

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA

# Efeitos de Alta Densidade em Processos Drell-Yan de Altas Energias. \*

Marcos André Betemps Vaz da Silva

Dissertação realizada sob orientação da Professora Dra. Maria Beatriz Gay Ducati (IF-UFRGS) e coorientação do Professor Dr. Álvaro Leonardi Ayala Filho (IFM-UFPEL) e apresentado ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Porto Alegre  
Abril de 2002.

---

\* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Este trabalho é dedicado

a todo apoio, companheirismo e principalmente  
amor, de minha eterna namorada  
e esposa Fabiane,

agradeço antes de tudo a Deus.

# Agradecimentos

★ A orientadora Profa. Maria Beatriz Gay Ducati, pela dedicação, estímulo constante e, acima de tudo, companheirismo, alegria e compreensão durante todo o período de trabalho.

★ Ao meu amigo e coorientador Prof. Álvaro Leonardi Ayala Filho, pelas valiosas discussões, pelas dicas em fortran e por todo apoio durante todo o mestrado.

★ A minha família, por todo apoio, amor e principalmente compreensão pela minha ausência.

★ Aos meus amigos do Grupo de Fenomenologia de Partículas de Altas Energias: Magno, Werner, Victor, Cristiano e Luiz Fernando, por todos os momentos de discussão e pelas dicas valiosas durante todo o período de trabalho. Especialmente aos meus amigos Magno e Victor, pelas grandes dicas com relação ao mundo das partículas elementares.

★ A toda "chinelagem" de Pelotas que agora é de Pelotas, Porto Alegre, São Paulo, Santa Catarina e outros estados: Muito churrasco e futebol. Aos inúmeros amigos que participaram e participam de uma forma ou outra de minha vida.

★ Aos meus grandes amigos não físicos que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

★ Aos meus amigos da sala M204 e das outras salas que contribuíram para a agradável convivência no IF.

★ Aos professores e funcionários do Departamento de Física da UFPel, que deram todo o incentivo para que este sonho se tornasse realidade.

★ Aos professores e funcionários do IF-UFRGS, que de alguma forma contribuíram para a minha formação e para a realização deste trabalho.

*Muito Obrigado*

# Resumo

Um dos problemas teóricos mais importantes da Física de Partículas de Altas Energias é a investigação de efeitos de alta densidade na Cromodinâmica Quântica (QCD), que é a teoria que descreve as interações fortes. Tais efeitos são importantes pois determinam os observáveis em colisões de altas energias. Em processos hadrônicos de energia suficientemente alta, espera-se a formação de sistemas densos o suficiente para que efeitos não lineares de QCD passem a ser significativos na descrição e na unitarização da seção de choque.

Na descrição de processos de espalhamento de altas energias, evidências experimentais indicam que os hádrons são constituídos por partículas pontuais, as quais chamamos de pártons. Os pártons carregam uma fração  $x$  do momentum total do hádron, e são de dois tipos, quarks e glúons. Na interação entre as partículas ocorre a troca de momentum, definida como  $Q^2$ . A descrição perturbativa padrão para a evolução dinâmica das distribuições de quarks  $q(x, Q^2)$  e glúons  $g(x, Q^2)$ , pode ser dada pelas equações de evolução DGLAP, e tem obtido sucesso na descrição dos resultados experimentais para as presentes energias. Na evolução DGLAP, são considerados apenas processos de emissão, como a emissão de um glúon por um quark, o decaimento de um glúon em um par de quarks ou em um par de glúons. Estes processos de emissão tendem a aumentar a densidade de pártons na região de pequeno momentum, levando a um crescimento ilimitado das distribuições partônicas para  $x \rightarrow 0$ . Assim, é esperado que o crescimento da densidade de pártons leve a interação e recombinação destas partículas, dando origem a termos não lineares nas equações de evolução. O resultado seria um processo de saturação das distribuições de pártons na região de alta energia e pequena fração de momentum. Os efeitos que dão origem à redução do crescimento das distribuições de quarks e glúons em relação a evolução linear são chamados genericamente de efeitos de sombreamento.

Um dos aspectos fenomenológicos interessantes a ser investigado no regime cinemático abordado acima é o processo Drell-Yan de alta energia, o qual consiste em processos de espalhamento  $pp$ ,  $pA$  e  $AA$  com a produção de pares de léptons. Com o advento dos novos aceleradores, novos resultados experimentais estarão disponíveis na literatura relacionados com este processo. Em nosso trabalho investigamos os efeitos das correções de unitariedade em processos  $pp$ , bem como os efeitos devido a presença do meio nuclear em colisões  $pA$  e  $AA$ , nas distribuições de quarks e glúons, para a descrição da seção de choque diferencial

para o processo Drell-Yan em colisões  $pp$ ,  $pA$  e  $AA$ , para energias existentes nos novos aceleradores RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*) e LHC (*Large Ion Collider*). Os efeitos de alta densidade são baseados no formalismo de Glauber-Mueller.

Os resultados aqui apresentados mostram que os efeitos de alta densidade nas distribuições partônicas são importantes para altas energias, pois a descrição da seção de choque para o processo Drell-Yan, quando os efeitos de alta densidade são considerados, apresenta significativas diferenças da descrição onde não considera-se tais efeitos.

# Abstract

One of the most interesting theoretical subjects in High Energy Physics is the investigation of the high density effects in Quantum Chromodynamics (hdQCD). Such a effects are important in the observables determination at high energies. In the high energy limit of the hadronic processes, a high density system is expected to be formed such that non linear effects of QCD should be important in the description and unitarization of the cross sections.

The description of the scattering process in high energy implies that the hadrons are constituted by point like particles, denoted quarks and gluons (partons), which carry a fraction  $x$  of the hadron total momentum. For a given resolution scale  $Q^2$ , the structure of the hadrons is described by the distribution of quarks  $q(x, Q^2)$  and gluons  $g(x, Q^2)$ . The dynamical evolution of these distributions are usually given by DGLAP evolution equations which only consider emission diagrams, like the emission of a gluon by a quark, the decay of a gluon into a quark-antiquark pair or a gluon pair. Such processes increase the parton density in the small momentum region, generating an unlimited growth of the parton distribution at  $x \rightarrow 0$ . Since, this behaviour violates the unitarity bound, the parton recombination (high density) processes should be included, originating non linear terms in the evolution equations. The inclusion of high density effects implies the saturation of the parton distribution in the high energy limit. In general, the reduction of the parton distribution, when compared to the DGLAP distribution is referred as shadowing effects.

The investigation of the deep inelastic scattering of lepton by a nucleon provides a large amount of information on partonic distribution in high energies. However, the Drell-Yan process, which is a hadronic process, complements the investigation of the parton distribution in the small- $x$  region. The Drell-Yan process occurs only in hadronic collisions and consists into the annihilation of the projectile quark (antiquark) with antiquark (quark) of the target into a virtual photon which afterwards decays into a massive lepton pair. The investigation of the high density effects in the Drell-Yan process, is an important subject to be analyzed.

The future accelerators will open a new window in the high density limit of the Drell-Yan process, allowing to obtain new experimental data at very high energies. In this work we investigate the effect of the unitarity corrections in  $pp$  collisions, as well as the nuclear effects

in  $pA$  and  $AA$  processes, applied to describe the differential cross section of the Drell-Yan process in  $pp$ ,  $pA$  and  $AA$  collisions at energies of the future accelerators, RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) and LHC (Large Ion Collider). The high density effects are based on the Glauber-Mueller approach.

The results presented here show that the high density effects in the partonic distributions play an important role in the observables description of the scattering processes at very high energies, mainly, the results regarding the Drell-Yan cross section show the growth of such effects with the energy.

# Índice

Introdução . . . . .	1
<b>1. A Cromodinâmica Quântica em Processos de Alta Energia . . . . .</b>	<b>5</b>
1.1 Descrição de processos hadrônicos . . . . .	5
1.1.1 Espalhamento profundamente inelástico . . . . .	5
1.1.2 Modelo de pártons . . . . .	9
1.1.3 Cromodinâmica Quântica e as violações de escalamento . . . . .	12
1.1.4 Equações de evolução . . . . .	12
1.1.5 Parametrizações das distribuições partônicas . . . . .	19
1.1.6 Processo Drell-Yan . . . . .	23
1.2 Descrição de processos nucleares . . . . .	30
1.2.1 Espalhamento profundamente inelástico em sistemas nucleares . . . . .	30
1.2.2 Processo Drell-Yan em sistemas nucleares . . . . .	34
1.3 Conclusões . . . . .	37
<b>2. Formalismo de Glauber e Efeitos de Alta Densidade . . . . .</b>	<b>38</b>
2.1 Descrição de Processos no Referencial de Repouso do Alvo . . . . .	39
2.2 O formalismo de Glauber na QCD . . . . .	40
2.2.1 Os múltiplos espalhamentos de Glauber . . . . .	42
2.2.2 A seção de choque $\sigma_N^{gg}$ . . . . .	44
2.3 A fórmula de Glauber-Mueller . . . . .	45
2.4 Vínculos de unitariedade no DIS . . . . .	49
2.5 Efeitos de alta densidade nas distribuições partônicas . . . . .	51
2.5.1 Efeitos de unitariedade na parametrização para o nucleon . . . . .	51
2.5.2 Efeitos de alta densidade na parametrização para o núcleo . . . . .	53
2.6 Conclusões . . . . .	60
<b>3. Processo Drell-Yan no Referencial de Repouso do Alvo . . . . .</b>	<b>62</b>
3.1 O processo Drell-Yan no formalismo de dipolos de cor . . . . .	63

---

3.2	Contribuições perturbativas e não-perturbativas ao processo DY . . . . .	65
3.3	Efeitos de unitariedade em $\sigma_{q\bar{q}}$ . . . . .	66
3.4	Correções de unitariedade ao processo DY . . . . .	71
3.5	Conclusões . . . . .	76
<b>4.</b>	<b>Os Efeitos Nucleares no Processo Drell-Yan . . . . .</b>	<b>78</b>
4.1	Colisão de íons pesados . . . . .	79
4.2	Os efeitos nucleares na produção Drell-Yan . . . . .	80
4.3	Conclusões . . . . .	94
	<b>Conclusões e Perspectivas . . . . .</b>	<b>97</b>
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>101</b>

# Introdução

No estudo da física de partículas elementares, utiliza-se a Cromodinâmica Quântica (QCD) como teoria fundamental para a descrição da interação forte. A QCD é uma teoria de calibre não-Abeliana, invariante frente a transformações do grupo  $SU(3)$  para espinores de Dirac, que descreve as interações fortes entre quarks como sendo mediadas por bósons vetoriais de calibre chamados de glúons. Nesta teoria, o Lagrangeano descreve a interação dos quarks de spin-1/2 e massa  $m_i$  e glúons de spin-1 e sem massa, através de carga de cor. Uma das necessidades da introdução da carga de cor foi para resolver um problema estatístico na construção da função de onda da partícula  $\Delta^{++}$  [1, 2, 3]. A forma do tensor associado ao campo de glúons, bem como a natureza da interação forte, diferenciam a QCD da QED.

Uma das principais características da QCD é a liberdade assintótica, propriedade que se caracteriza pela redução na constante de acoplamento entre quarks e glúons (pártons) para curtas distâncias, ou seja, grandes momenta transferidos. A liberdade assintótica nos permite utilizar as técnicas de teoria perturbativa, já bem conhecidas da eletrodinâmica quântica, para obter previsões de seção de choque de processos que são dominados por interações de pequenas distâncias.

Através da QCD verificamos que os hádrons são formados de quarks e glúons. Um dos mais importantes resultados da QCD, é a fatorização colinear, o que possibilita escrever a seção de choque hadrônica fatorizada em termos da seção de choque partônica [4]. A descrição dos processos de alta energia é feita através da fatorização da seção de choque do processo na seção de choque do subprocesso partônico e nas funções de distribuições de quarks  $q_i(x, Q^2)$  e glúons  $g(x, Q^2)$ . Estas distribuições definem a probabilidade de um parton ser encontrado dentro de um hádron, portando uma fração de momentum  $x$  do momentum total do hádron no referencial de momentum infinito, quando o momentum trocado no processo é  $Q^2$ , que nos dá a escala de momentum do processo [4]. Na fatorização colinear, as funções de distribuição partônica são consideradas universais, portanto independentes de processos e sistemas de referência [4].

Na investigação das distribuições partônicas, alguns processos são utilizados como principais fontes de informação. A produção de pares de léptons através do processo Drell-

Yan ( $q + \bar{q} \rightarrow l^+ l^- + X$ ) (DY), juntamente com o espalhamento profundamente inelástico ( $l + \text{hádron} \rightarrow l + X$ )(DIS) são utilizados para se investigar a distribuição partônica em núcleos e nucleons. Contudo, os cenários experimental e teórico destes dois processos são bem distintos. Enquanto temos grande quantidade de informações, experimentais e teóricas a respeito do processo DIS para altas energias (pequeno  $x$ ), a produção de pares de léptons por processos DY ainda não é extensamente explorada nesta região. Isto ocorre porque processos DY necessitam de colisões hadrônicas, as quais ainda não são realizadas para grandes energias. Com o advento dos novos aceleradores, estaremos entrando na região de grandes energias para colisões hadrônicas. Com relação ao processo DIS, muitos trabalhos têm sido realizados para descrever a abundante quantidade de dados para altas energias baseado em QCD perturbativa [5, 6]. Referente ao processo DY, a descrição através da QCD perturbativa tem produzido boa descrição dos dados experimentais existentes [7, 8, 9, 10].

A determinação da evolução das distribuições partônicas, está relacionada à dinâmica de interação entre pártons. O momentum trocado  $Q^2$  caracteriza a escala com que a estrutura hadrônica está sendo visualizada, portanto uma modificação nesta escala, implica numa modificação das funções de distribuição partônica dentro dos hádrons. Para obter as equações de evolução necessitamos determinar quais diagramas de Feynman são relevantes na região cinemática examinada. Desta forma, distintas regiões cinemáticas serão caracterizadas por diferentes efeitos de QCD, que devem estar incorporados na equação de evolução.

Um exemplo destas equações de evolução são as equações propostas por Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) [11, 12, 13], que descrevem o comportamento das distribuições partônicas na região onde  $\alpha_s \ln Q^2 \approx 1$ ,  $\alpha_s \ll 1$  e  $\alpha_s \ln(1/x) \ll 1$ , sendo  $\alpha_s$  a constante de acoplamento da QCD. Nas equações DGLAP, a interação entre pártons é descrita em termos de uma cascata partônica que está submetida a um forte ordenamento nos momenta transversos dos pártons emitidos. Usando os diagramas da QCD, podemos encontrar a probabilidade da emissão de um párton de comprimento transversal  $r_\perp \sim 1/Q$  por outro párton dentro do hádron. Levando em conta todas as possibilidades de emissão de pártons dentro da cascata partônica, podemos determinar uma equação de evolução na variável  $Q^2$ .

Uma outra forma de se analisar a evolução das distribuições partônicas é considerar a região onde  $\alpha_s \ln Q^2 \ll 1$ ,  $\alpha_s \ll 1$  e  $\alpha_s \ln(1/x) \approx 1$ , para  $Q^2$  fixo e  $x$  assumindo valores pequenos. Neste caso obtemos uma equação de evolução na variável  $x$ , porposta por Balitski-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL) [14, 15, 16, 17] a qual é válida somente na região de pequeno  $x$ .

Tanto as equações DGLAP quanto as equações BFKL prevêm um rápido crescimento da distribuição de glúons na região de muito pequeno  $x$ . Isso ocorre porque, no limite de  $x$  pequeno, cada párton emitido na cascata partônica emite uma nova cascata, gerando um

rápido crescimento do número de pártons dentro do hádron. Contudo, o limite de unitariedade da matriz  $S$  [2], limita o crescimento das seções de choque para altas energias e portanto, limita o crescimento das distribuições partônicas. Então, espera-se que, para regiões de muito pequeno  $x$ , surjam efeitos que reduzam este crescimento das distribuições partônicas. Genericamente estes efeitos são denominados correções de unitariedade ou efeitos ou correções de sombreamento às equações de evolução [18].

O formalismo desenvolvido para descrever a estrutura do nucleon, pode ser estendido para se descrever a estrutura do núcleo. Contudo, algumas diferenças surgem devido a presença do meio nuclear. A atenuação das distribuições de quarks no núcleo atômico, em relação as distribuições de quarks no nucleon, é um fenômeno bem determinado experimentalmente tanto para o processo de espalhamento profundamente inelástico [19] quanto para o processo Drell-Yan [20] e constitui um dos principais assuntos deste trabalho. Com o advento dos novos aceleradores, onde teremos a possibilidade de investigar processo do tipo  $lA$ ,  $pA$ ,  $AA$  e ainda  $AA'$  a energias mais elevadas do que a dos presentes aceleradores, teremos mais informações com relação às funções de distribuição para meio nucleares.

Uma possível descrição partônica na QCD perturbativa dos efeitos de sombreamento, foi proposto por Gribov-Levin-Ryskin (GLR) [18]. Neste modelo, considera-se que, além dos diagramas de emissão, os quais são os únicos diagramas considerados nas equações de evolução DGLAP, devemos considerar diagramas de recombinação entre os pártons. Estes são responsáveis pela redução nas funções de distribuição partônicas. Estes diagramas de recombinação geram termos não lineares nas equações de evolução. Neste formalismo, os termos não lineares são dependentes de uma função de correlação de dois glúons  $G_{(2)}(x, Q^2)$ , que descreve a probabilidade de dois glúons de cascatas diferentes possuírem os mesmos valores de  $x$  e  $Q^2$ . Estes dois glúons podem ser oriundos de cascatas de nucleons distintos, ou de um mesmo nucleon, permitindo assim que a equação GLR seja escrita tanto para núcleos atômicos, descrevendo efeitos de sombreamento, como para nucleons, descrevendo efeitos de unitariedade.

Neste trabalho, fazemos uso do formalismo de múltiplos espalhamentos de Glauber para descrever a interação partônica, que permite realizar a descrição de fenômenos de sombreamento para o nucleon e núcleo. Este formalismo foi primeiramente proposto nas Refs. [21, 22, 23], onde uma descrição espaço-temporal das interações de uma partícula de prova virtual com um núcleo ou nucleon é realizada no referencial de repouso do alvo, considerando múltiplos espalhamentos de Glauber [24, 25] no contexto da QCD perturbativa [21, 22], obtendo-se o modelo de Glauber para interações partônicas. O objetivo principal deste trabalho é utilizar este modelo de sombreamento para descrever a evolução dinâmica dos pártons e prever o comportamento da seção de choque do processo Drell-Yan para altas energias em colisões  $pp$ ,  $pA$  e  $AA$ .

Embora os observáveis sejam invariantes de Lorentz, a descrição dos processos de espalhamento depende do referencial, portanto, considerando a invariância da seção de choque, vamos analisar os efeitos de sombreamento tratando o processo DY em dois referenciais distintos, num referencial onde ambos hádrons tenham momentum infinito e num referencial onde consideramos o alvo em repouso. A justificativa para a análise do processo em dois referenciais distintos, além de verificar a invariância da seção de choque, será apresentada nos capítulos 3 e 4. O trabalho está organizado da seguinte forma.

No capítulo 1 apresentamos uma revisão do processo de espalhamento profundamente inelástico (DIS) e do modelo de pártons, salientando as funções de estrutura e a violação da propriedade de escalamento das funções de estrutura, contida nas equações de evolução DGLAP. A equação de evolução BFKL também é apresentada neste capítulo. O processo Drell-Yan é discutido com a finalidade de apresentar as variáveis cinemáticas necessárias para o desenvolvimento do trabalho. Os distintos efeitos nucleares, que são caracterizados pela região cinemática em que ocorrem são definidos e apresentados.

No capítulo 2 apresentamos a descrição de processos no referencial de repouso do alvo. O formalismo de Glauber na QCD é discutido e derivamos uma modificação a uma parametrização para distribuição partônica nuclear existente. Algumas limitações e problemas referentes ao formalismo desenvolvido são apresentados e discutidos neste capítulo, onde basicamente tratamos de efeito de sombreamento na região de muito pequeno  $x$  para a distribuição do núcleo e do nucleon.

O processo DY no referencial de repouso do alvo é apresentado no capítulo 3, onde consideramos um processo de espalhamento  $pp$  levando em conta correções de unitariedade nas funções de distribuição partônica dadas pela fórmula de Glauber-Mueller[22]. O processo DY em colisões  $pA$  e  $AA$  é tratado no capítulo 4, onde os efeitos de alta densidade e efeitos nucleares são considerados para verificar o comportamento da seção de choque nuclear ( $pA$  e  $AA$ ) em comparação com a seção de choque  $pp$ . A investigação detalhada do comportamento da seção de choque nuclear como função das variáveis cinemáticas do processo DY para energias presentes nos próximos aceleradores RHIC (“Relativistic Heavy Ion Collider”)  $200 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 350 \text{ GeV}$  e LHC (“Large Hadron Collider”)  $5.5 \text{ TeV} < \sqrt{s} < 8.8 \text{ TeV}$  é discutida neste capítulo.

## Capítulo 1

# A Cromodinâmica Quântica em Processos de Alta Energia

Neste capítulo apresentamos uma descrição resumida do espalhamento profundamente inelástico, que é um processo fundamental na compreensão da estrutura do próton.

Introduzimos os conceitos fundamentais do modelo de pártons. As funções de estrutura do processo DIS, que descrevem a estrutura dos hádrons, são estudadas neste capítulo. Cálculos mais detalhados com relação ao processo DIS e ao modelo de pártons são encontrados nas referências [4, 26, 27]. A dinâmica partônica, que caracteriza o modelo de pártons e as funções de distribuição partônica, é apresentada neste capítulo.

Neste capítulo uma discussão com relação as parametrizações para distribuições partônicas do nucleon são apresentadas e discutidas. O processo Drell-Yan, que é o processo utilizado como observável para investigação dos efeitos de alta densidade na QCD, é discutido neste capítulo.

As primeiras evidências experimentais de efeitos nucleares na função de estrutura do DIS para o núcleo são apresentadas em uma seção deste capítulo, quando nos referimos ao espalhamento profundamente inelástico em sistemas nucleares. Referente a efeitos nucleares, tratamos estes efeitos observados também no processo Drell-Yan.

## 1.1 Descrição de processos hadrônicos

### 1.1.1 Espalhamento profundamente inelástico

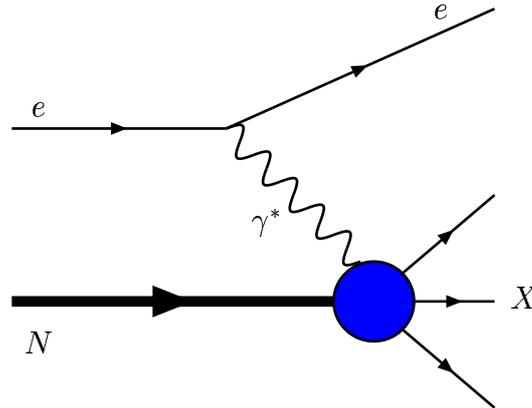
O espalhamento profundamente inelástico (DIS) é um dos mais importantes processos para se estudar a estrutura hadrônica. O espalhamento profundamente inelástico é caracterizado pela interação eletromagnética de um lépton de alta energia com um nucleon (próton ou neutron) ou com núcleons dentro do núcleo. Essas interações ocorrem mediante a troca

de bósons de gauge ( $\gamma^*$ ,  $Z^0$ ). No estado final são medidos o lépton espalhado e o estado hadrônico final  $X$ . Quando medimos somente o lépton espalhado, temos um processo inclusivo. Quando determinamos um estado final a ser medido temos um processo exclusivo. Aqui discutimos somente a contribuição da troca de  $\gamma^*$  em processos inclusivos. O diagrama para o processo DIS é dado por

$$e + N \rightarrow e + X, \quad (1.1)$$

e é mostrado na Fig.(1.1). Na descrição da QED, o fóton com quadrimomentum  $q_\mu$  tipo espaço ( $q^2 < 0$ ) é trocado e esse fóton define a escala com que a estrutura hadrônica está sendo visualizada. O negativo do quadrado do momentum transferido define a virtualidade  $Q^2$  do bóson trocado e é dada por,

$$Q^2 \equiv -q^2 = (k - k')^2 > 0. \quad (1.2)$$



**Fig. 1.1:** *Processo de espalhamento profundamente inelástico em ordem mais baixa em teoria de perturbações.*

No processo, o lépton possui quadrimomentum  $k^\mu = (k_0, \vec{k})$  no estado inicial e  $k'^\mu = (k'_0, \vec{k}')$  no estado final. O nucleon possui quadrimomentum  $p^\mu = (p_0, \vec{p})$  e o estado hadrônico possui quadrimomentum  $p_X^\mu$ . A massa do nucleon é dada por  $M^2 = p^2 \approx 1 GeV^2$ . A energia do centro de momentum lépton-núcleon é definida como

$$s = (k + p)^2 \quad (1.3)$$

e, para o sistema  $\gamma^*$ -núcleon, temos

$$W^2 = (q + p)^2 \quad (1.4)$$

Em processo de corrente neutra ( $CN$ ), o lépton inicial é do mesmo tipo que o final, e o bóson pode ser um fóton virtual  $\gamma^*$  ou um  $Z^0$ . No caso de corrente carregada ( $CC$ ), os léptons inicial e final são diferentes, e um  $W^\pm$  media a interação. Se a virtualidade  $Q^2$  não for suficientemente grande ( $Q^2 \ll m_{Z^0}$ ), os dois últimos processos (interação fraca) são suprimidos e somente a parte eletromagnética (fóton) contribui.

O DIS é descrito pela introdução da variável adimensional de Bjorken,  $x$ , definida por,

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}. \quad (1.5)$$

Como  $W^2 \geq M^2$  e  $W^2 = M^2 + 2p \cdot q(1 - x)$ , então  $x$  deve estar no intervalo  $0 \leq x \leq 1$ .

A variável rapidez  $y$  pode ser definida da seguinte maneira,

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad (1.6)$$

onde,  $y$  representa a fração de energia perdida pelo elétron no referencial de repouso do nucleon. Usa-se freqüentemente outro invariante de Lorentz,  $\nu$ , definida como

$$\nu = \frac{p \cdot q}{M}, \quad (1.7)$$

que representa a energia do bóson no referencial de repouso do nucleon.

Em ordem mais baixa na Eletrodinâmica Quântica, a seção de choque inclusiva para o DIS pode ser escrita como

$$d\sigma(eN \rightarrow eX) = \frac{2\alpha_{em}^2}{Q^4} \frac{m^2}{k_0 k'_0} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} d^3 k', \quad (1.8)$$

onde  $L^{\mu\nu}$  é o tensor associado ao vértice leptônico, sendo calculado diretamente através das regras de Feynman da QED. Este tem a forma,

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{m^2} [k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - (k \cdot k') g^{\mu\nu}]. \quad (1.9)$$

O tensor  $W_{\mu\nu}$  descreve o vértice hadrônico e é dado por

$$W_{\mu\nu} = \frac{4\pi^2 E_N}{M} \int d^4 x e^{ip \cdot x} \langle N | J(x)_\mu^{em} J(0)_\nu^{em} | N \rangle, \quad (1.10)$$

onde  $E_N$  é a energia do nucleon, e  $J_\mu^{em}$  é o operador densidade de corrente, que nos dá a probabilidade de transição do estado final para o estado inicial. O tensor  $W_{\mu\nu}$  contém todas as informações sobre a interação do fóton virtual com o alvo. Supondo que o nucleon tenha uma subestrutura, o tensor  $W_{\mu\nu}$  parametriza todo nosso desconhecimento com relação a estrutura interna do nucleon. Apesar do tensor  $W_{\mu\nu}$  não ser conhecido é possível parametrizá-lo em termos dos quadrimomenta presentes no vértice hadrônico.

A forma mais geral para parametrizar o tensor hadrônico é:

$$\begin{aligned}
 W_{\mu\nu} = & -W_1 g_{\mu\nu} + W_2 \frac{p_\mu p_\nu}{M^2} - iW_3 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \frac{p_\rho p_\sigma}{2M^2} \\
 & + W_4 \frac{q_\mu q_\nu}{M^2} + W_5 \frac{p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu}{2M^2} + iW_6 \frac{p_\mu q_\nu - p_\nu q_\mu}{2M^2}.
 \end{aligned} \quad (1.11)$$

As  $W_i$  são funções das variáveis escalares de Lorentz que podem ser construídas a partir dos quadri-momenta do vértice hadrônico. Considerando que o tensor leptônico é simétrico, apresenta invariância de paridade e impondo a conservação de corrente no vértice hadrônico  $q^\mu W_{\mu\nu} = 0$ , podemos escrever o tensor hadrônico somente com duas componentes na seguinte forma,

$$W_{\mu\nu} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) W_1 + \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu\right) \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu\right) \frac{1}{M^2} W_2. \quad (1.12)$$

Agora considerando a contração dos tensores em (1.8), podemos escrever a seção de choque para o DIS em mais baixa ordem em QED no referencial de laboratório como [26, 27]

$$\frac{d^2\sigma(ep \rightarrow eX)}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2 E'^2}{q^4} \left[ 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1(\nu, Q^2) + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(\nu, Q^2) \right]. \quad (1.13)$$

onde  $E'$  representa a energia do lépton no estado final e  $\Omega$  é o ângulo sólido de espalhamento deste lépton. Nestas expressões, negligenciamos a massa do lépton, pois estamos interessados no regime de altas energias.

Definimos o conjunto de variáveis de Mandelstam  $s$ ,  $t$  e  $u$ , que são invariantes de Lorentz

$$s \equiv (p + k)^2 = E_{cm}^2, \quad (1.14)$$

$$t \equiv (k - k')^2 = -Q^2, \quad (1.15)$$

$$u \equiv (k - p_X)^2, \quad (1.16)$$

de forma que podemos escrever a seção de choque para o DIS

$$\frac{d\sigma}{dt du} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{s^2 t^2} \frac{1}{(s+t)} \left\{ -(s+u)t M W_1(\nu, Q^2) - u s \nu W_2(\nu, Q^2) \right\}. \quad (1.17)$$

Em princípio, poderíamos esperar que  $W_1$  e  $W_2$  fossem complicadas funções de  $\nu$  e  $Q^2$ . Entretanto, foi verificado experimentalmente, durante a década de 60 nos experimentos no SLAC (“Stanford Linear Accelerator”) [27], que no limite de Bjorken, definido por

$$\nu \rightarrow \infty, \quad Q^2 \rightarrow \infty \quad \text{com } x \equiv \frac{Q^2}{2M\nu} \text{ fixo,} \quad (1.18)$$

as funções de estrutura do DIS são independentes de  $Q^2$  e  $\nu$  individualmente, passando a ser função unicamente da variável adimensional  $x$ , ou seja,

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} M W_1(\nu, Q^2) \approx F_1(x), \quad (1.19)$$

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} \nu W_2(\nu, Q^2) \approx F_2(x). \quad (1.20)$$

Este comportamento é chamado de escalamento das funções de estrutura e foi predito por Bjorken [28] a partir da álgebra de correntes. Em princípio, as funções  $W_i$  podem ser fortemente dependentes de  $Q^2$  pois a estrutura interna pode ser excitada de uma maneira diferente para diferentes valores de  $Q^2$ . Contudo, no limite de Bjorken a seção de choque do espalhamento inelástico elétron-próton passa a depender apenas da variável adimensional  $x = Q^2/2M\nu$ . Portanto, para valores suficientemente grandes de energias, o espalhamento passa a ser inelástico e ocorre o desaparecimento da dependência em  $Q^2$ . Este comportamento sugere que está ocorrendo o espalhamento elástico do fóton por partículas pontuais, sem estrutura.

### 1.1.2 Modelo de pártons

O comportamento observado nas funções de estrutura é a base para a interpretação da estrutura do próton em termos do Modelo de Quark-Párton. Neste modelo, o hádron (*i.e.* próton) é composto por férmions pontuais quase-livres chamados pártons. Cada partícula carrega uma fração  $x$  do momentum total do hádron inicial, de tal forma que  $\sum_i x_i P = P$ . O modelo partônico é baseado nas seguintes hipóteses:

1. Num referencial onde o hádron possui momentum  $P \rightarrow \infty$ , este comporta-se como um conjunto de partículas livres (pártons). Estas partículas movem-se quase que paralelamente ao hádron portando uma parcela  $x$  do momentum total do hádron.
2. A seção de choque inelástica lépton-hádron é a soma incoerente (soma de probabilidades) da seção de choque elástica individual lépton-párton, sendo estes pártons tratados como livres.

Esta forma de tratamento do DIS implica que o processo pode ser descrito considerando a interação partônica na Fig.(1.2). Todas as hipóteses do modelo justificam-se num sistema de referência de Lorentz tal que a massa dos pártons e seu momentum transversal possam ser desprezados, ou seja,

$$|\mathbf{P}| \gg M, m, P_T. \tag{1.21}$$

O modelo de pártons nos permite fatorizar o espalhamento profundamente inelástico em duas etapas:

- a) O espalhamento do lépton por um dos pártons do nucleon, que porta uma fração de momentum  $x'$  do momentum inicial do nucleon.
- b) Combinação de pártons, formando os hádrons secundários (hadronização) que são observados pelos detectores. Esta etapa ocorre a longas distâncias (da ordem de 1 fm).

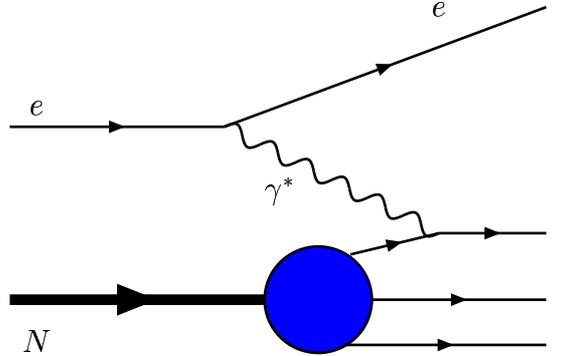


Fig. 1.2: Processo DIS no modelo partônico.

Considerando as hipóteses do modelo, definimos a probabilidade ( $q_i(x_i)$ ) de encontrarmos um parton do tipo  $i$ , no interior de um hádron, portando uma fração de momentum  $x_i = \frac{P_i}{P}$ , onde  $P_i$  é o momentum portado pelo parton  $q_i$ . O número de partons  $i$  no hádron pode ser expresso da seguinte forma:

$$N_i = \int_0^1 q_i(x_i) dx_i. \tag{1.22}$$

A conservação de momentum, implica

$$\sum_i \int_0^1 x_i q_i(x_i) dx_i = 1, \tag{1.23}$$

ou seja, somando sobre todas as frações de momentum portadas pelos partons (carregados ou não) deve-se obter o momentum total do hádron.

A partir dos resultados do espalhamento  $ep$ , verifica-se que incluindo-se na regra de soma de momentum (1.23) apenas as distribuições de partons carregados, obtém-se um valor aproximado de 1/2 [4]. Este resultado indica que aproximadamente 50% do momentum total do hádron deve estar associado a partons que não portam carga elétrica não sendo diretamente detectáveis em experiências de DIS. Posteriormente, associaremos esse momentum aos glúons, as partículas mediadora da interação forte.

A fatorização colinear e o modelo de partons, permitem escrever a seção de choque diferencial do processo lépton-hádron em termos da seção de choque diferencial do espalhamento

lépton-párton, portanto

$$d\sigma^{\text{lépton-Nucleon}} = \sum_i \int_0^1 dx q_i(x) d\sigma^{\text{lépton-párton}}, \quad (1.24)$$

onde a soma se dá sobre os pártons que portam carga elétrica. O processo lépton-hádron é calculado a partir das regras de Feynman da QED para o espalhamento de dois léptons. Comparando com a expressão (1.17) e fazendo uso da propriedade de escalamento das funções de estrutura, obtemos, no limite de Bjorken,

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = x \sum_i \varepsilon_i^2 q_i, \quad (1.25)$$

onde  $\varepsilon_i$  é a fração de carga do nucleon que o pártion porta. Esta relação advém diretamente da hipótese de que os pártions possuem spin- $\frac{1}{2}$  [2, 4] e é denominada relação de Callan-Gross [29].

Os resultados expostos acima permitem identificar os pártions com os quarks [26, 27]. Os quarks podem se apresentar em seis sabores diferentes  $u, d, s, c, b$  e  $t$  que diferem em carga e em massa. Considerando a denominação  $q_u(x) = u(x)$ ,  $q_d(x) = d(x) \dots$  para os diferentes sabores, as distribuições partônicas  $q_i(x)$  são apresentadas em número de doze, uma para cada quark (*i. e.*  $u(x)$ ) ou anti-quark (*i. e.*  $\bar{u}(x)$ ).

Na constituição dos hádrons temos dois tipos de quarks: os quarks de valência e os quarks do mar ( $q \equiv q_v + q_s$ ). Os quarks de valência são os quarks utilizados na descrição espectroscópica e devem reproduzir os números quânticos do hádron. Os quarks do mar são pares virtuais quark-antiquark que têm origem nas flutuações dos propagadores da interação forte. Estas partículas carregam os números quânticos do vácuo.

No caso de nucleons, o conteúdo total dos quarks  $c, b$  e  $t$  é desprezível se comparando com as distribuições dos quarks leves  $u, d$  e  $s$ . Isto ocorre devido a grande massa dos quarks  $c, b$  e  $t$ . Portanto, podemos escrever a função de estrutura do próton  $F_2^p(x)$  da seguinte forma:

$$F_2^p(x) = x \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d(x) + \bar{d}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s(x) + \bar{s}(x)] \right\} \quad (1.26)$$

A função de estrutura do nêutron  $F_2^n$  pode ser obtida a partir de  $F_2^p$  a partir da substituição  $u \Leftrightarrow d, \bar{u} \Leftrightarrow \bar{d}$ , pois próton e nêutron formam um duplete de isospin.

Experimentalmente, as distribuições de quarks de valência anulam-se para  $x = 0$  e  $x = 1$ , enquanto os quarks do mar tendem a popular a região de pequeno  $x$ . Como vimos anteriormente aproximadamente 50 % do momentum do nucleon é portado por pártions que não são detectáveis diretamente no DIS, ou seja, pártions sem carga elétrica. A presença destes pártions no interior do nucleon pode ser justificada pela dinâmica da interação quark-quark, identificando estes pártions com as partículas de troca da interação forte, os glúons.

### 1.1.3 Cromodinâmica Quântica e as violações de escalamento

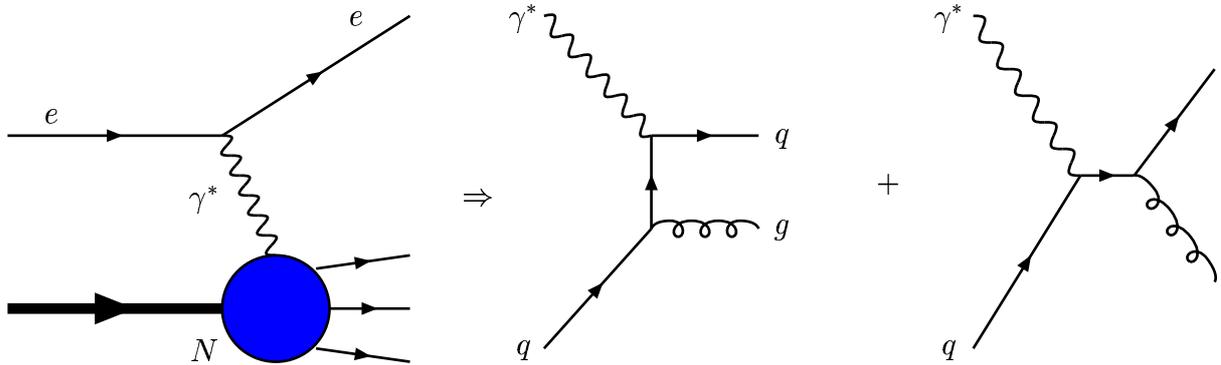
A cromodinâmica quântica (QCD) é a teoria de gauge que objetiva descrever as interações entre pártons. Na QCD, a interação entre as partículas se dá através da carga de cor. A QCD é uma teoria de calibre não -Abeliana  $SU(3)$  para espiniores de Dirac, que visa descrever as interações fortes entre quarks de spin-1/2 e massa  $m_i$ , a partir da troca de bósons vetoriais de calibre, chamados glúons, de spin-1 e sem massa [1, 3]. A forma do tensor associado ao campo de glúons é uma das características que diferencia a QCD da QED, pois dá origem a vértices de três e quatro glúons. Além dessas propriedades, a teoria apresenta as seguintes características:

- Os quarks são férmions portadores de carga de cor:  $R$  (red),  $G$  (green) e  $B$  (blue);
- Os glúons, por serem objetos coloridos, podem interagir entre si dando origem aos vértices de três e quatro glúons, manifestando o caráter não -Abeliano da QCD;
- A troca de glúons altera a cor dos quarks. A carga elétrica e o sabor são invariantes frente à interação forte;
- Para altas energias (pequenas distâncias) a constante de acoplamento da teoria ( $\alpha_s$ ) é suficientemente pequena e técnicas perturbativas podem ser utilizadas. Nesse limite, o cálculo das interações de cor podem ser efetuadas a partir dos diagramas de Feynman da QCD.

O descrição dos processo de interação forte, através da QCD está resumida em dois termos: *liberdade assintótica* e *confinamento*. Para entender a importância destas duas características podemos lembrar alguns aspectos da interação forte. O espectro hadrônico é descrito pelo modelo de quarks, porém quarks nunca foram observados isoladamente. Todo esforço para produzir quarks livres em experimentos de espalhamento nos leva sempre a produção de méson ( $q_i \bar{q}_j$ ) e bárions ( $q_i q_j q_k$ ). Este fato evidencia que as forças entre quarks devem crescer com a separação. Por outro lado, podemos descrever razoavelmente seções de choque em altas energias (para o processo DIS por exemplo) utilizando um modelo no qual os quarks interagem simplesmente através de carga elétrica. Este é o modelo de pártons, apresentado na seção anterior. Então temos uma interação que para curtas separações a força é relativamente fraca, ou seja, *liberdade assintótica*, mas para grandes distâncias a força vem a ser muito maior, ou seja, *confinamento*. Uma extraordinária característica da QCD é sua habilidade de acomodar ambos os tipos de comportamento.

### 1.1.4 Equações de evolução

As equações de evolução DGLAP



**Fig. 1.3:** Contribuição  $O(\alpha_s)$   $\gamma^* q \rightarrow qg$  para o processo  $ep \rightarrow eX$ .

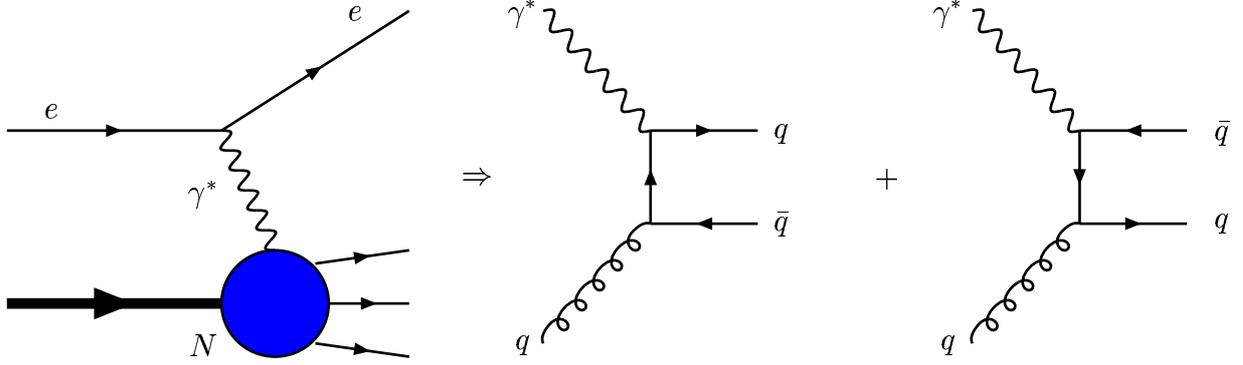
O modelo de pártons descreve o processo DIS ( Fig. (1.2)), desconsiderando a dinâmica de glúons como o portador da força forte associada a carga de cor dos quarks. Assim, o modelo desconsidera o fato de que os quarks podem radiar glúons. Para implementar os efeitos de QCD, vamos considerar que o quark da Fig. (1.2) possa emitir glúons antes ou depois de interagir com o fóton  $\gamma^*$ . Estes eventos são mostradas na Fig. (1.3). Além disso, um glúon do alvo pode contribuir para o processo DIS via  $\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$ , como mostrado na Fig. (1.4). Considerando a ordem de contribuição nos cálculos perturbativos, definindo  $\alpha$  como a constante de acoplamento eletromagnética e  $\alpha_s$  a constante de acoplamento forte, podemos dizer que nos processos das Figs. (1.3) e (1.4) são contribuições de  $O(\alpha\alpha_s)$  para a seção de choque, sendo a contribuição dominante na Fig. (1.2) de  $O(\alpha)$ .

A inclusão dos diagramas da QCD no processo DIS tem consequências significativas nos observáveis experimentais:

- A propriedade de escalamento das funções de estrutura é violada;
- O quark no estado final (e portanto a direção do jato de hádrons) não será necessariamente colinear com o fóton virtual.

A partir da QCD, podemos prever a violação de escalamento, bem como a distribuição angular do jato associado ao fóton virtual. A quebra de escalamento predito pela QCD é de forma logarítmica. Neste trabalho, abordaremos a quebra de escalamento das funções de estrutura utilizando a descrição proposta por Altarelli-Parisi e paralelamente por Dokshiter, Gribov e Lipatov (DGLAP) [11, 12, 13], que descreve a evolução dinâmica das funções de estrutura usando uma linguagem partônica, intuitiva. A seguir vamos apresentar os principais aspectos dessa abordagem.

Definimos as funções de desdobramento  $P_{ab}(\frac{x}{y})$ , que estão associadas a probabilidade de um párton  $b$  com fração de momentum  $y$  dar origem a um párton  $a$  com fração de momentum



**Fig. 1.4:** Contribuição de glúons no estado inicial  $O(\alpha_s) \gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$  para o processo  $ep \rightarrow eX$ .

$x$ . É conveniente também definir as funções de distribuição de quarks *singleto* ( $q + \bar{q}$ ) ( $S$ ) e *não – singleto* ( $q - \bar{q}$ ) ( $NS$ ) e ainda a função de distribuição de glúons.

$$q^{NS} \Rightarrow \text{Quarks de valência}, \quad (1.27)$$

$$q^S \Rightarrow \text{Quarks do mar}, \quad (1.28)$$

$$g \Rightarrow \text{Distribuição de glúons}. \quad (1.29)$$

O formalismo DGLAP descreve a evolução em  $Q^2$  das funções de distribuição partônica considerando que a interação partônica é dada através de uma cascata partônica, com um forte ordenamento nos momenta transverso dos pártons emitidos dentro desta cascata. Considerando todos os possíveis processos de emissão dentro desta cascata, as equações DGLAP podem ser escritas

$$\frac{dq_i^{NS}(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) q_i^{NS}(y, Q^2), \quad (1.30)$$

$$\frac{dq_i^S(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) q_i^S(y, Q^2) + P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) \right], \quad (1.31)$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{gq} \left( \frac{x}{y} \right) q_i^S(y, Q^2) + P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) \right], \quad (1.32)$$

$$(1.33)$$

onde as funções de desdobramento podem ser calculadas em QCD perturbativa. Em ordem mais baixa, essas funções foram obtidas por Altarelli-Parisi [12], e têm a seguinte forma:

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{(1+z^2)}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \quad (1.34)$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2}[z^2 + (1-z)^2], \quad (1.35)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[ \frac{(1-z)}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) + \left( \frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right], \quad (1.36)$$

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1 + (1-z)^2}{z} \right], \quad (1.37)$$

onde a prescrição

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z} \quad (1.38)$$

é usada na regularização da divergência para  $z = 1$ .

A partir da solução dessas equações, a QCD prevê a quebra de escalamento das distribuições de pártons e permite calcular a dependência em  $Q^2$  da função de estrutura  $F_2$ . O formalismo DGLAP prevê que a função de estrutura  $F_2$ , definida pela Eq. (1.26), passe a ser dependente da distribuição de glúons também. Como a distribuição de glúons aumenta para pequeno  $x$ , temos um comportamento semelhante para a  $F_2$ .

Devido ao forte ordenamento nos momenta transversos dentro da cascata partônica, as equações DGLAP têm validade na seguinte região cinemática:

$$\alpha_s \ln Q^2 \approx 1, \quad \alpha_s \ll 1, \quad e \quad \ln \left( \frac{1}{x} \right) \ll \ln \left( \frac{Q^2}{Q_0^2} \right), \quad (1.39)$$

ou seja, as equações DGLAP são válidas numa região cinemática de valores de  $Q^2$  não muito baixos e também numa região de não muito pequeno  $x$ .

As equações DGLAP não nos fornecem valores para as funções de distribuição partônicas a uma dada virtualidade, mas sim uma evolução em  $Q^2$  destas distribuições. Assim a QCD prediz a quebra de escalamento e permite calcular explicitamente a dependência em  $Q^2$  das funções de estrutura. Dadas as funções de distribuição partônica de quarks ou glúons para um dado ponto de referência  $(x, Q_0^2)$ , podemos evoluir para um certo valor  $(x, Q^2)$  utilizando as equações DGLAP.

Na região de pequeno  $x$ , devido ao aumento da densidade partônica, os diagramas de recombinação de pártons (que não são considerados na evolução DGLAP), como por exemplo a fusão de dois glúons em um só, tornam-se importantes na descrição das funções de estrutura. Tais efeitos são denominados de efeitos de alta densidade e constituem um dos pontos de investigação deste trabalho.

O limite de pequeno  $x$  do DIS ( $x \approx Q^2/s$ ) define o comportamento assintótico da seção de choque  $\sigma(\gamma^*N)$  no limite de alta energia. Na região de pequeno  $x$  a dinâmica DGLAP é controlada pela distribuição de glúons, pois as funções desdobramento  $P_{qg}$  e  $P_{gg}$  (equações (1.37)) apresentam divergência no limite de  $z \rightarrow 0$ . Como as distribuições de

glúons dominam na região de pequeno  $x$ , as equações DGLAP podem ser aproximadas por

$$\frac{dq_i^S(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) \right], \quad (1.40)$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) \right]. \quad (1.41)$$

Podemos considerar a forma de uma solução das equações DGLAP. Vamos considerar inicialmente a evolução da distribuição de glúons. Para qualquer distribuição  $f(x, Q^2)$ , define-se o momentum  $f(\omega, Q^2)$  [2], tal que

$$f(\omega, Q^2) = \int_0^1 dx x^\omega f(x, Q^2). \quad (1.42)$$

A variável  $\omega$  é escolhida de tal forma que o momentum  $\omega = 0$  corresponde ao número de pártons e o momentum  $\omega = 1$  mede a quantidade de momentum linear deste pártons. A distribuição em  $x$  pode ser reobtida utilizando-se a transformada inversa de Mellin. Por exemplo, para a função de glúons, a transformada inversa fica

$$xg(x, Q^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_C d\omega x^{-\omega} g(\omega, Q^2), \quad (1.43)$$

onde  $g(\omega, Q^2)$  corresponde ao momentum associado a distribuição de glúons. O contorno de integração no plano complexo  $C$  deve ser tomado à direita de todas as singularidades do integrando. Podemos determinar a expressão para o momentum da distribuição de glúons substituindo (1.43) em (1.41) e obtendo

$$g(\omega, Q^2) = g(\omega, Q_0^2) \exp \left\{ \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dq^2}{q^2} \int_0^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \right\}. \quad (1.44)$$

Definimos a dimensão anômala  $\gamma$ , que corresponde ao momentum associado à função de desdobramento, dada por

$$\gamma_{gg}(\omega, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right], \quad (1.45)$$

No limite de duplo logaritmo dominante (DLA) ( $\alpha_s \ln(1/x) \ln(Q^2/Q_0^2)$ ), a dimensão anômala pode ser aproximada em primeira ordem por

$$\gamma_{gg}(\omega) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \left( \frac{1}{\omega} \right), \quad (1.46)$$

onde temos a singularidade em  $\omega = 0$ . Determinada a singularidade de  $\gamma_{gg}$  no limite de alta energia (pequeno  $x$ ), o comportamento da função de glúon dependerá das singularidades de  $g(\omega, Q^2)$ . Tomando  $\alpha_s$  independente de  $q^2$ , a distribuição de glúons pode ser escrita na forma geral,

$$xg(x, Q^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_C d\omega e^{\omega \ln(1/x) + \gamma_{gg}(\omega) \ln(Q^2/Q_0^2)} xg(\omega, Q_0^2), \quad (1.47)$$

onde usou-se a transformação de variável  $x^{-\omega} = e^{\omega \ln(1/x)}$ . As singularidades do integrando da Eq. (1.47) definem o comportamento das distribuições de glúons. Esta expressão mostra que a dimensão anômala  $\gamma_{gg}(\omega)$  controla a evolução dinâmica da distribuição de glúons na variável  $Q^2$ . A condição inicial  $g(\omega, Q_0^2)$  também tem papel fundamental no comportamento de  $g(x, Q^2)$ . Se esta apresentar uma singularidade e esta dominar com relação a singularidade de  $\gamma_{gg}$ , então o comportamento de  $g(x, Q^2)$  será determinado pela condição inicial e não por  $\gamma_{gg}$ .

A forma mais geral para  $\gamma_{gg}(\omega)$ , pode ser escrita em termos de uma série de potências de  $\alpha_s/2\pi$  da forma [21]

$$\gamma_{gg}(\omega) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \frac{1}{\omega} + \frac{2\alpha_s^4 N_c^4 \zeta(3)}{\pi^4} \frac{1}{\omega^4} + O\left(\frac{\alpha_s^5}{\omega^5}\right), \quad (1.48)$$

onde  $\zeta(3)$  é a função zeta de Riemman e  $N_c$  é o número de cores. Na aproximação DLA somente o primeiro termo da série acima é considerado.

### A equação de evolução BFKL

O formalismo associado às equações de evolução DGLAP não permite fazer nenhuma predição sobre a evolução das distribuições partônicas na variável de Bjorken  $x$ . A dependência em  $x$ , necessária para descrever os dados, está presente nas distribuições de entrada. Na evolução DGLAP, as contribuições dependentes de  $1/x$ , logo dominantes na região de pequeno  $x$ , são levadas em conta no limite duplo logarítimo dominante (DLA), onde os diagramas somados contribuem com termos da ordem de  $(\alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2) \ln(1/x))^n$  e possuem um forte ordenamento nas variáveis  $x$  e  $k_{\perp}^2$ . Os termos proporcionais a  $\ln(1/x)$  aparecem sempre acompanhados de um  $\ln Q^2$ , o que significa que esta descrição é válida apenas para a região cinemática de grandes valores de  $1/x$  e  $Q^2$ .

A análise da região cinemática de pequeno  $x$  e valores moderados de  $Q^2$  implica somar diagramas que contribuam com termos da ordem  $((\alpha_s) \ln(1/x))^n$  com  $\alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1$  e  $\alpha_s \ln(1/x) \approx 1$ . Assim, devemos considerar termos dominantes em  $\ln(1/x)$  e a dependência completa em  $Q^2$  deve ser mantida. Isto significa que o forte ordenamento nos momenta transversos dentro da cascata partônica deve ser relaxado e deve ser incluída uma integração sobre todo o espaço de fase formado pelas componentes transversas dos momenta dos pártons emitidos. Em tal região cinemática, as equações de evolução DGLAP não são mais válidas e uma nova dinâmica é necessária para descrever a evolução das distribuições partônicas.

Com o objetivo de estudar a amplitude de espalhamento no limite de altas energias (pequeno  $x$ ), na década de 70, Y. Balitski, V. Fadin, E. Kuraev e L. Lipatov (BFKL) [14, 15, 16, 17] propuseram uma equação que levam em consideração termos proporcionais

a  $\alpha_s \ln(1/x)$ , equação que descreve a evolução na variável de Bjorken  $x$ . Como o espaço de fase não está mais restrito pelo ordenamento nos momenta transversos, a equação BFKL deve ser escrita em termos da função de glúons não integrada  $\phi(x, k_\perp^2)$ , que nos fornece a probabilidade de encontrar um glúon no nucleon com momentum transversal  $k_\perp^2$  e fração de momentum longitudinal  $x$ . A forma diferencial da equação BFKL é dada por

$$\frac{\partial \phi(x, k_\perp^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s}{\pi} k_\perp^2 \int_0^\infty \frac{dk'_\perp{}^2}{k'_\perp{}^2} \left\{ \frac{\phi(x, k'_\perp{}^2) + \phi(x, k_\perp^2)}{|k'_\perp{}^2 - k_\perp^2|} + \frac{\phi(x, k_\perp^2)}{\sqrt{4k'_\perp{}^4 + k^4}} \right\} \quad (1.49)$$

$$\equiv K \otimes \phi, \quad (1.50)$$

onde a função de glúons não integrada  $\phi(x, k_\perp^2)$  está relacionada com a função de glúons usual por

$$xg(x, Q^2) = \int^{Q^2} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \phi(x, k_\perp^2). \quad (1.51)$$

A condição inicial para a equação (1.50) deve ser tomada para um valor suficientemente pequeno de  $x_0$ , tal que as seguintes condições sejam satisfeitas

$$\alpha_s \ll 1, \quad \alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1, \quad \alpha_s \ln(1/x) \approx 1. \quad (1.52)$$

Como a equação BFKL descreve o limite de  $x \rightarrow 0$ , então ela é própria para o cálculo de processo para altas energias. No limite de altas energias, a distribuição de glúons domina a evolução e a equação BFKL pode ser representada por um diagrama escada efetivo, com os momenta longitudinais fortemente ordenados e sem ordenamento nos momenta transversos, ou seja,

$$x \ll x_{i+1} \ll \dots \ll x_1 \ll 1, \quad (1.53)$$

$$Q^2 \approx k_{\perp i+1}^2 \approx \dots \approx k_{\perp 1}^2 \approx Q_0^2. \quad (1.54)$$

É possível obter uma solução analítica para a equação BFKL a partir da transformada de Mellin da função  $\phi(x, k^2)$  na variável  $k^2$  da forma,

$$\frac{\partial \phi(x, \bar{\gamma})}{\partial \ln(1/x)} = \bar{K}(\bar{\gamma}) \phi(x, \bar{\gamma}), \quad (1.55)$$

cuja solução é

$$\phi(x, \bar{\gamma}) = \phi(x_0, \bar{\gamma}) \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\bar{K}(\bar{\gamma})}. \quad (1.56)$$

Onde  $\bar{\gamma}$  é a variável conjugada de  $k^2$ ,  $\phi(x, \bar{\gamma})$  é a função transformada e  $\bar{K}$  é o núcleo transformado.

Utilizando uma forma explícita para as funções transformadas, pode-se obter a função de glúon não integrada [23],

$$\phi(x, k^2) = \left(\frac{x}{x_0}\right)^{-\lambda} \frac{\sqrt{k^2} \phi(x_0, \bar{\gamma} = 1/2)}{(6\alpha_s 28\zeta(3) \ln(x/x_0))^{1/2}} \exp \left\{ \frac{-\ln(k^2/\bar{k}^2)}{6\frac{\alpha_s}{\pi} 28\zeta(3) \ln(x/x_0)} \right\}. \quad (1.57)$$

onde  $\zeta(x)$  é a função zeta de Reimann. Tal solução permite avaliar algumas propriedades desta evolução. O primeiro termo de (1.57) dá origem a um comportamento  $x^{-\lambda}$  para a distribuição de glúons não integrada, característico do formalismo BFKL. Para um  $\alpha_s \approx 0.2$ , o expoente  $\lambda$  terá um valor  $\approx 0.5$ , o que representa um crescimento para a distribuição de glúons, no limite de altas energias. Como verificado, através das equações DGLAP, na evolução da distribuição de quarks existe uma dependência na distribuição de glúons. Portanto, conclui-se que a dinâmica BFKL prevê um rápido crescimento da seção de choque  $\sigma(\gamma^* N)$  com a energia.

Uma limitação está no fato de que as soluções foram obtidas para  $\alpha_s$  independente de  $Q^2$ , o que limita a validade da equação a um pequeno intervalo de  $Q^2$ , onde o comportamento da constante de acoplamento pode ser aproximado.

Na próxima seção, apresentamos algumas parametrizações para as distribuições partônicas obtidas no formalismo DGLAP, que somente podem ser determinadas a partir dos experimentos, pois necessitamos das condições iniciais das equações de evolução, que são tomadas a partir dos dados experimentais.

### 1.1.5 Parametrizações das distribuições partônicas

Os cálculos de processo de espalhamento duros para altas energias em QCD perturbativa, constituem-se de dois elementos básicos. As seções de choque dos subprocessos partônicos, envolvendo pártons, léptons e bósons de gauge, que são calculadas perturbativamente, e as distribuições partônicas dentro dos hádrons. Isto implica que predições para processo de espalhamento duro, envolvendo hádrons, necessitam de um conhecimento das distribuições partônicas.

Como vimos anteriormente, a QCD não prediz o valor das distribuições partônicas, mas somente as suas evoluções. A determinação das mesmas através do formalismo DGLAP para alguma escala  $Q^2 = Q_0^2$  e um certo valor de  $x$ , deve ser feita a partir dos dados experimentais. O procedimento básico é parametrizar, através de uma função de entrada analítica, a dependência em  $x$  das funções de distribuição  $f_i(x, Q_0^2)$  (quarks e glúons) para algum  $Q_0^2$  suficientemente grande para que a QCD perturbativa possa ser aplicada. Após evoluir para um escolhido valor de  $Q^2$  utilizando as equações DGLAP. Os termos da parametrização de

entrada são determinados pelo ajuste, durante a evolução, aos dados de espalhamento profundamente inelástico e processos relacionados disponíveis. Dessa forma determina-se as densidades partônicas para uma certa região de  $x$  e  $Q^2$ . Como essas funções são universais, podem ser usadas para caracterizar as funções de estrutura e para o cálculo das seções de choque de outros processo de alta energia.

Tradicionalmente essas distribuições são determinadas a partir de análises globais dos dados de processos como espalhamento profundamente inelástico, produção de pares de léptons, produção de sabores pesados, produção de jatos com grande momentum transversal, etc. Nessas análises globais incluem-se o maior número possíveis de observáveis a fim de vincular as várias distribuições partônicas, pois diferentes processos nos fornecem informações sobre diferentes tipos de distribuições partônicas em diferentes regiões cinemáticas. Por exemplo, os dados de espalhamento profundamente inelástico, vinculam principalmente a função de estrutura  $F_2$  e a distribuição de glúons na região de pequeno  $x$ , enquanto a produção de pares de léptons vinculam as distribuições de antiquarks e quarks.

O maior número de dados, bem como a maior precisão destes, demanda que a cada novo conjunto de medidas um novo refinamento das distribuições partônicas seja feito. O grupo GRV [36, 37, 38] propõe a parametrização para as distribuições partônicas baseando-se na evolução dinâmica de distribuições de entrada tipo-valência (que anulam-se para  $x \rightarrow 0$ ) a partir de um pequeno valor para a virtualidade inicial. Outras parametrizações existem CTEQ [35], MRST [32, 33, 34], etc, com distintas filosofias, porém o valor inicial de virtualidade é significativamente maior se comparado com a parametrização GRV. Este é um dos motivos pelo qual utilizamos e apresentamos a parametrização GRV. Nesta próxima seção o método utilizado para se determinar as distribuições partônicas é então discutida.

## Análise global

A análise global das distribuições partônicas caracteriza-se por fazer uso dos dados experimentais de muitos processos físicos conjuntamente com as equações de evolução partônicas, a fim de extrair um conjunto de distribuições partônicas universais que melhor ajustam os dados experimentais. Essas distribuições podem então ser utilizadas na predição de todos os outros observáveis físicos, mesmo para escalas de energia bem além da disponível nos atuais aceleradores.

Podemos dizer que um procedimento típico para a análise global envolve os seguintes passos:

- \* Desenvolver algoritmos para a resolução numérica das equações de evolução, como por exemplo, as equações DGLAP;

- ★ Escolher um conjunto de dados para um processo específico que permita vincular certas distribuições partônicas na sua descrição ;
- ★ Selecionar o esquema de fatorização <sup>1</sup> - *DIS* ou  $\overline{MS}$  [3] - e optar por um conjunto consistente de escalas de fatorização para todos os processos. Distribuições partônicas definidas em diferentes esquemas de fatorização são, em princípio, diferentes. Além disso, o truncamento da série perturbativa invariavelmente leva a uma dependência na escala de renormalização e fatorização da QCD. Portanto, as distribuições partônicas obtidas por análise global irão depender das escalas escolhidas;
- ★ Escolher uma forma paramétrica para as distribuições partônicas de entrada para a escala  $Q_0^2$ , e então evoluir as distribuições para outros valores de  $Q^2$ . Existe considerável liberdade na opção da forma paramétrica das distribuições partônicas de entrada para a escala  $Q_0^2$ . Esta deve ser geral o suficiente para levar em consideração todas as possíveis dependências em  $x$  e de sabor, mas não deve conter muitos parâmetros a serem ajustados. Em geral usa-se a seguinte forma funcional para as distribuições de entrada,

$$f_i(x, Q^2) = ax^b(1-x)^c P(x), \quad (1.58)$$

onde  $P(x)$  é uma fração regular. Nesta expressão,  $x^b$  determina o comportamento para pequeno  $x$  e  $(1-x)^c$  o comportamento para grande  $x$ ;

- ★ Usar as distribuições evoluídas para calcular o  $\chi^2$  entre a teoria e os dados, optando por um algoritmo para minimizar o  $\chi^2$ .
- ★ Parametrizar as distribuições partônicas finais para valores discretos de  $x$  e  $Q^2$  por algumas frações analíticas.

### Parametrizações GRV

As parametrizações propostas por M. Gluck, E. Reya e A. Vogt (GRV) [37, 38] distinguem-se das parametrizações CTEQ [35] e MRST [32, 33, 34] por basearem-se em condições iniciais tipo-valência (que anulam-se para  $x \rightarrow 0$ ), tomadas em um pequeno valor de virtualidade inicial  $Q_0^2$ . As distribuições de entrada são vinculadas basicamente a partir da regra de soma de momentum e da regra de soma de sabor. As predições para qualquer outra escala de momentum são geradas através das equações DGLAP.

---

<sup>1</sup> Um esquema de fatorização representa uma estrutura teórica para separar a física perturbativa (altas energias) e física não-perturbativa (baixas energias) nos processos de espalhamento [3].

Originalmente, as distribuições do grupo GRV foram obtidas assumindo que para uma pequena escala de momentum  $\mu$ , somente distribuições de quarks de valência seriam não-nulas [36]. Deste forma

$$G(x, \mu) = \bar{u}(x, \mu) = \bar{d}(x, \mu) = \bar{s}(x, \mu) = s(x, \mu) = 0, \quad (1.59)$$

com os quarks pesados sendo produzidos pelo mecanismo de fusão bóson-glúon. As distribuições de quarks para a escala inicial  $\mu$  são obtidas através da evolução DGLAP de  $Q^2 \rightarrow \mu^2$  a partir da função de estrutura  $F_2^{eN}(x, Q^2)$ , medida para um valor de virtualidade  $Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$ . Essas distribuições devem satisfazer a regra de soma do número de quarks,

$$\int_0^1 dx \{u(x, \mu) + d(x, \mu)\} = 3. \quad (1.60)$$

A escala  $\mu$  foi fixada impondo a regra de soma de momentum, ou seja, impondo a conservação de momentum da forma

$$\int_0^1 dx x \{u(x, \mu) + d(x, \mu)\} = 1. \quad (1.61)$$

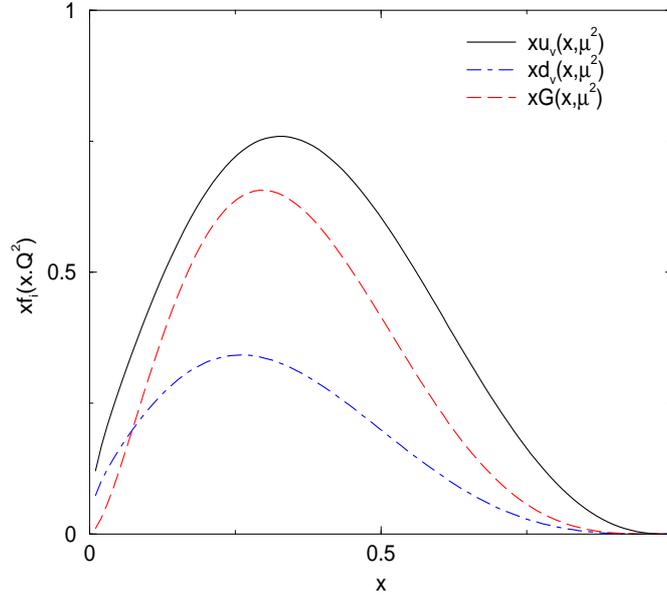
Devido aos dados de produção direta de fóton foi necessário introduzir uma distribuição gluônica  $G(x, \mu)$  tipo-valência. Ainda, também houve a inclusão de um mar não-estranho tipo-valência ( $u_s$  e  $d_s$ ) [37]. Desta forma a regra de soma de momentum passou a ser dada por:

$$\int_0^1 dx x \{u_v(x, \mu) + d_v(x, \mu) + 2\bar{u}(x, \mu) + 2\bar{d}(x, \mu) + G(x, \mu)\} = 1. \quad (1.62)$$

onde  $q_v = q - \bar{q}$ . Em um trabalho com os mais recentes dados, o grupo GRV não modificou as distribuições de entrada, porém somente os parâmetros da evolução foram ajustados [38], de tal forma que, em LO a parametrização das distribuições de entrada pode ser dada por,

$$\begin{aligned} \mu^2 &= 0.29 \text{ GeV}^2, \\ x u_v(x, \mu^2) &= 1.239 x^{0.48} (1-x)^{2.72} (1 - 1.8\sqrt{x} + 9.5x), \\ x d_v(x, \mu^2) &= 0.614 (1-x)^{0.9} x u_v(x, \mu^2), \\ x(\bar{d} - \bar{u})(x, \mu^2) &= 0.23 x^{0.48} (1-x)^{11.3} (1 - 12\sqrt{x} + 50.9x), \\ x(\bar{u} + \bar{d})(x, \mu^2) &= 1.52 x^{0.15} (1-x)^{9.1} (1 - 3.6\sqrt{x} + 7.8x), \\ x G(x, \mu^2) &= 17.47 x^{1.6} (1-x)^{3.8}, \\ x s(x, \mu^2) &= x \bar{s}(x, \mu^2) = 0. \end{aligned} \quad (1.63)$$

Na Fig.(1.5) apresentamos o comportamento das distribuições de entrada  $xG$ ,  $xu_v$  e  $xd_v$  da parametrização GRV para  $Q^2 = \mu^2$ . Todas as predições da parametrização GRV concordam com os mais recentes dados, mesmo para valores pequenos de  $Q^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$ .



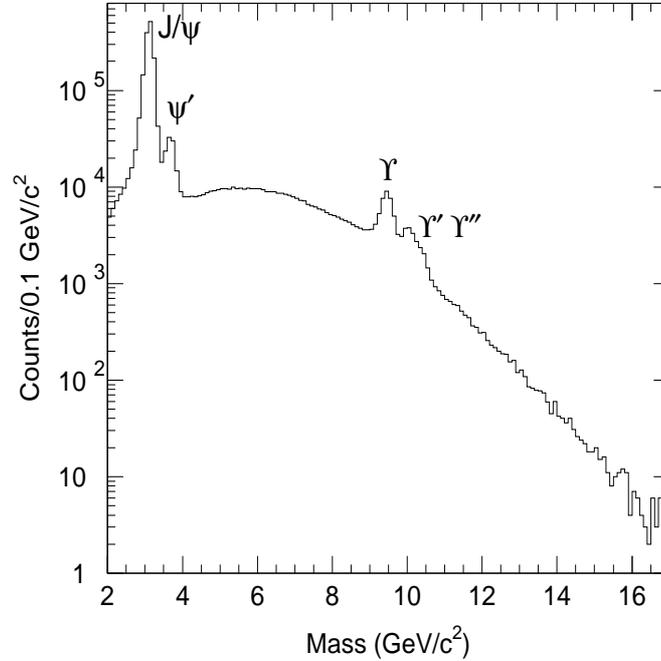
**Fig. 1.5:** Distribuições de entrada da GRV [38].

Contudo esta abordagem baseia-se na evolução da distribuição inicial a partir de valores de escala  $\mu$  muito baixa, onde espera-se que a QCD perturbativa não seja válida. Outra característica importante da parametrização GRV, é a consideração da evolução DGLAP, a qual, para a região de  $x$  muito pequeno, não considera os diagramas de recombinação de pártons, logo prediz um aumento significativo nas funções de distribuição na região de  $x$  muito pequeno.

### 1.1.6 Processo Drell-Yan

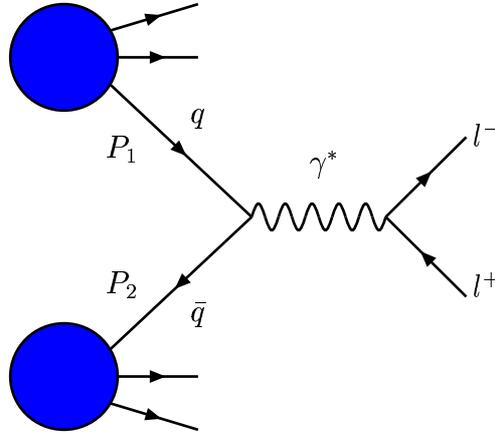
A produção de pares de léptons com grande massa invariante ( $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$ , etc.) (No nosso contexto, grande massa invariante significa  $M_{l+l^-} \geq M_{J/\psi}$  onde  $J/\psi \rightarrow$  estado ligado de quarks pesados  $c\bar{c}$  por exemplo) em colisões hadrônicas, fornecem informações sobre a estrutura dos hádrons. A detecção experimental de léptons com grande massa invariante em colisões hadrônicas determinou alguns fatos importantes na física de partículas. O estado quarkonium ( $c\bar{c}$  ou outros quarks pesados), que revelou a existência de quarks charm na década de 70, foi descoberto através de seu decaimento em pares de léptons. Este decaimento aparece superposto a um contínuo de produção de pares de léptons, o qual foi teoricamente antecipado em 1970 [39] conhecido como processo Drell-Yan (Fig. 1.6). O processo DY nos fornece uma conexão com as distribuições de antiquarks dos hádrons. Produção de pares de

léptons pelo processo Drell-Yan (DY) com feixe de píons e kaons fornece informações sobre as funções de estrutura dessas partículas instáveis. Outro fato importante na história de processo DY foi a descoberta das partículas  $W^\pm$  e  $Z^0$  em 1983.



**Fig. 1.6:** *Espectro de massa de pares de léptons combinado de E866 [40]: colisões  $p + p$  e  $p + d$  a  $800 \text{ GeV}/c$  de energia do feixe. Os picos no contínuo referem-se ao par de léptons medido do decaimento das ressonâncias.*

Os conceitos do modelo partônico, originalmente introduzidos no DIS, podem ser aplicados a outros processos em colisões hadrônicas. O processo Drell-Yan é um destes. Num espalhamento hádron-hádron, o processo Drell-Yan, no sistema de laboratório, sistema onde os dois hádrons possuem momentum infinito, consiste numa aniquilação de um quark oriundo de um hádron e um antiquark de outro hádron dando origem a um bóson vetorial, o qual decai em um par de léptons, como pode ser analisado na Fig. (1.7). Neste trabalho estamos interessados em estudar o processo DY em colisões  $pp$ ,  $pA$  e  $AA$ , de tal forma que somente os fótons como os bóson de troca serão considerados, pois estamos interessados na região de pequena massa de par de léptons ( $M_{l+l-} \leq M_{Z_0}$ ), onde a contribuição do fóton como bóson de troca é dominante. Posteriormente este fóton decai em um par de léptons que é detectado. Na década de 80 muitos problemas teóricos relativos ao processo DY foram resolvidos, estabelecendo-se o processo DY juntamente com DIS como uma fonte quantitativa de informação da estrutura hadrônica.



**Fig. 1.7:** *Processo Drell-Yan em mais baixa ordem em QED.*

No DIS, a escala do processo é definida pelo momentum transferido  $Q^2$ . No processo DY o momentum transferido é a massa invariante do par de léptons no estado final e define a escala do processo. Temos então o fóton tipo tempo e portanto podemos dizer que

$$M^2 = q^2 > 0, \quad (1.64)$$

onde  $q^\mu$  é o quadrimomentum do fóton virtual. Neste processo, o quadrado da energia do centro de massa dos hádrons colisores é dado por

$$s = (P_1 + P_2)^2, \quad (1.65)$$

onde  $P_1$  e  $P_2$  são os quadrimomenta do hádron 1 e do hádron 2, respectivamente. Em processos Drell-Yan com o alvo fixo é útil trabalhar com a fração de momentum longitudinal total, conhecida como  $x$  de Feynman, que é definida por

$$x_F = \frac{2p_L}{\sqrt{s}} \approx x_1 - x_2, \quad (1.66)$$

onde  $p_L$  é o momentum longitudinal do par de léptons, no referencial do centro de massa do processo hádron-hádron. As variáveis  $x_1$  e  $x_2$  são as frações de momentum total dos hádrons que cada párton porta e são dadas por

$$x_1 = \frac{2P_2 \cdot q}{s} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{2P_1 \cdot q}{s}. \quad (1.67)$$

O quark  $q$  na Fig.(1.7) tem momentum  $x_1 P_1$  e o antiquark tem momentum  $x_2 P_2$ . Porém, podemos verificar que existe uma simetria entre feixe e alvo neste referencial. Além disso,

$x_1$  e  $x_2$  relacionam-se através da variável de escalamento da seguinte forma:

$$\tau \equiv x_1 x_2 = \frac{M^2}{s}, \quad (1.68)$$

onde desprezamos, de acordo com o modelo partônico, o momentum transversal do fóton virtual.

As frações de momentum carregadas pelos partons que contribuem para a seção de choque em ordem dominante (LO), podem ser expressas em termos da variável rapidez  $y$  do par (generalização da velocidade relativística)

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \quad (1.69)$$

e na variável de escalamento  $\tau$ , da seguinte maneira,

$$x_1 = \sqrt{\tau} e^y, \quad x_2 = \sqrt{\tau} e^{-y}. \quad (1.70)$$

A seção de choque partônica  $q + \bar{q} \rightarrow l^+ + l^-$  em mais baixa ordem para o processo Drell-Yan é calculada através das usuais regras de Feynman da QED. De acordo com o sub-processo partônico de aniquilação de quarks da Fig.(1.7) temos

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dM^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 \varepsilon_i^2}{9M^2} \delta(x_1 x_2 s - M^2). \quad (1.71)$$

A fatorização colinear nos permite escrever a seção de choque hadrônica para o processo Drell-Yan da seguinte forma,

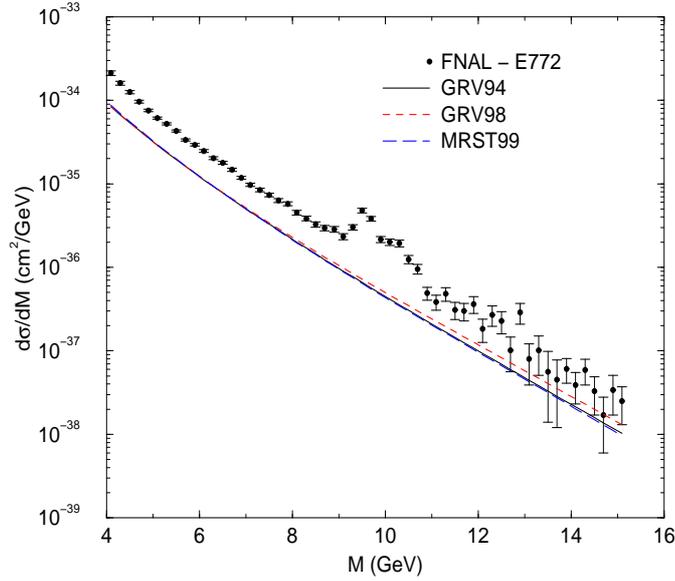
$$\frac{d\sigma}{dM^2} = \int_0^1 dx_1 dx_2 \sum_i \{q_i(x_1, M^2) \bar{q}_i(x_2, M^2) + x_1 \leftrightarrow x_2\} \frac{d\hat{\sigma}}{dM^2}, \quad (1.72)$$

onde as funções  $q(x, M^2)$  e  $\bar{q}(x, M^2)$  são as funções de distribuições partônicas definidas no DIS e descrevem a probabilidade de encontrar um quark ou antiquark portanto uma fração  $x$  do hádron de origem. Como falamos anteriormente, no processo Drell-Yan, o quadrado da massa do par de léptons determina a escala do processo, logo, as funções de distribuições partônicas passam a depender de  $M^2$ . A função  $\delta$  na Eq.(1.71) permite escrever a seção de choque na forma,

$$M^2 \frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3N_c} \int_0^1 dx_1 \sum_i i\varepsilon_i^2 \{q_i(x_1, M^2) \bar{q}_i(x_1/\tau, M^2) + x_1 \leftrightarrow x_2\}, \quad (1.73)$$

que explicita o escalamento da seção de choque em termos de  $\tau$ .

A observação da propriedade de escalamento [41, 42], ou seja, a seção de choque (1.73) depender somente em  $\tau$  e não separadamente em  $M^2$  e  $s$ , corrobora o mecanismo ilustrado na Fig. (1.7). Contudo, existem algumas características da produção Drell-Yan que não podem ser entendidas na ordem mais baixa do processo. Essas são :

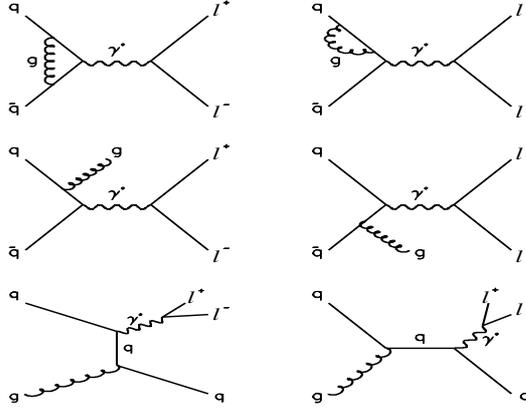


**Fig. 1.8:** Seção de choque para o processo Drell-Yan, calculado em primeira ordem. Os resultados experimentais são da colaboração E772 [20]. Obtemos os mesmos resultados utilizando diferentes distribuições partônicas.

- As seções de choque calculadas diretamente de (1.73) resultam em valores abaixo dos dados por um fator de 2 a 3, como visto na Fig. (1.8). A diferença entre o cálculo em ordem dominante e os dados nos indica que mais altas ordens para o processo Drell-Yan são importantes. A inclusão de mais altas ordens pode ser simulada através da introdução de um fator constante, aproximadamente independente de  $M^2$  e  $x$ , mas dependente da energia, denominado fator  $K$ .
- Fótons com grande momentum transversal, da ordem de alguns GeV, são observados no experimento. Contudo, no modelo de pártons simples não temos pártons iniciais com momentum transversal. Fenomenologicamente podemos introduzir uma distribuição em momentum transversal para os quarks do estado inicial. Usualmente, uma distribuição Gaussiana é usada para descrever o pequeno momentum transversal dos quarks [43, 44, 45].

Estes problemas podem ser contornados levando em conta as correções de primeira ordem em QCD para o subprocesso partônico, mostrado na Fig. (1.9). Nessa figura a primeira linha de diagramas contém as correções virtuais ao propagador de quarks e ao vértice. A segunda linha de diagramas apresenta os processos, onde o quark ou o antiquark emite um glúon antes da aniquilação ( $q\bar{q} \rightarrow g\gamma^*$ ). Devido a radiação do glúon, o quark adquire

momentum transverso ( $p_T$ ) [43, 44, 46].



**Fig. 1.9:** Primeira ordem em correções de QCD para o processo Drell-Yan.

A última linha dos diagramas refere-se ao processo Compton ( $qg \rightarrow q\gamma^*$ ), onde o quark interage com um glúon e emite um fóton. Este mecanismo é dominante na região cinemática onde o par de léptons possui um grande  $p_T$  [45].

Vários aspectos fenomenológicos do processo DY podem ser resolvidos pelas correções de primeira ordem. Estas correções explicam como o  $p_T$  do par de léptons é produzido e descreve o comportamento do fator  $K$  [7]. Contudo, nem todos os problemas são resolvidos. Uma vez que estas correções são numericamente grandes, é necessário investigar como correções de mais altas ordens modificam os resultados. Além disso, o espectrum de momentum transverso não é totalmente descrito.

Os resultados teóricos concordam com os dados somente para  $p_T^2 \sim M^2$ , pois divergem para  $p_T^2 \rightarrow 0$ . Esta divergência está associada à expansão perturbativa na solução da seção de choque, tal que para pequeno  $p_T$  esta deixa de ser válida e uma ressonância dos termos da expansão se faz necessária. A seção de choque na região  $p_T^2 \ll M^2$  é dominada por contribuições de logaritmo dominante na forma,

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} \sim \frac{\alpha_s}{p_T^2} \ln\left(\frac{M^2}{p_T^2}\right) \left[ v_1 + v_2 \ln^2\left(\frac{M^2}{p_T^2}\right) + v_3 \alpha_s^2 \ln^4\left(\frac{M^2}{p_T^2}\right) + \dots \right]. \quad (1.74)$$

onde  $\alpha_s$  é calculada na escala  $M^2$ . Esta série é efetivamente uma expansão em  $\alpha_s \ln\left(\frac{M^2}{p_T^2}\right)$ , em vez de  $\alpha_s$  e verificamos uma divergência para  $p_T \rightarrow 0$ .

O formalismo desenvolvido por Collins, Soper e Sterman [47] leva em conta os logaritmos dominantes e não dominantes na seção de choque (1.74) tal que descrevem a distribuição em momentum transversal do processo DY. Neste formalismo, todos os termos divergentes quando  $p_T \rightarrow 0$  são controlados em uma parte que contém os termos da série ressomados, de tal forma que, para pequeno momentum transversal, o termo  $\frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(ressom)$  descreve a distribuição de momentum transversal. O comportamento divergente da série perturbativa, para pequeno momentum transversal, passa a ser controlado por um termo chamado assintótico, ou seja, este termo controla a divergência do cálculo perturbativo a pequeno  $p_T$ , de tal forma que a seção de choque pode ser escrita da seguinte maneira,

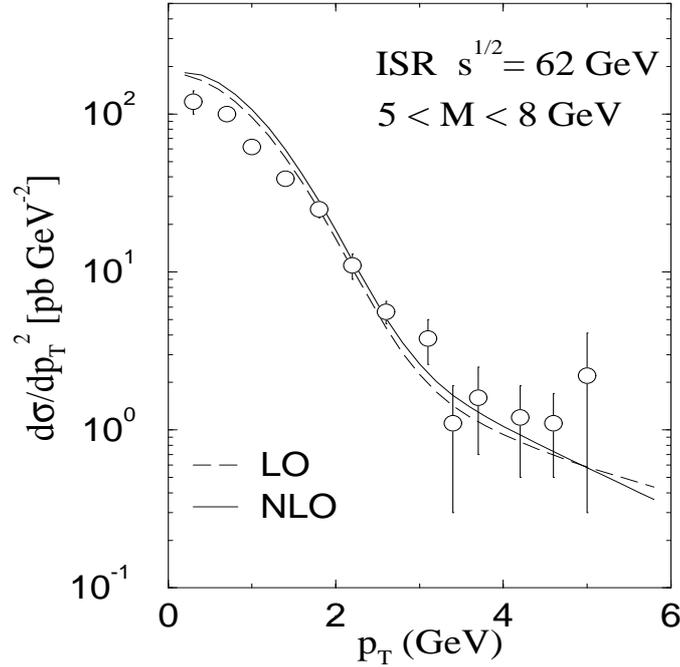
$$\frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(total) = \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(ressom) + \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(pert) - \frac{d\sigma}{dp_T^2 dM dy}(assin). \quad (1.75)$$

A ligação entre pequeno e grande momentum transversal agora é manifesta, pois para pequeno  $p_T$ , as contribuições perturbativas e assintóticas se cancelam, de maneira que a contribuição de ressonância da série representa a seção de choque; para grande  $p_T$  as contribuições de ressonância e assintótica se cancelam e temos a descrição da distribuição em  $p_T$  pela parte perturbativa. Porém, para muito alto valor de  $p_T$  deve-se considerar somente a parte perturbativa, pois a parte ressomada contém todas as ordens, enquanto que a parte assintótica somente foi calculada até segunda ordem, não ocorrendo mais o cancelamento entre estas contribuições.

Na Fig. (1.10) o resultado para a distribuição em  $p_T$ , considerando o formalismo discutido acima, é apresentado, verificando-se uma boa descrição dos dados [48].

Um dos principais problemas deste tratamento é a necessidade da introdução de um fator de forma,  $W(b)$ , que serve para descrever a distribuição para pequeno momentum transversal e é determinado a uma escala  $1/b^2$ . Tal fator tem uma dependência nas distribuições partônicas e a escala destas distribuições é dada por  $1/b^2$ , portanto, para grandes valores de  $b$ , entra numa região não perturbativa ( $1/b^2$  muito pequeno). Para contornar este problema, utiliza-se um método de saturação (congelamento) do valor de  $b$  para valores de  $b \geq 0.5 \text{ GeV}^{-1}$ . Tal procedimento pode estar superestimando as contribuições da parte não perturbativa, portanto, é um dos pontos de discussão com relação a este formalismo. Como foi visto, a distribuição em  $p_T$  para o processo DY ainda é um ponto importante a ser determinado, pois não temos um formalismo completo que seja válido para toda região cinemática.

Na próxima seção vamos apresentar o comportamento dos processos DIS e DY quando tratados em sistemas nucleares, determinando e caracterizando os efeitos que surgem devido a presença do meio nuclear.



**Fig. 1.10:** Distribuição em momentum transverso  $DY$  considerando o formalismo proposto na Ref.[47]. Dados da colaboração R209 [48].

## 1.2 Descrição de processos nucleares

### 1.2.1 Espalhamento profundamente inelástico em sistemas nucleares

Toda a descrição do processo DIS foi realizada até o momento considerando o espalhamento *lépton-nucleon*. Nesta seção vamos tratar o processo DIS analisando o espalhamento *lépton-núcleo*.

Núcleos representam sistemas complexos. A densidade bariônica típica no centro de núcleos pesados é  $\rho_0 \approx 0.15 \text{ fm}^{-3}$ . A distância média entre dois nucleons a esta densidade é aproximadamente  $d \approx 1.9 \text{ fm}$ . Um fóton virtual espalhado por este sistema pode visualizar dois tipos de efeitos nucleares:

1. Espalhamento incoerente por  $A$  nucleons, porém com suas funções de estrutura modificadas pela presença do meio nuclear. Tais modificações podem ter origem, por exemplo, através do campo médio que um nucleon experimenta na presença de outros nucleons, ou ainda devido ao movimento de férmions dentro do núcleo.

2. Processos de espalhamento coerente com a participação de mais de um nucleon. Tais efeitos podem ocorrer quando excitações hadrônicas do fóton virtual propagam-se por distâncias (no sistema de laboratório) que são comparáveis ou maiores que o comprimento de escala característico  $d \approx 2$  fm. Tal efeito é genericamente chamado de sombreamento [50, 51, 52, 53, 54, 55].

Experimentos em espalhamento profundamente inelástico nucleares são revisados nas Refs. [50, 51]. Para análise dos resultados experimentais é conveniente usar funções de estrutura que dependem da variável de escalamento de Bjorken para nucleons livres,  $x$ . Em processos onde léptons carregados são espalhados em alvos nucleares não polarizados, as funções de estrutura do núcleo são definidas através da seção de choque diferencial por nucleon

$$\frac{d^2\sigma^A}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[ \left(1 - y - \frac{Mxy}{2E}\right) \frac{F_2^A(x, Q^2)}{x} + y^2 F_1^A(x, Q^2) \right]. \quad (1.76)$$

Alguns anos atrás (no começo da década de 80) a colaboração EMC verificou que a função de estrutura  $F_2^A$  para o ferro diferia substancialmente da correspondente função de estrutura do deutério [56]. Desde então outros experimentos, como os realizados no CERN [57], SLAC [58] e FNAL[19], dedicaram-se ao estudo dos efeitos nucleares no DIS não polarizado.

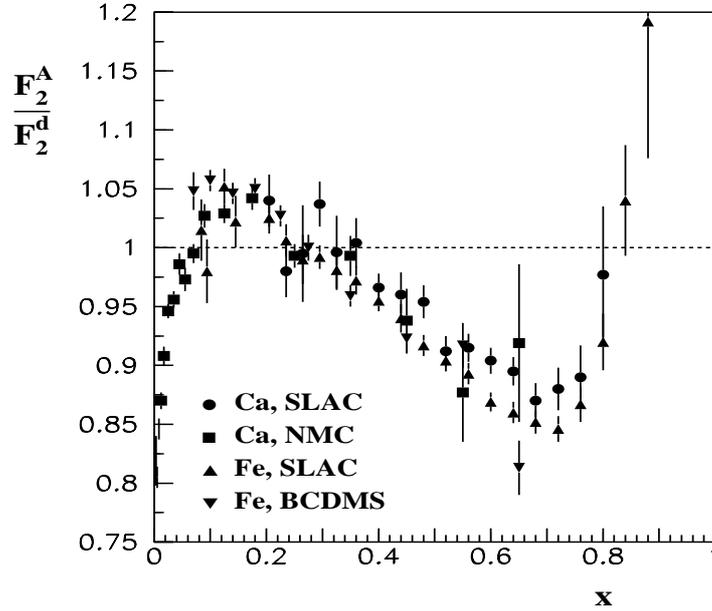
A Fig.(1.11) apresenta os dados para a razão  $F_2^A/F_2^D$  na região de  $x$  entre 0 e 1, onde  $F_2^A$  é a função de estrutura por nucleon de um núcleo com massa atômica  $A$ , e  $F_2^D$  refere-se ao Deutério. Na ausência de efeitos nucleares, a razão  $F_2^A/F_2^D$  seria normalizada a um. Desconsiderando pequenos efeitos nucleares no deutério,  $F_2^D$  pode ser aproximada como uma média do modelo de isospin entre as funções de estrutura do nucleon (próton e neutron), portanto,

$$F_2^D = \frac{1}{2}[F_2^p + F_2^n]. \quad (1.77)$$

Analisando os dados de  $F_2^A/F_2^D$ , verificamos diferentes comportamentos da razão dependendo da região cinemática investigada. Para  $x < 0.1$  observamos uma sistemática redução da razão, efeito chamado de sombreamento. Um pequeno aumento é verificado em  $0.1 < x < 0.2$ , chamado de anti-sombreamento. A redução na região  $0.3 < x < 0.8$  é referida como o tradicional efeito "EMC". Para  $x > 0.8$  o observado aumento da razão é associado com o movimento de férmions.

- **Região de sombreamento**

Medidas realizadas no Fermilab (Colaboração E665) [59, 60, 61] e CERN (Colaboração NMC) [62, 63, 64] forneceram detalhadas e sistemáticas informações a respeito

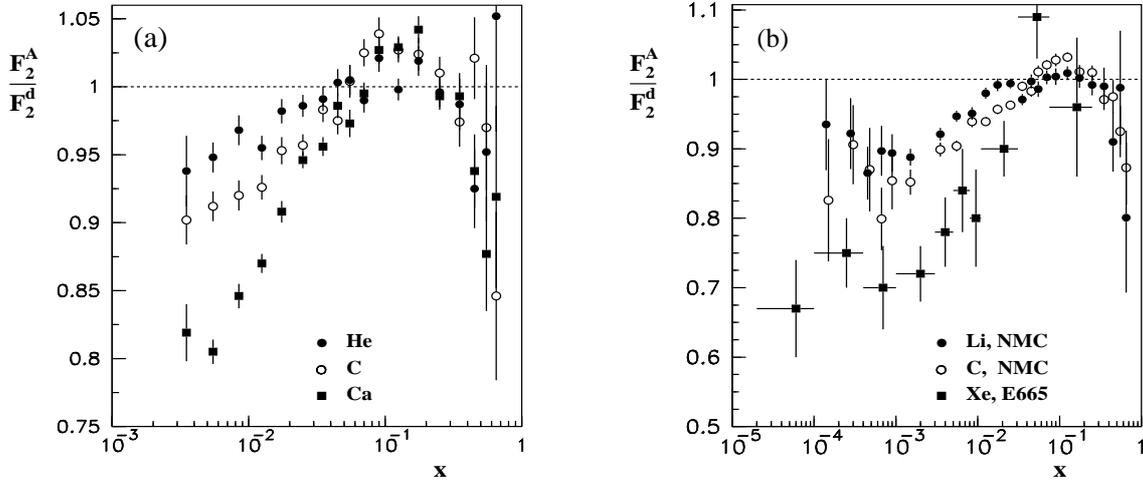


**Fig. 1.11:** Razão para a função de estrutura nuclear para  $^{40}\text{Ca}$  e  $^{56}\text{Fe}$ . Dados experimentais de NMC [57], SLAC [58] e BCDMS [19].

da dependência em  $x$  e  $A$  da razão  $F_2^A/F_2^D$ . Alvos nucleares indo do He ao Pb foram usados. Uma amostra de alguns dados pode ser vista na Fig. (1.12), onde apresentamos a razão  $F_2^A/F_2^D$  para núcleons de cálcio e ferro. Enquanto muitos experimentos cobrem uma região de  $x > 10^{-4}$ , a colaboração E665 nos fornece dados para  $F_2^{Xe}/F_2^D$  numa região  $x \approx 2 \cdot 10^{-5}$ . Devido a um vínculo cinemático para experimentos com alvo fixo ( $x \approx Q^2/s$ ), os dados para região de muito pequeno  $x$  tem sido explorados somente para pequenos  $Q^2$ . Por exemplo, para  $x \approx 5 \cdot 10^{-3}$  o momentum transferido típico é  $Q^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$  [62]. Para um valor extremo,  $x \approx 6 \cdot 10^{-5}$ , temos  $Q^2 \approx 0.03 \text{ GeV}^2$  [59].

Da observação dos resultados experimentais, podemos verificar o seguinte comportamento geral para os efeitos de sombreamento [10, 66].

- Sombreamento aumenta sistematicamente com o número de massa nuclear  $A$ , mas depende fracamente do momentum transferido  $Q^2$ . Uma investigação mais detalhada desta dependência foi desenvolvida para a razão entre as funções de estrutura do enxofre e carbono e é mostrada na Fig.(1.13) [67]. Este estudo revela que o sombreamento decresce linearmente com  $\ln Q^2$  para  $x < 0.1$ . A taxa de decréscimo torna-se menor a medida que  $x$  cresce. Para  $x > 0.1$  a dependência



**Fig. 1.12:** (a) Dados NMC [57] para a razão  $F_2^A/F_2^D$  para  $^4\text{He}$ ,  $^{12}\text{C}$  e  $^{40}\text{Ca}$ . (b) A razão para  $^6\text{Li}$ ,  $^{12}\text{C}$  [62] e  $^{131}\text{Xe}$  [59]

em  $Q^2$  da razão  $F_2^{Sn}/F_2^C$  não é significativa.

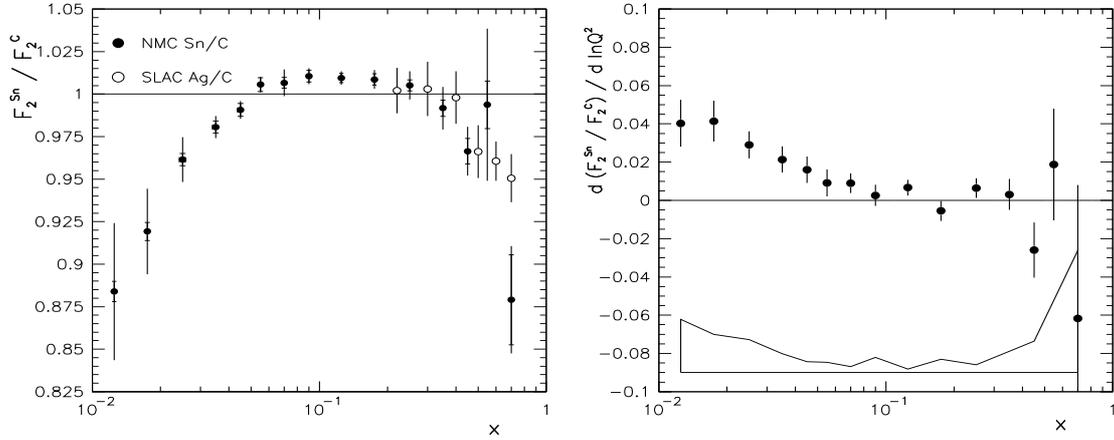
- Sombreamento também é observado no DIS com alvo de Deutério, o núcleo mais leve e mais fracamente ligado. Na Fig.(1.14) podemos verificar os dados das colaborações E665 e NMC para a razão  $F_2^D/F_2^p$ . Para  $x < 0.1$ , a razão é sistematicamente menor que 1.

### • Região de anti-sombreamento

Os dados de NMC estabelecem um pequeno, mas estatisticamente significativo, aumento da razão da função de estrutura para  $0.1 < x < 0.2$ . Para o carbono e cálcio, esta quantidade é da ordem de 2% [64]. A medida mais precisa deste aumento foi obtida para  $F_2^{Sn}/F_2^C$  e é mostrada na Fig.(1.13). Dentro da precisão dos dados a dependência em  $Q^2$  deste efeito não é evidente.

### • Região de efeito EMC

A região de  $x$  intermediário ( $0.2 < x < 0.8$ ) foi explorada extensivamente pelos aceleradores CERN [57] e SLAC [58] na região de  $2 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 15 \text{ GeV}^2$ . Os dados foram tomados pela colaboração E139 [58] para um grande número de alvos nucleares entre deutério e ouro. A razão da função de estrutura decresce com o aumento de  $x$  e tem um mínimo em  $x \approx 0.6$ . A magnitude desta redução aumenta logarithmicamente com o número de massa  $A$ . O efeito medido para a região de não muito alto  $Q^2$  é



**Fig. 1.13:** *Esquerda: dados [64] para a razão  $F_2^{Sn}/F_2^C$  em função de  $x$  com um determinado  $Q^2$  médio. Direita: resultado para a derivada  $d(F_2^{Sn}/F_2^C)/d \ln Q^2$ , obtido por [64]. A curva na parte inferior do gráfico indica o tamanho do erro.*

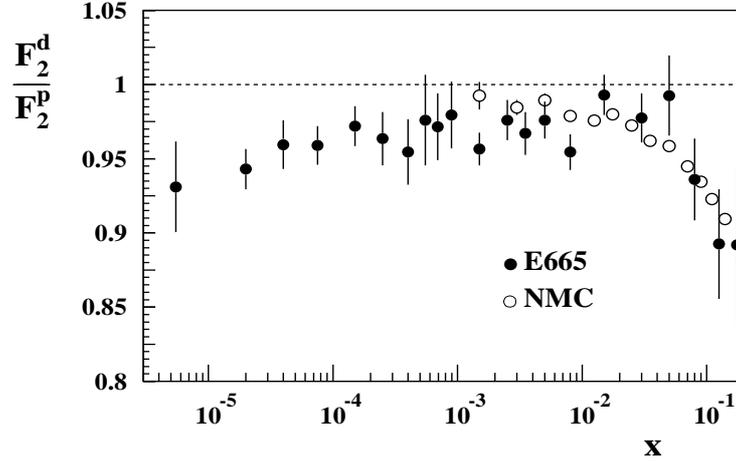
similar aos dados obtidos para uma região de grande  $Q^2$ . Isto implica uma forte dependência em  $Q^2$  da razão das funções de estrutura nesta região de  $x$  está excluída. O efeito EMC pode ser descrito considerando um reescalamento na variável  $x$  ou na variável  $Q^2$  [65]. Ambos modelos de reescalamento são fenomenológicos, e procuram as alterações nas funções de estrutura com mudanças nas escalas características dos hádrons.

- **Região de movimento de férmions**

Para  $x > 0.8$  a razão para a função de estrutura aumenta além da unidade, porém as informações experimentais são muito escassas. A função de estrutura para um nucleon livre  $F_2^N$  decresce como  $(1-x)^3$  quando  $x$  aproxima-se de 1. Claramente, qualquer pequeno efeito nuclear aparece artificialmente aumentado nesta região quando apresentado na forma de razão  $F_2^A/F_2^N$ .

## 1.2.2 Processo Drell-Yan em sistemas nucleares

Os efeitos nucleares também estão presentes nos processos DY. Considerando a fatorização colinear dos processos, os efeitos nucleares, nos processos hadrônicos, podem ser divididos em dois tipos: efeitos de estado final e efeitos de estado inicial. Os efeitos de es-



**Fig. 1.14:** Dados para a razão  $F_2^d/F_2^p$  das colaborações E665 [68] e NMC [69].

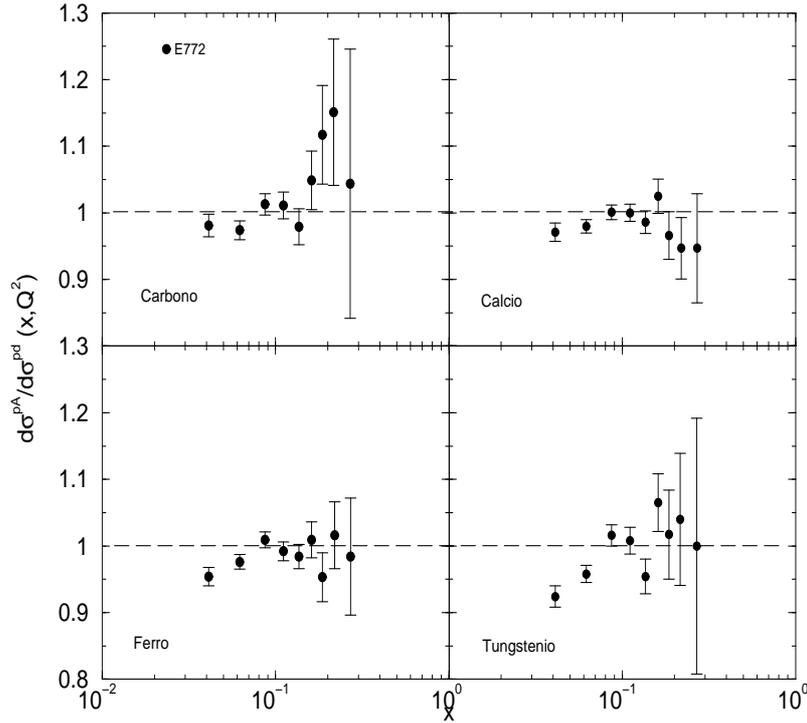
tado inicial atuam sobre os pártons do estado inicial do sub-processo partônico. Os possíveis efeitos sobre os pártons produzidos no sub-processo são ditos efeitos de estado final.

Nas colisões hadrônicas, existe a possibilidade da formação de estados finais hadrônicos, os quais podem interagir via força forte com os constituintes do núcleo. Estes estados hadrônicos podem ser a produção de  $J/\psi$  [66], charme aberto, etc. No caso do processo DY o estado final é um par de léptons, e como estes não experimentam a força forte, não sofrem efeitos de estado final. Assim, os efeitos nucleares presentes nos processos DY devem ter origem no estado inicial do sub-processo partônico.

Nosso trabalho pretende estudar o efeito de sombreamento presente no processo Drell-Yan, portanto, nosso maior interesse está na região de pequena fração de momentum  $x$ . O efeito de sombreamento caracteriza-se por uma redução na distribuição partônica nuclear quando comparada com a distribuição partônica do nucleon. Tal como apresentado no DIS, temos  $f_i^A < A \times f_i^N$ .

No processo DY, a existência de efeitos nucleares é verificada através da razão entre as seções de choque nuclear/nucleon. Os poucos dados que temos para esta razão, são apresentados na Fig. (1.15), onde temos colisão  $pA$ , com diferentes núcleos, e a razão é tomada com relação a seção de choque próton-deutério. O comportamento da razão para

o processo DY pode ser comparado à razão entre as funções de estrutura no DIS. Para os dados do processo DY pode-se verificar uma região de sombreamento, anti-sombreamento, e ainda um região de efeito EMC, similar ao processo DIS. Considerando a universalidade das funções de distribuição partônica, qualquer efeito de sombreamento estudado no DIS pode ser estendido ao processo DY.



**Fig. 1.15:** Dados [20] evidenciando efeitos nucleares no processo Drell-Yan.

Contudo, o panorama experimental para os processos hadrônicos em comparação ao processo DIS não é o mesmo. As energias disponíveis para os feixes com alvo fixo e colisões hadrônicas, são baixas, limitando as investigações dos efeitos nucleares, pois não conseguimos entrar numa região de pequena fração de momentum  $x_2$  (fração de momentum do alvo).

Tem sido sugerido, dentro do tratamento dos efeitos nucleares do processo DY, que a redução da razão nuclear para pequeno  $x_2$  é explicada pelo efeito de estado inicial conhecido como perda de energia [70, 71]. Contudo, neste trabalho investigamos somente os efeitos devido a fenômenos de alta densidade na QCD referente a evolução partônica não-linear. Um caminho alternativo é descrever todos os tipos de alvos em termos de um parâmetro

comum, definido como,

$$\sigma_A = A^\alpha \times \sigma_N. \quad (1.78)$$

Se o parâmetro  $\alpha$  for igual a 1, não temos efeitos nucleares, tal que a seção de choque nuclear é  $A$  vezes a seção de choque do nucleon. Tal procedimento será utilizado na descrição dos efeitos nucleares no processo Drell-Yan em um capítulo posterior.

Alguns problemas apresentados na descrição do processo DY no referencial de laboratório podem ser evitados se consideramos este processo no referencial de repouso do alvo, o qual será apresentado no capítulo 3 deste trabalho.

### 1.3 Conclusões

Neste capítulo, apresentamos os conceitos utilizados na descrição da estrutura do próton e do espalhamento profundamente inelástico a partir do modelo de pártons e da QCD. Nesta descrição, o nucleon é constituído de partículas pontuais de spin-1/2 e toda a estrutura é descrita através de distribuições partônicas de quarks e glúons. A quebra de escalamento das funções de estrutura, ou seja, o surgimento da dependência em  $Q^2$ , é descrita pela QCD. A evolução em  $Q^2$  destas distribuições é dada pelas equações DGLAP e em  $x$  pela equação de evolução BFKL. As condições iniciais, para a evolução das distribuições partônicas são obtidas a partir de um ajuste global das distribuições a partir dos resultados experimentais.

Com base em todos estes pontos apresentados, estudamos a parametrização GRV para as distribuições partônicas do nucleon (próton e nêutron) que baseia-se na evolução DGLAP das distribuições partônicas e na análise global dos dados. Estudamos ainda neste capítulo a descrição do processo Drell-Yan, que constitui o processo principal de estudo neste trabalho.

Os efeitos nucleares foram caracterizados e também o comportamento da razão  $F_2^A/F_2^D$  foi apresentado. Na análise de tal razão verificou-se a existência de efeitos nucleares para o DIS. A análise da razão  $\sigma_{pA}/\sigma_{pD}$  para o processo Drell-Yan, mostrou que os efeitos nucleares estão presentes também para este processo. Tais efeitos nucleares foram classificados neste capítulo de acordo com o comportamento e a região da variável de escalamento de Bjorken onde ocorrem. A dependência destes efeitos com a escala do processo foi analisada. No próximo capítulo trataremos em mais detalhes o efeito de sombreamento, que constitui um dos principais assuntos a ser abordado neste trabalho, apresentando o modelo de Glauber-Mueller para interações partônicas, que visa descrever os efeitos de alta densidade na QCD.

## Capítulo 2

# Formalismo de Glauber e Efeitos de Alta Densidade

No capítulo anterior, apresentamos os fundamentos do modelo de pártons e a descrição de QCD para a quebra de escalamento das distribuições partônicas, através das equações de evolução. O processo Drell-Yan foi apresentado e as variáveis cinemáticas relevantes para a descrição do processo foram definidas. Foram apresentadas evidências para a existência de efeitos nucleares sobre as distribuições de pártons no núcleo.

Na análise dos efeitos nucleares, acredita-se que estes sejam de duas origens: perturbativos e não-perturbativos. O modelo de reescalamento, citado no capítulo 1, que descreve o efeito EMC está relacionado com a variação da escala de confinamento dos pártons, portanto, sugerindo um caráter não-perturbativo deste efeito.

Os dados existentes que evidenciam efeitos nucleares podem ser razoavelmente descritos através de um ajuste nas condições iniciais da evolução DGLAP padrão. A descrição dos resultados experimentais, através de um ajuste das condições iniciais, indica que os efeitos nucleares, para as energias existentes de alvo fixo, são dominados por efeitos não-perturbativos. As energias disponíveis permitem extrair dados, em processos  $IA$ , numa região de pequeno  $Q^2$  e não muito pequeno  $x$ . Portanto, numa região onde a física não-perturbativa é dominante. Para os aceleradores RHIC e LHC, não teremos alvos fixos, o que permitirá realizar processos de espalhamento para energias bem maiores do que as atuais. Para a região cinemática que será explorada nestes aceleradores (RHIC  $\rightarrow 200 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 500 \text{ GeV}$ , LHC  $\rightarrow 5.5 \text{ TeV} < \sqrt{s} < 8.8 \text{ TeV}$ ) obter-se-á dados que estarão em regiões cinemáticas onde efeitos perturbativos são dominantes na descrição dos resultados experimentais, tal que apenas o ajuste das condições iniciais das equações de evolução não será suficiente.

As equações de evolução DGLAP, utilizadas como padrão para a descrição dos dados, não consideram diagramas de recombinação de pártons. Para regiões de altas densidades partônicas, grandes energias, os efeitos de recombinação são fundamentais para restaurar a unitariedade da seção de choque e uma descrição dos efeitos de alta densidade [72].

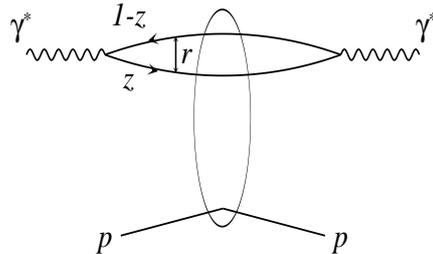
Com o objetivo de introduzir efeitos de alta densidade nas evoluções partônicas, apresentamos o modelo de múltiplos espalhamentos de Glauber, generalizado para interações partônicas, obtendo uma descrição dos efeitos de sombreamento no núcleo e ainda apresentamos o modelo eikonal que restaura a unitariedade da seção de choque.

A colisão de íons pesados será muito explorada nos aceleradores RHIC e LHC. Portanto, utilizamos o processo DY com o objetivo de investigar os efeitos de unitariedade em processos  $pp$  e os efeitos de alta densidade em processo  $pA$  e  $AA$ , nos próximos capítulos.

## 2.1 Descrição de Processos no Referencial de Repouso do Alvo

A seção de choque é um invariante de Lorentz, no entanto, a descrição partônica de cada processo pode depender do sistema de referência, portanto, um mesmo processo, pode ser analisado de formas diferentes em referenciais diferentes. Nesta seção, apresentamos a descrição do processo DIS no referencial de repouso do alvo, uma vez que o formalismo de Glauber, apresentado neste capítulo é definido neste referencial.

No caso do processo DIS no referencial de repouso, o próton ou núcleo alvo, está em repouso e a interação se dá através da emissão de um dipolo de cor pelo fóton virtual.



**Fig. 2.1:** *Processo DIS no referencial de repouso do alvo.*

Como veremos, essa descrição permite analisar de forma intuitiva os efeitos de sombreamento. Este tratamento foi proposto por Gribov [73].

Para pequenos valores da variável de Bjorken  $x$ , o fóton virtual flutua em um par  $q\bar{q}$  (dipolo) a uma grande distância do alvo. Neste limite, o par interage durante um curto intervalo de tempo com o alvo e sua separação transversal é constante. Tal descrição está

apresentada na Fig. (2.1). Configurações mais complexas também contribuem para o processo, por exemplo, para grandes tamanhos transversos, o fóton virtual pode flutuar em  $q\bar{q} + \text{Gluon}$ . Como o tempo de vida do par  $q\bar{q}$  é maior do que o tempo de interação, supõe-se a fatorização da seção de choque total  $\gamma^*p$  na função de onda do fóton e na seção de choque dipolo-próton. Através da relação de incerteza podemos estimar o tempo de vida da flutuação  $q\bar{q}$ , conhecido como tempo de coerência  $l_c$ ,

$$l_c \approx \frac{1}{2m_N x}, \quad (2.1)$$

de tal forma que, para grandes tempos de coerência (pequeno  $x$ ), a distância entre o par se mantém fixa. Nesse caso podemos descrever a seção de choque  $\gamma^*p$  a partir da fatorização da função de onda do fóton e da seção de choque de dipolo. Analiticamente temos,

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz |\Psi_{T,L}^{q\bar{q}}(z, \mathbf{r})|^2 \sigma^{dipolo}(x, z, \mathbf{r}). \quad (2.2)$$

A formulação acima é válida além da teoria de perturbações, uma vez que ela é determinada a partir da estrutura de espaço-tempo do processo. Identificamos  $\Psi_{T,L}^{q\bar{q}}$  como a componente da função de onda do fóton que descreve a configuração do par  $q\bar{q}$ .  $z$  e  $1-z$  são as frações do momentum do fóton portada pelo quark e antiquark do par, respectivamente. Os índices  $T, L$  referem-se respectivamente à contribuições transversa e longitudinal. As funções de onda são calculadas perturbativamente através da QED para a configuração  $q\bar{q}$  e através da QCD para a configuração  $q\bar{q} + \text{Glúon}$ . As expressões para as funções de onda são bem determinadas, e para a configuração  $q\bar{q}$  são dadas por [74],

$$|\Psi_T^{q\bar{q}}|^2(z, \mathbf{r}) = \frac{6\alpha_{em}}{4\pi} \sum_i^{n_f} e_i^2 \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \eta^2 K_1^2(\eta r) + m_q^2 K_0^2(\eta r) \right\} \quad (2.3)$$

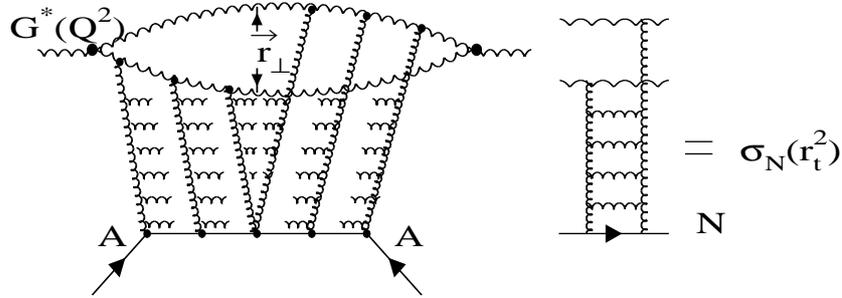
e

$$|\Psi_L^{q\bar{q}}|^2(z, \mathbf{r}) = \frac{6\alpha_{em}}{4\pi} \sum_i^{n_f} e_i^2 \left\{ 4Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\eta r) \right\}. \quad (2.4)$$

Onde  $\eta = z(1-z)Q^2 + m_q^2$ ,  $m_q$  representa a massa dos quarks leves e  $K_0$  e  $K_1$  são as funções modificadas de Bessel de segunda classe e de ordem zero e um, respectivamente.

A quantidade  $\sigma^{dipolo}$  é a seção de choque do dipolo efetivo  $q\bar{q}$ , com separação transversa  $r$  fixa, interagindo com o alvo. A inclusão de estados de mais alta ordem do espaço de Fock do fóton (estados  $|q\bar{q}g_1\dots g_n\rangle$ ) corresponde à troca de um diagrama escada entre o par  $q\bar{q}$  e o nucleon.

## 2.2 O formalismo de Glauber na QCD



**Fig. 2.2:** A estrutura da cascata partônica de acordo com a fórmula de Glauber, para o caso nuclear e considerando o espalhamento por um nucleon.

O modelo de Glauber na QCD perturbativa foi inicialmente proposto por Levin e Ryskin para descrever a dissociação difrativa de estados hadrônicos sem cor em interações com o núcleo atômico [77]. Posteriormente, A. H. Mueller desenvolveu a abordagem de Glauber para estudar os efeitos de saturação das distribuições partônicas em um núcleo, considerando os nucleons dentro deste núcleo como sendo estados ligados de pares de quarks pesados [78].

O modelo de Glauber para interações partônicas, foi desenvolvido na Ref. [21, 22, 23], e permite obter as distribuições partônicas (quarks e glúons) no núcleo. Nesse formalismo, é feita a análise do processo de espalhamento onde uma partícula virtual de prova sem cor  $g^*$  espalha com um núcleo atômico, representado na Fig. (2.2). No sistema de repouso do alvo, esta partícula de prova decai em um par de glúons que interage com os nucleons no interior do núcleo. Os múltiplos espalhamentos do par  $gg$  dão origem às correções de sombreamento. Utilizando o resultado da descrição do DIS no referencial de repouso do alvo (Eq. (2.2)), podemos escrever a seção de choque de uma partícula virtual  $g^*$  com o núcleo, da forma,

$$\sigma_A^{g^*} = \int \frac{d^2\mathbf{r}}{\pi} \int_0^1 dz |\Psi^{g^*}(Q^2, \mathbf{r}, z)|^2 \sigma_A^{gg}, \quad (2.5)$$

onde  $\Psi^{g^*}(Q^2, \mathbf{r}, z)$  é a função de onda da partícula virtual  $g^*$ . Todo o formalismo é descrito na aproximação DLA, onde podemos considerar que a separação do par de glúons  $r_\perp$  não se modifica significativamente a medida que o par atravessa o meio nuclear. No limite de  $A \rightarrow \infty$ , os múltiplos espalhamentos do par  $gg$  podem ser descritos pela eikonização da seção de choque.

### 2.2.1 Os múltiplos espalhamentos de Glauber

A teoria de múltiplos espalhamentos de Glauber utiliza o método de deslocamento de fase para descrever os processos de altas energias onde a partícula de prova sofre sucessivos espalhamentos. Na interação de uma flutuação hadrônica na QCD com um núcleo atômico, ocorrem múltiplos espalhamentos coerentes. Tais espalhamentos interferem entre si e podem levar à redução da seção de choque do processo, de tal forma que  $\sigma^A < A\sigma^N$ .

No limite de altas energias, a onda incidente possui momentum  $\vec{k}$  muito maior do que o inverso do alcance da interação com os nucleons. Desta forma componentes da onda incidente com grande momentum angular são espalhadas. Portanto, podemos pensar que estes espalhamentos provocam um deslocamento de fase, o qual pode ser tratado como uma função contínua  $\chi(b)$  que depende do parâmetro de impacto  $b$ . A amplitude de espalhamento de um estado hadrônico por um nucleon pode então ser escrita da forma,

$$f_N(s, \vec{q}) = \frac{i}{2\pi} \int d^2b e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} \Gamma_N(\vec{b}), \quad (2.6)$$

sendo que esta amplitude está normalizada de tal forma que

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |f_N(s, \vec{q})|^2, \quad (2.7)$$

onde  $t = -q^2$  e está relacionada com a seção de choque total  $\sigma_{tot}$  pelo teorema ótico,

$$\sigma_{tot} = 4\pi \text{Im} f(s, 0). \quad (2.8)$$

Na Eq. (2.6),  $\Gamma_N(\vec{b})$  é a função perfil definida por

$$\Gamma_N(\vec{b}) = 1 - e^{i\chi(\vec{b})}. \quad (2.9)$$

Considerando que o sistema espalhado seja composto (núcleo), o modelo de Glauber supõe que os espalhamentos se dão preferencialmente na direção frontal e que a energia transferida em cada colisão é pequena [79, 80, 81]. Considerando colisões independentes, o deslocamento de fase total pode ser considerado como uma soma dos deslocamentos de fase produzidos em cada um dos múltiplos espalhamentos. Para um conjunto de nucleons com posições transversas  $\vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A$ , o deslocamento de fase total será dado por,

$$\chi_{tot}(\vec{b}, \vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A) = \sum_{j=1}^A \chi_j(\vec{b} - \vec{t}_j), \quad (2.10)$$

onde  $\chi_j$  corresponde ao  $j$ -ésimo nucleon. A função perfil para o processo nuclear fica

$$\begin{aligned} \Gamma_{tot}(\vec{b}, \vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A) &= 1 - e^{-i \sum_j \chi_j(\vec{b} - \vec{t}_j)}. \\ \Gamma_{tot}(\vec{b}, \vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A) &= 1 - \prod_{j=1}^A [1 - \Gamma_N(\vec{b} - \vec{t}_j)]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

No processo de espalhamento de um estado hadrônico com o núcleo atômico, supomos que o núcleo passe de um estado inicial  $|i\rangle$  para um estado final  $|f\rangle$ . Com base nesta condição e utilizando as definições apresentadas anteriormente, podemos escrever a amplitude de espalhamento para o processo de colisão de um estado hadrônico com o núcleo da seguinte forma,

$$F_{fi}(\vec{q}) = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \int \Psi_{fA}^*(\{\vec{r}_j\}) \Gamma_{tot}(\vec{b}, \vec{t}_1, \vec{t}_2, \dots, \vec{t}_A) \Psi_{iA}(\{\vec{r}_j\}) \delta(\sum_m \vec{r}_m/A) \prod_n d\vec{r}_n d^2b, \quad (2.12)$$

onde  $\Psi_f$  and  $\Psi_i$  representam as funções de onda no núcleo no estado final e inicial, respectivamente. As posições dos  $A$  nucleons que constituem o núcleo são definidas pelos vetores  $r_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, A$ , e chamamos  $t_j$  a projeção destes vetores no plano perpendicular ao momentum inicial do feixe, sobre o qual o vetor  $\vec{b}$  é integrado. A função de onda do núcleo é normalizada por

$$\int \Psi_A(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_A) \Psi_A^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_A) \prod_{j=1}^A d\vec{r}_j = 1 \quad (2.13)$$

Assume-se, para esta análise, que os estados ligados de nucleons podem ser descritos por meio de um modelo de partículas independentes, ou seja, desconsidera-se todos os efeitos de correlação entre os nucleons. Desta forma podemos considerar que  $A\rho(\vec{r})$  é a densidade total de nucleons, tal que podemos fazer a aproximação,

$$|\Psi_A(\{\vec{r}_j\})|^2 \delta(A^{-1} \sum_m \vec{r}_m) \approx \prod_{m=1}^A \rho(\vec{r}_m). \quad (2.14)$$

Substituindo-se a aproximação (2.14) em (2.12) e considerando que  $\rho(\vec{r})$  é normalizada a unidade, pode-se mostrar que todas as integrais em  $\vec{r}_m$  são equivalentes a uma única integração multiplicada  $A$  vezes. Usando o teorema ótico, podemos então escrever a seção de choque nuclear no modelo de Glauber da seguinte forma [21, 22]

$$\sigma_A = 2 \text{Re} \int d^2b \left\{ 1 - \left[ 1 - \int d\vec{r} \rho(\vec{r}) \Gamma_N(\vec{b} - \vec{t}) \right]^A \right\}. \quad (2.15)$$

Para grandes valores de  $A$ , o termo entre colchetes pode ser expresso da seguinte maneira,

$$\left[ 1 - \frac{A \int \rho(\vec{r}) \Gamma_N(\vec{b} - \vec{t}) d\vec{r}}{A} \right]^A \approx e^{i\chi_A}, \quad (2.16)$$

onde definimos a função deslocamento de fase efetiva para o processo nuclear,

$$\chi_A = iA \int \rho(\vec{r}) \Gamma_N(\vec{b} - \vec{t}) d\vec{r}. \quad (2.17)$$

A definição (2.17), apresenta uma forte dependência de  $\chi_A$  na distribuição transversa de nucleons e na função perfil. A dependência nas variáveis transversas está em  $\Gamma(\vec{b} - \vec{t})$  e

pode ser fatorada se consideramos um fator de forma que é definido por  $S_N(\vec{q})$ , onde  $\vec{q}$  é a variável conjugada a  $(\vec{b}-\vec{t})$ . O fator de forma contém toda a dependência em  $\vec{q}$  da interação do estado hadrônico com os nucleons, ou seja, fazendo uso da Eq. (2.6) podemos escrever,

$$f_N(\vec{q}) = f_N(0)S_N(\vec{q}). \quad (2.18)$$

Escrevendo-se a transformada inversa para o fator de forma obtemos,

$$S_N(\vec{b}) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\vec{q} e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} S_N(\vec{q}). \quad (2.19)$$

Desta forma podemos escrever a seção de choque total de um estado hadrônico com o núcleo atômico no modelo de Glauber da seguinte forma [21, 22],

$$\sigma_A = 2 \int \frac{d^2b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N S_A(\vec{b})}\}. \quad (2.20)$$

Tal resultado é bastante genérico, pois pode ser utilizado para descrever a interação de bárions e mésons vetoriais com o núcleo atômico, bem como flutuações hadrônicas de um fóton ou outra partícula virtual.

### 2.2.2 A seção de choque $\sigma_N^{gg}$

No formalismo de Glauber é necessário determinar a seção de choque do par  $gg$  com um nucleon. Para determinar tal seção de choque, consideramos um par  $q\bar{q}$  interagindo com o nucleon. A seção de choque de um par de glúons difere da seção de choque de um par  $q\bar{q}$  na interação com o nucleon apenas por um fator de cor tal que  $\sigma^{gg} = \frac{9}{4}\sigma^{q\bar{q}}$ .

O par  $gg$  ou  $q\bar{q}$  interage com o nucleon através de um diagrama escada. A seção de choque de um par de quarks com o nucleon foi inicialmente calculada na Ref. [77]. A seção de choque do espalhamento de um quark por um nucleon pode ser escrita em termos da função de glúon não integrada  $\phi(x, Q^2)$ . Esta função foi definida na dinâmica BFKL, discutida no capítulo 1. A expressão para a seção de choque do espalhamento do quark pelo nucleon é então,

$$\sigma(r_\perp) = \frac{8C_F}{N_c^2 - 1} \pi^2 \int \phi(x, k_\perp^2) \frac{\alpha_s(k_\perp^2)}{2\pi} \frac{d^2k_\perp}{k_\perp^2}, \quad (2.21)$$

onde  $k_\perp$  é o momentum transferido para o quark,  $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c$  e  $\phi = \partial x g(x, k_\perp^2)/\partial k_\perp^2$ . Podemos agora pensar na interação do par  $q\bar{q}$  com o nucleon, de tal forma que o glúon que transfere momentum  $k_\perp$  interage coerentemente com o par. Como o sistema  $q\bar{q}$  ao todo não tem cor, então a contribuição de cada uma das interações difere apenas por um sinal e por um fator exponencial que advêm da diferença de fase das funções de onda dos dois quarks.

Desta forma, podemos escrever a seção de choque do par  $q\bar{q}$  com um nucleon da seguinte forma,

$$\sigma_N^{q\bar{q}}(r_\perp) = \frac{16C_F}{N_c^2 - 1} \pi^2 \int \phi(x, k_\perp^2) \{1 - e^{i\vec{k}_\perp \cdot \vec{r}_\perp}\} \frac{\alpha_s(k_\perp^2)}{2\pi} \frac{d^2 k_\perp}{k_\perp^2}. \quad (2.22)$$

A integração acima converge para grandes valores de  $k_\perp^2$  desde que a função  $\phi(x, k_\perp^2)$  decresça mais lentamente que  $1/k_\perp^2$ . A integral pode ser calculada usando a definição da função de glúon não integrada e ainda utilizando as equações de evolução DGLAP para relacionar a função de glúons não integrada e a distribuição de glúons. Tomando-se o limite DLA da QCD perturbativa ( $\gamma_{gg} \ll 1$ ) podemos escrever a seção de choque do par de quarks com um nucleon, para um  $N_c = 3$ , da seguinte maneira,

$$\sigma_N^{q\bar{q}}(x, r_\perp) = \frac{\alpha_s(4/r_\perp^2)}{3} \pi^2 r_\perp^2 \left[ x g_N^{DGLAP} \left( x, \frac{4}{r_\perp^2} \right) \right]. \quad (2.23)$$

Desta forma podemos escrever a seção de choque do par de glúons  $gg$  interagindo com o nucleon, utilizando a relação apresentada no começo desta seção,

$$\sigma_N^{gg}(x, r_\perp) = \frac{3\alpha_s(4/r_\perp^2)}{4} \pi^2 r_\perp^2 \left[ x g_N^{DGLAP} \left( x, \frac{4}{r_\perp^2} \right) \right]. \quad (2.24)$$

## 2.3 A fórmula de Glauber-Mueller

Fazendo uso dos resultados obtidos, podemos retornar à expressão (2.5) para obter um resultado final para o formalismo de Glauber que descreve a interação da partícula de prova virtual  $g^*$  com o núcleo atômico. A seção de choque do dipolo  $gg$  interagindo com o núcleo, é dada pela expressão (2.20), portanto a seção de choque de par  $gg$  com o núcleo pode ser escrito da forma

$$\sigma_A^{gg} = 2 \int \frac{d^2 b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2} \sigma_N^{gg} S_A(\vec{b})}\}. \quad (2.25)$$

onde  $\sigma_N^{gg}$  representam a seção de choque do dipolo  $gg$  interagindo com o nucleon. Assim escrevemos a seção de choque de interação  $g^*$  com o núcleo atômico,

$$\sigma_A^{total} = 2 \int \frac{d^2 \mathbf{r}}{\pi} \int_0^1 dz |\Psi^{g^*}(Q^2, \mathbf{r}, z)|^2 \int \frac{d^2 b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2} \sigma_N^{gg} S_A(\vec{b})}\}. \quad (2.26)$$

Onde  $\Psi^{g^*}(Q^2, \mathbf{r}, z)$  representam a função de onda do glúon. Consideramos somente a contribuição da função de onda transversa, pois a contribuição a parte longitudinal é muito pequena, de tal forma que obtemos,

$$\sigma_A^{total} = 2 \int \frac{d^2 r_\perp}{\pi} \int_0^1 dz |\Psi^{g^*}(Q^2, r_\perp, z)|^2 \int \frac{d^2 b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2} \sigma_N^{gg} S_A(\vec{b})}\}. \quad (2.27)$$

Como a interação em questão é apenas relacionada com a carga de cor, esta carga de prova detecta o conteúdo total de glúons dentro do núcleo, ou seja,  $xg_A(x, Q^2)$ . A seção de choque total  $\sigma_A$  está relacionada com a distribuição de glúons no núcleo  $xg_A$  por

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_s} \sigma_A^{total}. \quad (2.28)$$

que pode ser tomada com a definição de  $xg_A(x, Q^2)$ . Substituindo-se a expressão (2.27), obtemos a expressão para a distribuição de glúons dada pelo modelo de Glauber,

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_s} 2 \int_0^1 dz \int \frac{d^2r_\perp}{\pi} \int \frac{d^2b}{\pi} |\Psi^{g^*}(Q^2, r_\perp, z)|^2 \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{gg}(x', Q^2)S_A(\vec{b})}\}, \quad (2.29)$$

onde  $x' = M^2/s$ . Para especificar a região de integração na fórmula de Glauber (2.29), consideramos a função de onda do glúon, que foi obtida na Ref. [21]. A principal contribuição para (2.29) vem da região cinemática tal que  $ar_\perp \ll 1$ . Nessa região, a função  $|\Psi^{g^*}(r_\perp, z)|^2$  pode ser simplificada por

$$|\Psi^{g^*}(r_\perp, z)|^2 = \frac{4\alpha_s}{Q^2 z(1-z)r_\perp^4}. \quad (2.30)$$

Onde esta expressão já considera a soma sobre as polarizações dos glúons. A condição  $ar_\perp \ll 1$  implica a desigualdade

$$z(1-z) < \frac{1}{Q^2 r_\perp^2} < \frac{1}{4}. \quad (2.31)$$

O limite superior vem do fato que  $z$  assumiria valores complexos se  $Q^2 r_\perp^2 > 4$ .

Analisando a conservação de momentum no vértice de emissão do par de glúons, obtemos

$$M^2 = \frac{k_\perp}{z(1-z)} \quad (2.32)$$

e

$$x' = \frac{M^2}{s} = \frac{k_\perp}{z(1-z)s}, \quad (2.33)$$

o que nos mostra que o integrando (2.29) é simétrico em relação à troca de  $z$  por  $1-z$ . Desta forma, a integração é dominada pela região onde um dos glúons porta a maior parte do momentum do par  $gg$ . Isto significa que  $z$  ou  $1-z$  é muito próximo de 1. Com estas condições, podemos limitar a integral sobre  $z$  a uma região de pequeno  $z$ ,  $1-z \approx 1$  e multiplicar o resultado por 2. Usando  $k_\perp^2 = 1/r_\perp^2$  e  $s = 2mQ_0$ , podemos mudar a integração em  $z$  para a variável  $x'$  que pode ser escrita como  $x' = 1/2zmQ_0r_\perp^2$ , portanto  $dz = -dx'/x'Q^2r_\perp^2$ . Como temos que  $M^2 < s$ , então a condição (2.31) é equivalente a  $x_{Bj} < x' < 1$ .

Fazendo uso da função de onda do glúon simplificada, dada na expressão (2.30), e utilizando a mudança de variável apresentada acima, obteve-se a fórmula de Glauber-Mueller[78],

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{4}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{4}{Q^2}}^\infty \frac{d^2 r_\perp}{\pi r_\perp^4} \int_0^\infty \frac{d^2 b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{gg}(x', Q^2)S_A(b^2)}\}. \quad (2.34)$$

Esta expressão foi obtida originalmente para as interações partônicas e provada na QCD por A. H. Mueller [78]. Entretanto, a obtenção da distribuição de glúons nuclear a partir do formalismo de Glauber foi obtida por A. L. Ayala, M.B. Gay Ducati e E. M. Levin [21, 23], e deu origem ao formalismo AGL que obtem uma equação de evolução que considera efeitos de alta densidade partônica (eAD) [21, 22, 83].

Para completar a descrição, consideramos o fator de forma, ou função perfil  $S_N$ . Esta função, contém toda a dependência da seção de choque total no parâmetro de impacto  $b$ . A função perfil está relacionada com a distribuição de nucleons dentro do núcleo ( $\rho$ ) e com a dependência da amplitude de espalhamento no momentum transferido  $\vec{q}$ . De maneira geral, a função perfil contém informações sobre a distribuição angular do espalhamento. Para o presente trabalho, utilizamos a função perfil Gaussiana, já utilizada nas referências [21, 22]. Neste caso, a função perfil tem a seguinte forma:

$$S_A = \frac{A}{\pi R_A^2} e^{-\frac{b^2}{R_A^2}}. \quad (2.35)$$

Nesta expressão  $R_A$  representa o raio do núcleo. Utilizando (2.35) pode-se efetuar a integração sobre o parâmetro de impacto e obter, para  $N_c = N_f = 3$ ,

$$xg_A(x, Q^2) = \frac{2R_A^2}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{1}{Q^2}}^{\frac{1}{Q_0^2}} \frac{dr_\perp^2}{r_\perp^4} \{C + \ln(\kappa_g(x', r_\perp^2)) + E_1(\kappa_g(x', r_\perp^2))\}, \quad (2.36)$$

onde  $C$  é a constante de Euler,  $E_1$  é a função exponencial integral e

$$\kappa_g(x', r_\perp^2) = \frac{3\alpha_s A \pi r_\perp^2}{2R_A^2} x' g_N^{DGLAP}(x', r_\perp^2). \quad (2.37)$$

O significado físico desta expressão pode ser melhor analisado a partir da forma diferencial da mesma,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 xg_A(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln Q^2} &= A \frac{N_c \alpha_s}{\pi} xg_N^{DGLAP}(x, Q^2) + \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=1} \frac{(-1)^k}{(k+1)(k+1)!} \frac{1}{(R_A^2 Q^2)^k} \\ &\times \left( \frac{\pi N_c A \alpha_s xg_N^{DGLAP}(x, Q^2)}{2} \right)^{k+1}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

O primeiro termo acima corresponde à equação de evolução usual DGLAP na aproximação DLA. O segundo termo é o que leva em conta as correções de sombreamento. Se tomamos

$k = 1$  no segundo termo veremos que este é análogo ao termo não linear da equação GLR [18].

Convém salientar que a fórmula de Glauber-Mueller (2.34) não é uma equação de evolução, ela é análoga à fórmula de Glauber para a interação da partícula de prova com o núcleo. A fórmula de Glauber-Mueller nos permite calcular as correções de sombreamento usando as soluções da equação de evolução DGLAP. Desta maneira, podemos utilizá-la como condição inicial para obter equações de evolução que levem em conta o sombreamento, assim como a equação GLR [18], que foi a primeira proposta para considerar efeitos de recombinação ou interação entre pártons.

Para obtermos a fórmula de Glauber-Mueller, fizemos algumas hipóteses que devem ser salientadas para uma melhor contextualização do resultado. Duas hipóteses são básicas para compreendermos o limite de validade da fórmula de Glauber-Mueller: a) a energia do par de glúons deve ser suficientemente grande para que estejamos numa região de pequeno  $x$ , que é a condição para termos uma descrição no sistema do processo no referencial de repouso do alvo; b) A fórmula de Mueller é válida na mesma região cinemática das equações DGLAP, portanto, na região onde  $\alpha_s \ln(1/r_\perp^2) \leq 1$ , com  $Q^2 \propto 1/r_\perp^2$ . Estas duas hipóteses indicam que a emissão de glúons deve ser descrita na aproximação de duplo logaritmo (DLA) da QCD perturbativa, ou seja, para cada diagrama de Feynman de ordem  $\alpha_s^n$ , devem ser extraídos apenas os termos que contribuem com um fator da ordem de  $(\alpha_s \ln(1/x) \ln(Q^2/Q_0^2))^n$ .

Outra hipótese tomada para se obter a fórmula de Glauber-Mueller foi considerar apenas os pártons mais rápidos interagindo com o alvo, que é uma característica da abordagem de Glauber na QCD. Na fórmula, não são consideradas correlações entre diferentes nucleons dentro do núcleo atômico. Este é uma hipótese fundamental do modelo de Mueller, pois os espalhamentos são considerados independentes.

A fórmula de Glauber-Mueller, nos apresenta um efeito de sombreamento calculado perturbativamente. Se analisamos a equação (2.36), notamos que a integração em  $r_\perp$  tem um limite superior  $1/Q_0^2$ , o que indica que todo efeito de sombreamento calculado por tal equação está levando em conta apenas os efeitos perturbativos. Como já salientado, a fórmula de Glauber-Mueller (2.34) não é uma equação de evolução, ela descreve as correções de sombreamento à função de glúons nuclear  $xg_A(x, Q^2)$  calculada perturbativamente de acordo com a QCD.

Uma fórmula de Glauber similar, incluindo efeitos de múltiplos espalhamentos, pode ser obtida para a função de estrutura nuclear no processo DIS,  $F_2^A(x, Q^2)$ . Neste caso, o partícula de prova virtual, o fóton, decai em um par  $q\bar{q}$  que interage com o núcleo através de múltiplos espalhamentos, como a interação do par  $gg$ . Levando em conta  $N_f$  sabores de quarks e integrando a função de onda do par de quarks sobre  $z$ , utilizando a seção de choque para o dipolo  $q\bar{q}$  e ainda a função perfil Gaussiana e integrando sobre o parâmetro

de impacto, obtemos a fórmula de Glauber-Mueller para  $F_2^A(x, Q^2)$  [21, 22, 23, 84],

$$F_2^A(x, Q^2) = \frac{R_A^2}{2\pi^2} \sum_1^{N_f} \varepsilon_f^2 \int_{\frac{1}{Q^2}}^{\frac{1}{Q_0^2}} \frac{dr_\perp^2}{r_\perp^4} \left\{ C + \ln(\kappa_q(x', r_\perp^2)) + E_1(\kappa_q(x', r_\perp^2)) \right\}, \quad (2.39)$$

onde  $\kappa_q = \frac{4}{9}\kappa_g$ .

Todas equações deduzidas acima, são correções às equações de evolução no limite de pequeno  $x$  (DLA). Para estimar as correções vamos utilizar a parametrização GRV [37], que fornece as distribuições partônicas do nucleon, baseando-se nas equações de evolução DGLAP, e foi devidamente apresentada no capítulo 1.

## 2.4 Vínculos de unitariedade no DIS

Nesta seção vamos apresentar um modelo de Glauber (ou eikonal) para obter as distribuições partônicas no nucleon, considerando correções de unitariedade. Para considerar o vínculo de unitariedade, vamos partir da análise da seção de choque de uma partícula virtual  $g^*$  com o nucleon, similar ao formalismo de Glauber. Na descrição espaço-temporal a seção de choque de absorção da partícula virtual  $g^*$  se dá através da interação da flutuação  $gg$  com o nucleon, e pode ser dada por

$$\sigma(g^*) = \int_0^1 dz \int \frac{d^2 r_\perp}{\pi} \int \frac{d^2 b}{\pi} |\Psi^{g^*}(Q^2, r_\perp, z)|^2 \sigma_{tot}(gg + nucleon) \quad (2.40)$$

onde as grandezas que aparecem na equação acima já foram definidas e verificamos que estamos tratando somente com a componente transversa para a seção de choque, pois é a contribuição dominante. Para considerar o limite de unitariedade, vamos escrever a seção de choque  $\sigma_{tot}(x, r_\perp)$  de acordo com o teorema ótico na forma

$$\sigma_{tot}(x, r_\perp) = 2 \int d^2 b \text{Im} \mathcal{A}(x, r_\perp, b), \quad (2.41)$$

onde  $\mathcal{A}$  é a amplitude elástica, para a qual temos o vínculo de unitariedade. Podemos representar a parte imaginária da amplitude  $\mathcal{A}$  da seguinte forma,

$$2 \text{Im} \mathcal{A}(x, r_\perp, b) = |\mathcal{A}(x, r_\perp, b)|^2 + G_{in}(x, r_\perp, b), \quad (2.42)$$

onde  $G_{in}(x, r_\perp, b)$  representa a contribuição dos processos inelásticos. A equação (2.42) possui uma solução simples, supondo que a parte real da amplitude de espalhamento vai a zero no limite de alta energia ( $x \rightarrow 0$ ). Esta solução é

$$\mathcal{A}(x, r_\perp, b) = i \{ 1 - e^{-\frac{1}{2}\Omega(x, r_\perp, b)} \} \quad (2.43)$$

$$G_{in}(x, r_\perp, b) = 1 - e^{-\Omega(x, r_\perp, b)}. \quad (2.44)$$

Nesta equação, introduzimos a função opacidade  $\Omega$ , que possui a seguinte interpretação física:  $e^{-\Omega}$  representa a probabilidade do par  $gg$  não sofrer espalhamentos inelásticos ao interagir com o alvo. A partir deste resultado pode-se estabelecer o limite para o crescimento da seção de choque total. Tal limite nos diz que a seção de choque total de um determinado processo não pode crescer mais rapidamente que

$$\sigma_{tot} < cte \ln^2 s, \quad (2.45)$$

sendo este o limite de Froissart [82].

Para construir o modelo eikonal, vamos considerar a região de grande  $Q^2$ , onde espera-se  $\Omega \ll 1$ . A dependência fatorada da mesma forma apresentada na descrição do modelo de Glauber para interações partônicas no núcleo, portanto,  $\Omega(x, r_\perp, b) = \tilde{\Omega}(x, r_\perp)S(b)$ . A função  $S(b)$  tem o mesmo papel da função perfil no formalismo nuclear, e por simplicidade de cálculo, consideramos a forma Gaussiana.

Desenvolvendo a relação (2.44) em série de potências de  $\Omega$  e substituindo na equação (2.41), e ainda usando a expressão (2.40), pode-se obter que

$$\tilde{\Omega}(x, r_\perp) = \sigma_N^{gg}(x, r_\perp) = \frac{3\pi^2\alpha_s}{4} r_\perp^2 xg(x, \frac{4}{r_\perp^2}). \quad (2.46)$$

Para obter a abordagem de Glauber supomos que a fatorização da dependência seja válida para toda região cinemática, mesmo quando  $\Omega > 1$ .

Utilizamos a fatorização da dependência em  $b$ , substituímos a relação (2.46) em (2.40). Usando as expressões para a função de onda  $\Psi^{g^*}$  da seção anterior, obtemos a fórmula de Glauber para a função de glúon no nucleon [22, 23],

$$xg(x, Q^2) = \frac{4}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{4}{Q^2}}^\infty \frac{d^2 r_\perp}{\pi r_\perp^4} \int_0^\infty \frac{d^2 b}{\pi} \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{gg}(x', Q^2)S_A(b^2)}\}. \quad (2.47)$$

O primeiro termo da expansão desta expressão em série de potências de  $\sigma_N^{gg}$ , fornece a equação DGLAP na região de  $x$  pequeno, no limite DLA. Considerando a parametrização Gaussiana para a função perfil, ou seja, a expressão (2.35), com a substituição  $R_A \rightarrow R$ , onde  $R$  refere-se ao nucleon, obtem-se,

$$xg(x, Q^2) = \frac{2R^2}{\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{1}{Q^2}}^{\frac{1}{Q_0^2}} \frac{dr_\perp^2}{r_\perp^4} \{C + \ln(\kappa_g(x', r_\perp^2)) + E_1(\kappa_g(x', r_\perp^2))\}, \quad (2.48)$$

analogamente ao resultado obtido quando consideramos o modelo de Glauber-Mueller para interações partônicas no núcleo atômico. Contudo, a equação (2.48) permite estabelecer uma estimativa para as correções de unitariedade sobre as distribuições de glúon no nucleon.

O valor de  $R$  é determinado a partir dos experimentos. Para o caso do nucleon, verificou-se na Ref. [97] que  $R \approx 5 \text{ GeV}^{-1}$  produz uma melhor descrição dos dados para a função de

estrutura no DIS  $F_2$  e sua derivada. Para o caso do núcleo, este valor deve ser determinado a partir dos experimentos.

Na próxima seção utilizaremos o formalismo de Glauber para descrever as correções de unitariedade às distribuições partônicas do nucleon e ainda para descrever os efeitos de alta densidade nas distribuições partônicas do núcleo.

## 2.5 Efeitos de alta densidade nas distribuições partônicas

O rápido crescimento das distribuições partônicas predito pelas equações de evolução DGLAP e BFKL determina que algum efeito surja estabelecendo um limite para crescimento destas distribuições. Para a seção de choque  $\sigma(\gamma^*N)$  este limite é dado por  $\sigma(\gamma^*N) \leq \pi R_N^2$ . O formalismo de Glauber e Mueller, desenvolvido nas seções anteriores é aqui utilizado com a finalidade de restaurar a unitariedade, para as distribuições partônicas do nucleon e ainda descrever os efeitos de alta densidade nas distribuições partônicas do núcleo.

Considerando processos de espalhamento com sistemas nucleares, alguns efeitos devido a presença do meio nuclear aparecem nas funções de distribuição partônica nuclear. Tais efeitos foram devidamente caracterizados e apresentados no Capítulo 1. Para obter distribuições partônicas para o núcleo atômico com efeitos de alta densidade, utilizamos o formalismo de Glauber-Mueller para o núcleo atômico.

### 2.5.1 Efeitos de unitariedade na parametrização para o nucleon

Empregando o resultado obtido pelo formalismo de Glauber para as correções de unitariedade, pode-se obter uma parametrização partônica, para o nucleon, com validade em toda a região cinemática, não somente no limite DLA. Pode-se analisar o comportamento do limite DLA da QCD perturbativa, uma vez que este limite foi usado na derivação da fórmula de Mueller. Pode-se fazer isto considerando o limite de pequeno  $x$  das equações de evolução DGLAP, o qual toma a forma [22],

$$\frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln Q^2} = \frac{N_c \alpha_s}{\pi} xg(x, Q^2). \quad (2.49)$$

Para estimar o comportamento no limite DLA precisamos de uma parametrização para a distribuição de glúons no nucleon. Usamos a parametrização GRV94 [37] para obter esta distribuição. O uso de GRV94 tem algumas razões simples: (i) A virtualidade inicial da

evolução DGLAP realizada nesta parametrização é pequena ( $Q_0^2 \approx 0.25 \text{ GeV}^2$ ), tal que as contribuições de grande distâncias do dipolo na fórmula de Mueller podem ser calculadas com algum suporte experimental; (ii) nesta parametrização a contribuição essencial vem da região onde  $\alpha_s \ln Q^2 \approx 1$  e  $\alpha_s \ln(1/x) \approx 1$ . Isto nos permite usar a aproximação DLA da QCD perturbativa, onde a fórmula de Mueller é deduzida [78]; (iii) a parametrização GRV faz uso das equações de evolução DGLAP, porém nenhum efeito de saturação nas distribuições de entrada (condições iniciais da evolução DGLAP) é considerado, pois os dados experimentais utilizados não estão numa região de  $x$  muito pequeno.

Para investigar o limite DLA, foi analisado nas Refs. [22, 23] o comportamento da razão,

$$\frac{\langle \alpha_s \rangle^{GRV}}{\alpha_s} = \frac{\frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln Q^2}}{\frac{N_c \alpha_s}{\pi} xg(x, Q^2)}. \quad (2.50)$$

Esta razão seria igual a 1 se o limite DLA fosse válido, contudo verificou-se que o valor da razão tendia a  $1/2$  na região de muito pequeno  $x$  e grande  $Q^2$  [22].

Utilizando a parametrização GRV, verificou-se que o limite DLA, dado pelas equações DGLAP, não é bem descrito para as distribuições de glúons para as presentes energias. Com a finalidade de desenvolver um formalismo que seja válido em toda a região cinemática e ainda com um limite DLA correto para a distribuição de glúons, foi proposto uma modificação na expressão da distribuição de glúons. A Eq. (2.36) foi obtida no limite DLA. O termo de Born da expressão (2.36) representa a evolução DGLAP no limite DLA. Portanto, podemos substituir o limite DLA da evolução DGLAP e ainda considerar correções de unitariedade à distribuição de glúons realizando o seguinte procedimento [21, 22, 23],

$$\begin{aligned} xg(x, Q^2) &= xg(x, Q^2) [Eq.(2.36)] + xg^{DGLAP}(x, Q^2) \\ &\quad - \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dQ'^2}{Q'^2} x' g^{DGLAP}(x', Q'^2). \end{aligned} \quad (2.51)$$

Esta equação inclui  $xg^{DGLAP}(x, Q_0^2)$  como condição inicial para a distribuição de glúons e dá  $xg^{DGLAP}(x, Q^2)$  como o primeiro termo da expansão com relação a  $\kappa_g$ . Fornece uma distribuição de glúons que é calculada utilizando as equações de evolução DGLAP, corrigidas por efeitos de unitariedade na região de pequeno  $x$ . O último termo da Eq. (2.51) representa o termo de Born da fórmula de Mueller e descreve a evolução DGLAP no limite DLA, e é subtraído para evitar uma dupla contagem de termos de Born, e ainda uma correta descrição do limite DLA, pois este limite passa a ser descrito pelo resultado obtido no limite DLA dado pela Eq. (2.48).

Foi sugerido [22] um procedimento similar para se descrever as correções de unitariedade para a função de estrutura  $F_2$ , tal que podemos escrever o seguinte resultado [22, 23],

$$F_2(x, Q^2) = F_2(x, Q^2)[Eq.(2.39)] - F_2[Born] + F_2[DGLAP], \quad (2.52)$$

onde o termo de Born é dado por,

$$F_2^{Born}(x, Q^2) = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{N_f} \alpha_s \varepsilon_f^2 \int_{\ln Q_0^2}^{\ln Q^2} \frac{2}{3} d(\ln Q'^2) x g^{DGLAP}(x, Q'^2). \quad (2.53)$$

onde a equação acima possui as mesmas características evidenciadas para a distribuição de glúons.

No capítulo 3 analisaremos o processo Drell-Yan no referencial de repouso do alvo e faremos uso da distribuição de glúons corrigida por efeitos de unitariedade, para obter uma predição para a seção de choque do processo DY em colisões  $pp$ . Então, a Eq. (2.51) é utilizada como a nossa distribuição de glúons e é denominada de distribuição dada pelo formalismo de Glauber-Mueller. Na próxima seção analisamos os efeitos de alta densidade dados pela fórmula de Mueller, para se obter uma distribuição partônica nuclear com tais efeitos.

### 2.5.2 Efeitos de alta densidade na parametrização para o núcleo

É esperado que os efeitos de alta densidade em núcleos [8, 9, 21, 85] tenham uma grande influência na determinação dos resultados de colisões de íons pesados. Nosso interesse maior está em estudar a região de pequeno  $x$ , ou seja, estamos interessados nos efeitos de alta densidade. No processo DIS o sombreamento é o resultado da superposição das nuvens de pártons de distintos nucleons ligados no núcleo, na direção longitudinal, num sistema onde o núcleo está muito rápido [18]. Este fenômeno é significativo somente para pequeno  $x$ . Tais efeitos poderiam criar muito mais densidade partônica nuclear do que em um nucleon livre. Contudo, provocam um aumento nos efeitos não lineares esperados na QCD para pequeno  $x$  [18, 76], tal que estes efeitos podem reduzir a distribuição partônica nuclear.

As equações de evolução DGLAP prevêm um rápido crescimento na distribuição de glúons na região de muito pequeno  $x$ . Estas equações não descrevem efeitos de alta densidade, pois foram derivadas a partir de processos de emissão de pártons. Entretanto, dados experimentais referentes a processos de espalhamento com sistemas nucleares, podem ser descritos considerando-se apenas o ajuste das condições iniciais da evolução DGLAP. Este procedimento foi proposto por Eskola, Kolhinen, Salgado (EKS), [8] para a obtenção de uma parametrização nuclear. Contudo, esta parametrização não é uma boa aproximação para a região de muito pequeno  $x$  e grande  $Q^2$ , uma vez que não considera a interação e recombinação entre pártons. A boa descrição dos dados, a partir do ajuste das condições iniciais, indica que os efeitos nucleares observados nos presentes experimentos, são basicamente efeitos não-perturbativos. Os dados existentes para a região de sombreamento, são para pequenos valores de  $Q^2$ , portanto não-perturbativos. Os efeitos de alta densidade (recombinação e

interação partônica) calculados a partir da fórmula de Glauber-Mueller são considerados efeitos puramente perturbativos, uma vez que o limite na integração em  $r_\perp$ ,  $1/Q_0^2$ , limita o intervalo de validade do formalismo na região perturbativa.

Nesta seção descrevemos uma generalização à parametrização EKS, com a finalidade de incluir nesta parametrização efeitos de alta densidade dados pelo formalismo de Glauber-Mueller. Para este desenvolvimento apresentamos as principais características da parametrização.

### Parametrização EKS

A parametrização EKS [8, 9] realiza um ajuste global aos dados de experimento com alvo fixo, utilizando a evolução DGLAP, ou seja, considera a dinâmica de emissão partônica sem considerar efeitos de recombinação. As condições iniciais são ajustadas para descrever os dados de processos DIS em colisões  $lA$  e processos DY em colisões  $pA$ . O seguinte procedimento para determinar os efeitos nucleares nas distribuições partônicas é realizado: primeiramente determina-se a partir dos experimentos uma distribuição a uma certa escala inicial  $Q_0^2$  (a escolha da distribuição de entrada, em princípio, determina o efeito nuclear, pois o valor de  $x$  é fixo, uma vez que as equações DGLAP evoluem na variável  $Q^2$ ). Os resultados experimentais utilizados pela parametrização EKS, para a região de pequeno  $x$  ( $x < 10^{-2}$ ), estão numa região de pequeno  $Q^2$ , portanto numa região não-perturbativa.

Podemos esquematizar o procedimento realizado pela parametrização EKS:

1. Baseado nos resultados experimentais para o processo DIS, determinam um valor para a razão  $R_{F_2}^A(x, Q_0^2) = F_2^A/F_2^N$ .
2. A razão  $R_{F_2}^A(x, Q_0^2)$  é decomposta em parte de valência  $R_V^A(x, Q_0^2)$  e mar  $R_S^A(x, Q_0^2)$ , vinculando a razão  $R_V^A(x, Q_0^2)$  com a conservação do número bariônico, da forma

$$\int_0^1 dx [u_V(x, Q_0^2) + d_V(x, Q_0^2)] R_V^A(x, Q_0^2) = \int_0^1 dx [u_V(x, Q_0^2) + d_V(x, Q_0^2)] = 3. \quad (2.54)$$

3. A razão para distribuição de glúons  $R_g^A(x, Q_0^2)$  é vinculada a partir da conservação de momentum, definindo

$$R_g^A(x, Q^2) = G_A(x, Q^2)/G_N(x, Q^2) \quad (2.55)$$

portanto exige-se que,

$$1 = \int_0^1 dx x \left\{ G_N(x, Q_0^2) R_g^A(x, Q_0^2) + [u_V(x, Q_0^2) + d_V(x, Q_0^2)] R_V^A(x, Q_0^2) + 2[\bar{u}(x, Q_0^2) + \bar{d}(x, Q_0^2) + s(x, Q_0^2)] R_S^A(x, Q_0^2) \right\}. \quad (2.56)$$

Contudo, somente o vínculo de conservação de momentum não determina a razão  $R_g^A$ . Uma condição inicial vincula a razão para glúons da seguinte maneira, para valores de  $x$  muito pequenos, podemos aproximar  $R_g^A(x, Q_0^2) \approx R_{F_2}^A(x, Q_0^2)$ . Esta aproximação pode ser considerada para todos os valores de  $x$ , contudo verifica-se que para grandes núcleos ( $A = 208$ ) alguma quantidade de momentum é perdida. Portanto, a conservação de momentum exige que um grande anti-sombreamento ocorra na distribuição de glúons. A parametrização EKS espera efeitos similares às distribuições de quarks, ocorram na distribuição de glúons para grande  $x$ .

4. Toda a dependência na variável  $x$  e no número de nucleons no núcleo está parametrizada em funções divididas por regiões em que os efeitos nucleares ocorrem.
5. A evolução DGLAP das distribuições partônicas nucleares é efetuada levando em conta os vínculos de conservação de momentum e número bariônico.
6. A partir dos resultados experimentais para o processo DY determinam as razões  $R_S^A(x, Q_0^2)$  e  $R_V^A(x, Q_0^2)$ , para uma distinta região no plano  $x$ - $Q^2$ .

Com este procedimento a parametrização EKS obtém uma razão para as distribuições partônicas que depende do número de nucleons  $A$ , de  $Q^2$  e  $x$ , impondo conservação de número bariônico e conservação de momentum.

### Descrição generalizada dos efeitos nucleares

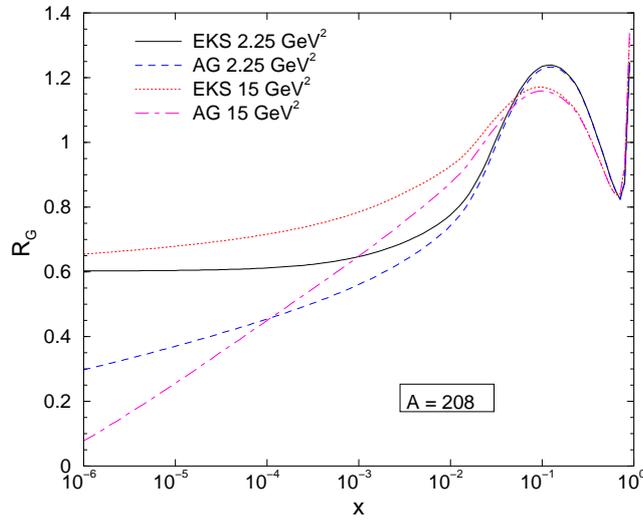
A parametrização EKS descreve os dados para alvo nuclear fixo através da evolução DGLAP com condições iniciais devidamente ajustadas. Os resultados experimentais para a região de pequeno  $x$  estão numa região não-perturbativa, portanto, espera-se que nesta região de pequeno  $x$  efeitos de alta densidade de pártons não estejam sendo considerados pelo ajuste nas condições iniciais da parametrização EKS. Por outro lado, no formalismo Glauber-Mueller, os efeitos de alta densidade são importantes para região cinemática onde  $x < 10^{-2}$  e  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^{-2}$ , portanto descrevendo efeitos perturbativos. Então, a parametrização EKS, não está incluindo, pelo menos dentro dos limites estabelecidos no formalismo Glauber-Mueller, efeitos perturbativos de alta densidade.

Na tentativa de obter uma parametrização que leve em conta os efeitos nucleares não-perturbativos, analisado pela parametrização EKS e ainda efeitos perturbativo de alta densidade de pártons, foi proposto por Ayala, A. L. e Gonçalves, V. P. [84] uma modificação da distribuição de glúons, dada pela fórmula de Glauber-Mueller da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 xg_A(x, Q^2) &= (1/A)xg_A(x, Q^2) [Eq.(2.36)] + xg_A^{EKS}(x, Q^2) \\
 &\quad - \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dQ'^2}{Q'^2} x' g^{DGLAP}(x', Q'^2),
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

onde  $xg_A^{EKS}(x, Q^2) = R_g^A \times xg_N(x, Q^2)$ . Com relação ao raio nuclear  $R_A$  utilizou-se a parametrização  $R_A^2 = \frac{2}{5}(6.6 A^{1/3})^2$ , utilizada na Ref. [21] no formalismo de Glauber-Mueller para obtenção das distribuições partônicas no núcleo. De forma semelhante aos resultados obtidos na Ref. [21], este procedimento é equivalente a substituir o núcleo da evolução DGLAP no limite DLA pelo núcleo completo desta evolução. Além disso, por incluir a parametrização EKS no termo de Born, estão sendo descritos os dados de experimentos nucleares com alvo fixo. Entretanto, a separação entre regiões perturbativas e não-perturbativas não é definida com exatidão, então podemos em algum ponto estar considerando uma superposição de efeitos descritos pela parametrização EKS e pela AG.

A partir desse procedimento, obtemos uma distribuição de glúons com efeitos nucleares que leva em consideração efeitos de sombreamento calculados através da QCD perturbativa. Podemos analisar o comportamento da razão e comparar as previsões da parametrização EKS e da descrição generalizada AG.



**Fig. 2.3:** Razão para distribuição de glúons nuclear/nucleon, comparando parametrização EKS [8, 9] com a descrição generalizada AG [84] para diferentes valores de  $Q^2$ .

Na Fig. (2.3) apresentamos o comportamento da razão  $R_g^A = \frac{xg_A^A}{xg_N^A}$  para dois valores de virtualidade ( $Q^2 = 2.25$  e  $15 \text{ GeV}^2$ ). Os resultados obtidos na Ref. [84] são chamados aqui

de AG, por simplicidade. Podemos verificar que, para uma região de  $x \geq 10^{-2}$ , não existe diferença significativa entre os formalismos. Porém, para uma região de muito pequeno valor de  $x$  a diferença torna-se significativa, devido aos efeitos de alta densidade levados em conta na parametrização AG. A idéia central deste procedimento é de substituir o limite DLA das predições realizadas com as equações de evolução DGLAP, e ainda considerar os efeitos de alta densidade. Contudo, o ponto fundamental desta descrição é considerar além de efeitos não-perturbativos incluídos pela parametrização EKS, os efeitos de alta densidade calculados pela QCD perturbativa através do formalismo de Glauber-Mueller.

Um procedimento similar pode ser realizado a fim de obter a função de estrutura nuclear para o processo DIS  $F_2^A$ , tal que podemos escrever [84],

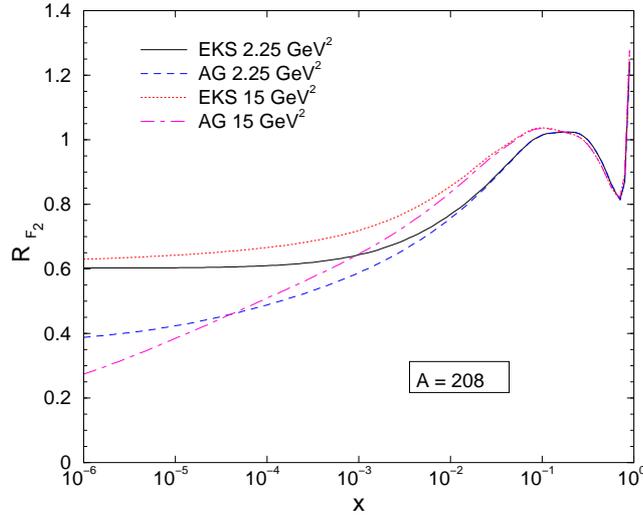
$$F_2^A(x, Q^2) = (1/A)F_2^A(x, Q^2)[Eq.(2.39)] + F_2^A(x, Q^2)[EKS] - F_2^A(x, Q^2)[Eq.(2.53)], \quad (2.58)$$

O comportamento da razão para a função de estrutura nuclear/nucleon é apresentado na Fig. (2.4). O comportamento é similar à razão para distribuição de glúons, porém temos menos anti-sombreamento para a função de estrutura. A parametrização EKS considera um comportamento para a razão  $R_g$  similar a razão  $R_{F_2^A}$ , contudo não temos resultados experimentais que permitam determinar a distribuição de glúons na região de  $x$  intermediário e grande. Pela conservação de momentum, um maior anti-sombreamento é imposto para a distribuição de glúons na parametrização EKS. Para a função de estrutura, temos dados para  $x$  intermediário e grande, portanto, o anti-sombreamento na função de estrutura está baseado em experimentos.

O formalismo EKS inclui a conservação de momentum. Esta propriedade é violada considerando os efeitos de alta densidade dados pela equação de Glauber-Mueller. Embora esta violação ocorra, a quantidade de momentum perdido na regra de soma de momentum é de aproximadamente 4% [84]. A preocupação neste trabalho, está em estudar a região de pequeno  $x$ . Qualquer regra adicional impondo conservação de momentum na generalização dos efeitos de alta densidade, refletiria num aumento do anti-sombreamento nas razões para glúons e função de estrutura. Portanto, para região de pequeno  $x$  esta violação não apresenta problemas.

Até o momento estamos tratando com a distribuição de glúons e com a função de estrutura nuclear, contudo, para realizar uma predição para a seção de choque do processo Drell-Yan precisamos na realidade de uma distribuição de quarks. Com a finalidade de obter esta distribuição assumimos as seguintes propriedades.

- O formalismo desenvolvido para descrever os efeitos de alta densidade da função de estrutura inclui a eikonalização da seção de choque do par  $q\bar{q}$  com o alvo. Este procedimento independe do sabor do quark.



**Fig. 2.4:** Razão para a função de estrutura nuclear/nucleon, comparando parametrização EKS [8, 9] com a descrição generalizada AG [84] para diferentes valores de  $Q^2$ .

- A dinâmica subjacente aos efeitos de alta densidade indica que as modificações às equações de evolução DGLAP não distingue o sabor dos quarks. Esta característica é consistente com a hipótese de mar simétrico ( $s = \bar{s} = u = d = \bar{u} = \bar{d} = q$ ). Com a consideração do mar simétrico e levando em conta somente três sabores, encontramos uma relação entre a função de estrutura e as distribuições de quarks da seguinte forma,

$$xq^A(x, Q^2) = \frac{3}{4}F_2^A(x, Q^2). \quad (2.59)$$

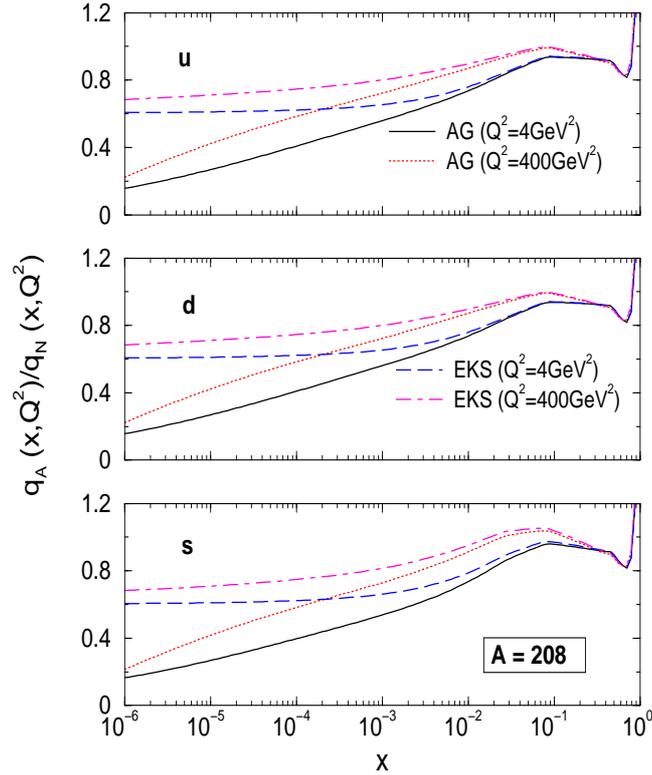
Embora a produção de quarks tipo  $s$  seja menor que a produção de quarks  $u$  e  $d$ , por este ter massa grande em comparação com os quarks  $u$  e  $d$ , consideramos a simetria, pois somente desta maneira obtemos uma distribuição de quarks a partir da função de estrutura. Este fato também está desconsiderando a assimetria  $\bar{u}/\bar{d}$ . A consideração de um mar simétrico não modifica significativamente o resultado da seção de choque total para o processo estudado neste trabalho (Drell-Yan), entretanto para outros observáveis (produção  $W^\pm$  por exemplo), esta consideração teria que ser tomada com reserva.

Com as condições expostas acima, podemos obter uma expressão para a distribuição de quarks no núcleo,

$$xq_{u,d,s}^A(x, Q^2) = \frac{3}{4A}F_2^A(x, Q^2)[\text{Eq.}(2.58)] + xq_{u,d,s}^A(x, Q^2)[\text{EKS}]$$

$$-\frac{3}{4A}F_2^A(x, Q^2)[Eq.(2.53)] \quad (2.60)$$

Esta descrição tem validade para os quarks do mar, que dominam na região de pequeno  $x$ . Desta forma obtemos a razão para as distribuições de quarks do mar  $R_{q_i}^A = \frac{q_i^A}{q_i^N}$ , que inclui efeitos de alta densidade na evolução dinâmica. Na Fig. (2.5) verificamos um



**Fig. 2.5:** Razão para as distribuições nuclear/nucleon de quarks do mar para diferentes valores de virtualidade.

comportamento semelhante ao da razão  $R_{F_2}$  para a razão das distribuições de quarks. Verificamos que os efeitos de alta densidade passam a ser significativos para valores de  $x < 10^{-3}$ . Notamos que a saturação imposta pela parametrização EKS para a região de pequeno  $x$  não mais ocorre considerando a parametrização AG. O comportamento é aproximadamente independente de sabor, pela consideração do mar simétrico.

Um fato significativo é que a parametrização EKS não considera efeitos de alta densidade no deutério, enquanto o modelo AG [84] descrito com base no formalismo AGL [21, 22] considera. Nos cálculos apresentados consideramos um núcleo de chumbo ( $A = 208$ ). Escolhemos este valor porque os futuros dados serão obtidos realizando colisões entre íons pesados de chumbo e ouro. A diferença entre os números de massa atômica do chumbo ( $A = 208$ )

e ouro ( $A = 197$ ) é relativamente pequena, então, não esperamos grandes modificações dos efeitos.

Para uma melhor compreensão do formalismo aqui desenvolvido, é importante salientar algumas aproximações e considerações realizadas, para obter a parametrização nuclear que leve em conta os efeitos de alta densidade.

- A parametrização EKS, descreve dados experimentais de alvos fixos nucleares. Os dados de pequeno  $x$ , estão numa região de pequena virtualidade  $Q^2$ , indicando que a parametrização EKS considera efeitos de sombreamento, em princípio, de origem não-perturbativa;
- Embora a região de separação entre as dinâmicas perturbativas e não-perturbativas não é bem determinada, porém, pensamos que para virtualidades  $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$  entramos numa região não-perturbativa;
- A parametrização EKS não está incluindo, no mínimo dentro do formalismo Glauber-Mueller, efeitos de sombreamento perturbativos (alta densidade);
- Os efeitos de alta densidade descritos pelo formalismo de Glauber-Mueller estão numa região perturbativa, pois são válidos para  $x < 10^{-2}$  e  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ ;
- Podemos ter uma região onde as duas parametrizações, EKS e AG, descrevam efeitos perturbativos portanto superestimando efeitos, pois para valores de  $x \approx 10^{-2}$  estamos numa região de dados perturbativos e de validade do formalismo de Glauber-Mueller;
- Para obter a distribuição de quarks consideramos o mar simétrico;
- O parâmetro  $R_A$  deve ser determinado a partir de resultados experimentais. O valor aqui utilizado está baseado em trabalhos anteriores, portanto, para uma melhor predição dos efeitos, é necessário determinar este parâmetro, utilizando a parametrização AG apresentada neste capítulo.

## 2.6 Conclusões

Neste capítulo apresentamos todo o formalismo para descrever os efeitos de alta densidade no núcleo e ainda as correções de unitariedade nas distribuições partônicas do nucleon.

A interpretação do processo de espalhamento profundamente inelástico no referencial de repouso do alvo foi apresentada, com a finalidade de generalizar esta interpretação para um partícula de prova  $g^*$ . O modelo de Glauber na QCD foi apresentado, considerando

múltiplos espalhamentos de Glauber e obtendo a fórmula de Glauber-Mueller, que considera efeitos de alta densidade nas evoluções partônicas do núcleo. Um estudo dos efeitos de unitariedade foi apresentado e verificamos que o resultado para a distribuição de glúons no nucleon é idêntico ao resultado encontrado para a distribuição de glúons no núcleo, dado pelo formalismo de Glauber-Mueller. A diferença na expressão da distribuição de glúons reside na substituição de  $R \rightarrow R_A = \sqrt{\frac{2}{5}}6.6A^{1/3}$  referente ao raio do nucleon.

Uma forma de melhor descrever o limite DLA das equações de evolução DGLAP foi apresentada, bem como uma parametrização para a distribuição partônica no nucleon, considerando efeitos de unitariedade.

Os efeitos de alta densidade dados pela equação de Glauber-Mueller foram incrementados à parametrização nuclear EKS. Esta parametrização não considera efeitos de alta densidade em sua dinâmica partônica, pois utiliza as equações de evolução DGLAP. A generalização dos efeitos de alta densidade mostraram que tais efeitos são de extrema importância na descrição dos observáveis futuros, uma vez que obtivemos grande diferença dos resultados da parametrização EKS, para pequenos valores de  $x$ .

Precisamos agora determinar um observável para se analisar os efeitos aqui apresentados. Com este objetivo, nos próximos capítulos estudamos o processo Drell-Yan. No próximo capítulo, a seção de choque diferencial para este processo será utilizada como o observável para analisar as correções de unitariedade para processo de colisão  $pp$ , contudo, vamos analisar o processo no referencial de repouso do alvo, para verificar a invariância dos observáveis, bem como das correções de unitariedade para energias do acelerador RHIC.

O processo DY servirá também como fonte de informação para se analisar os efeitos de alta densidade em colisões  $pA$  e  $AA$  para energias dos aceleradores RHIC e LHC. Analisamos algumas distribuições para este processo, identificando os efeitos de alta densidade, bem como os efeitos nucleares presentes na distribuição partônica nuclear. A seção de choque para o processo DY é utilizada como observável, porque este é um processo hadrônico, simples para se analisar efeitos de unitariedade e efeitos nucleares nas distribuições partônicas nucleares. O principal motivo para se analisar o processo DY está no fato de ser um processo que ocorrerá nos aceleradores RHIC e LHC e novos dados serão obtidos, possibilitando assim uma melhor análise dos fenômenos aqui apresentados.

## Capítulo 3

# Processo Drell-Yan no Referencial de Repouso do Alvo

Os efeitos de alta densidade devem cumprir um papel importante na evolução dinâmica das distribuições de pártons. Com o objetivo de investigar a alta densidade na QCD, no capítulo anterior, descrevemos esses efeitos a partir do formalismo de Glauber. No caso nuclear, ainda devem ser levados em conta os efeitos nucleares sobre as distribuições iniciais da evolução DGLAP. No caso do nucleon, os efeitos de alta densidade são requeridos para levar à unitarização da seção de choque. No capítulo anterior, o formalismo desenvolvido para descrever os efeitos de unitariedade, é analisado no referencial de repouso do alvo, por este motivo, neste capítulo analisamos o processo DY considerando este referencial. Contudo, chamamos a atenção que a seção de choque é um invariante de Lorentz, sendo independente do referencial onde estamos analisando o processo.

Neste capítulo, utilizaremos a seção de choque diferencial associada ao processo DY, em colisões  $pp$ , como um observável para investigar os efeitos sobre as distribuições partônicas no nucleon. O processo DY é particularmente interessante porque permite investigar a distribuição de quarks, antiquarks e ainda glúons, em processos hadrônicos; não possui efeitos de estado final e ainda novos dados estarão disponíveis para este processo nos aceleradores RHIC e LHC, para as energias  $200 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 500 \text{ GeV}$  e  $5.5 \text{ TeV} < \sqrt{s} < 8.8 \text{ TeV}$  respectivamente.

Este trabalho foi desenvolvido originalmente na Ref. [86]. As estimativas para a seção de choque do processo DY são realizadas para as energias dos dados existentes e ainda para energias do acelerador RHIC. Os resultados indicam que os efeitos de unitariedade são importantes na descrição da seção de choque para as energias de RHIC, atingindo uma região de muito pequeno  $x$ .

Na descrição do processo DY no referencial de repouso do alvo, utilizamos a seção de choque de dipolo, apresentada no capítulo 2, que denominamos seção de choque de dipolo Glauber-Mueller (Eq. 2.24). Nesta seção de choque de dipolo, a dependência na distribuição

de glúons permite uma análise dos efeitos de unitariedade nesta distribuição partônica.

Uma das principais vantagens deste tratamento do processo, no caso do DY, está na possibilidade de obter-se a distribuição de momentum transverso  $p_T$  para o processo sem a necessidade de considerar-se mais altas ordens e sem termos divergências físicas para pequeno momentum transverso [93].

### 3.1 O processo Drell-Yan no formalismo de dipolos de cor

No referencial de repouso do alvo, o processo DY não é mais visto como um processo de aniquilação quark-antiquark. Neste referencial, o processo DY é visto como um bremsstrahlung: o quark do feixe (próton) emite um fóton, e interage com o alvo através da troca de um glúon. O fóton, que carrega uma fração  $\alpha$  do momentum total no cone de luz do quark inicial, decai em um par de léptons (veja Fig. (3.1)). A interação com o alvo pode ocorrer antes ou depois da emissão do fóton. Considerando a interferência entre os diagramas (interação antes e depois da emissão do fóton), obtemos um produto de duas amplitudes na seção de choque DY, interagindo com o campo gluônico em duas diferentes posições transversas [87, 88, 89]. O fato do campo gluônico ser testado em duas diferentes posições permite descrever a interação  $\gamma^*q - N$  através da mesma seção de choque do processo DIS [90, 91].

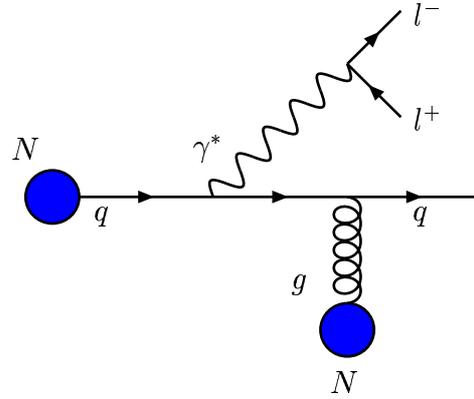
Os dipolos com pequena separação transversa podem ser descritos através da QCD perturbativa (pQCD), enquanto que grandes separações são descritas pela QCD não-perturbativa [92].

A seção de choque do processo de emissão de um fóton virtual por um quark que interage com um nucleon, pode ser escrita de forma similar ao processo DIS (Eq. (2.2)). Essa seção de choque tem a forma fatorizada na representação de parâmetro de impacto [87, 88, 89],

$$\frac{d\sigma_{T,L}(qN \rightarrow q\gamma^*N)}{d\ln\alpha} = \int_0^\infty d^2r_\perp |\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}(\alpha, r_\perp)|^2 \sigma_{q\bar{q}}(x_2, \alpha r_\perp), \quad (3.1)$$

onde a seção de choque de dipolo  $\sigma_{q\bar{q}}$  é a mesma considerada no processo DIS,  $r_\perp$  é a separação transversa fóton-quark,  $\alpha r_\perp$  é a separação do par  $q\bar{q}$  e  $\alpha$  é a fração do momentum no cone de luz do quark inicial que o fóton porta. Salientamos que no DIS, a separação do dipolo é simplesmente  $r_\perp$ .

A interpretação física de (3.1) é similar à interpretação desenvolvida para o DIS no formalismo do cone de luz. O estado de um quark do feixe é desenvolvido em termos dos



**Fig. 3.1:** O processo Drell-Yan no referencial de repouso do alvo, representado em uma das duas possíveis interações  $\gamma^*q$ -alvo.

possíveis estados no espaço de Fock [87, 88, 89],

$$|q\rangle = \sqrt{Z_2}|q\rangle + \Psi_{\gamma^*q}^{T,L}|q\gamma^*\rangle + \dots, \quad (3.2)$$

onde os termos da série representam os autoestados do quark incidente. No DIS, o desenvolvimento é construído a partir dos autoestados do fóton incidente, onde tem-se o autoestado  $|\gamma^*q\bar{q}\rangle$ , evidenciando a característica de interação de dipolo [92].

As funções de onda no cone de luz (LC) podem ser calculadas em teoria de perturbação e foram apresentadas nas Refs. [87, 88, 89, 92]. Estas funções dependem da separação transversa  $r_\perp$  e da fração de momentum  $\alpha$ . Utilizando a mesma notação usada na Ref. [93], as funções de onda no cone de luz para o autoestado  $q\gamma^*$  são dadas por,

$$|\Psi_{\gamma^*q}^T(\alpha, r_\perp)|^2 = \frac{\alpha_{\text{em}}}{\pi^2} \left( m_f^2 \alpha^4 K_0^2(\eta r_\perp) + [1 + (1 - \alpha)^2] \eta^2 K_1^2(\eta r_\perp) \right), \quad (3.3)$$

$$|\Psi_{\gamma^*q}^L(\alpha, r_\perp)|^2 = \frac{2\alpha_{\text{em}}}{\pi^2} M^2 (1 - \alpha)^2 K_0^2(\eta r_\perp). \quad (3.4)$$

As funções  $K_0$  e  $K_1$  são as funções de Bessel modificadas de segunda classe. A variável auxiliar  $\eta$  é dependente da massa dos quarks  $m_f$  da forma  $\eta^2 = (1 - \alpha)M^2 + \alpha^2 m_f^2$ .

A seção de choque diferencial para o processo Drell-Yan no referencial de repouso do alvo é então escrita na forma fatorizada [87, 88, 89].

$$\frac{d\sigma^{DY}}{dM^2 dx_F} = \frac{\alpha_{\text{em}}}{6\pi M^2} \frac{1}{(x_1 + x_2)} \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p\left(\frac{x_1}{\alpha}\right) \frac{d\sigma(qN \rightarrow q\gamma^*N)}{d\ln\alpha}, \quad (3.5)$$

onde as contribuições transversa e longitudinal são consideradas. O fator  $\alpha_{\text{em}}/(6\pi M^2)$  é devido ao decaimento do fóton no par de léptons, sendo determinado a partir da QED. A

seção de choque diferencial  $d\sigma(qN \rightarrow q\gamma^*N)/d\ln\alpha$  é tomada da Eq. (3.1), nossa entrada para a seção de choque de dipolo  $\sigma_{q\bar{q}}$  é dada pela Eq. (2.23) e  $F_2^p(x, Q^2)$  é a função de estrutura do próton do feixe.

A dependência de referencial na interpretação do processo DY pode ser ilustrada nos diferentes significados físicos das variáveis  $x_1$  e  $x_2$ : no referencial de momentum infinito  $x_1$  e  $x_2$  representam a fração de momentum dos hádron colisores, portada pelos pártons (quark e antiquark); no referencial de repouso do alvo  $x_1$  representa a fração de momentum do próton incidente carregada pelo fóton emitido,  $x_1/\alpha$  (maior que  $x_1$ ) representa a fração de momentum do próton incidente portada pelo quark e  $x_2$  representa a fração de momentum do alvo portada pelo glúon.

No referencial de repouso do alvo, o processo DY é assimétrico considerando o alvo e o feixe, em contraste com a figura simétrica que se apresenta no referencial de momentum infinito. A descrição do processo na representação de dipolos de cor é válida para pequeno  $x$  (no caso do DY, pequeno  $x_2$ ), pois leva em conta apenas o setor gluônico (quarks do mar) do alvo, desconsiderando seu conteúdo de valência. Contudo, para o feixe ambos os conteúdos, de mar e valência, são considerados e incluídos na função de estrutura  $F_2^p(x_1, Q^2)$ , que representa a contribuição partônica do feixe para o processo.

No momento, existem poucos dados na região cinemática onde o formalismo de dipolos de cor é válido, e assim a comparação é bastante limitada. No entanto, as energias dos novos aceleradores RHIC e LHC, permitirão a investigação numa região cinemática com valores ainda menores de  $x_2$ , possibilitando uma aplicação mais efetiva do formalismo de dipolos de cor.

## 3.2 Contribuições perturbativas e não-perturbativas ao processo DY

Na análise do processo DY, as funções de onda desenvolvem um papel fundamental no comportamento da seção de choque. Como veremos, as funções de onda se comportam como fatores de peso para a seção de choque de dipolo considerando a separação transversa do par. Na equação (3.1), grandes valores de  $r_\perp$  são suprimidos na seção de choque integrada, reduzindo assim a contribuição do setor não-perturbativo (grande separação transversa) à seção de choque. Para o processo DY podemos definir uma função peso, dada por:

$$W_{\gamma^*q}^{T,L}(r_\perp, M^2) = r_\perp \int \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p(x_1/\alpha, M^2) |\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}(\alpha, r_\perp)|^2. \quad (3.6)$$

Na Fig. (3.2) mostramos separadamente o resultado para polarizações longitudinal e transversa para  $W^{T,L}(r_{\perp}, M^2)$  como uma função da separação transversa fóton-quark  $r_{\perp}$ , para diferentes valores fixos da massa do par de léptons  $M$ . A fração de momentum escolhida para o feixe foi  $x_1 \approx x_F = 0.525$ , uma vez que este é um valor típico das medidas experimentais. Consideramos a massa efetiva para os quarks leves como  $m_f = 0.2$  GeV ( $u$ ,  $d$  e  $s$ ).

Para a contribuição transversa, Fig. (3.2.a), verificamos que tamanhos pequenos para intermediários da separação fóton-quark são dominantes na função peso. Isto significa que a componente transversa da função de onda seleciona pequenos tamanhos de dipolos ( $\alpha r_{\perp}$ ). Um grande crescimento quando  $r_{\perp} \rightarrow 0$  origina-se do comportamento da função  $K_1(\eta r_{\perp}) \sim 1/(\eta r_{\perp})$  neste limite. Considerando a dependência em  $M$ , quando a massa aumenta a contribuição torna-se menor.

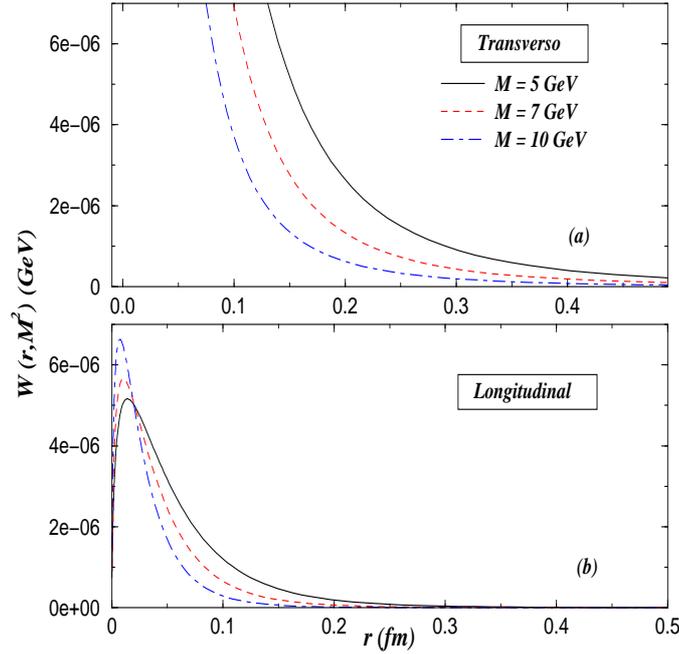
Considerando a componente longitudinal, Fig. (3.2.b), a função peso seleciona dipolos de menor tamanho (pequena separação transversa  $\gamma^*q$ ) em comparação com a contribuição transversa. Além disso, a função também é estreitada quando  $M$  aumenta, significando que grande massa invariante, seleciona pequeno  $r_{\perp}$ .

Analisando-se a magnitude das contribuições transversa e longitudinal, verifica-se que a componente longitudinal é suprimida por uma potência  $1/M^2$  em relação à contribuição transversa. Este fato é verificado de forma geral para todos os processos, onde refere-se a contribuição longitudinal como uma contribuição de mais alto 'twist' (higher twist) [92]. Os picos que aparecem na Fig. (3.2.b) devem-se ao balanceamento entre os comportamentos assintóticos para  $r_{\perp} \rightarrow 0$  da função  $K_0(\eta r_{\perp}) \sim -\log(\eta r_{\perp})$  e o fator linear  $r_{\perp}$  na Eq. (3.6).

Tendo então apresentado as principais características do sistema de dipolos de cor, a saber, definições cinemáticas bem como funções de onda e analisado a descrição do processo DY no referencial de repouso do alvo, vamos apresentar os efeitos de unitariedade na seção de choque de dipolo e o cálculo da seção de choque do processo DY para uma comparação com os resultados experimentais.

### 3.3 Efeitos de unitariedade em $\sigma_{q\bar{q}}$

A seção de choque para o espalhamento de um dipolo de cor por um nucleon foi primeiramente proposta no formalismo BFKL [14, 15, 16, 17], considerando que o dipolo interage com o nucleon via a troca de glúons através de um diagrama escada (Pomeron perturbativo em mais baixa ordem). Como apresentado no capítulo 2 (Seção 2.2.2), a seção de choque



**Fig. 3.2:** As contribuições longitudinal e transversa para  $W(r_{\perp}, M^2)$  como uma função do tamanho transversal  $r_{\perp}$  do estado  $\gamma^*q$  para uma massa do par de léptons fixa, para  $x_1 \approx x_F = 0.525$ .

do dipolo de cor  $q\bar{q}$  interagindo com o nucleon pode ser escrita como,

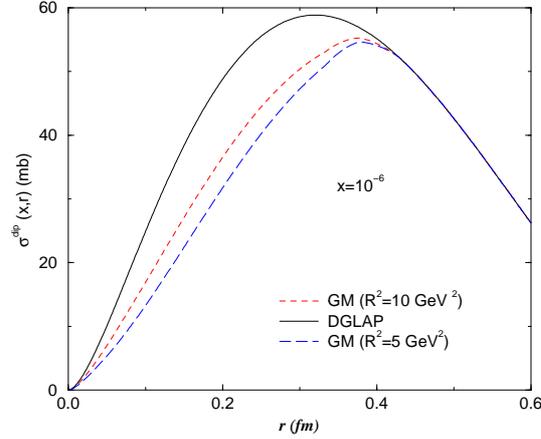
$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r_{\perp}) = \frac{\pi^2 \alpha_s}{3} r_{\perp}^2 x g_N^{DGLAP}(x, \frac{4}{r_{\perp}^2}), \quad (3.7)$$

onde  $xg_N^{DGLAP}(x, \tilde{Q}^2)$  é a distribuição de glúons DGLAP para uma fração de momentum  $x$  e virtualidade  $\tilde{Q}^2 = 4/r_{\perp}^2$ . Como a quantidade (3.7) está presente em diferentes observáveis ( $F_2$ ,  $F_2^c$ ,  $F_L$ ), uma extensa fenomenologia tem sido realizada usando esta seção de choque de dipolo [94, 74].

Considerando o processo DIS, uma característica bem definida com relação aos dados para a função de estrutura  $F_2$  e para a distribuição de glúons é que ambas apresentam um rápido crescimento quando  $x$  decresce. Na verdade, experimentalmente  $F_2 \sim x^{-\lambda}$ , onde o expoente varia de 0.08 à aproximadamente 0.5 [75]. Tal comportamento, extrapolado para energias assintóticas, viola os requerimentos de unitariedade discutidos anteriormente, tal que algum tratamento para este crescimento se faz necessário. A escala em que as correções à violação de unitariedade começam a ser necessárias está associada à região entre as dinâmicas dura (perturbativa) e macia (não-perturbativa) [95], ou à região onde temos o domínio da QCD a altas densidades [21, 22, 72]. Aqui estamos interessados no último caso (para uma revisão recente veja [96]).

A fim de estimar os efeitos de unitariedade, usamos a Eq. (3.7) como seção de choque de

dipolo, mas substituímos a distribuição DGLAP pela distribuição de glúons para o nucleon com correções de unitariedade, apresentada no capítulo anterior (Seção 2.5.1), dada pelo formalismo de Glauber-Mueller, isto é  $xg^{GM}(x, 4/r_{\perp}^2)$  (Eq. (2.51)).



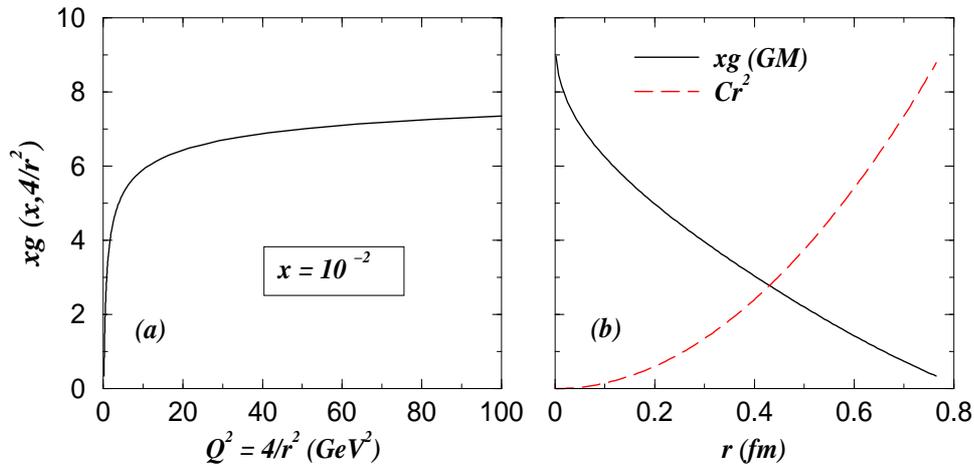
**Fig. 3.3:** A seção de choque de dipolo com uma função do tamanho do dipolo  $r = \alpha r_{\perp}$  a um valor de  $x$  fixo ( $x_2 = 10^{-6}$ ). A linha sólida corresponde ao resultado DGLAP. A linha pontilhada é a predição usando o formalismo GM com o valor  $R^2 = 10 \text{ GeV}^{-2}$ , e a linha tracejada corresponde ao mesmo formalismo com  $R^2 = 5 \text{ GeV}^{-2}$ .

Na Fig. (3.3), a seção de choque de dipolo dada pelo modelo GM é analisada como uma função da separação transversa  $r = \alpha r_{\perp}$  para uma fração de momentum  $x_2$  fixa. Para uma melhor ilustração dos efeitos de saturação partônica decorrentes da alta densidade, escolhemos um pequeno valor para a variável  $x = 10^{-6}$ . Neste formalismo existe uma dependência no raio  $R$ , onde este valor é extraído em acordo com os experimentos e o seu significado depende do modelo a ser tratado. No modelo em questão, este  $R$  representa a região onde temos a concentração da distribuição de glúons no nucleon. Através da análise de dados, seu valor pode variar de  $R^2 = 5 - 10 \text{ GeV}^2$ , onde menores raios produzem correções mais intensas (Fig. (3.3)), pois temos um sistema mais denso. Em nossos cálculos escolhemos o valor  $R^2 = 5 \text{ GeV}^2$ , concordando com estudos realizados sobre a função de estrutura inclusiva  $F_2$  e sua derivada [97].

A linha sólida corresponde ao cálculo da seção de choque de dipolo considerando a evolução DGLAP padrão (sem correções de unitariedade). Os outros dois resultados referem-se a dois diferentes valores para o parâmetro  $R$ . Verificamos que o efeito de unitariedade é mais significativo para pequenos valores de  $R$ . As correções de unitariedade foram calculadas numa região perturbativa, onde consideramos como menor valor de virtualidade  $Q_0^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$ . Nossa escala de entrada é dada por  $Q_0 = 2/r$ . Portanto, para maiores valores de separação ( $r > 0.4 \text{ fm}$ ) obtemos valores de  $Q^2$  na região não-perturbativa, portanto,

não temos correções de unitariedade acima deste valor de separação, como verificado na Fig. (3.3). As correções de unitariedade são mais significativas para uma região intermediária de separação, pois para valores muito pequenos de separação (grande virtualidade) as distribuições partônicas escalam em  $\tilde{Q}^2$ .

O comportamento da seção de choque de dipolo em termos da separação do dipolo  $r$  resulta do balanceamento entre o comportamento de transparência de cor  $\sigma \sim r_{\perp}^2$  e da distribuição de glúons  $\sigma \sim xg(x, \tilde{Q}^2)$ . Estas características estão apresentadas na Fig. (3.4), onde verificamos o visível escalamento da distribuição de  $xg(x, \tilde{Q}^2)$  versus  $\tilde{Q}^2$  (Fig. (3.4.a)) e a dependência da seção de choque em  $r = \alpha r_{\perp}$  (Fig. (3.4.b)).



**Fig. 3.4:** No gráfico (a) mostramos a distribuição de glúons GM (com a parametrização GRV como entrada) como uma função da escala  $\tilde{Q}^2 = 4/r^2$  para valor fixo de  $x = 10^{-2}$ . No gráfico (b), mostramos a distribuição de glúons versus  $r$  e o comportamento de transparência de cor  $\sigma_{dip} \sim Cr^2$  (para ilustração usamos um fator de normalização  $C = 15 \text{ GeV}^2$ ).

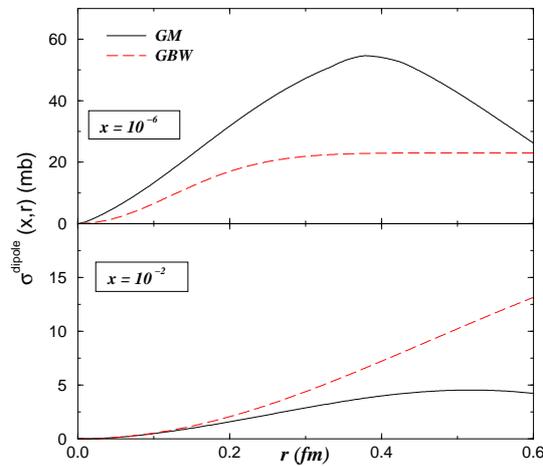
Por motivos de comparação, vamos considerar o modelo fenomenológico para a seção de choque de dipolo proposto por Golec-Biernat e Wusthoff [98, 99], que descreve os dados de HERA para a função de estrutura inclusiva e difrativa. Tal seção de choque é contruída interpolando o comportamento de transparência de cor  $\sigma_{dip} \sim r_{\perp}^2$  para pequeno tamanho de dipolo e um comportamento saturado (sem dependência na energia) para grandes tamanhos de dipolo  $\sigma_{dip} \sim \sigma_0$  (confinamento). Neste modelo, a expressão para a seção de choque de dipolo é similar à forma eikonal, sendo dada por

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) = \sigma_0 \left[ 1 - \exp \left( -\frac{r^2 Q_0^2}{4(x/x_0)^\lambda} \right) \right], \quad (3.8)$$

onde  $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$  e os três parâmetros fitados são  $\sigma_0 = 23.03 \text{ mb}$ ,  $x_0 = 3.04 \cdot 10^{-4}$  e  $\lambda = 0.288$ , e ainda,  $R_0(x) = (x/x_0)^{\lambda/2}$  é o raio de saturação.

Apesar da boa descrição dos dados, GBW não apresenta uma dinâmica para a hipótese de saturação e não está vinculada com as equações de evolução DGLAP. No modelo GBW, saturação é caracterizada pela dependência em  $x$  do raio de saturação  $Q_s^2(x) = 1/R_0^2(x)$ , em contraste com a escala contida no formalismo de Glauber-Mueller,  $\kappa_G(x, Q_s^2) = 1$ , a qual pode ser facilmente estendida ao caso nuclear [21, 22].

Na Fig. (3.5) mostramos a seção de choque de dipolo Glauber-Mueller como uma função do tamanho do dipolo  $r = \alpha r_\perp$ , comparada com a seção de choque de dipolo GBW, para dois valores típicos de  $x_2$ . Para  $x_2 = 10^{-2}$  (Fig (3.5).b), a seção de choque GM fica abaixo da GBW. Contudo, quando  $x_2$  decresce (Fig. (3.5).a), a distribuição de glúons do próton aumenta fazendo com que a seção de choque GM cresça. Este comportamento está basicamente associado à dependência da seção de choque GM na distribuição de glúons. Para valores não muito pequenos de  $x$ , a distribuição de glúons não é dominante, enquanto que para valores de  $x$  muito pequenos ela determina o comportamento dos observáveis. Uma consequência imediata deste comportamento é que nossas previsões para a seção de choque do processo DY são menores que as previsões realizadas com a parametrização GBW para  $x \approx 10^{-2}$  e maiores para pequenos  $x_2$ . Nós discutiremos estas características em detalhes num ponto de vista teórico e fenomenológico na próxima seção, quando realizarmos comparações com dados experimentais existentes para o processo DY na região de pequeno  $x$  e estimarmos a seção de choque para o processo para energias do acelerador RHIC.



**Fig. 3.5:** A seção de choque de dipolo GM, como função do tamanho do dipolo ( $r = \alpha r_\perp$ ), para dois valores de  $x_2$ . O resultado da seção de choque GBW é mostrado para comparação .

### 3.4 Correções de unitariedade ao processo DY

Nesta seção, vamos realizar previsões teóricas para os dados existentes para o processo DY na região de validade do formalismo de dipolos de cor (pequeno  $x$ ), bem como para as energias do futuro acelerador RHIC para processos  $pp$ . Na seção anterior, apresentamos a seção de choque de dipolo GM, que contém uma ligação com a evolução de glúons e inclui correções devido aos efeitos de unitariedade para altas energias nas distribuições partônicas.

Apesar da QCD perturbativa nos mostrar bons resultados para pequenas distâncias (pequenos tamanhos de dipolos), o setor não perturbativo não é completamente compreendido. Consideramos em nosso formalismo, que valores de  $Q^2 < 1 \text{ GeV}^{-2}$  estão numa região não-perturbativa. As mais recentes funções de distribuição partônica (pdf's) são evoluídas a partir de uma escala inicial perturbativa  $Q_0^2 = M_0^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$ , e existem poucas informações com relação ao comportamento das pdf's para  $Q^2 \leq Q_0^2$ , onde a descrição perturbativa não é justificada. De forma geral, estimativas para pequenas virtualidades são feitas considerando um modelo particular para o setor não-perturbativo.

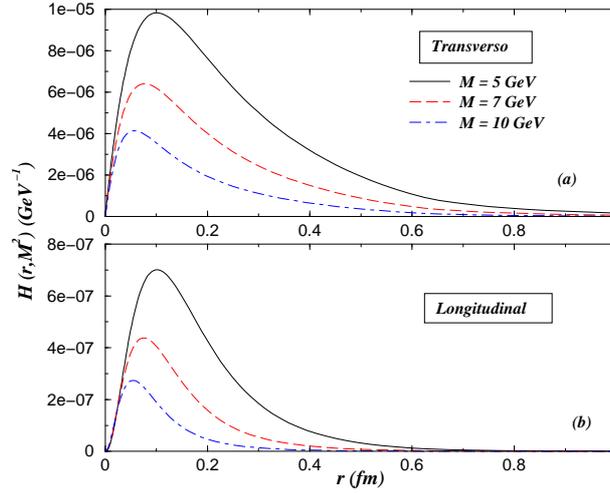
Neste trabalho, utilizamos a parametrização GRV94 [37] em nossos cálculos. A escala de evolução na seção de choque de dipolo é dada por  $Q^2 = 4/r_\perp^2$ . Para a parametrização GRV94, o menor valor de virtualidade é  $Q_0^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$ . Isto permite utilizar a parametrização para uma significativa região não-perturbativa ( $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ , grande tamanho de dipolo). Um modelo para a contribuição não-perturbativa deve ser considerado para dipolos com tamanhos maiores que  $r_{\text{cut}} = \frac{2}{Q_0} \text{ GeV}^{-1}$ , que significa  $r_{\text{cut}} = 0.62 \text{ fm}$ . Este procedimento nos garante uma contribuição não-perturbativa com alguma base em dados. Para as parametrizações mais recentes, onde  $Q_0^2 \sim 1 \text{ GeV}^2$  ( $r_{\text{cut}} \approx 0.4 \text{ fm}$ ) a contribuição não-perturbativa considerada por um modelo específico torna-se maior. Uma vantagem adicional da parametrização GRV94 é que esta não inclui efeitos não-lineares à evolução DGLAP, uma vez que esta parametrização foi obtida a partir de dados com valores relativamente grandes de  $x$ . Esta característica garante que esta parametrização não simula grandes correções de unitariedade na sua distribuição de entrada para a escala inicial.

Neste trabalho, o modelo específico para a contribuição não-perturbativa para a seção de choque do processo DY é o congelamento da distribuição de glúons e de  $r_\perp$  para grandes tamanhos de dipolo. A seção de choque de dipolo, para a parte não-perturbativa, pode ser escrita como

$$\sigma_{q\bar{q}}^{GM}(x, r \geq r_{\text{cut}}) = \frac{\pi^2 \alpha_s}{3} r_{\text{cut}}^2 x G_N^{GM}\left(x, \frac{4}{r_{\text{cut}}^2}\right). \quad (3.9)$$

Outra possibilidade para a modelagem da região não-perturbativa, pode ser verificada nas Refs. [74, 100]. Nos trabalhos citados acima [74, 100], a contribuição não-perturbativa é

feita considerando um corte na integração em  $r_\perp$  e somando uma contribuição de Pomeron macio. Contudo, o que se verifica é que a normalização das funções de estrutura permanecem inalteradas se o método do congelamento da seção de choque de dipolo a partir de  $r_{\text{cut}}$  é realizado. Isto indica que considerando o método simples do congelamento, os cálculos estarão determinando uma correta normalização dos observáveis.



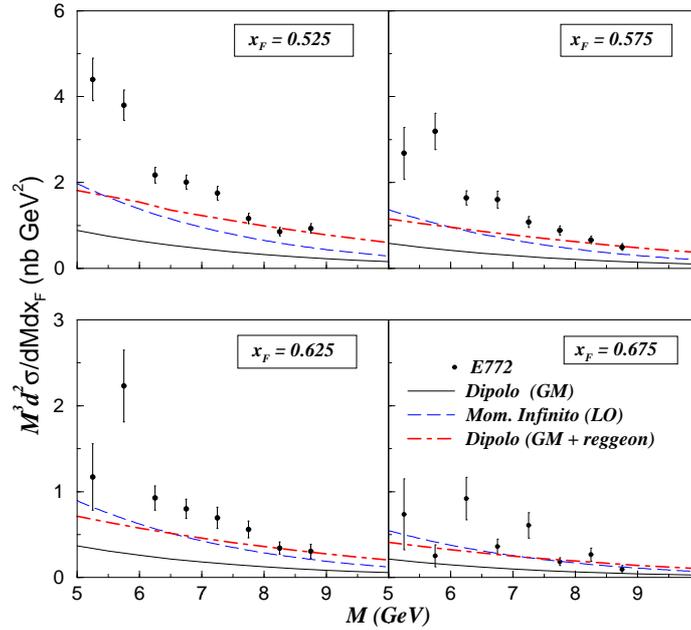
**Fig. 3.6:** A função perfil  $H_{T,L}(r_\perp, M^2)$  como uma função da  $\gamma^*q$  separação transversa  $r_\perp$  para um típico valor de massa  $M$ . Usamos  $x_2 = 10^{-2}$  e a parametrização GRV94 como entrada.

Para ilustrar o papel desempenhado pela região de grande e pequena separação transversa na descrição dos observáveis, na Fig. (3.6) mostramos as componentes longitudinal e transversa da função perfil da integração em  $r_\perp$  a partir da Eq. (3.5) como uma função da separação transversa entre  $\gamma^*q$ . Calculamos a função perfil como função de  $r_\perp$  para valores típicos de massa do par de léptons  $M$ . Esta função é chamada aqui de  $H_{T,L}(r_\perp, M^2)$  e escreve-se

$$H_{T,L}(r_\perp, M^2) = r_\perp \int \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p(x_1/\alpha, M^2) |\Psi_{\gamma^*q}^{T,L}(\alpha, r_\perp)|^2 \sigma_{q\bar{q}}(x, \alpha r_\perp). \quad (3.10)$$

A fração de momentum é fixa em  $x_2 = 10^{-2}$ , uma vez que este é o menor valor de  $x$  em que temos dados. Para a função de estrutura  $F_2^p(x_1/\alpha, M^2)$ , que descreve a distribuição de quarks no projétil próton utilizamos a parametrização ALLM [101, 102], a qual nos fornece uma boa concordância com os dados de HERA para a região de grande  $x$ .

A principal contribuição para a função perfil vem do pico nas funções de onda, que desloca-se para menores valores de  $r_\perp$  quando  $M$  aumenta. Para pequenas massas, a contribuição não-perturbativa é mais significativa. Podemos verificar que para a componente transversa (Fig. (3.6.a)) o pico está em  $r_\perp \approx 0.06$  fm para  $M = 10$  GeV e em  $r_\perp \approx 0.1$  fm



**Fig. 3.7:** A seção de choque diferencial por nucleon como função da massa  $M$  para pequenos valores de  $x_2$  [103] ( $\sqrt{s} = 38.8$  GeV), com  $x_F$  fixo em colisão  $pD$ . A linha sólida representa a seção de choque DY dada pelo formalismo de GM. A linha tracejada representa cálculos em LO no referencial de momentum infinito e a traço-ponto representa a dipolo GM com a contribuição de reggeon.

para  $M = 5$  GeV. A contribuição longitudinal (fig. (3.6).b) seleciona pequenos tamanhos de dipolos  $r_{\perp}$  quando comparado com a contribuição transversa (Fig. (3.6.a)). Isto indica que uma contribuição não-perturbativa é mais significativa na componente transversa da função perfil. O setor não-perturbativo domina para  $r_{\text{cut}} = \alpha r_{\perp \text{ cut}} \geq 0.62$  fm usando-se a parametrização GRV94.

Visto que a representação de dipolos de cor é válida apenas para pequena fração de momentum  $x$ , necessitamos selecionar os dados que satisfazem esta característica. O menor valor de  $x_2$  já medido para o processo DY foi obtido em processos de colisão próton-Deutério para alvo fixo, pela colaboração E772 [103]. Apesar do alvo utilizado ser o Deutério, podemos considerar como uma colisão  $pp$ , se nenhum efeito nuclear for considerado no Deutério, ou seja, a seção de choque for dividida por 2. Na Fig. (3.7), apresentamos os resultados para a seção de choque do processo DY (Eq. (3.5)) usando a seção de choque de dipolo GM (linha sólida) para valores fixos de  $x_F$  e energia de centro de momentum  $\sqrt{s} = 38.8$  GeV ( $0.03 \leq x_2 \leq 0.09$ ). É importante salientar que esta região cinemática é uma região limite para a validade da representação de dipolos de cor. Os efeitos de unitariedade não são significativos nesta região, pois não temos valores muito pequenos de  $x$ . Neste

mesmo gráfico, consideramos uma contribuição de Regge (traço-ponto) com a finalidade de considerar uma contribuição de valência do alvo à seção de choque de dipolo, visto que esta considera somente o setor de mar do alvo. A seção de choque de dipolo considera a troca de glúon no canal  $t$ , então a contribuição de Regge considera a troca de quarks no canal  $t$ , portanto considerando a contribuição de valência para a seção de choque de dipolo.

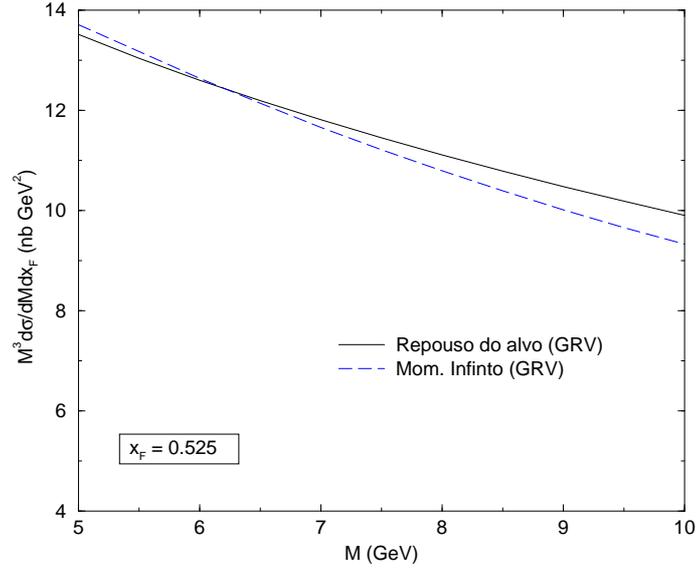
Na Fig. (3.7) mostramos também o cálculo LO no sistema de momentum infinito (linha tracejada). O resultado do formalismo de dipolos de cor fica abaixo do cálculo LO para a presente região de ( $x_2 \approx 10^{-2}$ ). Este fato ocorre por dois motivos básicos: (a) a região cinemática na qual temos os dados para pequeno  $x$  no processo DY, é uma região limite para o formalismo de dipolos de cor; (b) consideramos somente a distribuição de glúons do alvo para calcular a seção de choque do processo DY no referencial de repouso do alvo. Este fato implica que somente as distribuições de quarks do mar são consideradas, logo estamos desconsiderando toda a contribuição de aniquilação antiquark do feixe com quark do alvo numa região de  $x_2$  onde a distribuição de valência ainda é considerável. Conforme  $x_2$  diminui a distribuição de glúons no alvo aumenta e determina o comportamento dos observáveis e, assim, a seção de choque de dipolos de cor produzirá boa descrição dos resultados. Tal região cinemática será analisada pelos novos aceleradores RHIC e LHC, permitindo assim testar com mais precisão o formalismo de dipolos de cor para interações hadrônicas.

Entretanto, a consideração da contribuição de Regge, produz uma melhor descrição dos dados e ainda nos mostra com mais clareza a invariância de referencial da seção de choque. A contribuição de valência do alvo (Regge) pode ser parametrizada da seguinte maneira [104],

$$\sigma_{IR} = N_{IR} r_{\perp}^2 x^{0.4525} (1-x)^3, \quad (3.11)$$

Para obter resultados similares aos apresentados na Ref. [93], consideramos a constante de normalização  $N_{IR} = 8$  (para obter  $\sigma_{IR}$  em  $\text{GeV}^{-2}$ ).

As curvas apresentadas aqui, na representação de dipolos sem considerar a contribuição de Regge, subestimam os mesmos cálculos realizados na Ref. [93], na qual se usa a seção de choque de dipolo fenomenológica GBW. Tal comportamento é esperado, pois como vimos anteriormente, a seção de choque de dipolo GM subestima GBW para um valor de  $x_2 \approx 10^{-2}$  (veja Fig. (3.5.b)). Contudo, a principal questão que surge no referido trabalho [93], é que sugere-se que a seção de choque de dipolo GBW contém contribuições não-perturbativas e ainda mais altas ordens incluídas na parametrização, não sendo necessário incluir correções de NLO nos cálculos [93]. Porém, se comparamos o resultado da seção de choque DY usando a seção de choque de dipolo GBW, veremos que o resultado é similar ao cálculo LO no referencial de momentum infinito. Isto indica que não está correta a afirmação de que todas as ordens estão incluídas na seção de choque de dipolo GBW. Ainda



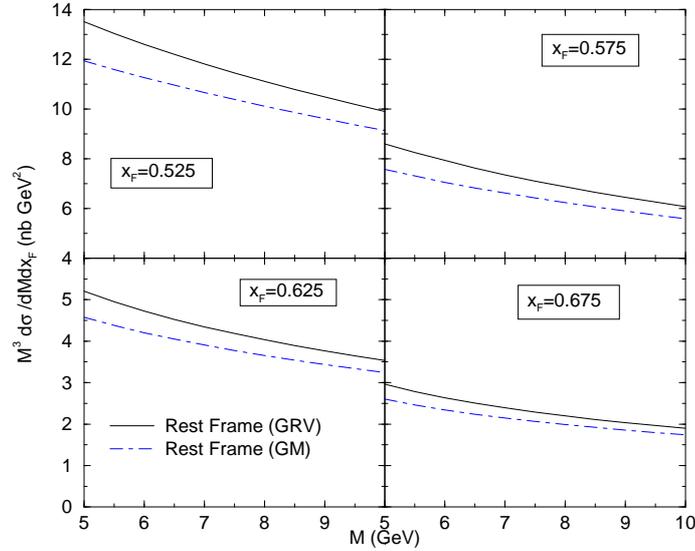
**Fig. 3.8:** A seção de choque diferencial por nucleon como função da massa  $M$  para energias do RHIC ( $\sqrt{s} = 500$  GeV) para valor fixo de  $x_F$  em colisões  $pD$ . A linha sólida corresponde a seção de choque DY (LO) no referencial de momentum infinito, enquanto a tracejada representa cálculos na representação de dipolos.

corroborando estas afirmações, mostramos que a seção de choque de dipolo GM quando se adiciona uma contribuição de Regge, reproduz resultados similares aos da Ref. [93], mostrando que a parametrização GBW para a seção de choque de dipolo, considera apenas o setor não-perturbativo e contribuições de Regge em sua formulação, não considerando mais altas ordens.

Outro fato de extrema importância é que os resultados obtidos pela representação de dipolos de cor para a seção de choque total para o fóton virtual interagindo com o nucleon (DIS) são equivalentes aos obtidos pelo esquema de fatorização  $k_T$  [105, 106] em aproximação de logaritmo dominante. Contudo, a inclusão de mais altas ordens no formalismo de fatorização  $k_T$  não se faz possível, não sendo mais válida a equivalência entre o referencial de momentum infinito e o referencial de repouso do alvo [107].

De maneira a considerar a invariância de referenciais na seção de choque do processo DY, mostramos na Fig. (3.8) uma comparação entre as seções de choque calculadas nos dois referenciais, para energia do acelerador RHIC ( $\sqrt{s} = 500$  GeV). Os resultados mostram a invariância da seção de choque, contudo, não consideramos efeitos de unitariedade nestas predições. A linha sólida corresponde à seção de choque DY (LO) no referencial de momentum infinito enquanto a tracejada representa cálculos na representação de dipolos.

A seção de choque diferencial para o processo DY, para energia do RHIC, com e sem efeitos de unitariedade é mostrada na Fig. (3.9) para um valor fixo de  $x_F$ . Para as energias



**Fig. 3.9:** A seção de choque diferencial por nucleon como função da massa  $M$  para energias do RHIC ( $\sqrt{s} = 500$  GeV) para valores fixos de  $x_F$  em colisões  $pD$ . A linha sólida corresponde à seção de choque de dipolo GM sem efeitos de unitariedade, enquanto a curva traço-ponto representa a mesma seção de choque com efeitos de unitariedade.

de RHIC, a contribuição de Regge é insignificante. Em tal região cinemática, os valores de  $x_2$  são da ordem de  $10^{-4}$  e os efeitos de unitariedade tornam-se importantes, representando aproximadamente 15% da seção de choque para pequenas massas. As linhas sólidas representam as estimativas a partir do formalismo de dipolos de cor, calculado com a seção de choque de dipolo GM sem efeitos de unitariedade e as linhas traço-ponto representam os mesmos cálculos considerando os efeitos de unitariedade na distribuição de glúons. Os valores encontrados para a seção de choque são maiores do que os encontrados na Ref. [93], a qual usa a parametrização fenomenológica GBW para a seção de choque de dipolo. Tal comportamento era esperado, pois estamos numa região de  $x_2 \approx 10^{-4}$ , onde a seção de choque GM fica acima da seção de choque GBW devido ao grande crescimento da distribuição de glúons na região de pequeno  $x$  (Fig. (3.5.a)).

Analisando a Fig. (3.9) verificamos que os efeitos de unitariedade são importantes na descrição da seção de choque, chegando a representar 15 % do valor da mesma para regiões de pequena massa.

### 3.5 Conclusões

Podemos concluir neste capítulo que o processo DY é útil para se estudar as distribuições partônicas, pois conseguimos a partir da seção de choque do processo, determinar além das distribuições de quarks do mar e de valência no sistema de momentum infinito, a distribuição de glúons, se tratamos o processo no referencial de repouso do alvo. Pelo fato do produto final do processo DY ser um par de léptons, este não sofre efeitos de estado final, podendo ser considerado um bom processo para análise dos efeitos de unitariedade e de altas densidades, pois estes são efeitos de estado inicial. Além disso, as contribuições não-perturbativas também podem ser melhor avaliadas analisando o processo no referencial de repouso do alvo.

Considerando as funções de onda  $\gamma^*q$ , vimos que estas cumprem um importante papel na determinação da contribuição não-perturbativa, pois pela análise do comportamento em função de  $r_\perp$ , regiões de grandes valores de  $r_\perp$  são suprimidas, e ainda para grandes valores de massa, pequenas separações transversas do dipolo são selecionadas.

A seção de choque de dipolo GM foi comparada com a proposta fenomenológica GBW. Para baixas energias a seção GBW produz melhores resultados para o processo DY se a contribuição de Regge não é considerada à seção de choque GM. Contudo, como GBW não é dependente da distribuição de glúons, portanto para altas energias a seção de choque de dipolo GM, que considera correções de unitariedade, nos fornece uma melhor descrição dos observáveis. Para maiores energias (RHIC e LHC) a contribuição de Regge é muito pequena e pode ser desprezada.

Referente à invariância de referencial, verificamos que para um valor fixo de  $x_F$  esta foi evidenciada. Concluímos que as correções de unitariedade tornam-se importantes nas regiões cinemáticas que serão exploradas pelo acelerador RHIC ( $\sqrt{s} = 500$  GeV). Contudo, para energias do acelerador LHC ( $\sqrt{s}$  da ordem de TeV), que serão maiores que as energias de RHIC, os efeitos de unitariedade serão mais significativos e uma análise do processo DY para estas energias deve ser realizada.

No próximo capítulo vamos investigar o processo DY em colisões  $pA$  e  $AA$ . Entretanto, como analisado no capítulo 1 (Seção 1.2), existem efeitos nucleares em regiões de grande  $x$ . Em tais regiões, a representação de dipolos de cor não é completamente válida, tal que a descrição de processos  $pA$  e  $AA$  será realizada no referencial de momentum infinito.

## Capítulo 4

# Os Efeitos Nucleares no Processo Drell-Yan

No capítulo anterior, analisamos o processo DY no referencial de repouso do alvo em colisões  $pp$ , investigando as correções de unitariedade às distribuições partônicas do nucleon. Evidenciamos que tais efeitos tornam-se importantes na descrição da seção de choque do processo para energias do RHIC.

Nos processos de colisão que serão realizados nos aceleradores RHIC e LHC, esperamos que os efeitos de alta densidade (eAD) estejam presentes porque as densidades partônicas obtidas serão suficientemente altas. Com o objetivo de investigar estes efeitos, vamos estudar neste capítulo, o processo DY em colisões  $pA$  e  $AA$ . Para incluir no cálculo da seção de choque os resultados experimentais de mais baixa energia em processos  $pA$ , utilizaremos a descrição deste processo no referencial de momentum infinito. A análise do processo DY neste referencial permite incluir os efeitos nucleares existentes na região  $x > 10^{-2}$ , a qual não pode ser descrita pelo formalismo de dipolos de cor. Além disso, esta descrição permite relacionar a distribuição de quarks em várias regiões cinemáticas com distintas seções de choque diferenciais, o que aumenta as informações que pode-se obter sobre estas distribuições. Os efeitos de alta densidade (eAD) são por nós analisados para energias do RHIC ( $200 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 350 \text{ GeV}$ ) e LHC ( $5.5 \text{ TeV} < \sqrt{s} < 8.8 \text{ TeV}$ ), uma vez que, para as energias atuais, tais efeitos podem ser desconsiderados para o processo DY.

A investigação de colisões  $pA$  para energias de RHIC e LHC é importante para estudar a estrutura hadrônica para altas densidades. Como já estudado no capítulo 2, Os eAD devem ser pequenos para colisões  $pp$ . Como veremos, constatamos que com o modelo aqui empregado, sua magnitude aumenta em colisões  $pA$  e torna-se muito significativa em colisões  $AA$ . Assim, vamos desenvolver uma análise comparativa entre os resultados obtidos em colisões  $pA$  e em colisões  $AA$ . Os eAD sobre as funções de distribuição partônica são descritos no formalismo perturbativo de Glauber-Mueller, que foi apresentado no capítulo 2.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Na primeira seção discutimos as prin-

principais características da colisão de íons pesados. Na segunda seção, apresentamos a forma de analisar os efeitos nucleares que aparecem na colisão de íons pesados e discutimos os eAD utilizando a seção de choque para o processo DY como observável. A análise destes efeitos é realizada investigando a seção de choque total para o processo DY, obtendo uma dependência na energia para os efeitos descritos pela fórmula de Glauber-Mueller. Uma investigação da seção de choque diferencial é realizada, verificando a dependência nas variáveis cinemáticas para o processo DY, a saber, massa do par de léptons do estado final  $M$ , fração de momentum longitudinal  $x_F$  e rapidez  $y$ , dos efeitos de alta densidade partônica. Finalmente, apresentamos nossas conclusões com relação a este capítulo.

Os resultados gerais deste capítulo mostrarão que efeitos de alta densidade de pártons são significativos na evolução dinâmica das distribuições de quarks, principalmente para energias do LHC, provocando uma redução significativa da seção choque efetiva do processo DY.

## 4.1 Colisão de íons pesados

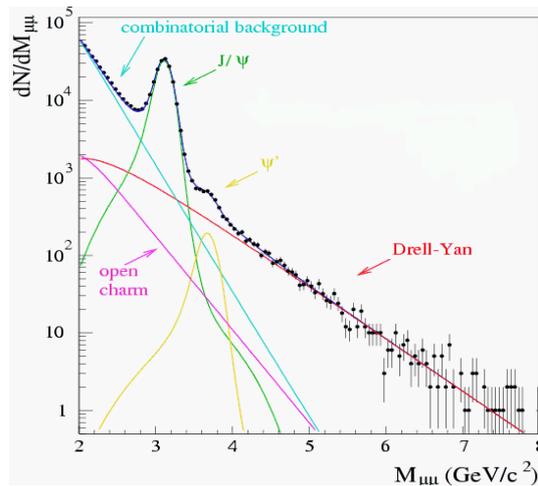
Nos aceleradores RHIC e LHC serão realizados colisões de feixes de íons pesados, portanto não mais considera-se alvo fixo. Neste tipo de colisão, uma variável importante na descrição dos processos é o parâmetro de impacto. O modelo de múltiplos espalhamentos Glauber tem sido utilizado na análise de dados experimentais nos aceleradores, pois este nos fornece em sua formulação, uma dependência no parâmetro de impacto. Os processo de espalhamento nos novos aceleradores possibilitarão estudar a dinâmica de QCD para sistemas muito densos em espalhamento  $pA$  e  $AA$  em energias muito altas. Em tais regiões cinemáticas espera-se que os efeitos de alta densidade desempenhem um importante papel na descrição dos observáveis. Como analisamos anteriormente, os efeitos nucleares possuem duas origens, uma perturbativa e outra não-perturbativa, conforme salientado no capítulo 2. Os efeitos nucleares em geral, para as presentes energias, podem ser descritos como sendo de origem não-perturbativa, pois os dados existentes para o processo DY que os evidenciam [20] podem ser descritos utilizando o formalismo EKS, ou seja, fazendo-se um ajuste nas condições iniciais para as equações de evolução DGLAP [8, 9]. Entretanto, como salientado, esta parametrização não considera efeitos da dinâmica de saturação das distribuições partônicas, esperados na região de muito pequeno  $x$  e grande  $A$  [111]. Contudo, para mais altas energias (RHIC e LHC), espera-se que efeitos de alta densidade perturbativos (recombinação e interação partônica) passem a ser dominantes. Tais efeitos são considerados pelo formalismo de Glauber-Mueller (Seção 2.3).

Nosso objetivo aqui é estudar o processo DY para altas energias considerando efeito

de sombreamento nuclear. Este efeito é caracterizado por uma redução na distribuição partônica nuclear na forma  $xq^A(x, Q^2) < A xq^N(x, Q^2)$ . A fatorização colinear nos permite escrever a seção de choque do processo hadrônico fatorizada entre a seção de choque do subprocesso partônico e as funções de distribuição partônica. Os efeitos de alta densidade são analisados nas funções de distribuição, portanto efeitos de estado inicial. A análise destes efeitos, é feita considerando que a fatorização colinear permanece válida para colisões de íons pesados. Como o estado final no processo DY não possui carga de cor, os efeitos nucleares sobre as distribuições de pares de léptons devem ter origem apenas nos efeitos nucleares sobre as distribuições de quarks no núcleo.

## 4.2 Os efeitos nucleares na produção Drell-Yan

Na fatorização colinear dos processos hadrônicos, o processo DY, em mais baixa ordem, é descrito a partir de um subprocesso de aniquilação  $q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow l^+l^-$  convoluido com as funções de distribuição partônicas dos hádrons de origem. Para o espectro de massa na produção de pares de léptons, notamos que o processo DY domina para uma região de massa do par maior que 4 GeV, como mostra a Fig. (4.1). A produção de pares de léptons pelo decaimento de ressonâncias ( $J/\psi$ ,  $\psi'$ , etc...) contribui para a região de massa inferior a 4 GeV. A massa da ressonância  $\Upsilon$  entre 9 e 11 GeV não aparece neste gráfico.



**Fig. 4.1:** Espectro de massa para a produção de pares de léptons.

A partir da descrição apresentada no capítulo 1, a seção de choque do processo DY, em

ordem dominante, para um espalhamento  $pA$  pode ser escrita como

$$\frac{d^2\sigma_{DY}^{pA}}{d\tau dx_F} = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \frac{1}{(x_1 + x_2)} \sum_a e_a^2 [q_a^p(x_1, M^2)\bar{q}_a^A(x_2, M^2) + \bar{q}_a^p(x_1, M^2)q_a^A(x_2, M^2)], \quad (4.1)$$

onde  $q_a^A(x, M^2)$  é a distribuição partônica nuclear,  $x_1$  e  $x_2$  são as frações do momentum total de cada hádron carregada pelos pártons. Escolhemos por simplicidade  $M^2$  como a escala de fatorização  $\mu_{fact}^2$ .

Dentre as variáveis cinemáticas estudadas no processo DY, a variável rapidez (Eq. (1.69)) é importante em nossa análise, pois a precisão na medida longitudinal é perdida em colisões onde não existe alvo fixo. Contudo, esta variável está relacionada à fração de momentum longitudinal dos pártons da forma definida no capítulo 1,

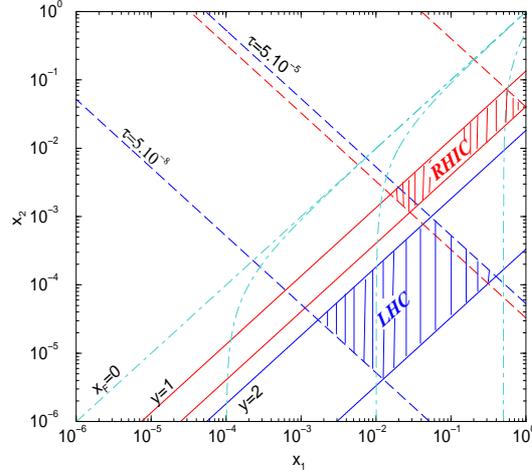
$$x_1 = \sqrt{\tau} e^y, \quad x_2 = \sqrt{\tau} e^{-y}. \quad (4.2)$$

Para uma melhor compreensão da cinemática do processo DY é interessante analisar as relações entre as variáveis cinemáticas  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $\tau$ ,  $x_F$  e  $y$ . Estas relações são ilustradas na Fig. (4.2). As linhas retas paralelas com inclinação positiva representam a relação entre  $x_1$  e  $x_2$  para  $y$  constante. Tomamos alguns valores determinados para  $y$ , com base na sensibilidade do detectores de RHIC ( $1 < y < 1.6$ ) e LHC ( $2 < y < 4$ ). Os grandes valores de  $y$  correspondem a pequenos valores de  $x_2$  e grandes valores para  $x_1$ . As linhas retas paralelas com inclinação negativa representam a relação entre  $x_1$  e  $x_2$  para valores constantes de  $\tau$ . As linhas que convergem para a bissetriz do plano  $(x_1, x_2)$  representam a relação entre  $x_1$  e  $x_2$  para valores fixos de  $x_F$ . Pequenos valores de  $\tau$  permitem grandes valores de  $x_1$  e pequenos valores de  $x_2$  ( $x_F > 0$ ), ou ainda grandes valores de  $x_2$  e pequenos valores de  $x_1$  ( $x_F < 0$ ). As regiões de pequenos valores de  $\tau$  e grandes valores de  $x_F$  correspondem a uma região de pequeno  $x_2$  e grande  $x_1$ . Para um valor fixo de  $\tau$ , um aumento em  $y$  significa um aumento no valor de  $x_1$  e uma redução no valor de  $x_2$ . A reta  $y = 0$  representa o mesmo que a reta  $x_F = 0$  ( $x_1 = x_2$ ). Com base nos valores de sensibilidade na rapidez dos detectores de RHIC e LHC salientamos as regiões de  $x_1$  e  $x_2$  que serão exploradas nestes aceleradores.

Para obter a seção de choque total do processo DY, integramos a expressão (4.1) sobre  $x_F$  e  $\tau$ . Na integração sobre  $x_F$ , toda área abaixo da linha  $x_F = 0$  é levada em conta. Assim, valores positivos de  $x_F$  representam a região onde  $x_1 > x_2$ , e nessa concentraremos nossas análises.

Inicialmente, investigamos os efeitos nucleares na seção de choque total para o processo DY. Considerando os limites de integração nas variáveis cinemáticas do processo DY, escrevemos

$$\sigma_{DY}^{pA} = \int_0^1 dx_F \int_{M^2/s}^{1-x_F} d\tau \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \frac{1}{x_1 + x_2} \sum_a e_a^2 [q_a^p(x_1, M^2)\bar{q}_a^A(x_2, M^2) + x_1 \leftrightarrow x_2] \quad (4.3)$$



**Fig. 4.2:** Relação entre as variáveis cinemáticas no processo DY.

O limite inferior da integração sobre  $\tau$  é  $M^2/s$ . Em princípio, o limite inferior de massa  $M$  é o valor da massa do par de léptons do estado final. Em nossos cálculos consideramos o limite inferior para a massa  $M = 2$  GeV, pois os cálculos perturbativos de mais alta ordem passam a ser convergentes para  $M > 2$  GeV, o que é consistente também com a parametrização EKS, que considera a virtualidade inicial  $Q_0^2 \geq 2.25$  GeV<sup>2</sup>. O limite superior para a integração em  $\tau$  é  $1 - x_F$  pelo vínculo cinemático, pois  $x_1 \leq 1$ .

Na investigação da dependência nuclear da seção de choque do processo DY, parametrizamos os resultados do cálculo da seção de choque nucleon-núcleo em função de um expoente efetivo  $\alpha$ , definido por [112]

$$\sigma_{DY}^{pA} = A^\alpha \sigma_{DY}^{pN}, \quad (4.4)$$

portanto,

$$\alpha = \left( \frac{\ln(\sigma_{DY}^{pA} / \sigma_{DY}^{pN})}{\ln A} \right), \quad (4.5)$$

onde  $\sigma_{DY}^{pA}$  e  $\sigma_{DY}^{pN}$  são as seções de choque próton-núcleo e próton-nucleon, respectivamente. Se o expoente  $\alpha$  for muito próximo de 1, podemos então dizer que os efeitos nucleares são pequenos e podem ser desprezados. Como verificado no capítulo 1, as seções de choque total e diferencial para o processo DY envolvem integrais sobre as variáveis cinemáticas dos pártons do subprocesso. Assim, o expoente parametriza o resultado das contribuições de efeitos nucleares de distintas regiões cinemáticas que serão discutidas caso a caso. Como os cálculos são desenvolvidos em ordem dominante (LO), devemos utilizar um fator  $K$  para considerar contribuições de mais altas ordens. Contudo, pela definição do expoente  $\alpha$ , este

fator  $K$  não modificará os resultados, pois ocorre o cancelamento do mesmo na razão entre a seção de choque nuclear/nucleon e o cálculo será independente da ordem em que a seção de choque é calculada, assumindo a fatorização .

Na determinação do expoente  $\alpha$ , realizamos uma integração sobre  $x_F$  de 0 a 1. Uma integração em todo intervalo de  $x_F$  (-1 a 1) não se faz necessária, pois no referencial de momentum infinito existe a simetria entre feixe e alvo. Assim, a integração sobre  $x_F$  com os limites -1 e 1 é similar a uma integração de 0 a 1 multiplicada por um fator 2. Como o expoente  $\alpha$  consiste de uma razão entre as seções de choque nuclear/nucleon, este fator 2 é cancelado.

Os dados mais recentes para o processo DY mostram que o expoente  $\alpha \approx 1$  [20, 103, 112]. Na nossa interpretação, isto se deve as baixas energias em que os experimentos foram realizados. Contudo, esperamos um comportamento não linear para as energias do RHIC e LHC, uma vez que os eAD partônica começam a ser importantes (um primeiro trabalho referente ao processo DY foi realizado nesta direção na Ref. [10]).

Consideramos o expoente  $\alpha$  em função da energia para o processo DY em interações  $pA$ . A expressão para o expoente pode ser dada da seguinte maneira:

$$\alpha(s) = \left( \frac{\ln(2\sigma^{pA}/\sigma^{pD})}{\ln(A)} \right), \quad (4.6)$$

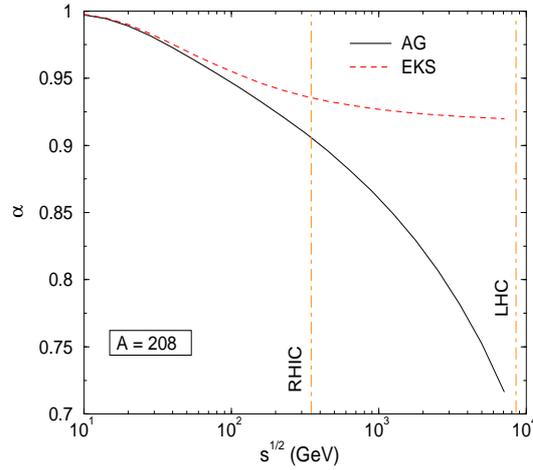
Onde  $\sigma^{pD}$  é a seção de choque próton-Deutério, considerando o deutério  ${}^2H$  como alvo padrão.  $\sigma^{pA}$  é calculada a partir da expressão (4.3), incluindo as distribuições de quarks para o núcleo atômico. A parametrização AG, desenvolvida no capítulo 2 (Seção 2.5.2), nos apresenta uma distribuição partônica que considera além dos efeitos nucleares de grande  $x$ , os efeitos de alta densidade descritos pela fórmula de Glauber-Mueller na QCD, onde a distribuição de quarks é dada pela Eq. (2.60). Os resultados obtidos pela parametrização AG são comparados com as previsões obtidas utilizando a parametrização EKS. As energias típicas disponíveis nos novos aceleradores RHIC e LHC são apresentadas na tabela 4.1, juntamente com os núcleos colisores [114, 115].

	$\sqrt{s}$ ( $pA$ )	$\sqrt{s}$ ( $AA$ )
RHIC	$(p + Au)$ 350 GeV	$(Au + Au)$ 200 GeV
LHC	$(p + Pb)$ 8.8 TeV	$(Pb + Pb)$ 5.5 TeV

**Tab. 4.1:** Tabela com as energias que estarão disponíveis nos aceleradores RHIC e LHC e os núcleos utilizados nas colisões .

A Fig. (4.3) apresenta o comportamento do expoente  $\alpha$  em função da energia para colisões  $pA$ . O expoente é calculado utilizando a parametrização EKS e o modelo generali-

zado AG para descrever eAD. Consideramos um núcleo de chumbo ( $A = 208$ ). Embora no acelerador RHIC as colisões são de íons de ouro ( $A = 197$ ), a diferença entre os números de massa atômica não deve modificar substancialmente os resultados, de tal forma que usaremos indistintamente  $A = 208$  para ambos os aceleradores.



**Fig. 4.3:** O expoente  $\alpha$  para o processo DY em colisões  $pA$  como uma função da energia  $\sqrt{s}$  para  $A = 208$ . As curvas representam o expoente  $\alpha$  obtidos pela parametrização EKS (linha tracejada) e pela parametrização AG (linha sólida). As linhas traço-ponto representam a região de energia dos aceleradores RHIC e LHC.

Independente da parametrização utilizada, verificamos uma redução do expoente  $\alpha$  para grandes energias. Como discutido anteriormente, a integração em  $x_F$  se dá na área abaixo da linha  $x_F = 0$  na Fig. (4.2). Contudo, esta área tende a ser reduzida a medida que grandes valores de  $x_F$  são considerados, pois o limite superior de  $\tau$  é  $1 - x_F$ . Isto corresponde a grandes valores de  $x_1$  e pequenos valores de  $x_2$ . Para pequenos valores de energia, o limite inferior de  $\tau$  não é suficiente para que  $x_2$  adquira valores na região de efeito de sombreamento. Por isso, para baixas energias  $x_2$  não pode ser muito pequeno, e ambas parametrizações predizem aproximadamente o mesmo resultado. Este fato pode ser explicado, se analisamos a Fig. (2.5) no capítulo 2, onde verificamos que para valores de  $x$  até aproximadamente  $10^{-2}$  não temos diferença entre os modelos. Para altas energias, no entanto, a região de pequeno  $x_2$  passa a ser importante e o efeito de sombreamento provoca uma redução das distribuições de quarks, reduzindo o expoente  $\alpha$ . Como verificado no capítulo 2, a parametrização EKS preve uma saturação da distribuição de quarks para a região de muito pequeno  $x$  (Fig. (2.5)). Esta característica determina o comportamento quase constante para o expoente  $\alpha$  para altas energias. A predição do modelo

AG mostra um expoente  $\alpha$  que decresce monotonicamente com a energia, evidenciando o aumento da contribuição dos eAD partônica com a energia do processo DY. Estes resultados estão de acordo com o fato de que a saturação na razão entre as distribuições de quarks, incluída nas distribuições iniciais  $q_i^A(x, Q_0^2)$  e  $g^A(x, Q_0^2)$  na parametrização EKS, é modificada quando os efeitos descritos pela fórmula de Glauber-Mueller são levados em conta na evolução das distribuições partônicas. Este é um comportamento típico das distribuições dentro do formalismo AGL [21, 22], incluído na parametrização AG, permitindo diferenciar as duas dinâmicas.

Para as energias do RHIC ( $\sqrt{s} = 350$  GeV) em colisões  $pA$  verificamos uma redução de aproximadamente 14 % na seção de choque efetiva em relação a parametrização EKS. Para as energias do LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV), a redução se aproxima de 65 %. A modificação na seção de choque dos processos  $pA$  sugere que os eAD podem vir a ser importantes na descrição da colisão de íons pesados.

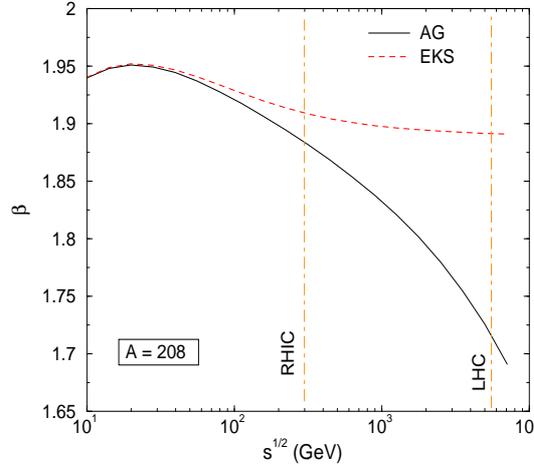
Para analisar os efeitos nucleares em colisões  $AA$ , definimos o expoente  $\beta$  na forma  $\sigma_{DY}^{AA} = A^\beta \sigma_{DY}^{pN}$  que será determinado pela expressão,

$$\beta(s) = \left( \frac{\ln(2\sigma^{AA}/\sigma^{pD})}{\ln(A)} \right). \quad (4.7)$$

A seção de choque  $\sigma^{AA}$  é obtida a partir da equação (4.3), fazendo-se a substituição da distribuição partônica do nucleon pela distribuição do núcleo, ficando então uma seção de choque com duas distribuições partônicas nucleares. No caso do expoente  $\beta$ , uma análise detalhada é necessária, visto que teremos efeitos nucleares em ambos os hádrons, identificados com fração de momentum  $x_1$  e  $x_2$ .

Na Fig. (4.4), mostramos o comportamento do expoente  $\beta$  em função da energia  $\sqrt{s}$  e destacamos as energias de RHIC em colisões  $AA$  ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) e as energias de LHC ( $\sqrt{s} = 5.5$  TeV). Verificamos que o expoente  $\beta$  apresenta uma redução com o aumento da energia, ratificando os resultados para o processo  $pA$  apresentados na Fig. (4.3). Para energias de RHIC a redução é de aproximadamente 10 % na seção de choque em comparação com a previsão obtida para parametrização EKS. Para as energias do LHC, os eAD provocam uma redução de aproximadamente 60 % na seção de choque. Comparando os processos  $pA$  e  $AA$ , verificamos que a redução na seção de choque efetiva do processo DY é maior no processo  $pA$ . Isto ocorre porque em processo  $pA$  a energia por nucleon é maior do que as energias dos processo  $AA$ , para um mesmo acelerador.

Para determinar o expoente  $\beta$  realizamos uma integração sobre  $x_F$  e  $\tau$ . A integração sobre  $x_F$  tem os limites 0 e 1, portanto estamos integrando na área abaixo da linha  $x_F = 0$  na Fig. (4.2). A diferença entre os processo  $pA$  e  $AA$  está na inclusão de efeitos nucleares no núcleo com pártons identificados com a fração de momentum  $x_1$ . Esta diferença pode ser verificada no comportamento do expoente  $\beta$  para baixas energias. O leve crescimento



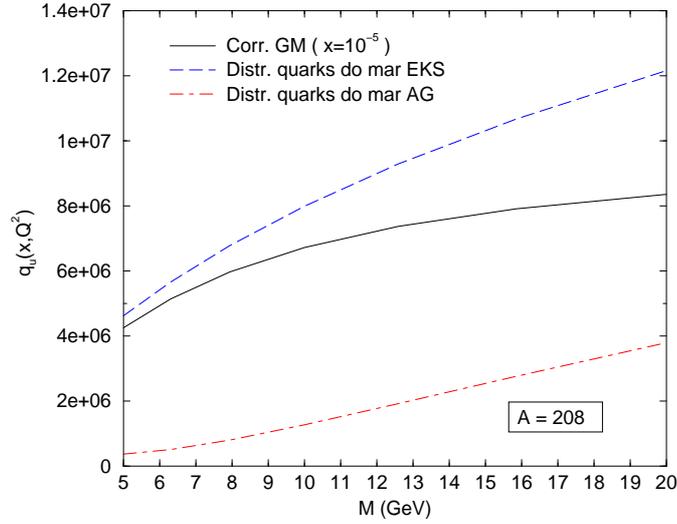
**Fig. 4.4:** O expoente  $\beta$  para o processo DY em colisões AA como uma função da energia de centro de momento  $\sqrt{s}$ . A linha tracejada é a previsão pela parametrização EKS e a linha sólida pela parametrização AG.

do expoente  $\beta$  para baixas energias, ocorre porque as regiões de pequenos valores de  $x_2$  ( $x_2 < 10^{-2}$ ) não estão sendo exploradas e o crescimento surge devido aos efeitos nucleares no hádron identificado com fração de momento  $x_1$ . Os efeitos nucleares que predominam na integração para baixas energias estão numa região de muito grande  $x_1$  ( $x_1 > 0.8$ ), onde a razão para a distribuição de quarks nuclear/nucleon aumenta muito (efeito EMC). Este efeito provoca o crescimento do expoente  $\beta$  em baixas energias. Com o aumento da energia o valor do expoente  $\beta$  começa a diminuir, pois a região de pequeno  $x_2$  ( $x_2 < 10^{-2}$ ) passa a contribuir para o cálculo, onde o efeito de sombreamento domina. Os eAD partônica aumentam com a energia, pois regiões de valores de  $x_2$  menores que ( $x_2 < 10^{-2}$ ) começam a ser exploradas.

O comportamento da seção de choque pode ser estudado em função da massa do par de léptons produzido. Nesse caso, o expoente  $\alpha$  é definido considerando a seção de choque diferencial, de tal forma que

$$\alpha(M) = \left\{ \ln \left( 2 \frac{d\sigma^{pA}}{dM} / \frac{d\sigma^{pD}}{dM} \right) / \ln(A) \right\}, \quad (4.8)$$

onde a seção de choque diferencial é obtida a partir da Eq. (4.3) realizando somente a integração sobre  $x_F$  com os seguintes limites cinemáticos  $0 \leq x_F \leq 1 - \tau$ . A análise do expoente  $\alpha$  em função da energia apresenta a dependência dos efeitos aqui estudados com a massa dos léptons produzidos. Além disso, a escolha da massa do par de léptons como a escala de fatorização influencia significativamente o comportamento do expoente  $\alpha$ .

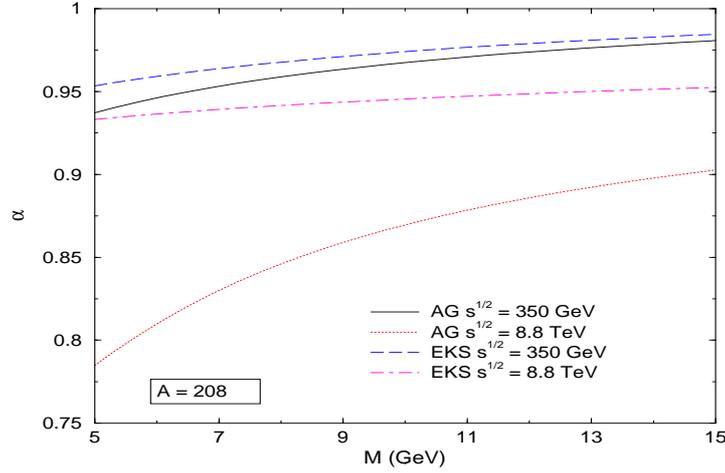


**Fig. 4.5:** A distribuição de quark do mar, mostrando em separado os efeitos de alta densidade, como uma função da massa (escala) do par de léptons.

Na Fig. (4.5), apresentamos o comportamento da distribuição de quarks  $xq^A(x, M^2)$  para  $x = 10^{-5}$  em função de  $M$ . Este resultado ilustra a dependência dos eAD na escala de fatorização ( $M$ ). A linha tracejada representa a distribuição de quark  $u$  do mar dada pela parametrização EKS para um núcleo de massa atômica  $A = 208$ . A linha sólida representa as correções à distribuição de quarks dadas pelo formalismo de Glauber-Mueller, desenvolvido no capítulo 2. Essa correção corresponde ao resultado da Eq. (2.60), sem adicionar a distribuição EKS. Isto implica estarmos considerando somente o resultado da fórmula Glauber-Mueller subtraído do termo de Born. Entretanto, este resultado seria um termo negativo, então estamos considerando somente a magnitude desta correção. A linha traço-ponto indica a distribuição de quarks dada pela descrição generalizada dos efeitos nucleares, parametrização AG (Eq. (2.60)). Verificamos que os efeitos de alta densidade são muito significativos para região de pequena massa, e o seu crescimento diminui a medida que a massa do par cresce. Na Fig. (3.4) mostramos o escalamento da distribuição de glúons com a escala  $\tilde{Q}^2$ . No formalismo de Glauber-Mueller temos uma dependência explícita na distribuição de glúons, portanto a redução no crescimento das correções à distribuição de quarks, está associada ao escalamento da distribuição de glúons na escala de fatorização  $\mu_{fact}^2 = M^2$ .

Os expoente  $\alpha$  é apresentado na Fig. (4.6) em função da massa do par de léptons, para energias do RHIC e LHC. O expoente  $\alpha$  cresce a medida que a massa cresce, independente da parametrização utilizada. Para obter o expoente  $\alpha$  em função da massa, necessitamos integrar a Eq. (4.3) sobre  $x_F$ , entre os limites 0 e  $1 - \tau$ . A variação da massa modifica

o limite superior de integração em  $x_F$ , pois  $\tau = M^2/s$ . O comportamento do expoente  $\alpha$  na Fig. (4.6), para uma energia fixa, é determinado pelo comportamento das distribuições partônicas com a escala, como analisado na Fig. (4.5).



**Fig. 4.6:** O expoente  $\alpha$  para o processo  $DY$  em colisões  $pA$  como uma função da massa do par de léptons. Para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 350$  GeV) e LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV).

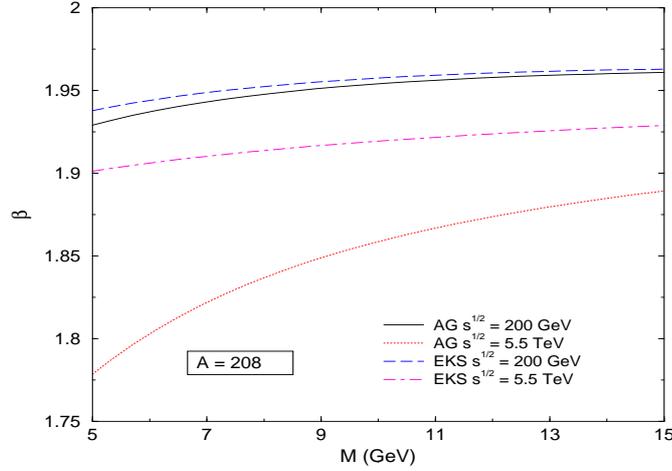
Verificamos na Fig. (4.6) que os eAD tornam-se importantes para a região de pequena massa e são mais significativos com o aumento da energia. Para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 350$  GeV), a diferença entre as parametrizações aumenta conforme a massa diminui, confirmando que os efeitos são mais significativos para a região de pequena massa (Fig (4.5)). Para energias do LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV), ocorre uma grande diferença entre as parametrizações para o expoente  $\alpha$  na região de pequena massa, mostrando que os eAD partônica são extremamente importantes para a descrição da seção de choque.

Investigamos também a dependência em  $M$  dos efeitos nucleares, nos processos  $AA$ . Utilizando a definição de expoente  $\beta$  podemos escrever este expoente em função da massa do par de léptons da seguinte forma,

$$\beta(M) = \left\{ \ln \left( 2 \frac{d\sigma^{AA}}{dM} / \frac{d\sigma^{pD}}{dM} \right) / \ln(A) \right\}. \quad (4.9)$$

O comportamento do expoente  $\beta$  em função da massa do par de léptons, que pode ser verificado na Fig. (4.7), é muito similar ao expoente  $\alpha$ , o que evidencia que o comportamento do expoente é determinado pela dependência na escala das funções de distribuição partônica nuclear, da mesma forma que o expoente  $\alpha$ , ou seja, na variável  $M^2$ .

Na Fig. (4.8) apresentamos o expoente  $\alpha$  como uma função da variável  $x_F$  para as energias do RHIC e LHC para processos  $pA$ . Para determinar o expoente  $\alpha$  em função de

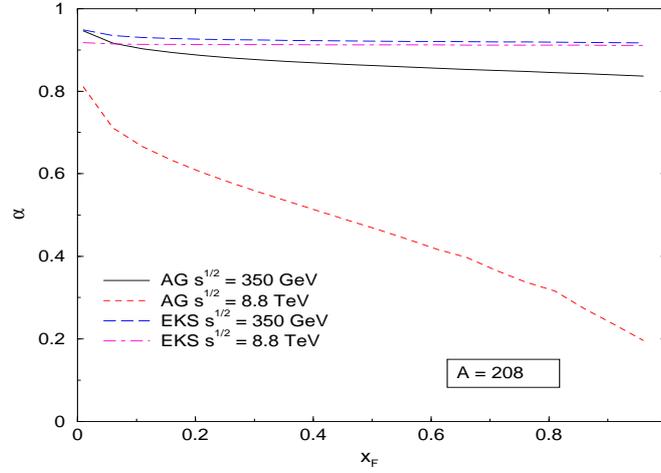


**Fig. 4.7:** O expoente  $\beta$  para o processo DY em colisões AA como uma função da massa do par de léptons para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) e LHC ( $\sqrt{s} = 5.5$  TeV).

$x_F$  consideramos a Eq. (4.3) integrada apenas na variável  $\tau$ . Para valores fixos de  $x_F$ , a integração sobre  $\tau$  ocorre sobre uma das linhas paralelas na Fig. (4.2), com os limites  $M^2/s \leq \tau \leq 1 - x_F$ . Estes limites indicam uma grande dependência da região de integração em  $\tau$  na variável  $x_F$ . A região de  $x_F$  próximo de zero correspondente a um grande intervalo de integração e  $x_1 \approx x_2$ . Para um valor  $x_F$  muito próximo de 1, o intervalo de integração em  $\tau$  é muito reduzido e  $x_2 \ll x_1$ . Nesta última região, a recombinação e interação partônicas devem ser significativas.

De acordo com a Fig. (4.8), o expoente  $\alpha$  obtido a partir da parametrização EKS é quase constante para grande  $x_F$ , independente da energia. Isto ocorre porque para um valor fixo de massa, a parametrização EKS prediz uma saturação da razão entre as distribuições partônicas núcleo-núcleon para pequeno  $x$ . Grandes valores de  $x_F$  correspondem a regiões de pequeno  $x_2$ , evidenciando a saturação. Quando os eAD partônica são considerados, o expoente  $\alpha$  decresce com o aumento de  $x_F$ , pois tais efeitos são significativos na região de pequeno  $x_2$ . Para energias do RHIC em colisões  $pA$  ( $\sqrt{s} = 350$  GeV), a integração em  $\tau$  é dominada por regiões de  $x \approx 10^{-4}$ , onde a diferença entre a parametrização EKS e a parametrização AG é pequena (ver Fig. (2.5)). Contudo, para energias do LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV), a redução no expoente  $\alpha$  é muito significativa, pois regiões de muito pequenos valores de  $x$  ( $x \approx 10^{-6}$ ) são considerados na integração em  $\tau$ . Novamente, a não saturação das distribuições AG nesta região cinemática se manifesta no comportamento de  $\alpha$  para  $x_F \rightarrow 1$ .

A análise pode ser estendida ao processo AA, onde os efeitos nucleares estão presentes em ambos os núcleos. Todas as análises com relação aos efeitos nucleares na região de  $x_2$  foram



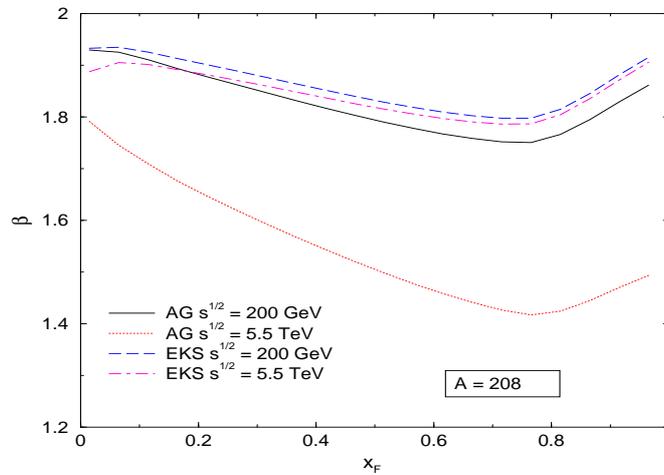
**Fig. 4.8:** O expoente  $\alpha$  para o processo DY em colisões  $pA$  como uma função da variável de Feynman  $x_F$  para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 350$  GeV) e LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV).

realizadas para o processo  $pA$ . Neste caso, o expoente  $\beta$  deve apresentar contribuições dos efeitos nucleares relacionados ao núcleo identificado com a fração de momento  $x_1$ .

Na Fig. (4.9) apresentamos o expoente  $\beta$  como função da variável  $x_F$  para energias do RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) e LHC ( $\sqrt{s} = 5.5$  TeV) para colisões  $AA$ . Para valores pequenos e intermediários de  $x_F$  ( $x_F < 0.8$ ) o expoente  $\beta$  reduz seu valor com o aumento de  $x_F$ . No entanto, para a região de grande  $x_F$  ( $x_F > 0.8$ ), notamos grande diferença no comportamento do expoente  $\beta$  em relação ao expoente  $\alpha$ . Enquanto o expoente  $\alpha$  reduz com aumento de  $x_F$  para grandes valores deste, o expoente  $\beta$  aumenta para valores de  $x_F > 0.8$ . Como comentamos, valores de  $x_F$  próximos de 1, correspondem a  $x_2 \ll x_1$  e  $x_F \approx x_1$ . Portanto, o expoente  $\beta$  deve apresentar contribuições dos efeitos nucleares característicos da região de  $x_1$  intermediário ( $0.1 < x < 0.8$ ) e grande ( $x > 0.8$ ) e de  $x_2$  pequeno. Dessa forma, a redução do expoente  $\beta$  para  $x_F$  intermediário terá uma dupla origem: no núcleo identificado com a variável  $x_1$ , domina a região de efeitos EMC (redução da razão da distribuição quarks nuclear/nucleon para  $0.2 < x < 0.8$ ), descritos pela parametrização EKS; no núcleo identificado com a variável  $x_2$ , dominam os efeitos de sombreamento, descritos pela parametrização AG ( $x_2 < 10^{-2}$ ). Para região de  $x_F > 0.8$ , na Fig. (4.9), o expoente  $\beta$  aumenta devido a contribuição dos efeitos nucleares na região de  $x_1 > 0.8$ . Nessa região a razão entre as distribuições de quark nuclear/nucleon cresce, tornando-se maior do que 1, pela inclusão do movimento de férmions dos nucleons dentro do núcleo. Esta contribuição manifesta-se pelo crescimento do expoente  $\beta$  para grande  $x_F$ . O valor de  $x_F$  para o qual o expoente  $\beta$  começa a crescer  $x_F \approx 0.8$  é o valor para o qual a razão entre as distribuições de quarks nuclear/nucleon começa a aumentar devido ao efeito de movimento

de férmions,  $x > 0.8$  (veja Fig. (2.5)).

Mesmo levando em conta as contribuições da região  $x_1 \rightarrow 1$ , os eAD contribuem, pois estão integrados na expressão (4.3). Estes efeitos provocam uma redução da seção de choque  $\frac{d\sigma}{dx_F}$  nuclear, que pode ser verificada analisando a diferença entre as predições EKS e AG para quaisquer valores de  $x_F$ . Esta diferença é mais significativa para energias de LHC, pois correspondem a menores valores de  $x$ , onde os efeitos de alta densidade são mais significativos. A grande diferença do expoente  $\beta$  predito por EKS e AG na região de grande  $x_F$  está de acordo com o comportamento apresentado pelo expoente  $\alpha$  em colisões  $pA$ .

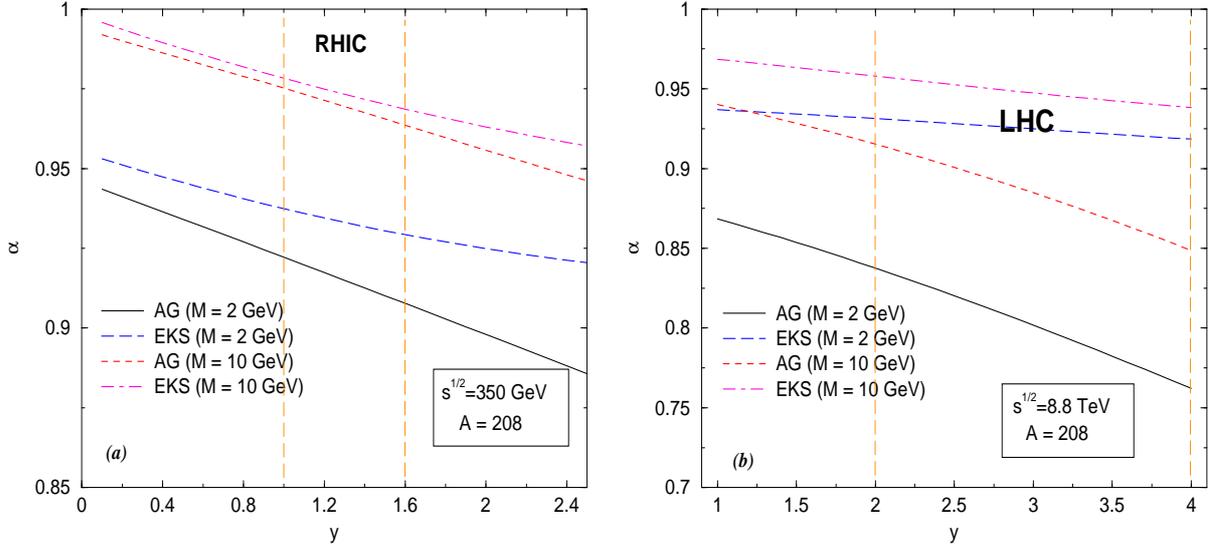


**Fig. 4.9:** O expoente  $\beta$  para o processo DY em colisões AA como uma função da variável de Feynman  $x_F$  para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) e LHC ( $\sqrt{s} = 5.5$  TeV).

A região de sensibilidade dos detectores dos aceleradores RHIC e LHC são determinadas em função da variável rapidez. Assim, é relevante analisarmos o comportamento dos expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  em função desta variável. Por exemplo, o região de sensibilidade dos detectores do acelerador de RHIC para detecção de léptons pesados está no intervalo  $1.1 < y < 1.6$ , enquanto o acelerador LHC abrange uma região de  $2.0 < y < 4.0$ . Tratando com a variável rapidez, devemos considerar também o intervalo de massas relevantes nos experimentos. Em nossos cálculos, analisamos o expoente  $\alpha$  e  $\beta$  para dois valores fixos de massa  $M = 2$  GeV e  $M = 10$  GeV, que representa uma variação de duas ordens de grandeza no espectro de  $M^2$ .

Para determinar a distribuição em rapidez, usamos a seção de choque para o processo DY escrita na forma

$$M^2 \frac{d\sigma_{DY}^{pA}}{dydM^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \tau \sum_a e_a^2 [q_a^p(x_1, M^2) \bar{q}_a^A(x_2, M^2) + \bar{q}_a^p(x_1, M^2) q_a^A(x_2, M^2)]. \quad (4.10)$$



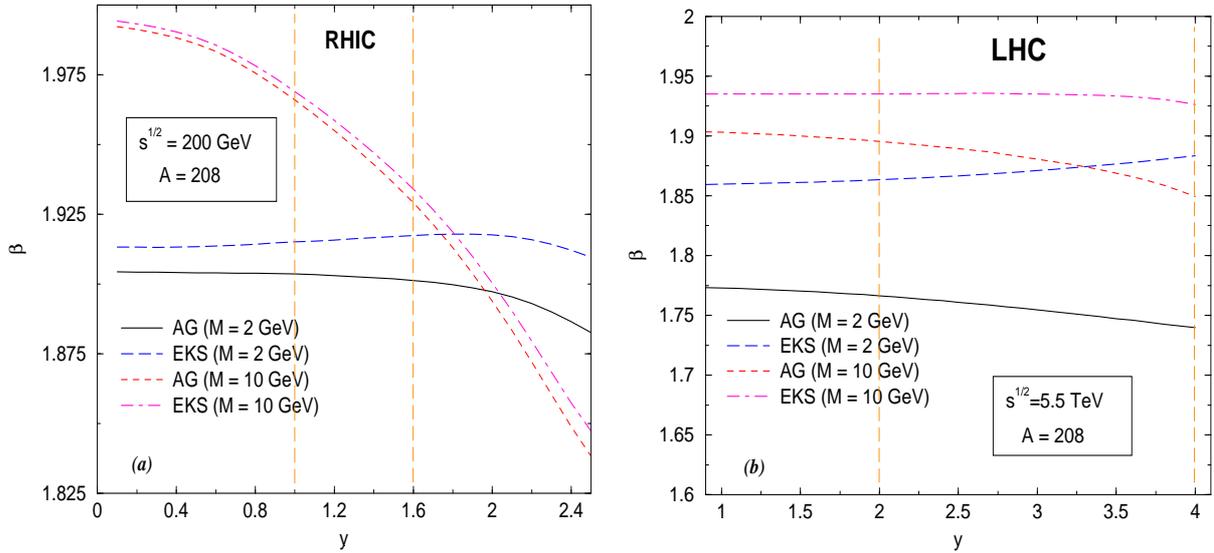
**Fig. 4.10:** O expoente  $\alpha$  para o processo DY em colisões  $pA$  em função da variável rapidez  $y$  para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 350$  GeV) (a) e LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV) (b) com valores fixos para a massa do par de léptons.

Na Fig. (4.10), apresentamos o comportamento do expoente  $\alpha$  em função da variável rapidez  $y$  para energias de RHIC e LHC considerando colisões  $pA$ . As regiões de sensibilidade dos detectores de RHIC e LHC estão salientadas. A partir da Fig. (4.2) podemos notar que grandes valores de rapidez estão associados a pequenos valores de  $x_2$ , com  $x_1$  distribuído entre 0 e 1. Para regiões de grande rapidez,  $x_1 \gg x_2$ , pois  $x_{1(2)} = \sqrt{\tau} e^{(\pm)y}$ . Além disso, um valor fixo para a massa corresponde ao valor fixo de  $\tau$  e a análise do expoente  $\alpha$  está associada apenas a um ponto do gráfico (4.2). Para energias do RHIC ( $\sqrt{s} = 350$  GeV), Fig. (4.10.a), o expoente  $\alpha$  reduz com a rapidez. Para estas energias e  $M = 2$  GeV,  $y = 1$  corresponde a  $x_2 \approx 2.10^{-3}$ , enquanto  $y = 1.6$  corresponde a  $x_2 \approx 1.10^{-3}$ . Isto indica que um aumento de  $y$ , temos um aumento dos eAD partônica, gerando uma diferença significativa entre as predições obtidas a partir das parametrizações EKS e AG.

Para as energias do LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV), Fig. (4.10.b), o expoente reduz com o aumento de  $y$ . O expoente  $\alpha$  calculado a partir da parametrização EKS, apresenta um comportamento praticamente constante para grande  $y$ . Este efeito também é uma manifestação da saturação contida na parametrização EKS. Novamente, este efeito desaparece quando a dinâmica Glauber-Mueller é levada em conta na evolução das distribuições nucleares. Tanto para  $M = 2$  GeV como para  $M = 10$  GeV, a análise dos processos DY produzidos dentro do intervalo de rapidez de LHC será capaz de distinguir entre as duas dinâmicas.

Tanto para RHIC como para LHC, o expoente  $\alpha$  obtido a partir da distribuição AG é

reduzido em relação ao mesmo expoente calculado pela parametrização EKS. Esta diferença é mais significativa para menores massas, o que está de acordo com a inclusão de eAD partônica na evolução dinâmica das distribuições  $q^A(x, Q^2)$ , como ilustrado nas Figs. (4.5), (4.6), (4.7).



**Fig. 4.11:** O expoente  $\beta$  para o processo DY em colisões AA como uma função da variável rapidez para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) (a) e LHC ( $\sqrt{s} = 5.5$  TeV) (b) com valores fixos para a massa do par de léptons.

O mesmo procedimento pode ser realizado para se estudar colisões AA para energias do RHIC e LHC. Na Fig. (4.11), mostramos o comportamento do expoente  $\beta$  em função da rapidez. Verificamos que os eAD aumentam para a região de grande rapidez, o que já foi evidenciado na análise do processo  $pA$ . Contudo existe algumas diferenças no comportamento do expoente  $\beta$  que devem ser analisadas. Estas diferenças são devido aos efeitos nucleares no núcleo identificado com a fração de momentum  $x_1$ . Na Fig. (4.11.a) verificamos que o expoente  $\beta$  reduz muito para grande rapidez e grande massa ( $M = 10$  GeV). Isto deve-se a região de  $x_1$  que está sendo explorada. Para  $y = 1$  em energias de RHIC, considerando uma massa  $M = 10$  GeV, temos  $x_1 \approx 0.1$  e  $x_2 \approx 10^{-2}$ . O aumento de  $y$  provoca um aumento em  $x_1$  e uma redução de  $x_2$ . Para  $y = 2$ ,  $M = 10$  GeV,  $x_1 \approx 0.36$  e  $x_2 \approx 10^{-3}$ , verificando que estamos numa região do efeito EMC na variável  $x_1$ , que juntamente com a região de efeitos de sombreamento na variável  $x_2$  provocam uma acentuada redução do expoente com o aumento da rapidez. Para uma massa de  $M = 2$  GeV e energias de RHIC em colisões AA ( $\sqrt{s} = 200$  GeV), não ocorre uma redução acentuada do expoente  $\beta$ , pois os valores de  $x_1$  estão na região de sombreamento. Por exemplo, os valores de  $y = 1$ ,  $M = 2$  GeV, corres-

pondem a  $x_1 \approx 0.02$  e  $x_2 \approx 2 \cdot 10^{-3}$ . Aumentando o valor de rapidez para  $y = 2$ , teremos  $x_1 \approx 0.07$  e  $x_2 \approx 7 \cdot 10^{-4}$  para a mesma massa. Isso mostra que  $x_1$  está aumentando, porém numa região de sombreamento, o que provoca um pequeno aumento do expoente  $\beta$  previsto pela parametrização EKS. A inclusão da distribuição dada pela parametrização AG, reduz significativamente o expoente  $\beta$ , pois os eAD reduzem a distribuição de quarks em pequeno  $x_2$  e o expoente  $\beta$  decresce com o aumento de  $y$ . Esta redução devido é mais acentuada para pequenas massas e para valores maiores de rapidez.

Na Fig. (4.11.b), analisamos o expoente  $\beta$  para energias de LHC. Notamos um comportamento diferente para o expoente  $\beta$  em comparação as energias do RHIC. Para pequenos valores de massa, o aumento da rapidez implica um aumento da fração de momentum  $x_1$ , deslocando esta variável da região de sombreamento para região de antisombreamento, enquanto a fração de momentum  $x_2$  mantém-se na região de sombreamento. Para energias de LHC ( $\sqrt{s} = 5.5$  TeV) os valores  $y = 2$ ,  $M = 2$  GeV, correspondem a  $x_1 \approx 0.0026$  e  $x_2 \approx 4 \cdot 10^{-5}$  enquanto que  $y = 4$ ,  $M = 2$  GeV, correspondem a  $x_1 \approx 0.09$  e  $x_2 \approx 6 \cdot 10^{-6}$ . A modificação nas distintas regiões cinemáticas exploradas, se manifesta no comportamento do expoente  $\beta$ . A medida que  $y$  cresce,  $x_1$  cresce, entrando na região de anti-sombreamento, e  $x_2$  diminui. Para a parametrização EKS, isso corresponde a um valor praticamente constante para a razão das distribuições de quark nuclear/nucleon em função de  $x_2$  e o efeito global será um crescimento de  $\beta$ . Se a parametrização AG é levada em conta, a diminuição de  $x_2$  leva a uma redução das distribuições nucleares, o que se manifesta no decréscimo de  $\beta$ . Assim, pela parametrização AG, o aumento do expoente  $\beta$  previsto pela parametrização EKS não ocorre, pois temos um grande aumento dos eAD na região de grande  $y$ . Novamente, este efeito é mais significativo para pequenas massas.

### 4.3 Conclusões

A descrição teórica das colisões de íons pesados para energias de RHIC e LHC está diretamente associada à compreensão dos efeitos de alta densidade em tais regiões cinemáticas. Com este objetivo, neste capítulo, investigamos os eAD nos processos Drell-Yan, baseados no formalismo de Glauber-Mueller. A análise do processo DY é muito útil para vincular a distribuição de quarks do núcleo na região de pequeno  $x$ , numa região dominada pela distribuição de glúons.

Os expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  foram nossa principal ferramenta para se avaliar a intensidade deste efeitos em processo de colisão  $pA$  e  $AA$ . Como na seção de choque do processo DY temos integrações nas variáveis cinemáticas do processo, a contribuição dos distintos efeitos nucleares aparecerá integrada na seção de choque, portanto os expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  nos apresentam

os resultados destas integrações. Uma das vantagens de analisar o processo DY, está na possibilidade de relacionar diferentes regiões cinemáticas num mesmo experimento. Analisamos tanto efeitos de alta densidade (recombinação e interação partônicas) como efeitos nucleares de grande  $x$ , para uma descrição da seção de choque para altas energias. A análise destes efeitos, nos processos  $pA$  mostrou que a compreensão dos efeitos ocorridos neste processo são fundamentais para uma melhor descrição da seção de choque em processos  $AA$ , onde temos efeitos nucleares de grande  $x$ .

Analisamos os eAD partônica como uma função da energia de centro de momentum  $s$ , e verificamos que estes efeitos aumentam a medida que aumentamos a energia do processo. Para energias e RHIC ( $200 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 350 \text{ GeV}$ ) verificamos que a seção de choque reduz de 10 % a 14 % se os eAD são consideradas. Para energias de LHC ( $5.5 \text{ TeV} < \sqrt{s} < 8.8 \text{ TeV}$ ) esta redução vai de 60 % a 65 % da seção de choque total para o processo DY, mostando que no acelerador LHC os efeitos provocam grandes modificações na seção de choque para o processo Drell-Yan.

A análise dos efeitos de alta densidade foi realizada como uma função da massa do par de léptons do esta final (escala). Verificamos que estes efeitos reduzem com o aumento da massa, pois os expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  aumentam com o aumento da massa. A análise como uma função da variável  $x_F$  foi realizada e verificamos que em colisões  $pp$  o aumento de  $x_F$  corresponde em um aumento dos efeitos de alta densidade, pois vamos para regiões de pequeno  $x_2$ . Para colisões  $AA$  os efeitos nucleares de grande  $x$  são importantes, pois para grande  $x_F$  vamos a regiões de grande  $x_1$ . Contudo, o comportamento geral nos mostrou que os eAD são mais significativos para grande  $x_F$ .

A análise dos expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  como função da variável rapidez confirmou a dependência na escala e na fração de momentum dos eAD, pois verificamos que são mais significativos para pequenas massas, aumentando com a redução da fração de momentum. Entretanto, os efeitos de grande  $x$  são fundamentais para descrever o comportamento da seção de choque nuclear para grande energias, pois quando são considerados, em colisões  $AA$ , uma modificação no comportamento do expoente  $\beta$  em comparação ao expoente  $\alpha$  é verificada. O cálculo dos expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  em termos das variáveis cinemáticas do processo ( $\sqrt{s}$ ,  $x_F$ ,  $M$ ) deve ser realizado com certo cuidado, pois a análise em uma variável exige integrações nas demais. A integração considera distintos intervalos de  $x_1$  e  $x_2$ . Isto conduz a resultados onde efeitos de regiões de  $x_1$  e  $x_2$  pequenos, ou  $x_1$  grande e  $x_2$  pequeno, etc, ou ainda uma grande variação do valor de  $x_1$  ou  $x_2$ , estão presentes, determinando o comportamento dos expoentes, logo da seção de choque do processo, introduzindo assim um efeito da cinemática do processo. Neste trabalho, somente a análise dos expoentes em termos da variável rapidez  $y$  não apresenta este problema, pois não ocorre integração sobre nenhuma variável cinemática. Neste caso pode-se determinar com mais precisão qual região cinemática está

sendo explorada.

Com base nos resultados obtidos para o processo DY, podemos concluir que, além das modificações das condições iniciais da evolução DGLAP, que descreve os dados para alvo fixo, as modificações nesta evolução devido a recombinação e interação de pártons deve ser incluída, para descrever as distribuições partônicas nucleares. Assim, avaliamos que estes efeitos são de extrema importância na descrição de processos hadrônicos para altas energias.

# Conclusões e Perspectivas

O objetivo central deste trabalho foi analisar os efeitos de alta densidade nas distribuições de quarks e glúons, descritos pelo formalismo de Glauber-Mueller, utilizando como principal observável a seção de choque do processo Drell-Yan. Para isto, analisamos o processo em colisões  $pp$ ,  $pA$  e  $AA$  para diferentes energias e em diferentes referenciais. Ao final de cada capítulo apresentamos nossas conclusões parciais. Apresentamos aqui um resumo dos principais pontos estudados, dos resultados obtidos e das conclusões de cada capítulo.

No capítulo 1, apresentamos e discutimos os conceitos utilizados na descrição da estrutura do próton e do espalhamento profundamente inelástico a partir do modelo de pártons e da QCD. Nesta descrição, o nucleon é constituído de partículas pontuais de spin-1/2 e sua estrutura é descrita através de distribuições partônicas de quarks e glúons de seu interior. A parametrização GRV para as distribuições partônicas do nucleon (próton e nêutron) foi apresentada. O processo DY no referencial de momentum infinito foi apresentada e discutido neste capítulo. Apresentamos evidências experimentais dos efeitos nucleares no processo DIS e DY, onde analisamos e caracterizamos estes efeitos de acordo com a região cinemática em que aparecem.

No capítulo 2, introduzimos a descrição do processo DIS no referencial de repouso do alvo. Este resultado foi generalizado para outros processos de altas energias, obtendo um resultado que não é restrito ao processo DIS. O objetivo central deste capítulo foi obter distribuições partônicas para o nucleon e para o núcleo que levem em conta efeitos de unitariedade na evolução dinâmica. No contexto da descrição partônica, estes efeitos estão associados às altas densidades de pártons. Com o objetivo de descrever os efeitos de unitariedade apresentamos o formalismo eikonal desenvolvido para obter a evolução das distribuições partônicas tanto para o núcleo quanto para o nucleon. O formalismo eikonal corresponde ao modelo de Glauber para múltiplos espalhamentos que resultou na equação de evolução AGL.

Como discutido neste capítulo, os efeitos nucleares presentes nos dados de alvo fixo, podem ser descritos a partir da evolução DGLAP com condições iniciais ajustadas, sujeitando as distribuições ao vínculo de conservação de momentum e número bariônico. Esta descrição foi realizada na parametrização EKS. Nesta parametrização, as distribuições de glúons são relacionadas as distribuições de quarks ( $F_2$ ) para  $x \rightarrow 0$  e à saturação das

razões  $R_G$  e  $R_{F_2}$  é incluída nas distribuições iniciais.

Os efeitos nucleares para dados de alvo fixo podem ser descritos através da DGLAP com correções nas condições iniciais, contudo os dados para pequeno  $x$  estão numa região de pequeno  $Q^2$ , portanto em princípio, numa região não-perturbativa. Esperamos que estas distribuições não contenham efeitos de alta densidade (perturbativos) nas condições iniciais. Assumindo esta condição, utilizamos o formalismo Glauber-Mueller, que é válido para  $x < 10^{-2}$  e  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ , portanto numa região perturbativa, para descrever os efeitos de unitariedade. Desta forma, obtemos distribuições partônicas para o núcleo considerando efeitos nucleares perturbativos (recombinação e interação partônica) e ainda levando em conta os efeitos nucleares descritos pelo ajuste das condições iniciais na evolução DGLAP. Contudo, a região entre as dinâmicas perturbativas e não-perturbativas não é determinada com precisão, tal que os efeitos nucleares perturbativos, podem ser superestimados neste formalismo.

Com a finalidade de avaliar os efeitos de unitariedade para as distribuições partônicas do nucleon e ainda os efeitos de alta densidade nas distribuições partônicas do núcleo, consideramos a seção de choque do processo Drell-Yan como o observável. O processo DY é particularmente interessante porque possui apenas efeitos de estado inicial, a seção de choque do processo depende das distribuições de glúons no referencial de repouso do alvo e de quarks no referencial de momentum infinito, em distintas regiões cinemáticas, e espera-se novos resultados experimentais para este processo nos novos aceleradores RHIC e LHC. Nos próximos capítulos, realizamos a análise dos efeitos de unitariedade no processo DY em colisões  $pp$ ,  $pA$  e  $AA$ .

No capítulo 3, realizamos a descrição do processo DY no referencial de repouso do alvo para colisões  $pp$ . A análise do processo neste referencial é interessante porque o modelo de Glauber é obtido a partir do referencial de repouso do alvo. Neste capítulo, investigamos os efeitos de unitariedade sobre as distribuições partônicas do nucleon baseados no formalismo de Glauber-Mueller. Mais especificamente, analisamos estes efeitos sobre a distribuição de glúons, pois esta distribuição está relacionada a seção de choque do processo DY no referencial de repouso do alvo. Investigamos as contribuições perturbativas e não-perturbativas para a seção de choque do processo e verificamos que a função de onda para o autoestado  $\gamma^*q$ , seleciona pequenas separações do par, portanto contribuições perturbativas, contudo as contribuições não-perturbativas são significativas.

Este formalismo é usado para descrever a seção de choque dos processos DY em regiões de pequena fração de momentum e considera somente o conteúdo de mar do alvo. Nossos resultados mostraram a invarância de referencial para a seção de choque do processo DY para energias do RHIC. Para as atuais energias, encontramos uma pequena diferença entre os dados e a predição estabelecida pelo formalismo de dipolos de cor, bem como entre

a seção de choque determinada neste formalismo e no referencial de momentum infinito. Este fato ocorre devido as baixas energias existentes em colisões hadrônicas, limitando a aplicação do modelo de dipolos de cor. Contudo, a inclusão da parte de valência do alvo, parametrizada em termos de uma contribuição de Regge, foi considerada, o que nos mostrou com mais nitidez a invariância de referencial e ainda uma melhor descrição dos dados. Os efeitos de unitariedade sobre a distribuição de glúons do nucleon foi investigada através da seção de choque para o processo DY para energias de RHIC  $\sqrt{s} = 500$  GeV para colisões  $pp$ . Verifica-se que a seção de choque é reduzida aproximadamente 15 % se estes efeitos são considerados.

No capítulo 4, utilizamos o processo DY como observável para se investigar os efeitos nucleares nas distribuições de quarks do núcleo. Como foi discutido, estes efeitos podem ter duas origens. O ajuste das condições iniciais nas equações DGLAP, descreve dados para alvo nuclear fixo, que para pequeno  $x$  estão numa região não-perturbativa, portanto consideramos que este ajuste leve em conta efeitos não-perturbativos. Os eAD partônica sobre as distribuições de pártons, descritos pelo formalismo de Glauber-Mueller, são considerados como de origem perturbativa.

Utilizamos os expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  para analisar quantitativamente os eAD nas distribuições partônicas. Como salientado, os resultados obtidos para estes expoentes são praticamente independentes da ordem em que estamos analisando o processo, num cálculo que pressupõe fatorização. A seção de choque para o processo DY inclui integração nas variáveis cinemáticas  $x_F$ ,  $\tau$  ou  $y$ . A contribuição de distintos efeitos nucleares dependerá das variáveis integradas na seção de choque, tal que os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  nos mostram os resultados destas integrações.

O comportamento dos expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  foi investigado nas variáveis cinemáticas  $s$ ,  $M$ ,  $x_F$  e  $y$ . Os resultados mostraram que os efeitos crescem com a energia, pois a região de altas energias está associada a pequena fração de momentum. Para colisões  $pA$  em energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 350$  GeV) a redução na seção de choque é de aproximadamente 14 %, enquanto para energias de LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$  TeV) a redução é de aproximadamente 65 %. Considerando colisões  $AA$ , a análise do expoente  $\beta$  nos mostra que para energias de RHIC ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) a redução na seção de choque é aproximadamente 10 %, enquanto para energias de LHC ( $\sqrt{s} = 5.5$  TeV) esta redução é de aproximadamente 60 %. Comparando colisões  $pA$  e  $AA$  verificamos que os efeitos analisados em processos  $pA$  estão presentes em colisões  $AA$ , contudo a magnitude destes efeitos apareceu maior em colisões  $pA$ . Isto ocorre porque as energias por nucleon em colisões  $pA$  é maior.

A análise dos eAD partônica foi realizada como uma função da massa do par de léptons do estado final. Verificamos que estes efeitos são mais significativos para pequenas massas, pois os expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  aumentam com o aumento da massa. A análise destes expoentes

como função da variável  $x_F$  foi realizada e verificamos que em colisões  $pA$  o aumento de  $x_F$  corresponde a um aumento dos efeitos, pois regiões de pequeno  $x_2$  são exploradas. Para colisões  $AA$  os efeitos nucleares de grande  $x$  são importantes, pois para grande  $x_F$  regiões de grande  $x_1$  são analisadas. Contudo, o comportamento geral nos mostra que os efeitos descritos pela fórmula de Glauber-Mueller aumentam com  $x_F$ .

A investigação dos efeitos nucleares em função da variável rapidez foi realizada. Esta variável é importante porque pode-se determinar uma região de sensibilidade dos detectores nos aceleradores RHIC e LHC. Verificamos que os eAD crescem com aumento da rapidez, pois um aumento em  $y$  reflete-se numa redução de valores de  $x_2$ . Na análise dos expoentes  $\alpha$  e  $\beta$ , os efeitos nucleares de grande  $x$  (EMC, movimento de férmions) desenvolvem um importante papel para descrição deste expoentes.

Com base nos resultados obtidos para o processo  $DY$ , podemos concluir que, além das modificações das condições iniciais da evolução DGLAP, que descreve os dados para alvo fixo, as modificações nesta evolução devido aos eAD devem ser incluídas, para descrever as distribuições partônicas nucleares.

O trabalho aqui desenvolvido poderá ser útil para analisar as distribuições que certamente serão obtidas no próximos aceleradores. Com relação ao processo  $DY$ , particularmente pretendemos analisar as distribuições em momentum transversal, energia transversal, para grandes massas invariantes de pares de léptons, considerando efeitos de alta densidade. Estas distribuições exigem cálculos em mais altas ordens na QCD, onde temos problemas de divergência para pequeno momentum transversal. Com objetivo de contornar este problema analisaremos estas distribuições em ambos referenciais (momentum infinito e referencial de repouso do alvo).

# Referências

- [1] MUTA, T. *Foundations of quantum chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories*. 2. ed. Singapore: World Scientific, 1997.
- [2] GREINER, W.; SCHÄFER, A. *Quantum chromodynamics*. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [3] STERMAN, G. et al. Handbook of perturbative QCD. *Rev. Mod. Phys.*, Woodbury, v. 67, n. 1, p. 157-248, Jan. 1995.
- [4] ROBERTS, R. G. *The structure of the proton*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [5] KLEIN, M. Structure functions in deep inelastic lepton nucleon scattering. *Int. J. Mod. Phys. A*, Singapore, v. 15, p. 467-494, Dec. 2000. Suppl. 1.
- [6] COOPER-SARKAR, A. M.; DEVENISH, R. C. E.; DE ROECK, A. Structure functions of the nucleon and their interpretation. *Int. J. Mod. Phys. A*, Singapore, v. 13, n. 20, p. 3385-3586, Aug. 1998.
- [7] McGAUGHEY, P. L.; MOSS, J. M.; PENG, J. C. High-energy hadron-induced dilepton production from nucleons and nuclei. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, Palo Alto, v. 49, p. 217-253, 1999.
- [8] ESKOLA, K. J.; KOLHINEN, V. J.; SALGADO, C. A. The scale dependent nuclear effects in parton distributions for practical applications. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 9, n. 1, p. 61-68, June 1999.
- [9] ESKOLA, K. J.; KOLHINEN, V. J.; RUUSKANEN, P. V. Scale evolution of nuclear parton distributions. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 535, n. 1/2, p. 351-371, Dec. 1998.
- [10] AYALA, A. L. et al. A dependence of hadron-nucleus massive lepton pair production. *Phys. Rev. C*, Woodbury, v. 49, n. 1, p. 489-493, Jan. 1994.

- [11] DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and  $e^+e^-$  annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 46, n. 4, p. 641-653, Oct. 1977.
- [12] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 126, n. 2, p. 298-318, Aug. 1977.
- [13] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic  $ep$  scattering in perturbation theory. *Sov. J. Nucl. Phys*, New York, v. 15, n. 4, p. 438-450, Oct. 1978.
- [14] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Pomeranchuk singularity in asymptotically free theories. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 60, n. 1, p. 50-52, Dec. 1975.
- [15] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multi Reggeon processes in the Yang-Mills theory. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 44, n. 3, p. 443-451, Sept. 1976.
- [16] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. The Pomeranchuk singularity in nonAbelian gauge theories. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 45, n. 2, p. 199-204, Feb. 1977.
- [17] BALITSKY, Y.; LIPATOV, L. N. Pomeranchuk singularity in quantum chromodynamics. *Sov. J. Nucl. Phys.*, New York, v. 28, n. 6, p. 822-829, Dec. 1978.
- [18] GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. Semihard process in QCD. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 100, n. 1/2, p. 1-150, Nov. 1983.
- [19] BENVENUTI, A. C. et al. Nuclear effects in deep inelastic muon scattering on deuterium and iron targets. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 189, n. 4, p. 483-487, May 1987.
- [20] ALDE, D. M. et al. Nuclear dependence of dimuons production at 800 GeV. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 64, n. 21, p. 2479-2482, May 1990.
- [21] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. QCD evolution of the gluon density in a nucleus. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 493, n. 1/2, p. 305-353, May 1997.
- [22] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Parton densities in a nucleon. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 511, n. 1/2, p. 355-395, Feb. 1998.
- [23] AYALA FILHO, A. L. *Formalismo de Glauber para interações partônicas*. 1998. 106 f. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1998.

- [24] GLAUBER, R. J. *High energy and nuclear structure*. Amsterdam: North-Holland, 1967.
- [25] GLAUBER, R. J.; MATTHIAE, G. High energy scattering of protons by nuclei. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 21, n. 1, p. 135-157, 1970.
- [26] CANAL, C. A.; GAY DUCATI, M. B.; SIMÕES, J. A. M. *Notes in deep inelastic scattering*. Strasbourg: Centre de Recherches Nucléaires, Université Louis Pasteur, 1979. 93p. (Séries des cours et conférences sur la physique des hautes énergies, 15).
- [27] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*. New York: John Wiley, 1984.
- [28] BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A. Inelastic electron-proton and gamma-proton scattering and structure of nucleon. *Phys. Rev.*, New York, v. 185, n. 5, p. 1975-1982, Sept. 1969.
- [29] CALLAN, C. G.; GROSS, D. J. High-energy electroproduction and constitution of the electric current. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 22, n. 1, p. 156-159, Jan. 1969.
- [30] BENVENUTI, A. C. et al. A high statistics measurement of the proton structure function  $F_2(x, Q^2)$  and  $R$  from deep inelastic muon scattering at high  $Q^2$ . *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 223, n. 4, p. 485-480, Jan. 1989.
- [31] THORNE, R. S. Renormalization scheme consistent structure functions, including leading  $\ln(1/x)$  terms. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 392, n. 3/4, p. 463-474, Jan. 1997.
- [32] MARTIN, A. D.; ROBERTS, R. G.; STIRLING, W. J. Parton distribution of the proton. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 50, n. 11, p. 6734-6752, Dec. 1994.
- [33] MARTIN, A. D. et al. Parton distributions: a new global analysis. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 4, n. 3, p. 463-496, July 1998.
- [34] MARTIN, A. D. et al. Update of MRST partons. *Nucl. Phys. B Suppl. Proc.*, Amsterdam, v. 79, p. 105-107, Oct. 1999.
- [35] LAI, H. L. et al. Global QCD analysis and the CTEQ parton distributions. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 51, n. 9, p. 4763-4782, May 1995.
- [36] GLUCK, M.; REYA, E. Dynamical determination of parton and gluon distributions in quantum chromodynamics. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 130, n. 1, p. 76-92, Nov. 1977.

- [37] GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions of the proton and small- $x$  physics. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 67, n. 3, p. 433-447, July 1995.
- [38] GLUCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions revisited. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 5, n. 3, p. 461-470, Sept. 1998.
- [39] DRELL, S. D.; YAN, T. M. Massive lepton-pair production in hadron-hadron collisions at high energies. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 25, n. 5, p. 316-320, Aug. 1970.
- [40] HAWKER, E. A. et al. Measurement of the light antiquark flavor asymmetry in the nucleon sea. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 80, n. 17, p. 3715-3718, Apr. 1998.
- [41] ITO, A. S. et al. Measurement of the continuum of dimuons produced in high-energy proton-nucleus collisions. *Phys. Rev. D*, New York, v. 23, n. 3, p. 604-633, Feb. 1981.
- [42] MORENO, G. et al. Dimuon production in proton-copper collisions at  $\sqrt{s} = 38.8$  GeV. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 43, n. 9, p. 2815-2835, May 1991.
- [43] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum in Drell-Yan process. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 76, n. 3, p. 351-355, June 1978.
- [44] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum of muon pair in hadronic collisions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 76, n. 3, p. 356-360, June 1978.
- [45] FIELD, R. *Application of perturbative QCD*. Reading: Addison Wesley, 1995.
- [46] FRITZSCH, H.; MINKOWSKI, P. Quark-Gluon collisions as source of dimuon production at large transverse momenta in proton nucleon scattering. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 73, n. 1, p. 80-84, Jan. 1978.
- [47] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. Transverse momentum distribution in Drell-Yan and W-boson and Z-boson production. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 250, n. 2, p. 199-224, Feb. 1985.
- [48] ANTREASYAN, D. et al. Dimuon scaling comparison at 44 and 62 GeV. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 48, n. 5, p. 302-304, Feb. 1982.
- [49] GAVIN, S. et al. Production of Drell-Yan pairs in  $pp$  collision. *Int. J. Mod. Phys. A*, Singapore, v. 10, n. 20/21, p. 2961-2998, Aug. 1995.
- [50] ARNEODO, M. Nuclear effects in structure functions. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 240, n. 5/6, p. 301-393, May 1994.

- [51] PILER, G.; WEISE, W. Nuclear deep-inelastic lepton scattering and coherence phenomena. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 330, n. 1, p. 2-94, June 2000.
- [52] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. Small  $x$  nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Phys. Rev. C*, Melville, v. 60, n. 5, 058201 4p., Nov. 1999.
- [53] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. Seeking the shadowing in  $eA$  processes. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 466, n. 2/4, p. 375-379, Nov. 1999.
- [54] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Unitarity boundary for deep inelastic structure functions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 388, n. 1, p. 188-196, Nov. 1996.
- [55] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. The description of  $F_2$  at very high parton densities. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 502, n. 1/4, p. 92-98, Mar. 2001.
- [56] AUBERT, J. J. et al. The ratio of the nucleon structure functions  $F_2(N)$  for iron. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 123, n. 3/4, p. 275-278, Jan. 1983.
- [57] AMAUDRUZ, P. et al. A re-evaluation of the nuclear structure function ratios for  $D$ ,  $He$ ,  $Li$ ,  $C$  and  $Ca$ . *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 441, n. 1, p. 3-11, May 1995.
- [58] GOMEZ, J. et al. Measurement of the  $A$ -dependence of deep inelastic electron scattering. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 49, n. 9, p. 4348-4372, May 1994.
- [59] ADAMS, M. R. et al. Saturation of shadowing at very low Bjorken  $x$ . *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 68, n. 22, p. 3266-3269, June 1992.
- [60] ADAMS, M. R. et al. Shadowing in inelastic scattering of muons on carbon, calcium and lead at low  $x(Bj)$ . *Z. Phys. C*, Berlin, v. 67, n. 3, p. 403-410, May 1995.
- [61] ADAMS, M. R. et al. Shadowing in the muon xenon inelastic scattering cross section at 490 GeV. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 287, n. 4, p. 375-380, Aug. 1992.
- [62] ARNEODO, M. et al. The structure function ratios  $F_2^{Li}/F_2^d$  and  $F_2^C/F_2^D$  at small- $x$ . *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 441, n. 1/2, p. 12-30, May 1995.
- [63] ARNEODO, M. et al. The  $A$  dependence of the nuclear structure function ratios. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 481, n. 1/2, p. 3-22, Dec. 1996.
- [64] ARNEODO, M. et al. The  $Q(2)$  dependence of the structure function ratio  $F_2^{Sn}/F_2^C$  and the difference  $R(Sn)-R(C)$  in deep inelastic muon scattering. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 481, n.1/2, p. 23-39, Dec. 1996.

- [65] CANAL, C. A. G.; SANTANGELO, E. M.; VUCETICH, H. Connection among different approaches to the European Muon Collaboration effect. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 35, n. 1, p. 382-384, Jan. 1987.
- [66] EPELE, L. N.; CANAL, C. A. G.; GAY DUCATI, M. B. Nuclear effects in  $J/\psi$  hadronproduction. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 226, n. 1/2, p. 167-170, Aug. 1989.
- [67] BROOKES, G. R. et al. Total hadronic photoabsorption cross sections of nuclei for photons in GeV energy range. *Phys. Rev. D*, New York, v. 8, n. 9, p. 2826-2836, Nov. 1973.
- [68] ADAMS, M. R. et al. Extraction of the ratio  $F_2^N/F_2^p$  from muon-deuteron and muon-proton scattering at small- $x$  and  $Q^2$ . *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 75, n. 8, p. 1466-1470, Aug. 1995.
- [69] ARNEODO, M. et al. Accurate measurement of  $F_2^D/F_2^p$  and  $R(D)-R(p)$ . *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 487, n. 1/2, p. 3-26, Mar. 1997.
- [70] GAVIN, S.; MILANA, J. Energy loss at large  $x_F$  in nuclear collisions. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 68, n. 12, p. 1834-1837, Mar. 1992.
- [71] FRANKEL, S.; FRATI, W. A dependence of hadron production in inelastic muon scattering and dimuon production by protons. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 51, n. 9, p. 4783-4788, May 1995.
- [72] GONÇALVES, V. P. *A cromodinâmica quântica em sistemas densos*. 2000. 145 f. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.
- [73] GRIBOV, V. N. Glauber corrections and interaction between high energy hadrons and nuclei. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 29, n. 3, p. 483-487, Sept. 1969.
- [74] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Unitarity corrections to the proton structure functions through the dipole picture. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/?01111093>>. Acesso em: 20 dec. 2001.
- [75] ADLOFF, C. et al. On rise of the proton structure function  $F_2$  towards low  $x$ . *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 520, n. 3/4, p. 183-190, Nov. 2001.
- [76] MUELLER, A. H.; QIU, J. Gluon recombination and shadowing at small values of  $x$ . *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 268, n. 2, p. 427-452, May 1986.

- [77] LEVIN, E.; RYSKIN, M. G. Diffractive dissociation on nuclei in the leading log approximation to QCD. *Sov. J Nucl. Phys.*, Woodbury, v. 45, n. 1, p. 150-156, Jan. 1987.
- [78] MUELLER, A. H. Small- $x$  behavior and parton saturation- a QCD model. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 335, n. 1, p. 115-137, Apr. 1990.
- [79] GLAUBER, R. J. Cross sections in deuterium at high energies. *Phys. Rev.*, New York, v. 100, n. 1, p. 242-248, Oct. 1955.
- [80] ARNOLD, R. C. Optical potential for high energy physics: theory and applications. *Phys. Rev.*, New York, v. 153, n. 5, p. 1523-1546, Jan. 1967.
- [81] CHOU, T. T.; YANG, C.N. Model of elastic high energy scattering. *Phys. Rev.*, New York, v. 170, n. 5, p. 1591-1596, June 1968.
- [82] FROISSART, M. Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation. *Phys. Rev.*, New York, v. 123, n. 3, p. 1053-1057, Aug. 1961.
- [83] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. The AGL equation from the dipole picture. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 557, n. 1/2, p. 296-306, Sept. 1999.
- [84] AYALA, A. L.; GONÇALVES, V. P. The improved nuclear parton distributions. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 20, n. 2, p. 343-348, Apr. 2001.
- [85] VOGT, R.  $x_F$  dependence of  $\psi$  and Drell-Yan production. *Phys. Rev. C*, Melville, v. 61, n. 3, 035203 25p., Mar. 2000.
- [86] BETEMPS, M. A.; GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Unitarity corrections to the Drell-Yan process in the target rest frame. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 1, 014018 11p., July 2002.
- [87] KOPELIOVICH, B. Z. Soft component of hard reactions and nuclear shadowing (DIS, Drell-Yan reaction, heavy quark production). Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/?9609385>>. Acesso em: 12 June 2001.
- [88] BRODSKY, S. J.; HEBECKER, A.; QUACK, E. Drell-Yan process and factorization in impact parameter space. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 55, n. 5, p. 2584-2590, Mar. 1997.
- [89] KOPELIOVICH, B. Z. Diffractive production of Drell-Yan pairs and heavy flavours. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 447, n. 3/4, p. 308-312, Feb. 1999.

- [90] KERLEY, G. R.; McDERMOTT, M. The colour dipole approach to small-x processes. *J. Phys. G: Nucl. Part.*, Bristol, v. 26, n. 5, p. 683-688, May 2000.
- [91] McDERMOTT, M. The dipole picture of small x physics (a summary of the Amirim meeting). Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/?0008260>>. Acesso em: 24 July 2001.
- [92] NIKOLAEV, N. N.; SAKHAROV, B. G. Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 49, n. 4, p. 607-618, Mar. 1991.
- [93] KOPELIOVICH, B. Z.; RAUFEISEN, J.; TARASOV, A. V. The color dipole picture of the Drell-Yan process. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 503, n. 1/2, p. 91-98, Mar. 2001.
- [94] McDERMOTT, M. et al. Unitarity and the QCD-improved dipole picture. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 16, n. 4, p. 641-656, Sept. 2000.
- [95] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Small x: two pomerons! *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 437, n. 3/4, p. 408-416, Oct. 1998.
- [96] GAY DUCATI, M. B. High density QCD. *Braz. J. Phys.*, São Paulo, v. 31, n. 2, p. 115-130, June 2001.
- [97] GAY DUCATI, M. B.; GONÇALVES, V. P. Constraining the free parameter of the high parton density effects. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 487, n. 1/2, p. 110-117, Aug. 2000.
- [98] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q^2$  and its implications on diffraction *Phys. Rev. D*, Melville, v. 59, n. 1, 014017 10p., Jan. 1999.
- [99] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 11, 114023 15p., Dec. 1999.
- [100] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Scaling violation and shadowing corrections at HERA. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 8, n. 1, p. 115-120, Apr. 1999.
- [101] ABRAMOWICZ, H. et al. A parametrization of  $\sigma_{tot}(\gamma^*p)$  above the resonance region for  $Q^2 > 0$ . *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 269, n. 3/4, p. 465-476, Oct. 1991.

- [102] ABRAMOWICZ, H.; LEVY, A. The ALLM parameterization of  $\sigma_{tot}(\gamma^*p)$  - an update. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/?9712415>>. Acesso em: 24 July 2001.
- [103] McGAUGHEY, P.L. et al. Cross sections for the production of high mass pairs from 800 GeV proton bombardment of  $^2\text{H}$ . *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 50, n. 5, p. 3038-3045, Sept. 1994. Uma errata para o artigo foi publicado no, *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 11, 119903 5p., Dec. 1999.
- [104] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. New data and the hard pomeron. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 518, n 1/2, p. 63-71, Oct. 2001.
- [105] CATANI, S.; CIAFALONI, M.; HAUTMANN, F. High energy factorization and small  $x$  heavy flavour production. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 366, n. 1, p. 135-188, Nov. 1991.
- [106] COLLINS, J. C.; ELLIS, R. K. Heavy quark production in very high energy hadron collisions. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 360, n. 1, p. 3-30, Aug. 1991.
- [107] BIALAS, A.; NAVELET, H.; PESCHANSKI, R. QCD dipole model and  $k(T)$  factorization. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 593, n. 3, p. 438-450, Jan. 2001
- [108] ALTARELLI, G.; BALL, R. D.; FORTE, S. Small- $x$  resummation and HERA structure function data. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 599, n. 1/2, p. 383-423, Apr. 2001.
- [109] VOGT, A. Next-to-next-to-leading logarithmic threshold resummation for deep-inelastic scattering and the Drell-Yan process. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 497, n. 3/4, p. 228-234, Jan. 2001.
- [110] RIJKEN, P. J.; VAN NEERVEN, W. L. Order  $\alpha_s^2$  contributions to the Drell-Yan cross section at fixed target energies. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 51, n. 1, p. 44-63, Jan. 1995.
- [111] MUELLER, A. H. Parton saturation at small  $x$  and in large nuclei *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 558, n. 1/2, p. 285-303, Oct. 1999.
- [112] ALDE, D. M. et al. A dependence of  $J/\Psi$  and  $\Psi'$  production at 800 GeV/c. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 66, n. 2, p. 133-136, Jan. 1991.
- [113] ESKOLA, K. J. et al. Effects of shadowing on Drell-Yan dilepton production in high energy nuclear collisions. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/?0108093>>. Acesso em: 12 nov. 2001.

- 
- [114] PAJARES, C. RHIC Physics. *Acta. Phys. Pol. B*, Krakow, v. 30, n. 7, p. 2263-2281, July 1999.
- [115] ESKOLA, K. J. High energy nuclear collisions. Disponível em: <<http://arXiv.org/abs/hep-ph/?9911350>>. Acesso em: 14 July 2000.
- [116] AFFOLDER, T. et al. Measurement of  $d\sigma/dy$  for high mass Drell-Yan  $e^+e^-$  pairs from  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 63, n. 1, 011101 6p., Jan. 2001.