

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**IMPLEMENTAÇÃO DE ROTINAS COMPUTACIONAIS  
PARA O PROJETO AUTOMÁTICO DE PEÇAS EM  
CONCRETO COM PROTENSÃO ADERENTE E  
NÃO ADERENTE**

**Paula Manica Lazzari**

Porto Alegre  
outubro 2011

**PAULA MANICA LAZZARI**

**IMPLEMENTAÇÃO DE ROTINAS COMPUTACIONAIS  
PARA O PROJETO AUTOMÁTICO DE PEÇAS EM  
CONCRETO COM PROTENSÃO ADERENTE E  
NÃO ADERENTE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na modalidade Acadêmico.

Orientadores: Prof. Dr. Américo Campos Filho

Prof. Dr. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal

Porto Alegre  
outubro 2011

LAZZARI, Paula Manica Lazzari

Implementação de Rotinas Computacionais para o Projeto Automático de Peças em Concreto com Protensão Aderente e Não Aderente / Paula Manica Lazzari. – Porto Alegre: PPGEC/UFRGS, 2011.

173 p.

Dissertação, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul; Mestrado. Orientadores: Américo Campos Filho, Francisco P.S.L. Gastal.

1. Concreto Protendido I. Implementação de Rotinas Computacionais para o Projeto Automático de Peças em Concreto com Protensão Aderente e Não Aderente

**PAULA MANICA LAZZARI**

**IMPLEMENTAÇÃO DE ROTINAS COMPUTACIONAIS  
PARA O PROJETO AUTOMÁTICO DE PEÇAS EM  
CONCRETO COM PROTENSÃO ADERENTE E NÃO  
ADERENTE**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelos professores orientadores e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 07 de outubro de 2011

---

**Prof. Américo Campos Filho**  
Dr. pela Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo  
Orientador

---

**Prof. Francisco de Paula Simões Lopes  
Gastal**  
Ph.D. pela North Carolina State University  
Orientador

---

**Prof. Luiz Carlos Pinto da Silva Filho**  
Ph.D. pela University of Leeds, UK  
Coordenador do PPGEC

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Mauro de Vasconcellos Real (FURG)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Eng. Ranier Adonis Barbieri (CPA Engenharia Ltda.)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Rubem Clécio Schwingel (UFRGS)**  
M.Sc. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof.<sup>a</sup> Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa (UFRGS)**  
Dr.<sup>a</sup> pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho aos meus pais, Arduino e Teresinha, e à minha irmã, Bruna, que sempre estiveram ao meu lado, me apoiando e incentivando especialmente durante o período deste Curso de Pós-Graduação.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos Professores Américo e Gastal, orientadores deste trabalho, pela amizade, pelo incentivo, pela paciência, pela disponibilidade, pela experiência transmitida e pela contribuição fundamental para a elaboração desta dissertação.

Agradeço ao Professor Rubem Schwingel pela amizade, colaboração, incentivo, troca de idéias e pelo fornecimento de exemplos reais que foram de extrema importância na verificação das subrotinas de projeto elaboradas neste trabalho.

Agradeço ao engenheiro Ranier Adonis Barbieri pela amizade, colaboração e experiência transmitida, fundamental para a conclusão deste trabalho.

Agradeço aos membros da RS Engenharia e CPA Engenharia pelo suporte dado no período da dissertação.

Agradeço a todos os outros professores, funcionários e colegas do PPGEC pela colaboração e convivência.

Agradeço a todos meus amigos que me deram força, incentivo e determinação durante o período do Curso de Pós-Graduação.

Agradeço a toda minha família querida, principalmente aos meus pais Arduino e Teresinha e à minha irmã Bruna pela paciência, compreensão, carinho e amor em todos os momentos da minha vida.

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul que proporcionou estrutura de ensino e pesquisa.

Agradeço à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo suporte financeiro que permitiu a realização deste estudo.

Agradeço à Deus por sempre me dar muita força e coragem para vencer mais esta etapa da vida.

*“Comme tout homme qui poursuit un idéal, le constructeur aura besoin bien plus encore que d’imagination, d’intelligence ou de science, de qualités morales: probité, sincérité envers soi-même et les autres, ténacité, courage, foi en lui-même et en son œuvre, passion et orgueil de sa tâche.”*

“Assim como qualquer homem que persegue um ideal, o construtor irá precisar bem mais do que imaginação, inteligência ou de ciência, mas também de qualidades morais como: a honestidade, sinceridade para consigo mesmo e aos outros; tenacidade, coragem, fé em si e na sua obra; paixão e orgulho de seu trabalho.”

*Eugène Freyssinet*

## RESUMO

LAZZARI, P. M. **Implementação de Rotinas Computacionais para o Projeto Automático de Peças em Concreto com Protensão Aderente e Não Aderente**. 2011. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Este trabalho versa sobre o desenvolvimento de rotinas computacionais para o projeto automático de estruturas de concreto submetidas à protensão aderente e não aderente, conforme recomendações das normas brasileira [NBR6118:2007] e francesa [*Règles BPEL 91*]. A justificativa da realização deste trabalho vem da crescente utilização da protensão no Brasil, devido principalmente a suas vantagens construtivas, à redução na incidência de fissuras e na dimensão das peças com o emprego eficiente de materiais de maior resistência. Visando contribuir para o desenvolvimento científico nacional, o presente trabalho dá continuidade a uma linha de pesquisa que vem sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC/UFRGS, a qual foi iniciada com a implementação de um modelo numérico, baseado na formulação do elemento finito do tipo híbrido para pórticos planos, que faz a análise quanto à flexão de seções com protensão aderente e não aderente. A partir deste elemento finito, torna-se possível a utilização de elementos longos, de maneira que um único elemento finito possa ser utilizado para um vão de viga ou pilar, reduzindo, assim, o esforço computacional. O modelo numérico considera a não linearidade geométrica, carregamentos cíclicos e construção composta, levando em conta a concretagem por fases. Relações constitutivas já consolidadas na literatura são empregadas para os materiais, sendo que a cadeia de Maxwell é utilizada para representar o comportamento reológico do concreto e do aço de protensão, respeitando as características de cada material. Realizou-se, ainda, um estudo das variáveis necessárias na implementação do modelo numérico a fim de desenvolver uma interface gráfica amigável com a ajuda do *software Microsoft Visual Basic 2008 Express Edition*, disponível gratuitamente na internet, facilitando, desta forma, a entrada de dados. As rotinas computacionais implementadas efetuam a verificação dos estados limites de serviço e últimos, complementando o modelo numérico original. São consideradas as situações de protensão completa, limitada e parcial e verificados conforme cada caso, os estados limites de descompressão, de formação e de abertura das fissuras, além dos estados limites últimos finais, no ato da protensão e a verificação do esforço cortante. São apresentadas comparações entre situações de projeto conforme as normas brasileira e francesa, analisando de forma crítica os resultados obtidos. De um modo geral, observou-se que as verificações feitas pela norma francesa apresentaram resultados mais conservadores. Ao longo deste trabalho, buscou-se, como objetivo principal, tornar o programa computacional operacional para a realização de projetos.

**Palavras-chave:** projeto estrutural; concreto protendido; protensão não aderente; elemento finito tipo híbrido



## ABSTRACT

LAZZARI, P. M. **Implementação de Rotinas Computacionais para o Projeto Automático de Peças em Concreto com Protensão Aderente e Não Aderente**. 2011. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

This work presents the development of computational algorithms for the automatic design of concrete structures subjected to bonded and unbonded prestressing, according to the Brazilian [NBR6118:2007] and French [Règles BPEL 91] code specifications. The study is justified by the increased use of prestressing in Brazil, due to its many constructive advantages, like reduction in crack incidence and decrease in section dimensions, with the efficient use of higher resistance materials. It is part of a major research developed in the Graduate Program in Civil Engineering - PPGEC/UFRGS, started with the implementation of a numerical model based on the formulation of a hybrid type finite element for prestressed plane frames. Such model, makes possible the use long elements, so that a single finite element can be used for modeling a beam or column, therefore improving computational efficiency. The numerical model considers geometric nonlinearity, cyclic loading and composite construction, allowing different constructive stages. Well established constitutive relations are used for representing material behavior and the Maxwell chain model is used for both concrete and prestressing steel time-dependent responses. A study on the variables needed to implement the numerical model was performed, in order to develop a friendly graphical interface, with the help of Microsoft Visual Basic 2008 Express Edition, a free software that facilitates data acquisition. The implemented computational algorithm performs the verification of the Serviceability Limit States and the Ultimate Limit State, with a view to complementing the original numerical model. Full, partial and limited prestressing situations are considered and checked and, in each case, the Limit State of Decompression, the Limit State of Cracking, the Ultimate Limit State, the final act of prestressing and the Shear Strength are verified. Comparison between design situations according to the Brazilian and French code specifications are presented. In general, it was observed that verifications of the French code were more conservative. This work was focused on the main objective to make the computer program operational for structural design.

Key-words: *structural design; prestressed concrete; unbonded tendons, hybrid type finite element.*

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	1
1.1 BREVE HISTÓRICO DO CONCRETO PROTENDIDO	1
1.2 SISTEMAS DE PROTENSÃO QUANTO A ADERÊNCIA	5
1.3 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS DA PESQUISA	8
1.4 ESTRATÉGIA DE PESQUISA	10
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	11
<b>2 APRESENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO ADOTADO</b>	12
2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	13
2.2 IDEALIZAÇÃO E DISCRETIZAÇÃO DA ESTRUTURA	14
2.3 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO TIPO HÍBRIDO	16
2.3.1 Definição dos Sistemas de Coordenadas	17
2.3.2 Definição de Deslocamentos Nodais no Elemento	18
2.3.3 Definição de Forças Nodais no Elemento	19
2.3.4 Formulação Matemática do Elemento Finito	20
2.3.4.1 Solução para as Forças Nodais	21
2.3.4.2 Solução para as Forças nas Seções Transversais (Função de Interpolação)	23
2.3.4.3 Relação Constitutiva da Seção Transversal	23
2.3.4.4 Relação entre Deslocamentos Nodais Relativos e Deformações	24
2.3.4.5 Relação entre Deslocamentos Nodais Relativos e Deslocamentos Nodais	25
2.3.4.6 Desenvolvimento Matemático da Equação do Elemento Finito	26
2.3.4.7 Fluxograma da Rotina Análise (BARBIERI, 2003)	29
2.4 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS	32
2.4.1 Concreto	34
2.4.2 Aço de Armadura Passiva	36
2.4.3 Aço de Protensão	37
2.4.4 Fluência e Retração do Concreto	38
2.4.5 Relaxação do Aço de Protensão	41
<b>3 CRITÉRIOS DE PROJETO</b>	42
3.1 NORMALIZAÇÃO BRASILEIRA	42
3.1.1 Graus de Protensão	42
3.1.1.1 Protensão Completa ou Nível 3	42

3.1.1.2 Protensão Limitada ou Nível 2 .....	43
3.1.1.3 Protensão Parcial ou Nível 1 .....	44
3.1.2 Combinações de Carga para o Estado Limite de Serviço.....	44
3.1.2.1 Combinações Quase Permanente (CQP) .....	44
3.1.2.2 Combinações Frequentes (CF) .....	45
3.1.2.3 Combinações Raras (CR) .....	45
3.1.3 Verificações no Estado Limite de Serviço (ELS).....	46
3.1.3.1 Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F).....	47
3.1.3.2 Estado Limite de Descompressão (ELS-D).....	48
3.1.3.3 Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W).....	48
3.1.3.4 Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF) .....	49
3.1.4 Verificações de Ruptura (ELU).....	49
3.2 NORMALIZAÇÃO FRANCESA.....	50
3.2.1 Classes de verificação ( <i>classes de vérification</i> ) .....	50
3.2.1.1 Classe I .....	51
3.2.1.2 Classe II .....	52
3.2.1.3 Classe III ou <i>précontrainte partielle</i> .....	52
3.2.2 Combinações de Carga para o Estado Limite de Serviço.....	53
3.2.2.1 Combinações Quase Permanente (CQP) .....	53
3.2.2.2 Combinações Frequentes (CF) .....	53
3.2.2.3 Combinações Raras (CR) .....	53
3.2.3 Verificações no Estado Limite de Serviço (ELS).....	54
3.2.3.1 Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F).....	56
3.2.3.2 Estado Limite de Descompressão (ELS-D).....	56
3.2.3.3 Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W).....	57
3.2.3.4 Estado Limite de Deformação (ELS-DEF) .....	57
3.2.4 Verificações de Ruptura (ELU).....	58
<b>4 IMPLEMENTAÇÃO DAS ROTINAS DE PROJETO.....</b>	<b>59</b>
4.1 PRÉ-PROCESSAMENTO: ENTRADA DE DADOS.....	60
4.1.1 Tela Principal.....	61
4.1.2 Planilha: Dados gerais .....	61
4.1.3 Planilha: Dados nodais .....	63
4.1.4 Planilha: Dados dos elementos .....	64

4.1.5 Planilha: Materiais.....	65
4.1.6 Planilha: Seções-tipo .....	67
4.1.7 Planilha: Armadura Passiva.....	68
4.1.8 Planilha: Dados Carregamento .....	69
4.1.9 Planilha: Protensão .....	70
4.1.10 Planilha: Perfil Parabólico .....	72
4.1.11 Planilha: Carregamento nodal de referência.....	74
4.1.12 Planilha: Carregamento de referência (elementos).....	75
4.1.13 Planilha: ELS .....	76
4.1.14 Arquivo gerado (.dat) .....	76
4.2 PROCESSAMENTO.....	77
4.2.1 Estado Limite de Serviço de Descompressão (ELS-D) e Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras (ELS-F).....	78
4.2.2 Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas (ELS-DEF) .....	81
4.2.3 Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras (ELS-W).....	81
4.2.4 Estado Limite Último no Ato da Protensão.....	92
4.2.5 Verificação quanto ao Esforço Cortante.....	94
4.2.6 Estado Limite Último .....	102
4.3 PÓS-PROCESSAMENTO: SAÍDA DE DADOS.....	105
<b>5 VALIDAÇÃO E VERIFICAÇÃO DO MÓDULO ACADÊMICO E DAS ROTINAS DE PROJETO.....</b>	<b>107</b>
5.1 MÓDULO ACADÊMICO .....	107
5.2 MÓDULO NORMALIZAÇÃO BRASILEIRA E FRANCESA .....	111
5.2.1 Viga em Concreto Armado.....	111
5.2.2 Viga com Protensão Parcial Aderente .....	120
5.2.3 Viga com Protensão Parcial Não Aderente .....	144
<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA A CONTINUIDADE DA PESQUISA.....</b>	<b>166</b>
6.1 CONCLUSÕES .....	166
6.2 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS .....	170
REFERÊNCIAS .....	171

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: rodas de carroças sob a protensão circular do aro de aço .....	2
Figura 2: construção da Ponte do Galeão, no Rio de Janeiro .....	4
Figura 3: exemplo de peça submetida à protensão com aderência posterior.....	6
Figura 4: monocordoalha engraxada com bainha plástica extrudada.....	7
Figura 5: montagem das cordoalhas engraxadas e plastificadas em radier de edifício residencial de grande altura em Fortaleza .....	7
Figura 6: reforço externo com protensão não aderente .....	8
Figura 7: comparação de custos entre laje protendida e laje em concreto armado .....	9
Figura 8: idealização de uma viga hipotética .....	15
Figura 9: sistema de coordenadas globais, locais e tangenciais .....	17
Figura 10: forças nodais e solicitações nas seções transversais .....	20
Figura 11: fluxograma da rotina de análise .....	30
Figura 12: sistema de eixos considerados na não linearidade geométrica .....	32
Figura 13: diagrama carga x deslocamento típico do concreto estrutural .....	34
Figura 14: comportamento do concreto à compressão .....	35
Figura 15: comportamento do concreto à tração .....	36
Figura 16: curva de Devalapura & Tradós (1992) para o aço de protensão.....	38
Figura 17: evolução da deformação por fluência para uma tensão constante .....	39
Figura 18: curva de deformação por retração .....	39
Figura 19: modelo da cadeia de Maxwell.....	40
Figura 20: exemplos de silo e reservatório elevado em forma de funil.....	43
Figura 21: fluxograma de verificações últimas para o concreto protendido e armado.....	50
Figura 22: exemplo de reservatório protendido na Ilha da Reunião.....	51
Figura 23: exemplo de viga protendida realizada na construção do <i>Centre Pompidou</i> .....	52
Figura 24: representação da zona de cobrimento .....	56
Figura 25: fluxograma de verificações últimas para o concreto protendido e armado.....	58
Figura 26: representação da viga hipotética bi-apoiada .....	60
Figura 27: tela principal e planilha de dados gerais .....	62
Figura 28: planilha de dados gerais: verificações normas brasileira e francesa.....	63
Figura 29: planilha de dados nodais .....	64
Figura 30: planilha de dados dos elementos.....	65
Figura 31: planilha dos materiais .....	67
Figura 32: planilha das seções-tipo .....	68
Figura 33: planilha da armadura passiva .....	69
Figura 34: planilha dos dados do carregamento .....	70
Figura 35: planilha da protensão .....	71
Figura 36: planilha da protensão (perfil parabólico) .....	72
Figura 37: exemplo de traçados para viga isostática e hiperestática .....	73
Figura 38: planilha perfil parabólico .....	74
Figura 39: planilha carregamento de referência (nós).....	74
Figura 40: planilha carregamento de referência (elementos) .....	75
Figura 41: planilha ELS.....	76
Figura 42: arquivo .dat gerado a partir do pré-processamento.....	77
Figura 43: tela de entrada do programa Multipro.....	77
Figura 44: fluxograma simplificado do programa Multipro.....	78
Figura 45: fluxograma da subrotina Verificacao_ELSF.for e Verificacao_ELSF_BPEL.for..	80

Figura 46: fluxograma da subrotina Verificacao_ELSDEF.for e Verificacao_ELSDEF_BPEL.for.....	81
Figura 47: concreto de envolvimento da camada de armadura tracionada.....	82
Figura 48: características geométricas do módulo da seção transversal .....	83
Figura 49: malha 1000x1000 gerada no primeiro módulo da seção.....	84
Figura 50: identificação da zona da área $A_{cr}$ no 1° e 2° módulo da seção para a 1ª barra .....	85
Figura 51: identificação da zona da área $A_{cr}$ no 1° e 2° módulo da seção para a 2ª barra .....	85
Figura 52: identificação da zona da área $A_{cr}$ no 1° e 2° módulo da seção para a 3ª barra .....	85
Figura 53: sequência de cálculo da área $A_{cr}$ .....	86
Figura 54: diagramas de deformações .....	87
Figura 55: fluxograma da rotina de verificação ao ELS-W (norma brasileira).....	91
Figura 56: fluxograma da rotina de verificação ao ELS-W (norma francesa) .....	92
Figura 57: fluxograma da verificação do ELU no Ato da Protensão .....	93
Figura 58: fluxograma da subrotina Verificacao_Corte.for (norma brasileira).....	98
Figura 59: fluxograma da subrotina Verificacao_Corte_BPEL.for (norma francesa) .....	100
Figura 60: fluxograma da verificação do ELU (norma brasileira) .....	103
Figura 61: fluxograma da verificação do ELU (norma francesa).....	104
Figura 62: fluxograma do arquivo de saída de dados .OUT.....	105
Figura 63: viga bi-apoiada com cargas concentradas nos terços médios .....	107
Figura 64: modelagem da viga .....	108
Figura 65: distribuição dos módulos ao longo do elemento.....	109
Figura 66: distribuição das seções em cada módulo.....	109
Figura 67: características das seções transversais .....	109
Figura 68: gráfico carga x deslocamento central no vão dos protótipos de Tao & Du .....	110
Figura 69: gráfico carga x deslocamento central no vão (TAO & DU, 1985) .....	110
Figura 70: esquema da viga bi-apoiada e seção transversal (cm).....	111
Figura 71: modelagem da viga .....	112
Figura 72: representação da distribuição das seções ao longo do elemento.....	112
Figura 73: distribuição das camadas de armadura passiva ao longo da seção .....	113
Figura 74: propriedades dos materiais - norma brasileira (kN, cm).....	114
Figura 75: forças nas seções transversais em kN, cm - norma brasileira (combinação frequente).....	114
Figura 76: esforço cortante e momento fletor - norma brasileira (combinação frequente)....	115
Figura 77: valores de abertura de fissuras ao longo das seções em mm – norma brasileira (combinação frequente) .....	115
Figura 78: deformações de cada camada de armadura passiva - norma francesa (combinação rara).....	116
Figura 79: distribuição dos deslocamentos transversais ao longo das seções em cm - norma brasileira (combinação quase permanente).....	117
Figura 80: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (combinação quase permanente).....	118
Figura 81: resultados para a seção central em kN, cm - norma brasileira (combinação quase permanente) .....	118
Figura 82: gráfico da deformação mecânica na lâmina inferior e superior – norma brasileira (combinação quase permanente) .....	119
Figura 83: viga bi-apoiada.....	120
Figura 84: seção transversal da viga (cm) .....	120
Figura 85: modelagem da viga .....	121
Figura 86: representação da distribuição dos módulos ao longo do elemento .....	121
Figura 88: representação da distribuição das seções em cada módulo.....	121

Figura 88: representação dos módulos na seção transversal total .....	122
Figura 89: distribuição das camadas de armadura passiva ao longo da seção .....	122
Figura 90: distribuição das camadas de armadura ativa ao longo da seção .....	123
Figura 91: propriedades dos materiais (norma brasileira) .....	125
Figura 92: forças nas seções transversais em kN, cm - norma brasileira (combinação frequente).....	126
Figura 93: esforço normal e cortante - norma brasileira (combinação frequente) .....	126
Figura 94: momento fletor - norma brasileira (combinação frequente) .....	126
Figura 95: valores de abertura de fissuras ao longo das seções em mm - norma brasileira (combinação frequente) .....	127
Figura 96: deformações de cada camada de armadura passiva - norma francesa (combinação rara).....	127
Figura 97: quadro de fissuração - norma brasileira (combinação frequente).....	128
Figura 98: quadro de fissuração - norma francesa (combinação rara) .....	128
Figura 99: distribuição dos deslocamentos transversais ao longo das seções em cm – norma brasileira (combinação quase permanente).....	130
Figura 100: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (combinação quase permanente).....	130
Figura 101: resultados para a seção central em kN, cm - norma brasileira (combinação quase permanente) .....	131
Figura 102: gráfico da deformação mecânica na lâmina inferior e superior – norma brasileira (combinação quase permanente) .....	131
Figura 103: propriedades dos materiais (norma brasileira).....	132
Figura 104: forças nas seções transversais em kN e cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão).....	133
Figura 105: esforço normal e cortante - norma brasileira (ELU Ato Protensão) .....	133
Figura 106: momento fletor - norma brasileira (ELU Ato Protensão) .....	133
Figura 107: deformações e deslocamentos transversais ao longo das seções em cm – norma brasileira (ELU Ato Protensão) .....	134
Figura 108: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (ELU Ato Protensão) .....	134
Figura 109: resultados para a seção de controle em kN, cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão).....	135
Figura 110: distribuição das deformações da lâmina inferior e superior - norma brasileira (ELU Ato Protensão).....	135
Figura 111: quadro de fissuração no momento da construção (norma francesa).....	136
Figura 112: propriedades dos materiais (norma brasileira).....	137
Figura 113: forças nas seções transversais no ELU (norma brasileira).....	138
Figura 114: esforço normal e cortante no ELU (norma brasileira).....	138
Figura 115: momento fletor no ELU (norma brasileira) .....	139
Figura 116: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento no ELU (norma brasileira) .....	140
Figura 117: resultados para a seção de controle em kN, cm (norma brasileira).....	140
Figura 118: distribuição das deformações da lâmina inferior e superior no ELU (norma brasileira).....	140
Figura 119: verificação quanto ao corte no ELU – norma brasileira ( $A_{sw} = 4,02 \text{ cm}^2/\text{m}$ ) .....	141
Figura 120: verificação quanto ao corte no ELU – norma brasileira ( $A_{sw} = 7,86 \text{ cm}^2/\text{m}$ ) .....	142
Figura 121: distribuição da armadura transversal ao longo do vão (norma brasileira) .....	142
Figura 122: zonas de distribuição da armadura transversal ao longo do vão (norma francesa) .....	143

Figura 123: verificação quanto ao corte no ELU – norma francesa ( $A_{sw} = 12,56 \text{ cm}^2/\text{m}$ ).....	143
Figura 124: viga bi-apoiada.....	144
Figura 125: seção transversal da viga (cm) .....	144
Figura 126: modelagem da viga .....	145
Figura 127: representação da distribuição dos módulos ao longo do elemento .....	145
Figura 128: representação da distribuição das seções em cada módulo.....	145
Figura 129: representação dos módulos na seção transversal .....	145
Figura 130: distribuição das camadas de armadura passiva ao longo do elemento e da seção ....	146
Figura 131: distribuição das camadas de armadura ativa ao longo da seção .....	147
Figura 132: propriedades dos materiais (norma brasileira).....	149
Figura 133: forças nas seções transversais em kN, cm - norma brasileira (combinação frequente).....	149
Figura 134: esforço normal e cortante - norma brasileira (combinação frequente) .....	150
Figura 135: momento fletor - norma brasileira (combinação frequente) .....	150
Figura 136: valores de abertura de fissuras ao longo das seções em mm - norma brasileira (combinação frequente) .....	151
Figura 137: deformações de cada camada de armadura passiva - norma francesa (combinação rara).....	151
Figura 138: quadro de fissuração - norma brasileira (combinação frequente).....	152
Figura 139: quadro de fissuração - norma francesa (combinação rara) .....	152
Figura 140: distribuição dos deslocamentos transversais ao longo das seções – norma brasileira (combinação quase permanente).....	154
Figura 141: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (combinação quase permanente).....	154
Figura 142: resultados para a seção central em kN, cm - norma brasileira (combinação quase permanente) .....	155
Figura 143: gráfico da deformação mecânica na lâmina inferior e superior – norma brasileira (combinação quase permanente) .....	155
Figura 144: propriedades dos materiais (norma brasileira).....	156
Figura 145: forças nas seções transversais em kN e cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão).....	156
Figura 146: esforço normal e cortante - norma brasileira (ELU Ato Protensão) .....	157
Figura 147: momento fletor - norma brasileira (ELU Ato Protensão) .....	157
Figura 148: deformações e deslocamentos transversais ao longo das seções em cm – norma brasileira (ELU Ato Protensão) .....	158
Figura 149: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (ELU Ato Protensão) .....	158
Figura 150: resultados para a seção de controle em kN, cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão).....	159
Figura 151: distribuição das deformações da lâmina inferior e superior - norma brasileira (ELU Ato Protensão).....	159
Figura 152: quadro de fissuração no momento da construção (norma francesa).....	160
Figura 153: propriedades dos materiais (norma brasileira).....	161
Figura 154: forças nas seções transversais no ELU (norma brasileira).....	161
Figura 155: esforço normal e cortante no ELU (norma brasileira).....	162
Figura 156: momento fletor no ELU (norma brasileira) .....	162
Figura 157: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento no ELU (norma brasileira) .....	163
Figura 158: resultados para a seção de controle em kN, cm (norma brasileira).....	163



Figura 159: distribuição das deformações da lâmina inferior e superior no ELU (norma brasileira).....	164
Figura 160: estribos previstos na estrutura.....	164
Figura 161: verificação quanto ao corte no ELU (norma brasileira).....	165
Figura 162: verificação quanto ao corte no ELU (norma francesa) .....	165

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: dados históricos do concreto .....	2
Quadro 2: escolha do tipo de protensão.....	42
Quadro 3: valores de $\Psi_1$ e $\Psi_2$ .....	44
Quadro 4: verificações a serem feitas no ELS.....	46
Quadro 5: classes de agressividade ambiental.....	47
Quadro 6: tensões admissíveis no concreto na verificação do ELS .....	47
Quadro 7: valores limites de abertura de fissuras.....	48
Quadro 8: valores limites para deslocamento.....	49
Quadro 9: valores de $\Psi_0$ , $\Psi_1$ e $\Psi_2$ .....	54
Quadro 10: verificações a serem feitas no ELS.....	55
Quadro 11: tensões admissíveis no concreto na verificação ELS .....	55
Quadro 12: tensões admissíveis no aço na verificação ELS .....	55
Quadro 13: valores limites para deslocamento.....	58
Quadro 14: características dos materiais da viga hipotética bi-apoiada.....	59
Quadro 15: valores dos coeficientes de conformação superficial para armadura passiva e ativa .....	89
Quadro 16: características dos materiais de cada protótipo (kN, cm).....	108
Quadro 17: características gerais dos protótipos (kN, cm).....	108
Quadro 18: características de cada camada de armadura passiva .....	113
Quadro 19: casos de carga analisados na verificação do ELS.....	113
Quadro 20: características de cada camada de armadura passiva .....	123
Quadro 21: características de cada camada de armadura ativa .....	124
Quadro 22: casos de carga analisados na verificação do ELS.....	124
Quadro 23: casos de carga analisados na verificação do ELU .....	137
Quadro 24: características de cada zona de distribuição de armadura transversal.....	143
Quadro 25: características de cada camada de armadura passiva .....	146
Quadro 26: características de cada camada de armadura ativa .....	147
Quadro 27: coordenadas dos segmentos do perfil parabólico.....	147
Quadro 28: casos de carga analisados na verificação do ELS.....	148
Quadro 29: casos de carga analisados na verificação do ELU .....	160

## LISTA DE SÍMBOLOS

ELS-D	: Estado Limite de Serviço de Descompressão
ELS-DEF	: Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas
ELS-F	: Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras
ELS-W	: Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras
ELU	: Estado Limite Último
PPGEC	: Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil
UFRGS	: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

### LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$A$	: área da seção transversal
$A_c$	: área de concreto da seção
$A_{cr}$	: área de envolvimento do concreto
$A_p$	: área da armadura de protensão
$A_s$	: área de armadura passiva
$A_{sw}$	: área da armadura transversal
$E_c$	: módulo de elasticidade do concreto
$E_{ij}$	: módulo de elasticidade do concreto (norma francesa)
$E_p$	: módulo de elasticidade do aço de protensão
$E_s$	: módulo de elasticidade do aço
$E_{sh}$	: módulo de elasticidade do aço na fase de endurecimento
$F_{d,ser}$	: valor de cálculo das ações para as combinações de serviço
$F_{g,k}$	: valor característico das ações permanentes diretas
$F_{q,k}$	: valor característico das ações variáveis diretas
$\mathbf{F}_R$	: matriz de flexibilidade do elemento para forças e deslocamentos nodais relativos
$G_{max}$	: conjunto de ações permanentes desfavoráveis (norma francesa)
$G_{min}$	: conjunto de ações permanentes favoráveis (norma francesa)
$\mathbf{K}_{el}$	: matriz de rigidez do elemento finito
$\mathbf{K}_R$	: matriz de rigidez do elemento para forças e deslocamentos nodais relativos
$\mathbf{K}_{sec}$	: matriz de rigidez da seção transversal

$M$	: momento no instante da descompressão
$M_0$	: momento de descompressão na borda da seção
$M_{Sd,máx}$	: momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise
$M_{p\infty}$	: momento de protensão no tempo final
$\mathbf{N}$	: vetor de solicitações da seção transversal
$N_p$	: força de protensão
$\mathbf{N_P}$	: vetor de solução particular para as solicitações na seção transversal
$N_{p\infty}$	: força de protensão no tempo final
$\mathbf{N_t}$	: vetor com as forças fictícias da seção transversal dependentes do tempo
$N_1, N_2$ e $N_3$	: força axial, cortante e momento fletor na seção transversal, respectivamente
$P_d$	: força de protensão
$\mathbf{S}$	: vetor de forças nodais
$S_1$ e $S_4$	: forças na direção x local, nos nós inicial e final, respectivamente
$S_2$ e $S_5$	: forças na direção y local, nos nós inicial e final, respectivamente
$S_3$ e $S_6$	: momentos fletores nos nós inicial e final, respectivamente
$\mathbf{S_G}$	: vetor da solução geral para as forças nodais
$\mathbf{S_N}$	: vetor de cargas nodais equivalentes
$\mathbf{S_P}$	: vetor da solução particular para as forças nodais
$\mathbf{S_R}$	: vetor de forças nodais relativas
$S_{R1}$	: força nodal axial relativa
$S_{R2}$ e $S_{R3}$	: momentos nodais relativos
$S_W$	: espaçamento entre elementos da armadura transversal
$\mathbf{T}$	: matriz de transformação de forças nodais relativas em forças nodais
$\mathbf{U}$	: vetor de deslocamentos nodais em coordenadas globais
$U_1$ e $U_4$	: translações na direção X global, nos nós inicial e final, respectivamente
$U_2$ e $U_5$	: translações na direção Y global, nos nós inicial e final, respectivamente
$U_3$ e $U_6$	: rotações apresentadas pelos nós inicial e final, respectivamente
$V_{C0}$	: força cortante inicial
$V_C$	: parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça
$V_{Rd2}$	: força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas do concreto
$V_{Rd3}$	: força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal
$V_{Sd}$	: força cortante solicitante de cálculo
$V_{SW}$	: parcela resistida pela armadura transversal
$V_u$	: força cortante última

$X$  : distância horizontal entre o eixo da seção e o eixo da armadura  
 $X_{\text{máx}}$  e  $X_{\text{min}}$  : coordenadas horizontais que delimitam a área  $A_{\text{cr}}$   
 $Y$  : distância vertical entre a base da seção e o centro de gravidade da armadura  
 $Y_{\text{máx}}$  e  $Y_{\text{min}}$  : coordenadas verticais que delimitam a área  $A_{\text{cr}}$   
 $W_i$  : módulo resistente inferior à flexão

## LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

$b$  : base da seção transversal  
 $b_w$  : menor largura da seção transversal  
 $c'$  : cobrimento  
 $d$  : altura útil da seção transversal  
 $d_p$  : altura útil da armadura de protensão  
 $d_s$  : altura útil da armadura passiva  
 $\mathbf{e}$  : vetor de deformações da seção transversal  
 $e_p$  : excentricidade da armadura de protensão  
 $\mathbf{f}$  : matriz de interpolação das forças nodais relativas  
 $f_c, f_{ck}$  : resistência à compressão do concreto  
 $f_{cd}$  : resistência de cálculo à compressão do concreto  
 $f_{cf}$  : resistência final à compressão do concreto  
 $f_{ct}, f_{tj}$  : resistência à tração do concreto  
 $f_{ctd}$  : resistência de cálculo à tração do concreto  
 $f_{ctm}$  : resistência média à tração do concreto  
 $f_e$  : limite de elasticidade da armadura passiva  
 $f_{pu}$  : tensão de ruptura do aço de protensão  
 $f_{prg}$  : resistência máxima à ruptura do aço de protensão  
 $f_{py}$  : tensão convencional de escoamento da armadura ativa  
 $f_y$  : tensão de escoamento da armadura passiva  
 $f_{yk}$  : resistência característica ao escoamento da armadura transversal passiva  
 $f_{ywd}$  : tensão de cálculo da armadura transversal passiva  
 $h$  : altura total da seção transversal  
 $l$  : comprimento do vão entre as ancoragens  
 $p_{\xi}^x, p_{\xi}^y$  e  $p_{\xi}^z$  : componentes axial, transversal e de momento, respectivamente, do carregamento distribuído ao longo do elemento  
 $t$  : idade do concreto

$\mathbf{u}$	: vetor de deslocamentos nodais em coordenadas locais
$u_1$ e $u_4$	: translações na direção x local, nos nós inicial e final, respectivamente
$u_2$ e $u_5$	: translações na direção y local, nos nós inicial e final, respectivamente
$u_3$ e $u_6$	: rotações apresentadas pelos nós inicial e final, respectivamente
$u_{r1}$	: deslocamento nodal relativo axial, variação no comprimento da barra
$u_{r2}$ e $u_{r3}$	: rotações relativas ao eixo local deslocado nos nós inicial e final, respectivamente
$\mathbf{u}_R$	: vetor de deslocamentos nodais relativos
$\mathbf{u}_{RN}$	: vetor de deslocamentos nodais relativos produzidos pelas cargas aplicadas ao longo do elemento
$w_k$	: valor da abertura de fissura
$y$	: centróide da seção
$\bar{y}$	: distância entre o centro de gravidade da armadura e o centróide da seção
$z_2$	: coordenada da lâmina referente ao eixo vertical de referência

#### LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

$\Delta$	: incremento
$\Psi$	: ângulo entre os sistemas local e local atualizado de coordenadas
$\Psi_1$	: fator de redução da combinação frequente no ELS
$\Psi_2$	: fator de redução da combinação quase permanente no ELS

#### LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

$\beta$	: parâmetro do modelo de tension stiffening do concreto
$\beta_u$	: ângulo de inclinação das bielas
$\beta_\sigma$	: parâmetro do modelo de tension stiffening do concreto
$\gamma_c$	: peso específico do concreto
$\delta_x$	: deslocamento da seção transversal em relação ao eixo de origem
$\delta_\xi$	: distância entre a posição correspondente à seção no novo eixo e a posição de origem
$\epsilon_C$	: deformação por fluência
$\epsilon_{c0}$	: deformação relativa ao pico de resistência à compressão do concreto
$\epsilon_{cf}$	: deformação final do concreto
$\epsilon_{ct}$	: deformação de fissuração do concreto

$\varepsilon_E$	: deformação instantânea
$\varepsilon_m$	: deformação mecânica
$\varepsilon_{p0}$	: deformação inicial da armadura ativa
$\varepsilon_{pu}$	: deformação de ruptura da armadura ativa
$\varepsilon_{py}$	: deformação convencional de escoamento da armadura ativa
$\varepsilon_s$	: deformação na armadura passiva
$\varepsilon_y$	: deformação de escoamento da armadura passiva
$\varepsilon^0$	: deformação independente da tensão
$\varepsilon^*$	: deformação no centro de gravidade das camadas de armadura de protensão na zona tracionada
$\theta_x$	: ângulo de rotação da seção transversal em relação ao eixo local de referência, após a subtração dos movimentos de corpo rígido
$\eta$	: coeficiente de fissuração
$\eta_I$	: coeficiente de conformação superficial da armadura passiva
$\eta_p$	: coeficiente de conformação superficial da armadura ativa
$\rho_r$	: taxa de armadura em relação à área da região de envolvimento
$\xi$	: variável de integração ao longo do elemento
$\sigma_c$	: tensão no concreto
$\sigma_{ci,\infty}$	: tensão de descompressão da borda da seção
$\sigma_s$	: tensão na armadura
$\sigma_s^{CG}$	: tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada
$\sigma_x$	: tensão normal da seção
$\sigma_{xu}$	: tensão normal última da seção
$\phi$	: diâmetro da armadura
$\phi_t$	: diâmetro da armadura transversal
$\tau_s$	: esforço resistente da armadura transversal
$\tau_u$	: tensão última de cisalhamento
$\tau_{u,adm}$	: tensão de cisalhamento admissível
$\gamma_c$	: coeficiente de ponderação da resistência do concreto no estado limite último
$\gamma_f$	: coeficiente de ponderação das ações
$\gamma_s$	: coeficiente de ponderação da resistência do aço no estado limite último
$\gamma_p$	: coeficiente de ponderação da força de protensão

# 1 INTRODUÇÃO

O concreto protendido desenvolveu-se cientificamente a partir do início do século passado, e consolidou-se a partir dos anos quarenta. A protensão pode ser definida como o artifício de introduzir, em uma estrutura, um estado prévio de tensões, de modo a melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob diversas condições de carga (PFEIL, 1988).

Dependendo do projeto, a utilização do concreto protendido pode trazer grandes vantagens. Entre elas, pode-se citar a redução da incidência de fissuras, facilitando o emprego generalizado da pré-moldagem, uma vez que a protensão elimina a fissuração durante o transporte das peças, e a redução das tensões de tração provocadas pela flexão e pelos esforços cortantes. Entre as vantagens econômicas, destaca-se a redução das quantidades necessárias de concreto e aço, devido ao emprego eficiente de materiais de maior resistência, possibilidade de vencer vãos maiores que o concreto armado convencional e, ainda, para o mesmo vão, pode-se reduzir a altura necessária da peça.

Dando sequência a estudos anteriores realizados no PPGEC/UFRGS, o desenvolvimento desta dissertação leva à implementação de rotinas computacionais para o projeto de elementos fletidos em concreto com protensão aderente e não aderente, conforme recomendações das normas brasileira, NBR6118 (ABNT, 2007), e francesa, *Règles BPEL 91* (1992). Este estudo se justifica pela crescente utilização da protensão no Brasil, principalmente devido a suas vantagens construtivas, juntamente com a carência de critérios nacionais de análise e projeto.

## 1.1 BREVE HISTÓRICO DO CONCRETO PROTENDIDO

Desde antigamente a idéia de protensão vem sendo utilizada. Como um exemplo clássico, mostra-se a construção de rodas de carroças (figura 1), onde já se empregava o conceito de protender. Neste exemplo, o aro de aço aquecido, que envolve a roda de madeira, tende a diminuir de diâmetro com o seu resfriamento e, conseqüentemente, a roda de madeira fará um

movimento contrário de contração no aro, o qual está aplicando uma força de protensão sobre a roda (LORIGGIO, 1999).

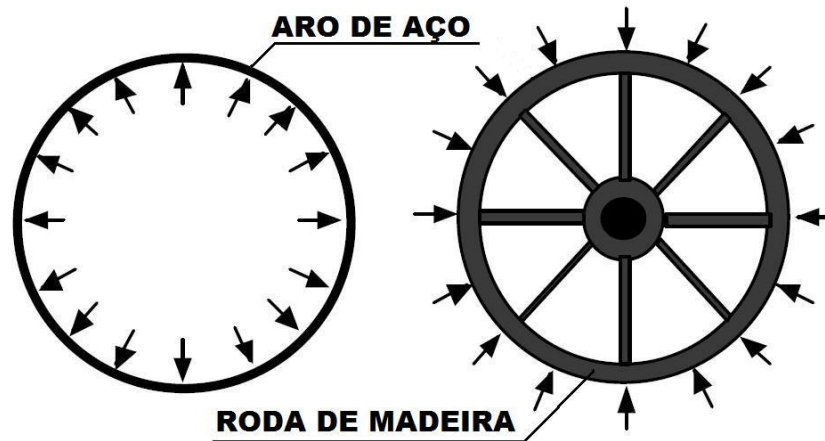


Figura 1: rodas de carroças sob a protensão circular do aro de aço (CALIXTO, 2006  
apud MENDONÇA, 2005)

De acordo com o quadro 1, a primeira proposta de pré-tensionar o concreto foi no ano de 1886 quando *P. H. Jackson*, engenheiro americano, desenvolveu e patenteou um método que utilizava um tirante de união para construir vigas e arcos com blocos individuais (AGOSTINI, 1983).

ANO	DADOS HISTÓRICOS DO CONCRETO
1824	Criação do cimento <i>Portland</i> de <i>Joseph Aspdin</i> , na Inglaterra.
1855	Fundada primeira fabrica alemã de cimento <i>Portland</i> .
1855	Francês <i>Joseph Louis Lambot</i> patenteou uma técnica para fabricação de embarcações em concreto armado.
1867	Francês <i>Joseph Monier</i> começou a fabricar vasos, tubos, lajes e pontes em concreto armado. Época onde o concreto era desenvolvido apenas sobre base empírica, sem o conhecimento da função estrutural do aço no concreto.
1877	Americano <i>Hyatt</i> foi o primeiro a reconhecer as funções da aderência entre o concreto e a armadura, após vários ensaios realizados.
1886	Primeira proposição de pré-tensionar o concreto por <i>P. H. Jackson</i> , de São Francisco (EUA).

Quadro 1: dados históricos do concreto

Em 1906, *Koenen* aplicou pela primeira vez a pré-tensão com interesse de eliminar a fissuração. Segundo Leonhardt (1983), os estudos de *Koenen* foram os primeiros relevantes



sobre concreto protendido. Ele desenvolveu equações para a determinação da magnitude da força de protensão, desejando que as tensões provocadas pelas cargas de serviço ficassem dentro de determinados limites. *Koenen* realizou os primeiros experimentos utilizando peças concretadas com armaduras pré-tensionadas, onde foi aplicada uma tensão inicial de aproximadamente 25% do valor da tensão de escoamento. Observou-se, então, que as vigas ensaiadas logo após a sua fabricação apresentaram um aumento de 50% na carga de formação de fissuras em relação às vigas sem protensão, mas, em relação à carga de ruptura, não houve diferenças significativas. Já nas vigas ensaiadas com uma idade maior, considerando vigas com ou sem protensão, não ocorreu grandes diferenças para as cargas de fissuração. Acredita-se que, pela falta de conhecimento sobre o comportamento reológico dos materiais, não foi possível associar a perda de protensão aos efeitos do tempo (MATTOCK, 1976).

Através da literatura, observa-se que a maior contribuição para o desenvolvimento científico do concreto protendido, e sua posterior difusão, foi dada pelo engenheiro francês *Eugène Freyssinet*, que em 1933 publicou as conclusões que se tornaram as bases do concreto protendido. Conforme *Freyssinet*, ao se projetar estruturas de concreto protendido, deve-se atender os seguintes princípios:

- a) deve-se utilizar aços de alta resistência;
- b) esses aços devem ser submetidos a elevadas tensões iniciais;
- c) deve-se empregar concretos de alta resistência inicial e de baixa deformabilidade.

*Eugène Freyssinet* desenvolveu um estudo relativo aos fenômenos de retração e fluência do concreto, alcançando resultados satisfatórios sobre o comportamento do concreto protendido, fundamentando, assim, o uso de materiais de alta resistência para a manutenção da protensão ao longo do tempo (MELLO, 2005). A partir daí, a pesquisa e o desenvolvimento do concreto protendido e armado tiveram rápida e crescente evolução, e *Freyssinet* acabou inventando e patenteando métodos construtivos, equipamentos, aços especiais e concretos especiais.

O desenvolvimento da protensão começou, verdadeiramente, no final da segunda guerra mundial, em 1945, com o nascimento da **STUP** (*Société Technique pour l'Utilization de la Précontrainte*). Esta sociedade permitiu agrupar em torno de *Freyssinet* uma equipe de engenheiros de alta competência podendo-se destacar *Yves Guyon*, o sucessor de *Freyssinet*

na França, que, em 1951, definiu a abordagem teórica para elementos contínuos com protensão, e *Pierre Lebel*. Nos Estados Unidos o desenvolvimento do concreto protendido se destacou pela construção de estruturas com protensão circular, como em reservatórios cilíndricos (BARBOSA, 2008).

Conforme Barbieri (1999, *apud* BILLINGTON, 1976), o desenvolvimento do concreto protendido intensificou-se, a partir de 1950, devido a grandes aplicações em pontes e importantes estruturas. No mesmo ano, foi realizada em Paris a primeira conferência sobre concreto protendido. Nesta mesma década foram criadas as duas principais instituições para a pesquisa e o desenvolvimento do concreto protendido: **FIP** (*Fédération Internationale de la Précontrainte*), fundada em 1952 na Inglaterra e **PCI** (*Prestressed/Precast Concrete Institute*), fundada em 1953 nos Estados Unidos.

A primeira obra a utilizar concreto protendido no Brasil foi a Ponte do Galeão (figura 2), construída no Rio de Janeiro em 1948, utilizando o sistema do mestre *Freyssinet*. A ponte possui um total de 380 m e é constituída de vigas de seção I, pré-moldadas com o sistema de pós-tração. Os projetos, materiais, equipamentos e sistemas de protensão (cabos, ancoragens) foram todos importados. Isto é facilmente justificável pelo fato da protensão exigir aço de alta resistência, sistemas de ancoragens e outros equipamentos que não são facilmente desenvolvidos e precisam ser testados para que possam ser utilizados (CAUDURO, 1997).



Figura 2: construção da Ponte do Galeão, no Rio de Janeiro (VASCONCELOS, 1992)

## 1.2 SISTEMAS DE PROTENSÃO QUANTO A ADERÊNCIA

Os sistemas de protensão são divididos em três tipos:

- a) *protensão com aderência inicial*: o pré-alongamento do aço de protensão é feito através de apoios independentes do elemento estrutural com uma força suficiente para compensar as perdas, antes do lançamento do concreto. A armadura é cortada logo após o concreto atingir a resistência necessária, sendo que a peça é protendida em função da aderência entre os dois materiais;
- b) *protensão com aderência posterior*: o pré-alongamento do aço de protensão é realizado após o concreto atingir a resistência necessária, sendo utilizados como apoios, partes do próprio elemento estrutural. A aderência com o concreto é criada através da injeção das bainhas logo após a protensão, protegendo a armadura contra a corrosão;
- c) *protensão sem aderência*: o pré-alongamento do aço de protensão é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizados como apoios, partes do próprio elemento estrutural. Como não existe aderência entre o concreto e a armadura, estes ficam ligados somente em pontos localizados.

As peças que apresentam protensão com aderência inicial são largamente empregadas na produção de elementos pré-fabricados em pistas de protensão. Lajes alveolares e vigotas protendidas são alguns exemplos deste tipo de protensão que permite a produção em larga escala de elementos estruturais. Por este motivo é muito utilizado em fábricas de componentes para edificação, estruturas especiais (pontes, viadutos) e fundações (SCHWINGEL, 2007).

Quanto à protensão com aderência posterior, geralmente os cabos são pós-tracionados com a ajuda de macacos hidráulicos especiais, que se apóiam nas próprias peças de concreto já endurecido. Assim que a força de protensão atinge o valor especificado, é feita a ancoragem dos cabos através de dispositivos especiais tipo placas de ancoragem com cunhas metálicas ou de argamassa de alta resistência. Como os sistemas de protensão com aderência posterior são patenteados em função das particularidades dos tipos de ancoragem, do processo e dos respectivos macacos hidráulicos, pode-se citar os sistemas de *Freyssinet*, *Diwidag*, *VSL*, *Baur-Leonhardt* como os mais utilizados. Na figura 3 é possível visualizar um exemplo de

uma viga sob protensão com aderência posterior sendo montada no canteiro da obra para posterior transporte e posicionamento sobre os apoios (VERÍSSIMO & CÉSAR, 1998).



Figura 3: exemplo de peça submetida à protensão com aderência posterior

Na primeira obra com concreto protendido no Brasil já foi utilizado um sistema de protensão não aderente. A ponte do aeroporto de Galeão, que na época era a mais extensa ponte em concreto protendido, foi orientada pelo engenheiro *Eugène Freyssinet* a partir do projeto elaborado na França. Os cabos eram constituídos por cordoalhas de 12 fios lisos com diâmetro de 5 mm, envolvidos por duas ou três camadas de papel resistente. Os fios e o papel eram pintados com tinta betuminosa, a fim de tensioná-los após o endurecimento do concreto. O betume evitava a penetração da nata de cimento no interior do cabo e, desta maneira, eliminava a aderência entre o concreto e a armadura (CAUDURO, 1997).

A monocordoalha engraxada com bainha plástica extrudada é o sistema mais utilizado no sistema de protensão não aderente no Brasil. Este sistema, que começou a ser fabricado nacionalmente em 1997, consiste em uma única cordoalha de 12,7 mm ou 15,2 mm de diâmetro, com 7 fios e o coeficiente de atrito variando entre 0,06 e 0,07. Como pode ser observada na figura 4, a monocordoalha engraxada apresenta uma camada de material inibidor de corrosão, a graxa, e uma bainha plástica (PEAD) que vai eliminar a aderência entre o concreto e o aço e proporcionar proteção mecânica. A graxa, que minimiza o atrito entre a cordoalha e a bainha plástica, ainda tem a função de proteger quimicamente a armadura (CAUDURO, 1997). Conforme a FIB (2001), a graxa permite o livre deslocamento e ajuda na redução de perdas iniciais da força de protensão, diminuindo, desta forma, a possibilidade de corrosão em relação à fricção do aço devido ao baixo coeficiente de atrito.

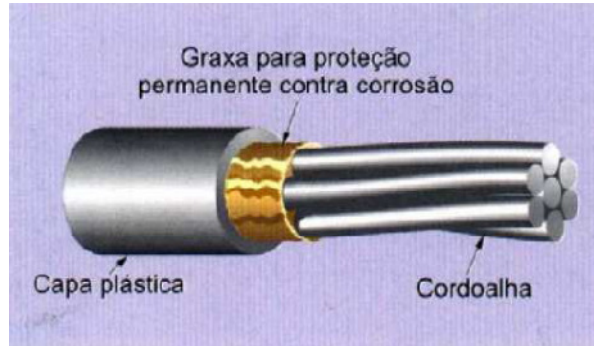


Figura 4: monocordoalha engraxada com bainha plástica extrudada (CAUDURO, 1997)

A utilização de monocordoalhas engraxadas permite posicionar os cabos com uma maior excentricidade, de maneira precisa. Por este motivo, sua utilização é eficiente, principalmente, na substituição à protensão aderente de elementos esbeltos, como nas lajes planas de edifícios, onde as cordoalhas podem ser desviadas para a passagem de instalações, sendo permitidas grandes curvaturas dos cabos também no plano horizontal (figura 5). Como as ancoragens são pequenas e já vêm acompanhadas de uma fôrma plástica para o nicho onde a máquina de protensão prende a cordoalha, pode-se perceber que o procedimento de protensão é verdadeiramente simples e prático. Os nichos de ancoragem da armadura ativa são preenchidos com argamassa logo após a protensão (VOELCKER, 2004).



Figura 5: montagem das cordoalhas engraxadas e plastificadas em radier de edifício residencial de grande altura em Fortaleza (CAUDURO, 2000)

Outro exemplo de utilização de protensão não aderente é a sua aplicação em fundações diretas e radiers, tanto em pisos industriais, como em conjuntos habitacionais. A fundação, funcionando como um amortecedor que reduz as deformações causadas pela interação solo e estrutura, distribui as deformações devido à umidade do solo, sendo capaz de deixar a superfície nivelada. Nos pisos industriais, redução de espessura, diminuição do número de juntas e aumento da rapidez de construção são algumas das principais vantagens da utilização da protensão não aderente neste tipo de construção. Ainda pode-se citar o reforço de estruturas existentes (figura 6) como importante aplicação da protensão não aderente, o qual é bastante utilizado em obras de grande porte, como pontes e viadutos, apesar do seu alto custo (BARBIERI, 2003 *apud* PTI, 1991).

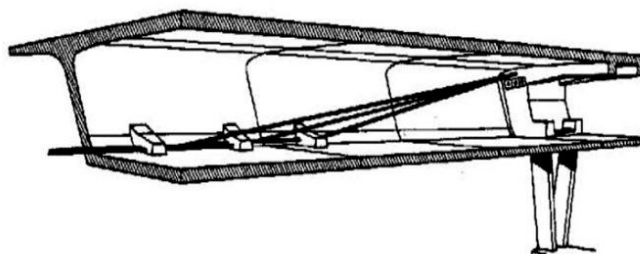


Figura 6: reforço externo com protensão não aderente (VOELCKER, 2004)

### 1.3 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS DA PESQUISA

Segundo Rudloff (2006), utilizar o sistema de protensão em estruturas de concreto significa fazer uso de uma tecnologia inteligente, eficaz e duradoura. Inteligente no sentido de aproveitar ao máximo a resistência mecânica do aço e do concreto, que são seus principais materiais constituintes. Eficaz devido sua superioridade técnica em relação às soluções convencionais, proporcionando estruturas seguras e mais confortáveis. E duradoura no sentido de promover uma vida útil longa aos seus elementos, podendo apresentar baixa ou nenhuma necessidade de manutenção no decorrer da sua vida.

Além das vantagens técnicas, o sistema de protensão também possibilita ótimas relações de custo-benefício. Como exemplo de economia, pode-se observar na figura 7 o gráfico que mostra que as lajes protendidas tornam-se bem mais econômicas que as lajes em concreto armado quanto se tem vãos com mais de 7 m (CALIXTO, 2006).

Características como a ultrapassagem de grandes vãos, melhor controle e redução de deformações e de fissurações, aplicação em peças pré-fabricadas, recuperação e reforço estrutural e utilização deste sistema em elementos mais esbeltos, tipo lajes planas (sem a presença de vigas), mostram algumas vantagens que justificam o emprego mundial desta tecnologia tanto para execução de projetos arquitetônicos convencionais e arrojados, como em obras de pequeno, médio e grande porte.

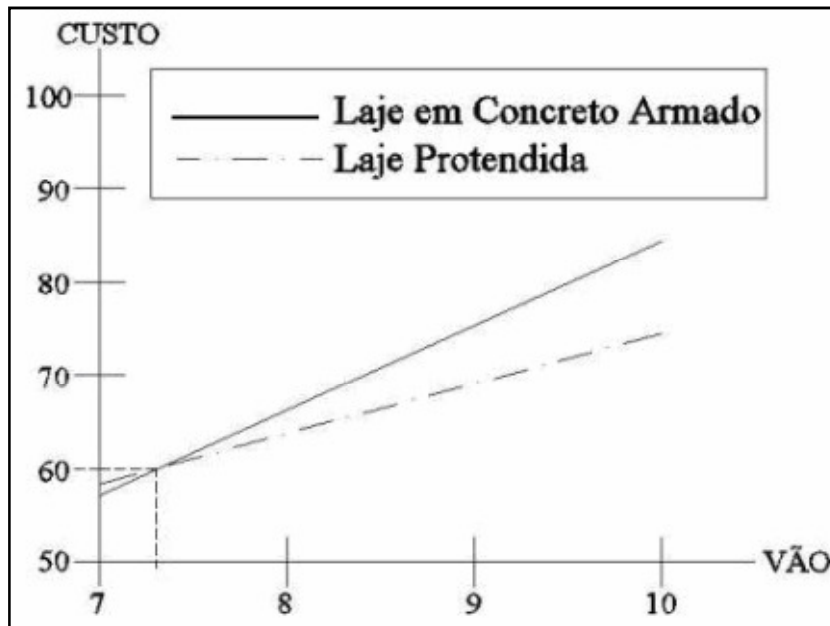


Figura 7: comparação de custos entre laje protendida e laje em concreto armado (EMERICK, 2005)

A protensão não aderente vem sendo cada vez mais utilizada no Brasil devido a todas as vantagens mencionadas anteriormente. Na maioria dos projetos são utilizadas normas estrangeiras, por não haver uma atualização das formulações e critérios de projeto compatíveis com as normas nacionais de concreto. Conforme Barbieri (2003), os projetos de protensão não aderente apresentam dificuldades pela ausência de compatibilidade de deformações entre o aço e o concreto, inviabilizando o desenvolvimento de uma solução analítica fechada para a sua análise. Desta forma, torna-se necessária a utilização de formulações de caráter empírico ou parcialmente empírico para a verificação da força final na armadura de protensão não aderente.

Entre os objetivos desta dissertação, pode-se listar os seguintes itens:

- a) estudo do modelo numérico existente e de sua adaptação para torná-lo operacional na realização de projetos de estruturas lineares protendidas;
- b) desenvolvimento de uma interface amigável para a entrada de dados, utilizando como ferramenta o *software Microsoft Visual Basic 2008 Express Edition*;
- c) implementação numérica de um módulo de verificação para vigas protendidas, analisando os critérios estabelecidos tanto pela norma brasileira, quanto pela norma francesa;
- d) realização de comparações entre as normas brasileira e francesa em relação aos critérios de verificação de concreto protendido através de exemplos.

#### 1.4 ESTRATÉGIA DE PESQUISA

O modelo numérico utilizado neste trabalho foi implementado por Barbieri (2003) e é baseado no elemento finito tipo híbrido, o qual possibilita a utilização de um único elemento para descrever o comportamento de uma peça estrutural. Este modelo numérico foi desenvolvido no PPGEC e foi utilizado também por Voelcker (2004) e Monteiro (2008) em suas dissertações. Por este motivo, inicialmente, foi realizado um estudo da formulação do elemento finito do tipo híbrido para pórticos planos. Em seguida, foi feito o estudo de cada subrotina do programa MULTIPRO e foram testados alguns exemplos, com o objetivo de observar o seu real funcionamento e verificar os resultados fornecidos.

Após a familiarização com o programa, determinaram-se as variáveis necessárias para a entrada de dados, etapa de pré-processamento, e iniciou-se o estudo e a realização de uma interface amigável a fim de gerar o arquivo de entrada de dados de forma prática e automática. Este arquivo de entrada de dados (**.dat**), gerado na etapa de pré-processamento a partir de uma programação elaborada em *Visual Basic*, será chamado pelo programa MULTIPRO, formulado em linguagem *Fortran 77*, uma das linguagens tradicionais mais utilizada em aplicações científicas, onde serão obtidos os resultados específicos de acordo com a análise acadêmica.

Por fim, foram estudados os critérios de verificação de uma peça submetida a esforços de protensão pela norma brasileira e pela norma francesa. Estes critérios foram implementados em subrotinas adicionais a fim de que o programa fizesse de forma automática verificações de



elementos estruturais conforme estas duas normalizações (etapas de processamento e pós-processamento).

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Com o objetivo de apresentar de forma clara e objetiva o estudo realizado, este trabalho foi dividido em seis capítulos. Neste primeiro capítulo, foram descritas as considerações iniciais sobre o tema, destacando a importância do assunto abordado, um breve histórico do concreto protendido e os sistemas de protensão quanto à aderência.

No **Capítulo 2** foi desenvolvida a revisão bibliográfica em relação às formulações matemáticas e numéricas do modelo adotado, a partir dos trabalhos de Barbieri (2003), Voelcker (2004) e Monteiro (2008). Neste capítulo apresentam-se informações da idealização e discretização da estrutura e a dedução da equação fundamental do elemento finito do tipo híbrido para estruturas de pórticos planos. Características dos modelos constitutivos dos materiais adotados também estão presentes neste capítulo.

O **Capítulo 3** apresenta os critérios de projeto de uma peça com protensão segundo a normalização brasileira e francesa. Tipos de protensão, combinações de carga e verificações em relação ao Estado Limite de Serviço e ao Estado Limite Último são alguns dos tópicos que fazem parte deste capítulo.

No **Capítulo 4** é mostrada a implementação das rotinas de projeto, pré-processamento, processamento e pós-processamento, as quais são validadas no **Capítulo 5** através da aplicação de exemplos acadêmicos e reais.

Por último, no **Capítulo 6**, encerra-se o trabalho onde são apresentadas as conclusões e onde são destacadas algumas sugestões para a continuação da pesquisa em futuros trabalhos.

## 2 APRESENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO ADOTADO

Nesta dissertação foi adotado um modelo numérico existente para a análise de elementos de pórticos planos submetidos à protensão, utilizando o elemento finito do tipo híbrido, o qual se mostrou como uma abordagem bastante interessante para a análise das estruturas com protensão não aderente. Como as funções de interpolação são as próprias equações que descrevem a variação das forças ao longo de uma barra e os esforços são as variáveis interpoladas, torna-se, desta forma, possível, a utilização de elementos longos, sendo viável a utilização de um único elemento finito para a descrição de uma única peça, reduzindo, assim, o esforço computacional. Conforme Barbieri (2003), o caráter teoricamente exato da formulação, isto é, a utilização de condições de equilíbrio sem depender de hipóteses arbitrárias na função de interpolação, contribui para a boa modelagem dos cabos não aderentes, já que a tensão destas armaduras depende das curvaturas de todas as seções do elemento protendido.

O modelo numérico possibilita a consideração da não linearidade geométrica, dos carregamentos cíclicos e da construção composta, que considera a concretagem por fases. Em relação aos materiais, foram empregadas as relações constitutivas do concreto, do aço da armadura passiva e do aço de protensão, já consolidadas na literatura. Uma cadeia de Maxwell é utilizada na representação do modelo reológico do concreto e do aço de protensão, sempre respeitando as características do envelhecimento de cada material (BARBIERI, 2003).

Atualmente bastante difundida, a construção composta, cujas estruturas são formadas em etapas, também pode ser utilizada no modelo numérico. Neste caso, as peças estruturais podem ser formadas por componentes pré-fabricados ou moldados no local ou, ainda, pela combinação de ambos, executados em etapas diferentes, porém conectados de maneira que a resposta frente aos carregamentos é dada como um elemento único (ACI, 1999).

Conforme Monteiro (2008), mesmo o modelo numérico não levando em conta as deformações por corte no cálculo das curvaturas, a sua eficiência já foi comprovada em inúmeros exemplos realizados tanto por Barbieri (2003) como por Voelcker (2004). A seguir serão mostradas de forma mais detalhada a idealização da estrutura, a formulação do elemento finito tipo híbrido e as relações constitutivas dos materiais utilizadas no modelo.

## 2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos, uma das principais abordagens para a análise de problemas estruturais, divide um contínuo em elementos discretos, cujo comportamento individual é conhecido, formando uma malha de elementos, a qual fornece uma solução aproximada das solicitações em qualquer ponto da estrutura. É importante lembrar que quanto mais refinada for a malha, mais exatos e confiáveis serão os resultados obtidos. Porém, este maior número de elementos exige um maior tempo de cálculo e maior capacidade computacional, tornando o projeto mais caro e muitas vezes inviável (LAZZARI, 2008).

Nas estruturas apertadas, as funções arbitrárias para a interpolação dos deslocamentos são consideradas nas abordagens tradicionais. As fórmulas de interpolação, normalmente adotadas para os deslocamentos transversais nos elementos finitos para barras de pórticos, são funções polinomiais cúbicas, que correspondem a distribuições lineares de curvaturas ao longo dos elementos. A partir dos resultados dos deslocamentos, obtidos com algum nível de erro intrínseco, determinam-se as demais respostas ao longo da barra, como deformações, tensões e solicitações. Se o diagrama de momentos fletores é não linear, ou à medida que não linearidades ocorram na barra, a distribuição de deformações distancia-se do comportamento linear assumido, provocando um aumento substancial do erro. Porém, se for realizado um refinamento da malha, este erro poderá ser reduzido de forma considerável, de maneira que um elemento seja suficientemente pequeno para que a variação das curvaturas em seu interior torne-se razoavelmente próxima da linear (BARBIERI, 2003).

De acordo com Carol & Murcia (1989), as expressões matemáticas das estruturas de barras de pórticos, que representam suas condições físicas fundamentais, não formam um sistema de equações totalmente acoplado. Desta maneira, pode-se determinar uma solução para a variação das forças nas seções transversais ao longo de um elemento, resolvendo-se apenas condições de equilíbrio, sem o envolvimento das demais condições físicas fundamentais.

Na formulação do elemento finito do tipo híbrido é considerada esta propriedade das estruturas de barras, utilizando as expressões matemáticas para as forças nas seções transversais como funções de interpolação destas mesmas forças. Uma vez que estas funções de interpolação não se baseiam em expressões arbitrárias, mas sim nas condições de equilíbrio do elemento, são consideradas teoricamente exatas (CAROL & MURCIA, 1989).

## 2.2 IDEALIZAÇÃO E DISCRETIZAÇÃO DA ESTRUTURA

No modelo numérico adotado, cada barra do pórtico plano é representada através do seu eixo longitudinal de referência, o qual coincide com o eixo do elemento finito. Cada elemento finito é composto por dois nós, o nó inicial e o nó final. Um ou mais elementos finitos, que apresentam três graus de liberdade por nó, podem ser utilizados para a discretização de uma barra de pórtico, podendo ser representada por uma viga, laje ou pilar.

Para cada elemento finito é definido um número discreto ímpar de seções transversais, as quais são utilizadas como pontos de integração no interior do elemento e definem as propriedades ao longo de uma barra. Se as seções transversais estiverem uniformemente distribuídas no elemento, então poderão ser utilizadas as técnicas de integração de *Simpson* ou *Gauss-Lobatto*, caso contrário, se a distribuição de seções transversais apresentarem um espaçamento variável, então só será permitida a técnica de integração de *Gauss-Lobatto*, cujos resultados apresentam uma maior precisão em relação aos resultados da integração de *Simpson*. As matrizes de rigidez e de carga do elemento finito, apresentadas no capítulo da formulação do elemento finito, são montadas por integração das propriedades das seções transversais ao longo de seu eixo. As respostas ao longo do elemento, como forças, deformações e deslocamentos, são obtidas nestas mesmas seções transversais.

Os módulos de integração ao longo do elemento são os subintervalos com propriedades constantes que juntos formam o intervalo total de integração, o qual é correspondente ao comprimento do elemento. Estes módulos são utilizados para que a integração de funções descontínuas, como em elementos longos com descontinuidades geométricas, constitutivas ou de carregamento ao longo de seu comprimento, não gere erros. Estas descontinuidades podem ser de natureza geométrica, quando seções de diferentes formatos são utilizadas, ou constitutiva, no caso de ocorrerem diferentes materiais ao longo de uma mesma barra, como, por exemplo, a utilização de dois concretos-tipo no mesmo elemento. As armaduras, passivas ou de protensão, e os carregamentos também são frequentemente descontínuos, como nos casos de escalonamento da protensão ou de cargas concentradas, respectivamente.

Um número ímpar de lâminas de espessura infinitesimal e largura qualquer se distribui ao longo do eixo vertical de simetria das seções transversais. Estas lâminas representam os pontos de integração ao longo da altura da seção. Em relação ao eixo longitudinal do

elemento, sabe-se que pode interceptar cada seção transversal em qualquer ponto arbitrário, situado ao longo do eixo vertical, não necessariamente no baricentro da seção.

Assim como os módulos de integração do elemento, existem também os módulos de integração da seção, os quais são utilizados como subintervalos com propriedades homogêneas, a fim de representar descontinuidades ao longo do eixo de integração. Variações bruscas nas larguras das lâminas, como nos casos das seções I ou T, ou partes da seção com diferentes concretos, comuns em vigas e lajes, são alguns exemplos de descontinuidade que podem ocorrer ao longo do eixo vertical das seções.

As armaduras passivas e ativas, aderentes ou não aderentes, são modeladas como lâminas incorporadas à seção. As propriedades das armaduras aderentes contribuem para a matriz de rigidez do elemento, pois são somadas à rigidez das seções. Já as armaduras não aderentes, são consideradas como componentes separados que atuam sobre a estrutura, ou seja, não são consideradas nas matrizes de rigidez. As tensões e deformações das armaduras, inclusive as de protensão não aderentes, são determinadas nos pontos de integração do elemento. A figura 8 apresenta a idealização de uma viga hipotética representado por um elemento finito, duas seções-tipo e três módulos de integração ao longo do elemento, com sete seções cada um.

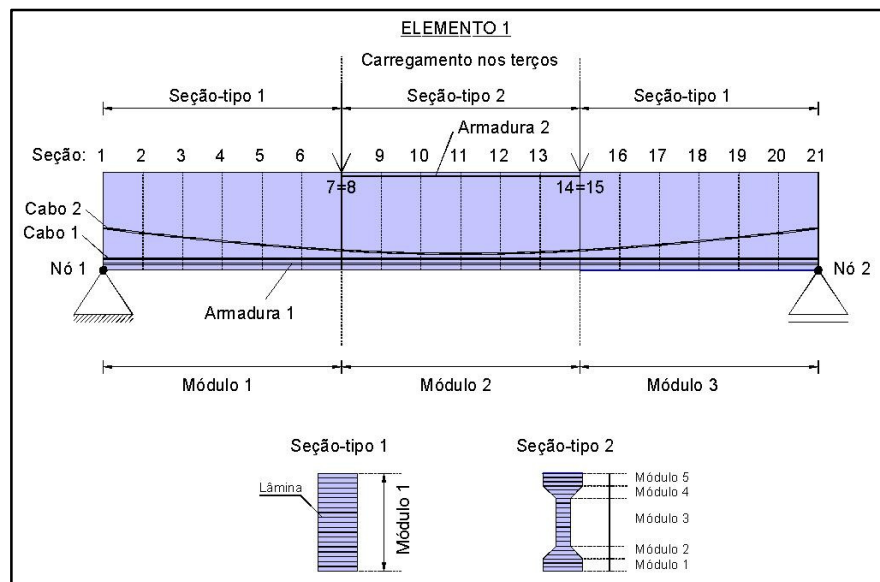


Figura 8: idealização de uma viga hipotética

Em relação à construção composta, as seções podem receber novos módulos de integração ao longo da análise, como, por exemplo, em lajes moldadas sobre vigas pré-moldadas. Além disso, outros elementos finitos podem ser adicionados à estrutura em qualquer instante,

simulando a continuidade posterior de peças pré-moldadas. A variável de tempo é utilizada para o controle da evolução das etapas construtivas e de carregamento, mesmo em análises onde o comportamento reológico dos materiais não é considerado. A cada componente da estrutura, seja módulo de seção, elemento finito, barra de armadura ou cabo de protensão, é associada uma data de inclusão. Para os casos de carga, também são definidas datas iniciais e finais de aplicação. Assim, a cada novo carregamento, o modelo numérico compara a data inicial do caso de carga com a data de instalação de cada um dos componentes da estrutura, verificando quais devem ser considerados. No caso do peso próprio, apenas as partes da seção cuja data de inclusão coincide com a data inicial do carregamento são consideradas. Da mesma forma, apenas os cabos cujas datas de instalação são iguais ao de início da etapa de protensão são alongados (BARBIERI, 2003).

Ainda dentro da construção composta, barras de armadura passiva podem ser adicionadas aos elementos, como, por exemplo, nas situações de reforço, indicado na figura 6. Os cabos de protensão, aderente ou não aderente, podem ser protendidos após o início do carregamento da estrutura, como frequentemente utilizado na construção de pontes.

### 2.3 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO TIPO HÍBRIDO

Na formulação do elemento finito do tipo híbrido, a matriz de rigidez, o vetor de cargas nodais equivalentes e a equação do elemento podem ser deduzidos considerando-se a função de interpolação de forças. Durante uma análise, o sistema de equações, constituído pela matriz de rigidez e pelo vetor de cargas, é montado e resolvido, tendo como incógnitas os deslocamentos nodais. Estes deslocamentos são obtidos através da utilização das equações de equilíbrio de forças nas barras. Uma vez determinados os deslocamentos nodais, são calculados os esforços nos nós da estrutura. As respostas no interior do elemento finito, incluindo solicitações, deformações e deslocamentos, são determinadas a partir da interpolação das forças nodais. Com a introdução das relações constitutivas das deformações e dos materiais, são obtidas as deformações e tensões nas seções transversais, respectivamente. Por último, aplicando integração e derivação numérica, determinam-se os deslocamentos ao longo do elemento, a partir das deformações (VOELCKER, 2004).

A formulação do elemento finito do tipo híbrido fornece uma distribuição de curvaturas no interior do elemento de caráter teoricamente exato, a partir da distribuição teoricamente exata

de momentos. Desta forma, as distribuições de curvaturas de elevada precisão permitem a utilização de elementos finitos longos, possibilitando o emprego de apenas um elemento na modelagem de uma viga ou pilar. Além disto, no caso de elementos estruturais com protensão não aderente, a adequada avaliação da distribuição de curvaturas contribui para a correta estimativa das deformações nas armaduras de protensão (BARBIERI, 2003).

### 2.3.1 Definição dos Sistemas de Coordenadas

Os comportamentos da estrutura, dos elementos e das seções transversais são descritos através de três sistemas de coordenadas, conforme mostra a figura 9 (MOON, 1994):

- sistema global (XY)*: definem-se as posições nodais da estrutura e obtêm-se a matriz de rigidez e o vetor de cargas globais, os quais compõem o sistema de equações do problema, cuja solução fornece o vetor de deslocamentos nodais;
- sistema local (xy)*: está associado a cada barra, obtendo-se a matriz de rigidez e os vetores de carga de cada elemento. Se a análise considera a não linearidade geométrica, o sistema local de coordenadas acompanha os movimentos de corpo rígido do elemento, assumindo configurações atualizadas ( $x_i; y_i$ ) a cada nova iteração;
- sistema tangencial da seção transversal ( $Z_1Z_2$ )*: o eixo das ordenadas ( $Z_2$ ) coincide com o eixo vertical de simetria. Determinam-se as propriedades da seção transversal e as forças resistentes. Se a análise for geometricamente linear, os eixos do sistema tangencial permanecem ortogonais ao sistema local e, se a análise for de segunda ordem, o ângulo ( $\theta_x$ ) entre estes sistemas varia.

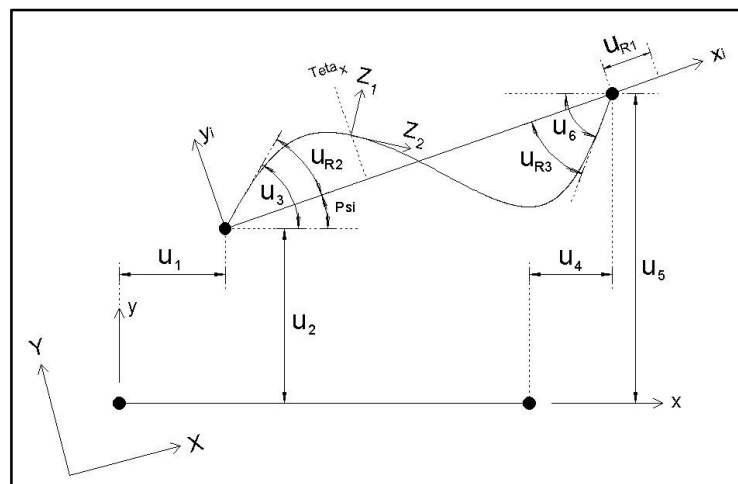


Figura 9: sistema de coordenadas globais, locais e tangenciais

### 2.3.2 Definição de Deslocamentos Nodais no Elemento

A formulação do elemento finito do tipo híbrido define dois tipos de deslocamentos nodais para a estrutura:

- a) *deslocamentos nodais absolutos* ( $\mathbf{U}$  ou  $\mathbf{u}$ ): são as rotações e translações apresentadas pelos nós do elemento com relação à posição original do sistema local de coordenadas na iteração;
- b) *deslocamentos nodais relativos* ( $\mathbf{u}_R$ ): são os deslocamentos nodais após a eliminação dos movimentos de corpo rígido, e têm como referência o eixo local na posição atualizada.

Os deslocamentos nodais absolutos, ou simplesmente deslocamentos nodais, correspondem aos graus de liberdade de cada elemento e podem ser expressos em coordenadas globais ( $\mathbf{U}$ ) ou locais ( $\mathbf{u}$ ), conforme as equações (2.1) e (2.2), respectivamente.

$$\mathbf{U}^T = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6] \quad (2.1)$$

$$\mathbf{u}^T = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6] \quad (2.2)$$

Onde:

$U_1$  e  $U_4$ : translações na direção X global, nos nós inicial e final, respectivamente;  
 $U_2$  e  $U_5$ : translações na direção Y global, nos nós inicial e final, respectivamente;  
 $U_3$  e  $U_6$ : rotações apresentadas pelos nós inicial e final, respectivamente;  
 $u_1$  e  $u_4$ : translações na direção x local, nos nós inicial e final, respectivamente;  
 $u_2$  e  $u_5$ : translações na direção y local, nos nós inicial e final, respectivamente;  
 $u_3$  e  $u_6$ : rotações dos nós inicial e final, respectivamente.

Os deslocamentos nodais relativos, ou independentes, apresentados na equação (2.3), estão associados à deformação do elemento, e correspondem a uma variação no comprimento e dois giros relativos ao eixo longitudinal.



$$\mathbf{u}^T_{\mathbf{R}} = [u_{R1} \quad u_{R2} \quad u_{R3}] \quad (2.3)$$

Onde:

$u_{R1}$ : variação no comprimento da barra no sistema local deslocado;  
 $u_{R2}$  e  $u_{R3}$ : rotações relativas ao eixo local deslocado nos nós inicial e final, respectivamente.

### 2.3.3 Definição de Forças Nodais no Elemento

A formulação do elemento finito tipo híbrido define dois tipos de forças nodais para a estrutura (figura 10):

- a) *forças nodais totais* ou, simplesmente, *forças nodais* ( $\mathbf{S}$ ): são associadas aos deslocamentos nodais absolutos e referem-se ao sistema local de coordenadas  $(xy)$ ;
- b) *forças nodais relativas* ( $\mathbf{S}_R$ ): são associadas aos deslocamentos nodais relativos e referem-se ao sistema local atualizado  $(x_i y_i)$ . Estas forças produzem a deformação do elemento e não geram movimentos de corpo rígido.

As equações (2.4) e (2.5) apresentam, respectivamente, os vetores das forças nodais e forças nodais relativas. A equação (2.6) apresenta o vetor das forças em uma seção transversal ( $\mathbf{N}$ ) ao longo do elemento. Seus componentes correspondem a um esforço normal, um cortante e um momento fletor.

$$\mathbf{S}^T = [S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5 \quad S_6] \quad (2.4)$$

Onde:

- $S_1$  e  $S_4$ : forças na direção x local, nos nós inicial e final, respectivamente;  
 $S_2$  e  $S_5$ : forças na direção y local, nos nós inicial e final, respectivamente;  
 $S_3$  e  $S_6$ : momentos fletores nos nós inicial e final, respectivamente.

$$\mathbf{S}_R^T = [S_{R1} \ S_{R2} \ S_{R3}] \quad (2.5)$$

Onde:

$S_{R1}$ : força axial que provoca a variação de comprimento do elemento;  
 $S_{R2}$  e  $S_{R3}$ : momentos nos nós inicial e final do elemento que produzem as rotações relativas destes nós.

$$\mathbf{N}^T = [N_1 \ N_2 \ N_3] \quad (2.6)$$

Onde:

$N_1$ : força axial na seção transversal;  
 $N_2$ : força cortante na seção transversal;  
 $N_3$ : momento fletor na seção transversal.

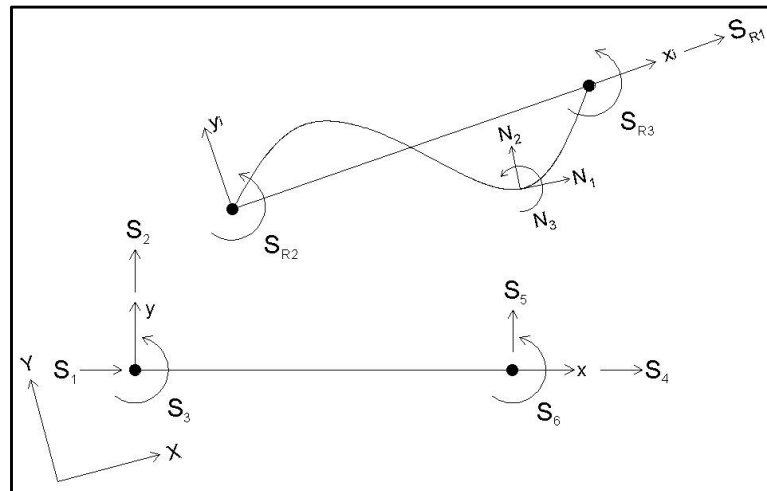


Figura 10: forças nodais e solicitações nas seções transversais

### 2.3.4 Formulação Matemática do Elemento Finito

As respostas para as forças nodais e para as seções transversais, nas estruturas de pórticos planos, podem ser obtidas pela soma de duas parcelas independentes (MOON, 1994; BARBIERI, 2003):

- a) *solução particular*: é a parcela da resposta que pode ser obtida com a análise do elemento como uma viga bi-apoiada, submetida exclusivamente às cargas aplicadas ao longo de seu eixo. A solução particular das forças em cada seção ( $\mathbf{N}_P$ ) corresponde aos valores dos diagramas de esforço normal, cortante e momento fletor da viga bi-apoiada neste ponto. Para as forças nodais, a solução particular ( $\mathbf{S}_P$ ) equivale às reações de apoio da viga bi-apoiada;
- b) *solução geral*: resulta da iteração do elemento com a estrutura. No caso das forças nodais, a solução geral ( $\mathbf{S}_G$ ) equivale às reações hiperestáticas. Para as forças nas seções transversais, a solução geral ( $\mathbf{N}_G$ ) corresponde à variação destas reações hiperestáticas ao longo do elemento finito.

Utilizando a equação para as solicitações nas seções, que é a soma das soluções particular e geral, como função de interpolação e considerando a solução para o equilíbrio das forças nodais, as relações constitutivas da seção transversal, as relações entre deslocamentos nodais relativos e deformações, e as relações entre deslocamentos nodais relativos e deslocamentos nodais, é possível estabelecer a equação fundamental, a matriz de rigidez e o vetor de cargas equivalentes do elemento.

Conforme os trabalhos de Carol & Murcia (1989) e Moon (1994), são descritos a seguir as relações fundamentais e o desenvolvimento matemático desta formulação do elemento finito do tipo híbrido, considerando, primeiramente, a linearidade geométrica e, em seguida, são comentadas as modificações necessárias na formulação a fim de considerar a não linearidade geométrica.

#### 2.3.4.1 Solução para as Forças Nodais

Na equação (2.7) está representada a soma entre a solução particular e a solução geral, que é a relação de equilíbrio para as forças nodais. A solução geral ( $\mathbf{S}_G$ ), como indicada na expressão (2.8), é calculada multiplicando-se a matriz de transformação ( $\mathbf{T}$ ) com o vetor de forças nodais relativas ( $\mathbf{S}_R$ ). A solução particular ( $\mathbf{S}_P$ ) é calculada pela integração das cargas aplicadas ao longo do elemento, conforme mostra a equação (2.9).

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_P + \mathbf{S}_G \quad (2.7)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_P + \mathbf{TS}_R \quad (2.8)$$

Onde:

$\mathbf{S}_P$ : solução particular para as forças nodais, conforme equação (2.9);

$\mathbf{S}_G$ : solução geral para as forças nodais;

$\mathbf{T}$ : matriz de transformação de forças nodais relativas em forças nodais, conforme a equação (2.10).

$$\mathbf{S}_P = \begin{bmatrix} S_{P1} \\ S_{P2} \\ S_{P3} \\ S_{P4} \\ S_{P5} \\ S_{P6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\int_0^\ell p_\xi^x d\xi \\ -S_{P5} - \int_0^\ell p_\xi^y d\xi \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\ell} \int_0^\ell -p_\xi^y \xi - p_\xi^z d\xi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Onde:

$x$  e  $\ell$ : coordenada da seção e comprimento do elemento, respectivamente;

$\xi$ : variável de integração ao longo do elemento;

$S_{Pi}$ : componentes do vetor de solução particular para forças nodais, correspondentes aos seis graus de liberdade do elemento;

$p_\xi^x$ ,  $p_\xi^y$  e  $p_\xi^z$ : componentes axial, transversal e de momento, respectivamente, do carregamento distribuído ao longo do elemento.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\ell & 1/\ell \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\ell & -1/\ell \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

### 2.3.4.2 Solução para as Forças nas Seções Transversais (Função de Interpolação)

A equação (2.11), que estabelece a função de interpolação para as solicitações nas seções transversais, é utilizada para o cálculo das forças ( $\mathbf{N}$ ) que atuam nas seções transversais ao longo do elemento e representa a soma das parcelas correspondentes à solução particular e geral, onde a solução geral ( $\mathbf{N}_G$ ) para as forças transversais é obtida pela multiplicação da matriz de interpolação ( $\mathbf{f}$ ) com o vetor de forças nodais relativas ( $\mathbf{S}_R$ ). A solução particular ( $\mathbf{N}_P$ ) é calculada a partir do carregamento distribuído ao longo do elemento, conforme equação (2.12).

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_P + \mathbf{f}\mathbf{S}_R \quad (2.11)$$

Onde:

$\mathbf{N}_P$ : solução particular, dada pela equação (2.12);

$\mathbf{f}$ : matriz de interpolação das forças nodais relativas ao longo do elemento, conforme a equação (2.13).

$$\mathbf{N}_P = \begin{bmatrix} 0 \\ S_{p5} \\ (\ell - x)S_{p5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \int_x^\ell p_\xi^x d\xi \\ \int_x^\ell p_\xi^y d\xi \\ \int_x^\ell (\xi - x)p_\xi^y + p_\xi^z d\xi \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\ell} & -\frac{1}{\ell} \\ 0 & \frac{x}{\ell} - 1 & \frac{x}{\ell} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

### 2.3.4.3 Relação Constitutiva da Seção Transversal

As equações (2.14) e (2.15), que correspondem à relação constitutiva da seção transversal, são relações incrementais equivalentes que mostram a relação entre os vetores de forças ( $\mathbf{N}$ ) e de deformações ( $\mathbf{e}$ ) em uma seção transversal. Estas igualdades consideram relações tensão-deformação uniaxiais para as lâminas das seções, que são distribuídas ao longo do eixo

vertical de simetria das seções transversais do elemento. Admite-se a hipótese de que as seções permaneçam planas após a flexão, e ainda são desprezadas as deformações por cisalhamento.

$$\begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_A E'' dA & \int_A z_2 E'' dA \\ \int_A z_2 E'' dA & \int_A z_2^2 E'' dA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \int_A \Delta \sigma'' dA \\ \int_A z_2 \Delta \sigma'' dA \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Onde:

- $A$ : área da seção transversal;
- $z_2$ : coordenada da lâmina referente ao eixo vertical de referência;
- $E''$ : módulo de elasticidade da lâmina, dado por uma relação constitutiva uniaxial e dependente do tempo;
- $\varepsilon_r$  e  $\phi$ : deformação na lâmina de referência e a curvatura da seção transversal, respectivamente;
- $\sigma''$ : tensão fictícia na fibra da seção transversal, gerada pelos efeitos dependentes do tempo.

$$\Delta \mathbf{N} = \mathbf{K}_{\text{sec}} \Delta \mathbf{e} - \Delta \mathbf{N}_f \quad (2.15)$$

Onde:

- $\mathbf{K}_{\text{sec}}$ : matriz de rigidez da seção transversal;
- $\mathbf{e}$ : vetor que descreve a deformação da seção transversal;
- $\mathbf{N}_f$ : vetor com as forças fictícias dependentes do tempo.

#### 2.3.4.4 Relação entre Deslocamentos Nodais Relativos e Deformações

Os deslocamentos nodais relativos ( $\mathbf{u}_R$ ) têm o sentido físico da integração das deformações ( $\mathbf{e}$ ) nas seções transversais ao longo do elemento, como nas equações (2.16) a (2.18) e na forma matricial das expressões (2.19) e (2.20). Nestas equações a matriz ( $\mathbf{f}$ ) é a mesma utilizada para a interpolação das forças nodais relativas, porém são desprezadas as deformações por corte.

$$u_{r1} = \int_0^l \varepsilon_r dx \quad (2.16)$$

$$u_{r2} = \int_0^l \phi(l-x) dx \quad (2.17)$$

$$u_{r3} = \int_0^l \phi dx \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} u_{R1} \\ u_{R2} \\ u_{R3} \end{bmatrix} = \int_0^l \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & x/l - 1 \\ 0 & x/l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \phi \end{bmatrix} dx \quad (2.19)$$

$$\mathbf{u}_R = \int_0^l \mathbf{f}^T \mathbf{e} dx \quad (2.20)$$

#### 2.3.4.5 Relação entre Deslocamentos Nodais Relativos e Deslocamentos Nodais

A partir da subtração dos movimentos de corpo rígido do vetor de deslocamentos nodais, os deslocamentos nodais relativos são obtidos como mostrado nas equações (2.21) a (2.23). Esta relação pode ser escrita, também, no formato matricial da equação (2.24).

$$u_{R1} = u_4 - u_1 \quad (2.21)$$

$$u_{R2} = u_3 + \frac{1}{l}(u_2 - u_5) \quad (2.22)$$

$$u_{R3} = u_6 + \frac{1}{l}(u_2 - u_5) \quad (2.23)$$

$$\mathbf{u}_R = \mathbf{T}^T \mathbf{u} \quad (2.24)$$

#### 2.3.4.6 Desenvolvimento Matemático da Equação do Elemento Finito

Isolando o vetor de deformações na seção ( $\mathbf{e}$ ) na equação (2.15), em função da solução para as solicitações ( $\mathbf{N}$ ), é obtida a expressão (2.25), que está indicada na sua forma incremental. Substituindo a expressão (2.11) em (2.25), para as forças nas seções transversais ( $\mathbf{N}$ ) como função de interpolação para as deformações ( $\mathbf{e}$ ), obtém-se a equação (2.26). Ao substituir esta expressão (2.26) na relação (2.20) entre deslocamentos nodais relativos ( $\mathbf{u}_R$ ) e deformações ( $\mathbf{e}$ ), pode-se escrever os deslocamentos nodais relativos em função das solicitações nas seções, como indicado em (2.27).

$$\Delta \mathbf{e} = \mathbf{K}_{sec}^{-1} (\Delta \mathbf{N} + \Delta \mathbf{N}_f) \quad (2.25)$$

$$\Delta \mathbf{e} = \mathbf{K}_{sec}^{-1} (\Delta \mathbf{N}_P + \mathbf{f} \Delta \mathbf{S}_R + \Delta \mathbf{N}_f) \quad (2.26)$$

$$\Delta \mathbf{u}_R = \int_0^l \mathbf{f}^T \mathbf{K}_{sec}^{-1} (\Delta \mathbf{N}_P + \mathbf{f} \Delta \mathbf{S}_R + \Delta \mathbf{N}_f) dx \quad (2.27)$$

Reorganizando a expressão (2.27), chega-se à equação (2.28), a qual apresenta no primeiro termo a matriz de flexibilidade do elemento para forças e deslocamentos nodais relativos ( $\mathbf{F}_R$ ), conforme a equação (2.29), e no segundo termo o vetor de deslocamentos nodais relativos impostos, dado na expressão (2.30). A relação (2.31), que resulta da substituição das expressões (2.29) e (2.30) na equação (2.28), pode ser invertida, obtendo-se a expressão (2.32), que é a equação do elemento finito do tipo híbrido, ainda considerando forças e deslocamentos nodais relativos. A matriz de rigidez para forças e deslocamentos nodais relativos ( $\mathbf{K}_R$ ) é dada na equação (2.33).



$$\Delta \mathbf{u}_R = \int_0^1 \mathbf{f}^T \mathbf{K}_{sec}^{-1} \mathbf{f} \Delta \mathbf{S}_R dx + \int_0^1 \mathbf{f}^T \mathbf{K}_{sec}^{-1} (\Delta \mathbf{N}_P + \Delta \mathbf{N}_f) dx \quad (2.28)$$

$$\mathbf{F}_R = \int_0^1 \mathbf{f}^T \mathbf{K}_{sec}^{-1} \mathbf{f} dx \quad (2.29)$$

Onde:

$\mathbf{F}_R$ : matriz de flexibilidade para forças e deslocamentos nodais relativos.

$$\Delta \mathbf{u}_{RN} = \int_0^1 \mathbf{f}^T \mathbf{K}_{sec}^{-1} (\Delta \mathbf{N}_P + \Delta \mathbf{N}_f) dx \quad (2.30)$$

Onde:

$\mathbf{u}_{RN}$ : deslocamentos nodais relativos produzidos pelas cargas aplicadas ao longo do elemento.

$$\Delta \mathbf{u}_R = \mathbf{F}_R \Delta \mathbf{S}_R + \Delta \mathbf{u}_{RN} \quad (2.31)$$

$$\Delta \mathbf{S}_R = \mathbf{K}_R \Delta \mathbf{u}_R - \mathbf{K}_R \Delta \mathbf{u}_{RN} \quad (2.32)$$

Onde:

$\mathbf{K}_R$ : matriz de rigidez para forças e deslocamentos nodais relativos, conforme a equação (2.33).

$$\mathbf{K}_R = \mathbf{F}_R^{-1} \quad (2.33)$$

Introduzindo a equação (2.32) na expressão do equilíbrio das forças nodais ( $\mathbf{S}$ ), obtém-se a equação (2.34). Adicionando nesta expressão, a relação (2.24) entre deslocamentos e deslocamentos nodais relativos, escreve-se a equação (2.35), onde o segundo termo do lado direito da igualdade contém a matriz de rigidez do elemento ( $\mathbf{K}_{el}$ ), que está apresentada na equação (2.36). O terceiro termo da equação (2.35) corresponde ao vetor de cargas nodais equivalentes ( $\mathbf{S}_N$ ), mostrado na expressão (2.37). Finalmente, com estas novas matrizes, a partir da equação (2.35), obtém-se a expressão (2.38), que é a equação fundamental do elemento finito do tipo híbrido.

$$\Delta \mathbf{S} = \Delta \mathbf{S}_P + \mathbf{TK}_R \Delta \mathbf{u}_R - \mathbf{TK}_R \Delta \mathbf{u}_{RN} \quad (2.34)$$

$$\Delta \mathbf{S} = \Delta \mathbf{S}_P + \mathbf{TK}_R \mathbf{T}^T \Delta \mathbf{u} - \mathbf{TK}_R \Delta \mathbf{u}_{RN} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{K}_{el} = \mathbf{TK}_R \mathbf{T}^T \quad (2.36)$$

Onde:

$\mathbf{K}_{el}$ : matriz de rigidez do elemento finito do tipo híbrido.

$$\Delta \mathbf{S}_N = \mathbf{TK}_R \Delta \mathbf{u}_{RN} \quad (2.37)$$

Onde:

$\mathbf{S}_N$ : vetor de cargas nodais equivalentes.

$$\Delta \mathbf{S} = \Delta \mathbf{S}_P + \mathbf{K}_{el} \Delta \mathbf{u} - \Delta \mathbf{S}_N \quad (2.38)$$

#### 2.3.4.7 Fluxograma da Rotina Análise (BARBIERI, 2003)

Na figura 11 está representado o fluxograma da rotina de análise utilizada no modelo numérico. O primeiro passo é formar o sistema de equações da estrutura ( $\mathbf{P} = \mathbf{K}_{es}\mathbf{U}$ ), cujo objetivo é encontrar o valor dos deslocamentos nodais ( $\mathbf{U}$ ), que é obtido pela aplicação das condições de contorno, e transformá-los para o sistema local, gerando o vetor de deslocamento de cada elemento ( $\mathbf{u}$ ). A matriz de rigidez de cada elemento ( $\mathbf{K}_{el}$ ) é montada em coordenadas locais, e armazenada em coordenadas globais na matriz de rigidez da estrutura ( $\mathbf{K}_{es}$ ). Para cada elemento, as soluções particulares para as forças nodais ( $\mathbf{S}_p$ ) e nas seções transversais ( $\mathbf{N}_p$ ) são determinadas, em coordenadas locais, em função do carregamento aplicado ao longo da barra. A solução particular ( $\mathbf{N}_p$ ) é necessária para o cálculo dos deslocamentos nodais relativos impostos ( $\mathbf{u}_{RN}$ ), dos quais dependem as forças nodais equivalentes ( $\mathbf{S}_N$ ), em coordenadas locais. Os vetores de cargas equivalentes dos elementos são transformados para o sistema de coordenadas globais e armazenados no vetor de cargas da estrutura ( $\mathbf{P}$ ). Ao vetor de cargas global, são adicionados, também, os carregamentos nodais aplicados e a solução particular para as forças nodais ( $\mathbf{S}_p$ ).

O segundo passo, que corresponde à segunda coluna do fluxograma da figura 11, é obter a resposta para cada elemento a partir dos deslocamentos nodais ( $\mathbf{u}$ ). Neste caso, as matrizes de rigidez de cada elemento ( $\mathbf{K}_{el}$ ) e ( $\mathbf{K}_R$ ) são novamente obtidas, assim como as soluções particulares para as forças nodais ( $\mathbf{S}_p$ ) e nas seções transversais ( $\mathbf{N}_p$ ), todas no sistema local. Os vetores de cargas nodais equivalentes ( $\mathbf{S}_N$ ) e de cargas nodais equivalentes relativas ( $\mathbf{S}_{NR}$ ) também são calculados. A resposta para as forças nodais ( $\mathbf{S}$ ) é obtida pela equação do elemento. A partir dos deslocamentos nodais ( $\mathbf{u}$ ), determinam-se os deslocamentos nodais relativos ( $\mathbf{u}_R$ ). Com a matriz de rigidez ( $\mathbf{K}_R$ ), os deslocamentos nodais relativos ( $\mathbf{u}_R$ ) e as cargas nodais equivalentes relativas ( $\mathbf{S}_{NR}$ ), obtêm-se as forças nodais relativas ( $\mathbf{S}_R$ ). Para cada seção transversal, forma-se a matriz de interpolação ( $\mathbf{f}$ ) para as forças nodais relativas. Com a função de interpolação, calculam-se as solicitações em cada seção transversal ( $\mathbf{N}$ ) e o vetor de deformações ( $\mathbf{e}$ ). Finalmente, por integração e derivação numéricas, a partir das deformações ( $\mathbf{e}$ ), determinam-se os deslocamentos ao longo do elemento.

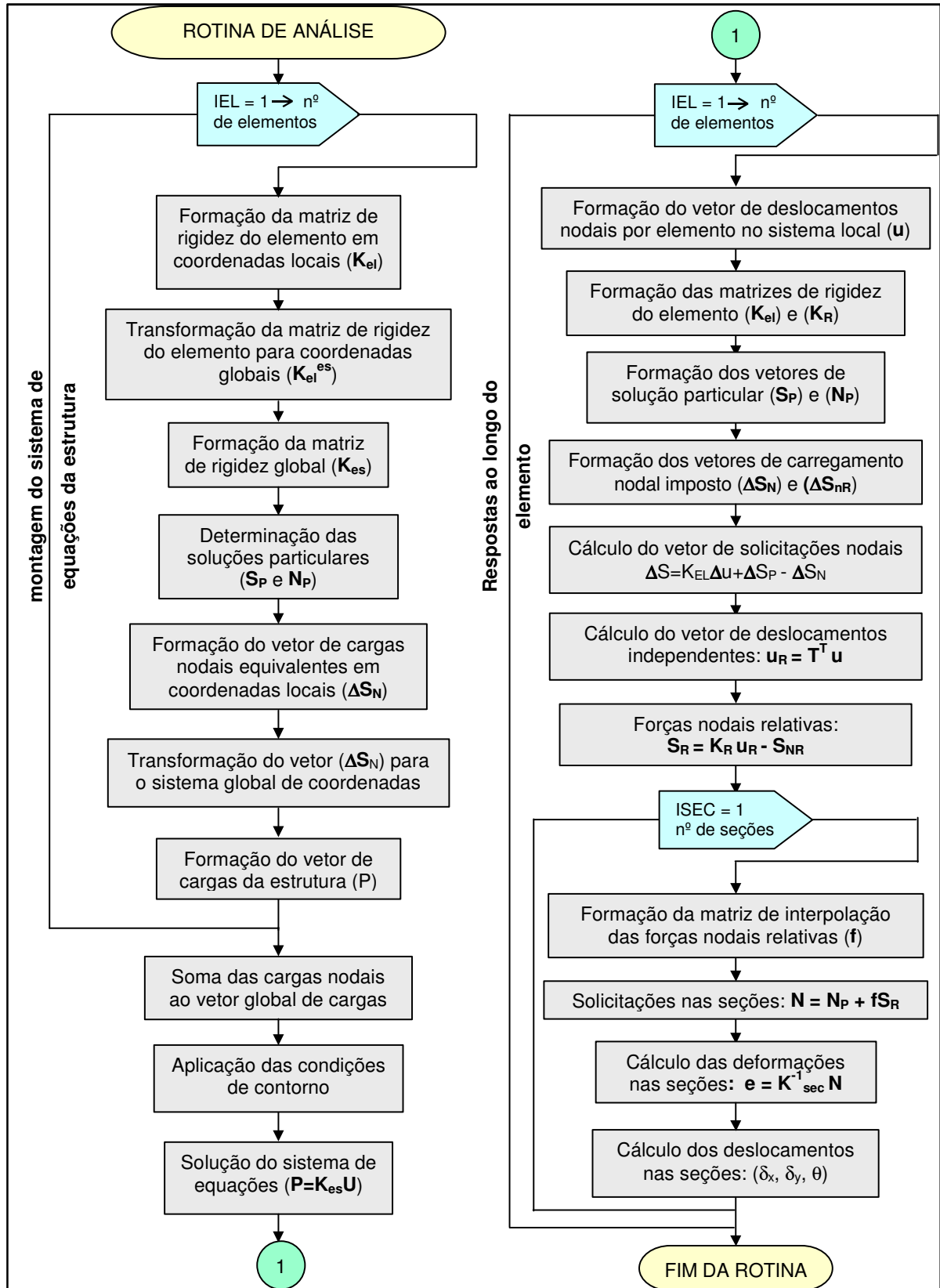


Figura 11: fluxograma da rotina de análise (BARBIERI, 2003)

Ao se analisar uma estrutura que sofre poucas alterações na sua geometria durante um carregamento, como apresentado, anteriormente, na formulação do elemento finito do tipo híbrido, pode-se considerar que os deslocamento e deformações são pequenos nesta estrutura. Deste modo, existe uma relação linear entre carga e deslocamento e é permitida a utilização das equações de equilíbrio relacionadas com a geometria indeformada do corpo, sem haver erros significativos ao adotar esta aproximação (JOST, 2006).

Por outro lado, se a geometria da estrutura se altera significativamente durante o processo de carregamento, é possível que ocorram grandes deslocamentos, mesmo sem grandes deformações, implicando uma nova formulação das equações de equilíbrio sobre a geometria deformada do corpo, que não é conhecida a princípio. Trata-se, assim, de um problema de não linearidade geométrica, onde a geometria deformada da estrutura influencia no seu comportamento (JOST, 2006).

Quando a não linearidade geométrica é importante no comportamento da estrutura, levam-se em conta as descrições *Lagrangianas* para a evolução da geometria. Grandes deslocamentos podem afetar a distribuição e a magnitude dos carregamentos e, também, a rigidez, em função das modificações geométricas da estrutura.

No modelo numérico é utilizada a abordagem *Lagrangiana com Atualização* para o tratamento do efeito global (P- $\Delta$ ), o qual é influenciado pelas mudanças de posições nodais, incluindo os movimentos de corpo rígido das diversas barras. Neste caso, o sistema local de coordenadas  $(xy)$  assume a configuração atualizada  $(x_i y_i)$  ao final de cada iteração, acompanhando os movimentos de corpo rígido de cada elemento à medida que os nós da estrutura assumem novas posições com referência ao sistema global  $(XY)$ . Logo, para cada nova iteração, as matrizes de transformação de coordenadas entre os sistemas local e global são atualizadas conforme as novas posições nodais (figura 12).

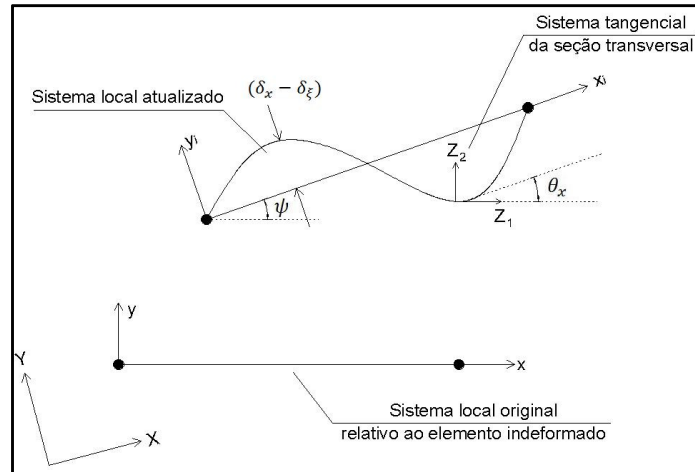


Figura 12: sistema de eixos considerados na não linearidade geométrica

A inclusão do efeito local (P- $\delta$ ) se dá pela consideração da excentricidade ( $\delta_x - \delta_z$ ), que corresponde à distância entre a posição de uma seção transversal do elemento deformado e o eixo local longitudinal atualizado. A excentricidade ( $\delta_x - \delta_z$ ) é aplicada ao componente axial das forças nodais relativas através da matriz de interpolação e modifica as soluções particulares para as forças nodais e nas seções transversais. A nova matriz de interpolação modifica de forma direta a matriz de rigidez e o vetor de cargas do elemento, uma vez que a solução para as forças nas seções é a função de interpolação da formulação.

Se a configuração deformada do elemento é considerada, as solicitações nas seções são calculadas inicialmente com referência ao sistema local atualizado de coordenadas. Para que a verificação do equilíbrio das forças se dê corretamente, uma vez que as forças resultantes nas seções são calculadas no sistema tangencial ( $Z_1Z_2$ ), as solicitações atuantes devem ser transformadas para este sistema, que neste caso não é paralelo ao sistema local atualizado.

A fim de representar adequadamente a não linearidade geométrica, considerando os valores acumulados dos vetores de carregamento, é feita uma adaptação na equação do elemento. Ao contrário de uma análise de primeira ordem, em que o estado de deformação do elemento afeta apenas o incremento de carga seguinte, na análise de segunda ordem a flexão da barra afeta a distribuição das forças já atuantes na estrutura.

## 2.4 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS

Para a análise do comportamento de uma estrutura, é essencial o conhecimento das equações constitutivas que representam o comportamento dos materiais e constituem-se em

formulações consagradas e amplamente utilizadas em trabalhos numéricos descritos na literatura. Elas são compatíveis com a idealização da estrutura, modelam o comportamento dos materiais nas condições de carregamento previsto e envolvem um número reduzido de variáveis, de forma a não prejudicar a eficiência computacional.

O concreto protendido é um material constituído da mistura de agregados e uma pasta de cimento associados com cabos de protensão e/ou barras de armadura passiva. Por ser fruto da combinação de vários materiais, estas estruturas comportam-se de uma maneira altamente complexa, apresentando uma resposta não linear. Este comportamento não-linear deve-se, basicamente, a três efeitos: plastificação do concreto comprimido e do aço, fissuração do concreto tracionado e os efeitos dependentes do tempo, como a retração e fluência do concreto e a relaxação do aço de protensão (JOST, 2006).

Conforme Machado (2002), um elemento de concreto estrutural, quando submetido a uma solicitação de flexão, apresenta três fases típicas (figura 13). A primeira fase, elástico-linear, cujo comportamento é o aparecimento de deformações imediatas e reversíveis, ou seja, quando a curva de carga coincide com a de descarga, apresentando proporcionalidade entre tensões e deformações com o concreto não fissurado. Por outro lado, esta primeira fase também pode apresentar comportamento não-linear, inexistindo, assim, a proporcionalidade entre tensão e deformação, onde o gráfico não será mais uma reta, mas sim uma parábola. A segunda é a etapa de fissuração, sendo seguida pela plastificação, que apresenta o fenômeno de deformações imediatas e não reversíveis, isto é, as deformações imediatas não desaparecem na descarga (CAMPOS FILHO, 2009).

Segundo Barbieri (2003), o concreto e o aço de protensão, sob carregamentos mantidos ao longo do tempo, apresentam comportamentos que podem afetar o desempenho de estruturas protendidas, principalmente no que diz respeito ao desempenho em serviço. Quanto ao concreto, costuma-se referir ao fenômeno da fluência, em que, sob tensões constantes o material apresenta deformações que crescem com o tempo. Já em relação ao aço de protensão, utiliza-se como parâmetro o comportamento de relaxação, no qual um elemento mantido sob deformações constantes apresenta tensões que diminuem ao longo do tempo.

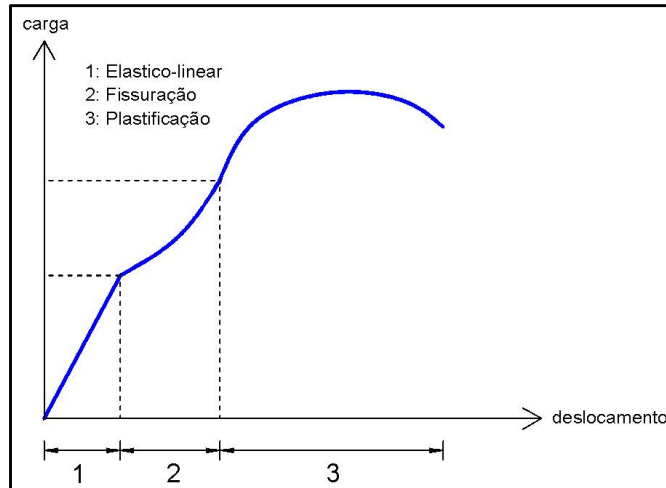


Figura 13: diagrama carga x deslocamento típico do concreto estrutural

A seguir, nos próximos itens, serão apresentadas primeiramente as relações constitutivas uniaxiais, independentes do tempo, adequadas para a discretização das seções e armaduras, utilizadas no modelo numérico. Em seguida, serão apresentadas as relação constitutivas dependentes do tempo, como a fluência e retração do concreto e o modelo para a relaxação do aço de protensão.

### 2.4.1 Concreto

O concreto é um material que possui sua resistência à compressão muito maior que sua resistência à tração. Desta forma foram utilizados dois modelos diferentes para descrever o comportamento do concreto. Para o concreto comprimido foi adotada a equação de Saenz e para o concreto tracionado foi utilizado um comportamento elástico-linear até a ruptura a partir do qual é considerado um modelo de contribuição do concreto entre fissuras. Estes dois modelos são descrito a seguir, considerando carregamentos monotônicos.

Em relação ao carregamento cíclico, observa-se uma degradação no módulo de elasticidade e na resistência, principalmente se o nível de tensão em que ocorrem os descarregamentos são superiores a 75% da resistência. À medida que o número de ciclos aumenta, as curvas de descarregamento apresentam não linearidades, e laços característicos de histerese são formados no recarregamento (MEHTA & MONTEIRO, 1994). O equacionamento para o modelo do concreto, considerando carregamentos cíclicos, apresenta-se de forma detalhada no trabalho de doutoramento de Barbieri (2003).



A equação de Saenz (KABAILA ET AL, 1964) é utilizada para o concreto sob cargas de compressão em carregamentos monotônicos, desde a deformação nula até o pico de resistência, conforme indica a equação (2.39).

$$\sigma_c = \frac{E_c \varepsilon_m}{1 + \left( \frac{E_c \varepsilon_{c0}}{f_c} - 2 \right) \left( \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{c0}} \right) + \left( \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{c0}} \right)^2} \quad (2.39)$$

Onde:

- $\sigma_c$ : tensão no concreto;
- $E_c$ : módulo de elasticidade do concreto;
- $\varepsilon_m$ : deformação mecânica;
- $f_c$ : resistência à compressão ou resistência de pico;
- $\varepsilon_{c0}$ : deformação relativa ao pico de resistência.

O comportamento de amolecimento do concreto após o pico de resistência ( $f_c$ ) é modelado por uma relação tensão-deformação linear, como mostrado nas equações (2.40) e (2.41), respectivamente, para a tensão e o módulo de elasticidade tangente do concreto. O comportamento do concreto à compressão pode ser observado na figura 14.

$$\sigma_c = E_c^t (\varepsilon_m - \varepsilon_{c0}) + f_c \quad (2.40)$$

$$E_c^t = \frac{f_{cf} - f_c}{\varepsilon_{cf} - \varepsilon_{c0}} \quad (2.41)$$

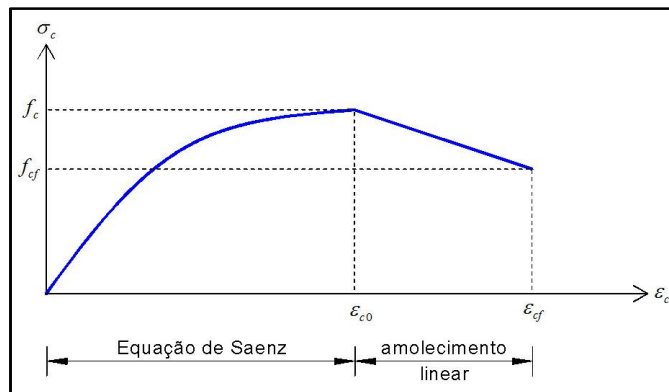


Figura 14: comportamento do concreto à compressão

Para o concreto submetido a tensões de tração em carregamentos monotônicos, a resposta é considerada linear até a fissuração, sendo o módulo de elasticidade igual ao módulo tangente

inicial ( $E_c$ ). Se a resistência à tração é excedida em uma seção, considera-se esta seção fissurada, e que apenas as armaduras contribuem para a resistência aos esforços de tração. No entanto, quando existem armaduras aderentes, o concreto também contribui para resistir aos esforços de tração, aumentando, dessa forma, a rigidez do elemento na zona fissurada. Este comportamento é chamado de *tension stiffening* e é simulado por meio de uma redução na tensão de tração do concreto, após exceder a tensão  $f_{ct}$ . A desconsideração deste efeito normalmente resulta em uma avaliação exagerada dos deslocamentos (GHALI & FAVRE, 1986).

O efeito *tension stiffening* ocorre em dois intervalos, sendo que o primeiro apresenta uma redução de tensão ( $\beta_\sigma f_{ct}$ ) mais acentuada e o segundo, mais suave. Após a queda inicial na resistência, a tensão no concreto decresce gradativamente a uma taxa constante até atingir um valor nulo a uma deformação de 0,2 %. A partir da deformação de 0,2 %, a tensão e o módulo de elasticidade permanecem nulos. Os intervalos acima são governados pelos parâmetros  $\beta$  e  $\beta_\sigma$ , conforme mostrado na figura 15 (OWEN & FIGUEIRAS, 1984).

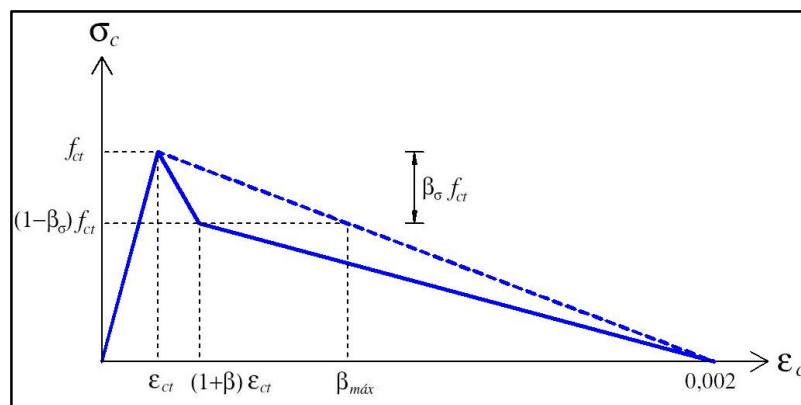


Figura 15: comportamento do concreto à tração

## 2.4.2 Aço de Armadura Passiva

A relação tensão-deformação bi-linear para o aço das armaduras passivas é apresentada nas equações (4.42) e (4.43), ou seja, as barras de aço são representadas como um material elasto-plástico e apresentam o mesmo comportamento em tração e compressão.

$$\sigma_s = E_s \epsilon_m \quad \text{para} \quad \epsilon_m \leq \epsilon_{sy} \quad (2.42)$$

Onde:

- $\sigma_s$ : tensão no aço;
- $\varepsilon_{sy}$ : deformação de escoamento da armadura passiva;
- $E_s$ : módulo de elasticidade do aço.

$$\sigma_s = f_{sy} + E_{sh}(\varepsilon_m - \varepsilon_{sy}) \quad \text{para } \varepsilon_m > \varepsilon_{sy} \quad (2.43)$$

Onde:

- $f_{sy}$ : tensão de escoamento do aço da armadura passiva;
- $E_{sh}$ : módulo de elasticidade do aço no endurecimento.

### 2.4.3 Aço de Protensão

Considerando carregamento monotônico, Devalapura & Trados (1992) propõe que a curva para o aço de protensão, apresentada na fórmula (2.44) e na figura 16, mostra um comportamento contínuo ao longo de todo o intervalo de deformações, sem apresentar um ponto de escoamento definido. As constantes A, B e C são obtidas com a resolução das equações (2.45), (2.47) e (2.48), respectivamente. A determinação da constante D ocorre por um processo iterativo, resolvendo a equação (2.44) para a tensão de escoamento ( $\sigma_p = f_{py}$ ) e a deformação igual à ( $\varepsilon_p = 0,01$ ).

$$\sigma_p = \varepsilon_p \left[ A + \frac{B}{\{1 + (C\varepsilon_p)^D\}^{\frac{1}{D}}} \right] \quad (2.44)$$

Onde:

- $\varepsilon_p$ : deformação na armadura de protensão;
- $\sigma_p$ : tensão na armadura de protensão;
- A, B, C e D: constantes.

$$A = E_{ps} \frac{f_{pu} - f_{s0}}{\varepsilon_{pu} E_{ps} - f_{s0}} \quad (2.45)$$

$$f_{s0} = 1,04 f_{py} \quad (2.46)$$

$$B = E_{ps} - A \quad (2.47)$$

$$C = \frac{E_{ps}}{f_{s0}} \quad (2.48)$$

Onde:

$f_{py}$ : tensão convencional de escoamento da armadura de protensão, relativa a uma deformação de 0,01;

$f_{s0}$ : intersecção das tangentes dos dois segmentos lineares da curva.

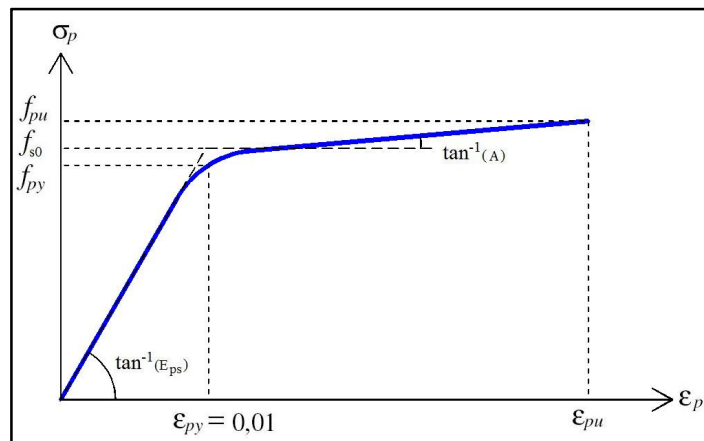


Figura 16: curva de Devalapura & Trados (1992) para o aço de protensão

#### 2.4.4 Fluência e Retração do Concreto

O concreto, quando submetido a solicitações de longa duração, sofre uma deformação instantânea e um aumento gradual desta deformação com o tempo (figura 17), devido ao efeito de fluência (*creep*). Desde modo, mesmo sob tensões constantes, as deformações ocorridas no concreto aumentam no decorrer do tempo (MACHADO, 2002). A formulação da cadeia de Maxwell, abordagem consagrada na literatura para a representação do comportamento de fluência do concreto, é utilizada no modelo numérico.

Após a concretagem e cura de peças de concreto, ainda pode-se encontrar água no seu interior, alojada em pequenos vasos capilares. Com o tempo, o resíduo de água tende a evaporar, levando os vasos capilares, mesmo na ausência de tensões, ao esmagamento (figura

18). Esta deformação, que é provocada por uma perda de volume em temperatura constante, é chamada de retração (*shrinkage*).

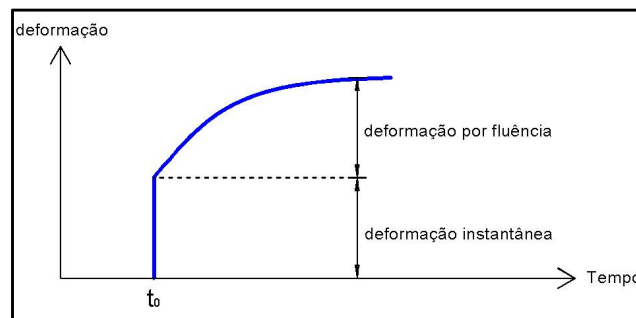


Figura 17: evolução da deformação por fluência para uma tensão constante

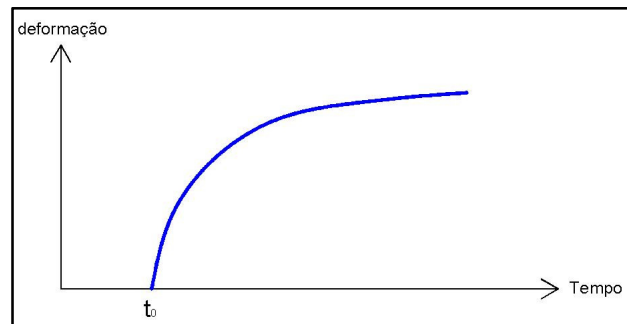


Figura 18: curva de deformação por retração

A deformação total no concreto em um tempo  $t$  após a sua moldagem é composta por três parcelas principais: a instantânea, a por fluência e a independente das tensões (equação 2.49). Sabe-se que, considerando que as tensões no concreto não ultrapassam a 50% da resistência à compressão, a deformação por fluência pode ser considerada proporcional à tensão (BARBIERI, 2003 *apud* BAZANT & WITTMANN, 1982).

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_E(t) + \varepsilon_C(t) + \varepsilon^0(t) \quad (2.49)$$

Onde:

- $t$ : idade do concreto;
- $\varepsilon_E(t)$ : deformação instantânea, que é elástica para pequenas tensões;
- $\varepsilon_C(t)$ : deformação por fluência;
- $\varepsilon^0(t)$ : deformação independente da tensão, como por retração ou temperatura.

Em virtude da fluência, retração e mudanças de temperatura, as tensões nas estruturas variam significativamente no tempo, mesmo para cargas constantes. Por isso, a formulação básica para a fluência, desenvolvida a partir de tensão constante, deve ser transformada para um modelo constitutivo válido para tensões e deformações com variação arbitrária. Esta tarefa é simplificada pelo fato de que, no intervalo das tensões de serviço e com exceção das trajetórias decrescentes de deformação, o concreto pode ser tratado aproximadamente como um material com envelhecimento viscoelástico linear, cuja teoria resulta no princípio da superposição, que é equivalente à hipótese da linearidade. Este princípio determina que a resposta a uma soma de duas histórias de tensão, ou de deformação, pode ser obtida com a soma das respostas de cada uma das histórias analisadas separadamente.

A necessidade de armazenamento de variáveis, incluindo toda a história de tensões ou deformações, como nos grandes sistemas estruturais, pode ser eliminada com a utilização de formulações do tipo “taxa de fluência” (*rate-type creep laws*). O modelo da Cadeia de Maxwell é baseado nestas formulações e representa a fluência a partir de uma associação em paralelo de um conjunto de elementos ligados em série, compostos por uma mola e por um amortecedor viscoso, que são os elementos de Maxwell.

No modelo numérico adotado, é utilizada uma cadeia de Maxwell com cinco elementos, conforme representado na figura 19. Os dados de fluência são obtidos a partir da formulação do Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993), sendo que sua implementação, juntamente com a formulação do modelo matemático da cadeia de Maxwell, está apresentada de forma detalhada na tese de Barbieri (2003).

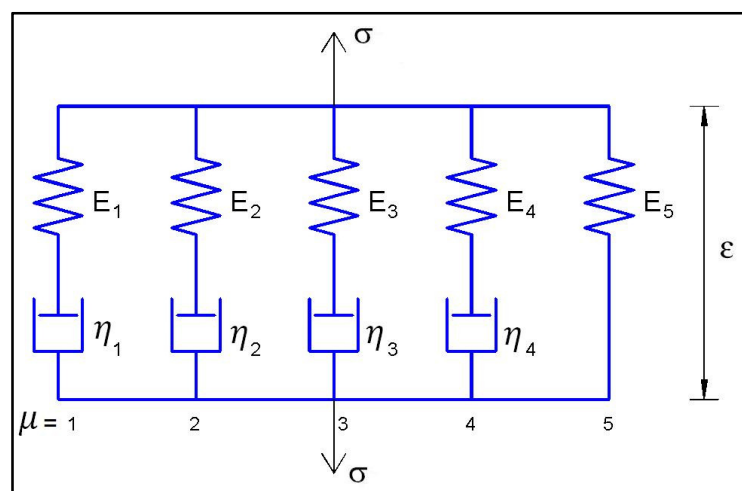


Figura 19: modelo da cadeia de Maxwell

### 2.4.5 Relaxação do Aço de Protensão

Na fase viscoelástica, a armadura de protensão sofre um processo de relaxação, cuja tensão diminui com o tempo ao se manter constante uma deformação em um corpo de prova. Embora ocorra em qualquer tipo de aço, a relaxação é especialmente importante nos cabos de protensão, pois as tensões são mais elevadas.

Atualmente, a prática comum para a descrição das mudanças de comprimento e tensão no aço de protensão com o tempo é a utilização do fenômeno da relaxação, enquanto que antigamente o comportamento de fluência era o considerado. Porém, na realidade, nenhuma das abordagens corresponde ao comportamento real, uma vez que nem a deformação nem a tensão são constantes ao longo do tempo em um elemento protendido (BARBIERI, 2003 *apud* FIB, 1999).

Conforme Barbieri (2003), fluência e a relaxação são fenômenos físicos da mesma natureza, constituindo-se em comportamentos viscoelásticos. Por isso, no modelo numérico, o modelo reológico da cadeia de Maxwell é utilizado, também, para a armadura de protensão. As principais diferenças devem-se ao comportamento de envelhecimento do concreto, uma vez que o aço de protensão é um material sem envelhecimento e mantém as propriedades constantes ao longo do tempo, sendo suficiente apenas uma curva de relaxação para a calibração dos parâmetros da cadeia. No modelo numérico, esta curva é baseada na curva de relaxação do Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993). Outra diferença significativa com relação ao concreto é a existência de dados experimentais e curvas teóricas sobre a relaxação do aço de protensão, tornando desnecessária a conversão de dados de fluência em relaxação.

Para o aço de protensão, a utilização da cadeia de Maxwell transcorre de maneira similar à descrita para o concreto. No entanto, como aço não apresenta envelhecimento, os módulos de elasticidade das unidades da cadeia são constantes ao longo do tempo e iguais aos determinados na identificação dos parâmetros do modelo. A interpolação em função do tempo, como a realizada para o concreto, é, portanto, desnecessária.

### 3 CRITÉRIOS DE PROJETO

Neste capítulo é apresentada a revisão bibliográfica referente aos critérios de norma utilizados no Brasil e na França, ferramenta fundamental para a realização de uma análise comparativa entre os resultados obtidos entre uma norma e outra. O estudo destes critérios foi de extrema importância para a implementação das rotinas de projeto, objeto deste estudo.

#### 3.1 NORMALIZAÇÃO BRASILEIRA

Acompanhando uma tendência mundial, a normalização brasileira NBR 6118 (ABNT, 2007), Projeto de Estruturas de Concreto, reuniu em uma só norma os critérios gerais que regem o projeto das estruturas de concreto simples, de concreto armado e de concreto protendido. Grande parte dos critérios apresentados na antiga NBR 7197 (ABNT, 1989), Projeto de Estruturas de Concreto Protendido, permanecem na atual NBR 6118 (ABNT, 2007). A seguir são expostas as principais características para a verificação de elementos em concreto estrutural exigidas pela norma vigente no Brasil.

##### 3.1.1 Graus de Protensão

Os graus de protensão dependem dos níveis de intensidade da força de protensão, a qual está relacionada com a proporção de armadura ativa utilizada em relação à armadura passiva. Geralmente são utilizados somente para orientar o projetista na escolha da quantidade de protensão em função da agressividade do ambiente (quadro 2), não garantindo de forma alguma a segurança da estrutura quanto aos outros estados limites (KLEIN, 2002).

Nível de agressividade	Tipo de protensão
muito agressivo	protensão completa
pouco agressivo	protensão limitada
não agressivo	protensão parcial

Quadro 2: escolha do tipo de protensão (ABNT, 1989)

##### 3.1.1.1 Protensão Completa ou Nível 3

A protensão completa ou total proporciona as melhores condições para a proteção das armaduras contra a corrosão e controla as flutuações de tensão do aço para valores moderados, visando o não aparecimento de tensões de tração no concreto. Este tipo de



protensão é ideal para obras expostas a meios agressivos, como reservatórios (figura 20), garantindo a estanqueidade do concreto, e tirantes de concreto, que permanecem comprimidos a fim de evitar a fissuração (ABNT, 2007).



Figura 20: exemplos de silo e reservatório elevado em forma de funil (ALMEIDA, 1999)

### 3.1.1.2 Protensão Limitada ou Nível 2

Por apresentar uma participação maior de armadura passiva na ruptura, geralmente, a opção de protensão limitada pode conduzir a soluções mais econômicas. As peças submetidas a este tipo de protensão são dimensionadas para tensões moderadas de tração em serviço, com pouca probabilidade de fissuração do concreto. As fissuras se abrem devido à passagem de uma sobrecarga transitória e se fecham com a sua retirada, pois as seções permanecem comprimidas sob o efeito das cargas quase permanentes. Normalmente, é necessária armadura passiva para atender a verificação em ELU. Este tipo de protensão está presente em pontes, passarelas e lajes de edifícios (MILANI, 2006).

De acordo com Veríssimo & César (1998), seguem abaixo algumas vantagens da utilização da protensão limitada:

- a) menores tensões de tração e compressão no período da protensão;
- b) melhor comportamento em relação às deformações (flechas) sob efeito da fluência do concreto;
- c) maior participação da armadura passiva na ruptura. Com tensões de protensão menores, utiliza-se menor quantidade de armadura ativa, tornando-se uma solução mais econômica para a estrutura.

### 3.1.1.3 Protensão Parcial ou Nível 1

Caracteriza-se pela combinação de armaduras ativas e passivas e permite que as tensões de tração no concreto atinjam valores maiores, ocasionando a formação de fissuras com aberturas maiores. Normalmente é utilizada em vigas de edifícios (MILANI, 2006).

### 3.1.2 Combinações de Carga para o Estado Limite de Serviço

Durante um período de tempo pré-estabelecido, um carregamento é definido pela combinação de ações que tem probabilidade não desprezível de atuarem simultaneamente sobre a estrutura. Estas combinações devem ser feitas de diferentes maneiras, a fim de considerar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura, verificando a segurança quanto aos estados limites de serviço. A seguir são apresentados os três tipos de combinações de carga utilizados na verificação dos estados limites de serviço. O quadro 3 indica os valores dos coeficientes  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$ , conforme cada tipo de carregamento, necessários nas combinações de carga.

Ações		$\gamma_{f2}$	
		$\Psi_1$	$\Psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais sem a predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo e sem elevada concentração de pessoas.	0,4	0,3
	Locais com a predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo ou com elevada concentração de pessoas.	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens.	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral.	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local.	0,5	0,3

Quadro 3: valores de  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$  (ABNT, 2007)

#### 3.1.2.1 Combinações Quase Permanentes (CQP)

Atua durante a maior parte do período de vida da estrutura e é necessária na verificação do Estado Limite de Deformações Excessivas. Na equação (3.1) apresenta-se esta combinação, sendo que todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \Psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \quad (3.1)$$

Onde:

$F_{d,ser}$ : valor de cálculo das ações para as combinações de serviço;

$F_{qj,k}$ : valor característico das ações variáveis diretas;

$F_{gi,k}$ : valor característico das ações permanentes diretas;

$\Psi_{2j}$ : fator de redução da combinação quase permanente no ELS.

### 3.1.2.2 Combinações Frequentes (CF)

É o tipo de combinação onde as cargas se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura. É utilizada na verificação dos Estados Limites de Descompressão, de Formação e Abertura de Fissuras. A ação variável principal  $F_{q1}$  é tomada pelo seu valor freqüente  $\Psi_1 F_{q1,k}$  e as outras ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes  $\Psi_2 F_{qj,k}$ , conforme indica a expressão (3.2).

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \Psi_1 \cdot F_{q1,k} + \sum \Psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \quad (3.2)$$

Onde:

$F_{q1,k}$ : valor característico das ações variáveis principais diretas;

$\Psi_1$ : fator de redução da combinação frequente no ELS.

### 3.1.2.3 Combinações Raras (CR)

Como o próprio nome diz, ocorrem raras vezes durante o período de vida da estrutura. A combinação correspondente à expressão (3.3) pode ser utilizada na verificação do Estado Limite de Formação de Fissuras. A ação variável principal  $F_{q1}$  é tomada pelo seu valor característico  $F_{q1,k}$  e as outras ações são consideradas com seus valores frequentes  $\Psi_1 F_{qj,k}$ .

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + F_{q1,k} + \sum \Psi_{1j} \cdot F_{qj,k} \quad (3.3)$$

### 3.1.3 Verificações no Estado Limite de Serviço (ELS)

O Estado Limite de Serviço refere-se ao comportamento da estrutura quando submetida às cargas normais de uso, ou seja, em situações de utilização. Estas verificações visam garantir as boas condições de comportamento da peça em relação à durabilidade, conforto e aparência. Na prática, esta verificação é, normalmente, a que define o dimensionamento das seções nos projetos em concreto protendido, ao contrário do concreto convencional, onde, normalmente, o Estado Limite Último é o determinante no projeto das peças.

Com a finalidade de garantir a segurança de uma estrutura em relação ao ELS, a norma brasileira exige que sejam feitas as seguintes verificações, conforme cada tipo de estrutura:

- a) ELS-DEF (Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas);
- b) ELS-F (Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras);
- c) ELS-D (Estado Limite de Serviço de Descompressão);
- d) ELS-W (Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras).

No quadro 4 são apresentadas as exigências relativas à fissuração a serem atendidas em regime de serviço para cada grau de protensão, onde Nível 0 corresponde ao concreto armado e CAA corresponde à classe de agressividade ambiental, especificada no quadro 5. A verificação do ELS-DEF deve ser feita em todos os elementos estruturais lineares, considerando carregamento de serviço quase permanente. No quadro 6 estão indicadas as tensões admissíveis no concreto para os níveis 1, 2 e 3 de protensão, sendo que o valor da tensão admissível de compressão,  $0,5f_{ck}$ , foi adotado para que a forma de verificação da fluência seja válido.

VERIFICAÇÕES NECESSÁRIAS NO ELS - NBR			
Grau	Tipo de protensão/CAA	Combinações ELS	Exigências relativas à fissuração
Nível 0	CAA I a CAA IV	Combinação frequente	ELS-W
Nível 1	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	Combinação frequente	ELS-W
Nível 2	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Combinação frequente	ELS-F
		Combinação quase-permanente	ELS-D
Nível 3	Pré-tração com CAA III e IV	Combinação rara	ELS-F
		Combinação frequente	ELS-D

Quadro 4: verificações a serem feitas no ELS (ABNT, 2007)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Tipo de ambiente	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana <sup>1,2</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>1</sup> Industrial <sup>1,2</sup>	Grande
IV	Muito Forte	Industrial <sup>1,3</sup> Respingos de maré	Elevado

1. Admite-se um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, cozinhas, ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).  
2. Admite-se uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em região de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.  
3. Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Quadro 5: classes de agressividade ambiental (ABNT, 2007)

TENSÕES ADMISSÍVEIS NO CONCRETO – ELS – NBR				
		Nível 1	Nível 2	Nível 3
<b>Compressão</b>	Combinação quase-permanente	0,5 $f_{ck}$		
	Combinação frequente			
	Combinação rara			
<b>Tração</b>	Combinação quase-permanente	-	0	-
	Combinação frequente	-	$f_{ct}$	0
	Combinação rara	-	-	$f_{ct}$

Quadro 6: tensões admissíveis no concreto na verificação do ELS (ABNT, 2007)

### 3.1.3.1 Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F)

É uma verificação extremamente importante quando a estrutura não permite fissuras para determinadas combinações de carregamentos. Admite-se que este estado limite é atingido quando a tensão de tração máxima no concreto atingir o valor  $f_{ct}$ , indicado na expressão 3.4. Sabe-se que o item 17.3.1 da norma brasileira recomenda que este valor da resistência à tração do concreto,  $f_{ct}$ , seja tomado pelo seu valor de resistência à tração inferior,  $f_{ctk,inf}$ . Como o valor de  $f_{ctk,inf}$  corresponde à 70% de  $f_{ctm}$  e, que para seções retangulares este valor ainda deve ser multiplicado por um fator igual a 1,5, resultando em  $1,05 \cdot f_{ctm}$ , adotou-se diretamente o valor da resistência média à tração,  $f_{ctm}$ , estando, assim, 5% à favor da segurança. Lembra-se que esta tensão limite de tração é calculada com o concreto no Estádio I, ou seja, concreto não fissurado e com comportamento elástico linear dos materiais.

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (3.4)$$

Onde:

$f_{ctm}$ : resistência média à tração do concreto (MPa);

$f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto (MPa).

### 3.1.3.2 Estado Limite de Descompressão (ELS-D)

Estado em que, em um ou mais pontos da seção transversal, a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção, ou seja,  $\sigma_c \leq 0$ . Caracteriza uma situação de passagem da seção totalmente comprimida para o surgimento de tensão de tração no concreto.

### 3.1.3.3 Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W)

A fissuração em elementos de concreto ocorre quando as suas tensões de tração excedem sua capacidade resistente. O seu controle visa obter um bom desempenho estrutural, prevenindo a corrosão das armaduras e propiciando a aceitação sensorial dos usuários, onde se entende que as fissuras podem causar desconforto psicológico, mas não representa a perda de segurança da estrutura (LEGGERINI, 2003).

Os critérios apresentados pela norma são indicadores aceitáveis do comportamento geral do elemento, devido ao fato da abertura de fissuras sofrer influência de restrições às variações volumétricas da estrutura e das condições de execução. No quadro 7 estão apresentados os valores máximos de abertura de fissuras, conforme o tipo de concreto estrutural e a sua respectiva classe de agressividade ambiental (CAA). Dependendo do critério estabelecido para a verificação de determinada estrutura, é possível estabelecer limites de fissuração mais severos do que os indicados pela norma, aumentando de forma significativa o custo da estrutura.

<b>Tipo de Concreto Estrutural</b>	<b>Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão</b>	<b>Exigências relativas à fissuração</b>	<b>Tipo de combinação</b>
Concreto Armado	CAA I	$w_k \leq 0,4 \text{ mm}$	Combinação Freqüente
	CAA II e CAA III	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	
	CAA IV	$w_k \leq 0,2 \text{ mm}$	
Concreto Protendido	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	$w_k \leq 0,2 \text{ mm}$	

Quadro 7: valores limites de abertura de fissuras (ABNT, 2007)

### 3.1.3.4 Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF)

A verificação quanto à flecha é feita para peças em concreto armado ou protendido, sob condições de carregamento quase permanente. No quadro 8 estão indicados os tipos de efeitos e seus respectivos deslocamentos limites fornecidos pela NBR6118 (ABNT, 2007). Se o deslocamento calculado for menor ou igual ao valor do deslocamento limite, é respeitado o limite de deformação excessiva.

Tipo de Efeito	Razão da Limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento Limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	vão/250
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	vão/350
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	vão/250
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásio e pistas de boliche	Total	vão/350
			Ocorrido após a construção do piso	vão/600
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento

Quadro 8: valores limites para deslocamento (ABNT, 2007)

### 3.1.4 Verificações de Ruptura (ELU)

O Estado Limite Último está relacionado com a segurança da estrutura submetida às combinações mais desfavoráveis de ações previstas em toda a sua vida útil. Estes estados limites estão relacionados ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural. De acordo com Veríssimo & César (1998), usualmente, devem ser considerados no projeto os Estados Limites Últimos caracterizados por:

- a) perda de equilíbrio, global ou parcial, admitida a estrutura como um corpo rígido;
- b) ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais;
- c) transformação da estrutura, no todo ou em parte, em sistema hipostático;
- d) instabilidade por deformação.

O Estado Limite Último no Ato da Protensão é uma verificação necessária na fase temporária, onde eventuais fissuras podem ser controladas por armaduras passivas ou pelo escalonamento das etapas de protensão. No momento do ato de protensão, considera-se a carga permanente mobilizada, normalmente o peso próprio, e a protensão apenas com as perdas imediatas. São verificadas a presença de compressão excessiva e a formação de fissuras que podem surgir nas faces opostas à da ação de protensão.

Quanto à verificação ao esforço cortante, a norma brasileira admite, para elementos lineares, dois modelos de cálculo que pressupõem a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural. O modelo de cálculo utilizado foi o Modelo I, o qual admite diagonais de compressão inclinadas a  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento. A figura 21 mostra os fluxogramas com as verificações últimas necessárias para concreto protendido e armado.

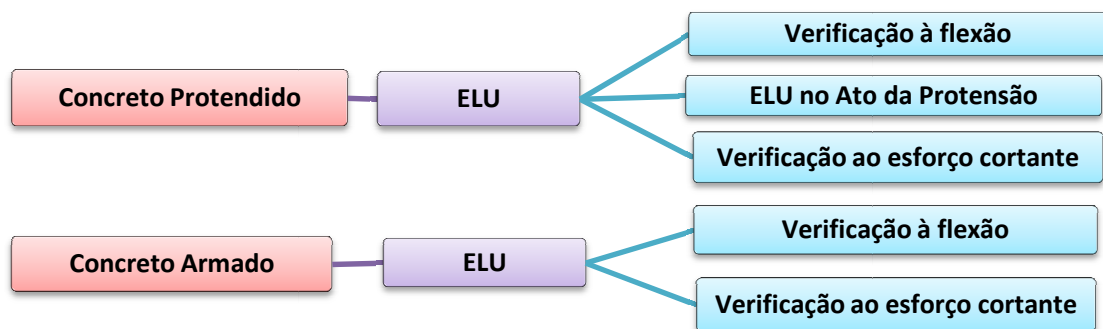


Figura 21: fluxograma de verificações últimas para o concreto protendido e armado.

## 3.2 NORMALIZAÇÃO FRANCESA

A fim de realizar comparações entre normas e análises críticas do comportamento estrutural, são apresentadas, neste capítulo, algumas exigências da normalização francesa – *Règles BPEL 91 (règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et reconstructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites)*.

### 3.2.1 Classes de verificação (*classes de vérification*)

Assim como o grau de protensão definido pela norma brasileira, a escolha de uma classe de verificação para uma obra ou parte dela é baseada em diversos fatores técnicos e econômicos. Entre eles, pode-se citar o tipo de agressividade ambiental que a estrutura está submetida, o tipo de obra, seu método construtivo, o modo de fabricação de seus elementos (pré-



fabricação, pré ou pós-tensão), a importância das solicitações permanentes e variáveis em função do tempo, e, ainda, a experiência adquirida de obras anteriores. A seguir são apresentadas as características de cada uma das três classes de protensão segundo Thonier (1992).

### 3.2.1.1 Classe I

A protensão da classe I é, em princípio, para construções de caráter excepcional e corresponde à protensão completa/nível 3 da normalização brasileira. Seu uso é justificável em peças submetidas à tração simples como tirantes e paredes de reservatórios circulares, principalmente se destinados a estocar fluídos perigosos, caracterizando-se como ambiente extremamente agressivo, o qual não admite nenhum tipo de fissuração. Além destes exemplos, peças submetidas a grandes solicitações de fadiga, também se enquadram dentro da classe I. Na figura 22 apresenta-se o reservatório R4 da empresa EDF (*Electricité de France*), construído no ano de 2005, na Ilha da Reunião, França. Este reservatório tem a finalidade de armazenar água durante o dia para a geração de energia no horário de maior consumo. Com ciclos de enchimento e esvaziamento de 24hs e exposta à ambiente marinho, esta estrutura foi projetada na classe I, segundo a norma *BPEL 91* (1992).

Nesta classe nenhuma tensão de tração é admissível nas seções durante a vida útil da estrutura, sendo que o Estado Limite de Descompressão deve ser respeitado em combinação rara. Apenas em situações de execução, a tração é permitida, mas limitada em 70% da resistência à tração do concreto ( $0,7 \cdot f_{tj}$ ). O Estado Limite de Descompressão deve ser respeitado em combinação rara.

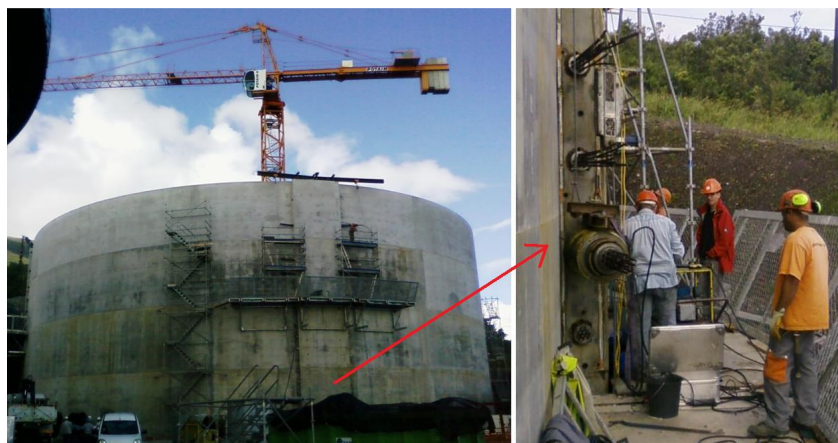


Figura 22: exemplo de reservatório protendido na Ilha da Reunião (fornecido por CPA Engenharia Ltda)

### 3.2.1.2 Classe II

A classe II é particularmente destinada aos elementos expostos a um ambiente agressivo (casos de alguns prédios industriais), e aqueles que apresentam uma grande quantidade de juntas. Nesta classe, a qual apresenta as mesmas características da protensão limitada ou de nível 2 da normalização brasileira, o cálculo das tensões normais é sempre efetuado nas seções não fissuradas. Sob combinação frequente, permite-se a descompressão, mas não a fissuração da peça.

A figura 23 apresenta um exemplo de aplicação da protensão classe II em uma edificação. Tratam-se de vigas protendidas de um pavimento do estúdio de criação do *Centre Pompidou*, um museu inaugurado em maio de 2010 na cidade de Metz, no nordeste da França. As vigas, com protensão com aderência posterior, foram projetadas na classe II e permitem um vão livre de 18 m com altura da seção de 1 m, suportando cargas concentradas dos andares superiores.



Figura 23: exemplo de viga protendida realizada na construção do *Centre Pompidou*  
(fornecido por CPA Engenharia Ltda)

### 3.2.1.3 Classe III ou *précontrainte partielle*

A classe III é utilizada, essencialmente, em peças expostas à atmosfera pouco agressiva. Assim como a protensão parcial ou de nível 1 da normalização brasileira, pode-se citar como exemplo, elementos tradicionais de edifícios. Nesta classe, as tensões normais são calculadas unicamente pela seção fissurada. As verificações em serviço consistem na observação de limites de variação de tensões nas armaduras passivas e de protensão, visando à limitação da abertura de fissuras e a prevenção da fadiga da armadura ativa.

### 3.2.2 Combinações de Carga para o Estado Limite de Serviço

Nos itens 3.2.2.1, 3.2.2.2 e 3.2.2.3 são indicadas as expressões para os três tipos de combinações de serviço estabelecidos pela norma francesa.

#### 3.2.2.1 Combinações Quase Permanentes (CQP)

$$S \left( P_d + G_{max} + G_{min} + \sum_{i>0} \psi_{2i} Q_{ik} \right) \quad (3.5)$$

Onde:

$P_d$ : força de protensão;

$G_{max}$ : conjunto das ações permanentes desfavoráveis;

$G_{min}$ : conjunto das ações permanentes favoráveis;

$\psi_{2i} Q_{ik}$ : valor quase permanente de uma ação variável;

$Q_{ik}$ : valor característico das ações variáveis diretas.

#### 3.2.2.2 Combinações Frequentes (CF)

$$S \left( P_d + G_{max} + G_{min} + \psi_{11} Q_{1k} + \sum_{i>1} \psi_{2i} Q_{ik} \right) \quad (3.6)$$

Onde:

$\psi_{11} Q_{1k}$ : valor frequente de uma ação variável;

#### 3.2.2.3 Combinações Raras (CR)

$$S \left( P_d + G_{max} + G_{min} + Q_{1k} + \sum_{i>1} \psi_{0i} Q_{ik} \right) \quad (3.7)$$

Onde:

$Q_{ik}$ : valor característico das ações variáveis principais diretas;  
 $\psi_{0i}Q_{ik}$ : valor raro de uma ação de variável.

No quadro 9 estão indicados os coeficientes  $\Psi_0$ ,  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$ , necessários no cálculo das combinações de carga no ELS.

Ações		$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
Cargas variáveis de edifícios	Locais sem a predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo e sem elevada concentração de pessoas.	0,77	0,65	0,4
	Locais com a predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo ou com elevada concentração de pessoas.	0,77	0,75	0,65
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens.	0,9	0,9	0,8
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral.	0,77	0,2	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local.	0,6	0,5	0

Quadro 9: valores de  $\Psi_0$ ,  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$  (THONIER, 1992)

### 3.2.3 Verificações no Estado Limite de Serviço (ELS)

A normalização francesa apresenta, assim como a norma brasileira, as verificações a serem feitas no Estado Limite de Utilização ou de Serviço que tem relação com a durabilidade da obra submetida a solicitações correspondentes a ações características. Nesta categoria encontram-se as deformações excessivas e a fissuração nas zonas tracionadas. Nos quadros 10, 11 e 12 apresentam-se, respectivamente, as verificações necessárias para concreto protendido e armado no ELS (indicado em termos das verificações de serviço da norma brasileira), as tensões admissíveis no concreto e no aço, exigidos pela normalização francesa. De acordo com o item A.4.5.3, em concreto armado, o ELS-W é verificado apenas para as condições de fissuração “prejudicial” ou “muito prejudicial” através da limitação das tensões na armadura à 250 MPa ou 200 MPa, respectivamente. Em todos os casos deve-se fazer a verificação do ELS-D.

VERIFICAÇÕES NECESSÁRIAS NO ELS – FR		
	Combinações ELS	Exigências relativas à fissuração
Classe III	Combinação rara	ELS-W da seção
	Combinação frequente	ELS-W da zona de cobrimento
	Combinação quase-permanente	ELS-D da zona de cobrimento
Classe II	Combinação rara	ELS-F da zona de cobrimento
	Combinação frequente	ELS-D da zona de cobrimento
Classe I	Combinação rara	ELS-D da seção
Concreto Armado	Combinação rara	ELS-W da seção

Quadro 10: verificações a serem feitas no ELS (BPEL 91, 1992)

TENSÕES ADMISSÍVEIS NO CONCRETO – ELS – FR					
			Classe I	Classe II	Classe III
Compressão	Combinação quase-permanente		0,5f <sub>ck</sub>		
	Combinação frequente		0,6f <sub>ck</sub>		
	Combinação rara		0,6f <sub>ck</sub>		
	Em construção		0,6f <sub>cj</sub>		
Tração	Combinação quase-permanente	Zona de cobrimento	0	0	0
		Outras zonas	0	1,5f <sub>tj</sub>	-
	Combinação frequente	Zona de cobrimento	0	0	-
		Outras zonas	0	1,5f <sub>tj</sub>	-
	Combinação rara	Zona de cobrimento	0	f <sub>tj</sub>	-
		Outras zonas	0	1,5f <sub>tj</sub>	-
	Em construção	Zona de cobrimento	0,7f <sub>tj</sub>	0,7f <sub>tj</sub>	-
		Outras zonas	0,7f <sub>tj</sub>	1,5f <sub>tj</sub>	-

Quadro 11: tensões admissíveis no concreto na verificação ELS (THONIER, 1992)

TENSÕES ADMISSÍVEIS NO AÇO – ELS – FR				
		Classe I	Classe II	Classe III
Aço Ativo	Combinação quase-permanente		-	-
	Combinação frequente		-	-
	Combinação rara		-	-
	Em construção		-	-
Aço Passivo	Combinação quase-permanente		-	-
	Combinação frequente	Zona de cobrimento	-	-
		Outras zonas	-	-
	Combinação rara		-	-
	Em construção		-	-

Quadro 12: tensões admissíveis no aço na verificação ELS (THONIER, 1992)

A zona de proteção da armadura de protensão ou *section d'enrobage* de uma seção transversal está representada na figura 24. Esta zona apresenta o mesmo centro de gravidade que o das armaduras de protensão, garantindo a elas um cobrimento “c” mínimo de proteção, como indicado na figura. O valor do cobrimento “c” corresponde ao maior valor entre o diâmetro da bainha do cabo e ao cobrimento indicado para determinada classe de agressividade ambiental. Segundo a norma francesa, este valor referente à classe ambiental é igual a 3 cm em obras protegidas de intempéries, 4 cm para obras submetidas à intempéries e 5 cm para obras submetidas a uma atmosfera agressiva.

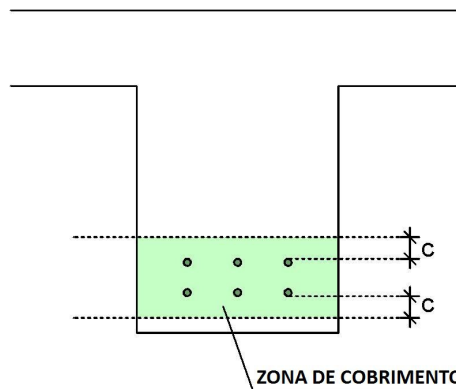


Figura 24: representação da zona de cobrimento

### 3.2.3.1 Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F)

A verificação quanto ao Estado Limite de Formação de Fissuras, pela norma francesa, é muito semelhante ao da norma brasileira. O ELS-F é atingido quando a tensão de tração na zona de proteção da armadura de protensão atingir o valor  $f_{tj}$ , indicado na expressão 3.8.

$$f_{tj} = 0,06 \cdot f_{ck} + 0,6 \quad (3.8)$$

Onde:

$f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto (MPa).

### 3.2.3.2 Estado Limite de Descompressão (ELS-D)

A verificação quanto ao Estado Limite de Descompressão recomendada pela norma francesa pode ser feita em toda a seção ou somente na zona de cobrimento, conforme a exigência de

cada grau de protensão. A classe I, por exemplo, sob combinação de serviço rara, é a única em que o ELS-D deve ser verificado em toda a seção.

### 3.2.3.3 Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W)

A verificação em serviço da abertura de fissuras consiste, basicamente, na observação de limites de tensões das armaduras passivas e ativas. Se a tensão da armadura passiva for menor ou igual ao menor dos valores indicados na expressão 3.9 e se a variação de tensão na armadura ativa entre o estado de descompressão e o carregamento final estiver dentro do valor limite, que corresponde a 10% da resistência máxima à ruptura da armadura ativa, relativo à fadiga (expressão 3.10), então é verificada a segurança na peça quanto ao ELS-W. Segundo Thonier (1992), se o aço da armadura passiva for CA-50, então a primeira parcela do teste da tensão limite ( $2/3.f_e$ ) pode ser considerado igual a 240 MPa.

$$\sigma_s \leq \text{Min} \left( \frac{2}{3} \cdot f_e; 110 \cdot \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \right) \quad (3.9)$$

$$\Delta\sigma_p \leq 0,10 \cdot f_{prg} \quad (3.10)$$

Onde:

- $f_e$ : limite de elasticidade da armadura passiva (MPa);
- $\eta$ : coeficiente de fissuração ( $\eta=1,6$  para armadura de alta aderência);
- $f_{tj}$ : resistência característica à tração do concreto (MPa);
- $f_{prg}$ : resistência máxima à ruptura do aço de protensão.

### 3.2.3.4 Estado Limite de Deformação (ELS-DEF)

Assim como a norma brasileira, a verificação quanto à flecha é feita para peças em concreto armado ou protendido, sob condições de carregamento quase permanente. As justificativas da verificação quanto ao Estado Limite de Deformação devem ser apresentadas quando as deformações impedem a utilização da construção. Conforme o *BAEL 91 (règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et reconstructions en béton armé suivant la méthode des*

*états limites*), para o bom comportamento dos revestimentos e das paredes não estruturais, deve-se respeitar os limites de flechas indicados no quadro 13, de acordo com cada tipo estrutural. Se existirem situações particulares, o documento CCTP (*cahier des clauses techniques particulières*), que apresenta as disposições gerais de uma obra, deve fixar as deformações limites. Quando o deslocamento calculado for menor ou igual ao valor do deslocamento limite, então é respeitado o limite de deformação excessiva.

Tipo de Estrutura	Vão	Deslocamento Limite
Elementos bi-apoiados	até 5 m	$v\tilde{a}o/500$
	superior à 5 m	$0,5\text{ cm} + v\tilde{a}o/1000$
Elementos engastados de um lado e livre do outro	até 2 m	$v\tilde{a}o/250$

Quadro 13: valores limites para deslocamento (BAEL 91, 2000)

### 3.2.4 Verificações de Ruptura (ELU)

A verificação do Estado Limite Último corresponde à perda de estabilidade, ruptura dos materiais, instabilidade em relação à flambagem e deformações plásticas exageradas. Nesta verificação são majoradas as cargas, permanente e variável, e minoradas as resistências dos materiais. É importante lembrar que uma mesma estrutura deve satisfazer tanto as condições do Estado Limite de Serviço, quanto às do Estado Limite Último. A figura 25 indica o fluxograma das verificações últimas necessárias para cada concreto estrutural. Nota-se que a normalização francesa não exige a verificação quanto ao Estado Limite Último no Ato da Protensão, pois esta verificação é feita em combinação de serviço no momento da construção. Em relação ao esforço cortante, além de ser verificado no ELU, o *BAEL 91* (2000) também exige que seja feita a sua verificação quanto ao ELS.

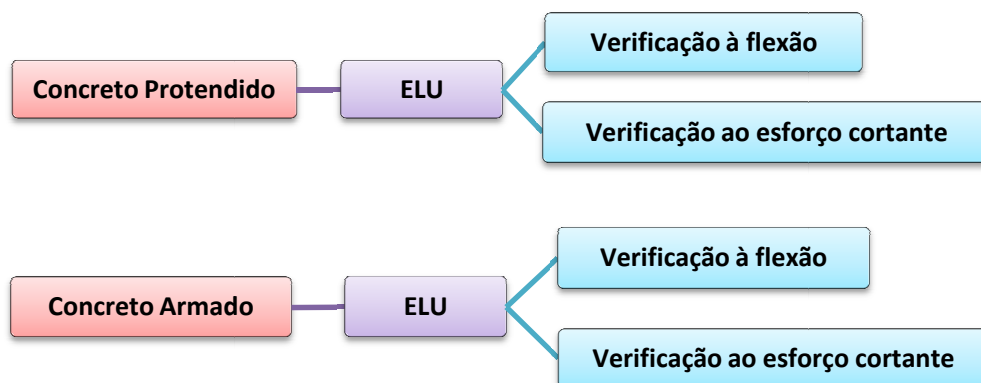


Figura 25: fluxograma de verificações últimas para o concreto protendido e armado.



## 4 IMPLEMENTAÇÃO DAS ROTINAS DE PROJETO

Neste capítulo serão explicadas as três etapas da implementação da rotina de projeto, composta pelo pré-processamento, processamento e pós-processamento. O modelo numérico, descrito no **Capítulo 2**, foi implementado em linguagem computacional *Fortran 77* por Barbieri (2003). Este modelo numérico, utilizado na fase de análise estrutural e no cálculo de tensões e deformações dos materiais, foi originalmente desenvolvido para estudos de caráter acadêmico de simulação do comportamento real de pórticos planos em concreto armado ou protendido, com seções retangulares, com perfil I ou perfil T. A fim de permitir a verificação de projeto de peças protendidas, foram adicionadas subrotinas a este modelo numérico, as quais levam em conta os critérios estabelecidos tanto pela norma brasileira, quanto pela norma francesa. O pré-processamento, que faz parte da etapa de entrada de dados, foi implementado com o *software Microsoft Visual Basic 2008 Express Edition*, disponível gratuitamente na internet. A escolha deste *software* se deu principalmente por apresentar uma poderosa ferramenta gráfica, que possibilita a criação de uma interface amigável de forma a facilitar a entrada de dados. Por último foi feita a implementação da saída de dados ou pós-processamento, em linguagem *FORTRAN 77*, com a finalidade de obter uma melhor compreensão dos resultados de verificação.

A apresentação detalhada do funcionamento da etapa de pré-processamento é feita de forma simultânea com o lançamento de um exemplo de uma viga bi-apoiada hipotética de seção retangular, com protensão não aderente parcial e cargas aplicadas nos terços médios. No quadro 14 estão indicadas as características dos materiais utilizados e na figura 26 as características geométricas desta viga.

CONCRETO		ARMADURA PASSIVA	
$E_C$ :	2.618,15 kN/cm <sup>2</sup>	$A_S$ :	1,57 cm <sup>2</sup>
$f_c$ :	3,06 kN/cm <sup>2</sup>	$\varepsilon_y$ :	0,00127
$f_{cf}$ :	0,5 kN/cm <sup>2</sup>	ARMADURA DE PROTENSÃO	
$f_{ct}$ :	0,306 kN/cm <sup>2</sup>	$A_P$ :	0,588 cm <sup>2</sup>
$\varepsilon_{c0}$ :	0,002	$E_P$ :	20.500 kN/cm <sup>2</sup>
$\varepsilon_{cf}$ :	0,01	$\varepsilon_{p0}$ :	0,004734
$\beta$ :	1	$f_{py}$ :	155,1 kN/cm <sup>2</sup>
$\beta_\sigma$ :	0,4	$\varepsilon_{py}$ :	0,01
		$f_{pu}$ :	179 kN/cm <sup>2</sup>
		$\varepsilon_{pu}$ :	0,071

Quadro 14: características dos materiais da viga hipotética bi-apoiada

Onde:

$E_C$ :	módulo de elasticidade do concreto (kN/cm <sup>2</sup> );
$E_P$ :	módulo de elasticidade do aço de protensão (kN/cm <sup>2</sup> );
$A_S$ :	área da armadura passiva (cm <sup>2</sup> );
$A_P$ :	área da armadura de protensão (cm <sup>2</sup> );
$f_c$ :	resistência à compressão do concreto (kN/cm <sup>2</sup> );
$f_{cf}$ :	resistência final à compressão do concreto (kN/cm <sup>2</sup> );
$f_{ct}$ :	resistência à tração do concreto (kN/cm <sup>2</sup> );
$f_{py}$ :	tensão convencional de escoamento (kN/cm <sup>2</sup> );
$f_{pu}$ :	tensão de ruptura da armadura de protensão (kN/cm <sup>2</sup> );
$\varepsilon_{c0}$ :	deformação relativa ao pico de resistência à compressão do concreto ( $f_c$ );
$\varepsilon_{cf}$ :	deformação final do concreto, relativa à $f_{cf}$ ;
$\varepsilon_y$ :	deformação de escoamento da armadura passiva;
$\varepsilon_{py}$ :	deformação convencional de escoamento da armadura de protensão;
$\varepsilon_{p0}$ :	deformação inicial da armadura de protensão;
$\varepsilon_{pu}$ :	deformação de ruptura da armadura de protensão;
$\beta$ :	parâmetro do modelo de <i>tension stiffening</i> do concreto;
$\beta_\sigma$ :	parâmetro do modelo de <i>tension stiffening</i> do concreto.

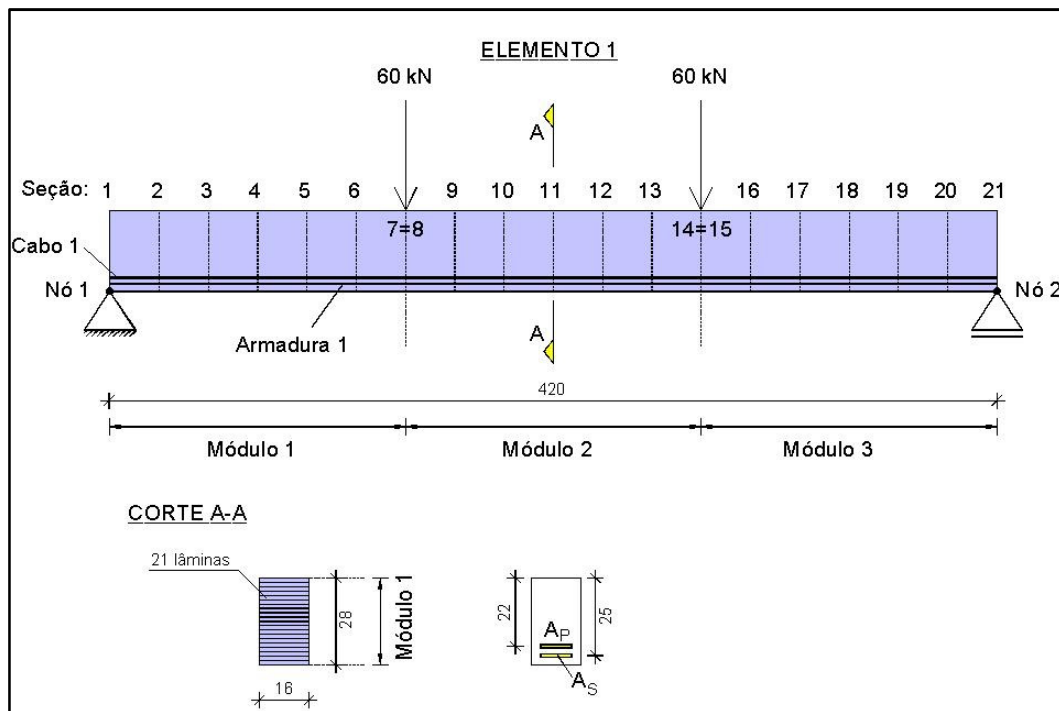


Figura 26: representação da viga hipotética bi-apoiada

#### 4.1 PRÉ-PROCESSAMENTO: ENTRADA DE DADOS

Devido ao fato do modelo numérico possuir um grande número de entrada, foi desenvolvido um programa de pré-processamento, de fácil manipulação. A partir deste programa, mesmo sem o prévio conhecimento dos nomes das variáveis internas que constituem o programa

principal de processamento, é possível gerar o arquivo de leitura de dados (**.dat**) do problema a ser analisado.

A rotina de pré-processamento apresenta uma tela inicial e 12 planilhas, onde são digitados os valores de cada dado de entrada. Cada planilha corresponde a um tipo de dado, tais como dados gerais, dados nodais, dados dos elementos, propriedades dos materiais, etc. As unidades padrão do programa são kN e cm.

Após realizar o lançamento de todos os dados do problema, ao clicar no botão **CRIAR.DAT** (figura 27), surgirá na tela a opção para selecionar o caminho desejado e efetuar a gravação do arquivo de entrada de dados, o qual será gerado e utilizado na etapa de processamento. Caso seja necessário alterar algum dado sem ter que fornecer todos outra vez, é possível modificar este arquivo em qualquer editor de texto. Nos próximos itens serão apresentadas todas as telas e a maneira correta de utilizá-las.

#### 4.1.1 Tela Principal

Na tela principal, indicada na figura 27, primeiramente deve-se escolher o tipo de verificação que se deseja fazer. Ao ativar os itens “Norma Brasileira” e “Norma Francesa” serão criados os arquivos de entrada de dados correspondentes a estas verificações, considerando os critérios de projeto estabelecidos para cada norma. Se o item “Acadêmico” for selecionado, como no exemplo da viga hipotética bi-apoiada, então a análise será feita sem considerar critério algum de projeto.

#### 4.1.2 Planilha: Dados gerais

A planilha de **Dados gerais**, conforme figura 27, solicita os seguintes dados de entrada:

- a) número total de nós do modelo, tendo 7 como valor máximo permitido;
- b) número total de elementos do modelo, sendo permitido no máximo 6 elementos;
- c) escolha do tipo de integração numérica: Lobatto (utilizada para elementos que apresentam distribuição uniforme ou não uniforme dos módulos de integração

ao longo do elemento) ou Simpson (utilizada para elementos que apresentam distribuição uniforme dos módulos de integração ao longo do elemento);

- d) escolha do tipo de linearidade geométrica: Linear ou Não-linear;
- e) escolha do modo do carregamento: Monotônico ou Cíclico;
- f) número total de casos de carga;
- g) escolha do tipo de análise: Concreto Protendido ou Concreto Armado;
- h) número total de seções-tipo, sendo este valor maior ou igual à um (e no máximo igual a 10) quando for uma análise geométrica não linear;
- i) número total de lâminas na seção (valor ímpar e no máximo igual a 99);
- j) número total de concretos-tipo (valor máximo igual a 5);
- k) número total de materiais-tipo para a armadura passiva (valor máximo igual a 5).

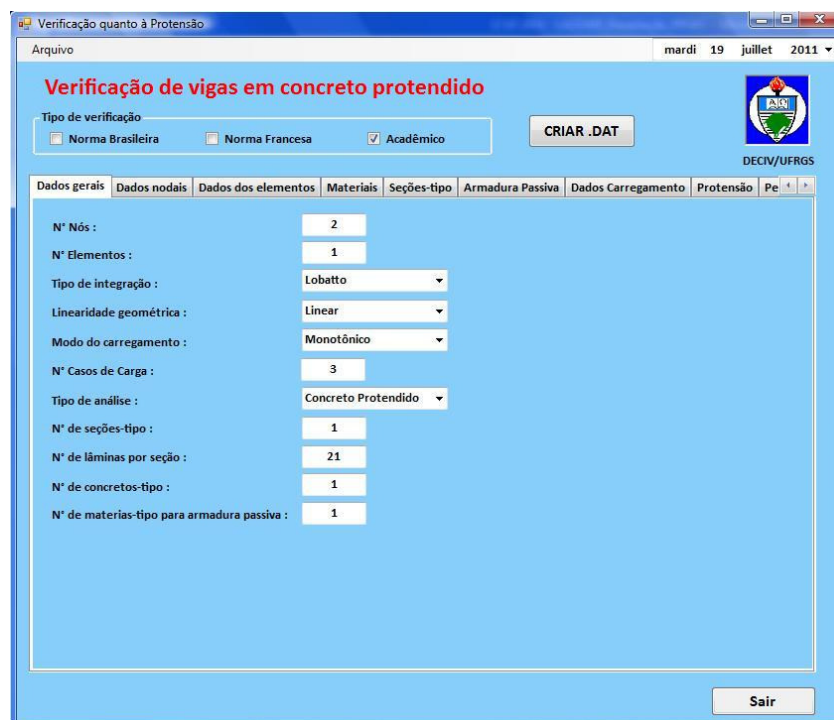


Figura 27: tela principal e planilha de dados gerais

Se o tipo de verificação escolhido for pela “Norma Brasileira” ou “Norma Francesa” serão ativados os dados de entrada indicados na figura 28. Para cada norma é necessário informar os seguintes dados:

- a) escolha do tipo de protensão: Parcial, Limitada ou Completa;
- b) escolha da classe de agressividade ambiental: pela norma brasileira existem 4 níveis de exposição (CAA I, CAA II, CAA III e CA IV) e pela norma francesa 3.

Se o tipo de verificação escolhido for pela “Norma Francesa”, ainda deve-se informar o método de concretagem utilizado. O método com intervalo de concretagem pode ser caracterizado, por exemplo, por uma viga com seção composta, onde a mesa de compressão correspondente à laje superior é concretada em uma fase distinta, juntamente com a laje da estrutura.

Figura 28: planilha de dados gerais – verificações normas brasileira e francesa

#### 4.1.3 Planilha: Dados nodais

Na planilha de **Dados nodais**, conforme figura 29, indica-se, para cada nó, as suas coordenadas x e y, e as suas restrições em relação aos deslocamentos verticais, horizontais e giro. Após completar todos os campos correspondentes ao nó 1, deve-se clicar no botão **Validar/Próximo**, a fim de registrar os valores digitados e avançar para o próximo nó, que deverá ser completado e, ao final, validado. Lembra-se que o botão **Validar/Próximo** só

ficará ativo até atingir o número total de nós estabelecido na planilha de **Dados gerais**. Ao clicar-se o botão **Validar/Próximo**, o botão **Anterior** será ativado, permitindo voltar à tela anterior e alterar algum dado.

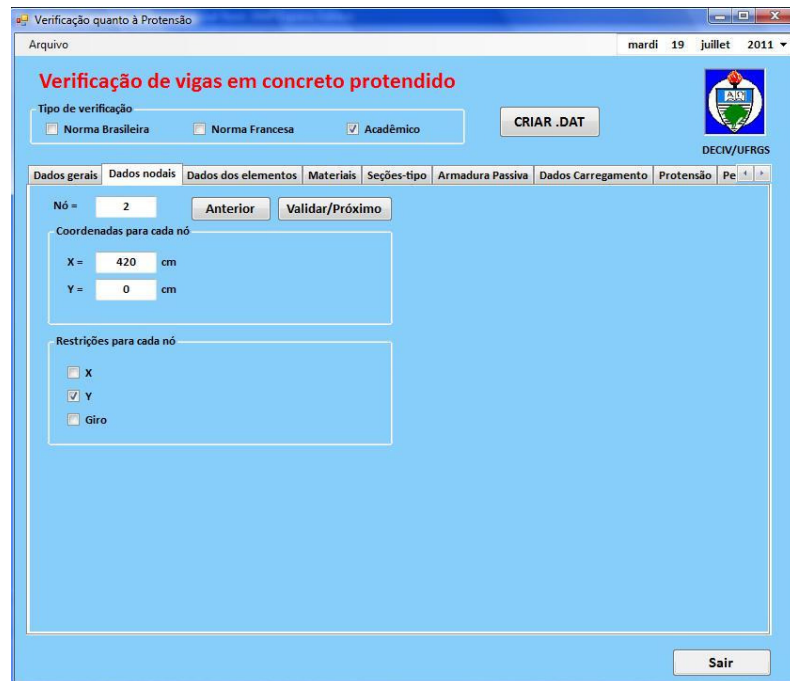


Figura 29: planilha de dados nodais

#### 4.1.4 Planilha: Dados dos elementos

Para cada elemento, deve-se preencher as seguintes informações da planilha de **Dados dos elementos** (figura 30):

- a) número do nó inicial;
- b) número do nó final;
- c) data de inclusão do elemento (em dias);
- d) escolha do tipo de seção: constante ou variável;
- e) número total de seções (valor ímpar e valor máximo igual a 50);
- f) número de seções que apresentarão resultados na saída de dados (são permitidas no máximo 5 seções), indicando o número de cada seção;
- g) número de módulos de integração ao longo do elemento (são permitidos no máximo 5 módulos), indicando o valor da abscissa de cada módulo.

Se o tipo de seção escolhida for “constante”, então se deve informar o número da seção tipo no canto inferior esquerdo desta tela. Caso contrário, se a seção escolhida por “variável”, indica-se o número da seção-tipo para cada seção pertencente ao elemento.

Os botões **Validar/Próximo** e **Anterior** funcionam da mesma forma que na planilha de **Dados nodais** e vão funcionar igualmente nas próximas planilhas a serem explicadas a seguir.

Figura 30: planilha de dados dos elementos

#### 4.1.5 Planilha: Materiais

Na planilha **Materiais** (figura 31) são informadas as características de cada concreto-tipo e de cada material-tipo, os dados para o aço de protensão e por fim as definições do critério de ruptura a ser adotado. Em relação aos dados a serem preenchidos para cada concreto-tipo, pode-se listar:

- valor do módulo de elasticidade do concreto ( $E_c$ );
- valor da resistência do concreto à compressão ( $f_c$ );
- valor da resistência final do concreto à compressão ( $f_{cf}$ );
- valor da resistência do concreto à tração ( $f_{ct}$ );

- e) valor da deformação relativa ao pico de resistência à compressão ( $\varepsilon_{c0}$ );
- f) valor da deformação final do concreto ( $\varepsilon_{cf}$ );
- g) valor do parâmetro  $\beta$  do comportamento do concreto à tração;
- h) valor do parâmetro  $\beta_\sigma$  do comportamento do concreto à tração;
- i) escolha do tipo de comportamento: Linear ou Não-linear;
- j) valor do peso específico do concreto;
- k) valor da umidade relativa do ar;
- l) valor do perímetro exposto à esta umidade.

Para cada material-tipo, que são as armaduras passivas, deve-se fornecer os seguintes dados:

- a) valor do módulo de elasticidade ( $E_s$ );
- b) valor da deformação de escoamento ( $\varepsilon_y$ );
- c) valor do módulo de elasticidade na fase de *strain-hardening* ( $E_{sh}$ ).

Em relação ao aço de protensão, devem-se informar os dados a seguir:

- a) valor do módulo de elasticidade do aço de protensão ( $E_p$ );
- b) valor da tensão convencional de escoamento ( $f_{py}$ );
- c) valor da resistência do aço de protensão ( $f_{pu}$ );
- d) valor da deformação de ruptura do aço de protensão ( $\varepsilon_{pu}$ );
- e) valor da deformação convencional de escoamento ( $\varepsilon_{py}=0,01$ );
- f) escolha do tipo de comportamento: Linear ou Não-linear.

Finalmente, como último item desta tela, informam-se os dois critérios de ruptura necessários para a verificação da peça: deformação de ruptura à compressão do concreto, sendo igual à 0,0035, segundo a NBR6118 (ABNT, 2007), e deformação de ruptura da armadura passiva, apresentando um valor igual a 0,01. Na verificação por norma brasileira ou francesa, alguns dos parâmetros, como módulo de elasticidade do concreto, serão calculados automaticamente, respeitando os critérios de cada norma.



Verificação quanto à Protensão

Arquivo mardi 19 juillet 2011

**Verificação de vigas em concreto protendido**

Tipo de verificação  
 Norma Brasileira  Norma Francesa  Acadêmico

DECIV/UFRGS

Dados gerais Dados nodais Dados dos elementos **Materiais** Seções-tipo Armadura Passiva Dados Carregamento Protensão Pe

Concreto-tipo = 1

Dados para cada concreto-tipo

Ec = 2618.153 kN/cm <sup>2</sup>	ε <sub>co</sub> = 0.002	Comportamento : Não-linear
fc = 3.06 kN/cm <sup>2</sup>	ε <sub>cf</sub> = 0.01	Peso específico concreto : 0.000025 kN/cm <sup>3</sup>
fcf = 0.5 kN/cm <sup>2</sup>	β = 1	Umidade relativa do ar : 80 %
fct = 0.306 kN/cm <sup>2</sup>	βσ = 0.4	Perímetro exposto : 88 cm

Material-tipo = 1

Dados para cada material-tipo

Es = 21000 kN/cm <sup>2</sup>	ε <sub>y</sub> = 0.00127	Esh = 0 kN/cm <sup>2</sup>
-------------------------------	--------------------------	----------------------------

Dados para o aço de protensão

E <sub>p</sub> = 20500 kN/cm <sup>2</sup>	f <sub>pu</sub> = 179 kN/cm <sup>2</sup>	Comportamento : Não-linear
f <sub>pv</sub> = 155.1 kN/cm <sup>2</sup>	ε <sub>pu</sub> = 0.071	ε <sub>py</sub> = 0.01

Critério de ruptura

Deformação de ruptura à compressão do concreto :	0.0035
Deformação de ruptura da armadura passiva :	0.01

Figura 31: planilha dos materiais

#### 4.1.6 Planilha: Seções-tipo

Nesta próxima planilha (figura 32), devem-se preencher, para cada seção-tipo, as seguintes características:

- a) valor do número de módulos de integração na seção, onde, para cada módulo, deve-se fornecer os seguintes dados:
  - valor da distância da lâmina inferior do módulo à base da seção que, no primeiro módulo, é igual à zero;
  - valor da largura da lâmina inferior do módulo que, para seções retangulares, corresponde à base  $b$ ;
  - valor da distância da lâmina superior do módulo à base da seção. Se for uma seção retangular e com apenas um módulo de integração ao longo da seção, então este valor será igual à altura  $h$  da seção;
  - valor da largura da lâmina superior do módulo. Para seções do tipo retangular, este valor será novamente igual à base  $b$ ;
  - data de inclusão do módulo de integração da seção;
  - valor do número do concreto-tipo;

- b) valor da distância do eixo de referência à base da seção. Para que os gráficos de momentos fiquem de forma padronizada, recomenda-se utilizar o valor do centro de gravidade como eixo de referência, evitando o surgimento de esforços que podem influenciar o traçado do gráfico. Se o usuário do programa não souber o valor exato do centro de gravidade, sugere-se rodar primeiramente com o eixo de referência na base da seção, obtendo-se, assim, o valor do centro de gravidade e adicionando-o, posteriormente, no arquivo de entrada de dados.

Figura 32: planilha das seções-tipo

#### 4.1.7 Planilha: Armadura Passiva

Se houver armadura passiva, para cada elemento deve-se fornecer o número de camadas de barras de armadura longitudinal existente. Nesta planilha também é informada a seção de armadura transversal, em  $\text{cm}^2/\text{m}$ , necessária nas verificações ao esforço cortante das normas brasileira e francesa. O valor do cobrimento é outro dado de entrada fundamental no cálculo da área  $A_{cr}$  no momento da verificação quanto à abertura de fissuras. Para cada camada de armadura longitudinal são fornecidas as informações mostradas a seguir, sendo que, para cada

módulo de integração ao longo do elemento, é indicada a presença ou ausência da camada de armadura passiva (figura 33):

- número do material-tipo;
- data de inclusão da camada de armadura passiva em dias;
- quantidade de barras existentes em cada camada;
- bitola das armaduras presentes em cada camada. Por convenção utiliza-se somente um valor de bitola para cada camada;
- valor da distância do centróide da camada de armadura à base da seção.

Figura 33: planilha da armadura passiva

#### 4.1.8 Planilha: Dados Carregamento

Na planilha de **Dados Carregamento** (figura 34) são fornecidas as características de cada carregamento, listadas à seguir:

- escolha do tipo de carregamento: peso-próprio, protensão, protensão + peso-próprio, carga variável, efeitos do tempo, deslocamento de apoio ou desprotensão;
- valor do critério de tolerância (igual a 0,001);

- c) valor do número de ciclos;
- d) data inicial e final do carregamento.

Caso seja escolhido “efeitos do tempo” no tipo de carregamento, será ativado o item “Efeitos do tempo”, onde é possível escolher entre os seguintes itens: apenas fluência, fluência + retração, apenas relaxação ou todos os efeitos.

Se o tipo de carregamento for do tipo “carga variável”, então serão ativados os itens: etapas incrementais e tipo de incremento, que poderá ser incremento de carga ou incremento de deslocamento, sendo que, se o tipo de incremento escolhido for “incremento de deslocamento”, deverão ser informados o tamanho do incremento de deslocamento, o número do nó e o grau de liberdade da estrutura o qual será aplicado este incremento. Caso contrário, se o tipo de incremento escolhido for “incremento de carga”, deverá ser informada a fração de carga de referência para cada incremento.

Figura 34: planilha dos dados do carregamento

#### 4.1.9 Planilha: Protensão

Se existir armadura ativa na peça analisada, é fornecido o número de camadas de cabos que estão presentes na estrutura na planilha de Protensão (figura 35). Para cada camada são dados os seguintes parâmetros:

- a) escolha do tipo de aderência: inicial, posterior ou não aderente;

- b) número de elementos finitos com cabo. Para cada elemento com cabo deve-se indicar a existência ou ausência de cabo para cada módulo de integração ao longo do elemento,
- c) escolha do tipo de perfil: reto, parábola ou outro;
- d) extremidade de protensão: direita ou esquerda;
- e) valor do coeficiente de atrito;
- f) valor do coeficiente de atrito por curvatura involuntária;
- g) valor do recuo de ancoragem;
- h) valor da deformação inicial de protensão;
- i) data de protensão do cabo;
- j) número de cabos de protensão distribuídos com mesmo espaçamento em cada camada;
- k) bitola dos cabos de protensão em cada camada;
- l) valor da área do cabo de protensão.

Figura 35: planilha da protensão

Se o tipo de verificação escolhida for a norma francesa, então, além dos dados de entrada listados, deve-se, ainda, atribuir o valor do diâmetro da bainha do cabo, que será utilizado no cálculo da zona de cobertura, definida anteriormente. Se o tipo de perfil escolhido for “reto”, deve-se indicar o valor da distância do cabo até a base da seção. Senão, se o tipo de perfil escolhido for “outro”, então será fornecido o valor da distância do cabo à fibra de referência de cada seção.

Por outro lado, se for escolhido o tipo de perfil “parábola”, como indicado na figura 36, será ativado o botão **Planilha Perfil Parabólico**. Ao ser clicado, ativará a planilha do **Perfil Parabólico**, cujos dados de entrada serão explicados no próximo item.

The screenshot shows a software window titled "Verificação quanto à Protensão" with a menu bar (Arquivo) and a date/time display (mercredi 20 juillet 2011). The main area is titled "Verificação de vigas em concreto protendido" and features a "Tipo de verificação" section with radio buttons for "Norma Brasileira", "Norma Francesa", and "Acadêmico" (selected). A "CRIAR .DAT" button is present. Below this is a tabbed interface with tabs for "Dados nodais", "Dados dos elementos", "Materiais", "Seções-tipo", "Armadura Passiva", "Dados Carregamento", "Protensão", and "Perfil Parabólico" (selected). The "Perfil Parabólico" tab contains a "Dados para cada camada de cabos de protensão" section with a "Dados para cada elemento" sub-section. The "Dados para cada elemento" section includes fields for "Nº de camadas" (1), "Camada" (1), "Aderência" (Não aderente), "Nº de elementos com cabo" (1), "Tipo de Perfil" (Parábola), "Extremidade de protensão" (Esquerda), "Coeficiente de atrito" (0), "Coeficiente de atrito por curvatura involuntária" (0), "Recuo de ancoragem" (0), "Deformação inicial de protensão" (0.004734), "Nº do elemento" (1), "Cabo existente/inexistente (1/0)" (1 1 1), "Data" (28 dias), "Nº Cabos", "Bitola" (mm), and "Ap" (0.588 cm²). A "Completar Planilha Perfil Parabólico" button is located at the bottom of the "Dados para cada elemento" section. A "Sair" button is at the bottom right of the window.

Figura 36: planilha da protensão (perfil parabólico)

#### 4.1.10 Planilha: Perfil Parabólico

A planilha **Perfil Parabólico** (figura 38), que está desativada para o exemplo da viga hipotética bi-apoiada, será ativada caso seja utilizado um perfil parabólico com o clique sobre o botão **Planilha Perfil Parabólico** na planilha de Protensão. Para cada elemento protendido, deve-se fornecer o número de segmentos de parábola que cada cabo possui. Em relação a cada segmento de parábola, são necessários os seguintes dados:

- a) número da seção inicial do segmento;
- b) distância do cabo à base da seção inicial;
- c) número da seção intermediária;
- d) distância do cabo à base da seção intermediária;
- e) número da seção final da parábola;
- f) distância do cabo à base da seção final.

Com estas informações é possível representar de forma precisa o traçado dos cabos parabólicos. Na figura 37 são apresentados alguns exemplos de traçados que podem ser lançados a partir desta planilha de entrada de dados.

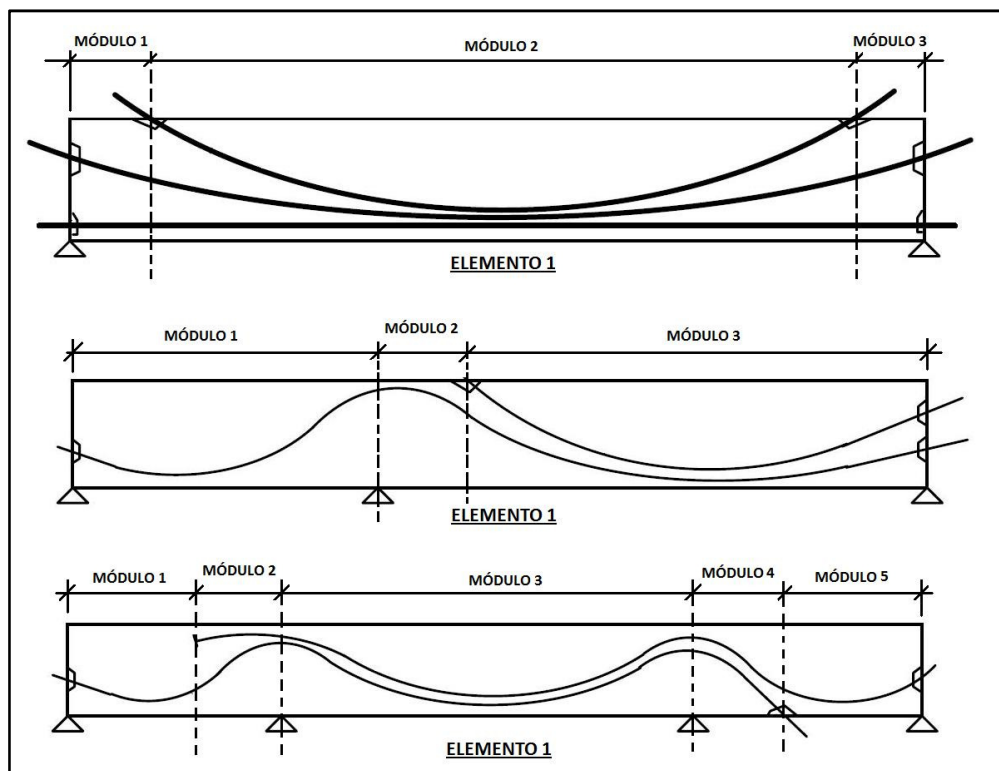


Figura 37: exemplo de traçados para viga isostática e hiperestática

Figura 38: planilha perfil parabólico

#### 4.1.11 Planilha: Carregamento nodal de referência

A planilha de carregamentos nodal de referência está indicada na figura 39.

Figura 39: planilha carregamento de referência (nós)



Nesta planilha, é fornecido o valor do número de nós carregados e, para cada nó carregado, são fornecidos os valores de solicitação de serviço – carga permanente (direção x, direção y ou momento) e/ou valores de solicitação de serviço – carga variável (direção x, direção y ou momento). Os valores de cargas transversais e axiais devem ser fornecidos em kN e as cargas de momento são indicadas em kN.m.

#### 4.1.12 Planilha: Carregamento de referência (elementos)

Na planilha de carregamentos de referência, referente aos elementos da estrutura, (figura 40) fornece-se o número de elementos carregados e, para cada elemento carregado, são fornecidos os valores de carga permanente (transversal, axial ou momento) e/ou valores de carga variável (transversal, axial ou momento). Os valores de cargas transversais e axiais devem ser fornecidos em kN e as cargas de momento são indicadas em kN.m. Se a carga é distribuída, indica-se o valor da abscissa inicial do carregamento e o comprimento da distribuição. Já, se a carga for concentrada, necessita-se, somente, do valor da abscissa onde esta carga é aplicada.

The screenshot shows a software window titled "Verificação quanto à Protensão" with a menu bar (Arquivo, mercredi 20 juillet 2011) and a logo for DECIV/UFRGS. The main title is "Verificação de vigas em concreto protendido". Below the title, there are radio buttons for "Tipo de verificação": "Norma Brasileira", "Norma Francesa", and "Acadêmico" (selected). A "CRIAR .DAT" button is to the right. A tabbed interface shows "Dados Carregamento", "Protensão", "Perfil Parabólico", "Carregamento de referência (nós)", and "Carregamento de referência (elementos)" (selected). The "Carregamento de referência (elementos)" tab contains the following fields:

- Nº de elementos carregados = 1, Elemento = 1, with "Anterior" and "Próximo/Validar" buttons.
- Carregamento de referência:
  - Nº de Carregamentos no elemento: 2, Nº do Carregamento: 1, with "Anterior" and "Próximo/Validar" buttons.
- CARGAS DISTRIBUÍDAS**

Permanente		Variável			
Transversal =	0 kN/m	0	0 kN/m	Abscissa =	0 cm
Axial =	0 kN/m	0	0 kN/m	Comprimento =	0 cm
Momento =	0 kN.m / m	0	0 kN.m / m		
- CARGAS CONCENTRADAS**

Permanente		Variável			
Transversal =	-60 kN	0	0 kN	Abscissa =	126 cm
Axial =	0 kN	0	0 kN		
Momento =	0 kN.m	0	0 kN.m		

A "Sair" button is located at the bottom right of the window.

Figura 40: planilha carregamento de referência (elementos)

#### 4.1.13 Planilha: ELS

Caso a estrutura analisada seja verificada pela norma brasileira ou francesa deve-se preencher os dados referentes à planilha **ELS**. A figura 41 mostra esta planilha, onde são escolhidos os tipos de ações aplicados na estrutura, determinados por  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$ . Se o tipo de verificação for pela norma brasileira, deve-se assinalar o tipo de efeito que ocorre na estrutura a fim de determinar o valor da flecha limite.

Figura 41: planilha ELS

#### 4.1.14 Arquivo gerado (.dat)

Após o lançamento de todos os dados necessários para a verificação da estrutura, clica-se em **CRIAR .DAT** e será gerado o arquivo de entrada de dados com a extensão **.dat**. Se o tipo de verificação for “Acadêmico”, então será criado o arquivo “ACADEMICO.DAT”, conforme a figura 42. Se o tipo de verificação for “Norma Brasileira” ou “Norma Francesa”, dependendo do nível de protensão, podem ser criados os arquivos ELS\_CQP.DAT, ELS\_CF.DAT, ELS\_CR.DAT, ELU.DAT e ELUA.DAT.



Um fluxograma simplificado do modelo numérico está representado na figura 44, onde foram acrescentadas as etapas de verificação e impressão de verificação no programa original. A seguir são apresentadas de forma detalhada cada subrotina implementada para a realização da verificação das peças de concreto estrutural.



Figura 44: fluxograma simplificado do programa Multipro

#### 4.2.1 Estado Limite de Serviço de Descompressão (ELS-D) e Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras (ELS-F)

A subrotina **Verificacao\_ELSF.for** verifica as peças protendidas em relação ao Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras (ELS-F) e ao Estado Limite de Serviço de Descompressão (ELS-D), respeitando o item 17.3.4 da NBR6118 (ABNT, 2007). A verificação do ELS-F é confirmada quando a deformação mecânica ( $\varepsilon_m$ ) na fibra de concreto for menor ou igual à deformação limite de tração na seção transversal ( $\varepsilon_{ct}$ ), conforme a expressão (4.1). Esta deformação limite de tração (4.2) é calculada a partir da resistência de tração do concreto, onde o módulo de elasticidade do concreto é calculado a partir da expressão (4.3).

$$\varepsilon_m \leq \varepsilon_{ct} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (4.2)$$

$$E_c = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (4.3)$$

Onde:

- $f_{ct}$ : resistência à tração do concreto (MPa);
- $f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto (MPa);
- $E_c$ : módulo de elasticidade do concreto (MPa);
- $\varepsilon_{ct}$ : deformação máxima de tração do concreto.

Assim como na norma brasileira, foi implementada, de forma semelhante, a subrotina **Verificacao\_ELSF\_BPEL.for**, respeitando as recomendações do *BPEL 91* (1992). Nesta subrotina a deformação limite de tração na seção transversal é calculada conforme a expressão (4.5), a partir da resistência de tração do concreto e do módulo de elasticidade do concreto, obtido pela expressão (4.4). As comparações entre a deformação mecânica da fibra, calculada através da análise global da peça, e a deformação máxima de tração permitida no concreto são indicadas no fluxograma da rotina na figura 45.

$$E_{ij} = 11\,000 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}} \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{tj}}{E_{ij}} \quad (4.5)$$

Onde:

$f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto (MPa);

$f_{tj}$ : resistência à tração do concreto (MPa);

$E_{ij}$ : módulo de elasticidade do concreto (MPa).

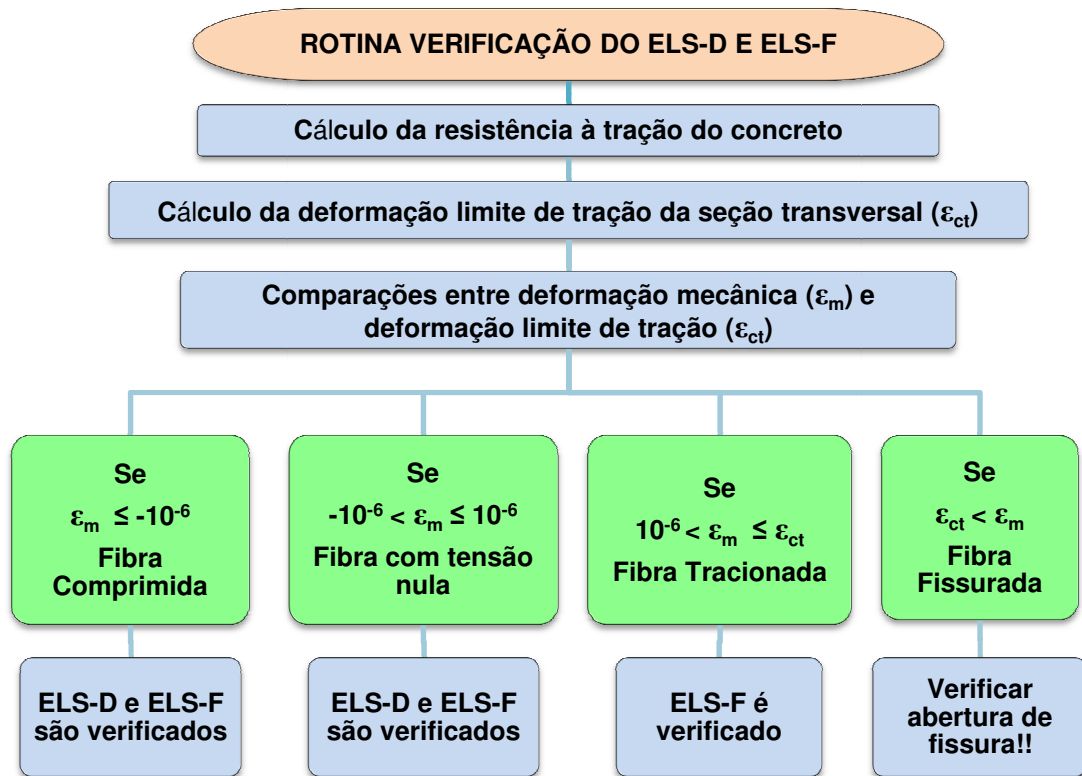


Figura 45: fluxograma da subrotina Verificacao\_ELSF.for e Verificacao\_ELSF\_BPEL.for

Na verificação de fissuração, quando as deformações mecânicas apresentam valores superiores à deformação máxima de tração, a fibra é considerada fissurada, ou seja, ultrapassando o limite estabelecido no ELS-F e sendo necessária a verificação quanto à abertura de fissuras (ELS-W). Para deformações positivas, menores ou iguais a  $\epsilon_{ct}$ , a fibra é considerada tracionada sem que ocorra abertura de fissuras, sendo verificado, neste intervalo, o ELS-F. Quando a deformação é nula, as tensões nas fibras também apresentam tensões nulas, ou seja, verifica-se, assim, o ELS-D. Caso a deformação mecânica seja negativa, a fibra estará totalmente comprimida, sendo necessária a verificação em relação ao valor limite de resistência à compressão do concreto que varia entre  $0,5 \cdot f_{ck}$  e  $0,6 \cdot f_{ck}$ , conforme cada tipo de protensão de cada norma.

#### 4.2.2 Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas (ELS-DEF)

As subrotinas **Verificacao\_ELSDEF.for** e **Verificacao\_ELSDEF\_BPEL.for** verificam as peças em concreto protendido ou em concreto armado em relação ao Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas (ELS-DEF), respeitando, respectivamente, os itens 13.3 da NBR6118 (ABNT, 2007) e B.6.5 do *BAEL 91* (2000). Nestas subrotinas foi comparado o valor do deslocamento transversal de cada seção, calculado através da rotina de análise, considerando o carregamento de serviço quase permanente, com o valor da flecha máxima estabelecido pela norma brasileira ou francesa. Se o deslocamento transversal da seção for maior que o deslocamento limite, o ELS-DEF não é respeitado, e deve-se analisar novamente a peça, considerando ou uma seção transversal maior, ou com uma quantidade maior de armaduras, ou, ainda, melhorando a qualidade do concreto com o aumento do valor do  $f_{ck}$ . A figura 46 mostra o fluxograma referente à programação destas subrotinas.

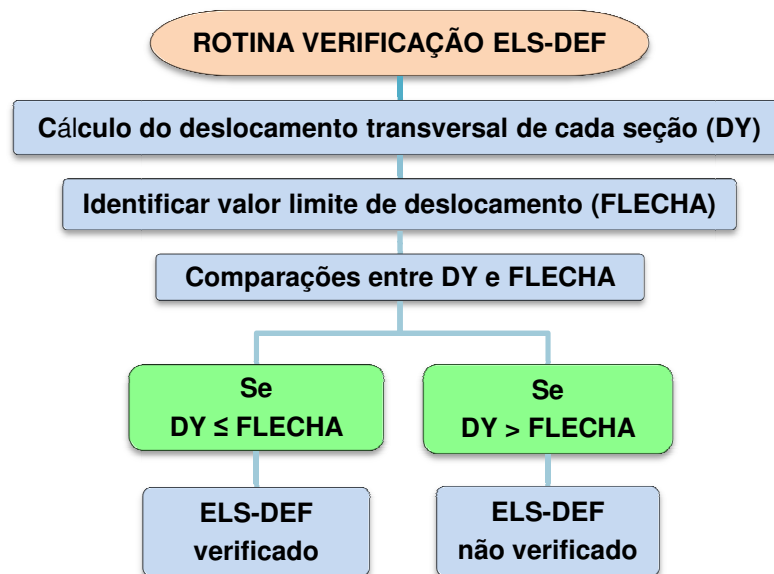


Figura 46: fluxograma da subrotina *Verificacao\_ELSDEF.for* e *Verificacao\_ELSDEF\_BPEL*

#### 4.2.3 Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras (ELS-W)

A subrotina **Verificacao\_ELSW.for** foi implementada com a finalidade de realizar a verificação de peças com protensão parcial ou de peças em concreto armado, sob combinação frequente, em relação ao Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras, respeitando o item 17.3.3 da NBR6118 (ABNT, 2007). Para cada camada ou grupo de camadas de armadura

passiva e ativa aderente que controlam a fissuração do elemento estrutural, excluindo os cabos não aderentes, é considerada uma área  $A_{cr}$  do concreto de envolvimento, formada por um retângulo cujos lados não distam mais que  $7,5\phi$  do eixo da barra de armadura. A norma permite que toda a armadura de pele da viga, na sua região tracionada, limite a abertura de fissuras na região  $A_{cr}$  correspondente, limitando o espaçamento entre as armaduras de pele menor ou igual a  $15\phi$ . A figura 47 ilustra a área de envolvimento do concreto descrita.

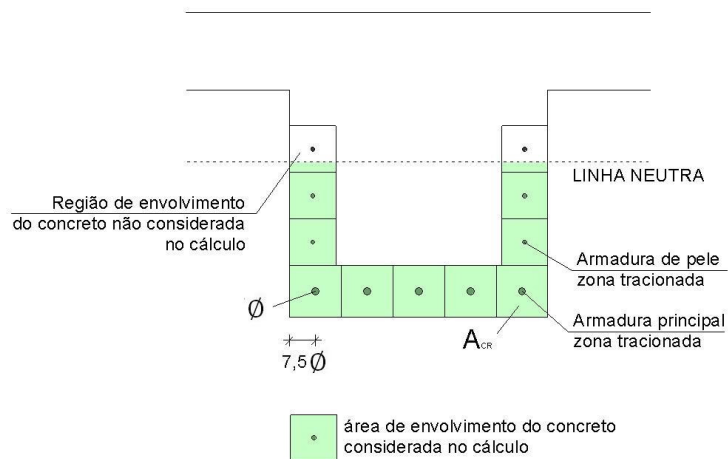


Figura 47: concreto de envolvimento da camada de armadura tracionada

Esta subrotina inicia-se com a definição do valor máximo de abertura de fissuras permitido pela norma brasileira, que pode variar conforme a classe de agressividade ambiental (CAA) e conforme o tipo estrutural da peça em análise (concreto armado ou protendido). Como nesta verificação é necessário conhecer o valor do  $f_{ck}$ , por convenção, se houver mais que um tipo de concreto na seção transversal, será utilizado o menor valor de resistência, garantindo, assim, que a abertura de fissuras calculada seja a favor da segurança.

Em cada módulo da seção transversal define-se o valor de  $y_{inf}$  e  $y_{sup}$ , conforme representado no perfil retangular e perfil I da figura 48, e realiza-se o teste para ver se existe camada de armadura neste módulo ou não. Caso exista alguma armadura tracionada no módulo, então se definem a altura da camada em relação ao  $y_{inf}$  do módulo ( $y_{net}$ ) e a largura da base do módulo (B). Se o módulo apresentar seção variável, como mostrado no perfil I da mesma figura, sendo a largura da base inferior ( $B_{inf}$ ) diferente da base superior ( $B_{sup}$ ), então é feita a interpolação linear entre estes dois valores.



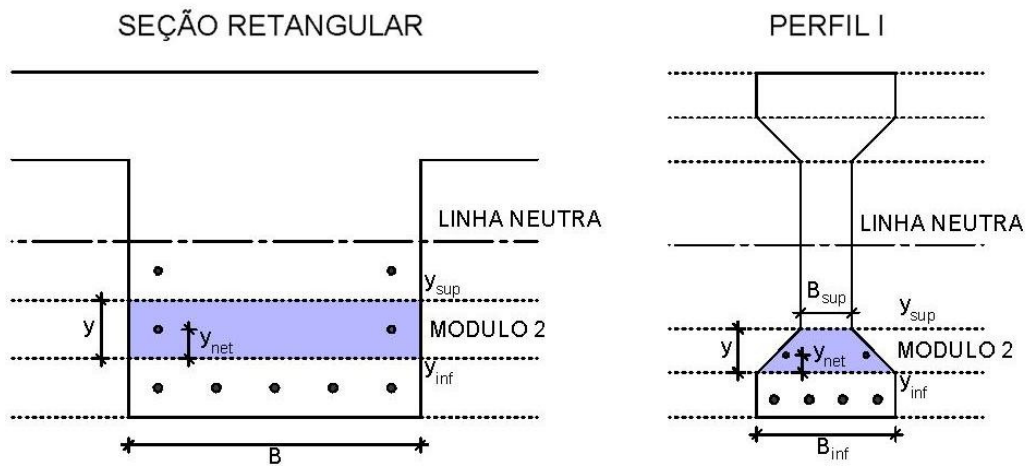


Figura 48: características geométricas do módulo da seção transversal

Após definidas as características geométricas, base e altura, de cada módulo que contém camada de armadura tracionada, são encontradas as coordenadas de cada barra ou cabo da camada em relação ao eixo de simetria da peça (X) e em relação à base da seção (Y). A expressão (4.6) mostra a formulação genérica utilizada para a determinação da posição horizontal, X, de uma ou mais barras na mesma camada. Se houver somente uma barra ou um cabo na camada, a posição horizontal X será igual a zero, ou seja, a armadura estará no centro da seção. A posição vertical Y, de cada barra ou cabo, é equivalente à altura da camada correspondente. A partir das coordenadas de cada armadura, X e Y, é possível determinar as coordenadas que delimitam a área  $A_{cr}$  de cada barra ou cabo, que são resolvidas pelas expressões de  $X_{máx}$ ,  $X_{min}$ ,  $Y_{máx}$  e  $Y_{min}$ , mostradas em (4.7).

$$X = c' + \phi_t + \frac{\phi}{2} - \frac{B}{2} + \frac{\left( B - 2 \left( c' + \phi_t + \frac{\phi}{2} \right) \right)}{(NBC - 1) \cdot (JJ - 1)} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} X_{máx} &= X + 7,5 \cdot \phi \\ X_{min} &= X - 7,5 \cdot \phi \\ Y_{máx} &= Y + 7,5 \cdot \phi \\ Y_{min} &= Y - 7,5 \cdot \phi \end{aligned} \quad (4.7)$$

Onde:

- $X$ : distância horizontal entre o eixo da seção e o eixo da armadura (cm);  
 $Y$ : distância vertical entre a base da seção e o centro de gravidade da armadura (cm);  
 $c'$ : cobrimento (cm);  
 $\varnothing_t$ : diâmetro da armadura transversal (considerado igual a 1 cm);  
 $\varnothing$ : diâmetro da armadura (cm);  
 $B$ : base do módulo (cm);  
 $NBC$ : número total de barras ou cabos na camada;  
 $JJ$ : número de cada barra da camada;  
 $X_{m\acute{a}x}, X_{m\acute{i}n}$ : coordenadas horizontais que delimitam a área  $A_{cr}$  (cm);  
 $Y_{m\acute{a}x}, Y_{m\acute{i}n}$ : coordenadas verticais que delimitam a área  $A_{cr}$  (cm).

Em cada módulo da seção transversal com armaduras tracionadas, é gerada uma malha com dimensão 1000x1000 formada por pequenos elementos retangulares. A figura 49 ilustra esta malha no exemplo de uma seção retangular formada por 3 barras de armadura passiva na camada tracionada.

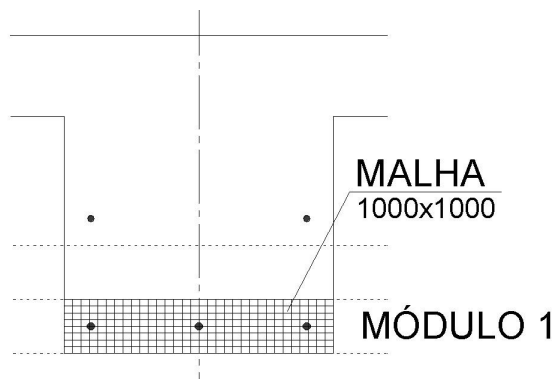


Figura 49: malha 1000x1000 gerada no primeiro módulo da seção

A partir deste reticulado, formado por retângulos infinitesimais, e das coordenadas  $X_{m\acute{a}x}$ ,  $X_{m\acute{i}n}$ ,  $Y_{m\acute{a}x}$  e  $Y_{m\acute{i}n}$  é possível identificar de forma aproximada a região da área  $A_{cr}$  de cada barra ou cabo. Ou seja, para cada módulo da seção transversal, formado por uma malha 1000x1000, identifica-se a parcela da malha pertencente à zona  $A_{cr}$  de cada armadura. Nas figuras 50, 51 e 52 estão representadas as parcelas da área  $A_{cr}$  da primeira, segunda e terceira barra, respectivamente, pertencentes aos módulos 1 e 2.

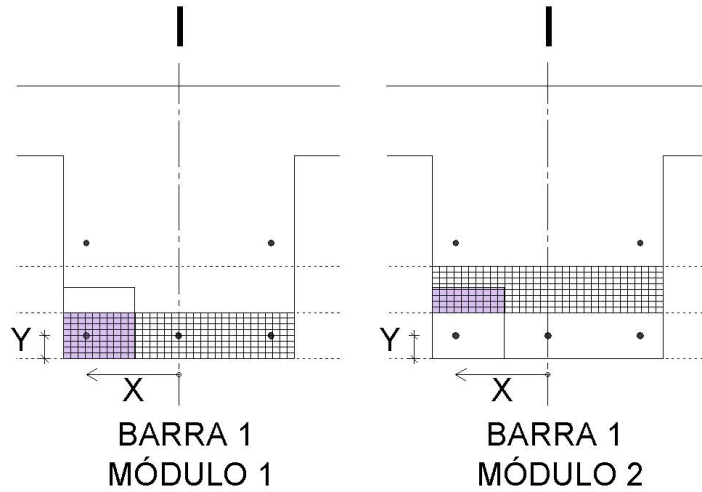


Figura 50: identificação da zona da área  $A_{cr}$  no 1º e 2º módulo da seção para a 1ª barra

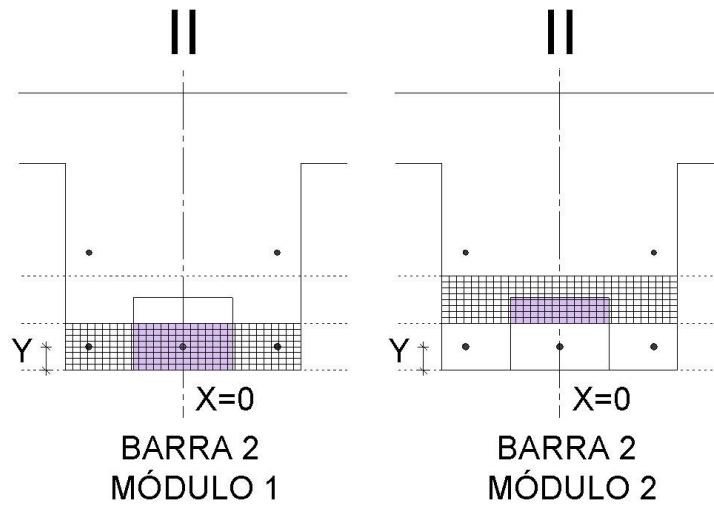


Figura 51: identificação da zona da área  $A_{cr}$  no 1º e 2º módulo da seção para a 2ª barra

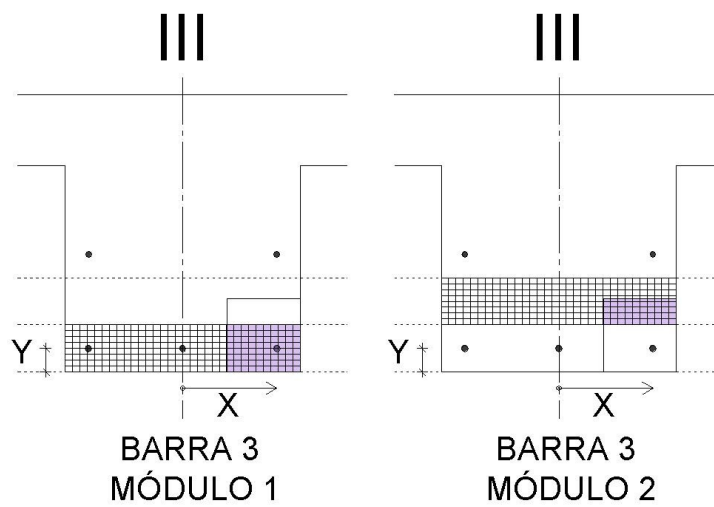


Figura 52: identificação da zona da área  $A_{cr}$  no 1º e 2º módulo da seção para a 3ª barra

A figura 53 mostra, de forma simplificada, o procedimento automático do cálculo da área  $A_{cr}$ . Nas etapas I, II e III são assinalados os retângulos do reticulado pertencentes à área de envolvimento de cada uma das três barras de armadura tracionada. Observa-se que a área  $A_{cr}$  da 3ª barra, na etapa III, é equivalente à área  $A_{cr}$  da barra da etapa I. Ao final do processo, na etapa IV, a soma das áreas dos retângulos assinalados corresponderá à área  $A_{cr}$  buscada.

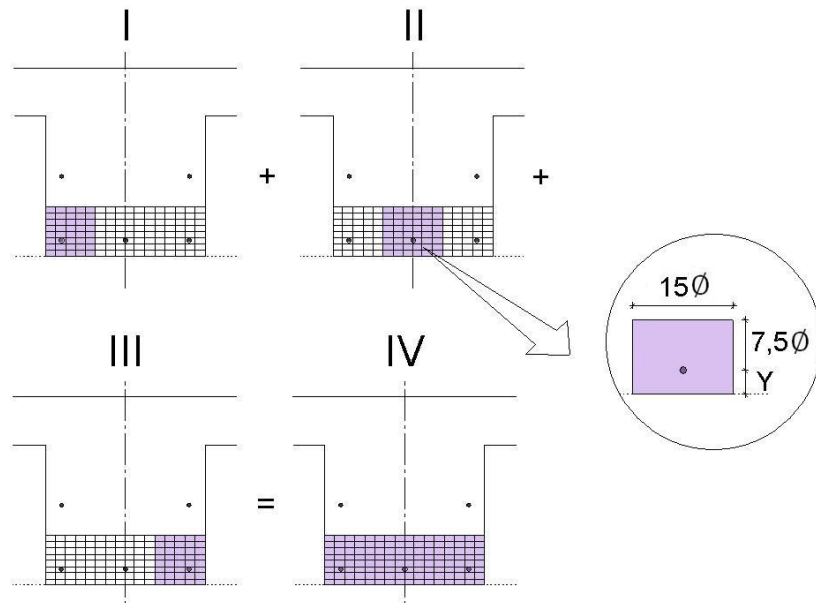


Figura 53: sequência de cálculo da área  $A_{cr}$

A partir do valor da área  $A_{cr}$  é possível calcular o valor da taxa de armadura, necessária no cálculo da abertura de fissuras. Quando são verificadas peças em concreto armado ou em concreto protendido com armadura passiva, o valor desta taxa de armadura,  $\rho_r$ , em relação à área de envolvimento,  $A_{cr}$ , é calculado conforme a expressão 4.8 e a tensão da armadura no centro de gravidade da camada de armadura tracionada é obtida através da expressão (4.9).

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{cr}} \quad (4.8)$$

$$\sigma_s^{CG} = \frac{\sum A_s \cdot \sigma_s}{\sum A_s} \quad (4.9)$$

Onde:

- $A_s$ : área de armadura passiva de cada camada tracionada (cm<sup>2</sup>);
- $A_{cr}$ : área de envolvimento do concreto (cm<sup>2</sup>);
- $\rho_r$ : taxa de armadura em relação à área da região de envolvimento;
- $\sigma_s$ : tensão de tração da armadura passiva em cada camada (kN/cm<sup>2</sup>);
- $\sigma_s^{CG}$ : tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada (kN/cm<sup>2</sup>).

Quando a peça não apresentar armadura passiva, como, por exemplo, em lajes alveolares, então é calculado o valor de  $\rho_r$  em função da área total de cabos, conforme a expressão (4.10). A figura 54 representa o diagrama de deformações finais (I) de uma peça com protensão somado ao diagrama de deformações (II) que anula as tensões na borda inferior (III). Nas expressões (4.11) e (4.12) são indicadas as tensões do aço de protensão no instante final (I) e no momento de descompressão da fibra inferior (III). O valor da  $\Delta\sigma_p$ , que é o acréscimo de tensão no centro de gravidade da armadura, entre o estado limite de descompressão e o carregamento considerado, é obtido através da expressão (4.13). A expressão (4.14) mostra a substituição dos valores de tensão final e de descompressão na expressão (4.13).

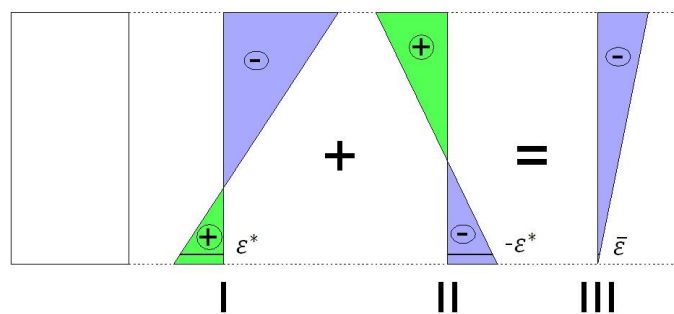


Figura 54: diagramas de deformações

$$\rho_r = \frac{A_p}{A_{cr}} \quad (4.10)$$

$$\text{tensão final} = \sigma_0 + E_p \cdot \varepsilon^* \quad (4.11)$$

$$\text{tensão de descompressão} = \sigma_0 - E_p \cdot \bar{\varepsilon} \quad (4.12)$$

$$\Delta\sigma_p = \text{tensão final} - \text{tensão de descompressão} \quad (4.13)$$

$$\Delta\sigma_p = E_p \cdot \varepsilon^* + E_p \cdot \bar{\varepsilon} \quad (4.14)$$

Na expressão (4.15) é calculada a tensão no instante da descompressão, onde o valor do momento é obtido com a resolução da expressão indicada em (4.16). A expressão (4.17) representa a substituição do valor do momento em (4.15). E em (4.18) está indicada a expressão final da variação da tensão na armadura de protensão.

$$E_p \cdot \bar{\varepsilon} = -\frac{|N_p|}{A_c} + \frac{M \cdot \bar{y}}{I_c} \quad (4.15)$$

$$0 = -\frac{|N_p|}{A_c} + \frac{M \cdot y}{I_c} \rightarrow M = \frac{|N_p|}{A_c} \cdot \frac{I_c}{y} \quad (4.16)$$

$$E_p \cdot \bar{\varepsilon} = \frac{|N_p|}{A_c} \cdot \left(-1 + \frac{\bar{y}}{y}\right) \quad (4.17)$$

$$\Delta\sigma_p = E_p \cdot \varepsilon^* + \frac{|N_p|}{A_c} \cdot \left(-1 + \frac{\bar{y}}{y}\right) \quad (4.18)$$

Onde:

- $y$ : centroide da seção (cm);
- $\bar{y}$ : distância entre o centro de gravidade da armadura e o centroide da seção (cm);
- $M$ : momento no instante da descompressão (kN.cm);
- $A_c$ : área de concreto da seção (cm<sup>2</sup>);
- $N_p$ : força de protensão (kN);
- $E_p$ : módulo de elasticidade do aço de protensão (kN/cm<sup>2</sup>);
- $\varepsilon^*$ : deformação no centro de gravidade das camadas de armadura de protensão na zona tracionada.

De acordo com o item 17.3.3.2 da norma, são calculados os valores característicos da abertura de fissuras,  $w_{k1}$  e  $w_{k2}$ , determinados para cada região de envolvimento. O valor utilizado para comparação com o valor da abertura de fissura limite é o menor entre  $w_{k1}$  e  $w_{k2}$ .

No cálculo da abertura de fissuras é necessário conhecer os valores dos coeficientes de conformação superficial  $\eta$  que varia conforme o tipo de armadura passiva ou ativa. No quadro 15 estão indicados os valores de  $\eta_1$  e de  $\eta_p$  recomendados pela norma brasileira, respectivamente, nos itens 9.3.2.1 e 9.3.2.2.

TIPO DE ARMADURA PASSIVA	$\eta_1$	TIPO DE ARMADURA ATIVA	$\eta_p$
Barra lisa (CA-25)	1,0	Fios lisos	1,0
Barra entalhada (CA-60)	1,4	Cordoalhas de 3 e 7 fios	1,2
Alta aderência (CA-50)	2,25	Fios denteados	1,4

Quadro 15: valores dos coeficientes de conformação superficial para armadura passiva e ativa (ABNT, 2007)

Para as peças de concreto armado ou de concreto protendido com armadura passiva utilizam-se as expressões (4.19) e (4.20) para calcular os valores de abertura de fissuras.

$$w_{ks1} = \frac{\emptyset}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s^{CG}}{E_s} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_s^{CG}}{f_{ctm}} \quad (4.19)$$

$$w_{ks2} = \frac{\emptyset}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s^{CG}}{E_s} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right) \quad (4.20)$$

Já nas peças em concreto protendido somente com armadura ativa, são aplicadas as expressões (4.21) e (4.22). Na figura 55 está representado o fluxograma simplificado da subrotina de verificação ELS-W.

$$w_{kp1} = \frac{\emptyset}{12,5 \cdot \eta_p} \cdot \frac{\Delta\sigma_p}{E_p} \cdot \frac{3 \cdot \Delta\sigma_p}{f_{ctm}} \quad (4.21)$$

$$w_{kp2} = \frac{\emptyset}{12,5 \cdot \eta_p} \cdot \frac{\Delta\sigma_p}{E_p} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right) \quad (4.22)$$

Onde:

- $\emptyset$ : diâmetro da barra/cabo que protege a região de envolvimento considerada (cm);
- $\eta_1$ : coeficiente de conformação superficial da armadura passiva;
- $E_s$ : módulo de elasticidade do aço da armadura passiva considerada (kN/cm<sup>2</sup>);
- $f_{ctm}$ : resistência média à tração do concreto (kN/cm<sup>2</sup>);
- $\eta_p$ : coeficiente de conformação superficial da armadura ativa;
- $E_p$ : módulo de elasticidade do aço da armadura ativa considerada (kN/cm<sup>2</sup>);
- $\Delta\sigma_p$ : acréscimo de tensão, no centro de gravidade da armadura, entre o estado limite de descompressão e o carregamento considerado (kN/cm<sup>2</sup>).



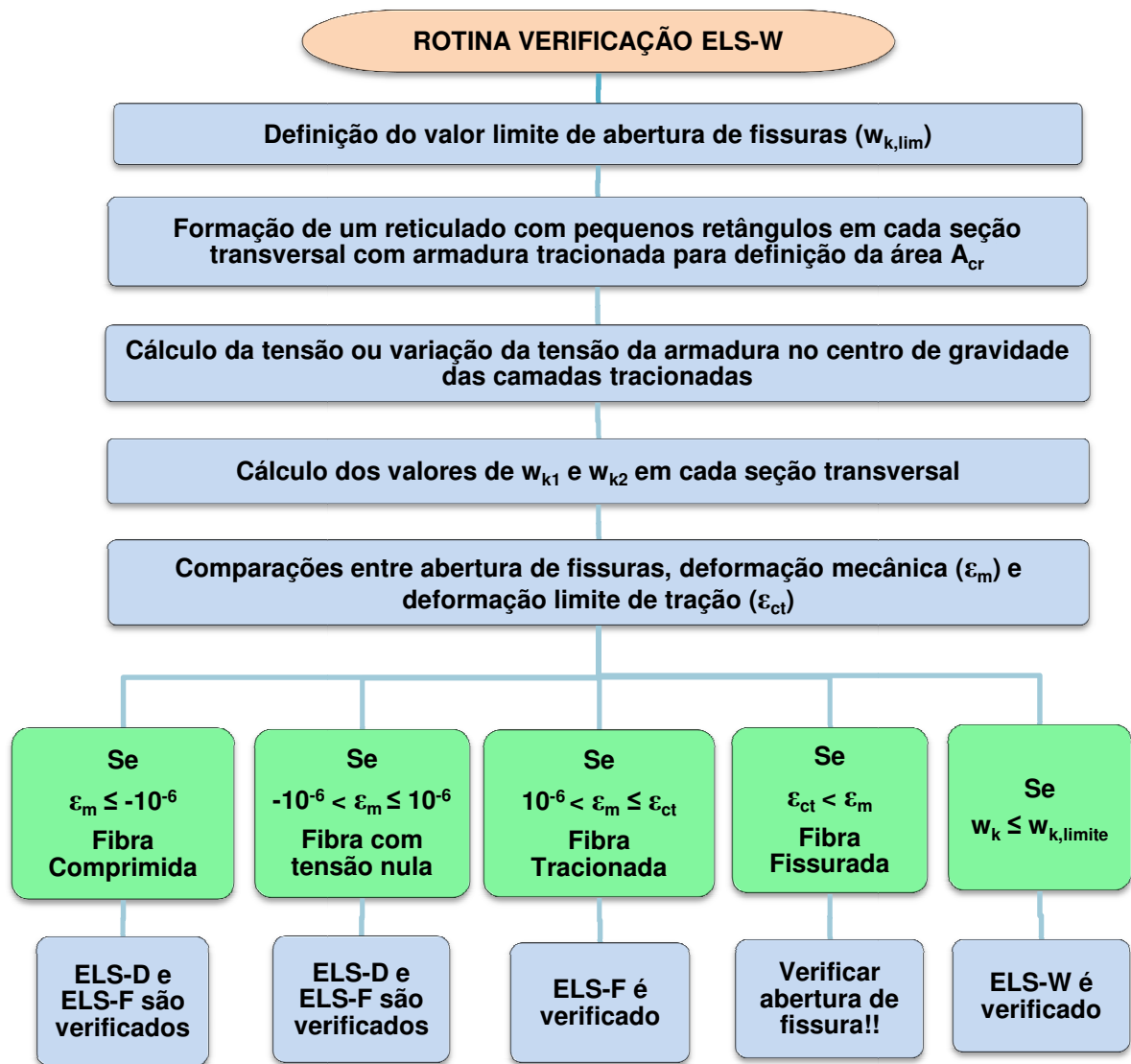


Figura 55: fluxograma da rotina de verificação ao ELS-W (norma brasileira)

Na verificação da norma francesa, foi implementada a rotina **Verificacao\_ELSW\_BPEL.for** conforme as exigências do *BPEL 91* (1992). Nesta subrotina, apenas com a análise dos limites de tensões das armaduras passivas e ativas é possível verificar a segurança da peça em relação à abertura de fissuras, conforme indicado no fluxograma da figura 56. Se as tensões na armadura forem menores que as tensões limites, estudadas no **Capítulo 3**, então a peça está segura quanto à abertura excessiva de fissura.

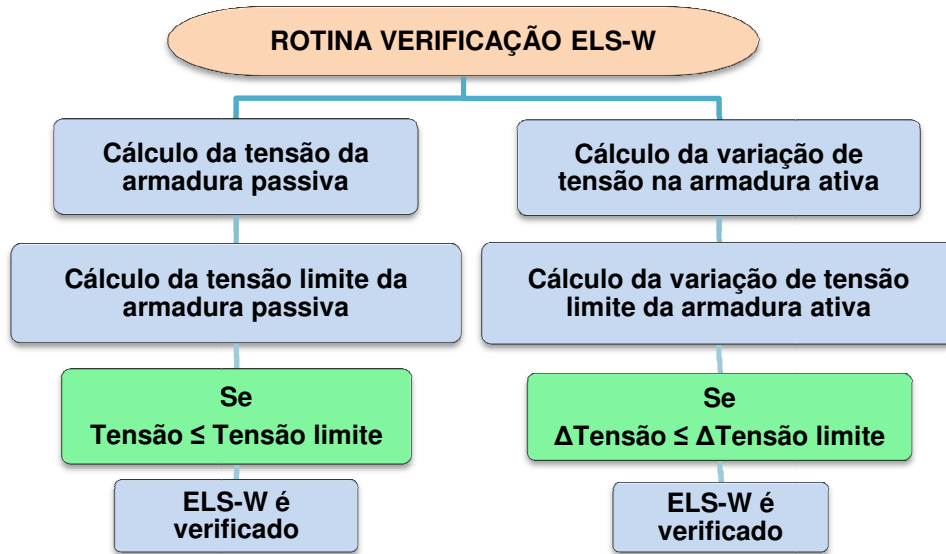


Figura 56: fluxograma da rotina de verificação ao ELS-W (norma francesa)

#### 4.2.4 Estado Limite Último no Ato da Protensão

Este tipo de Estado Limite Último verifica a peça no momento da protensão, considerando apenas o peso próprio da seção e a força de protensão aplicada, respeitando o item 17.2.4.3 da NBR6118 (ABNT, 2007). São minoradas as resistências dos materiais, minorado o peso próprio, quando favorável, e majorada a força de protensão na pós-tração conforme os coeficientes de ponderação indicados em (4.23), (4.24) e (4.25).

$$\begin{aligned} \gamma_c &= 1,2 \\ \gamma_s &= 1,15 \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \gamma_f &= 1,0 \rightarrow \text{ações desfavoráveis} \\ \gamma_f &= 0,9 \rightarrow \text{ações favoráveis} \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \gamma_p &= 1,0 \rightarrow \text{pré - tração} \\ \gamma_p &= 1,1 \rightarrow \text{pós - tração} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Onde:

- $\gamma_c$ : coeficiente de ponderação da resistência do concreto no ato da protensão;
- $\gamma_s$ : coeficiente de ponderação da resistência do aço no ato da protensão;
- $\gamma_f$ : coeficiente de ponderação das ações;
- $\gamma_p$ : coeficiente de ponderação da força de protensão.

A fim de considerar a pior situação na análise da verificação do Estado Limite Último no Ato de Protensão, por convenção, foram minoradas as resistências do concreto e armaduras conforme os coeficientes  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$ , e foi considerado apenas 90% do peso próprio ( $\gamma_f = 0,9$ ). Em relação à força de protensão, foi utilizado o coeficiente de ponderação  $\gamma_p = 1,1$ , majorando, assim, os efeitos no ato de protensão. Se houver convergência, ou seja, se os esforços resistentes estão em equilíbrio com os esforços atuantes, então é verificada a viga quanto ao ELU no Ato da Protensão. Na figura 57 está representado o fluxograma desta verificação, que é exclusiva da norma brasileira.

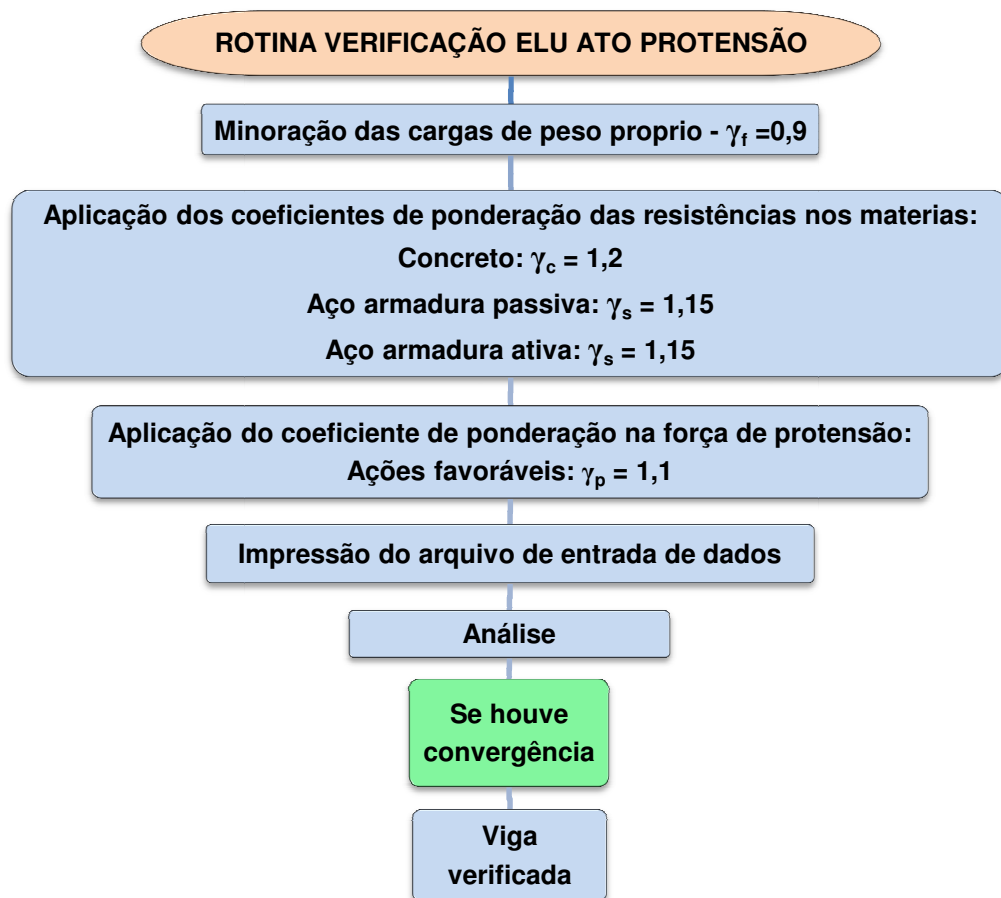


Figura 57: fluxograma da verificação do ELU no Ato da Protensão

A verificação do Ato da Protensão referente à norma francesa é feita no ELS. Considerando a peça no momento da construção, são verificadas as tensões admissíveis no aço e no concreto de acordo com a classe de protensão utilizada.

#### 4.2.5 Verificação quanto ao Esforço Cortante

A subrotina **Verificacao\_Corte.for** faz a verificação dos elementos lineares sujeitos à força cortante no Estado Limite Último, respeitando o item 17.4 da NBR6118 (ABNT, 2007). Nesta verificação a resistência do elemento estrutural, em cada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando as condições indicadas no item (4.26) forem verificadas simultaneamente. Ou seja, o esforço cortante de cálculo deve ser no máximo igual ao esforço cortante resistente  $V_{Rd2}$  ou  $V_{Rd3}$ .

$$\begin{aligned} V_{Sd} &\leq V_{Rd2} \\ V_{Sd} &\leq V_{Rd3} = V_C + V_{SW} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Onde:

- $V_{Sd}$ : força cortante solicitante de cálculo (kN);
- $V_{Rd2}$ : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas do concreto (kN);
- $V_{Rd3}$ : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal (kN);
- $V_C$ : parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça (kN);
- $V_{SW}$ : parcela resistida pela armadura transversal (kN).

A programação desta subrotina foi realizada conforme o modelo de cálculo I, sugerido no item 17.4.2.2 da norma brasileira. Este modelo admite diagonais de compressão inclinadas à  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela  $V_C$  tenha valor constante, independente de  $V_{Sd}$ . Na primeira etapa desta verificação, foi calculado o esforço resistente  $V_{Rd2}$  (expressão 4.27), onde os valores de  $\alpha_{v2}$  e  $f_{cd}$  são obtidos conforme as expressões (4.28) e (4.29). No caso de elementos estruturais protendidos, o valor da altura útil  $d$ , segundo o item 17.4.2.2 da norma brasileira, não precisa ser tomado com valor menor que 80% da altura total (expressão 4.30), desde que exista armadura junto à face tracionada.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (4.27)$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad f_{ck} \rightarrow MPa \quad (4.28)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \quad (4.29)$$

$$d = 0,8 \cdot h \quad (4.30)$$

Onde:

- $f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto (kN/cm<sup>2</sup>);
- $f_{cd}$ : resistência de cálculo à compressão do concreto (kN/cm<sup>2</sup>);
- $b_w$ : menor largura da seção transversal (cm);
- $d$ : altura útil da seção transversal (cm);
- $h$ : altura total da seção transversal (cm).

Na segunda etapa desta subrotina, foram calculados os valores de  $V_C$  e  $V_{SW}$ , que juntos representam o valor da força resistente  $V_{Rd3}$ , conforme (4.31). A parcela  $V_{SW}$  depende principalmente da área de armadura transversal considerada no cálculo, conforme apresentado na expressão (4.32). A parcela  $V_C$ , indicada na expressão (4.40), varia conforme o valor do momento máximo na seção,  $M_{Sd,máx}$ , e conforme o valor da expressão (4.39) que depende da relação do momento de descompressão na borda,  $M_0$ , e o momento máximo na seção,  $M_{Sd,máx}$ . A partir da expressão (4.38) calcula-se  $M_0$  multiplicando a tensão de descompressão na borda,  $\sigma_{ci,\infty}$ , com o valor do módulo resistente inferior à flexão,  $W_i$ . O cálculo da  $\sigma_{ci,\infty}$  depende da força e do momento de protensão, como indica a expressão (4.37). A resolução

das equações (4.35) e (4.36) são necessárias no cálculo de  $V_{C0}$ , indicado na expressão (4.34). A figura 58 ilustra o fluxograma da subrotina desta verificação.

$$V_{Rd3} = V_C + V_{SW} \quad (4.31)$$

$$V_{SW} = 0,9 \cdot \frac{A_{SW}}{S_W} \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha), \quad \alpha = 90^\circ \quad (4.32)$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (4.33)$$

$$V_{C0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (4.34)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (4.35)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (4.36)$$

$$\sigma_{ci,\infty} = \frac{N_{p\infty}}{A_c} + \frac{M_{p\infty}}{W_i} \quad (4.37)$$

$$M_0 = -\sigma_{ci,\infty} \cdot W_i \quad (4.38)$$

$$AA = 1 + \frac{M_0}{M_{Sd,m\acute{a}x}} \quad (4.39)$$

$$\begin{cases} \text{Se } M_{Sd,m\acute{a}x} \neq 0 \text{ e } AA \leq 2 \rightarrow V_C = V_{C0} \cdot AA \\ \text{Se } M_{Sd,m\acute{a}x} \neq 0 \text{ e } AA > 2 \rightarrow V_C = 2 \cdot V_{C0} \\ \text{Se } M_{Sd,m\acute{a}x} = 0 \rightarrow V_C = V_{C0} \end{cases} \quad (4.40)$$

Onde:

- $A_{SW}$ : \u00e1rea da armadura transversal (cm<sup>2</sup>);
- $S_W$ : espa\u00e7amento entre elementos da armadura transversal (cm);
- $f_{ywd}$ : tens\u00e3o na armadura transversal passiva (kN/cm<sup>2</sup>);
- $f_{yk}$ : resist\u00eancia caracter\u00edstica ao escoamento da armadura transversal passiva (kN/cm<sup>2</sup>);
- $V_{C0}$ : for\u00e7a cortante inicial (kN);
- $f_{ctd}$ : resist\u00eancia de c\u00e1lculo \u00e0 tra\u00e7\u00e3o do concreto (kN/cm<sup>2</sup>);
- $M_{Sd,m\acute{a}x}$ : momento fletor de c\u00e1lculo m\u00e1ximo no trecho em an\u00e1lise (kN.cm);
- $M_0$ : momento de descompress\u00e3o na borda da se\u00e7\u00e3o (kN.cm);
- $\sigma_{ci,\infty}$ : tens\u00e3o de descompress\u00e3o na borda da se\u00e7\u00e3o (kN/cm<sup>2</sup>);
- $N_{p\infty}$ : for\u00e7a de protens\u00e3o no tempo final (kN);
- $M_{p\infty}$ : momento de protens\u00e3o no tempo final (kN.cm);
- $W_i$ : m\u00f3dulo resistente inferior \u00e0 flex\u00e3o (cm<sup>3</sup>).





Em relação à norma francesa, foi implementada a subrotina **Verificacao\_Corte\_BPEL.for** que faz a verificação dos elementos lineares sujeitos à força cortante no Estado Limite de Serviço e Estado Limite Último, respeitando os itens 7.2 e 7.3 do *BPEL 91* (1992). No ELS é feita a verificação da tensão de cisalhamento comparando-se o valor de  $\tau$  (equação 4.42) com as tensões admissíveis  $\tau_1$  e  $\tau_2$  (equações 4.43 e 4.44) que representam, respectivamente, o modo de ruptura do concreto por fissuração e por compressão-cisalhamento. A tensão de cisalhamento  $\tau_2$  é raramente preponderante e é utilizada somente nos casos de elementos submetidos a fortes compressões longitudinais. Conforme o fluxograma da figura 59, se a tensão de cisalhamento for menor que  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , então a peça estará segura.

$$\sigma_x = \frac{N_p}{A} \quad (4.41)$$

$$\tau = \frac{V_{sd}}{b_w \cdot d} \quad (4.42)$$

$$\tau_1 = \sqrt{0,4 \cdot f_{ct} \cdot \left( f_{ct} + \frac{2}{3} \cdot \sigma_x \right)} \quad (4.43)$$

$$\tau_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{f_{ct}}{f_{ck}} \cdot (0,6 \cdot f_{ck} - \sigma_x) \cdot \left( f_{ct} + \frac{2}{3} \cdot \sigma_x \right)} \quad (4.44)$$

Onde:

- $\sigma_x$ : tensão normal da seção (kN/cm<sup>2</sup>);
- $N_p$ : força de protensão (kN);
- $A$ : área da seção transversal (cm<sup>2</sup>);
- $V_{sd}$ : força cortante (kN);
- $f_{ct}$ : resistência à tração do concreto (kN/cm<sup>2</sup>).

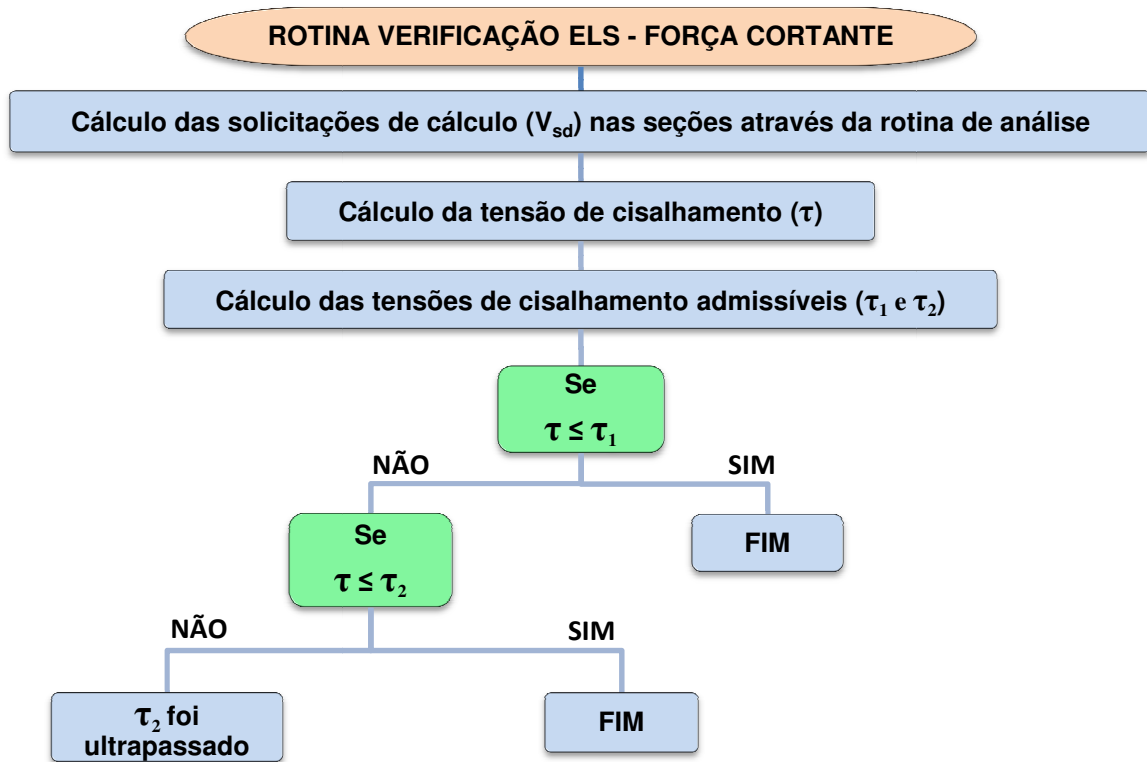


Figura 59: fluxograma da subrotina Verificacao\_Corte\_BPEL.for (norma francesa)

No Estado Limite Último é feita uma verificação em relação à seção da armadura transversal e à compressão das bielas de concreto. Na verificação do concreto compara-se a tensão última de cisalhamento (4.46) com a tensão de cisalhamento admissível, indicada na expressão (4.48). O valor do ângulo de inclinação das bielas  $\beta_u$ , que é inversamente proporcional à tensão normal última  $\sigma_{xu}$  (4.45), é calculado conforme a expressão (4.47) em radianos.

$$\sigma_{xu} = \frac{N_{pu}}{A} \quad (4.45)$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_w \cdot d} \quad (4.46)$$

$$tg(2.\beta_u) = \frac{2.\tau_u}{\sigma_{xu}} ; \beta_u \leq 30^\circ \quad (4.47)$$

$$\tau_{u,adm} = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{3 \cdot \gamma_b} \cdot sen(2.\beta_u) \quad (4.48)$$

Onde:

- $\sigma_{xu}$ : tensão normal última da seção (kN/cm<sup>2</sup>);
- $N_p$ : força última de protensão (kN);
- $A$ : área da seção transversal (cm<sup>2</sup>);
- $V_u$ : força cortante última (kN);
- $\gamma_b$ : coeficiente de ponderação do concreto ( $\gamma_b = 1,5$ ).

Na verificação das armaduras transversais, é feita a comparação entre o esforço resistente da armadura transversal  $\tau_s$ , indicado na expressão 4.49, com a tensão última de cisalhamento  $\tau_u'$ . Se o elemento analisado apresentar construção composta com diferentes datas de concretagem da mesma seção transversal, então o valor de  $\beta_u$  é igual a  $45^\circ$  e desconsidera-se o termo  $f_{ct}/3$  da fórmula (4.50). A peça estará segura quando a tensão resistente de cisalhamento da armadura  $\tau_s$  for maior ou igual à tensão última  $\tau_u'$ . Caso contrário, a seção de armadura transversal considerada é insuficiente, devendo-se aumentar o diâmetro, diminuir o espaçamento entre os quadros ou aumentar o número de “braços” do estribo.

$$\tau_s = \frac{A_{sw}}{b_w} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} \tau_u' &= \left( \tau_u - \frac{f_{ct}}{3} \right) \cdot tg(\beta_u) \rightarrow \text{sem intervalo de concretagem} \\ \tau_u' &= \tau_u \rightarrow \text{com intervalo de concretagem} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Onde:

- $A_{sw}$ : área da armadura transversal (cm<sup>2</sup>/cm);
- $b_w$ : menor largura da seção transversal (cm);
- $f_e$ : limite de elasticidade da armadura passiva (kN/cm<sup>2</sup>);
- $\gamma_s$ : coeficiente de ponderação do aço ( $\gamma_s = 1,15$ );
- $f_{ct}$ : resistência à tração do concreto (kN/cm<sup>2</sup>);
- $\beta_u$ : ângulo de inclinação das bielas (radiano);
- $\tau_u$ : tensão última de cisalhamento (kN/cm<sup>2</sup>).

#### 4.2.6 Estado Limite Último

O Estado Limite Último está relacionado com a segurança da estrutura submetida às combinações mais desfavoráveis de ações previstas em toda sua vida útil. Caso o Estado Limite Último seja ultrapassado, teoricamente, ocorrerá a ruína da estrutura. Nesta verificação são considerados os coeficientes de ponderação indicados em (4.51), (4.52) e (4.53), conforme a NBR6118 (ABNT, 2007).

$$\begin{aligned} \gamma_c &= 1,4 \\ \gamma_s &= 1,15 \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\gamma_f = 1,4 \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} \gamma_p &= 0,9 \rightarrow \text{ação favorável} \\ \gamma_p &= 1,2 \rightarrow \text{ação desfavorável} \end{aligned} \quad (4.53)$$

Onde:

- $\gamma_c$ : coeficiente de ponderação da resistência do concreto no estado limite último;
- $\gamma_s$ : coeficiente de ponderação da resistência do aço no estado limite último;
- $\gamma_f$ : coeficiente de ponderação das ações;
- $\gamma_p$ : coeficiente de ponderação da força de protensão.

Na figura 60 está indicado o fluxograma do modelo de verificação quanto ao ELU, sendo que a convergência ocorre quando o momento último de cálculo for menor ou igual ao momento resistente. Este momento resistente é obtido através do acréscimo de incrementos de carga, além do carregamento atuante, até a ruptura.

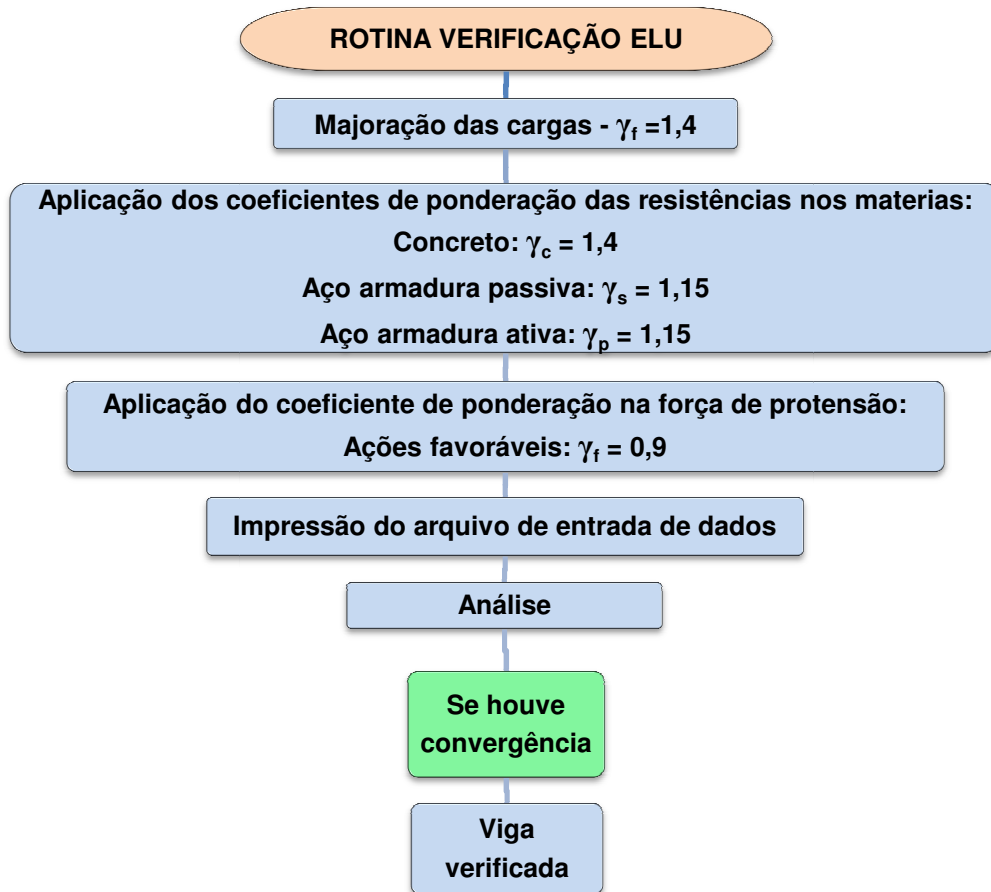


Figura 60: fluxograma da verificação no ELU (norma brasileira)

Em relação à norma francesa, o estudo do Estado Limite Último ocorre da mesma forma que o descrito pela norma brasileira. Os coeficientes de ponderação para a minoração da resistência dos materiais e majoração do carregamento estão indicados em (4.54) e (4.55), conforme a regulamentação francesa. Na figura 61 está indicado o fluxograma do modelo de verificação quanto ao ELU, sendo que, ao final desta verificação, devem ser comparados os valores de momento último com o momento resistente, a fim de saber o quanto a viga está segura quanto à ruptura.

$$\begin{aligned}\gamma_c &= 1,5 \\ \gamma_s &= 1,15\end{aligned}\quad (4.54)$$

$$\gamma_{fg} = 1,35 \quad e \quad \gamma_{fq} = 1,5 \quad (4.55)$$

Onde:

- $\gamma_c$ : coeficiente de ponderação da resistência do concreto no estado limite último;
- $\gamma_s$ : coeficiente de ponderação da resistência do aço no estado limite último;
- $\gamma_{fg}$ : coeficiente de ponderação das ações permanentes;
- $\gamma_{fq}$ : coeficiente de ponderação das ações variáveis.

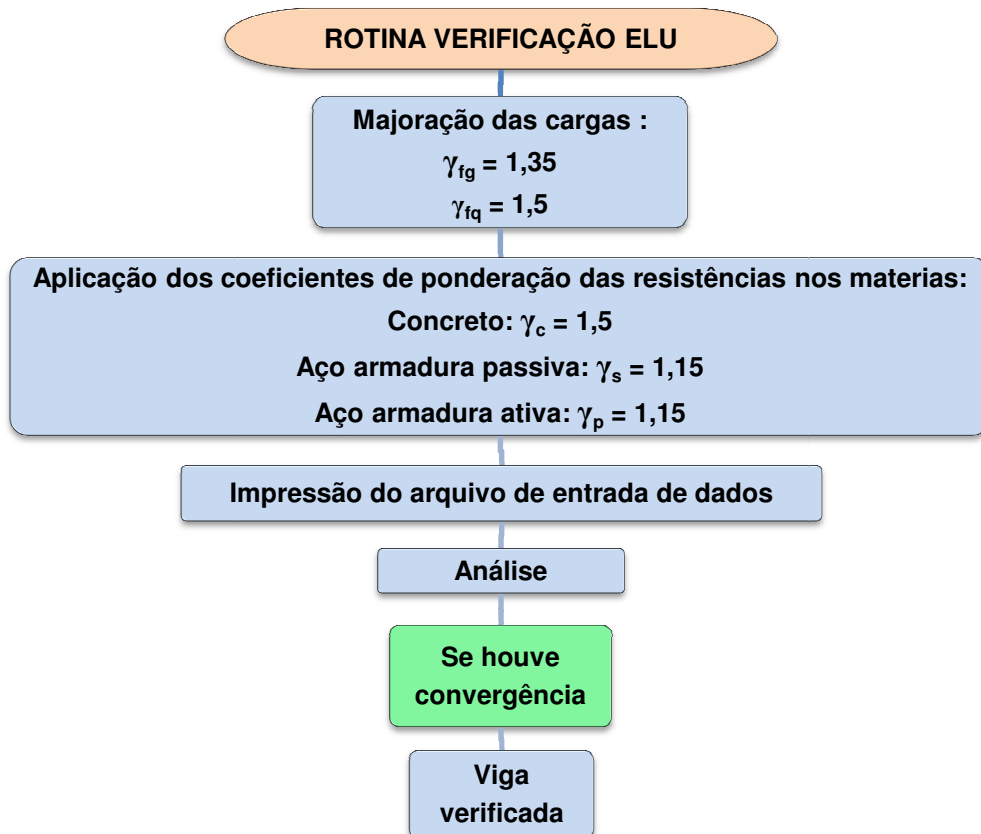


Figura 61: fluxograma da verificação no ELU (norma francesa)

### 4.3 PÓS-PROCESSAMENTO: SAÍDA DE DADOS

A etapa de pós-processamento refere-se aos resultados obtidos da análise realizada através do modelo numérico em elementos finitos e da verificação feita pelas normas brasileira e francesa. Esta etapa gera quatro arquivos de texto com os resultados de análise e de verificação, apresentando o mesmo nome do arquivo de entrada de dados, porém com as seguintes extensões: **.OUT**, **.RES**, **.RUP**, e **.VER**.

O arquivo **.OUT** fornece os resultados gerais da análise em cada etapa incremental de cada caso de carga. Inicialmente, apresenta os dados de entrada do exemplo, permitindo a conferência das características da estrutura lançada no programa (figura 62).

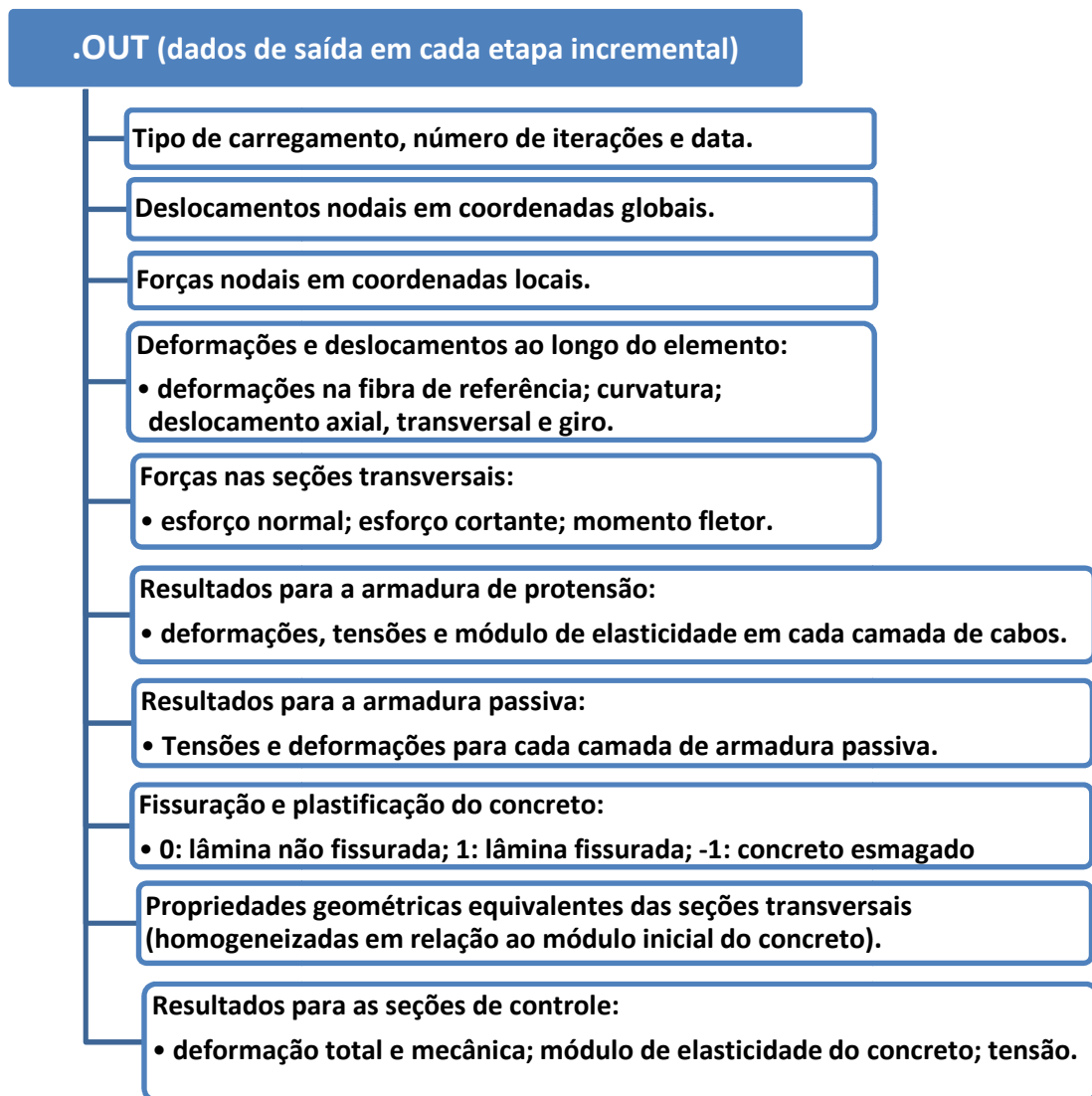


Figura 62: fluxograma do arquivo de saída de dados .OUT

O arquivo **.RUP** apresenta os resultados da etapa em que o modelo numérico verificou a ruptura da estrutura, conforme os critérios de ruptura do concreto e do aço da armadura passiva. O arquivo **.RES** é aquele que mostra os valores em forma de lista para as seções selecionadas, facilitando a produção de gráficos através de planilhas eletrônicas. Os dados são apresentados para cada seção de controle, de cada elemento finito, relativamente a cada carregamento.

O arquivo de saída **.VER**, implementado para imprimir os resultados referentes à verificação da peça quanto à norma brasileira ou francesa, apresenta, inicialmente, as propriedades dos materiais e os dados de carregamento ao longo dos elementos. Dependendo do tipo de verificação, imprime-se, para cada etapa incremental, o tipo de norma utilizada, o tipo de protensão, o tipo de combinação e o tipo de comportamento do concreto (linear ou não-linear). Em seguida, são indicadas as informações e resultados do tipo de verificação exigida para determinada estrutura.

Nas verificações quanto à fissuração do concreto, é mostrado um quadro para cada elemento, onde é analisada cada lâmina de cada seção transversal. A legenda deste quadro indica que o resultado é igual a “9” quando a lâmina não foi considerada na verificação, “2” para lâmina fissurada, “1” para lâmina tracionada, “0” quando a lâmina apresentar tensão nula, “-1” para lâmina comprimida e “-2” quando a lâmina ultrapassou o limite de compressão. Ao final é indicado se a peça está segura ou não em relação ao tipo de verificação analisado. Se for verificada a abertura de fissuras (ELS-W), então são impressos também os valores de área  $A_{cr}$ , tensões no centro de gravidade da armadura tracionada e os valores de abertura de fissuras em cada seção.

Para a verificação quanto à deformação excessiva nas peças, são impressos os deslocamentos verticais em cada seção do elemento e o valor da flecha limite exigido pela normalização utilizada. Se o valor do deslocamento transversal for maior que a flecha limite, então o ELS-DEF é ultrapassado.

Em relação à verificação quanto ao corte no ELS ou ELU, são apresentados os resultados em uma tabela com a comparação dos valores das expressões necessárias para este tipo de verificação conforme exigência de cada norma. Na última coluna é indicada para cada seção se a armadura transversal considerada no cálculo é suficiente ou não.



## 5 VALIDAÇÃO E VERIFICAÇÃO DO MÓDULO ACADÊMICO E DAS ROTINAS DE PROJETO

Ao longo dos **Capítulos 3 e 4** foram apresentados os critérios de projeto segundo a normalização brasileira e francesa e a sua implementação na rotina de projeto, explicando as etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento. A fim de demonstrar a aplicabilidade das rotinas implementadas, são apresentados, neste capítulo, exemplos e comparações pertinentes entre as normas.

Primeiramente, apresenta-se uma aplicação do modelo numérico em elementos finitos, segundo o módulo acadêmico, no sentido de validar a entrada de dados gerada a partir da etapa de pré-processamento. Em seguida, utilizando as rotinas de verificação segundo a normalização brasileira e a normalização francesa, são mostrados três exemplos de peças estruturais, realmente executadas, discutindo-se as diferenças entre elas.

### 5.1 MÓDULO ACADÊMICO

A validação do modelo numérico em elementos finitos em relação à abordagem acadêmica se dá com a apresentação detalhada da análise dos protótipos do trabalho experimental de Tao & Du (1985). Neste trabalho foram estudadas vigas bi-apoiadas com protensão não aderente parcial e cargas aplicadas nos terços médios, como mostrado na figura 63. Nos quadros 16 e 17 estão indicadas as características de cada protótipo, as quais foram lançadas no pré-processamento para a geração dos arquivos de entrada de dados, necessários para a execução do programa de análise.

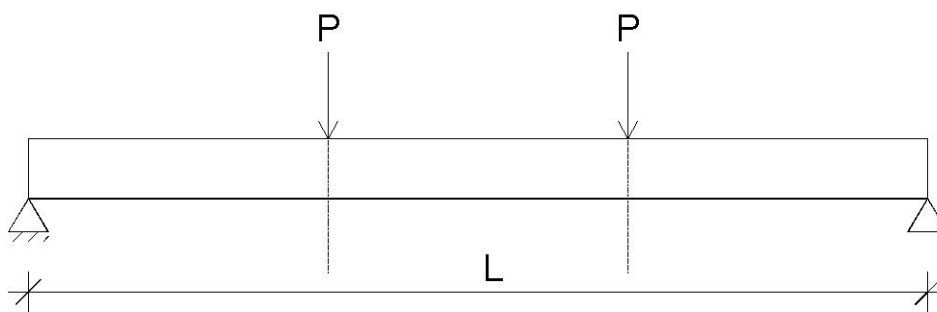


Figura 63: viga bi-apoiada com cargas concentradas nos terços médios

Protótipo	CONCRETO				ARMADURA PASSIVA			ARMADURA DE PROTENSÃO		
	$E_C$	$f_c$	$f_{cf}$	$f_{ct}$	$A_S$	$E_S$	$\varepsilon_y$	$A_P$	$E_P$	$\varepsilon_{p0}$
TD-A1	2618,153	3,06	0,500	0,306	1,57	21000	0,00127	0,588	20500	0,004734
TD-A2	2618,153	3,06	0,500	0,306	1,57	21000	0,00205	0,98	20500	0,004445
TD-A3	2618,153	3,06	0,500	0,306	2,36	21000	0,00205	1,568	20500	0,004020
TD-A4	2618,153	3,06	0,500	0,306	1,57	21000	0,00205	0,588	20500	0,004265
TD-A5	2618,153	3,06	0,500	0,306	3,08	21000	0,00200	0,784	20500	0,003972
TD-A6	2618,153	3,06	0,500	0,306	4,62	21000	0,00190	1,568	20500	0,004190
TD-A7	2618,153	3,06	0,500	0,306	3,08	21000	0,00190	0,392	20500	0,004347
TD-A8	2723,004	3,31	0,579	0,331	4,62	21000	0,00190	0,588	20500	0,004390
TD-A9	2723,004	3,31	0,579	0,331	8,04	21000	0,00210	1,568	20500	0,004530

Quadro 16: características dos materiais de cada protótipo (kN, cm)

Características dos Protótipos		Características do Modelo		Concreto		Aço de Protensão	
Vão (L):	420	Nós:	2	$\varepsilon_{c0}$ :	0,002	$f_{py}$ :	155,1
Base:	16	Elementos:	1	$\varepsilon_{cf}$ :	0,01	$\varepsilon_{py}$ :	0,01
Altura:	28	Seções:	21	$\beta$ :	1	$f_{pu}$ :	179
$U_{ar}$ (%):	80	Módulos no elemento:	3	$\beta_{\sigma}$ :	0,4	$\varepsilon_{pu}$ :	0,071
Perímetro:	88	Módulos na seção:	1				
$d_s$ :	25	Lâminas:	21				
$d_p$ :	22						

Quadro 17: características gerais dos protótipos (kN, cm)

O vão dos protótipos de Tao & Du (1985) foi modelado por um único elemento finito do tipo híbrido ligado pelos nós 1 e 2, conforme mostra a figura 64. O elemento foi dividido em 21 seções transversais, distribuídas nos três módulos de integração ao longo do elemento. As figuras 65 e 66 mostram, respectivamente, a distribuição dos módulos ao longo do elemento e a distribuição das seções em cada módulo. A figura 67 indica as dimensões da seção transversal da viga, a locação das barras de armadura passiva e ativa e a representação das 21 lâminas, ou seja, das 20 camadas ao longo da seção transversal.



Figura 64: modelagem da viga

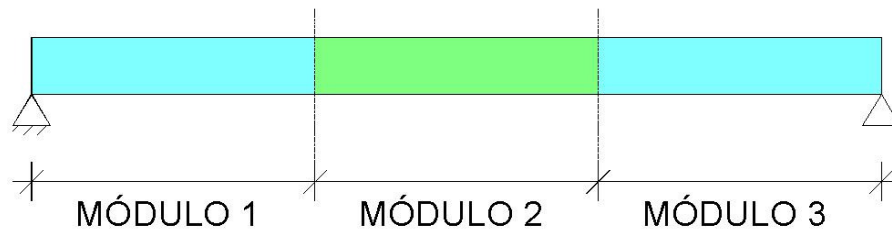


Figura 65: distribuição dos módulos ao longo do elemento

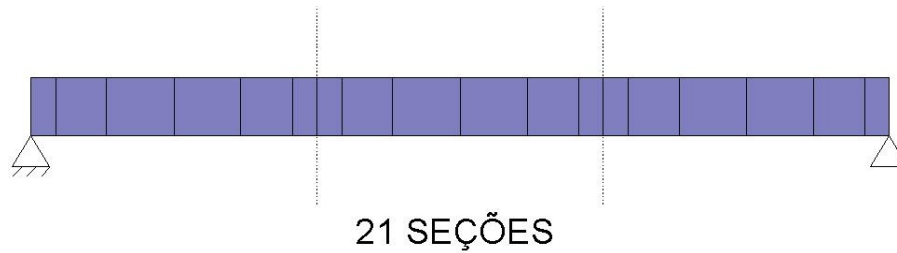


Figura 66: distribuição das seções em cada módulo

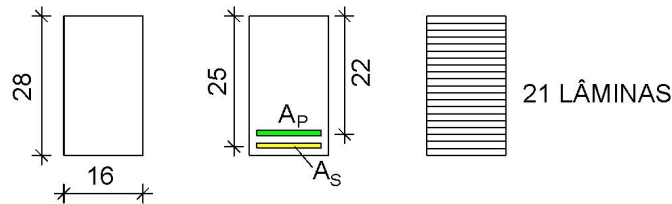


Figura 67: características das seções transversais

Segundo Barbieri (2003), os módulos de elasticidade do concreto ( $E_c$ ) foram determinados a partir das recomendações do ACI 318 (1999); as resistências à tração ( $f_{ct}$ ) foram arbitradas em 10% da resistência à compressão ( $f_c$ ) e as resistências finais à compressão ( $f_{cf}$ ) foram fixadas a partir das informações de Saenz (KABAILA ET AL, 1964). As deformações de pico ( $\epsilon_{c0}$ ) e final ( $\epsilon_{cf}$ ) do concreto à compressão foram definidas em 0,2% e 1,0%.

A partir dos resultados obtidos do modelo numérico, traçou-se o gráfico de “carga x deslocamento” na seção central do vão (figura 68), sendo que o deslocamento está defasado de duas unidades entre as curvas de cada protótipo (TD-A1 à TD-A9). Assim como apresentado por Barbieri (2003) em seu trabalho de doutorado, as curvas numéricas dos protótipos TD-A1 à TD-A9 apresentaram concordância com as curvas experimentais dos mesmos protótipos apresentadas no gráfico da figura 69, publicada no artigo de Tao & Du (1985). Esta adequada modelagem do modelo experimental, com a proximidade das curvas

numéricas e experimentais, valida a etapa de pré-processamento para a preparação do arquivo de entrada de dados, elaborada nesta dissertação. Nestas curvas, é possível, ainda, observar que os elementos com protensão parcial não aderente apresentaram três fases bem distintas: a linear não fissurada, a linear fissurada e a de comportamento plástico.

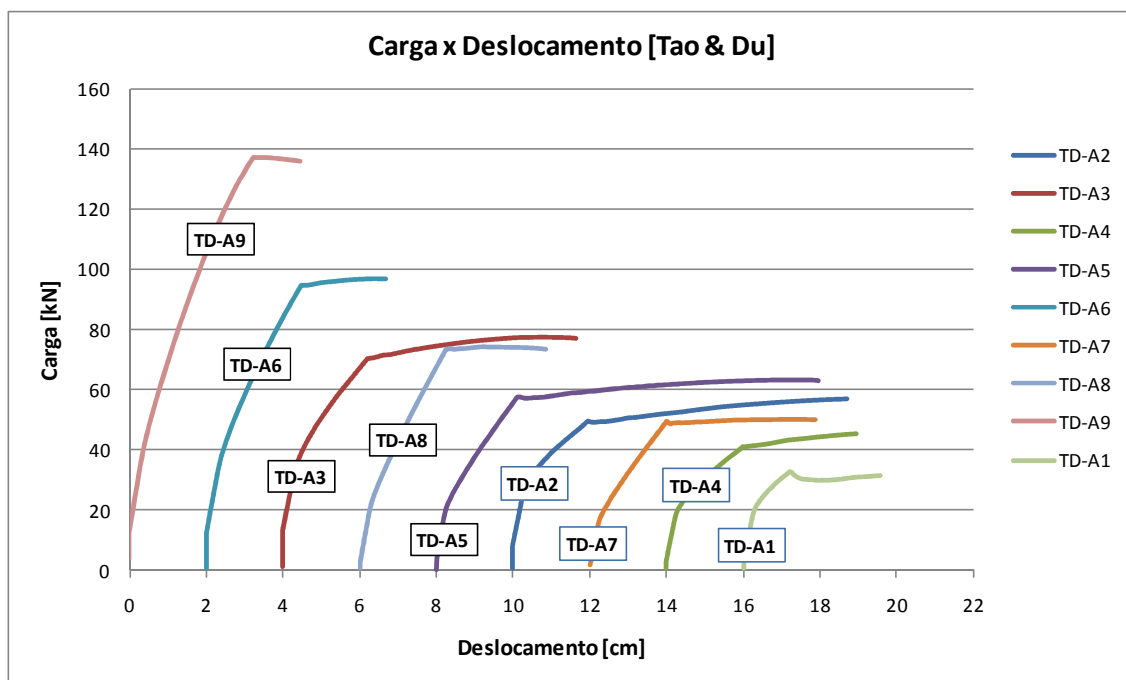


Figura 68: gráfico carga x deslocamento central no vão dos protótipos de Tao & Du

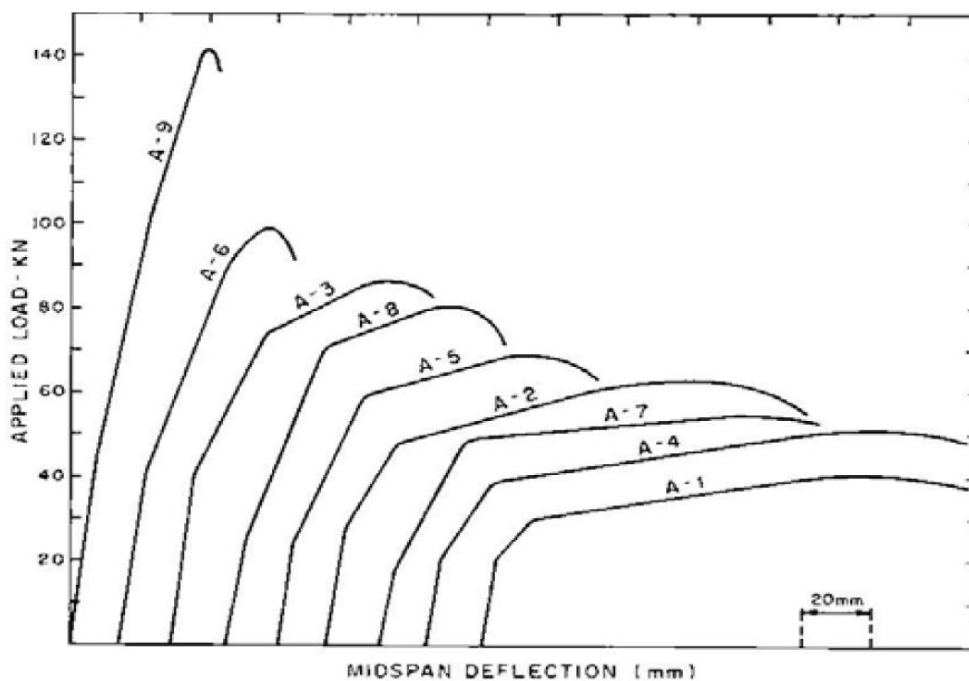


Figura 69: gráfico carga x deslocamento central no vão (TAO & DU, 1985)

Sabe-se que variações nos dados utilizados na análise de uma peça estrutural são bastante comuns. Por exemplo, a forma como a estrutura é lançada e analisada no modelo numérico em elementos finitos não é única, podendo-se modelar uma viga com um ou mais elementos, variadas quantidades de seções transversais e diferentes distribuições de módulos de integração ao longo da peça. O tamanho dos incrementos utilizados na análise também se constitui em opção do usuário, em função da capacidade computacional e do nível de precisão desejado.

## 5.2 MÓDULO NORMALIZAÇÃO BRASILEIRA E FRANCESA

A validação da implementação das subrotinas de verificação conforme as normas brasileira e francesa é feita através da aplicação de três exemplos: viga em concreto armado, viga com protensão parcial aderente e viga com protensão parcial não aderente. A seguir são mostradas as características de cada exemplo, seus resultados e comentários.

### 5.2.1 Viga em Concreto Armado

Primeiramente, foi estudado o exemplo de uma viga em concreto armado simplesmente apoiada com carregamento uniformemente distribuído de 25 kN/m, sendo que 15 kN/m foi considerado como carga permanente (g) e 10 kN/m como variável (q). Esta viga, retirada da apostila de aula de Campos Filho (2011), apresenta um vão de 5,0 m e seção transversal retangular com base igual a 25 cm e altura igual a 45 cm, conforme indicado na figura 70.

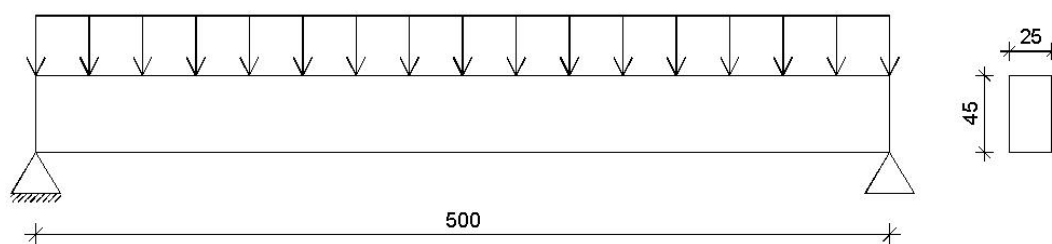


Figura 70: esquema da viga bi-apoiada e seção transversal (cm)

O vão da viga foi modelado por um elemento finito do tipo híbrido ligado pelos nós 1 e 2, sendo dividido em 25 seções transversais conforme mostram as figuras 71 e 72. Escolheu-se a regra de integração numérica de Lobatto por ser mais precisa e por ser recomendada quando

os pontos de integração não estão distribuídos de maneira uniforme. A seção transversal da viga foi discretizada em 21 lâminas ao longo da sua altura.



Figura 71: modelagem da viga

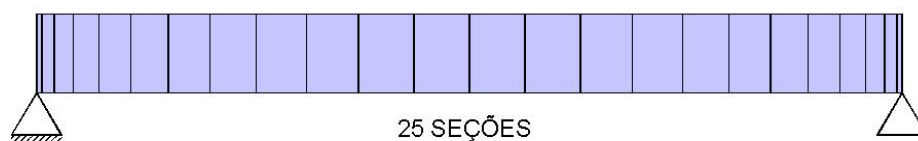


Figura 72: representação da distribuição das seções ao longo do elemento

O concreto utilizado tem resistência característica à compressão de  $2 \text{ kN/cm}^2$  e a sua resistência à tração foi desprezada. O valor do módulo de elasticidade do concreto,  $E_c$ , foi calculado a partir do valor do  $f_{ck}$ , conforme as formulações da norma brasileira e francesa. A resistência final do concreto foi estimada em  $0,5 \text{ kN/cm}^2$  e os parâmetros  $\beta$  e  $\beta_\sigma$  em 1,0 e 0,4, respectivamente.

Na análise deste exemplo foi considerado o comportamento não-linear dos materiais sendo dispensável o uso dos diagramas simplificados, recomendados pela norma. Em relação aos valores para a deformação relativa à resistência à compressão do concreto ( $\epsilon_{c0}$ ) e a deformação final ( $\epsilon_{cf}$ ) adotaram-se 2% e 10%, respectivamente.

Para armadura passiva foi utilizado aço do tipo CA-50, respeitando cobrimento de 2,5 cm. O módulo de elasticidade da armadura de tração ( $E_s$ ) é igual a  $21.000 \text{ kN/cm}^2$  e a sua deformação de escoamento ( $\epsilon_y$ ) é calculada pela divisão da tensão de escoamento ( $f_y$ ) pelo módulo de elasticidade do aço da armadura passiva ( $E_s$ ). O comportamento *tension stiffening* é desconsiderado, utilizando uma tensão de tração no concreto muito pequena e anulando-se, desta forma, o valor do módulo de elasticidade na fase de *strain-hardening*.

As barras de armadura passiva foram distribuídas em 3 camadas, como ilustra a figura 73. No quadro 18 estão indicadas as características de cada camada de armadura passiva, como a posição em relação à base, bitola, quantidade de barras, seção de armadura e data.



Figura 73: distribuição das camadas de armadura passiva ao longo da seção

CAMADA	ALTURA (cm)	BITOLA (mm)	Nº BARRAS	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	DATA (dias)
1	3,755	12,5	5	6,135	28
2	7,005	12,5	2	2,454	28
3	41,555	6,3	2	0,624	28

Quadro 18: características de cada camada de armadura passiva

A fim de comparar os resultados de verificação obtidos com os fornecidos por Campos Filho (2011), primeiramente, foi feito o estudo do Estado Limite de Serviço, ou seja, verificou-se o desempenho em relação ao Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras (ELS-W) e de Deformações Excessivas (ELS-DEF). No quadro 19 estão indicados os casos de carga considerados na verificação do ELS, sendo que o caso 1 corresponde à parcela do carregamento permanente, onde já foi incluída a parcela do peso próprio, e o caso 2 à parcela do carregamento variável, sendo que foram considerados 5 incrementos de carga em cada caso.

CASOS DE CARGA – ELS			
CASOS	TIPOS	DATA INICIAL (dias)	DATA FINAL (dias)
1	CARGA PERMANENTE (g)	28	28
2	CARGA VARIÁVEL (q)	28	28

Quadro 19: casos de carga analisados na verificação do ELS

O carregamento distribuído foi calculado e minorado conforme a combinação de carga exigida nas verificações de ELS-W e ELS-DEF, referentes a cada norma. Na verificação quanto ao ELS-W, foi considerada uma carga distribuída de 19 kN/m (combinação frequente) para a norma brasileira e 25 kN/m (combinação rara) para a norma francesa. Em relação à verificação do ELS-DEF foi considerada uma carga distribuída de 18 kN/m e 19 kN/m (combinação quase permanente), referentes, respectivamente, à norma brasileira e francesa. Na verificação quanto ao ELS-W não foram considerados os efeitos do tempo, como fluência e retração do concreto, a fim de comparar fielmente os valores de abertura de fissuras obtidos pelo programa com os valores fornecidos por Campos Filho (2011).

Finalizando a etapa de processamento da verificação quanto ao ELS pela norma brasileira e francesa, são analisados os resultados na etapa de pós-processamento. Os dados de entrada do exemplo, como propriedades dos materiais, indicados na figura 74, são comuns às duas verificações, exceto o valor do módulo de elasticidade do concreto, que é calculado a partir de formulações diferentes entre uma norma e outra, sendo igual a 2504,396 kN/cm<sup>2</sup> (norma brasileira) e 2985,859 kN/cm<sup>2</sup> (norma francesa).

```

*****
***** DADOS DE ENTRADA *****
*****
*** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
-----
CONCRETO
-----
1
-----
Ec: 2504.396000
fc: -2.000000
fcf: -.500000
ft: .000100
ec: -.002000
ecf: -.010000
B: 1.000000
Bs: .400000
PESO ESPECIFICO: .000025
PERIMETRO EXPOSTO: 140.000000
UMIDADE DO AR: 60.000000
-----
MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E: 21000.000000
ey: .002380
esh: .000000
    
```

Figura 74: propriedades dos materiais - norma brasileira (kN, cm)

A figura 75 mostra uma tabela com os resultados das forças de esforço normal, esforço cortante e momento fletor ao longo do elemento, referentes à combinação frequente da norma brasileira.

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			CARGA
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER	
1	.00	.00	.00	.00	-47.50	.00	-47.50	.00	.00	.00	.00
2	3.05	.00	.00	.00	-46.92	.00	-46.92	144.11	.00	.00	144.11
3	10.18	.00	.00	.00	-45.57	.00	-45.57	473.89	.00	.00	473.89
4	21.25	.00	.00	.00	-43.46	.00	-43.46	966.66	.00	.00	966.66
5	36.08	.00	.00	.00	-40.64	.00	-40.64	1590.17	.00	.00	1590.17
6	54.42	.00	.00	.00	-37.16	.00	-37.16	2303.61	.00	.00	2303.61
7	75.97	.00	.00	.00	-33.07	.00	-33.07	3060.31	.00	.00	3060.31
8	100.38	.00	.00	.00	-28.43	.00	-28.43	3810.79	.00	.00	3810.79
9	127.24	.00	.00	.00	-23.32	.00	-23.32	4505.94	.00	.00	4505.94
10	156.12	.00	.00	.00	-17.84	.00	-17.84	5100.30	.00	.00	5100.30
11	186.55	.00	.00	.00	-12.06	.00	-12.06	5555.00	.00	.00	5555.00
12	218.01	.00	.00	.00	-6.08	.00	-6.08	5840.29	.00	.00	5840.29
13	250.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	5937.50	.00	.00	5937.50
14	281.99	.00	.00	.00	6.08	.00	6.08	5840.29	.00	.00	5840.29
15	313.45	.00	.00	.00	12.06	.00	12.06	5555.00	.00	.00	5555.00
16	343.88	.00	.00	.00	17.84	.00	17.84	5100.30	.00	.00	5100.30
17	372.76	.00	.00	.00	23.32	.00	23.32	4505.94	.00	.00	4505.94
18	399.62	.00	.00	.00	28.43	.00	28.43	3810.79	.00	.00	3810.79
19	424.03	.00	.00	.00	33.07	.00	33.07	3060.31	.00	.00	3060.31
20	445.58	.00	.00	.00	37.16	.00	37.16	2303.61	.00	.00	2303.61
21	463.92	.00	.00	.00	40.64	.00	40.64	1590.17	.00	.00	1590.17
22	478.75	.00	.00	.00	43.46	.00	43.46	966.66	.00	.00	966.66
23	489.82	.00	.00	.00	45.57	.00	45.57	473.89	.00	.00	473.89
24	496.95	.00	.00	.00	46.92	.00	46.92	144.11	.00	.00	144.11
25	500.00	.00	.00	.00	47.50	.00	47.50	.00	.00	.00	.00

Figura 75: forças nas seções transversais em kN, cm - norma brasileira (combinação frequente)



Como neste exemplo o nível de protensão é zero, ou seja, concreto armado, e não existem outras forças horizontais aplicadas, o esforço normal total, por consequência, é zero. Na figura 76 foram traçados, respectivamente, os gráficos de esforço cortante e momento fletor ao longo do elemento.

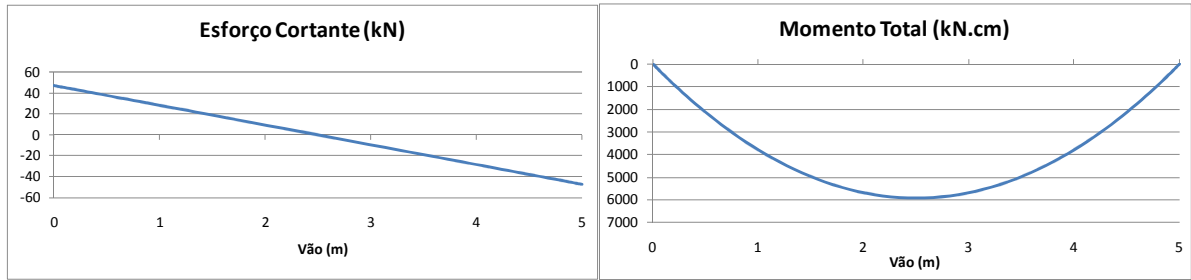


Figura 76: esforço cortante e momento fletor - norma brasileira (combinação frequente)

Os dados da verificação quanto ao ELS-W pela norma brasileira, após o cálculo de todos os casos de carga, são mostrados na figura 77 que apresenta uma tabela onde estão indicados os valores da abertura de fissuras para cada seção, sendo  $w_k$  o menor valor entre  $w_{k1}$  e  $w_{k2}$ . Este valor  $w_k$  é comparado com o valor da abertura limite permitido pela norma brasileira que, para concreto armado e classe de agressividade ambiental I, vale 0,4 mm.

VALOR LIMITE ABERTURA DE FISSURAS = .400			
SECAO	WK1	WK2	WK
1	.0000000000	.0000000000	.0000000000
2	.0000629190	.0023347644	.0000629190
3	.0006804401	.0076779799	.0006804401
4	.0028342215	.0156699966	.0028342215
5	.0076800247	.0257948686	.0076800247
6	.0161444717	.0373993392	.0161444717
7	.0285478810	.0497323462	.0285478810
8	.0443570701	.0619916843	.0443570701
9	.0621422484	.0733745568	.0621422484
10	.0797640054	.0831295610	.0797640054
11	.0947593371	.0906072640	.0906072640
12	.1048420916	.0953059134	.0953059134
13	.1083971855	.0969083084	.0969083084
14	.1048420916	.0953059134	.0953059134
15	.0947593371	.0906072640	.0906072640
16	.0797640054	.0831295610	.0797640054
17	.0621422484	.0733745568	.0621422484
18	.0443570701	.0619916843	.0443570701
19	.0285478810	.0497323462	.0285478810
20	.0161444717	.0373993392	.0161444717
21	.0076800247	.0257948686	.0076800247
22	.0028342215	.0156699966	.0028342215
23	.0006804401	.0076779799	.0006804401
24	.0000629190	.0023347644	.0000629190
25	.0000000000	.0000000000	.0000000000

Figura 77: valores de abertura de fissuras ao longo das seções em mm - norma brasileira (combinação frequente)

Observa-se que na seção central encontram-se os maiores valores de abertura de fissuras, sendo  $w_{k1} = 0,1084 \text{ mm}$  e  $w_{k2} = 0,0969 \text{ mm}$  menores que  $w_{k,lim}$ . Comparando o menor valor de abertura de fissuras apresentado por Campos Filho (2011),  $w_{k1} = 0,111 \text{ mm}$  e  $w_{k2} = 0,098 \text{ mm}$ , com o menor resultado de abertura de fissuras encontrado através do programa numérico, teve-se uma diferença de 1,12% à favor da segurança.

Já, em relação à verificação do ELS-W quanto à normalização francesa, é traçado o gráfico da deformação de cada camada de armadura passiva e a deformação limite recomendada pela norma, como indica a figura 78. Neste gráfico nota-se que as deformações na região central do vão das duas camadas inferiores ultrapassam o valor limite recomendado pela norma francesa ( $110 \cdot \sqrt{\eta \cdot f_{tj}}$ ), sendo que a deformação máxima obtida na seção central de 1,2552% supera em 1,41 vezes ao valor limite de 0,88893‰. A justificativa desta diferença entre os valores de deformação é dada, principalmente, pela visão conservadora da norma francesa ao exigir, neste tipo de verificação, a utilização de combinação de carga do tipo rara, aumentando em quase 32% a carga frequente utilizada na mesma verificação pela norma brasileira.

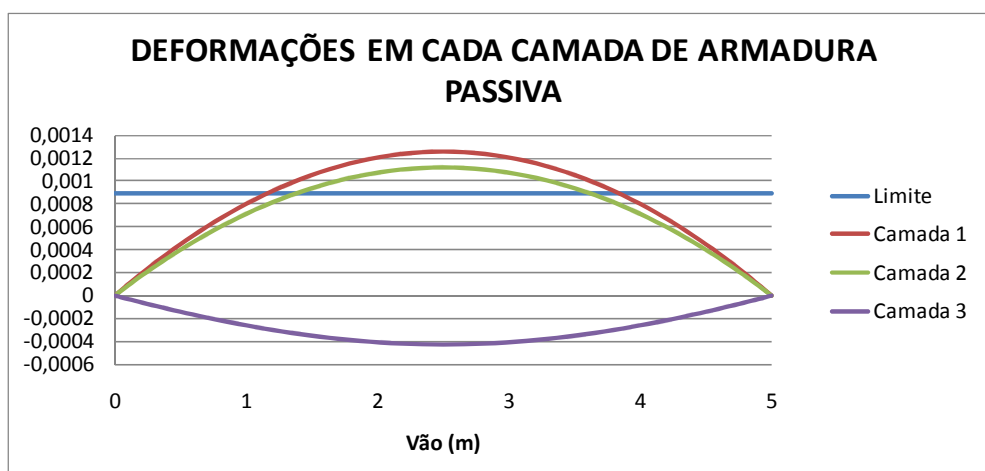


Figura 78: deformações de cada camada de armadura passiva - norma francesa (combinação rara)

Na verificação quanto ao ELS-DEF, foi comparado o valor da flecha calculada, considerando carregamento quase permanente e os efeitos de fluência e retração do concreto, com o valor máximo de deslocamento permitido. Em relação à norma brasileira, considerando a flecha limite igual ao vão/250, valor referente ao efeito de aceitabilidade sensorial, obtém-se um valor igual a 2 cm no meio do vão. Já em relação à norma francesa, este limite passa para apenas 1 cm (vão/500), por considerar a menor ductilidade dos revestimentos e paredes *não*

*estruturais*. Se existirem situações particulares, as especificações técnicas de cada projeto que vão determinar este valor limite.

A flecha imediata encontrada foi igual a 0,83 cm, sendo 1,15 vezes maior que o obtido por Campos Filho (2011), 0,72 cm. Na figura 79 estão impressos os valores dos deslocamentos verticais de cada seção, onde o valor negativo máximo, correspondente à flecha de longa duração, é comparado com o valor da flecha limite da norma brasileira.

VERIFICACAO QUANTO AO ELS-DEF			
FLECHAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS			
-----			
DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS			
-----			
1	1	.00	.0000
1	2	3.05	-.0251
1	3	10.18	-.0834
1	4	21.25	-.1731
1	5	36.08	-.2907
1	6	54.42	-.4312
1	7	75.97	-.5869
1	8	100.38	-.7484
1	9	127.24	-.9041
1	10	156.12	-1.0420
1	11	186.55	-1.1504
1	12	218.01	-1.2198
1	13	250.00	-1.2436
1	14	281.99	-1.2198
1	15	313.45	-1.1504
1	16	343.88	-1.0420
1	17	372.76	-.9041
1	18	399.62	-.7484
1	19	424.03	-.5869
1	20	445.58	-.4312
1	21	463.92	-.2907
1	22	478.75	-.1731
1	23	489.82	-.0834
1	24	496.95	-.0251
1	25	500.00	.0000
-----			
VALOR LIMITE DA FLECHA (NBR) =			-2.00000
FLECHA =			-1.24365

Figura 79: distribuição dos deslocamentos transversais ao longo das seções em cm - norma brasileira (combinação quase permanente)

Na figura 80 é traçado o gráfico do deslocamento vertical ao longo do vão do elemento estrutural referente aos valores apresentados na figura 79. Observa-se que, como o valor da flecha 1,24 cm é menor que o valor limite estabelecido pela norma brasileira, a peça está segura em relação ao ELS-DEF. Em comparação com o valor obtido por Campos Filho (2011), 1,534 cm, obteve-se uma diferença de 18,9% contra a segurança, mostrando uma margem maior em relação aos efeitos de longa duração pela norma brasileira. Já, na verificação quanto à norma francesa, considerando diferentes coeficientes de ponderação de carga na combinação quase permanente, o valor da flecha obtido não é satisfatório, sendo 1,27 cm superior ao valor limite de 1 cm.

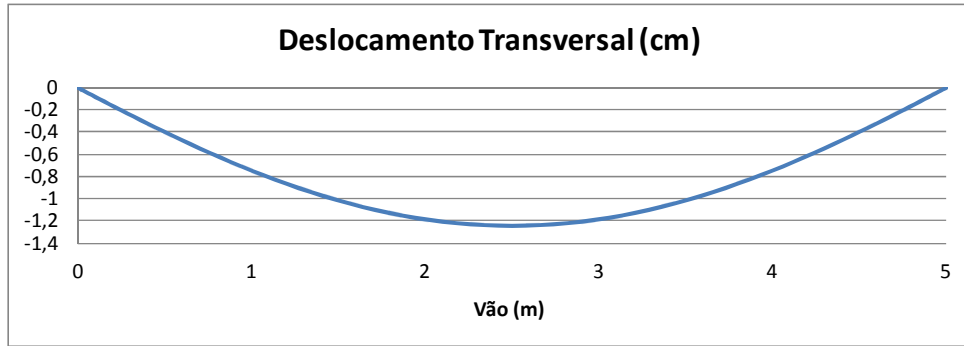


Figura 80: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (combinação quase permanente)

A partir da figura 81 pode-se analisar, segundo a norma brasileira, os resultados de deformação mecânica, módulo de elasticidade e tensão no concreto da seção de controle após a aplicação de toda a carga quase permanente no ELS, considerando os efeitos do tempo. A deformação total corresponde à soma da deformação mecânica e da deformação viscosa, devido aos efeitos reológicos. A linha neutra da seção encontra-se entre a lâmina 14 e 15, onde a seção deixa de ser comprimida.

**** RESULTADOS PARA AS SEÇÕES DE CONTROLE					
ELEMENTO 1					
13					
LAM.	POS.	DEF. TOT. (x 1E6)	DEF. MEC. (x 1E6)	MODULO	TENSAO
21	22.50	-1067.553	-270.629	2170.635	-.676
20	20.25	-972.581	-231.894	2263.756	-.590
19	18.00	-877.609	-195.617	2351.473	-.506
18	15.75	-782.637	-161.705	2433.651	-.425
17	13.50	-687.664	-130.031	2510.325	-.347
16	11.25	-592.692	-100.436	2581.692	-.271
15	9.00	-497.720	-51.795	2697.878	-.143
14	6.75	-402.748	33.862	-.030	.000
13	4.50	-307.776	119.518	-.030	.000
12	2.25	-212.803	205.175	-.030	.000
11	.00	-117.831	290.832	-.030	.000
10	-2.25	-22.859	376.488	-.030	.000
9	-4.50	72.113	462.145	-.030	.000
8	-6.75	167.086	547.802	-.030	.000
7	-9.00	262.058	633.459	-.030	.000
6	-11.25	357.030	719.115	-.030	.000
5	-13.50	452.002	804.772	-.030	.000
4	-15.75	546.975	890.429	-.030	.000
3	-18.00	641.947	976.085	-.030	.000
2	-20.25	736.919	1061.742	-.030	.000
1	-22.50	831.891	1147.399	-.030	.000

Figura 81: resultados para a seção central em kN, cm - norma brasileira (combinação quase permanente)

Na figura 82 foi traçado o gráfico da deformação mecânica da lâmina inferior e superior da seção transversal no ELS ao longo do elemento. A partir deste gráfico visualiza-se alongamento na lâmina inferior, onde foram verificadas aberturas de fissuras inferiores ao valor limite estabelecidos pela normalização brasileira, e encurtamento da lâmina superior.

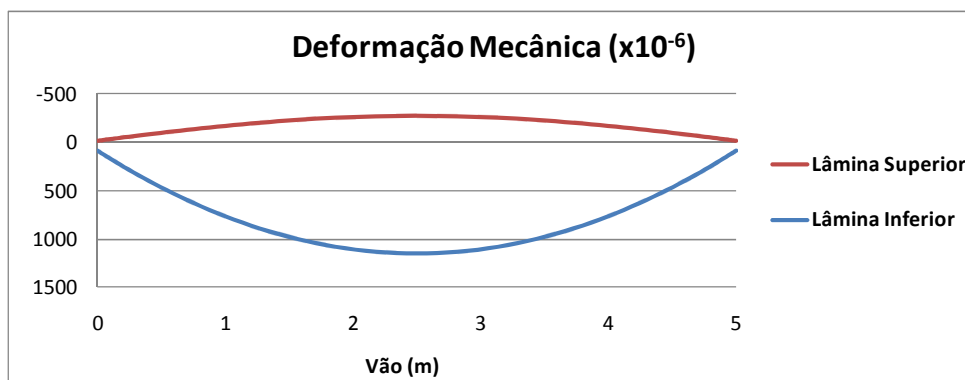


Figura 82: gráfico da deformação mecânica na lâmina inferior e superior - norma brasileira (combinação quase permanente)

A fim de verificar a segurança da estrutura submetida às combinações mais desfavoráveis, foi feita a verificação quanto ao Estado Limite Último, o qual apresenta os mesmos casos de carga utilizados na verificação do Estado Limite de Serviço. Pela norma brasileira, as cargas permanentes (peso próprio e carga permanente complementar) e variáveis são majoradas através do coeficiente de ponderação igual a  $\gamma_f = 1,4$  e as resistências dos materiais são minoradas, adotando-se o coeficiente de ponderação  $\gamma_s = 1,15$  para os aços de armadura passiva e de protensão, e o coeficiente de ponderação  $\gamma_c = 1,4$  para minorar a resistência característica à compressão do concreto e, conseqüentemente, o  $E_c$ . Em relação à norma francesa, é adotado o mesmo procedimento, sendo que as cargas são majoradas considerando  $\gamma_f = 1,35$  para cargas permanentes e  $\gamma_f = 1,5$  para cargas variáveis e os coeficientes de ponderação do aço e do concreto valem, respectivamente,  $\gamma_s = 1,15$  e  $\gamma_c = 1,5$ .

Após a análise quanto à verificação no ELU, de acordo com a norma brasileira e francesa, foram comparados os valores de momento último, devido ao carregamento último, e do momento resistente. Conforme os critérios da norma brasileira, comparou-se o momento resistente,  $13.864,37 \text{ kN.cm}$ , com o momento último,  $10.937,50 \text{ kN.cm}$ , e verificou-se que a peça apresenta um fator adicional de segurança igual a 1,27 em relação à ruptura. Em relação à norma francesa, o valor do momento resistente, igual a  $13.613,25 \text{ kN.cm}$ , é 1,24 vezes maior que o momento último, o qual apresentou valor igual a  $11.015,63 \text{ kN.cm}$ , superior ao valor obtido pela norma brasileira, devido aos diferentes coeficientes de majoração de carga. Como nos dois casos o momento último foi inferior ao momento resistente, verificou-se, assim, a segurança da peça quanto à ruptura.

### 5.2.2 Viga com Protensão Parcial Aderente

Como exemplo de protensão parcial aderente, estudou-se uma das vigas bi-apoiadas utilizadas como apoio da cobertura do teatro da Feevale que está sendo construído em frente ao campus da universidade Feevale, de Novo Hamburgo/RS e que deverá ser inaugurado em outubro de 2011. Este espaço cultural, considerado atualmente como o maior teatro do RS, terá uma área total de 10.000 m<sup>2</sup> e terá a capacidade de 1805 espectadores. A viga pré-moldada apresenta um vão de  $L = 31,8$  m e recebe carregamentos permanente ( $g = 15,606$  kN/m) e variável ( $q = 6,885$  kN/m), distribuídos por todo seu comprimento, como indica o esquema da figura 83. Na sua concepção original, ela apresenta um leve caimento em direção aos apoios, que foi desconsiderado no cálculo, a fim de escoar as águas das chuvas para as calhas laterais à construção.

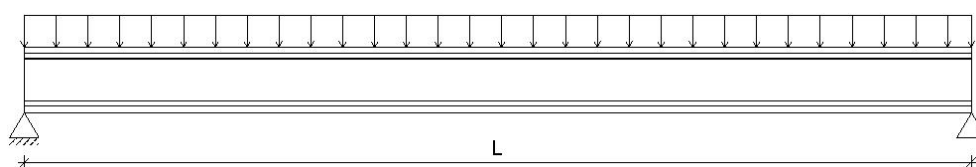


Figura 83: viga bi-apoiada

Na figura 84 está representada a seção transversal da viga, formada, inicialmente, por um perfil I pré-moldado de 1,50 m de altura, com armaduras passivas e ativas. Após o posicionamento da viga sobre os apoios laterais, é acrescentada a mesa de compressão superior através da concretagem da laje de cobertura, de 15 cm de espessura e 3,4 m de largura (entre eixos das vigas).

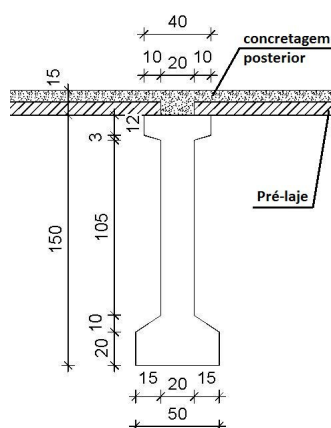


Figura 84: seção transversal da viga (cm)

O vão da viga do teatro da Feevale foi modelado por um único elemento finito do tipo híbrido ligando os nós 1 e 2, conforme mostra a figura 85. O elemento foi dividido em 35 seções transversais, distribuídas em cinco módulos de integração de forma a respeitar a geometria do perfil reto dos cabos de protensão. As figuras 86 e 87 mostram, respectivamente, a distribuição dos módulos ao longo do elemento e a distribuição das seções em cada módulo.

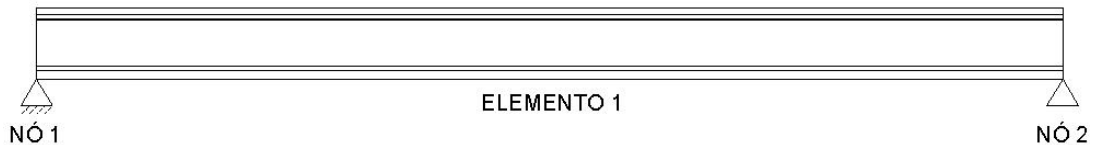


Figura 85: modelagem da viga



Figura 86: representação da distribuição dos módulos ao longo do elemento

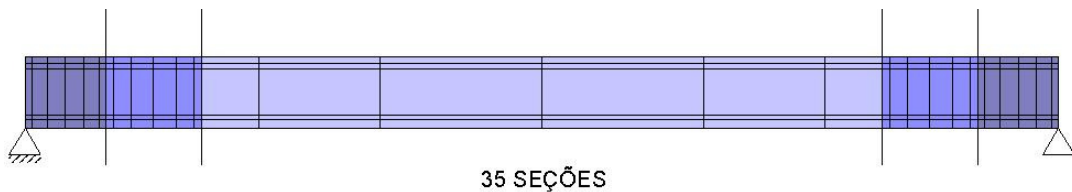


Figura 87: representação da distribuição das seções em cada módulo

A seção transversal total da viga, perfil I mais a mesa de compressão, foi discretizada em 18 lâminas e dividida em 6 módulos ao longo da sua altura, como ilustra a figura 88. A seção pré-fabricada é formada por 5 módulos de integração com 2 camadas cada, e a laje por um único módulo (módulo 6) composto por 2 camadas. A regra de integração numérica utilizada foi a de Lobatto.

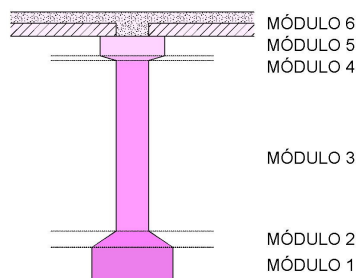


Figura 88: representação dos módulos na seção transversal total

O concreto utilizado tem resistência característica à compressão de  $4 \text{ kN/cm}^2$  e a sua resistência à tração foi desprezada. O valor do módulo de elasticidade do concreto,  $E_c$ , calculado a partir do  $f_{ck}$ , vale  $3541,751 \text{ kN/cm}^2$  e  $3761,947 \text{ kN/cm}^2$  no ELS, respectivamente para as normas brasileira e francesa. A resistência final do concreto foi estimada em  $0,5 \text{ kN/cm}^2$  e os parâmetros  $\beta$  e  $\beta_\sigma$  em 1,0 e 0,4, respectivamente.

Foi considerado o comportamento não-linear dos materiais sendo dispensável o uso dos diagramas simplificados. Em relação aos valores para a deformação relativa à resistência à compressão do concreto ( $\epsilon_{c0}$ ) e a deformação final ( $\epsilon_{cf}$ ) adotaram-se 2‰ e 10‰, respectivamente.

Para armadura passiva foi utilizado aço do tipo CA-50, respeitando cobrimento de 2,5 cm. O módulo de elasticidade da armadura de tração ( $E_s$ ) é igual a  $21.000 \text{ kN/cm}^2$  e a sua deformação de escoamento no ELS vale 0,00238. O comportamento *tension stiffening* é desconsiderado. As barras de armadura passiva foram distribuídas em 13 camadas, como ilustra a figura 89, sendo que a camada 13 foi adicionada posteriormente, aos 29 dias, juntamente com a concretagem da mesa de compressão.

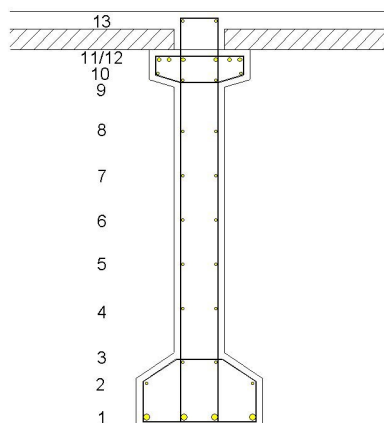


Figura 89: distribuição das camadas de armadura passiva ao longo da seção



No quadro 20 estão indicadas as características de cada camada de armadura passiva, como a posição em relação à base, bitola, quantidade de barras, seção de armadura e data.

CAMADA	ALTURA (cm)	BITOLA (mm)	Nº BARRAS	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	DATA (dias)
1	4,5	25	4	19,63	28
2	20	8	2	1,01	28
3	30	8	2	1,01	28
4	50	8	2	1,01	28
5	70	8	2	1,01	28
6	85	8	2	1,01	28
7	100	8	2	1,01	28
8	120	8	2	1,01	28
9	135	8	2	1,01	28
10	140	8	2	1,01	28
11	145	16	6	12,06	28
12	145	12,5	4	4,91	28
13	160	10	2	1,57	29

Quadro 20: características de cada camada de armadura passiva

Na armadura de protensão, utilizou-se o aço tipo CP-190RB com módulo de elasticidade,  $E_p$ , igual a 19.500 kN/cm<sup>2</sup>. A sua tensão de escoamento, que corresponde a 90% da resistência do aço de protensão ( $f_{pu}=190$  kN/cm<sup>2</sup>), é igual a 171 kN/cm<sup>2</sup>. Os valores da deformação convencional de escoamento,  $\varepsilon_{py}$ , e da deformação de ruptura do aço de protensão,  $\varepsilon_{pu}$ , foram considerados igual a 0,01 e 0,071, respectivamente. De acordo com o projeto das vigas de cobertura do teatro da Feevale, a tensão inicial adotada nos cabos de protensão foi de 152 kN/cm<sup>2</sup>.

Os cabos aderentes de protensão apresentam perfil reto e estão distribuídos em três camadas conforme indicado na figura 90. O quadro 21 mostra as características de locação, bitola, número de cabos, seção de armadura e data de protensão em cada camada de armadura ativa.

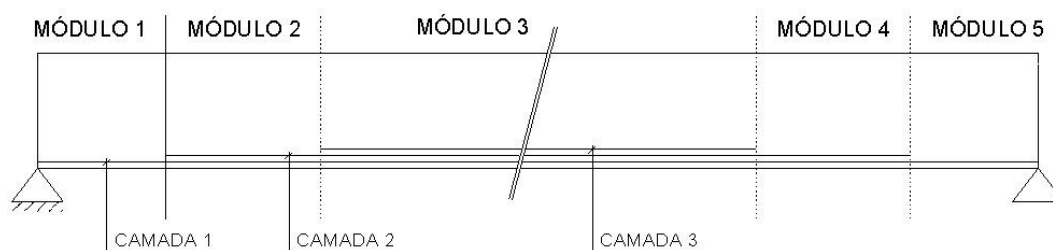


Figura 90: distribuição das camadas de armadura ativa ao longo da seção

CAMADA	ALTURA (cm)	BITOLA (mm)	Nº CORDOALHAS	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	DATA (dias)
1	9	15,2	8	11,48	28
2	14	15,2	6	8,61	28
3	19	15,2	6	8,61	28

Quadro 21: características de cada camada de armadura ativa

A primeira etapa de verificação da viga refere-se ao Estado Limite de Serviço. Como este exemplo apresenta uma protensão do tipo parcial, deve-se verificar a segurança em relação ao Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras (ELS-W) e de Deformações Excessivas (ELS-DEF). Em seguida, são realizados estudos complementares como o Estado Limite Último à Flexão, Estado Limite Último ao Cisalhamento e o Estado Limite Último no Ato de Protensão.

No quadro 22 estão indicados os cinco casos de carga considerados na verificação do ELS, onde PP significa peso próprio. O carregamento distribuído aplicado foi calculado conforme a combinação de carga exigida nas verificações de serviço, referentes a cada norma. Na verificação quanto ao ELS-W, foi considerada uma carga distribuída de 18,36 kN/m (combinação frequente) para a norma brasileira e 22,491 kN/m (combinação rara) para a norma francesa. Em relação à verificação do ELS-DEF foi considerada uma carga distribuída de 17,67 kN/m e 18,36 kN/m (combinação quase permanente), referentes, respectivamente, à norma brasileira e francesa.

CASOS DE CARGA – ELS			
CASOS	TIPOS	DATA INICIAL (dias)	DATA FINAL (dias)
1	PP PERFIL I + PROTENSÃO	28	28
2	PP MESA	29	29
3	CARGA PERMANENTE (g)	29	29
4	EFEITOS DO TEMPO	29	10.000
5	CARGA VARIÁVEL (q)	10.000	10.000

Quadro 22: casos de carga analisados na verificação do ELS

Conforme o quadro acima, aos 28 dias é feita a análise da peça, considerando a protensão agindo somente sobre o perfil I pré-moldado. O segundo caso de carga é aplicado aos 29 dias onde é acrescentada a mesa de compressão na parte superior da seção. Já com a seção total trabalhando de forma monolítica, adiciona-se a parcela do carregamento permanente (g), que corresponde à parcela da carga total da estrutura não minorada. Entre os 29 e 10.000 dias são calculados os efeitos do tempo de fluência, retração e relaxação, atuando sobre a seção total.

Após a análise do comportamento da estrutura em relação ao tempo, é aplicada, aos 10.000 dias, a última parcela de carregamento, correspondente à carga variável (q) minorada ao longo das seções do elemento. Para os casos 1, 2, 3 e 5 foram previstos 5 incrementos de cargas.

Ao final da etapa de análise e de verificação quanto ao ELS pela norma brasileira e francesa, são impressos e analisados os resultados na etapa de pós-processamento. Os dados de entrada do exemplo, como propriedades dos materiais, indicados na figura 91, são comuns às duas verificações, exceto o valor do módulo de elasticidade do concreto.

```

*****
***** DADOS DE ENTRADA *****
*****
**** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
-----
CONCRETO
-----
1
-----
Ec: 3541.751000
fc: -4.000000
fcf: -.500000
ft: .000100
ec: -.002000
ecf: -.010000
B: 1.000000
Bs: .400000
PESO ESPECIFICO: .000025
PERIMETRO EXPOSTO: 350.000000
UMIDADE DO AR: 80.000000
-----
MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E: 21000.000000
ey: .002380
Esh: .000000
-----
AÇO DE PROTENSÃO
-----
Ep = 19500.000000
f 0.01 = 171.000000
e 0.01 = .010000
fpu = 190.000000
epu = .071000

```

Figura 91: propriedades dos materiais (norma brasileira)

Na figura 93 foram traçados os gráficos de esforço normal devido à protensão e de esforço cortante ao longo do elemento devido ao carregamento frequente da norma brasileira, referentes aos valores tabelados na figura 92. Como os cabos são retos, a protensão não gera solicitações relativas ao esforço cortante. A figura 94 mostra, primeiramente, os gráficos dos momentos fletores em relação ao carregamento (combinação frequente) e à protensão aplicada, e, em seguida, é traçado o gráfico do momento total que representa a soma destes dois. Nos gráficos de esforço normal, momento de protensão e momento total identificam-se claramente os “dentes” devido o uso de cabos de protensão com comprimento diferente. Nesta verificação, a partir dos valores de momento fletor, observa-se que a força de protensão absorve praticamente 72% do carregamento total, relativo à combinação frequente.

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER CARGA	
1	.00	-1358.50	-1358.50	.00	-654.44	.00	-654.44	-148115.23	-148115.23	.00	.00
2	21.22	-1364.79	-1364.79	.00	-645.71	.00	-645.71	-135005.08	-148801.01	.00	13795.93
3	66.39	-1377.44	-1377.44	.00	-627.12	.00	-627.12	-107636.73	-150180.62	.00	42543.89
4	125.00	-1393.29	-1393.29	.00	-602.99	.00	-602.99	-73318.48	-151908.36	.00	78589.87
5	183.61	-1408.50	-1408.50	.00	-578.87	.00	-578.87	-40344.40	-153566.54	.00	113222.15
6	228.78	-1419.77	-1419.77	.00	-560.28	.00	-560.28	-15844.51	-154795.45	.00	138950.94
7	250.00	-1424.98	-1424.98	.00	-551.54	.00	-551.54	-4615.49	-155363.99	.00	150748.50
8	250.00	-2369.27	-2369.27	.00	-551.54	.00	-551.54	-102482.10	-253230.60	.00	150748.50
9	275.47	-2379.47	-2379.47	.00	-541.06	.00	-541.06	-89661.40	-254322.28	.00	164660.88
10	329.67	-2400.48	-2400.48	.00	-518.75	.00	-518.75	-63184.61	-256569.74	.00	193385.13
11	400.00	-2426.36	-2426.36	.00	-489.80	.00	-489.80	-30488.03	-259337.63	.00	228849.60
12	470.33	-2450.15	-2450.15	.00	-460.86	.00	-460.86	396.01	-261882.32	.00	262278.33
13	524.53	-2466.82	-2466.82	.00	-438.55	.00	-438.55	22989.63	-263665.34	.00	286654.98
14	550.00	-2474.29	-2474.29	.00	-428.06	.00	-428.06	33225.32	-264464.38	.00	297689.70
15	550.00	-3372.17	-3372.17	.00	-428.06	.00	-428.06	-54767.06	-352456.76	.00	297689.70
16	726.57	-3439.00	-3439.00	.00	-355.39	.00	-355.39	7397.32	-359458.41	.00	366855.73
17	1102.40	-3535.60	-3535.60	.00	-200.70	.00	-200.70	101777.48	-369575.23	.00	471352.71
18	1590.00	-3580.52	-3580.52	.00	.00	.00	.00	146003.03	-374279.95	.00	520282.98
19	2077.60	-3535.60	-3535.60	.00	200.70	.00	200.70	101777.48	-369575.23	.00	471352.71
20	2453.43	-3439.00	-3439.00	.00	355.39	.00	355.39	7397.32	-359458.41	.00	366855.73
21	2630.00	-3372.17	-3372.17	.00	428.06	.00	428.06	-54767.06	-352456.76	.00	297689.70
22	2630.00	-2474.29	-2474.29	.00	428.06	.00	428.06	33225.32	-264464.38	.00	297689.70
23	2655.47	-2466.82	-2466.82	.00	438.55	.00	438.55	22989.63	-263665.34	.00	286654.98
24	2709.67	-2450.15	-2450.15	.00	460.86	.00	460.86	396.01	-261882.32	.00	262278.33
25	2780.00	-2426.36	-2426.36	.00	489.80	.00	489.80	-30488.03	-259337.63	.00	228849.60
26	2850.33	-2400.48	-2400.48	.00	518.75	.00	518.75	-63184.61	-256569.74	.00	193385.13
27	2904.53	-2379.47	-2379.47	.00	541.06	.00	541.06	-89661.40	-254322.28	.00	164660.88
28	2930.00	-2369.27	-2369.27	.00	551.54	.00	551.54	-102482.10	-253230.60	.00	150748.50
29	2930.00	-1424.98	-1424.98	.00	551.54	.00	551.54	-4615.49	-155363.99	.00	150748.50
30	2951.22	-1419.77	-1419.77	.00	560.28	.00	560.28	-15844.51	-154795.45	.00	138950.94
31	2996.39	-1408.50	-1408.50	.00	578.87	.00	578.87	-40344.40	-153566.54	.00	113222.15
32	3055.00	-1393.29	-1393.29	.00	602.99	.00	602.99	-73318.48	-151908.36	.00	78589.87
33	3113.61	-1377.44	-1377.44	.00	627.12	.00	627.12	-107636.73	-150180.62	.00	42543.89
34	3158.78	-1364.79	-1364.79	.00	645.71	.00	645.71	-135005.08	-148801.01	.00	13795.93
35	3180.00	-1358.50	-1358.50	.00	654.44	.00	654.44	-148115.23	-148115.23	.00	.00

Figura 92: forças nas seções transversais em kN, cm - norma brasileira (combinação frequente)

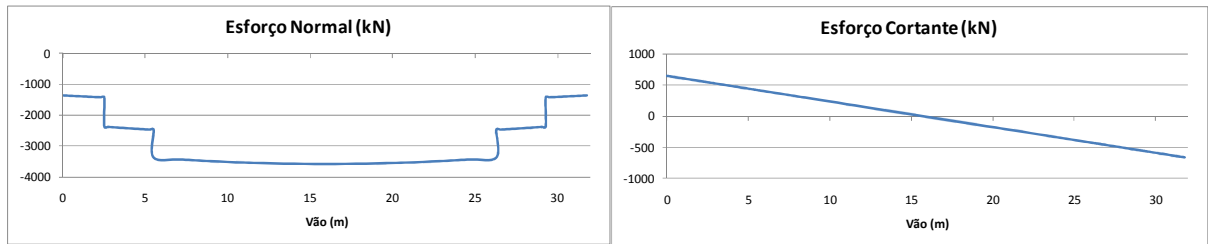


Figura 93: esforço normal e cortante - norma brasileira (combinação frequente)

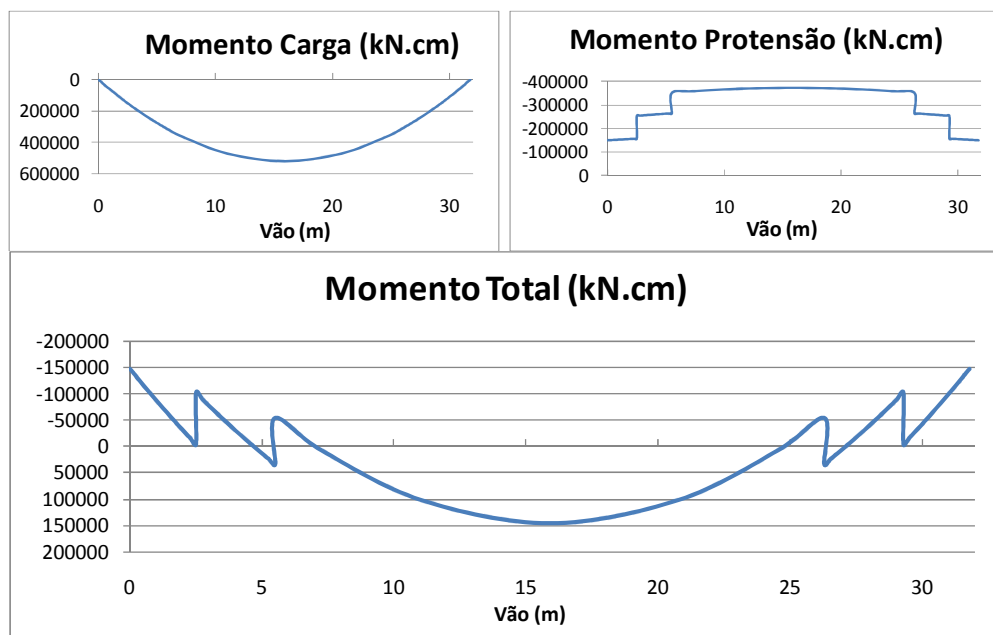


Figura 94: momento fletor - norma brasileira (combinação frequente)

Em relação à verificação quanto ao ELS-W pela norma brasileira, são apresentados na figura 95 os valores de abertura de fissuras,  $w_k$ , calculados para cada seção ao longo do elemento. Na figura 96 é traçado o gráfico da deformação de cada uma das 13 camada de armadura passiva e a deformação limite recomendada pela norma francesa ( $110 \cdot \sqrt{\eta \cdot f_{tj}}$ ).

* VALOR DA ABERTURA DE FISSURAS - wk (mm)			
* VALOR LIMITE ABERTURA DE FISSURAS = .200			
SECAO	wk1	wk2	wk
1	.0001249864	.0319561144	.0001249864
2	.0000003583	.0018502580	.0000003583
3	.0000000000	.0000000000	.0000000000
4	.0000000000	.0000000000	.0000000000
5	.0000000000	.0000000000	.0000000000
6	.0000000000	.0000000000	.0000000000
7	.0000000000	.0000000000	.0000000000
8	.0000000000	.0000000000	.0000000000
9	.0000000000	.0000000000	.0000000000
10	.0000000000	.0000000000	.0000000000
11	.0000000000	.0000000000	.0000000000
12	.0000000000	.0000000000	.0000000000
13	.0000000000	.0000000000	.0000000000
14	.0000000000	.0000000000	.0000000000
15	.0000000000	.0000000000	.0000000000
16	.0000000000	.0000000000	.0000000000
17	.0000000000	.0000000000	.0000000000
18	.0000000000	.0000000000	.0000000000
19	.0000000000	.0000000000	.0000000000
20	.0000000000	.0000000000	.0000000000
21	.0000000000	.0000000000	.0000000000
22	.0000000000	.0000000000	.0000000000
23	.0000000000	.0000000000	.0000000000
24	.0000000000	.0000000000	.0000000000
25	.0000000000	.0000000000	.0000000000
26	.0000000000	.0000000000	.0000000000
27	.0000000000	.0000000000	.0000000000
28	.0000000000	.0000000000	.0000000000
29	.0000000000	.0000000000	.0000000000
30	.0000000000	.0000000000	.0000000000
31	.0000000000	.0000000000	.0000000000
32	.0000000000	.0000000000	.0000000000
33	.0000000000	.0000000000	.0000000000
34	.0000003583	.0018502580	.0000003583
35	.0001249864	.0319561144	.0001249864

Figura 95: valores de abertura de fissuras ao longo das seções em mm - norma brasileira (combinação frequente)

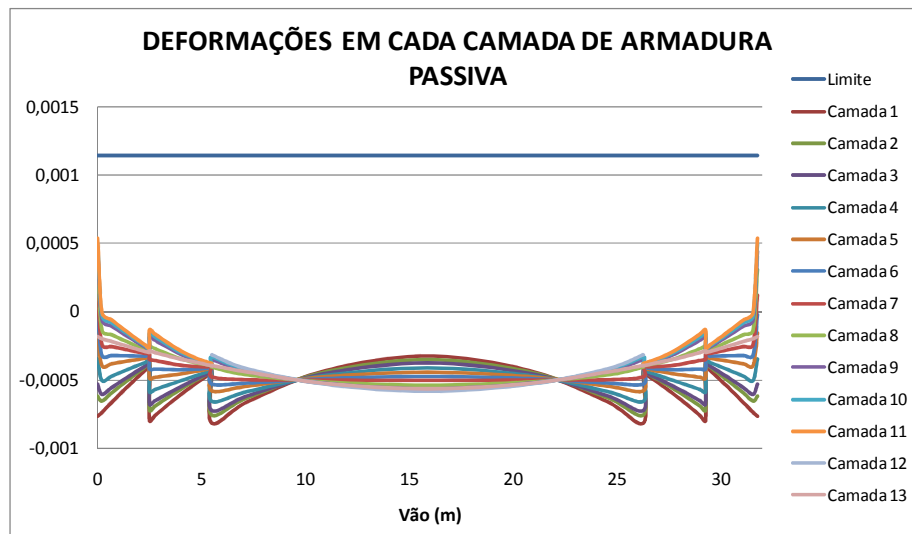


Figura 96: deformações de cada camada de armadura passiva - norma francesa (combinação rara)

As figuras 97 e 98 mostram os quadros de fissuração referentes à norma brasileira e francesa, respectivamente.

VERIFICACAO PELA NORMA BRASILEIRA - NBR6118  
 CONCRETO PROTENDIDO  
 TIPO DE PROTENSAO: PROTENSAO PARCIAL - NIVEL 1  
 TIPO DE COMBINACAO: COMBINACAO FREQUENTE  
 COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO CONCRETO  
 VERIFICACAO QUANTO AO ELS-W

9 = LÂMINA NAO CONSIDERADA NO CALCULO  
 2 = LÂMINA FISSURADA  
 1 = LÂMINA TRACIONADA  
 0 = LÂMINA COM TENSÃO ZERO  
 -1 = LÂMINA COMPRIMIDA  
 -2 = ULTRAPASSOU LIMITE COMPRESSÃO

ELEMENTO 1

LAM.	SECAO																																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35		
18	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
17	1	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	1
16	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	1
15	2	2	2	2	1	-1	-1	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	-1	-1	1	2	2	2	2	2	
14	2	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	
13	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
12	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
11	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
10	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
9	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
7	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

RESULTADO: O ELS-W não foi ultrapassado <<<<

Figura 97: quadro de fissuração - norma brasileira (combinação frequente)

VERIFICACAO PELA NORMA FRANCESA - BPEL91  
 CONCRETO PROTENDIDO  
 TIPO DE PROTENSAO: PROTENSAO PARCIAL - CLASSE III  
 TIPO DE COMBINACAO: COMBINACAO RARA  
 COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO CONCRETO  
 VERIFICACAO QUANTO AO ELS-W - ARMADURA PASSIVA

9 = LÂMINA NAO CONSIDERADA NO CALCULO  
 2 = LÂMINA FISSURADA  
 1 = LÂMINA TRACIONADA  
 0 = LÂMINA COM TENSÃO ZERO  
 -1 = LÂMINA COMPRIMIDA  
 -2 = ULTRAPASSOU LIMITE COMPRESSÃO

ELEMENTO 1

LAM.	SECAO																																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35		
18	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
17	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
16	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
15	2	2	2	2	1	-1	-1	2	2	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	2	2	-1	-1	1	2	2	2	2	2	
14	2	2	2	2	1	-1	-1	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	-1	-1	1	2	2	2	2	2	2	
13	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
12	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
11	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
10	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
9	2	2	2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	
8	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
7	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

RESULTADO: O ELS-W não foi ultrapassado <<<<

Figura 98: quadro de fissuração - norma francesa (combinação rara)

A partir dos quadros de fissuração do exemplo apresentado, constatou-se que a maioria das seções encontra-se ainda totalmente comprimida ao final da verificação de ELS. Observou-se que, tanto pela norma brasileira como pela francesa, grande parte das fibras inferiores e das fibras centrais das seções estão comprimidas (-1), diferentemente das fibras superiores, junto aos apoios, que já apresentam fissuração (2).

Na análise do ELS-W, referente à norma brasileira, foram calculados os valores de abertura de fissuras somente em 4 seções localizadas nas extremidades da viga (seções 1, 2, 34 e 35). Nos módulos destas seções, onde a camada de armadura passiva está tracionada, foi gerado um reticulado formado de pequenos retângulos a fim de determinar a área  $A_{cr}$  necessária no cálculo de  $w_k$ . Ao final desta análise, verificou-se que o valor máximo de abertura de fissuras encontrado,  $w_k = 0,000125 \text{ mm}$ , é inferior àquele estipulado pela norma brasileira ( $w_{k,lim} = 0,2 \text{ mm}$ ), garantindo, assim, a segurança da peça quanto ao ELS-W.

Em relação à normalização francesa, verifica-se o ELS-W somente através de comparações de tensões das armaduras, dispensando a discretização de cada módulo de armadura tracionada em uma malha extremamente refinada. A partir da análise do gráfico de deformações de cada camada de armadura passiva, observou-se que as camadas 7, 8, 9, 10 e 11 apresentaram tensões de tração nas seções localizadas nas extremidades da viga. Nestas seções foi feita a comparação da tensão de tração da camada de armadura com a tensão limite. Como a deformação limite correspondente é igual a 1,143‰, ou seja, valor muito maior que a deformação máxima obtida de 0,538‰, é garantida, assim, a segurança da viga em relação ao ELS-W

Em seguida, foi verificado o Estado Limite de Serviço de Deformação Excessiva, onde são comparados os valores do deslocamento transversal obtido do programa com a flecha máxima permitida pela norma brasileira e francesa. Em relação à norma brasileira, considerando a flecha limite igual ao  $v\tilde{a}o/250$ , obtém-se um valor igual a 12,72 cm. Já em relação à norma francesa, este limite passa para apenas 3,68 cm ( $0,5 \text{ cm} + v\tilde{a}o/1000$ ). Como já comentado anteriormente, se existirem projetos particulares, as especificações técnicas de cada obra que vão determinar este valor limite.

Na figura 99 estão impressos os valores dos deslocamentos verticais de cada seção, calculados a partir da combinação quase permanente da norma brasileira. Como obteve-se contra-flecha

em todas as seções, sendo 0,44 cm o valor da contra-flecha máxima, garante-se, assim, a segurança da peça em relação ao ELS-DEF. A figura 100 ilustra o deslocamento vertical ao longo do vão referente aos valores apresentados na tabela da figura 99. Em relação à norma francesa, observou-se uma situação semelhante, sendo que a contra-flecha máxima obtida foi de 0,49 cm. Segundo o projetista estrutural, estas vigas chegaram à obra com aproximadamente 4 cm de contra-flecha, e ficaram praticamente retas após a aplicação total do carregamento, como indicado no gráfico da figura 100. A contra-flecha inicial é apresentada na verificação quanto ao Estado Limite Último no Ato de Protensão, onde é analisado somente o caso de carga PP + PROTENSÃO.

FLECHAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS			
DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS			
1	1	.00	.0000
1	2	21.22	.0363
1	3	66.39	.1055
1	4	125.00	.1819
1	5	183.61	.2470
1	6	228.78	.2920
1	7	250.00	.3121
1	8	250.00	.3121
1	9	275.47	.3344
1	10	329.67	.3724
1	11	400.00	.4064
1	12	470.33	.4284
1	13	524.53	.4402
1	14	550.00	.4447
1	15	550.00	.4447
1	16	726.57	.4408
1	17	1102.40	.2329
1	18	1590.00	.0525
1	19	2077.60	.2329
1	20	2453.43	.4408
1	21	2630.00	.4447
1	22	2630.00	.4447
1	23	2655.47	.4402
1	24	2709.67	.4284
1	25	2780.00	.4064
1	26	2850.33	.3724
1	27	2904.53	.3344
1	28	2930.00	.3121
1	29	2930.00	.3121
1	30	2951.22	.2920
1	31	2996.39	.2470
1	32	3055.00	.1819
1	33	3113.61	.1055
1	34	3158.78	.0363
1	35	3180.00	.0000

VALOR LIMITE DA FLECHA (NBR) = -12.72000

Figura 99: distribuição dos deslocamentos transversais ao longo das seções em cm - norma brasileira (combinação quase permanente)

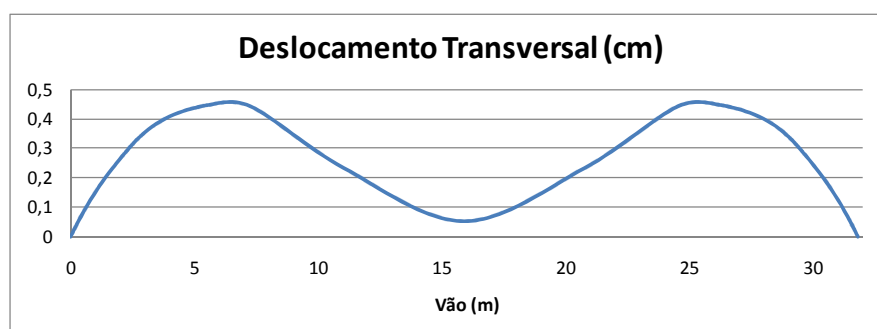


Figura 100: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (combinação quase permanente)



Utilizou-se a seção de número 18, que corresponde à seção central do vão da viga, para analisar os resultados em relação à deformação mecânica, módulo de elasticidade e tensão no concreto. Na figura 101 estão indicados estes valores em forma de tabela e é verificado que mesmo após a aplicação de toda a carga quase permanente no ELS, considerando os efeitos do tempo, esta seção central continua totalmente comprimida. Na figura 102 foi traçado o gráfico da deformação mecânica da lâmina inferior e superior da seção transversal ao longo do elemento. A partir deste gráfico visualiza-se alongamento somente na lâmina superior perto dos apoios, onde foram verificadas aberturas de fissuras inferiores ao valor limite estabelecidos pela normalização.

**** RESULTADOS PARA AS SEÇÕES DE CONTROLE					
ELEMENTO 1					
18					
LAM.	POS.	DEF. TOT. (x 1E6)	DEF. MEC. (x 1E6)	MODULO	TENSAO
18	46.97	-571.251	-153.508	3921.022	-.609
17	39.47	-542.528	-146.959	3926.637	-.583
16	31.97	-513.805	-140.399	3932.016	-.557
15	31.97	-585.434	-150.361	3923.751	-.596
14	25.97	-576.329	-147.044	3926.566	-.583
13	19.97	-567.223	-143.728	3929.317	-.570
12	19.97	-567.223	-143.728	3929.317	-.570
11	18.47	-564.947	-142.899	3929.995	-.567
10	16.97	-562.671	-142.071	3930.669	-.564
9	16.97	-562.671	-142.071	3930.669	-.564
8	-35.53	-483.000	-113.071	3951.768	-.450
7	-88.03	-403.329	-83.984	3968.026	-.334
6	-88.03	-403.329	-83.984	3968.026	-.334
5	-93.03	-395.741	-81.204	3969.320	-.323
4	-98.03	-388.153	-78.421	3970.570	-.312
3	-98.03	-388.153	-78.421	3970.570	-.312
2	-108.03	-372.978	-72.849	3972.935	-.290
1	-118.03	-357.802	-67.266	3975.120	-.268

Figura 101: resultados para a seção central em kN, cm - norma brasileira  
(combinação quase permanente)

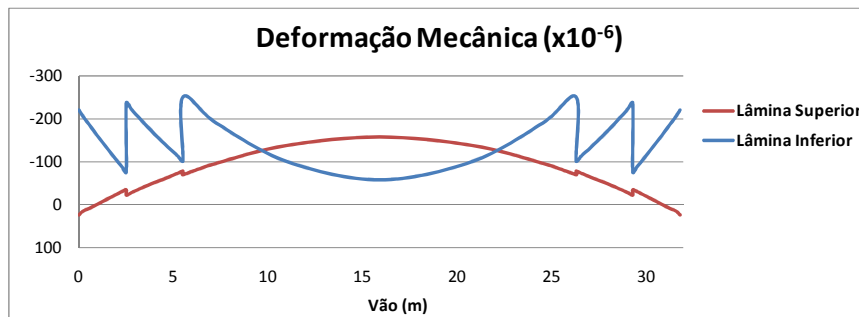


Figura 102: gráfico da deformação mecânica na lâmina inferior e superior - norma brasileira (combinação quase permanente)

Após a análise do ELS-W e do ELS-DEF, foi realizada a verificação quanto ao Estado Limite Último no Ato de Protensão em relação à norma brasileira e francesa. Conforme a norma

brasileira, nesta análise é considerado somente o caso de carga PP Perfil I + PROTENSÃO, minorando-se o valor do peso próprio, adotado como 90% do seu valor total, e majorando-se o valor da força de protensão, com o coeficiente de ponderação  $\gamma_p = 1,1$  (situação mais desfavorável). A resistência dos materiais também é minorada através dos coeficientes de ponderação  $\gamma_c = 1,2$  e  $\gamma_s = 1,15$ . A impressão dos resultados desta análise inicia-se na figura 103, onde estão indicadas as propriedades do concreto, da armadura passiva e do aço de protensão consideradas no cálculo. Como o valor do  $f_{ck}$  foi minorado, por consequência, também é utilizado um módulo de elasticidade do concreto menor que na análise anterior, sendo igual a 3233,162 kN/cm<sup>2</sup>.

```

*****
***** DADOS DE ENTRADA *****
*****
*** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
-----
CONCRETO
-----
1
-----
Ec: 3233.162000
fc: -3.333000
fcf: -.500000
ft: .000100
ec: -.002000
ecf: -.010000
B: 1.000000
Bs: .400000
PESO ESPECIFICO: .000023
PERIMETRO EXPOSTO: 350.000000
UMIDADE DO AR: 80.000000
-----
MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E: 21000.000000
ey: .002070
Esh: .000000
-----
AÇO DE PROTENSÃO
-----
Ep = 19500.000000
f 0.01 = 148.700000
e 0.01 = .010000
fpu = 165.000000
epu = .071000

```

Figura 103: propriedades dos materiais (norma brasileira)

Uma tabela com os resultados de esforço normal, esforço cortante e momento ao longo do elemento é apresentada na figura 104. Na figura 105 foram traçados os gráficos de esforço normal devido à protensão majorada e esforço cortante devido ao peso próprio minorado ao longo do elemento. A figura 106 mostra, primeiramente, os gráficos dos momentos fletores em relação ao carregamento (90% do peso próprio) e à protensão aplicada (majorada em 10%), e, em seguida, é traçado o gráfico do momento total. A partir dos gráficos de momento fletor, observa-se que 53% da força de protensão já seria suficiente para resistir aos 90% do peso próprio nesta verificação.

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER	CARGA
1	.00	-1603.63	-1603.63	.00	-143.82	.00	-143.82	-94538.49	-94538.49	.00	.00
2	21.22	-1604.36	-1604.36	.00	-141.90	.00	-141.90	-91549.49	-94581.18	.00	3031.69
3	66.39	-1605.85	-1605.85	.00	-137.81	.00	-137.81	-85319.96	-94669.08	.00	9349.11
4	125.00	-1607.68	-1607.68	.00	-132.51	.00	-132.51	-77507.05	-94777.35	.00	17270.30
5	183.61	-1609.42	-1609.42	.00	-127.21	.00	-127.21	-69998.65	-94879.47	.00	24880.81
6	228.78	-1610.68	-1610.68	.00	-123.12	.00	-123.12	-64419.41	-94954.18	.00	30534.77
7	250.00	-1611.26	-1611.26	.00	-121.20	.00	-121.20	-61860.82	-94988.13	.00	33127.31
8	250.00	-2785.19	-2785.19	.00	-121.20	.00	-121.20	-125094.30	-158221.61	.00	33127.31
9	275.47	-2786.59	-2786.59	.00	-118.90	.00	-118.90	-122116.62	-158301.21	.00	36184.59
10	329.67	-2789.43	-2789.43	.00	-114.00	.00	-114.00	-115966.19	-158463.00	.00	42496.80
11	400.00	-2792.86	-2792.86	.00	-107.64	.00	-107.64	-108368.02	-158658.22	.00	50290.20
12	470.33	-2795.84	-2795.84	.00	-101.27	.00	-101.27	-101191.86	-158828.09	.00	57636.24
13	524.53	-2797.98	-2797.98	.00	-96.37	.00	-96.37	-95957.29	-158950.35	.00	62993.06
14	550.00	-2798.76	-2798.76	.00	-94.07	.00	-94.07	-93576.50	-158994.46	.00	65417.96
15	550.00	-3946.22	-3946.22	.00	-94.07	.00	-94.07	-149441.19	-214859.15	.00	65417.96
16	726.57	-3957.32	-3957.32	.00	-78.10	.00	-78.10	-134851.18	-215468.53	.00	80617.35
17	1102.40	-3968.86	-3968.86	.00	-44.10	.00	-44.10	-112520.61	-216101.40	.00	103580.79
18	1590.00	-3973.71	-3973.71	.00	.00	.00	.00	-102033.55	-216366.87	.00	114333.32
19	2077.60	-3968.86	-3968.86	.00	44.10	.00	44.10	-112520.61	-216101.40	.00	103580.79
20	2453.43	-3957.32	-3957.32	.00	78.10	.00	78.10	-134851.18	-215468.53	.00	80617.35
21	2630.00	-3946.22	-3946.22	.00	94.07	.00	94.07	-149441.19	-214859.15	.00	65417.96
22	2630.00	-2798.76	-2798.76	.00	94.07	.00	94.07	-93576.50	-158994.46	.00	65417.96
23	2655.47	-2797.98	-2797.98	.00	96.37	.00	96.37	-95957.29	-158950.35	.00	62993.06
24	2709.67	-2795.84	-2795.84	.00	101.27	.00	101.27	-101191.86	-158828.09	.00	57636.24
25	2780.00	-2792.86	-2792.86	.00	107.64	.00	107.64	-108368.02	-158658.22	.00	50290.20
26	2850.33	-2789.43	-2789.43	.00	114.00	.00	114.00	-115966.19	-158463.00	.00	42496.80
27	2904.53	-2786.59	-2786.59	.00	118.90	.00	118.90	-122116.62	-158301.21	.00	36184.59
28	2930.00	-2785.19	-2785.19	.00	121.20	.00	121.20	-125094.30	-158221.61	.00	33127.31
29	2930.00	-1611.26	-1611.26	.00	121.20	.00	121.20	-61860.82	-94988.13	.00	33127.31
30	2951.22	-1610.68	-1610.68	.00	123.12	.00	123.12	-64419.41	-94954.18	.00	30534.77
31	2996.39	-1609.42	-1609.42	.00	127.21	.00	127.21	-69998.65	-94879.47	.00	24880.81
32	3055.00	-1607.68	-1607.68	.00	132.51	.00	132.51	-77507.05	-94777.35	.00	17270.30
33	3113.61	-1605.85	-1605.85	.00	137.81	.00	137.81	-85319.96	-94669.08	.00	9349.11
34	3158.78	-1604.36	-1604.36	.00	141.90	.00	141.90	-91549.49	-94581.18	.00	3031.69
35	3180.00	-1603.63	-1603.63	.00	143.82	.00	143.82	-94538.49	-94538.49	.00	.00

Figura 104: forças nas seções transversais em kN e cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

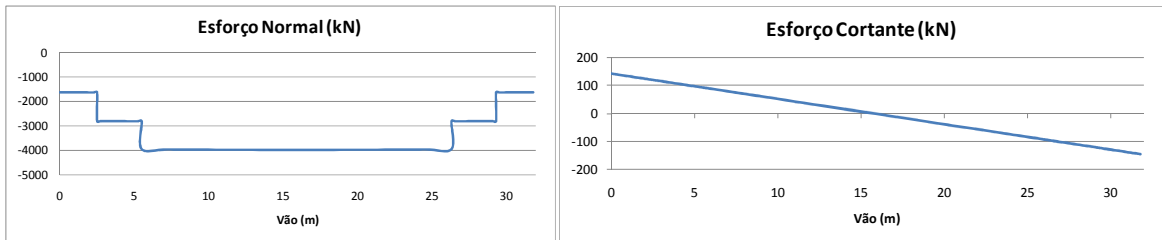


Figura 105: esforço normal e cortante - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

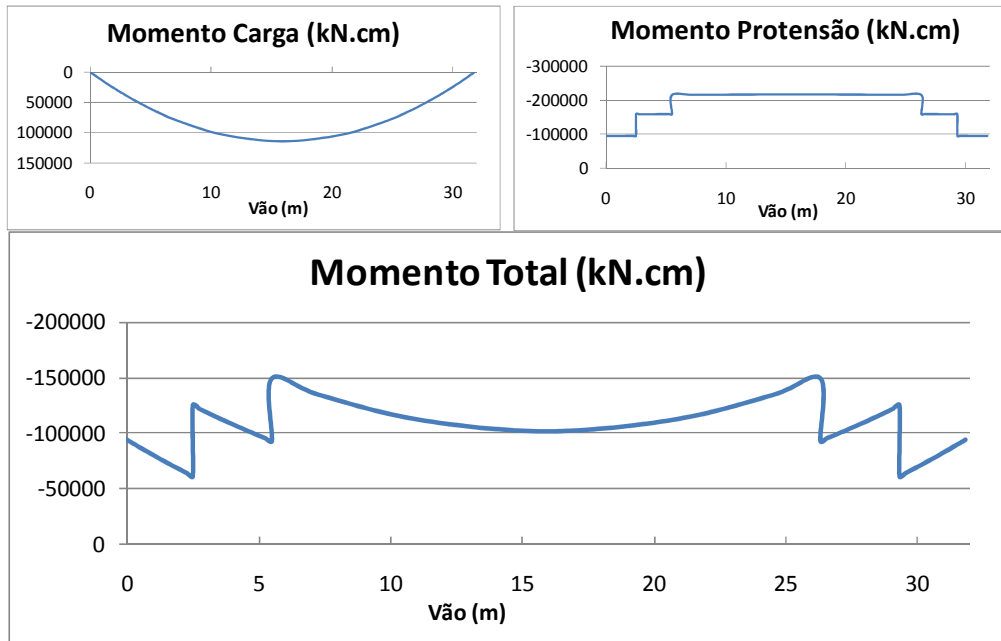


Figura 106: momento fletor - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

As deformações e os deslocamentos em cada seção transversal são mostrados em uma tabela na figura 107, onde observa-se uma contra-flecha máxima de 4,51 cm no centro do vão devido aos efeitos da protensão, como previsto pelo projetista. O gráfico em relação ao deslocamento vertical ao longo do vão foi traçado na figura 108.

DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS						
	DEFORMACOES			DESLOCAMENTOS		
	LAM. REF. (x 1E6)	CURVATURA (x 1E6)		AXIAL	GIRO	TRANSV.
1	.00	-65.01	-4.25	.0000	.0058	.0000
2	21.22	-68.99	-4.04	-.0015	.0057	.1223
3	66.39	-77.29	-3.61	-.0051	.0055	.3766
4	125.00	-87.72	-3.06	-.0110	.0054	.6955
5	183.61	-97.77	-2.55	-.0180	.0052	1.0039
6	228.78	-105.27	-2.17	-.0241	.0051	1.2356
7	250.00	-108.71	-1.99	-.0219	.0050	1.3430
8	250.00	-170.06	-4.93	-.0219	.0050	1.3430
9	275.47	-173.89	-4.71	-.0263	.0049	1.4697
10	329.67	-181.84	-4.26	-.0363	.0047	1.7292
11	400.00	-191.76	-3.71	-.0506	.0044	2.0473
12	470.33	-199.47	-3.24	-.0658	.0041	2.3470
13	524.53	-205.13	-2.90	-.0782	.0040	2.5671
14	550.00	-205.72	-2.80	-.0790	.0039	2.6675
15	550.00	-282.81	-5.60	-.0790	.0039	2.6675
16	726.57	-302.32	-4.40	-.1324	.0031	3.2830
17	1102.40	-303.07	-3.49	-.2464	.0016	4.1366
18	1590.00	-301.84	-3.13	-.3929	.0000	4.5092
19	2077.60	-303.07	-3.49	-.5420	-.0016	4.1366
20	2453.43	-302.32	-4.40	-.6545	-.0031	3.2830
21	2630.00	-282.81	-5.60	-.7063	-.0039	2.6675
22	2630.00	-205.72	-2.80	-.7063	-.0039	2.6675
23	2655.47	-205.13	-2.90	-.7116	-.0040	2.5671
24	2709.67	-199.47	-3.24	-.7222	-.0041	2.3470
25	2780.00	-191.76	-3.71	-.7351	-.0044	2.0473
26	2850.33	-181.84	-4.26	-.7464	-.0047	1.7292
27	2904.53	-173.89	-4.71	-.7541	-.0049	1.4697
28	2930.00	-170.06	-4.93	-.7635	-.0050	1.3430
29	2930.00	-108.71	-1.99	-.7635	-.0050	1.3430
30	2951.22	-105.27	-2.17	-.7657	-.0051	1.2356
31	2996.39	-97.77	-2.55	-.7700	-.0052	1.0039
32	3055.00	-87.72	-3.06	-.7744	-.0054	.6955
33	3113.61	-77.29	-3.61	-.7777	-.0055	.3766
34	3158.78	-68.99	-4.04	-.7793	-.0057	.1223
35	3180.00	-65.01	-4.25	-.7853	-.0058	.0000

Figura 107: deformações e deslocamentos transversais ao longo das seções em cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

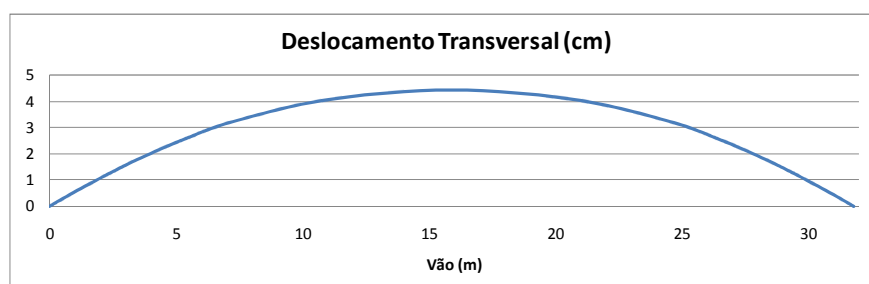


Figura 108: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

Na figura 109 estão indicados os resultados em relação à deformação mecânica, módulo de elasticidade e tensão no concreto, na seção central do vão. Verifica-se que no ELU no Ato da Protensão esta seção de controle encontra-se totalmente comprimida e a tensão na borda inferior da viga no vão central corresponde a 1,584 kN/cm<sup>2</sup>, ou seja, aproximadamente 48% da resistência à compressão do concreto minorada (3,333 kN/cm<sup>2</sup>).

\*\*\*\* RESULTADOS PARA AS SEÇÕES DE CONTROLE

ELEMENTO 1

18

LAM.	POS.	DEF. TOT. (x 1E6)	DEF. MEC. (x 1E6)	MODULO	TENSAO
15	82.05	-44.738	-44.738	3236.978	-.145
14	76.05	-63.540	-63.540	3235.681	-.206
13	70.05	-82.341	-82.341	3232.668	-.266
12	70.05	-82.341	-82.341	3232.668	-.266
11	68.55	-87.042	-87.042	3231.646	-.282
10	67.05	-91.742	-91.742	3230.518	-.297
9	67.05	-91.742	-91.742	3230.518	-.297
8	14.55	-256.258	-256.258	3125.210	-.821
7	-37.95	-420.774	-420.774	2903.314	-1.319
6	-37.95	-420.774	-420.774	2903.314	-1.319
5	-42.95	-436.442	-436.442	2876.982	-1.364
4	-47.95	-452.110	-452.110	2849.854	-1.409
3	-47.95	-452.110	-452.110	2849.854	-1.409
2	-57.95	-483.446	-483.446	2793.327	-1.497
1	-67.95	-514.782	-514.782	2733.964	-1.584

Figura 109: resultados para a seção de controle em kN, cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

A figura 110 mostra a deformação mecânica na lâmina inferior e superior ao longo do elemento. Através deste gráfico pode-se observar que a lâmina inferior encontra-se totalmente comprimida, enquanto que na lâmina superior, na região dos apoios, ocorrem alongamentos.

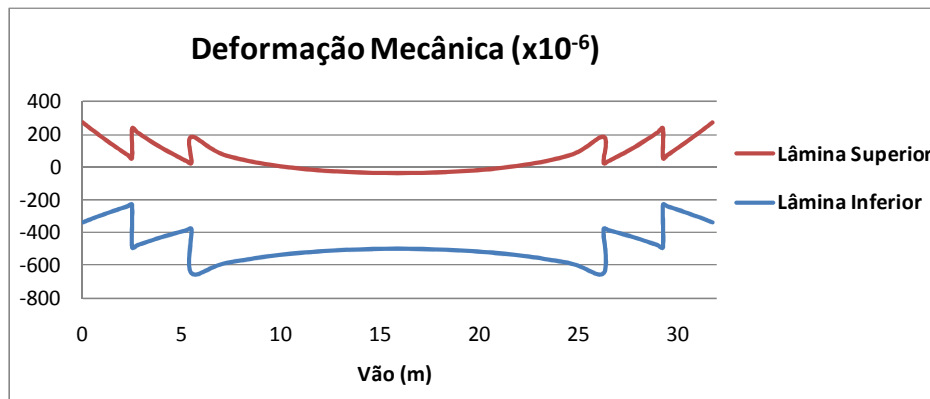


Figura 110: distribuição das deformações da lâmina inferior e superior - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

Conforme a norma francesa, este tipo de verificação é feito no ELS, ao invés do ELU. Assim como na norma brasileira, é considerado somente o caso de carga PP Perfil I + PROTENSÃO, sendo que o peso próprio não é minorado e a força de protensão não é majorada, conforme recomendam os critérios do *BPEL 91* (1992). Como as resistências dos materiais não são minoradas, então o valor do módulo de elasticidade do concreto continua igual ao utilizado nas verificações ELS, ou seja, 3761,947 kN/cm<sup>2</sup>. Na figura 111 está

indicado o quadro de fissuração referente à análise da viga em construção pela norma francesa e observa-se que a peça está totalmente comprimida na parte inferior e tracionada na região próxima aos apoios. Como a tensão de tração máxima encontrada nas camadas de armadura foi de 15,68 kN/cm<sup>2</sup>, sendo inferior ao valor limite de 24 kN/cm<sup>2</sup> ( $110 \cdot \sqrt{\eta \cdot f_{tj}}$ ), as fissuras obtidas, principalmente na parte superior perto dos apoios, apresentaram aberturas inferiores ao estabelecido por norma. Desta forma, os resultados em relação à fissuração foram satisfatórios.

VERIFICACAO PELA NORMA FRANCESA - BPEL91																																						
CONCRETO PROTENDIDO																																						
TIPO DE PROTENSAO: PROTENSAO PARCIAL - CLASSE III																																						
COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO CONCRETO																																						
9 = LÂMINA NAO CONSIDERADA NO CALCULO																																						
2 = LÂMINA FISSURADA																																						
1 = LÂMINA TRACIONADA																																						
0 = LÂMINA COM TENSÃO ZERO																																						
-1 = LÂMINA COMPRIMIDA																																						
-2 = ULTRAPASSOU LIMITE COMPRESSÃO																																						
ELEMENTO 1																																						
LAM.	SECAO																																					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35			
15	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	1	1	1	1	2	1	-1	-1	-1	1	2	1	1	1	1	2	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2		
14	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2		
13	2	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2		
12	2	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2		
11	2	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2		
10	2	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2		
9	2	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2		
8	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	
7	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

Figura 111: quadro de fissuração no momento da construção (norma francesa)

Após a verificação quanto ao ELU no Ato de Protensão, foi feita o estudo do Estado Limite Último. Nesta análise, são apresentados os mesmos casos de carga utilizados na verificação do Estado Limite de Serviço, sendo que as cargas permanentes (peso próprio e carga permanente complementar) e variáveis são majoradas através dos coeficientes de ponderação específicos de cada norma. Nesta verificação, foi considerada uma carga distribuída última de 31,49 kN/m para a norma brasileira e 31,40 kN/m para a norma francesa. As resistências dos materiais são minoradas, adotando-se o coeficiente de ponderação  $\gamma_s = 1,15$  para os aços de armadura passiva e de protensão, e o coeficiente de ponderação  $\gamma_c = 1,4$  (norma brasileira) ou  $\gamma_c = 1,5$  (norma francesa) para minorar a resistência característica à compressão do concreto e, conseqüentemente, o  $E_c$ . Para a força de protensão, é aplicado o coeficiente de ponderação igual a  $\gamma_f = 0,9$ .

No quadro 23 listam-se os casos de carga considerados no ELU, sendo que a carga variável majorada e a parcela majorada da carga permanente são consideradas após a aplicação dos efeitos do tempo.

CASOS DE CARGA – ELU			
CASOS	TIPOS	DATA INICIAL (dias)	DATA FINAL (dias)
1	PP PERFIL I + PROTENSÃO (não majorado)	28	28
2	PP MESA (não majorado)	29	29
3	CARGA PERMANENTE (g – não majorado)	29	29
4	EFEITOS DO TEMPO	29	10.000
5	PARCELA PP MAJORADO (perfil I + mesa)	10.000	10.000
6	PARCELA CARGA PERMANENTE MAJORADA	10.000	10.000
7	CARGA VARIÁVEL (q - majorado)	10.000	10.000

Quadro 23 casos de carga analisados na verificação do ELU

A impressão dos resultados desta análise inicia-se na figura 112, onde estão indicados os dados de entrada referente aos materiais. Na figura 113 estão as forças resultantes nas seções transversais, referente ao carregamento último pela norma brasileira.

```

*****
***** DADOS DE ENTRADA *****
*****
*** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
-----
CONCRETO
-----
1
-----
Ec: 2759.710000
fc: -2.429000
fcf: -.500000
ft: .000100
ec: -.002000
ecf: -.010000
B: 1.000000
Bs: .400000
PESO ESPECIFICO: .000025
PERIMETRO EXPOSTO: 350.000000
UMIDADE DO AR: 80.000000

-----
MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E: 21000.000000
ey: .002070
Esh: .000000

-----
AÇO DE PROTENSÃO
-----
Ep = 19500.000000
f 0.01 = 148.700000
e 0.01 = .010000
fpu = 165.000000
epu = .071000
    
```

Figura 112: propriedades dos materiais (norma brasileira)

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			CARGA
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER	
1	.00	-1177.25	-1177.25	.00	-1008.22	.00	-1008.22	-128354.08	-128354.08	.00	.00
2	21.22	-1186.83	-1186.83	.00	-994.76	.00	-994.76	-108144.25	-129397.90	.00	21253.65
3	66.39	-1206.59	-1206.59	.00	-966.12	.00	-966.12	-66010.91	-131552.90	.00	65541.99
4	125.00	-1230.29	-1230.29	.00	-928.96	.00	-928.96	-13063.56	-134137.03	.00	121073.47
5	183.61	-1252.38	-1252.38	.00	-891.79	.00	-891.79	37882.26	-136544.76	.00	174427.02
6	228.78	-1282.59	-1282.59	.00	-863.15	.00	-863.15	74225.39	-139838.73	.00	214064.12
7	250.00	-1320.06	-1320.06	.00	-849.69	.00	-849.69	88315.37	-143923.76	.00	232239.12
8	250.00	-2098.55	-2098.55	.00	-849.69	.00	-849.69	7941.41	-224297.72	.00	232239.12
9	275.47	-2114.04	-2114.04	.00	-833.55	.00	-833.55	27717.93	-225954.24	.00	253672.17
10	329.67	-2145.13	-2145.13	.00	-799.17	.00	-799.17	68644.10	-229279.87	.00	297923.97
11	400.00	-2186.44	-2186.44	.00	-754.58	.00	-754.58	118861.12	-233698.48	.00	352559.60
12	470.33	-2285.67	-2285.67	.00	-709.98	.00	-709.98	159748.50	-244310.51	.00	404059.01
13	524.53	-2373.09	-2373.09	.00	-675.61	.00	-675.61	187955.09	-253657.93	.00	441613.02
14	550.00	-2420.77	-2420.77	.00	-659.46	.00	-659.46	199856.55	-258756.27	.00	458612.82
15	550.00	-3040.98	-3040.98	.00	-659.46	.00	-659.46	140751.81	-317861.01	.00	458612.82
16	726.57	-3226.49	-3226.49	.00	-547.50	.00	-547.50	227884.69	-337283.48	.00	565168.17
17	1102.40	-3704.99	-3704.99	.00	-309.19	.00	-309.19	338802.33	-387351.10	.00	726153.43
18	1590.00	-3953.97	-3953.97	.00	.00	.00	.00	388149.60	-413384.50	.00	801534.10
19	2077.60	-3704.99	-3704.99	.00	309.19	.00	309.19	338802.33	-387351.10	.00	726153.43
20	2453.43	-3226.49	-3226.49	.00	547.50	.00	547.50	227884.69	-337283.48	.00	565168.17
21	2630.00	-3040.98	-3040.98	.00	659.46	.00	659.46	140751.81	-317861.01	.00	458612.82
22	2630.00	-2420.77	-2420.77	.00	659.46	.00	659.46	199856.55	-258756.27	.00	458612.82
23	2655.47	-2373.09	-2373.09	.00	675.61	.00	675.61	187955.09	-253657.93	.00	441613.02
24	2709.67	-2285.67	-2285.67	.00	709.98	.00	709.98	159748.50	-244310.51	.00	404059.01
25	2780.00	-2186.44	-2186.44	.00	754.58	.00	754.58	118861.12	-233698.48	.00	352559.60
26	2850.33	-2145.13	-2145.13	.00	799.17	.00	799.17	68644.10	-229279.87	.00	297923.97
27	2904.53	-2114.04	-2114.04	.00	833.55	.00	833.55	27717.93	-225954.24	.00	253672.17
28	2930.00	-2098.55	-2098.55	.00	849.69	.00	849.69	7941.41	-224297.72	.00	232239.12
29	2930.00	-1320.06	-1320.06	.00	849.69	.00	849.69	88315.37	-143923.76	.00	232239.12
30	2951.22	-1282.59	-1282.59	.00	863.15	.00	863.15	74225.39	-139838.73	.00	214064.12
31	2996.39	-1252.38	-1252.38	.00	891.79	.00	891.79	37882.26	-136544.76	.00	174427.02
32	3055.00	-1230.29	-1230.29	.00	928.96	.00	928.96	-13063.56	-134137.03	.00	121073.47
33	3113.61	-1206.59	-1206.59	.00	966.12	.00	966.12	-66010.91	-131552.90	.00	65541.99
34	3158.78	-1186.83	-1186.83	.00	994.76	.00	994.76	-108144.25	-129397.90	.00	21253.65
35	3180.00	-1177.25	-1177.25	.00	1008.22	.00	1008.22	-128354.08	-128354.08	.00	.00

Figura 113: forças nas seções transversais no ELU (norma brasileira)

Os gráficos de esforço normal devido à protensão e de esforço cortante ao longo do elemento foram traçados nos gráficos da figura 114.

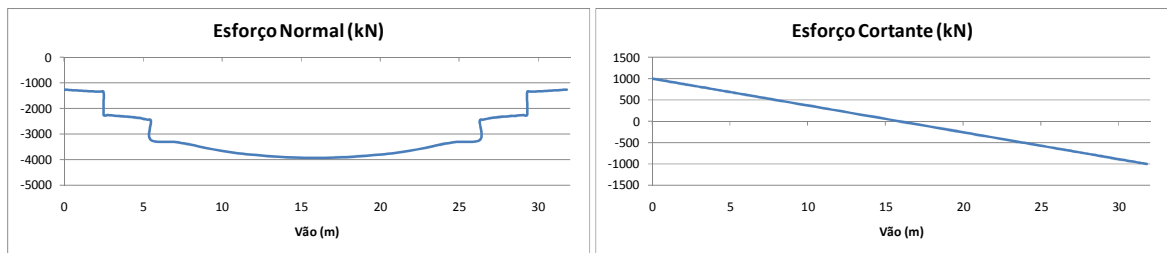


Figura 114: esforço normal e cortante no ELU (norma brasileira)

A figura 115 mostra, primeiramente, os gráficos dos momentos fletores em relação ao carregamento (combinação última) e à protensão aplicada. Em seguida, é traçado o gráfico do momento total que representa a soma destes dois. Através dos gráficos de momento, observa-se que aproximadamente 51,4% do carregamento último é resistido pela força de protensão.



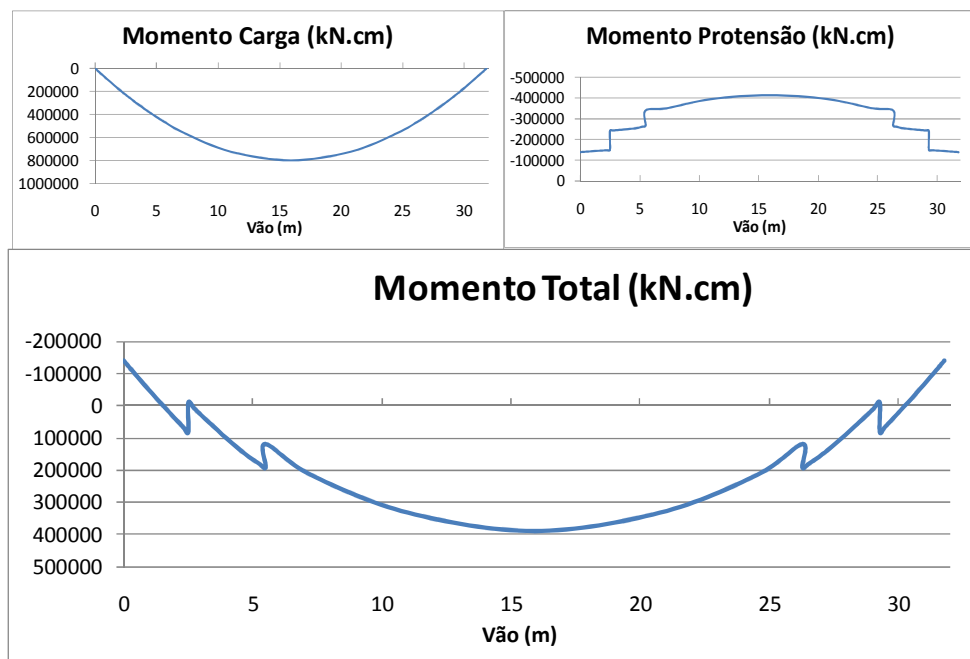


Figura 115: momento fletor no ELU (norma brasileira)

Após a análise quanto à verificação no ELU, conforme a norma brasileira e francesa, foram comparados os valores de momento último com os valores do momento resistente. Conforme os critérios da norma brasileira, comparou-se o momento resistente,  $946.026,02 \text{ kN.cm}$ , com o momento último,  $801.534,1 \text{ kN.cm}$ , e verificou-se que a peça apresenta um fator adicional de segurança igual a 1,18 em relação à ruptura. Segundo a verificação pela norma francesa, o valor do momento resistente, igual a  $989.601,99 \text{ kN.cm}$ , é 1,26 vezes maior que o momento último, o qual apresentou valor igual a  $785.986,29 \text{ kN.cm}$ , inferior ao valor obtido pela norma brasileira, devido aos diferentes coeficientes de majoração de carga. Como nos dois casos o momento último foi inferior ao momento resistente, garante-se, assim, a segurança da peça quanto à ruptura.

A título de curiosidade, é traçado o gráfico do deslocamento transversal ao longo do vão, considerando o carregamento total último (norma brasileira) atuando sobre a viga na figura 116. Sabe-se que o valor da flecha deve ser verificado somente no Estado Limite de Serviço, mas, observa-se que mesmo no Estado Limite Último a viga apresenta um deslocamento máximo de 14,8 cm, sendo já superior ao valor limite de serviço de 12,72 cm, conforme a norma brasileira.

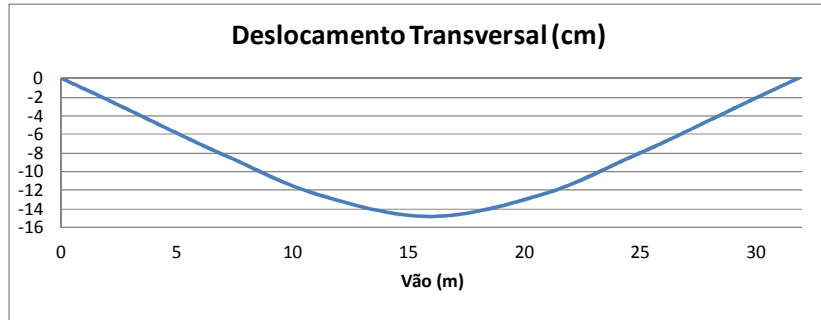


Figura 116: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento no ELU (norma brasileira)

Em relação à análise das tensões e deformações no concreto, verifica-se na figura 117 que a seção de controle já se encontra parcialmente tracionada no ELU.

\*\*\*\* RESULTADOS PARA AS SEÇÕES DE CONTROLE

ELEMENTO 1

18

LAM.	POS.	DEF. TOT. (x 1E6)	DEF. MEC. (x 1E6)	MODULO	TENSAO
18	46.97	-1090.284	-533.514	1938.719	-1.359
17	39.47	-922.680	-398.093	2253.328	-1.075
16	31.97	-755.077	-263.203	2565.964	-.750
15	31.97	-894.879	-293.836	2495.852	-.827
14	25.97	-774.448	-187.821	2734.185	-.550
13	19.97	-654.016	-81.909	2954.632	-.248
12	19.97	-654.016	-81.909	2954.632	-.248
11	18.47	-623.908	-55.447	3005.767	-.169
10	16.97	-593.800	-28.992	3054.987	-.089
9	16.97	-593.800	-28.992	3054.987	-.089
8	-35.53	459.978	893.267	-.030	.000
7	-88.03	1513.756	1809.552	-.030	.000
6	-88.03	1513.756	1809.552	-.030	.000
5	-93.03	1614.115	1899.921	-.030	.000
4	-98.03	1714.475	1997.217	-.030	.000
3	-98.03	1714.475	1997.217	-.030	.000
2	-108.03	1915.195	2191.808	-.000	.000
1	-118.03	2115.914	2386.399	.000	.000

Figura 117: resultados para a seção de controle em kN, cm no ELU (norma brasileira)

A figura 118 mostra a deformação mecânica na lâmina inferior e superior ao longo do elemento. A partir deste gráfico observa-se um alongamento nas seções centrais da lâmina inferior, enquanto que a lâmina superior apresenta-se comprimida na maioria de suas seções.

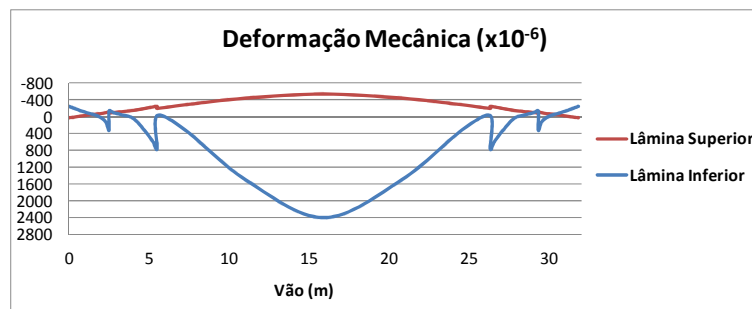


Figura 118: distribuição das deformações da lâmina inferior e superior no ELU (norma brasileira)

A última verificação feita no ELU é em relação ao esforço cortante. Conforme a NBR6118 (ABNT, 2007), em cada seção transversal, deve-se comparar o valor do esforço cortante último de cálculo,  $V_{sd}$ , com os valores dos esforços cortantes resistentes  $V_{rd2}$  e  $V_{rd3}$  calculados para cada elemento. Se o valor do esforço cortante de cálculo superar o valor de  $V_{rd2}$  ou  $V_{rd3}$ , então a armadura transversal considerada na seção não foi suficiente.

No exemplo da viga do teatro da Feevale foi verificado, primeiramente, se um quadro (dois braços de armadura) de  $\varnothing 8$  c/25 ( $A_{sw} = 4,02$  cm<sup>2</sup>/m) seria suficiente para resistir ao esforço cortante ao longo do elemento. Na figura 119 observa-se que esta armadura foi insuficiente para as seções de 1 à 10 e de 26 à 35, devendo-se aumentar a armadura transversal na região próxima aos apoios.

VERIFICACAO AO ESFORCO CORTANTE						
ELEMENTO 1						
SEC	$V_{sd}$	$V_{rd2}$	$V_c$	$V_{sw}$	$V_{rd3}$	verificação
1	1008.22	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
2	994.76	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
3	966.12	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
4	928.96	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
5	891.79	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
6	863.15	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
7	849.69	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
8	849.69	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
9	833.55	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
10	799.17	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
11	754.58	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
12	709.98	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
13	675.61	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
14	659.46	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
15	659.46	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
16	547.50	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
17	309.19	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
18	.00	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
19	309.19	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
20	547.50	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
21	659.46	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
22	659.46	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
23	675.61	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
24	709.98	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
25	754.58	1710.96	555.86	207.65	763.51	SIM
26	799.17	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
27	833.55	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
28	849.69	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
29	849.69	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
30	863.15	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
31	891.79	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
32	928.96	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
33	966.12	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
34	994.76	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO
35	1008.22	1710.96	555.86	207.65	763.51	NAO

Figura 119: verificação quanto ao corte no ELU – norma brasileira ( $A_{sw} = 4,02$  cm<sup>2</sup>/m)

Como a seção de armadura testada anteriormente não foi suficiente para resistir aos esforços cortantes nas regiões a 3,3 m do apoio, aumentou-se a área de armadura transversal para  $A_{sw} = 7,86$  cm<sup>2</sup>/m, ou seja, foram testados estribos, com dois braços de armadura, de  $\varnothing 10$  c/20. Na figura 120 nota-se que a seção de armadura considerada neste segundo teste é ainda insuficiente para suportar aos esforços cortantes localizados a 0,65 m dos apoios. A parcela  $V_{sw}$ , necessária no cálculo de  $V_{rd3}$ , praticamente dobrou de valor, obtendo-se, assim,  $V_{rd3} =$

961,86 kN, cujo valor é ainda inferior ao maior esforço cortante de cálculo ( $V_{sd} = 1008,22$  kN) localizado nas extremidades da viga. Utilizando estribos de  $\varnothing 12,5$  c/20 ( $A_{sw} = 12,27$  cm<sup>2</sup>/m), o valor de  $V_{rd3}$  passa para 1189,66 kN, superior ao esforço cortante de cálculo, satisfazendo esta verificação.

VERIFICACAO AO ESFORCO CORTANTE						
ELEMENTO 1						
SEC	Vsd	Vrd2	Vc	Vsw	Vrd3	Verificação
1	1008.22	1710.96	555.86	406.00	961.86	NAO
2	994.76	1710.96	555.86	406.00	961.86	NAO
3	966.12	1710.96	555.86	406.00	961.86	NAO
4	928.96	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
5	891.79	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
6	863.15	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
7	849.69	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
8	849.69	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
9	833.55	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
10	799.17	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
11	754.58	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
12	709.98	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
13	675.61	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
14	659.46	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
15	659.46	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
16	547.50	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
17	309.19	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
18	.00	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
19	309.19	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
20	547.50	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
21	659.46	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
22	659.46	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
23	675.61	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
24	709.98	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
25	754.58	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
26	799.17	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
27	833.55	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
28	849.69	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
29	849.69	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
30	863.15	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
31	891.79	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
32	928.96	1710.96	555.86	406.00	961.86	SIM
33	966.12	1710.96	555.86	406.00	961.86	NAO
34	994.76	1710.96	555.86	406.00	961.86	NAO
35	1008.22	1710.96	555.86	406.00	961.86	NAO

Figura 120: verificação quanto ao corte no ELU – norma brasileira ( $A_{sw} = 7,86$  cm<sup>2</sup>/m)

A figura 121 mostra a distribuição ideal dos quadros de armadura transversal ao longo da viga, conforme considerado no projeto.

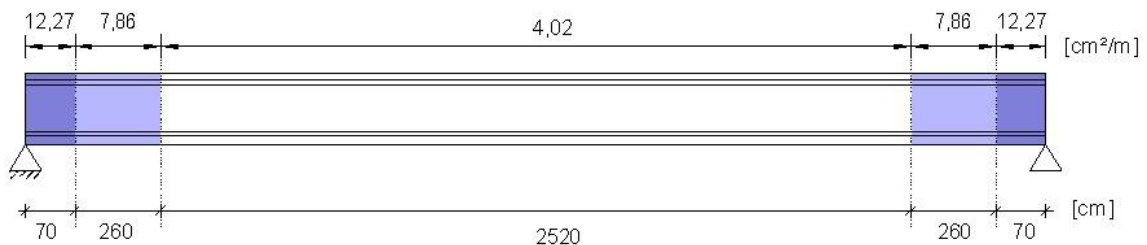


Figura 121: distribuição da armadura transversal ao longo do vão (norma brasileira)

Os resultados obtidos em relação à verificação ao corte de acordo com a norma francesa mostraram-se bem mais conservadores que os da norma brasileira. No quadro 24 são apresentadas as seções de armadura transversal necessária, bem como uma sugestão de

armadura a utilizar, considerando estribos de dois braços, e a extensão de cada zona de distribuição (A, B, C e D) ao longo do elemento, indicadas na figura 122. A partir da figura 123, que mostra os resultados da verificação ao corte no ELU, considerando  $A_{sw} = 12,56 \text{ cm}^2/\text{m}$ , nota-se que a verificação quanto à compressão das bielas de concreto já é satisfatória, sendo  $\tau_{ADM}$  superior ao módulo de  $\tau$ , enquanto que a verificação em relação à armadura transversal ainda mostra-se insuficiente nas seções laterais, próximas aos apoios, sendo  $\tau_S$  inferior ao módulo de  $\tau_{LINHA}$ .

ZONAS	$A_{sw} \text{ (cm}^2/\text{m)}$	ARMADURA SUGERIDA	EXTENSÃO (cm)
A	17,45	Ø10 c/9	184
B	15,7	Ø10 c/10	286,5
C	12,56	Ø10 c/12,5	632
D	7,86	Ø10 c/20	975

Quadro 24: características de cada zona de distribuição de armadura transversal

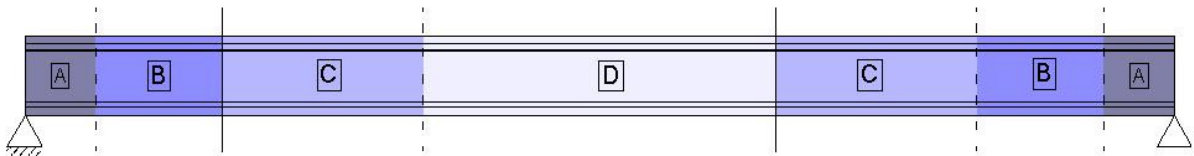


Figura 122: zonas de distribuição da armadura transversal ao longo do vão (norma francesa)

VERIFICACAO AO ESFORCO CORTANTE - ELU						
TENSÃO DE CISALHAMENTO (kn/cm²)						
ELEMENTO 1						
SEC	TAU	TAU_ADM	Verificação	TAU_S	TAU_LINHA	Verificação
1	-.37	.65	SIM	.27	-.37	NAO
2	-.37	.65	SIM	.27	-.37	NAO
3	-.36	.65	SIM	.27	-.36	NAO
4	-.35	.65	SIM	.27	-.35	NAO
5	-.33	.65	SIM	.27	-.33	NAO
6	-.32	.65	SIM	.27	-.32	NAO
7	-.32	.65	SIM	.27	-.32	NAO
8	-.32	.65	SIM	.27	-.32	NAO
9	-.31	.65	SIM	.27	-.31	NAO
10	-.30	.65	SIM	.27	-.30	NAO
11	-.28	.65	SIM	.27	-.28	NAO
12	-.26	.65	SIM	.27	-.26	SIM
13	-.25	.65	SIM	.27	-.25	SIM
14	-.24	.65	SIM	.27	-.24	SIM
15	-.24	.65	SIM	.27	-.24	SIM
16	-.20	.65	SIM	.27	-.20	SIM
17	-.11	.40	SIM	.27	-.11	SIM
18	.00	.00	SIM	.27	.00	SIM
19	.11	.40	SIM	.27	.11	SIM
20	.20	.65	SIM	.27	.20	SIM
21	.24	.65	SIM	.27	.24	SIM
22	.24	.65	SIM	.27	.24	SIM
23	.25	.65	SIM	.27	.25	SIM
24	.26	.65	SIM	.27	.26	SIM
25	.28	.65	SIM	.27	.28	NAO
26	.30	.65	SIM	.27	.30	NAO
27	.31	.65	SIM	.27	.31	NAO
28	.32	.65	SIM	.27	.32	NAO
29	.32	.65	SIM	.27	.32	NAO
30	.32	.65	SIM	.27	.32	NAO
31	.33	.65	SIM	.27	.33	NAO
32	.35	.65	SIM	.27	.35	NAO
33	.36	.65	SIM	.27	.36	NAO
34	.37	.65	SIM	.27	.37	NAO
35	.37	.65	SIM	.27	.37	NAO

Figura 123: verificação quanto ao corte no ELU – norma francesa ( $A_{sw} = 12,56 \text{ cm}^2/\text{m}$ )

### 5.2.3 Viga com Protensão Parcial Não Aderente

Para ilustrar a utilização de armaduras não aderentes nas rotinas de verificação, é apresentado um exemplo de viga bi-apoiada com protensão parcial não aderente, como indica o esquema da figura 124. Esta estrutura foi utilizada na ampliação do shopping Estação, no ano de 2003 em Curitiba/PR. A viga, moldada no local, apresenta um vão de comprimento  $L = 12,92$  m e recebe carregamentos, permanente ( $g = 9,866$  kN/m), sem considerar o peso próprio, e variável ( $q = 23,019$  kN/m), distribuídos por todo seu comprimento. Ainda nesta estrutura, são considerados os momentos  $M_1 = 468,41$  kN.m e  $M_2 = 526,31$  kN.m em cada extremidade da viga. Estes momentos, que levam em conta a soma da parcela do momento permanente (30% do momento total) com a do momento variável (70% do momento total), são utilizados como um artifício de cálculo para considerar o engastamento parcial das extremidades da viga nos pilares e foram obtidos através da análise global da estrutura.

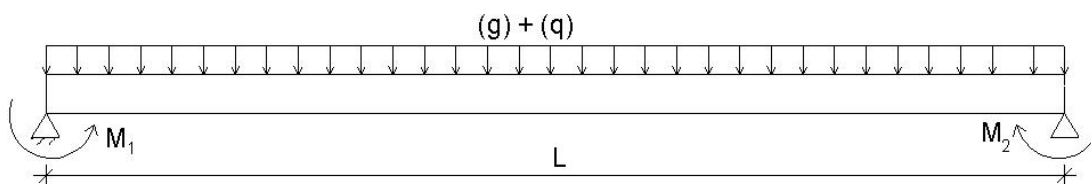


Figura 124: viga bi-apoiada

Na figura 125 está representada a seção transversal desta viga, formada por um perfil T, moldado no local, de 50 cm de altura e 75 cm de largura da base inferior, contendo armaduras passivas e ativas. A mesa de compressão superior, pertencente à laje, apresenta 16 cm de espessura e 275 cm de largura, considerando 1 m de laje de cada lado da seção.

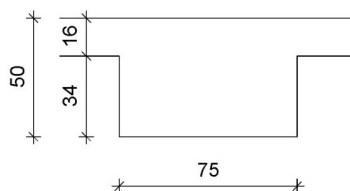


Figura 125: seção transversal da viga (cm)

O vão da viga foi modelado por um único elemento finito do tipo híbrido ligando os nós 1 e 2, conforme mostra a figura 126. O elemento foi dividido em 35 seções transversais, distribuídas em cinco módulos de integração ao longo do elemento de forma a respeitar a locação das

camadas de armadura passiva. As figuras 127 e 128 mostram, respectivamente, a distribuição dos módulos ao longo do elemento e a distribuição das seções em cada módulo.

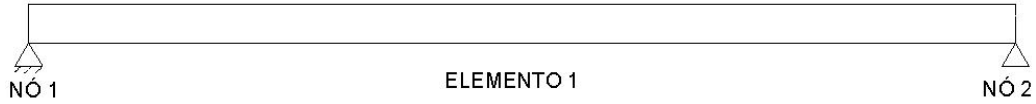


Figura 126: modelagem da viga

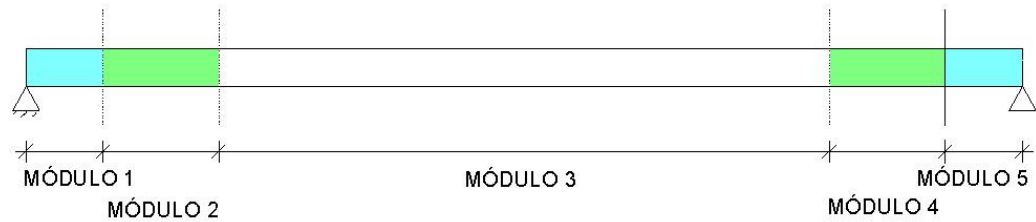


Figura 127: representação da distribuição dos módulos ao longo do elemento

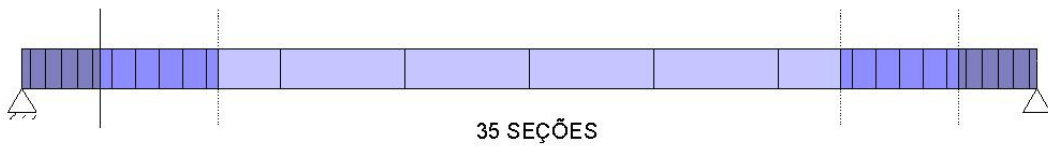


Figura 128: representação da distribuição das seções em cada módulo

A seção transversal da viga foi discretizada em 18 lâminas distribuídas em 2 módulos ao longo da sua altura, como ilustra a figura 129. Os módulos 1 e 2 da seção transversal são formados por 8 camadas cada, sendo que no primeiro módulo a camada tem espessura de 4,25 cm e no segundo, 2 cm. Assim como no exemplo anterior, escolheu-se a regra de integração numérica de Lobatto por ser mais precisa.



Figura 129: representação dos módulos na seção transversal

O concreto utilizado tem resistência característica à compressão de 4 kN/cm<sup>2</sup> e a sua resistência à tração foi desprezada. O valor do módulo de elasticidade do concreto,  $E_c$ , foi

calculado a partir do valor do  $f_{ck}$ , vale 3541,751 kN/cm<sup>2</sup> e 3761,947 kN/cm<sup>2</sup> no ELS, respectivamente para a norma brasileira e francesa.

Na análise deste exemplo foi considerado o comportamento não-linear dos materiais. Em relação aos valores para a deformação relativa à resistência à compressão do concreto ( $\epsilon_{c0}$ ) e a deformação final ( $\epsilon_{cf}$ ) adotaram-se 2‰ e 10‰, respectivamente. A tensão final do concreto foi tomada como 0,5 kN/cm<sup>2</sup>.

Para armadura passiva foi utilizado aço do tipo CA-50, respeitando cobrimento de 2,0 cm, exigido no projeto. O módulo de elasticidade da armadura de tração é igual a 21.000 kN/cm<sup>2</sup>. Considera-se um comportamento frágil para o concreto em tração.

As barras de armadura passiva foram distribuídas em 6 camadas, como ilustra a figura 130. No quadro 25 estão indicadas as características de cada camada de armadura passiva, como a posição em relação à base, bitola, quantidade de barras, seção de armadura e data.

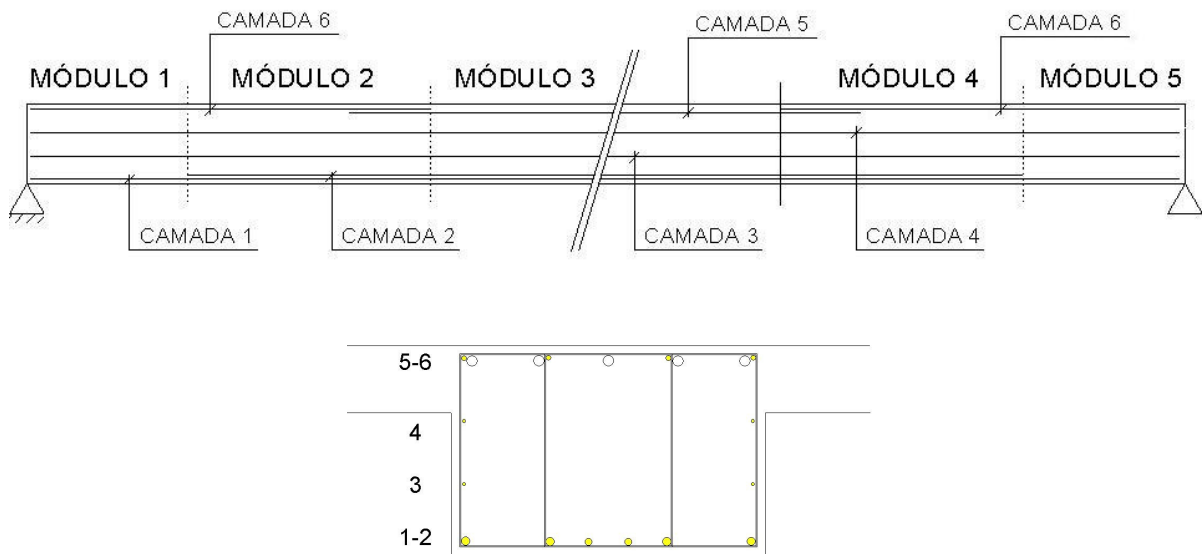


Figura 130: distribuição das camadas de armadura passiva ao longo do elemento e da seção

CAMADA	ALTURA (cm)	BITOLA (mm)	Nº BARRAS	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	DATA (dias)
1	3,8	20	4	12,57	28
2	3,8	16	2	4,02	28
3	17	6,3	2	0,62	28
4	34	6,3	2	0,62	28
5	46	10	4	3,14	28
6	46	25	6	29,45	28

Quadro 25: características de cada camada de armadura passiva



O aço de protensão utilizado foi do tipo CP-190RB com módulo de elasticidade,  $E_p$ , igual a 19.500 kN/cm<sup>2</sup>. A sua tensão de escoamento, que corresponde a 90% da resistência do aço de protensão ( $f_{pu}=190$  kN/cm<sup>2</sup>), é igual a 171 kN/cm<sup>2</sup>. Os valores da deformação convencional de escoamento,  $\varepsilon_{py}$ , e da deformação de ruptura do aço de protensão,  $\varepsilon_{pu}$ , foram considerados igual a 0,01 e 0,071, respectivamente. A tensão inicial adotada nos cabos de protensão foi de 147,9 kN/cm<sup>2</sup>.

Os dez cabos não aderentes de protensão apresentam perfil parabólico e estão distribuídos em uma única camada conforme indicado na figura 131. O quadro 26 mostra as características de locação, bitola, número de cabos, seção de armadura e data de protensão da camada de armadura ativa. No quadro 27 estão indicadas as coordenadas dos quatro segmentos de parábola utilizados no traçado do perfil curvo dos cabos de protensão.

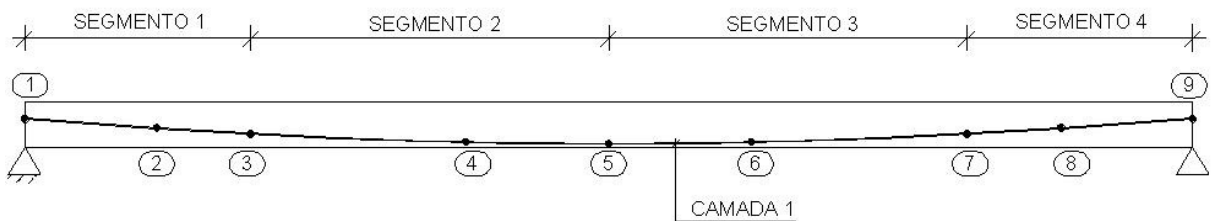


Figura 131: distribuição das camadas de armadura ativa ao longo da seção

CAMADA	ALTURA (cm)	BITOLA (mm)	Nº CORDOALHAS	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	DATA (dias)
1	variável	12,7	10	10,14	28

Quadro 26: características de cada camada de armadura ativa

COORDENADAS DOS SEGMENTOS 1, 2, 3 e 4		
POSIÇÃO	SEÇÃO	ALTURA (cm)
1	1	31
2	10	20,8
3	14 – 15	14,5
4	17	6,2
5	18	3,4
6	19	6,2
7	21 – 22	14,5
8	26	20,8
9	35	31

Quadro 27: coordenadas dos segmentos do perfil parabólico

No quadro 28 estão indicados os casos de carga considerados na verificação do ELS. O carregamento distribuído que atua sobre a viga foi calculado e minorado conforme a combinação de carga exigida nas verificações de serviço, de acordo com as verificações de ELS-W e ELS-DEF de cada norma. Na verificação quanto ao ELS-W, foi considerada uma carga distribuída de 23,677 kN/m (combinação frequente) para a norma brasileira e 32,885 kN/m (combinação rara) para a norma francesa. Em relação à verificação do ELS-DEF foi considerada uma carga distribuída de 19,074 kN/m e 24,828 kN/m (combinação quase permanente), referentes, respectivamente, à norma brasileira e francesa.

Os valores dos momentos fletores  $M_1$  e  $M_2$  utilizados na verificação quanto ao ELS-W correspondem à  $M_1 = 337,255$  kN.m e  $M_2 = 378,943$  kN.m (combinação frequente) para a norma brasileira e à  $M_1 = 468,41$  kN.m e  $M_2 = 526,31$  kN.m (combinação rara) para a norma francesa. Em relação à verificação do ELS-DEF foi considerado um momento fletor de  $M_1 = 271,678$  kN.m;  $M_2 = 305,260$  kN.m e  $M_1 = 353,650$  kN.m;  $M_2 = 397,364$  kN.m (combinação quase permanente), referentes, respectivamente, à norma brasileira e francesa.

Aos 28 dias é feita a análise da peça, considerando a protensão agindo sobre o perfil T e, em seguida, adiciona-se a parcela do carregamento permanente ( $g + M_{1g} + M_{2g}$ ). Entre os 28 e 10.000 dias são calculados os efeitos do tempo de fluência, retração e relaxação, atuando sobre a seção total. Após a análise do comportamento da estrutura em relação ao tempo, é aplicada, aos 10.000 dias, a última parcela de carregamento, correspondente à carga variável ( $q + M_{1q} + M_{2q}$ ).

CASOS DE CARGA – ELS			
CASOS	TIPOS	DATA INICIAL (dias)	DATA FINAL (dias)
1	PP PERFIL T + PROTENSÃO	28	28
2	CARGA PERMANENTE ( $g + M_{1g} + M_{2g}$ )	28	28
3	EFEITOS DO TEMPO	28	10.000
4	CARGA VARIÁVEL ( $q + M_{1q} + M_{2q}$ )	10.000	10.000

Quadro 28: casos de carga analisados na verificação do ELS

Depois de concluída a etapa de processamento, são estudados os resultados na etapa de pós-processamento. Inicialmente, são impressos os dados de entrada do exemplo, como propriedades dos materiais, indicados na figura 132, que são comuns às verificações do Estado Limite de Serviço, referentes às normas brasileira e francesa, exceto o valor do módulo de elasticidade do concreto.

```

*****
DADOS DE ENTRADA
*****

*** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

CONCRETO
-----
1
-----
EC:      3541.751000
fc:      -4.000000
fcf:     -.500000
ft:      .000100
ec:      -.002000
ecf:     -.010000
B:        1.000000
Bs:       .400000
PESO ESPECIFICO: .000025
PERIMETRO EXPOSTO: 218.000000
UMIDADE DO AR:   80.000000

MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E:      21000.000000
ey:     .002380
Esh:    .000000

AÇO DE PROTENSÃO
-----
Ep = 19500.000000
f 0.01 = 171.000000
e 0.01 = .010000
fpu = 190.000000
epu = .071000
    
```

Figura 132: propriedades dos materiais (norma brasileira)

A figura 133 mostra uma tabela com os resultados das forças de esforço normal, cortante e momento ao longo do elemento, conforme a combinação de serviço frequente da norma brasileira.

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER	CARGA
1	.00	-1260.59	-1260.59	.00	-158.68	103.29	-261.97	-36029.05	-2303.53	.00	-33725.52
2	8.49	-1260.70	-1260.70	.00	-156.54	101.94	-258.48	-34689.43	-3172.93	.00	-31516.50
3	26.56	-1260.93	-1260.93	.00	-152.00	99.07	-251.07	-31898.86	-4985.84	.00	-26913.03
4	50.00	-1261.22	-1261.22	.00	-146.10	95.34	-241.44	-28401.70	-7261.49	.00	-21140.21
5	73.44	-1261.49	-1261.49	.00	-140.20	91.62	-231.82	-25043.70	-9450.72	.00	-15592.99
6	91.51	-1261.70	-1261.70	.00	-135.66	88.74	-224.40	-22550.37	-11079.06	.00	-11471.31
7	100.00	-1261.79	-1261.79	.00	-133.52	87.39	-220.92	-21407.49	-11826.30	.00	-9581.19
8	100.00	-1261.79	-1261.79	.00	-133.52	87.39	-220.92	-21407.49	-11826.30	.00	-9581.19
9	112.73	-1261.93	-1261.93	.00	-130.32	85.37	-215.69	-19727.34	-12925.86	.00	-6801.48
10	139.84	-1262.21	-1262.21	.00	-123.51	81.06	-204.56	-16287.47	-15181.09	.00	-1106.39
11	175.00	-1262.56	-1262.56	.00	-114.67	75.46	-190.13	-12100.99	-17934.01	.00	5833.02
12	210.16	-1262.88	-1262.88	.00	-105.83	69.87	-175.69	-8226.41	-20491.23	.00	12264.83
13	237.27	-1263.11	-1263.11	.00	-99.02	65.55	-164.57	-5452.64	-22328.51	.00	16875.87
14	250.00	-1263.22	-1263.22	.00	-95.82	63.52	-159.34	-4213.38	-23151.44	.00	18938.05
15	250.00	-1263.08	-1263.08	.00	-93.08	66.26	-159.34	-4210.81	-23148.86	.00	18938.05
16	317.23	-1263.58	-1263.58	.00	-75.94	55.80	-131.74	1464.01	-27258.85	.00	28722.86
17	460.34	-1264.37	-1264.37	.00	-39.46	33.53	-72.99	9705.06	-33666.82	.00	43371.88
18	646.00	-1264.81	-1264.81	.00	3.23	.00	3.23	12628.23	-37220.13	.00	49848.36
19	831.66	-1264.37	-1264.37	.00	45.92	-33.53	79.45	8506.92	-33666.82	.00	42173.74
20	974.77	-1263.58	-1263.58	.00	82.39	-55.80	138.19	-657.62	-27258.85	.00	26601.23
21	1042.00	-1263.08	-1263.08	.00	99.53	-66.26	165.79	-6766.30	-23148.86	.00	16382.57
22	1042.00	-1263.22	-1263.22	.00	102.27	-63.52	165.79	-6768.87	-23151.44	.00	16382.57
23	1054.73	-1263.11	-1263.11	.00	105.47	-65.55	171.02	-8090.30	-22328.51	.00	14238.22
24	1081.84	-1262.88	-1262.88	.00	112.28	-69.87	182.15	-11038.97	-20491.23	.00	9452.26
25	1117.00	-1262.56	-1262.56	.00	121.12	-75.46	196.58	-15140.48	-17934.01	.00	2793.54
26	1152.16	-1262.21	-1262.21	.00	129.96	-81.06	211.02	-19553.88	-15181.09	.00	-4372.79
27	1179.27	-1261.93	-1261.93	.00	136.77	-85.37	222.14	-23168.64	-12925.86	.00	-10242.79
28	1192.00	-1261.79	-1261.79	.00	139.98	-87.39	227.37	-24930.97	-11826.30	.00	-13104.67
29	1192.00	-1261.79	-1261.79	.00	139.98	-87.39	227.37	-24930.97	-11826.30	.00	-13104.67
30	1200.49	-1261.70	-1261.70	.00	142.11	-88.74	230.86	-26128.62	-11079.06	.00	-15049.56
31	1218.56	-1261.49	-1261.49	.00	146.66	-91.62	238.27	-28738.56	-9450.72	.00	-19287.84
32	1242.00	-1261.22	-1261.22	.00	152.55	-95.34	247.90	-32247.83	-7261.49	.00	-24986.34
33	1265.44	-1260.93	-1260.93	.00	158.45	-99.07	257.52	-35896.28	-4985.84	.00	-30910.44
34	1283.51	-1260.70	-1260.70	.00	163.00	-101.94	264.94	-38803.45	-3172.93	.00	-35630.52
35	1292.00	-1260.59	-1260.59	.00	165.13	-103.29	268.42	-40197.85	-2303.53	.00	-37894.32

Figura 133: forças nas seções transversais em kN, cm - norma brasileira (combinação frequente)

Na figura 134 foram traçados os gráficos de esforço normal, devido à ação da protensão, e de esforço cortante total ao longo do elemento, que representa a soma do esforço cortante gerado pela carga e pela protensão.

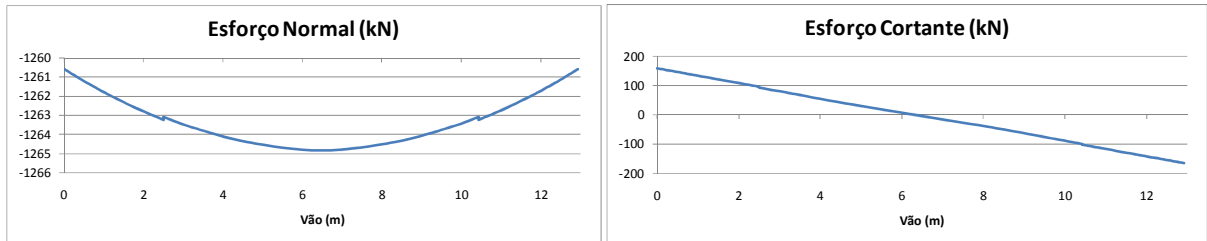


Figura 134: esforço normal e cortante - norma brasileira (combinação frequente)

O conjunto da figura 135 mostra, inicialmente, os gráficos dos momentos fletores em relação ao carregamento (combinação frequente) e à protensão aplicada, e, em seguida, é traçado o gráfico do momento total que representa a soma destes dois. Como a armadura ativa é lançada considerando um perfil parabólico, nos gráficos de esforço normal, momento de protensão e momento total identificam-se claramente este traçado curvo dos cabos de protensão.

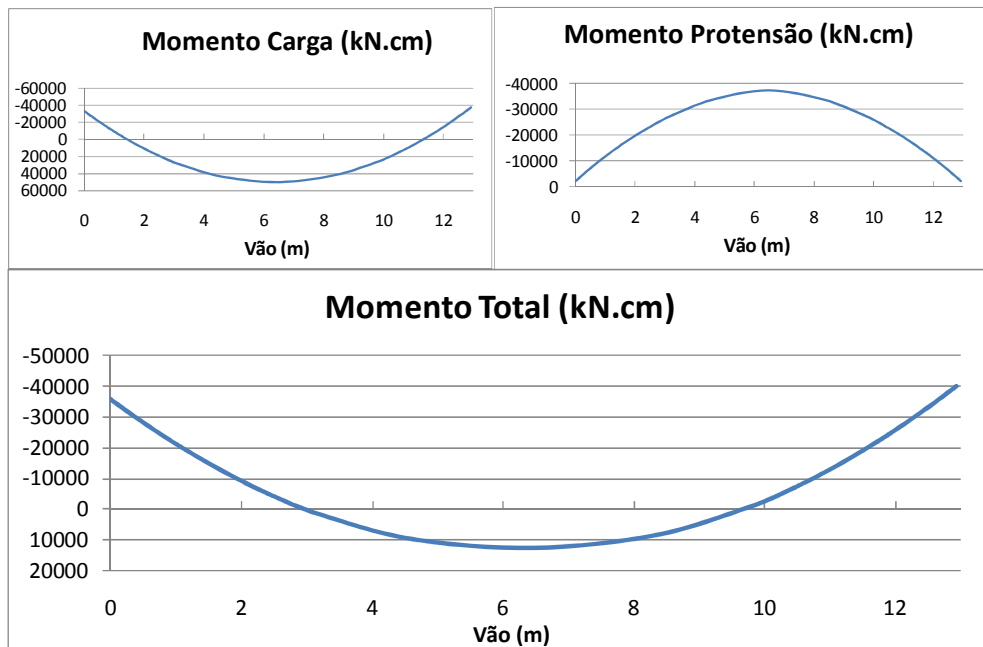


Figura 135: momento fletor - norma brasileira (combinação frequente)

Os dados da verificação quanto ao ELS-W pela norma brasileira são verificados na figura 136 que apresenta uma tabela onde estão indicados os valores da abertura de fissuras para cada

seção. Na figura 137 é traçado o gráfico da deformação de cada camada de armadura passiva (combinação rara) e a deformação limite recomendada pela norma francesa.

VALOR DA ABERTURA DE FISSURAS - wk (mm)			
VALOR LIMITE ABERTURA DE FISSURAS = .200			
SECAO	ELEMENTO 1		
	wk1	wk2	wk
1	.0037512937	.0687873156	.0037512937
2	.0024496383	.0555864331	.0024496383
3	.0000000000	.0000000000	.0000000000
4	.0000000000	.0000000000	.0000000000
5	.0000000000	.0000000000	.0000000000
6	.0000000000	.0000000000	.0000000000
7	.0000000000	.0000000000	.0000000000
8	.0000000000	.0000000000	.0000000000
9	.0000000000	.0000000000	.0000000000
10	.0000000000	.0000000000	.0000000000
11	.0000000000	.0000000000	.0000000000
12	.0000000000	.0000000000	.0000000000
13	.0000000000	.0000000000	.0000000000
14	.0000000000	.0000000000	.0000000000
15	.0000000000	.0000000000	.0000000000
16	.0000000000	.0000000000	.0000000000
17	.0000000000	.0000000000	.0000000000
18	.0000000000	.0000000000	.0000000000
19	.0000000000	.0000000000	.0000000000
20	.0000000000	.0000000000	.0000000000
21	.0000000000	.0000000000	.0000000000
22	.0000000000	.0000000000	.0000000000
23	.0000000000	.0000000000	.0000000000
24	.0000000000	.0000000000	.0000000000
25	.0000000000	.0000000000	.0000000000
26	.0000000000	.0000000000	.0000000000
27	.0000000000	.0000000000	.0000000000
28	.0000000000	.0000000000	.0000000000
29	.0000000000	.0000000000	.0000000000
30	.0000000000	.0000000000	.0000000000
31	.0000000000	.0000000000	.0000000000
32	.0001629265	.014335285	.0001629265
33	.0038695344	.0698629923	.0038695344
34	.0087111412	.1048227032	.0087111412
35	.0101605859	.1132080227	.0101605859

Figura 136: valores de abertura de fissuras ao longo das seções em mm - norma brasileira (combinação frequente)

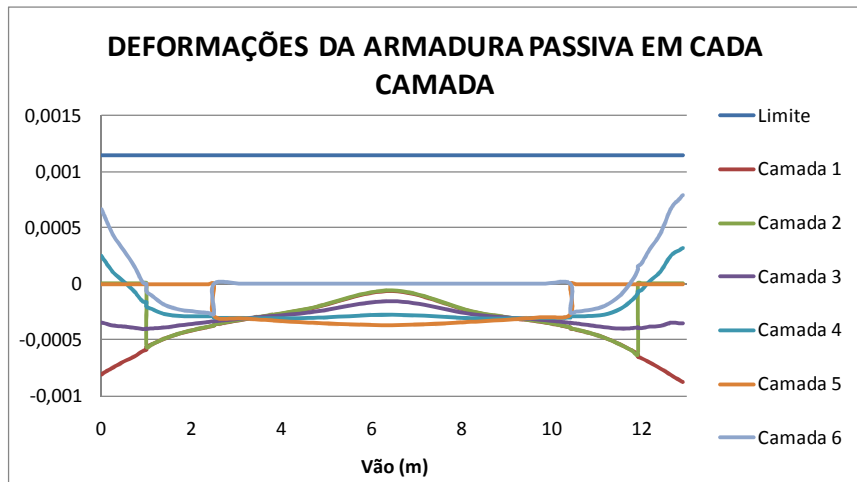


Figura 137: deformações de cada camada de armadura passiva - norma francesa (combinação rara)

As figuras 138 e 139 mostram, respectivamente, os quadros de fissuração referentes à norma brasileira e francesa. Para cada lâmina de cada seção de cada elemento é indicado o comportamento estrutural, através dos valores 9, 2, 1, 0, -1 e -2.

VERIFICACAO PELA NORMA BRASILEIRA - NBR6118  
 CONCRETO PROTENDIDO  
 TIPO DE PROTENSAO: PROTENSAO PARCIAL - NIVEL 1  
 TIPO DE COMBINACAO: COMBINACAO FREQUENTE  
 COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO CONCRETO  
 VERIFICACAO QUANTO AO ELS-W

9 = LÂMINA NAO CONSIDERADA NO CALCULO  
 2 = LÂMINA FISSURADA  
 1 = LÂMINA TRACIONADA  
 0 = LÂMINA COM TENSÃO ZERO  
 -1 = LÂMINA COMPRIMIDA  
 -2 = ULTRAPASSOU LIMITE COMPRESSÃO

ELEMENTO 1

LAM.	SECAO																																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
18	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
17	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
16	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
15	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
14	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
13	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
12	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
11	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
10	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
9	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
8	2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
7	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	
5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2

RESULTADO: O ELS-W não foi ultrapassado <<<<

Figura 138: quadro de fissuração - norma brasileira (combinação frequente)

VERIFICACAO PELA NORMA FRANCESA - BPEL91  
 CONCRETO PROTENDIDO  
 TIPO DE PROTENSAO: PROTENSAO PARCIAL - CLASSE III  
 TIPO DE COMBINACAO: COMBINACAO RARA  
 COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO CONCRETO  
 VERIFICACAO QUANTO AO ELS-W - ARMADURA PASSIVA

9 = LÂMINA NAO CONSIDERADA NO CALCULO  
 2 = LÂMINA FISSURADA  
 1 = LÂMINA TRACIONADA  
 0 = LÂMINA COM TENSÃO ZERO  
 -1 = LÂMINA COMPRIMIDA  
 -2 = ULTRAPASSOU LIMITE COMPRESSÃO

ELEMENTO 1

LAM.	SECAO																																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35		
18	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
17	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
16	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
14	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
11	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7	2	2	2	2	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

RESULTADO: O ELS-W não foi ultrapassado <<<<

Figura 139: quadro de fissuração - norma francesa (combinação rara)

A partir dos quadros de fissuração do concreto do exemplo apresentado, constatou-se que a maioria das seções encontra-se ainda totalmente comprimida ao final da verificação de ELS.

Observou-se que, tanto pela norma brasileira como pela francesa, grande parte das fibras inferiores e das fibras centrais das seções estão comprimidas (-1), diferentemente das fibras superiores, junto aos apoios, que já apresentam fissuração (2). Na seção central, entre as lâminas 1 e 5 (norma francesa), é verificada outra zona de concreto fissurado (2), sendo que as camadas de armadura passiva nesta zona ainda não estão tracionadas. Por este motivo, a abertura de fissuras é determinada somente para o bordo superior nas regiões próximas às extremidades da viga, onde as armaduras passivas das camadas 4 e 6 encontram-se já tracionadas.

Na análise do ELS-W, referente à norma brasileira, das 35 seções ao longo do elemento foram calculados os valores de abertura de fissuras em 6 seções localizadas nas extremidades da viga (seções de 1, 2 e 32 à 35). Ao final desta análise, verificou-se que o valor máximo de abertura de fissuras encontrado,  $w_k = 0,01016 \text{ mm}$ , é inferior àquele estipulado pela norma brasileira,  $w_{k,lim} = 0,2 \text{ mm}$ , garantindo, assim, o desempenho da peça quanto ao Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras.

Em relação à normalização francesa, a partir da análise do gráfico de deformações de cada camada de armadura passiva, observou-se que as camadas 4 e 6 apresentaram tensões de tração em 15 seções localizadas nas extremidade da viga. Nestas seções foi feita a comparação da tensão de tração da camada de armadura com a tensão limite. Como a deformação limite correspondente é igual a 1,143‰, ou seja, valor próximo de 1,45 vezes superior à deformação máxima obtida de 0,7866‰, é garantida, assim, o desempenho da viga em relação ao ELS-W.

Na verificação quanto ao ELS-DEF encontrou-se um valor provável de flecha no meio do vão igual a 0,004 cm, referente à combinação quase permanente da norma brasileira, muito inferior à flecha admissível (vão/250) de 5,17 cm. Na figura 140 estão impressos os valores dos deslocamentos verticais de cada seção em forma de tabela e na figura 141, que ilustra o gráfico do deslocamento vertical ao longo do vão, verifica-se contra-flecha em praticamente todas as seções, exceto na seção 18. Em relação à normalização francesa, a flecha obtida no meio do vão foi de 0,06 cm, sendo inferior à flecha limite de apenas 1,79 cm, verificando-se, assim, o Estado Limite de Deformação. Conforme o projetista, esta viga apresentou flecha praticamente nula após a aplicação do carregamento total na obra, validando, assim, o resultado obtido do modelo numérico.

VERIFICACAO QUANTO AO ELS-DEF			
FLECHAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS			
-----			
DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS			
-----			
1	1	.00	.0000
1	2	8.49	.0101
1	3	26.56	.0288
1	4	50.00	.0481
1	5	73.44	.0627
1	6	91.51	.0711
1	7	100.00	.0743
1	8	100.00	.0743
1	9	112.73	.0783
1	10	139.84	.0838
1	11	175.00	.0858
1	12	210.16	.0829
1	13	237.27	.0781
1	14	250.00	.0752
1	15	250.00	.0752
1	16	317.23	.0576
1	17	460.34	.0143
1	18	646.00	-.0040
1	19	831.66	.0349
1	20	974.77	.0872
1	21	1042.00	.1053
1	22	1042.00	.1053
1	23	1054.73	.1080
1	24	1081.84	.1122
1	25	1117.00	.1135
1	26	1152.16	.1091
1	27	1179.27	.1009
1	28	1192.00	.0954
1	29	1192.00	.0954
1	30	1200.49	.0911
1	31	1218.56	.0800
1	32	1242.00	.0613
1	33	1265.44	.0366
1	34	1283.51	.0128
1	35	1292.00	.0000
-----			
VALOR LIMITE DA FLECHA (NBR) =			-5.34800
FLECHA =			-.00400
RESULTADO: O ELS-DEF não foi ultrapassado <<<			

Figura 140: distribuição dos deslocamentos transversais ao longo das seções em cm  
- norma brasileira (combinação quase permanente)

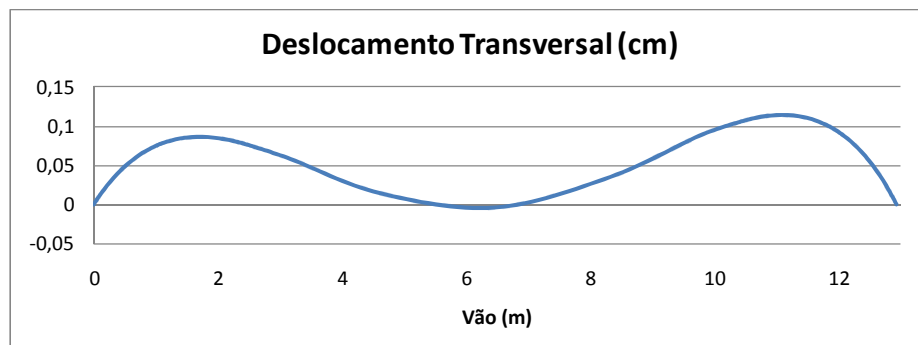


Figura 141: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento -  
norma brasileira (combinação quase permanente)

Na tabela da figura 142 são apresentados os resultados em relação à deformação mecânica, módulo de elasticidade e tensão no concreto, referentes à seção central da viga e ao carregamento quase permanente da norma brasileira. Na figura 143 foi traçado o gráfico da deformação mecânica da lâmina inferior e superior da seção transversal ao longo do elemento para melhor visualização dos resultados. A partir destas informações, observa-se um alongamento da lâmina inferior na região central e compressão nas regiões próximas aos apoios. Na lâmina superior foram verificadas aberturas de fissuras na zona próxima aos apoios com valores inferiores ao valor limite estabelecidos pela normalização.



*** RESULTADOS PARA AS SEÇÕES DE CONTROLE					
ELEMENTO 1					
18					
LAM.	POS.	DEF. TOT. (x 1E6)	DEF. MEC. (x 1E6)	MODULO	TENSAO
18	17.17	-341.291	-79.067	3970.284	-.315
17	15.17	-337.970	-75.822	3971.696	-.302
16	13.17	-334.649	-72.578	3973.045	-.289
15	11.17	-331.328	-69.334	3974.333	-.276
14	9.17	-328.007	-66.089	3975.557	-.263
13	7.17	-324.686	-62.845	3976.720	-.250
12	5.17	-321.365	-59.601	3977.820	-.237
11	3.17	-318.044	-56.356	3978.858	-.225
10	1.17	-314.723	-53.112	3979.833	-.212
9	1.17	-314.723	-53.112	3979.833	-.212
8	-3.08	-307.666	-46.218	3981.697	-.184
7	-7.33	-300.609	-39.323	3983.279	-.157
6	-11.58	-293.552	-32.429	3984.576	-.129
5	-15.83	-286.495	-25.535	3985.590	-.102
4	-20.08	-279.438	-18.640	3986.320	-.074
3	-24.33	-272.381	-11.746	3986.766	-.047
2	-28.58	-265.324	-4.851	3986.928	-.019
1	-32.83	-258.267	2.044	-.030	.000

Figura 142: resultados para a seção central em kN, cm - norma brasileira (combinação quase permanente)

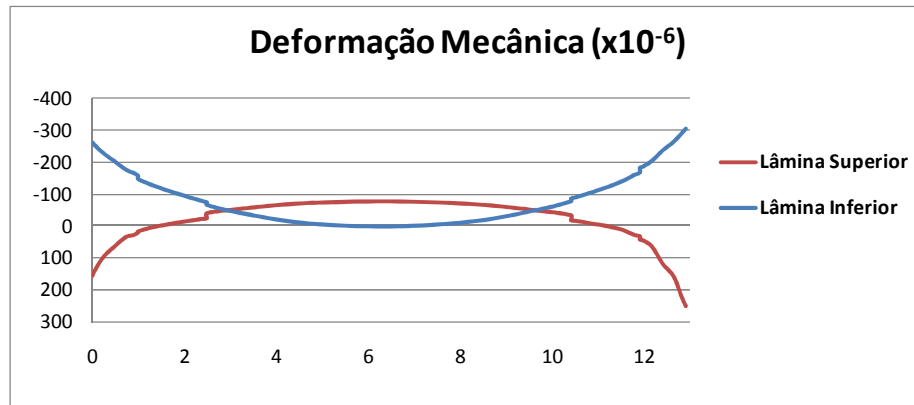


Figura 143: gráfico da deformação mecânica na lâmina inferior e superior - norma brasileira (combinação quase permanente)

Concluída a análise do Estado Limite de Serviço, foi realizada a verificação quanto ao Estado Limite Último no Ato de Protensão, de acordo com a norma brasileira e francesa. Conforme a norma brasileira, é considerado, nesta análise, somente o caso de carga PP + PROTENSÃO, minorando-se o valor do peso próprio, adotado como 90% do seu valor total, e majorando-se o valor da força de protensão, com o coeficiente de ponderação  $\gamma_p = 1,1$ . A saída de dados desta análise inicia-se na figura 144, onde estão indicadas as propriedades do concreto, da armadura passiva e do aço de protensão com suas resistências já minoradas de acordo com os coeficientes de ponderação sugeridos pela norma brasileira ( $\gamma_c = 1,2$  e  $\gamma_s = 1,15$ ). Como o

valor do  $f_{ck}$  foi minorado, por consequência, também é utilizado um módulo de elasticidade do concreto menor que na análise anterior, sendo igual a 3233,162 kN/cm<sup>2</sup>.

```

*****
DADOS DE ENTRADA
*****
*** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
-----
CONCRETO
-----
1
-----
ec: 3233.162000
fc: -3.333000
fcf: -.500000
ft: .000100
ec: -.002000
ecf: -.010000
B: 1.000000
Bs: .400000
PESO ESPECIFICO: .000023
PERIMETRO EXPOSTO: 218.000000
UMIDADE DO AR: 80.000000

-----
MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E: 21000.000000
ey: .002070
Esh: .000000

-----
AÇO DE PROTENSÃO
-----
Ep = 19500.000000
f 0.01 = 148.700000
e 0.01 = .010000
fpu = 165.000000
epu = .071000
    
```

Figura 144: propriedades dos materiais (norma brasileira)

As figuras 145, 146 e 147 mostram os resultados das forças de esforço normal, esforço cortante e momento ao longo do elemento em forma de tabela e gráficos.

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER	CARGA
1	.00	-1418.07	-1418.07	.00	15.17	116.19	-101.02	-2591.29	-2591.29	.00	.00
2	8.49	-1418.19	-1418.19	.00	14.98	114.68	-99.69	-2717.41	-3569.30	.00	851.89
3	26.56	-1418.45	-1418.45	.00	14.58	111.45	-96.87	-2981.03	-5608.68	.00	2627.65
4	50.00	-1418.77	-1418.77	.00	14.05	107.25	-93.20	-3313.17	-8168.61	.00	4855.44
5	73.44	-1419.08	-1419.08	.00	13.53	103.06	-89.53	-3634.03	-10631.32	.00	6997.30
6	91.51	-1419.31	-1419.31	.00	13.12	99.83	-86.71	-3873.55	-12463.09	.00	8589.54
7	100.00	-1419.42	-1419.42	.00	12.93	98.31	-85.38	-3983.72	-13303.67	.00	9319.95
8	100.00	-1419.42	-1419.42	.00	12.93	98.31	-85.38	-3983.72	-13303.67	.00	9319.95
9	112.73	-1419.57	-1419.57	.00	12.64	96.03	-83.39	-4146.14	-14540.58	.00	10394.44
10	139.84	-1419.89	-1419.89	.00	12.03	91.18	-79.15	-4480.41	-17077.54	.00	12597.13
11	175.00	-1420.28	-1420.28	.00	11.24	84.89	-73.65	-4890.67	-20174.37	.00	15283.70
12	210.16	-1420.65	-1420.65	.00	10.44	78.59	-68.15	-5274.12	-23051.04	.00	17776.92
13	237.27	-1420.91	-1420.91	.00	9.82	73.74	-63.92	-5551.17	-25117.84	.00	19566.67
14	250.00	-1421.02	-1421.02	.00	9.54	71.46	-61.92	-5675.72	-26043.57	.00	20367.84
15	250.00	-1420.86	-1420.86	.00	12.61	74.54	-61.92	-5672.83	-26040.67	.00	20367.84
16	317.23	-1421.43	-1421.43	.00	11.36	62.77	-51.41	-6486.39	-30664.09	.00	24177.70
17	460.34	-1422.32	-1422.32	.00	8.68	37.72	-29.03	-7938.87	-37872.55	.00	29933.68
18	646.00	-1422.82	-1422.82	.00	.00	.00	.00	-9240.86	-41869.76	.00	32628.89
19	831.66	-1422.32	-1422.32	.00	-8.68	-37.72	29.03	-7938.87	-37872.55	.00	29933.68
20	974.77	-1421.43	-1421.43	.00	-11.36	-62.77	51.41	-6486.39	-30664.09	.00	24177.70
21	1042.00	-1420.86	-1420.86	.00	-12.61	-74.54	61.92	-5672.83	-26040.67	.00	20367.84
22	1042.00	-1421.02	-1421.02	.00	-9.54	-71.46	61.92	-5675.72	-26043.57	.00	20367.84
23	1054.73	-1420.91	-1420.91	.00	-9.82	-73.74	63.92	-5551.17	-25117.84	.00	19566.67
24	1081.84	-1420.65	-1420.65	.00	-10.44	-78.59	68.15	-5274.12	-23051.04	.00	17776.92
25	1117.00	-1420.28	-1420.28	.00	-11.24	-84.89	73.65	-4890.67	-20174.37	.00	15283.70
26	1152.16	-1419.89	-1419.89	.00	-12.03	-91.18	79.15	-4480.41	-17077.54	.00	12597.13
27	1179.27	-1419.57	-1419.57	.00	-12.64	-96.03	83.39	-4146.14	-14540.58	.00	10394.44
28	1192.00	-1419.42	-1419.42	.00	-12.93	-98.31	85.38	-3983.72	-13303.67	.00	9319.95
29	1192.00	-1419.42	-1419.42	.00	-12.93	-98.31	85.38	-3983.72	-13303.67	.00	9319.95
30	1200.49	-1419.31	-1419.31	.00	-13.12	-99.83	86.71	-3873.55	-12463.09	.00	8589.54
31	1218.56	-1419.08	-1419.08	.00	-13.53	-103.06	89.53	-3634.03	-10631.32	.00	6997.30
32	1242.00	-1418.77	-1418.77	.00	-14.05	-107.25	93.20	-3313.17	-8168.61	.00	4855.44
33	1265.44	-1418.45	-1418.45	.00	-14.58	-111.45	96.87	-2981.03	-5608.68	.00	2627.65
34	1283.51	-1418.19	-1418.19	.00	-14.98	-114.68	99.69	-2717.41	-3569.30	.00	851.89
35	1292.00	-1418.07	-1418.07	.00	-15.17	-116.19	101.02	-2591.29	-2591.29	.00	.00

Figura 145: forças nas seções transversais em kN e cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

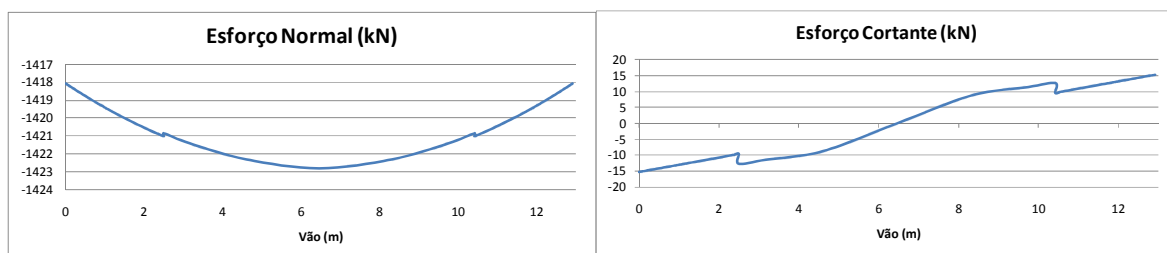


Figura 146: esforço normal e cortante - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

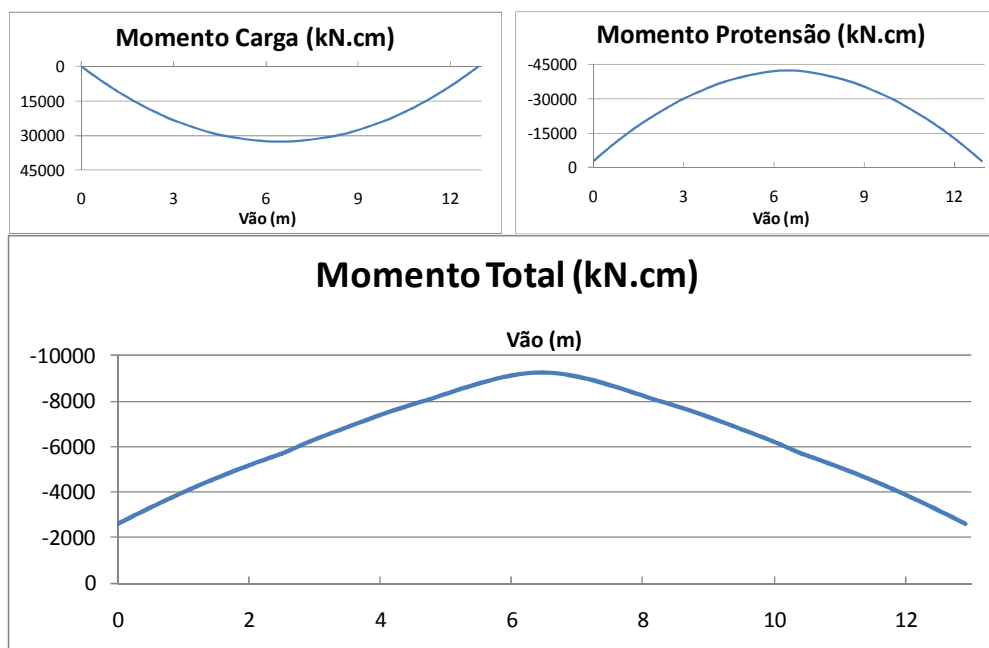


Figura 147: momento fletor - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

A partir dos gráficos de momento fletor, observa-se que é necessário praticamente 78% da força de protensão para resistir aos 90% do peso próprio nesta verificação.

Como a força de protensão é predominante neste tipo de verificação, nota-se nos gráficos de esforço normal e esforço cortante uma representação mais significativa dos dentes aos 2,5 m e 10,42 m, onde ocorre a conexão de dois segmentos de parábola. Discretizando de forma mais refinada o lançamento dos cabos curvos, esses dentes seriam suavizados e não mais visíveis, exigindo um maior esforço computacional.

As deformações e os deslocamentos em cada seção transversal, referentes à combinação quase permanente, são mostrados em uma tabela na figura 148, onde observa-se uma contra-flecha máxima de 0,315 cm no centro do vão devido aos efeitos da protensão. O gráfico em relação ao deslocamento vertical ao longo do vão foi traçado na figura 149.

DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS						
DEFORMACOES					DESLOCAMENTOS	
		LAM. REF. (x 1E6)	CURVATURA (x 1E6)	AXIAL	GIRO	TRANSV.
1	1	.00	-60.62	-.56	.0000	.0008
1	2	8.49	-60.62	-.58	-.0005	.0008
1	3	26.56	-60.64	-.64	-.0016	.0008
1	4	50.00	-60.65	-.71	-.0030	.0008
1	5	73.44	-60.67	-.78	-.0045	.0008
1	6	91.51	-60.68	-.83	-.0056	.0008
1	7	100.00	-60.68	-.85	-.0061	.0008
1	8	100.00	-60.38	-.81	-.0061	.0008
1	9	112.73	-60.38	-.84	-.0068	.0007
1	10	139.84	-60.39	-.91	-.0085	.0007
1	11	175.00	-60.40	-1.00	-.0106	.0007
1	12	210.16	-60.42	-1.08	-.0127	.0007
1	13	237.27	-60.42	-1.14	-.0144	.0006
1	14	250.00	-60.43	-1.17	-.0151	.0006
1	15	250.00	-61.54	-1.09	-.0151	.0006
1	16	317.23	-61.50	-1.27	-.0193	.0005
1	17	460.34	-61.42	-1.58	-.0280	.0003
1	18	646.00	-61.35	-1.86	-.0394	.0000
1	19	831.66	-61.42	-1.58	-.0509	-.0003
1	20	974.77	-61.50	-1.27	-.0597	-.0005
1	21	1042.00	-61.54	-1.09	-.0638	-.0006
1	22	1042.00	-60.43	-1.17	-.0638	-.0006
1	23	1054.73	-60.42	-1.14	-.0645	-.0006
1	24	1081.84	-60.42	-1.08	-.0662	-.0007
1	25	1117.00	-60.40	-1.00	-.0683	-.0007
1	26	1152.16	-60.39	-.91	-.0704	-.0007
1	27	1179.27	-60.38	-.84	-.0721	-.0007
1	28	1192.00	-60.38	-.81	-.0728	-.0008
1	29	1192.00	-60.68	-.85	-.0728	-.0008
1	30	1200.49	-60.68	-.83	-.0734	-.0008
1	31	1218.56	-60.67	-.78	-.0744	-.0008
1	32	1242.00	-60.65	-.71	-.0759	-.0008
1	33	1265.44	-60.64	-.64	-.0773	-.0008
1	34	1283.51	-60.62	-.58	-.0784	-.0008
1	35	1292.00	-60.62	-.56	-.0789	-.0008

Figura 148: deformações e deslocamentos transversais ao longo das seções em cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

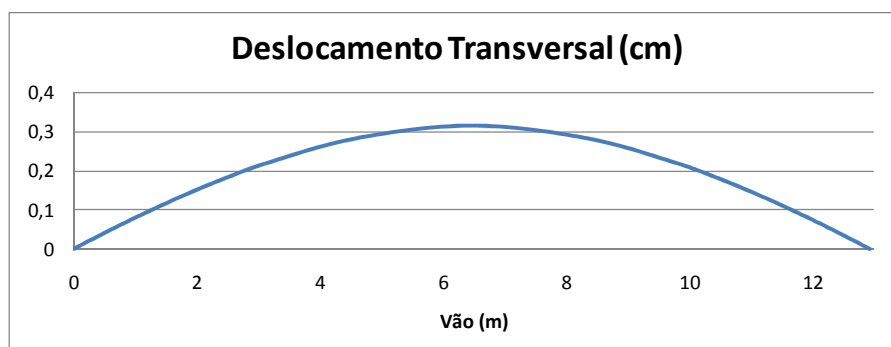


Figura 149: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

Na figura 150 estão indicados os resultados de deformações e tensões na seção central do vão. Verifica-se que no ELU do Ato da Protensão esta seção de controle encontra-se ainda totalmente comprimida e a tensão na borda inferior da viga no vão central corresponde à 0,396 kN/cm<sup>2</sup>, ou seja, aproximadamente 12% da resistência minorada à compressão do concreto (3,33 kN/cm<sup>2</sup>). A figura 151 mostra o gráfico da deformação mecânica na lâmina inferior e superior ao longo do elemento, onde nota-se que as lâminas, tanto inferior como superior, encontram-se totalmente comprimida, sendo que a lâmina inferior apresenta um grau de compressão cerca de 4,2 vezes maior que a lâmina superior, na região central.

**** RESULTADOS PARA AS SEÇÕES DE CONTROLE					
ELEMENTO 1					
18					
LAM.	POS.	DEF. TOT. (x 1E6)	DEF. MEC. (x 1E6)	MODULO	TENSAO
18	17.17	-29.360	-29.360	3236.762	-.095
17	15.17	-33.085	-33.085	3236.920	-.107
16	13.17	-36.811	-36.811	3237.010	-.119
15	11.17	-40.536	-40.536	3237.033	-.131
14	9.17	-44.261	-44.261	3236.989	-.143
13	7.17	-47.986	-47.986	3236.877	-.155
12	5.17	-51.711	-51.711	3236.698	-.167
11	3.17	-55.437	-55.437	3236.451	-.179
10	1.17	-59.162	-59.162	3236.137	-.191
9	1.17	-59.162	-59.162	3236.137	-.191
8	-3.08	-67.078	-67.078	3235.245	-.217
7	-7.33	-74.994	-74.994	3234.049	-.243
6	-11.58	-82.910	-82.910	3232.550	-.268
5	-15.83	-90.826	-90.826	3230.746	-.294
4	-20.08	-98.742	-98.742	3228.640	-.319
3	-24.33	-106.658	-106.658	3226.231	-.345
2	-28.58	-114.574	-114.574	3223.520	-.370
1	-32.83	-122.490	-122.490	3220.507	-.396

Figura 150: resultados para a seção de controle em kN,cm - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

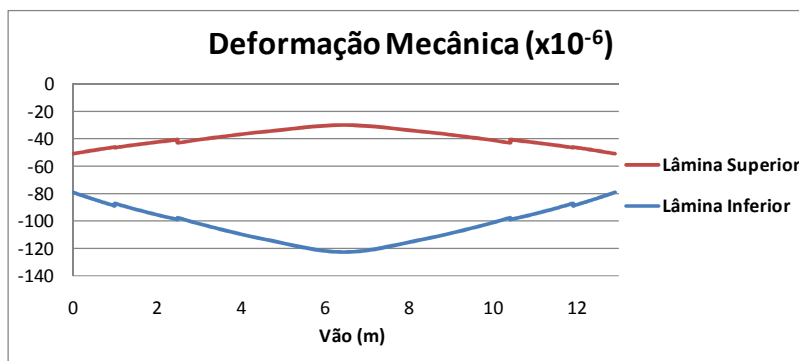


Figura 151: distribuição das deformações da lâmina inferior e superior - norma brasileira (ELU Ato Protensão)

Conforme a norma francesa, este tipo de verificação é feito no ELS e é considerado somente o caso de carga PP + PROTENSÃO, sendo que o peso próprio não é minorado e a força de protensão não é majorada. Como as resistências dos materiais não são minoradas, o valor do módulo de elasticidade do concreto continua igual ao utilizado nas verificações ELS, ou seja, 3761,947 kN/cm<sup>2</sup>. Observando o quadro da figura 152, constata-se que os resultados em relação à fissuração são satisfatórios, não havendo tensões de tração em nenhuma camada de armadura passiva. Em relação à compressão do concreto, no momento da construção da peça, verificou-se que o limite de tensão de compressão do concreto ( $0,6 \cdot f_{cj}$ ) não foi ultrapassado em nenhuma das seções da peça, conforme mostra o quadro da figura 157 (-1).

VERIFICACAO PELA NORMA FRANCESA - BPEL91																																			
CONCRETO PROTENDIDO																																			
TIPO DE PROTENSAO: PROTENSAO PARCIAL - CLASSE III																																			
COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO CONCRETO																																			
9 = LÂMINA NAO CONSIDERADA NO CALCULO																																			
2 = LÂMINA FISSURADA																																			
1 = LÂMINA TRACIONADA																																			
0 = LÂMINA COM TENSÃO ZERO																																			
-1 = LÂMINA COMPRIMIDA																																			
-2 = ULTRAPASSOU LIMITE COMPRESSÃO																																			
ELEMENTO 1																																			
LAM.	SECAO																																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
18	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
17	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
14	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
13	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
12	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
11	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
10	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
9	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
7	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

Figura 152: quadro de fissuração no momento da construção (norma francesa)

Após o estudo do Estado Limite Último no Ato de Protensão, foi feita a verificação em relação ao Estado Limite Último. Nesta análise, são majoradas as cargas permanentes (peso próprio e carga permanente complementar) e variáveis, através dos coeficientes de ponderação específicos de cada norma. A carga última distribuída sobre a viga foi de 46,039 kN/m para a norma brasileira e 47,848 kN/m para a norma francesa. Os momentos últimos, atuando nos apoios da viga, foram considerados iguais a  $M_1 = 655,774$  kN.m e  $M_2 = 736,834$  kN.m para a norma brasileira e iguais a  $M_1 = 681,537$  kN.m e  $M_2 = 765,781$  kN.m para a norma francesa. As resistências dos materiais são minoradas, adotando-se o coeficiente de ponderação  $\gamma_s = 1,15$  para os aços de armadura passiva e de protensão, e o coeficiente de ponderação  $\gamma_c = 1,4$  (norma brasileira) ou  $\gamma_c = 1,5$  (norma francesa) para a resistência característica à compressão do concreto e, conseqüentemente, o  $E_c$ .

No quadro 29 estão listados os cinco casos de carga pertencentes a esta verificação.

CASOS DE CARGA – ELU			
CASOS	TIPOS	DATA INICIAL (dias)	DATA FINAL (dias)
1	PP PERFIL T + PROTENSAO	28	28
2	CARGA PERMANENTE (g – não majorado)	28	28
3	EFEITOS DO TEMPO	28	10.000
4	PARCELA PP MAJORADO (perfil T) + PARCELA CARGA PERMANENTE MAJORADA	10.000	10.000
5	CARGA VARIÁVEL (q - majorado)	10.000	10.000

Quadro 29: casos de carga analisados na verificação do ELU

A carga variável majorada, igual a 70% da carga total, e a parcela majorada da carga permanente são consideradas após a aplicação dos efeitos do tempo. A impressão dos resultados desta análise inicia-se na figura 153, onde estão indicados os dados de entrada referente aos materiais (concreto, armadura passiva e armadura ativa). Na figura 154 são mostradas as forças resultantes nas seções transversais, referente ao carregamento último pela norma brasileira.

```

*****
***** DADOS DE ENTRADA *****
*****
*** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
-----
CONCRETO
-----
1
-----
Ec: 2759.710000
Fc: -2.429000
fcf: -.500000
ft: .000100
ec: -.002000
ecf: -.010000
B: 1.000000
Bs: .400000
PESO ESPECIFICO: .000025
PERIMETRO EXPOSTO: 218.000000
UMIDADE DO AR: 80.000000
-----
MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E: 21000.000000
ey: .002070
Esh: .000000
-----
AÇO DE PROTENSÃO
-----
Ep = 19500.000000
f 0.01 = 148.700000
e 0.01 = .010000
fpu = 165.000000
epu = .071000
    
```

Figura 153: propriedades dos materiais (norma brasileira)

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			CARGA
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER	
1	.00	-1196.66	-1196.66	.00	-350.23	98.05	-448.28	-67764.10	-2186.70	.00	-65577.40
2	8.49	-1196.76	-1196.76	.00	-345.53	96.77	-442.30	-64809.42	-3012.01	.00	-61797.41
3	26.56	-1196.98	-1196.98	.00	-335.55	94.04	-429.59	-58653.36	-4732.97	.00	-53920.38
4	50.00	-1197.25	-1197.25	.00	-322.59	90.51	-413.10	-50936.29	-6893.21	.00	-44043.08
5	73.44	-1197.51	-1197.51	.00	-309.63	86.97	-396.60	-43523.87	-8971.41	.00	-34552.45
6	91.51	-1197.71	-1197.71	.00	-299.64	84.24	-383.89	-38018.41	-10517.17	.00	-27501.24
7	100.00	-1197.80	-1197.80	.00	-294.95	82.96	-377.91	-35494.37	-11226.52	.00	-24267.86
8	100.00	-1197.80	-1197.80	.00	-294.95	82.96	-377.91	-35494.37	-11226.52	.00	-24267.86
9	112.73	-1197.93	-1197.93	.00	-287.92	81.04	-368.95	-31783.15	-12270.30	.00	-19512.85
10	139.84	-1198.20	-1198.20	.00	-272.94	76.95	-349.88	-24182.64	-14411.16	.00	-9771.48
11	175.00	-1198.53	-1198.53	.00	-253.51	71.64	-325.14	-14927.80	-17024.47	.00	2096.67
12	210.16	-1198.83	-1198.83	.00	-234.08	66.32	-300.40	-6357.22	-19451.99	.00	13094.77
13	237.27	-1199.05	-1199.05	.00	-219.10	62.23	-281.33	-218.03	-21196.09	.00	20978.06
14	250.00	-1199.15	-1199.15	.00	-212.06	60.30	-272.37	2525.93	-21977.28	.00	24503.21
15	250.00	-1199.02	-1199.02	.00	-209.47	62.90	-272.37	2528.38	-21974.84	.00	24503.21
16	317.23	-1199.50	-1199.50	.00	-172.09	52.97	-225.06	15348.21	-25876.38	.00	41224.59
17	460.34	-1200.25	-1200.25	.00	-92.54	31.83	-124.37	34267.57	-31959.36	.00	66226.92
18	646.00	-1200.67	-1200.67	.00	6.27	.00	6.27	41857.25	-35332.46	.00	77189.72
19	831.66	-1200.25	-1200.25	.00	105.09	-31.83	136.91	31937.85	-31959.36	.00	63897.21
20	974.77	-1199.50	-1199.50	.00	184.64	-52.97	237.61	11222.83	-25876.38	.00	37099.21
21	1042.00	-1199.02	-1199.02	.00	222.02	-62.90	284.92	-2440.63	-21974.84	.00	19534.21
22	1042.00	-1199.15	-1199.15	.00	224.61	-60.30	284.92	-2443.07	-21977.28	.00	19534.21
23	1054.73	-1199.05	-1199.05	.00	231.65	-62.23	293.88	-5346.81	-21196.09	.00	15849.28
24	1081.84	-1198.83	-1198.83	.00	246.62	-66.32	312.95	-11826.08	-19451.99	.00	7625.91
25	1117.00	-1198.53	-1198.53	.00	266.05	-71.64	337.69	-20837.90	-17024.47	.00	-3813.44
26	1152.16	-1198.20	-1198.20	.00	285.48	-76.95	362.43	-30533.97	-14411.16	.00	-16122.82
27	1179.27	-1197.93	-1197.93	.00	300.46	-81.04	381.50	-38474.58	-12270.30	.00	-26204.27
28	1192.00	-1197.80	-1197.80	.00	307.50	-82.96	390.46	-42345.57	-11226.52	.00	-31119.06
29	1192.00	-1197.80	-1197.80	.00	307.50	-82.96	390.46	-42345.57	-11226.52	.00	-31119.06
30	1200.49	-1197.71	-1197.71	.00	312.19	-84.24	396.43	-44976.13	-10517.17	.00	-34458.96
31	1218.56	-1197.51	-1197.51	.00	322.18	-86.97	409.15	-50708.31	-8971.41	.00	-41736.90
32	1242.00	-1197.25	-1197.25	.00	335.14	-90.51	425.64	-58414.89	-6893.21	.00	-51521.68
33	1265.44	-1196.98	-1196.98	.00	348.09	-94.04	442.14	-66426.12	-4732.97	.00	-61693.14
34	1283.51	-1196.76	-1196.76	.00	358.08	-96.77	454.85	-72808.90	-3012.01	.00	-69796.89
35	1292.00	-1196.66	-1196.66	.00	362.77	-98.05	460.83	-75870.10	-2186.70	.00	-73683.40

Figura 154: forças nas seções transversais no ELU (norma brasileira)

Os gráficos de esforço normal devido à protensão e de esforço cortante total ao longo do elemento foram traçados na figura 155. Como nesta verificação foi considerada a carga total majorada atuando sobre a estrutura, os dentes visualizados no gráfico do esforço cortante na verificação anterior, agora apresentam-se de forma mais suavizada.

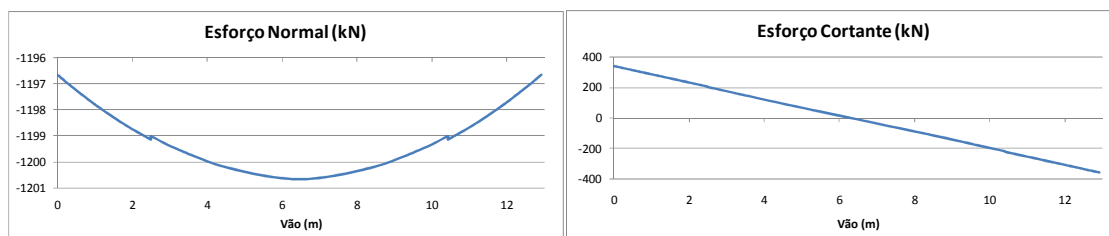


Figura 155: esforço normal de protensão no ELU (norma brasileira)

A figura 156 mostra, primeiramente, os gráficos dos momentos fletores em relação ao carregamento (combinação última) e à protensão aplicada. Em seguida, é traçado o gráfico do momento total que representa a soma destes dois. Através dos gráficos de momento, observa-se que aproximadamente 46% do carregamento último é resistido pela força de protensão.

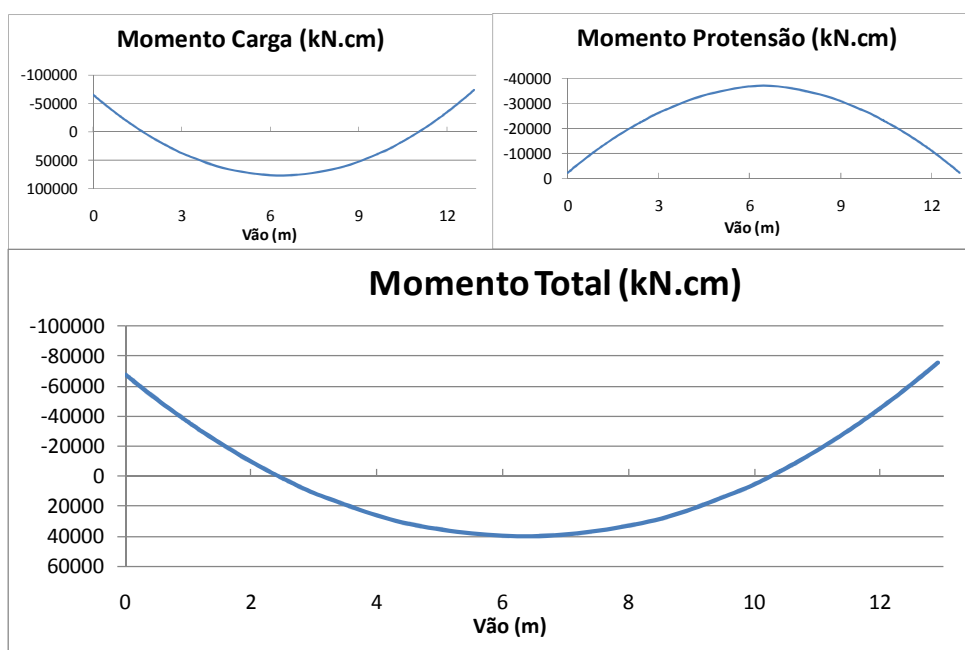


Figura 156: momento fletor no ELU (norma brasileira)

Após a análise quanto à verificação no ELU, conforme a norma brasileira e francesa, compararam-se os valores de momento último, devido ao carregamento último, e do momento resistente. Conforme os critérios da norma brasileira, comparou-se o momento resistente,



82.920,67  $kN.cm$ , com o momento último, 77.189,72  $kN.cm$ , e verificou-se que a peça apresenta um fator adicional de segurança igual a 1,07 em relação à ruptura. Em relação à norma francesa, o valor do momento resistente, igual a 80.699,49  $kN.cm$ , é 1,06 vezes maior que o momento último, o qual apresentou valor igual a 76.415,62  $kN.cm$ , inferior ao valor obtido pela norma brasileira, devido aos diferentes coeficientes de majoração de carga. Como nos dois casos o momento último foi inferior ao momento resistente, verificou-se, assim, a segurança da peça quanto à ruptura.

O gráfico do deslocamento transversal é traçado ao longo do vão, considerando o carregamento total último atuando sobre a viga na figura 157. A viga apresentou um deslocamento máximo de 5,19 cm no meio do vão, sendo ainda inferior ao valor limite de serviço pela norma brasileira e superior ao valor limite de serviço da norma francesa.

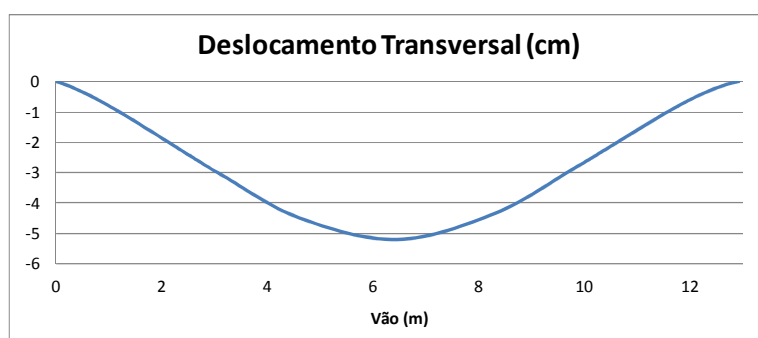


Figura 157: gráfico dos deslocamentos transversais ao longo do vão do elemento no ELU (norma brasileira)

Em relação à análise das tensões e deformações no concreto, verifica-se na figura 158 que a seção de controle já se encontra parcialmente tracionada no ELU.

**** RESULTADOS PARA AS SEÇÕES DE CONTROLE					
ELEMENTO 1					
18					
LAM.	POS.	DEF. TOT. (x 1E6)	DEF. MEC. (x 1E6)	MODULO	TENSAO
18	17.17	-818.923	-452.750	2125.609	-1.194
17	15.17	-727.296	-366.397	2327.424	-1.002
16	13.17	-635.669	-280.048	2527.507	-.793
15	11.17	-544.043	-193.703	2721.333	-.566
14	9.17	-452.416	-107.363	2903.803	-.323
13	7.17	-360.790	-21.027	3069.409	-.065
12	5.17	-269.163	65.305	-.030	.000
11	3.17	-177.536	151.633	-.030	.000
10	1.17	-85.910	237.957	-.030	.000
9	1.17	-85.910	237.957	-.030	.000
8	-3.08	108.797	421.383	-.030	.000
7	-7.33	303.504	604.790	-.030	.000
6	-11.58	498.210	788.181	-.030	.000
5	-15.83	692.917	971.555	-.030	.000
4	-20.08	887.624	1154.913	-.030	.000
3	-24.33	1082.330	1338.255	-.030	.000
2	-28.58	1277.037	1521.582	-.030	.000
1	-32.83	1471.743	1704.895	-.030	.000

Figura 158: resultados para a seção de controle em kN, cm no ELU (norma brasileira)

A figura 159 mostra a deformação mecânica na lâmina inferior e superior ao longo do elemento. A partir deste gráfico observa-se que ocorre um alongamento nas seções centrais da lâmina inferior e nas seções próximas aos apoios na lâmina superior.

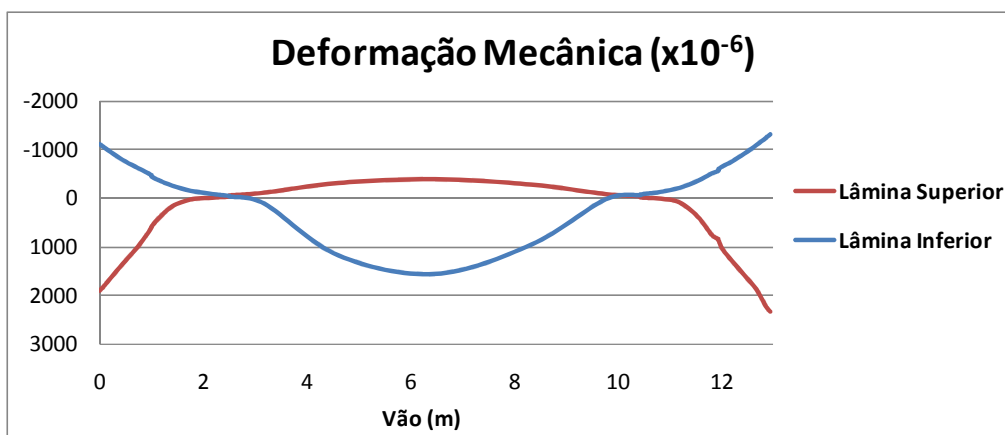


Figura 159: distribuição das deformações da lâmina inferior e superior no ELU (norma brasileira)

A última verificação feita no ELU é em relação ao esforço cortante. No projeto da viga do shopping Estação em Curitiba foi prevista uma armadura transversal de Ø8 c/15, sendo dois estribos totalizando quatro braços de armadura ( $A_{sw} = 13,4 \text{ cm}^2/\text{m}$ ), conforme indicado na figura 160.

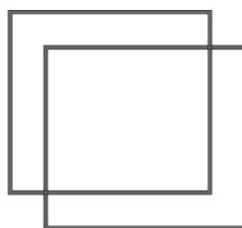


Figura 160: estribos previstos na estrutura

Analisando a saída de dados, apresentada na figura 161, verificou-se que o esforço cortante de cálculo,  $V_{sd}$ , de todas as seções respeitaram os valores de esforço cortante resistente,  $V_{rd2}$  e  $V_{rd3}$ . Desta forma, a armadura transversal prevista em projeto é suficiente para absorver ao esforço cortante ao longo das seções da estrutura.

VERIFICACAO AO ESFORCO CORTANTE						
ELEMENTO 1						
SEC	Vsd	Vrd2	Vc	Vsw	Vrd3	Verificacão
1	350.23	1944.28	358.98	209.75	568.73	SIM
2	345.53	1944.28	364.98	209.75	574.73	SIM
3	335.55	1944.28	379.41	209.75	589.16	SIM
4	322.59	1944.28	402.45	209.75	612.19	SIM
5	309.63	1944.28	432.29	209.75	642.04	SIM
6	299.64	1944.28	462.01	209.75	671.75	SIM
7	294.95	1944.28	478.72	209.75	688.47	SIM
8	294.95	1944.28	478.72	209.75	688.47	SIM
9	287.92	1944.28	508.11	209.75	717.86	SIM
10	272.94	1944.28	596.53	209.75	806.28	SIM
11	253.51	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
12	234.08	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
13	219.10	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
14	212.06	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
15	209.47	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
16	172.09	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
17	92.54	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
18	6.27	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
19	105.09	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
20	184.64	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
21	222.02	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
22	224.61	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
23	231.65	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
24	246.62	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
25	266.05	1944.28	631.66	209.75	841.41	SIM
26	285.48	1944.28	538.15	209.75	747.89	SIM
27	300.46	1944.28	474.67	209.75	684.42	SIM
28	307.50	1944.28	452.36	209.75	662.11	SIM
29	307.50	1944.28	452.36	209.75	662.11	SIM
30	312.19	1944.28	439.39	209.75	649.14	SIM
31	322.18	1944.28	415.79	209.75	625.54	SIM
32	335.14	1944.28	391.36	209.75	601.10	SIM
33	348.09	1944.28	371.97	209.75	581.72	SIM
34	358.08	1944.28	359.58	209.75	569.33	SIM
35	362.77	1944.28	354.37	209.75	564.12	SIM

Figura 161: verificação quanto ao corte no ELU (norma brasileira)

A tabela da figura 162 mostra os resultados obtidos em relação à verificação ao corte, considerando a mesma seção de armadura transversal especificada no projeto, de acordo com a norma francesa.

VERIFICACAO AO ESFORCO CORTANTE - ELU						
TENSÃO DE CISALHAMENTO (KN/cm²)						
ELEMENTO 1						
SEC	TAU	TAU_ADM	Verificacão	TAU_S	TAU_LINHA	Verificacão
1	-.12	.65	SIM	.08	.03	SIM
2	-.12	.65	SIM	.08	.03	SIM
3	-.11	.65	SIM	.08	.03	SIM
4	-.11	.65	SIM	.08	.02	SIM
5	-.10	.65	SIM	.08	.02	SIM
6	-.10	.64	SIM	.08	.02	SIM
7	-.10	.63	SIM	.08	.02	SIM
8	-.10	.63	SIM	.08	.02	SIM
9	-.10	.63	SIM	.08	.02	SIM
10	-.09	.61	SIM	.08	.01	SIM
11	-.08	.58	SIM	.08	.01	SIM
12	-.08	.55	SIM	.08	.01	SIM
13	-.07	.52	SIM	.08	.00	SIM
14	-.07	.51	SIM	.08	.00	SIM
15	-.07	.51	SIM	.08	.00	SIM
16	-.06	.43	SIM	.08	.00	SIM
17	-.03	.75	SIM	.08	.00	SIM
18	.00	.02	SIM	.08	.00	SIM
19	.04	.28	SIM	.08	.00	SIM
20	.06	.46	SIM	.08	.00	SIM
21	.07	.53	SIM	.08	.00	SIM
22	.08	.53	SIM	.08	.00	SIM
23	.08	.55	SIM	.08	.01	SIM
24	.08	.57	SIM	.08	.01	SIM
25	.09	.60	SIM	.08	.01	SIM
26	.10	.62	SIM	.08	.02	SIM
27	.10	.64	SIM	.08	.02	SIM
28	.10	.65	SIM	.08	.02	SIM
29	.10	.65	SIM	.08	.02	SIM
30	.10	.65	SIM	.08	.02	SIM
31	.11	.65	SIM	.08	.02	SIM
32	.11	.65	SIM	.08	.03	SIM
33	.12	.65	SIM	.08	.03	SIM
34	.12	.65	SIM	.08	.03	SIM
35	.12	.65	SIM	.08	.03	SIM

Figura 162: verificação quanto ao corte no ELU (norma francesa)

Observa-se que tanto a verificação em relação à compressão das bielas de concreto, quanto a verificação em relação à seção de armadura transversal foram satisfatórias para a segurança da peça para o esforço cortante. Desta forma, a armadura transversal prevista no projeto foi suficiente na verificação do esforço cortante pela norma brasileira e francesa.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA A CONTINUIDADE DA PESQUISA

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões obtidas ao longo desta dissertação, referentes, principalmente, à verificação de elementos com protensão aderente e não aderente através da utilização dos critérios de projeto da norma brasileira e francesa. Ao final deste capítulo, são propostas algumas sugestões para a continuidade desta linha de pesquisa.

### 6.1 CONCLUSÕES

A automatização dos procedimentos de projeto de peças fletidas de concreto com protensão aderente e não aderente é justificada pela crescente utilização da protensão no Brasil e no mundo, devido principalmente a suas vantagens construtivas, redução na incidência de fissuras e diminuição na dimensão das peças com o emprego de materiais com maior resistência. A partir da implementação das subrotinas de verificação no programa computacional, seguindo as recomendações da norma brasileira e francesa, foi possível a aplicação direta do modelo numérico em elementos finitos do tipo híbrido no projeto de peças em concreto protendido.

No **Capítulo 2**, realizou-se a revisão bibliográfica do modelo numérico adotado, baseado no elemento finito do tipo híbrido, cuja abordagem é bastante interessante para a análise de estruturas com protensão não aderente. O caráter teoricamente exato da formulação contribuiu para a boa modelagem dos cabos não aderentes, já que a tensão destas armaduras depende das curvaturas de todas as seções do elemento protendido. A partir deste modelo numérico tem-se a possibilidade de considerar a não linearidade geométrica, os carregamentos cíclicos e a construção composta. Em relação aos materiais, foram apresentadas, de forma simplificada, as relações constitutivas do concreto, do aço da armadura passiva e do aço de protensão, utilizadas na programação do modelo numérico. O texto completo que explica a formulação e relações constitutivas dos materiais é encontrado em Barbieri (2003).

A apresentação dos critérios de projeto, conforme as normas brasileira e francesa, foi realizada no **Capítulo 3**. Para cada normalização, foram estudados de forma detalhada os graus de protensão (completa, limitada e parcial) e as combinações de carga para os Estados

Limites de Serviço (quase permanente, frequente e rara). Os tipos de verificação necessários no Estado Limite de Serviço (ELS-DEF, ELS-F, ELS-D, ELS-W) e no Estado Limite Último (ELU, ELU no Ato da Protensão e Corte) foram apresentadas de forma simplificada neste capítulo, pois suas formulações são explicadas nas subrotinas de verificação descritas no **Capítulo 4**.

No capítulo de Implementação das Rotinas de Projeto, **Capítulo 4**, foram descritas as etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento. No desenvolvimento computacional da entrada de dados, etapa de pré-processamento, realizado em linguagem *Visual Basic*, foi criada uma interface gráfica, possibilitando a entrada de dados de uma maneira fácil e prática. Cada tela foi explicada de forma simultânea com o lançamento de uma estrutura hipotética, facilitando, assim, a compreensão da utilização do programa de entrada de dados. Após a apresentação da tela principal e das planilhas de dados gerais, dados nodais, dados dos elementos, materiais, seções-tipo, armadura passiva, dados carregamento, protensão, perfil parabólico, carregamento nodal de referência, carregamento de referência (elementos) e ELS, foram descritas, de forma detalhada, cada subrotina de verificação implementada na etapa de processamento.

A programação das subrotinas de verificação do Estado Limite de Descompressão e Formação de Fissuras, tanto pela norma brasileira como na francesa, é baseada na comparação entre as deformações das lâminas e os valores limites estabelecidos pelas normas. A grande diferença entre estas subrotinas vem do cálculo do valor limite de resistência à tração do concreto. Admitindo um mesmo  $f_{ck}$ , o valor limite de resistência à tração do concreto calculado pela norma francesa,  $f_{ct}$ , é aproximadamente 80% do valor calculado pela norma brasileira, adotado igual à  $f_{ctm}$ , demonstrando, assim, um perfil mais conservador por parte da normalização francesa. Outra característica que deve ser levada em conta na análise é em relação às expressões do módulo de elasticidade do concreto, que é diferente entre uma norma e outra:  $E_c = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2}$  (norma brasileira) e  $E_{ij} = 11\,000 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}}$  (norma francesa). Como a verificação é baseada na comparação de deformações, as tensões são divididas pelo módulo de elasticidade do concreto. Desta forma, o valor da deformação limite de tração no concreto é dependente da tensão limite e do módulo de elasticidade, que variam conforme a norma considerada no cálculo. O carregamento também influencia nos resultados obtidos,

considerando que estes tipos de verificações exigem combinações de carga específicas para cada norma, admitindo diferentes coeficientes de ponderação.

Nas subrotinas de verificação quanto ao ELS-DEF, as duas diferenças principais encontradas entre normas são em relação ao valor máximo de flecha permitido e ao carregamento quase permanente, cujo valor dos coeficientes de ponderação,  $\Psi_2$ , varia entre uma norma e outra. Observou-se que o cálculo do valor limite da flecha pela norma francesa ( $l/500$ ), quando o vão tiver até 5 m, apresenta um valor igual à metade do valor limite obtido pela norma brasileira ( $l/250$ ), por considerar a menor utilidade dos revestimentos e paredes não estruturais. Caso existam situações particulares, as especificações técnicas de cada projeto que vão determinar este valor limite.

Em relação à verificação do Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras, as subrotinas implementadas apresentaram abordagens bem diferentes entre uma norma e outra. De acordo com as recomendações da NBR6118 (ABNT, 2007), foi necessário calcular o valor da abertura de fissuras de cada seção com armadura tracionada e comparar com o valor limite estabelecido pela norma. Como o cálculo dos valores de  $w_{k1}$  e  $w_{k2}$  exige a formação de um reticulado com pequenos retângulos em cada seção transversal com armadura tracionada para a definição da área  $A_{CR}$ , o esforço computacional empregado é bem elevado, tornando este tipo de verificação muito mais demorado. Diferentemente da norma brasileira, o *BAEL 91* (2000) verifica o ELS-W através da comparação dos valores de tensões das armaduras passivas e ativas com os valores limites recomendados pela norma francesa. Como não houve a necessidade de dividir a seção em uma malha com retângulos infinitesimais, a abordagem da norma francesa mostrou-se bem mais simples e rápida, exigindo um esforço computacional muito menor.

Na verificação quanto ao Estado Limite Último à flexão e no Ato de Protensão não foi necessária a implementação de subrotinas específicas para sua análise. Como na norma francesa não é feita a verificação do Ato da Protensão no ELU e sim no ELS, são analisadas as tensões admissíveis no aço e no concreto de acordo com a classe de protensão utilizada. Os coeficientes de ponderação de carga e de resistência dos materiais foram considerados já na entrada de dados e o estudo dos resultados foi feita através da verificação de tensões, deformações e fissuração. No Estado Limite Último à flexão foram comparados os momentos

últimos com os momentos resistentes, obtendo-se, desta forma, o valor do coeficiente adicional de segurança à ruptura da viga.

A verificação dos elementos lineares sujeitos à força cortante no ELU, tanto pela norma brasileira quanto pela francesa, foi feita em relação à seção da armadura transversal e à compressão das bielas do concreto, seguindo as formulações específicas de cada norma. Pela NBR6118 (ABNT, 2007), foram comparados os valores da força cortante solicitante de cálculo ( $V_{sd}$ ) de cada seção com os valores da força cortante resistente de cálculo, referentes à ruína das diagonais comprimidas do concreto ( $V_{Rd2}$ ) e à ruína por tração diagonal ( $V_{Rd3}$ ). Em relação às regras do *BPEL 91* (1992), foi feita a comparação entre tensões, sendo que, na verificação do concreto, a tensão última de cisalhamento ( $\tau_u$ ) deve ser menor que a tensão de cisalhamento admissível ( $\tau_{u,adm}$ ) e, na verificação da armadura, a tensão última de cisalhamento ( $\tau'_u$ ) deve ser menor que o esforço resistente da armadura transversal ( $\tau_s$ ).

No primeiro exemplo apresentado no **Capítulo 5**, pode-se observar que a etapa de pré-processamento está bem implementada, considerando que seus resultados são concordantes com aqueles apresentados no capítulo de validação do modelo numérico de Barbieri (2003). A partir dos três exemplos reais apresentados na sequência, foi comprovado que as verificações feitas pela norma brasileira e norma francesa chegaram a resultados muito semelhantes, mesmo que em algumas verificações foram utilizadas abordagens diferentes para fazer o mesmo tipo de análise. De um modo geral, observou-se que as verificações feitas, respeitando os critérios de projeto da norma francesa, apresentaram resultados mais conservadores, ou seja, é considerada uma margem de segurança superior àquelas fornecidas pelos coeficientes de segurança recomendados pela norma brasileira. Por fim, pode-se concluir que o programa mostrou-se uma ferramenta útil para a verificação de projetos em concreto armado e protendido.

Sabe-se que, em breve, as obras projetadas para a França vão exigir o Eurocode como norma oficial, e não mais o *BAEL 91* (2000) ou *BPEL 91* (1992). Desta forma, é possível unificar os critérios de projeto estrutural por toda a Europa, evitando que cada país tenha uma abordagem diferente para realizar os mesmos tipos de verificações. Como o Eurocode e a norma brasileira foram elaborados seguindo recomendações propostas no Código Modelo CEB-FIP, acredita-se que os métodos de verificação estrutural possam vir a se tornar ainda mais semelhantes. Como exemplo, observou-se que os métodos de verificações quanto ao Estado

Limite de Serviço de Abertura de Fissuras e quanto ao esforço cortante recomendados pelo Eurocode, apresentam a mesma abordagem que os métodos apresentados pela normalização brasileira.

## 6.2 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

A seguir, são apresentadas algumas sugestões para dar continuidade à linha de pesquisa:

- a) Sugere-se a automatização da verificação de vigas em concreto armado e protendido, possibilitando o trabalho conjunto da programação de entrada de dados, *Visual Basic*, com a etapa de processamento, implementada em *FORTRAN*. Desta forma, em uma única tela seriam lançados os dados de entrada do problema e o elemento seria verificado, de acordo com os critérios de cada norma, sendo que a saída de dados poderia ser implementada de uma maneira mais amigável através da utilização de gráficos gerados de forma automática;
- b) Como no modelo numérico implementado por Barbieri (2003) é possível a análise de pilares, sugere-se a implementação de subrotinas de verificação para o projeto de pilares em concreto armado e protendido, seguindo às recomendações referentes à norma brasileira e francesa;
- c) Sugere-se a implementação de critérios de projeto segundo o Eurocode, permitindo, desta forma, a comparação destes critérios de projeto com as recomendações exigidas pela norma brasileira e francesa;
- d) Sugere-se a implementação de rotinas computacionais em relação a outras normas, como o Eurocode e o *American Concrete Institute (ACI)*, possibilitando a comparação entre as abordagens de projeto estabelecidas em cada norma e os diferentes fatores de segurança empregados;
- e) Sugere-se ainda: implementação de rotinas para o cálculo das perdas diferidas; aprimoramento da entrada das cargas para que a forma dos carregamentos possa variar ao longo das etapas; definição automática dos módulos de integração no elemento e na seção; validação do programa para a construção por fases e definição do traçado ótimo de protensão.



## REFERÊNCIAS

- AGOSTINI, L. R. S. **Concreto Protendido**: estudo das vigas isostáticas. São Paulo: Editora Livraria Ciência e Tecnologia, 1983.
- ALMEIDA, T. G. M. **Noções sobre Concreto Protendido**. Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 1999.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Structural Concrete: ACI Committe 318**. Farmington Hills, 1999.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7197**: projeto de estruturas de concreto protendido. Rio de Janeiro, 1989.
- BAEL 91. **Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et reconstructions en béton armé suivant la méthode des états limites**. Paris, 2000.
- BPEL 91. **Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et reconstructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites**. Paris, 1992.
- BARBIERI, R. A. **Análise Numérico-experimental de Elementos Pré-moldados Protendidos com Continuidade Posterior por Adição de Armadura**. 1999. 126 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- BARBIERI, R. A. **Modelo Numérico para Análise à Flexão de Elementos Estruturais com Protensão Aderente e Não Aderente**. 2003. 330 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- BARBOSA, M. P. **Concreto Protendido, notas de aula**. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2008.
- CALIXTO, R. L. **Dimensionamento de uma Laje Lisa Protendida**. 2006. 130p. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Goiás, Anápolis.
- CAMPOS FILHO, A. **Notas de Aula**. 2009. Disciplina: Tópicos Avançados em Concreto. Mestrado Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- CAMPOS FILHO, A. **Notas de Aula**. 2011. Disciplina: Estruturas de Concreto Armado II. Curso de Graduação em Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- CAROL, I.; MURCIA, J. Nonlinear Time-Dependent Analysis of Planar Frame Using an 'Exact' Formulation – I. Theory. **Computers & Structures**, London, Pergamon Press, v. 33, n. 1, p.79-87, Jan. 1989.

- CAUDURO, E. L. Em Favor da Leveza. **Téchne**, São Paulo, PINI, n. 26, 1997.
- CAUDURO, E. L. **Execução de radiers protendidos**: simplicidade e economia. In: 42º Congresso Brasileiro do Concreto (COBRACOM 2000), 2000, Fortaleza. 14p.
- DEVALAPURA, R. K.; TRADOS, M. K. Stress-Strain Modelling of 270 ksi Low-Relaxation Prestressing Strands. **PCI Journal**, Chicago, PCI, v.37, n.2, p.100-106, Mar-Apr. 1992.
- EMERICK, A.A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2005. 191 p.
- FEDERATION INTERNATIONALE DU BETON. **Factory Applied Corrosion Protection of Prestressing Steel**. Lousanne, (Bulletin, 11), 2001.
- GHALI, A.; FAVRE, R. **Concrete Structures: Stresses and Deformations**. London: Chapman and Hall, 1986.
- JOST, D. T. **Análise de Peças Fletidas com Protensão Não Aderente pelo Método dos Elementos Finitos**. 2006. 152 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- KABAILA, A.; SAENZ, L. P.; TULIN, L. G.; GERSTLE, K. H. Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete. **ACI Journal**, Farmington Hills, ACI, v.61, n. 3, p.1227-1239, Mar. 1964.
- KLEIN, R. **Dimensionamento por computador de vigas simplesmente apoiadas de concreto protendido pós-tracionadas**. 2002. 163 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- LAZZARI, P. M. **Estudo de Projeto Estrutural de Ponte Rodoviária em Arco Inferior em Concreto Armado no Município de Saudades/SC**. 2008. 118 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- LEGGERINI, M. R. C. **Verificação do Estado Limite de Serviço de Abertura das Fissuras em Seções de Concreto Armado submetidas à Flexão Simples**. 2003. Trabalho de Conclusão (Mestrado Profissionalizante em Engenharia Civil, Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.
- LEONHARDT, F. **Construções de concreto: concreto protendido**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1983, v. 5.
- LORIGGIO, D. D. **Tópicos especiais de concreto protendido, notas de aula**. 1999. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- MACHADO, M. A. S. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos para a Análise Elasto-Viscoplástica de Peças de Concreto Armado e Protendido, Submetidas a Estados Planos de Tensão**. 2002. 150 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MATTOCK, A. H. Influence of Research in Prestressed Concrete. **PCI Journal**, Chicago, PCI, v.21, n.5, p. 72-89, Sep-Oct. 1976.

MELLO, A.L.V. **Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada**. 2005. 128 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Paulo.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais**: São Paulo, 1994.

MILANI, A. C. **Análise de Lajes Planas Protendidas pelo Método dos Elementos Finitos**. 2006. 123 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MONTEIRO T. C. L. **Análise Comparativa dos Fatores Influentes na Tensão Última de Protensão em Cabos Aderentes e Não Aderentes**. 2008. 132 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MOON, J. **Time-Dependent Analysis of Behavior and Strength for Prestressed Concrete Members with Bonded or Unbonded Tendons**. 1994. Dissertation (PhD) – Graduate School, University of Texas, Austin.

OWEN, D. R. J.; FIGUEIRAS, J. A. Ultimate Load Analysis of Reinforced Concrete Plates Including Geometric Nonlinear Effects. In: **Finite Elements Software for Plates and Shells**. 1984. Hinton, E.; Owen, D. R. J., Pineridge press, Swansea, 1984.

PFEIL, W. **Concreto Protendido 1: introdução**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1988.

RUDLOFF. **Catálogo técnico**. 2006. Disponível em: < <http://www.rudloff.com.br/>>. Acesso em: 12 abr. 2010.

SCHWINGEL, R. C. **Notas de Aula**. 2007. Graduação Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

TAO, X.; DU, G. Ultimate Stress of Unbonded Tendons in Partially Prestressed Concrete Beams. **PCI Journal**, Chicago, PCI, v.30, n.6, p. 72-91, Nov-Dec. 1985.

THONIER, H. **Le Béton Précontraint aux Etats-limites**. 2. ed. Paris: Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées, 1992.

VASCONCELOS, A. C. **O concreto no Brasil: recordes, realizações, história**. 2. ed. São Paulo: Editora Pini Ltda., 1992, v.1.

VERÍSSIMO, G. S.; CÉSAR JR, K. M. L. **Concreto Protendido, Fundamentos Básicos**. 4. ed. Universidade Federal de Viçosa. 1998. 73p.

VOELCKER, M. **Análise dos Fatores Influentes na Tensão Última de Protensão em Cabos Não Aderentes**. 2004. 159 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.