UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Rafael Zanoni Bossle

MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROJETO DE UM GINÁSIO ESCOLAR

Porto Alegre

2012

Rafael Zanoni Bossle

MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROJETO DE UM GINÁSIO ESCOLAR

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

Porto Alegre
2012

Rafael Zanoni Bossle

MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROJETO DE UM GINÁSIO ESCOLAR

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

Banca examinadora:

Profa. Dra. Andréia Maria Pereira de Oliveira (UEFS)

Prof. Dr. Eduardo Henrique de Mattos Brietzke (IM-UFRGS)

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso (IM-UFRGS)

PORTO ALEGRE, agosto de 2012

Dedico este trabalho aos meus pais e minha esposa, que sempre me apoiaram, com incentivos e encorajamentos para que concluísse esse trabalho.

Dedico também, a uma pessoa (in memorian), que mesmo nas dificuldades, nunca desistiu de seus objetivos e de viver. Essa pessoa, chamada José Zanoni, meu avô, me ensinou muito.

AGRADECIMENTOS

A Deus, porque sem ele não conseguiria chegar onde eu cheguei.

Aos meus pais, pela educação que me deram, e pelos incentivos para que eu nunca desistisse de estudar.

À minha esposa por todo incentivo e pela paciência durante o desenvolvimento desta dissertação.

A minha irmã pelo apoio e consideração.

Ao meu sogro, minha sogra, minha cunhada e meu cunhado, por estarem sempre presentes me apoiando e incentivando.

À minha orientadora, Marilaine de Fraga Sant'Ana, pelo auxilio e paciência, para que eu conseguisse concluir essa dissertação.

Aos professores do mestrado, por repartir comigo seus conhecimentos, proporcionando-me um maior conhecimento.

À direção e supervisão da Escola Nayde Emerim Pereira, por acreditarem no meu trabalho, permitindo a prática deste trabalho.

À minha colega, professora Rosane Pereira, por fazer a tradução do resumo.

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.”

José de Alencar

RESUMO

O objetivo principal desta dissertação é apresentar uma proposta de trabalho em um ambiente de Modelagem Matemática desenvolvida com turmas de quinta e sexta séries do Ensino Fundamental, em uma Escola da rede Municipal de Xangri-Lá, no Rio Grande do Sul. Para isso foi elaborado um roteiro, tendo como tema, a construção das paredes de um ginásio escolar. A metodologia de pesquisa foi o estudo de caso, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006) e César (2005). O referencial teórico é baseado em Barbosa (2001a, 2001b, 2003b) e Skovsmose (2000). O trabalho foi desenvolvido no segundo caso, proposto por Barbosa (2001a), mas transitou entre os diferentes ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000). Os resultados apresentados pelos alunos, bem como o desempenho, a participação e o interesse, mostraram que o roteiro é válido e adequado para as turmas em questão. É importante reconhecer que o trabalho desenvolvido, em um ambiente de Modelagem Matemática, contribuiu para uma melhor compreensão dos conteúdos desenvolvidos. Como produto final, há o material elaborado e aplicado neste estudo, o qual pode ser utilizado por outros professores que busquem aplicar atividades semelhantes em suas aulas.

Palavras chave:

Modelagem Matemática – Projeto do ginásio – Ambientes de aprendizagem

ABSTRACT

This dissertation's main objective is to present a proposal of work in a mathematical modeling environment developed with students in fifth and sixth grades in an elementary public school in the Municipal network of Xangri-lá, Rio Grande do Sul. It was prepared , for this, a didactical sequence with the theme : the construction of the walls of a school gym. The research methodology was the case study according to Fiorentini and Lorenzato (2006) and César (2005). The theoretical reference is based on Barbosa (2001a, 2001b, 2003b) and Skovsmose (2000). The study was conducted in the second case, proposed by Barbosa (2001a), but moved in the Skovsmose's different learning enviroments (2000). The results presented by the students, as well as the performance, participation and interest, showed that the sequence is valid and appropriate for the grades in question. It is important to recognize that the work in a mathematical modeling environment contributed to a better understanding of the contents. As a final product, there is the material made and applied in this study , which can be used by other teachers who seek to use similar activities in their classes.

Keywords:

Mathematical Modeling - design school - learning environments

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Quando eu era aluno sempre gostava de saber o porquê de alguns conteúdos e onde eu iria utilizá-los. No momento em que comecei a dar aula, percebi que muitos alunos tinham a mesma necessidade que eu tinha anteriormente. Dessa forma, sempre procurei fazer trabalhos diferentes para que a compreensão dos conteúdos tivesse sentido.

Quando entrei no programa de Mestrado em Ensino de Matemática, não tinha decidido sobre o que eu iria fazer a dissertação. Então, procurei a professora Marilaine de Fraga Sant’Ana, pois já tinha sido minha professora na graduação, para saber se poderia ser minha orientadora. Ela disse que se eu fizesse o trabalho sobre Modelagem Matemática, aceitaria.

A partir de então, comecei a ler sobre o tema e comecei a participar de um curso sobre Modelagem Matemática, organizado por ela. Assim, percebi que já tinha realizado alguns trabalhos no ambiente de Modelagem Matemática, mesmo sem classificá-los como tal.

Dessa forma, decidi que desenvolveria o trabalho no ambiente de Modelagem Matemática. Queria escolher um tema que fosse sobre algo de interesse dos alunos. Como o município de Xangri-Lá possui quatro escolas municipais de Ensino Fundamental, e a escola onde trabalho é a única que não possui ginásio de esportes, achei que o projeto sobre a construção do ginásio poderia ser um tema de interesse dos alunos, pois a comunidade escolar sempre reclama dessa situação.

Assim, decidi que iria propor esse tema para os alunos, na expectativa de tornar a aprendizagem mais agradável e mais interessante, além de apresentar algumas aplicações para os conteúdos trabalhados. Tinha ainda a pretensão de fazer com que os alunos, ao final do trabalho, se dessem conta de que a Matemática pode ser utilizada nas situações do dia-a-dia.

Após o aceite dos alunos, começamos a desenvolver os projetos da construção das paredes do ginásio, no primeiro momento tinha a ideia de fazer o projeto de toda a construção do ginásio, mas como exigiria conhecimentos superiores para alunos da 5ª série do Ensino Fundamental, resolvemos que iríamos fazer somente sobre a construção das paredes.

O trabalho foi iniciado no ano de 2010, com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental, e continuou no ano de 2011, com os mesmos alunos na 6ª série do Ensino Fundamental.

Para tal, busquei embasamento em autores, como Barbosa (2001a, 2001b, 2003b) e Skovsmose (2000), com leituras de livros, artigos e investigações em trabalhos realizados por outros autores, como: Schönardie (2011), Scheller (2009), Barreto (2007) e Tortola, Resende e Santos (2009). Essas leituras facilitaram a compreensão da Modelagem Matemática.

Nessa dissertação, utilizei a pesquisa qualitativa, de acordo com Borba (2004), já a metodologia utilizada foi o Método do Estudo de Caso, embasado em Fiorentini e Lorenzato (2006) e César (2005).

No ambiente de Modelagem Matemática, além de proporcionar aos alunos a pesquisa sobre construção de paredes com tijolos e possíveis aplicações dos conteúdos estudados, tive a oportunidade de trabalhar com conteúdos como: áreas de figuras planas, volume de paralelepípedos, operações com números racionais, escalas e transformações de medidas.

Este trabalho é dividido em seis capítulos. O primeiro capítulo apresenta o referencial teórico, embasado em Barbosa (2001a, 2003b) e Skovsmose (2000), sobre a Modelagem Matemática e a perspectiva sócio-crítica.

O segundo capítulo aborda o que os PCN esperam do ensino de Matemática no Ensino Fundamental, trazendo a análise destes e verificando a forma que aparecem no ambiente de Modelagem Matemática.

O terceiro capítulo apresenta uma breve pesquisa de quatro trabalhos desenvolvidos por outros professores sobre Modelagem Matemática e construção de ginásio.

O quarto capítulo mostra uma breve análise dos conteúdos matemáticos, para o embasamento de alguns conteúdos abordados durante o trabalho.

O quinto capítulo apresenta os objetivos e a metodologia de trabalho, com o Método do Estudo de Caso e a pesquisa qualitativa, de acordo com Borba (2004), Forentini e Lorenzato (2006) e César (2005).

Por fim, o sexto capítulo apresenta a prática exercida por mim, detalhando cada uma das etapas, apresentando as expectativas e os objetivos. Ao final de cada uma delas há uma análise, relacionando-as com as teorias estudadas.

No capítulo seguinte são apresentadas as considerações finais, mostrando os resultados das questões de pesquisa e algumas sugestões.

Com o presente trabalho foi criado um roteiro, que está no capítulo 7, para que outros professores, que queiram trabalhar com o ambiente de Modelagem Matemática, possam utilizá-la e modificá-la de acordo com suas necessidades.

1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A ideia da utilização da Modelagem Matemática, de acordo com Barbosa (2001a), foi tomando corpo, nacionalmente e internacionalmente, com a contribuição de alguns matemáticos aplicados que ingressaram na área de Educação Matemática. Em um termo genérico, Modelagem Matemática é a aplicação da matemática na resolução de problemas vindos de outras áreas do conhecimento. (BARBOSA, 2003b).

No Brasil, a Modelagem Matemática, segundo Burak (2004), começou a aparecer na década de 80, com um grupo de professores, coordenados pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi, na UNICAMP (Universidade Estadual de Campinas). Os estudos iniciais foram sobre o crescimento cancerígeno. O professor Rodney também desenvolveu outro trabalho, na aula de Cálculo Diferencial e Integral, no curso de Engenharia de Alimentos. O Programa de Mestrado em Ensino de Matemática criado pela UNESP – Campus Rio Claro, também deu uma contribuição significativa, pois com ele a Modelagem Matemática ganhou vários adeptos, entre professores que queriam utilizar trabalhos alternativos para as aulas de matemática no Ensino Fundamental e Médio.

Mais de duas décadas depois, ainda existiam poucos lugares onde a Modelagem Matemática era utilizada na formação de professores. Mas, mesmo nesses locais, poucos professores a utilizavam em sala de aula. (Barbosa, 2001b).

Barbosa (2001b) afirma que os professores defendem a utilização da Modelagem Matemática na sala de aula, mas usam o contexto escolar para justificar a não alteração da prática. Assim, não desafiam o ambiente de trabalho, aceitando-o como está apresentado.

> Os professores, de acordo com nossas interpretações, tendem a perceber a Modelagem como algo “fora” das possibilidades dos seus contextos escolares. Esta percepção é corroborada por, possivelmente, não terem *conhecimentos práticos* sobre a organização curricular, as estratégias didáticas, a compatibilização com os programas, o envolvimento dos alunos, ao seu papel, etc. (Barbosa, 2001b, p.7).

Dessa forma, é importante conhecer e estudar o que alguns autores escrevem sobre a Modelagem Matemática, para poder aplicar em sala de aula.

Com a contribuição de matemáticos aplicados, suas influências teóricas fizeram com que a Modelagem Matemática fosse compreendida por meio da construção de modelos matemáticos. (Barbosa, 2001a).

Bassanezi, citado por Barbosa (2001a, p. 2), afirma que modelo matemático "[...] é quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno sobre análise.".

Para Barbosa (2001a), essa definição pode ter limitações na fundamentação da Modelagem Matemática.

> Há indícios, porém, das limitações desta transferência conceitual para fundamentar a Modelagem na E(e)ducaçao M(m)atemática. A principal dificuldade diz respeito aos quadros de referências postos pelo contexto escolar; aqui, os propósitos, a dinâmica do trabalho e a natureza das discussões matemáticas diferem dos modeladores profissionais. Matos e Carreira (1996) concluem que estas diferenças contextuais levam a distinções entre o que os alunos fazem em suas atividades de Modelagem e o que é esperado dos matemáticos aplicados. (BARBOSA, 2001a, p. 2).

A prática de Modelagem Matemática na sala de aula tem entrado em conflito com a sua perspectiva teórica.

> Esta situação tem levado a algumas incoerências entre a perspectiva teórica e a prática de Modelagem na sala de aula. Ilustramos com um caso relatado por Biembengut (1990), em que os alunos investigaram quanto custa construir uma casa. Para isto, eles listaram os materiais necessários, coletaram os preços, efetuaram cálculos e organizaram os resultados, sem construírem um modelo matemático propriamente dito. (BARBOSA, 2001a, p. 2).

Assim, para a atividade de Modelagem Matemática, alguns autores propõem maneiras diferentes. Bassanezi (2002) coloca ênfase na construção de modelos matemáticos; Borba, Meneghetti e Hermini (1997) destacam a participação dos alunos na escolha do problema; já Barbosa (2001a) cita a participação dos alunos na resolução de problemas que fazem referência à realidade. (BARBOSA, 2003b).

Pensando dessa maneira, Barbosa (2001a) traz um entendimento mais específico para a utilização da Modelagem Matemática na sala de aula. Ele afirma que "[...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento." (BARBOSA, 2001a, p. 5).

As explorações dos conceitos e das ideias matemáticas vão depender do que for definido durante o desenvolvimento da atividade. Mas, em alguns casos, a utilização de conceitos matemáticos fica mais evidente, o que não garante que os alunos irão se inclinar por eles (BARBOSA, 2001a).

Dessa forma, não é possível garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito nas atividades de Modelagem Matemática. O que vai definir sua presença será o caminho que os alunos tomarão para a resolução do problema, podendo ou não passar pela construção do modelo matemático (BARBOSA, 2001a).

De acordo com essas afirmações, a Modelagem Matemática é a oportunidade de os alunos desenvolverem atividades, indagando situações por meio da matemática. É possível afirmar que se trata de um ambiente de aprendizagem, pois segundo Skovsmose, refere-se "[...] às condições nas quais os alunos são estimulados a desenvolverem determinadas atividades." (SKOVSMOSE apud BARBOSA, 2001a, p. 5).

Seguindo essa definição, Barbosa (2001a, p. 6) afirma que Modelagem Matemática "[...] é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.".

Mas nem sempre o aluno irá se envolver nas propostas sugeridas. O ambiente de aprendizagem organizado pelo professor, pode apenas colocar o convite, pois o envolvimento dos alunos somente ocorre quando seus interesses se encontram com o ambiente. O convite é uma peça importante do trabalho, pois ele se torna referente à indagação e investigação. A indagação para Paulo Freire é o caminho da educação. (BARBOSA, 2001a).

> O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo – seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntar é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário. (FREIRE & FAUNDEZ apud BARBOSA, 2001a, p. 6).

De acordo com Barbosa (2001a), a indagação não é limitada somente à explicação do problema, mas é uma atitude que transpassa o processo de resolução.

Para chegar à indagação, deve-se percorrer o caminho chamado investigação, que é a busca, a seleção, a organização e o manuseio das informações. Dessa forma, Barbosa afirma “[...] que Modelagem é uma investigação matemática, pois ela se dá por meio de conceitos, ideias e algoritmos desta disciplina.” (BARBOSA, 2001a, p. 6).

Para Skovsmose (2000), o ambiente de aprendizagem que pode sustentar um trabalho de investigação é chamado de “cenário para investigação”, diferenciando-o do paradigma do exercício.

O ensino de matemática na sala de aula é visto por Skovsmose (2000) através de três referências: a que se refere à matemática e somente a ela; a referente à semi-realidade, que não é uma realidade propriamente dita, mas sim uma realidade construída; e a referência a vida real.

Portanto, “combinando a distinção entre os três tipos de referência e a distinção entre dois paradigmas de práticas de sala de aula, obtém-se uma matriz com seis tipos diferentes de ambientes de aprendizagem.” (SKOVSMOSE, 2000, p. 74).

	Exercícios	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Tabela 1: Esquema dos diferentes tipos de ambientes de aprendizagem.
Fonte: SKOVSMOSE, 2000, p. 75.

Esses ambientes, segundo Skovsmose (2000), não são fixos, pode-se transitar entre eles, de acordo como o trabalho é desenvolvido.

Skovsmose (2000) afirma que quando o professor resolve desafiar o paradigma do exercício, fazendo com que a aula se torne um cenário para investigação, está saindo da zona de conforto, na qual ele se sente seguro por controlar e prever o que vai acontecer, e seguindo para uma zona de risco, que pode fazer com que as atividades tomem rumos inesperados, pois “quando os alunos estão explorando um cenário, o professor não pode prever que questões vão aparecer.” (SKOVSMOSE, 2000, p. 86).

Em qualquer cenário para investigação, o professor será desafiado. A partir deste momento, sua tarefa será assumir a zona de risco e fazer, junto com os alunos, com que as atividades se tornem produtivas. (SKOVSMOSE, 2000).

Portanto, “fazer um movimento [...] do paradigma do exercício em direção aos cenários para investigação pode contribuir para o abandono da sala de aula de matemática tradicional e levar os alunos a agirem em seus processos de aprendizagem.” (SKOVSMOSE, 2000, p. 87).

Barbosa (2001a) afirma que no ensino tradicional as situações do dia-a-dia propostas para os alunos são idealizadas para que sejam diretamente abordadas por ideias e algoritmos que já foram expostos pelo professor. Dessa forma, os alunos já sabem quais os procedimentos que devem adotar. Isso faz com que o ambiente de Modelagem Matemática se diferencie do ensino tradicional.

> Existe uma relativa distância entre a maneira que o ensino tradicional enfoca problemas de outras áreas e a Modelagem. São atividades de natureza diferente, o que nos leva a pensar que a transição em relação à Modelagem não é algo tão simples. Envolve o abandono de posturas e conhecimentos oferecidos pela socialização docente e discente e a adoção de outros. Do ponto de vista curricular, não é de se esperar que esta mudança ocorra instantaneamente a partir da percepção da plausibilidade da Modelagem no ensino, sob pena de ser abortada no processo. (BARBOSA, 2001a, p. 8).

A par disto, Barbosa (2001a) procura pavimentar o caminho do professor e dos alunos em direção ao ambiente de Modelagem Matemática, considerando outros tipos de atividades que exijam menos tempo e que sejam mais simplificadas, deixando de lado a ideia de que a Modelagem Matemática está exclusivamente ligada à modalidade de projetos. Para que isto seja possível, Barbosa (2001a) apresenta três casos[1] que se diferem pelo envolvimento do professor e dos alunos no trabalho de modelagem. A tabela, a seguir, mostra essas três possibilidades.

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Tabela 2: Esquema dos casos proposto por Barbosa (2001a).
Fonte: BARBOSA, 2001a, p. 9.

[1] A nomenclatura *casos* é dada por Barbosa (2001), para designar as possibilidades de organização da Modelagem na sala de aula.

No caso 1, “o professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.” (BARBOSA, 2001a, p.8).

No caso 2, o professor é o responsável pela elaboração do problema de outra área da realidade e os alunos são responsáveis pela coleta das informações e pela resolução.

No caso 3, os alunos buscam temas, não matemáticos, para formularem e resolverem os problemas. Também é deles a responsabilidade pela coleta dos dados e pela simplificação da situação-problema. Isto, segundo Barbosa (2001a), se assemelha ao trabalho de projetos.

> Em todos os casos, o professor é concebido como “co-partícipe” na investigação dos alunos, dialogando com eles acerca de seus processos. Porém, em alguns, ele possui um papel mais presente na organização das atividades. No caso 1, por exemplo, a presença do professor, já que ele fica responsável pela formulação da situação-problema, é mais forte do que no 3, onde isso é compartilhado com os alunos. (BARBOSA, 2001a, p. 9)

Barbosa (2003a) apresenta cinco argumentos para a inclusão da modelagem no currículo:

> - Motivação: os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola;
> - Facilitação da aprendizagem: os alunos teriam mais facilidade em compreender as idéias matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos;
> - Preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas: os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar matemática em diversas situações, o que é desejável para moverem-se no dia-a-dia e no mundo do trabalho;
> - Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração: os alunos desenvolveriam habilidades gerais de investigação;
> - Compreensão do papel sócio-cultural da matemática: os alunos analisariam como a matemática é usada nas práticas sociais. (BARBOSA, 2003a, p. 67).

Considerando esses argumentos, podemos verificar a importância da modelagem na sala de aula, podendo fazer com que os alunos se interessem mais pela disciplina.

Barbosa (2003a) coloca ênfase no último argumento, pois está ligado diretamente com a ideia de formar os alunos para atuarem diretamente na sociedade, pois poderão analisar o uso da matemática nos debates sociais. Mas, os outros argumentos também são importantes, só que podem estar “subordinados ao interesse de formar matematicamente as pessoas para atuar na sociedade.” (BARBOSA, 2003a, p. 67).

Kaiser-Messmer, citada por Kaiser e Sriraman (2006), afirma que nas proximidades do ano de 1986, discussões internacionais apresentavam algumas perspectivas para a Modelagem Matemática. Sendo que as duas principais eram a perspectiva pragmática e a perspectiva científica-humanista. A primeira focava na aplicação da matemática para resolver problemas práticos e a segunda mostrava a matemática mais como uma ciência, tendo ideais humanistas com objetivo de criar relações entre a matemática e a realidade.

Com o argumento de que a matemática está presente no dia-a-dia das pessoas, trazendo implicações para suas vidas, Barbosa (2003b) apresenta a perspectiva sócio-crítica, que enfatiza o conhecimento reflexivo, como poderá ser visto mais adiante, em 1.1.

Dessa forma, Kaiser e Sriraman (2006) apresentam uma nova classificação com três novas perspectivas, entre elas a sócio-crítica:

– Realística: é voltada a resolução de problemas do mundo real, ou seja, autênticos, e não no desenvolvimento da teoria matemática;

– Contextual: a ideia é a construção de modelos matemáticos, mas os estudos psicológicos sustentam sua aprendizagem;

– Educacional: tem como proposta desenvolver a teoria matemática através de problemas autênticos.

– Sócio-Crítica: tem como objetivo integrar os conhecimentos matemáticos com a compreensão crítica do mundo.

– Epistemológica: Os problemas são orientados para o desenvolvimento da teoria matemática.

É possível separar essas perspectivas em três aspectos. As perspectivas contextual, educacional e epistemológica enfatizam o desenvolvimento da teoria matemática, a realística enfatiza a resolução de problemas reais e a sócio-crítica que de acordo com Barbosa e Santos é “uma oportunidade para os alunos discutirem a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade” (BARBOSA E SANTOS, 2007, p. 3).

1.1 A Perspectiva sócio-critica

O trabalho de Modelagem Matemática por meio da perspectiva sócio-crítica é muito importante, pois "[...] as aplicações da matemática estão amplamente presentes na sociedade e trazem implicações para a vida das pessoas." (BARBOSA, 2003b, p. 4).

Barbosa (2003b) afirma que a perspectiva sócio-crítica enfatiza o conhecimento reflexivo, que é apresentado por Skovsmose como sendo "[...] a capacidade de discutir as implicações dos resultados matemáticos, decorrentes da resolução da situação-problema, na sociedade." (SKOVSMOSE apud BARBOSA, 2003b, p. 4).

Mas a ideia de colocar "[...] ênfase no conhecimento reflexivo não significa subtrair os demais, mas subordiná-los ao propósito de analisar o papel da matemática nas práticas sociais." (BARBOSA, 2003b, p. 4).

Para Skovsmose, citado por Barbosa (2003b), a matemática por si só é crítica, pois ela pode ser usada de várias maneiras, uma das que mais aparece é o uso dos resultados matemáticos para a sustentação de posições na sociedade.

Dessa maneira, "[...] podemos reconhecer que argumentos matemáticos são usados para balizar posições políticas, já que se constituiu na sociedade um certo "com senso" sobre a legitimidade, veracidade e confiabilidade dos resultados matemáticos." (BARBOSA, 2003b, p.5).

Justificando esta afirmação, Borba e Skovsmose (2001) apresentam a ideologia da certeza, na qual a matemática pode ser aplicada em qualquer área e seus resultados são necessariamente melhores do que outros obtidos sem a matemática.

Isto, segundo Barbosa (2003b), faz com que a participação da população em discussões públicas seja restrita. Os argumentos matemáticos podem ser usados para dificultar a possibilidade de outras pessoas produzirem contra-argumentos, isso dificulta a participação daqueles que não se sentem à vontade com a matemática, aceitando os argumentos dos outros.

Como exemplo, Barbosa (2003b) apresenta uma reportagem publicada em uma revista, na qual é discutida uma proposta orçamentária do Governo Federal, no ano de 2003, para o aumento do salário mínimo. Nessa proposta, foram usados argumentos matemáticos para justificar o pequeno aumento do salário mínimo.

> Por outro lado, a capacidade de compreender e criticar argumentos matemáticos postos nos debates locais ou gerais pode potencializar a intervenção das pessoas nas tomadas de decisões coletivas. No caso do salário mínimo, poderíamos, além de outras, colocar algumas questões: Que compromissos subsidiaram a elaboração do orçamento? Como foram distribuídos os recursos? Que índices econômicos foram utilizados e como são produzidos? O que foi priorizado? Essas questões dirigem o debate para as bases que sustentam os resultados matemáticos que "prescreve" o aumento possível do salário. Nesse caso, estaríamos radicalizando o debate, no sentido de ir na raiz da questão, e não simplesmente aceitando os argumentos postos. (BARBOSA, 2003b, p. 6).

Quando se quer construir uma sociedade democrática, em que todos possam exercer a cidadania, incluindo-se nas discussões públicas, deve-se fazer com que as pessoas se sintam capazes de intervir nos debates com base na matemática (BARBOSA, 2003b).

Dessa forma se estaria desafiando a ideologia da certeza, o que para Borba e Skovsmose (2001), é possível quando a estrutura do currículo for modificada, incorporando trabalhos de Modelagem Matemática, no qual os alunos escolheriam seus próprios problemas.

Preocupações como essas geram consequências na educação matemática. Além do aprendizado matemático, o aluno deve ser educado criticamente, preparando-o para a cidadania e possibilitando a reflexão sobre a natureza crítica da matemática. (BARBOSA, 2003b).

Utilizar as aplicações da matemática na escola já parece ser um consenso, mas as maneiras com que são aplicadas podem ser diferentes.

> Parece existir um certo consenso na literatura sobre a necessidade de aplicações da matemática na escola, porém de diferentes maneiras. Por exemplo, alguns autores que se situam no âmbito da tradição científica-humanista (Kaiser-Messmer, 1991) consideram situações fictícias no âmbito da Modelagem Matemática. Implicitamente, têm-se a crença de que se os alunos estiverem familiarizados com esses problemas, transferirão essas "habilidades" para as situações do cotidiano. Creio que essa transferência não é tão tranquila, mas é igualmente necessário que os alunos tenham oportunidades de se envolverem e refletirem sobre situações que, de fato, aconteceram ou acontecem na sociedade. (BARBOSA, 2003b, p. 6).

De acordo com essa ideia, Borba e Skovsmose (2001) observam que a maioria dos problemas criados na escola possui a matemática encaixada neles, tornando a aplicação da matemática ainda mais forte, o que pode fazer com que o aluno acredite que as questões e dificuldades dos problemas apresentados na aula sejam parecidas com as dos problemas vividos no dia-a-dia.

Nesse contexto, é importante que a "ideologia da certeza" (BORBA e SKOVSMOSE, 2001) seja desafiada, e a Modelagem Matemática, por meio da perspectiva sócio-crítica, pode ser o caminho para se conseguir alcançar esse objetivo.

> Se estamos interessados em educar matematicamente os nossos alunos para agir na sociedade e exercer a cidadania - e esse é objetivo da educação básica -, podemos tomar as atividades de Modelagem como uma forma de desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações da matemática. Discussões na sala de aula podem agendar questões como as seguintes: O que significa essa representação matemática? Quais os pressupostos assumidos? Quem a realizou? A quem serve? Etc. Trata-se de uma dimensão devotada a discutir a natureza das aplicações, os critérios utilizados e o significado social, chamado por Skovsmose (1990) de conhecimento reflexivo. (BARBOSA, 2003a, p.68).

Considerando essas informações, torna-se importante a prática da Modelagem Matemática, por meio da perspectiva sócio-crítica, pois, segundo Barbosa (2003b), por meio das discussões reflexivas, que são enfatizadas por essa perspectiva, os alunos aprendem alguma coisa sobre o papel da matemática na sociedade. Dessa forma, eles poderão exercer a cidadania, participando e intervindo em discussões apoiadas na matemática.

2 TRABALHOS SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Para a realização da pesquisa, tornou-se necessário a investigação de trabalhos já realizados na área de Modelagem Matemática e também sobre construções de ginásios. Esses trabalhos também serão utilizados posteriormente para comparação com o que foi alcançado pelos autores e o que conseguirei alcançar. Os trabalhos pesquisados estão apresentados a seguir:

Belissa Schönardie (2011) apresentou um trabalho de introdução para a Função Afim utilizando a Modelagem Matemática. O tema proposto foi o telefone celular e as operadoras de telefonia celular do Rio Grande do Sul, no qual foram observados os planos oferecidos por elas.

A autora buscou embasamento teórico em autores como Barbosa, Biembengut e Skovsmose. Ela esperava alcançar os objetivos propostos por Biembengut.

> O trabalho de Modelagem tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. (...)
>
> Espera-se por meio da modelagem:
>
> • Incentivar a pesquisa; • promover a habilidade em formular e resolver problemas; • lidar com tema de interesse; • aplicar o conteúdo matemático; e • desenvolver a criatividade. (BIEMBENGUT apud SCHÖNARDIE, 2011, p.52).

A metodologia escolhida pela autora foi a qualitativa através do estudo do caso, embasado por Borba. A mesma afirmou que descartou analisar os dados quantitativamente, pois a ideia era analisar as reações dos alunos na nova experiência e não a pura classificação dos dados.

O trabalho foi desenvolvido em uma turma de 1º ano do 3º ciclo, que corresponde ao 7º ano do Ensino Fundamental. Schönardie (2011) afirmou que com o trabalho de Modelagem o ensino se tornou mais significativo, pois seu objetivo foi introduzir o conceito de função afim, e ao mesmo tempo tratar de um assunto de interesse dos alunos.

Para o desenvolvimento desse trabalho, foram utilizadas cinco aulas de três períodos cada, e em cada aula os discentes tinham dois momentos distintos: no primeiro momento os alunos eram divididos em pequenos grupos para discutirem entre si, o que possibilitava uma maior participação de cada aluno, e no segundo momento apresentavam suas ideias ao grande grupo e também puderam discutir as ideias apresentadas.

Para iniciar o trabalho, a autora realizou uma pesquisa qualitativa sobre o uso do celular entre os alunos, e também as operadoras por eles utilizadas. No primeiro encontro foi lido um texto sobre a situação da telefonia celular no Brasil e realizada a discussão dos dados informados pelo texto e também da pesquisa realizada anteriormente sobre o uso do celular entre os alunos.

Após esses resultados, os alunos se motivaram e se dividiram nos grupos para investigar as operadoras.

Schönardie (2011) afirma que durante as atividade é possível transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000). Em sua pesquisa, Schönardie (2011) conseguiu atingir todos os seus objetivos, pois todos os itens propostos foram alcançados, e principalmente a ideia de trabalhar o conteúdo de função afim, por meio de temas do interesse dos alunos. Eles encontraram os modelos matemáticos para calcularem os custos das ligações nas operadoras pesquisadas.

Morgana Scheller (2009) utilizou a ideia de Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem, no qual, os alunos investigaram, por meio da matemática, situações apresentadas no Ensino Técnico em Agropecuária, com a atividade leiteira e avicultura. O estudo foi apoiado na teoria sócio-histórica desenvolvida por Vygotski, citada por alguns autores como Moysés, Oliveira, Rego e do próprio Vygotski, e a definição de Modelagem Matemática utilizada foi a de Barbosa e Skovsmose, por meio dos cenários para investigação.

O objetivo desse trabalho era de investigar e analisar a utilização da Modelagem Matemática como ambiente de ensino aprendizagem, no processo de resolução de problemas, verificando suas contribuições para o desenvolvimento de projetos de Iniciação Cientifica.

O trabalho foi desenvolvido no projeto de Iniciação Científica, com alunos de duas turmas do segundo e terceiro semestres do curso de Técnico Agrícola, com habilitação em agropecuária, da Escola Agrotécnica Federal do Rio do Sul, na área agrícola de Rio do Sul, no Alto Vale Catarinense, e teve 12 meses de duração.

A metodologia utilizada foi o estudo de caso. Na pesquisa qualitativa Scheller (2009) afirmou que “[...] a observação de fatos, comportamentos e cenários de investigação são bastante valorizados.” (p. 54). No desenvolvimento da pesquisa, Scheller (2009) observou dois grupos, um grupo que pesquisou sobre a lactação e o outro sobre sistemas de criação de frangos de corte.

A utilização da Modelagem Matemática no projeto de Iniciação Científica foi muito importante para a autora, pois proporcionou muito mais do que a aplicação e a aprendizagem da Matemática.

> A utilização da Modelagem no trabalho com os Projetos de Iniciação Científica proporcionou não apenas a exploração da aplicação de Matemática e consequentemente aprendizagem de novos conteúdos/conceitos da disciplina, mas também privilegiou indagações sobre o próprio conteúdo utilizado, outras investigações relacionadas ao tema, discussões a respeito do trabalho como um todo e sua relação na sociedade em que se insere e a importância da socialização de todo o conhecimento abordado com a comunidade. (SCHELLER, 2009, p. 100).

Scheller (2009), afirmou que no início do trabalho enfrentou algumas dificuldades, pois os alunos não estavam acostumados com a Modelagem Matemática, no que diz respeito às investigações, às reflexões dos dados coletados, às tomadas de decisões e aos questionamentos sobre o tema. Mas da metade em diante, os alunos já estavam mais seguros e então já conseguiram fazer questionamentos sobre fatos que até então eram desconhecidos.

A autora afirmou que o ambiente de Modelagem Matemática foi desafiador e intrigante, pois, nem sempre, conseguiu obter resultados semelhantes com grupos de alunos diferentes.

Marina Menna Barreto desenvolveu sua pesquisa sobre o fenômeno de absorção e eliminação de drogas pelo organismo, com o caso particular dos anticoncepcionais orais. Esse trabalho foi realizado de acordo com a seguinte questão norteadora: "É possível promover a articulação entre Educação Sexual e Ensino de Matemática na escola?" (BARRETO, 2007, p. 9).

Para a realização desse trabalho a autora baseou-se em alguns autores, na área de Educação Matemática, como Bassanezi, Barbosa, Biembengut e Lima.

Barreto (2007) utilizou a Modelagem Matemática, como metodologia de pesquisa, na elaboração e no desenvolvimento de um modelo matemático para a absorção de anticoncepcionais orais pelo organismo. A autora baseou-se "na ideia de aprendizagem como resultado de interação e da conversação, presente no Construtivismo Social e desenvolvida por Paul Ernest (Ernest 1989, 1999)." (BARRETO, 2007, p. 12).

Também foi utilizado, como metodologia de pesquisa, o estudo do caso, de acordo com Ponte, com propósitos exploratório e descritivo, descrevendo como se dá, e mostrando a relevância da Educação Sexual na escola pública. Também para contextualizar a experiência didática, tendo como foco a contracepção e a gravidez na adolescência.

Na realização do trabalho, a autora dividiu o estudo de caso em duas partes.

> Em uma primeira etapa, procuramos situar o adolescente (estudante do Ensino Médio) dentro de um panorama geral brasileiro a respeito da saúde reprodutiva, identificando algumas questões pertinentes ao objetivo deste trabalho e buscando entender o contexto em que os alunos de escola pública brasileira estão inseridos. Em um segundo momento, dentro da particularidade de um grupo menor de alunos, pertencentes a uma escola da rede estadual de ensino, procuramos confirmação daquilo que foi constatado na primeira etapa do estudo. Desta maneira caracterizamos a educação sexual na escola pública brasileira e mostramos a importância do tema "Educação Sexual na Escola Média". (BARRETO, 2007, p. 16).

A experimentação foi realizada em dois momentos, primeiramente em sala de aula com dois objetivos: "a) avaliar, corrigir e aprimorar o material; b) observar, recolher e relatar reações e mudanças de concepções nos alunos." (BARRETO, 2007, p. 12). No momento seguinte, foi utilizada a situação de laboratório, com objetivo de acompanhar as reações dos alunos, para verificar os erros, e as contribuições e explicações através dos diálogos e das perguntas feitas por eles.

Com esse trabalho foram desenvolvidos três produtos didáticos, o primeiro foi o modelo matemático da absorção de anticoncepcionais, com adaptação para a matemática do Ensino Médio, o segundo foi um vídeo sobre o uso de anticoncepcionais, e o terceiro foi a sequência didática do trabalho.

A autora afirmou que o tema foi de interesse dos alunos, no qual puderam tirar algumas dúvidas sobre anticoncepcionais, pois muitos têm poucas informações e algumas não são confiáveis. Dessa forma, foram alcançados os objetivos de articular a Educação Sexual com o Ensino de Matemática.

Tortola, Resende e Santos (2009) realizaram um trabalho com uma turma do 6º ano de uma escola estadual do município de Terra Boa-PR, no qual os alunos calcularam o custo para completar a construção da quadra esportiva da escola, que só tinha o telhado.

O objetivo era a introdução do estudo de números racionais, mas os autores afirmaram que além desse conteúdo, o trabalho possibilitou o estudo de outros.

> Porém, além da apresentação dos números racionais, esta atividade possibilitou o estudo de diversos conteúdos como o cálculo com números decimais, com o sistema monetário, utilização das quatro operações elementares da Matemática, conversões de comprimento e suas respectivas unidades de medidas (milímetros – centímetros – metros), proporção, cálculo de áreas, perímetros, dentre outros. (TORTOLA; REZENDE; SANTOS, 2009, p. 6).

Um fato interessante do trabalho foi quando os alunos mediram a quadra, em vez de utilizarem fita métrica, eles utilizaram canudinhos, e fizeram transformações de medidas.

O professor e os alunos fizeram entrevistas com pedreiros para saber a quantidade de materiais e descobriram que existia um padrão para essa quantidade. No momento seguinte, realizaram os cálculos para saber a quantidade de materiais e o custo da mão de obra para a conclusão da obra. Ao final, calcularam o valor total da obra e concluíram que a escola não teria condições de custear a obra, por isso teriam que pedir ajuda do governo estadual. Com os cálculos os alunos chegaram a uma expressão matemática que o professor considerou como o modelo matemático do trabalho.

Tortola, Rezende e Santos (2009), afirmaram que a atividade teve uma contribuição importante para a formação dos alunos. Com a participação no processo de aprendizagem, eles aprenderam os conceitos propostos de forma dinâmica e crítica.

Os autores informaram que a atividade, além de motivar os alunos, motivou também o professor proporcionando um olhar mais crítico com novas perspectivas para o ensino de matemática.

Esses trabalhos foram importantes como motivação para essa pesquisa, pois os autores concluíram que conseguiram alcançar os objetivos, e o ambiente de Modelagem Matemática foi fundamental para seu sucesso.

3 PCN, ENSINO E MODELAGEM MATEMÁTICA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foram criados com o objetivo de ampliar o debate sobre educação envolvendo pais, escola, governo e sociedade para promover transformações no sistema educacional brasileiro, com a pretensão de criar condições para que os jovens tenham acesso aos conhecimentos necessários para o desenvolvimento da cidadania. (BRASIL, 1998a).

Comparando com a proposta do ambiente de Modelagem Matemática, pode-se verificar que estão em concordância, por isso se faz importante conhecer o que é proposto nos PCN para verificar pontos em comum.

De acordo com os PCN, a LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) apresenta os objetivos do Ensino Fundamental Brasileiro na formação básica do cidadão.

> I - o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
> II - a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
> III - o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidade e a formação de atitudes e valores;
> IV - o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social. (BRASIL, 1998a, p. 41).

Pensando dessa forma, deve-se verificar também o papel da escola. Para que consiga atingir esses objetivos. Portanto:

> A educação escolar deve constituir-se em uma ajuda intencional, sistemática, planejada e continuada para crianças, adolescentes e jovens durante um período contínuo e extensivo de tempo, diferindo de processos educativos que ocorrem em outras instâncias, como na família, no trabalho, na mídia, no lazer e nos demais espaços de construção de conhecimentos e valores para o convívio social. Assim sendo, deve ser evitada a abordagem simplista de encarar a educação escolar como o fator preponderante para as transformações sociais, mesmo reconhecendo-se sua importância na construção da democracia. (BRASIL, 1998a, p. 42).

Dessa forma, a Modelagem Matemática se torna importante para o contexto escolar, pois pode-se trabalhar assuntos do dia-a-dia do aluno diferentemente do que seria abordado em outras instâncias, e como é observado nos PCN, “[...] cada escola tem sua história, suas peculiaridades e sua identidade” (BRASIL, 1998, p.

42), portanto a escolha do tema a ser trabalhado vai ao encontro dos interesses dos alunos de cada instituição.

Dependendo da forma que é trabalhada, a Modelagem Matemática, pode incentivar os alunos a buscarem fora da escola as informações necessárias para o desenvolvimento do trabalho, assim eles podem utilizar outros agentes educativos como os pais e outras pessoas da comunidade, como profissionais na área em que a pesquisa está sendo realizada, o que poderá integrar a escola com a comunidade.

> A realização do acolhimento e da socialização dos alunos pressupõe o enraizamento da escola na comunidade. A interação entre equipe escolar, alunos, pais e outros agentes educativos possibilita a construção de projetos que visam a melhor e mais completa formação do aluno. A separação entre escola e comunidade fica demarcada pelas atribuições e responsabilidades e não pela realização de um projeto comum. [...] O relacionamento contínuo e flexível com a comunidade favorece a compreensão dos fatores políticos, sociais, culturais e psicológicos que se expressam no ambiente escolar. (BRASIL, 1998a, p. 43).

Como já visto anteriormente, o trabalho realizado a partir da escolha de temas do interesse do aluno, facilita a atribuição de sentido ao que é trabalhado. A Modelagem Matemática pode facilitar o desenvolvimento do senso crítico e da argumentação, aproximando-a dos PCN, quando estes citam a relação entre aprendizagem escolar e trabalho.

> Isso significa novas demandas para a educação básica, em que se destacam os conteúdos que façam sentido para o momento de vida presente e que ao mesmo tempo favoreçam o aprendizado de que o processo de aprender é permanente. Para tanto, é necessária a utilização de metodologias capazes de priorizar a construção de estratégias de verificação e comprovação de hipóteses na construção do conhecimento, a construção de argumentação capaz de controlar os resultados desse processo, o desenvolvimento do espírito crítico capaz de favorecer a criatividade, a compreensão dos limites e alcances lógicos das explicações propostas. (BRASIL, 1998a, p. 44).

Uma das principais características do ensino da Matemática, segundo os PCN, é a forma de compreensão e atuação no mundo e a interação com o contexto natural, social e cultural.

> A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. (BRASIL, 1998b, p. 24).

Mais uma vez pode-se observar a importância da Modelagem Matemática. Pois, como já foi citado anteriormente, o aluno pode ter a oportunidade de interagir nos contextos, naturais, sociais e culturais.

Como na Modelagem Matemática, os PCN indicam que não se pode considerar a matemática apenas como sendo imutável e verdadeira.

> Esta visão opõe-se àquela presente na maioria da sociedade e na escola que considera a Matemática como um corpo de conhecimento imutável e verdadeiro, que deve ser assimilado pelo aluno. A Matemática é uma ciência viva, não apenas no cotidiano dos cidadãos, mas também nas universidades e centros de pesquisas, onde se verifica, hoje, uma impressionante produção de novos conhecimentos que, a par de seu valor intrínseco, de natureza lógica, têm sido instrumentos úteis na solução de problemas científicos e tecnológicos da maior importância. (BRASIL, 1998b, p. 24).

Nesse sentido, Bassanezi (2010) relaciona Modelagem Matemática com a criação de modelos matemáticos, mas afirma "que nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre pode ser melhorado." (BASSANEZI, 2010, p.31).

Para uma melhor compreensão, a matemática deve ter significado, e quando se trabalha com um ambiente de aprendizagem utilizando temas do interesse dos alunos, fica mais fácil de compreender o conteúdo. Dessa forma, nos PCN pode-se verificar que "o significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano" (BRASIL, 1998b, p. 37).

A ideia de relacionar é importante para o aluno, dessa forma, ele consegue observar em que circunstâncias o que aprendeu em matemática vai ser aplicado quando ele sair da sala de aula, o que facilita sua compreensão.

> O estabelecimento de relações é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos, pois, abordados de forma isolada, eles não se tornam uma ferramenta eficaz para resolver problemas e para a aprendizagem/construção de novos conceitos. (Brasil, 1998b, p. 37).

De acordo com os PCN, as aulas tradicionais são aquelas em que o professor parte das definições, depois mostra exemplos, as propriedades e os exercícios de fixação, visando a aprendizagem apenas pela reprodução. (BRASIL, 1998).

Para Skovsmose (2000), aulas tradicionais se enquadram no paradigma do exercício, que possui como premissa central a ideia de que só existe uma resposta correta para um exercício proposto.

> Nas suas observações de salas de aula inglesas, Cotton (1998) notou que a aula de matemática é dividida em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e, depois, os alunos trabalham com exercícios selecionados. Ele também observou que existem variações nesse mesmo padrão: há desde o tipo de aula em que o professor ocupa a maior parte do tempo com exposição até aquela em que o aluno fica – a maior parte do tempo envolvido com resolução de exercícios. De acordo com essas e muitas outras observações, a educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício. (Skovsmose, 2000, p. 66).

Para os PCN, as aulas tradicionais não estão produzindo o resultado esperado, “[...] pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não aprendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos.” (BRASIL, 1998b, p.37).

Para mudar essa prática de ensino o papel do professor deve ser redimensionado. Dessa maneira, os PCN indicam algumas facetas do papel do professor, como organizador, facilitador, mediador, incentivador e avaliador.

> Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem [...] precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. [...] Facilitador [...] Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. (BRASIL, 1998b, p. 38).

Ao utilizar temas da realidade do aluno, o professor poderá se tornar um organizador e um facilitador da aprendizagem, pois além de possibilitar a construção de conceitos, indicará o caminho para que o aluno encontre a solução que procura.

> [...] Mediador [...] o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. [...] Incentivador da aprendizagem, o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto a própria interação professor-aluno. (BRASIL, 1998b, p. 38).

Ao discutir os passos do trabalho, bem como os procedimentos e as soluções, com os alunos, o professor estará sendo o mediador e o incentivador da aprendizagem.

> [...] Avaliador do processo [...] Ao procurar identificar e interpretar, mediante observação, diálogo e instrumentos apropriados, sinais e indícios das competências desenvolvidas pelos alunos [...]. (BRASIL, 1998b, p. 38).

No ambiente de Modelagem Matemática, o professor poderá utilizar-se de vários procedimentos para avaliar o processo de aprendizagem dos alunos, como a observação dos diálogos, das discussões, das produções, podendo verificar o desenvolvimento de cada um.

Percebe-se que, ao trabalhar com Modelagem Matemática, o professor assume um pouco de cada uma dessas facetas, pois de acordo com Barbosa (2003a), na Modelagem Matemática o professor associa o ambiente à problematização e à investigação. “O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas.” (BARBOSA, 2003a, p. 69).

Uma questão que os PCN enfocam é a do trabalho coletivo, que é muito importante para o aprendizado e para as trocas de experiências. Eles apresentam que esse tipo de atividade facilita o desenvolvimento de certas capacidades, como:

> . perceber que além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso;
> . saber explicitar o próprio pensamento e procurar compreender o pensamento do outro;
> . discutir as dúvidas, supor que as soluções dos outros podem fazer sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias idéias;
> . incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender. (BRASIL, 1998b, p. 39).

Nessa situação, aparece a ideia dos ambientes de aprendizagem, propostos por Skovsmose (2000), pois de acordo com os PCN “essas aprendizagens só serão possíveis à medida que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias.” (BRASIL, 1998b, P. 39).

Os objetivos da matemática no Ensino Fundamental, propostos pelos PCN, com vistas à construção da cidadania, são:

> . identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
> . fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
> . selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente; (BRASIL, 1998, p. 47 e 48)

Observamos que esses três primeiros objetivos estão ligados à proposta de ambiente de Modelagem Matemática, através da perspectiva sócio-crítica, apresentada no capítulo 1 deste trabalho.

> . resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
> . comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
> . estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares; (BRASIL, 1998, p. 48)

Como já foi citado no capítulo anterior, ao resolver os problemas apresentados em um ambiente de Modelagem Matemática, o aluno poderá propor estratégia para validar os resultados, desenvolvendo seu raciocínio e utilizando diferentes representações matemáticas para apresentar esses resultados com mais precisão. A ideia de estabelecer conexões com outras áreas do conhecimento está de acordo com a definição de Modelagem Matemática. Assim, pode-se observar a concordância dos objetivos citados acima com a proposta de ambiente de Modelagem Matemática.

> . sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
> . interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1998, p. 48).

A interação dos alunos e do professor em um ambiente de Modelagem Matemática pode fazer com que todos exercitem o respeito ao pensamento e às ideias dos outros, possibilitando a todos a participação no processo da construção do conhecimento.

Nesse sentido o ambiente de Modelagem Matemática, a ser construído por meio do projeto da construção das paredes do ginásio, poderá estar de acordo com os PCN e então conseguir atingir uma boa parte dos objetivos expressos nesse documento.

4 BREVE ANÁLISE DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

Para a realização deste trabalho foi importante fazer uma breve análise de alguns conteúdos como áreas de figuras planas, volume de paralelepípedo, números racionais e Teorema de Pitágoras. Pois esses conteúdos apareceram de acordo com o desenvolvimento do ambiente de Modelagem Matemática, que está no capítulo 6 dessa dissertação.

4.1 Números racionais

"Considerando todas as frações $\frac{m}{n}$, com *m* e *n* números inteiros, $n \neq 0$, obtemos o conjunto dos *números racionais*, representado por $\mathbb{Q}$. Cada número racional $\frac{m}{n}$ possui, também, uma representação decimal." (SANT'ANA; NÁCUL; SANT'ANA, 2008, p. 9).

De acordo com os autores, para obter a representação decimal de $\frac{m}{n}$ basta dividir *m* por *n*.

Exemplos:

$\frac{1}{5} = 0{,}2$, $\frac{3}{7} = 0{,}\overline{428571}$ e $\frac{7}{15} = 0{,}4\overline{6}$

"[...] a barra acima dos algarismos indica que aquele grupo de algarismos repete-se indefinidamente. Dizemos, nesse caso, que se trata de uma *dízima periódica*." (SANT'ANA; NÁCUL; SANT'ANA, 2008, p. 9).

Quando é feita a divisão $\frac{m}{n}$, o número de casas decimais será finito ou infinito, mas, nesse caso, os algarismos se repetirão periodicamente. Isso acontece porque ao dividir *m* por *n*, obtém-se, em cada passo da divisão, um número finito de possibilidades para o resto, no caso, 0, 1, 2, 3, ..., n-1. Assim, após no máximo n passos, ou o resto será zero, e o número terá uma quantidade finita de casas decimais, ou algum resto se repetirá e, a partir desse momento, os passos seguintes da divisão se repetirão, formando no quociente blocos de algarismos que irão se repetir periodicamente, o que caracteriza uma dízima periódica.

De acordo com Sant'Ana, Nácul e Sant'Ana (2008, p. 10), "os números cuja expansão decimal não é finita e nem periódica são denominados *números irracionais*". Mas os autores afirmam "[...] que a justificativa de que um número x seja irracional não pode ser feita apresentando algumas (mesmo que muitas!) casas decimais de sua representação decimal." (SANT'ANA; NÁCUL; SANT'ANA, 2008, p. 10).

Para exemplificar números irracionais, pode-se utilizar os seguintes exemplos: 4,020220222022220222220... e 15,361521522152221522215...

Nos exemplos acima, em cada grupo de 2 aparece um algarismo 2 a mais, dessa forma os números são irracionais, pois as expansões decimais não são finitas nem periódicas. Essa informação é fundamental para concluir que os números não são dízimas periódicas ou possuem expansões finitas.

As operações de adição, subtração, multiplicação e divisão são possíveis nos números racionais. Basta deixá-los na forma $\frac{m}{n}$ e utilizar a mesma ideia das operações com frações.

Já no caso dos números irracionais, também é possível realizar as operações citadas anteriormente, mas para isso deve-se utilizar suas aproximações racionais.

Dessa forma, não é possível obter explicitamente a expansão decimal do resultado da operação, mas as aproximações racionais serão tão boas quanto se queira (RIPOLL, RIPOLL E SILVEIRA, 2006), pois se a expansão decimal for aproximada com *n* casas decimais, quanto maior for *n*, mais aproximado será o resultado. (LIMA et al, 2003).

4.2 Áreas de algumas figuras planas

Lima et al (2005) afirmam que "medir uma grandeza significa compará-la com uma outra de mesma espécie tomada como unidade." (LIMA et al, 2005, p. 86).

Os autores afirmam que para medir a área de uma figura qualquer, que nesse caso chamaremos de figura *F*, devemos tomar outra figura como unidade, para fazermos a comparação das superfícies. Assim, "o resultado dessa comparação será um número que deverá exprimir quantas vezes a figura *F* contém a unidade de área." (LIMA et al, 2005, p. 86).

O quadrado unitário é considerado como a unidade de área, pois possui como medida de lado uma unidade de comprimento.

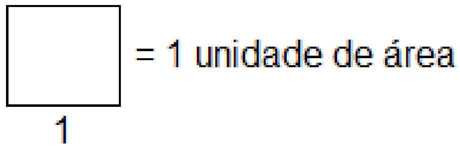


Figura 1: Quadrado unitário.
Fonte: Arquivos do autor

Nesse sentido Lima et al (2005) afirmam:

> Se o lado do quadrado for de 1cm, a unidade de área será chamada de *centímetro quadrado* e representada por cm². Naturalmente que, para cada unidade de comprimento, existe uma unidade de área correspondente. Assim, o metro quadrado (m²), o milímetro quadrado (mm²), o quilômetro quadrado (km²) são outras unidades de área utilizadas quando forem convenientes para a figura que se deseja medir. (LIMA et al, 2005, p. 86).

Para exemplificar a definição de área será considerado o retângulo cujos lados medem 4cm e 3cm.

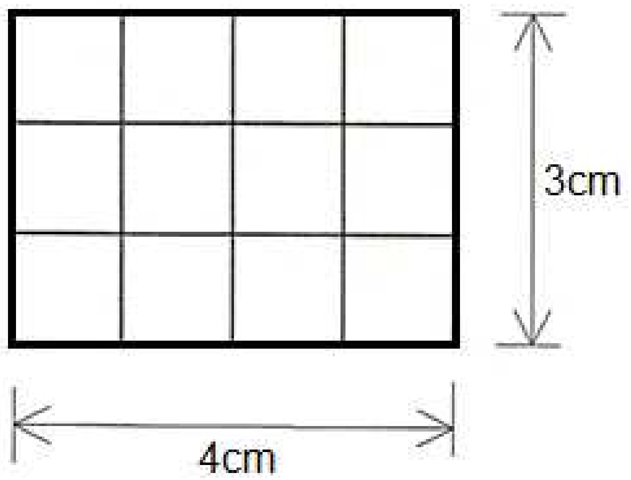


Figura 2: Retângulo dividido em quadrados unitários.
Fonte: Arquivos do autor

É possível verificar que a unidade de área cabe 12 vezes no retângulo, dessa forma temos que a área desse retângulo é de 12cm².

Pode-se generalizar para um retângulo com comprimento de medida *m* e altura de medida *n*, concluindo que caberão *m* x *n* quadrados unitários, pois será formado um retângulo com *m* linhas de *n* colunas de quadrados unitários. Para calcular o total de quadrados unitários basta efetuar a multiplicação *m* x *n*.

Para o retângulo com lados de medidas racionais, não inteiras, será utilizado outro exemplo. Então, será considerado o retângulo com 3,6 cm de comprimento e com 5/2 cm de altura.

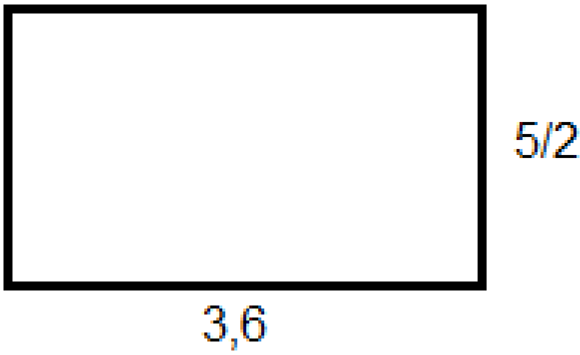


Figura 3: Retângulo com medidas racionais.
Fonte: Arquivos do autor

Nesse caso não é possível verificar quantas vezes o quadrado unitário cabe no retângulo acima. Como as medidas dos lados do retângulo são números racionais não inteiros, é possível escrevê-las como frações de mesmo denominador.

Dessa forma se tem:

$$3{,}6 = \frac{36}{10} \quad \text{e} \quad \frac{5}{2} = \frac{25}{10}$$

Após, divide-se os lados do quadrado unitário em 10 partes iguais, traçando segmentos paralelos aos lados. Assim, o quadrado unitário ficará dividido em 100 quadradinhos e, como cada lado desses quadradinhos mede 1/10, a área de cada quadradinho será igual a 1/100.

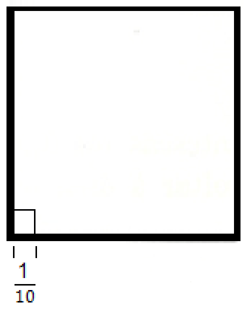


Figura 4: Quadrado unitário dividido em 100 quadradinhos de lado 1/10.
Fonte: Arquivos do autor.

Após, utiliza-se os quadradinhos para cobrir o retângulo.

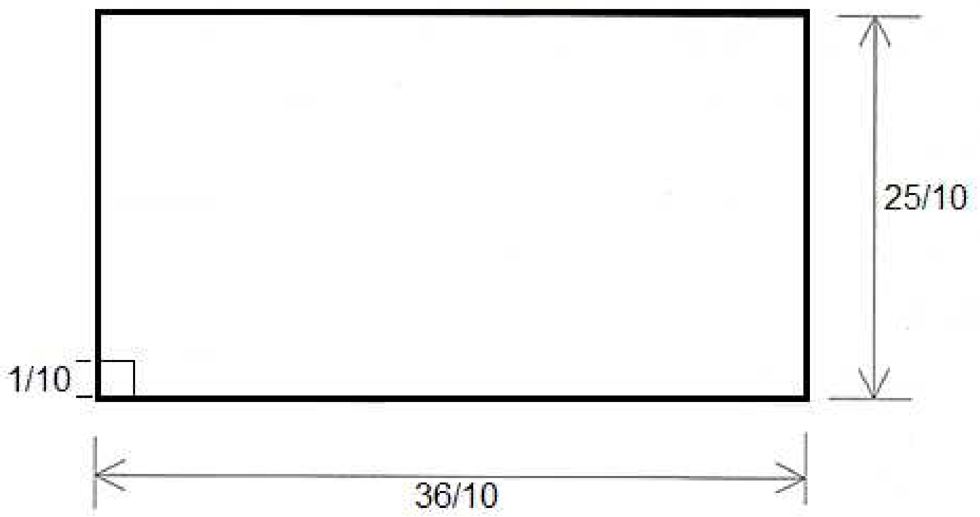


Figura 5: Retângulo sendo coberto com os quadradinhos.
Fonte: Arquivos do autor.

Como cabem 36 quadradinhos na base do retângulo e 25 quadradinhos na altura, é possível afirmar que o número de quadradinhos que couberam no retângulo foi de 36 x 25. Portanto, a área do retângulo será o número de quadradinhos, no caso, o produto de 36 por 25 multiplicado por 1/100, que é a área de cada quadradinho.

Assim, considerando S com sendo a área do retângulo, temos:

$$S = 36 \times 25 \times \frac{1}{100} = \frac{36}{10} \times \frac{25}{10} = 3{,}6 \times \frac{5}{2} = 9$$

Com esse exemplo pode-se reconhecer que a área de um retângulo que possui lados com medidas racionais é também o produto dessas medidas. Mesmo utilizando um exemplo, foram colocadas todas as ideias da demonstração para o cálculo da área de retângulos com medidas racionais.

De acordo com essas informações, pode-se concluir que se um retângulo possui comprimento de medida racional *m* e altura de medida racional *n*, para calcular sua área deve-se fazer a multiplicação *m* x *n*.

No caso dos números irracionais, podemos generalizar a ideia utilizando suas aproximações racionais, como já foi citado no tópico 4.1.

Lima et al (2005) mostram como calcular a área de um paralelogramo utilizando a área do retângulo. Para isso deve-se considerar o paralelogramo *ABCD* da figura abaixo com base *AB* = *a* e a altura *h*.

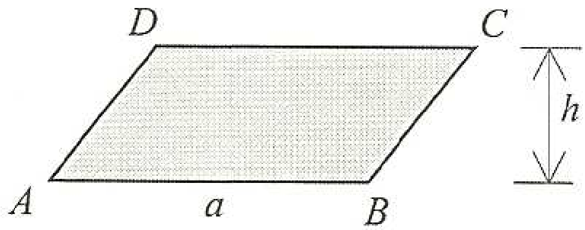


Figura 6: Paralelogramo *ABCD*.
Fonte: LIMA et al, 2005, p.91.

Em seguida constrói-se o retângulo *AECF,* sendo o menor retângulo que contém o paralelogramo *ABCD*.

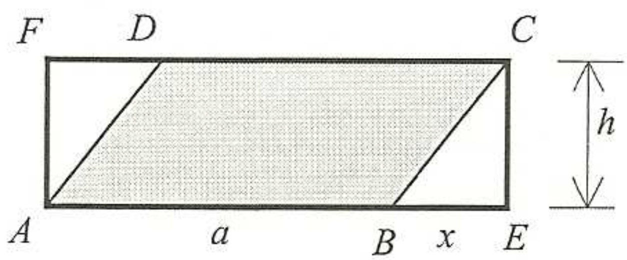


Figura 7: Paralelogramo *ABCD* inscrito no retângulo *AECF*.
Fonte: LIMA et al, 2005, p.91.

“Seja *BE* = *x*. A área do paralelogramo é igual a área do retângulo subtraída de dois triângulos iguais (*BEC* e *DFA*) que, juntos formam outro retângulo.” (LIMA et al, 2005, p. 92).

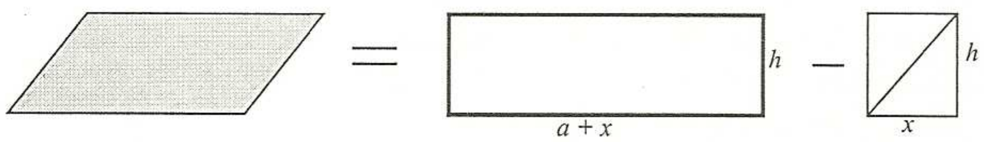


Figura 8: Área do paralelogramo.
Fonte: LIMA et al, 2005, p.92.

Dessa forma, a área do paralelogramo é $(a + x)h - xh = ah + xh - xh = ah$, ou seja, “o produto da base pela altura.” (LIMA et al, 2005, p. 92).

De acordo com Lima e outros, na obtenção da área do triângulo ABC, deve-se escolher um lado para ser a base. Neste caso será escolhido o lado BC. “Suponha que a base tenha comprimento *a* e que a altura relativa a essa base tenha tamanho *h*. Pelo vértice oposto *A*, trace paralelas aos lados AB e BC formando o paralelogramo *ABCD*.” (LIMA et al, 2005, p. 92).

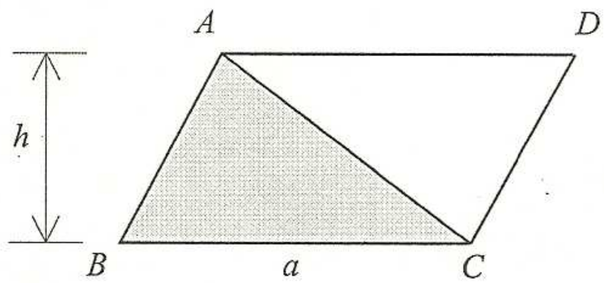


Figura 9: Triângulo ABC e paralelogramo ABCD.
Fonte: LIMA et al, 2005, p.92.

“É claro que a área do triângulo *ABC* é a metade da área do paralelogramo *ABCD*. Daí a área do triângulo é a metade do produto da base pela altura. $S = ab/2$.” (LIMA et al, 2005, p. 92).

4.3 Volume do paralelepípedo

De acordo com Lima et al (2001) “volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada.” (LIMA et al, 2001, p. 73).

Para medir o volume, deve-se compará-lo com o cubo unitário, que tradicionalmente é considerado a unidade de volume. O cubo unitário é o que possui a aresta com uma unidade de comprimento. Como exemplo, pode ser utilizado o cubo com aresta medindo 1cm, nesse caso o volume será a unidade chamada centímetro cúbico (cm^3). (LIMA et al, 2001).

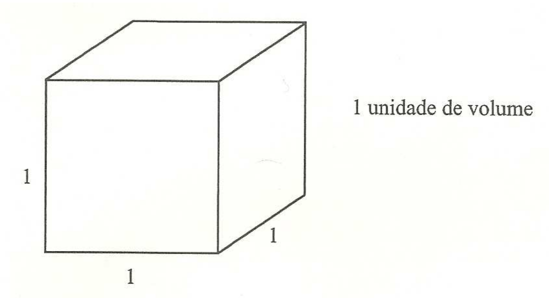


Figura 10: Cubo unitário.
Fonte: LIMA et al, 2001, p. 74.

"Assim o volume de um sólido deve ser um número que exprima quantas vezes ele contém o cubo unitário." (LIMA et al, 2001, p. 74).

Dessa forma, é possível verificar o volume de um bloco retangular, que nada mais é que um paralelepípedo.

Primeiramente imaginemos um bloco retangular de dimensões 4cm, 3cm e 2cm.

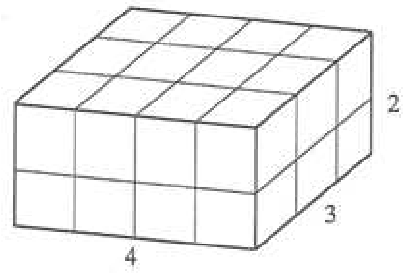


Figura 11: Bloco retangular.
Fonte: LIMA et al, 2001, p. 75.

No segundo momento, "observando o desenho, não há dúvida que este bloco pode ser dividido em 4 x 3 x 2 = 24 cubos unitários e, portanto, seu volume é de 24 cm^3." (LIMA et al, 2001, p. 75). Nesse sentido, quando é considerado o paralelepípedo com as dimensões inteiras *m, n* e *h*, pode-se verificar que o cubo unitário caberá *m* vezes no comprimento, *n* vezes na largura e *h* vezes na altura. Dessa forma, o paralelepípedo pode ser decomposto em *m* x *n* x *h* cubos unitários justapostos. Portanto, quando o paralelepípedo possui dimensões inteiras, seu volume será o produto de suas dimensões.

Para o cálculo do volume de um paralelepípedo com dimensões racionais não inteiras, será utilizado, como exemplo, o paralelepípedo com as seguintes dimensões: 4,7 cm de comprimento, 3,8 cm de largura e 1,5 cm de altura.

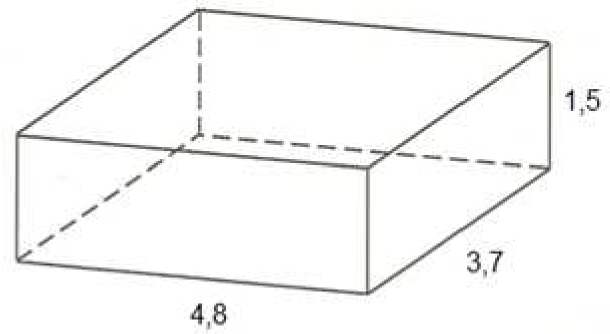


Figura 12: Bloco retangular com medidas racionais.
Fonte: Arquivos do autor.

Como no cálculo da área de um retângulo com dimensões racionais, é preciso transformar os números em frações de mesmo denominador.

$4{,}8 = \frac{48}{10}$, $\quad 3{,}7 = \frac{37}{10}$ $\quad$ e $\quad 1{,}5 = \frac{15}{10}$.

Após essas transformações, é preciso dividir cada aresta do cubo unitário em 10 partes iguais. Assim, o cubo unitário será dividido em 1000 cubinhos com arestas medindo $\frac{1}{10}$ cm³.

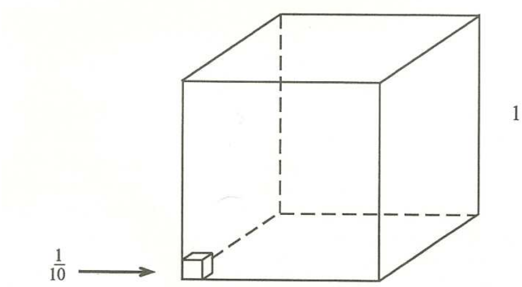


Figura 13: Cubo unitário dividido em cubinhos.
Fonte: LIMA et al, 2001, p. 76.

O volume de cada cubinho será o volume do cubo unitário, que no caso é 1cm³, dividido pela quantidade de cubinhos, 1000. Dessa forma o volume do cubinho é 1/1000cm³.

Após, preenche-se o paralelepípedo com os cubinhos, assim caberão 48 x 37 x 15 cubinhos disjuntos dois a dois.

Para calcular o volume do paralelepípedo, basta multiplicar o número de cubinhos pelo volume de cada cubinho.

$$48 \times 37 \times 15 \times \frac{1}{1000} = \frac{48}{10} \times \frac{37}{10} \times \frac{15}{10} = 4{,}8 \times 3{,}7 \times 1{,}5 = 26{,}64\text{cm}^3$$

Mesmo sendo um exemplo, o mesmo contempla todas as ideias para a demonstração do volume de um paralelepípedo com dimensões racionais.

Portanto, pode-se afirmar que para calcular o volume de um paralelepípedo com dimensões racionais *m, n* e *h*, basta calcular o produto *m* x *n* x *h.*

Para o cálculo do volume de um paralelepípedo com dimensões irracionais, deve-se utilizar a mesma ideia do cálculo de áreas de retângulos com medidas irracionais, portanto, utiliza-se a aproximação racional dessas medidas e usa-se a resolução para paralelepípedos com dimensões racionais.

4.4 Teorema de Pitágoras

O enunciado do Teorema de Pitágoras é: “A área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos.” (LIMA, 1991, p.52).

Para exemplificar, pode-se considerar o triângulo retângulo *abc* da figura14.

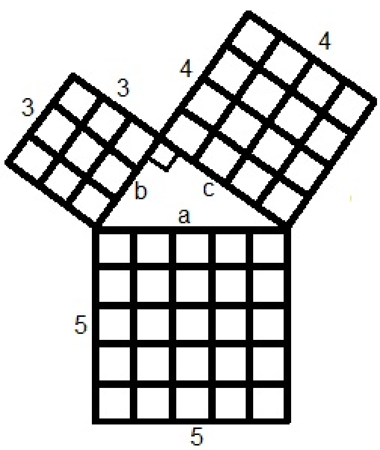


Figura 14: Exemplo do Teorema de Pitágoras.
Fonte: Arquivos do autor.

Como, $a^2 = 5 \times 5 = 25$, $b^2 = 3 \times 3 = 9$ e $c^2 = 4 \times 4 = 16$, temos que $9 + 16 = 25$, portanto $a^2 = b^2 + c^2$.

Lima (1991) apresenta algumas demonstrações para o teorema, aqui será apresentada a que o autor chama de “a mais bela prova” (LIMA, 1991, p.53).

Para essa demonstração será considerada a figura 15.

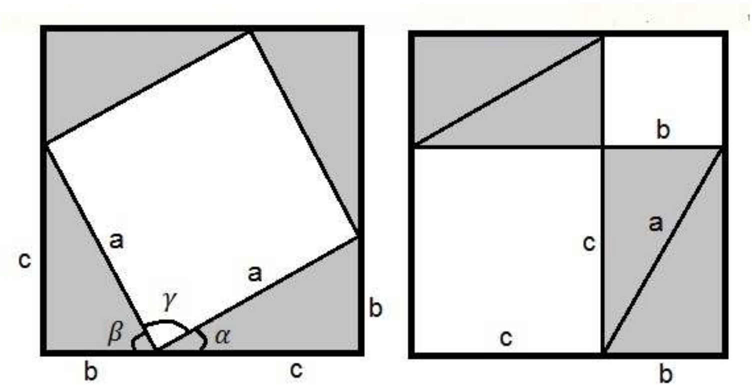


Figura 15: Quadrados utilizados para a demonstração do Teorema de Pitágoras.
Fonte: Arquivos do autor.

Retira-se do quadrado, com lado b + c, os quatro triângulos retângulos iguais abc. Fazendo isso, como na figura à esquerda, obtém-se um quadrado de lado a, pois, considerando γ qualquer um dos ângulos internos, α o ângulo oposto ao cateto b e β o ângulo oposto ao cateto c, como na figura à esquerda, temos $\alpha + \beta + \gamma = 180º$. Como os triângulos são triângulos retângulos, vemos que $\alpha + \beta = 90º$, assim sendo γ é um ângulo reto. Retirando novamente os quatro triângulos, como no quadrado à direita, restarão dois quadrados de lados c e b. Dessa forma, a área do quadrado de lado a é a soma das áreas dos quadrados cujos lados medem c e b.

Outras demonstrações do mesmo teorema podem ser vistas em Lima (1991).

5 OBJETIVOS E METODOLOGIA DE PESQUISA

O objetivo dessa pesquisa é utilizar a prática de Modelagem Matemática no Ensino Básico, abordando um assunto de interesse dos alunos, para desenvolver alguns conteúdos, como medidas de comprimento, medidas de área, cálculo de volumes, entre outros, na medida em que forem necessários para o desenvolvimento do trabalho. Ainda com a utilização dessa prática, tem-se a pretensão de que o aluno adquira alguma compreensão do papel sócio-cultural da matemática, que, segundo Barbosa (2003a), é um dos cinco argumentos para a utilização da Modelagem Matemática na sala de aula.

Assim, deseja-se que o aluno consiga compreender o conteúdo desenvolvido, bem como ter uma visão mais crítica da sociedade, utilizando argumentos matemáticos nas discussões do dia-a-dia.

Para isso, é importante que o aluno consiga atender aos seguintes subobjetivos:

➔ Compreender os conteúdos propostos, verificando sua aplicabilidade no dia-a-dia;

➔ Desenvolver argumentos matemáticos para posterior utilização na sociedade;

➔ Elaborar o projeto das paredes do ginásio, verificando a quantidade de material utilizado e o custo da obra;

➔ Exercitar a prática do trabalho em grupo, valorizando as discussões, o saber e o esforço de cada um dos componentes.

De acordo com esses objetivos surge a questão norteadora dessa pesquisa:

“Como desenvolver um trabalho de Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, utilizando a construção das paredes de um ginásio de esportes?”

Para responder esta questão, os alunos foram divididos em grupos, para poderem discutir sobre a construção do projeto do ginásio, e também realizarem as tarefas necessárias. Eles tiveram total liberdade para discutirem com o grande grupo sobre a resolução dos cálculos e também sobre a realização do projeto.

Para a realização dessa pesquisa, tornou-se necessária a caracterização de pesquisa qualitativa que segundo Garnica (2004) (apud BORBA 2004) é caracterizada como a que possui as seguintes características:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (GARNICA 2004, apud BORBA 2004, p. 1)

Borba (2004) afirma que essas características não podem ser consideradas regras, pois a ideia de pesquisa qualitativa não é estática e as ideias acima levam a ênfases distintas. O autor ainda complementa, “O que é considerado ‘verdadeiro’, dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado.” (BORBA 2004, p.2)

Para completar a ideia de pesquisa qualitativa, Borba (2004) escreve que o conhecimento está atrelado com os valores e as condições sócio-políticas.

Como esta pesquisa não tem por objetivo encontrar uma verdade absoluta, e sim desenvolver um trabalho no ambiente de Modelagem Matemática, no qual nem todos os trabalhos terão o mesmo resultado, é possível admitir a pesquisa qualitativa como a mais apropriada.

Para Borba (2004), não é preciso ignorar os dados quantitativos ou qualquer pesquisa baseada em outra metodologia. Bogdan e Biklen (1994) (apud BORBA 2004) citam essa questão:

> Embora os dados quantitativos recolhidos por outras pessoas (avaliadores, administradores e outros investigadores) possam ser convencionalmente úteis tal como foram descritos, os investigadores qualitativos dispõem-se à recolha de dados quantitativos de forma crítica. Não é que os números por si não tenham valor. Em vez disso, o investigador qualitativo tende a virar o processo de compilação na sua cabeça perguntando-se o que os números dizem acerca das suposições das pessoas que os usam e os compilam. [...] Os investigadores qualitativos são inflexíveis em não tomar os dados quantitativos por seu valor facial (p. 195). (BOGDAN e BIKLEN 1994, apud BORBA 2004, p. 2)

Portanto, de acordo com Borba (2004) em uma pesquisa qualitativa podem ser utilizados dados quantitativos.

Nesta pesquisa foi adotado o Método do Estudo de Caso, que, segundo Cesar (2005), pode ser considerado como uma abordagem qualitativa e é muito utilizado nos estudos organizacionais, quando da coleta de dados.

O Método do Estudo de Caso foi importante, pois uma das ideias dessa pesquisa é a experiência que se adquire com o trabalho de Modelagem Matemática, podendo compreendê-lo, e essa é a ênfase deste método.

> No Método do Estudo de Caso a ênfase está na compreensão, fundamentada basicamente no conhecimento tácito que, segundo o autor, tem uma forte ligação com intencionalidade, o que não ocorre quando o objetivo é meramente explanação, baseada no conhecimento proposicional. Assim, quando a explanação, ou a busca de um conhecimento proposicional, seja a “alma” de um estudo, o estudo de caso pode ser uma desvantagem, mas quando o objetivo é a compreensão, ampliação da experiência, a desvantagem desaparece. (STAKE apud CÉSAR, 2005, p. 3)

Nesta pesquisa, o caso serviu para orientar os estudos na sala de aula, e dessa forma, de acordo com Ventura (2007), é classificado como instrumental, pois o caso será examinado para compreensão de algo mais amplo.

Na pesquisa, são apresentados aspectos da realidade, dessa forma, de acordo com Fiorentini, o estudo de caso é apropriado.

> O estudo do caso busca retratar a realidade de forma profunda e mais completa possível, enfatizando a interpretação ou a análise do objeto, no contexto que ele se encontra, mas não permite a manipulação das variáveis e não favorece a generalização. Por isso, o estudo de caso tende a seguir uma abordagem qualitativa. Mas isso não significa abandonar algumas qualificações necessárias. Essas quantificações podem ajudar a qualificar melhor a análise. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 110).

Ventura explica que para se tornar exemplar o estudo de caso deve “ser significativo, completo, considerar perspectivas alternativas, apresentar evidências suficientes e ser elaborado de uma maneira atraente.” (VENTURA, 2007, p. 385).

O estudo de caso pode ser aplicado em várias situações, de acordo com Ventura (2007), nas pesquisas exploratórias, para a construção de hipóteses ou reformulação do problema, quando o objeto já é conhecido, enquadrando-o em determinado tipo ideal, em novas descobertas, pois pode gerar hipóteses e construir teorias, em casos atípicos, por compreender melhor os processos típicos e em pesquisas comparativas, para compreender o comportamento de pessoas que atuam em lugares diferentes.

> Com base nas aplicações apresentadas, evidenciam-se as vantagens dos estudos de caso: estimulam novas descobertas, em função da flexibilidade do seu planejamento; enfatizam a multiplicidade de dimensões de um problema, focalizando-o como um todo e apresentam simplicidade nos procedimentos, além de permitir uma análise em profundidade dos processos e das relações entre eles. (VENTURA, 2007, p. 386).

Segundo Gil (1995), citado por Ventura (2007), o estudo de caso não possui um roteiro definido, apenas apresenta quatro fases para ter uma sintonia no início do trabalho.

A primeira fase consiste na delimitação de unidade-caso, para que o pesquisador possa perceber quais dados serão importantes para a realização da pesquisa. Nesse trabalho, a unidade-caso é a proposta de desenvolver um trabalho em um ambiente de Modelagem Matemática, com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental, sobre a criação de um ou mais projetos para a construção de um ginásio escolar.

Na segunda fase, é feita a coleta dos dados, podendo usar vários procedimentos qualitativos e quantitativos, que podem ser: observações, análise de documentos, aplicação de questionários, levantamento de dados, análise de conteúdos, etc. César (2005) destaca que se não forem utilizadas várias fontes de evidências pode-se gerar alguns erros que são frequentemente apontados pelos críticos do método. Para a coleta de dados foram utilizados alguns instrumentos, como: diário do professor, gravações em áudio e vídeo das atividades, pesquisas e as produções dos alunos.

Para as observações na sala de aula, foi utilizado um diário do professor, no qual foram registradas as atitudes dos alunos durante as aulas, como os questionamentos, as dúvidas, as discussões e as descobertas. Algumas aulas também foram gravadas através de gravador de voz e de filmadora, para que se possa ter mais detalhes das participações dos alunos. Também foram utilizadas como instrumentos de coleta de dados todas as produções dos alunos, como as realizações dos cálculos, entrevistas com pessoas ligadas à construção civil e as pesquisas de campo.

A terceira fase é a seleção, análise e interpretação dos dados. A seleção deve considerar todos os objetos de coleta de dados, verificando quais os dados serão úteis. Nesse momento deve-se aceitar os limites dessa coleta, somente serão analisados os que forem selecionados. Para a análise é importante que o pesquisador defina seu plano, considerando as limitações dos dados obtidos. As análises e as interpretações dos dados foram realizadas ao final de cada etapa, através dos instrumentos utilizados para coleta de dados.

A quarta fase representa a elaboração do relatório, sendo muito importante a especificação de como os dados foram coletados, a apresentação da teoria que embasou a classificação dos dados e a sua validação. O relatório da pesquisa está presente nesta dissertação, no capítulo 6, com as atividades e as análises.

6 RELATO DOS ENCONTROS

A experimentação ocorreu no período de setembro de 2010 até dezembro de 2011. O início foi com as turmas 51, 52 e 53 da 5ª série do Ensino Fundamental, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Nayde Emerim Pereira, na cidade de Xangri-Lá no Rio Grande do Sul. No ano de 2011 a experimentação continuou com as turmas 61 e 62 da 6ª série do Ensino Fundamental.

As turmas 51 e 53 eram formadas por 15 alunos cada, e a turma 52 tinha 13 alunos, já no ano seguinte seis alunos foram reprovados na 5ª série, cinco saíram da escola e os que foram aprovados se juntaram aos quatro repetentes da 6ª série e aos quatro novos alunos da escola, formando duas turmas de 20 alunos.

A escolha dessas turmas se deu por eu ser o professor regente, e como as atividades seriam dos mais variados tipos, pesquisa extraclasse, saídas de campo, entre outras, achei que se escolhesse apenas uma das turmas seria injusto com as outras, e como eram turmas pequenas, resolvi realizar a experimentação com as três.

As turmas eram heterogêneas, alguns alunos eram bem aplicados, outros apresentavam pouco interesse pelas aulas e também tinha alunos com muitas dificuldades de aprendizado. Isso me motivou a realizar esse projeto, pois eu acredito que o trabalho de Modelagem Matemática pode ser realizado com qualquer grupo de alunos, desde que aceitem o convite e se interessem pelo desenvolvimento do trabalho.

A escola está se modificando, passando do ensino de oito anos para o ensino de nove anos, portanto a cada ano muda-se a denominação das séries, em 2010 a escola possuía turmas de 1º ao 5º ano e de 5ª à 8ª série, já em 2011, de 1º ao 6º ano e de 6ª à 8ª série, e assim vai modificando até concluir o ensino de nove anos, ficando com turmas de 1º ao 9º ano.

A escola possui aulas de reforço em turno inverso, nas quais os alunos com dificuldades são atendidos por um professor para poderem tirar dúvidas e melhorar o aprendizado.

A escola possui laboratório de ciências e de informática, biblioteca, refeitório e uma quadra de esportes sem cobertura. Mas, no ano de 2011, a escola foi instalada no parque de eventos do município, pois o seu prédio passou por reformas, o que fez com que a estrutura ficasse menor, não tendo o laboratório de ciências e de informática, e a biblioteca ficou restrita apenas para retirada de livros, pois o espaço era reduzido. Neste ano, as aulas começaram apenas em abril, pois até então não tinham conseguido montar a estrutura para a escola entrar em funcionamento.

Como possuímos uma listagem de conteúdos básicos para cada série, tive que dividir o tempo da experimentação com o de aula com os conteúdos da série, isso fez com que o trabalho levasse mais tempo. Também, por motivos de tempo, o reinício desse trabalho, no ano de 2011, aconteceu no mês de agosto, pois, como as aulas começaram no mês de abril, tive que adiantar os conteúdos básicos para depois recomeçar a pesquisa.

No ano de 2010, a escola possuía sala ambiente, então nas minhas aulas os alunos já sentavam em grupos, mas no ano de 2011, com a mudança, voltamos ao tradicional, cada turma na sua sala, então as classes ficavam uma atrás da outra, mas nas aulas para a realização desse trabalho os alunos sentavam em grupos, isso ocorreu em todos os momentos, quando discutiam entre si sobre o projeto do ginásio, nas explanações sobre o que estava sendo feito, e nas explicações dos conteúdos.

Esse trabalho foi dividido em seis etapas:

1ª) Convite para a Modelagem e visita aos ginásios do município;

2ª) Pesquisa de como é feita a argamassa[2] e transformações de medidas;

3ª) Verificação das medidas da quadra e do terreno e construção do modelo do ginásio;

4ª) Cálculos das áreas das paredes a serem construídas;

5ª) Cálculo da quantidade de materiais necessários para a construção e o custo da obra;

6ª) Construção das maquetes dos ginásios.

[2] Argamassa é uma massa utilizada no assentamento de tijolos (que significa a aplicação de tijolos em fileiras para a construção de paredes), por isso na construção civil é chamada apenas de massa.

6.1 1ª ETAPA

Esta etapa foi realizada em dois ambientes distintos, o convite foi feito na sala de aula, visitamos os ginásios das escolas do município e novamente em sala de aula conversamos sobre a construção do ginásio. A atividade foi realizada no mês de setembro de 2010 com as três turmas, 51, 52 e 53, com o total de 43 alunos. Para isso, utilizamos duas aulas com dois períodos de 45 minutos, com cada turma, e uma aula com cinco períodos de 45 minutos, para visitar os ginásios, com as três turmas juntas.

6.1.1 Objetivos e expectativas

Esperava-se que os alunos aceitassem realizar o projeto da construção do ginásio da escola e participassem com interesse. Assim, o objetivo desta etapa era fazer o convite para a realização do trabalho no ambiente de Modelagem Matemática.

6.1.2 O convite

Antes de fazer o convite, expliquei o que é Modelagem Matemática, apresentando alguns trabalhos já realizados. No primeiro momento, os alunos não entenderam completamente como seria o trabalho, mas como acharam o tema muito interessante aceitaram realizar uma atividade de Modelagem Matemática. Assim, visitamos os ginásios do município para observarmos como eram e sua importância para as escolas. Após a volta, expliquei que se aceitassem, nós faríamos o projeto do ginásio, calculando a quantidade de materiais e o custo da obra.

Motivados para a realização do trabalho, eles aceitaram prontamente e então combinamos pesquisar, em casa, sobre como é feita a construção de ginásios.

Com a pesquisa, percebemos que fazer o projeto completo do ginásio exigiria trabalho e conhecimento além do possível para os alunos, pois para fazer as estruturas, deveríamos estudar muitos tipos de vigas e fundações, o que exigiria um cálculo avançado demais para alunos de 5ª série do Ensino Fundamental.

Dessa forma, foi feito outro convite, limitando o trabalho ao planejamento das paredes do ginásio, calculando a quantidade e o custo dos materiais. E, assim, os alunos aceitaram realizar esse trabalho.

6.1.3 Relato da primeira etapa

Na primeira aula, em sala de aula, apresentei a definição de Modelagem Matemática, de acordo com Barbosa (2001a), exposta no capítulo 1 dessa dissertação, e alguns trabalhos já realizados anteriormente.

Após esse momento, fiz o convite aos alunos, para fazermos o projeto do ginásio da escola. Inicialmente não compreenderam como seria realizado esse trabalho, alguns perguntaram o que eles teriam que fazer e quando deveriam entregar, então informei que tudo dependeria do que seria proposto durante o desenvolvimento. Mesmo sem entender totalmente, aceitaram fazer o projeto do ginásio, pois o tema era de interesse de todos.

Expliquei que visitaríamos os ginásios das outras escolas do município, eles deveriam observar tudo o que existia nessas construções, como as paredes, as salas, vestiários, bares, e tudo mais que achassem interessante.

Na segunda aula, fizemos as visitas. Os alunos registraram suas observações através de anotações e fotos.

Devido à imaturidade, alguns alunos acharam que era mais passeio do que estudo. Em vez de registrarem como eram os ginásios, eles tiraram fotos deles mesmos. Ao final da visita, ficou combinado que todos iriam pesquisar sobre as construções de ginásios.

Na terceira aula, com cada turma, realizei uma discussão sobre como eram os ginásios, e os alunos começaram a apresentar suas observações. Um aluno comentou que as janelas dos ginásios eram de tijolos vazados para a entrada de ar e de um pouco de luz. Também fizeram outras observações a respeito dos vestiários e do bar, considerando importante o espaço para alimentação.

Nessa mesma aula, apresentamos o que tínhamos pesquisado sobre a construção de ginásios. Os alunos se preocuparam mais com o estilo do ginásio, já na minha pesquisa verifiquei que para fazer as fundações teríamos que usar cálculos mais avançados, o que para alunos de 5ª série do Ensino Fundamental não seria viável, então, após apresentar a pesquisa, propus que, em vez de fazermos todo o projeto, poderíamos planejar apenas as paredes.

Eles também concordaram que fazer o projeto com as fundações seria muito difícil, então aceitaram a proposta de fazer apenas sobre as paredes do ginásio.

Figura 16: Imagens dos ginásios.
Fonte: Arquivos do autor.

6.1.4 Análise da primeira etapa

Nesta primeira etapa, foi proposta a criação do ambiente de Modelagem Matemática definido por Barbosa (2001a), já citada no capítulo 1, pois os alunos foram convidados a investigar, utilizando a matemática, uma situação real.

No primeiro momento, eles não entenderam completamente a proposta, pois estavam acostumados com o "paradigma do exercício" (SKOVSMOSE, 2000), no qual os trabalhos propostos pelos professores eram para resolverem exercícios ou pesquisarem sobre temas específicos e entregar.

O trabalho realizado de acordo com o "paradigma do exercício" (SKOVSMOSE, 2000) faz com que o professor fique, segundo Skovsmose (2000), na zona de conforto. Quando propus o trabalho, assumi a "zona de risco" (SKOVSMOSE, 2000), pois não poderia ter certeza dos encaminhamentos exigidos durante o trabalho.

Mesmo com algumas dúvidas, de como seria o trabalho, os alunos aceitaram a proposta, pois acharam o tema interessante.

De acordo com os tipos de ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000), essa etapa foi realizada no sexto ambiente, o cenário para investigação com referência à realidade, pois em todos os momentos as aulas foram realizadas em um ambiente próprio para a investigação, tendo situações da realidade como referência.

Já nos casos propostos por Barbosa (2001a), o ambiente de Modelagem Matemática se encontrava no segundo caso, pois o tema foi escolhido por mim, e os alunos participaram a partir da simplificação do problema.

Nesta etapa, já começamos a trabalhar com a perspectiva sócio-crítica, pois os alunos tiveram a oportunidade de observar como eram os ginásios das outras escolas, verificando o que realmente é necessário para um ginásio poliesportivo.

Comparando com os trabalhos citados no capítulo 3, percebi que a motivação dos alunos se deu através dos temas propostos pelos professores. Assim como no trabalho de Scheller (2009), enfrentei algumas dificuldades, pois os alunos não estavam acostumados com o ambiente de Modelagem Matemática e achavam que o trabalho era para ser realizado e entregue para o professor dar nota. Não entendiam que as atividades realizadas seriam definidas de acordo com o desenvolvimento do mesmo.

6.2 2ª ETAPA

A atividade foi realizada no mês de outubro de 2010 nas três turmas, com o total de 43 alunos. Para isso, foram utilizadas cinco aulas com dois períodos de 45 minutos com cada turma e um momento fora da sala de aula, no qual os alunos realizaram entrevistas com trabalhadores da construção civil para saber o que é necessário para fazer a argamassa.

6.2.1 Objetivos e expectativas

O objetivo desta etapa era que todos os alunos soubessem quais são os materiais utilizados e como é feita a argamassa. Com isso esperava-se que ao realizarem a entrevista com trabalhadores da construção civil, pudessem obter informações de como é feita a argamassa. Outro objetivo desta etapa era que os alunos desenvolvessem a ideia da formulação e da interpretação de pesquisas.

6.2.2 Surgindo conteúdos

Após a realização da pesquisa com trabalhadores da construção civil, percebemos que a forma de medir a quantidade de material utilizado para a fabricação da massa não tinha um padrão definido, alguns trabalhadores utilizam a pá, outros o balde e outros o carrinho de mão, para medir a quantidade de material.

Propus para os alunos que fizéssemos a transformação de medidas para que tivéssemos um padrão e calculássemos o volume de cada instrumento utilizado.

Para isso, deveríamos utilizar o conteúdo de cálculo de volume, dessa forma eu tive que introduzir esse conteúdo. Assim, os alunos puderam aprender o conteúdo já fazendo uma relação com o dia-a-dia.

Quando coletamos os dados para a realização do cálculo de volume, percebemos que uma das medidas era um número decimal, por isso decidi que seria importante trabalhar com o conteúdo de operações com números decimais e apresentar a ideia de números racionais.

No primeiro momento não pensei em utilizar esse conteúdo no trabalho, mas com o encaminhamento dado pelos alunos, foi necessária sua utilização. Observamos que na Modelagem Matemática muitos conteúdos surgem de acordo com o que é proposto pelos alunos.

6.2.3 Relato da segunda etapa

Na primeira aula, propus que os alunos fizessem uma entrevista com trabalhadores da construção civil, para verificar quais materiais são utilizados para fazer a argamassa.

Os alunos acharam muito interessante, pois alguns não sabiam o que era a argamassa nem os materiais utilizados para sua fabricação, outros porém já tinham uma ideia porque os pais trabalham em obras. Então, definimos algumas perguntas para serem feitas na hora da entrevista, mas eles poderiam fazer outras que achassem importantes.

As perguntas foram as seguintes:

1) O que é utilizado para fazer a massa para assentar tijolos?

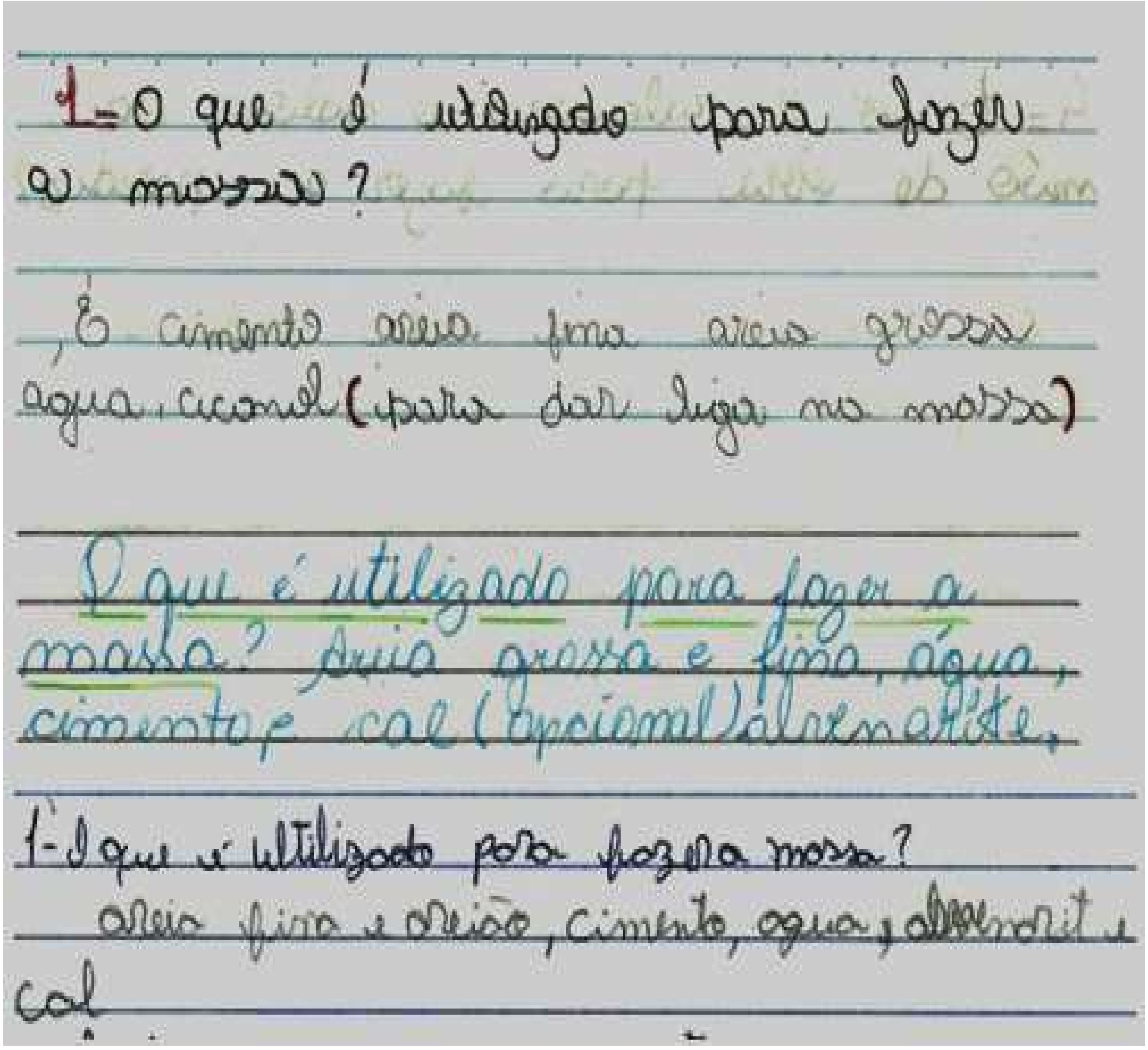
2) Qual é a quantidade de material necessária para fazer a massa com um saco de 50 Kg de cimento?

3) Qual é a quantidade de massa que teremos?

Ficou combinado que na aula seguinte eles trariam a entrevista concluída.

Na segunda aula, discutimos sobre o que foi respondido. Com relação aos materiais que são utilizados, verificamos que é preciso areia grossa, areia fina, cimento, água e cal ou alvenarite, que é um aditivo plastificante para argamassa.

O curioso da entrevista é que foi encontrado mais do que uma resposta para as perguntas. Na pergunta número 1, o consenso foi a areia grossa, a areia fina, o cimento e a água, mas alguns colocam o cal, outros colocam o alvenarite e também tem pessoas que colocam os dois.


1- O que é utilizado para fazer a massa?

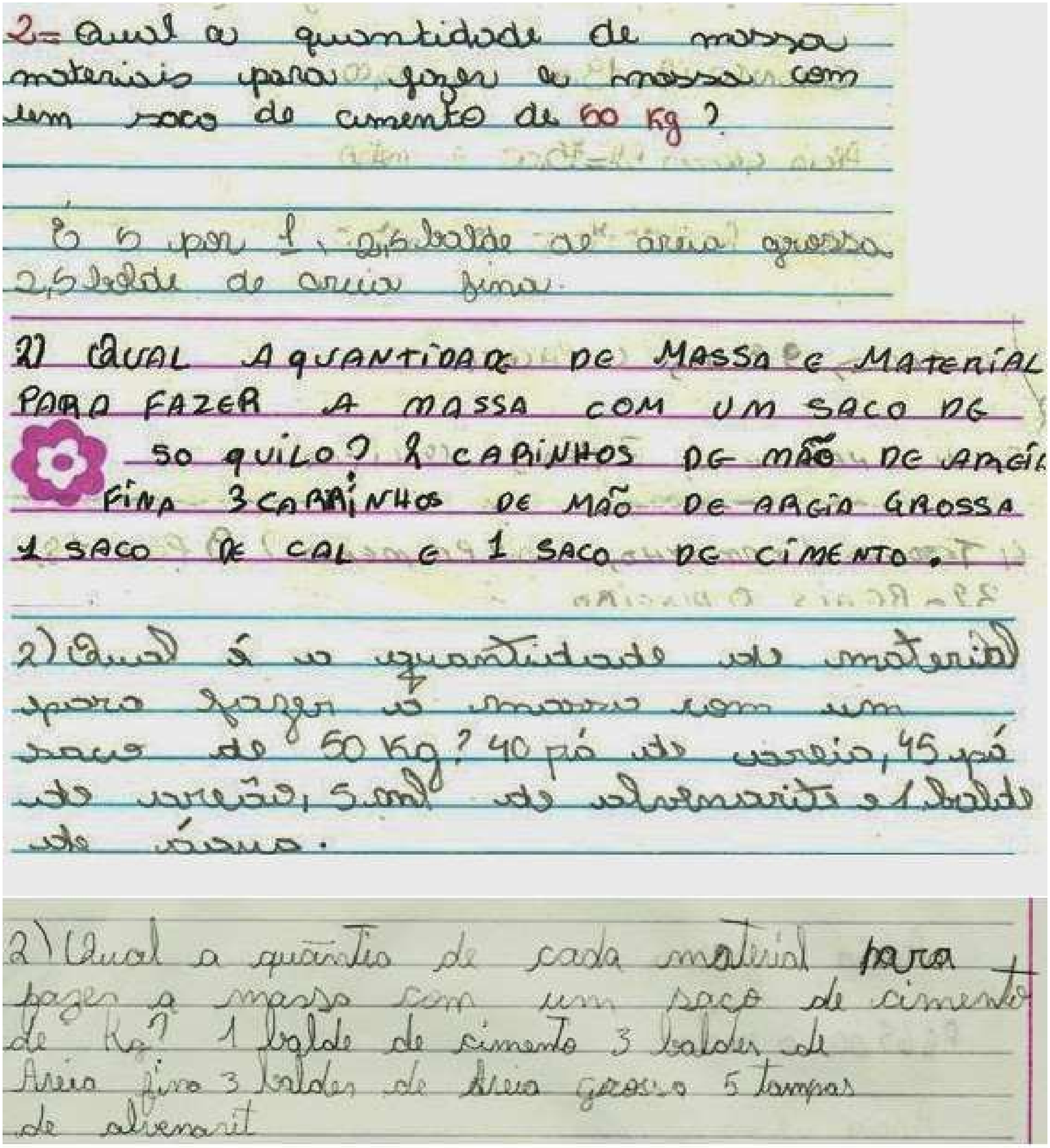
É cimento areia fina areia grossa água, (para dar liga na massa)

O que é utilizado para fazer a massa? Areia grossa e fina, água, cimento e cal (opcional) alvenarite.

1- O que é utilizado para fazer a massa?
areia fina e areião, cimento, agua, alvenarit e cal

Figura 17: Pergunta número 1 da pesquisa com trabalhadores da construção civil.
Fonte: Montagem com as questões dos trabalhos dos alunos.

Na questão 2, foram encontradas mais diferenças, alguns dizem que a quantidade de areia é três vezes a quantidade de cimento, outros dizem que é cinco vezes. A quantidade de água não é exata, pois cada trabalhador coloca a quantia que acha mais adequada, deixando a massa mais consistente ou não, e muitos nem medem, vão colocando até a massa ficar mais fácil de manipular. Como instrumento para medir volume, os trabalhadores da construção civil utilizam o balde, o carrinho de mão e a pá, como pode ser visto nas respostas da figura 18:



2= Qual a quantidade de massa materiais para fazer a massa com um saco de cimento de 50 Kg ?

É 5 por 1, 2,5 balde de areia grossa 2,5 balde de areia fina.

2) QUAL A QUANTIDADE DE MASSA E MATERIAL PARA FAZER A MASSA COM UM SACO DE 50 QUILO? 2 CARINHOS DE MÃO DE AREIA FINA 3 CARRINHOS DE MÃO DE AREIA GROSSA 1 SACO DE CAL E 1 SACO DE CIMENTO.

2) Qual é a quantidade de material para fazer a massa com um saco de 50 Kg? 40 pá de areia, 45 pá de areão, 5ml de alvenarite e 1 balde de água.

2) Qual a quantia de cada material para fazer a massa com um saco de cimento de Kg? 1 balde de cimento 3 baldes de Areia fina 3 baldes de Areia grossa 5 tampas de alvenarit

Figura 18[3]: Pergunta número 2 da pesquisa com trabalhadores da construção civil.
Fonte: Montagem com as questões dos trabalhos dos alunos.

Na pergunta 3, também foram verificadas algumas diferenças nas respostas, uns responderam em Kg ou em metro cúbico e outros responderam em betoneiras[4], como podemos ver na figura 19.

---

[3] Na terceira resposta os alunos colocaram 5ml de alvenarite, mas essa não é a medida correta, nesse caso ocorreu um erro ao escrever a quantidade.

[4] Equipamento utilizado em obras para misturar os materiais na fabricação da massa.

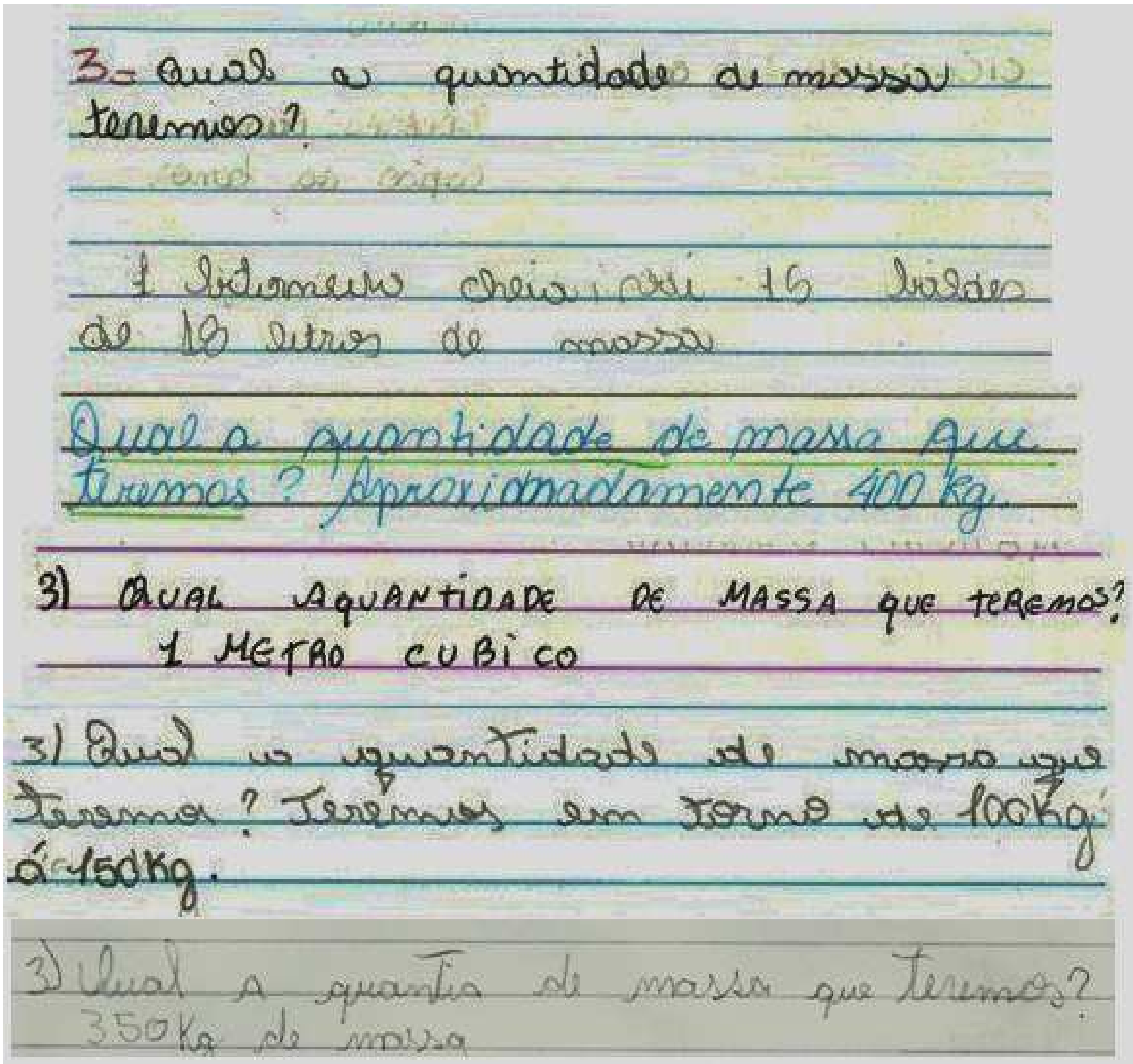


Figura 19: Pergunta número 3 da pesquisa com trabalhadores da construção civil.
Fonte: Montagem com as questões dos trabalhos dos alunos.

Após a discussão das questões, expliquei o que era volume, utilizando a definição de Lima et al (2001), segundo a qual é a quantidade de espaço que um sólido ocupa.

Então, comecei a fazer comparações entre objetos para que eles observassem qual tinha maior volume. Alguns objetos utilizados para fazer as comparações foram caixas de sapatos, caixas de remédios, caixas de bombons, tijolos das paredes e também chamei dois alunos na frente da turma para compararmos o espaço que cada um ocupa, explicando que esse espaço é o volume de cada um. Na sequência, expliquei que a quantidade de areia, cimento, alvenarite e de massa, que os trabalhadores da construção civil falaram nas entrevistas correspondia ao volume de cada material.

Na terceira aula, expliquei que a caixa de sapato, a caixa de bombom, o tijolo, a sala de aula são exemplos de paralelepípedo. No mesmo momento, apresentei as partes do paralelepípedo: as arestas, as faces e os vértices. Alguns alunos tiveram dificuldades para entender os nomes, mas depois de algumas explicações conseguiram compreender.

Em seguida, expliquei o que é um cubo unitário, falando para eles que é um paralelepípedo que tem as três dimensões, comprimento, largura e altura, medindo uma unidade de medida. Como exemplo, falei para eles imaginarem um cubo com um metro de comprimento, um metro de largura e um metro de altura e com a fita métrica fui marcando as medidas no chão e nas paredes da sala de aula.

A partir das ideias de paralelepípedo e de cubo unitário fizemos o cálculo do volume de um paralelepípedo. Para isso, foi utilizado o material dourado[5], no qual pedi para que os alunos construíssem, com os cubinhos, um paralelepípedo de 4 cubinhos de comprimento, 3 cubinhos de largura e 2 cubinhos de altura. Em seguida informei que cada cubinho poderia ser considerado cubo unitário, e então eles teriam que verificar quantos cubinhos tinha no paralelepípedo que montaram, e esse número seria o volume do paralelepípedo. Eles ficaram mais um tempo montando paralelepípedos com outras medidas.

Após essa atividade perguntei para eles como poderíamos calcular a quantidade de cubinhos em cada paralelepípedo, e eles chegaram a conclusão que bastava multiplicar suas dimensões.

Para completar esse estudo apresentei as unidades mais utilizadas para o volume, como o metro cúbico (m^3), o centímetro cúbico (cm^3) e o litro (L), esclarecendo o que seria cada um deles e explicando que 1 litro equivale a 1000 cm^3.

Em seguida, perguntei aos alunos se conseguiríamos calcular o volume da pá, do carrinho de mão e do balde, e a maioria respondeu que não, alguns alunos responderam que achavam que sim, mas não sabiam como, então sugeri o uso de uma lata em forma de paralelepípedo, para isso encheríamos de areia os instrumentos que gostaríamos de calcular o volume e despejaríamos a areia na lata, verificando as dimensões e calculando seu volume.

---

[5] O Material Dourado é uma criação da médica e educadora italiana Maria Montessori, para auxiliar no ensino e aprendizagem da matemática, junto às crianças que apresentavam dificuldades de aprendizagem. (MAIA, 2012, p. 2). Existem vários modelos de material dourado, o que foi utilizado é composto de cubinhos, barras com 10 cubinhos, placas com 10 barras e o cubo maior com 10 placas.

Na quarta aula, levei um carrinho de mão, uma pá, um balde que é usado em obras, uma lata de ferro e uma caixa de fibra, as duas últimas com o formato de paralelepípedos, para serem usadas como referência na medição de volumes.

Para essa atividade, utilizamos um monte de areia que tinha no pátio da escola.

No primeiro momento, medimos o fundo da lata e verificamos que a mesma tinha uma base quadrada com 23 cm de aresta.

Figura 20: Medindo o fundo da lata.
Fonte: arquivos do autor

Como já tinham estudado o volume de um paralelepípedo, os alunos sabiam que precisavam das medidas das 3 dimensões para calcular o volume da areia, mas como já tinham medido o fundo, então sabiam o valor de duas dimensões, só faltando verificar a altura que a areia iria atingir dentro da lata.

Logo após colocamos uma pá cheia de areia na lata. Com um pedaço de ferro os alunos marcaram a altura que a areia ocupou e anotaram a medida que foi de 7cm. Dois alunos em cada turma ficaram responsáveis por fazer as anotações.

Em seguida, foi a vez de encher o balde. Aproveitamos o momento para contar quantas pás eram necessárias para encher o balde. Despejamos a areia na lata para medir a altura que atingiria. A altura da areia foi de 19cm.

Para encher o carrinho de mão utilizamos o balde, assim os alunos contavam quantos baldes eram necessários para enchê-lo. Com o carrinho de mão cheio de areia, percebemos que essa quantidade não caberia na lata, então deveríamos usar a caixa. Medimos o fundo da caixa e verificamos que tinha uma base quadrada de 58cm de aresta. Despejamos a areia na caixa e observamos que a altura atingida foi de 19,5cm.

Figura 21: Medindo o fundo da caixa.
Fonte: Arquivos do autor

Na sala de aula, utilizamos as medidas das alturas para calcularmos os volumes da pá, do balde e do carrinho de mão. Como uma das medidas não era natural, mostrei para os alunos a ideia de números racionais escritos na forma decimal. Para o cálculo do volume, utilizei o exemplo da sala de aula, considerando-a um paralelepípedo de 6m de largura, 5m de comprimento e 2,5m de altura. De acordo com essas medidas, chegamos a conclusão que teríamos 6 linhas de 5 colunas de cubos unitários na base da sala. Após, deveríamos colocar mais essa quantidade de cubos em cima desses tendo duas vezes a base, mas ainda teríamos que botar mais meio cubo em cima de cada cubo para encher a sala. Então, percebemos que mesmo a medida sendo um número racional não inteiro, poderíamos calcular o volume multiplicando as dimensões do objeto em questão.

Para fazer esses cálculos os alunos precisavam aprender como calcular com números racionais escritos na forma decimal. Antes de explicar como fazer os cálculos, mostrei para os alunos as casas decimais, utilizando a tabela das classes e das ordens e falei que os números que possuem casas decimais finitas podem ser escritos na forma de fração decimal, na qual os denominadores são potências de 10. Assim, expliquei que todos os números que podem ser escritos em forma de frações pertencem ao conjunto dos números racionais.

Em seguida, passei a explicar as quatro operações, adição, subtração, multiplicação e divisão, com números racionais escritos na forma decimal. Para fazer o cálculo da adição e da subtração com decimais, utilizei as classes e ordens dos números, mostrando que, quando utilizamos os algoritmos da adição e da subtração, devemos ter cada ordem uma embaixo da outra e resolver normalmente como estavam acostumados para os números naturais, deixando no resultado também cada algarismo em sua ordem. Para a multiplicação, fiz o seguinte: primeiramente coloquei 2 x 3 no quadro e eles facilmente disseram que era 6. Depois da resposta, disse que poderíamos fazer diferente, então fiz a multiplicação do número dois por 10 e depois multipliquei por 3, encontrando como resultado o número 60. Dividi esse valor por 10 e encontrei como resposta o número 6 novamente.

Esse exemplo foi feito nas três turmas e sempre um aluno falava que dava certo porque eu multipliquei por 10 e dividi por 10 novamente. Mas alguns discutiam dizendo que eu tinha multiplicado apenas o número 2 e não os dois números.

Após as discussões, utilizei mais alguns exemplos para mostrar que se multiplicarmos um dos fatores por 10 e depois dividirmos o resultado por 10, obteremos o mesmo resultado que se multiplicarmos direto esses números.

Dessa forma poderíamos calcular com o número 19,5, pois era só multiplicar por 10 que teríamos 195 e no final dividir o resultado por 10.

Para a multiplicação e divisão por 10, por 100, por 1000, e assim por diante, utilizei as ordens dos números, mostrando que quando multiplicamos por 10, cada algarismo avança uma ordem e quando dividimos por 10, cada algarismo retrocede uma ordem, fazendo com que a vírgula mude de posição.

Na quinta aula, comecei explicando como resolver a divisão com números decimais. Para realizá-la, mostrei que podemos montar o algoritmo com os números que queremos dividir e depois igualar a quantidade de casas decimais, retirando as vírgulas antes de fazer a divisão. Para os quocientes decimais, utilizei novamente as ordens, mostrando que quando a resposta passa para a ordem menor, o resto aumenta 10 vezes.

Após as explicações, deixei que os alunos calculassem os volumes da pá, do balde e do carrinho de mão. Todos os grupos, em todas as turmas, conseguiram realizar os cálculos. E, para minha satisfação, todos conseguiram compreender como se realiza a multiplicação com números decimais.

Instrumento	Comprimento da base da referência	Largura da base da referência	Altura	Volume
Pá	23cm	23cm	7cm	3703cm³
Balde	23cm	23cm	19cm	10051cm³
Carrinho	58cm	58cm	19,5cm	65598cm³

Tabela 3: Volume dos instrumentos citados nos questionários.
Fonte: Arquivos do autor

Para comparar esses volumes, resolvemos calcular quantas pás cabem em um balde e quantos baldes cabem em um carrinho de mão. Como os alunos tinham anotado essas quantidades na prática, poderíamos ver se realmente estava certo.

Expliquei que para calcular quantas pás cabem em um balde e quantos baldes cabem em um carrinho, bastava dividir seus volumes e então dividimos o volume do balde pelo volume da pá e o volume do carrinho de mão pelo volume do balde.

Como os alunos ainda tinham dúvidas sobre a divisão com quociente decimal, achei que seria mais fácil resolver as divisões no quadro e ao mesmo tempo explicar como são feitas essas divisões.

Os resultados podem ser conferidos na tabela 4:

Instrumento	Volume	Comparação
Pá	3703cm³	-----------------
Balde	10051cm³	2,714 pás
Carrinho de mão	65598cm³	6,526 baldes

Tabela 4: Comparação dos volumes.
Fonte: Arquivos do autor

Quando enchemos o balde com a areia, contamos um pouco mais do que duas pás e meia e menos do que três pás, e quando fizemos o cálculo, o resultado foi 2,714 pás, aproximadamente a quantidade que encontramos na prática.

Já com o carrinho de mão foi um pouco diferente, na hora que enchemos contamos seis baldes e no cálculo o resultado foi 6,526 baldes de areia em um carrinho de mão. Os alunos notaram a diferença, mas com isso pude explicar que os cálculos não são exatos, pois foram utilizados materiais que não dão muita precisão, assim também é na construção civil, como vimos nas entrevistas que os alunos fizeram com os trabalhadores, quando obtivemos valores diferentes, como já foi citado anteriormente.

Figura 22: Alguns momentos da segunda etapa.
Fonte: Montagem com arquivos do autor.

6.2.4 Análise da segunda etapa

Nessa etapa, os alunos tiveram oportunidade de realizar uma pesquisa para saber como é feita a massa. Assim, iniciaram um trabalho de pesquisa, no qual buscaram a informação e com os resultados puderam verificar se para as mesmas perguntas as respostas eram as mesmas.

Como surgiram diferentes instrumentos para medir a quantidade de materiais utilizados para fazer a massa, tive a oportunidade de explicar como é feito o cálculo do volume do paralelepípedo. Assim, conseguimos calcular o volume de cada instrumento de medida e fazer a comparação de seus volumes.

Com essa atividade, os alunos tiveram a oportunidade de obter informações sobre os materiais necessários para fazer a argamassa e suas quantidades, que além de utilizarem nesse trabalho, poderão utilizar no dia-a-dia. Assim, podemos verificar a presença da perspectiva sócio-crítica, proposta por Barbosa (2003b).

Nessa etapa, confirmamos a afirmação de Skovsmose (2000), acerca da importância de transitar pelos diferentes ambientes de aprendizagem. No início da etapa, estávamos no ambiente número seis, pois quando formulamos o questionário para que os alunos fizessem as entrevistas, e discutimos sobre suas respostas, constituímos um cenário para investigação com referência à realidade.

Quando estávamos trabalhando com a ideia de volume, transitamos entre os ambientes um e dois, pois a referência era a matemática pura, mas em alguns momentos utilizávamos o paradigma do exercício e, em outros, constituíamos um cenário para investigação. Dessa forma, utilizamos mais de um ambiente sem perceber quando terminava um e quando começava o outro.

Quando fomos para o pátio da escola medir a quantidade de areia que caberia na pá, no balde e no carrinho de mão, voltamos ao ambiente de aprendizagem número seis, pois novamente foi criado um cenário para investigação com referência à realidade.

Outra mudança de ambiente de aprendizagem aconteceu quando voltamos para a sala de aula e eu expliquei sobre as quatro operações envolvendo números racionais escritos na forma decimal. Estávamos novamente no ambiente número um, pois trabalhávamos com a referência da matemática no paradigma do exercício. Porém no final da etapa migramos para o ambiente de aprendizagem número cinco, pois quando resolvemos os cálculos, utilizamos o paradigma do exercício com referência à realidade.

Nesta etapa, os conteúdos surgiram de acordo com o andamento do trabalho, fazendo com que o ambiente de Modelagem Matemática se apresentasse diferente do ensino tradicional, no qual segundo Barbosa (2001a), as situações do dia-a-dia abordadas estão diretamente ligadas aos conteúdos já trabalhados.

De acordo com os casos propostos por Barbosa (2001a), essa etapa pertenceu ao segundo caso, pois eu que escolhi o tema e os alunos começaram a participar no momento da simplificação do problema.

Após as entrevistas, os alunos verificaram que o trabalho seria realizado de acordo com o dia-a-dia e não apenas sobre conceitos e cálculos matemáticos, isso fez com que eles se sentissem mais seguros para fazer os questionamentos que achavam importantes. Nesse mesmo sentido, Scheller (2009) afirma que em seu trabalho também ocorreu a mesma situação: no início, os alunos estavam com dificuldades de entender o trabalho, mas a partir do meio do trabalho já compreenderam e participaram com mais segurança.

6.3 3ª ETAPA

Esta etapa ocorreu no mês de novembro de 2010. Foram utilizadas quatro aulas com cada turma, de dois períodos de 45 minutos, para a realização das atividades. As três turmas participaram desta etapa, totalizando 43 alunos participantes.

6.3.1 Objetivos e expectativas

A ideia desta etapa era que os alunos construíssem o modelo do ginásio, considerando as medidas do terreno ao lado da escola, que seria o local adequado para a construção. A expectativa é que, com minha ajuda, os alunos conseguissem construir a planta baixa do ginásio, considerando todas as paredes e todas as aberturas. Outro objetivo desta etapa era trabalhar, junto com os alunos, os conteúdos de medidas de comprimento e a exploração dos espaços.

6.3.2 Os modelos para o ginásio

Após realizarem as medidas da área onde poderia ficar o ginásio da escola, os alunos foram para a sala de aula decidir como seria o ginásio.

Junto com o professor começaram pelo tamanho da quadra, e depois pelos ambientes que deveriam aparecer no projeto, como: os vestiários, o bar, a sala de materiais e o palco, e como os alunos estavam divididos em grupos, cada grupo dava uma ideia, com referência aos ginásios que tinham visitado anteriormente.

Cada turma deveria fazer o seu projeto, mas, na turma 52, os alunos não chegaram a um consenso sobre o modelo do bar. Como a turma estava dividida em dois grupos: um das meninas e um dos meninos, cada grupo queria que o bar tivesse um modelo diferente. As meninas queriam que o bar tivesse um formato triangular o os meninos queriam que fosse com formato retangular, então ficou resolvido que cada grupo faria o seu projeto. Por causa dessa discussão, a turma 52 construiu dois modelos.

Foram construídos quatro modelos diferentes do ginásio.

Para uma melhor compreensão, foi importante numerar os ginásios, sendo que o número 1 foi o da turma 51, o número 2 o da turma 53, o número 3 o que possui o bar retangular e o número 4 o que possui o bar triangular, sendo os dois últimos da turma 52.

6.3.3 Relato da terceira etapa

Antes desta etapa, eu achei interessante pesquisar o tamanho de uma quadra poliesportiva.

No inicio da primeira aula, convidei os alunos para irmos até a quadra da escola, medir o tamanho da mesma e também do terreno onde poderíamos construir o ginásio.

Utilizamos uma fita métrica para medir o tamanho da quadra e o tamanho do terreno. Enquanto alguns alunos mediam, outros anotavam os valores.

Eu gostaria de ter levado as três turmas juntas, mas a turma 53 tinha prova de outra disciplina, nos primeiros períodos, então, nos dois primeiros períodos, levei apenas as turmas 51 e 52. Como a turma 53 teria matemática após o recreio, deixamos para ir até a quadra nos dois últimos períodos.

Figura 23: Medindo a quadra e o terreno.
Fonte: Arquivos do autor.

Na segunda aula, começamos a construir o modelo do ginásio. Antes de começar a fazer o projeto, informei aos alunos que a quadra poliesportiva deveria ter 19m de largura e 32m de comprimento, pois é a medida oficial, e partindo deste ponto começamos a desenhar o ginásio.

Os alunos tiveram a liberdade de dar suas opiniões para o modelo do ginásio. Quando ficavam em dúvida sobre as medidas, usávamos as mesas e as cadeiras para representar os espaços que queriam construir.

Para ter uma melhor compreensão dos espaços, expliquei para eles que esses espaços são chamados de áreas, e podemos calculá-los. Assim foi importante explicar esse conteúdo antes de continuar com o trabalho.

Primeiramente, expliquei o que era o quadrado unitário, e que para calcularmos a área de qualquer figura deveríamos verificar quantas vezes o quadrado unitário caberia nessa figura. Então consideramos que a sala de aula tinha como medidas 6m de largura por 5m de comprimento, e o quadrado unitário era de 1m por 1m, assim imaginamos como preencheríamos o chão da sala com esse quadrado. Os alunos concluíram que teríamos 5 colunas e 6 linhas, como eu já tinha trabalhado essa ideia de linhas e colunas na multiplicação, eles concluíram que deveríamos multiplicar a largura pelo comprimento.

Primeiramente, decidimos o comprimento e a largura do ginásio. Os projetos de números 1 e 2 ficaram com 51m de comprimento e os projetos de números 3 e 4 ficaram com 48m de comprimento. A largura ficou igual em todos os projetos, 30m.

No momento em que decidimos o comprimento e a largura do ginásio, desenhei cada modelo no quadro. Nas figuras 24 e 25 estão representados, os modelos que foram desenhados no quadro, apenas com as medidas de comprimento e largura, e a quadra, pois a partir desses desenhos é que definimos os lugares e as medidas do Bar, da sala de materiais, dos vestiários e do palco.

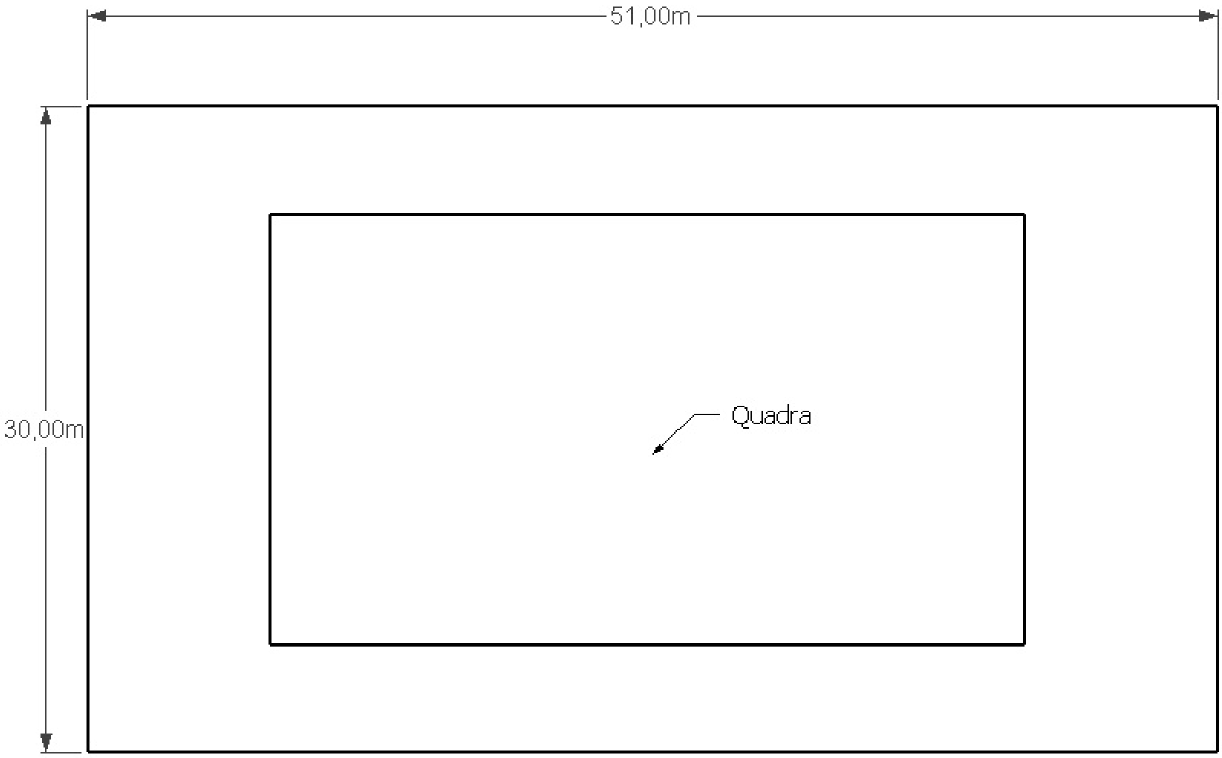


Figura 24: Reprodução dos modelos 1 e 2 desenhados no quadro.
Fonte: Arquivos do autor

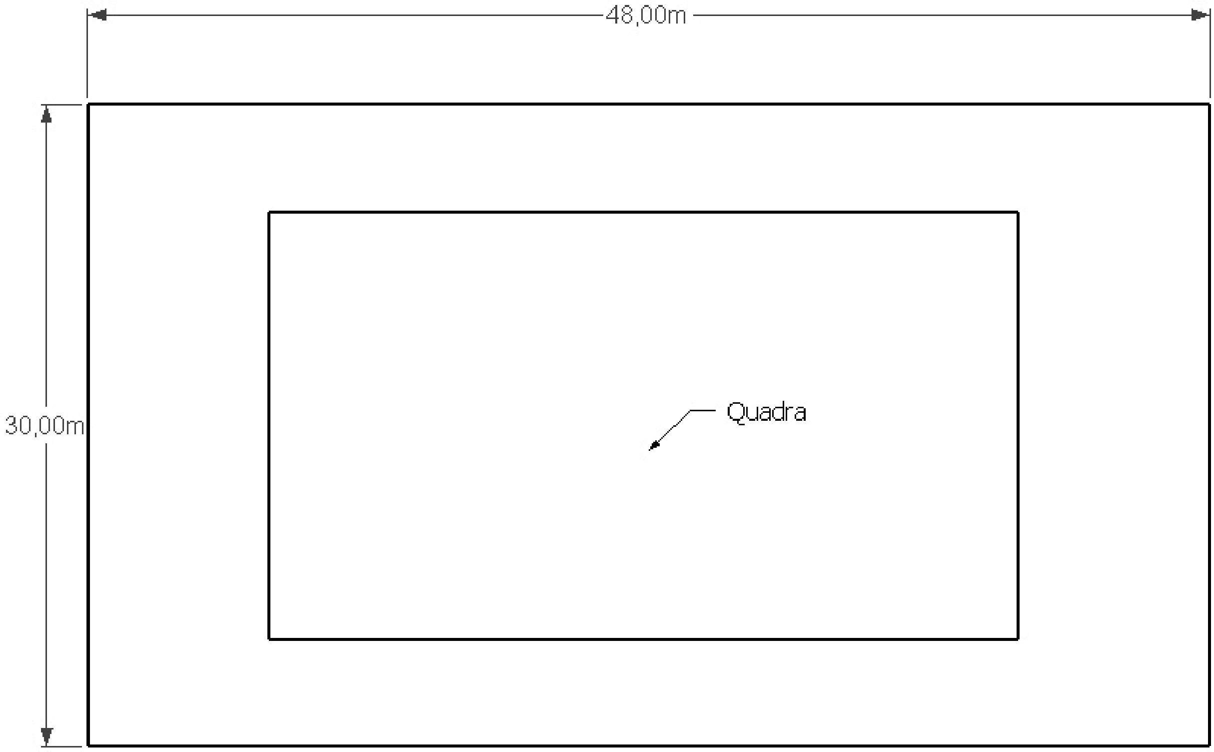


Figura 25: Reprodução dos modelos 3 e 4 desenhados no quadro.
Fonte: Arquivos do autor

Os alunos decidiram que o palco ficaria no fundo do ginásio e os dois vestiários, um de cada lado do palco.

O palco ficou igual em todos os projetos, 5m de comprimento, 7m de largura e 0,8m de altura. Nas duas laterais do palco ficaram as escadas. A largura do corredor que dá acesso a elas ficou com 1,5m de largura nos projetos 2, 3 e 4 e no projeto 1 ficou com 1,2m.

Quando estávamos discutindo sobre os espaços que teríamos nos vestiários, uma aluna da turma 52, que possuía dificuldades para se concentrar nas aulas, foi a primeira a dizer que deveríamos ter um espaço para cadeirantes e esse espaço deveria ser maior que os outros.

Após as discussões, os vestiários, em todos os projetos, ficaram com 5 espaços para banho e 3 para sanitários com 1m de largura por 1,3m de comprimento cada um, e ainda o banheiro para cadeirantes com 2m de largura por 1,3m de comprimento. O comprimento dos vestiários ficou com 5m em todos os modelos. O que diferenciou os vestiários em cada projeto foi o espaço para colocar as pias, que cada turma decidiu por uma medida. No projeto número 1 esse espaço ficou com 4m de comprimento, no projeto número 2 ficou com 4,2m e no projeto número 3 ficou com 4,5m.

A terceira aula começou com a discussão do local onde ficariam o bar e a sala de materiais. Os alunos decidiram que ficariam do outro lado em relação ao palco, e os vestiários, um de cada lado da porta principal.

A sala de materiais, nos projetos número 1 e número 2, ficou com 2,5m de comprimento por 3m de largura. Nos projetos número 3 e número 4, a sala de materiais ficou com 2,7m de comprimento por 3m de largura.

As turmas 51 e 53 decidiram que o bar teria o formato retangular com 3m de comprimento por 4m de largura.

Na turma 52 os alunos estavam divididos em dois grupos, um de meninos e um de meninas. As meninas deram a ideia de fazer o bar na forma triangular, mas os meninos queriam que tivesse forma retangular. Como nenhum dos grupos abria mão de suas ideias, resolvemos verificar a área que cada um teria.

Como os alunos já sabiam como calcular a área do retângulo, precisei explicar apenas o cálculo da área do triângulo retângulo, pois o bar, no projeto das meninas, teria esse formato.

Para essa explicação, utilizei a construção de um retângulo dividido em duas partes pela sua diagonal, formando dois triângulos retângulos, e os alunos conseguiram concluir que a área de cada triângulo era a metade da área do retângulo.

Assim, voltamos a calcular a área dos espaços que queriam para o bar, no caso dos meninos o bar teria 3m de comprimento por 4m de largura, o que daria $12m^2$ de área, já o das meninas teria forma triangular medindo 4m de comprimento por 4m de largura, o que daria $8m^2$ de área. Mesmo a área sendo menor, as meninas disseram que tudo o que precisariam, como fogão, chapa para prensar o pão, freezer e outras coisas, caberiam nesse espaço. Já os meninos não abriam mão de ter um bar na forma retangular. Dessa forma, achei melhor propor que eles fizessem dois projetos do ginásio, e os alunos aceitaram prontamente, pois poderiam fazer do seu jeito.

Portanto, a turma 52 construiu dois modelos para o ginásio, um tinha o bar na forma retangular com 3m de comprimento por 4m de largura e o outro tinha forma triangular com 4m de largura e 4m de comprimento.

No projeto do bar das meninas, uma das paredes tinha o comprimento da diagonal de um quadrado de lado 4. Para calcular o tamanho dessa parede tive que explicar para os alunos o Teorema de Pitágoras, como eles ainda não tinham aprendido expressões algébricas, achei melhor não fazer demonstrações e sim apresentar o teorema e aplicá-lo já fazendo a explicação.

Então, informei que o triângulo que têm um dos ângulos com medida de 90º, é chamado triângulo retângulo e para calcular um dos lados desse triângulo podemos utilizar o Teorema de Pitágoras, que segundo Lima (1991), tem o seguinte enunciado: “a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos”, portanto, se a é a medida da hipotenusa e b e c são as medidas dos catetos, temos que $a^2 = b^2 + c^2$. Para exemplificar o Teorema, utilizei o triângulo retângulo abc da figura 26.

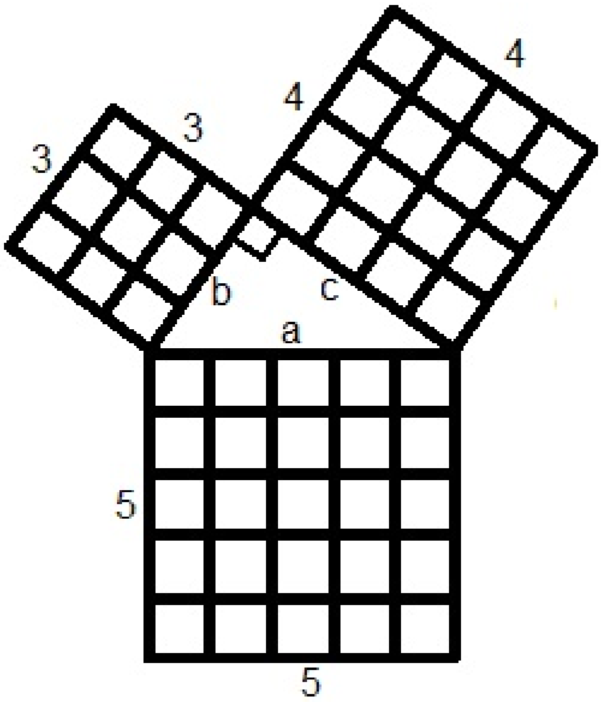


Figura 26: Exemplo do Teorema de Pitágoras.
Fonte: arquivos do autor

Assim, mostrei que se $a^2 = 5 \times 5 = 25$, $b^2 = 3 \times 3 = 9$ e $c^2 = 4 \times 4 = 16$, e como $9 + 16 = 25$, temos $a^2 = b^2 + c^2$.

Após, falei para observarem o desenho do bar, dessa forma, mostrei que a figura era um triângulo retângulo, a diferença era que no nosso exemplo utilizamos os catetos com valores diferentes e no desenho do bar, os catetos tinham a mesma medida. Portanto, a parede que queríamos calcular seria a hipotenusa e as duas outras os catetos. Assim, consideramos a letra *a* como sendo a medida da hipotenusa e construímos a seguinte expressão: $a^2 = 4^2 + 4^2$.

Calculamos 4^2, que deu 16, e ficamos com $a^2 = 32$. Para resolver essa parte, utilizei a ideia de operação inversa, mostrando exemplos da adição e subtração e da multiplicação e divisão, fazendo com que concluíssem que a raiz quadrada poderia ser considerada inversa a potência de expoente 2. Assim, eles concluíram que para achar o valor do *a* deveriam fazer a raiz quadrada de 32. Utilizamos a calculadora para obter o valor aproximado por duas casas decimais da raiz quadrada de 32, obtendo 5,65m. Mas também aproveitei a situação para mostrar que se fizéssemos a fatoração de 32, teríamos que $\sqrt{32}$ é igual a $4\sqrt{2}$.

Nas outras turmas não teve esta discussão, mas mesmo assim, em virtude do conteúdo trabalhado, apresentei as mesmas explicações nas turmas 51 e 53.

Na quarta aula, resolvemos definir as alturas das aberturas e das paredes do ginásio.

As alturas das paredes internas do ginásio foram decididas de acordo com a altura das paredes da escola, portanto as paredes dos vestiários, do bar e da sala de materiais ficaram com 2,8m e as paredes internas dos vestiários ficaram com 2m de altura. Para decidir a altura das paredes externas do ginásio, levei cada turma para o lado de fora da escola e eles concluíram que o ginásio poderia ter a mesma altura da escola, então fui até a janela da sala de aula, que fica no segundo andar da escola e os alunos ficaram do lado de fora. Primeiramente, com uma trena, medimos a altura até a janela, que é de 6m e depois eu medi a altura da janela até o telhado que é de 2m, assim somamos as duas medidas, totalizando 8m de altura.

Para definir a altura das portas utilizamos as portas da escola como modelos. Assim decidimos que as portas internas dos vestiários teriam 2m de altura e as outras portas, 2,1m.

Os alunos resolveram que a largura das portas internas dos vestiários seria de 0,8m, e a porta do banheiro para cadeirantes teria 1m de largura. As quatro janelas do vestiário seriam de 2m de largura por 0,4m de altura.

A porta da sala de materiais teria 1m de largura e a janela seria de 2m de largura por 0,4m de altura. Já nos modelos 1, 2 e 3, o bar teria uma porta com largura de 1m e uma janela grande de 3m de largura por 1m de altura, já no modelo 4 o bar ficou com uma janela grande de 3,5m de largura por 1m de altura e uma porta, abaixo dessa janela, de 0,6m de largura por 1,1m de altura.

Os quatro modelos ficaram com duas portas externas de 3m de largura por 2,1m de altura, e vinte e quatro janelas de 3m de comprimento por 2m de altura. Também ficou decidido que todos os ginásios teriam 28 vigas de 0,3m de largura por 8m de altura.

Após esse momento, foi feita uma relação com todas as paredes e as aberturas de cada projeto.

As vigas não foram calculadas, pois estávamos trabalhando somente com as paredes, mas elas apareceram no projeto, pois ocupam espaço e diminuem a quantidade de tijolos para as paredes.

Os desenhos dos projetos e as relações de paredes e aberturas estão no apêndice B.

6.3.4 Análise da terceira etapa

Nesta etapa, bem como no trabalho de Schönardie (2011), ocorreu a transição entre diferentes ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000).

No início da etapa estávamos no ambiente de aprendizagem número seis, pois no momento em que fomos medir o terreno e a quadra da escola, criamos um cenário para investigação com referência à realidade.

Na aula seguinte, quando expliquei o cálculo da área do retângulo, migramos para o ambiente número um, pois estávamos no paradigma do exercício com referência à matemática pura. Mas quando começamos a construir o projeto do ginásio, voltamos para o ambiente de aprendizagem número seis.

No momento em que tive que explicar o cálculo da área do triângulo retângulo, retornamos ao ambiente número um. Quando calculamos a área de cada bar, estávamos no ambiente de aprendizagem número cinco, pois mesmo que tivéssemos referência à realidade, trabalhamos no paradigma do exercício. Após, voltamos ao ambiente de número um, pois fui explicar o Teorema de Pitágoras, então continuamos no paradigma do exercício, mas com referência à matemática pura. Porém, na quarta aula trabalhamos no ambiente de aprendizagem número seis, pois em todos os momentos estávamos em um cenário para investigação com referência à realidade.

A ideia de comparação que utilizamos para resolver o tamanho das aberturas e das paredes foi interessante, pois muitas vezes os alunos não tinham noção do espaço que teriam. E a representação desses espaços com as mesas e cadeiras e as comparações com as portas e janelas da sala de aula e do banheiro ajudaram bastante para que essa atividade fosse desenvolvida.

Mais uma vez as escolhas dos alunos fizeram com que trabalhássemos com conteúdos que não seriam trabalhados se seguíssemos a grade de conteúdos da série. Quando as alunas da turma 52 resolveram que o bar deveria ter um formato triangular e os meninos discordaram, eu tive que explicar como é o cálculo da área de um triângulo retângulo, para que calculassem e comparassem as duas áreas e resolvessem qual seria a melhor opção. Porém, como as meninas insistiram em fazer o bar triangular, tivemos que calcular o tamanho da parede e para isso tive que explicar a utilização do Teorema de Pitágoras, pois tínhamos um triângulo retângulo e queríamos a medida da hipotenusa.

Essa situação mostrou, mais uma vez, que o conteúdo usado no trabalho de Modelagem Matemática depende das decisões que os alunos tomam no seu desenvolvimento, como é citado por Barbosa (2001a).

Com as discussões sobre os ambientes do ginásio, os alunos conseguiram desenvolver argumentações para que pudessem fazer os modelos da maneira que achavam melhor. O desenvolvimento de argumentações poderá servir para quando forem discutir propostas fora da sala de aula, o que evidencia a influência da perspectiva sócio-crítica no ambiente.

6.4 4ª ETAPA

A terceira etapa foi encerrada no final do mês de novembro de 2010, por isso foi necessário que começássemos a quarta etapa no ano seguinte.

Cinco alunos saíram da escola e seis alunos foram reprovados. Com isso, não continuaram desenvolvendo o trabalho, quatro alunos que foram reprovados na 6ª série e os quatro alunos que chegaram novos à escola participaram a partir desta etapa.

No ano de 2011, foram formadas duas turmas de 6ª série, a turma 61 e a turma 62. Como aconteceu uma nova distribuição dos alunos nas duas turmas, propus que se dividissem em novos grupos e escolhessem um dos projetos. Eles aceitaram e fizeram novos grupos.

Como tivemos a mudança para o Parque de Eventos do Município, as aulas começaram no início do mês de abril. No início do ano letivo, os alunos e os professores estavam se acostumando com o novo ambiente e, como as aulas começaram mais tarde, resolvi adiantar o conteúdo programático da 6ª série, deixando para recomeçar o trabalho do ginásio após o recesso escolar, no mês de agosto.

Esta etapa foi desenvolvida no mês de agosto de 2011, com as turmas 61 e 62, totalizando 40 alunos. Foram utilizadas três aulas de dois períodos de 45 minutos em cada turma, para a conclusão desta etapa.

6.4.1 Objetivos e expectativas

O objetivo desta etapa era que os alunos calculassem a área total das paredes e das aberturas do ginásio. Como já tinham realizado cálculos de áreas, esperava que eles pudessem fazer os cálculos com mais facilidade. Dessa forma, outro objetivo era trabalhar com as quatro operações fundamentais com números racionais.

6.4.2 Mudança de ano

Com a mudança de ano e por ter que reiniciar o trabalho somente no mês de agosto, pensei que os alunos já teriam esquecido de tudo o que tinha sido trabalhado até esse momento. Mas quando voltamos a trabalhar com o projeto do ginásio, eles lembravam o que tinham feito e, para recordar os conteúdos, utilizei apenas alguns exemplos, o que não acontecia quando eu trabalhava os conteúdos sem utilizar o ambiente de Modelagem Matemática.

Os alunos estavam muito interessados em continuar o trabalho. Antes de recomeçarmos, eles sempre cobravam em que dia iríamos voltar a trabalhar com os modelos do ginásio. Mas eu tinha que adiantar o conteúdo, e isso também ajudou, pois para poderem voltar ao trabalho do ginásio eles cooperaram com os conteúdos desenvolvidos anteriormente.

6.4.3 Relato da quarta etapa

Na primeira aula, os alunos se dividiram em novos grupos. Em função das amizades e como era início de ano eles pediram para que os grupos fossem maiores, então dividimos cada turma em três grupos, ficando um com seis alunos e dois com sete alunos.

Após a divisão, entreguei os projetos com as relações das paredes e aberturas e com os desenhos dos modelos, para que decidissem em qual trabalhariam. Na turma 61, dois grupos escolheram o projeto 4 e um grupo escolheu o projeto 3. Na turma 62 cada grupo escolheu um projeto diferente, os escolhidos foram o 2, o 3 e o 4. Os modelos estão no apêndice B.

Depois dessas escolhas, cada grupo ficou com o desenho e a relação das paredes e aberturas do projeto escolhido para calcularem a área de cada parede, descobrindo a área total de paredes.

Nas duas turmas, os alunos indagaram sobre as aberturas para as portas e as janelas, então eu perguntei o que deveríamos fazer para considerar essas aberturas. Eles disseram que poderíamos calcular as paredes e depois tirar as aberturas, fazendo a subtração desses valores.

O cálculo da área do retângulo eles já sabiam fazer, pois tínhamos trabalhado na etapa anterior, apenas relembramos como fazer, mas agora apareceram números racionais escritos na forma decimal nas medidas e os alunos ficaram em dúvida se seria igual ao cálculo com medidas naturais.

Para explicar, utilizei a ideia de frações, transformando os números decimais em frações decimais e mostrando que a ideia era a mesma dos números inteiros, então concluímos que os cálculos seriam os mesmos, bastava utilizar os números decimais.

Como eles já sabiam calcular com números racionais escritos na forma decimal, pois utilizamos esses cálculos anteriormente, apenas fiz alguns exemplos para que se lembrassem.

Como eles teriam que calcular a área do oitão[6], deveriam saber como é o cálculo da área do triângulo. Então, expliquei que deveríamos fazer da mesma forma que o triângulo retângulo, multiplicar a base pela altura e dividir o resultado por dois. Para terminar a explicação utilizei dois exemplos para calcularmos a área.

Na segunda aula, os alunos começaram a fazer os cálculos. Como não conseguiram terminar, fizeram o restante em casa. Informei que poderiam fazer as correções dos cálculos na calculadora.

Na terceira aula, trouxeram os cálculos e algumas dúvidas, pois na calculadora eles obtinham valores diferentes daqueles calculados anteriormente e então observei que alguns não sabiam utilizar a vírgula na calculadora. Dessa forma, eu expliquei que o ponto da calculadora é a vírgula e não o ponto que divide as classes nos numerais.

Então, em cada grupo, os alunos discutiram as respostas, verificando se tinham feito corretamente. Enquanto eles faziam os cálculos eu passava nos grupos

[6] “Em construções com telhados de duas águas, representa a porção triangular por cima do forro (também designado como pé-direito)”. (SIGNIFICADO..., 2012).

explicando o que não entendiam. Após fazerem os cálculos das áreas, os alunos fizeram a subtração para saber o total de paredes que seriam construídas. Assim, eles conseguiram calcular todas as áreas das paredes.

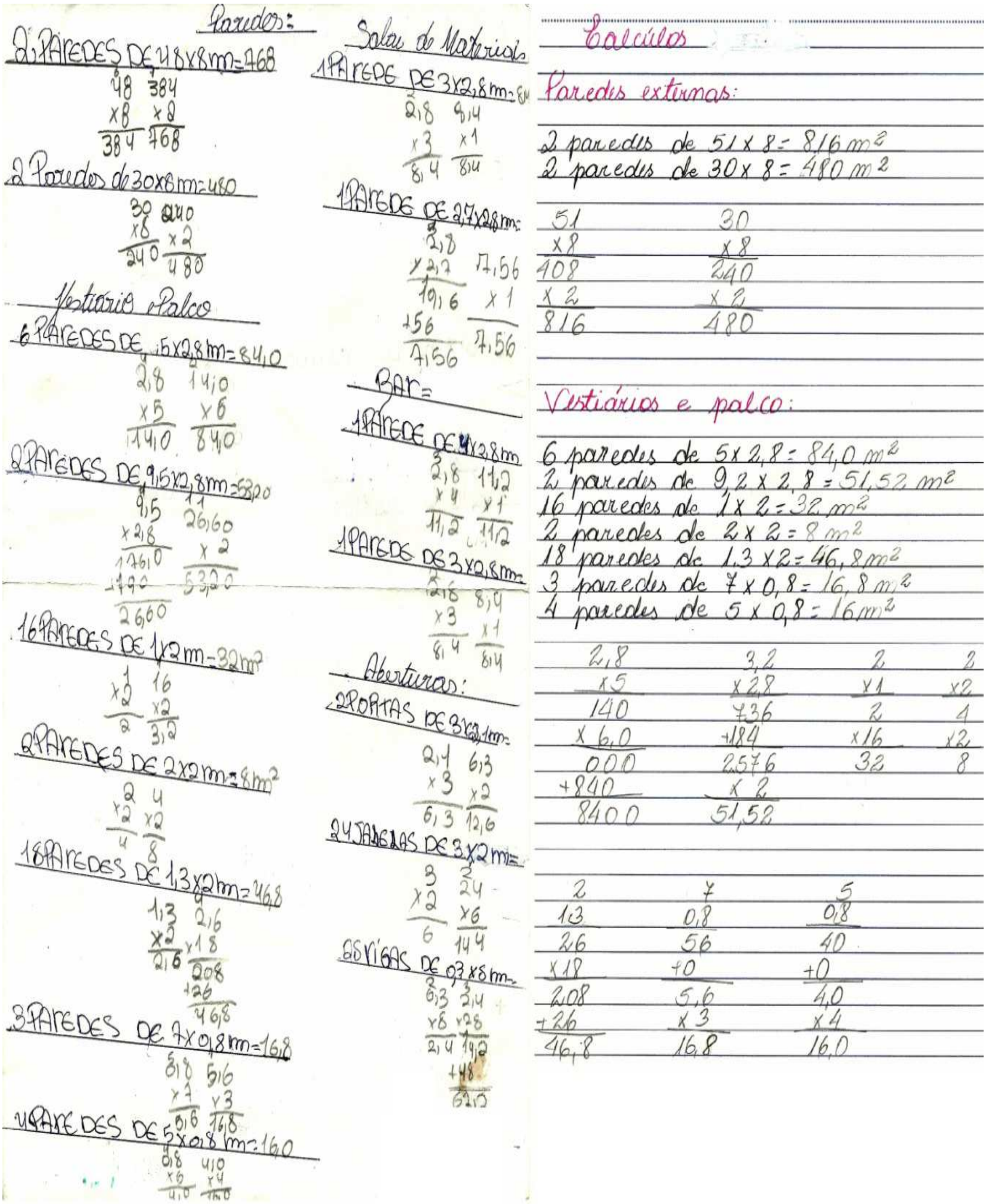


Figura 27: Alguns cálculos das paredes.
Fonte: Montagem de trabalhos dos alunos.

6.4.4 Análise da quarta etapa

Esta etapa foi mais fácil, pois os alunos já sabiam como fazer os cálculos. As maiores dúvidas foram nos cálculos com números racionais representados na forma decimal. O objetivo foi alcançado, pois conseguimos calcular a área total de paredes e de aberturas do ginásio.

A etapa mostrou que o trabalho em um ambiente de Modelagem Matemática faz com que os alunos consigam lembrar-se dos conteúdos trabalhados, pois a terceira etapa terminou em novembro de 2010 e a quarta etapa começou em agosto de 2011, e bastaram apenas alguns exemplos, para que lembrassem dos conteúdos que foram trabalhados anteriormente. Quando eu trabalhava com conteúdos sem utilizar o ambiente de Modelagem Matemática, tinha que explicar várias vezes o mesmo conteúdo para que se lembrassem do que foi trabalhado no ano anterior.

Essa maior facilidade de aprendizado também ocorreu nos trabalhos citados no capítulo 3, e Tortola, Rezende e Santos (2009) afirmam que isso ocorre porque os alunos aprendem os conceitos de forma dinâmica e crítica.

Na primeira aula desta etapa, após cada grupo escolher o projeto que iria desenvolver, procurei fazer com que os alunos lembrassem o cálculo da área do retângulo, explicando como é feito quando as medidas são números racionais representados na forma decimal, também expliquei como calcular a área de qualquer triângulo. Dessa forma, esta aula foi desenvolvida, segundo Skovsmose (2000), no ambiente de aprendizagem número um.

Quando os alunos foram calcular a área das paredes e das aberturas, o ambiente de aprendizagem no qual nos encontrávamos era o de número cinco, pois estávamos no paradigma do exercício com referência à realidade.

Diferentemente de alguns autores citados no capítulo 3, não foi necessária a formulação de um modelo matemático formal para a realização dos cálculos. Esses foram feitos de acordo com as necessidades que apareciam para o desenvolvimento da atividade.

6.5 5ª ETAPA

Esta etapa foi desenvolvida do mês de setembro de 2011, com todos os alunos das turmas 61 e 62, totalizando 40 alunos. Para esta atividade foram utilizadas três aulas com dois períodos de 45 minutos com cada turma e um momento fora da escola para os alunos pesquisarem sobre a quantidade de material e o custo dos materiais.

6.5.1 Objetivos e expectativas

O objetivo desta etapa era que os alunos calculassem a quantidade de materiais que seriam utilizados e o custo total da obra. Esperava que com as entrevistas e com o conhecimento que eles já possuíam, conseguissem realizar esses cálculos.

6.5.2 Participação dos alunos

Este trabalho tem apresentado algo importante, a participação dos alunos tem aumentado em relação às aulas que não se desenvolvem em ambiente de Modelagem Matemática.

Nesta etapa, um aluno chamou a minha atenção, pois quando as aulas não eram sobre a construção do ginásio ele não participava, ficava no fundo da sala, não queria fazer as atividades e não se interessava pelo conteúdo. Porém, quando estávamos trabalhando sobre os projetos do ginásio ele participava, pois conseguia fazer relações com o seu dia-a-dia. Ele contava que muitas vezes ajudava o seu pai nas obras onde ele trabalhava.

6.5.3 Relato da quinta etapa

Na primeira aula, conversamos sobre os materiais que seriam utilizados para fazer o ginásio. Já sabíamos que na massa são utilizados areia grossa, areia fina, cimento, alvenarite e água. Quando falamos sobre os tijolos, percebemos que existiam muitos modelos. Assim, vimos que deveríamos escolher um modelo padrão, então combinamos de pesquisar qual o tipo mais utilizado para esse modelo de construção.

Expliquei para os alunos que a quantidade de argamassa utilizada para colar os tijolos é o volume dessa argamassa, mas como a quantidade de água não é exata, não conseguiríamos calcular a quantidade de argamassa que seria utilizada em cada projeto.

Assim combinamos que iríamos pesquisar com os trabalhadores da construção civil, como é feito o cálculo da quantidade de argamassa para a construção.

Os alunos perceberam que, para a construção das janelas externas do ginásio, nas quais utilizaríamos tijolos furados, usaríamos a mesma argamassa das paredes, então para calcular a quantidade de argamassa, deveríamos colocar a área das janelas externas junto com a área das paredes.

No final da primeira aula, combinamos que iríamos pesquisar sobre o tipo mais utilizado de tijolo, sobre como calcular a quantidade de argamassa e também o preço dos materiais utilizados.

Na segunda aula, os alunos levaram o que foi pesquisado. Com referência à quantidade de argamassa, verificamos que os trabalhadores da construção civil possuem um padrão aproximado, com poucas diferenças entre um e outro. Assim, verificamos que para construir uma parede de $10m^2$, precisávamos de ¼ m^3 de areia grossa, ¼ m^3 de areia fina, 1 saco de cimento e 250ml de alvenarite.

Verificamos que os tijolos mais utilizados são os de 19cm de comprimento, 14cm de largura e 9 cm de altura. Para calcular a quantidade de tijolos, consideramos que a largura da massa entre os tijolos seria de 1,5cm. Para calcular, desenhei no quadro um retângulo representando uma parede de 5m de comprimento por 2m de altura. Assim, verificamos que caberiam 13 tijolos na altura por 24,5 tijolos no comprimento, totalizando 318 tijolos. Os alunos falaram que sempre se calcula mais tijolos, pois muito quebram, assim decidimos que utilizaríamos 330 tijolos para uma parede de $10m^2$.

Dessa mesma maneira, fizemos os cálculos para saber quantos tijolos vazados utilizaríamos para as janelas externas, e concluímos que precisaríamos de 3800 tijolos.

Na terceira aula, utilizamos a área total de paredes para calcular a quantidade de materiais que seriam utilizados em cada projeto. Para esses cálculos, utilizamos a calculadora. Como tivemos valores com casas decimais, resolvemos arredondar esses valores para números naturais, pois a quantidade de materiais, na hora da compra, deve ser um valor natural.

A quantidade de alvenarite que encontramos foi em mililitros, mas na hora da compra devemos pedir em litros, então expliquei que, para termos um litro precisaríamos de mil mililitros, dessa forma deveríamos dividir a quantidade de mililitros por mil.

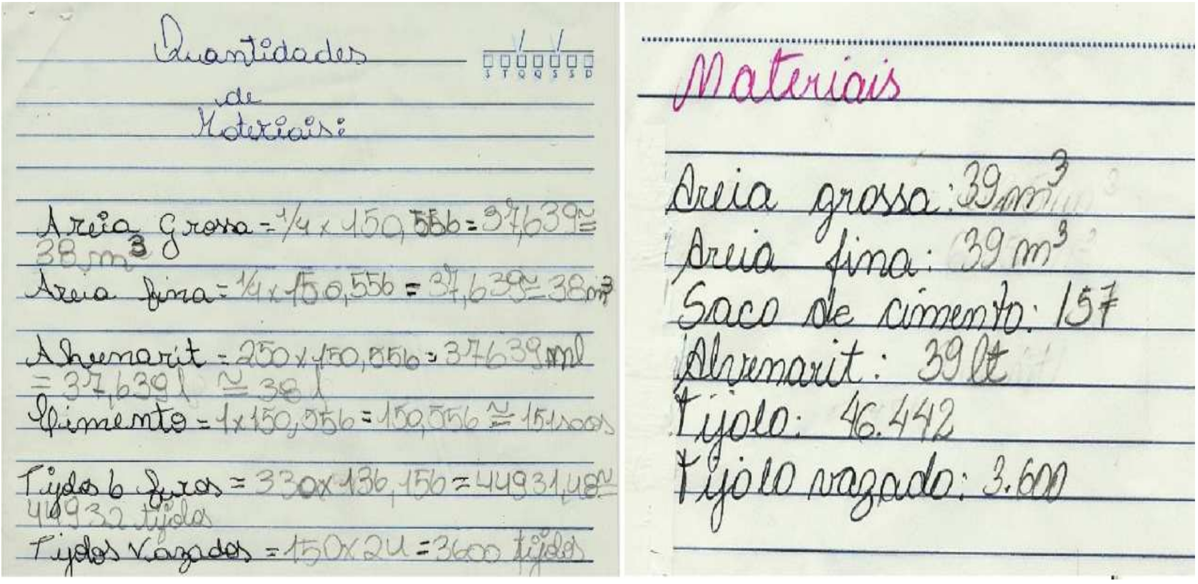


Figura 28: Quantidade de materiais.
Fonte: Montagem com os trabalhos dos alunos.

Para fazer o cálculo do valor da obra, não consideramos o preço da mão de obra, pois cada trabalhador faz o seu preço, e para os materiais, utilizamos as pesquisas feitas pelos alunos. Como existiam diferenças de preços, utilizamos um padrão escolhido, como podemos verificar na tabela 5:

Material	Preço
Areia Grossa	R$ 50,00 o m²
Areia Fina	R$ 20,00 o m²
Cimento	R$ 20,00 o saco de 50Kg
Alvenarite	R$ 6,00 o litro
Tijolo	R$ 0,35 a unidade
Tijolo Vazado	R$ 1,50 a unidade

Tabela 5: Preços dos materiais utilizados na obra.
Fonte: arquivos do autor

Dessa forma, os alunos calcularam o custo da obra de cada projeto. O custo total de cada projeto pode ser verificado na tabela 6:

Projeto	Custo
Número 2	R$ 27.738,70
Número 3	R$ 27.034,20
Número 4	R$ 27.001,30

Tabela 6: Custo de cada projeto.
Fonte: arquivos do autor

Como podemos verificar, não temos o custo do projeto número 1, pois quando os alunos fizeram os novos grupos e escolheram os projetos, nenhum grupo ficou com o projeto número 1.

Figura 29: Cálculos do custo do ginásio.
Fonte: Montagem dos trabalhos dos alunos.

6.5.4 Análise da quinta etapa

Nesta etapa, os alunos conseguiram calcular a quantidade de materiais e o custo total da obra, verificando que, por causa das diferenças, cada projeto teve um custo diferente, sendo que do mais barato para o mais caro a diferença foi de R$737,40.

Na primeira e na segunda aula, utilizamos o ambiente de aprendizagem número seis, de acordo com Skovsmose (2000), pois trabalhamos no cenário para investigação com referência à realidade.

Durante a terceira aula, os alunos calcularam a quantidade de materiais e o custo da obra no ambiente de aprendizagem número cinco, pois estavam no paradigma do exercício com referência à realidade.

Após a realização das entrevistas com trabalhadores da construção civil, percebemos que existe um padrão para o cálculo da quantidade de materiais utilizados na construção civil. Esse padrão também apareceu no trabalho de Tortola, Rezende e Santos (2009).

Nessa etapa, os alunos conseguiram realizar os cálculos com mais facilidade, pois todos os conteúdos utilizados já tinham sidos trabalhados anteriormente.

O trabalho com o ambiente de Modelagem Matemática ajudou bastante para que os alunos soubessem fazer os cálculos, pois quando aprenderam os conteúdos, eles relacionaram com o trabalho que estavam realizando, isso fez com que eles lembrassem quando precisaram utilizar novamente.

Outra situação importante verificada nesta etapa foi a participação de um aluno específico. Esse aluno não se envolvia com as atividades de sala de aula, mas quando trabalhávamos com o projeto do ginásio, ele participava integralmente do trabalho, pois, às vezes, ele vai com seu pai trabalhar em obras, assim ele relacionava o trabalho da sala de aula com seu dia-a-dia. Essa relação foi importante para o aprendizado deste aluno. Nessa situação, podemos ver a importância da perspectiva sócio-crítica, proposta por Barbosa (2003b), pois o trabalho envolvendo situações do dia-a-dia dos alunos pode fazer com que eles se envolvam e consigam alcançar mais facilmente os objetivos propostos.

6.6 6ª ETAPA

Quando estávamos encerrando a 5ª etapa, um aluno da turma 61 me perguntou se poderíamos construir uma maquete do ginásio, utilizando algum programa de computador. Mas, como eu não tinha tentado fazer essa construção e como não tínhamos laboratório de informática, pois, como já foi citado anteriormente, estávamos no parque de eventos da cidade, resolvi propor que eles construíssem as maquetes com materiais concretos.

Os alunos, das duas turmas, gostaram da ideia e aceitaram a proposta.

Esta etapa foi realizada nos meses de outubro e novembro de 2011, com as duas turmas, totalizando 40 alunos. Para esta atividade, foram utilizadas três aulas de dois períodos de 45 minutos com cada turma, e duas semanas, fora da escola, para que eles pudessem construir as maquetes.

6.6.1 Objetivos e expectativas

Para o fechamento do projeto, o objetivo desta etapa era a construção das maquetes dos ginásios. Dessa forma, esperava que eles conseguissem transformar as medidas, de metros para centímetros, e utilizassem o conteúdo de escalas para construir essas maquetes.

6.6.2 O interesse dos alunos interfere nas atividades

Quando iniciei o trabalho, tinha a expectativa de que a sexta etapa fosse a construção de um modelo na planilha eletrônica, para poderem calcular a quantidade e o custo da construção de qualquer parede. Mas quando a escola mudou-se para o parque de eventos ficamos sem o laboratório de informática, o que prejudicou a minha ideia inicial.

No momento em que eu estava pensando como iria fazer para finalizar o trabalho, um aluno surgiu com a ideia de construirmos a maquete, usando programas de computador.

Nesse momento, expliquei que não tinha utilizado nenhum programa para essa finalidade, mas propus que em vez de fazerem a maquete digital, eles poderiam fazer com materiais concretos. Os alunos gostaram de ideia e aceitaram o desafio.

Essa situação mostrou que, em um trabalho de Modelagem Matemática, o interesse dos alunos contribui para o direcionamento das atividades.

6.6.3 Relato da sexta etapa

Começamos a primeira aula discutindo sobre como seriam as maquetes. Todos os alunos disseram que gostariam de fazer em cima de um isopor, pois não ficaria muito pesado. Para a construção das paredes os alunos deram algumas ideias, como construir com palitos de picolé, com papelão e com isopor, então eu disse que eles poderiam fazer da maneira que achassem melhor.

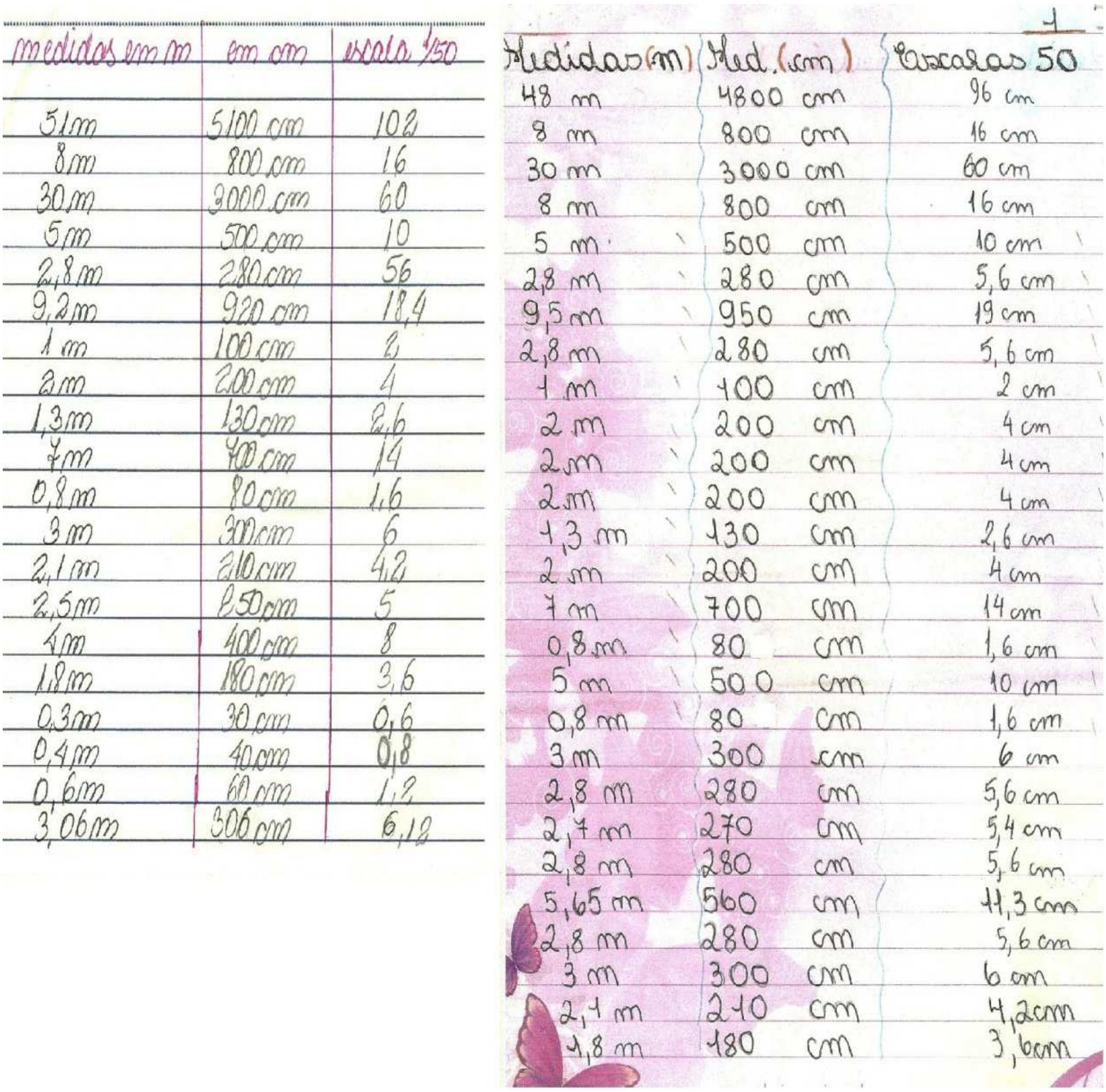
Sobre as medidas, expliquei que teríamos que transformá-las e definir uma escala, para que a maquete fosse semelhante ao projeto original.

Perguntei quantos centímetros cabiam em um metro, e eles me disseram que eram 100 centímetros. Então fiz as seguintes perguntas: se cabem 100cm em 1m, quantos centímetros caberiam em 2m, eles responderam que eram 200cm, e quantos centímetros cabem em 5m, eles disseram que eram 500cm. Dessa forma perguntei como poderíamos fazer para transformar qualquer quantidade de metros em centímetros, eles responderam que bastava multiplicar por 100.

Quando eu falei em escalas, os alunos falaram que já sabiam como era, pois já tinham trabalhado com a professora de geografia. Então eu disse que deveríamos definir um valor para essa escala.

Como a diferença entre as alturas e o comprimento era grande, pois o comprimento do projeto era 48m ou 51m e a altura era de 8m, não poderíamos fazer a maquete muito grande, nem muito pequena. Assim, definimos que a escala seria de 1/50. Dessa forma, o comprimento seria de 96cm ou 102cm e a altura seria de 16cm.

Assim, cada grupo fez uma tabela com as transformações de metros para centímetros e a escala de 1/50.



medidas em m	em cm	escala 1/50
51m	5100 cm	102
8m	800 cm	16
30m	3000 cm	60
5m	500 cm	10
2,8m	280cm	56
9,2m	920 cm	18,4
1 m	100 cm	2
2m	200 cm	4
1,3m	130cm	2,6
7m	700 cm	14
0,8m	80 cm	1,6
3m	300cm	6
2,1m	210cm	4,2
2,5m	250cm	5
4m	400 cm	8
1,8m	180 cm	3,6
0,3m	30 cm	0,6
0,4m	40cm	0,8
0,6m	60 cm	1,2
3,06m	306 cm	6,12

Medidas (m)	Med. (cm)	Escalas 1/50
48 m	4800 cm	96 cm
8 m	800 cm	16 cm
30 m	3000 cm	60 cm
8 m	800 cm	16 cm
5 m	500 cm	10 cm
2,8 m	280 cm	5,6 cm
9,5 m	950 cm	19 cm
2,8 m	280 cm	5,6 cm
1 m	100 cm	2 cm
2 m	200 cm	4 cm
2 m	200 cm	4 cm
2 m	200 cm	4 cm
1,3 m	130 cm	2,6 cm
2 m	200 cm	4 cm
7 m	700 cm	14 cm
0,8 m	80 cm	1,6 cm
5 m	500 cm	10 cm
0,8 m	80 cm	1,6 cm
3 m	300 cm	6 cm
2,8 m	280 cm	5,6 cm
2,7 m	270 cm	5,4 cm
2,8 m	280 cm	5,6 cm
5,65 m	560 cm	11,3 cm
2,8 m	280 cm	5,6 cm
3 m	300 cm	6 cm
2,1 m	210 cm	4,2cm
1,8 m	180 cm	3,6cm

Figura 30: Transformações de medidas e escala.
Fonte: Montagem dos trabalhos dos alunos.

Na segunda aula, os alunos montaram a relação das paredes e aberturas com as medidas da escala, e fizeram os cálculos das áreas dessas paredes e das aberturas. Enquanto eles estavam realizando os cálculos, eu passava pelos grupos esclarecendo as dúvidas.

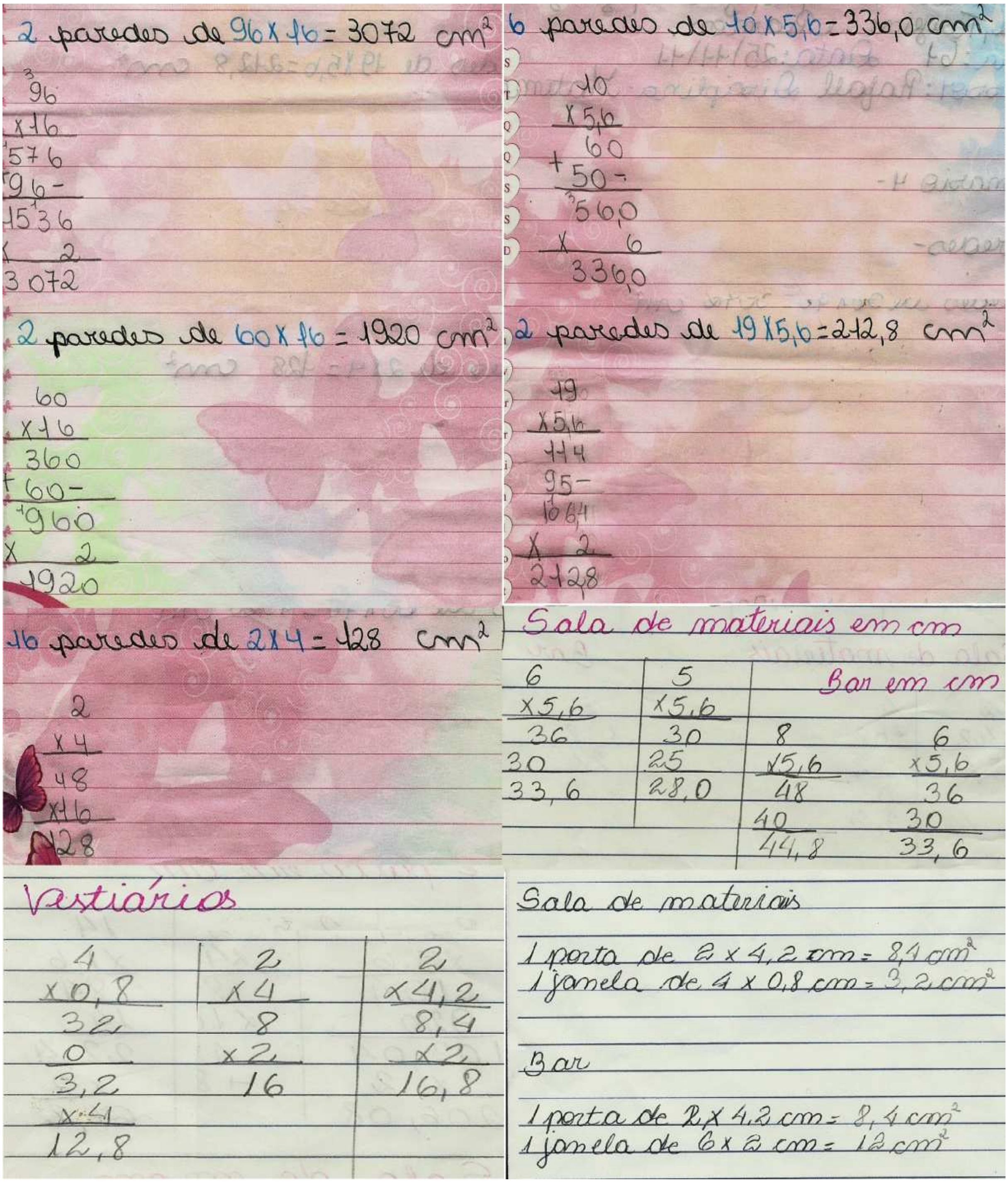


Figura 31: Cálculos das áreas das paredes e aberturas da maquete.
Fonte: Montagem com os trabalhos dos alunos

Na terceira aula, eles começaram a discutir nos grupos como fariam as maquetes do ginásio, decidindo os materiais e como iriam montar as paredes. Durante a aula, discutimos a possibilidades que teríamos para montar as paredes, e também como ficariam as janelas externas e as portas.

Nas outras duas semanas, depois da terceira aula, os alunos construíram as maquetes em casa. Nesses dias, quando tínhamos aula de matemática, deixávamos uns minutos para que eles tirassem dúvidas sobre a construção das maquetes.

No final, tivemos uma mostra de trabalhos na escola, então eles apresentaram as maquetes.

Figura 32: Maquetes dos ginásios.
Fonte: Arquivos do autor

6.6.4 Análise da sexta etapa

Nesta etapa, transitamos pelos diferentes ambientes de aprendizagem, segundo Skovsmose (2000).

No começo da primeira aula, quando discutimos sobre como seriam as maquetes e eu expliquei sobre a transformação de metros para centímetros e a definição da escala, estávamos no ambiente de aprendizagem número seis, pois, esse ambiente era um cenário para investigação, com referência à realidade. Porém, no momento em que os alunos foram construir a tabela com as transformações de metros para centímetros e os valores das paredes na escala, trabalharam no ambiente número um, pois estávamos no paradigma do exercício com referência à matemática pura.

Na segunda aula, o ambiente de aprendizagem era o de número cinco, pois os alunos realizaram os cálculos no paradigma do exercício com referência à realidade.

Na terceira aula, voltamos ao ambiente de aprendizagem número seis, pois quando os alunos estavam discutindo sobre como seriam as maquetes, foi constituído um cenário para investigação com referência a realidade.

Nesta etapa, tivemos a oportunidade de trabalhar com as transformações de medidas e mais uma vez com o cálculo de áreas.

Os alunos construíram as maquetes, mas não conseguiram fazer com as medidas exatas. Eles se preocuparam em usar as medidas corretas nas paredes externas, no comprimento e na largura, mas quando foram construir o bar, a sala de materiais, o palco e os vestiários, eles não conseguiram manter a escala, alguns fizeram com as medidas diferentes e outros até o modelo não foi igual ao do projeto.

Nós estávamos trabalhando com as paredes, mas eles ficaram livres para fazerem como queriam a maquete, então poderiam colocar as arquibancadas, desenhar a quadra e fazer outros desenhos. Porém, o que me chamou atenção nesta parte do trabalho foi que um grupo em vez de desenhar uma quadra de futebol de salão, desenhou um campo de futebol. Porém, mesmo com esses problemas, eu achei que foi muito importante a construção das maquetes, pois dessa forma puderam decidir quais materiais seriam melhores.

Os alunos poderão levar esse aprendizado para o seu cotidiano, pois, além de aprenderem os conteúdos matemáticos, que serão importantes para estudos posteriores, eles tiveram a oportunidade de conhecer algumas atividades da construção civil, podendo relacionar os conteúdos trabalhados com o dia-a-dia, podendo futuramente utilizar esses resultados em discussões na sociedade, o que corresponde ao conhecimento reflexivo, enfatizado pela perspectiva sócio-crítica, proposta por Barbosa (2001a).

7 PRODUTO DA DISSERTAÇÃO: ROTEIRO DAS ATIVIDADES

Neste capítulo, apresento um roteiro para o ensino de matemática em um ambiente de Modelagem Matemática, no qual proponho um trabalho sobre projetos para a construção das paredes de um ginásio poliesportivo.

As atividades proporcionam o estudo de alguns conteúdos matemáticos, como: áreas de figuras planas, volume do paralelepípedo, operações com números racionais, escalas e transformações de medidas.

O roteiro está dividido em seis etapas, com atividade dentro e fora da sala de aula.

1ª etapa: Convite para a Modelagem e visita aos ginásios

Tempo estimado: 4 períodos de 45 minutos, em sala de aula, e um momento para as visitas aos ginásios.

Justificativa:

A primeira parte de um trabalho em um ambiente de Modelagem Matemática é o convite, nele o professor apresenta justificativas para a realização do trabalho. A visita a ginásios é uma forma de motivação para os alunos aceitarem o convite.

Objetivo:

O objetivo desta etapa é apresentar a Modelagem Matemática e fazer o convite para que os alunos se insiram no ambiente de Modelagem Matemática.

Atividades e Metodologia:

No início da etapa, o professor pode explicar o que é Modelagem Matemática, apresentando trabalhos já realizados com esse tema.

Após esse momento, pode-se fazer a visita a alguns ginásios para que os alunos verifiquem os ambientes presentes no interior desses ginásios e como são as paredes e aberturas, para poderem desenvolver o projeto.

Na próxima aula após as visitas, o professor pode fazer uma discussão com os alunos sobre o que eles observaram nos ginásios e dividi-los em grupos para o prosseguimento do trabalho.

Avaliação:

As discussões sobre as observações podem ser consideradas para avaliação, verificando o que os alunos falaram sobre os ginásios, bem como sua participação na visita.

2ª etapa: Pesquisa sobre como é feita a argamassa e transformação de medidas

Tempo estimado: 5 aulas de 2 períodos de 45 minutos.

Justificativa:

Para construção de paredes, os trabalhadores da construção civil, utilizam a argamassa para unir os tijolos, por isso é importante que os alunos saibam quais os materiais utilizados para fazer a argamassa e como a mesma é feita. Na construção civil os trabalhadores utilizam alguns instrumentos como pá, balde e carrinho de mão, por isso é importante saber o volume de cada um deles para podermos comparar.

Objetivos:

Um dos objetivos desta etapa é que todos os alunos saibam quais são os materiais utilizados e como é feita a argamassa, e o outro objetivo é que utilizem o conhecimento de volume para calcular o quanto cabe em uma pá, em um balde e em um carrinho de mão.

Atividades e Metodologia:

Na primeira aula, o professor pode promover uma discussão sobre a construção civil, para observar o que os alunos sabem sobre o tema e construir um questionário para que eles possam fazer entrevistas com trabalhadores da construção civil, verificando os materiais utilizados e como é feita a argamassa.

Após a aula, os alunos realizarão as entrevistas, para apresentarem na próxima aula.

Na segunda aula, professor e alunos podem discutir sobre os questionários, verificando se existem diferenças entre as respostas.

Na terceira aula, os alunos poderão verificar os volumes dos instrumentos utilizados em obras, sendo assim, é importante que o professor explique ou retome o cálculo do volume do paralelepípedo, pois é o objeto que poderá ser usado para a comparação e a definição dos volumes desses instrumentos.

Na quarta aula, o professor pode levar uma pá, um balde, um carrinho de mão e uma lata ou caixa, com o formato de paralelepípedo, e utilizar um monte de areia, para encher os instrumentos e despejar a areia na lata ou na caixa para medir seus volumes. No momento em que forem enchendo o balde, é importante que contem quantas pás são necessárias e quando encherem o carrinho, contar quantos baldes são necessários, para comparação posterior.

Nessa mesma aula, após verificarem as medidas, podem retornar à sala de aula para calcular o volume de cada um dos instrumentos.

Se as medidas forem valores decimais, o professor poderá explicar os cálculos com essas medidas.

Na quinta aula, os alunos farão a comparação dos volumes dos instrumentos, dividindo o volume do balde pelo da pá e o do carrinho de mão pelo do balde, comparando com os valores encontrados na prática.

Avaliação:

As entrevistas, as discussões e a participação nos cálculos dos volumes podem servir como indicativos para a avaliação.

3ª etapa: Verificação das medidas da quadra e do terreno e construção de um modelo para o ginásio

Tempo estimado: 8 períodos de 45 minutos.

Justificativa:

É importante que se delimite um terreno para a construção do ginásio, e para que os alunos possam definir o tamanho do ginásio, eles precisam verificar as medidas do terreno.

Para projetarem as paredes, é importante ter pensado previamente em um modelo para o ginásio.

Objetivo:

O objetivo desta etapa é que os alunos construam um modelo para o ginásio, considerando as medidas do local adequado para a construção.

Atividades e metodologia:

No primeiro momento, pode-se verificar as medidas do terreno, no qual, seria construído o ginásio.

Depois de medir o terreno, com a orientação do professor, os alunos podem decidir como será o modelo, indicando os ambientes que serão construídos no interior do ginásio, e verificando as medidas de cada parede.

Avaliação:

A participação dos alunos na construção do modelo pode ser considerada para avaliação.

4ª etapa: Cálculos das áreas das paredes a serem construídas

Tempo estimado: 6 períodos de 45 minutos.

Justificativa:

Para saber a quantidade de materiais utilizados, é necessário obter o valor da área de todas as paredes que serão construídas no ginásio.

Objetivo:

O objetivo desta etapa é a definição das áreas totais das paredes e das aberturas.

Atividades e metodologias:

Nesta etapa, o professor pode auxiliar os alunos nos cálculos das áreas das paredes e das aberturas, utilizando o conteúdo de áreas de figuras planas.

Avaliação:

O professor pode pedir para que os alunos entreguem os cálculos para avaliação.

5ª etapa: Cálculo da quantidade de materiais necessários para a construção e o custo da obra

Tempo estimado: 3 aulas de 2 períodos de 45 minutos.

Justificativa:

Em qualquer projeto de construção deve-se fazer os cálculos da quantidade de materiais e o custo dos mesmos. Dessa forma, é importante que os alunos consigam realizar esses cálculos.

Objetivo:

O objetivo desta etapa é a realização dos cálculos para saber a quantidade de materiais e o custo da obra.

Atividades e Metodologia:

Na primeira aula, é importante que o professor promova a discussão sobre os materiais utilizados para a argamassa, os tipos de tijolos e como poderiam fazer para realizarem os cálculos.

Após a primeira aula, os alunos podem fazer uma nova pesquisa, para saber como os trabalhadores de obras calculam a quantidade de materiais para fazer a argamassa e o preço desses materiais.

Na segunda aula, com a pesquisa feita, os alunos, com a ajuda do professor, podem realizar os cálculos para saber a quantidade de materiais que serão utilizados na obra, e o custo total. Para a realização desta atividade, poderão ser necessárias duas aulas com dois períodos de 45 minutos.

Avaliação:

Os alunos podem entregar os cálculos e a pesquisa para avaliação.

6ª etapa: Construção das maquetes dos ginásios

Tempo estimado: 3 aulas de 2 períodos de 45 minutos

Justificativa:

Para que se tenha um material concreto ao final do trabalho, os alunos podem realizar a construção da maquete do ginásio.

Objetivo:

O objetivo desta etapa é a construção das maquetes do ginásio, para fechamento do trabalho.

Atividades e metodologia:

Na primeira aula, o professor pode promover a discussão sobre como construir a maquete e sobre as transformações de medidas e escalas, resolvendo qual o valor da escala que será utilizado. Dessa forma, essa aula será usada para a explicação desses conteúdos.

Na segunda aula, os alunos podem realizar os cálculos das transformações de medidas e colocar esses valores na escala definida anteriormente. Nesta aula, o professor pode assumir o papel de facilitador e o de mediador da aprendizagem, pois ajudará os alunos, orientando-os nos cálculos.

Na terceira aula, é o momento dos alunos, em grupos, discutirem sobre como irão construir as maquetes e começar a construção.

O professor, ou a escola pode realizar uma mostra para a apresentação dos trabalhos.

Avaliação:

Nesta etapa, o professor pode pedir para que os alunos construam uma tabela com as transformações de medidas e a escala, para avaliação. As maquetes também podem ser avaliadas, de acordo com critérios diversos como estrutura, medidas na escala correta, materiais utilizados, entre outros.

Cabe ressaltar que esse roteiro é apenas sugestão de uma experiência, mas pode ser modificado para a possibilidade de trabalharem a construção de outras partes do ginásio, ou até mesmo outro tipo de construção, como casas, prédios, entre outros.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação teve como objetivo apresentar um trabalho que utilizasse a prática de Modelagem Matemática no Ensino Básico, abordando um assunto de interesse dos alunos.

Com relação à questão norteadora, “Como desenvolver um trabalho de Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, utilizando a construção das paredes de um ginásio de esportes?”, o roteiro apresentado neste trabalho pode ser considerado como uma resposta possível e eficaz, pois os alunos conseguiram realizar todas as atividades propostas e compreender os conteúdos que foram abordados, tudo isso dentro de um ambiente de Modelagem Matemática.

A eficácia do estudo pode ser comprovada na mudança de ano, pois mesmo com as férias e mais de seis meses depois da terceira etapa, os alunos lembraram os conteúdos e conseguiram continuar na quarta etapa sem muitas dificuldades. Esse fato se tornou importante porque quando trabalhava com conteúdos fora do ambiente de Modelagem Matemática, após algum tempo, os alunos já não lembravam o que tinham estudado anteriormente.

Além disso, a participação dos alunos nas aulas melhorou bastante, pois com esse trabalho eles conseguiam relacionar os conteúdos matemáticos com as situações do dia-a-dia.

Um dos objetivos era que os alunos conseguissem compreender os conteúdos propostos, verificando sua aplicabilidade no dia-a-dia. O trabalho no ambiente de Modelagem Matemática possibilitou que, além de aprenderem os conteúdos, conseguissem relacioná-los com as questões do cotidiano, favorecendo o desenvolvimento de argumentos matemáticos, para a utilização em discussões futuras. Acredito que este objetivo também tenha sido alcançado.

Dessa forma, a atividade estava em concordância com os PCN’s, quando afirmam que ao estabelecer relações, os alunos podem compreender melhor os conteúdos matemáticos.

No ano de 2010, os alunos conseguiram elaborar 4 projetos, para o ginásio da escola, e em 2011, calcularam a quantidade de materiais e o custo desses materiais, de 3 destes projetos, alcançando o outro objetivo que era elaborar o projeto das paredes do ginásio, verificando a quantidade de material utilizado e o custo da obra.

O último objetivo proposto foi o de que eles teriam que exercitar a prática do trabalho em grupo, valorizando as discussões, o saber e o esforço de cada um dos componentes. Acredito que sem alcançar esse objetivo, eles não conseguiriam concluir um trabalho desta grandeza.

Na realização das atividades, pude desenvolver algumas facetas do papel do professor, segundo os PCN's. Durante o processo pude organizar alguns problemas, fornecendo informações necessárias para que os alunos conseguissem alcançar os objetivos propostos, dessa forma pude me tornar organizador e facilitador da aprendizagem. Ao promover os debates, sobre os resultados e os métodos, incentivando a cooperação entre os alunos, assumi o papel de mediador e incentivador. Em cada etapa, pude avaliar o aprendizado dos alunos por meio das observações, das discussões e das produções, fazendo com que me tornasse um avaliador, pois consegui verificar o que os alunos tinham desenvolvdo com o trabalho.

Durante o trabalho, transitamos entre os diferentes tipos de ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000). O tipo mais frequente foi o de número seis, mas também vivenciamos os ambientes de números um, dois e cinco. Em alguns momentos, essa transição era tão frequente que não conseguíamos observar quando terminava um e começava o outro.

Todas as etapas deste trabalho foram realizadas no caso 2, de Barbosa (2001a), pois, eu que, de acordo com as atividades realizadas e os interesses dos alunos, fazia a proposta do que seria trabalhado em cada etapa. Em todas elas os alunos aceitaram as propostas e participaram do desenvolvimento.

Com o desenvolvimento do trabalho, os alunos tiveram a oportunidade de relacionar os conteúdos abordados com o dia-a-dia, fazendo com que, além de aprenderem os conteúdos, pudessem conhecer algumas práticas realizadas na construção civil. Dessa forma, esse trabalho integrou as atividades da sala de aula e as do dia-a-dia, fazendo com que os alunos adquirissem conhecimento para utilizar em discussões na sociedade, estando de acordo com o conhecimento reflexivo enfatizado pela perspectiva sócio-crítica, proposta por Barbosa (2003b).

Em relação aos trabalhos de outros autores, descritos no capítulo 3, percebi que em todos, inclusive neste que estou apresentando, o tema despertou o interesse dos alunos, e isso foi um dos fatores que os motivaram.

Schönardie (2011), Barreto (2007) e Tortola, Rezende e Santos (2009) apresentaram o modelo matemático para o que estavam pesquisando, já na prática de Scheller (2009) e na minha, não foi apresentado, pois o trabalho foi focado na construção do conhecimento matemático por meio das atividades do cotidiano, sem a construção desse modelo. Entretanto, concordo com os quatro autores, quando dizem que o trabalho no ambiente de Modelagem Matemática foi desafiador, mas ao ser concluído vimos que é muito gratificante, pois os alunos conseguiram aprender os conteúdos propostos e também alcançaram os objetivos do trabalho.

As atividades desenvolvidas no ambiente de Modelagem Matemática proporcionaram, além do aprendizado de novos conteúdos matemáticos, investigações relacionadas com o tema, discussões sobre o trabalho e suas relações com o dia-a-dia, a importância social dos conteúdos e discussões sobre os conteúdos matemáticos.

Em concordância com Schönardie (2011), pretendo desenvolver outros trabalhos no ambiente de Modelagem Matemática, pois, dessa forma, os alunos poderão, além de aprender os conteúdos matemáticos, relacioná-los com o dia-a-dia.

Como produto deste trabalho, quero destacar o material elaborado após todas as atividades realizadas com os alunos, a fim de fornecer subsídios para que outros professores possam desenvolver um trabalho no ambiente de Modelagem Matemática. Trata-se de um material por mim produzido e executado, junto com os alunos, durante as atividades para a elaboração dessa dissertação. Esse material é constituído de seis etapas, com atividades dentro e fora da sala de aula. Elaborei-o para proporcionar ao professor o relacionamento da matemática com as atividades do dia-a-dia do aluno.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED**, 24., 2001, Caxambu. *Anais*... Caxambu: ANPED, 2001a.1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem matemática e os professores: a questão da formação**. *Bolema*, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001b.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática na sala de aula**. *Perspectiva*, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003a.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica. In: **SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 2, 2003, Santos. Anais. São Paulo: SBEM, 2003b. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira.; SANTOS, Marluce Alves dos. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 9, Belo Horizonte. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM

BARRETO, Marina Menna. **Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários**. Porto Alegre: UFRGS, 2007. Dissertação (mestrado) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. Ed., 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2010. 389 p.

BORBA, Marcelo C.; SKOVSMOSE, O. **A ideologia da certeza em educação matemática**. In: SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica*: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001. p. 127-148.

BORBA, Marcelo C. **A pesquisa qualitativa em educação matemática.** Publicado em CD nos anais de 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004, com esta paginação. Disponível em <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf> Acesso em: 06 de jul. de 2012.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais** – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998b, 174 p.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais** – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998b, 148 p.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. **In: I EPMEM – Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática**. 2004, Londrina. Anais do I EPMEM, 2004.

CESAR, Ana Maria Roux Valentini Coelho. **Método do Estudo de Caso (Case Studies) ou Método do caso (Teaching Cases)? Uma análise dos dois métodos no Ensino e Pesquisa em Administração**. Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2005. Disponível em: <http://www.mackenzie.br/fileadmin/Graduacao/CCSA/remac/jul_dez_05/06.pdf> Acesso em: 06 de jul. de 2012.

DEFINIÇÃO de oitão. Significados.com.br. Disponível em: <http://www.significados.com.br/oitao/> Acesso em: 17 de junho de 2012.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas: Autores Associados, 2006, 226 p.

KAISER, Gabriele; SRIRAMAN, Bharath. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. In: **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,** v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

LIMA, Elon Lages. **Meu Professor de Matemática e Outras Histórias.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991. 206 p. (Coleção do Professor de Matemática).

LIMA, Elon Lages et al. **Temas e Problemas**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. 193 p. (Coleção do Professor de Matemática).

LIMA, Elon Lages et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2003. 237 p. (Coleção do Professor de Matemática).

LIMA, Elon Lages et al. **Temas e Problemas Elementares**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005. 246 p. (Coleção do Professor de Matemática).

MAIA, Edílson. **O uso do Material Dourado nas operações fundamentais**. Disponível em: <http://www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/oficina/doc/oficina9.pdf> Acesso em: 12 de jun. 2012.

RIPOLL, Jaime B.; RIPOLL, Cydara C.; SILVEIRA, José Francisco P. da. **Números Racionais, Reais e Complexos**. Porto Alegre: UFRGS, 2006. 340 p.

SANT'ANA, Alvino A.; NÁCUL, Liana B. C.; SANT'ANA, Marilaine de F. **Funções Reais.** In: DOERING, Claus I.; DOERING, Luisa R. (Org) Pré-Cálculo. Porto Alegre: UFRGS, 2008. p. 9-32.

SCHELLER, Morgana. **Modelagem Matemática na iniciação científica: contribuições para o Ensino Médio Técnico**. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

Dissertação (mestrado) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

SCHÖNARDIE, Belissa. **Modelagem Matemática e introdução da função afim no Ensino Fundamental**. Porto Alegre: UFRGS, 2011. Dissertação (mestrado) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários de investigação**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

TORTOLA, Emerson; REZENDE, Veridiana; SANTOS, Talita Secorun dos. **Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: o custo da construção da quadra esportiva de uma escola por alunos de 5ª série (6º ano)**. In: Encontro de Produção Científica e Tecnológica, 4, 2009. Campo Mourão, PR. Anais. Campo Mourão: Fecilcan, 2009. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/nupem/anais_iv_epct/PDF/ciencias_exatas/03_TORTOLA_REZENDE_SANTOS.pdf> Acesso em: 06 de jul. de 2012.

VENTURA, Magda Maria. **O estudo de caso como modalidade de pesquisa. Revista SOCERJ**, Rio de Janeiro, v. 20, n.5, p. 383 – 386, set/out, 2007.

APÊNDICE A – Modelos e relações das paredes e aberturas dos ginásios

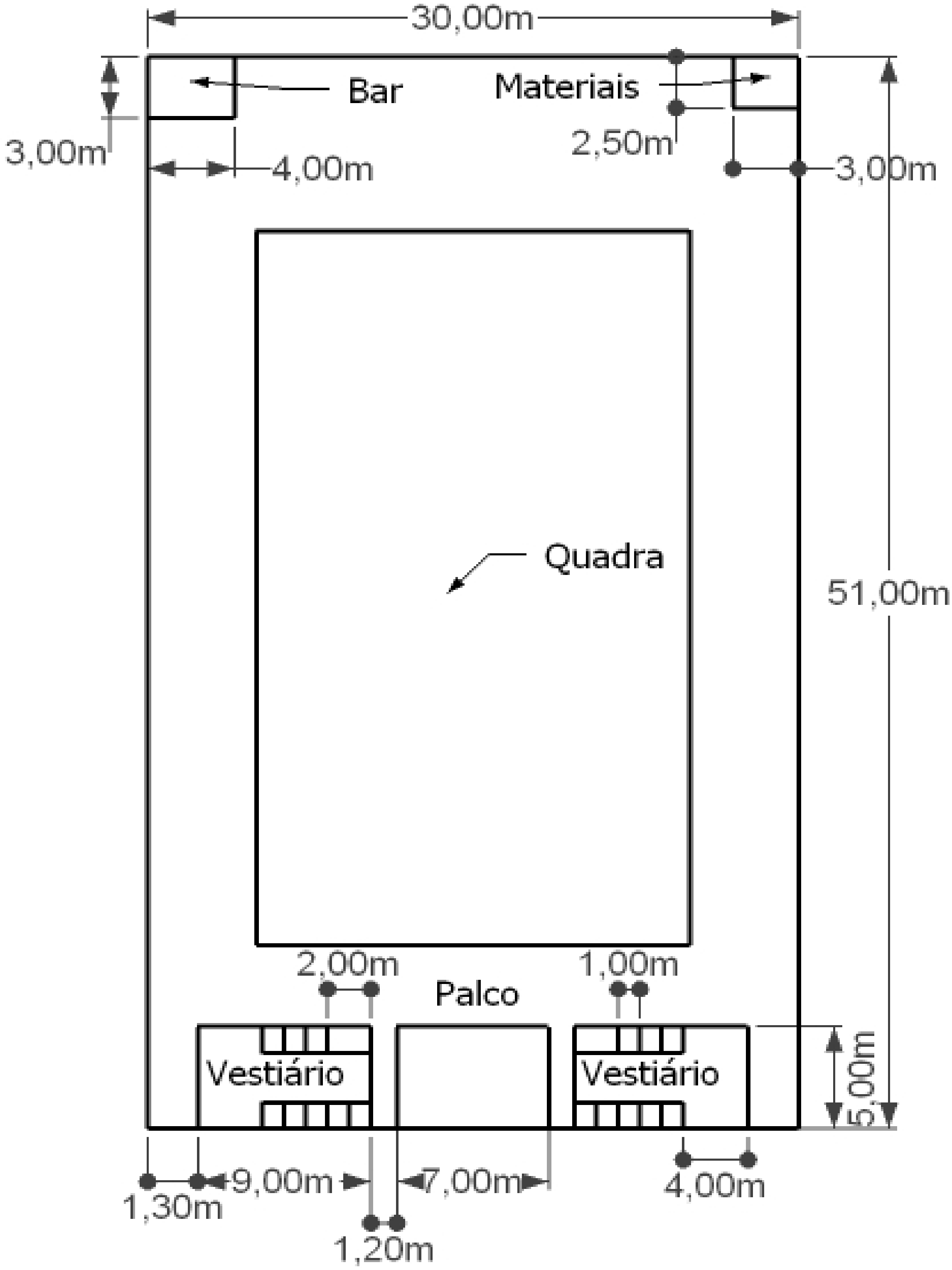


Figura 33: Modelo do ginásio número 1.
Fonte: arquivos do autor.

GINÀSIO 1

Paredes

Paredes externas:
2 paredes de 51 x 8 m
2 paredes de 30 x 8 m

Vestiários e palco:
6 paredes de 5 x 2,8 m
2 paredes de 8 x 2,8 m
16 paredes de 1 x 2 m
2 paredes de 2 x 2 m
18 paredes de 1,3 x 2 m
3 paredes de 7 x 0,8 m
4 paredes de 5 x 0,8 m

Sala de materiais
1 parede de 3 x 2,8 m
1 parede de 2,5 x 2,8 m

Bar
1 parede de 4 x 2,8 m
1 parede de 3 x 2,8 m

Oitão
2 paredes triangulares de 30m de base por 3m de altura

Aberturas

Externas
2 portas de 3 x 2,1 m
24 janelas de 3 x 2 m
28 vigas de 0,3 x 8 m

Vestiários
4 janelas de 2 x 0,4 m
16 portas de 0,8 x 2 m
2 portas de 1 x 2 m
2 portas de 1 x 2,1 m

Sala de materiais
1 porta de 1 x 2,1 m
1 janela de 2 x 0,4 m

Bar
1 porta de 1 x 2,1 m
1 janela de 3 x 1 m

Figura 34: Relação das paredes e aberturas do ginásio número 1.
Fonte: Arquivos do autor.

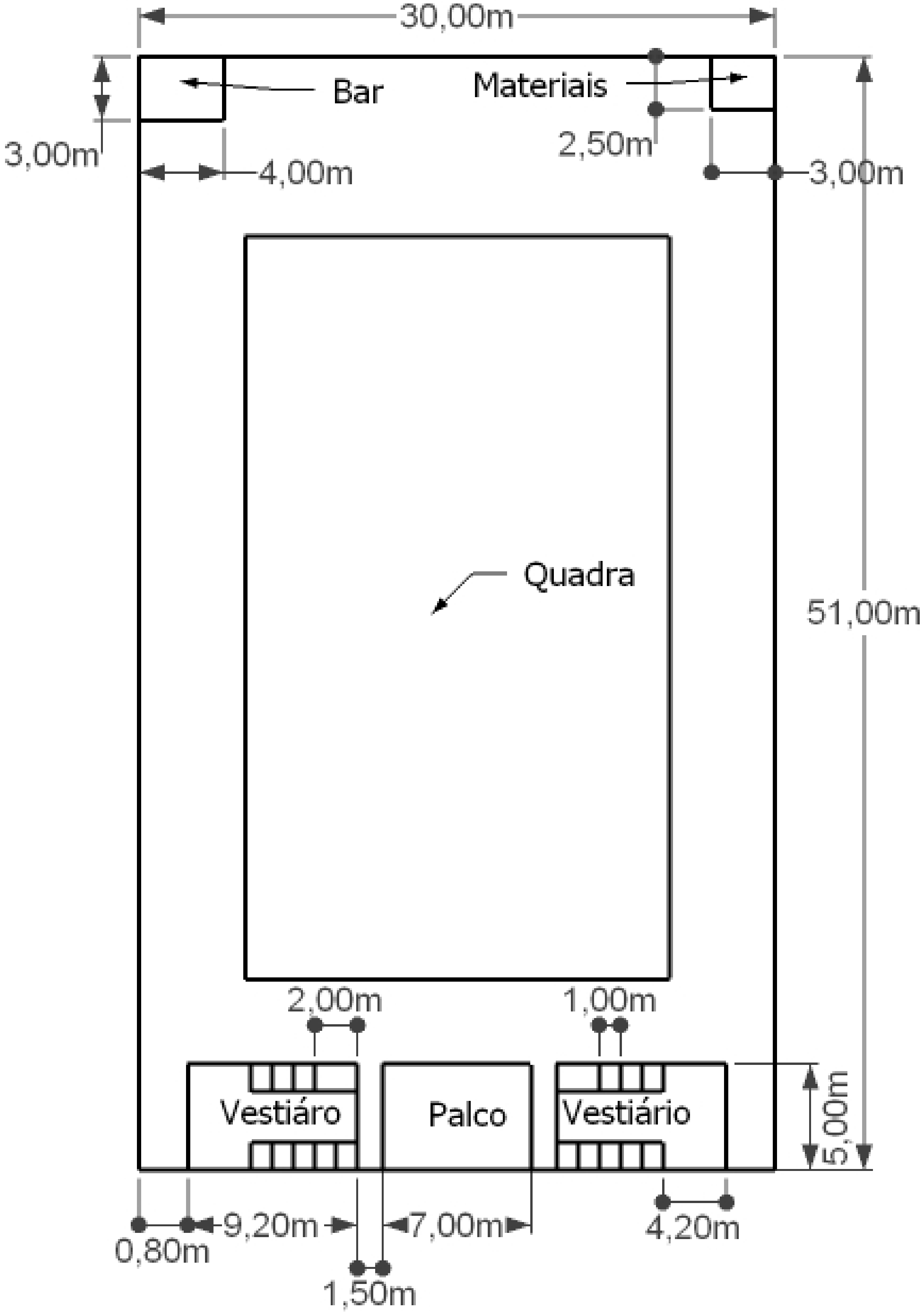


Figura 35: Modelo do ginásio número 2.
Fonte: Arquivos do autor.

GINÁSIO 2

Paredes

Paredes externas:
2 paredes de 51 x 8 m
2 paredes de 30 x 8 m

Vestiários e palco:
6 paredes de 5 x 2,8 m
2 paredes de 9,2 x 2,8 m
16 paredes de 1 x 2 m
2 paredes de 2 x 2 m
18 paredes de 1,3 x 2 m
3 paredes de 7 x 0,8 m
4 paredes de 5 x 0,8 m

Sala de materiais
1 parede de 3 x 2,8 m
1 parede de 2,5 x 2,8 m

Bar
1 parede de 4 x 2,8 m
1 parede de 3 x 2,8 m

Oitão
2 paredes triangulares de 30m de base por 3m de altura

Aberturas

Externas
2 portas de 3 x 2,1 m
24 janelas de 3 x 2 m
28 vigas de 0,3 x 8 m

Vestiários
4 janelas de 2 x 0,4 m
16 portas de 0,8 x 2 m
2 portas de 1 x 2 m
2 portas de 1 x 2,1 m

Sala de materiais
1 porta de 1 x 2,1 m
1 janela de 2 x 0,4 m

Bar
1 porta de 1 x 2,1 m
1 janela de 3 x 1 m

Figura 36: Relação das paredes e aberturas do ginásio número 2.
Fonte: Arquivos do autor.

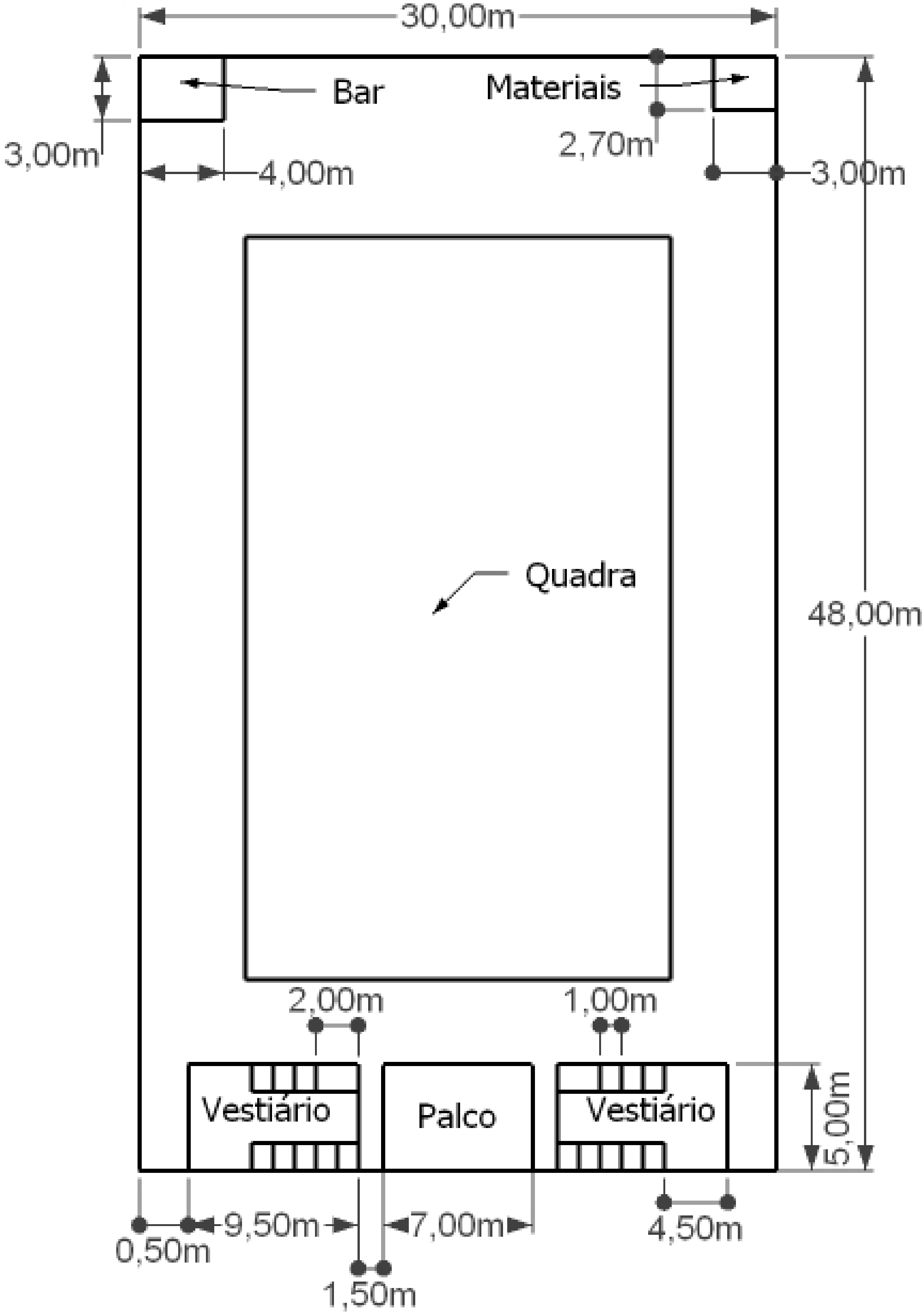


Figura 37: Modelo do ginásio número 3.
Fonte: Arquivos do autor.

GINÀSIO 3

Paredes

Paredes externas:
2 paredes de 48 x 8 m
2 paredes de 30 x 8 m

Vestiários e palco:
6 paredes de 5 x 2,8 m
2 paredes de 9,5 x 2,8 m
16 paredes de 1 x 2 m
2 paredes de 2 x 2 m
18 paredes de 1,3 x 2 m
3 paredes de 7 x 0,8 m
4 paredes de 5 x 0,8 m

Sala de materiais
1 parede de 3 x 2,8 m
1 parede de 2,7 x 2,8 m

Bar
1 parede de 4 x 2,8 m
1 parede de 3 x 2,8 m

Oitão
2 paredes triangulares de 30m de base por 3m de altura

Aberturas

Externas
2 portas de 3 x 2,1 m
24 janelas de 3 x 2 m
28 vigas de 0,3 x 8 m

Vestiários
4 janelas de 2 x 0,4 m
16 portas de 0,8 x 2 m
2 portas de 1 x 2 m
2 portas de 1 x 2,1 m

Sala de materiais
1 porta de 1 x 2,1 m
1 janela de 2 x 0,4 m

Bar
1 porta de 1 x 2,1 m
1 janela de 3 x 1 m

Figura 38: Relação das paredes e aberturas do ginásio número 3.
Fonte: Arquivos do autor.

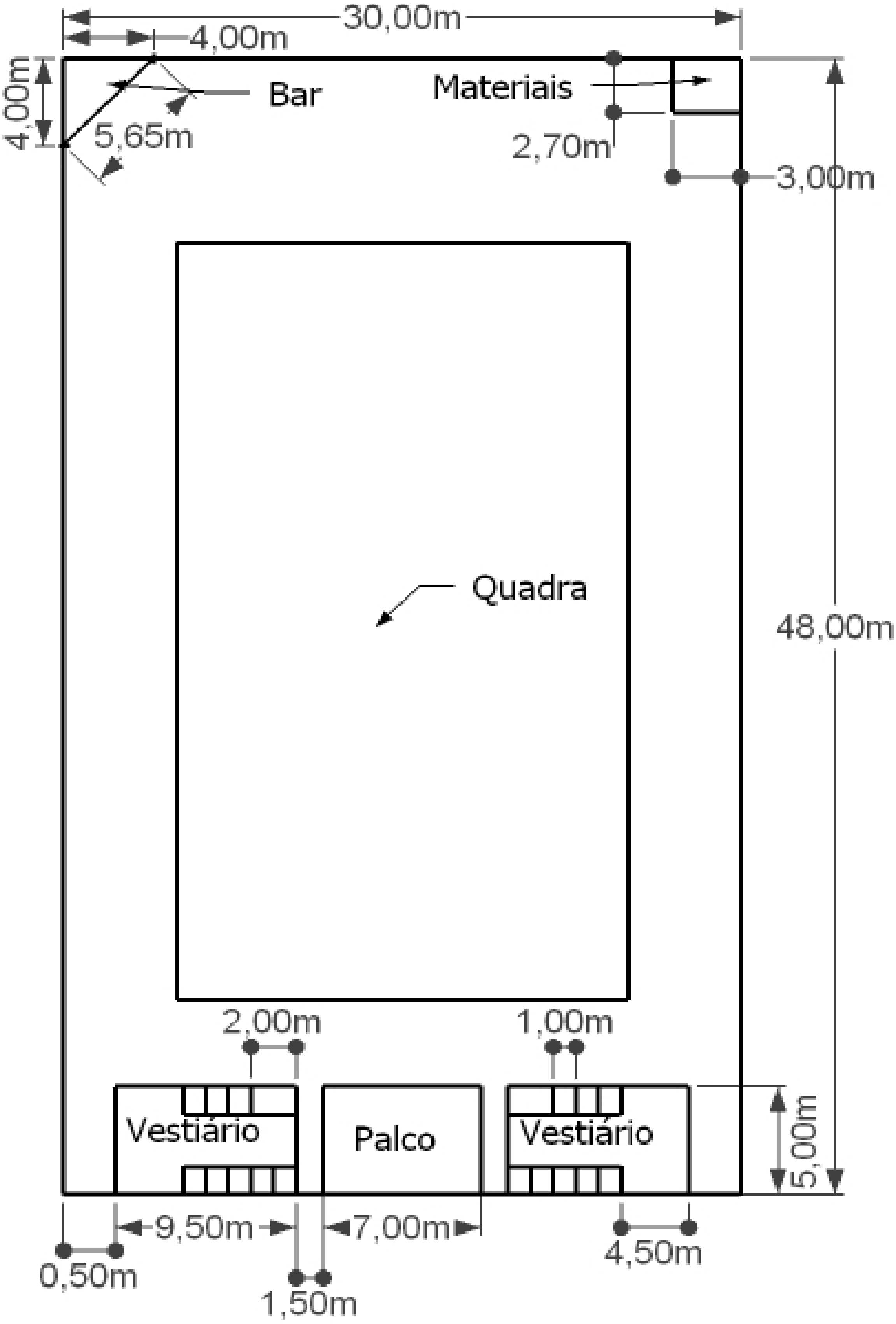


Figura 39: Modelo do ginásio número 4.
Fonte: Arquivos do autor

GINÀSIO 4

Paredes

Paredes externas:
2 paredes de 48 x 8 m
2 paredes de 30 x 8 m

Vestiários e palco:
6 paredes de 5 x 2,8 m
2 paredes de 9,5 x 2,8 m
16 paredes de 1 x 2 m
2 paredes de 2 x 2 m
18 paredes de 1,3 x 2 m
3 paredes de 7 x 0,8 m
4 paredes de 5 x 0,8 m

Sala de materiais
1 parede de 3 x 2,8 m
1 parede de 2,7 x 2,8 m

Bar
1 parede de 5,65 x 2,8 m

Oitão
2 paredes triangulares de 30m de base por 3m de altura

Aberturas

Externas
2 portas de 3 x 2,1 m
24 janelas de 3 x 2 m
28 vigas de 0,3 x 8 m

Vestiários
4 janelas de 2 x 0,4 m
16 portas de 0,8 x 2 m
2 portas de 1 x 2 m
2 portas de 1 x 2,1 m

Sala de materiais
1 porta de 1 x 2,1 m
1 janela de 2 x 0,4 m

Bar
1 porta de 0,6 x 1,1 m
1 janela de 3,5 x 1 m

Figura 40: Relação das paredes e aberturas do ginásio número 4.
Fonte: Arquivos do autor.

ANEXO 1 – Autorização da escola

Autorização

A Escola Municipal de Ensino Fundamental Nayde Emerim Pereira, da rede Municipal de Xangri-lá, neste ato, representada pela direção por intermédio do presente instrumento, autoriza Rafael Zanoni Bossle, a utilizar o projeto "Modelagem Matemática no projeto de um ginásio escolar" em sua dissertação que é exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Fica também autorizado a utilizar o nome da escola em sua dissertação.

O autorizado, por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes que participaram do projeto.

Deise Nunes

Diretora da Escola

Deise dos Santos Nunes
Diretora
Port. Nº 02/2011

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL
NAYDE EMERIM PEREIRA
Criada pela Lei nº 1460 de 06/12/1974
Reorganizada pela Portaria nº 22.920 de 22/10/1979

Figura 41: Autorização da Escola.
Fonte: Arquivos do autor.

ANEXO 2 – Termo de consentimento informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____________________________, R.G. _________________, responsável pelo(a) aluno(a) ____________________, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROJETO DE UM GINÁSIO ESCOLAR**, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) Rafael Zanoni Bossle. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marilaine de Fraga Sant'Ana, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através e-mail marilaine@mat.ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço Rua Castro Alves, 111 – Osório – RS /telefone 51-96410079/e-mail zanoni01@globo.com.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa:

Figura 42: Termo de consentimento informado.
Fonte: Arquivos do autor.