

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

**ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DOS EFEITOS DE
TAMANHO E DE VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO EM
ESTRUTURAS DE AÇO**

Autor: Atilio Anibal Morquio Dovat

Tese para a obtenção do título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre

2003

ATILIO ANIBAL MORQUIO DOVAT

**ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DOS EFEITOS DE
TAMANHO E DE VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO EM
ESTRUTURAS DE AÇO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em
Engenharia Civil, da Universidade Federal de Rio Grande
do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título
de Doutor em Engenharia

Orientador: Prof. Dr Jorge Daniel Riera

Porto Alegre

2003

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal de Rio Grande do Sul.

.....
Prof. Jorge Daniel Riera
Ph.D. pela Universidade de Princeton, USA
Orientador

.....
Prof. Américo Campos Filho
Coordenador do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Raul Rosas e Silva
PhD. Pela Universidade de Standford, California USA

Prof. Telmo Roberto Strohaecker
Dr pela COPPE, UFRJ Brasil

Prof. Ruy C. R. de Menezes
Dr. pela Universidade de Innsbruck , Austria

AGRADECIMENTOS

Ao povo irmão de Brasil e a suas autoridades, particularmente à UFRGS, CAPES e CNPQ que permitirem fazer possível meu trabalho.

A meu Orientador o professor Jorge Riera pelo permanente apoio brindado e as valiosas observações.

À Universidad de la Republica, Montevideú, Uruguai.

À Universidade de Passo Fundo.

À Universidad Nacional de Tucumán, Argentina.

Ao Laboratório de Metalurgia e ao Laboratório de Ensaios e Modelos Estruturais da UFRGS.

Ao Laboratório de Estruturas da Universidad Nacional de Tucumán (Argentina).

A todos os que colaboraram neste trabalho, o meu reconhecimento.

RESUMO

O objetivo principal da pesquisa é analisar a influência conjunta do tamanho e da velocidade de deformação (ou velocidade de alongamento) nas propriedades mecânicas do aço, procurando determinar a possível existência de acoplamento produzido com a variação conjunta dos dois parâmetros. A pesquisa inclui a revisão bibliográfica, a análise teórica do assunto e um estudo experimental com 130 corpos de prova de diferentes tamanhos, extraídos duma única chapa grossa de aço, ensaiados com diferentes velocidades de deformação, obtendo resultados de distintas variáveis (resistência à tração, deformação de ruptura, energia consumida por unidade de volume, deformação correspondente à resistência à tração e redução da área na zona de escoamento).

As principais conclusões da análise teórica são:

- a) Levando em consideração que o conceito de comprimento característico do material é de fundamental importância para interpretar o efeito de tamanho, se determina a forma geral da função f que define o fenômeno, para materiais com um e dois comprimentos característicos.
- b) Por analogia, para analisar o efeito produzido pela velocidade de deformação se pode supor a existência de uma, ou mais de uma, velocidade de deformação característica do material, resultando uma função f que tem a mesma forma geral que no efeito de tamanho.
- c) Os atuais modelos que interpretam os efeitos de tamanho e de velocidade de deformação podem ser expressados na forma das expressões gerais encontradas.
- d) Também se determina a forma geral da função f que define o efeito conjunto de tamanho e de velocidade de deformação quando não existe acoplamento das duas variáveis e no caso geral de um material com um comprimento e uma velocidade de deformação característica.

Os principais resultados do estudo experimental são:

- a) A variação das propriedades quando varia o tamanho, a velocidade de deformação, a posição na espessura e a região da qual é extraído o corpo de prova.
- b) Existe acoplamento dos dois efeitos claramente significativo para a resistência à tração e a deformação correspondente à resistência à tração, apenas significativo para a deformação de ruptura e a energia consumida por unidade de volume e não significativo para a redução da área na zona de escoamento.
- c) Do estudo experimental da resistência à tração resulta que o acoplamento dos dois efeitos é tal que quando aumenta a velocidade de deformação e diminui o tamanho o efeito conjunto se acentua e quando diminui a velocidade de deformação e aumenta o tamanho o efeito conjunto se atenua.
- d) Com base nos critérios existentes que analisam os dois efeitos por separado é definido um novo critério para a resistência à tração, incorporando termos que permitem interpretar o acoplamento dos dois efeitos, obtendo um melhor resultado que reduz a soma de quadrados dos resíduos em 20 %.

As conclusões da tese proporcionam maior informação teórica e experimental dos efeitos de tamanho e de velocidade de deformação nas propriedades mecânicas dos materiais que podem contribuir para adotar decisões na consideração destes efeitos nas estruturas.

ABSTRACT

The main objective of the research is the analysis of the joint influence of size and strain rate effects on the mechanical properties of steel, with a view to determining the possible existence of coupling generated by the joint variation of both parameters. The research comprises bibliographical revision, the theoretical analysis of the question and an experimental study of 130 tensile specimens of different sizes, extracted from a single thick steel plaque, using different strain rates, with results of different variables (tensile strength, specified elongation at fracture, energy consumption by volume unit, specified elongation of tensile strength and reduction of area) being obtained.

The main conclusions of the theoretical analysis are as follow:

- a) Considering that the concept of characteristic length of the material is of the utmost importance to interpret the size effect, the general form of the f function that defines the phenomenon is determined for materials with one or two characteristic lengths.
- b) Similarly, in order to analyze the strain rate effect the existence of one or more characteristic strain rates of the material can be assumed, with the result of an f function with the same general form as in the size effect.
- c) The current models interpreting the size effect and the strain rate effect can be expressed in the same way as the general expressions found.
- d) The general form of the f function defining the size and strain rate effects as a whole are also determined when there is no coupling of both variables and in the general case of a material with one characteristic length and one characteristic strain rate.

The major results of the experimental study are as follow:

- a) The variation of the properties when the size, the strain rate, the height, and the position of the plaque from which the test body has been extracted vary.
- b) Coupling of both effects is clearly significant for tensile strength and the specified elongation of tensile strength, barely significant for specified elongation at fracture and energy consumption per volume unit, and not significant for the reduction of area.
- c) The experimental study of tensile strength has shown that the coupling of both effects is such that when strain rate increases and size decreases, the joint effect is stressed and when strain rate decreases and size increases, the effect is attenuated.
- d) Working from the existing models, which analyze both effects separately, a new model for tensile strength is defined, by incorporating terms that allow the interpretation of the coupling of both effects, obtaining a better result that reduces the addition of square rests by 20%.

The conclusions of the research provide further theoretical and experimental information about the size and strain rate effects on the mechanical properties of materials that may contribute to decision making when considering these effects on structures.

SUMARIO

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	8
1. INTRODUÇÃO	14
1.1. ESCOLHA DO TEMA	14
1.2. OBJETIVO E APRESENTAÇÃO DA PESQUISA	15
2. INFLUÊNCIA DO TAMANHO E DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO NAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS	17
2.1. HIPÓTESES USUAIS NO PROJETO DE ESTRUTURAS	17
2.2. PRIMEIRAS EVIDÊNCIAS DO EFEITO DE TAMANHO	21
2.3. DEFINIÇÃO DO EFEITO DE TAMANHO E CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS LEIS DE ESCALA	23
2.4. MECÂNICA ELÁSTICA LINEAR DAS FRATURAS	27
2.5. MODOS DE SOLICITAÇÃO NO EXTREMO DAS FISSURAS	36
2.6. TEORIA ESTATÍSTICA	40
2.7. ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA NA MECÂNICA DAS FRATURAS	43
2.8. INTEGRAL J COMO CRITÉRIO DE FALHA	48
2.9. MODELO DE BAZANT	51
2.10 MODELO DE CARPINTERI	53
2.11 GRADIENTE DE PLASTICIDADE	55
2.12 EFEITO DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO	57
2.13 MÉTODOS NUMÉRICOS	59
3. AS LEIS DE ESCALA COM COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO E VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO CARACTERÍSTICA	61
3.1 AUSÊNCIA DE COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO	61
3.2 COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO	61
3.3 COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO NAS FORMULAÇÕES DA TEORIA ESTATÍSTICA E NO MODELO DE DUGDALE	64
3.4 COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO NAS FORMULAÇÕES DE BAZANT E CARPINTERI	66
3.5 DOIS COMPRIMENTOS CARACTERÍSTICOS	67
3.6 COMPRIMENTOS CARACTERÍSTICOS NO GRADIENTE DE PLASTICIDADE	70

3.7 VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO CARACTERÍSTICA	71
3.8 FORMULAÇÕES COM INFLUENCIA DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO	76
4. PLANEJAMENTO E REALIZAÇÃO DO ESTUDO EXPERIMENTAL	79
4.1. OBJETIVO PRINCIPAL	79
4.2. EQUIPAMENTO DISPONÍVEL	79
4.3. MATERIAL EMPREGADO	80
4.4. DIMENSÕES DOS CORPOS DE PROVA E VELOCIDADES DE DEFORMAÇÃO	84
4.5. OBTENÇÃO DOS CORPOS DE PROVA	85
4.6. ANÁLISE ESTATÍSTICA	92
4.7. ENSAIOS	97
5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS DADOS	99
5.1. OBSERVAÇÕES GERAIS	99
5.2. EFEITO DO TAMANHO	102
5.3. EFEITO DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO	108
5.4. INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO	113
5.5. EFEITO CONJUNTO DO TAMANHO E DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO	118
6. OUTRAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A RESISTÊNCIA À TRAÇÃO	119
6.1 AS EXPRESSÕES DO EFEITO DE TAMANHO	119
6.2 A EXPRESSÃO DO EFEITO DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO	121
6.3 AS EXPRESSÕES SEM ACOPLAMENTO DO EFEITO CONJUNTO	122
6.4. EXPRESSÃO COM ACOPLAMENTO PARA AVALIAR OS DOIS EFEITOS	123
6.5. INFLUÊNCIA DA PROXIMIDADE DOS CORPOS DE PROVA	127
7. CONCLUSÕES	130
REFERÊNCIAS	134
ANEXOS	138

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

a = comprimento da fissura, diâmetro maior da elipse

A = área da fissura

A = deformação de ruptura (medida na totalidade da zona entalhada, após ruptura)

A_0 = coeficiente

A_1 = coeficiente

A_2 = coeficiente

A_3 = coeficiente

A_{cp} = dimensão do corpo de prova (segundo figura 4.7)

$Arsenh$ = arco-seno hiperbólico

b = diâmetro menor da elipse

B_0 = coeficiente

B_1 = coeficiente

B_{cp} = dimensão do corpo de prova (segundo figura 4.7)

c = comprimento característico do material

\cos = coseno

C = curva cerrada

c_1 = primeiro comprimento característico do material

c_2 = segundo comprimento característico do material

c_{1a} = primeiro comprimento característico do material de referencia

c_{2a} = segundo comprimento característico do material de referencia

c_b = constante do material (critério de Bazant)

C_{cp} = dimensão do corpo de prova (segundo figura 4.7)

d = tamanho do corpo de prova

d_a = tamanho do corpo de prova empregado como referencia

d_i = tamanho dos corpos de prova (com $i=1,6$)

d_0 = constante proporcional à espessura da banda de fissuração w (critério de Bazant)

D_{cp} = dimensão do corpo de prova (segundo figura 4.7)

D_{ijkl} = termos do tensor de quarto ordem da relação constitutiva (com i, j, k e $l = 1,3$)

e = base dos logaritmos naturais = 2.718282

e = incremento fictício do comprimento da fissura (critério de Dugdale)

E = módulo de elasticidade

E_{cp} = dimensão do corpo de prova (segundo figura 4.7)

f = função adimensional, define os efeitos de tamanho e da velocidade de deformação

f_i = forças de volume (com $i = 1,3$)

F = função

F_{ij} = relações constitutivas (com $i, e j = 1,3$)

FC = função quadrática

g = função empregada para definir a função f

G = energia disponível para a propagação da fratura por unidade de área de fratura

G_c = energia requerida para produzir uma unidade de superfície de fratura

G_c^* = energia normalizada de fratura (critério de Carpinteri)

G_I = energia disponível para a propagação da fratura por unidade de área de fratura, modo I

G_{II} = energia disponível para a propagação da fratura por unidade de área de fratura, modo II

G_{III} = energia disponível para a propagação da fratura por unidade de área de fratura, modo III

h = espessura da placa

h_i = posição na espessura da que e extraída o corpo de prova (com $i = 1,5$)

H = função

I = função

J = integral J

J_c = valor crítico da integral J

k = constante adimensional do material (critério do CEB)

k_b = constante (critério de Bazant)

k_1 = constante do material (critério do gradiente de plasticidade)

k_2 = constante do material (critério do gradiente de plasticidade)

K_e = fator intensidade de tensões efetivo

K_{ec} = valor crítico do fator intensidade de tensões efetivo

K_I = fator intensidade de tensões no modo I

K_{IC} = valor crítico do fator intensidade de tensões no modo I

K_{II} = fator intensidade de tensões no modo II

K_{III} = fator intensidade de tensões no modo III

\log = logaritmo

\ln = logaritmo neperiano

L = curva de integração aberta, de um borde da fissura ao outro borde, em sentido antihorário

L_{cp} = dimensão do corpo de prova (segundo figura 4.7)

m = média

m_v = densidade do material

MPa = mega pascal

MQ = médias quadradas

MQR = médias quadradas dos resíduos

n = expoente empregado para definir a função f

n_i = componentes em sistema de eixos cartesianos do vetor normal à superfície (com $i = 1,3$)

p_f = densidade de probabilidade de falha

p_i = componentes com eixos cartesianos do vetor tensão no contorno S_σ (com $i = 1,3$)

p_c = tensão de falha em compressão

p_t = tensão de falha em tração

p_G = pente do diagrama da energia normalizada de fratura em função do tamanho (critério de Carpinteri)

p_{ij} = produtos dos resíduos

p_σ = pente do diagrama da tensão nominal em função do tamanho (critério de Carpinteri)

P_f = probabilidade de falha

Q = fator que depende da geometria da peça e das características das cargas

Q_j = integrais empregadas para definir a integral J

r = raio, coordenadas polares

r_p = raio da zona de plastificação

r_i = resíduo de uma medição

R = raio do cilindro

R_t = resistência à tração

s = desvio padrão

sen = seno

sec = secante

S = contorno (superfície) do sólido

S_σ = contorno com forças aplicadas conhecidas

S_u = contorno com deslocamentos conhecidos

SQ = soma de quadrados

t = tempo

tan = tangente

T = energia cinética

u = componente do deslocamento segundo x , em sistema de eixos cartesianos

u_i = deslocamentos em sistema de eixos cartesianos (com $i = 1,3$)

\bar{u}_i = deslocamentos conhecidos, em sistema de eixos cartesianos, no contorno S_u ($i = 1,3$)

u_0 = vetor deslocamentos iniciais

\dot{u}_0 = vetor velocidade inicial

\dot{u}_i = velocidades em sistema de eixos cartesianos (com $i = 1,3$)

\ddot{u}_i = acelerações em sistema de eixos cartesianos (com $i = 1,3$)

U = energia elástica interna

v = componente do deslocamento segundo y , em sistema de eixos cartesianos

v_i = velocidade de deformação empregado nos ensaios (com $i=1,5$)

V = domínio (volume total do sólido)

V_0 = volume empregado como referencia

w = componente do deslocamento segundo z , em sistema de eixos cartesianos

w = espessura da banda de fissuração (critério de Bazant)

W = trabalho externo produzido pelas cargas aplicadas

x = primeira coordenada do ponto em sistema de eixos cartesianos

x_i = coordenadas do ponto, em sistema de eixos cartesianos (com $i = 1,3$)

$X_{i,j,k,(1),(m)}$ = medida genérica

y = segunda coordenada do ponto, em sistema de eixos cartesianos

Y = resposta (resistência nominal, energia necessária para produzir sua fratura, etc.)

z = terceira coordenada do ponto, em sistema de eixos cartesianos

Z = Redução percentual da área na zona de escoamento

α_i = influência da velocidade de deformação (com $i= 1,5$)

α_σ = dimensão do espaço fractal (critério de Carpinteri)

α_G = dimensão do espaço fractal na que acontece a dissipação da energia (critério de Carpinteri)

α_c = constante do material (critério CEB)

$\alpha\beta_{i,j}$ = influência da interação entre a velocidade de deformação e o tamanho dos corpos de prova (com i e $j=1,5$)

β_j = influência do tamanho dos corpos de prova (com $j= 1,5$)

χ = constante adimensional positiva (critério de Weibull)

δ = deslocamento de abertura da fissura, no extremo da fissura

δ_C = deslocamento crítico de abertura da fissura (critério de Dugdale)

$\delta_{(1)}$ = influência das regiões indicadas com valores numéricos (com $l=1,5$)

$\dot{\varepsilon}$ = velocidade de deformação

$\dot{\varepsilon}_0$ = velocidade de deformação empregada como referencia (critério CEB)

$\dot{\varepsilon}_a$ = velocidade de deformação de referencia

ε_{ij} = componentes do tensor de deformações (com i e $j = 1,3$)

$\varepsilon_{i,j,k,(1),(m)}$ = erro da medição considerado aleatório

γ = quociente entre o comprimento característico de referencia c_{1a} e a dimensão de referencia d_a

γ_k = influência da posição na espessura (com $k=1,5$)

$\gamma_{z\varphi}$ = distorção angular, coordenadas cilíndricas

Γ = função gama

η = quociente entre o comprimento característico c_2 e a dimensão de referencia d_a

η_b = constante adimensional do material (critério de Bazant)

η_c = constante do material (critério CEB)

$\eta_{(m)}$ = influência das regiões indicadas com letras minúsculas (com $m=1,5$)

φ = quociente entre a velocidade de deformação característica de referencia $v_{a,c}$ e a velocidade de deformação de referencia $\dot{\varepsilon}_a$

Φ = função de falha do material

Φ_0 = valor de falha da função Φ

κ = constante do material que depende do tipo de estado plano

λ = quociente entre a dimensão d e a dimensão de referencia d_a

μ = quociente entre o comprimento característico c_1 e a dimensão de referencia d_a

ν = coeficiente de Poisson

v_c = velocidade de deformação característica

$v_{a,c}$ = velocidade de deformação característica de referencia

π = pi, 3.1416

θ = angulo, coordenadas polares

Θ = angulo de torção por unidade de comprimento

Θ_f = angulo de torção de falha, por unidade de comprimento

ρ = quociente entre a velocidade de deformação $\dot{\epsilon}$ e a velocidade de deformação de referencia $\dot{\epsilon}_a$

σ = tensão

σ_{ij} = componentes do tensor de tensões (com i e $j = 1,3$)

σ_x = tensão normal segundo o eixo x

σ_y = tensão normal segundo o eixo y

σ_z = tensão normal segundo o eixo z

σ_{max} = tensão máxima no domínio

σ_e = tensão de escoamento

σ_0 = tensão empregada como referencia

σ_N^* = resistência normalizada à tração (critério de Carpinteri)

σ_i = tensões principais (com $i = 1,3$)

σ_N = tensão nominal de falha

σ_{NI} = resistência a tração para uma velocidade de deformação determinada (critério CEB)

σ_L = tensão mínima para que exista falha (critério de Weibull)

σ_S = tensão máxima para que exista falha (critério de Weibull)

τ = tensão de corte

τ_{ij} = componentes do tensor de tensões de corte (com i e $j = 1,3$ e $i \neq j$)

τ_N = tensão nominal de falha de corte

τ_0 = tensão de corte empregada como referencia

τ_{0f} = tensão de falha de corte quando não existem gradientes de deformações

τ_{zoff} = tensão de falha de corte obtida da teoria do gradiente de plasticidade

ν = quociente entre a velocidade de deformação característica ν_c e a velocidade de deformação de referencia $\dot{\epsilon}_a$

ω = densidade de energia de deformação elástica

ψ = constante adimensional do material (critério do CEB)

Ψ = função (critério de Weibull)

ζ = quociente entre o comprimento característico de referencia c_{2a} e a dimensão de referencia d_a

∇ = gradiente

∇^2 = laplaciano

1. INTRODUÇÃO

1.1. ESCOLHA DO TEMA

Para estudar o comportamento das estruturas se podem utilizar modelos em escala reduzida e para determinar as propriedades mecânicas dos materiais usados na engenharia civil geralmente realizam-se ensaios com corpos de prova de dimensões normalizadas. As dimensões dos modelos das estruturas e dos corpos de prova utilizados estão condicionadas pelas características do laboratório e são normalmente muito menores que as dimensões da estrutura. Nos ensaios realizados em laboratório para determinar as propriedades mecânicas dos materiais são empregadas velocidades de deformação (ou velocidades de alongamento) estabelecidas pelas normas. Estas velocidades de deformação aplicadas aos corpos de prova resultam em muitas oportunidades muito menores que as que podem produzir sobre a estrutura alguns fenômenos dinâmicos.

Porém para projetar a estrutura é necessário conhecer como serão as propriedades do material na estrutura, com suas dimensões reais e submetido às velocidades de deformação produzidas pelas solicitações previsíveis. Nestas condições as propriedades não são as mesmas que as obtidas nos ensaios, pois existe influência do tamanho e da velocidade de deformação nas propriedades mecânicas do material. Esta influência pode ser significativa no comportamento das estruturas e em consequência deve ser quantificada. Na literatura técnica existem interpretações que conduzem a diversos modelos e expressões para avaliar os dois efeitos, sendo este um assunto que atualmente recebe grande atenção. No caso do aço os dois efeitos tem uma influência significativa e estão sendo atualmente objeto de diversos estudos (Jordan 1999, Malmberg 1999, Solomos 2001 etc.) pela fundamental importância deste material na construção e na indústria metal-mecânica.

Na escolha do tema considera-se fundamental que:

- a) Tem relevância para o projeto na engenharia
- b) Recebe atualmente grande atenção na literatura técnica
- c) Existem diferentes modelos que conduzem a resultados significativamente diferentes
- d) Ainda estão sendo estudados muitos aspectos de cada um dos efeitos
- e) Praticamente não se encontram referencias bibliográficas do efeito conjunto do

tamanho e da velocidade de deformação

1.2. OBJETIVO E APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

O objetivo principal da pesquisa é analisar a influência conjunta do tamanho e da velocidade de deformação nas propriedades mecânicas do aço, procurando determinar a possível existência de acoplamento produzido com a variação conjunta dos dois parâmetros.

A pesquisa inclui a revisão bibliográfica, a análise teórica do assunto e um estudo experimental com 130 corpos de prova de diferentes tamanhos, ensaiados com diferentes velocidade de deformação obtendo resultados de distintas variáveis (resistência à tração, deformação de ruptura, energia consumida por unidade de volume, deformação correspondente à resistência à tração e redução da área na zona de escoamento).

No capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica do estado atual do conhecimento da influencia do tamanho e da velocidade de deformação nas propriedades mecânicas dos materiais e das distintas teorias e modelos que procuram interpretar estes efeitos.

No capítulo 3 aceitando a) as leis de escala, b) a idéia que por sua natureza o material tem um, ou mais de um, comprimentos característicos e c) que por extensão pode também aceitar-se a idéia que o material tem uma, ou mais de uma, velocidades de deformação características; são apresentadas com variáveis adimensionais, as formas gerais que pode ter a expressão da variação duma propriedade do material em função do tamanho do corpo de prova, da velocidade de deformação, dos comprimentos característicos e das velocidades de deformação características do material. Também mostra-se que as principais teorias e modelos podem ser consideradas como casos particulares destas formulações gerais.

No capítulo 4 são apresentados os principais aspectos do planejamento e realização do estudo experimental, incluindo a descrição do equipamento disponível, a escolha do material usado, as diferentes dimensões dos corpos de prova, as velocidades de deformação utilizadas, a forma de obtenção dos corpos de prova numa chapa grossa única e a análise estatística efetuada.

No capítulo 5 realiza-se a apresentação e análise dos dados obtidos no estudo experimental para as variáveis estudadas, considerando a influencia dos fatores tamanho, velocidade de deformação, posição na espessura e regiões na chapa, da que é extraído o corpo de prova.

No capítulo 6 são apresentadas outras considerações sobre a resistência à tração. Os resultados obtidos experimentalmente da resistência à tração, são aproximados empregando as principais teorias e modelos existentes para representar a influência do tamanho e da velocidade de deformação. Também é apresentada, com base nas considerações teóricas do capítulo 3, uma nova função que aproxima melhor os dados e que leva em consideração a existência de acoplamento entre os dois efeitos. Finalmente é analisada a influência na resistência à tração, da proximidade dos corpos de prova.

No capítulo 7 encontram-se resumidas as principais conclusões teóricas e experimentais obtidas na pesquisa realizada.

2. INFLUÊNCIA DO TAMANHO E DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO NAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

2.1. HIPÓTESES USUAIS NO PROJETO DE ESTRUTURAS

No projeto de estruturas são normalmente adotados modelos que descrevem o comportamento das mesmas em forma simplificada. Com base nestes modelos podem ser determinados os campos de tensões, deformações e deslocamentos produzidos pelas cargas aplicadas. Finalmente, deve também ser adotado um determinado critério de falha, para verificar se as tensões e as deformações calculadas são admissíveis. Nesse contexto, usualmente se aceitam as hipóteses da mecânica dos meios contínuos e se adotam, segundo os materiais empregados, determinadas relações constitutivas e critérios de falha, o que conduz, no caso mais geral, a um problema de valores de contorno da mecânica dos meios contínuos.

No que segue nomearemos V ao domínio (volume total do sólido), S ao contorno (superfície) do sólido sendo S_σ o contorno com forças conhecidas aplicadas e S_u o contorno com deslocamentos impostos. Para um sistema de eixos cartesianos nomearemos x_i às coordenadas do ponto, σ_{ij} às componentes do tensor de tensões, ε_{ij} às componentes do tensor de deformações, m_v à densidade do material, f_i às forças de volume, u_i aos deslocamentos, p_i às tensões no contorno S_σ , u_i aos deslocamentos impostos no contorno S_u , u_0 aos deslocamentos iniciais e \dot{u}_0 às velocidades iniciais.

Para a formulação do problema de valores de contorno são considerados:

a) Da mecânica dos meios contínuos são adotadas as equações de campo, as condições de contorno e as condições iniciais, como se indica a seguir:

Equações de equilíbrio:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i = m_v \ddot{u}_i \quad \text{no domínio } V \quad (2-1)$$

Relações deslocamentos-deformações (para pequenas deformações):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{no domínio } V \quad (2-2)$$

Condições de contorno para tensões e deslocamentos:

$$\sigma_{ij}n_j = p_i \quad \text{na superfície } S_\sigma \quad (2-3)$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{na superfície } S_u \quad (2-4)$$

Condições iniciais:

$$u(0) = u_0 \quad \text{no domínio } V \quad (2-5)$$

$$\dot{u}(0) = \dot{u}_0 \quad \text{no domínio } V \quad (2-6)$$

b) As equações constitutivas, que estabelecem as relações das tensões com as deformações, podem ser expressadas de maneira geral da forma:

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\varepsilon_{kl}) \quad (2-7)$$

Quando o material é considerado elástico e linear, F_{ij} será um tensor de quarto ordem de termos constantes, definidos pelas propriedades elásticas do material. Em outros casos a relação constitutiva resulta mais complexa e o tensor F_{ij} será um funcional, como acontece quando a tensão depende da história de deformação do material.

c) Os diferentes critérios convencionais de falha, empregados para o projeto de estruturas, são escolhidos levando em conta as características do material. Para a definição do critério mais adequado, os materiais podem ser classificados segundo seu tipo de falha (dúctil ou frágil) e também de acordo com a influência das tensões hidrostáticas (sem influência e com influência na falha).

No tipo de falha dúctil se produz o fenômeno de escoamento verificando-se que o material atinge deformações importantes. No tipo de falha frágil a ruptura do material acontece com pequenas deformações e em forma súbita. A influência das tensões hidrostáticas é significativa quando o material não tem a mesma resistência à tração que à compressão.

No caso de materiais dúcteis existem vários critérios de falha de uso freqüente na engenharia. Por exemplo o critério de Tresca supõe que a falha do material em um ponto, se produz quando a máxima tensão de corte atinge um valor crítico. Seu emprego é muito freqüente para materiais dúcteis, sem influência das tensões hidrostáticas. Pode ser

expressado na forma:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_N \quad (2-8)$$

Onde $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ são as tensões principais no ponto e σ_N é a tensão de falha em um ensaio de tração uniaxial.

Para materiais dúcteis e sem influência das tensões hidrostáticas, também é muito empregado o critério de Von Mises, segundo o qual a falha acontece quando o termo da energia de deformação correspondente à distorção, atinge um valor crítico. Pode ser expressado, usando a mesma notação, da forma:

$$\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} = \sigma_N \quad (2-9)$$

O critério de Mohr-Coulomb é utilizado frequentemente para rocas, solos, materiais granulares e também para muitos polímeros, nos quais a resistência do material à compressão resulta diferente que a resistência à tração. Supõe que a ruptura do material acontece quando as tensões de corte (τ) em um plano determinado atingem um valor crítico que é função da tensão normal (σ). Ou seja:

$$|\tau| = F(\sigma) \quad (2-10)$$

Usualmente se adota uma função F linear e a condição de Mohr-Coulomb pode ser expressada na forma:

$$\sigma_1 - \frac{p_t}{p_c} \sigma_3 = p_t \quad (2-11)$$

Onde p_t é a tensão de falha em tração e p_c a tensão de falha em compressão.

O critério da máxima tensão de tração também é adotado muitas vezes, para materiais frágeis, ou seja nos quais a falha acontece com pequenas deformações. Admite-se que a ruptura se produz quando a máxima tensão de tração atinge um valor crítico, ou seja:

$$\sigma_1 = p_t \quad (2-12)$$

Observe-se que todos os critérios convencionais de falha empregados na análise de estruturas, podem ser expressados na forma:

$$\Phi(\sigma_{ij}, \varepsilon_{lm}) = \Phi_0 \quad (2-13)$$

Assim o material não apresenta falha quando o termo da esquerda é menor que Φ_0 e falha quando se verifica a igualdade. Nos critérios convencionais de falha o termo da direita (Φ_0) tem dimensão de tensão e se denomina tensão nominal de falha (σ_N) ou é adimensional e representa uma deformação de falha. Logo a função Φ tem também dimensão de tensão ou é adimensional. Nestes métodos Φ_0 é considerada uma propriedade invariante do material. Nas expressões da condição de falha não intervém diretamente o tempo, nem tampouco as derivadas das deformações ou tensões em relação ao tempo. Tampouco intervém a temperatura nem o tamanho do corpo de prova ou da estrutura que é analisada.

Normalmente as propriedades mecânicas dos materiais (incluindo a tensão nominal ou convencional de falha) são determinadas realizando ensaios de tração sobre amostras normalizadas. Os ensaios são feitos com baixa velocidade de carga e com temperatura controlada. O tamanho dos corpos de prova está também regulamentado. As propriedades do material (segundo as diferentes normas, incluindo a norma brasileira, NBR 6673) são determinadas a partir do diagrama tensão deformação resultante. As tensões são calculadas por meio do quociente da carga pela área inicial da seção e as deformações (ou alongamento específico) se determinam por meio do quociente do alongamento medido, pelo comprimento inicial da zona na qual é feita a medição.

Usualmente, não é realizada nenhuma correção do valor obtido da resistência nominal levando em conta a diferença de tamanho entre as amostras e a estrutura real que será construída. Este procedimento é coerente com as hipóteses e critérios convencionais de falha normalmente empregados para a análise de estruturas. Porém a experimentação mostra que o efeito de tamanho existe. Mudando apenas o tamanho dos corpos de prova se encontra, para os principais materiais empregados na construção, que existem diferenças na resistência nominal do material e também em outras características obtidas com o ensaio de tração.

Esta diferença tem maior importância pois não se encontra do lado da segurança; pelo contrario usualmente acontece que nos corpos de prova maiores são menores a resistência nominal, a deformação de ruptura e a energia consumida por unidade de volume. Além disso, o material perde ductilidade aumentando sua fragilidade, resultando em consequência que o corpo de prova apresenta maior percentagem de ruptura frágil. Este fenômeno é o denominado efeito de tamanho.

2.2. PRIMEIRAS EVIDÊNCIAS DO EFEITO DE TAMANHO

As primeiras evidências do efeito de tamanho nas propriedades mecânicas dos materiais foram apontadas há cinco séculos por Leonardo da Vinci (1452-1519) que realizou estudos experimentais com fios de ferro do mesmo diâmetro e diferentes comprimentos e encontrou que a resistência à tração diminui quando aumenta o comprimento dos fios. Em suas notas Leonardo sugere que a resistência dos fios resulta inversamente proporcional a seu comprimento.

Posteriormente Galileo (1638), considerado por muitos autores o fundador da mecânica dos materiais, discute as propriedades de estruturas com semelhança geométrica e estabelece que com o aumento do tamanho, as estruturas submetidas a seu próprio peso se debilitam. Também mostra que as conclusões de Leonardo resultam muito pessimistas. Em seu livro Galileo (1638) demonstra que não é possível aumentar ilimitadamente as dimensões de uma estrutura pois o peso próprio muda com o cubo das dimensões, enquanto a superfície que transmite as cargas verticais muda com o quadrado, e em consequência com o aumento das dimensões as tensões produzidas pelo peso próprio resultam maiores.

Outro importante avanço para a interpretação do efeito de tamanho é devido a Mariotte (1686), quem propôs a idéia que o material não é totalmente homogêneo e em consequência que a resistência varia de ponto a ponto. Do anterior resulta que em uma peça de maior dimensão existem mais pontos nos quais o material tem uma resistência baixa. Logo resulta que a ruptura de uma peça maior acontecerá para tensões menores, ou seja que sua tensão nominal de falha será menor. De maneira qualitativa, este foi o primeiro passo na conformação das bases da teoria estatística do efeito de tamanho, que seria completada dois séculos e meio depois.

Todhunter e Pearson (1886) se referem a dois estudos experimentais feitos no século dezanove que confirmam a existência do efeito de tamanho. Estes estudos são os de Lloyd em 1830, que mostram que a resistência média de barras de ferro de menor comprimento é maior à de maior comprimento e os feitos por Le Blanc em 1839, que mostram resultados similares em ensaios feitos com fios de ferro de diferente comprimento e do mesmo diâmetro.

Nas primeiras décadas do século vinte o estudo dos fenômenos de fratura em materiais metálicos teve um importante impulso. Sem desconhecer outras causas destes avanços, deve ser assinalada especialmente a influência das guerras que impunham a necessidade da construção de tanques e outras armas de guerra muito resistentes. A explicação do efeito de

tamanho na resistência mecânica dos materiais, tem desde então forte relação com a mecânica de fratura. Um conjunto de evidências obtidas em estudos experimentais contribuíram ao surgimento das primeiras teorias que dão uma explicação sistematizada destes fenômenos.

Estudos experimentais de Kommers (1912) mostraram que o tratamento da superfície de peças metálicas tem influência em sua resistência. Nestes estudos é realizada uma comparação da resistência entre corpos de prova com diferente tratamento da superfície, encontrando nos espécimes polidos uma resistência quase 50 % maior que em espécimes similares sem polir. Depois da primeira guerra mundial Stanton e Batson (1921) apresentam resultados de ensaios com corpos de prova entalhados. Com diferentes ensaios demonstram que o trabalho, por unidade de volume, necessário para produzir a fratura resulta menor quando aumentam as dimensões dos corpos de prova. Anos depois Docherty (1932) encontra que com o aumento do tamanho do corpo de prova a energia consumida pela plastificação da peça cresce, porém este crescimento é menor que o cubo do aumento das longitudes. Ou seja que proporcionalmente o consumo de energia pela plastificação resulta menor.

Griffith (1921) além dos aportes teóricos feitos à mecânica de fratura e à interpretação do efeito de tamanho que serão assinalados na seção 2.4, efetua estudos experimentais com fibras de vidro. Nestes estudos compara os resultados para fibras de diferente diâmetro e demonstra que a resistência nominal resulta maior para os diâmetros menores. Comparando a resistência para diâmetros entre 0.1 mm e 0.003 mm, encontrou que a resistência varia em mais de 10 vezes. Continuando com a idéia estatística de Mariotte, considerou que os pontos de maior debilidade do material se encontram nas discontinuidades ou nos defeitos do material. Alguns anos depois Weibull formulou a teoria estatística do efeito de tamanho, que será apresentada na seção 2.6.

Na primeira metade do século XX acontecem numerosos fenômenos de falha frágil de estruturas que mostram a importância do fenômeno. Os problemas de falha acontecem em tanques de guerra e em barcos de carga feitos no transcurso da segunda guerra mundial, porém também registram-se falhas importantes em outras grandes estruturas de aço incluindo pontes, tanques de depósito e encanamentos submetidos a pressão interna.

Neste período, de aproximadamente 5000 barcos construídos nos Estados Unidos de América, perto de 1000 apresentam problemas diversos de fratura e mais de 200 apresentam sérias falhas. Os casos mais conhecidos, segundo Shank (1957), são os dos três barcos Liberty em 1943 e de uma dezena de tanques de guerra Schenectady, nos quais aconteceu fratura

completa, ou seja que logo da falha ficarão divididos em duas partes.

Em relação a problemas de fratura e do efeito de tamanho, ainda existem importantes assuntos não suficientemente aclarados e inclusive podem assinalar-se diferenças importantes nos resultados experimentais, interpretação e análises destes problemas.

2.3. DEFINIÇÃO DO EFEITO DE TAMANHO E CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS LEIS DE ESCALA

O efeito de tamanho deve ser analisado para uma determinada resposta da estrutura, que será designada genericamente Y , que pode ser a resistência nominal do material, a energia necessária para produzir sua fratura, o deslocamento de um ponto ou qualquer outra.

O efeito será estudado comparando os resultados obtidos em estruturas de diferente tamanho e que apresentam semelhança geométrica. Duas estruturas (a e b) são consideradas geometricamente semelhantes quando o quociente ($d_b / d_a = \lambda$) entre uma dimensão da segunda e a dimensão correspondente da primeira é constante, qualquer seja a dimensão escolhida.

O estudo do efeito de tamanho normalmente é efetuado admitindo que as estruturas que são comparadas estão constituídas do mesmo material. Os resultados obtidos para uma resposta qualquer (Y_a , Y_b , etc.), podem ou não ser constantes para os diferentes tamanhos da estrutura. No primeiro caso não existe efeito de tamanho, pois a resposta obtida é independente do tamanho da estrutura. No segundo caso, a resposta será função do tamanho da estrutura e então existirá efeito de tamanho. A resposta Y para uma dimensão d pode em geral ser expressada por uma lei de escala f , da forma:

$$Y = Y_a f(\lambda) \quad (2-14)$$

onde $\lambda = d / d_a$, Y_a é a resposta correspondente ao tamanho d_a e f é uma função adimensional e tal que $f(1) = 1$.

Na expressão da resposta pode acontecer que a função f dependa do tamanho d_a empregado como referência, ou seja que exista um comprimento característico do material. Também pode acontecer que a função f não dependa do tamanho de referência escolhido, ou seja que não exista um comprimento característico do material. Esta segunda alternativa resulta coerente com as hipóteses de continuidade e homogeneidade do material usualmente adotadas na mecânica dos meios contínuos.

Quando não existe um comprimento característico do material, de acordo com (2-14) se verifica que:

$$Y = Y_a f(\lambda) \quad \text{onde } \lambda = d/d_a$$

E adotando outro comprimento de referência d_b , tem-se:

$$Y = Y_b f(\mu) \quad \text{onde } \mu = d/d_b$$

Segue que:

$$Y_b = Y_a f(\nu) \quad \text{onde } \nu = d_b/d_a = \lambda/\mu \quad \text{e em conseqüência}$$

$$Y_b = Y_a f\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)$$

Substituindo este valor na expressão anterior e igualando as duas expressões de Y , resulta que:

$$Y = Y_a f\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) f(\mu) = Y_a f(\lambda) \quad \text{e simplificando}$$

$$f\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) = \frac{f(\lambda)}{f(\mu)}$$

Derivando em relação a λ e fazendo $\mu = \lambda$ obtém-se:

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda}(\lambda)\lambda = f(\lambda)\frac{\partial f}{\partial \lambda}(1)$$

Finalmente resolvendo a equação diferencial e adotando convenientemente o valor de Y_a obtém-se:

$$Y = Y_a f(\lambda) \quad \text{com } f(\lambda) = \lambda^n \quad (2-15)$$

Pode ser demonstrado facilmente o inverso, isto é, que se a função f tem a forma (2-15), então não existe um comprimento característico. A expressão (2-15) com n qualquer número real é a forma mais geral da lei de escala, se e somente se não existe um comprimento característico do material.

Sejam duas estruturas (a e b) com semelhança geométrica, definida pelo fator λ , construídas do mesmo material, para o qual admite-se que não existe uma dimensão característica e que são validas as hipóteses da mecânica dos meios contínuos. As duas

estruturas podem ser relacionadas com uma transformação de suas coordenadas cartesianas da forma:

$$x_{b,i} = \lambda x_{a,i}$$

Os deslocamentos e as tensões no contorno podem ser relacionados da seguinte forma:

$$u_{b,i} = \lambda^{n+1} u_{a,i} \quad \text{em } S_u \quad \text{e} \quad p_{b,i} = \lambda^{p+1} p_{a,i} \quad \text{em } S_\sigma$$

Da aplicação das leis de escala e da condição dos deslocamentos em S_u resulta que essa mesma igualdade deverá cumprir-se em todo ponto do domínio V . Do anterior e das relações deslocamentos-deformações (2-2) se deduz que no domínio V será:

$$\varepsilon_{b,ij} = \lambda^n \varepsilon_{a,ij}$$

Em forma similar, da aplicação da condição de contorno (2-3), da condição de contorno em S_σ e das leis de escala, surge que no domínio V deve verificar-se:

$$\sigma_{b,ij} = \lambda^{p+1} \sigma_{a,ij}$$

E da equação de equilíbrio (2-1), levando em conta a anterior conclusão e também que $m_{a,v} = m_{b,v}$, segue que:

$$f_{b,i} = \lambda^p f_{a,i} \quad \text{e} \quad \ddot{u}_{b,i} = \lambda^p \ddot{u}_{a,i}$$

As expressões anteriores surgem somente das hipóteses da mecânica dos meios contínuos e podem ser aplicadas com generalidade para qualquer relação constitutiva ou critério de falha. No caso elástico linear a função F_{ij} (2-7) é lineal em ε_{kl} , ou seja que com termos D_{ijkl} constantes, se cumpre que:

$$\sigma_{a,ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{a,kl} \quad (2-16a)$$

$$\sigma_{b,ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{b,kl} \quad (2-16b)$$

Em conseqüência, para que nas duas estruturas a relação constitutiva seja satisfeita, devera-se ter $p + 1 = n$. Neste caso resulta:

$$x_{b,i} = \lambda x_{a,i} \quad (2-17a)$$

$$u_{b,i} = \lambda^{n+1} u_{a,i} \quad (2-17b)$$

$$\varepsilon_{b,ij} = \lambda^n \varepsilon_{a,ij} \quad (2-17c)$$

$$p_{b,i} = \lambda^n p_{a,i} \quad (2-17d)$$

$$\sigma_{b,ij} = \lambda^n \sigma_{a,ij} \quad (2-17e)$$

$$f_{b,i} = \lambda^{n-1} f_{a,i} \quad (2-17f)$$

$$\ddot{u}_{b,i} = \lambda^{n-1} \ddot{u}_{a,i} \quad (2-17g)$$

Nos critérios convencionais de falha (2-13) empregados em análises lineares, σ_N é considerado constante, isto é $\sigma_{a,N} = \sigma_{b,N}$, a função Φ tem então a dimensão de uma tensão, resultando que:

$$\begin{aligned} \Phi(\sigma_{a,ij}, \varepsilon_{a,ij}) &= \sigma_{a,N} = \sigma_{b,N} = \Phi(\sigma_{b,ij}, \varepsilon_{b,ij}) = \Phi(\lambda^n \sigma_{a,ij}, \lambda^n \varepsilon_{a,ij}) = \\ &= \lambda^n \Phi(\sigma_{a,ij}, \varepsilon_{a,ij}) \end{aligned}$$

Logo o único valor do parâmetro que verifica estas condições é $n = 0$ e as equações (2-17) se convertem em :

$$x_{b,i} = \lambda x_{a,i} \quad (2-18a) \quad u_{b,i} = \lambda u_{a,i} \quad (2-18b)$$

$$\varepsilon_{b,ij} = \varepsilon_{a,ij} \quad (2-18c) \quad p_{b,i} = p_{a,i} \quad (2-18d)$$

$$\sigma_{b,ij} = \sigma_{a,ij} \quad (2-18e) \quad f_{b,i} = \lambda^{-1} f_{a,i} \quad (2-18f)$$

$$\ddot{u}_{b,i} = \lambda^{-1} \ddot{u}_{a,i} \quad (2-18g)$$

Levando em conta que $m_{a,v} = m_{b,v}$ e aceitando que as forças de volume são produzidas pela gravidade surge que deverá ser $f_{b,i} = f_{a,i}$. Por outro lado, da expressão (2-18f) surge outra relação. Esta aparente contradição, como já foi assinalado por Galileo, mostra que quando não pode ser desprezado o peso próprio da estrutura, introduz um efeito de tamanho. Se o peso próprio resulta desprezível a condição (2-18f) pode ser eliminada, e a situação anteriormente apontada desaparece.

Numa análise estática a condição (2-18g) não tem sentido e pode ser eliminada enquanto numa análise dinâmica esta condição pode ser cumprida com:

$$t_b = \lambda t_a \quad (2-18h), \quad \text{e logo será} \quad \dot{u}_{b,i} = \dot{u}_{a,i} \quad (2-18i)$$

Resumindo as anteriores considerações, pode-se dizer que no caso de análise com os critérios convencionais de falha (2-13) e empregando uma relação constitutiva elástica linear para os materiais, a única possibilidade resulta de adotar $n = 0$, do qual surgem as relações (2-18). Neste caso a resistência nominal fica constante e, em consequência, não existe efeito de tamanho.

No caso elasto-plástico, a relação constitutiva não resulta linear, porém quando os

critérios de falha empregados tem a dimensão de uma tensão e σ_N é considerado constante (2-13), ou seja, não dependente do tamanho, deveria ser:

$$\lambda^{p+1} \sigma_{a,ij} = \sigma_{b,ij} = F_{ij}(\varepsilon_{b,kl}) = F_{ij}(\lambda^n \varepsilon_{a,kl}) \text{ e também}$$

$$\Phi(\lambda^{p+1} \sigma_{a,ij}, \lambda^n \varepsilon_{a,ij}) = \Phi(\sigma_{b,ij}, \varepsilon_{b,ij}) = \sigma_{b,N} = \sigma_{a,N} = \Phi(\sigma_{a,ij}, \varepsilon_{a,ij})$$

Neste caso também se pode concluir (Bazant 1993) que a única possibilidade resulta de adotar $n = 0$ e em conseqüência também para a análise elasto-plástica as relações que surgem são as (2-18) e tampouco aparece o efeito de tamanho.

Chega-se a similares conclusões (Bazant 1997) se são adotadas as hipóteses de dano contínuo clássico, de viscoelasticidade ou viscoplasticidade. Em todos os casos resulta $n = 0$ e não surge o efeito de tamanho.

2.4. MECÂNICA ELÁSTICA LINEAR DAS FRATURAS

Os conceitos fundamentais da Mecânica Elástica Linear das Fraturas (MELF) são atribuídos a Griffith (1921, 1924). Griffith analisou a fratura nos sólidos desde o ponto de vista energético, obtendo importantes resultados, os quais permitem prever um efeito de tamanho. Em seus estudos Griffith presta particular atenção à solução do problema da placa de dimensões infinitas (Figura 2-1) com um orifício de forma elíptica, (com raio maior a e raio menor b) e submetida a uma tração σ no infinito, na direção do raio menor.

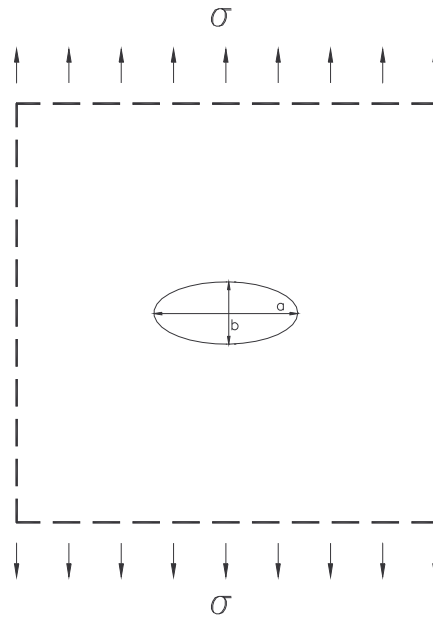


Figura 2-1 Placa infinita com um orifício elíptico

Nestas condições, admitindo que o material é elástico e isótropo, a análise, devida a Inglis (1913) mostra que a tensão máxima acontece na elipse, no ponto de raio maior e que seu valor resulta:

$$\sigma_{max} = \sigma \left(1 + \frac{2a}{b} \right) \quad (2-19)$$

No limite, quando b tende a 0 a elipse degenera em uma fissura e a tensão tende a infinito, ou seja que para $b = 0$ se trata de um ponto singular. O que Griffith encontrou interessante, neste contexto, foi que existiam contradições entre as considerações teóricas e os resultados experimentais. Primeiramente acontece que teoricamente em uma fissura, para qualquer tensão $\sigma \neq 0$, as tensões σ_{max} são infinitas, porém na realidade a placa pode resistir, até atingir-se um determinado valor da tensão.

Por outro lado, segundo o análise de Inglis a tensão máxima que se produz para duas elipses proporcionais é a mesma. Logo se for adotada também a idéia clássica, que o parâmetro que define a falha do material é a tensão máxima, então duas placas infinitas com dois orifícios com forma elíptica e proporcionais, teriam a mesma tensão de falha σ . Porém estes resultados teóricos resultam contraditórios com a experimentação, que mostra que a falha nas duas placas acontece para tensões σ diferentes e também para tensões σ_{max}

diferentes.

Para resolver esta contradição, Griffith admitiu que existe uma quantidade de energia requerida para produzir uma unidade de área de fissura. Para que a fissura se desenvolva, essa mesma energia deve estar disponível, ou seja deve ser fornecida pelo trabalho das forças externas, pela liberação de energia elástica ou pela diminuição da energia cinética. Como homenagem a Griffith, a energia disponível para a propagação da fratura por unidade de área de fratura, foi nomeada com a letra G , sendo definida pela expressão:

$$G = \frac{\partial W}{\partial A} - \frac{\partial U}{\partial A} - \frac{\partial T}{\partial A} \quad (2-20)$$

Onde W = Trabalho externo produzido pelas cargas aplicadas

U = Energia elástica interna

T = Energia cinética

A = Área da fissura

Se as cargas aplicadas não dependem do tempo e a propagação da fratura é lenta, o termo da energia cinética pode ser desprezado. Para um material com fratura frágil, a energia dissipada pelas deformações plásticas pode também ser desprezada, ou seja que toda a energia disponível pode ser consumida no processo de fratura. Nesta situação a condição para o início da fratura será:

$$G = G_c \quad (2-21)$$

Onde G_c constitui o valor crítico de G , ou seja a energia requerida para produzir uma unidade de superfície de fratura. O valor de G_c depende do material.

Uma condição necessária para que a fratura logo de iniciada, tenha uma propagação instável, ou seja continue seu desenvolvimento, será que:

$$\frac{\partial G}{\partial A} \geq \frac{\partial G_c}{\partial A} \quad (2-22)$$

O emprego deste critério de falha com base na energia G e aceitando que o material tem uma relação constitutiva elástica e linear definem a MELF. A aplicação das leis de escala neste caso (são admitidas as hipóteses da mecânica dos meios contínuos, a relação constitutiva elástica linear e a não existência do comprimento característico do material) permite, razoando de maneira similar ao caso clássico, obter as mesmas relações (2-17). A

condição de falha (a função Φ da expressão 2-13) que se tem que aplicar será definida pelas expressões (2-21) e (2-22). Neste caso G_c será constante, porem não tem a dimensão de tensão, como acontecia nos critérios convencionais de falha, e tem a dimensão de energia por unidade de área, ou seja tensão vezes uma longitude.

A aplicação das leis da escala às magnitudes que definem a energia disponível por unidade de área para a propagação da fratura, G , permite concluir que:

$$W_b = \lambda^{2n+3} W_a \quad U_b = \lambda^{2n+3} U_a \quad T_b = \lambda^{2n+3} T_a \quad A_b = \lambda^2 A_a$$

$$\text{E em conseqüência resulta: } G_b = \lambda^{2n+1} G_a$$

Porém, como G_c deve ser constante, tem que cumprir-se que: $G_{b,c} = G_{a,c}$ e em conseqüência resulta $n = -1/2$. A condição para a propagação instável da fratura (2-22) terá o mesmo resultado nas duas estruturas como conseqüência imediata da verificação de (2-21). Logo, de acordo com as hipóteses de semelhança, as relações ficam :

$$x_{b,i} = \lambda x_{a,i} \quad (2-23a) \quad u_{b,i} = \lambda^{1/2} u_{a,i} \quad (2-23b)$$

$$\varepsilon_{b,ij} = \lambda^{-1/2} \varepsilon_{a,ij} \quad (2-23c) \quad p_{b,i} = \lambda^{-1/2} p_{a,i} \quad (2-23d)$$

$$\sigma_{b,ij} = \lambda^{-1/2} \sigma_{a,ij} \quad (2-23e) \quad f_{b,i} = \lambda^{-3/2} f_{a,i} \quad (2-23f)$$

$$\ddot{u}_{b,i} = \lambda^{-3/2} \ddot{u}_{a,i} \quad (2-23g)$$

Se as forças de massa são desprezíveis a condição (2-23f) pode ser eliminada, enquanto numa análise estática a condição (2-23g) não tem sentido. Numa análise dinâmica esta condição (2-23g) pode ser cumprida, da mesma maneira que nos casos clássicos, fazendo $t_b = \lambda t_a$.

Levando em conta que $m_{b,v} = m_{a,v}$ e aceitando que as forças de volume são produzidas pela gravidade, surge que $f_{b,i} = f_{a,i}$. Por outro lado, da expressão (2-23 f) surge outra relação. Novamente aparece uma contradição com as forças de volume. Se o peso próprio resulta desprezível a condição (2-23 f) pode ser eliminada, e a situação anteriormente assinalada desaparece.

Resumindo, pode-se dizer que no caso de análise de falha com critérios da MELF a única possibilidade resulta de adotar $n = -1/2$, do qual surgem as expressões (2-23). Neste caso aparece na resistência nominal do material o efeito de tamanho na forma:

$$\sigma_{b,N} = \lambda^{-1/2} \sigma_{a,N} \quad (2-24)$$

Expressão que pode ser transformada, levando em conta que $\lambda = d/d_a$, em:

$$\log \sigma_N = A_0 - \frac{1}{2} \log d \quad (2-25)$$

Desta maneira se é traçado um gráfico σ_N vs. d com ambas em escala logarítmica, obtém-se uma reta de inclinação $-1/2$, mostrando claramente que ocorre uma redução da resistência nominal quando aumenta o tamanho. Esta resulta a conclusão principal da mecânica elástica linear de fratura, em relação ao efeito de tamanho.

Os aportes de Griffith constituem as bases da mecânica de fratura e também a primeira explicação adequadamente fundamentada do efeito de tamanho, porém sua aplicação não foi imediata, pois em geral o cálculo da energia disponível por unidade de área para a propagação da fratura (G) resulta muito complicado.

Anos depois Sneddon (1946) estuda o estado de tensões e deformações numa placa, composta de um material elástico linear e isótropo, com uma fissura de comprimento $2a$, submetida no infinito a tensões de tração perpendiculares à fissura.

Adotando um sistema de coordenadas cartesianas e polares (Figura 2-2) encontra que as tensões na proximidade do extremo da fissura são, a diferença de um termo não singular, da seguinte forma:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) [1 - \text{sen}(\theta/2)\text{sen}(3\theta/2)] \quad (2-26a)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) [1 + \text{sen}(\theta/2)\text{sen}(3\theta/2)] \quad (2-26b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2)\text{sen}(\theta/2)\cos(3\theta/2) \quad (2-26c)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2-26d)$$

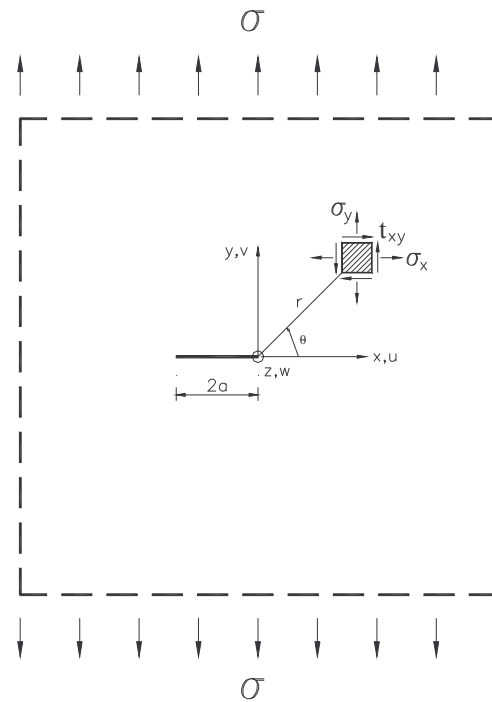


Figura 2-2 Placa infinita com uma fissura, submetida a tração (Modo I)

Esta solução será exata no caso da existência de um estado plano de deformações (EPD) e será a aproximação usualmente empregada para o caso do estado plano de tensões (EPT), pois neste último caso não se verificam exatamente as equações de compatibilidade. As expressões (2-26) para as tensões, que são singulares para r tendendo a 0, tendem a zero quando r tende a ∞ . Ou seja, na zona próxima ao extremo da fissura predomina o termo singular, enquanto nas zonas distantes do extremo este termo se faz desprezível e predominam os termos não singulares.

As anteriores expressões e em particular o fator K_I definem a singularidade do estado de tensões nas proximidades do extremo da fissura. O subscrito I no fator K , e também no fator G , é empregado para identificar o modo I das sollicitações, pois como será visto mais adiante, existem outros dois modos de sollicitação no extremo da fissura.

Para o problema da fissura de comprimento $2a$, na placa infinita submetida a tensão σ na direção perpendicular à fissura, resulta ser:

$$K_I = \sigma (\pi a)^{1/2} \quad (2-27)$$

Em 1958 Irwin denomina fator intensidade de tensões ao fator K_I , e demonstra, para o modo I de sollicitação, que as tensões na proximidade do extremo da fissura tem a mesma

forma, independentemente da geometria e das condições de carga. Também demonstra que o fator intensidade de tensões K_I sempre está relacionado com o fator G_I introduzido por Griffith, pela expressão:

$$G_I = \frac{(\kappa + 1)(1 + \nu)}{4E} K_I^2 \quad (2-28)$$

Onde E é o módulo de elasticidade e κ é uma constante do material que depende do tipo de estado plano, sendo:

$$\kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \quad \text{para EPT} \quad (2-29)$$

$$\kappa = 3 - 4\nu \quad \text{para EPD} \quad (2-30)$$

Com estas conclusões demonstra-se que a condição (2-21) de Griffith, para o início do processo de fratura, pode ser substituída por outra que estabelece em função do material o valor crítico do fator intensidade de tensões (K_{IC}) na forma:

$$K_I = K_{IC} \quad (2-31)$$

A falha acontece quando se cumpre a anterior condição, nesse momento a tensão σ será a tensão nominal de falha σ_N . Se é realizada esta substituição na expressão (2-27) e logo se elimina K_I das expressões (2-27) e (2-31) se obtém as mesmas conclusões (2-24) e (2-25), que haviam sido obtidas com base nas leis de escala.

Os deslocamentos correspondentes a este estado de tensões foram determinados por Sih e Liebowitz (1968). Na proximidade do extremo da fissura, ou seja com r tendendo a 0, os deslocamentos tendem a zero. O termo mais importante na proximidade da fissura será o termo de menor ordem em r que resulta ser o correspondente ao termo singular nas tensões. Sua forma para EPT e EPD, empregando as expressões (2-29) e (2-30), resulta:

$$u = (1 + \nu) \frac{K_I}{E} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \cos(\theta/2) (\kappa - \cos\theta) \quad (2-32a)$$

$$v = (1 + \nu) \frac{K_I}{E} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \text{sen}(\theta/2) (\kappa - \cos\theta) \quad (2-32b)$$

As expressões (2-26) e (2-32) são válidas nas proximidades do extremo da fissura para os dois tipos de estado plano. No caso do EPD se cumpre também que:

$$w = 0 \quad (2-33a)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2-33b)$$

E no caso do EPT a solução aproximada será:

$$w = \nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) z \quad (2-34a)$$

$$\sigma_z = 0 \quad (2-34b)$$

O fator K_I pode ser calculado a partir do campo de tensões. Sua determinação resulta muito mais simples que o cálculo do fator G e permite generalizar a análise da MELF a situações nas quais a determinação de G resulta muito complexa. O fator K_I será sempre uma função linear das tensões aplicadas. Com os aportes realizados por Irwin foi possível generalizar os estudos da MELF para muitos outros casos, empregando métodos numéricos para obter o valor de K_I . Isto significou um grande impulso à MELF.

O coeficiente que multiplica as tensões σ aplicadas resulta uma função da geometria da estrutura, das condições da carga e do comprimento da fissura. Do anterior resulta que a expressão geral do fator K_I tem a forma:

$$K_I = Q\sigma(\pi a)^{1/2} \quad (2-35)$$

Onde Q é um fator que depende da geometria da peça e das características das cargas. No caso anteriormente tratado será $Q = 1$. O fator Q pode ser calculado empregando soluções exatas e também métodos numéricos. Estes cálculos permitem obter a expressão do fator intensidade de tensões que vem a substituir a expressão (2-27) obtida para a placa infinita. A expressão (2-28) que estabelece a relação entre G_I e K_I continuará sendo a mesma, pois somente depende do tipo de estado plano. A continuação (Figura 2-3) são apresentados a título de ilustração alguns valores típicos do fator Q :

Caso a) Placa de dimensões infinitas com uma fissura lateral de comprimento a :

$$Q = 1.12 \quad (2-36a)$$

Caso b) Tira de comprimento infinito e largura $2h$ com uma fissura interna de comprimento $2a$:

$$Q = [\sec(\pi a/2h)]^{1/2} \quad (2-36b)$$

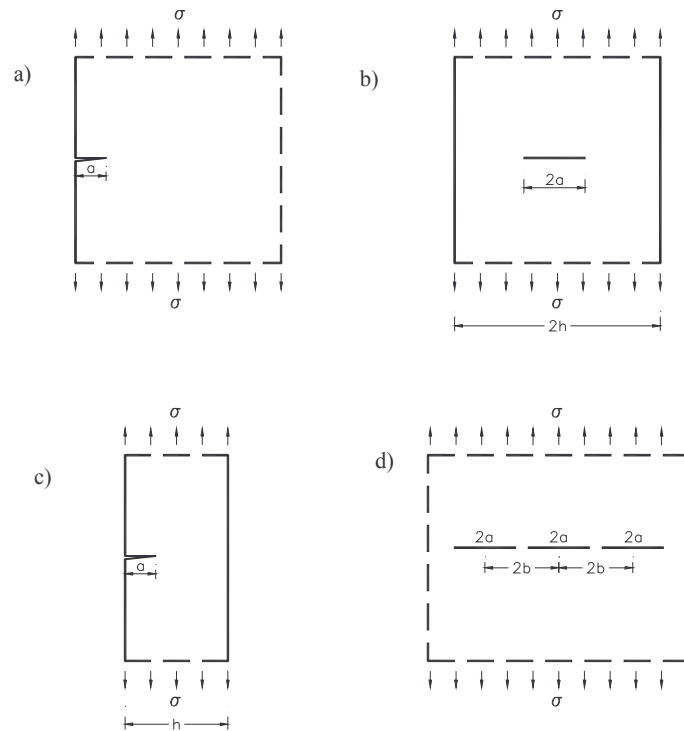


Figura 2-3 Valores de Q para diferentes tipos de geometria

Caso c) Tira de comprimento infinito e largura h com uma fissura lateral de comprimento a :

$$Q = \frac{1.99 - 0.41(a/h) + 18.70(a/h)^2 - 38.48(a/h)^3 + 53.85(a/h)^4}{\pi^{1/2}} \quad (2-36c)$$

Caso d) Placa de dimensões infinitas com fissuras internas colineares de comprimento $2a$ e distancia entre centros $2b$ submetida a uma tensão σ na direção perpendicular às fissuras:

$$Q = \left[\frac{2b}{\pi a} \tan(\pi a / 2b) \right]^{1/2} \quad (2-36d)$$

Em geral resulta que o fator Q se mantém constante entre duas peças que apresentam semelhança geométrica, ou seja que Q não introduz na expressão (2-35) um efeito adicional de tamanho. O efeito de tamanho continua sendo o introduzido pela outra parte da expressão (2-35) e em conseqüência será exatamente o mesmo que para a peça com uma única fissura. As expressões (2-24) e (2-25) mantêm sua validade para todos estes casos.

2.5. MODOS DE SOLICITAÇÃO NO EXTREMO DAS FISSURAS

Os casos estudados até aqui são de tensões σ , aplicadas no infinito em placas e tais que sua direção se encontra no plano da placa e perpendicular à fissura. De acordo aos eixos coordenados elegidos (Figura 2-2) corresponde designar estas tensões com σ_y . Os casos submetidos a tensões de esta natureza serão considerados modo I, como já foi anteriormente assinalado.

No problema geral as tensões aplicadas no infinito e nos bordes da placa podem incluir tensões σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{yz} . Não tem interesse neste caso as tensões produzidas por σ_x , σ_z e τ_{xz} pois a existência da fissura não modifica o campo de tensões e em consequência não acontece tampouco concentração de tensões no extremo da fissura. Pelo contrario, as tensões τ_{xy} , e τ_{yz} devem ser estudadas, pois as duas produzem concentração de tensões no extremo da fissura. Os campos de tensões e deslocamentos na proximidade do extremo da fissura nestes casos, serão de natureza diferente aos indicados pelas expressões (2-26), (2-32) e (2-33) ou (2-34).

O modo II será o produzido pela tensão τ_{xy} . Este caso se encontra representado na figura 2-4 e os termos singulares das tensões e o maior infinitésimo dos deslocamentos, produzidos na proximidade do extremo da fissura, segundo Paris e Sih (1965) resultam os seguintes:

$$\sigma_x = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \text{sen}(\theta/2) [2 + \cos(\theta/2)\cos(3\theta/2)] \quad (2-37a)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \text{sen}(\theta/2)\cos(\theta/2)\cos(3\theta/2) \quad (2-37b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) [1 - \text{sen}(\theta/2)\text{sen}(3\theta/2)] \quad (2-37c)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2-37d)$$

$$u = (1 + \nu) \frac{K_{II}}{E} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin(\theta/2) (2 + \kappa + \cos \theta) \quad (2-37e)$$

$$v = (1 + \nu) \frac{K_{II}}{E} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \cos(\theta/2) (2 - \kappa - \cos \theta) \quad (2-37f)$$

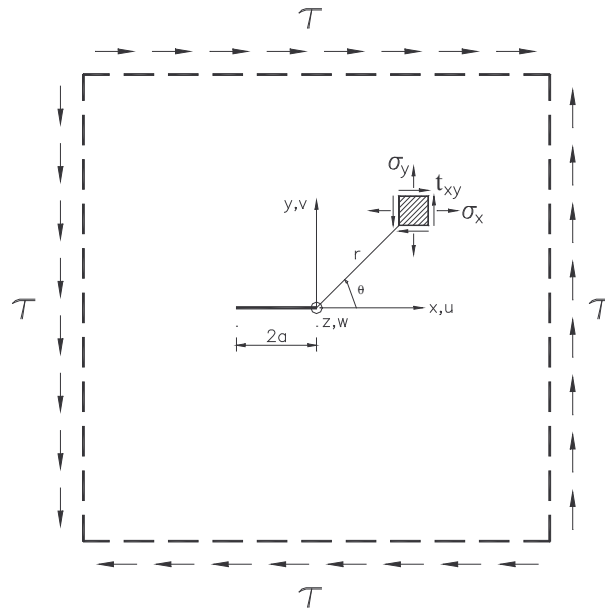


Figura 2-4 Análise das tensões e deslocamentos no Modo II

O fator intensidade de tensões, será neste caso:

$$K_{II} = \tau(\pi a)^{1/2} \quad (2-38)$$

O cálculo da energia disponível para a propagação da fratura por unidade de área de fratura G resulta complexo, pois a fissura não se propaga no seu próprio plano. A propagação se produz por um caminho curvo que não é simples prever. No caso que a fissura seja forçada a se propagar no seu próprio plano, então G pode ser calculada e sua relação com K vem dada por:

$$G_{II} = (1 + \nu) \frac{(\kappa + 1)}{4E} K_{II}^2 \quad (2-39)$$

As expressões (2-37) são válidas nas proximidades do extremo da fissura para os dois tipos de estado plano. No caso do EPD se cumpre também que:

$$w = 0 \quad (2-40a)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2-40b)$$

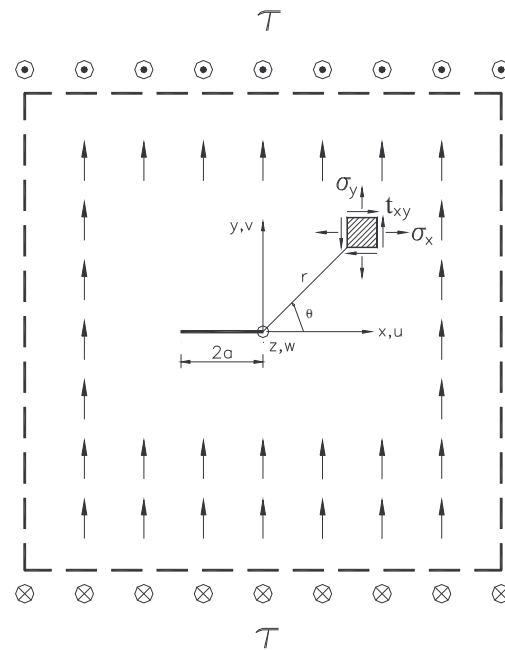


Figura 2-5 Análise das tensões e deslocamentos no Modo III

E no caso do EPT a solução aproximada será:

$$w = \nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) z \quad (2-41a)$$

$$\sigma_z = 0 \quad (2-41b)$$

O modo III que será produzido pela tensão τ_{yz} se encontra representado na figura 2-5. A existência da tensão τ_{yz} pressupõe a existência de tensões nos bordes da placa. Os termos singulares das tensões e o maior infinitésimo dos deslocamentos, produzidos na proximidade do extremo da fissura, resultam os seguintes:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0 \quad (2-42a)$$

$$\tau_{xz} = \frac{-K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \text{sen}(\theta/2) \quad (2-42b)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \text{cos}(\theta/2) \quad (2-42c)$$

$$u = v = 0 \quad (2-42d)$$

$$w = (1 + \nu) \frac{4K_{III}}{E} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin(\theta/2) \quad (2-42e)$$

O fator intensidade de tensões e sua relação com a energia disponível para a propagação da fratura por unidade de área de fratura, serão neste caso:

$$K_{III} = \tau(\pi a)^{1/2} \quad (2-43)$$

$$G_{III} = (1 + \nu) \frac{K_{III}^2}{E} \quad (2-44)$$

Neste caso a expressão (2-44) não tem limitações, pois a propagação da fissura se produz no seu próprio plano e G pode ser determinada sem dificuldade. Nos modos II e III acontece também que para outros estados de carregamento as expressões de K_{II} e K_{III} serão as mesmas com diferencia de um fator Q com propriedades similares ao estudado para o Modo I. O Modo I corresponde a tração normal, o Modo II corresponde a corte longitudinal e o Modo III corresponde a corte transversal. Na proximidade do extremo da fissura o modo I tem simetria em relação aos planos xz e xy , o Modo II tem simetria em relação ao plano xy e anti-simetria em relação a xz e enquanto o Modo III tem anti-simetria em relação aos planos xy e xz .

No caso geral os esforços na zona próxima ao extremo da fissura não corresponderam necessariamente com um dos modos anteriormente analisados. Os campos de tensões e deslocamentos podem ser mais complexos, porém sempre poderão ser colocados como uma combinação linear dos três modos. O estado das tensões na proximidade da fissura ficará definido totalmente se são conhecidos os fatores K_I , K_{II} e K_{III} .

Conhecidos para solicitações combinadas os três fatores intensidade de tensões, o critério de falha pode ser definido empregando o fator intensidade de tensões efetivo K_e que é uma função F dos fatores K_i , ou seja:

$$K_e = F(K_I, K_{II}, K_{III}) \quad (2-45a)$$

Quando o fator intensidade de tensões efetivo K_e atinge um valor crítico K_{ec} acontece a falha ou seja o critério de falha pode ser definido por:

$$K_e = K_{ec} \quad (2-45b)$$

A função F pode ser definida com base em considerações energéticas. Normalmente tem a mesma dimensão que os fatores K e pode ser expressada em função de uma forma

quadrática FC nos fatores K . Os coeficientes da forma quadrática FC dependem somente do material. A expressão da função F fica da seguinte forma:

$$K_e = F(K_I, K_{II}, K_{III}) = [FC(K_I, K_{II}, K_{III})]^{1/2} \quad (2-45c)$$

Do anterior resulta que:

$$F(\alpha K_I, \alpha K_{II}, \alpha K_{III}) = \alpha F(K_I, K_{II}, K_{III}) = \alpha K_e \quad (2-45d)$$

Em definitiva, levando em conta as expressões (2-27), (2-38), (2-43) e (2-45) resulta que uma variação proporcional do campo de tensões produz uma variação na mesma proporção do fator K_e . Analogamente uma variação do comprimento a da fissura produz nos fatores K_I , K_{II} , e K_{III} uma variação proporcional a sua raiz quadrada. Das anteriores considerações surge que K_e terá a forma:

$$K_e = Q\sigma(\pi a)^{1/2} \quad (2-46)$$

Onde σ pode ser uma qualquer das tensões que variam proporcionalmente e Q será neste caso geral uma constante que depende da geometria, do estado das cargas e das características do material e que não depende do tamanho. Do anterior surge que no caso geral o fator K_e tem a mesma forma que o fator K_I . A conclusão anterior confirma que para um estado composto também se cumprem as expressões (2-24) e (2-25) obtidas com base nas leis de escala.

2.6. TEORIA ESTATÍSTICA

A teoria estatística da resistência dos materiais e sua aplicação ao efeito de tamanho é atribuída a Weibull (1939). Seu enfoque não determinístico foi baseado na aleatoriedade da resistência do material. Sua principal conclusão foi que a probabilidade de falha em um volume V , submetido a uma tensão constante σ , resulta ser a indicada pela expressão:

$$P_f(V, \sigma) = 1 - e^{-\psi(\sigma)\frac{V}{V_0}} \quad (2-47)$$

Onde V_0 é um volume empregado como referência e $\psi(\sigma)$ uma função da tensão, definida no intervalo $0 \leq \sigma \leq \infty$, monótona crescente e que cumpre que $\psi(0) = 0$ e $\psi(\infty) = \infty$. A função densidade de probabilidade resulta:

$$p_f(V, \sigma) = \frac{\partial P_f(V, \sigma)}{\partial \sigma} = \frac{V}{V_0} \frac{d\Psi(\sigma)}{d\sigma} e^{-\Psi(\sigma) \frac{V}{V_0}} \quad (2-48)$$

Segundo Kittl (1988) a formulação de Weibull permite explicar o efeito de tamanho quando não existem fissuras iniciais. Pode ser deduzida a partir das hipóteses (a) que não existe correlação entre as propriedades mecânicas dos volumes dos distintos elementos empregados para subdividir o volume total (b) que a falha geral acontece quando falha o primeiro dos elementos. Estas condições se cumprem claramente nos materiais metálicos no caso de falha frágil, para os quais a formulação de Weibull conduz a um modelo geralmente satisfatório.

A mesma formulação também pode ser obtida supondo que o material tem pequenas fissuras distribuídas conforme uma determinada densidade de probabilidade definida em função do comprimento da fissura e do angulo que define sua direção. Na hipótese que a probabilidade de existência da fissura é igual para todas as direções e que tem a forma duma exponencial negativa do comprimento da fissura, se obtém uma densidade de probabilidade de falha similar á expressão (2-48).

Normalmente a função Ψ empregada no modelo de Weibull, tem a forma:

$$\Psi(\sigma) = 0 \quad \text{para} \quad 0 \leq \sigma \leq \sigma_L \quad \text{e}$$

$$\Psi(\sigma) = \left(\frac{\sigma - \sigma_L}{\sigma_0} \right)^\chi \quad \text{para} \quad \sigma_L \leq \sigma \quad (2-49)$$

A tensão σ_0 é uma tensão empregada como referencia, σ_L é a tensão mínima para que exista falha e o expoente χ é um número adimensional positivo. As três constantes dependem do material. Em muitos casos a expressão é simplificada adotando $\sigma_L = 0$.

A média m e o desvio padrão s da tensão de falha resultam:

$$m = \int_{\sigma_L}^{\infty} \sigma \frac{dP_f(V, \sigma)}{d\sigma} d\sigma = \sigma_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-1/\chi} \Gamma \left(1 + \frac{1}{\chi} \right) + \sigma_L \quad (2-50)$$

$$s = \left\{ \int_{\sigma_L}^{\infty} (\sigma - m)^2 \frac{dP_f(V, \sigma)}{d\sigma} d\sigma \right\}^{1/2} = \sigma_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-1/\chi} \left\{ \Gamma \left(1 + \frac{2}{\chi} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{\chi} \right) \right\}^{1/2} \quad (2-51)$$

Onde Γ é a função gamma definida por:

$$\Gamma(\beta) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\beta-1} dt \quad (2-52)$$

Adotando a média m como a tensão nominal de falha e levando em conta que o volume varia com o cubo da dimensão d resulta que:

$$\sigma_N = \sigma_L + \sigma_0 \Gamma\left(1 + \frac{1}{\chi}\right) \left(\frac{d}{d_0}\right)^{-3/\chi} = \sigma_L + A_1 \left(\frac{d}{d_0}\right)^{-3/\chi} \quad (2-53)$$

Que pode também, empregando a mesma notação das expressões (2-24) e (2-25), ser expressada nas formas:

$$\sigma_{b,N} = \sigma_L + (\sigma_{a,N} - \sigma_L) \lambda^{-n} \quad (2-54)$$

$$\log(\sigma_N - \sigma_L) = A_0 - n \log d \quad (2-55)$$

$$\text{com} \quad n = 3/\chi \quad (2-56)$$

Do anterior resulta, se $\sigma_L = 0$, que a variável σ_N tem a forma (2-15) da expressão obtida das leis de escala quando não existe um comprimento característico do material. No caso geral σ_N não apresenta a forma da expressão (2-15), porem a diferença $\sigma_N - \sigma_L$ tem essa forma.

Outra forma da função Ψ também empregada no modelo de Weibull vem dada por:

$$\begin{aligned} \Psi(\sigma) &= 0 && \text{para} && 0 \leq \sigma \leq \sigma_L \\ \Psi(\sigma) &= \left(\frac{\sigma - \sigma_L}{\sigma_S - \sigma}\right)^\chi && \text{para} && \sigma_L \leq \sigma \leq \sigma_S \\ \text{e} \quad \Psi(\sigma) &= \infty && \text{para} && \sigma_L \leq \sigma \end{aligned} \quad (2-57)$$

Na qual σ_L é a tensão mínima para que exista falha, σ_S e a tensão máxima de falha que se pode atingir e o expoente χ será um número adimensional positivo. A tensão nominal de falha, definida pela média m , que determina esta distribuição de falha resulta ser:

$$\sigma_N = \sigma_S - (\sigma_S - \sigma_L) \int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{(V_0/V)^{1/\chi} t^{1/\chi} + 1} dt \quad (2-58)$$

Ou seja que com os demais valores fixos a média pode ser representada como uma função do volume, da forma $m=m(V)$ onde será $m(0) = \sigma_S$ e $m(\infty) = \sigma_L$. A expressão (2-58) é

monótona decrescente com a variação do volume, porém não pode ser levada a uma forma exponencial do tipo das expressões (2-24) e (2-25). Do anterior resulta que a expressão (2-58) não tem a forma da expressão (2-15) para um material sem comprimento característico. A análise das expressões (2-53) e (2-58) e dos comprimentos característicos correspondentes será feita mais adiante, no capítulo 3.

2.7. ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA NA MECÂNICA DAS FRATURAS

Na MELF foi aceitado que a energia consumida pelas deformações plásticas pode ser desprezada em comparação com a energia requerida para produzir uma unidade de área de fissura. Também foi suposto que as deformações plásticas são desprezíveis em comparação com as deformações elásticas e que os campos de deslocamentos, deformações e tensões podem ser calculados com base nas hipóteses da elasticidade linear.

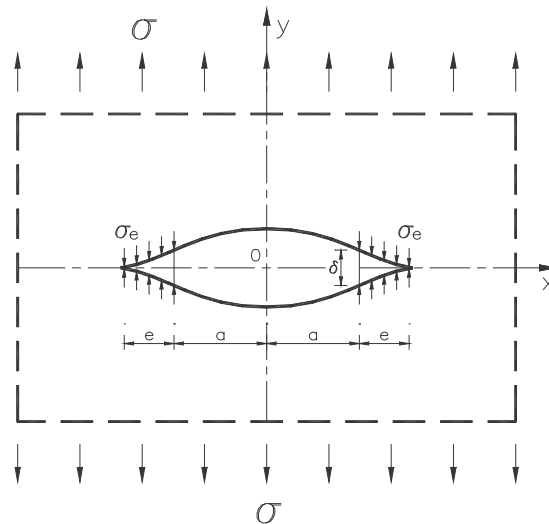
Estas hipóteses somente podem ser consideradas como aproximadas nas fraturas frágeis, as quais apresentam uma região de plastificação muito pequena. O caráter pequeno desta região deve ser estabelecido em comparação com a região K dominante (região na qual predominam, nos campos de tensões e deslocamentos, os termos em K) e com outras propriedades geométricas (espessura da placa, raio da fissura, etc.).

Para estudar a fratura quando é dúctil, ou seja quando existe uma zona de plastificação na proximidade do extremo da fissura é necessário levar em conta este fenômeno. A consideração desta plastificação requer adotar para o material uma relação constitutiva não linear.

Irwin (1960) propôs um modelo mecânico não linear para interpretar a fratura para a placa infinita com uma fissura de comprimento $2a$ submetida a uma tensão uniaxial σ perpendicular à fissura (Modo I). Em seu modelo considera que o material tem uma relação constitutiva elastoplástica perfeita, do qual resulta que existe uma zona na proximidade do extremo da fissura na qual a tensão existente é a tensão de escoamento do material. Dessa maneira corrige o resultado da MELF pelo qual a tensão no extremo da fissura resulta infinita. A seguir para que a força total produzida pela seção da placa no plano da fissura continue sendo a mesma, admitiu que a fissura pode ser estudada como se tivesse um comprimento maior ao real que denomina comprimento fictício da fissura. Finalmente na zona incrementada da fissura supõe que se encontra aplicada uma tensão de compressão igual à tensão de escoamento. A idéia dum comprimento fictício da fissura constitui um aporte

importante realizado por Irwin que logo foi incorporado por outros modelos (Dugdale 1960, Barenblatt 1962).

Figura 2-6 Modelo de Dugdale para o Modo I



Dugdale (1960) propõe outro modelo simplificado (figura 2-6) para placas no modo I, com falha dúctil, nas que se pode aceitar uma relação constitutiva elasto-plástica perfeita.

O modelo supõe que a fissura de comprimento real $2a$ deve ser estudada admitindo a existência de uma fissura fictícia maior, de comprimento $2(a+e)$. Para restabelecer o efeito da zona do material que fica entre a fissura real e a fissura fictícia Dugdale adiciona tensões de compressão do valor da tensão de escoamento σ_e aplicadas nos bordes da fissura, na zona incrementada em forma fictícia. Dessa maneira o problema fica reduzido a um problema elástico linear com um comprimento da fissura fictício e com as tensões σ_e que devem ser adicionadas às tensões reais σ aplicadas no infinito. As tensões de compressão σ_e introduzidas produzem também uma singularidade nas tensões no extremo fictício da fissura, de signo contrario à produzida por σ . Dugdale supõe que o valor do incremento da fissura e , deve ser tal que anula a singularidade no extremo fictício da fissura.

Da aplicação da anterior condição resulta que:

$$\frac{a}{a+e} = \cos\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right) \quad (2-59a)$$

Para o valor de e assim determinado, pode ser calculado no modelo fictício o

deslocamento δ de abertura da fissura, no ponto que corresponde ao extremo real da fissura. Este será outro parâmetro de interesse, que resulta ser:

$$\delta = \frac{8\sigma_e a}{\pi E} \ln\left(\frac{a+e}{a}\right) = \frac{8\sigma_e a}{\pi E} \ln\left(\sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)\right) \quad (2-59b)$$

Do desenvolvimento do coseno e do logaritmo em séries se tem que:

$$e = a \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)^2 - \frac{1}{24} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)^4 + \frac{1}{520} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)^6 - \dots \right] \quad (2-60a)$$

$$\delta = \frac{8\sigma_e a}{\pi E} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)^4 + \frac{1}{45} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_e}\right)^6 + \dots \right] \quad (2-60b)$$

No caso que seja $\sigma = 0.7 \sigma_e$, os segundos termos destas expressões atingem somente o 4% e 8% respectivamente dos primeiros termos e os seguintes termos são muito mais pequenos. Para $\sigma < 0.7 \sigma_e$, situação que se apresenta em muitos casos, a percentagem dos segundos e dos seguintes termos será ainda menor. Quando possam ser desprezados os termos seguintes e só sejam considerados os primeiros termos, as expressões (2-60) ficam da forma:

$$e = \frac{\pi^2 a}{8} \left(\frac{\sigma}{\sigma_e}\right)^2 \quad (2-61a)$$

$$\delta = \frac{a\pi\sigma^2}{E\sigma_e} \quad (2-61b)$$

Para a determinação da zona que tem plastificação, normalmente se adotam as tensões que provem da análise elástica e com o emprego dos critérios de Tresca ou Von Mises são determinadas as zonas de plastificação. Este cálculo é aproximado pois não leva em conta a redistribuição das tensões que se produz como consequência da plastificação.

Das equações (2-26), (2-33) e (2-34) da MELF podem ser obtidas as tensões principais que resultam ser:

$$\sigma_1 = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) [1 + \text{sen}(\theta/2)] \quad (2-62a)$$

$$\sigma_2 = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) [1 - \text{sen}(\theta/2)] \quad (2-62b)$$

E segundo seja o tipo de estado plano se tem que:

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{para EPT} \quad (2-62c)$$

$$\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2) = 2\nu \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) \quad \text{para EPD} \quad (2-62d)$$

Com estes valores das tensões principais e empregando os critérios de Tresca e Von Mises, pode ser determinada em forma aproximada a zona de plastificação. A superfície que define esta zona será a constituída pelos pontos nos quais o estado de tensões faz atingir à função de falha Φ o valor da tensão de escoamento, ou seja:

$$\Phi(\sigma_{ij}) = \sigma_e$$

Nestas condições as superfícies que definem a zona de plastificação segundo os dois critérios de falha, expressadas em coordenadas polares com origem no extremo da fissura, resultam ser para $\theta \geq 0$:

$$r_p = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_e^2} \left[1 + \cos\theta + \frac{3}{2} \text{sen}^2\theta \right] \quad \text{Von Mises para EPT} \quad (2-63a)$$

$$r_p = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_e^2} \left[\frac{3}{2} \text{sen}^2\theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos\theta) \right] \quad \text{Von Mises para EPD} \quad (2-63b)$$

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_e^2} \cos^2(\theta/2) [1 + \text{sen}(\theta/2)]^2 \quad \text{Tresca para EPT} \quad (2-63c)$$

E para Tresca com EPD, se deve adotar o menor valor obtido das condições:

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_e^2} \cos^2(\theta/2) [1 - 2\nu + \text{sen}(\theta/2)]^2 \quad \text{e} \quad r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_e^2} \cos^2(\theta/2) \quad (2-63d)$$

Com os dois critérios de falha a zona correspondente ao EPT resulta muito mais grande que a zona correspondente ao EPD. Os planos de falha correspondentes aos EPT e EPD resultam também diferentes. Comparando a zona de plastificação definida pelos dois critérios, resulta que a zona resultante da aplicação do critério de Von Mises está sempre incluída na zona resultante de aplicar o critério de Tresca. Para $\theta = 0$ os valores dos resultados dos dois critérios coincidem tanto para EPT como para EPD, ou seja:

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_e^2} \quad \text{Von Mises e Tresca para EPT} \quad (2-64a)$$

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_e^2}(1-2\nu)^2 \quad \text{Von Mises e Tresca para EPD} \quad (2-64b)$$

Do anterior resulta, para $\nu = 1/3$ e $\theta = 0$, que o valor do raio da zona de plastificação será 9 vezes maior no EPT que no EPD.

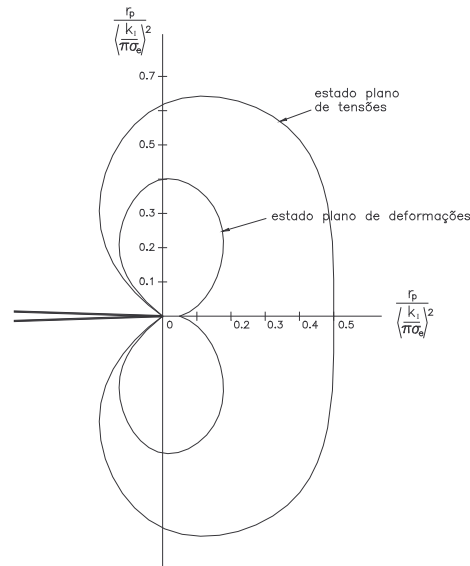


Figura 2-7 Zona de plastificação segundo o critério de Von Mises

Wells (1961) sugere que o critério de falha para estes modelos pode ser definido pelo deslocamento δ de abertura da fissura, no ponto que corresponde ao extremo real da fissura, na forma:

$$\delta = \delta_C \quad (2-65)$$

Onde δ_C será o deslocamento crítico de abertura da fissura, que pode ser considerado uma propriedade do material. No caso do modelo de Dugdale δ tem a forma geral da expressão (2-59b) e no caso particular que $\sigma \ll \sigma_e$ da expressão (2-61b). De acordo com esta última expressão simplificada e levando em consideração que quando se cumpre a condição de falha (2-65) a tensão σ atinge o valor σ_N , resulta que:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{\delta_c E \sigma_e}{a \pi}} \quad (2-66)$$

Tomando logaritmos nos dois termos da igualdade, se obtém novamente a expressão (2-25). Do anterior resulta que com o emprego do modelo de Dugdale e do critério de falha do deslocamento crítico de abertura da fissura, para valores da tensão tais que os segundos

termos da expressão (2-60 b) possam ser desprezados, o efeito de tamanho resulta o mesmo que na MELF.

Quando não são desprezados os restantes termos, a tensão nominal de falha não pode ser expressada sem empregar pelo menos um comprimento característico do material. A análise da tensão nominal e dos comprimentos característicos do material neste caso, que são empregadas para definir δ com as expressões (2-59b) e (2-60b), será realizada no capítulo 3.

2.8. INTEGRAL J COMO CRITÉRIO DE FALHA

Quando são adotadas relações constitutivas elásticas (lineares ou não lineares), a densidade de energia de deformação elástica ω , pode ser definida num ponto da forma:

$$\omega = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2-67)$$

A energia elástica interna no domínio V resulta ser:

$$U = \int_V \omega dV \quad (2-68)$$

E a densidade de energia de deformação elástica, será uma função das deformações ε_{ij} existentes no ponto, independentemente do caminho percorrido no espaço das deformações e tal que:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (2-69)$$

Nestas condições e aceitando também que existe equilíbrio estático, que as deformações são pequenas, que as forças de volume podem ser desprezadas e que não existem singularidades no domínio V, Gdoutos (1996) demonstra que será sempre nula a integral Q_j definida por:

$$Q_j = \int_S \left(\omega n_j - p_k \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) dS \quad (2-70)$$

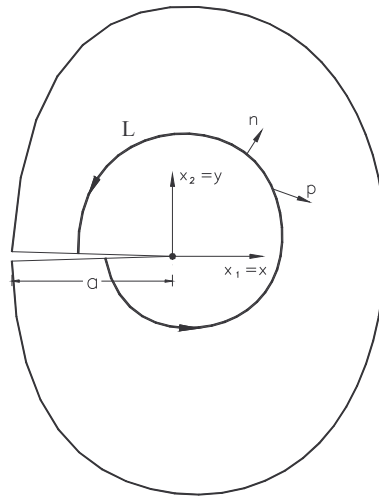


Figura 2-8 Integral J

Onde j e k variam entre 1 e 3, S será a superfície que limita o domínio V e n a normal à superfície S .

No caso de uma placa, a formulação da integral Q_j pode ser reduzida a um problema plano. O domínio V neste caso estará definido por um cilindro de eixo z . Quando também se cumpre que o estado de tensões não depende de z (como sucede, entre outros, nos casos de EPD e EPT), a integral na totalidade das duas superfícies que limitam a placa, definidas por $z = h/2$ e $z = -h/2$, resulta nula. Logo a condição (2-70) se cumpre se a superfície S é reduzida à superfície lateral do cilindro.

Levando em conta finalmente que o estado de tensões e deformações não depende de z , a integral de superfície pode ser finalmente reduzida a uma integral numa curva cerrada. Ou seja nas mesmas condições anteriormente assinaladas será nula a integral:

$$Q_i = \int_C \left(\omega n_i - p_k \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) dc \quad (2-71)$$

Onde i e k variaram neste caso somente entre 1 e 2, C será uma curva cerrada, que define o domínio V e n será a normal à curva. Do anterior resulta que se a integração é feita em duas curvas abertas (L_1 e L_2) e tais que tem o mesmo ponto inicial e final e que o contorno definido pelas duas curvas não envolve um ponto singular, então o valor de Q_i será

independente do caminho.

As integrais Q_i tem uma importante aplicação nos problemas da mecânica de fratura. Quando se tem uma placa plana com uma fissura e com os eixos coordenados escolhidos como se indica na figura 2-8, pode ser definida a integral J da seguinte maneira:

$$J = Q_x = \int_L \left(\omega dy - p_k \frac{\partial u_k}{\partial x} dl \right) \quad (2-72)$$

Onde foi adotado para definir a integral Q_i , o eixo x ou seja $i = 1$, e uma curva de integração L aberta que vai de um borde da fissura ao outro borde em sentido antihorário.

Levando em conta que num caminho que coincida com o borde da fissura a integral J é nula, resulta que quando o caminho vai de um borde da fissura ao outro borde, a integral J é invariante. Ou seja não depende do ponto de inicio e de finalização do caminho e tampouco do caminho recorrido. Por outro lado resulta que J tampouco depende dos termos não singulares. Ou seja que a integral J será função somente das características da singularidade no extremo da fissura. Pode também ser demonstrado que o valor da integral J coincide com a energia disponível para a propagação da fratura por unidade de área G , em qualquer combinação dos modos I, II e III, pois nos modos puros e para uma propagação no plano da fissura, seu valor coincide com G_I, G_{II} e G_{III} respectivamente.

Com base nestas propriedades Rice (1968) propôs empregar a integral J para definir o critério de falha. Segundo este critério a falha acontece quando a integral J atinge um valor critico, ou seja:

$$J = J_c \quad (2-73)$$

No caso elástico a integral J , como conseqüência de sua igualdade com a energia disponível para a propagação da fratura por unidade de superfície (G) não apresenta diferencia com os critérios anteriormente assinalados. Em conseqüência, se cumprem também as expressões (2-24) e (2-25).

O critério da integral J muitas vezes é empregado também no caso não elástico e com fratura dúctil. Nestas condições as propriedades da integral J demonstradas com hipóteses elásticas não se verificam com exatidão, porem se aceita que o critério da integral J pode ser estendido. Particularmente quando a carga é monótona (não se admitem descargas) na zona que tem plastificação a relação constitutiva elastoplástica pode ser reduzida a uma relação constitutiva elástica não linear e então as propriedades anteriormente assinaladas da integral J

são exatas.

Muitos métodos calculam a integral J aceitando comportamento elástico linear e adotando uma curva suficientemente afastada do extremo da fissura. Com estas hipóteses e com a aplicação das leis de escala resulta claro que se verificam as expressões (2-17). Substituindo na integral J as expressões (2-17) resulta que:

$$J_b = J_a \lambda^{2n+1} \quad (2-74)$$

Levando em conta que o valor crítico de J nos dois casos será o mesmo resulta para este critério também que $n = -1/2$.

2.9. MODELO DE BAZANT

Segundo a teoria proposta por Bazant (1984) a fratura e o efeito de tamanho dos materiais de natureza granular como o concreto, as argamassas, as rochas e determinadas cerâmicas, deve ser analisada introduzindo o conceito de comprimento característico do material. Para estes materiais a expressão (2-25) não pode ser adotada como uma boa aproximação. Se com base em estudo experimental foi traçado um gráfico do logaritmo da resistência nominal do material ($\log \sigma_N$) em função do logaritmo da dimensão do corpo de prova ($\log d$), a curva obtida não poderia ser aproximada por uma reta. A função f da expressão (2-14) será dependente do tamanho d_a e em consequência existe pelo menos um comprimento característico.

Bazant propôs, para explicar estes resultados, a idéia que a fratura é gradualmente precedida por uma microfissuração dispersa, que acontece em toda uma zona próxima à fissura. Sua teoria aceita que esta fratura pode ser modelada como a propagação duma banda de espessura constante, composta de pequenas fissuras uniforme e continuamente distribuídas. A espessura da banda de fissuração w (figura 2-9) foi considerada por Bazant uma propriedade do material, que depende do tamanho do agregado graúdo no caso do concreto ou do grão do material. A teoria aceita também, como aproximação da relação tensão-deformação, para ações uniaxiais, a forma bilinear, que leva em consideração o efeito “strain-softening”.

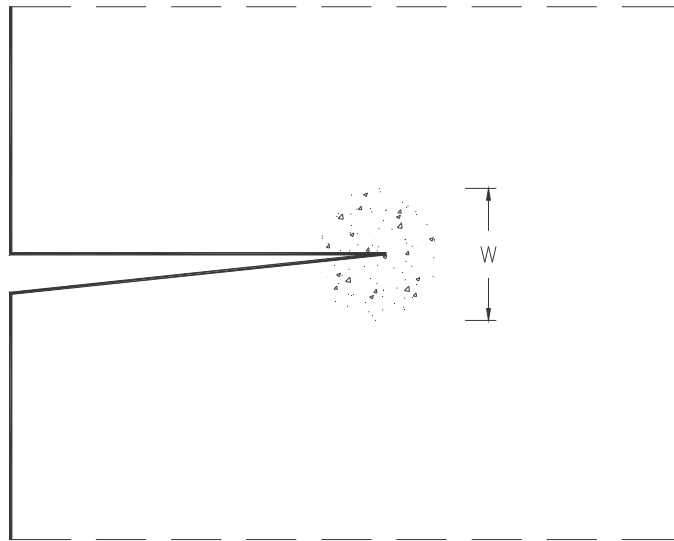


Figura 2-9. Banda de fissuração e relação tensão-deformação, no modelo de Bazant

Da teoria de Bazant resulta que o consumo de energia na fratura tem um termo que é proporcional à área da fissura (similar ao caso da MELF) e outro termo que é proporcional ao volume da banda de fissuração. Para valores grandes de d (em relação a w) predomina o termo da área e o comportamento do material se aproxima ao modelo da MELF, enquanto para valores pequenos de d (em relação a w) predomina o termo do volume e o comportamento do material não apresenta praticamente efeito de tamanho. Para valores intermédios de d existe uma zona de transição gradual entre um e outro comportamento.

Com base nos estudos experimentais realizados, Bazant (1984) considera que os metais com fratura dúctil tem uma falha de natureza diferente, porem os resultados finais de sua teoria em relação com o efeito de tamanho, também podem ser empregados para modelar esse outro fenômeno. A teoria de Bazant para peças que tem fissuração inicial resulta em uma expressão da forma:

$$\sigma_N = \frac{\sigma_0}{\sqrt{(1 + d/d_0)}} \quad (2-75)$$

Onde a constante d_0 é proporcional à espessura da banda de fissuração w , que caracteriza o material. Quando generaliza a análise Bazant (1997) obtém uma expressão que

denomina lei universal do efeito de tamanho, na qual η_b é uma constante adimensional empírica que depende do material:

$$\sigma_N = \sigma_0 \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)^{-1/2} \left\{ 1 + \left[\left(\eta_b + \frac{d}{d_0} \right) \left(1 + \frac{d}{d_0} \right) \right]^{-1} \right\} \quad (2-76)$$

2.10 MODELO DE CARPINTERI

Os estudos de Carpinteri conduzem a outra interpretação física do fenômeno e a resultados sobre o efeito de tamanho (Mihashi, 1997) totalmente opostos dos obtidos por Bazant. Sua análise (1994) do efeito de tamanho na resistência nominal a tração, está baseado na natureza fractal dos ligamentos do material no pico das tensões máximas, que podem ser representados por um espaço fractal de dimensão α_σ , onde $1 < \alpha_\sigma \leq 2$. Com base nesta hipótese obtém, para um determinado material, que:

$$\frac{\sigma_N}{d^{2-\alpha_\sigma}} = \sigma_N^* \quad (2-77)$$

Onde σ_N^* pode ser considerada como uma constante do material, denominada resistência normalizada à tração. Adotando logaritmos se tem que:

$$\log \sigma_N = \log \sigma_N^* - p_\sigma \log d \quad (2-78)$$

Onde o gradiente do diagrama da tensão nominal em função do tamanho, quando ambos são considerados em escala logarítmica, resulta:

$$p_\sigma = 2 - \alpha_\sigma \quad (2-79)$$

Quando $\alpha_\sigma = 2$ então $p_\sigma = 0$ e a resistência normalizada à tração tem a dimensão duma tensão e não existe efeito de tamanho, enquanto se $\alpha_\sigma = 1.5$ então $p_\sigma = 0.5$ e a resistência normalizada à tração tem a dimensão do fator intensidade de tensões (K_I). Na prática não existem materiais com valores do gradiente p_σ maiores que 0.5 ou seja com valores de α_σ menores que 1.5. Para valores intermédios de p_σ , ou seja $0 \leq p_\sigma < 0.5$, a resistência normalizada à tração terá a dimensão [força] / [comprimento]^(2- p_σ). Para a análise da energia necessária para produzir a fratura, Carpinteri (1994) adota a hipótese da natureza fractal da superfície de fratura, aceitando que a dissipação da energia acontece em um espaço fractal de dimensão α_G , onde $2 \leq \alpha_G < 3$. Com base nesta hipótese obtém, para um determinado

material, que:

$$\frac{G_c}{d^{\alpha_G - 2}} = G_c^* \quad (2-80)$$

Onde G_c^* pode ser adotada como uma constante do material, que é denominada energia normalizada de fratura. Adotando logaritmos se tem que:

$$\log G_c = \log G_c^* + p_G \log d \quad (2-81)$$

Onde o gradiente do diagrama da energia normalizada de fratura em função do tamanho, quando ambos são considerados em escala logarítmica, resulta:

$$p_G = \alpha_G - 2 \quad (2-82)$$

Quando $\alpha_G = 2$ então $p_G = 0$ e a energia normalizada de fratura tem a dimensão da energia por unidade de superfície e nos encontramos no caso estudado por Griffith, enquanto se $\alpha_G = 2.5$ então $p_G = 0.5$ e a energia normalizada de fratura tem a dimensão do fator intensidade de tensões (K_I). Na pratica não existem materiais com valores do gradiente p_G maiores que 0.5, ou seja com valores de α_G maiores que 2.5. Para valores intermédios de p_G , ou seja $0 \leq p_G \leq 0.5$, a energia normalizada terá a dimensão $[\text{força}] / [\text{comprimento}]^{(1+p_G)}$. Normalmente para um determinado material os valores dos gradientes p_σ e p_G não coincidem.

Carpinteri mostra que esta forma de interpretar o fenômeno permite uma maior aproximação que a obtida com as expressões de Bazant, quando é estudado o efeito de tamanho em peças de concreto sem fissuração inicial. As expressões obtidas com base nas hipóteses de Carpinteri podem ser explicadas também (Carpinteri, 1989) aceitando o caráter estatístico dos microdefeitos do material ou empregando modelos numéricos com fissuras coesivas (cohesive crack model).

Em estudos posteriores (1995) Carpinteri aceita que também as dimensões fractais podem ter uma variação continua quando o intervalo de variação da dimensão é importante, variando dos tamanhos pequenos das peças nos quais a estrutura do material se apresenta desordenada aos maiores tamanhos nos quais a estrutura pode ser considerada ordenada. A lei que resume suas considerações (Carpinteri, 1995) é conhecida como a lei multifractal da escala (Multifractal scaling law) e tem para a tensão nominal uma expressão da forma:

$$\sigma_N = \sqrt{A_0 + \frac{B_0}{d}} \quad (2-83)$$

Onde A_0 e B_0 são duas constantes do material. As expressões de Bazant (2-75) e (2-76) e a de Carpinteri (2-83) são claramente diferentes, particularmente quando o tamanho das peças tende a infinito ou a zero. Quando d tende a infinito as expressões de Bazant tendem a zero e a de Carpinteri tende a um determinado valor. Quando d tende a zero as expressões de Bazant tendem a um determinado valor e a expressão de Carpinteri tende a infinito. As concavidades das curvas quando é analisado o diagrama da tensão em função do tamanho das peças, ambos em escala logarítmica são de sinal contrário.

Carpinteri (1995) com base em outros estudos experimentais afirma que a formulação de Bazant mostra uma boa aproximação nos casos de corpos de prova fissurados, com fissuras proporcionais ao tamanho da peça. Nos casos de corpos de prova que não tem uma fissura inicial considera que não apresenta uma boa aproximação e considera que a expressão (2-83) é muito mais exata nestes casos.

Bazant (1999 e 2000a) aceita que a falha, quando não existe fissura inicial, não pode ser analisada de forma similar que no caso da existência da fissura inicial. Também com base em considerações da energia obtém uma expressão similar à proposta por Carpinteri.

2.11 GRADIENTE DE PLASTICIDADE

Na última década foi empregada para estudar o efeito de tamanho para metais a teoria do gradiente de plasticidade que pode ser considerada (Malmberg, 1999) como uma teoria não clássica da mecânica dos meios contínuos. Nesta teoria admite-se que o gradiente macroscópico das deformações produz modificações no comportamento mecânico do material. Também adota-se o critério que gradientes da deformação de maior ordem podem também ter influência.

Segundo a teoria, o efeito dos campos não uniformes de deformações produz uma diminuição da tensão de escoamento do material. Com base nestas hipóteses pode se demonstrar (Malmberg, 2001) que existe um efeito de tamanho para materiais elasto-plásticos perfeitos submetidos à torção pura. No estudo que é feito com barras cilíndricas, a tensão de escoamento considerada no critério de falha (que pode ser von Mises ou Tresca) é:

$$\tau_{z\phi} = \tau_{0f} - k_1 |\nabla \gamma_{z\phi}| - k_2 \nabla^2 \gamma_{z\phi} \quad (2-84)$$

Onde $\tau_{z\phi}$ é a tensão de falha em corte obtida da teoria do gradiente de plasticidade, τ_{0f} a tensão de falha em corte quando não existe gradiente de deformações e $\gamma_{z\phi}$ a distorção

angular correspondente. As constantes k_1 e k_2 dependem do material. O modulo do gradiente e o Laplaciano da deformação são neste caso:

$$|\nabla \gamma_{z\varphi}| = \Theta \quad (2-85a)$$

$$\nabla^2 \gamma_{z\varphi} = \Theta / r \quad (2-85b)$$

Onde Θ é o angulo de torção por unidade de comprimento. Aceitando que o raio do cilindro seja R e levando em consideração que a tensão de escoamento é atingida no limite do período elástico, a tensão de corte de falha esta relacionada com o angulo de torção de falha, pela expressão:

$$\tau_{z\varphi f} = \frac{\Theta_f ER}{2(1 + \nu)}$$

Adotando, para estudar o efeito de tamanho, a resposta $Y = \tau_{z\varphi f}$ se pode concluir que:

$$Y(R) = \frac{\tau_0}{(1 + k_1/ER + k_2/ER^2)} \quad (2-86)$$

As constantes k_1 e k_2 não podem ser ambas positivas pois a função Y seria crescente, contrariando os resultados experimentais. Com valores de k_1 negativos e k_2 positivos obtém uma boa aproximação dos resultados experimentais obtidos para determinados tamanhos. Também (Malmberg, 2001) mostra que a teoria pode ser aplicada para materiais elasto-plásticos perfeitos no caso da flexão. Neste caso o Laplaciano resulta nulo, obtendo que:

$$Y(h) = \frac{\sigma_0}{(1 + 2k_1/Eh)} \quad (2-87)$$

Onde novamente se tem que cumprir que k_1 seja negativo. Também Malmberg apresenta outra aplicação da teoria aceitando uma relação constitutiva do material de tipo exponencial.

A teoria do gradiente das deformações permite explicar o efeito de tamanho nos casos em que as deformações são não uniformes porém não explica o efeito nos casos em que não existe gradiente macroscópico das deformações, como acontece no ensaio à tração. Neste caso Malmberg mostra que é necessário empregar outras formulações.

2.12 EFEITO DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO

O Código Modelo (Model Code, 1990) do Comitê Euro-International do Beton (CEB) estabelece que a resistência à compressão do concreto pode ser calculada em função da velocidade de deformação com expressões do tipo:

$$\sigma_N(\dot{\varepsilon}) = \sigma_N(\dot{\varepsilon}_0) \left(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0 \right)^k \quad \text{para} \quad \left| \dot{\varepsilon} \right| \leq 30 s^{-1} \quad (2-88a)$$

$$\sigma_N(\dot{\varepsilon}) = \sigma_N(\dot{\varepsilon}_0) \psi \left(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0 \right)^{1/3} \quad \text{para} \quad \left| \dot{\varepsilon} \right| \geq 30 s^{-1} \quad (2-88b)$$

Onde k e ψ são constantes adimensionais do material e

$$\dot{\varepsilon}_0 = -30 * 10^{-6} s^{-1} \quad (2-88c)$$

Para a resistência à tração as expressões do Código Modelo são similares, com a única diferença que a velocidade de deformação empregada como referência é:

$$\dot{\varepsilon}_0 = 3 * 10^{-6} s^{-1} \quad (2-88d)$$

No caso do ensaio à tração do aço é empregada (CEB, 1988) para a resistência a tração a expressão:

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_{N1}} = 1 + \eta_c \ln \left(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_1 \right) \quad (2-89)$$

Onde σ_N é a resistência a tração para uma velocidade de deformação $\dot{\varepsilon}$, σ_{N1} é a resistência a tração para uma velocidade de deformação $\dot{\varepsilon}_1 = 5 * 10^{-5} s^{-1}$ e η_c é uma constante adimensional do material. Expressões do mesmo tipo são empregadas para o limite elástico (0.2 %), a tensão de escoamento, a deformação correspondente à resistência a tração e a deformação de ruptura. No CEB (1988) se encontra também a formulação de Cowper-Symonds-Bodner que tem a forma:

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_{N1}} = 1 + \left(\dot{\varepsilon} / \alpha_c \right)^{1/\eta_c} \quad (2-90)$$

Onde α_c e η_c são constantes do material. Bazant (1997 e 2000b) estuda a influência da velocidade de deformação aceitando que existem dois efeitos de natureza diferente: o primeiro produzido na própria fissura e o outro que é consequência da viscoelasticidade do

material. Segundo Bazant nas rochas e cerâmicas o segundo efeito é desprezível, nos polímeros predomina o efeito da viscoelasticidade do material e no concreto os dois efeitos tem importância.

Bazant estuda o primeiro efeito produzido na fissura pela velocidade de deformação e com base em considerações energéticas, obtém uma generalização da lei do modelo numérico com fissuras coesivas (cohesive crack model) para a abertura da fissura. Quando a temperatura é constante obtém que a abertura da fissura δ pode ser expressada da forma:

$$\delta = F\left(\sigma - k_b \cdot A r \operatorname{senh}\left(\dot{\varepsilon}/c_b\right)\right)$$

Onde a função F é conhecida da análise estático e k_b , e c_b são constantes do material. Logo na falha será $\delta = \delta_c$ ou seja que a resistência nominal de falha para uma velocidade de deformação pode ser expressada em função da resistência nominal para uma velocidade zero, (resistência nominal estática), na forma:

$$\sigma_N(\dot{\varepsilon}) = \sigma_N(0) \left(1 + \eta_b A r \operatorname{senh}\left(\dot{\varepsilon}/c_b\right)\right) \quad (2-91)$$

Onde η_b é uma constante adimensional do material e c_b é uma constante do material de dimensão s^{-1} . Razoando analogamente para a tensão de escoamento resultam também formulações do tipo (2-91). Bazant (2000b) observa que na expressão (2-91) o $A r \operatorname{senh}$ pode ser aproximado por um logaritmo neperiano, quando se cumpre que:

$$\frac{\dot{\varepsilon}}{c_b} \gg 1$$

Resultando a expressão:

$$\sigma_N(\dot{\varepsilon}) = \sigma_N(0) \left(1 + \eta_b \ln\left(2\dot{\varepsilon}/c_b\right)\right) \quad (2-92)$$

E em definitiva nestas condições a expressão (2-91) pode ser substituída por outra expressão (2-92) da forma (2-89). Segundo Bazant (2000b) a expressão (2-92) é normalmente empregada para determinar a tensão de escoamento em metais plásticos.

Em relação ao efeito conjunto da velocidade de deformação e do tamanho não existem nas referencias bibliográficas expressões que vinculem os dois fenômenos. Tampouco se assinala se os dois efeitos podem ser desacoplados ou tem acoplamento. Uma primeira

aproximação poderia ser feita aceitando que os dois fenômenos possam ser desacoplados e analisando cada uno por separado.

2.13 MÉTODOS NUMÉRICOS

O emprego dos métodos numéricos para estudar a fratura mecânica e o efeito do tamanho é muito amplo. O caso mais simples é quando o material tem ruptura frágil e comportamento praticamente linear até a ruptura. Nestes materiais podem ser empregadas as hipóteses da MELF e modelos de elementos finitos com base no fator intensidade de tensões ou a integral J . Em muitas oportunidades o balanço energético com a integral J e elementos de contorno é empregado também para metais com comportamento plástico pequeno, porém na medida que o efeito plástico seja importante o método não resulta adequado. O gradiente de plasticidade (seção 2-11) também permite estudar o comportamento de metais nos quais o fenômeno plástico é significativo.

Nos materiais de natureza granular como o concreto, as argamassas, as rochas e determinadas cerâmicas, são necessários outros modelos para poder fazer uma boa estimação. Segundo van Mier (1995) os métodos empregados para estes materiais podem ser classificados em três grandes níveis. O primeiro é o nível macro no qual o material é considerado contínuo na estrutura que será analisada e todo o efeito não linear está na relação constitutiva.

O modelo de fissura fictícia (fictitious crack model) ideado por Hillerborg (1976) que se encontra neste grupo, estuda o comportamento do material na fratura mecânica empregando o método dos elementos finitos e um diagrama bilinear tensão-deformação na tração. Com este diagrama aceita-se a idéia que continuam existindo tensões na proximidade da fissura depois que o material atingiu a tensão máxima. O diagrama tensão-deformação empregado no modelo está definido por uma relação linear até a tensão máxima e logo uma zona de amolecimento (softening) que é representada por uma reta de gradiente negativo. Os resultados obtidos pelo modelo (segundo van Mier) dependem das características e do tamanho da malha empregada. Porém para estudar o efeito de tamanho pode-se adotar (Mihashi) um tamanho do elemento e um diagrama tensão deformação que dependam da estrutura do material. A equação constitutiva do material resulta definida por três parâmetros ou seja a tensão máxima na tração, a deformação correspondente à tensão máxima e a deformação máxima. O modelo de Hillerborg tem múltiplas aplicações para o estudo dos

materiais granulares. Bazant (1984) e Riera (1986) relacionam o modelo com a idéia da banda de fratura na proximidade da fissura e Mihashi (1997) considera que permite interpretar os efeitos de tamanho no concreto produzidos pelo esforço de corte. Pode-se dizer também que outros modelos empregados adotam as mesmas hipóteses com alguma pequena variante (van Mier, 1995).

O segundo nível de análises (segundo van Mier) é o nível médio, no qual é empregada uma escala que permite distinguir individualmente as partículas do agregado do concreto as que se encontram unidas por uma matriz continua de argamassa. Neste nível coloca os modelos de elementos discretos nos quais o sólido continuo é representado por um conjunto de vigas e barras que podem ter diferentes propriedades segundo seja sua ubiquação na estrutura. Os modelos de elementos discretos tem sido empregados por diversos autores. Nayfeh mostra a possibilidade inversa de empregar um modelo continuo para estudar o comportamento mecânico de uma treliça espacial. Riera (1986) emprega para analisar a fratura do concreto um modelo com elementos discretos, que formam uma treliça espacial, aceitando que as propriedades mecânicas dos elementos possam comportar-se como variáveis aleatórias, mostrando também que o modelo pode ser empregado para problemas dinâmicos. Rocha mostra que os resultados são fortemente dependentes do tamanho da malha de discretização e que para evitar esta dependência é necessário que a relação constitutiva dependa do tamanho da malha. Também aceita que o tamanho dos elementos pode ser elegido em função do tamanho do agregado graúdo. Iturrioz aplica o método para estudar estruturas laminares de concreto armado e incorpora para outros casos o emprego de uma relação constitutiva elasto-plástica. Rios realiza simulações numéricas empregando o método dos elementos discretos para peças com semelhança geométrica, detectando adequadamente com elementos de tamanho constante o efeito de tamanho

O terceiro nível de análises (van Mier) é o micro nível, no qual é adotada uma escala que permite considerar a estrutura do material ao nível individual das partículas de CSH (Calcium-Silicate-Hydrates), as que são supostas homogêneas. Carpinteri (1994) destaca que os modelos microscópicos realizam uma análise excessivamente localizado que não permite obter resultados macroscópicos que sejam de aplicação na engenharia.

Finalmente se pode assinalar que os métodos numéricos, nos quais os resultados obtidos são função do tamanho da malha empregada, em definitiva adotam a existência de um comprimento característico do material.

3. AS LEIS DE ESCALA COM COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO E VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO CARACTERÍSTICA

3.1 AUSÊNCIA DE COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO

Na seção 2.3 foi definido o efeito de tamanho e estudada a forma geral da lei de escala f quando o material não tem um comprimento característico. Foi demonstrado que f tem a forma (2-15) duma potência de λ com expoente n real, ou seja:

$$f(\lambda) = \lambda^n$$

No presente capítulo será examinada a forma geral que pode ter a lei de escala quando existem comprimentos característicos ou velocidades de deformação característicos do material.

3.2 COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO

Quando existe um comprimento característico c , a resposta Y do material para uma dimensão d pode ser expressada na forma:

$$Y = Y_a f(\lambda, \mu, \gamma) \quad (3-1)$$

Onde o subscrito a corresponde ao material de referência e as variáveis adimensionais são: $\lambda = d/d_a$, $\mu = c/d_a$ e $\gamma = c_a/d_a$. Em consequência se cumpre que: $f(1, \mu, \mu) = 1$, para todo μ . Quando somente existe o comprimento característico c , a função f deverá ser independente das dimensões de referência d_a e c_a elegidas. Adotando outras dimensões de referência (d_b e c_b) resultam as expressões:

$$Y = Y_b f(\alpha, \beta, \delta)$$

$$Y_b = Y_a f(\eta, \kappa, \xi)$$

Onde as variáveis adimensionais são definidas com as expressões $\alpha = d/d_b$, $\beta = c/d_b$, $\delta = c_b/d_b$, $\eta = d_b/d_a$, $\kappa = c_b/d_a$ e $\xi = c_a/d_a$.

Porém as variáveis adimensionais estão relacionadas pelas expressões: $\lambda = \alpha \eta$, $\xi = \gamma$, $\kappa = \delta \eta$ e $\beta = \mu / \eta$ e em consequência resulta que a relação:

$$f(\lambda, \mu, \gamma) = f(\alpha, \beta, \delta) f(\eta, \kappa, \xi)$$

Se converte em:

$$f(\alpha\eta, \mu, \gamma) = f\left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \delta\right) f(\eta, \delta\eta, \gamma) \quad (3-2)$$

Esta expressão é uma condição necessária para que a função f represente o comportamento de um material que tem somente um comprimento característico. Pode ser demonstrado que quando se cumpre para todo valor de α , η , μ , γ e δ é também uma condição suficiente. Derivando em relação a α se obtém:

$$\eta \frac{\partial f}{\partial \lambda}(\alpha\eta, \mu, \gamma) = \frac{\partial f}{\partial \lambda}\left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \delta\right) f(\eta, \delta\eta, \gamma)$$

E adotando $d = d_b$ e $c = c_b$ resulta $\alpha = 1$, $\lambda = \eta$ e $\delta\eta = \mu$ obtendo:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \lambda}(\lambda, \mu, \gamma)}{f(\lambda, \mu, \gamma)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \lambda}\left(1, \frac{\mu}{\lambda}, \frac{\mu}{\lambda}\right) = \frac{1}{\lambda} F_1\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)$$

Integrando em λ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma) = G_1(\mu, \gamma) e^{\int \frac{1}{\lambda} F_1\left(\frac{\mu}{\lambda}\right) d\lambda} = G_1(\mu, \gamma) e^{F_4\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)} \quad (3-3a)$$

Derivando (3-2) em relação a μ se obtém:

$$\frac{\partial f}{\partial \mu}(\alpha\eta, \mu, \gamma) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial f}{\partial \mu}\left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \delta\right) f(\eta, \delta\eta, \gamma)$$

E adotando $d = d_b$ e $c = c_b$ resulta $\alpha = 1$, $\lambda = \eta$ e $\delta\eta = \mu$ obtendo:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \mu}(\lambda, \mu, \gamma)}{f(\lambda, \mu, \gamma)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \mu}\left(1, \frac{\mu}{\lambda}, \frac{\mu}{\lambda}\right) = \frac{1}{\lambda} F_2\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)$$

Integrando em μ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma) = G_2(\lambda, \gamma) e^{\int \frac{1}{\lambda} F_2\left(\frac{\mu}{\lambda}\right) d\mu} = G_2(\lambda, \gamma) e^{F_5\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)} \quad (3-3b)$$

Derivando (3-2) em relação a γ se obtém:

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma}(\alpha\eta, \mu, \gamma) = f\left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \delta\right) \frac{\partial f}{\partial \gamma}(\eta, \delta\eta, \gamma)$$

E adotando $d_a = d_b$ e $c_a = c_b$ resulta $\eta = 1$, $\lambda = \alpha$ e $\delta = \gamma$ obtendo:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \gamma}(\lambda, \mu, \gamma)}{f(\lambda, \mu, \gamma)} = \frac{\partial f}{\partial \gamma}(1, \gamma, \gamma) = F_3(\gamma)$$

Integrando em γ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma) = G_3(\lambda, \mu) e^{\int F_3(\gamma) d\gamma} = G_3(\lambda, \mu) e^{F_6(\gamma)} \quad (3-3c)$$

Das equações (3-3) e levando em consideração que $f(1, \mu, \mu) = 1$, para todo μ , se deduz que a forma geral da função f quando existe somente um comprimento característico é:

$$f(\lambda, \mu, \gamma) = \frac{g\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)}{g(\gamma)} \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^k \quad (3-4a)$$

Onde k é um número real qualquer e g pode ser uma função qualquer, que cumpre que:

$$g(x) = e^{-\int_x^1 \frac{\partial f}{\partial \lambda}(1, x, x) dx} \quad (3-4b)$$

As expressões (3-4) constituem uma generalização da expressão (2-15) obtida na seção 2.3. Nas condições de um comprimento característico somente intervêm três variáveis adimensionais, ou seja:

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{c}{d} \quad \frac{\gamma}{\mu} = \frac{c_a}{c} \quad \gamma = \frac{c_a}{d_a} \quad (3-4c)$$

Se é analisado o efeito de tamanho entre peças do mesmo material o comprimento característico será constante, ou seja $c_a = c_b = c$ resultando $\mu = \gamma = \delta\eta$ e finalmente a função f se reduz a uma função de duas variáveis λ e μ . Nestas condições as expressões da condição necessária e suficiente e da equação derivada se reduzem a:

$$f(\alpha\eta, \mu) = f\left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}\right) f(\eta, \mu) \quad (3-5)$$

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \lambda}(\lambda, \mu)}{f(\lambda, \mu)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \lambda}\left(1, \frac{\mu}{\lambda}\right) \quad (3-6)$$

Deverá cumprir-se que $f(1, \mu) = 1$ para todo μ de modo que a forma geral da função f quando existe somente um comprimento característico será:

$$f(\lambda, \mu) = \frac{g\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)}{g(\mu)} \quad (3-7a)$$

Onde g pode ser uma função qualquer, que cumpre que:

$$g(x) = e^{-\int \frac{1}{x} \mathcal{F}(1,x) dx} \quad (3-7b)$$

Nas condições de um comprimento característico, quando a comparação é feita para um mesmo material, intervém duas variáveis adimensionais, ou seja:

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{c}{d} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{c}{d_a} \quad (3-7c)$$

3.3 COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO NAS FORMULAÇÕES DA TEORIA ESTATÍSTICA E NO MODELO DE DUGDALE

Nas seções 2.6 e 2.7 foi observada a existência pelo menos de um comprimento característico nos casos das expressões (2-50) e (2-58) da teoria estatística e da expressão (2-59b) do modelo elasto-plástico de Dugdale. No caso da expressão (2-50) da teoria estatística, utilizando a expressão (2-53), a função f resulta:

$$f(\lambda, \mu) = \frac{\sigma_0 \left(\frac{d_a}{d_o}\right)^{-3/\chi} \lambda^{-3/\chi} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\chi}\right) + \sigma_L}{\sigma_0 \left(\frac{d_a}{d_o}\right)^{-3/\chi} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\chi}\right) + \sigma_L} = \frac{\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{3/\chi} + 1}{\mu^{3/\chi} + 1} \quad (3-8a)$$

Onde o valor de μ , resulta:

$$\mu = \left(\frac{\sigma_0 \Gamma(1 + 1/\chi)}{\sigma_L}\right)^{\chi/3} \frac{d_o}{d_a} \quad (3-8b)$$

A função f assim definida verifica as condições (3-5) e (3-7), onde o comprimento característico do material (c), está dado por:

$$c = \left(\frac{\sigma_0 \Gamma(1 + 1/\chi)}{\sigma_L}\right)^{\chi/3} d_o \quad (3-8c)$$

No caso da expressão (2-58) da teoria estatística a função f resulta:

$$f = \frac{\sigma_S - (\sigma_S - \sigma_L) \int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{\lambda^{-3/\chi} (d_a / d_0)^{-3/\chi} t^{1/\chi} + 1} dt}{\sigma_S - (\sigma_S - \sigma_L) \int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{(d_a / d_0)^{-3/\chi} t^{1/\chi} + 1} dt}$$

Ou seja:

$$f(\lambda, \mu) = \frac{1 - k \int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{(\mu / \lambda)^{3/\chi} t^{1/\chi} + 1} dt}{1 - k \int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{\mu^{3/\chi} t^{1/\chi} + 1} dt} \quad (3-9a)$$

Onde a constante adimensional k do material, a variável adimensional μ e o comprimento característico c são:

$$k = \frac{\sigma_S - \sigma_L}{\sigma_S} \quad \mu = \frac{d_0}{d_a} \quad \text{e} \quad c = d_0 \quad (3-9b)$$

A função f assim definida verifica as condições (3-5) e (3-7). No modelo elasto-plástico de Dugdale, partindo da expressão (2-59b) e adotando o critério de falha de Wells (2-65) se tem que:

$$f(\lambda, \mu) = \frac{\text{Arc sec} \left(e^{\frac{\pi E \delta_c}{8 \sigma_y d}} \right)}{\text{Arc sec} \left(e^{\frac{\pi E \delta_c}{8 \sigma_y d_a}} \right)} = \frac{\text{Arc sec} \left(e^{\mu / \lambda} \right)}{\text{Arc sec} \left(e^{\mu} \right)} \quad (3-10a)$$

Onde o comprimento característico do material resulta:

$$c = \frac{\pi E \delta_c}{8 \sigma_y} \quad (3-10b)$$

A função f de Dugdale, definida pela expressão (2-59b), verifica também as condições (3-5) e (3-7). Das anteriores considerações resulta que as expressões (2-50) e (2-58) da teoria estatística e a expressão geral (2-59b) do modelo elasto-plástico de Dugdale, podem ser expressadas, empregando variáveis adimensionais da forma (3-8a), (3-9a) e (3-10a) respectivamente. Estas expressões correspondem a modelos que tem somente um comprimento característico definido pelas expressões (3-8c), (3-9b) e (3-10b).

3.4 COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO NAS FORMULAÇÕES DE BAZANT E CARPINTERI

Nas seções 2.9 e 2.10 foi observada a existência pelo menos de um comprimento característico nos casos das expressões (2-75) e (2-76) de Bazant e na expressão (2-83) de Carpinteri. Da expressão de Bazant (2-75) para peças que tem fissuração inicial, resulta uma função f com variáveis adimensionais (de acordo à seção 3.2) da forma:

$$f(\lambda, \mu) = \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{\mu}}}{\sqrt{1 + \frac{\lambda}{\mu}}} \quad (3-11a)$$

Onde o comprimento característico c será:

$$c = d_0 \quad (3-11b)$$

Da expressão generalizada de Bazant (2-76) resulta uma função f com variáveis adimensionais da forma:

$$f(\lambda, \mu) = \frac{1 + \left(\eta_b + \frac{\lambda}{\mu}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right)^{-1} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^{1/2}}{1 + \left(\eta_b + \frac{1}{\mu}\right)^{-1} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right)} \quad (3-12a)$$

Onde o comprimento característico c será:

$$c = d_0 \quad (3-12b)$$

As funções f definidas pelas expressões (3-11) e (3-12) quando η_b é constante, cumprem as relações (3-5) e (3-7), e em consequência o modelo empregado por Bazant tem somente um comprimento característico. Da expressão (2-83) da lei multifractal da escala de Carpinteri resulta uma função f com variáveis adimensionais da forma:

$$f(\lambda, \mu) = \frac{\sqrt{1 + \frac{\mu}{\lambda}}}{\sqrt{1 + \mu}} \quad (3-13a)$$

Onde o comprimento característico resulta:

$$c = \frac{B_0}{A_0} \quad (3-13b)$$

A função f assim definida cumpre as relações (3-5) e (3-7) e em conseqüência o modelo de Carpinteri tem somente um comprimento característico.

3.5 DOIS COMPRIMENTOS CARACTERÍSTICOS

Pode acontecer que o material seja mais complexo e tenha dois comprimentos característicos. Nesta situação, com dois comprimentos característicos c_1 e c_2 , a resposta Y do material para uma dimensão d pode ser expressada da forma:

$$Y = Y_a f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta) \quad (3-14)$$

Onde as variáveis adimensionais são: $\lambda = d/d_a$, $\mu = c_1/d_a$, $\gamma = c_{1a}/d_a$, $\eta = c_2/d_a$ e $\zeta = c_{2a}/d_a$. E em conseqüência se cumpre que: $f(1, \mu, \mu, \eta, \eta) = 1$, para todo μ e η . Quando somente existem dois comprimentos característicos c_1 e c_2 , a função f deve ser independente das dimensões de referencia d_a , c_{1a} e c_{2a} elegidas. Adotando outras dimensões de referencia (d_b , c_{1b} e c_{2b}) resultam as expressões:

$$Y = Y_b f(\alpha, \beta, \delta, \rho, \varepsilon)$$

$$Y_b = Y_a f(\sigma, \tau, \gamma, \pi, \zeta)$$

Onde as variáveis adimensionais são definidas com as expressões $\alpha = d/d_b$, $\beta = c_1/d_b$, $\delta = c_{1b}/d_b$, $\rho = c_2/d_b$, $\varepsilon = c_{2b}/d_b$, $\sigma = d_b/d_a$, $\tau = c_{1b}/d_a$ e $\pi = c_{2b}/d_a$. Porém as variáveis adimensionais estão relacionadas pelas expressões: $\lambda = \alpha \sigma$, $\beta = \mu/\sigma$, $\rho = \eta/\sigma$, $\delta = \tau/\sigma$ e $\varepsilon = \pi/\sigma$ e em conseqüência resulta que:

$$f(\alpha \sigma, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = f\left(\alpha, \frac{\mu}{\sigma}, \frac{\tau}{\sigma}, \frac{\eta}{\sigma}, \frac{\pi}{\sigma}\right) f(\sigma, \tau, \gamma, \pi, \zeta) \quad (3-15)$$

Esta expressão é uma condição necessária para que a função f represente um material que tenha somente dois comprimentos característicos. Pode ser demonstrado que quando se cumpre para todo valor de α , σ , μ , η , γ , ζ , τ e π é também uma condição suficiente. Derivando em relação a α se obtém:

$$\sigma \frac{\partial f}{\partial \lambda}(\alpha \sigma, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = \frac{\partial f}{\partial \lambda} \left(\alpha, \frac{\mu}{\sigma}, \frac{\tau}{\sigma}, \frac{\eta}{\sigma}, \frac{\pi}{\sigma} \right) f(\sigma, \tau, \gamma, \pi, \zeta)$$

E adotando $d = d_b$, $c_1 = c_{1b}$ e $c_2 = c_{2b}$ resulta $\alpha = 1$, $\lambda = \sigma$, $\tau = \mu$ e $\eta = \pi$ obtendo:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \lambda}(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta)}{f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \lambda} \left(1, \frac{\mu}{\lambda}, \frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda} \right) = \frac{1}{\lambda} F_1 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda} \right)$$

Integrando em λ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = G_1(\mu, \gamma, \eta, \zeta) e^{\int \frac{1}{\lambda} F_1 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda} \right) d\lambda} = G_1(\mu, \gamma, \eta, \zeta) e^{F_6 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda} \right)} \quad (3-16a)$$

Derivando (3-15) em relação a μ se obtém:

$$\frac{\partial f}{\partial \mu}(\alpha\sigma, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial f}{\partial \mu} \left(\alpha, \frac{\mu}{\sigma}, \frac{\tau}{\sigma}, \frac{\eta}{\sigma}, \frac{\pi}{\sigma} \right) f(\sigma, \tau, \gamma, \pi, \zeta)$$

E adotando $d = d_b$, $c_1 = c_{1b}$ e $c_2 = c_{2b}$ resulta $\alpha = 1$, $\lambda = \sigma$, $\tau = \mu$ e $\eta = \pi$ obtendo:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \mu}(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta)}{f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \mu} \left(1, \frac{\mu}{\lambda}, \frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda} \right) = \frac{1}{\lambda} F_2 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda} \right)$$

Integrando em μ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = G_2(\lambda, \gamma, \eta, \zeta) e^{\int \frac{1}{\lambda} F_2 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda} \right) d\mu} = G_2(\lambda, \gamma, \eta, \zeta) e^{F_7 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda} \right)} \quad (3-16b)$$

Derivando (3-15) em relação a γ se obtém:

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma}(\alpha\sigma, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = \frac{\partial f}{\partial \gamma}(\sigma, \tau, \gamma, \pi, \zeta) f \left(\alpha, \frac{\mu}{\sigma}, \frac{\tau}{\sigma}, \frac{\eta}{\sigma}, \frac{\pi}{\sigma} \right)$$

E adotando $d_a = d_b$, $c_{1a} = c_{1b}$ e $c_{2a} = c_{2b}$ resulta $\sigma = 1$, $\lambda = \alpha$, $\tau = \gamma$ e $\pi = \zeta$ obtendo:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \gamma}(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta)}{f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta)} = \frac{\partial f}{\partial \gamma}(1, \gamma, \gamma, \zeta, \zeta) = F_3(\gamma, \zeta)$$

Integrando em γ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = G_3(\lambda, \mu, \eta, \zeta) e^{\int F_3(\gamma, \zeta) d\gamma} = G_3(\lambda, \mu, \eta, \zeta) e^{F_8(\gamma, \zeta)} \quad (3-16c)$$

De forma análoga podem ser obtidas as expressões:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = G_4(\lambda, \mu, \gamma, \zeta) e^{\int_{\frac{1}{\lambda}}^1 F_4\left(\frac{\mu, \eta}{\lambda, \lambda}\right) d\eta} = G_4(\lambda, \mu, \gamma, \zeta) e^{F_9\left(\frac{\mu, \eta}{\lambda, \lambda}\right)} \quad (3-16d)$$

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = G_5(\lambda, \mu, \gamma, \eta) e^{\int_{F_5(\gamma, \zeta)}^{\mu \zeta} d\zeta} = G_5(\lambda, \mu, \gamma, \eta) e^{F_{10}(\gamma, \zeta)} \quad (3-16e)$$

Das equações (3-16) e levando em consideração que $f(1, \mu, \mu, \eta, \eta) = 1$, para todo μ e η se obtém que a forma geral da função f quando existem somente dois comprimentos característicos é:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \eta, \zeta) = \frac{g\left(\frac{\mu, \eta}{\lambda, \lambda}\right) H(\mu, \eta)}{g(\gamma, \zeta) H(\gamma, \zeta)} \quad (3-17a)$$

Onde g pode ser uma função qualquer, e H é uma função que cumpre para todo λ, μ, η, τ e π a condição:

$$\frac{H(\mu, \eta)}{H\left(\frac{\mu, \eta}{\lambda, \lambda}\right)} = \frac{H(\tau, \pi)}{H\left(\frac{\tau, \pi}{\lambda, \lambda}\right)} \quad (3-17b)$$

Esta condição é equivalente a dizer que existe uma função $I(\lambda)$ que cumpre para todo λ, μ e η com:

$$H(\mu, \eta) = H\left(\frac{\mu, \eta}{\lambda, \lambda}\right) I(\lambda) \quad (3-17c)$$

As expressões (3-17) constituem uma generalização da expressão obtida na seção 3.2, no caso da existência de dois comprimentos característicos. Nestas condições intervêm seis variáveis adimensionais (cinco das quais são independentes e uma depende das outras cinco), ou seja:

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{c_1}{d}, \quad \frac{\eta}{\lambda} = \frac{c_2}{d}, \quad \mu = \frac{c_1}{d_a}, \quad \eta = \frac{c_2}{d_a}, \quad \gamma = \frac{c_{1a}}{d_a} \quad \text{e} \quad \zeta = \frac{c_{2a}}{d_a} \quad (3-17d)$$

Se é analisado o efeito de tamanho entre peças do mesmo material o comprimento característico será constante, ou seja $c_{1a} = c_{1b} = c_1$ e $c_{2a} = c_{2b} = c_2$ resultando $\mu = \gamma$ e $\eta = \zeta$. A função f se reduz a três variáveis λ, μ e η . Nestas condições devera ser $f(1, \mu, \eta) = 1$ para todo μ e η . A forma geral da função f quando existem somente dois comprimentos característicos, substituindo em (3-17) se reduz a:

$$f(\lambda, \mu, \eta) = \frac{g\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda}\right)}{g(\mu, \eta)} \quad (3-18a)$$

Onde g pode ser uma função qualquer. Do anterior resulta que nas condições de dois comprimentos característicos quando a comparação é feita para um mesmo material intervêm quatro variáveis adimensionais (três das quais são independentes e uma depende das outras três), ou seja:

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{c_1}{d} \quad , \quad \frac{\eta}{\lambda} = \frac{c_2}{d} \quad , \quad \mu = \frac{c_1}{d_a} \quad e \quad \eta = \frac{c_2}{d_a} \quad (3-18b)$$

3.6 COMPRIMENTOS CARACTERÍSTICOS NO GRADIENTE DE PLASTICIDADE

Na teoria do gradiente de plasticidade (expressão 2-84) são empregadas duas constantes do material k_1 e k_2 . Nas expressões resultantes da análise da torção (2-86) a função f pode ser expressada da forma:

$$f(\lambda, \mu, \eta) = \frac{1 + \mu + \eta^2}{1 + \frac{\mu}{\lambda} + \left(\frac{\eta}{\lambda}\right)^2} \quad (3-19a)$$

Onde:

$$\lambda = \frac{R}{R_a} \quad \mu = \frac{c_1}{R_a} \quad \eta = \frac{c_2}{R_a} \quad c_1 = \frac{k_1}{E} \quad e \quad c_2 = \left(\frac{k_2}{E}\right)^{1/2} \quad (3-19b)$$

No caso da flexão (2-87) a função f resulta da forma:

$$f(\lambda, \mu) = \frac{1 + \mu}{1 + \frac{\mu}{\lambda}} \quad (3-20a)$$

Onde:

$$\lambda = \frac{h}{h_a} \quad \mu = \frac{c_1}{h_a} \quad e \quad c_1 = \frac{2k_1}{E} \quad (3-20b)$$

Nas expressões (3-19) e (3-20) resultantes do emprego das variáveis adimensionais, c_1 e c_2 são comprimentos característicos do material. A expressão (3-19) é da forma (3-18) com dois comprimentos característicos e a expressão (3-20) é da forma (3-7) com um comprimento característico.

3.7 VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO CARACTERÍSTICA

A velocidade de deformação tem influencia nas propriedades mecânicas dos materiais. Existem velocidades que dependem da natureza do material, como a velocidade de propagação da trinca, que também tem influencia. Razoando para a velocidade de deformação, de forma análoga que para o tamanho, é razoável supor que podem existir uma ou mais de uma velocidade de deformação característica do material.

Aceitando que as propriedades mecânicas do material são função do tamanho e da velocidade de deformação e que existe um comprimento característico do material e uma velocidade de deformação característica, a resposta Y do material para uma determinada dimensão e uma velocidade de deformação pode ser expressada da forma:

$$Y = Y_a f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) \quad (3-21)$$

Com d a dimensão da peça

c o comprimento característico do material

$\dot{\varepsilon}$ a velocidade de deformação e

v_c a velocidade de deformação característica

se definem as variáveis adimensionais:

$$\lambda = d/d_a, \quad \mu = c/d_a, \quad \gamma = c_a/d_a, \quad \rho = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_a, \quad \nu = v_c/\dot{\varepsilon}_a, \quad \varphi = v_{a,c}/\dot{\varepsilon}_a$$

E em consequência se cumpre que: $f(1, \mu, \mu, 1, \nu, \nu) = 1$. Quando somente existem o comprimento característico c e a velocidade de deformação característica v_c , a função f deverá ser independente das dimensões de referencia d_a e c_a e das velocidades de deformação $v_{a,c}$ e $\dot{\varepsilon}_a$ elegidas. Adotando outras dimensões de referencia ($d_b, c_b, v_{b,c}$ e $\dot{\varepsilon}_b$) resultam as expressões:

$$Y = Y_b f(\alpha, \beta, \delta, \omega, \psi, \sigma)$$

$$Y_b = Y_a f(\eta, \kappa, \xi, \pi, \chi, \zeta)$$

Onde as variáveis adimensionais são definidas com as expressões:

$$\alpha = d/d_b, \quad \beta = c/d_b, \quad \delta = c_b/d_b, \quad \eta = d_b/d_a, \quad \kappa = c_b/d_a \quad \text{e} \quad \xi = c_a/d_a$$

$$\omega = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_b, \quad \psi = v_c/\dot{\varepsilon}_b, \quad \sigma = v_{b,c}/\dot{\varepsilon}_b, \quad \pi = \dot{\varepsilon}_b/\dot{\varepsilon}_a, \quad \chi = v_{b,c}/\dot{\varepsilon}_a, \quad \zeta = v_{a,c}/\dot{\varepsilon}_a$$

Porem as variáveis adimensionais estão relacionadas pelas expressões: $\lambda = \alpha \eta$, $\xi = \gamma$, $\kappa = \delta \eta$, $\beta = \mu / \eta$, $\rho = \omega \pi$, $\zeta = \varphi$, $\chi = \sigma \pi$ e $\psi = \nu / \pi$ e em conseqüência resulta que a relação:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) = f(\alpha, \beta, \delta, \omega, \psi, \sigma) f(\eta, \kappa, \xi, \pi, \chi, \zeta)$$

Se converte em:

$$f(\alpha \eta, \mu, \gamma, \omega \pi, \nu, \varphi) = f\left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \delta, \omega, \frac{\nu}{\pi}, \sigma\right) f(\eta, \delta \eta, \gamma, \pi, \sigma \pi, \varphi) \quad (3-22)$$

Esta expressão é também uma condição necessária e suficiente para que a função f tenha somente um comprimento característico e uma velocidade de deformação característica.

Derivando em relação a α se obtém:

$$\eta \frac{\partial f}{\partial \lambda}(\alpha \eta, \mu, \gamma, \omega \pi, \nu, \varphi) = \frac{\partial f}{\partial \lambda} \left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \delta, \omega, \frac{\nu}{\pi}, \sigma \right) f(\eta, \delta \eta, \gamma, \pi, \sigma \pi, \varphi)$$

Adotando $d = d_b$ e $c = c_b$ resulta $\alpha = 1$, $\lambda = \eta$ e $\delta \eta = \mu$. Analogamente com $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_b$ e $v_c = v_{b,c}$ resulta $\omega = 1$, $\rho = \pi$ e $\sigma \pi = \nu$. Logo será:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \lambda}(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi)}{f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \lambda} \left(1, \frac{\mu}{\lambda}, \frac{\mu}{\lambda}, 1, \frac{\nu}{\rho}, \frac{\nu}{\rho} \right) = \frac{1}{\lambda} F_1 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho} \right)$$

Integrando em λ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) = G_1(\mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) e^{\int \frac{1}{\lambda} F_1 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho} \right) d\lambda} = G_1(\mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) e^{F_1 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho} \right)} \quad (3-23a)$$

Derivando (3-22) em relação a μ se obtém:

$$\frac{\partial f}{\partial \mu}(\alpha \eta, \mu, \gamma, \omega \pi, \nu, \varphi) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial f}{\partial \mu} \left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \delta, \omega, \frac{\nu}{\pi}, \sigma \right) f(\eta, \delta \eta, \gamma, \pi, \sigma \pi, \varphi)$$

E adotando $d = d_b$ e $c = c_b$ resulta $\alpha = 1$, $\lambda = \eta$ e $\mu = \delta \eta$. Analogamente com $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_b$ e $v_c = v_{b,c}$ resulta $\omega = 1$, $\rho = \pi$ e $\sigma \pi = \nu$. Logo será:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \mu}(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi)}{f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \mu} \left(1, \frac{\mu}{\lambda}, \frac{\mu}{\lambda}, 1, \frac{\nu}{\rho}, \frac{\nu}{\rho} \right) = \frac{1}{\lambda} F_2 \left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho} \right)$$

Integrando em μ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) = G_2(\lambda, \gamma, \rho, \nu, \varphi) e^{\int_{\lambda}^1 F_2\left(\frac{\mu, \nu}{\lambda, \rho}\right) d\mu} = G_2(\lambda, \gamma, \rho, \nu, \varphi) e^{F_8\left(\frac{\mu, \nu}{\lambda, \rho}\right)} \quad (3-23b)$$

Derivando (3-22) em relação a γ se obtém:

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma}(\alpha \eta, \mu, \gamma, \omega \pi, \nu, \varphi) = \frac{\partial f}{\partial \gamma}(\eta, \delta \eta, \gamma, \pi, \sigma \pi, \varphi) f\left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \delta, \omega, \frac{\nu}{\pi}, \sigma\right)$$

E adotando $d_a = d_b$ e $c_a = c_b$ resulta $\eta = 1$, $\lambda = \alpha$ e $\delta = \gamma$. Analogamente com $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ e $\nu_{a,c} = \nu_{b,c}$ resulta $\pi = 1$, $\rho = \omega$ e $\sigma = \varphi$. Logo será:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \gamma}(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi)}{f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi)} = \frac{\partial f}{\partial \gamma}(1, \gamma, \gamma, 1, \varphi, \varphi) = F_3(\gamma, \varphi)$$

Integrando em γ e operando se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) = G_3(\lambda, \mu, \rho, \nu, \varphi) e^{\int F_3(\gamma, \varphi) d\gamma} = G_3(\lambda, \mu, \rho, \nu, \varphi) e^{F_9(\gamma, \varphi)} \quad (3-23c)$$

De forma análoga podem ser obtidas as expressões:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) = G_4(\lambda, \mu, \gamma, \nu, \varphi) e^{\int_{\rho}^1 F_4\left(\frac{\mu, \nu}{\lambda, \rho}\right) d\rho} = G_4(\lambda, \mu, \gamma, \nu, \varphi) e^{F_{10}\left(\frac{\mu, \nu}{\lambda, \rho}\right)} \quad (3-23d)$$

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) = G_5(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \varphi) e^{\int_{\nu}^1 F_5\left(\frac{\mu, \nu}{\lambda, \rho}\right) d\nu} = G_5(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \varphi) e^{F_{11}\left(\frac{\mu, \nu}{\lambda, \rho}\right)} \quad (3-23e)$$

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) = G_6(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu) e^{\int F_6(\gamma, \varphi) d\varphi} = G_6(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu) e^{F_{12}(\gamma, \varphi)} \quad (3-23f)$$

Das equações (3-23) e levando em consideração que $f(1, \mu, \mu, 1, \nu, \nu) = 1$, para todo μ e ν se obtém que a forma geral da função f quando existe somente um comprimento característico e uma velocidade de deformação característica é:

$$f(\lambda, \mu, \gamma, \rho, \nu, \varphi) = \frac{g\left(\frac{\mu, \nu}{\lambda, \rho}\right) H(\mu, \nu)}{g(\gamma, \varphi) H(\gamma, \varphi)} \quad (3-24a)$$

Onde g pode ser uma função qualquer e H é uma função que cumpre para todo λ , μ , δ , ρ , ν e σ a condição:

$$\frac{H(\mu, \nu)}{H\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho}\right)} = \frac{H(\delta, \sigma)}{H\left(\frac{\delta}{\lambda}, \frac{\sigma}{\rho}\right)} \quad (3-24b)$$

Esta condição é equivalente a dizer que existe uma função $I(\lambda, \rho)$ que cumpre para todo λ , μ , ρ e ν com:

$$H(\mu, \nu) = H\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho}\right) I(\lambda, \rho) \quad (3-24c)$$

As expressões (3-24) constituem uma generalização da expressão obtida na seção 3.3, no caso da existência de um comprimento característico e uma velocidade de deformação característica. Nestas condições intervêm seis variáveis adimensionais, ou seja:

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{c}{d}, \quad \mu = \frac{c}{d_a}, \quad \gamma = \frac{c_a}{d_a}, \quad \frac{\nu}{\rho} = \frac{v_c}{\dot{\epsilon}}, \quad \nu = \frac{v_c}{\dot{\epsilon}_a} \quad \text{e} \quad \varphi = \frac{v_{a,c}}{\dot{\epsilon}_a} \quad (3-24d)$$

Se é analisado o efeito de tamanho entre peças do mesmo material o comprimento característico e a velocidade de deformação característica são constantes, ou seja $c_a = c_b = c$ e $v_{a,c} = v_{b,c} = v_c$. Partindo da expressão (3-22) e levando em consideração que $\mu = \gamma = \delta\eta$ e $\nu = \varphi = \sigma\pi$, a função f se pode reduzir a uma de quatro variáveis λ , μ , ρ e ν e a expressão (3-23) se reduz a:

$$f(\alpha\eta, \mu, \omega\pi, \nu) = f\left(\alpha, \frac{\mu}{\eta}, \omega, \frac{\nu}{\pi}\right) f(\eta, \mu, \pi, \nu) \quad (3-25)$$

Onde também a relação (3-25) é uma condição necessária e suficiente para que somente exista um comprimento característico e uma velocidade de deformação característica. Nestas condições devera cumprir-se que $f(1, \mu, 1, \nu) = 1$ para todo μ e ν . A forma geral da função f , substituindo em (3-24) se reduz a:

$$f(\lambda, \mu, \rho, \theta) = \frac{g\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho}\right)}{g(\mu, \nu)} \quad (3-26a)$$

Onde g pode ser uma função qualquer. Do anterior resulta que nas condições de um comprimento característico e velocidade de deformação característica, quando a comparação é feita para um mesmo material intervêm quatro variáveis adimensionais, ou seja:

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{c}{d} \quad , \quad \mu = \frac{c}{d_a} \quad , \quad \frac{\nu}{\rho} = \frac{v_c}{\varepsilon} \quad \text{e} \quad \nu = \frac{v_c}{\varepsilon_a} \quad (3-26b)$$

Voltando à expressão (3-25) e aceitando que existe uma velocidade de deformação característica porem não existe um comprimento característico, a função f depende somente de λ , ρ e ν e as expressões se reduzem a:

$$f(\alpha\eta, \omega\pi, \nu) = f\left(\alpha, \omega, \frac{\nu}{\pi}\right) f(\eta, \pi, \nu) \quad (3-27)$$

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \lambda}(\lambda, \rho, \nu)}{f(\lambda, \rho, \nu)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \lambda}\left(1, 1, \frac{\nu}{\rho}\right) = \frac{1}{\lambda} F_1\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \quad (3-28a)$$

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \rho}(\lambda, \rho, \nu)}{f(\lambda, \rho, \nu)} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho}\left(1, 1, \frac{\nu}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} F_2\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \quad (3-28b)$$

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial \nu}(\lambda, \rho, \nu)}{f(\lambda, \rho, \nu)} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \nu}\left(1, 1, \frac{\nu}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} F_3\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \quad (3-28c)$$

Integrando em λ a primeira expressão se obtém que f tem a forma:

$$f(\lambda, \rho, \nu) = f_1(\rho, \nu) \lambda^{F_1\left(\frac{\nu}{\rho}\right)}$$

Substituindo na (3-28b) e integrando se obtém:

$$F_1\left(\frac{\nu}{\rho}\right) = cte = n$$

$$\frac{\frac{\partial f_1}{\partial \rho}(\rho, \nu)}{f_1(\rho, \nu)} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial f_1}{\partial \rho}\left(1, \frac{\nu}{\rho}\right)$$

Do anterior resulta que:

$$f(\lambda, \rho, \nu) = f_1(\rho, \nu) \lambda^n$$

Ou seja que a função f tem a forma de um produto, onde um termo corresponde ao efeito de tamanho e outro termo corresponde ao efeito da velocidade de deformação. Quando a funcao f tem esta forma se pode considerar que os dois efeitos se desacoplam. Nestas

condições para o tamanho o efeito se expressa por uma potência e para a velocidade de deformação por uma função f_l que cumpre a condição (3-7) e a forma geral da função f resulta:

$$f(\lambda, \rho, \theta) = \frac{g\left(\frac{\nu}{\rho}\right)}{g(\nu)} \lambda^n \quad (3-29)$$

Se somente existe um comprimento característico e não existe uma velocidade de deformação característica razoando analogamente os dois efeitos se desacoplam e se obtém que:

$$f(\lambda, \mu, \rho) = \frac{g\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)}{g(\mu)} \rho^k \quad (3-30)$$

No caso que não exista comprimento característico e tampouco velocidade de deformação característica a função f resulta da forma:

$$f(\lambda, \rho) = \lambda^n \rho^k \quad (3-31)$$

Das anteriores considerações resulta também que para que possa haver acoplamento dos dois efeitos o material tem que ter pelo menos uma velocidade de deformação característica e um comprimento característico.

3.8 FORMULAÇÕES COM INFLUENCIA DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO

Na seção 2-12 foi apresentado o efeito produzido pela variação da velocidade de deformação e as expressões mais usuais para representar este fenômeno. As expressões (2-88) do Model Code para concreto a compressão e tração, adotando $\dot{\varepsilon}_a$ no mesmo intervalo que a velocidade $\dot{\varepsilon}$ e levando em consideração a definição de ρ da seção 3-7 podem ser colocadas na forma adimensional:

$$f(\rho) = \rho^k \quad (3-32)$$

Resultando que as expressões (2-88) para cada intervalo não consideram a existência duma velocidade de deformação característica. Porém quando são analisados os dois intervalos em conjunto, as expressões com variáveis adimensionais e a definição da seção 3-7 ficam:

$$\text{para } \frac{\rho}{\nu} \leq 1 \text{ e } \nu \geq 1 \text{ então } f(\rho, \nu) = \rho^k \quad (3-33a)$$

$$\text{para } \frac{\rho}{\nu} \geq 1 \text{ e } \nu \geq 1 \text{ então } f(\rho, \nu) = \left(\frac{\rho}{\nu}\right)^{1/3} \nu^k \quad (3-33b)$$

$$\text{para } \frac{\rho}{\nu} \geq 1 \text{ e } \nu \leq 1 \text{ então } f(\rho, \nu) = \rho^{1/3} \quad (3-33c)$$

$$\text{para } \frac{\rho}{\nu} \leq 1 \text{ e } \nu \leq 1 \text{ então } f(\rho, \nu) = \left(\frac{\rho}{\nu}\right)^k \nu^{1/3} \quad (3-33d)$$

$$\text{onde } \rho = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_a} \quad \nu = \frac{v}{v_c} \quad v_c = 30s^{-1} \quad (3-33e)$$

A expressão (3-33) tem a forma da (3-29) com a função f definida com $n = 0$,

$$\begin{aligned} G(x) &= x^{-k} \quad \text{para } x \leq 1 \text{ e} \\ G(x) &= x^{-1/3} \quad \text{para } x \geq 1 \end{aligned} \quad (3-34)$$

A expressão (2-89) do CEB 1988 pode ser expressada com variáveis adimensionais, segundo os critérios da seção 3-7 da forma:

$$f(\rho, \theta) = \frac{1 - \eta_c \ln\left(\frac{\nu}{\rho}\right)}{1 - \eta_c \ln(\nu)} \quad (3-35a)$$

Onde η_c é uma constante adimensional do material,

$$\rho = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_a} \quad \text{e} \quad \nu = \frac{v_c}{\dot{\varepsilon}_a} = \frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\varepsilon}_a} \quad (3-35b)$$

Resultando que a expressão (2-89) tem a forma da expressão (3-29) com somente uma velocidade de deformação característica. Na forma adimensional a expressão de Cowper-Symonds-Bodner (2-90) resulta da consideração de uma velocidade de deformação característica e fica da forma:

$$f(\rho, \nu) = \frac{1 + \left(\frac{\nu}{\rho}\right)^{-1/\eta_c}}{1 + \nu^{-1/\eta_c}} \quad (3-36a)$$

Onde η_c é uma constante adimensional do material,

$$\rho = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_a} \quad \text{e} \quad \nu = \frac{v_c}{\dot{\varepsilon}_a} = \frac{\alpha}{\dot{\varepsilon}_a} \quad (3-36b)$$

A expressão (2-91) resultante do critério de Bazant, levada com variáveis adimensionais, pode ser expressada na forma:

$$f(\rho, \nu) = \frac{1 + \eta_b Ar \sinh\left(\frac{\rho}{\nu}\right)}{1 + \eta_b Ar \sinh\left(\frac{1}{\nu}\right)} \quad (3-37a)$$

Onde η_b é uma constante adimensional do material,

$$\rho = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_a} \quad \text{e} \quad \nu = \frac{v_c}{\dot{\varepsilon}_a} = \frac{c_b}{\dot{\varepsilon}_a} \quad (3-37b)$$

A expressão (3-37) tem a forma da (3-29) e resulta da consideração de uma velocidade de deformação característica. Do analisado nesta seção resulta que as expressões usuais empregadas para determinar o efeito da velocidade de deformação respondem a modelos sem nenhuma ou com uma velocidade de deformação característica.

4. PLANEJAMENTO E REALIZAÇÃO DO ESTUDO EXPERIMENTAL

4.1. OBJETIVO PRINCIPAL

O objetivo principal do estudo experimental é analisar a influência conjunta do tamanho das amostras e da velocidade de deformação nas propriedades mecânicas do aço, material empregado regularmente na construção civil e na indústria metal-mecânica, procurando determinar a possível existência de acoplamento (para diferentes respostas Y do material) produzido com a variação conjunta dos dois parâmetros e encontrar uma expressão da função f que permita aproximar os resultados.

Para realizar este estudo é necessário separar a influência de outros parâmetros que podem afetar o comportamento mecânico do material. Interessa também estudar a correlação espacial das propriedades mecânicas, segundo a posição do corpo de prova na chapa.

4.2. EQUIPAMENTO DISPONÍVEL

Quando foi planejado o experimento foi considerada a viabilidade de utilização de equipamento disponível no Laboratório de Metalurgia da UFRGS e no centro de Tecnologia da UFRGS. O Laboratório de Metalurgia realiza ensaios de peças metálicas com uma prensa MTS 810 (Prensa 1) que permite uma carga máxima de 100 kN e uma velocidade máxima de deformação de 129 mm/s para velocidade de deformação constante. No entanto a capacidade das garras existentes é de apenas 50 kN. Já o Centro de Tecnologia realiza ensaios de peças metálicas com uma prensa que permite uma carga máxima de 300 kN e uma velocidade de deformação máxima de 500 mm/s. A prensa realiza normalmente ensaios de compressão, mas poderia realizar ensaios de tração, para o qual teria sido necessária a compra ou construção de garras.

Posteriormente foram instaladas duas prensas no Laboratório de Ensaios e Modelos Estruturais (LEME) da UFRGS. Uma das prensas (Prensa 2) realiza ensaios de tração de peças metálicas permitindo uma carga máxima de 100 kN e velocidades máximas de deformação de 17 mm/s, para cargas de até 50 kN e de 4.25 mm/s para cargas maiores de 50 kN. A outra prensa do LEME (Prensa 3) realiza ensaios de tração e compressão para corpos de prova metálicos e de concreto permitindo uma carga máxima de 2000 kN e uma

velocidade máxima de deformação de 0.83 mm/s. As prensas do LEME foram finalmente empregadas em substituição da prensa do Centro de Tecnologia.

Para os ensaios de corpos de prova de maior diâmetro e para maiores velocidades de deformação, que não podiam ser feitos no LEME, foi empregada a prensa INSTRON (Prensa 4) com capacidade de 500 kN, do Laboratório de Estruturas da Universidade Nacional de Tucumán (Argentina).

Todas as prensas permitem aplicar no ensaio uma velocidade de deformação controlada e obter um diagrama força-deslocamento em base digital.

4.3. MATERIAL EMPREGADO

Um aço (do tipo ASTM A36/96 segundo o fabricante) foi o material escolhido para realizar o estudo. Para sua escolha se considero a importância do material na construção e a existência de outros estudos do comportamento do material, o que sublinha a relevância tecnológica do tema. Procurando ter a maior homogeneidade do material para a confecção dos distintos corpos de prova se considero conveniente que todos sejam obtidos de uma chapa única de aço e tomados desta na mesma direção.

A chapa de aço foi adquirida da METASA S.A (Passo Fundo, RS) procedente da COSIPA (São Paulo) onde tinha sido fabricada. Suas dimensões totais são 6000 mm de comprimento, 890 mm de largura e 75 mm de espessura. As propriedades mecânicas proporcionadas pelo fabricante se encontram na tabela 4.1 e a composição química determinada no Laboratório de Metalurgia da UFRGS na tabela 4.2.

Tabela 4.1 Características Mecânicas segundo o fabricante
(Controle de qualidade do lote)

Característica	Símbolo	Valor
Tensão de escoamento	σ_e	274 MPa
Resistência à tração	R_t	470 MPa
Deformação de ruptura	A	30 %
Densidade	m_v	8.15 kg/dm ³

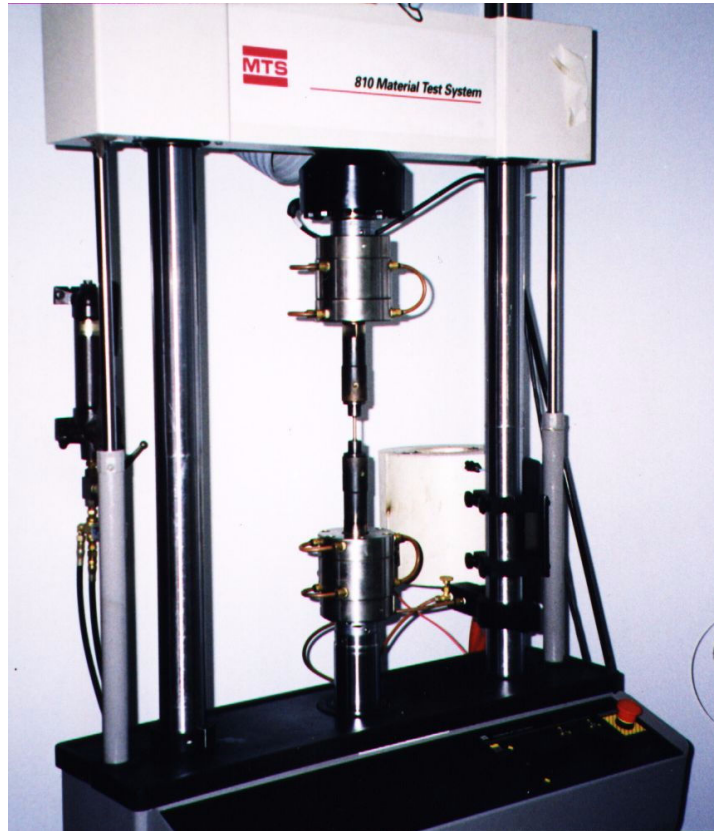


Figura 4-1 Laboratório de Metalurgia (Prensa 1)

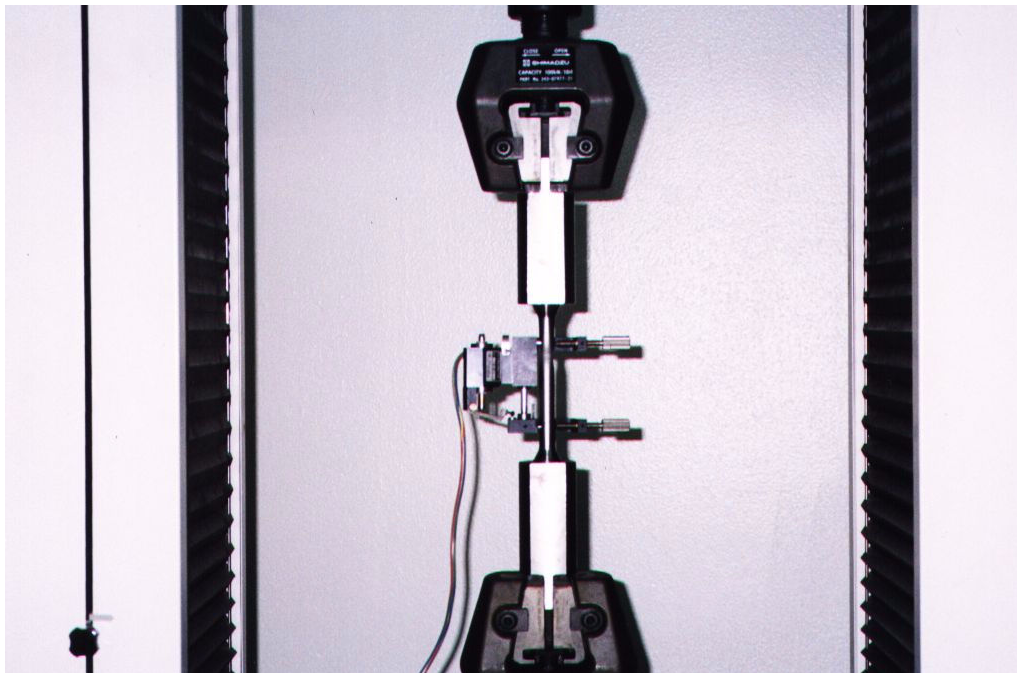


Figura 4-2 Laboratório de Ensaios e Modelos Estruturais (Prensa 2)

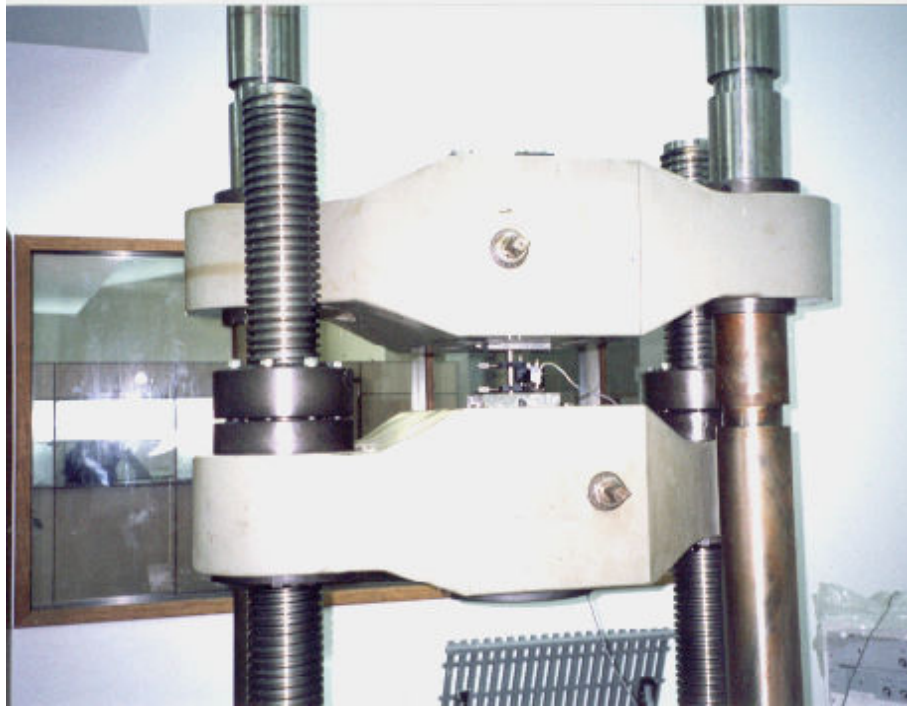


Figura4-3 Laboratorio de Ensaio e Modelos Estruturais (Prensa 3)

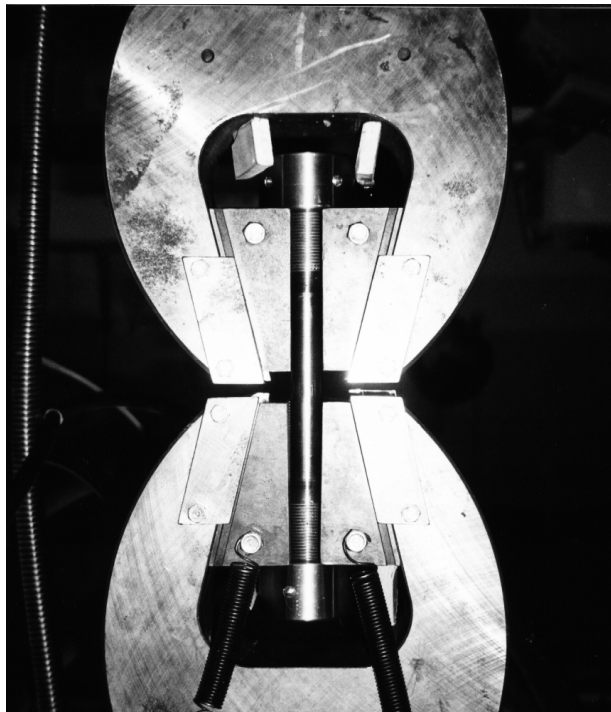


Figura 4-4 Laboratorio de Estructuras da Universidad Nacional de Tucumán (Prensa 4)



Figura 4-5 Primeiros cortes na chapa

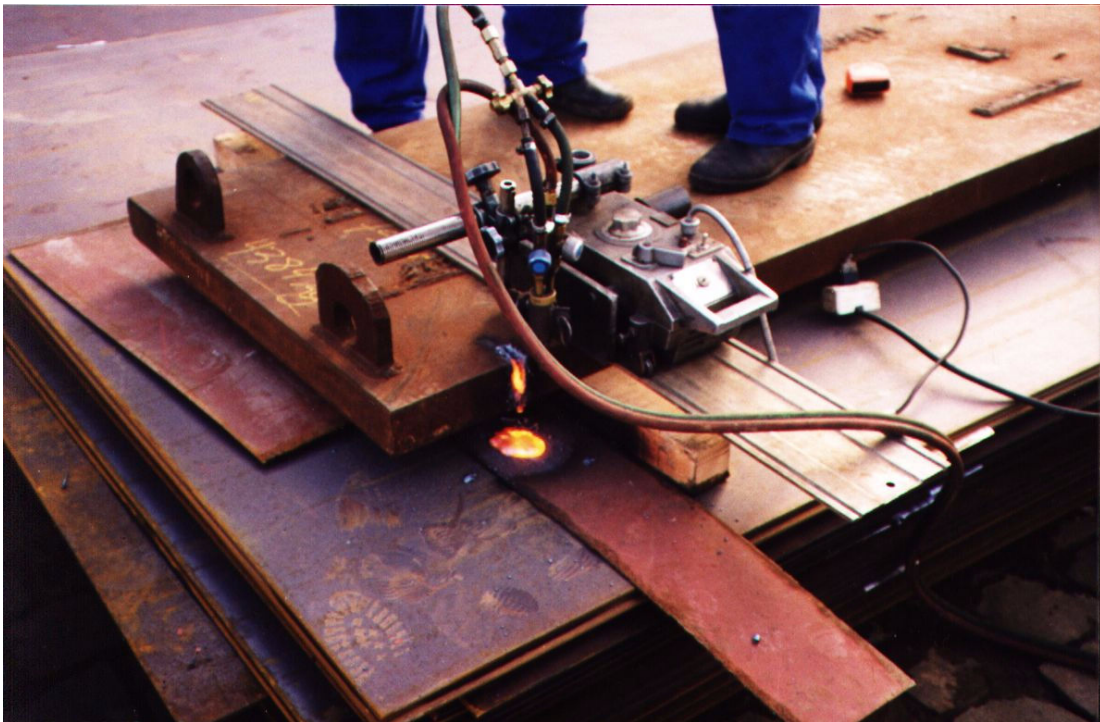


Figura 4-6 Chapa de aço (Passo Fundo)

Tabela 4.2 Composição Química (% em peso)

Elemento	Símbolo	%	Elemento	Símbolo	%
Carbono	C	0.15	Cobalto	Co	<0.01
Silício	Si	0.20	Cobre	Cu	<0.01
Manganês	Mn	0.96	Nióbio	Nb	0.001
Fósforo	P	0.02	Titânio	Ti	0.001
Enxofre	S	0.01	Vanádio	V	<0.001
Cromo	Cr	0.006	Volfrâmio	W	<0.01
Molibdênio	Mo	<0.005	Chumbo	Pb	<0.002
Níquel	Ni	0.01	Estanho	Sn	<0.001
Alumínio	Al	0.03	Boro	B	<0.0001

Na análise microestrutural realizado no Laboratório de Metalurgia da UFRGS o corpo de prova apresentou uma microestrutura bandeada de perlita e ferrita e o tamanho do grão encontrado se manteve aproximadamente entre 30 a 50 μm . Os informes do Laboratório se encontram nos anexos.

4.4. DIMENSÕES DOS CORPOS DE PROVA E VELOCIDADES DE DEFORMAÇÃO

Para ensaios de tração, as dimensões dos corpos de prova segundo as normas consideradas (NBR 6673, ASTM E8-95a, ASTM E 8M-95a, etc.) podem ser definidas com os parâmetros A_{cp} , B_{cp} , C_{cp} , D_{cp} , E_{cp} e L_{cp} indicados na figura 4.7.

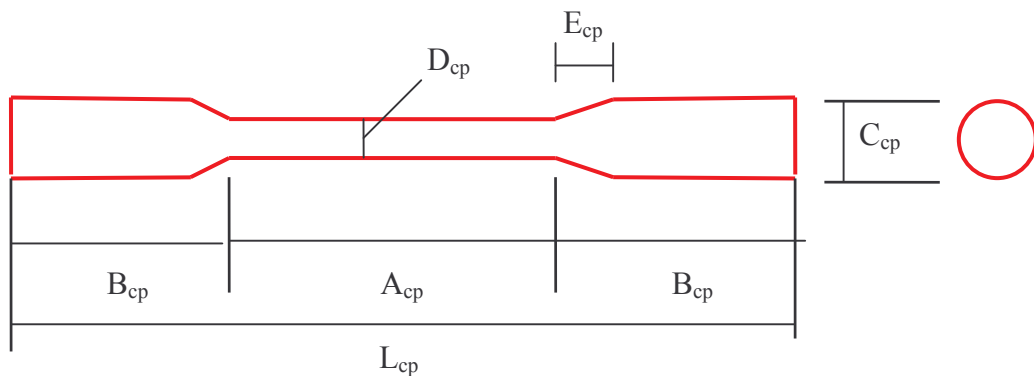


Figura 4.7 Dimensões dos corpos de prova

Para o estudo foram escolhidas as dimensões dos corpos de prova estabelecidas pela

Norma ASTM E 8M , resultando que o comprimento A_{cp} da zona entalhada é 6 vezes o diâmetro D_{cp} dessa zona. Os corpos de prova projetados para os diferentes tamanhos tem semelhança geométrica com o definido pela norma. Somente existe uma pequena diferença na semelhança, com a finalidade de permitir um correto usinado dos corpos de prova e para melhorar sua fixação nas prensas.

Para facilitar o usinado a zona de transição definida pelo comprimento E_{cp} foi realizada de forma cônica. Na zona do diâmetro maior C_{cp} realizaram-se roscas para fixar os corpos de prova. O diâmetro C_{cp} foi determinado, levando em consideração as características das roscas e que a superfície da seção maior garanta que não se atinja o limite elástico nesta zona. As dimensões de projeto dos corpos de prova se encontram na tabela 4.3.

Tabela 4.3 Dimensões de projeto, dos corpos de prova

Dimensão	D_{cp} (mm)	A_{cp} (mm)	B_{cp} (mm)	C_{cp} (mm)	E_{cp} (mm)	L_{cp} (mm)
d_1	2	12	22.5	5	2	57
d_2	5	30	22.5	9.5	4	75
d_3	10	60	45	18	8	150
d_4	15	90	67.5	27	12	225
d_5	20	120	90	35	16	300
d_6	35	210	157.5	60	28	525

Os ensaios forem planejados para ser realizados com velocidade de deformação constante. A velocidade menor foi de 0.00005 1/s considerada pelo Código Modelo praticamente estática e a maior foi a que permitia o equipamento disponível, ou seja 3.65 1/s . As restantes se encontram, a escala logarítmica entre as duas, separadas por intervalos iguais. As cinco velocidades de deformação escolhidas de acordo com este critério foram $v_1 = 0.00005$ 1/s , $v_2 = 0.000822$ 1/s , $v_3 = 0.0135$ 1/s , $v_4 = 0.222$ 1/s e $v_5 = 3.65$ 1/s.

4.5. OBTENÇÃO DOS CORPOS DE PROVA

As amostras de diferentes tamanhos são extraídas de dois partes da placa e tomadas destas na mesma direção, segundo a figura 4.8. As partes empregadas para a confecção dos

corpos de prova são cada uma de 608 mm de comprimento 890 mm de largura e 75 mm de espessura. Nos extremos da chapa foram descartados 200 mm do material e nas zonas laterais 20.5 mm.

A figura 4.9 mostra a forma de corte da chapa e a denominação das zonas resultantes. A notação inclui uma letra maiúscula (A, B, C, D, E ou F), um número (1, 2, 3, 4 ou 5) e uma letra minúscula (a, b, c, d, ou e). Cada uma das zonas denominadas com a letra F (de 608 mm de comprimento 70 mm de largura e 75 mm de espessura) é empregada para usinar um corpo de prova do tamanho d_6 . As zonas denominadas com as letras A, B, C, D e E (de 300 mm de comprimento 92 mm de largura e 75 mm de espessura) são empregadas cada uma para usinar 5 corpos de prova de diferente diâmetro (d_1 , d_2 , d_3 , d_4 e d_5). A zona denominada E5c tem as dimensões de uma das zonas denominada com a letra F.

Os números permitem definir 5 regiões nas que poderia haver uma maior homogeneidade do material para estudar a variação das propriedades mecânicas em função da região da chapa. As letras minúsculas associadas às zonas permitem também definir 5 regiões com similar propósito.

Em total ficam definidas 30 zonas das quais 5 correspondem a cada uma das letras maiúsculas (A, B, C, D, E e F). Os corpos de prova são extraídos das zonas segundo o indicado na figura 4.10. Finalmente foram fabricados 25 corpos de prova de cada uma das dimensões menores (d_1 , d_2 , d_3 , d_4 e d_5) e 5 corpos de prova do maior diâmetro d_6 . Os corpos de prova são extraídos das zonas da chapa com 5 posições na espessura diferentes. A posição na espessura da qual resulta extraído o corpo de prova de um determinado diâmetro depende da letra maiúscula da zona. Os eixos dos corpos de prova se encontram nas posições verticais $h_1=20$ mm, $h_2=28.75$ mm, $h_3=37.5$ mm, $h_4=46.25$ mm e $h_5=55$ mm.

Os 125 corpos de prova dos diâmetro d_1 , d_2 , d_3 , d_4 e d_5 , são caracterizados por três variáveis principais, que são a velocidade de deformação que será empregada no ensaio v_i (com i de 1 a 5) o diâmetro do corpo de prova d_j (com j de 1 a 5) e a posição na espessura da que se extrai o corpo da chapa h_k (com k de 1 a 5). A possível influência da localização na chapa pode ser estudada com o subscrito numérico l (com l de 1 a 5) e com a letra minúscula da região do corpo de prova (representada por m variando de a a e ou de 1 a 5 se forem adotados valores numéricos). Pode observar-se que l e m dependem dos valores de i , j e k .

A variação do diâmetro e da posição na espessura do corpo de prova permite determinar a letra maiúscula correspondente na tabela 4.4.

Tabela 4.4 Letra maiúscula da zona segundo a posição na espessura e o diâmetro

	$d_1 = 2 \text{ mm}$	$d_2 = 5 \text{ mm}$	$d_3 = 10 \text{ mm}$	$D_4 = 15 \text{ mm}$	$d_5 = 20 \text{ mm}$
$h_1 = 20 \text{ mm}$	B	A	D	C	E
$h_2 = 28.75 \text{ mm}$	A	E	C	B	D
$h_3 = 37.5 \text{ mm}$	E	D	B	A	C
$h_4 = 46.25 \text{ mm}$	D	C	A	E	B
$h_5 = 55 \text{ mm}$	C	B	E	D	A

Considerando as três variáveis principais em forma conjunta resulta a posição dos corpos de prova, segundo a tabela 4.5.

Tabela 4.5a Zona do corpo de prova segundo velocidade e diâmetro, para h_1 .

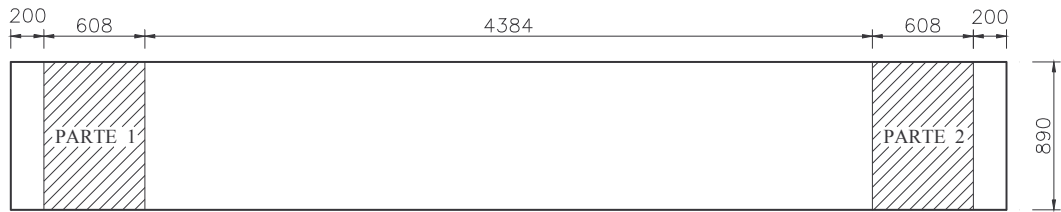
Para h_1	$d_1 = 2 \text{ mm}$	$d_2 = 5 \text{ mm}$	$D_3 = 10 \text{ mm}$	$d_4 = 15 \text{ mm}$	$d_5 = 20 \text{ mm}$
v_1	B2d	A3e	D5b	C1c	E4a
v_2	B3a	A4b	D1d	C2e	E5c
v_3	B4c	A5d	D2a	C3b	E1e
v_4	B5e	A1a	D3c	C4d	E2b
v_5	B1b	A2c	D4e	C5a	E3d

Tabela 4.5b Zona do corpo de prova segundo velocidade e diâmetro, para h_2 .

para h_2	$d_1 = 2 \text{ mm}$	$d_2 = 5 \text{ mm}$	$d_3 = 10 \text{ mm}$	$d_4 = 15 \text{ mm}$	$d_5 = 20 \text{ mm}$
v_1	A1a	E2b	C4d	B5e	D3c
v_2	A2c	E3d	C5a	B1b	D4e
v_3	A3e	E4a	C1c	B2d	D5b
v_4	A4b	E5c	C2e	B3a	D1d
v_5	A5d	E1e	C3b	B4c	D2a

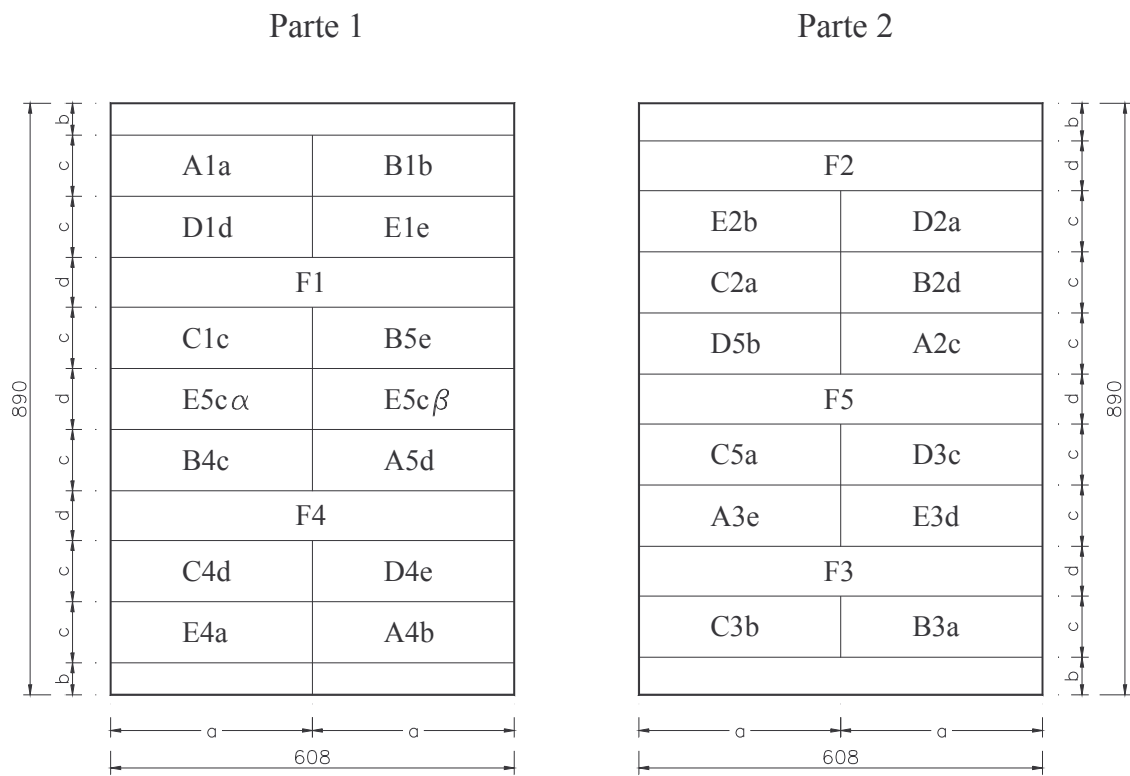
Tabela 4.5c Zona do corpo de prova segundo velocidade e diâmetro, para h_3 .

para h_3	$d_1 = 2 \text{ mm}$	$d_2 = 5 \text{ mm}$	$D_3 = 10 \text{ mm}$	$d_4 = 15 \text{ mm}$	$d_5 = 20 \text{ mm}$
v_1	E5c	D1d	B3a	A4b	C2e
v_2	E1e	D2a	B4c	A5d	C3b
v_3	E2b	D3c	B5e	A1a	C4d
v_4	E3d	D4e	B1b	A2c	C5a
v_5	E4a	D5b	B2d	A3e	C1c



unidade: mm.

Fig. 4.8 - Chapa, vista geral



a= 304mm.
 b= 205mm.
 c= 102mm.
 d= 79mm.

Fig. 4.9 - Denominação das zonas

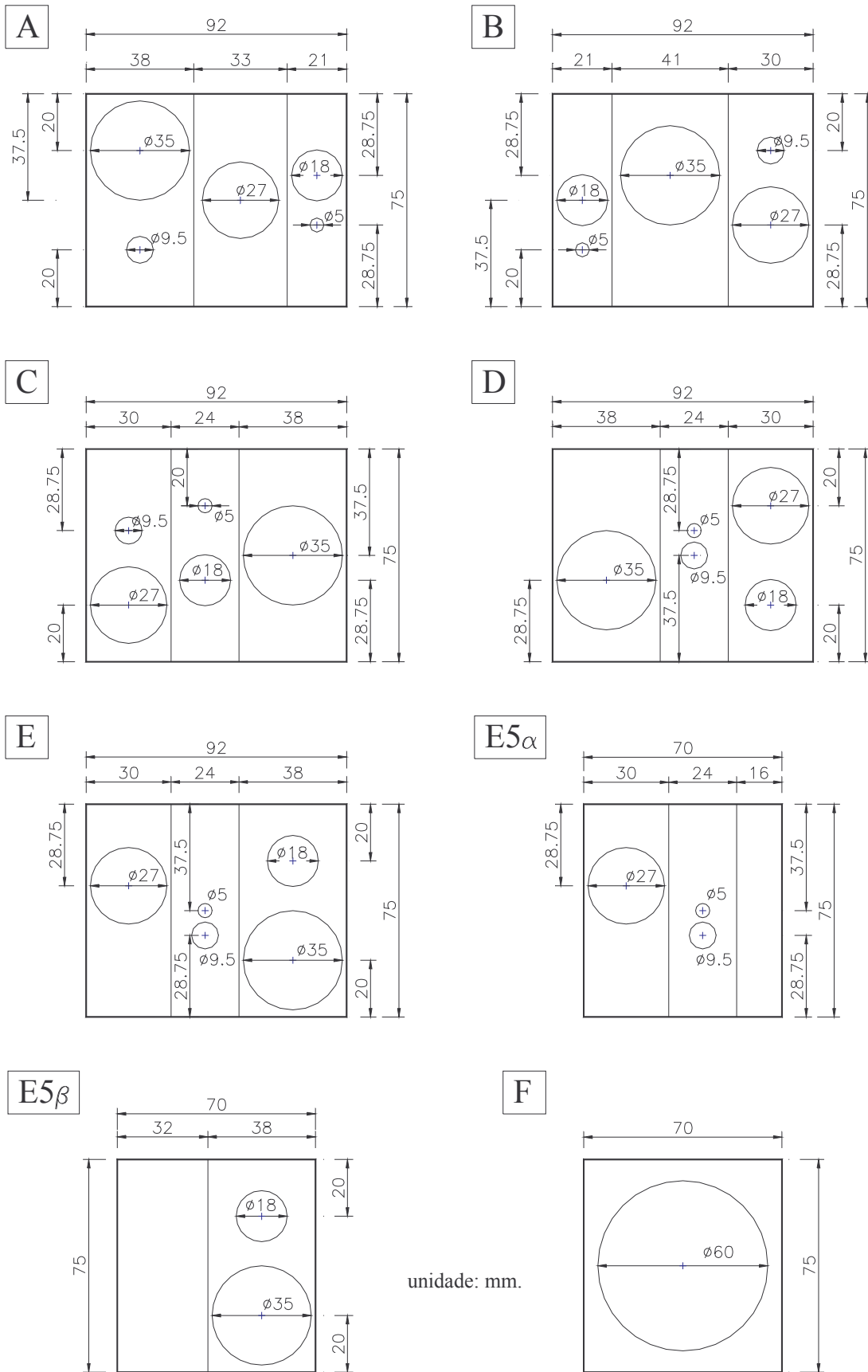


Fig. 4.10 - Corpos de prova, extraídos segundo as zonas

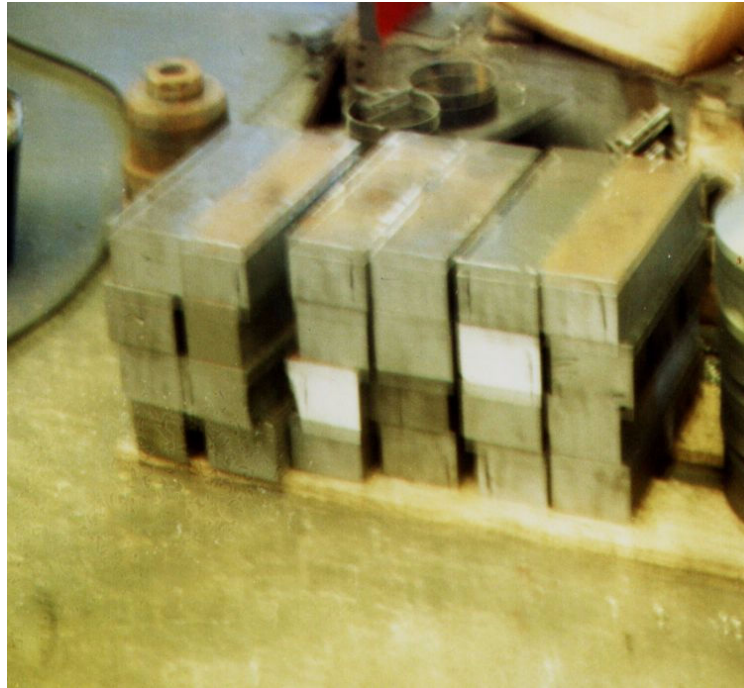


Figura 4-11 Zonas A a E, empresa Asebil

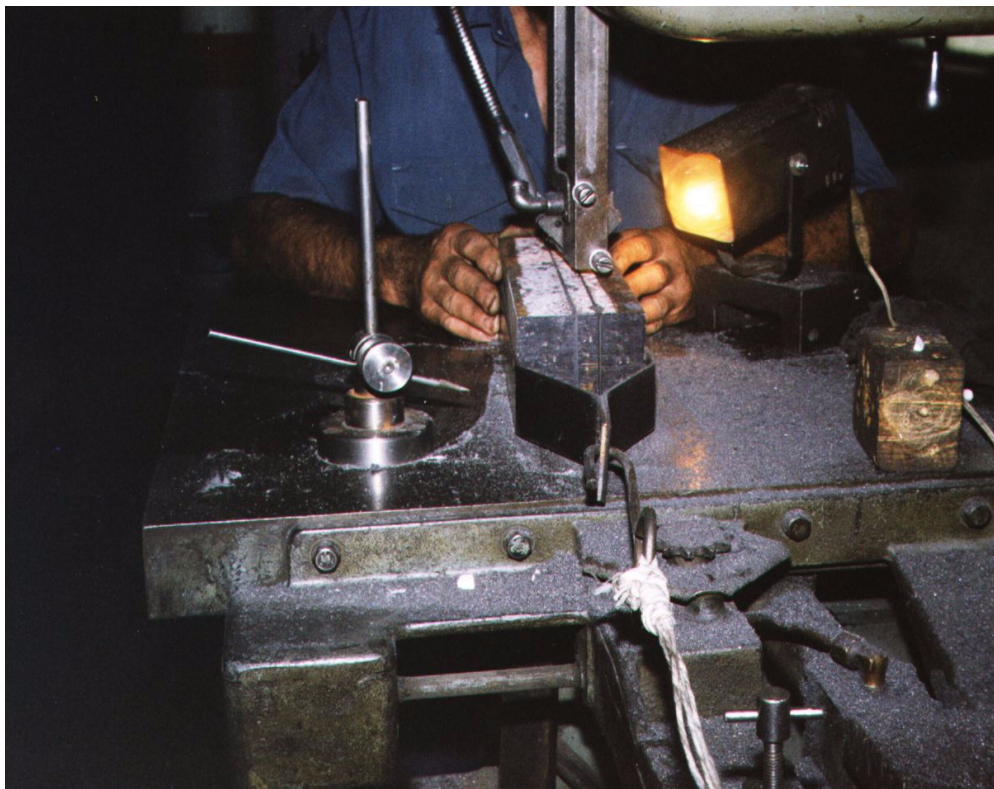


Figura 4-12 Cortes interiores das zonas A a E, empresa Asebil



Figura 4-13 Corpos de prova de 10, 15 e 20mm de diâmetro

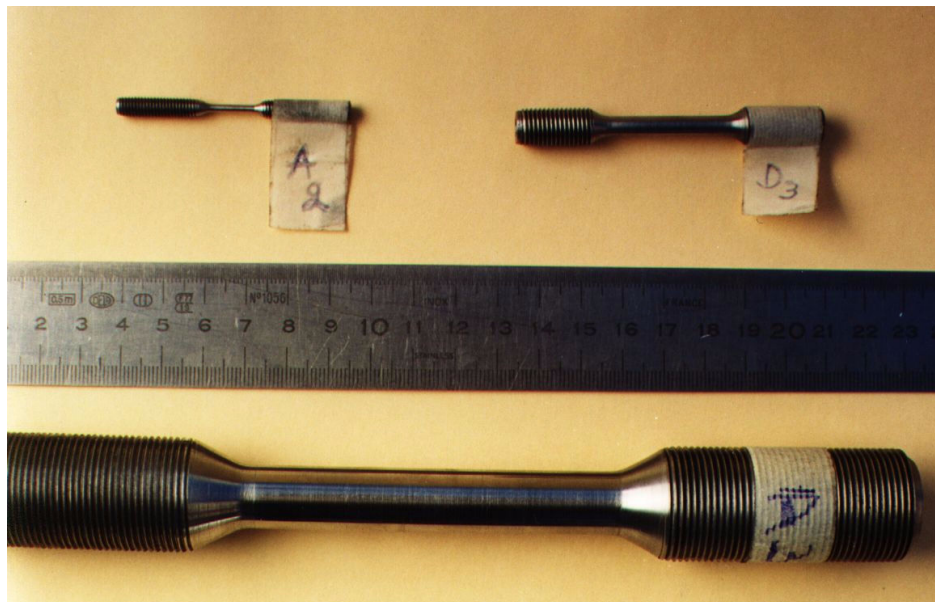


Figura 4-14 Corpos de prova de 2, 5 e 20mm de diâmetro

Tabela 4.5d Zona do corpo de prova segundo velocidade e diâmetro, para h_4 .

para h_4	$d_1 = 2 \text{ mm}$	$d_2 = 5 \text{ mm}$	$d_3 = 10 \text{ mm}$	$d_4 = 15 \text{ mm}$	$d_5 = 20 \text{ mm}$
V_1	D4e	C5a	A2c	E3d	B1b
V_2	D5b	C1c	A3e	E4a	B2d
V_3	D1d	C2e	A4b	E5c	B3a
V_4	D2a	C3b	A5d	E1e	B4c
V_5	D3c	C4d	A1a	E2b	B5e

Tabela 4.5e Zona do corpo de prova segundo velocidade e diâmetro, para h_5 .

para h_5	$d_1 = 2 \text{ mm}$	$d_2 = 5 \text{ mm}$	$d_3 = 10 \text{ mm}$	$d_4 = 15 \text{ mm}$	$d_5 = 20 \text{ mm}$
V_1	C3b	B4c	E1e	D2a	A5d
V_2	C4d	B5e	E2b	D3c	A1a
V_3	C5a	B1b	E3d	D4e	A2c
V_4	C1c	B2d	E4a	D5b	A3e
V_5	C2e	B3a	E5c	D1d	A4b

A chapa de aço foi cortada inicialmente na Universidade de Passo Fundo separando as 30 zonas. Os 5 corpos de prova de diâmetro d_6 provenientes das zonas F forem também usinados nesta Universidade. Os cortes interiores das zonas nomeadas A, B, C, D e E e o usinado dos 125 corpos de prova dos tamanhos d_1 , d_2 , d_3 , d_4 e d_5 foram realizados pela empresa Asebil (Montevideu, Uruguai).

4.6. ANÁLISE ESTATÍSTICA

A análise estatística se realiza com os 125 corpos de prova dos tamanhos 1 a 5. Os corpos de prova são medidos antes e depois dos ensaios. Dos registros computacionais dos diagramas força-deslocamento resultam as gráficas tensão-deformação para cada corpo de prova com as que são obtidos os parâmetros que caracterizam o comportamento mecânico do aço.

As variáveis principais do estudo (com cinco níveis) são:

- a) Velocidade de deformação
- b) Diâmetro dos corpos de prova.
- c) Posição na espessura da que é extraído o corpo de prova.

As variáveis auxiliares (com cinco níveis) estão relacionadas com as regiões da chapa das que são extraídos os corpos de prova e estão definidas por:

- a) As regiões definidas pelos números empregados para denominar as zonas.
- b) As regiões definidas pelas letras minúsculas empregadas para denominar as zonas.

As variáveis auxiliares estão escolhidas para que formem um cubo grego latino com as principais. A temperatura dos ensaios foi praticamente a mesma, próxima aos 20 graus centígrados. No estudo intervêm cinco fatores (as três variáveis principais e as duas variáveis auxiliares) todos com cinco níveis.

As variáveis dependentes que serão estudadas são:

- a) Resistência à tração (R_t)
- b) Deformação de ruptura (A)
- c) Energia consumida por unidade de volume
- d) Deformação correspondente à resistência à tração
- e) Redução da área na zona de escoamento (Z)

Para realizar o estudo será empregado a análise de variância (ANOVA) com um nível de probabilidade de 5 %, segundo Nanni (1992). O modelo estatístico para cada uma das variáveis dependentes, considerando o efeito de cinco fatores, pode ser expressado na forma:

$$X_{i,j,k,(1),(m)} = m + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{i,j} + \gamma_k + \delta_{(1)} + \eta_{(m)} + \varepsilon_{i,j,k,(1),(m)} \quad (4.1)$$

Onde:

$X_{i,j,k,(1),(m)}$ é uma medida genérica

m é o valor médio da variável dependente

α_i é a influência da velocidade de deformação (com 4 graus de liberdade)

β_j é a influência do tamanho dos corpos de prova (com 4 graus de liberdade)

γ_k é a influência da posição na espessura (com 4 graus de liberdade)

$\delta_{(1)}$ é a influência das regiões indicadas com valores numéricos (com 4 graus de liberdade)

$\eta_{(m)}$ é a influência das regiões indicadas com letras minúsculas (com 4 graus de liberdade).

$\alpha\beta_{i,j}$ é a influência da interação entre a velocidade de deformação e o tamanho

dos corpos de prova (com 16 graus de liberdade).

$\varepsilon_{i,j,k,(1),(m)}$ é o erro da medição considerado aleatório (com 88 graus de liberdade).

Os parêntesis indicam que os subscritos encerrados dependem dos outros subscritos. Se pode supor razoavelmente que o único possível efeito de interação é entre o tamanho e a velocidade de deformação e que as outras variáveis não tem efeitos significativos de interação. O método ANOVA requer que o resto $\varepsilon_{i,j,k,(1),(m)}$ tenha uma distribuição normal com media $m = 0$ e com desvio padrão que não varie significativamente com os níveis.

Para realizar a análise da normalidade foi empregado o teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S) com 5% e para a análise de variação dos desvios padrão nos distintos níveis dos fatores o teste de Bartlett com 5 %.

Para aplicar o método ANOVA são calculadas as somas de quadrados dos resíduos e as medias quadradas resultantes de dividir as somas de quadrados dos resíduos por seus graus de liberdade. Todos os fatores são consideradas com níveis fixos. Quando ANOVA rejeita, a hipótese que não existe efeito de nenhum nível do fator, se emprega o método de Duncan (studentized range) com 5 %, para analisar quais medias diferem significativamente de outras. As parcelas perdidas (4 ensaios dos 125) são estimadas usando o principio dos quadrados mínimos. Logo es aplicado ANOVA empregando estes valores estimados e levando em consideração que os grãos de liberdade do erro $\varepsilon_{i,j,k,(1),(m)}$ devem ser diminuídos na quantidade de parcelas perdidas.

Nos casos que o teste de Bartlett rejeita para um fator, a hipótese de igualdade para os distintos níveis dos desvios padrão, ANOVA foi somente empregado para analisar a influencia dos outros fatores, porem não para esse fator. A influencia do fator com desvios padrões com variações significativas foi estudada empregando a distribuição Student t' com 5 % , aceitando a existência de desvios padrões diferentes.



Figura 4-15 Peças para fixar os corpos de prova às garras nas prensas 1 e 2 (para 2, 5 10 e 15 mm de diâmetro)

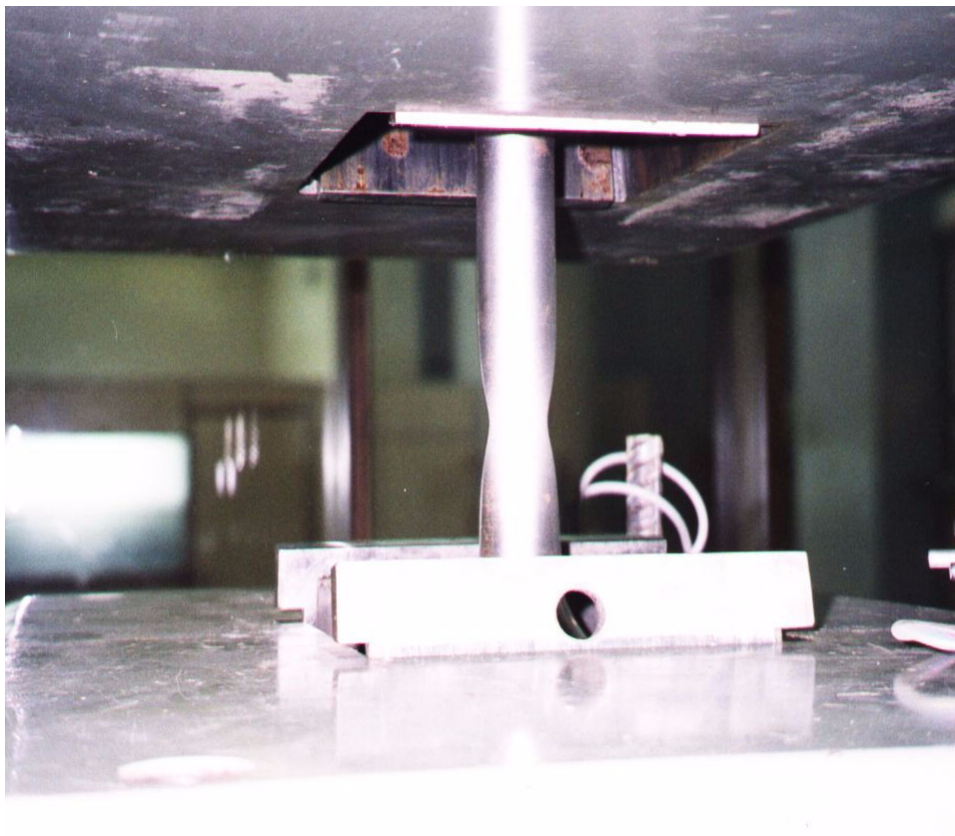


Figura 4-16 Corpo de prova de 35mm de diâmetro, prensa 3



Figura 4-17 Corpos de prova de 10, 15 e 20 mm de diâmetro e peças para fixar empregadas na prensa 4

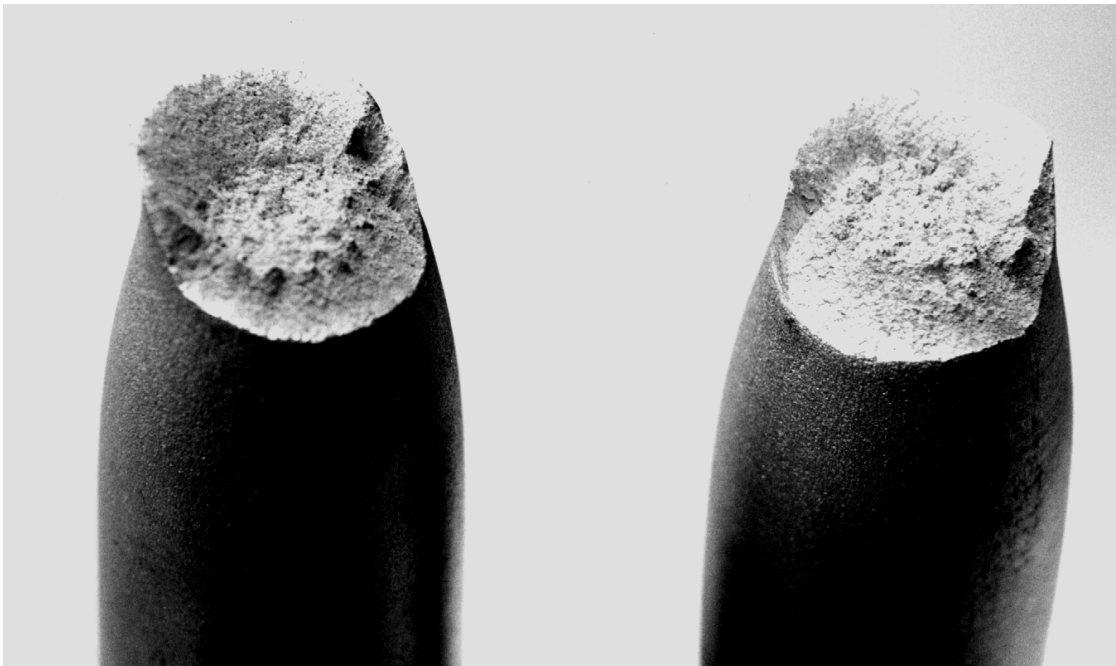


Figura 4-18 Rotura de corpo de prova de 35 mm de diâmetro

4.7. ENSAIOS

O total de 130 ensaios são feitos segundo o indicado na tabela 4.6, resultando 50 realizados na Prensa 1, 35 na Prensa 2, 20 na Prensa 3 e 25 na Prensa 4.

Tabela 4.6 Prensas utilizadas segundo tamanho e velocidade

	velocidade v_1	velocidade v_2	velocidade v_3	velocidade v_4	velocidade v_5
Tamanho d_1	Prensa 1	Prensa 1	Prensa 1	Prensa 1	Prensa 1
Tamanho d_2	Prensa 1	Prensa 1	Prensa 1	Prensa 1	Prensa 1
Tamanho d_3	Prensa 2	Prensa 2	Prensa 2	Prensa 2	Prensa 4
Tamanho d_4	Prensa 2	Prensa 2	Prensa 2	Prensa 4	Prensa 4
Tamanho d_5	Prensa 3	Prensa 3	Prensa 3	Prensa 4	Prensa 4
Tamanho d_6	Prensa 3	Prensa 3	Prensa 3		

Para os tamanhos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 e para o tamanho d_5 nos ensaios feitos com a Prensa 4, forem construídas peças para fixar os corpos de prova às garras da prensa. Nos restantes casos os corpos de prova forem fixados diretamente às garras da prensa.

Todas as prensas fornecem o diagrama força-deslocamento. Na maioria dos ensaios também se efetuam medidas de deformações com cliques e em alguns deles com extensômetros de resistência elétrica. Antes do ensaio e logo de finalizado são medidos os corpos de prova.

Os resultados digitais fornecidos pelas prensas devem ser corrigidos pois na etapa do início do ensaio acontecem alguns deslizamentos. Também os dados das prensas podem ser corrigidos levando em consideração a existência de uma deformação elástica conjunta da prensa, das garras e dos extremos dos corpos de prova. Finalmente pode ser considerado o possível deslizamento das garras, durante o ensaio, corrigindo as deformações finais com as medidas manuais dos corpos de prova realizadas antes e depois dos ensaios. Os resultados obtidos das prensas com estas correções são coerentes com as outras medidas realizadas e tem a vantagem que podem ser medidas até a rotura do material em todos os ensaios.

Com base as anteriores considerações são adotadas para a determinação das tensões os dados fornecidos pelas prensas e para a determinação das deformações e da energia os dados das prensas com as correções anteriormente assinaladas.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS DADOS

5.1. OBSERVAÇÕES GERAIS

Os resultados dos testes ANOVA e Bartlett realizados para cada uma das variáveis dependentes são apresentados a seguir nas tabelas 5.1 a 5.10. Em todos os casos os testes K-S realizados não rejeitam a hipótese de normalidade.

Tabela 5.1 Teste ANOVA, Resistência à tração (R_t) em MPa

Fator	SQ	GdeL	MQ	MQ/MQR	Valor signif	Significativo
Tamanho	3708.27	4	927.07	46.38	2.45	Sim
Velocidade	55573.34	4	13893.33	695.01	2.45	Sim
Posição na espessura	637.39	4	159.35	7.97	2.45	Sim
Regiões numéricas	250.49	4	62.62	3.13	2.45	Sim
Regiões alfabéticas	131.87	4	32.97	1.65	2.45	Não
Tamanho-velocidade	1248.78	16	78.05	3.9	1.66	Sim
Resíduo	1776.40	84	21.15			

Tabela 5.2 Teste de Bartlett, Resistência à tração (R_t) em MPa

Fator	Valor obtido	Valor significativo	Significativo
Tamanho	38.03	9.49	Sim
Velocidade	1.34	9.49	Não
Posição na espessura	3.67	9.49	Não
Regiões numéricas	5.91	9.49	Não
Regiões alfabéticas	Não existe efeito significativo nas médias		

Para a variável dependente resistência à tração (R_t) os testes indicam que a hipótese de constância do desvio padrão para o fator diâmetro do corpo de prova deve ser rejeitada mas pode ser aceita para os restantes fatores. Da análise das médias quadradas resulta que a hipótese que não existe efeito de nenhum nível do fator somente pode ser aceita no caso das regiões alfabéticas.

Tabela 5.3 Teste ANOVA, Deformação de ruptura (A) em %

Fator	SQ	GdeL	MQ	MQ/MQR	Valor signif	Significativo
Tamanho	743.12	4	185.78	86.55	2.45	Sim
Velocidade	23.07	4	5.77	2.69	2.45	Sim
Posição na espessura	192.8	4	48.20	22.46	2.45	Sim
Regiões numéricas	17.98	4	4.49	2.09	2.45	Não
Regiões alfabéticas	35.74	4	8.93	4.16	2.45	Sim
Tamanho-velocidade	63.31	16	3.96	1.84	1.66	Sim
Resíduo	175.18	84	2.09			

Tabela 5.4 Teste de Bartlett, Deformação de ruptura (A) em %

Fator	Valor obtido	Valor significativo	Significativo
Tamanho	1.62	9.49	Não
Velocidade	2.35	9.49	Não
Posição na espessura	2.18	9.49	Não
Regiões numéricas	Não existe efeito significativo nas médias		
Regiões alfabéticas	2.97	9.49	Não

Para a variável dependente deformação de ruptura (A) os testes indicam que a hipótese de constância do desvio padrão pode ser aceita para todos os fatores. Da análise das médias quadradas resulta que a hipótese que não existe efeito de nenhum nível do fator somente pode ser aceita no caso das regiões numéricas.

Tabela 5.5 Teste ANOVA, Energia por unidade de volume em MPa

Fator	SQ	GdeL	MQ	MQ/MQR	Valor signif	Significativo
Tamanho	9483.21	4	2370.80	50.90	2.45	Sim
Velocidade	2478.66	4	619.67	13.30	2.45	Sim
Posição na espessura	4580.62	4	1145.15	24.58	2.45	Sim
Regiões numéricas	433.87	4	108.47	2.33	2.45	Não
Regiões alfabéticas	816.73	4	204.18	4.38	2.45	Sim
Tamanho-velocidade	1240.67	16	77.54	1.66	1.66	Sim
Resíduo	3815.53	84	45.42			

Tabela 5.6 Teste de Bartlett, Energia por unidade de volume em MPa

Fator	Valor obtido	Valor significativo	Significativo
Tamanho	4.32	9.49	Não
Velocidade	5.14	9.49	Não
Posição na espessura	1.50	9.49	Não
Regiões numéricas	Não existe efeito significativo nas médias		
Regiões alfabéticas	2.34	9.49	Não

Para a variável dependente energia por unidade de volume os testes indicam que a hipótese de constância do desvio padrão pode ser aceita para todos os fatores. Da análise das médias quadradas resulta que a hipótese que não existe efeito de nenhum nível do fator somente pode ser aceita no caso das regiões numéricas.

Tabela 5.7 Teste ANOVA, Deformação correspondente à resistência à tração em %

Fator	SQ	GdeL	MQ	MQ/MQR	Valor signif	Significativo
Tamanho	161.95	4	40.49	50.62	2.45	Sim
Velocidade	32.05	4	8.01	10.02	2.45	Sim
Posição na espessura	27.55	4	6.89	8.61	2.45	Sim
Regiões numéricas	4.34	4	1.09	1.36	2.45	Não
Regiões alfabéticas	11.78	4	2.94	3.68	2.45	Sim
Tamanho-velocidade	36.67	16	2.29	2.87	1.66	Sim
Resíduo	66.81	84	0.80			

Tabela 5.8 Teste de Bartlett, Deformação correspondente à resistência à tração em %

Fator	Valor obtido	Valor significativo	Significativo
Tamanho	6.95	9.49	Não
Velocidade	1.00	9.49	Não
Posição na espessura	3.95	9.49	Não
Regiões numéricas	Não existe efeito significativo nas médias		
Regiões alfabéticas	6.50	9.49	Não

Para a variável dependente deformação correspondente à resistência à tração os testes indicam que a hipótese de constância do desvio padrão pode ser aceita para todos os fatores. Da análise das médias quadradas resulta que a hipótese que não existe efeito de nenhum nível do fator somente pode ser aceita no caso das regiões numéricas.

Tabela 5.9 Teste ANOVA, Redução da área na zona de escoamento (Z) em %

Fator	SQ	GdeL	MQ	MQ/MQR	Valor signif	Significativo
Tamanho	216.94	4	54.235	12.96	2.45	Sim
Velocidade	5.837	4	1.459	0.35	2.45	Não
Posição na espessura	13.181	4	3.295	0.79	2.45	Não
Regiões numéricas	30.363	4	7.591	1.81	2.45	Não
Regiões alfabéticas	18.291	4	4.537	1.09	2.45	Não
Tamanho-velocidade	59.867	16	3.742	0.89	1.66	Não
Resíduo	352.318	84	4.194			

Tabela 5.10 Teste de Bartlett, Redução da área na zona de escoamento (Z) em %

Fator	Valor obtido	Valor significativo	Significativo
Tamanho	7.63	9.49	Não
Velocidade	Não existe efeito significativo nas médias		
Posição na espessura	Não existe efeito significativo nas médias		
Regiões numéricas	Não existe efeito significativo nas médias		
Regiões alfabéticas	Não existe efeito significativo nas médias		

Para a variável dependente redução da área na zona de escoamento (Z), os testes indicam que a hipótese de constância do desvio padrão pode ser aceita para todos os fatores. Da análise das médias quadradas resulta que a hipótese que não existe efeito de nenhum nível do fator pode ser aceita no caso da velocidade, da posição na espessura e das regiões numéricas e alfabéticas.

As somas de quadrados dos fatores mostram que no caso da resistência à tração o principal efeito é produzido pela velocidade, porém nas outras propriedades, ou seja na deformação de ruptura, na energia por unidade de volume, na deformação correspondente à resistência à tração e na redução da área na zona de escoamento, o principal efeito é produzido pelo tamanho. Outro fator que tem influência significativa é a posição na espessura do corpo de prova. O efeito conjunto dos fatores tamanho e velocidade de deformação é claramente significativo na resistência à tração e em sua deformação, sendo apenas significativa nos outros casos.

5.2. EFEITO DO TAMANHO

A influência do fator tamanho nas variáveis dependentes é estudada a seguir para determinar a existência de diferenças significativas das médias dos diferentes níveis. No caso

da resistência a tração é empregada a distribuição Student t' e nos restantes casos o teste de Duncan. Os resultados obtidos se encontram nas tabelas 5.11 a 5.15.

Tabela 5.11 Comparação de médias, Resistência a tração (R_t) em MPa

Tamanho	d ₅	d ₄	d ₃	d ₂	d ₁
Subscrito	1	2	3	4	5
X	441.53	443.32	445.67	450.40	456.63
S	2.4889	1.7929	4.5489	3.7335	6.0847
N	24	24	25	23	25
	Valor obtido	Valor significativo	Significativo		
X ₅ com X ₁	11.46	2.033	Sim		
X ₅ com X ₂	10.48	2.045	Sim		
X ₅ com X ₃	7.21	1.997	Sim		
X ₅ com X ₄	4.32	2.009	Sim		
X ₄ com X ₁	9.54	2.015	Sim		
X ₄ com X ₂	8.23	2.036	Sim		
X ₄ com X ₃	3.95	1.994	Sim		
X ₃ com X ₁	3.98	2.018	Sim		
X ₃ com X ₂	2.41	2.036	Sim		
X ₂ com X ₁	2.85	2.006	Sim		

Tabela 5.12 Teste de Duncan, Deformação de ruptura (A) em %

Tamanho	d ₁	d ₂	d ₅	d ₃	d ₄
Média	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Valor	21.68	24.57	26.55	27.49	28.59
MQR	2.09		SX	0.2888	
K	2	3	4	5	
r _k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R _k	0.8087	0.8520	0.8809	0.9011	
	Valor obtido	Valor significativo	Significativo		
X ₅ -X ₁	6.91	0.9011	Sim		
X ₅ -X ₂	4.02	0.8809	Sim		
X ₅ -X ₃	2.04	0.852	Sim		
X ₅ -X ₄	1.1	0.8087	Sim		
X ₄ -X ₁	5.81	0.8809	Sim		
X ₄ -X ₂	2.92	0.852	Sim		
X ₄ -X ₃	0.94	0.8087	Sim		
X ₃ -X ₁	4.87	0.852	Sim		
X ₃ -X ₂	1.98	0.8087	Sim		
X ₂ -X ₁	2.89	0.8087	Sim		

Tabela 5.13 Teste de Duncan, Energia por unidade de volume em MPa

Tamanho	d ₁	d ₂	d ₅	d ₃	d ₄
Média	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Valor	89.21	99.69	105.27	109.97	114.26
MQR	45.42		SX	1.3479	
K	2	3	4	5	
r _k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R _k	3.7742	3.9764	4.1112	4.2055	
	Valor obtido	Valor significativo		Significativo	
X ₅ -X ₁	25.05	4.2055		Sim	
X ₅ -X ₂	14.57	4.1112		Sim	
X ₅ -X ₃	8.99	3.9764		Sim	
X ₅ -X ₄	4.29	3.7742		Sim	
X ₄ -X ₁	20.76	4.1112		Sim	
X ₄ -X ₂	10.27	3.9764		Sim	
X ₄ -X ₃	4.70	3.7742		Sim	
X ₃ -X ₁	16.06	3.9764		Sim	
X ₃ -X ₂	5.57	3.7742		Sim	
X ₂ -X ₁	10.49	3.7742		Sim	

As médias da resistência a tração (R_t) aumentam quando diminuem os diâmetros dos corpos de prova. As diferenças que existem entre as médias em todos os casos são significativas.

As médias da deformação de ruptura (A) atingem o máximo para o diâmetro de 15 mm (d₄), para diâmetros menores tem uma diminuição e para diâmetros maiores também. As diferenças que existem entre as médias em todos os casos são significativas.

As médias da energia por unidade de volume atingem o máximo para o diâmetro de 15 mm (d₄), para diâmetros menores tem uma diminuição e para diâmetros maiores também. As diferenças que existem entre as médias em todos os casos são significativas.

As médias da deformação correspondente à resistência à tração atingem o máximo para o diâmetro de 15 mm (d₄), para diâmetros menores tem uma diminuição e para diâmetros maiores também. As diferenças que existem entre as médias são significativas ou não segundo o indicado na tabela 5.14.

As médias da redução da área na zona de escoamento (Z) quando aumenta o diâmetro são decrescentes. As diferenças que existem entre as médias são significativas ou não segundo o indicado na tabela 5.15.

Tabela 5.14 Teste de Duncan, Deformação correspondente à resistência à tração em %

Tamanho	d ₁	d ₅	d ₂	d ₃	d ₄
Média	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Valor	12.615	14.637	14.946	15.602	15.820
MQR	0.7954		SX	0.1784	
K	2	3	4	5	
r _k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R _k	0.4994	0.5262	0.5440	0.5565	
	Valor obtido	Valor significativo	Significativo		
X ₅ -X ₁	3.2056	0.5565	Sim		
X ₅ -X ₂	1.1833	0.5440	Sim		
X ₅ -X ₃	0.8745	0.5262	Sim		
X ₅ -X ₄	0.2188	0.4994	Não		
X ₄ -X ₁	2.9868	0.5440	Sim		
X ₄ -X ₂	0.9465	0.5262	Sim		
X ₄ -X ₃	0.6556	0.4994	Sim		
X ₃ -X ₁	2.3312	0.5262	Sim		
X ₃ -X ₂	0.3088	0.4994	Não		
X ₂ -X ₁	2.0223	0.4994	Sim		

Tabela 5.15 Teste de Duncan, Redução da área na zona de escoamento (Z) em %

Tamanho	d ₄	D ₃	d ₅	d ₂	d ₁
Média	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Valor	64.694	64.903	65.728	66.148	68.382
MQR	4.1943		SX	0.4096	
K	2	3	4	5	
r _k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R _k	1.1469	1.2083	1.2493	1.2779	
	Valor obtido	Valor significativo	Significativo		
X ₅ -X ₁	3.689	1.2779	Sim		
X ₅ -X ₂	3.479	1.2493	Sim		
X ₅ -X ₃	2.654	1.2083	Sim		
X ₅ -X ₄	2.234	1.1469	Sim		
X ₄ -X ₁	1.455	1.2493	Sim		
X ₄ -X ₂	1.245	1.2083	Sim		
X ₄ -X ₃	0.42	1.1469	Não		
X ₃ -X ₁	1.034	1.2083	Não		
X ₃ -X ₂	0.825	1.1469	Não		
X ₂ -X ₁	0.209	1.1469	Não		

As figuras 5.1 a 5.5 mostram os resultados das variáveis dependentes estudadas, obtidos nos 130 ensaios.

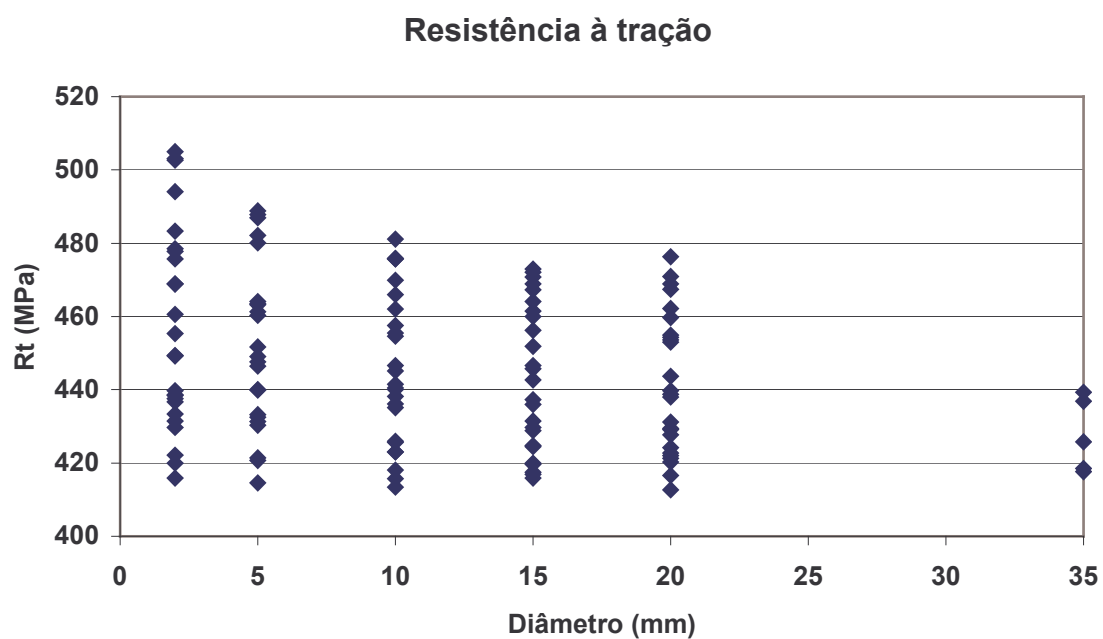


Figura 5.1 Influência do tamanho na resistência à tração

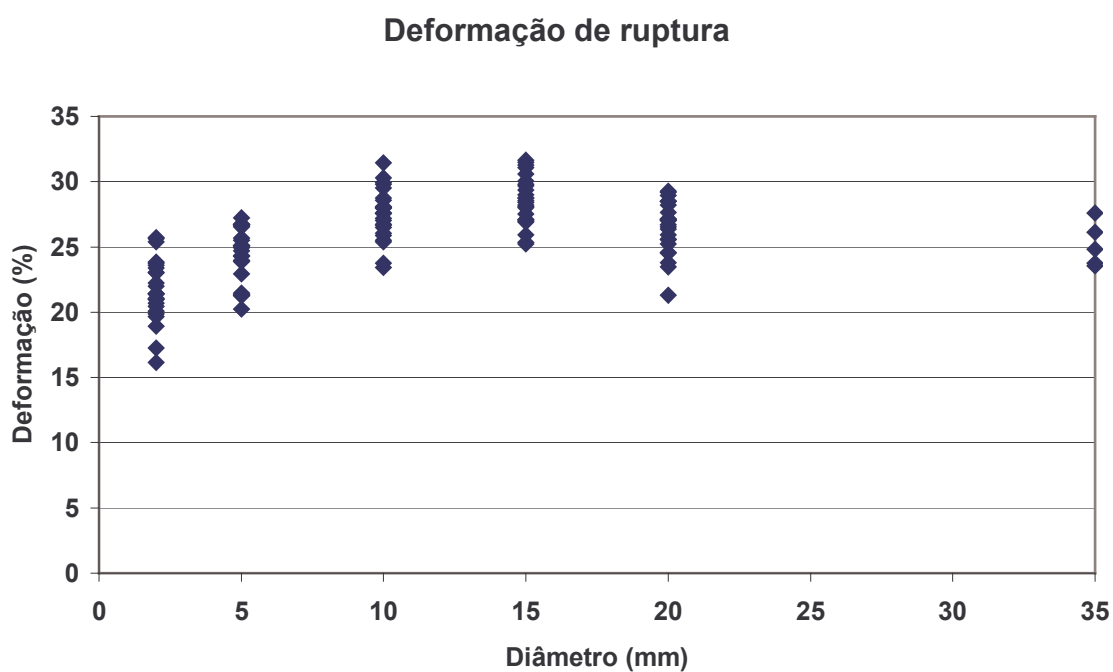


Figura 5.2 Influência do tamanho na deformação de ruptura

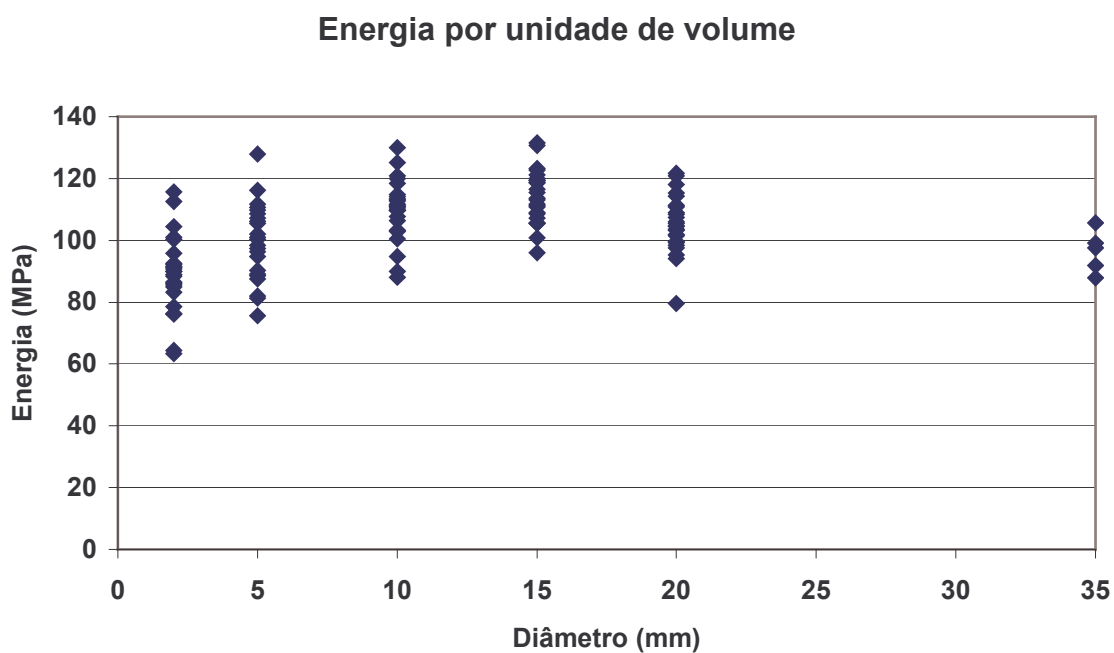


Figura 5.3 Influência do tamanho na energia por unidade de volume

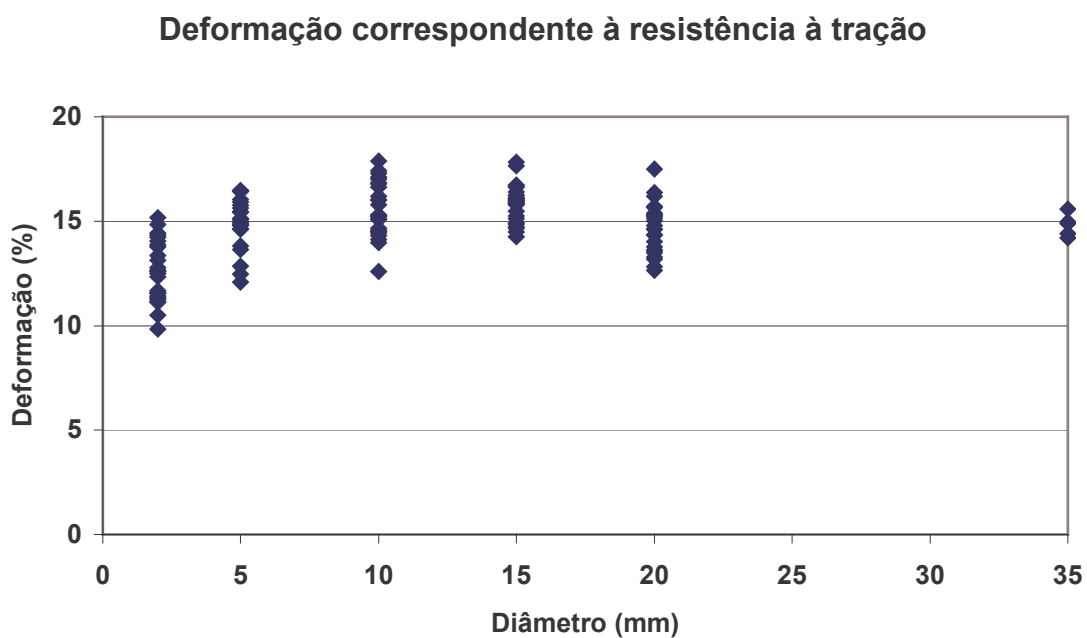


Figura 5.4 Influência do tamanho na deformação correspondente à resistência à tração

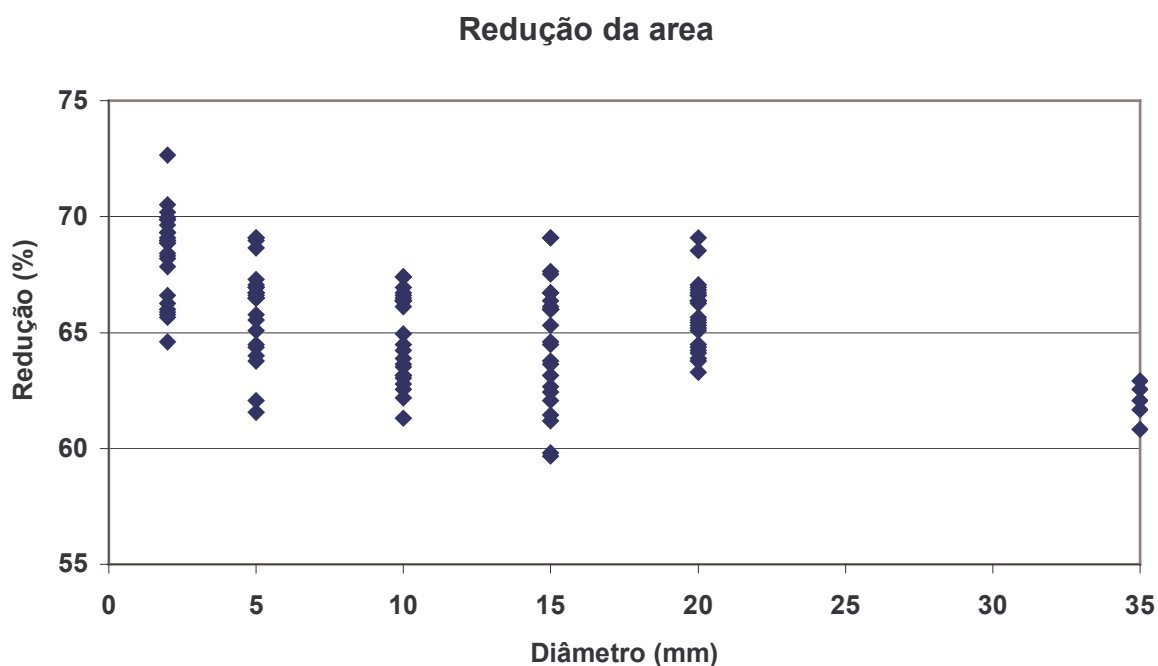


Figura 5.5 Influência do tamanho na redução da área

5.3. EFEITO DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO

A influência nas variáveis dependentes do fator velocidade de deformação é estudada para determinar a existência de diferenças significativas das médias dos diferentes níveis. Em todos os casos se emprega o teste de Duncan. Os resultados obtidos se resumem nas tabelas 5.16 a 5.19.

As médias da resistência à tração (R_t) aumentam quando aumenta a velocidade de deformação. As diferenças que existem entre as médias em todos os casos são significativas.

As médias da deformação de ruptura (A) atingem um mínimo para v_3 e v_4 , para velocidades de deformação menores apresentam um aumento e para velocidades de deformação maiores também. As diferenças que existem entre as médias são ou não significativas, segundo o indicado na tabela 5.17.

As médias da energia por unidade de volume aumentam quando aumenta a velocidade de deformação. As diferenças que existem entre as médias são significativas ou não segundo o indicado na tabela 5.18.

Tabela 5.16 Teste de Duncan, Resistência a tração (R_t) em MPa

Velocidade	v ₁	v ₂	v ₃	v ₄	v ₅
Média	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Valor	420.18	432.37	443.53	462.03	479.45
MQR	21.15		SX	0.9197	
K	2	3	4	5	
r _k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R _k	2.5772	2.7132	2.8052	2.8696	
	Valor obtido	Valor significativo		Significativo	
X ₅ -X ₁	59.27	2.8696		Sim	
X ₅ -X ₂	47.07	2.8052		Sim	
X ₅ -X ₃	35.92	2.7132		Sim	
X ₅ -X ₄	17.42	2.5752		Sim	
X ₄ -X ₁	41.85	2.8052		Sim	
X ₄ -X ₂	29.66	2.7132		Sim	
X ₄ -X ₃	18.50	2.5752		Sim	
X ₃ -X ₁	23.35	2.7132		Sim	
X ₃ -X ₂	11.16	2.5752		Sim	
X ₂ -X ₁	12.20	2.5752		Sim	

Tabela 5.17 Teste de Duncan, Deformação de ruptura (A) em %

Velocidade	v ₃	v ₄	v ₂	v ₅	v ₁
Média	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Valor	25.25	25.26	26.00	26.18	26.19
MQR	2.09		SX	0.2888	
K	2	3	4	5	
r _k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R _k	0.8087	0.8520	0.8809	0.9011	
	Valor obtido	Valor significativo		Significativo	
X ₅ -X ₁	0.94	0.9011		Sim	
X ₅ -X ₂	0.93	0.8809		Sim	
X ₅ -X ₃	0.19	0.852		Não	
X ₅ -X ₄	0.01	0.8087		Não	
X ₄ -X ₁	0.93	0.8809		Sim	
X ₄ -X ₂	0.91	0.852		Sim	
X ₄ -X ₃	0.17	0.8087		Não	
X ₃ -X ₁	0.75	0.852		Não	
X ₃ -X ₂	0.74	0.8087		Não	
X ₂ -X ₁	0.01	0.8087		Não	

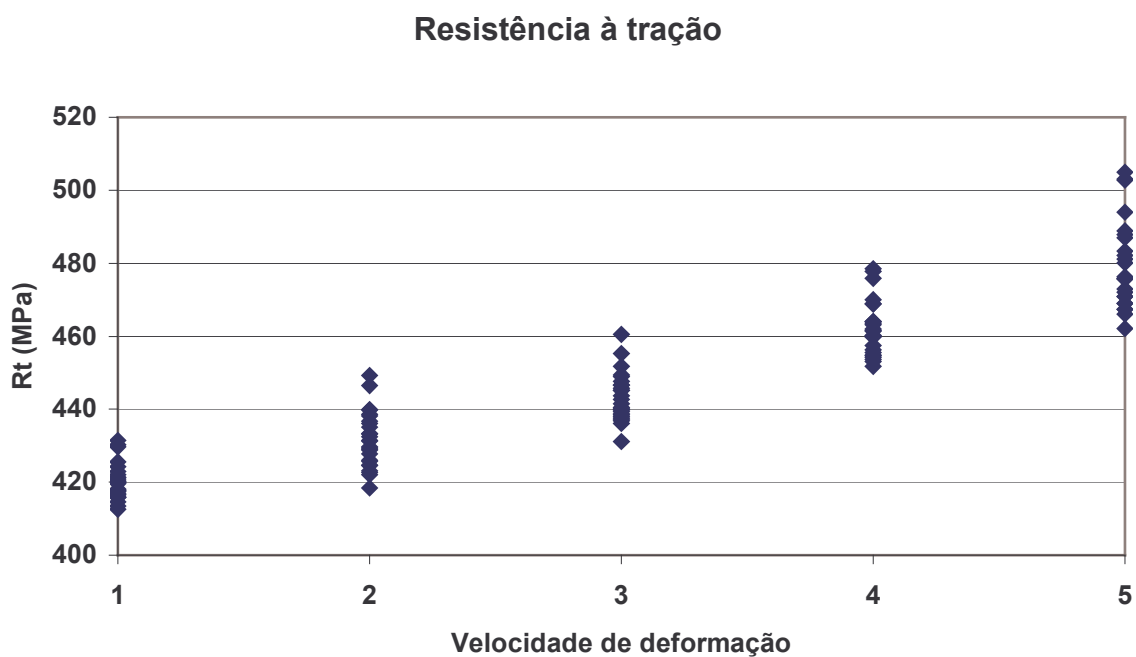


Figura 5.6 Influência da velocidade de deformação na resistência à tração

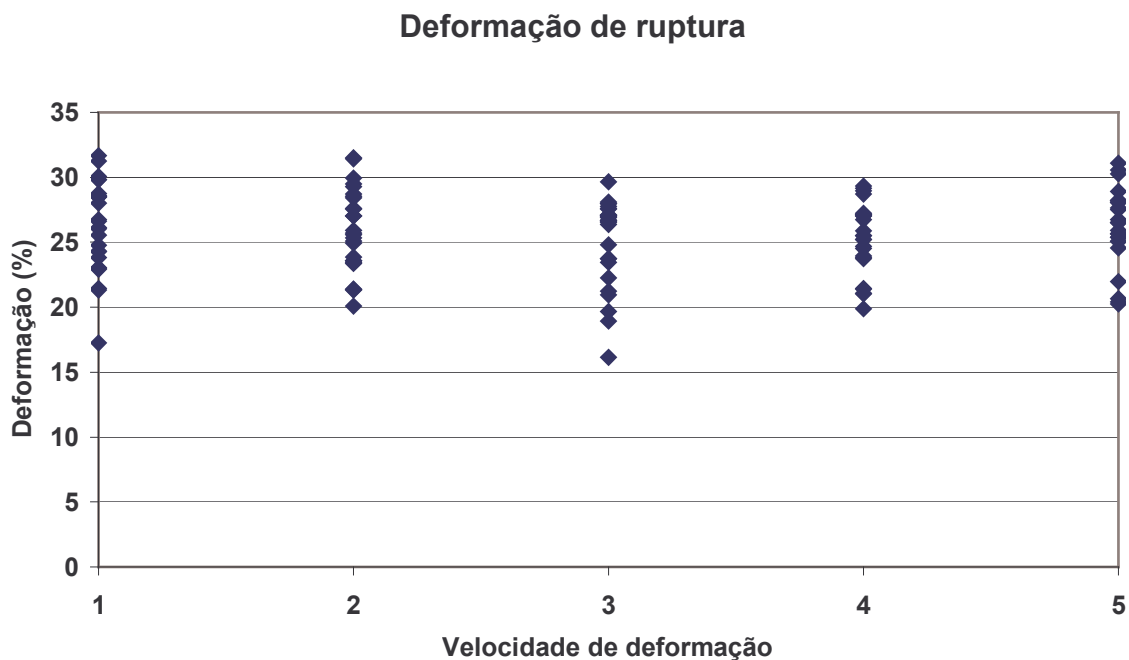


Figura 5.7 Influência da velocidade de deformação na deformação de ruptura

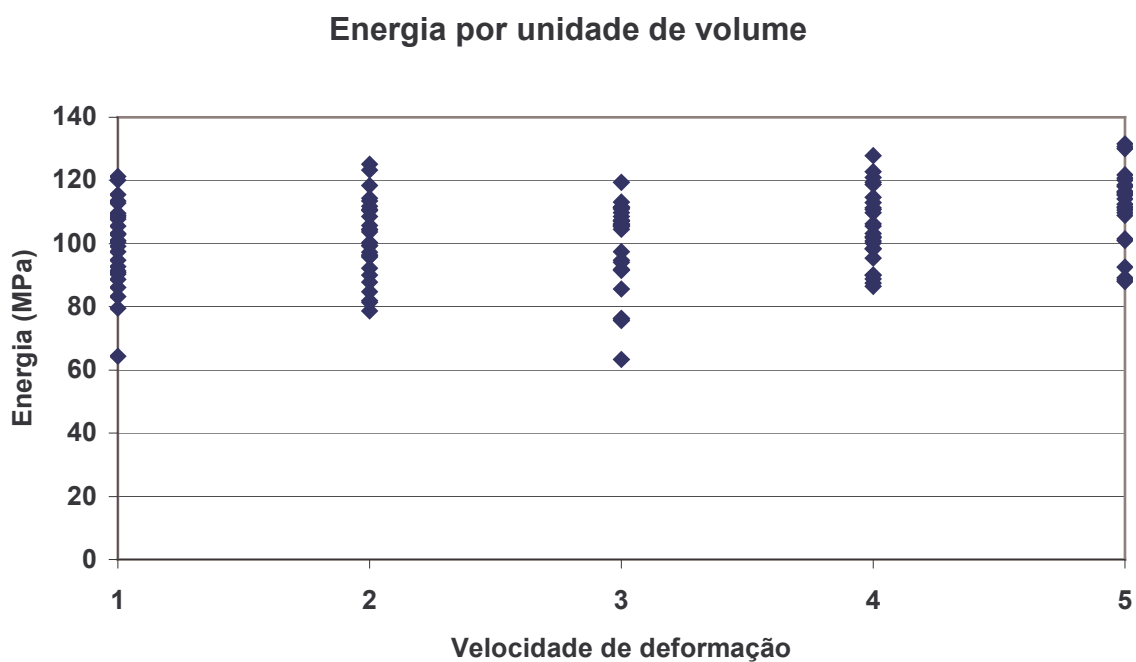


Figura 5.8 Influência da velocidade de deformação na energia por unidade de volume

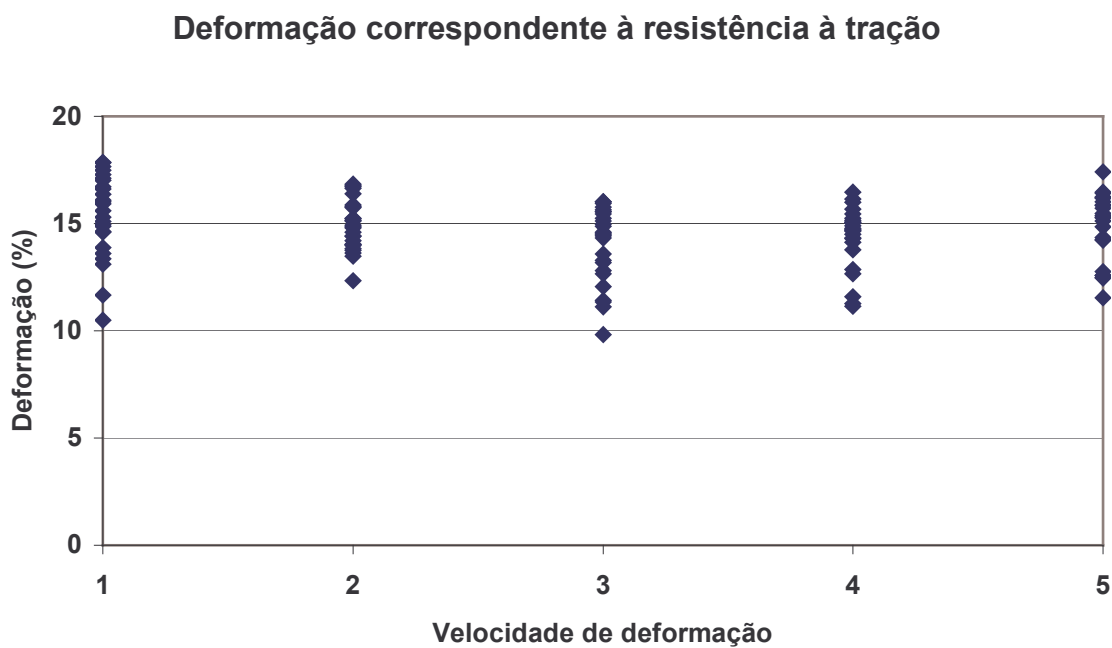


Figura 5.9 Influência da velocidade de deformação na deformação correspondente à resistência à tração

Tabela 5.18 Teste de Duncan, Energia por unidade de volume em MPa

Velocidade	v ₁	v ₃	v ₂	v ₄	v ₅
Média	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Valor	99.61	100.35	101.68	104.96	111.79
MQR	45.42		SX	1.3479	
K	2	3	4	5	
r _k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R _k	3.7742	3.9764	4.1112	4.2055	
	Valor obtido	Valor significativo		Significativo	
X ₅ -X ₁	12.18	4.2055		Sim	
X ₅ -X ₂	11.45	4.1112		Sim	
X ₅ -X ₃	10.12	3.9764		Sim	
X ₅ -X ₄	6.84	3.7742		Sim	
X ₄ -X ₁	5.35	4.1112		Sim	
X ₄ -X ₂	4.61	3.9764		Sim	
X ₄ -X ₃	3.28	3.7742		Não	
X ₃ -X ₁	2.07	3.9764		Não	
X ₃ -X ₂	1.33	3.7742		Não	
X ₂ -X ₁	0.74	3.7742		Não	

Tabela 5.19 Teste de Duncan, Deformação correspondente à resistência à tração em %

Velocidade	v ₃	v ₄	v ₅	v ₂	v ₁
Média	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Valor	13.976	14.381	14.841	14.969	15.453
MQR	0.7954		SX	0.1784	
K	2	3	4	5	
r _k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R _k	0.4994	0.5262	0.5440	0.5565	
	Valor obtido	Valor significativo		Significativo	
X ₅ -X ₁	1.48	0.5565		Sim	
X ₅ -X ₂	1.07	0.5440		Sim	
X ₅ -X ₃	0.61	0.5262		Sim	
X ₅ -X ₄	0.48	0.4994		Não	
X ₄ -X ₁	0.99	0.5440		Sim	
X ₄ -X ₂	0.59	0.5262		Sim	
X ₄ -X ₃	0.13	0.4994		Não	
X ₃ -X ₁	0.86	0.5262		Sim	
X ₃ -X ₂	0.46	0.4994		Não	
X ₂ -X ₁	0.41	0.4994		Não	

As médias da deformação correspondente à resistência à tração atingem um mínimo para v_3 , para velocidades de deformação menores apresentam um aumento e para velocidades de deformação maiores também.. As diferenças que existem entre as médias são significativas ou não segundo o indicado na tabela 5.19.

As médias da redução da área na zona de escoamento (Z) não apresentam diferenças significativas quando varia a velocidade de deformação.

As figuras 5.6 a 5.9 mostram os resultados das variáveis dependentes, estudadas, obtidos nos 130 ensaios realizados.

5.4. INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO

A influência nas variáveis dependentes, da posição da qual são extraídos da chapa os corpos de prova, é estudada para determinar a existência de diferenças significativas das médias dos diferentes níveis. A principal influência é produzida pela posição na espessura do corpo de prova. A influência das regiões numéricas e literais são menores. Na análise do efeito da posição na espessura se emprega o teste de Duncan. Os resultados obtidos se encontram nas tabelas 5.20 a 5.23.

As médias da resistência à tração (R_t) atingem um mínimo para h_2 , e aumentam para posições na espessura para embaixo e para cima. As diferenças que existem entre as médias são significativas ou não segundo o indicado na tabela 5.20.

As médias da deformação de ruptura (A) atingem um mínimo para h_3 e aumentam para posições na espessura para embaixo e para cima. As diferenças que existem entre as médias são significativas ou não segundo o indicado na tabela 5.21.

As médias da energia por unidade de volume atingem um mínimo para h_3 e aumentam para posições na espessura para embaixo e para cima. As diferenças que existem entre as médias são significativas ou não segundo o indicado na tabela 5.22.

As médias da deformação correspondente à resistência à tração atingem um mínimo para h_3 e aumentam para posições na espessura para embaixo e para cima. As diferenças que existem entre as médias são significativas ou não segundo o indicado na tabela 5.23.

As médias da redução da área na zona de escoamento (Z) não apresentam diferenças significativas quando varia a posição na espessura da qual é extraído o corpo de prova.

Tabela 5.20 Teste de Duncan, Resistência a tração (R_t) em MPa

Posição na espessura	h_2	h_3	h_4	h_1	h_5
Média	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Valor	444.43	445.66	448.26	448.32	450.88
MQR	21.15		SX	0.9197	
K	2	3	4	5	
r_k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R_k	2.5772	2.7132	2.8052	2.8696	
	Valor obtido	Valor significativo	Significativo		
X_5-X_1	6.45	2.8696	Sim		
X_5-X_2	5.22	2.8052	Sim		
X_5-X_3	2.62	2.7132	Não		
X_5-X_4	2.56	2.5752	Não		
X_4-X_1	3.90	2.8052	Sim		
X_4-X_2	2.66	2.7132	Não		
X_4-X_3	0.06	2.5752	Não		
X_3-X_1	3.83	2.7132	Sim		
X_3-X_2	2.60	2.5752	Sim		
X_2-X_1	1.24	2.5752	Não		

Tabela 5.21 Teste de Duncan, Deformação de ruptura (A) em %

Posição na espessura	h_3	h_4	h_2	h_1	h_5
Média	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Valor	23.47	25.74	25.92	26.82	26.92
MQR	2.09		SX	0.2888	
K	2	3	4	5	
r_k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R_k	0.8087	0.8520	0.8809	0.9011	
	Valor obtido	Valor significativo	Significativo		
X_5-X_1	3.45	0.9011	Sim		
X_5-X_2	1.18	0.8809	Sim		
X_5-X_3	1.00	0.852	Sim		
X_5-X_4	0.10	0.8087	Não		
X_4-X_1	3.34	0.8809	Sim		
X_4-X_2	1.08	0.852	Sim		
X_4-X_3	0.90	0.8087	Sim		
X_3-X_1	2.44	0.852	Sim		
X_3-X_2	0.18	0.8087	Não		
X_2-X_1	2.26	0.8087	Sim		

Tabela 5.22 Teste de Duncan, Energia por unidade de volume em MPa

Posição na	h_3	h_2	h_4	h_1	h_5
------------	-------	-------	-------	-------	-------

espessura					
Média	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Valor	92.62	103.45	103.95	109.01	109.37
MQR	45.42		SX	1.3479	
K	2	3	4	5	
r_k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R_k	3.7742	3.9764	4.1112	4.2055	
	Valor obtido	Valor significativo	Significativo		
X_5-X_1	16.75	4.2055	Sim		
X_5-X_2	5.92	4.1112	Sim		
X_5-X_3	5.42	3.9764	Sim		
X_5-X_4	0.36	3.7742	Não		
X_4-X_1	16.39	4.1112	Sim		
X_4-X_2	5.56	3.9764	Sim		
X_4-X_3	5.06	3.7742	Sim		
X_3-X_1	11.33	3.9764	Sim		
X_3-X_2	0.50	3.7742	Não		
X_2-X_1	10.83	3.7742	Sim		

Tabela 5.23 Teste de Duncan, Deformação correspondente à resistência à tração em %

Posição na espessura	h_3	h_4	h_2	h_1	h_5
Média	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Valor	13.80	14.80	14.96	15.01	15.05
MQR	0.7954		SX	0.1784	
K	2	3	4	5	
r_k	2.8	2.95	3.05	3.12	
R_k	0.4994	0.5262	0.5440	0.5565	
	Valor obtido	Valor significativo	Significativo		
X_5-X_1	1.24	0.5565	Sim		
X_5-X_2	0.24	0.5440	Não		
X_5-X_3	0.09	0.5262	Não		
X_5-X_4	0.03	0.4994	Não		
X_4-X_1	1.21	0.5440	Sim		
X_4-X_2	0.21	0.5262	Não		
X_4-X_3	0.06	0.4994	Não		
X_3-X_1	1.16	0.5262	Sim		
X_3-X_2	0.15	0.4994	Não		
X_2-X_1	1.01	0.4994	Sim		

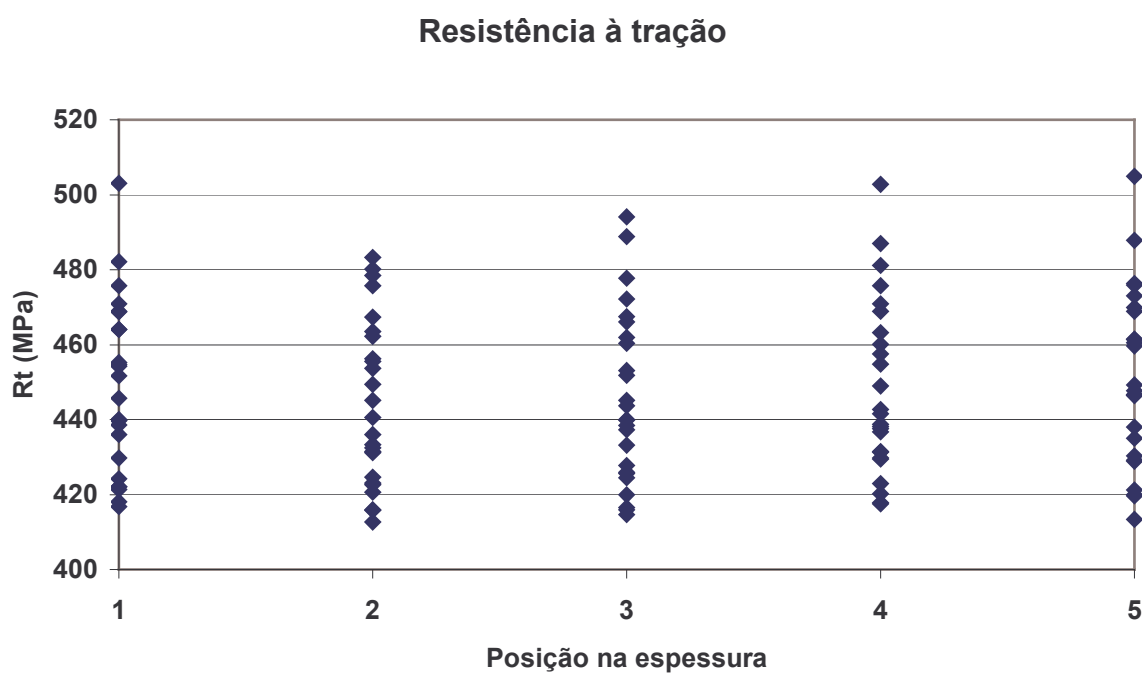


Figura 5.10 Influência da posição na espessura na resistência à tração

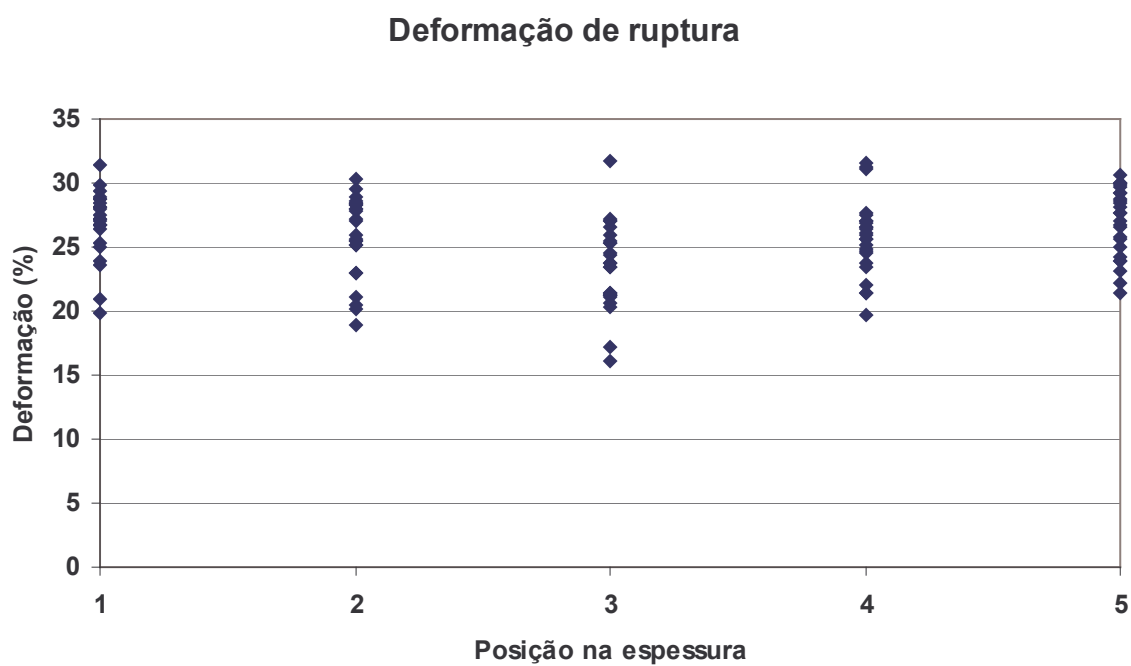


Figura 5.11 Influência da posição na espessura na deformação de ruptura

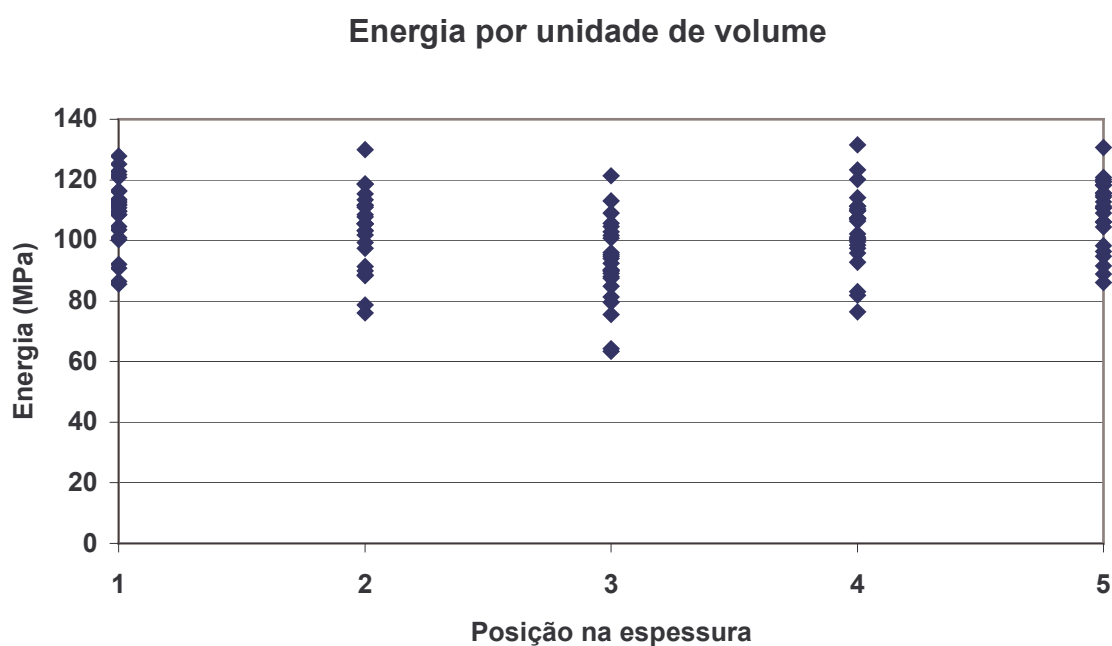


Figura 5.12 Influência da posição na espessura na energia por unidade de volume

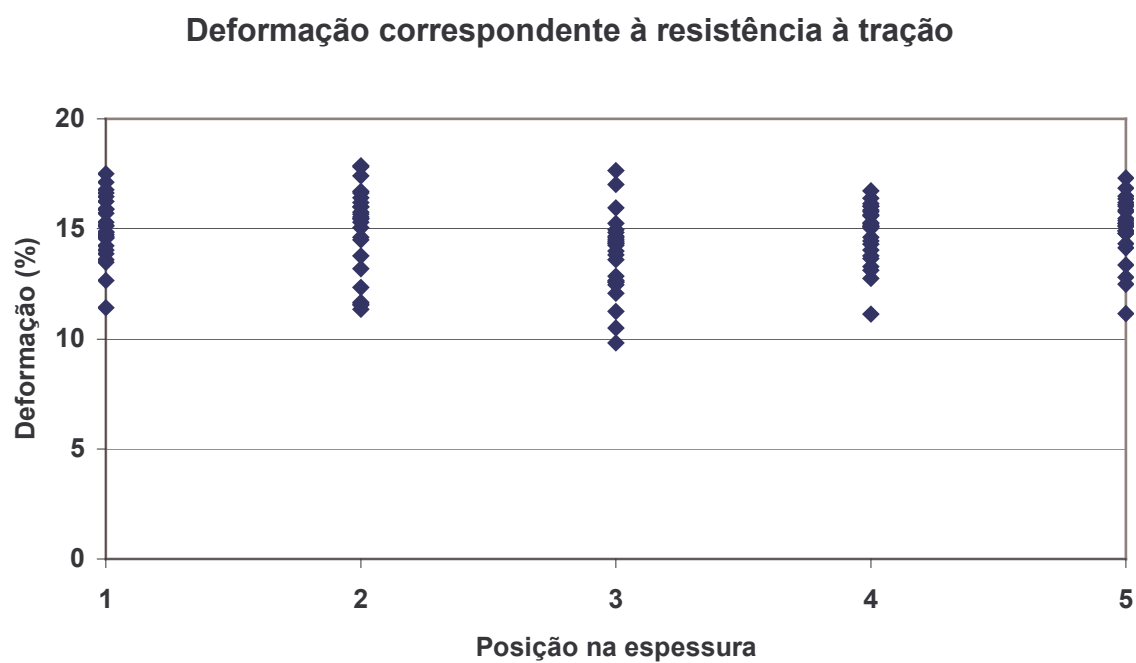


Figura 5.13 Influência da posição na espessura na deformação correspondente à resistência à tração

As figuras 5.10 a 5.13 mostram os resultados obtidos nos 125 ensaios (para os diâmetros d_1 , d_2 , d_3 , d_4 e d_5) das variáveis dependentes estudadas. Em todos os casos os resultados obtidos são maiores para posições na espessura para cima e para baixo (h_1 e h_5) e são menores no centro da chapa. Maiores valores das médias da resistência à tração (R_t) correspondem a maiores valores das médias da deformação de ruptura (A), das médias da energia por unidade de volume e das médias da deformação correspondente à resistência à tração.

As regiões alfabéticas e numéricas tem influência menor. As médias da redução da área na zona de escoamento (Z) não apresentam diferenças significativas para as regiões numéricas e alfabéticas. Na resistência à tração (R_t) tem influência significativa as regiões numéricas. Na deformação de ruptura (A), na energia por unidade de volume e na deformação correspondente à resistência à tração tem influência significativa as regiões alfabéticas; para uma região com médias maiores de uma destas variáveis correspondem maiores valores das outras dois. Na proximidade dos bordos da chapa a média das quatro variáveis dependentes que tem influência significativa é levemente maior.

5.5. EFEITO CONJUNTO DO TAMANHO E DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO

Segundo o teste ANOVA a influência conjunta do tamanho e da velocidade de deformação é claramente significativa para a resistência à tração (R_t) e a deformação correspondente à resistência à tração, apenas significativa para a deformação de ruptura (A) e a energia por unidade de volume e não é significativa para a redução da área na zona de escoamento (Z).

6. OUTRAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A RESISTÊNCIA À TRAÇÃO

6.1 AS EXPRESSÕES DO EFEITO DE TAMANHO

As expressões de Weibull (3-8), de Bazant (3-11) e (3-12) e de Carpinteri (3-13) para a resistência à tração forem empregadas para aproximar os resultados obtidos nos 130 ensaios realizados. Como comprimento de referencia foi adotado:

$$d_a = 10mm \quad (6-1)$$

resultando em consequência que para o diâmetro d_3 o valor da função f será 1, enquanto o valor da resistência à tração, segundo a expressão (3-8) tem a forma:

$$R_t = A_0 f(\lambda, \mu, \chi) \quad (6-2)$$

segundo as expressões (3-11) e (3-13):

$$R_t = A_0 f(\lambda, \mu) \quad (6-3)$$

e segundo a expressão (3-12) tem a forma:

$$R_t = A_0 f(\lambda, \mu, \eta_b) \quad (6-4)$$

Para realizar o ajuste das funções são calculados os valores das constantes A_0 , μ , χ e η_b que minimizam a soma de quadrados dos resíduos. Também se realizam os ajustes das expressões para as resistências a tração obtidas com cada velocidade de deformação, adotando o mesmo critério. Em todos os casos são eliminados previamente os resíduos correspondentes à posição na espessura do corpo de prova e às regiões numéricas. Na tabela 6.1 e 6.2 se encontram os resultados obtidos para cada critério.

Tabela 6.1 Valores dos parâmetros que minimizam a soma de quadrados dos resíduos

	Exp	(3-8)		Exp	(3-11)	Exp	(3-12)		Exp	(3-13)
	c (mm)	A_0	χ	c (mm)	A_0 (MPa)	c (mm)	η_b	A_0 (MPa)	c (mm)	A_0 (MPa)
Todas	0,20	419.99	260.87	272	447.75	820	1.03	447.78	0.159	444.16
v_1	0,23	431.02	107.14	945	420.34	2820	1.03	420.34	0.060	419.09
v_2	0,05	442.74	166.67	384	432.97	1160	1.03	432.97	0.135	429.80
v_3	0,08	460.15	85.71	625	444.01	1870	1.03	444.01	0.085	441.95
v_4	0,07	476.14	48.39	255	462.27	765	1.03	462.30	0.175	458.88
v_5	0,22	445.42	88.24	145	479.75	442	1.03	479.83	0.277	474.26

Tabela 6.2 Soma de quadrados dos resíduos totais e reduzidos pela aplicação dos diferentes critérios

	SQR total	Weibull Exp 3-8	Bazant Exp 3-11	Bazant Exp 3-12	Carpinteri Exp 3-13
Todas	64522	59477	59527	59536	60224
v_1	593	486	515	515	484
v_2	1062	347	446	449	470
v_3	802	493	546	547	547
v_4	1339	378	544	546	342
v_5	3221	388	742	755	516

Da tabela 6.2 resulta que com os quatro critérios empregados os resultados obtidos apresentam muita proximidade. A melhor aproximação, para todos os ensaios e também para cada velocidade de deformação, é obtida com o critério de Weibull. Quando são analisados todos os ensaios em conjunto a aproximação produzida com os dois critérios de Bazant e levemente melhor que a obtida com o critério de Carpinteri, porem quando são analisadas cada velocidade de deformação a aproximação que realiza o critério de Carpinteri é melhor. A expressão 3-12 de Bazant é mais complexa que a 3-11 porem não significa uma melhor aproximação.

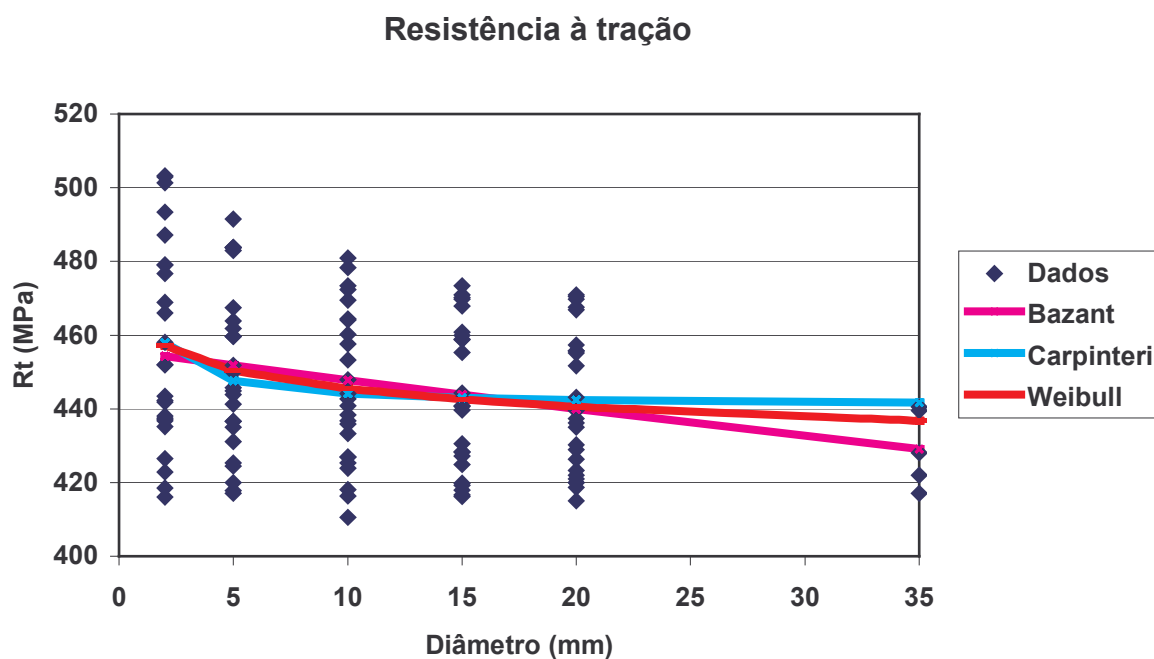


Figura 6.1 Influência do tamanho na resistência à tração

A figura 6.1 mostra os resultados das resistências à tração obtidas nos 130 ensaios realizados e as curvas que resultam dos critérios empregados. A curva de Bazant corresponde à expressão (3-12) não é incorporada pois praticamente coincide com a curva da expressão (3-11). Para comparar as curvas deve ser levado em consideração que para o diâmetro d_6 (35 mm) as velocidades empregadas são somente as três primeiras.

6.2 A EXPRESSÃO DO EFEITO DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO

A expressão do CEB (3-35) para a resistência à tração foi empregada para aproximar os resultados obtidos nos 130 ensaios realizados. Como velocidade de deformação de referencia foi adotada:

$$\dot{\varepsilon}_a = 0.01351/s \quad (6-5)$$

resultando em consequência que para a velocidade de deformação v_3 o valor da função f será 1 enquanto o valor da resistência à tração, segundo a expressão (3-35) tem a forma:

$$R_t = A_0 f(\rho, \nu, \eta_c) \quad (6-6)$$

Para realizar o ajuste da função são calculados os valores das constantes A_0 e η_c que minimizam a soma de quadrados dos resíduos. O valor de ν é 0.0037037. Também se realizam os ajustes das expressões para as resistências à tração obtidas com cada diâmetro dos corpos de prova, adotando o mesmo critério. Em todos os casos são eliminados previamente os resíduos correspondentes à posição na espessura do corpo de prova e às regiões numéricas. Na tabela 6.3 se expressam os resultados obtidos.

Tabela 6.3 Valores dos parâmetros que minimizam a soma de quadrados dos resíduos

	η_c	A_0	SQR total	Critério CEB
Todas	0.0127	447.287	64522	7773
D ₁ (2mm)	0.0155	456.610	20053	1419
D ₂ (5mm)	0.0131	450.414	12636	531
D ₃ (10mm)	0.0119	445.581	10397	557
D ₄ (15mm)	0.0117	443.291	9807	139
D ₅ (20mm)	0.0111	441.531	9547	297
D ₆ (35mm)	0.0103	438.998	2070	33

A figura 6.2 mostra os resultados das resistências à tração obtidas nos 130 ensaios realizados e a curva que resulta do critério do CEB empregado.

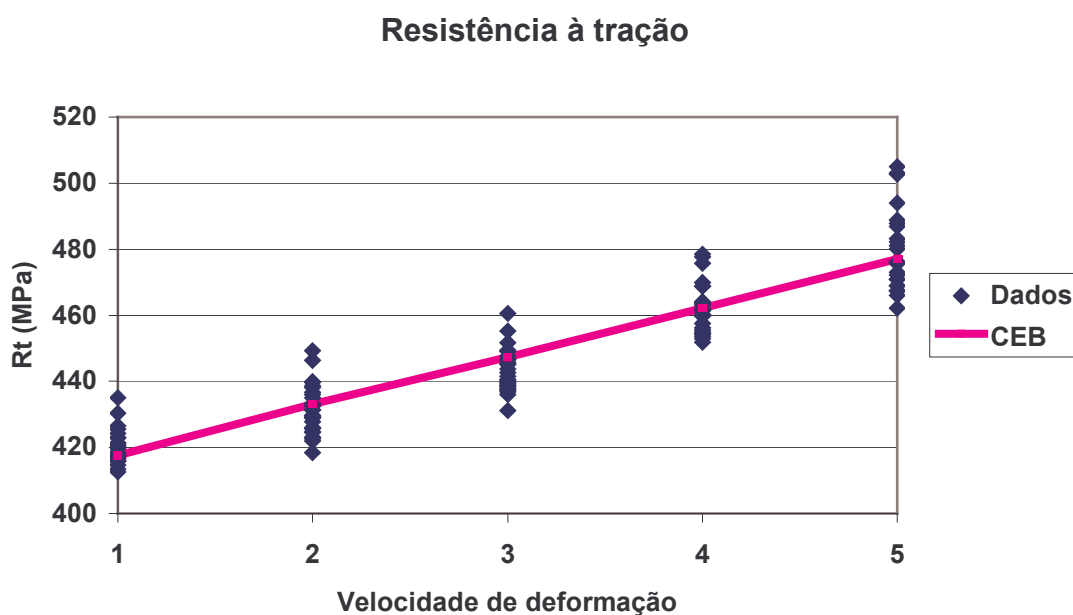


Figura 6.2 Influência da velocidade de deformação na resistência à tração

6.3 AS EXPRESSÕES SEM ACOPLAMENTO DO EFEITO CONJUNTO

Uma primeira aproximação do efeito conjunto se obtém com expressões não acopladas. Para a resistência à tração podem ser empregadas as mesmas expressões utilizadas nas seções 6.1 e 6.2. Ou seja para o efeito de tamanho adotam-se as expressões de Weibull (3-8), Bazant (3-11) e (3-12) e de Carpinteri (3-13) e para o efeito da velocidade de deformação a expressão do CEB (3-35). Nesta situação a função f pode ser expressada como o produto de dois termos, um correspondente ao tamanho e outro correspondente à velocidade de deformação.

Com os quatro critérios (3-8) e (3-35), (3-11) e (3-35), (3-12) e (3-35) e (3-13) e (3-35) foi feita uma aproximação dos resultados obtidos nos 130 ensaios realizados. Como comprimento e velocidade de deformação de referencia forem adotados:

$$d_a = 10\text{mm} \quad e \quad \dot{\varepsilon}_a = 0.01351/s \quad (6-7)$$

resultando em conseqüência que para o diâmetro d_3 e a velocidade de deformação v_3 , o valor da função f será 1. O valor da resistência para o primeiro critério tem a forma:

$$R_t = A_0 f_1(\lambda, \mu, \chi) f_2(\rho, v, \eta_c) \quad (6-8)$$

para o segundo e quarto critério:

$$R_t = A_0 f_1(\lambda, \mu) f_2(\rho, \nu, \eta_c) \quad (6-9)$$

e para o terceiro, tem a forma:

$$R_t = A_0 f_1(\lambda, \mu, \eta_b) f_2(\rho, \nu, \eta_c) \quad (6-10)$$

Para realizar o ajuste das funções são calculados os valores das constantes A_0 , μ , η_c , χ e η_b que minimizam a soma de quadrados dos resíduos. O valor de ν é 0.0037037. Em todos os casos são previamente eliminados os resíduos correspondentes à posição na espessura do corpo de prova e às regiões numéricas. Na tabela 6.4 se apresentam os resultados obtidos.

Tabela 6-4 Valores dos parâmetros que minimizam a soma de quadrados dos resíduos segundo diferentes critérios

Critério	c (mm)	η_b	χ	A_0 (MPa)	η_c	SQR
Weibull-CEB	0.07		96.77	446.01	0.0126	3761
Bazant-CEB	336			448.03	0.013	4585
Bazant univ-CEB	1000	1.054		448.04	0.0125	4605
Carpinteri-CEB	0.15			444.76	0.0127	3982

Novamente resulta que o critério universal de Bazant (3-12) que tem uma expressão mais complexa não melhora os resultados do critério original de Bazant (3-11). Observa-se também que o critério de Carpinteri (3-13) obtém menor valor das somas de quadrados dos resíduos que os critérios de Bazant. O menor valor da soma dos quadrados dos resíduos é obtida com o critério de Weibull(3-8).

6.4. EXPRESSÃO COM ACOPLAMENTO PARA AVALIAR OS DOIS EFEITOS

Com base nos análises anteriores se procura definir uma função f que aproxime melhor os resultados dos ensaios realizados obtendo uma maior redução da soma de quadrados dos resíduos. Esta função f deve ser definida levando em consideração que sua forma geral vem dada pela expressão (3-26). Também deve ser considerado que as melhores aproximações obtidas pelas expressões da seção 6.3 são as proporcionadas pela combinação dos critérios de Weibull e Carpinteri para o efeito de tamanho e do critério do CEB para o efeito da velocidade de deformação.

A função g que define a função f segundo a expressão (3-26) nos casos dos critérios que não levam em consideração a possibilidade de acoplamento dos dois efeitos pode ser representada como o produto de duas funções g_1 e g_2 na forma:

$$g\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho}, \chi, \eta_c\right) = g_1\left(\frac{\mu}{\lambda}, \chi\right) g_2\left(\frac{\nu}{\rho}, \eta_c\right) \quad (6-11)$$

No caso do critério Carpinteri-CEB o parâmetro χ não deve ser considerado. As funções g_i com o critério de Weibull e Carpinteri são as expressões (6-12a) e (6-12b) respectivamente e a função g_2 do critério CEB é a (6-12c):

$$g_1\left(\frac{\mu}{\lambda}, \chi\right) = 1 + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{3/\chi} \quad (6-12a)$$

$$g_1\left(\frac{\mu}{\lambda}\right) = \sqrt{1 + \frac{\mu}{\lambda}} \quad (6-12b)$$

$$g_2\left(\frac{\nu}{\rho}, \eta_c\right) = 1 - \eta_c \ln\left(\frac{\nu}{\rho}\right) \quad (6-12c)$$

A nova função g empregada para fazer o ajuste de curvas foi definida com as mesmas funções g_1 de Weibull e Carpinteri e g_2 do CEB, porem aceitando que existe também um termo independente e termos lineares, ou seja que a função proposta tem a forma:

$$g\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho}, \chi, \eta_c\right) = A_1 + A_2 g_1\left(\frac{\mu}{\lambda}, \chi\right) + A_3 g_2\left(\frac{\nu}{\rho}, \eta_c\right) + g_1\left(\frac{\mu}{\lambda}, \chi\right) g_2\left(\frac{\nu}{\rho}, \eta_c\right) \quad (6-13)$$

De modo que a aproximação de R_t será:

$$R_t = A_0 \frac{g\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho}, \chi, \eta_c\right)}{g(\mu, \nu, \chi, \eta_c)} \quad (6-14)$$

No caso particular em que $\lambda = 1$, ou seja quando o tamanho dos corpos de prova é constante, a expressão da função g tem a forma da função g_2 e no caso particular em que a velocidade de deformação é constante, ou seja quando $\rho = 1$, a expressão g tem a forma:

$$g\left(\frac{\mu}{\lambda}\right) = B_0 + B_1 g_1\left(\frac{\mu}{\lambda}, \chi\right) \quad (6-15)$$

Que para $B_0 = 0$, tem a forma da expressão g_1 . Para fazer o ajuste são adotados os valores definidos pelas expressões (6-7) resultando também que $\nu = 0.0037037$. A variação

de η_c nos dois casos e a variação do parâmetro μ no critério de Weibull, são redundantes com os outros parâmetros empregados e em consequência podem ser adotados valores fixos, que para η_c são escolhidos similares aos obtidos na seção 6.4, ou seja $\eta_c = 0.0126$ para Weibull e $\eta_c = 0.0127$ para Carpinteri e para o critério de Weibull $\mu = 1$ (com $c = 10\text{mm}$). Os restantes parâmetros da curva devem ser calculados para produzir o melhor ajuste aos resultados dos 130 ensaios realizados.

No caso do critério de Weibull os menores valores de soma de quadrados dos resíduos são obtidos para:

$$A_0 = 445.675 \text{ MPa} \quad A_1 = 11.414 \quad A_2 = -0.676 \quad A_3 = -0.928 \quad \gamma = 19.11 \quad \text{e} \quad \text{SQR} = 2991 \text{ MPa}^2$$

Obtendo uma função g para aproximar R_t , da forma:

$$g(\lambda, \mu, \rho, \nu) = 85.66 + 2.57 \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^{0.157} - 0.0717 \ln \left(\frac{\nu}{\rho} \right) - \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^{0.157} \ln \left(\frac{\nu}{\rho} \right) \quad (6-16)$$

No caso do critério de Carpinteri os menores valores de soma de quadrados dos resíduos são obtidos para grandes valores de μ . Levando em consideração que a soma de quadrados dos resíduos é constante nesta zona, para calcular os coeficientes foi adotado $\mu = 100000000$. Os restantes valores são:

$$A_0 = 445.155 \text{ MPa} \quad A_1 = 11999.66 \quad A_2 = -0.9666 \quad A_3 = 32041.92 \quad \text{e} \quad \text{SQR} = 3053 \text{ MPa}^2$$

Com os valores adotados (expressão 6-7) resulta:

$$R_t(\lambda, \rho) = 435.33 + 9.82\lambda^{-1/2} + 3.82 \ln(\rho) + 1.19\lambda^{-1/2} \ln(\rho) \quad (6-17)$$

Para obter a expressão da função g é necessário definir um novo comprimento característico, adotando-se $c = 10\text{mm}$. A velocidade de deformação característica será novamente $\nu_c = 0.00005 \text{ 1/s}$. Nestas condições a função g pode ser definida por:

$$g\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\nu}{\rho}\right) = 346.78 + 2.63 \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^{1/2} - 3.20 \ln \left(\frac{\nu}{\rho} \right) - \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^{1/2} \ln \left(\frac{\nu}{\rho} \right) \quad (6-18)$$

Comparação de Critérios

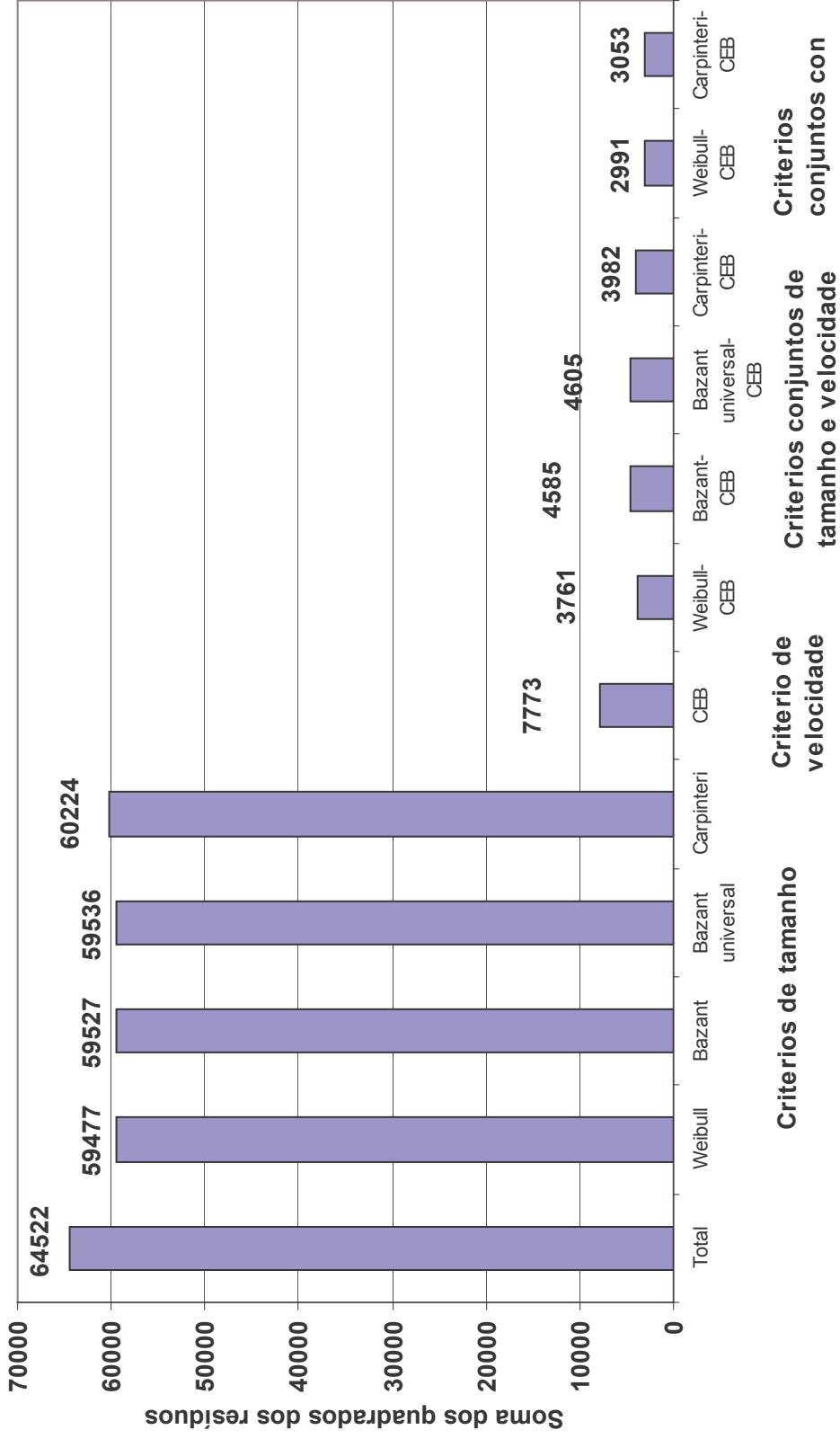


Figura 6.3 Comparação da soma de quadrados dos resíduos

O novo critério melhora os resultados obtidos, reduzindo a soma de quadrados dos resíduos obtida com a expressão não acoplada, 20.47 % no caso da expressão de Weibull e 23.33% no caso da expressão de Carpinteri. A aproximação com a expressão de Weibull tem um resultado levemente melhor.

Resultando em definitiva que as expressões da função g (6-16) e (6-18) que resultam da aplicação da forma (6-13) podem ser empregadas para obter aproximações acopladas dos efeitos de tamanho e velocidade de deformação. Os valores dos parâmetros são determinados para obter o mínimo da SQR. Uma comparação das somas de quadrados dos resíduos obtidos com diferentes critérios se encontra na figura 6.3.

6.5. INFLUÊNCIA DA PROXIMIDADE DOS CORPOS DE PROVA

Também interessa estudar se existe alguma relação da resistência à tração com a distância entre os corpos de prova. Para analisar este efeito são estudados os resultados obtidos dos ensaios, porém restando os valores resultantes da expressão (6-18) e o efeito produzido pela posição na espessura dos corpos de prova. Com os resíduos resultantes são calculados, para cada uma das partes da chapa, os produtos:

$$p_{ij} = (r_i - m)(r_j - m) \quad (6-19)$$

onde m é o valor médio dos resíduos para essa parte da chapa.

Para analisar a possível influência da proximidade dos corpos de prova, são calculados os parâmetros A_0 e c que ajustam os valores obtidos dos ensaios, para cada uma das partes da chapa, com curvas do tipo:

$$y = A_0 e^{\frac{-x}{c}} \quad (6-20)$$

Finalmente são representados nas figuras 6.4 e 6.5 os produtos obtidos p_{ij} para todo i e para todo $j > i$ (no eixo y) em função da distância d_{ij} entre os centros dos dois corpos de prova (no eixo x) e as curvas do tipo (6-20) que tem o melhor ajuste:

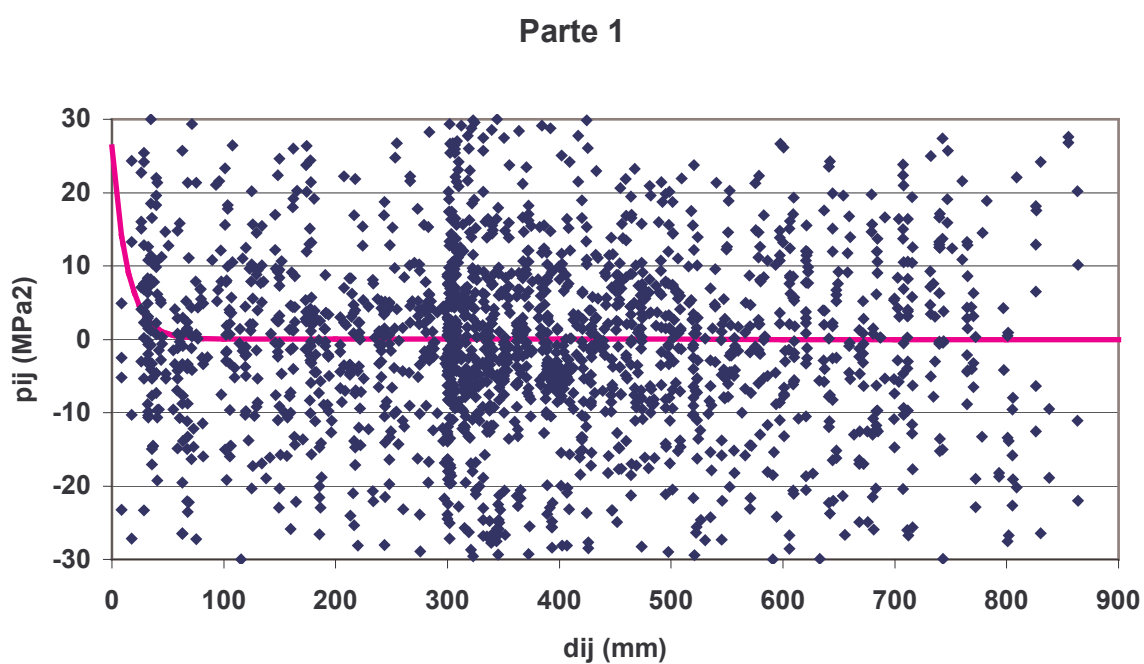


Figura 6.4 Relação entre os produtos p_{ij} e as distancias d_{ij} na parte 1 da chapa

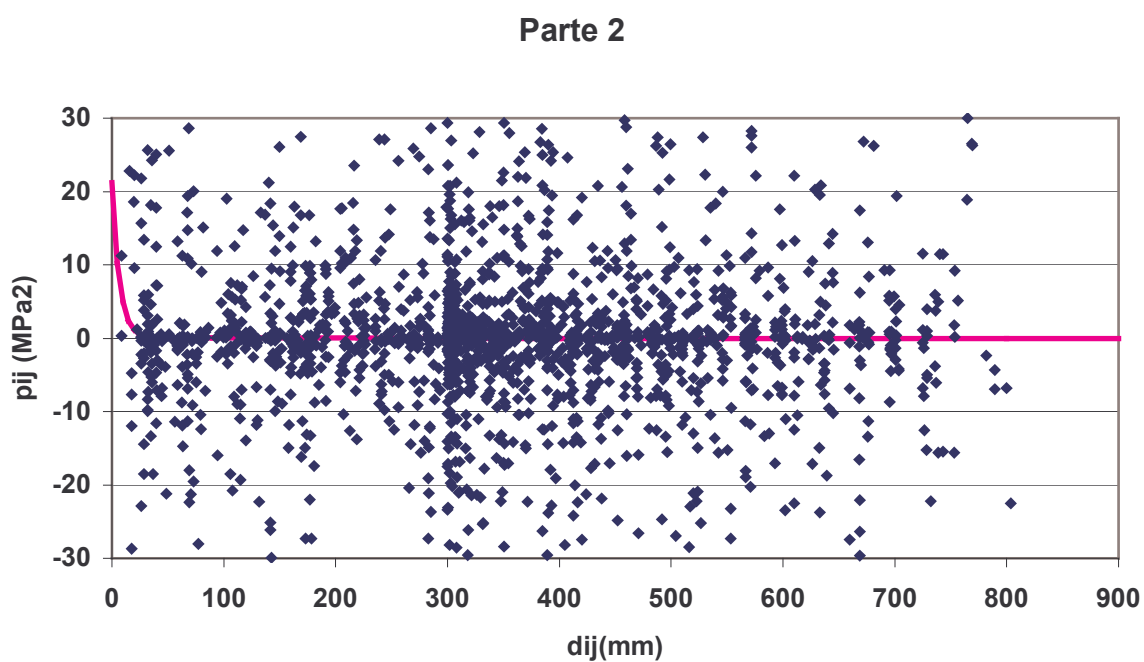


Figura 6.5 Relação entre os produtos p_{ij} e as distancias d_{ij} na parte 2 da chapa

Tabela 6-5 Valores dos parâmetros A_0 e c

	A_0 (MPa ²)	c (mm)
Parte 1 da chapa	26,19	14,11
Parte 2 da chapa	21,20	6,84

Dos resultados obtidos resulta que na resistência à tração existe influência da distância entre os corpos de prova. Nos dois casos se pode observar que para distâncias pequenas entre os corpos de prova a função que ajusta os resultados é positiva mostrando que existe influência da proximidade. Estes resultados são coerentes com a existência de um comprimento característico do material, que tenha relação com o tamanho do grão do aço.

7. CONCLUSÕES

O objetivo principal da pesquisa é analisar a influência conjunta do tamanho e da velocidade de deformação nas propriedades mecânicas do aço, procurando determinar a possível existência de acoplamento produzido com a variação conjunta dos dois parâmetros. A pesquisa inclui a análise teórica do assunto e um estudo experimental.

As principais conclusões da análise teórica são:

- e) A mecânica elástica linear de fratura, que aceita as equações da mecânica dos meios contínuos proporciona uma interpretação do efeito de tamanho limitada, que muitas vezes se aparta significativamente dos resultados experimentais.
- f) O conceito de comprimento característico do material é de fundamental importância para interpretar melhor o efeito de tamanho. Sua utilização permite uma maior aproximação ao comportamento dos materiais.
- g) A forma geral da função f correspondente a este efeito, para um material com um comprimento característico, tem a forma da expressão (3-7) e para um material com dois comprimentos característicos, tem a forma da expressão (3-18).
- h) Os principais modelos que interpretam o efeito de tamanho aceitam, em forma explícita ou implícita, a existência de um, ou mais de um, comprimento característico. Esta afirmação é válida para todos os critérios analisados incluindo os métodos numéricos que geralmente realizam simulações, para corpos de prova de distintos tamanhos, empregando elementos de dimensões constantes.
- i) Para analisar o efeito produzido pela velocidade de deformação pode por analogia supor-se a existência de uma, ou mais de uma, velocidade de deformação característica do material.
- j) Por analogia a forma geral da função f que define o efeito produzido pela velocidade de deformação tem também a forma das expressões (3-7) e (3-18) substituindo comprimentos por velocidades de deformação.
- k) Os modelos que interpretam o efeito da velocidade de deformação também podem ser expressados na forma da expressão (3-7) referida às velocidades de deformação.

l) Quando se analisa o efeito conjunto do tamanho e da velocidade de deformação para um material com um comprimento característico e uma velocidade de deformação característica a forma geral que tem a função f corresponde à expressão (3-26).

m) Se o material tem somente um comprimento característico ou uma velocidade de deformação característica os dois efeitos serão desacoplados, ou seja que para que exista acoplamento tem que ter pelo menos um comprimento característico e uma velocidade de deformação característica.

n) Os dois efeitos são normalmente estudados em forma separada, como acontece nas referencias bibliográficas analisadas. Nestas condições as expressões que resultam para o efeito conjunto tem a forma da (3-26) e são desacopladas nas duas variáveis consideradas.

O estudo experimental se realiza com 130 corpos de prova de diferentes tamanhos, ensaiados com diferentes velocidades de deformação obtendo resultados de distintas variáveis (resistência a tração, deformação de ruptura, energia consumida por unidade de volume, deformação correspondente à resistência a tração e relação do diâmetro na zona de escoamento com o diâmetro inicial do corpo de prova). Os corpos de prova são extraídos duma única chapa grossa de aço. Os primeiros cortes da chapa são realizados em Passo Fundo, o usinado dos corpos de prova em Montevideú e os ensaios na Universidade Federal de Rio Grande do Sul e na Universidad Nacional de Tucumán.

As principais conclusões do estudo experimental são:

e) Quando aumenta o tamanho dos corpos de prova a resistência a tração e a redução da área na zona de escoamento diminuem.

f) A deformação de ruptura, a energia consumida por unidade de volume e a deformação correspondente à resistência a tração atingem um máximo para valores intermédios do diâmetro e diminuem para os menores e maiores tamanhos dos corpos de prova.

g) Quando aumenta a velocidade de deformação a resistência a tração e a energia consumida por unidade de volume aumentam.

h) A deformação de ruptura e a deformação correspondente à resistência a

tração atingem um mínimo para valores intermédios da velocidade de deformação e aumentam para as menores e maiores velocidades de deformação empregadas.

i) Quando varia a velocidade de deformação a redução da área na zona de escoamento não apresenta diferenças significativas.

j) A resistência a tração, a deformação de ruptura, a energia consumida por unidade de volume e a deformação correspondente à resistência a tração aumentam quando a posição na chapa da que é extraído o corpo de prova (posição na espessura e região) está próxima a seus bordos. A redução da área na zona de escoamento não apresenta diferenças significativas quando varia a posição do corpo de prova.

k) A influência da interação entre a velocidade de deformação e o tamanho dos corpos de prova é claramente significativa para a resistência a tração e a deformação correspondente à resistência a tração, apenas significativa para a deformação de ruptura e a energia consumida por unidade de volume e não significativa para a redução da área na zona de escoamento.

l) As expressões de Weibull (3-8), Bazant (3-11) e (3-12) e de Carpinteri (3-13) para o efeito de tamanho, empregadas para aproximar os resultados da resistência a tração, obtidos no estúdio experimental mostram proximidade e valores muito próximos da soma de quadrados dos resíduos resultantes.

m) A expressão do CEB (3-35) para o efeito da velocidade de deformação, empregada para aproximar os resultados da resistência a tração obtidos no estúdio experimental, mostra um bom ajuste.

n) Quando são analisados em conjunto os dois efeitos, com expressões não acopladas (3-8 e 3-35), (3-11 e 3-35), (3-12 e 3-35) e (3-13 e 3-35) a expressão de Weibull-CEB mostra menores valores da soma de quadrados dos resíduos seguida pela de Carpinteri-CEB.

o) Um novo critério (expressão 6-13) incorporando termos que permitem interpretar o acoplamento dos dois efeitos obtém melhores resultados. Com base na expressão de Weibull-CEB reduz a soma de quadrados dos resíduos em 20% e com base na expressão de Carpinteri-CEB reduz em 23%.

p) Com base no novo critério (expressão 6-13), se são considerados diâmetros de 1 mm a 10 mm e velocidades de deformação de $5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ a 5 s^{-1} , a variação da

resistência a tração entre o máximo (diâmetro 1 mm e velocidade de deformação 5 s^{-1}) e o mínimo (diâmetro 10 mm e velocidade de deformação $5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) segundo o critério Weibull-CEB com acoplamento (Carpinteri-CEB com acoplamento) é de 20,59 % (22,57 %).

q) Para diâmetros entre 1 mm e 10 mm, com a velocidade de deformação de $5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ a variação da resistência a tração é respectivamente de 0,64% (1,64 %) porém com a velocidade de deformação de 5 s^{-1} a variação é de 5,62% (7,68 %).

r) Para velocidades de deformação entre $5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ e 5 s^{-1} , com o diâmetro 10 mm a variação é de 14,21% (13,83 %) porém com o diâmetro 1 mm a variação é de 19,85% (20,59 %).

s) Resultando que para resistência a tração existe acoplamento dos dois efeitos. Quando aumenta a velocidade de deformação e diminui o tamanho o acoplamento se acentua e quando diminui a velocidade de deformação e aumenta o tamanho o acoplamento se atenua.

t) Finalmente na análise da influência da distancia entre os corpos de prova na resistência a tração, se pode observar que os resultados experimentais mostram uma correlação dos resultados para distancias pequenas, resultado que são coerentes com a existência de um comprimento característico do material que esteja relacionado com o tamanho do grão do aço.

As conclusões da tese proporcionam maior informação teórica e experimental dos efeitos de tamanho e de velocidade de deformação nas propriedades mecânicas dos materiais. Particularmente para aço obtém-se resultados das características do fenômeno e de sua relevância, que podem contribuir para adotar decisões na consideração destes efeitos nas estruturas de aço.

REFERÊNCIAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1981, NBR 6673 , Produtos planos de aço - Determinação das propriedades mecânicas à tração.

Barenblatt G.I., 1962, The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, *Advanced applied mechanics* 7, 55-129.

Bazant Z.P., 1984, Size effect in blunt fracture: concrete rock, metal, *Journal of Engineering Mechanics* 110, p 518-535.

Bazant Z.P., 1993, Scaling laws in mechanics of failure, *Journal of Engineering Mechanics* 119(9), p 1828-1844.

Bazant Z.P., Chen E.P., 1997, Scaling of structural failure, *Appl Mech rev* vol 50, (10), p 593-627.

Bazant Z.P., Novak D. 1999, Energetic-statistical size effect in quasibrittle failure at crack initiation, Rep. Dept. of Civ. Eng. Northwestern University.

Bazant Z.P. , Novak D. ,2000a, Probabilistic nonlocal theory for quasibrittle fracture initiation and size effect. I: Theory, *Journal of Engineering Mechanics*, February p 166-174.

Bazant Z.P., Caner F.C., Adley M.D., Akers S.A., 2000b, Fracturing rate effect and creep in microplane model for dynamics, *Journal of Engineering Mechanics*, September p 962-970.

Carpinteri A., 1989, Decrease of apparent tensile and bending strength with specimen size: two different explanations based on fracture mechanics, *Int. J. Solids Structures* Vol 25, N 4, p 407-429.

Carpinteri A., 1994, Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials, *Int. J. Solids Structures* Vol 31, N 3, p 291-302.

Carpinteri A., Chiaia B., Ferro G., 1995, Size effects on nominal tensile strength of concrete structures: multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder, *Materials and Structures*, 28 p 311-317.

CEB-FIP Model Code 1990, Bulletin d'information 213-214, Comité Euro-international du béton.

CEB 1988, Concrete structures under impact and impulsive loading, Bulletin

d'information 187, synthesis report, Comite Euro-international du beton.

Da Vinci Leonardo (1500s) Notebooks of Leonardo da Vinci, Edward Mc Curdy, 1945 ,London 546 e Les Manuscrits de Leonard de Vinci, Inst de France, 1881-91, Vol 3.

Docherty J. G. 1932, Bending test on geometrically similar notched bars specimens, Engineering 133, 645-647.

Dugdale D. S., 1960, Yielding of steel sheets containing slits, Journal of the mechanics and physics of solids 8, 100-104.

Galileo Galilei, 1638, Discorsi i Dimostrazioni Matematiche intorno a due Nuove Scienze, Elsevirii Leiden , 1730 ,p 178-181.

Gdoutos E. E. 1996, Fracture mechanics, Kluwer academic publishers, Dordrecht Netherlands.

Griffith A. A., 1921, The phenomena of rupture and flow in solids, Philosophical transactions of the Royal Society of London, A 221, 163-198.

Griffith A. A., 1924, The theory of rupture, Proceedings of First International Congress of Applied Mechanics, Delft, 53-63.

Hillerborg A., Mod er M., Petersson P. 1976, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, Cement and Concrete Research vol 6 p 773-782.

Inglis C. E., 1913, Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners, Transactions of the Institute of Naval Architects 55, 219-241.

Irwin G. R., 1958, Fracture, Encyclopedia of Physics Vol VI, Elasticity and Plasticity , Ed. S Flugge, Springer-Verlag , p 551-590.

Irwin G. R., 1960, Plastic zone near a crack tip and fracture toughness, Proceedings of the seventh sagamore ordnance material conference, IV 63-78.

Iturrioz I. 1995, Aplica o do m todo dos elementos discretos ao estudo de estruturas laminares de concreto, Tese de doutorado UFRGS, CPGEC, Brasil.

Jordan T. e Malmberg T. 1999, Failure of the reactor pressure vessel head under impact loading: experiments on scale influence. Trans. SMIRT 15, Seoul, Korea L01/5, X-41-X52.

Kittl P., Diaz G., 1988, Statistics or probabilistic strength of materials: state of the art, *International Journal of structural mechanics and materials science*, vol 24 p 99 a 207.

Kommers J. B., 1912, *International Association for testing materials*, 4A, 4B.

Malmberg T., Krompholz K., Solomos G., Aifantis E. 1999, Investigations on size effects in ferritic and austenitic materials, *Trans. SMIRT 15*, Seoul, Korea L06/5, X-299-X306.

Malmberg T., Tsagrakis I., Eleftheriadis I., Aifantis E., Krompholz K., Solomos G. 2001, Gradient plasticity approach to size effects *Trans. Smirt 16*, Washington USA Paper 1220.

Mariotte E., 1686, *Traité du mouvement des eaux*, de la Hire M., London 1718 249p.

Mihashi H., 1997, Influence of material structure on size effect law of concrete structures, *Transactions of SMIRT 14*, Lyon France.

Nanni L. F., Ribeiro J. L., 1992, *Planejamento e avaliação de experimentos*, Curso de pós graduação em Engenharia Civil, UFRGS Porto Alegre, Brasil 194p.

Nayfeh A., Hefzy M., 1978 Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures. *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics* vol 16 N 8 p 779-787.

Paris P. C. e Sih G. C., 1965 Stress analysis of cracks, *Fracture Toughness testing and its applications*, ASTM STP 381, 30-77.

Rice J. R., 1968 A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and craks, *Trans ASME, J. Appl. Mech.* 35 p379-386.

Riera J.D., 1986, Efectos de escala en la capacidad de carga de elementos estructurales de hormigón, *Memorias de La ingenieria estructural sudamericana en la decada del 80*, Homenaje al Ing. Julio Ricaldoni Montevideo.

Rios R., Riera J.D. 2002 *Consideração do efeito de escala em estruturas de concreto*, Anais das XXX Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estrutural, Brasilia, Brasil.

Rocha M. M. 1989, *Ruptura e efeito de escala em materiais não homogêneos*. Tese M. SC. CPGEC UFRGS Brasil.

Shank M. E. 1957, *Control of steel constructions to avoid brittle failure*, Mac printing co Easton Pa, USA.

Sih G. C. e Liebowitz H., 1968 *Mathematical theories of brittle fracture*, *Fracture an*

advanced treatise, Vol II, Ed. H. Liebowitz Academic Press, New York.

Sneddon I. N. 1946 The distribution of stress in the neighborhood of a crack in a elastic solid Proc. R. soc. Lond. A, 187, 229-260.

Solomos G., Albertini C., Labibes K., Pizzinato V. e Viacoz B. 2001. Strain rate effects of nuclear steels in room and higher temperatures. Transactions SMIIRT 16 Washington DC, Paper 1356.

Stanton T. E. e Batson R. G. C., 1921 Proceedings of the Institute of civil Engineers, 211, 67-100.

Todhunter I. e Pearson K., 1986, History of the theory of the elasticity and of the strength of materials, Cambridge, University Press, Sections 1503, e 936.

van Mier J.G.M., 1995, Fracture mechanics of concrete: will applications start to emerge ?, Heron vol 40, Num 2.

Weibull W., 1939, A statistical theory of the strength of materials, Proceedings 151, Royal Swedish Inst. Eng.

Wells A. A., 1961, Unstable crack propagation in metals- cleavage and fast fracture, Crandfield crack propagation symp, 1, 210-230.

ANEXO

Resultados do estudo experimental

DADOS	Diâmetro	2mm	Regiões numéricas	Regiões alfabéticas	Posição na espessura	R _t (MPa)	Deformação de ruptura (%)	Energia por volume (MPa)	Deformação de R _t (%)	Redução da área (%)
a1	v1	Z1	Za	Za	h2	431,47	23,02	91,38	11,67	66,59
a2	v2	Z2	Zc	Zc	h2	433,32	20,09	78,63	12,34	66,24
a3	v3	Z3	Ze	Ze	h2	449,39	18,93	76,11	11,35	69,31
a4	v4	Z4	Zb	Zb	h2	478,44	21,03	90,01	11,58	68,98
a5	v5	Z5	Zd	Zd	h2	483,25	20,43	88,41	11,54	65,89
b1	v5	Z1	Zb	Zb	h1	503,11	25,38	112,53	14,22	67,85
b2	v1	Z2	Zd	Zd	h1	422,1	23,83	90,82	13,87	68,98
b3	v2	Z3	Za	Za	h1	438,6	23,59	92,14	14,04	69,97
b4	v3	Z4	Zc	Zc	h1	455,29	20,96	85,67	11,42	65,78
b5	v4	Z5	Ze	Ze	h1	468,82	19,89	86,4	12,65	69,09
c1	v4	Z1	Zc	Zc	h5	468,87	21,39	88,91	11,15	64,6
c2	v5	Z2	Ze	Ze	h5	504,96	25,62	115,69	12,48	69,64
c3	v1	Z3	Zb	Zb	h5	419,99	23,06	86,06	13,35	66,01
c4	v2	Z4	Zd	Zd	h5	449,23	25,72	104,39	15,16	68,3
c5	v3	Z5	Za	Za	h5	460,54	22,26	91,49	14,32	65,66
d1	v3	Z1	Zd	Zd	h4	437,61	19,67	76,38	11,12	69,86
d2	v4	Z2	Za	Za	h4	475,79	23,76	100,21	13,78	68,86
d3	v5	Z3	Zc	Zc	h4	502,71	21,98	101	12,76	69,86
d4	v1	Z4	Ze	Ze	h4	429,74	21,44	83,18	13,12	68,42
d5	v2	Z5	Zb	Zb	h4	436,74	23,38	95,73	14,44	69,31
e1	v2	Z1	Ze	Ze	h3	439,8	21,41	84,85	14,84	68,86
e2	v3	Z2	Zb	Zb	h3	438,41	16,15	63,38	9,83	72,65
e3	v4	Z3	Zd	Zd	h3	477,73	21,06	89,99	11,26	68,19
e4	v5	Z4	Za	Za	h3	494,03	20,68	92,48	12,58	70,52
e5	v1	Z5	Zc	Zc	h3	415,9	17,24	64,32	10,5	70,19

DADOS	Diâmetro	5mm	Regiões numéricas	Regiões alfabéticas	Posição na espessura	R _t (MPa)	Deformação de ruptura (%)	Energia por volume (MPa)	Deformação de R _t (%)	Redução da área (%)
a1	v4	Z1	Za	Za	h1	464,02	27,24	127,89	16,46	69,09
a2	v5	Z2	Zc	Zc	h1	482,15	26,73	116,21	14,84	66,71
a3	v1	Z3	Ze	Ze	h1	421,39	26,73	100,95	15,91	68,98
a4	v2	Z4	Zb	Zb	h1	439,92	24,94	100,28	15,13	67,28
a5	v3	Z5	Zd	Zd	h1	451,73	26,69	108,56	14,61	67,05
b1	v3	Z1	Zb	Zb	h5	447,69	26,54	106,21	15,46	66,94
b2	v4	Z2	Zd	Zd	h5	461,37	23,97	98,35	14,78	64,48
b3	v5	Z3	Za	Za	h5	487,82	25,06	110,62	16,48	64
b4	v1	Z4	Zc	Zc	h5	430,32	24,28	94,76	15,11	65,07
b5	v2	Z5	Ze	Ze	h5	446,43	23,88	96,38	14,92	66,48
c1	v2	Z1	Zc	Zc	h4	431,27	21,36	81,97	13,64	64,36
c2	v3	Z2	Ze	Ze	h4	449,03	26,64	107,12	15,64	66,71
c3	v4	Z3	Zb	Zb	h4	463,18	24,7	102,09	15,08	69,09
c4	v5	Z4	Zd	Zd	h4	486,93	25,09	109,76	16,03	68,64
c5	v1	Z5	Za	Za	h4	417,79	24,77	92,72	15,59	62,05
d1	v1	Z1	Zd	Zd	h3	414,62	24,31	90,33	14,96	65,78
d2	v2	Z2	Za	Za	h3	433,18	21,31	81,33	13,83	65,54
d3	v3	Z3	Zc	Zc	h3	440,05	21,25	75,6	12,07	63,76
d4	v4	Z4	Ze	Ze	h3	460,29	21,45	87,52	12,85	66,71
d5	v5	Z5	Zb	Zb	h3	488,85	20,24	89,12	12,46	61,56
e1	v5	Z1	Ze	Ze	h2	480,1	25,67	111,7	16,42	66,59
e2	v1	Z2	Zb	Zb	h2	420,67	22,94	88,61	14,63	66,94
e3	v2	Z3	Zd	Zd	h2	432,47	25,11	97,32	15,75	66,48
e4	v3	Z4	Za	Za	h2	445,16	27,78	111,39	15,55	66,94
e5	v4	Z5	Zc	Zc	h2	463,53	25,51	105,52	15,44	66,48

Zona	Diâmetro		10mm		Regiões alfabéticas	Posição na espessura	R _t (MPa)	Deformação de ruptura (%)	Energia por volume (MPa)	Deformação de R _t (%)	Redução da área (%)
	Velocidade		Regiões numéricas								
a1	v5		Z1		Za	h4	481,11	26,48	114,11	15,12	62,79
a2	v1		Z2		Zc	h4	422,97	26,04	100,51	16,02	63,16
a3	v2		Z3		Ze	h4	438,09	27,55	110,41	15,23	63,16
a4	v3		Z4		Zb	h4	441,5	27,58	109,82	15,78	66,36
a5	v4		Z5		Zd	h4	457,46	25,88	106,29	14,3	66,94
b1	v4		Z1		Zb	h3	461,98	27,17	113,04	14,5	66,36
b2	v5		Z2		Zd	h3	466	25,4	88,02	12,59	64,48
b3	v1		Z3		Za	h3	425,58	26,64	102,82	17,01	61,31
b4	v2		Z4		Zc	h3	425,96	23,44	90,02	13,98	66,71
b5	v3		Z5		Ze	h3	445,17	23,76	94,72	14,42	62,55
c1	v3		Z1		Zc	h2	440,51	27,99	110,95	16,01	66,48
c2	v4		Z2		Ze	h2	455,5	25,52	103,24	15,06	66,36
c3	v5		Z3		Zb	h2	475,75	30,29	130,04	17,41	64,95
c4	v1		Z4		Zd	h2	415,75	28,6	107,72	17,87	63,64
c5	v2		Z5		Za	h2	423,04	29,51	113,42	16,64	63,88
d1	v2		Z1		Zd	h1	436,08	31,43	125,14	16,77	66,36
d2	v3		Z2		Za	h1	440,07	27,98	111,61	14,56	66,59
d3	v4		Z3		Zc	h1	454,63	26,74	109,74	14,66	64,24
d4	v5		Z4		Ze	h1	475,67	28,1	120,76	15,29	63,03
d5	v1		Z5		Zb	h1	418,13	28,76	109,62	17,11	62,18
e1	v1		Z1		Ze	h5	413,4	29,81	112,78	17,3	67,4
e2	v2		Z2		Zb	h5	435,06	29,94	118,37	16,84	66,13
e3	v3		Z3		Zd	h5	446,63	27,59	111,21	15,24	67,4
e4	v4		Z4		Za	h5	469,96	27,03	114,73	14,13	66,36
e5	v5		Z5		Zc	h5	475,86	28,06	120,06	16,19	63,52

DADOS	Diâmetro	15mm	Regiões numéricas	Regiões alfabéticas	Posição na espessura	R _i (MPa)	Deformação de ruptura (%)	Energia por volume (MPa)	Deformação de R _i (%)	Redução da área (%)
a1	v3	Z1	Za	Za	h3	437,24	27,09	105,73	15,95	62,05
a2	v4	Z2	Zc	Zc	h3	451,79	25,24	100,75	14,67	64,48
a3	v5	Z3	Ze	Ze	h3	472,12	25,91	109	14,26	66,01
a4	v1	Z4	Zb	Zb	h3	419,93	31,66	121,27	17,65	66,36
a5	v2	Z5	Zd	Zd	h3	424,5	25,34	96,05	15,26	59,68
b1	v2	Z1	Zb	Zb	h2	424,69	28,41	108,54	16,71	61,44
b2	v3	Z2	Zd	Zd	h2	436,03	26,99	105,41	14,49	66,01
b3	v4	Z3	Za	Za	h2	456,2	28,98	118,77	15,99	64,6
b4	v5	Z4	Zc	Zc	h2	467,31	28,22	118,58	15,47	66,71
b5	v1	Z5	Ze	Ze	h2	415,88	28,01	105,5	17,83	67,51
c1	v1	Z1	Zc	Zc	h1	416,86	29,82	113,56	16,62	62,42
c2	v2	Z2	Ze	Ze	h1	429,7	28,73	111,76	15,87	69,09
c3	v3	Z3	Zb	Zb	h1	445,69	28,1	113,08	14,87	67,62
c4	v4	Z4	Zd	Zd	h1	464,05	29,35	122,76	14,73	66,71
c5	v5	Z5	Za	Za	h1	470,84	27,51	116,49	16,24	66,01
d1	v5	Z1	Zd	Zd	h5	472,99	30,58	130,74	15,85	66,01
d2	v1	Z2	Za	Za	h5	419,63	30,05	115,56	16,1	59,8
d3	v2	Z3	Zc	Zc	h5	428,86	28,53	110,82	15,79	69,09
d4	v3	Z4	Ze	Ze	h5	446,59	29,67	119,45	16,03	62,67
d5	v4	Z5	Zb	Zb	h5	461,49	28,73	119,35	14,91	63,76
e1	v4	Z1	Ze	Ze	h4	460,05	27,05	111,24	16,14	63,64
e2	v5	Z2	Zb	Zb	h4	468,92	31,08	131,61	15,86	66,13
e3	v1	Z3	Zd	Zd	h4	417,46	31,27	120,05	16,72	63,16
e4	v2	Z4	Za	Za	h4	431,39	31,5	123,21	16,39	65,31
e5	v3	Z5	Zc	Zc	h4	442,67	26,89	107,18	15,12	61,19

DADOS	Diâmetro	20mm	Regiões numéricas	Regiões alfabéticas	Posição na espessura	R _i (MPa)	Deformação de ruptura (%)	Energia por volume (MPa)	Deformação de R _i (%)	Redução da área (%)
a1	v2	Z1	Za	Za	h5	429,15	29,27	114,25	14,79	67,05
a2	v3	Z2	Zc	Zc	h5	437,94	26,72	106,03	12,81	66,36
a3	v4	Z3	Ze	Ze	h5	459,71	29,18	120,87	15,25	66,71
a4	v5	Z4	Zb	Zb	h5	476,25	27,65	118,12	15,38	66,59
a5	v1	Z5	Zd	Zd	h5	421,25	28,5	108,98	16,37	69,09
b1	v1	Z1	Zb	Zb	h4	420,18	25,56	97,46	14,61	66,36
b2	v2	Z2	Zd	Zd	h4	429,43	25,61	99,54	14,03	65,43
b3	v3	Z3	Za	Za	h4	438,7	27,09	107,41	13,29	66,94
b4	v4	Z4	Zc	Zc	h4	454,85	24,54	98,4	15,03	65,31
b5	v5	Z5	Ze	Ze	h4	470,9	26,52	111,26	15,28	64,48
c1	v5	Z1	Zc	Zc	h3	467,43	24,57	101,53	14,36	63,76
c2	v1	Z2	Ze	Ze	h3	416,56	21,3	79,58	13,61	65,54
c3	v2	Z3	Zb	Zb	h3	427,71	27,04	104,56	14,6	63,88
c4	v3	Z4	Zd	Zd	h3	443,7	23,46	94,1	12,65	64,36
c5	v4	Z5	Za	Za	h3	453,05	23,81	95,34	14,32	65,19
d1	v4	Z1	Zd	Zd	h2	453,64	25,22	101,77	15,66	63,28
d2	v5	Z2	Za	Za	h2	462,16	28,22	115,28	16,2	65,66
d3	v1	Z3	Zc	Zc	h2	412,61	28,49	103,2	15,29	66,82
d4	v2	Z4	Ze	Ze	h2	422,67	25,94	99,24	13,76	68,53
d5	v3	Z5	Zb	Zb	h2	431,11	27,11	105,51	13,19	66,24
e1	v3	Z1	Ze	Ze	h1	439,75	26,38	104,61	13,59	64,12
e2	v4	Z2	Zb	Zb	h1	454,29	27,13	110,74	15,15	66,59
e3	v5	Z3	Zd	Zd	h1	468,95	28,94	121,76	15,71	65,07
e4	v1	Z4	Za	Za	h1	424,2	28,48	108,49	17,5	66,36
e5	v2	Z5	Zc	Zc	h1	422,01	27,04	103,61	13,48	64,24

DADOS	Diâmetro	35mm	Regiões numéricas	Regiões alfabéticas	Posição na espessura	R _t (MPa)	Deformação de ruptura (%)	Energia por volume (MPa)	Deformação de R _t (%)	Redução da área (%)
F1	v2		Z1		h3	425,73	27,61	105,67	14,41	60,81
F2	v2		Z2		h3	418,48	23,57	87,89	14,21	62,91
F3	v3		Z3		h3	439,25	24,82	97,45	15,58	62,05
F4	v1		Z4		h3	417,65	26,13	99,11	14,88	62,55
F5	v3		Z5		h3	436,78	23,76	91,84	14,97	61,68

	<p>FUNDAÇÃO LUIZ ENGLERT</p> <p>LABORATÓRIO DE METALURGIA FÍSICA</p> <p>Av. Osvaldo Aranha 99, sala 610</p> <p>CEP: 90035-190 - Porto Alegre – RS – Brasil</p> <p>Fone/FAX : (51) 3316-3565</p>	 <p>LAMEF</p>
---	---	---

ANÁLISE QUÍMICA

SOLICITANTE

Sr. Atílio Morquio

E-mail: atilio@fing.edu.uy

PADRÃO DE REFERÊNCIA

Equipamento: Espectrômetro de Emissão Óptica

Fabricante: SPECTRO Modelo: Spectrolab

INFORMAÇÕES GERAIS

Ambiente de Ensaio: Temp. 20° C.

Procedimento de Ensaio:

Data do Ensaio: 29/04/2003

Data de Emissão: 29/04/2003

METODOLOGIA

Os resultados da análise química estão apresentados em forma de tabela que mostram a média de quatro queimas realizadas na amostra. Na tabela II é relacionada para fins comparativos, a composição química referente à norma A36 (ASTM).

RESULTADO

Tabela I – Resultados das análises químicas

COMPOSIÇÃO QUÍMICA (% EM PESO)									
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	Al
Média	0,15	0,20	0,96	0,02	0,01	0,006	<0,005	0,01	0,03

COMPOSIÇÃO QUÍMICA (% EM PESO)									
	Co	Cu	Nb	Ti	V	W	Pb	Sn	B
Média	<0,01	<0,01	0,001	0,001	<0,001	<0,01	<0,002	<0,001	<0,0001

Tabela II – A 36(ASTM)

COMPOSIÇÃO QUÍMICA (% EM PESO)			
C	Mn	P	S
0,29 Max.	0,85 – 1,20	0,040 Max.	0,050 Max.

SOLICITANTE: Sr Atilio Morquio
E-mail: atilio@fing.edu.uy

DESCRIÇÃO

Foi recebido para análise microestrutural um corpo de prova. Para tal, a peça foi cortada a fim de se retirar uma amostra. Esta amostra foi embutida, lixada, polida e atacada quimicamente. O ataque usado foi Nital 3%. O corpo de prova apresentou uma microestrutura bandeada de perlita (região escura) e ferrita (região clara), como mostram as figuras 1 e 2.

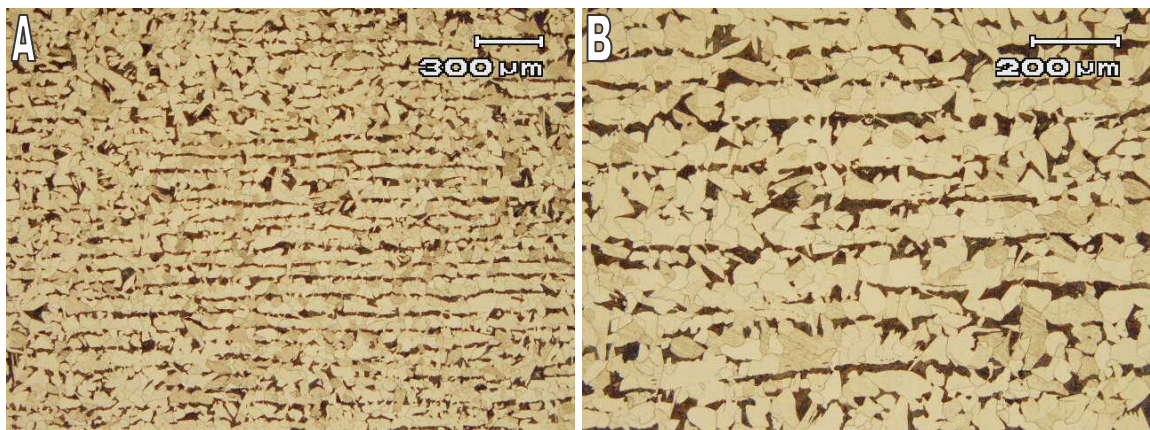


Figura 1: Micrografia mostrando a microestrutura bandeada de perlita e ferrita.

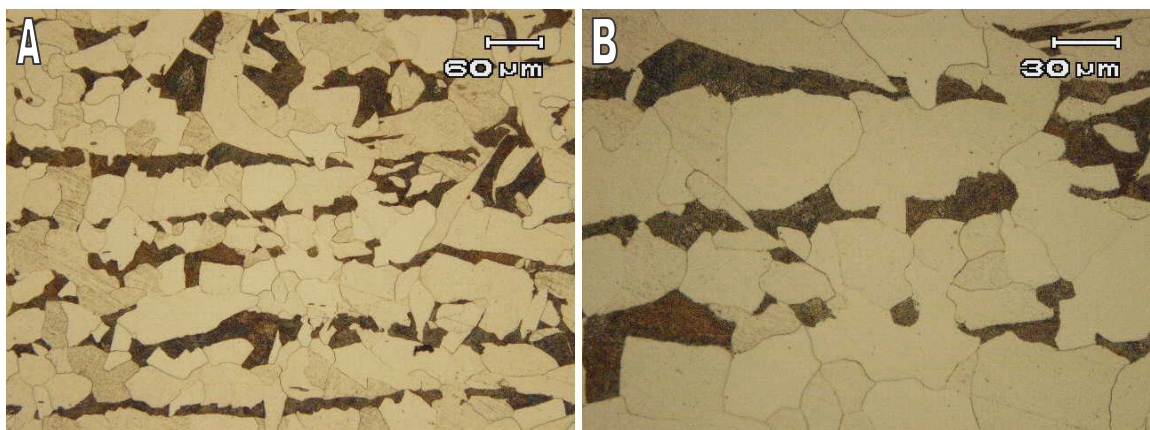


Figura 2: Micrografia mostrando a microestrutura bandeada de perlita e ferrita. Observa-se que o tamanho do grão encontrado se manteve aproximadamente entre 30 a 50 μm

Porto Alegre, 6 de Maio de 2003.

Zona A3, Diâmetro 10mm, Velocidade V2

