UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

A LINGUAGEM LOGO COMO POSSIBILIDADE DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Marília Luiza Matte

PORTO ALEGRE

2011/2

A LINGUAGEM LOGO COMO POSSIBILIDADE DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Trabalho apresentado junto ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Marília Luiza Matte

PORTO ALEGRE

2011/2

A LINGUAGEM LOGO COMO POSSIBILIDADE DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Trabalho apresentado junto ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Banca examinadora:

____

Prof. Dra. Elisabete Zardo Búrigo
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – UFRGS

____

Prof. Dra. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – UFRGS

Porto Alegre, dezembro de 2011.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Marcus Basso, pelo apoio durante a realização deste trabalho e em tantos outros momentos durante minha graduação.

Às professoras Elisabete Búrigo e Márcia Notare, componentes da banca examinadora.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul e ao Instituto de Matemática pelo ensino de excelência.

Às colegas Camila e Fernanda, pelo auxílio durante a coleta de dados.

À minha mãe Beatriz, ao meu pai Carlos e à minha irmã Marine pelo amor e carinho e cujo suporte e incentivo foram determinantes para a conclusão do curso.

RESUMO

Neste trabalho, de caráter experimental, foram realizadas análises de acontecimentos ocorridos durante duas experiências com o uso do software SuperLogo 3.0: um minicurso para professores e oficinas para estudantes de Ensino Médio. O objetivo dessas análises foi discutir o potencial da linguagem de programação Logo e do software como ferramentas para a aprendizagem de conceitos de matemática, especialmente de geometria e trigonometria no Ensino Médio. A análise das informações coletadas nas duas ocasiões foi orientada pela teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e pelo Construcionismo de Seymour Papert, um dos desenvolvedores da linguagem Logo.

Palavras-chave: aprendizagem matemática; linguagem Logo; geometria; trigonometria; construcionismo; campos conceituais.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. MOTIVAÇÃO PARA O TRABALHO

Será o SuperLogo uma ferramenta obsoleta para o ensino de Matemática nos dias de hoje? Acreditando na resposta negativa a esta pergunta, propus-me a investigar sobre a validade da utilização do software SuperLogo 3.0 no Ensino Médio como ferramenta para o ensino e a aprendizagem de conceitos de geometria e trigonometria.

A ideia de realizar um trabalho de conclusão de curso a respeito deste tema partiu de experiências de sucesso que tive durante a graduação com o uso de diferentes softwares e ferramentas computacionais no ensino de Matemática. Já a opção pelo software SuperLogo deu-se devido a três aspectos fundamentais: a) ao meu gosto pelo software assim que entrei em contato com ele, o que ocorreu no primeiro semestre da graduação, na disciplina de “Computador na Matemática Elementar”; b) ao fato de que os conhecimentos colocados em prática no uso do software durante tal disciplina eram, em sua maioria, conhecimentos de matemática da Escola Básica, vistos durante o Ensino Médio e até Fundamental. O diferencial e interessante no trabalho desenvolvido durante a disciplina era o fato de que os conhecimentos básicos de matemática possibilitavam a descoberta e construção de conhecimentos completamente novos e, principalmente, c) à crença de que o SuperLogo constitui-se em uma potente ferramenta de aprendizagem, por possuir uma linguagem específica e um funcionamento que possibilita o ensaio e a experimentação.

Compartilho da opinião dos que defendem que o computador deva estar presente nas escolas e na rotina dos estudantes. Especialmente no ensino de Matemática, os softwares computacionais permitem a exploração de uma diversidade enorme de conceitos, e acredito que o SuperLogo seja um deles, com potencial para tornar a aprendizagem de trigonometria e geometria (entre outros conceitos) muito mais clara e concreta, na medida em que permite (e, eventualmente, exige) que se façam relações entre os dois conteúdos, hoje vistos na escola separadamente e sem vínculo.

A proposta desse trabalho com o SuperLogo consiste de uma série de atividades com a utilização do software, intercaladas, de acordo com a necessidade que se apresentar, com atividades sem o uso do computador (apêndices G e H). Isto é, atividades sobre geometria e trigonometria, mas cuja resolução é independente do software e da linguagem de programação Logo. As análises referentes a essa proposta baseiam-se na sua implementação em dois diferentes momentos: em um minicurso, oferecido a professores e estudantes de cursos de licenciatura, e em oficinas, realizadas com estudantes de Ensino Médio de uma escola estadual do município de Porto Alegre.

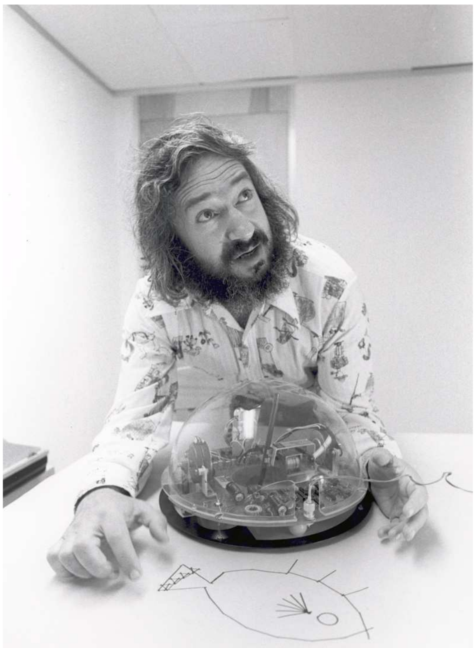
A coleta de dados durante o minicurso e as oficinas deu-se através de questionamentos aos participantes, seguindo, parcialmente, o método clínico piagetiano, e transcrição de suas falas. A análise dos dados coletados, por sua vez, baseia-se na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. Além disso, como complemento e suporte a uma análise mais específica a respeito da utilização do Logo para o aprendizado de matemática, acompanha a análise e interpretação dos dados coletados o Construcionismo de Seymour Papert, um dos criadores da linguagem Logo.

No próximo capítulo descrevo o funcionamento do software SuperLogo 3.0 e alguns comandos utilizados de forma recorrente da linguagem Logo. Também se encontra nesse capítulo um comentário acerca do ensino e da aprendizagem de geometria e trigonometria no Ensino Médio e possíveis contribuições do SuperLogo para tal. No capítulo 3 apresento, por meio da minha leitura, as bases teóricas nas quais me apoiei para o estudo e análises contidas neste trabalho, a saber, a teoria Construcionista de Seymour Papert e a teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. A descrição e as análises dos dois experimentos realizados com o SuperLogo 3.0 encontram-se no capítulo 4, o qual contempla também a descrição de um importante momento de reflexão pelo qual passei logo após a realização do minicurso para professores e licenciandos em Matemática. Os capítulos seguintes apresentam os resultados e conclusões obtidas com o trabalho realizado, bem como um material de apoio (apêndice A) aos interessados em obter mais informações a respeito das possibilidades da linguagem Logo e do software Superlogo 3.0.

2. A LINGUAGEM LOGO E O SOFTWARE SUPERLOGO 3.0

A linguagem de programação Logo foi desenvolvida no Massachusets Institute of Technology (MIT), sob a direção de Seymour Papert e Marvin Minsky, e teve sua primeira versão lançada em 1968. Segundo Papert (2008), “o *Logo* foi incentivado desde o início por uma perspectiva tipo Robin Hood de roubar a programação dos tecnologicamente privilegiados [...] e dá-lo às crianças” (p.170).

Inicialmente, a linguagem Logo era utilizada por um robô em formato de semi-esfera, a “Tartaruga de Chão”, que andava e girava, deixando um traço de caneta sobre o papel por onde se movimentava.



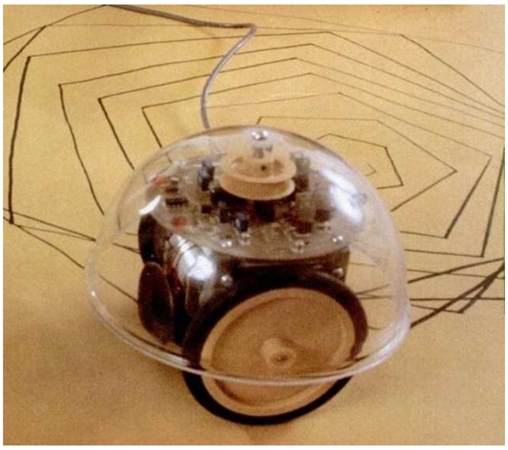


Figura 1: Seymour Papert e a Tartaruga de Chão, em duas das suas versões[1]

A partir de 1970, a linguagem Logo passou a funcionar juntamente com o software Logo que, ao longo do tempo, evolui e passou por diversas modificações.

> A Tartaruga é um animal cibernético controlado pelo computador. Ela existe dentro das miniculturas cognitivas do “ambiente LOGO”, sendo LOGO a linguagem computacional que usamos para nos comunicar com a Tartaruga. Essa Tartaruga serve ao único propósito de ser fácil de programar e boa para se pensar. Algumas Tartarugas são objetos abstratos que vivem nas telas dos computadores. Outras, como as Tartarugas que andam no chão, são objetos físicos e podem ser manuseadas como qualquer outro brinquedo mecânico. (PAPERT, 1985, p.26-27)

[1] Imagens retiradas do site <http://cyberneticzoo.com/?p=1711>, acesso em 19.11.2011.

À medida que os computadores tornavam-se acessíveis a um público maior, o Logo foi se disseminando, inicialmente nos Estados Unidos, e alcançando professores e alunos. Segundo Papert (2008), “As versões mais recentes do Logo são muito mais intuitivas para o usuário, flexíveis e fáceis de usar” (p. 66). Atualmente, a versão mais comumente utilizada é o SuperLogo 3.0, software disponível gratuitamente na internet para download[2], e cuja tradução para o português foi feita pelo Núcleo de Informática Educativa (NIED) da Universidade de Campinas (UNICAMP), em São Paulo.

A interface do SuperLogo 3.0 constitui-se de uma janela de comandos e uma janela gráfica principal. No centro da janela gráfica localiza-se um cursor, em formato de Tartaruga, que realiza os movimentos solicitados pelo usuário, ao inseri-los na janela de comandos. Há quem diga que o cursor da janela gráfica seja uma Tartaruga devido às semelhanças com a antiga Tartaruga de Chão, e também quem diga ser devido aos movimentos vagarosos que esse robô realizava; o verdadeiro motivo, porém, é desconhecido. Opto por me referir ao cursor do SuperLogo por *Tartaruga*, como nome próprio, mantendo a letra maiúscula inicial.

[2] Disponível em: <mdmat.mat.ufrgs.br/slogo30.exe>

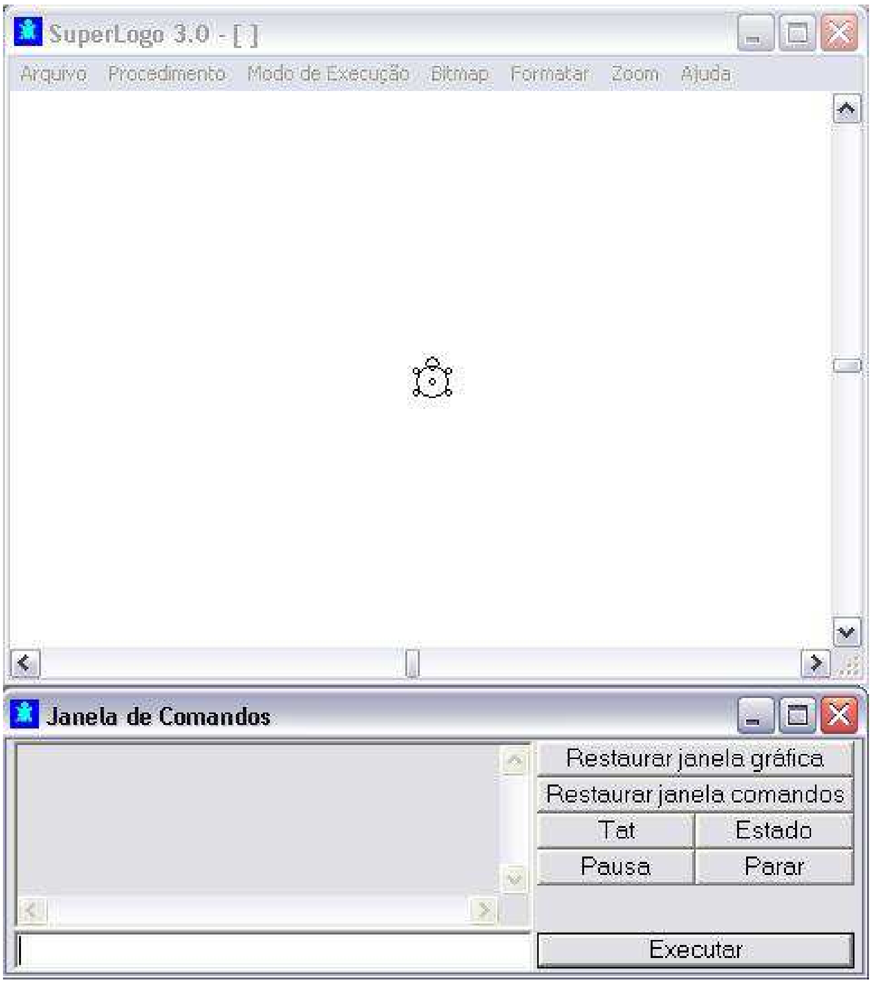


Figura 2: Interface do SuperLogo 3.0

No software SuperLogo, o usuário pode comandar a Tartaruga a partir das primitivas da linguagem Logo e pode também criar seus próprios procedimentos (ou programas) utilizando essas primitivas. A Tartaruga, por sua vez, executa na tela do computador as ordens dadas pelo usuário. Nesse sentido, é o usuário do SuperLogo quem está no comando; ao criar um novo procedimento, ele *ensina* à Tartaruga um novo movimento.

A linguagem Logo, também conhecida como linguagem da Tartaruga, é uma das características da *geometria da Tartaruga* (Papert, 1988). Além dessa, há outras propriedades importantes e essenciais para a compreensão do funcionamento da linguagem Logo: a posição e a orientação. A Tartaruga, unidade fundamental da geometria da Tartaruga, semelhante ao ponto na geometria Euclidiana, ocupa um lugar na tela do computador e volta-se para uma direção. Conforme Hoffman (2006),

> [...] ensiná-la [*a Tartaruga*][3] a agir e, até mesmo, a "pensar" possibilita a reflexão sobre nossas próprias ações e pensamentos. É comum ver as pessoas em interação

[3] Notas entre colchetes inseridas por mim.

com o SLOGO [*SuperLogo*] movimentando-se na cadeira, girando o pescoço, indicando com as mãos a direção a virar, como se estivessem se colocando no lugar da Tartaruga. (p.92)

Algumas das primitivas básicas da linguagem Logo, essenciais para os novos procedimentos que podem ser criados, são os comandos *pf <número>* ("para frente"), *pt <número>* ("para trás"), *pd <ângulo>* ("para direita") e *pe <ângulo>* ("para esquerda"). Na figura 3 abaixo, há um exemplo de sequência de comandos dados à Tartaruga, utilizando as primitivas *pf* e *pd*. Tais comandos são inseridos na janela de comandos do software e, ao acionar a tecla *Enter* ou clicar o botão *Executar*, são reproduzidos pela Tartaruga na janela principal.

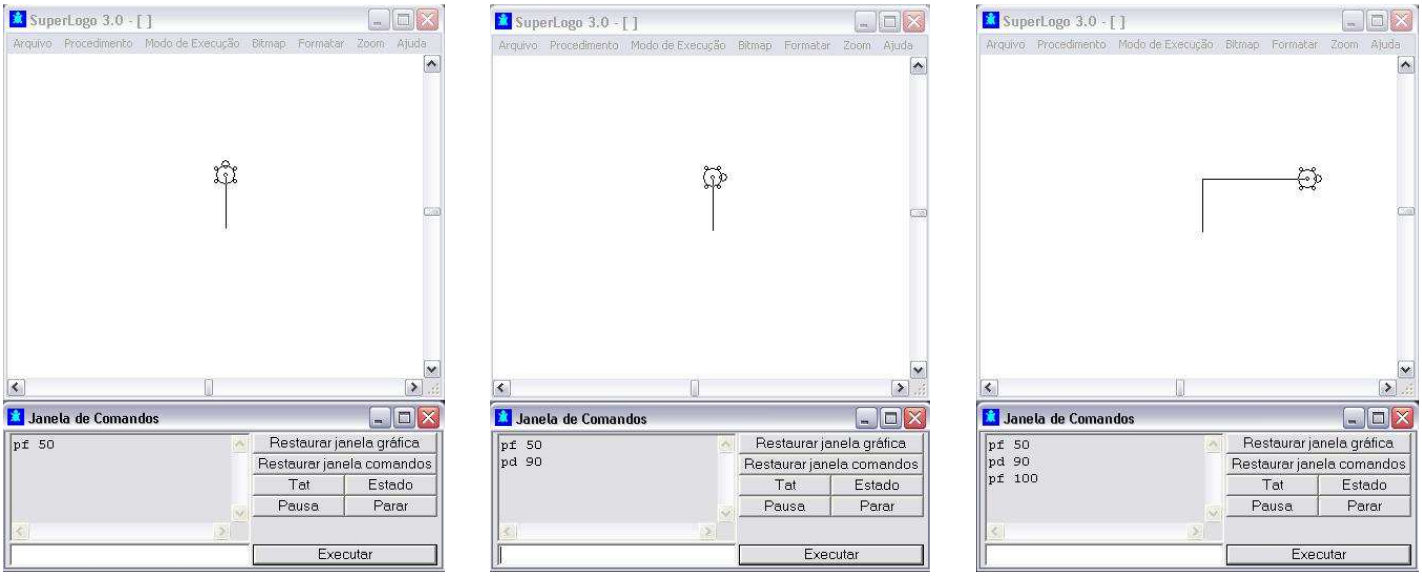


Figura 3: Sequência de primitivas no SuperLogo (comandos *pf e pd*)

Além das primitivas acima, as demais primitivas básicas da linguagem Logo podem ser consultadas na guia *Ajuda-Índice* do SuperLogo 3.0, que fornece uma síntese do funcionamento do comando procurado, bem como as variáveis envolvidas na execução.

A partir das primitivas básicas, o usuário do SuperLogo pode criar novos procedimentos, através da guia *Procedimento*, bem como editá-los pelo editor de procedimentos, localizado na mesma guia. A criação de um procedimento consiste em adicionar à lista de possíveis movimentos da Tartaruga um único comando que sintetize uma sequência de movimentos básicos, apenas inserindo na janela de comandos do software o nome desse comando e, eventualmente, valores para as variáveis, caso existam.

A figura 4 ilustra um exemplo de criação do procedimento *quadrado* no editor de procedimentos e sua execução pela Tartaruga:

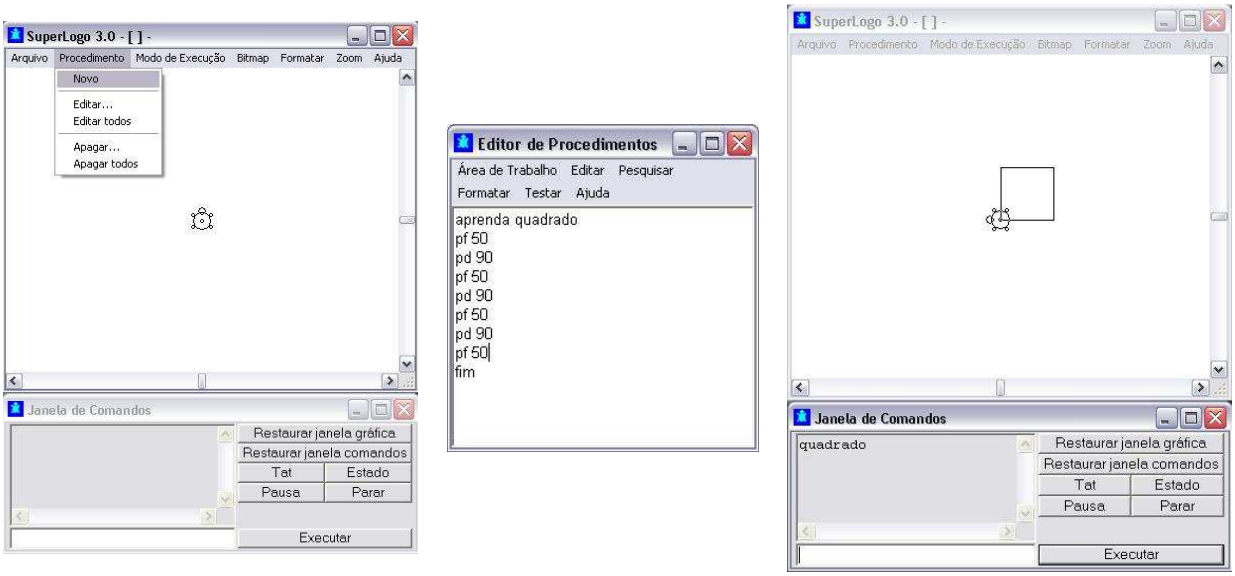


Figura 4: Criação e execução do procedimento *quadrado*.

No caso acima, ao digitar *quadrado* na janela de comandos, a Tartaruga reproduz na tela um quadrado com lado de medida 50.

Um procedimento parecido com o anterior pode envolver variáveis. Por exemplo, é possível criar um procedimento em que a Tartaruga desenhe um quadrado cuja medida do lado deva ser determinada pelo usuário. Para tanto, criamos o procedimento *quadrado2*, com medida do lado *l* variável. Nesse caso, no editor de procedimentos, o nome do procedimento deverá ser *quadrado2*, seguido da variável *l*, a ser indicada por *:l*. Assim:

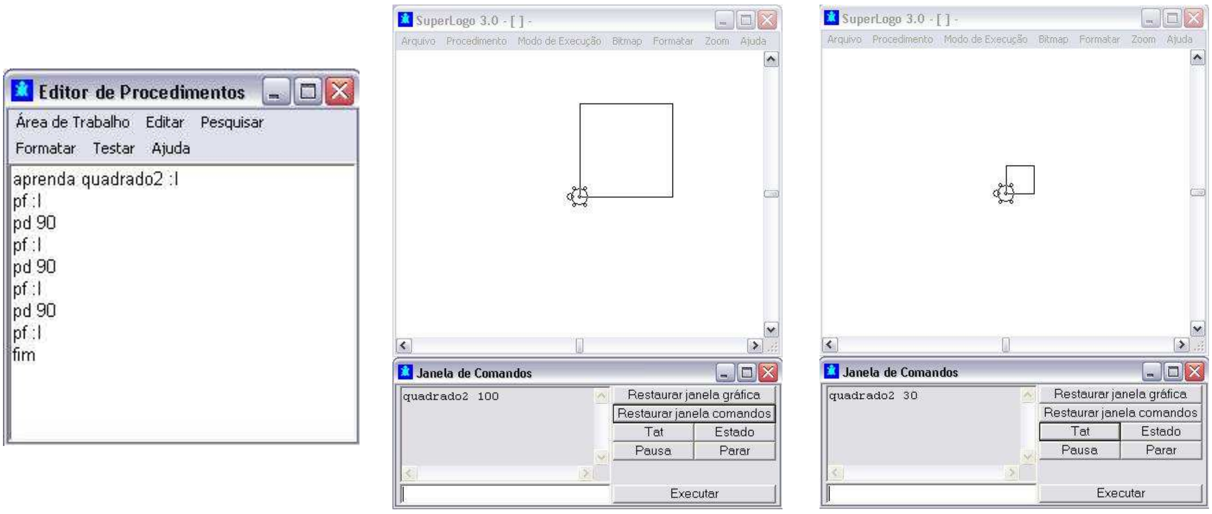


Figura 5: Procedimento com variável *l* e sua execução para *l* =100 e *l* =30

As primitivas básicas da linguagem Logo e os comandos mais recorrentes durante as atividades propostas no minicurso e nas oficinas (que serão apresentadas no Capítulo 4), bem como sua descrição, encontram-se na tabela 1 abaixo. No decorrer do texto, quando necessário para informar o significado de um comando, sua descrição constará também em notas de rodapé. Eventualmente, ao me referir a uma seqüência de comandos digitada na janela de comandos, utilizarei o hífen, para separar comandos independentes, isto é, que podem ser escritos em linhas diferentes, separados por *enter*. O espaço simples será utilizado para separar o nome do comando de seu parâmetro.

Tabela 1: Lista de comandos básicos da linguagem Logo e sua descrição

Comando	**Descrição**
pf <número>	Move a Tartaruga para frente a distância determinada
pt <número>	Move a Tartaruga para trás a distância determinada
pd <ângulo>	Gira a Tartaruga para a direita o ângulo determinado
pe <ângulo>	Gira a Tartaruga para a esquerda o ângulo determinado
repita n[*<comandos>*]	Repete *n* vezes os sequência de comandos contida nos colchetes
un	Torna o rastro da Tartaruga invisível
ub	Apaga a região da janela gráfica por onde a Tartaruga passar
ul	Torna o rastro da Tartaruga visível
circunferência <raio>	Traça uma circunferência de raio a determinar

2.1. Geometria e Trigonometria no Ensino Médio

Atualmente, a geometria encontra cada vez menos espaço nas escolas, e o pouco que ainda possui cede lugar cada vez mais à memorização de fórmulas, que não valorizam as verdadeiras ideias contidas nos raciocínios geométricos. Segundo Búrigo (1999): “O ensino da geometria, quando ocorre, fica reduzido ao cálculo de ângulos, comprimentos, áreas e volumes através da aplicação de fórmulas que não são descobertas nem verificadas e à representação algébrica dos lugares geométricos no plano cartesiano” (p.81).

Aprender geometria é desenvolver um pensamento e um raciocínio visual sem os quais a solução de outros problemas torna-se inviável. De acordo com Lorenzato (1995 *apud* SANTOS, 2005, p.13), “o desconhecimento da geometria produz uma interpretação incompleta do mundo, a redução na comunicação das idéias e a distorção da visão da matemática”.

Diante da importância do raciocínio geométrico e da visualização dos objetos, a linguagem Logo tem a capacidade de permitir que objetos sejam criados e visualizados a partir de construções matematicamente rigorosas. As propriedades geométricas das construções são evidenciadas nos comandos utilizados nos procedimentos, de modo que apenas fórmulas decoradas dificilmente permitirão ao usuário do SuperLogo reproduzir na janela do software o objetos que possui em mente. Nesse sentido, aprender geometria com o Logo possibilita aproximar-se da essência da geometria.

Com relação à trigonometria, minhas experiências em sala de aula através dos estágios e das disciplinas de Laboratório de Prática de Ensino-aprendizagem causaram-me a impressão de que se trata de um tema não muito apreciado pelos alunos. Também no Ensino Superior, me restringindo ao que pude verificar na implementação do trabalho com o SuperLogo no minicurso, as manifestações dos alunos costumam ser de receio e desinteresse com relação ao tema. Comumente no Ensino Médio os conteúdo de trigonometria e geometria são vistos em diferentes momentos. Porém, acredito que não haja motivos para se fazer tal separação, pelo menos não de modo a tratá-las como conteúdos independentes um do outro. Os Parâmetros e Referências Curriculares Nacionais (PCN) para esse nível de ensino sugerem uma distribuição dos temas que contemple geometria na 1ª e na 2ª séries (excluindo a geometria analítica) e trigonometria na 2ª série. Considero esta uma separação um pouco menos brutal, visto que normalmente nas escolas a trigonometria é vista na 2ª série e a geometria na 3ª série, como foi o caso das alunas participantes das oficinas.

Tabela 2: Sugestão de organização dos conteúdos de matemática do Ensino Médio

1ª série	2ª série	3ª série
1. Noção de função; funções analíticas e não-analíticas; análise gráfica; seqüências numéricas; função exponencial ou logarítmica. 1. Trigonometria do triângulo retângulo.	1. Funções seno, cosseno e tangente. 1. Trigonometria do triângulo qualquer e da primeira volta.	1. Taxas de variação de grandezas.
2. Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.	2. Geometria espacial: poliedros; sólidos redondos; propriedades relativas à posição; inscrição e circunscrição de sólidos. 2. Métrica: áreas e volumes; estimativas.	2. Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.
3. Estatística: descrição de dados; representações gráficas.	3. Estatística: análise de dados. 3. Contagem.	3. Probabilidade.

Fonte: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+)

No entanto, ainda assim acredito que essa separação dos conteúdos de geometria e trigonometria possa ser mais tênue, isto é, penso que poderia haver uma maior integração entre esses conteúdos. Primeiramente, penso que a trigonometria também pode adquirir sentido quando aplicada a um problema geométrico; ela não só pode fazer uso de conceitos de geometria como existir em função dos objetos geométricos. Como afirma Costa (s/d), ”[...] os diversos ramos da Matemática não se formaram nem evoluíram da mesma maneira e ao mesmo tempo, mas sim gradualmente. O desenvolvimento da trigonometria está intimamente ligado ao da geometria” (p.5).

Em segundo lugar, a linguagem Logo pode se mostrar muito eficiente no estabelecimento de vínculos entre a trigonometria e a geometria, uma vez que as construções dos objetos geométricos mais simples podem envolver conceitos e relações trigonométricas complexas, como é o caso da construção de um triângulo retângulo. A dificuldade na criação do procedimento irá depender da maneira que se deseja construí-lo e do conhecimento das informações imprescindíveis e das dispensáveis a essa construção. Isto é, conhecendo essas informações imprescindíveis e restringindo-as ao mínimo necessário, a dificuldade da construção aumenta.

Minha intenção não é julgar o modo como são tratados os conteúdos de geometria e trigonometria atualmente na escola como incorreto ou prejudicial aos alunos. O que estou sugerindo é que se aposte em alternativas que forneçam aos alunos ferramentas que tornem seu aprendizado mais proveitoso e significativo. E a linguagem Logo é um meio que permite trazer à tona elementos geométricos e trigonométricos que podem adquirir maior sentido quando trabalhados simultaneamente.

3. BASES TEÓRICAS

3.1. O Construcionismo e a Filosofia Logo

Seymour Papert, como já apresentado no capítulo anterior, é um dos responsáveis pela criação da linguagem de programação Logo. O desenvolvimento dessa linguagem, bem como do software Logo, foi orientado pelas ideias do *construcionismo*, segundo o próprio autor, sua "reconstrução pessoal do construtivismo" (PAPERT, 2008, p.137). Em seu trabalho no Massachusets Institute of Technology, Papert teve acesso a computadores e a possibilidade de vivenciar, segundo ele, muitas experiências divertidas e interessantes. Refletindo sobre essa situação, surgiu-lhe a ideia da criação de "linguagens de computação que pudessem ser 'vulgarizadas' – disponíveis para as pessoas comuns e especialmente para as crianças" (PAPERT, 2008, p.45).

> Foi nessa situação que eu pensei sobre computadores e crianças. Eu estava brincando como uma criança e experimentando uma vulcânica explosão de criatividade. Por que o computador não poderia proporcionar a uma criança o mesmo tipo de experiência? Por que uma criança não poderia brincar como eu? O que teríamos que fazer para tornar isso possível? (PAPERT, 2008, p. 44)

A intenção de Papert com o desenvolvimento da linguagem Logo é fornecer aos usuários a possibilidade de usar a matemática, pensando sobre ela e brincando com ela; em outras palavras, vivendo a aprendizagem de matemática. Isso, no entanto, não significa que o único caminho para tal seja o aperfeiçoamento do ensino de matemática nas escolas. "A meta é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino" (PAPERT, 2008, p.134). Por outro lado, a solução também não está em simplesmente reduzir a quantidade de ensino. "O construcionismo é construído sobre a suposição de que as crianças farão melhor descobrindo [...] por si mesmas o conhecimento específico de que precisam" (PAPERT, 2008, p.135), ou seja, se lhes aparecer a necessidade de determinado conhecimento, as crianças são capazes de buscá-lo (e encontrá-lo) por conta própria, assim como fazem ao aprenderem complicadas estratégias de videogames, por exemplo. A ideia é, então, "dar a vara a quem tem fome e ensiná-lo a pescar".

Penso que o construcionismo possui uma forte identificação com a *filosofia Logo*, justamente porque quase não é possível dissociar as ideias construcionistas de Papert daquelas que estão por trás da criação do Logo. O Logo é um ambiente onde podem ser praticadas as ideias construcionistas. Opto por utilizar, daqui em diante, apenas o termo “construcionismo”, uma vez que acredito não ser necessária a distinção entre os dois termos.

Embora o foco do trabalho desenvolvido por Papert esteja voltado especialmente às crianças, não é apenas nelas que podemos observar momentos de descoberta e de verdadeiro encanto com aquilo que estão produzindo. Boa parte do que, segundo Papert, ocorre com as crianças repetiu-se com os jovens e adultos com quem trabalhei no minicurso e nas oficinas, ao experimentarem o SuperLogo 3.0. O contato com o computador e a possibilidade de os participantes desenvolverem seus próprios procedimentos, de inventarem padrões com desenhos na tela do computador, criaram durante o minicurso e as oficinas um ambiente rico de aprendizagem, onde os aprendizes, independente da idade, eram como crianças descobrindo uma nova brincadeira.

Essa vivência do aprendizado de matemática que se pretende ao utilizar o Logo é possibilitada na medida em que se entende o ambiente Logo como a *Matematilândia*. Este termo foi utilizado por Papert para designar “um lugar que fosse para a Matemática o que a França é para o francês” (PAPERT, 2008, p. 71). A ideia é que se aprenda matemática assim como se aprende uma língua no país onde ela é falada e, no ambiente Logo, esta é a língua utilizada e necessária para que haja comunicação.

É importante destacar o papel do professor nesse processo de aprendizagem. Ao invés de ser o detentor dos conhecimentos e responsável por transmiti-los aos estudantes, no ambiente Logo o professor deve assumir uma postura de co-aprendiz. Isso não significa que o professor seja dispensável, mas sim que seja capaz de proporcionar aos aprendizes situações que despertem neles a vontade de saber e buscar soluções.

Não pretendendo resolver os problemas da educação através do Logo, a intenção de Papert é que suas sugestões sejam vistas como indicadores de oportunidade de invenção e que incitem a imaginação de professores e profissionais da educação para a criação de alternativas. O aspecto principal do ambiente Logo é que ele sirva como um “‘objeto-para-se-pensar-com’” (PAPERT, 1988, p. 216).

3.2. Os Campos Conceituais de Gérard Vergnaud

A teoria dos campos conceituais busca compreender o desenvolvimento da aprendizagem de competências, especialmente técnicas e científicas. Embora essa não seja uma teoria exclusiva da Matemática, foi a partir do campo das estruturas aditivas e multiplicativas, com estudos desenvolvidos por Gérard Vergnaud, que a teoria dos campos conceituais começou a ser estruturada.

Gérard Vergnaud realizou estudos com Jean Piaget, que, apesar do importante trabalho desenvolvido no campo da educação, não trabalhou em sala de aula. Segundo Vergnaud (1996a), o trabalho teórico fora da sala de aula não basta para fornecer aos educadores tudo o que necessitam para o trabalho em sala de aula, e, portanto, "[...] no momento em que nos interessamos por aquilo que se passa na sala de aula, somos obrigados a nos interessar especialmente pelo conteúdo do conhecimento" (VERGNAUD, 1996a, p.10). Em relação aos conhecimentos matemáticos, Vergnaud dedicou-se muito mais do que Piaget, tratando principalmente das estruturas aditivas e multiplicativas, da álgebra e da representação de números. E, como as dificuldades dos aprendizes não são sempre as mesmas, Vergnaud desenvolveu a teoria dos campos conceituais "para tentar melhor compreender os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento." (VERGNAUD, 1996a, p.11).

Uma noção importante na teoria dos campos conceituais é a de *organização das atividades*. Tais atividades podem ser afetivas, linguísticas ou intelectuais e envolvem várias formas de registro: o gesto, a linguagem, o pensamento etc. Neste sentido, a teoria dos campos conceituais encontra respaldo nas teorias de Vygotsky e Piaget, o primeiro tendo se interessado mais pelo papel da linguagem e das formas simbólicas e o segundo, pelas estruturas lógicas e operações do pensamento.

A fim de desenvolver e compreender o conceito de organização da atividade, a teoria dos campos conceituais faz uso do conceito de *esquema*, no sentido proposto por Piaget. Um esquema pode ser entendido como "a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações" (VERGNAUD, 1996b, p.157), classe essa que pode envolver situações em que o sujeito dispõe das competências necessárias para tratá-las ou situações que exigem reflexões e tentativas, uma vez que o sujeito ainda não dispõe de todas as competências necessárias.

Ao falar-se em esquemas, é preciso considerar outro elemento importante da teoria dos campos conceituais: as *invariantes operatórias*. Ao se deparar com uma situação ou um problema para o qual quer encontrar uma solução, o sujeito realiza uma série de procedimentos que podem ou não levá-lo ao fim desejado. No entanto, certo é que tais procedimentos expressam as noções do sujeito a respeito dos conhecimentos envolvidos na situação em questão. Essas noções estão baseadas em conceitos e teoremas (*conceitos-em-ato* e *teoremas-em-ato*) e na maneira como o sujeito os compreende e os utiliza no decorrer da sua ação, no entanto, sem necessariamente explicitá-los. A esses conceitos-em-ato e teoremas-em-ato dá-se o nome de invariantes operatórias.

Existem vários exemplos que tornam mais claras as ideias de esquemas e invariantes. Para ilustrá-las, apresentarei o caso da utilização do algoritmo da adição de números inteiros. Ao final das séries iniciais, as crianças já são capazes de realizar vários tipos de adições com números inteiros. Porém, o processo que as leva ao resultado é executado de maneira automatizada. Há um conjunto de regras que devem ser seguidas e que, implicitamente, as crianças utilizam corretamente, mas que normalmente não são capazes de explicitar. Essa automatização é uma das manifestações do caráter invariante da organização da atividade e, portanto, dos conhecimentos contidos no esquema. É importante ressaltar que a realização de uma adição não mobiliza no sujeito um único esquema apenas. Há várias noções matemáticas envolvidas no processo de realização da adição que são anteriores à compreensão do algoritmo. O sistema numérico posicional e a base decimal são algumas das noções organizadas segundo outros esquemas e apoiadas em outros conceitos e teoremas, mas necessárias para o bom funcionamento do algoritmo.

O exemplo acima ilustra uma situação em que, através dos esquemas de que dispõe, o sujeito realiza uma série de ações e chega a um resultado. Contudo, não é apenas nas situações em que o sujeito age corretamente que podemos dizer que sua conduta é organizada por esquemas. Nos casos em que o sujeito não dispõe de todas as competências de que necessita, ainda assim há tentativas de resolução da situação, normalmente interrompidas, mas que estão apoiadas em esquemas organizados pelo sujeito. Na medida em que ele percebe a não-aplicabilidade de suas tentativas, o sujeito acaba por reconstruir sua compreensão dos conceitos e teoremas utilizados, construindo novos conhecimentos e organizando-os na forma de novos esquemas, até que estes lhe permitam chegar a uma solução. Segundo Vergnaud, pode-se dizer que "os esquemas se encontram no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas: assimilação e acomodação." (VERGNAUD, 1996b, p.159), associando a teoria dos campos conceituais à teoria de Piaget.

Ao mesmo tempo em que um esquema, ao associar-se a uma determinada classe de situações, pode ser visto como universal, as invariantes operatórias, segundo Vergnaud, podem ser classificadas. Uma vez que "o reconhecimento das invariantes é, pois, a chave da generalização do esquema" (VERGNAUD, 1996b, p.161), é importante esclarecer essa classificação. Segundo o autor, as classes de invariantes operatórias podem ser de três tipos: *proposições*, *funções proposicionais* e *argumentos*. Resumidamente, proposições são suscetíveis de serem verdadeiras ou falsas, como é o caso dos teoremas-em-ato; funções proposicionais não podem ser julgadas verdadeiras ou falsas, mas são indispensáveis à construção das proposições. Esse é o caso, por exemplo, das definições e das propriedades, normalmente implícitas nas condutas do sujeito; e argumentos são os objetos (números, relações etc.) atribuídos às variáveis envolvidas e que dão sentido às proposições e funções proposicionais. É essa classificação das invariantes operatórias que possibilita falarmos em conceitualização; conceitos e teoremas-em-ato não são propriamente conceitos e teoremas explícitos, e sem as invariantes operatórias os conceitos e teoremas nada seriam.

Nesse sentido, na teoria dos campos conceituais temos a seguinte definição:

> [...] um conceito é um trigêmeo de três conjuntos:
>
> C= (S, I, s)[4]
>
> S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
> I: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (o significado);
> s: conjunto das formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante). (VERGNAUD, 1996b, p.166)

No exemplo dado anteriormente, podemos dizer que, para o conceito de *adição*, o algoritmo da adição e suas regras de funcionamento pertencem ao conjunto *I*, dos invariantes; as situações ou problemas que podem ser resolvidos por meio de uma adição constituem o conjunto *S*, das situações; e a linguagem do texto, as palavras envolvidas, como acréscimos, ganhos, ou até mesmos perdas e descontos, constituem o conjunto R, das representações.

Grande parte dos exemplos que permitem compreender melhor a teoria dos campos conceituais encontra-se nos campos aditivos e multiplicativos. Contudo, segundo Vergnaud,

> [...] a operacionalidade de um conceito deve ser experimentada através de situações variadas, e o investigador deve analisar uma grande variedade de condutas e de esquemas para compreender em que consiste, do ponto de vista cognitivo, este ou aquele conceito. (VERGNAUD, 1996b, p.165)

Ou seja, essa afirmação do autor permite-nos expandir o alcance da teoria dos campos conceituais às demais áreas. Embora o foco das atividades que desenvolvi para esse trabalho, cujas análises encontram-se no capítulo 4, esteja nos conteúdos de geometria e trigonometria, as ações e falas dos sujeitos envolvidos na pesquisa manifestaram-se em vários momentos

[4] É comum utilizar a notação *R* para o conjunto *s* dos significantes, facilitando a correspondência entre letras e conjuntos de *C*. Desse modo, tem-se *C=(S, I, R)*, com *S* para situações, *I* para invariantes e *R* para representações. Optopor utilizar esta notação no decorrer do texto.

organizadas por esquemas, na medida em que se baseavam nas noções desses sujeitos a respeito dos conceitos envolvidos nas construções com o SuperLogo.

Diante disso, acrescento aqui outro exemplo de como os esquemas de que dispõe o sujeito podem se manifestar em suas condutas: a utilização do comando *pd 90* nas primeiras ações com o SuperLogo. No caso de usuários que já possuem certo conhecimento sobre ângulos, ao serem apresentados às primitivas básicas da linguagem e convidados a testá-las da maneira que lhes convier, um comando muito recorrente é o *pd 90*. Há, pelo menos, dois aspectos a observar nessa ação: o comando em si (*pd*, e não *pe)* e o valor atribuído ao parâmetro ângulo (particularmente 90, e não 27 ou 50, por exemplo).

A tendência à utilização do comando *pd* ao invés de *pe* é um fato curioso. Parece haver certa analogia feita com a representação de números em uma reta, no sentido de que normalmente o comando *pe* é utilizado pelos estudantes para desfazer uma ação realizada com o comando *pd*, associando-se às ideias de positivo/negativo, maior/menor, avanço/retrocesso (e, por que não dizer, bom/ruim, certo/errado). Ou seja, há noções matemáticas independentes das construções geométricas feitas com o software interferindo nas ações do sujeito, às vezes até sem nos darmos conta desse fato. Já o ângulo de 90° é muito particular e presente na rotina dos estudantes, especialmente de Ensino Médio. Embora não necessariamente saibam explicitar as propriedades do ângulo reto, como de fato ocorreu nas oficinas, há um conhecimento de que se trata de um ângulo especial e que existem regras válidas para este tipo de ângulo, principalmente quando ocorre em triângulos.

4. DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO EMPÍRICO E ANÁLISES

A proposta inicial de trabalho com o SuperLogo 3.0 era a realização de atividades com o software em uma turma de Ensino Médio. Porém, pensando no efeito positivo que o uso desse software teve em minha formação inicial no Ensino Superior, surgiu a ideia de estender a proposta de trabalho a professores e estudantes de cursos de Licenciatura em Matemática. O trabalho foi, então, inscrito para o XVII Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul (EREMatSul-2011), na modalidade de minicurso. Aceito o trabalho, os participantes interessados no minicurso inscreveram-se através do site do evento, totalizando 21 inscrições.

Além de poder analisar os relatos e as produções dos participantes durante o minicurso, a ideia de propor esse trabalho a professores em formação foi muito importante para perceber a necessidade de mudanças na minha proposta original para o Ensino Médio. Nas sessões a seguir, além da descrição do trabalho feito no minicurso e no Ensino Médio, bem como as respectivas análises, tratarei das modificações feitas na proposta original.

A fim de preservar o anonimato dos participantes, ao utilizar suas produções e relatos durante o texto, serão utilizadas letras maiúsculas como forma de identificação. No caso das minhas falas, utilizarei a letra maiúscula “M”. Eventuais ações realizadas pelos sujeitos entre uma fala e outra serão descritas entre parênteses, junto das falas transcritas. Também é importante salientar que não me preocupei com os erros com a língua materna durante os diálogos e, portanto, a transcrição foi feita de modo a corrigir os erros ocorridos, sempre preservando o sentido das falas. Não mantive apenas uma única forma de escrita ao longo de todo o texto. Isto é, em determinados momentos optei por utilizar a primeira pessoa do plural, quando as ações eram realizadas em conjunto, tanto por mim quanto pelos alunos, e em outros optei pela primeira pessoa do singular. A escolha desta forma de escrita ocorreu em momentos de análises, reflexões e impressões particulares acerca dos acontecimentos durante o minicurso e as oficinas.

4.1. O Minicurso

O evento no qual o trabalho com o SuperLogo foi apresentado, o EREMatSul, ocorreu de 07 a 10 de setembro de 2011 em Curitiba, no Paraná. O minicurso teve duração de 3 horas e 30 minutos, divididas em duas manhãs, e foi ministrado em um laboratório de informática, permitindo aos 21 participantes acesso aos computadores e ao software.

Figura 6: Minicurso realizado no XVII EREMatSul

Os participantes do minicurso eram todos estudantes de Licenciatura em Matemática, vindos de várias universidades públicas e privadas dos estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná, e a maioria cursava, naquele momento, o último ano do curso. Inicialmente, os participantes responderam a um questionário que elaborei com o objetivo de identificar o conhecimento dos participantes sobre o software SuperLogo e ferramentas tecnológicas, em geral. Dos 21 participantes, apenas quatro sabiam da existência do SuperLogo e nove nunca haviam tido contato com qualquer software ou ferramenta tecnológica em aulas de Matemática. Em parte, estas informações me surpreenderam, mas, por outro lado, o desconhecimento do SuperLogo possibilitou, no minicurso, um cenário parecido ao que eu encontraria na escola, ao trabalhar com estudantes do Ensino Médio.

Antes de comandarem a Tartaruga no seu próprio computador, os participantes conheceram um pouco sobre a origem da linguagem e do software Logo. Assistiram a um vídeo[5] em que crianças, utilizando a linguagem Logo, comandam a Tartaruga de Chão e Papert concede uma entrevista, falando da importância daquelas atividades para o aprendizado das crianças. Um fato que chamou a atenção, em especial a uma das participantes, professora de anos iniciais, foi o fato de as crianças do vídeo aparentemente serem pequenas. A partir daí, ela demonstrou interesse não apenas em utilizar o software no Ensino Médio, como eu estava propondo, mas também com seus alunos de anos iniciais.

Ainda antes de começarem a utilizar o software, foram mostrados alguns programas e procedimentos criados no SuperLogo 3.0, procurando motivar os participantes e demonstrar as possibilidades do software na criação de objetos repletos de propriedades matemáticas.

Após, foram apresentados os comandos básicos do SuperLogo e seu funcionamento, propondo aos participantes que inserissem alguns comandos para a Tartaruga, escrevendo seu nome ou apelido na janela gráfica do software.

[5] Vídeo disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=2lA0QZTbwJs>

Depois de esclarecidas as funções das primitivas básicas, os participantes foram convidados a desenvolver procedimentos que reproduzissem as construções que constam na tabela 2. Porém, devido ao tempo e às dificuldades enfrentadas pelos participantes, especialmente com a introdução de variáveis na construção dos procedimentos, foi possível realizar apenas as quatro primeiras atividades.

Tabela 3: Lista de procedimentos propostos no minicurso

	Descrição
1.	Crie um procedimento que desenhe polígonos regulares de :*n* lados de medida :*l (poli)*
2.	Crie um procedimento que desenhe mosaicos a partir do procedimento *poli* (*mosaico)*
3.	Crie um procedimento que desenhe triângulos isósceles de base :*b* e ângulo oposto à base :*a (tri)*
4.	Crie um procedimento que desenhe um círculo circunscrito a um polígono regular de :*n* lados *(circ1)*
5.	Crie um procedimento que desenhe um círculo inscrito a um polígono regular de :*n* lados *(circ2)*

Ao final do minicurso, novamente os participantes responderam a algumas perguntas. Dessa vez, meu objetivo era verificar as impressões dos participantes sobre o minicurso e a proposta de trabalho, bem como sua opinião a respeito da viabilidade de inserção do SuperLogo no Ensino Médio.

4.1.1. Análises dos dados coletados no minicurso

A descrição das atividades dada na tabela 3 não tornou clara a todos os participantes qual construção deveria ser reproduzida pela Tartaruga ao inserir o comando na janela de comandos. Portanto, antes que os participantes iniciassem a criação de seus procedimentos, eu esclarecia as características das construções, ilustrando-as com exemplos na janela gráfica.

No caso do procedimento 1, cuja resolução deveria ser um polígono regular qualquer, inicialmente os participantes construíram um quadrado, um triângulo equilátero e um hexágono regular, fixando os valores 4, 3 e 6, respectivamente, para a variável *n* e fixando um valor qualquer para o lado *l* do polígono. Construir um quadrado foi simples. Já sabendo, àquela altura, como utilizar o comando repita, não houve dúvidas de que o procedimento geral para um quadrado de lado *l* deveria ser:

```
aprenda quadrado :l
repita 4[pf :l pd 90]
fim
```

Já para criar o triângulo eqüilátero, o palpite da maioria foi:

```
aprenda triangulo :l
repita 3[pf :l pd 60]
fim
```

Nesse momento, chegou ao fim a primeira manhã de minicurso. Então, ficou combinado que essa construção seria tratada no início da manhã seguinte. Para minha surpresa, no outro dia, antes mesmo do horário marcado para o início das atividades, uma das participantes (participante A) quis mostrar o que havia conseguido fazer de um dia para o outro, e me disse que o procedimento que ela havia pensado inicialmente estava errado. A Tartaruga "virava pouco" com o comando *pd 60*. Tentando *pd 120*, funcionou.

De acordo com o conceito de esquema da teoria dos campos conceituais, o que os participantes fizeram ao criar um procedimento para o triângulo equilátero como o acima foi estender o alcance desse esquema posto em prática no momento da construção do quadrado a uma situação que julgaram ser semelhante a do quadrado. Uma vez que ele tenha se mostrado ineficiente para o caso do triângulo equilátero, esta falha abriu espaço para a reorganização do esquema antigo e a criação de um novo que lhes permitisse resolver a nova situação, como se pôde perceber na conduta da participante A.

Pedi, então, que a participante A contasse aos demais colegas o que havia acontecido com o seu procedimento, ao testá-lo na janela de comandos. Pude perceber, neste momento, que ela já utilizava em sua fala expressões que demonstravam que havia incorporado o movimento da Tartaruga à execução do procedimento, como por exemplo, "ela anda 180 menos os 60". Com relação à atividade da linguagem, Vergnaud (1996b) afirma que ela "favorece evidentemente a realização da tarefa e a resolução do problema" (p.181). O fato de a participante A utilizar em sua fala expressões que façam referência à Tartaruga não apenas como integrante, mas como essencial para a realização do movimento demonstra que, de alguma forma, a participante incluiu a linguagem da Tartaruga no seu conjunto de invariantes que irão permitir a comunicação com a Tartaruga e a solução de outros problemas com mais facilidade.

Depois de explicado aos colegas o ocorrido, pedi que a participante A continuasse repetindo mais algumas vezes a seqüência *pf 50 pd 60*, que não havia funcionado para o triângulo. Após 6 repetições, formou-se na janela gráfica um hexágono regular e ocorreu, então, a tão recorrente exclamação “Ahhh!!!”. Ao pedir que ela construísse um pentágono, esta construção surgiu com muito mais facilidade. Daí a concluir qual deveria ser o procedimento geral, para a participante A foi apenas questão de organizar as ideias e ter cuidado na escrita do procedimento.

No momento de criar o procedimento geral para um polígono regular de *n* lados, apesar de a maioria já ter compreendido que o ângulo virado pela Tartaruga era o suplementar do ângulo interno do polígono, concluir que tal ângulo para um polígono de *n* lados deveria ser *360/n* demorou algum tempo. Mesmo tratando-se de geometria básica, certamente vista por todos durante a graduação, a maioria dos participantes teve dificuldades em estabelecer padrões no comportamento dos ângulos de cada polígono. Enquanto alguns já estavam procurando novos comandos no índice de ajuda do SuperLogo (como cores e circunferências, por exemplo), outros participantes queriam ajuda constantemente e poucas vezes obtinham as respostas sozinhos.

Os procedimentos 3 e 4 causaram um certo desconforto para alguns participantes, que desanimaram no momento em que tiveram de usar trigonometria para a criação dos procedimentos, chegando a ameaçar se retirarem da sala (embora ninguém o tenha feito). A criação do procedimento 3 foi especialmente intrigante para mim. Parecia-me um tanto quanto óbvio que a construção de um triângulo isósceles dependesse apenas da medida *b* do lado não-congruentes aos demais e o ângulo *a* oposto a esse lado. E, devido ao pouco tempo e a vontade dos participantes de terem os procedimentos concluídos, não me detive muito em explicações e questionamentos para esse e o próximo procedimentos. Apenas informei que as variáveis para o procedimento 3 deveriam ser *b* e *a*. Porém, aos poucos foi se tornando claro para mim que esta escolha de variáveis poderia não fazer sentido a alguns participantes, uma vez que a construção do triângulo isósceles poderia ser feita de outra maneira, ou seja, a partir de outras variáveis. Este foi um dos fatos que desencadeou uma mudança na ideia original de trabalho com estudantes de Ensino Médio e que será descrita na próxima sessão.

Sobre o procedimento 4 muito pouco foi discutido, e aqueles participantes que não conseguiram concluir o seu por conta própria pediram para copiar o que eu havia criado. Nesses momentos é difícil dizer quanto tempo uma pessoa dedicou à busca pela solução e se, de fato, algum conhecimento matemático foi posto em prática. Além disso, para alguns, as particularidades da linguagem Logo e o fato de terem de utilizar o computador para a realização das atividades dificultaram o trabalho. A pouca familiaridade com a informática e com as linguagens de programação acabou tornando difíceis as tarefas que, do meu ponto de vista, eram simples. Porém, ao mesmo tempo em que posicionar espaços e parênteses de maneira errada impedia alguns procedimentos de funcionarem do modo esperado, provocando irritação e desânimo em alguns participantes, isso tornava para outros a tarefa mais interessante. Nesse caso, espaços ou parênteses mal colocados geravam procedimentos cuja resolução formava na tela padrões interessantes, despertando curiosidade nos participantes.

Em vários momentos durante a realização do minicurso, os participantes e suas ações em frente ao computador eram fotografadas e alguns faziam questão de que suas criações, mesmo que não funcionassem do jeito esperado, fossem registradas em fotografias.

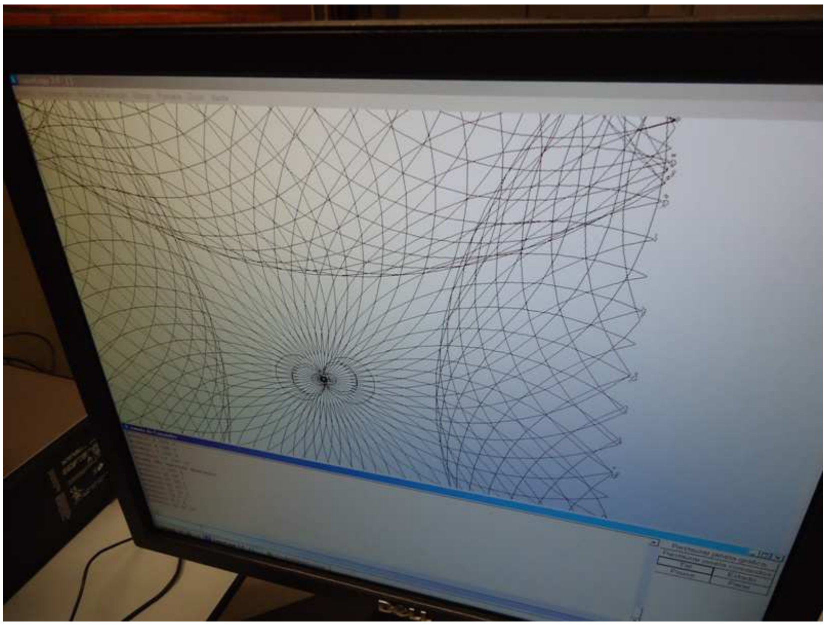


Figura 7a: Resolução de procedimento incorreto

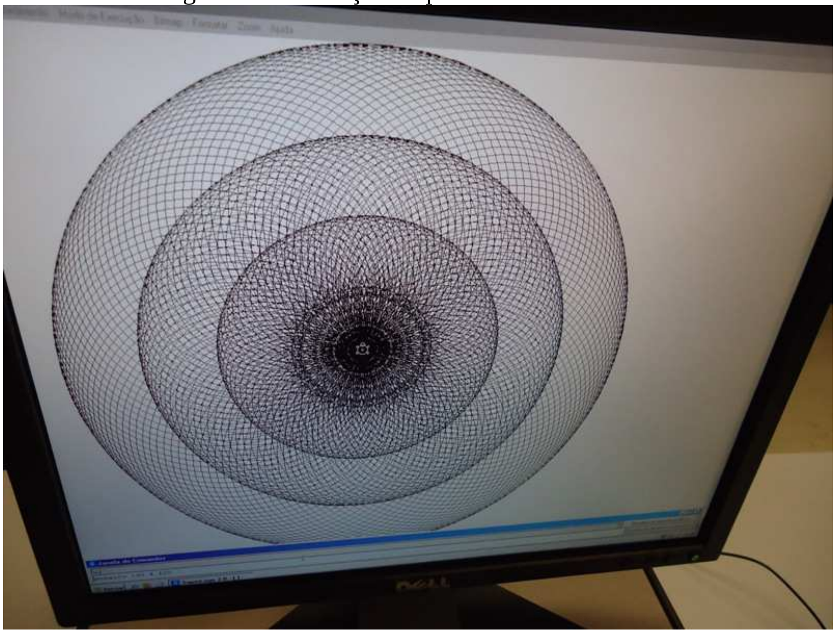


Figura 7b: Resolução de procedimento incorreto

4.2. Uma mudança na proposta inicial

Como já escrito anteriormente, minha ideia inicial de trabalho com o SuperLogo envolvia apenas estudantes de Ensino Médio. Porém, agradou-me a ideia de estender essa proposta a professores e estudantes de licenciatura, proposta essa que tranquilamente poderia tratar dos mesmos conceitos e das mesmas atividades pensadas para o Ensino Médio. Em princípio, a única diferença entre os trabalhos com os dois públicos estaria nas discussões do grupo, propostas por mim ou sugeridas pelos próprios participantes.

De fato, houve discussões muito interessantes durante o minicurso, especialmente por envolverem questões de ensino e aprendizagem de Matemática. E foram estas discussões, juntamente com minhas observações durante o minicurso, que provocaram uma mudança na proposta de trabalho para o Ensino Médio.

O principal aspecto responsável pela mudança ocorrida foi a dificuldade dos participantes em entenderem conceitos que, a meu ver, já eram sabidos por todos. Esse foi o caso da construção do triângulo isósceles e do círculo circunscrito a um polígono regular. Como já descrito, pareceu-me, pelo olhar intrigado de alguns participantes, que a escolha daquelas variáveis para a construção do triângulo isósceles não estava clara. Além disso, na construção do círculo circunscrito aos polígonos, a utilização de funções trigonométricas inversas também causou certo estranhamento, talvez por incompreensão ou talvez, o que acredito ser mais provável, por desconhecerem as possibilidades do software. Pode ser que, se soubessem antecipadamente que o SuperLogo aceita comandos como *arctan, arcsen* e *arccos*, os procedimentos tivessem parecido mais naturais.

Outro aspecto considerado no momento de repensar a proposta foram as sugestões dos participantes. Em muitos momentos, eles manifestavam preocupação em como o trabalho aconteceria em uma sala de aula da Escola Básica. Sabendo também que tal trabalho ainda estava por acontecer, alguns participantes sugeriram modificações, não apenas por escrito, nos questionários, mas também em voz alta, para o grande grupo. As principais sugestões foram:

a) disponibilizar mais tempo para a exploração os comandos do software, a fim de preparar melhor os alunos para lidarem com a nova linguagem;

b) fornecer material de apoio, como apostila, por exemplo;

c) disponibilizar mais tempo para a realização das atividades.

Levando em conta estas sugestões e minhas impressões sobre o trabalho realizado, as mudanças ocorreram essencialmente no sentido da abordagem que seria dada aos problemas propostos aos estudantes. Isto é, além do tempo para as atividades, que certamente já seria maior do que as 3 horas e 30 minutos do minicurso, as atividades que seriam feitas a mais não envolveriam comandos e funções mais complicadas do software. Tais atividades complementariam as já existentes, de modo a facilitar a compreensão das mesmas e pôr em prática em mais momentos os conceitos matemáticos envolvidos nas construções.

A sugestão de fornecer uma apostila foi desconsiderada. Acredito que este material de apoio teria impedido muitas ideias e conjecturas de surgirem, o que de fato ocorreu e será relatado adiante. Contudo, atividades sem o uso do SuperLogo foram feitas e, portanto, também outros materiais foram utilizados.

Depois das reflexões e modificações na proposta, considerei adequado colocar a ideia em prática. A seguir estão os relatos das oficinas e as análises dos acontecimentos que considero mais relevantes.

4.3. Oficinas para o Ensino Médio

As oficinas para estudantes de Ensino Médio foram realizadas durante minha prática de estágio, no Colégio Estadual Piratini[6], do dia 29 de setembro a 20 de outubro de 2011. Durante este período, ocorreram sete encontros, em segundas e quintas-feiras, das 13h30min às 15h45min. Foram convidados a participar alunos das turmas de 2º e 3º ano da escola. Porém, o horário em que as oficinas ocorreram (contraturno, para o Ensino Médio) dificultou a participação dos estudantes, e, embora muitos tenham manifestado interesse, apenas três compareceram às oficinas. E desses, apenas uma aluna compareceu a todos os encontros.

As alunas que participaram das oficinas estavam no 2º ano e já haviam estudado trigonometria durante as aulas regulares de matemática, no turno da manhã. Porém, a parte de geometria seria vista apenas no 3º ano. Desse modo, pude verificar alguns conhecimentos que as alunas já possuíam e trabalhar alguns conceitos de geometria de maneira diferente da que eu havia imaginado inicialmente. Contrariando minha expectativa, as alunas não chegaram na oficina repetindo fórmulas. Com isto, algumas puderam ser deduzidas com as alunas, trabalhando o raciocínio matemático dedutivo e a capacidade de argumentação

As construções trabalhadas no SuperLogo foram, essencialmente, as mesmas trabalhadas durante o minicurso apresentado no EREMatSul-2011. Em determinados momentos, porém, de acordo com a necessidade de cada aluna, foi preciso propor outras construções, a fim de esclarecer certos comandos que estivessem gerando dúvidas, e em

[6] O Colégio Estadual Piratini localiza-se no município de Porto Alegre, no bairro Auxiliadora.

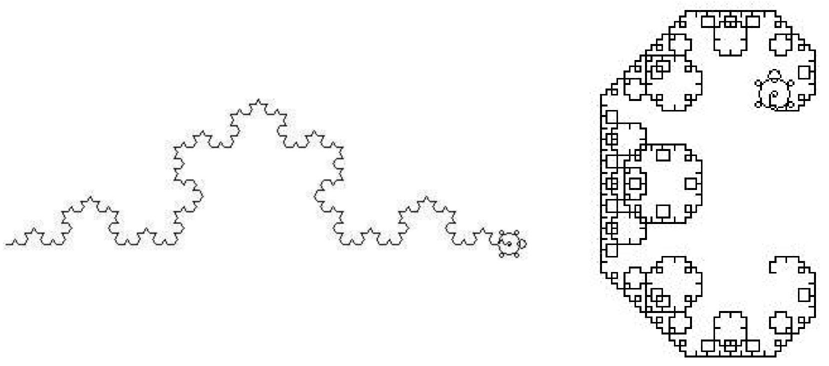
outros momentos, foi preciso dedicar mais tempo para trabalhar alguns casos particulares de procedimentos que envolviam variáveis, isto é, fixando valores para as variáveis.

Antes de explorarem os recursos do SuperLogo, assim como no minicurso, foram apresentados programas construídos no software. Os fractais[7] e procedimentos recursivos foram as construções que despertaram especial interesse das alunas, que quiseram inclusive saber se teriam tempo de aprender a fazê-las durante as oficinas. Devido a esse interesse, fiquei muito satisfeita em ter conseguido trabalhar também estas construções, embora não estivessem previstas inicialmente. As construções trabalhadas estão listadas na tabela 4:

Tabela 4: Lista de procedimentos trabalhados durante as oficinas

1.	Escrita de palavras
2.	Escada e "ziguezague", com o comando *repita*.
3.	Polígonos regulares
4.	Triângulos retângulos com diferentes variáveis
5.	Círculos inscrito e circunscrito a polígonos regulares
6.	Construções com recursão

[7] Fractais são figuras de representação complexa que podem ser fragmentadas em pequenas partes. Ao ser ampliada, cada uma dessas partes é semelhante ao objeto original. Exemplos conhecidos de fractais são a curva de Koch e a curva de Knuth, ambas possíveis de serem esboçadas no SuperLogo através da criação de um procedimento recursivo.



Curvas de Koch e de Knuth construídas com o SuperLogo 3.0

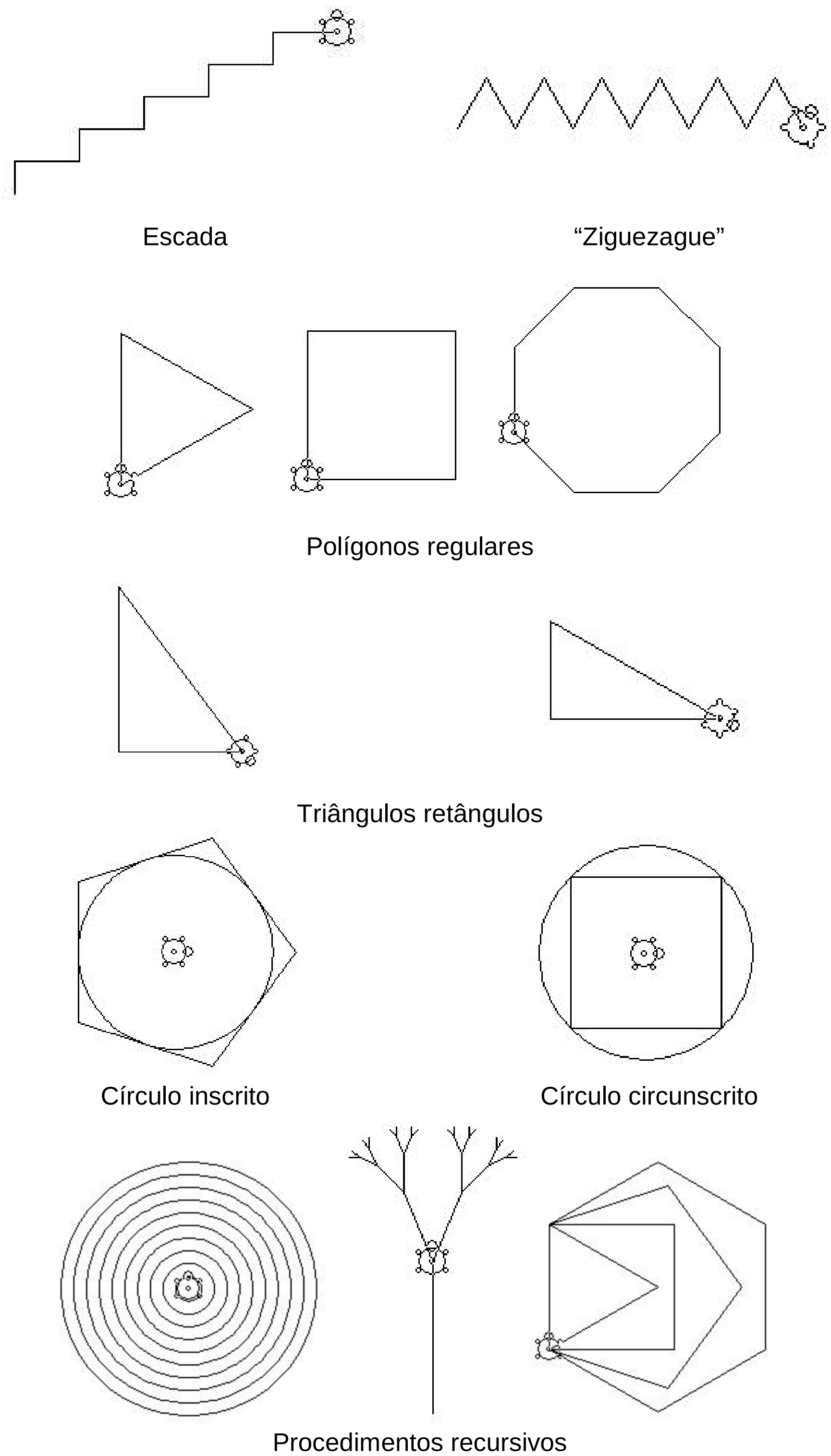


Figura 8: resolução dos procedimentos trabalhados durante as oficinas

4.3.1. Análise dos dados coletados nas oficinas

A compreensão e as dúvidas de cada aluna em relação às atividades propostas durante as oficinas foram variadas. Algumas vezes, em construções que eu considerava que seriam simples de compreender, surgiam dúvidas que demonstravam as dificuldades das alunas com os conceitos matemáticos envolvidos e com a linguagem Logo. Porém, em outros momentos, quando eu pensava que seriam necessárias mais explicações, elas já haviam entendido o que eu estava querendo. Acabei descobrindo, após algum tempo, que uma das alunas (aluna B) pretende cursar a faculdade de Ciência da Computação, e era justamente essa aluna que se destacava pelo maior entusiasmo e facilidade em lidar com o software e a linguagem Logo. Em muitas situações, ela descobria por conta própria seus erros nos procedimentos e também a maneira de corrigi-los. Nos parágrafos a seguir destaco alguns dos fatos ocorridos durante as oficinas.

Depois de explicar o funcionamento das primitivas *pf*, *pt*, *pd* e *pe* e disponibilizar certo tempo para que as alunas "brincassem" com a Tartaruga do SuperLogo, a primeira construção que pedi que fizessem foi um quadrado, construção essa que foi simples para todas as alunas. Surgiu interesse por parte das alunas em colorir o quadrado e, ao invés de fornecer os comandos necessários para isso, sugeri que procurassem no índice de ajuda, índice este que foi bastante útil durante as demais oficinas. Em alguns momentos, antes mesmo de fazerem perguntas para mim a respeito de um comando e seu funcionamento, as alunas utilizaram o índice de ajuda e testaram o comando a partir da sua interpretação sobre a descrição fornecida pelo software. Com os comandos *mudecf*, *mudecp* e *mudecl*[8], as alunas fizeram vários testes: mudaram a cor de fundo da tela, a cor de preenchimento do quadrado, a cor do lápis, tudo isso repetidas vezes. Ao pedir que escrevessem seu nome na janela gráfica, imaginei que fosse surgir a necessidade de introduzir o comando *un*[9] para deixar um espaço em branco entre duas letras, separando-as. Porém, para minha surpresa, a aluna B encontrou outra maneira de resolver esse impasse. Sem qualquer dúvida ou hesitação, após traçar a primeira letra, ela digitou a seguinte sequência de comandos:

---

[8] *mudecf* (= mudecorfundo); *mudecp* (= mudecorpreenchimento); *mudecl* (=mudecorlápis)

[9] O comando *un* (= *usenada*) serve para deixar invisível o rastro da Tartaruga na tela do computador, e deve ser introduzido antes dos comandos de movimento (*pf* e *pt*, por exemplo). Para tornar o rastro novamente visível, deve-se introduzir, também antes dos comandos de movimento, o comando *ul* (= *uselápis*)

```
mudecl “branco
pf 10
mudecl “preto
```

A aluna acabou resolvendo a situação por conta própria, sem ter sido necessária a minha interferência ou a introdução de um novo comando. E o fato de a solução apresentada ter sido diferente da que eu esperava não invalida, de modo algum, a tentativa da aluna. Segundo Delval (2002), “[...] as crianças têm formas de ver a realidade que não coincidem com as dos adultos, e que são bastante originais” (p.11). Adaptando um pouco esta afirmação, eu diria que a aluna B teve uma forma de ver a situação que se apresentava de uma outra maneira que não a minha, de já conhecedora dos comandos básicos do Logo. Nesse sentido, Papert afirma que “O ponto não é simplesmente que as crianças não conhecem a resposta adulta à pergunta e confundem-se pela ignorância; a questão é que, firme e consistentemente, elas dão uma outra resposta” (PAPERT, 2008, p.147), resposta esta que se mostrou tão eficiente quanto se tivesse sido utilizado o comando *un*.

Porém, ainda assim considerei oportuno realizar alguns questionamentos. Perguntei a respeito da cor do rastro que a Tartaruga estava traçando e sobre o que aconteceria se o fundo estivesse azul, por exemplo. A aluna B percebeu o que estava ocorrendo, e, ao explicar-lhe o funcionamento do comando *un*, ela compreendeu a diferença entre os dois casos: “Ah, então eu escrevi de branco... *un* é invisível”. No caso de o fundo estar azul, a seqüência de comandos realizada pela aluna B não teria funcionado, uma vez que o comando *mudecl “branco* não teria tornado o traço entre duas letras invisível.

Alguns dos procedimentos que considero bastante ricos em propriedades geométricas e trigonométricas e interessantes de serem trabalhados na escola, especialmente no Ensino Médio, são as construções de polígonos regulares e de circunferências inscritas e circunscritas a esses polígonos. Ao visualizar tais construções na janela gráfica do SuperLogo, podemos ter a impressão de que se trata de construções muito simples. Porém, os procedimentos que estão por trás dessas criações envolvem vários conceitos matemáticos e muitas particularidades da linguagem de programação Logo. Durante as oficinas, pedi que as alunas criassem esses procedimentos de forma genérica, isto é, envolvendo variáveis que permitissem determinar qual polígono regular pretendíamos reproduzir, bem como a medida do lado desse polígono. Para facilitar a leitura do texto, ao me referir aos procedimentos criados durante as oficinas, utilizarei os nomes dados a eles pelas alunas, conforme a tabela 5.

Tabela 5: Nomenclatura dos procedimentos utilizada pela aluna B

Nome	Procedimento
poli	Polígono regular de *n* lados e tamanho do lado *x*
insc	Circunferência inscrita a polígono regular de *n* lados e tamanho do lado *x*
circ	Circunferência circunscrita a polígono regular de *n* lados e tamanho do lado *x*

Assim como afirma Vergnaud (1996b) que "Todas as situações complexas são uma combinação de relações elementares" (p. 178), devido a esse grande número de conceitos envolvidos nas construções propostas, até as alunas conseguirem chegar a um procedimento genérico foi necessário trabalhar com alguns casos particulares de polígonos regulares, especialmente o quadrado, o triângulo eqüilátero e o hexágono regular, bem como alguns outros procedimentos à parte.

> "[...] uma boa encenação didática se apóia necessariamente no conhecimento da dificuldade relativa das tarefas cognitivas, dos obstáculos com que habitualmente se depara, do repertório dos procedimentos disponíveis e das representações possíveis" (VERGNAUD, 1996b, p.178)

Para ilustrar a utilidade do comando *repita*[10], necessário para o procedimento de construção de polígonos regulares, propus a criação de um procedimento cuja resolução fosse uma espécie de escada, com número de degraus a determinar. Essa construção foi feita sem dificuldades, mesmo com o uso de variáveis. Tal facilidade não se repetiu no segundo procedimento que propus: um "ziguezague com quantidade de pontas variável". O problema com esse procedimento foi que a construção a que as alunas chegaram era um ziguezague em diagonal, como na figura 9, diferente do que eu havia esboçado no quadro, na horizontal.

[10] O comando *repita* é utilizado para resumir uma sequência de comandos iguais. Isto é, ele facilita a escrita e reduz o tamanho do procedimento. Por exemplo, para construir um quadrado de lado de tamanho 100, podemos escrevê-lo como repita 4[pf 100 pd 90], onde os comandos entre colchetes indicam a sequência a ser repetida e o 4 indica a quantidade de repetições.

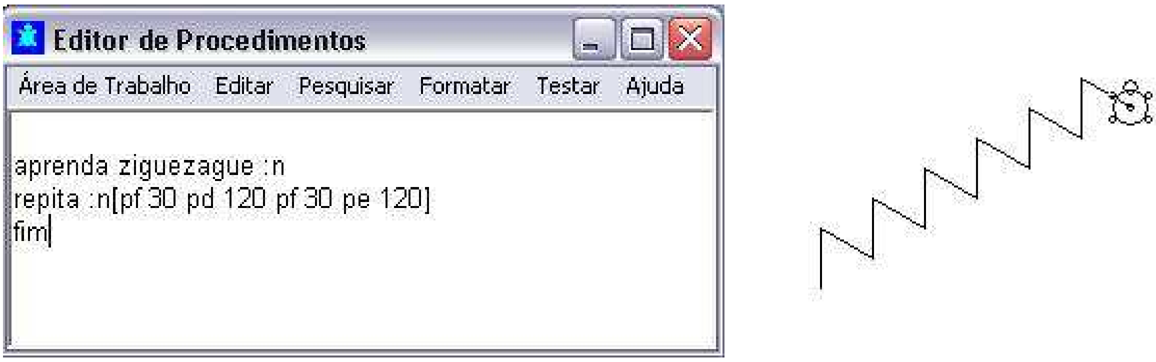


Figura 9: Resolução do “ziguezague” criado pelas alunas.

É claro que é simples resolver esse problema; apenas acrescentando no início do procedimento o comando *pd 30*, nesse caso em que o ângulo interno dos vértices é de 60 graus, o procedimento passa a funcionar da maneira desejada. Porém, o que as alunas tentavam fazer era alterar a sequência de comandos dentro dos colchetes. A solução foi encontrada depois de algum tempo, após eu ter pedido que as alunas tentassem visualizar mentalmente os comandos que a Tartaruga deveria repetir. A aluna C solucionou o problema com mais facilidade, mas, mesmo tendo construído sozinha o seu procedimento, precisou que eu ficasse ao seu lado, encorajando-a: “E agora, o que tu queres que a Tartaruga faça?”. Ela respondia, mas eu precisava insistir: “Ok, então escreve”.

Já a aluna B, apesar de ter identificado o ângulo correto, tentava colocá-lo em vários locais diferentes dentro dos colchetes, sem obter sucesso com suas tentativas. Uma característica muito marcante dessa aluna durante todas as oficinas foi o fato de ela preferir fazer suas construções em silêncio, às vezes nem respondendo aos meus questionamentos. Ao fazer-lhe a pergunta “O que tu queres que a Tartaruga faça de uma ponta para outra do ziguezague?” percebi que ela parou por um tempo, concentrada na tela, mexendo um pouco as mãos para visualizar os movimentos da Tartaruga, e enfim, digitou o comando corretamente, antes do comando *repita*, fazendo seu procedimento funcionar como o desejado.

Podemos perceber aqui o importante papel do gesto na conduta da aluna. Uma vez que o sujeito tem incorporados aos seus os movimentos da Tartaruga, o gesto, que aparece na teoria dos campos conceituais como “protótipo fundamental da atividade humana” (VERGNAUD, 2009, p.13), pode ser entendido também como um movimento da Tartaruga, que nesse momento é também um gesto do sujeito. Segundo o autor, “A atividade gestual contém muitas operações de pensamento, notadamente em termos de representação dos objetos materiais, de suas propriedades, relações e transformações” (VERGNAUD, 2009, p.19).

Antes de iniciar a construção dos polígonos regulares, foi preciso esclarecer às alunas o conceito de polígono regular; ou melhor, relembrá-los, uma vez que, segundo elas, já haviam ouvido falar de polígonos regulares. Logo no início das oficinas, como já descrito anteriormente, as alunas desenharam com facilidade um quadrado e, aparentemente não havia nada de complicado em determinar o ângulo que a Tartaruga deveria virar para traçar o lado seguinte. No entanto, acredito que a facilidade apresentada deve-se principalmente ao fato de o ângulo interno do quadrado e o seu suplementar serem iguais a 90 graus, fazendo com que as alunas acertassem o procedimento ao acaso. Isso se evidenciou ao desenharem outros polígonos regulares. Para o desenho do triângulo eqüilátero, como eu já imaginava que fosse acontecer, todas as alunas iniciaram com a seguinte sequência de comandos (exceto pelo tamanho do lado, que era de livre escolha): *pf 100 – pd 60 – pf 100.* No entanto, demonstraram surpresa ao perceberem que o desenho que aparecia na tela não se aproximava de um triângulo e concluíram que o problema estava no ângulo escolhido.

Não forneci a solução para esse impasse, mas voltei a falar sobre os ângulos internos do triângulo eqüilátero e o movimento que a Tartaruga havia realizado com o comando *pd 60*, deixando que elas mesmas refletissem sobre a situação e dessem seus palpites de como consertá-la. Logo perceberam, a aluna B mais rapidamente, que, na verdade, o ângulo que desejavam que a Tartaruga virasse era "o ângulo de fora", como costumavam se referir ao ângulo suplementar do ângulo interno dos polígonos.

A segurança com que as alunas optaram pelo comando *pd 60* no momento de desenhar o triângulo eqüilátero apóia-se em algumas de suas certezas a respeito de polígonos regulares. Provavelmente acostumadas a ouvir e a falar a respeito de ângulos internos de polígonos, o fato de a Tartaruga "não falar a mesma linguagem" e realizar um movimento inesperado provocou a surpresa das alunas. De acordo com a teoria dos campos conceituais, as alunas enfrentaram uma situação em não dispunham ainda de todas as competências necessárias para resolvê-la, uma vez que seu repertório de esquemas disponíveis naquele momento era insuficiente para tal. Faltava-lhes compreender melhor a língua da Tartaruga. Esse processo, conforme Vergnaud (1996b), "[...] obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abortadas [...]." (p.156). Além disso, observa-se em situações desse tipo "o desencadeamento sucessivo de diversos esquemas, que podem entrar em competição e que, para desembocarem na solução procurada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados; este processo é necessariamente acompanhado por descobertas" (VERGNAUD, 1996b, p.156)

Da mesma maneira que foi feito com o triângulo equilátero, foram testadas ainda as construções do hexágono e do pentágono, e logo surgiu a percepção que era o número de lados que determinava o ângulo interno e, portanto, também o suplementar do polígono em questão. Então, no quadro da sala de aula, construí uma tabela para que as alunas preenchessem, associando o número de lados do polígono ao ângulo que a Tartaruga virava, isto é, o suplementar do ângulo interno, como indicado na tabela 6.

Tabela 6: Tabela utilizada durante as oficinas para auxílio às alunas

	3 lados	4 lados	5 lados	6 lados	...	*n* lados
Ângulo						

Essa tabela auxiliou muito para que as alunas concluíssem qual ângulo deveriam utilizar na criação do procedimento para um polígono qualquer e conseguiram utilizar corretamente o comando *repita*, bem como as variáveis *n* (número de lados do polígono) e *x* (tamanho do lado do polígono).

Nos encontros em que tratamos da construção de polígonos inscritos e circunscritos a circunferências, apenas a aluna B compareceu. Portanto, os acontecimentos e as falas dessa aluna foram os únicos que pude analisar. Contudo, foi possível realizar uma observação muito mais atenta dessa aluna, uma vez que pude permanecer mais próxima dela, sem ter de circular pela sala para atender a outros alunos.

Pensando nos conceitos que aparecem na criação dos polígonos inscritos e circunscritos a circunferências, decidi antes disso propor outras construções, com o objetivo de auxiliar nas construções posteriores. Iniciei entregando a aluna B uma folha com o desenho de vários triângulos retângulos (apêndice G), cada um deles com algumas informações a respeito do tamanho dos lados e da medida dos ângulos, e solicitei que ela determinasse o que era necessário saber em cada um dos triângulos para poder reproduzi-los no SuperLogo. Para essa atividade foi imprescindível a utilização de relações trigonométricas, inclusive as inversas, que foram novidade para a aluna B. Inicialmente, para os casos sem variáveis, os cálculos envolvendo senos, cossenos e tangentes, necessários para determinar as informações faltantes, foram feitos a mão em um rascunho e inseridos explicitamente na janela de comandos. Já para os casos com medidas arbitrárias foram criados procedimentos com as informações faltantes escritas em função das variáveis envolvidas. As relações trigonométricas inversas foram completamente novas para a aluna B, que levou certo tempo até compreender seus significados.

A dificuldade apresentada estava justamente em determinar um ângulo conhecendo apenas o valor de seu seno, cosseno ou tangente e em compreender que o SuperLogo aceita *arcsen*, *arccos* e *arctan* como parâmetros. Isto é, mesmo depois de ter compreendidas as relações trigonométricas inversas, a dúvida estava em saber o que fazer com aquela relação obtida. Ainda se podia perceber que não estava claro para a aluna que *arctan 30/40* era um ângulo e podia servir como valor para o parâmetro dos comandos *pd* e *pe*. Nesse momento, o círculo trigonométrico auxiliou na compreensão da relação *arctan*.

Depois de compreender as relações inversas, a aluna B criou os procedimentos com variáveis quase sem auxílio de minha parte. Os procedimentos criados por ela foram salvos, e um exemplo de sua execução no SuperLogo está ilustrada na figura 10 a seguir.

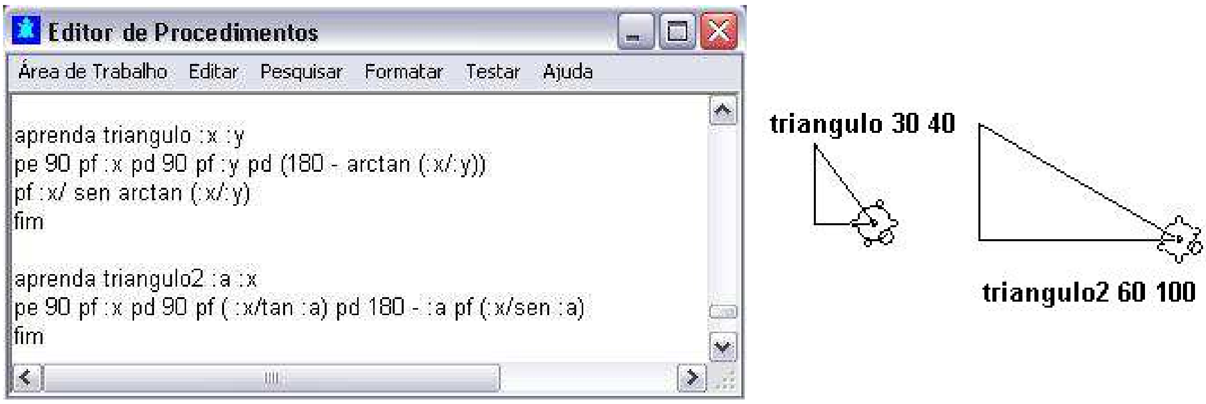


Figura 10: procedimentos criados pela aluna B.

O comando *pd (180-arctan(:x/:y))*, que aparece no procedimento *triangulo* da figura 10, não foi tão óbvio de ser determinado. Nas primeiras tentativas, a aluna B digitava apenas *pd arctan(:x/:y)*. A sua reação ao perceber o que havia de errado e conseguir consertar o erro foi de muita empolgação: “Ah! Aqui! Faltou o 180! É 180 menos *arctan*!”

Após a criação dos procedimentos acima, passamos aos polígonos com circunferências inscritas (procedimento *insc*). Este foi o procedimento em que mais nos detivemos, primeiro por ele realmente ser mais trabalhoso e segundo porque com essa construção pudemos trabalhar vários conceitos diferentes. Depois de eu ter esclarecido como o procedimento deveria funcionar ao ser digitado na janela de comandos, a aluna B percebeu que boa parte do trabalho já estava pronto. Isso porque o procedimento *insc*, assim como o procedimento *circ*, faz uso do comando *poli*, já criado por ela. A ideia, nesse caso, é que a resolução do procedimento seja o desenho de um polígono e uma circunferência inscrita nesse polígono. Portanto, o trabalho está em determinar os parâmetros dos comandos necessários para desenhar a circunferência no local correto, de modo que esta tangencie os lados de qualquer polígono.

Ao começar a construção do procedimento *insc*, a aluna B testou alguns comandos diretamente na janela de comandos, como já vinha fazendo em outros encontros. Como para isso foi preciso escolher um valor para a variável *n*, ela acabou optando pelo valor 4, isto é, optou por começar testando os comandos com a construção do quadrado. Devido a isso, as primeiras generalizações da aluna acabaram produzindo figuras incorretas para valores de *n* diferentes de 4 (ver figura 12).

A sequência de movimentos que a aluna B queria que a Tartaruga realizasse era: desenhar o polígono a partir do comando *poli*, mover-se para frente até a metade do lado, virar para a direita 90 graus, mover-se para frente novamente a metade do lado e desenhar a circunferência.

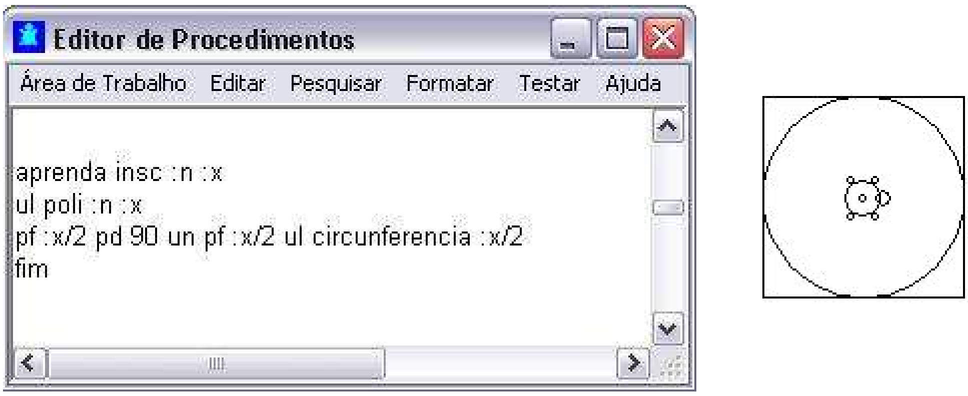


Figura 11: procedimento *insc* criado pela aluna B e sua resolução para *n*=4.

Nesse caso, ocorreu-lhe a ideia de que o raio da circunferência era determinado apenas pelo tamanho do lado do polígono e que seria, então, *x/2,* o que é falso. De fato, para o quadrado essa é a medida do raio da circunferência inscrita. Porém, o mesmo não serve para os demais polígonos, o que foi percebido por ela no momento de testar o procedimento para outros valores de *n* (ver figura 12), quando, para *n*>4, o círculo ficou pequeno e para *n*<4 (portanto, *n*=3), o círculo ficou grande demais.

M. Agora, será que funciona para o triângulo, o pentágono, todos?

(B digita *insc 5 100*)

B. Está pequeno...

M. Faz para o triângulo.

(B digita *insc 3 100*)

B. Está grande...

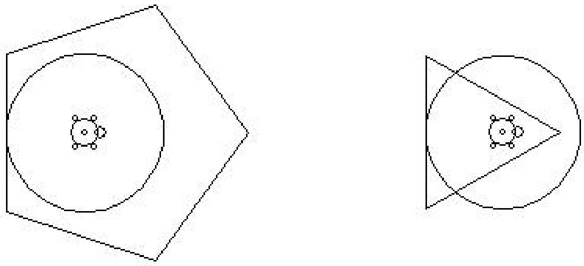


Figura 12: Resolução do procedimento *insc* para *n*=5 e *n*=3.

Ao tentar corrigir o seu erro, a aluna B optou por analisar o caso particular do triângulo eqüilátero. Nesse momento, foi preciso dedicar um tempo para trabalhar algumas propriedades desse polígono, uma vez que ela não conseguia determinar a medida do raio da circunferência nesse caso. Escolhemos utilizar o quadro da sala de aula (figura 13) e nele fizemos esboços de triângulos e vários rabiscos para destacar alguns elementos do triângulo, de modo a facilitar nossa comunicação e a visualização dos aspectos desejados.

A partir dos testes feitos para *n*=5 e *n*=3, a aluna B percebeu que a medida *x/2* para o raio da circunferência inscrita no triângulo equilátero era grande demais. Uma observação interessante feita por ela aproxima-se de um raciocínio matemático por absurdo (ou contradição). Com suas próprias palavras e com o recurso visual dos desenhos no quadro, que a permitia indicar os elementos desejados (figura 13), a aluna B disse que o raio do círculo inscrito no triângulo equilátero não podia ser *x/2*. Se fosse, a altura do triângulo acabaria tendo que ser maior que o próprio lado, e isso não acontecia. No entanto, a palavra “altura” não apareceu na sua fala. De fato, ela não estava familiarizada com essa nomenclatura. O que ela fazia era visualizar o triângulo equilátero como dois triângulos retângulos justapostos e, a partir daí, desenvolvia o seu raciocínio. Assim como ocorreu na construção dos triângulos retângulos e também mais adiante, a aluna B fazia, em muitos momentos, referência ao Teorema de Pitágoras em suas construções e utilizava a relação de igualdade do teorema para determinar alguma informação que lhe pudesse ser útil.

A busca da aluna por ângulos retos nas figuras e a forte presença do Teorema de Pitágoras em suas ações evidenciam a presença de invariantes em suas condutas, uma vez que ela demonstra ter organizado um conjunto de situações para as quais o Teorema de Pitágoras é útil e suficiente para a solução dos problemas que se apresentam. O fato de o desconhecimento das propriedades específicas do triângulo equilátero não tê-la impedido de justificar corretamente suas afirmações permite-nos concluir que a aluna B possui um entendimento muito claro das condições de existência de um triângulo retângulo. Ela não apresentou fórmulas que comprovassem suas afirmações; ela forneceu justificativas consistentes para o que afirmava.

Esclarecida a definição de altura, a aluna B foi capaz de identificar a altura de alguns triângulos que desenhei no quadro, inclusive as diferentes alturas em um mesmo triângulo. Além disso, ela percebeu que as alturas relativas aos três lados de um triângulo equilátero são todas iguais, embora não fosse capaz de justificar esse fato por conta própria. Então, com meu auxílio, para determinar a medida da altura do triângulo equilátero em função da medida *x* do lado, trabalhamos alguns conceitos, como a semelhança dos triângulos retângulos que a aluna B enxergava justapostos e a obrigatória igualdade entre as alturas relativas aos três lados do triângulo. A altura, por sua vez, foi determinada pela aluna utilizando novamente o Teorema de Pitágoras.

Figura 13: Aluna B determinando a altura do triângulo equilátero.

Trabalhando com o triângulo eqüilátero, ao corrigir o erro no procedimento anterior pedi que a aluna B não o alterasse, mas que criasse um outro procedimento para depois podermos compará-los. Assim, ela criou o procedimento *insc2* como uma tentativa de correção do procedimento *insc*. O resultado nesse caso foi um procedimento que funcionava corretamente para o triângulo eqüilátero, mas não para os demais polígonos.

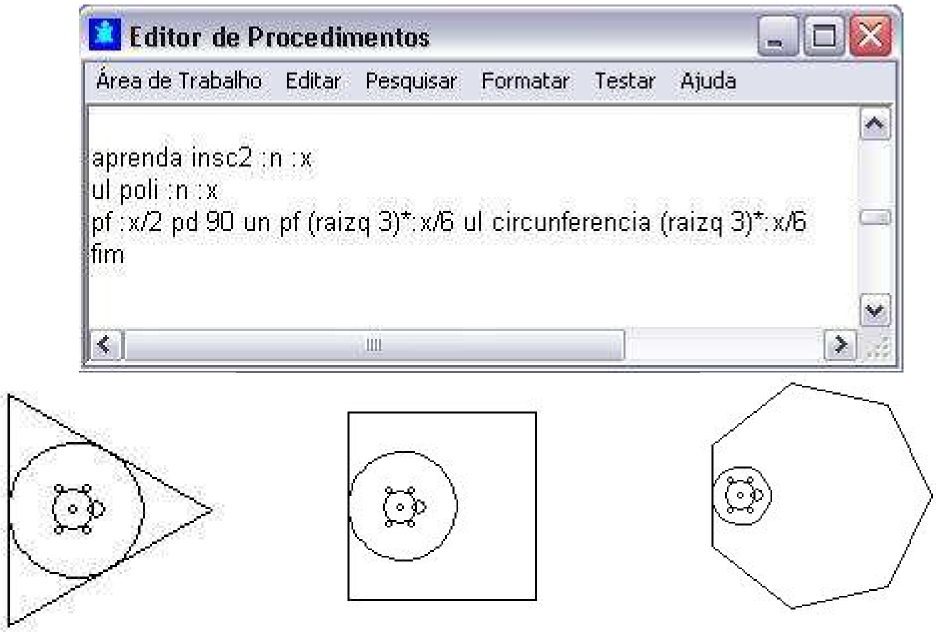


Figura 14: Procedimento *insc2* criado pela aluna B e sua resolução para n=3, n=4 e n=7

No encontro seguinte, entreguei à aluna B uma folha com o desenho de polígonos regulares de 3 a 8 lados (apêndice H). Nessa folha, pedi que ela desenhasse uma circunferência inscrita e outra circunscrita a cada um desses polígonos e procurasse traçar nessas figuras todos os raios das circunferências que conseguisse visualizar. Nessas construções, depois de algum tempo, apareceram triângulos retângulos em posições muito adequadas para que determinássemos o raio de cada um dos círculos.

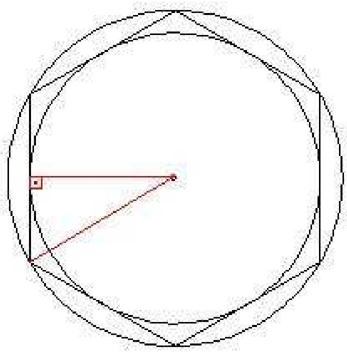


Figura 15: Raios das circunferências inscrita e circunscrita ao hexágono regular.

De fato, a aluna B percebeu que as medidas dos raios das circunferências estavam presentes no triângulo da figura 15. No entanto, foi necessária minha intervenção para que a aluna utilizasse a relação correta para determinar esses raios, no caso, a tangente da metade do ângulo interno de cada polígono regular. Relembrando os procedimentos para a construção de triângulos retângulos feitos em encontros anteriores, e em especial o caso em que estavam indicadas apenas a medida de um cateto e um ângulo não reto, a aluna B percebeu a necessidade de conhecer mais algum dos ângulos do triângulo retângulo da figura 16, uma vez que os demais lados eram desconhecidos

M. Que medida é essa?

B. É a metade do lado.

M. E o que formam este lado e este dois segmentos?

B. Um triângulo retângulo.

M. E com esse triângulo determina-se o quê?

B. O raio do círculo de dentro e o raio do círculo de fora.

M. Qual deles é qual?

(B aponta no desenho)

M. Então, um dos catetos tu conheces; este outro e a hipotenusa tu não conheces. Agora, se eu te fornecer o seguinte triângulo (desenhando no rascunho):

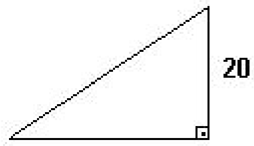


Figura 16: Triângulo retângulo com informações insuficientes

Tu consegues determinar estes lados (indico o cateto e a hipotenusa desconhecidos)?

B. Não.

M. O que tu precisarias saber para poder determinar estes lados?

B. Um ângulo.

M. Se eu fornecer este ângulo aqui (desenhando no rascunho):

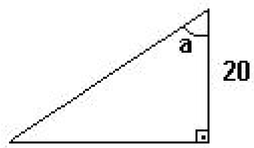


Figura 17: Triângulo retângulo com informações suficientes

Como tu determinarias este lado (indicando a hipotenusa)?

B. Por cosseno.

Por analogia, para determinar o outro cateto, ela disse que deveria usar a relação de tangente, o que, de fato, estava correto. Restava, nesse momento, determinar o valor do ângulo do triângulo retângulo que estávamos considerando, no interior do polígono regular, para podermos determinar a medida do raio das circunferências inscrita e circunscrita. Rapidamente, ela percebeu que se tratava da metade do ângulo interno do polígono.

M. O que tu precisas saber para fazer a tangente?

B. O ângulo... do polígono... sobre dois

M. O que é sobre dois?

B. É o ângulo.

M. Qual ângulo?

B. O de dentro.

M. Quanto vale o ângulo de dentro?

B. Como no programa eu tenho que colocar o ângulo de fora... então fica... 180 menos esse ângulo (ângulo interno ou "de dentro") dividido por 2.

[...]

M. E quanto é o ângulo de fora?

B. É... 360 sobre *n*... só que, para ele subir aqui eu vou precisar o ângulo para cá... não é inteiro... só a metade.

M. Então, faz o quê?

B. Divide por 2.

Nas falas acima, quando a aluna B fala sobre o "ângulo de fora" observa-se a repetição do mesmo raciocínio utilizado na construção dos procedimentos *poli*, *triangulo* e *triangulo2*. No entanto, desta vez já é possível notar uma maior clareza no raciocínio da aluna, que demonstra mais convicção ao dizer que deve optar pelo "ângulo de fora" como parâmetro em sua construção. Além disso, ela também acerta o valor do "ângulo de fora".

Neste momento fica evidente um conceito de ângulo muito específico da linguagem Logo. Ao contrário das construções usuais em geometria, quando interessa-nos o ângulo interno dos polígonos, na maioria das vezes o ângulo importante nas construções com o Logo é o ângulo suplementar ao interno. Trata-se de outra linguagem e de outra maneira de pensar, nas quais estão presentes processos em que os conceitos adquirem outros significados e sentidos, mas igualmente possíveis de serem incorporados pelo sujeito, como de fato ocorreu com a aluna B.

Após esse diálogo e alguns cálculos, a aluna conseguiu fazer seu procedimento funcionar como desejava, tendo determinado corretamente as relações entre numero de lados do polígono e tamanho do raio da circunferência inscrita. Este procedimento recebeu o nome de *insc3*.

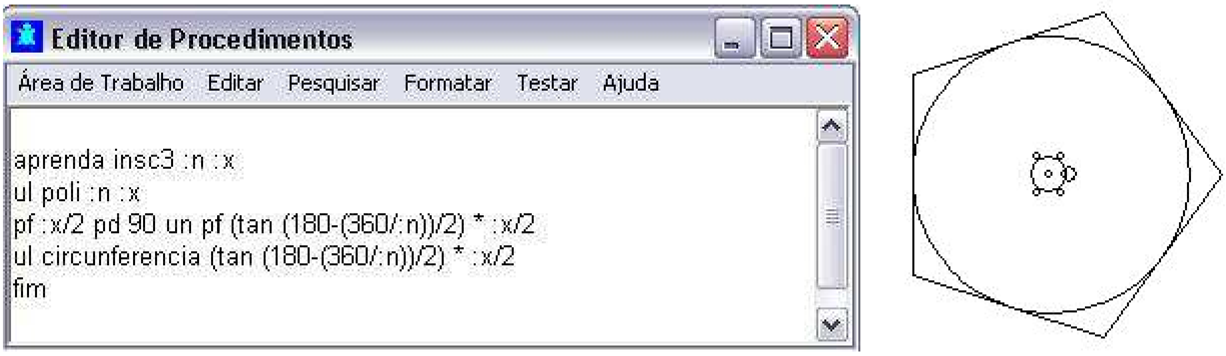


Figura 18: procedimento *insc3* criado pela aluna B e sua resolução para *n*=5

Depois disso, criar o procedimento *circ* foi muito mais fácil, uma vez que o centro já estava determinado e era o mesmo tanto para a circunferência inscrita quanto para a circunscrita. A única diferença estava na medida do raio da circunferência circunscrita, que podia ser determinada através da relação *cosseno* (*cos*).

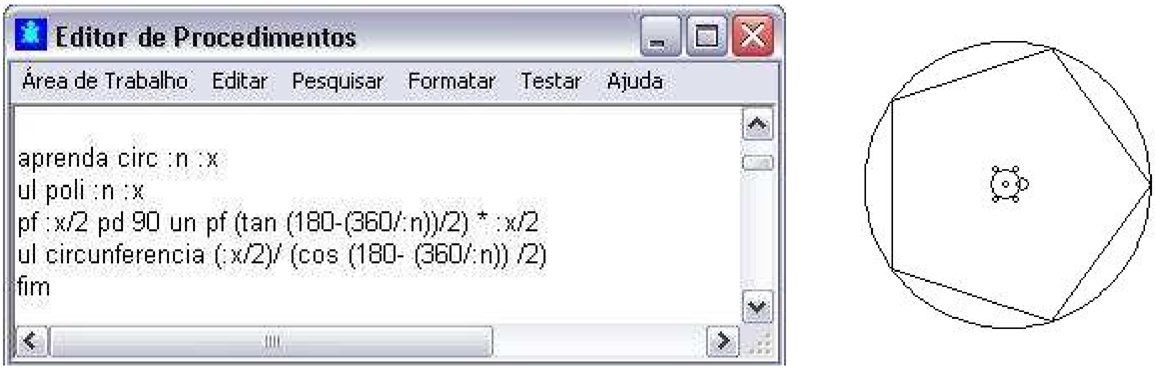


Figura 19: procedimento *circ* criado pela aluna B e sua resolução para *n*=5

Observei um fato curioso ao solicitar que a aluna criasse um procedimento cuja resolução fosse um polígono regular com as duas circunferências, a inscrita e a circunscrita. Após digitar os comandos para que a Tartaruga desenhasse o polígono e a circunferência inscrita, a aluna B queria voltar com a Tartaruga para o ponto onde esta iniciou a construção do polígono regular, mas estava tendo dificuldades em determinar os procedimentos que a fizessem retornar. Com isso, porém, a aluna acabaria deslocando o centro da circunferência circunscrita, que, por sua vez, não ficaria circunscrita ao polígono. No entanto, preferi deixá-la fazer o procedimento e procurar a solução sozinha. Depois de alguns minutos ela exclamou, bastante aliviada:

B. Ela não precisa voltar! O centro é o mesmo!

M. O que iria acontecer se tu tivesses voltado?

B. O centro ficaria aqui embaixo... e o círculo ficaria fora.

A última oficina foi dedicada aos procedimentos recursivos, pelos quais as alunas haviam manifestado interesse já no primeiro encontro, ao apresentar-lhes exemplos de procedimentos construídos no SuperLogo. Nesse último encontro, muito pouco ocorreu que eu considerasse importante incluir nas análises para este trabalho.

No entanto, considero importante destacar que posso afirmar com certeza, devido à satisfação e ao bom desempenho da aluna B na criação dos procedimentos recursivos, que a utilização da linguagem Logo tornou-se algo familiar para a aluna. A compreensão do funcionamento de um novo comando, especialmente quando isto se manifestava através de um procedimento executado com perfeição, deixava-a contente e realizada.

5. RESULTADOS

Após as análises dos dados coletados nos dois momentos de implementação do experimento, destaco alguns resultados interessantes a respeito da pesquisa realizada para este trabalho.

Com relação ao minicurso oferecido no EREMatSul, a possibilidade de contato com outros estudantes de cursos de licenciatura em Matemática e a troca de experiências com os mesmos foram muito agradáveis. Alguns dos participantes mostraram-se tão interessados pelo SuperLogo que queriam conversar e trocar ideias comigo e com os demais nos horários de intervalo do minicurso. Uma das participantes chegou inclusive a fazer o download do software logo depois da primeira manhã de trabalho. Percebi isto quando, à noite, ao acessar minha caixa de entrada de e-mails, já havia uma mensagem dessa participante, dando sugestões de trabalho e explicando alguns comandos que ela havia testado após buscá-los no índice do software.

No entanto, com relação aos efeitos da proposta de trabalho na formação dos participantes como estudantes de licenciatura, pouco se pode afirmar. Além do registro das respostas às questões propostas, não há garantia de que o trabalho com o SuperLogo tenha continuidade no futuro em suas salas de aula. Isso porque, enquanto realizavam as atividades e mexiam com o software, os participantes estavam de fato entretidos com a novidade, visto que a maioria desconhecia o software SuperLogo. Era como se eu observasse crianças brincando e descobrindo a linguagem Logo. Contudo, não desaprovo essa conduta. Pelo contrário, concordo com Papert (2008) quando diz: “Em vez de pressionar as crianças a pensarem como adultos, faríamos melhor nos lembrando de que elas são grandes aprendizes e tentando seriamente nos tornar mais parecidos com elas” (p. 148).

Os questionários respondidos ao final do minicurso diziam respeito às impressões e opiniões dos participantes acerca da proposta de trabalho apresentada. A maioria delas foi bastante positiva e expressou o contentamento dos participantes durante a realização das atividades. Alguns chegaram ainda a acrescentar que implementariam o trabalho com seus alunos e manifestaram interesse em trabalhar com o software também no Ensino Superior.

Com relação às construções propostas, acabei percebendo que a opção pelo quadrado como primeira construção para introduzir a criação de novos procedimentos não é a mais adequada. As construções com o quadrado geram vícios e falhas nos raciocínios dos aprendizes e os conduzem a generalizações incorretas. De acordo com Vergnaud (2009), “[...] a parte intencional de um esquema que é o objetivo, é essencial na organização da atividade” (p.22). Por esse motivo, considero que restringir a construção de polígonos regulares, por exemplo, à construção do caso particular do quadrado reduz o objetivo inicial do trabalho e a intenção do sujeito passa a ser apenas a construção de um procedimento particular, que não preserva totalmente as propriedades e conceitos matemáticos envolvidos na construção pensada inicialmente.

Esse foi o caso, por exemplo, ao propor a construção de um procedimento cuja resolução fosse um polígono regular. Reduzir o problema à análise do caso particular do quadrado induz a cometer erros com outros polígonos regulares, como ocorreu no minicurso e nas oficinas no momento da determinação do ângulo que a Tartaruga deveria virar. Além disso, ao testar um outro caso que não funciona com raciocínio análogo ao utilizado para o quadrado, a maioria não retorna ao procedimento de construção do quadrado para analisá-lo e, quem sabe, concluir algo a respeito do caso geral. Afinal, se o procedimento funcionou, é porque não há erro em sua construção. Correto? Não!

Em outros momentos, a opção por iniciar com o caso particular do quadrado também se mostrou inadequada. Ao criar o procedimento *insc*, utilizando para o raio da circunferência inscrita a medida *x/2*, o procedimento funcionou corretamente para o quadrado. No entanto, o mesmo não se pode dizer sobre os demais casos de polígonos regulares. É possível que, se eu não tivesse sugerido à aluna B que testasse o procedimento *insc* para os demais casos, ela tivesse parado suas construções naquele ponto, tendo a impressão de ter construído o procedimento corretamente.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o fim deste trabalho, considero que foi possível verificar durante os experimentos realizados a potencialidade da linguagem Logo e do software SuperLogo 3.0 como alternativas para o aprendizado de matemática. As análises dos dados coletados, realizadas a partir do construcionismo e da teoria dos campos conceituais, permitiram identificar os momentos de descoberta dos sujeitos aprendizes e o modo como organizavam seus pensamentos e suas ações em frente ao computador.

Acredito que o trabalho com a linguagem Logo nos dois momentos em que foi implementado gerou o aprendizado dos envolvidos. Mais que isso, provocou-os e os incentivou e, portanto, os fez viver o aprendizado, como de fato é a intenção de Papert para os usuários da linguagem Logo. Uma vez que as construções realizadas estavam repletas de conceitos e propriedades matemáticas, o fato de terem despertado o interesse e a curiosidade dos aprendizes mostra como a matemática pode proporcionar um espaço de aprendizado rico e agradável. E o ambiente Logo constituiu-se um espaço viável para esse aprendizado. As expressões de espanto, curiosidade e satisfação dos participantes do minicurso e das oficinas foram a recompensa mais animadora após esse período de realização da pesquisa.

Há um aspecto a respeito da minha ação durante a pesquisa que considero importante salientar. O modo escolhido para a coleta de dados e o registro por meio de gravações de voz permitiu-me a transcrição mais rigorosa das falas das alunas durante as oficinas. Com isso, ao transcrever os diálogos pude perceber alguns momentos em que realizei intervenções sem aguardar o retorno das alunas. Papert (2008) utiliza a expressão “dar-se tempo a si mesmo” (p.92). Acrescento que aqui, além de dar-se tempo, trata-se de dar tempo. Houve momentos em que teria sido preferível que eu tivesse me mantido em silêncio, aguardando a manifestação das alunas, para poder interpretar com mais clareza os conhecimentos que elas possuíam e o entendimento das mesmas sobre o assunto em questão.

Contudo, apesar das falhas ocorridas, ainda assim a pesquisa realizada propiciou momentos de rico aprendizado, não apenas aos novos usuários do SuperLogo, mas também a mim, ao assumir o papel de pesquisadora durante o trabalho. Para uma pesquisa futura, quando então já terei tido tempo para aprender mais a respeito do método clínico piagetiano, poderei evitar algumas falhas que identifiquei nesta pesquisa. No entanto, o fato de conseguir percebê-las já é um indício da eficiência do método adotado, uma vez que tais observações só foram possíveis devido ao fato de possuir os diálogos gravados e transcritos.

Tenho a convicção de que a utilização da linguagem Logo em aulas de matemática seja uma alternativa capaz de fornecer aos alunos ferramentas para tornar seu aprendizado mais proveitoso e significativo. No entanto, restam agora algumas dúvidas quanto às demais possibilidades do software.

Uma vez que as oficinas tenham ocorrido com um grupo bastante reduzido de alunos, nada posso afirmar a respeito do que teria acontecido caso tivesse trabalhado com uma turma inteira, durante o turno regular de aula. Além disso, as atividades realizadas envolveram conceitos de geometria e trigonometria comumente trabalhados no Ensino Médio. Penso que um exercício interessante seria buscar outras formas de explorar os recursos do SuperLogo, de modo a tratar de outros conteúdos de Ensino Médio e até Fundamental. Fica o convite para o leitor experimentar essas outras possibilidades.

7. REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+). Brasília: MEC-SEB. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf.>. Acesso em 10 jun. 2011.

BÚRIGO, Elisabete Zardo. **Para que ensinar e aprender geometria no ensino fundamental?** Um exercício de reflexão sobre o currículo. Teoria & Fazeres, Gravataí, v. 2, 1999. p.81-84.

COSTA, Nielce M. Lobo da. **A história da trigonometria.** Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf> Acesso em: 23 nov. 2011.

DELVAL, Juan. **Introdução à prática do método clínico:** descobrindo o pensamento das crianças. Tradução de Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.

HOFFMANN, Daniela. **Aprender Matemática:** tornar-se sujeito da sociedade em rede. Porto Alegre: UFRGS, 2006. 295 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Social e Institucional) – Programa de Pós-Graduação em Psicologia Social e Institucional, Instituto de Psicologia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Tradução de Sandra Costa. Ed. rev. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PAPERT, Seymour. **Logo: computadores e educação.** Tradução de José Armando Valente. 3ª ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1988.

SANTOS, Rosângela Salles dos; ORMEZZANO, Graciela. **Para além da geometria na escola**: antigas e novas abordagens. Passo Fundo: Editora Universidade de Passo Fundo, 2005.

VERGNAUD, Gérard (1996a). **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.** Revista do GEEMPA, Porto Alegre, nº4, jul. 1996.

VERGNAUD, Gérard (1996b). A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Editora Instituto Piaget, 1996. p.155-191.

VERGNAUD, Gérard. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto. **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: Editora CRV, 2009. p.13-35.

8. APÊNDICES

APÊNDICE A: Sugestões de links aos interessados em mais informações a respeito da linguagem Logo e do software SuperLogo 3.0

- http://el.media.mit.edu/logo-foundation/index.html
- http://neoparaiso.com/logo/
- http://www.teachnet-uk.org.uk/2006%20Projects/ICT-Logo/Logo/index.htm
- http://projetologo.webs.com/slogo.html
- http://www.papert.org/
- http://web.media.mit.edu/~papert/
- http://linguagemlogo.blogspot.com/
- http://education.mit.edu/starlogo/

APÊNDICE B: Termo de consentimento informado (minicurso)

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa desenvolvida por Marília Luiza Matte, para seu trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada pelo professor Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail *mbasso@ufrgs.br*.

Fui esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas será apenas em situações acadêmicas, mantendo em anonimato as identidades dos participantes. No caso de fotos, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar os responsáveis por esta pesquisa através do e-mail *mariliamatte@gmail.com*.

___/09/2011

____
Assinatura do participante

___________________________ ___________________________
Marília Luiza Matte Marcus Vinicius de Azevedo Basso

APÊNDICE C: Questionário 1 (minicurso)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA - Licenciatura em Matemática
Acadêmica: Marília Luiza Matte Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

As questões a seguir fazem parte do minicurso "A linguagem Logo como possibilidade de aprendizagem em Matemática", constituinte da pesquisa para o trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática. Responda-as no espaço abaixo e utilize o verso, se necessário.

1. Você acha possível que a inserção de ferramentas tecnológicas em sala de aula auxilie no desempenho dos alunos em Matemática? Apresente argumentos que sustentem sua posição.

____

____

____

____

2. Você já teve experiências com o uso de tecnologias em aulas de Matemática? Se sim, relate alguma que tenha lhe chamado a atenção, seja por ter sido de sucesso ou de fracasso.

____

____

____

____

3. Você conhece o SuperLogo? Se sim, em que ocasião e como trabalhou com esse software?

____

____

____

____

APÊNDICE D: Questionário 2 (minicurso)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA - Licenciatura em Matemática
Acadêmica: Marília Luiza Matte Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

As questões a seguir fazem parte do minicurso “A linguagem Logo como possibilidade de aprendizagem em Matemática”, constituinte da pesquisa para o trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática. Responda-as no espaço abaixo e utilize o verso, se necessário.

4. O que você achou do minicurso e, em particular, dessa proposta para trabalhar com o SuperLogo em aulas de Matemática?

____
____
____
____

5. Que conceitos de Matemática você identificou nas atividades desenvolvidas nesse minicurso? Frente à necessidade de trabalhar com esses conceitos na sua sala de aula, você optaria por utilizar o SuperLogo?

____
____
____
____

6. No espaço abaixo, deixe suas sugestões e comentários.

____
____
____
____

Muito obrigada por sua atenção e participação!
Marília Luiza Matte

APÊNDICE E: Termo de consentimento informado (oficinas)

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, de R.G. _________________, responsável pelo(a) aluno(a) ____, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei com a participação do(a) aluno(a) na pesquisa intitulada *A linguagem Logo como possibilidade de aprendizagem em Matemática*, desenvolvida pela acadêmica Marília Luiza Matte para seu trabalho de conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Fui informado(a), ainda, que a pesquisa é orientada pelo professor Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail *mbasso@ufrgs.br*.

Tenho ciência que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui também esclarecido(a) que o uso das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), mantendo em anonimato as identidades dos participantes. No caso de fotos, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, sem identificação.

A colaboração do(a) aluno(a) far-se-á por meio de suas falas e produções durante a participação nas oficinas desenvolvidas pelas acadêmicas Marília Luiza Matte e Fernanda Longo. O(A) aluno(a) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas.

A colaboração do(a) aluno(a) iniciar-se-á apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar os responsáveis por esta pesquisa através do e-mail *mariliamatte@gmail.com*.

Fui ainda informado(a) que o(a) aluno(a) pode retirar-se dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

___________________________________ ___________________________________

Responsável | Colégio Estadual Piratini

___________________________________ ___________________________________

Marília Luiza Matte | Marcus Vinicius de Azevedo Basso

APÊNDICE F: Autorização para coleta de dados realizada no Colégio Estadual Piratini

Ilma Sra. Jane Wiltgen Machado

Diretora do Colégio Estadual Piratini

Solicito sua autorização para que a Acadêmica MARÍLIA LUIZA MATTE, do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul desenvolva seu trabalho de conclusão na Instituição de Ensino Colégio Estadual Piratini, durante o segundo semestre de 2011.

O trabalho resultante do estudo desenvolvido por Marília deve resultar em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros estudantes e professores de Matemática.

Neste sentido, torna-se extremamente importante proceder à coleta de dados para futuras análises e obtenção de resultados relacionados com a aprendizagem em Matemática.

Dessa forma, nessa oportunidade, estamos solicitando sua autorização para a realização da coleta de dados mencionada bem como que o nome da Instituição seja referido no trabalho da Acadêmica.

Para manifestação de sua concordância, é suficiente sua declaração e assinatura nesse documento.

Ao seu dispor para quaisquer esclarecimentos, envio cordiais saudações.

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

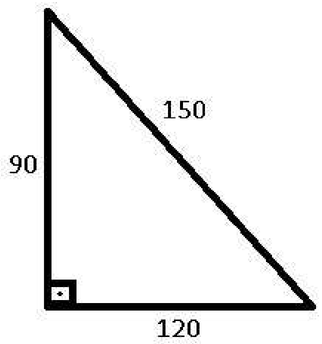
Instituto de Matemática - UFRGS

Porto Alegre, 09 de novembro de 2011.

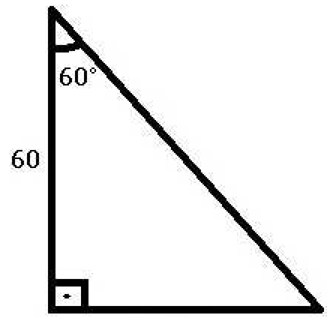
APÊNDICE G: Atividade realizada pela aluna B.

Escreva os procedimentos cujas resoluções sejam os triângulos abaixo:

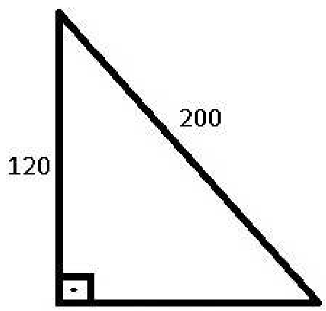
a)



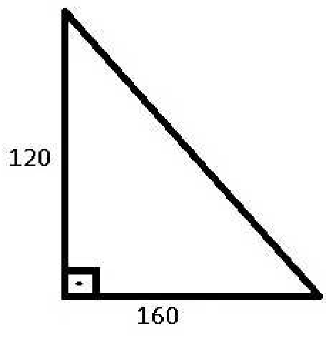
b)



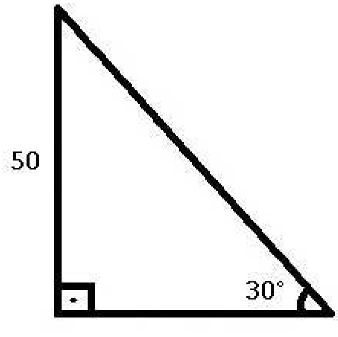
c)



d)



e)



APÊNDICE H: Folha entregue à aluna B