Formalismo para partículas de spin $3/2$

Patrice Audibert Camati
Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador: Dimiter Hadjimichef
Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Introdução

Os astrônomos sabem que existe mais matéria no universo do que a matéria visível que podemos observar através dos telescópios. As evidências para essa conclusão se apresentam em diferentes escalas do universo: a análise da distribuição da velocidade tangencial das estrelas em torno do centro galáctico nos direcionam a conlusão de que está faltando matéria; o estudo do efeito de lentes gravitacionais em aglomerados de galáxias mostram que a matéria visível não é suficiente para explicar as deflexões observadas; o estudo da radiação de fundo de microondas nos possibilita vincular os parâmetros cosmológicos, entre eles a abundância de matéria bariônica (visível) e de matéria [1]. Mesmo nesse, que é o mais antigo fenômeno que podemos registrar do universo, nos garante (segundo os dados obtidos pelas medidas do WMAP) que há uma maior abundância de matéria do que de matéria bariônica.

Essa matéria que não conseguimos visualizar denominamos de matéria escura. A denominamos como matéria porque sua interação com os astros é a mesma que a de uma matéria neutra (de carga elétrica), isto é, interage graviacionalmente mas não eletricamente. Mas de que consiste essa 'matéria escura'? Ela se encontra por todo o universo ou em regiões específicas? Como poderemos observar diretamente sua interação com as partículas ordinárias do modelo padrão? Para tanto devemos entender como funciona a interação dessas partículas de matéria escura com a matéria ordinária.

Em 1941, William Rarita e Julian Schwinger propuseram um formalismo para descrever partículas livres com essa propriedade, o formalismo de Rarita-Schwinger. Entretando, em 1969 Giorgio Velo e Daniel Zwanziger mostraram que quando esse campo livre (de Rarita-Schwinger) interagia com um campo externo a equação de movimento possuía soluções não causais (The Velo-Zwanziger Problem [2]). Nesta exposição mostraremos um outro formalismo proposto na última década por Mariana Kirchbach e Mauro Napsuciale que descreve causalmente a dinâmica de um campo com spin $3/2$ interagindo com um campo eletromagnético.

Formalismo de Kirchbach-Napsuciale

Eles propuseram descrever as partículas de maior spin como subespaços invariantes dos operadores Casimir do grupo de Poincaré numa representação apropriada do grupo homogêneo de Lorentz. Os operadores Casimir do grupo de Poincaré são: P^2 (momentum) e W^2 (Pauli-Lubanski). O vetor de Pauli-Lubanski é definido por:

$$W_\mu = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}J^{\nu\alpha}P^\beta \tag{1}$$

Onde os operadores $J^{\mu\nu}$ são os geradores de rotações e boots enquanto que P^μ são os geradores de translações que, juntos, formam a álgebra de Lie associada ao grupo de Poincaré:

$$\begin{aligned}[J^{\mu\nu}, J^{\alpha\beta}] =& i\Big(J^{\alpha\nu}\eta^{\mu\beta} - J^{\beta\nu}\eta^{\mu\alpha} \\ & +J^{\mu\alpha}\eta^{\nu\beta} - J^{\mu\beta}\eta^{\nu\alpha}\Big) \\ [P^\alpha, J^{\mu\nu}] =& i(P^\mu\eta^{\alpha\nu} - P^\nu\eta^{\alpha\mu}) \\ [P^\mu, P^\nu] =& 0\end{aligned} \tag{2}$$

Dessa descrição, resulta que a equação de movimento para qualquer campo com spin $s \neq 0$ será uma combinação dos respectivos operadores covariantes de projeção sobre esses subespaços. Assim os vetores que pertencem aos espaços invariantes devem satisfazer:

$$P^2\Psi^{(m,s)} = m^2\Psi^{(m,s)} \tag{3}$$

$$W^2\Psi^{(m,s)} = -p^2 s(s+1)\Psi^{(m,s)} \tag{4}$$

Onde (m, s) são os índices associados aos autovalores dos operadores Casimir, que da mesma maneira que na mecânica quântica servem para classificar as representações irredutíveis do grupo. Juntando as equações (1), (3) e (4) chegamos em:

$$[t_{\mu\nu}P^\mu P^\nu - m^2]\psi(p) = 0 \tag{5}$$

$$t_{\mu\nu} = \frac{1}{s}[(\mathbf{S}^2 - \mathbf{K}^2)\eta_{\mu\nu} - S_{\alpha\nu}S^\alpha_\mu) - s\eta_{\mu\nu}$$

Pelo princípio de gauge para a interação eletromagnética:

$$[t_{\mu\nu}\pi^\mu\pi^\nu - m^2]\psi(p) = 0 \tag{6}$$

Onde $\pi^\mu = P^\mu + eA^\mu$

A partir dessa equação diferencial podemos verificar que as soluções são causais. Essa equação será uma equação diferencial hiperbólica se, e somente se, as frentes de onda (caracterizadas pelos vetores normais $n^\mu = (n^0, \mathbf{n})$ à superfície característica) forem tais que n^0 é real para todo **n** e, em todos os pontos de sua solução [6]. Se for uma equação hiperbólica as soluções possuem propagação com velocidade finita. Portanto mostraremos que o cone de propagação coincide com o cone de luz, mostrando assim que as soluções são causais.

Motivação

Algumas extensões do modelo padrão propõem a existência de outros setores de partículas elementares, com férmions de spin $1/2$ ainda não observados. No nosso estudo, incluímos nestes setores escuros partículas com spin $3/2$, previstas em algumas teorias quânticas da gravitação [5]. Como o modelo padrão é uma teoria quântica de campos, temos que incrementar uma densidade lagrangiana $\mathcal{L}_{escura}$ à $\mathcal{L}_{SM}$ do modelo padrão e uma $\mathcal{L}_{int}$ de interação entre o setor escuro e o modelo padrão. Implementamos em $\mathcal{L}_{int}$ um termo de corrente devido a essas partículas com spin $3/2$. O objetivo agora é, a partir desse lagrangiano de interação calcular secções de choque de decaimento de partículas do setor escuro em partículas do modelo padrão.

Referências

[1] G. Bertone, D. Hooper, J. Silk. Physics Reports 405 279-390 (2005).

[2] G. Velo, D. Zwanziger. Phys. Rev. **186**, 1337 (1969).

[3] M. Kirchbach, M. Napsuciale, Journal of Mathematical Physics **45**, 12 (2004).

[4] M. Kirchbach, M. Napsuciale, Eur. Phys. J. A **29**, 289-306 (2006).

[5] B. Kors, P. Nath, JHEP07 069 (2005).

[6] R. Courant, D. Hilbert, *Methods of Mathematical Physics* (Wiley, 1962), Vol II, Chap. VI.

[7] W-K Tung, *Group Theory in Physics* (World Scientific, Singapore, 1985)