade característica de litosferas oceânicas e Carson (1977) relata que a placa de Juan de Fuca está entrando sob a placa Norte Americana a uma velocidade aproximada de 26 mm/ano.

Em seu modelo numérico, Buitter et al. (2009) estudaram a inversão de bacias sedimentares extensionais utilizando 10 mm/ano como velocidade para movimentos tectônicos compressivos. Jarosinski et al. (2009) simularam o mecanismo de inversão tectônica da bacia da Panónia a partir da velocidade de 1 mm/ano.

Existem três tipos de limites de placas, caracterizados pelo modo como as placas se deslocam umas em relação às outras, aos quais estão associados diferentes tipos de fenômenos de superfície. Os três tipos de limites são: convergente, divergente e conservativo.

2.2.1 Limite convergente

Trata-se de um limite destrutivo, onde o encontro das margens convergentes provoca a subducção da placa mais densa e sua posterior destruição na astenosfera (LEEDER, 1999). Pode-se diferenciar dois tipos de limites convergentes. O primeiro chamado de limite de subducção, quando a litosfera oceânica constitui a placa que mergulha sob a outra, como nos casos de limites oceânico-oceânicos e limites oceânico-continentais. Nos encontros oceânico-continentais, como o material constituinte da placa oceânica é mais denso que o da placa continental, é esta a placa que acaba sendo consumida. O segundo é o chamado limite colisional, quando a litosfera continental constitui a placa que mergulha sob a outra. Este tipo de fenômeno costuma ocorrer em convergências do tipo continental-continental e leva a uma deformação intensa e generalizada. Em situações raras, a litosfera oceânica pode passar por cima da litosfera continental, como no caso da ilha de Taiwan (ALLEN; ALLEN, 2005).

A figura 2.3 apresenta o fenômeno de convergência entre placas oceânicas. Este tipo de convergência leva a formação de uma fossa oceânica bem desenvolvida e de ilhas vulcânicas. Um exemplo disto são as Ilhas Marianas, formadas pelo encontro das placas tectônicas do Pacífico e das Filipinas. A figura 2.4 ilustra uma convergência do tipo oceânica-continental, levando a formação de uma fossa oceânica associada a um arco magmático continental com intensa atividade vulcânica. Este fenômeno formou a Cordilheira dos Andes, através do encontro das placas Nazca e Sul-Americana. A figura 2.5 ilustra o fenômeno de convergência entre placas continentais, como é o caso da formação da Cordilheira do Himalaia, quando as placas Índica e Euro-Asiática colidiram (ALLEN; ALLEN, 2005).

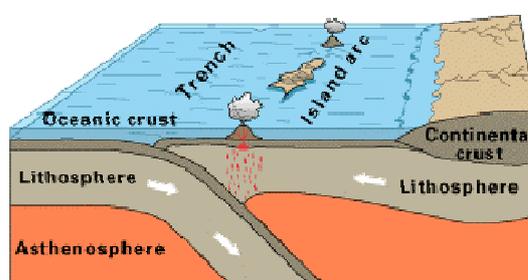


Figura 2.3: convergência oceânica-oceânica

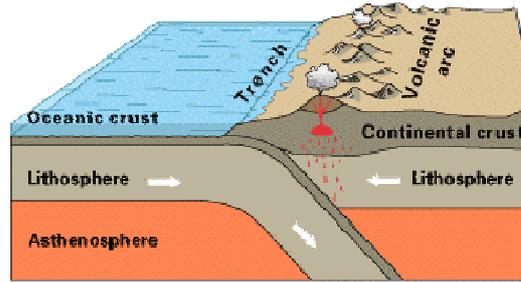


Figura 2.4: convergência oceânica-continental

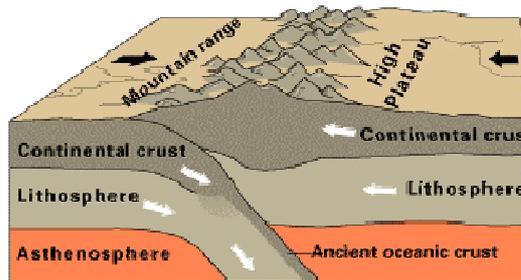


Figura 2.5: convergência continental-continental

2.2.2 Limite divergente

Trata-se de um limite construtivo. Com a separação das margens divergentes, uma nova crosta é criada pelo magma empurrado para cima a partir do manto. O mais conhecido exemplo deste fenômeno é o da criação do Oceano Atlântico. A figura 2.6 ilustra este fenômeno.

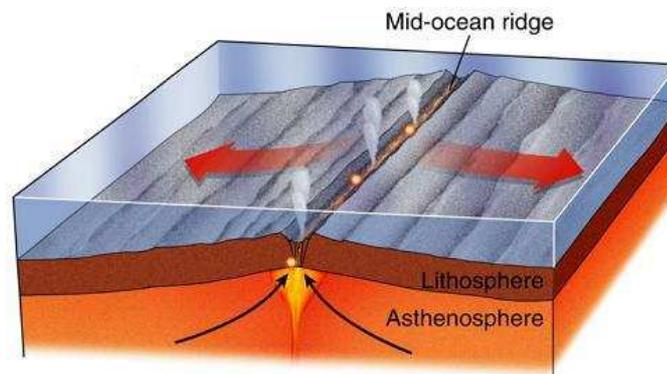


Figura 2.6: divergência tectônica

2.2.3 Limite conservativo

No caso do limite conservativo, placas adjacentes deslocam-se paralelamente umas às outras formando falhas transformantes (ALLEN; ALLEN, 2005). A falha de *San Andreas* que passa pela Califórnia é um exemplo de deslocamento paralelo relativo entre as placas do Pacífico e Norte-Americana. A figura 2.7 ilustra um movimento transformante entre placas paralelas.

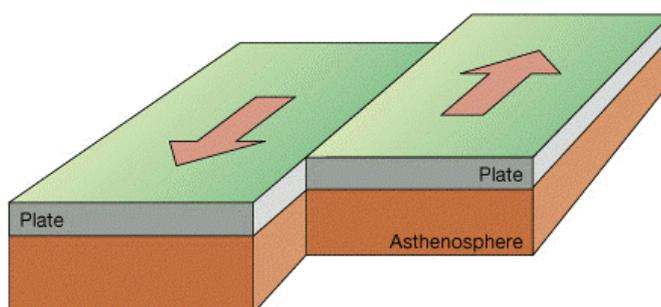


Figura 2.7: movimento transformante entre placas

2.2.4 Ciclo de Wilson

O movimento relativo das placas com fenômenos construtivos, conservadores e destrutivos, cria um quadro contínuo de mudanças, com separação continental, criação de bacia oceânica, fechamento de oceano e colisão continental. O ciclo do movimento de placas que envolve o nascimento e o fechamento dos oceanos é chamado de ciclo de Wilson, uma vez que é baseado em idéias iniciais da abertura e fechamento do oceano Atlântico por John Tuzo Wilson. Muitas bacias sedimentares podem ser relacionadas a uma fase específica deste ciclo (ALLEN; ALLEN, 2005). A figura 2.8 apresenta as etapas deste ciclo.

O bloco continental começa a se separar a partir de movimentos extensionais da litosfera começando um processo de formação de um rifte (1). Este segue se abrindo a partir de movimentos divergentes formando uma bacia oceânica (2). Devido à maior densidade, a litosfera oceânica começa a sofrer subducção ao formar um limite convergente com a litosfera continental (3). A bacia oceânica começa a se fechar (4). Quando dois continentes colidem, o processo de orogênese engrossa a espessura da crosta formando uma cadeia de montanhas (5). Com o passar do tempo o continente sofre erosão, causando afinamento da sua espessura (6).

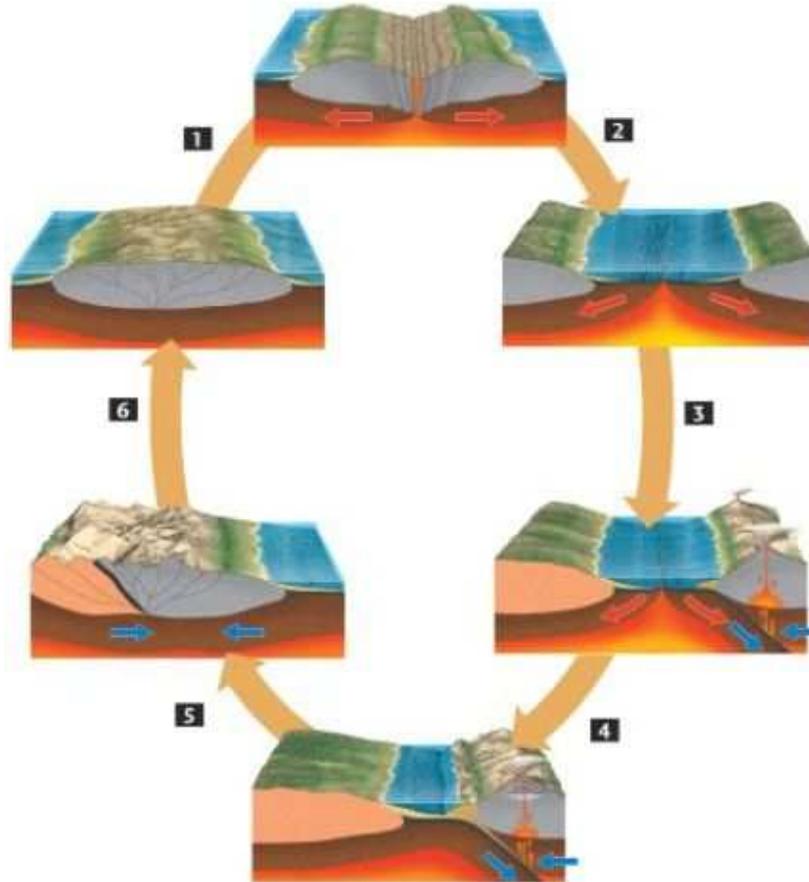


Figura 2.8: ciclo de Wilson

2.3 FORMAÇÃO DAS BACIAS SEDIMENTARES

Uma bacia sedimentar é o resultado do processo de subsidência de uma placa tectônica, que permite o acúmulo e a preservação dos sedimentos. A subsidência pode ser de caráter local, quando causada pela distensão e ruptura da litosfera, ou regional, quando causada por mecanismos de isostasia (Angevine et al apud SOUZA-LIMA; HAMSI JUNIOR, 2003).

Quando, por algum motivo, uma carga é acrescida à superfície da placa, ela sofre subsidência por flexão para readquirir o equilíbrio gravitacional. Por outro lado, a isostasia pode causar soerguimento regional quando uma carga é retirada ou pode causar soerguimento nas bordas das áreas afundadas, como um efeito secundário (SOUZA-LIMA; HAMSI JUNIOR, 2003).

A subsidência pode ser classificada como mecânica, quando é resultante da deformação ou ruptura crustal, ou térmica, quando é resultado da alteração do estado térmico da litosfera. A subsidência mecânica pode ser local ou regional (neste caso por flexão). A subsidência

mecânica local é típica dos estágios iniciais de bacias marginais (fase 1 da figura 2.8), resultante da ruptura crustal. A subsidência mecânica regional flexural ocorre principalmente em bacias de antepaís, mas corresponde também ao componente da própria carga sedimentar que amplifica os demais processos de subsidência (SOUZA-LIMA; HAMSI JUNIOR, 2003).

A subsidência térmica resulta também do processo de compensação isostática. A distensão de uma placa litosférica leva ao seu afinamento, que se dá pela ascensão do topo da astenosfera. O topo da astenosfera é definido pelo limite térmico abaixo do qual ocorre a fusão parcial das rochas do manto. A ascensão da astenosfera também pode ser causada pela atuação de uma pluma mantélica (*hotspot*). Estas plumas são anomalias térmicas oriundas provavelmente do contato entre o manto e o núcleo que, ao atingirem a placa, enfraquecem a litosfera circundante e causam vulcanismo na superfície. Após a ruptura de uma placa litosférica, ela tende a se resfriar e retornar à situação original. Isso se dá pelo rebaixamento do topo da astenosfera às custas do esfriamento e adensamento das rochas do manto. Tal adensamento corresponde a uma carga que induz à subsidência flexural da placa, por isostasia. Este processo geralmente tem caráter regional, sendo típico da fase de deriva continental (SOUZA-LIMA; HAMSI JUNIOR, 2003). A figura 2.9 ilustra exemplos de subsidência mecânica, local e regional, e térmica, com e sem erosão.

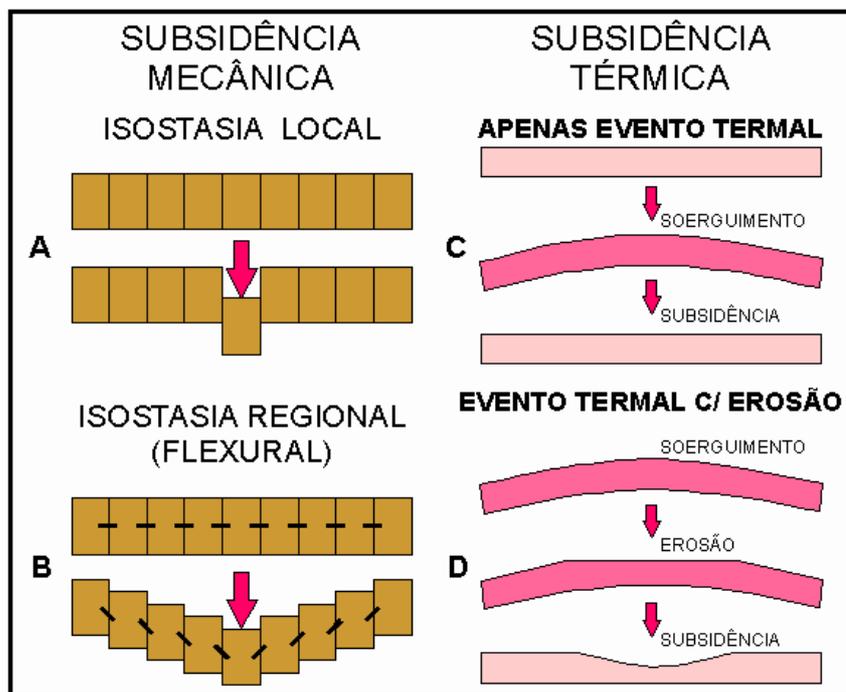


Figura 2.9: exemplos de subsidência mecânica e térmica (SOUZA-LIMA; HAMSI JUNIOR, 2003)

No caso de subsidência mecânica local (caso A), apenas o bloco submetido à carga subsidir, ao passo que na regional (caso B) uma grande área sofre flexão. Nos eventos termais sem erosão (caso C), a subsidência que ocorre por resfriamento é igual ao soerguimento relacionado ao aquecimento da crosta. Para que uma bacia seja criada por processos termais é necessário então que outros processos atuem em conjunto, como erosão (caso D), afinamento da crosta, etc (SOUZA-LIMA; HAMSI JUNIOR, 2003).

2.4 CLASSIFICAÇÃO DAS BACIAS SEDIMENTARES

Cada bacia tem sua própria história, ligada a uma determinada combinação de interações de placas e condições deposicionais (ASSAAD, 2009). No entanto, organizar as centenas de bacias sedimentares existentes no mundo é fundamental para que seja possível entender os processos termomecânicos e estilos estruturais envolvidos em suas gêneses e a influência destes na distribuição de recursos naturais (SOUZA-LIMA; HAMSI JUNIOR, 2003).

De acordo com os períodos onde ocorreram importantes movimentos tectônicos em relação a uma época de importante acúmulo sedimentar, pode-se classificar as bacias sedimentares segundo três tipos: bacias pré-deposicionais, sin-deposicionais e pós-deposicionais. É claro que há transições entre estes eventos, assim como uma bacia pode apresentar as três características descritas acima. Outra classificação em relação ao tempo é segundo a idade da bacia, se os sedimentos encontrados pertencem à era Paleozóica, Mesozóica ou Cenozóica (SOUZA-LIMA; HAMSI JUNIOR, 2003).

Existem diversas formas de classificar as bacias sedimentares, e cada autor opta por organizá-las a partir de sua preferência pessoal. Segundo Allen e Allen (2005), uma bacia costuma ser classificada de acordo com três fatores-chaves: a formação tectônica da bacia, as seqüências deposicionais de preenchimento da bacia, e os movimentos tectônicos que a modificaram.

Neste trabalho se optou por não apresentar nenhum quadro de classificação, já que apenas conceitos básicos foram apresentados ao longo deste capítulo, buscando proporcionar uma visão geral da formação das bacias sedimentares para uma melhor compreensão do objetivo proposto. Para apresentar um quadro completo de classificação, outros fenômenos geológicos teriam de ser descritos de forma mais específica, fugindo do escopo deste trabalho.

2.5 FORMAÇÃO DAS ROCHAS SEDIMENTARES

Rochas sedimentares são formadas dos detritos de rochas ígneas e metamórficas, assim como de outras rochas sedimentares. Muitos componentes são estáveis apenas sob certas condições físicas e químicas, o que significa que os elementos constituintes de uma rocha sedimentar podem estar longe do equilíbrio quando submetidos às pressões, temperaturas e composições do fluido encontradas no subsolo oceânico. Desta forma, o reino da diagênese é caracterizado pela mudança de como o sedimento se transforma para chegar ao equilíbrio de acordo com as condições físicas e químicas a ele impostas (GILES, 1997).

Pode-se definir a diagênese como todo processo físico e químico que age sobre um sedimento desde o momento em que foi depositado até que entre no domínio do metamorfismo. É uma importante disciplina científica que descreve os processos pelos quais sedimentos não consolidados se tornam rochas. Litificação, compactação, cimentação e dissolução, todos estes fenômenos fazem parte do estudo da diagênese (GILES, 1997).

2.5.1 Erosão e deposição de sedimentos

Muito do que acontece com o sedimento durante o curso da diagênese é determinado pelas suas propriedades iniciais, tais como sua composição, tamanho de grão, porosidade e permeabilidade (GILES, 1997). Estas e outras informações fazem parte da sedimentologia, que pode ser definida como o estudo do transporte e deposição de sedimentos, de forma a prover informações para que se possa interpretar as rochas sedimentares (LEEDER, 1999).

O roteamento de sedimentos é o sistema geomorfológico que envolve a liberação, transporte e deposição de sedimentos. Compreender este sistema complexo em termos de suas leis físicas e tempos de resposta é importante para a avaliação do fornecimento de sedimentos para bacias sedimentares (ALLEN; ALLEN, 2005). O ciclo da água é um dos principais fenômenos globais envolvidos no fornecimento dos sedimentos erodidos em terra para o mar. Continentes e oceanos trocam água continuamente. Sendo a precipitação em terra superior a sua evaporação, o excesso retorna ao oceano como escoamento superficial. É este escoamento o responsável pelo transporte de sedimentos da terra para os oceanos (LEEDER, 1999).

Existem duas estratégias para avaliar o rendimento de captação média de sedimentos e taxas de denudação mecânicas: o uso da taxa de enchimento de lagos naturais e reservatórios artificiais, e o cálculo do volume de sedimento acumulado em bacias sedimentares. A quantidade total de sedimentos descarregados para o oceano é estimada em 2×10^{10} toneladas por ano. Uma vez que a área da superfície terrestre é de $1,48 \times 10^8 \text{ km}^2$, a produção média global de sedimentos é de 135 ton/km^2 por ano. Mas há uma enorme variabilidade em torno dessa média obtida (ALLEN; ALLEN, 2005).

A taxa de sedimentação é outra informação de grande importância na modelagem e reconstrução da história de bacias sedimentares. Segundo Stephenson (1996), pode-se considerar $0,05 \text{ mm/ano}$ uma taxa de sedimentação típica para bacias marginais ou em grandes fendas. Em suas pesquisas, Zuo et al. (1997) estimaram uma taxa de deposição de sedimentos na porção noroeste do Mar Mediterrâneo variando de $0,1$ a 6 mm/ano a partir de técnicas de análise através das concentrações de chumbo. Para simular a bacia do Mar do Norte próximo a Inglaterra, Gutierrez e Wangen (2005) utilizaram uma taxa de sedimentação de $0,025 \text{ mm/ano}$. Enquanto Ingall e Cappellen (1990) constatam que a taxa atual de sedimentação em ambientes marinhos varia entre $0,0014$ a 25 mm/ano , Bjorlykke (2010) afirma que em áreas centrais do Oceano Atlântico, ela varia entre $0,001$ a $0,01 \text{ mm/ano}$.

2.5.2 Consolidação de uma camada de sedimentos

Uma camada de sedimentos saturados constitui uma estrutura porosa composta por grãos minerais e água. Quando uma carga natural ou artificial é aplicada a esta estrutura, seu volume diminui devido à fuga de água dos poros. A velocidade desta redução de volume é dependente principalmente da quantidade e da taxa de aplicação de carga e da permeabilidade da camada sedimentar (HAMILTON, 1959).

As mudanças de pressão em um sedimento saturado são análogas às de um cilindro cheio de água equipado com uma mola e um pistão através do qual um registro permite que a água escape, como apresentado na figura 2.10 (1). Quando uma carga é aplicada ao êmbolo e o registro está fechado, toda a carga é suportada pela água, pois a água é muito menos compressível do que a mola (2). Quando o registro é aberto, ao longo do qual o volume de água diminui, a carga é gradualmente transferida da água para a mola (3). Finalmente, a carga é

inteiramente suportada pela mola (4). As pressões em uma camada sedimentar saturada atuam de maneira similar. A consolidação de uma camada de sedimentos depositada sobre uma base impermeável começa na parte superior e progride para baixo (TAYLOR, 1948).

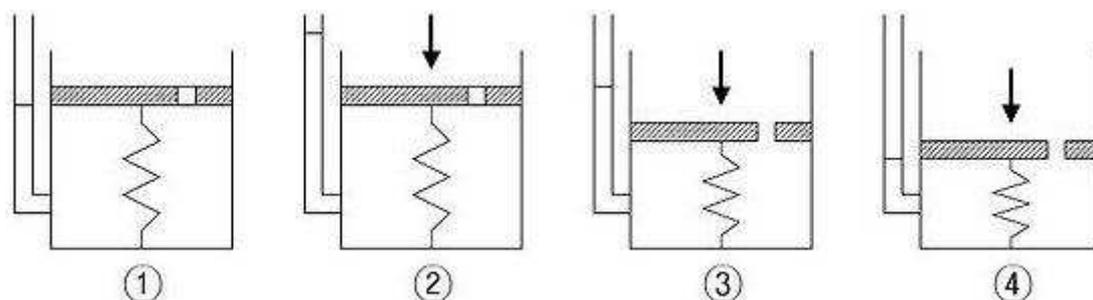


Figura 2.10: analogia mecânica ao adensamento do solo

Uma carga aplicada repentinamente sobre uma camada sedimentar é primeiramente sustentada pela água contida em seus poros como excesso de poro-pressão e gradualmente transferida para a estrutura. O processo de consolidação resulta na diminuição do volume de poros através da expulsão da água e do rearranjo dos grãos. A consolidação primária termina quando o excesso de poro-pressão é aliviado da estrutura e o seu perfil de pressões é hidrostático. Uma consolidação secundária pode continuar durante algum tempo devido à deformação plástica dos grãos e à expulsão da água adsorvida (TAYLOR, 1948).

O diferente comportamento nos processos de consolidação de areias e argilas tem sido estudado há muito tempo no campo da mecânica dos solos. A areia, após um rearranjo rápido das partículas, vai mostrar uma diminuição da porosidade relativamente lenta sob pressões crescentes. A camada de água adsorvida em torno dos grãos de areia, caso houver, não é importante na sua história de consolidação. A argila mostra uma diminuição de porosidade relativamente rápida sob pressões crescentes, com a expulsão tanto da água dos poros quanto da água adsorvida em torno dos grãos (HAMILTON, 1959).

Cálculos geoquímicos realizados para estimar o volume total de sedimentos acumulados em bacias de grande profundidade indicam que a espessura média das camadas sedimentares no fundo do oceano deve ser entre 1 a 3 km. No entanto, a quantidade de argila necessária para consolidar as espessuras de sedimentos encontradas é surpreendentemente grande: 1000 m de deposição original devem consolidar aproximadamente 500 m. Foi preciso mais de 5000 m de argila para formar uma seção com atualmente 2000 m de espessura (HAMILTON, 1959).

2.5.3 Litificação de uma camada de argila

Hedberg (1936 apud HAMILTON, 1959) publicou um estudo clássico sobre o processo pelo qual uma argila é consolidada e litificada para formar um xisto. Ele combinou o conhecimento teórico da mecânica dos solos com um estudo de campo realizado com xistos na Venezuela para investigar as relações existentes entre pressão, profundidade, porosidade, densidade e litificação. Seus conceitos podem ser resumidos em quatro etapas (HAMILTON, 1959):

A primeira etapa, caracterizada pelo rearranjo mecânico dos grãos, ocorre com porosidades na faixa de 75% a 90%. Quando uma camada de argila com alta porosidade é submetida à pressão gravitacional, a água contida nos poros é primeiramente expulsa como consequência de um rearranjo mecânico das partículas. Alguma água adsorvida é perdida.

A segunda etapa ocorre com porosidades entre 35% a 75%. A expulsão da água continua. A água adsorvida se move dos pontos de maior tensão, na região de contato entre os grãos, para poros maiores. Com o contínuo aumento da pressão, o limite inferior deste processo é atingido quando os grãos começam a entrar em contato uns com os outros sobre alguma parte da superfície. Apenas uma pequena quantidade de água adsorvida permanece, e quase toda água contida nos poros já foi expulsa.

A terceira etapa caracteriza-se pela deformação mecânica e acontece entre porosidades de 10% a 35%. As partículas já estão em contato e a consolidação só pode acontecer com a alteração da forma dos grãos. Este é um processo mecânico com flexão, esmagamento e granulação das partículas. Mais água adsorvida é expulsa, e o reajuste químico começa.

A quarta etapa é o estágio de recristalização, abrangendo porosidades de 0% a 10%. O reajuste químico se torna o fator dominante. O volume total é reduzido pela formação de minerais mais densos e os poros são preenchidos por estes novos minerais e sua cimentação. Este processo ocorre com grandes pressões e altas temperaturas nas profundidades do oceano.

Uma pergunta interessante e significativa sobre esta sequência de consolidação é em que ponto o sedimento argiloso se torna um xisto. Esta transição, de acordo com as hipóteses acima descritas, aparentemente começa quando a camada sedimentar atinge uma porosidade em torno de 35%, quando a cimentação entre os grãos confere uma rigidez na estrutura, que inicialmente não estava presente (HAMILTON, 1959).

3 MECÂNICA DOS MEIOS POROSOS

Neste capítulo são apresentados os conceitos da mecânica dos meios porosos necessários para a compreensão deste trabalho. Seu desenvolvimento é baseado em (COUSSY, 2004).

Material poroso é aquele que, a uma escala microscópica, revela uma matriz sólida, comumente chamada de esqueleto, podendo nela existir poros oclusos, e um espaço poroso interconectado preenchido por fluido, seja líquido ou gasoso (DORMIEUX; COUSSY, 1994). Define-se a poromecânica como o estudo do comportamento de materiais porosos, o qual é significativamente influenciado pelo fluido contido em seus vazios. Neste trabalho é abordado o meio poroso saturado, com seus vazios totalmente preenchidos por um determinado fluido.

A partir desta definição, a poromecânica engloba uma grande quantidade de materiais como solos e rochas, e é aplicada a diversas áreas de estudo como geotecnia, biomecânica, engenharia agrícola e ciência dos materiais. Os fenômenos vinculados ao acoplamento hidromecânico são muitos, como a difusão do fluido e compactação do material, a hidratação e dilatação, a secagem e retração, o aquecimento e aumento de poro-pressão, o esfriamento e fragmentação, a capilaridade e formação de rachaduras (COUSSY, 2004).

A representação do meio poroso, que em uma escala microscópica é um material heterogêneo, pode ser realizada a partir de uma escala macroscópica. Na escala macroscópica, uma partícula do meio poroso saturado é a superposição de duas partículas localizadas no mesmo ponto geométrico: uma partícula do esqueleto e uma partícula do fluido (figura 3.1). O ponto de vista macroscópico é adotado neste trabalho para a descrição do material sedimentar.

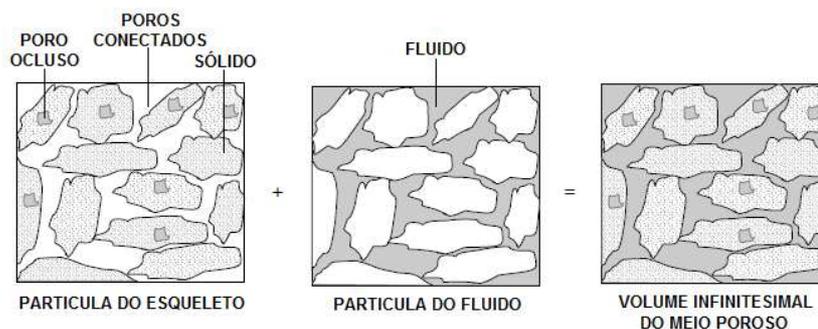


Figura 3.1: meio poroso: superposição de dois meios contínuos (COUSSY, 2004)

3.1 DEFORMAÇÃO DO ESQUELETO

O termo deformação se refere à mudança da forma de um meio contínuo, entre uma configuração inicial (indeformada) e uma configuração subsequente (deformada). Quando submetido a forças externas ou variações na pressão do fluido, o esqueleto se deforma. A descrição desta deformação é a mesma utilizada na mecânica dos meios contínuos.

3.1.1 Gradiente de deformação

Em um tempo $t = 0$, o esqueleto se encontra em sua configuração inicial. Nesta configuração, uma partícula do esqueleto é localizada pelo vetor \mathbf{X} , de componentes X_i em um espaço cartesiano de bases ortonormais $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$. Em um tempo t o esqueleto encontra-se deformado, e a mesma partícula agora é localizada pelo vetor \mathbf{x} de componentes $x_i(X_j, t)$.

$$\mathbf{X} = X_i \mathbf{e}_i \qquad \mathbf{x} = x_i(X_j, t) \mathbf{e}_i \qquad (3.1)$$

Considere um vetor material infinitesimal $d\mathbf{X}$ na configuração inicial, ligando a partícula do esqueleto localizada em \mathbf{X} à partícula justaposta localizada em $\mathbf{X} + d\mathbf{X}$. Depois da deformação, $d\mathbf{X}$ se torna $d\mathbf{x}$ ligando as mesmas partículas em suas novas posições, \mathbf{x} e $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$. O vetor $d\mathbf{x}$ é obtido da seguinte forma:

$$d\mathbf{x} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} dX_j \mathbf{e}_i \qquad (3.2)$$

De forma equivalente, pode ser representado pela equação 3.3, onde \mathbf{F} é o chamado gradiente de deformação. Ele transporta qualquer vetor material $d\mathbf{X}$ em sua deformada $d\mathbf{x}$.

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \qquad (3.3)$$

$$\mathbf{F} = \nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{x} \qquad F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \qquad (3.4)$$

$$d\mathbf{X} = \mathbf{F}^{-1} \cdot d\mathbf{x} \qquad d\mathbf{x} = d\mathbf{X} \cdot {}^T\mathbf{F} \qquad (3.5)$$

Define-se $\xi(\mathbf{X}, t)$ como sendo o vetor deslocamento, dado pela equação 3.6:

$$\xi = \mathbf{x} - \mathbf{X} \qquad (3.6)$$

Desta forma, pode-se definir o gradiente de deformação utilizando o vetor deslocamento:

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \nabla_{\mathbf{x}} \xi \qquad F_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\partial \xi_i}{\partial X_j} \qquad (3.7)$$

Onde \mathbf{I} na expressão acima representa o tensor identidade de segunda ordem e δ_{ij} é o delta de Kronecker: $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$, e $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$.

Além disso, o gradiente de deformação \mathbf{F} pode ser decomposto no produto de contração de outros dois tensores: o tensor \mathbf{D} , responsável pela deformação pura do corpo, e o tensor \mathbf{R} , que provoca uma rotação do mesmo.

$$\mathbf{F} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{R} \qquad (3.8)$$

O tensor \mathbf{R} causa uma isometria, ou seja, uma transformação que conserva as distâncias das partículas e os ângulos entre os vetores materiais. Uma de suas propriedades é apresentada na expressão 3.9.

$${}^T\mathbf{R} = \mathbf{R}^{-1} \qquad (3.9)$$

No caso onde a transformação é uma isometria pura, tem-se:

$${}^T\mathbf{F} \cdot \mathbf{F} = \mathbf{F} \cdot {}^T\mathbf{F} = \mathbf{I} \qquad (3.10)$$

3.1.2 Transformação de um volume

Para um dado tempo t , o volume infinitesimal $d\Omega_t = dx_1 dx_2 dx_3$ é dado pelo produto:

$$d\Omega_t = (dx_1, dx_2, dx_3) = dx_1 \cdot (dx_2 \times dx_3) \quad (3.11)$$

A expressão 3.11 pode ser escrita da seguinte forma:

$$d\Omega_t = (F \cdot dX_1, F \cdot dX_2, F \cdot dX_3) = \det F (dX_1, dX_2, dX_3) \quad (3.12)$$

Como consequência, qualquer volume material inicial $d\Omega_0$ se transforma no volume $d\Omega_t$ através da relação 3.12, onde $J = \det F$ é o Jacobiano da deformação.

$$d\Omega_t = J d\Omega_0 \quad (3.13)$$

3.1.3 Transformação de uma superfície

Seja uma superfície material dA orientada pela normal N . Após a deformação, dA se transforma na superfície material da , orientada pela normal n . Como os vetores N e n não são vetores materiais, eles não fazem parte da deformação. Seja U um vetor material qualquer na configuração inicial. O volume do cilindro material $N \cdot U da$ se transforma no volume material $n \cdot F \cdot U da$. De acordo com 3.13, tem-se:

$$n \cdot F \cdot U da = J N \cdot U da \quad (3.14)$$

Como a expressão 3.14 é válida para qualquer vetor U , tem-se:

$$n da = J^T F^{-1} \cdot N da \quad (3.15)$$

3.1.4 Porosidade Euleriana e Lagrangiana

No estudo de uma propriedade genérica de um dado volume infinitesimal, há duas referências básicas para expressar tal propriedade: a descrição Lagrangiana e a descrição Euleriana. Na primeira, a propriedade é descrita em relação ao estado inicial do volume infinitesimal $d\Omega_0$. Já na segunda forma, a propriedade é descrita em relação ao seu estado atual $d\Omega_t$.

Seja φ a porosidade Euleriana, o fluido ocupa um volume $\varphi d\Omega_t$ na configuração atual. Como o volume material do esqueleto muda ao longo da deformação, a porosidade φ não quantifica apropriadamente a mudança de volume poroso sofrida pelo volume material inicial $d\Omega_0$. Esta mudança pode ser melhor descrita utilizando a porosidade Lagrangiana ϕ , que refere o volume poroso atual ao volume inicial $d\Omega_0$, onde $d\Omega_t^f$ é o volume ocupado pelo fluido no volume elementar do meio poroso no instante t .

$$\varphi = \frac{d\Omega_t^f}{d\Omega_t} \qquad \phi = \frac{d\Omega_t^f}{d\Omega_0} \qquad (3.16)$$

$$\phi d\Omega_0 = \varphi d\Omega_t \qquad \phi = J\varphi \qquad (3.17)$$

3.1.5 Tensor de deformações

As deformações provocam mudanças tanto no comprimento dos vetores materiais quanto nos ângulos entre os mesmos. O tensor de Green-Lagrange Δ mede estas mudanças através da metade da variação do produto escalar de dois vetores materiais dX e dY transformados em dx e dy após a deformação.

$$\frac{1}{2}(dx \cdot dy - dX \cdot dY) = \frac{1}{2} [dX \cdot ({}^t F \cdot F - I) \cdot dY] = dX \cdot \Delta \cdot dY \qquad (3.18)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} ({}^t F \cdot F - I) \qquad (3.19)$$

O tensor Δ é simétrico e admite três autovalores que representam as deformações principais, associados a três autovetores correspondentes às três direções principais de deformação. Assim como o gradiente de deformação pode ser escrito em função do vetor deslocamento, com a ajuda da expressão 3.7 pode-se escrever o tensor de deformações da seguinte forma:

$$\Delta = \frac{1}{2} \left(\nabla_x \xi + {}^T \nabla_x \xi + {}^T \nabla_x \xi \cdot \nabla_x \xi \right) \quad (3.20)$$

3.1.6 Pequenas transformações

Em muitos problemas da engenharia costuma-se trabalhar sob a hipótese de pequenas transformações. A condição para tal hipótese é que o gradiente de deslocamento seja muito pequeno quando comparado à unidade (expressão 3.21). Caso isso seja verificado, pode-se utilizar uma aproximação de primeira ordem para o tensor de deformações apresentado na forma da equação 3.20, já que o termo quadrático fica muito menor que os demais. Além disso, no caso de pequenas transformações, enquanto forem utilizadas apenas derivadas espaciais, o operador *nabla* ∇ pode ser utilizado sem sub-índice para se referir a uma configuração particular, já que $\nabla = \nabla_x \equiv \nabla_x$.

$$\|\nabla \xi\| \ll 1 \quad (3.21)$$

Assim, o tensor de Green-Lagrange Δ reduz-se ao tensor de deformações linearizado ε :

$$\Delta \approx \varepsilon = \frac{1}{2} \left(\nabla \xi + {}^T \nabla \xi \right) \quad (3.22)$$

Como Δ tem a mesma ordem de grandeza que $\nabla \xi$, a hipótese das pequenas transformações implica em pequenas deformações, ou seja, $\|\Delta\| \ll 1$. Já o contrário nem sempre é verificado. Sob uma isometria pura, apesar de não existir deformações, as transformações podem ser de uma ordem de grandeza qualquer.

A partir da hipótese de transformações infinitesimais, desprezando os termos de segunda ordem, o Jacobiano da deformação pode ser aproximado da seguinte forma:

$$J = \det \mathbf{F} \approx 1 + \operatorname{div}(\boldsymbol{\xi}) = 1 + \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} = 1 + \varepsilon_{ii} \quad (3.23)$$

Onde ‘*div*’ é o operador divergente. Seja ε a dilatação volumétrica linearizada:

$$\varepsilon = \varepsilon_{ii} = \operatorname{div}(\boldsymbol{\xi}) \quad (3.24)$$

A equação 3.13 fica:

$$d\Omega_t \approx (1 + \varepsilon) d\Omega_0 \quad (3.25)$$

A dilatação volumétrica macroscópica se deve tanto à variação de porosidade quanto a dilatação volumétrica da fase sólida ε^s . De forma análoga à equação 3.25, pode-se escrever:

$$d\Omega_t^s = (1 + \varepsilon^s) d\Omega_0^s \quad (3.26)$$

De acordo com as definições de porosidade Euleriana e Lagrangiana, o volume ocupado pelo esqueleto está conectado ao volume total através das relações:

$$d\Omega_t^s = (1 - \phi) d\Omega_t = d\Omega_t - \phi d\Omega_0 \quad d\Omega_0^s = (1 - \phi_0) d\Omega_0 \quad (3.27)$$

Combinando as equações acima, chega-se ao balanço de volume:

$$\varepsilon = (1 - \phi_0) \varepsilon^s + \phi - \phi_0 \quad (3.28)$$

Se a variação volumétrica dos grãos sólidos é considerada desprezável, a equação 3.28 fica:

$$\varepsilon = \phi - \phi_0 \quad (3.29)$$

Isto significa que a variação volumétrica total se dá unicamente devido à variação de porosidade do volume considerado. A compressibilidade dos minerais é geralmente pequena, sugerindo que este é um pressuposto válido (GILES, 1997).

3.2 CINEMÁTICA

A descrição da deformação do esqueleto através do gradiente de deformação F é por natureza uma descrição Lagrangiana, já que as variáveis envolvidas são função do tempo t e do vetor posição X , que se refere à configuração inicial das partículas, não variando ao longo do tempo e resultando desta forma em uma derivação temporal simples (COUSSY, 2004).

No caso da descrição Euleriana, as variáveis envolvidas são função apenas da configuração atual. Desta forma, a descrição se dá através da velocidade V^π , função do tempo t e do vetor posição x . Para um dado tempo t , o índice π pode dizer respeito tanto a uma partícula do esqueleto ($\pi = s$), quanto do fluido ($\pi = f$), já que na abordagem macroscópica eles se encontram na mesma configuração (COUSSY, 2004).

3.2.1 Derivada material

A derivada material $d^\pi G/dt$ diz respeito à derivada temporal que um observador fixo à partícula realiza, registrando a variação de G entre os tempos t e $t + dt$. No caso da origem do sistema de coordenadas ser fixa, a velocidade V^π da partícula π localizada em x é dada por:

$$V^\pi(x, t) = \frac{d^\pi x}{dt} \quad (3.30)$$

3.2.1.1 Derivada material de um vetor

Com o auxílio das equações 3.3 e 3.5 chega-se a derivada material de um vetor dx em relação ao tempo t da seguinte forma:

$$\frac{d^\pi}{dt}(d\mathbf{x}) = \frac{d^\pi}{dt}(\mathbf{F}.d\mathbf{X}) = \dot{\mathbf{F}}.d\mathbf{X} + \mathbf{F}.d\dot{\mathbf{X}} \quad (3.31)$$

Como o vetor $d\mathbf{X}$ diz respeito à configuração inicial, sua derivada é nula. A derivada temporal do gradiente de deformação \mathbf{F} é dada abaixo. Desta forma, chega-se a expressão 3.33:

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{d^\pi}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \right) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \left(\frac{d^\pi \mathbf{x}}{dt} \right) = \frac{\partial \mathbf{V}^\pi}{\partial \mathbf{X}} = \nabla_x \mathbf{V}^\pi \quad (3.32)$$

$$\frac{d^\pi}{dt}(d\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{V}^\pi}{\partial \mathbf{X}} .d\mathbf{X} = \frac{\partial \mathbf{V}^\pi}{\partial \mathbf{x}} . \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} .d\mathbf{X} = \nabla_x \mathbf{V}^\pi . \mathbf{F} . \mathbf{F}^{-1} .d\mathbf{x} = \nabla_x \mathbf{V}^\pi .d\mathbf{x} \quad (3.33)$$

3.2.1.2 Derivada material de um volume

A partir da expressão 3.11, pode-se obter a derivada temporal da seguinte forma:

$$\frac{d^\pi}{dt}(d\Omega_t) = \frac{d^\pi}{dt}(dx_1, dx_2, dx_3) = \frac{d^\pi}{dt}(dx_1 . (dx_2 \times dx_3)) \quad (3.34)$$

Da mesma forma que anteriormente, aplica-se a regra da derivada do produto, e com um pouco de álgebra chega-se a:

$$\frac{d^\pi}{dt}(d\Omega_t) = \left(\frac{\partial V_1^\pi}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2^\pi}{\partial x_2} + \frac{\partial V_3^\pi}{\partial x_3} \right) (dx_1, dx_2, dx_3) \quad (3.35)$$

Ou de forma equivalente:

$$\frac{d^\pi}{dt}(d\Omega_t) = \text{div}(\mathbf{V}^\pi) d\Omega_t \quad (3.36)$$

3.2.1.3 Derivada material de um campo

A derivada material $d^\pi G/dt$ de um campo $G(\mathbf{x},t)$ definido sobre o domínio do corpo poroso e descrito na forma Euleriana é definida da seguinte forma, já que a partícula está sendo referida à configuração atual:

$$\frac{d^\pi G}{dt} = \frac{\partial G}{\partial t} + (\nabla_x G) \cdot \mathbf{V}^\pi \quad (3.37)$$

Seja este campo a velocidade $\mathbf{V}^\pi(\mathbf{x},t)$, chega-se a aceleração γ^π segundo a expressão:

$$\gamma^\pi = \frac{d^\pi \mathbf{V}^\pi}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}^\pi}{\partial t} + (\nabla_x \mathbf{V}^\pi) \cdot \mathbf{V}^\pi \quad (3.38)$$

3.2.1.4 Derivada material de uma integral de volume

A partir das definições apresentadas anteriormente, pode-se então definir a derivada material de uma integral de volume de um campo G :

$$\frac{d^\pi}{dt} \int_{\Omega_t} G d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \frac{d^\pi}{dt} (G d\Omega_t) \quad (3.39)$$

Com o auxílio das expressões 3.36 e 3.37 pode-se reescrever 3.39 da forma:

$$\frac{d^\pi}{dt} \int_{\Omega_t} G d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \left(\frac{d^\pi G}{dt} + G \operatorname{div}(\mathbf{V}^\pi) \right) d\Omega_t \quad (3.40)$$

A partir da propriedade de álgebra tensorial apresentada em 3.41 chega-se a 3.42:

$$\operatorname{div}(A\underline{B}) = (\nabla A) \cdot \underline{B} + A \operatorname{div}(\underline{B}) \quad (3.41)$$

$$\frac{d^\pi}{dt} \int_{\Omega_t} G d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \left(\frac{\partial G}{\partial t} + \text{div}(GV^\pi) \right) d\Omega_t \quad (3.42)$$

E então, aplicando o teorema da divergência chega-se a expressão 3.43, onde $\partial\Omega_t$ é o contorno do volume Ω_t , e \mathbf{n} é o vetor normal à superfície da .

$$\frac{d^\pi}{dt} \int_{\Omega_t} G d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \frac{\partial G}{\partial t} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} GV^\pi \cdot \mathbf{n} da \quad (3.43)$$

3.2.2 Taxa de deformação

Os conceitos apresentados em 3.2.1 permitem a descrição Euleriana da cinemática da deformação do corpo poroso. O tensor taxa de deformação \mathbf{d} é definido pela derivada da equação 3.18 em relação ao tempo:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} (dx \cdot dy - d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{Y}) \right] = \frac{1}{2} [dx \cdot (\nabla_x \mathbf{V} + {}^T \nabla_x \mathbf{V}) \cdot dy] = dx \cdot \mathbf{d} \cdot dy \quad (3.44)$$

$$\mathbf{d} = \frac{1}{2} (\nabla_x \mathbf{V} + {}^T \nabla_x \mathbf{V}) \quad (3.45)$$

Como pode ser observado acima, o tensor \mathbf{d} é definido pela parte simétrica do gradiente de velocidade. A partir da hipótese de pequenas transformações pode-se considerar:

$$\mathbf{d} \approx \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3.46)$$

A parte anti-simétrica do gradiente de velocidade corresponde ao tensor taxa de rotação $\mathbf{\Omega}$:

$$\mathbf{\Omega} = \frac{1}{2} (\nabla_x \mathbf{V} - {}^T \nabla_x \mathbf{V}) \quad (3.47)$$

3.3 BALANÇO DE MASSA

Seja ρ^s a massa específica do esqueleto e ρ^f , a do fluido. Desta forma, $\rho^s(1-\varphi)d\Omega_t$ e $\rho^f\varphi d\Omega_t$ são, respectivamente, as massas de sólido e de fluido contidas no volume $d\Omega_t$. Quando não há variação de massa, seja sólida ou fluida, o balanço de massa pode ser descrito como:

$$\frac{d^s}{dt} \int_{\Omega_t} \rho^s (1-\varphi) d\Omega_t = 0 \quad (3.48)$$

$$\frac{d^f}{dt} \int_{\Omega_t} \rho^f \varphi d\Omega_t = 0 \quad (3.49)$$

Aplicando 3.42 nas expressões acima, tem-se:

$$\frac{\partial(\rho^s(1-\varphi))}{\partial t} + \text{div}(\rho^s(1-\varphi)\mathbf{V}^s) = 0 \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial(\rho^f\varphi)}{\partial t} + \text{div}(\rho^f\varphi\mathbf{V}^f) = 0 \quad (3.51)$$

A formulação apropriada das equações constitutivas para o esqueleto, levando em conta o acoplamento hidro-mecânico, requer que a descrição cinemática do fluido esteja associada à configuração do esqueleto (COUSSY, 2004). Seja $\mathbf{q}(\mathbf{x},t)$ o vetor velocidade de filtração apresentado na expressão 3.52, define-se o vetor fluxo relativo Euleriano \mathbf{w} em 3.53.

$$\mathbf{q} = \varphi(\mathbf{V}^f - \mathbf{V}^s) \quad (3.52)$$

$$\mathbf{w} = \rho^f \mathbf{q} \quad (3.53)$$

A lei utilizada para a condução de massa fluida é a lei de Darcy, segundo a qual o vetor \mathbf{q} é definido da seguinte forma, onde \mathbf{g} é a aceleração da gravidade e \mathbf{k} é o tensor permeabilidade:

$$\mathbf{q} = \mathbf{k} \cdot (-\nabla_x p + \rho^f \mathbf{g}) \quad (3.54)$$

A partir da derivada material de um campo definida em 3.37 e da velocidade da fase fluida \mathbf{V}^f em 3.52, pode-se reescrever a equação do balanço de massa fluida 3.51 em função da cinemática do esqueleto como apresentada abaixo:

$$\frac{d^s(\rho^f \phi)}{dt} + \rho^f \phi \operatorname{div}(\mathbf{V}^s) + \operatorname{div}(\mathbf{w}) = 0 \quad (3.55)$$

A formulação do balanço de massa fluida pode ser elaborada através da definição da densidade volumétrica Lagrangiana do conteúdo de massa fluida m^f .

$$m^f = \rho^f \phi = \rho^f \phi \frac{d\Omega_t}{d\Omega_0} \quad (3.56)$$

Observa-se que o produto $m^f d\Omega_0$ representa a massa fluida contida no volume poroso $d\Omega_t$. Substituindo 3.56 em 3.55 e realizando a derivada do primeiro termo segundo a regra do quociente chega-se a expressão 3.57:

$$\frac{(\dot{m}^f d\Omega_0) d\Omega_t - (m^f d\Omega_0) d\dot{\Omega}_t}{d\Omega_t^2} + \rho^f \phi \operatorname{div}(\mathbf{V}^s) + \operatorname{div}(\mathbf{w}) = 0 \quad (3.57)$$

Com a ajuda da expressão 3.36 com $\pi = s$, tem-se a equação da continuidade de massa fluida Lagrangiana na forma:

$$\dot{m}^f + J \operatorname{div}(\mathbf{w}) = 0 \quad (3.58)$$

4 POROELASTICIDADE E POROPLASTICIDADE

Neste capítulo são apresentados conceitos fundamentais para a formulação das equações de equilíbrio e constitutivas no domínio da poroelasticidade e da poroplasticidade.

4.1 ESFORÇOS INTERNOS

Na mecânica do contínuo, qualquer domínio material Ω_t está sujeito a dois tipos de forças externas, chamadas de forças de volume e forças de superfície, como demonstrado na figura 4.1. Na maioria dos problemas da mecânica dos meios porosos, as forças de volume, como a gravidade por exemplo, são as mesmas para o sólido e para o fluido (COUSSY, 2004). A força de volume infinitesimal δf agindo sobre o volume elementar $d\Omega_t$ é definida através da densidade de força de volume por massa f :

$$\delta f = \rho f(\mathbf{x}, t) d\Omega_t \quad (4.1)$$

Onde ρ é a densidade de massa do volume elementar $d\Omega_t$ definido por:

$$\rho = \rho^s(1 - \varphi) + \rho^f \varphi \quad (4.2)$$

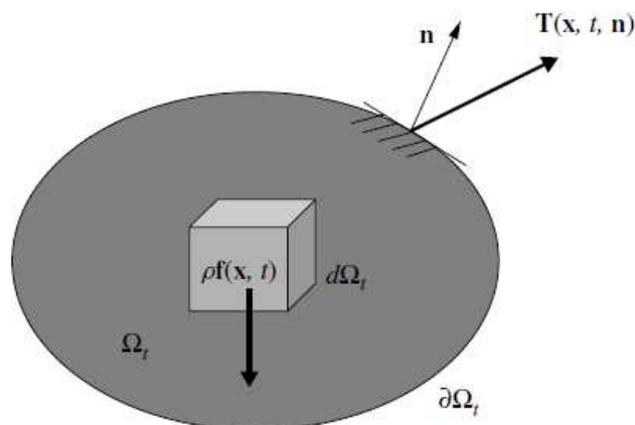


Figura 4.1: definição de forças de volume e forças de superfície (COUSSY, 2004)

A densidade de força f depende apenas do vetor posição \mathbf{x} e do tempo t . Já a densidade de forças de superfície \mathbf{T} , além da posição e do tempo, depende também da normal unitária à superfície \mathbf{n} . A expressão 4.3 define a força de superfície infinitesimal $\delta\mathbf{T}$ agindo sobre a área elementar da . Esta hipótese de forças locais, chamada de hipótese de Cauchy, é essencial para a definição do tensor de tensões (COUSSY, 2004).

$$\delta\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n})da \quad (4.3)$$

O balanço de momento para o volume elementar $d\Omega_t$ é descrito abaixo, onde do lado esquerdo da igualdade estão separadas as contribuições das partículas sólidas e fluidas. A expressão 4.4 diz respeito à quantidade de movimento, e a expressão 4.5 ao momento cinético.

$$\frac{d^s}{dt} \int_{\Omega_t} \rho^s (1 - \varphi) \mathbf{V}^s d\Omega_t + \frac{d^f}{dt} \int_{\Omega_t} \rho^f \varphi \mathbf{V}^f d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \rho f d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \mathbf{T} da \quad (4.4)$$

$$\frac{d^s}{dt} \int_{\Omega_t} \mathbf{x} \times \rho^s (1 - \varphi) \mathbf{V}^s d\Omega_t + \frac{d^f}{dt} \int_{\Omega_t} \mathbf{x} \times \rho^f \varphi \mathbf{V}^f d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \mathbf{x} \times \rho f d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \mathbf{x} \times \mathbf{T} da \quad (4.5)$$

Realizando a derivada material dos integrandos das expressões acima, chega-se a:

$$\int_{\Omega_t} (\rho^s (1 - \varphi) \gamma^s + \rho^f \varphi \gamma^f) d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \rho f d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \mathbf{T} da \quad (4.6)$$

$$\int_{\Omega_t} \mathbf{x} \times (\rho^s (1 - \varphi) \gamma^s + \rho^f \varphi \gamma^f) d\Omega_t = \int_{\Omega_t} \mathbf{x} \times \rho f d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \mathbf{x} \times \mathbf{T} da \quad (4.7)$$

As equações acima representam o teorema das quantidades de aceleração, onde para o caso 4.6 a resultante das forças dinâmicas relacionadas com a matéria do volume $d\Omega_t$ é equivalente a resultante das forças exercidas sobre o volume. Já para a equação 4.7, a equivalência diz respeito ao momento dinâmico exercido sobre o corpo.

4.2 TENSOR DE TENSÕES

4.2.1 Lei de ação e reação

A equação 4.6 deve ser válida para qualquer domínio Ω_t . Considere o cilindro da figura 4.2a. A superfície $\partial\Omega_t$ é formada pela superfície lateral Σ orientada pela normal \mathbf{n}_Σ e pelas duas seções a^+ e a^- , orientadas pelas normais \mathbf{n} e $-\mathbf{n}$. A expressão 4.6 aplicada a este cilindro fica:

$$\int_{\Omega_t} (\rho^s (1-\varphi)\boldsymbol{\gamma}^s + \rho^f \boldsymbol{\varphi}\boldsymbol{\gamma}^f - \rho\mathbf{f}) d\Omega_t = \int_{a^+} \mathbf{T}(\mathbf{n}) da + \int_{a^-} \mathbf{T}(-\mathbf{n}) da + \int_{\Sigma} \mathbf{T}(\mathbf{n}_\Sigma) da \quad (4.8)$$

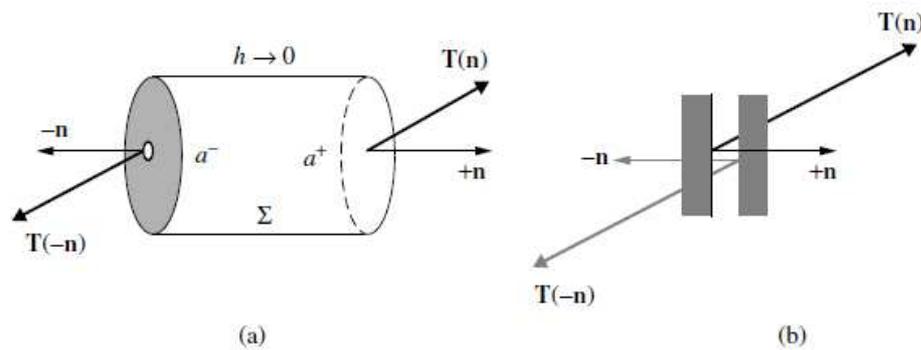


Figura 4.2: lei de ação e reação (COUSSY, 2004)

Com a espessura h do cilindro tendendo a zero, as contribuições da superfície lateral Σ assim como do volume Ω_t desaparecem. Tem-se então:

$$\int_{a^+} \mathbf{T}(\mathbf{n}) da + \int_{a^-} \mathbf{T}(-\mathbf{n}) da = 0 \quad (4.9)$$

Como a expressão deve valer para qualquer que seja o valor de da , tem-se a lei de ação e reação, como ilustrado na figura 4.2b.

$$-\mathbf{T}(\mathbf{n}) = \mathbf{T}(-\mathbf{n}) \quad (4.10)$$

4.2.2 O lema do tetraedro e o tensor de Cauchy

A figura 4.3 apresenta um tetraedro infinitesimal, cujas faces S_j são paralelas aos planos do sistema de coordenadas e orientados por $-\mathbf{e}_j$. As superfícies S_j estão relacionadas a superfície base S orientada pela normal \mathbf{n} de acordo com a relação:

$$S_j = S\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_j = S n_j \quad (4.11)$$

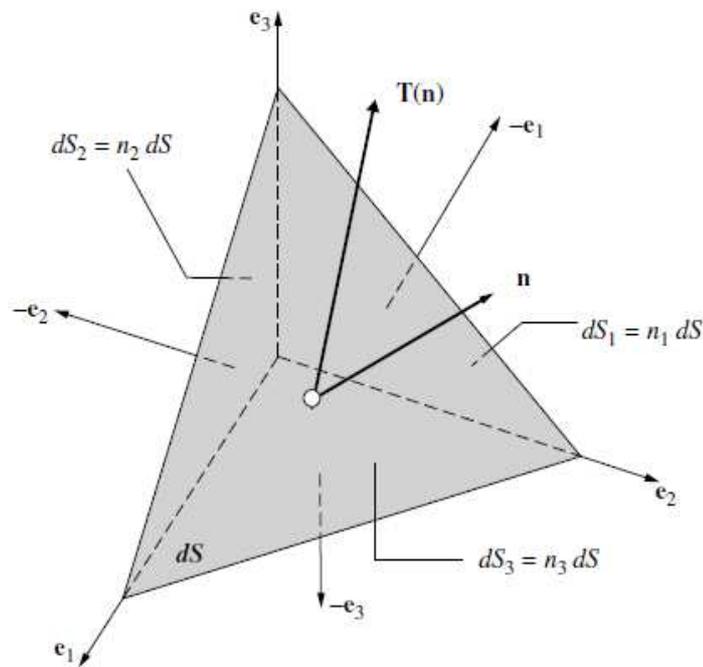


Figura 4.3: lema do tetraedro (COUSSY, 2004)

Aplicando a expressão 4.6 a este volume, tem-se:

$$\frac{hS}{3} (\rho^s (1-\varphi)\gamma^s + \rho^f \varphi \gamma^f - \rho f) = \mathbf{T}(\mathbf{n})S + \sum_{j=1,2,3} \mathbf{T}(-\mathbf{e}_j)S_j \quad (4.12)$$

Onde h é a altura do tetraedro, de forma que $hS/3$ é o seu volume. Substituindo 4.11 em 4.12 e fazendo a altura h tendendo a zero, os termos do lado esquerdo da igualdade vão a zero, chegando-se a expressão 4.13.

$$\mathbf{T}(\mathbf{n} = n_j \mathbf{e}_j) = \sum_{j=1,2,3} \mathbf{T}(\mathbf{e}_j) n_j \quad (4.13)$$

A equação 4.13 define um operador linear relacionando o vetor $\mathbf{T}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n})$ a \mathbf{n} . Esse operador é conhecido como o tensor de tensões de Cauchy $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ com componentes σ_{ij} , enquanto o vetor $\mathbf{T}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n})$ é chamado de vetor de tensões:

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n} = n_j \mathbf{e}_j) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \sigma_{ij} n_j \mathbf{e}_i \quad (4.14)$$

4.2.3 Equação de equilíbrio local

Substituindo a equação 4.14 em 4.6 resulta em:

$$\int_{\Omega_t} (\rho \mathbf{f} - \rho^s (1 - \varphi) \boldsymbol{\gamma}^s - \rho^f \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{\gamma}^f) d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} da = 0 \quad (4.15)$$

Aplicando o teorema da divergência na integral de contorno da equação 4.15:

$$\int_{\partial\Omega_t} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} da = \int_{\Omega_t} \text{div}(\boldsymbol{\sigma}) d\Omega_t \quad (4.16)$$

Reescrevendo a equação 4.15 a partir de 4.16:

$$\int_{\Omega_t} (\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho \mathbf{f} - \rho^s (1 - \varphi) \boldsymbol{\gamma}^s - \rho^f \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{\gamma}^f) d\Omega_t = 0 \quad (4.17)$$

A equação 4.17 deve ser válida para qualquer que seja o domínio Ω_t escolhido. Chega-se então a equação de equilíbrio local do volume elementar $d\Omega_t$, apresentada a partir da definição da densidade de massa do volume poroso na expressão 4.2.

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho(\mathbf{f} - \boldsymbol{\gamma}) = 0 \quad (4.18)$$

4.2.4 A simetria do tensor de tensões

Substituindo a equação 4.14 em 4.7 resulta em:

$$\int_{\Omega_t} \mathbf{x} \times (\rho \mathbf{f} - \rho^s (1 - \varphi) \boldsymbol{\gamma}^s - \rho^f \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{\gamma}^f) d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \mathbf{x} \times \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} da = 0 \quad (4.19)$$

O teorema da divergência aplicado ao último termo da equação 4.19 resulta:

$$\int_{\partial\Omega_t} \mathbf{x} \times \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} da = \int_{\Omega_t} (\mathbf{x} \times \text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + 2\boldsymbol{\sigma}^{as}) d\Omega_t \quad (4.20)$$

Onde $\boldsymbol{\sigma}^{as}$ em coordenadas cartesianas é o vetor definido por:

$$2\boldsymbol{\sigma}^{as} = (\sigma_{23} - \sigma_{32})\mathbf{e}_1 + (\sigma_{13} - \sigma_{31})\mathbf{e}_2 + (\sigma_{12} - \sigma_{21})\mathbf{e}_3 \quad (4.21)$$

Substituindo 4.20 em 4.19 tem-se:

$$\int_{\Omega_t} (\mathbf{x} \times (\rho \mathbf{f} - \rho^s (1 - \varphi) \boldsymbol{\gamma}^s - \rho^f \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{\gamma}^f + \text{div}(\boldsymbol{\sigma})) + 2\boldsymbol{\sigma}^{as}) d\Omega_t = 0 \quad (4.22)$$

Utilizando a equação de equilíbrio 4.18 na equação anterior resulta em:

$$\int_{\Omega_t} \boldsymbol{\sigma}^{as} d\Omega_t = 0 \quad (4.23)$$

Como a equação 4.23 deve ser válida para qualquer domínio Ω_t , tem-se que $\boldsymbol{\sigma}^{as} = 0$, e examinando a expressão 4.21 para $\boldsymbol{\sigma}^{as}$, pode-se concluir que o tensor de tensões $\boldsymbol{\sigma}$ é simétrico:

$$\boldsymbol{\sigma} = {}^T \boldsymbol{\sigma} \quad (4.24)$$

4.2.5 Tensor de tensões parciais

O tensor de tensões σ não difere as tensões relacionadas ao esqueleto e ao fluido. Para identificar suas respectivas contribuições, é necessário ampliar a hipótese de forças locais 4.3 da seguinte forma (COUSSY, 2004):

$$\delta \mathbf{T}^s = \mathbf{T}^s(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) da \quad \delta \mathbf{T}^f = \mathbf{T}^f(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) da \quad (4.25)$$

Onde $\delta \mathbf{T}^s$ e $\delta \mathbf{T}^f$ são as forças de superfície relacionadas ao esqueleto e ao fluido, respectivamente. Aplicando o balanço de momento separadamente chega-se à existência de um tensor de tensões parcial σ^s relacionado ao esqueleto e σ^f relacionado ao fluido:

$$\mathbf{T}^s(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) = (1 - \varphi) \sigma^s \cdot \mathbf{n} \quad \mathbf{T}^f(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) = \varphi \sigma^f \cdot \mathbf{n} \quad (4.26)$$

Os tensores de tensão parciais devem ser simétricos e satisfazer as equações de equilíbrio:

$$\text{div}((1 - \varphi) \sigma^s) + \rho^s (1 - \varphi) (\mathbf{f} - \gamma^s) + \mathbf{f}_{int}^{\rightarrow s} = 0 \quad (4.27)$$

$$\text{div}(\varphi \sigma^f) + \rho^f \varphi (\mathbf{f} - \gamma^f) + \mathbf{f}_{int}^{\rightarrow f} = 0 \quad (4.28)$$

Onde a força de volume $\mathbf{f}_{int}^{\rightarrow \pi}$ diz respeito à força de interação macroscópica exercida por um meio contínuo sobre o outro. Pela lei de ação e reação, cada meio contínuo deve exercer sobre o outro uma força de interação oposta, ou seja:

$$\mathbf{f}_{int}^{\rightarrow s} + \mathbf{f}_{int}^{\rightarrow f} = 0 \quad (4.29)$$

Desta forma, substituindo as expressões 4.27 e 4.28 em 4.29 e comparando com a equação de equilíbrio 4.18, chega-se a relação:

$$\sigma = (1 - \varphi) \sigma^s + \varphi \sigma^f \quad (4.30)$$

Num primeiro momento, pode-se classificar o tensor de tensões σ^f relacionado ao fluido como um tensor esférico:

$$\sigma^f = -p\mathbf{I} \quad (4.31)$$

Então a equação 4.30 pode ser reescrita como:

$$\sigma = (1 - \varphi)\sigma^s - \varphi p\mathbf{I} \quad (4.32)$$

E a equação de equilíbrio para o fluido 4.28 fica:

$$-\nabla_x(\varphi p) + \rho^f \varphi(\mathbf{f} - \gamma^f) + \mathbf{f}_{int}^{\rightarrow f} = 0 \quad (4.33)$$

4.2.6 Tensão efetiva de Terzaghi

Estudando o material poroso a partir de uma escala macroscópica, Terzaghi definiu a tensão efetiva σ' como sendo a tensão exercida sobre o esqueleto da seguinte forma:

$$\sigma' = \sigma + p\mathbf{I} \quad (4.34)$$

4.2.7 Taxa de trabalho de deformação

A taxa de trabalho de deformação associada a um campo de velocidades \mathbf{V} é a soma das taxas dos trabalhos realizados, tanto pelas forças de volume quanto de superfície e inerciais. Considerando uma velocidade \mathbf{V} igual para o esqueleto e para o fluido, a taxa de trabalho de deformação é definida como (COUSSY, 2004):

$$P_{def}(\mathbf{V}) = \int_{\Omega_t} \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{V} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} \mathbf{T} \cdot \mathbf{V} da - \int_{\Omega_t} (\rho^s (1 - \phi) \gamma^s + \rho^f \phi \gamma^f) \cdot \mathbf{V} d\Omega_t \quad (4.35)$$

A partir do teorema da divergência e da simetria do tensor de tensões tem-se:

$$\int_{\partial\Omega_t} \mathbf{T} \cdot \mathbf{V} da = \int_{\partial\Omega_t} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{V} da = \int_{\Omega_t} (\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + \mathbf{V} \cdot \text{div}(\boldsymbol{\sigma})) d\Omega_t \quad (4.36)$$

Onde \mathbf{d} é o tensor taxa de deformação definido em 3.45. Utilizando novamente a equação 4.6 na expressão da taxa de trabalho de deformação, pode-se reescreve-la como:

$$P_{def}(\mathbf{V}) = \int_{\Omega_t} (\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}) d\Omega_t \quad (4.37)$$

Como as partículas do esqueleto e do fluido têm campos de velocidades distintos, a expressão acima não pode ser utilizada para o meio poroso. Separando as velocidades das partículas, a equação 4.35 pode ser expandida da forma:

$$\begin{aligned} P_{def}(\mathbf{V}^s, \mathbf{V}^f) &= \int_{\Omega_t} (\rho^s (1 - \phi) \mathbf{f} \cdot \mathbf{V}^s + \rho^f \phi \mathbf{f} \cdot \mathbf{V}^f) d\Omega_t \\ &+ \int_{\partial\Omega_t} (\mathbf{T}^s \cdot \mathbf{V}^s + \mathbf{T}^f \cdot \mathbf{V}^f) da - \int_{\Omega_t} (\rho^s (1 - \phi) \gamma^s \cdot \mathbf{V}^s + \rho^f \phi \gamma^f \cdot \mathbf{V}^f) \cdot \mathbf{V} d\Omega_t \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.3 COMPORTAMENTO POROELÁSTICO

O comportamento poroelástico é caracterizado pela reversibilidade da transformação. Após a remoção de um dado carregamento sobre um material poroelástico, as deformações induzidas por este carregamento são revertidas e o corpo volta ao seu estado anterior à aplicação da carga. Dentro da hipótese das transformações infinitesimais e a partir de um processo isotérmico e quase estático, a densidade de energia livre Lagrangiana do esqueleto é definida como (COUSSY, 2004):

$$d\psi^s = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + p d\phi \quad (4.39)$$

Alternativamente, utiliza-se a densidade de energia G^s definida por:

$$G^s = \psi^s - p\phi \quad (4.40)$$

Substituindo a equação 4.40 em 4.39 chega-se a:

$$dG^s = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} - \phi dp \quad (4.41)$$

O segundo princípio da termodinâmica estipula que a dissipação intrínseca seja nula para qualquer transformação real do esqueleto, desde que o processo seja reversível. A partir da expressão 4.41, tem-se então as equações de estado do meio poroso:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial G^s}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad \phi = -\frac{\partial G^s}{\partial p} \quad (4.42)$$

Diferenciando as equações acima chega-se as relações constitutivas poroelásticas:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} - b_{ij} dp \quad (4.43)$$

$$d\phi = b_{ij} d\varepsilon_{ij} + \frac{dp}{M} \quad (4.44)$$

Nas equações anteriores, \mathbf{C} , \mathbf{b} e M são as propriedades tangentes poroelásticas, funções das variáveis de estado ε e p e devem satisfazer as relações expressando a integrabilidade destas equações. \mathbf{C} é o tensor dos módulos elásticos do esqueleto e admite as seguintes simetrias:

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad C_{ijkl} = C_{ijlk} \quad C_{ijkl} = C_{jikl} \quad (4.45)$$

O tensor \mathbf{b} é formado pelo coeficiente de Biot b que relaciona linearmente a mudança de porosidade à variação de deformação quando a pressão é mantida constante. Trata-se de um tensor simétrico: $b_{ij} = b_{ji}$. M é o módulo de Biot e relaciona à variação de pressão e de porosidade, quando a deformação é mantida constante.

Segundo 4.43, a deformação do esqueleto é controlada pela tensão efetiva de Biot:

$$\sigma'^e = \sigma + bp \quad (4.46)$$

No caso de isotropia elástica, a equação toma a forma:

$$\sigma'^e = \sigma + bp\mathbf{I} \quad (4.47)$$

Na poroelasticidade linear, as equações constitutivas podem ser integradas da seguinte forma, onde σ^0 e p_0 correspondem respectivamente à tensão e pressão iniciais do material poroso:

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - b_{ij}(p - p_0) \quad (4.48)$$

$$\phi - \phi_0 = b_{ij}\varepsilon_{ij} + \frac{(p - p_0)}{M} \quad (4.49)$$

4.4 COMPORTAMENTO POROPLÁSTICO

O comportamento poroplástico é definido como a capacidade de um material poroso de sofrer deformações e mudanças de porosidade permanentes, e como consequência, mudanças permanentes no teor de massa fluida. Diferentemente da poroelasticidade, onde a deformação ε e a porosidade Lagrangiana ϕ são suficientes para descrever a energia do esqueleto, no caso do comportamento poroplástico outras variáveis são necessárias para a descrição do comportamento irreversível. Trata-se da deformação plástica ε^p e da variação da porosidade plástica ϕ^p (COUSSY, 2004).

Para que se defina o limite elástico de um material, emprega-se os critérios de escoamento multiaxiais, onde uma determinada função de carregamento f , representada pela elipse da figura 4.4, define o domínio elástico do corpo. Se uma dada combinação de tensões encontra-se dentro da elipse, ou seja, se $f < 0$, o corpo está no domínio elástico. Caso contrário, o corpo sofrerá deformações plásticas.

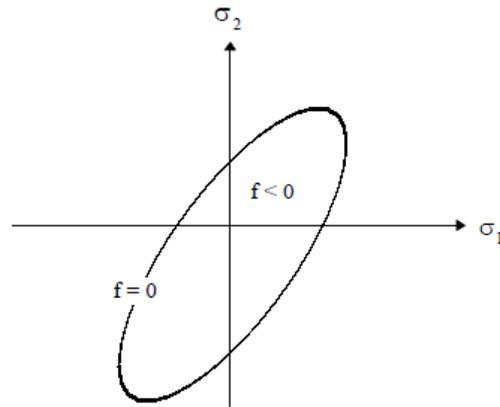


Figura 4.4: critério elástico

A evolução poroplástica pode ser descrita como uma sucessão de estados de equilíbrio e depende unicamente da história do carregamento. Desta forma, as equações constitutivas relacionando a história das tensões e pressões à história das deformações e porosidades plásticas são formuladas na forma incremental (COUSSY, 2004).

Considere um material poroso sujeito a um estado de tensões σ e pressão p . Removendo este carregamento aplicado ao volume $d\Omega_0$, o volume $d\Omega_t$ passa para configuração residual $d\Omega_u$. A transformação entre $d\Omega_t$ e $d\Omega_u$ é referida como a parte elástica da transformação. Define-se a variação da porosidade elástica ϕ^{el} e da porosidade plástica ϕ^p como (Bernaud et al. 2002):

$$\phi^{el} = \frac{|d\Omega_t^f| - |d\Omega_u^f|}{|d\Omega_u|} \quad \phi^p = \frac{|d\Omega_u^f| - |d\Omega_0^f|}{|d\Omega_0|} \quad (4.50)$$

Seja F^{el} o gradiente de transformação geométrica elástica entre $d\Omega_u$ e $d\Omega_t$, e F^p o gradiente de transformação geométrica plástica entre $d\Omega_0$ e $d\Omega_u$. O gradiente de transformação geométrica F do esqueleto pode ser decomposto como:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{el} \cdot \mathbf{F}^p \quad (4.51)$$

A parte plástica do Jacobiano da deformação é definida como:

$$J^p = \frac{d\Omega_u}{d\Omega_0} = \det \mathbf{F}^p \quad (4.52)$$

Desta forma, a variação da porosidade Lagrangiana pode ser expressa como:

$$\phi - \phi_0 = \phi^p + J^p \phi^{el} \quad (4.53)$$

A figura 4.5 ilustra a decomposição do gradiente de transformação geométrica \underline{F} , como descrito na expressão 4.51, e a variação da porosidade, apresentada em 4.53.

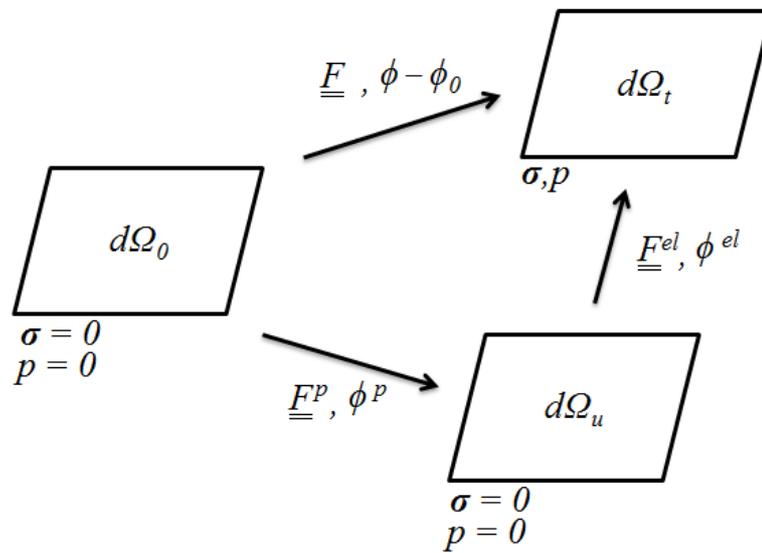


Figura 4.5: decomposição do gradiente de transformação e variação de porosidade

A taxa de variação do Jacobiano, assim como a taxa de variação da parte plástica do Jacobiano, podem ser definidas como (Bernaud et al. 2006):

$$\dot{J} = J \text{tr}(\underline{d}) \quad \dot{J}^p = J^p \text{tr}(\underline{d}^p) \quad (4.54)$$

O fato de considerar a parte sólida da matriz incompressível leva à relação entre a taxa de porosidade e deformação plástica descrita em 4.55, e também à relação apresentada em 4.56.

$$\dot{\phi}^p = \dot{J}^p \quad (4.55)$$

$$J^p - \phi^p = 1 \quad (4.56)$$

Assumindo-se as deformações elásticas e as variações de porosidade elásticas como infinitesimais, pode-se atribuir as seguintes aproximações (Bernaud et al. 2006):

$$J^p \approx J \qquad \phi^p \approx \phi - \phi_0 \qquad (4.57)$$

Substituindo 4.57 em 4.56, tem-se:

$$J^p - \phi = 1 - \phi_0 \qquad (4.58)$$

Com base na relação 3.17, chega-se na equação 4.59 para a porosidade Euleriana:

$$\phi = 1 - \frac{1 - \phi_0}{J^p} \qquad (4.59)$$

4.4.1 Regra de fluxo plástico

Generalizando o conceito de potencial plástico, introduz-se a função $g(\sigma, p)$, cujas derivadas levam às taxas de deformação e porosidade plásticas, onde $\dot{\chi}$ é um multiplicador plástico não-negativo (Bernaud et al. 2006):

$$\mathbf{d}^p = \dot{\chi} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \qquad \dot{\phi}^p = J^p \dot{\chi} \frac{\partial g}{\partial p} \qquad (4.60)$$

Combinando as equações acima com as relações 4.54 e 4.55 descritas anteriormente, demonstra-se que o potencial plástico depende de $\boldsymbol{\sigma}$ e p através da tensão efetiva de Terzaghi, definida em 4.34 (Bernaud et al. 2006):

$$g(\boldsymbol{\sigma}, p) = G(\boldsymbol{\sigma}^{\prime}) \qquad \mathbf{d}^p = \dot{\chi} \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{\prime}} \qquad (4.61)$$

Quando a função g que define o potencial plástico é a mesma utilizada para definir o domínio elástico, a regra de fluxo é denominada regra de fluxo associada.

4.4.2 Equações de estado

Um dos postulados fundamentais que as leis constitutivas para fenômenos puramente mecânicos devem satisfazer é o Princípio da Objetividade: as relações constitutivas devem ser invariantes em mudança do sistema de referência. Isto quer dizer que dois observadores em movimento relativo entre eles devem observar a mesma tensão em um corpo. No caso da poroplasticidade com grandes deformações, é preciso ter atenção a este princípio, já que os corpos podem sofrer grandes rotações e translações.

A tensão de Cauchy, assim como muitas outras grandezas tensoriais, é uma grandeza objetiva, portanto respeita o Princípio da Objetividade. Mas este não é o caso da taxa de tensão de Cauchy, e como comentado anteriormente, esta é necessária para descrever a história de uma evolução poroplástica. Muitas taxas de tensão podem ser definidas e diferentes resultados podem ser obtidos utilizando as diferentes taxas de tensão (KHAN; HUANG, 1995).

Neste trabalho é utilizada a taxa de tensão efetiva de Jaumann definida a seguir, onde σ^e é a tensão efetiva de Biot, definida em 4.46 e Ω é o tensor taxa de rotação, definido em 3.47.

$$\overset{\nabla}{\sigma}{}^e = \dot{\sigma}{}^e + \sigma^e \cdot \Omega - \Omega \cdot \sigma^e \quad (4.62)$$

Se as transformações irreversíveis não afetam as propriedades poroelásticas do material, as taxas das equações de estado são escritas na seguinte forma (Bernaud et al. 2002):

$$\overset{\nabla}{\sigma}{}^e = C : (\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) \quad (4.63)$$

$$\dot{p} = M \left(-btr(\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) + \frac{\dot{\phi} - \dot{\phi}^p}{J^p} \right) \quad (4.64)$$

4.4.3 Modelo Cam-Clay

Os materiais elasto-plásticos podem ser divididos em dois grandes grupos: os materiais elasto-plásticos perfeitos, que não sofrem endurecimento após o escoamento, e os materiais elasto-plástico endurecíveis. No caso dos materiais endurecíveis, a função f que define o domínio elástico é modificada quando o corpo sofre deformações plásticas. Desta forma, f deixa de ser exclusivamente função das tensões efetivas, e passa a ser também função de um parâmetro de endurecimento.

O modelo utilizado para descrever o comportamento plástico do material poroso neste trabalho é o modelo de Cam-Clay modificado, desenvolvido por Roscoe e Burland em 1968. O modelo é representado em termos da tensão média efetiva p' e da tensão desviadora q , apresentadas abaixo para o caso geral. Observa-se que, uma vez que a tensão desviadora é definida a partir das diferenças das tensões principais, seu valor não é afetado caso seja calculada a partir das tensões totais ou efetivas (WOOD, 1990).

$$p' = \frac{1}{3} tr(\boldsymbol{\sigma}') \quad (4.65)$$

$$q = \sqrt{\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2}{2} + 3(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2)} \quad (4.66)$$

A regra de fluxo plástico é associada. A função de carregamento f é apresentada a seguir, onde o parâmetro de endurecimento é definido pela pressão de consolidação do solo p_c (WOOD, 1990). Ela possui forma de elipse e está ilustrada na figura 4.6.

$$f(\boldsymbol{\sigma}', p_c) = q^2 + M_{cs}^2 p'(p' + p_c) \quad (4.67)$$

M_{cs} é a inclinação da linha de estado crítico, definida pela razão entre q por p' . Linha de estado crítico é a linha sob a qual o solo apresenta deformação plástica sem que ocorra variação volumétrica ou acréscimo de tensão efetiva. O valor do parâmetro M_{cs} deve ser deduzido a partir de dados experimentais (WOOD, 1990).

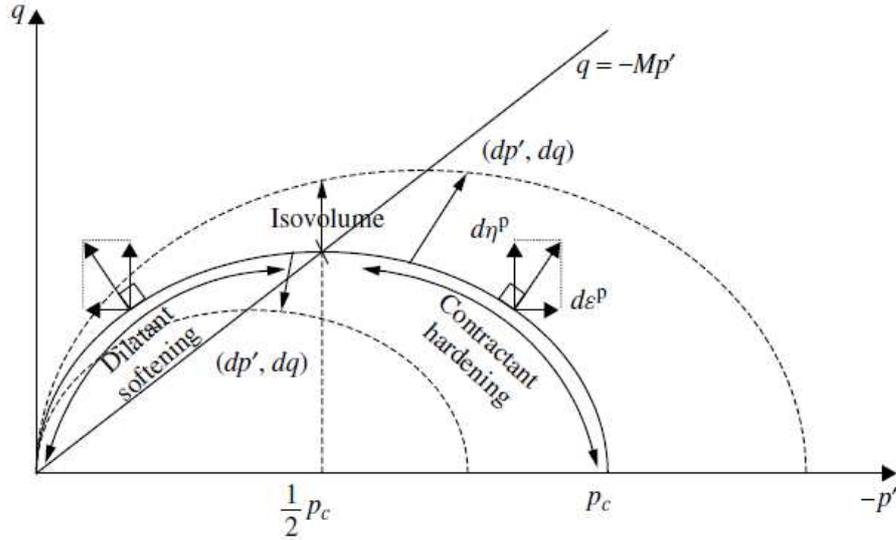


Figura 4.6: modelo Cam-Clay (COUSSY, 2004)

Alternativamente, a equação da função de carregamento do modelo pode ser escrita em função do tensor desviador s , definido em 4.68. A função então toma a forma de 4.69:

$$s = \sigma - \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) \mathbf{I} \quad (4.68)$$

$$f(\sigma', p_c) = \frac{3}{2} s : s + M_{cs}^2 p' (p' + p_c) \quad (4.69)$$

No contexto das deformações plásticas infinitesimais a lei de endurecimento do modelo Cam-Clay é classicamente descrita como função da deformação volumétrica plástica ϵ^p .

$$p_c(\epsilon^p) = p_{co} e^{-\alpha \epsilon^p} \quad (4.70)$$

Onde α é uma constante do material que pode ser calibrada a partir de ensaios de compressão isotrópica. Uma forma de generalizar a equação acima para o domínio de grandes deformações consiste em substituir ϵ^p por $J^p - 1$, já que ambas as quantidades são equivalentes no domínio das pequenas deformações plásticas (Bernaud et al. 2006).

$$p_c(J^p) = p_{co} e^{-\alpha(J^p - 1)} \quad (4.71)$$

No entanto, a lei de endurecimento como descrita em 4.71 não impõe a condição correspondente ao total fechamento dos poros $J^p > 1 - \phi_0$, permitindo haver porosidade negativa no material. A partir de uma aproximação micromecânica para um meio poroso isotrópico, chega-se a lei de endurecimento apresentada abaixo (Bernaud et al. 2006).

$$p_c(\varphi) = p_{co} \frac{\ln \varphi}{\ln(\phi_0)} \quad (4.72)$$

Utilizando a relação definida em 4.59 para a porosidade Euleriana φ , tem-se:

$$p_c(J^p) = \frac{p_{co}}{\ln(\phi_0)} \ln \left(1 - \frac{1 - \phi_0}{J^p} \right) \quad (4.73)$$

4.5 ACOPLAMENTO ELÁSTICO-PLÁSTICO

A descrição da transformação de um material poroso pode ser feita a partir de duas diferentes escalas: macroscópica e microscópica. Como já descrito, na escala macroscópica tanto a posição do esqueleto quanto a do fluido são representados pela mesma variável \mathbf{x} , de forma que o volume é representado pela superposição da parte sólida e fluida. Na escala microscópica, o mesmo volume infinitesimal é formado por uma estrutura heterogênea, onde a parte sólida e a parte fluida ocupam espaços diferentes (Bernaud et al. 2002).

As equações constitutivas na escala macroscópica geralmente assumem total independência das propriedades elásticas com respeito ao comportamento plástico, quer esteja no âmbito das pequenas ou grandes deformações. Se tal suposição é aceitável no caso de pequenas deformações, ela é questionável no âmbito das grandes deformações. Grandes deformações plásticas macroscópicas estão associadas a uma evolução irreversível da microestrutura, provocando variações das propriedades elásticas e hidráulicas do meio poroso. A este fenômeno atribui-se o nome de acoplamento elástico-plástico (Bernaud et al. 2002).

A partir de uma abordagem microscópica, pode-se associar a evolução destas propriedades à mudança de porosidade do meio poroso. No que se refere às propriedades elásticas, a modelagem é realizada a partir dos limites variacionais superiores definidos por Hashin e

Shtrikman para materiais compósitos isotrópicos, onde o módulo de compressão K e o coeficiente de Lamé μ do material compósito são funções de sua porosidade Euleriana φ e das constantes k^s e μ^s da fase sólida (HASHIN, 1983):

$$K(\varphi) = \frac{4k^s \mu^s (1 - \varphi)}{3k^s \varphi + 4\mu^s} \quad (4.74)$$

$$\mu(\varphi) = \frac{\mu^s (1 - \varphi)(9k^s + 8\mu^s)}{k^s (9 + 6\varphi) + \mu^s (8 + 12\varphi)} \quad (4.75)$$

O coeficiente de Biot b e o módulo de Biot M estão relacionados a φ , K e k^s através das equações abaixo (COUSSY, 2004):

$$b(\varphi) = 1 - \frac{K(\varphi)}{k^s} \quad \frac{1}{M(\varphi)} = \frac{b(\varphi) - \varphi}{k^s} \quad (4.76)$$

O coeficiente de permeabilidade k pode ser relacionado à porosidade φ através do modelo de Kozeny-Carman, onde k_0 representa a sua permeabilidade inicial (Bernaud et al. 2006):

$$k(\varphi) = k_0 \frac{\varphi^3 (1 - \varphi_0)^2}{\varphi_0^3 (1 - \varphi)^2} \quad (4.77)$$

Considerando a evolução das propriedades poroelásticas, a forma incremental das equações constitutivas conta com termos adicionais, como apresentado abaixo (Bernaud et al. 2006):

$$\overset{\nabla}{\sigma}{}^e = \dot{\sigma}{}^e + \sigma{}^e \cdot \Omega - \Omega \cdot \sigma{}^e = \mathbf{C} : (\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) + \dot{\mathbf{C}} : \mathbf{C}^{-1} : \sigma{}^e \quad (4.78)$$

$$\dot{p} = M \left(-b \text{tr}(\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) + \frac{\dot{\phi} - \dot{\phi}^p}{J^p} \right) + \frac{\dot{M}}{M} p - M b \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} : \sigma{}^e) \quad (4.79)$$

5 DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

A solução numérica do problema poroelastoplástico é realizada segundo o Método dos Elementos Finitos através de um algoritmo desenvolvido em Fortran ao longo dos trabalhos de Bernaud et al. (2002, 2006). Neste, a bacia sedimentar é simulada através de um modelo bidimensional em Estado Plano de Deformação formado por elementos triangulares.

Como foi utilizado um algoritmo já existente, o objetivo deste trabalho não é apresentar detalhadamente a programação do *MEF*. São apresentados a seguir apenas alguns pontos considerados importantes para a compreensão da metodologia utilizada na solução dos problemas, como as equações de equilíbrio e suas formas fracas, as condições iniciais e de contorno, a discretização temporal e espacial e a técnica utilizada para simular a fase de deposição sedimentar. Este capítulo é baseado em Bernaud et al. (2002, 2006).

5.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Para a solução do problema poroelastoplástico isotérmico quase-estático, as equações de campo devem ser satisfeitas. A expressão 5.1 abaixo apresenta a equação de balanço das quantidades de movimento para o caso considerado, onde ρ é a densidade de massa do volume elementar poroso $d\Omega$, definida em 4.2.

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho \mathbf{g} = 0 \quad (5.1)$$

Neste trabalho, a fase fluida é considerada incompressível. Desta forma, a equação de estado do fluido é desnecessária e a equação de balanço de massa fluida fica com a forma apresentada a seguir, onde o vetor velocidade de filtração \mathbf{q} é relacionado à pressão p do fluido segundo a lei de Darcy, como apresentado em 3.54.

$$\rho^f \dot{\phi} + J \text{div}(\rho^f \mathbf{q}) = 0 \quad (5.2)$$

5.2 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

O problema é completamente definido apenas quando a geometria e os valores de todos os campos correspondentes são especificados no momento inicial. Para as condições de contorno na configuração atual t , diferentes segmentos do contorno $\partial\Omega_t$ do domínio geométrico Ω_t são introduzidos. As direções em que as condições de contorno são aplicadas são definidas pelo vetor unitário normal \mathbf{n} e duas direções perpendiculares a ele. As informações prescritas são indicadas pelo sobrescrito d à direita da correspondente variável.

5.2.1 Condições de contorno mecânicas

Sejam S^{T_i} e S^{ξ_i} as partes de $\partial\Omega_t$ onde as i -ésimas componentes dos vetores de tensão e deslocamento são impostas. As expressões 5.3 devem ser satisfeitas.

$$S^{T_i} \cup S^{\xi_i} = \partial\Omega_t, \quad S^{T_i} \cap S^{\xi_i} = \emptyset \quad (5.3)$$

Onde:

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})_i = T_i = T_i^d \text{ em } S^{T_i} \quad \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{e}_i = \xi^d \text{ em } S^{\xi_i} \quad (5.4)$$

5.2.2 Condições de contorno hidráulicas

Sejam S^W e S^P as partes de $\partial\Omega_t$ onde a componente normal do fluxo de massa fluida e da pressão são impostas, respectivamente. As expressões 5.5 devem ser satisfeitas.

$$S^W \cup S^P = \partial\Omega_t, \quad S^W \cap S^P = \emptyset \quad (5.5)$$

Onde:

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{n} = w^d \text{ em } S^W \quad p = p^d \text{ em } S^P \quad (5.6)$$

5.3 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

A condução da massa fluida através de um material poroso requer a determinação da evolução temporal dos campos desconhecidos. Supondo que os campos são conhecidos em um tempo t , o problema consiste em determinar seus valores para um novo tempo t' :

$$t' = t + \delta t \quad (5.7)$$

Os valores de uma variável A nos tempos t e t' são distintos através de um sobrescrito à esquerda: tA e ${}^{t'}A$, respectivamente. Esta regra só não é aplicada ao volume do material poroso, que mantém a notação utilizada ao longo do trabalho Ω_t e $\Omega_{t'}$.

Seja ${}^t\mathbf{x}$ as coordenadas no tempo t para uma determinada partícula do esqueleto e ${}^{t'}\mathbf{x}$ as coordenadas no tempo t' para esta mesma partícula, e seja \mathbf{U} o vetor deslocamento definido sobre o volume Ω_t . Define-se o vetor \mathbf{U} para esta partícula do esqueleto entre os tempos t e t' :

$$\mathbf{U} = {}^{t'}\mathbf{x} - {}^t\mathbf{x} \quad (5.8)$$

Define-se o gradiente de deformação geométrica \mathbf{G} do esqueleto entre os tempos t e t' como:

$$\mathbf{G} = \mathbf{I} + {}^t\nabla\mathbf{U} \quad (5.9)$$

Observa-se que o tensor \mathbf{G} não é necessariamente igual ao tensor \mathbf{F} . Esta formulação utilizada corresponde ao método Lagrangiano atualizado. Diferentemente do método Lagrangiano total, onde todas variáveis estáticas e cinemáticas são calculadas com base na configuração inicial do problema, neste método estas variáveis são calculadas utilizando como referência a última configuração calculada (BATHE, 1996). Desta forma, o transporte de um volume elementar pode ser definido como a seguir. A figura 5.1 ilustra este caso, onde $\mathbf{G} = \mathbf{F}_{t \rightarrow t'}$.

$$\Omega_{t'} = \det\mathbf{G}\Omega_t = J_{tt'}\Omega_t = J_{tt'}J_{0t}\Omega_0 = J_{0t'}\Omega_0 \quad (5.10)$$

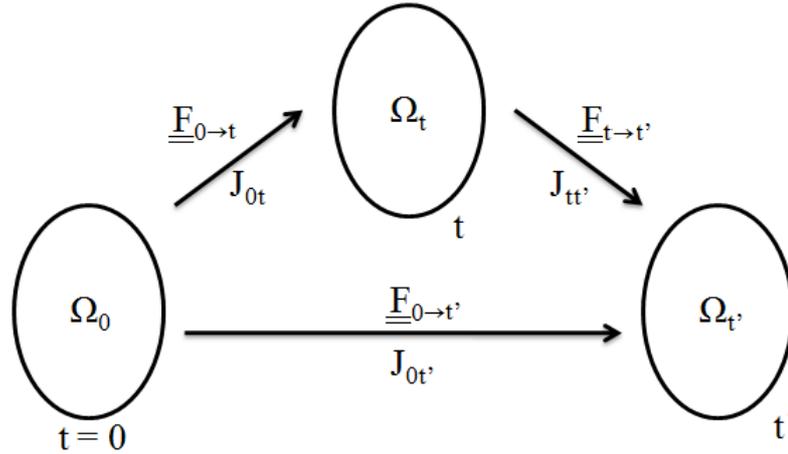


Figura 5.1: método Lagrangiano atualizado

A equação 5.9 fornece:

$$\mathbf{G}^{-1} \approx \mathbf{I} - {}^t \nabla U \quad \det \mathbf{G} \approx \mathbf{I} + \text{tr}({}^t \nabla U) \quad (5.11)$$

Para distinguir se o gradiente de uma dada variável se refere ao tempo t ou t' , utiliza-se um sobrescrito à esquerda tanto do operador *nabla* quanto da variável envolvida. O gradiente de um vetor ${}^t \mathbf{A}$ com respeito às duas configurações é apresentado na equação abaixo.

$${}^t \nabla ({}^{t'} \mathbf{A}) \cdot \mathbf{G}^{-1} = {}^{t'} \nabla ({}^{t'} \mathbf{A}) \quad (5.12)$$

As variações do tensor de tensões $\boldsymbol{\sigma}$ e da pressão p entre t e t' são dadas abaixo:

$${}^{t'} \boldsymbol{\sigma} = {}^t \boldsymbol{\sigma} + \delta t {}^{t'} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (5.13)$$

$${}^{t'} p - {}^t p = \delta t {}^{t'} \dot{p} = P \quad (5.14)$$

Os tensores taxa de deformação Euleriana ${}^t \mathbf{d}$ e taxa de rotação ${}^t \boldsymbol{\Omega}$ são aproximados nas equações 5.15, onde $\{ \}_s$ e $\{ \}_a$ representam a parte simétrica e assimétrica, respectivamente.

$${}^t \mathbf{d} = \frac{1}{\delta t} \{ {}^t \nabla U \}_s = \frac{1}{\delta t} \boldsymbol{\varepsilon} \quad {}^t \boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{\delta t} \{ {}^t \nabla U \}_a \quad (5.15)$$

Substituindo a equação da tensão efetiva de Biot definida em 4.47 na equação da taxa de tensão de Cauchy definida em 4.78, pode-se representar a taxa de tensão total σ como:

$$\dot{\sigma} = \underline{\Omega} \cdot \sigma - \sigma \cdot \underline{\Omega} + C : (\dot{d} - \dot{d}^p) + \dot{C} : \varepsilon^{el} - \dot{b}p\mathbf{I} - b\dot{p}\mathbf{I} \quad (5.16)$$

Com base nas expressões 5.13 a 5.15 pode-se reescrever a equação 5.16 como:

$$\begin{aligned} {}^t\sigma = {}^t\sigma + {}^tC : (\varepsilon - \varepsilon^p) - {}^t\sigma \cdot \{ {}^t\nabla U \}_a + \{ {}^t\nabla U \}_a \cdot {}^t\sigma \\ - {}^t bP\mathbf{I} + \delta t {}^t\dot{C} : {}^t\varepsilon^{el} - \delta t {}^t\dot{b}p\mathbf{I} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Substituindo as equações 4.54 e 4.55, pode-se reescrever 4.79 da forma:

$$\dot{p} = M \left(-btr\dot{d} + (b-1)tr\dot{d}^p + \frac{\dot{\phi}}{J} \right) + \frac{\dot{M}}{M} p - M\dot{b}tr\varepsilon^{el} \quad (5.18)$$

Reescevedo a equação acima da mesma forma que se fez para 5.16:

$$P = {}^tM \left(-{}^t btr\varepsilon + ({}^t b - 1)tr\varepsilon^p + \frac{\delta t \dot{\phi}}{J_{0t}} \right) + \frac{\delta t {}^t\dot{M}}{{}^tM} (P + {}^t p) - {}^tM \delta t {}^t\dot{b}tr\varepsilon^{el} \quad (5.19)$$

5.4 FORMA FRACA DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

As equações diferenciais parciais apresentadas em 5.1 e 5.2 são as formas fortes das equações de equilíbrio. Esta forma exige uma maior continuidade sobre as variáveis de campo dependentes, neste caso os deslocamentos e a pressão. Quaisquer que sejam as funções que definem estas variáveis, elas têm que ser diferenciáveis até a ordem das equações diferenciais existentes na forma forte das equações do sistema. Obter a solução exata para a forma forte destes tipos de equações é normalmente muito difícil para os problemas práticos encontrados na engenharia (LIU; QUEK, 2003). Em muitas ocasiões, é possível realizar uma integração por partes e substituí-las por uma forma alternativa que contenha derivadas com uma ordem mais baixa do que as expressões originais (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000).

5.4.1 Balanço das quantidades de movimento

A equação de equilíbrio 5.1 para o tempo t' fica:

$${}^t \text{div}({}^t \boldsymbol{\sigma}) + {}^t \rho \mathbf{g} = 0 \quad (5.20)$$

Utilizando o método de Galerkin, a equação acima é multiplicada por um deslocamento virtual $\hat{\mathbf{u}}$ definido em $\Omega_{t'}$ cujo i -ésimo componente é zero em $S_{t'}^{\tilde{c}i}$, isto é, cinematicamente admissível com valor nulo em $S_{t'}^{\tilde{c}i}$. Tem-se:

$$\int_{\Omega_{t'}} {}^t \text{div}({}^t \boldsymbol{\sigma}) \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega_{t'} + \int_{\Omega_{t'}} {}^t \rho \mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega_{t'} = 0 \quad (5.21)$$

A partir da propriedade de álgebra tensorial apresentada em 5.22, e utilizando o teorema da divergência, chega-se a 5.23.

$$\text{div}(\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{B}}) = \underline{\underline{A}} : \nabla \underline{\underline{B}} + \underline{\underline{B}} \cdot \text{div}({}^t \underline{\underline{A}}) \quad (5.22)$$

$$\int_{\Omega_{t'}} {}^t \boldsymbol{\sigma} : {}^t \nabla \hat{\mathbf{u}} d\Omega_{t'} = \int_{S_{t'}^T} {}^t \mathbf{T}^d \cdot \hat{\mathbf{u}} dS_{t'}^T + \int_{\Omega_{t'}} {}^t \rho \mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega_{t'} \quad (5.23)$$

A expressão acima é dividida em três partes para ser trabalhada de uma forma mais clara:

$$(E.I) = (E.II) + (E.III) \quad (5.24)$$

O produto das duas equações apresentadas em 5.11 pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{G}^{-1} \det \mathbf{G} \approx \mathbf{1} + \boldsymbol{\Gamma} \quad (5.25)$$

Onde $\boldsymbol{\Gamma}$ é o tensor de segunda ordem definido como:

$$\boldsymbol{\Gamma} = -{}^t \nabla \mathbf{U} + \text{tr}({}^t \nabla \mathbf{U}) \mathbf{1} \quad (5.26)$$

Utilizando a equação 5.10 e a equação 5.12 aplicada a $\hat{\mathbf{u}}$, e substituindo o produto resultante conforme a equação 5.25, a expressão $E.I$ pode ser reescrita como na expressão 5.28, com ajuda da propriedade tensorial apresentada abaixo.

$$\underline{\underline{A}} : (\underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{C}}) = (\underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{A}}) : \underline{\underline{B}} \quad (5.27)$$

$$\int_{\Omega_t} {}^t \boldsymbol{\sigma} : ({}^t \nabla \hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{G}^{-1}) \det \mathbf{G} d\Omega_t = \int_{\Omega_t} (\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}) \cdot {}^t \boldsymbol{\sigma} : {}^t \nabla \hat{\mathbf{u}} d\Omega_t \quad (5.28)$$

A expressão $E.II$ pode ser defasada:

$$\int_{S_t^T} {}^t \mathbf{T}^d \cdot \hat{\mathbf{u}} dS_t^T = \int_{S_t^T} {}^t \mathbf{T}^d \cdot \hat{\mathbf{u}} dS_t^T \quad (5.29)$$

Para a expressão $E.III$, considera-se a equação da continuidade de massa fluida Lagrangiana:

$${}^t \rho d\Omega_t = {}^t \rho d\Omega_t + \delta t {}^t \dot{m} d\Omega_0 \quad (5.30)$$

Como o fluido é considerado incompressível, tem-se:

$$\int_{\Omega_t} {}^t \rho \mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega_t = \int_{\Omega_t} {}^t \rho \mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega_t + \int_{\Omega_t} \rho^f \frac{\delta t \dot{\phi}}{J_{0t}} \det \mathbf{G} \mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega_t \quad (5.31)$$

Assim, a forma fraca da equação de equilíbrio fica:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_t} (\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}) \cdot {}^t \boldsymbol{\sigma} : {}^t \nabla \hat{\mathbf{u}} d\Omega_t &= \int_{S_t^T} {}^t \mathbf{T}^d \cdot \hat{\mathbf{u}} dS_t^T + \int_{\Omega_t} {}^t \rho \mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega_t \\ &+ \int_{\Omega_t} \rho^f \frac{\delta t \dot{\phi}}{J_{0t}} \det \mathbf{G} \mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega_t \end{aligned} \quad (5.32)$$

Onde ${}^t \boldsymbol{\sigma}$ e $\delta t \dot{\phi} / J_{0t}$ são dados pelas equações 5.17 e 5.19, respectivamente, mas defasando os coeficientes para o tempo t .

5.4.2 Balanço de massa fluida

A equação de balanço de massa fluida 5.2 para o tempo t' pode ser representada na forma:

$$\frac{\rho_f \dot{\phi}}{J_{0t'}} + \text{div}(\rho^f \mathbf{q}) = 0 \quad (5.33)$$

Multiplicando a equação por uma pressão virtual \hat{p} com valor nulo em $S^P_{t'}$ para o volume $\Omega_{t'}$:

$$\int_{\Omega_{t'}} \hat{p} \frac{\dot{\phi}}{J_{0t'}} d\Omega_{t'} + \int_{\Omega_{t'}} \hat{p} \text{div}(\mathbf{q}) d\Omega_{t'} = 0 \quad (5.34)$$

A partir de 5.35, e utilizando o teorema da divergência, chega-se a expressão 5.36:

$$\text{div}(A\mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot \nabla A + A \text{div}(\mathbf{B}) \quad (5.35)$$

$$\int_{\Omega_{t'}} \hat{p} \frac{\dot{\phi}}{J_{0t'}} d\Omega_{t'} - \int_{\Omega_{t'}} \mathbf{q} \cdot \nabla \hat{p} d\Omega_{t'} = - \int_{S^W_{t'}} \hat{p} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS_{t'}^W \quad (5.36)$$

Introduzindo a lei de Darcy (3.54) para o tempo t' e multiplicando a equação 5.36 por δt :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_{t'}} \hat{p} \frac{\delta t \dot{\phi}}{J_{0t'}} d\Omega_{t'} + \delta t \int_{\Omega_{t'}} \mathbf{k} \cdot \nabla(\hat{p}) \cdot \nabla \hat{p} d\Omega_{t'} - \delta t \int_{\Omega_{t'}} \rho^f \mathbf{k} \cdot \mathbf{g} \cdot (\nabla \hat{p}) d\Omega_{t'} \\ = -\delta t \int_{S^W_{t'}} \hat{p} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS_{t'}^W \end{aligned} \quad (5.37)$$

Com o mesmo propósito que anteriormente, divide-se a equação acima em quatro partes.

$$(E.I) + (E.II) + (E.III) = (E.IV) \quad (5.38)$$

Utilizando as equações 5.11, 5.12 e 5.15, o produto dos gradientes da expressão *E.II* fica:

$$\mathbf{k} \cdot \nabla(\hat{p}) \cdot \nabla \hat{p} \approx \nabla(\hat{p}) \cdot (\mathbf{I} - 2\boldsymbol{\varepsilon}) \cdot \nabla \hat{p} \quad (5.39)$$

A expressão *E.IV* é simplesmente defasada:

$$-\delta t \int_{S_t^W} {}^t \hat{q} \hat{p} dS_t^W = -\delta t \int_{S_t^W} {}^t \hat{q} \hat{p} dS_t^W \quad (5.40)$$

A expressão final para a forma fraca da equação do balanço de massa fluida multiplicada por δt pode ser obtida isolando na expressão 5.19 o termo $\delta t \dot{\phi} / J_{0t}$ e substituindo na expressão *E.I*, além de utilizar as expressões 5.11 nas expressões *E.I*, *E.II* e *E.III* para defasar os coeficientes para o tempo t . Chega-se então na equação apresentada abaixo.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_t} \frac{P}{{}^t M} \det \hat{\mathbf{G}} \hat{p} d\Omega_t + \int_{\Omega_t} {}^t b \operatorname{tr} \varepsilon \det \hat{\mathbf{G}} \hat{p} d\Omega_t + \int_{\Omega_t} (1 - {}^t b) \operatorname{tr} \varepsilon^p \det \hat{\mathbf{G}} \hat{p} d\Omega_t \\ & - \int_{\Omega_t} \frac{\delta t {}^t \dot{M}}{{}^t M^2} (P + {}^t p) \det \hat{\mathbf{G}} \hat{p} d\Omega_t + \int_{\Omega_t} \delta t {}^t \dot{b} \operatorname{tr} {}^t \varepsilon^{el} \det \hat{\mathbf{G}} \hat{p} d\Omega_t \\ & + \delta t \int_{\Omega_t} \mathbf{k} \cdot {}^t \nabla (P + {}^t p) (\mathbf{I} - 2\varepsilon) \cdot {}^t \nabla \hat{p} \det \mathbf{G} d\Omega_t - \delta t \int_{\Omega_t} \rho^f \mathbf{k} \cdot \mathbf{g} \cdot {}^t \nabla \hat{p} \cdot \mathbf{G}^{-1} \det \mathbf{G} d\Omega_t \\ & = -\delta t \int_{S_t^W} {}^t \hat{q} \hat{p} dS_t^W \end{aligned} \quad (5.41)$$

5.5 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

O volume poroso Ω_t é discretizado por elementos triangulares de seis nós, como mostra a figura 5.2 abaixo. Os deslocamentos são aproximados por uma função quadrática aplicada sobre os seis nós do elemento. Uma função linear é utilizada para as variações das poropressões, onde apenas os três nós preenchidos do triângulo (localizados nos vértices) são utilizados, já que se trata de uma função de mais baixa ordem.

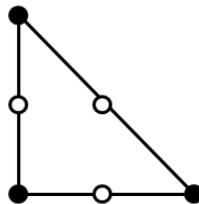


Figura 5.2: elemento triangular de seis nós

Portanto, como se trata de um problema bidimensional, cada nó utilizado para descrever os deslocamentos possui duas componentes: o deslocamento na direção horizontal e na direção vertical. No caso da pressão, cada nó utilizado possui um componente apenas, já que a pressão é um escalar. Para um único elemento, o sistema de equações resultante fica na forma apresentada na expressão 5.42 abaixo, onde K_{IJ} são as sub-matrizes de rigidez globais e F_I os sub-vetores de forças globais. Os vetores \underline{u} e \underline{P} são os deslocamentos e as variações de pressões nodais, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} K_{UU} & K_{UP} \\ K_{PU} & K_{PP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_U \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Onde K_{UP} é igual à transposta da matriz K_{PU} . O sistema acima tem 15 equações para 15 incógnitas: 12 deslocamentos e 3 pressões. A matriz K_{UU} é uma matriz 12×12 . A matriz K_{UP} é 12×3 e a matriz K_{PP} , 3×3 .

5.6 SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

Depois de reunir todos os elementos, o sistema global é da forma 5.43, onde \underline{Y} é o vetor global cujas componentes são os valores nodais de deslocamento e pressão, ${}^t\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez global e \underline{R} é o vetor de forças globais. O método para resolver esta equação é iterativo.

$${}^t\mathbf{K} \cdot \underline{Y} = {}^t\mathbf{R}(\underline{Y}, \dot{\chi}^p) \quad (5.43)$$

Seja $\underline{Y}^{(i)}$ e $\dot{\chi}^{(i)}$ as estimativas na i -ésima iteração, a solução é obtida resolvendo a equação 5.44 aplicando um algoritmo de integração local. O critério plástico da tensão efetiva de Terzaghi $\sigma^{(i)}$ é avaliado. Se a função de carregamento f é positiva, um algoritmo é utilizado para avaliar $\dot{\chi}^{(i)}$. A convergência do processo iterativo é considerada quando a diferença entre duas estimativas consecutivas é menor do que uma certa tolerância considerada.

$${}^t\mathbf{K} \cdot \underline{Y}^{(i)} = {}^t\mathbf{R}(\underline{Y}^{(i-1)}, \dot{\chi}^{p(i-1)}) \quad (5.44)$$

5.7 TÉCNICA DE ATIVAÇÃO/DESATIVAÇÃO DE ELEMENTOS

Uma especificidade da simulação numérica de bacias sedimentares reside no fato de que o sistema em consideração é um sistema aberto. Conseqüentemente, as abordagens numéricas, como o método dos elementos finitos, devem utilizar procedimentos adequados para modelar o contínuo fornecimento de sedimentos na bacia. A técnica aplicada para realizar a simulação da evolução temporal destes sedimentos é inspirada em um procedimento utilizado na engenharia de túneis para simular os processos de escavação e colocação de revestimento, e pode ser facilmente incorporada a uma ferramenta numérica existente. A figura 5.3 apresenta o esquema geométrico da sedimentação da bacia utilizado para descrever este procedimento.

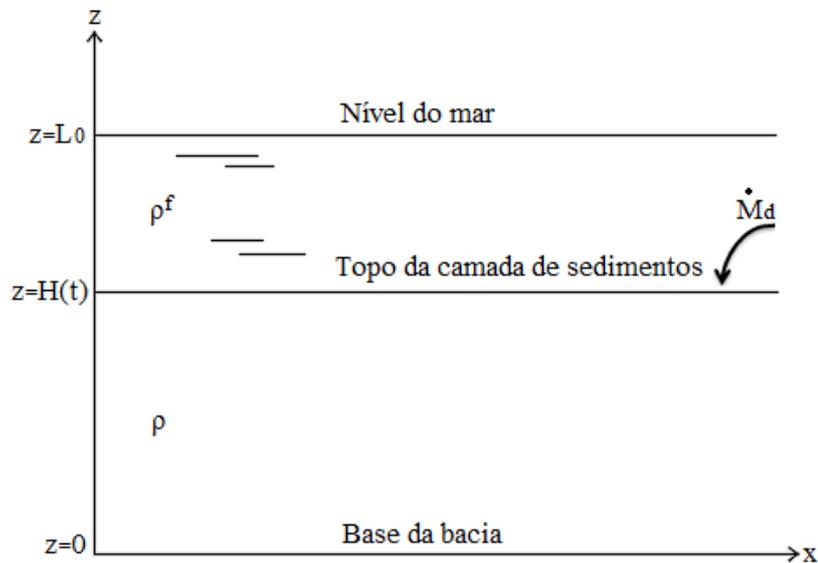


Figura 5.3: esquema geométrico da sedimentação da bacia

A base da bacia é localizada em $z = 0$ e o nível do mar corresponde à cota $z = L_0$. A cota referente ao topo da camada de sedimentos é definida pela equação $z = H(t)$, onde $H(t)$ refere-se à espessura total da bacia no tempo t . Se $\rho(z, t)$ representa a densidade de massa do material sedimentado, a massa de sedimentos fornecidos por unidade de área a partir do momento inicial $t = 0$ é igual a massa da coluna vertical com seção transversal unitária da equação 5.45:

$$M_d(t) = \int_0^{H(t)} \rho(z, t) dz \quad (5.45)$$

A partir deste raciocínio, pode-se definir a altura de uma determinada camada de sedimentos depositada entre os tempos $t = 0$ e $t = T$ utilizando a equação 5.46, onde $\rho_0(t)$ é a densidade de massa inicial do material depositado na bacia no instante de tempo t .

$$H = \int_0^T \frac{\dot{M}_d(t)}{\rho_0(t)} dt \quad (5.46)$$

Na realidade, H representa a espessura da camada que foi depositada na bacia até o tempo T caso o material depositado fosse rígido. No entanto, o que acontece é que, ao mesmo tempo em que uma camada de sedimentos está sendo aplicada, o material que já foi depositado encontra-se em processo de compactação.

A simulação desta fase acontece da seguinte forma: subdivide-se o tempo correspondente ao período de sedimentação em n subintervalos $[t_{i-1}, t_i]$ com $t_0 = 0$ e $t_n = T$. Durante o incremento de tempo $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, o despejo de sedimentos corresponde a uma altura ΔH de:

$$\Delta H_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{\dot{M}_d(t)}{\rho_0(t)} dt \quad (5.47)$$

Antes da deposição dos sedimentos, todas as camadas de elementos finitos que constituem o sistema considerado possuem propriedades constantes referentes à água. Cada vez que se atinge um avanço de tempo correspondente a um subintervalo Δt , as propriedades de uma camada de elementos finitos com espessura ΔH são alteradas para as correspondentes propriedades elásticas e hidráulicas do material depositado considerado. Este processo começa no fundo da bacia ($z = 0$) e avança até a cota correspondente a altura dos sedimentos depositados, levando em consideração a compactação ocorrida nas camadas subjacentes.

6 ANÁLISE NUMÉRICA

Neste capítulo são apresentados o problema base proposto e a solução dos diferentes casos derivados deste. Três diferentes fases são simuladas: a deposição dos sedimentos (fase 1), a compactação devido às forças gravitacionais e alívio de poro-pressões (fase 2), e as deformações impostas por movimentos tectônicos extensionais ou compressivos (fase 3). Na realidade, a fase 2 atua em todos os momentos da história da bacia, desde quando os sedimentos estão sendo depositados até quando as placas estão se movimentando. No entanto, a divisão se faz necessária principalmente para que se possa caracterizar a sua história de uma forma clara em relação ao tempo e aos diferentes casos de estudo.

Entende-se o problema da seguinte forma: os sedimentos são depositados em uma fossa oceânica de 8 mil metros de profundidade ao longo de $T = 60$ milhões de anos, ao mesmo tempo em que estão sendo naturalmente compactados (fase 1 + fase 2). Passado este período de deposição, a camada sedimentar permanece em processo de compactação gravitacional (fase 2). O estudo da fase 3 é realizado para cinco diferentes momentos deste processo, tanto para o caso de tração quanto para o caso de compressão. Ou seja, a partir do problema inicial de compactação gravitacional, dez casos são simulados separadamente.

O item 6.1 apresenta as características geométricas do problema inicial, assim como as condições de contorno e as propriedades do material sedimentado. O item 6.2 apresenta o caso de compactação gravitacional, sem interferências tectônicas, e o item 6.3 os casos com interação das placas a partir de movimentos de tração e compressão.

6.1 PROBLEMA CONSIDERADO

A geometria do problema é ilustrada na figura 6.1. Trata-se de um bloco retangular de 24 km de largura por 6 km de altura. Devido à simetria da bacia em relação ao eixo vertical, apenas metade do domínio geométrico é discretizada em elementos finitos. A malha consiste em 7200 elementos triangulares, regularmente distribuídos ao longo de 120 camadas horizontais, cada uma contendo 60 elementos, correspondendo a um total de 14701 nós.

As condições de contorno envolvidas no problema são:

Em $z = H(t)$ (topo da camada de sedimentos):

$$\underline{T} = -\rho^f g(L_0 - H(t))\underline{e}_z \quad p = \rho^f g(L_0 - H(t)) \quad (6.1)$$

Em $z = 0$ (base da bacia):

$$\underline{\zeta} \cdot \underline{e}_z = 0 \quad \underline{q} \cdot \underline{e}_z = 0 \quad (6.2)$$

Em $x = 12 \text{ km}$ (lateral da bacia):

$$\underline{\zeta} \cdot \underline{e}_x = 0 \quad \underline{q} \cdot \underline{e}_x = 0 \quad (6.3)$$

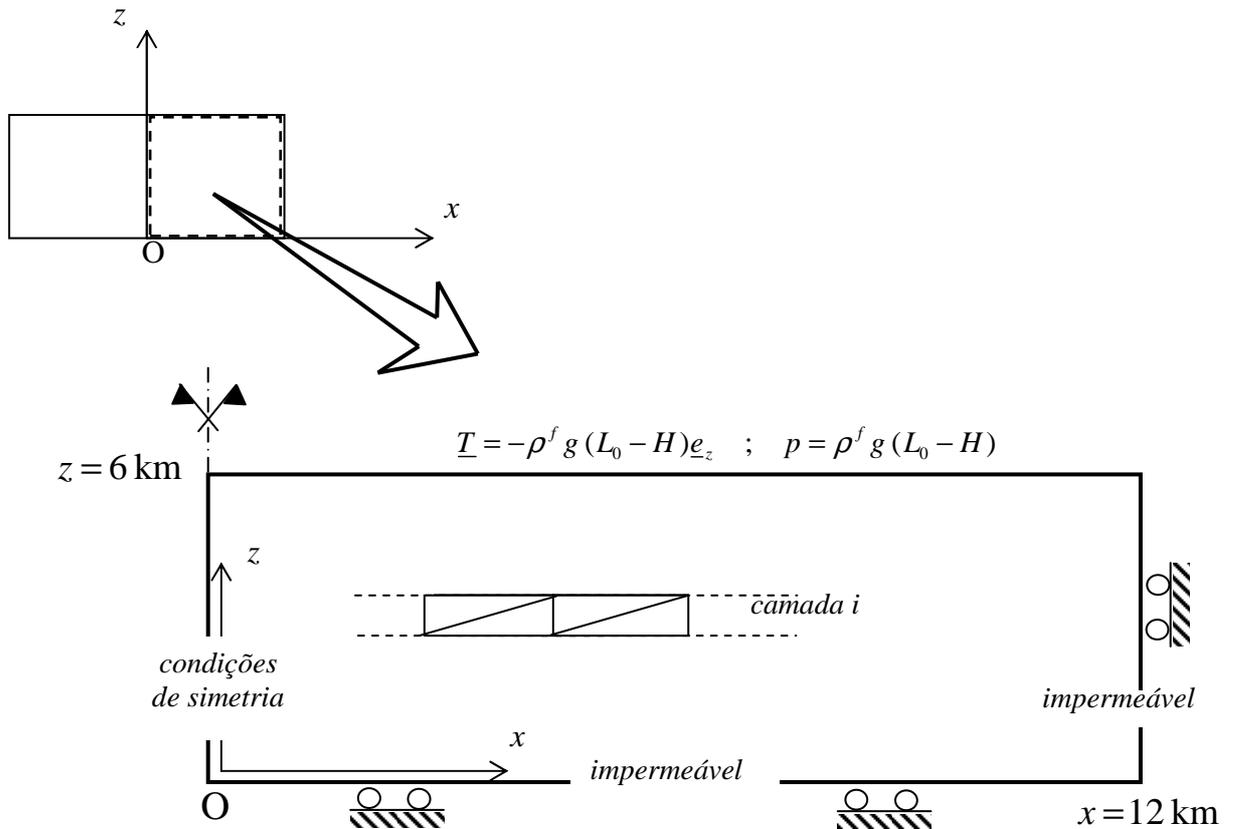


Figura 6.1: configuração da bacia

A análise apresenta as seguintes características (Bernaud et al, 2010): é utilizada uma taxa de sedimentação constante de 0,1 mm/ano ao longo de toda a fase de deposição ($T = 60$ milhões de anos). O material depositado tem propriedades mecânicas e hidráulicas iniciais constantes ao longo de todo período de sedimentação. O material poroso encontra-se totalmente saturado. A superfície de escoamento é a do modelo Cam-Clay modificada apresentada na expressão 4.69. A lei de endurecimento utilizada corresponde a da equação 4.73. Conforme o material poroso se deforma, suas propriedades elásticas são atualizadas segundo os limites variacionais de Hashin e Shtrikman apresentados em 4.74 e 4.75, e o coeficiente de permeabilidade é atualizado através do modelo de Kozeny-Carman apresentado em 4.77. O fundo e as laterais da bacia são impermeáveis. A bacia é formada por uma quantidade de material que corresponderia a uma coluna vertical de $H = 6000$ m de altura na ausência de compactação, ou em outras palavras, se o material sedimentado fosse rígido. O nível do mar encontra-se na cota $L_0 = 8000$ m. A velocidade de deslocamento das placas tectônicas correspondente às deformações da fase 3 é de ± 1 mm/ano.

Os parâmetros iniciais do material sedimentado são: densidade $\rho_0 = 1,37 \times 10^3$ kg/m³, porosidade $\phi_0 = 0,72$, módulo de Young $E_0 = 10^3$ MPa, coeficiente de Poisson $\nu_0 = 0,33$, coeficiente de Biot $b_0 = 0,9715$, módulo de Biot $M_0 = 1,392 \times 10^5$ MPa, inclinação da linha de estado crítico $M_{cs} = 1,2$, permeabilidade $K_0 = 10^{-10}$ MPa⁻¹ × m² × s⁻¹, pressão de consolidação $p_{c0} = 1,5$ MPa. A fase fluida é considerada incompressível com densidade $\rho^f = 10^3$ kg/m³.

6.2 PROBLEMA DE COMPACTAÇÃO GRAVITACIONAL

O problema de compactação gravitacional serve como base para todos os casos de deformações tectônicas (fase 3) estudados neste trabalho. A figura 6.2 apresenta a curva de compactação da bacia para o caso em questão. Ao final da fase de deposição ($t = T$), a camada de sedimentos encontra-se na cota $H = 4212$ m. A bacia segue em processo de compactação gravitacional, atingindo a altura $H = 2588$ m para um tempo $t = 100T$ (6 bilhões de anos), a partir do qual o avanço do processo de compactação já se encontra muito lento, apesar de ainda não ter atingido a altura assintótica. Com base nesta curva, foram definidas cinco idades para as quais foram realizados estudos referentes às deformações tectônicas. Estes casos estão marcados sobre a curva da figura 6.2 e apresentados na tabela 6.1.

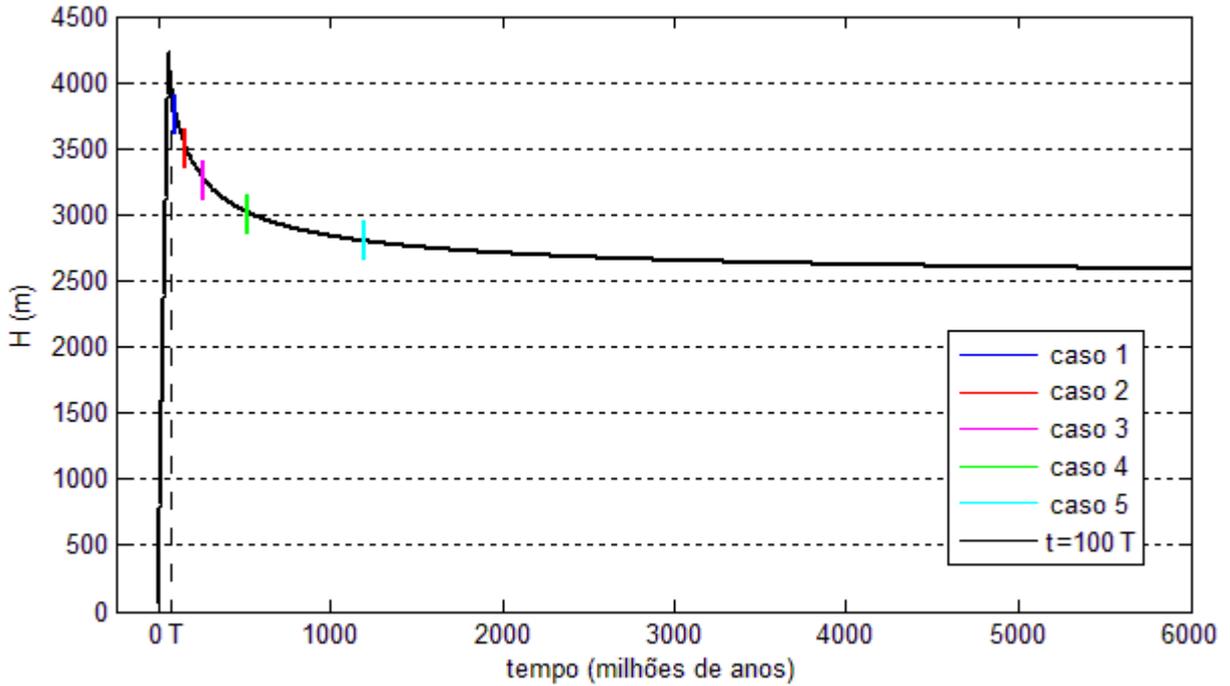


Figura 6.2: compactação da bacia sedimentar (fase 1 + fase 2)

Caso	Altura (m)	Milhões de anos
1	3750	85
2	3500	135
3	3250	230
4	3000	440
5	2750	1140

Tabela 6.1: casos estudados

As figuras 6.3 a 6.12 apresentam os perfis de diferentes propriedades e parâmetros da bacia sedimentar para os momentos correspondentes aos diferentes casos estudados antes de começar as interações tectônicas. Nas mesmas figuras também são apresentadas informações referentes a idade $t = 100T$, para posterior comparação de resultados. Observa-se que este tempo $t = 100T$ não corresponde a configuração assintótica da bacia sedimentar no sentido poromecânico, isto é, a configuração atingida quando $t \rightarrow \infty$. No entanto, o fenômeno de compactação em termos de deformação $\Delta H/H$ se encontra quase estabilizado.

Mesmo se tratando de um problema plano, como a distribuição espacial dos parâmetros na direção x é constante, um corte vertical é suficiente para representá-los ao longo de toda a bacia. Este corte foi realizado na borda da bacia em $x = 12km$.

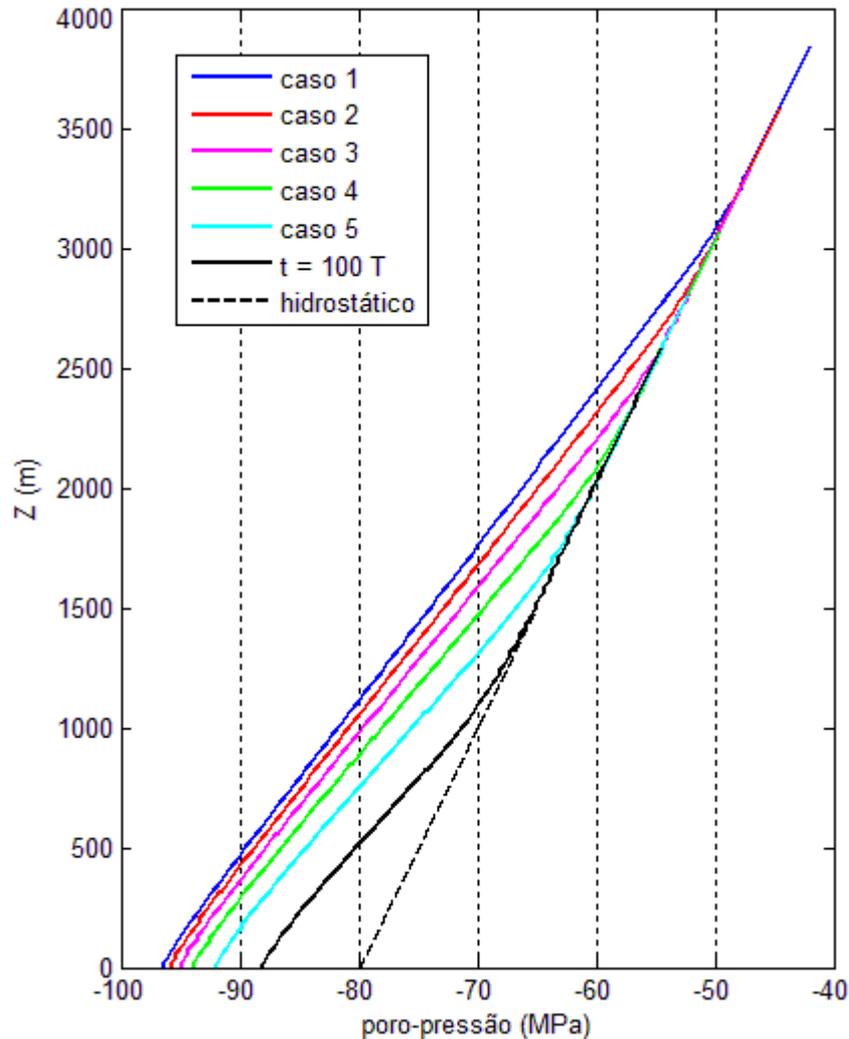


Figura 6.3: perfil de poro-pressão (fase 1 + fase 2)

A figura 6.3 apresenta o perfil de poro-pressão para os diferentes casos. Como comentado anteriormente, observa-se que o tempo $t = 100T$ não corresponde ao estado assintótico da bacia, pois o seu perfil de distribuição de poro-pressão ainda não é hidrostático. A expressão 4.77 utilizada para quantificar a evolução da permeabilidade indica que $k \rightarrow 0$ quando $\varphi \rightarrow 0$. Isto explica o tempo muito elevado para a dissipação total das poro-pressões nas camadas inferiores, ou seja, o tempo necessário para atingir o estado assintótico.

No entanto, para as camadas superiores, onde as porosidades são maiores, constata-se um perfil linear até aproximadamente a cota $Z = 2500 \text{ m}$ para todos os casos. Para $t = 100T$, onde o material poroso teve bastante tempo para dissipar seu excesso de poro-pressão, o perfil é hidrostático até $Z \approx 1000 \text{ m}$, mudando de inclinação para os últimos mil metros da bacia. A condição de impermeabilidade no fundo da bacia implica que $\partial p / \partial z = \rho^f g$ em $Z = 0$, ou seja, que as tangentes às curvas apresentadas sejam paralelas para todas as configurações.

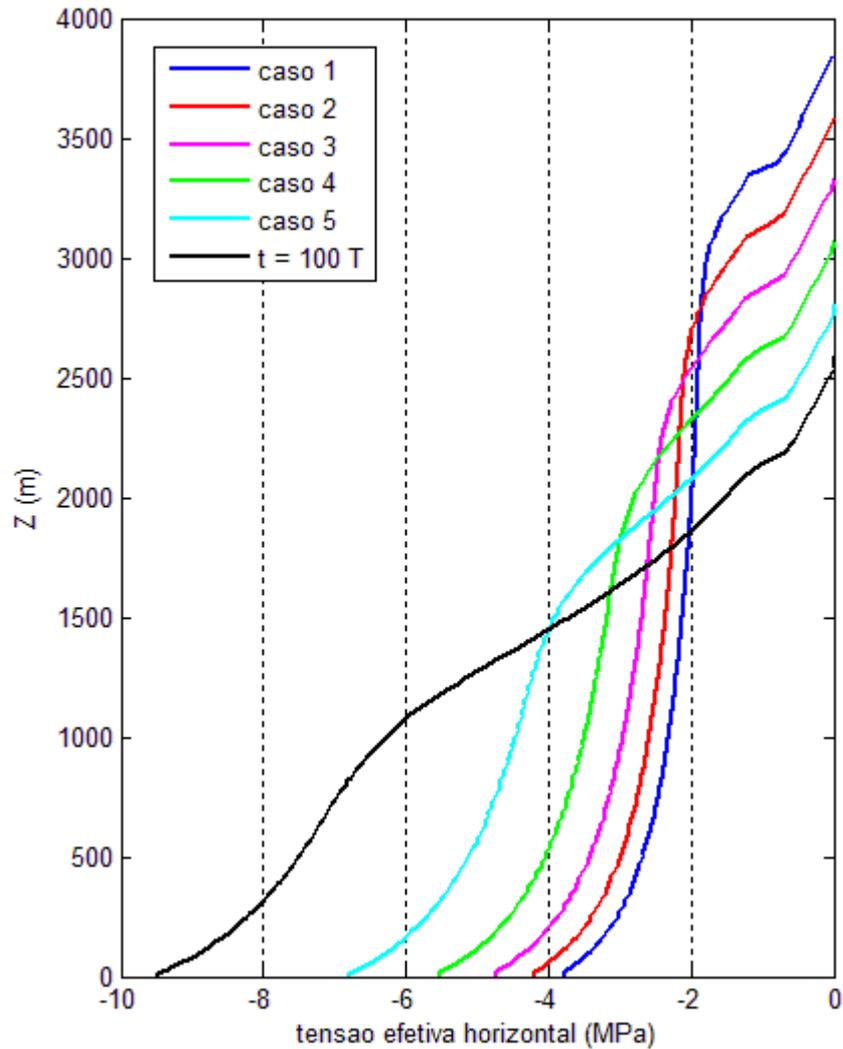


Figura 6.4: perfil de tensão efetiva horizontal (fase 1 + fase 2)

A figura 6.4 apresenta a distribuição das tensões efetivas horizontais. Para todas as configurações da bacia, o perfil da tensão efetiva horizontal mostra uma camada superior de aproximadamente 500 metros onde σ'_H varia de 0 a -2 MPa, seguida por uma camada intermediária onde varia pouco, até $Z \approx 1000$ m. Abaixo desta cota, a variação de σ'_H se torna significativa novamente, diminuindo com o passar do tempo e tendendo a -10 MPa no fundo da bacia para o caso $t = 100T$.

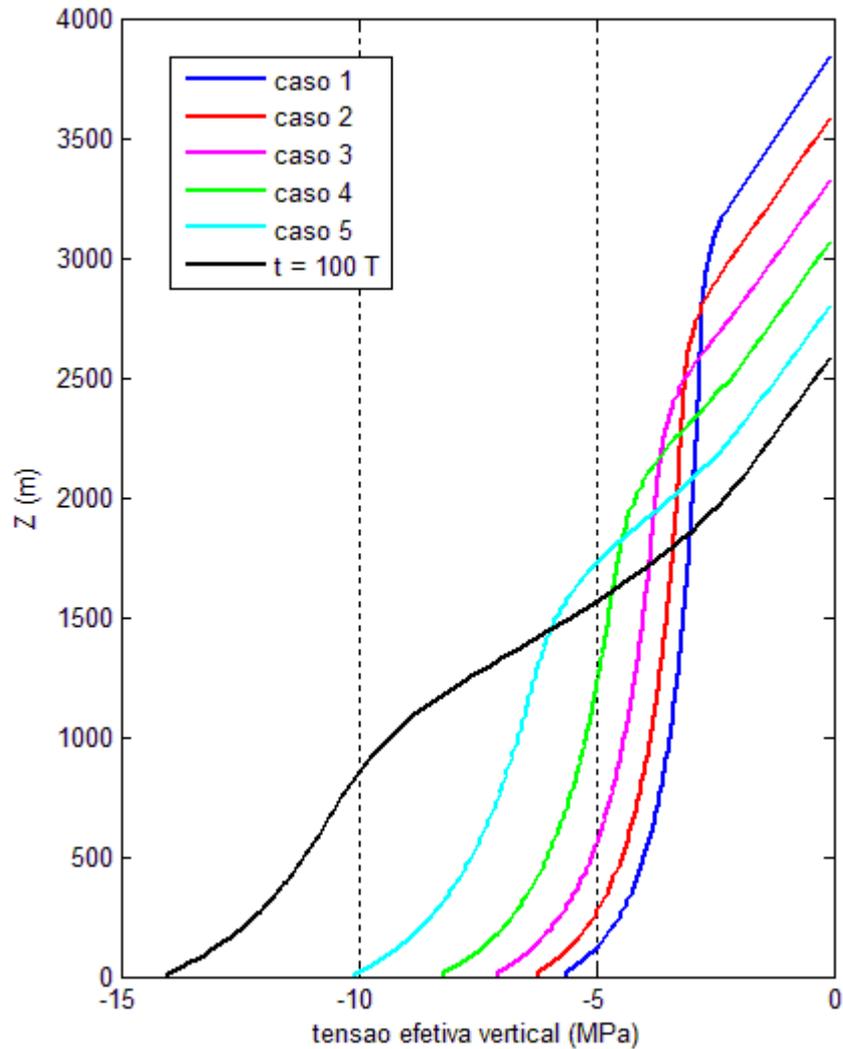


Figura 6.5: perfil de tensão efetiva vertical (fase 1 + fase 2)

A figura 6.5 apresenta a distribuição das tensões efetivas verticais. Observa-se um comportamento semelhante ao apresentado na distribuição das tensões efetivas horizontais, com uma camada intermediária onde a variação de σ'_v é pequena, seguida de uma camada inferior onde estas variações são mais significativas. Para o caso $t = 100T$, tem-se a tensão efetiva vertical σ'_v tendendo a aproximadamente -15 MPa.

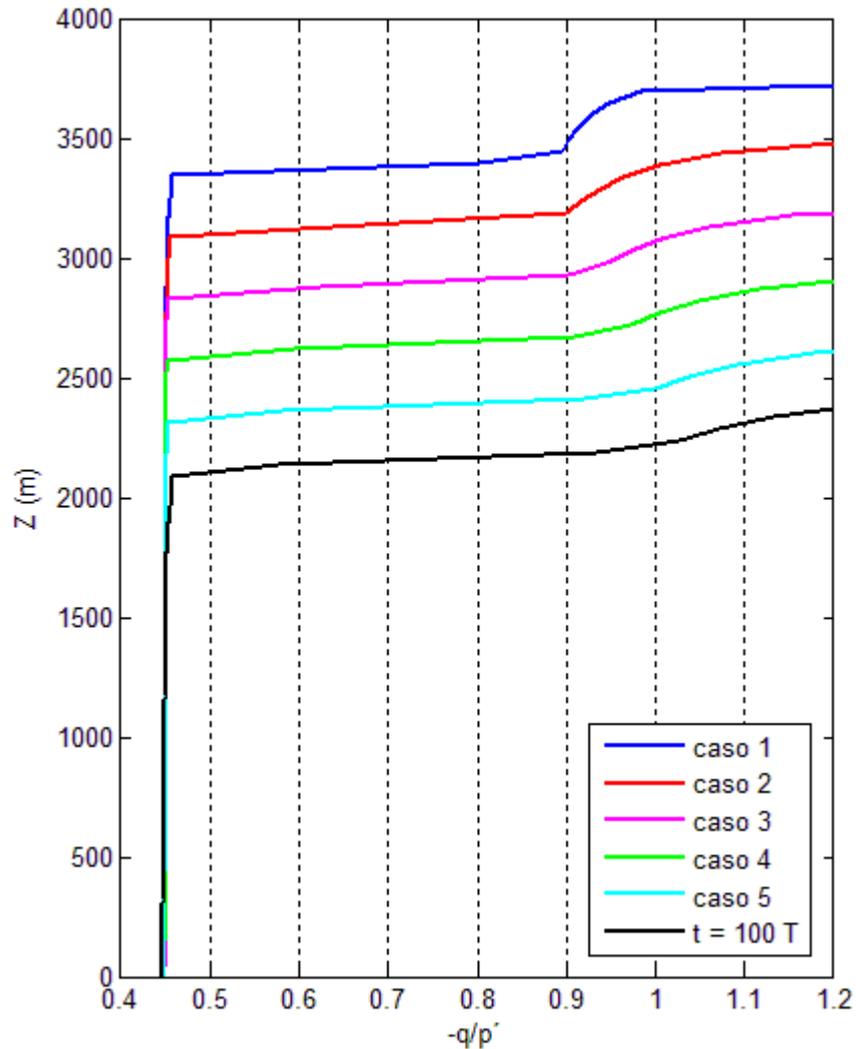


Figura 6.6: relação tensão desviadora/tensão média efetiva (fase 1 + fase 2)

A figura 6.6 apresenta a relação entre a tensão desviadora q e a tensão média efetiva p' , apresentadas em 4.66 e 4.65, respectivamente. Neste trabalho foi utilizado como inclinação da linha de estado crítico o valor correspondente a $M_{cs} = 1,2$ para o modelo plástico Cam-Clay (figura 4.6), ou seja, para as camadas onde a razão $-q/p'$ é superior a 1,2 o material poroso sofre dilatação, e para as camadas onde esta razão é inferior a 1,2 sofre compactação. Verifica-se que, para todos os casos, com exceção da camada superior, o perfil apresenta razão $-q/p'$ igual a 0,45 ao longo de toda a profundidade.

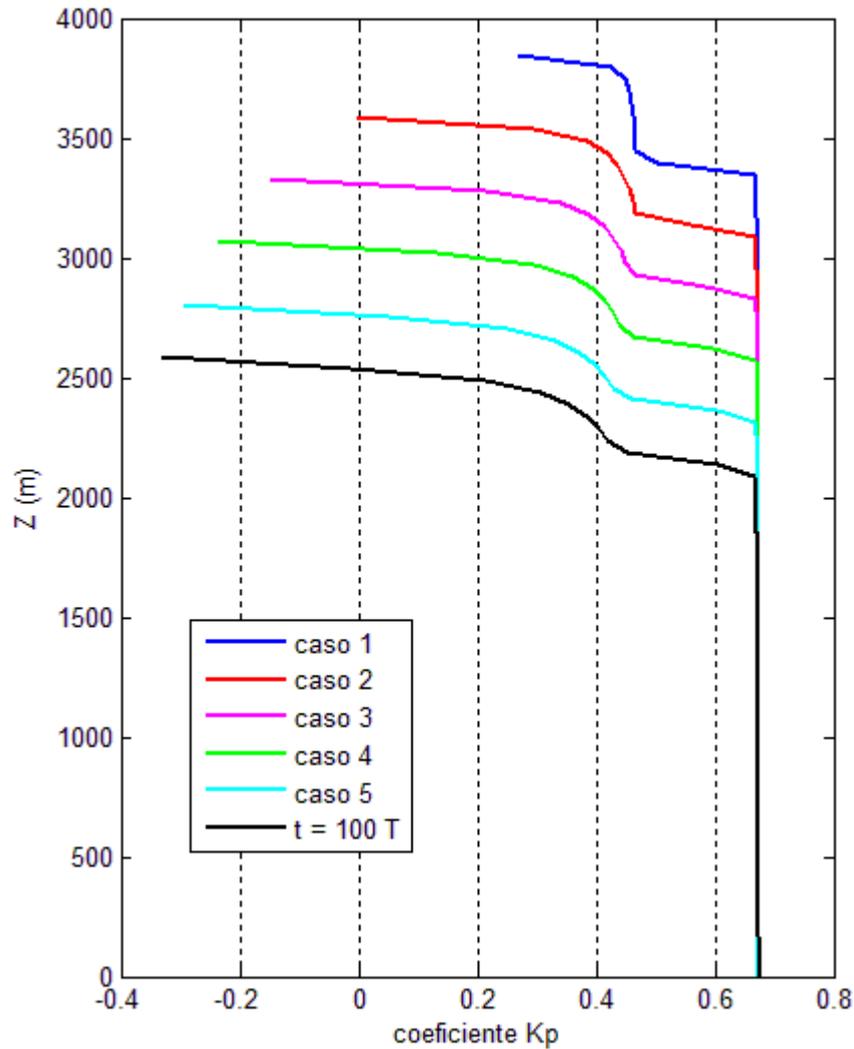


Figura 6.7: perfil de coeficiente K_p (fase 1 + fase 2)

Em análises clássicas da mecânica dos solos, um importante parâmetro é o coeficiente de empuxo definido pela razão entre a tensão efetiva horizontal e a tensão efetiva vertical:

$$Kp = \frac{\sigma'_H}{\sigma'_V} \quad (6.4)$$

Este parâmetro é frequentemente considerado constante ao longo da profundidade para uma bacia dada. Em análises tradicionais baseadas em cálculos unidimensionais, a sua estimativa permite acessar as tensões horizontais efetivas a partir das tensões verticais efetivas obtidas. Observa-se na figura 6.7 que, com a exceção de uma camada superior de 500 metros onde as tensões efetivas variam bastante, o coeficiente se manteve constante com o valor $Kp = 0,67$ ao longo de toda a profundidade da bacia para todos os casos apresentados.

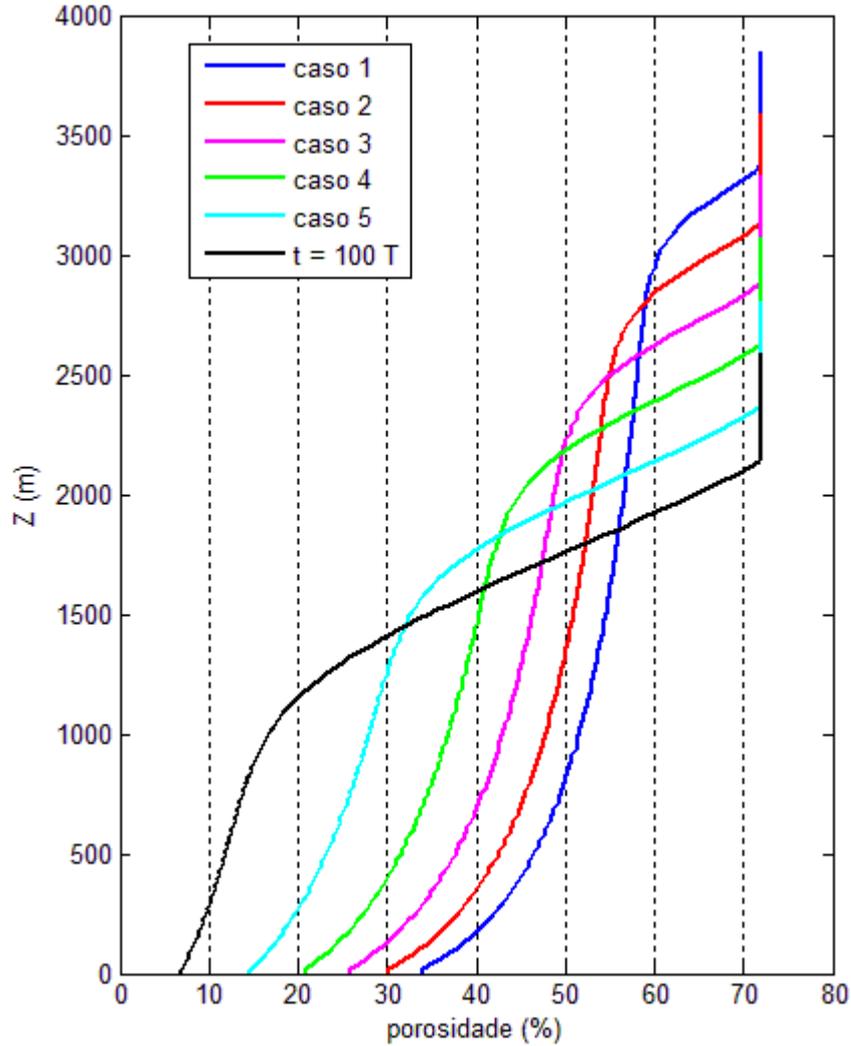


Figura 6.8: perfil de porosidade (fase 1 + fase 2)

A figura 6.8 apresenta os perfis de porosidade. É notável um grande grau de compactação do material poroso inicialmente depositado com 72% de porosidade. Mesmo para o caso 1, onde a bacia está mais jovem e ainda não teve muito tempo para a dissipação de seus excessos de poro-pressão, a porosidade da camada inferior de 1000 metros varia entre 34% e 51%. Para o tempo $t = 100T$, a porosidade no fundo da bacia chega a 6,8%. É esperado que para $t \rightarrow \infty$, a porosidade tenda a zero em $Z = 0$.

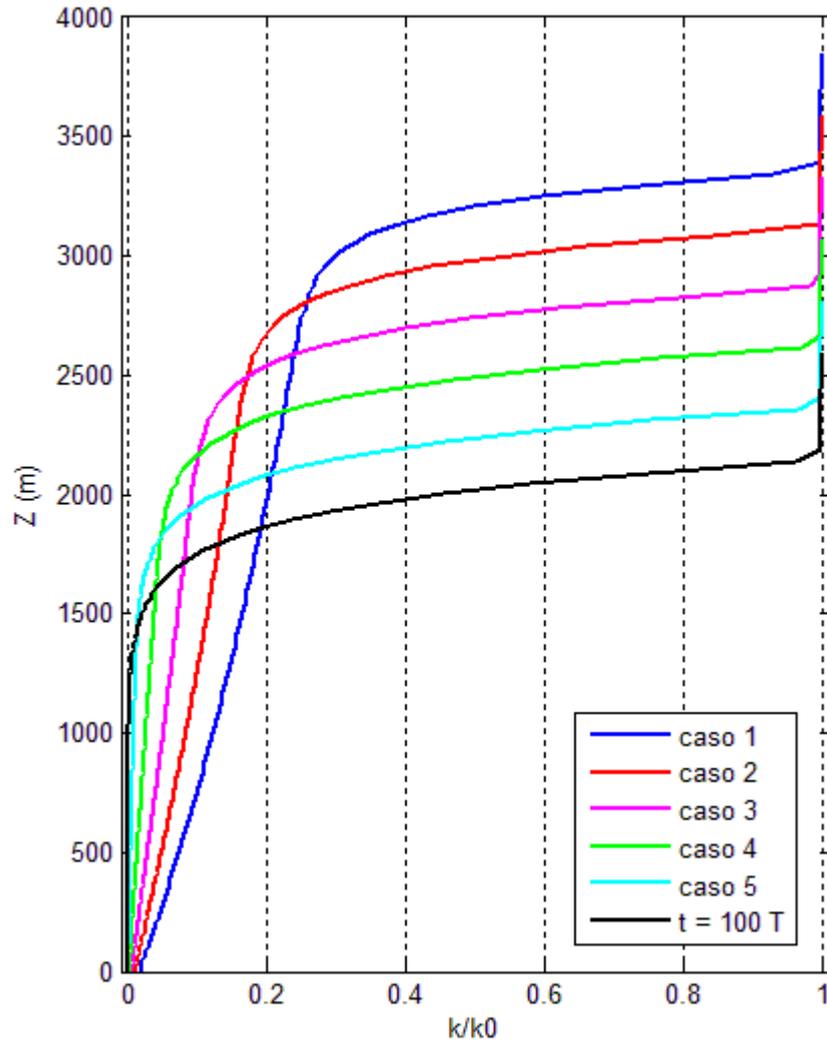


Figura 6.9: perfil de coeficiente de permeabilidade normalizado (fase 1 + fase 2)

A figura 6.9 apresenta os perfis de variação do coeficiente de permeabilidade normalizados. Como esta propriedade hidráulica é atualizada conforme a variação da porosidade, espera-se um comportamento similar ao gráfico anterior. A variação do coeficiente nas camadas inferiores é muito grande, chegando a ficar de 10 a 100 vezes menor para $Z = 1000 m$. Estas camadas inferiores se tornaram praticamente impermeáveis, o que implica em um tempo muito elevado para a continuação do processo de dissipação dos excessos de poro-pressão.

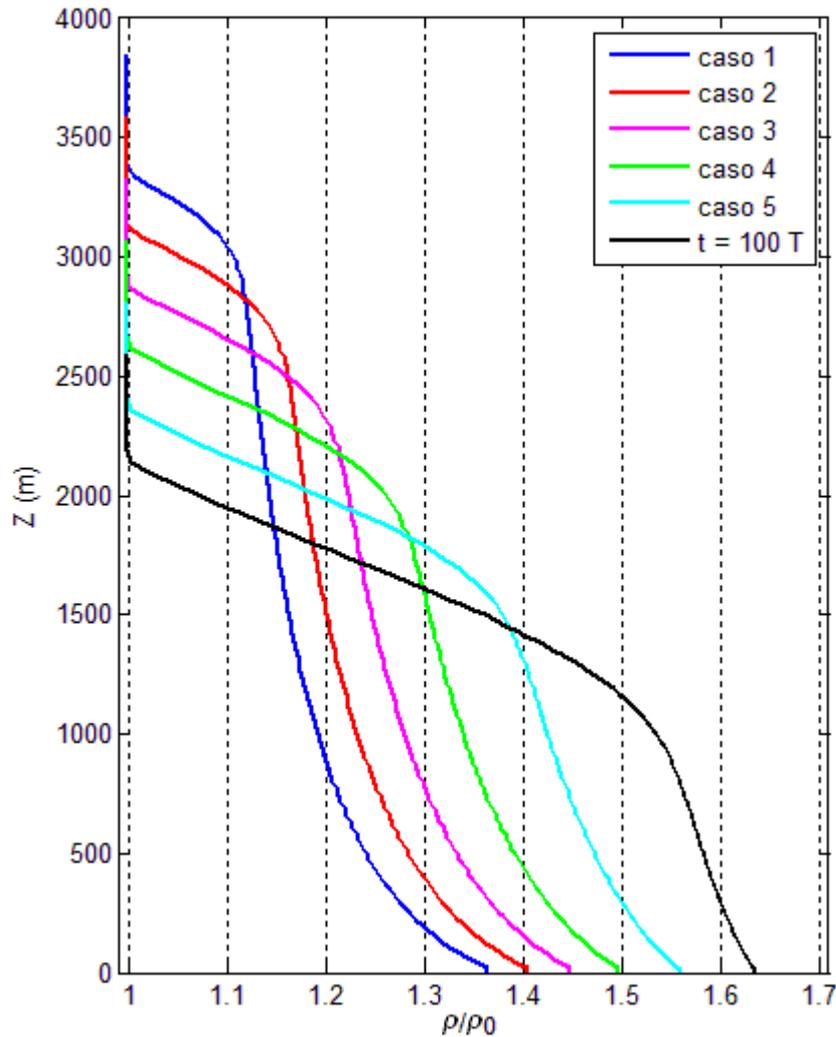


Figura 6.10: perfil de massa específica normalizado (fase 1 + fase 2)

A variação da massa específica do material poroso pode ser analisada na figura 6.10. Devido à diminuição da porosidade, induzindo a expulsão do fluido, a massa específica cresce com a profundidade para uma dada configuração da bacia. Para $t = 100T$, o material depositado com uma massa específica inicial de 1370 kg/m^3 tem um aumento de mais de 50% na sua camada inferior de 1000 metros, e de mais de 60% na base da bacia, o que corresponde a 2240 kg/m^3 , valor próximo do adotado para a fase sólida do esqueleto $\rho^s = 2320 \text{ kg/m}^3$.

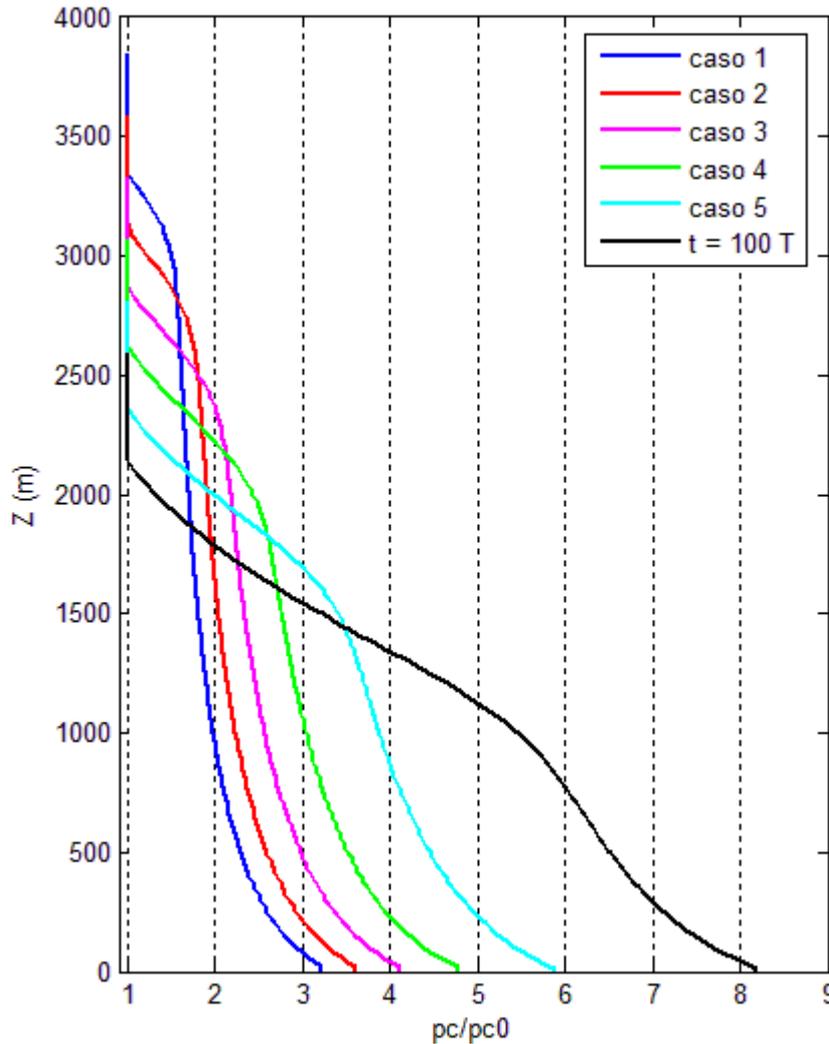


Figura 6.11: perfil de pressão de consolidação normalizado (fase 1 + fase 2)

O endurecimento do material sedimentar devido às grandes deformações plásticas está ilustrado na figura 6.11. Verifica-se que para todos os casos a camada superior de aproximadamente 500 metros permanece com o valor inicial da pressão de consolidação, o que indica que esta parte da bacia se encontra ainda no domínio elástico, justificando o fato desta camada ter um comportamento bem diferente das camadas mais profundas, como apresentado nas figura 6.6 para a relação entre a tensão desviadora q e a tensão média efetiva p' , e na figura 6.7 para o coeficiente Kp . Nota-se que para o caso $t = 100T$ a pressão de consolidação do material atinge um valor superior a oito vezes o seu valor inicial.

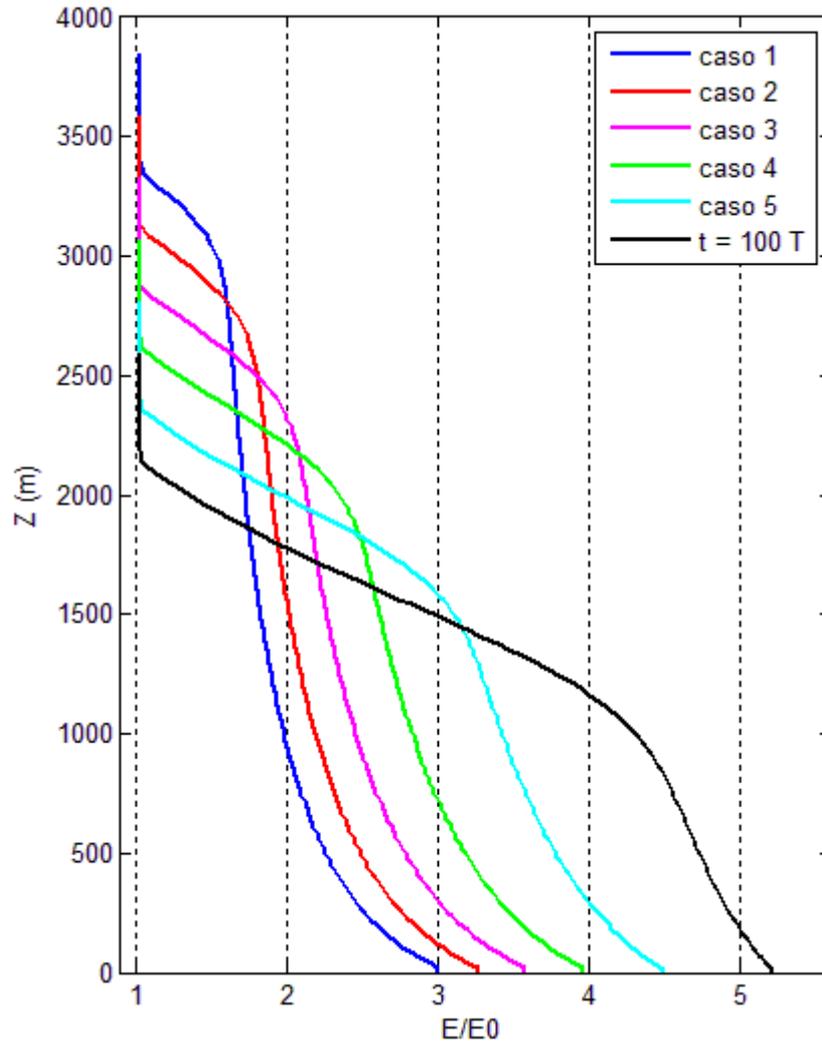


Figura 6.12: perfil de módulo de Young normalizado (fase 1 + fase 2)

Os valores do módulo de Young apresentados na figura 6.12 são atualizados a partir da variação da porosidade de forma indireta, já que os limites variacionais de Hashin e Shtrikman são válidos apenas para o módulo de compressão K e o coeficiente de Lamé μ . Verifica-se um aumento de rigidez no material ao longo da profundidade da bacia. O módulo de elasticidade na base da bacia para o caso 1 chega a 3000 MPa e para $t = 100T$ chega a 5215 MPa, correspondendo a 87% do valor da parte sólida do esqueleto $E^s = 5950 \text{ MPa}$.

Um parâmetro interessante para a análise do efeito de movimentos laterais é o esforço horizontal resultante que atua sobre um plano vertical da bacia (neste caso em $x = 12 \text{ km}$):

$$F(t) = - \int_0^{H(t)} \sigma'_H dz \quad (6.5)$$

Onde F é uma força por unidade de comprimento transversal. A representação desta força F é ilustrada na figura 6.13 abaixo, e a variação desta força ao longo do processo de compactação gravitacional da bacia sedimentar está apresentada na figura 6.14.



Figura 6.13: representação esquemática da força resultante

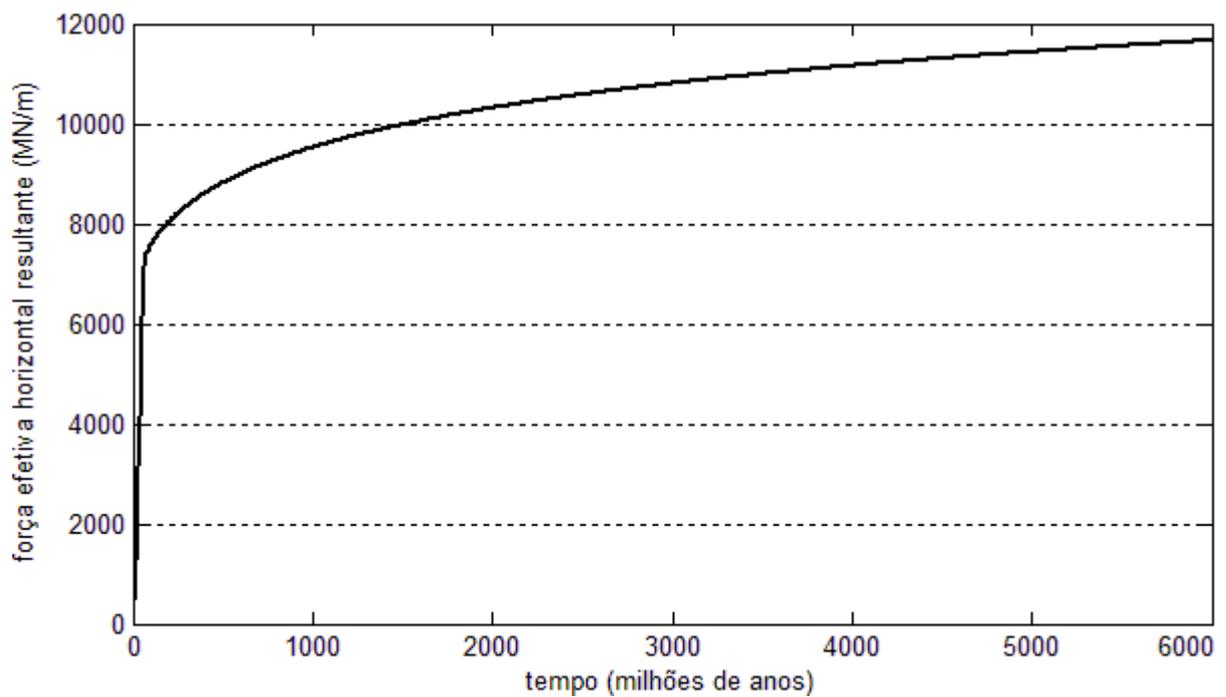


Figura 6.14: força efetiva horizontal resultante (fase 1 + fase 2)

A figura 6.15 apresenta a variação da tensão efetiva horizontal média ao longo da história da bacia definida pela equação 6.6.

$$\sigma'_{H,méd} = \frac{F(t)}{H(t)} \quad (6.6)$$

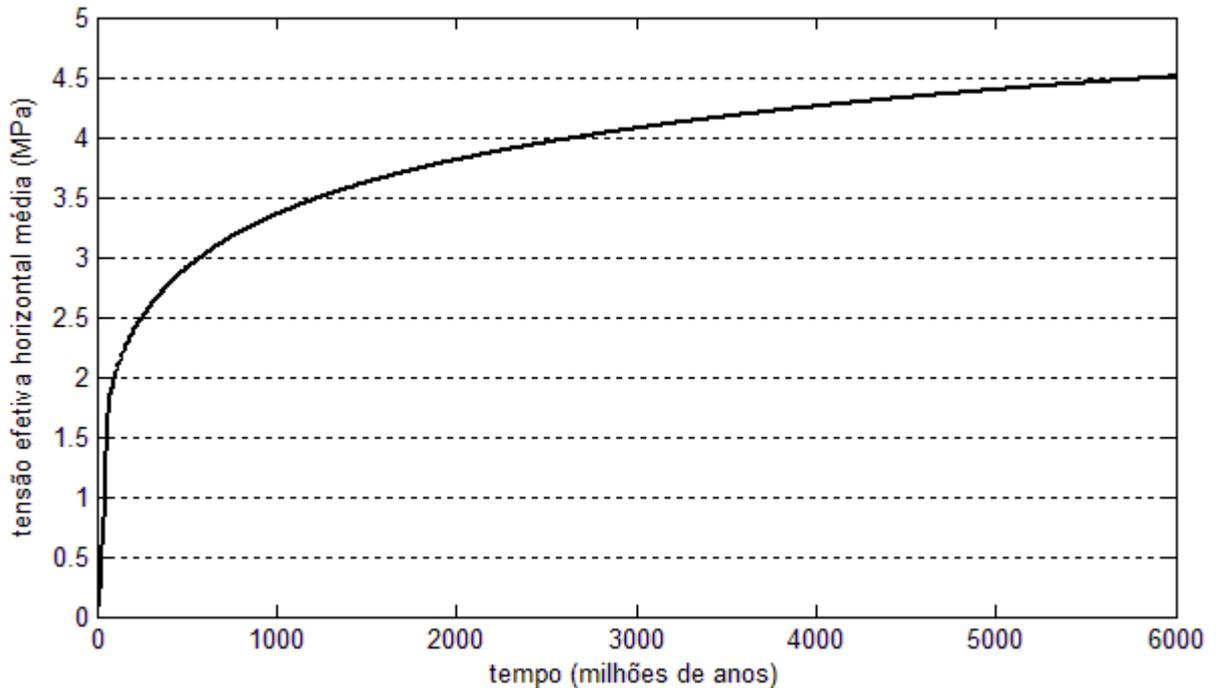


Figura 6.15: tensão efetiva horizontal média (fase 1 + fase 2)

Analisando as figuras acima, para força efetiva horizontal resultante e tensão efetiva horizontal média, observa-se que ambas tiveram comportamento semelhante: um primeiro trecho linear onde o esforço sobe rapidamente para os primeiros 150 milhões de anos, seguido de uma curva que após 6 bilhões de anos está tendendo a se estabilizar, o que só deve acontecer quando todas as camadas da bacia tiverem dissipado seu excesso de poro-pressão. Como apresentado nos perfis de poro-pressão na figura 6.3, mesmo para $t = 100T$, nas camadas inferiores o perfil não é hidrostático pois a poro-pressão ainda não foi totalmente aliviada, ou seja, caso o processo de compactação gravitacional continue, pode-se esperar ainda um aumento nos esforços máximos obtidos nas figuras 6.14 e 6.15 antes de se estabilizarem completamente.

6.3 SEQUÊNCIAS TECTÔNICAS

Nesta seção, as cinco configurações escolhidas sobre a curva de compactação gravitacional da bacia sedimentar ilustrada na figura 6.2, e que estão apresentadas na tabela 1, são submetidas a movimentos tectônicos de tração e compressão com velocidade igual a ± 1 mm/ano. Esta velocidade de deslocamento das placas tectônicas é aplicada a partir de deslocamentos prescritos nos nós da lateral da bacia ($x = 12\text{km}$), aplicando-se um incremento de deslocamento Δu na direção horizontal de ± 1 mm para um incremento de tempo Δt de 1 ano.

A tabela 6.2 apresenta para todos os casos estudados os deslocamentos totais obtidos na lateral da bacia após o período de aplicação de movimentos tectônicos (final da fase 3). Pode-se observar que os valores finais de deslocamento, tanto em tração quanto em compressão, foram muito próximos em todos os casos. Este valor corresponde aos nós da lateral da bacia (os mesmos nós onde os incrementos de deslocamento são prescritos).

Fase 3 - Deslocamento máximo obtido (m)		
Caso	Tração	Compressão
1	1170,3	-1175,7
2	1163,4	-1168,8
3	1161,3	-1162,8
4	1150,6	-1167,9
5	1142,9	-1155,1

Tabela 6.2: deslocamento lateral total obtido para fase 3

As figuras 6.16a e 6.16b apresentam as curvas de compactação para os casos compressivos e extensionais, respectivamente. É utilizada como origem do eixo das abscissas o momento em que o deslocamento horizontal começou a ser aplicado (início da fase 3), ou seja, a escala de tempo apresentada nestas figuras não corresponde a evolução temporal das bacias em termos absolutos, mas em termos relativos referentes a fase de movimentos tectônicos. Isto foi feito para que se possa apresentar a evolução de todas as curvas em um mesmo gráfico, já que as idades das bacias são diferentes no momento em que se começa a fase 3 (tabela 6.1).

A partir da figura 6.16a pode-se notar que, mesmo partindo de idades diferentes, e conseqüentemente, alturas diferentes das camadas de sedimentos, a altura final atingida para todos os casos compressivos é praticamente a mesma, em torno de 2515 metros. Analisando os valores nota-se que esta altura chega a 2500 m no meio do processo e depois aumenta para 2515 m, representando um princípio do fenômeno de inversão da bacia (*uplifting*).

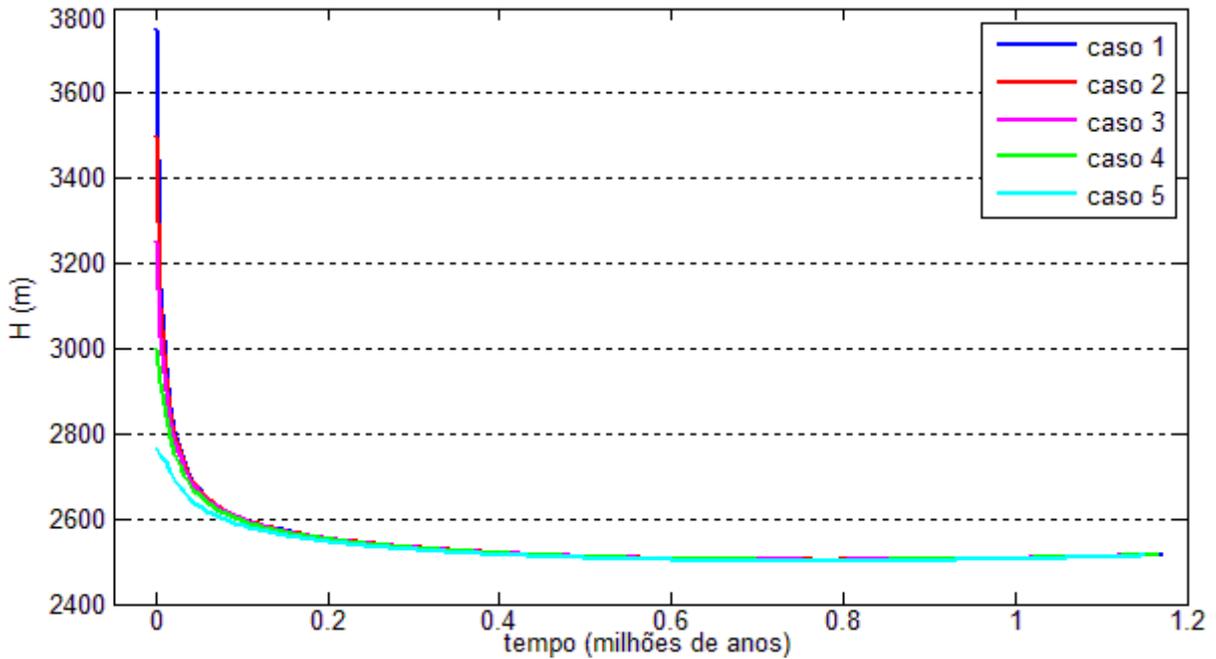


Figura 6.16a: curva de compactação (fase 3 – compressão)

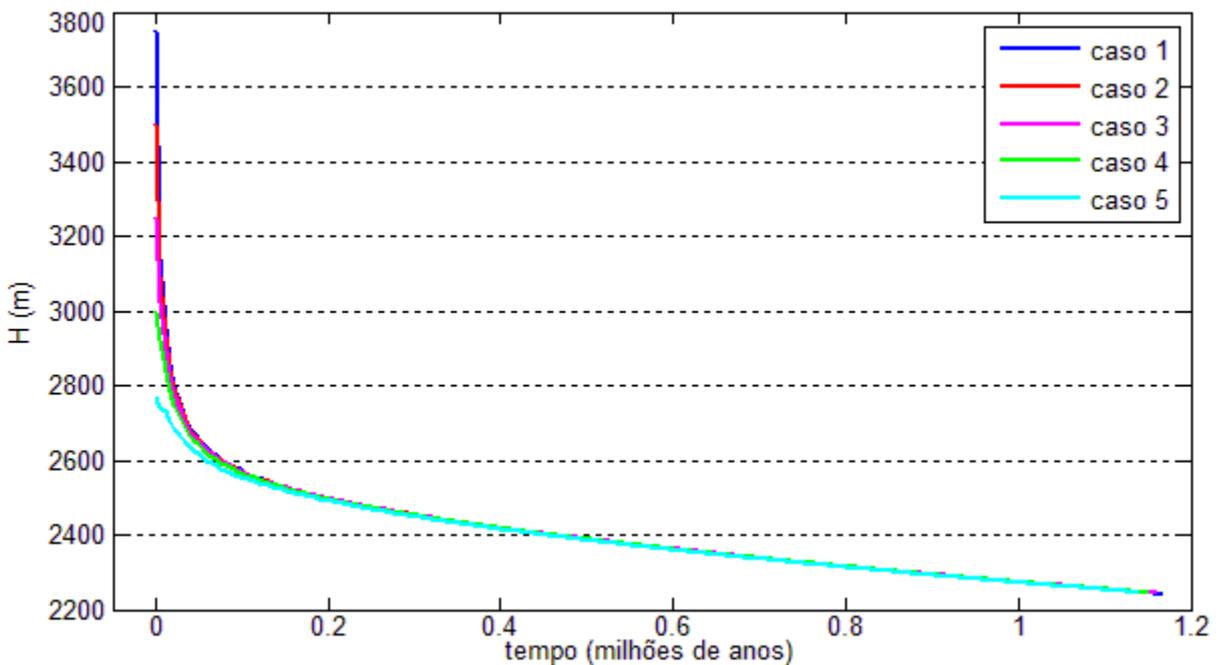


Figura 6.16b: curva de compactação (fase 3 – tração)

Analisando a figura 6.16b, verifica-se que para os casos de movimentos tectônicos extensionais, as curvas das cinco configurações escolhidas também se sobrepuseram, atingindo deslocamentos máximos semelhantes, chegando a uma altura final de 2240 m. Os movimentos tectônicos permitiram que as bacias continuassem o processo de compactação, atingindo cotas inferiores às atingidas durante o processo de compactação gravitacional.

Observa-se que, tanto para tração quanto compressão, após o início da aplicação dos movimentos tectônicos, foi necessário apenas 200 mil anos para que todas as curvas que estavam inicialmente defasadas de 250 em 250 metros (tabela 6.1) se sobrepujassem. Verifica-se também que o tempo de duração correspondente a fase 3 foi praticamente o mesmo para todos os casos estudados, ficando em torno de 1,16 milhões de anos, quando o algoritmo interrompeu os cálculos.

A aplicação dos deslocamentos laterais de origem tectônica acelerou significativamente o processo de compactação das bacias sedimentares. No caso de compactação gravitacional apresentado anteriormente na figura 6.2, foi necessário 6 bilhões de anos ($t = 100T$) para se atingir a cota $H = 2588 \text{ m}$. Este tempo é mais de cinco mil vezes maior que o tempo necessário para se atingir uma altura semelhante nos casos compressivos, $H = 2515 \text{ m}$, e uma altura cerca de 350 metros superior em relação aos casos extensionais, $H = 2240 \text{ m}$.

A figura 6.17 apresenta, segundo uma escala de tempo em termos absolutos, a curva de compactação gravitacional e as curvas de compactação registradas durante a fase 3 para o caso 1. Observa-se que após o início da fase 3 a bacia obteve uma compactação de centenas de metros ao longo de 1,2 milhões de anos, enquanto que para este mesmo tempo, compactando-se gravitacionalmente, a diferença de altura obtida foi de apenas 10 metros.

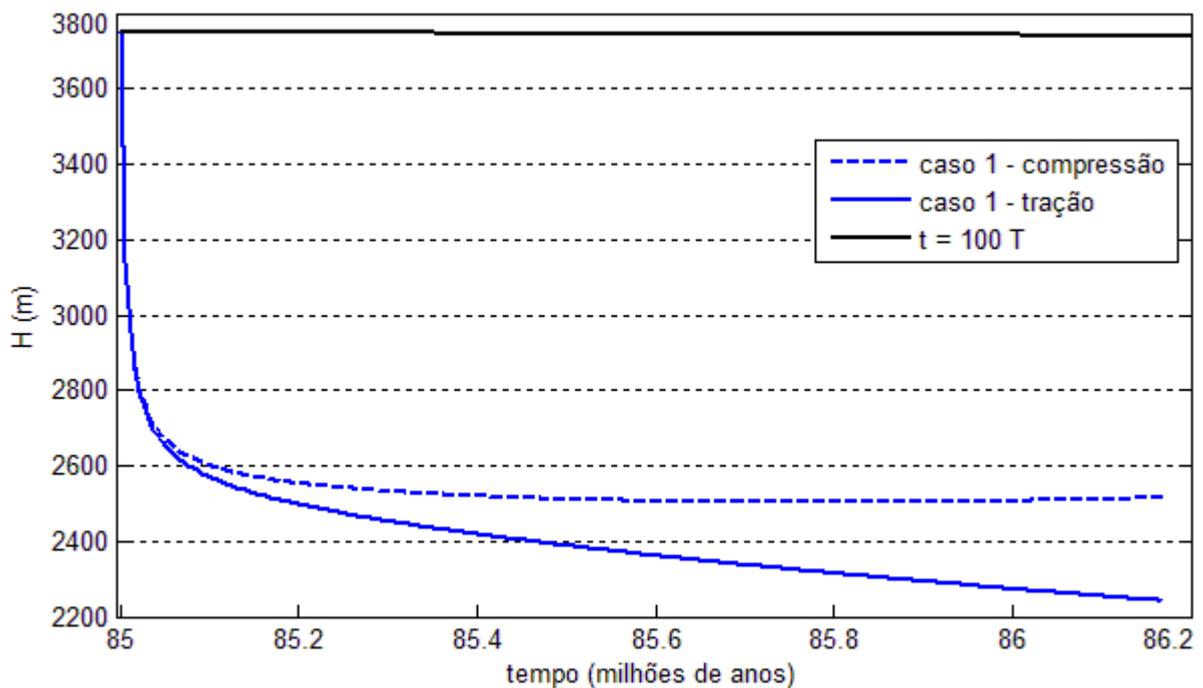


Figura 6.17: curvas de compactação: (fase 1 + fase 2) e fase 3

A partir das velocidades utilizadas na aplicação dos movimentos tectônicos lentos, $V = \pm 1 \text{ mm/ano}$, as distribuições dos deslocamentos horizontais obtidas para todos os casos estudados de tração e compressão foram lineares ao longo do eixo x para todas as camadas de elementos ao longo do eixo z . Isto pode ser verificado na figura 6.18, que apresenta um corte horizontal realizado em $Z = 1000 \text{ m}$ para os movimentos tectônicos extensionais do caso 5.

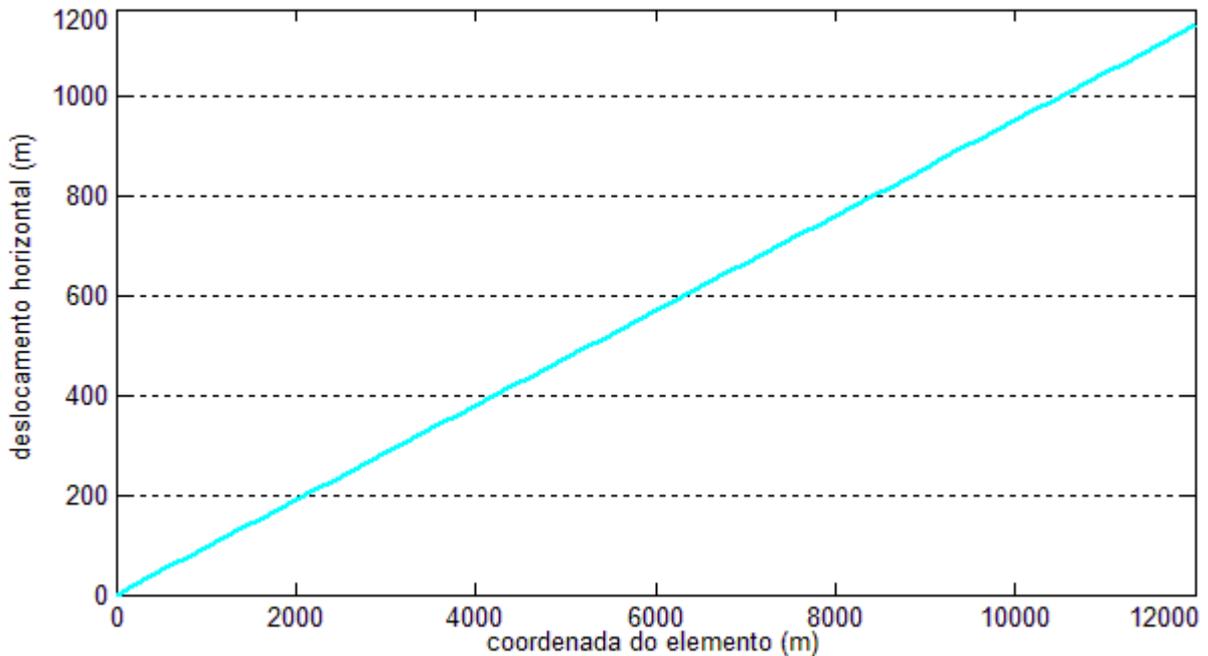


Figura 6.18: deslocamento horizontal do caso 5 (fase3 – tração)

Mesmo que se tenha deformado a bacia lateralmente, a distribuição espacial das suas propriedades na direção x permaneceu constante, sendo suficiente apenas um corte vertical para representar suas variações ao longo da profundidade da bacia. Este corte é realizado no mesmo lugar que anteriormente, na lateral da bacia. As figuras 6.19 a 6.28 apresentam para o final da história da bacia de todos os casos (fim da fase 3) os diferentes perfis apresentados no item anterior. Nota-se que todas as curvas são coincidentes umas com as outras.

As figuras 6.19 apresentam os perfis de poro-pressão para os casos de compressão e tração, respectivamente. Analisando estes gráficos, constata-se que os perfis de poro-pressão continuam diferentes da distribuição hidrostática para ambos os casos. Nos casos compressivos, o perfil é hidrostático até aproximadamente a cota $Z = 1000 \text{ m}$, abaixo da qual a baixa permeabilidade da camada sedimentar dificulta a saída do fluido contido em seus poros, ao mesmo tempo em que a bacia está sendo comprimida lateralmente, aumentando

significativamente a poro-pressão para estas camadas inferiores, chegando a -100 MPa na base da bacia, valor que é superior ao do caso 1 de compactação gravitacional ilustrado na figura 6.3, onde a bacia ainda não tinha tido tempo suficiente para dissipar grande parte do seu excesso de poro-pressão.

Nos casos extensionais, o perfil é hidrostático até aproximadamente a cota $Z = 500$ m, chegando a -83 MPa na base da bacia, valor maior do que todos apresentados na figura 6.3, inclusive para o caso $t = 100T$. Pode-se afirmar então que a tectônica de tração acelerou o processo de dissipação das poro-pressões, promovendo um perfil de pressão quase hidrostático após 1,2 milhões de anos de aplicação dos deslocamentos laterais, enquanto que para o caso em que se deixou a bacia compactando gravitacionalmente, o valor da poro-pressão na base da bacia é de -88 MPa mesmo depois de 6 bilhões de anos.

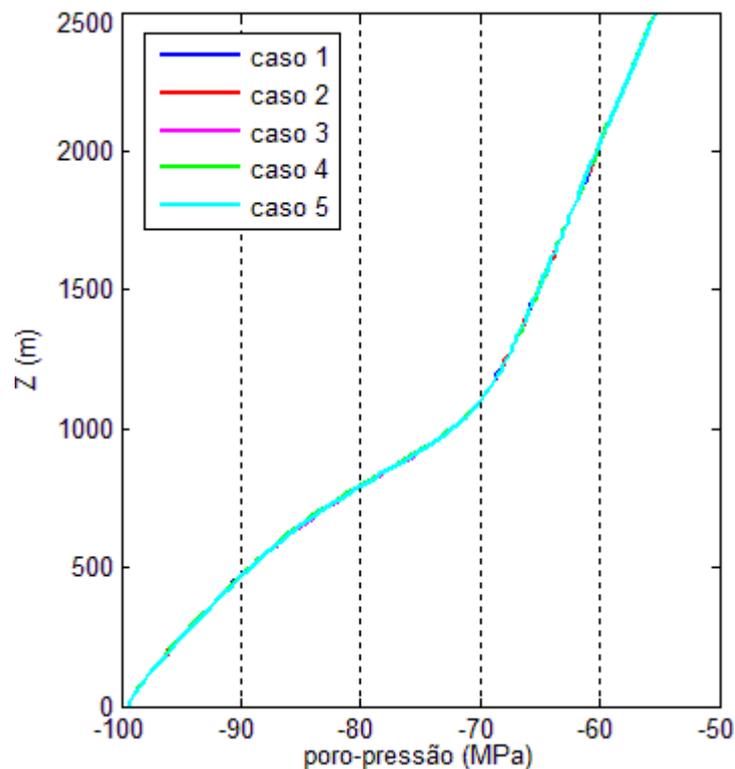


Figura 6.19a: perfil de poropressão (fase3 – compressão)

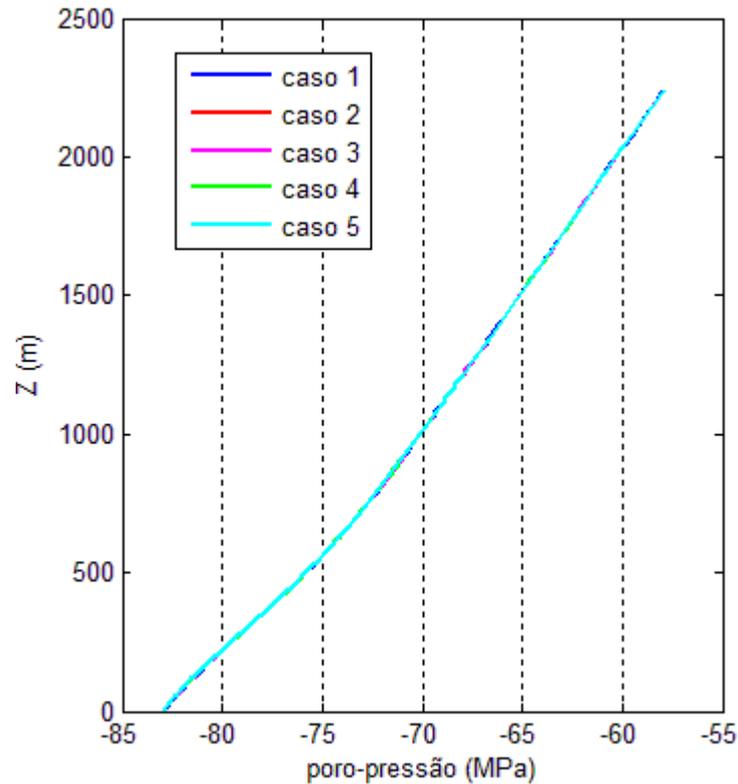


Figura 6.19b: perfil de poropressão (fase3 – tração)

As figuras 6.20 abaixo apresentam os perfis de tensão efetiva horizontal. Observa-se que a curva obtida para o caso de compressão tectônica ilustrada na figura 6.20a apresenta uma queda brusca das tensões efetivas horizontais nas camadas inferiores a $Z = 500\text{ m}$, chegando a tensões efetivas na base da bacia em torno de -25 MPa .

Nos casos de tração apresentados na figura 6.20b, a curva tem comportamento monotônico sem variações bruscas, chegando a -4 MPa na base da bacia. Pode-se observar que a bacia apresenta tensões efetivas horizontais positivas nas camadas superiores. No entanto, a tensão média efetiva p' manteve-se positiva, o que é necessariamente coerente, já que o modelo utilizado para o material poroso não suporta esforços de tração.

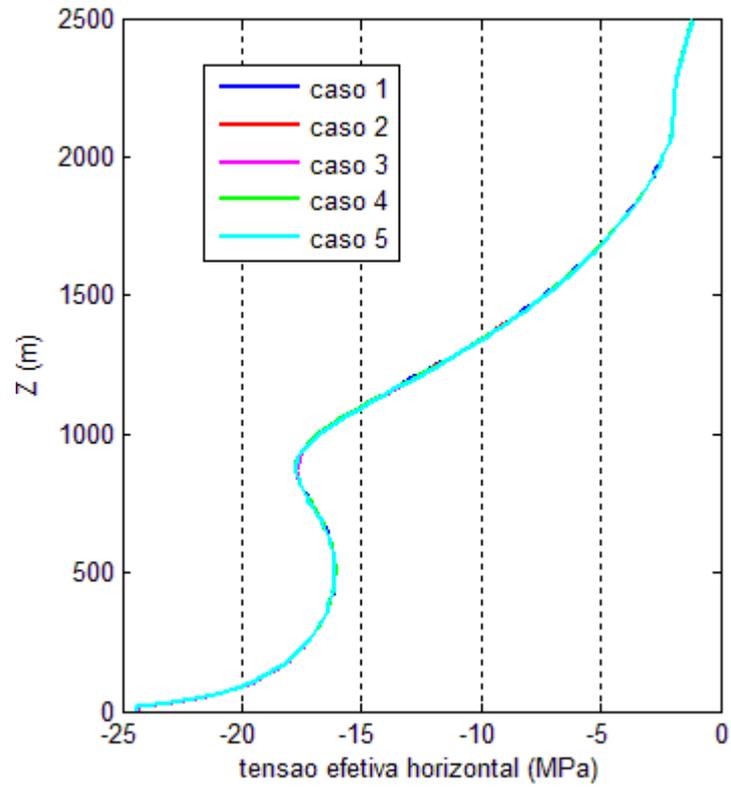


Figura 6.20a: perfil de tensão efetiva horizontal (fase3 – compressão)

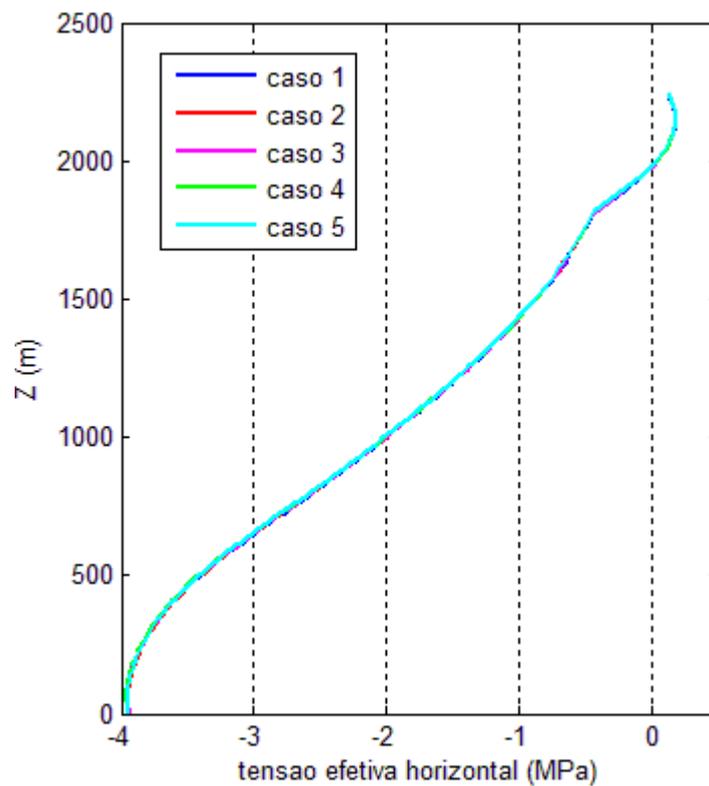


Figura 6.20b: perfil de tensão efetiva horizontal (fase3 – tração)

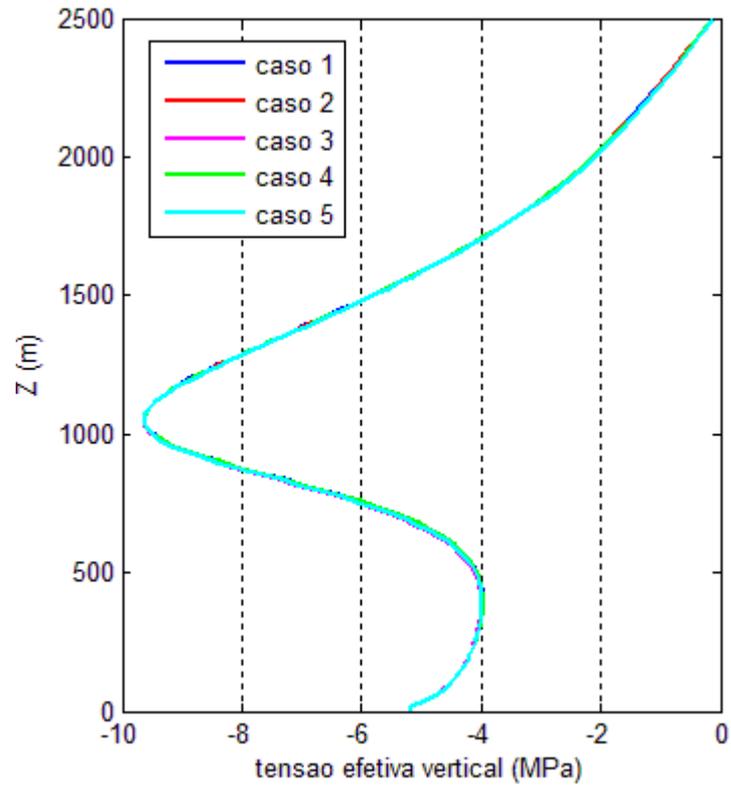


Figura 6.21a: perfil de tensão efetiva vertical (fase3 – compressão)

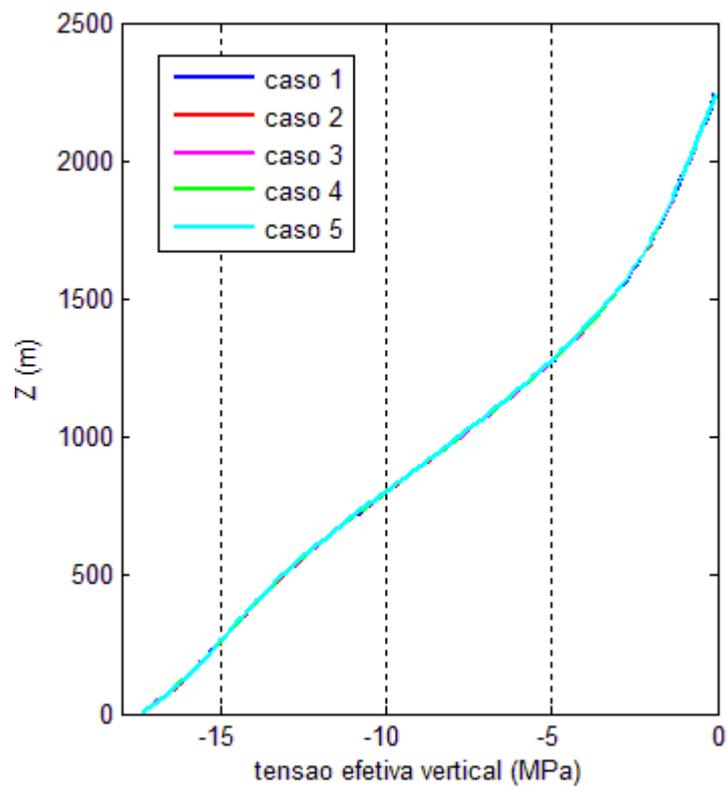


Figura 6.21b: perfil de tensão efetiva vertical (fase3 – tração)

As figuras 6.21 acima apresentam os perfis de tensão efetiva vertical. Assim como para as tensões efetivas horizontais, nos casos compressivos a curva da figura 6.21a apresenta um comportamento não monotônico, chegando a valores próximos de -10 MPa em $Z = 1000$ m e aumentando para -5 MPa na base da bacia. Nos casos extensionais da figura 6.21b, a curva da tensão efetiva vertical tem comportamento monotônico chegando a -17 MPa em $Z = 0$ m.

Os perfis 6.22 abaixo ilustram a relação entre a tensão desviadora q e a tensão média efetiva p' . Os casos compressivos apresentam um perfil bem variado ao longo da altura da bacia. Na pequena camada superior de aproximadamente 250 metros os valores são maiores que 1,2, o que indica a dilatação do material. Na camada intermediária este valor fica em torno de 0,25, indicando grande compactação do material sedimentar, e aumenta em direção ao fundo da bacia, ficando em torno de 1,2 em sua base, valor correspondente à inclinação da linha de estado crítico M_{cs} sob a qual o material poroso apresenta deformações plásticas sem que ocorra variação volumétrica ou acréscimo de tensão efetiva. Nos casos extensionais, a não ser pelas camadas superiores que estão sob processo de dilatação apresentando valores entre 1,2 e 3, a bacia apresenta comportamento praticamente uniforme ao longo da sua altura, com valores em torno de 1,12 e chegando a 1,2 na base da bacia.

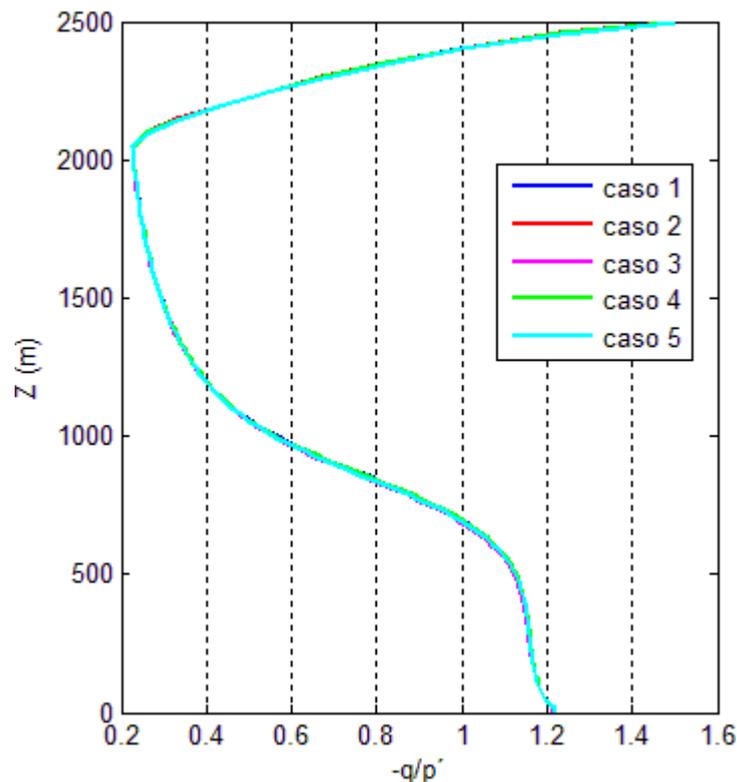


Figura 6.22a: relação tensão desviadora/tensão média efetiva (fase3 – compressão)

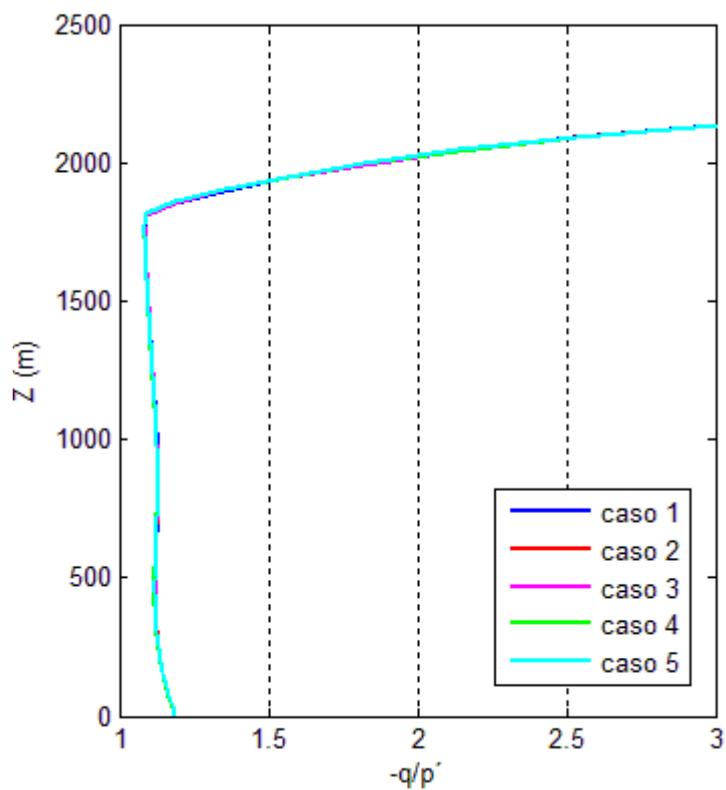


Figura 6.22b: relação tensão desviadora/tensão média efetiva (fase3 – tração)

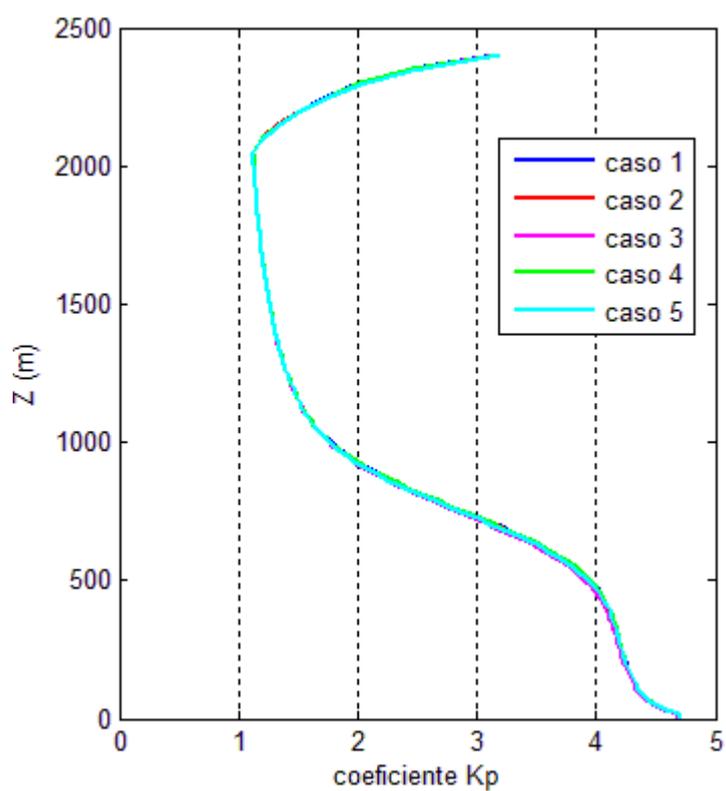


Figura 6.23a: perfil de coeficiente K_p (fase3 – compressão)

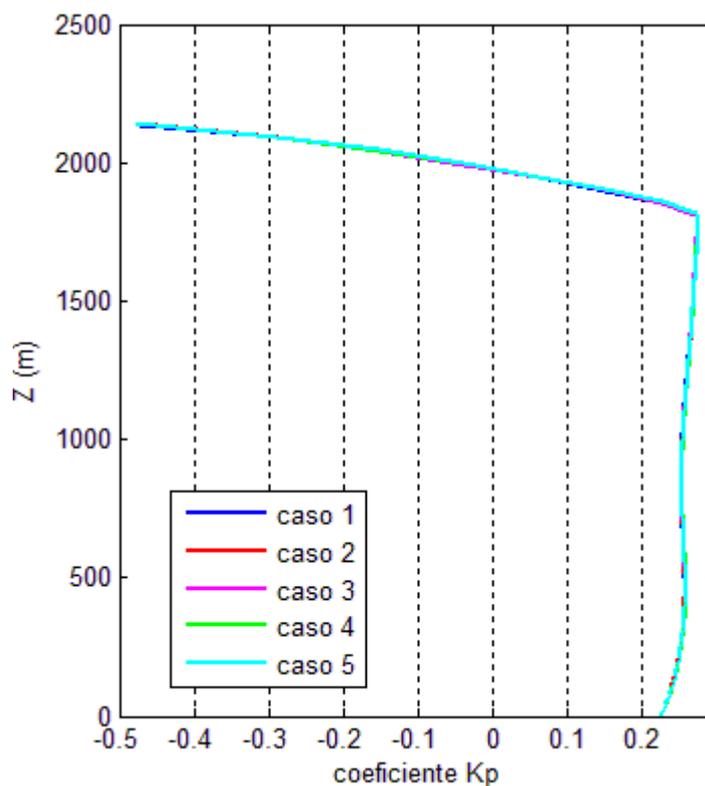


Figura 6.23b: perfil de coeficiente K_p (fase3 – tração)

As figuras 6.23 acima apresentam as variações do coeficiente K_p . Diferentemente do comportamento praticamente constante observado anteriormente na figura 6.7, no caso de compressão este valor varia significativamente, chegando a uma razão entre as tensões efetivas horizontais e verticais de $K_p = 4,7$. Nos casos de tração o comportamento foi praticamente constante com valores em torno de $K_p = 0,24$, a não ser nos 250 m da camada superior da bacia, onde a variação é grande, chegando a valores negativos para o coeficiente, já que se obteve tensões efetivas horizontais positivas neste local.

As figuras 6.24 apresentam os perfis de variação da porosidade. Nos casos de compressão os valores obtidos para a porosidade da camada inferior compreendida entre a base da bacia e a cota $Z = 1000\text{ m}$ foram muito pequenos, variando entre 0,2% a 4%. Nos casos de tração os valores mínimos obtidos na base da bacia foram de 1,5%. Em consequência das tensões efetivas horizontais positivas nas camadas superiores, a porosidade final destas camadas é maior do que a porosidade inicial do material sedimentado, chegando a 75% no topo da bacia.

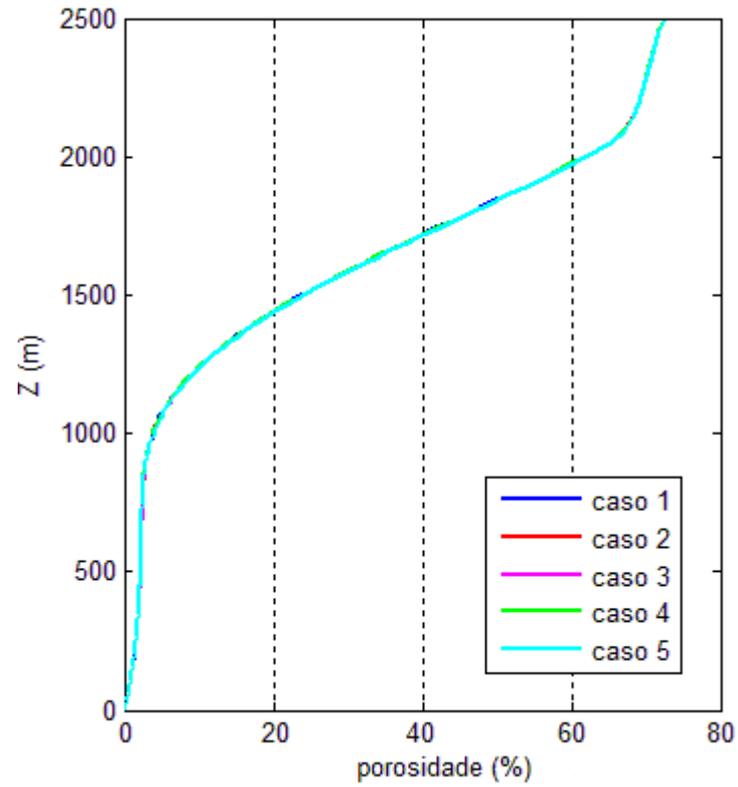


Figura 6.24a: perfil de porosidade (fase3 – compressão)

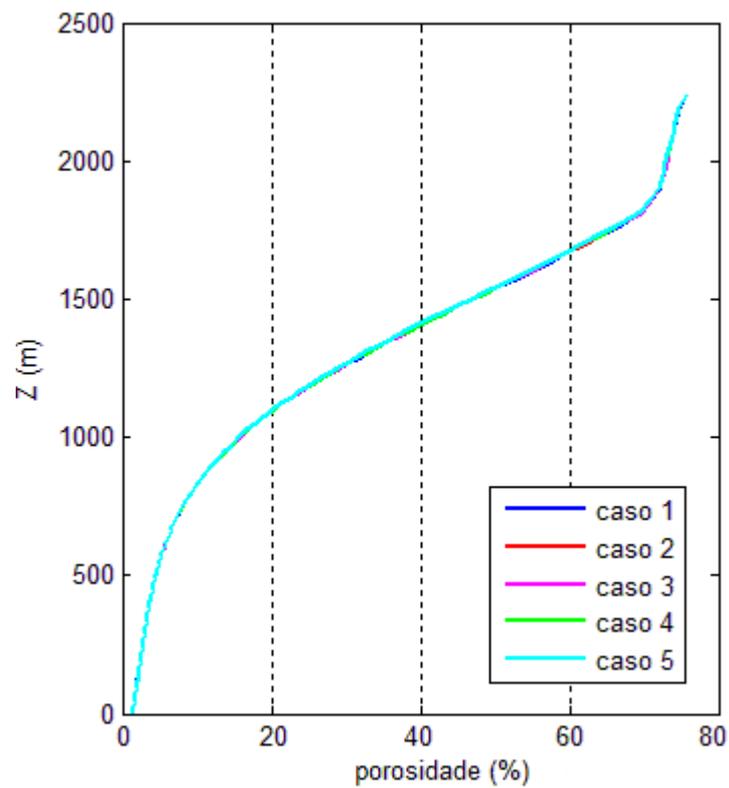


Figura 6.24b: perfil de porosidade (fase3 – tração)

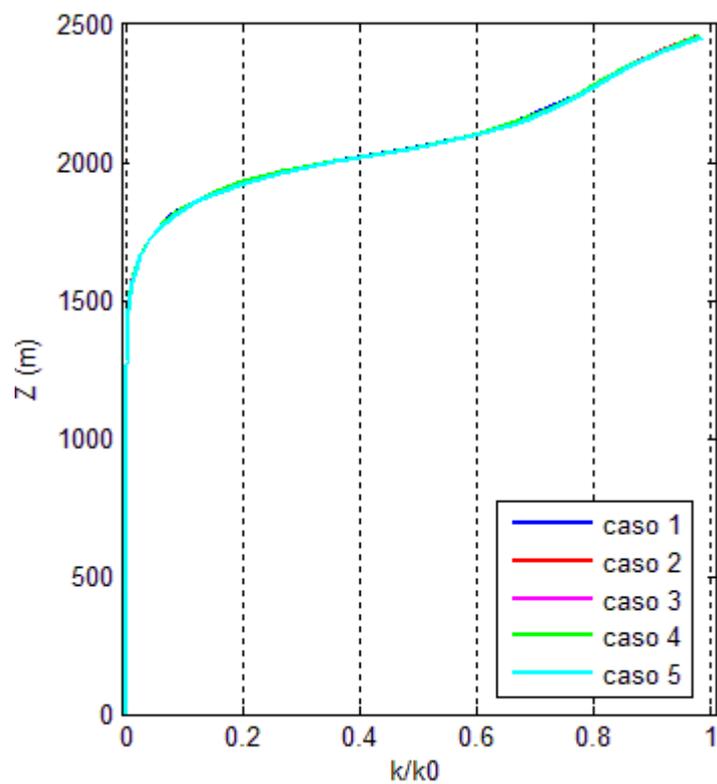


Figura 6.25a: perfil de coef. de permeabilidade normalizado (fase3 – compressão)

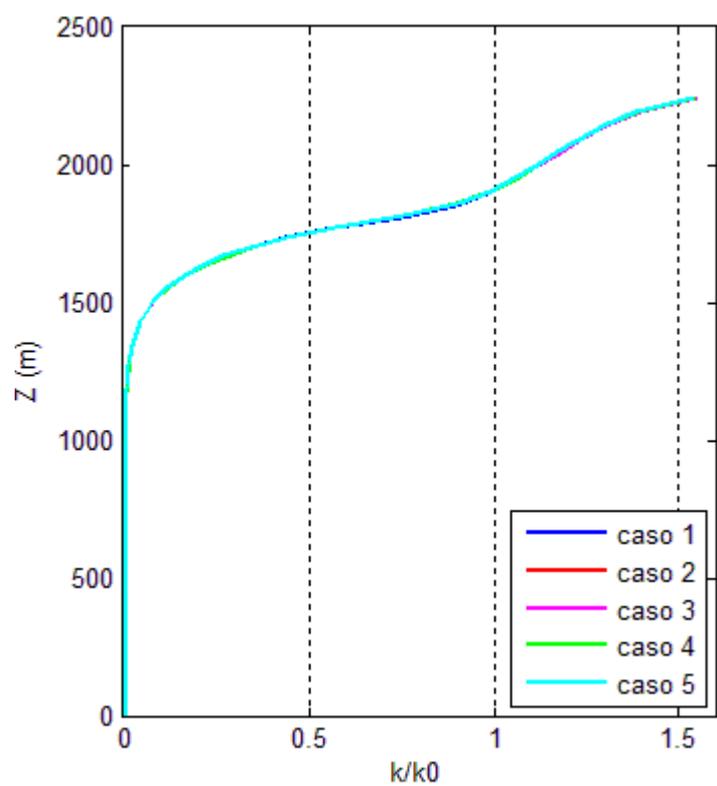


Figura 6.25b: perfil de coef. de permeabilidade normalizado (fase3 – tração)

Nas figuras 6.25 pode-se analisar as curvas normalizadas correspondentes ao comportamento do coeficiente de permeabilidade. Como este coeficiente evolui em função da variação da porosidade, pode-se verificar que nas camadas inferiores o material poroso é praticamente impermeável para ambos os casos. Em razão do aumento da porosidade nas camadas superiores das bacias submetidas a esforços de tração, observa-se que a permeabilidade nestas camadas teve o seu valor final aumentado de 50% do valor inicial do material depositado.

As figuras 6.26 apresentam as curvas normalizadas da variação da massa específica do material ao longo da profundidade da bacia. Para ambos os casos, os valores atingidos na base das bacias, cerca de 2300 kg/m^3 , praticamente atingiram os valores adotados para a fase sólida do esqueleto $\rho^s = 2320 \text{ kg/m}^3$, permanecendo superiores aos valores obtidos para $t = 100T$ na figura 6.10. Nos casos em que as placas tectônicas comprimem a bacia, figura 6.26a, a massa específica da camada compreendida entre a base e a cota $Z = 1000 \text{ m}$ fica próxima deste valor máximo, já que a porosidade de toda essa camada é quase zero. A massa específica da camada superior dos casos extensionais ilustrados em 6.26b representa 95% do valor da massa específica inicial do material poroso depositado, ficando em torno de 1310 kg/m^3 .

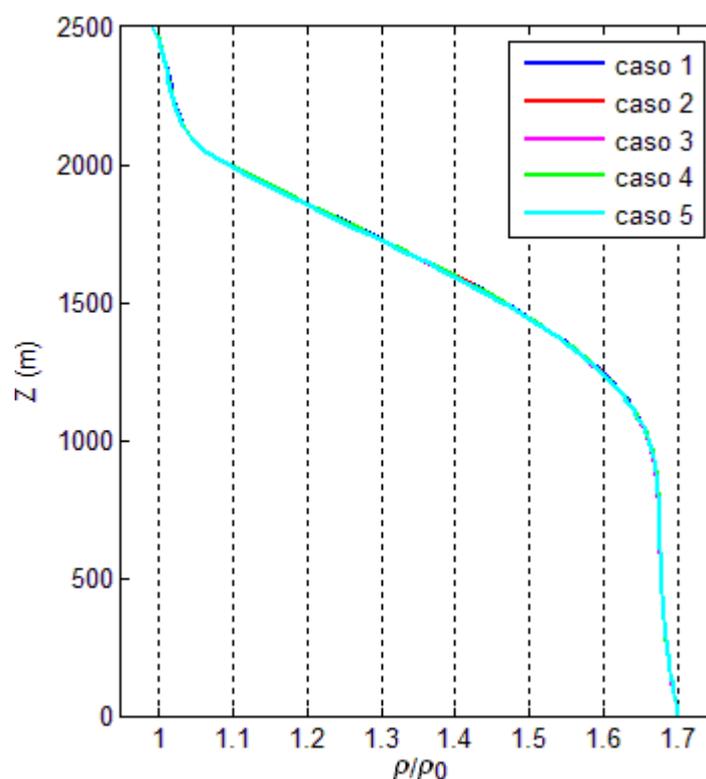


Figura 6.26a: perfil de massa específica normalizado (fase3 – compressão)

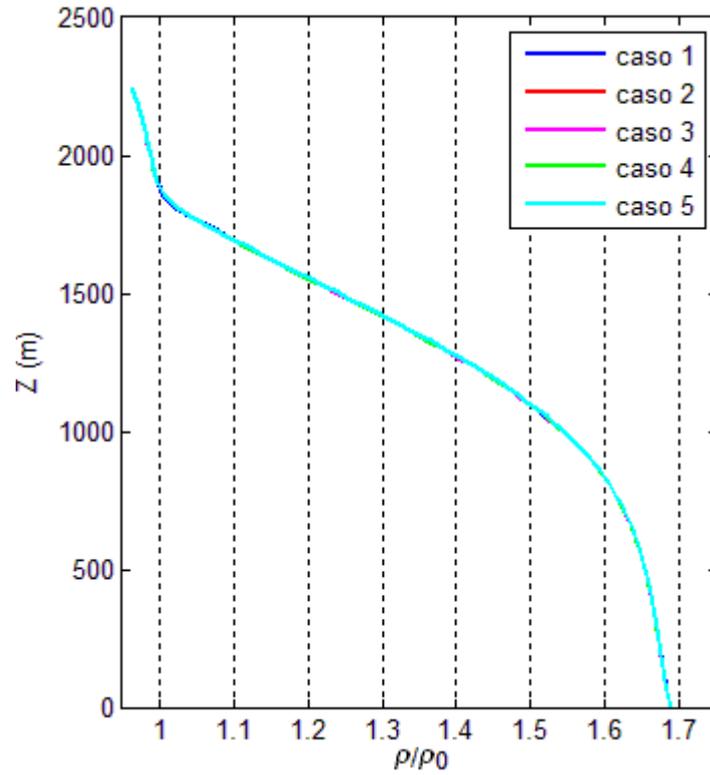


Figura 6.26b: perfil de massa específica normalizado (fase3 – tração)

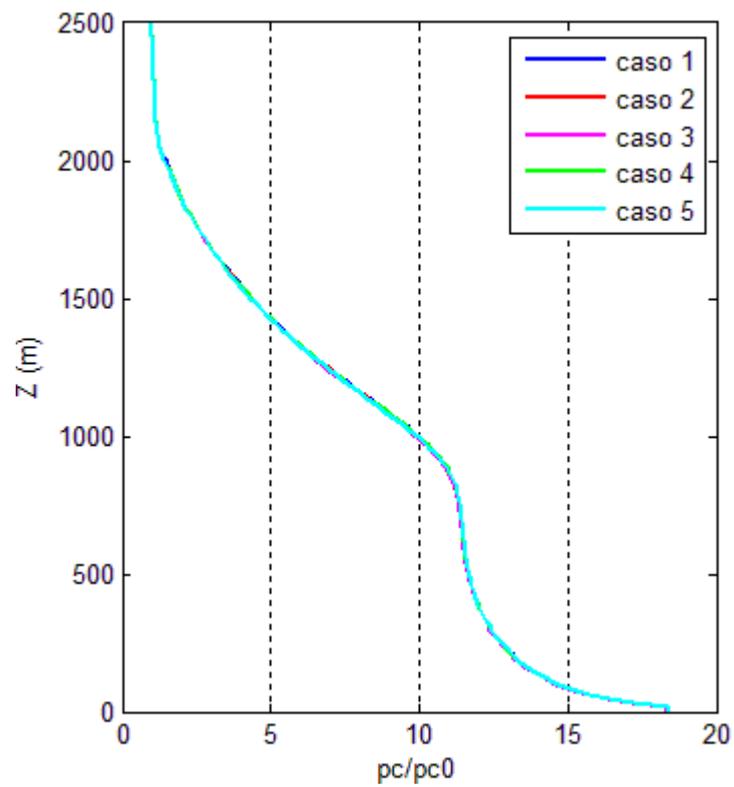


Figura 6.27a: perfil de pressão de consolidação normalizado (fase3 – compressão)

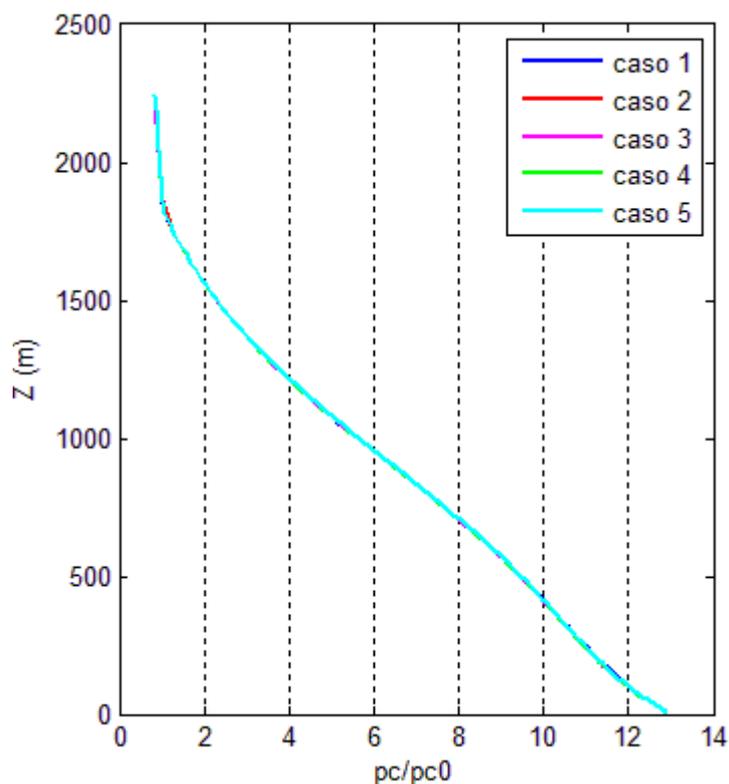


Figura 6.27b: perfil de pressão de consolidação normalizado (fase3 – tração)

As figuras 6.27 acima apresentam os perfis normalizados da pressão de consolidação. Atingiram-se valores muito altos para este parâmetro nas camadas inferiores. Enquanto que no caso $t = 100T$ do processo de consolidação gravitacional apresentado na figura 6.11 os valores máximos obtidos foram superiores a oito vezes o valor de p_{c0} , para os casos compressivos estes valores atingiram dezoito vezes seu valor inicial. Nos casos extensionais obteve-se na base da bacia uma pressão de consolidação do material poroso correspondente a treze vezes o seu valor inicialmente adotado.

Nas figuras 6.28 abaixo pode-se analisar a variação do módulo de Young em função da altura das bacias. Para ambos os casos estudados, o valor máximo atingido na base da bacia é de cerca de 5920 MPa, muito próximo do valor da parte sólida do esqueleto $E^s = 5950 \text{ MPa}$, que corresponde a quase seis vezes o valor inicial do módulo de Young do material poroso sedimentado $E_0 = 1000 \text{ MPa}$. Nos casos de tração, a camada superior teve uma diminuição no seu valor, registrando um módulo de Young igual a 870 MPa, ou seja, 87% do valor inicial.

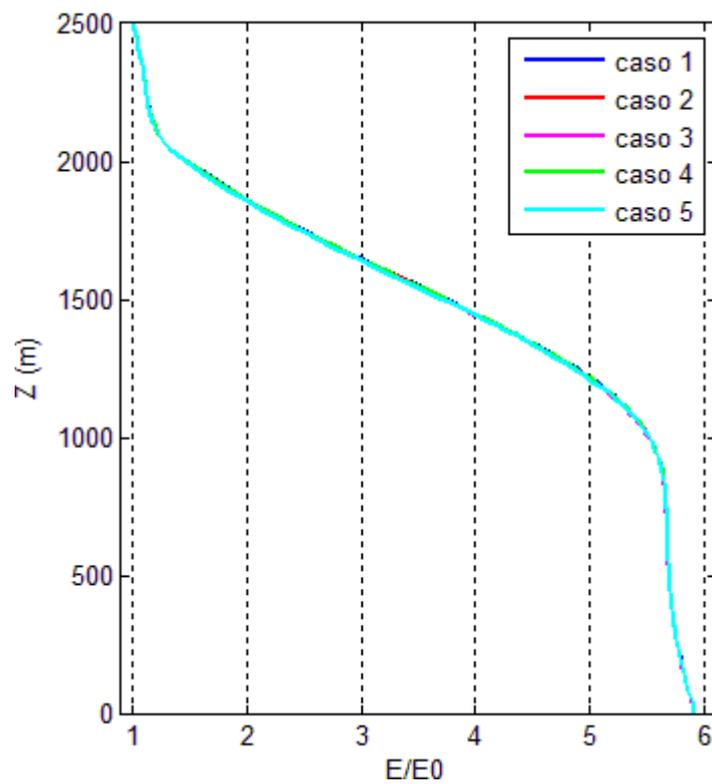


Figura 6.28a: perfil de módulo de Young normalizado (fase3 – compressão)

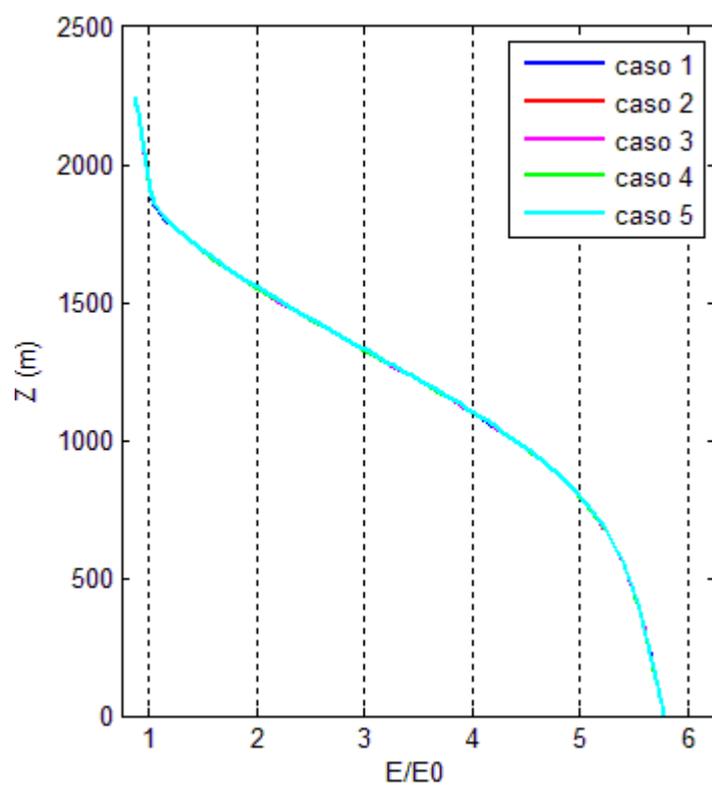


Figura 6.28b: perfil de módulo de Young normalizado (fase3 – tração)

Como feito anteriormente para o caso de compactação gravitacional na figura 6.14, nas figuras 6.29 estão apresentados os valores ao longo do tempo para a força efetiva horizontal resultante atuando sobre o plano vertical da borda das bacias. Assim como nas figuras 6.16, que representam o avanço temporal dos deslocamentos verticais das bacias, pode-se observar que, mesmo partindo de forças efetivas horizontais resultantes diferentes, após um curto período de tempo todas as curvas ficam praticamente sobrepostas. Nos casos de movimentos tectônicos compressivos, verifica-se um aumento significativo das forças, chegando ao valor máximo de 26400 MN/m antes do programa interromper os cálculos. Nos casos extensionais, nota-se que para os primeiros 100 mil anos de interações tectônicas, as forças efetivas horizontais resultantes sobem até praticamente 10000 MN/m e em seguida decrescem até se chegar ao valor final de 4120 MN/m.

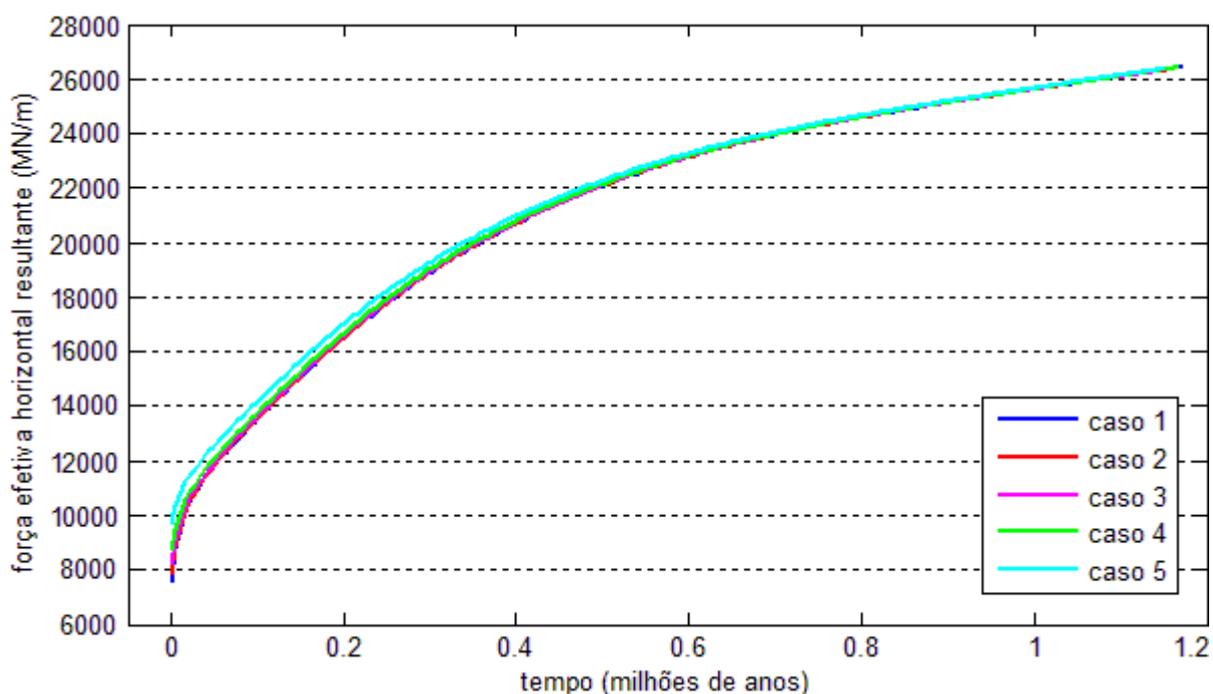


Figura 6.29a: força efetiva horizontal resultante (fase 3 – compressão)

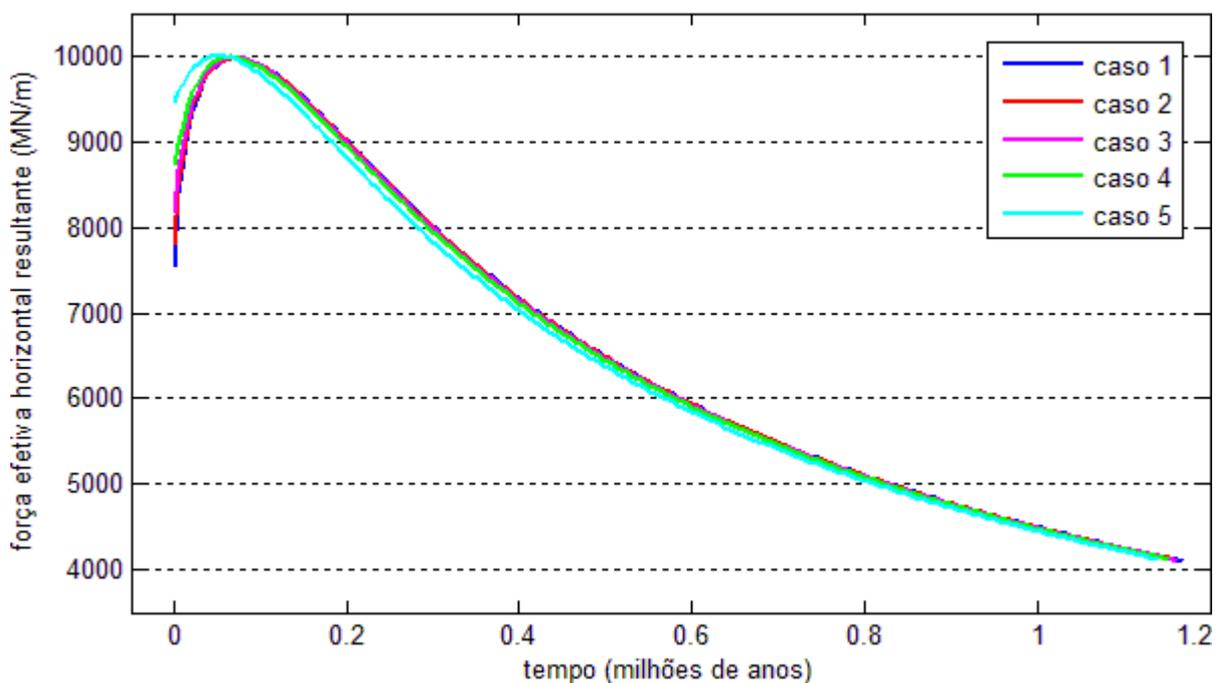


Figura 6.29b: força efetiva horizontal resultante (fase 3 – tração)

As figuras 6.30 apresentam os gráficos da evolução da tensão efetiva horizontal média. Nos casos de compressão, chega-se ao valor máximo de 10,5 MPa. Nos casos de tração, os valores atingem cerca de 3,8 MPa nos primeiros 100 mil anos de duração da fase 3, e depois decrescem chegando ao valor final de 1,8 MPa.

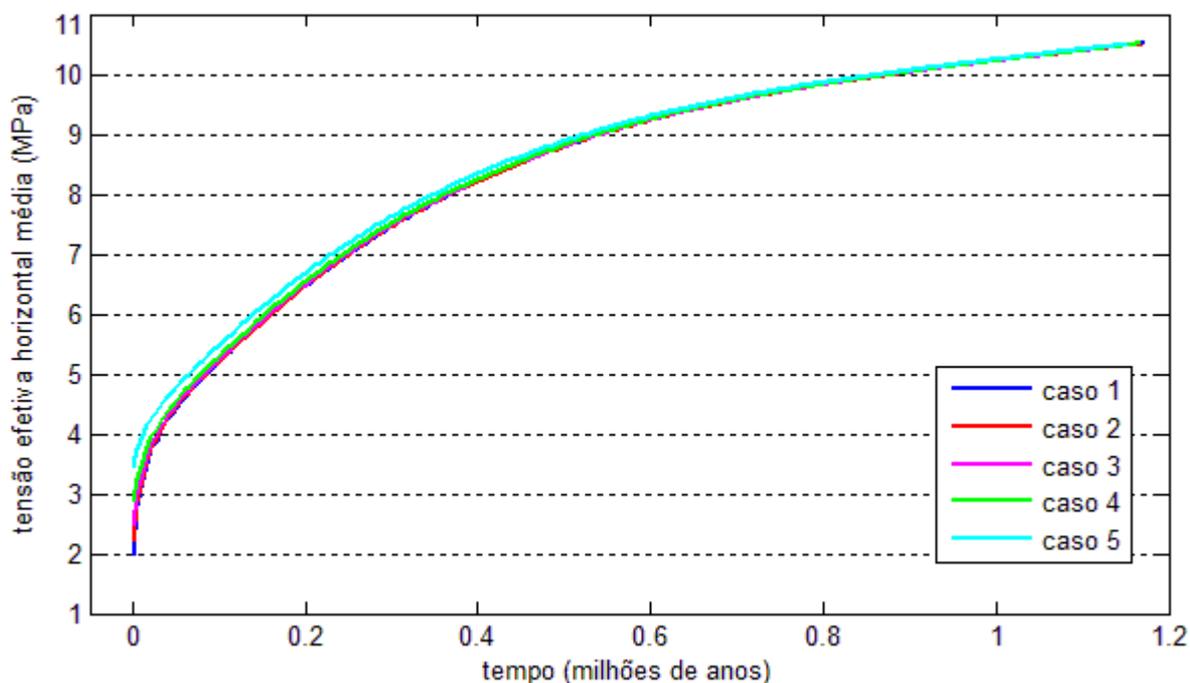


Figura 6.30a: tensão efetiva horizontal média (fase 3 – compressão)

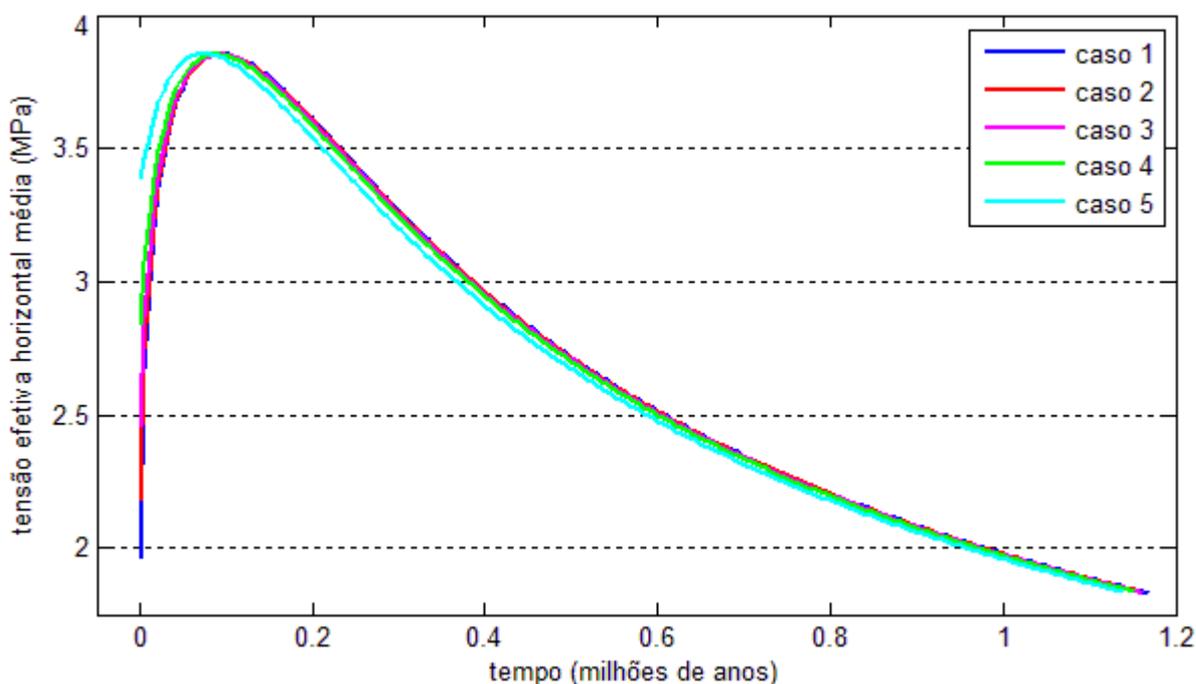


Figura 6.30b: tensão efetiva horizontal média (fase 3 – tração)

Em relação aos casos de deformações induzidas por movimentos tectônicos compressivos, comparando a curva de compactação da figura 6.16a e a curva da evolução da tensão efetiva horizontal média da figura 6.30a, observa-se que o valor da taxa de crescimento das tensões efetivas para os primeiros 100 mil anos é muito alto, assim como o valor da taxa de compactação para este mesmo período. Como a variação da porosidade está relacionada à variação das poro-pressões, os resultados indicam que com um grande aumento da poro-pressão, a água contida nos vazios da bacia é rapidamente expulsa, compactando a camada de sedimentos rapidamente. Com o fechamento dos poros, e conseqüentemente, com a diminuição do coeficiente de permeabilidade, a água remanescente nas camadas inferiores não consegue sair, resultando em um aumento expressivo das poro-pressões conforme a bacia continua sendo comprimida, o que pode ser verificado no perfil de tensões efetivas horizontais apresentados na figura 6.20a. Após este primeiro momento, a bacia continua seu processo de compactação, mas em uma velocidade inferior, tendendo a se estabilizar após um período de 1,2 milhões de anos, mesmo com a manutenção da solicitação.

Observando o comportamento da bacia para os casos de movimentos tectônicos de tração na figura 6.30b, constata-se que para o mesmo período dos primeiros 100 mil anos, ocorre um aumento nas tensões efetivas segundo uma taxa bem elevada e como conseqüência disto uma diminuição radical nas alturas das bacias sedimentares estudadas, ilustradas na figura 6.16b. A

partir deste momento, o movimento extensional facilita a dissipação gradual das poro-pressões, permitindo a continuação do processo de subsidência da camada sedimentar e resultando em um perfil final de poro-pressões quase hidrostático, como se observa na figura 6.19b. A altura final da camada de sedimentos ficou em $H = 2240 \text{ m}$.

As figuras 6.31a e 6.31b apresentam um desenho da bacia que representa o último perfil de velocidades dos elementos, obtido para o caso 5 submetido a esforços de compressão e tração, respectivamente. As flechas desenhadas representam apenas a direção em que o elemento está se deslocando, e não o seu módulo.

Pode-se ver que no caso compressivo grande parte dos elementos está com valores positivos de velocidade no que diz respeito à direção vertical, ou seja, ao mesmo tempo em que estão se deslocando horizontalmente para o eixo de simetria do problema, os elementos estão se deslocando para cima, indicando o fenômeno de inversão da bacia sedimentar (*uplifting*).

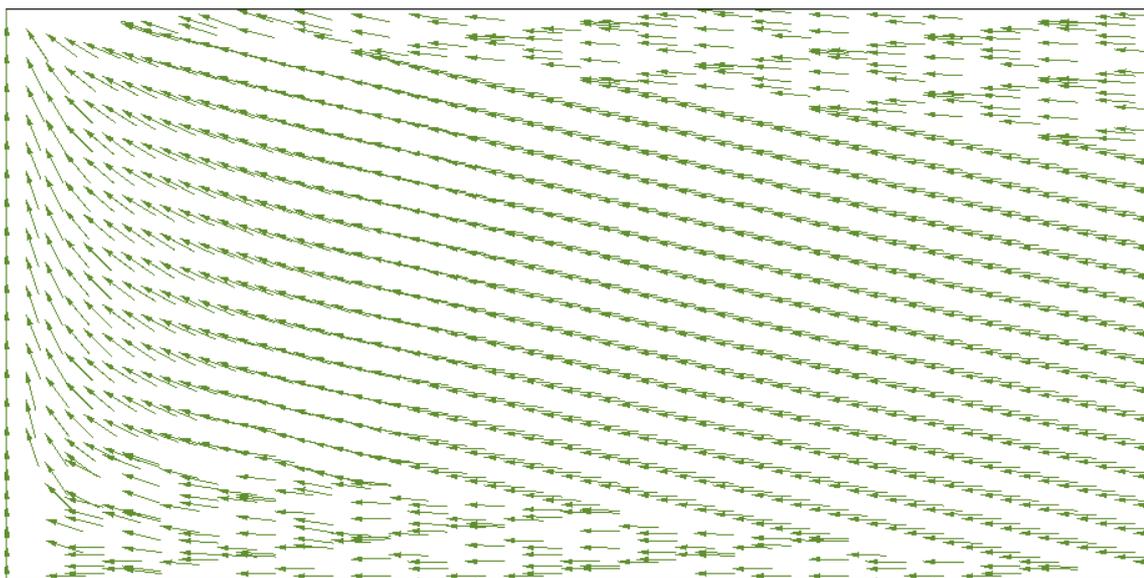


Figura 6.31a: perfil de velocidades do caso 5 (fase 3 – compressão)

No caso extensional, observa-se que as flechas representativas das velocidades estão formando uma imagem ondulada, com alguns elementos se movendo para cima e outros para baixo. A figura indica que os elementos próximos a borda da bacia onde os deslocamentos são prescritos estão se deslocando para a direita e para baixo, indicando que as deformações tectônicas extensionais permitem que o processo de compactação da bacia sedimentar continue avançando, até a sua ruptura.

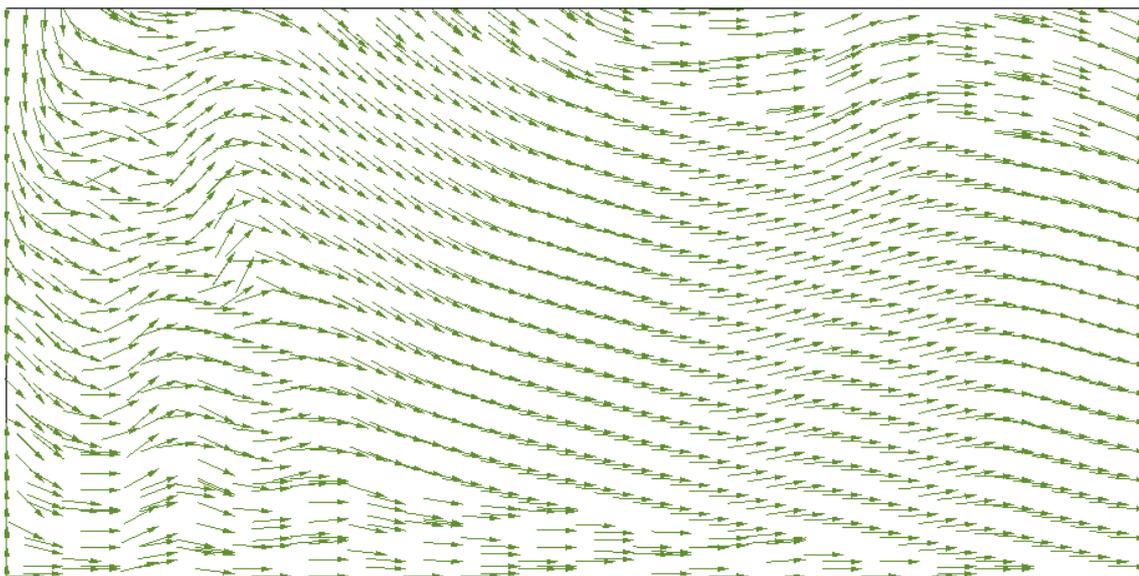


Figura 6.31b: perfil de velocidades do caso 5 (fase 3 – tração)

7 CONCLUSÕES

A partir do modelo constitutivo desenvolvido em (Bernaud et al. 2002, 2006) para um material poroelastoplástico em grandes deformações, onde as principais características são os acoplamentos hidro-mecânico e elástico-plástico buscou-se simular as três fases envolvidas na formação de uma bacia sedimentar no que diz respeito aos processos mecânicos: a deposição dos sedimentos, sua compactação devido às forças gravitacionais e alívio de poro-pressões, e as deformações impostas por movimentos tectônicos extensionais e compressivos. A simulação numérica foi feita a partir do método dos elementos finitos através de um algoritmo desenvolvido em Fortran (Bernaud et al. 2002, 2006) para um problema bidimensional em estado plano de deformações.

O problema físico modelado neste trabalho pode ser entendido da seguinte forma: ao longo da fase 2 do ciclo de Wilson (apresentado no item 2.2.4 e na figura 2.8) cessam-se os movimentos tectônicos divergentes resultando em uma fossa oceânica de 24 km de largura por 8 km de altura. A partir de então, ocorre um período de sedimentação correspondente a 60 milhões de anos. Terminado este período, a bacia permanece em processo de compactação gravitacional. Passado um determinado momento, são aplicados ou movimentos tectônicos extensivos, o que continuaria a fase 2 do ciclo de Wilson, ou compressivos, o que iniciaria a fase 3 deste ciclo, caracterizada por movimentos tectônicos convergentes.

A taxa de sedimentação utilizada está dentro do intervalo citado por Ingall e Cappellen (1990) para ambientes marinhos. A velocidade de deslocamento das placas tectônicas foi a mesma utilizada por Jarosinski et al. (2009) e Bernaud et al (2010) em suas pesquisas e vai ao encontro dos valores citados por Komatina (2004 apud ASSAAD, 2009). As propriedades elásticas e hidráulicas para o material poroso foram baseadas em Bernaud et al (2010).

Uma observação importante na análise destas deformações, é que a partir de solicitações induzidas lateralmente, a velocidade do processo de compactação da bacia aumentou substancialmente, resultando em uma compactação cinco mil vezes mais rápida do que a ocorrida no caso em que se deixou a bacia sedimentar compactando gravitacionalmente, conforme a dissipação dos excessos de poro-pressões, o que se realizou lentamente. Uma

curiosidade foi que, mesmo para as diferentes idades dos cinco casos escolhidos, com alturas e distribuição das suas propriedades elásticas e hidráulicas diferentes, após um curto período de interação tectônica, seja de tração ou compressão, as curvas que descrevem o comportamento das bacias se sobrepuseram rapidamente. Como afirma Giles (1997), a evolução de uma bacia sedimentar depende fundamentalmente das propriedades iniciais do material sedimentado. Portanto, seriam necessários estudos paramétricos para uma melhor avaliação deste fenômeno, de forma que se pudesse examinar detalhadamente a influência de cada parâmetro sobre a resposta da bacia, já que são muitos os parâmetros envolvidos, e fica difícil de se afirmar quais tiveram maior influência sobre os fenômenos ocorridos. Por exemplo, para uma velocidade de deslocamento tectônico referente à placas rápidas, as respostas obtidas para as bacias sedimentares poderiam ter sido bem diferentes.

Considerando as afirmações de Hamilton (1959) descritas no item 2.5.2 a respeito do comportamento de areias e argilas durante o processo de compactação, pode-se afirmar que o resultado obtido na simulação deste trabalho foi mais próximo do descrito para as argilas, apresentando uma rápida diminuição de porosidade sob pressões crescentes a partir da expulsão da água contida em seus poros. Outro resultado que se confirma conforme as afirmações deste autor foi a respeito da quantidade de material sedimentado necessária para a formação final da camada sedimentar. O autor comenta que foi preciso mais de 5000 m de argila para formar uma seção com atualmente 2000 m de espessura. Neste trabalho foi aplicada uma camada de 6000 m de sedimentos e se obteve camadas entre 2240 e 2515 m.

Outro resultado interessante foram os perfis dos coeficientes de empuxo K_p obtidos, onde o valor comumente considerado constante ao longo da profundidade de uma bacia dada se confirmou para o caso de compactação gravitacional, e também para as bacias sujeitas a esforços tectônicos extensivos, apesar de apresentarem valores diferentes, mas apresentou grandes variações para as bacias submetidas a esforços compressivos, apresentando valores próximos de 1 para as camadas intermediárias e superiores a 4 para as camadas mais profundas. As camadas inferiores de ambos os casos alcançaram porosidades próximas de zero, ou seja, um fechamento quase total dos vazios contidos no material poroso, apresentando propriedades condizentes com as escolhidas para o módulo de Young e também para a massa específica da fase sólida do esqueleto.

O motivo pelo qual o algoritmo parou ainda não foi claramente identificado, se traduzindo pela divergência do algoritmo plástico na solução do sistema não linear. Em ambos os casos, compressivos e extensivos, o problema parece ter ocorrido nas camadas mais profundas, onde se verificou uma razão entre a tensão desviadora q e a tensão média efetiva p' bem próxima do valor utilizado para a inclinação da linha de estado crítico M_{cs} , sob a qual o material poroso apresenta deformações plásticas sem que ocorra variação volumétrica ou acréscimo de tensão efetiva, provocando a sua ruptura caso a sollicitação seja mantida.

De qualquer forma, os resultados são considerados satisfatórios. Além das curvas de compactação comentadas anteriormente, os perfis de velocidade ilustrados nas figuras 6.31 representam claramente os fenômenos que se esperava encontrar: a inversão da bacia para o caso compressivo e a continuação do processo de subsidência para o caso extensional.

Ao submeter uma bacia sedimentar a deformações laterais, o que ainda não havia sido realizado de maneira mais profunda com o programa utilizado, constatou-se uma demora muito grande na evolução deste processo, sendo necessários cerca de 60 dias de processamento para a realização de um único cálculo, quando para o cálculo de compactação gravitacional cerca de 24 horas eram suficientes para a evolução dos 6 bilhões de anos da bacia. Por estes motivos não foi possível a realização de análises paramétricas neste trabalho.

O próximo passo em relação a esta pesquisa é a otimização do algoritmo através da utilização de computação paralela, para que se possa além de realizar os cálculos aqui apresentados de forma mais eficiente, expandir o algoritmo para simulações tridimensionais. Outra implementação a ser feita é referente aos fenômenos químicos, pois como comentam Schmidt e McDonald (1979) e também Hamilton (1959), em camadas mais profundas, onde as tensões e temperaturas são maiores, predominam processos de compactação química, a partir da dissolução e cimentação das partículas sedimentadas. Pretende-se futuramente também realizar, a partir de elementos de interface, a simulação de bacias fraturadas.

REFERÊNCIAS

- ALLEN, P. A.; ALLEN, J. R. **Basin analysis: principles and applications**. 2nd ed. Oxford: Blackwell Science Ltd, 2005.
- ASSAAD, F. A. **Field methods for petroleum geologists**. Springer, 2009.
- BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Prentice-Hall, 1996.
- BERNAUD, D.; DEUDE, V.; DORMIEUX, L.; MAGHOUS, S.; SCHMITT, D. P. **Evolution of elastic properties in finite poroplasticity and finite element analysis**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, V. 26, p. 845–871, 2002.
- BERNAUD, D.; DORMIEUX, L.; MAGHOUS, S. **A constitutive and numerical model for mechanical compaction in sedimentary basins**. Computers and Geotechnics, V. 33, p. 316-329, 2006.
- BERNAUD, D.; MAGHOUS, S.; DORMIEUX, L. **Mechanical compaction and tectonic-induced deformation in sedimentary basins: modeling and two-dimensional finite element analysis**. Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia, p. 4127-4151, 2010.
- BJORLYKKE, K. **Petroleum Geoscience: from sedimentary environments to rock physics**. Springer, 2010.
- BUIITER, S. J. H.; PFIFFNER, O. A.; BEAUMONT, C. **Inversion of extensional sedimentary basins: a numerical evaluation of the localisation of shortening**. Earth and Planetary Science Letters, V. 288, p. 492-504, 2009.
- CARSON, B. **Tectonically induced deformation of deep-sea sediments off Washington and Northern Oregon: mechanical consolidation**. Marine Geology, V. 24, p. 289-307, 1977.
- CLOETINGH, S. A. P. L.; WORTEL, M. J. R.; VLAAR, N. J. **Passive margin evolution, initiation of subduction and the Wilson Cycle**. Tectonophysics, V. 109, p. 147-163, 1984.
- COUSSY, O. **Poromechanics**. John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- DORMIEUX, L.; COUSSY, O. **Introduction à la mécanique des milieux poreux**. Cours de Mécanique de L'ENPC, 1994.
- GILES, M. R. **Diagenesis: a quantitative perspective**. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- GIBSON, R. E. **The progress of consolidation in a clay layer increasing with time**. Géotechnique, V. 8, p. 171-182, 1958.
- GUTIERREZ, M.; WANGEN, M. **Modeling of compaction and overpressuring in sedimentary basins**. Marine and Petroleum Geology, V. 22, p. 351-363, 2005.
- HAMILTON, E. L. **Thickness and consolidation of deep-sea sediments**. Bulletin of the geological society of America, V. 70, p. 1399-1424, 1959.

- HASHIN, Z. **Analysis of composite materials - a survey**. Journal of Applied Mechanics, V. 50, p. 481-505, 1983.
- HUTTON, E. W. H.; SYVITSKI, J. P. M. **Advances in the numerical modeling of sediment failure during the development of a continental margin**. Marine Geology, V. 203, p. 367-380, 2004.
- INGALL, E. D.; CAPPELLEN, P. V. **Relation between sedimentation rate and burial of organic phosphorus and organic carbon in marine sediments**. Geochimica et Cosmochimica Acta, V. 54, p. 373-386, 1990.
- JAROSINSKI M.; BEEKMAN F.; MATENCO L.; CLOETINGH S. **Mechanics of basin inversion: finite element modeling of the Pannonian Basin system**. Tectonophysics, V. 502, p. 121-145, 2009.
- KHAN, A. S.; HUANG, S. **Continuum theory of plasticity**. John Wiley & Sons Ltd, 1995.
- LEEDER, M. R. **Sedimentology and sedimentary basins: from turbulence to tectonics**. Oxford: Blackwell Science Ltd, 1999.
- LIU, G. R.; QUEK, S. S. **The finite element method: a practical course**. Butterworth-Heinemann, 2003.
- MELLO, U. T.; RODRIGUES, J. R. P.; ROSSA, A. L. **A control-volume finite-element method for three-dimensional multiphase basin modeling**. Marine and Petroleum Geology, V. 26, p. 504-518, 2009.
- SCHMIDT, V.; MCDONALD, D. A. **The role of secondary porosity in the course of sandstone diagenesis**. Aspects of Diagenesis, V. 26, p. 175-207, 1979.
- SOUZA-LIMA, W.; HANSI JUNIOR, G. P. **Origem, evolução e classificação das bacias sedimentares**. Phoenix, V. 49, 2003.
- STEPHENSON, R. **Assumptions and observations in tectonic modelling of rift basins: some implications of thermo-isostasy, stress and rheology for intrabasinal structure**. Marine and Petroleum Geology, V. 13, p. 437-445, 1996.
- TAYLOR, D. W. **Fundamentals of soil mechanics**. John Wiley & Sons Ltd, 1948.
- WOOD, D. M. **Soil Behaviour and critical state soil mechanics**. Cambridge University Press, 1990.
- ZHAO, C.; HOBBS, B. E.; WALSHE, J. L.; MUHLHAUS, H. B.; ORD, A. **Finite element modeling of fluid-rock interaction problems in pore-fluid saturated hydrothermal/sedimentary basins**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, V. 190, p. 2277-2293, 2001.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method, vol. 1: the basis**. 5th ed. Butterworth-Heinemann, 2000.
- ZUO, Z.; EISMA, D.; GIELES, R.; BEKS, J. **Accumulation rates and sediment deposition in the northwestern Mediterranean**. Deep-Sea Research II, V. 44, p. 597-609, 1997.