BELISSA SCHÖNARDIE

Modelagem Matemática e introdução da função afim no Ensino Fundamental

Dissertação de mestrado apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Dra Marilaine de Fraga SantôAna

Porto Alegre
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Modelagem Matemática e introdução
da função afim no Ensino Fundamental
Belissa Schönardie

Comissão Examinadora

Maria Paula Gonçalves Fachin (UFRGS)

Vera Clotilde Vanzetto Garcia (UFRGS)

Rogério Ricardo Steffenon (UNISINOS)

*Dedico este trabalho aos meus pais e ao meu amado Ramon,
que sempre me apoiaram, me incentivando e encorajando
a chegar até a etapa final, abdicando por vezes
do tempo comigo para que eu alcançasse
mais este objetivo em minha vida.*

Agradecimentos

A Deus, por fazer de mim o que sou, e ser quem me guia
e orienta em cada um dos meus passos;

A Profa Orientadora Dra Marilaine, que me auxiliou a sonhar
com cada uma das aulas, e que sempre acreditou no meu potencial;

Aos meus alunos, por serem a razão de eu amar
o ñser professoraò e por me auxiliarem durante toda a caminhada;

A EMEF Ver Antônio Giúdice, pela confiança no meu trabalho, por me
incentivar e por permitir a prática deste trabalho

Ao meu marido, pela compreensão durante todo o tempo em que estive envolvida neste trabalho, por ser o grande amor da minha vida e por me consolar nos momentos de angústia e me fazer sentir capaz de conseguir completar mais esta etapa, mesmo quando eu não acreditava ser isto possível...

Aos meus irmãos em Cristo, que muito oraram para que
o Senhor Deus me auxiliasse a conseguir completar mais esta etapa;

À minha cunhada, Elisete Schönardie, por
prontamente me auxiliar com a revisão do texto;

Ao meu amigo Lucas Wagner, pelo apoio
na tradução do resumo deste trabalho.

Aos meus pais, pelo amor e pela educação que sempre
me proporcionaram, incentivando a estudar cada vez mais;

A todos vocês o meu MUITO OBRIGADA!
Sem vocês eu não teria conseguido.

ñEm seu coração o homem planeja o seu caminho, mas o Senhor determina os seus passos.ò *Provérbios 16:9*

RESUMO

O principal objetivo dessa dissertação é apresentar uma proposta para o ensino de função afim, desenvolvendo-se todas as atividades em turmas de primeiro ano do terceiro ciclo, o equivalente ao sétimo ano do Ensino Fundamental, a partir do emprego da Modelagem Matemática inserida em um cenário para investigação e compreendida como ambiente de aprendizagem. Pretende, também, verificar a pertinência de trabalhar tal conteúdo matemático com alunos dessa faixa etária. A turma investigada frequentava, na ocasião em que a proposta foi realizada, uma Escola de Ensino Fundamental da rede Municipal de Porto Alegre. Como referencial teórico, os estudos foram fundamentados, principalmente, nos conceitos de Modelagem Matemática, apresentados por Barbosa (2001), Biembengut (2000) e Skovsmose (2000). Para a investigação, a metodologia de pesquisa utilizada foi o Estudo de Caso. O tema da Modelagem Matemática teve como base uma investigação acerca dos planos de telefonia celular oferecidos pelas companhias existentes no Rio Grande do Sul, com o intuito de descobrir qual delas apresenta a proposta mais vantajosa, dependendo da necessidade do cliente. Durante os encontros, houve transição entre os diferentes ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000), bem como entre os diferentes casos propostos por Barbosa (2001). O desempenho dos alunos durante as aulas e os resultados por eles apresentados no final da sequência de atividades mostrou que a proposta desenvolvida é válida e adequada para a faixa etária em questão, bem como que, através da Modelagem Matemática, ocorre uma melhor compreensão da Matemática envolvida no trabalho. Como produto final, há ainda o material elaborado durante a realização do trabalho, o qual pode ser utilizado futuramente por professores que busquem valer-se de atividades semelhantes em suas aulas.

Palavras chave:

Modelagem Matemática ï função afim ï telefonia celular

ABSTRACT

The main goal of this dissertation is to describe a proposal for teaching affine functions to first year classes of the third education cycle (equivalent to seventh grade of elementary school), through the application of Mathematical Modeling inserted on a research scenario and understood as a learning environment. It also aims to determine the pertinence of working the referred subject with students from the involved age group. The class under analysis was, during the time of the proposal deployment, part of the Elementary City School, located in the city of Porto Alegre, Brazil. Concerning the theoretical framework, the study was primarily substantiated on the concepts of Mathematical Modeling, as defined by Barbosa (2001), Biembengut (2000) and Skovsmose (2000). The methodology chosen for the research process was the case study. For the model development, the work with the students was based on a research about cell phone plans offered by mobile operators from the state of Rio Grande do Sul, with the goal of finding out which one of them offers the most advantageous proposal, according to the customerõs needs. During the meetings, transitions among learning environments as defined by Skovsmose (2000), as well as among different cases as proposed by Barbosa (2001) took place. The studentsô performance during classes and their results obtained at the end of the sequence of activities demonstrated that the implemented proposal is valid and proper for the age group under analysis, and that through Mathematical Modeling there is a better comprehension of the Mathematic subjects involved in the work. As a final product, there is still the material developed during the course of work, which can be used in the future for teachers who desire to make use of similar activities in their classes.

Keywords:

Mathematical Modeling ï affine function ï mobile telephony

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Desde que comecei a lecionar, no ano de 2005, vejo alunos apresentando o seguinte questionamento: ñpara que preciso aprender este conteúdo?ò ou ñquando vou utilizar isso em minha vida?ò. Acredito serem tais questionamentos pertinentes, visto que, para muitos, torna-se complicado ter de contentar-se com respostas como ñvocê vai precisar para o vestibularò.

Não é de meu agrado deixá-los sem resposta ou mesmo com respostas vagas frente aos seus questionamentos, embora, às vezes, pareça um tanto quanto difícil apresentar-lhes a utilidade de certos conteúdos abordados no componente curricular de Matemática. Surgiu-me então a pergunta: como esperar que um aluno almeje aprender algo que, por vezes, sequer faz sentido para ele?

Dada a inquietação e, ao perceber em alguns alunos, certo desinteresse em relação a determinados conteúdos referentes à Matemática, principalmente quando não lhes é dado sentido ao aprendizado destes, optei por trabalhar através da Modelagem Matemática. Tudo isso na expectativa de tornar a aprendizagem mais agradável, além, é claro, de poder mostrar-lhes algumas de suas aplicações. Tive, ainda, a pretensão de que, ao final da prática, os discentes se dessem conta de que a Matemática pode ser utilizada nas situações corriqueiras de seu dia-a-dia.

Para tal, busquei embasamento em autores como Barbosa (2001), Biembengut (2000) e Skovsmose (2000). Por meio de leituras de livros, artigos e investigação de práticas realizadas por alguns colegas da área, a saber: Fabiana Agostini Maffei (2006), Tiago Emanuel Klüber (2005), Fabiane Fischer Figueiredo (2006) e Ana Virgínia de Almeida Luna (2007), se tornou mais fácil compreender o conceito de Modelagem Matemática, pois, foi através do projeto desenvolvido, que tive meu primeiro contato com as particularidades dessa proposta. Posteriormente, foi muito gratificante ver que os conceitos aprendidos durante as leituras correspondiam ao que ocorreu na sala de aula.

Realizar as leituras dos autores acima citados e de tantos outros que me auxiliaram no decorrer da pesquisa, acompanhadas do estudo e investigação de dissertações e monografias de colegas da área que também utilizaram a Modelagem Matemática em seus projetos, acabou por me impulsionar a sonhar com um trabalho diferenciado para os meus alunos, o qual se tornou possível a partir de encontros e conversas com a professora Marilaine de Fraga Sant'Ana. A cada novo encontro para apresentação e planejamento dos planos de aula, sentia-me mais familiarizada e envolvida com o projeto, de forma que faltam palavras para descrever a ansiedade pelos resultados no decorrer da prática, os quais, para mim, foram muito satisfatórios.

O que norteou a escolha da utilização da Modelagem Matemática nesse estudo não foi apenas o meu grande interesse pelo novo desafio, mas também o desejo de auxiliar meus alunos na compreensão do conteúdo trabalhado. Minha expectativa era que a partir das pesquisas realizadas, bem como através da elaboração dos modelos, eles conseguissem chegar a conclusões a respeito dos problemas propostos. Através de uma forma diferenciada, minha intenção era tornar o aprendizado mais fácil e agradável não apenas em sua compreensão, como também na fixação.

Com a Modelagem Matemática, além de apresentar aos alunos possíveis aplicações de conteúdos já estudados, foi igualmente trabalhada uma introdução à função afim, visto que, embora pertinente ao currículo, o assunto raramente é abordado nas escolas no primeiro ano do terceiro ciclo, o equivalente ao sétimo ano do Ensino Fundamental.

A proposta visa, então, facilitar a compreensão dos conteúdos estudados ao longo do ano, visto que será apresentada aplicabilidade para os mesmos, buscando torná-los mais atrativos. Existe, igualmente, a pretensão de superar alguns dos constrangimentos que mantêm o ensino em condição dominante e, muitas vezes, insatisfatória. Quando algum conteúdo é abordado sem que seja apresentada aos alunos uma utilidade em seu dia-a-dia, por diversas vezes, percebe-se certo desinteresse, o que pode gerar, inclusive, dificuldades de aprendizagem.

Para escolha do tema a ser abordado, busquei explorar situação que fosse aparentemente agradável aos alunos, atentando-se para algo relacionado ao seu cotidiano. O tema escolhido, então, foi a utilização do telefone celular e os planos oferecidos pelas diferentes operadoras. No final do trabalho, o pretendido era ver os alunos respondendo à questão: ñQual é a operadora de telefonia celular mais vantajosa para falar dependendo da necessidade de minutos do cliente?ò

O trabalho foi desenvolvido em uma turma de 1º ano do 3º ciclo na Escola Municipal de Ensino Fundamental Vereador Antônio Giúdice, turma em que eu atuava desde o início do ano letivo. A turma era muito participativa e se dispôs a enfrentar novos desafios.

Para iniciar a atividade, foi realizada previamente uma pesquisa de caráter qualitativo entre os alunos para verificar a utilização do aparelho celular entre eles, justificando o tema de escolha da pesquisa. Constatou-se, então, que apenas três dos vinte e quatro presentes não possuíam telefone celular. A proposta do projeto giraria em torno de investigar os planos oferecidos pelas quatro principais companhias existentes no mercado do Rio Grande do Sul, Oi, Claro, Tim e Vivo, buscando responder qual delas é a mais vantajosa para utilização em ligações, de acordo com o que disponibilizam.

Cabe ressaltar que, através das atividades de Modelagem Matemática realizadas, procurei dar suporte aos alunos para estudos posteriores, como, por exemplo, polinômios, conteúdo a ser estudado no ano letivo seguinte, sistemas de equações, inequações do primeiro grau, entre outros.

Assim, o presente trabalho apresenta então a seguinte configuração:

O segundo capítulo aborda a importância de o professor buscar ministrar aulas diferenciadas aos seus alunos, bem como de estar se atualizando periodicamente. É apresentado também neste capítulo um desafio aos professores, para que reflitam acerca de suas aulas, a fim de tornarem-se professores mais qualificados e melhores a cada novo dia.

O terceiro capítulo mostra o que é esperado que um professor aborde na componente curricular Matemática, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), trazendo análise de parágrafos desse documento, indicando a forma como estes serão trabalhadas dentro da atividade com Modelagem Matemática.

O quarto capítulo apresenta o referencial teórico pesquisado para a elaboração e prática deste trabalho. Neste capítulo há um breve estudo a respeito dos conceitos de Modelagem Matemática abordados por quatro autores: Maria Salett Biembengut, Jonei Cerqueira Barbosa, Ole Skovsmose e Dionísio Burak. Traz também análise dos aspectos convergentes e divergentes entre as teorias destes diferentes autores.

O quinto capítulo apresenta breve pesquisa acerca de quatro trabalhos desenvolvidos por outros professores, abordando os temas Modelagem Matemática, telefonia celular e função afim.

Por fim, o sexto capítulo aborda a prática por mim exercida, detalhando cada um dos encontros e apresentando as expectativas e reações dos alunos. Após cada relato de encontro há também uma análise deste, relacionando-o com as teorias estudadas.

No capítulo seguinte são apresentadas as conclusões deste trabalho, bem como minhas práticas futuras.

E, como produto final, nos apêndices deste trabalho há uma sequência didática para futura utilização de colegas que almejem trabalhar com Modelagem Matemática.

2 POR QUE INOVAR?

Este capítulo trata da importância do professor atualizar-se, buscando aperfeiçoar suas aulas, modificando, se necessário, inclusive a sua forma de ensinar. Traz também um desafio ao professor, pois, segundo o senso comum, mudar não é tarefa fácil, tampouco agradável, podendo exigir alguns sacrifícios.

> A velocidade das mudanças, a famosa globalização e o desenvolvimento tecnológico transformam incessantemente o ambiente de trabalho, de forma que hoje não há dúvidas de que "estudo" e "formação" não são apenas uma etapa da vida, mas uma constante ao longo de toda a carreira (COLLETTO, 2005, pag 1)

Não há como provar que professores que permanecem estudando necessariamente realizam um melhor desempenho dentro de sala de aula, mas também não podemos descartar por completo tal possibilidade. Também não é possível ignorar o fato de que as práticas pedagógicas necessitam ser repensadas de tempos em tempos. O que por vezes acontece é que alguns professores se limitam a planejar suas aulas semelhantemente às aulas de quando eram ainda alunos, desconsiderando o fato de que o tempo passou.

> Cada abordagem pedagógica tem uma influência direta dos paradigmas da época e caracterizam uma opção metodológica, portanto, torna-se relevante que os professores reflitam sobre esses paradigmas conservadores e busquem maneiras de ultrapassá-los. (BEHRENS, 1999, pag 386)

E ainda, em cena descrita por Corazza (2004, p. 2):

> Alimentada pelo hábito, pela tradição, pela assiduidade da rotina profissional, há quase um século, tal tristeza nos faz repetir os mesmos atos, exigir as mesmas condutas, ensinar os mesmos conteúdos, perguntar as mesmas perguntas e formular as mesmas soluções a muitas gerações de alunos (é). (CORAZZA, 2004, pag 2)

Assim, cabe ao professor atualizar-se, ao invés de, segundo Behrens (1999), permanecer ministrando aulas sempre da mesma forma como foi ensinado. Quando Corazza (2004) se refere a uma forma de nos livrarmos da tristeza normalmente encontrada na maioria dos professores, faz-nos pensar sobre o quanto alguns deles se sentem desestimulados, desinteressados e, muitas vezes, ansiosos pela chegada dos dias de férias. Para que esse quadro modifique, torna-se importante a busca de novas ferramentas para o ensinar, mesmo que tal atitude venha a exigir algum esforço.

Ainda segundo Colletto (2005), o panorama atual com relação às exigências no mercado de trabalho difere em muito do passado, pois antigamente a velocidade das pesquisas era demasiado baixa, se comparada aos dias atuais, de forma que não se questionava para este ou aquele profissional se ele estava buscando aperfeiçoar-se em sua área. O autor traz ainda que:

> O profissional, agora, entende que sua atualização é uma disciplina obrigatória e seu conteúdo dependerá de seus objetivos de desenvolvimento de carreira, das oportunidades de mercado e da sua autorrealização. (COLLETTO, 2005, p. 1)

Atrevo-me a aplicar as colocações do autor aos professores que vivem o momento atual da educação. Com a velocidade em que o mundo vem se transformando, como podemos nos contentar em não acompanhá-lo? Contentarmo-nos em continuar ministrando as mesmas aulas, ano após ano, sem as repensar, não é possível. Afinal, ainda são, de fato, boas?

Será que não devemos tentar nos remodelar? Sermos, quem sabe, professores mais “jovens”? E, digo jovens, no sentido de profissionais inseridos na atualidade, o que não significa necessariamente jovens em idade, mas sim, professores renovados. Professores que buscam cursos de aperfeiçoamento e prosseguem se dedicando aos estudos, seja através de formações continuadas, especialização, mestrado ou doutorado.

É uma tarefa que pode não ser tão fácil de realizar. Talvez, para alguns, não seja nem estimulante, pois ser professor atualmente significa por vezes assumir mais do que a função de ministrar aulas. Significa preparar seus alunos para enfrentar o dia-a-dia, o que é muito mais do que apresentar conteúdos. Mas, como ensinar sem aprender? Deve-se deixar de lado a soberba, o egoísmo. Deve-se deixar de pensar que já se aprendeu o suficiente e investir em novas formas de ensinar. Quem sabe não se deva voltar a ser aluno novamente para, em momento posterior, ser um professor melhor!

O grande problema é que muitos professores se sentem desmotivados só de pensar a respeito de mudanças. Este pode ser um grande erro! O que falta é justamente a ousadia para a mudança. Parar de se conformar, julgando que as coisas estão boas e que não precisam ser melhoradas. Parar também de pensar que se estão trabalhando assim há tanto tempo, a mudança poderá parecer assustadora.

Mudanças não apenas exigem esforços, possivelmente, também oferecerão barreiras. Em ñPensar o impensável, também na educação matemáticaò, Kinijnik (2005) fala a respeito de práticas selvagens, em termos ousadia de fazer o que é diferente, mas traz também que as famílias pressionam as escolas para que estas preparem seus filhos para os exames, concursos, de forma que os próprios alunos resistem ao novo, apesar das boas intenções de seus professores. Não deve ser esta mais uma ferramenta a bloquear o professor de tentar trazer novidades para suas aulas, tendo como veículo de escape as aulas tristes descritas por Corazza (2004).

> Tristeza que nos compele a criar uma imagem pobre, medíocre, indigente de nós mesmos, a qual nos faz pensar o já pensado, a dizer o já dito, a fazer o já feito, a ter cada vez menos ideias, menos amor a nossa profissão, e quedarmos presos à opinião, desenvolvendo profunda miopia para o que está longe, ao mesmo tempo, que uma não-escuta do que é interessante, excepcional, naquilo que vivemos cotidianamente. (CORAZZA, 2004, p. 2)

É possível romper com esse formalismo - tanto da forma de ensinar quanto da relação entre professor e aluno. Boas aulas são obtidas a partir de esforço, de estudo e mesmo de inovações que podem ir contra aquilo que é, por vezes, imposto ao professor. Pode-se, sim, elaborar uma boa aula inovadora capaz de preparar a turma para o vestibular! Ressalto ainda que uma aula, para ser considerada inovadora, não necessariamente deve relacionar o conteúdo abordado com a vida cotidiana, pois, desta forma, seria preciso inclusive rever os conteúdos abordados na escola básica. Deve sim ser aula que desperte interesse nos alunos, pela sua forma diferenciada e empolgante de ensino.

ñPor mais que tropecemos, o fardo de um professor é sempre esperar que o aprendizado possa mudar o caráter de um garoto e, ainda assim, mudar o destino de um homemò, (The Emperorôs Club, 2002). Ao refletir sobre o comentário do professor de História desse filme, não há como descartar qual deve ser o desejo de cada educador, o de fazer a diferença e ser lembrado como alguém que marcou a vida daqueles a sua volta.

Em contrapartida, existem aqueles que não sentem necessidade de mudanças. Em situação por mim presenciada, um professor disse, ao queixar-se de suas turmas: “Não ensino meus alunos, afinal, eles nunca conseguirão aprender.” Infelizmente, existem docentes que pensam dessa maneira, que seus alunos não são capazes de aprender. Terminam por tirar-lhes a oportunidade da experiência do aprendizado, visto que suas aulas passam a ser vazias e sem sentido.

Tratemos então do professor disposto à mudança, daquele que acredita que boas aulas são aquelas nas quais seus alunos saem diferentes do momento em que entraram na sala de aula, daquele que almeja promover um período de experiências para sua turma.

> É incapaz de experiência aquele a quem nada passa, a quem nada lhe acontece, a quem nada lhe sucede, a quem nada o toca, nada lhe chega, nada o afeta, a quem nada o ameaça, a quem nada ocorre. (BONDÍA, 2002, p. 25)

Às vezes, o aluno participa de aulas nas quais é apenas espectador e não coparticipante. Nelas, são promovidas situações em ele chega à sala, copia páginas e páginas em seu caderno, sem sequer ter tempo para refletir a respeito do que estão lhe abordando, e tudo o que precisa fazer é memorizar um ou outro conteúdo, a fim de obter bons resultados nas avaliações. Com isso, deixa-se de contribuir para um efetivo crescimento e contato com novas e prazerosas experiências.

Elaborar aulas em que seja possível ao aluno ter suas próprias experiências pode ser algo trabalhoso e cansativo. Seriam aulas em que o discente sairia “transformado”, conhecedor de novos ensinamentos. É, sem dúvida, uma experiência que não se pode prever, mas que se almeja possa ocorrer, não necessariamente em forma de experimento, como muitos podem estar pensando, mas que envolva mudança.

Sejam jogos, idas à informática, um belo discurso, exercícios que façam o aluno refletir ou mesmo a tradicional aula expositiva. O que importa é a forma como os conteúdos estão sendo abordados. Levam o aluno a uma possível mudança? Este se sentirá tocado com o que lhe está sendo falado?

> (...) uma política de educação animada pelo devir-criança ajuda a renovar as formas de pensar e viver a educação que hoje são insustentáveis: a educação-para-a-sociedade, subordinada à preparação para a chamada vida ativa e para o dia de amanhã; a educação do homem distanciado do mundo; a educação que oferece experiências de aprendizagem, mas na qual o aprender não pressupõe experiência alguma. (JÓDAR, GOMEZ, 2002, p. 43)

Que experiências de aprendizagem podem ser levadas para a sala de aula? Como colaborar para o crescimento dos discentes como indivíduos? Como proporcionar a eles ferramentas para que as mudanças possam vir a ocorrer?

O ponto de partida pode ser tomar o “fardo” de agentes de transformação, colaboradores que não tratam seus alunos como meras tábulas rasas, mas como pensadores cheios de ideias, criatividade, ânimo.

Em seguida, por mais árduo que possa parecer, investir em aulas diferenciadas, buscar novas formas que possam dar ao aluno a oportunidade da experiência. Oportunidade esta que pode ou não ocorrer, pois experiência não tem hora marcada, não é possível prever quando ou como ela ocorrerá.

Refletindo sobre a necessidade de trazer momentos de experiências saudáveis aos alunos, bem como de renovar a forma como venho ensinando a Matemática durante minha prática docente, optei por buscar uma alternativa diferenciada na Modelagem Matemática, o que foi desafiador, por ser o meu primeiro contato com essa forma de ensinar. Ao mesmo tempo, no entanto, foi algo prazeroso, pois me abriu novos e agradáveis horizontes.

Trabalhar por meio da Modelagem Matemática, exigiu esforço e pesquisa, como qualquer assunto novo a ser trabalhado, mas ao analisar os resultados, percebi que havia conseguido oferecer aos alunos um momento de novas experiências, o que tornou o trabalho favorável para eles.

O próximo capítulo tratará do primeiro passo para o início das atividades: pesquisar acerca do que é esperado que um professor ofereça aos alunos no Brasil. Para tal, buscou-se embasamento nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN'S).

Analisando os PCN'S, percebe-se que a proposta oferecida por meio da Modelagem Matemática pode ser ferramenta útil para as necessidades de ensino atuais.

Por fim... deixemos que eles experimentem... E, por que não, nós, professores, também?

3 BREVE ANÁLISE DO QUE É ESPERADO PELOS PCN`S PARA AS AULAS DE MATEMÁTICA

Conforme mencionado no capítulo anterior, antes de iniciar o planejamento, buscou-se analisar o que é esperado que um professor trabalhe com seus alunos nas aulas de Matemática, para melhor adequar as atividades que seriam propostas. Não foi difícil relacionar aquilo que é solicitado com o que se pretende trabalhar dentro da Modelagem Matemática. Destaco aqui alguns tópicos, indicando como os conteúdos foram trabalhados durante as aulas, inseridos no contexto da Modelagem Matemática.

Espera-se, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCN's, 1997), que o aluno seja capaz de:

> Demonstrar interesse para investigar, explorar e interpretar, em diferentes contextos do cotidiano e de outras áreas do conhecimento, os conceitos e procedimentos matemáticos abordados neste ciclo. (PCN, Matemática, 1997, p. 56)

Neste caso, em particular, foi oferecida aos alunos a oportunidade de investigar a respeito de uma situação de seu cotidiano, que, no caso em questão, foi a análise dos planos das diferentes companhias telefônicas, a fim de debater a respeito do tema e, posteriormente, relacionar com seus conhecimentos matemáticos.

> É fundamental não subestimar a capacidade dos alunos, reconhecendo que resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo. (PCN, Matemática, 1997, p. 29)

Durante as aulas, tentou-se, ainda, mostrar ao aluno o quanto este é capaz de resolver diferenciadas problematizações, sem que se faça necessária a intervenção do professor, na expectativa de incentivá-los a não desistir em frente a novos desafios. Muitas vezes, percebia os alunos inseguros com relação ao componente curricular de Matemática, principalmente ao se tratar de resolução de problemas. Uma das intenções da proposta foi trabalhar com dois fatores em especial ï lidar com a eventual insegurança e trabalhar a resolução de problemas ï , na tentativa de transmitir confiança e segurança necessárias ao aluno, mostrando-lhe que, por vezes, os problemas trabalhados nas aulas de Matemática são muito próximos de algumas vivências a serem enfrentadas no dia-a-dia.

> O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele percebe entre os diferentes temas matemáticos. (PCN, Matemática, 1997, p. 29)

Uma proposta pode ser ainda trabalhar com multidisciplinaridade[1], oportunizando o aluno não apenas a resolver os exercícios propostos pelo professor, mas também questioná-lo em relação à, no caso em questão, utilização do telefone celular, formas de venda, elaboração de propagandas, entre outros. Desta forma, o tema escolhido pode ser abordado simultaneamente em diferentes componentes curriculares, de acordo com a necessidade e a oportunidade.

> Outra de suas funções é como mediador, ao promover a confrontação das propostas dos alunos, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. (PCN, Matemática, 1997, p. 31)

Em diversas etapas de uma proposta que envolva a Modelagem Matemática, o professor pode e deve atuar como mediador[2], deixando que o aluno chegue sozinho às suas conclusões, intervindo apenas quando for necessário, pois um dos objetivos é, conforme mencionado, mostrar ao discente que ele é, sim, capaz de aprender, incentivando-o a buscar, por si só, a solução das problematizações.

---

1 Entende-se por multidisciplinaridade: conjunto de disciplinas a serem trabalhadas simultaneamente, sem fazer aparecer as relações que possam existir entre elas, destinando-se a um sistema de um só nível e de objetivos únicos, sem nenhuma cooperação. A multidisciplinaridade corresponde à estrutura tradicional de currículo nas escolas, o qual se encontra fragmentado em várias disciplinas. Fonte: DIEB ï Dicionário Interativo da Educação Brasileira <http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp?id=90> acesso em 04/07/2011

2 Entende-se por professor mediador: Conceito utilizado para caracterizar o professor que trabalha com a mediação pedagógica, significando uma atitude e um comportamento do docente que se coloca como um facilitador, incentivador ou motivador da aprendizagem, que ativamente colabora para que o aprendiz chegue aos seus objetivos. Fonte: DIEB ï Dicionário Interativo da Educação Brasileira <http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp?id=90> acesso em 04/07/2011

> A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade. (PCN, Matemática, 1997, p. 24)

Seguindo por essa linha de pensamento, pode-se ainda trabalhar com o aluno temas de seu interesse e cotidiano, de forma a proporcionar ao educando desenvolver espírito crítico para tomar decisões acerca das diferentes situações abordadas.

> A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama. (PCN, Matemática, 1997, p. 15)

Em Modelagem Matemática é também possível oferecer ao aluno momento diferenciado da rotina de exercícios habitualmente trabalhados com a turma, pois, durante a realização das atividades, é possibilitado aos discentes não apenas aprender novos conteúdos, mas também refletiram acerca da aplicabilidade no seu dia-a-dia. Assim, relaciona-se a Matemática com o cotidiano, permitindo aos alunos a visualização de situações em que a Matemática aparece fora da sala de aula, dando sentido ao que estava sendo abordado, tornando o aprendizado, inclusive, mais atraente.

> As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática, que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática. (PCN, Matemática, 1997, p. 29)

Por vezes, percebo em meus alunos que alguns se sentem incapazes de solucionar um problema matemático, quando este lhes é proposto, ora por acreditarem não ser suficiente o seu conhecimento, ora por não desenvolverem espírito crítico acerca do caso. A proposta aplicada tinha como intenção que o aluno não só aprendesse a respeito de funções afins, mas ainda desenvolvesse sua percepção de que a Matemática vai além das quatro paredes da sala de aula e está inserida nas mais corriqueiras situações do dia-a-dia. Perceber que as soluções buscadas fora do ambiente escolar podem ser relacionadas com as dos problemas apresentados em aula era, da mesma forma, um aspecto que os alunos deveriam compreender.

Assim, além de oferecer ao aluno aulas diferenciadas, houve igual propósito de trabalhá-las de acordo com o que é esperado para o Ensino de Matemática no Brasil.

Realizada a pesquisa, será abordado, no próximo capítulo, o que diferentes autores trazem a respeito da Modelagem Matemática, visto que o projeto desenvolvido fará utilização dessa prática de ensino.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

Alguns autores, como Barbosa (2001) e D'Ambrósio (1989), consideram que o Ensino no Brasil é formado por aulas "tradicionais", nas quais os professores se limitam a explicações seguidas de longas listas de exercícios de fixação.

O objetivo deste estudo não é julgar tal prática como correta ou errônea; mas apresentar uma forma diferenciada e, por que não dizer, dinâmica de ensinar.

> Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro-negro aquilo que ele julga importante. 0 aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 1)

Com relação às aulas ditas tradicionais, percebe-se que o aluno sente-se seguro para resolver os problemas propostos, mas, ao deparar-se com problematizações diferenciadas, que exigem sua visão crítica, por vezes, vê-se incapaz de solucioná-las, visto que aprendeu mecanicamente.

Temos, então, tanto aspectos favoráveis quanto desfavoráveis. O aprendizado "mecânico" facilita a resolução de grande diversidade de exercícios, desde que sigam a mesma linha de raciocínio do modelo elaborado. Mas, para avaliações que envolvam problematizações nas quais não está claro por qual caminho o aluno deve seguir, este mesmo aluno, tão ágil anteriormente, pode, por vezes, não conseguir encontrar diretriz para solucioná-las.

Biembengut (2009) afirma ainda que, ao utilizarmos a Modelagem, estamos contribuindo para o crescimento do aluno, pois além de ensinar a Matemática, é possibilitada a discussão acerca dos temas a serem tratados, bem como reflexão sobre os mesmos e formação de conceitos.

> (...) utilizar-se das situações cotidianas ou do meio circundante podem contribuir, por exemplo, para melhor formação dos estudantes em qualquer fase da escolaridade. Desde identificar, descrever, comparar e classificar os objetos e coisas ao redor; visualizar e representar os mais diversos entes; representar e resolver situações problemas e ainda melhor compreender os entes que rodeiam. (BIEMBENGUT, 2009, p. 20)

Deve-se, também, lembrar que a simples repetição e resolução de exercícios não tornam o aluno um ser crítico, uma vez que vivemos tempos em que posicionamentos são exigidos a cada momento. Tempos em que somos questionados sobre o que achamos deste ou daquele assunto, em que somos incitados a buscar, sozinhos, soluções das mais diversas para situações do cotidiano.

> (...) o aluno está constantemente interpretando seu mundo e suas experiências e essas interpretações ocorrem inclusive quando se trata de um fenômeno matemático. São as interpretações dos alunos que constituem o se saber matemática "de fato". Muitas vezes o aluno demonstra, através de respostas a exercícios, que aparentemente compreendeu algum conceito matemático; porém, uma vez mudado o capítulo de estudo ou algum aspecto do exercício, o aluno nos surpreende com erros inesperados. É a partir do estudo dos erros cometidos pelos alunos que poderemos compreender as interpretações por eles desenvolvidas. (DôAMBRÓSIO, 1989, p. 2)

Um outro aspecto a considerar é que, por vezes, a forma tradicional de ensino pode desinteressar o aluno pelas aulas de Matemática, visto que prestar atenção, copiar do quadro e resolver listas de exercícios o fará apenas espectador das aulas, ao passo que ele deveria ser o ñator principalò. Afinal, as aulas devem ser preparadas de forma a lhe acrescentar conhecimento matemático e não para torná-lo uma máquina de copiar e reproduzir.

> Ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno assim, passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante. (DôAMBRÓSIO, 1989, p. 2)

Nas aulas ditas tradicionais, o aluno costuma ser visto não como detentor do conhecimento, mas apenas um mero aprendiz, devendo assim assimilar aquilo que o seu professor disser, repetindo em seguida tais ensinamentos. Não lhe é dado espaço para criar, apenas repetir.

Existem ainda professores que criticam o aluno quando estes solucionam os problemas propostos de forma diferenciada do esperado, punindo-os em suas avaliações. A este aluno não é dada liberdade de pensar por si só. Em situação por mim presenciada, uma professora anulou o exercício de seu aluno por este solucionar um problema de multiplicação por dois somando parcelas, ao invés de operar via multiplicação.

> Em nenhum momento no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar, o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 2)

Dessa forma, sugere-se a utilização da Modelagem Matemática como instrumento de Ensino, de maneira a, como foi mencionado, apresentar ensino diferenciado, possivelmente mais atraente e agradável aos discentes. Outra pretensão é possibilitar ao aluno encontrar a matemática em situações simples de sua vivência, como pesquisar um plano de telefonia celular que lhe seja mais favorável de acordo com o uso desejado.

Deseja-se, através desta prática, apresentar ao aluno a possibilidade de encontrar a Matemática em situações cotidianas, bem como fazê-lo compreender que ela pode deixar de ser tão complexa, pois a curiosidade incitada no aluno através da pesquisa, das descobertas, dos projetos pode produzir prazer por aprender este componente curricular.

Não se pretende substituir todas as aulas de Matemática por aulas que envolvam Modelagem, pois são necessários ao aluno momentos em que o professor toma a frente e lhe explica o conteúdo, de maneira a formalizar, ou mesmo auxiliar o aluno a obter conclusões acerca daquilo que foi por ele próprio "descoberto". Não se espera também isentar o professor da responsabilidade de ensinar, deixando a cargo dos alunos todo o processo de aprendizado, mas buscar ensinar de modo diferenciado. O professor deve saber então discernir entre os momentos apropriados para deixar seus alunos pesquisarem e debaterem e o momento para retomar o controle da aula.

> Nem Matemática nem Modelagem são "fins", mas sim "meios" para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a Matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. É pertinente sublinhar que necessariamente os alunos não transitam para a dimensão

> do conhecimento reflexivo, de modo que o professor possui grande responsabilidade para tal. (BARBOSA, 2001, p. 4)

Segundo Barbosa (2001), muitos autores argumentam a respeito da utilização da Modelagem Matemática como uma opção para o planejamento de suas aulas, em contraposição ao método tradicional de ensino, a saber, a exposição do conteúdo por parte do professor para o aluno..

Burak (2004) aponta ainda o contraste existente entre os exercícios da aula tradicional e a utilização da Modelagem Matemática, evidenciando que, ao utilizarmos a Modelagem, estamos oferecendo ao aluno a oportunidade de estudar tema de seu interesse, através da coleta de dados de assuntos previamente combinados.

> Na Modelagem Matemática, os problemas apresentam características distintas dos problemas apresentados na maioria dos livros textos, pois são consequência da coleta dos dados, de natureza qualitativa ou quantitativa, provenientes da pesquisa exploratória: (BURAK, 2004, p. 5)

Dessa forma, o aluno não apenas se envolve com o conteúdo a ser estudado, mas seleciona tema de sua preferência para estudar, o que torna o estudo mais atraente, afinal, é baseado em uma escolha própria.

Nessa etapa, o professor deve auxiliar seus alunos, avaliando o tema por eles proposto, questionando-os sobre em que pontos de sua escolha podem encontrar a Matemática, bem como buscando aproximá-los do componente curricular através daquilo que lhes interessa. Tal processo poderá ser bem-sucedido apenas se houver parceria entre docente e discente.

> Na forma usual, o processo de ensino é deflagrado pelo professor. Na Modelagem Matemática, o processo é compartilhado com o grupo de alunos, pois sua motivação advém do interesse pelo assunto. (BURAK, 2004, p. 2)

E ainda, com relação ao fato de o aluno encontrar sentido e significação para seus estudos ao criar seu modelo matemático, a partir de tema por ele escolhido, vemos em Burak que o discente compreende o significado dos conteúdos a serem por ele estudados:

> Na Modelagem Matemática, esse momento é fundamentalmente rico, pois favorece o trabalho com os conteúdos matemáticos que assim ganham significado. É nessa etapa que se oportuniza a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, se constituem em momentos privilegiados e ricos para a formação do pensar matemático. (BURAK, 2004, p. 6)

Como dito, não se espera apresentar a Modelagem Matemática como única e principal forma de ensino, mas oferecer ao aluno ambiente descontraído, que lhe mostre situações em que utilizamos a Matemática no dia-a-dia, justamente sugerindo abordagem diferenciada para o ensino. Espera-se, trazer ao grupo de alunos, não apenas momento divertido de aprendizagem, mas apresentar a Matemática através de tema que lhe seja agradável.

Cabe lembrar o quanto o adolescente hoje é curioso e dificilmente aceitará ficar sem respostas, o que também ocorre quando o questionamento por ele levantado é: "quando utilizarei, o que estou aprendendo, na minha vida?"

Por meio da Modelagem, é possível mostrar-lhe, a partir de dados coletados, a junção de situações vivenciadas com a Matemática, respondendo, dessa maneira, a alguns dos seus questionamentos.

Quando aprende a respeito de algo cuja utilidade rapidamente identifica, torna-se mais fácil para o aluno a compreensão daquilo que está aprendendo, pois para ele, tal aprendizado não será "em vão".

> Quando o aluno vê sentido naquilo que estuda, em função da satisfação das suas necessidades e de seus interesses, da realização dos seus objetivos, não haverá desinteresse, pois trabalha com entusiasmo e perseverança. Esse interesse é importante, pois dá inicio à formação de atitudes positivas em relação à Matemática. (BURAK, 2004, p. 10)

Ainda segundo Barbosa (2001), no Brasil, a Modelagem Matemática está relacionada à ideia de projetos, nos quais o professor tem papel coadjuvante, trazendo para a turma o convite à proposta e auxiliando posteriormente no que for necessário. O trabalho seguirá por esse viés, apresentando determinada problematização, a partir de dados coletados com a turma, na expectativa de motivá-la a embarcar na pesquisa apresentada.

O projeto em questão, não apenas será utilizado para trazer conteúdo novo aos alunos, mas também para retomar aqueles que porventura ainda não tenham ficado claros ou que se julgue importante sua revisão. Assim, ao aluno também é possível vivenciar a espiralidade da Matemática, pois, muitas vezes, ao encerrar um conteúdo e dar início ao estudo de outro, o discente poderá esquecer o que foi anteriormente trabalhado.

> Através da Modelagem Matemática, o aluno se toma mais consciente da utilidade da Matemática para resolver e analisar problemas do dia-a-dia. Esse é um momento de utilização de conceitos já aprendidos. É uma fase de fundamental importância para que os conceitos trabalhados tenham um maior significado para os alunos, inclusive com o poder de torná-los mais críticos na análise e compreensão de fenômenos diários. (DôAMBRÓSIO, 1989, p. 3)

Skovsmose (2000) define seis diferentes ambientes de aprendizagem, combinando dois paradigmas: o do exercício e o da investigação ï com três referências ï Matemática Pura, senirrealidade e realidade. Como se vê, no diagrama, três destes ambientes, são considerados cenários de investigação. ñAs práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação diferem fortemente das baseadas em exercíciosò (SKOVSMOSE, 2000, p. 5).

Um cenário para investigação é um ñambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigaçãoò (SKOVSMOSE, 2000, p. 2). Partindo dessa ideia, será oferecida ao aluno a oportunidade de investigação, a fim de que, segundo suas descobertas, a Matemática torne-se mais clara.

Um cenário para investigação pode ser também compreendido como aquele capaz de convidar os alunos a formularem questões e buscarem explicações. Nesse ponto, entra o importante papel do professor ao convidar seus alunos a participarem de tal busca. A forma como o professor lançará a proposta auxiliará a definir como seus alunos a aceitarão.

A constituição de ambientes de aprendizagem visa ainda trazer ao aluno uma forma diferenciada de aprender a Matemática, na qual ele participa ativamente das discussões, bem como da elaboração de um produto final. Para alguns, tal tarefa poderá parecer mais trabalhosa do que se o professor simplesmente explicasse o conteúdo e aplicasse listas de exercícios. Espera-se, no entanto, que a proposta possa ser mais envolvente e divertida, pois, ao finalizar o trabalho, o aluno não apenas conhecerá fórmulas, por exemplo, mas conseguirá compreender em que situações elas poderão ser utilizadas.

> (...) na aplicação dessa metodologia, um conteúdo matemático pode se repetir várias vezes no transcorrer do conjunto das atividades em momentos e situações distintas. A oportunidade de um mesmo conteúdo poder ser abordado diversas vezes, no contexto de um tema e em situações distintas, favorecendo significativamente a compreensão das ideias fundamentais, pode contribuir de forma significativa para a percepção da importância da Matemática no cotidiano da vida de cada cidadão, seja ele ou não um matemático. (BURAK, 2004, p. 4)

Skovsmose divide os ambientes de aprendizagem em seis casos, sendo que estes podem abordar a Matemática Pura, em que o aluno trabalha com exercícios isentos de qualquer contextualização; a semirrealidade, em que o trabalho se desenvolve a partir de contextualização fictícia, se possível, próxima à realidade e, por fim, a realidade, situação em que os dados coletados para as problematizações são reais, extraídos do cotidiano.

O primeiro ambiente é aquele em que a predominância é de exercícios que envolvam a Matemática Pura, sem muita exigência de reflexão do aluno acerca de como o que está sendo estudado se encaixa em seu cotidiano. Apesar de não haver o relacionamento com a aplicabilidade do conteúdo, é útil para a compreensão de métodos, bem como para a fixação dos conteúdos.

O segundo ambiente envolve Matemática Pura dentro de cenários para investigação. Nesse ambiente, o aluno é convidado a refletir sobre a Matemática que está aprendendo, porém ainda sem contextualização dos conteúdos.

O terceiro ambiente envolve a semirrealidade interligada com a Matemática Pura, espaço em que encontramos exercícios que fazem alusão à semirrealidade. Apesar de não serem trabalhados dados reais, ao aluno já é possível investigar a respeito da necessidade dos conceitos aprendidos em seu cotidiano.

O quarto ambiente trabalha a semirrealidade do aluno em cenário para investigação. Nele, o aluno não apenas resolve exercícios, mas também é convidado a explorar e tirar suas próprias conclusões. Os problemas propostos, mesmo não sendo dados reais, trazem ao aluno perspectiva de como tais problematizações se encaixam no seu dia-a-dia.

O quinto ambiente é bastante parecido com o terceiro, mas envolve a realidade, uma vez que os exercícios são extraídos de situações reais vivenciadas fora do ambiente matemático, elaborados através de pesquisas, por exemplo.

Já, o sexto e último ambiente, convida os alunos a explorarem situações da realidade, buscando e compreendendo a Matemática nelas existentes. As problematizações propostas são oriundas de dados reais, os quais exigem pesquisa por parte dos alunos e do professor, para obtenção de dados e, posteriormente, de sua análise.

A tabela a seguir caracteriza uma divisão, segundo Skovsmose (2000), para os casos descritos sobre os ambientes de aprendizagem. Os números de 1 a 6 indicam os diferentes casos que podem ser encontrados em uma atividade de Modelagem Matemática:

	Exercícios	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Figura 1: Ambientes de aprendizagem
Fonte: Cenários para investigação ï Ole Skovsmose (2000, p. 6)

Ressalto que Skovsmose enfatiza a transição entre os ambientes, de modo que durante as atividades, ora será trabalhado um, ora outro, de modo a mostrar aos alunos que não necessariamente todos os conteúdos estudados são de fácil e nem mesmo necessária aplicação para que haja compreensão, mas sim importantes para compreender outros conteúdos matemáticos futuramente abordados.

Com o grupo de alunos, será construído principalmente o sexto ambiente apresentado pelo autor, no qual o professor busca planejar sua aula, bem como o convite para a investigação, a partir da realidade vivida pelos discentes. Optou-se pelo tema telefonia celular, na expectativa de fácil aceitação pelo grupo, visto que é tema de interesse dos adolescentes. No ambiente citado, serão levadas em conta para a investigação, não apenas a Modelagem Matemática em si, mas também outras questões pertinentes ao assunto, que possivelmente surgirão durante as aulas. Questionamentos relativos a promoções do mês e a utilização do aparelho celular farão parte dos resultados, tanto quanto a Modelagem em si.

Skovsmose (2000) traz ainda a importância de o professor, às vezes, sair de sua ñzona de confortoò, aquela em que se sente seguro por deter o controle das aulas e, igualmente, por prever como será o seu andamento, para trabalhar atividades que o coloquem em uma ñzona de riscoò, espaço no qual sua prática pode tomar rumos inesperados. Nesta última, não é possível antever quais questionamentos surgirão por parte dos alunos, nem mesmo como será sua reação com relação ao convite que lhes será proposto.

> Qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. Isso significa, por exemplo, a aceitação de questões do tipo ño que acontece se...ò, que possam levar a investigação para um território desconhecido. (SKOVSMOSE, 2000, p. 14)

Embora se referindo à utilização de Tecnologias Informáticas (TI) na educação, a definição de Penteado (2000) acerca de ñzona de confortoò e ñzona de riscoò vai ao encontro da Modelagem Matemática. Quando se refere a estes conceitos, Skovsmose (2000) utiliza as definições desta autora.

> Entendo ñzona de confortoò como a dimensão da prática docente em que estão presentes a previsibilidade e o controle. Poucos professores ousam abandonar essa área: talvez aqui esteja uma das razões de muitos não fazerem uso de TI. Um uso que explore as vantagens das TI para ampliar as experiências de ensino e aprendizagem requer um movimento em direção a situações imprevisíveis e com alto nível de surpresa. Essa dimensão ï caracterizada por incerteza, flexibilidade e surpresa ï é a zona de risco. (PENTEADO, 2000, p. 32)

E com relação a atividades que envolvam a Modelagem Matemática, Hermínio, (2009), traz ainda que:

> No caso da Modelagem, o professor é constantemente colocado à prova e pode se sentir inseguro, pois não sabe que tipo de tema poderá emergir da escolha dos alunos e nem como relacioná-lo à Matemática envolvida nesse tema, como também se sentir desafiado a compor nesses novos alinhavos até então não descobertos, uma nova conquista a ser aprendida. Essa possibilidade de aberturas, do novo, do até então não dominado e/ou não previsto, faz da Modelagem um atrativo para a interação do professor com os alunos, resultando num crescer comum entre as partes: educador X educando. (HERMINIO, 2009, p. 96)

Assim, trabalhar com Modelagem Matemática é uma experiência que pode ser vista como prazerosa ou assustadora, pois exige dar aos alunos liberdade maior do que em uma atividade oriunda de uma aula tradicional, por exemplo. Não há como prever as reações dos alunos, seja quanto ao aceite ou quanto ao aprendizado em si, mas não se pode deixar de considerar que esta liberdade pode gerar no aluno maior curiosidade e desejo pelo aprender. Exige que o professor deixe de lado suas “aulas prontas” para embarcar com seus alunos em uma pesquisa cujos resultados são inesperados. Para tal, o professor necessita, inicialmente, incentivar seus alunos a participar da Modelagem, o que pode ocorrer a partir de um simples, mas cativante convite.

Barbosa (2001) define ainda Modelagem Matemática como: “Modelagem é um ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6).

A respeito desse convite que se faz aos alunos para iniciar o trabalho utilizando a Modelagem Matemática, temos em Skovsmose (2000, p. 4):

> O convite é simbolizado pelo “O que acontece se ... T” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se ... T”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto ... ?” do professor representa um desafio e os “Sim, por que isto ... T” dos alunos indica que eles estão encarando o desafio e que estão procurando explicações.

Ou seja, o professor inicia questionando seus alunos acerca de determinado tema, seja este de livre escolha dos alunos ou apresentado pelo professor. O aceite desse convite se dá então a partir do momento que os alunos demonstram interesse pelo assunto apresentado. O professor pode iniciar questionando pontos do tema ou mesmo deixar que os alunos o façam. Tal convite pode ser lançado aos alunos a partir de conversas, em que os mesmos apresentem seus questionamentos e, dessa forma, envolvam-se no tema proposto, ou através de desafios, nos quais o professor lança um questionamento capaz de intrigar os alunos a ponto de almejarem investigar mais sobre o assunto.

É possível ainda que, apesar de o professor se empenhar em apresentar a proposta de forma envolvente, os alunos a rejeitem. Dessa forma, não há um cenário para investigação, pois não houve aceitação das duas partes envolvidas ï professor e alunos. ñ(...) o cenário somente torna-se um cenário para investigação se os alunos aceitam o conviteò(SKOVSMOSE, 2000, p. 5).

Skovsmose (2000) traz ainda que um cenário de investigação não é necessariamente estanque, pois, talvez, o que determinado grupo aceitar como proposta de trabalho, poderá não ser acolhido por outro. ñO que pode servir perfeitamente como um cenário para investigação a um grupo de alunos numa situação particular pode não representar um convite para um outro grupo de alunosò (SKOVSMOSE, 2000, p. 5).

Pelo fato de a atividade de Modelagem ter como foco um tema central, o convite, uma vez que este for aceito, permanecerá presente durante o seu decorrer. Assim, enquanto se estiver abordando tal tema, cabe ao professor manter os alunos estimulados, para que não desanimem ou mesmo desistam da pesquisa.

> O convite estará presente durante toda a atividade, cabendo ao professor estimular os alunos a se envolverem na atividade proposta. O professor ao desenvolver uma atividade de Modelagem em sala de aula pode conduzi-la de diferentes maneiras quanto a sua atuação e a dos alunos nas fases referentes à elaboração da situação problema, simplificação, coleta dos dados qualitativos e quantitativos e resolução. (OLIVEIRA, CAMPOS, 2007, p. 2)

Aceito então o convite por parte dos alunos, serão utilizados os diferentes casos descritos por Barbosa dentro do ambiente de aprendizagem. Segundo o autor, é possível classificar os casos de Modelagem Matemática de três formas diferentes:

No primeiro caso, o professor tem como função trazer aos alunos a problematização pronta e os dados necessários para sua resolução, cabendo a eles solucioná-la.

No segundo caso, o professor lança o problema aos alunos, mas estes são responsáveis por coletar dados para a sua resolução. Transitaremos por situação que ilustra os encaminhamentos dessa proposta durante o projeto. Os alunos serão desafiados a avaliar qual das empresas de telefonia celular existentes atualmente no mercado na cidade de Porto Alegre é mais viável para determinado tipo de ligações, cabendo-lhes coletarem tabelas com tarifários, bem como demais informações que julgarem pertinentes.

Já, no terceiro caso, o aluno é responsável tanto pela formulação do problema, através de temas não-matemáticos, quanto pela coleta de dados e resolução.

Nos três casos, o professor deve atuar como coadjuvante, deixando a cargo dos alunos a tomada de conclusões, orientando apenas quando e no que for necessário, sem ñdar as respostas prontasò. A intenção do projeto é justamente esta: que os alunos consigam por si só elaborar as modelagens, contando o mínimo possível com a intervenção do professor.

A tabela a seguir refere-se aos diferentes casos propostos por Barbosa (2001) e suas fases dentro da Modelagem Matemática, bem como às diferentes atuações do professor e alunos em cada uma delas.

	Caso 1	*Caso 2*	*Caso 3*
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Figura 2: Relação professor ï aluno nos casos de Modelagem Matemática
Fonte: ñModelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico ï Jonei Cerqueira Barbosa (ANO, p. 9)

Durante a maior parte das aulas, será utilizado o segundo caso, pois a problematização inicial e o convite à Modelagem serão feitos pela professora, deixando a cargo dos alunos a pesquisa de campo e a resolução do problema.

Espera-se, dessa forma, contribuir não apenas com o conhecimento matemático do aluno, mas também auxiliá-lo a tornar-se indivíduo crítico, bem como a buscar, sozinho, soluções para o problema proposto.

Vemos, também, segundo Biembengut (2000), que o processo de Modelagem é dividido em três etapas: interação, na qual se tem o primeiro contato com o tema a ser estudado, matematização, na qual o problema em questão é traduzido para a linguagem matemática e, finalmente, o modelo matemático, no qual se percebe e analisa os resultados da matematização. Estas são subdivididas em subetapas.

O esquema a seguir apresenta as três fases da Modelagem Matemática propostas por Biembengut (2000), bem como as subetapas nele presentes.

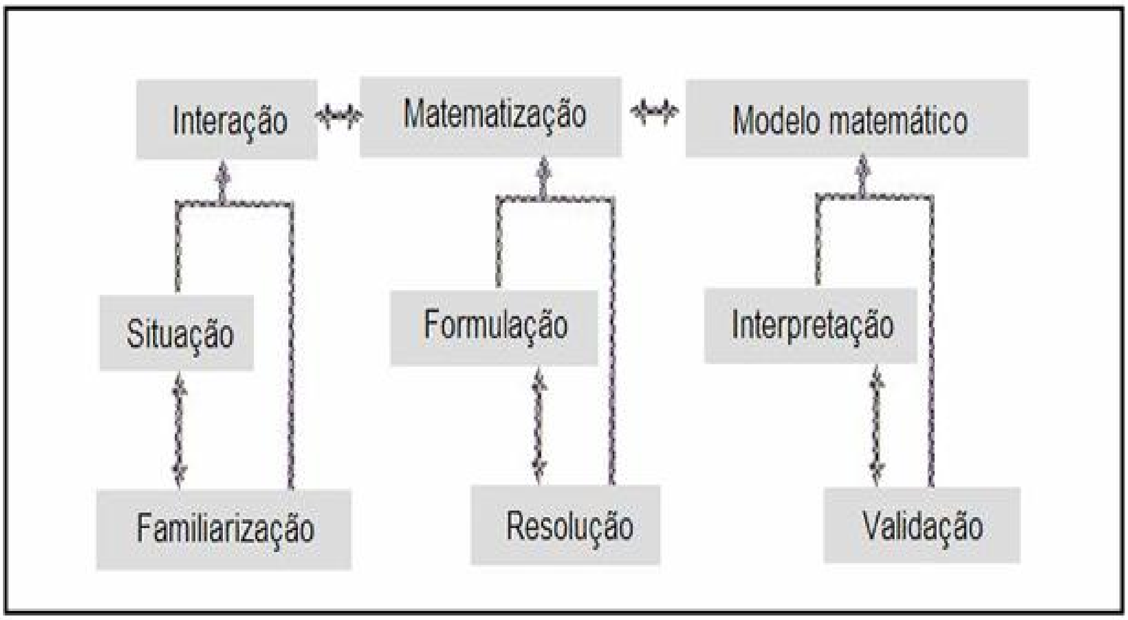


Figura 3: Dinâmica da Modelagem Matemática
Fonte: Modelagem Matemática no ensino ï Maria Sallet Biembengut, Nelson Hein, 2009 p. 15.

Na interação, é realizada breve explanação do tema, discutindo-se com os alunos sobre o projeto a ser realizado. Nesse momento, é importante o papel do professor, pois, ao lançar a proposta, ele deve mostrar-se motivado, de forma a produzir o mesmo sentimento nos educandos. É, igualmente, função do professor demonstrar interesse e conhecimento sobre o tema a ser abordado. Temos, ainda, nessa etapa, o reconhecimento da situação-problema. Os alunos devem então ser ouvidos, e espera-se que contribuam com sugestões de problematizações a partir do tema explorado.

Na matematização, temos a formulação do problema/hipótese e a resolução desse problema em termos do modelo. Para tal, seguem-se alguns passos no decorrer do desenvolvimento do conteúdo pelo professor, segundo a autora. Inicialmente ocorre a seleção e formulação de algumas das questões levantadas pelos alunos, de forma a incentivar os alunos a proporem respostas. Se necessário, cabe solicitar que pesquisem acerca do tema por eles escolhido, para melhor compreensão do mesmo.

Para Biembengut (1997), a fase de Matematização é a fase mais complexa e desafiadora. Nesta fase se dá a tradução da situação-problema para a linguagem matemática.

Para formular e validar as hipóteses, a autora considera necessário:

a) classificar as informações (relevantes e não relevantes) identificando fatos envolvidos;

b) decidir quais os fatores a serem perseguidos ï levantando hipóteses;

c) identificar constantes envolvidas;

d) generalizar e selecionar variáveis relevantes;

e) selecionar símbolos apropriados para as variáveis e;

f) descrever estas relações em termos matemáticos.

Ao final desta etapa, deve-se obter um conjunto de expressões e fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução. Assim, o problema passa a ser resolvido com o conhecimento matemático que se dispõe. Será necessário então um conhecer razoável sobre as entidades matemáticas envolvidas na formulação do modelo.

Caso surja, no decorrer das pesquisas, algum conceito matemático ainda não desenvolvido com os alunos, a autora sugere interromper a pesquisa para abordá-lo, de forma a posteriormente obter melhores resultados. Solucionadas as dúvidas, retoma-se à pesquisa em questão. O professor pode, ainda, apresentar aos alunos exemplos análogos ao caso, a fim de não restringir seus ensinamentos ao modelo esperado. Esses exemplos darão aos alunos visão mais clara a respeito do conteúdo, suprindo possíveis deficiências na aprendizagem. Da mesma forma, segundo a autora, é possível propor a resolução de exercícios, para avaliar como decorreu a aprendizagem em questão.

Apenas, então, retoma-se o questionamento inicial, apresentando-se uma solução.

No modelo matemático, temos a interpretação da solução e a validação do modelo/avaliação. Segundo a autora: ñA questão formulada, que permite a resolução da questão e de outras similares, pode ser considerada um modelo matemático.ò (BIEMBENGUT, 2000, p. 22).

O esquema abaixo mostra o desenvolvimento das três etapas propostas por Biembengut (2000), bem como os passos já apresentados em cada uma dessas etapas:

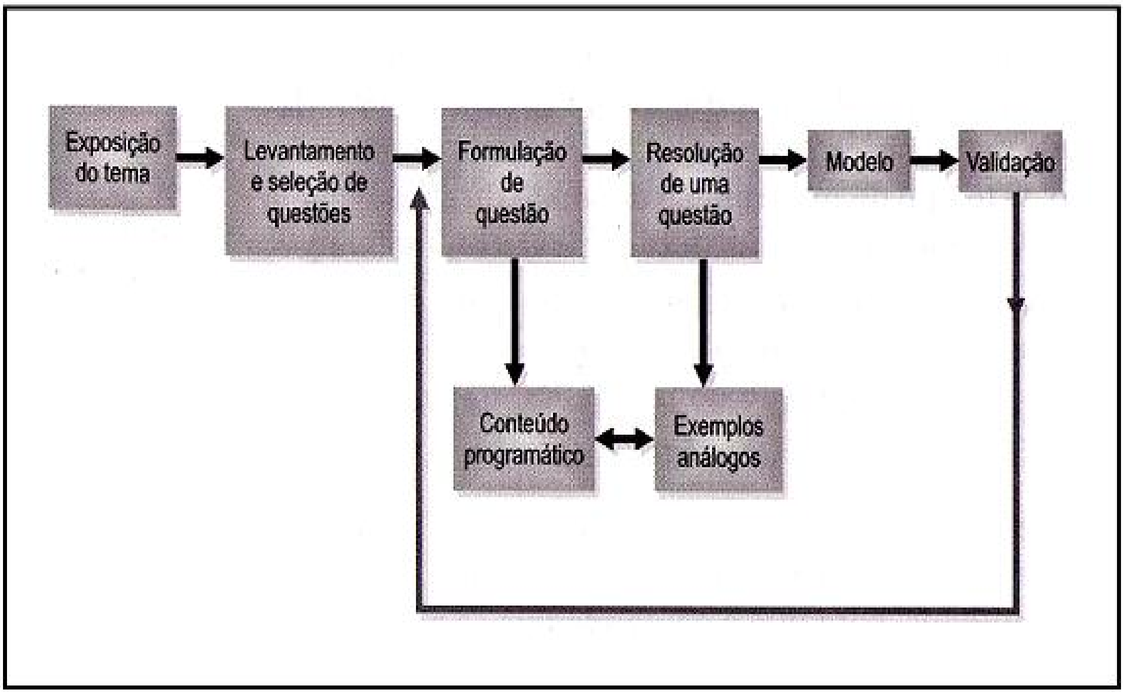


Figura 4: Desenvolvimento do conteúdo programático
Fonte: Modelagem Matemática no ensino ï Maria Sallet Biembengut, Nelson Hein, 2009, p 22.

No capítulo 7 será identificado em que pontos do planejamento foi utilizada cada uma dessas etapas, visto que se transitou pelas três.

Traçando um paralelo entre as teorias descritas acima, vemos que os três principais autores abordados ï Barbosa (2001), Skovsmose (2000) e Biembengut (2000) apresentam diversos aspectos em comum.

Os três autores sugerem a ideia de um convite inicial, no qual o professor apresenta aos seus alunos a proposta a ser realizada. Apesar de Skovsmose, dar maior ênfase a esse convite do que Barbosa, o mesmo se evidencia no que ambos propõem. Biembengut (2000) também dá enfoque ao convite, ainda na fase de Interação, na qual ocorre a exposição do tema. Outro ponto que os autores em questão trazem em comum é a importância da forma como o professor apresenta o convite a seus alunos, pois tal colocação pode ser decisiva para o aceite ou não dos mesmos.

Implicitamente, os autores Barbosa (2001) e Biembengut (2000) trazem também a ideia de abandonar a ñzona de confortoò e trabalhar na ñzona de riscoò, trazida abertamente por Skovsmose (2000), ao incentivar a utilização da Modelagem Matemática, abrindo um leque de possibilidades ao aluno. Skovsmose, como dito, trata mais profundamente do assunto.

Já, com relação às divisões e subdivisões de casos dentro da Modelagem Matemática, não é difícil comparar umas com as outras.

Analisando separadamente:

Skovsmose diferencia-se de Barbosa por trazer três casos em que o aluno realiza exercícios de fixação e outros três em que o aluno atua nos cenários para investigação. Barbosa trabalha apenas a Modelagem Matemática, dentro dos ambientes de aprendizagem, embora no primeiro caso a figura do professor ocupe um papel um pouco maior com relação aos demais casos. Já, Biembengut aponta esses casos descritos por Skovsmose, pois, na etapa de Matematização afirma que, se necessário, pode-se interromper o projeto de pesquisa para a exploração de algum conceito que esteja deficiente, valendo-se para tal de exemplos análogos, que facilitem a compreensão do aluno. Traz também que o professor pode utilizar exercícios de fixação, o que se assemelha com os casos 1, 3 e 5 de Skovsmose.

Outro fator relacionado entre os autores é que os três trazem a figura do professor como um auxiliar para seus alunos, ora mais presente, ora mais espectador, mas não sendo o elemento principal da sala de aula, como nas ñaulas tradicionaisò.

Para a etapa de finalização, O Modelo Matemático proposto por Biembengut é semelhante à etapa de resolução, presente nos três casos de Barbosa, pois em ambos ocorre a elaboração do modelo matemático em questão.

5 TRABALHOS JÁ REALIZADOS UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA

Pensando na proposta a ser aplicada, tornou-se necessário investigar trabalhos já realizados que abordassem os temas referentes à Modelagem Matemática, ensino de funções afins e análise de planos de telefonia celular em sala de aula. Em momento posterior, os dados coletados servirão para comparar a prática realizada com os resultados alcançados por outros colegas da área, verificando se as metas idealizadas foram alcançadas. Alguns dos trabalhos pesquisados são mencionados a seguir:

Fabiana Agostini Maffei (2006) apresentou trabalho semelhante à atividade que será desenvolvida nessa proposta, porém com enfoque no Ensino Médio. Em sua pesquisa, abordou o tema telefonia celular, analisando apenas uma das operadoras existentes, a Vivo, enfocando os diferentes planos por ela oferecidos.

A autora buscou seguir as etapas de Modelagem sugeridas por Biembengut, de forma que iniciou pela apresentação do tema aos alunos, trazendo para a sala de aula uma pesquisa referente à evolução da telefonia, desde os primeiros aparelhos existentes até o surgimento do telefone celular. Abordou, também, como, atualmente, os adolescentes usam o celular e explicou para os alunos todos os passos da pesquisa.

Após questionar seus alunos a respeito de quantos deles possuíam o aparelho, a professora tabulou os dados, utilizando o software Excel. No caso em questão, 100% do grupo de sua classe possuía telefone celular.

Em Modelagem Matemática, não podemos prever com exatidão o rumo das aulas, de forma que a autora relata, na análise dos dados, o quanto os alunos questionaram a respeito da operadora escolhida por seus colegas e, por consequência, qual dos planos era o mais conveniente para cada caso. A partir desse ponto, foram divididos em grupos para analisar apenas a operadora Vivo, buscando encontrar justificativas para a escolha de determinado plano.

A autora concluiu que a atividade foi gratificante, embora poucos alunos tenham conseguido chegar ao modelo por ela esperado. Por se tratar de alunos do Ensino Médio, ela tinha a expectativa de que elaborassem inequações para justificar o plano mais vantajoso, o que não ocorreu. Segundo suas afirmações, somente cerca de 25% dos alunos conseguiu explicar oralmente as conclusões a que chegaram, mas sem construir um modelo formal.

Outro trabalho analisado foi o de Tiago Emanuel Klüber (2005). Ele também experimentou a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula, vivenciando-a com uma turma de segundo ano do Ensino Médio. Optou por abrir um leque de possibilidades aos seus alunos, de forma que sugeriu sete possíveis temas de pesquisa, dando-lhes liberdade para que acrescentassem mais alguns, de acordo com suas próprias expectativas. Os alunos apresentaram mais nove temas. A partir de votação, ficou decidido que pesquisariam sobre ñengenharia de alimentosò.

Como referencial teórico, o autor seguiu a proposta de Burak (1998), partindo dos cinco pontos por ele indicados para a Modelagem Matemática, a saber: 1. escolha do tema; 2. pesquisa exploratória; 3. levantamento do(s) problema(s); 4. resolução do problema e o desenvolvimento de conteúdos relacionados ao tema e 5. análise crítica das soluções. (BURAK, 1998, *apud* KLÜBER, 2005)

O autor iniciou propondo aos educandos que as aulas subsequentes seriam trabalhadas de forma diferenciada da habitual. Relata, ainda, que os alunos se mostraram curiosos e interessados, por não saberem como seriam as aulas.

Após definido o tema a ser trabalhado, ñengenharia de alimentosò, o autor solicitou aos alunos a coleta de material que, em situações posteriores, ajudariam a esclarecer dúvidas que se instalariam durante as discussões.

No caso em questão, o professor apresentou como referencial um questionamento pronto aos alunos, relacionando produção de pães e quantidade de farinha utilizada em seu preparo. Assim, o docente retomou com os alunos a função afim, diferenciando variável discreta de variável contínua, o que gerou desconforto entre os alunos, pois os mesmos afirmaram nunca haver estudado tal parte do conteúdo.

Os alunos questionaram ainda o porquê de não utilizarem ñregra de trêsò para resolver o problema proposto. O professor falou sobre a necessidade da construção de conceitos mais elaborados, não descartando a possibilidade que trouxeram para discussão.

Klüber relata, ainda, que seus alunos encontraram dificuldades em formular os questionamentos, sendo necessário auxílio do professor.

Outro ponto importante que o autor traz é que, durante as aulas, fez-se necessário buscar suportes teóricos nas demais áreas de conhecimento, como química, física e história, para responder a alguns dos questionamentos elaborados pelos alunos.

Finalizando seu trabalho, o autor concluiu sobre a necessidade de ousar, pois, por vezes, é necessário ir ñcontra a correntezaò para obter resultados ñinesperadosò.

Um terceiro trabalho analisado foi o da estudante Fabiane Fischer Figueiredo (2006), que utilizou a Modelagem Matemática com seus alunos, verificando se, para uma revendedora Avon, seria mais vantajoso negociar direta ou indiretamente seus produtos. Para Figueiredo (2006), a proposta visava a descobrir qual das duas situações ofereceria uma comissão mais lucrativa.

A autora buscou o embasamento para a realização da prática em Bassanezzi (2002).

Inicialmente, entrevistou uma vendedora de produtos da Empresa Avon, buscando saber como esta procedia para comercializá-los. Descobriu a existência de duas modalidades, a das vendas direta e semidireta.

Para auxiliar no estudo da situação problema, foi fixado o valor dos produtos extras a serem vendidos, no valor de R$ 10,00 mensais. Os alunos estudaram o histórico da Empresa Avon, a fim de conhecerem o funcionamento do processo de vendas e a clientela a ser atingida.

Para a atividade, os estudantes elaboraram uma tabela, na qual destacaram os ganhos de uma revendedora através da venda direta e semidireta. Partiram da restrição estabelecida inicialmente, observando que para a venda direta havia prejuízo caso fosse vendida quantia inferior a R$ 100,00. Ao contrário, a venda semidireta permitiria alcançar um lucro até aproximadamente este valor.

Os alunos chegaram à conclusão de que a venda direta tinha como modelo f(X) = 0,30x ï 10, enquanto que a venda semidireta tinha como modelo g(x) = 0,2x. Os dados pesquisados foram esboçados em um gráfico, de forma a melhor visualizar os resultados.

A autora ressaltou a importância de ser analisada a condição social das vendedoras. Algumas delas não teriam condições financeiras para pagar a taxa de adesão exigida pela empresa Avon, sendo-lhes, então, melhor indicada a venda semidireta.

A fim de auxiliar os alunos na análise dos dados obtidos, foram propostos os seguintes questionamentos:

> a)Que significado tem o coeficiente angular das retas?
> b)Para que valor de vendas as vendedoras recebem comissões iguais?
> c)Se o valor obtido das vendas for R$80,00, qual a diferença entre as comissões obtidas da venda direta e da semidireta? Justifique por que, nesse caso, a comissão obtida da venda semidireta é mais vantajosa.
> d)Ainda e de acordo com a história da empresa e do faturamento obtido no Brasil, qual é o valor aproximado das comissões de venda? Faça um comparativo das comissões de venda. Faça um comparativo com o valor do salário mínimo. (FIGUEIREDO, BISOGNIN, 2006, p. 6)

A pesquisadora constatou que a utilização de Modelagem Matemática na sala de aula possibilita relacionar situações reais com conteúdos matemáticos. Concluiu, igualmente, que a Modelagem Matemática não apenas é eficaz, como também proporciona aos alunos vivências de sua cidadania.

A partir de toda a investigação feita, foi possível identificar diversos casos de autores que utilizaram a Modelagem Matemática com alunos de Ensino Médio, o que pouco aconteceu com o Ensino Fundamental. Tudo isso, em especial, porque a tarefa de trabalhar Modelagem Matemática com alunos menores pode ser mais difícil. Afinal, sabe-se que, nessa fase, eles são mais dependentes e exigem maior paciência e dedicação do professor. Mas, tais justificativas não invalidarão a proposta da Modelagem Matemática em nenhuma das faixas etárias.

Um trabalho encontrado foi o da Ana Virgínia de Almeida Luna (2007), que trabalhou com uma turma de segunda série do Ensino Fundamental de uma escola particular, em Feira de Santana, Bahia.

Em seu trabalho, a autora optou por trabalhar com os alunos sobre como construir um restaurante de comida natural. Conta que as atividades foram muito bem aceitas pelos discentes, pois, no ano anterior, eles haviam estudado sobre a alimentação saudável, envolvendo-se com a análise de rótulos e entrevista com nutricionistas. Assim, era um assunto com o qual a turma estava familiarizada.

Para a Modelagem, Ana baseou-se principalmente nas ideias de DôAmbrósio (2002), Bassanezi (2002), Barbosa (2001, 2006), Borba (1999), Biembengut (2003), dos australianos Galbraith e Stilman (2006) e do sul-africano Julie (2003).

A proposta foi lançada para as crianças em forma de questionamentos acerca do que, para elas, significava a elaboração de um restaurante natural. Algumas relembraram o projeto do ano anterior, aceitando logo a proposta, enquanto outras afirmaram não gostar de comida natural por ser sem gosto. As próprias crianças sugeriram visitação a um restaurante para aprender mais. Esta última ideia foi aprovada mesmo por aqueles que, inicialmente, não se sentiram atraídos pelo projeto.

Durante a visita, os alunos levantaram várias questões interessantes. Queriam saber os critérios para a escolha dos pratos, dias em que o restaurante apresenta maior movimento, tipos de ingredientes utilizados, entre outros. Quem respondeu à entrevista foi a proprietária do local.

Para dar continuidade ao projeto, os alunos planejaram o seu restaurante. Após pesquisa realizada entre funcionários e alunos, optaram por incluir o sanduíche natural no bar da escola, pois foi o mais votado.

A partir dessa atividade, os alunos foram desafiados a calcular o valor do sanduíche, bem como trabalhar com as transformações Kg/g, L/ml, pois se fizeram necessárias na distribuição, por exemplo, do refrigerante de uma garrafa pet em copos descartáveis de 200 ml.

Para auxiliar os alunos nos cálculos de proporções, a turma da quarta série foi convidada para participar do projeto, pois já havia estudado frações. A autora conta que a interação foi muito interessante, visto que os alunos maiores explicavam os passos aos menores.

A autora concluiu que o trabalho foi válido não apenas para apontar a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem que gera significado mais amplo sobre a Matemática, mas também serviu para compreender como os referidos alunos interagem com os conhecimentos matemáticos na construção de modelos matemáticos para resolver situações propostas no ambiente de Modelagem.

Ressaltou que, através dessa atividade, os alunos puderam refletir sobre a Matemática e seu papel na sociedade, envolvendo-se com problemas, discutindo suas ideias e a dos parceiros, bem como escrevendo o que descobriram sobre as situações problemas reais.

Para finalizar, ela declara que os resultados mostram a necessidade da incorporação do trabalho no ambiente da Modelagem Matemática desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, propondo-se, assim, a interação dos alunos com situações reais que mobilizam variados conhecimentos matemáticos.

A análise dos trabalhos citados abriu novos horizontes de pesquisa e trouxe incentivo para colocar em prática o projeto, pois os quatro autores analisados concluíram ser favorável a utilização da Modelagem Matemática no ambiente escolar, destacando diversos pontos positivos em suas aulas.

6 BREVE ANÁLISE DO ESTUDO DE FUNÇÕES

5.1 DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

Stewart (2001) traz como uma definição para função. "Uma função *f* é uma lei a qual para cada elemento *x* em um conjunto A faz corresponder exatamente um elemento chamado *f(x)*, em um conjunto B." (STEWART, 2001, p. 12) Faz-se necessário compreender o significado de função antes de tratarmos da função afim.

Ainda segundo o autor, em uma função, o conjunto A é chamado de ***domínio da função***, enquanto que f(x) é o conjunto referente à todos os atribuídos as variações de x no domínio. Tem-se ainda que os valores do domínio de uma função são variáveis independentes, enquanto que os valores atribuídos a f(x) são as variáveis dependentes.

Pode-se também, ainda segundo o autor, interpretar uma função por pelo menos três diferentes formas:

1) **máquina**: se x pertence ao domínio da função f, ao entrar na "máquina", ele será o *input*, e esta produzirá o *output* - f(x), seguindo a lei da função.

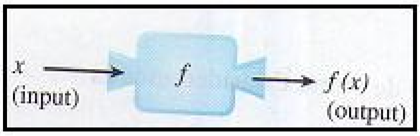


Figura 5: Diagrama de máquina para uma função f
Fonte: Cálculo- Vol.1– James Stewart, 2001, p 12.

2) **diagrama de flechas**: as setas partindo de elementos do conjunto A correspondem-se aos elementos do conjunto B, indicando a associação entre estes. Cada flecha indica a relação entre x e *f(x).*

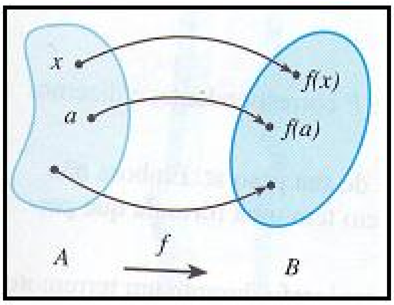


Figura 6: Diagrama de flechas para f
Fonte: Cálculo- Vol.1– James Stewart, 2001, p 12.

3) **gráfico**: identifica os conjuntos de pares ordenados pertencentes à função em questão, sendo, segundo o autor, o método mais comum para visualizar uma função. O gráfico representa os conjuntos de pares ordenados {(x, f(x)))|x∈A}.

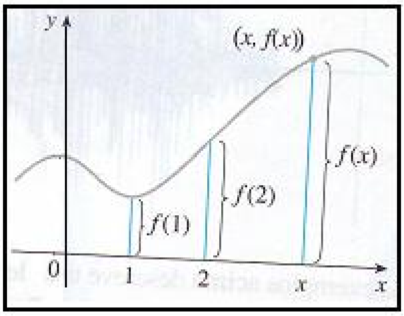


Figura 7: Exemplo de gráfico de uma função f
Fonte: Cálculo- Vol.1ï James Stewart, 2001, p 12.

Já para a representação de uma função, pode-se fazê-lo de quatro maneiras[3], sendo cada uma destas mais vantajosa dependendo da função que se está a analisar:

a) verbalmente ï descrevendo-a com palavras

b) numericamente ï por meio de tabelas de valores

c) visualmente ï através de gráficos

d) algebricamente ï utilizando-se uma forma explícita

O autor ressalta, ainda, que se uma função puder ser representada por estas quatro maneiras, é interessante transitar de uma representação para a outra, para uma melhor compreensão desta função.

5.2 A FUNÇÃO AFIM

ñUma função f: IR→IR chama-se afim quando existem constantes a, b∈IR tais que f(x) = ax + b para todo x ∈IR. (LIMA et. al. 2006, p. 87)

Segundo o autor, são ainda casos particulares de funções afins as funções constantes f(x) = b e as funções lineares f(x) = ax.

Uma função afim pode ainda ser:

3 No decorrer dos encontros com os alunos, estas quatro formas de expressão são utilizadas, cada uma em momento considerado apropriado para tal.

crescente, se para $x_1 < x_2$, temos $f(x_1) < f(x_2)$

decrescente, se para $x_1 < x_2$, temos $f(x_1) > f(x_2)$

monótona não-decrescente, se para $x_1 < x_2$, temos $f(x_1)$ Ò$f(x_2)$

monótona não-crescente, se para $x_1 < x_2$, temos $f(x_1) \geq f(x_2)$

O autor traz ainda que uma função afim é crescente quando sua taxa de crescimento (o coeficiente a) é positiva, decrescente quando o coeficiente a é negativo e constante quando a = 0.

Traz também que, visto geometricamente, toda reta não vertical (não perpendicular ao eixo x) é o gráfico de uma função afim, em que b é a ordenada do ponto em que a reta ï gráfico da função *f(x)* = ax + b ï intersecta o eixo OY, e que o número ñaò chama-se coeficiente angular da reta (em relação à OX), de modo que, se a>0, a reta é ascendente, e, se a<0, a reta é descendente.

5.3 FUNÇÃO AFIM E MODELOS MATEMÁTICOS

Stewart traz como uma definição para modelo matemático que:

> Um modelo matemático é uma descrição matemática (frequentemente por meio de uma função ou de uma equação) de um fenômeno do mundo real, tal como o tamanho de uma população, a demanda de um produto, a velocidade de um objeto caindo (...). O propósito do modelo é entender e talvez fazer predições sobre um comportamento futuro. (STEWART, 2001, p. 24-25)

Ao tratar do assunto, Stewart (2001) ressalta que um modelo matemático não necessariamente será representação precisa de situação física, mas uma idealização.

> Um bom modelo simplifica a realidade o bastante para permitir cálculos matemáticos, mantendo, porém uma precisão suficiente para conclusões aplicáveis. É importante entender as limitações do modelo. (STEWART, 2001, p. 25)

O autor traz também uma definição de função linear, bem como alguns exemplos de modelos matemáticos que a utilizam:

> Quando dizemos que y é uma função linear de x, queremos dizer que o gráfico da função é uma reta; assim, podemos usar a forma inclinação-intercepto da equação de uma reta para escrever uma fórmula para a função, ou seja, $y = f(x)= mx + b$, onde m é a inclinação da reta e b é o intercepto y. (STEWART, 2001, p. 25)

Apresenta modelos envolvendo temperatura e análise de níveis de dióxido de carbono. Nos dois exemplos o autor utiliza, como coleta de dados, tabelas e gráficos.

Durante as atividades com Modelagem Matemática apresentadas e detalhadas no Capítulo 6, os modelos construídos pelos alunos serão aproximados por funções afins.

7 OBJETIVOS E METODOLOGIA DE PESQUISA E DE AÇÃO DOCENTE

Como já foi mencionado, na expectativa de trabalhar a introdução para a função afim, com alunos do 1º ano do 3º ciclo, tornando tal ensino mais significativo, foi adotada a prática com Modelagem Matemática, cujo principal objetivo é introduzir o conceito, tratando sobre assunto de aparente interesse dos alunos.

Ainda dentro da Modelagem Matemática, espera-se também alcançar os objetivos propostos por Biembengut (2000, p. 23)

> O trabalho de Modelagem tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. (...)
> Espera-se por meio da modelagem:
> □ incentivar a pesquisa; □ promover a habilidade em formular e resolver problemas; □ lidar com tema de interesse; □ aplicar o conteúdo matemático; e □ desenvolver a criatividade

Deseja-se, igualmente, verificar a pertinência de tal conteúdo para alunos desse nível. Para tal, supõe-se que cada aluno seja capaz de atender a alguns propósitos, como se vê nos seguintes subobjetivos:

- Elaborar modelos matemáticos não apenas para a problematização inicial - custo de telefonia celular -, mas também para os demais problemas propostos.
- Compreender o conteúdo em questão e encontrar uma aplicabilidade para o mesmo, na expectativa de que o ensino se torne mais atraente.
- Exercer a prática do trabalho em grupo, atentando para regras de convivência, agindo com cordialidade e demonstrando sabedoria durante as negociações e discussões.
- Desenvolver a habilidade da apresentação em público, de forma a aprender a agir com desenvoltura nessa situação.

Levando-se em conta as considerações anteriores, surge a pergunta central norteadora para este trabalho:

ĩComo trabalhar com Modelagem Matemática para ensinar tópicos de função afim a alunos do primeiro ano do terceiro ciclo?ò

Para responder ao questionamento central, bem como para identificar se foram alcançados os objetivos propostos, escolheu-se, como metodologia de ensino, a Modelagem Matemática.

Através da elaboração e análise dos modelos, será possível ao aluno chegar às conclusões esperadas, as quais surgirão após discussão, em grupos, com seus colegas. A partir das discussões, espera-se que lhe seja facilitada a compreensão do conteúdo estudado. Também se presume que ao aluno seja possibilitado perceber que, ao contrário do que por vezes pode imaginar, existe grande ligação entre a Matemática estudada em sala de aula e o seu cotidiano.

A cada aula serão possibilitados ao aluno dois momentos: discussões nos pequenos grupos, para incentivar a explanação de suas ideias, sem que a eventual timidez ou a falta de desenvoltura o atrapalhe, e, posteriormente, com o grande grupo, momentos de apresentação de suas conclusões aos colegas, abrindo momento para possíveis conversas.

A metodologia de pesquisa escolhida foi a pesquisa qualitativa por meio do estudo de caso. Borba (2004) traz que não existe uma metodologia de pesquisa ideal, pois toda investigação depende de fatores como: o que se deseja analisar e também a forma como se analisará os dados coletados. Afirma também que existem fatores sociopolíticos, capazes de fazer com que os pesquisadores transitem por direções não planejadas. Pensando que o trabalho ocorrerá com um grupo de adolescentes de diferentes classes sociais e níveis escolares, apesar de pertencerem à mesma turma, serão analisadas as diversas metodologias existentes e suas respectivas constituições, podendo-se considerar a pesquisa qualitativa a mais apropriada para análise dos dados.

Segundo Garnica (2004) (*apud* BORBA 2004), a pesquisa qualitativa é aquela que segue as seguintes características:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios,

> estáticos e generalistas (p. 86). (GARNICA 2004, apud BORBA 2004, p. 1)

Esse foi o primeiro passo para a compreensão sobre como proceder em uma pesquisa qualitativa. Buscar-se-á atentar às suas características específicas durante realização da proposta, ressaltando-se que não necessariamente todas elas devem ser atendidas, visto que a pesquisa qualitativa permanece em movimento, segundo Borba (2004).

Cabe ressaltar que se descartou a possibilidade de analisar os dados via pesquisa quantitativa, porque não se almejava a classificação dos dados puramente, mas sim, a melhor forma de analisar como os alunos reagiriam às novas experimentações.

> A abordagem quantitativa preocupa-se com quantificação de dados, utilizando para isto recursos e técnicas estatísticas; é muito utilizada em pesquisas descritivas onde se procura descobrir e classificar a relação entre variáveis ou em pesquisas conclusivas, onde se buscam relações de causalidade entre eventos. (OLIVEIRA, 1999, apud CESAR, 2005, p. 1)

Uma outra justificativa para a escolha da pesquisa qualitativa é o fato de a mesma ser a mais apropriada quando se deseja compreender ou ampliar experiências, mais do que somente analisar números.

> No Método do Estudo de Caso a ênfase está na compreensão, fundamentada basicamente no conhecimento tácito que, (...) tem uma forte ligação com intencionalidade, o que não ocorre quando o objetivo é meramente explanação, baseada no conhecimento proposicional. Assim, quando a explanação, ou a busca de um conhecimento proposicional, seja a ñalmaò de um estudo, o estudo de caso pode ser uma desvantagem, mas quando o objetivo é a compreensão, ampliação da experiência, a desvantagem desaparece. (CESAR, 2005, p. 3).

E ainda:

> Quanto ao controle de comportamentos, o Método do Estudo de Caso permite que seja analisada uma situação na qual não se possam fazer interferências no sentido de manipular comportamentos relevantes; neste método os dados são coletados a partir de múltiplas fontes, todas baseadas em relatos, documentos ou observações; isto significa que podem ser utilizadas inclusive evidências (dados) de natureza

> quantitativa que estejam catalogadas (conforme proposto por STAKE, In DENZIN e LINCOLN, 2001). Esta é considerada uma das vantagens deste método sobre outros métodos de investigação tidos como qualitativos. (CESAR, 2005, p. 7)

Sobre os procedimentos a serem realizados para a execução da pesquisa qualitativa, sabe-se também que:

> Os procedimentos utilizados em uma pesquisa moldam o tipo de pergunta que é feito, a interrogação de pesquisa e a visão de conhecimento também constituem e definem os procedimentos. Dessa forma, quando falo de pesquisa qualitativa, estou falando de uma forma de conhecer o mundo que se materializa fundamentalmente através dos procedimentos conhecidos como qualitativos, que entende que o conhecimento não é isento de valores, de intenção e da história de vida do pesquisador, e muito menos das condições sociopolíticas do momento. (BORBA, 2004, p. 2)

Nas palavras do autor, percebe-se ser a pesquisa qualitativa mais favorável para a análise dos dados no caso em questão, visto que esta não é formal, mas varia de acordo com o decorrer do percurso. A pesquisa qualitativa abre portas às diferentes respostas que podem surgir por parte dos alunos, pois não é estática, mas permanece em movimento, ao contrário da pesquisa quantitativa.

Em particular, no estudo de caso tem-se também:

> (...) o estudo de caso como modalidade de pesquisa é entendido como uma metodologia ou como a escolha de um objeto de estudo definido pelo interesse em casos individuais. Visa à investigação de um caso específico, bem delimitado, contextualizado em tempo e lugar para que se possa realizar uma busca circunstanciada de informações. (VENTURA, 2007, p. 384)

Para tal, temos como objeto de estudo a possibilidade de se trabalhar uma introdução para o ensino de função afim com alunos de primeiro ano do terceiro ciclo. A investigação se dará na tentativa de alcançar os objetivos anteriormente propostos. Sobre a contextualização do tema, a sua elaboração partirá de situação vivenciada pelos alunos, bem como de observação feita pela professora com relação à forma como os discentes estão constantemente utilizando seus aparelhos celulares, assunto que lhes é familiar.

Ventura (2007) traz ainda que, apesar de não existir um molde perfeito dentro da pesquisa qualitativa, é possível definir quatro fases delineadoras:

> Segundo Gil [4], o estudo de caso não aceita um roteiro rígido para a sua delimitação, mas é possível definir quatro fases que mostram o seu delineamento: a) delimitação da unidade-caso; b) coleta de dados; c) seleção, análise e interpretação dos dados; d) elaboração do relatório. (VENTURA, 2007, p. 385)

O estudo percorrerá um caminho muito próximo das etapas propostas por Gil ressaltadas por Ventura (2007). A delimitação da unidade-caso se dará ao responder à questão norteadora do problema, já apresentada. Os demais itens poderão ser identificados no decorrer do capítulo

> O estudo de caso (...) é apropriado para pesquisadores individuais, pois dá a oportunidade para que um aspecto de um problema seja estudado em profundidade dentro de um período de tempo limitado. Além disso, parece ser apropriado para investigação de fenômenos quando há uma grande variedade de fatores e relacionamentos que podem ser diretamente observados e não existem leis básicas para determinar quais são importantes. (VENTURA, 2007, p. 385)

César (2005) traz ainda que, segundo Yin (1993, 2001), um projeto de pesquisa que utilize o Estudo de Caso possui três etapas distintas.

Primeiramente, a da escolha do referencial teórico, seleção dos casos e o desenvolvimento de protocolos para a coleta de dados. Nesta etapa, os principais objetivos são: buscar referencial teórico através de leituras norteadoras para a pesquisa, escolher os procedimentos a serem utilizados para tal e elaborar plano de análise de dados.

Em segundo lugar, tem-se a condução do estudo de caso, com a análise de dados, os quais podem ser buscados de variadas formas, ou seja, através de observação direta ou indireta - utilização de artefatos, como, por exemplo, gravações em áudio e/ou vídeo -, da análise de documentos ou ainda de entrevistas. César (2005) ressalta, também, a importância da análise de variadas formas, o que desfavorece a possibilidade de generalizações ou mesmo análises falhas. Ressalta, igualmente, que alguns críticos do método não validam a sua utilização, caso os dados não sejam avaliados por mais de uma forma.

---

4 Neste trecho a autora refere-se à Gil AC., extraído de ῒComo elaborar projetos e pesquisaὸ 3a ed. São Paulo: Atlas; 1995:58.

Obtém-se a análise do material, interpretando-se os resultados, os quais podem ser vistos de variadas formas. Yin (2001, *apud* CESAR, 2005) propõe duas estratégias: basear a análise em proposições teóricas e desenvolver uma estrutura descritiva que ajude a identificar a existência de padrões de relacionamento entre os dados.

Tais passos correspondem às quatro fases propostas por Gil (1995) (*apud* Ventura, 2007).

A escolha do referencial teórico apoiou-se nos autores BORBA (2004), VENTURA (2007) E CESAR (2005) para a compreensão do método Estudo de Caso, bem como elaboração do programa a ser realizado.

Optou-se pela observação das aulas através de elaboração de um diário de bordo, no qual a professora registrará suas anotações sobre o que ocorrer na sala de aula: discussões entre os alunos, descobertas, questionamentos, curiosidades.

As aulas serão também gravadas, em áudio e vídeo, de forma a facilitar sua visualização e coleta de dados, atentando-se a possíveis detalhes por vezes esquecidos. A professora disporá de gravador mp3 e máquina filmadora, de modo que seja possível gravar de forma audível as suas falas e também as dos alunos. Borba traz ainda a necessidade de recursos para a análise das pesquisas. ñ(...) pesquisa qualitativa deve ter por trás uma visão de conhecimento que esteja em sintonia com procedimentos como entrevistas, análises de vídeos, etc. e interpretaçõesò (BORBA, 2004, p. 2)

Sobre as evidências colhidas para posterior análise, como outra forma de observação serão analisadas as produções dos alunos, através de fichas avaliativas a serem resolvidas nos pequenos grupos. As listas de exercícios deverão ser entregues à professora no final de cada aula.

No próximo capítulo estão os relatos dos encontros, bem como análise de cada um, de acordo com a referida metodologia de pesquisa.

8 ESTUDO DO CASO: RELATOS DOS ENCONTROS

A experimentação se deu em uma turma de 1º ano do 3º ciclo da Escola Municipal de Ensino Fundamental Vereador Antônio Giúdice, situada em Porto Alegre, de 9 de novembro a 4 de dezembro de 2010, com três períodos de 50 minutos, nas terças feiras (das 7h45min às 9h25min e das 11h25min às 12h15min), totalizando assim 5 encontros de três períodos cada um.

A turma era formada por 28 alunos, sendo 17 meninas e 11 meninos.

Apresentava-se com características bastante homogêneas no que diz respeito ao aprendizado, com poucos casos de extrema dificuldade, o que auxiliou na escolha, pois, assim, foram evitados pequenos contratempos que poderiam surgir durante as atividades.

Algo motivador para a realização desse trabalho foi o fato de estar como professora titular do grupo de alunos desde o início do ano letivo, e eles estarem já acostumados ao meu ritmo de trabalho. Sempre foram muito atenciosos e responderam bem às atividades que propus, realizando-as com dedicação.

A escola possui regime ciclado, no qual o aluno progride mesmo que não tenha alcançado todos os objetivos propostos no ano, na expectativa de que, no ano seguinte, seja acompanhado em suas dificuldades. ñO processo avaliativo não anula o acúmulo de conhecimento do aluno. A escola proporcionará condições de avanço e progressão, pois não considera a reprovação ou retenção de educando de ano para ano, nem de ciclo para cicloò(caderno 9 ï SMED, p. 49).

Por esse motivo, às vezes, encontram-se dificuldades não apenas na aprendizagem de Matemática, como também nos demais componentes curriculares, pois o acompanhamento acima descrito nem sempre é uma prática exercida. Na turma em questão, poucos foram os casos de alunos em situação mais crítica em relação à aprendizagem, sendo esse mais um fator decisório na escolha do grupo.

Na escola, contamos com o Laboratório de Aprendizagem, o qual atende os alunos que apresentam maiores dificuldades. Lá, eles são acompanhados anualmente, ou até que os professores percebam não ser mais necessária alguma intervenção, na expectativa de sanar ou mesmo amenizar suas dificuldades e incertezas nos componentes curriculares apontados.

A escola possui também laboratório de informática, biblioteca, sala de vídeo, refeitório, quadras poliesportivas e ginásio.

Nas salas de aula, as classes são organizadas na forma tradicional, estando uma atrás da outra, todas voltadas para o quadro-de-giz, com a mesa do professor à frente, no canto próximo à janela. Para facilitar o trabalho, durante esse projeto, a turma foi dividida em seis grupos. Sentavam-se, então, com as classes formando um retângulo, de forma que todos os integrantes do grupo pudessem interagir no trabalho. Para as apresentações, voltavam à formação inicial, para evitar conversas demasiadas entre os alunos.

8.1 ENCONTRO 1

8.1.1 Objetivos e expectativas

No primeiro encontro, foi feito o convite à Modelagem. Dessa forma, esperava-se que os alunos, motivados, embarcassem juntamente com a professora no projeto, de forma ativa, participando da proposta com interesse e dedicação. Para tal, o tema a ser pesquisado foi a utilização do telefone celular, pois, segundo pesquisa realizada entre os alunos, 21 deles afirmaram possuir o aparelho em questão, enquanto apenas 3 não possuíam[5].

8.1.2 Convidando os alunos

Para iniciar a atividade, a professora leu um texto falando sobre a situação da telefonia celular no Brasil, juntamente com a turma, trazendo-lhes dados relevantes com relação ao número de aparelhos utilizados em nosso país. Em seguida, questionou os alunos a respeito de suas expectativas sobre a pesquisa anteriormente realizada, material que se encontra nos apêndices desse trabalho.

Conforme abordado no capítulo 4, Skovsmose (2000) divide os ambientes de aprendizagem em seis casos. A intenção dessa etapa era construir com os alunos um ambiente de referências à realidade na qual vivem, cercados por aparelhos celulares e demais ñinvençõesò do mundo pós-moderno, com cenários propícios à investigação, abrindo espaço para discussões a respeito do tema, utilizando o sexto

5 No encontro em que foi realizada a pesquisa compareceram apenas 24 dos 28 alunos desta turma, o que justifica o resultado apresentado.

caso por ele proposto. Durante as aulas, transitaremos ainda pelos ambientes 3, 4 e 5.

Barbosa divide a Modelagem Matemática em três casos. Este projeto baseia-se no segundo caso, no qual o professor apresenta aos seus alunos um problema de alguma outra área de realidade, deixando que coletem dados para a sua resolução. Veremos a seguir que foi necessária uma transição do caso 3 para o caso 2, situação em que o professor fornece os dados necessários para a resolução, visto que os alunos não desempenharam conforme esperado a coleta dos dados.

Lido o texto, houve, então, breve período de discussão com relação à operadora mais utilizada e ao uso do aparelho, pois ainda não era do conhecimento dos alunos o resultado da pesquisa. Depois de revelado, os alunos ficaram satisfeitos e surpresos com os resultados, de forma que alguns ficaram felizes por sua operadora ser a mais escolhida, e outros, intrigados, por serem os únicos a utilizarem determinada operadora.

Outro dado sobre o qual os alunos não tinham conhecimento era um outro resultado da pesquisa: para que os alunos utilizam o celular. Grande porcentagem da turma mostrou utilizá-los para tirar fotografias e jogar, tanto quanto para falar e enviar torpedos, ou seja, os alunos vêm utilizando seus aparelhos para funções não necessariamente ligadas à comunicação.

Logo em seguida, a professora incentivou os alunos a se dividirem em grupos por operadoras. A turma rapidamente estava dividida em seis grupos: dois investigaram a operadora Claro; dois outros, a Vivo; um, a Oi e um último, a Tim[6].

Elaborados os grupos, os alunos pesquisaram a respeito dos planos existentes para cada operadora, criando assim um "cartaz-propaganda", através do qual mostraram aos colegas o quanto se gasta em ligações e torpedos. Ficaram livres para pesquisar o que mais julgassem importante e necessário a respeito de suas respectivas operadoras.

8.1.3 Relato do primeiro encontro

Durante a aula, os alunos pareciam ainda confusos com o projeto. Muitos, inclusive, esqueceram de pesquisar sobre a sua operadora, apesar de termos feito a combinação há duas semanas, e a professora constantemente lembrá-los disso.

6 Operadoras do mercado sulista brasileiro

Após serem divididos nos grupos por operadora, para os alunos ainda não estava claro onde “apareceria” a Matemática nesse projeto. Foi, no entanto, muito interessante ver como, aos poucos, eles foram se motivando e colaborando com o bom andamento da aula.

Por fim, esclarecidas as dúvidas e eliminados os desconfortos, estavam prontos os cartazes. Esse seria o “pontapé inicial”[7]!

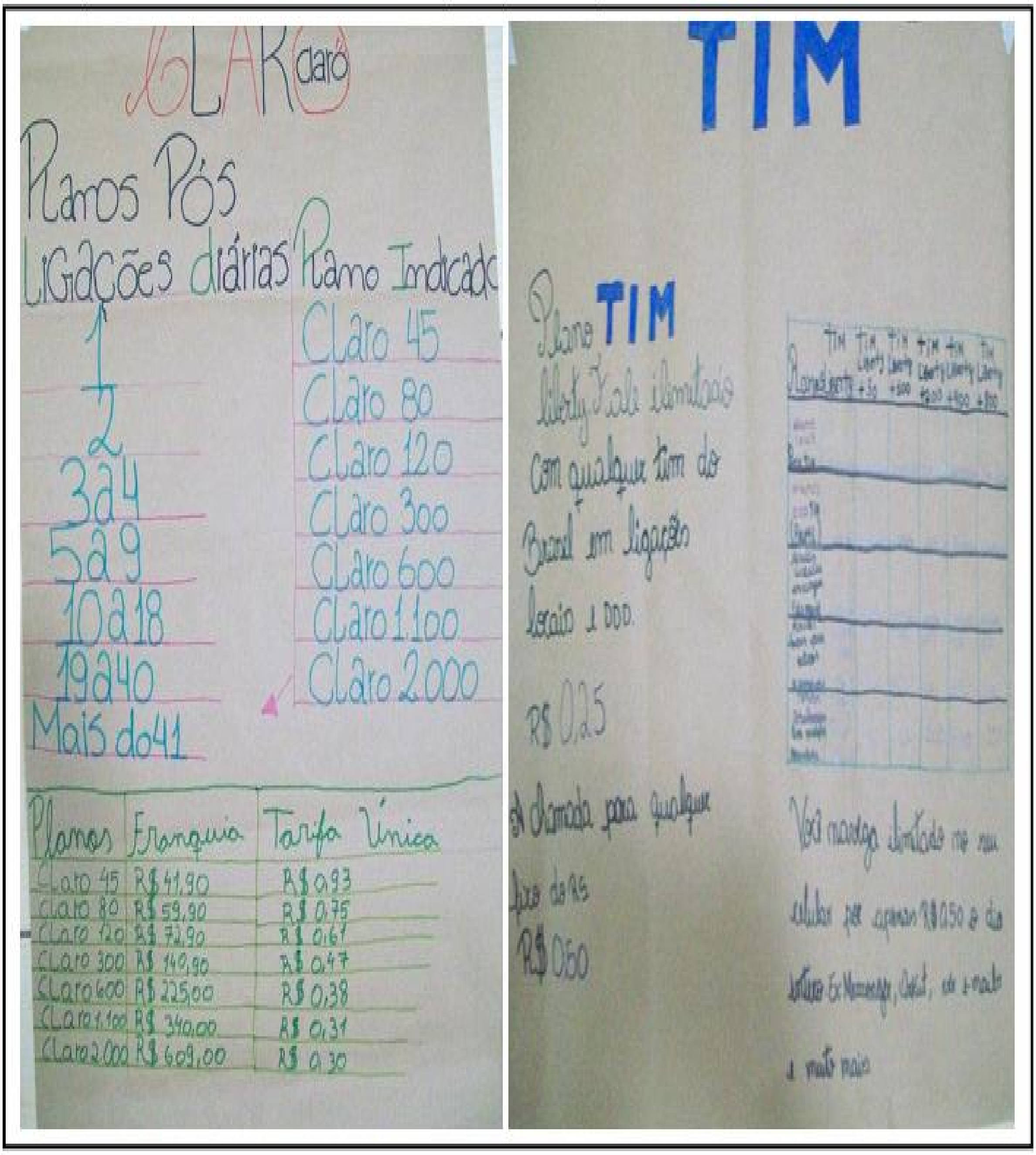


Figura 8: Cartazes de dois dos grupos
Fonte: arquivos da autora

---

7 Entende-se por “pontapé inicial”, o ponto de partida para o trabalho, ou seja, o primeiro passo a ser dado pelos alunos para a realização da proposta apresentada.

8.1.4 Análise do primeiro encontro

Nessa aula, os alunos encontravam-se no sexto ambiente de aprendizagem proposto por Skovsmose, o qual faz referência à realidade através de cenário para investigação, pois pesquisaram acerca de planos de fato existentes, com dados extraídos de folhetos que eles trouxeram.

Apesar de ter trabalhado com a turma desde o início do ano letivo e já saber do interesse dos alunos pelo tema telefonia celular, a aula inicial colocou-me em uma ŏzona de riscoò, pois não havia como prever as reações dos alunos frente à proposta de estudar o assunto com um olhar matemático.

Após ter feito o convite aos alunos, os mesmos o aceitaram prontamente, iniciando discussão sobre o tema em questão. Colocaram suas ideias a respeito do que entendiam por utilização do telefone celular, bem como colaboraram com o grupo trazendo seus conhecimentos prévios sobre o assunto, conforme Skovsmose (2000) e Biembengut (2000).

Já em relação aos casos propostos por Barbosa (2001), os alunos se encontravam no segundo caso, ainda na fase inicial, a qual se refere à elaboração da situação problema. Neste encontro os alunos mantiveram seu primeiro contato com o questionamento norteador: qual seria a operadora mais viável financeiramente para um indivíduo que utiliza certa quantidade de minutos mensais?

É possível identificar que os alunos estavam nesse caso, pois a professora lhes trouxe o questionamento pronto, esperando que o aceitassem, diferentemente do terceiro caso, por exemplo, no qual são os próprios discentes que elaboram a problematização a ser investigada.

Por fim, relacionando a aula com as etapas descritas por Biembengut (2000), a turma encontrava-se ainda na fase de Interação, na qual discutiu sobre o tema, bem como levantou questões acerca do mesmo.

8.2 ENCONTRO 2

8.2.1 Objetivos e expectativas

Nesse segundo encontro, os alunos iniciaram a pesquisa a respeito dos valores a serem pagos nas operadoras analisadas, encontrando assim, possíveis respostas à questão norteadora do projeto: “Qual é a operadora de telefonia celular mais vantajosa para falar dependendo da necessidade de minutos do cliente?”

8.2.2 Investigando as operadoras: quanto gasto para falar?

Os alunos foram desafiados a descobrirem quanto um indivíduo gastaria, na operadora escolhida pelo grupo, para falar certa quantidade de minutos pré-estabelecidos. Tiveram liberdade para escolher o plano de sua operadora que gostariam de utilizar. Para auxiliá-los nesse processo, foi entregue uma lista com perguntas (ver anexo).

O objetivo da atividade era que os alunos percebessem a possibilidade da elaboração de um Modelo Matemático, de modo que para calcularem os valores a serem pagos, bastaria modificarem o preço atribuído à sua variável. Esperava-se que eles conseguissem estabelecer a relação entre o valor a ser pago e o tempo gasto com ligações. Essa vinculação, até o momento, foi denotada por “fórmula”, pois o conceito de função seria abordado posteriormente, falando-se então nas relações entre conjuntos.

Após a realização da atividade, cada grupo foi à frente e expôs suas descobertas aos colegas.

8.2.3 Relato do 2º encontro

Percebendo que os alunos não compreenderam com exatidão a atividade, foi necessária a intervenção da professora, dando um exemplo com operadora fictícia de como proceder para encontrar o valor a ser pago. Esta foi conduzida através de perguntas, a fim de que os alunos percebessem o que deveria ser realizado. O objetivo principal era que eles, por si só, realizassem descobertas, por isso a professora não informou as respostas, mas um possível caminho a seguir.

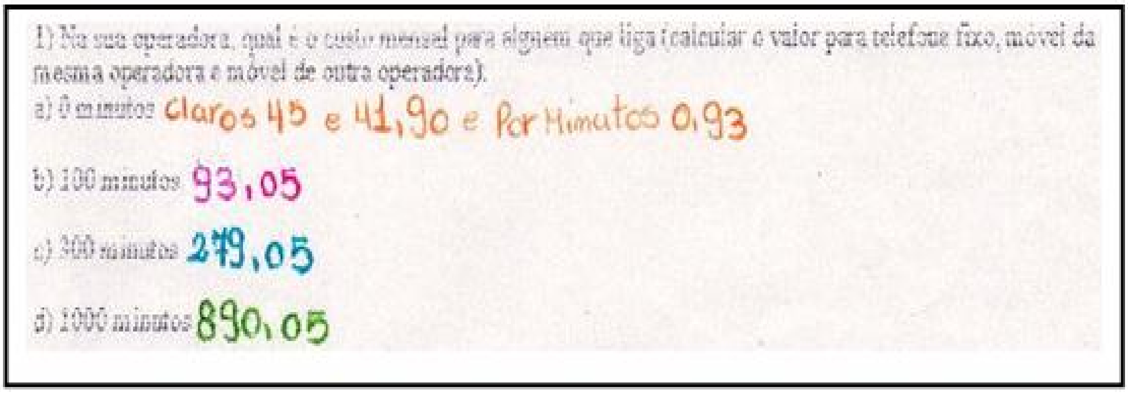


Figura 9: Resolução dos alunos
Fonte: arquivos da autora

Feita a explicação, os alunos conversaram muito entre si, a fim de concluírem a atividade. Um ponto a destacar foi que eles encontraram dificuldades em relação à ideia de gráfico. Quando questionados sobre o que acontece ao se esboçar os dados em um gráfico, a grande maioria afirmou que quanto maior a quantidade de minutos utilizados, mais elevado será também o valor a ser pago. Na verdade, o esperado era que os alunos percebessem que os pontos no gráfico encontravam-se alinhados.

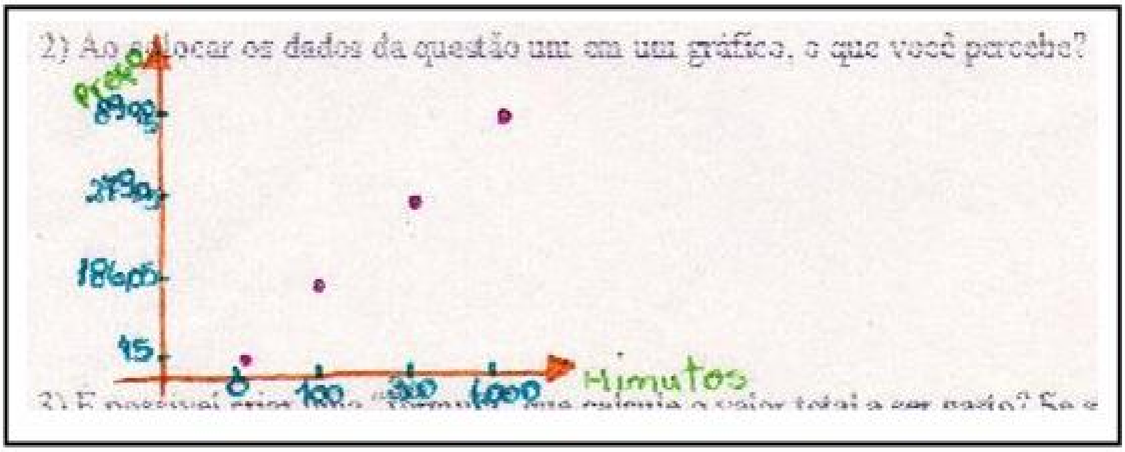


Figura 10: Resolução dos alunos
Fonte: arquivos da autora

Apesar de colocar os dados corretamente no gráfico, o grupo Claro 2 não respondeu ao questionamento realizado por escrito. Quando perguntei sobre a resposta, identificaram que ñquanto maior o número de minutos, maior será a conta a ser pagaò. Cabe ressaltar que foi conversado com as alunas deste grupo sobre o fato de o valor ñ0ò no eixo horizontal ter sido esboçado erroneamente, pois deveria estar na origem, e não à sua direita.

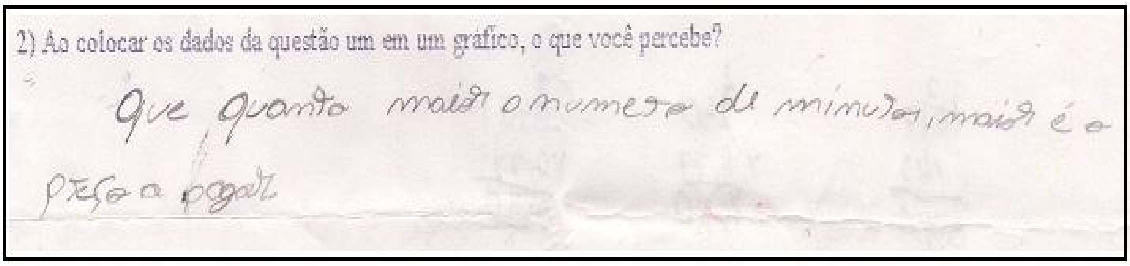


Figura 11: Resolução dos alunos
Fonte: arquivos da autora

Semelhantemente ao grupo anterior, os integrantes do grupo Vivo 2, quando questionados sobre o porquê da questão não estar respondida, disseram não saber como expressar, respondendo apenas oralmente. Foi solicitado então que registrassem o que haviam acabado de afirmar. O grupo não desenhou o gráfico referente à questão, por não ser esta uma exigência do enunciado.

Tais respostas diferem da esperada pelo professor. Ao questionar os alunos sobre a forma do gráfico, alguns perceberam a presença de ŗpontos alinhadosò, enquanto que outros não, por não construírem o gráfico segundo uma escala, ou mesmo por deixarem de construí-lo.

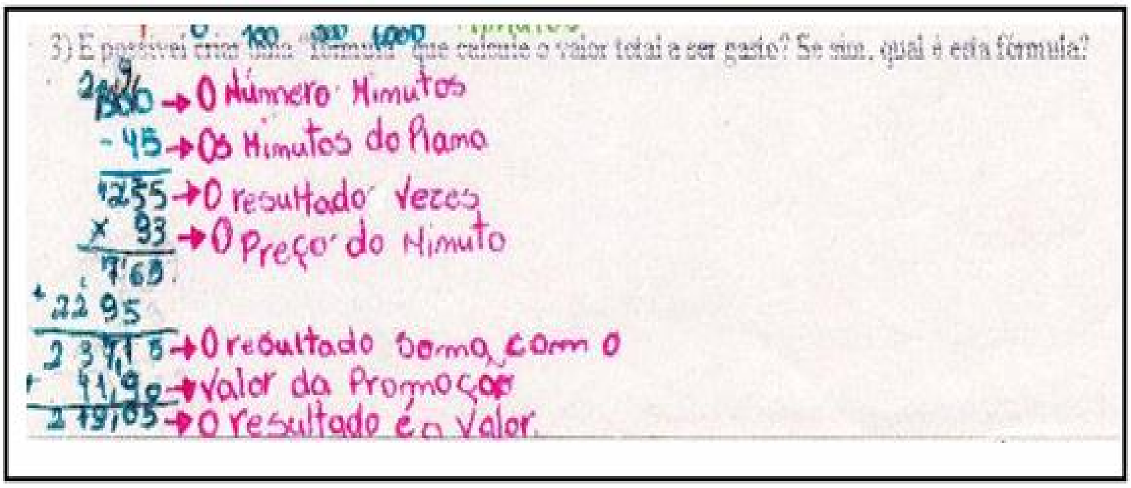


Figura 12: Resolução dos alunos
Fonte: arquivos da autora

Nesse ponto, os alunos ainda não tinham a noção de fórmula, mesmo já tendo estudado equações do primeiro grau. O grupo acima descreveu os passos realizados para a obtenção do valor a ser pago, considerando esta uma ŗfórmulaò válida.

Para que os alunos visualizem de melhor forma os dados por eles calculados, pode-se utilizar algum *software* de fácil manuseio para tabulá-los e desenhar gráficos. Exemplo disso pode ser o Excel[8] ou um software gratuito, o Calc[9] (ver anexo). Assim, ficará mais fácil compreender a ideia de ŗpontos alinhadosò Para otimização do tempo, esta etapa não foi realizada.

8.2.4 Análise do segundo encontro

Na segunda aula, os alunos não mais se encontravam exclusivamente no sexto ambiente de Skovsmose, no qual trabalhavam o cenário de investigação com referências à realidade. O novo desafio era iniciar a pesquisa a respeito das companhias. Para a realização do mesmo, foram entregues listas com exercícios elaborados pela professora.

Assim, houve transição entre o quarto e quinto ambientes, pois os alunos ora trabalharam cenários para investigação com referência à semirrealidade, ora com os exercícios a serem resolvidos a partir dos planos existentes em seus folhetos, ou seja, explorando elementos relacionados à realidade. Na primeira situação, quando foram questionados sobre os possíveis gastos com seus planos, foi necessário o auxílio da professora através de um exemplo com operadora fictícia.

Esta aula ainda apresentava uma ŗzona de riscoò para mim, pois era o primeiro contato dos alunos com uma atividade de Modelagem Matemática, momento em que construíram seus primeiros modelos, de forma que eu ainda estava um pouco apreensiva, apesar de confiante com relação aos resultados. Na aula anterior, realizaram o debate sobre o tema e a elaboração dos cartazes explicativos, de forma que, por conhecer os alunos e suas preferências, não estava tão apreensiva e ansiosa com relação aos resultados quanto neste segundo encontro.

Fazendo uma análise relativa aos casos de Barbosa (2001), foi possível perceber que os alunos se encontram ainda no segundo caso, na etapa de simplificação do problema, algo estabelecido e acordado na aula anterior. Isso se evidenciou, em especial, porque coube aos alunos coletar os dados necessários à resolução do problema, através das pesquisas realizadas anteriormente, não sendo responsabilidade do professor apresentar aos alunos os dados necessários para a

8 Disponível em <http://office.microsoft.com/pt-br/excel/>. Acesso em: 14 jul. 2011.
9 Disponível em <http://www.broffice.org/broo/?q=produto/calc>. Acesso em: 14 jul. 2011.

resolução. Nesse segundo encontro, coube-lhes, dando sequência ao trabalho, delimitar a pesquisa, bem como iniciar as explorações.

Conforme Biembengut (2000), os alunos se encontravam, agora, na fase de Matematização, em que precisavam formular o problema a ser resolvido, ainda com ajuda da professora, se necessário, o que ocorreu apenas com alguns grupos. A coleta dos dados e sua devida organização eram aspectos a serem executados a fim de, posteriormente, chegar às desejadas conclusões.

Nessa etapa ï Matematização ï coube, também, aos alunos descreverem as relações obtidas em termos matemáticos, o que de fato ocorreu. Fez-se necessária breve interrupção do projeto, a fim de exemplificar aos alunos, através de exemplos análogos, como proceder para a resolução do problema, situação aceitável na fase de Matematização.

8.3 ENCONTRO 3

8.3.1 Objetivos e Expectativas

Nesse encontro, os grupos criaram seus modelos matemáticos, para posteriormente, apresentarem aos demais colegas quanto era gasto em sua operadora para falar por tempo um pré-determinado.

Para tal, os alunos se dividiram nos grupos pré-estabelecidos a fim de discutirem acerca de suas conclusões e dúvidas. Elaboraram ainda cartazes explicativos para facilitar suas apresentações.

Foi sugerido que todos utilizassem igual quantidade de minutos, ou o mais próximo possível, questão que os levou à resposta da pergunta inicial: ñQual das operadoras oferece serviços mais baratos?ò

8.3.2 Criando os Modelos

A professora solicitou aos alunos que refizessem a atividade do encontro anterior, tomando os planos de 100 e 1000 minutos. Dessa forma, foi possível avaliar, dentre as operadoras trabalhadas, qual apresentava menor custo mensal para os planos escolhidos, possibilitando assim responder ao questionamento inicial.

Os alunos criaram o modelo que serviu como base para o cálculo dos valores das contas a partir das tarifas de cada operadora. Esperava-se que chegassem à conclusão de que um possível modelo seria:

Gasto mensal = valor do plano + valor do minuto*minutos excedentes.

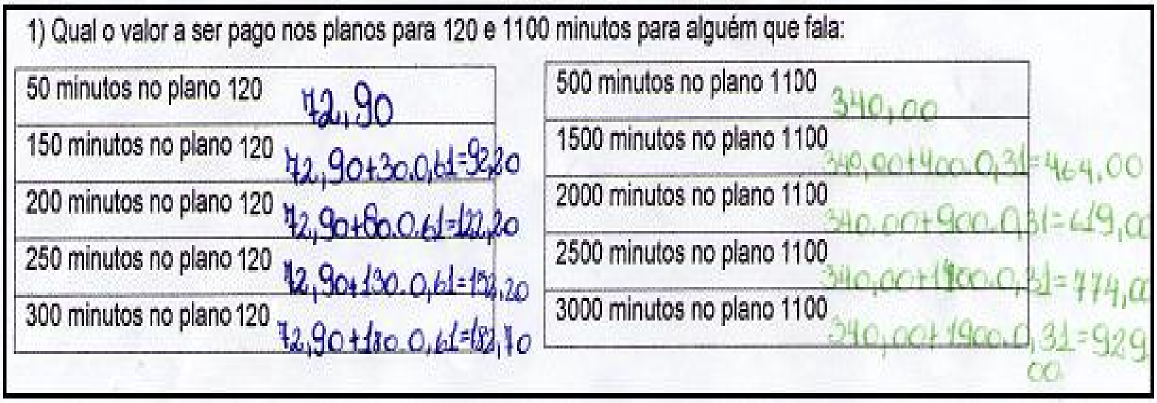
Vale, ainda, ressaltar que, para simplificar o estudo se calculou o mesmo valor para o minuto independente do tipo de ligação a ser realizada, desconsiderando-se também possíveis promoções ou diferenciações. Esta ação permitiu ao aluno visualizar os valores a serem pagos sem a exigência de uma lei composta.

Após período de debate nos pequenos grupos, os alunos construíram cartazes em que registraram suas descobertas para, posteriormente, apresentá-los aos colegas.

8.3.3 Relato do terceiro encontro

Familiarizados com os planos, os alunos foram desafiados a criar um modelo matemático que explique o valor mensal a ser pago por um indivíduo que utiliza o seu plano de 100 ou 1000 minutos, a fim de comparar com os demais grupos e, assim, concluírem qual é a operadora que oferece os serviços mais vantajosos.

Como nas operadoras analisadas não foram encontrados planos para os minutos desejados, foram feitas adaptações, de forma que alguns grupos se valeram de planos de 110 ou 120 minutos, conforme a disponibilidade, ocorrendo o mesmo para 1000 minutos.



1) Qual o valor a ser pago nos planos para 120 e 1100 minutos para alguém que fala:

50 minutos no plano 120	72,90	500 minutos no plano 1100	340,00
150 minutos no plano 120	72,90+30.0,61=92,20	1500 minutos no plano 1100	340,00+400.0,31=464,00
200 minutos no plano 120	72,90+80.0,61=122,20	2000 minutos no plano 1100	340,00+900.0,31=619,00
250 minutos no plano 120	72,90+130.0,61=152,20	2500 minutos no plano 1100	340,00+1400.0,31=774,00
300 minutos no plano 120	72,90+180.0,61=182,10	3000 minutos no plano 1100	340,00+1900.0,31=929,00

Figura 13: Resolução dos alunos ï grupo Claro 2
Fonte: arquivos da autora

Foi interessante ver a familiarização dos alunos com os cálculos a serem realizados, bem como, em que medida, estavam compreendendo o que realizavam. Ao questionar os alunos sobre o que exatamente estavam fazendo, alguns não conseguiram explicar com clareza suas observações, de forma que a professora precisou intervir questionando o "passo a passo"[10] realizado. A atividade mencionada encontra-se no apêndice deste trabalho.

Um exemplo ilustrativo dessa vivência é o do grupo do aluno A, grupo Vivo 2, que demorou um pouco para iniciar a atividade, afirmando não ter compreendido o que era para fazer. Depois de breve conversa, os alunos se sentiram mais seguros e começaram a rabiscar suas folhas com cálculos, satisfeitos com suas descobertas. Quando a professora foi questioná-los, um aluno passava a folha para o outro, e era nítida a vergonha que sentiam por saberem estar sendo filmados. A professora precisou perguntar o que era cada um dos números por eles escritos. Dessa forma, aos poucos, eles foram se sentindo mais à vontade e explicando a atividade.

> *Oi guris! Bom, todos os grupos estão explicando o que descobriram... pode voltar, mocinho... (Profª, chamando o aluno A, que se levantou como quem gostaria de fugir para não responder)*
> *Quero que vocês me expliquem o que vocês conseguiram descobrir sobre o plano da Vivo de vocês (Profª)*
> *O aluno A pegou a folha nas mãos para explicar, mas rapidamente a repassou para o aluno J.*
> *Qual o plano que vocês pesquisaram? Foi de quantos minutos? (Profª)*
> *Ali ó... fala de uma vez... 100 minutos (aluno A para o aluno J)*
> *Muito Bem! E qual é o valor para 100 minutos? (profª)*
> *Setenta e três (aluno A, referindo-se à R$ 73,00)*
> *E qual o valor do minuto a mais? (profª)*
> *Sessenta e três centavos. (aluno J)*
> *Não... sessenta e dois! (aluno A)*
> *Ah! Muito bem! E o que vocês descobriram? Quem passa muitos minutos, o que vai acontecer com a conta? (profª)*
> *Vai aumentar! (aluno A)*
> *Legal! Muito bem! Vamos ver quanto vai dar então! (profª)*

10 Entende-se por "passo a passo" um possível roteiro para as atividades a serem realizadas.

Sem dúvida, igualmente, interessante foi verificar o que fazia o grupo do aluno B, grupo da Vivo 1. Os colegas não queriam falar, pois, por saberem que ñBò era um bom aluno em Matemática, esperavam que ele solucionasse sozinho a atividade. Quando questionado, respondeu, com precisão e convicção, o que havia realizado.

> *Já terminei! (aluno B)*
> *Tudo? Então vou perguntar o mesmo que perguntei para as gurias... Como é que vocês chegaram nestes valores? (Profª)*
> *Multiplique aqui pelos minutos a mais* **ï** *mostrando o valor referente ao minuto adicional* **ï** *e somei com este valor aqui* **ï** *mostrando o valor referente ao plano escolhido (aluno B)*
> *Muito bom! Mas vocês devem terminar toda a folhinha! (profª)*
> *Os guris vão terminar (aluno B)*

Quanto aos demais integrantes, agiram semelhantemente ao grupo anterior, um passando a folha para o outro, até que o aluno C explicou parte da atividade, a qual, segundo ele, havia compreendido.

> *Eu já perguntei para o aluno K e agora quero saber do resto do grupo! Do que vocês pesquisaram, o que vocês descobriram até agora? (Profª)*
> *Eu já respondi (aluno B)*
> *Pois é... por isso eu quero saber do resto do grupo! O que vocês descobriram? (Profª)*
> *Que quanto* **ñ***maior o minuto***ò** *maior é a conta. (aluno C)*
> *E o que mais? (profª)*
> *Só isso! (aluno C)*

Findado o tempo disponível, todos os grupos haviam chegado a modelos próximos do esperado.

O que mais chamou a atenção da professora foram as diferentes reações dos grupos frente aos desafios e, posteriormente, aos questionamentos. Segue o relato das discussões com os alunos nos pequenos grupos:

Grupo Claro 1:

Apesar de a aluna D não ter comparecido à aula anterior, adiantou-se em explicar, com muita desenvoltura, o que havia compreendido, mostrando não realizar a atividade de forma mecânica.

> **ñ***Quero saber o que vocês fizeram!***ò***(Profª)*
> **ñ***Aqui... se tu falar cinquenta minutos no plano 120, tu vai gastar R$ 72,90, porque tu não passou de 120 minutos. Mas, se tu passar, tu vai pagar mais os minutos (excedentes) vezes o valor do minuto***ò***(aluna D)*

Esse grupo surpreendeu justamente pelo fato de que alguns dos alunos não estavam presentes na aula anterior, o que não os impediu de prosseguirem com a atividade. Estavam empolgados em realizar o que lhes foi proposto. A turma em geral não gosta de realizar cálculos, de forma que um de seus questionamentos foi se poderiam utilizar a calculadora para facilitar o processo. Não houve problemas em conceder o pedido, pois nesta atividade o objetivo principal não era treinar os cálculos. Ao explicar para a professora suas conclusões, apesar de a aluna citada ser a responsável pela tarefa, os outros integrantes do grupo a auxiliaram, dando palpites e apontando para suas conclusões, registradas na folha da atividade.

Grupo Claro 2:

Nesse grupo, a aluna E se sobressaiu, pois é declaradamente apaixonada por Matemática, fazendo e falando tudo quase que sozinha. Quando cheguei questionando, prontamente explicou tudo o que havia realizado.

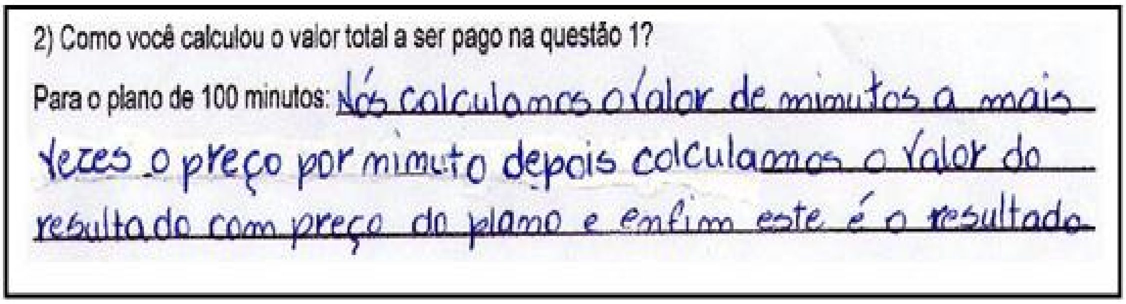
> **ñ***Bom dia! Vim entender o que vocês estão fazendo... quem me explica?***ò***(Profª)*
> **ñ***Fomos calculando... o valor da operadora mais os minutos a mais, vezes o preço de cada minuto. E daí o valor é o resultado.***ò***(aluna E***ï** *enquanto falava apontava para suas conclusões no papel)*
> **ñ***Uhum! Mas eu vou precisar dos cálculos... eu sei que tu fez e apagou eles, mas eu preciso ver o que vocês fizeram, tá?***ò***(Profª)*

ñEntão quando passar a limpo...ò(Profª)

ñEu não vou fazer de novo... se precisar eu explico!ò(aluna E)

Grande parte dos alunos desta turma possui o hábito de efetuar os cálculos em folhas de rascunho e jogá-las fora depois de concluírem os resultados, ou mesmo escrever nas mesas, indicando apenas suas soluções nas listas de exercícios. Quando abordada a aluna já havia apagado os cálculos antes realizados.

A aluna em questão afirmou gostar muito do componente curricular de Matemática. Liderou o grupo e, por vezes, a professora precisou pedir que ela compartilhasse com as colegas as atividades, pois queria realizar todas elas sozinha. Sem dificuldades, explicou detalhadamente tudo o que lhe foi questionado. Cabe ressaltar que, habitualmente, a aluna era uma das primeiras a terminar as atividades propostas, o que, nesse momento, ocorreu novamente. Quando situações semelhantes ocorriam, a professora a desafiava a ajudar as colegas a compreenderem aquilo em que ainda tinham dúvidas, o que sempre aconteceu sem grandes problemas.


2) Como você calculou o valor total a ser pago na questão 1?

Para o plano de 100 minutos: Nós calculamos o valor de minutos a mais vezes o preço por minuto depois calculamos o valor do resultado com preço do plano e enfim este é o resultado

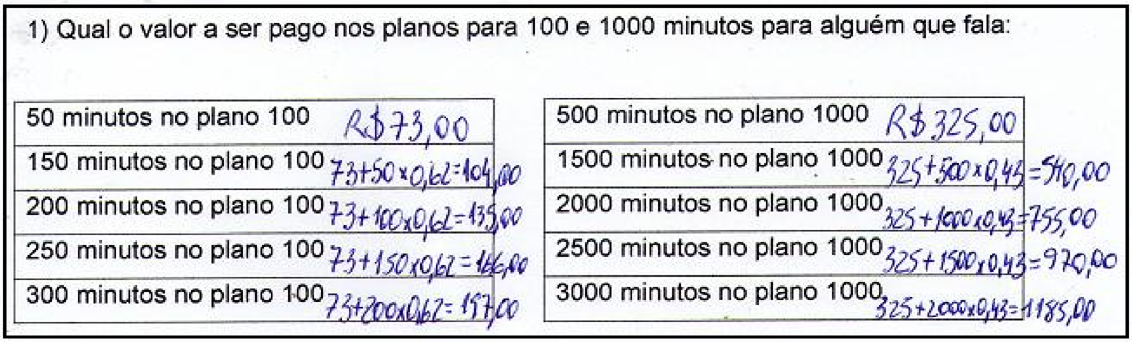
Figura 14: Resposta dos alunos ï grupo Claro 2
Fonte: arquivos da autora

Na resposta acima, é possível perceber a compreensão dos alunos deste grupo frente à proposta apresentada. Embora ainda não tivessem formalizado o conceito de função, conseguiram estabelecer uma ñfórmulaò capaz de calcular o valor a ser pago no caso em questão.

Grupo Vivo 1:

Apesar de ser um grupo que habitualmente realiza todas as atividades propostas, nesse dia, os meninos estavam mais interessados em ñcolocar a conversa em diaò e demoraram a iniciar a atividade. Quando cheguei para questioná-los, em função da pequena produção até então, encontraram dificuldades em explicar-se, necessitando de uma pequena intervenção.

> *ñAgora que vocês entenderam tudo... quero saber o que vocês fizeram!ò(Profª)*
>
> *ñSora, a minha calculadora ta com defeito.ò (aluno C, referindo-se ao aluno B, para justificar o porquê de ainda não terem iniciado a atividade)*
>
> *ñAh... ele é a calculadora? Eu empresto a minha depois... agora me explica o que vocês fizeram para calcular o valor a ser pago. Por que apareceu aquela expressão ali?ò(Profª ï referindo-se a expressão montada na folha)*



1) Qual o valor a ser pago nos planos para 100 e 1000 minutos para alguém que fala:

50 minutos no plano 100	R$73,00	500 minutos no plano 1000	R$325,00
150 minutos no plano 100	73+50x0,62=104,00	1500 minutos no plano 1000	325+500x0,43=540,00
200 minutos no plano 100	73+100x0,62=135,00	2000 minutos no plano 1000	325+1000x0,43=755,00
250 minutos no plano 100	73+150x0,62=166,00	2500 minutos no plano 1000	325+1500x0,43=970,00
300 minutos no plano 100	73+200x0,62=197,00	3000 minutos no plano 1000	325+2000x0,43=1185,00

Figura 15: resolução dos alunos ï grupo Vivo 1
Fonte: arquivos da autora

Percebendo que os alunos não tinham segurança no falar, a professora precisou intervir, questionando sobre cada parte da expressão.

> *ñTá... de onde saiu aquele 73 ali?ò(profª)*
>
> *ñO 73 é quanto ele tinha que pagarò(aluno C, referindo-se ao valor do plano)*
>
> *ñE aquele 50?ò(Profª)*
>
> *ñÉ que 73 ele falava 100 minutos, e ele falou cinquenta a mais.ò(aluno C)*
>
> *ñMuito bom! E aquele úero sessenta e dois aliô ï referindo-se aos sessenta e dois centavosò(Profª)*
>
> *ñÉ o preço de cada minuto a mais.ò(aluno C)*

Este grupo mostrou que, apesar de normalmente não apresentarem grandes dificuldades para realizar as tarefas propostas, não teriam êxito nesta atividade caso não se dedicassem. Após a discussão referida acima, a professora conversou com todos a respeito de sua atitude, de modo que eles se comprometeram a agir de forma diferenciada a partir do encontro seguinte. Mesmo não demonstrando tanto interesse quanto desejado, revelaram alguma compreensão e clareza durante as explicações, apesar de estas estarem abaixo das expectativas da professora.

Grupo Vivo 2:

Esse grupo enfrentou o mesmo problema do outro grupo da Vivo, pois não conseguiam explicar o que de fato estavam realizando. Após alguns questionamentos, a idéia se tornou mais clara para o grupo.

> ***ñ****Vamos ver o grupo da Vivo... podem me explicar como vocês fizeram?****ò****(Profª)*
> ***ñ****Nós fizemos... nós montamos aqui o* ***ó****bagulho****ô****e...****ò****(aluno A)*
> ***ñ****Então, eu vou te perguntando! O que é aquele 73?****ò****(Profª)*
> ***ñ****É o valor para 100 minutos.****ò****(aluno A)*
> ***ñ****Ah! E aquele cinquenta ali?****ò****(Profª)*
> ***ñ****Cinquenta? Ali! São os minutos a mais!****ò****(aluno A)*
> ***ñ****E aqueles sessenta e dois centavos?****ò****(Profª)*
> ***ñ****É o quanto tu paga por minuto!****ò****(aluno A)*
> ***ñ****Muito bom! E vocês já calcularam quanto vai dar?****ò****(Profª)*
> ***ñ****Não, vamos calcular agora!****ò****(aluno A)*

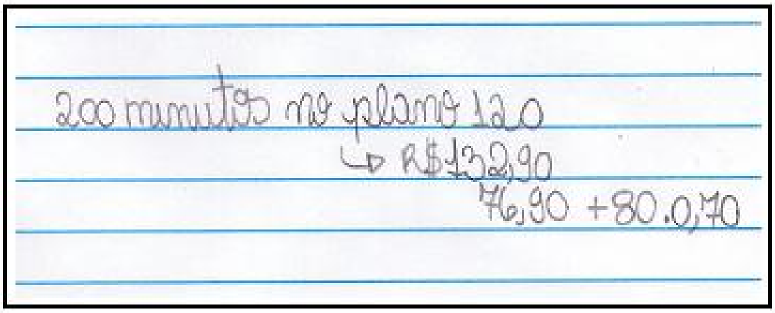
Este grupo não entregou a lista de atividades, pois um dos integrantes levou a folha para terminar em casa e perdeu-a. A tabela era semelhante à do grupo Vivo 1, por se tratar do mesmo plano, logo, continha os mesmos valores e conclusões.

Diferentemente do grupo anterior, os alunos desse grupo apresentaram dificuldades no componente curricular desde o início do ano letivo. Após diversos questionamentos, sentiram alguma confiança para prosseguir na atividade, embora, de modo geral, não tenham obtido êxito, principalmente, nas atividades em que havia uma forma a ser seguida, o que vai contra a proposta.

Grupo Tim:

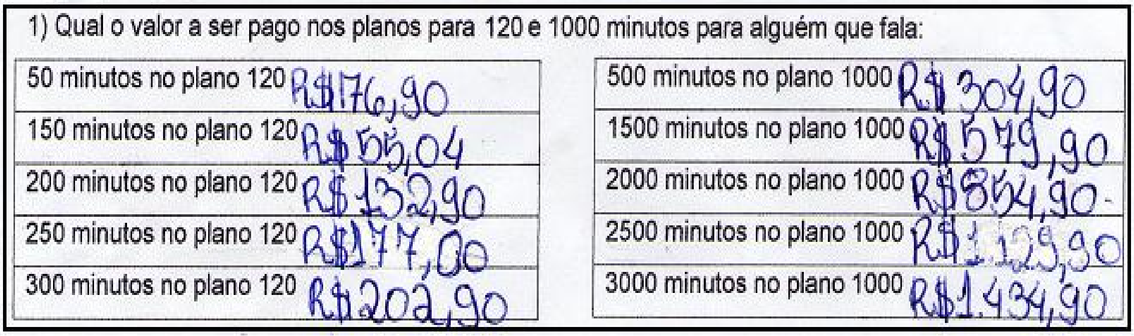
Com clareza e interesse, o grupo mostrou no momento da explicação o quanto havia compreendido a atividade. Dos seis grupos, foi o que se mostrou mais homogêneo. Nele, todas as alunas participaram igualmente.

> *ñO que vocês fizeram?ò(Profª)*
>
> *ñA gente fez o valor que a gente tem para pagar. Aí a gente viu o quanto que ia ficar a mais ï referindo-se aos minutos adicionais ï vezes os setenta centavos ï valor referente ao minuto adicional, via tabela.ò(alunas F e G)*



200 minutos no plano 120
↳ R$132,90
76,90 +80.0,70

Figura 16: resolução dos alunos ï grupo Tim
Fonte: arquivos da autora



1) Qual o valor a ser pago nos planos para 120 e 1000 minutos para alguém que fala:

50 minutos no plano 120	R$76,90	500 minutos no plano 1000	R$304,90
150 minutos no plano 120	R$55,04	1500 minutos no plano 1000	R$579,90
200 minutos no plano 120	R$132,90	2000 minutos no plano 1000	R$854,90
250 minutos no plano 120	R$177,00	2500 minutos no plano 1000	R$1.129,90
300 minutos no plano 120	R$202,90	3000 minutos no plano 1000	R$1.434,90

Figura 17: resolução dos alunos ï grupo Tim
Fonte: arquivos da autora

Com este grupo ocorreu situação semelhante à descrita no relato do grupo Claro 2, mas foi possível resgatar o rascunho das meninas. No exercício é possível notar que aparecem apenas as soluções encontradas pelo grupo, sem qualquer cálculo.

Apesar da curta explicação, as meninas desse grupo demonstraram firmeza em suas palavras e, da mesma forma que o grupo 1 da operadora Claro, realizaram a atividade rapidamente, aproveitando o tempo restante para conversas paralelas.

Quando questionadas, sentiram-se muito seguras para responder, e todas as integrantes do grupo queriam falar ou mostrar ï na folha da atividade ï algum relato de suas conclusões.

A figura a seguir mostra a resposta das alunas do grupo da Tim:

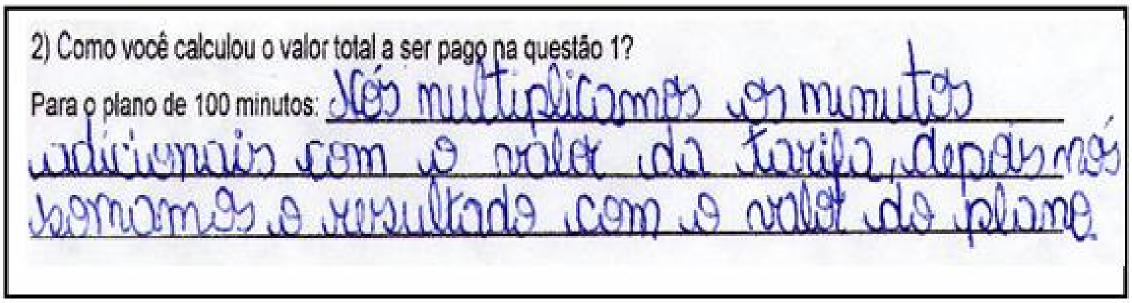

2) Como você calculou o valor total a ser pago na questão 1?
Para o plano de 100 minutos: Nós multiplicamos os minutos adicionais com o valor da tarifa, depois nós somamos o resultado com o valor do plano

Figura 18: Resposta dos alunos ï grupo Tim
Fonte: arquivos da autora

Grupo Oi:

Quando pedi que as integrantes deste grupo me explicassem o que haviam descoberto durante a atividade, as mesmas mostraram-se um pouco tímidas. Foi preciso questioná-las ponto a ponto para que explicassem seu raciocínio, não por não compreenderem o que lhes fora pedido, como percebi posteriormente, mas por não gostarem de falar em público. Creio que a filmagem as ñatrapalhouò um pouco.

ñOi! Cheguei para vocês me explicarem o que fizeram!ò(Profª)
ñExplica aí!ò (aluna G, ϕpassando a vez de falar para a aluna H, para não precisar falar)
ñEntão eu vou perguntando! De onde saiu aquele R$ 69,90ò? (Profª)
ñÉ o valor do plano, Sora!ò(aluna H)
ñE aqueles números? 40, 70, 140?ò(Profª)
ñOs minutos a mais que eles estão falando.ò(aluna G)
ñE aqueles R$ 0,64?ò(Profª)
ñQuanto custa... os minutos a mais!ò(aluna I)

Sem dúvida, o grupo surpreendeu, pois, apesar da aparente timidez, foi capaz de expressar suas descobertas. Semelhante ao segundo grupo da operadora Vivo, as integrantes desse grupo apresentaram, desde o início, baixo rendimento na componente curricular, e creio que o fato de terem sido incentivadas a verbalizar as suas conclusões as auxiliará a perceber que possuem conhecimentos a respeito da Matemática, ao contrário do que sempre acreditaram e afirmaram.

Como última atividade da lista entregue aos alunos da turma, foi solicitado que os alunos colocassem os dados encontrados em um gráfico. Posteriormente a professora conversou com os alunos acerca de qual seria o gráfico mais apropriado para a situação em questão, visto que alguns grupos não sabiam que tipo escolher: linhas, barra, pontos ou colunas.

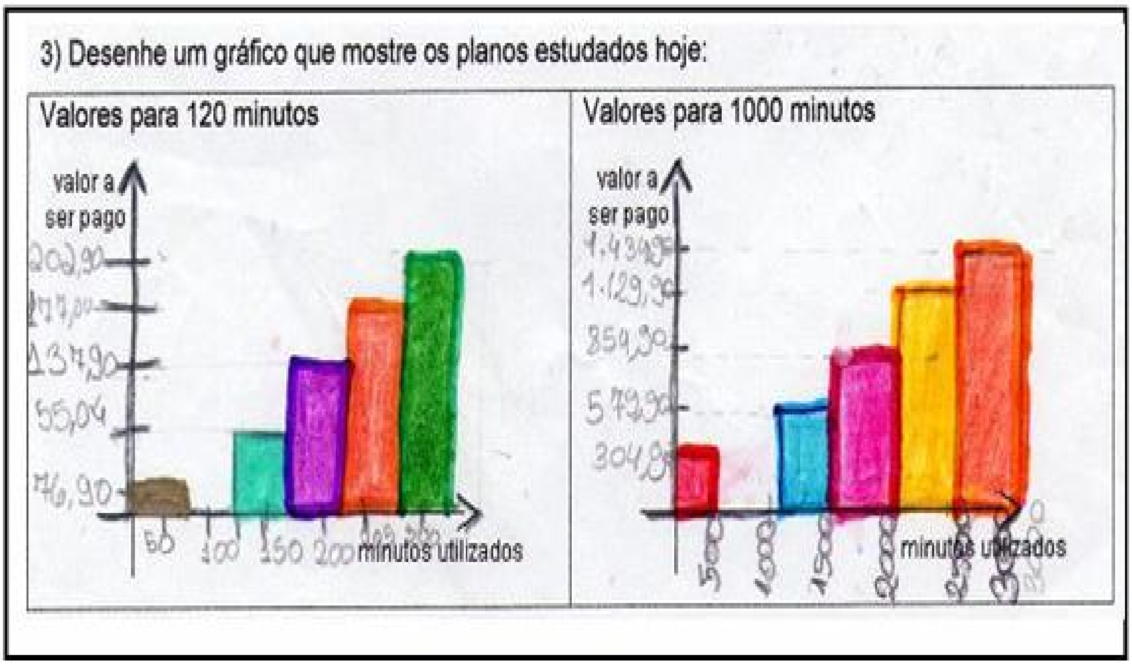


Figura 19: Resolução dos alunos – grupo Tim
Fonte: arquivos da autora

Percebe-se que, neste exercício, as alunas cometeram principalmente dois equívocos: um ao calcular o valor para 150 minutos, encontrando tarifa menor do que para 50 minutos. Posteriormente, quando confrontadas, não souberam identificar sua falha, mas justificaram como um possível erro ao efetuar a multiplicação com decimais. Outro ponto relevante discutido foi com relação ao tipo de gráfico escolhido, pois na forma como foi colocado, subentende-se que, por exemplo, para valores até aproximadamente R$ 75,00 paga-se um mesmo valor, ocorrendo os mesmos nos demais intervalos do gráfico de colunas. Posteriormente, houve conversa com o grande grupo, afim de discutir sobre qual seria o melhor gráfico para a situação, definindo-se o gráfico de pontos e, posteriormente, a “linha reta”, pois trabalhamos com valores muito próximos, de modo que os pontos alinhados também o estariam.

8.3.4 Análise do terceiro encontro

Já, nessa aula, os alunos se encontravam no quinto e sexto ambientes propostos por Skovsmose, pois realizaram exercícios relativos à realidade, ainda utilizando os planos referentes às operadoras por eles escolhidas, o que justifica o quinto ambiente, mas sem deixar de discutir sobre o que poderia ocorrer numa situação real, fundamentando, assim, as questões pertinentes ao sexto ambiente.

Cabe ainda ressaltar o aceite do convite por parte dos alunos. Um exemplo disto é o relato do grupo Claro 1, no qual apesar de a aluna D não haver presenciado o encontro anterior, a mesma buscou inteirar-se a respeito do que o grupo havia descoberto, conseguindo inclusive liderá-lo na hora de apresentar as conclusões para a professora.

A percepção de “zona de risco”, nesse momento, já não existia mais para mim, pois apesar de, em Modelagem Matemática não se ter certeza absoluta do rumo das aulas, os alunos estavam muito engajados na proposta. Tal atitude me proporcionou certo conforto, porque, apesar de cada grupo elaborar um modelo diferente e em um ritmo diverso, todos conseguiram chegar às suas próprias conclusões.

Por outro lado, alguns alunos se encontravam em “zona de risco”, pois ao serem questionados a respeito de suas conclusões, sentiram-se desconfortáveis para responder, tentando passar a palavra para os demais colegas de grupo, ou demorando a iniciarem suas falas. Apesar deste fato, foi satisfatório ver os alunos enfrentarem o desafio tanto de falar em frente a uma câmera, quanto em explicar suas descobertas para a professora, pois, mesmo alguns grupos não sendo tão desenvoltos quanto outros, todos falaram e cumpriram com o objetivo para esta aula.

Neste ponto, os alunos, já na fase de analisar os dados do problema, encontravam-se no terceiro caso de Barbosa, pois não sentiam tanta necessidade de pedir auxílio à professora em todos os passos de suas pesquisas, agindo de maneira mais independente. Nessa etapa, os alunos analisaram os valores dos planos por eles escolhidos, deixando a finalização do trabalho para a aula seguinte.

De acordo com Biembengut, os alunos estavam no final da fase da Matematização, pois já haviam formulado o problema, necessitando agora resolvê-lo. Na aula seguinte, passariam para o Modelo Matemático em si, concluindo assim o trabalho.

8.4 ENCONTRO 4

8.4.1 Objetivos e expectativas

Esperava-se, nesse encontro, que os alunos fossem capazes de, a partir das descobertas das aulas anteriores, decidir qual das operadoras era a mais vantajosa quanto aos planos apresentados, bem como solucionar problemas simples de funções, geralmente encontrados nos livros didáticos do primeiro ano do Ensino Médio.

8.4.2 Relato do encontro

Nessa aula, os alunos estavam envolvidos e familiarizados com a Modelagem Matemática, resolvendo com agilidade os problemas propostos.

Ainda não se falou a respeito dos termos função e relação, o que será abordado no encontro seguinte, finalizando assim as atividades.

Os alunos demonstraram interesse em realizar as atividades, iniciando por elaborar um cartaz contendo todos os dados pesquisados para auxiliá-los a explicar aos colegas as descobertas que haviam feito.

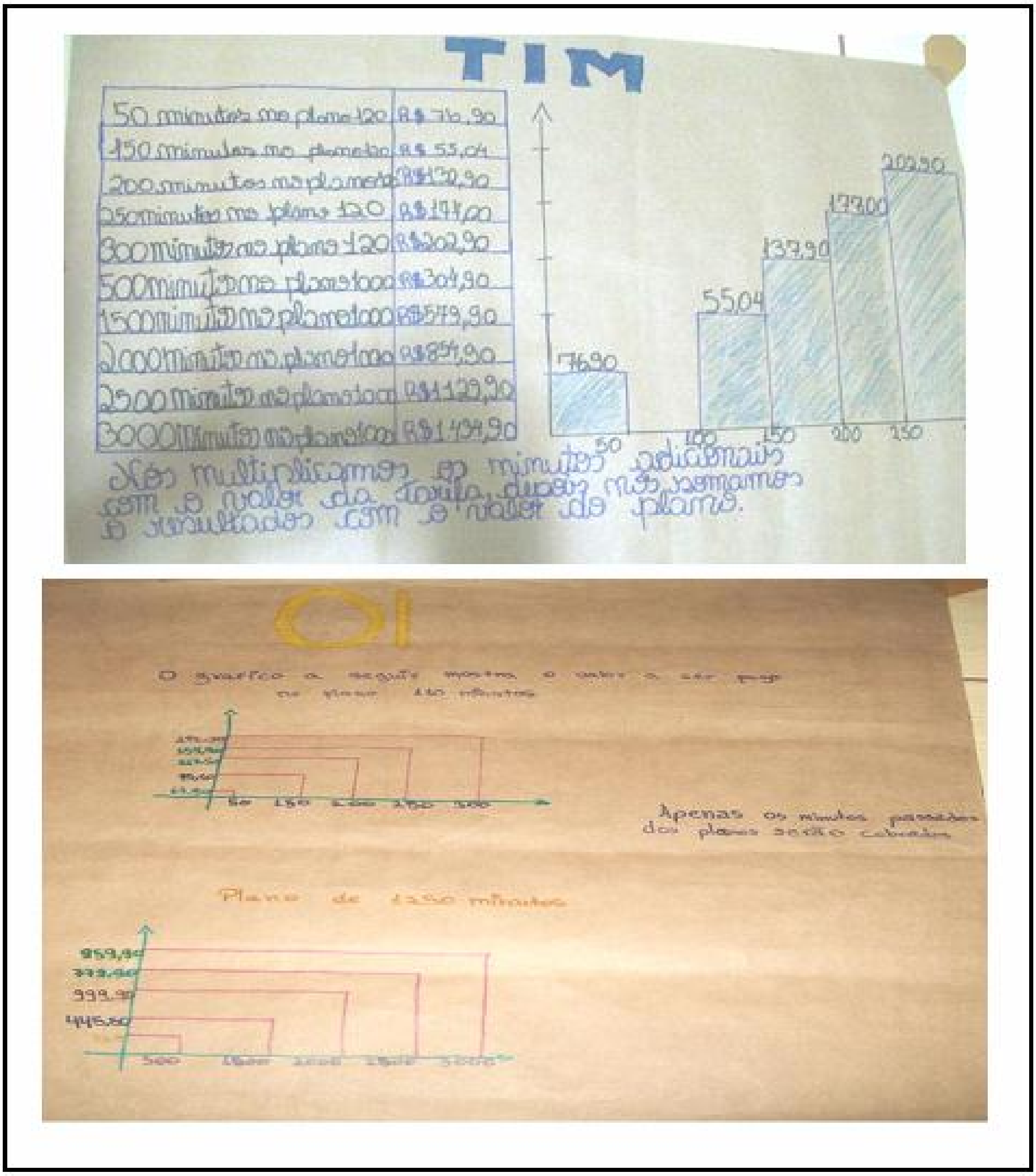


Figura 20: Cartazes de dois grupos ï grupos Tim e Oi
Fonte: arquivos da autora

Após a elaboração dos cartazes, cada grupo recebeu uma lista com quatro problemas envolvendo funções afins, nos quais são simples de se encontrar as relações existentes entre grandezas. No final da aula, o desafio era explicar para a turma as conclusões sobre a operadora investigada, bem como escolher um dos problemas propostos e resolvê-lo no quadro-de-giz, tornando-o inteligível para os demais alunos.

Ressalto que a discussão a respeito do melhor gráfico para representar a situação em questão ocorreu posteriormente à apresentação dos grupos, de forma que os gráficos acima não são os apropriados para tal. O primeiro grupo reproduziu o gráfico do exercício comentado na página 73, pois tal lista serviu de embasamento para a elaboração do cartaz, e o grupo ñOiò apresentou uma correspondência entre os pontos nunca vista antes em sala de aula (unir os pontos com linhas horizontais e verticais).

Os modelos encontrados pelos alunos foram os seguintes:

Em todos os casos, a variável x representa os minutos excedentes. Os alunos, apesar de serem incentivados a utilizarem outras letras para representar ñtermos desconhecidosò, habitualmente utilizam x, por afirmarem ser mais fácil. No caso em questão, observou-se apenas dois planos, com minutos espaçados de 50 em 50 para o primeiro plano (em torno de 100 minutos) e de 500 em 500 para o segundo plano (em torno de 1000) minutos. Poderia ainda ter sido elaborada tabela explicativa, com valores mais aproximados para as análises, o que, para otimização do tempo, não foi realizado.

Grupo Claro 1:
Para falar 120 minutos: 72,00 + x.0,61
Para falar 1100 minutos: 340,00 + x.0,31

Grupo Claro 2:
Para falar 120 minutos: 72,00 + x.0,61
Para falar 1100 minutos: 340,00 + x.0,31

Grupo Oi:
Para falar 110 minutos: 69,90 + x.0,64
Para falar 1250 minutos: 329,90 + x.0,36

Grupo Vivo 1:
Para falar 100 minutos: 73,00 + x.0,62
Para falar 1000 minutos: 325,00 + x.0,43

Grupo Vivo 2:

Para falar 100 minutos: 73,00 + x.0,62

Para falar 1000 minutos: 325,00 + x.0,43

Grupo Tim:

Para falar 120 minutos: 76,90 + x.0,70

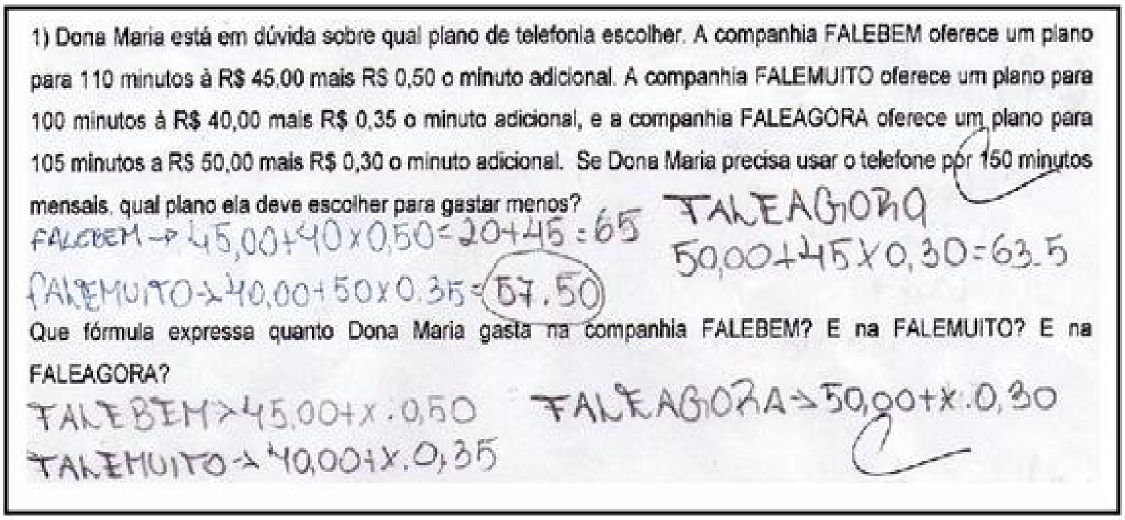
Para falar 1000 minutos: 304,90 + x.0,55

Um grupo que surpreendeu foi o da operadora Oi, o primeiro grupo a apresentar. Este grupo é formado por meninas que, durante o ano letivo, não apresentaram grande intimidade com o componente curricular de Matemática, g eralmente atingindo conceito NA (Não Atingiu, o que se refere de 0 a 50% da nota final alcançada pelo aluno) ou AP (Atingiu Parcialmente, o que se refere de 50% a 75% da nota final alcançada pelo aluno).

Quando questionadas sobre o trabalho, apresentaram com grande desenvoltura, mostrando compreensão do que estavam explicando. Apesar de anteriormente terem apresentado dificuldades com relação à utilização de variáveis, trataram-nas, na Modelagem, como algo comum, denotando por x o equivalente aos minutos excedentes na Modelagem da proposta ou na resolução de um dos problemas da lista, os quais explicaram aos colegas.

Outro ponto relevante foi a facilidade dos alunos desta turma em interpretar e resolver os problemas propostos, mesmo estes sendo retirados de livros de Ensino Médio. Resolveram e explicaram com destreza cada uma das atividades propostas. Além de solicitar que apresentassem as soluções dos problemas, foi pedido a cada grupo que explicasse à professora alguma questão de livre escolha.

Apesar de compreender os problemas, nas soluções, os alunos não apresentaram as ŏfórmulasò utilizando linguagem correta, pois não pode ser identificada a relação entre duas variáveis nas mesmas. Tal fato não é indicativo de não compreensão, mas sim de falha ao apresentar as soluções. Caso as duas variáveis fossem bem definidas antes de iniciar a resolução, ambas seriam também destacadas, o que não ocorreu.



1) Dona Maria está em dúvida sobre qual plano de telefonia escolher. A companhia FALEBEM oferece um plano para 110 minutos à R$ 45,00 mais R$ 0,50 o minuto adicional. A companhia FALEMUITO oferece um plano para 100 minutos à R$ 40,00 mais R$ 0,35 o minuto adicional, e a companhia FALEAGORA oferece um plano para 105 minutos a R$ 50,00 mais R$ 0,30 o minuto adicional. Se Dona Maria precisa usar o telefone por 150 minutos mensais, qual plano ela deve escolher para gastar menos?

FALEBEM -> 45,00+40x0,50=20+45=65

FALEAGORA 50,00+45x0,30=63.5

FALEMUITO -> 40,00+50x0.35=57.50

Que fórmula expressa quanto Dona Maria gasta na companhia FALEBEM? E na FALEMUITO? E na FALEAGORA?

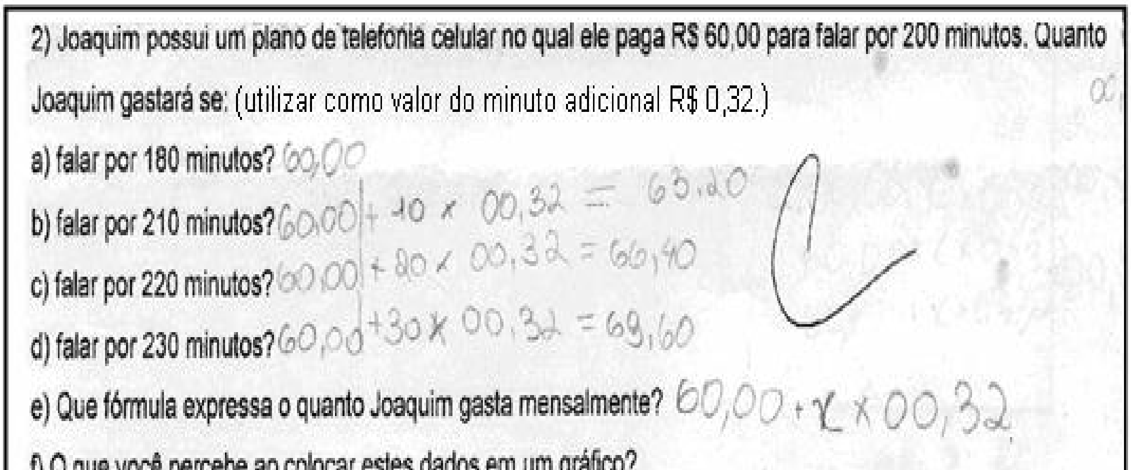
FALEBEM > 45,00+x.0,50

FALEAGORA -> 50,00+x.0,30

FALEMUITO -> 40,00+x.0,35

Figura 221: Resolução dos alunos ï grupo Claro 1
Fonte: arquivos da autora

O grupo escolheu apresentar o primeiro item do problema. Uma das alunas escreveu no quadro as soluções para as três operadoras fictícias. Ao terminar, foi questionada sobre o porquê das fórmulas serem escritas daquela maneira. Respondeu indicando ser a variável x correspondente aos minutos utilizados pelo consumidor, e os valores correspondentes, respectivamente, ao valor do plano e valor do minuto excedente.



2) Joaquim possui um plano de telefonia celular no qual ele paga R$ 60,00 para falar por 200 minutos. Quanto Joaquim gastará se: (utilizar como valor do minuto adicional R$ 0,32.)

a) falar por 180 minutos? 60,00

b) falar por 210 minutos? 60,00 + 10 x 00,32 = 63,20

c) falar por 220 minutos? 60,00 + 20 x 00,32 = 66,40

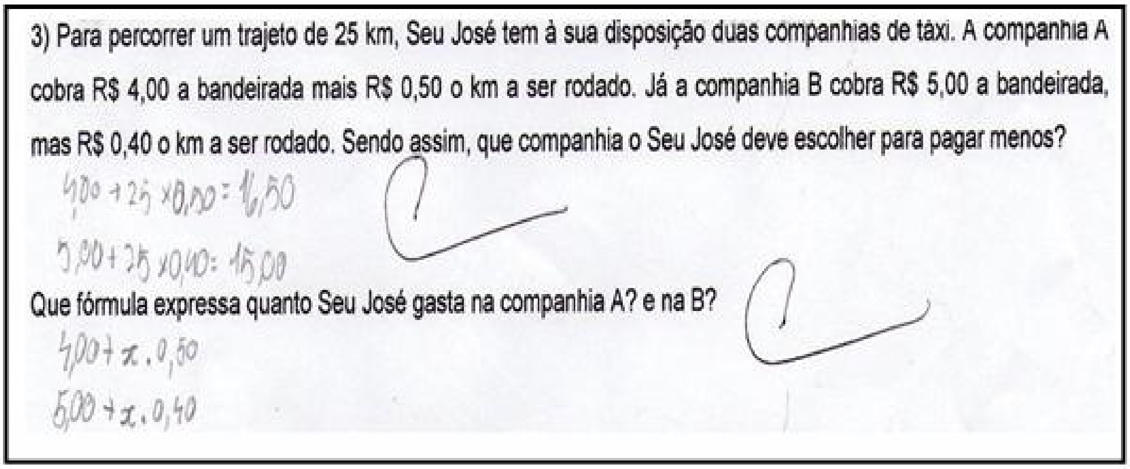
d) falar por 230 minutos? 60,00 + 30 x 00,32 = 69,60

e) Que fórmula expressa o quanto Joaquim gasta mensalmente? 60,00 + x x 00,32

f) O que você percebe ao colocar estes dados em um gráfico?

Figura 22: Resolução dos alunos ï grupo Claro 2
Fonte: arquivos da autora

Por ser um problema muito semelhante ao anterior, inclusive na formulação da história, o grupo repetiu as palavras usadas pelos colegas que se apresentaram antes, mostrando compreensão daquilo que estavam falando. O grupo não respondeu ao item referente ao gráfico da função, apesar de, quando questionados, reconhecerem apenas que o valor da fatura aumentaria ao aumentar os minutos utilizados. Percebi que os alunos desta turma não tiveram, nos anos anteriores, contato com estudo de gráficos, conteúdo esperado para o ano anterior. Tal percepção se deu durante os questionamentos, pois muitos alunos, conforme já mencionado não tinham clareza a respeito de escala, forma como inserir os dados (deslocamento do zero), melhor tipo de gráfico para cada situação-problema. Durante este exercício, contentei-me com a resposta oral dos alunos, deixando a abordagem do tema para o quinto encontro, no qual tais falhas foram evidenciadas e corrigidas.



3) Para percorrer um trajeto de 25 km, Seu José tem à sua disposição duas companhias de táxi. A companhia A cobra R$ 4,00 a bandeirada mais R$ 0,50 o km a ser rodado. Já a companhia B cobra R$ 5,00 a bandeirada, mas R$ 0,40 o km a ser rodado. Sendo assim, que companhia o Seu José deve escolher para pagar menos?

4,00 + 25 x 0,50 = 16,50

5,00 + 25 x 0,40 = 15,00

Que fórmula expressa quanto Seu José gasta na companhia A? e na B?

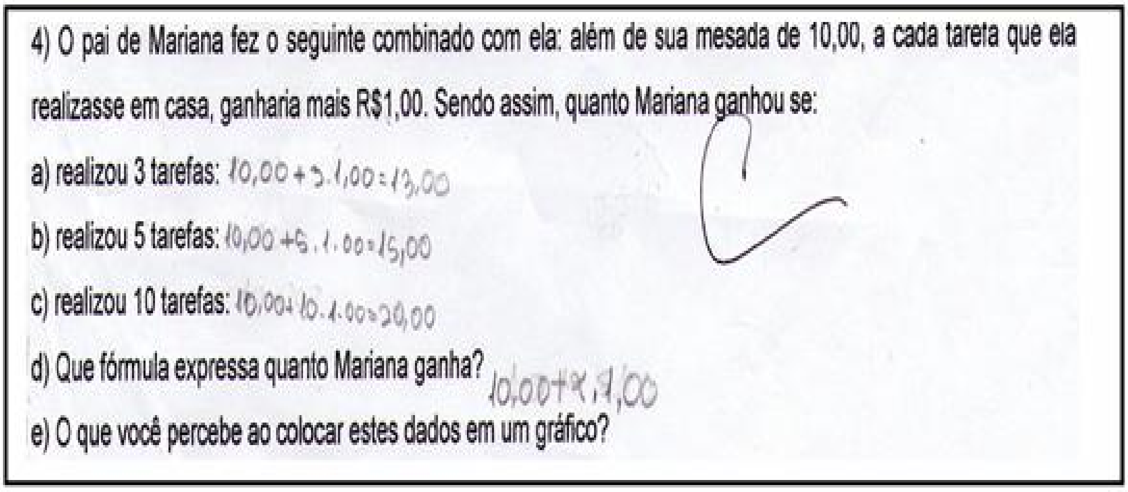
$4,00 + x \cdot 0,50$

$5,00 + x \cdot 0,40$

Figura 23: Resolução dos alunos ï grupo Vivo 1
Fonte: arquivos da autora

O novo grupo ï Vivo 1 ï iniciou como os demais, escrevendo a solução no quadro-de-giz, para, posteriormente, explicar suas conclusões aos outros colegas. Iniciaram a explicação pelo primeiro item, identificando os valores da bandeirada, do quilômetro rodado e quilômetros desejados para cada caso, concluindo que a companhia B seria mais vantajosa financeiramente para a situação referida.

Em seguida, apresentaram as expressões correspondentes, identificando corretamente o significado de cada fator.


4) O pai de Mariana fez o seguinte combinado com ela: além de sua mesada de 10,00, a cada tarefa que ela realizasse em casa, ganharia mais R$1,00. Sendo assim, quanto Mariana ganhou se:

a) realizou 3 tarefas: 10,00 + 3.1,00 = 13,00

b) realizou 5 tarefas: 10,00 + 5.1,00 = 15,00

c) realizou 10 tarefas: 10,00 + 10.1,00 = 20,00

d) Que fórmula expressa quanto Mariana ganha? 10,00 + x.1,00

e) O que você percebe ao colocar estes dados em um gráfico?

Figura 24: Resolução dos alunos – grupo Tim
Fonte: arquivos da autora

Os alunos responderam aos itens de “a” a “d” sem dificuldades, apresentando aos colegas os cálculos e a expressão correspondente. Sentiram dificuldade para responder ao item “e”, pois não estava clara para o grupo a ideia de como colocar os dados encontrados em um gráfico. Foi necessária a intervenção da professora, de forma que posteriormente mostraram melhor compreensão, mas não quiseram resolver o exercício em questão.

8.4.3 Análise do quarto encontro

Já, nessa aula, esteve presente o terceiro ambiente de Skovsmose, pois os alunos foram desafiados, após a conclusão do projeto, a solucionar exercícios de fixação com referência à semirrealidade. As problematizações propostas foram elaboradas pela professora, baseando-se em possíveis casos existentes no dia-a-dia dos alunos. Tais exercícios são também pertinentes à fase de Matematização propostas por Biembengut, uma vez que auxiliam o aluno na compreensão necessária para a elaboração dos modelos, bem como para sua percepção da forma ideal de encaixe dos mesmos em outras áreas que não a da pesquisa em questão.

Nesse encontro, eu estava entre a “zona de conforto” e a “zona de risco”, pois os alunos apresentaram domínio acerca do que estavam realizando. Apesar de eles estarem trabalhando “sozinhos”, senti segurança e controle com relação aos resultados, pois era perceptível que os alunos conseguiriam elaborar os modelos esperados, embora tal atitude, não pudesse ainda ser considerada como um fato, o que justifica momentos em que estive na ñzona de riscoò.

Já com relação aos alunos, diferentemente do encontro anterior, percebi que estavam neste momento em ñzona de confortoò. Ao explicarem os exercícios no quadro-de-giz, mostraram-se muito seguros, contando aos colegas as suas descobertas. Cada grupo não apenas apresentou o seu cartaz, mostrando o modelo encontrado para as duas situações propostas, como explicou um dos itens do exercício realizado neste encontro, mostrando aos colegas, e a mim, o quanto haviam compreendido as duas tarefas.

Deve-se, ainda, ressaltar que ao apresentar suas conclusões, os alunos encontravam-se novamente no sexto caso, pois se tratava de cenário para investigação referente à realidade, por serem trabalhados dados que coletaram em suas pesquisas.

Com relação aos casos propostos por Barbosa, os alunos encontravam-se no terceiro caso, na fase de resolução do problema, pois esta foi a aula de conclusão do trabalho, na qual eles apresentaram ao grande grupo suas descobertas. Para tal, outra vez a professora teve o papel de coadjuvante, pois não se fizeram necessárias grandes intervenções.

Segundo Biembengut, os alunos estavam na etapa final da Modelagem Matemática, ou seja, na interpretação e validação do Modelo Matemático em si. Nessa etapa, cada grupo apresentou aos demais o modelo que havia concluído para a sua operadora, bem como se este era válido para qualquer quantidade de minutos.

8.5 ENCONTRO 5

8.5.1 Objetivos e expectativas

Nesse encontro, era esperado que os alunos compreendessem o conceito de função afim, bem como conseguissem resolver problemas diversos envolvendo parte do conteúdo. O encontro servirá como finalização do projeto, pois não há pretensão de trabalhar todo o conteúdo, mas mostrar ao aluno algumas situações em que os conteúdos abordados nas aulas podem ser utilizados em seu cotidiano.

8.5.2 Relato do Encontro

Cabe salientar que a última aula ocorreu no ano letivo de 2011. Estava programada para ocorrer no final em 2010, mas compareceram apenas três alunos nessa oportunidade, pelo fato de a direção da escola ter liberado os alunos aprovados. Como a turma permaneceu com a mesma professora em 2011, foi possível o encerramento das atividades.

Diferentemente dos demais encontros, nesse a professora tomou a frente, numa aula considerada tradicional. Explicou aos alunos que uma função pode ser compreendida como relação entre dois conjuntos.

Para exemplificar aos alunos, a partir do que foi realizado nas quatro semanas, mostrou-lhes que, da mesma maneira que foi possível estabelecer relações entre os minutos utilizados em cada caso e o valor total a ser pago, pode-se também estabelecer relações entre dois diferentes conjuntos. A professora lembrou os alunos que o valor a ser pago é dependente dos minutos utilizados, ou seja, quanto mais minutos, mais cara seria a fatura. No caso trabalhamos apenas as funções com coeficiente angular positivo. Foi posteriormente falado aos alunos que a função pode também ser decrescente.

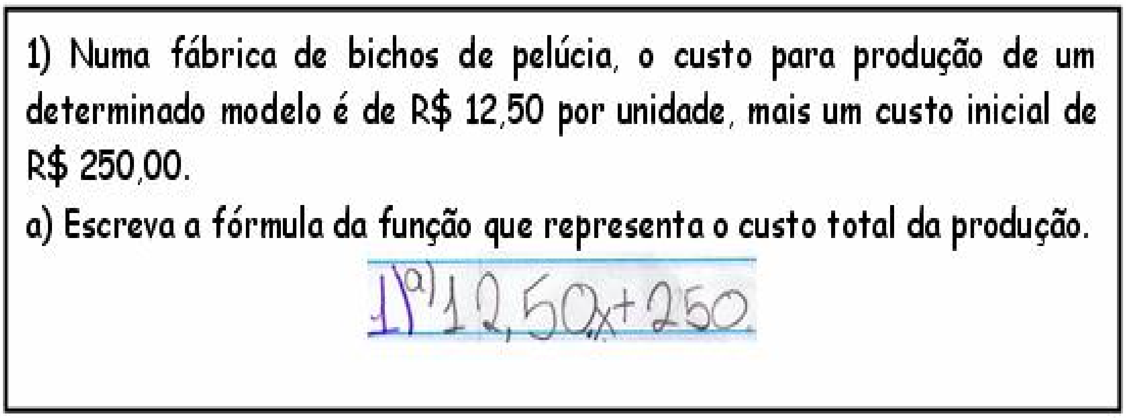
Para formalização, foram representadas duas funções no quadro, ainda na notação de conjuntos. Os alunos foram questionados sobre qual seria o “correspondente no segundo conjunto”, partindo da relação “o triplo do valor menos duas unidades”. Tais relações foram compreendidas dados os conjuntos de partida e chegada.

Para os alunos foi simples chegar às conclusões esperadas. Em seguida, os pares ordenados adquiridos das relações foram esboçadas em gráfico, de modo que os alunos perceberam facilmente o alinhamento dos pontos.

Após a explanação do conteúdo, foi entregue aos alunos uma lista com alguns problemas retirados de livros didáticos e outros elaborados pela professora, os quais foram realizados sem grandes dificuldades.

Ao realizarem os exercícios propostos, uma aluna do grupo Claro 1 questionou por que seus pares não estavam alinhados, de modo que foi necessário explicar-lhes o fato de não estarem utilizando a escala definida.

Apesar da explicação a respeito de elaboração de gráficos a importância da utilização de uma escala apropriada não estarem no plano de aula, fez- necessária a interrupção para abordagem destes conceitos, aproveitando-se a oportunidade.

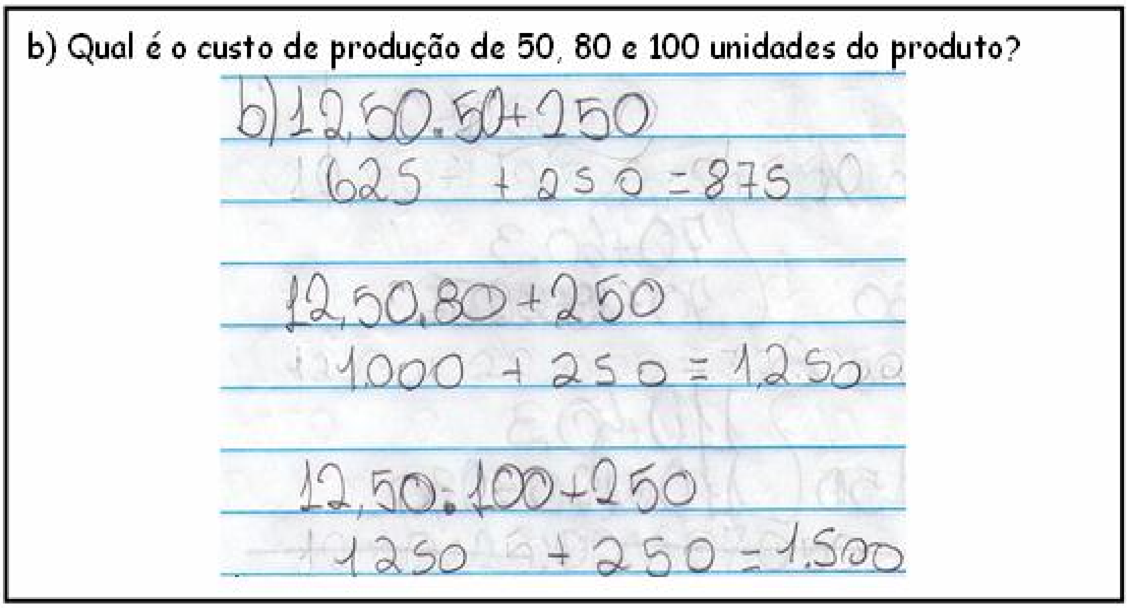

1) Numa fábrica de bichos de pelúcia, o custo para produção de um determinado modelo é de R$ 12,50 por unidade, mais um custo inicial de R$ 250,00.

a) Escreva a fórmula da função que representa o custo total da produção.

1)a) 12,50x+250

Figura 25: Resolução dos alunos ï grupo Tim
Fonte: arquivos da autora

Os alunos não encontraram dificuldades maiores para escrever a lei da função, embora ainda não soubessem formalmente seu conceito.


b) Qual é o custo de produção de 50, 80 e 100 unidades do produto?

b) 12,50.50+250
625 + 250 = 875

12,50.80+250
1000 + 250 = 1250

12,50.100+250
1250 + 250 = 1.500

Figura 26: Resolução dos alunos ï grupo Tim
Fonte: arquivos da autora

Como esta atividade já era familiar aos alunos, realizaram-na rapidamente, encontrando os valores procurados.

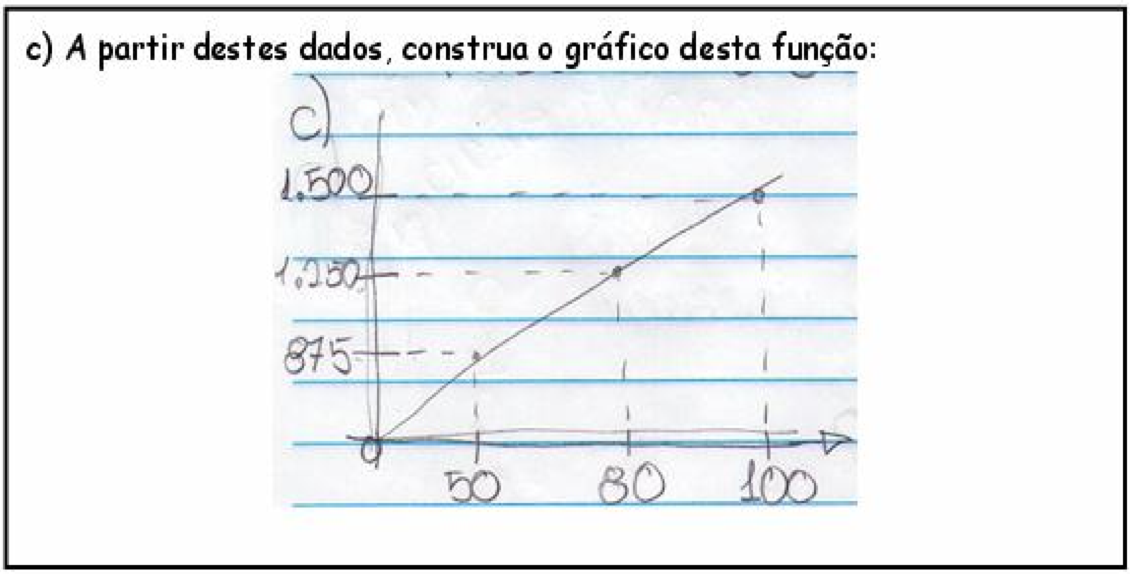
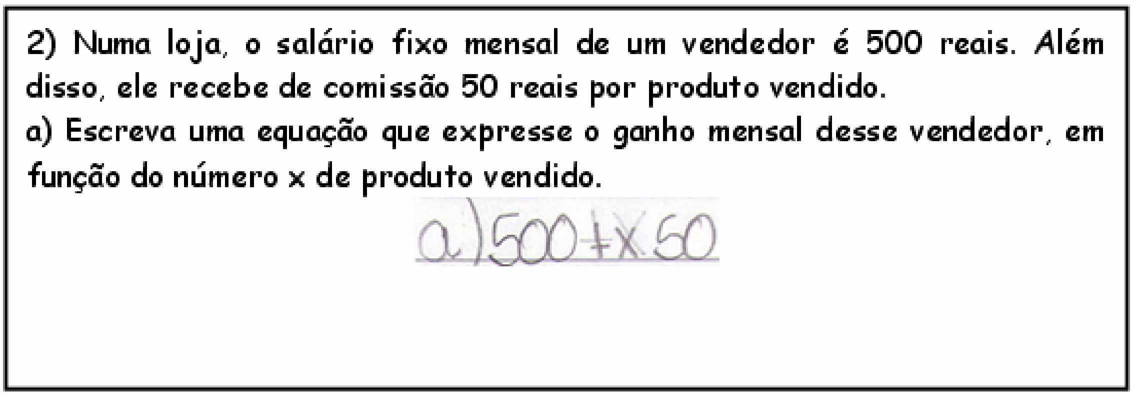


Figura 27: Resolução dos alunos – grupo Tim
Fonte: arquivos da autora

Para a resolução da questão, os grupos foram incentivados a observar a utilização da escala adequada, bem como a distância entre os valores nos eixos. Isto porque, como relatado, um dos grupos questionou a razão de seu gráfico não formar uma “linha reta”, se era uma função afim. Nesse momento, a professora pediu-lhe que revisasse a distância entre os valores escritos, analisando se estas eram coerentes.

Cabe ainda ressaltar que, em virtude da escala utilizada aproximando muito os números naturais, foi permitido aos alunos que desenhassem uma “linha reta” para expressar a solução, apesar dos mesmos terem conhecimento de que é impossível vender $\frac{1}{2}$ bicho de pelúcia ou mesmo π bichos de pelúcia. Cabe observar que os alunos, apesar de pouco conhecerem, tem pequena noção sobre números irracionais, pois tal conteúdo foi abordado quando se trabalhou os conjuntos numéricos, dizendo-lhes que no ano seguinte os trabalhariam com mais profundidade.

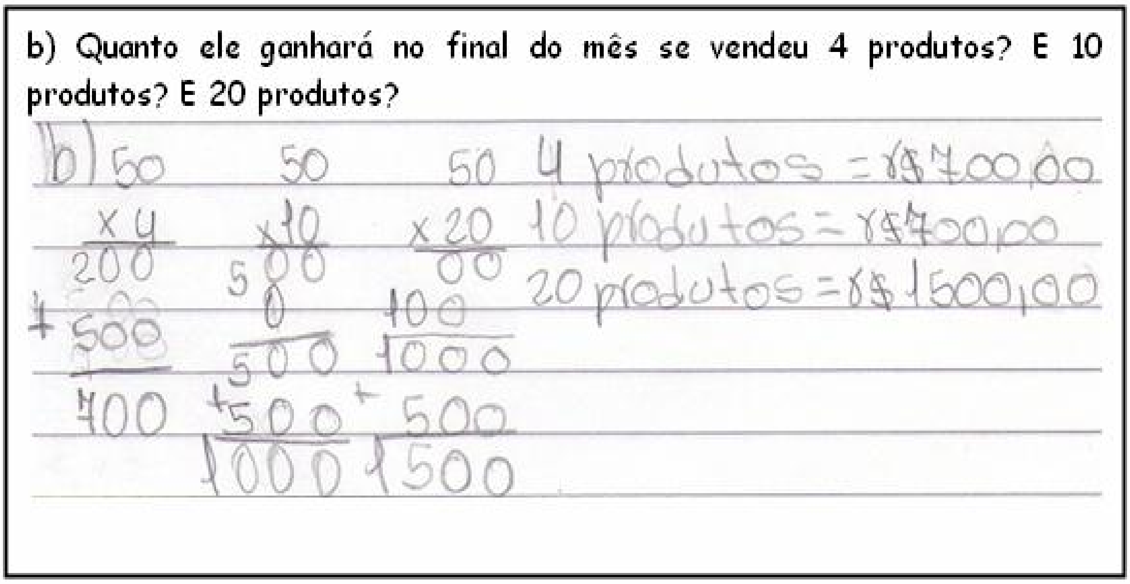


2) Numa loja, o salário fixo mensal de um vendedor é 500 reais. Além disso, ele recebe de comissão 50 reais por produto vendido.
a) Escreva uma equação que expresse o ganho mensal desse vendedor, em função do número x de produto vendido.

a) 500 + x 50

Figura 28: Resolução dos alunos ï grupo Oi
Fonte: arquivos da autora

Como descrito nos relatos da quarta aula, o grupo Oi surpreendeu, pois durante o ano letivo apresentou diversas dificuldades na compreensão dos conceitos trabalhados. Agora em 2011, percebe-se que apresentaram melhoras, pois não entregaram suas avaliações em branco como faziam antes, pelo contrário, esmeraram-se para fazê-las, atingindo melhores conceitos. A atividade pode ter servido para mostrar-lhes que eram capazes de aprender.



b) Quanto ele ganhará no final do mês se vendeu 4 produtos? E 10 produtos? E 20 produtos?

b) 50 × 4 = 200; 200 + 500 = 700

50 × 10 = 500; 500 + 500 = 1000

50 × 20 = 1000; 1000 + 500 = 1500

4 produtos = r$ 700,00
10 produtos = r$ 700,00
20 produtos = r$ 1500,00

Figura 29: Resolução dos alunos ï grupo Oi
Fonte: arquivos da autora

O grupo realizou ainda os cálculos compreendidos na lei desta função, apresentando as soluções ao lado, mostrando assim que entenderam como operar para identificar os ganhos do vendedor em questão.

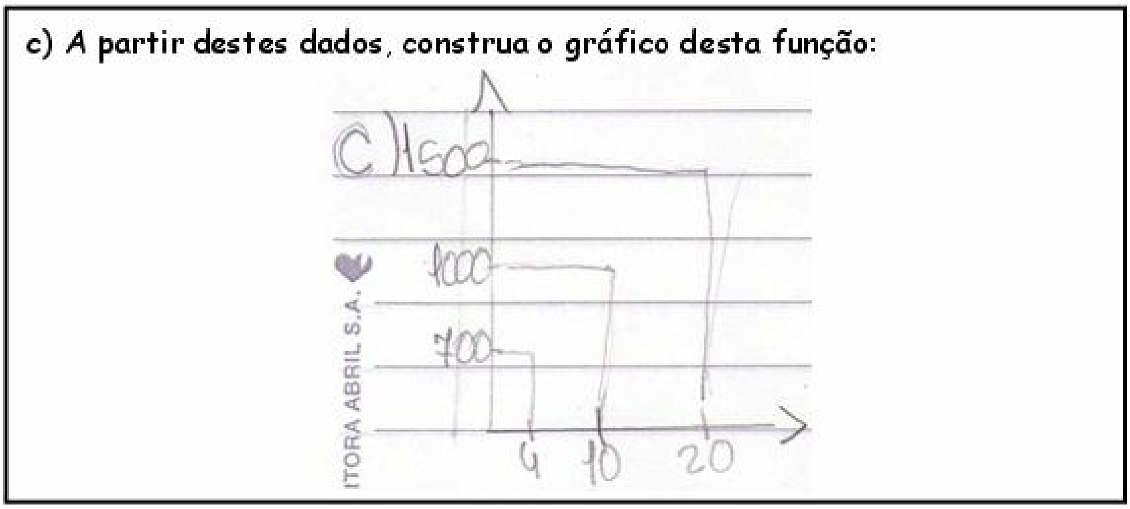
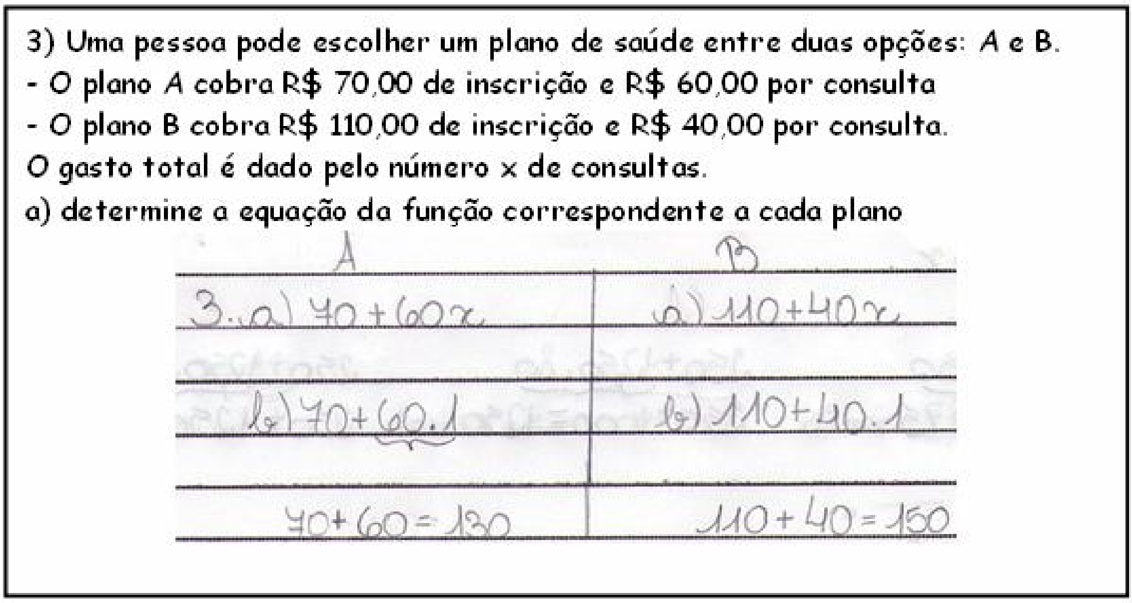


Figura 30: Resolução dos alunos ï grupo Oi
Fonte: arquivos da autora

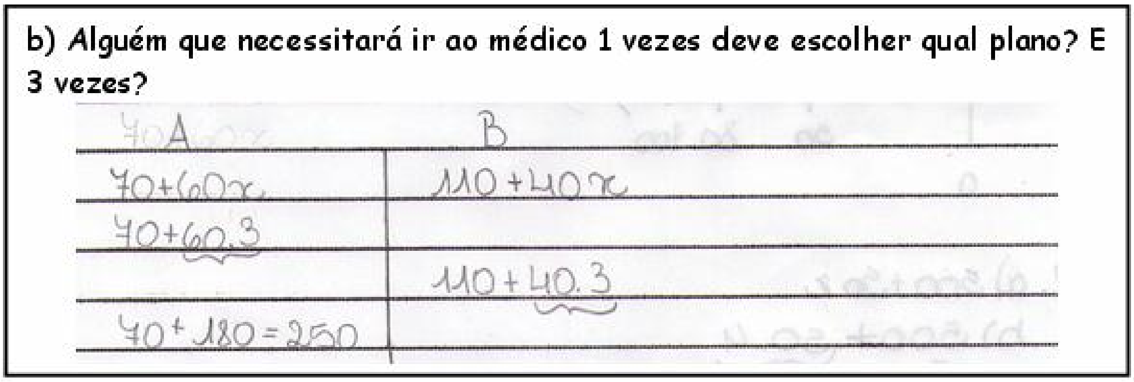
É possível perceber ainda que, na elaboração do gráfico, o grupo preocupou-se com a distância entre os valores correspondentes. Foram levados a responder se ña distância do quatro ao dez é a mesma que a do dez ao vinteò e ña distância do setecentos ao mil é a mesma de mil a mil e quinhentosò. Além disso, foram questionados sobre quais seriam as distâncias corretas.


3) Uma pessoa pode escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.
- O plano A cobra R$ 70,00 de inscrição e R$ 60,00 por consulta
- O plano B cobra R$ 110,00 de inscrição e R$ 40,00 por consulta.
O gasto total é dado pelo número x de consultas.
a) determine a equação da função correspondente a cada plano

A	B
3. a) 70+60x	a) 110+40x
b) 70+60.1	b) 110+40.1
70+60=130	110+40=150

Figura 31: Resolução dos alunos ï novo grupo
Fonte: arquivos da autora

Três das quatro integrantes do grupo não estavam nesta turma no ano anterior, o que não foi empecilho para elas. Aprenderam inclusive com a companheira de grupo, realizando a atividade sem apresentar dificuldades.

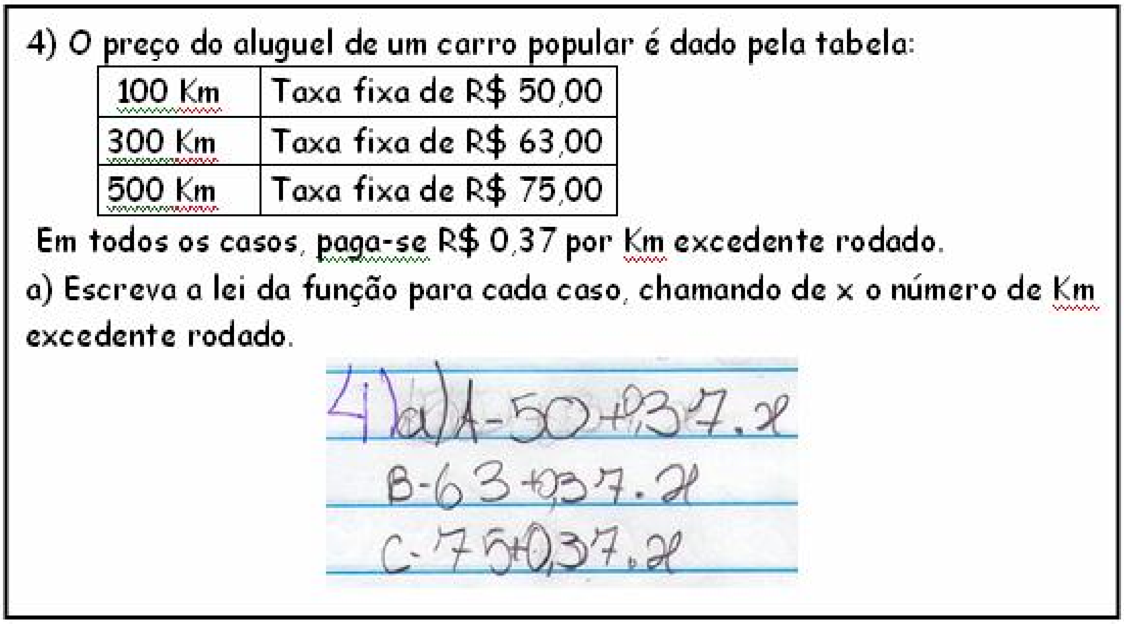


b) Alguém que necessitará ir ao médico 1 vezes deve escolher qual plano? E 3 vezes?

A	B
70+60x	110+40x
40+60.3	
	110+40.3
40+180=250	

Figura 332: Resolução dos alunos ï novo grupo
Fonte: arquivos da autora

A partir das funções estipuladas, trocaram as variáveis pelos valores apresentados no problema.



4) O preço do aluguel de um carro popular é dado pela tabela:

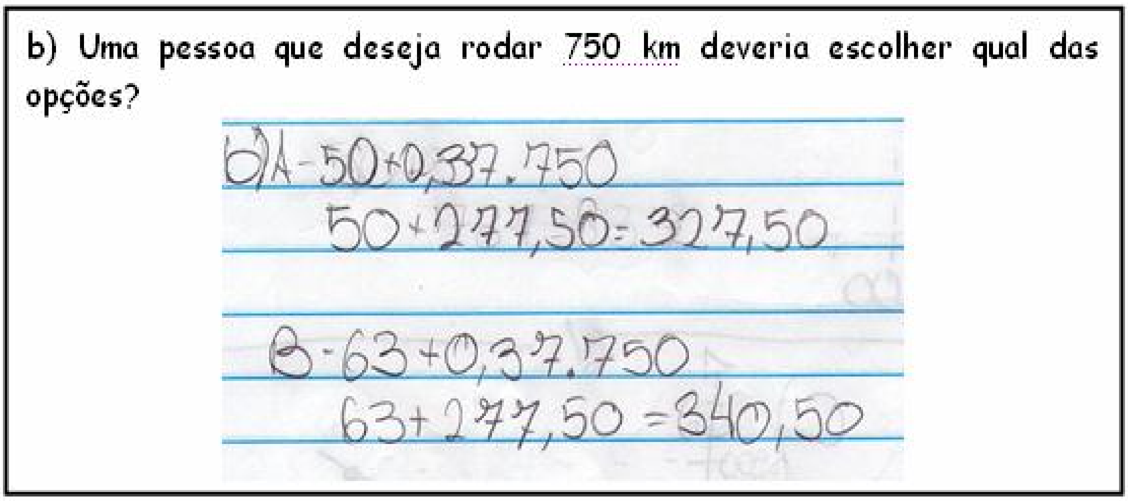
100 Km	Taxa fixa de R$ 50,00
300 Km	Taxa fixa de R$ 63,00
500 Km	Taxa fixa de R$ 75,00

Em todos os casos, paga-se R$ 0,37 por Km excedente rodado.
a) Escreva a lei da função para cada caso, chamando de x o número de Km excedente rodado.

4) a) A-50+0,37.x
B-63+0,37.x
C-75+0,37.x

Figura 33: Resolução dos alunos ï grupo Claro 1
Fonte: arquivos da autora

Como ocorreu com os demais, este grupo não apresentou dificuldades para encontrar as leis das funções solicitadas.

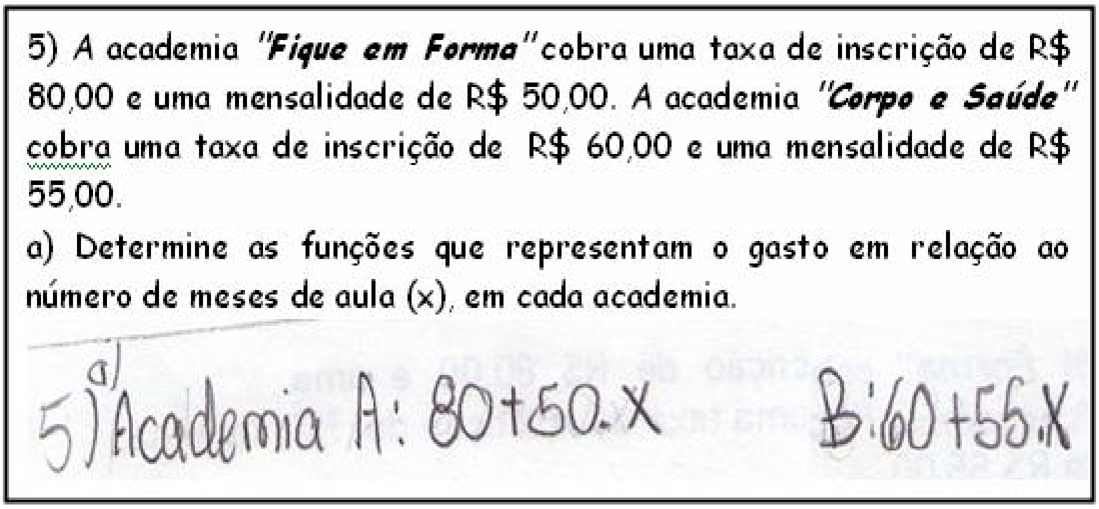

b) Uma pessoa que deseja rodar 750 km deveria escolher qual das opções?

b) A - 50 + 0,37 . 750
50 + 277,50 = 327,50

B - 63 + 0,37 . 750
63 + 277,50 = 340,50

Figura 34: Resolução dos alunos ï grupo Claro 1
Fonte: arquivos da autora

Apesar de os cálculos estarem corretos, faltou ao grupo responder ao questionamento apresentado no problema. Tal prática é comum aos alunos desta classe, pois esperam que a professora identifique em seus apontamentos os resultados encontrados. De todos os grupos, apenas um respondeu por extenso o solicitado.


5) A academia "***Fique em Forma***" cobra uma taxa de inscrição de R$ 80,00 e uma mensalidade de R$ 50,00. A academia "***Corpo e Saúde***" cobra uma taxa de inscrição de R$ 60,00 e uma mensalidade de R$ 55,00.
a) Determine as funções que representam o gasto em relação ao número de meses de aula (x), em cada academia.

5) a) Academia A: 80+50.X B: 60+55.X

Figura 35: Resolução dos alunos ï grupo Vivo 1
Fonte: arquivos da autora

O grupo também não apresentou dificuldades para encontrar as expressões das funções solicitadas.

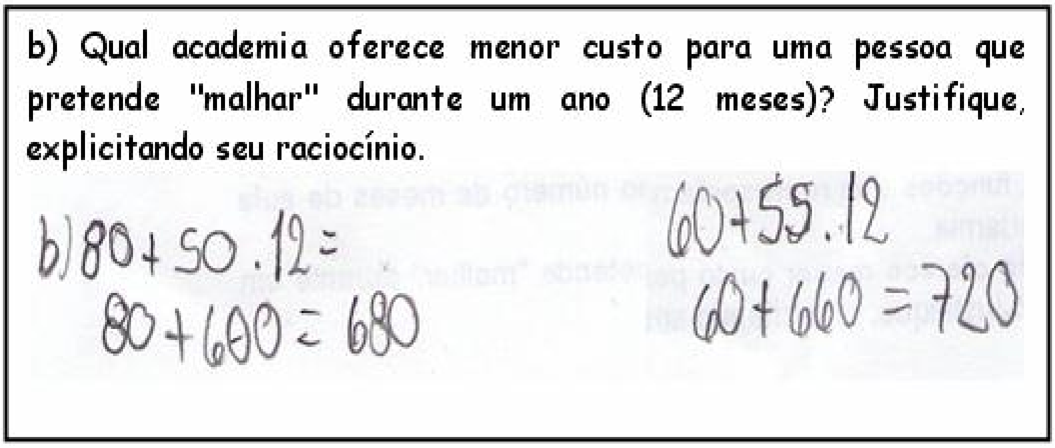


Figura 36: Resolução dos alunos ï grupo Vivo 1
Fonte: arquivos da autora

Como no grupo anterior, a resposta final escrita não foi apresentada. Quando questionados, souberam identificar a solução correta, mas não registraram suas conclusões.

8.5.3 Análise do quinto encontro

Por ser uma aula mais teórica, transitou-se pelos segundo e terceiro casos de Skovsmose, pois a professora explicou aos alunos o conceito de função, o que justifica o segundo caso. Posteriormente, os alunos realizaram as atividades que lhes foram entregues na forma de problemas, os quais continham exercícios referentes à semirrealidade, ou seja, o terceiro caso.

Nesse ponto, os alunos estavam novamente no primeiro caso de Barbosa, pois o papel do professor não era mais apenas o de coadjuvante, como na aula anterior. Cabia à professora apresentar e formalizar os conceitos necessários com os alunos. Transitou-se por todas as fases propostas dentro desse modelo na resolução das atividades, pois os alunos receberam as situações-problema já elaboradas pela professora, simplificaram-nas, analisaram os dados já apresentados nos problemas e, por fim, resolveram-nos.

Nessa oportunidade, a professora estava novamente em uma ñzona de confortoò, pois a aula seguiu em sua totalidade de acordo com o planejado. Após a explicação dos conceitos relativos à função afim aos alunos, eles tiveram tempo para a realização da lista de exercícios elaborados para a ocasião, voltando assim ao paradigma do exercício proposto por Skovsmose.

Segundo Biembengut, pôde-se perceber que, nessa aula, os alunos transitaram pelas três fases propostas, pois tiveram novos desafios para criar seus modelos matemáticos, sendo necessária a intervenção da professora para a formalização do conceito de função afim, o que ocorre na fase de Matematização.

A etapa de interação foi abreviada, pois a cada problema os alunos não pararam para discutir acerca das situações neles apresentadas, limitando-se a partir para a Matematização, elaborando os modelos referentes às atividades propostas e resolvendo assim tais problemas. Em seguida, passou-se para a fase do Modelo Matemático em si, quando ocorreu, então, a interpretação e validação de cada modelo referente aos problemas.

Outro ponto a ressaltar foi o interesse de alguns alunos, principalmente das integrantes do grupo Oi, que, a partir das atividades envolvendo Modelagem Matemática, perceberam não ser a componente curricular Matemática algo de que deveriam ñsentir medoò, conforme afirmavam, mas que era possível compreendê-la.

Nas aulas subsequentes, foi notável a melhora destas alunas com relação às suas contribuições em aulas, pois, enquanto que anteriormente deixavam de realizar algumas atividades, ou mesmo entregavam suas avaliações sem qualquer desenvolvimento, depois dos encontros perceberam como eram capazes de realizar as atividades como os demais alunos da turma, tornando-se mais interessadas, e inclusive melhorando notoriamente seus conceitos nas avaliações.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS: PRÁTICAS FUTURAS

Este trabalho teve como objetivo apresentar uma proposta para o ensino de função afim em turmas de primeiro ano do terceiro ciclo com a utilização da Modelagem Matemática como principal ferramenta.

Retomando ao questionamento norteador: ñComo trabalhar com Modelagem Matemática para ensinar tópicos de função afim a alunos do primeiro ano do terceiro ciclo?ò, creio que uma possível e eficaz resposta é a sequência apresentada neste trabalho, pois os alunos demonstraram não apenas compreensão durante as atividades, como interesse em aprender mais a respeito do assunto, seja através dos questionamentos que surgiram ou das descobertas por eles apresentadas.

O estudo pôde ser também considerado eficaz, pelo fato de os alunos, mesmo após o período de férias, conseguirem utilizar os conceitos anteriormente abordados, sem grandes dificuldades, mostrando assim que os haviam de fato compreendido. Além disso, foi notável a melhora na atitude de alguns alunos com relação à componente curricular Matemática, pois, depois dos encontros, mostraram-se mais receptivos às aulas, participando mais e realizando as atividades propostas. Mostraram também desenvolvimento nas aulas, pois melhoraram seus conceitos nas avaliações.

Já com relação aos objetivos propostos, creio ter obtido também sucesso em sua totalidade, pois cada item foi alcançado.

Esperava-se que através das atividades envolvendo a Modelagem Matemática e tratando sobre assunto de aparente interesse dos alunos, o professor introduzisse o conceito de função afim para alunos do 1º ano do 3º Ciclo, referente, como dito, ao sétimo ano do Ensino Fundamental. Os alunos não apenas foram apresentados a um novo conteúdo durante as aulas, como também aprenderam, juntamente com a professora, a trabalhar utilizando a Modelagem Matemática, de forma que, no final das atividades, não tinham em suas mãos apenas o que a professora lhes tinha falado, mas também suas próprias descobertas.

Foi possível ainda alcançar também os objetivos expostos por Biembengut (2000), pois através das atividades propostas, foram criadas condições para que os alunos aprendessem a elaborar seus próprios modelos matemáticos, a cada novo desafio proposto, incentivando-os a pesquisar sobre o tema proposto, para um melhor debate nas aulas. Foram também proporcionados aos alunos oportunidades para que os mesmos praticassem a resolução de problemas, desenvolvendo esta habilidade. Foi abordado ainda um novo conteúdo matemático, além de revisados outros, como porcentagem e construção de gráficos, e através dos cartazes e apresentações para a turma e da liberdade para questionar, deu-se ainda a oportunidade do desenvolvimento da criatividade por parte dos alunos.

Tinha-se ainda alguns sub-objetivos, particulares aos alunos, os quais também foram concretizados em sua totalidade.

Durante as atividades os alunos não apenas elaboraram o modelo matemático para a questão norteadora, como também para os demais problemas propostos nas atividades diversas, não encontrando dificuldades para realizá-los.

Através das atividades, consegui não apenas abordar um novo conteúdo para meus alunos, como também mostrar a eles ao menos uma aplicabilidade para a matemática no cotidiano. Conforme relatos e expressões dos alunos, tal estudo foi favorável a eles, de forma que, para os problemas subsequentes, houve facilidade em trabalhar com Modelagem matemática.

Deu-se ainda grande oportunidade para o desenvolvimento do trabalho em grupo, pois em todas as aulas os grupos menores se reuniam para discutir acerca do trabalho, bem como para haver troca de experiência entre os participantes. Assim, foram trabalhadas as regras de convivência, bem como oportunizada o exercício da cordialidade no grupo.

O último objetivo almejado referia-se à desenvoltura dos alunos, ao apresentar um trabalho ao grande grupo. Apesar de alguns alunos ainda apresentarem certa dificuldade nesta área, todos eles mostraram haver aprendido com a experiência, pois nenhum aluno negou-se a apresentar ou deixou de falar aos colegas devido à timidez.

As atividades contemplaram também parte do solicitado pelos PCN's, a saber, os tópicos abordados no Capítulo 3, pois os alunos de fato demonstraram interesse para investigar, explorar e interpretar as situações propostas; sua capacidade em momento algum foi subestimada, pelo contrário, em diversos momentos os alunos trabalharam sozinhos, tendo a professora como espectadora das aulas; o aluno pôde estabelecer conexões entre a componente curricular Matemática e outras, bem como com o seu cotidiano; em diversos momentos permiti o debate entre os alunos, de forma que os mesmos indicavam suas descobertas sem o meu auxílio prévio; foi favorecida a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico;

e, para finalizar, os alunos foram também desafiados a resolver problemas, buscando para isso informações, tomando decisões e desenvolvendo assim capacidade de lidar com as atividades matemáticas.

Retomando aos trabalhos referenciados no Capítulo 5, minhas observações e conclusões em pouco diferem das dos colegas da área.

Maffei (2006), destaca que poucos alunos conseguiram chegar ao modelo por ela esperado durante as aulas. Neste ponto alegro-me em apresentar resultado diferenciado, pois todos os alunos obtiveram sucesso na elaboração dos seus modelos. Concordo com a autora em que a atividade foi gratificante, pois ver meus alunos interessados em aprender Matemática é sempre muito bom!

Já com relação ao trabalho de Klüber (2005), a proposta diverge apenas na sua etapa inicial, pois no caso descrito pelo autor foi dada a oportunidade dos discentes escolherem o tema por votação enquanto que no presente estudo a questão norteadora foi entregue pronta aos alunos.

Porém, no restante do relato apresentado pelo autor, as propostas possuem diversos aspectos em comum. Um deles é a necessidade da intervenção do professor em vista das dúvidas que surgiram ao longo do processo por parte dos discentes.

Klüber (2005) conclui ainda a necessidade de ousar, indo contra a correnteza. Concordo com o autor, pois apesar de pouco saber inicialmente sobre a prática da Modelagem Matemática, me foi satisfatório ver os resultados no final de cada encontro.

Figueiredo (2006) adotou prática semelhante à minha, pois para ela fez-se também necessário fixar valores ï no caso, dos produtos a serem vendidos ï para facilitar a compreensão dos alunos, bem como simplificar o estudo. A autora relata também que, para auxiliar os alunos, foram propostos questionamentos norteadores, como no caso por mim realizado.

Ela conclui que utilizar Modelagem Matemática na sala de aula possibilita relacionar os conteúdos matemáticos com situações reais. Concordo com a autora, pois foi gratificante mostrar para meus alunos uma aplicação para o conteúdo que estávamos estudando, identificando com eles a Matemática presente no dia-a-dia.

Luna (2007) trouxe aos alunos a proposta na forma de questionamentos, o que pode facilitar o aceite do convite por parte dos alunos, pois eles sentem-se desafiados a responder, levantando, inclusive, outras perguntas que podem ser respondidas ao longo das aulas. Levarei como sugestão parte da prática exercida pela autora, em que alunos de turmas mais adiantadas auxiliaram no projeto trocando com os alunos experiências relacionadas ao que já haviam aprendido.

Em sua conclusão, Luna (2007) destaca que além do trabalho ser válido para apontar a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem capaz de gerar amplo significado sobre a componente curricular Matemática, serve também para compreender como seus alunos interagem com os conhecimentos matemáticos para construir os modelos. Neste ponto devo concordar com a autora, pois foi muito interessante ver como meus alunos resolveram a questão proposta a partir do que sabiam até então.

Cabe ainda salientar que parte deste trabalho foi ainda apresentado no Encontro Regional das Escolas Municipais ï Zona Norte, em Porto Alegre, no dia 25 de junho de 2011. Um grupo de aproximadamente dez pessoas ouviu meu relato de experiência. Após a apresentação, os professores ouvintes não apenas esclareceram suas dúvidas quanto ao trabalho que lhes foi apresentado, como contribuíram com comentários e sugestões, que possivelmente serão adotadas em práticas futuras.

Uma das professoras surpreendeu-se com a atitude de permitir que os alunos primeiro realizassem suas próprias descobertas, para que posteriormente o professor, a partir destas, lhes explicasse o conteúdo. Foi gratificante afirmar-lhe que, quando os alunos aceitam o convite para a proposta, esta pode apresentar resultados surpreendentes.

Como principais sugestões, dois colegas apontaram:

- que sejam apresentados aos alunos os gráficos das funções relativas às quatro companhias estudadas em um mesmo sistema de eixos, para identificar os pontos nas quais os valores são os mesmos, bem como a partir de que quantidades de minutos uma companhia passa a ser mais vantajosa que a outra.

Tentou-se esboçar os gráficos para apresentar aos alunos, como parte do projeto, mas, mesmo utilizando um *software* para tal, e escalas bem definidas, não ficavam claras as intersecções, podendo-se apenas ter uma vaga ideia dos pontos em que elas ocorriam.

- se estude paralelamente os valores de chamadas para planos pré e pós pagos, de forma que os alunos percebam estas diferenças de valores.

Para esta sugestão em particular, foi conversado ainda no encontro sobre a dificuldade da proposta, pois para tal os alunos deveriam trabalhar com leis compostas para as funções. Possivelmente em uma turma de Ensino Médio a proposta poderia ser adotada sem grandes dificuldades.

Por fim, em minhas práticas futuras pretendo estender este trabalho, não apenas reformulando-o de forma a atender algumas das sugestões apontadas pelos colegas no encontro referido, mas também me valendo da Modelagem Matemática para abordar outros conteúdos com meus alunos, por meio de projetos.

Pretendo também ampliar o projeto para outras turmas, de forma que haja o relacionamento entre os alunos, conforme Luna (2007), em que alunos de outros anos possam auxiliar, contribuindo com suas sugestões e troca de experiência.

Como produto deste trabalho, destaco o material elaborado após o desenvolvimento de toda a jornada com os alunos, a fim de fornecer auxílio para outros professores que desejam adotar a Modelagem Matemática como ferramenta. Trata-se do planejamento por mim elaborado e executado com os alunos durante as referidas aulas, sendo constituído por cinco encontros de três períodos, totalizando assim 15 períodos. Nos planejamentos constam ainda as listas de atividades citadas no decorrer deste trabalho, bem como tempo esperado de duração e objetivos por aula.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática, In **Acta Scientie Ulbra**, v10, nº 1, 1998.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: **SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 2., 2003, Santos. Anais. SãoPaulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. **Modelagem** Matemática e os professores: a questão da formação. Bolema - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veriatati, n.4, p.73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED**, 2001, Caxambu. Anais. Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 9, Belo Horizonte. Anais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BENHRENS, Marilda Aparecida. "A Prática pedagógica e o desafio do paradigma emergente" in **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 80, n. 196, p. 383-403, set./dez. 1999.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S. **Qualidade no ensino de Matemática na engenharia: uma proposta metodológica e curricular.** 1997. 305 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BONDÍA, Jorge Larrosa. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência. Revista Brasileira de Educação**, nº 19 (Jan/Fev/Mar/Abr), 2002. p. 20-28.

BORBA, M. C. A Modelagem enquanto proposta pedagógica. In: **Caderno de Resumos da I Conferência Argentina de Educação Matemática (I CAREM)**, Buenos Aires, Argentina, p. 74. 1999

BORBA, Marcelo. **A pesquisa qualitativa em educação matemática.** Publicado em CD nos Anais da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004, com esta paginação. Disponível em <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. ï Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. In: ï **I EPMEM ï Anais I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática**, 2004, Londrina, PR, 2004. P 1-8.

CESAR, A. M. R. V. C. **Método do Estudo de Caso (Case Studies) ou Método do Caso (Teaching Cases)? Uma análise dos dois métodos no Ensino e Pesquisa em Administração. Material para fins didáticos de disciplinas de cursos da Universidade Presbiteriana Mackenzie**. Disponível em: <http://www.mackenzie.br/fileadmin/Graduacao/CCSA/remac/jul_dez_05/06.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2011.

COLLETTO, Armando Dal. **A importância do aperfeiçoamento profissional.** 2005. Disponível em: <http://noticias.universia.com.br/destaque/noticia/2005/04/08/485805/importncia-do-aperfeioamento-profissional.html>. Acesso em: 25 jun. 2011.

CORAZZA, Sandra Mara. Por que somos tão tristes? In: **Revista Pátio** - Ano VIII nº 30 Mai/Jul. 2004.

DôAMBRÓSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates, SBEM, ano II, n. 2. 1989.

FIGUEIREDO, Fabiane Fischer; BISOGNIN, Eleni. A Modelagem Matemática e o Ensino de Funções Afins. 12ª Jornada de Educação e 2º Congresso Internacional em Educação. **Educação e Sociedade: Perceptivas Educacionais no século XXI.** Santa Maria: UNIFRA, 2006.

GALBRAITH, P.; STILLMAN,G. A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. In: **ZDM**, vol. 38,2006.

HERMINIO, M. H. G. B., O **processo de escolha dos temas dos Projetos de Modelagem Matemática**. Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro: UNESP, 2009.

JÓDAR, Francisco & GÓMEZ, Lucía. **Devir-criança: experimentar e explorar outra educação. Educação & Realidade**, v. 27, nº 2, (jul./dez.), 2002. p.31-45.

JULIE, C. Work moments in mathematical modelling by practicing mathematics teachers with no prior experience of mathematical modellig and applications. In: **New Zealand Journal of Mathematics**, vol.32, November 2003.

KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: uma experiência concreta. In: **IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática ï IV CNMEM.** 2005, Feira de Santana: UEFS. 1 CD-ROM.

KNIJNIK, Gelsa. Pensar o impensável também na educação matemática. In. **Práticas pedagógicas em matemática e ciências nos anos iniciais ï caderno do professor coordenador dos grupos de estudos.** Brasília: MEC, São Leopoldo: Universidade do Rio dos Sinos, 2005.

LIMA E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio** - Volume 1. Coleção do Professor de Matemática, SBM, Rio de Janeiro, 2006.

LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo de caso no 1º ciclo. In: **CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACION MATEMATICA, 12, Santiago de Querétaro**. Anais... Santiago de Querétaro: Comitê Interamericano de Educación Matemática, 2007. 1 CDROM.

MAFFEI, Fabiana Agostini. Educação: Qualquer coisa me ligue! ï O uso do celular. 2006. Disponível em <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/capacitacao/capacitacao/ccpmem/fabiana/fabiana_comput.htm>. Acesso em 25 jul. 2011.

NEVES, J. L. **Pesquisa qualitativa, características, usos e possibilidades. Cadernos de Pesquisa em Administração**. São Paulo, v.1, n.3, 2o semestre de 1996.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de; CAMPOS, Ilaine da Silva. As Estratégias do Professor a Partir do ñConvite Inicialò nas Atividades de Modelagem Matemática. In: **V Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática**. Ouro Preto, 2007.

PENTEADO, M. G.; BORBA, C. M. (Org.) **A Informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão.** São Paulo: Editora Olho dõágua, 2000.

PORTO ALEGRE. Secretaria Municipal de Educação. **Ciclos de Formação. Proposta Político-Pedagógica da Escola Cidadã. Caderno pedagógico 9.** Prefeitura Municipal de Porto Alegre. Porto Alegre: SMED, 2003

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação. Bolema ï Boletim de Educação Matemática**, n. 14, p. 66- 91, 2000.

STEWART, James. Cálculo, Vol. 1. Pioneira, São Paulo, 4a. edição, 2001.

The Emperorõs Club. Direção: Michael Hoffman. Produção: Marc Abraham e Andy Karsch. Elenco: Kevin Kline, Emily Hirsch, Embeth Davidtz, Rob Morrow, Edward Herrmann, Harris Yulin, Paul Dano, Rishi Mehta, Jesse Eisenberg, Gabriel Millman.

Roteiro de Ethan Canin e Neil Tolkin. Universal Pictures, 2002. 1 DVD (109min) Versão do título em português: O Clube do Imperador.

VENTURA, M. M. **O estudo de caso como modalidade de pesquisa. Revista SOCERJ**, Rio de Janeiro, v. 20, n.5, p. 383 ï 386, set/out, 2007.

YIN, Robert K. **Applications of case study research. Thousand Oaks**, California: Sage Publications. 1993.

YIN, Robert K. **Estudo de caso ï planejamento e métodos. (2Ed.)**. Porto Alegre: Bookman. 2001.

ANEXO 1 - TEXTO LIDO COM OS ALUNOS NO PRIMEIRO ENCONTRO

Pesquisa demonstra situação da Telefonia Celular no Brasil.

Um estudo realizado pela LatinPanel é um bom reflexo da atual situação da telefonia celular no Brasil. A pesquisa mostra que ao final de 2007, 53% dos brasileiros das classes D e E já possuíam celular. Em 2006, esse número era de 39%.

Já entre os brasileiros da classe C (camada mais populosa do País) o aumento foi de 11%. Ao final de 2007, 70% diziam possuir celulares.

As classes A e B ainda continuam sendo as que mais possuem aparelhos. Cerca de 84% têm pelo menos um telefone móvel.

No ano passado, foram habilitados 21 milhões de celulares, elevando a base total no País para 120,9 milhões (o número já passa dos 124 milhões). Segundo informações da Anatel, a adesão da população brasileira ao serviço subiu de 53,2% para 63,6%.

A média de consumo por usuário único (ARPU) no pós-pago aumentou 6%, chegando a R$ 68,21. O problema é que esses clientes representam apenas 15% do mercado. Em relação aos outros 85% (pré-pagos), a receita média gerada caiu 13%, atingindo R$ 11,60.

Outro dado que chama a atenção nessa pesquisa é que o uso do celular vem se tornando popular também entre as crianças. Dos entrevistados entre 7 e 13 anos, mais de 46% já possuem um telefone móvel.

Juntando esses dados a outros divulgados pela pesquisa “Playground Digital”, realizada pelo canal Nickelodeon, (20% das crianças que possuem celulares compram ringtones, 91% sempre jogam no celular e 70% sempre ouvem música) é fácil enxergar o celular como um canal interessante para atingir o público infantil.

Concluindo, esses jovens, em conjunto com a crescente aquisição de aparelhos nas classes mais baixas, apontam que, apesar do amadurecimento da telefonia móvel no Brasil, ainda há muito espaço para novas vendas no País.

Prova disso é que o estudo da LatinPanel revela que o ritmo de linhas habilitadas não vem caindo nos últimos dois anos, mesmo com a maior parte da população já possuindo celulares. O ritmo é de 2 milhões de novas linhas habilitadas por mês.

Outro dado dessa pesquisa prova que essa média não deve cair ï existem ao menos 46 milhões de pessoas em condições de comprar um celular nos próximos anos.

Fonte:http://www.mobilepedia.com.br/noticias/pesquisa-demonstra-situacao-atual-da-telefonia-celular-no-brasil

ANEXO 2 ï AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO DA ESCOLA PARA AS PRÁTICAS

PREFEITURA MUNICIPAL DE PORTO ALEGRE
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO – SMED
EMEF VER ANTÔNIO GIÚDICE

Escola Municipal de Ensino Fundamental
Vereador Antônio Giúdice
Decreto de Criação nº 8.961/87
Decreto de Denominação nº 10.355/92
Decreto de Alteração de Denominação nº 12.905/00
Rua Dr. Caio Brandão de Mello, s/nº - Porto Alegre
Fone: 3374-1806
E-mail: giudice@giudicesmed.prefpoa.com.br

AUTORIZAÇÃO

Autorizo **Belissa Severo dos Santos Schönardie** a realizar o ESTÁGIO SUPERVISIONADO necessário para a conclusão do Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática – UFRGS na EMEF Vereador Antônio Giúdice, no período de novembro/ dezembro de 2010.

Kelly Cristina Camargo Pulice
Diretora da Escola

Kelly Cristina Camargo Pulice
EMEF Ver. Antônio Giúdice
Diretora – Aut. 17/2011
Matr. 347696/1

APÊNDICE 1 - PESQUISA REALIZADA PREVIAMENTE COM OS ALUNOS

1) Você possui telefone celular? (   ) Sim (   ) Não

2) Para que você o utiliza? (marcar TODAS as alternativas corretas)

(   ) Falar com os amigos

(   ) Enviar torpedos

(   ) Ouvir música

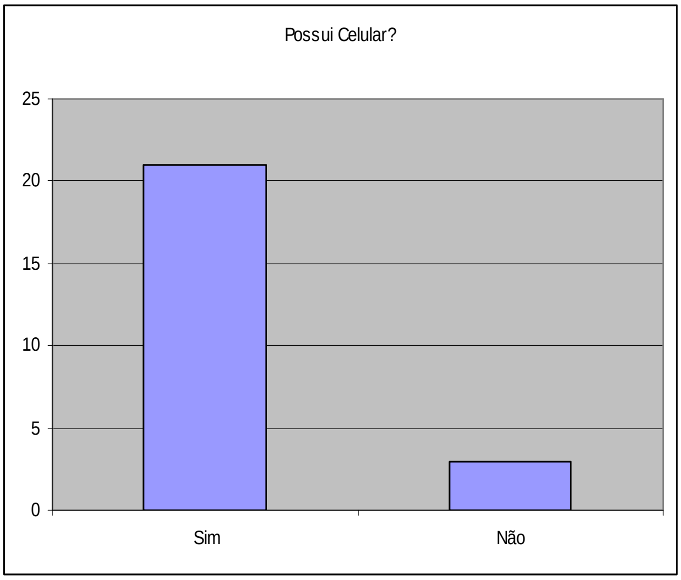
(   ) Tirar fotos

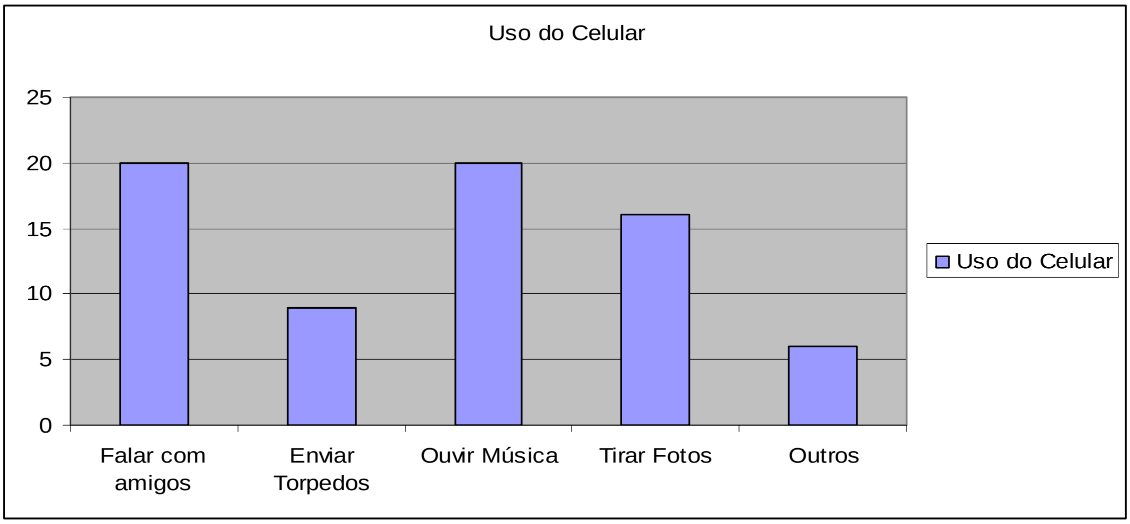
(   ) Outros ___________________________

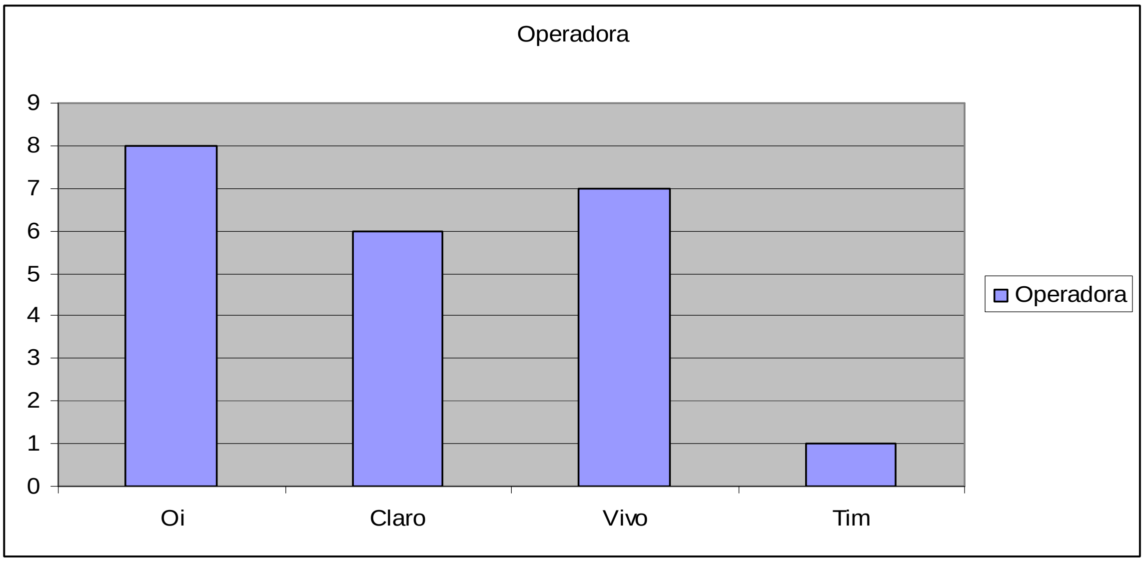
3) Qual é a sua operadora? ________________

4) Por que você escolheu esta operadora? _______________________________

Resultados da pesquisa:






Operadora
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
Oi
Claro
Vivo
Tim
Operadora

APÊNDICE 2 ï UTILIZAÇÃO DE SOFTWARE PARA ELABORAÇÃO DE PLANILHAS E GRÁFICOS

Conforme sugerido no segundo encontro, pode-se tabular os dados e elaborar os gráficos correspondentes, afim de uma análise mais precisa com os alunos. Para este exemplo, serão utilizados os dados coletados pelo grupo ìVivo 1î, sendo que acrescentados os valores para 75 e 100 minutos no primeiro plano (para 100 minutos), e 750 e 1000 minutos (para o plano de 1000) minutos. Desta forma será ainda possível analisar com os alunos a função constante, pois até estes valores, o valor a ser pago é o mesmo.

Dados coletados:

Minutos utilizados	Valor a ser pago no plano 100		Minutos utilizados	Valos a ser pago no plano 1000
50	R$ 73,00		500	R$ 325,00
75	R$ 73,00		750	R$ 325,00
100	R$ 73,00		1000	R$ 325,00
150	R$ 104,00		1500	R$ 540,00
200	R$ 135,00		2000	R$ 755,00
250	R$ 166,00		2500	R$ 970,00
300	R$ 197,00		3000	R$ 1.185,00

Gráfico referente aos dados tabulados para o plano de 100 minutos:

V_{100} ï valor a ser pago no plano para 100 minutos

m ï minutos utilizados

Modelo: V_{100} = 73,00 + 0,62*m, m>100

73,00, m=<100

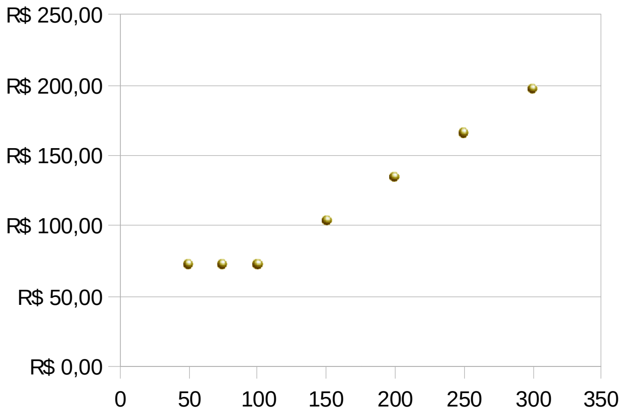


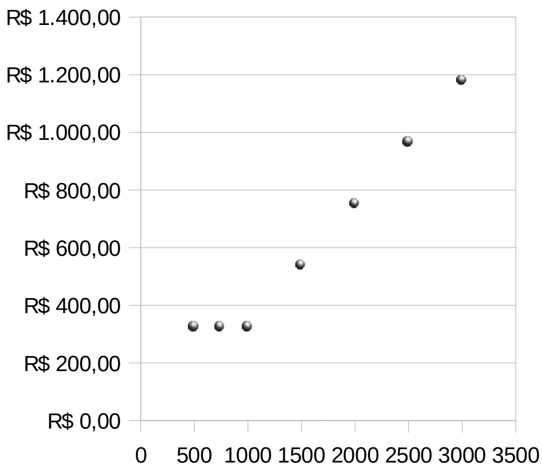
Gráfico referente aos dados tabulados para o plano de 1000 minutos:

V_{1000} ï valor a ser pago no plano para 100 minutos

m ï minutos utilizados

Modelo: V_{1000} = 325,00 + 0,45*m, m>1000

325,00, m=<1000



Com a tabulação dos dados e elaboração do gráfico, pode-se então mostrar aos alunos que os pontos estão alinhados, e que, para valores inferiores ao limite do plano, o valor é sempre o mesmo, ou seja, uma função constante.

APÊNDICE 3 ï REFORMULAÇÃO DO MODELO

Modelo Matemático corrigido:

Para a elaboração deste modelo matemático utilizarei os dados coletados pelo grupo ñClaro 1ö plano para 120 minutos, com as devidas correções.

Valor do plano para 120 minutos: R$ 72,90
minuto adicional: R$ 0,61

Como referencial teórico, seguirei as etapas de modelagem descritas por Biembengut, a saber: interação, matematização, modelo.

1. Interação:

1.1 Coleta de dados:

Minutos utilizados No pano 120	Valor a ser Pago
0	R$ 72,90
50	R$ 72,90
120	R$ 72,90
121	R$ 73,51
122	R$ 74,12
123	R$ 74,73
124	R$ 75,34
125	R$ 75,95
126	R$ 76,56
127	R$ 77,17
128	R$ 77,78
129	R$ 78,39
130	R$ 79,00
150	R$ 91,20
200	R$ 121,70
250	R$ 152,20
300	R$ 182,70

1.2 Levantamento de questões:

a) O valor a ser pago é o mesmo em todas as situações (mesmo DDD / outro DDD; mesma operadora e outra operadora, ligação para telefone móvel ou fixo? Será necessário fixar um valor para este estudo?

b) Eventuais promoções da operadora serão consideradas?

c) A tarifa varia a cada minuto ou após certo tempo pré estabelecido?

d) Serão estudados os planos pré e pós pagos ou apenas um deles?

2. Matematização:

2.1 Classificar as informações (relevantes e não relevantes) identificando fatos envolvidos:

Para o caso em questão, será utilizado então o plano pós pago para 120 minutos, desconsiderando-se eventuais promoções e admitindo-se que o valor a ser pago é o mesmo, independente da situação.

2.2 Decidir quais os fatores a serem perseguidos ï levantando hipóteses:

Hipótese:

desconsideramos promoções;

consideraremos apenas um tipo de ligações, para um plano pós pago;

2.3 Identificar constantes envolvidas:

No caso em questão, temos como constantes o valor do plano (R$ 72,90) e o valor do minuto adicional (R$ 0,61).

2.4 Generalizar e selecionar variáveis relevantes:

As variáveis do problema são o valor a ser pago e os minutos utilizados pelo cliente.

2.5 Selecionar símbolos apropriados para as variáveis e:

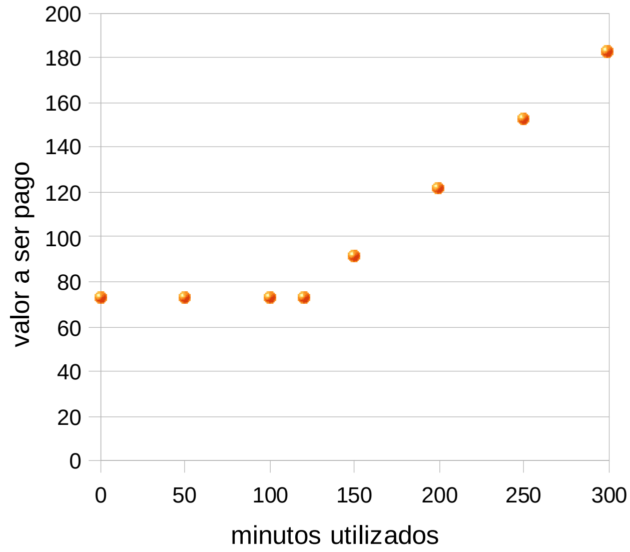
Valor a ser pago pelo usuário no plano Claro 120 minutos: V_{120}

minutos utilizados pelo cliente: m

2.6 Descrever estas relações em termos matemáticos:

2.6.1 Hipótese simplificadora 1: No caso em questão, consideraremos variação é constante, em que a cada minuto falado serão adicionados R$ 0,61 no valor a ser pago. Desta forma, consideremos apenas quantidade inteira de minutos, ou seja, Domínio = IN. Neste caso, o gráfico e lei desta função serão:

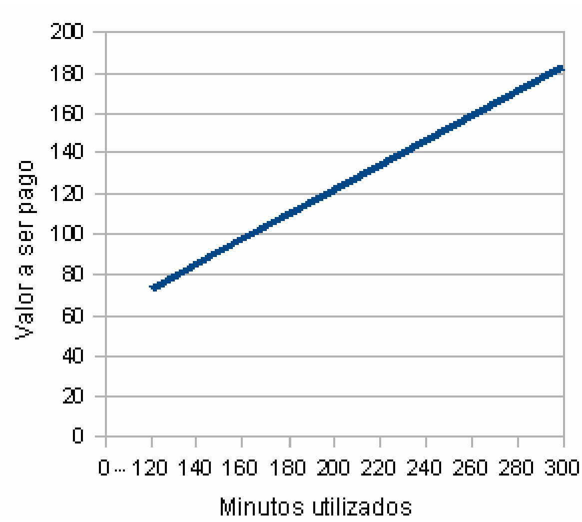
$$V_{120} = \begin{cases} 72{,}90 + 0{,}61 * m, m > 120 \\ 72{,}90, m \leq 120 \end{cases}$$



2.6.2 Hipótese simplificadora 2: Tratemos o Domínio = IR, tendo então variação contínua. Apesar de não serem considerados π minutos, estamos aqui considerando uma proximidade tal dos pontos alinhados que percebe-se uma reta como gráfico. Para este caso, consideraremos apenas o ponto a partir do qual os minutos excedem o permitido pelo plano, ou seja, acima de 120 minutos.

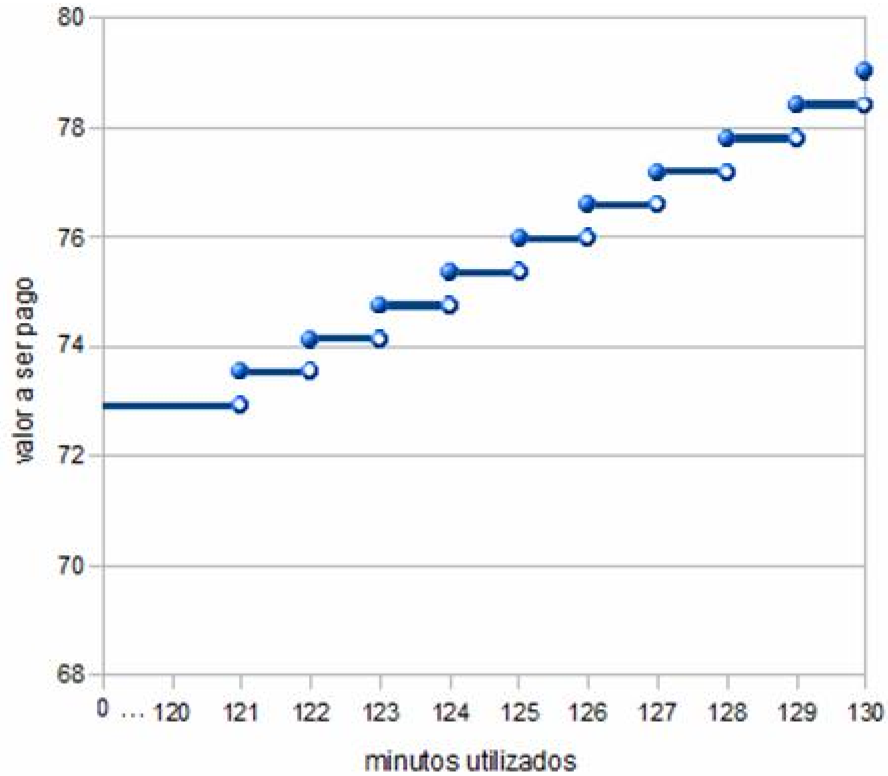
Neste caso então, o gráfico e lei da função serão:

$V_{120} = 72{,}90 + 0{,}61 * m$, $m \geq 120$



2.6.3 Hipótese simplificadora 3: Pode-se ainda considerar que o valor a ser pago varia a cada troca de minuto, ou seja, temos um gráfico em escada, com o valor constante em cada intervalo de tempo. Desta forma, temos:

$$V_{120} = \begin{cases} 72{,}90 + 0{,}61 * (\lfloor m \rfloor - 120), m \geq 121 \\ 72{,}90, m < 121 \end{cases}$$



3)Validação dos modelos:

Nos três casos houve aproximação do valor a ser pago, o que justifica os modelos construídos.

APÊNDICE 4 - PLANEJAMENTO

Neste apêndice disponibilizo os planos por mim elaborados, colocados em prática e reestruturados naquilo que percebi necessário, para futura utilização por professores que se interessarem em trabalhar utilizando a Modelagem Matemática. Em cada plano há uma seqüência de atividades, bem como objetivos para cada encontro.

Aula 1 (3 períodos): Convidando os alunos a participarem do projeto

Nesta aula será apresentada a proposta aos alunos, sendo a eles oferecido o convite a participarem da Modelagem Matemática. Em um segundo momento, os alunos discutirão, em grupos, a respeito do que hoje é oferecido pelo plano que estarão analisando, bem como o quanto este plano parece ser vantajoso (ou não).

Objetivos do 1º encontro:

Que neste encontro o aluno seja capaz de:

- analisar os dados a ele apresentados, desenvolvendo olhar crítico a respeito;
- sentir-se incentivado para a pesquisa acerca do assunto trabalhado;
- lidar com tema do seu interesse, demonstrando seu conhecimento sobre o assunto;
- exercer a prática do trabalho em grupo, atentando para as regras de convivências, agindo com cordialidade e demonstrando sabedoria durante as negociações e discussões;
- desenvolver a criatividade, ao elaborar cartaz explicativo para apresentar aos demais grupos.

1º momento:

A professora perguntará aos alunos a respeito da pesquisa anteriormente realizada, questionando sobre que resultados eles esperam encontrar. Após ouvir os alunos, mostrará para a turma cartaz com os dados tabulados. Foi previamente estudado com a turma porcentagem e análise de gráfico de colunas. Será também questionada aos alunos a interpretação dos resultados. Os mesmos dirão o que está representado no gráfico mostrado pela professora.

Questionário respondido pelos alunos:

1) Você possui telefone celular? (   ) Sim (   ) Não

2) Para que você o utiliza? (marcar TODAS as alternativas corretas)

(   ) Falar com os amigos

(   ) Enviar torpedos

(   ) Ouvir música

(   ) Tirar fotos

(   ) Outros ________________________

3) Qual é a sua operadora? _______________

4) Por que você escolheu esta operadora? _____________________________

2º momento:

A professora questionará os alunos a respeito de qual operadora deve ser a mais vantajosa. Neste momento espera-se que eles falem a respeito de promoções, preferências... afim de nortear a conversa, a professora perguntará sobre algumas situações possíveis: se uma pessoa deseja utilizar 300 minutos, qual é a melhor operadora? E se forem 500 minutos? Neste ponto, espera-se que os alunos falem baseando-se no que pesquisaram anteriormente, visto que foi solicitado que eles coletassem os diferentes planos de telefonia oferecidos pelas companhias.

3º momento:

Após a divisão da turma em grupos (grupos de aproximadamente 5 alunos), cada grupo ficará responsável por uma operadora e discutirá a respeito da mesma, analisando os dados por eles coletados. Para orientar a discussão, será entregue ao grupo um novo questionário. É importante que os alunos tenham coletado previamente panfletos, recortes de jornais ou impressos (pode-se coletar os dados nos sites das operadoras) para que esta atividade seja realizada.

Questionário investigativo:

1) Na sua operadora, qual é o valor a ser pago para:

a) Realizar ligações para outras operadoras?

b) Realizar ligações para a mesma operadora?

c) Realizar ligações para telefone fixo?

d) Enviar torpedos?

2) Existe algum plano familiar, no qual as ligações tornam-se mais baratas?

3) O valor das ligações é o mesmo para planos pré e pós pagos?

4º momento: Encerramento da atividade

A professora pedirá que os grupos apresentem ao demais colegas o que discutiram, encerrando assim a atividade que terá continuidade na aula seguinte.

Aula 2 (3 períodos): Investigando as operadoras: quanto gasto para falar?

Os alunos, divididos nos grupos da aula anterior, serão desafiados a pesquisar na operadora escolhida quanto um indivíduo gasta para falar certa quantidade de minutos, afim de iniciarmos a pesquisa e, nas aulas subseqüentes, respondermos o questionamento inicial: ñQual é a operadora de telefonia celular mais vantajosa para falar dependendo da necessidade de minutos do cliente?ò

Objetivos do 2º encontro:

Que neste encontro o aluno seja capaz de:

- analisar os dados a ele apresentados, desenvolvendo olhar crítico a respeito;
- sentir-se incentivado para a pesquisa acerca do assunto trabalhado;
- lidar com tema do seu interesse, demonstrando seu conhecimento sobre o assunto;
- aplicar o conteúdo matemático até então desenvolvido;
- identificar a existência de uma ñfórmulaò para o questionamento apresentado;
- esboçar os dados coletados sob a forma de gráfico;

- exercer a prática do trabalho em grupo, atentando para as regras de convivências, agindo com cordialidade e demonstrando sabedoria durante as negociações e discussões;
- compreender o conteúdo em questão, encontrando uma aplicabilidade para o mesmo;

1º momento:

Será entregue aos alunos uma lista de perguntas a cada grupo para auxiliá-los a pesquisar o valor gasto em ligações por um indivíduo, de acordo com situações pré-estabelecidas. Para esta atividade, os alunos terão liberdade de escolher qualquer plano de 0 a 100 minutos oferecido por sua operadora. Esta combinação é importante para que haja a necessidade de maior investigação por parte dos grupos, pois caso seja escolhido plano para mais de 1000 minutos, todas as faturas terão o mesmo valor.

Orientações para investigação

Para esta atividade, você deve escolher um dos planos pós pagos disponíveis na sua operadora:

Aproximadamente quantos minutos cada integrante do grupo fala mensalmente?

a)

b)

c)

d)

e)

f)

1) No plano escolhido pelo grupo, qual é o custo mensal para alguém que fala por (complete os espaço de e à j com os minutos dos integrantes do grupo):

a) 0 minutos?

b) 100 minutos?

c) 300 minutos?

d) 1000 minutos?

e)

f)

g)

h)

i)

j)

2) Ao colocar os dados da questão 1 em um gráfico, o que você percebe?

3) É possível criar uma “fórmula” que calcule o valor total a ser pago? Se sim, qual é esta fórmula?

Aula 3 (3 períodos): Qual será a operadora mais vantajosa?

Agora que já realizaram as pesquisas a respeito da operadora escolhida e quais são os planos oferecidos por ela, cada grupo escolherá um plano desta operadora para montar um modelo matemático que apresente o gasto mensal de um indivíduo que tenha optado por este. Ao final da aula, cada grupo apresentará suas descobertas.

Objetivos do 3º encontro:

Que neste encontro o aluno seja capaz de:

- analisar os dados a ele apresentados, desenvolvendo olhar crítico a respeito;
- sentir-se incentivado para a pesquisa acerca do assunto trabalhado;
- lidar com tema do seu interesse, demonstrando seu conhecimento sobre o assunto;
- promover a habilidade em formular e resolver problemas;
- aplicar o conteúdo matemático até então desenvolvido;
- esboçar corretamente os dados coletados em um gráfico;

- elaborar um modelo matemático para a problematização proposta;
- compreender o conteúdo em questão, encontrando uma aplicabilidade para o mesmo;
- exercer a prática do trabalho em grupo, atentando para as regras de convivências, agindo com cordialidade e demonstrando sabedoria durante as negociações e discussões;
- desenvolver a habilidade da apresentação em público, de forma a aprender a agir com desenvoltura nessa situação.

1º momento:

Continuação da atividade da aula anterior: cada grupo deverá expor aos colegas os resultados encontrados na atividade, bem como a que conclusões chegaram. (Espera-se, neste momento, que os alunos percebam a ĩfórmulaò que os auxiliou a calcular o gasto mensal durante a atividade: Gasto = valor fixo + valor do minuto . minutos excedentes.)

A professora encerra este momento corrigindo e comentando a respeito da a questão final, a qual questionava os alunos a respeito da existência de uma fórmula para calcular o valor total a ser pago, caso algum grupo não a tenha conseguido responder.

2º momento:

Os alunos serão questionados a respeito da atividade ï cada grupo escolheu o plano mensal para a mesma livremente. A professora então os desafiará a refazerem o exercício, agora todos tomando os plano de 100 e 1000 minutos. Desta forma, será possível avaliar dentre as operadoras trabalhadas qual apresenta menor custo mensal para estes planos escolhidos.

3º momento:

Os alunos construirão cartaz mostrando suas descobertas (valor mensal para os planos, gráfico que mostre quanto cada indivíduo gastou, ĩfórmulaò utilizada para calcular o valor da fatura ï ainda não foi falado aos alunos que tal ĩfórmulaò é uma função)

Orientações para a elaboração dos cartazes

1) Qual o valor a ser pago nos planos para 100 e 1000 minutos para alguém que fala:

50 minutos no plano 100
150 minutos no plano 100
200 minutos no plano 100
250 minutos no plano 100
300 minutos no plano 100

500 minutos no plano 1000
1500 minutos no plano 1000
2000 minutos no plano 1000
2500 minutos no plano 1000
3000 minutos no plano 1000

2) Como você calculou o valor total a ser pago na questão 1?

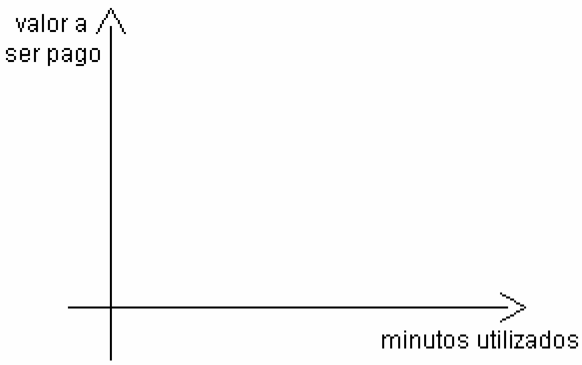
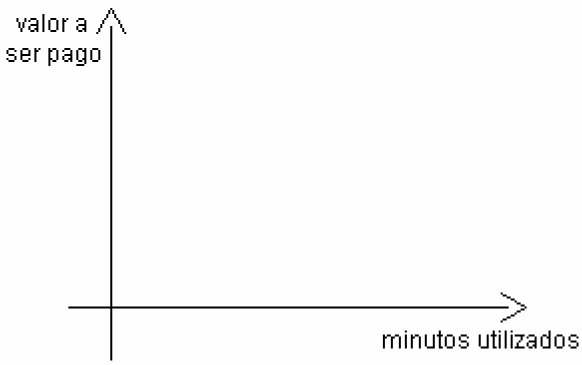
Para o plano de 100 minutos: ____

____

Para o plano de 1000 minutos: _______________________________________

____

3) Esboce um gráfico que mostre os planos estudados hoje:

Valores para 100 minutos	Valores para 1000 minutos
	

4) Para ser respondida posteriormente: Depois da aula de hoje, qual operadora é mais vantajosa para alguém que utilizará aproximadamente 100 minutos? ________ E aproximadamente 1000 minutos? _____

4º momento ï Encerramento da atividade

A professora pedirá que os grupos apresentem ao demais colegas o que discutiram, encerrando assim a atividade.

Aula 4 (3 períodos): Analisando os resultados

Investigadas as 4 operadoras principais d nosso estado (Oi, Vivo, Claro e Tim), os alunos finalmente descobrirão qual é a operadora mais vantajosa para os planos pesquisados. A partir destas descobertas a professora apresentará à classe (na aula seguinte) o conceito de função, visto que eles, sem a perceber, utilizaram-na na obtenção dos ñvalores a serem pagosòem cada um dos casos estudados.

Objetivos do 4º encontro:

Que neste encontro o aluno seja capaz de:

- promover a habilidade em formular e resolver problemas;
- aplicar o conteúdo matemático até então desenvolvido;
- elaborar um modelo matemático para a problematização proposta, bem como para outras problematizações;
- compreender o conteúdo em questão, encontrando uma aplicabilidade para o mesmo;
- exercer a prática do trabalho em grupo, atentando para as regras de convivências, agindo com cordialidade e demonstrando sabedoria durante as negociações e discussões.

1º momento:

Continuação da atividade da aula anterior: cada grupo deverá elaborar um cartaz a partir dos dados descobertos na aula anterior, para, em seguida, expor aos colegas os resultados encontrados na atividade, bem como a que conclusões chegaram.

Neste momento, a professora questionará mais uma vez como os alunos chegaram a tais dados, de forma que eles percebam a necessidade de uma ñfórmulaò para resolver o problema proposto.

2º momento:

Exposição dos cartazes: cada grupo expõe suas descobertas aos demais colegas, mostrando-lhes os valores descobertos, para que, ao final de todas as apresentações, a classe chegue a conclusão de qual é de fato a operadora mais vantajosa, para os planos estudados e desconsiderando possíveis promoções.

3º momento - Encerramento da atividade

Os alunos, ainda nos grupos de trabalho, responderão a um questionário com problemas envolvendo funções, semelhantes à atividade proposta.

Questionário a ser entregue:

Responder os seguintes problemas, com base no que você aprendeu nestas semanas:

1) Dona Maria está em dúvida sobre qual plano de telefonia escolher. A companhia FALEBEM oferece um plano para 110 minutos à R$ 45,00 mais R$ 0,50 o minuto adicional. A companhia FALEMUITO oferece um plano para 100 minutos à R$ 40,00 mais R$ 0,35 o minuto adicional, e a companhia FALEAGORA oferece um plano para 105 minutos a R$ 50,00 mais R$ 0,30 o minuto adicional. Se Dona Maria precisa usar o telefone por 150 minutos mensais, qual plano ela deve escolher para gastar menos?

Que fórmula expressa quanto Dona Maria gasta na companhia FALEBEM? E na FALEMUITO? E na FALEAGORA?

2) Joaquim possui um plano de telefonia celular no qual ele paga R$ 60,00 para falar por 200 minutos. Quanto Joaquim gastará se:

a) falar por 180 minutos?

b) falar por 210 minutos?

c) falar por 220 minutos?

d) falar por 230 minutos?

e) Que fórmula expressa o quanto Joaquim gasta mensalmente?

f) O que você percebe ao colocar estes dados em um gráfico?

3) Para percorrer um trajeto de 25 km, Seu José tem à sua disposição duas companhias de táxi. A companhia A cobra R$ 4,00 a bandeirada mais R$ 0,50 o km a ser rodado. Já a companhia B cobra R$ 5,00 a bandeirada, mas R$ 0,40 o km a ser rodado. Sendo assim, que companhia o Seu José deve escolher para pagar menos?

Que fórmula expressa quanto Seu José gasta na companhia A? e na B?

4) O pai de Mariana fez o seguinte combinado com ela: além de sua mesada de 10,00, a cada tarefa que ela realizasse em casa, ganharia mais R$1,00. Sendo assim, quanto Mariana ganhou se:

a) realizou 3 tarefas:

b) realizou 5 tarefas:

c) realizou 10 tarefas:

d) Que fórmula expressa quanto Mariana ganha?

e) O que você percebe ao colocar estes dados em um gráfico?

Aula 5 (30/11 ï 3 períodos): Definindo função - ENCERRAMENTO

Concluído o projeto, esta aula servirá para formalizar o conceito de função com os alunos, encerrando assim as atividades. Além da formalização, os alunos resolverão problemas envolvendo função afim.

Objetivos do 5º encontro:

Que neste encontro o aluno seja capaz de:

- compreender um conceito de função afim;
- reconhecer a reta (pontos alinhados) como gráfico representativo da função afim;
- analisar criticamente os gráficos elaborados até então;

- aplicar o conteúdo matemático até então desenvolvido;
- promover a habilidade em formular e resolver problemas;
- elaborar um modelo matemático para cada uma das problematizações propostas;
- exercer a prática do trabalho em grupo, atentando para as regras de convivências, agindo com cordialidade e demonstrando sabedoria durante as negociações e discussões;

1º momento:

Conceituando função:

1) Função pode ser compreendida como uma relação entre dois conjuntos. Exemplificar aos alunos, a partir do que foi realizado durante as quatro semanas, como estabelecemos relações entre os minutos utilizados em cada caso e o valor total a ser pago. Destacar que o valor a ser pago é dependente dos minutos utilizados. Quanto mais minutos, mais cara seria a fatura.

Questionar-lhes a respeito de conjuntos, ainda trabalhando com ñregrasò.

Desenhar no quadro os conjuntos A e pedir que os alunos construam um conjunto B seguindo a regra: ño dobro do valor mais duas unidadesò.

A

1
2
3
4
5

Em seguida, solicitar o mesmo exercício com a regra ño triplo do valor menos 5 unidadesò.

Definição: Uma função é uma lei segundo a qual, para cada elemento x em um conjunto A corresponde um único elemento y em um conjunto B.

Mostrar aos alunos que estas relações, ao serem plotadas em gráfico formam uma linha reta. Dizer-lhes que esta relação que formamos chama-se função do primeiro grau, pois o expoente que encontramos para a variável x é 1.

2º momento:

Em grupos, os alunos resolverão a lista de atividades, finalizando assim o projeto.

Questionário a ser entregue:

1) Numa fábrica de bichos de pelúcia, o custo para produção de um determinado modelo é de R$ 12,50 por unidade, mais um custo inicial de R$ 250,00.

a) Escreva a fórmula da função que representa o custo total da produção.

b) Qual é o custo de produção de 50, 80 e 100 unidades do produto?

c) A partir destes dados, construa o gráfico desta função:

2) (DANTE, 2004, p 67 - adaptado):Numa loja, o salário fixo mensal de um vendedor é 500 reais. Além disso, ele recebe de comissão 50 reais por produto vendido.

a) Escreva uma equação que expresse o ganho mensal desse vendedor, em função do número x de produto vendido.

b) Quanto ele ganhará no final do mês se vendeu 4 produtos? E 10 produtos? E 20 produtos?

c) A partir destes dados, construa o gráfico desta função:

3) (DANTE, 2004, p 55 - adaptado)Uma pessoa pode escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B. :

- O plano A cobra R$ 70,00 de inscrição e R$ 60,00 por consulta
- O plano B cobra R$ 110,00 de inscrição e R$ 40,00 por consulta.

O gasto total é dado pelo número x de consultas.

a) determine a equação da função correspondente a cada plano

b) Alguém que necessitará ir ao médico 1 vez deve escolher qual plano? E 3 vezes?

4) (DANTE, 2004, p 55 ï adaptado) O preço do aluguel de um carro popular é dado pela tabela :

100 Km	Taxa fixa de R$ 50,00
300 Km	Taxa fixa de R$ 63,00
500 Km	Taxa fixa de R$ 75,00

Em todos os casos, paga-se R$ 0,37 por Km excedente rodado.

a) Escreva a lei da função para cada caso, chamando de x o número de Km excedente rodado.

b) Uma pessoa que deseja rodar 750 km deveria escolher qual das opções?

5) (DANTE, 2004, p 67)A academia "Fique em Forma" cobra uma taxa de inscrição de R$ 80,00 e uma mensalidade de R$ 50,00. A academia "Corpo e Saúde" cobra uma taxa de inscrição de R$ 60,00 e uma mensalidade de R$ 55,00.

a) Determine as funções que representam o gasto em relação ao número de meses de aula (x), em cada academia.

b) Qual academia oferece menor custo para uma pessoa que pretende "malhar" durante um ano (12 meses)? Justifique, explicitando seu raciocínio.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática, In **Acta Scientie Ulbra**, v10, nº 1, 1998.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veriatati, n.4, p.73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED**, 2001, Caxambu. Anais. Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2000.

BONDÍA, Jorge Larrosa. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência. Revista Brasileira de Educação**, nº 19 (Jan/Fev/Mar/Abr), 2002. p. 20-28.

BORBA, M. C. A Modelagem enquanto proposta pedagógica. In: **Caderno de Resumos da I Conferência Argentina de Educação Matemática (I CAREM)**, Buenos Aires, Argentina, p. 74. 1999

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. ï Brasília: MEC/SEF, 1997.

CORAZZA, Sandra Mara. Por que somos tão tristes? In: **Revista Pátio** - Ano VIII nº 30 Mai/Jul. 2004.

DôAMBRÓSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates, SBEM, ano II, n. 2. 1989.

DANTE, L.R. (2004). Matemática ï Contexto e Aplicações, vol. 2, Ática, São Paulo.

JÓDAR, Francisco & GÓMEZ, Lucía. **Devir-criança: experimentar e explorar outra educação. Educação & Realidade**, v. 27, nº 2, (jul./dez.), 2002. p.31-45.

KNIJNIK, Gelsa. Pensar o impensável também na educação matemática. In. **Práticas pedagógicas em matemática e ciências nos anos iniciais ï caderno do professor coordenador dos grupos de estudos.** Brasília: MEC, São Leopoldo: Universidade do Rio dos Sinos, 2005.

PORTO ALEGRE. Secretaria Municipal de Educação. **Ciclos de Formação. Proposta Político-Pedagógica da Escola Cidadã. Caderno pedagógico 9.** Prefeitura Municipal de Porto Alegre. Porto Alegre: SMED, 2003

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação. Bolema ï Boletim de Educação Matemática**, n. 14, p. 66- 91, 2000.