

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**JONAS OBERT MARTINS OSÓRIO**

ANÁLISE DA MÁQUINA TORUS SOB FRENAGEM ELETRODINÂMICA

Porto Alegre

2011

**JONAS OBERT MARTINS OSÓRIO**

**ANÁLISE DA MÁQUINA TORUS SOB FRENAGEM ELETRODINÂMICA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Energia - Dispositivos Eletromagnéticos.

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho**

Porto Alegre

2011

JONAS OBERT MARTINS OSÓRIO

## **ANÁLISE DA MÁQUINA TORUS SOB FRENAGEM ELETRODINÂMICA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho, UFRGS

Doutor pela University of Wales College of Cardiff, País de Gales, Reino Unido.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Marília Amaral da Silveira, ULBRA-RS

Doutora pela UFRGS – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Luiz Tiarajú dos Reis Loureiro, DELET-UFRGS

Doutor pela UFRGS – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Roberto Petry Homrich, PPGEE-UFRGS

Doutor pela UNICAMP – Campinas, Brasil

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella

Porto Alegre, agosto de 2011.

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho à minha Mãe “Lena” e à minha “Companheira” Priscila, pela compreensão e por terem estado ao meu lado em todos os momentos dessa jornada. Dedico especialmente à “Vó Bela” (*in memoriam*) pelo carinho que sempre me deu e por mostrar que temos que encarar todos os desafios da vida com alegria.

## **AGRADECIMENTOS**

Início agradecendo ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE-UFRGS, por ter me aceitado no Programa e depositado a confiança de que eu teria êxito nessa jornada. Agradeço também ao CNPq, que durante parte do mestrado proveu o meu sustento.

Em seguida, gostaria de enaltecer o apoio que sempre recebi dos professores do Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamentos e Energia:

- ao professor Roberto por demonstrar que o método de ensino vai além de um quadro branco, pode ser uma simples conversa informal e agregar muito conhecimento;
- ao professor Tiarajú que teve “toda a paciência do mundo” para sanar (nas aproximadamente 1.436.512 vezes que bati à sua porta) as dúvidas que tive ao longo da dissertação. Além disso, tenho no professor a imagem de um profissional com conhecimento que não perdeu a humildade e se dedica em ensinar; orgulho-me em ter podido trabalhar com o colega no estágio de docência, ter publicado artigos e participado em bancas de TCC;
- À professora Marília Silveira, que voluntariamente nos ajudou em diversas vezes a buscar alternativas para evoluir no desenvolvimento da modelagem analítica;
- Por fim, e com destaque especial, ao meu orientador Ály, que cumpriu seu papel com louvor, diferentemente do que se vê em alguns professores do próprio PPGEE; agradeço por não ter me deixado desamparado em nenhum

- momento, por ter me orientado com demonstração de muito conhecimento em toda essa jornada e pela amizade, o que me permite afirmar que “eu tive um orientador de verdade”.

Meu agradecimento aos colegas do LMEAE da pós: Adilson, Paulo Eckert, Carlos, Nolvi, Evandro Goltz, Héctor, que tornaram essa jornada mais divertida, que entre uma brincadeira e outra, entre uma mesa de bar e outra, entre um jogo do “Tricolor” e outro, compartilharam conhecimento. Todos os citados, em algum momento (ou em vários) pararam seus afazeres para me ajudar a concluir o mestrado; não tenho palavras para descrever a demonstração de amizade. Agradeço ao técnico Julio Moreira, aos bolsistas que trabalharam diretamente no projeto da Torus comigo (Diego Molter, Edivan Uggeri, Igor Pasa) e aos que trabalharam indiretamente (Pedro Capinos, Henrique Sauer).

Uma homenagem também aos colegas que trabalharam comigo ao longo desses 2 anos e meio, deram uma “baita força” também: Diego Santini (LASCAR), Diogo Fialho (LASEP), Mário Oliveira (LASEP); Rodrigo Brandt, Rodrigo Algayer (LASCAR).

Por fim, com muito amor reitero o agradecimento especial à minha mãe Maria Helena (Lena), à minha esposa Priscila, e a Deus.

Obs.: Cabe uma homenagem ao Théo e ao Joe Valente, felinos que em algumas noites ficaram acordados comigo, e em outras não me deixaram dormir, e por vezes pisaram no teclado do computador (mas tudo bem).

## RESUMO

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de estudar a aplicação, para sistema de frenagem veicular, de uma máquina elétrica sem escovas, de armadura toroidal, e fluxo magnético axial produzido por ímãs permanentes de terras raras, a chamada máquina Torus. A máquina foi construída no LMEAE e estudada inicialmente como motor em outro trabalho. Mas, para que se possa avaliar seu funcionamento em sistema de frenagem, o foco é do ponto de vista da máquina como gerador. São realizados testes dinâmicos e estáticos experimentalmente e modelo numérico pelo método dos elementos finitos com um formato de ímãs permanentes de seção setorial, possibilitando o comparativo com a versão anterior da máquina que empregou ímãs de seção quadrada. Mudanças físicas e no sistema de acionamento da máquina, e ensaios de frenagem dinâmica foram realizados. Modelagem analítica para indução magnética foi desenvolvida utilizando-se da técnica de Transformação Conforme. O trabalho busca apresentar as características da máquina e justificativas que demonstram o seu potencial de aplicabilidade em um subsistema veicular sob frenagem regenerativa e a capacidade de fornecimento de energia a um sistema de armazenamento com uma parte de energia cinética, ou seja, baterias e supercapacitores.

**Palavras-chaves: Máquinas Torus. Frenagem Eletrodinâmica. Topologias para Máquinas de Fluxo Axial. Supercapacitores.**

## **ABSTRACT**

This work is carried out with the aim to study the application, by a vehicular braking system, of a brushless electrical machine with a toroidal armature core, and axial magnetic flux delivered by rare earth permanent magnets, the so-called Torus machine. The machine was built in the LMEAE, and previously studied as a motor by other work. However, in order to assess its performance in a braking system, the focus is the point of view of the machine as a generator. Static and dynamic tests are implemented as well as a numerical model by means of the finite element method, in order to compare the machine with sector poles permanent magnets and with square magnet poles. Physical changes and on the driving system of the machine, and dynamic braking tests are performed. The analytical modelling for the magnetic induction was developed using the technique of conformal transformation. The study aims to present the features of the machine and demonstrates its potential applicability to a vehicular subsystem under regenerative braking and the ability to supply an energy storage system with part of the kinetic energy, i.e. batteries and super capacitors.

**Keywords: Torus Machine. Electrodynamic Braking. Topologies for Axial Flux Machines. Super capacitors.**

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	17
2	REVISÃO DE LITERATURA .....	19
2.1	MÁQUINAS TORUS .....	19
2.2	FRENAGEM ELETRODINÂMICA E FRENAGEM REGENERATIVA.....	30
2.3	FONTES DE ARMAZENAMENTO DE ENERGIA – BATERIAS E SUPERCAPACITORES .....	48
3	A MÁQUINA TORUS ESTUDADA .....	61
3.1	IMPLEMENTAÇÃO ATUAL DA MÁQUINA E DE SEU ACIONAMENTO .....	66
4	MODELO ANALÍTICO PARA A DENSIDADE DE FLUXO NO ENTREFERRO.....	70
4.1	O MÉTODO ADOTADO .....	70
5	MODELO NUMÉRICO.....	95
5.1	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	95
5.2	MAPEAMENTO DA DENSIDADE DE FLUXO.....	98
5.3	CONJUGADO ESTÁTICO.....	100
5.4	FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA .....	101
5.5	FRENAGEM DINÂMICA .....	102
6	PROCEDIMENTOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	105
6.1	MAPEAMENTO DA DENSIDADE DE FLUXO.....	105
6.2	FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA .....	109
6.3	CONJUGADO ESTÁTICO.....	112
6.4	ENSAIO E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA A FRENAGEM DINÂMICA.....	114
7	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....	133
	REFERÊNCIAS .....	137
	APÊNDICE A. CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA (J) DA MÁQUINA TORUS ..	143
	APÊNDICE B. DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ASSOCIADA A FEM INDUZIDA SOBRE OS ENROLAMENTOS ( $K_E$ ) .....	152
	ANEXO I – SCRIPT MATLAB FRENAGEM DINÂMICA.....	155

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Máquinas elétricas rotativas (a) fluxo radial e (b) fluxo axial (GIERAS, 2004). ....	20
Figura 2. Disco de Faraday (KOSOW, 1986). ....	20
Figura 3. Configurações de máquinas com fluxo axial (LOUREIRO, 2008). ....	21
Figura 4. Cortes lateral e frontal da uma máquina Torus: 1 – núcleo toroidal do estator; 2 – enrolamento polifásico do estator; 3 – disco do rotor; 4 – ímãs permanentes (CHIKKAM, 2005).....	22
Figura 5. Topologias estudadas por (HUANG, 2001). (a) Tipo norte-norte. (b) Tipo norte-sul. ....	24
Figura 6. Distribuição de fluxo magnético na máquina: fluxo no entreferro no sentido axial para ímãs de mesma polaridade alinhada (HUANG, 2001). ....	24
Figura 7. Representação planificada da Torus (HUANG, 2001). ....	25
Figura 8. Exemplo de interligação das bobinas para uma máquina trifásica (CHIKKAM, 2005).....	26
Figura 9. Motor Torus com reforço de conjugado: 1 – núcleo toroidal do estator; 2 – enrolamento polifásico do estator; 3 – disco do rotor; 4 – ímãs permanentes (TAVARES, 2008). ....	26
Figura 10. Estrutura tradicional de cadeira de rodas: 1 - roda; 2 - motor C.C.; 3 - redutor mecânico; 4 – semi-eixo (CHIKKAM, 2005). ....	29
Figura 11. Torus diretamente acoplada à roda: 1 - motor; 2 - aba da roda; 3 - rotor; 4 - estator; 5 - enrolamento do estator; 6 - ímãs permanentes do rotor; 7 - eixo; 8 - cabos de alimentação; 9 – pneus (CHIKKAM, 2005).....	30
Figura 12. Quadrantes de funcionamento do motor C.C. (ESTV, 2011) .....	31
Figura 13. Curva de conjugado x rotação na frenagem por contracorrente (WEG, 2005).....	32
Figura 14. Curva de conjugado x rotação durante a frenagem C.C. (WEG, 2005).....	33
Figura 15. Gráfico de velocidade em função do tempo para um determinado veículo em trânsito num perímetro urbano (LAPLANTE, 1995). ....	40
Figura 16. Ciclo FTP-75. Traduzido de (DIESELNET, 2009). ....	41
Figura 17. Ciclo SFTP US06. Traduzido de (DIESELNET, 2009). ....	42
Figura 18. Ciclo ECE 15. Traduzido de (DIESELNET, 2009). ....	43
Figura 19. Ciclo EUDC. Traduzido de (DIESELNET, 2009).....	43
Figura 20. Ciclo EUDC para veículos de Baixa Potência. Traduzido de (DIESELNET, 2009). ....	44
Figura 21. Representação gráfica do regime S5 (WEG, 2005). ....	45
Figura 22. Representação gráfica do regime S7 (WEG, 2005). ....	46
Figura 23. Gráficos de velocidade e aceleração/desaceleração de um veículo em ciclo urbano FTP. Traduzido de (EHSANI, 2004).....	47
Figura 24. Força de frenagem em função da velocidade do veículo em ciclo FTP 75 (a) rodas dianteiras e (b) rodas traseiras. Traduzido de (EHSANI, 2004).....	47
Figura 25. Potência de frenagem em função da velocidade dos veículos em ciclo FTP 75 (a) rodas dianteiras e (b) rodas traseiras. Traduzido de (EHSANI, 2004). ....	48

Figura 26. Energia na frenagem em função da velocidade dos veículos em ciclo FTP 75 (a) rodas dianteiras e (b) rodas traseiras. Traduzido de (EHSANI, 2004). .....	48
Figura 27. Esboço esquemático do sistema de propulsão do veículo elétrico (FERREIRA, 2008). .....	50
Figura 28. Circuito elétrico simplificado equivalente de uma bateria (FERREIRA, 2008).....	54
Figura 29. Características construtivas da máquina:(a) topologia NN e fluxo axial; (b) disposição dos ímãs setoriais no rotor; (c) disposição dos ímãs quadrados no rotor; (d) concepção da máquina. ....	61
Figura 30. Esquema de acionamento em função do tempo e disposição das bobinas no estator (LOUREIRO, 2008). ....	62
Figura 31. Dimensões da máquina, em metros (LOUREIRO, 2008).....	64
Figura 32. Protótipo montado inicialmente. ....	65
Figura 33. Dimensões dos ímãs permanentes de NdFeB: (a) quadrado; (b) setorial. ....	65
Figura 34. Circuito desenvolvido em (FERREIRA, 2010). ....	68
Figura 35. Máquina em sua configuração final. ....	69
Figura 36. Plano ZR – Regiões adotadas, cotas lg, lm, lb. ....	72
Figura 37. Plano Z – Plano Original, eixo (x,y). ....	74
Figura 38. Plano W – Primeira Transformação, eixo (u,v). ....	74
Figura 39. Plano P – Segunda transformação, eixo (a,b). ....	75
Figura 40. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) na face polar do ímã, plano P (a,b,z), antes e retornar ao plano original: (a) Vista superior; (b) Vista 3D; (c) Vista plano AZ; (d) Vista plano BZ. ....	86
Figura 41. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) na face polar do ímã no plano original: (a) Vista superior; (b) e (c) Vista 3D; (d) Vista plano XZ; (e) Vista Plano YZ. ....	89
Figura 42. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) a 0,5 mm da face polar do ímã no plano original: (a) Vista 3D; (b) Vista plano XZ; (c) Vista plano YZ. ....	90
Figura 43. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) a 1,0 mm da face polar do ímã no plano original: (a) Vista 3D; (b) Vista plano XZ; (c) Vista plano YZ. ....	92
Figura 44. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) a 3,0 mm da face polar do ímã no plano original: (a) Vista Superior; (b) Vista 3D; (c) Vista plano XZ; (d) Vista plano YZ.....	94
Figura 45. Elemento finito 3D.....	96
Figura 46. Modelo Construído no <i>software</i> MEGA, combinando estator e rotor.....	97
Figura 47. Modelo construído. ....	97
Figura 48. Corte longitudinal realizado no eixo Y, X=0 mm em Z=0,5 mm para ímãs setoriais: (a) vista superior plano XY; (b) plano ZY. ....	98
Figura 49. Indução $B_z$ ao longo do eixo Y (X=0 mm e Z=0,5 mm), para ímãs quadrados em oposição (N e S orientados para os enrolamentos, respectivamente) obtidos pelo método dos elementos finitos. ....	99
Figura 50. Indução $B_z$ ao longo do eixo Y (X=0 mm e Z=0,5 mm), para ímãs setoriais em oposição (N e S orientados para os enrolamentos, respectivamente) obtidos pelo método dos elementos finitos. ....	99
Figura 51. Resultado obtido pelo método dos elementos finitos da densidade de fluxo magnético a 0,5 mm do ímã setorial.....	100
Figura 52. Resultado obtido pelo método dos elementos finitos do conjugado estático para máquina excitada com 2,5 A, ímãs setoriais.....	101

Figura 53. Força eletromotriz induzida pelos ímãs setoriais sobre um dos enrolamentos do estator - resultado numérico.....	102
Figura 54. Circuito utilizado para simular frenagem dinâmica.....	103
Figura 55. Decaimento da tensão sobre o resistor de frenagem de 1 $\Omega$ ; resultados para simulação de frenagem dinâmica; velocidade inicial de 350 RPM.....	104
Figura 56. Decaimento da velocidade angular com resistor de frenagem de 1 $\Omega$ ; resultados para simulação de frenagem dinâmica; velocidade inicial de 350 RPM.....	104
Figura 57. Esquema para medição da densidade de fluxo.....	106
Figura 58. Gabaritos confeccionados na máquina de eletroerosão a fio.....	106
Figura 59. Resultado experimental da densidade de fluxo magnético a 0,5 mm do ímã para ímãs setoriais.....	107
Figura 60. Linha definida para validação dos resultados.....	107
Figura 61. Comparativo da Indução Magnética ( $B_z$ ) a 0,5 mm da face polar, na linha central dos ímãs. Métodos analítico, numérico e experimental.....	108
Figura 62. Comparativo da Indução Magnética ( $B_z$ ) a 0,5 mm da face polar, na linha central dos ímãs. Métodos analítico, numérico e experimental (LOUREIRO, 2008).....	109
Figura 63. Ensaio para aquisição da força eletromotriz induzida.....	110
Figura 64. Força eletromotriz induzida pelos ímãs quadrados sobre um dos enrolamentos do estator - resultado experimental.....	111
Figura 65. Força eletromotriz induzida pelos ímãs setoriais sobre um dos enrolamentos do estator - resultado experimental.....	111
Figura 66. Comparativo da FEM produzida nos enrolamentos da máquina para os dois formatos de ímãs, a 450 RPM - resultado experimental.....	112
Figura 67. Esquema utilizado para medição do conjugado estático.....	113
Figura 68. Conjugado estático para ímãs quadrados e setoriais verificado experimentalmente – valores medidos.....	113
Figura 69. Conjugado estático para ímãs quadrados e setoriais verificado experimentalmente – linha de tendência.....	114
Figura 70. Federal Urban Driving Cycle Schedule. Traduzido de (DIESELNET, 2009).....	116
Figura 71. Placa com relés para mudança do modo de operação e DAQ NI USB 6009.....	117
Figura 72. Esquemático LabView: (a) Bloco para leitura do encoder e conversão para velocidade angular; (b) Bloco para cálculo das grandezas elétricas.; (c) Bloco que faz o arranjo dos dados e exibe na tela; (d) Bloco que exporta valores calculados para Excel®.....	119
Figura 73. Sistema supervisorio desenvolvido no LabView.....	119
Figura 74. Rotação - Resultado simulação Matlab® versus experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1 $\Omega$ .....	126
Figura 75. Energia elétrica dissipada (acumulável). Resultado simulação Matlab® versus experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1 $\Omega$ .....	126
Figura 76. Rotação - Resultado simulação Matlab® versus experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 10 $\Omega$ .....	127
Figura 77. Energia Elétrica Dissipada (acumulável). Resultado simulação Matlab® versus experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 10 $\Omega$ .....	127
Figura 78. Tensão sobre o resistor shunt - Resultado experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1 $\Omega$ .....	128
Figura 79. Corrente elétrica sobre o resistor shunt - Resultado experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1 $\Omega$ .....	129

Figura 80. Potência Elétrica Instantânea. Resultado experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1 $\Omega$ . .....	129
Figura 81. Tensão sobre o resistor shunt. Resultado experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 10 $\Omega$ . .....	130
Figura 82. Corrente Elétrica sobre o resistor shunt. Resultado experimental para frenagem dinâmica – velocidade inicial 350 RPM, 10 $\Omega$ . .....	130
Figura 83. Potência Elétrica Instantânea. Resultado experimental para frenagem dinâmica rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 10 $\Omega$ . .....	131

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1. Análise do potencial de recuperação de energia, de acordo com o ciclo de operação do veículo (EHSANI, 2004). .....	46
Tabela 2. Características dos ímãs permanentes (MAGNAWORKS, 2009). .....	66
Tabela 3. Características da Máquina Torus. ....	66

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABVE	Associação Brasileira de Veículos Elétricos.
ADR	<i>Australian Design Rules</i>
A	Ampère
Ah	Ampère-hora
B	Indução Magnética
C	Capacitância
C <sub>b</sub>	Capacidade de carga das baterias
C.A.	Corrente Alternada
CAD	Desenho assistido por computador
C.C.	Corrente Contínua
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
e	base neperiana
E <sub>c</sub>	Energia cinética
E <sub>cinética</sub>	Energia Cinética
EUDC	<i>Extra Urban Driving Cycle</i>
FAPERGS	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul
FEM	Força Eletromotriz Induzida.
FTP	<i>Federal Test Procedure</i>
FUDS	<i>Federal Urban Driving Schedule</i>
H	Intensidade de Campo Magnético
μH	micro-henry

I Corrente Elétrica

J Densidade de corrente elétrica

kS/s quilo *samples* por segundo (amostras por segundo)

K constantes

KERS *Kinect Energy Recovery System* (Sistema de Recuperação de Energia

Cinética)

L Indutância

*lb* espessura das bobinas

*lg* espessura do entreferro da máquina (*gap*)

*lm* espessura dos ímãs permanentes (*magnets*)

LMEAE Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamentos e Energia

$\ln( )$  logaritmo neperiano

MEF Método dos Elementos Finitos

Nm Unidade de conjugado; Newton multiplicado por metro

mm milímetro

PPGEE Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

PqG Programa Pesquisador Gaúcho

q Carga acumulada

Rad radiano

RPM Rotações por minuto

$R, \theta, Z$  Coordenadas cilíndricas

SMC Materiais Compósitos Magneticamente Macios (*Soft Magnetic Composite*)

SOC Estado de carga de baterias

T Tesla.

UMIST Instituto de Ciências e Tecnologia da Universidade de Manchester

$V$	Tensão Elétrica
$X, Y, Z$	coordenadas retangulares
$\nabla$	operador nabla
$\nabla^2$	operador laplaciano
$\mu_0$	permeabilidade magnética do vácuo
$\mu_r$	permeabilidade magnética relativa
$\psi$	potencial escalar magnético
$\Omega$	Ohm
3D	Tridimensional

## 1 INTRODUÇÃO

As máquinas Torus são alvo de estudos em função de sua facilidade de concepção e, por vezes, baixo custo de construção, sendo uma alternativa às máquinas de fluxo radial, principalmente por sua elevada densidade de conjugado e por suas características específicas que permitem aplicações que não são comuns a outros formatos de dispositivos. Em função de sua fácil adaptação, sem transmissões mecânicas, tem sido alvo de estudos para utilização em cadeiras de rodas, aplicações domésticas e veículos elétricos; esta última oferece perspectivas interessantes para a máquina Torus com o desenvolvimento de tração elétrica para veículos automotivos.

Desenvolveu-se no LMEAE uma máquina Torus de construção simples, que foi alvo de primeiro estudo em (LOUREIRO, 2008), sendo principalmente utilizada nos modos de operação tipo motor e gerador; tendo em vista a possibilidade de avaliá-la para utilização na aplicação veicular, e que para isto o sistema deve passar por diversas adaptações, esse trabalho objetiva:

1. Avaliar por ensaios estáticos e dinâmicos uma máquina Torus, mediante alteração dos ímãs permanentes.
2. Desenvolver modelagem analítica e numérica do dispositivo considerando diferentes formatos de ímãs permanentes e condição de operação para estabelecer um comparativo em relação aos valores experimentais.
3. Desenvolver o estudo do sistema de acionamento, desenvolver sistema supervisor de testes considerando alterações das características mecânicas do sistema de modo a possibilitar a avaliação do dispositivo no modo frenagem.

Os capítulos seguintes visam atingir os objetivos os objetivos propostos:

Capítulo 2 - Apresentar a revisão bibliográfica, cujas principais abordagens são as máquinas Torus, seus modos de operação, ciclos de frenagem e ciclos de rotação padronizados, armazenamento de energia.

Capítulo 3 – Apresentar a máquina estudada, suas características eletromecânicas, de excitação e alterações físicas implementadas.

Capítulo 4 – Demonstrar o modelo analítico para o cálculo da densidade de fluxo magnético no entreferro.

Capítulo 5 – Abordar o modelo numérico desenvolvido por elementos finitos.

Capítulo 6 – Apresentar os resultados dos procedimentos experimentais realizados para obtenção de densidade de fluxo magnético, força eletromotriz induzida, conjugado estático e de característica de frenagem dinâmica. Além disso demonstra a simulação computacional para a frenagem dinâmica como comparativo aos resultados experimentais.

Capítulo 7 – Concluir e avaliar dos resultados, o desenvolvimento dos objetivos iniciais, a demonstração das contribuições do trabalho e os aspectos que podem ser melhorados ou alvo de estudos futuros.

Nos apêndices e anexos são apresentados alguns dos *scripts* Matlab® utilizados para obtenção dos resultados, cálculo de constantes associadas à máquina, obtenção do momento de inércia, além de um dimensionamento inicial de supercapacitor para utilização futura.

## **2 REVISÃO DE LITERATURA**

### **2.1 MÁQUINAS TORUS**

Diante de uma grande variedade de máquinas elétricas disponíveis, dos diversos campos de aplicação e da busca por novas oportunidades de uso de máquinas elétricas em substituição a outros tipos de máquinas, surge a motivação que leva à busca de dispositivos de melhores desempenhos: menores dimensões, aumento de rendimento e busca por características específicas. Nesse contexto, surgem as máquinas rotativas de fluxo axial, também conhecidas como máquinas tipo disco, especificamente as constituídas por núcleos toroidais e que possuem ímãs permanentes no seu rotor. Assim e com essas características, foca-se nas máquinas Torus como uma alternativa às máquinas de fluxo radial, principalmente para aplicações específicas. Neste capítulo, é apresentado o histórico deste tipo de máquina, suas características, as indicações para suas aplicações, um breve comparativo com as máquinas de fluxo radial e exemplos de trabalhos na área.

#### **2.1.1 MÁQUINAS ELÉTRICAS ROTATIVAS DE ÍMÃS PERMANENTES**

Segundo (GIERAS, 2004), máquinas elétricas rotativas de ímãs permanentes dividem-se em dois tipos em relação à direção da densidade de fluxo magnético de excitação no entreferro: radiais e axiais. Nas máquinas de fluxo radial, a direção da densidade de fluxo magnético de excitação é perpendicular ao eixo de rotação, e o trecho do condutor associado à geração de f.e.m. ou produção de força mecânica é aquele paralelo ao eixo de rotação. Já nas máquinas de fluxo axial, a direção da densidade de fluxo magnético de excitação no entreferro se estabelece paralelamente ao eixo de rotação, ou seja, o trecho do condutor associado à geração de força eletromotriz ou força mecânica é aquele perpendicular ao eixo de rotação.

Na Figura 1 tem-se a ilustração dos dois tipos de máquinas, de onde se pode entender que as máquinas de fluxo axial tendem a possuir maior diâmetro e comprimento axial mais reduzido em relação às máquinas de fluxo radial. Destaca-se, ainda, que as máquinas tipo disco podem ser de indução, síncronas e de corrente contínua, analogamente às máquinas radiais.

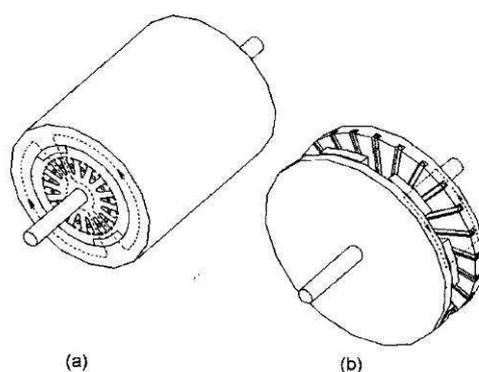


Figura 1. Máquinas elétricas rotativas (a) fluxo radial e (b) fluxo axial (GIERAS, 2004).

### 2.1.2 BREVE HISTÓRICO DAS MÁQUINAS ELÉTRICAS DE FLUXO MAGNÉTICO AXIAL

O primeiro relato que se tem de uma máquina de fluxo axial data de 1831; é conhecido “disco de Faraday”. É uma máquina de corrente contínua, que, ao se girar o seu eixo, produz-se uma tensão contínua entre os terminais das escovas. Ela opera como motor, quando se aplica corrente contínua aos seus terminais (KOSOW, 1986).

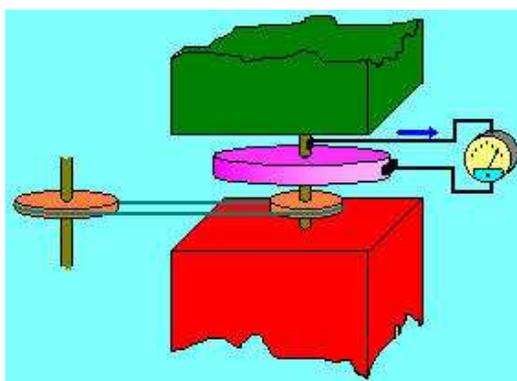


Figura 2. Disco de Faraday (KOSOW, 1986).

Em contrapartida, apesar de a máquina de fluxo radial ter sido inventada em 1837, é atualmente que é empregada em maior escala (CHAN, 1987) (LOUREIRO, 2008). Dentre os aspectos que afetaram a evolução inicial das máquinas de fluxo axial, citam-se:

- Forte força de atração axial entre estator e rotor.
- Dificuldades de fabricação, tais como colocação de ranhuras em núcleos laminados.
- Altos custos para obtenção de núcleos laminados.
- Dificuldades de montagem com entreferro constante.

Entretanto, atualmente, devido à existência de ímãs permanentes de elevado produto energético, é possível o emprego de configurações ou topologias diferenciadas. Associado a isso está a ausência de escovas e de enrolamentos no sistema de excitação das máquinas Torus, e, conseqüentemente, inexistência de perdas Joule nestas partes, o que, juntamente com a evolução da eletrônica de potência e dos microprocessadores, tem permitido um melhor desempenho dessas máquinas (LOUREIRO, 2008).

Basicamente, a classificação das máquinas de fluxo axial está mostrada na Figura 3.

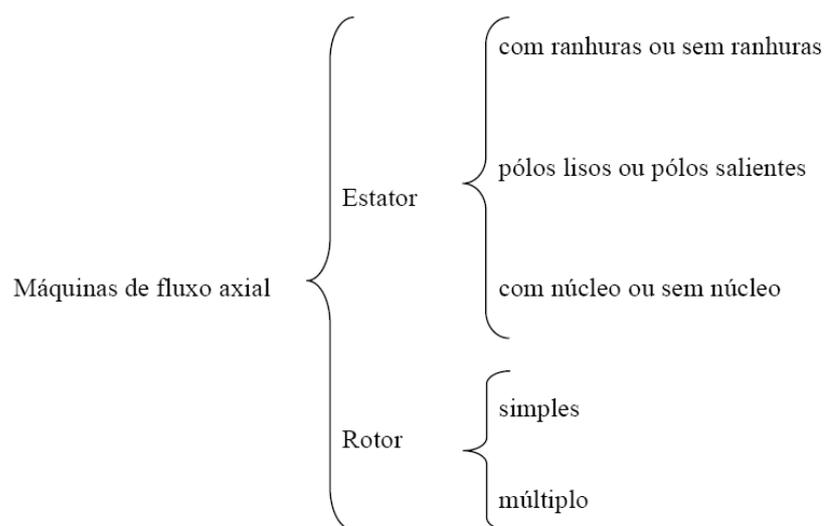


Figura 3. Configurações de máquinas com fluxo axial (LOUREIRO, 2008).

### 2.1.3 AS MÁQUINAS TORUS E SUAS CARACTERÍSTICAS

Necessitando-se definir uma máquina Torus, sugere-se conceituá-la da seguinte maneira: máquinas de fluxo magnético de excitação axial são máquinas que podem atuar como motores ou como geradores, que possuem ímãs permanentes móveis em disco(s) e um ou mais estatores formados por enrolamentos polifásicos colocados em núcleos toroidais. A apresenta um esquemático para ilustrar a descrição.

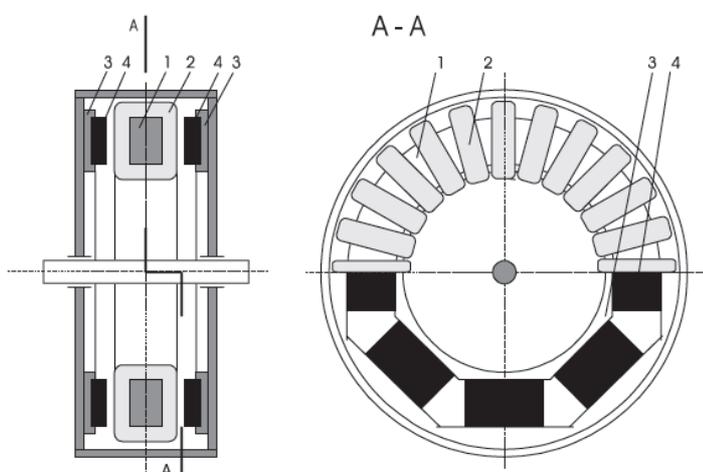


Figura 4. Cortes lateral e frontal de uma máquina Torus: 1 – núcleo toroidal do estator; 2 – enrolamento polifásico do estator; 3 – disco do rotor; 4 – ímãs permanentes (CHIKKAM, 2005).

Uma máquina Torus mista, ou seja, com ambas as características radial e axial, também é possível, colocando-se ímãs permanentes no rotor, apontando a sua orientação magnética radialmente em direção ao estator.

Esse formato de núcleo toroidal normalmente não possui entreferros ou ranhuras - configuração *slotless* - que, intrinsecamente, não apresenta conjugado de relutância ou *cogging torque*; no entanto isso está associado a entreferros maiores que aqueles encontrados em máquinas ranhuradas, já que é no entreferro que os enrolamentos de armadura ficarão alojados. No caso toroidal, o núcleo é homogêneo, via de regra sem cortes, em uma geometria mais eficiente e simples que pode permitir uma distribuição de densidade de fluxo magnético em três direções ortogonais e um melhor aproveitamento do enrolamento de armadura,

conforme a distribuição de ímãs permanentes que se adote. Como aspecto negativo desse tipo de núcleo estão as perdas no estator em função da incidência de um fluxo magnético variável sobre o material que ocasiona o aparecimento de uma densidade de corrente elétrica induzida, que se relaciona diretamente ao material, suas dimensões, densidade de fluxo magnético e velocidade (MUKERJI, 2008): as perdas por correntes parasitas.

Em (CHAN, 1987) são apresentadas diversas formas construtivas das máquinas de fluxo axial, onde se destacam as seguintes configurações:

- Estator simples e rotor simples (um entreferro).
- Estator simples entre dois rotores – tipo sanduíche (dois entreferros).
- Rotor simples entre dois estatores – tipo sanduíche (dois entreferros).
- Variações de múltiplos estatores e múltiplos rotores (múltiplos entreferros).

As principais características das máquinas Torus são sua alta densidade de potência e seu curto comprimento axial em relação ao seu grande diâmetro. Como podem acomodar um grande número de pólos, são ideais para máquinas de baixa rotação e alto conjugado, tipo geradores eólicos, motores para veículos elétricos, entre outros (GIERAS, 2004). (CHAN, 1987) também defende sua aplicação em ventiladores, bombas, interior de rodas (veículos ou cadeiras de rodas) e aplicações domésticas em função de suas formas lisas.

Várias versões de máquinas de fluxo axial com núcleos toroidais foram estudadas durante algum tempo no Instituto de Ciência e Tecnologia da Universidade de Manchester (UMIST) e tornaram-se classificadas como máquinas Torus. Segundo Spooner, a melhor definição para as Torus é: máquina com fluxo axial, de pequeno comprimento axial, estator simples e rotor duplo, cuja configuração possui elevada relação conjugado/massa, em função dos ímãs permanentes de terras raras (SPOONER, 2004).

Já (HUANG, 2001) estudou duas topologias de máquinas conforme a configuração da Figura 5, entretanto com diferentes distribuições dos ímãs permanentes nos rotores. No primeiro modelo, Figura 5(a), os ímãs frente à frente possuem a mesma polaridade em ambos os rotores, onde o fluxo se estabelece no estator e segue uma distribuição circunferencial na armadura. No segundo modelo, Figura 5(b), os ímãs frente à frente possuem polaridades opostas nos rotores, o fluxo se estabelece no estator e segue uma trajetória axial na armadura. A configuração adotada na máquina Torus em estudo acompanha a Figura 6.

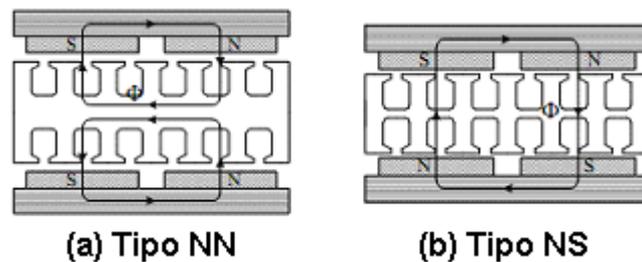


Figura 5. Topologias estudadas por (HUANG, 2001). (a) Tipo norte-norte. (b) Tipo norte-sul.

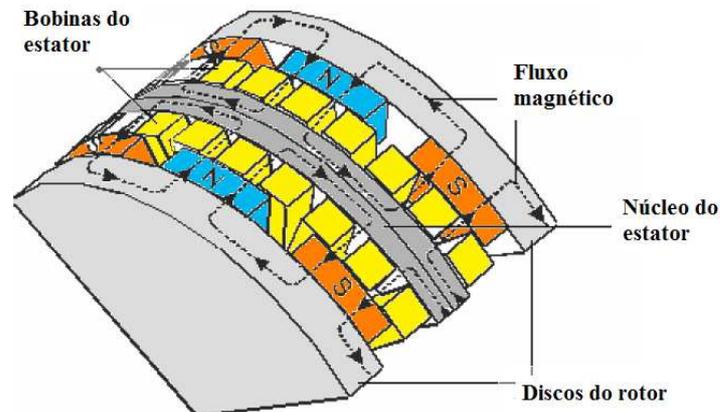


Figura 6. Distribuição de fluxo magnético na máquina: fluxo no entreferro no sentido axial para ímãs de mesma polaridade alinhada (HUANG, 2001).

A operação no modo motor ocorre devido às forças que atuam na parte radial e ativa dos condutores ao serem percorridos por corrente sob a ação de um fluxo axial. Porém, deve haver uma inversão da corrente em cada condutor quando esta passa da região de ação de um pólo para a região de ação de outro pólo (TAVARES, 2008), de modo a manter a orientação

do conjugado. A Figura 7 apresenta uma representação planificada onde se pode ver a distribuição de correntes e de força para produção de conjugado no rotor, força esta que atua sobre os condutores.

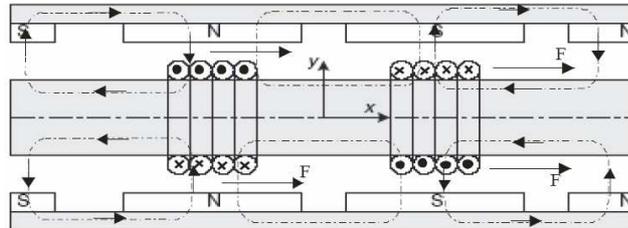


Figura 7. Representação planificada da Torus (HUANG, 2001).

A inversão de corrente nos enrolamentos é obtida eletronicamente mediante o uso de um conversor de potência. Para que a comutação ocorra de forma correta é necessário um sistema de controle em malha fechada com realimentação que considera a posição relativa dos enrolamentos em relação aos ímãs permanentes. Essa posição é obtida por algum dispositivo como, por exemplo, sensores de efeito Hall, *encoder*, *resolver*, acopladores óticos ou fototransistores.

A forma mais comum de interligação das bobinas para uma máquina trifásica é apresentada na Figura 8, onde se exemplifica uma máquina Torus com 24 bobinas e 8 pólos. O número de bobinas por pólo e fase é dado por:  $24 \text{ bobinas} / 8 \text{ pólos} / 3 \text{ fases} = 1 \text{ bobina/pólo/fase}$ . A máquina Torus existente no LMEAE é uma máquina trifásica, de 18 bobinas, o que se reflete em 6 pólos.

As bobinas de cada fase são conectadas de forma que ocorra inversão sucessiva das correntes ao longo do enrolamento, sendo que para cada instante normalmente existem dois grupos de bobinas energizadas (uma em cada sentido) e uma terceira desenergizada. Esta estratégia de acionamento em grupos de bobinas é o mais usual, com correntes retangulares defasados de  $120^\circ$ .

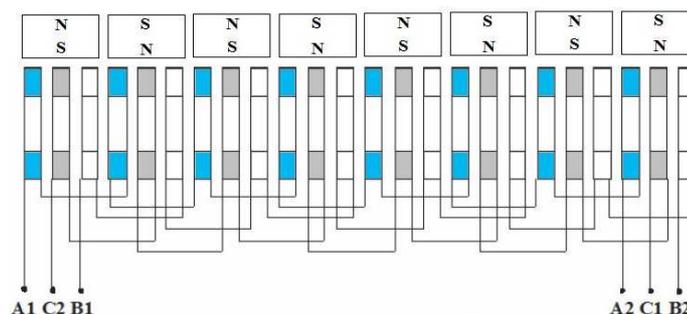


Figura 8. Exemplo de interligação das bobinas para uma máquina trifásica (CHIKKAM, 2005).

Para se aumentar o conjugado é possível construir a máquina com maior número de elementos dispostos axialmente, conforme mostra a Figura 9 (TAVARES, 2008).

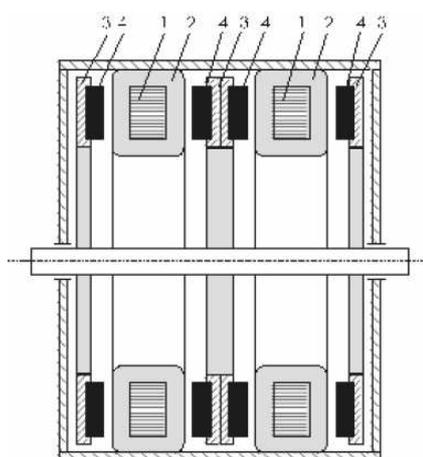


Figura 9. Motor Torus com reforço de conjugado: 1 – núcleo toroidal do estator; 2 – enrolamento polifásico do estator; 3 – disco do rotor; 4 – ímãs permanentes (TAVARES, 2008).

Em (SPOONER, 2004) é apresentada a operação de uma máquina de 2,5 kW como motor *brushless* C.C., com dois rotores tipo disco, um estator central, 9 fases, 6 pólos, usando inversores com MOSFETs para acionamento e sensores de efeito Hall para verificação da posição do rotor. Primeiramente, é destacada a alta densidade de fluxo que pode ser atingida pelo uso dos ímãs permanentes de terras raras, por exemplo, de Neodímio-Ferro-Boro, como excitação nos rotores. Spooner aponta diversos benefícios de performance das Torus e diversos detalhes construtivos que cabem ser ressaltados:

- ausência de ranhuras no estator;

- ausência de *cogging torque* - conjugado de relutância devido à interação entre os ímãs permanentes do rotor e as ranhuras e dentes num estator, que produz vibração mecânica;
- ausência de ruído acústico;
- arranjo compacto cuja ação natural realizada pelos discos do rotor ventila o enrolamento do estator, contribuindo para melhor dissipar o calor resultante das perdas;
- facilidade e baixo custo para construção, inclusive em escalas reduzidas, sem necessidade de ferramental pesado ou especial;
- possibilidade de operação como motor de arranque.

Em um segundo artigo (CHAN, 1987) são apresentados diversos conceitos já destacados. São estudados protótipos de máquinas C.C., síncronas e monofásicas, como alternativa para máquinas convencionais. Como pontos interessantes que o autor destaca, pode-se elencar:

- as características planar e ajustável (até certo ponto) do entreferro, a forma lisa e a facilidade de diversificação que as máquinas apresentam;
- as limitações das máquinas de fluxo radial, como caminho para o fluxo, problemas de refrigeração e utilização ineficiente do núcleo do rotor, que pedem alterações na geometria para permitir a correção;
- a afirmativa de que a configuração tipo “sanduíche” é eficiente para solucionar o problema de forte atração entre rotor e estator, que limitavam o uso das máquinas axiais originalmente;
- os estudos que indicam que as máquinas de fluxo axial estão retornando com força, principalmente em função da alta relação potência/peso.
- as vantagens nas aplicações domésticas de baixa potência (ventiladores, bombas, processadores de alimentos), em função de a forma lisa ser uma configuração desejada, em

função de o rotor poder ser integrado à parte rotativa da carga mecânica e pela atração entre rotor e estator ser pequena a baixas potências.

Para encerrar, Chan destaca a economia significativa de material que se tem no núcleo e a possibilidade de ajuste do entreferro. E reforça algumas aplicações para as máquinas em função de suas propriedades especiais, dentre as quais se cita:

- adequadas para usos em aeronaves e veículos elétricos em função de sua elevada relação potência/peso;
- por causa da elevada relação diâmetro/comprimento, é adequada para máquinas multipólos e máquinas de baixa rotação;
- em função da sua forma lisa, é aplicável para uso em ventiladores, bombas, aparelhos domésticos, rodas;
- a possibilidade de uso de máquina de fluxo axial e alta inércia conduz a um sistema de acionamento que opera suavemente mesmo em baixas faixas de velocidade.

Como última referência do capítulo, será apresentada a aplicação dada na dissertação de mestrado em engenharia elétrica da Universidade do Estado de Louisiana (CHIKKAM, 2005). No trabalho foi desenvolvido um sistema de acionamento de cadeira de rodas utilizando-se um motor Torus, montado diretamente no interior das rodas de uma cadeira de rodas.

As cadeiras de rodas tradicionalmente são acionadas por motores C.C. convencionais com escovas e comutador. A Figura 10 demonstra as partes constituintes deste tipo de cadeira de rodas.

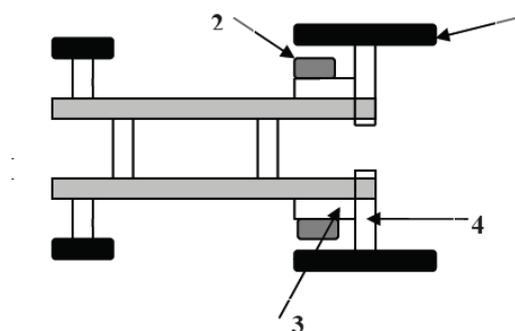


Figura 10. Estrutura tradicional de cadeira de rodas: 1 - roda; 2 - motor C.C.; 3 - redutor mecânico; 4 – semi-eixo (CHIKKAM, 2005).

Entretanto, apesar do fácil controle e alto conjugado de partida do motor C.C., este acionamento não é o mais eficaz pelos seguintes motivos:

- rendimento relativamente baixo (<60%), devido às perdas no redutor de velocidade, no motor e no conversor;
- pequena vida útil da bateria, devido ao rendimento baixo do acionamento;
- alto ruído, devido aos choques e atritos nas engrenagens;
- alta frequência de manutenção, devido principalmente às escovas e ao comutador;
- baixa confiabilidade; e
- custo alto.

Utilizando-se um motor Torus eliminar-se-ia a necessidade de redutor (transmissão mecânica), escovas, comutador; o motor conectado diretamente à roda reduz os problemas acima relacionados. Tal configuração é viável por vários motivos já destacados anteriormente, ou seja, acoplamento direto no eixo do motor, alto conjugado e suavidade a baixas velocidades, curto comprimento axial. O esquema na Figura 11 define o sistema, cuja potência de saída é em torno de 900 W, com tensão de alimentação 48 V.

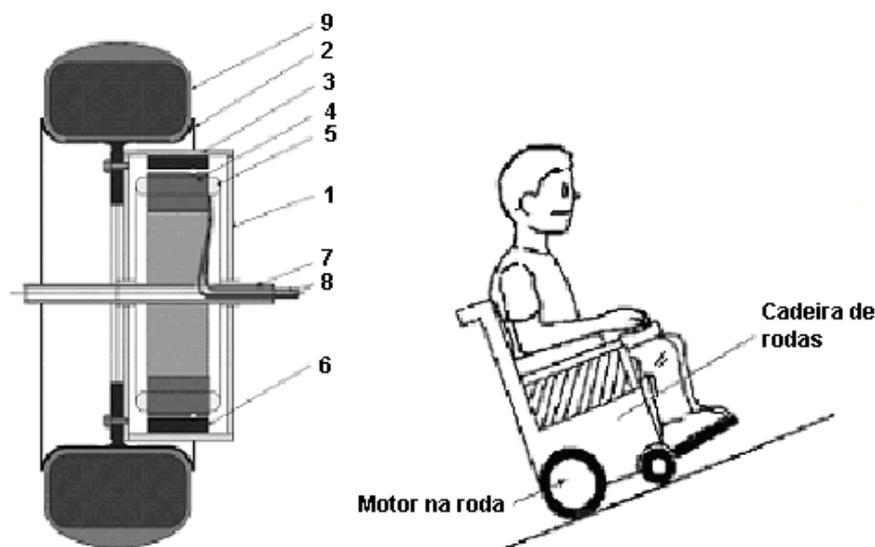


Figura 11. Torus diretamente acoplada à roda: 1 - motor; 2 - aba da roda; 3 - rotor; 4 - estator; 5 - enrolamento do estator; 6 - ímãs permanentes do rotor; 7 - eixo; 8 - cabos de alimentação; 9 - pneus (CHIKKAM, 2005).

Mediante o que foi exposto nessa seção, pode-se concluir que as máquinas de fluxo axial do tipo Torus são dotadas de características que as tornam singulares; não só as vantagens nos quesitos eletromagnéticos, mas também seu formato e sua variedade de composições que permitem uma grande variedade de aplicações, as quais mais dificilmente poderiam ser realizadas por outro tipo de máquina.

## 2.2 FRENAGEM ELETRODINÂMICA E FRENAGEM REGENERATIVA

A frenagem regenerativa permite transformar parte da energia cinética liberada durante a frenagem em energia elétrica, sendo usada em vários veículos elétricos e híbridos, desde carros a motonetas. A energia elétrica gerada durante a frenagem é armazenada nos veículos e é utilizada como alimentação de instrumentos de painel, ou para frenagem das rodas (possuindo freios tradicionais para possibilitar uma frenagem rápida e abrupta), ou ainda servindo como propulsão para arranque dos veículos e para apoio e incremento de potências no sistema de tração principal do veículo. Através desses sistemas, contribui-se para

a redução do consumo de combustível, no caso dos automóveis híbridos, além disso, proporciona redução do desgaste das lonas ou discos de freios, por frear o veículo através da ação de um gerador elétrico, resultando em maior durabilidade para essas partes do sistema de freios.

### 2.2.1 CONCEITO DE FRENAGEM PARA MOTORES C.C.

O conceito de frenagem para motores C.C. pode ser entendido através dos seus quadrantes de funcionamento. Como motor, a máquina C.C. opera no primeiro e no terceiro quadrante, ou seja, o conjugado produzido e a rotação resultante têm o mesmo sentido; entretanto, a máquina C.C. pode operar no segundo e no quarto quadrante, Figura 12, o que equivale a dizer que opera como gerador. Neste caso, conjugado e rotação têm sentidos opostos, sendo a segunda imposta pelo sistema que traciona a máquina C.C.

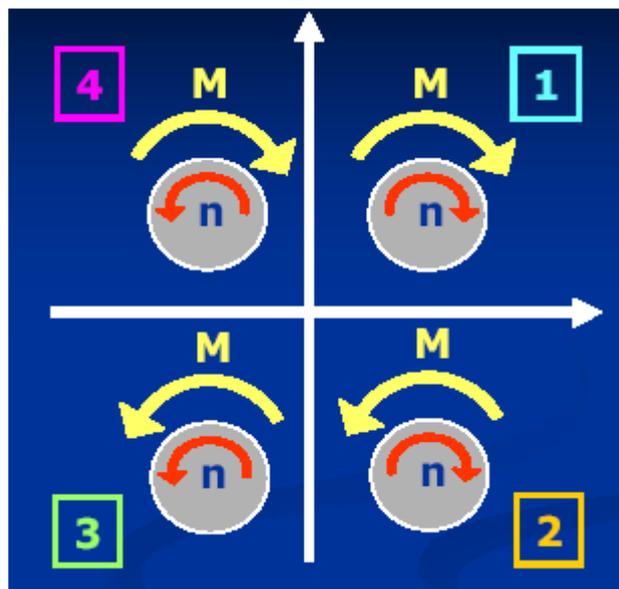


Figura 12. Quadrantes de funcionamento do motor C.C. (ESTV, 2011)

No primeiro e terceiro quadrante, a máquina está funcionando normalmente, acionando sua carga, como motor, a uma rotação  $n$ . Já no segundo e quarto quadrante, o

motor está em regime de frenagem: o conjugado  $M$  produzido pelo motor está em sentido inverso ao sentido de giro da máquina (ESTV, 2011).

### 2.2.2 CONCEITO DE FRENAGEM PARA MOTORES DE INDUÇÃO C.A.

Os motores de indução possibilitam várias formas de frenagem, quando se tem escorregamento menor do que 0 ( $s < 0$ ) ou maior do que 1 ( $s > 1$ ), de modo que o motor opere com características de gerador. Do ponto de vista operacional, há dois métodos usuais de frenagem elétrica para máquinas de corrente de indução:

Frenagem por contracorrente - Inverte-se duas fases da tensão de alimentação do enrolamento estatórico, revertendo a direção de rotação do campo girante do motor com o mesmo girando ainda na direção inicial. Assim, a rotação do motor fica contrária a um conjugado que atua na direção oposta, começando a desacelerar (frenar). Quando a velocidade é igual a zero, o motor deve ser desenergizado. As correntes induzidas nos enrolamentos rotóricos devem ser de frequências altas (duas vezes a frequência estatórica) e de elevada intensidade. A seguir, apresenta-se a curva conjugado x rotação na frenagem por contracorrente.

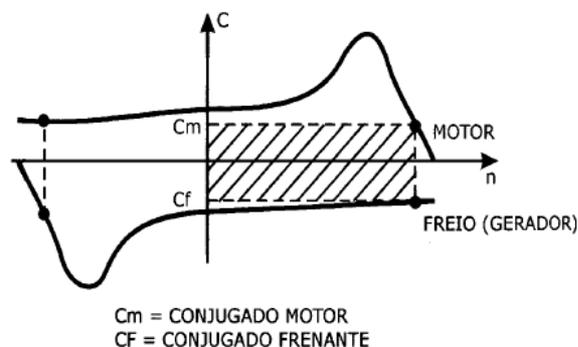


Figura 13. Curva de conjugado x rotação na frenagem por contracorrente (WEG, 2005).

Frenagem por injeção de corrente contínua C.C. - O estator deve ser desconectado da rede C.A. e a ele conectado uma fonte de corrente contínua. A corrente contínua enviada ao

enrolamento estatórico estabelece um fluxo magnético estacionário cuja curva de distribuição tem uma fundamental de forma senoidal. A rotação do motor em relação a esse campo estacionário do estator produz um fluxo de corrente alternada no rotor, o qual também estabelece um campo magnético estacionário em relação ao estator. Devido à interação do campo magnético resultante e da corrente rotórica, o motor desenvolve um conjugado de frenagem cuja magnitude depende da intensidade do campo, da resistência do circuito rotórico e da velocidade do motor. A Figura 14 ilustra a curva conjugado x rotação (razão em relação à rotação nominal) neste tipo de frenagem.

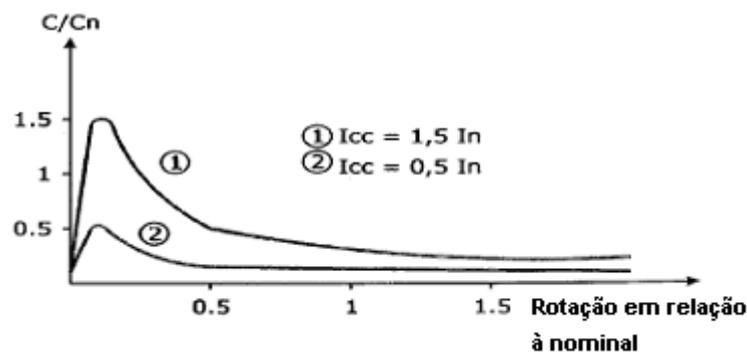


Figura 14. Curva de conjugado x rotação durante a frenagem C.C. (WEG, 2005).

### 2.2.3 FRENAGEM REGENERATIVA

A produção de veículos vem buscando constantemente realizar duas alterações na forma como é focada: reduzir custos e reduzir consumo de combustíveis fósseis. A busca pela redução da utilização de combustíveis tem norteado a evolução de motores, transmissões e sistemas de controle. Aliado a isso, pode-se destacar a busca por tecnologias alternativas para geração de energia ou reutilização de energia antes desperdiçada.

Mesmo com a busca por melhorias na performance dos veículos convencionais, a eficiência energética desses veículos diminui também pelo fato da energia cinética de um veículo, em qualquer velocidade, ser perdida na forma de calor através dos freios.

Atualmente, diversos fabricantes e pesquisadores estão desenvolvendo maneiras de recuperar uma parcela significativa dessa energia através da frenagem regenerativa.

Para entender como funciona a frenagem regenerativa é adequado analisar primeiramente o sistema que se intenciona substituir. Apesar da tecnologia complexa, o conceito é simples: na frenagem convencional, freios mecânicos são acionados proporcionalmente até que possam parar um veículo, utilizando o atrito para neutralizar o avanço da dinâmica em que se coloca um determinado veículo, convertendo energia cinética em energia térmica, que é então dissipada. Sendo assim, ao longo do tempo, esse ciclo de fricção representa um desperdício de energia, afetando a eficiência energética do veículo (BIAGGIO Fº, 2008; MECATRÔNICA, 2009).

O “Sistema de Regeneração de Energia Cinética” conhecido pela sigla KERS (*Kinetic Energy Recovery System*) é o termo genérico dado aos dispositivos que reaproveitam ou armazenam parte da energia cinética durante o processo de desaceleração do carro, que, do contrário, seria desperdiçada.

É importante frisar que frenagem regenerativa é diferente de frenagem eletrodinâmica; nessa última a energia é dissipada na forma de calor produzido por perdas ôhmicas e não é possível recuperá-la. O que se espera da frenagem regenerativa é recuperar parte dessa energia e armazená-la para ser usada posteriormente, por exemplo, para colocar o veículo em movimento novamente ou para aumentar a potência do seu conjunto motriz. Estima-se que a frenagem possa ser desenvolvida para recuperar até metade da energia que normalmente é desperdiçada como calor. Desta forma, essa energia poderia ser utilizada,

diminuindo o consumo de combustível, no caso de veículo híbrido. Assim, um balanço energético indicaria uma maior eficiência energética global do veículo.

A frenagem regenerativa tem sido estudada e utilizada em trens, elevadores e outros equipamentos industriais. Mas certamente o mercado mais promissor atualmente está nas aplicações em veículos como carros de passeio, ônibus e caminhões. As tecnologias de recuperação de energia cinética variam muito; essa energia, antes perdida em calor no freio mecânico, pode ser convertida em energia elétrica com o uso de um gerador, e pode ser injetada na rede elétrica ou armazenada em baterias e/ou bancos de capacitores para uso posterior.

Em veículos convencionais, que possuem essa tecnologia, geralmente a energia armazenada é usada para alimentação de componentes eletrônicos, tais como faróis, aparelhagens e sistemas de condicionamento de ar. Em veículos híbridos essa energia é utilizada para carregar baterias que asseguram a propulsão parcial do motor elétrico. Isso é particularmente vantajoso no tráfego urbano, onde, tradicionalmente, os carros fazem várias paradas, o que força a utilização constante do sistema de frenagem.

Mais recentemente, este tipo de sistema foi incorporado à Fórmula 1, através do sistema *Flybird* onde a energia liberada durante o processo de frenagem é armazenada e é utilizada quando o piloto pressiona um botão, recebendo uma potência adicional de 81,6 CV por até 6,67 segundos, possibilitando ultrapassagens ou aumentos de velocidade em pontos estratégicos do circuito (LACOPONI, A; 2008).

Efetivamente, o motor elétrico trabalha, durante o processo de frenagem, como um gerador. O sistema de frenagem regenerativa utilizando motores elétricos produz um conjugado negativo no dispositivo, convertendo a energia cinética em energia elétrica para recarregar um sistema de armazenamento de energia (CHUANWEI, 2004).

Atualmente, sistemas de frenagem regenerativa utilizados em veículos elétricos são concebidos, basicamente, de duas formas. Na primeira faz-se uso de um sistema com máquina C.C. convencional com escovas funcionando como gerador. A energia elétrica produzida no gerador C.C é disponibilizada através das escovas, e pode ser armazenada. A segunda forma básica de frenagem regenerativa em veículos elétricos segue os princípios dos geradores síncronos, utilizando ímãs permanentes ou enrolamentos de campo, cujo princípio de funcionamento é bastante simples. O gerador síncrono rotativo é formado por dois conjuntos eletromecânicos distintos: o rotor, que é a parte móvel da máquina e é geralmente a parte mais interna; e o estator, que é a parte fixa da máquina, geralmente a parte externa da mesma. O rotor pode ser formado com duas alternativas: na primeira por um conjunto de bobinas (enrolamento de campo) onde é aplicada corrente elétrica contínua às bobinas, formando um campo magnético no espaço compreendido entre o rotor e o estator (entreferro), nesse caso a máquina opera com um eletroímã, cuja intensidade de campo magnético é controlada pela corrente contínua injetada nas bobinas (corrente de excitação); na segunda alternativa, ímãs permanentes são colocados para a produção do campo magnético no entreferro. O estator é formado por um conjunto de bobinas, geralmente monofásicas ou trifásicas, conhecidas como armadura estatórica. Ao girar o rotor, o campo magnético rotórico concatena as bobinas estatóricas com ângulo de incidência variável conforme a posição angular do rotor. O fluxo magnético concatenado pelo circuito estatórico é variável, e proporcional ao ângulo da posição mecânica do rotor em relação ao estator. Conseqüentemente, essa interação do fluxo,

proporcional à carga nos enrolamentos estacionários, provoca um efeito de frenagem na parte móvel. A corrente elétrica produzida no gerador síncrono é disponibilizada nos terminais dos enrolamentos.

Os freios mecânicos à base de atrito devem ser ainda utilizados em conjunto com a frenagem regenerativa, pelas seguintes razões:

- O efeito de frenagem regenerativa se reduz rapidamente em baixas velocidades; por isso o atrito do freio mecânico ainda é necessário, a fim de levar o veículo a uma completa parada.

- O freio mecânico é necessário sob a forma de uma proteção de retaguarda em caso de falha do freio regenerativo.

- A quantidade de energia elétrica capaz de ser absorvida durante um processo de frenagem regenerativa é limitada em função da capacidade do sistema de armazenamento dessa energia, que tradicionalmente são as baterias e os capacitores. Sendo assim, o efeito da frenagem regenerativa pode não ser verificado, se o sistema de armazenamento já estiver saturado.

Por este motivo, é normal que também se incorpore frenagem dinâmica e mecânica para absorver o excesso dessa energia.

No âmbito de frenagem de emergência, é desejável que a força de travamento seja exercida ao máximo permitido pelo atrito entre as rodas e a superfície sem escorregar, ao longo de toda a gama de velocidade do veículo, velocidade máxima que pode decair até zero. A força máxima disponível para aceleração é normalmente muito inferior a isso, exceto no caso de extrema alto desempenho dos veículos. Portanto, a potência necessária para ser dissipada pelo sistema de frenagem de emergência sob condições de frenagem pode ser

muitas vezes a potência máxima, que é entregue sob aceleração. Sendo assim, mais uma vez a frenagem por atrito é necessária para absorver o excedente da energia, a fim de permitir um desempenho aceitável de frenagem de emergência.

Por estas razões tem-se, normalmente, a necessidade de controlar a frenagem regenerativa e combinar a fricção e a frenagem para produzir os resultados desejados no travamento integral e total, na velocidade desejada.

A principal desvantagem de freios regenerativos quando comparado com os freios dinâmicos é a necessidade deste se enquadrar nas características de geração e conservação de energia. Com máquinas C.C. há a necessidade da tensão elétrica de saída ser rigorosamente controlada. Só com o desenvolvimento da eletrônica tem sido possível arranjar os sistemas com motores e geradores C.A., onde o controle também deve ser ligado à frequência de excitação da máquina elétrica.

Ainda sim, a pressão para reduzir as emissões e consumo de combustível é grande. Após anos de procura por maneiras de apresentar o veículo com menor consumo de energia e desenvolvendo ainda mais trabalho, a indústria está, continuamente, desenvolvendo e estudando maneiras de diminuir o desperdício de energia associada à utilização dos veículos.

Existe ainda bastante espaço para melhorias na frenagem regenerativa, como nos veículos convencionais, onde há um custo adicional e uma dependência em relação ao segundo motor (motor elétrico) para atingir o seu pleno potencial. A quantidade de energia elétrica que pode ser dissipada também é limitada pela capacidade do sistema de abastecimento; como consequência, frenagem dinâmica é muitas vezes incluída em paralelo para aumentar a absorção do excesso de energia.

Um gerador operando na frenagem é capaz de regenerar quase que 80% da energia quando o veículo estiver em altas velocidades. Em velocidades mais baixas, relativamente pouca energia está sendo produzida pelo gerador para garantir desejável eficiência na recarga das baterias e capacitores. Assim, para essas velocidades, os freios mecânicos por atrito são aplicados. Fica implícito na literatura que a vida útil do sistema elétrico, especialmente das baterias, é negativamente afetada quando se usa processos regenerativos de recarga em baixas velocidades (SOLERO, 2005).

#### **2.2.4 PADRONIZAÇÕES DE CICLOS DE OPERAÇÃO PARA VEÍCULOS ELÉTRICOS OPERANDO NO MODO FRENAGEM REGENERATIVA**

Como parâmetro para a verificação do desenvolvimento de velocidade em meios urbanos tem sido utilizado o FUDS - *Federal Urban Driving Schedule*, da Comissão Federal de Circuito Urbano dos Estados Unidos da América, que é um ciclo de rodagem que normalmente permite avaliar as emissões dos veículos. Esse ciclo tem sido referenciado em diversos trabalhos para avaliação de sistemas regenerativos em veículos elétricos, pois apresenta situações típicas do comportamento da velocidade de um veículo em um determinado meio urbano, conforme se pode ver na Figura 15. Naquele gráfico percebe-se claramente regiões de aceleração e desaceleração do veículo (LAPLANTE, 1995).

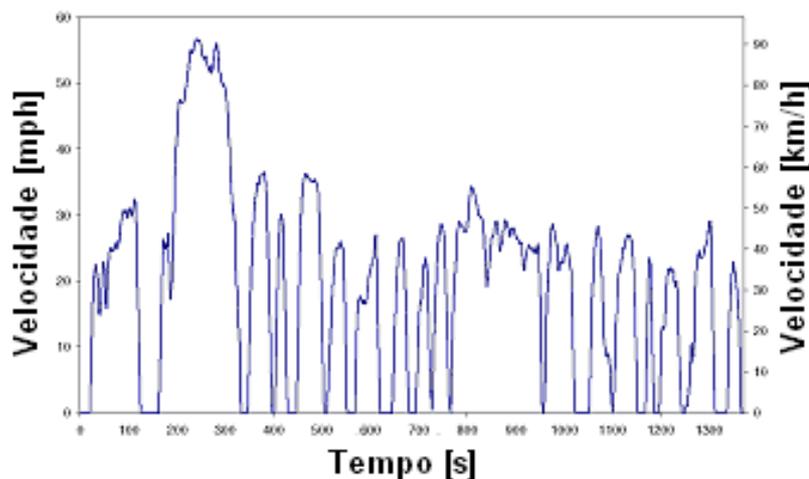


Figura 15. Gráfico de velocidade em função do tempo para um determinado veículo em trânsito num perímetro urbano (LAPLANTE, 1995).

Com o mesmo objetivo existem diversos testes oficiais realizados para certificações de veículos quanto às emissões. Tais certificações consistem de ciclos de operação de um automóvel e estão presentes e subdivididas em função de sua área de aplicação: América do Norte, Europa, Ásia, Austrália, América do Sul, e certificações Internacionais. É interessante entender ao menos três delas: FTP-75 (América do Norte), US06 (América do Norte) e ECE-1 (Europa), pois são utilizadas em (EHSANI, 2005) como parâmetros para mensurar a energia desperdiçada na frenagem em relação à energia de tração em um trajeto adotando determinado ciclo.

A FTP-75 (*Federal Test Procedure*) foi usada para a certificação de emissões dos veículos leves no ano/modelo 2000 nos Estados Unidos. Os veículos têm que ser ainda analisados em dois Procedimentos de Testes Federais Complementares (STP) ao FTP 75: na representação agressiva à alta velocidade de condução (US06), e o uso do ar condicionado (SC03).

O ciclo de FTP-75 é derivado do ciclo da FTP-72, acrescentando uma terceira fase da 505S, idêntica à primeira fase de FTP-72, mas com um arranque a quente. A terceira fase

começa depois que o motor está parado por 10 minutos. Assim, todo o ciclo da FTP-75 é composto dos seguintes segmentos:

- fase de arranque a frio;
- fase transitória;
- fase de arranque a quente.

Os parâmetros fundamentais do ciclo são:

Distância percorrida - 11,04 milhas (17,77 km)

Duração - 1874 s

Velocidade média - 34,1 km / h.

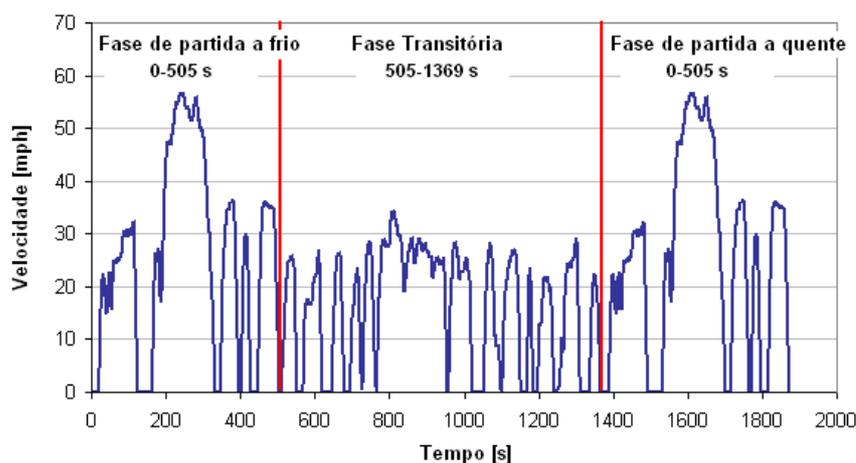


Figura 16. Ciclo FTP-75. Traduzido de (DIESELNET, 2009).

As emissões de cada fase são recolhidas em um saco de Teflon separado, analisadas e expressas em g/milha ou g/km. Os fatores de ponderação são 0,43 para o arranque a frio, 1,0 para a fase transitória e 0,57 para a fase de arranque a quente. O ciclo FTP-75 é conhecido na Austrália como ciclo ADR 37 (*Australian Design Rules*).

O US06, *Complementar Federal Test Procedure* (STP), foi desenvolvido para suprir as deficiências da FTP-75, ou seja, através de um ciclo de ensaio agressivo à alta

velocidade e/ou aceleração alta na condução, com flutuações de velocidade rápida (DIESELNET, 2009).

O ciclo é representado por um percurso de 8,01 milhas (12,8 km) com uma velocidade média de 48,4 milhas/h (77,9 km/h), velocidade máxima de 80,3 milhas/h (129,2 km/h), e duração de 596 segundos (DIESELNET, 2009).

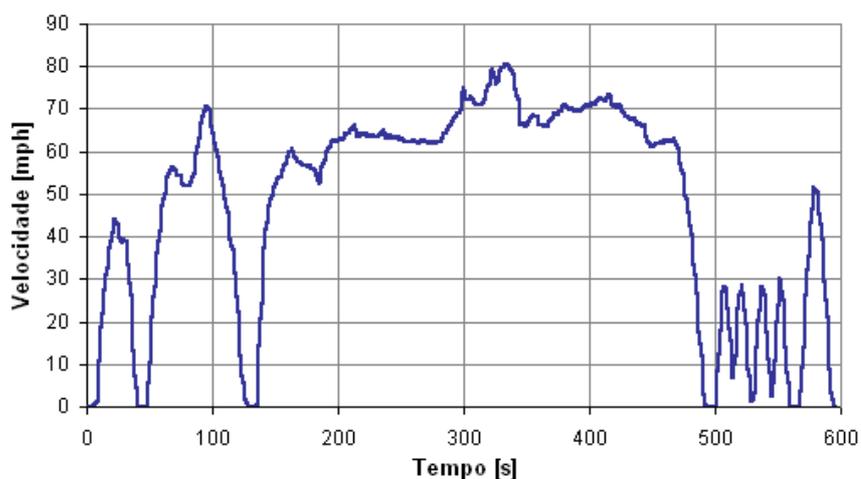


Figura 17. Ciclo SFTP US06. Traduzido de (DIESELNET, 2009).

O ciclo de teste ECE + EUDC é realizado em um dinamômetro de chassis. [EEC Directive 90/C81/01] O ciclo, também conhecido como o MVEG-se é um ciclo usado para a certificação de emissões dos veículos leves comercializados na Europa (DIESELNET, 2009).

O ciclo inclui quatro segmentos ECE (ECE 15), repetidos sem interrupções, seguidos por um segmento EUDC, demonstrados na Figura 18 e na Figura 19. Antes do ensaio, o veículo fica ocioso por pelo menos 6 horas a uma temperatura ambiente de 20° a 30° C (DIESELNET, 2009).

As emissões são medidas durante o ciclo de amostragem, analisadas e expressas em g/km para cada um dos poluentes (DIESELNET, 2009).

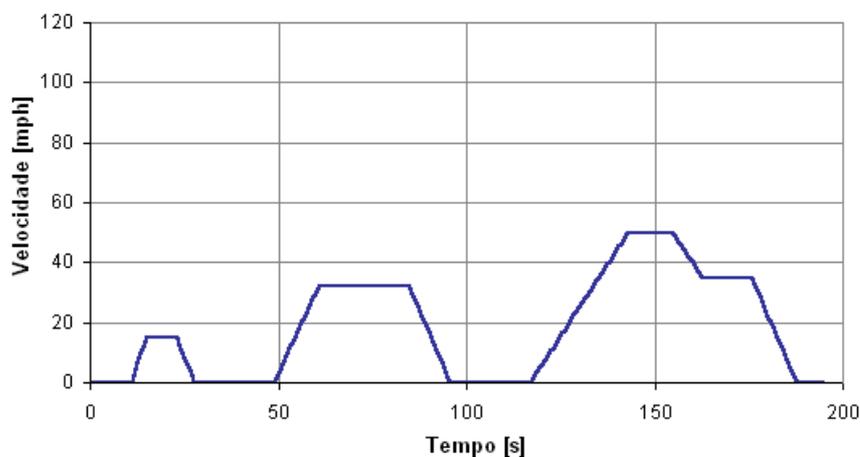


Figura 18. Ciclo ECE 15. Traduzido de (DIESELNET, 2009).

O ciclo ECE é um ciclo de condução urbana, também conhecido como UDC. Foi concebido para representar as condições de condução de cidades como, por exemplo, Paris ou Roma. É caracterizado pela baixa velocidade do veículo (DIESELNET, 2009).

O ciclo de condução urbana representa ensaio do tipo I, conforme definido pelo procedimento original para análise de emissões, ECE 1.

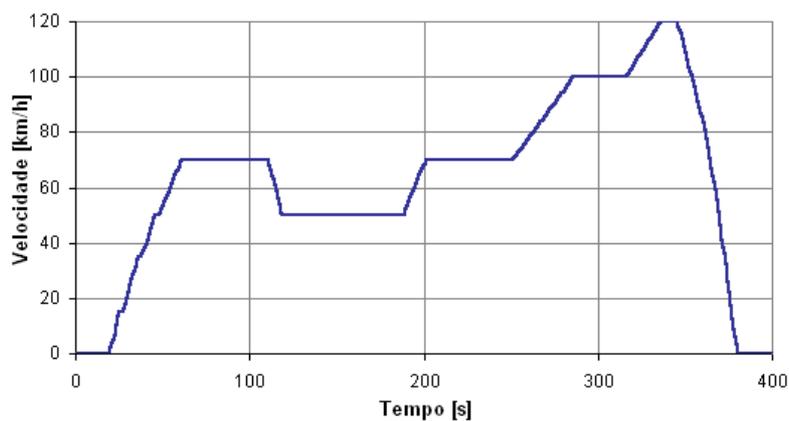


Figura 19. Ciclo EUDC. Traduzido de (DIESELNET, 2009).

O EUDC (*Extra Urban Driving Cycle*) segmento foi adicionado após o ciclo ECE para pilotagem mais agressiva, com modo de condução a velocidades mais altas. A velocidade máxima do ciclo EUDC é de 120 km/h. Um ciclo EUDC alternativo para os

veículos movidos à baixa potência foi definido também com uma velocidade máxima limitada a 90 km/h (DIESELNET, 2009).

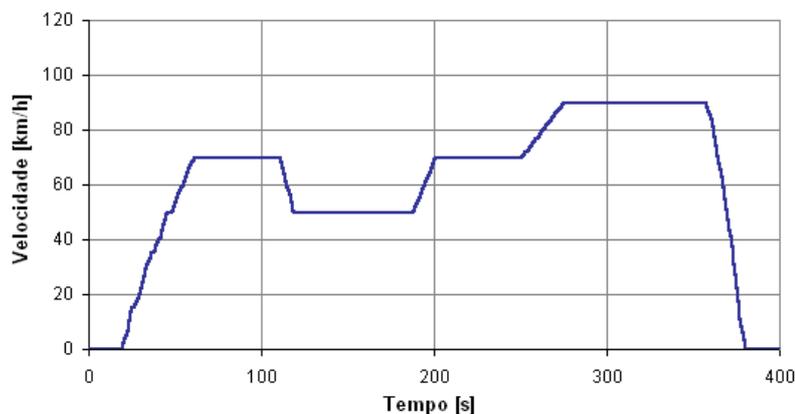


Figura 20. Ciclo EUDC para veículos de Baixa Potência. Traduzido de (DIESELNET, 2009).

### 2.2.5. REGIMES DE SERVIÇO PADRONIZADOS PARA MOTORES ELÉTRICOS OPERANDO COM FRENAGEM ELÉTRICA

Regime de serviço, por definição, é o grau de regularidade da carga a que o motor é submetido. Em situações onde a carga não varia, ou varia previsivelmente, o regime pode ser indicado numericamente ou por meio de gráficos, que representam a variação em função do tempo (WEG, 2005). Dentre os regimes padronizados, é interessante destacar dois:

- Regime intermitente periódico com frenagem elétrica (S5).
- Regime de funcionamento contínuo periódico com frenagem elétrica (S7).

O primeiro, Figura 21, é definido como uma sequência de ciclos de regime idênticos, cada qual consistindo de um período de partida, um período de funcionamento à carga constante, um período de frenagem elétrica e um período de repouso, sendo tais períodos muito curtos para que se atinja o equilíbrio térmico (WEG, 2005).

Considera-se:

tD = tempo de partida;

$t_N$  = tempo de funcionamento em carga constante;

$t_F$  = tempo de frenagem elétrica;

$t_R$  = tempo repouso;

$T_{\text{máx}}$  = temperatura máxima atingida durante o ciclo.

$$\text{Fator de duração do ciclo} = \frac{t_D + t_N + t_F}{t_D + t_N + t_F + t_R} \cdot 100\% \quad (1)$$

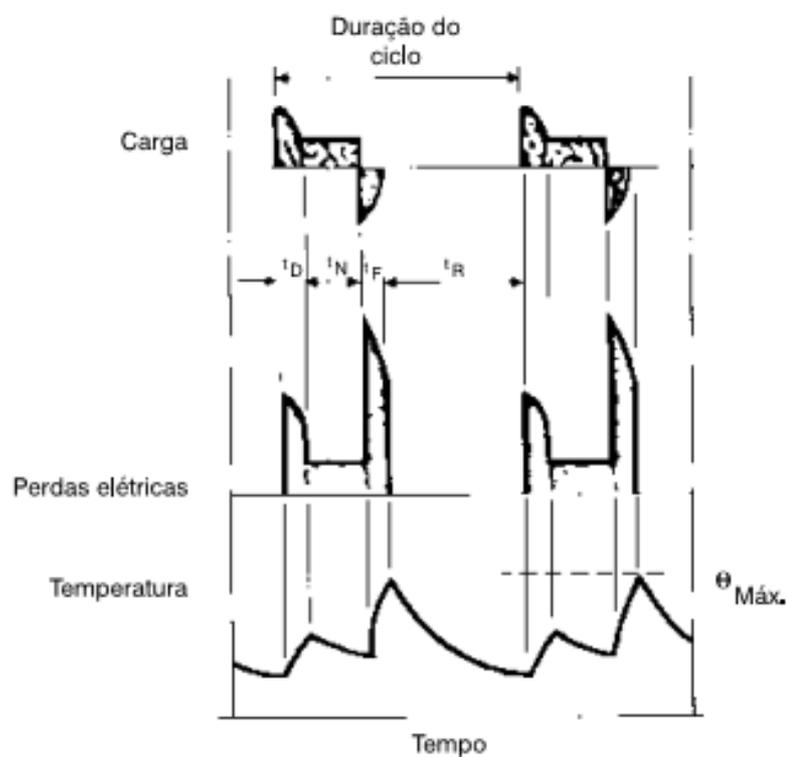


Figura 21. Representação gráfica do regime S5 (WEG, 2005).

Já o segundo tipo de regime, Figura 22, prevê uma sequência de ciclos de regimes idênticos, cada qual consistindo de um período de partida, de um período de funcionamento à carga constante e um período de frenagem elétrica, não existindo o período de repouso (WEG, 2005). O fator de duração do ciclo é 1.

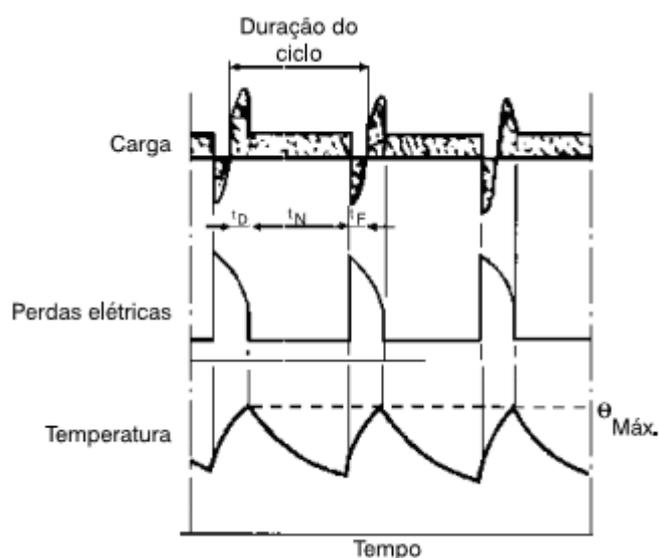


Figura 22. Representação gráfica do regime S7 (WEG, 2005).

Em (EHSANI, 2005) são apresentados gráficos com diversas análises a respeito do potencial de recuperação de energia através da frenagem regenerativa. O primeiro dado interessante de ser considerado e analisado é a Tabela 1, que apresenta os ciclos de operação para veículos elétricos e o percentual de energia perdida na frenagem em relação à energia total consumida para tração do veículo.

Tabela 1. Análise do potencial de recuperação de energia, de acordo com o ciclo de operação do veículo. Traduzido de (EHSANI, 2004).

	FTP 75 Urbano	FTP 75 Auto-estrada	US06	ECE-1	New York City
Velocidade Máxima (km/h)	86,4	97,7	128,5	120	44,6
Velocidade Média (km/h)	27,9	79,3	77,5	49,9	12,2
Energia total de tração* (kWh)	10,47	10,45	17,03	11,79	15,51
Energia total consumida pelo atrito* (kWh)	5,95	9,47	11,73	8,74	4,69
Energia total consumida pelos freios* (kWh)	4,52	0,98	5,3	3,05	10,82
Percentual da energia de frenagem em relação à energia total de tração	43,17	9,38	31,12	25,87	69,76

\*Valores medidos nas rodas

Desta tabela pode-se concluir que, em um ciclo urbano, aproximadamente 70% da energia de tração pode vir a ser perdida em um sistema de frenagem. A Figura 23 reforça a afirmação de que as maiores perdas estão nos ciclos urbanos, pois o veículo passa por um

grande número de ciclos de aceleração/desaceleração e por inúmeras paradas e arrancadas ao longo do trajeto.

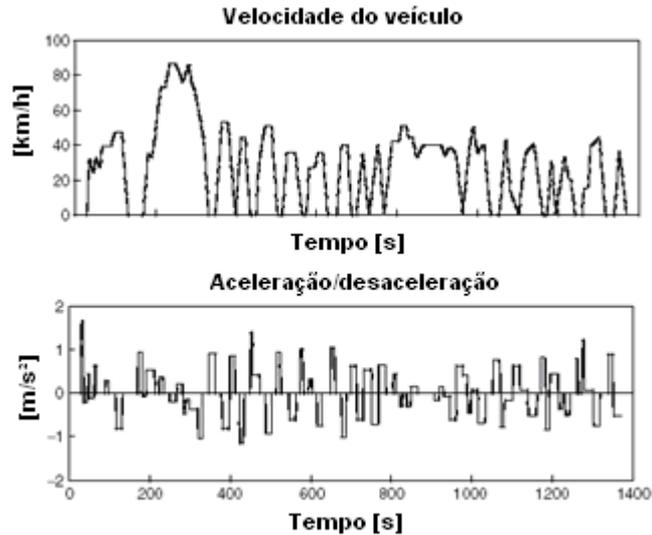


Figura 23. Gráficos de velocidade e aceleração/desaceleração de um veículo em ciclo urbano FTP. Traduzido de (EHSANI, 2004).

Por fim, a Figura 24, a Figura 25 e a Figura 26 demonstram a força na frenagem, a potência e a energia dissipadas nas rodas dianteiras e traseiras, respectivamente, de um veículo elétrico operando no ciclo FTP 75.

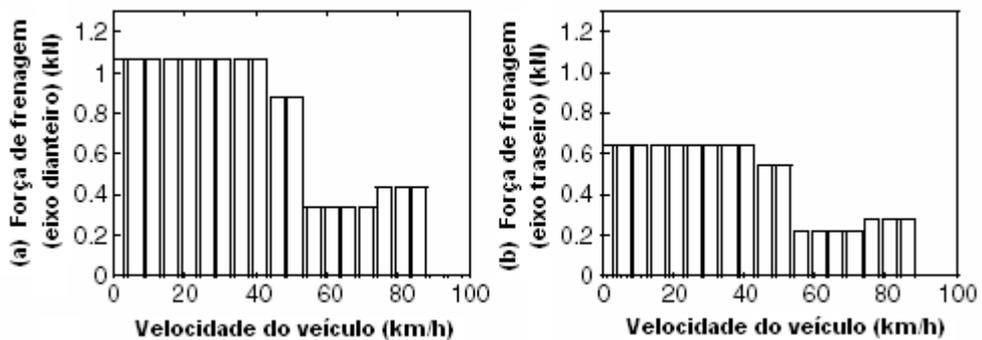


Figura 24. Força de frenagem em função da velocidade do veículo em ciclo FTP 75 (a) rodas dianteiras e (b) rodas traseiras. Traduzido de (EHSANI, 2004).

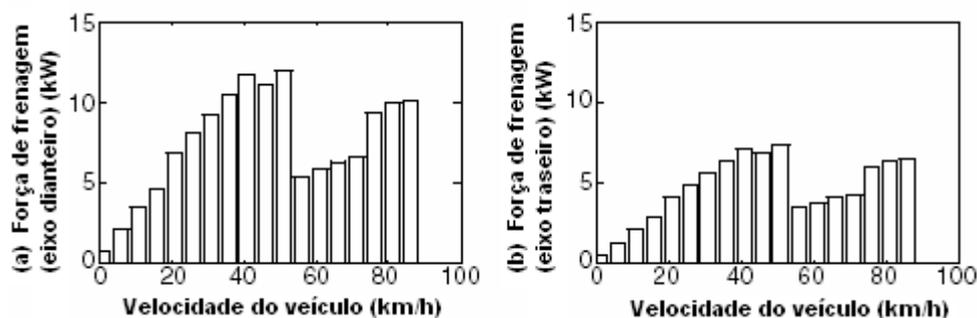


Figura 25. Potência de frenagem em função da velocidade dos veículos em ciclo FTP 75 (a) rodas dianteiras e (b) rodas traseiras. Traduzido de (EHSANI, 2004).

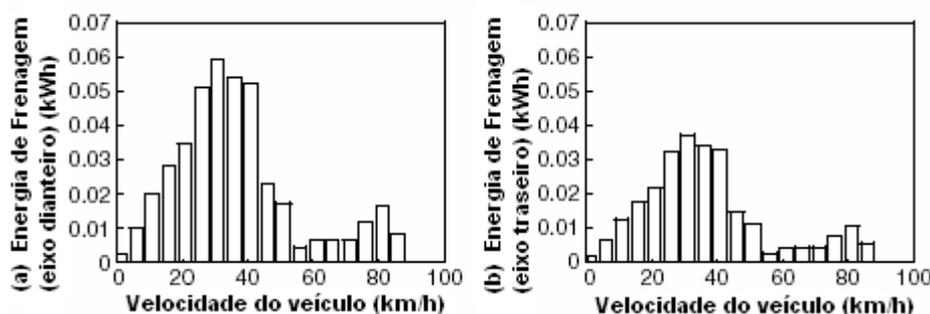


Figura 26. Energia na frenagem em função da velocidade dos veículos em ciclo FTP 75 (a) rodas dianteiras e (b) rodas traseiras. Traduzido de (EHSANI, 2004).

A partir destes gráficos é possível concluir que o principal ponto para instalação do sistema de frenagem regenerativa está nas rodas dianteiras, em função de serem responsáveis por 65% da força e potência total de frenagem. Além disso, nota-se que a força de frenagem é praticamente constante até os 40 km/h e passa a diminuir a partir deste ponto (EHSANI, 2004).

### 2.3 FONTES DE ARMAZENAMENTO DE ENERGIA – BATERIAS E SUPERCAPACITORES

Em resposta à necessidade de maior confiabilidade e durabilidade do sistema de suprimento de energia e melhor desempenho do sistema de propulsão, os modernos veículos elétricos combinam diferentes fontes de energia em termos de densidade de energia e de densidade de potência. Em geral, uma fonte de transferência rápida de energia é associada à fonte primária para amortecer variações bruscas de demanda de potência das cargas elétricas

do veículo. Como efeito, é possível aumentar a vida útil e a compactação da fonte primária, e ainda melhorar o desempenho do veículo nas fases de aceleração e frenagem regenerativa.

Baterias possuem uma capacidade de energia suficiente para movimentar veículos elétricos leves em baixas velocidades - trajetos urbanos, por exemplo -, ou fornecer potência adicional necessária por longos períodos de velocidade alta como, por exemplo, em estradas (EHSANI, 2004). No entanto, variações bruscas de demanda da carga produzem considerável perda de potência que podem comprometer o desempenho e vida útil das baterias (HONDA, 2006) (SOLERO, 2005).

Deste modo, a combinação de uma fonte de elevada densidade de energia (baterias) com uma fonte de elevada densidade de potência (supercapacitores), possibilita aliar uma grande autonomia de percurso com um bom desempenho dinâmico nas fases de aceleração e de desaceleração do veículo. Uma fonte secundária de energia também pode ser empregada para melhorar o comportamento do veículo nas fases de subida e manutenção da velocidade.

As fontes de suprimento de energia (baterias e supercapacitores) são interconectadas ao mecanismo de tração elétrica por intermédio de um conversor eletrônico com múltiplas entradas de controle, mostrado no esboço esquemático da Figura 27. Um sistema supervisor coordena a alocação dos recursos disponibilizados pelas fontes de suprimento de energia, a partir do controle (LAPLANTE, 1995).

A demanda de potência e energia de um veículo varia proporcionalmente com a velocidade instantânea. Para determinar a demanda total de potência do mecanismo de tração elétrica, é imprescindível computar o rendimento do motor elétrico e do inversor eletrônico. O

rendimento típico de um motor trifásico elétrico é superior a 90 %, já o rendimento do inversor pode ser superior a 95 % (FERREIRA, 2008).

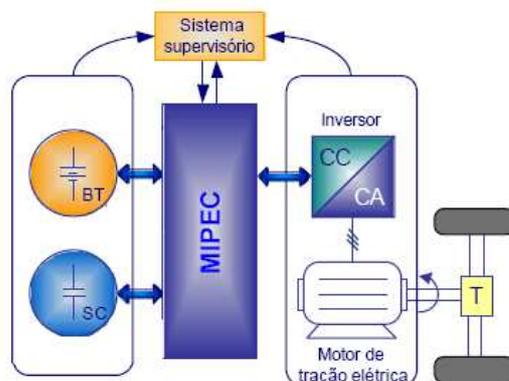


Figura 27. Esboço esquemático do sistema de propulsão do veículo elétrico (FERREIRA, 2008).

Funcionalmente, a bateria é responsável por fornecer praticamente a potência integral necessária para atender a demanda requerida pela carga, e manter o estado de energia do supercapacitor adequado. No entanto, como a taxa de variação de corrente das fontes de conversão de energia é limitada, o supercapacitor deve amortecer variações bruscas de corrente da carga. Este objetivo é alcançado utilizando o supercapacitor para manter a tensão de saída do controlador constante, isto é, a potência transferida pelo supercapacitor corresponde ao complemento da potência fornecida pelas fontes de conversão de energia em relação à potência requerida pela carga (FERREIRA, 2008).

Essa idéia complementar para o armazenamento da energia regenerada é utilizar supercapacitores combinados com o tradicional banco de baterias. Como se sabe um capacitor é um dispositivo que armazena energia elétrica na forma eletrostática. Nos veículos elétricos à bateria, essa pode armazenar 10 vezes mais energia do que um capacitor, contudo esta usa uma reação química para gerar eletricidade, assim sua taxa de descarga é mais lenta, e opera dentro de uma faixa muito restrita de tensão. Um capacitor pode aceitar e armazenar uma

vasta gama de tensões, até ao limite da sua concepção. Ele também pode retornar esta tensão em diferentes montantes e taxas de descarga (geralmente maiores que as das baterias). As taxas de carga e descarga representam quão rápido se estabelece o fluxo de energia. Em uma associação supercapacitor-bateria tem-se a vantagem do supercapacitor operar com taxas altas de carga e descarga, quando se necessita regenerar rapidamente a energia, ou fornecer rapidamente uma energia adicional de propulsão, por exemplo; já as baterias, apesar da baixa taxa de carga e descarga, têm a vantagem de alta capacidade de armazenamento. Em projetos de armazenamento de energia deve-se procurar o equilíbrio entre esses dois componentes (BURKE, 2007).

O capacitor armazena a carga em seu campo elétrico estabelecido entre duas camadas de material condutor separadas por um isolante. O tamanho, forma e materiais utilizados dependem da concepção do componente eletrônico, mas, em geral, quanto maior for a superfície dos condutores, e quanto mais próximo estiverem uns aos outros sem se tocar, maior será a taxa que pode ser armazenada e devolvida. Esse parâmetro que relaciona a carga acumulada no componente e a sua tensão elétrica é chamada capacitância, dada em Farad [F], e representada pela equação  $C = \frac{q}{V}$ . A energia no capacitor pode ser obtida relacionando-se a capacitância do componente e sua tensão:  $E_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$ .

Já um supercapacitor tem uma superfície que é várias vezes a ordem de magnitude do que tipos convencionais e a separação é inferior a 10 angstroms. Normalmente, têm uma grande capacitância, e a tensão e as taxas de carga/descarga são altas e podem ser controladas com circuitos externos. Por exemplo, grandes supercapacitores são muitas vezes utilizados para proporcionar horas de energia para sistemas de *back-up* de computadores. Esse é um

tempo relativamente longo e lento quando comparado ao uso de capacitores utilizados para iniciar um motor. No entanto, supercapacitores também podem ser utilizados para entregar altas tensões para um período mais curto de tempo.

Dimensionar o supercapacitor para a condição de regeneração máxima de energia, ou potência, pouco contribui para melhorar expressivamente o desenvolvimento dinâmico do veículo, ou melhor, é mais apropriado dimensionar o supercapacitor para a situação de fornecimento máximo de energia, o que assegura obter melhor resposta dinâmica do veículo durante a aceleração sem aumentar o custo de aquisição dos módulos supercapacitores em demasia, justificando nesses termos a necessidade de se ter baterias trabalhando em paralelo com o conjunto de supercapacitores (FERREIRA, 2008).

Referindo-se a dados técnicos, a tensão típica de operação de módulos supercapacitores comerciais é de 42 V. Desse modo, a tensão máxima de operação dos módulos supercapacitores associados em série deve ser um valor múltiplo da tensão de operação de cada módulo e, obviamente, superior à tensão mínima de operação (FERREIRA, 2008). Entretanto, é possível encontrar valores comerciais de tensão a partir de 2,3 V.

Recentemente, um grupo de engenheiros eletricitas da Universidade Católica do Chile iniciou a investigação e testes de um modelo de bateria a ser utilizada em um pequeno caminhão. Nesse estão instalados um banco de supercapacitores dimensionados para fornecer 40 kW de energia por até 20 segundos. A idéia é colocar um banco de supercapacitores trabalhando com a frenagem regenerativa e, em seguida, utilizar a descarga somente para a aceleração inicial, ou seja, quando o veículo está parado e requer o início da movimentação.

Isto irá reduzir a utilização da instantânea e abrupta descarga das baterias o que prolongará muito a sua vida útil.

Existem algumas limitações que irão sempre afetar mesmo os melhores sistemas de frenagem regenerativa. Primeiro de tudo, é que o sistema só atua sobre as rodas motoras, tendo sempre que ser combinado com o freio mecânico. Até agora, a sua utilização é limitada aos veículos elétricos ou híbridos. Porém, em veículos elétricos, a principal contribuição é estender a vida útil dos bancos de bateria e, em segundo lugar, poupar combustível; isso se deve principalmente à complexidade do sistema o que certamente o torna caro.

### **2.3.1 BATERIAS**

Baterias são elementos compostos por duas ou mais células que convertem energia química em energia elétrica. Por célula entende-se dois eletrodos, um positivo e um negativo, unidos através de um eletrólito e cuja reação química com o mesmo produz eletricidade. Em baterias recarregáveis, a reação química pode ser revertida através da inversão da corrente elétrica fazendo com que a bateria retorne a um determinado estado de carga (SOC).

Dentre as características de uma bateria que devem ser consideradas em um projeto de veículo híbrido, podem-se ressaltar suas tensões típicas, capacidade de carga, densidade de energia e eficiência energética, além de outros fatores, tais como: taxa de descarga, temperatura de operação e quantidade de ciclos de trabalho. Os principais parâmetros serão discutidos a seguir.

- Tensão

Uma bateria pode ser representada de maneira simplificada pelo circuito elétrico mostrado na Figura 28, na qual  $E$  representa a tensão de circuito aberto,  $R$  a resistência interna

e  $V$  a tensão entre os terminais da bateria. Pode-se observar que a tensão nos terminais de uma bateria não é constante. Esta tensão irá variar de acordo com a corrente elétrica solicitada à mesma. A resistência interna permite modelar a perda associada ao aumento da corrente entre os terminais da bateria. Modelos mais detalhados levam em conta a queda de tensão devido ao estado de carga da bateria e à tensão de operação.

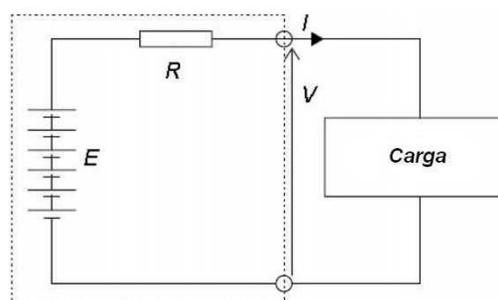


Figura 28. Circuito elétrico simplificado equivalente de uma bateria (FERREIRA, 2008).

#### - Capacidade de carga

A capacidade de carga de uma bateria é geralmente definida em termos de Ampères-hora (Ah), uma vez que a unidade do sistema internacional de unidades (Coulomb) é muito pequena, representando o fluxo de apenas um Ampère em um segundo, o que é uma quantidade muito baixa para aplicações tais como veículos híbridos.

A quantidade de Ampères-hora denota o número de horas que uma bateria é capaz de fornecer 1 Ampère de corrente. Por exemplo, afirmar que uma bateria possui capacidade de 10 Ah é equivalente a dizer que ela é capaz de gerar 1 A de corrente durante 10 horas ininterruptas. É natural pensar, portanto, que ao solicitar 2 A desta mesma bateria, seu tempo de descarga irá decair pela metade. Entretanto, na prática, isso não acontece. Caso uma corrente de 2 A seja solicitada a uma bateria de 10 Ah ininterruptamente, o tempo de descarga não será exatamente a metade do originalmente previsto. Na realidade, a descarga acontecerá mais rapidamente. Da mesma maneira, o tempo de descarga será diferente do esperado caso a corrente solicitada seja menor do que 1 A. Por exemplo, uma solicitação contínua de 0,5A

implica em mais de 20 h de operação para uma bateria de 10 Ah. Em outras palavras, o tempo de descarga de uma bateria varia com relação à sua especificação em função da quantidade de corrente que lhe é solicitada.

Além disso, é usual que os fabricantes especifiquem a capacidade de carga de uma bateria associada a um determinado tempo de descarga. No caso de baterias com grande capacidade de carga, tais como as aplicadas em veículos elétricos híbridos, é comum que estas sejam especificadas para tempo de descarga de 5 h. Por exemplo, se um fabricante afirma que uma bateria possui capacidade nominal de 20 Ah associada a 5 horas de descarga, equivale a dizer que a bateria é capaz de fornecer uma corrente  $I = 20/5 = 4A$  ao longo de 5 horas ininterruptamente. Ao final das 5 horas, a bateria estará completamente descarregada.

Portanto, é importante para o projeto e simulação de veículos híbridos que seja possível prever o tempo e a quantidade de descarga de um banco de baterias em função da corrente que lhe é solicitada pelo sistema (carga). A forma usual e, provavelmente, a maneira mais simples de realizar esta estimativa é através de uma capacidade de referência denominada Capacidade de Peukert.

#### - Densidade de energia

A densidade de energia de uma bateria é a quantidade de energia armazenada por unidade de volume. Normalmente é denotada em termos de Wh, na qual Wh significa Watt-hora e representa a quantidade de energia calculada de acordo com  $Energia = V \cdot C_b$ , na qual  $C_b$  representa a capacidade de carga da bateria, em Ah, e V sua tensão em Volts.

A densidade de energia de uma bateria é um parâmetro de projeto importante, pois através dela será possível calcular o tamanho (volume) necessário a uma bateria em função da

capacidade energética desejada/necessária, bastando para tal a divisão do valor encontrado na equação anterior, pela densidade de energia.

- Eficiência energética

A eficiência de uma bateria está associada à quantidade de energia que ela é capaz de fornecer com relação à energia utilizada para carregá-la. Idealmente, uma bateria deveria ser capaz de devolver toda a energia que lhe foi fornecida quando foi carregada, entretanto isso nunca acontece, e a razão entre essas quantidades de energia é denominada eficiência da bateria.

A eficiência de uma bateria varia de acordo com a temperatura de operação, a taxa de carga, o tipo de bateria e, ainda, em função do estado de carga da mesma. Por exemplo, a eficiência alcançada ao carregar uma bateria de 20% a 80% de sua capacidade será maior do que carregá-la de 0 a 80% de sua capacidade.

- Demais fatores

Outros fatores que influenciam na capacidade e eficiência energética de uma bateria são sua temperatura de operação, geometria, ciclos de trabalho e auto-descarga.

Embora a maioria das baterias opere em temperatura ambiente, algumas são projetadas para operar em altas temperaturas e, desta forma, precisarão ser pré-aquecidas para iniciar seu funcionamento normal. Além disso, algumas baterias diminuem substancialmente sua eficiência quando operam em baixas temperaturas. O conhecimento das necessidades de aquecimento ou resfriamento de uma bateria é importante para sua utilização em qualquer tipo de aplicação e para otimização de seu desempenho.

Além do conhecimento da operação em diferentes temperaturas, outros fatores relevantes ao projeto são a geometria da bateria e a sua vida útil. A geometria é importante,

pois o projetista pode optar por formatos diferentes objetivando características tais como a mudança do centro de gravidade do veículo. Para tal, é preciso que o tipo de bateria desejado seja capaz de ser fabricado e operado na geometria almejada. Além disso, a maneira que a bateria será utilizada e seu tipo possuem influência no número de ciclos (cargas e descargas) possíveis e conseqüente vida útil da bateria.

Por fim, outra característica que deve ser observada é o tempo de auto-descarga da bateria. A maioria das baterias é descarregada se não utilizada por longos períodos de tempo e isso também pode e deve ser um dos parâmetros considerados no projeto de veículos híbridos.

### **2.3.2 SUPERCAPACITORES**

Um supercapacitor, megacapacitor ou ultracapacitor é um condensador eletroquímico que tem uma extraordinária capacidade de armazenamento de energia relativo a seu tamanho quando comparado a capacitores comuns (WIKIPEDIA, 2009).

O primeiro supercapacitor baseado em um mecanismo de camada dupla foi desenvolvido em 1957 pela General Electronics em uma patente que usava um eletrodo de carbono poroso. Acreditou-se que a energia fora armazenada nos poros de carbono, exibindo esta capacidade excepcionalmente alta, embora o mecanismo fosse desconhecido naquele momento. Foi a Companhia de Óleo Standard de Cleveland (SOHIO), em 1966, que patenteou um dispositivo que armazenava energia na interface de camada dupla (WIKIPEDIA, 2009).

As empresas japonesas Omron, Mitsui, Okamura e Power Systems uniram-se para produzir um sistema de capacitores de dupla camada e alto desempenho. Esse sistema foi inventado em 1992 por Michio Okamura e amplia a capacidade de carga dos capacitores

acima da densidade de energia das baterias chumbo-ácidas e hidreto metálico de níquel (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2009).

Isto significa que o novo sistema de capacitores possui uma densidade energética próxima à apresentada pelas baterias de íons de lítio, as mais poderosas hoje disponíveis comercialmente e utilizadas em telefones celulares e *notebooks*. Batizado de ECaSS, o novo sistema de capacitores de dupla camada, que não utiliza chumbo, emprega as tecnologias "nanogate" e carbono ativado. A densidade de carga do carbono ativado (6-12 Wh/kg) permitiu o desenvolvimento prático da tecnologia *nanogate*, o que significou o alcance de densidades de até 40 Wh/kg. Mas as empresas afirmam ser possível alcançar os 60 Wh/kg (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2, 2009).

Em comparação com os diversos tipos de baterias, que utilizam reações químicas, os capacitores de dupla camada permitem maior capacidade de carga e descarga, ciclos de carga/descarga virtualmente infinitos, baixa perda elétrica e grande capacidade de armazenamento. O sistema ECaSS possui 12 vezes maior densidade energética do que os capacitores comuns encontrados no mercado, resolvendo o grande problema dessa tecnologia, que era justamente a pequena capacidade de armazenamento. Mesmo em comparação com os redox, pseudo-capacitores que funcionam integrados a baterias de íons de lítio, o ECaSS possui quatro vezes mais densidade energética (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2009).

A teoria dos capacitores de dupla camada foi estabelecida em 1879 pelo físico alemão Hermann Ludwig Ferdinand Von Helmholtz, que propôs que a distância entre as cargas positivas e negativas geradas na interface de um eletrodo e um eletrólito existem também no nível molecular (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2009).

O Paul Scherrer Institute, um laboratório de pesquisas pertencente ao governo da Suíça, desenvolveu uma versão de supercapacitor que libera 15 kW/kg em apenas 10 ms. Isto é o triplo da potência dos supercapacitores hoje existentes no mercado. A pesquisa foi patrocinada pela Asea Brown Boveri (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2009).

Um supercapacitor armazena energia na forma de concentração de elétrons na superfície de eletrodos mergulhados em um eletrólito. O dispositivo agora desenvolvido tira vantagem justamente da estrutura de seus eletrodos. Os eletrodos têm poros na dimensão ideal para o armazenamento de elétrons e são feitos totalmente de um material chamado carbono vítreo (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2009).

Os eletrodos dos supercapacitores atuais contêm camadas de diferentes materiais. A eliminação dessas camadas diminui a resistência elétrica do novo supercapacitor e aumenta sua eficiência. A ABB está licenciando a invenção para utilização na preservação da durabilidade de baterias principalmente em telefones celulares, onde o espaço ocupado é uma questão crítica (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2009).

Tal armazenamento de energia tem várias vantagens em relação a baterias (WIKIPEDIA, 2009):

- Taxas muito altas de carga e descarga.
- Pouca degradação em centenas de milhares de ciclos.
- Reversibilidade boa.
- Peso leve.
- Baixa toxicidade de materiais usados.

- Eficiência de ciclo alta (95% ou mais).

Como desvantagens, destaca-se:

- A quantidade de energia armazenada por peso de unidade é consideravelmente mais baixa que a de uma bateria eletroquímica.

- A tensão varia com a energia armazenada. Para armazenar efetivamente e recuperar energia é necessário controle eletrônico sofisticado.

### 3. A MÁQUINA TORUS ESTUDADA

Primeiramente, é interessante apresentar a máquina Torus produzida no LMEAE. Trata-se de uma máquina de fluxo axial, com dois rotores tipo disco, planos e maciços, constituídos de aço AISI 1010, e um estator montado entre eles. Sobre cada um dos rotores são dispostos seis ímãs permanentes de neodímio-ferro-boro numa sequência alternada de pólos N e S, na topologia NN, Figura 29(a), onde as linhas com setas indicam o caminho através do qual o fluxo magnético no dispositivo estabelece preferencialmente, distanciados  $60^\circ$  um em relação ao seguinte. A configuração da máquina pode ser mais bem entendida através da Figura 29 (a)(b)(c)(d).

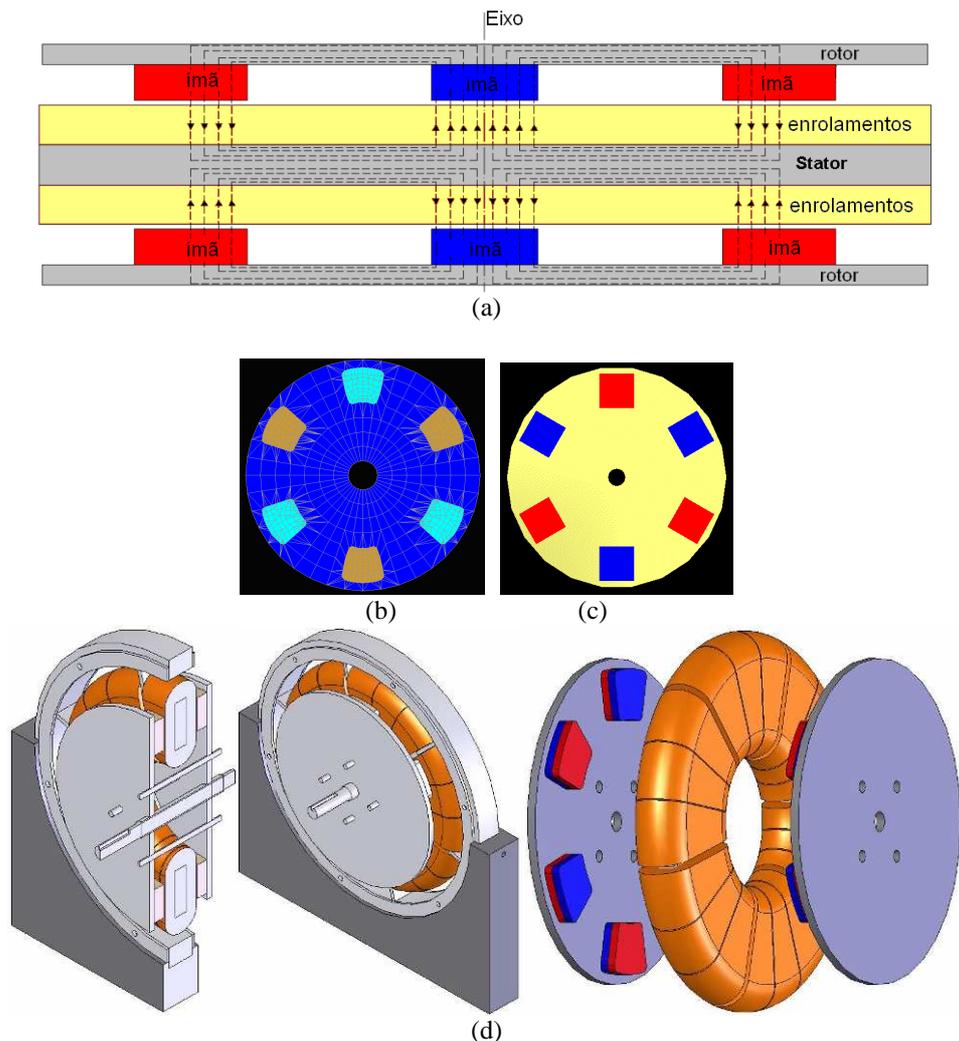


Figura 29. Características construtivas da máquina:(a) topologia NN e fluxo axial; (b) disposição dos ímãs setoriais no rotor; (c) disposição dos ímãs quadrados no rotor; (d) concepção da máquina.

Já o estator é composto por um núcleo maciço de aço AISI 1010, com formato toroidal, sem ranhuras, onde são posicionadas 18 bobinas. Cada bobina possui 78 espiras, de fio esmaltado e secção  $1,1 \text{ mm}^2$ , cuja corrente nominal é  $2,67 \text{ A}$ ; a indutância medida fica entre  $400 \text{ } \mu\text{H}$  e  $500 \text{ } \mu\text{H}$  e a resistência,  $0,2 \text{ } \Omega$ . As 18 bobinas são divididas em três conjuntos de seis bobinas, caracterizando uma máquina de seis pólos, cujo controle trifásico é realizado em corrente contínua com acionamento retangular, onde dois conjuntos são acionados por vez, conforme detalhado na Figura 30 (OSÓRIO, 2010b).

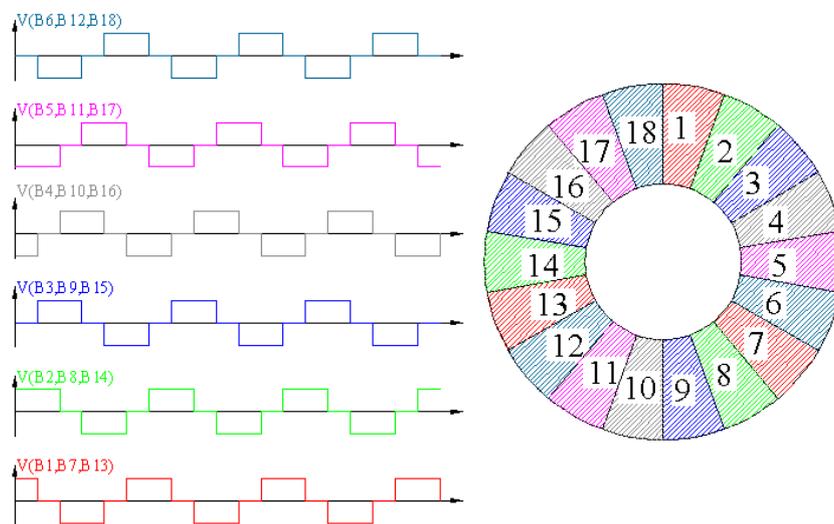


Figura 30. Esquema de acionamento em função do tempo e disposição das bobinas no estator (LOUREIRO, 2008).

Considerações devem ser feitas a respeito das perdas no núcleo do estator, onde se pode destacar as definições de (BAGGIO F<sup>o</sup>, 2008). Para formatos toroidais, essas perdas foram inclusive alvo de investigações como em (NAMJOSHI, 1998). Tradicionalmente, os núcleos do rotor e estator para máquinas elétricas são fabricados empregando-se aço para fins elétricos laminado ou em blocos maciços (BAGGIO F<sup>o</sup>, 2008). O uso de blocos maciços apresenta vantagens como facilidade de usinagem e baixo custo, além de apresentar características praticamente isotrópicas, fatores esses que contribuíram para seu uso inicial no dispositivo. Em contrapartida, a desvantagem principal está nas elevadas perdas, diretamente

relacionadas às dimensões e propriedades do material (MUKERJI, 2008), devido ao efeito que aparece quando fluxo magnético através do material é variável no tempo, ou seja, surge uma densidade de corrente elétrica induzida,  $J$ , no núcleo, efeito este denominado de indução de correntes parasitas, o que torna o uso desses materiais na construção de circuitos magnéticos bastante limitada (BAGGIO Fº, 2008)(PERSSON, 1998a)(PERSSON, 1998b).

Alternativamente, aos núcleos maciços, pode-se referenciar os materiais compósitos magneticamente macios (SMC – *Soft Magnetic Composite*), que possuem importantes vantagens quando comparados com outros materiais; sua metalurgia baseia-se na formação de blocos através combinação de pós de materiais na ordem de 15 a 150  $\mu\text{m}$  na maior dimensão, onde cada partícula do pó é individualmente isolada eletricamente por um aglutinante antes da compactação e do tratamento térmico, aumentando-se a resistividade elétrica da peça compactada e conseqüentemente no material como um todo (BAGGIO Fº, 2008). Essa combinação de materiais e aglutinantes forma um material de características particulares (GUO, 2004) (PADILHA, 2000). Esses materiais apresentam isotropia magnética e elétrica, permitindo o estabelecimento de uma distribuição de campo magnético no espaço 3D sem que haja diferença de propriedades em qualquer direção no volume do material, perdas ocasionadas por correntes parasitas mais baixas que no material maciço de mesma composição, possibilidade de confecção de peças com geometrias complexas e economia de material. As desvantagens, que devem ser consideradas, são a permeabilidade relativa mais baixa do que dos núcleos maciços e a impossibilidade de fazer tratamento térmico para alívio de tensões e conseqüente redução de perdas por histerese sem com isso danificar o material aglutinante isolante; entretanto, para máquinas sem ranhuras, com entreferro maior, esses materiais podem ser recomendados (GUO, 2006).

O princípio de operação das Torus é baseado em uma máquina síncrona, onde o chaveamento das bobinas excitadas com corrente elétrica ocasiona a interação com o campo magnético dos ímãs, produzindo conjugado proporcional ao valor desta corrente e da densidade de fluxo magnético produzido pelos ímãs permanentes sobre os condutores de armadura. A velocidade do rotor depende da frequência com que as bobinas são excitadas. No modo gerador, os ímãs permanentes de alto produto energético e o curto comprimento axial da máquina permitem aplicações em espaço restrito, principalmente envolvendo sistema de recuperação de energia, *KERS (Kinetic Energy Recovery System)*. Esta máquina foi projetada para trabalhar como motor a uma rotação de 450 RPM com conjugado de 3 Nm. Como dimensões principais destaca-se o diâmetro externo de 0,16m e o comprimento axial de 0,0545m, e o comprimento de entreferro livre de 10 mm (desde a face polar até a camada superior do enrolamento). A Figura 31 apresenta os aspectos dimensionais da máquina, e a Figura 32, o protótipo montado inicialmente, destacando suas partes construtivas.

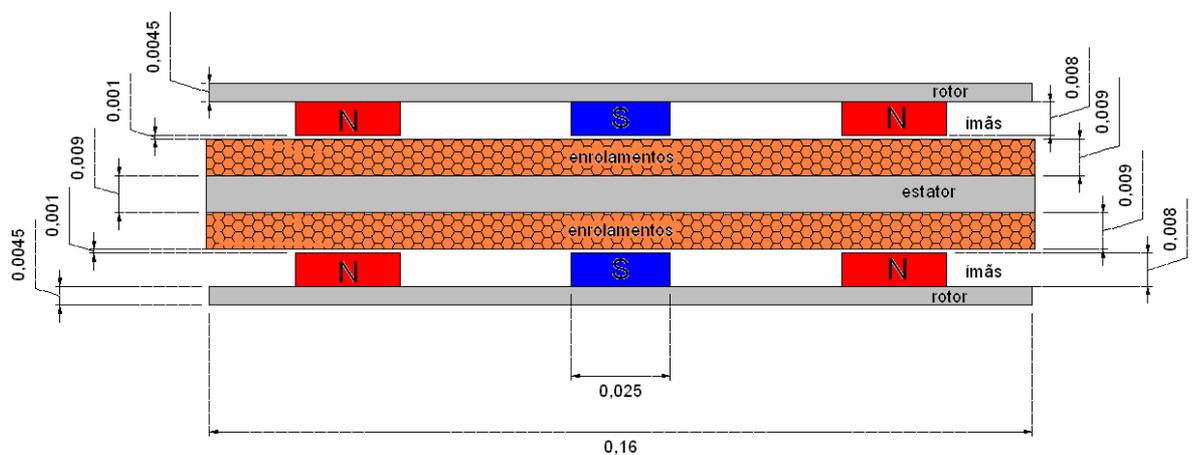


Figura 31. Dimensões da máquina, em metros (LOUREIRO, 2008).

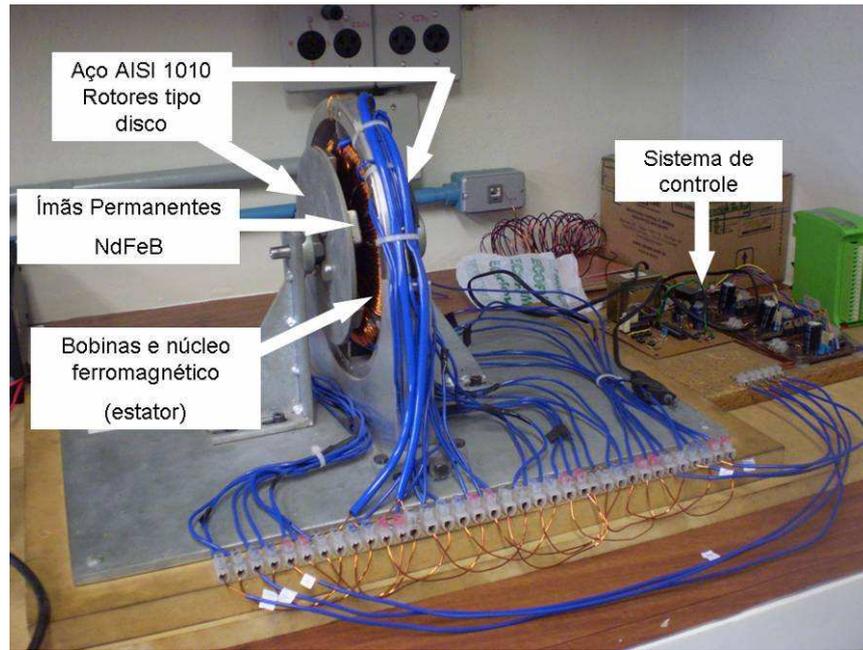


Figura 32. Protótipo montado inicialmente.

Inicialmente, esta máquina foi objeto de tese em Loureiro (2008a), quando possuía ímãs permanentes no formato quadrado, sob operação como motor Loureiro (2008b). Entretanto, a máquina foi objeto de estudo sob uma nova topologia de ímãs permanentes de NdFeB, agora no formato setorial. As dimensões são encontradas na Figura 33. Já os formatos dos ímãs, volumes por peça e características são encontrados na

**Tabela 2.** As características nominais da máquina Torus estão apresentadas na Tabela 3.

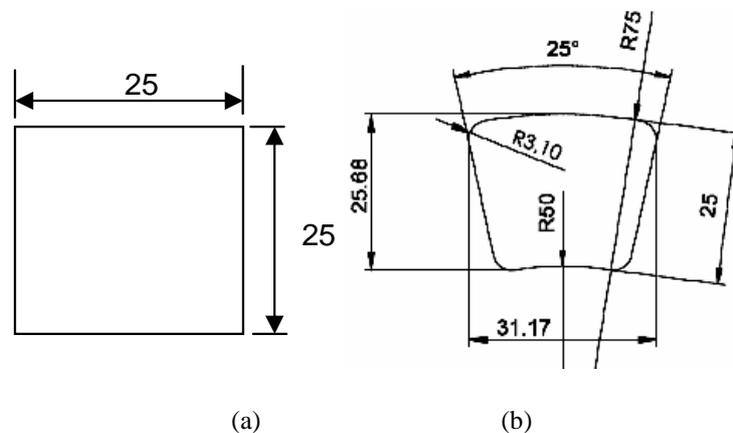


Figura 33. Dimensões dos ímãs permanentes de NdFeB: (a) quadrado; (b) setorial.

Tabela 2. Características nominais dos ímãs permanentes (MAGNAWORKS, 2009).

	Pólos Quadrados	Pólos Setoriais
Produto energético máximo	280±10% kJ/m <sup>3</sup>	280±10% kJ/m <sup>3</sup>
Força coercitiva mínima	860 kA/m	860 kA/m
Indução remanente	1,20±10% T	1,20±10% T
Espessura	8 mm	
Magnetização	Normal à maior face	
Volume ímãs	5,00 cm <sup>3</sup>	5,39 cm <sup>3</sup>

Tabela 3. Características da máquina Torus.

Velocidade nominal	450 RPM
Conjugado Máximo	3 Nm
Diâmetro Externo	160 mm
Comprimento Axial	54,5 mm
Nº de pólos	6
Nº de fases	3
Nº de bobinas	18

(ZHU, 2007) destaca que as máquinas *brushless* de ímãs permanentes são inerentemente mais eficientes para aplicação em veículos elétricos justamente em função da excitação por ímãs permanentes. Além disso, afirma que a melhor estratégia de controle para máquinas *brushless* C.C. é com corrente de acionamento retangular, controle este empregado na máquina do LMEAE.

### 3.1 IMPLEMENTAÇÃO ATUAL DA MÁQUINA E DE SEU ACIONAMENTO

Além da troca do formato dos ímãs permanentes, a máquina Torus foi submetida a algumas implementações durante o desenvolvimento deste projeto para fins de seu acionamento e testes. A primeira delas foi a utilização de um encoder Renco de 6 terminais (3

pares com sinais diferenciais) para que o sistema de alimentação passasse de laço aberto para laço fechado, com realimentação de velocidade.

O sistema de controle foi elemento amplamente modificado e alvo de projeto de diplomação no curso de Engenharia Elétrica desta universidade (FERREIRA, 2010). Em um primeiro momento esse sistema de controle foi desenvolvido de maneira simplificada, utilizando um microcontrolador para gerar os pulsos de acionamento das bobinas do motor; esse acionamento era realizado sem a realimentação da informação da posição angular e da velocidade da máquina, o que limitava o seu campo de aplicações, visto que, quando havia variações de conjugado no eixo da máquina, não havia compensação por parte do sistema de controle desse efeito, o que poderia ocasionar perda de sincronismo e travamento do rotor. A fim de se melhorar atuar sobre o controle da máquina e minimizar a probabilidade de que esse travamento do rotor ocorra, um novo sistema de controle foi desenvolvido, e foi o objetivo do projeto de diplomação em questão: desenvolver um sistema de controle realimentado que permita um controle mais refinado da velocidade da máquina, em laço fechado, atendendo a requisitos de controle definidos (tempo de estabilização, *overshoot*, entre outros), e possibilitando a utilização da máquina no modo frenagem (FERREIRA, 2010), conforme a Figura 34 ilustra.

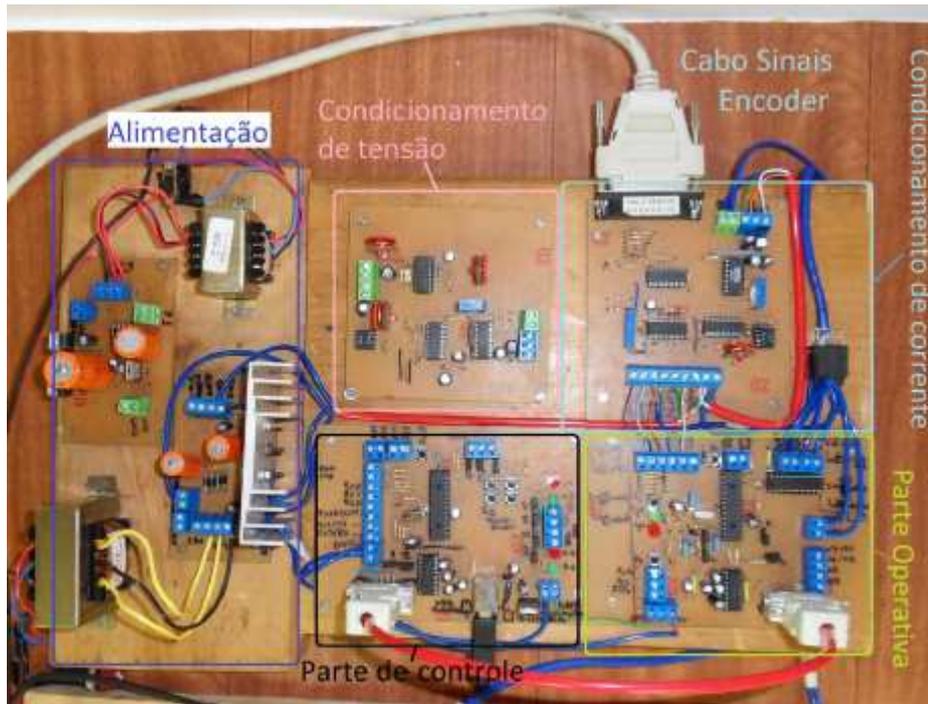


Figura 34. Circuito desenvolvido em (FERREIRA, 2010).

Além do novo circuito de controle, foi confeccionada uma ponte retificadora trifásica com relés para possibilitar o chaveamento e ensaios no modo frenagem dinâmica, ora com a máquina operando como motor, ora como freio.

O segundo aspecto alterado foi o momento de inércia do conjunto. Tendo em vista que o momento de inércia da máquina Torus é relativamente pequeno ( $0,00654 \text{ kg.m}^2$ ), foram confeccionados discos de inércia de aço 1010. Estes discos foram adicionados à máquina, através da substituição do eixo original por um de dimensão alongada e adição de mais um rolamento e suporte L para sustentação do conjunto. As dimensões dos discos são de aproximadamente 10 cm de raio externo e 3,175 cm de espessura cada. Cada um dos discos apresenta momento de inércia aproximadamente seis vezes maior do que o momento de inércia da máquina.

Essa alteração no conjunto, ao aumentar o momento de inércia total, possibilitou emular uma condição mais realista de operação e, ao se fazê-lo, aumentou o tempo de frenagem da máquina, o que permitiu a coleta de mais dados necessários à análise e aumentou a energia que poderia ser recuperada pelo sistema. Aliado a isso, o aumento da inércia possibilitou desprezar os efeitos de frenagem dos rolamentos e encoder.

A máquina Torus, em sua configuração final, com disco de inércia, prolongamento do eixo, encoder e novo circuito de controle, pode ser vista na Figura 35, que demonstra a significativa diferença em relação à sua configuração original, Figura 32.

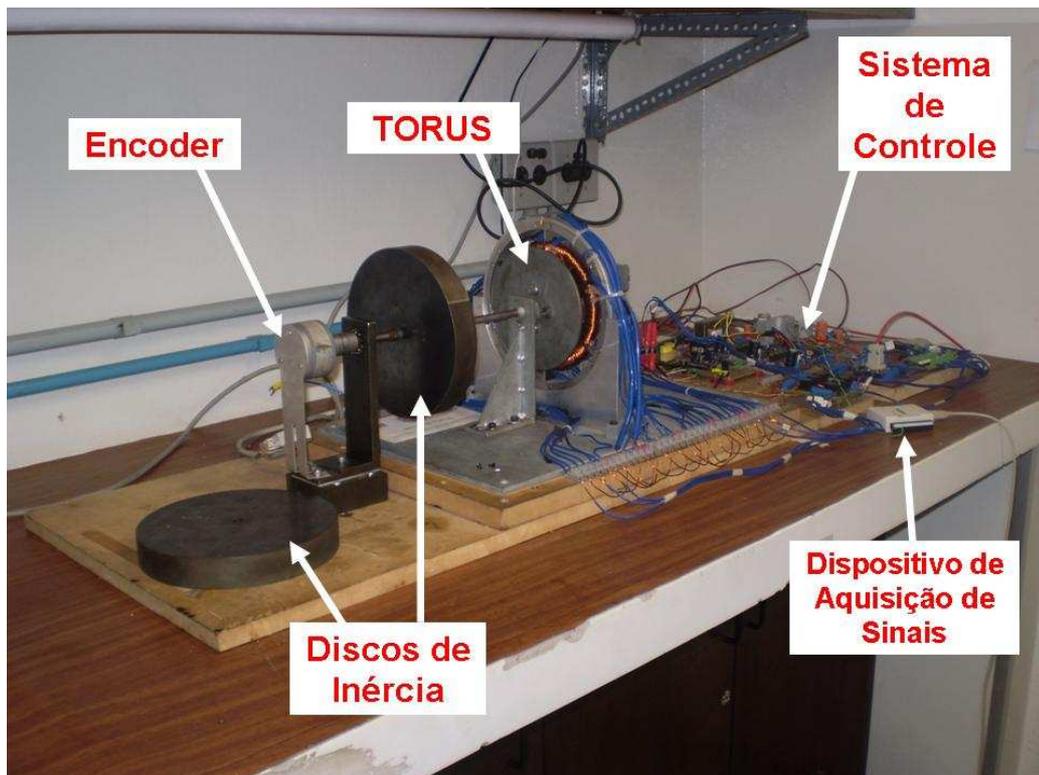


Figura 35. Máquina em sua configuração final.

## 4. MODELO ANALÍTICO PARA A DENSIDADE DE FLUXO NO ENTREFERRO

### 4.1 O MÉTODO ADOTADO

Um modelo analítico para determinação da densidade de fluxo magnético desenvolvida pelos ímãs, sem reação da armadura, na máquina Torus, baseia-se em um modelo tridimensional, desenvolvido através de uma adaptação de coordenadas cilíndricas para coordenadas retangulares, conhecido como Transformação Conforme (SPIEGEL, 1993). A técnica de separação de variáveis para a solução da Equação de Laplace em coordenadas cilíndricas leva a uma solução que implica em resolver Equações de Bessel para o raio (ÖZISIK, 1980) (HASSANI, 2009). A solução analítica das Equações de Bessel é bastante complexa, além do que é oscilante e converge muito lentamente.

Mesmo que fosse proposta uma solução semi-analítica, ou seja, resolvendo as Equações de Bessel para o raio com o auxílio computacional, o tempo de processamento não justificaria a utilização de uma modelagem analítica valendo-se deste tipo de solução, uma vez que demandaria um tempo de processamento maior que o método dos elementos finitos, por exemplo, para determinação das grandezas eletromagnéticas de interesse. Devido a isso, na maioria dos casos as referências remetem a métodos alternativos para resolver as equações de Laplace e Poisson quando o problema apresenta geometria cilíndrica (LUBIN, 2010a)(LUBIN, 2010b) (LOUREIRO, 2008) (LOUREIRO, 2008b).

Por esse motivo, optou-se por adotar essa mudança de coordenadas e planos, que possibilita aplicar transformadas e realizar deslocamentos até que o modelo atinja uma forma mais atrativa para execução da modelagem. Esse método é conhecido como Transformação Conforme. Implica em fazer uma transformação na topologia original de tal forma que o

problema possa ser resolvido em outro sistema de coordenadas. Faz-se a transposição de sistema de coordenadas para um plano onde a Equação de Laplace em 3D tem solução conhecida e depois se volta para o plano original.

Para calcular a indução magnética na região dos ímãs permanentes, utiliza-se a relação da intensidade de campo magnético com o potencial escalar magnético, que é a melhor formulação a ser empregada, pois, na ausência de fontes de corrente, o rotacional do vetor  $\vec{H}$  é nulo (LOUREIRO, 2008) (SILVEIRA, 2003) (IDA & BASTOS, 1997).

$$\vec{H} = -\nabla \psi \quad (2)$$

onde  $\vec{H}$  é a intensidade de campo magnético [A/m] e

$-\nabla \psi$  é o gradiente negativo do potencial escalar magnético [A].

Então, relacionando-se a indução magnética  $\vec{B}$  à intensidade de campo magnético  $\vec{H}$  no entreferro e na região dos ímãs, tem-se que

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (3)$$

o que fornece, por substituição,  $\vec{B} = -\mu_0 \cdot \nabla \psi$  e, em consequência, como  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ,

$\nabla \cdot \vec{B} = \mu_0 \cdot \nabla \cdot (-\nabla \cdot \psi_g) = 0$ , ou seja,

$$\nabla \cdot \vec{B} = -\mu_0 \cdot \nabla^2 \psi_g = 0 \quad (4)$$

$\psi_g$  é o potencial escalar magnético no entreferro, o que em coordenadas cilíndricas tem a seguinte forma (HAYT, 2003), (HASSANI, 2009),

$$\nabla^2 \psi_g = \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \cdot \left( r \cdot \frac{d\psi_g}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\delta^2 \psi_g}{\delta \theta^2} + \frac{\delta^2 \psi_g}{\delta z^2} \quad (5)$$

Essa é a Equação de Laplace em termos do potencial escalar magnético no entreferro do dispositivo e que remete às Funções de Bessel. A Transformação Conforme permitiu a solução em coordenadas retangulares utilizando o método das harmônicas espaciais. A solução aproxima-se à apresentada em (SILVEIRA, 2003), que serviu como principal base para esse desenvolvimento. A Figura 36 apresenta um corte ZR do dispositivo, onde  $l_g$  é o comprimento do entreferro considerado (9 mm de enrolamento e 1 mm adicional da região de ar),  $l_m$  é o comprimento dos ímãs permanentes, e  $l_b$  é a espessura da bobina.

O modelo que descreve o comportamento de  $\psi_g$  é obtido através da Equação de Laplace, atendendo às condições de fronteira estabelecidas para o problema.

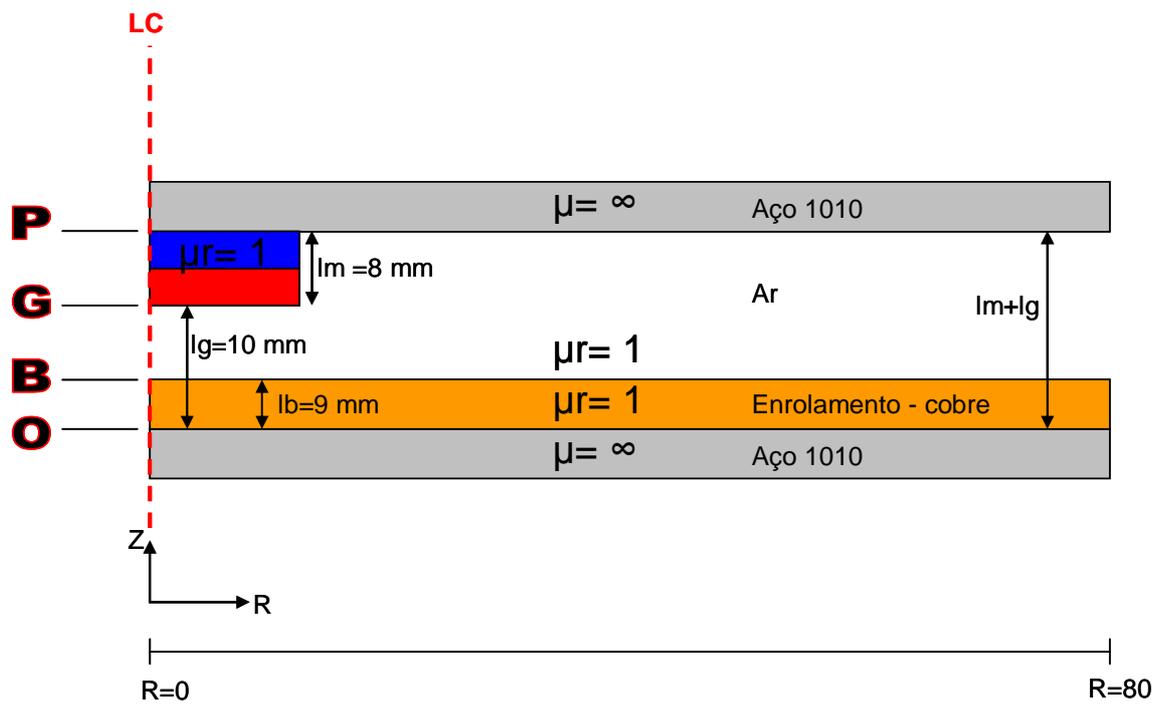


Figura 36. Plano ZR – Regiões adotadas, cotas  $l_g$ ,  $l_m$ ,  $l_b$ .

Inicialmente, para a primeira transformação, devem ser feitas algumas considerações para que se estabeleça uma relação entre o plano original denotado por Z, que pode ser escrito em função de coordenadas x e y,  $Z(x,y)$ , ou ainda em coordenadas polares

$Z(r,\theta)$ , e o plano para o qual a primeira transformação foi feita, denotado por plano W, que foi escrito em função de coordenadas u e v,  $W(u,v)$  (ÖZISIK, 1980) (BINS, 1992).

A primeira Transformação Conforme aplica a operação demonstrada em (6) para o plano Z. A transformação logarítmica é uma transformação de grande importância e é usada na maioria das técnicas de Transformação Conforme, principalmente quando se tem um formato setorial ou linhas circulares concêntricas, pois modifica essa geometria setorial ou circular, complexa, para um plano retangular (BINS, 1992).

$$W = \ln(z) \quad (6)$$

As principais equações que relacionam as coordenadas de ambos os planos estão relacionadas abaixo:

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (7)$$

$$z = x + jy = r \cdot e^{j\theta} = r \cdot (\cos \theta + j \sin \theta) \quad (8)$$

$$u = \ln \cdot (x^2 + y^2)^{1/2} \therefore u = \frac{1}{2} \cdot \ln r^2 \quad (9)$$

$$\boxed{\ln r = u} \quad (10)$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (11)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (12)$$

$$v = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (13)$$

$$\boxed{v = \theta} \quad (14)$$

A Figura 37 é a região para a qual a distribuição da densidade de fluxo deve ser calculada, e a Figura 38 traz o resultado da primeira transformação do Plano Z para o Plano W. Foi escolhido um limite em  $\theta$  de  $-30^\circ$  até  $+30^\circ$ , que são as linhas neutras; já para o raio, seleccionou-se 45 mm e 80 mm que são os valores do raio interno e raio externo do estator, respectivamente. O segmento representado internamente é o ímã permanente; além dos limites do raio interno e do raio externo está a região de ar.

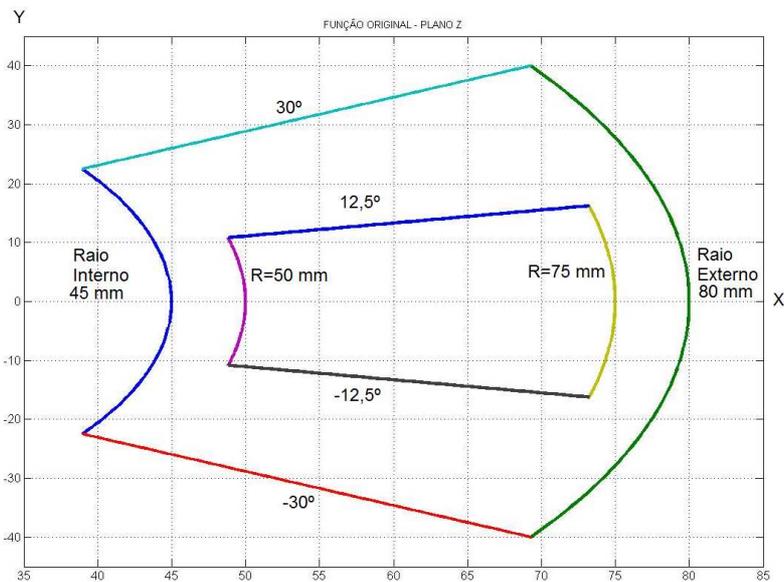


Figura 37. Plano Z – Plano Original, eixo (x,y).

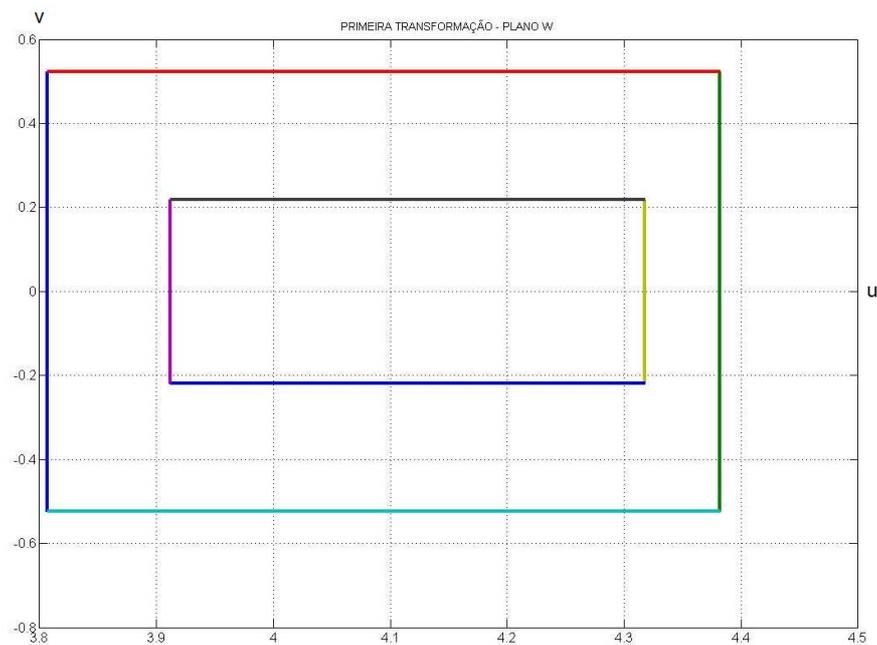


Figura 38. Plano W – Primeira Transformação, eixo (u,v).

Por conveniência, faz-se uma segunda transformação que simplesmente translada a geometria que aparece no plano W para um terceiro plano designado por plano P de coordenadas a e b,  $P(a,b)$ , de tal forma que o canto inferior do retângulo esteja alinhado com a origem como pode ser visto na Figura 39. As equações que descrevem essa transformação aparecem abaixo:

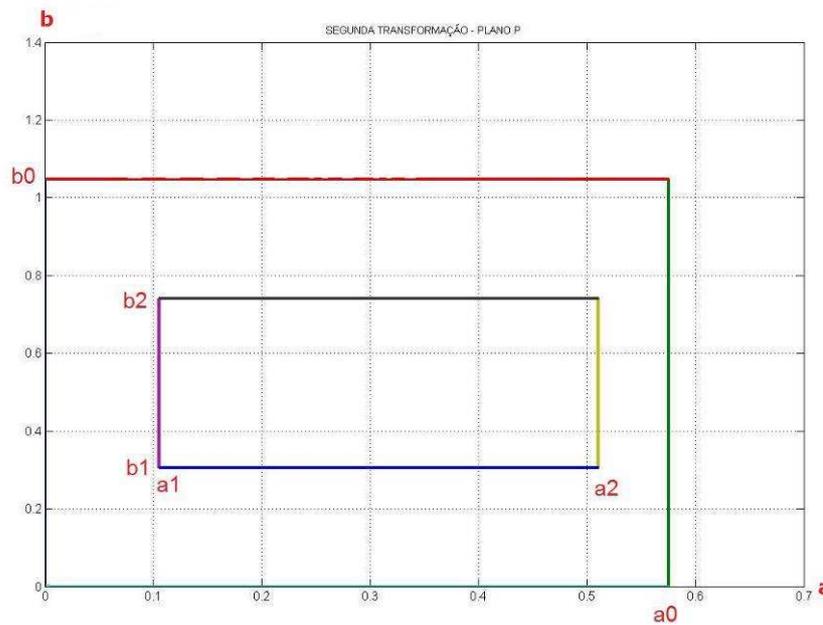


Figura 39. Plano P – Segunda transformação, eixo (a,b).

$$P = W - \text{real}(W) + j \cdot \text{imag}(W) \quad (15)$$

$$P = a + j \cdot b = u - \text{real}(W) + j \cdot (v + \text{imag}(W)) \quad (16)$$

$$P = (\ln r - \ln ri) + j \cdot (\theta + 30^\circ) \quad (17)$$

Logo, pode-se relacionar as coordenadas do plano  $P(a,b)$  com as coordenadas do plano  $Z(r,\theta)$  de forma que

$$\boxed{a = \ln r - \ln ri} \quad (18)$$

$$\boxed{b = \theta + \frac{\pi}{6}} \quad (19)$$

onde  $a$  tem relação com o raio;  $b$  tem relação com o ângulo, e  $ri$  = raio interno.

Concluídas as transformações, tem-se o sistema original agora em uma simetria retangular, portanto se parte para a solução da Equação de Laplace em coordenadas retangulares pelo método da separação de variáveis; assim, pode-se escrever  $\psi_g$  como o produto de três funções, onde  $A(a)$  é uma função de  $a$  somente,  $B(b)$  uma função de  $b$  somente, e  $Z(z)$  uma função de  $z$  somente:

$$\psi_g(a, b, z) = A(a) \cdot B(b) \cdot Z(z) \quad (20)$$

Como a soma dos três termos é igual a uma constante (zero), e cada variável é independente, cada termo deve ser igual a uma constante (SILVEIRA, 2003).

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{A} \cdot \frac{d^2 A}{da^2} + \frac{1}{B} \cdot \frac{d^2 B}{db^2} + \frac{1}{A} \cdot \frac{d^2 Z}{dz^2} = 0 \quad (21)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0 \quad (22)$$

Tendo em vista que se espera que exista periodicidade em  $r$  e  $\theta$ , e, conseqüentemente, em  $a$  e  $b$ , tem-se que  $\alpha$  e  $\beta$  são complexos, pois assim terão como solução funções sinusoidais. Conseqüentemente, para satisfazer (22),  $\gamma$  é real e positivo, resultando em uma solução hiperbólica.

A solução da Equação de Laplace em coordenadas retangulares, por separação de variáveis, resulta em  $\nabla^2 \psi_{(a,b,z)} = 0$ :

$$A(a) = K_1 \cdot e^{\alpha a} + K_2 \cdot e^{-\alpha a} \quad (23)$$

$$B(b) = K_3 \cdot e^{\beta b} + K_4 \cdot e^{-\beta b} \quad (24)$$

$$Z(z) = K_5 \cdot e^{\gamma z} + K_6 \cdot e^{-\gamma z} \quad (25)$$

onde

$$\gamma = \sqrt{-\alpha^2 - \beta^2} \quad (26)$$

As constantes  $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6$  são constantes arbitrárias que devem ser determinadas através da aplicação das condições de fronteira impostas para o modelo e as condições do campo magnético na região dos ímãs, bem como  $\alpha, \beta, \gamma$  devem satisfazer a condição  $\gamma = \sqrt{-\alpha^2 - \beta^2}$  (KRAUS,1978)(BASTOS, 1996).

Para a região do entreferro, aplica-se as condições de contorno para encontrar as constantes. Primeiramente para  $B$ , pois equivale ao ângulo, e sabe-se que  $T = 2 \cdot b_0$ .

$$B(0) = 0 = K_3 \cdot e^0 + K_4 \cdot e^0 = 0 \therefore \boxed{K_3 = -K_4} \quad (27)$$

$$B(b_0) = K_3 \cdot e^{\beta \cdot b_0} + K_4 \cdot e^{-\beta \cdot b_0} = 0 \therefore \boxed{e^{2 \cdot \beta \cdot b_0} = 1} \quad (28)$$

Como se sabe que  $\beta$  é complexo, tem-se  $\beta = j \cdot \beta_c$ :

$$e^{j \cdot 2 \cdot \beta_c \cdot b_0} = \cos(2 \cdot \beta_c \cdot b_0) + j \cdot \sin(2 \cdot \beta_c \cdot b_0) = 1. \text{ Para satisfazer essa condição, } \beta_c = \frac{\pi \cdot n}{b_0}$$

com  $n = 1, 2, \dots$ , ou seja:

$$\begin{aligned} B(b) &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} K_3 \cdot e^{j \cdot \beta_c \cdot b} - K_3 \cdot e^{-j \cdot \beta_c \cdot b} = \\ &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} K_3 \cdot ((\cos(\beta_c \cdot b) + j \cdot \sin(\beta_c \cdot b)) - (\cos(\beta_c \cdot b) - j \cdot \sin(\beta_c \cdot b))) \end{aligned} \quad (29)$$

$$B(b) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} j \cdot 2 \cdot K_3 \cdot \sin(\beta_c \cdot b) \quad (30)$$

Assim,  $B(b)$  pode ser representado por:

$$\boxed{B(b) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} j \cdot 2 \cdot K_3 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot b}{b_0}\right)} \quad (31)$$

Há uma condição equivalente no raio, pois  $\psi_{r(45mm)} = 0$  e  $\psi_{r(80mm)} = 0$ , que no plano P equivale a  $\psi_{(a=0)} = 0$  e  $\psi_{(a=a_0)} = 0$ . Consequentemente, a solução é equivalente à solução determinada para  $B(b)$ , ou seja:

$$\boxed{A(a) = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} j \cdot 2 \cdot K_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot a}{a_0}\right)} \cdot \quad (32)$$

Sendo assim, pode-se definir  $\gamma = \sqrt{\left(\frac{j \cdot \pi \cdot n}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{j \cdot \pi \cdot m}{a_0}\right)^2}$ , o que resulta em:

$$\boxed{\gamma = \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{n}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{m}{a_0}\right)^2}} \quad (33)$$

Assim tem-se que:

$$\boxed{\psi_g(a, b, z) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (K_7 \cdot e^{\gamma \cdot z} + K_8 \cdot e^{-\gamma \cdot z}) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot a}{a_0}\right)} \quad (34)$$

Para obtenção da magnetização no sistema de coordenadas no Plano P, podem ser definidos os seguintes pontos:

$$\begin{aligned} a_1 &= \ln 50 - \ln 45 \\ a_2 &= \ln 75 - \ln 45 \\ b_1 &= (-12,5^\circ + 30^\circ) \cdot \frac{\pi}{180} \\ b_2 &= (12,5^\circ + 30^\circ) \cdot \frac{\pi}{180} \end{aligned}$$

A magnetização  $M_z(a, b)$  pode ser representada por uma série de Fourier; na região de interesse,

$$M_z(a,b) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} B_{n,m} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot a}{a_0}\right) \quad (35)$$

onde  $B_{n,m}$  são os coeficientes da série de Fourier.

$$B_m = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cdot \sin(m \cdot \omega_0 \cdot t \cdot dt) \quad \text{ou} \quad B_m = \frac{4}{2 \cdot a_0} \cdot \int_0^{a_0} f(a) \cdot \sin\left(m \cdot \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot a_0} \cdot a \cdot da\right) \quad (36)$$

$$B_m = \frac{4 \cdot M_0}{2 \cdot a_0} \cdot \int_{a_1}^{a_2} \sin \frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0} \cdot da = \frac{4 \cdot M_0}{2 \cdot a_0} \cdot \frac{a_0}{m \cdot \pi} \cdot \left[ -\cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0}\right) \right]_{a_1}^{a_2} \quad (37)$$

$$B_m = \frac{2 \cdot M_0}{m \cdot \pi} \cdot \left[ \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a_1}{a_0}\right) - \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a_2}{a_0}\right) \right] \quad (38)$$

$$B_n = \frac{4}{2 \cdot b_0} \cdot \int_0^{b_0} f(b) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot b_0} \cdot b \cdot db\right) \quad (39)$$

$$B_m = \frac{4}{2 \cdot b_0} \cdot \int_{b_1}^{b_2} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0} \cdot db = \frac{2}{n \cdot \pi} \cdot \left[ \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_1}{b_0}\right) - \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_2}{b_0}\right) \right] \quad (40)$$

Logo:

$$\boxed{M_z(a,b) = \frac{4 \cdot M_0}{\pi^2} \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n \cdot m} \cdot \left[ \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a_1}{a_0}\right) - \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a_2}{a_0}\right) \right] \cdot \left[ \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_1}{b_0}\right) - \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_2}{b_0}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0}\right)} \quad (41)$$

onde:  $M_0 = \frac{B_r}{\mu_0}$ . Os limites  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ , e  $b_2$  estão representados na Figura 39.

Fazendo-se as devidas considerações, obtém-se que na região dos ímãs permanentes  $\nabla \psi_{pm}(a,b,z) = 0$ . Com isso, tem-se uma solução na mesma forma do que a obtida anteriormente, ou seja:

$$\boxed{\psi_{pm}(a, b, z) = (K_9 \cdot e^{\gamma z} + K_{10} \cdot e^{-\gamma z}) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot a}{a_0}\right)} \quad (42)$$

As constantes  $K_7, K_8, K_9, K_{10}$  de

$$\boxed{\psi_g(a, b, z) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (K_7 \cdot e^{\gamma z} + K_8 \cdot e^{-\gamma z}) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot a}{a_0}\right)} \quad (34) \text{ e de}$$

$$\boxed{\psi_{pm}(a, b, z) = (K_9 \cdot e^{\gamma z} + K_{10} \cdot e^{-\gamma z}) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot a}{a_0}\right)} \quad (42) \text{ podem}$$

ser obtidas aplicando-se as devidas condições de contorno.

Na fronteira em  $z = 0$  para qualquer  $a$  e  $b$ :

$$\psi_g(a, b, 0) = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} (K_7 \cdot e^0 + K_8 \cdot e^0) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot a}{a_0}\right) = 0 \quad (43)$$

Resultando em

$$\boxed{k_7 = -k_8} \quad (44)$$

Na fronteira em  $z = l_g + l_m$  para qualquer  $a$  e  $b$ :

$$\psi_{pm}(a, b, l_g + l_m) = (K_9 \cdot e^{\gamma(l_g + l_m)} + K_{10} \cdot e^{-\gamma(l_g + l_m)}) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m \cdot a}{a_0}\right) = 0 \quad (45)$$

Resultando em

$$\boxed{K_{10} = -K_9 \cdot e^{2\gamma(l_g + l_m)}} \quad (46)$$

Na fronteira, onde  $z = l_g$ , pode-se aplicar duas condições:

$$\psi_g(a, b, l_g) = \psi_{pm}(a, b, l_g) \quad (47)$$

$$H_{g_z} = H_{pm_z} + M_z \quad (48)$$

Igualando os dois termos da terceira condição, tem-se que:

$$K_9 = K_8 \cdot \frac{e^{-\gamma l_g} - e^{\gamma l_g}}{e^{\gamma l_g} - e^{(-\gamma l_g + 2l_m)}} \quad (49)$$

Antes de aplicar a quarta condição é necessário determinar  $H_{g_z}$  e  $H_{pm_z}$ . Sabe-se que

$\vec{H} = -\nabla \psi$ , ou seja,

$$H_a \cdot \vec{i} + H_b \cdot \vec{j} + H_z \cdot \vec{k} = -\left( \frac{\partial \psi_{ABZ}}{\partial a} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \psi_{ABZ}}{\partial b} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \psi_{ABZ}}{\partial z} \cdot \vec{k} \right) \quad (50)$$

Ou seja,

$$H_{g_z} = -\frac{\partial \psi_{ABZ}}{\partial z} \quad (51)$$

e

$$H_{pm_z} = -\frac{\partial \psi_{ABZ}}{\partial z} \quad (52)$$

$$H_{g_z} = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0}\right) \cdot \frac{\partial (-K_8 \cdot e^{\gamma z} + K_8 \cdot e^{-\gamma z})}{\partial z} \quad (53)$$

$$H_{g_z} = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} -(K_8 \cdot \gamma \cdot e^{\gamma z} - K_8 \cdot \gamma \cdot e^{-\gamma z}) \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0}\right) \quad (54)$$

Logo:

$$H_{g_z} = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} K_8 \cdot \gamma (e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0}\right) \quad (55)$$

$$H_{pm_z} = -\frac{\partial \psi_{pm(a,b,z)}}{\partial z} \quad (56)$$

$$H_{pm_z} = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{-\partial \left( K_9 \cdot e^{\gamma \cdot z} - K_9 \cdot e^{-2 \cdot \gamma \cdot (l_g + l_m)} \cdot e^{-\gamma \cdot z} \right)}{\partial z} \cdot \sin \left( \frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0} \right) \cdot \sin \left( \frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0} \right) \quad (57)$$

Logo:

$$H_{pm_z} = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} -K_9 \cdot \gamma \cdot \left( e^{\gamma \cdot z} + e^{2 \cdot \gamma \cdot (l_g + l_m)} \cdot e^{-\gamma \cdot z} \right) \cdot \sin \left( \frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0} \right) \cdot \sin \left( \frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0} \right) \quad (58)$$

De posse de  $H_{g_z}$ ,  $H_{pm_z}$  e  $M_z(a,b)$ , conforme (41), (55) e (58) pode-se aplicar a quarta condição de contorno. De forma a simplificar o desenvolvimento, pode-se atribuir como variável auxiliar  $D$  uma dada parte de  $M_z(a,b)$ :

$$D = \frac{4 \cdot M_0}{\pi^2 \cdot n \cdot m} \cdot \left[ \cos \left( \frac{m \cdot \pi \cdot a_1}{a_0} \right) - \cos \left( \frac{m \cdot \pi \cdot a_2}{a_0} \right) \right] \cdot \left[ \cos \left( \frac{n \cdot \pi \cdot b_1}{b_0} \right) - \cos \left( \frac{n \cdot \pi \cdot b_2}{b_0} \right) \right] \quad (59)$$

Portanto:

$$H_{g_z} = H_{pm_z} + M_z \quad (60)$$

$$K_8 \cdot \gamma \left( e^{\gamma \cdot z} + e^{-\gamma \cdot z} \right) = -K_9 \cdot \gamma \cdot \left( e^{\gamma \cdot z} + e^{2 \cdot \gamma \cdot (l_g + l_m)} \cdot e^{-\gamma \cdot z} \right) + D \quad (61)$$

Substituindo

$$K_9 = K_8 \cdot \frac{e^{-\gamma l_g} - e^{\gamma l_g}}{e^{\gamma l_g} - e^{(-\gamma l_g + 2l_m)}}$$

(49) em

$$K_8 \cdot \gamma (e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) = -K_9 \cdot \gamma \cdot (e^{\gamma z} + e^{2\gamma(l_g + l_m)} \cdot e^{-\gamma z}) + D \quad (61)$$

tem-se:

$$K_8 \cdot \gamma (e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) = -\gamma \cdot K_8 \cdot \frac{(e^{-\gamma l_g} - e^{\gamma l_g}) \cdot (e^{\gamma z} + e^{2\gamma(l_g + l_m)} \cdot e^{-\gamma z})}{e^{\gamma l_g} - e^{\gamma(l_g + 2l_m)}} + D \quad (62)$$

Como a quarta condição é uma condição de contorno aplicada em  $z = l_g$ , substitui-se  $z$  na equação acima:

$$K_8 \cdot \gamma (e^{\gamma l_g} + e^{-\gamma l_g}) + K_8 \cdot \gamma \cdot \frac{(e^{\gamma l_g} - e^{-\gamma l_g}) \cdot (e^{\gamma l_g} + e^{2\gamma(l_g + l_m)} \cdot e^{-\gamma l_g})}{e^{\gamma(l_g + 2l_m)} - e^{\gamma l_g}} = D \quad (63)$$

$$K_8 = \frac{D}{\gamma} \cdot \frac{e^{\gamma(l_g + 2l_m)} - e^{\gamma l_g}}{(e^{\gamma l_g} + e^{-\gamma l_g}) \cdot (e^{\gamma(l_g + 2l_m)} - e^{\gamma l_g}) + (e^{\gamma l_g} - e^{-\gamma l_g}) \cdot (e^{\gamma l_g} + e^{\gamma(l_g + 2l_m)})} \quad (64)$$

Simplificando o denominador:

$$K_8 = \frac{D}{\gamma} \cdot \frac{e^{\gamma(l_g + 2l_m)} - e^{\gamma l_g}}{2 \cdot (e^{2\gamma(l_g + 2l_m)} - 1)} \quad (65)$$

Logo:

$$K_7 = -\frac{D}{\gamma} \cdot \frac{e^{\gamma(l_g + 2l_m)} - e^{\gamma l_g}}{2 \cdot (e^{2\gamma(l_g + 2l_m)} - 1)} \quad (66)$$

Sendo assim, obtém-se:

$$H_{g_z} = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{D}{\gamma} \cdot \frac{e^{\gamma(l_g+2l_m)} - e^{\gamma l_g}}{2 \cdot (e^{2\gamma(l_g+2l_m)} - 1)} \cdot \gamma (e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0}\right) \quad (67)$$

O que por sua vez, substituindo D pelo seu valor real, leva a:

$$H_{g_z} = \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \left( \frac{4 \cdot M_0}{\pi^2 \cdot n \cdot m} \left[ \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a_1}{a_0}\right) - \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a_2}{a_0}\right) \right] \cdot \left[ \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_1}{b_0}\right) - \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_2}{b_0}\right) \right] \cdot \left[ \frac{e^{\gamma(l_g+2l_m)} - e^{\gamma l_g}}{2 \cdot (e^{2\gamma(l_g+2l_m)} - 1)} \cdot (e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0}\right) \right] \right) \quad (68)$$

Como no ar  $H_g$  e  $B_g$  se relacionam por  $B_g = \mu_0 \cdot H_g$ , chega-se a:

$$B_{g_z} = \frac{2 \cdot \mu_0 \cdot M_0}{\pi^2} \sum_{n,m=1,3,\dots}^{\infty} \left( \frac{1}{n \cdot m} \left[ \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a_1}{a_0}\right) - \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a_2}{a_0}\right) \right] \cdot \left[ \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_1}{b_0}\right) - \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_2}{b_0}\right) \right] \cdot \left[ \frac{e^{\gamma(l_g+2l_m)} - e^{\gamma l_g}}{(e^{2\gamma(l_g+2l_m)} - 1)} \cdot (e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b}{b_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot a}{a_0}\right) \right] \right) \quad (69)$$

onde

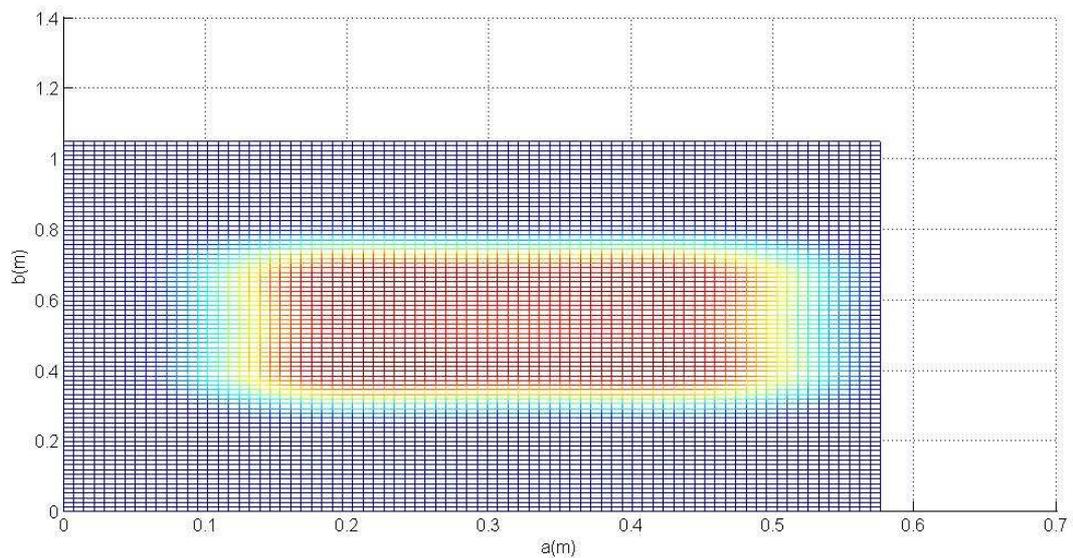
$$\gamma = \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{n}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{m}{a_0}\right)^2}; \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}; \quad M_0 = \frac{B_r}{\mu_0}; \quad l_g = 0,01m;$$

$$l_m = 0,008m; \quad a_1 = \ln(0,05) - \ln(0,045); \quad a_2 = \ln(0,75) - \ln(0,045);$$

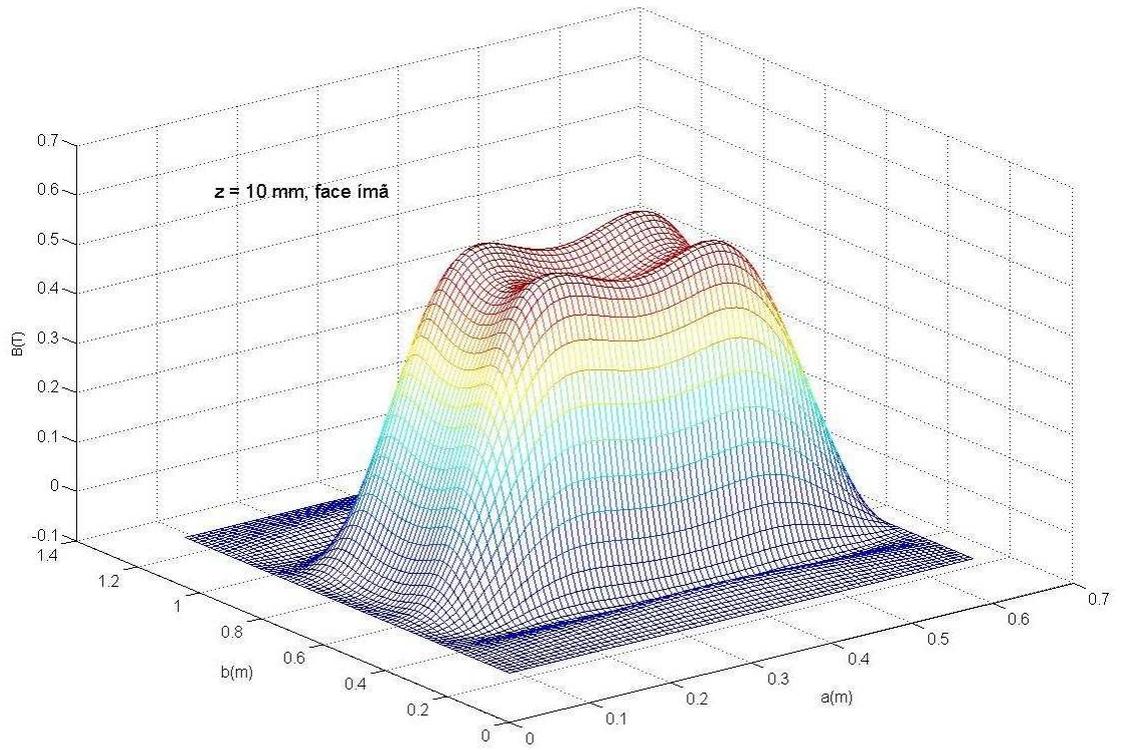
$$a_0 = \ln(0,80) - \ln(0,045) \quad b_1 = (-12,5^\circ + 30^\circ) \cdot \frac{\pi}{180}; \quad b_2 = (12,5^\circ + 30^\circ) \cdot \frac{\pi}{180};$$

$$b_0 = (30^\circ + 30^\circ) \cdot \frac{\pi}{180}$$

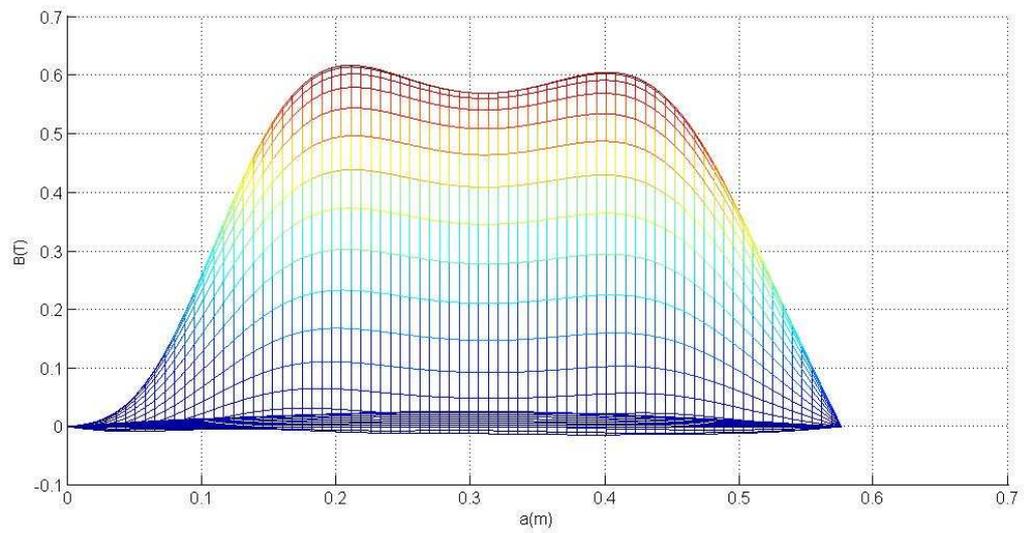
De posse do equacionamento apresentado, foi desenvolvida uma rotina em Matlab® que implementa o modelo analítico, ou seja, realiza a transformação conforme desde o plano  $Z(\theta, r, z)$  até o plano  $P(a, b, z)$  e as operações de retorno ao plano original. Sendo assim, foi possível obter a indução magnética à 0,5 mm da superfície do ímã e à 1,0 mm da superfície do ímã, de maneira análoga aos procedimentos experimentais e simulações numéricas. Utilizou-se 15 harmônicas, e uma resolução de 80 pontos por eixo, o que permitiu gerar os resultados da Figura 40 à Figura 44.



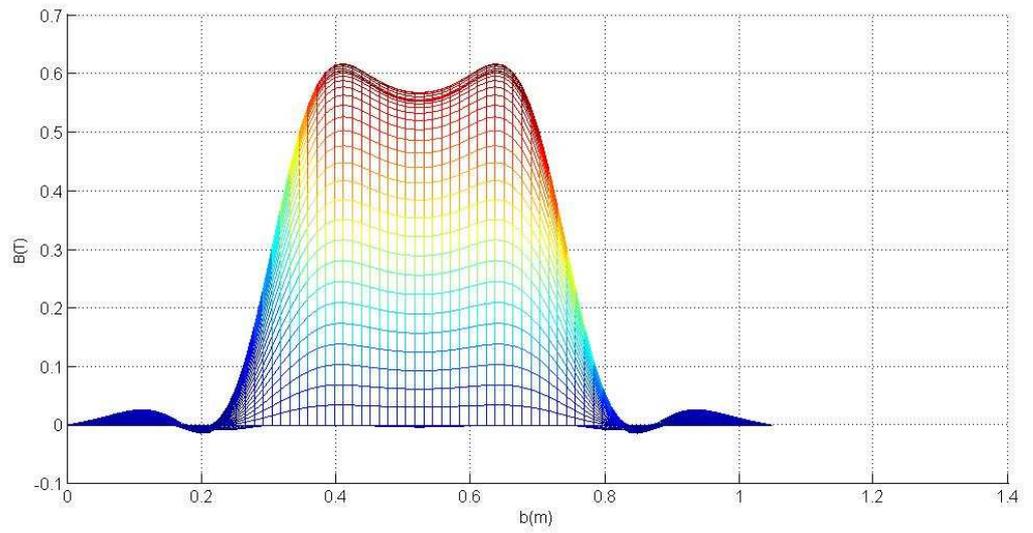
(a)



(b)

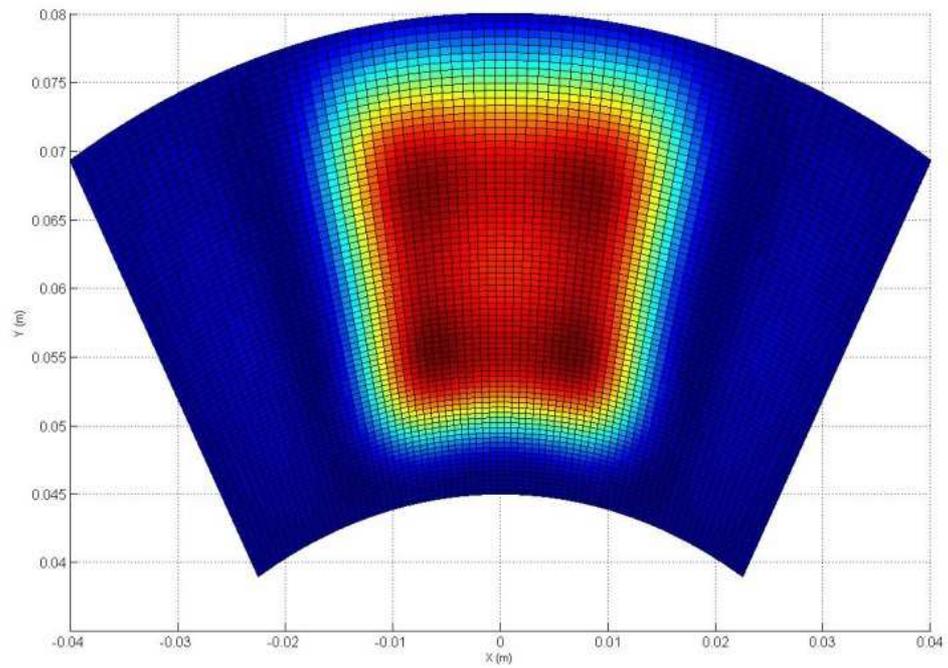


(c)

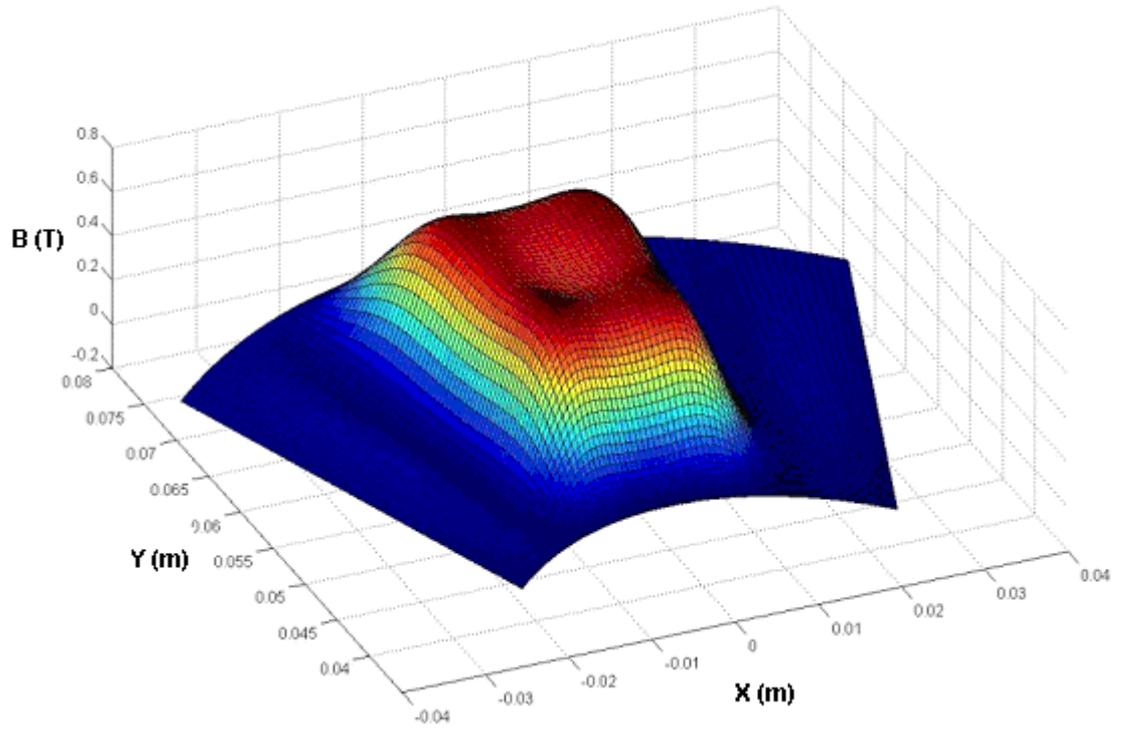


(d)

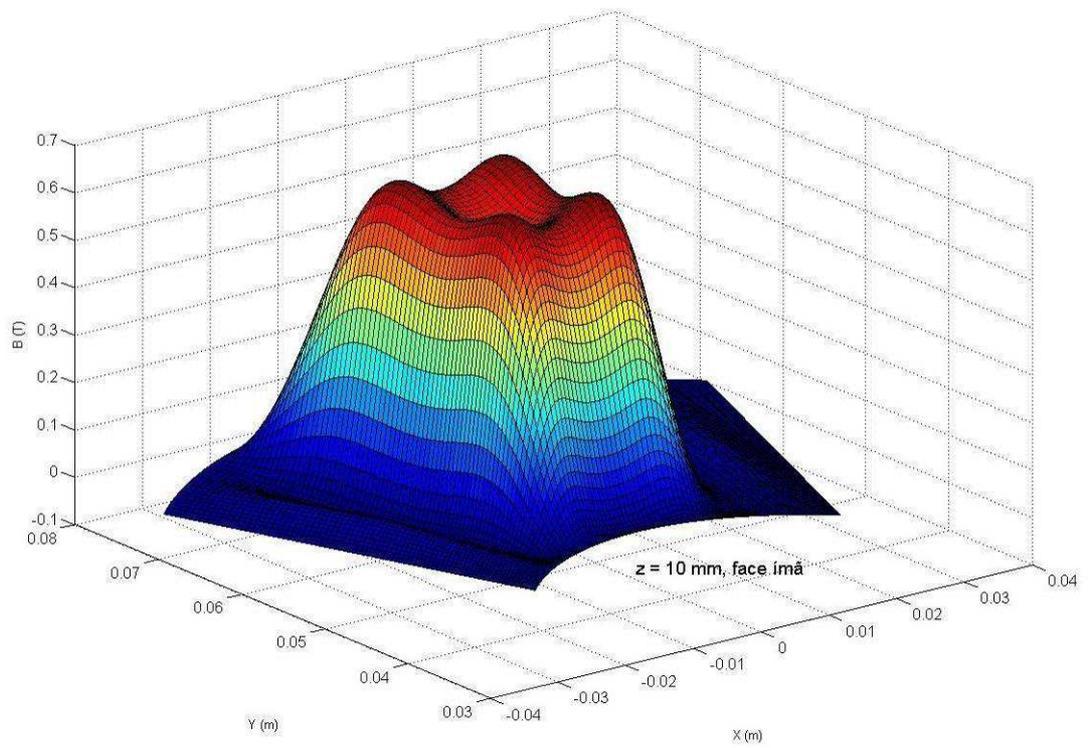
Figura 40. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) na face polar do ímã, plano P (a,b,z), antes e retornar ao plano original: (a) Vista superior; (b) Vista 3D; (c) Vista plano AZ; (d) Vista plano BZ.



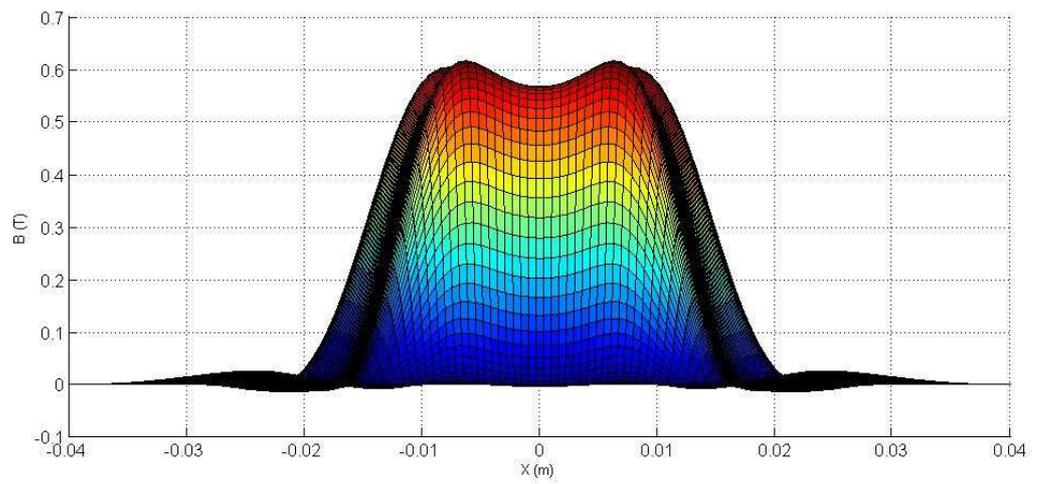
(a)



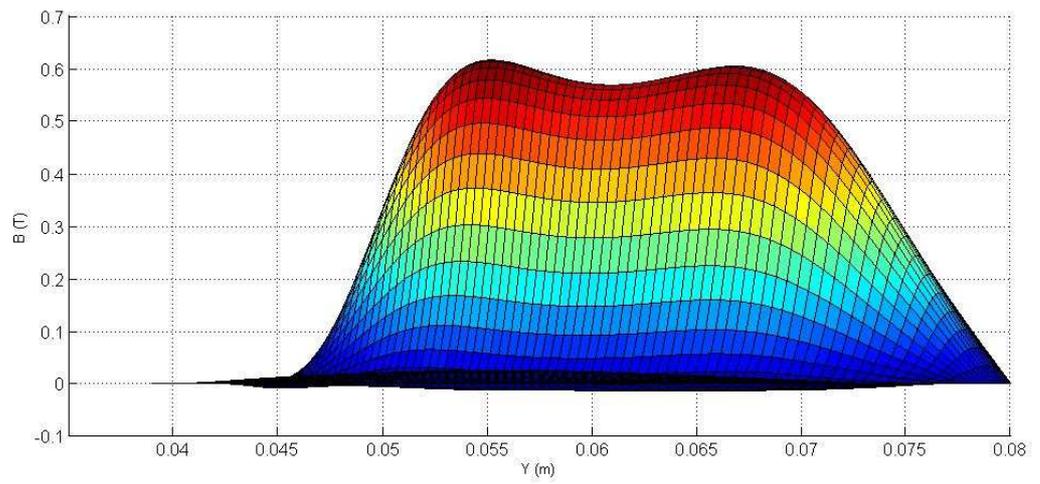
(b)



(c)

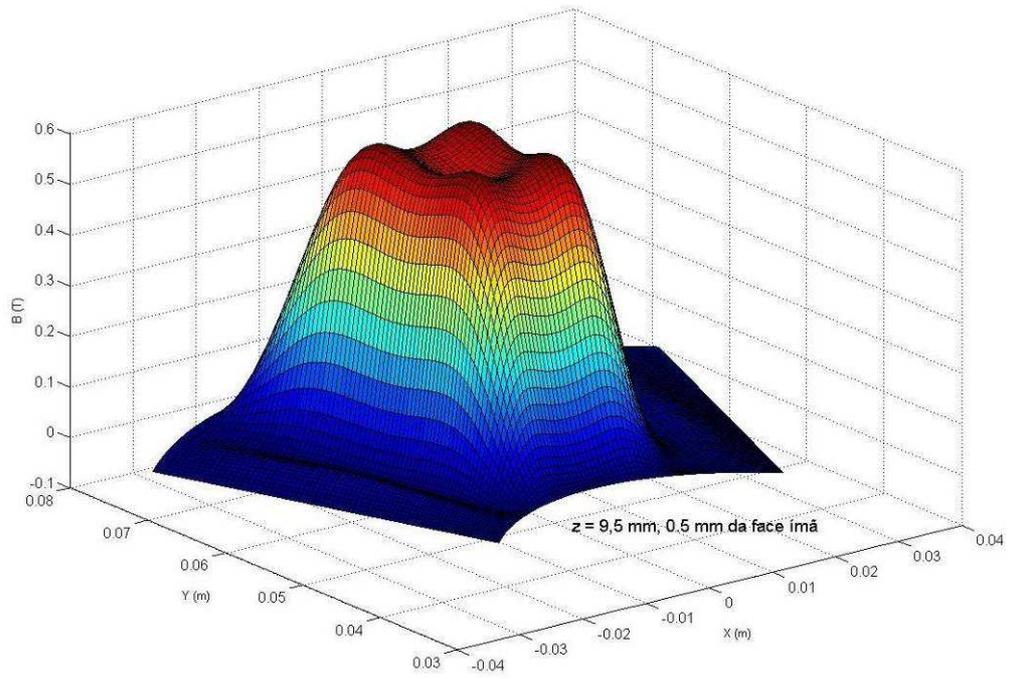


(d)

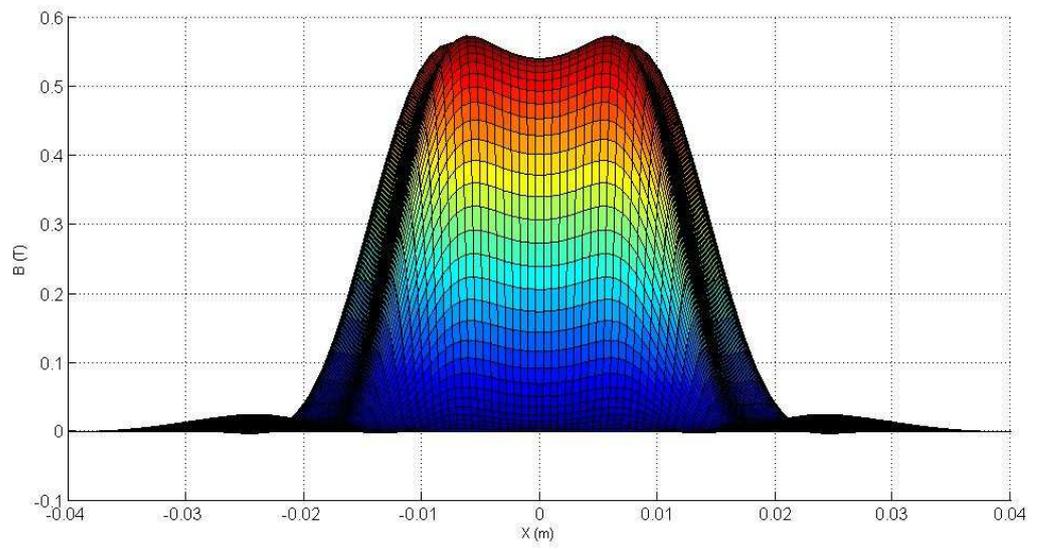


(e)

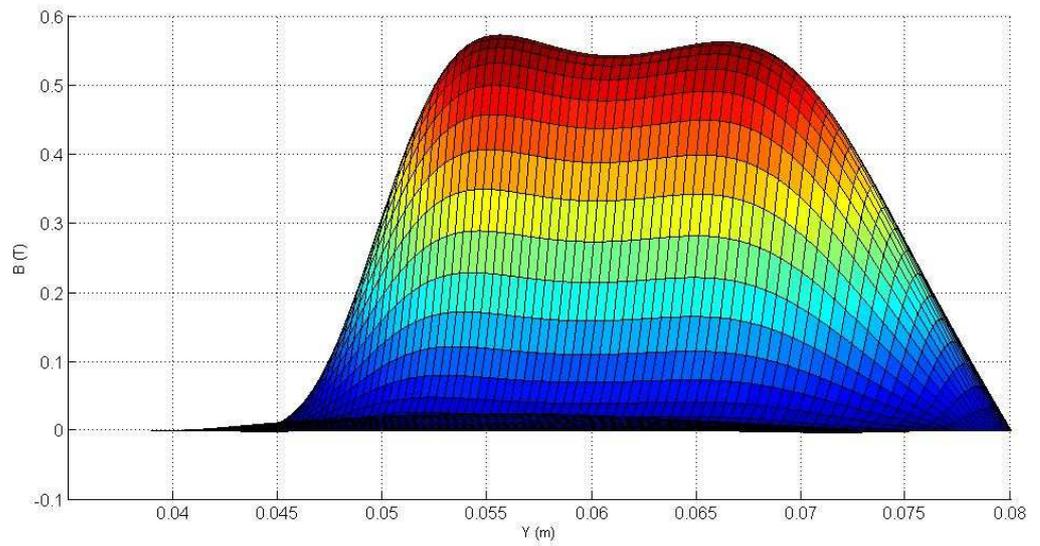
Figura 41. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) na face polar do ímã no plano original: (a) Vista superior; (b) e (c) Vista 3D; (d) Vista plano XZ; (e) Vista Plano YZ.



(a)

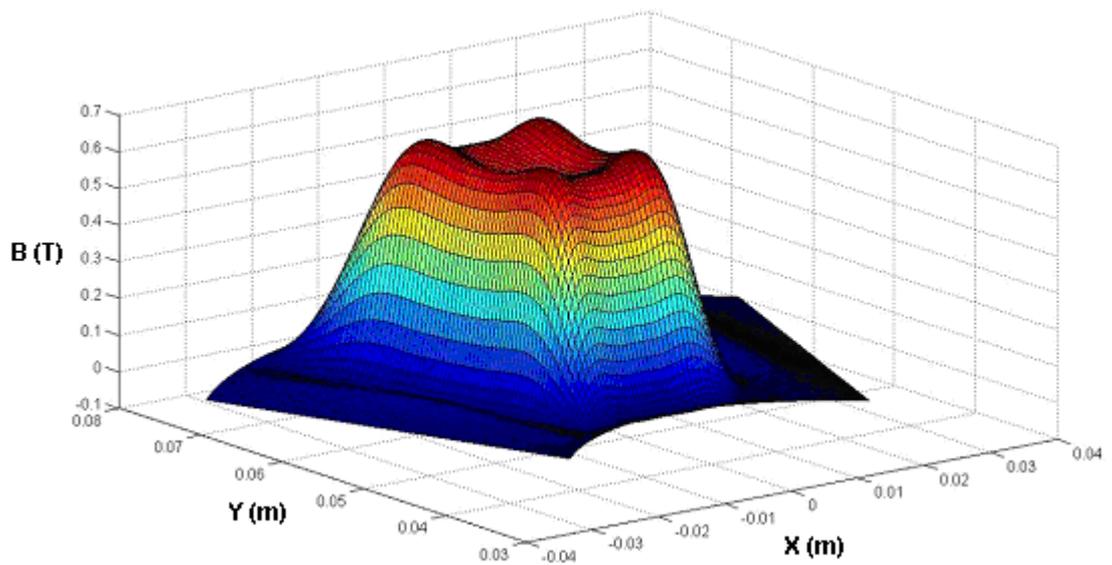


(b)

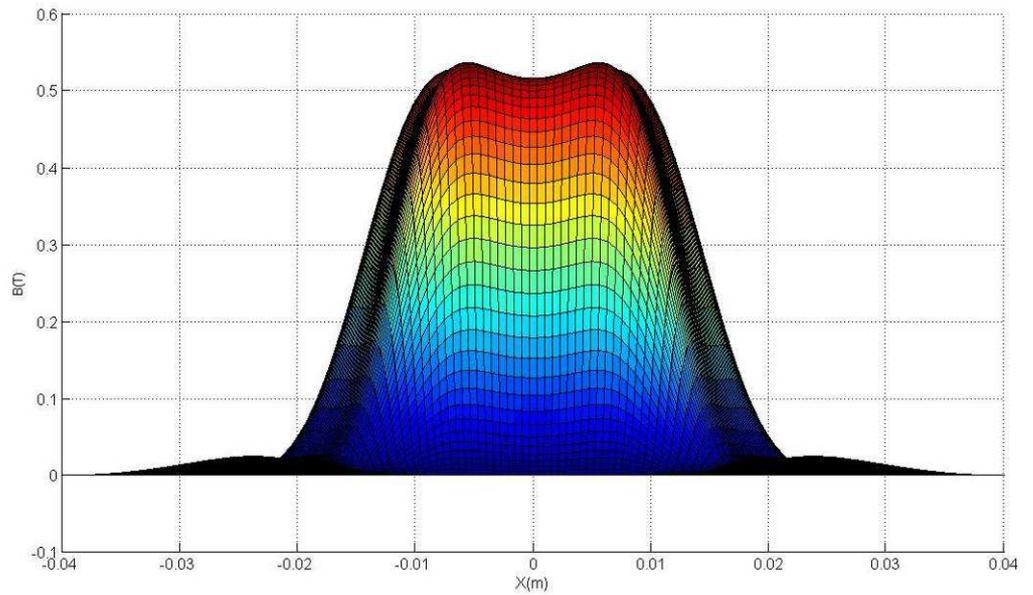


(c)

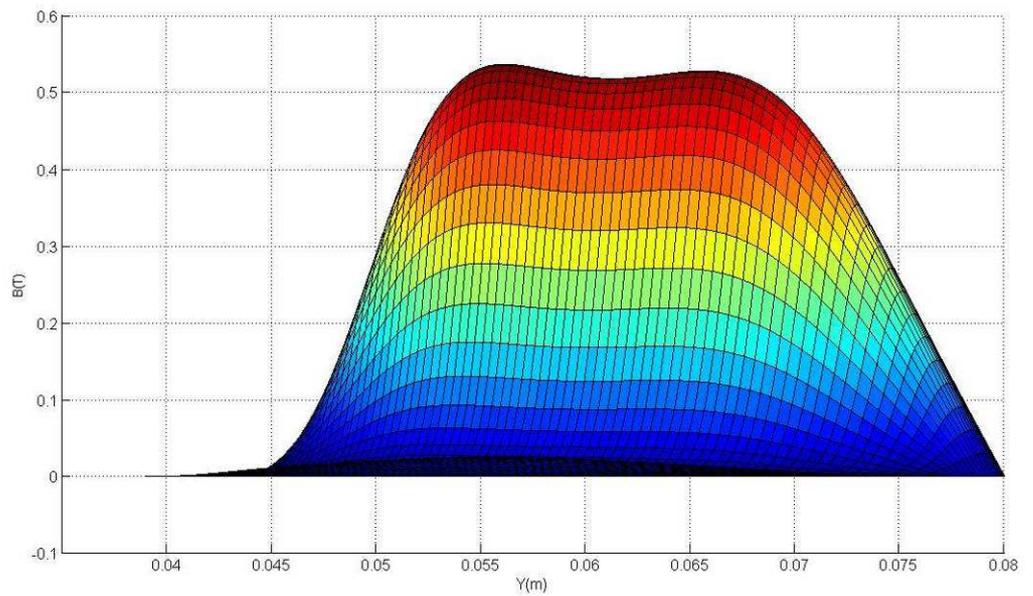
Figura 42. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) a 0,5 mm da face polar do ímã no plano original: (a) Vista 3D; (b) Vista plano XZ; (c) Vista plano YZ.



(a)



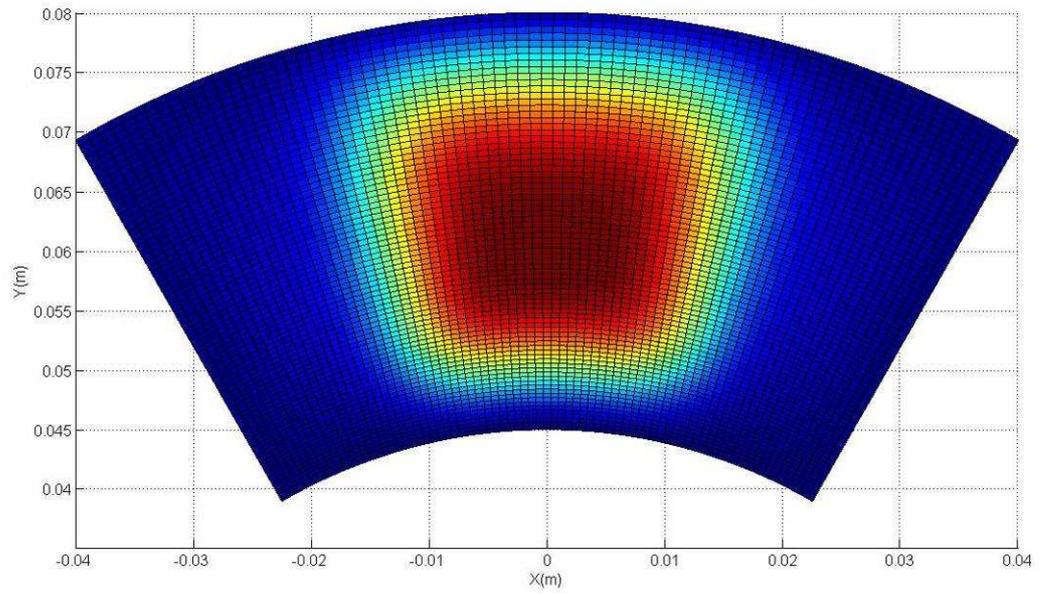
(b)



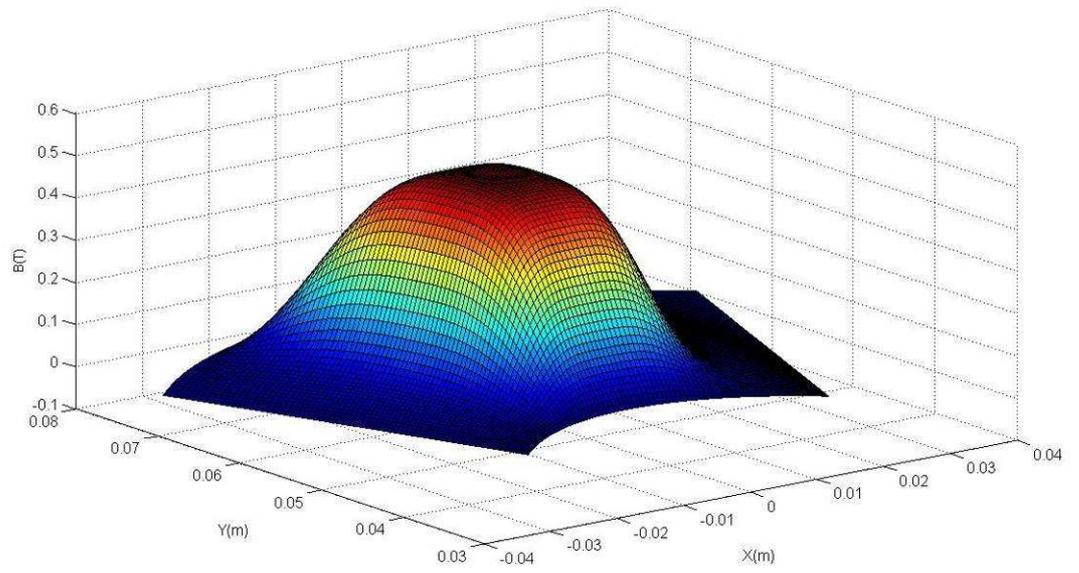
(c)

Figura 43. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) a 1,0 mm da face polar do ímã no plano original: (a) Vista 3D; (b) Vista plano XZ; (c) Vista plano YZ.

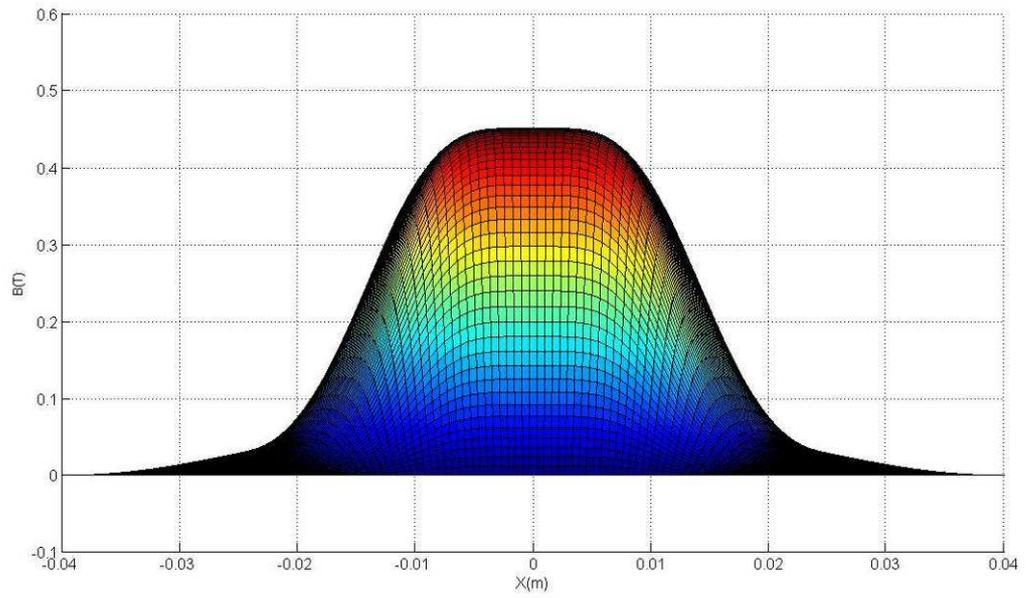
A Figura 44 ilustra o comportamento da indução à 3 mm do ímã, o qual perde a característica de picos nas extremidades.



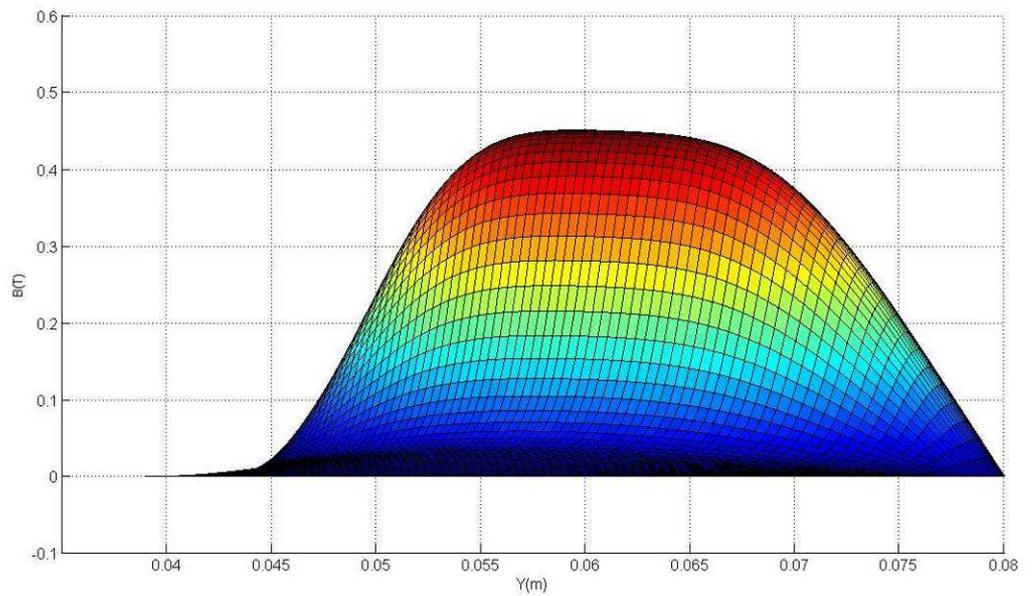
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 44. Resultados do modelo analítico para densidade de fluxo ( $B_z$ ) a 3,0 mm da face polar do ímã no plano original: (a) Vista Superior; (b) Vista 3D; (c) Vista plano XZ; (d) Vista plano YZ.

## 5 MODELO NUMÉRICO

### 5.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Este capítulo apresenta o desenvolvimento de modelos de simulações eletromagnéticas de dispositivos com base no método dos elementos finitos (MEF). O uso dessa ferramenta para análise do comportamento de dispositivos eletromagnéticos tornou-se popular nos últimos anos (KUNZE & KUSS, 1991) em função do rápido desenvolvimento do método, aumento da gama de opções de *softwares* disponíveis e do aumento da capacidade de processamento dos computadores. Atualmente, os *softwares* de MEF possuem interface com *softwares* de CAD, de análise de circuitos, dentre outros, ou seja, uma interface amigável para projetos em 3D, o que possibilita não só reproduzir dispositivos eletromagnéticos, mas também estruturas, dinâmica de fluidos, avaliação de transmissão de calor.

O MEF inicialmente era tratado tão somente como ferramenta de análise; entretanto a evolução das ferramentas têm possibilitado seu uso para projeto e otimização de dispositivos, ou seja, de forma interativa o projetista pode obter um resultado ótimo e validar um modelo teórico, ganhando em tempo e custo para construção de protótipos (FLORES FILHO, 2003).

Basicamente um modelo de elementos finitos possui três etapas: pré-processamento, processamento ou resolução e pós-processamento. A primeira delas consiste na preparação do modelo a ser estudado (FLORES FILHO, 2003), estabelecer um plano base, ou seja, uma vista em corte do dispositivo a ser extrudado em sub-volumes; essa etapa inclui a construção de um modelo geométrico, suas condições de fronteira, características dos materiais, excitações, elementos externos e demais parâmetros essenciais para as análises posteriores. A segunda etapa consiste na montagem e solução do sistema de equações que descreve o comportamento do domínio de interesse (LOUREIRO, 2008); é a etapa mais automatizada das três e busca a resposta do problema construído no estágio de pré-processamento

(FLORES FILHO, 2003). Na terceira e última etapa os resultados para as grandezas relevantes são visualizados de acordo com o interesse do usuário (densidade de fluxo, força eletromotriz induzida, conjugado, corrente elétrica e outras).

Na primeira etapa define-se também o “refinamento” do modelo, onde o volume que representa a geometria do problema é dividido em um número de volumes menores, os elementos finitos, que formarão uma malha, conforme a Figura 45. Cada vértice desse elemento finito tem uma coordenada  $(x_i, y_i, z_i)$  e é chamado de nó, que pode ser parte de vários elementos finitos adjacentes (FLORES FILHO, 2003); os nós das interfaces devem coincidir de modo a garantir a continuidade da malha. Deve-se buscar um refinamento dos elementos que seja adequado para representar a geometria, ou seja, não tão grande que não represente adequadamente o dispositivo, e, ao mesmo tempo, não muito pequeno a ponto de causar um problema de capacidade de processamento. O método leva em consideração a malha formada pelos elementos e obtém um sistema de “n” equações que descrevem o sistema, ou seja, o domínio contínuo é discretizado.

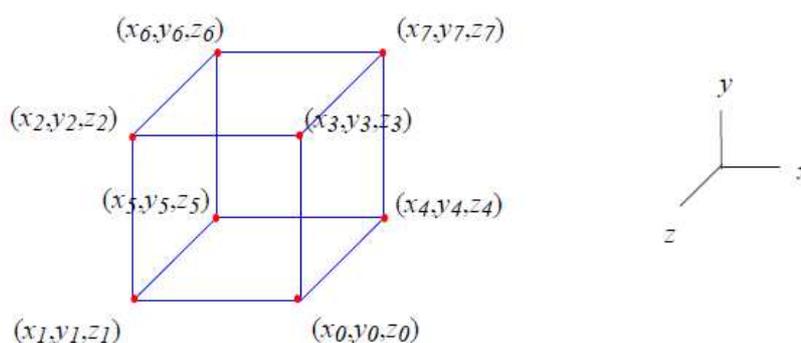


Figura 45. Elemento finito 3D.

De modo a obterem-se as grandezas de interesse pelo método numérico, foram construídos diversos modelos 3D.

Como os ímãs permanentes de formato quadrado foram estudados em (LOUREIRO, 2008), os novos formatos, setoriais, serão alvo de análise neste capítulo. Em um aplicativo,

um plano base 2D foi extrudado de maneira a construir o modelo do estator, que foi combinado a dois modelos de rotor (ímãs quadrados e setoriais). A Figura 46 apresenta um dos modelos combinados construído no pré-processamento para o qual foram realizadas as análises de forma análoga aos experimentos, ou seja, no pós-processamento.

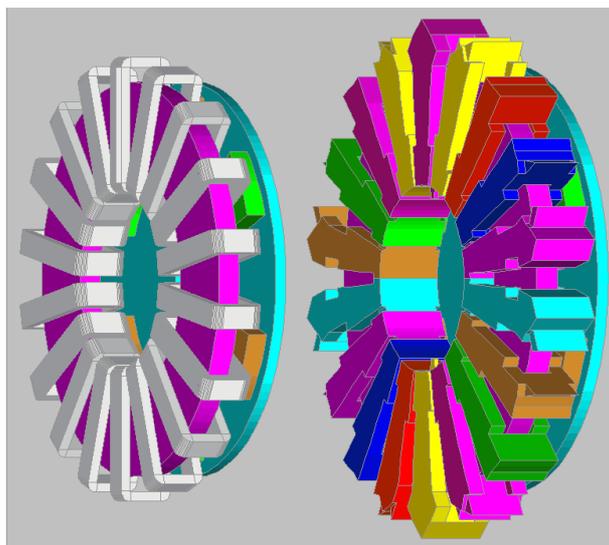


Figura 46. Modelo Construído no *software* MEGA, combinando estator e rotor.

Um *software* possibilitou análise para frenagem dinâmica, por sua interface mais amigável, conforme pode ser visto na Figura 47.

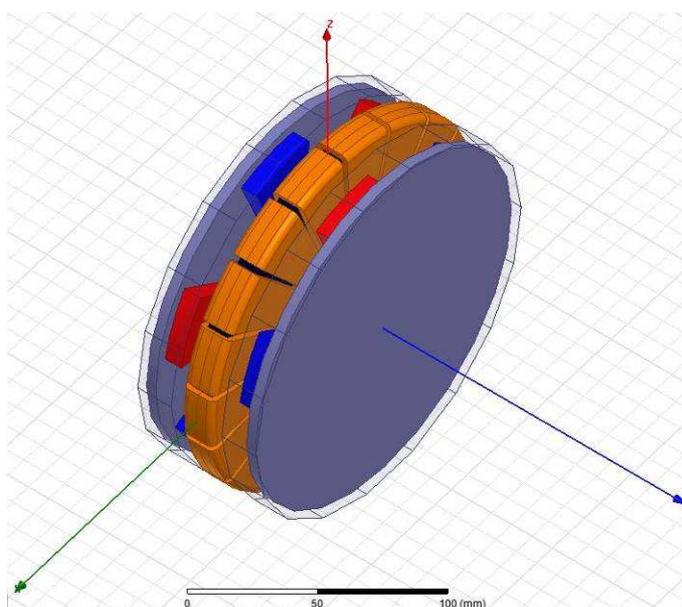
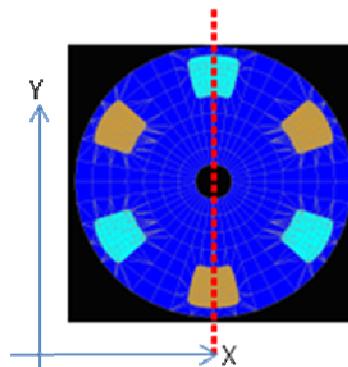


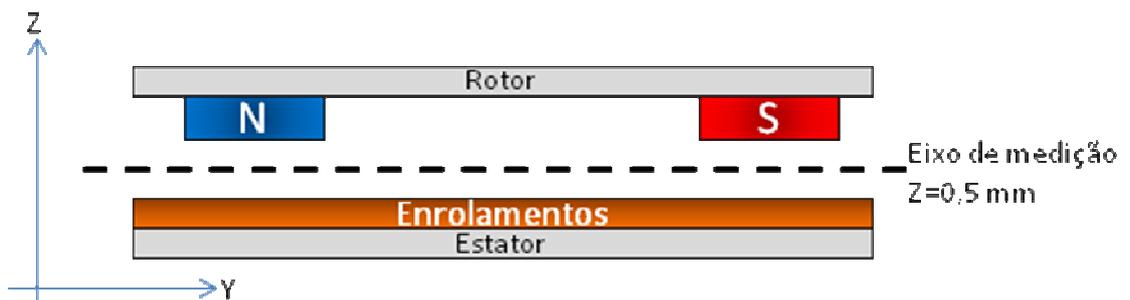
Figura 47. Modelo construído.

## 5.2 MAPEAMENTO DA DENSIDADE DE FLUXO

Neste primeiro modelo, a única fonte de excitação foram os ímãs permanentes; as bobinas foram mantidas em aberto. Na etapa de pós-processamento fez-se um corte longitudinal, conforme a Figura 48, ao longo do eixo Y do rotor em  $X=0$  mm e  $Z=0,5$  mm da superfície polar, ou seja, na metade do entreferro. Podem ser vistos os valores obtidos para a indução  $B_z$  (indução no sentido do eixo Z) a 0,5 mm da face polar na Figura 49 e na Figura 50, para os ímãs permanentes quadrados e para os ímãs permanentes setoriais, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 48. Corte longitudinal realizado no eixo Y,  $X=0$  mm em  $Z=0,5$  mm para ímãs setoriais: (a) vista superior plano XY; (b) plano ZY.

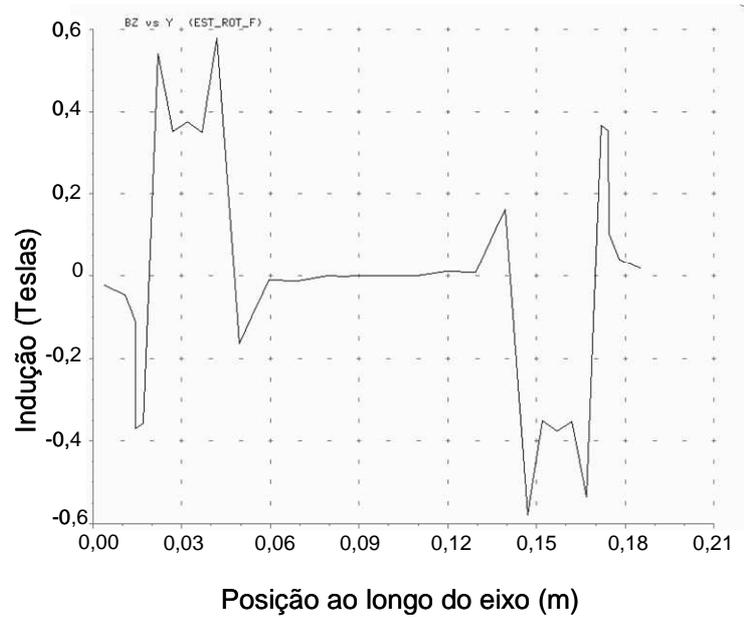


Figura 49. Indução  $B_z$  ao longo do eixo Y ( $X=0$  mm e  $Z=0,5$  mm), para ímãs quadrados em oposição (N e S orientados para os enrolamentos, respectivamente) obtidos pelo método dos elementos finitos.

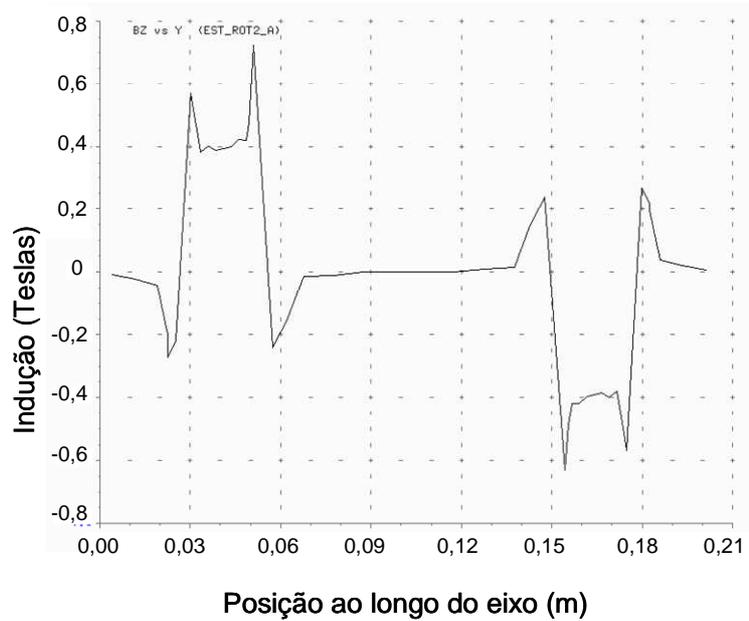


Figura 50. Indução  $B_z$  ao longo do eixo Y ( $X=0$  mm e  $Z=0,5$  mm), para ímãs setoriais em oposição (N e S orientados para os enrolamentos, respectivamente) obtidos pelo método dos elementos finitos.

O mapeamento da densidade de fluxo magnético obtido a 0,5 mm de distância da superfície polar para os ímãs setoriais é apresentado na Figura 51.

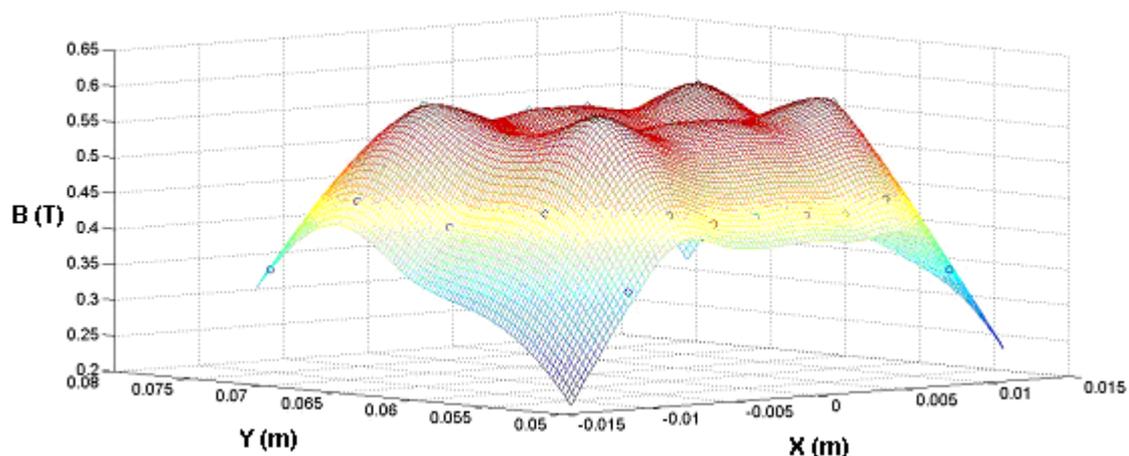


Figura 51. Resultado obtido pelo método dos elementos finitos da densidade de fluxo magnético a 0,5 mm do ímã setorial.

### 5.3 CONJUGADO ESTÁTICO

Esta avaliação seguiu (LOUREIRO, 2008), onde se utilizou um modelo composto por dois sub-modelos, um para o estator e um para o rotor. Um plano de simetria foi admitido, perpendicular ao eixo geométrico da máquina, dividindo o estator em duas metades. Os dois modelos são combinados através da chamada superfície de Lagrange, uma superfície comum em Z, sobre a qual o aplicativo realiza a integração do tensor de stress de Maxwell, que resulta na força que produz o conjugado.

Foram adotadas para simulação posições estáticas, com bobinas adjacentes excitadas com 2,5 A e a terceira mantida desenergizada. Os valores obtidos são apresentados na Figura 52, onde a posição  $0^\circ$  é a posição de equilíbrio da máquina com a linha de centro dos ímãs sobre o plano que divide duas bobinas energizadas.

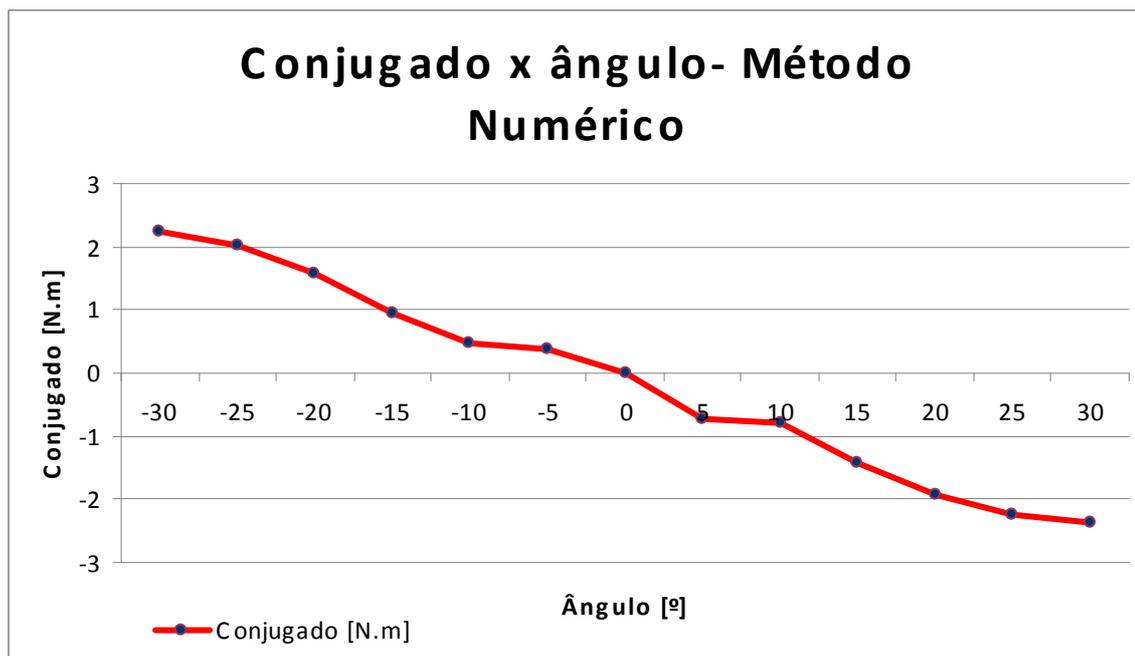


Figura 52. Resultado obtido pelo método dos elementos finitos do conjugado estático para máquina excitada com 2,5 A, ímãs setoriais.

#### 5.4 FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA

Em termos de força eletromotriz induzida, analisou-se os ímãs setoriais de maneira a confrontar os resultados numéricos com os resultados experimentais, posteriormente. Nesta simulação foi utilizado um sub-modelo para o rotor, para o qual se adotou quatro faixas de velocidade (300 RPM, 350 RPM, 400 RPM e 450 RPM), e um sub-modelo para o estator, mantido em aberto para leitura da força eletromotriz induzida nos terminais das bobinas. Obteve-se um comportamento na amplitude e período conforme Figura 53, comportamento este esperado: período reduzindo e amplitude da FEM induzida aumentando à medida que a velocidade angular aumenta.

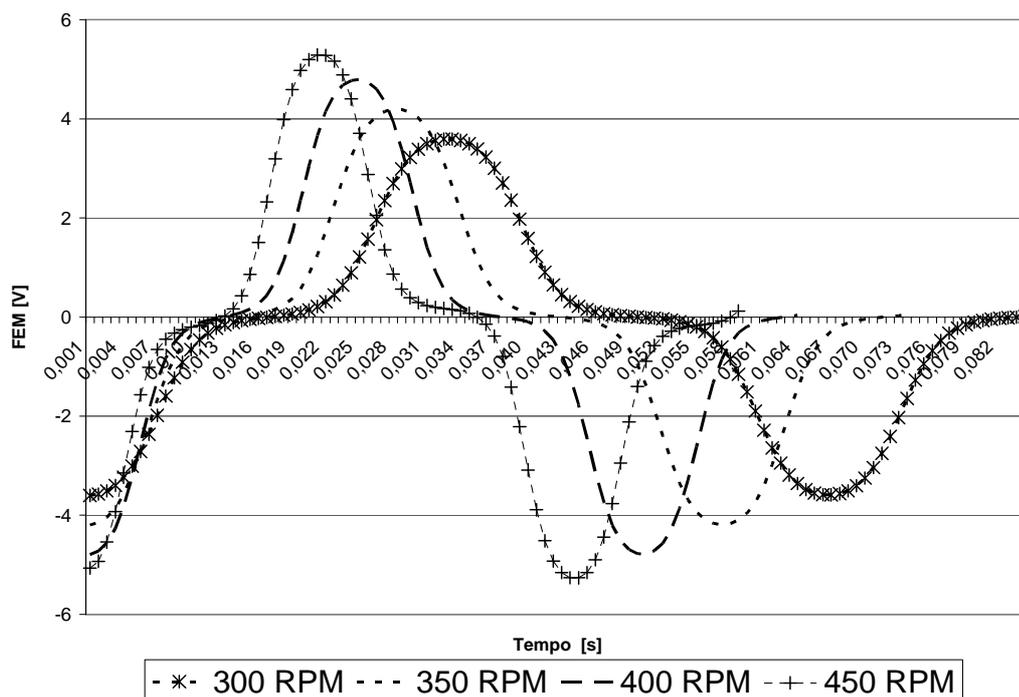


Figura 53. Força eletromotriz induzida pelos ímãs setoriais sobre um dos enrolamentos do estator - resultado numérico.

## 5.5 FRENAGEM DINÂMICA

Para esta simulação atribuiu-se as características eletromagnéticas e mecânicas da máquina, tais como momento de inércia, conjugado de carga e coeficiente de amortecimento. A esse modelo atribuiu-se a velocidade inicial de 350 RPM, velocidade adotada no ensaio experimental equivalente, e inseriu-se um circuito externo que possui resistores para frenagem de valor idêntico ao utilizado nesse mesmo ensaio (*shunt* de  $1 \Omega$ ), conforme Figura 54. As bobinas não foram excitadas.

A imagem apresentada na Figura 54 foi extraída do *software* de edição de circuitos que faz interface com o *software* de elementos finitos. Para a edição do circuito, tem-se que inserir a impedância da máquina, o circuito retificador e o resistor *shunt* usado para a frenagem; além disso, insere-se os dispositivos de medição e os nós onde a leitura deve ser feita (nesse caso tensão e corrente); por fim, este circuito é importado para o *software* de

elementos finitos. As características mecânicas, eletromagnéticas e dos materiais são definidas diretamente no *software* de elementos finitos.

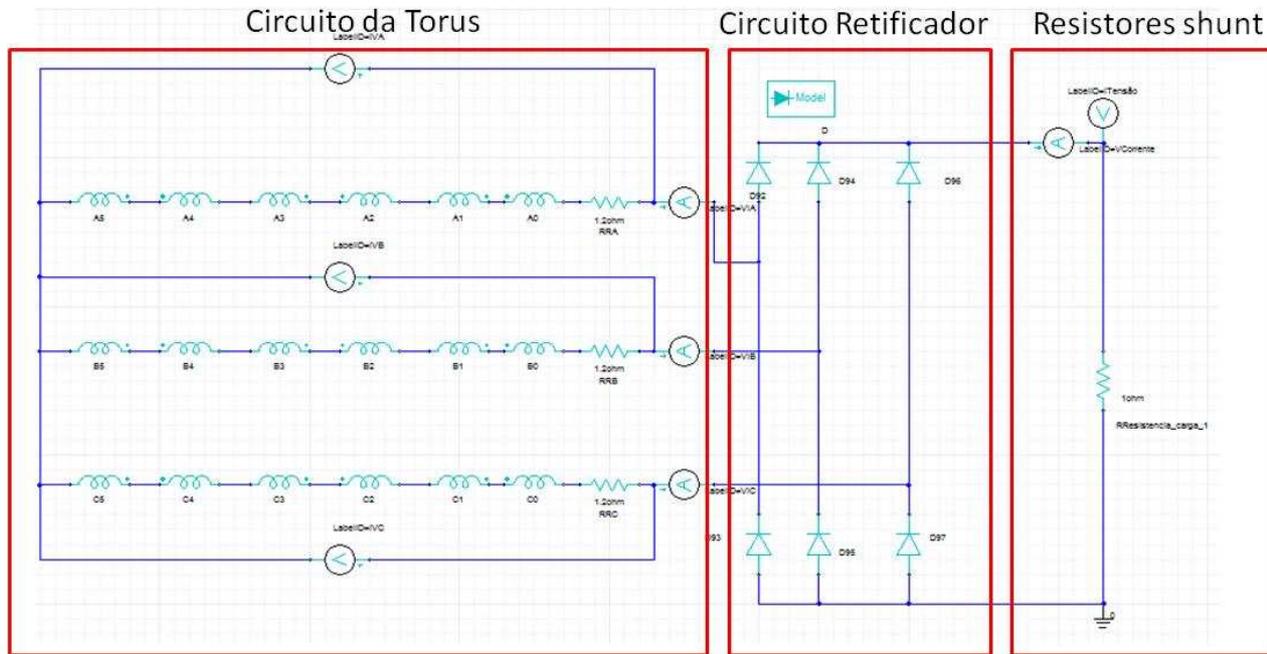


Figura 54. Circuito utilizado para simular frenagem dinâmica.

Os resultados obtidos para o decaimento da tensão sobre o resistor e o decaimento de velocidade angular são extraídos diretamente do programa e simulação, e podem ser vistos na Figura 55 e na Figura 56.

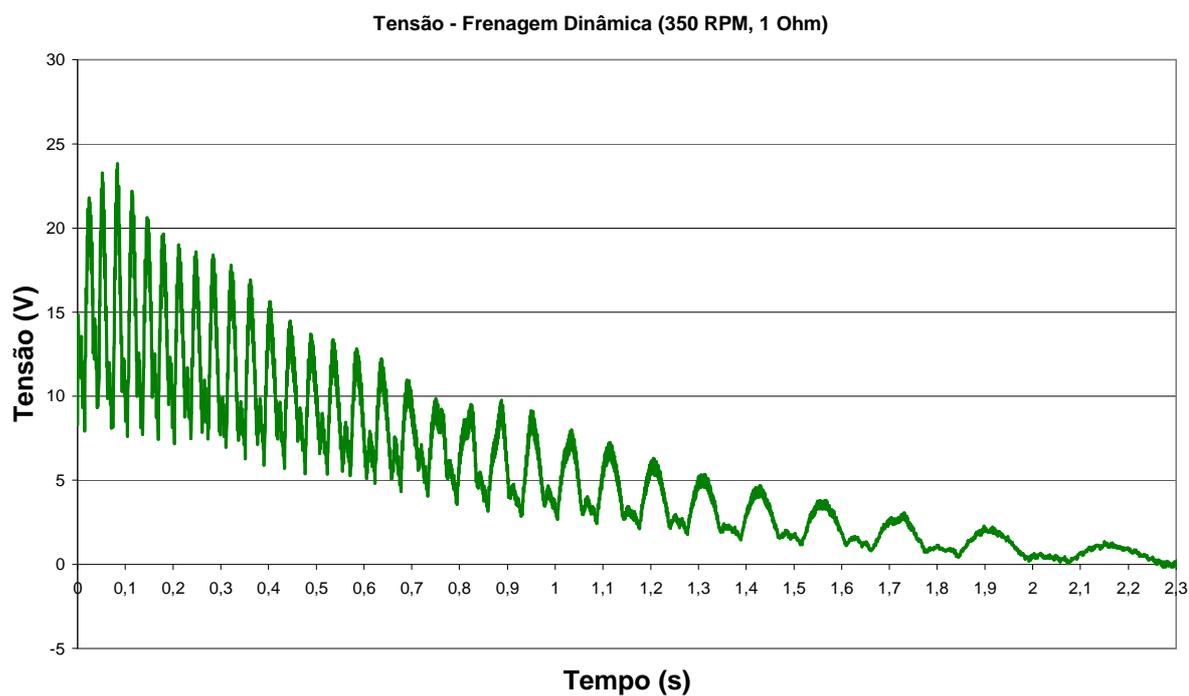


Figura 55. Decaimento da tensão sobre o resistor de frenagem de 1  $\Omega$ ; resultados para simulação de frenagem dinâmica; velocidade inicial de 350 RPM.

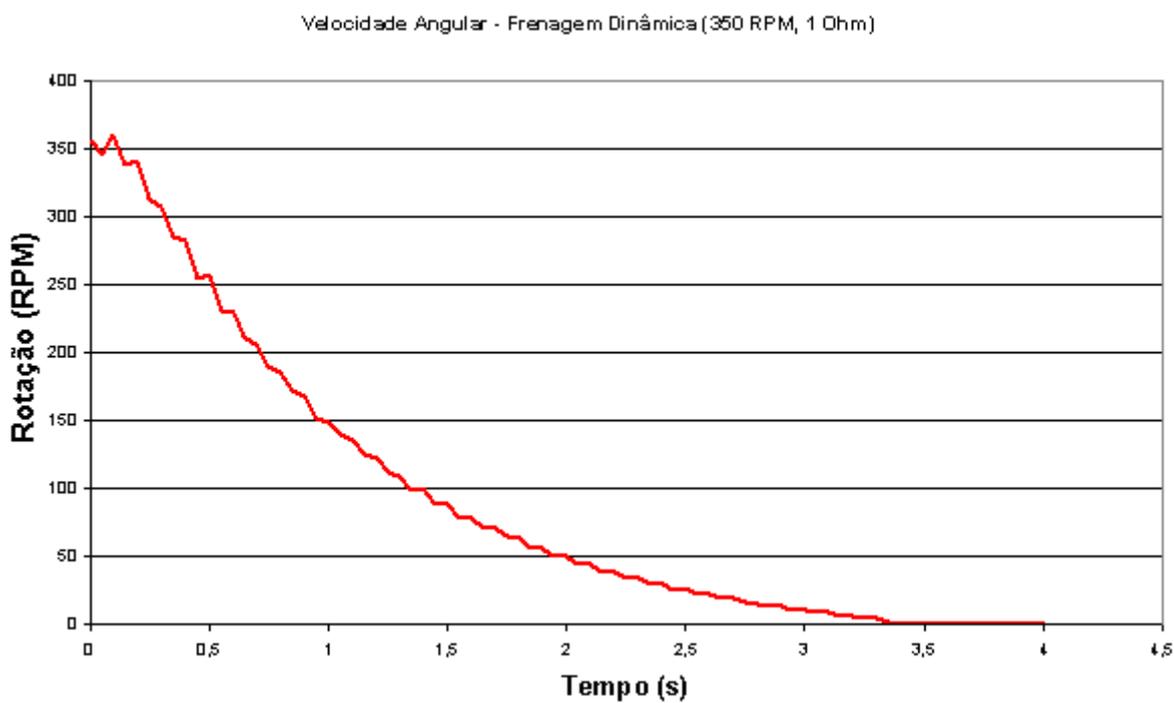


Figura 56. Decaimento da velocidade angular com resistor de frenagem de 1  $\Omega$ ; resultados para simulação de frenagem dinâmica; velocidade inicial de 350 RPM.

## PROCEDIMENTOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Como procedimentos iniciais foram realizados testes estáticos e dinâmicos para a máquina com os dois formatos de ímãs. Os três testes principais realizadas visavam obter: força eletromotriz induzida, densidade de fluxo e conjugado estático. Além destes, foi realizado um ensaio na condição de frenagem dinâmica.

### 6.1 MAPEAMENTO DA DENSIDADE DE FLUXO

O propósito desse experimento é obter a densidade de fluxo magnético próximo à face dos ímãs, em posições determinadas do entreferro da máquina (0,5 mm da face polar).

Para este ensaio foram confeccionados gabaritos adequados, conforme Figura 58, tanto em espessura quanto para encaixenos ímãs (possuem corte no formato dos ímãs permanentes). Para a confecção utilizou-se a máquina de corte a eletroerosão a fio *Robocut* disponível no LMEAE. Sobre este gabarito foi colada uma lâmina transparente, onde foram impressas posições para fixar a ponteira (13 subdivisões no eixo X, 11 no eixo Y); a leitura da indução foi feita sobre cada um desses pontos. Para a leitura utilizou-se um gaussímetro Hirst GM05, com ponteiras de efeito Hall. O esquema do ensaio pode ser visto na Figura 57.

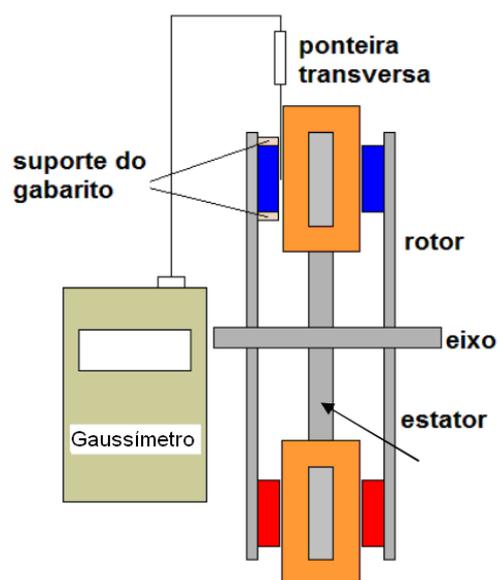


Figura 57. Esquema para medição da densidade de fluxo.

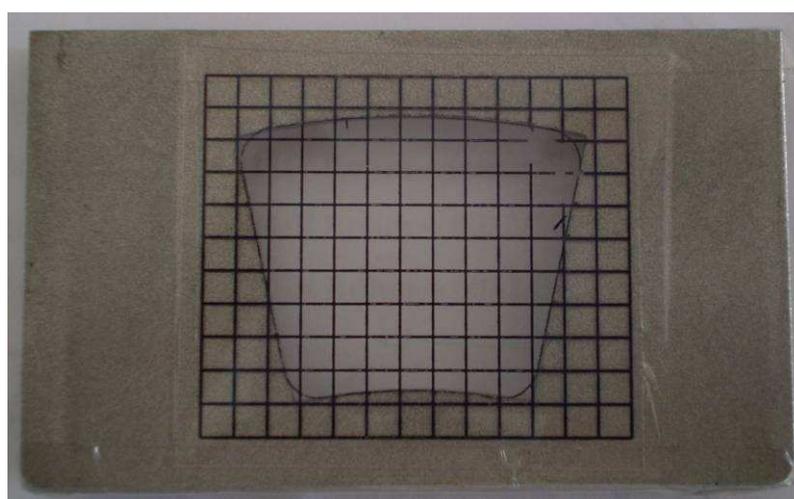


Figura 58. Gabaritos confeccionados na máquina de eletroerosão a fio.

Os valores para a indução magnética num plano paralelo à face polar a 0,5 mm daquela face e dentro do entreferro podem ser vistos na Figura 59.

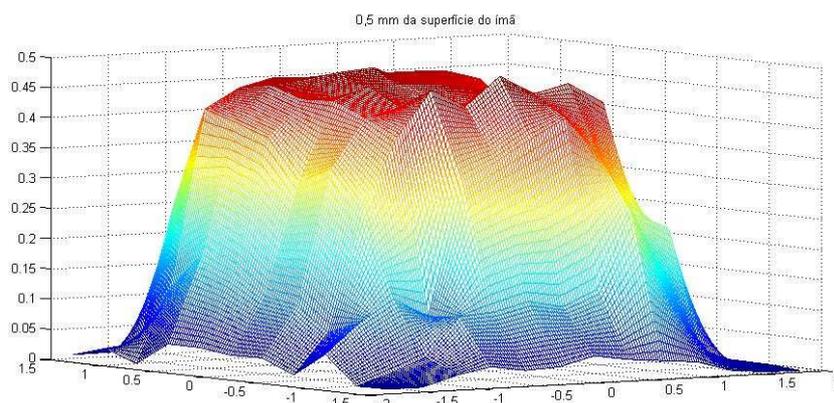


Figura 59. Resultado experimental da densidade de fluxo magnético a 0,5 mm do ímã para ímãs setoriais.

Os valores para a indução magnética  $B_z$  obtidas pelos métodos numérico, analítico e experimental a 0,5 mm da face polar (entreferro), podem ser comparados sobre o raio onde a linha passa sobre o centro do ímã (Figura 60). Para isso, os valores do eixo X foram normalizados, o que gerou o comparativo demonstrado conforme a Figura 61.

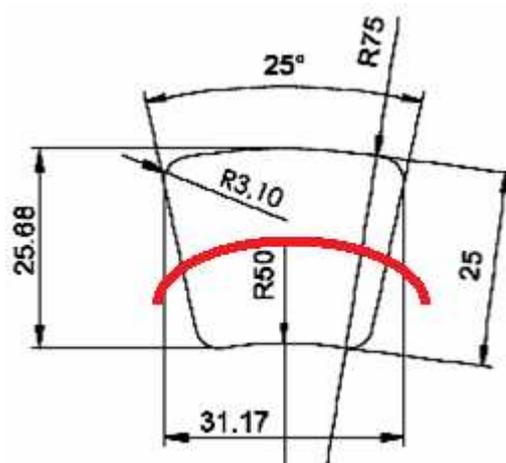


Figura 60. Linha definida para validação dos resultados.

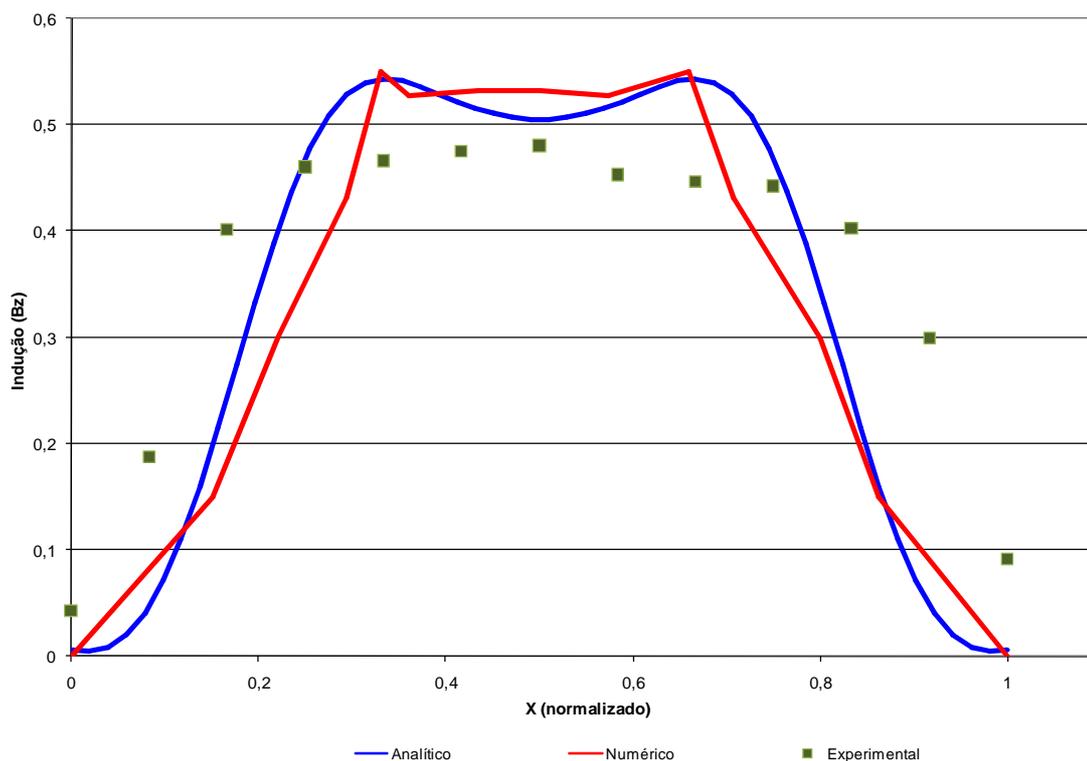


Figura 61. Comparativo da Indução Magnética ( $B_z$ ) a 0,5 mm da face polar, na linha central dos ímãs. Métodos analítico, numérico e experimental.

Verifica-se que os valores obtidos no método numérico e no método analítico aproximam-se em amplitude e distribuição; as diferenças de formato devem-se à diferença de resolução na geração dos dados.

Em relação aos ímãs quadrados, a critério de comparativo, a Figura 62 apresenta o comparativo de valores experimentais, analíticos e numéricos para a linha central do ímãs (LOUREIRO, 2008).

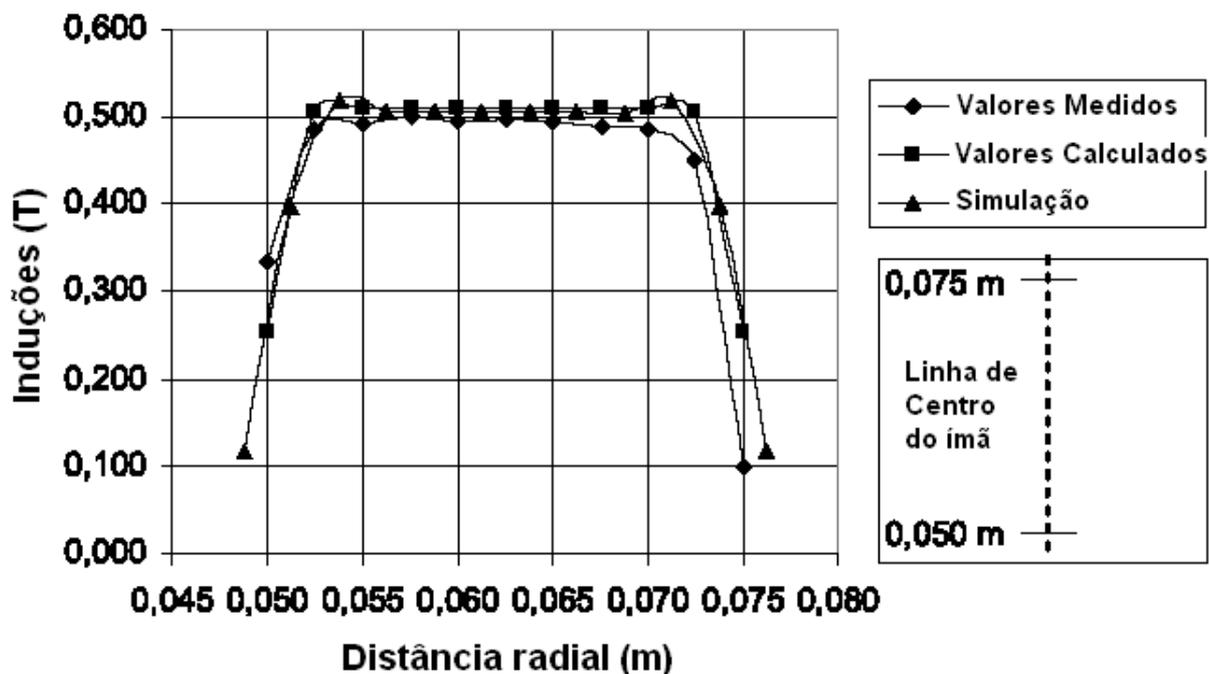


Figura 62. Comparativo da Indução Magnética ( $B_z$ ) a 0,5 mm da face polar, na linha central dos ímãs. Métodos analítico, numérico e experimental (LOUREIRO, 2008).

Para os ímãs setoriais, apesar de no gráfico 3D dos resultados experimentais as extremidades apresentarem os valores de pico característicos, nessa linha central não apresentam uma distribuição similar aos demais métodos, ao que se atribui aos erros do instrumento e próprios da medição.

Comparando-se os gráficos 2D entre os dois formatos de ímãs, verifica-se para os ímãs setoriais um valor maior, principalmente na proximidade das extremidades; no centro do ímã os valores são similares e entorno de 0,5 T.

## 6.2 FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA

Para adquirir essa grandeza, a máquina foi operada como um gerador a vazio, através do auxílio de uma máquina primária, em quatro valores de velocidade definidos, observando-se a tensão induzida nos terminais das bobinas. A confirmação da velocidade foi feita através de um tacômetro e a aquisição da onda através de um osciloscópio digital Agilent DSO1014A. Uma imagem do ensaio é apresentada na Figura 63.

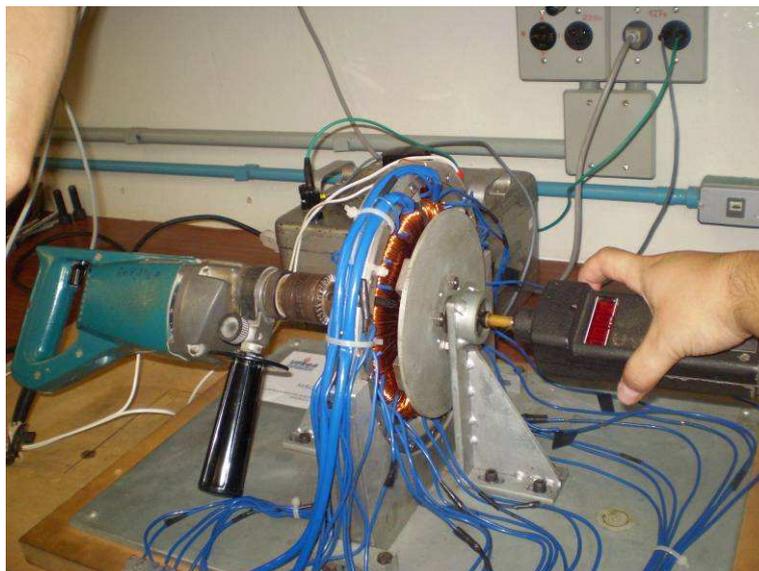


Figura 63. Ensaio para aquisição da força eletromotriz induzida.

A Figura 64 e a Figura 65 apresentam os gráficos da força eletromotriz induzida pelos ímãs nos enrolamentos, em quatro velocidades: 300 RPM, 350 RPM, 400 RPM e 450 RPM. Nos gráficos as quatro curvas foram sobrepostas, sendo apresentado um período completo da frequência, o que possibilita comparar a amplitude das ondas e seus respectivos períodos. Com o aumento da velocidade, houve incremento no valor da força eletromotriz induzida até o limite de aproximadamente 4,5 V a 450 RPM, velocidade nominal da máquina.

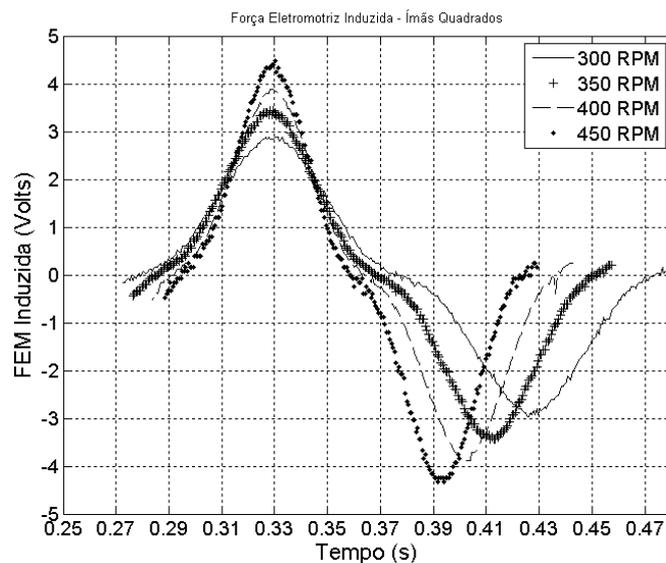


Figura 64. Força eletromotriz induzida pelos ímãs quadrados sobre um dos enrolamentos do estator - resultado experimental.

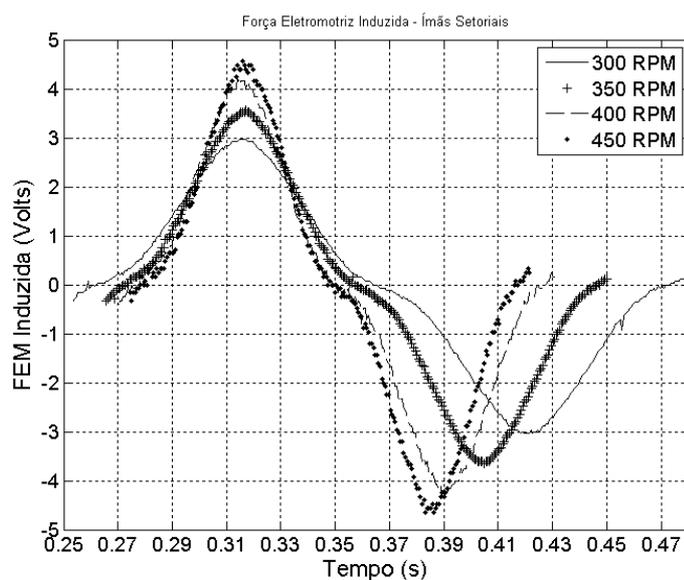


Figura 65. Força eletromotriz induzida pelos ímãs setoriais sobre um dos enrolamentos do estator - resultado experimental.

O aumento do volume em 7,8% do ímã setorial em relação ao ímã quadrado ocasionou um aumento na força eletromotriz induzida, em proporção, conforme é visto na Figura 66, que relaciona as curvas do ímã setorial e do ímã quadrado, em ambos os casos à velocidade nominal de 450 RPM.

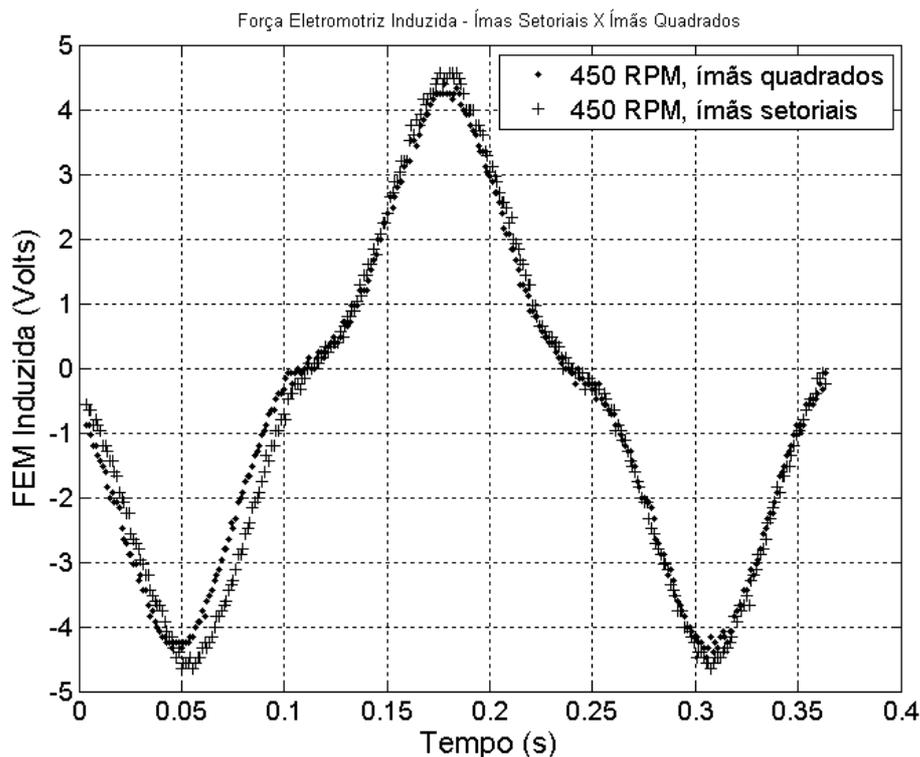


Figura 66. Comparativo da FEM produzida nos enrolamentos da máquina para os dois formatos de ímãs, a 450 RPM - resultado experimental.

### 6.3 CONJUGADO ESTÁTICO

De forma a obter o conjugado estático utilizou-se uma mesa de conjugado, onde a máquina foi travada em posições específicas de  $0^\circ$  a  $30^\circ$  em relação ao alinhamento dos ímãs, em intervalos de  $5^\circ$ , e excitada com corrente de 2,5 A; a posição definida como  $0^\circ$  é a posição de equilíbrio da máquina com a linha de centro dos ímãs sobre o plano que divide duas bobinas energizadas. A Figura 67 demonstra o esquema para medição de conjugado, onde pode ser vista a mesa utilizada, que é formada por extensômetros de resistência elétrica ligados em ponte completa, cuja leitura de força correspondente é feita através de um condicionador de sinais Modelo FT CC NI-1094.



Figura 67. Esquema utilizado para medição do conjugado estático.

A Figura 68 demonstra os valores medidos e a Figura 69 as linhas de tendência para o conjugado estático da máquina como motor. Os valores máximos obtidos foram de 1,88 Nm para ímãs quadrados e 2,33 Nm para ímãs setoriais, demonstrando um incremento de aproximadamente 24%.

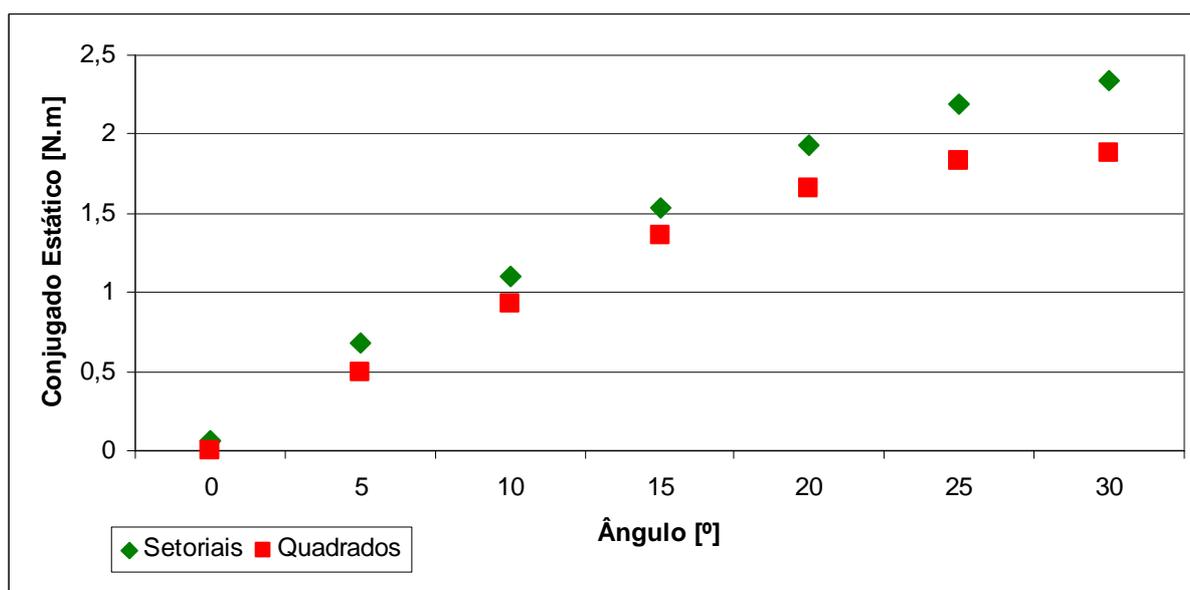


Figura 68. Conjugado estático para ímãs quadrados e setoriais verificado experimentalmente – valores medidos.

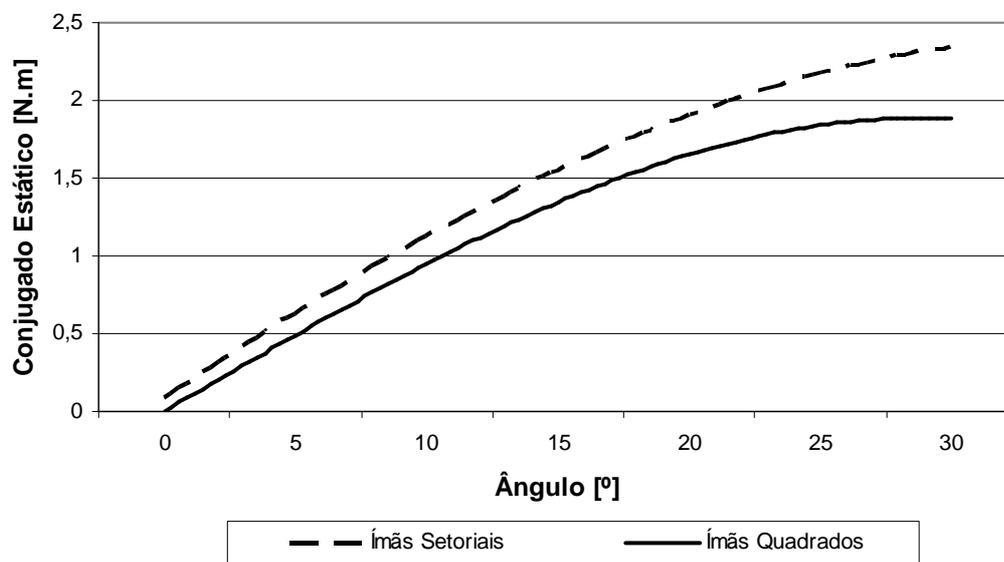


Figura 69. Conjugado estático para ímãs quadrados e setoriais verificado experimentalmente – linha de tendência.

#### 6.4 ENSAIO E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA A FRENAGEM DINÂMICA

Esta seção avalia a frenagem dinâmica da máquina Torus com carga mecânica acoplada ao eixo (1 disco de inércia, que aumenta em 6 vezes o momento de inércia da máquina), tanto experimentalmente quanto com o auxílio do *software* Matlab®. Este estudo avalia o potencial de uso da máquina para aplicações cuja energia de frenagem é dissipada. Inicialmente foram considerados para esta avaliação dois valores resistores shunt disponíveis e de valores de interesse (1  $\Omega$  e 10  $\Omega$ ) e velocidade de 350 RPM (velocidade acionada pelo sistema de controle).

A energia gerada pode ser retornada para o sistema de alimentação (para os componentes eletrônicos de potência e de armazenamento do veículo), ou dissipada no resistores (objeto desta análise inicial); destaca-se que a energia dissipada na frenagem dinâmica é analoga à energia recuperada na frenagem regenerativa.

A forma de realizar a frenagem regenerativa na máquina C.C, sem escovas, tipo Torus, é bastante simples. A máquina consiste de dois conjuntos eletromecânicos separados: o rotor, que é a parte móvel sobre o qual ímãs permanentes estão dispostos para produzir o campo magnético no entreferro, e o estator, que é a parte fixa da máquina, composta de enrolamentos trifásicos. Quando o rotor está em movimento, seu campo magnético se estabelece através das bobinas do estator com um ângulo de incidência variável. O fluxo magnético concatenado pelo circuito do estator é variável e depende do ângulo da posição mecânica do rotor em relação ao estator. Essa interação e variação de fluxo dá origem a uma força eletromotriz induzida, que é responsável por gerar uma corrente nos enrolamentos. Esta corrente é proporcional à carga nos enrolamentos estacionários, e varia ao longo do tempo, provocando uma força contra-eletromotriz induzida, que é responsável pelo efeito de frenagem da parte móvel.

Um exemplo de aplicação prática desse princípio é o projeto apresentado em (PEREIRA, 2007), um ônibus elétrico híbrido com células de combustível e um banco de baterias para propulsão. Este perfil de projeto é importante porque pode ser usado para analisar a utilização de um número de máquinas Torus como fonte de frenagem para o veículo devido a sua fácil adaptação no interior do veículo rodas, como evidenciado na literatura (CHIKKAM, 2005) (CHOPPA, 2006).

Como exemplo do desenvolvimento de velocidade em áreas urbanas é utilizado o ciclo FUDS (*Federal Urban Schedule Driving Cycle*), mostrado na Figura 70, que é um método padronizado que apresenta regiões onde são claros diversos trechos de aceleração e desaceleração do veículo (PEREIRA, 2007) (DIESELET, 2009), o que justifica os métodos já descritos.

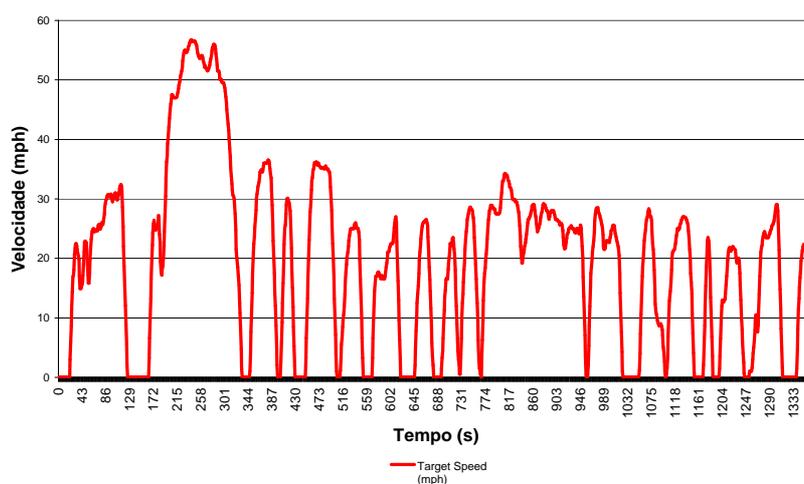


Figura 70. Federal Urban Driving Cycle Schedule. Traduzido de (DIESELNET, 2009).

Baseado no princípio de frenagem dinâmica da máquina operando como gerador, o teste foi simulado. Aos enrolamentos da máquina está ligado um resistor de alimentação para cada fase conforme os valores definidos. A máquina foi acionada até o valor da velocidade angular escolhida como parâmetro de simulação (simulando uma máquina primária); quando a velocidade angular desejada é alcançada, a máquina é liberada para frenagem por meio de seu conjugado mecânico resistivo e conjugado de frenagem eletromagnética causada pela operação como um gerador.

#### 6.4.1 ENSAIO EXPERIMENTAL PARA FRENAGEM DINÂMICA

Para os ensaios experimentais, a máquina foi acionada utilizando-se seu próprio sistema de controle. Foi acoplado ao circuito um conjunto de relés acionados por uma chave que em um momento inicial mantém o sistema alinhado para acionamento como motor; quando a velocidade é atingida, estes relés comutam a ligação de modo que a máquina opera sob frenagem dinâmica (força eletromotriz induzida é aplicada aos resistores shunt). Para a supervisão e aquisição de dados utilizou-se o DAQ National Instruments USB 6009, Figura 71, através de suas entradas para tensão e de um terminal contador de pulsos (coletando

informações do encoder); a lógica para aquisição das grandezas, apresentação dos dados na tela e exportar os valores foi desenvolvida no software LabView, conforme demonstra a Figura 72 e a Figura 73. O DAQ possui 8 entradas analógicas individuais (ou 4 diferenciais), 5 entradas ou saídas digitais, 2 saídas analógicas e 1 contador de pulsos, taxa de amostragem de até 48 kS/s, limite de 10 V para tensão de entrada.

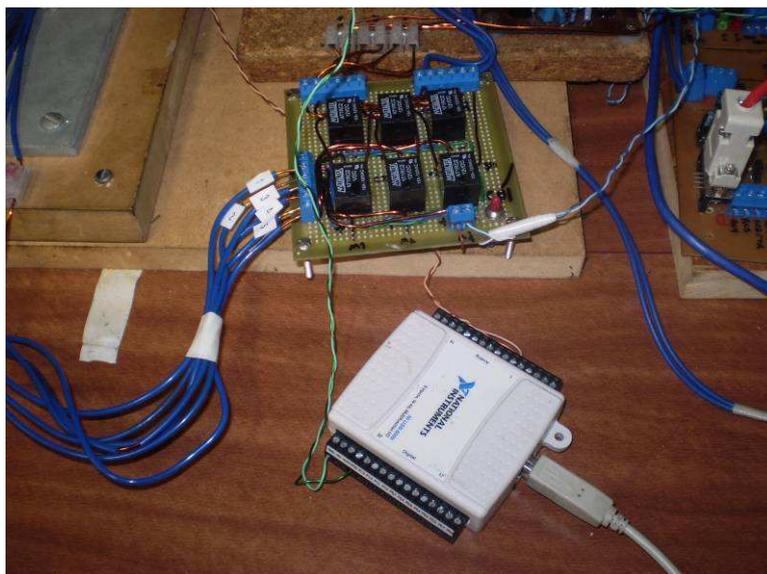
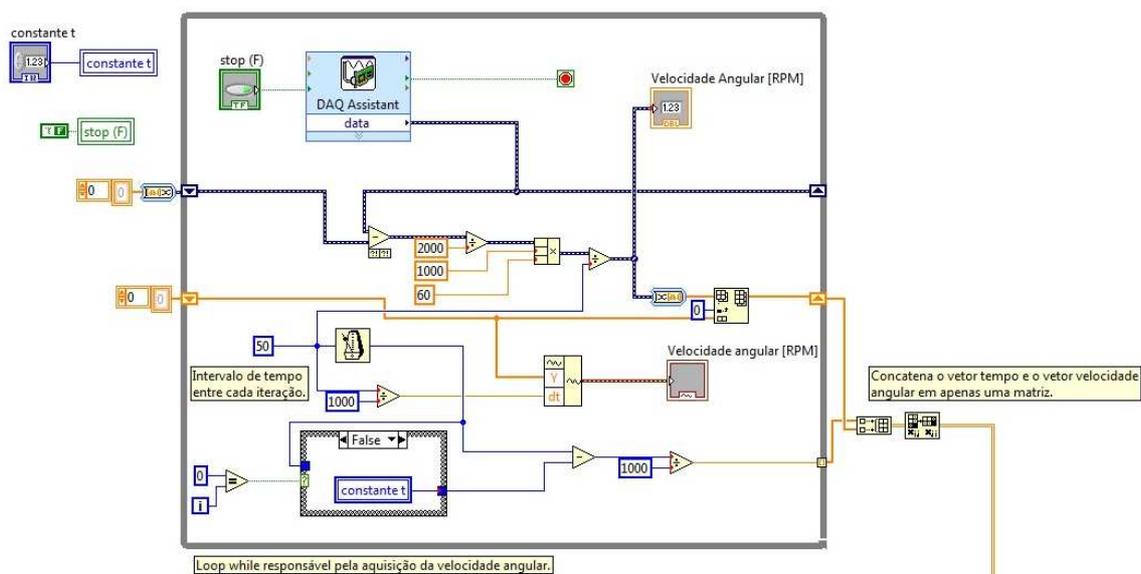
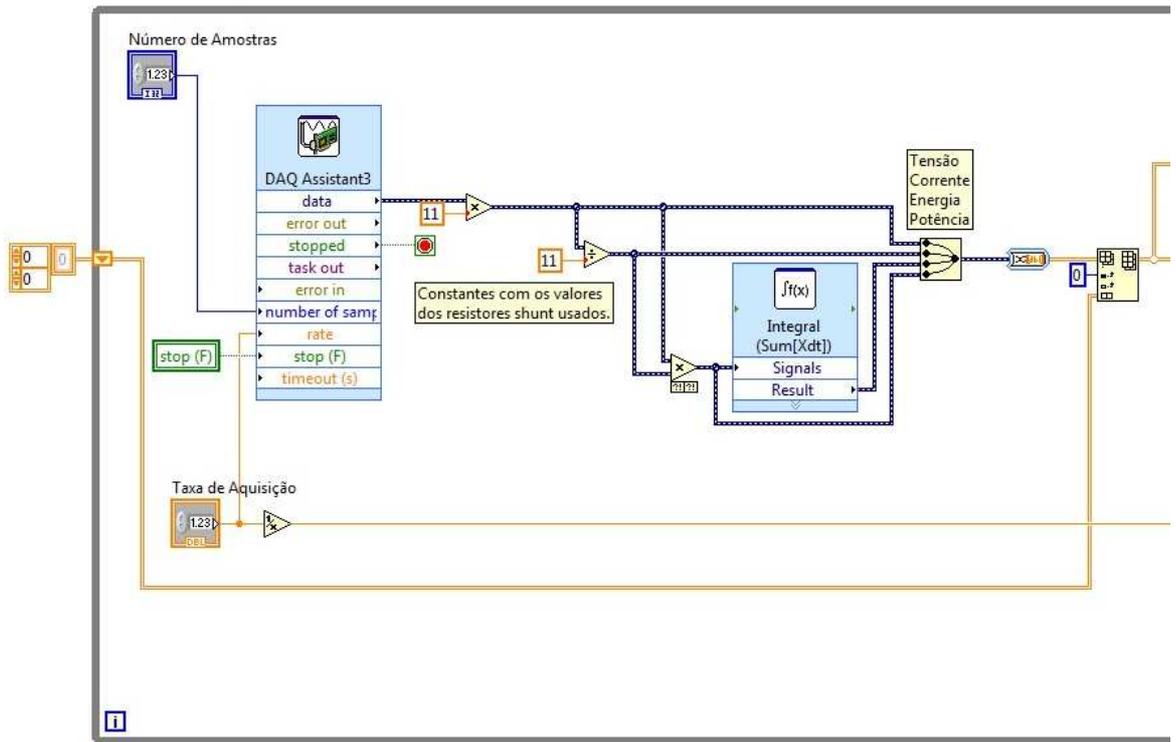


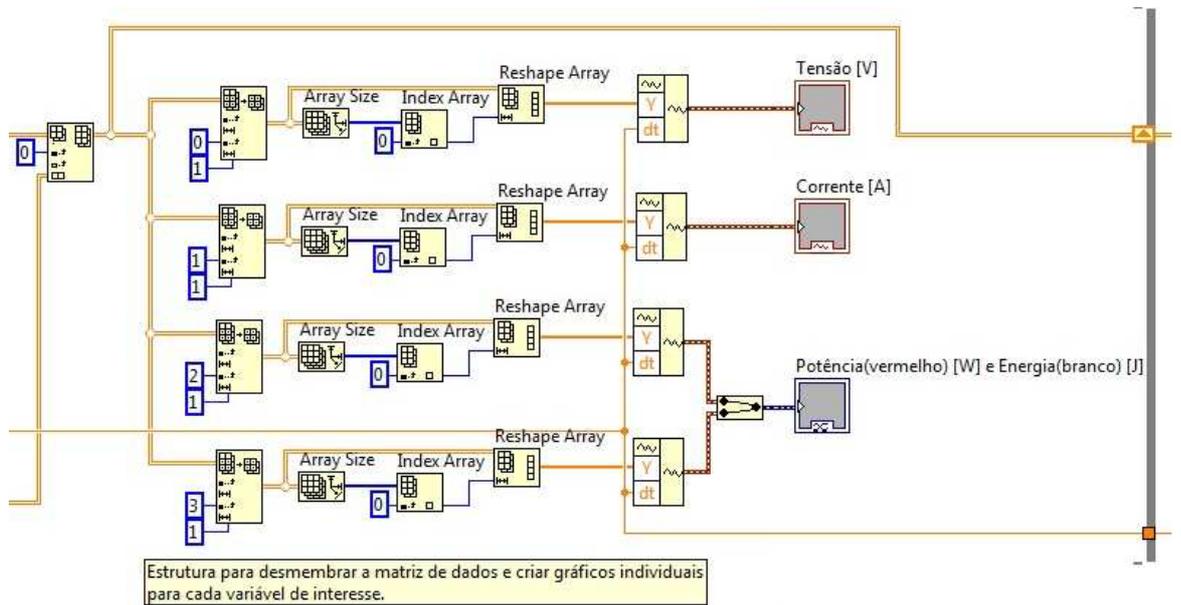
Figura 71. Placa com relés para mudança do modo de operação e DAQ NI USB 6009.



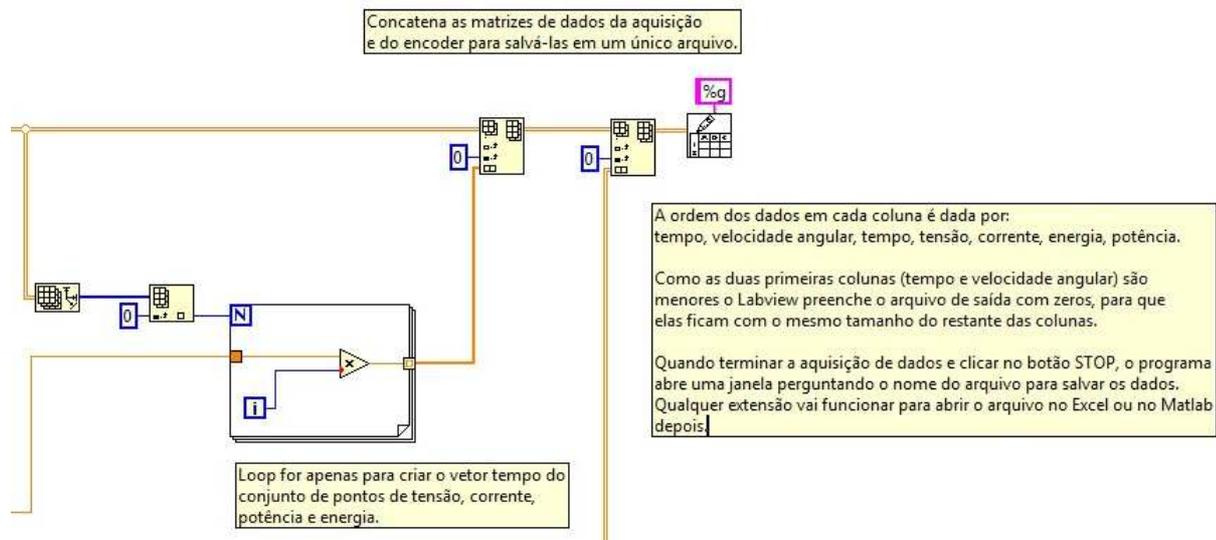
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 72. Esquemático LabView: (a) Bloco para leitura do encoder e conversão para velocidade angular; (b) Bloco para cálculo das grandezas elétricas.; (c) Bloco que faz o arranjo dos dados e exibe na tela; (d) Bloco que exporta valores calculados para Excel®.

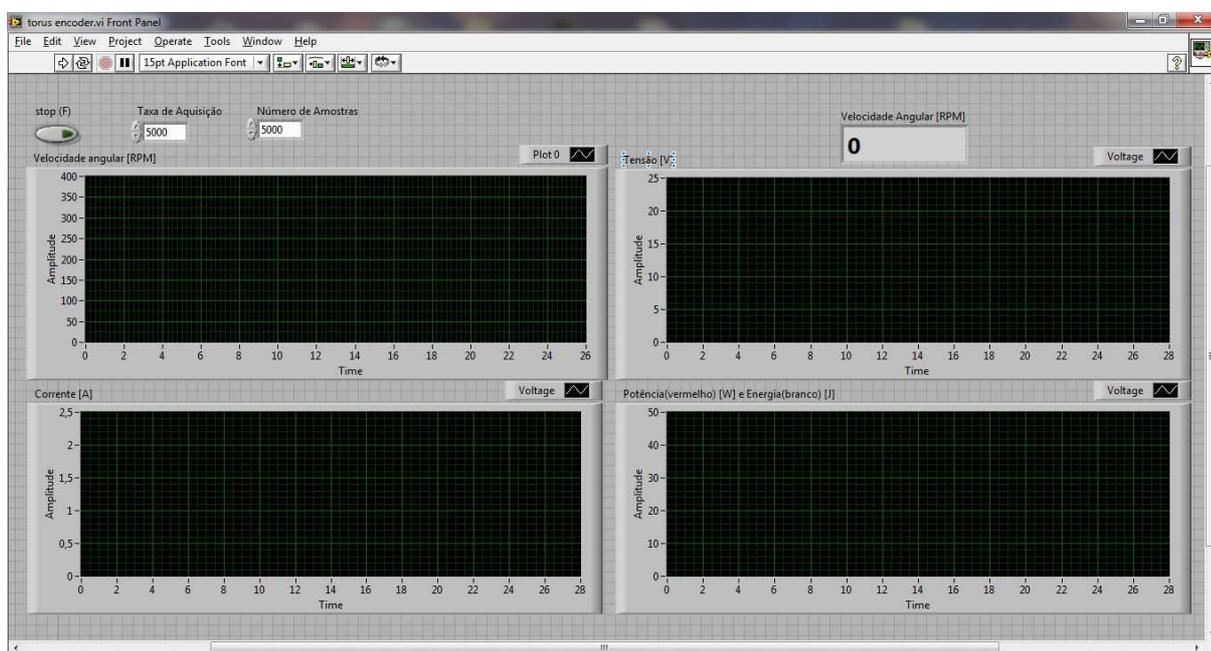


Figura 73. Sistema supervisor desenvolvido no LabView.

## 6.4.2 MODELO MATLAB®

Modelagem elétrica e mecânica simplificada da máquina são apresentadas, de modo a possibilitar simulações no Matlab®, apresentando valores elétricos e comportamento do sistema.

### 6.4.2.1 Modelo Mecânico

Para o modelo mecânico foram consideradas as características intrínsecas da máquina, e a carga de um disco de inércia acomplado ao seu eixo; sob esse ponto de vista, tem-se a intenção de obter as curvas de decaimento da velocidade angular em termos de conjugado mecânico resistente e conjugado proveniente da frenagem dinâmica combinados. A soma dos conjugados na máquina é igual ao momento de inércia multiplicado pela derivada da

velocidade angular  $\sum T = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$  (70).

$$\sum T = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (70)$$

O momento de inércia a ser considerado é  $J_{TORUS} = 6,54707 \cdot 10^{-3} kg \cdot m^2$  para a máquina e  $J_{Disco} = 0,039399 kg \cdot m^2$  para o disco de inércia. Estes dados foram obtidos analiticamente e confirmados pela ferramenta gráfica SolidWorks®.

Neste sistema, a soma dos torques é dado pela diferença entre o torque eletromagnético ( $T_{em}$ ) e as perdas causadas pelo atrito viscoso ( $T_D$ ) e pelo atrito seco ( $T_S$ ), cujo sinal depende do sentido de rotação da máquina. As equações são detalhadas.

$$T_{em} - T_D - T_S = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (71)$$

$$T_D = D \cdot \omega \quad (72)$$

$D$  é o coeficiente de atrito da máquina.

$$T_s = \pm T_s \quad (73)$$

Considerando o sistema como dependente dos valores de velocidade angular, e é exatamente este valor que temos a intenção de obter, basta isolar de  $T_{em} - T_D - T_s = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$

(71) a derivada da velocidade angular. Sabendo que a derivada da posição angular é a velocidade angular, pode-se dizer que a derivada da velocidade angular é a segunda derivada da posição (75).

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_{em} - D \cdot \omega - T_s}{J} \quad (74)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt} = \frac{T_{em} - D \cdot \omega - T_s}{J} \quad (75)$$

Para obter a solução numérica da equação diferencial de segunda ordem, é necessário dividi-la em duas equações diferenciais de primeira ordem. Adota-se o deslocamento angular (76) e sua derivada, a velocidade angular (77), como variáveis de estado.

$$x_1 = \theta \quad (76)$$

$$x_2 = \dot{\theta} = \omega \quad (77)$$

Derivando as variáveis de estado ao longo do tempo, são obtidas as duas equações diferenciais de primeira ordem (equações de estado) apresentadas em (78) e (79).

$$\dot{x}_1 = \dot{\theta} = \omega \quad (78)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{\theta} = \dot{\omega} = \frac{T_{em} - D \cdot \omega - T_s}{J} \quad (79)$$

Finalmente, do ponto de vista mecânico, considera-se que a energia cinética armazenada na máquina depende do seu momento de inércia e do quadrado da velocidade angular em que a máquina está (80). A partir desta variável é possível traçar a curva de decaimento da energia cinética.

$$E_{cinetica} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 \quad (80)$$

#### 6.4.2.2 Modelo Elétrico

Para uma máquina síncrona de rotor liso, com pólos salientes, a tensão nos terminais da armadura em funcionamento como um gerador é dada por (81).

$$V = E_a - [Ra] \cdot [I] - [La] \cdot \frac{dI}{dt} \quad (81)$$

Como o objetivo da modelagem é a obtenção de curvas de comportamento da potência instantânea, energia elétrica, tensões e correntes, é interessante se isolar a derivada de corrente (82).

$$\frac{dI}{dt} = [L_a]^{-1} \cdot \{V + [R_a] \cdot [I] - E_a\} \quad (82)$$

As matrizes e vetores em (82) possuem os formatos respectivos apresentados nas equações de (83) a (87).

A força eletromotriz gerada pelo fluxo através dos enrolamentos da armadura é dada por (83), onde  $K_e$  é a constante associada à força eletromotriz induzida nos enrolamentos, cujo valor é  $K_e = 0,091475 \frac{V}{(rad/s)}$ . Este valor foi obtido experimentalmente por meio de testes com a operação da máquina como um gerador sem carga (máquina primária realizando o acionamento), conforme realizado em (CHIKKAM, 2005), onde através da aquisição da forma de onda relaciona-se o valor da força eletromotriz induzida em relação à velocidade empregada.

$$E_a = K_e \cdot \begin{pmatrix} \sin(\theta_e) \\ \sin\left(\theta_e - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta_e - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \end{pmatrix} \cdot \omega \quad (83)$$

$\theta_e$  é o deslocamento, descrito em ângulos elétricos e é dado por (84).

$$\theta_e = p_{par.pólos} \cdot \theta_{mecânico} \quad (84)$$

A matriz  $R_a$  apresentada em (85) representa a resistência total em cada fase, que é dada pela soma do valor da resistência externa com o valor da resistência interna (0,2  $\Omega$ ).

$$Ra = \begin{pmatrix} R_{total} & 0 & 0 \\ 0 & R_{total} & 0 \\ 0 & 0 & R_{total} \end{pmatrix} \quad (85)$$

$$L_{total} = \begin{pmatrix} L_{fase} & 0 & 0 \\ 0 & L_{fase} & 0 \\ 0 & 0 & L_{fase} \end{pmatrix} \quad (86)$$

$L_{total}$  é a matriz de indutâncias das três fases, cujo valor da indutância própria, por fase, é de 450 mH, aproximadamente.  $V$  é a matriz de tensões nos terminais, cujo valor depende de correntes elétricas. Com base em (CHIKKAM, 2005), as indutâncias mútuas são desconsideradas.

$$V = \begin{pmatrix} I_a \cdot R_{total} \\ I_b \cdot R_{total} \\ I_c \cdot R_{total} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} \quad (87)$$

onde

$$R_{total} = R_{carga} + R_{Interna} \quad (88)$$

Para obter os valores na matriz de correntes (89), foi utilizado o método numérico de Runge Kutta de ordem 4 e 5, usando a função do Matlab aplicada a (82).

$$I = \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} \quad (89)$$

Sabendo os valores das correntes, é possível obter as demais grandezas de interesse e plotar as curvas associadas a estas: corrente elétrica, força eletromotriz induzida nos enrolamentos, potência elétrica instantânea sobre o resistor shunt e energia elétrica dissipada no resistor. As equações para obter a potência e energia são dadas em (90) e (91).

$$P_{dissipada} = R_{carga} \cdot (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2) \quad (90)$$

$$E_{dissipada} = \int P_{dissipada} dt \quad (91)$$

O passo de integração da função do Matlab que executa o RUNGE KUTTA (ode45) é determinado por (92) e depende do número de amostras que se quer durante o tempo de simulação. O padrão médio foi de 1000 amostras / segundo.

$$passo = \frac{t_{simulação}}{amostras} \quad (92)$$

### 6.4.3 RESULTADOS DA FRENAGEM DINÂMICA

Os gráficos apresentados da Figura 74 à Figura 77 confrontam a energia dissipada e a curva de velocidade angular entre experimentos e simulação. Já os gráficos da Figura 78 à Figura 83 apresentam os resultados obtidos experimentalmente.

O comportamento esperado para o valor de tensão deve ser condizente com (83), que afirma que a força eletromotriz é proporcional à constante K e varia com a velocidade angular. Como a velocidade angular apresenta uma curva de decaimento, conforme a Figura 74 e a Figura 76, o valor de pico da EMF é reduzido e, conseqüentemente, o valor da corrente diminui em proporção à ela.

Considera-se que a energia cinética (80) é proporcional ao quadrado da rotação, o seu decaimento é devido ao decaimento da velocidade angular. Acompanhando este decaimento está a redução no incremento da energia elétrica dissipada na resistência externa; exemplo disso são a Figura

75 e Figura 77, cujo incremento da energia passa a ser reduzido à medida que a velocidade da máquina tende a zero. Os resultados experimentais e da simulação Matlab são apresentados nas figuras a seguir.

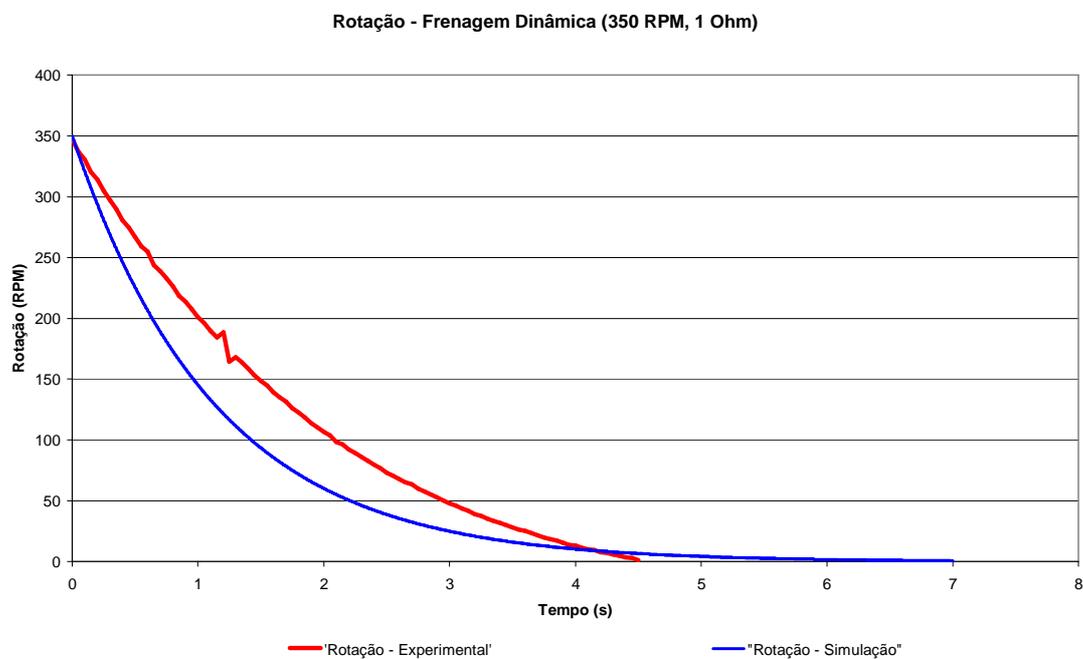


Figura 74. Rotação - Resultado simulação Matlab® versus experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1  $\Omega$ .

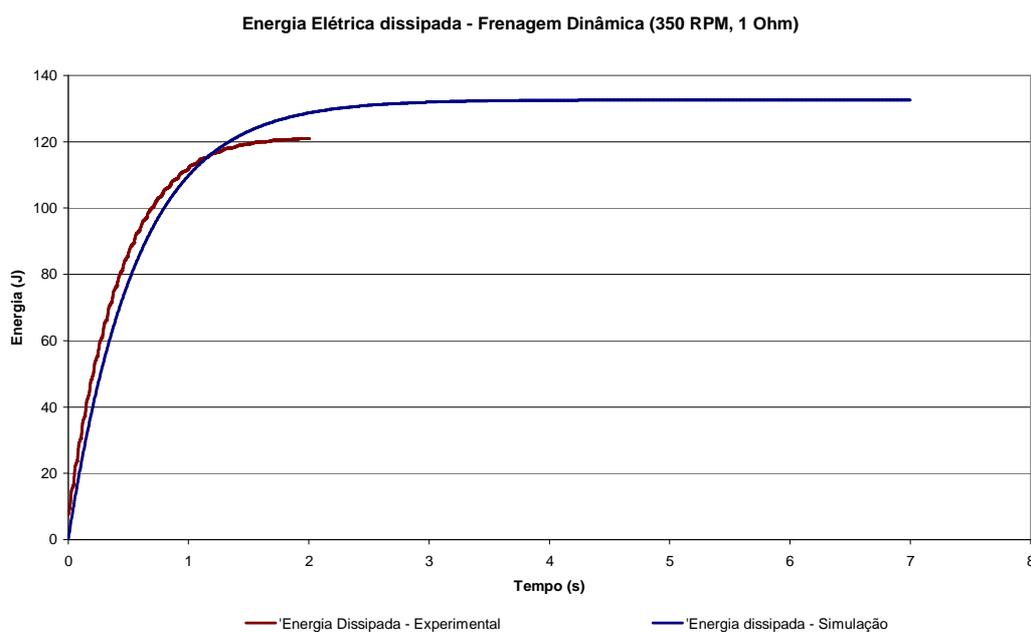


Figura 75. Energia elétrica dissipada (acumulável). Resultado simulação Matlab® versus experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1  $\Omega$ .

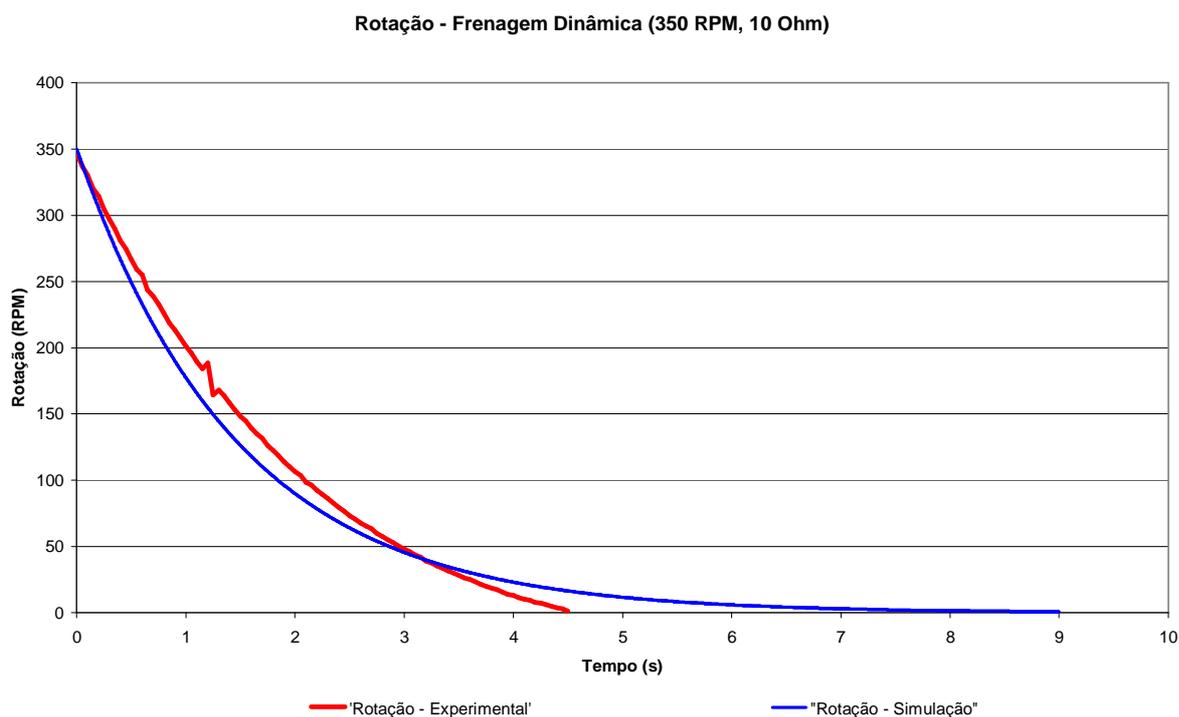


Figura 76. Rotação - Resultado simulação Matlab® versus experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 10  $\Omega$ .

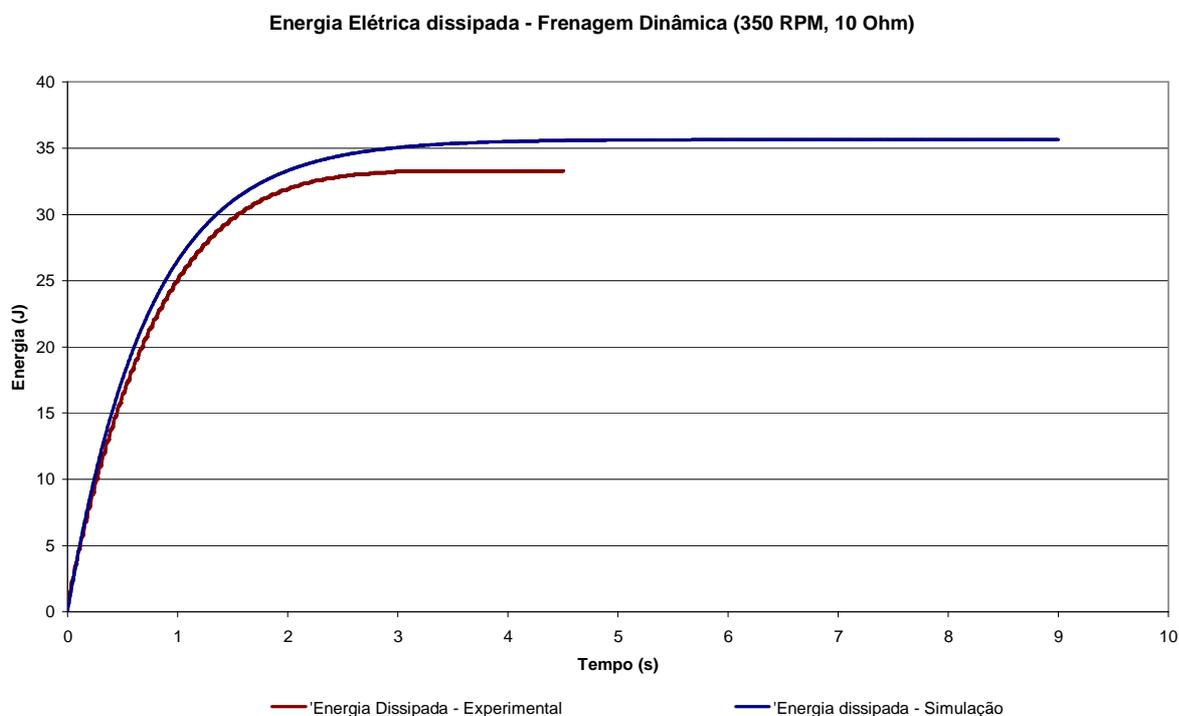


Figura 77. Energia Elétrica Dissipada (acumulável). Resultado simulação Matlab® versus para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 10  $\Omega$ .

Embora não tenha sido avaliado um sistema de armazenamento de energia, avaliou-se o percentual de energia dissipada nos resistores shunt em relação à energia cinética da máquina (com velocidade inicial de 350 RPM). Comparou-se a energia cinética inicial versus a energia elétrica dissipada. Para o resistor de  $10\ \Omega$  dissipou-se apenas 3,85% da energia, já para o resistor de  $1\ \Omega$  esse valor elevou-se para 21,46%.

Além dos resultados já apresentados, para os experimentos é interessante apresentar dados como corrente elétrica, tensão elétrica e potência instantânea.

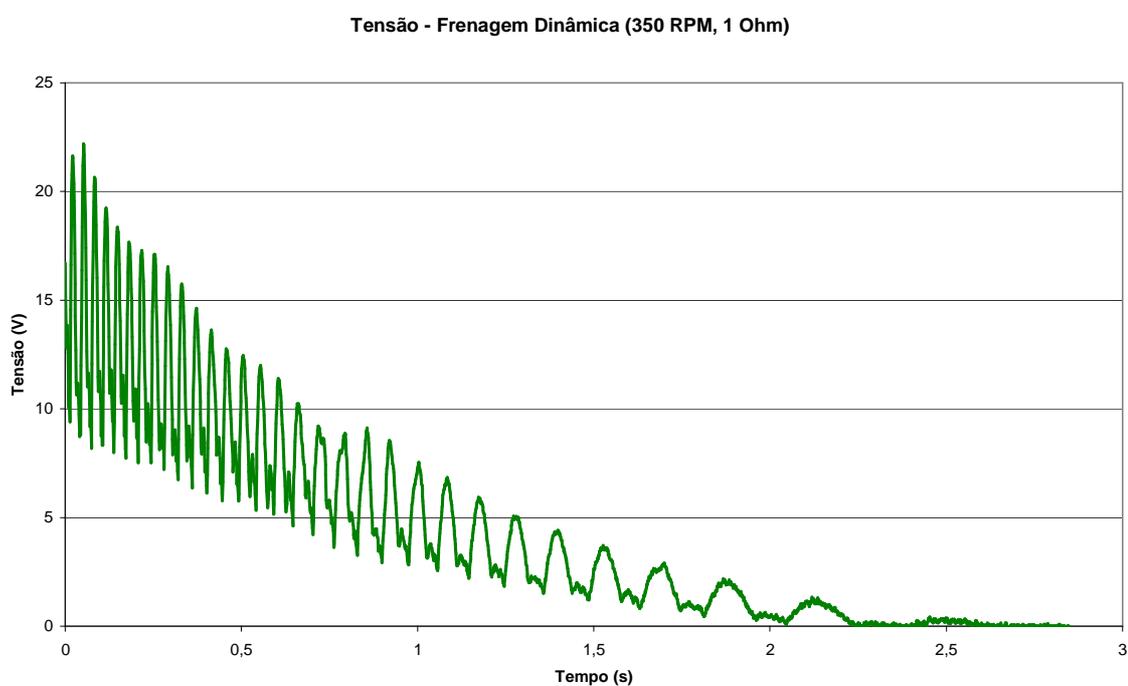


Figura 78. Tensão sobre o resistor shunt - Resultado experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de  $1\ \Omega$ .

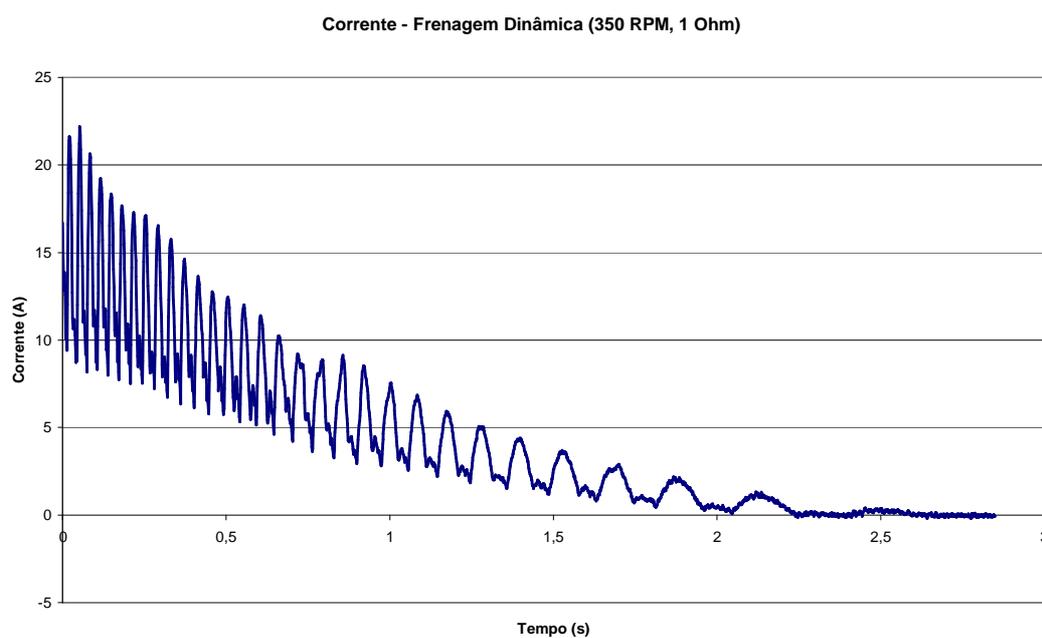


Figura 79. Corrente elétrica sobre o resistor shunt - Resultado experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1  $\Omega$ .

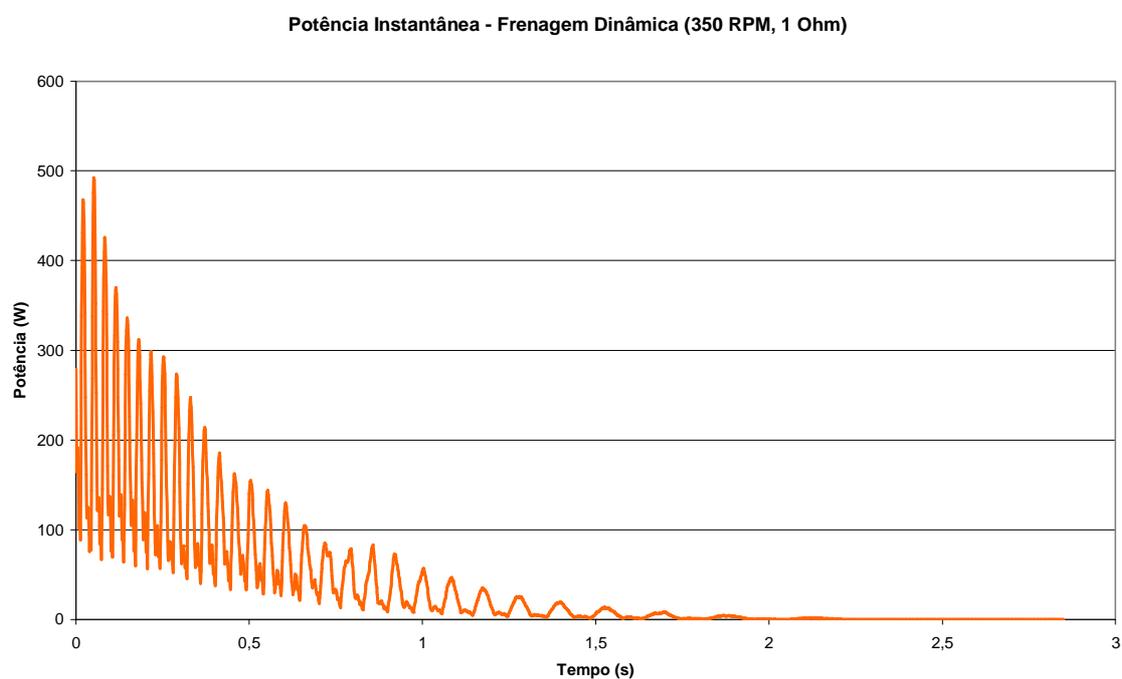


Figura 80. Potência Elétrica Instantânea. Resultado experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 1  $\Omega$ .

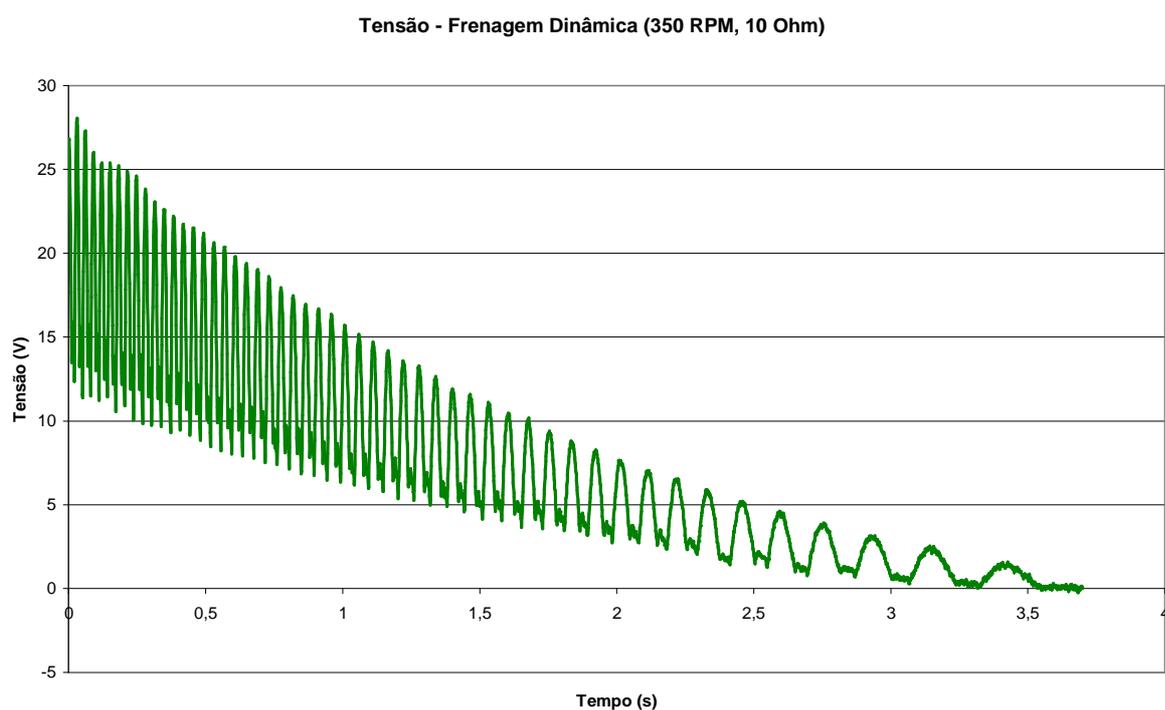


Figura 81. Tensão sobre o resistor shunt. Resultado experimental para frenagem dinâmica – rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 10  $\Omega$ .

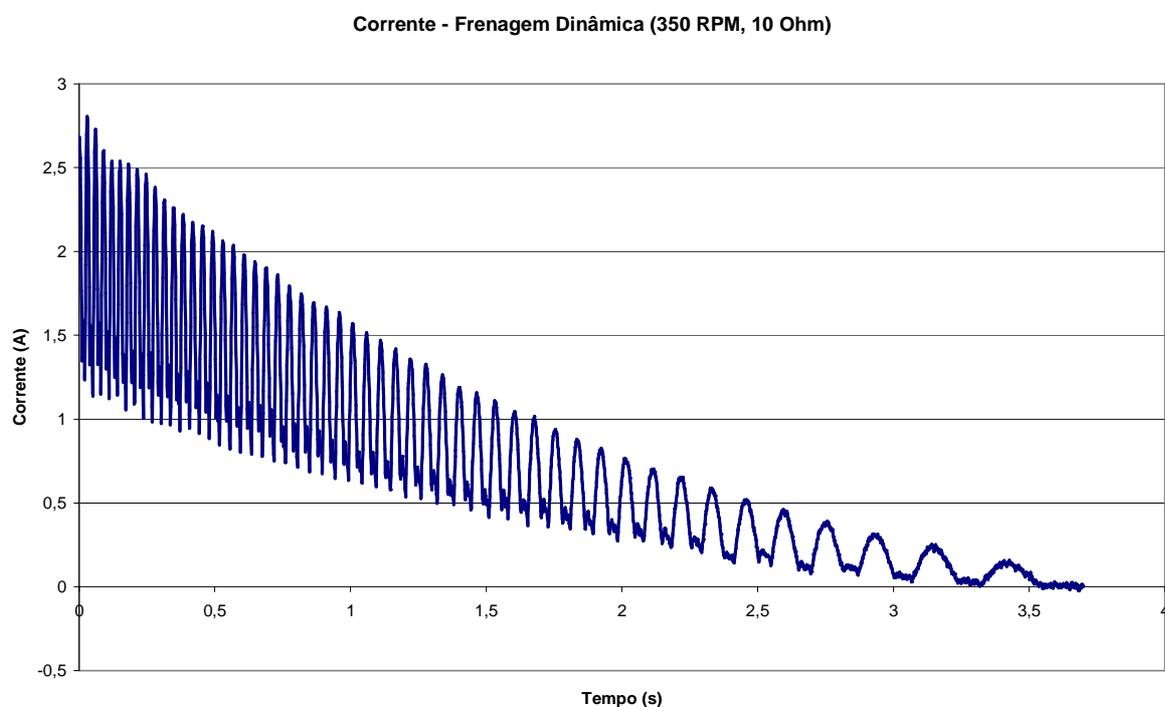


Figura 82. Corrente Elétrica sobre o resistor shunt. Resultado experimental para frenagem dinâmica – velocidade inicial 350 RPM, 10  $\Omega$ .

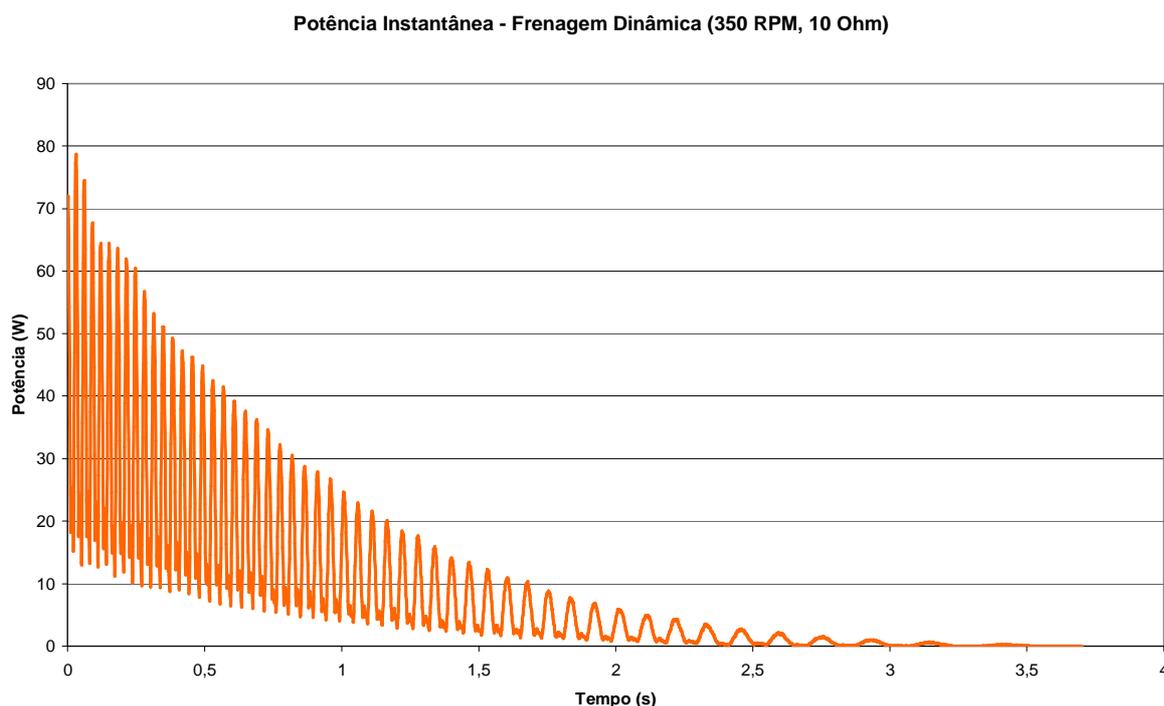


Figura 83. Potência Elétrica Instantânea. Resultado experimental para frenagem dinâmica rotação inicial de 350 RPM, resistência de carga de 10  $\Omega$ .

Os resultados da simulação apresentam comportamentos consistentes com as equações desenvolvidas para estabelecer o programa em Matlab. Como esperado, o decaimento da velocidade angular e, portanto, da energia cinética, deu-se rapidamente devido ao baixo momento de inércia. Ao simular a inércia de um veículo real é esperado um decaimento lento, refletindo nas curvas da FEM, corrente elétrica, energia elétrica e energia elétrica dissipada. Esta análise fornece evidências de que se estendido o decaimento da velocidade angular, a máquina torna-se atraente para novos estudos para armazenamento de energia em baterias e supercapacitores.

Entretanto, quando comparado os resultados da simulação aos resultados experimentais, principalmente quanto à curva de decaimento da rotação, verifica-se que os valores apresentam divergências que não invalidam o método, mas que necessitam ser investigadas. Avaliando-se as curvas, é possível ver que na prática o tempo de decaimento da

rotação foi em torno de 3 a 4 segundos menor do que o simulado; três possíveis causas podem ser apontadas de modo justificar essa inconsistência:

- Erros próprios dos instrumentos utilizados.
- Existe o aparecimento de correntes parasitas no núcleo do estator, que não foram consideradas no modelo que tem por efeito reduzir o tempo de frenagem, já que, para se formarem, a energia cinética é consumida.
- Modelos numéricos são uma aproximação, o que também reflete em uma diferença em relação ao procedimento experimental.

## 7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A máquina Torus é um dispositivo de dimensões axiais reduzidas, construção simples e características particulares que possibilitaram atender a grande maioria dos objetivos propostos para este trabalho.

O primeiro deles previa a alteração dos ímãs permanentes do dispositivo e consequente realização dos ensaios estáticos e dinâmicos da máquina Torus estudada, que foi atendido e possibilitou observar que o formato setorial refletiu em um aumento da ordem proporcional aos 7,8% de aumento no volume dos ímãs na força eletromotriz induzida e no conjugado. Comparando-se os resultados experimentais com os resultados analíticos e numéricos, verifica-se coerência entre os valores; as diferenças razoáveis que foram verificadas devem-se muito provavelmente à dificuldade em reproduzir o formato setorial em simulações, principalmente numéricas, visto que a natureza curvilínea das bordas dos ímãs é difícil de representar fielmente em elementos finitos. Quanto à distribuição de fluxo magnético houve uma diferença do resultado experimental em relação aos resultados numérico e analítico, para uma linha específica traçada ao longo do raio, em função dos erros inerentes aos instrumentos e próprios da medição, onde se destaca a dificuldade em aumentar o número de pontos de medição em função das dimensões do ímã; apesar disso, nos gráficos 3D o comportamento se assemelha.

Especificamente sobre o modelo analítico, verificou-se que o método da Transformação Conforme permitiu reproduzir a densidade de fluxo na proximidade dos ímãs permanentes, uma vez que no comparativo com o método numérico os resultados assemelharam-se; comparando-se os valores médios da figura 61, no intervalo normalizado de 0,3 a 0,7, temos o valor de 0,535 T para o método numérico, 0,52 para o método analítico. O método propiciou a mudança de plano que culminou em um sistema de eixos que viabilizou seguir uma solução analítica confiável e retornar ao plano inicial, eliminando a dificuldade em

reproduzir essa grandeza quando se utiliza diretamente as coordenadas cilíndricas e permitindo usar soluções de implementação mais conhecida. Além disso, possibilitou reproduzir o equacionamento em simulação Matlab® com um tempo de processamento baixo, o que não ocorreria utilizando-se equações de Bessel, por exemplo. Como sugestão futura está a conclusão do modelo, avaliando a reação da armadura, para obter-se as demais grandezas de interesse, como conjugado e força eletromotriz induzida.

Os ensaios através de frenagem dinâmica e a modelagem Matlab® não foram conclusivos o suficiente sobre o potencial de recuperação de energia que se pode obter com o dispositivo; atribui-se como principal fator para dificuldade na avaliação experimental as perdas mecânicas existentes nos rolamentos. Como sugestões futuras julga-se interessante buscar rolamentos que reflitam em perdas menores e *encoder* que ofereça menor resistência aos movimentos. Além disso, houve diferença significativa nos tempos de decaimento da rotação da ordem de 3 a 4 segundos quando comparado o resultado experimental ao da simulação; o principal motivo que se atribui a essa diferença é a dificuldade em representar no modelo as perdas por correntes parasitas. Como forma de resolver essa inconsistência nos resultados e mais, melhorar o desempenho da Torus, sugere-se a substituição do núcleo maciço do estator por materiais com propriedades igualmente isotrópicas, igualmente suscetível ao estabelecimento de fluxo magnético com distribuição tridimensional, mas com elevada resistividade (BAGGIO Fº, 2008). Como alternativas para desenvolvimentos futuros, podem ser empregados núcleos com materiais compósitos, núcleo laminado ou fitas de materiais amorfos. A utilização de materiais compósitos de grão isolado também foi uma das alternativas referenciada em (LOUREIRO, 2008), e julga-se a mais interessante, uma vez que estes materiais apresentam inúmeras vantagens sobre materiais laminados e maciços. Independente da opção, sugere-se investigação, em trabalhos futuros, para mensurar as perdas por correntes parasitas.

O modelo numérico por elementos finitos demandou um tempo de processamento para a frenagem dinâmica de aproximadamente 8 dias, com resultados discrepantes em amplitude em relação ao esperado, embora com decaimento de grandezas no formato esperado.

Quanto ao estabelecimento de comparativos entre os diferentes ímãs permanentes utilizados no dispositivo, verificou-se que o formato setorial foi mais atraente em virtude do aumento nas grandezas avaliadas (densidade de fluxo, força eletromotriz induzida e conjugado), ou seja, mantendo-se as características mecânicas e o volume do dispositivo, obteve-se melhoria no desempenho.

As inúmeras alterações realizadas ao longo do desenvolvimento do projeto além de terem possibilitado o desenvolvimento desse trabalho, certamente contribuem para estruturar trabalhos futuros.

Ficou evidenciado que o sistema de controle tornou-se mais eficaz através dos requisitos de projeto previstos em (FERREIRA, 2010), ou seja, parâmetros de controle foram atendidos para um sistema em malha fechada; em virtude disso, o tempo de estabilização da máquina foi reduzido e permitiu maior estabilidade em regime permanente. Além dos circuitos para controle, o circuito confeccionado para chaveamento entre o modo motor e o modo frenagem evita a necessidade de acoplamentos à máquina primária para realização de ensaios de frenagem dinâmica ou regenerativa, ou seja, a própria Torus leva o dispositivo à velocidade desejada e quando de interesse executa-se o chaveamento que se remova a alimentação.

Por fim, foi possível montar uma estrutura que possibilita a evolução dos estudos: o *encoder* acoplado permite aquisição de velocidade angular, supervisão e realimentação do sistema de controle; o uso do DAQ NI USB-6009, um dispositivo de custo relativamente baixo, permite aquisição das informações de tensão e pulsos do *encoder*; o prolongamento do

eixo da máquina e demais adequações mecânicas permitem uma configuração flexível para o momento de inércia desejado para a máquina, através dos discos de inércia confeccionados.

O LMEAE, através do edital 06/2010 – PqG – Programa Pesquisador Gaúcho, da FAPERGS, obteve recursos para o projeto da máquina Torus e Suspensão Ativa. Portanto, para desenvolvimentos futuros sugere-se a utilização dos recursos a serem adquiridos (materiais mais eficientes como SMC, equipamentos e instrumentação, dispositivo para aquisição de sinais, supercapacitores e baterias) para suporte efetivo aos ensaios de frenagem regenerativa e consequente avaliação do potencial de uso para essa aplicação. Sugere-se ainda dedicação a complementar a adequação do sistema de controle para operar no modo frenagem regenerativa, visto que não foram localizados inversores comerciais que atendam essa demanda para máquinas de fluxo axial; além disso, podem ser trabalhadas questões de uso de supercapacitores e baterias, avaliando a integração entre taxa de carga/descarga e densidade de carga desejadas, o que por si só representa uma atividade complexa. Uma aposta maior seria o uso de ciclos padronizados de rodagem (FUDS, ECE-15, entre outros) que possuem ciclos de aceleração e desaceleração e que permitem avaliar a real aplicação automotiva.

## REFERÊNCIAS

ABVE. **Associação Brasileira de Veículos Elétricos**. Disponível em: <<http://www.abve.org.br/>>. Acesso em: 1 nov. 2009.

\_\_\_\_\_. **Associação Brasileira de Veículos Elétricos**. Disponível em: <<http://www.abve.org.br/PF/ExibePF.asp?codigo=0009>>. Acesso em: 25 maio 2010.

BAGGIO Fº, N.F. **Estudo e desenvolvimento de um atuador planar com enrolamentos planejados e núcleo de material ferromagnético compósito**. 2008. 186 p. Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

BASTOS, J.P.A. **Eletromagnetismo e cálculo de campos**. 3. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 1996. 452p.: il.

BINS, K.J; LAWRENSEN, P.J.; TROWBRIDGE, C.W. **The analytical and numerical solution of electric and magnetic fields**. Chinchester: John Wiley & Sons, 1992. 470 p.

BURKE, A.F. Batteries and ultracapacitors for electric, hybrid, and fuel cell vehicles. **Proceedings...** New York. v.95, n.4, p. 806-820, April 2007.

ČEŘOVSKÝ, Z; MINDL,P. Regenerative braking by electric hybrid vehicles using supercapacitor as power splitting generator. In: EUROPEAN CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS AND APPLICATIONS, 2005, Dresden. **Proceedings...** Dresden: [s.n.], 2005. p. 1-10.

CHAN, C.C. **Axial-field electrical machines: design e applications**. IEEE Transactions on Energy Conversion, New York, v. EC-2, n.2, p.294-300, June 1987.

CHIKKAM, D.R. **Performance of disc brushless DC motor applied as gearless drive for wheelchair**. 2005. 85 p. Dissertação (Mestrado em engenharia) - Louisiana State University, Louisiana, 2005.

CHOPPA, D. **Performance of torus-type brushless DC motor with winding connected in two and three-phase system**. 2006. 91 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Louisiana State University, Louisiana, 2006.

CHUANWEI, Z. et al. **Study on regenerative braking on electric vehicle**. Department of Mechatronics Engineering. Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi: 2004.

DIESELNET. **Emission test cycles**. Disponível em: <<http://www.dieselnet.com/standards/cycles/>>. Acesso em: 22 nov. 2009.

EHSANI, M. et al. **Modern electric, hybrid electric, and fuel cell vehicles: fundamentals, theory, and design**. Boca Raton: CRC Press, 2004.

EL-SHARKAWI, M.A. **Fundamentals of electric drives**. Pacific Grove: Brooks/Cole, 2000.

ESTV – Escola Superior de Tecnologia Viseu. **Variação de velocidade de motores elétricos**. Disponível em: <<http://www.estv.ipv.pt/PaginasPessoais/lpestana/maquinas%20el%C3%A9ctricas%202/aulas%20te%C3%B3ricas/variacao%20velocidade.pdf>>. Acesso em 03 abr. 2011.

FERREIRA, A.A. et al. **Metodologia para dimensionar múltiplas fontes de suprimento de energia de veículos elétricos**. Departamento de Sistemas e Controle de Energia e Departamento de Física Aplicada. Campinas: UNICAMP, 2008.

FERREIRA, D.M. **Desenvolvimento do sistema de acionamento de uma máquina síncrona de ímãs permanentes e fluxo axial**. 2010. 73 p. Trabalho de Conclusão (Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

FLORES Fº, A.F. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos à Análise de Dispositivos Eletromagnéticos**. Porto Alegre: Escola de Engenharia, UFRGS, 2003.

FURLANI, E.P. **Permanent magnet and electromechanical devices: materials, analysis and applications**. San Diego: Academic Press, c2001. xvii, 518p.:il

GIERAS, J.F. et al. **Axial flux permanent magnet brushless machines**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.

GUO, J.Z.; GUO, Y. **Study with magnetic property measurement of soft magnetic composite material and its application in electrical machines center for electrical machines and power electronics**. Sydney: Faculty of Engineering, University of Technology, 2004.

GUO, Y; ZHU, J.G; LIN, Z.W.; ZHONG, J.J. 3D vector magnetic properties of soft magnetic composite material. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, Sydney. v.302, n.2, p.511-516, July 2006.

HASSANI, S. **Mathematical methods for students of physics and related fields**. 2. ed. New York: Springer, 2009.

HAYT, W.H. **Eletromagnetismo**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. 339p.

HONDA. **Honda's revolutionary fuel cell vehicle**. Disponível em: <<http://world.honda.com/FuelCell/FCX/>>. Acesso em: 30 out. 2009.

HUANG, S. et al. TORUS concept machines: pre-prototyping design assessment for two major topologies. In: **INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE**, 36., 2001 New York. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2001. v. 3, p. 1619-1625

IDA, N; BASTOS, J.P.A. **Electromagnetics and calculations of fields**. 2. ed. New York: Springer – Verlag, 1997.

ILLINOIS CAPACITOR. **Catálogo de supercapacitores**. Disponível em: <[http://www.illinoiscapacitor.com/ic\\_search/seriesDocuments/DLR%20series.pdf](http://www.illinoiscapacitor.com/ic_search/seriesDocuments/DLR%20series.pdf)>. Acesso em: 6 set. 2010.

KOSOW, I.L. **Máquinas elétricas e transformadores**. Porto Alegre: Globo, 1986. 667 p., ISBN: 85-250-0039-6.

KRAUS, J.D; CARVER, K.R. **Eletromagnetismo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.

KUNZE, W.; KUSS, H. MEF for computer-aided design of electrical machines and devices. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, Amsterdam. v.101. pp. 279-282. 1991.

LAPLANTE, J. et al. Development of a hybrid electric vehicle for the US Marine Corps. In: SAE International Congress & Exposition, 1995, Detroit. **Proceedings...** Detroit: SAE, 1995. p. 1083-1089.

LACOPONI, A. **F1 Controle: taming the beast**. Control & Automation Magazine, Colchester. v.18. dez. 2007/jan. 2008.

LOUREIRO, L.T.R. **Um estudo sobre a máquina Torus**. 2008. 106 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

LOUREIRO, L.T.R. et al. Modelagem de máquina elétrica utilizando simetrias de Lie. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE MICROONDAS E OPTOELETRÔNICA, 13., 2008, Florianópolis. **Anais...** São Caetano do Sul: SBMO - Sociedade Brasileira de Microondas e Optoeletrônica, 2008b. p. 171-175.

LUBIN, T; MEZANI, S; REZZOUG, A. Analytical computation of the magnetic field distribution in a magnetic gear. **IEEE Transactions on Magnetics**, Piscataway. v.46. n.7, p. 2611-2621. July 2010a.

\_\_\_\_\_. Exact analytical method for magnetic field computation in the air gap of cylindrical electrical machines considering slotting effects. **IEEE Transactions on Magnetics**, Piscataway. v.46. n.4. p. 1092-1099. April 2010b.

MAGNAWORKS. **Sintered neodymium magnets**. Disponível em: <[http://www.magnaworkstechnology.com/sintered\\_neodymium.shtml](http://www.magnaworkstechnology.com/sintered_neodymium.shtml)>. Acesso em: 1 nov. 2009.

MEGA V6.24. **MEGA V.6.24 USER MANUAL**. Bath: Applied Eletromagnetic Research Centre, Bath University; 1997a.

\_\_\_\_\_. **MEGA V6.24 TUTORIAL EXAMPLES**. Bath: Applied Eletromagnetic Research Centre, Bath University; 1997b.

\_\_\_\_\_. **MEGA V6.24 COMMAND REFERENCE**. Bath: Applied Eletromagnetic Research Centre, Bath University; 1997c.

MUKERJI, S.K. et al. Eddy current in solid rectangular cores. **Progress In Electromagnetics Research B**. v.7. p. 117-131. 2008.

NAMJOSHI, K.V.; LAVERS, J.D.; BIRINGER, P.P. **Eddy-current power loss in toroidal cores with rectangular cross section**. **IEEE Transactions on Magnetics**, Piscataway. v. 34. n.3, May 1998.

- ÖZISIK, M.N. **Heat Conduction**. 2nd ed. New York : John Wiley & Sons, [c1993]. 692 p.
- OSÓRIO, J.O.M. et al. Análise de uma máquina TORUS com diferentes formatos de ímãs permanentes. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 18. ed, 2010, Bonito. **Anais do CBA 2010**. Bonito: SBA ,2010. p. 4911-4917.
- OSÓRIO, J.O.M. et al. Analysis of a Torus machine with different formats of permanent magnets. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, 19., 2010, Rome. **Proceedings...** Rome: IEEE,2010b. 6 p.
- OSÓRIO, J.O.M. et al. Static and dynamic performance for a Torus machine with sectorial and square permanent magnets. In: INTERMAG, 2011, Taipei. **Proceedings...** Taipei: IEEE, 2011. 2 p.
- PADILHA, F.A. **Materiais de engenharia: microestrutura e propriedades**. Curitiba: Hemus, 2000.
- PEREIRA, A.M. **Sistema de tração de um ônibus elétrico híbrido com pilhas a combustível**. 2007. 118 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- PERSOON, P.J. **Advances in powder metallurgy soft magnetic composite materials for electric machines**. London: The Institution of Electrical Engineers, 1998a.
- PERSOON, P.J. Soft magnetic composite material: use for electrical machines. In: CONFERENCE ELECTRICAL MACHINES AND DRIVES, 1998, Newcastle Upon Tyne. **Proceedings...** New York: IEE, 1998b. p. 242-246.
- SILVEIRA, M.A. **Estudo de um atuador planar**. 2008. 225 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008
- SOLERO, L.; et al. **Design of multiple-input power converter for hybrid vehicles**. IEEE Transactions on Power Electronics, Sydney. v. 20. n. 5. p. 1007-1016, 2005.
- SPIEGEL, M.R. **Schaum's outline of theory and problems of complex variables: with an introduction to conformal mapping and its applications**. New York: McGraw-Hill, 1993. 320 p.
- SPOONER, E. et al. Motoring performance of the toroidal permanent-magnet machine "Torus". In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND DRIVES, 5., 1991, London. **Proceedings...** London: IEEE, 1991. p. 36-40.
- TAVARES, A.M. **Máquinas Torus**. Trabalho da Disciplina de Atuadores e Dispositivos Eletromagnéticos. Porto Alegre: [s.n.], 2008. 21 p.
- TAVARES, A. M. et al. Um estudo sobre a frenagem regenerativa de trens utilizando gerador linear de indução. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 18., 2010, Bonito. **Anais...** Bonito: SBA ,2010. p. 40-45.
- THYSSEN KRUPP. **ThyssenKrupp elevadores apresenta soluções sustentáveis em transporte vertical durante a EcoGerma (10/03/2009–09:42)**. Disponível em:

<[http://www.thyssenkruppelevadores.com.br/sitenovo/site/sala-de-imprensa/Detalhe\\_Noticia.aspx?id=15](http://www.thyssenkruppelevadores.com.br/sitenovo/site/sala-de-imprensa/Detalhe_Noticia.aspx?id=15)>. Acesso em: 10 nov. 2009.

VINATECH. **Produtos** VINATECH. Disponível em: <[http://www.vina.co.kr/new\\_html/eng/product/info.asp?cate1=10](http://www.vina.co.kr/new_html/eng/product/info.asp?cate1=10)>. Acesso em: 6 set. 2010.

VINNIG. **Produtos Curtis para movimentação de materiais.** Disponível em: <<http://www.vinnig.com.br/main.php?do=industry&IndustryID=MaterialHandling>>. Acesso em: 10 nov. 2009.

WEG. **Motores elétricos, linhas de produtos, características, especificações, instalações, manutenções.** [s.l: s.n.], 2005. 145 p.

WIKIPEDIA. **Frenagem regenerativa.** Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Frenagem\\_regenerativa](http://pt.wikipedia.org/wiki/Frenagem_regenerativa)>. Acesso em: 1 nov. 2009.

ZHU, Z.Q.; HOWE, D. Electrical machines and drives for electric, hybrid, and fuel cell vehicle. **Proceedings of IEEE**, New York, v. 95, n. 4, p. 746-765, April 2007. Aquisição de toner para 2012

## APÊNDICE A:

### Cálculo do Momento de Inércia (J) da Máquina TORUS

## APÊNDICE A. CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA (J) DA MÁQUINA TORUS

### A.1. Cálculo do Momento de Inércia Analiticamente

Por definição, o momento de inércia de um objeto é calculado através da equação :

$$J = \iiint_V \|r\|^2 \rho(r) dV$$

Onde

$V$  é o volume do objeto;

$r$  é a distância radial do centro de massa do objeto [m]; e

$\rho(r)$  é a densidade do material no ponto que estamos integrando [kg/m<sup>3</sup>]

A máquina Torus é composta basicamente por dois discos paralelos de aço SAE 1010 (densidade de 7,87 g/cm<sup>3</sup>), quatro parafusos de aço inoxidável com baixa permissividade magnética, um eixo de 10 mm de diâmetro, 12 ímãs de NdFeB (40,61g cada, densidade de aproximadamente 7,45 g/cm<sup>3</sup> conforme o fabricante), porcas de fixação, rolamentos e mancais de suporte. As figuras A1.1 a A1.3 ilustram as componentes principais que contribuem no cálculo do momento de inércia.

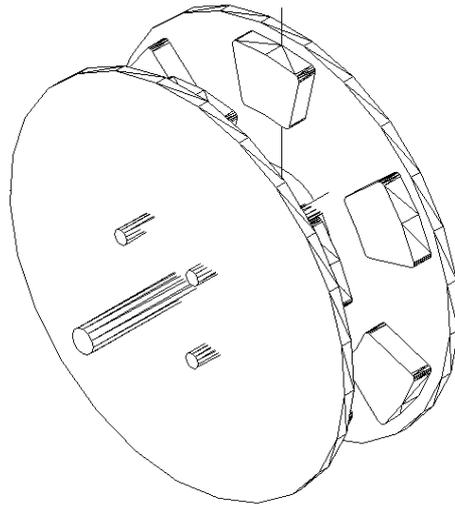


Figura A1.1. Máquina Torus - Vista Isométrica.

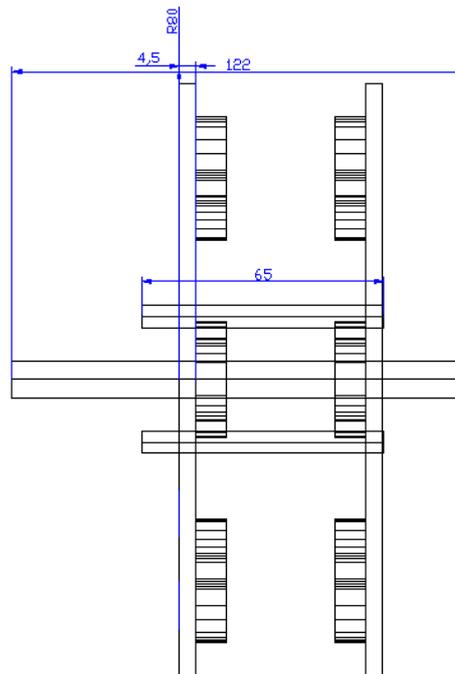


Figura A1.2. Máquina Torus - Vista Lateral (cotas em mm).

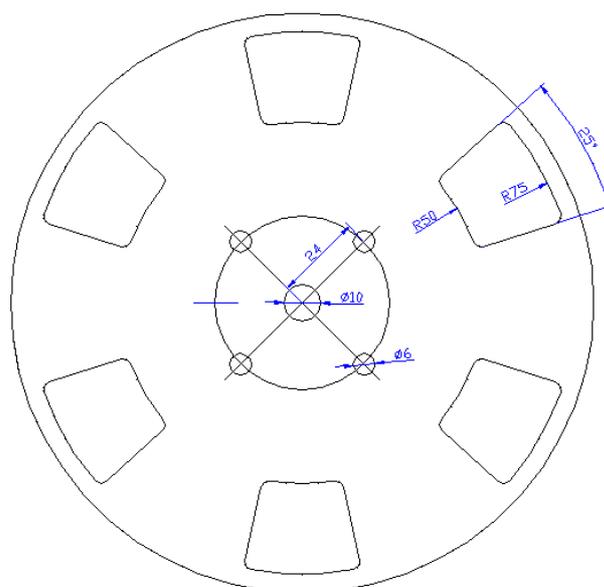


Figura A1.3. Máquina Torus - Vista Frontal (cotas em mm).

Para calcular o momento de inércia total da máquina, vamos decompô-la em partes.

Momento de inércia de 1 disco:

$$J_{disco} = \int_0^{2\pi} \int_0^{0.0045} \int_0^{0.08} r^2 \cdot 7870 \cdot r \cdot dr \cdot dz \cdot d\theta = 2,2785 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

onde  $7870 \text{ kg/m}^3$  é a densidade do aço SAE 1010.

Logo, o momento de inércia dos dois discos é:

$$J_{disco} = 2 \cdot 2,2785 \cdot 10^{-3} = 4,557 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Momento de inércia de um parafuso:

Primeiramente vamos considerar que o eixo de rotação dos parafusos coincide com o eixo áxil do parafuso (eixo este que corta o centro de gravidade do parafuso):

$$J_{parafuso} = \int_0^{2\pi} \int_0^{0.065} \int_0^{0.03} r^2 \cdot 8000 \cdot r \cdot dr \cdot dz \cdot d\theta = 66,16 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

onde  $8000 \text{ kg/m}^3$  é a densidade do aço inox dos parafusos.

Como o eixo de rotação dos parafusos não é o mesmo do eixo de simetria das peças (o eixo de rotação é paralelo ao eixo de simetria), podemos utilizar o teorema dos eixos paralelos para calcular o momento de inércia:

$$J_{displaced} = J_{center} + m \cdot r^2$$

onde

$J_{center}$  é o momento de inércia da peça considerando que o eixo de rotação corta o centro de gravidade da peça,

$m$  é a massa do objeto, e

$r$  é a distância entre os eixos de rotação e o eixo de simetria geométrica da peça.

O peso do parafuso é calculado através da equação a seguir:

$$m = \pi \cdot 0,003^2 \cdot 0,065 \cdot 8000 = 14,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Portanto, o momento de inércia deslocado é:

$$J_{displaced} = 66,16 \cdot 10^{-9} + (14,7 \cdot 10^{-3}) \cdot (24 \cdot 10^{-3})^2 = 8,53 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Logo o momento de inércia dos quatro parafusos é de:

$$J_{parafusos} = 4 \cdot (8,64 \cdot 10^{-6}) = 34,12 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Momento de inércia do eixo principal do motor:

Quando o formato da peça é conhecido e a densidade é uniforme, podemos calcular o momento de inércia de uma peça através da equação a seguir:

$$J_{eixo} = c \cdot m \cdot L^2$$

onde

$c$  é uma constante que depende da geometria da peça (no caso a peça é um cilindro sólido, logo  $c=0.5$ ),

$m$  é a massa do objeto [kg], e

$L$  é o raio [m]

A massa do eixo é a seguinte (o eixo também é composto de aço SAE 1010, densidade de  $7870 \text{ kg/m}^3$ ):

$$m = 7870 \cdot \pi \cdot 0,005^2 \cdot 0,122 = 75,409 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Portanto o momento de inércia do eixo é o seguinte:

$$J_{eixo} = 0,5 \cdot (75,409 \cdot 10^{-3}) \cdot 0,005^2 = 0,942 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Momento de inércia dos ímãs:

Devido ao formato irregular dos ímãs, considera-se que a sua massa está concentrada no seu centro de gravidade que está localizado à aproximadamente 65 mm do eixo de rotação do motor. Portanto o momento de inércia do ímã é o seguinte:

$$J_{ímã} = m \cdot r^2 = (40,61 \cdot 10^{-3}) \cdot 0,065^2 = 171,58 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Como os ímãs são simetricamente distribuídos ao redor do rotor, o momento de inércia total dos ímãs vai ser o seguinte:

$$J_{ímãs} = 12 \cdot 171,58 \cdot 10^{-6} = 2,0589 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Finalmente, o momento de inércia da máquina é calculado através da soma dos momentos de inércia de cada componente calculado anteriormente:

$$J_{Torus} = J_{ímãs} + J_{eixo} + J_{parafusos} + J_{disco}$$

$$J_{Torus} = (12 \cdot 171,58 \cdot 10^{-6}) + (0,942 \cdot 10^{-6}) + (4 \cdot 8,64 \cdot 10^{-6}) + (2 \cdot 2,2785 \cdot 10^{-3})$$

Portanto,  $J_{Torus} = 6,7533 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

## A.2. Momento de inércia através do software *Solid Works*

Com base nas massas específicas dos materiais componentes dos discos dos rotores, ímãs, parafusos e eixo principal, e nas dimensões reais, a máquina foi reproduzida no *Solid Works*, conforme mostra a figura A2.1.

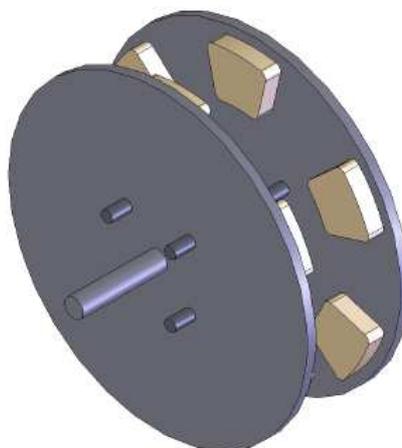


Figura A2.1. Reprodução da máquina Torus no software gráfico *Solid Works*.

Tal software permite a obtenção de diversos dados a respeito do dispositivo desenhado, sendo alvo de nosso interesse o momento de inércia  $J$ . A seguir é apresentado trecho extraído do software.

Mass = 2026.75302 grams

Volume = 260.82989 cubic centimeters

Surface area = 1199.55864 square centimeters

Center of mass: ( centimeters )

$$X = 0.00000$$

$$Y = 0.00000$$

$$Z = 2.78168$$

Principal axes of inertia and principal moments of inertia: ( grams \* square centimeters)

Taken at the center of mass.

$$I_x = (1.00000, 0.00000, 0.00000) \quad P_x = 44559.70945$$

$$I_y = (0.00000, 1.00000, 0.00000) \quad P_y = 44559.70945$$

$$I_z = (0.00000, 0.00000, 1.00000) \quad P_z = 65470.72409$$

Moments of inertia: ( grams \* square centimeters )

Taken at the center of mass and aligned with the output coordinate system.

$$L_{xx} = 44559.70943 \quad L_{xy} = -0.00002 \quad L_{xz} = 0.00000$$

$$L_{yx} = -0.00002 \quad L_{yy} = 44559.70946 \quad L_{yz} = 0.00000$$

$$L_{zx} = 0.00000 \quad L_{zy} = 0.00000 \quad L_{zz} = 65470.72409$$

Moments of inertia: ( grams \* square centimeters )

Taken at the output coordinate system.

$$I_{xx} = 60242.20542 \quad I_{xy} = -0.00002 \quad I_{xz} = 0.00000$$

$$I_{yx} = -0.00002 \quad I_{yy} = 60242.20544 \quad I_{yz} = 0.00001$$

$$I_{zx} = 0.00000 \quad I_{zy} = 0.00001 \quad I_{zz} = 65470.72409$$

Sendo assim, conclui-se que o momento de inércia é  $65470,72409 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ , ou seja,  $6,54707 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , valor bem próximo ao obtido através de cálculos.

Adotar-se-á o valor de  $6,54707 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  como momento de inércia da Torus, tendo em vista que a reprodução em *software* é mais confiável.

## APÊNDICE B:

Determinação da Constante Associada à FEM Induzida sobre os Enrolamentos ( $K_e$ )

## APÊNDICE B. DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ASSOCIADA À FEM INDUZIDA SOBRE OS ENROLAMENTOS ( $K_e$ )

A determinação da constante  $K_e$  associada à força eletromotriz induzida pelos ímãs, sobre os enrolamentos da máquina Torus, quando esta está operando como gerador, pode ser descrito usando a seguinte equação [4].

$e_a = K_e \cdot \omega_{rotor} \cdot \sin(\theta_e)$ , ou ainda, através da matriz para o sistema trifásico:

$$E_a = K_e \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta_e \\ \sin \left( \theta_e - \frac{2}{3} \pi \right) \\ \sin \left( \theta_e - \frac{4}{3} \pi \right) \end{pmatrix} \omega_{rotor} .$$

A performance no estado estacionário é definida como  $E_a = K_e \cdot \omega_{rotor}$ .

Para determinação da força eletromotriz sobre os enrolamentos, a máquina foi acionada como um gerador a vazio, ou seja, sem carga conectada aos seus enrolamentos, a quatro rotações distintas (300 RPM, 350 RPM, 400 RPM, 450 RPM). A máquina foi levada até essa rotação através de uma máquina assíncrona auxiliar, e o monitoramento da rotação foi realizado através de um tacômetro. Em seguida, realizou-se a aquisição da forma de onda da fem utilizando-se o osciloscópio Agilent.

De posse dos valores de pico das ondas obtidas, foi possível obter-se os valores para  $K_e$  nas quatro rotações.

$$\omega_{rad/s} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega_{RPM}}{60}$$

$$300RPM = 31,42rad/s$$

$$350RPM = 36,65rad/s$$

$$400RPM = 41,89rad/s$$

$$450RPM = 47,12rad/s$$

Os valores para  $\omega_{rotor}$  em rad/s são:

Já os valores de  $K_e$  são:

$$K_e = \frac{E_{fase(pico)}}{\omega_{rotor}},$$

$$K_{e(300RPM)} = \frac{2,8}{31,42} = 0,0891 \frac{V}{(rad/s)}$$

$$K_{e(350RPM)} = \frac{3,4}{36,65} = 0,0927 \frac{V}{(rad/s)}$$

$$K_{e(400RPM)} = \frac{3,8}{41,89} = 0,0907 \frac{V}{(rad/s)}$$

$$K_{e(450RPM)} = \frac{4,4}{47,12} = 0,0934 \frac{V}{(rad/s)}$$

, de onde se obtém o valor

médio de  $K_e = 0,091475 \frac{V}{(rad/s)}$

## ANEXO I:

Script Matlab Frenagem Dinâmica

## ANEXO I – Script Matlab Frenagem Dinâmica

```
#RUNGE.m#
```

```
clear all
```

```
clc
```

```
%condicoes iniciais
```

```
Q0=0; %posição inicial ângulo mecânico
```

```
w0RPM=350; % velocidade inicial em RPM
```

```
w0=(2*pi/60)*w0RPM; %conversão para rad/s
```

```
ia0=0;
```

```
ib0=0;
```

```
ic0=0;
```

```
Ed=0; %Energia dissipada inicial
```

```
%Parâmetros da máquina
```

```
rext=1; %Resistência externa - shunt
```

```
rint=0.2; %Resistência interna, por enrolamento de fase
```

```
ra=rext+rint; %resistência total (da máquina + externa)
```

```
Jtorus=6.54707e-3; %momento de inércia da Torus
```

```
Jdisco=0.039399; %momento de inércia de um disco
```

```
J=Jtorus+Jdisco; %momento de inércia total
```

```
x0=[Q0 w0 ia0 ib0 ic0]';
```

```
w=w0;
```

```
Q=Q0;
```

```
ia=ia0;
```

```
ib=ib0;
```

```
ic=ic0;
```

```
x=x0;
```

```
xdot0=[Q0;w0;ia0;ib0;ic0];
```

```
tfinal=7.0; %tempo de simulação
```

```
t0=0;
```

```
Namostra=2000; %Número de amostras que quero no intervalo de tempo
```

```
dt=tfinal/Namostra; %Passo com que a ODE45 vai fazer o Runge Kutta
```

```
tspan = t0:dt:tfinal; %Tempo que o programa rodará.
```

```
[t, xdot] = ode45('dados_runge3', tspan, xdot0);
```

```
%Recebimento das variáveis provenientes do vetor coluna xdot
```

```
Q=xdot(:,1);
```

```
w=xdot(:,2);
```

```
ia=xdot(:,3);
```

```
ib=xdot(:,4);
```

```

ic=xdot(:,5);

Pd=rext*(ia.^2+ib.^2+ic.^2); %Cálculo da potência instantânea dissipada

%% obtenção das tensões
Va=ia.*ra;
Vb=ib.*ra;
Vc=ic.*ra;

%% Primeiro valor de Ed é a primeira posição da Pd multiplicada pelo passo
%% de integração. Para os demais valores, calcula o valor atual Pd(k)*dt e
%% soma com o valor anterior Ed(k-1) para ir empilhando no gráfico.

for k=2:1:length(Pd)
    Ed(1)=Pd(1)*dt;
    Ed(k)=Pd(k)*dt+Ed(k-1);
end

Ec=(0.5*J*w.^2);          %Energia cinética ao longo do tempo

Ecum=max(Ec)
Edsum=(sum(Pd)-(Pd(1,1)+Pd(length(Pd),1))/2)*dt    %Cálculo da energia dissipada total
(acumulada)

Aproveitamento=(Edsum/Ecum)*100

% Armazena dados em um vetor para plotar
v_Q(i)=Q;
v_w(i)=w;
v_ia(i)=ia;
v_ib(i)=ib;
v_ic(i)=ic;
v_t(i)=t;
v_t(i)=tspan;
v_Ed(i)=Ed;
v_Ec(i)=Ec;
v_Pd(i)=Pd;

end

% Curva do deslocamento angular mecânico do rotor da máquina ao longo do
% tempo - poderá ser utilizado para passar à deslocamento linear e ver
% que distância um veículo levará para parar
subplot(4,1,1)
plot(t,xdot(:,1))
title('Deslocamento angular mecânico do rotor')
xlabel('Tempo [segundos]')
ylabel('Distância [metros]')

```

```

figure
%
% % Curvas das tensões geradas sobre as bobinas, no tempo
% subplot(5,1,1)
plot(t,Va, t, Vb, t, Vc)
title('FEM induzidas')
xlabel('Tempo [segundos]')
ylabel('FEM [Volts]')
figure
%
%

% % Curva da velocidade angular mecânica da máquina ao longo do tempo
subplot(5,1,2)
% plot(t,xdot(:,2))
plot(t,(xdot(:,2))/(2*pi/60))
title('Velocidade angular mecânica da máquina')
xlabel('Tempo [segundos]')
ylabel('Velocidade Angular [RPM]')
grid on
figure

% Curva das correntes "ia, ib, ic" no tempo
subplot(5,1,3)
plot(t,xdot(:,3:5))
legend('I_A','I_B','I_C')
title('Correntes ia, ib, ic')
xlabel('Tempo [segundos]')
ylabel('Corrente [Ampère]')
figure
%
% Curva da energia cinética da máquina versus a energia elétrica dissipada em
% função do tempo
subplot(5,1,4)
plot(t,Ed)
title('Energia elétrica dissipada')
xlabel('Tempo [segundos]')
ylabel('Energia [J]')
grid on
figure
%
Curva da potência
subplot(5,1,5)
plot(t,Pd)
title('Potência no tempo')
xlabel('Tempo [segundos]')
ylabel('Potência [J]')
grid on

```

```
#DADOS_RUNGE.m#
```

```
function dxdot =symfault(t,xdot)      %Recebe os dados provenientes do outro script

rext=1;          %Valor da resistência externa conectada à bobina na frenagem dinâmica
rint=0.2;        %Resistência do enrolamento
ra=rext+rint;

Ke=0.091475;     %Constante da força eletromotriz associada à rotação
E=Ke*W, obtida do experimento como gerador a vazio
p=3;             %n° de par de pólos
D=0.03;         %coeficiente de fricção

Qe=p*xdot(1);   %'téta e' - deslocamento elétrico

Ea=Ke*[sin(Qe);sin(Qe-2*pi/3);sin(Qe-4*pi/3)]*xdot(2); %Matriz da força eletromotriz
(Chikkam página 46)

Ra=[ra 0 0;0 ra 0;0 0 ra];           %Matriz da resistência da máquina

La=450e-6;                          %Indutância do enrolamento

L=[La 0 0;0 La 0;0 0 La];

va=0;vb=0;vc=0;                      %Tensão fornecida à máquina pela fonte = 0 (máquina
na inércia, sem alimentação)

Va=[va;vb;vc];

Ia=[xdot(3);xdot(4);xdot(5)];

x345dot=inv(L)*(Va-Ra*Ia-Ea);         %dIa/dt=[La]-1{ Va-[Ra]*[Ia]-Ea}

Ts=0;                                 %Atrito seco, desprezado
Ts=sign(xdot(2))*Ts;

Jtorus=6.54707e-3;                   %momento de inércia da Torus
Jdisco=0.039399;                     %momento de inércia do disco de inércia
J=Jtorus+Jdisco;                     %momento de inércia total

% Como d²Q/dt²=(Tem-D*w-Ts)/J é uma eq diferencial de segunda ordem, podemos
% resolvê-la dividindo a mesma em duas eq diferenciais de primeira ordem
%(Greenwood, 1988). As variáveis de estado adotadas foram a posição e a
% velocidade angular, que derivadas no tempo, geram duas equações
% diferenciais de primeira ordem (equações de estado).

x1dot=xdot(2);                       %primeira variável de estado: a derivada da posição (que
é a velocidade angular)
```

```
Tem=Ke*((sin(Qe)*xdot(3))+sin(Qe-2*pi/3)*xdot(4))+sin(Qe-4*pi/3)*xdot(5));
```

```
x2dot=(Tem-D*xdot(2)-Ts)/J;      %segunda variável de estado: derivada da velocidade  
angular (que é o x2dot) d²w/dt
```

```
dxdot=[x1dot;x2dot;x345dot];      % Vetor coluna enviado ao sim2: [Q,w,ia,ib,ic]
```