

241

REPRESENTAÇÃO DE REAIS EM BASES NÃO INTEIRAS. *Diego Marcon Farias, Jaime Bruck Ripoll (orient.) (UFRGS)*

Em meu último trabalho de iniciação científica, apresentei uma possível generalização da familiar representação dos números em bases, que consiste em escrever um número real entre 0 e 1 como uma série, por exemplo, da forma

$$\sum_{i=2}^{\infty} \frac{a_i}{n^i}$$

O interessante é que nesta representação um número é racional se e somente se possui expansão finita. Uma maneira de dar seguimento a este estudo é analisar a representação de reais em “base” q , onde q entre 1 e 2 é um número real fixado. Em outras palavras, fixado $1 < q < 2$ e dado x com

$$0 \leq x \leq \frac{1}{(q-1)}$$

quais as propriedades da representação

$$x = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{q^i}$$

onde a_i vale 0 ou 1? Denominamos tais representações por expansão em base q (ou simplesmente expansão) de x . Este problema vem sendo ainda estudado atualmente e inicialmente, por simplicidade, consideramos expansões como acima do 1 denominando-as q -desenvolvimentos (q -developments). Pode-se mostrar que para quase todo q entre 1 e 2, a quantidade de q -desenvolvimentos distintos é não enumerável. Além disso, existe uma quantidade não-enumerável de q 's entre 1 e 2 nos quais é única a representação. Este estudo pode tornar-se muito complicado, revelando conexões inesperadas com fractais, teoria da medida, teoria ergódica e aproximações Diofantinas. O objetivo do presente trabalho é mostrar de maneira relativamente elementar, baseado no artigo “Unique Developments in Non-Integer Bases” de Vilmos Komornik e Paola Loreti, que existe um menor q entre 1 e 2 para o qual existe único q -desenvolvimento.