

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA  
Programa de Pós-Graduação em Física

# Decaimentos de Mésons $D$ e $D_{SJ}$ no Modelo $C^3P_0$ \*

**Daniel Tavares da Silva**

Tese de Doutorado realizada sob orientação do Professor Dr. Dimiter Hadjimichef (IF-UFRGS) e co-orientação do Professor Dr. César Augusto Zen Vasconcellos (IF-UFRGS) e apresentado ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Física.

Porto Alegre  
Novembro de 2011.

---

\* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Este trabalho é dedicado

a meus pais, Jovelino (in memorium) e Alda,  
a meu sogro e minha sogra, Edgar e Gilda,  
a minha esposa, Caroline,  
e a meu filho, Israel,  
pelo apoio e incentivo que  
sempre me deram,

# Agradecimentos

★ Ao meu orientador Prof. Dimiter Hadjimichef, pela orientação dedicada, pela confiança no meu trabalho, pelos questionamentos e discussões (que foram muito importantes para a realização deste trabalho) e, sobretudo, pelo apoio e amizade.

★ Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de doutorado.

★ Ao meu amigo e co-orientador Prof. Cesar Augusto Zen Vasconcellos, cuja confiança foi fundamental durante todo esse período.

★ À minha família pelo apoio, amor e principalmente compreensão pela minha ausência.

★ Aos amigos, Mario, Aldomar e Juliana, que gentilmente me cederam lugar em seus lares para que eu pudesse desenvolver este trabalho nesta cidade (Porto Alegre).

★ Aos meus amigos da sala M204 e M201, além das demais salas, que contribuíram para uma agradável convivência no IF-UFRGS.

★ Aos meus amigos não-físicos.

★ Aos professores e funcionários do IF-UFRGS, que de alguma forma contribuíram para a minha formação e para a realização deste trabalho.

*Muito Obrigado!*

# Resumo

A representação de Fock-Tani é um formalismo de teoria de campos apropriado para o tratamento simultâneo de partículas compostas e seus constituintes.

O modelo  ${}^3P_0$  é um típico modelo de decaimento que considera somente decaimentos fortes do tipo OZI-permitidos. O modelo considera um par quark-antiquark criado com os números quânticos do vácuo na presença do méson do estado inicial. Ele é descrito pelo limite não relativístico do Hamiltoniano de criação de par. Aplicando a transformação de Fock-Tani ao Hamiltoniano microscópico de criação de par produz-se a expansão característica em potências da função de onda, onde o modelo  ${}^3P_0$  é a ordem mais baixa desta expansão. O modelo  ${}^3P_0$  corrigido ( $C^3P_0$ ) é obtido em mais altas ordens nesta expansão, pela introdução do *kernel de estado ligado*  $\Delta$ , chamado de correção de estado ligado.

O objetivo deste trabalho é estudar em detalhe o setor de mésons charmosos (mésons  $D$ ) e o setor de mésons charmosos-estranhos (mésons  $D_{S,J}$ ) usando o modelo  $C^3P_0$ , onde o modelo  $C^3P_0$  é expandido com a inclusão da segunda ordem da correção de estado ligado pelo método diagramático. Em particular, obtemos as amplitudes e taxas de decaimento dos seguintes canais:

- Setor charmoso:

$$D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0, D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0, D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+, D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-, D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+, D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-, D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-, D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-, D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-, D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+ \text{ e } D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+$$

- Setor charmoso-estranho:

$$D_s^{*+} \rightarrow D_s^+\pi^0, D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+}\pi^0, D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+\pi^0, D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+}\pi^0, D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^*(2010)^+K^0, D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^*(2007)^0K^+, D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^0K^+ \text{ e } D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^*(2007)^0K^+.$$

# Abstract

The Fock-Tani representation is a field theory formalism appropriated for the simultaneous treatment of composite particles and their constituents.

The  ${}^3P_0$  model is a typical decay model which considers only OZI-allowed strong decays. The model considers a quark-antiquark pair created with the vacuum quantum numbers in the presence of the initial state meson. It is described as the non-relativistic limit of the pair creation Hamiltonian. Applying the Fock-Tani transformation to the microscopic Hamiltonian of the pair creation produces the characteristic expansion in powers of the wave function, where the  ${}^3P_0$  model is the lowest order in the expansion. The corrected  ${}^3P_0$  model ( $C^3P_0$ ) is obtained from higher orders in the expansion, by the introduction of the bound state kernel  $\Delta$ , called the bound state correction.

The goal of this work is to study in detail the charmed meson sector ( $D$  meson) and the strange charmed meson sector ( $D_{SJ}$  meson) using the  $C^3P_0$  model, where the  $C^3P_0$  model is expanded by the inclusion of the second order of the bound state correction for the diagrammatic method. In particular, we shall calculate the decay amplitudes and decay rates of the following channels:

- Charmed sector:

$$D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0, D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0, D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+, D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-, D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+, D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-, D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-, D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-, D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-, D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+ \text{ and } D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+.$$

- Strange charmed sector:

$$D_s^{*+} \rightarrow D_s^+\pi^0, D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+}\pi^0, D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+\pi^0, D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+}\pi^0, D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^*(2010)^+K^0, D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^*(2007)^0K^+, D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^0K^+ \text{ and } D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^*(2007)^0K^+.$$

# Sumário

Introdução . . . . .	1
<b>1. A Física de Mésons . . . . .</b>	<b>11</b>
1.1 Introdução . . . . .	11
1.2 Espectroscopia de Mésons . . . . .	12
1.3 A física dos mésons do ponto de vista experimental . . . . .	16
1.3.1 BaBar . . . . .	16
1.3.2 Belle . . . . .	17
1.3.3 Cleo . . . . .	17
<b>2. Formalismo de Fock-Tani para Mésons . . . . .</b>	<b>19</b>
2.1 O Formalismo de Fock-Tani . . . . .	19
2.1.1 Espaço de Vetores de Estados Ideais . . . . .	22
2.1.2 Representação de Mésons Elementares Ideais . . . . .	24
2.2 A Transformação de Fock-Tani dos Operadores. . . . .	26
2.2.1 Cálculo de Múltiplos Comutadores . . . . .	26
2.2.2 O Método Iterativo das “Equações de Movimento” . . . . .	27
<b>3. O Modelo <math>C^3P_0</math> de Primeira Ordem para Decaimentos de Mésons . . . . .</b>	<b>35</b>
3.1 Modelo de Decaimento ${}^3P_0$ . . . . .	35
3.2 Hamiltoniano de Decaimento Mesônico de Fock-Tani . . . . .	38
3.3 O modelo ${}^3P_0$ corrigido ( $C^3P_0$ ) . . . . .	41
<b>4. Decaimentos de Mésons <math>D</math> no Modelo <math>C^3P_0</math> de Primeira Ordem . . . . .</b>	<b>45</b>
4.1 Amplitudes e Taxas de Decaimentos . . . . .	45
<b>5. Método Diagramático Para o Modelo <math>C^3P_0</math> . . . . .</b>	<b>60</b>
5.1 O Modelo $C^3P_0$ com Correção de Estado Ligado de Segunda Ordem . . . . .	60
5.2 Decaimento de mésons charmosos no modelo $C^3P_0$ de segunda ordem . . . . .	65

---

<b>6. Ajuste e Análise Numérica dos Decaimentos dos Mésons <math>D</math></b> . . . . .	69
6.1 Resultados numéricos dos processos de decaimentos . . . . .	69
<b>7. Decaimentos de Mésons <math>D_{SJ}</math> no Modelo <math>C^3P_0</math> de Primeira Ordem</b> . . . . .	82
7.1 Decaimento de Mésons $D_{SJ}$ . . . . .	82
7.2 Resultados analíticos dos processos de decaimentos . . . . .	83
7.3 Resultados numéricos dos processos de decaimentos . . . . .	86
<b>Conclusões e Perspectivas</b> . . . . .	93
<b>A. Notação e Convenções</b> . . . . .	96
<b>B. Mésons e seus números quânticos</b> . . . . .	100
<b>C. Função de Onda de Spin e Sabor do Méson - Exemplos</b> . . . . .	103
<b>D. Cálculo do Potencial Spin-espço <math>V_{\mu\nu}^{s-e}</math></b> . . . . .	107
<b>E. Coeficientes das Amplitudes de Decaimentos dos Mésons Charmosos</b> . . . . .	110
<b>F. Diagramas de Segunda Ordem da Correção de Estado Ligado</b> . . . . .	132
<b>Referências</b> . . . . .	139

# Introdução

Desde o advento do méson  $\pi$  introduzido teoricamente por Yukawa (1935) para explicar o confinamento (interação) de prótons e nêutrons no interior de núcleos atômicos e detectado experimentalmente por Lattes, Occhialini e Powell (1947), a física de mésons e o estudo da interação forte estão profundamente conectados. Posteriormente, percebeu-se que os nucleons (prótons e nêutrons) tinham uma estrutura interna, ou seja, partículas elementares chamadas quarks. Dessa forma Yukawa, Fritzsch, Weinberg, Gross e seus colaboradores propuseram a teoria fundamental das interações fortes que é aceita até hoje, a Cromodinâmica Quântica (Quantum Chromodynamics - QCD) [1]. A QCD é uma teoria de campos de calibre, não-Abeliana e que descreve as interações entre quarks e glúons, sendo utilizada com sucesso no regime de altas energias ou perturbativo. Porém, no regime não-perturbativo (médias energias) esta teoria não pode ser utilizada.

A palavra hádron, cujo significado em grego é forte, foi associado a partículas que eram muito mais pesadas que os elétrons. Os hádrons são subdivididos em mésons (spin inteiro) e bárions (spin semi-inteiro).

Em 1961, Gell-Mann e Ne'eman propuseram um esquema para classificar e ordenar os bárions e mésons conhecidos na natureza, denominado de *Método dos Octetos* (Eightfold Way), com o objetivo de descrever a estrutura intrínseca das partículas fortemente interagentes em termos de entidades fundamentais baseado na teoria matemática do grupo de simetria  $SU(3)$  (o S significa *Special*, o U significa *Unitary* e o três designa a quantidade de elementos básicos da teoria). A estas entidades fundamentais, os blocos elementares de construção de mésons e bárions, Gell-Mann denominou de quarks posteriormente, onde um quark tinha carga elétrica  $2/3$  da carga do próton e os outros dois quarks  $-1/3$ . Alguns anos mais tarde, em processos de espalhamento elétron-nucleon no SLAC (Stanford Linear Accelerator), Fridman, Kendall e Taylor notaram que os nucleons eram compostos por partículas menores com cargas elétricas consistentes com a teoria dos quarks. A partir desta identificação, Gell-Mann postulou então que havia três "sabores" (tipos) de quarks na natureza, designados  $u$ ,  $d$  e  $s$ , com cargas elétricas fracionárias, onde os quarks  $u$  e  $d$  compõem a matéria ordinária (formada por nucleons) enquanto que os quarks  $s$  compõem, por exemplo, o méson *kaon*.

A Eletrodinâmica Quântica (Quantum Electrodynamics - QED) apresenta uma similari-



dade, em muitos aspectos, com a QCD originada na teoria da presença da cor ou carga de cor, onde a cor não tem nada a ver com o espectro eletromagnético. Na QED, a interação de partículas carregadas é mediada por partículas neutras, os fótons. Os processos envolvendo a interação forte se dá entre os quarks e é mediada por outras partículas denominadas de glúons, onde os quarks e os glúons carregam carga de cor. Entretanto, há diferenças nas cargas das partículas mediadoras, pois os fótons não tem carga enquanto os glúons carregam carga. Desta forma, os glúons podem interagir entre si e os fótons não. A palavra glúon vem da palavra inglesa *glue* cujo significado é cola. Um outro dado interessante entre os fótons e os glúons é que ambos possuem massa nula.

Estas denominações de cor e carga de cor foram propostas por Moo-Young Han e Yoichiro Nambu em 1965. Pela proposta, os quarks e os antiquarks poderiam possuir três cores fundamentais e suas referidas anticores. A saber: o vermelho, o verde, o azul, o antivermelho (ou ciano), antiverde (ou majenta) e o antiazul (ou amarelo). Para mésons e bárions estas designações para a carga de cor não são observadas quando tratados como partículas elementares devido ao confinamento. Os mésons são estados ligados de um par quark-antiquark enquanto que os bárions são estados ligados de três quarks. Mésons e bárions são objetos brancos, ou seja, as cores de três quarks formando um bárion elementar, ao se combinarem, resultam em uma cor neutra. O mesmo ocorre para os mésons (quark-antiquark), porém com a soma de uma cor e uma anticor. Os glúons também são partículas que possuem a soma de uma cor e uma anticor, mas esta soma não gera uma cor neutra.

Assim, temos que a QCD é a teoria que descreve a interação entre quarks e glúons no interior dos hádrons, ou seja, que descreve a interação entre partículas que possuem carga de cor.

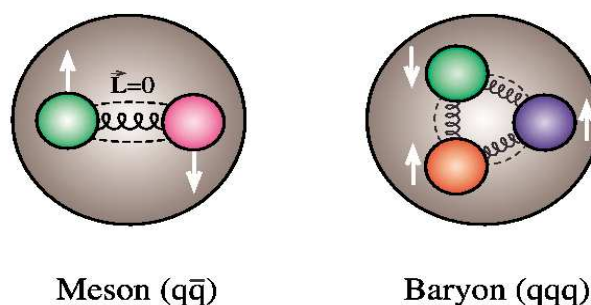
O conhecimento atual dos quarks nos revela seis diferentes tipos (sabores) de quarks representados pelas letras u, d, c, s, t, b, que advem da nomenclatura inglesa *up*, *down*, *charm*, *strange*, *top* e *bottom*, respectivamente. Os quarks u, d e s são caracterizados por serem quarks mais leves enquanto que os quarks c, t e b são os quarks mais pesados. Um outro dado interessante é que os quarks u, c e t possuem carga elétrica de  $+2/3$  enquanto os quarks d, s e b possuem carga elétrica de  $-1/3$  como na proposta inicial de Gell-Mann para os quarks como constituintes dos prótons e nêutrons, sendo eles de natureza fermiônica.

Como já foi dito antes, a QCD é presentemente a mais importante candidata à teoria fundamental da interação forte. A interação forte em nível subnuclear, envolvendo portanto cargas de cor, é uma das quatro interações fundamentais encontradas na natureza juntamente com as interações gravitacional, fraca e eletromagnética. A QCD prediz que a interação forte apresenta, adicionalmente ao confinamento, uma característica única na natureza, a chamada *liberdade assintótica*. Esta predição da QCD, experimentalmente confirmada, indica que os quarks são assintoticamente livres (para grandes valores de mo-

momentum transferidos ou, equivalentemente, quando muito próximos uns dos outros). Este fato permite o uso de técnicas perturbativas para testar a teoria neste limite.

Na região de baixas energias (distâncias longas), e que corresponde ao domínio da física nuclear, os quarks apresentam-se em estados fortemente ligados e os hádrons aparecem como singletos de cor. Os mésons apresentam-se com os graus de liberdade ideais para o estudo de regimes fortemente acoplados e não-perturbativos da interação forte, pois diretamente da QCD pouco é conhecido sobre os estados físicos da teoria.

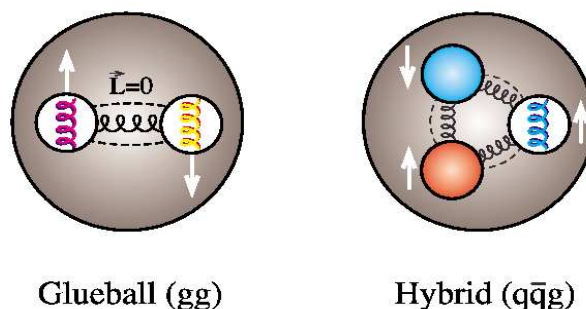
O nosso conhecimento sobre a física hadrônica, em larga escala, é baseada em modelos fenomenológicos, em particular no chamado *modelo de quarks constituintes*. A espectroscopia de mésons e bárions é surpreendentemente bem descrita se considerarmos os hádrons como compostos por estes tipos de quarks (também chamados de quarks de valência). Além do tipo usual de méson descrito pelo modelo de quarks, isto é, composto por um par  $q\bar{q}$  e apresentado na figura 0.1, a QCD prevê a existência de estados em que os graus de liberdade dos glúons aparecem explicitamente. Os hádrons formados apenas por glúons são chamados



**Fig. 0.1:** Ilustração para mésons e bárions.

de *glueballs*, veja Fig. 0.2. Em outras palavras, os glueballs são hádrons mas não possuem quarks na sua constituição. Um outro tipo de hádron previsto em teoria é um que mistura graus de liberdade de quarks constituintes com graus de liberdade de glúons constituintes apresentados na Fig. 0.2. Estes hádrons são denominados de *híbridos*. Tanto os glueballs quanto os hádrons híbridos representam o que é classificado de novos estados hadrônicos ou muitas vezes apresentados na literatura sob o nome *hádrons exóticos*.

Os decaimentos fortes constituem uma área da física hadrônica ainda não totalmente compreendidos. Esta dificuldade é um fato importante porque grande parte do conhecimento que se tem sobre a interação forte é originada nas larguras de decaimento. Com a consolidação do modelo de quarks constituintes, torna-se possível fazer estudos sobre a estrutura hadrônica. Por exemplo, o estudo da chamada *espectroscopia mesônica* passa, em primeiro lugar, pela identificação dos números quânticos relevantes dos mésons como sendo

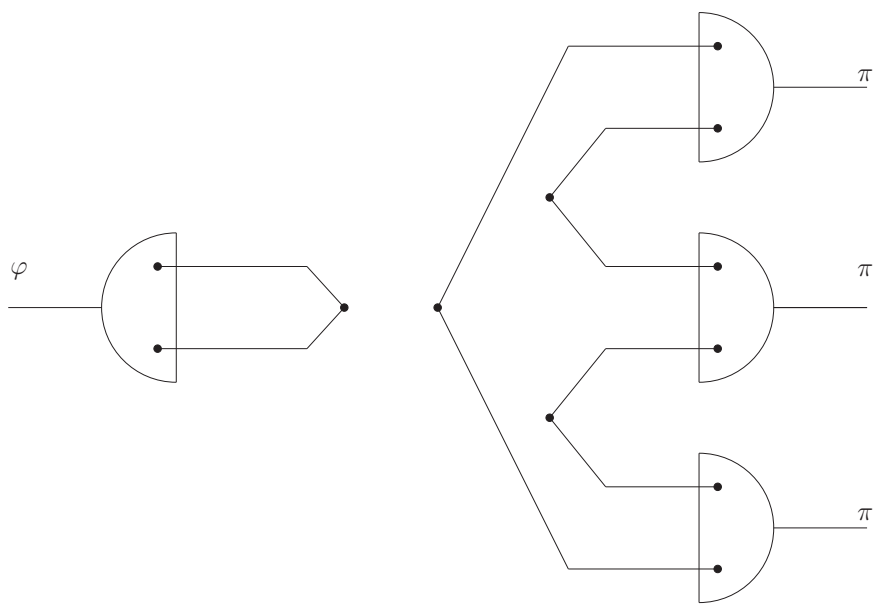


**Fig. 0.2:** Ilustração para glueballs e mésons híbridos.

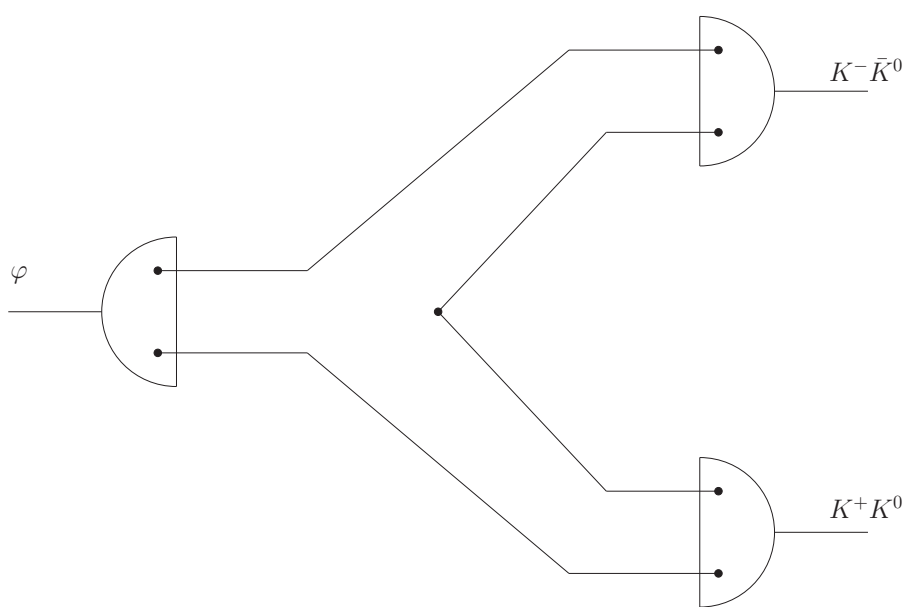
partículas compostas por quarks constituintes.

O estado físico na notação usual da espectroscopia é dado de duas formas:  $n^{2S+1}L_J$  e  $J^{PC}$ , onde temos  $n$  para o número quântico principal,  $S$  para o spin,  $L$  para o momento angular orbital,  $J$  para o momento angular total,  $P$  para a paridade e  $C$  para a conjugação de carga. A importância destas quantidades na identificação e classificação dos hádrons será discutida no próximo capítulo.

No estudo dos decaimentos há dois tipos fundamentais de processos elementares onde o mecanismo básico é a criação de um par  $q\bar{q}$  a partir do vácuo, juntamente com uma recombinação de linhas de quarks. Esta vai ser a essência do modelo  $^3P_0$  a ser estudado neste trabalho e que será descrito no próximo capítulo. Um processo é dito ser proibido pela *regra de Okubo-Zweig-Iizuka* (ou OZI-proibido) quando um diagrama de linha de quarks pode ser dividido em partes e estas partes conter apenas hádrons completos (singletos de cor) sem cortar a linha de quarks (Fig. 0.3). Na Fig. 0.3 temos um méson sendo aniquilado no estado inicial e a criação de três pares quark-antiquark ( $q\bar{q}$ ) a partir do vácuo, que dão origem a três mésons no estado final. Caso contrário diz-se que o processo é OZI-permitido (Fig. 0.4), onde as linhas de quarks são contínuas ligando o estado inicial ao estado final. Neste processo também há criação de pares  $q\bar{q}$  a partir do vácuo. Os processos OZI-proibidos são fortemente suprimidos e não representam os canais principais de decaimento.

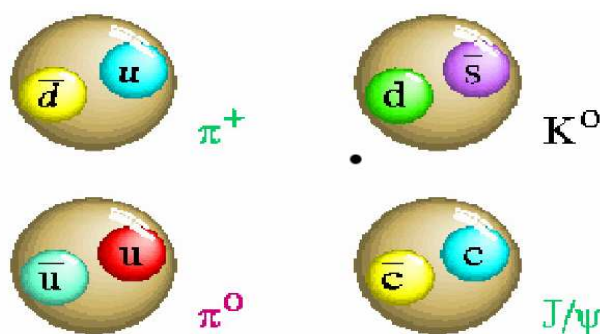


**Fig. 0.3:** Um processo OZI-proibido, exemplo:  $\phi \rightarrow \pi\pi\pi$



**Fig. 0.4:** Um processo OZI-permitido, exemplo:  $\phi \rightarrow K\bar{K}$

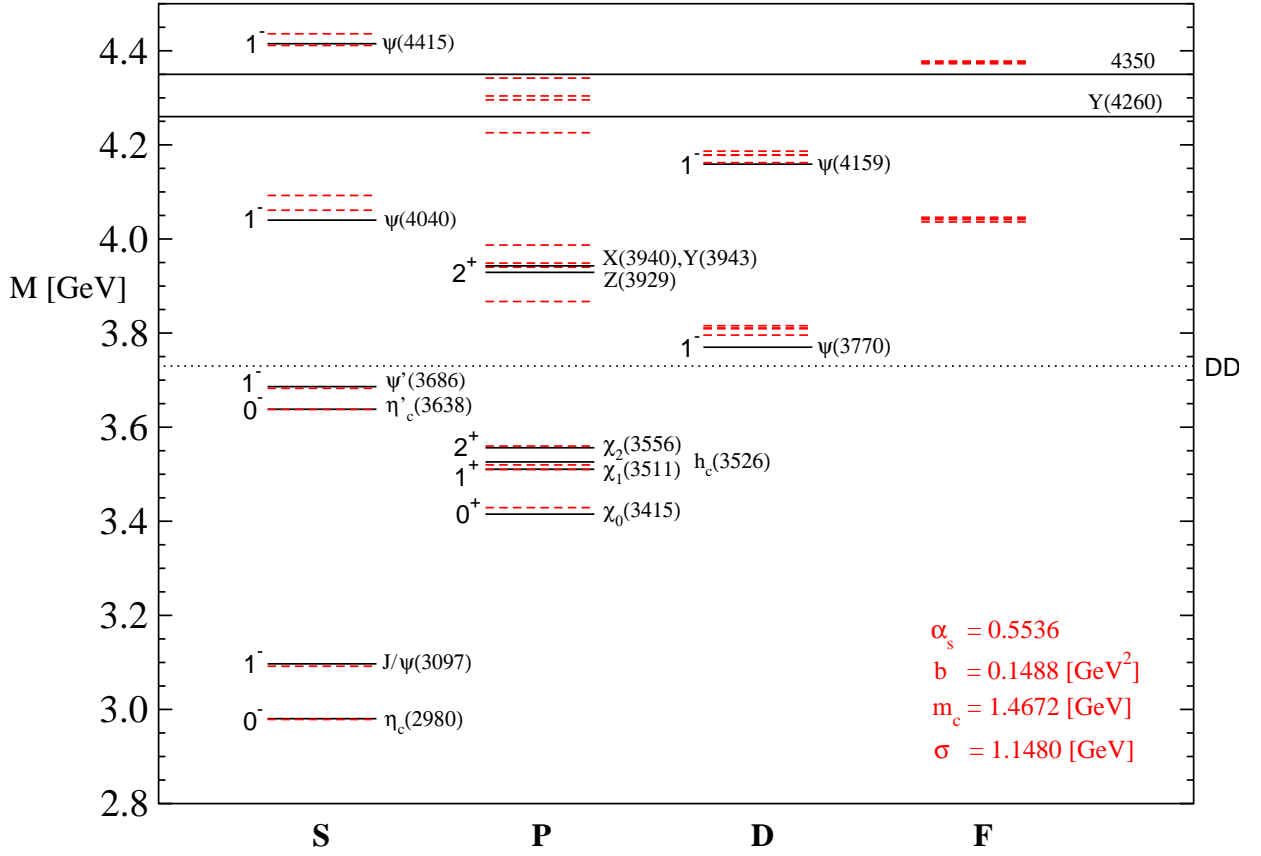
A espectroscopia hadrônica, por sua vez, desenvolveu uma nomenclatura própria para descrever os diversos setores dos hádrons, por exemplo *quarkônio estranho* são mésons leves com ao menos um quark ou antiquark estranho na sua componente  $q\bar{q}$  de valência. Estes mésons são chamados de *kaônio* se o estado de base dominante é  $n\bar{s}$  (onde  $n \equiv u, d$ ) e *antikaônio* se  $s\bar{n}$  e *estranhônio* se  $s\bar{s}$ . Um estado ligado  $c\bar{c}$  é, por sua vez, denominado de *charmônio*. De um modo geral quando um méson é composto por dois quarks de sabores diferentes (por exemplo,  $d\bar{s}$ ) ele é chamado de *méson de sabor aberto*, Fig. 0.5. O respectivo *méson de sabor fechado* é o *estranhônio*, *charmônio*, etc.



**Fig. 0.5:** Ilustração para mésons de sabor aberto ( $\pi^+$ ,  $K^0$ ) e de sabor fechado ( $\pi^0$ ,  $J/\psi$ ).

Historicamente, a grande explosão no conhecimento sobre a espectroscopia hadrônica iniciou-se após a chamada *Revolução de Novembro* [2], há mais de 30 anos, com a descoberta do méson  $J/\psi$ . Esta descoberta conseqüentemente implicou na confirmação da existência de um novo quark: o charme. Hoje, um dos desafios consiste em descrever a espectroscopia do setor de charme sob a luz da descoberta do enigmático méson escalar  $D_{s0}(2317)$ , anunciado por BaBar em abril (2003) [3] e do méson vetorial  $D_{s1}(2460)$  por CLEO [4] em agosto (2003). Estas descobertas demonstram que o modelo de potencial de quarks não é tão preciso quanto se imaginava. Nesta abordagem, os mésons são descritos por um estado ligado formado por um par  $q\bar{q}$ , movendo-se sob o efeito do potencial. Os potenciais típicos usados no modelo são o potencial de Coulomb de cor com confinamento linear, acrescentado de interações dependentes de spin com troca de um glúon. Por exemplo, o estado escalar  $D_{s0}$  formado por um par  $c\bar{s}$  é previsto, pelo modelo, a aparecer com uma massa de 2.48 GeV [5]. Entretanto, este valor está aproximadamente 160 MeV acima da massa experimental do  $D_{s0}(2317)$ . Antes desta descoberta as discrepâncias no setor de charme eram da ordem de apenas 10 MeV. Uma explicação existente na literatura descreve estas discrepâncias como de origem dinâmica relacionada com um acoplamento forte do  $D_{s0}$  ao canal DK (canal do estado ligado do méson D com o méson K, e que é previsto teoricamente) para um decaimento em onda-S na região de massa de 2360 MeV. Nesta interpretação, sugere-se a





**Fig. 0.7:** O conhecimento experimental atual sobre a espectroscopia do charmônio (e possíveis mésons híbridos) em comparação às previsões do modelo de potencial não-relativístico. As linhas sólidas são experimentais e as linhas tracejadas são teóricas [7].

de ser usada. A presença de estados ligados complica a aplicação do teorema de Wick, cálculo de funções de Green etc. Por isso foi desenvolvida a idéia de fazer um mapeamento do espaço de Hilbert físico para um espaço de Hilbert ideal onde as partículas compostas são representadas por operadores elementares ideais, obedecendo regras de comutação canônicas [12]. A informação sobre a sua estrutura interna é transferida para um Hamiltoniano de interação efetivo. O desenvolvimento posterior de uma transformação capaz de realizar este mapeamento foi conseguido por S. Tani [13] e generalizado por M. D. Girardeau [14] (e um pouco mais tarde, de forma independente, por V.S. Vorob'ev e A.L. Khomkin [15]). Esta transformação generalizada construída por Girardeau e colaboradores [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24], sendo por eles denominada de *transformação de Fock-Tani*, está relacionada com o método de quasi-partícula de Weinberg [25, 26], onde os estados ligados são subtraídos do problema, restando apenas uma interação residual fraca.

Os operadores de criação e destruição de partículas compostas não obedecem relações de (anti)comutação canônicas, devido à presença da estrutura interna. Após realizar a transformação unitária de Fock-Tani  $U$  sobre o operador de criação do estado ligado, um novo estado ligado é obtido sendo definido como a aplicação de um operador de criação ideal sobre o vácuo. Os operadores ideais obedecem a relações de (anti)comutação canônicas. Além de se transformar o estado, também se efetua a transformação dos operadores da teoria (operadores de quarks, mésons, bárions, glueballs, entre outras partículas) obtendo-se, de forma iterativa, uma expansão em potências da função de onda. Com estes operadores efetivos torna-se possível construir quantidades efetivas em termos das quantidades fundamentais. Uma destas quantidades efetivas importantes que podem ser construídas é o Hamiltoniano  $H_{efetivo} = U^{-1}HU$  que possui, entre outras estruturas, diagramas correspondendo a espalhamentos hadrônicos com troca de constituintes, decaimentos, etc.

Assim, pretende-se usar neste trabalho o modelo obtido em minha dissertação, o modelo  $C^3P_0$ , para explorar novas regiões do espectro hadrônico, em especial o setor dos mésons charmosos e o setor dos mésons charmosos-estranhos. Este modelo tem sua origem aplicando a transformação de Fock-Tani sobre o Hamiltoniano de criação de par a partir do vácuo no limite não relativístico. Desta forma, obtém-se o Hamiltoniano efetivo de Fock-Tani  $H_{FT}$  em ordem mais baixa da teoria transformada e reproduz-se os resultados da literatura com o modelo  $^3P_0$ , modelo consagrado na literatura e que obtém, de um modo geral, o maior sucesso na descrição dos processos de decaimento. Entretanto, na estrutura da teoria efetiva representada por  $H_{efetivo}$ , há contribuições que se originam em ordens mais altas da transformação. Desta forma a proposta deste novo modelo consiste em avaliar a próxima “correção” ao Hamiltoniano do modelo  $^3P_0$  e fazer comparações com os resultados experimentais.

Neste trabalho de doutorado, a divisão dos capítulos é a seguinte: no capítulo 1 apresentamos uma breve revisão sobre as idéias centrais da QCD extraída de minha dissertação de mestrado. Em seguida é apresentado uma pequena revisão sobre a espectroscopia de méson e finalmente um panorama sobre a física dos mésons do ponto de vista experimental na atualidade, onde damos ênfase as novas descobertas e os experimentos em andamento.

No capítulo 2 é feito uma revisão do formalismo de Fock-Tani para mésons.

No capítulo 3 é apresentado uma revisão do modelo  $^3P_0$  e a base do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem (modelo  $^3P_0$  corrigido com correção de estado ligado de primeira ordem), deduzido em minha dissertação de mestrado [8].

A partir do capítulo 4 é apresentado a parte inédita desenvolvida neste trabalho de doutorado, onde fazemos uma aplicação do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem para decaimentos do setor de mésons charmosos. Em particular, estudando os seguintes canais de decaimento:  $D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0$ ,  $D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+$ ,  $D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-$ ,



$D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+$ ,  $D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-$ ,  $D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$ ,  $D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-$ ,  $D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$ ,  $D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+$  e  $D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+$ . Primeiramente, obtemos as amplitudes e taxas de decaimento de forma analítica.

No capítulo 5 apresentamos o modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem obtido de forma diagramática mostrando a sua aplicação para o setor de mésons charmosos, onde aplicamos para os mesmos processos de decaimentos do capítulo 4.

No capítulo 6 é mostrado o ajuste do modelo  $C^3P_0$  para o setor de mésons charmosos através de simulações numéricas. Como resultado temos que a constante de acoplamento  $\gamma$  e o parâmetro  $\beta$  (largura da gaussiana) são ajustados de forma a obter as taxas de decaimento e as razões entre as taxas de decaimentos (*Branching Ratios*) que mais se aproximam dos valores experimentais.

No capítulo 7 apresentamos o modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem aplicado ao setor de mésons charmosos-estranhos. Em particular, estudando os seguintes canais de decaimento:  $D_s^{*+} \rightarrow D_s^+\pi^0$ ,  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+}\pi^0$ ,  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+\pi^0$ ,  $D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+}\pi^0$ ,  $D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^*(2010)^+K^0$ ,  $D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^*(2007)^0K^+$ ,  $D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^0K^+$  e  $D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^*(2007)^0K^+$ . Para estes processos também procedemos da mesma forma utilizada nos capítulos anteriores, ou seja, primeiramente, obtemos as amplitudes e taxas de decaimento de forma analítica. Num segundo momento, a constante de acoplamento  $\gamma$  e o parâmetro  $\beta$  são ajustados de forma a obter as taxas de decaimento e as razões entre as taxas de decaimentos que mais se aproximam dos valores experimentais.

Após o capítulo 7, apresentamos as conclusões.

## Capítulo 1

# A Física de Mésons

Neste capítulo é mostrado a espectroscopia de mésons: números quânticos, representação espectroscópica, ângulos de mistura entre conteúdo de  $n\bar{n}$  e  $s\bar{s}$ , etc. Também é apresentado um pequeno resumo sobre a física do ponto de vista experimental desenvolvida em relação aos mésons charmosos e charmosos-estranhos.

Estes textos foram extraídos de forma resumida de minha dissertação de mestrado [8], da dissertação de mestrado de Joseima N. de Quadros [9] e da tese de doutorado de Mário L. L. da Silva [11], com os quais trabalhei ao longo de minha tese de doutorado.

### 1.1 Introdução

A QCD baseia-se no postulado de simetria local (invariância de calibre) associada à simetria unitária  $SU(3)$  de carga de cor. O Lagrangiano é definido na QCD na forma

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \sum_{k=1}^{N_f} \bar{\psi}^k (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi^k \quad (1.1)$$

onde  $N_f$  representa o número de sabores dos quarks,  $\psi(x)$  representa os campos dos quarks,  $\gamma^\mu$  ( $\mu = (0, 1, 2, 3)$ ) são as matrizes de Dirac e  $m$  a matriz de massa dos quarks. A derivada covariante  $D_\mu$  é definida na forma

$$D_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu \quad (1.2)$$

com  $\partial_\mu$  simbolizando a derivada espaço-temporal,  $g = g_{\text{QCD}}$  a constante de acoplamento da interação forte e

$$A_\mu(x) = \frac{1}{2} \lambda^a A_\mu^a(x) \quad (1.3)$$

onde  $A_\mu^a$  ( $a = 1, \dots, 8$ ) representa os campos dos glúons e  $\lambda^a$  denota as matrizes de Gell-Mann. Foi utilizada a convenção de Einstein de soma para índices repetidos. O tensor de campo gluônico é dado por

$$F_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\mu A_\nu^a(x) - \partial_\nu A_\mu^a(x) - g_{\text{QCD}} f^{abc} A_\mu^b(x) A_\nu^c(x), \quad (1.4)$$

onde  $f^{abc}$  é a constante de estrutura do grupo  $SU(3)$  e os índices  $a, b$  e  $c$  são os graus de liberdade de cor ( $a, b$  e  $c = 1, \dots, 8$ ).

Para entender o espectro de massa hadrônico a partir da QCD bem como as propriedades de interação entre os hádrons, é necessário saber algo sobre a força de longo alcance responsável pelo confinamento dos quarks nos mésons e bárions. No entanto, não existe nenhuma descrição completamente satisfatória para esta região de energias da QCD. Algumas informações podem ser extraídas diretamente da formulação da QCD na rede. Neste sentido, a construção de modelos fenomenológicos é parte essencial para o entendimento das interações fortes a baixas energias.

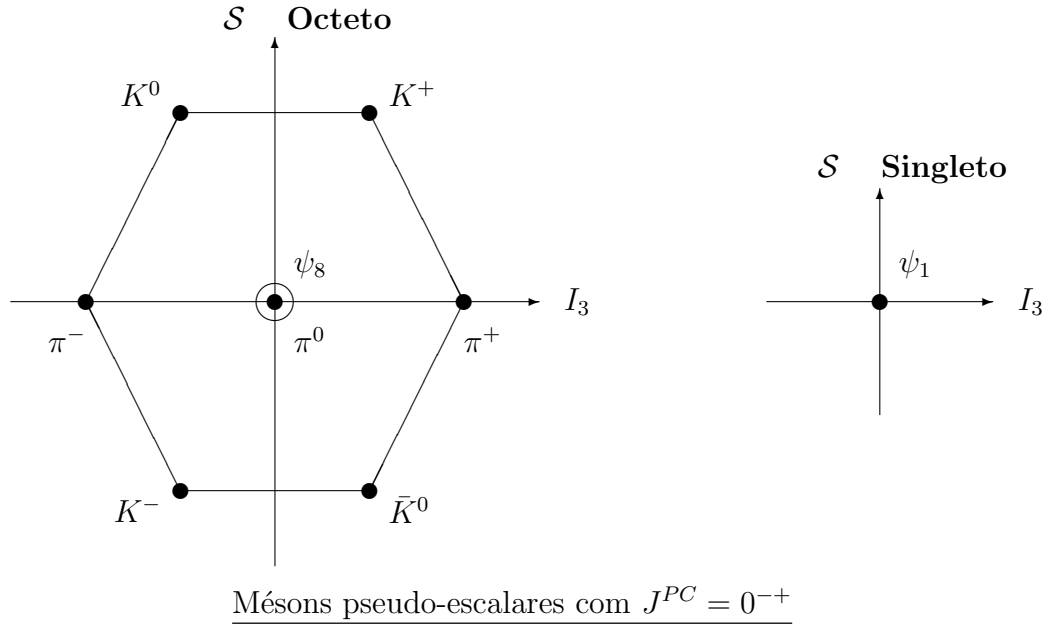
Ao longo deste capítulo faremos uma revisão de aspectos da física de mésons [27], que serão fundamentais para o estudo realizado nesta tese.

## 1.2 Espectroscopia de Mésons

A estrutura hadrônica representada pelo chamado *Eightfold Way* revelou a existência da simetria  $SU(3)$ . Nesta descrição os mésons são caracterizados pelos seus números  $J^{PC}$  e por seu conteúdo de sabor e são agrupados em multipletos. Por exemplo, no chamado *setor de mésons leves* os números quânticos dos mésons pseudo-escalares são  $J^{PC} = 0^{-+}$ . Utilizando a notação espectroscópica, originada na Física atômica, temos  $n^{2s+1}L_J = 1^1S_0$ . Seguindo a simetria  $SU(3)$ , há nove possibilidades de combinar quarks e anti-quarks mais leves  $u, d$  e  $s$ . Estas nove possibilidades estão agrupadas numa estrutura de octeto e outra de singlete. Os seguintes estados podem ser construídos:

$$\begin{aligned}
 |K^0\rangle &= -|d\bar{s}\rangle & |K^+\rangle &= -|u\bar{s}\rangle \\
 |\pi^-\rangle &= |d\bar{u}\rangle & |\pi^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) & |\pi^+\rangle &= -|u\bar{d}\rangle \\
 |K^-\rangle &= |s\bar{u}\rangle & |\bar{K}^0\rangle &= -|s\bar{d}\rangle \\
 |\psi_8\rangle &= \sqrt{\frac{1}{6}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle) & |\psi_1\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle)
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

A estrutura de noneto pode ser visto nos diagramas a seguir:



O estado de octeto  $\psi_8$  e de singlete  $\psi_1$  são auto-estados do SU(3). Eles possuem os mesmos números quânticos e podem ser misturados. O ângulo de mistura é chamado de *ângulo pseudo-escalar*  $\theta_P$ , sendo que os estados físicos resultantes desta mistura de  $\psi_1$  e  $\psi_8$  são os mésons  $\eta$  e  $\eta'$  dados por

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \cos\theta_P|\psi_8\rangle - \text{sen}\theta_P|\psi_1\rangle \\ |\eta'\rangle &= \text{sen}\theta_P|\psi_8\rangle + \cos\theta_P|\psi_1\rangle. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Os estados em (1.6) podem ser reescritos como

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \left[ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}\cos\theta_P + \frac{\text{sen}\theta_P}{\sqrt{3}} \right] |n\bar{n}\rangle + \left[ \frac{\text{sen}\theta_P}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\cos\theta_P \right] |s\bar{s}\rangle \\ |\eta'\rangle &= \left[ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}\text{sen}\theta_P + \frac{\cos\theta_P}{\sqrt{3}} \right] |n\bar{n}\rangle + \left[ \frac{\cos\theta_P}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\text{sen}\theta_P \right] |s\bar{s}\rangle \end{aligned} \quad (1.7)$$

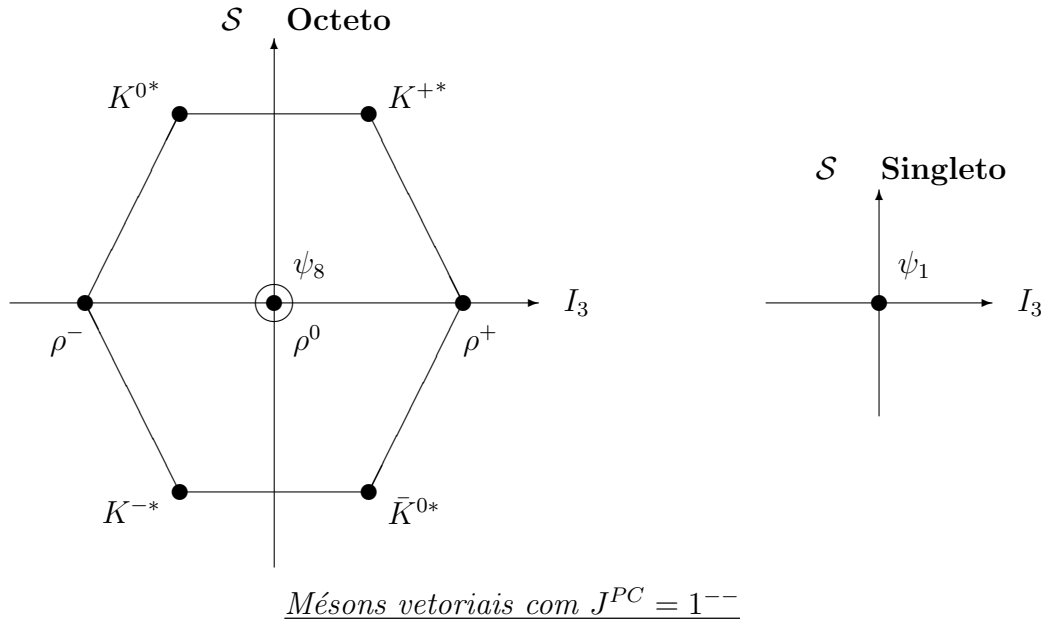
onde

$$|n\bar{n}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle] \quad (1.8)$$

O valor do ângulo  $\theta_P$  pode ser medido pela comparação das larguras parciais dos decaimentos radiativos do méson  $J/\psi$  em mésons vetoriais e escalares; decaimento radiativo do méson  $\phi(1020)$  num par  $\eta$  e  $\eta'$ ; a aniquilação  $p\bar{p}$  resultando num par de mésons vetorial e escalar ou em dois pseudo-escalares. O valor de  $\theta_P$  encontra-se na faixa de  $-10^\circ$  a  $-20^\circ$ . A grande mistura entre as componentes  $|n\bar{n}\rangle$  e  $|s\bar{s}\rangle$  nas funções de onda de  $\eta$  e  $\eta'$ , tem levado a

considerar que estes mésons têm um conteúdo de "glue" considerável. Portanto a mistura descrita em (1.7) precisa ser ampliada para incluir um terceiro estado  $|G\rangle$ , de glueball, e de massa desconhecida.

Como um outro exemplo do sucesso deste esquema de classificação são os mésons vetoriais que pode ser vistos com sua estrutura de noneto nos diagramas a seguir:



Semelhante ao caso dos mésons  $\eta$  e  $\eta'$ , aqui as misturas de  $\psi_1$  e  $\psi_8$  dão origem aos mésons vetoriais  $\phi(1020)$  e  $\omega(782)$  com ângulo de mistura vetorial  $\theta_V$

$$\begin{aligned} |\phi(1020)\rangle &= \cos \theta_V |\psi_8\rangle - \text{sen } \theta_V |\psi_1\rangle \\ |\omega(782)\rangle &= \text{sen } \theta_V |\psi_8\rangle + \cos \theta_V |\psi_1\rangle. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Estes estados em (1.9) também podem ser escritos da seguinte forma

$$\begin{aligned} |\phi(1020)\rangle &= \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta_V + \frac{\text{sen } \theta_V}{\sqrt{3}} \right] |n\bar{n}\rangle + \left[ \frac{\text{sen } \theta_V}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta_V \right] |s\bar{s}\rangle \\ |\omega(782)\rangle &= \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \text{sen } \theta_V + \frac{\cos \theta_V}{\sqrt{3}} \right] |n\bar{n}\rangle + \left[ \frac{\cos \theta_V}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \text{sen } \theta_V \right] |s\bar{s}\rangle \end{aligned} \quad (1.10)$$

O méson  $\omega$  é um dos responsáveis pela repulsão de curto alcance da interação  $NN$  e consequentemente está bem estabelecido, experimentalmente, como um estado

$$|\omega(782)\rangle \approx |n\bar{n}\rangle \quad (1.11)$$

Portanto, em (1.10) o termo  $|s\bar{s}\rangle$  do  $\omega$  deve ser nulo e isto implica que o coeficiente deste termo fica

$$\frac{\cos \theta_V}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \theta_V = 0, \quad (1.12)$$

ou seja,

$$\tan \theta_V = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies \theta_V = 35,3^\circ. \quad (1.13)$$

Para este mesmo ângulo  $\theta_V$ , tem-se

$$|\phi(1020)\rangle \approx |s\bar{s}\rangle, \quad (1.14)$$

possibilitando interpretar  $\phi$  como um candidato a estranhônio.

Com a consolidação do modelo de quarks constituintes, tornou-se possível estudar a estrutura hadrônica. Por exemplo, o estudo da chamada espectroscopia mesônica passa, em primeiro lugar, pela identificação dos números quânticos relevantes dos mésons, considerados como partículas compostas por quarks constituintes. Uma breve revisão dos números quânticos importantes na caracterização destes estados encontra-se no apêndice B, onde estes resultados podem ser resumidos como

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}; \quad P = (-1)^{L+1}; \quad (1.15)$$

$$C = (-1)^{L+S}; \quad G = (-1)^{L+S+I}. \quad (1.16)$$

Estas relações geram números quânticos importantes que representam quantidades conservadas em processos que envolvem a interação forte. Utilizando estas relações podemos construir os valores admissíveis da grandeza  $J^{PC}$  pelo modelo de quarks, para os mésons:

$$0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{--}, 2^{-+}, 2^{++}, 3^{--}, 3^{+-}, 3^{++}, \dots \quad (1.17)$$

Olhando com cuidado para a seqüência de números contidos na expressão (1.17) nota-se que há uma seqüência de valores de  $J^{PC}$  que estão ausentes, pois não são admissíveis em um sistema do tipo  $q\bar{q}$

$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \dots \quad (1.18)$$

Os números quânticos apresentados em (1.18) são conhecidos como números quânticos explicitamente exóticos. Se, experimentalmente, for medido um estado com estes números quânticos, pode-se afirmar que foi encontrado algo diferente do que um sistema do tipo  $q\bar{q}$ . Os números quânticos expressos em (1.17) também podem representar um sistema não- $q\bar{q}$ ; no entanto, neste caso, o estado geral que representa o méson será dado pela seguinte sobreposição:

$$|\text{méson}\rangle = |q\bar{q}\rangle + |\text{não-}q\bar{q}\rangle. \quad (1.19)$$

Numa investigação para encontrar novos estados da matéria, estados que não são puros como (1.19) apresentam a dificuldade adicional de avaliar-se o grau de mistura do estados  $|q\bar{q}\rangle$  e  $|\text{não-}q\bar{q}\rangle$ .

Esta tese de doutorado tem por objetivo estudar estados  $|q\bar{q}\rangle$  e verificar se dentre os mésons estudados neste trabalho a indícios de alguns destes mésons não ser um puro  $|q\bar{q}\rangle$ .

### 1.3 A física dos mésons do ponto de vista experimental

Serão apresentados a seguir alguns experimentos dedicados ao estudo de mésons charmosos e charmosos-estranhos, objetivo de estudo desta tese.

#### 1.3.1 BaBar

Para cada partícula existe uma equivalente anti-partícula com características quânticas opostas. Pares de partículas e anti-partículas podem ser criados por grandes acúmulos de energia e, reciprocamente, quando uma partícula encontra uma anti-partícula elas se aniquilam com intensa liberação de energia. Na ocasião do Big-Bang, a grande explosão que se acredita ter dado origem ao Universo, um grande acúmulo de energia deve ter criado uma quantidade igual de partículas e anti-partículas. Entretanto, no cotidiano não encontramos anti-partículas. A questão que se coloca é “onde estão as anti-partículas?”

BaBar é um experimento de Física de Altas Energias que tem por objetivo estudar a violação da simetria de carga e paridade (violação CP) no decaimento de mésons B. Esta violação manifesta-se com o diferente comportamento entre partículas e anti-partículas e é o primeiro passo para explicar a ausência das anti-partículas no Universo. O experimento está localizado no Stanford Linear Accelerator Center, próximo à Universidade de Stanford, na Califórnia.

O experimento BaBar utiliza dois aceleradores: o SLAC Linac (acelerador linear) e o anel de armazenamento PEP-II. O SLAC serve como um injetor: ele acelera os feixes de elétrons ou pósitrons até as altas energias necessárias, e os injeta em um dos anéis de armazenamento do PEP-II. Este consiste de dois anéis de armazenamento, um anel de alta energia para feixe de elétrons de 9.0 GeV, e um anel de baixa energia para feixes de pósitrons de 3.1 GeV. Os dois feixes movem-se em direções opostas e colidem em um

ponto de interação, onde o detector BaBar está localizado. Ao colidirem produzem mésons Upsilon( $4S$ ) os quais decaem em número igual de mésons  $B$  e anti- $B$ .

A massa do Upsilon( $4S$ ) é duas vezes a massa de um méson  $B$ , assim no referencial do centro de massa, os mésons  $B$  são produzidos em repouso. Porém, como os feixes de elétrons e pósitrons têm diferentes energias, no referencial do laboratório os mésons  $B$  têm momento diferente de zero. Isto faz possível aos mésons  $B$  viajarem uma distância mensurável antes de decaírem. A capacidade para medir esta distância é muito importante para o estudo da violação  $CP$  no BaBar.

Com o BaBar foi possível a detecção de novas partículas, como podemos ver na lista de publicações em [28], [29], [30], [31], [32], [33] e [34].

Esta lista é apenas uma amostragem de uma lista maior que continua com inúmeras publicações sobre outros novos mésons, novos bárions e candidatos a pentaquarks.

### 1.3.2 Belle

Assim como o BaBar, o Belle também estuda a violação  $CP$  através de decaimentos de mésons  $B$ . O acelerador KEK-B produz elétrons com energia de 8 GeV e pósitrons com energia de 3.5 GeV que colidem dentro do detector Belle. O experimento está localizado próximo a Tóquio, Japão.

O KEK-B entrou em operação em 1999, e tem medido parâmetros fundamentais da mistura de quarks, consequentemente, tem verificado o Modelo Padrão de partículas elementares. Algumas publicações recentes de Belle são mostrados em [35], [36], [37], [38] e [39].

### 1.3.3 Cleo

Cleo-C, o atual experimento do Cleo, é um programa de física de charme localizado no Cornell Electron Storage Ring (CESR), na Universidade de Cornell, Estados Unidos. Através das medidas de decaimentos dos mésons  $D$  e  $D_s$ , o Cleo-C faz um teste crucial das técnicas da QCD na rede usadas para calcular importantes processos de quarks pesados. O experimento também determina a fração de canais hadrônicos dos mésons  $D$  e  $D_s$ , os quais normalizam muitas medidas dos decaimentos bottom e charm. Cleo-C também explora espectroscopia de quarkônia pesada e estados relacionados. O experimento inclui o acelerador CESR-C, que produz feixes de elétrons com energia entre 1.5 e 5.6 GeV, e o detector Cleo-C. As colisões ocorrem entre elétrons e pósitrons.



---

*Em 2005, Cleo-C descobriu o méson  $h_c$ , o estado  $^1P_1$  do charmonium. Este méson já era previsto teoricamente, mas levou muito tempo até ser detectado.*

## Capítulo 2

# Formalismo de Fock-Tani para Mésons

Neste capítulo será apresentada uma revisão dos aspectos gerais do formalismo de Fock-Tani e a sua aplicação às interações entre mésons constituídos por quarks (mésons- $q\bar{q}$ ). Inicialmente, o formalismo de Fock-Tani foi desenvolvido por M. Girardeau e colaboradores [13]-[24] nas décadas de '70 e '80 para estudar interações entre átomos para energias nas quais os seus graus de liberdade internos, de elétrons e prótons, não podiam ser desprezados.

Este formalismo foi estendido para a física dos hádrons, no estudo de bárions no trabalho de doutorado de Dimiter Hadjimichef (IFT/1995) [40], no estudo de mésons no trabalho de doutorado de Sérgio Szpigel (USP/1995) [41] e em publicações posteriores [42, 43, 44]. Outras aplicações foram para sistemas mistos com interações entre bósons e férmions como, por exemplo, no sistema káon-núcleon [45] e também para interações entre glueballs (trabalho de mestrado de Mário L. L. da Silva, UFRGS - 2004) [46, 47].

## 2.1 O Formalismo de Fock-Tani

No formalismo de Fock-Tani (FT) partimos da representação do sistema no espaço de Fock, usando operadores de criação e aniquilação para as partículas constituintes elementares.

Consideremos um sistema contendo quarks e antiquarks (constituintes elementares) que podem formar estados ligados (mésons compostos). Nesta representação, os estados de um méson podem ser construídos a partir de operadores de criação de mésons aplicados ao vácuo, operadores estes que podem ser definidos em termos de combinações lineares de produtos de operadores de criação de quarks e antiquarks.

Consideremos o estado de um méson composto por um quark e um antiquark. O vetor de estado  $|\alpha\rangle$  no espaço de Fock  $\mathcal{F}$  que descreve esse méson, de acordo com o apresentado

no apêndice C, é dado por

$$|\alpha\rangle = M_\alpha^\dagger |0\rangle, \quad (2.1)$$

onde  $M_\alpha^\dagger$  é o operador de criação de um méson composto no estado  $\alpha$  e  $|0\rangle$  é o estado de vácuo, definido por:

$$q_\mu |0\rangle = \bar{q}_\nu |0\rangle = 0; \quad (2.2)$$

nesta representação  $q_\mu$  representa o operador aniquilação de um quark contendo números quânticos representados por  $\mu$ , e  $\bar{q}_\nu$  denota o operador aniquilação de um antiquark com números quânticos representados por  $\nu$ ; o operador  $M_\alpha^\dagger$  é definido como:

$$M_\alpha^\dagger = \Phi_\alpha^{\mu\nu} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger, \quad (2.3)$$

onde  $\Phi_\alpha^{\mu\nu}$  é a função de onda do estado ligado do méson, sendo  $q_\mu^\dagger$  e  $\bar{q}_\nu^\dagger$  os correspondentes conjugados hermitianos de  $q_\mu$  e  $\bar{q}_\nu$ . O índice  $\alpha$  representa, de uma maneira compacta, os números quânticos do méson:  $\alpha = \{\text{espacial, spin, isospin}\}$ . Os índices  $\mu$  e  $\nu$  identificam os números quânticos de quarks e antiquarks:  $\mu, \nu = \{\text{espacial, spin, sabor, cor}\}$ . É conveniente, ademais, trabalhar com funções de onda orto-normalizadas:

$$\langle \alpha | \beta \rangle = \Phi_\alpha^{*\mu\nu} \Phi_\beta^{\mu\nu} = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.4)$$

Os operadores de quark e antiquark satisfazem relações de anticomutação canônicas,

$$\begin{aligned} \{q_\mu, q_\nu\} &= \{q_\mu, \bar{q}_\nu\} = \{\bar{q}_\mu, \bar{q}_\nu\} = \{q_\mu, \bar{q}_\nu^\dagger\} = 0, \\ \{q_\mu, q_\nu^\dagger\} &= \{\bar{q}_\mu, \bar{q}_\nu^\dagger\} = \delta_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Utilizando estas relações de anticomutação, juntamente com a condição de orto-normalização apresentada na equação (2.4), obtemos as relações de comutação para os operadores de mésons compostos:

$$[M_\alpha, M_\beta] = 0 \quad , \quad [M_\alpha, M_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta} - \Delta_{\alpha\beta}, \quad (2.6)$$

onde

$$\Delta_{\alpha\beta} = \Phi_\alpha^{*\mu\nu} \Phi_\beta^{\mu\sigma} \bar{q}_\sigma^\dagger \bar{q}_\nu + \Phi_\alpha^{*\mu\nu} \Phi_\beta^{\rho\nu} q_\rho^\dagger q_\mu. \quad (2.7)$$

Adicionalmente, temos

$$\begin{aligned} [q_\mu, M_\alpha] &= [\bar{q}_\nu, M_\alpha] = 0, \\ [q_\mu, M_\alpha^\dagger] &= \Phi_\alpha^{\mu\nu} \bar{q}_\nu^\dagger, \\ [\bar{q}_\nu, M_\alpha^\dagger] &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu} q_\mu^\dagger. \end{aligned} \quad (2.8)$$

O termo  $\Delta_{\alpha\beta}$  apresentado na Eq. (2.7), e que aparece na relação não-canônica (2.6), é uma manifestação da natureza composta e da estrutura interna dos mésons. A presença

deste termo é indicativo do alto nível de complexidade que surge no tratamento de problemas em que os graus de liberdade internos dos mésons não podem ser desprezados, pois as técnicas usuais da teoria de campos, tais como a utilização de funções de Green, do teorema de Wick, entre outros, aplicam-se a operadores que satisfazem relações de comutação (ou anticomutação) canônicas. Analogamente, o fato de que os comutadores  $[q_\mu, M_\alpha^\dagger]$  e  $[\bar{q}_\nu, M_\alpha^\dagger]$  não se anulam expressa a dependência cinemática entre o operador de méson e os operadores de quark e antiquark. Assim, os operadores de méson,  $M_\alpha$  e  $M_\alpha^\dagger$ , não são variáveis dinâmicas convenientes.

A idéia do formalismo de Fock-Tani é fazer uma mudança de representação, de forma que os operadores das partículas compostas sejam redescritos por operadores que satisfazem relações de comutação canônicas. Naturalmente, as complicações da natureza composta dos mésons aparecerão em algum outro ponto do formalismo. A mudança de representação é realizada por meio de um operador unitário,  $U$ , de modo que os estados de um méson composto sejam redescritos por estados de um méson ideal, descritos por operadores de destruição e criação de partículas “ideais”,  $m_\alpha$  e  $m_\alpha^\dagger$ . Em outras palavras, queremos efetuar a seguinte substituição

$$\begin{array}{|c|c|} \hline M_\alpha^\dagger|0\rangle & \implies & m_\alpha^\dagger|0\rangle \\ \hline M_\alpha & & m_\alpha \\ \hline \text{físico} & & \text{ideal} \\ \hline \end{array} \quad (2.9)$$

Dessa forma, se  $|\alpha\rangle$  representa um estado de um méson composto, ele será redescrito por um méson elementar “ideal” sob a transformação

$$|\alpha\rangle \longrightarrow U^{-1}|\alpha\rangle \equiv |\alpha\rangle = m_\alpha^\dagger|0\rangle. \quad (2.10)$$

Note-se que na nova representação, os estados de mésons elementares ideais são representados por “bras” e “kets” circulares ao invés de angulares. O estado  $|0\rangle$  representa o vácuo para os graus de liberdade de quarks, antiquarks e mésons “ideais” na nova representação e operadores de méson “ideal”,  $m_\alpha^\dagger$  e  $m_\alpha$ , satisfazem, por definição, relações de comutação canônicas

$$\begin{aligned} [m_\alpha, m_\beta] &= 0, \\ [m_\alpha, m_\beta^\dagger] &= \delta_{\alpha\beta}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

e são cinematicamente independentes dos operadores de quarks e antiquarks

$$[q_\mu, m_\alpha] = [q_\mu, m_\alpha^\dagger] = [\bar{q}_\nu, m_\alpha] = [\bar{q}_\nu, m_\alpha^\dagger] = 0. \quad (2.12)$$

### 2.1.1 Espaço de Vetores de Estados Ideais

Seja  $|\Omega\rangle$  um vetor de estado arbitrário em segunda quantização e  $O$  um operador arbitrário, ambos expressos em termos dos operadores de quarks e antiquarks,  $q, q^\dagger, \bar{q}, \bar{q}^\dagger$ , da representação de Fock original e  $|\Omega\rangle$  e  $O_{\text{FT}}$  as quantidades correspondentes na nova representação:

$$\begin{aligned} |\Omega\rangle &\longrightarrow |\Omega\rangle = U^{-1}|\Omega\rangle, \\ O &\longrightarrow O_{\text{FT}} = U^{-1}OU. \end{aligned} \quad (2.13)$$

O operador  $U$  deve ser unitário, pois assim as normas dos produtos escalares entre os vetores de estado bem como os elementos de matriz (valores esperados) dos operadores serão preservados sob a mudança de representação:

$$\begin{aligned} \langle\Omega|\Omega\rangle &= (\Omega|\Omega), \\ \langle\Omega|O|\Omega\rangle &= (\Omega|O_{\text{FT}}|\Omega). \end{aligned} \quad (2.14)$$

O operador unitário  $U$  é construído expandindo-se o espaço de Fock original de modo que os estados de méson “ideal” sejam incluídos. Consideremos o espaço de Fock físico, indicado por  $\mathcal{F}$ . Esse é o espaço de estados gerado por todas as combinações lineares de operadores de quarks e antiquarks, atuando no vácuo físico na forma

$$q_{\mu_1}^\dagger \cdots q_{\mu_l}^\dagger \bar{q}_{\nu_1}^\dagger \cdots \bar{q}_{\nu_m}^\dagger |0\rangle, \quad (2.15)$$

onde  $l$  e  $m$  são parâmetros arbitrários. Definimos um espaço de Hilbert  $\mathcal{M}$ , o espaço de mésons ideais, independente do espaço de Fock físico  $\mathcal{F}$ , como o espaço gerado por todas as combinações lineares de estados constituídos de operadores de “méson ideal”,

$$m_{\alpha_1}^\dagger \cdots m_{\alpha_n}^\dagger |0\rangle_{\mathcal{M}}, \quad (2.16)$$

onde  $|0\rangle_{\mathcal{M}}$  é o vácuo de  $\mathcal{M}$ , definido por

$$m_\alpha |0\rangle_{\mathcal{M}} = 0. \quad (2.17)$$

Agora, define-se um novo espaço de Hilbert, chamado “espaço de estados ideais”, como o produto direto dos espaços de Fock físico  $\mathcal{F}$  e de mésons ideais  $\mathcal{M}$ ,

$$\mathcal{I} = \mathcal{F} \otimes \mathcal{M}, \quad (2.18)$$

onde o símbolo  $\otimes$  representa produto interno.

As relações de comutação das Eqs. (2.6) e (2.8), inicialmente definidas em  $\mathcal{F}$ , como também as da Eq. (2.11), inicialmente definidas em  $\mathcal{M}$ , são válidas também em  $\mathcal{I}$ . Por

definição, os operadores de quark e de méson ideal são cinematicamente independentes e, portanto, também satisfazem a Eq. (2.12) em  $\mathcal{I}$ .

O vácuo de  $\mathcal{I}$  é dado pelo produto direto dos vácuos de  $\mathcal{M}$  e  $\mathcal{F}$ ,

$$|0\rangle \equiv |0\rangle \otimes |0\rangle_{\mathcal{M}} . \quad (2.19)$$

Dessa forma,  $|0\rangle$  é o vácuo dos graus de liberdade de quarks, antiquarks e mésons ideais:

$$q_\mu|0\rangle = \bar{q}_\nu|0\rangle = m_\alpha|0\rangle = 0 . \quad (2.20)$$

Note-se, porém, que os operadores de quarks e antiquarks atuam no vácuo físico  $|0\rangle$  e os operadores de mésons ideais atuam no vácuo ideal de mésons  $|0\rangle_{\mathcal{M}}$  na Eq. (2.19).

Estabelecemos, assim, uma correspondência um-para-um entre os estados do espaço de Fock físico  $\mathcal{F}$  e os estados de um sub-espaço de  $\mathcal{I}$ . Em  $\mathcal{I}$ , existe um sub-espaço  $\mathcal{I}_0$  que é isomórfico ao espaço de Fock original  $\mathcal{F}$  e consiste dos estados  $|\Omega\rangle \in \mathcal{F}$  sem mésons ideais,

$$m_\alpha|\Omega\rangle = 0 \quad \forall \alpha , \quad \text{ou} \quad N_m|\Omega\rangle = 0 , \quad (2.21)$$

onde  $N_m$  é o operador número total de mésons ideais

$$N_m = m_\alpha^\dagger m_\alpha . \quad (2.22)$$

A Eq. (2.21) passa a ser um vínculo a ser satisfeito pelos estados permitidos em  $\mathcal{I}$ .

A equação de vínculo, ou condição subsidiária, exige que em  $\mathcal{I}_0$  os mésons ideais sejam modos redundantes, ou seja, correspondam a estados totalmente desocupados. Esta condição é necessária para evitar múltipla contagem de graus de liberdade.

O operador unitário  $U$  atua sobre estados de  $\mathcal{I}$  e não pode ser definido apenas em  $\mathcal{F}$ . Contudo,  $U$  está definido em  $\mathcal{I}_0$ , que é isomórfico a  $\mathcal{F}$ . Definimos, então, o espaço de Fock-Tani  $\mathcal{F}_{\text{FT}}$  como o espaço imagem de  $\mathcal{I}_0$ :

$$\mathcal{F}_{\text{FT}} = U^{-1}\mathcal{I}_0 . \quad (2.23)$$

Assim, o espaço  $\mathcal{F}_{\text{FT}}$  é o sub-espaço de  $\mathcal{I}$  cujos vetores de estado, representados por  $|\Omega\rangle$  na nova representação, estão relacionados aos vetores de estado de  $\mathcal{I}_0$  por

$$|\Omega\rangle = U|\Omega\rangle \Rightarrow |\Omega\rangle = U^{-1}|\Omega\rangle . \quad (2.24)$$

Qualquer cálculo efetuado no espaço físico  $\mathcal{F}$  é equivalente ao cálculo no espaço de Fock-Tani. Para dois vetores de estados quaisquer,  $|\Omega\rangle$  e  $|\Omega'\rangle$ , e para qualquer observável  $O \in \mathcal{F}$ , temos

$$\langle\Omega|O|\Omega'\rangle = (\Omega|U^{-1}OU|\Omega') = (\Omega|O_{\text{FT}}|\Omega') . \quad (2.25)$$

É claro que em  $\mathcal{F}_{\text{FT}}$ , a condição que garante que não há dupla contagem,

$$U^{-1}m_\alpha U|\Omega\rangle = 0, \quad (2.26)$$

deve sempre ser satisfeita.

A vantagem de trabalhar em  $\mathcal{F}_{\text{FT}}$  é que neste espaço todos os operadores de criação e aniquilação satisfazem relações de comutação ou anti-comutação canônicas. No entanto, a natureza composta dos mésons será transferida para outro lugar. Os operadores transformados,

$$O_{\text{FT}} = U^{-1}OU, \quad (2.27)$$

dão origem a séries infinitas que fisicamente representam, de algum modo, uma expansão na densidade do sistema [43].

O método apresentado será eficiente para cálculos práticos se forem necessários poucos termos da série para descrever as interações entre os mésons e os quarks. A obtenção de forças efetivas de muitos corpos entre os mésons requer uma expansão até altas ordens na função de onda do méson. No entanto, interações efetivas entre dois mésons podem ser obtidas em ordens relativamente baixas.

Outra complicação potencial relaciona-se com a condição subsidiária anteriormente apresentada em (2.21). Em problemas envolvendo muitos mésons deve-se tomar cuidado para não violar esse vínculo. Para um estado contendo vários mésons compostos,  $|\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle = M_{\alpha_1}^\dagger \dots M_{\alpha_n}^\dagger |0\rangle$ , a transformação através do operador  $U$  não resulta, em geral, em um estado produto de mésons ideais, pois  $U^{-1}M_\alpha^\dagger U$  difere de  $m_\alpha^\dagger$  por uma série infinita contendo operadores de quarks. No entanto, é possível mostrar que um estado em  $\mathcal{F}_{\text{FT}}$  da forma  $|\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle = m_{\alpha_1}^\dagger \dots m_{\alpha_n}^\dagger |0\rangle$  satisfaz a condição subsidiária Eq. (2.26) e, portanto, pode representar um estado físico. A imagem deste estado em  $\mathcal{I}_0$  é um estado complexo contendo quarks, antiquarks e mésons. Para processos de espalhamento, a matriz- $S$  é definida em termos de estados assintóticos, os quais, por definição, não se superpõem, de forma que podemos escrever:

$$\begin{aligned} |\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle \rightarrow U^{-1}|\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle &= |\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle \\ &= m_{\alpha_1}^\dagger \dots m_{\alpha_n}^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Portanto, para estados assintóticos, a condição subsidiária é trivialmente satisfeita.

### 2.1.2 Representação de Mésons Elementares Ideais

Uma forma de implementar a substituição (2.9) consiste em definir um novo operador

$$f_0 = m_\alpha^\dagger M_\alpha \quad (2.29)$$

que atua sobre o estado mesônico composto; combinando-o com as expressões (2.1) e (2.6), obtemos

$$\begin{aligned} f_0 |\beta\rangle &= m_\alpha^\dagger M_\alpha |\beta\rangle = m_\alpha^\dagger M_\alpha M_\beta^\dagger |0\rangle = m_\alpha^\dagger \left( M_\beta^\dagger M_\alpha + \delta_{\alpha\beta} - \Delta_{\alpha\beta} \right) |0\rangle \\ &= m_\beta^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Desta expressão vemos que a atuação de  $f_0$  sobre o estado composto produz efetivamente um estado elementar “ideal” na forma buscada.

Podemos construir, a partir de (2.29), um operador  $F_0$ , anti-hermitiano,  $F_0^\dagger = -F_0$ , da seguinte forma

$$F_0 = f_0 - f_0^\dagger = m_\alpha^\dagger M_\alpha - M_\alpha^\dagger m_\alpha, \quad (2.31)$$

onde a atuação de  $F_0$  sobre os estados composto e elementar resulta, respectivamente, em

$$\begin{aligned} F_0 |\alpha\rangle &= m_\alpha^\dagger |0\rangle \\ F_0 m_\alpha^\dagger |0\rangle &= -|\alpha\rangle. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Finalmente, podemos construir, a partir da definição (2.31) do operador anti-hermitiano  $F_0$ , uma transformação unitária capaz de implementar a substituição expressa na equação (2.9), isto é, podemos definir

$$U(t) = \exp(tF_0) \quad (2.33)$$

onde o operador  $F_0$ , o gerador da transformação buscada, depende de um parâmetro real,  $t$ , como será visto a seguir ( $t$  representa na realidade um ângulo de rotação no espaço de Hilbert). Utilizando (2.32), podemos obter as expressões para as potências de  $F_0$  aplicadas aos estados composto (físico) e elementar (ideal), respectivamente:

$$\begin{aligned} F_0^2 M_\alpha^\dagger |0\rangle &= -M_\alpha^\dagger |0\rangle & F_0^2 m_\alpha^\dagger |0\rangle &= -m_\alpha^\dagger |0\rangle \\ F_0^3 M_\alpha^\dagger |0\rangle &= -m_\alpha^\dagger |0\rangle & F_0^3 m_\alpha^\dagger |0\rangle &= M_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &\vdots & &\vdots \end{aligned} \quad (2.34)$$

Desta forma, podemos realizar a transformação unitária completa sobre o estado composto

$$\begin{aligned} U^{-1}(t) M_\alpha^\dagger |0\rangle &= \left( 1 - tF_0 + \frac{t^2}{2!} F_0^2 - \frac{t^3}{3!} F_0^3 + \dots \right) M_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &= \left( 1 + \frac{t^2}{2!} F_0^2 + \frac{t^4}{4!} F_0^4 + \dots \right) M_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &\quad - \left( tF_0 + \frac{t^3}{3!} F_0^3 + \frac{t^5}{5!} F_0^5 + \dots \right) M_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &= \left( 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4!} - \dots \right) M_\alpha^\dagger |0\rangle - \left( t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots \right) m_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &= (\cos t) M_\alpha^\dagger |0\rangle - (\sin t) m_\alpha^\dagger |0\rangle \end{aligned} \quad (2.35)$$



Se tomarmos  $t = -\pi/2$  obtemos o estado transformado

$$U^{-1} M_\alpha^\dagger |0\rangle = m_\alpha^\dagger |0\rangle \equiv |\alpha\rangle. \quad (2.36)$$

## 2.2 A Transformação de Fock-Tani dos Operadores.

### 2.2.1 Cálculo de Múltiplos Comutadores

O primeiro passo na implementação do método requer a transformação dos operadores básicos do modelo em estudo. À primeira vista, a transformação unitária poderia ser avaliada com uma expansão em múltiplos comutadores envolvendo todas as ordens de produtos dos operadores de criação e destruição de mésons físicos e ideais. A transformação de um operador de méson, por exemplo, seria da seguinte forma

$$M_\alpha^\dagger(t) = U^{-1}(t) M_\alpha^\dagger U(t) = \exp(-tF_0) M_\alpha^\dagger \exp(tF_0) = M_\alpha^\dagger + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{t^j}{j!} [M_\alpha^\dagger, F_0]_j \quad (2.37)$$

onde  $[M_\alpha^\dagger, F_0]_j$  denota o múltiplo comutador de ordem  $j$  definido de maneira recursiva por

$$\begin{aligned} [M_\alpha^\dagger, F_0]_1 &= [M_\alpha^\dagger, F_0] & ; & & [M_\alpha^\dagger, F_0]_2 &= [[M_\alpha^\dagger, F_0]_1, F_0] \\ \dots [M_\alpha^\dagger, F_0]_{j+1} &= [[M_\alpha^\dagger, F_0]_j, F_0]. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Através da relação operatorial simples

$$[A, BC] = [A, B]C + B[A, C] \quad (2.39)$$

podemos calcular  $[M_\alpha^\dagger, F_0]_j$  para diferentes valores de  $j$ . De (2.31) temos, por exemplo, para o termo de primeira ordem

$$[M_\alpha^\dagger, F_0] = [M_\alpha^\dagger, m_\beta^\dagger M_\beta - M_\beta^\dagger m_\beta] = m_\beta^\dagger (\Delta_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}). \quad (2.40)$$

Nos demais termos das ordens subsequentes aparecem potências das mais diferentes ordens em  $\Delta_{\alpha\beta}$ . Se desprezarmos os termos envolvendo potências de  $\Delta_{\alpha\beta}$  o cálculo fica simplificado. No entanto, estamos com isso eliminando do problema os efeitos da estrutura interna dos mésons. Este caso, apenas para efeito ilustrativo, é mostrado abaixo (um procedimento mais elaborado será mostrado mais adiante).

$$\begin{aligned} [M_\alpha^\dagger, F_0]_1 &\approx -m_\alpha^\dagger & , & & [M_\alpha^\dagger, F_0]_2 &\approx -M_\alpha^\dagger \\ [M_\alpha^\dagger, F_0]_3 &\approx m_\alpha^\dagger & , & & [M_\alpha^\dagger, F_0]_4 &\approx M_\alpha^\dagger \\ [M_\alpha^\dagger, F_0]_5 &\approx -m_\alpha^\dagger & , & & [M_\alpha^\dagger, F_0]_6 &\approx -M_\alpha^\dagger \\ && & & & \vdots \end{aligned} \quad (2.41)$$

Destas expressões encontramos

$$M_{\alpha}^{\dagger}(t) \approx (\cos t) M_{\alpha}^{\dagger} - (\sin t) m_{\alpha}^{\dagger}; \quad (2.42)$$

em particular quando  $t = -\pi/2$  temos

$$M_{\alpha}^{\dagger}(t) \approx m_{\alpha}^{\dagger}. \quad (2.43)$$

A expansão em múltiplos comutadores (2.37), usada para determinar a transformação de operadores, não é do ponto de vista prático muito útil. A razão disto reside no fato de até a aproximação de “ordem zero” ( Eq. (2.42) ) envolver uma série infinita. À medida que levarmos em conta o termo operatorial  $\Delta_{\alpha\beta}$ , a série gerada pela expansão em múltiplos comutadores torna-se muito mais complexa. Há nestes termos, devido à sua complexidade, pouca esperança em reconhecermos termos gerais da série relevante e procedermos na busca de efetuar a sua soma de maneira fechada. Então, torna-se uma necessidade desenvolvermos um método consistente e eficiente para avaliarmos os operadores transformados.

Na próxima subseção , mostraremos uma técnica chamada de método das equações de movimento, que servirá para construir a transformação de Fock-Tani dos operadores de maneira iterativa.

## 2.2.2 O Método Iterativo das “Equações de Movimento”

Os operadores básicos de um determinado modelo aplicado a física de mésons compostos, tais como o operador Hamiltoniano, correntes eletromagnéticas, entre outros, são expressos em termos de operadores de criação e destruição de quarks e antiquarks. Dessa forma, para obtermos os operadores do modelo na nova representação, aquela que envolve mésons ideais, necessitamos dos operadores de criação e destruição de quarks e antiquarks transformados. Apresentamos abaixo os operadores de destruição de quarks e antiquarks na nova representação , simbolizados respectivamente por  $q_{\text{FT}}$  e  $\bar{q}_{\text{FT}}$

$$\begin{aligned} q_{\text{FT}} &= U^{-1}qU \\ \bar{q}_{\text{FT}} &= U^{-1}\bar{q}U . \end{aligned} \quad (2.44)$$

Os operadores de criação correspondentes são obtidos de forma análoga, tomando o conjugado Hermitiano da Eq. (2.44) e lembrando que  $U^{-1} = U^{\dagger}$ .

Os cálculos dessas expressões pelo método de multicomutadores é complexo, envolvendo séries infinitas e não podem, em geral, ser expressos em uma forma fechada. No entanto, as transformações destes operadores podem ser obtidas iterativamente através do método denominado de “equações de movimento”, sugerido por Girardeau[16]. Para qualquer operador  $O$ , define-se:

$$O(t) = \exp(-tF_0)O \exp(tF_0) . \quad (2.45)$$

Diferenciando-se a expressão acima com relação a  $t$ , obtemos a equação de movimento para o operador  $O$ :

$$\frac{dO(t)}{dt} = [O(t), F_0], \quad (2.46)$$

com a “condição inicial”:

$$O(t=0) = O. \quad (2.47)$$

Os operadores transformados de Fock-Tani são obtidos das soluções das Eqs. (2.46)-(2.47) para  $t = -\frac{\pi}{2}$ :

$$O_{\text{FT}}(t) |_{t=-\pi/2} = U^{-1}(t) O U(t) |_{t=-\pi/2} = O(-\pi/2). \quad (2.48)$$

Deste modo, usando a Eq. (2.46) e o gerador da transformação dado na Eq. (2.31), obtemos as equações de movimento para os operadores de quarks e antiquarks:

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu(t)}{dt} &= [q_\mu(t), F_0] \\ &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu} \bar{q}_\nu^\dagger(t) m_\alpha(t), \end{aligned} \quad (2.49)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{q}_\nu(t)}{dt} &= [\bar{q}_\nu(t), F_0] \\ &= \Phi_\alpha^{\mu\nu} q_\mu^\dagger(t) m_\alpha(t). \end{aligned} \quad (2.50)$$

Uma vez que as equações de movimento para  $q$  e  $\bar{q}$  envolvem  $m_\alpha(t)$ , é necessário obter também a equação de movimento para  $m_\alpha(t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{dm_\alpha(t)}{dt} &= [m_\alpha(t), F_0] \\ &= M_\alpha(t). \end{aligned} \quad (2.51)$$

Da mesma forma,

$$\begin{aligned} \frac{dM_\alpha(t)}{dt} &= [M_\alpha(t), F_0] \\ &= -[\delta_{\alpha\beta} - \Delta_{\alpha\beta}(t)] m_\beta(t). \end{aligned} \quad (2.52)$$

As Eqs. (2.49)-(2.52), juntamente com suas equações conjugadas hermitianas, formam um conjunto de equações diferenciais não-lineares acopladas, e que apresentam um grau elevado de complexidade no que se refere a sua resolução, comparável à técnica de multi-comutadores. No entanto, essas equações podem ser resolvidas de maneira direta através do método de iteração.

Partindo de uma aproximação de ordem zero, onde é desprezado o termo  $\Delta_{\alpha\beta}$ , coletamos os termos de mesma ordem na função de onda do estado ligado,  $\Phi_\alpha$  e  $\Phi_\alpha^*$ . Dessa forma,

escrevemos os operadores criação e destruição como uma expansão

$$\begin{aligned} q_\mu(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} q_\mu^{(i)}(t), & \bar{q}_\mu(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} \bar{q}_\mu^{(i)}(t), \\ m_\alpha(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} m_\alpha^{(i)}(t), & M_\alpha(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} M_\alpha^{(i)}(t), \end{aligned} \quad (2.53)$$

onde  $(i)$  indica a ordem nas funções de onda. Para que se tenha uma contagem de potências consistente, como pode ser visto nas Eqs. (2.55) a seguir, a presença implícita das funções de onda na definição dos operadores  $M_\alpha$  e  $M_\alpha^\dagger$  via Eq. (2.3), não devem entrar na contagem. Desta forma, as expansões da Eq. (2.53) pode ser entendidas como expansões na densidade do sistema [16].

Assim, as equações de movimento em ordem zero nas funções de onda são obtidas desprezando-se os termos  $\Delta_{\alpha\beta}(t)$  e  $\Phi_\alpha$  nas Eqs. (2.49)-(2.52):

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu^{(0)}(t)}{dt} &= 0 \quad ; \quad \frac{d\bar{q}_\nu^{(0)}(t)}{dt} = 0 ; \\ \frac{dM_\alpha^{(0)}(t)}{dt} &= -m_\alpha^{(0)}(t) \quad ; \quad \frac{dm_\alpha^{(0)}(t)}{dt} = M_\alpha^{(0)}(t). \end{aligned} \quad (2.54)$$

Usando as condições iniciais da Eq. (2.47), as soluções resultam em

$$\begin{aligned} q_\mu^{(0)}(t) &= q_\mu \quad ; \quad \bar{q}_\nu^{(0)}(t) = \bar{q}_\nu ; \\ m_\alpha^{(0)}(t) &= m_\alpha \cos t + M_\alpha \sin t \quad ; \quad M_\alpha^{(0)}(t) = M_\alpha \cos t - m_\alpha \sin t. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Deve-se notar que as condições iniciais foram impostas sobre o termo de ordem zero na expansão da Eq. (2.53). Assim, para que esta expansão seja consistente com a Eq. (2.47), devemos ter como condições iniciais para os termos de ordem  $i \geq 1$  que:

$$q_\mu^{(i)}(t=0) = \bar{q}_\mu^{(i)}(t=0) = m_\alpha^{(i)}(t=0) = M_\alpha^{(i)}(t=0) = 0, \text{ para } i \geq 1. \quad (2.56)$$

Uma vez que o termo  $\Delta_{\alpha\beta}$  não contribui para as equações de movimento em primeira ordem, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu^{(1)}(t)}{dt} &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu_1} \bar{q}_{\nu_1}^{\dagger(0)}(t) m_\alpha^{(0)}(t) \quad ; \quad \frac{d\bar{q}_\nu^{(1)}(t)}{dt} = \Phi_\alpha^{\mu_1\nu} q_{\mu_1}^{\dagger(0)}(t) m_\alpha^{(0)}(t) ; \\ \frac{dM_\alpha^{(1)}(t)}{dt} &= -m_\alpha^{(1)}(t) \quad ; \quad \frac{dm_\alpha^{(1)}(t)}{dt} = M_\alpha^{(1)}(t). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Com as condições iniciais da Eq. (2.56) e a condição em  $t = -\pi/2$ , ao integrar-se as expressões da Eq. (2.57) combinadas com as expressões da Eq. (2.55), obtemos:

$$\begin{aligned} q_\mu^{(1)}(t) &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu_1} \bar{q}_{\nu_1}^\dagger [m_\alpha \sin t + M_\alpha (1 - \cos t)] , \\ \bar{q}_\nu^{(1)}(t) &= \Phi_\alpha^{\mu_1\nu} q_{\mu_1}^\dagger [m_\alpha \sin t + M_\alpha (1 - \cos t)] , \\ m_\alpha^{(1)}(t) &= 0 , \\ M_\alpha^{(1)}(t) &= 0 . \end{aligned} \quad (2.58)$$

Esse processo iterativo pode ser estendido diretamente até ordens mais altas. No entanto, as soluções de segunda ordem em diante darão origem a termos seculares, isto é, termos que envolvem polinômios em  $t$ , além de funções trigonométricas em  $t$ . Entre outras coisas, os termos seculares introduzem as familiares discrepâncias “post-prior” [23] na análise de processos de espalhamento e processos reativos. A origem dos termos seculares está na assimetria das equações de movimento para  $m_\alpha$  e  $M_\alpha$ , Eqs. (2.51) e (2.52). A simetria é quebrada pelo termo  $\Delta_{\alpha\beta}$ . Formalmente, o problema foi resolvido por Girardeau e Straton [22]. A solução consiste em adicionar a  $F$  um termo dependente de  $\Delta_{\alpha\beta}$  de modo que as equações tornem-se simétricas. Seguimos, aqui, o procedimento de Lo e Girardeau [23], que embora seja equivalente ao procedimento de Girardeau e Straton, é mais elegante e sistemático.

O gerador da transformação é definido neste caso como

$$F = m_\alpha^\dagger \tilde{M}_\alpha - \tilde{M}_\alpha^\dagger m_\alpha, \quad (2.59)$$

ou seja, como uma superposição de termos do tipo do operador anti-hermitiano definido na Eq.(2.31) e onde o operador  $\tilde{M}_\alpha$  é uma função somente dos operadores de quark e antiquark.  $\tilde{M}_\alpha$  é escolhido de tal forma que satisfaça relações de comutação canônicas, ou seja:

$$\begin{aligned} [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta] &= 0, \\ [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta^\dagger] &= \delta_{\alpha\beta}, \end{aligned} \quad (2.60)$$

isto é, incorporando em sua definição termos que eliminam a presença de  $\Delta_{\alpha\beta}$  em (2.6). Isto leva a equações de movimento simétricas para  $m_\alpha$  e  $\tilde{M}_\alpha$  em todas as ordens nas funções de onda de estado ligado  $\Phi_\alpha$  e  $\Phi_\alpha^*$ :

$$\begin{aligned} \frac{dm_\alpha(t)}{dt} &= [m_\alpha(t), F] = \tilde{M}_\alpha(t), \\ \frac{d\tilde{M}_\alpha(t)}{dt} &= [\tilde{M}_\alpha(t), F] = -m_\alpha(t), \end{aligned} \quad (2.61)$$

e que representam assim uma extensão das Eqs.(2.51) e (2.52). Note-se que, diferentemente da Eq.(2.52), a segunda das expressões acima não contém explicitamente a presença do termo  $\Delta_{\alpha\beta}$  que está contido implicitamente na definição de  $\tilde{M}_\alpha$ . As soluções destas equações

$$\begin{aligned} m_\alpha(t) &= \tilde{M}_\alpha \sin t + m_\alpha \cos t, \\ \tilde{M}_\alpha(t) &= \tilde{M}_\alpha \cos t - m_\alpha \sin t, \end{aligned} \quad (2.62)$$

contêm somente funções trigonométricas em  $t$ . Não é difícil mostrar que isto elimina também os termos seculares dos operadores de quark e antiquark.

O operador  $\tilde{M}_\alpha$  é também determinado iterativamente, ou seja, ordem a ordem em  $\Phi_\alpha$  e  $\Phi_\alpha^*$ , de modo que  $\tilde{M}_\alpha$  pode ser expandido similarmente às definições apresentadas em (2.53), como

$$\tilde{M}_\alpha(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{M}_\alpha^{(i)}(t), \quad (2.63)$$

onde, novamente,  $(i)$  indica a ordem considerada em  $\Phi_\alpha$  e  $\Phi_\alpha^*$ . O termo de ordem zero é trivialmente dado por:

$$\tilde{M}_\alpha^{(0)} = M_\alpha, \quad (2.64)$$

que certamente satisfaz a Eq. (2.60), em ordem zero. Isto porque nesta ordem de aproximação despreza-se a presença de  $\Delta_{\alpha\beta}$  em (2.6), e (2.64) reproduz, portanto, os resultados originais para primeira e segunda ordem. O termo seguinte é o de segunda ordem:

$$\tilde{M}_\alpha = M_\alpha + \tilde{M}_\alpha^{(2)}, \quad (2.65)$$

onde  $\tilde{M}_\alpha^{(2)}$  deve ser escolhido de forma que

$$[\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(\Phi^3). \quad (2.66)$$

A escolha apropriada que satisfaz esta condição é:

$$\tilde{M}_\alpha^{(2)} = \frac{1}{2} \Delta_{\alpha\beta} M_\beta. \quad (2.67)$$

Seguindo o mesmo procedimento, obtemos o operador em terceira ordem em  $i$ ,

$$\tilde{M}_\alpha^{(3)} = -\frac{1}{2} M_\beta^\dagger [\Delta_{\beta\gamma}, M_\alpha] M_\gamma. \quad (2.68)$$

Assim, até terceira ordem em  $\Phi_\alpha$ , verifica-se que o operador  $\tilde{M}_\alpha$  é dado por:

$$\tilde{M}_\alpha = M_\alpha + \frac{1}{2} \Delta_{\alpha\beta} M_\beta + \frac{1}{2} M_\beta^\dagger [\Delta_{\beta\gamma}, M_\alpha] M_\gamma. \quad (2.69)$$

Pode-se mostrar, usando estas relações, que:

$$\begin{aligned} [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta] &= \mathcal{O}(\Phi^4) \\ [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta^\dagger] &= \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(\Phi^4). \end{aligned} \quad (2.70)$$

As equações de movimento em segunda ordem para  $m_\alpha$  e  $\tilde{M}_\alpha$ , usando a transformação de Fock-Tani generalizada, são dadas por

$$\begin{aligned} \frac{dm_\alpha^{(2)}(t)}{dt} &= [m_\alpha^{(2)}(t), F] = \tilde{M}_\alpha^{(2)}(t), \\ \frac{d\tilde{M}_\alpha^{(2)}(t)}{dt} &= [M_\alpha^{(2)}(t), F] = -m_\alpha^{(2)}(t). \end{aligned} \quad (2.71)$$

Ao considerarmos as equações de movimento para os operadores  $q$  e  $\bar{q}$ , temos que incluir as contribuições adicionais que resultam da mudança do gerador da transformação. Assim, temos:

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu^{(2)}(t)}{dt} = [q_\mu^{(2)}(t), F] &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu_1} \bar{q}_{\nu_1}^\dagger(t) m_\alpha^{(0)}(t) - \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_2\nu_1} \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} m_\alpha^\dagger(t) q_{\mu_2}^{(0)}(t) M_\gamma^{(0)}(t) \\ &\quad + \frac{1}{2} \Phi_\gamma^{*\mu_2\nu_1} \Phi_\alpha^{\mu\nu_1} M_\gamma^\dagger(t) q_{\mu_2}^{(0)}(t) m_\alpha^{(0)}(t) , \\ \frac{d\bar{q}_\nu^{(2)}(t)}{dt} = [\bar{q}_\nu^{(2)}(t), F] &= \Phi_\alpha^{\mu_1\nu} q_{\mu_1}^\dagger(t) m_\alpha^{(0)}(t) + \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_1\nu_2} \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} m_\alpha^\dagger(t) M_\gamma^{(0)}(t) \bar{q}_{\nu_2}^{(0)}(t) \\ &\quad - \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_1\nu_2} \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} M_\alpha^\dagger(t) m_\gamma^{(0)}(t) \bar{q}_{\nu_2}^{(0)}(t) . \end{aligned} \quad (2.72)$$

As condições iniciais para  $\tilde{M}_\alpha^{(i)}(t)$  são dadas por

$$\tilde{M}_\alpha^{(i)}(t=0) = \tilde{M}_\alpha^{(i)} \quad , \quad \forall i \quad . \quad (2.73)$$

Assim, temos  $\tilde{M}_\alpha^{(2)}(t=0) = \frac{1}{2} \Delta_{\alpha\beta} M_\beta$  e, integrando-se as Eqs. (2.71)-(2.72) obtemos

$$\begin{aligned} m_\alpha^{(2)}(t) &= \frac{1}{2} \Delta_{\alpha\beta} M_\beta \sin t , \\ \tilde{M}_\alpha^{(2)}(t) &= \frac{1}{2} \Delta_{\alpha\beta} M_\beta \cos t , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_\mu^{(2)}(t) &= \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_2\nu_1} \Phi_\beta^{\mu\nu_1} [m_\alpha^\dagger M_\beta \sin t \cos t - m_\alpha^\dagger m_\beta \sin^2 t - M_\alpha^\dagger M_\beta (2 - 2 \cos t \\ &\quad - \sin^2 t) - M_\alpha^\dagger m_\beta (2 \sin t - \sin t \cos t)] q_{\mu_2} \\ \bar{q}_\nu^{(2)}(t) &= \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_1\nu_2} \Phi_\beta^{\mu_1\nu} [m_\alpha^\dagger M_\beta \sin t \cos t - m_\alpha^\dagger m_\beta \sin^2 t - M_\alpha^\dagger M_\beta (2 - 2 \cos t \\ &\quad - \sin^2 t) - M_\alpha^\dagger m_\beta (2 \sin t - \sin t \cos t)] \bar{q}_{\nu_2} . \end{aligned} \quad (2.74)$$

As equações de movimento em terceira ordem para os operadores de quarks e antiquarks são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu^{(3)}(t)}{dt} = [q_\mu^{(3)}(t), F] &= -\frac{1}{2} \{ 2\Phi_\alpha^{\mu\nu_1} [\bar{q}_{\nu_1}^\dagger(t) m_\alpha^{(0)}(t) + \bar{q}_{\nu_1}^\dagger(t) m_\alpha^{(2)}(t)] \\ &\quad + \Phi_\alpha^{*\mu_2\nu_1} \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} [m_\alpha^\dagger(t) q_{\mu_2}^{(1)}(t) M_\gamma^{(0)}(t) - M_\alpha^\dagger(t) q_{\mu_2}^{(1)}(t) m_\gamma^{(0)}(t)] \\ &\quad + \Phi_\alpha^{\mu_1\sigma} \Phi_\gamma^{*\rho_1\sigma} \Phi_\delta^{\rho_1\sigma_1} M_\gamma^\dagger(t) \bar{q}_{\sigma_1}^\dagger(t) M_\delta^{(0)}(t) m_\alpha^{(0)}(t) \\ &\quad + \Phi_\alpha^{\rho\sigma} \Phi_\gamma^{*\rho\sigma_1} \Phi_\delta^{\mu_1\sigma_1} M_\gamma^\dagger(t) \bar{q}_\sigma^\dagger(t) M_\delta^{(0)}(t) m_\alpha^{(0)}(t) \\ &\quad - \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} \bar{q}_{\nu_1}^\dagger(t) \Delta_{\gamma\alpha}(t) m_\alpha^{(0)}(t) \} , \end{aligned} \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\bar{q}_\nu^{(3)}(t)}{dt} = [\bar{q}_\nu^{(3)}(t), F] = & \frac{1}{2} \left\{ 2\Phi_\alpha^{\mu_1\nu} [q_{\mu_1}^{\dagger(0)}(t)m_\alpha^{(2)}(t) + q_{\mu_1}^{\dagger(2)}(t)m_\alpha^{(0)}(t)] \right. \\
 & + \Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\beta^{\rho\nu_1} \left[ m_\alpha^{\dagger(0)}(t)\bar{q}_\sigma^{(1)}(t)M_\beta^{(0)}(t) - M_\alpha^{\dagger(0)}(t)\bar{q}_\sigma^{(1)}(t)m_\beta^{(0)}(t) \right] \\
 & - \Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\beta^{\rho\nu_1}\Phi_\gamma^{\rho_1\sigma} M_\alpha^{\dagger(0)}(t)q_{\rho_1}^{\dagger(0)}(t)M_\beta^{(0)}(t)m_\gamma^{(0)}(t) \\
 & - \Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\beta^{\rho_1\sigma}\Phi_\gamma^{\rho\nu_1} M_\alpha^{\dagger(0)}(t)q_{\rho_1}^{\dagger(0)}(t)M_\beta^{(0)}(t)m_\gamma^{(0)}(t) \\
 & \left. + \Phi_\gamma^{\rho\nu_1}q_\rho^{\dagger(0)}(t)\Delta_{\gamma\beta}(t)m_\beta^{(0)}(t) \right\}. \tag{2.76}
 \end{aligned}$$

Integrando-se estas equações, obtemos:

$$\begin{aligned}
 q_\mu^{(3)}(t) = & \frac{1}{2}\Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\beta^{\mu\sigma}\Phi_\gamma^{\rho\sigma_1}\bar{q}_{\sigma_1}^\dagger [m_\alpha^\dagger m_\beta m_\gamma \sin^3 t + M_\alpha^\dagger M_\beta m_\gamma (\sin t - \sin^3 t) \\
 & + M_\alpha^\dagger m_\beta M_\gamma (2 \sin t - \sin t \cos t - \sin^3 t) \\
 & + (M_\alpha^\dagger m_\beta m_\gamma + m_\alpha^\dagger M_\beta m_\gamma) (-\cos t + \cos^3 t) \\
 & + m_\alpha^\dagger m_\beta M_\gamma (-\cos t + \cos^3 t + \sin^2 t) \\
 & + M_\alpha^\dagger M_\beta M_\gamma (2 - \cos t - \cos^3 t - \sin^2 t) \\
 & + m_\alpha^\dagger M_\beta M_\gamma (\sin t - \sin t \cos t - \sin^3 t)] \\
 & + \delta_{\mu\mu_1} \frac{1}{2}\Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\alpha^{\mu_1\nu_1}\Phi_\beta^{\rho\sigma_1}\bar{q}_{\nu_1}^\dagger \bar{q}_{\sigma_1}^\dagger \bar{q}_\sigma [2M_\beta (\cos t - 1) - m_\beta \sin t] \\
 & + \frac{1}{2}\Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\alpha^{\mu\nu_1}\Phi_\beta^{\rho_1\sigma}\bar{q}_{\nu_1}^\dagger q_{\rho_1}^\dagger q_\rho [2M_\beta (\cos t - 1) - m_\beta \sin t] \\
 \bar{q}_\nu^{(3)}(t) = & -\frac{1}{2}\Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\beta^{\rho\nu}\Phi_\gamma^{\rho_1\sigma}q_{\rho_1}^\dagger [m_\alpha^\dagger m_\beta m_\gamma \sin^3 t + M_\alpha^\dagger M_\beta m_\gamma (\sin t - \sin^3 t) \\
 & + M_\alpha^\dagger m_\beta M_\gamma (2 \sin t - \sin t \cos t - \sin^3 t) \\
 & + (M_\alpha^\dagger m_\beta m_\gamma + m_\alpha^\dagger M_\beta m_\gamma) (-\cos t + \cos^3 t) \\
 & + m_\alpha^\dagger m_\beta M_\gamma (-\cos t + \cos^3 t + \sin^2 t) \\
 & + M_\alpha^\dagger M_\beta M_\gamma (2 - \cos t - \cos^3 t - \sin^2 t) \\
 & + m_\alpha^\dagger M_\beta M_\gamma (\sin t - \sin t \cos t - \sin^3 t)] \\
 & + \frac{1}{2}\Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\alpha^{\mu_1\nu}\Phi_\beta^{\rho\sigma_1}q_{\mu_1}^\dagger \bar{q}_{\sigma_1}^\dagger \bar{q}_\sigma [2M_\beta (1 - \cos t) + m_\beta \sin t] \\
 & + \frac{1}{2}\Phi_\alpha^{*\rho\sigma}\Phi_\alpha^{\mu_1\nu}\Phi_\beta^{\rho_1\sigma}q_{\mu_1}^\dagger q_{\rho_1}^\dagger q_\rho [2M_\beta (1 - \cos t) + m_\beta \sin t]. \tag{2.77}
 \end{aligned}$$

Em princípio, este processo pode ser estendido até qualquer ordem, ainda que a complexidade das expressões obtidas aumente muito com a ordem considerada. Sabe-se, no entanto, que para obter uma interação efetiva méson-méson, necessita-se ir somente até a terceira ordem nos operadores de quarks transformados [43]. Para o estudo dos decaimentos mesônicos do tipo  $A \rightarrow B + C$ , que é o objetivo desta dissertação, operadores de quarks (antiquarks) de até terceira ordem são suficientes. Em meu trabalho de mestrado [8] o modelo de decaimento mesônico foi deduzido, incluindo efeitos relacionados com o fato



dos mésons não serem partículas sem estrutura. Este modelo mais robusto para estudar esses processos foi chamado de  $C^3P_0$ , o modelo  ${}^3P_0$  corrigido. A obtenção deste modelo corrigido implica em obter os operadores de quarks (antiquarks) transformados até quarta e quinta ordem. Os detalhes dessa dedução podem ser encontrados em [8]. Uma versão resumida destes resultados, será apresentada no capítulo 3. Deve ser enfatizado que esta estrutura teórica será usada para tratar da fenomenologia de um grupo de mésons charmosos e charmosos-estranhos, o que constituirá um importante teste para este modelo.

O Hamiltoniano exato e transformado é dado, na nova representação, por

$$H_{\text{FT}} \equiv U^{-1} H U , \quad (2.78)$$

isto é, o Hamiltoniano é avaliado em todas as ordens na função de onda do méson e descreve todos os processos possíveis envolvendo quarks e mésons. Tais processos incluem interações de dois corpos do tipo (anti)quark-(anti)quark, méson- (anti)quark, méson-méson, bem como outros processos de muitos corpos envolvendo interações em que várias partículas (quarks, antiquarks e mésons) participam. Até a ordem em que os operadores de quark e antiquark foram determinados (ordem três), é possível obter-se um Hamiltoniano efetivo truncado, que descreve apenas interações de poucas partículas. O Hamiltoniano na representação de Fock-Tani  $H_{\text{FT}}$  tem, assim, a seguinte estrutura geral:

$$H_{\text{FT}} = H_{\text{q}} + H_{\text{mq}} + H_{\text{m}} , \quad (2.79)$$

onde  $H_{\text{q}}$  indica termos contendo somente operadores de quarks e antiquarks,  $H_{\text{mq}}$  indica termos contendo operadores de mésons e quarks e  $H_{\text{m}}$  contém apenas operadores de mésons.

## Capítulo 3

# O Modelo $C^3P_0$ de Primeira Ordem para Decaimentos de Mésons

Neste capítulo faremos uma revisão do modelo  ${}^3P_0$ . Resumidamente, mencionamos aspectos deste modelo na introdução e no capítulo 1. Entretanto, a sua larga utilização para mésons será descrita a seguir. Mostraremos a forma usual de se aplicar o modelo  ${}^3P_0$ , conhecida na literatura, e também a forma quando deduzida a partir do formalismo de Fock-Tani (FFT). Neste caso, o modelo  ${}^3P_0$  possui aspecto único que consiste no aparecimento de correções de estado ligado. Este modelo corrigido foi chamado de modelo  $C^3P_0$ , desenvolvido em minha dissertação.

### 3.1 Modelo de Decaimento ${}^3P_0$

Há muito tempo os modelos de criação de pares para decaimentos hadrônicos fortes têm sido formulados e estudados por muitos autores [48]. O modelo  ${}^3P_0$  é um modelo de decaimento que considera apenas decaimentos do tipo OZI-permitidos para as interações fortes. O modelo  ${}^3P_0$  descreve a criação de um par quark-antiquark adicional na presença do méson do estado inicial. O modelo foi introduzido há mais de trinta anos por Micu [49] e aplicado em decaimento de mésons na década de setenta por LeYaouanc et al [50]. Esta descrição é uma consequência natural de hádrons descritos pelo modelo de quarks constituintes.

Neste modelo o par quark-antiquark criado tem os números quânticos do vácuo e em relação aos números quânticos aditivos, deve ser neutro. Em outras palavras, o par deve ser um singleto de cor e sabor, deve ter paridade positiva, enquanto o momento linear e angular total iguais a zero. Um par férmion-antiférmion que possui estas propriedades deve ter  $J^{PC} = 0^{++}$ , isto é,  $L = 1$  (onda-P) e  $S = 1$ .

As aplicações mais amplas para o decaimento de mésons foram obtidas por Kokoski e Isgur [51]. Estes autores, além de calcularem quase 400 amplitudes diferentes (das quais

umas 60 já foram medidas), também colocaram o modelo numa base teórica mais firme, mostrando que ele podia ser deduzido a partir de uma formulação de tubo de fluxo (flux-tube) baseada na QCD na rede.

A formulação do  ${}^3P_0$  que adotaremos considera os decaimentos como sendo originados pelo limite não-relativístico do Hamiltoniano abaixo [52]

$$H_I = g \int d\vec{x} \bar{\psi}(\vec{x}) \psi(\vec{x}). \quad (3.1)$$

onde os campos de Dirac dos quarks são expandidos, para um dado instante de tempo ( $t = 0$ ), em termos de contribuições de frequências positivas e negativas (onde foram suprimidos os índices de sabor e cor, para simplificar)

$$\psi(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{p} \sum_s e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} [u_s(\vec{p}) b_s(\vec{p}) + v_s(-\vec{p}) d_s^\dagger(-\vec{p})] \quad (3.2)$$

com a seguinte normalização

$$u_s^\dagger(\vec{p}) u_r(\vec{p}) = v_s^\dagger(\vec{p}) v_r(\vec{p}) = \delta_{sr}. \quad (3.3)$$

Sendo os espinores dados por

$$u_s(\vec{p}) = \sqrt{\frac{E_p + m}{2E_p}} \begin{bmatrix} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E_p + m} \chi_s \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$v_s(\vec{p}) = \sqrt{\frac{E_p + m}{2E_p}} \begin{bmatrix} \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E_p + m} \chi_s^c \\ \chi_s^c \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Os decaimentos estudados são do tipo

$$(q\bar{q})_A \rightarrow (q\bar{q})_B + (q\bar{q})_C, \quad (3.6)$$

isto é, um méson que decai em dois. Note que este tipo de decaimento exige a criação de um par quark-antiquark, que do Hamiltoniano (3.1) será obtido através do termo  $b^\dagger d^\dagger$ . O acoplamento  $g$  é substituído pelo parâmetro  $\gamma$  relacionado com a massa do quark constituinte  $m_q$  por

$$\gamma = \frac{g}{2m_q}. \quad (3.7)$$

Neste modelo não se faz referência a cor, o qual se for incluído simplesmente mudará a definição do acoplamento  $\gamma$ , pois o fator de cor é um fator global. Visto que  $\gamma$  é ajustado para os dados experimentais, a inclusão da cor não mudará as previsões para os decaimentos

de mésons. Para determinar uma taxa de decaimento, é necessário avaliar o elemento de matriz do Hamiltoniano de decaimento, o qual é da forma

$$\langle BC|H_I|A\rangle = \delta\left(\vec{P}_A - \vec{P}_B - \vec{P}_C\right) h_{fi}. \quad (3.8)$$

A definição geral de uma taxa de decaimento é

$$\Gamma = 2\pi P(EF) \int d\Omega |h_{fi}|^2 \quad (3.9)$$

onde  $EF$  é o elemento do espaço de fase. Em muitos modelos de decaimento os cálculos são não-relativísticos, já em outras situações o momento de decaimento é muito grande e o  $EF$  deve ser relativístico. Assim temos

$$(EF) = \frac{M_B M_C}{M_A} \longrightarrow \text{não - relativístico} \quad (3.10)$$

$$(EF) = \frac{E_B E_C}{M_A} \longrightarrow \text{relativístico}. \quad (3.11)$$

Esta amplitude de decaimento  $h_{fi}$  pode ser combinada com o espaço de fase relativístico para dar a taxa de decaimento, a qual é

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = 2\pi P \frac{E_B E_C}{M_A} \int d\Omega |h_{fi}|^2 \quad (3.12)$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{p}_A &= 0 \\ P &= |\vec{p}_B| = |\vec{p}_C|. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Um resultado equivalente é obtido por Geiger e Swanson [48]. O momento  $P$  de decaimento pode ser avaliado de forma simples. Ele é o momento do sistema dos mésons  $B$  e  $C$  vistos do referencial (em repouso) do méson  $A$ . Assim, por conservação da energia relativística temos

$$\sqrt{p_A^2 + m_A^2} = \sqrt{p_B^2 + m_B^2} + \sqrt{p_C^2 + m_C^2}. \quad (3.14)$$

Usando (3.13) e elevando (3.14) ao quadrado, obtemos

$$m_A^2 = 2P^2 + m_B^2 + m_C^2 + 2\sqrt{(P^2 + m_B^2)(P^2 + m_C^2)}. \quad (3.15)$$

Após algumas manipulações algébricas simples pode-se isolar  $P$

$$P = \frac{\sqrt{[m_A^2 - (m_B + m_C)^2][m_A^2 - (m_B - m_C)^2]}}{2m_A}. \quad (3.16)$$

A parte espacial das funções de onda dos mésons  $A$ ,  $B$  e  $C$  a ser usada no cálculo do elemento de matriz (3.8) é do tipo oscilador harmônico mostrada no capítulo 4.

## 3.2 Hamiltoniano de Decaimento Mesônico de Fock-Tani

Nesta seção, vamos desenvolver o formalismo de Fock-Tani para decaimentos mesônicos. Primeiramente, descrevemos a obtenção do Hamiltoniano efetivo  $H_{FT}$  que representa o decaimento de um méson  $A$  em outros dois mésons  $B$  e  $C$ . Como é usual no formalismo de Fock-Tani, o ponto de partida sempre é um Hamiltoniano microscópico que descreve a interação entre os constituintes. No nosso estudo, este Hamiltoniano será o  $H_I$  da Eq. (3.1). Inicia-se o cálculo escrevendo  $H_I$  na representação de momento, isto é, partindo de

$$H_I = g \int d\vec{x} \bar{\psi}(\vec{x}) \psi(\vec{x}), \quad (3.17)$$

substituímos as expressões para os campos de Dirac dos quarks, Eqs (3.2), (3.4) e (3.5). Como  $\bar{\psi}(\vec{x}) = \psi^\dagger(\vec{x}) \gamma^0$ , a Eq. (3.17) pode ser escrita assim

$$\begin{aligned} H_I &= g \int d\vec{x} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{p} d\vec{p}' \sum_{ss'} e^{i\vec{x}\cdot(\vec{p}-\vec{p}')} \left[ u_{s'}^\dagger(\vec{p}') b_{s'}^\dagger(\vec{p}') + v_{s'}^\dagger(-\vec{p}') d_{s'}(-\vec{p}') \right] \gamma^0 \\ &\times \left[ u_s(\vec{p}) b_s(\vec{p}) + v_s(-\vec{p}) d_s^\dagger(-\vec{p}) \right]. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Como foi visto na seção anterior, para o decaimento mesônico o termo que é relevante para este tipo de processo é aquele onde aparece  $b^\dagger d^\dagger$ , pois este é o termo que efetivamente cria um par quark-antiquark a partir do vácuo. Assim, a Eq. (3.18) pode ser reduzida a

$$\begin{aligned} H_{q\bar{q}} &= g \int d\vec{x} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{p} d\vec{p}' \sum_{ss'} e^{i\vec{x}\cdot(\vec{p}-\vec{p}')} \left[ u_{s'}^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 v_s(-\vec{p}) b_{s'}^\dagger(\vec{p}') d_s^\dagger(-\vec{p}) \right] \\ &= g \int d\vec{p} d\vec{p}' \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{x} e^{i\vec{x}\cdot(\vec{p}-\vec{p}')} \sum_{ss'} u_{s'}^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 v_s(-\vec{p}) b_{s'}^\dagger(\vec{p}') d_s^\dagger(-\vec{p}) \\ &= g \int d\vec{p} d\vec{p}' \delta(\vec{p}-\vec{p}') \sum_{ss'} u_{s'}^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 v_s(-\vec{p}) b_{s'}^\dagger(\vec{p}') d_s^\dagger(-\vec{p}), \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{x} e^{i\vec{x}\cdot(\vec{p}-\vec{p}')} = \delta(\vec{p}-\vec{p}'). \quad (3.20)$$

Trocando  $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$  obtemos

$$H_{q\bar{q}} = g \delta_{ff'} \delta_{cc'} \int d\vec{p} d\vec{p}' \delta(\vec{p}+\vec{p}') \sum_{ss'} u_{s'}^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 v_s(\vec{p}) b_{s'}^\dagger(\vec{p}') d_s^\dagger(\vec{p}), \quad (3.21)$$

onde  $\delta_{ff'}$  e  $\delta_{cc'}$  são as funções deltas de sabor e cor, respectivamente. Introduzindo a seguinte

notação

$$\begin{array}{l}
 b \rightarrow q \\
 d \rightarrow \bar{q}
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 \mu = \begin{cases} \vec{p}' \\ s' \\ c' \\ f' \end{cases} \\
 \nu = \begin{cases} \vec{p} \\ s \\ c \\ f \end{cases}
 \end{array}
 \right.
 \quad (3.22)$$

obtemos uma nova representação para  $H_{q\bar{q}}$ , isto é,

$$H_{q\bar{q}} = V_{\mu\nu} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger, \quad (3.23)$$

onde  $V_{\mu\nu}$  é uma notação compacta para o potencial de criação de pares, definida por

$$V_{\mu\nu} \equiv g \delta_{f_\mu f_\nu} \delta_{c_\mu c_\nu} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \gamma^0 v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu) \quad (3.24)$$

Na expressão (3.23) usamos novamente a convenção da soma sobre índices repetidos (soma e/ou integração).

Podemos reescrever a Eq. (3.24) da seguinte forma

$$V_{\mu\nu} \equiv g V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \gamma^0 v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu) \quad (3.25)$$

onde

$$V_{f_\mu f_\nu}^f = \delta_{f_\mu f_\nu} \quad (3.26)$$

$$V_{c_\mu c_\nu}^c = \delta_{c_\mu c_\nu} \quad (3.27)$$

Substituindo as Eqs. (3.4) e (3.5) na Eq. (3.25), obtemos

$$\begin{aligned}
 V_{\mu\nu} &= g V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \left[ \frac{(E_{p_\mu} + m)(E_{p_\nu} + m)}{4E_{p_\mu} E_{p_\nu}} \right]^{1/2} \\
 &\times \left[ \chi_{s_\mu}^* \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu}{E_{p_\nu} + m} \chi_{s_\nu}^c - \chi_{s_\mu}^* \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu}{E_{p_\mu} + m} \chi_{s_\nu}^c \right]
 \end{aligned}
 \quad (3.28)$$

Tomando o limite não-relativístico, onde  $E \rightarrow m$ , encontramos

$$V_{\mu\nu} = -\frac{g}{2m_q} V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \left[ \chi_{s_\mu}^* \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu \chi_{s_\nu}^c - \chi_{s_\mu}^* \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu \chi_{s_\nu}^c \right]. \quad (3.29)$$

Lembrando da Eq. (3.7) que  $\gamma = g/(2m_q)$ , podemos escrever

$$V_{\mu\nu} = -\gamma V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \chi_{s_\mu}^* [\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}_\mu - \vec{p}_\nu)] \chi_{s_\nu}^c \quad (3.30)$$

Finalmente podemos escrever o potencial  $V_{\mu\nu}$  de uma forma mais compacta

$$V_{\mu\nu} = V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c V_{s_\mu s_\nu}^{s-e} \quad (3.31)$$

onde

$$V_{s_\mu s_\nu}^{s-e} = -\gamma \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \chi_{s_\mu}^* [\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}_\mu - \vec{p}_\nu)] \chi_{s_\nu}^c \quad (3.32)$$

é a parte spin-espaço do potencial  $V_{\mu\nu}$ .

A aplicação da transformação de Fock-Tani sobre o Hamiltoniano (3.23) irá produzir uma expansão com inúmeras contribuições para os processos de decaimento. Isto significa que em termos de estrutura operatorial deve-se reter termos do tipo

$$m^\dagger m^\dagger m. \quad (3.33)$$

Esta escolha corresponde a um decaimento do tipo  $A \rightarrow B + C$ . A estrutura (3.33) implica que, em ordem mais baixa na expansão em potências da função de onda, deve-se truncar esta expansão em terceira ordem. Como acontece na Eq. (2.79), aparecerá um Hamiltoniano transformado  $H_0$  que envolverá apenas mésons. Desta forma, a contribuição para a Eq. (3.23), que dará origem a este Hamiltoniano será

$$H_0 = V_{\mu\nu} q_\mu^{\dagger(3)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)} + V_{\mu\nu} q_\mu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{\dagger(2)}. \quad (3.34)$$

Das Eqs. (2.55), (2.58), (2.74) e (2.77), temos que as contribuições destes termos são

$$\begin{aligned} q_\mu^{\dagger(3)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)} &\sim (m^\dagger m^\dagger m \bar{q}) \bar{q}^\dagger \\ q_\mu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{\dagger(2)} &\sim (m^\dagger \bar{q}) \bar{q}^\dagger m^\dagger m. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Desta forma, considerando as Eqs. (3.35) e inserindo no Hamiltoniano, Eq. (3.34), obtemos

$$\begin{aligned} H_0 &= V_{\mu\nu} \left[ -\frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu\nu 1} \Phi_\beta^{\rho\nu 1} \Phi_\gamma^{*\rho\sigma} m_\gamma^\dagger m_\alpha^\dagger m_\beta \bar{q}_\sigma \right] \bar{q}_\nu^\dagger + V_{\mu\nu} [\Phi_\alpha^{*\mu\nu 1} m_\alpha^\dagger \bar{q}_{\nu 1}] \left[ -\frac{1}{2} \Phi_\beta^{\mu 1 \nu 2} \Phi_\gamma^{*\mu 1 \nu} \bar{q}_{\nu 2}^\dagger m_\gamma^\dagger m_\beta \right] \\ &= -\frac{1}{2} V_{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu\nu 1} \Phi_\beta^{\rho\nu 1} \Phi_\gamma^{*\rho\sigma} m_\gamma^\dagger m_\alpha^\dagger m_\beta \bar{q}_\sigma \bar{q}_\nu^\dagger - \frac{1}{2} V_{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu\nu 1} \Phi_\beta^{\mu 1 \nu 2} \Phi_\gamma^{*\mu 1 \nu} m_\alpha^\dagger \bar{q}_{\nu 1} \bar{q}_{\nu 2}^\dagger m_\gamma^\dagger m_\beta \end{aligned} \quad (3.36)$$

Após o ordenamento normal dos quarks, obtemos os termos que nos interessam para o processo de decaimento. Assim,

$$H_0 = -\frac{1}{2} V_{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu\nu 1} \Phi_\beta^{\rho\nu 1} \Phi_\gamma^{*\rho\sigma} m_\gamma^\dagger m_\alpha^\dagger m_\beta - \frac{1}{2} V_{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu\nu 1} \Phi_\beta^{\mu 1 \nu 2} \Phi_\gamma^{*\mu 1 \nu} m_\alpha^\dagger m_\gamma^\dagger m_\beta. \quad (3.37)$$

Se trocarmos os índices convenientemente, podemos somar os dois termos e então obter,

$$H_0 = -\Phi_\alpha^{*\sigma\nu} \Phi_\beta^{*\mu\rho} \Phi_\gamma^{\sigma\rho} V_{\mu\nu} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma \quad (3.38)$$

que é o Hamiltoniano de Fock-Tani para decaimentos de mésons em ordem mais baixa da expansão em potências da função de onda. Uma representação diagramática de  $H_0$  pode ser vista na figura (3.1), onde a esta representação diagramática é explicada em detalhes no capítulo 5.

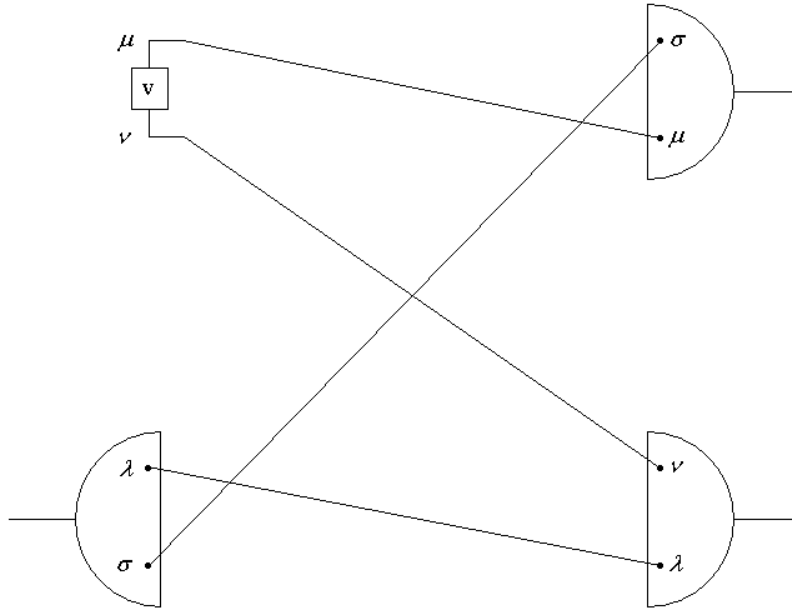


Fig. 3.1: Representação diagramática de  $H_0$  em (3.38).

### 3.3 O modelo ${}^3P_0$ corrigido ( $C^3P_0$ )

Ao analisar a expansão característica em potências da função de onda do formalismo de Fock-Tani, percebe-se que o modelo  ${}^3P_0$  é obtido em ordem mais baixa desta expansão, quando se considera como interação microscópica o Hamiltoniano de criação de par  $H_{q\bar{q}}$  da Eq. (3.23). Os demais termos da expansão introduzem correções de estado ligado que corrigem o modelo de “ordem zero”. Estes termos possuem potências em  $\Delta(\mu\nu; \rho\sigma)$ , onde  $\Delta(\mu\nu; \rho\sigma)$  é o chamado kernel de estado ligado, e é dado por

$$\Delta(\mu\nu; \rho\sigma) = \Phi_\alpha^{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma}. \quad (3.39)$$

O Hamiltoniano do modelo  $C^3P_0$ ,  $H^{C^3P_0}$ , considera o termo de ordem zero, que é dado por  $H_0$ , e os termos que dependem apenas de uma  $\Delta(\mu\nu; \rho\sigma)$ , denominados por  $\delta H_1$ . Ou seja,

$$H^{C^3P_0} = H_0 + \delta H_1, \quad (3.40)$$



onde o Hamiltoniano sem correção  $H_0$  é dado pela Eq. (3.38), e o Hamiltoniano da correção de ortogonalidade  $\delta H_1$  é obtido por

$$\delta H_1 = V_{\mu\nu} [q_\mu^{\dagger(3)} \bar{q}_\nu^{\dagger(2)} + q_\mu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{\dagger(4)} + q_\mu^{\dagger(5)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)}], \quad (3.41)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} \delta H_1 = & \left[ -\frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\mu\tau} \Delta(\rho\tau; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} + \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\lambda\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\sigma\tau} \Phi_\beta^{*\rho\nu} \Delta(\rho\tau; \mu\lambda) \Phi_\gamma^{\sigma\lambda} \right] V_{\mu\nu} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma. \end{aligned} \quad (3.42)$$

A forma final para o Hamiltoniano do modelo  $C^3P_0$ , levando em conta as Eqs. (3.42), (3.38) e (3.40), reorganizando os índices mudos pode ser reduzida a

$$H^{C^3P_0} = -\Phi_\alpha^{*\eta\epsilon} \Phi_\beta^{*\omega\xi} \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} V_{\mu\nu}^{C^3P_0} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma \quad (3.43)$$

onde

$$\begin{aligned} V_{\mu\nu}^{C^3P_0} = & V_{\mu\nu} \left[ \delta_{\eta\lambda} \delta_{\epsilon\nu} \delta_{\omega\mu} \delta_{\xi\sigma} - \frac{1}{2} \delta_{\eta\rho} \delta_{\epsilon\sigma} \delta_{\omega\lambda} \delta_{\xi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\nu) \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \delta_{\eta\rho} \delta_{\epsilon\sigma} \delta_{\omega\mu} \delta_{\xi\tau} \Delta(\rho\tau; \lambda\nu) + \frac{1}{4} \delta_{\eta\rho} \delta_{\epsilon\nu} \delta_{\omega\lambda} \delta_{\xi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\sigma) \right]. \end{aligned} \quad (3.44)$$

A expressão (3.42) contém todas as possíveis conexões das linhas de quarks entre  $V_{\mu\nu}$  e o kernel de estado ligado  $\Delta$ , e sua forma diagramática está descrita nas figuras (3.2), (3.3) e (3.4).

O modelo  $C^3P_0$  foi deduzido em detalhes em [8], onde foram obtidos os operadores transformados em mais alta ordem.

A partir do próximo capítulo apresentaremos a parte inédita deste trabalho de doutorado, onde faremos aplicações do modelo  $C^3P_0$  com a primeira ordem da correção de estado ligado para os decaimentos dos mésons mencionados no final da introdução nos capítulos 4 (mésons charmosos) e 7 (mésons charmosos-estranhos). No capítulo 5 apresentaremos o modelo  $C^3P_0$  com a correção de estado ligado até segunda ordem e sua dedução de forma diagramática. Esta expansão se deve ao fato que o modelo com a correção em primeira ordem é nula para alguns processos dos setores de mésons charmosos, charmosos-estranhos e charmonium. Faremos também aplicações do modelo  $C^3P_0$  com a correção de estado ligado em segunda ordem para os processos de decaimentos apresentados no capítulo 4.

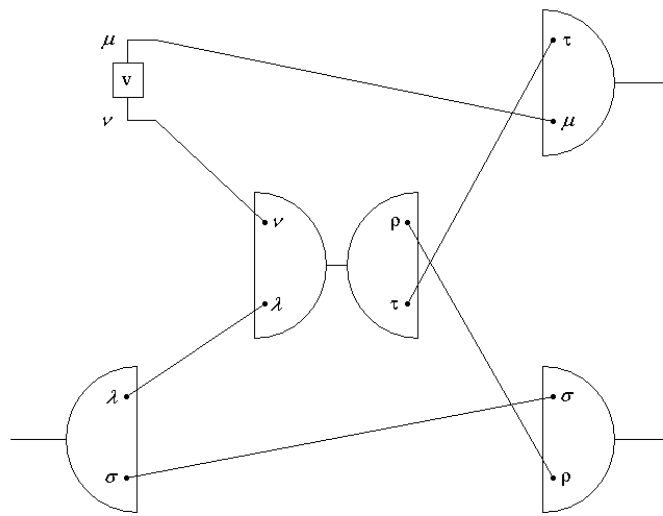


Fig. 3.2: Primeiro diagrama da correção de estado ligado.

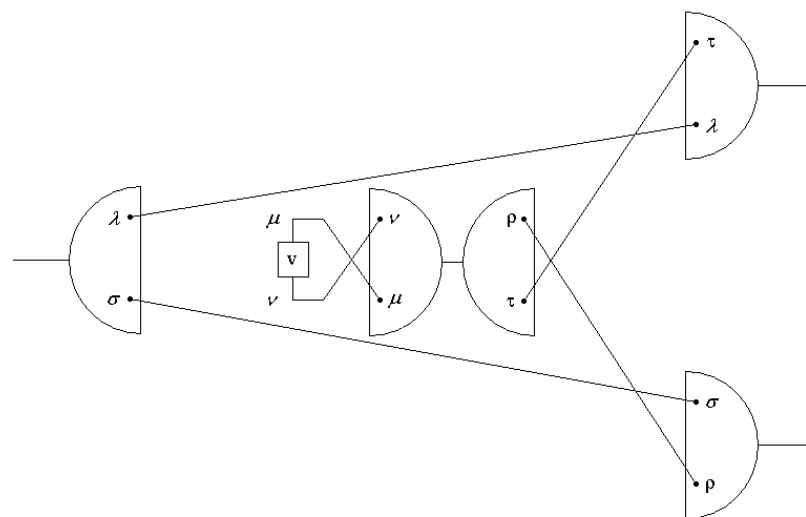
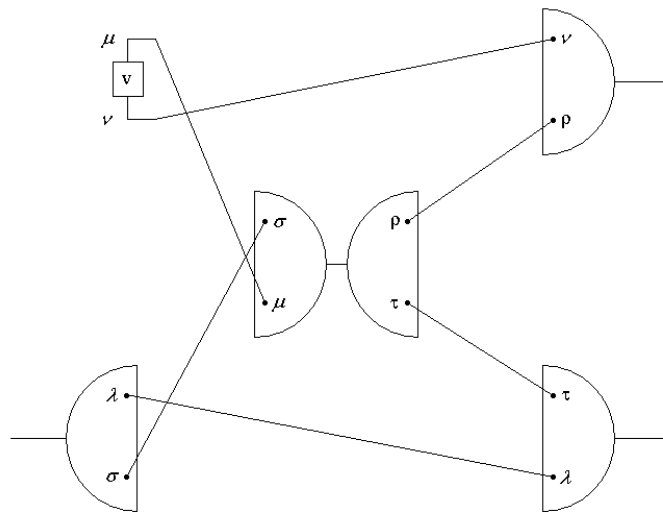


Fig. 3.3: Segundo diagrama da correção de estado ligado.



**Fig. 3.4:** *Terceiro diagrama da correção de estado ligado.*

## Capítulo 4

# Decaimentos de Mésons $D$ no Modelo $C^3P_0$ de Primeira Ordem

A partir deste capítulo será apresentada a parte inédita desta tese de doutorado.

Este capítulo é dedicado a espectroscopia do setor dos mésons charmosos. Em especial, mostraremos o cálculo de alguns processos de decaimentos para os mésons  $D^*(2007)^0$ ,  $D^*(2010)^+$ ,  $D_0^*(2400)^0$ ,  $D_0^*(2400)^+$ ,  $D_1(2420)^0$ ,  $D_2^*(2460)^0$ , e  $D_2^*(2460)^+$  no âmbito do modelo  $C^3P_0$ . Os processos aqui mostrados são para momento angular orbital  $L$  e momento angular intrínseco  $\vec{S}$  iguais a 0 e 1. Há partículas com, por exemplo, momento angular orbital maior que 1, porém não serão considerados para este trabalho que tem por objetivo fundamental e expandir as bases do modelo  $C^3P_0$ . Esta base servirá para fixar os parâmetros livres do modelo, que são a constante de acoplamento  $\gamma$  e a largura da gaussiana  $\beta$ .

## 4.1 Amplitudes e Taxas de Decaimentos

Esta seção tem por objetivo mostrar, de forma resumida, os cálculos das amplitudes e taxas de decaimentos mesônicos dos processos

$$\begin{aligned} D^*(2007)^0 &\rightarrow D^0\pi^0; \quad D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0; \quad D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+; \\ D_0^*(2400)^0 &\rightarrow D^+\pi^-; \quad D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+; \quad D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-; \\ D_1(2420)^0 &\rightarrow D^*(2010)^+\pi^-; \quad D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-; \\ D_2^*(2460)^0 &\rightarrow D^*(2010)^+\pi^-; \quad D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+; \\ D_2^*(2460)^+ &\rightarrow D^{*0}\pi^+ \end{aligned} \tag{4.1}$$

com o parâmetro  $\beta$  único ajustado para todos os mésons primeiramente e depois com um  $\beta$  diferente para cada méson. Um outro detalhe importante é que ao longo deste trabalho usaremos a notação de  $D^{*0}$  para o méson  $D^*(2007)^0$  e  $D^{*+}$  para o méson  $D^*(2010)^+$ .

Inicialmente, consideremos a transição  $m_\gamma \rightarrow m_\alpha + m_\beta$ , onde  $|i\rangle = m_\gamma^\dagger|0\rangle$  e  $|f\rangle = m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger|0\rangle$  são, respectivamente, os estados inicial e final. Da Eq. (3.43) o elemento de

matriz resultante é

$$\langle f | H^{C^3P_0} | i \rangle = -\Phi_\alpha^{*\eta\epsilon} \Phi_\beta^{*\omega\xi} \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} V_{\mu\nu}^{C^3P_0} \langle 0 | m_\alpha m_\beta m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma m_\gamma^\dagger | 0 \rangle \quad (4.2)$$

que resulta em

$$\langle f | H^{C^3P_0} | i \rangle = d_1 + d_2 \quad (4.3)$$

onde

$$\begin{aligned} d_1 &= -\Phi_\alpha^{*\eta\epsilon} \Phi_\beta^{*\omega\xi} \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} V_{\mu\nu}^{C^3P_0} \\ d_2 &= -\Phi_\beta^{*\eta\epsilon} \Phi_\alpha^{*\omega\xi} \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} V_{\mu\nu}^{C^3P_0} \end{aligned} \quad (4.4)$$

e o potencial  $V_{\mu\nu}^{C^3P_0}$ , definido no capítulo anterior, é dado pela Eq. (3.44). Expandindo a Eq. (4.4), temos que a matriz de transição do estado inicial para o estado final pode ser definida da seguinte forma

$$\langle f | H_{FT}^{C^3P_0} | i \rangle = -V_{\mu\nu} [\phi_\alpha^{*\lambda\nu} \phi_\beta^{*\mu\sigma} \phi_\gamma^{\lambda\sigma} + \phi_\alpha^{*\mu\sigma} \phi_\beta^{*\lambda\nu} \phi_\gamma^{\lambda\sigma}] \quad (4.5)$$

$$- \frac{1}{4} V_{\mu\nu} \left\{ [\Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\mu\tau} + \Phi_\beta^{*\rho\sigma} \Phi_\alpha^{*\mu\tau}] \sum_{i=1}^n \Delta_i(\rho\tau; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \right\} \quad (4.6)$$

$$+ \frac{1}{2} V_{\mu\nu} \left\{ [\Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\lambda\tau} + \Phi_\beta^{*\rho\sigma} \Phi_\alpha^{*\lambda\tau}] \sum_{i=1}^n \Delta_i(\rho\tau; \mu\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \right\} \quad (4.7)$$

$$- \frac{1}{4} V_{\mu\nu} \left\{ [\Phi_\alpha^{*\rho\nu} \Phi_\beta^{*\lambda\tau} + \Phi_\beta^{*\rho\nu} \Phi_\alpha^{*\lambda\tau}] \sum_{i=1}^n \Delta_i(\rho\tau; \mu\sigma) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \right\} \quad (4.8)$$

sendo  $V_{\mu\nu}$  o potencial de interação dado pela Eq. (3.31). Na Eq. (4.8) os termos que não dependem do kernel de estado ligado,  $\Delta(\mu\nu; \mu'\nu')$ , são os termos de ordem zero ou termos sem correção de estado ligado. Os termos dependentes do kernel de estado ligado são chamados de termo de primeira ordem de correção de estado ligado, onde temos três termos na expressão Eq. (4.8). Um detalhe importante discutido em minha dissertação de mestrado é que o segundo termo de correção de primeira ordem de estado ligado é sempre nulo.

Antes de avançarmos no cálculo se faz necessário definirmos a função de onda. A função de onda para um méson formado por um par  $q\bar{q}$  pode ser escrito da seguinte forma

$$\Phi_\alpha^{\mu\nu} = \chi_{s_\alpha}^{s_\mu s_\nu} f_{f_\alpha}^{f_\mu f_\nu} C^{c_\mu c_\nu} \Phi_{nl} \left( \vec{P}_\alpha - \vec{p}_\mu - \vec{p}_\nu \right) \quad (4.9)$$

onde  $\chi$ ,  $f$ ,  $C$  e  $\Phi$  são os graus de liberdade spin, sabor, cor e espaço respectivamente. A componente de cor da função de onda é dada por

$$C^{c_\mu c_\nu} = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta^{c_\mu c_\nu} \quad ; \quad c_i = 1, 2, 3. \quad (4.10)$$

A componente espacial da função de onda será a do oscilador harmônico simples que tem a seguinte forma

$$\Phi_{nl}(\vec{P}_\alpha - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) = \delta(\vec{P}_\alpha - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \phi_{nl}(\vec{p}_1, \vec{p}_2), \quad (4.11)$$

onde  $\phi_{nl}(\vec{p}_i, \vec{p}_j)$  é dada por

$$\begin{aligned} \phi_{nl}(\vec{p}_i, \vec{p}_j) &= \left(\frac{1}{2\beta}\right)^l N_{nl} |\vec{p}_i - \vec{p}_j|^l \exp\left[-\frac{(a_1\vec{p}_i - a_2\vec{p}_j)^2}{8\beta^2}\right] \\ &\times \mathcal{L}_n^{l+\frac{1}{2}}\left[\frac{(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2}{4\beta^2}\right] Y_{lm}(\Omega_{\vec{p}_i - \vec{p}_j}), \end{aligned} \quad (4.12)$$

com  $p_{i(j)}$  o momento interno,  $Y_{lm}$  o harmônico esférico,  $\beta$  a largura das gaussianas (um dos parâmetros livres do modelo) e  $a_1$  e  $a_2$  são constantes referentes a razão entre as massas dos quarks, dados por

$$\begin{aligned} a_1 &\equiv \frac{2m_j}{m_i + m_j} \\ a_2 &\equiv \frac{2m_i}{m_i + m_j}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

onde para um méson formado por quarks  $u$  e  $d$ ,  $a_1 = a_2 = 1$ .

No capítulo anterior apresentamos os modelos  $^3P_0$  e  $C^3P_0$  de decaimentos mesônicos, nos quais um par  $q\bar{q}$  é criado a partir do vácuo. Isto se deve ao fato de o vácuo quântico não ser a ausência de matéria, mas sim um condensado de pares  $q\bar{q}$ . Um efeito deste vácuo condensado é o fato de ser gerado dinamicamente massas para os quarks muito maiores que as massas dos quarks de corrente. Assim, um quark que se mova nesse vácuo irá interagir com esses pares de condensados, cujo efeito é criar um gap de energia entre o quark de momento nulo e o vácuo. Esse gap de energia é uma massa dinâmica efetiva que é assumido como a massa do quark constituinte, base do modelo de quarks não relativístico.

As massas dos quarks de corrente são da ordem de 1.7-3.3 MeV, 4.1-5.8 MeV,  $\approx 101$  MeV e  $\approx 1.27$  GeV para os quarks  $u$ ,  $d$ ,  $s$  e  $c$ , respectivamente.

As massas dos quarks utilizadas neste trabalho são as massas dos quarks constituintes, as quais, para os quarks  $u$ ,  $d$ ,  $s$  e  $c$  são respectivamente  $m_u \approx m_d \approx 0.330$  GeV,  $m_s \approx 0.550$  GeV e  $m_c \approx 1.5$  GeV.

Como as massas dos quarks  $u$  e  $d$  são iguais, para o setor de mésons leves onde os mésons são estados ligados  $n\bar{n}$  ( $n = u, d$ ), as constantes  $a_1$  e  $a_2$ , como foi dito anteriormente, são iguais a 1.

Para os processos que serão estudados, temos que os mésons são estados  $c\bar{n}$ . As constantes  $a_1$  e  $a_2$  podem ser redefinidas como

$$\begin{aligned} a_1 &\equiv \frac{2\rho}{1 + \rho} \\ a_2 &\equiv \frac{2}{1 + \rho}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

onde  $\rho = m_q/m_c = 0.22$  e  $m_q$  se refere aos quarks  $u$  e  $d$ , ou seja,  $n$ . Na Eq. (4.12) a constante de normalização  $N_{nl}$ , dependente dos números quânticos radial e orbital, tem a seguinte forma

$$N_{nl} = \left[ \frac{2(n!)}{\beta^3 \Gamma(n+l+3/2)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.15)$$

Os polinômios de Laguerre  $\mathcal{L}_n^{l+\frac{1}{2}}(p)$  são

$$\mathcal{L}_n^{l+\frac{1}{2}}(p) = \sum_{k=0}^n \frac{(-)^k \Gamma(n+l+3/2)}{k! (n-k)! \Gamma(k+l+3/2)} p^k. \quad (4.16)$$

Os mésons que serão estudados serão mésons charmosos com  $L_{q\bar{q}} = 0$  e  $L_{q\bar{q}} = 1$ . Desta forma

- $L_{q\bar{q}} = 0$

$$\varphi(\vec{p}) \equiv \Phi_{00}(\vec{p}) = \frac{1}{\pi^{3/4} \beta^{3/2}} \exp \left[ -\frac{p^2}{8\beta^2} \right] \quad (4.17)$$

- $L_{q\bar{q}} = 1$

$$\Phi_{1m}(\vec{p}) = \phi(\vec{p}) Y_{1m}(\Omega_{\vec{p}}) \quad (4.18)$$

onde

$$\phi(\vec{p}) = \left[ \frac{2}{3\sqrt{\pi}\beta^5} \right]^{\frac{1}{2}} p \exp \left[ -\frac{p^2}{8\beta^2} \right]. \quad (4.19)$$

e onde a razão entre as massas dos quarks foi omitida nas Eqs. acima para  $L = 0$  e para  $L = 1$ . As expressões dadas por (4.4) podem ser reescritas usando a decomposição das funções de onda, Eq. (4.9), da seguinte forma

$$\begin{aligned} d_1 &= d_1^f d_1^c d_1^{s-e} \\ d_2 &= d_2^f d_2^c d_2^{s-e} \end{aligned} \quad (4.20)$$

onde os fatores de sabor ( $f$ ), cor ( $c$ ), spin ( $s$ ), espaço ( $e$ ), e spin-espaço ( $s-e$ ) ficam evidenciados. Os mésons (4.1) do estado final tem como componentes de sabor:

$$\underline{I = 1/2, C = +1}$$

$$D^0, D^*(2007)^0, D_0^*(2400)^0, D_1(2420)^0, D_2^*(2460)^0 \longrightarrow \left\{ |c\bar{u}\rangle; I_z = -1/2 \right. \quad (4.21)$$

$$D^+, D^*(2010)^+, D_0^*(2400)^+, D_2^*(2460)^+ \longrightarrow \left\{ -|c\bar{d}\rangle; I_z = 1/2 \right. \quad (4.22)$$

$I = 1$

$$\pi, \rho \longrightarrow \begin{cases} |d\bar{u}\rangle & ; I_z = -1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) & ; I_z = 0 \\ -|u\bar{d}\rangle & ; I_z = +1 \end{cases} \quad (4.23)$$

Os fatores de sabor para o setor  $Q\bar{Q}$  foram calculados considerando que a interação não muda o sabor do quark, isto é,

$$V_{f_\mu f_\nu}^f = \delta_{f_\mu f_\nu} \quad (4.24)$$

Os resultados para este cálculo estão mostrados na tabela (4.1).

As funções de onda de spin,  $\chi_{S_\alpha}^{s_1 s_2}$ , são dadas pelos coeficientes de Clebsch-Gordan correspondentes aos estados de spin do méson, onde  $s_1$  e  $s_2$  são as projeções de spin do quark e do antiquark ( $s = 1 \rightarrow \uparrow \equiv +\frac{1}{2}$  e  $s = 2 \rightarrow \downarrow \equiv -\frac{1}{2}$ ) e o índice  $S_\alpha$  denota o méson específico.

O estado singlete de spin ( $S = 0 ; S_z = 0$ ) é dado por:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) . \quad (4.25)$$

Enquanto os estados de triplete de spin ( $S = 1 ; S_z = 1, 0, -1$ ) são representados por:

$$\begin{aligned} & |\uparrow\uparrow\rangle \\ & \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ & |\downarrow\downarrow\rangle . \end{aligned} \quad (4.26)$$

Na introdução discutimos sobre a notação espectroscópica para os mésons dada por  $n^{2S+1}L_J$ . Neste momento, estes números quânticos se fazem muito importantes para o desenvolvimento do cálculo. Estes números quânticos, relevantes para a definição da parte espacial da função de onda (4.12), estão resumidos na Tab. (4.2).

Algo importante a se destacar é que, como é mostrado na Eq. (4.10), a função de onda na parte de cor permanece a mesma para todos os mésons, sendo assim constante, não importando o processo a ser calculado neste modelo. Como exemplo, podemos combinar os termos de mais baixa ordem das Eqs. (4.3), (4.4) e (3.44) com a componente da função de onda de cor dada pela Eq. (4.10) para o cálculo da cor, considerando a definição de  $d_i^c$  da Eq. (4.20), encontramos

$$\begin{aligned} d_1^c &= C^{c\lambda c_\nu} C^{\mu c_\sigma} C^{c\lambda c_\sigma} V_{c_\mu c_\nu}^c \\ d_2^c &= C^{\mu c_\sigma} C^{c\lambda c_\nu} C^{c\lambda c_\sigma} V_{c_\mu c_\nu}^c , \end{aligned} \quad (4.27)$$



Decaimento	Termos de ordem zero		Termos de primeira ordem	
	$d_1^f$	$d_2^f$	$d_1^f$	$d_2^f$
$D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0$	0	$1/\sqrt{2}$	0	$1/6\sqrt{2}$
$D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0$	0	$-1/\sqrt{2}$	0	$1/6\sqrt{2}$
$D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+$	0	1	0	$-1/6$
$D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-$	0	-1	0	$1/6$
$D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+$	0	1	0	$-1/6$
$D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-$	0	-1	0	2
$D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$	0	-1	0	$1/6$
$D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-$	0	-1	0	$1/6$
$D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$	0	-1	0	$1/6$
$D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+$	0	1	0	$-1/6$
$D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+$	0	1	0	$-1/6$

**Tab. 4.1:** *Peso dos Fatores de Sabor do modelo  $C^3P_0$ . Os termos de primeira ordem citados nesta tabela são referente ao terceiro termo que possui  $\Delta(\rho\tau; \mu\sigma)$ . Os demais termos são nulos ou no spin ou no sabor, assim não contribuem para os processos de decaimentos estudados.*

mas como, neste modelo, não há interação que mude a cor, o potencial de interação (parte de cor)  $V_{c_\mu c_\nu}^c$  fica

$$V_{c_\mu c_\nu}^c = \delta^{c_\mu c_\nu} \quad (4.28)$$

Combinando as Eqs. (4.27) e (4.28), temos então

$$d_1^c = d_2^c = \frac{1}{3\sqrt{3}} \delta^{c_\rho c_\nu} \delta^{c_\mu c_\lambda} \delta^{c_\rho c_\lambda} \delta^{c_\mu c_\nu} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (4.29)$$

Para o cálculo da cor com correção de estado ligado resulta sempre num único fator numérico  $\frac{1}{3\sqrt{3}}$  para o primeiro e terceiro termo de correção dependentes de  $\Delta(\rho\tau; \lambda\nu)$  e  $\Delta(\rho\tau; \mu\sigma)$ , independentemente do processo de decaimento em estudo. O segundo termo de correção de estado ligado,  $\Delta(\rho\tau; \mu\nu)$  tem fator numérico igual ao termo de ordem zero, ou seja,  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Pela natureza da interação de spin visto no capítulo anterior, este cálculo depende de um termo do tipo  $\chi_{s_i}^* \vec{\sigma} \cdot (\vec{p}_i - \vec{p}_j) \chi_j^c$ , Eq. (3.32). Este termo, que vem do potencial do modelo, relaciona os espinores e as matrizes de Pauli (parte de spin), Eqs. (D.2) e (A.4), com momento (parte espacial). Portanto será avaliado junto com a parte espacial no momento da integração.

Méson	$n^{2S+1}L_J$
$\pi, D^0, D^+$	$1^1S_0$
$\rho, D^*(2007)^0, D^*(2010)^+$	$1^3S_0$
$D_0^*(2400)^0, D_0^*(2400)^+$	$1^3P_0$
$D_1(2420)^0$	$1^1P_1$
$D_2^*(2460)^0, D_2^*(2460)^+$	$1^3P_2$

**Tab. 4.2:** Notação espectroscópica  $n^{2S+1}L_J$ 

A parte espacial, sem correção de estado ligado da Eq. (4.8), é

$$d_1^{s-e} = \int d^3k \left( \chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c \right) \varphi^* \left( 2\vec{k} - a'_1 \vec{P} \right) \varphi^* \left( 2\vec{k} - a'_1 \vec{P} \right) \varphi \left( 2\vec{k} \right). \quad (4.30)$$

A contribuição do 1<sup>o</sup> termo da correção de estado ligado é

$$\begin{aligned} d_1^{s-e} &= \frac{1}{2} \int d^3k d^3q \left( \chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c \right) \\ &\times \varphi^* \left( 2\vec{q} + a'_1 \vec{P} \right) \varphi^* \left( 2\vec{k} + a'_2 \vec{P} \right) \left[ \varphi \left( a'_1 \vec{q} + a'_2 \vec{k} + 2\vec{P} \right) \varphi^* \left( a'_1 \vec{q} + a'_2 \vec{k} \right) \right] \varphi \left( 2\vec{q} \right). \end{aligned} \quad (4.31)$$

Da mesma forma, a contribuição do 2<sup>o</sup> termo da correção de estado ligado é dada por

$$\begin{aligned} d_1^{s-e} &= \frac{1}{2} \int d^3k d^3q \left( \chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c \right) \\ &\times \varphi^* \left( 2\vec{q} + a'_2 \vec{P} \right) \varphi^* \left( 2\vec{q} + a'_1 \vec{P} \right) \left[ \varphi \left( 2\vec{q} + 2\vec{P} \right) \varphi^* \left( 2\vec{k} \right) \right] \varphi \left( 2\vec{q} \right). \end{aligned} \quad (4.32)$$

Finalmente, a contribuição do 3<sup>o</sup> termo da correção de estado ligado é

$$\begin{aligned} d_1^{s-e} &= \frac{1}{2} \int d^3k d^3q \left( \chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c \right) \\ &\times \varphi^* \left( 2\vec{q} - a'_2 \vec{P} \right) \varphi^* \left( 2\vec{k} - a'_1 \vec{P} \right) \left[ \varphi \left( a'_2 \vec{q} + a'_1 \vec{k} - 2\vec{P} \right) \varphi^* \left( a'_2 \vec{q} + a'_1 \vec{k} \right) \right] \varphi \left( 2\vec{q} \right). \end{aligned} \quad (4.33)$$

As expressões  $d_2^{s-e}$  são obtidas trocando  $\vec{P} \rightarrow -\vec{P}$  e  $a'_1$  por  $a'_2$ , nos resultados de (4.30)-(4.33). O momento  $\vec{P}$  é obtido levando em conta para o estado inicial e final a Eq. (3.13).

As funções de onda (gaussianas) das partículas, envolvidas nos diversos canais de decaimento definidos em (4.1), são caracterizadas pelo parâmetro de largura  $\beta$ . Assim, cada

partícula pode ter a sua própria largura distinta. Como este é um estudo exploratório, onde temos como objetivo expandir as bases do modelo  $C^3P_0$  e também aplicar este modelo a um setor que nunca foi aplicado anteriormente, apresentaremos os resultados obtidos nesta seção considerando a mesma largura  $\beta$  para todos os mésons envolvidos no cálculo e em seguida será mostrado os resultados obtidos considerando larguras distintas para cada méson. Outra questão importante a ser definida, para a realização do cálculo da amplitude de decaimento, consiste em saber quais mésons serão considerados no kernel de estado ligado  $\Delta$ . Pela definição (3.39) deste kernel há uma contração adicional e implícita no índice  $\alpha$ , mostrada na Eq. (4.8), que implica num requerimento de soma sobre espécies. Como a função de onda  $\Phi$  que é contraída nesta expressão é do estado ligado do espectro mesônico, em princípio, qualquer méson do respectivo multiplete poderia ser considerado nesta soma. Entretanto, adotaremos uma escolha mais restritiva [54], onde os únicos mésons presentes na correção são estados de mesmos números quânticos dos mésons do estado final. Assim, por exemplo, para o canal  $D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0$

$$\Delta(\mu\nu; \sigma\rho) = \Delta_{1^1S_0}(\mu\nu; \sigma\rho) \quad (4.34)$$

onde será escolhido um único méson de cada setor do espectro mesônico e feito uma soma de todas as suas possibilidades de projeções de spin, sabor, cor e espaço.

Os resultados analíticos para as amplitudes de decaimento foram calculados usando computação algébrica e estão listados abaixo:

- Com larguras das gaussianas ( $\beta$ ) iguais:

$$\begin{aligned} h_{fi}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{10}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0} Y_{10}(\Omega) \\ h_{fi}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0} Y_{10}(\Omega) \\ h_{fi}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+} Y_{10}(\Omega) \\ h_{fi}^{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{00}^{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-} Y_{00}(\Omega) \\ h_{fi}^{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{00}^{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+} Y_{00}(\Omega) \\ h_{fi}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= 0 \\ h_{fi}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{01}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-} Y_{00}(\Omega) \\ &+ \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{21}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-} Y_{20}(\Omega) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{20}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} Y_{20}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{21}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} Y_{20}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{20}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} Y_{20}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}\beta^{1/2}} \right] C_{21}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} Y_{21}(\Omega)
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

onde os coeficientes  $C_{LS}$  são adimensionais e dados pelas Eqs. (E.1) do apêndice E o qual apresenta uma lista de todos os coeficientes para todos os processos estudados nesta tese, incluindo larguras das gaussianas iguais e distintas para o modelo  $C^3P_0$  de primeira e segunda ordem. As larguras utilizadas neste trabalho de doutorado também está especificado naquele apêndice.

- Com larguras das gaussianas ( $\beta$ ) diferentes:

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{10}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0} Y_{11}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0} Y_{11}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+} Y_{11}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{00}^{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-} Y_{00}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{00}^{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+} Y_{00}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= 0 \\
 h_{fi}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{01}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} Y_{00}(\Omega) \\
 &+ \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{21}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} Y_{20}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{20}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} Y_{22}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{21}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} Y_{21}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{20}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} Y_{22}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right] \tilde{C}_{21}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} Y_{21}(\Omega)
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

onde os coeficientes  $\tilde{C}_{LS}$  tem dimensão de  $GeV^{-1}$  e são dados pelas Eqs. (E.2) do apêndice E. Para as amplitudes mostradas acima, os fatores de sabor são mostrados na tabela (4.1).

Como foi visto no capítulo 3, a amplitude de decaimento  $h_{fi}$  pode ser combinada com o espaço de fase relativístico, Eq. (3.11), para gerar a taxa de decaimento, que é dada por

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = 2\pi P \frac{E_B E_C}{M_A} \int d\Omega |h_{fi}|^2. \quad (4.37)$$

Levando os resultados encontrados das amplitudes de decaimentos, Eqs. (4.35) e (4.36), para os processos estudados neste capítulo de mésons charmosos na Eq. (4.37) obtemos a taxa de decaimento destes processos, que é

- Com as larguras das gaussianas iguais:

$$\begin{aligned} \Gamma_{D^{*(2007)0} \rightarrow D^0 \pi^0} &= 2\pi P_{D^{*(2007)0} \rightarrow D^0 \pi^0} \frac{E_{D^0} E_{\pi^0}}{M_{D^{*(2007)0}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\ &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{10}^{D^{*(2007)0} \rightarrow D^0 \pi^0} Y_{11}(\Omega) \right|^2 \\ \Gamma_{D^{*(2010)+} \rightarrow D^+ \pi^0} &= 2\pi P_{D^{*(2010)+} \rightarrow D^+ \pi^0} \frac{E_{D^+} E_{\pi^0}}{M_{D^{*(2010)+}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\ &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{10}^{D^{*(2010)+} \rightarrow D^+ \pi^0} Y_{11}(\Omega) \right|^2 \\ \Gamma_{D^{*(2010)+} \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D^{*(2010)+} \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D^{*(2010)+}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\ &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{10}^{D^{*(2010)+} \rightarrow D^0 \pi^+} Y_{11}(\Omega) \right|^2 \\ \Gamma_{D_0^{*(2400)0} \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi P_{D_0^{*(2400)0} \rightarrow D^+ \pi^-} \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_0^{*(2400)0}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\ &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{00}^{D_0^{*(2400)0} \rightarrow D^+ \pi^-} Y_{00}(\Omega) \right|^2 \\ \Gamma_{D_0^{*(2400)+} \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D_0^{*(2400)+} \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_0^{*(2400)+}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\ &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{00}^{D_0^{*(2400)+} \rightarrow D^0 \pi^+} Y_{00}(\Omega) \right|^2 \\ \Gamma_{D_1(2420)0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} &= 2\pi P_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} \frac{E_{D^{*+}} E_{\pi^-}}{M_{D_1(2420)^0}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{01}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} Y_{00}(\Omega) + \mathcal{C}_{21}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} Y_{20}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_2^*(2460)^0}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{20}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} Y_{22}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} \frac{E_{D^{*+}} E_{\pi^-}}{M_{D_2^*(2460)^0}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{21}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} Y_{21}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_2^*(2460)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{20}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} Y_{22}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} \frac{E_{D^{*0}} E_{\pi^+}}{M_{D_2^*(2460)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \mathcal{C}_{21}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} Y_{21}(\Omega) \right|^2
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Utilizando a propriedade de ortonormalidade dos harmônicos esféricos, Eq. (A.18), encontramos então

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0} &= 2\pi P_{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0} \frac{E_{D^0} E_{\pi^0}}{M_{D^*(2007)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2 \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{10}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0} \right)^2 \\
 \Gamma_{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0} &= 2\pi P_{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0} \frac{E_{D^+} E_{\pi^0}}{M_{D^*(2010)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2 \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0} \right)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D^{*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D^{*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D^{*(2010)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2} \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{10}^{D^{*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_0^{*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi P_{D_0^{*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_0^{*(2400)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2} \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{00}^{D_0^{*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_0^{*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D_0^{*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_0^{*(2400)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2} \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{00}^{D_0^{*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 0 \\
 \Gamma_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} &= 2\pi P_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} \frac{E_{D^{*+}} E_{\pi^-}}{M_{D_1(2420)^0} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2} \\
 &\times \left[ \left( \mathcal{C}_{01}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} \right)^2 + \left( \mathcal{C}_{21}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} \right)^2 \right] \\
 \Gamma_{D_2^{*(2460)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi P_{D_2^{*(2460)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_2^{*(2460)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2} \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{20}^{D_2^{*(2460)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_2^{*(2460)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} &= 2\pi P_{D_2^{*(2460)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} \frac{E_{D^{*+}} E_{\pi^-}}{M_{D_2^{*(2460)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2} \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{21}^{D_2^{*(2460)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_2^{*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D_2^{*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_2^{*(2460)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2} \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{20}^{D_2^{*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_2^{*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} &= 2\pi P_{D_2^{*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} \frac{E_{D^{*0}} E_{\pi^+}}{M_{D_2^{*(2460)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right)^2} \\
 &\times \left( \mathcal{C}_{21}^{D_2^{*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} \right)^2
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

- Com as larguras das gaussianas diferentes:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D^{*(2007)0} \rightarrow D^0 \pi^0} &= 2\pi P_{D^{*(2007)0} \rightarrow D^0 \pi^0} \frac{E_{D^0} E_{\pi^0}}{M_{D^{*(2007)0}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{10}^{D^{*(2007)0} \rightarrow D^0 \pi^0} Y_{11}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D^{*(2010)+} \rightarrow D^+ \pi^0} &= 2\pi P_{D^{*(2010)+} \rightarrow D^+ \pi^0} \frac{E_{D^+} E_{\pi^0}}{M_{D^{*(2010)+}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{10}^{D^{*(2010)+} \rightarrow D^+ \pi^0} Y_{11}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D^{*(2010)+} \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D^{*(2010)+} \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D^{*(2010)+}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{10}^{D^{*(2010)+} \rightarrow D^0 \pi^+} Y_{11}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_0^{*(2400)0} \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi P_{D_0^{*(2400)0} \rightarrow D^+ \pi^-} \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_0^{*(2400)0}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{00}^{D_0^{*(2400)0} \rightarrow D^+ \pi^-} Y_{00}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_0^{*(2400)+} \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D_0^{*(2400)+} \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_0^{*(2400)+}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{00}^{D_0^{*(2400)+} \rightarrow D^0 \pi^+} Y_{00}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_1(2420)0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 0 \\
 \Gamma_{D_1(2420)0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} &= 2\pi P_{D_1(2420)0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} \frac{E_{D^{*+}} E_{\pi^-}}{M_{D_1(2420)0}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D_1(2420)0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} Y_{00}(\Omega) + \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_1(2420)0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} Y_{20}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_2^{*(2460)0} \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi P_{D_2^{*(2460)0} \rightarrow D^+ \pi^-} \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_2^{*(2460)0}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{22}^{D_2^{*(2460)0} \rightarrow D^+ \pi^-} Y_{22}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_2^{*(2460)0} \rightarrow D^{*+} \pi^-} &= 2\pi P_{D_2^{*(2460)0} \rightarrow D^{*+} \pi^-} \frac{E_{D^{*+}} E_{\pi^-}}{M_{D_2^{*(2460)0}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_2^{*(2460)0} \rightarrow D^{*+} \pi^-} Y_{21}(\Omega) \right|^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_2^*(2460)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{22}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} Y_{22}(\Omega) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} \frac{E_{D^{*0}} E_{\pi^+}}{M_{D_2^*(2460)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} Y_{21}(\Omega) \right|^2
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

Utilizando a propriedade de ortonormalidade dos harmônicos esféricos, Eq. (A.18), encontramos então

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 \pi^0} &= 2\pi P_{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 \pi^0} \frac{E_{D^0} E_{\pi^0}}{M_{D^*(2007)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{\mathcal{C}}_{10}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 \pi^0} \right)^2 \\
 \Gamma_{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+ \pi^0} &= 2\pi P_{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+ \pi^0} \frac{E_{D^+} E_{\pi^0}}{M_{D^*(2010)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{\mathcal{C}}_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+ \pi^0} \right)^2 \\
 \Gamma_{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D^*(2010)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi P_{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_0^*(2400)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{\mathcal{C}}_{00}^{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi P_{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_0^*(2400)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{\mathcal{C}}_{00}^{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} &= 2\pi P_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} \frac{E_{D^{*+}} E_{\pi^-}}{M_{D_1(2420)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left[ \left( \tilde{C}_{01}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} \right)^2 + \left( \tilde{C}_{21}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} \right)^2 \right] \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_2^*(2460)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{C}_{22}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} \frac{E_{D^{*+}} E_{\pi^-}}{M_{D_2^*(2460)^0}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{C}_{21}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+}\pi^-} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_2^*(2460)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{C}_{22}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} &= 2\pi P_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} \frac{E_{D^{*0}} E_{\pi^+}}{M_{D_2^*(2460)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho+1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{C}_{21}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} \right)^2
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

que são as taxas de decaimentos para os processos de decaimentos dos mésons com a correção de estado ligado de primeira ordem dados pela Eq. (4.1).

Detalhes de como é feito o cálculo analítico podem ser encontrados em minha dissertação de mestrado [8].

Os resultados serão apresentados no capítulo 6.

## Capítulo 5

# Método Diagramático Para o Modelo $C^3P_0$

Neste capítulo, apresentamos o método diagramático para a obtenção do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem inicialmente. Em seguida, é mostrado o desenvolvimento do Modelo  $C^3P_0$  com correção de estado ligado de segunda ordem com o método diagramático e algumas aplicações do Modelo  $C^3P_0$  para decaimentos de mésons charmosos, obtendo a forma analítica das amplitudes e taxas de decaimentos dos canais apresentados no capítulo anterior no modelo de primeira ordem.

## 5.1 O Modelo $C^3P_0$ com Correção de Estado Ligado de Segunda Ordem

No capítulo anterior foi visto o modelo  $C^3P_0$  com correção de estado ligado de primeira ordem. Este modelo foi aplicado para o setor de mésons leves em minha dissertação de mestrado [8] e em escala mais larga na dissertação de mestrado de Joseima Neves de Quadros [9]. Neste setor o modelo se mostrou aplicável para a maioria dos processos de decaimento. Entretanto, para os setores de mésons pesados (como o setor de mésons compostos por quarks charme) o modelo não se mostrou eficaz para todos os processos, visto que a correção é nula para muitos processos de decaimento do setor charmoso. Em especial, o setor charmoso-estranho e o setor do charmonium, onde este fenômeno acontece mais frequentemente.

Será que não há correção de estado ligado para estes processos de decaimento? Para verificarmos isto vamos expandir o modelo para a segunda ordem da correção de estado ligado.

Como foi visto anteriormente, se imaginarmos a expansão característica em potências da função de onda do formalismo de Fock-Tani, percebe-se que o modelo  $^3P_0$  é obtido em ordem mais baixa desta expansão, quando se considera como interação microscópica, o

Hamiltoniano de criação de par  $H_{q\bar{q}}$  da Eq. (3.23). Como foi descrito no capítulo 3, o formalismo de Fock-Tani fornece um método para se obter interações efetivas e a introdução das correções de estado ligado corrigem o modelo de “ordem zero”.

Utilizando o formalismo de Fock-Tani para encontrarmos a correção de estado ligado de segunda ordem temos que a equação característica para essa expansão é dada por

$$\delta H_2 = V_{\mu\nu} [q_\mu^{\dagger(3)} \bar{q}_\nu^{\dagger(4)} + q_\mu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{\dagger(6)} + q_\mu^{\dagger(5)} \bar{q}_\nu^{\dagger(2)} + q_\mu^{\dagger(7)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)}], \quad (5.1)$$

onde calculando o primeiro termo da Eq. (5.1) obtemos

$$\delta H_2^{CO1} = \frac{1}{16} \Phi_\alpha^{*\rho\epsilon} \Phi_\beta^{*\mu\tau} \Delta(\rho\tau; \chi\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} V_{\mu\nu} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma. \quad (5.2)$$

Outro termo possível de ser calculado é o terceiro termo da Eq. (5.1), cujo resultado é

$$\begin{aligned} \delta H_2^{CO3} &= \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\epsilon} \Phi_\beta^{*\chi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma \\ &- \frac{1}{8} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\chi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\epsilon) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma \\ &- \frac{3}{16} \Phi_\alpha^{*\rho\epsilon} \Phi_\beta^{*\mu\tau} \Delta(\rho\tau; \chi\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma. \end{aligned} \quad (5.3)$$

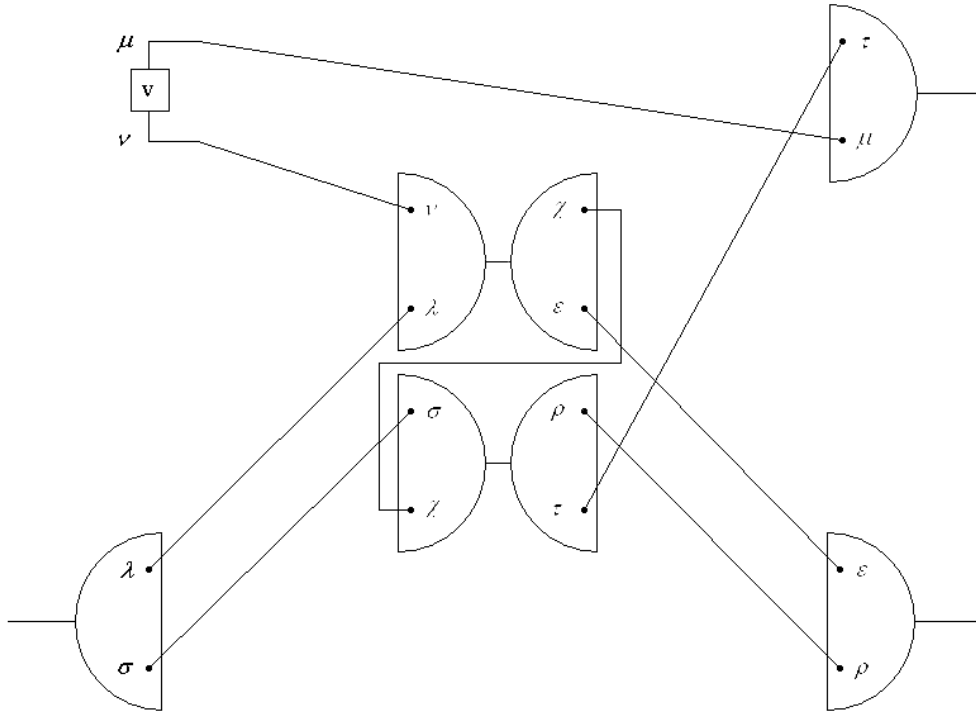
As equações de movimento dos operadores de quarks e antiquarks de onde resultam as Eqs. (5.2) e (5.3) são apresentadas em [8] e [54]. Da soma das Eqs. (5.2) e (5.3), encontramos

$$\begin{aligned} \delta H_2^{CO3} &= \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\epsilon} \Phi_\beta^{*\chi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma \\ &- \frac{1}{8} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\chi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\epsilon) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma \\ &- \frac{1}{8} \Phi_\alpha^{*\rho\epsilon} \Phi_\beta^{*\mu\tau} \Delta(\rho\tau; \chi\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Como pode ser visto, a forma final das expressões para a correção de estado ligado de segunda ordem (quanto aos pesos numéricos e sinais), só é possível ser alcançado ao final do cálculo de todas as contribuições da Eq. (5.1). Isto se deve ao fato de cada termo poder trazer contribuições que se somam com outros termos. Podemos evidenciar este fato pelas Eqs. (5.2) e (5.3). A figura (5.1) mostra a forma diagramática para o terceiro termo da Eq. (5.4), onde o fator numérico e o sinal desta Eq. não estão de acordo com o diagrama.

No entanto, o cálculo dos demais termos da Eq. (5.2) é muito complicado devido a necessidade do cálculo das equações de movimento para os operadores de quarks e mésons em sexta e sétima ordem. Em função disto, desenvolvemos um método alternativo (método diagramático) que contorna estas dificuldades.

Para compreendermos o método diagramático precisamos analisar os diagramas de primeira ordem e de ordem zero que são mostrados nas Figuras (3.1), (3.2), (3.3) e (3.4). Como foi visto em minha dissertação de mestrado [8], cada cruzamento das linhas de quarks



**Fig. 5.1:** Termo 11 dos 14 termos da segunda ordem da correção de estado ligado apresentados no Apêndice F.

implica em um sinal negativo. Isto explica perfeitamente o sinal negativo nos dois termos do modelo  $^3P_0$ , figura (3.1), da Eq (3.38). Porém, parece faltar algo para explicar os sinais dos outros diagramas.

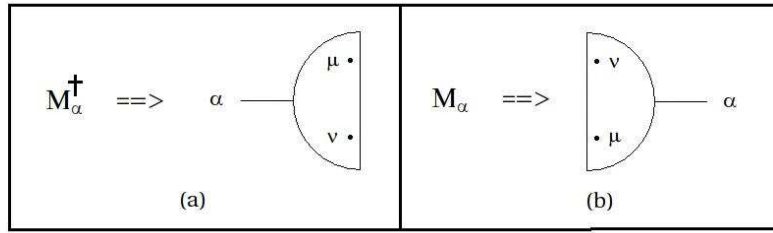
Sabemos que o operador de criação de um méson composto no estado  $\alpha$  é dado pela Eq. (2.3). Tomando o complexo hermitiano desta expressão encontramos que

$$M_\alpha = \Phi_\alpha^{*\mu\nu} \bar{q}_\nu q_\mu, \quad (5.5)$$

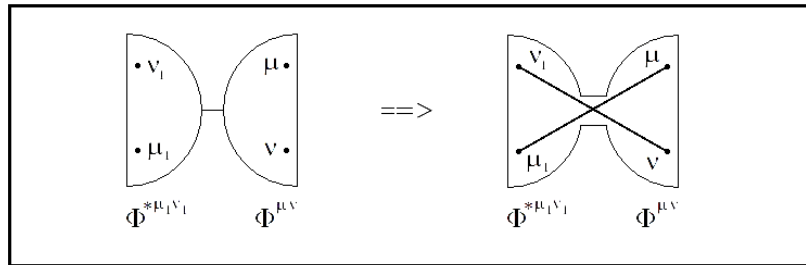
onde a representação diagramática das Eqs. (2.3) e (5.5) são mostradas na Fig. (5.2). Esta representação nos leva a um cruzamento das linhas de quarks no interior de um kernel de estado ligado e, conseqüentemente, um sinal negativo como é mostrado na Fig. (5.3). Uma representação similar a esta é apresentada no trabalho de Straton em [24], onde a função de onda do operador de mésons compostos  $M_\alpha$  ( $\Phi_\alpha^{*\mu\nu}$ ) traz sempre um sinal negativo.

Para verificarmos se estas condições estão adequadas, podemos calcular a norma entre os estados  $\alpha$  e  $\beta$  que tem que resultar em um valor positivo. Considerando  $|\alpha\rangle = M_\alpha^\dagger|0\rangle$  e  $|\beta\rangle = M_\beta^\dagger|0\rangle$ , encontramos

$$\langle\beta|\alpha\rangle = \Phi_\alpha^{\mu\nu} \Phi_\beta^{*\mu\nu} = \delta_{\alpha\beta}. \quad (5.6)$$



**Fig. 5.2:** Representação da função de onda e do par quark-antiquark para um méson composto.



**Fig. 5.3:** Representação diagramática do kernel de estado ligado  $\Delta(\mu\nu; \mu_1\nu_1) = \Phi_\alpha^{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu_1\nu_1}$ .

Diagramaticamente, este resultado obtido para a norma, Eq. (5.6), tem que ser obtido igualmente. Isto é mostrado na Fig. (5.4), onde temos um cruzamento das linhas de quarks gerando um sinal negativo e uma  $\Phi^*$  gerando um segundo sinal negativo. O produto destes dois sinais resulta em um sinal positivo para  $\delta_{\alpha\beta}$ .

Resumindo a regra de sinais para a notação diagramática:

- Cada cruzamento de linhas de quarks leva um sinal negativo;
- Cada  $\Phi^*$  traz um sinal negativo;
- Na  $\Phi^*$  a posição do quark e do antiquark estão trocados em relação a  $\Phi$ .

Partindo desta regra dos sinais, podemos ver que o kernel de estado ligado, Fig. (5.3), será sempre positivo por possuir um cruzamento das linhas de quarks em seu interior (primeiro sinal negativo) e uma  $\Phi^*$  (segundo sinal negativo).

A expressão (3.42) contém todas as possíveis conexões das linhas de quarks entre  $V_{\mu\nu}$  e o kernel de estado ligado  $\Delta$ . Considerando estas duas regras para os sinais para o método diagramático, vemos que os sinais encontrados para as Figuras (3.2), (3.3) e (3.4) são as mesmas calculadas analiticamente através do formalismo de Fock-Tani e mostrado na Eq.

(3.42). Para exemplificarmos isto, observando o diagrama do primeiro termo da correção de estado ligado mostrado na Fig. (3.2), vemos que há 3  $\Phi^*$  o que nos leva uma multiplicação de 3 sinais negativos, gerando um sinal final negativo quanto as funções de onda. Mas ainda nos resta observar os cruzamentos das linhas de quarks, que para este caso são 4 cruzamentos, contando o cruzamento no interior do kernel de estado ligado. Sendo assim, quatro sinais negativos multiplicados, o que nos leva a um sinal positivo para os cruzamentos de linhas de quarks. Multiplicando o sinal negativo das funções de onda com o sinal positivo dos cruzamentos das linhas de quarks, obtemos um resultado final negativo para este diagrama. Desta forma podemos encontrar os devidos sinais para os diagramas de segunda ordem para a correção de estado ligado. Porém ainda nos falta encontrar os fatores numéricos para cada diagrama da equação (3.42).

Para encontramos os fatores numéricos precisamos ver quais diagramas obedecem a mesma topologia, sabendo que a soma de todos os termos que obedecem a mesma topologia tem que ser igual a uma unidade. Analisando os diagramas de primeira ordem da correção de estado ligado podemos ver que o primeiro e o terceiro diagrama são da mesma topologia, sendo que, invertendo os mésons do estado final encontramos para estes diagramas 4 termos com a mesma topologia. Assim, o fator numérico à frente do primeiro e terceiro diagramas dados na Eq. (3.42) é  $1/4$ . Temos também o segundo diagrama que, como os outros, possui duas possibilidades para o mesmo termo ao invertermos o estado final. Visto que não há outro termo da mesma topologia para o segundo termo, ele tem assim fator numérico de  $1/2$ .

Utilizando método diagramático encontramos que a expressão para segunda ordem da correção de estado ligado é dada por

$$\begin{aligned}
 \delta H_2 = & V_{\mu\nu} \left[ \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\epsilon} \Phi_\beta^{*\chi\tau} \Delta(\rho\tau; \lambda\nu) \Delta(\chi\epsilon; \mu\sigma) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} - \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\lambda\tau} \Phi_\beta^{*\chi\sigma} \Delta(\rho\tau; \mu\epsilon) \Delta(\chi\epsilon; \rho\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \right. \\
 & + \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\mu\epsilon} \Delta(\rho\tau; \chi\nu) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\tau) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} + \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\lambda\tau} \Phi_\beta^{*\chi\nu} \Delta(\rho\tau; \mu\epsilon) \Delta(\chi\epsilon; \rho\sigma) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \\
 & + \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\lambda\tau} \Phi_\beta^{*\mu\epsilon} \Delta(\rho\tau; \chi\nu) \Delta(\chi\epsilon; \rho\sigma) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} + \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\chi\nu} \Delta(\rho\tau; \mu\epsilon) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\tau) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \\
 & - \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\lambda\tau} \Phi_\beta^{*\mu\epsilon} \Delta(\rho\tau; \chi\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \rho\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} - \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\chi\sigma} \Phi_\beta^{*\rho\nu} \Delta(\rho\tau; \mu\epsilon) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\tau) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \\
 & - \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\lambda\epsilon} \Phi_\beta^{*\chi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \rho\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} - \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\chi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\epsilon) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \\
 & - \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\epsilon} \Phi_\beta^{*\mu\tau} \Delta(\rho\tau; \chi\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} - \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\epsilon} \Phi_\beta^{*\chi\nu} \Delta(\rho\tau; \mu\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\tau) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \\
 & \left. + \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\lambda\epsilon} \Phi_\beta^{*\chi\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\nu) \Delta(\chi\epsilon; \rho\sigma) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} + \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\chi\sigma} \Phi_\beta^{*\rho\epsilon} \Delta(\rho\tau; \mu\nu) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\tau) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \right]
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

onde, para cada termo, temos duas possibilidades que não são mostradas na Eq. (5.7) ao

invertermos o estado final dados por  $\Phi_\alpha^* \Phi_\beta^*$ . Os diagramas da Eq. (5.7) são mostrados no Apêndice F.

Algo importante a se notar do resultado obtido em primeira ordem e em segunda ordem da correção de estado ligado para o modelo  $C^3P_0$  é que a soma de todos os fatores numéricos a frente dos termos de cada ordem é nulo. Também temos que o efeito dos termos de segunda ordem da correção é menor que o efeito da correção de primeira ordem sobre os sem correção.

Na seção seguinte apresentamos uma aplicação do modelo  $C^3P_0$  com a correção de segunda ordem, onde as larguras das gaussianas  $\beta$  para os processos estudados são iguais para todos os mésons, incluindo o estado intermediário.

No estado intermediário as larguras podem assumir valores diferentes dos estados inicial e final. Entretanto, como foi apresentado no capítulo anterior, as larguras do estado intermediário terão números quânticos iguais aos estados inicial e final.

## 5.2 Decaimento de mésons charmosos no modelo $C^3P_0$ de segunda ordem

Nesta seção, vamos apresentar uma aplicação do modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem aos processos de decaimentos vistos em (4.1). Como os cálculos analíticos da parte de sabor e cor que foram apresentados no capítulo anterior para a segunda correção são bem mais complicados de serem obtidos, faremos este cálculo totalmente usando computação algébrica. Ou seja, as componentes de cor e sabor apresentadas em separado no capítulo anterior não serão mostradas neste capítulo e faremos a integração da parte spin-espaco em conjunto com a parte de cor e sabor.

A seguir, apresentamos as amplitudes de decaimento obtidas ao calcularmos os fatores



de cor, spin, sabor e integrarmos a parte espacial com o modelo  $C^3P_0$ .

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 \pi^0} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{10}^{D^*(2007)^0} Y_{10}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{10}^{D^*(2010)^+} Y_{10}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+ \pi^0} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{10}^{D^*(2010)^+} Y_{10}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{00}^{D_0^*(2400)^0} Y_{00}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{00}^{D_0^*(2400)^+} Y_{00}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{20}^{D_2^*(2460)^0} Y_{20}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{20}^{D_2^*(2460)^+} Y_{20}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{21}^{D_2^*(2460)^+} Y_{21}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \mathcal{C}_{20}^{D_1(2420)^0} Y_{21}(\Omega_x) \\
 h_{fi}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \left[ \mathcal{C}_{01}^{D_1(2420)^0} Y_{00}(\Omega_x) + \mathcal{C}_{21}^{D_1(2420)^0} Y_{20}(\Omega_x) \right] \\
 h_{fi}^{D^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &= \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \right) \left[ \mathcal{C}_{01}^{D^*(2460)^0} Y_{00}(\Omega_x) + \mathcal{C}_{21}^{D^*(2460)^0} Y_{20}(\Omega_x) \right]
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

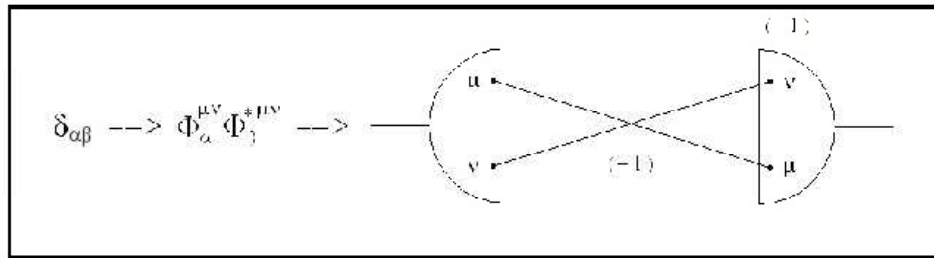
onde os  $\mathcal{C}_{LS}$  são os coeficientes corrigidos, que são apresentados em detalhe no apêndice E, nas Eqs. (E.4).

Introduzindo as amplitudes analíticas (5.8) em (3.12) e utilizando a condição de ortonormalidade dos harmônicos esféricos dado pela Eq. (A.18), obtemos as taxas de decaimento  $\Gamma$  para os onze processos em estudo com a utilização do modelo  $C^3P_0$ , como foi mostrado

no capítulo anterior, que são dados por:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 \pi^0} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^0} E_{\pi^0}}{M_{D^*(2007)^0}} x (\mathcal{C}_{10}^{D^*(2007)^0})^2 \\
 \Gamma_{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+ \pi^0} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^+} E_{\pi^0}}{M_{D^*(2010)^+}} x (\mathcal{C}_{10}^{D^*(2010)^+})^2 \\
 \Gamma_{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D^*(2010)^+}} x (\mathcal{C}_{10}^{D^*(2010)^+})^2 \\
 \Gamma_{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_0^*(2400)^0}} x (\mathcal{C}_{00}^{D_0^*(2400)^0})^2 \\
 \Gamma_{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_0^*(2400)^+}} x (\mathcal{C}_{00}^{D_0^*(2400)^+})^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_2^*(2460)^0}} x (\mathcal{C}_{20}^{D_2^*(2460)^0})^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^0} E_{\pi^+}}{M_{D_2^*(2460)^+}} x (\mathcal{C}_{20}^{D_2^*(2460)^+})^2 \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^{*0}} E_{\pi^+}}{M_{D_2^*(2460)^+}} x (\mathcal{C}_{21}^{D_2^*(2460)^+})^2 \\
 \Gamma_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^+} E_{\pi^-}}{M_{D_1(2420)^0}} x (\mathcal{C}_{20}^{D_1(2420)^0})^2 \\
 \Gamma_{D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^*(2010)^+} E_{\pi^-}}{M_{D_1(2420)^0}} x \left( (\mathcal{C}_{01}^{D_1(2420)^0})^2 + (\mathcal{C}_{21}^{D_1(2420)^0})^2 \right) \\
 \Gamma_{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &= 2\pi^{1/2} \gamma^2 \frac{E_{D^*(2010)^+} E_{\pi^-}}{M_{D_2^*(2460)^0}} x \left( (\mathcal{C}_{01}^{D_2^*(2460)^0})^2 + (\mathcal{C}_{21}^{D_2^*(2460)^0})^2 \right)
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

No capítulo seguinte serão apresentados os resultados numéricos para os processos de decaimento de mésons charmosos estudados neste trabalho, em que será feita uma discussão de qual a melhor forma de aplicação do modelo tanto em primeira ordem quanto em segunda ordem. Esta avaliação é importante pois no capítulo 7 serão apresentados os resultados obtidos para alguns processos do setor charmoso-estranho.



**Fig. 5.4:** Representação do cálculo do valor esperado no método diagramático.

## Capítulo 6

# Ajuste e Análise Numérica dos Decaimentos dos Mésons $D$

Neste capítulo, apresentamos os resultados numéricos das simulações para as amplitudes e taxas de decaimentos calculadas nos capítulos anteriores, através do qual os parâmetros livres  $\beta$  e  $\gamma$  do modelo são ajustados. Também neste capítulo mostramos as diferenças dos modelos de primeira e segunda ordem através dos dados numéricos, onde fazemos uma discussão e análise dos resultados.

## 6.1 Resultados numéricos dos processos de decaimentos

Nesta seção, faremos o ajuste numérico do modelo  $C^3P_0$  em primeira e segunda ordem da correção de estado ligado aos dados experimentais. Uma forma de fazer o ajuste consiste em minimizar a expressão

$$\sum_{i=1} \left( \frac{\Gamma_i^{teo.}(\gamma, \beta)}{\Gamma_i^{exp.}} - 1 \right)^2 = R^2. \quad (6.1)$$

O menor valor que a expressão (6.1) pode assumir é 0. Esta situação corresponde a um ajuste para o par  $\gamma$  e  $\beta$  tal que

$$\Gamma_i^{teo.}(\gamma, \beta) = \Gamma_i^{exp.}. \quad (6.2)$$

Entretanto, este seria o ajuste para o caso ideal, onde o modelo ajusta perfeitamente os dados experimentais. Na situação real  $\Gamma_i^{teo.}(\gamma, \beta)$  difere de  $\Gamma_i^{exp.}$  e, portanto, procura-se o par  $\gamma$  e  $\beta$  que fornece o melhor ajuste numérico para estas duas quantidades, ou seja, o menor valor em (6.1). Denominamos  $R^2$  o resultado obtido pela soma expressa pela Eq. (6.1), isto porque esta expressão é similar ao método de ajuste numérico  $\chi^2$ . Porém, a

expressão para  $\chi^2$  é dada por

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(F_i^{teor.} - F_i^{exp.})^2}{(F_i^{exp.})^2}, \quad (6.3)$$

tendo ambas o mesmo efeito para o ajuste numérico.

Usamos no nosso estudo valores atualizados para as massas dos mésons [55]

$$\begin{aligned} M_{\pi^0} &= 134.9766 \pm 0.0006 \text{ MeV}, & M_{\pi^+} &= 139.57018 \pm 0.00035 \text{ MeV}, \\ M_{D^0} &= 1864.83 \pm 0.14 \text{ MeV}, & M_{D^+} &= 1869.60 \pm 0.16 \text{ MeV}, \\ M_{D^{*(2007)}} &= 2006.96 \pm 0.16 \text{ MeV}, & M_{D^{*(2010)}} &= 2010.25 \pm 0.14 \text{ MeV}, \\ M_{D_0^{*(2400)^0}} &= 2318 \pm 29 \text{ MeV}, & M_{D_0^{*(2400)^+}} &= 2403 \pm 14 \pm 35 \text{ MeV}, \\ M_{D_1^{*(2420)^0}} &= 2422.0 \pm 0.6 \text{ MeV}, & M_{D_2^{*(2460)^0}} &= 2462.8 \pm 1.0 \text{ MeV}, \\ M_{D_2^{*(2460)^+}} &= 2460.1 + 2.6 - 3.5 \text{ MeV}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

Os valores atualizados para as taxas de decaimento dos mésons de (6.4) serão apresentados a seguir juntamente com os valores calculados do modelo. A forma de fixar o valor para o momento  $P$  nas expressões para as taxas de decaimento  $\Gamma$  é determinada pela equação (3.16), isto é,

$$P = \frac{\sqrt{[M_A^2 - (M_B + M_C)^2][M_A^2 - (M_B - M_C)^2]}}{2M_A}. \quad (6.5)$$

Em cada processo haverá um conjunto de massas inicial/final que irá estabelecer a escala de momento.

Os dados experimentais para o grupo de mésons da lista (6.4), são extraídos do “Particle Data Group 2010” [55], também chamado de PDG.

Entre os resultados que, além das massas, podem ser extraídos do PDG estão as taxas de decaimento dos mésons em estudo e a razão entre as taxas de decaimentos de processos específicos apresentados por estes mésons. Esta razão entre as taxas de decaimentos é chamada de “Branching Ratios”, que, por exemplo, podem ser simbolizados por  $\Gamma_{\text{processo}}/\Gamma_{\text{tot}}$ ,  $\Gamma_{\text{processo1}}/\Gamma_{\text{processo2}}$ ,  $Br(\text{processo}/\text{tot})$  ou ainda por  $Br(\text{processo1}/\text{processo2})$ . Um outro detalhe é que as razões entre as taxas são grandezas adimensionais.

Os valores experimentais extraídos do PDG para as taxas de decaimentos e as razões entre as taxas de decaimentos estão listadas nas Tabelas 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6.

Neste ajuste é crucial ter valores precisos de  $\Gamma^{exp.}$ . Nem todos os mésons têm taxas de decaimento bem determinadas experimentalmente. Constatamos que somente o méson  $D^{*(2010)^+}$  têm valores bem determinados experimentalmente para  $\Gamma^{exp.}$ . Escolhemos, desta

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^0\pi^0}/\Gamma_{tot}$
$< 2.1$	0.619

**Tab. 6.1:** Valores experimentais para  $D^*(2007)^0$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em MeV.

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^0\pi^+}$	$\Gamma_{D^+\pi^0}$
$96 \pm 4 \pm 22$	$64.99 \pm 0.48$	$29.47 \pm 0.48$

**Tab. 6.2:** Valores experimentais para  $D^*(2010)^+$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em keV.

forma, ajustar (6.1) sem incluir os outros mésons. Esta forma de ajuste foi feita anteriormente para o modelo  ${}^3P_0$  e  $C^3P_0$  no setor de mésons leves por Barnes [52] e na dissertação de mestrado de Joseima [9], onde o ajuste foi feito levando em conta somente o méson  $b_1$  do setor de mésons leves. Este tipo de ajuste foi chamado de méson calibrador que consiste em utilizar uma partícula do espectro mesônico para calibrar todo o espectro.

Para o fim de comparação foi feito o ajuste numérico para o modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem (com  $\beta$ 's iguais e diferentes) e para o modelo em segunda ordem de estado ligado (com  $\beta$ 's iguais), obtendo os resultados apresentados na Tabela 6.7.

Um segundo ajuste foi feito buscando-se usar os resultados experimentais das razões entre as taxas de decaimentos. Para isto, a Eq. (6.1) é modificada sendo dada por

$$\sum_{i=1} \left( \frac{Br_i^{teo.}(\gamma, \beta)}{Br_i^{exp.}} - 1 \right)^2 = R^2. \quad (6.6)$$

Entretanto, os resultados não foram satisfatórios pela necessidade da realização do cálculo de todos os processos de decaimento de cada méson para a determinação do  $\Gamma$  total teórico, como foi visto em [11]. Por exemplo, o méson  $D^*(2010)^+$  possui 3 processos possíveis de decaimentos que são:  $D^0\pi^+$ ,  $D^+\pi^0$  e  $D^+\gamma$ . Para chegarmos ao  $\Gamma$  total teórico deste méson se faz necessário o cálculo de todos os 3 processos. Porém, desses 3 processos podemos ver que apenas 2 são canais hadrônicos (possível de ser calculado neste modelo) e um é eletrofraco (não calculável neste modelo). Assim, não é possível chegar ao  $\Gamma$  total teórico deste méson e isto leva a problemas na realização deste tipo de ajuste levando em conta a razão entre  $\Gamma_{D^0\pi^+}/\Gamma_{tot}$  e  $\Gamma_{D^+\pi^0}/\Gamma_{tot}$ . Este tipo de problema ocorre com a maior parte dos mésons estudados deste setor.

Outro detalhe importante é a impossibilidade de calcular muitos canais do setor charmoso em primeira ordem e também pelo fato do cálculo em segunda ordem ser muito complicado,

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^0\pi^+}/\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^+\pi^0}/\Gamma_{tot}$
$96 \pm 4 \pm 22$	$0.677 \pm 0.005$	$0.307 \pm 0.005$

**Tab. 6.3:** Valores experimentais para  $D^*(2010)^+$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em keV.

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^+\pi^-}/\Gamma_{D^*(2010)^+\pi^-}$
$20.4 \pm 1.7$	$< 0.24$

**Tab. 6.4:** Valores experimentais para  $D_1(2420)^0$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em MeV.

onde para cada termo da Eq. (5.7) temos muitas possibilidades de mésons virtuais sendo gerados nos estados intermediários.

Na Tabela 6.8 mostra os resultados de  $R'^2$  para os valores de  $\beta$  e  $\gamma$  apresentados na Tabela 6.7.

Analisando a Tabela 6.7 podemos ver que o modelo  $C^3P_0$  em primeira ordem e em segunda ordem são equivalentes, não mostrando uma grande diferença quanto as taxas de decaimentos para os dois modelos com as larguras das gaussianas ( $\beta$ ) iguais. Por outro lado, a Tabela 6.8 mostra uma grande diferença entre os dois modelos para a razão entre as taxas de decaimentos com uma melhora bem acentuada para o modelo de segunda ordem. Porém, os valores obtidos ficam muito distantes de zero, ou seja, longe dos valores dos dados experimentais. Isto nos mostra que o ajuste não fica adequado para estes valores de  $\gamma$  e  $\beta$  encontrados.

Quanto ao modelo  $C^3P_0$  em primeira ordem, com  $\beta$ 's diferentes em relação ao modelo com  $\beta$ 's iguais, este apresenta resultados próximos aos dados experimentais tanto para as taxas de decaimentos (Tabela 6.7) como para a razão entre as taxas de decaimentos (Tabela 6.8).

Para podermos verificar esses resultados de uma forma mais adequada comparando os ajustes, tomamos os valores de  $\gamma$  e  $\beta$  apresentados na Tabela 6.7 e os introduzimos nos  $\Gamma^{teo.}$  e nas razões entre as taxas de decaimentos, resultando nas Tabelas 6.9, 6.10, 6.11, 6.12 e 6.13.

Para os cálculos com o modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem com larguras distintas, as larguras  $\beta$  utilizadas foram  $\beta_\pi$ ,  $\beta_D$ ,  $\beta_{D^*}$ ,  $\beta_{D_0^*}$ ,  $\beta_{D_1}$ ,  $\beta_{D_2^*}$ , que são respectivamente as larguras das gaussianas ( $\beta$ 's) dos mésons  $\pi$  ( $\pi^0$  e  $\pi^+$ ),  $D$  ( $D^0$  e  $D^+$ ),  $D^*$  ( $D^*(2007)^0$  e  $D^*(2010)^+$ ),  $D_0^*(2400)$  ( $D_0^*(2400)^0$  e  $D_0^*(2400)^+$ ),  $D_1(2420)^0$  ( $D_1(2420)^0$ ),  $D_2^*(2460)$  ( $D_2^*(2460)^+$  e  $D_2^*(2460)^0$ ) e para o estado intermediário  $\beta_5$  e  $\beta_7$ , são respectivamente as larguras dos

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^+\pi^-}/\Gamma_{D^*(2010)^+\pi^-}$
$42.9 \pm 3.1$	$2.4 \pm 0.5$

**Tab. 6.5:** Valores experimentais para  $D_2^*(2460)^0$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em MeV.

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^0\pi^+}/\Gamma_{D^*(2007)^0\pi^+}$
$37 \pm 6$	$1.9 \pm 1.1 \pm 0.3$

**Tab. 6.6:** Valores experimentais para  $D_2^*(2460)^+$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em MeV.

mésons  $\pi$  de estado  $1^1S_0$  e  $\rho$  de estado  $1^3S_1$ .

Para os cálculos com o modelo  $C^3P_0$  de primeira e segunda ordem com larguras iguais, as larguras  $\beta$  utilizadas no estado intermediário foram dos mésons  $\pi^0, \pi^+, \rho^0, \rho^+$  para a primeira ordem e  $\pi^0, \pi^+, \rho^0, \rho^+, D^0, D^+, D^{*0}$  e  $D^{*+}$  para o modelo de segunda ordem.

Uma análise mais detalhada pode ser feita observando as Tabelas 6.9, 6.10, 6.11, 6.12 e 6.13. Primeiramente, a Tabela 6.9 nos mostram que os valores das taxas de decaimentos para o méson  $D^*(2010)^+$  ficam dentro da faixa experimental para o canal  $D^0\pi^+$ , mas para o canal  $D^+\pi^0$  o modelo de primeira ordem com  $\beta$ 's iguais apresenta melhor resultado em relação aos demais, sendo o único dentro da faixa experimental. Os demais ficam próximos da faixa experimental para este méson, Tabela 6.2. Quanto aos demais canais, não há resultados experimentais adequados dos processos aqui estudados. Contudo, podemos observar qualitativamente os valores das taxas totais experimentais em relação aos valores teóricos encontrados na Tabela 6.9. Os processos estudados são todos modos dominantes para os mésons observados do setor charmoso. Sendo assim, o valor mínimo que deveríamos encontrar seria de 15% a 50%, podendo até chegar a 100% da taxa total para um dado méson. Por este aspecto podemos ver que as taxas em sua maioria ficaram com valores muito abaixo do valor mínimo esperado para os modelos de primeira e segunda ordem com  $\beta$ 's iguais, onde o modelo de segunda ordem apresenta valores melhores do que o de primeira ordem. Já o modelo de primeira ordem com larguras distintas apresenta valores adequados, sendo que os vários valores de  $\beta$  foram ajustados levando em conta um ajuste para as taxas e para as razões entre as taxas de decaimentos, que para este caso resulta em um ajuste bem adequado.

As Tabelas 6.10, 6.11, 6.12 e 6.13, em concordância com a Tabela 6.9, nos mostram o quanto o cálculo com larguras  $\beta$  iguais ficam longe dos valores experimentais. Em parte, isto se deve ao fato do tipo de simetria aplicada ao méson  $\pi$ , que é um bóson de Goldstone.

O tripleto  $\pi^+, \pi^-, \pi^0$ , o isosinglete  $\eta$  e os correspondentes mésons estranho  $K^+, K^-$ ,



	$C^3P_0$ até 1 <sup>a.</sup> ordem <sup>(a)</sup>	$C^3P_0$ até 1 <sup>a.</sup> ordem <sup>(b)</sup>	$C^3P_0$ até 2 <sup>a.</sup> ordem <sup>(c)</sup>
$R$	0.01658	0.29155	0.01695
$\gamma$	0.116	0.530	0.116
$\beta$ (GeV)	0.100	$\beta$ 's diferentes	0.104

**Tab. 6.7:** Ajuste numérico do modelo  $C^3P_0$  para as taxas de decaimentos dados por (6.1) com  $\beta$ 's iguais <sup>(a),(c)</sup> e diferentes <sup>(b)</sup>.

	$C^3P_0$ até 1 <sup>a.</sup> ordem <sup>(a)</sup>	$C^3P_0$ até 1 <sup>a.</sup> ordem <sup>(b)</sup>	$C^3P_0$ até 2 <sup>a.</sup> ordem <sup>(c)</sup>
$R$	2.5530	0.2916	2.0409
$\gamma$	0.116	0.530	0.116
$\beta$ (GeV)	0.100	$\beta$ 's diferentes	0.104

**Tab. 6.8:** Ajuste numérico do modelo  $C^3P_0$  para as razões entre as taxas de decaimentos dados por (6.6) com  $\beta$ 's iguais <sup>(a),(c)</sup> e diferentes <sup>(b)</sup>.

$K^0$  e  $\bar{K}^0$  de isospin tem massas iguais a  $\approx 140$  MeV (píons),  $\approx 550$  MeV ( $\eta$ ) e  $\approx 495$  (káons), sendo eles todos pseudoescalares. Para a escala hadrônica essas massas são relativamente pequenas indicando a existência de uma simetria global aproximada da  $L_{QCD}$  chamada simetria quiral.

A quebra dinâmica desta simetria resulta num octeto de bósons pseudoescalares de Nambu-Goldstone que deveriam ser de massa nula se fosse exata esta simetria, ou seja, as massas dos quarks deveriam ser exatamente zero. A simetria é dita aproximada devido ao fato de as diferenças entre as massas dos quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  ser pequena.

Estes mésons pseudoescalares descritos acima são os bósons de Goldstone da simetria quiral, que por causa dos termos de massa na  $L_{QCD}$  que quebram explicitamente essa simetria, não tendo massa nula, são ditos ser quase-bósons de Goldstone.

Assim, como o pión é um bóson de Goldstone deveria ser levado em conta a simetria adequada a ele que é a simetria quiral. Isto levaria a uma diferença no cálculo. Para tentarmos minimizar este problema, temos que a largura  $\beta$  da gaussiana do pión deve ser diferente das demais.

Um outro argumento seria a questão de os mésons leves e os mésons charmosos estarem em regiões diferentes do espectro mesônico. Temos conhecimento que os valores adequados para o setor de mésons leves de  $\beta$  fica em torno de 0.4 [52, 11], onde para o pión o valor encontrado neste trabalho no modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem foi de 0.350 e 0.414 GeV para o  $\pi^0$  e o  $\pi^+$  respectivamente. Porém, o setor charmoso  $\beta$  deveria ficar em torno de 0.2

Processos de Decaimento	$\Gamma_{exp.}$ do PDG em keV	$\Gamma_{teo.}$ do $C^3P_0$ em keV (a)	$\Gamma_{teo.}$ do $C^3P_0$ em keV (b)	$\Gamma_{teo.}$ do $C^3P_0$ em keV (c)
$D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0$		41.14	43.24	41.23
$D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+$	$64.99 \pm 0.48$	65.77	65.08	65.86
$D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0$	$29.47 \pm 0.48$	29.13	29.47	29.17
$D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+$		177.26	$10.23 \times 10^3$	322.22
$D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-$		534.26	$23.36 \times 10^3$	821.46
$D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$		2433.46	$16.30 \times 10^3$	2000.53
$D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-$		0	0	0.0136
$D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+$		24.43	$6.71 \times 10^3$	49.48
$D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+$		307.53	$18.15 \times 10^3$	55.31
$D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$		960.39	$7.09 \times 10^3$	167.98
$D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-$		27.02	$21.39 \times 10^3$	60.42

**Tab. 6.9:** Ajuste das taxas de decaimento dos mésons charmosos, utilizando para  $\gamma$  e  $\beta$  os valores obtidos na tabela 6.7 e comparando com os valores experimentais extraídos do PDG. Ou seja, (a) Modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem ( $\gamma = 0.116$  e  $\beta = 0.100$  GeV), (b) Modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem ( $\gamma = 0.530$ ,  $\beta_\pi = 0.414$  para o  $\pi^+$ ,  $\beta_\pi = 0.350$  para o  $\pi^0$ ,  $\beta_D = 0.330$  para o  $D^0$ ,  $\beta_D = 0.296$  para o  $D^+$ ,  $\beta_{D^*} = 0.278$ ,  $\beta_{D_0^*} = 0.155$ ,  $\beta_{D_1} = 0.149$ ,  $\beta_{D_2^*} = 0.136$ ,  $\beta_5 = 0.100$  para o  $\pi^0$ ,  $\beta_5 = 0.370$  para o  $\pi^+$ ,  $\beta_7 = 0.235$  para o  $\rho^0$  e  $\rho^+$  GeV) e (c) Modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem da correção de estado ligado ( $\gamma = 0.116$  e  $\beta = 0.104$  GeV).

GeV, mas o resultado encontrado foi um pouco abaixo. Também temos que deveria haver um único  $\beta$  para o setor charmoso, entretanto, para fitar os dados experimentais se faz necessário as suas larguras serem um pouco diferentes ficando em torno de 0.15 GeV.

No apêndice E vemos que, para o setor charmoso os únicos mésons que aparecem no estado intermediário são os mésons  $\pi$  e  $\rho$ , além de só um diagrama não ser nulo. Isto nos mostra a impossibilidade de que partículas do setor charmoso possam fazer parte do estado intermediário para os processos estudados no modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem. No entanto, o modelo de segunda ordem permite o aparecimento de partículas dos setores charmoso ( $D^0$ ,  $D^+$ ,  $D^*(2007)^0$  e  $D^*(2010)^+$ ) e leve ( $\pi$  e  $\rho$ ) no estado intermediário, sendo um modelo mais adequado para o tratamento de processos de decaimentos envolvendo mésons charmosos.

Um outro detalhe é a que no estado intermediário temos um méson virtual com largura  $\beta$  ajustada em separado, pois é considerado um  $\beta$  livre.

Há ainda a questão da constante de acoplamento  $\gamma$  que deve ser entre 0.35 e 0.55 [52]. Os resultados obtidos com  $\beta$ 's iguais apresentados nas Tabelas 6.7 e 6.9 nos mostram que os

Br. - Razão entre $\Gamma$	Br. Exp. (PDG)	Br. $C^3P_0$ (a)	Br. $C^3P_0$ (b)	Br. $C^3P_0$ (c)
$\Gamma_{D^0\pi^+}/\Gamma_{tot}$	$0.677 \pm 0.005$	0.00068	0.67	0.00068
$\Gamma_{D^+\pi^0}/\Gamma_{tot}$	$0.307 \pm 0.005$	0.00030	0.22	0.00030

**Tab. 6.10:** Valores teóricos para  $D^*(2010)^+$  extraídos do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem com  $\beta$ 's iguais <sup>(a)</sup> e diferentes <sup>(b)</sup> e também no modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem com  $\beta$ 's iguais <sup>(c)</sup> comparados com os valores experimentais do PDG.

Br. - Razão entre $\Gamma$	Br. Exp. (PDG)	Br. $C^3P_0$
$\Gamma_{D^+\pi^-}/\Gamma_{D^*(2010)^+\pi^-}$	$< 0.24$	$6.84 \times 10^{-6}$

**Tab. 6.11:** Valor teórico para  $D_1(2420)^0$  extraído do modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem com  $\beta$ 's iguais comparados com os valores experimentais do PDG.

valores para a constante de acoplamento  $\gamma$  ficaram muito abaixo desta faixa. Já os resultados para o modelo  $C^3P_0$  com larguras distintas ficaram dentro desta faixa com valor obtido de 0.530.

Nas Figuras 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5 são apresentados o modelo  $C^3P_0$  de primeira e segunda ordem com a constante de acoplamento  $\gamma = 0.116$ . Vemos a proximidade qualitativa dos processos de decaimento nos dois modelos. Podemos observar que o formato das curvas não se altera, porém há uma mudança quanto a altura das curvas de uma forma global. No entanto, há um canal que só aparece no modelo de segunda ordem. O processo  $D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-$  na Figura 6.4 aparece como aproximadamente nulo, por isso este processo também aparece em separado na Figura 6.5, mostrando que a taxa de decaimento para este canal é muito pequena. Este é um dos vários canais no qual o modelo de primeira ordem não consegue ser aplicado, dando um resultado nulo.

Um outro detalhe apresentado nas Figuras é a questão da razão entre as taxas de decaimentos para os mésons  $D_2^*(2460)^0$  e  $D_2^*(2460)^+$  que deveriam resultar em valores maiores que 1, indicando que os processos  $D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-$  e  $D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+$  devem ter taxas maiores que os processos  $D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$  e  $D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^*(2007)^0\pi^+$  como é mostrado nas Tabelas 6.5 e 6.6. Isto aparece mais adequadamente para o modelo de segunda ordem.

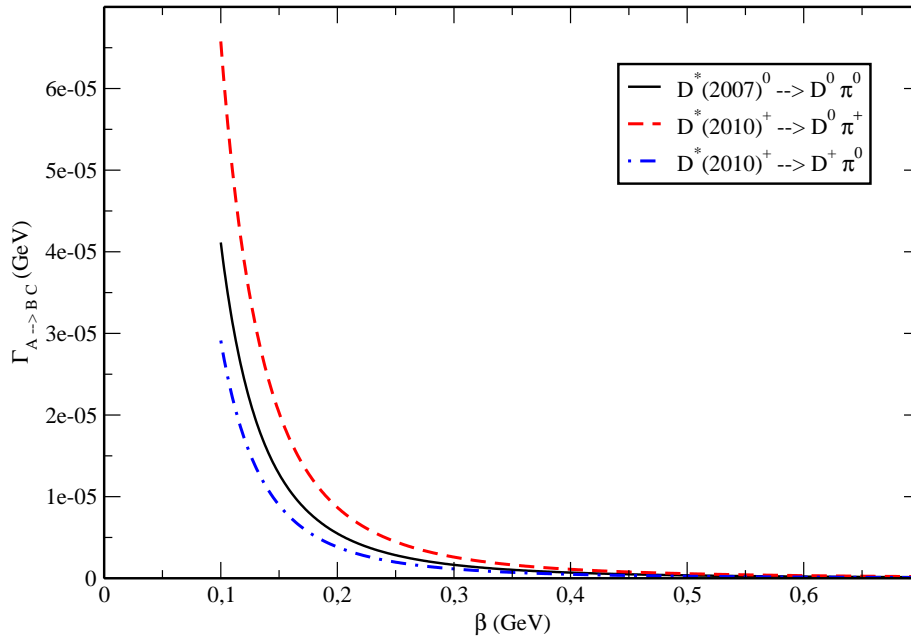
No próximo capítulo será apresentado uma outra aplicação do modelo de primeira ordem para o setor charmoso-estranho.

Br. - Razão entre $\Gamma$	Br. Exp. (PDG)	Br. $C^3P_0$ (a)	Br. $C^3P_0$ (b)	Br. $C^3P_0$ (c)
$\Gamma_{D^+\pi^-}/\Gamma_{D^*(2010)^+\pi^-}$	$2.4 \pm 0.5$	0.028	2.90	0.36

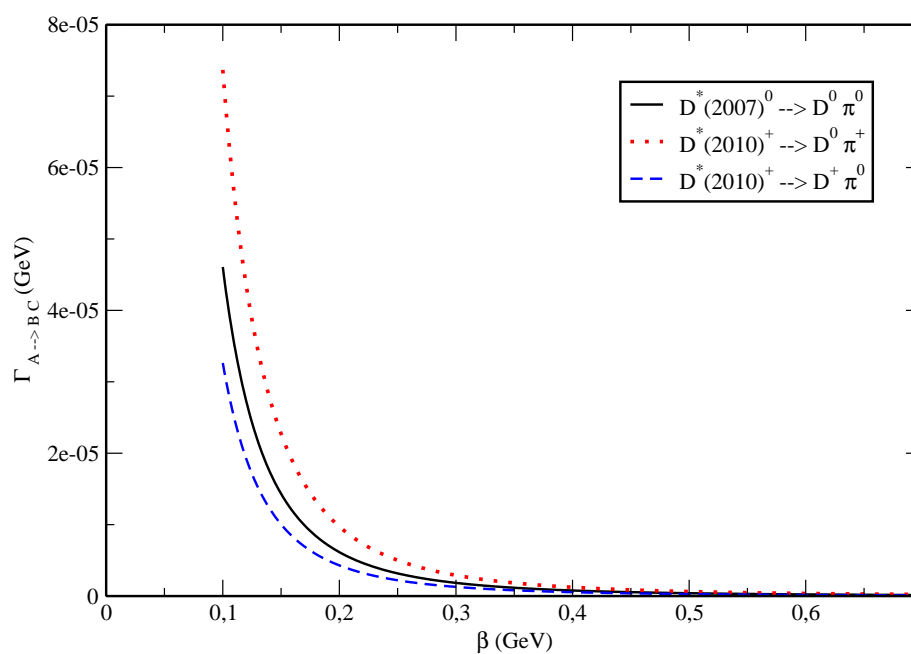
**Tab. 6.12:** Valores teóricos para  $D_2^*(2460)^0$  extraídos do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem com  $\beta$ 's iguais <sup>(a)</sup> e diferentes <sup>(b)</sup> e também no modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem com  $\beta$ 's iguais <sup>(c)</sup> comparados com os valores experimentais do PDG.

Br. - Razão entre $\Gamma$	Br. Exp. (PDG)	Br. $C^3P_0$ (a)	Br. $C^3P_0$ (b)	Br. $C^3P_0$ (c)
$\Gamma_{D^0\pi^+}/\Gamma_{D^*(2007)^0\pi^+}$	$1.9 \pm 1.1 \pm 0.3$	0.079	2.70	1.12

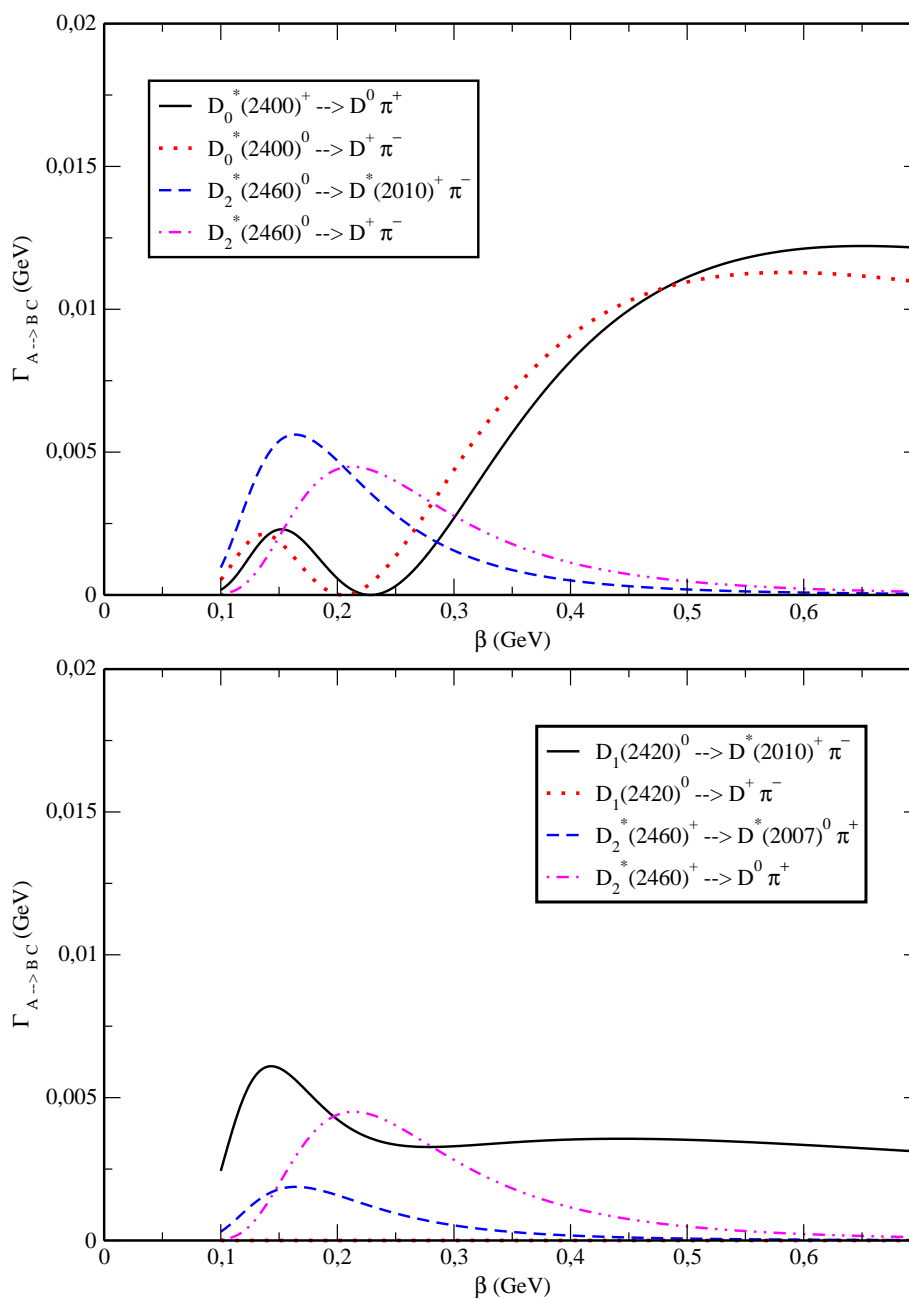
**Tab. 6.13:** Valores teóricos para  $D_2^*(2460)^+$  extraídos do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem com  $\beta$ 's iguais <sup>(a)</sup> e diferentes <sup>(b)</sup> e também no modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem com  $\beta$ 's iguais <sup>(c)</sup> comparados com os valores experimentais do PDG.



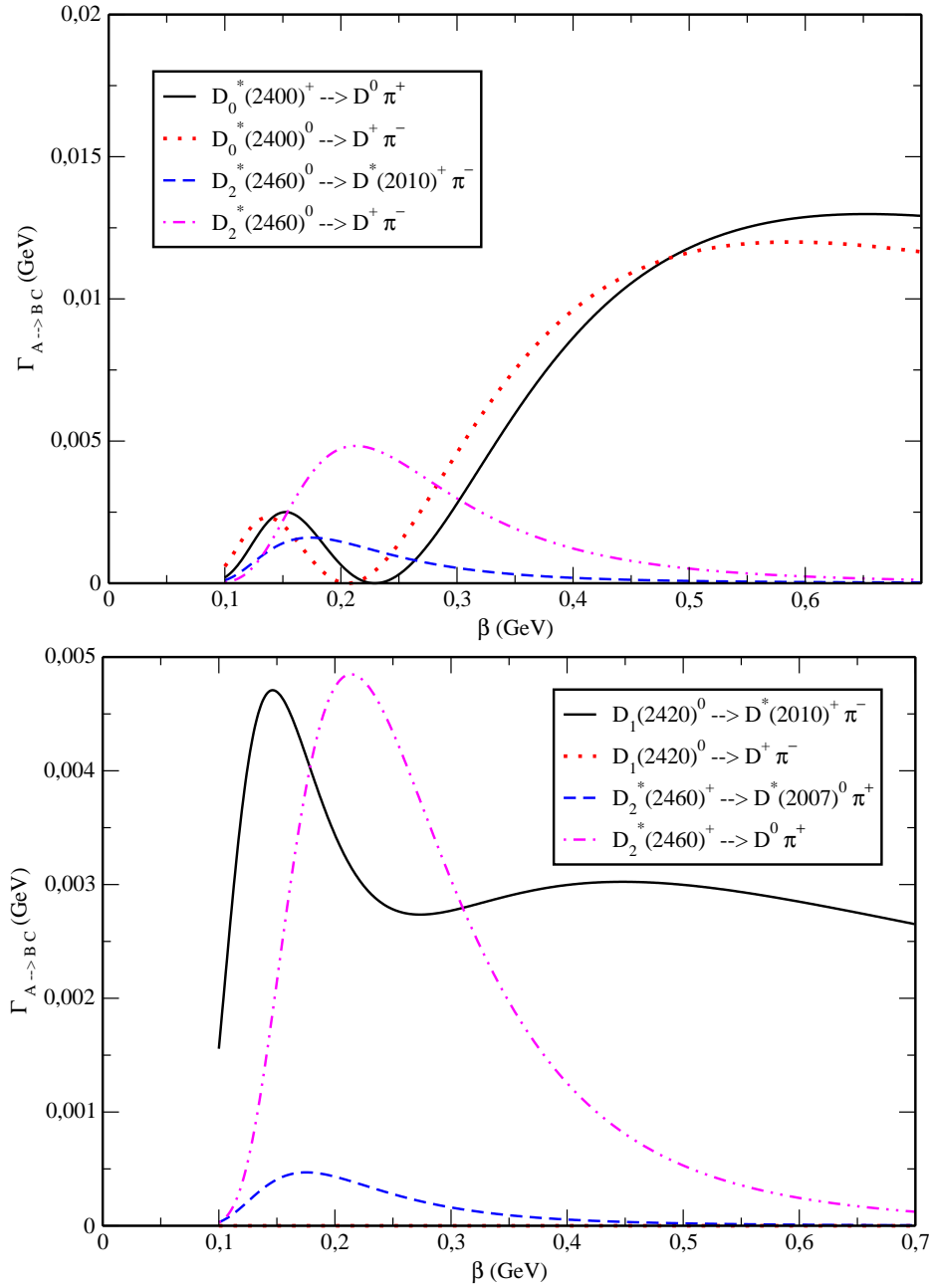
**Fig. 6.1:** Representação das taxas de decaimentos em função das larguras das gaussianas  $\beta$  dos mésons charmosos  $c\bar{n}$  no modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem da correção de estado ligado para  $\gamma = 0.116$ .



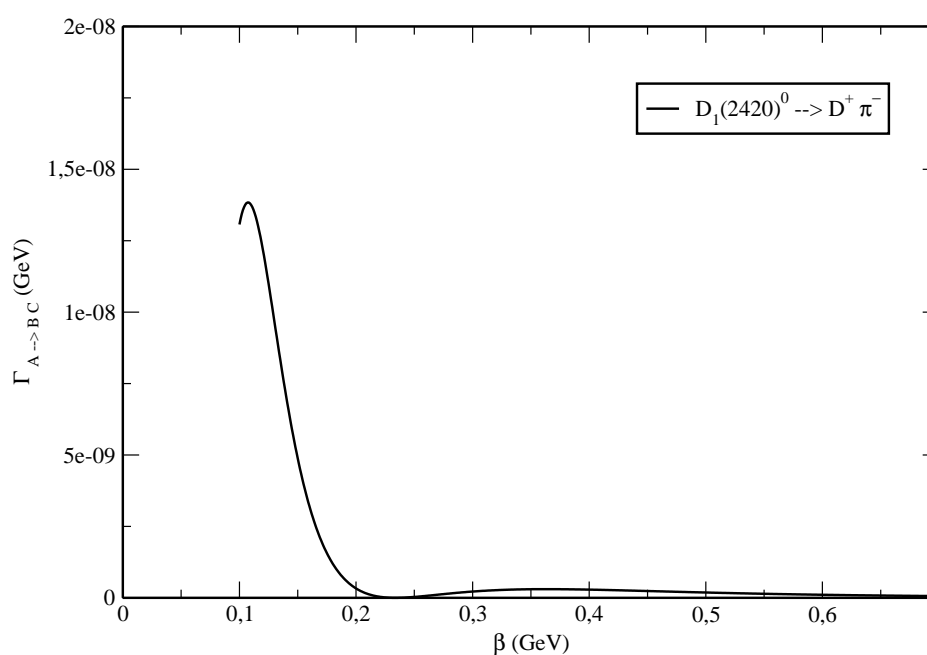
**Fig. 6.2:** Representação das taxas de decaimentos em função das larguras das gaussianas  $\beta$  dos mésons charmosos  $c\bar{n}$  no modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem da correção de estado ligado para  $\gamma = 0.116$ .



**Fig. 6.3:** Representação das taxas de decaimentos em função das larguras das gaussianas  $\beta$  dos mésons charmosos  $c\bar{n}$  no modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem da correção de estado ligado para  $\gamma = 0.116$ .



**Fig. 6.4:** Representação das taxas de decaimentos em função das larguras das gaussianas  $\beta$  dos mésons charmosos  $c\bar{n}$  no modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem da correção de estado ligado para  $\gamma = 0.116$ .



**Fig. 6.5:** Representação da taxa de decaimento em função da largura da gaussiana  $\beta$  do méson  $D_1(2420)^0$  no processo de decaimento em  $D^+ \pi^-$  no modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem da correção de estado ligado para  $\gamma = 0.116$ , onde este mesmo processo foi apresentado na Fig. 6.4. Este processo é apresentado novamente, devido a ser muito pequena a sua largura de decaimento.



## Capítulo 7

# *Decaimentos de Mésons $D_{SJ}$ no Modelo $C^3P_0$ de Primeira Ordem*

*Neste capítulo, apresentamos outra aplicação do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem, onde o modelo é aplicado ao setor de mésons charmosos-estranhos. Primeiramente é obtido a forma analítica das amplitudes e taxas de decaimentos e após, a interação  $\gamma$  e o parâmetro  $\beta$  são ajustados aos dados experimentais.*

### 7.1 Decaimento de Mésons $D_{SJ}$

*Nos capítulos anteriores vimos a aplicação do modelo  $C^3P_0$  em primeira e segunda ordem para o setor dos mésons charmosos com larguras  $\beta$  iguais e distintas. Vimos que larguras iguais não fornecem resultados adequados, mas que o modelo em primeira ordem com larguras distintas fornece resultados adequados aos dados experimentais. Neste capítulo o modelo será testado no setor charmoso-estranho pretendendo-se verificar a eficácia do modelo a um outro setor, onde será considerado larguras  $\beta$  distintas para as partículas envolvidas.*

*Como foi feito nos capítulos anteriores, foram vistos vários processos em que restringimos a partículas com  $L$ , momento angular orbital, igual a 1. Vamos continuar neste mesmo caminho neste capítulo, aplicando o modelo aos mésons do setor charmoso-estranho com  $L = 1$ .*

*A forma de desenvolvimento dos cálculos para a obtenção da amplitudes e taxas de decaimentos é a mesma aplicada no capítulo 4. Porém, este setor aceita mais partículas de vários setores do espectro mesônico para o estado intermediário.*

Os processos aqui estudados são :

$$\begin{aligned}
 D_s^{*+} &\rightarrow D_s^+ \pi^0; \\
 D_{s0}^* (2317)^+ &\rightarrow D_s^{*+} \pi^0; \\
 D_{s0}^* (2317)^+ &\rightarrow D_s^+ \pi^0; \\
 D_{s1} (2460)^+ &\rightarrow D_s^{*+} \pi^0; \\
 D_{s1} (2536)^+ &\rightarrow D^* (2010)^+ K^0; \\
 D_{s1} (2536)^+ &\rightarrow D^* (2007)^0 K^+; \\
 D_{s2}^* (2573)^+ &\rightarrow D^0 K^+; \\
 D_{s2}^* (2573)^+ &\rightarrow D^* (2007)^0 K^+.
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

Na seção seguinte serão mostrados os resultados analíticos dos processos apresentados em (7.1), sendo que estes resultados foram obtidos usando computação algébrica devido a complexibilidade do cálculo envolvido.

## 7.2 Resultados analíticos dos processos de decaimentos

Nesta seção, vamos apresentar os resultados analíticos das amplitudes e taxas de decaimentos do setor charmoso-estranho estudados neste trabalho.

A seguir, apresentamos as amplitudes de decaimento obtidas ao calcularmos os fatores de cor, spin, sabor e integrarmos a parte espacial com o modelo  $C^3P_0$ .

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{10}^{D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0} Y_{10}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{00}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} Y_{00}(\Omega) \\
 &+ \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{20}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} Y_{20}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{00}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0} Y_{00}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{01}^{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} Y_{00}(\Omega) \\
 &+ \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{21}^{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} Y_{20}(\Omega)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{01}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} Y_{00}(\Omega) \\
 &+ \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{21}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} Y_{20}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{01}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} Y_{00}(\Omega) \\
 &+ \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{21}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} Y_{20}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^0K^+} &= \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right] \tilde{C}_{22}^{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^0K^+} Y_{20}(\Omega) \\
 h_{fi}^{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} &= 0
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

onde os  $\tilde{C}_{LS}$  são os coeficientes corrigidos, mostrados no apêndice E, e as larguras respectivas para cada processo são apresentados. Como foi visto anteriormente, os coeficientes tem dimensão de  $\text{GeV}^{-1}$ . Nos coeficientes  $\tilde{C}_{LS}$  foram também introduzidos os parâmetros  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $\rho_3$  que tem os valores de 0.367, 0.22 e 1.667. Estes parâmetros são a razão entre as massas dos quarks, dados por  $m_s/m_c$ ,  $m_n/m_c$  e  $m_s/m_n$ . Como foi mostrado no capítulo 4,  $n$  se refere aos quarks  $u$  e  $d$ ,  $s$  se refere ao quark strange e  $c$  se refere ao quark charm, com valores para eles de 0.330 GeV, 0.550 GeV e 1.5 GeV, respectivamente.

Introduzindo as amplitudes analíticas (7.2) em (3.12), obtemos as taxas de decaimento  $\Gamma$  para os processos em estudo com a utilização do modelo  $C^3P_0$ .

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0} &= 2\pi P_{D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0} \frac{E_{D_s^+} E_{\pi^0}}{M_{D_s^{*+}}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{C}_{10}^{D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0} Y_{10}(\Omega_x) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} &= 2\pi P_{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} \frac{E_{D_s^{*+}} E_{\pi^0}}{M_{D_s(2317)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{C}_{01}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} Y_{00}(\Omega_x) + \tilde{C}_{21}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} Y_{20}(\Omega_x) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0} &= 2\pi P_{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0} \frac{E_{D_s^+} E_{\pi^0}}{M_{D_s(2317)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{C}_{01}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0} Y_{00}(\Omega_x) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} &= 2\pi P_{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} \frac{E_{D_s^{*+}} E_{\pi^0}}{M_{D_{s1}(2460)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{C}_{01}^{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} Y_{00}(\Omega_x) + \tilde{C}_{21}^{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} Y_{20}(\Omega_x) \right|^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} &= 2\pi P_{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} \frac{E_{D^{*0}}E_{K^+}}{M_{D_{s1}(2536)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} Y_{00}(\Omega_x) + \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} Y_{20}(\Omega_x) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} &= 2\pi P_{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} \frac{E_{D^{*+}}E_{K^0}}{M_{D_{s1}(2536)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} Y_{00}(\Omega_x) + \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} Y_{20}(\Omega_x) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^0K^+} &= 2\pi P_{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^0K^+} \frac{E_{D^0}E_{K^+}}{M_{D_{s2}(2573)^+}} \left[ \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right]^2 \\
 &\times \int d\Omega \left| \tilde{\mathcal{C}}_{22}^{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^0K^+} Y_{20}(\Omega_x) \right|^2 \\
 \Gamma_{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} &= 0
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

Utilizando a propriedade de ortonormalidade dos harmônicos esféricos dados pela Eq. (A.18), encontramos então

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0} &= 2\pi P_{D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0} \frac{E_{D_s^+}E_{\pi^0}}{M_{D_s^{*+}}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{\mathcal{C}}_{10}^{D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} &= 2\pi P_{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} \frac{E_{D_s^{*+}}E_{\pi^0}}{M_{D_s(2317)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left[ \left( \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} \right)^2 + \left( \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} \right)^2 \right] \\
 \Gamma_{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0} &= 2\pi P_{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0} \frac{E_{D_s^+}E_{\pi^0}}{M_{D_s(2317)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D_s(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} &= 2\pi P_{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} \frac{E_{D_s^{*+}}E_{\pi^0}}{M_{D_{s1}(2460)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_1 + 1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left[ \left( \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} \right)^2 + \left( \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0} \right)^2 \right] \\
 \Gamma_{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} &= 2\pi P_{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} \frac{E_{D^{*0}}E_{K^+}}{M_{D_{s1}(2536)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left[ \left( \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} \right)^2 + \left( \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} \right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} &= 2\pi P_{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} \frac{E_{D^{*+}}E_{K^0}}{M_{D_{s1}(2536)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left[ \left( \tilde{C}_{01}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} \right)^2 + \left( \tilde{C}_{21}^{D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0} \right)^2 \right] \\
 \Gamma_{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^0K^+} &= 2\pi P_{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^0K^+} \frac{E_{D^0}E_{K^+}}{M_{D_{s2}(2573)^+}} \left( \frac{\gamma}{\pi^{1/4}(\rho_2 + 1)^2} \right)^2 \\
 &\times \left( \tilde{C}_{22}^{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^0K^+} \right)^2 \\
 \Gamma_{D_{s2}(2573)^+ \rightarrow D^{*0}K^+} &= 0
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

que são as taxas de decaimentos para os processos de decaimentos dos mésons com a correção de estado ligado dados pela Eq. (7.1).

Na próxima seção é mostrado o ajuste numérico para as taxas de decaimentos encontradas nesta seção em relação aos parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$  dos processos estudados neste capítulo.

### 7.3 Resultados numéricos dos processos de decaimentos

Nesta seção, conforme foi feito no capítulo anterior, faremos o ajuste numérico do modelo  $C^3P_0$  em primeira da correção de estado ligado aos dados experimentais. Como observado anteriormente, para o caso de larguras distintas podem ser aplicadas duas condições de minimização aos dados experimentais dados pelas Eqs. (6.1) e (6.6). Através destas condições pode-se encontrar os melhores valores para  $\beta$  de cada partícula e  $\gamma$ .

Usamos no nosso estudo valores atualizados para as massas dos mésons extraídos da PDG [55], dados por

$$\begin{aligned}
 M_{\pi^0} &= 134.9766 \pm 0.0006 \text{ MeV}, \quad M_{\pi^+} = 139.57018 \pm 0.00035 \text{ MeV}, \\
 M_{D^0} &= 1864.83 \pm 0.14 \text{ MeV}, \quad M_{D^+} = 1869.60 \pm 0.16 \text{ MeV}, \\
 M_{D^{*(2007)}} &= 2006.96 \pm 0.16 \text{ MeV}, \quad M_{D^{*(2010)}} = 2010.25 \pm 0.14 \text{ MeV}, \\
 M_{D_s^+} &= 1968.47 \pm 0.33 \text{ MeV}, \quad M_{D_s^{*+}} = 2112.3 \pm 0.5 \text{ MeV}, \\
 M_{D_{s0}^{*(2317)+}} &= 2317.8 \pm 0.6 \text{ MeV}, \quad M_{D_{s1}^{*(2460)+}} = 2459.5 \pm 0.6 \text{ MeV}, \\
 M_{D_{s1}^{*(2536)+}} &= 2535.29 \pm 0.20 \text{ MeV}, \quad M_{D_{s2}^{*(2573)+}} = 2572.6 \pm 0.9 \text{ MeV},
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

onde os valores dos dados experimentais das taxas de decaimentos e razões entre as taxas de decaimentos atualizados para os mésons do setor charmoso-estranho aplicados ao modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem são dados pelas Tabelas 7.1 - 7.5.

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D_s^+\pi^0}/\Gamma_{tot}$
$< 1.9$	$0.059 \pm 0.004 \pm 0.006$

**Tab. 7.1:** Valores experimentais para  $D_s^{*+}$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em MeV.

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D_s^{*+}\pi^0}/\Gamma_{D_s^+\pi^0}$
$< 3.8$	$< 0.11$

**Tab. 7.2:** Valores experimentais para  $D_{s_0}^*(2317)^+$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em MeV.

Como foi visto anteriormente o momento  $P$  para cada processo é fixado através da Eq. (6.5), a qual relaciona as massas das partículas envolvidas no processo de decaimento com o momento  $P$  das partículas do estado final.

No capítulo anterior, foi feita uma discussão sobre a questão da forma de se fazer o ajuste do modelo. Naquele momento vimos que se fazia necessário valores precisos para as taxas de decaimentos experimentais. Entretanto, como pode ser visto nas Tabelas 7.1 - 7.5, não há dados precisos para estas taxas de decaimento. Há somente dados sobre as razões entre as taxas de decaimentos, o que não gera um bom fit para ajustar o modelo devido aos motivos apresentados no capítulo anterior. Contudo, vamos utilizar esta forma de minimização aos dados experimentais, Eq. (6.6), para ajustar o modelo. Iremos utilizar também valores obtidos de larguras  $\beta$  para o setor charmoso. Isto será de grande auxílio devido a complexibilidade do cálculo numérico.

Para os cálculos dos processos descritos em (7.1) com o modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem com larguras distintas, a constante de acoplamento  $\gamma$  encontrada foi de 0.420 e as larguras  $\beta$ , dadas em GeV, utilizadas foram 0.410 para o méson  $\pi$ , 0.399 para o méson  $K^0$ , 0.399 para o méson  $D^0$ , 0.364 para o méson  $K^+$ , 0.321 para o méson  $D^*(2007)^0$ , 0.265 para o méson  $D^*(2010)^+$ , 0.250 para o méson  $D_s^+$ , 0.200 para o méson  $D_s^{*+}$ , 0.272 para o méson  $D_{s_0}^*(2317)^+$ , 0.254 para o méson  $D_{s_1}(2460)^+$ , 0.234 para o méson  $D_{s_1}(2536)^+$  e 0.224 para o méson  $D_{s_2}^*(2573)^+$ , onde tais larguras foram ajustadas numericamente pela minimização da Eq. (6.6).

Quanto ao estado intermediário as larguras encontradas em unidade de GeV foram 0.300 para o méson  $\eta'$ , 0.200 para o méson  $\omega$ , 0.138 para os mésons  $K^0$  e  $K^+$ , 0.100 para os mésons  $D^0$  e  $D^+$ , 0.630 para os mésons  $D^*(2007)^0$  e  $D^*(2010)^+$ , que correspondem aos estados  $1^1S_0$  e  $1^3S_1$  referentes aos números quânticos das partículas dos estados finais dos processos estudados.

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D_s^{*+}\pi^0}/\Gamma_{tot}$
$< 3.5$	$0.48 \pm 0.11$

**Tab. 7.3:** Valores experimentais para  $D_{s1}(2460)^+$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em keV.

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^*(2007)^0K^+}/\Gamma_{D^*(2010)^+K^0}$	$\Gamma_{D^*(2010)^+K^0}^{S-wave}/\Gamma_{D^*(2010)^+K^0}$
$< 2.3$	$1.36 \pm 0.20$	$0.72 \pm 0.05 \pm 0.01$

**Tab. 7.4:** Valores experimentais para  $D_{s1}(2536)^+$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em MeV.

Como foi visto no capítulo 1, os mésons  $\eta'$  e  $\omega$  são partículas que possuem isospin 0, e portanto tem um ângulo de mistura entre o estado  $n\bar{n}$  e  $s\bar{s}$ . Os ângulos utilizados para estes dois mésons foram de  $-17.3^\circ$  para  $\eta'$  e  $35^\circ$  para o méson  $\omega$ .

Para podermos verificar esses dados de uma forma mais adequada comparando os ajustes, tomamos os valores de  $\gamma$  e  $\beta$  apresentados na Tabela 6.7 e introduzimos os  $\Gamma^{teo.}$  nas razões entre as taxas de decaimentos, resultando nas Tabelas 6.9, 6.10, 6.11, 6.12 e 6.13.

Os resultados obtidos do ajuste numérico do modelo para as taxas de decaimentos e das razões entre as taxas de decaimentos são mostrados nas Tabelas 7.6, 7.7, 7.8, 7.9 e 7.10.

Analisando os resultados obtidos nas Tabelas 7.6 - 7.4 podemos observar que as taxas de decaimentos dos processos estudados para os mésons  $D_{s1}(2536)^+$  e  $D_{s2}^*(2573)^+$  ficaram acima de suas taxas totais. Também, as razões entre as taxas para estes mésons ficaram próximos, mas fora da faixa experimental.

Para os demais mésons, as taxas de decaimentos apresentadas na Tabela 7.6, as suas taxas ficaram dentro da faixa experimental. Porém, os dados experimentais só nos mostram que as taxas destes mésons tem que estar abaixo de certos valores, o que não nos permite fazer uma avaliação adequada.

Quanto as razões entre as taxas de decaimentos para os mésons  $D_s^{*+}$ ,  $D_{s0}^*(2317)^+$  e  $D_{s1}(2460)^+$  obtidas, temos que os resultados também não conseguiram ficar dentro da faixa experimental, mas próximas a eles.

Em parte isto se deve a falta de dados experimentais precisos sobre as taxas de decaimentos para este setor. Também temos que, como foi dito antes, o ajuste através da minimização das razões entre as taxas de decaimento não gera um bom fit aos dados experimentais. Ela pode ser usada para fazer um ajuste final, mas não como a forma principal de ajuste.

Outro detalhe que fica evidente é a necessidade da utilização, para este setor, do modelo de segunda ordem. Um dos motivos da utilização da segunda ordem é a questão de vários

$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{D^*(2007)^0 K^+} / \Gamma_{D^0 K^+}$
$20 \pm 5$	$< 0.33$

**Tab. 7.5:** Valores experimentais para  $D_{s2}^*(2573)^+$  extraídos de [55], onde as taxas são dadas em MeV.

Processos de Decaimento	$C^3P_0$ até 1 <sup>a</sup> . ordem
	$\Gamma$ (MeV)
$D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0$	$1.09 \times 10^{-2}$
$D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0$	$9.01 \times 10^{-2}$
$D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$	0.65
$D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0$	$4.81 \times 10^{-2}$
$D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^*(2010)^+ K^0$	50.35
$D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^*(2007)^0 K^+$	64.60
$D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^0 K^+$	22.13
$D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^*(2007)^0 K^+$	0

**Tab. 7.6:** Ajuste das taxas de decaimento dos mésons charmosos-estranhos.

canais para este setor serem nulos, como o canal  $D_{s2}^*(2573)^+ \rightarrow D^*(2007)^0 K^+$ . Também temos que os processos de decaimentos  $D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0$ ,  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0$ ,  $D_{s0}^*(2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$  e  $D_{s1}(2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0$  apresentam termos de ordem zero (sem correção) nulos no modelo  $C^3P_0$ . Isto se deve a matriz de sabor ser nula para estes processos para termos de baixa ordem (termos do modelo sem correção, modelo  ${}^3P_0$ ).

Os gráficos apresentados nas Figuras 7.1 nos mostram a diferença de escalas entre os processos dos mésons  $D_s^{*+}$ ,  $D_{s0}^*(2317)^+$  e  $D_{s1}(2460)^+$  em relação aos processos dos mésons  $D_{s1}(2536)^+$  e  $D_{s2}^*(2573)^+$ . Os processos apresentados no primeiro gráfico possuem amplitudes de decaimentos muito estreitas, sendo descritos somente por termos de correção de estado ligado. Os processos do segundo gráfico de Fig. 7.1 possuem amplitudes mais largas, sendo descritos por termos de correção e por termos de ordem zero (sem correção) que são os termos de maior magnitude.

Como foi visto no capítulo anterior pelas Figuras 6.3 - 6.5, a diferença entre a primeira ordem e a segunda ordem é a magnitude de cada amplitude de decaimento que se modifica. Com isto os resultados se aproximam tanto das taxas de decaimentos quanto das razões entre as taxas de decaimentos. É possível que no modelo de segunda ordem com larguras distintas seja possível conseguir um bom resultado ao minimizar os resultados teóricos aos dados experimentais. Contudo, se faz necessário mais teste para podermos ter o real potencial do



Br. - Razão entre $\Gamma$	Br. Exp. (PDG)	Br. $C^3P_0$
$\Gamma_{D_s^+\pi^0}/\Gamma_{tot}$	$0.059 \pm 0.004 \pm 0.006$	0.006

**Tab. 7.7:** Valores teóricos para  $D_s^{*+}$  extraídos do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem comparados com os valores experimentais do PDG.

Br. - Razão entre $\Gamma$	Br. Exp. (PDG)	Br. $C^3P_0$
$\Gamma_{D_s^{*+}\pi^0}/\Gamma_{D_s^+\pi^0}$	$< 0.11$	0.137

**Tab. 7.8:** Valores teóricos para  $D_{s0}^{*+}(2317)^+$  extraídos do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem comparados com os valores experimentais do PDG.

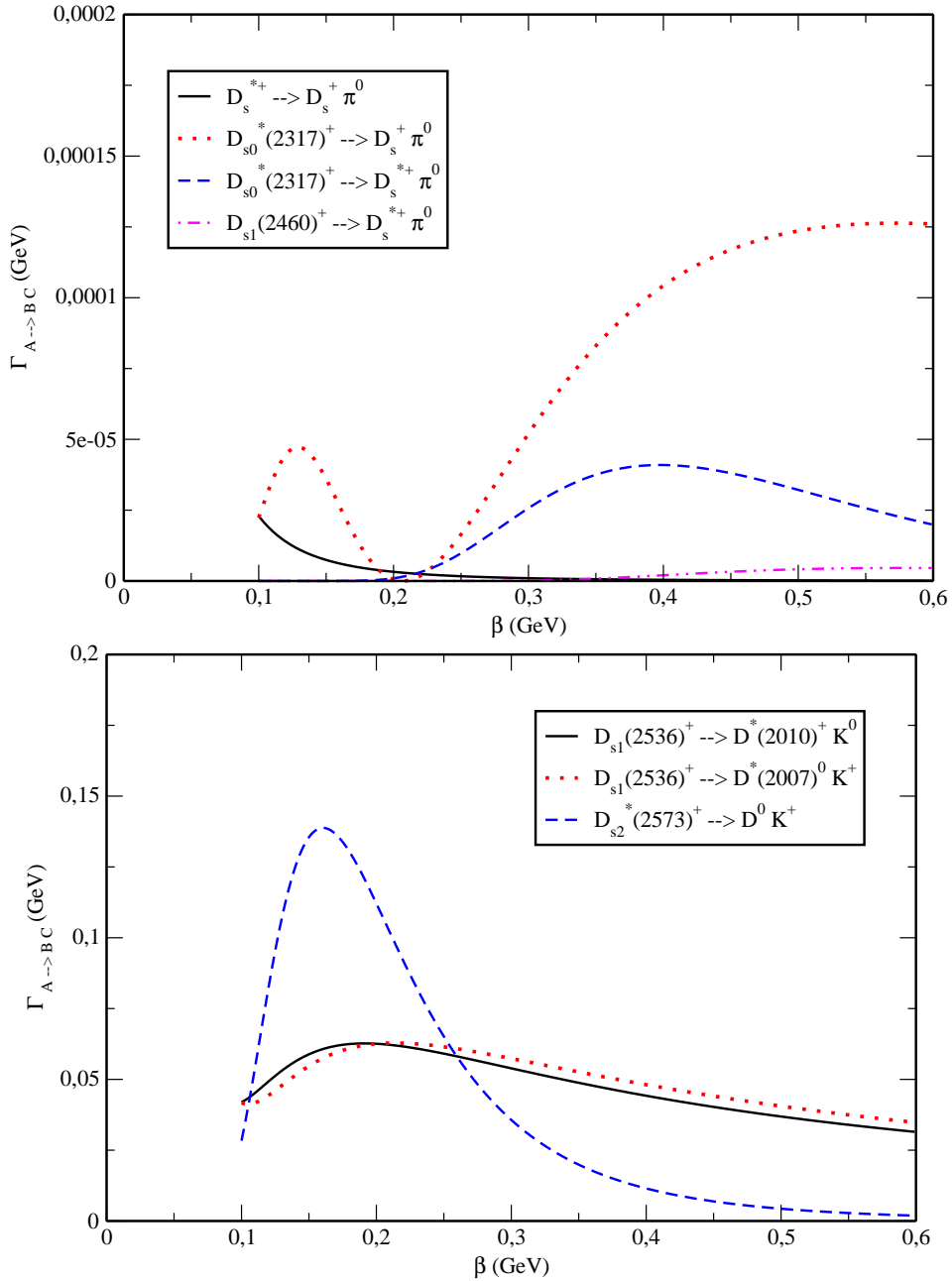
modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem para os setores charmoso e charmoso-estranho.

Br. - Razão entre $\Gamma$	Br. Exp. (PDG)	Br. $C^3P_0$
$\Gamma_{D_s^{*+}\pi^0}/\Gamma_{tot}$	$0.48 \pm 0.11$	0.014

**Tab. 7.9:** Valores teóricos para  $D_{s1}(2460)^+$  extraídos do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem comparados com os valores experimentais do PDG.

Br. - Razão entre $\Gamma$	Br. Exp. (PDG)	Br. $C^3P_0$
$\Gamma_{D^{*(2007)0}K^+}/\Gamma_{D^{*(2010)+}K^0}$	$1.36 \pm 0.20$	1.283
$\Gamma_{D^{*(2010)+}K^0}^{S-wave}/\Gamma_{D^{*(2010)+}K^0}$	$0.72 \pm 0.05 \pm 0.01$	0.995

**Tab. 7.10:** Valores teóricos para  $D_{s1}(2536)^+$  extraídos do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem comparados com os valores experimentais do PDG.



**Fig. 7.1:** Representação das taxas de decaimentos em função das larguras das gaussianas  $\beta$  dos mésons charmosos-estranhos  $c\bar{s}$  no modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem da correção de estado ligado para  $\gamma = 0.420$ .

# Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho de doutorado fizemos um estudo exploratório dos setores charmoso e charmoso-estranho com o objetivo de expandir as bases do modelo  $C^3P_0$  de primeira ordem da correção de estado ligado desenvolvidos em [8], [9] e [11]. Este modelo leva em consideração a estrutura interna dos mésons, ou seja, leva em consideração que os mésons são estados ligados quark-antiquark e esta informação não pode ser desconsiderada em processos de decaimentos. O grau de liberdade dos quarks é incluído utilizando o formalismo de Fock-Tani. O ponto de partida deste modelo é o Hamiltoniano microscópico de criação de par quark-antiquark a partir do vácuo que, sob a transformação de Fock-Tani, gera uma série infinita em potências da função de onda, onde o termo de mais baixa ordem deste Hamiltoniano efetivo ( $H_0$ ) nos fornece a mesma amplitude de decaimento  $h_{fi}$  do consagrado modelo  $^3P_0$  de decaimento. Entretanto, como a série é infinita, haverá termos de correção ao termo de ordem mais baixa do Hamiltoniano ( $H_0$ ). Estes termos, que corrigem o termo de ordem zero, são chamados de correções de estado ligado. Estes termos introduzem, essencialmente, uma correção devido a natureza composta do méson. Assim, o novo Hamiltoniano completo inclui a soma de  $H_0$  e a correção de estado ligado o qual constitui o Hamiltoniano do modelo  $C^3P_0$ . Este modelo também pode ser obtido pelo método diagramático.

Este modelo foi comparado com a experiência expandindo o modelo  $C^3P_0$ , obtido em primeira ordem da correção de estado ligado em [8], até a segunda ordem pelo método diagramático em canais de decaimento de mésons charmosos bem conhecidos  $D^*(2007)^0 \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^*(2010)^+ \rightarrow D^+\pi^0$ ,  $D^*(2010)^+ \rightarrow D^0\pi^+$ ,  $D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-$ ,  $D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+$ ,  $D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$ ,  $D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-$ ,  $D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-$ ,  $D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-$ ,  $D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0\pi^+$  e  $D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+$ . Primeiramente, foi obtido as amplitudes e taxas de decaimento de forma analítica. Num segundo momento, os parâmetros  $\gamma$  e  $\beta$  foram ajustados de forma a obter as taxas de decaimento que mais se aproximavam dos valores experimentais e as razões entre as taxas de decaimentos. Para a obtenção destes resultados, foi utilizado o método de ajuste numérico similar ao  $\chi^2$  apresentado no capítulo 6.

Os resultados encontrados pelo ajuste, como foi discutido no capítulo 6, demonstraram que o modelo  $C^B P_0$  com a correção do estado ligado de primeira ordem e de segunda ordem com larguras  $\beta$  iguais para todas as partículas envolvidas no cálculo não fornece um resultado adequado em relação aos dados experimentais para o setor charmoso. Em parte, isto se deve por envolver partículas de simetrias distintas como o méson  $\pi$  (bóson de Goldstone). Este problema pode ser minimizado pela inclusão de uma largura  $\beta$  distinta para este méson. Temos também que os mésons do estado intermediário podem ter larguras completamente distintas dos demais.

Uma outra aplicação do setor charmoso foi apresentado com o modelo de primeira ordem para os mesmos processos com larguras distintas para cada méson envolvido no decaimento, onde foi possível verificar que os resultados obtidos ficam dentro da faixa experimental. Entretanto, pelos resultados das Tabelas 6.9 - 6.13 e Figuras 6.3 - 6.5 com larguras iguais é possível observar que o modelo  $C^B P_0$  de segunda ordem fornece resultados mais adequados do que o modelo de primeira ordem por conseguir gerar as taxas de decaimentos mais próximas dos dados experimentais de uma forma global. Este resultado abrange tanto as taxas como as razões entre as taxas de decaimentos.

No capítulo 7 foi apresentado uma aplicação do modelo de primeira ordem com larguras distintas para o setor charmoso-estranho para os processos  $D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0$ ,  $D_{s0}^* (2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0$ ,  $D_{s0}^* (2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$ ,  $D_{s1} (2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0$ ,  $D_{s1} (2536)^+ \rightarrow D^* (2010)^+ K^0$ ,  $D_{s1} (2536)^+ \rightarrow D^* (2007)^0 K^+$ ,  $D_{s2}^* (2573)^+ \rightarrow D^0 K^+$  e  $D_{s2}^* (2573)^+ \rightarrow D^* (2007)^0 K^+$ , onde pode-se ver a grande dificuldade em conseguir minimizar os resultados teóricos com os dados experimentais com o modelo, implicando na necessidade da implementação do modelo de segunda ordem para este setor. No entanto, a implementação do modelo de segunda ordem deve ser realizada levando em conta larguras distintas para o estado intermediário e para partículas que envolvam simetrias distintas às utilizadas neste trabalho.

Um outro problema evidenciado é a questão de dados experimentais precisos destes dois setores do espectro mesônico. Os dados que se dispõe do setor charmoso-estranho não foram suficientes para podermos ajustar o modelo adequadamente. Assim, não sendo possível se chegar a uma conclusão adequada sobre o modelo relativo a este setor.

Podemos concluir que o modelo contendo a segunda ordem da correção de estado ligado necessita ainda de mais testes para o setor charmoso com larguras distintas para que possamos ver o seu real potencial. Ele é muito importante, por conseguir ser aplicado para canais com amplitudes muito estreitas, ou seja, canais que no modelo de primeira ordem são nulos. Também podemos concluir que para uma melhor análise comparativa dos modelos se faz necessário a obtenção de dados experimentais dos demais processos de decaimento. Com isto poderemos encontrar o melhor ajuste da parametrização para  $\gamma$  e  $\beta$ .

Ao fixar esta parametrização pode-se usar o modelo ajustado para, inicialmente, estudar

*o setor dos mésons charmosos com estranheza mais profundamente. Pode-se, então, abordar o problema do momento referente aos novos mésons com charme que tem surgido com  $L > 1$  como os mésons  $D_{s1}^*(2700)^\pm$  e mésons os quais não se tem informações sobre os seus números quânticos como o  $D_{sJ}^*(2860)^\pm$  e o  $D_{sJ}(3040)^\pm$ .*

*Outra possibilidade é o cálculo das taxas de decaimento para os estados de charmônio. Por exemplo:  $\psi(3770)$ ,  $\psi(4040)$ ,  $\psi(4159)$ ,  $\psi(4415)$ ,  $\eta_c(4043)$ ,  $\eta_c(4384)$ ,  $\chi_0(3852)$ ,  $\chi_1(3925)$ ,  $h_c(3934)$ ,  $h_c(4279)$ ,  $\chi_2(4317)$ ,  $\psi_3(3806)$ ,  $\psi_5(4214)$ ,  $\chi_2(4351)$ ,  $\chi_3(4352)$ , ou ainda os novos mésons  $X(3943)$ ,  $Y(3940)$  e  $Z(3930)$ .*

## Apêndice A

# Notação e Convenções

### (A) Matrizes de Pauli

As matrizes de Pauli obedecem a lei de comutação

$$[\sigma_i, \sigma_j] \equiv \sigma_i \sigma_j - \sigma_j \sigma_i = 2i \epsilon_{ijk} \sigma_k, \quad (\text{A.1})$$

e a lei de anti-comutação

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} \equiv \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i = 2I \delta_{ij}, \quad (\text{A.2})$$

onde  $I$  é a matriz identidade  $2 \times 2$ ,  $\delta_{ij}$  é o símbolo da delta de Kronecker e  $\epsilon_{ijk}$  é o símbolo totalmente anti-simétrico. Uma relação útil envolvendo operadores  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  que comutam com as matrizes de Pauli, mas não necessariamente um com o outro, é

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{A})(\vec{\sigma} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + i \vec{\sigma} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) \quad (\text{A.3})$$

A representação padrão para as matrizes de Pauli é

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

No espaço de isospin, as mesmas matrizes são denotadas por  $\vec{\tau}$ .

### (B) Matrizes de Dirac

Neste trabalho foi utilizada a convenção de Bjorken e Drell para as matrizes de Dirac. A propriedade fundamental destas matrizes é a lei de anti-comutação

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.5})$$

onde  $g^{\mu\nu}$  é o tensor métrico, definido por

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

As matrizes  $\alpha_i$  e  $\beta$  são definidas por

$$\gamma_i = \beta \alpha_i \quad \gamma^0 = \gamma_0 = \beta \quad (\text{A.6})$$

A matriz  $\gamma_5$  é definida por

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{A.7})$$

Note-se que 5 não é um índice tensorial. A representação padrão para  $\gamma^\mu$  é

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

Nesta representação, a matriz adjunta hermitiana de  $\gamma^\mu$  é

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0, \quad (\text{A.8})$$

e a matriz  $\gamma_5$  é:

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

### (C) Matrizes de Gell-Mann

Os geradores das transformações do grupo de simetria  $SU(3)$  são as matrizes de Gell-Mann  $\lambda_a$  ( $a=1,\dots,8$ ). Estas são matrizes  $3 \times 3$  que obedecem as seguintes relações de comutação e anti-comutação :

$$[\lambda_a, \lambda_b] \equiv \lambda_a \lambda_b - \lambda_b \lambda_a = 2i f_{abc} \lambda_c \quad (\text{A.9})$$

$$\{\lambda_a, \lambda_b\} \equiv \lambda_a \lambda_b + \lambda_b \lambda_a = \frac{4}{3} I \delta_{ab} + 2 d_{abc} \lambda_c, \quad (\text{A.10})$$

onde  $I$  é a matriz identidade  $3 \times 3$  e  $\delta_{ab}$  é o símbolo da delta de Kronecker. Os  $f_{abc}$  são ímpares sob a permutação de qualquer par de índices, enquanto  $d_{abc}$  são pares. Os seus valores não nulos são :



abc	$f_{abc}$	abc	$d_{abc}$	abc	$d_{abc}$
123	1	118	$1/\sqrt{3}$	355	1/2
147	1/2	146	1/2	366	-1/2
156	-1/2	157	1/2	377	-1/2
246	1/2	228	$1/\sqrt{3}$	448	$-1/(2\sqrt{3})$
257	1/2	247	-1/2	558	$-1/(2\sqrt{3})$
345	1/2	256	1/2	668	$-1/(2\sqrt{3})$
367	-1/2	338	$1/\sqrt{3}$	778	$-1/(2\sqrt{3})$
458	$\sqrt{3}/2$	344	1/2	888	$-1/\sqrt{3}$
678	$\sqrt{3}/2$				

As matrizes de Gell-Mann são dadas por

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

## (D) Harmônicos Esféricos

$$Y_{00}(\Omega_P) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \tag{A.12}$$

$$Y_{10}(\Omega_P) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{P_z}{P} \tag{A.13}$$

$$Y_{11}(\Omega_P) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \frac{(P_x + iP_y)}{P} \tag{A.14}$$

$$Y_{20}(\Omega_P) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \left( \frac{3P_z^2}{P^2} - 1 \right) \quad (\text{A.15})$$

$$Y_{21}(\Omega_P) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \frac{P_z (P_x + i P_y)}{P^2} \quad (\text{A.16})$$

$$Y_{22}(\Omega_P) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \frac{(P_x + i P_y)^2}{P^2} \quad (\text{A.17})$$

### (E) Integração de Harmônicos Esféricos

$$\int Y_{lm}(\Omega) Y_{l'm'}(\Omega) d\Omega = \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (\text{A.18})$$

### (F) Integrais Gaussianas

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3k \exp \left[ -ak^2 + \vec{b} \cdot \vec{k} \right] = \left( \frac{\pi}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[ \frac{b^2}{4a} \right] \quad (\text{A.19})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3k k_x \exp \left[ -ak^2 + \vec{b} \cdot \vec{k} \right] = \left( \frac{\pi}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{b_x}{2a} \exp \left[ \frac{b^2}{4a} \right] \quad (\text{A.20})$$

## Apêndice B

# Mésons e seus números quânticos

Os quarks possuem spin  $S$  igual a  $1/2$  e número bariônico  $B$  igual a  $1/3$ ; os antiquarks, por sua vez, têm spin  $1/2$ ; porém o seu número bariônico é  $-1/3$ . Desta forma, os quarks e antiquarks podem se combinar para formar os chamados mésons convencionais (com  $B = 0$ ) e spin total  $1$  ou  $0$ . O momento angular total  $\vec{J}$  é obtido, obedecendo às regras usuais de soma de momento angular da Mecânica Quântica,  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ . Os mésons considerados como objetos do tipo quark-antiquark ( $q\bar{q}$ ), podem ter as seguintes propriedades:

### 1. Paridade-P: $P = (-1)^{L+1}$ .

A paridade é um operador de reflexão de coordenadas espaciais em torno da origem e, se a função de onda for um auto-estado do operador paridade, então

$$P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = \eta_P \psi(\vec{r}), \quad (\text{B.1})$$

onde  $\eta_P$  representa o auto-valor correspondente. Ao aplicar-se duas vezes o operador  $P$  a  $\psi$ , o estado original é recuperado; conseqüentemente os autovalores  $\eta_P$  podem assumir apenas os valores  $\pm 1$ . Frequentemente, podemos separar a função de onda  $\psi$  em uma parte radial,  $R(r)$ , e em outra angular,  $Y_{LM}(\theta, \phi)$ ,

$$\psi(\vec{r}) = R(r)Y_{LM}(\theta, \phi). \quad (\text{B.2})$$

Neste caso, a operação de paridade  $P_{orb}$  sobre a função de onda espacial não modifica a parte radial, mas transforma a parte angular na forma  $Y_{LM}(\pi - \theta, \phi + \pi)$ , em que

$$P_{orb}Y_{LM}(\theta, \phi) = Y_{LM}(\pi - \theta, \phi + \pi) = (-1)^L Y_{LM}(\theta, \phi). \quad (\text{B.3})$$

Ademais, quarks e antiquarks têm paridades intrínsecas opostas, assim  $P_q \cdot P_{\bar{q}} = -1$  o que leva a uma paridade total  $P = P_{orb}P_qP_{\bar{q}}$ :

$$P|q\bar{q}\rangle = (-1)^L(-1)|q\bar{q}\rangle = (-1)^{L+1}|q\bar{q}\rangle. \quad (\text{B.4})$$

2. **Paridade-C** :  $C = (-1)^{L+S}$ .

A conjugação de carga  $C$  muitas vezes é chamada de paridade- $C$  e representa a operação matemática que simula a transformação de uma partícula na sua respectiva antipartícula. Esta operação reverte propriedades intrínsecas da partícula como a sua carga elétrica e seu momento magnético. Uma partícula neutra representa um auto-estado do operador  $C$ ; por exemplo, pode-se considerar o pión  $\pi^0$

$$C|\pi^0\rangle = \eta_C|\pi^0\rangle \quad (\text{B.5})$$

onde  $\eta_C = \pm 1$ . Se um méson for constituído, por exemplo, por quarks do tipo  $u$ , então  $|q\bar{q}\rangle = |u\bar{u}\rangle$  e a função de onda total, contendo a parte de spin  $\chi(\vec{S})$ , caso possa ser expressa em uma forma separável, torna-se

$$\psi(\vec{r}, \vec{S}) = R(r)Y_{LM}(\theta, \phi)\chi(\vec{S}), \quad (\text{B.6})$$

onde  $\vec{r}$  é a coordenada relativa de separação entre os quarks.

Desta forma, o efeito do operador  $C$  sobre o par  $u\bar{u}$  será a troca  $u \longleftrightarrow \bar{u}$  o que efetivamente corresponde a realizar a troca  $\vec{r} \longleftrightarrow -\vec{r}$ , ou seja, uma operação de paridade sobre o sistema. Assim, a conjugação de carga introduz um fator igual ao obtido para a paridade- $P$ , isto é  $(-1)^{L+1}$ . Esta operação também inverte o spin na função de onda de spin, o que resulta em um fator  $(-1)$  para o caso  $\vec{S} = 0$  e em um fator  $(+1)$  se  $\vec{S} = 1$ , ou seja, um fator geral  $(-1)^{S+1}$ . Este resultado, quando combinado com o fator correspondente que vem da contribuição do momento angular orbital  $\vec{L}$  fornece

$$C|q\bar{q}\rangle = (-1)^{L+S}|q\bar{q}\rangle. \quad (\text{B.7})$$

3. **Paridade-G**:  $G = (-1)^{L+S+I}$ .

Ficou claro da discussão anterior que partículas carregadas não podem ser auto-estados de  $C$ , por exemplo,

$$C|\pi^+\rangle = \eta|\pi^-\rangle. \quad (\text{B.8})$$

Entretanto, se aplicarmos o operador  $C$  em um estado de partícula carregada seguido de uma rotação no espaço de isospin, sendo o operador rotado representado por  $R = \exp(i\pi I_2)$ , tal que

$$|I, I_z\rangle \longrightarrow |I, -I_z\rangle, \quad (\text{B.9})$$

então partículas carregadas podem ser auto-estados deste novo operador. Vamos definir o operador de paridade- $G$  como

$$G = C R. \quad (\text{B.10})$$

Desta definição não é difícil ver que, para um sistema do tipo  $q\bar{q}$ , temos que  $G = C \cdot (-1)^I$ , ou seja,

$$G = (-1)^{L+S+I}. \quad (\text{B.11})$$

## Apêndice C

# Função de Onda de Spin e Sabor do Méson - Exemplos

Neste apêndice queremos mostrar alguns exemplos de como se gera as funções de onda de sabor e de spin. Apresentamos estes exemplos em relação ao setor de mésons leves.

Como foi visto no capítulo 4, um estado de singlete ( $S = 0$  ;  $S_z = 0$ ) e de tripleto ( $S = 1$  ;  $S_z = 1, 0, -1$ ) de spin é descrito, respectivamente, pelas Eqs. (4.25) e (4.26). Desta forma, se estivermos estudando, por exemplo, o decaimento  $\rho^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ , podemos definir

$$\begin{aligned} S_\alpha &= 1 \rightarrow \rho \\ S_\alpha &= 2, 3 \rightarrow \pi \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

O méson  $\pi$  tem  $S = 0$  e  $\rho$  tem  $S = 1$ . Nós tomamos uma direção preferencial ( $+\hat{z}$ ) para o spin do méson  $\rho$ , assim temos

$$\begin{aligned} |\rho\rangle &= |\uparrow\uparrow\rangle \\ |\pi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Sendo assim, as funções de onda de spin  $\chi_{S_\alpha}^{s_1 s_2}$  para o decaimento  $\rho^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  ficam

$$\begin{aligned} \chi_1^{11} &= 1, & \chi_1^{12} &= 0 \\ \chi_1^{21} &= 0, & \chi_1^{22} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} \chi_2^{11} &= 0, & \chi_2^{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \chi_2^{21} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}, & \chi_2^{22} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

e

$$\chi_3^{ij} = \chi_2^{ij} \quad (\text{C.5})$$

Outro processo a ser estudado nesta dissertação é  $b_1^+ \rightarrow \omega\pi^+$ , onde definimos

$$\begin{aligned} S_\alpha &= 1 \rightarrow b_1^+ \\ S_\alpha &= 2, \rightarrow \omega \\ S_\alpha &= 3 \rightarrow \pi^+ \end{aligned} \quad (C.6)$$

Neste caso, o méson  $\omega$ , que tem  $S = 1$ , é que será polarizado na direção  $(+\hat{z})$ . Assim, temos

$$\begin{aligned} |b_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\bar{\downarrow}\rangle - |\downarrow\bar{\uparrow}\rangle) \\ |\omega\rangle &= |\uparrow\bar{\uparrow}\rangle \\ |\pi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\bar{\downarrow}\rangle - |\downarrow\bar{\uparrow}\rangle) \end{aligned} \quad (C.7)$$

As funções de onda de spin  $\chi_{S_\alpha}^{s_1 s_2}$  para o decaimento  $b_1 \rightarrow \omega\pi$  ficam

$$\begin{aligned} \chi_1^{11} &= 0, & \chi_1^{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \chi_1^{21} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}, & \chi_1^{22} &= 0 \end{aligned} \quad (C.8)$$

$$\begin{aligned} \chi_2^{11} &= 1, & \chi_2^{12} &= 0 \\ \chi_2^{21} &= 0, & \chi_2^{22} &= 0 \end{aligned} \quad (C.9)$$

$$\begin{aligned} \chi_3^{11} &= 0, & \chi_3^{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \chi_3^{21} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}, & \chi_3^{22} &= 0 \end{aligned} \quad (C.10)$$

No decaimento  $f_0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ , temos os píons com  $S = 0$  e o  $f_0$  com  $S = 1$ , mas neste caso nós não tomamos direção preferencial para o spin do  $f_0$ .

Definindo

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv 1m_s \rightarrow f_0 \\ \alpha &\equiv 2 \rightarrow \pi \\ \alpha &\equiv 3 \rightarrow \pi \end{aligned}$$

onde  $m_s = -1, 0, 1$

Temos para  $f_0$

$$\begin{aligned} \chi_{1-1}^{11} &= 0, & \chi_{1-1}^{12} &= 0 \\ \chi_{1-1}^{21} &= 0, & \chi_{1-1}^{22} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \chi_{10}^{11} &= 0, & \chi_{10}^{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 \chi_{10}^{21} &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \chi_{10}^{22} &= 0 \\
 \\ 
 \chi_{11}^{11} &= 1, & \chi_{11}^{12} &= 0 \\
 \chi_{11}^{21} &= 0, & \chi_{11}^{22} &= 0
 \end{aligned} \tag{C.11}$$

e para  $\pi$

$$\begin{aligned}
 \chi_2^{11} &= 0, & \chi_2^{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 \chi_2^{21} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}, & \chi_2^{22} &= 0
 \end{aligned} \tag{C.12}$$

A função de onda de sabor  $f_{f_\alpha}^{f_\mu f_\nu}$  segue a mesma lógica do spin. Considerando o decaimento  $\rho^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ , temos

$$\begin{aligned}
 |\rho^+\rangle &= -|u\bar{d}\rangle \\
 |\pi^+\rangle &= -|u\bar{d}\rangle \\
 |\pi^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle)
 \end{aligned} \tag{C.13}$$

Definindo

$$f_\alpha = 1 \rightarrow \rho; \quad f_\alpha = 2 \rightarrow \pi^+; \quad f_\alpha = 3 \rightarrow \pi^0 \tag{C.14}$$

e

$$f_\mu = 1 \rightarrow u; \quad f_\mu = 2 \rightarrow d \tag{C.15}$$

Encontramos para o  $\rho$

$$f_1^{12} = -1; \quad f_1^{11} = f_1^{21} = f_1^{22} = 0, \tag{C.16}$$

mas como o  $\rho$  e o  $\pi^+$  tem a mesma função de onda de sabor,

$$f_1^{ij} = f_2^{ij}, \tag{C.17}$$

e para  $\pi^0$ , temos

$$f_3^{11} = -f_3^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad f_3^{12} = f_3^{21} = 0. \tag{C.18}$$



Do mesmo modo para o  $b_1^+ \rightarrow \omega + \pi^+$

$$\begin{aligned} |b_1^+\rangle &= -|u\bar{d}\rangle \\ |\omega\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle) \\ |\pi^+\rangle &= -|u\bar{d}\rangle \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

Definindo

$$f_\alpha = 3 \rightarrow \pi^+; \quad f_\alpha = 2 \rightarrow \omega; \quad f_\alpha = 1 \rightarrow b_1^+ \quad (\text{C.20})$$

e

$$f_\mu = 1 \rightarrow u; \quad f_\mu = 2 \rightarrow d \quad (\text{C.21})$$

Temos para o  $b_1^+$

$$f_1^{12} = -1; \quad f_1^{11} = f_1^{21} = f_1^{22} = 0. \quad (\text{C.22})$$

Mas, como o  $b_1^+$  e o  $\pi^+$  tem a mesma função de onda de sabor, então

$$f_1^{ij} = f_3^{ij} \quad (\text{C.23})$$

E para  $\omega$ , temos

$$f_2^{11} = f_2^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad f_2^{12} = f_2^{21} = 0 \quad (\text{C.24})$$

No apêndice seguinte é mostrado o cálculo analítico para o decaimento do méson  $\rho$  em dois píons com o modelo  $C^8P_0$ , desenvolvido em minha dissertação de mestrado, como exemplo de aplicação mais simples do que as mostradas neste trabalho de doutorado.

## Apêndice D

# Cálculo do Potencial Spin-espço

$$V_{\mu\nu}^{s-e}$$

Neste apêndice vamos apresentar, em detalhes, o cálculo do potencial spin-espço  $V_{\mu\nu}^{s-e}$ , que é utilizado no decorrer deste trabalho. Como foi mostrado em (A.4), as matrizes de Pauli são escritas como

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{D.1})$$

e ainda temos os espinores que são dados por

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \chi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \chi_1^c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \chi_2^c = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.2})$$

O potencial spin-espço  $V_{\mu\nu}^{s-e}$  é da forma

$$V_{s_\mu s_\nu}^{s-e} = -\gamma \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \chi_{s_\mu}^* [\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}_\mu - \vec{p}_\nu)] \chi_{s_\nu}^c \quad (\text{D.3})$$

Vamos calcular separadamente a expressão

$$\chi_{s'}^* (\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_s^c \quad (\text{D.4})$$

onde  $\vec{P} = (\vec{p} - \vec{p}')$ . Sabemos que

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{P} = \sigma_x P_x + \sigma_y P_y + \sigma_z P_z. \quad (\text{D.5})$$

De posse dessas duas relações, temos

$$\chi_1^* (\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_1^c = \chi_1^* (\sigma_x P_x + \sigma_y P_y + \sigma_z P_z) \chi_1^c \quad (\text{D.6})$$

$$\chi_1^* (\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_2^c = \chi_1^* (\sigma_x P_x + \sigma_y P_y + \sigma_z P_z) \chi_2^c \quad (\text{D.7})$$

$$\chi_2^* (\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_1^c = \chi_2^* (\sigma_x P_x + \sigma_y P_y + \sigma_z P_z) \chi_1^c \quad (D.8)$$

$$\chi_2^* (\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_2^c = \chi_2^* (\sigma_x P_x + \sigma_y P_y + \sigma_z P_z) \chi_2^c \quad (D.9)$$

Avaliando as Eq. ((D.6)-(D.9)), obtemos:

\* A Eq. (D.6) é dada por

$$\chi_1^* (\sigma_x P_x) \chi_1^c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} P_x = P_x \quad (D.10)$$

$$\chi_1^* (\sigma_y P_y) \chi_1^c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} P_y = -i P_y \quad (D.11)$$

$$\chi_1^* (\sigma_z P_z) \chi_1^c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} P_z = 0 \quad (D.12)$$

Assim, dos resultados obtidos em (D.10), (D.11) e (D.12), temos que a equação (D.6) fica

$$\chi_1^* (\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_1^c = P_x - i P_y \quad (D.13)$$

\* A equação (D.7) é dada por

$$\chi_1^* (\sigma_x P_x) \chi_2^c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} P_x = 0 \quad (D.14)$$

$$\chi_1^* (\sigma_y P_y) \chi_2^c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} P_y = 0 \quad (D.15)$$

$$\chi_1^* (\sigma_z P_z) \chi_2^c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} P_z = -P_z \quad (D.16)$$

Logo, dos resultados obtidos em (D.14), (D.15) e (D.16), temos

$$\chi_1^* (\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_2^c = -P_z \quad (D.17)$$

\* A equação (D.8) é dada por

$$\chi_2^* (\sigma_x P_x) \chi_1^c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} P_x = 0 \quad (D.18)$$

$$\chi_2^*(\sigma_y P_y) \chi_1^c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} P_y = 0 \quad (\text{D.19})$$

$$\chi_2^*(\sigma_z P_z) \chi_1^c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} P_z = -P_z \quad (\text{D.20})$$

Das Eqs. (D.18), (D.19) e (D.20), temos que a equação (D.8) fica

$$\chi_2^*(\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_1^c = -P_z \quad (\text{D.21})$$

\*E por fim, a Eq. (D.9) é dada por

$$\chi_2^*(\sigma_x P_x) \chi_2^c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} P_x = -P_x \quad (\text{D.22})$$

$$\chi_2^*(\sigma_y P_y) \chi_2^c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} P_y = -iP_y \quad (\text{D.23})$$

$$\chi_2^*(\sigma_z P_z) \chi_2^c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} P_z = 0 \quad (\text{D.24})$$

Assim, dos resultados obtidos em (D.22), (D.23) e (D.24), temos

$$\chi_2^*(\vec{\sigma} \cdot \vec{P}) \chi_2^c = -(P_x + iP_y) \quad (\text{D.25})$$

## Apêndice E

# Coeficientes das Amplitudes de Decaimentos dos Mésons Charmosos

Neste apêndice mostramos os coeficientes das amplitudes de decaimentos para os mésons charmosos, com larguras  $\beta$ 's iguais e distintas, no modelo  $C^8P_0$  de primeira e segunda ordem. Também é mostrado os coeficientes das amplitudes de decaimentos para os mésons charmosos-estranhos com larguras distintas para o modelo  $C^8P_0$  de primeira ordem.

### (E1) Coeficientes dos mésons charmosos no modelo $C^3P_0$ de primeira ordem

- Com larguras  $\beta$ 's de decaimentos iguais:

$$\begin{aligned} C_{10}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 \pi^0} &= -\frac{2^{5/2} e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} x(3\rho+1)}{3^3(\rho+1)} - \frac{2^{1/2} e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} x(9\rho+7)}{3^{3/2} 7^{5/2}(\rho+1)} \\ C_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= -\frac{2^3 e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} x(3\rho+1)}{3^3(\rho+1)} - \frac{2 e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} x(9\rho+7)}{3^{3/2} 7^{5/2}(\rho+1)} \\ C_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+ \pi^0} &= -\frac{2^{5/2} e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} x(3\rho+1)}{3^3(\rho+1)} - \frac{2^{1/2} e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} x(9\rho+7)}{3^{3/2} 7^{5/2}(\rho+1)} \\ C_{00}^{D^*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= -\frac{2^{7/2} e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}}}{3^2} \left( 1 - \frac{2x^2(3\rho+1)}{3^2(\rho+1)^2} \right) \\ &+ \frac{2^{5/2} e^{-\frac{x^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14(\rho+1)^2}}}{7^{5/2} 3^{1/2}} \left( 1 - \frac{x^2(9\rho^2+70\rho+49)}{84b^2(\rho+1)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{00}^{D^*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= \frac{2^{7/2} e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}}}{3^2} \left( 1 - \frac{2x^2(3\rho+1)}{3^2(\rho+1)^2} \right) \\
&\quad - \frac{2^{5/2} e^{-\frac{x^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14(\rho+1)^2}}}{7^{5/2} 3^{1/2}} \left( 1 - \frac{x^2(9\rho^2+70\rho+49)}{84b^2(\rho+1)^2} \right) \\
C_{01}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &= \frac{2^{7/2} e^{-\frac{p^2}{3b^2(\rho+1)^2}}}{3^{5/2}} \left( 1 - \frac{2x^2(3\rho+1)}{9(\rho+1)^2} \right) \\
&\quad - \frac{2^{5/2} e^{-\frac{p^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14b^2(\rho+1)^2}}}{7^{5/2} 2^3} \left( 1 - \frac{x^2(9\rho^2+70\rho+49)}{84(\rho+1)^2} \right) \\
C_{21}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &= \frac{2^{9/2} e^{-\frac{p^2}{3b^2(\rho+1)^2}} (3\rho+1)x^2}{3^9/2^{5^{1/2}}(\rho+1)^2} - \frac{2^{1/2} e^{-\frac{p^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14b^2(\rho+1)^2}} (9\rho^2+70\rho+49)x^2}{3^{25^{1/2}}/2^{77/2}(\rho+1)^2} \\
C_{20}^{D^*(2460)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} &= -\frac{2^5 e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} (3\rho+1)x^2}{3^{45^{1/2}}(\rho+1)^2} + \frac{2e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} (9\rho^2+70\rho+49)x^2}{3^{3/2} 5^{1/2} 7^{7/2}(\rho+1)^2} \\
C_{21}^{D^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &= \frac{2^4 e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} (3\rho+1)x^2}{3^{7/2} 5^{1/2}(\rho+1)^2} - \frac{e^{-\frac{x^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14(\rho+1)^2}} (9\rho^2+70\rho+49)x^2}{5^{1/2} 7^{7/2} 3(\rho+1)^2} \\
C_{20}^{D^*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &= \frac{2^5 e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} (3\rho+1)x^2}{3^{45^{1/2}}(\rho+1)^2} - \frac{2e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} (9\rho^2+70\rho+49)x^2}{3^{3/2} 5^{1/2} 7^{7/2}(\rho+1)^2} \\
C_{21}^{D^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} &= -\frac{2^{9/2} e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} x^2(3\rho+1)}{3^{45^{1/2}}(\rho+1)^2} + \frac{2^{1/2} e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} x^2(9\rho^2+70\rho+49)}{3^{3/2} 5^{1/2} 7^{7/2}(\rho+1)^2}
\end{aligned} \tag{E.1}$$

onde  $x = P/\beta$ .

- Com larguras  $\beta$ 's de decaimentos distintas:

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_{10}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 \pi^0} &\equiv -P \left( \frac{2^{5/2}}{3^{1/2}} \right) (\rho+1) \beta_{D^*}^{3/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
&\quad \times \left[ \frac{(\beta_D^2 (\beta_{D^*}^2 \rho + \beta_\pi^2 (\rho+1)) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 \rho)}{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)^{5/2}} \right] \\
&\quad \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2)}{2(\rho+1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)} \right] \\
&\quad - P \left( \frac{2^{1/2}}{3^{3/2}} \right) (\rho+1) \beta_{D^*}^{3/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
&\quad \times \left[ \frac{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 (\rho+1) + 2(\rho(\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2)) + 2\beta_D^2 (\rho+1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))^{5/2}} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_{D^*}^2 (2(\beta_D^2 + \beta_\pi^2)(\rho + 1)^2 + \beta_5^2(\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2(\rho + 1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2(\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2(\rho + 1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 \tilde{\mathcal{C}}_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+ \pi^0} & \equiv P \left( \frac{2^{5/2}}{3^{1/2}} \right) (\rho + 1) \beta_{D^*}^{3/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_D^2 (\beta_{D^*}^2 \rho + \beta_\pi^2 (\rho + 1)) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 \rho)}{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)^{5/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2)}{2(\rho + 1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)} \right] \\
 & + P \left( \frac{2^{1/2}}{3^{3/2}} \right) (\rho + 1) \beta_{D^*}^{3/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2(\rho(\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2)) + 2\beta_D^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))^{5/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_{D^*}^2 (2\beta_D^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2(\rho + 1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2(\rho + 1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 \tilde{\mathcal{C}}_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} & \equiv -P \left( \frac{2^3}{3^{1/2}} \right) (\rho + 1) \beta_{D^*}^{3/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_D^2 (\beta_{D^*}^2 \rho + \beta_\pi^2 (\rho + 1)) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 \rho)}{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)^{5/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2)}{2(\rho + 1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)} \right] \\
 & - P \left( \frac{2}{3^{3/2}} \right) (\rho + 1) \beta_{D^*}^{3/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2(\rho(\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2)) + 2\beta_D^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{(\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))^{5/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_{D^*}^2 (2\beta_D^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2(\rho + 1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2(\rho + 1)^2 (\beta_{D^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 \tilde{\mathcal{C}}_{00}^{D^*(2400)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} & \equiv - \left( \frac{2^3}{3^{1/2}} \right) \beta_{D_0^*}^{5/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \times \left[ \frac{3\beta_{D_0^*}^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1)^2}{(\beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)^{5/2}} \right. \\
 & \left. - \frac{P^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) (\beta_D^2 (\beta_{D_0^*}^2 \rho + \beta_\pi^2 (\rho + 1)) + \beta_{D_0^*}^2 \beta_\pi^2 \rho)}{(\beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)^{7/2}} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2)}{2(\rho + 1)^2 (\beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)} \right] \\
 & + \left( \frac{2^{1/2}}{3^{3/2}} \right) \beta_{D_0^*}^{5/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \left[ \frac{12\beta_D^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1)^2}{\left( \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)^{5/2}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2)) \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2))}{\left( \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)^{7/2}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2)) (2\beta_D^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{\left( \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_{D_0^*}^2 (2\beta_D^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho (5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 \tilde{C}_{00}^{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} & \equiv \left( \frac{2^3}{3^{1/2}} \right) \beta_{D_0^*}^{5/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \left[ \frac{3\beta_D^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1)^2}{\left( \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2 \right)^{5/2}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{P^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) \left( \beta_D^2 (\beta_{D_0^*}^2 \rho + \beta_\pi^2 (\rho + 1)) + \beta_{D_0^*}^2 \beta_\pi^2 \rho \right)}{\left( \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2 \right)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2)}{2(\rho + 1)^2 (\beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)} \right] \\
 & - \left( \frac{1}{3^{3/2}} \right) \beta_{D_0^*}^{5/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \left[ \frac{12\beta_D^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1)^2}{\left( \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)^{5/2}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2)) \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2))}{\left( \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)^{7/2}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2)) (2\beta_D^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{\left( \beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_{D_0^*}^2 (2\beta_D^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho (5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_0^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right]
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_0}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 \tilde{\mathcal{C}}_{01}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} & \equiv \sqrt{2} \beta_{D_1}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \times \left[ \frac{8\beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2)}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2)^{7/2}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\frac{2}{3} P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2\beta_\pi^2) (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2\beta_\pi^2 \rho) + 2\beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1))}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left( -\frac{P^2 (\beta_{D_1}^2 (\rho - 1)^2 + \beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 4\beta_\pi^2)}{8(\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2)} \right) \\
 & - \left( \frac{1}{3\sqrt{2}} \right) \beta_{D_1}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \times \left[ \frac{8\beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1)^2}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))^{5/2}} \right. \\
 & \quad \left. - \left( \frac{2P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2(\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{3} \right) \right. \\
 & \quad \left. \left( \frac{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2\beta_5^2) + 2(\rho\beta_{D_1}^2 + \beta_{D^*}^2 (\rho + 1)) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))^{7/2}} \right) \right] \\
 & \times \exp \left( -\frac{P^2 \beta_{D_1}^2 (2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right) \\
 & \times \exp \left( -\frac{P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right) \\
 & - \left( \frac{1}{3\sqrt{2}} \right) \beta_{D_1}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \\
 & \times \left[ \frac{8\beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1)^2}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))^{5/2}} \right. \\
 & \quad \left. - \left( \frac{2P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2(\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))}{3} \right) \right. \\
 & \quad \left. \left( \frac{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2\beta_7^2) + 2(\rho\beta_{D_1}^2 + \beta_{D^*}^2 (\rho + 1)) (\beta_\pi^2 + \beta_7^2))}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))^{7/2}} \right) \right] \\
 & \times \exp \left( -\frac{P^2 \beta_{D_1}^2 (2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_7^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_7^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))} \right) \\
 & \times \exp \left( -\frac{P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_7^2) + 4\beta_7^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))}{8\beta_7^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))} \right) \\
 \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} & \equiv P^2 \left( \frac{4}{3} \right) \beta_{D_1}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2\beta_\pi^2) \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2\beta_\pi^2 \rho) + 2\beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1))}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2)^{7/2}} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - P^2 \left( \frac{2}{9} \right) \beta_{D_1}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2)) \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2)) + 2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left( - \frac{P^2 \beta_{D_1}^2 (2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right) \\
 & \times \exp \left( - \frac{P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right) \\
 & - P^2 \left( \frac{2}{9} \right) \beta_{D_1}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2)) \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_7^2) + \beta_7^2)) + 2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_7^2))}{(\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left( - \frac{P^2 \beta_{D_1}^2 (2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_7^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_7^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))} \right) \\
 & \times \exp \left( - \frac{P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_7^2) + 4\beta_7^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))}{8\beta_7^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_1}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))} \right) \\
 \tilde{\mathcal{C}}_{20}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+ \pi^-} & \equiv -P^2 \left( \frac{2^2}{3^{1/2} 5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2\beta_\pi^2) \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2\beta_\pi^2 \rho) + 2\beta_D^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1))}{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ - \frac{P^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\rho - 1)^2 + \beta_D^2 (\rho + 1)^2 + 4\beta_\pi^2)}{8(\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2)} \right] \\
 & + P^2 \left( \frac{2}{3^{3/2} 5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2)) \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2)) + 2\beta_D^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ - \frac{P^2 \beta_{D_2^*}^2 (2\beta_D^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 & \times \exp \left[ - \frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-} & \equiv P^2 \left( \frac{2^{3/2}}{3^{1/2} 5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2\beta_\pi^2) \\
 & \times \left[ \frac{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2\beta_\pi^2 \rho) + 2\beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 (\rho + 1))}{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2)^{7/2}} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \left( \beta_{D_2^*}^2 (\rho - 1)^2 + \beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 4\beta_\pi^2 \right)}{8(\rho + 1)^2 \left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2 \right)} \right] \\
 & - P^2 \left( \frac{2^{1/2}}{3^{3/2} 5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \left( \beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right) \\
 & \times \left[ \frac{\left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2)) + 2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) \right)}{\left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_{D_2^*}^2 (2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 \left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 \left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)} \right] \\
 & + P^2 \left( \frac{2^{1/2}}{3^{3/2} 5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \left( \beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) \right) \\
 & \times \left[ \frac{\left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_7^2) + \beta_7^2)) + 2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_7^2) \right)}{\left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) \right)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_{D_2^*}^2 (2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_7^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_7^2 (\rho + 1)^2 \left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) \right)} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_7^2) + 4\beta_7^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))}{8\beta_7^2 (\rho + 1)^2 \left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) \right)} \right] \\
 \tilde{\mathcal{C}}_{20}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} & \equiv -P^2 \left( \frac{2^4}{3^{1/2} 5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) \\
 & \times \left[ \frac{\left( \beta_D^2 (\beta_{D_2^*}^2 \rho + \beta_\pi^2 (\rho + 1)) + \beta_{D_2^*}^2 \beta_\pi^2 \rho \right)}{\left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2 \right)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2)}{2(\rho + 1)^2 \left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2) + \beta_D^2 \beta_\pi^2 \right)} \right] \\
 & - P^2 \left( \frac{2}{3^{3/2} 5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_D^{3/2} \beta_\pi^{3/2} \left( \beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right) \\
 & \times \left[ \frac{\left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2)) + 2\beta_D^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) \right)}{\left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)^{7/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_{D_2^*}^2 (2\beta_D^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho(5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 \left( \beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) \right)} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathcal{C}}_{21}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0}\pi^+} &\equiv P^2 \left( \frac{2^{7/2}}{3^{1/2}5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 (\beta_D^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_D^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_D^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 &\times \left[ \frac{(\beta_{D^*}^2 (\beta_{D_2^*}^2 \rho + \beta_\pi^2 (\rho + 1)) + \beta_{D_2^*}^2 \beta_\pi^2 \rho)}{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2)^{7/2}} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2)}{2(\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2) + \beta_{D^*}^2 \beta_\pi^2)} \right] \\
 &- P^2 \left( \frac{2^{1/2}}{3^{3/2}5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2)) \\
 &\times \left[ \frac{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_5^2) + \beta_5^2)) + 2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_5^2))}{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 \beta_{D_2^*}^2 (2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_5^2 (\rho (5\rho + 6) + 5))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_5^2) + 4\beta_5^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))}{8\beta_5^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_5^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_5^2))} \right] \\
 &+ P^2 \left( \frac{2^{1/2}}{3^{3/2}5^{1/2}} \right) \beta_{D_2^*}^{5/2} \beta_{D^*}^{3/2} \beta_\pi^{3/2} (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2)) \\
 &\times \left[ \frac{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) + 2 (\rho (\beta_\pi^2 + \beta_7^2) + \beta_7^2)) + 2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1) (\beta_\pi^2 + \beta_7^2))}{(\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 \beta_{D_2^*}^2 (2\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 + 2\beta_\pi^2 (\rho + 1)^2 + \beta_7^2 (\rho (5\rho + 6) + 5))}{8\beta_7^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 (\beta_{D^*}^2 (\rho + 1)^2 (2\beta_\pi^2 + 5\beta_7^2) + 4\beta_7^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))}{8\beta_7^2 (\rho + 1)^2 (\beta_{D_2^*}^2 (\beta_{D^*}^2 + \beta_\pi^2 + 2\beta_7^2) + \beta_{D^*}^2 (\beta_\pi^2 + 2\beta_7^2))} \right] \quad (E.2)
 \end{aligned}$$

onde, para os canais descritos acima nas Eqs. (E.2), temos que  $\beta_\pi$ ,  $\beta_D$ ,  $\beta_{D^*}$ ,  $\beta_{D_0^*}$ ,  $\beta_{D_1}$ ,  $\beta_{D_2^*}$ , são respectivamente as larguras das gaussianas ( $\beta$ 's) dos mésons  $\pi$  ( $\pi^0$  e  $\pi^+$ ),  $D$  ( $D^0$  e  $D^+$ ),  $D^*$  ( $D^*(2007)^0$  e  $D^*(2010)^+$ ),  $D_0^*$  ( $D_0^*(2400)^0$  e  $D_0^*(2400)^+$ ),  $D_1$  ( $D_1(2420)^0$  ( $D_1(2420)^0$ ),  $D_2^*$  ( $D_2^*(2460)$  ( $D_2^*(2460)^+$  e  $D_2^*(2460)^0$ ) e para o estado intermediário  $\beta_5$  e  $\beta_7$ , são respectivamente as larguras dos mésons  $\pi$  de estado  $1^1S_0$  e  $\rho$  de

estado  $1^3S_1$ .

(E2) Coeficientes dos mésons charmosos no modelo  $C^3P_0$  de segunda ordem

- Amplitudes com larguras  $\beta$ 's iguais:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{C}_{10}^{D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 \pi^0} &\equiv -\frac{2^{5/2} e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} x(3\rho+1)}{3^3(\rho+1)} - \frac{2^{1/2} e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} x(9\rho+7)}{3^{3/2} 7^{5/2}(\rho+1)} - \frac{2^{5/2} e^{-\frac{25x^2}{44}} x}{11^{5/2} 3^{3/2}} \\
 &- \frac{2^{1/2} 37 e^{-\frac{71x^2}{132}} x}{11^{5/2} 3^{7/2}} - \frac{2^{9/2} e^{-\frac{33x^2}{124}} x}{31^{5/2} 2^{35/2}} - \frac{2^{1/2} 17 e^{-\frac{143x^2}{558}} x}{31^{5/2} 3^{5/2}} + \frac{2^{7/2} 3^{1/2} 299 e^{-\frac{203x^2}{843}} x}{281^{5/2}} \\
 &- \frac{2^{3/2} 13 e^{-\frac{157x^2}{684}} x}{3^{3/2} 19^{1/2} 2^{361}} - \frac{2^{7/2} e^{-\frac{17x^2}{76}} x}{3^{1/2} 19^{1/2} 2^{361}} - \frac{2^{15/2} e^{-\frac{25x^2}{156}} x}{3^4 13^{5/2}} - \frac{2^{5/2} 61 e^{-\frac{83x^2}{621}} x}{3^3 2^{35/2} 5^{1/2}} \\
 &- \frac{127 e^{-\frac{823x^2}{8316}} x}{11^{5/2} 2^7 2^{73/2}} \\
 \mathcal{C}_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &\equiv -\frac{2^3 e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} x(3\rho+1)}{3^3(\rho+1)} - \frac{2 e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} x(9\rho+7)}{3^{3/2} 7^{5/2}(\rho+1)} - \frac{2^3 e^{-\frac{25x^2}{44}} x}{11^{5/2} 3^{3/2}} \\
 &- \frac{74 e^{-\frac{71x^2}{132}} x}{11^{5/2} 2^{37/2}} - \frac{2^5 e^{-\frac{33x^2}{124}} x}{31^{5/2} 2^{35/2}} - \frac{34 e^{-\frac{143x^2}{558}} x}{31^{5/2} 3^{5/2}} + \frac{2^4 3^{1/2} 299 e^{-\frac{203x^2}{843}} x}{281^{5/2}} \\
 &- \frac{2^2 13 e^{-\frac{157x^2}{684}} x}{3^{3/2} 19^{1/2} 2^{361}} - \frac{2^4 e^{-\frac{17x^2}{76}} x}{3^{1/2} 19^{1/2} 2^{361}} - \frac{2^8 e^{-\frac{25x^2}{156}} x}{3^4 13^{5/2}} - \frac{2^3 61 e^{-\frac{83x^2}{621}} x}{3^3 2^{35/2} 5^{1/2}} \\
 &- \frac{127 e^{-\frac{823x^2}{8316}} x}{11^{5/2} 2^7 2^{73/2}} \\
 \mathcal{C}_{10}^{D^*(2010)^+ \rightarrow D^+ \pi^0} &\equiv -\frac{2^{5/2} e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} x(3\rho+1)}{3^3(\rho+1)} - \frac{2^{1/2} e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} x(9\rho+7)}{3^{3/2} 7^{5/2}(\rho+1)} - \frac{2^{5/2} e^{-\frac{25x^2}{44}} x}{11^{5/2} 3^{3/2}} \\
 &- \frac{2^{1/2} 37 e^{-\frac{71x^2}{132}} x}{11^{5/2} 3^{7/2}} - \frac{2^{9/2} e^{-\frac{33x^2}{124}} x}{31^{5/2} 2^{35/2}} - \frac{2^{1/2} 17 e^{-\frac{143x^2}{558}} x}{31^{5/2} 3^{5/2}} + \frac{2^{7/2} 3^{1/2} 299 e^{-\frac{203x^2}{843}} x}{281^{5/2}} \\
 &- \frac{2^{3/2} 13 e^{-\frac{157x^2}{684}} x}{3^{3/2} 19^{1/2} 2^{361}} - \frac{2^{7/2} e^{-\frac{17x^2}{76}} x}{3^{1/2} 19^{1/2} 2^{361}} - \frac{2^{15/2} e^{-\frac{25x^2}{156}} x}{3^4 13^{5/2}} - \frac{2^{5/2} 61 e^{-\frac{83x^2}{621}} x}{3^3 2^{35/2} 5^{1/2}} \\
 &- \frac{127 e^{-\frac{823x^2}{8316}} x}{11^{5/2} 2^7 2^{73/2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{C}_{00}^{D_0^*(2400)^0 \rightarrow D^+\pi^-} &\equiv -\frac{2^{7/2}e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}}}{3^2} \left(1 - \frac{2x^2(3\rho+1)}{3^2(\rho+1)^2}\right) \\
 &+ \frac{2^{5/2}e^{-\frac{x^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14(\rho+1)^2}}}{7^{5/2}23^{1/2}} \left(1 - \frac{x^2(9\rho^2+70\rho+49)}{84b^2(\rho+1)^2}\right) \\
 &- \frac{2^{5/2}e^{-\frac{71x^2}{132}}}{3^{3/2}11^{5/2}} \left(1 - \frac{481x^2}{2^23^311}\right) - \frac{2^{5/2}e^{-\frac{25x^2}{44}}}{3^{3/2}11^{5/2}} \left(1 - \frac{6x^2}{11}\right) \\
 &- \frac{2^{1/2}3^2e^{-\frac{823x^2}{8316}}}{11^{5/2}7^{3/2}} \left(1 - \frac{5969x^2}{2^23^477}\right) - \frac{2^{5/2}e^{-\frac{143x^2}{558}}}{3^{1/2}31^{5/2}} \left(1 - \frac{1037x^2}{2^23^331}\right) \\
 &- \frac{2^{7/2}3^{1/2}e^{-\frac{157x^2}{684}}}{19^{5/2}} \left(1 - \frac{637x^2}{2^23^319}\right) - \frac{2^{7/2}3^{1/2}e^{-\frac{17x^2}{76}}}{19^{5/2}} \left(1 - \frac{6x^2}{19}\right) \\
 &- \frac{2^{5/2}e^{-\frac{33x^2}{124}}}{3^{1/2}31^{5/2}} \left(1 - \frac{32x^2}{93}\right) + \frac{2^{11/2}3^{5/2}7e^{-\frac{203x^2}{843}}}{281^{5/2}} \left(1 - \frac{34385x^2}{2^23^31967}\right) \\
 &- \frac{2^{11/2}e^{-\frac{25x^2}{156}}}{3^313^{5/2}} \left(1 - \frac{32x^2}{117}\right) + \frac{2^{9/2}23e^{-\frac{83x^2}{621}}}{23^{5/2}5^{3/2}} \left(1 - \frac{3355x^2}{2^23^423}\right) \\
 \mathcal{C}_{00}^{D_0^*(2400)^+ \rightarrow D^0\pi^+} &\equiv \frac{2^{7/2}e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}}}{3^2} \left(1 - \frac{2x^2(3\rho+1)}{3^2(\rho+1)^2}\right) \\
 &- \frac{2^{5/2}e^{-\frac{x^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14(\rho+1)^2}}}{7^{5/2}23^{1/2}} \left(1 - \frac{x^2(9\rho^2+70\rho+49)}{84b^2(\rho+1)^2}\right) \\
 &+ \frac{2^{5/2}e^{-\frac{25x^2}{44}}}{3^{3/2}11^{5/2}} \left(1 - \frac{6x^2}{11}\right) + \frac{2^{7/2}3^{1/2}e^{-\frac{17x^2}{76}}}{19^{5/2}} \left(1 - \frac{6x^2}{19}\right) \\
 &+ \frac{2^{11/2}e^{-\frac{25x^2}{156}}}{3^313^{5/2}} \left(1 - \frac{32x^2}{117}\right) + \frac{2^{5/2}e^{-\frac{33x^2}{124}}}{3^{1/2}31^{5/2}} \left(1 - \frac{32x^2}{93}\right) \\
 &+ \frac{2^{1/2}3^2e^{-\frac{823x^2}{8316}}}{11^{5/2}7^{3/2}} \left(1 - \frac{5969x^2}{2^23^477}\right) + \frac{2^{5/2}e^{-\frac{143x^2}{558}}}{3^{1/2}31^{5/2}} \left(1 - \frac{1037x^2}{2^23^331}\right) \\
 &+ \frac{2^{7/2}3^{1/2}e^{-\frac{157x^2}{684}}}{19^{5/2}} \left(1 - \frac{637x^2}{2^23^319}\right) + \frac{2^{5/2}e^{-\frac{71x^2}{132}}}{3^{3/2}11^{5/2}} \left(1 - \frac{481x^2}{2^23^311}\right) \\
 &- \frac{2^{9/2}23e^{-\frac{83x^2}{621}}}{23^{5/2}5^{3/2}} \left(1 - \frac{3355x^2}{2^23^423}\right) - \frac{2^{11/2}3^{5/2}7e^{-\frac{203x^2}{843}}}{281^{5/2}} \left(1 - \frac{34385x^2}{2^23^31967}\right) \\
 \mathcal{C}_{01}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-} &\equiv \frac{2^{7/2}e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}}}{3^{5/2}} \left(1 - \frac{2x^2(3\rho+1)}{9(\rho+1)^2}\right) \\
 &- \frac{2^{5/2}e^{-\frac{x^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14(\rho+1)^2}}}{7^{5/2}23} \left(1 - \frac{x^2(9\rho^2+70\rho+49)}{84(\rho+1)^2}\right) \\
 &- \frac{3^2e^{-\frac{19x^2}{180}}}{2^{5/2}5^{5/2}} \left(1 - \frac{133x^2}{2^23^35}\right) + \frac{2^{13/2}e^{-\frac{25x^2}{156}}}{3^{5/2}13^{5/2}} \left(1 - \frac{32x^2}{117}\right) \\
 &- \frac{2^{3/2}7e^{-\frac{x^2}{5}}}{5^{5/2}23} \left(1 - \frac{3x^2}{10}\right) + \frac{2^{7/2}e^{-\frac{71x^2}{132}}}{3^211^{5/2}} \left(1 - \frac{481x^2}{2^23^311}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2^{13/2}e^{-\frac{83x^2}{621}}}{3^{1/2}2^35^{2/2}5^{3/2}} \left(1 - \frac{3355x^2}{2^23^423}\right) + \frac{2^{7/2}e^{-\frac{143x^2}{558}}}{3^{15/2}2^3} \left(1 - \frac{1037x^2}{2^23^331}\right) \\
 & + \frac{2^{9/2}e^{-\frac{157x^2}{684}}}{19^{5/2}} \left(1 - \frac{637x^2}{2^23^319}\right) + \frac{2^{9/2}3^35^2e^{-\frac{227x^2}{1233}}}{137^{5/2}} \left(1 - \frac{110201x^2}{369900}\right) \\
 \mathcal{C}_{21}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^*(2010)^+\pi^-} & \equiv \frac{2^{9/2}e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}}(3\rho+1)x^2}{3^9/2^51^{1/2}(\rho+1)^2} - \frac{2^{1/2}e^{-\frac{x^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14(\rho+1)^2}}(9\rho^2+70\rho+49)x^2}{3^25^{1/2}7^{7/2}(\rho+1)^2} \\
 & + \frac{2^{3/2}481e^{-\frac{71x^2}{132}}x^2}{3^55^{1/2}2^{11}7^{7/2}} + \frac{2^{3/2}1037e^{-\frac{143x^2}{558}}x^2}{3^45^{1/2}3^{17/2}} + \frac{2^5/2^637e^{-\frac{157x^2}{684}}x^2}{3^35^{1/2}2^{19}7^{7/2}} \\
 & + \frac{2^5/2^110201e^{-\frac{227x^2}{1233}}x^2}{5^{1/2}137^{7/2}} + \frac{2^{23/2}e^{-\frac{25x^2}{156}}x^2}{3^{11/2}5^{1/2}137^{7/2}} - \frac{2^{1/2}7e^{-\frac{x^2}{5}}x^2}{5^4} \\
 & + \frac{2^9/2^671e^{-\frac{83x^2}{621}}x^2}{3^9/2^37^{7/2}5} - \frac{133e^{-\frac{19x^2}{180}}x^2}{2^9/2^543} \\
 \mathcal{C}_{20}^{D_1(2420)^0 \rightarrow D^+\pi^-} & \equiv \frac{2^{1/2}481e^{-\frac{71x^2}{132}}x^2}{3^9/2^{11}7^{7/2}\sqrt{5}} - \frac{2^{7/2}e^{-\frac{25x^2}{44}}x^2}{3^{1/2}11^{7/2}\sqrt{5}} - \frac{128\sqrt{2}e^{-\frac{33x^2}{124}}x^2}{3^3/2^31^{7/2}\sqrt{5}} \\
 & + \frac{1037\sqrt{2}e^{-\frac{143x^2}{558}}x^2}{3^{7/2}3^{17/2}\sqrt{5}} + \frac{1274\sqrt{2}e^{-\frac{157x^2}{684}}x^2}{3^5/2^19^{7/2}\sqrt{5}} - \frac{48\sqrt{6}e^{-\frac{17x^2}{76}}x^2}{19^{7/2}\sqrt{5}} \\
 & - \frac{1024\sqrt{2}e^{-\frac{25x^2}{156}}x^2}{3^513^{7/2}\sqrt{5}} + \frac{2684\sqrt{2}e^{-\frac{83x^2}{621}}x^2}{3^423^{7/2}5} + \frac{5969e^{-\frac{823x^2}{8316}}x^2}{2^3/2^32^75^{7/2}2^{11}7^{7/2}\sqrt{5}} \\
 \mathcal{C}_{20}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^+\pi^-} & \equiv -\frac{2^5e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}}(3\rho+1)x^2}{3^45^{1/2}(\rho+1)^2} + \frac{2e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}}(9\rho^2+70\rho+49)x^2}{3^3/2^51^{1/2}7^{7/2}(\rho+1)^2} \\
 & - \frac{2^4e^{-\frac{25x^2}{44}}x^2}{3^{1/2}5^{1/2}2^{11}7^{7/2}} - \frac{962e^{-\frac{71x^2}{132}}x^2}{3^9/2^51^{1/2}2^{11}7^{7/2}} - \frac{2^8e^{-\frac{33x^2}{124}}x^2}{3^3/2^51^{1/2}3^{17/2}} - \frac{2074e^{-\frac{143x^2}{558}}x^2}{3^{7/2}5^{1/2}3^{17/2}} \\
 & - \frac{2^45^{1/2}6877e^{-\frac{203x^2}{843}}x^2}{3^{1/2}281^{7/2}} - \frac{2^2637e^{-\frac{157x^2}{684}}x^2}{3^5/2^51^{1/2}2^{19}7^{7/2}} - \frac{2^53^{3/2}e^{-\frac{17x^2}{76}}x^2}{5^{1/2}2^{19}7^{7/2}} \\
 & - \frac{2^{11}e^{-\frac{25x^2}{156}}x^2}{3^{11/2}5^{1/2}2^{13}7^{7/2}} - \frac{2^3671e^{-\frac{83x^2}{621}}x^2}{3^423^{7/2}5} - \frac{5969e^{-\frac{823x^2}{8316}}x^2}{3^25^{1/2}7^5/2^{11}7^{7/2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{C}_{01}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &\equiv -\frac{e^{-\frac{x^2}{5}} x^2}{5^{7/2}} - \frac{2^2 110201 e^{-\frac{227x^2}{1233}} x^2}{137^{7/2}} + \frac{133 e^{-\frac{19x^2}{180}} x^2}{265^{9/23}} \\
 &+ \frac{2e^{-\frac{x^2}{5}}}{5^{5/2} 3} + \frac{2^4 3^3 5^2 e^{-\frac{227x^2}{1233}}}{137^{5/2}} - \frac{3^2 e^{-\frac{19x^2}{180}}}{2^3 5^{5/2}} \\
 \mathcal{C}_{21}^{D_2^*(2460)^0 \rightarrow D^*(2010)^+ \pi^-} &\equiv \frac{2^4 e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} (3\rho+1)x^2}{3^{7/2} 5^{1/2} (\rho+1)^2} - \frac{e^{-\frac{x^2(\rho(4\rho+7)+7)}{14(\rho+1)^2}} (9\rho^2+70\rho+49)x^2}{5^{1/2} 7^{7/2} 3(\rho+1)^2} \\
 &+ \frac{2074 e^{-\frac{143x^2}{558}} x^2}{3^3 5^{1/2} 31^{7/2}} + \frac{2^2 637 e^{-\frac{157x^2}{684}} x^2}{3^2 5^{1/2} 219^{7/2}} - \frac{23 e^{-\frac{x^2}{5}} x^2}{5^4} - \frac{2^2 5^{1/2} 110201 e^{-\frac{227x^2}{1233}} x^2}{137^{7/2}} \\
 &+ \frac{2^{12} e^{-\frac{25x^2}{156}} x^2}{3^9 25^{1/2} 13^{7/2}} + \frac{2^4 671 e^{-\frac{83x^2}{621}} x^2}{3^{7/2} 23^{7/2} 5} - \frac{133 e^{-\frac{19x^2}{180}} x^2}{2^5 5^4 3} + \frac{962 e^{-\frac{71x^2}{132}} x^2}{3^4 5^{1/2} 11^{7/2}} \\
 \mathcal{C}_{20}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^0 \pi^+} &\equiv \frac{2^5 e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}} (3\rho+1)x^2}{3^4 5^{1/2} (\rho+1)^2} - \frac{2e^{-\frac{x^2(4\rho^2+7\rho+7)}{14(\rho+1)^2}} (9\rho^2+70\rho+49)x^2}{3^3 25^{1/2} 7^{7/2} (\rho+1)^2} \\
 &+ \frac{962 e^{-\frac{71x^2}{132}} x^2}{3^9 25^{1/2} 11^{7/2}} + \frac{2^8 e^{-\frac{33x^2}{124}} x^2}{3^3 25^{1/2} 31^{7/2}} + \frac{2074 e^{-\frac{143x^2}{558}} x^2}{3^7 25^{1/2} 31^{7/2}} + \frac{2^4 5^{1/2} 6877 e^{-\frac{203x^2}{843}} x^2}{3^{1/2} 281^{7/2}} \\
 &+ \frac{2^2 637 e^{-\frac{157x^2}{684}} x^2}{3^5 25^{1/2} 19^{7/2}} + \frac{2^5 3^3 2 e^{-\frac{17x^2}{76}} x^2}{5^{1/2} 19^{7/2}} + \frac{2^{11} e^{-\frac{25x^2}{156}} x^2}{3^5 5^{1/2} 13^{7/2}} + \frac{2^3 671 e^{-\frac{83x^2}{621}} x^2}{3^4 23^{7/2} 5} \\
 &+ \frac{5969 e^{-\frac{823x^2}{8316}} x^2}{3^2 7^5 25^{1/2} 11^{7/2} 2} + \frac{2^4 e^{-\frac{25x^2}{44}} x^2}{3^{1/2} 5^{1/2} 211^{7/2}} \\
 \mathcal{C}_{21}^{D_2^*(2460)^+ \rightarrow D^{*0} \pi^+} &\equiv \frac{2^{1/2} (\rho+7)(9\rho+7)x^2 e^{-\frac{(4\rho^2+7\rho+7)x^2}{14(\rho+1)^2}}}{3^{3/2} 7^{7/2} \sqrt{5} (\rho+1)^2} \\
 &- \frac{2^{9/2} (3\rho+1)x^2 e^{-\frac{x^2}{3(\rho+1)^2}}}{3^4 \sqrt{5} (\rho+1)^2} - \frac{2^{3/2} 481 e^{-\frac{71x^2}{132}} x^2}{3^9 211^{7/2} \sqrt{5}} \\
 &- \frac{2074 \sqrt{2} e^{-\frac{143x^2}{558}} x^2}{3^{7/2} 31^{7/2} \sqrt{5}} - \frac{2548 \sqrt{2} e^{-\frac{157x^2}{684}} x^2}{3^5 219^{7/2} \sqrt{5}} \\
 &+ \frac{2^{7/2} 3^{1/2} e^{-\frac{x^2}{5}} x^2}{5^4} + \frac{2^3 7^2 2249 \sqrt{6} e^{-\frac{227x^2}{1233}} x^2}{137^{7/2} \sqrt{5}} \\
 &- \frac{4096 \sqrt{2} e^{-\frac{25x^2}{156}} x^2}{3^5 13^{7/2} \sqrt{5}} - \frac{2^{9/2} 671 e^{-\frac{83x^2}{621}} x^2}{3^4 23^{7/2} 5}
 \end{aligned} \tag{E.3}$$

(E.4)



onde  $x = P/\beta$ .

### (E3) Coeficientes dos mésons charmosos-estranhos no modelo $C^3P_0$ de primeira ordem

- Amplitudes com larguras  $\beta$ 's distintas:

– Decaimento do  $D_s^{*+} \rightarrow D_s^+ \pi^0$ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{C}_{10} \equiv & -P \left( \frac{1}{3\sqrt{3}} \right) \beta_1^{3/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_2 + 1)^3 (\rho_1 + 1) \\
 & \times \left[ \frac{\beta_1^2 ((\rho_1 + 1) (2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) + 2\beta_3^2 (\rho_1 (-\rho_2) + \rho_1 + \rho_2 + 1))}{(\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2))^{5/2}} \right. \\
 & \left. + \frac{\beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\rho_2 + 1) (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1))}{(\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2))^{5/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_1^2 (2\rho_2^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 + \beta_7^2 (\rho_1^2 + 1)) + (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 + 2\rho_2 \beta_7^2))}{4\beta_7^2 (\rho_1 + 1)^2 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (2\rho_2 (\rho_2 + 1) + 1)) + 2\beta_7^2 \rho_1^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2))}{4\beta_7^2 (\rho_1 + 1)^2 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 & - P \left( \frac{1}{3\sqrt{3}} \right) \beta_1^{3/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_3 + 1)^3 (\rho_1 + 1) \\
 & \times \left[ \frac{\beta_1^2 ((\rho_1 + 1) (2\beta_2^2 \rho_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) + 2\beta_3^2 ((\rho_1 - 1)\rho_3 + \rho_1 + 1))}{(\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_3^2 + 2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2))^{5/2}} \right. \\
 & \left. + \frac{\beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\rho_3 + 1) (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1))}{(\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_3^2 + 2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2))^{5/2}} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{p^2 \beta_1^2 (2\rho_3^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 + \beta_9^2 (\rho_1^2 + 1)) + (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 + 2\rho_3 \beta_9^2))}{4\beta_9^2 (\rho_1 + 1)^2 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_3^2 + 2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2))} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (2\rho_3 (\rho_3 + 1) + 1)) + 2 (2\beta_3^2 \beta_9^2 + b_9^4 (\rho_3 + 1)^2))}{4\beta_9^2 (\rho_1 + 1)^2 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_3^2 + 2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2))} \right]
 \end{aligned}
 \tag{E.5}$$

onde, para este processo temos que  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , são respectivamente, as larguras das gaussianas dos mésons  $D_s^*, D_s, \pi$  e para o estado intermediário  $\beta_7$  e  $\beta_9$ , são respectivamente as larguras dos mésons  $D$  e  $K$  de estado  $1^1S_0$ .

– Decaimento do  $D_{s_0}^* (2317)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0$ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{C}_{01} &\equiv \left( \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \right) \beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_2 + 1)^3 \\
 &\times \left\{ \frac{P^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + 2\beta_3^2 \rho_1 + \beta_8^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2)}{3 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))^{5/2}} \right. \\
 &\quad \left[ \beta_1^2 (2\beta_3^2 (\rho_1 (\rho_2 - 1) - \rho_2 - 1) - (\rho_1 + 1) (2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2)) \right. \\
 &\quad \left. \left. - (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\rho_2 + 1) (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1))) \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(4\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_1 + 1)^2 \rho_2)}{(\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))^{5/2}} \right\} \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 \beta_1^2 (2\rho_2^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 + \beta_8^2 (\rho_1^2 + 1)) + (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 + 2\rho_2 \beta_8^2))}{4\beta_8^2 (\rho_1 + 1)^2 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (2\rho_2 (\rho_2 + 1) + 1)) + 2\beta_8^2 \rho_1^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))}{4\beta_8^2 (\rho_1 + 1)^2 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 \tilde{C}_{20} &\equiv P^2 \left( \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{15}} \right) \beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_2 + 1)^3 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + 2\beta_3^2 \rho_1 + \beta_8^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\times \left[ \frac{\beta_1^2 (2\beta_3^2 (\rho_1 (\rho_2 - 1) - \rho_2 - 1) - (\rho_1 + 1) (2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))}{(\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))^{7/2}} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(\beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\rho_2 + 1) (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)))}{(\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 \beta_1^2 (2\rho_2^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 + \beta_8^2 (\rho_1^2 + 1)) + (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 + 2\rho_2 \beta_8^2))}{4\beta_8^2 (\rho_1 + 1)^2 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (2\rho_2 (\rho_2 + 1) + 1)) + 2\beta_8^2 \rho_1^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))}{4\beta_8^2 (\rho_1 + 1)^2 (\beta_1^2 (2\beta_2^2 \rho_2^2 + 2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right]
 \end{aligned}
 \tag{E.6}$$

onde, para este processo temos que  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ , são respectivamente, as larguras das gaussianas dos mésons  $D_{s_0}^* (2317)$ ,  $D_s^*$ ,  $\pi$  e para o estado intermediário  $\beta_8$  é respectivamente a largura do méson  $D^*$  de estado  $1^3S_1$ .

– Decaimento do  $D_{s_0}^* (2317)^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0$ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{C}_{00} &\equiv \left( \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_2 + 1)^3}{((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ 4\beta_3^4 \beta_1^2 (P^2 \rho_1 (-\rho_2 \rho_1 + \rho_1 + \rho_2 + 1) - 6\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 \rho_2) \right. \\
 &\quad + 2\beta_3^2 \beta_1^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 (P^2 (-\rho_2 \rho_1 + 3\rho_1 + \rho_2 + 1) - 12\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2)) \\
 &\quad + 2\beta_3^2 \beta_1^2 (-\beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2 (\rho_1 ((\rho_1 - 1) \rho_2 - 2(\rho_1 + 1)) P^2 + 6\beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 \rho_2)) \\
 &\quad + P^2 \beta_1^2 (\rho_1 + 1) (2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_7^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) (4 (P^2 \rho_1 (\rho_2 + 1) - 6\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2) \beta_3^4) \\
 &\quad + \beta_2^2 \rho_1 (2(\rho_2 + 1) ((\rho_2 + 1) (P^2 \rho_1 (\rho_2 + 2) - 6\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2) \beta_7^2 + P^2 \beta_2^2 \rho_2^2 (\rho_1 + 1)) \beta_3^2) \\
 &\quad + \beta_2^2 (2(\rho_2 + 1) ((\rho_2 + 1) (P^2 \rho_1 (\rho_2 + 2) - 6\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2) \beta_7^2 + P^2 \beta_2^2 \rho_2^2 (\rho_1 + 1)) \beta_3^2) \\
 &\quad \left. + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\beta_7^2 P^2 (\rho_2 + 1)^2 (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_7^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2)) \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 \beta_1^2 ((2\beta_3^2 + \beta_7^2 + 2\beta_7^2 \rho_2) (\rho_1 + 1)^2 + 2 ((\rho_1^2 + 1) \beta_7^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2) \rho_2^2)}{4\beta_7^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 (2\beta_7^2 \rho_1^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (2\rho_2 (\rho_2 + 1) + 1)))}{4\beta_7^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_7^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &- \left( \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{9/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_3 + 1)^3 (\rho_1 + 1)^2}{((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ - \frac{2\rho_3 \beta_2^4 \beta_3^2 (\rho_3 (p^2 (\rho_3 + 1) - 12\beta_1^2 \rho_3) - 6\beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2)}{\beta_1^2} \right. \\
 &\quad - \frac{\rho_3 \beta_2^4 (-24\beta_3^4 + p^2 \rho_3 (2\beta_1^2 \rho_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2))}{\beta_1^2} \\
 &\quad - \frac{4\beta_2^2 \beta_3^4 (p^2 (\rho_3 + 1) - 6\beta_1^2 (\rho_1 + 1) \rho_3)}{\beta_1^2 (\rho_1 + 1)} \\
 &\quad - \frac{2\beta_2^2 \beta_3^2 (\beta_1^2 p^2 (\rho_1 + (\rho_1 - 1) \rho_3 + 3) \rho_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2 (p^2 (\rho_3 + 2) - 6\beta_1^2 (\rho_1 + 1) \rho_3))}{\beta_1^2 (\rho_1 + 1)} \\
 &\quad - \frac{\beta_2^2 \beta_9^2 P^2 (\rho_3 + 1)^2 (\beta_1^2 (\rho_1 + 3) \rho_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2)}{\beta_1^2 (\rho_1 + 1)} \\
 &\quad \left. - \frac{P^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) (2(\rho_1 + (\rho_1 - 1) \rho_3 + 1) \beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_1 + 1) (\rho_3 + 1)^2)}{(\rho_1 + 1)^2} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 \beta_1^2 ((2\beta_3^2 + \beta_9^2 + 2\rho_3 \beta_9^2) (\rho_1 + 1)^2 + 2 ((\rho_1^2 + 1) \beta_9^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2) \rho_3^2)}{4\beta_9^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 (2 ((\rho_3 + 1)^2 b_9^4 + 2\beta_3^2 \beta_9^2) + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (2\rho_3 (\rho_3 + 1) + 1)))}{4\beta_9^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_9^2 (\rho_3 + 1)^2))} \right]
 \end{aligned}$$

(E.7)

onde, para este processo temos que  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , são respectivamente, as larguras das gaussianas dos mésons  $D_{s0}^*$  (2317),  $D_s, \pi$  e para o estado intermediário  $\beta_7$  e  $\beta_9$ , são respectivamente as larguras dos mésons  $D$  e  $K$  de estado  $1^1S_0$ .

– Decaimento do  $D_{s1} (2460)^+ \rightarrow D_s^{*+} \pi^0$ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{C}_{01} &\equiv - \left( \frac{1}{6} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_2 + 1)^3}{((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ \frac{4}{3} \beta_1^2 P^2 (\rho_1 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2) (2\beta_3^2 \rho_2 (\rho_1 - 1)) \right. \\
 &\quad - \frac{4}{3} \beta_1^2 P^2 \rho_1 (\rho_1 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 \rho_2^2 (\rho_1 + 1)) (2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad - \frac{4}{3} \beta_1^2 P^2 (\rho_1 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 \rho_2^2 (\rho_1 + 1)) (2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad - \frac{4}{3} P^2 (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_6^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad \times (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\rho_2 + 1) (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1))) \\
 &\quad \left. + 16 \beta_2^2 \beta_3^2 \rho_2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2)) \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 \beta_1^2 ((2\beta_3^2 + \beta_6^2 + 2\beta_6^2 \rho_2) (\rho_1 + 1)^2 + 2 ((\rho_1^2 + 1) \beta_6^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2) \rho_2^2)}{4\beta_6^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 (2\beta_6^2 \rho_1^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (2\rho_2 (\rho_2 + 1) + 1)))}{4\beta_6^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &- \left( \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_2 + 1)^3}{((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ \frac{2}{3} P^2 \beta_1^2 \beta_3^2 (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_8^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) (\rho_2 - \rho_2 \rho_1 + \rho_1 + 1) \right. \\
 &\quad + \frac{1}{3} p^2 \beta_1^2 (\rho_1 + 1) (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_8^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) (2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad + \frac{1}{3} p^2 \beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\rho_2 + 1) (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_8^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)) \\
 &\quad \left. - 4\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_1 + 1)^2 \rho_2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2)) \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 \beta_1^2 ((2\beta_3^2 + \beta_8^2 + 2\rho_2 \beta_8^2) (\rho_1 + 1)^2 + 2 ((\rho_1^2 + 1) \beta_8^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2) \rho_2^2)}{4\beta_8^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{P^2 (2\beta_8^2 \rho_1^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (2\rho_2 (\rho_2 + 1) + 1)))}{4\beta_8^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathcal{C}}_{21} &\equiv - \left( \frac{1}{6} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_2 + 1)^3}{((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ \frac{4}{3} \sqrt{2} p^2 \beta_1^2 \beta_3^2 (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_6^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) (\rho_1 (\rho_2 - 1) - \rho_2 - 1) \right. \\
 &\quad - \frac{\sqrt{8}}{3} p^2 \beta_1^2 (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_6^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) (\rho_1 + 1) (2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad - \frac{\sqrt{8}}{3} p^2 (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_6^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad \times (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\rho_2 + 1) (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1))) \\
 &\quad \left. + 16 \beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_1 + 1)^2 \rho_2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2)) \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 \beta_1^2 ((2\beta_3^2 + \beta_6^2 + 2\rho_2 \beta_6^2) (\rho_1 + 1)^2 + 2 ((\rho_1^2 + 1) \beta_6^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2) \rho_2^2)}{4\beta_6^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 (2\beta_6^2 \rho_1^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (2\rho_2 (\rho_2 + 1) + 1)))}{4\beta_6^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_6^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &- \left( \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\rho_2 + 1)^3}{((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ \frac{4}{3} \sqrt{2} p^2 \beta_3^2 \beta_1^2 (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_8^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) (\rho_2 - \rho_2 \rho_1 + \rho_1 + 1) \right. \\
 &\quad + \frac{2}{3} \sqrt{2} p^2 \beta_1^2 (\rho_1 + 1) (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_8^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) (2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad + \frac{2}{3} \sqrt{2} p^2 (2\rho_1 \beta_3^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1) \rho_2^2 + \beta_8^2 \rho_1 (\rho_2 + 1)^2) \\
 &\quad \times (\beta_2^2 (\rho_1 + 1) (\rho_2 + 1) (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1))) \\
 &\quad \left. - 4\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_1 + 1)^2 \rho_2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2)) \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 \beta_1^2 ((2\beta_3^2 + \beta_8^2 + 2\rho_2 \beta_8^2) (\rho_1 + 1)^2 + 2 ((\rho_1^2 + 1) \beta_8^2 + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2) \rho_2^2)}{4\beta_8^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ - \frac{p^2 (2\beta_8^2 \rho_1^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) + \beta_2^2 (\rho_1 + 1)^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (2\rho_2 (\rho_2 + 1) + 1)))}{4\beta_8^2 (\rho_1 + 1)^2 ((2\beta_3^2 + 2\beta_2^2 \rho_2^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (2\beta_3^2 + \beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2))} \right]
 \end{aligned}
 \tag{E.8}$$

onde, para este processo temos que  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , são respectivamente, as larguras das gaussianas dos mésons  $D_{s1}^*$  (2460),  $D_s^*$ ,  $\pi$  e para o estado intermediário  $\beta_6$  e  $\beta_8$ , são respectivamente as larguras dos mésons  $D$  de estado  $1^1S_0$  e  $D^*$  de estado  $1^3S_1$ .

– Decaimento do  $D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*0}K^+$ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{C}_{00} &\equiv -2\sqrt{2} \left[ \frac{\beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} \beta_1^{5/2}}{((\beta_2^2 + \beta_3^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 \beta_3^2)^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ 4\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 \beta_3^2) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} p^2 ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2\beta_3^2) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2\beta_3^2 \rho_2) \beta_1^2 + 2\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_2 + 1) \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (4\beta_3^2 + \beta_1^2 (\rho_2 - 1)^2 + \beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2)}{8 ((\beta_2^2 + \beta_3^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 \beta_3^2) (\rho_2 + 1)^2} \right] \\
 &- \left( \frac{2\sqrt{2} c_{1\eta'} c_{2\eta'}}{3} \right) \left[ \frac{\beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} \beta_1^{5/2}}{((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ 4\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} p^2 \beta_1^2 ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_8^2 + (\beta_3^2 + \beta_8^2) \rho_2)) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2}{3} p^2 \beta_2^2 (\rho_2 + 1) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) (\beta_3^2 + \beta_8^2) \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 \beta_1^2 ((\rho_2(5\rho_2 + 6) + 5)\beta_8^2 + 2\beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2)}{8\beta_8^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) (\rho_2 + 1)^2} \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_2^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_8^2) (\rho_2 + 1)^2 + 4\beta_8^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))}{8\beta_8^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) (\rho_2 + 1)^2} \right] \\
 &+ \left( \frac{2\sqrt{2} c_{1\omega} c_{2\omega}}{3} \right) \left[ \frac{\beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} \beta_1^{5/2}}{((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ 4\beta_2^2 \beta_3^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) (\rho_2 + 1)^2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} p^2 \beta_1^2 ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_9^2 + (\beta_3^2 + \beta_9^2) \rho_2)) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2}{3} p^2 \beta_2^2 (\rho_2 + 1) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) (\beta_3^2 + \beta_9^2) \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 \beta_1^2 ((\rho_2(5\rho_2 + 6) + 5)\beta_9^2 + 2\beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2)}{8\beta_9^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) (\rho_2 + 1)^2} \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_2^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_9^2) (\rho_2 + 1)^2 + 4\beta_9^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2))}{8\beta_9^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) (\rho_2 + 1)^2} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{C}_{20} \equiv & -p^2 \left( \frac{4\sqrt{2}c_{1\eta'} c_{2\eta'}}{9\sqrt{5}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2))}{(\beta_1^2(\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2))^{7/2}} \right] \\
 & \times [\beta_1^2(\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2(\rho_2(\beta_3^2 + \beta_8^2) + \beta_8^2)) + 2\beta_2^2(\rho_2 + 1)(\beta_3^2 + \beta_8^2)] \\
 & \times \exp \left( -\frac{p^2 \beta_1^2 (2\beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2(\rho_2 + 1)^2 + \beta_8^2(\rho_2(5\rho_2 + 6) + 5))}{8\beta_8^2(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2(\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2))} \right) \\
 & \times \exp \left( -\frac{p^2 (\beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_8^2) + 4\beta_8^2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2))}{8\beta_8^2(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2(\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2))} \right) \\
 & - p^2 \left( \frac{4\sqrt{2}c_{1\omega} c_{2\omega}}{9\sqrt{5}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2))}{(\beta_1^2(\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) + \beta_2^2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2))^{7/2}} \right] \\
 & \times [\beta_1^2(\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2(\rho_2(\beta_3^2 + \beta_9^2) + \beta_9^2)) + 2\beta_2^2(\rho_2 + 1)(\beta_3^2 + \beta_9^2)] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{p^2 \beta_1^2 (2\beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2(\rho_2 + 1)^2 + \beta_9^2(\rho_2(5\rho_2 + 6) + 5))}{8\beta_9^2(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2(\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) + \beta_2^2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2))} \right] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_9^2) + 4\beta_9^2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2))}{8\beta_9^2(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2(\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) + \beta_2^2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2))} \right] \\
 & - p^2 \left( \frac{8}{3} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2\beta_3^2)}{(\beta_1^2(\beta_2^2 + \beta_3^2) + \beta_2^2\beta_3^2)^{7/2}} \right] \\
 & \times [\beta_1^2(\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2\beta_3^2\rho_2) + 2\beta_2^2\beta_3^2(\rho_2 + 1)] \\
 & \times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_1^2(\rho_2 - 1)^2 + \beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 + 4\beta_3^2)}{8(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2(\beta_2^2 + \beta_3^2) + \beta_2^2\beta_3^2)} \right]
 \end{aligned} \tag{E.9}$$

onde, para este processo temos que  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , são respectivamente, as larguras das gaussianas dos mésons  $D_{s1}$  (2536),  $D^*$ ,  $K^+$  e para o estado intermediário  $\beta_8$  e  $\beta_9$ , são respectivamente as larguras dos mésons  $\eta'$  de estado  $1^1S_0$  e  $\omega$  de estado  $1^3S_1$ .

– Decaimento do  $D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K^0$ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathcal{C}}_{01} &\equiv 2\sqrt{2} \left[ \frac{\beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} \beta_1^{5/2}}{((\beta_2^2 + \beta_3^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 \beta_3^2)^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ 4\beta_2^2 \beta_3^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 \beta_3^2) (\rho_2 + 1)^2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} p^2 ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2\beta_3^2) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2\beta_3^2 \rho_2) \beta_1^2 + 2\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_2 + 1) \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (4\beta_3^2 + \beta_1^2 (\rho_2 - 1)^2 + \beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2)}{8 ((\beta_2^2 + \beta_3^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 \beta_3^2) (\rho_2 + 1)^2} \right] \\
 &- \left( \frac{2\sqrt{2} c_{1\eta'} c_{2\eta'}}{3} \right) \left[ \frac{\beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} \beta_1^{5/2}}{((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ 4\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} p^2 \beta_1^2 ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_8^2 + (\beta_3^2 + \beta_8^2) \rho_2)) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2}{3} p^2 \beta_2^2 (\rho_2 + 1) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) (\beta_3^2 + \beta_8^2) \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 \beta_1^2 ((\rho_2(5\rho_2 + 6) + 5)\beta_8^2 + 2\beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2)}{8\beta_8^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) (\rho_2 + 1)^2} \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_2^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_8^2) (\rho_2 + 1)^2 + 4\beta_8^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))}{8\beta_8^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2)) (\rho_2 + 1)^2} \right] \\
 &+ \left( \frac{2\sqrt{2} c_{1\omega} c_{2\omega}}{3} \right) \left[ \frac{\beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} \beta_1^{5/2}}{((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times \left[ 4\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} p^2 \beta_1^2 ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_9^2 + (\beta_3^2 + \beta_9^2) \rho_2)) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2}{3} p^2 \beta_2^2 (\rho_2 + 1) ((\rho_2 + 1) \beta_2^2 + 2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) (\beta_3^2 + \beta_9^2) \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 \beta_1^2 ((\rho_2(5\rho_2 + 6) + 5)\beta_9^2 + 2\beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2)}{8\beta_9^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) (\rho_2 + 1)^2} \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_2^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_9^2) (\rho_2 + 1)^2 + 4\beta_9^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2))}{8\beta_9^2 ((\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) \beta_1^2 + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2)) (\rho_2 + 1)^2} \right]
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathcal{C}}_{21} &\equiv p^2 \left( \frac{4\sqrt{2}c_{1\eta'} c_{2\eta'}}{9\sqrt{5}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2))}{(\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times [\beta_1^2 (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2(\rho_2 (\beta_3^2 + \beta_8^2) + \beta_8^2)) + 2\beta_2^2(\rho_2 + 1) (\beta_3^2 + \beta_8^2)] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 \beta_1^2 (2\beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2(\rho_2 + 1)^2 + \beta_8^2(\rho_2(5\rho_2 + 6) + 5))}{8\beta_8^2(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_8^2) + 4\beta_8^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))}{8\beta_8^2(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))} \right] \\
 &- p^2 \left( \frac{4\sqrt{2}c_{1\omega} c_{2\omega}}{9\sqrt{5}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2(\beta_3^2 + 2\beta_9^2))}{(\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times [\beta_1^2 (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2(\rho_2 (\beta_3^2 + \beta_9^2) + \beta_9^2)) + 2\beta_2^2(\rho_2 + 1) (\beta_3^2 + \beta_9^2)] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 \beta_1^2 (2\beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2(\rho_2 + 1)^2 + \beta_9^2(\rho_2(5\rho_2 + 6) + 5))}{8\beta_9^2(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_9^2) + 4\beta_9^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2))}{8\beta_9^2(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_9^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_9^2))} \right] \\
 &- p^2 \left( \frac{8}{3} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2\beta_3^2)}{(\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2) + \beta_2^2 \beta_3^2)^{7/2}} \right] \\
 &\times [\beta_1^2 (\beta_2^2(\rho_2 + 1) + 2\beta_3^2 \rho_2) + 2\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_2 + 1)] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{p^2 (\beta_1^2(\rho_2 - 1)^2 + \beta_2^2(\rho_2 + 1)^2 + 4\beta_3^2)}{8(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2) + \beta_2^2 \beta_3^2)} \right]
 \end{aligned}
 \tag{E.10}$$

onde, para este processo temos que  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ , são respectivamente, as larguras das gaussianas dos mésons  $D_{s1}$  (2536),  $D^*$ ,  $K^0$  e para o estado intermediário  $\beta_8$  e  $\beta_9$ , são respectivamente as larguras dos mésons  $\eta'$  de estado  $1^1S_0$  e  $\omega$  de estado  $1^3S_1$ .

– Decaimento do  $D_{s_2}^* (2573)^+ \rightarrow D^0 K^+$ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathcal{C}}_{20} &\equiv P^2 \left( \frac{4}{\sqrt{15}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\beta_2^2 (\rho_2 + 1) + 2\beta_3^2)}{(\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2) + \beta_2^2 \beta_3^2)^{7/2}} \right] \\
 &\times [\beta_1^2 (\beta_2^2 (\rho_2 + 1) + 2\beta_3^2 \rho_2) + 2\beta_2^2 \beta_3^2 (\rho_2 + 1)] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_1^2 (\rho_2 - 1)^2 + \beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2 + 4\beta_3^2)}{8(\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2) + \beta_2^2 \beta_3^2)} \right] \\
 &- P^2 \left( \frac{4c_{1\eta'} c_{2\eta'}}{3\sqrt{15}} \right) \left[ \frac{\beta_1^{5/2} \beta_2^{3/2} \beta_3^{3/2} (\beta_2^2 (\rho_2 + 1) + 2(\beta_3^2 + 2\beta_8^2))}{(\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))^{7/2}} \right] \\
 &\times [\beta_1^2 (\beta_2^2 (\rho_2 + 1) + 2(\rho_2 (\beta_3^2 + \beta_8^2) + \beta_8^2)) + 2\beta_2^2 (\rho_2 + 1) (\beta_3^2 + \beta_8^2)] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{P^2 \beta_1^2 (2\beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2 + 2\beta_3^2 (\rho_2 + 1)^2 + \beta_8^2 (\rho_2 (5\rho_2 + 6) + 5))}{8\beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))} \right] \\
 &\times \exp \left[ -\frac{P^2 (\beta_2^2 (\rho_2 + 1)^2 (2\beta_3^2 + 5\beta_8^2) + 4\beta_8^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))}{8\beta_8^2 (\rho_2 + 1)^2 (\beta_1^2 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + 2\beta_8^2) + \beta_2^2 (\beta_3^2 + 2\beta_8^2))} \right]
 \end{aligned}
 \tag{E.11}$$

onde, para este processo temos que  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , são respectivamente, as larguras das gaussianas dos mésons  $D_{s_2}^* (2573), D, K^+$  e para o estado intermediário  $\beta_8$  é respectivamente a largura do méson  $\eta'$  de estado  $1^1 S_0$ .

## Apêndice F

# Diagramas de Segunda Ordem da Correção de Estado Ligado

Neste apêndice vamos mostrar os diagramas encontrados para a segunda ordem da correção de estado ligado, onde as figuras contêm todas as possíveis conexões das linhas de quarks entre  $V_{\mu\nu}$  e os kernels de estado ligado  $\Delta$ .

As expressões para os diagramas e a figura do diagrama do termo 11 da correção de estado ligado de segunda ordem não serão apresentadas tendo em vista que foram mostradas no capítulo 5, Eq. (5.7) e figura 5.1.

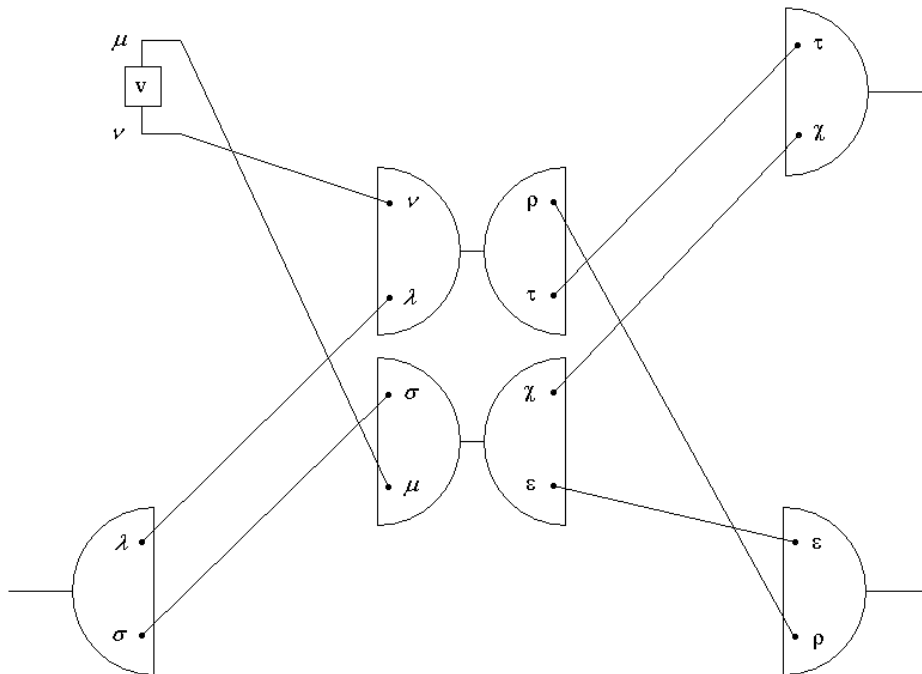


Fig. F.1: Termo 1 da segunda ordem da correção de estado ligado.

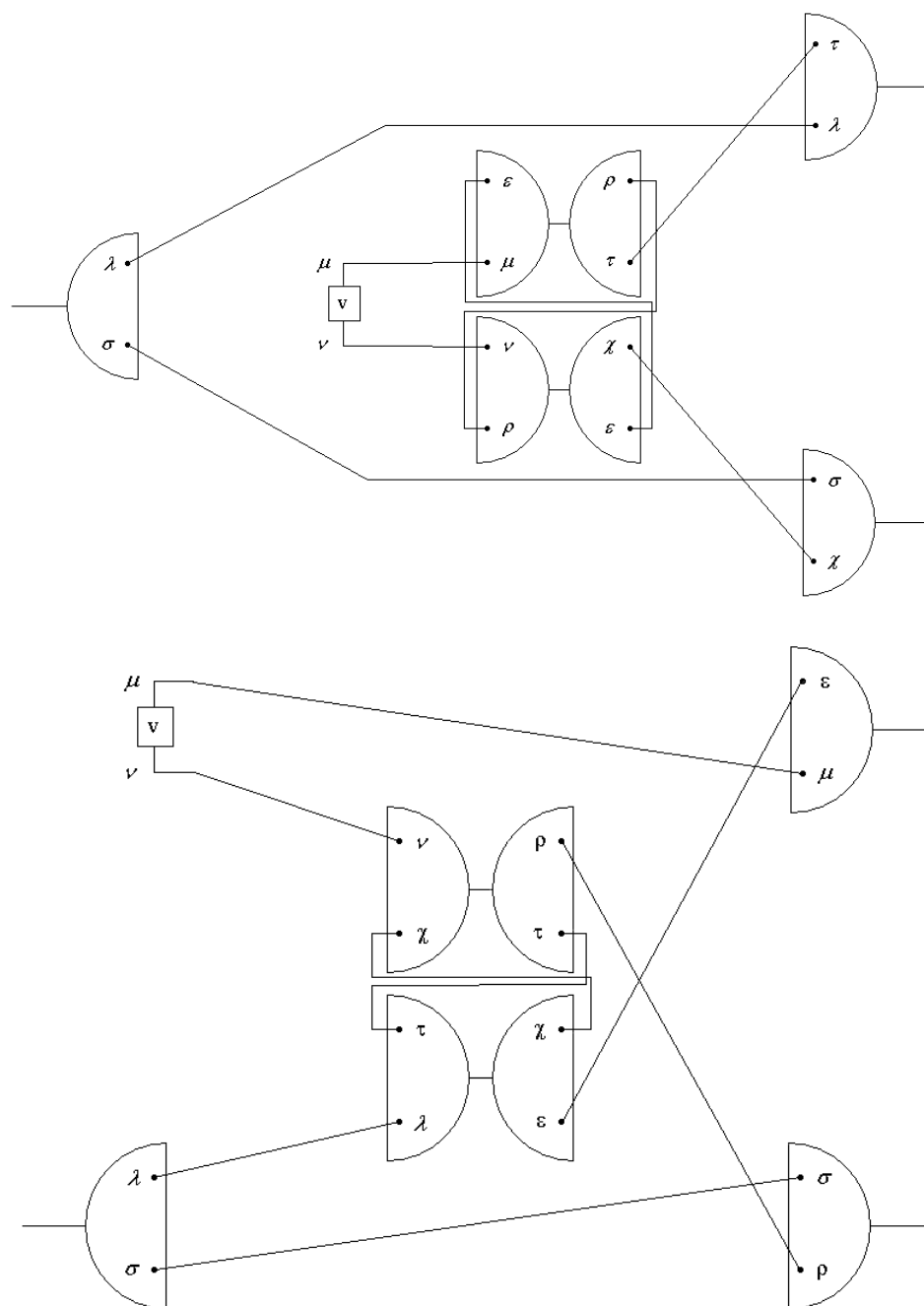


Fig. F.2: Termos 2 e 3 da segunda ordem da correção de estado ligado.

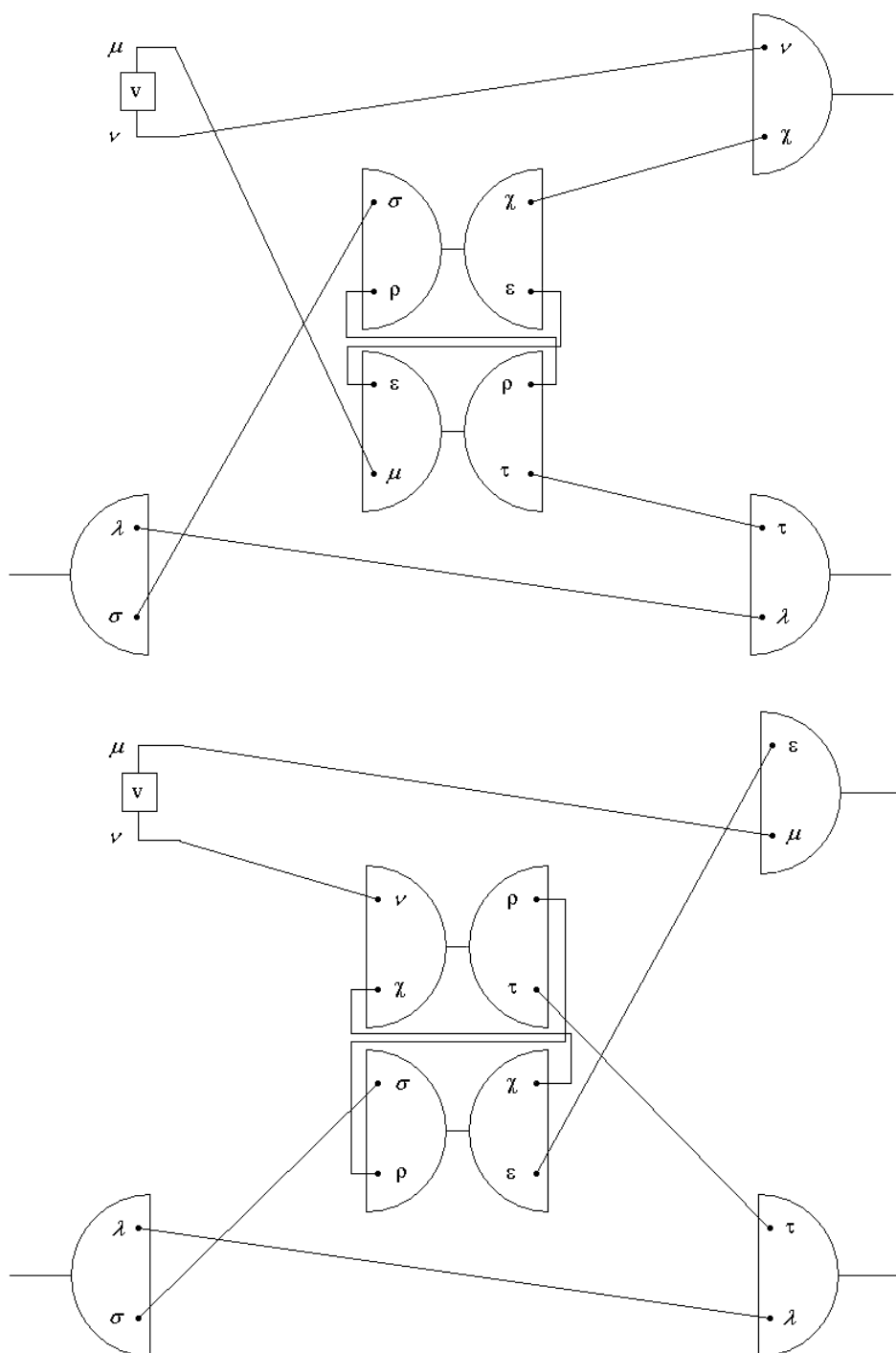


Fig. F.3: Termos 4 e 5 da segunda ordem da correção de estado ligado.

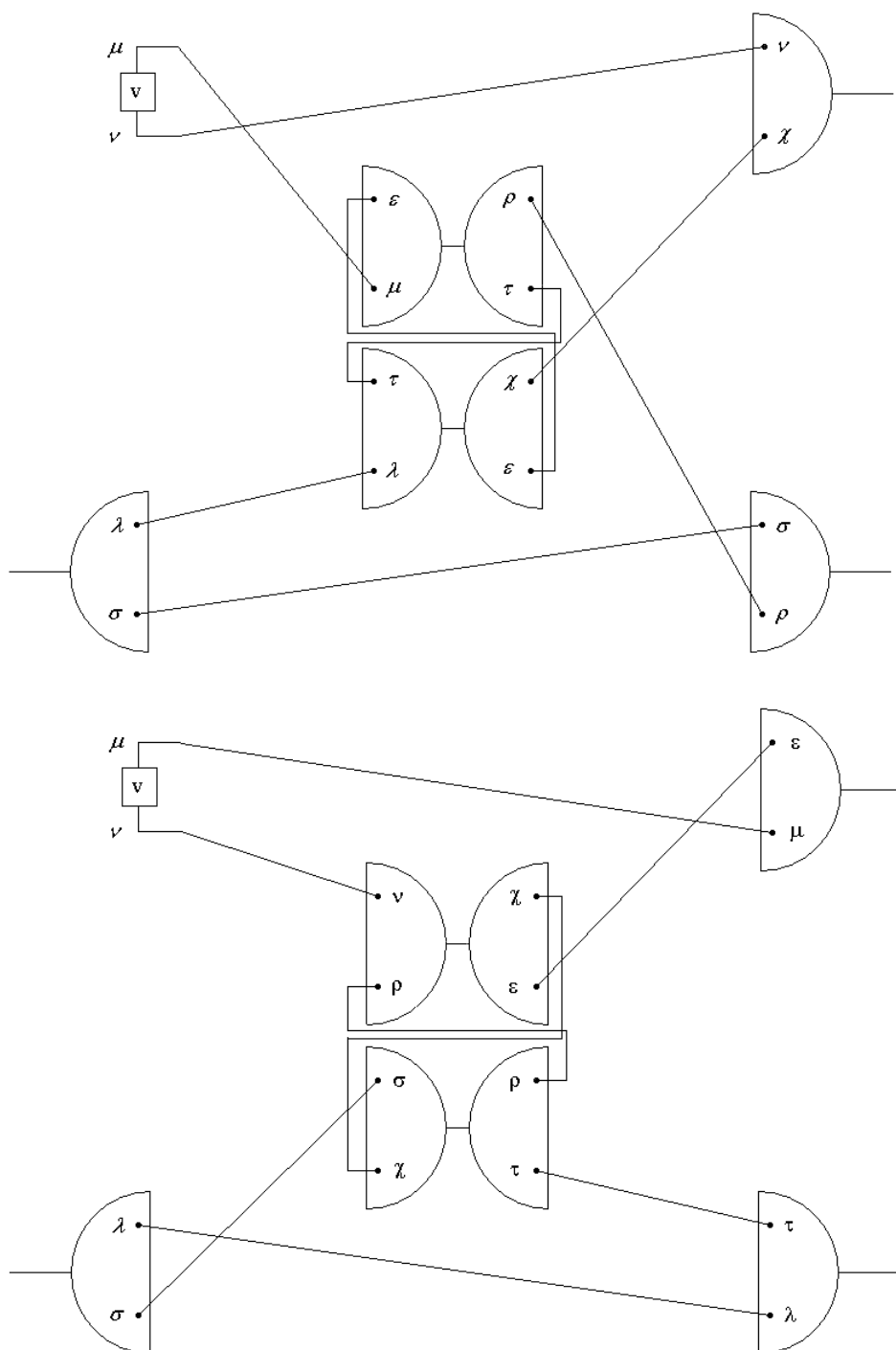


Fig. F.4: Termos 6 e 7 da segunda ordem da correção de estado ligado.

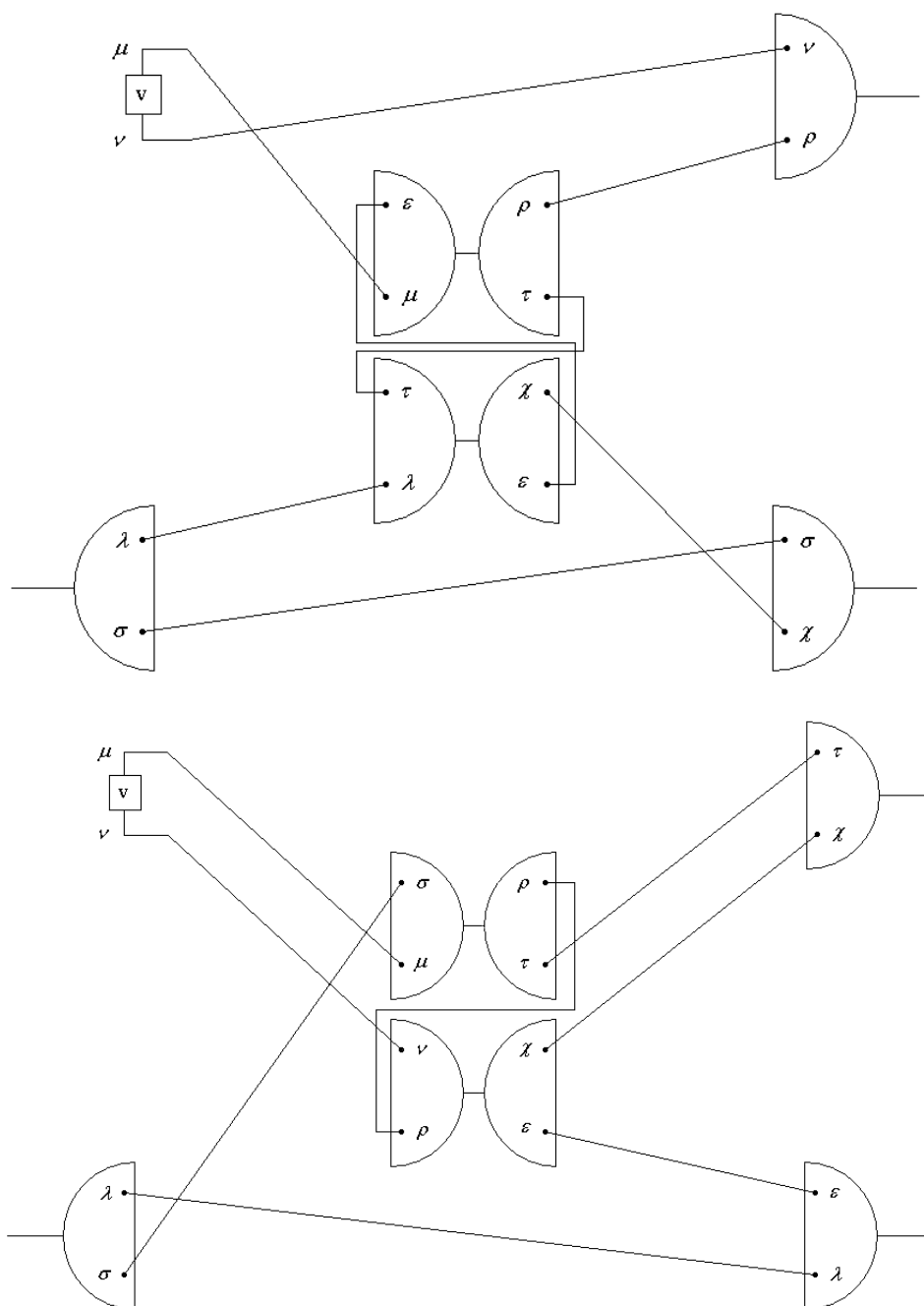


Fig. F.5: Termos 8 e 9 da segunda ordem da correção de estado ligado.

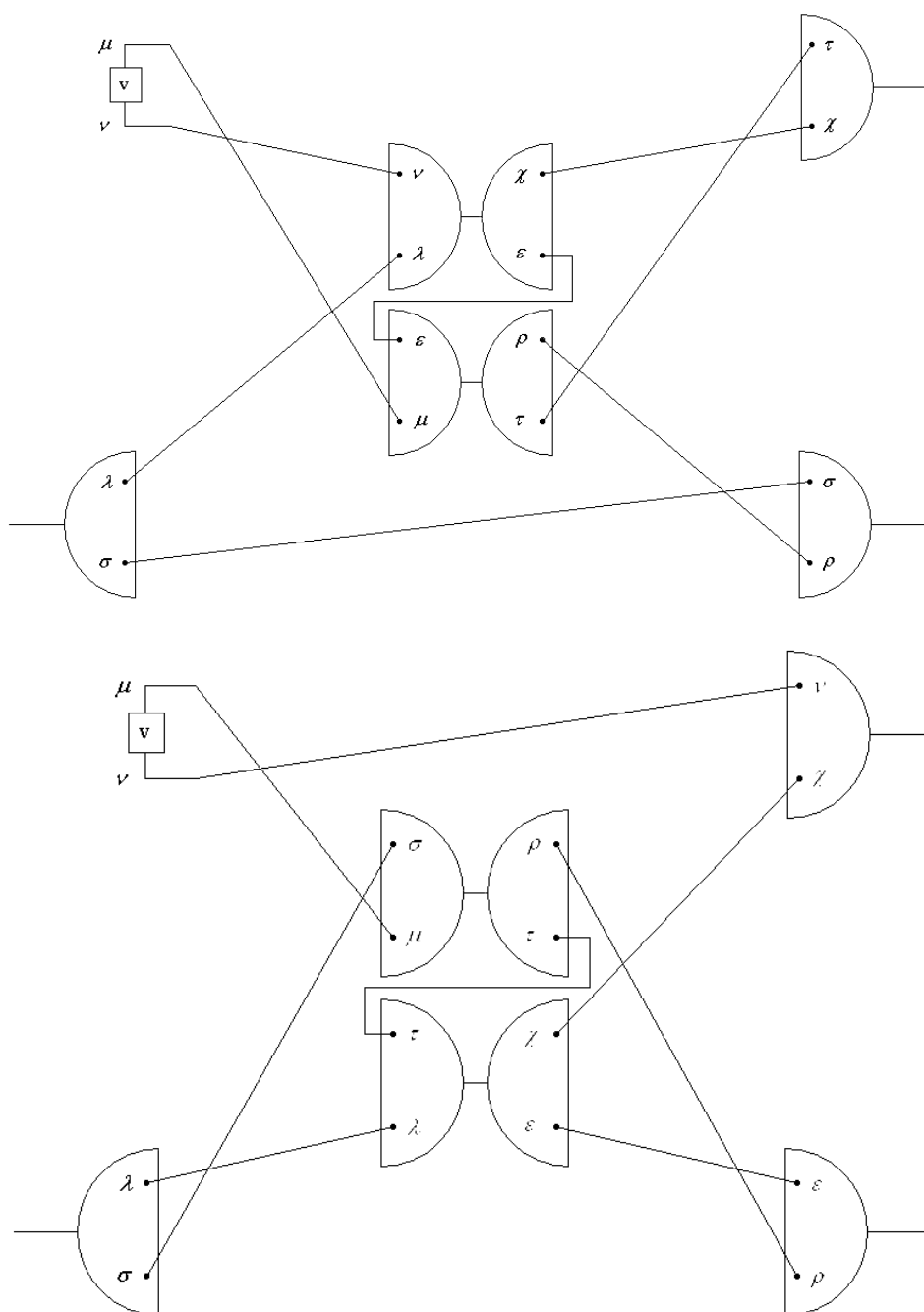


Fig. F.6: Termos 10 e 12 da segunda ordem da correção de estado ligado.



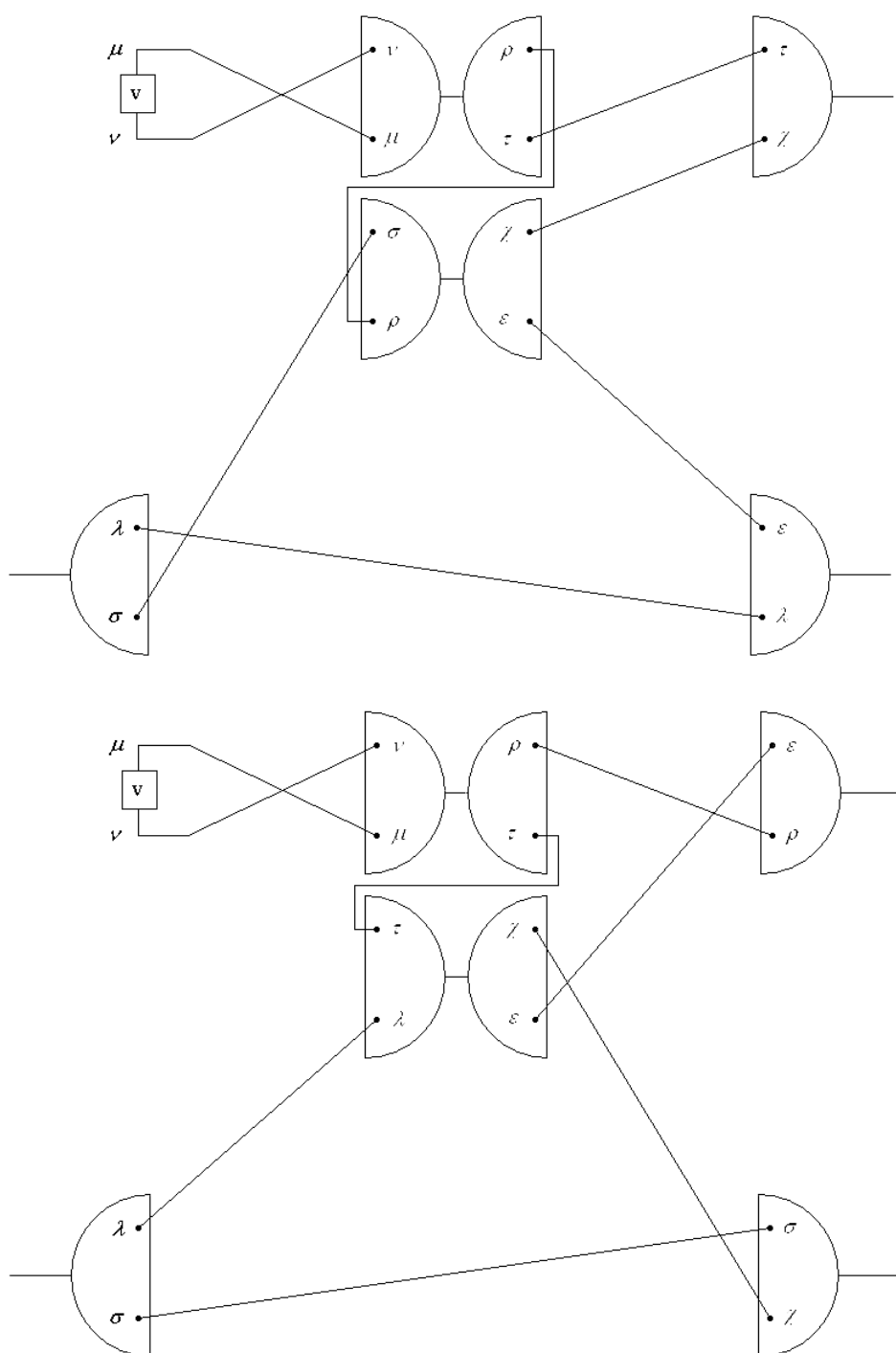


Fig. F.7: Termos 13 e 14 da segunda ordem da correção de estado ligado.

# Referências Bibliográficas

- [1] MUTA, T.; *Foundations of Quantum Chromodynamics*. World Scientific, 1987.
- [2] AUGUSTIN, J.-E.; et al *Discovery of a Narrow Resonance in  $e^+e^-$  Annihilation*, *Phys. Rev. Lett.* 33, 1406 Nov. 1974.
- [3] AUBERT, B.; et al [BABAR Collaboration]. *Observation of a Narrow Meson State Decaying to  $D_s^+ \pi^0$  at a Mass of 2.32 GeV/c<sup>2</sup>*, *Phys. Rev. Lett.* 90, 242001 Abr. 2003.
- [4] BESSON, D.; et al (CLEO Collaboration). *Observation of a Narrow Resonance of Mass 2.46 GeV/c<sup>2</sup> Decaying to  $D_s^* + \pi^0$  and Confirmation of the  $D_s J^*(2317)$  State* *Phys.Rev. D* 68, 032002 Ago. 2003.
- [5] GODFREY, S.; ISGUR, I.; *Mesons in a relativized quark model with chromodynamics* *Phys.Rev. D* 32, 189 Mai. 1985.
- [6] BARNES, T.; CLOSE, F. E.; LIPKIN, H. J.; *Implications of a DK molecule at 2.32 GeV*, *Phys. Rev. D* 68, 054006 Set. 2003.
- [7] BARNES, T.; *The XYZs of charmonium at BES*, *Int. J. Mod. Phys. A* 21 5583, 2006.
- [8] DA SILVA, D. T.; *Dissertação de Mestrado, Um Novo Modelo para Decaimento de Mésons*, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2006. Home Page: [sabi.ufrgs.br](http://sabi.ufrgs.br) .
- [9] DE QUADROS, J. N.; *Dissertação de Mestrado, Decaimentos de Mésons Leves de Sabor Aberto no modelo  $C^6P_0$* , Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2008). Home Page: [sabi.ufrgs.br](http://sabi.ufrgs.br) .
- [10] DA SILVA, M. L. L.; *Dissertação de Mestrado, Uma Nova Assinatura para Glueballs*, Instituto de Física da Universidade Federal do Sul (2004). Home Page: [sabi.ufrgs.br](http://sabi.ufrgs.br) .
- [11] DA SILVA, M. L. L.; *Tese de Doutorado, Um Formalismo para Decaimentos de Mésons Exóticos*, Instituto de Física da Universidade Federal do Sul (2010). Home Page: [sabi.ufrgs.br](http://sabi.ufrgs.br) .

- [12] BOHM, D.; PINES, D.; *Phys. Rev.* **82**, 625 (1951); BOHM, D.; PINES, D.; *Phys. Rev.* **85**, 338 (1952); BOHM, D.; PINES, D.; *Phys. Rev.* **92**, 609 (1953); PINES, D.; *Phys. Rev.* **92**, 626 (1953); DYSON, F. J.; *Phys. Rev.* **102**, 1217 (1956).
- [13] TANI, S.; *Scattering Involving a Bound State. Phys. Rev., Nova York, v. 117, n. 1, p. 252-260, Jan. 1960.*
- [14] GIRARDEAU, M. D.; *Second-Quantization Representation for Systems of Atoms, Nuclei, and Electrons. Phys. Rev. Lett., Nova York, v. 27, n. 21, p. 1416-1419, Nov. 1971.*
- [15] VOROB'EV, V.S.; KHOMKIN, A.L.; *Teor. i Mat. Fiz.* **8**, 109 (1971) (em Russo). Tradução para o inglês: Consultants Bureau, Plenum Publ. Co., New York, 1972.
- [16] GIRARDEAU, M. D.; *Second-Quantization Representation for a Nonrelativistic System of Composite Particles. I. Generalized Tani Transformation and its Iterative Evaluation. J. Math. Phys., Nova York, v. 16, n. 9, p. 1901-1919, Set. 1975.*
- [17] GIRARDEAU, M. D.; GILBERT, J. D.; *Fock-Tani Representation for the Quantum Theory of Reactive Collisions. Physica A, Amsterdam, v. 97, n. 1, p. 42-74, Jun. 1979.*
- [18] GILBERT, J. D.; *Second Quantized Representation for a Model System with Composite Particles. J. Math. Phys., Nova York, v. 18, n. 4, p. 791-805, Abr. 1977.*
- [19] GIRARDEAU, M. D.; *Fock-Tani representation for positron-hydrogen scattering. Phys. Rev. A, Nova York, v. 26, n. 1, p. 217-236, Jul. 1982.*
- [20] OJHA, P. C.; GIRARDEAU, M. D.; GILBERT, J. D.; STRATON, J. C.; *Fock-Tani transformation and a first-order theory of charge transfer. Phys. Rev. A, Woodbury, v. 33, n. 1, p. 112-123, Jan. 1986.*
- [21] STRATON, J. C.; *Reduced-mass Fock-Tani representations for  $a^+ + (b^+c^-) \rightarrow (a^+c^-) + b^+$  and first-order results for  $\{abc\} = \{ppe, epe, \mu p \mu, \mu d \mu, \text{ and } \mu t \mu\}$ . Phys. Rev. A, Woodbury, v. 35, n. 9, p. 3725-3740, Mai. 1987.*
- [22] STRATON, J. C.; GIRARDEAU, M. D.; *Post-prior symmetrical first-order T matrix for charge transfer. Phys. Rev. A, Woodbury, v. 40, n. 6, p. 2991-3001, Set. 1989.*
- [23] LO, C.; GIRARDEAU, M. D.; *Symmetric orthogonalized-plane-wave Born approximation for charge exchange. Phys. Rev. A, Woodbury, v. 41, n. 1, p. 158-164, Jan. 1990.*

- [24] STRATON, J. C.; *Fock-Tani Hamiltonian for reactions involving two-electron atoms. Phys. Rev. A, Woodbury, v. 43, n. 11, p. 6018-6026, Jun. 1991.*
- [25] WEINBERG, S.; *Elementary Particle Theory of Composite Particles. Phys. Rev., Nova York, v. 130, n. 2, p. 776-783, Abr. 1963.*
- [26] WEINBERG, S.; *Quasiparticles and the Born Series. Phys. Rev., Nova York, v. 131, n. 1, p. 440-460, Jul. 1963.*
- [27] CREDE, V.; MEYER, C. A.; *Prog.Part.Nucl.Phys., v. 63, p. 74, 2009.*
- [28] ; et al (Babar Collaboration). *Observation of  $Y(3940) \rightarrow J/\psi \omega$  in  $B \rightarrow J/\psi \omega K$  at BABAR, Phys. Rev. Lett..*
- [29] AUBERT, B.; et al (Babar Collaboration). *Search for prompt production of  $\chi_c$  and  $X(3872)$  in  $e^+e^-$  annihilations, Phys. Rev. D-RC 76, 071102 (2007).*
- [30] AUBERT, B.; et al (Babar Collaboration). *Structure at 2175 MeV in  $e^+e^- \rightarrow \phi f_0(980)$  observed via initial-state radiation, Phys. Rev. D-RC 74, 091103 (2006).*
- [31] ; et al (Babar Collaboration). *Observation of a New  $D_s$  Meson Decaying to  $DK$  at a Mass of 2.86 GeV/c<sup>2</sup>, Phys. Rev. Lett. 97, 222001 (2006).*
- [32] AUBERT, B.; et al (Babar Collaboration). *Search for  $B^+ \rightarrow X(3872)K^+$ ,  $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$ , Phys. Rev. D-RC 74, 071101 (2006).*
- [33] ; et al (Babar Collaboration). *Study of the  $D_{sJ}^{*+}(2317)$  and  $D_{sJ}^+(2460)$  mesons in inclusive  $c\bar{c}$  production near  $\sqrt{s} = 10.6$  GeV, Phys. Rev. D 74, 032007 (2006).*
- [34] ; et al (Babar Collaboration). *Study of the  $X(3872)$  and  $Y(4260)$  in  $B^0 \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- K^0$  and  $B^- \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- K^-$  decays, Phys. Rev. D-RC 73, 011101 (2006).*
- [35] WANG, X. L.; et al (Belle Collaboration). *Observation of Two Resonant Structures in  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi(2S)$  via Initial-State Radiation at Belle, Phys. Rev. Lett. 99, 142002 (2007).*
- [36] CHEN, K.-F.; et al (Belle Collaboration). *Observation of Anomalous  $Y(1S)\pi^+\pi^-$  and  $Y(2S)\pi^+\pi^-$  Production near the  $Y(5S)$  Resonance, Phys. Rev. Lett. 100, 112001 (2008).*
- [37] CHOI, S.-K.; et al (Belle Collaboration). *Observation of a Resonancelike Structure in the  $\pi^{+-}\psi'$  Mass Distribution in Exclusive  $B \rightarrow K\pi^{+-}\psi'$  Decays, Phys. Rev. Lett. 100, 142001 (2008).*

- [38] BALAGURA, V.; et al (Belle Collaboration). Observation of  $D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^+\pi^-K^+$  and angular decomposition of  $D_{s1}(2536)^+ \rightarrow D^{*+}K_S^0$ , *Phys. Rev. D* 77, 032001 (2008).
- [39] WON, E.; et al (Belle Collaboration). Measurement of  $D^+ \rightarrow K_S^0K^+$  and  $D_s^+ \rightarrow K_S^0\pi^+$  branching ratios, *Phys. Rev. D* 80, 111101(R) (2009).
- [40] HADJIMICHEF, D.; *Formalismo de Fock-Tani para a Física Hadrônica*. 1995. 131 p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 1995.
- [41] SZPIGEL, S.; *Interação Méson-Méson no Formalismo Fock-Tani*. 1995. 183 p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.
- [42] GIRARDEAU, M. D.; KREIN, G.; HADJIMICHEF, D.; *Mod. Phys. Lett. A*, v. 11, p. 1121, 1996.
- [43] HADJIMICHEF, D.; KREIN G.; SZPIGEL S.; DA VEIGA, J. S.; *Ann. Phys.*, v. 268, p. 105, 1998.
- [44] HADJIMICHEF, D.; HAIDENBAUER, J.; KREIN, G.; *Phys. Rev. C*, v.66, 055214, 2002.
- [45] HADJIMICHEF, D.; HAIDENBAUER, J.; KREIN, G.; *Phys. Rev. C*, v. 63, 035204, 2001.
- [46] DA SILVA, M. L. L.; HADJIMICHEF, D.; VASCONCELLOS, C. A. Z.; *Int. J. Mod. Phys. D*, v. 13, p. 1399, 2004.
- [47] DA SILVA, M. L. L.; HADJIMICHEF, D.; VASCONCELLOS, C. A. Z.; BODMANN, B. E. J.; *J. Phys. G*, v. 32, p. 475, 2006.
- [48] GEIGER, P.; SWANSON, E. S.; *Distinguishing among strong decay models*. *Phys. Rev. D, Nova York*, v. 50, p. 6855, Dez. 1994.
- [49] MICU, L.; *Decay rates of meson resonances in a quark model* *Nuclear Physics B* 10, 521 1969.
- [50] LE YAOUANC, A.; OLIVIER, L.; PÈNE, O.; RAYNAL J.; "Naive" Quark-Pair-Creation Model of Strong-Interaction Vertices, *Phys. Rev. D* 8, 2223 1973.
- [51] KOKOSKI, R.; ISGUR, N.; *Meson decays by flux-tube breaking*. *Phys. Rev. D, Nova York*, v. 35, p. 907, Fev. 1987.

- [52] ACKLEH, E. S.; BARNES, T.; SWANSON, E. S.; *On the mechanism of open-flavor strong decays. Phys. Rev. D, Nova York, v. 54, n. 11 p. 6711-6829 , 1996.*
- [53] ALBRECHT, H.; *et al. (ARGUS Collaboration), Z. Phys. C 58, 61 (1993).*
- [54] DA SILVA, D.T.; DA SILVA, M.L.L.; DE QUADROS, J.N.; HADJIMICHEF, D.; *Phys. Rev. D 78, 076004 (2008).*
- [55] NAKAMURA, K.; *et al (Particle Data Group), Journal of Physics G 37, 7A (2010).*