

Instituto de Física
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

FT 25-40.

ESTADOS-FURO DE VIDA CURTA
EM ESPALHAMENTO NUCLEAR QUASE-LIVRE

Victoria Minacovo Kossicovitz

Tese apresentada à Faculdade de Filosofia da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
na obtenção do título de Doutor em Ciências.

Porto Alegre

1964

Lo Jayme

A G R A D E C I M E N T O S

A Theodore A.J. Maris, sob cuja orientação foi realizado este trabalho, minha especial gratidão pelos valiosos ensinamentos recebidos, não apenas neste mas também nos demais campos da Física Teórica.

A Gerhard Jacob, com quem muito tenho aprendido, meu apreço por sugestões e discussões quando da elaboração deste trabalho.

A Darcy Dillenburg meu reconhecimento pelo esforço dispendido em prol de minha formação científica.

A Alquindar Pedroso, bem como aos integrantes do Centro de Processamento de Dados da UFRGS, meus agradecimentos pela colaboração proporcionada na utilização do computador.

A Maria Elizabeth Fiori, pelo auxílio na fase inicial de datilografia, a Rivaldo Dhein por manuscreever as fórmulas e traçar os gráficos do presente trabalho, a Eda Homrich, Sheila Motta Soares e Rachid Weidner Maluf pela elaboração da cálculos, o meu obrigado.

A Luisa Zafaneli, pela paciência e boa vontade com que datilografou esta tese, meu penhorado agradecimento.

A David Mesquita da Cunha, diretor do Instituto de Física, ao ex-diretor Saviniano de Castro Marques e a meus colegas, minha gratidão pelo estímulo e apôio que sempre me proporcionaram.

Pôrto Alegre, novembro de 1969

Victoria Elnecape Herscovitz

I N D I C E

ABSTRACT

RESUMO

I - INTRODUÇÃO	1
II - ESPALHAMENTO QUASE-LIVRE	14
II.1 - Generalidades	14
II.2 - Seção de choque	24
II.2.1 - Processos (p,2p)	26
II.2.2 - Processos (e,e'p)	32
III - ESTADOS-FURO	36
III.1 - Largura dos estados-furo	37
III.2 - Distribuições de momentum	43
III.3 - A equação de Schrödinger para estados-furo de vida finita	48
III.4 - Sistema equivalente à equação de Schrödinger	56
III.5 - O formalismo partícula-furo	59
IV - O MÉTODO DE APROXIMAÇÃO ADOTADO	63
IV.1 - Condições de contorno	63
IV.2 - Solução aproximada da equação de Schrödinger	65
IV.3 - Determinação dos parâmetros de interação	67
IV.4 - Interação real do tipo oscilador harmônico	70
IV.5 - Interação complexa do tipo oscilador harmônico- - parâmetro de interação exato	71
IV.6 - Interação complexa do tipo oscilador harmônico- - parâmetro de interação aproximado	76

IV.7 - Comparação entre o método iterativo e a teoria de perturbação de Rayleigh-Schrödinger	80
V - MODELOS PARA AS INTERAÇÕES	84
V.1 - Generalidades	84
V.2 - Interações comutativas	88
V.3 - Considerações gerais sobre as interações complexas	91
V.4 - Interação imaginária superficial	95
V.5 - Interação imaginária de caroço central	105
V.6 - Interação imaginária 1p	108
V.7 - Interação imaginária 2s-1d	111
V.8 - Interação imaginária 2s-1d-1p	112
V.9 - Interação imaginária exponencial	114
VI - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	123
VI.1 - Dependência de modelo	123
VI.2 - O método iterativo	127
VI.3 - Comportamento das componentes radiais da função de onda	129
VI.4 - Estados-furo de momentum angular não nulo	131
VI.5 - Comentários finais	133
APÊNDICE	138
A.1 - Características gerais do programa computacional	138
A.2 - Especificações	139
A.3 - Estado-furo estacionário	147
A.4 - Absorção harmônica	149
A.5 - Absorção densidade 2s	150
A.6 - Absorção densidade 1p	152
A.7 - Absorção densidade 2s-1d	153
A.8 - A função especial $\exp(-x^2)$	154
A.9 - Conclusões	155
BIBLIOGRAFIA	156

ABSTRACT - The influence of the lifetime of internal hole-states resulting from nuclear quasi-free scattering on the corresponding momentum distributions is studied. The Schrödinger equation for bound states, with a complex potential, is transformed into an equivalent system (real and imaginary parts) and a method of successive approximations is used to solve the system. The proposed iterative method is applied to $1s$ hole-states in $1p$ and $2s-1d$ shell nuclei, simulating the imaginary interaction by potentials proportional to position probability densities of nuclear particles less bound than the hole-state and with potentials that represent mainly superficial and core effects. The obtained results show that the influence of the width of hole-states on the momentum distribution is strongly model dependent.

RESUMO - Estuda-se a influência da vida média de estados-furo internos, oriundos de espalhamento nuclear quase-livre, sobre as distribuições de momentum correspondentes. A equação de Schrödinger para estados ligados sob a ação de potenciais complexos é transformada em um sistema equivalente (parte real e parte imaginário) e um método de aproximações sucessivas é utilizado para resolver o problema. O método iterativo proposto é aplicado a estados-furo $1s$ em núcleos de camadas $1p$ e $2s-1d$, simulando a interação imaginária com potenciais proporcionais a densidades de probabilidade de posição das partículas nucleares menos ligadas do que o estado-furo e com potenciais que representem efeitos limites superficiais e de agregação central. Os resultados obtidos mostram que a influência da largura dos estados-furo sobre as distribuições de momentum é fortemente dependente de modelo.

I - INTRODUÇÃO

O núcleo, como um conjunto de muitos corpos interagentes, constitui-se em um sistema-problema cuja solução exata não podemos determinar. O estudo deste sistema tem sido feito com a ajuda de vários modelos, todos eles imagens simplificadas de uma realidade bastante complexa. Tais simplificações, conscientes e deliberadas, têm permitido entretanto (como ocorre também em outros campos de pesquisa) estudar, compreender, explicar e prever várias das mais importantes manifestações da realidade investigada.

No caso específico da estrutura nuclear, o conhecimento de muitos desses aspectos parciais conduziu a uma compreensão geral do problema¹⁾ embora não se possa a rigor falar, no momento atual, em uma teoria nuclear completa. Em verdade cada modelo adotado utiliza aproximações sugeridas pelas evidências experimentais que deseja explicar, o que significa que os modelos de certa forma se complementam.

Pode-se assim contrapor o modelo de partícula independente (do qual o modelo de camadas²⁾ é uma versão particular) ao modelo de interação forte³⁾, o primeiro supõe na essência que as movimentações das partículas nucleares praticamente não se correlacionam e o segundo como ênfase a muitas cooperativas entre núcleons no núcleo.

Em realidade, adota-se como potencial núcleo no colé-

lo de caradas um potencial auto-consistente⁴⁾, leva-se em conta um grande número de efeitos coletivos o que permite uma descrição de certo modo unificada de aspectos nucleares aparentemente antagônicos.

Históricamente a análise de vários resultados experimentais para núcleos que, de modo similar aos sistemas atômicos, evidenciam regularidades no comportamento, levou à idéia de descrever o núcleo com um modelo de camadas.

Com efeito, a abundância de núclídeos estáveis, a abundância isotópica relativa, a energia de separação de próton e de nêutron, energias de empacotamento, energias de desintegração alfa e beta e as conseqüentes descontinuidades nos gráficos de energias de ligação, revelam que os núcleos com número de prótons e, ou, número de nêutrons igual a 2, 8, 20, 50, 82 e 126 (números mágicos) têm um comportamento especial em relação aos demais.

As diversas versões do modelo, desde a mais simples (o bem conhecido Modelo de Partícula Única) até as mais elaboradas⁵⁾, pressupõem que os núcleons preenchem os níveis energéticos de um certo potencial nuclear, em sucessão. Os níveis quânticos os quais são agrupam-se em "camadas", com a característica de ser grande a diferença de energia intercamadas, frente às diferenças de energia intracamada. Desta forma, as camadas fechadas apresentam propriedades especiais de estabilização.

O núcleo se apresenta, então, em primeira aproximação, como um sistema de núcleons independentes que se movem em um campo médio cuja função é a de reproduzir, da melhor forma possível, a ação de todas as outras partículas nucleares sobre uma partícula específica.

Um potencial médio central cuja forma seja internamente simétrica à do oscilador harmônico e à do poço quadrado (por exemplo, o potencial de Woods-Saxon⁶⁾) e que inclua uma interação spin-órbita²⁾, descreve adequadamente os níveis energéticos das diversas camadas de partículas do núcleo, no estado fundamental.

Esta inclusão, aliás, proporcionou ao modelo de cascadas o privilégio de explicar os números mágicos. Os valores das grandezas nucleares, entretanto (por exemplo, energias de separação consideráveis), sugeriam que a interação entre núcleons no núcleo fosse forte invalidando, aparentemente, a hipótese de um modelo de partículas independentes.

Destarte, para compreender porque o modelo de cascadas é uma boa aproximação, foram de fundamental importância os estudos feitos sobre correlações na matéria nuclear^{7),8)}, evidenciando uma restrição sobre as possíveis colisões entre partículas nucleares (em que pese a magnitude das interações) e justificando a hipótese de independência dos núcleons.

Assim o modelo, e após haver sido refinado (introduzindo-se, por exemplo, interações entre dois núcleons, inclusão de efeitos coletivos etc) tornou-se possível obter, por seu intermédio, um bom número de informações e predições sobre propriedades nucleares tais como (além dos números mágicos) os momentos angulares de núcleos com qualquer número de massa, paridades, espectros de energias de núcleos leves, momentos magnéticos e momento nuclear.

A comprovação destes resultados foi obtida usualmente de experiências de desintegração alfa, beta e gama e de experiências de espalhamento a baixas energias (entre outras), o que significa que foram medidas essencialmente propriedades dependentes da cascada menos ligada do núcleo.

A aplicação do modelo para certas regiões da tabela nuclear e para certas propriedades nucleares foi determinada, em parte, pela verificação parcial da hipótese fundamental de cascada, vale dizer, uma considerável parte da hipótese principal, o cerne do modelo de cascadas, só indirecta e parcialmente⁹⁾ se comprova pelas medidas e interações até aqui mencionadas.

Informações mais direta e decisivamente ligadas ao modo
lo referem-se aos níveis de energia dos diversos núcleons nucleoa-
res (não apenas aos nucleos ligados) e às distribuições de momentos
correspondentes.

Experiências a baixa energia não fornecem tais dados, o
que permite compreender porque a evidência de camadas através do
corte das energias de separação das partículas nucleares foi por
muito tempo verificada somente para os núcleons que apresentavam
a menor energia de separação.

Efetivamente, sabe-se que o potencial do modelo de cam-
das de núcleos tenta reproduzir na forma o potencial nuclear médio,
cujo comportamento se aproxima da distribuição de carga nuclear.
Isto significa que tal potencial tem nos eixos uma variação
rápida, e a menor mínima de potencial correspondendo à região de
maior profundidade.

As autofunções de energia relativas a este potencial se-
rão localizadas de probabilidades de posição tanto maiores na re-
gião superficial de núcleos quanto maior (em módulo) for o auto-
valor correspondente, quer devido à forma do potencial, quer pela
dependência exponencial da cauda da função de onda de partícula
livre na energia de separação do núcleo.

A superfície nuclear é constituída então, predominantemente,
de partículas das camadas menos ligadas.

Tais são as primeiras experiências determinantes de ní-
veis de energia de núcleos em núcleos, experiências a baixa ener-
gia, afetaram apenas as partículas menos ligadas ao núcleo, isto
é, os núcleons mais superficiais.

Naturalmente, se se deseja compreender a estrutura nu-
clear (e se, paralelamente, se deseja testar a validade do mode-
lo de camadas nuclear) é necessário estudar não apenas núcleos
superficiais mas também os constituintes mais internos dos nú-
cleos.

Na linguagem do modelo de camadas isto significa investigar também as camadas mais fortemente ligadas que são, necessariamente, fechadas.

Esta comparação mais completa modelo-realidade, destinada a salientar aspectos fundamentais da estrutura nuclear interna, começou a tomar forma apenas quando as primeiras experiências em espalhamento quase-livre foram propostas¹⁰⁾ e realizadas^{11),12)} em Uppsala. Após este período e graças aos trabalhos teóricos e experimentais realizados sobre o assunto¹⁰⁾⁻¹⁶⁾, pode-se afirmar que teve início realmente a exploração da estrutura interna dos núcleos.

Até então várias medidas de energias de excitação nucleônica¹⁷⁾ haviam sido feitas, algumas mesmo muito precisas, mas todas elas referindo-se às partículas nucleares menos ligadas, isto é, às partículas que no modelo de camadas estão na camada menos ligada (ou por aí não fechada).

Para o estudo e observação destas partículas outras condições são superiores em precisão aos processos quase-livres (como é o caso das reações de pick-up), mas para o estudo das camadas nucleares mais internas os processos de investigação mais adequados são os quase-livres.

Em termos gerais pode-se caracterizar como processo de espalhamento quase-livre aquele em que uma partícula incidente com energia alta arranca um nucleon de um nucleon-alvo com que, praticamente, ocorrem interações adicionais entre a partícula incidente e o nucleon arrancado ou dâles com os demais nucleons do nucleon-alvo. A alta energia mencionada é necessária para assegurar¹⁸⁾ além do arrancamento do nucleon, um livre caminho médio das partículas colidentes ao nucleon, frente a uma interação localizada, entre elas.

Esta última condição exige uma transferência de momento -

tum grande, isto é, um comprimento de onda associado pequeno (quando comparado às distâncias médias entre núcleons no núcleo), o que só poderá ocorrer se o valor de momento incidente for alto.

A essência deste processo físico está contida na aproximação de impulso de Chew¹⁹⁾ que se torna, então, ponto de partida natural para a determinação teórica de seções de choque para a reação em questão.

As experiências de espalhamento quase-livre até hoje realizadas em vários laboratórios de pesquisa²⁰⁾ podem ser separadas em dois tipos denominados processos $(p, 2p)$ e $(e, e'p)$, conforme a partícula incidente seja um próton ou um elétron. A partícula emergente é, nos dois casos, um próton.

Convém notar que reações do tipo (p, pd) e $(p, p \alpha)$, denominadas hoje em dia frequentemente de reações quase-livres, não estão incluídas na caracterização acima feita de processos quase-livres, uma vez que não evidenciam propriedades de núcleons individuais.

Uma visualização esquemática dos processos de espalhamento quase-livre (p, p) no sistema de laboratório é apresentada na figura 1.1 abaixo.

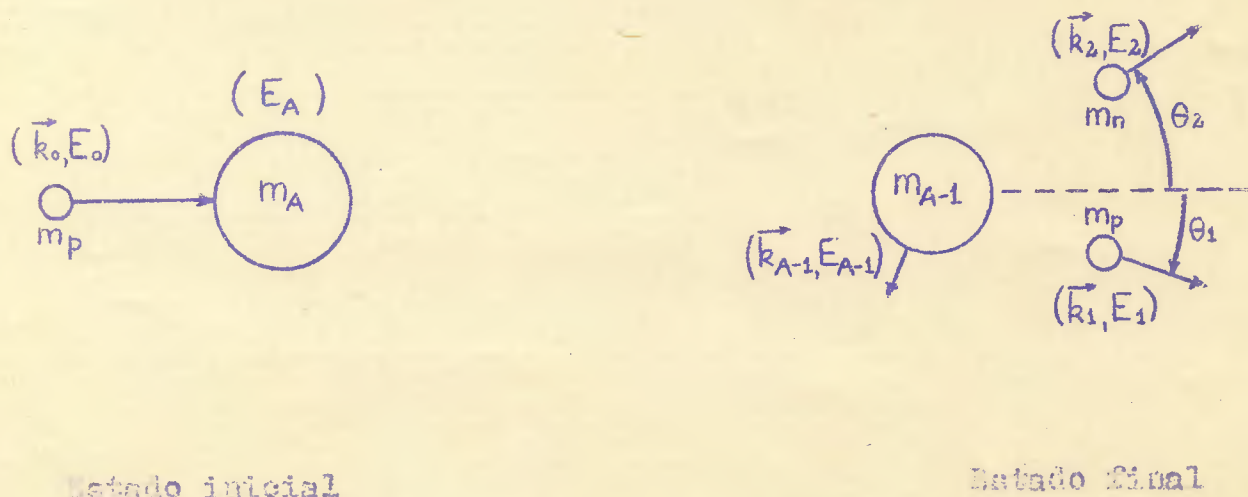


Fig. 1.1: Esquemática do processo de espalhamento quase-livre.

O estado inicial consiste de uma partícula $P_{(0)}$ (com energia convenientemente alta E_0 , massa m_p e momentum $\hbar \vec{k}_0$) e de um núcleo-alvo N_A (em repouso) contendo A partículas (com energia E_A e massa m_A); o estado final compreende um núcleo residual N_{A-1} , em geral excitado, constituído de $A-1$ partículas (com energia E_{A-1} , massa m_{A-1} e momentum $\hbar \vec{k}_{A-1}$), a partícula $P_{(1)}$ (com energia E_1 , massa m_p e momentum $\hbar \vec{k}_1$) e um núcleon N , o núcleon "arrancado" (com energia E_2 , massa m_n e momentum $\hbar \vec{k}_2$). As leis de conservação de momentum e energia escrevem-se, então, como:

$$\vec{k}_0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_{A-1} \quad (\text{I.1})$$

e

$$E_0 + E_A = E_1 + E_2 + E_{A-1} \quad (\text{I.2})$$

Da relação (I.2) obtém-se

$$T_0 - S = T_1 + T_2 + T_{A-1} \quad (\text{I.3})$$

onde o símbolo T indica energia cinética e S caracteriza a energia de separação do núcleon N , isto é,

$$S = (m_n - m_{A-1} - m_A) c^2 + E_{exc} \quad (\text{I.4})$$

sendo E_{exc} a energia de excitação do núcleo N_{A-1} .

Como as propriedades do núcleon a "ser arrancado" são obtidas indiretamente das observações feitas sobre as partículas e-mergentes $P_{(1)}$ e N , a qualidade da análise residirá em grande parte na vinculação estabelecida entre as partículas do estado inicial e as do estado final, vale dizer, dependerá do modelo adotado.

Supondo que este correlacionamento seja o correto, pode-se determinar teoricamente os processos quase-livres a distribuição de momentos e a energia de separação de núcleos arrastados.

Por outra parte, em experiências de espalhamento quase-livre (por exemplo, experiências (p, Kp) espalhamentos simétricos, onde as energias e as magnitudes dos momentos das partículas emergentes são iguais) é usual medir-se espectros de energia de variação e ângulos dados e realizar levantamentos de distribuições angulares (representando graficamente as áreas sob os picos dos espectros de energia, contra ângulos), o que equivale a traçar distribuições de momentos.

A análise dos resultados de experiências quase-livres apresenta, contudo, vários problemas. Um deles se refere à existência parcial de processos de espalhamento múltiplo¹³⁾ dos prótons envolvidos, que afetam os resultados experimentais mencionados. Este efeito é levado em conta na literatura especializada, influenciando a magnitude e a forma das seções de choque (absorção e distorção). Outro aspecto que interfere na interpretação dos resultados de experiências quase-livres, e que se constitui no assunto do presente trabalho, é o problema da largura dos picos de energia investigados.

Ao estudar as cascatas nucleares, a partir da mais externa, nota-se que à medida que as cascatas se tornam mais fortemente ligadas, mais largas se apresentam as picos correspondentes no espectro de energia, sendo muitas vezes impossível distingui-las da continuação de fundo.

Para uma discussão destes resultados e para a interpretação^{10), 11), 15), 21)-25)} de alguns dos dados obtidos nas experiências de espalhamento quase-livre, é usual lançar mão do modelo da partícula única para o núcleo. Nesta caso as energias de separação e as distribuições de momentos medidas são identificadas

ção, respectivamente, com as energias de separação e as distri-
buições de momentos de estados de partícula única de qual o nú-
cleon em questão teria sido arrancado.

A descrição estacionária do processo em termos do ar-
rancamento de uma partícula do núcleo-alvo prediz, entretanto, pi-
cos do tipo função delta no espectro de energia e não picos lar-
gos. Para os picos de energia correspondentes às menores ener-
gias de separação esta descrição é resolvel, mas as larguras con-
sideráveis dos outros picos tornam tal aproximação duvidosa.

O modelo estacionário de partícula única no estado ini-
cial não sendo satisfatório, pensa-se em recorrer a uma descri-
ção não estacionária do processo.

Qualitativamente concordando com o fato experimental men-
cionado e conceitualmente mais correta é a descrição do processo
em termos de estados-furo decaindes^{10), 26)-28)} onde se supõe que
a transição se dá entre um estado inicial e um estado final, com
criação de um furo ligado no estado final e posterior decaimento
de estado-furo²⁹⁾. Esta desintegração ocorre devido a colisões
entre as partículas do núcleo residual, mais especificamente en-
tre as partículas de camadas menos ligadas do que aquela em que
está situado o estado-furo.

No caso estacionário este modelo coincide com o de par-
tícula, vale dizer, as funções de onda da partícula e furo liga-
dos tornam-se idênticas. Entretanto no problema físico em pauta,
em que são observadas grandes larguras dos picos do espectro de
energia para estados internos, deve-se levar em conta as corre-
lações existentes, o que significa que tanto o livre camião de
partículas como o de estados-furo, se torna finito. Neste caso,
contudo, o livre camião não é um estado-furo, em contraposi-
ção ao caso de uma partícula³⁾, se torna tanto menor quanto
mais perturbado estiver o estado-furo no núcleo. Nota-se que o

princípio de Pauli impediria a desintegração da partícula, devido
 ao efeito de exclusão de Pauli. O modelo de estado-livre de-
 caindo λ , porém, corretamente a multiplicação qualitativa dos va-
 lores de largura de banda, pois a diminuição de nível de energia no
 caso de estado-livre significa também uma diminuição de sua vida m-
 dia, ou seja, na ordem de largura de banda.

Pode-se então, a grosso modo, dizer que a descrição tra-
 dicional do processo de espalhamento quase-livre em termos de par-
 tícula única é substituída pela de uma única, para cada um dos
 níveis internos.

Alguns dos estados-livre chegam a atingir larguras de 30
 a 40 MeV, correspondendo a vidas médias da ordem de 10^{-23} s. É
 que indica que as partículas **P** e **N** se deslocam apenas cerca de
 1 fm enquanto o núcleo residual ³⁰).

Estas considerações sobre o mecanismo de decaimento do
 estado-livre levam a supor que a vida média dos estados-livre, que
 influencia diretamente os espectros de energia, pode ser afec-
 tada nas distribuições de momentos correspondentes.

Em princípio, pois, para interpretar corretamente essas
 relações medidas, deve-se levar em conta os efeitos de
 efeito de desintegração do estado-livre. Pode ocorrer que a modi-
 ficação sofrida (quando a distribuição de momentos é comparada à
 do caso independente) seja quantitativamente muito pequena, mas
 de então não terá significado se a distribuição é considerada nos
 cálculos teóricos; no entanto, a modificação mencionada re-
 sultar importante, deverá ser incluída nas análises de experiên-
 cias quase-livres. De qualquer forma é mister saber qual a
 tentativa a ser feita para concluir sobre a possibilidade de
 incluí-la nas análises das correlações angulares, de correlações
 relativas e outras experiências de espalhamento quase-livres
 de avaliação crítica das distribuições de momentos.

tífica com o comprimento à meia altura dos picos observados nos espectros de energia obtidos experimentalmente.

ii) O mecanismo perador de largura dos estados-furo (isto é, da interação imaginária) é analisado principalmente em termos das colisões entre as partículas do núcleo residual situadas na cascata mais interna de aquela à qual pertence o estado-furo.

iii) A equação de Schrödinger é reescrita convenientemente como um sistema, separando-se as partes real e imaginária; um método de aproximação é proposto para resolver o sistema, a qualidade do método é verificada em um exemplo que apresenta solução exata.

iv) O método proposto é aplicado aos estados-furo mais fortemente ligados (isto é, estados $1s$) em núcleos da cascata $1p$ e em núcleos da cascata $2s-1d$, o que permite extrair-se algumas conclusões sobre o problema geral de estados-furo em espalhamento quase-livre.

A suposição i) implica em uma forma lorentziana para os picos de energia, forma esta independente da coerência de núcleos incidente e dos parâmetros das partículas emergentes.

É importante salientar que o problema em foco é relativo a um sistema ligado e que, pois, o estado-furo deve ser representado por uma função de onda que se anula assintoticamente, uma vez que todos os estados-furo fora do núcleo estão ocupados, isto é, visto que não há partículas disponíveis para a colisão, fora do núcleo.

Um estudo dos processos de espalhamento quase-livre em geral é feito no capítulo II, reservando-se a descrição do processo em termos do modelo de estado-furo à parte não empírica para o capítulo III, onde se estabelece também a equação de integrais em forma conveniente.

No capítulo IV apresenta-se o método de aproximação usa

do para estudar a organização do estado-livre, enquanto um apa-
reço dos potenciais aplicados e os resultados obtidos são quali-
ficados no capítulo V.

No capítulo VI encontram-se conclusões sobre os resul-
tados obtidos, além de alguns comentários.

Na Apêndice, finalmente, encontram-se detalhes sobre os
métodos de cálculo utilizados e sobre alguns dos resultados pro-
duzidos.

Os dois primeiros capítulos e grande parte do terceiro
constituem-se em revisão de assuntos já desenvolvidos na litera-
tura e têm por objetivo a apresentação de problemas dos estados-
livres de vida finita.

II - ESPALHAMENTO QUASE-LIVRE

Neste capítulo descrevem-se os processos de espalhamento quase-livre, indicando-se as condições necessárias para que ocorram e mencionando-se alguns dos efeitos secundários que se evidenciam paralelamente.

São analisadas, ademais, algumas expressões da seção de choque para tais processos, dentro das aproximações usualmente adotadas.

II.1 - Generalidades

Quanto mais ligados os autoestados relativos ao potencial médio do modelo de camadas, tanto mais concentradas na região central são as autofunções que os representam. Com efeito, como já foi mencionado na Introdução, além de tal potencial de crescer rapidamente nos contornos, a cauda da função de onda de estado de partícula única depende exponencialmente da energia de separação. Em geral, pois, quanto mais profundamente estiver o núcleon no interior do núcleo, tanto mais ligado estará e tanto maior será a energia necessária para arrancá-lo. Torna-se necessário, conseqüentemente, realizar experiências a altas energias para estudar as partículas mais internas dos núcleos^{10)-15), 18), 21)}.

Se for possível, então, (por um processo de bombardeamento a alta energia) arrancar de um núcleo-alvo um de seus núcleons, de tal modo que o núcleo residual resultante se diferencie

do núcleo-alvo apenas pela ausência do nucleon arrancado, o estudo das propriedades das partículas emergentes permitirá obter informações sobre o comportamento de núcleons individuais do núcleo, isto é, sobre a estrutura nuclear.

Um processo do tipo citado ocorrerá se houver interação direta entre a partícula incidente e o nucleon a ser arrancado, sem que ocorram interações adicionais entre a partícula incidente e as emergentes, ou delas com o núcleo residual. A este processo (que tem comprovação experimental)^{33), 11), 12), 14), 20)} denomina-se de reação quase-livre ou espalhamento quase-livre.

A denominação "quase-livre" decorre do fato de ser a interação ocorrente no processo, uma interação direta entre a partícula P e o nucleon N ; neste sentido N se comporta quase como um nucleon livre, embora na realidade seja ligado e esteja em interação com os demais núcleons do núcleo.

Ao incidir um feixe de partículas com energia convenientemente alta sobre o núcleo-alvo, entretanto, apenas algumas das partículas incidentes ocasionam processos quase-livres.

As outras partículas do feixe provocam reações em que tanto a partícula incidente como as partículas emergentes podem interagir com os demais constituintes nucleares, ocorrendo tal vez excitações secundárias do núcleo residual ou mesmo o arrancamento de novas partículas.

Dos processos espúrios possíveis os mais prováveis são os de múltiplas colisões de uma partícula com as demais, sua frequência quase sempre superando a das colisões quase-livres.

Apesar disto, porém, como experimentalmente tais processos ocorrem a energias e ângulos bastante diversificados dentro do intervalo analisado, devido ao número considerável de graus de liberdade a eles associados, darão ao espectro de energia uma contribuição mais ou menos uniforme (que aumenta com a energia de ex

citação e com o número atômico do núcleo residual). Por isto, embora acompanhado o processo quase-livre, não impedem a identificação do mesmo, como foi verificado experimentalmente¹¹⁾.

Quanto às colisões de várias partículas, as correlações de curto alcance que poderiam envolver três ou mais núcleons em interações localizadas são pouco prováveis. (Correlações de longo alcance são proibidas pelo princípio de Pauli.)

Isto significa que, se as condições para que ocorra espalhamento quase-livre forem preenchidas, serão observadas de modo acentuado no espectro de energias medido algumas energias mais frequentes do que outras do espectro, além de distribuições angulares que podem ser associadas a distribuições de momentos de partículas individualizadas.

Tem-se enfatizado que para estudar o processo quase-livre convém que a energia cinética da partícula incidente seja alta. Esta exigência fica delimitada pelas considerações abaixo.

i) A energia cinética da partícula incidente deve, naturalmente, ser não inferior à energia de separação do núcleon a arrancar. Tendo em vista que a diferença de energia entre duas camadas nucleares é de cerca de 25 MeV para núcleos leves e de aproximadamente 10 MeV para núcleos pesados, uma energia incidente de 60 a 100 MeV seria suficiente para arrancar núcleons, mesmo de núcleos pesados. Esta condição é sobrepujada, em geral, pelas que seguem.

ii) O núcleo-alvo deve ser relativamente transparente às partículas incidentes. Isto significa escolher energias tais que o livre caminho médio da partícula incidente no núcleo seja significativo³⁴⁾. Se esta condição não for satisfeita a frequência de ocorrência de colisões múltiplas será grande, tornando improvável o processo quase-livre. A partícula P_0 sofrerá, então, primordialmente, colisões múltiplas com outras partículas antes

ou em vez de interagir com N . Para um núcleo incidente com energia de 200 MeV, por exemplo, o livre caminho médio no núcleo é da ordem de 2 fm.

Analogamente, o núcleo-alvo deve ser relativamente transparente às partículas emergentes, caso contrário a probabilidade de as mesmas interagirem com as demais partículas nucleares após a colisão, será muito grande. Vê-se desta última condição que a energia cinética da partícula incidente deve ser suficientemente grande para que, mesmo após a cessão de parte desta energia ao núcleo N , as energias das partículas emergentes estejam em um intervalo ao qual correspondem livres caminhos médios grandes (isto é, da ordem de grandeza do raio nuclear).

Para caminhos de cerca de 1 fm, por exemplo, a energia do próton nuclear arrancado é de cerca de 70 ou 80 MeV^{18),34)} e que, no caso de reações $(p,2p)$, implica em uma energia incidente da ordem de 150 MeV. Experiências de espalhamento quase-livre em que prótons emergem a energias mais baixas têm sido realizadas³⁵⁾, mas a interpretação dos resultados é menos direta.

A condição acima expressa o fato de que as colisões múltiplas não podem ser de ocorrência tão favorável que consigam mascarar a observação do processo (P,PN) mencionado. A presença das mesmas contribui para, além de aumentar as contagens de fundo, diminuir a altura dos picos de energia e causar distorções nas distribuições de momento.

iii) O comprimento de onda associado à transferência de momento na colisão da partícula incidente com o núcleo-alvo deve ser pequeno frente às distâncias médias entre os núcleons do núcleo.

As distâncias médias entre núcleons na matéria nuclear^{7),36)} sendo de cerca de 2 fm, é razoável realizar experiências onde o comprimento de onda reduzido de Broglie associado à

transferência de momento é da ordem de 0,5 fm. Para prótons espalhados a ângulos da ordem de 45° esta condição implica em uma energia cinética incidente de cerca de 150 MeV. Desta forma pode-se assegurar que a colisão envolva essencialmente apenas duas partículas, isto é, que a interação seja localizada.

iv) A energia da partícula incidente deve ser alta frente à energia de ligação do núcleon a arrancar (o que em um modelo clássico para o processo é expresso muitas vezes como exigência de pequeno tempo de interação da partícula incidente com o núcleo-alvo, quando comparado a intervalos de tempo entre duas colisões sucessivas de um núcleon no núcleo).

Esta condição se constitui na hipótese básica da aproximação de impulso, onde a energia de ligação do núcleon em estudo é desprezada frente à energia cinética da partícula bombardeante.

Entendendo-se então por "energia cinética convenientemente alta da partícula incidente" uma energia que permita o preenchimento dos quatro requisitos mencionados, é possível justificar o tratamento teórico de um processo quase-livre.

Do que foi dito acima, e tendo em vista as relações (I.1) e (I.2) observa-se que, além de assegurar energias incidentes altas, é preciso selecionar processos onde ocorram transferências de momento apreciáveis, vale dizer, onde as partículas emergentes saiam a ângulos grandes (de 30° a 60° , aproximadamente).

As relações (I.1) e (I.2) indicam, outrossim, as grandezas a medir em uma experiência de espalhamento quase-livre.

Analisando processos em que não se mede polarização, e considerando uma dada energia incidente E_0 , observa-se que se deve medir as energias das duas partículas emergentes (em coincidência) e os ângulos que caracterizam os momentos incidente e emergentes.

No tocante à observação experimental dos processos de espalhamento quase-livre é frequente³⁷⁾ apresentar-se dois tipos de resultados:

i) espectros de energia (número de coincidências) a ângulos fixos);

ii) correlações angulares das partículas emergentes (em realidade, espectros de energia a vários ângulos, a partir dos quais as áreas sob os picos são lançadas em gráfico, contra ângulos).

Tendo em vista a cinemática dos processos quase-livres, a informação contida em tais experiências determina a energia de separação do núcleo N e a distribuição de momento de núcleos residual.

Usualmente consideram-se os estados internos dos núcleos não relativisticamente, enquanto as partículas incidente e emergentes são estudadas relativisticamente. Esta aproximação¹³⁾ é satisfatória visto que a magnitude do potencial médio nuclear é pequena frente às altas energias cinéticas incidentes.

Seja, por exemplo, uma experiência (p, 2p) coplanar simétrica¹⁰⁾ onde as energias das partículas emergentes e os ângulos que as direções destas partículas formam com o feixe incidente são iguais. Denominado de θ_1 e θ_2 os ângulos mencionados, tem-se:

$$T_1 = T_2 = T \quad \text{e} \quad \theta_1 = \theta_2 = \theta. \quad (\text{II.2})$$

Um modo satisfatório de apresentar os resultados de tais experiências é, por exemplo, o que se encontra nas figuras II.1 e II.2, onde o núcleo-alvo é o ^4He e o próton incidente tem energia de 460 Mev³⁸⁾.

^4He

$T_0 = 480 \text{ MeV}$
 $\theta = 41,7^\circ$

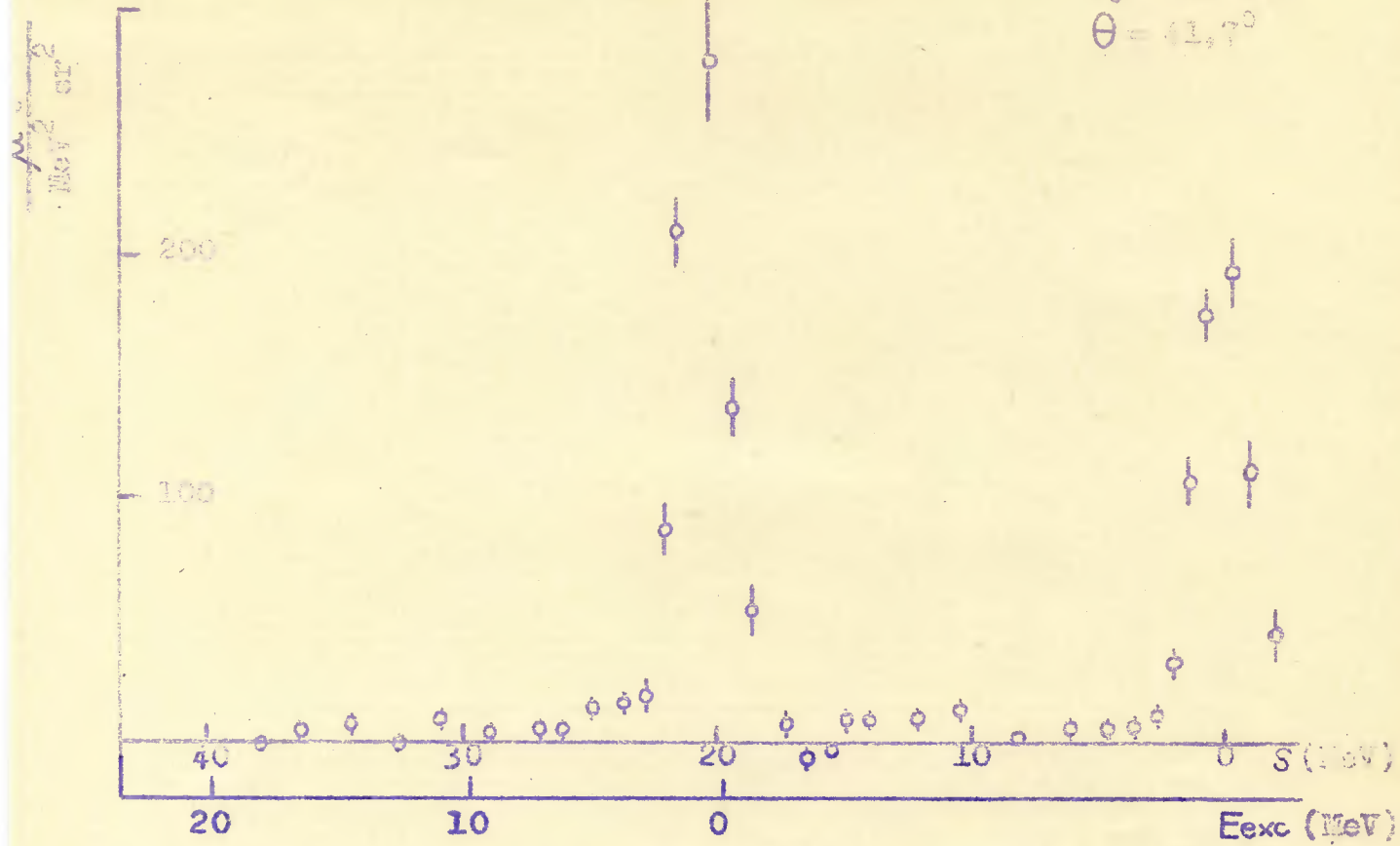


Fig. II.1: Espectro de energia³⁸⁾ para a reação simétrica $^4\text{He}(p,2p)^3\text{He}$

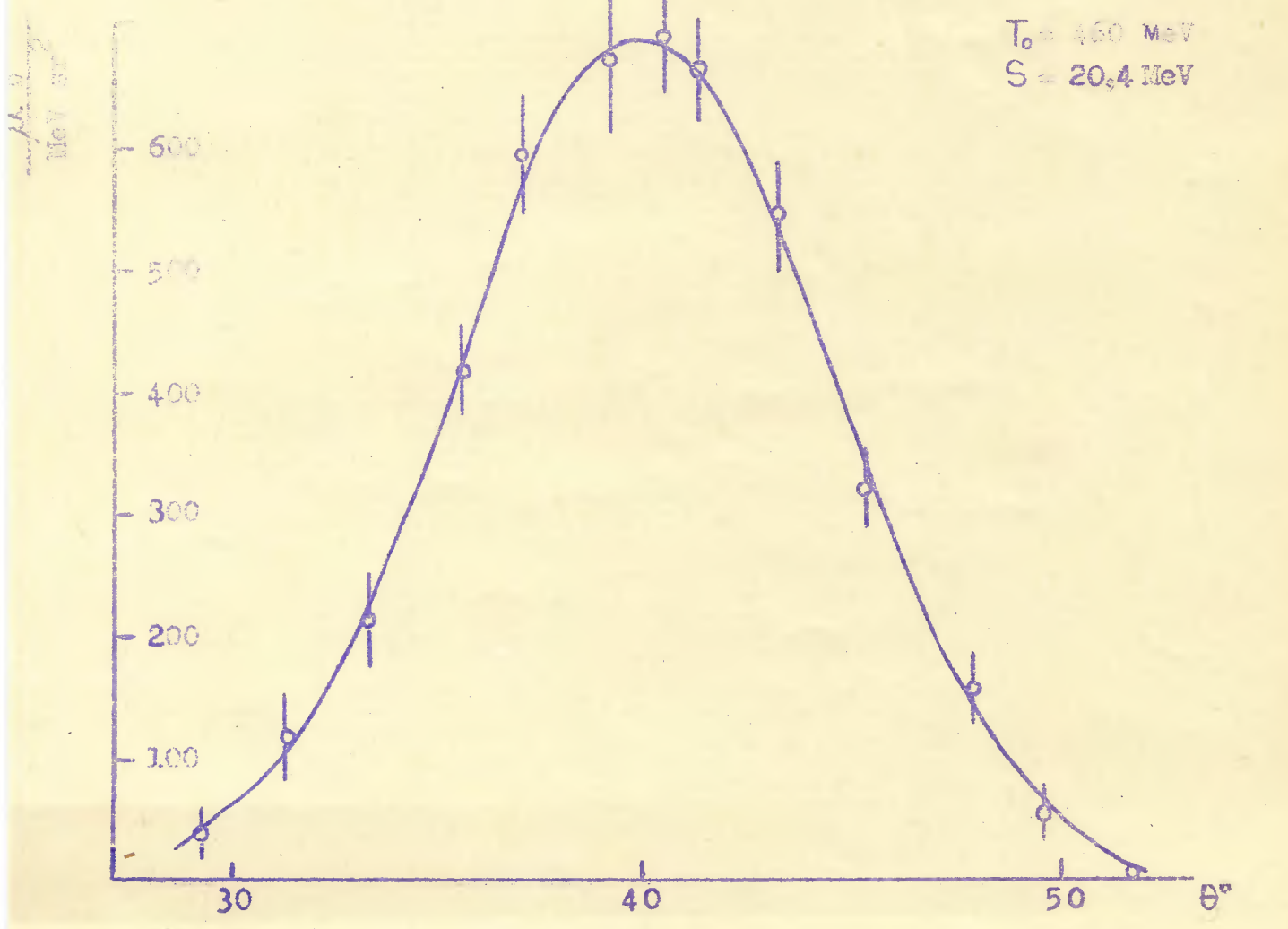


Fig. II.2: Correlação angular³⁸⁾ para a reação simétrica $^4\text{He}(p,2p)^3\text{He}$

A figura II.1 indica a existência de um pico à energia de 0,0 MeV e de outro à energia de 20,4 MeV. O primeiro pico corresponde ao espalhamento de prótons livres contínuos no alvo (contaminação de hidrogênio) e o segundo ao arrancamento de um único próton nuclear. O valor de energia concorda com a energia de separação calculada pela relação (I.4)¹⁷⁾ quando a energia de excitação é nula.

A figura II.2 apresenta a distribuição angular correspondente ao próton com energia de separação de 20,4 MeV. Tal distribuição é característica de prótons s , estando o núcleo residual de ${}^3\text{H}$ no estado fundamental, de acordo com a previsão do modelo de cascas o que é, aliás, um pouco surpreendente por se tratar de um núcleo tão leve.

O gráfico II.1 é obtido fixando-se a energia da partícula incidente e variando a energia cinética das partículas emergentes a um ângulo fixo θ de $41,7^\circ$ (ver equações (I.2) e (I.3)). A ordenada registra a seção de choque (número de coincidências) para o processo.

Repetindo a experiência para diversos valores de θ e colocando em gráfico as áreas sob picos, contra ângulos, obtém-se a figura II.2.

Esta última etapa é equivalente a fixar k_0 e k e variar θ , obtendo-se então a distribuição de momentum relativa ao núcleo residual (ver equação (I.1)).

Os arranjos experimentais para processos quase-livres permitem, pois, determinar a energia de separação do núcleo N e o momentum do núcleo residual (na verdade, a distribuição de momentum pôsto que é selecionado todo um conjunto de partículas emergentes e que, portanto, se mede todo um conjunto de energias cinéticas e valores de momento).

Em geral (exceto quando o núcleo-alvo é muito leve) a energia cinética do núcleo residual pode ser desprezada nos cálculos, frente às demais.

A interpretação correta de gráficos dos tipos apresentados nas figuras II.1 e II.2 leva em conta o efeito de colisões múltiplas das partículas incidente e emergentes com as diversas partículas nucleares.

Se não ocorressem colisões múltiplas, a contribuição de fundo mencionada anteriormente se reduziria, concentrando-se as contagens principalmente nos intervalos de energia correspondentes aos processos quase-livres e originando-se picos acentuados nos espectros.

A existência de colisões múltiplas, em contraposição, implica em registrar, para um número fixo de contagens totais, além de um certo número de processos quase-livres, outros processos com energias e direções de momento variadas. Em comparação com a situação anterior, então, espera-se obter picos de energia mais baixos e largos e contagens nos vales (intervalos entre dois picos), isto é, uma contagem de fundo mais ou menos regular acrescida de picos de energia bem destacados.

A análise de diversas experiências ($p, 2p$)^{16), 38), 39)} realizadas confirma o que foi dito tendo-se em geral, ao aumentar o núcleo-alvo em massa (e portanto aumentar a probabilidade de colisões múltiplas), uma diminuição da altura de um dado pico de energia nos espectros. Outrossim, para um mesmo núcleo-alvo os picos de energia correspondentes às partículas mais internas (mais ligadas) são via de regra mais baixos do que aqueles relativos às partículas mais superficiais. Finalmente, da análise de experiências de espalhamento com núcleos e energias incidentes médias⁴⁰⁾ vê-se que, quando os processos de colisões múltiplas predominam,

os picos relativos às reações quase-livres desaparecem. À baixas energias as contagens de fundo crescem, devido à baixa estatística.

Quanto às distribuições de momentum, os argumentos mencionados fazem prever que a presença de colisões múltiplas tenha o efeito de deformá-las, deslocando os picos, enchendo o mínimo das distribuições p e reduzindo a altura dos máximos em tais distribuições, em concordância com os resultados experimentais.

A expressão geral da seção de choque para processos quase-livres ($p, 2p$) levando em conta as colisões espúrias mencionadas foi estabelecida por Maris¹³⁾ usando a aproximação de ondas distorcidas. Estes resultados foram aplicados à reação em que o ^7Li é o núcleo-alvo. Outrossim, uma extensa análise relativa a núcleos-alvo da camada $1p$, usando a referida aproximação e adotando melhores parâmetros, foi apresentada por Berggren and Jacob¹⁴⁾. Trabalhos posteriores sobre o assunto são citados na referência 15).

É de se esperar naturalmente que estes efeitos sejam muito menos importantes em experiências ($e, e'p$), visto que o livre caminho médio de elétrons no núcleo é muito maior do que o de prótons.

Como se via, as colisões múltiplas se tornam mais e mais importantes quanto mais profundamente mergulhado no núcleo estiver o nucleon a ser arrancado, isto é, quanto maior for a sua energia de separação. Em núcleos pesados a presença de tais colisões espúrias, aliada ao aumento da largura dos estados - furo, causa a "regularização" dos picos de energia referentes às partículas mais internas, reduzindo em parte a utilidade das experiências ($p, 2p$) para a análise da estrutura interna de núcleos pesados. Nos processos ($e, e'p$), entretanto, os efeitos de distorção são muito menos acentuados uma vez que as colisões múltiplas são importantes apenas para um próton (em contraposição ao caso

(p,2p) onde três prótons estão envolvidos).

Sob este aspecto, então, as experiências de espalhamento quase-livre (e,e'p) surgem como as mais indicadas para o estudo das camadas mais internas dos núcleos, apesar de serem mais difíceis de realizar.

Além das colisões múltiplas, outros efeitos modificam a imagem ideal traçada para o processo de espalhamento quase-livre. Por exemplo, a ocorrência de correlações nucleares de curto alcance, com consequentes rearranjos do núcleo residual^{42),43)}, tem como efeito a diminuição do número de colisões quase-livres. Entretanto para as regiões (das distribuições de momentum) correspondentes a valores baixos de momentum, os efeitos de correlações de curto alcance não são importantes. A forma das curvas de distribuições de momentum não se modificará, ocorrendo apenas uma diminuição de intensidade.

Outrossim, como a análise dos processos quase-livres é feita em geral utilizando-se como aproximação o modelo de partícula única, é preciso levar em conta os efeitos decorrentes do afastamento entre o núcleo real e aquele descrito pelo modelo de camadas simples. Incluem-se aqui as correlações nucleares de longo alcance que conduzem à introdução de misturas de configuração e a estudos da não esfericidade da grande maioria dos núcleos. Para núcleons das camadas mais internas, porém, muitos destes efeitos não são significativos, e como nosso principal interesse no momento se concentra nos núcleons mais ligados (núcleons 1s), não levaremos em conta estes desvios do modelo de partícula única.

II.2 - Seção de choque

Tendo em mente a necessidade de considerar o efeito das

colisões múltiplas, apresentam-se expressões para a seção de choque que do processo (P, W).

Em linhas gerais deseja-se determinar a seção de choque para o processo representado na figura I.1, isto é, um processo de colisão em que o estado inicial consiste de uma partícula e um núcleo e onde o estado final compreende duas partículas e um núcleo.

Caracterizando assintoticamente o estado inicial dado, por $|i\rangle_{in}$ e o estado final determinado, por $|f\rangle_{out}$ na representação de Heisenberg⁴⁴⁾, e lembrando que estados $|i\rangle_{in}$ e $|f\rangle_{out}$ se relacionam através do operador (ou matriz) de espalhamento \mathcal{S} , obtém-se para a probabilidade de transição⁴⁵⁾:

$$P_{fi} = |{}_{out}\langle f|i\rangle_{in}|^2 = |{}_{in}\langle f|\mathcal{S}|i\rangle_{in}|^2 = |\mathcal{S}_{fi}|^2 \quad (II.2)$$

onde $|i\rangle_{in}$ e $|f\rangle_{in}$ pertencem ao mesmo conjunto completo de estados.

Tendo em vista a conservação de energia e momento no processo e o fato de no caso particular em estudo interessar um estado final diferente do estado inicial, só contribui para a probabilidade de transição a componente

$$\mathcal{S}_{fi} - \delta_{fi} = -i \delta(E_f - E_i) \delta(\vec{k}_f - \vec{k}_i) t_{fi} \quad (II.3)$$

A probabilidade de transição por unidade de tempo e volume e por fluxo incidente unitário, a um estado de n_f sistemas finais, sendo o sistema r caracterizado por valores de momento entre $\hbar \vec{k}_r$ e $\hbar(\vec{k}_r + d\vec{k}_r)$, será dada por

$$d^{3n_f} \sigma = d^3k_1 d^3k_2 \dots d^3k_{n_f} \frac{1}{v_{rel}} \frac{4\pi^2}{\hbar} \delta(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \delta(E_f - E_i) |t_{fi}|^2 \quad (II.4)$$

onde \vec{v}_{rel} é a velocidade relativística relativa das partículas do estado inicial, isto é, a generalização relativística⁴⁶⁾ de $(\vec{v}_{P_{(0)}} - \vec{v}_{N_A})$.

Então,

$$v_{rel} = \frac{c}{E_0 E_A} \left[(E_0 E_A - \hbar^2 c^2 \vec{k}_0 \cdot \vec{k}_A)^2 - c^4 m_p^2 m_A^2 \right]^{1/2} \equiv \frac{F}{E_0 E_A} \quad (II.5)$$

sendo c a velocidade da luz e F um invariante relativístico expresso, no sistema em que o núcleo N_A está em repouso, como

$$F = v_{P_{(0)}} E_0 m_A c^2. \quad (II.6)$$

Finalmente pode-se escrever¹⁵⁾ para o processo em questão:

$$\frac{d^3 \sigma}{d^3 k_1 d^3 k_2 d^3 k_{A-1}} \frac{4\pi^2}{\hbar} \frac{i}{v_{rel}} |t_{fi}|^2 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_{A-1} - \vec{k}_0 - \vec{k}_A) \cdot \delta(E_1 + E_2 + E_{A-1} - E_0 - E_A). \quad (II.7)$$

Considerando as experiências existentes em processo quase-livres (P, NN), quais sejam experiências ($p, 2p$) e ($e, e'p$), pode-se em cada caso e sob certas aproximações escrever uma expressão para a seção de choque que permita a comparação entre resultados experimentais e previsões teóricas. Isto implica em escrever explicitamente para cada situação o elemento de matriz t_{fi} .

II.2.1 - Processos ($p, 2p$)

No caso de experiências quase-livres ($p, 2p$), a partícula incidente $P_{(0)}$ e as partículas emergentes $P_{(1)}$ e N , são

prótons.

O espalhamento múltiplo dos prótons sendo importante, como já foi salientado, deve ser considerado explicitamente no processo $(p, 2p)$. Costuma-se levar em conta tal efeito escrevendo as funções de onda dos prótons como ondas distorcidas, que podem ser decompostas convenientemente em um produto de ondas planas por fatores de distorção $D_i(\vec{r})$, os fatores de distorção traduzindo o efeito das colisões múltiplas sobre os estados de prótons.

Em geral estuda-se⁴⁷⁾ o problema com um modelo em que as distorções são funções causadas por potenciais óticos que variam lentamente com as distâncias. Adota-se, então, o ponto de vista de que é importante levar em conta a ocorrência das colisões múltiplas, mas não é essencial detalhá-las na forma, vale dizer, consideram-se as colisões múltiplas globalmente. As distorções são atenuadas quando a colisão se dá (formalmente) fora do núcleo o que implica em terem os fatores $D_i(\vec{r})$, então, um limite assintótico igual à unidade.

Como os três prótons envolvidos no processo não são via de regra caracterizados pelos mesmos valores de energia e como suas trajetórias clássicas são distintas, três diferentes fatores $D_i(\vec{r})$ devem ocorrer na formulação do problema.

A determinação matemática dos fatores de distorção é feita na literatura^{13), 15)} usando-se a aproximação semiclássica⁴⁸⁾ relativística; os potenciais óticos complexos introduzidos visam simular o efeito das colisões múltiplas sofridas pelos prótons incidente e emergentes e são em geral diferentes para os diferentes prótons, por estarem estes animados de energias distintas.

As hipóteses que definem a aproximação de impulso levam-nos em essência a visualizar o processo de espalhamento quase-livre $(p, 2p)$ como um processo entre dois prótons livres, "durante o

período de tempo em que a colisão se dá", isto é, a desprezar o efeito do campo ligante sobre o próton nuclear, durante a colisão. leva-se em conta, entretanto, o fato de o próton nuclear apresentar uma distribuição de momentos.

Estas hipóteses, justificadas pelas considerações energéticas do problema, permitem escrever o elemento de matriz t_{fi} de forma bastante simplificada.

Usando o formalismo de Lippmann e Schwinger⁽⁴⁹⁾, tem-se

$$\frac{1}{2\pi} \delta(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \langle f | t | i \rangle = \langle f | V + V \frac{1}{\mathcal{E} - H + i\eta} V | i \rangle \quad (\text{II.8})$$

onde \mathcal{E} é a energia total do sistema e $H = H_0 + V$ é hamiltoniano total do sistema. Adicional, V representa por hipótese a interação entre o núcleo-alvo e o próton incidente e H_0 representa a soma do operador energia cinética (K) e do operador energia potencial nuclear (U).

A aproximação de impulso neste formalismo se resume em fazer a expansão de t em potências de U mas o termo de ordem zero, o que é satisfatório enquanto a energia cinética da partícula incidente for considerável frente à energia de ligação do próton nuclear.

A vantagem da aproximação de impulso sobre a aproximação de Born reside no fato de não ser necessário no primeiro caso supor fraca a interação entre a partícula incidente e o núcleo, o que seria uma aproximação incorreta para um grande número de problemas nucleares.

Dada a hipótese da aproximação de impulso, então, a seção de choque para o processo quase-livre ($p, 2p$) poderá ser escrita em função de uma seção de choque livre (p, p), isto é, uma seção de choque livre entre a partícula incidente e o nucleon a

ser arrancado.

Um tratamento menos formal do problema, que leva aos mesmos resultados que a aproximação de impulso, pode ser feito utilizando-se uma aproximação de Born modificada^{50),10),13)}, que pode ser decomposta nas três etapas seguintes.

i) Calcular em primeira aproximação de Born a seção de choque resultante da colisão da partícula incidente com o núcleo do núcleo, e a seção de choque para a colisão entre a partícula incidente e um próton livre (denominada seção de choque livre) com momentum igual ao do próton nuclear a ser arrancado.

ii) Supor que o relacionamento entre as duas seções de choque através da eliminação das componentes de Fourier da interação próton incidente-núcleo (isto é, através da transformação $\int \exp(-i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}) V(\vec{r}) \exp(i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}) d\vec{r}$), obtido pela aproximação de Born, é correto mesmo que a aproximação de Born não o seja.

iii) Para obter uma aproximação melhor do que a de Born, substituir no relacionamento mencionado acima o elemento de matriz correspondente à seção de choque livre calculada em aproximação de Born pelo correspondente ao valor da seção de choque livre medida em laboratório. Desta forma tem-se uma aproximação de impulso fenomenológica.

Em verdade, como é preciso levar em conta o fenômeno de distorção, deve-se utilizar a aproximação de Born distorcida¹³⁾.

Uma discussão dos limites de aplicabilidade da aproximação mencionada pode ser encontrada na literatura^{19),51)}.

Dentro, então, do âmbito da aproximação de impulso distorcida, pode-se escrever a seção de choque diferencial para espalhamento quase-livre (p,2p) nos intervalos de energia dE_1 e dE_2 e nos ângulos sólidos $d\Omega_1$ e $d\Omega_2$.

Para tanto é necessário integrar a equação (II.7) em re

lação ao momentum do núcleo de recuo e lançar mão da relação

$$d^3k_1 d^3k_2 = \frac{dE_1 dE_2 d\Omega_1 d\Omega_2 E_1 E_2 k_1 k_2}{(\hbar c)^4} \quad (II.9)$$

Seguindo a derivação detalhada que se encontra na referência 15), onde se define $\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_0$ e $E_3 = \sqrt{\hbar^2 c^2 k_3^2 + m_p^2 c^4}$, pode-se escrever a seção de choque diferencial final. No caso de espalhamento coplanar simétrico em que não se medem polarizações, tem-se^{13), 15)}:

$$\frac{d^6\sigma}{dE_1 dE_2 d\Omega_1 d\Omega_2} = \frac{4k^2 (\hbar^2 c^2 k^2 \sin^2\theta + m_p^2 c^4)}{(\hbar c)^2 k_0 E_3} \frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega} \times$$

$$\times \frac{1}{2J_A+1} \sum_{\mu_{A-1}, \mu_A} \sum_n |g_{\mu_{A-1}, \mu_A}^{in}(\vec{k}_3)|^2 \delta(2E + E_{A-1} - E_0 - E_A), \quad (II.10)$$

sendo

$$\frac{1}{2J_A+1} \sum_{\mu_{A-1}, \mu_A} \sum_n |g_{\mu_{A-1}, \mu_A}^{in}|^2 \equiv \sum |g'|^2$$

a distribuição de momentum distorcida. A função $g'(\vec{k})$ definida é proporcional à expressão

$$\frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \exp(i\vec{k}\cdot\vec{x}_1) \varphi_{A-1}^*(\vec{x}) \varphi_A(\vec{x}_1, \vec{x}) \cdot D_0(\vec{x}_1) D_1(\vec{x}_1) D_2(\vec{x}_1) d^3x_1 d^3x. \quad (II.11)$$

Na equação (II.10) $\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}$ é a seção de choque diferencial livre próton-próton por ângulo sólido $d\bar{\Omega}$ no sistema centro de massa, para prótons não polarizados.

Em (II.11) os potenciais óticos usados foram considerados como independentes de spin, e nos fatores D_i as coordenadas de N foram substituídas pelas do próton $P_{(i)}$.

O significado de $g'(\vec{k})$ se obtém da análise da expressão (II.11) observando que $\vec{x}_i = \vec{r}_i - \vec{R}_{A-1}$ ($i=1, 2, \dots, A-1$) são coord

denadas relativas dos núcleons do núcleo residual e que Ψ_A e Ψ_{A-1} são funções de onda internas normalizadas dos núcleos alvo e residual respectivamente.

A seção de choque para espalhamento quase-livre foi escrita em termos de uma seção de choque livre próton-próton (no sistema centro de massa) que se refere a um chamado "processo livre equivalente". Na realidade, os momentos do elemento de matriz quase-livre, devido à energia de separação, não são iguais aos momentos do elemento de matriz livre equivalente; isto causa também uma incerteza na escolha dos valores de momentum tomados para o processo livre equivalente. Contudo esta aproximação é satisfatória porque, no intervalo de energia usado para realizar tais experiências, a seção de choque próton-próton é quase independente do valor da energia e quase isotrópica³⁴⁾.

Na referência 15), por exemplo, o processo livre equivalente próton-próton foi caracterizado pelos momentos dos prótons emergentes. É interessante também citar cálculos feitos com duas escolhas⁵²⁾ de processo livre equivalente, caracterizados pelos momentos dos prótons antes e depois da colisão.

Analisando a fórmula (II.10) vê-se que, como $\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}$ se apresenta um certo valor experimental e como $\vec{k}_0, \vec{k}_1, \vec{k}_2, E_0, E_3$ são valores cinemáticos dados ou obtensíveis, a seção de choque quase-livre próton-próton é determinada quando $\sum |g'(\vec{k})|^2$ for conhecida. $g'(\vec{k})$, por seu turno, é essencialmente uma transformada de Fourier distorcida da integral de superposição dos núcleos final e inicial. Desprezando-se as colisões múltiplas resulta $D_0 = D_1 = D_2 = 1$, o $g'(\vec{k})$ conduz à transformada de Fourier $g(\vec{k})$ da integral de superposição, que é denominada de amplitude da distribuição de momentum. Por este motivo $\sum |g'(\vec{k})|^2$ recebe o nome de distribuição de momentum distorcida.

A determinação teórica da integral de superposição de -
pende do modelo usado para especificar as funções de onda dos nú-
cleos. Em um modelo de partícula única $|g(\vec{k})|^2$ representa a
distribuição de momentum do próton a ser arrancado, no núcleo ini-
cial, os demais componentes do núcleo inicial estando no mesmo es-
tado que o núcleo final; no modelo de furo único $|g(\vec{k})|^2$ simbó-
liza a distribuição de momentum do estado-furo no núcleo final .

Se não ocorressem distorções no processo, poder-se-ia
comparar diretamente a distribuição de momentum obtida experimen-
talmente com aquela prevista por algum modelo, o que seria muito
útil para fornecer informações sobre quão bom é o modelo usado .
Para processos (p,2p), contudo, onde as distorções devidas às co-
lísões múltiplas são importantes mas são levadas em conta apenas
de forma aproximada, introduzem-se incertezas adicionais na com-
paração mencionada.

II.2.2-Processos (e,e'p)

Ao estudar processos quase-livres onde elétrons atuam co-
mo partículas bombardeantes, pode-se tentar seguir a linha de de-
dução usada para processos (p,2p). Contudo algumas diferenças im-
portantes surgem imediatamente, justificando modificações do tra-
tamento matemático do problema.

i) Colisões múltiplas para elétrons na matéria nuclear
são desprezíveis. Esta é a razão pela qual, se possíveis de rea-
lizar, os experimentos (e,e'p) são preferíveis aos corresponden-
tes (p,2p) pois as distorções não dificultarão tanto a análise
dos resultados na investigação da estrutura em camadas dos núcleos
médios e pesados, um problema que as experiências (p,2p) enfren-
tam.

Esta propriedade dos elétrons resulta em uma simplifica

ção na determinação matemática da correspondente seção de choque. As funções de onda dos elétrons incidente e emergente podem ser escritas (na aproximação de Born) como ondas planas, tratando-se apenas as colisões múltiplas do próton emergente pela aproximação WKB. Os três fatores D necessários ao estudo do problema $(p, 2p)$ reduzem-se a um só neste caso e este tem o efeito de diminuir o valor absoluto da seção de choque sem deformar praticamente a correlação angular³¹⁾.

ii) Ao longo da derivação da fórmula (II.10) para processos de espalhamento $(p, 2p)$ levou-se em consideração que para prótons incidentes com energias entre 150 e 400 MeV a seção de choque próton-próton não depende muito da energia e da orientação das partículas incidentes.

Para elétrons incidentes, contudo, com energias da ordem de 300 a 1000 MeV, a seção de choque varia rapidamente⁵³⁾ e as diferenças nos valores dos momentos causadas pela substituição da seção de choque quase-livre (e, p) pela seção livre, ou as incertezas envolvidas ao escolher tal "processo livre equivalente", podem alterar consideravelmente a relação observação-predições teóricas.

Há algumas escolhas especiais da geometria do arranjo experimental, contudo, que podem permitir o uso de simplificações conducentes a uma fórmula conveniente para comparação com os experimentos. Tal é o caso da expressão da seção de choque para a experiência $(e, e'p)$ na geometria proposta na referência 31), em que a distribuição de momento do próton "arrancado" é determinada pela comparação dos momentos dos prótons emergentes em duas experiências distintas, uma coplanar e outra não coplanar. Experiências $(e, e'p)$ não coplanares não foram, porém, realizadas até agora.

A expressão da seção de choque resultante mostra, como a fórmula (II.10), que a determinação da seção de choque (P, PK) reside no conhecimento de $g'(\vec{k})$, exceto por alguns fatores cinemáticos dados ou obtíveis e pela seção de choque livre equivalente.

Conclusões semelhantes se obtêm, por exemplo, em uma experiência de correlação angular (ou em uma experiência de partilha de energia) no plano de espalhamento⁵⁴⁾ (plano que forma os elétrons incidente e emergente), e onde se aplica a aproximação de impulso para obter a seção de choque para o processo quase-livre em função da seção de choque para espalhamento de um elétron por um próton livre⁵⁵⁾.

A condição de conservação de momentum do caso livre, $\delta(\vec{k}_{el} + \vec{p}_{nucl} - \vec{k}'_{el} - \vec{p}'_{nucl})$, é substituída na expressão da seção de choque livre por $z N(\vec{p}_{nucl})$ onde z é o número de prótons da camada atingida e $N(\vec{p}_{nucl})$ é a distribuição de momentum distorcida normalizada destes prótons. Para as energias de próton envolvidas no processo o erro resultante desta substituição⁵⁴⁾ é de cerca de 10%.

Conclui-se, então, que a determinação da seção de choque quase-livre depende da distribuição de momentum distorcida do núcleo de recuo, tanto para processos $(p, 2p)$ como para processos $(e, e'p)$, o que nos leva a estudar em detalhe no capítulo seguinte a quantidade (mensurável) $\sum |g(\vec{k})|^2$

Cálculos³¹⁾ de distribuições distorcidas de momentum para reações $(e, e'p)$ com ^{12}C e ^{40}Ca apontaram fatores de redução para a seção de choque (quando comparada com a seção de choque obtida teoricamente da distribuição de momentum não distorcida), da ordem de 1 (0,42 para o núcleo ^{12}C e 0,55 para o núcleo ^{40}Ca).

Outrossim, espectros de energia medidos⁵⁶⁾ com reações (e,e'p), embora com resoluções não muito boas, permitem uma de - composição em picos e contagem de fundo. Para o ^{27}Al , por exem - plo, há uma individualização satisfatória de picos (corresponden do, talvez, às diversas camadas), individualização esta que não é boa no caso da reação (p,2p), onde não se consegue distinguir o pico 1s. A exceção, porém, da experiência com alvo de ^{12}C , não fora m levantadas as distribuições de momentum correspondentes, que permitiriam associar um valor de momentum angular orbital aos picos de energia.

Para o ^{40}Ca (e outros núcleos mais pesados) existe, entre tanto, um trabalho recente³⁹⁾ em reações (p,2p), onde são apresen tados espectros de energia e distribuições de momentum bastante indicativos de uma estrutura nuclear em camadas, inclusive para os estados internos. O fator de redução apresentado neste caso para a distribuição de momentum distorcida do núcleo 1s no alvo de ^{40}Ca é da ordem de 0,1.

A energia de ligação do estado 1s no ^{40}Ca apresenta valo res discordantes nas duas situações (cêrca de 80 MeV para espal hamento (e,e'p) e cêrca de 50 MeV para espalhamento (p,2p)) o que poderá talvez ser aclarado quando novas máquinas estiverem sendo usadas⁵⁷⁾ para experiências (e,e'p).

III - ESTADOS-PURO

Conforme foi mencionado no capítulo precedente obtém-se dos resultados experimentais em processos quase-livres informação sobre o espectro de energia das partículas nucleares e sobre as distribuições de momentum do núcleo residual.

Teoricamente, usando a aproximação de impulso e uma aproximação semiclassical para a distorção pode-se obter a seção de choque para o processo quase-livre em função da distribuição de momentum distorcida.

Como a determinação dos fatores de distorção encerra muitas aproximações que podem mesmo ultrapassar as do modelo nuclear usado, é interessante trabalhar com processos onde as distorções são reduzidas a um mínimo, quando se deseja examinar a qualidade do modelo escolhido. Para tal análise os processos $(e, e'p)$ são privilegiados porque o espalhamento múltiplo de elétrons não gera fatores de distorção significativos, sendo apreciável apenas o fator de distorção referente ao núcleo ejetado cujo efeito sobre a seção de choque é sobretudo o de reduzi-la, sem praticamente deformá-la³¹⁾.

Não se pode esquecer, naturalmente, que no presente as incertezas nas medidas de seções de choque $(e, e'p)$ não são boas como as associadas às determinações $(p, 2p)$, mercê do menor número de contagens envolvido (a seção de choque eletromagnética é muito pequena).

Em futuro próximo, porém, a precisão envolvida em experiências (e, e'p) deverá aumentar com a utilização⁵⁷⁾ de aceleradores lineares de alto ciclo de trabalho, o que justifica dizer que tais experiências serão adequadas para comparar a distribuição de momentum obtida experimentalmente, com as determinações teóricas de tal quantidade e para, conseqüentemente, conhecer melhor as limitações do modelo usado.

III.1 - Largura dos estados-furo

Em uma descrição estacionária do processo quase-livre, a integral de superposição nada mais é do que a função de onda do núcleon N' ejetado do núcleo-alvo ou, equivalentemente, a função de onda do estado-furo criado no núcleo residual pelo arrancamento do núcleon N. Em tal modelo a imagem de estado-furo se confunde com a de estado-partícula e se pode pensar igualmente em um núcleon no estado inicial ou em um furo no estado final²⁸⁾.

Sabe-se, entretanto, que este modelo simplificado não é adequado para a descrição das camadas mais internas dos núcleos, para as quais nunca se obtêm experimentalmente picos de energia do tipo função delta (isto é, estreitos), no espectro de energia.

Em verdade quanto mais ligado for o estado em questão tanto mais largo será o nível correspondente observado no espectro. Larguras de 15 MeV ou mais têm sido freqüentemente observadas, como se pode apreciar na figura III.1.

Levados a uma descrição não estacionária de fenômeno, o modelo de partícula resulta inadequado para descrever as observações experimentais. Com efeito, estando as partículas nucleares em movimento e sujeitas a interações, é razoável supor que o

mecanismo que ocasiona a desintegração do sistema deriva dos processos de colisões entre as partículas do núcleo residual.

Efetivamente uma vacância em uma dada camada pode ser preenchida pelas partículas de camadas de menor energia de separação, a probabilidade de ocorrer o preenchimento aumentando com o número de partículas em jogo.

As excitações do estado-furo se tornam, então, tanto mais prováveis quanto mais profundamente mergulhado no núcleo ôle estiver de início, pois o livre caminho médio do furo em estudo se torna menor, aumentando a probabilidade de o mesmo decair e tornando a largura do nível de energia correspondente, maior. (O livre caminho médio de uma partícula no núcleo seria, em contraposição, tanto maior quanto mais mergulhada no núcleo ela estivesse⁸⁾.)

Esta conclusão está em concordância com os resultados experimentais que indicam que a vida média do estado-furo correspondente a um núcleo arrancado em um processo quase-livre diminui quando se passa, por exemplo, da camada 1s para a 1p, ou de 2s para a 2c-1d (vale dizer, aumenta a largura do nível de energia correspondente).

A formulação do problema em termos de estados-furo que decaem se adapta, então, conceitual e qualitativamente ao fenômeno exposto^{28), 29)}.

Realmente, parece natural introduzir-se um modelo para justificar o alargamento dos picos de energia dos estados de núcleons mais internos em função da desintegração do estado - furo em questão e não pela hipótese de quebra de validade do modelo extremo de camadas para o núcleo-alvo (por exemplo, introduzindo misturas de configurações para descrever o estado inicial). De fato,

os estados mais ligados, que são justamente os que interessa estudar no presente, são aqueles que mais se distanciam em energia dos demais, tornando a citada mistura de configurações pouco provável. Observe-se ainda que para os picos correspondentes aos estados menos ligados, para os quais o modelo extremo é menos válido, as larguras são menores do que para os níveis internos. Em outras palavras, a mistura de estados talvez implícita na desintegração do estado-furo apresenta graus de liberdade distintos dos envolvidos em misturas de configurações de camadas de partículas nucleares.

Por outro lado, se a existência de grandes larguras de níveis significasse que o processo de desintegração interior com o próprio arrancamento quase-livre (deixando este então de ser quase-livre), não se teria indicação de picos no espectro e sim uma distribuição mais ou menos regular de contagens de fundo. As experiências quase-livres feitas até o presente são em número suficiente para mostrar que isto não ocorre, pois no entorno de certos valores de energia são detectados picos, embora alargados.

Parece bastante correto pois, conceitualmente, supor que o alargamento dos picos de energia do espectro se deva predominantemente ao decaimento dos estados-furo criados no espalhamento quase-livre.

A análise do processo físico de interação das partículas do núcleo residual permite obter uma compreensão mais clara do que ocorre com o estado-furo ligado.

A função de onda que representa o núcleo N_{A-1} descreve um sistema de $A-1$ partículas e 1 furo, furo este que se suporá estar em um estado de uma das camadas mais internas e não na camada menos ligada.

As colisões responsáveis pela vida finita do estado-furo podem ser estudadas, ou à luz do formalismo de partícula, ou recorrendo-se ao formalismo de partícula-furo. No que segue adotar-se-á o primeiro considerando-se, outrossim, apenas o caso de colisões entre duas partículas, uma vez que as colisões multipartículas são menos prováveis. As colisões entre duas partículas ocorrerão preferentemente entre partículas cujas energias sejam próximas, como é o caso das partículas que no modelo de camadas estão na mesma camada, pois são as que maior probabilidade têm de aproximar-se (a superposição das funções de onda respectivas é significativa).

Pode-se pensar, então, no fenômeno como sendo primordialmente um processo em que duas partículas da mesma camada colidem. Naturalmente, para camadas mais ligadas do que a do estado-furo não ocorrem colisões, devido ao princípio de Pauli.

Se a mencionada camada, porém, for menos ligada do que aquela que compreende o estado-furo, pode ocorrer que uma das partículas decida ao estado em que há vacância enquanto a outra se excita com uma energia obtida da energia liberada no decaimento da primeira.

Ademais, quanto maior o número de partículas em uma dada camada, maior a probabilidade de ocorrerem choques entre elas e, pois, de a vacância de camadas mais internas ser preenchida.

Havendo várias camadas acima daquela em que está localizado o estado-furo, vale dizer, menos ligadas do que aquela, e supondo-as por simplicidade totalmente preenchidas, a camada menos ligada de todas (fechada) é a que preferencialmente contribuirá para a interação.

Realmente, quanto maior a diferença de energia entre a

camada em que se dá a colisão de duas partículas e aquela em que está localizado o estado-furo, maior a energia que pode ser entregue à partícula que é excitada. Ademais, como a energia de separação da partícula a ser excitada é a menor de todas se a camada a que pertence for a camada mais externa, o saldo de energia com que a partícula deixa a camada pode aumentar tanto devido ao minuendo de energia (que aumenta) como ao subtraendo (que diminui). Esta diferença de energia sendo grande, a probabilidade de a partícula excitada ser arrancada torna-se apreciável.

Já na colisão das partículas da camada seguinte à menos ligada, a energia com que uma delas se excita é menor, e a energia de separação é maior, do que as mencionadas anteriormente. Isto pode resultar em uma transferência de energia muito pequena ou até em um processo em que energeticamente a partícula excitada não pode ser arrancada, o que implica em não ocorrer o preenchimento da vacância (isto é, o decaimento do estado-furo). Este raciocínio se aplica também às outras camadas mais internas, tornando-se cada vez mais difícil ocorrer a colisão que dá origem ao decaimento do estado-furo.

Se a camada menos ligada do núcleo não estiver totalmente preenchida como foi anteriormente suposto, espera-se que ocorram algumas modificações no fenômeno de colisão e decaimento, em relação ao que foi dito acima.

Se a colisão ocorrer entre partículas da camada seguinte à mais externa, a partícula excitada poderá ocupar um dos estados ligados vacantes da camada menos ligada, necessitando então menor energia de excitação do que para ser arrancada. Por outro lado, o espaço de fase para esta transição é muito menor do que no caso anterior, o que é um fator desfavorável. Neste caso

as duas camadas (a mais ligada e a seguinte) poderão tornar - se competitivas no processo de preenchimento da vacância mais interna e o processo deve ser analisado de forma um pouco mais quantitativa do que aqui, onde predomina a descrição qualitativa.

Em todas estas situações, porém, evidencia-se o fato de que mais núcleons podem interagir com o estado-furo se êle estiver na camada seguinte à mais externa, ou na próxima, diminuindo pois seu caminho livre médio. A diminuição do caminho do estado-furo implica em uma diminuição de sua vida média e em um alargamento dos picos de energia correspondentes observados no espectro. Este modelo prediz largura crescente para um estado-furo de uma dada camada, em núcleos cada vez mais pesados (pelo menos até um certo limite), concordando com os resultados experimentais. Observe-se, por exemplo, na figura III.1 o estado mais ligado originário das reações ${}^4\text{He}(p,2p){}^3\text{H}$, ${}^6\text{Li}(p,2p){}^5\text{He}$, ${}^9\text{Be}(p,2p){}^8\text{Li}$, ${}^{12}\text{C}(p,2p){}^{11}\text{B}$ e ${}^{16}\text{O}(p,2p){}^{15}\text{N}$.

Também o alargamento crescente dos estados-furo de camadas mais e mais internas em um núcleo dado, que é decorrência do modelo, está de acordo com as observações existentes. A guisa de exemplo citen-se as larguras dos níveis $1s$ e $1p$ no espalhamento ${}^{16}\text{O}(p,2p){}^{15}\text{N}$ e as larguras dos níveis $1s$, $1p$ e $2s-1d$, na reação ${}^{40}\text{Ca}(p,2p){}^{39}\text{K}$.

Este aumento de larguras parece cessar para núcleos-alvo pesados³⁹⁾ indicando uma certa saturação no processo.

Neste modelo o estado-furo é necessariamente ligado, visto não existirem no processo partículas na região assintótica (isto é, fora do núcleo) que possam interagir e preencher a vacância nuclear. A função de onda do estado-furo deve, pois, anular-se a grandes distâncias. Equivalentemente pode-se dizer que os eg

tados-furo fora do núcleo estão ocupados.

No modelo de partícula única ter-se-ia na região assintótica um estado de partícula com energia positiva, o sistema não sendo neste caso ligado. Ademais o decaimento do estado-furo, permitido que é pelo princípio de Pauli, ocorre em um processo real de primeira ordem.

A figura III.1 apresenta energias de separação (pontos) e larguras (barras verticais) de estados-furo obtidas em reações quase-livres.

Os valores registrados foram transcritos em sua maioria da referência 15), os demais resultados provindo dos trabalhos dos grupos de Roma⁵⁶⁾, Orsay²⁷⁾ e Liverpool³⁹⁾.

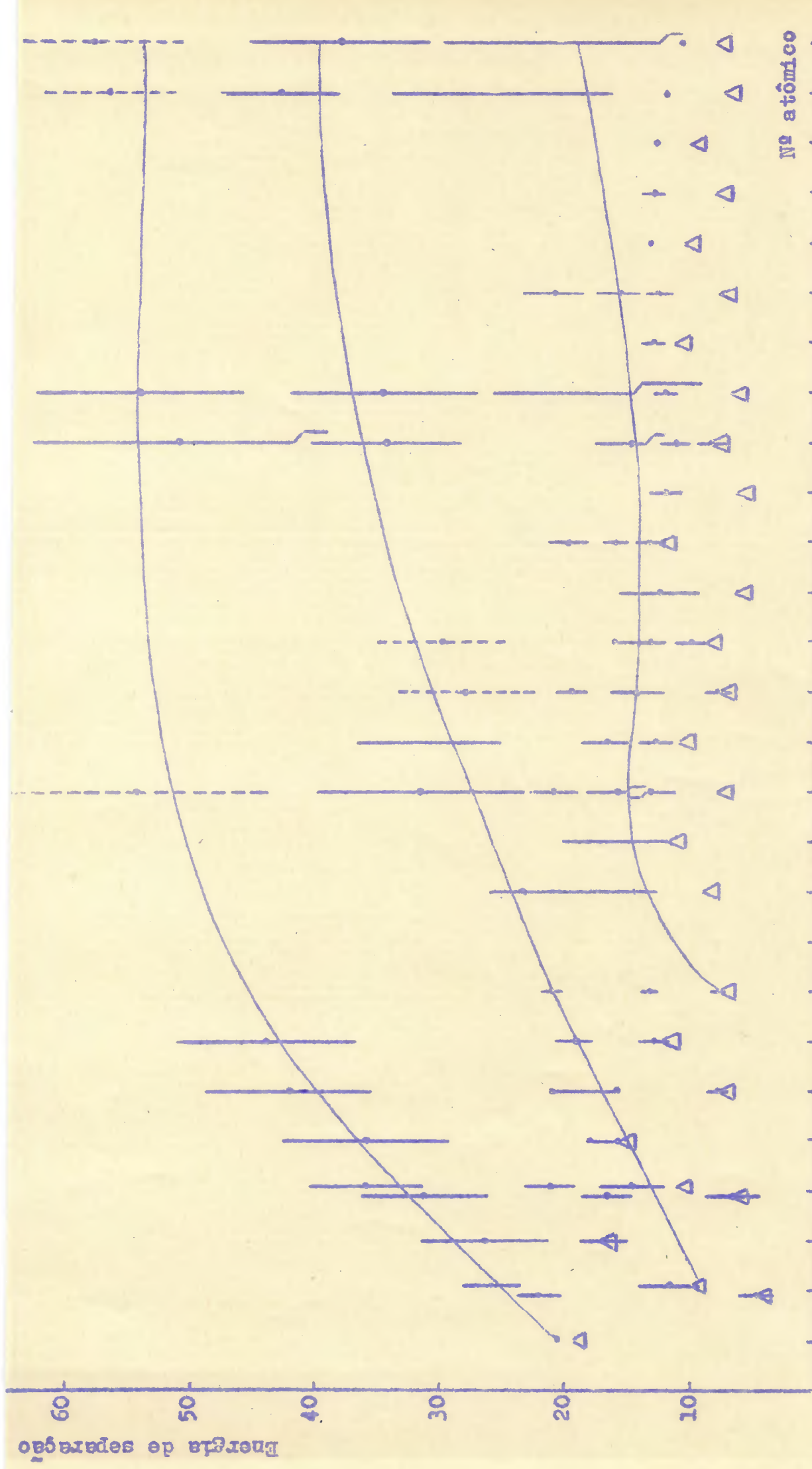
As larguras registradas são corrigidas para a resolução em energia, adotando-se para os novos resultados de Orsay a resolução 2,1 MeV, para os de Liverpool, 5 MeV e para os de Roma, 10 MeV.

Os níveis de indicação duvidosa aparecem tracejados enquanto os triângulos indicam a energia de separação do próton no núcleo ligado.

Para o ^{40}Ca os resultados dos grupos de Liverpool e Roma diferem bastante.

III.2 - Distribuições de momentum

Considerando-se então, doravante, ao invés da descrição em termos de estado de partícula, o modelo do estado-furo único (usualmente suposto, embora não levado em conta seriamente), a existência de grandes larguras para certos níveis observados leva a indagar de que modo tais larguras afetarão as distribuições de momentum. Construído um modelo para justificar e determinar as lar



Element	Atomic Number
He	2
³ Li	3
⁴ Be	4
¹⁰ B	5
¹² C	6
N	7
O	8
F	9
Na	11
Mg	12
Al	13
Si	14
P	15
S	16
Cl	17
Ar	18
K	19
Ca	20
Sc	21
Ti	22
V	23
Cr	24
Mn	25
Fe	26
Co	27
Ni	28

Fig. III.1: Larguras e energias de separação de estados-furo resultantes de reações quase-livres.

guras dos estados-furo envolvidos na reação quase-livre, recor - re-se a ôle para estudar as distribuições de momentum, preferen - temente precedendo a análise das distribuições obtidas experimen - talmente.

As experiências quase-livres realizadas até o presente mostraram que as distribuições de momentum medidas diferencas dis - tribuições preditas pelo modelo de camadas ao adotar-se uma des - crição de partícula única no núcleo inicial N_A . Uma comparação mais quantitativa experiência-teoria exigiria, contudo, que se conhecesse melhor o efeito das colisões múltiplas em reações qua - se - livres , e que se tivesse melhores resoluções em experiên - cias $(e, e'p)$.

Realmente, a distorção causada pelas colisões múltiplas dos prótons incidente e emergentes (em experiências $(p, 2p)$), nasce - ra bastante o efeito que se pretende estudar e as experiências $(e, e'p)$ não podem até o presente prover-nos com informações nu - merosas e suficientemente precisas sobre as distribuições de mo - mentum. Poucos núcleos foram até agora estudados pelo processo $(e, e'p)$, e os erros experimentais envolvidos são ainda bastante grandes.

Portanto, ao invés de perguntar se o modelo de furo úni - ce adotado é capaz de explicar as discrepâncias observadas nas distribuições de momentum já obtidas, formular-se-á uma questão prévia que consiste em indagar se o modelo escolhido pode descri - ver modificações (quando se faz a comparação com o caso estacio - nário) na distribuição de momentum. Sómente depois de debatida es - ta hipótese caberia (dependendo dos resultados alcançados) cum - prir a etapa seguinte, mais ambiciosa, de ajustar a descrição teó - rica corretamente aos resultados experimentais.

Nos capítulos subsequentes serão analisadas as condições em que o modelo de furo único decainte pode descrever modificações nas distribuições de momentum (se comparadas com as obtidas pelo modelo estacionário).

Pode-se adiantar que em algumas situações dinâmicas o modelo de furo único é capaz de explicar a existência de diferenças entre as distribuições de momentum resultantes das descrições estacionária e não estacionária, sendo possível, nestes casos, vincular a largura dos níveis de energia às correlações angulares.

Os estados-furo em foco sendo ligados e não estacionários, o problema pode ser reduzido a resolver-se uma equação de autovalores discretos e complexos.

Seguindo esta idéia aproxima-se²⁹⁾ a integral de superposição pela solução ligada de uma equação de Schrödinger em um potencial complexo.

Para processos $(e, e'p)$ a substituição da integral de superposição pela função de onda do estado-furo (a menos de uma constante) é uma aproximação satisfatória uma vez que o principal efeito do único fator de distorção contribuinte é o de reduzir a seção de choque, mantendo a forma da mesma quase inalterada. Em processos $(p, 2p)$ os resultados obtidos devem ser corrigidos para a distorção.

A parte real do potencial complexo adotado simula a interação nuclear a que está submetido o estado-furo ligado e a parte imaginária descreve os processos de colisões entre partículas nucleares permitidos pelo princípio de Pauli e responsáveis pela desintegração do estado-furo. Os autovalores complexos de energia incluem, pois, uma parte imaginária que descreve a largura dos níveis de energia. Realmente, a parte temporal de uma

função de onda sendo $\exp[-i(E_r + iE_i)t/\hbar]$, decorre estar o valor E_i relacionado à largura do nível de energia.

O fato de o estado-furo nuclear decorrente do processo de espalhamento quase-livre ter vida finita reflete-se, então, na existência de uma largura para os níveis de energia correspondentes. Quanto menor a vida do estado-furo, maior a largura do nível de energia respectivo.

Abordando o problema fenomenologicamente, fixar-se-ão as partes real e imaginária do potencial complexo de modo a obter respectivamente a posição e a largura corretas dos picos de energia observados. Aliás, este é também o ponto de vista adotado frequentemente para estudar a posição dos picos em espectros de energia na descrição estacionária, ou seja, quando a largura dos níveis não é levada em consideração.

O modelo aqui usado atribui aos picos de energia do espectro uma forma Lorentziana,

$$L(\mathcal{E}) = \frac{B}{(E_r - \mathcal{E})^2 + E_i^2} \quad (\text{III.1})$$

o que para alguns picos é uma boa aproximação. (B é um parâmetro.)

Nesta hipótese decorre um comportamento temporal seja -rível para a função de onda do estado não estacionário.

A aproximação Lorentziana adotada implica em considerar-se a parte real da energia como valor central de energia (abscissa) correspondente ao máximo valor de $L(\mathcal{E})$ (ordenada), e de associar-se a parte imaginária da energia (em módulo) à semilargura do nível de energia à meia altura.

Temos então a correspondência fenomenológica $E_i = -E_{exp}$ onde E_{exp} é a semilargura à meia altura, do pico de energia empe

rimental relacionado com o estado-furo em estudo.

A forma do pico nesta aproximação é independente da energia incidente e dos parâmetros das partículas emergentes.

A qualidade da aproximação pode ser verificada pela análise da forma dos picos de energia no espectro. Note-se, entretanto, que esta aproximação não terá influência marcante na determinação da relação entre a largura de um nível de energia e a distribuição de momento correspondente.

Ao escrever uma equação de Schrödinger para o estado-furo resultante do processo quase-livre pretende-se, pois, formular um esquema que permita responder se as distribuições de momento sofrem (grandes) variações e, em caso positivo, se estas modificações são determinadas pelas larguras dos picos de energia.

III.3 - A equação de Schrödinger para estados-furo de vida finita

Tendo em mente que a função de onda do estado-furo se apresenta aproximadamente a integral de superposição contida na expressão da seção de choque para espalhamento quase-livre, estabelecemos a equação de Schrödinger para a referida função.

Para a parte real da interação que representa a ação das A - α partículas do núcleo de recesso sobre o estado-furo pode-se, em boa aproximação, supor uma forma esféricamente simétrica.

O potencial núcleo do núcleo de casca, inferido dos resultados de experiências de espalhamento de nêutrons por núcleos, é um potencial achatado na região central do núcleo e que tende a zero nas contornos nucleares, de modo não ou menos uniforme. Uma boa representação destas características é dada pelo potencial de

Woods-Saxon⁶⁾

$$V(r) = V_0 \left[1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right]^{-1}$$

onde $a = 0,5 \times 10^{-13}$ cm e $R = 1,33 A^{1/3} \times 10^{-13}$ cm, sendo A o número de massa do núcleo.

Cutrossia, embora V_0 seja função da energia do núcleo em questão, o seu valor é da ordem de 60 MeV.

As autofunções deste potencial não se apresentam, porém, em forma analítica, o que leva à utilização de potenciais idealizados cujo espectro de autovalores não difere muito do espectro medido.

Quanto à parte imaginária da interação, não se conhece suficiente a dinâmica do processo responsável pela vida finita do estado-furo, mas parece razoável supor que pelo menos uma parte ponderável da interação seja ocasionada pelas colisões anteriormente descritas, entre partículas de uma dada camada. Estas colisões, em média, podem ser simuladas por um potencial central.

Ademais, o fator simplicidade também conduziu a esta escolha, pelo menos para uma análise inicial. Desvios da esfericidade podem ser estudados em etapas futuras, se houver indicações de existência dos mesmos nos processos físicos, e se for julgado conveniente introduzi-los.

A equação de Schrödinger independente do tempo que determina o autovalor complexo de energia pode ser escrita, então, como

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta + V_r(r) + i V_i(r) \right] \Psi(\vec{r}) = (E_r + i E_i) \Psi(\vec{r}) \quad (\text{III.2})$$

onde $\Psi(\vec{r})$ é a função de onda do estado-furo ligado considerado, m é a massa do mesmo e E_r e E_i são as partes real e imaginária da energia do estado-furo. Observe-se que as autofunções do problema não serão mais necessariamente ortogonais.

Como se deseja estudar especificamente o efeito da vida finita dos estados-furo sobre as distribuições angulares fixa-se, por simplicidade, a parte real do potencial complexo adotado, para todos os casos analisados a seguir. O problema complexo é considerado, então, como a generalização da situação estacionária e as distribuições de momentum são diretamente comparáveis nos diversos casos.

O potencial real adotado será o potencial de um oscilador harmônico isotrópico infinito (atrativo) com parâmetro fixado a partir de dados de espalhamento elástico de elétrons⁵⁸).

Escolhemos por simplicidade este potencial⁵⁹), embora não se comporte como o potencial do modelo de camadas nos contornos do núcleo, e fora dele. Entretanto para estados ligados onde as partículas se situam em níveis energéticos baixos (principalmente os núcleons mais internos) apenas o potencial da região próxima à origem atua significativamente e nesta, o oscilador harmônico não difere muito do potencial efetivo.

Quanto aos potenciais imaginários escolhidos para simular a desintegração do estado-furo, serão apresentados em detalhe adiante.

A análise desenvolvida nos capítulos seguintes refere-se a estados-furo $1s$ em núcleos das camadas $1p$ e $2s-1d$, sendo o ^{16}O e o ^{40}Ca os núcleos fechados das mencionadas camadas. A extensão a estados-furo $1s$ em núcleos mais pesados, ou a outros estados-furo em um dado núcleo, será objeto de comentários posteriores.

res.

Adiante-se, porém, que o tratamento aplicado a estados-furo $1s$ pode estender-se a estados menos ligados incorrendo-se, é claro, em cálculos um pouco mais complexos. Quanto ao fato de considerar-se apenas núcleos $1p$ e $2s-1d$, os resultados obtidos não justificam no presente estágio uma análise (mais complexa) sobre núcleos mais pesados.

Como nos limitamos a potenciais esféricamente simétricos, é conveniente escrever a equação (III.2) em coordenadas esféricas (polares), obtendo-se soluções

$$\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = U_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (\text{III.3})$$

onde $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ é a notação usual para os esféricos harmônicos⁴⁸ e $U_{nl}(r)$ é a função da variável radial que obedece a equação

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_r(r) + i E_i(r) - V_r(r) - V_i(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] U_{nl}(r) = 0, \quad (\text{III.4})$$

sujeita às condições de contorno de ser finita na origem e de ser limitada assintoticamente. As soluções desta equação são funções complexas em geral, e podem ser escritas na forma

$$U_{nl}(r) = \frac{1}{r} R_{nl}(r) \exp[i S_{nl}(r)] \quad (\text{III.5})$$

sendo $R_{nl}(r)$ e $S_{nl}(r)$ funções reais da variável radial r . Denominaremos a função $S_{nl}(r)$ de fase (radial) e a função $R_{nl}(r)$ simplesmente de função de onda radial.

A relação (III.3) torna-se então

$$\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{r} \exp(i S_{nl}(r)) R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (\text{III.6})$$

Em particular, se a parte imaginária do potencial complexo tende a zero (e conseqüentemente E_i tende a zero), $\Psi_{nlm}(\vec{r})$ torna-se a autofunção $\Psi_{nlm}^0(\vec{r})$ do potencial real.

Esta suposição é adequada para estados-furo das camadas menos ligadas, que são estacionários. As energias E_r e E_i dependem em geral dos números quânticos n e l , mas por simplicidade estes índices foram omitidos.

Pode-se escrever

$$\Psi_{nlm}^0(r, \theta, \varphi) = U_{nl}^0(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) = \frac{1}{r} R_{nl}^0(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (\text{III.7})$$

onde $R_{nl}^0(r)$ (função de onda radial) se anula na origem e também assintoticamente, e satisfaz a equação

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_{nl}^0 - V_r(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R_{nl}^0(r) = 0. \quad (\text{III.8})$$

$R_{nl}^0(r)$ pode ademais possuir outros zeros, a indicação do número de zeros sendo dada em função do número quântico n ; o número de nós da função radial se relaciona então diretamente com n .

Adota-se no que segue a notação usual da espectroscopia nuclear⁶⁰⁾ onde n representa o número total de zeros da função radial excluído o da origem, l caracteriza os valores do momento angular orbital do estado e m simboliza a componente de l segundo uma dada direção (por exemplo, a direção polar).

Os estados a considerar são, então, na notação (n, l)

1s, 2s, 3s, ..., 1p, 2p, 3p, ..., 1d, 2d, 3d, ... etc.

Estas conclusões independem da forma específica do potencial central adotado, enquanto as demais informações se obtêm ao detalhar a interação.

Como o potencial central real considerado é o do oscilador harmônico isotrópico tridimensional, isto é,

$$V_r(r) = cr^2, \quad (\text{III.9})$$

os autovalores de energia serão

$$E_{nl}^0 = (2n+l - \frac{1}{2})\hbar\omega = (\mathcal{N} + \frac{3}{2})\hbar\omega, \quad (\text{III.10})$$

considerando-se as definições $\mathcal{N} = 2n+l-2$ e $\omega = \sqrt{2c/m}$. Decorre então que estados com mesmo valor de \mathcal{N} são degenerados e apresentam a mesma paridade.

Neste caso específico a solução (III.7) normalizada se escreve

$$\Psi_{nlm}^0(r, \theta, \varphi) = \left[\frac{2\beta^3(n-1)!}{\Gamma(n+l+\frac{1}{2})^3} \right]^{\frac{1}{2}} (\beta r)^l \exp\left(-\frac{\beta^2 r^2}{2}\right) \times \\ \times L_{n-1}^{l+\frac{1}{2}}(\beta^2 r^2) \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (\text{III.11})$$

sendo $\beta^2 = \frac{m\omega}{\hbar}$, e $L_s^k(z) = \frac{\Gamma(s+k+1)}{\Gamma(s+1)} \frac{e^z}{z^k} \frac{d^s(z^{s+k} e^{-z})}{dz^s}$ com s inteiro, os polinômios de Laguerre de grau s . Como o problema em foco refere-se a estados ligados, a interação deverá ser representada por um potencial atrativo, e que significa deslocar o nível de referência do potencial harmônico de um valor constante V_0 .

$$\text{Logo, } V_r(r) = cr^2 - V_0 \text{ e } E_{nl}^0 = (\mathcal{N} + \frac{3}{2})\hbar\omega - V_0. \quad (\text{III.12})$$

A expressão (III.11) ainda caracteriza um autoestado do sistema modificando-se, entretanto, o autovalor de energia que lhe está associado. As degenerescências características do potencial adotado são levantadas, naturalmente, com a introdução do potencial atrativo spin-órbita²⁾, passando a integrar uma mesma camada, estados de paridades opostas.

Para estados-furo $1s$, $\ell = m = 0$, e a equação (III.4) se reduz a

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E_r + iE_i - V_r(r) - iV_i(r) \right) \right] u_{10}(r) = 0, \quad (\text{III.13})$$

enquanto a função (III.3) se torna esféricamente simétrica

$$\Psi_{100}(r, \theta, \varphi) = \frac{R_{10}(r)}{r} \exp(iS_{10}(r)) Y_{00}(\theta, \varphi). \quad (\text{III.14})$$

No que segue será omitido o índice quântico característico das funções de onda com $n=1$, $\ell=0$ e $m=0$.

Outrossim, particularizando a interação real e escrevendo uma equação para a função $\chi(r) = r u(r)$, resulta

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E_r + iE_i - cr^2 + V_0 - iV_i(r) \right) \right] \chi(r) = 0. \quad (\text{III.15})$$

Se o sistema é estacionário ($V_i(r)=0$, $E_i=0$) esta equação se torna simplesmente um caso particular da equação (II.8) com solução

$$R_1^0(r) = \left[\frac{2\beta}{\Gamma(\frac{3}{2})^3} \right]^{1/2} (\beta r) \exp\left(-\frac{\beta^2 r^2}{2}\right) L_0^{1/2}(\beta^2 r^2) \quad (\text{III.16})$$

e autovalor

$$E_r^0 = \frac{3}{2} \hbar \omega - V_0. \quad (\text{III.17})$$

Como $Y_{00}(\theta, \varphi)$ e $L_0^{1/2}(z)$ são constantes, obtém-se finalmente uma solução isotrópica normalizada

$$\Psi^0(\vec{r}) = \left(\frac{\beta}{\sqrt{\pi}}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\beta^2 r^2}{2}\right) \quad (\text{III.18})$$

e uma densidade de probabilidade de posição

$$g^0(\vec{r}) \equiv |\Psi^0(\vec{r})|^2 = \frac{\beta^3}{\pi^{3/2}} \exp(-\beta^2 r^2) \quad (\text{III.19})$$

Por outro lado, sendo a transformada de Fourier⁽¹⁸⁾ de uma função $\Psi(\vec{r})$

$$K(\hbar \vec{k}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int \exp(i\vec{k}\cdot\vec{r}) \Psi(\vec{r}) d\vec{r} \quad (\text{III.20})$$

resulta, para a transformada de $\Psi^0(\vec{r})$:

$$K^0(\hbar \vec{k}) = \frac{1}{\beta^{3/2} \hbar^{3/2} \pi^{3/4}} \exp\left(-\frac{k^2}{2\beta^2}\right) \quad (\text{III.21})$$

e a distribuição de momentum correspondente é

$$h^0(\hbar \vec{k}) \equiv |K^0(\hbar \vec{k})|^2 = \frac{1}{\beta^3 \pi^{3/2} \hbar^3} \exp\left(-\frac{k^2}{\beta^2}\right) \quad (\text{III.22})$$

Se para uma densidade de probabilidade proporcional a $\exp\left(-\frac{y^2}{\beta^2}\right)$ se define uma largura $L_y = \beta$, ter-se-á para a função $g^0(\vec{r})$ a largura $L_r^0 = \frac{1}{\beta}$ e para a função $h^0(\hbar \vec{k})$ a largura $L_k^0 = \beta$, isto é, $L_r^0 = \frac{1}{L_k^0}$.

Para o ^{16}O , por exemplo, $(L_k^0)^2 = 0,322 \text{ nm}^{-2}$. As relações entre β , C e ω já apresentadas anteriormente, conduzem à expressão $C = \frac{\hbar^2}{2m} \beta^4$.

O valor de β foi determinado através de dados de espalhamento elástico de elétrons⁵⁸), utilizando-se o valor experimental do raio médio quadrático (α^2) do núcleo-alvo e a relação $\alpha^2 = \langle r^2 \rangle = f(\beta^2)$ obtida para cada núcleo com as funções de onda do modelo de camadas. O parâmetro da função de onda do estado-furo é suposto, pois, o mesmo que se obtém usualmente para a função de onda de partícula única.

A solução $\Psi^0(\vec{r})$ expressa na relação (III.18) é então além de isotrópica, real, o valor de β dependendo do núcleo-alvo considerado na reação.

Como C se relaciona com β , e β^2 é uma função de $\langle r^2 \rangle$, adotado o valor experimental $\alpha^2 = \langle r^2 \rangle$ das experiências de espalhamento elástico de elétrons, ficará determinada a constante de acoplamento C do oscilador harmônico tridimensional isotrópico. O potencial real é determinado, então, pelo raio nuclear.

O valor do parâmetro de interação C do problema estacionário, será mantido no caso geral em que se leva em conta a vida finita do estado-furo.

III.4 - Sistema equivalente à equação de Schrödinger

A equação (III.4) reescrita para as funções $S_{nl}(r)$ e $R_{nl}(r)$ transforma-se em um sistema equivalente de duas equações, uma relativa à parte real e outra referente à parte imaginária da equação.

Efetivamente, a expressão

$$\frac{d^2}{dr^2} \left[\exp(iS(r)) R(r) \right] = \left\{ i \left[\frac{d^2 S(r)}{dr^2} R(r) + 2 \frac{dS(r)}{dr} \frac{dR(r)}{dr} \right] + \left[\frac{d^2 R(r)}{dr^2} - \left(\frac{dS(r)}{dr} \right)^2 R(r) \right] \right\} \exp(iS(r)), \quad (\text{III.23})$$

permite escrever

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \left(\frac{dS_{nl}(r)}{dr} \right)^2 + \frac{2m}{\hbar^2} (E_r - V_r(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R_{nl}(r) = 0 \quad (a)$$

(III.24)

$$\left(R_{nl}(r) \frac{d^2}{dr^2} + 2 \frac{dR_{nl}(r)}{dr} \frac{d}{dr} \right) S_{nl}(r) + \frac{2m}{\hbar^2} (E_i - V_i(r)) R_{nl}(r) = 0. \quad (b)$$

Para estados $1s$, o sistema se simplifica a:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \left(\frac{dS(r)}{dr} \right)^2 + \frac{2m}{\hbar^2} (E_r - V_r(r)) \right] R(r) = 0 \quad (a)$$

(III.25)

$$\left(R(r) \frac{d^2}{dr^2} + 2 \frac{dR(r)}{dr} \frac{d}{dr} \right) S(r) + \frac{2m}{\hbar^2} (E_i - V_i(r)) R(r) = 0. \quad (b)$$

Caso o potencial $V_i(r)$ e a energia E_i fossem nulos, a solução do sistema para o potencial real escolhido coincidiria com a solução (III.16), vale dizer, $S(r)$ seria constante e $R(r)$ se transformaria na função $R^0(r)$. Pelas condições de contorno do problema, aliás, $S(r)_{r=0}$ é finita e $R(r)_{r=0}$ se anula.

A natureza complexa do potencial $V(r)$ altera, pois, a solução da equação radial (quando comparada à solução do problema com interação real), quer devido à presença nova de uma fase $S(r)$, quer através da modificação da função $R(r)$. Também a transformada de Fourier da função $\Psi(\vec{r})$ sofre modificações quando se inclui a interação imaginária.

Note-se que, enquanto a modificação na função de onda do estado-furo causada pela interação $V_i(r)$ é de molde a transformar $R^0(r)$ em $\exp(iS(r))R(r)$ (isto é, a modificar o módulo da função e a criar uma fase), a densidade de probabilidade de posição $|\Psi^0(\vec{r})|^2$ difere de $|\Psi(\vec{r})|^2$ apenas na transformação de $R^0(r)$

em $R(r)$.

Efetivamente, $|R^{\circ}(r)|^2$ contrapõe-se a

$$|\exp(iS(r))R(r)|^2 = |R(r)|^2, \quad (\text{III.26})$$

mostrando que a densidade de probabilidade de posição se modifica, então, apenas através do módulo da função de onda.

O mesmo não ocorre, entretanto, com a distribuição de momentum $|K(\hbar\vec{k})|^2$ (módulo quadrado da transformada de Fourier de $\Psi(\vec{r})$), que difere por dois fatores da distribuição $|K^{\circ}(\hbar\vec{k})|^2$ causada pelo potencial real. Um deles provém diretamente do fato de $R(r)$ diferir de $R^{\circ}(r)$, enquanto o outro decorre da contribuição de $S(r)$ à transformada de Fourier.

Estas duas contribuições estão relacionadas, naturalmente, recaindo a sua determinação na resolução do sistema (III.24).

Além, a motivação para escrevermos a equação de Schrödinger na forma equivalente (III.24) originou-se da tentativa de analisar em componentes a modificação da função de onda radial do estado-furo, quando comparados os problemas estacionário e não estacionário.

Esta análise se mostra frutífera, permitindo a introdução de um método de aproximação para a resolução do sistema.

O mencionado processo e os resultados decorrentes de sua aplicabilidade serão apresentados nos próximos capítulos.

A vantagem do método consiste em permitir um desacoplamento das equações do sistema (III.24) e, em consequência, em adotar-se um tratamento simplificado da equação de Schrödinger, reduzindo-se o problema a resolver em sucessão duas equações diferenciais ordinárias simples.

III.5 - O formalismo partícula-furo

Antes de concluir o capítulo cabe teor alguns consi -
 derações sobre o formalismo de partícula-furo⁶¹⁾ ao qual se po -
 daria ter recorrido, conforme mencionado anteriormente, para des -
 crever o processo de decaimento do estado-furo.

Tendo em vista a estrutura da reação quase-livre, o nú -
 cleo residual pode ser descrito como um estado de vida finita ori -
 ginado do estado fundamental de A partículas (o núcleo-alvo) pe -
 la aniquilação de um dos núcleons internos.

O núcleo-alvo consiste em um sistema de A partículas no
 autoestado de menor energia do hamiltoniano total, ou seja, o es -
 tado de vácuo " $|0\rangle$ " da representação partícula-furo escolhida .

Visto que o núcleo residual não é um autoestado e sim uma
 superposição de autoestados do hamiltoniano dentro de um certo in -
 tervalo de energias, decorre que o estado-furo terá uma vida fi -
 nita e sua propagação será atenuada.

O núcleo residual e o núcleon "arrancado" compõem, em um
 evento individualizado, uma excitação partícula-furo de momento
 angular definido:

$$|ph\rangle = \sum_{m_p, m_h} (-1)^{j_h - m_h} C(j_p m_p j_h m_h | JM) a_{j_p m_p}^\dagger a_{j_h m_h} |0\rangle, \quad (\text{III.27})$$

onde $a_{j_p m_p}^\dagger$ cria uma partícula de momento angular j_p e pro -
 jeção m_p , e $a_{j_h m_h}$ cria um furo de momento angular j_h e
 projeção $-m_h$.

O núcleo residual é caracterizado, então, para um dado
 valor do momento angular, pelo estado

$$a_{j_p m_p} |ph\rangle = \sum_{m_h} (-1)^{j_h - m_h} C(j_p m_p j_h m_h | JM) a_{j_h m_h} |0\rangle. \quad (\text{III.28})$$

Quanto às funções de onda do núcleo-alvo e do núcleo residual, podem ser escritas no espaço de configuração como:

$$\Psi_a(\vec{x}, \vec{y}) = \langle \vec{x}, \vec{y} | 0 \rangle \quad (\text{III.29})$$

e

$$\Psi_r(\vec{y}) = \langle \vec{y} | a_{j_p m_p} | p h \rangle \quad (\text{III.30})$$

Decorre, então, para a função de onda do estado-furo em um dado instante, a expressão

$$\Psi_f(\vec{x}) = \int \Psi_r^*(\vec{y}) \Psi_a(\vec{x}, \vec{y}) d\vec{y} \quad (\text{III.31})$$

e para a integral de superposição entre os estados inicial e final da reação quase-livre no espaço de momento:

$$\mathcal{K}(\hbar \vec{k}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x}) \Psi_r^*(\vec{y}) \Psi_a(\vec{x}, \vec{y}) d\vec{x} d\vec{y}. \quad (\text{III.32})$$

Está implícita nas considerações acima uma hipótese de densidade de campo central constante para os diversos estados do sistema, o que equivale a supor desprezível a energia de rearranjo nuclear⁵²⁾.

Outrossim, o isospin do estado-furo não contribui na análise apresentada, enquanto o spin foi incluído no momento angular total.

A propagação do estado-furo⁶³⁾ é descrita pela função de Green:

$$G(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \tau) = i \langle \Psi_f(\vec{x}_2, \tau) | \exp(iH\tau/\hbar) | \Psi_f(\vec{x}_1, 0) \rangle, \quad (\text{III.33})$$

se o instante inicial é considerado como $t=0$.

A transformada de Fourier $G(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \varepsilon)$ da função anterior apresenta um pólo de energia cuja parte real se confunde, para um sistema de partículas não interagentes, com a energia da partícula-livre. Para o núcleo, entretanto, a parte real do pólo de energia no propagador não é mais a energia de partícula única de Hartree-Fock e a largura de nível de energia é função de $\hbar^2(\vec{k}-\vec{k}_L)^2$ onde $\hbar\vec{k}_L$ é o momento da partícula menos ligada do núcleo, na região de momentos próximos a $\hbar\vec{k}_L$.

Desejando-se prosseguir com o tratamento do problema no formalismo de partícula-furo deve-se descrever os modelos que serão apresentados nos próximos capítulos para simular as interações partícula-furo na representação de número de ocupação, isto é, em termos de operadores de criação e destruição de partículas.

Convém observar que no formalismo de partícula-furo o decaimento do estado-furo se dá através de excitações partícula-furo duplas ou mesmo múltiplas e o polo de energia mais próximo do eixo real no propagador (polo este que está acima do eixo real), se aproxima mais do eixo real em cada uma das etapas do processo.

Tendo em vista, no entanto, que a integral de superposição pode ser escrita muito singelamente em termos das funções de onda dos estados nucleares inicial e final de A e $A-1$ partículas, torna-se muito conveniente a descrição do processo no formalismo de partículas, em detrimento do formalismo acima.

Ademais, como os estudos de distribuições de momento em processos quase-livres são feitos usualmente em linguagem de partículas (estados-furo não ocorrem nas cogitações), mantendo-se o tratamento do problema no formalismo de partículas torna-se o trabalho, para fins comparativos, semelhante na forma aos das determinações teóricas existentes de distribuições de momento de pro-

cessos quase-livres.

Apesar, pois, da elegância e da correção do formalismo de partícula-furo será mantida, então, a linguagem usual em termos de partículas, ao longo deste trabalho.

IV - O MÉTODO DE APROXIMAÇÃO ADOTADO

IV.1 - Condições de contorno

No capítulo anterior a equação radial de Schrödinger para o estado-furo ligado de vida finita, escrita na forma usual (III.4), foi transformada em um sistema equivalente de duas equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \left(\frac{dS_{nl}(r)}{dr} \right)^2 \frac{2m}{\hbar^2} (E_r - V_r(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R_{nl}(r) = 0 \quad (a) \\ \left(R_{nl}(r) \frac{d}{dr} + 2 \frac{dR_{nl}(r)}{dr} \frac{d}{dr} \right) S_{nl}(r) + \frac{2m}{\hbar^2} (E_i - V_i(r)) R_{nl}(r) = 0. \quad (b) \end{array} \right. \quad (\text{III.24})$$

Este sistema acopla fase e módulo da função de onda, isto é, acopla a parte real e a parte imaginária da função de estado.

Para definir o problema, entretanto, é necessário indicar as condições de contorno associadas ao sistema. A função de onda radial $R_{nl}(r)$ satisfaz as mesmas condições características que a função $R_{nl}^o(r)$, enquanto as condições de contorno relativas à fase radial $S_{nl}(r)$ dependem dos potenciais imaginários adotados. Estas condições serão estabelecidas após fazer-se algumas considerações sobre os potenciais.

Impondo-se a exigência de que os potenciais imaginários adotados sejam analíticos no entorno da origem, tanto a fase radial como a variação da fase (pois como se pode observar, a c-

equação (III.24) (b) é uma equação para $\frac{dS_{nl}(r)}{dr}$, podem ser expandidas em série de Taylor na região próxima à origem. Sendo a função de onda total determinada a menos de uma fase constante, pode-se adotar a condição $S_{nl}(r)_{r=0} = 0$.

Outrossim, tendo em vista que tôdas as interações iônicas utilizadas neste trabalho são funções de r^2 , as soluções $\Psi(\vec{r})$ devem apresentar paridade definida frente à transformação $r \rightarrow r^1 \equiv -r$. Isto equivale a impor que $S_{nl}(r)$ seja uma função par em r ou ainda que $\frac{dS_{nl}(r)}{dr} \Big|_{r=0} = 0$.

Para interações que conduzem a soluções analíticas exatas recorre-se à equação (III.4), mas o sistema (III.24) parece mais adequado para o estabelecimento de um processo de aproximação.

Este sistema acrescido das condições de contorno conduz, outrossim, a uma equação integral e a uma equação integro-diferencial.

Realmente, a equação (b) do referido sistema pode ser encarada como uma equação diferencial para $\frac{dS_{nl}(r)}{dr}$, se a razão entre $\frac{dR_{nl}(r)}{dr}$ e $R_{nl}(r)$ for dada. (Naturalmente esta razão seria determinada se a função $R_{nl}(r)$, que se pretende obter pela equação (a), fôsse conhecida.)

Com efeito, pode-se escrever a solução (formal) da equação (b) como

$$\frac{dS_{nl}(r)}{dr} = \frac{1}{R_{nl}^2(r)} \frac{zm}{h^2} \int_0^r R(r') (V_i(r') - E_i) R_{nl}(r') dr'. \quad (IV.1)$$

A solução (IV.1) (se existir) é única, o limite inferior do intervalo de integração decorrendo da condição de contorno imposta a $\frac{dS_{nl}(r)}{dr}$.

A equação (a) do sistema primitivo, por outro lado, pode ser analisada como uma equação diferencial para $R_{nl}(r)$, se

$\frac{dS_{nl}(r)}{dr}$ for uma função conhecida. Isto significa que, dada a relação (IV.1), a função $R_{nl}(r)$ solução da equação (a) do sistema (III.24) satisfaz a equação

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_r - V_r(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{l}{R_{nl}^4(r)} \frac{4m^2}{\hbar^4} \cdot \left[\int_0^r (V_i(r') - E_i) R_{nl}^2(r') dr' \right]^2 \right\} R_{nl}(r) = 0. \quad (IV.2)$$

As equações (IV.1) e (IV.2) formam o sistema integro-diferencial equivalente mencionado. A primeira delas permite a determinação analítica da variação da fase radial no método de aproximação adotado, tornando-se de grande valia para a comparação com os resultados computacionais; a equação (IV.2), porém, se apresenta em forma inconveniente para resolução.

IV.2 - Solução aproximada da equação de Schrödinger

O processo de resolução adotado, cuja descrição segue, tem o mérito de proporcionar soluções numéricas de fácil obtenção, a partir do sistema (III.24).

O método de aproximação usado é simplesmente um método iterativo ou de aproximações sucessivas, o que significa que ao invés de resolver as equações (a) e (b) do sistema simultaneamente, determinam-se as suas soluções sucessivamente, a partir de uma escolha da aproximação.

Supõe-se conhecido na forma o potencial imaginário $V_i(r)$ que simula a interação responsável pela desintegração do estado-furo, além do potencial real $V_r(r)$ que representa a interação nuclear.

Os parâmetros de interação, contudo, serão determinados no processo iterativo na mesma ordem de aproximação que a função

tentativa.

Apresentamos e analisamos, a seguir, as etapas do método de aproximações sucessivas proposto.

i) A equação (a) é resolvida em "aproximação de ordem zero", supondo-se a fase constante (ou, de modo equivalente, supondo que o potencial imaginário não atua). Determina-se assim a função radial $R_{nl}^{(0)}(r)$.

Para maior simplicidade a constante $S_{nl}^{(0)}(r)$ foi considerada nula, posto que só afeta a fase da solução. Note-se que supor a interação imaginária nula equivale a considerar a equação real (III.8), cuja solução é $R_{nl}^{(0)}(r)$.

A aproximação de ordem zero mencionada implica, então, no par de valores

$$\left\{ S_{nl}^{(0)}(r)=0, R_{nl}^{(0)}(r)=R_{nl}^0(r) \right\}. \quad (\text{IV.3})$$

ii) Dada a função $R_{nl}^{(0)}(r)$, determina-se pela equação (b) a função $S_{nl}^{(1)}(r)$, que consiste na expressão da fase radial em aproximação de primeira ordem.

iii) A etapa seguinte é análoga à primeira, pois dada a função $S_{nl}^{(1)}(r)$, obtém-se $R_{nl}^{(1)}(r)$ pela equação (a).

O par $\left\{ S_{nl}^{(1)}(r), R_{nl}^{(1)}(r) \right\}$ simboliza a solução em primeira ordem do processo iterativo.

iv) As demais ordens de resolução do processo são determinadas de modo análogo, a função $\Psi_{nl}^{(i)}(r)$ sendo caracterizada pelo par $\left\{ S_{nl}^{(i)}(r), R_{nl}^{(i)}(r) \right\}$.

A comparação entre as funções $\Psi_{nl}^{(i)}(r)$ e $\Psi_{nl}^{(i+1)}(r)$, obtidas em duas ordens sucessivas (em dois processos iterativos sucessivos), determina a qualidade da aproximação e a velocidade de convergência do processo iterativo. Quanto menor o número de iterações necessárias para obter-se uma solução dentro de uma pre-

cisão prefixada, mais útil é o método.

Nos exemplos apresentados no próximo capítulo apenas em um caso pode resultar insuficiente trabalhar em aproximação de primeira ordem.

A guisa de comentário, note-se que o processo aqui apresentado não se relaciona com a aproximação WKB a não ser no fato de separar-se a função de onda em módulo e fase. A aproximação e as finalidades do método são distintas nos dois casos.

IV.3 - Determinação dos parâmetros de interação

Escolhido o método iterativo para a resolução do sistema (III.24) e supondo-se conhecida a forma funcional do potencial complexo (apresentada no capítulo seguinte), restaria ainda saber qual a intensidade com que este potencial atua.

Em geral a intensidade do campo pode ser caracterizada por um parâmetro, que será denominada de constante de acoplamento ou parâmetro de interação. Exemplos de tais constantes serão encontrados a seguir, ora expressas em forma dimensional, ora adidimensional.

A parte real da interação apresentada na equação(III.4), conforme já mencionado, é fixada para todos os modelos de interação complexa estudados adiante, na forma da interação de um oscilador harmônico ligado. A constante V_0 que dá a profundidade do poço de potencial no centro (origem do sistema de coordenadas), demarca o valor inicial da escala de energia. O potencial V_0 pode ser fixado a partir dos resultados experimentais decorrentes de medidas de valores de energia dos centros dos picos observados no espectro, recorrendo-se à relação (III.12). Não se fará um confronto entre resultados experimentais e predições teóricas mas apesar disto, para fixar idéias, supor-se-á no que segue que o po

tencial oscilador harmônico permite uma boa reprodução dos níveis de energia dos núcleos e que V_0 é determinado pela medida de E_{nl} para $N=0$. C e ω são determinados pela escolha $\langle r^2 \rangle = a^2$ já assinalada anteriormente, sendo às vezes usados valores diferentes de C para as diferentes camadas.

A constante de acoplamento C é determinada no presente problema de forma analítica e é sempre a mesma para um dado núcleo, qualquer que seja a interação complexa adotada.

Selecionado o núcleo a estudar, a solução de ordem zero do sistema (III.24) será, pois, sempre a mesma para uma camada escolhida, vale dizer, a solução do problema estacionário limite.

O método de aproximação usado dá então como aproximação de ordem zero o problema de um estado-furo estável, com autofunções e autovalores já apontados.

Quanto ao potencial $V_i(r)$, que simula a interação responsável pelo decaimento do estado-furo, pode ser escrito como:

$$V_i(r) = d v_i(r), \quad (\text{IV.4})$$

onde a função $v_i(r)$ é explicitada em cada caso de acordo com o modelo adotado, mas o parâmetro de interação d é determinado fenomenologicamente.

Com efeito, fixada a parte imaginária da energia pelo valor experimental medido ($E_i = -E_{\text{exp}}$), obtém-se o valor do parâmetro d , pela relação

$$\langle V_i(r) \rangle = E_i, \quad (\text{IV.5})$$

se a função de onda for normalizada.

Não esquecendo, porém, que se deseja determinar a solução $\{S_{nl}(r), R_{nl}(r)\}$, ressalta que a determinação do parâ-

metro d implica em conhecer-se a solução buscada. Contorna-se este problema determinando a constante d em teoria de perturbação. Para consistência do processo, toma-se a ordem da aproximação utilizada para calcular o valor da constante de acoplamento sempre igual à ordem do processo iterativo.

Assim, para a determinação da solução do sistema (III.24) em primeira ordem (no processo iterativo), o valor da constante de acoplamento é calculado pela relação $\langle \Psi_{nl}^{(0)}(\vec{r}) | V_i(r) | \Psi_{nl}^{(0)}(\vec{r}) \rangle = E_i$, resultando

$$d^{(1)} = \frac{E_i}{\langle \Psi_{nl}^{(0)}(\vec{r}) | V_i(r) | \Psi_{nl}^{(0)}(\vec{r}) \rangle} \quad (\text{IV.6})$$

onde $\Psi_{nl}^{(0)}(\vec{r})$, recorde-se, é a função de onda normalizada, real, solução da equação de Schrödinger de ordem zero, autofunção do potencial oscilador harmônico. Como os potenciais imaginários considerados adiante são todos dependentes apenas da variável radial, a relação $\langle \Psi_{nl}^{(s)}(\vec{r}) | V_i(r) | \Psi_{nl}^{(s)}(\vec{r}) \rangle = E_i$ transforma-se para qualquer ordem de aproximação na relação mais simples $\int R_{nl}^{(s)}(r) d^{(s+1)} V_i(r) R_{nl}^{(s)}(r) dr = E_i$, indicando que a determinação do parâmetro d depende apenas de $R_{nl}(r)$ e não da fase $S_{nl}(r)$.

Saliente-se que calcular a constante de acoplamento na mesma ordem que a solução do processo iterativo é mais coerente e satisfatório do que uma possível tentativa de determinar d exatamente. Um exemplo bastante instrutivo deste fato se tem no caso em que a interação imaginária é a de um oscilador harmônico. Em tais circunstâncias conhece-se a solução exata do problema e pode-se determinar o valor do parâmetro de interação sem recorrer a aproximações, como se vê a seguir.

O exemplo mencionado será introduzido com a finalidade precípua de verificar-se a qualidade da aproximação proposta, adaptando-se muito bem a este objetivo visto permitir soluções ana

líticas, tanto exata como aproximada.

IV.4 - Interação real do tipo oscilador harmônico

Como a parte real da interação foi fixada, determinam-se explicitamente na presente seção todas as relações que envolvem o potencial real.

Embora o tratamento do problema possa ser feito para soluções $\Psi_{nl}(\vec{r})$ com n e l quaisquer, vamos considerar apenas estados-furo $1s$ doravante, pois nêles reside o nosso interêsse presente.

Considere-se então a solução $1s$ de um potencial oscilador harmônico real $V(r) = Cr^2$ dada pela relação (III.13), à qual corresponde uma energia $E_0 = 3/2 \hbar \omega = 3C/\beta^2$.

Como

$$R_{1s}^0(r) = \sqrt{4\pi} r \Psi_{1s}^0(r) = 2 \frac{\beta^{3/2}}{\pi^{1/4}} r \exp\left(-\frac{\beta^2 r^2}{2}\right), \quad (IV.7)$$

resulta

$$\frac{dR_{1s}^0(r)}{dr} = (1 - \beta^2 r^2) \Psi_{1s}^0(r) \sqrt{4\pi}. \quad (IV.8)$$

A equação (a) do sistema (III.25) apresenta em primeira iteração a solução (IV.7), e a equação (b) conduz a:

$$\frac{d^2 S^{(1)}(r)}{dr^2} + \frac{2}{R^{(0)}(r)} \frac{dR^{(0)}(r)}{dr} \frac{dS^{(1)}(r)}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_i - V_i(r)) = 0. \quad (IV.9)$$

A relação acima, acrescida das condições de contorno do problema físico dá:

$$\frac{dS^{(1)}(r)}{dr} = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{1}{(R^{(0)}(r))^2} \int_0^r R^{(0)}(r') (V_i(r') - E_i) R^{(0)}(r') dr', \quad (IV.10)$$

obtendo-se para a fase radial da função de onda:

$$S^{(1)}(r) = \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^r \frac{1}{(R^{(0)}(r'))^2} \int_0^{r'} R^{(0)}(r'') (V_i(r'') - E_i) R^{(0)}(r'') dr'' \quad (\text{IV.11})$$

Como $V_r(r)$ é o potencial do oscilador harmônico, a forma explícita de $\frac{dS(r)}{dr}$ em primeira ordem é

$$\frac{dS^{(1)}(r)}{dr} = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{1}{r^2} \exp(\beta^2 r^2) \int_0^r (V_i(r') - E_i) r'^2 \exp(-\beta^2 r'^2) dr', \quad (\text{IV.12})$$

e a fase radial, também nesta ordem de aproximação, se escreve

$$S^{(1)}(r) = \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^r \frac{1}{r'^2} \exp(\beta^2 r'^2) \int_0^{r'} r''^2 \exp(-\beta^2 r''^2) (V_i(r'') - E_i) dr'' \quad (\text{IV.13})$$

Por outra parte a equação (IV.2) em aproximação de primeira ordem se torna

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_r - V_r(r)) - \frac{4m^2}{\hbar^4} \frac{\exp(2\beta^2 r^2)}{r^4} \cdot \left[\int_0^r (V_i(r') - E_i) r'^2 \exp(-\beta^2 r'^2) dr' \right]^2 \right\} R^{(1)}(r) = 0. \quad (\text{IV.14})$$

IV.5 - Interação complexa do tipo oscilador harmônico - parâmetro de interação exato

Analisemos a seguir a equação de Schrödinger cujo potencial é

$$V(r) = cr^2 - V_0 + i dr^2 \quad (V_0 > 0), \quad (\text{IV.15})$$

isto é,

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_r + iE_i - cr^2 + V_0 - idr^2) \right] \chi(r) = 0, \quad (\text{IV.16})$$

ou ainda,

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - gr^2 + V_0) \right] \chi(r) = 0 \quad (\text{IV.17})$$

com

$$g = c + id. \quad (\text{IV.18})$$

Esta equação é um caso particular da equação (III.15) e pode ser resolvida exatamente. Cumpre aqui mencionar, aliás, que o potencial complexo do tipo oscilador harmônico foi por nós utilizado anteriormente²⁹⁾ para um estudo do efeito da largura dos níveis de energia sobre as distribuições de correlação angular, tendo-se analisado, na oportunidade, a solução exata do problema. Os resultados obtidos de tal análise motivaram o presente trabalho, onde a intenção de estudar outros sistemas conduziu à utilização do método de aproximações sucessivas.

A solução exata da equação (IV.17) é formalmente igual à solução do caso real variando, contudo, o parâmetro de interação c , conseqüentemente, o autovalor de energia e o parâmetro β .

A solução de mais baixa energia correspondente é uma função ls:

$$\Psi(r) = \frac{(\beta_r^2 - \beta_i^2)^{3/4}}{\pi^{3/4}} \exp(-1/2 \beta_g^2 r^2), \quad (\text{IV.19})$$

onde

$$\beta_g = \beta_r + i\beta_i \quad (\text{IV.20})$$

é uma quantidade complexa determinada pela constante de acoplamento g . Realmente,

$$\beta_g = \sqrt{\frac{m\omega_g}{\hbar}} \quad \text{e} \quad \omega_g = \sqrt{\frac{2g}{m}} = \sqrt{\frac{2(c+id)}{m}}. \quad (\text{IV.21})$$

Note-se também que $\text{Re}(\beta_g^2) = \beta_r^2 - \beta_i^2,$ (IV.22)

$$\text{Im}(\beta_g^2) = 2\beta_r\beta_i \quad (\text{IV.23})$$

e

$$|\beta_g|^2 = \beta_r^2 + \beta_i^2. \quad (\text{IV.24})$$

O autovalor de energia que corresponde a $\Psi(r)$ é dado por

$$E = \frac{3}{2} \hbar \omega_g - V_0, \quad (\text{IV.25})$$

com

$$\frac{3}{2} \hbar \omega_g = E_r + i E_i + V_0 = E_0 \left[(1 + \varepsilon^2)^{1/2} + i \varepsilon \right]. \quad (\text{IV.26})$$

ε é um parâmetro adimensional (negativo) convenientemente definido como

$$\varepsilon = \frac{E_i}{E_0}. \quad (\text{IV.27})$$

O parâmetro ε é útil também para expressar d em função de E_0 , obtendo-se

$$d = \frac{2}{3} \varepsilon (1 + \varepsilon^2)^{1/2} \beta^2 E_0. \quad (\text{IV.28})$$

Resulta, então,

$$\frac{d}{c} = 2 \varepsilon (1 + \varepsilon^2)^{1/2}. \quad (\text{IV.29})$$

A transformada de Fourier da função $\Psi(\vec{r})$ é

$$K(\hbar\vec{k}) = \frac{(\beta_r^2 - \beta_i^2)^{3/4}}{\pi^{3/4} \hbar^{3/2} \beta_g^3} \exp\left(-\frac{k^2}{2\beta_g^2}\right) \quad (\text{IV.30})$$

e a distribuição de momentos correspondente se escreve como

$$h(\hbar\vec{k}) \equiv |K(\hbar\vec{k})|^2 = \frac{(\beta_r^2 - \beta_i^2)^{3/2}}{(\beta_r^2 + \beta_i^2)^3} \frac{1}{\pi^{3/2} \hbar} \exp\left[-k^2 \frac{(\beta_r^2 - \beta_i^2)}{(\beta_r^2 + \beta_i^2)^2}\right]. \quad (\text{IV.31})$$

Pode-se reescrever esta expressão com o auxílio da definição

$$\frac{(\beta_r^2 + \beta_i^2)^2}{(\beta_r^2 - \beta_i^2)} \equiv \gamma^2, \quad (\text{IV.32})$$

obtendo-se

$$h(\vec{h}\vec{k}) = \frac{1}{\pi^{3/2} h^3 \gamma^{3/2}} \exp\left(-\frac{k^2}{\gamma^2}\right) \quad (\text{IV.33})$$

onde γ define a largura da distribuição de momentum, à semelhança do que se obtém com as equações (III.19) e (III.22), isto é,

$$L_k = \gamma. \quad (\text{IV.34})$$

O fator adimensional \mathcal{E} pode ser utilizado, ademais, para relacionar γ^2 (caso complexo) com β^2 (caso real). De fato, tendo em vista as relações (IV.21) a (IV.24) decorre que

$$\gamma^2 = \beta^2 \frac{(1+2\mathcal{E}^2)}{(1+\mathcal{E}^2)^{3/2}}, \quad (\text{IV.35})$$

o que dá uma estimativa para a variação da largura da distribuição de momentum, quando se compara o problema estacionário com o do estado-furo de vida finita.

Avalia-se melhor, talvez, a diferença entre as duas situações definindo quantidades β_1 e β_2 tais que

$$\beta_g^2 = \beta_1^2 + i \beta_2^2. \quad (\text{IV.36})$$

β_1 e β_2 são, naturalmente, funções de β_r e β_i :

$$\beta_1^2 = \beta_r^2 - \beta_i^2, \quad (\text{IV.37})$$

$$\beta_2^2 = 2 \beta_r \beta_i. \quad (\text{IV.38})$$

Para o processo estacionário

$$\beta_1^2 = \beta^2 \quad \text{e} \quad \beta_2^2 = 0, \quad (\text{IV.39})$$

enquanto para o oscilador harmônico complexo (solução exata)

$$\beta_1^2 = \beta^2 (1 + \varepsilon^2)^{1/2} \quad (\text{IV.40})$$

e

$$\beta_2^2 = \beta^2 \varepsilon. \quad (\text{IV.41})$$

Resulta, então,

$$\Psi(r) = \frac{\beta^{3/2} (1 + \varepsilon^2)^{3/4}}{\pi^{3/4}} \exp \left[-\frac{1}{2} \beta^2 (1 + \varepsilon^2)^{1/2} r^2 - i \frac{1}{2} \beta^2 \varepsilon r^2 \right], \quad (\text{IV.42})$$

o que em particular significa que

$$S(r) = -\frac{1}{2} \beta^2 \varepsilon r^2 \quad (\text{IV.43})$$

e

$$R(r) = \frac{2 \beta^{3/2} (1 + \varepsilon^2)^{3/4}}{\pi^{1/4}} \exp \left[-\frac{1}{2} \beta^2 (1 + \varepsilon^2)^{1/2} r^2 \right] r. \quad (\text{IV.44})$$

Outrossim,

$$\left| K(\hbar \vec{k}) \right| = \frac{(1 + \varepsilon^2)^{3/8}}{\beta^{3/2} (1 + 2\varepsilon^2)^{3/4}} \frac{1}{\hbar^{3/2} \pi^{3/4}} \exp \left\{ -\frac{k^2}{2 \beta^2 [(1 + \varepsilon^2)^{1/2} + i\varepsilon]} \right\}. \quad (\text{IV.45})$$

A distribuição de posição $|\Psi(\vec{r})|^2$ se escreve como

$$g(\vec{r}) \equiv |\Psi(\vec{r})|^2 = \frac{\beta^3 (1 + \varepsilon^2)^{3/4}}{\pi^{3/2}} \exp \left[-\beta^2 (1 + \varepsilon^2)^{1/2} r^2 \right] \quad (\text{IV.46})$$

e a distribuição de momento $|K(\hbar \vec{k})|^2$, como

$$h(\hbar \vec{k}) \equiv |K(\hbar \vec{k})|^2 = \frac{(1 + \varepsilon^2)^{3/4}}{\beta^3 (1 + 2\varepsilon^2)^{3/2}} \frac{1}{\hbar^3 \pi^{3/2}} \exp \left[-\frac{k^2}{\beta^2} \frac{(1 + \varepsilon^2)^{1/2}}{(1 + 2\varepsilon^2)} \right]. \quad (\text{IV.47})$$

Vê-se então que a distribuição de posição é proporcio -

nal a $\exp \left[-\beta^2(1+\varepsilon^2)^{1/2} r^2 \right]$, dando uma razão

$$\Delta L_r = (1+\varepsilon^2)^{-1/4} \quad (\text{IV.48})$$

quando a largura do estado-furo decainte é comparada à largura do estado estacionário. A distribuição de momentum, entretanto, apresenta uma variação de largura muito mais significativa, pois também a fase $S(r)$ contribui para modificá-la. Realmente a razão entre larguras é neste caso dada pelo fator

$$\Delta L_p = \frac{(1+2\varepsilon^2)^{1/2}}{(1+\varepsilon^2)^{1/4}} = \frac{\delta}{\beta} \quad (\text{IV.49})$$

que é sempre maior do que $(1+\varepsilon^2)^{-1/4}$ pois ε é real.

É interessante observar que o modelo prevê uma compressão da distribuição de posição e um alargamento da distribuição de momentum, quando se tomam as distribuições estacionárias como referências, visto que $(1+\varepsilon^2)^{-1/2} < 1$ e que $(1+2\varepsilon^2)(1+\varepsilon^2)^{-1/2} > 1$.

Estes resultados serão analisados adiante, de um ponto de vista físico.

Para valores pequenos de ε , a largura da distribuição de momentum fica alterada de cerca de $3/4 \varepsilon^2$, enquanto a largura da distribuição de posição se modifica de apenas $-1/4 \varepsilon^2$.

IV.6 - Interação complexa do tipo oscilador harmônico - parâmetro de interação aproximado

Ao resolver o sistema (III.25) pelo método de aproximação escolhido, resulta da equação (b) na primeira iteração:

$$\frac{d^2 S^{(1)}(r)}{dr^2} + 2\left(\frac{1}{r} - \beta^2 r\right) \frac{dS^{(1)}(r)}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_i - dr^2) = 0, \quad (\text{IV.50})$$

expressão esta que se pode obter diretamente da equação (IV.9).

A solução decorrente é um caso particular da relação (IV.12), isto é:

$$\frac{dS^{(1)}(r)}{dr} = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{1}{r^2} \exp(\beta^2 r^2) \int_0^r (dr'^2 - E_i) r'^2 \exp(-\beta^2 r'^2) dr', \quad (IV.51)$$

ou ainda,

$$\frac{dS^{(1)}(r)}{dr} = \frac{2m}{\hbar^2} \left[-\frac{dr}{2\beta^2} - \frac{3}{4} \frac{d}{r\beta^4} + \frac{E_i}{2\beta^2 r} + \left(\frac{3}{8} \frac{d}{\beta^5} - \frac{E_i}{4\beta^3} \right) \varphi(\beta r) \cdot \sqrt{\pi} \exp(\beta^2 r^2) \frac{1}{r^2} \right]. \quad (IV.52)$$

$\varphi(z)$ é a função erro, cuja representação em série é

$$\varphi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-z^2) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!!}. \quad (IV.53)$$

A aparente singularidade contida na equação (IV.52) para pequenos valores de r pode ser eliminada substituindo-se (IV.53) em (IV.52).

O termo de mais baixa potência em r na expansão de $\frac{dS^{(1)}(r)}{dr}$ é

$$\frac{2m}{\hbar^2} \frac{dr}{2\beta^2}. \quad (IV.54)$$

Nos demais termos as potências de r são 3, 5, ... $(2t + 1), \dots$ com t inteiro.

Se se atribui a d o valor exato apresentado em (IV.28) resulta para $\frac{dS^{(1)}(r)}{dr}$ a expressão

$$\frac{dS^{(1)}(r)}{dr} = \frac{2m E_i}{\hbar^2} \left\{ -\frac{1}{3} (1+\varepsilon^2)^{1/2} r + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} (1+\varepsilon^2)^{1/2} \right] \frac{1}{\beta^2 r} + \frac{\sqrt{\pi}}{\beta^3 r^2} \varphi(\beta r) \exp(\beta^2 r^2) \left[-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} (1+\varepsilon^2)^{1/2} \right] \right\}. \quad (IV.55)$$

Esta expressão se reduz, para $r \rightarrow 0$, a

$$\frac{dS^{(1)}(r)}{dr} = -\beta^2 \varepsilon (1 + \varepsilon^2)^{1/2} r. \quad (\text{IV.56})$$

Se ε fôr suficientemente pequeno para que sejam desprezados termos da ordem ε^2 , resulta

$$\frac{dS^{(1)}(r)}{dr} = -\beta^2 \varepsilon r. \quad (\text{IV.57})$$

Ademais, nas mesmas condições acima citadas, resultam respectivamente (ver equação (IV.13)):

$$S^{(1)}(r) = -\frac{1}{2} \beta^2 \varepsilon r^2 (1 + \varepsilon^2)^{1/2} \quad (\text{IV.58})$$

e

$$S^{(1)}(r) = -\frac{1}{2} \beta^2 \varepsilon r^2. \quad (\text{IV.59})$$

Por outra parte, quando $r \rightarrow \infty$, $\frac{dS^{(1)}(r)}{dr}$ diverge como o produto $r^{-2} \exp(\beta^2 r^2)$.

Estes resultados não concordam com o valor exato da fase $S(r)$, como se pode apreciar em (IV.43), tornando-se uma boa aproximação apenas para pares de valores pequenos de ε e r .

A presença do termo espúrio exponencial na relação (IV.55) (que origina um termo correspondente em $S(r)$) modifica bastante as soluções na região intermediária onde $R(r)$ é significativo. Ressalta daí a importância de assegurar-se a $\frac{dS(r)}{dr}$ o comportamento assintótico correto.

Considere-se, a seguir, o valor atribuído a d em teoria de perturbação (primeira ordem).

Pode-se calcular facilmente da condição (IV.6) que, para $v_i(r) = r^2$,

$$d^{(1)} = \frac{2}{3} \varepsilon \beta^2 E_0 = 2\varepsilon c \quad (\text{IV.60})$$

o que implica nas soluções (IV.57) e (IV.59) para qualquer valor de r , concordando com o valor exato ocorrente em (IV.43).

Outrossim, a função $R^{(1)}(r)$, solução da equação (a) do sistema (III.25) em primeira iteração, também coincide com a função exata $R(r)$ de (IV.44) quando d adota o valor (IV.60), o que não ocorre quando d adota o valor exato.

Com efeito, $R^{(1)}(r)$ é solução da equação

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{2mc}{\hbar^2} (1 + \varepsilon^2) r^2 + \frac{2m}{\hbar^2} (E_r + V_0) \right] R^{(1)}(r) = 0, \quad (\text{IV.61})$$

onde

$$\frac{2mc}{\hbar^2} (1 + \varepsilon^2) = \beta^4 (1 + \varepsilon^2).$$

O autovalor de energia resultante de (IV.61) é

$$(E_r + V_0) = \frac{\hbar^2}{2m} 3\beta^2 (1 + \varepsilon^2)^{1/2} = E_0 (1 + \varepsilon^2)^{1/2}, \quad (\text{IV.62})$$

coincidindo, pois, com a parte real do autovalor exato expresso em (IV.26).

O exemplo apresentado salienta o fato mencionado anteriormente de ser mais coerente e satisfatório utilizar o valor a aproximado do parâmetro de interação ao invés do valor exato, quando se utiliza o método iterativo. O valor aproximado da constante de acoplamento é determinado em teoria de perturbação, tornando então consistente o processo iterativo, pois na equação (b) do sistema (III.25) a função $R(r)$ ocorre sempre em uma ordem de aproximação menor do que a função $S(r)$ que se deseja determinar.

Esta característica de consistência se reflete nas etapas de cálculo realizadas com o auxílio de computador e mencionadas adiante.

IV.7 - Comparação entre o método iterativo e a teoria de perturbação de Rayleigh-Schrödinger

A aproximação de ordem zero do processo iterativo leva ao processo estacionário regido por uma interação real $V_p(r)$, o potencial imaginário atuando apenas a partir da primeira ordem de iteração.

Também na teoria de perturbação de Rayleigh-Schrödinger, suposta a interação imaginária como perturbação, se teria em ordem zero a solução do processo estacionário.

Contudo os dois métodos são equivalentes apenas na aproximação de ordem zero, como se pode ver no exemplo abaixo, onde novamente é analisada uma interação do tipo oscilador harmônico.

Seja então a equação

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + cr^2 - V_0 + i dr^2\right) \Psi_{1s}(r) = E \Psi_{1s}(r) \quad (\text{IV.63})$$

que origina em aproximação de ordem zero da teoria de perturbação a equação para a função $R^{(0)}(r)$ apresentada em (IV.7).

A energia correspondente, em primeira ordem, é dada por

$$E_{(1)} = E_{(0)} + E_{(1)}, \quad (\text{IV.64})$$

sendo

$$E_{(0)} = E_r - V_0 = E_0 - V_0 \quad (\text{IV.65})$$

e

$$E_{(1)} = \langle \Psi^{(0)}(r) | i dr^2 | \Psi^{(0)}(r) \rangle. \quad (\text{IV.66})$$

A relação acima conduz à expressão

$$E_{(1)} = id \frac{3}{2} \frac{1}{\beta^2} \quad (\text{IV.67})$$

que, com o auxílio de (IV.60), se transforma em

$$E_{(1)} = i \varepsilon E_0 = i E_i . \quad (\text{IV.68})$$

Conseqüentemente,

$$E_{[1]} = E_0 + i E_i - V_0 . \quad (\text{IV.69})$$

Esta relação expressa uma característica geral do tratamento do problema na teoria de perturbação de Rayleigh-Schrödinger, qual seja, a de que o autovalor de energia em primeira ordem difere do autovalor em ordem zero apenas na parte imaginária; a parte real do autovalor de energia só é modificada em segunda ordem em teoria de perturbação. Já no processo iterativo sugerido, tanto a parte real como a parte imaginária da energia se modificam em primeira ordem.

Por outro lado, a solução

$$\Psi_{[1]}(r) = \Psi^{(0)}(r) + \Psi_{(1)}(r) \quad (\text{IV.70})$$

em primeira ordem de teoria de perturbação, é obtida com o auxílio da relação

$$\Psi_{(1)}(r) = \sum_{n \neq 1} c_{1n}^{(1)} \Psi_{nlm}^{(0)}(r) . \quad (\text{IV.71})$$

As regras de seleção para o elemento de matriz

$$c_{1n}^{(1)} = \langle \Psi_{nlm}^{(0)}(r) | iV_i(r) | \Psi_{100}^{(0)}(r) \rangle \quad (\text{IV.72})$$

indicam que dentre as funções $\Psi_{nlm}^{(0)}(r)$ só contribuem na expansão (IV.71) as funções $\Psi_{n00}^{(0)}(r)$ e, em particular, para $V_i(r) = dr^2$, somente a função $\Psi_{25}^{(0)}(r)$, resultando o coeficiente correspondente

$$C_{12}^{(1)} = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{g}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{id}{E_0^2} = i \varepsilon \sqrt{\frac{3}{8}} . \quad (\text{IV.73})$$

Então,

$$\Psi_{[1]}(r) = \Psi_{1s}^{(0)}(r) + i \varepsilon \sqrt{\frac{3}{8}} \Psi_{2s}^{(0)}(r) . \quad (\text{IV.74})$$

De um modo geral na teoria de perturbação aqui analisada ocorrem sucessivas potências de ε , o termo de ordem n incluindo ε^n . Já no método iterativo, ε e ε^2 figuram na expansão de primeira ordem.

Outrossim, para aplicar o método de Rayleigh-Schrödinger subentende-se que ε seja pequeno, o que não está necessariamente implícito na aplicação do processo iterativo.

É interessante observar que a energia do sistema determinada pela teoria de perturbação em aproximação de segunda ordem para a interação complexa $(c+id)r^2$, é expressa por

$$E_{[2]} = E_0 (1 + \frac{1}{2}\varepsilon^2 + i\varepsilon) - V_0 , \quad (\text{IV.75})$$

valor este que para ε pequeno concorda com (IV.25), mas que para valores significativos de ε difere daquela expressão. Como se verá adiante, ε pode não ser pequeno, como ocorre com o ^{40}Ca , por exemplo.

A relação (IV.75) pode ser comparada ao valor da energia em primeira aproximação no processo iterativo, decorrente de (IV.62), vale dizer, a

$$E^{(1)} = E_0 \left[(1 + \varepsilon^2)^{1/2} + i\varepsilon \right] - V_0 , \quad (\text{IV.76})$$

verificando-se que não há equivalência entre os dois processos de aproximação como se poderia pensar à primeira vista. Efetivamente, apenas para pequenos valores de ε há correspondência entre a

primeira ordem do processo iterativo e a segunda ordem da teoria de perturbação de Rayleigh-Schrödinger.

A tentativa por nós feita de resolver a equação (III.4) usando teoria de perturbação não foi bem sucedida, o método iterativo dando melhor convergência. Paralelamente tal método se revela mais adequado ao uso de computador para a elaboração dos cálculos.

O exemplo estudado de interação complexa do tipo oscilador harmônico é particularmente vantajoso pois dá, após uma iteração, o resultado do problema exato. Voltaremos a este assunto no próximo capítulo.

Observe-se que a teoria de perturbação ora apresentada pode ser aplicada sem restrições ao problema, embora a introdução de um potencial imaginário implique em $V(r)$ não ser mais hermitiano.

V - MODELOS PARA AS INTERAÇÕES

V.1 - Generalidades

Investiga-se neste capítulo a ocorrência de alguns processos físicos que podem eventualmente conduzir ao decaimento dos estados-furo nucleares resultantes de reações quase-livres. Serão consideradas, neste contexto, apenas interações centrais.

É oportuno inquirir-se por que estados-furo internos têm vida finita ao invés de serem estacionários. Não existissem partículas no núcleo capazes energeticamente de decair ao nível em que se situa o estado-furo, não ocorreria absorção, vale dizer, o furo seria estável.

Uma forma razoável para a interação imaginária que descreve o processo de absorção do estado-furo poderá ser, pois, aquela que siga a distribuição de posição, no núcleo, das partículas situadas em órbitas menos ligadas do que a órbita à qual pertence o estado-furo. Este é, entretanto, um modo bastante simplificado de tentar explicar o processo de absorção do estado-furo em grande parte porque, dependendo das condições energéticas do problema, a importância da contribuição das diversas camadas pode variar significativamente. Viu-se no capítulo III que, em termos comparativos, as camadas menos ligadas contribuem mais efetivamente ao processo de absorção de um certo estado-furo, do que as camadas mais ligadas. O processo depende, também, do número de

partículas presentes em uma dada camada.

Naturalmente o número de partículas em uma dada camada e o espaço de fase disponível para uma certa transição associada ao preenchimento do estado-furo, não são os únicos fatores determinantes da desintegração do estado.

Também a posição das partículas no núcleo em relação à periferia ou em relação a alguma orientação angular pode ser importante e fundamental, além de vários fatores dinâmicos.

Fixemos a atenção, por exemplo, em núcleos da camada $1p$ que apresentem estados-furo $1s$. Esta é a situação mais simples a considerar, uma vez que apenas a distribuição de probabilidade de posição da camada $1p$ contribui ao potencial que descreve o processo de absorção do furo no estado $1s$. Neste caso parece boa aproximação supor a parte imaginária do potencial de interação proporcional à distribuição de probabilidade de posição na camada $1p$. De especial se o núcleo-alvo for o ^{16}O , que é composto de duas camadas fechadas, a hipótese de interação central parece particularmente adequada. Para núcleos de camadas externas não fechadas a aproximação talvez não pareça tão boa, mas tendo em conta a identidade das partículas de uma mesma camada fica assegurada uma certa isotropia da interação imaginária (que se reflete matematicamente na entisimetrização da função de onda das partículas da camada em pauta). Outrossim, o fato de o número de partículas da camada externa variar para os diversos núcleos $1p$, é levado em conta automaticamente pela constante de acoplamento do potencial imaginário, fixada de modo fenomenológico.

Para os núcleos da camada $2s-1d$ a situação que se configura é mais complexa. Quando se considera o ^{40}Ca , que é o núcleo de camadas fechadas do grupo $2s-1d$, provavelmente apenas a densidade de probabilidade de posição da camada $2s-1d$ contribui para a interação imaginária, as colisões entre os núcleons da camada

1p praticamente não sendo responsáveis pela desintegração do estado-furo. Com efeito, além de ser menor a probabilidade de ocorrer colisão entre duas partículas da camada 1p (quando comparada à probabilidade de ocorrer colisão entre duas partículas da camada 2s-1d) devido ao número de partículas em cada uma das duas camadas, energeticamente é menos favorável a cessão de energia a um núcleon (que emergiria) da camada 1p, do que ao núcleon emergente da camada 2s-1d.

Para estimar os valores das energias em jogo, podemos recorrer ao modelo de camadas.

O núcleo de ^{40}Ca fornece um bom exemplo de ilustração, quer se considerem os valores de energias de separação indicados em processo $(e, e'p)^{30)}$, quer os obtidos em experiência $(p, 2p)^{39)}$, que diferem bastante.

No primeiro caso, a diferença de energia entre as camadas 2s-1d e 1s sendo estimada em aproximadamente 65 MeV, poder-se-ia ter no máximo este valor de energia liberado quando do decaimento do núcleon da camada 2s-1d à camada 1s, e utilizado pelo segundo núcleon da camada 2s-1d que colide, para emergir do núcleo. Como a energia de separação da camada 2s-1d no ^{40}Ca é da ordem de 10 MeV, poderia haver um saldo de energia (cinética) para o núcleon emergente, de cerca de 55 MeV. Por outro lado, o processo correspondente entre núcleons da camada 1p no ^{40}Ca liberaria para o núcleon emergente uma energia da ordem de 45 MeV, dos quais 30 MeV seriam usados para arrancar um núcleon 1p do núcleo.

Na segunda situação a diferença de energia entre as camadas 2s-1d e 1s indicada é de cerca de 35 MeV, da qual até 20 MeV poderiam ser utilizados pelo núcleon emergente da camada 2s-1d como energia cinética.

Quanto a núcleons 1p, a energia de separação estimada em cerca de 35 MeV não poderia ser fornecida pelo simples decaimen-

to de outro nucleon $1p$ à camada $1s$.

Isto mostra que o primeiro processo é mais favorável do que o segundo.

Paralelamente, pode-se dizer que o espaço de fase disponível na primeira colisão é bastante maior do que o envolvido no segundo processo aventado, pois os valores de momentum permitidos, constituintes do espaço, não podem diferir de $\hbar|\vec{k}_L|$ por uma quantidade superior a $\hbar|\vec{k} - \vec{k}_L|$, sendo $\hbar\vec{k}_L$ o momentum referente à camada mais externa. Parece pois mais correto, deste ponto de vista, considerar para a desintegração de estados-furo $1s$ no ^{40}Ca uma interação (imaginária) proporcional apenas à densidade de probabilidade de posição do estado $2s-1d$ ou, no máximo (tendo em vista os resultados de experiência (e, e'p)), a uma mistura de densidades $2s-1d$ e $1p$ em que a contribuição da camada $1p$ seja pequena.

No que se refere aos demais núcleos do grupo $2s-1d$ (núcleos estes que apresentam a camada externa não fechada), à medida que diminui o número de nucleons na camada menos ligada, pode aumentar a importância da contribuição dos nucleons da camada seguinte, competindo talvez as duas contribuições.

Outros fatores existem também, que podem contribuir para o estabelecimento da interação responsável pela desintegração do estado-furo. Mencionemos em especial efeitos de superfície que possam favorecer uma interação superficial forte e efeitos de agregação que conduzam a uma interação do tipo caroço nuclear. Tais efeitos são plausíveis, além de representarem de certo modo situações extremas, sendo por isso importante e interessante analisá-los.

Bastante úteis serão, ademais, os resultados obtidos de conclusões gerais que não dependam essencialmente da forma específica da interação. Alguns deles são apresentados na seção se -

guinte.

Em tôdas as situações expostas adiante, considera-se o operador hamiltoniano total do sistema

$$H(r) = H_r(r) + iV_i(r) \quad (V.1)$$

como constituído de uma parte real fixa

$$H_r(r) = \frac{p^2}{2m} + V_r(r) \quad (V.2)$$

e de uma parte imaginária $V_i(r)$, as duas sendo esfêricamente simétricas.

V.2 - Interações comutativas

Considere-se uma interação imaginária que comuta com a parte real do hamiltoniano do sistema. Neste caso,

$$[V_i(r), H_r(r)] = [V_i(r), H(r)] = [H_r(r), H(r)] = 0 \quad (V.3)$$

e a função radial (III.16), solução da equação real, é também solução da equação complexa (III.15).

Isto significa que com a mesma autofunção $\Psi(\vec{r})$ do espaço de coordenadas e, portanto, com a mesma autofunção $K(\vec{h}, \vec{r})$ do espaço de momento, isto é, com a mesma distribuição de momento, pode-se descrever processos de estados-furo que decaem e processos de estados-furo estacionários desde que, naturalmente, a interação comutativa suposta seja um bom modelo.

Para tal interação imaginária, então, não importa quão grande seja a largura do nível de energia correspondente ao estado-furo, a solução que se obtém é sempre a mesma.

Em outros termos, se a largura (embora grande) de um certo estado-furo fôr descrita pela existência de uma interação imagindria que comuta com a interação real, a distribuição de momen-tum associada ao estado é igual à distribuição de momentum de um estado estacionário, isto é, de um estado com largura mínima.

Apresentemos, a seguir, dois exemplos de interações imagindrias que comutam com a interação real.

O primeiro exemplo refere-se a uma interação imaginária constante, para a qual resulta um valor igual à parte imaginária da energia.

Neste caso se escreve

$$\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_r + iE_i - V_r(r) - iE_i) \chi(r) = 0. \quad (V.4)$$

Isto limita a magnitude do potencial $V_i(r)$, mas para qualquer valor de E_{exp} existe um valor constante $V_i(r)$, que sa-tisfaz o problema.

A solução $\Psi(\vec{r})$ é uma particular função (III.6), onde a fase radial $S(r)$ é constante (por exemplo, nula). Esta conclusão transparece não só das equações (V.4) e (III. 8) como também do sistema (III.25) em que a equação (b) se reduz a

$$R(r) \frac{d^2 S(r)}{dr^2} + 2 \frac{dR(r)}{dr} \frac{dS(r)}{dr} = 0 \quad (V.5)$$

com solução (finita) única $\frac{dS(r)}{dr} = 0$, isto é, $S(r) = \text{constante}$, e onde a equação (a) tem como solução a relação (III.16).

A pesar de constituir-se em uma idealização extrema, uma interação constante pode representar, para certos estados liga-dos, pelo menos um primeiro modelo de aproximação, como se verá adiante.

Outro exemplo de um hamiltoniano complexo que comuta com

sua parte real é o expresse na equação

$$\left[(a+ib) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V_r(r) \right) - (E_r + iE_i) \right] \Psi(\vec{r}) = 0, \quad (V.6)$$

onde a interação imaginária é proporcional ao hamiltoniano real do oscilador harmônico:

$$V_i(r) = b \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V_r(r) \right). \quad (V.7)$$

A função $R^0(r)$, dada pela relação (III.16), é também solução da equação (V.6) com autovalor $E_r + iE_i$, estando E_r e E_i relacionados pela expressão

$$\frac{E_r}{a} = \frac{E_i}{b}, \quad (V.8)$$

onde a e b são constantes. Escolhendo por exemplo $a=1$, resulta

$$E_i = bE_r. \quad (V.9)$$

Qualquer que seja o valor E_{exp} que fixa E_i , existe um valor para o parâmetro b que satisfaz a relação (V.9), determinando $V_i(r)$ pela equação (V.7).

O sistema (III.25) terá novamente como solução (finita) o par $\left\{ S(r) = \text{constante (por exemplo, zero)}, R(r) = R^0(r) \right\}$

Neste caso, como no anterior, a equação exata coincide com a equação de aproximação de ordem zero e tem como solução a função de onda solução da referida aproximação.

Também aqui evidencia-se a possibilidade de descrever uma largura arbitrária (mesmo grande) de um estado-furo, sem que isto implique em modificar-se a distribuição de momentum em relação à do estado estacionário.

O interesse físico dêsse exemplo decorrerá, como no caso anterior, de quão bem esta interação descreva o processo de absorção do estado-furo. Embora matematicamente simples, uma interação imaginária desta forma, dependente de velocidades, não é um modelo de fácil visualização para representar o processo de absorção sofrido pelo estado-furo. Em particular parece muito crítica a dependência do processo de desintegração na energia da partícula incidente. Interações locais (dependentes apenas de posição) parecem, pois, pela simplicidade, mais adequadas para investigar-se em uma primeira aproximação o que ocorre na desintegração do estado-furo.

Os dois exemplos de interações complexas ora apresentados são bastante distintos fisicamente, embora se refiram ambos a potenciais imaginários que comutam com a parte real do hamiltoniano da equação de Schrödinger para o estado-furo e, portanto, conduzam às mesmas soluções.

Nota-se que o fato de a interação $V_i(r)$ ser imaginária não invalida etapa alguma do processo usual de aproximações por teoria de perturbação, processo êste que relaciona o valor esperado de $V_i(r)$ com a parte imaginária E_i da energia.

V.3 - Considerações gerais sôbre as interações complexas

Tendo estudado interações que comutam com o hamiltoniano do problema estacionário e tendo observado que neste caso, não importa quão grande seja a largura dos níveis de energia, as distribuições de momentum ficam inalteradas, passemos a analisar modelos de interações que não comutam com o hamiltoniano primitivo.

A escolha destas interações se fará dentro de um ponto de vista físico, buscando modelos capazes de representar esquematicamente o fenômeno de desintegração do estado-furo. O sistema

(III.25) será resolvido em cada caso, usando-se as aproximações mencionadas no capítulo anterior.

Como se recorda, a equação (III.4), cuja solução é $U_{nl}(r)$ foi substituída para evitar singularidades desvantajosas (normalmente quando se utilizam computadores para realizar os cálculos necessários) por uma equação relativa à função $\chi_{nl}(r) = r U_{nl}(r)$.

Como a função $U(r)$ tende a zero quando r aumenta, visto tratar-se da função radial de um estado ligado, resulta que $\chi(r)$ (e pois $R(r)$) deve tender a zero a grandes distâncias, mais rapidamente do que $1/r$.

Ademais, tendo em vista que o estado-furo considerado é um estado s , embora se use um processo iterativo de construção de soluções a solução exata do problema deve ter características de superposição de estados s , posto que as interações apresentadas são isotrópicas $\Delta l = 0$. Esta condição assegura que nas proximidades da origem a função de onda seja do tipo $1s$.

Como

$$\frac{dU(r)}{dr} = \left(-\frac{1}{r} + i \frac{dS(r)}{dr} + \frac{1}{R(r)} \frac{dR(r)}{dr} \right) U(r), \quad (V.10)$$

e como na aproximação de ordem zero, a derivada logarítmica da função radial é

$$\frac{1}{R^{(0)}(r)} \frac{dR^{(0)}(r)}{dr} = \left(\frac{1}{r} - \beta^2 r \right) \quad (V.11)$$

pode-se escrever, perto da origem

$$\frac{dU(r)}{dr} = \left(i \frac{dS(r)}{dr} - \beta^2 r \right) U(r). \quad (V.12)$$

Outrossim, observe-se que em relação à função $R(r)$ descrita pelo sistema (III.25), o termo $\left(\frac{dS(r)}{dr} \right)^2$ integrante da

equação (a) atua como uma interação adicional, o potencial efetivo da equação em $R(r)$ sendo

$$V_r'(r) = V_r(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{dS(r)}{dr} \right)^2 \quad (\text{V.13})$$

e não mais $V_r(r)$ como no caso estacionário.

Em geral, para as interações escolhidas, resultou conveniente resolver as equações do sistema (III.25) numericamente.

Os cálculos necessários foram realizados no computador IBM 1130 da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, tendo sido utilizado o processo CSMP⁽⁶⁴⁾ para a resolução do sistema de equações. Alguns comentários sobre o assunto podem ser encontrados em Apêndice.

Para simplificar o tratamento dos dados, as equações foram escritas em forma adimensional, adotando-se como variável, ao invés da distância radial r a grandeza $x = \beta r$, e recorrendo-se ao fator $\xi = \frac{E_i}{E_0}$ já apresentado anteriormente.

Considere-se o sistema (III.25), quando a relação (III.12) é satisfeita:

$$\left[\frac{d^2}{d(\beta r)^2} - \left(\frac{dS(r)}{d(\beta r)} \right)^2 + \frac{2m}{\hbar^2 \beta^2} \left(E_r + V_0 - \frac{c}{\beta^2} \beta^2 r^2 \right) \right] R(r) = 0 \quad (\text{a})$$

$$\left(R(r) \frac{d}{d(\beta r)} + 2 \frac{dR(r)}{d(\beta r)} \right) \frac{dS(r)}{d(\beta r)} + \frac{2m}{\hbar^2 \beta^2} (E_i - V_i) R(r) = 0 \quad (\text{b})$$

(V.14)

Adotando a notação

$$R(r) = \Phi(\beta r) \equiv \Phi(x), \quad (\text{V.15})$$

$$\frac{dS(r)}{d(\beta r)} = \xi F(x), \quad (\text{V.16})$$

$$E_r + V_0 = E_0 + E_R, \quad (\text{V.17})$$

$$\frac{2m}{\hbar^2 \beta^2} E_R = d \quad (\text{V.18})$$

e

$$\frac{2m}{\hbar^2 \beta^2} V_i(r) = \frac{2m}{\hbar^2 \beta^2} d v_i(r) = \varepsilon D G(x) \quad (\text{V.19})$$

resulta

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{d^2}{dx^2} - (x^2 - \alpha - 3 + \varepsilon^2 F^2(x)) \right] \Phi(x) = 0 \quad (\text{a}) \\ \Phi(x) \frac{dF(x)}{dx} + 2 \frac{d\Phi(x)}{dx} F(x) - (DG(x) - 3) \Phi(x) = 0 \quad (\text{b}). \end{array} \right. \quad (\text{V.20})$$

$(\alpha+3)$ será denominado de autovalor reduzido correspondente a E_n , enquanto a E_0 corresponderá o autovalor reduzido 3.

A tabela V.1 apresenta valores de ε para vários núcleos da camada $1p$ e para o núcleo de ^{40}Ca , da camada $2s-1d$.

TABELA V.1

Valores do parâmetro ε para alguns núcleos

Núcleo	^7_3Li	^9_4Be	$^{10}_5\text{B}$	$^{11}_5\text{B}$	$^{12}_6\text{C}$	$^{16}_8\text{O}$	$^{40}_{20}\text{Ca}$
ε	-0,19	-0,27	-0,28	-0,27	-0,29	-0,37	-0,99

A determinação de ε , como se recorda, depende do conhecimento de E_{exp} e do valor de E_0 . Os valores de E_0 foram obtidos a partir de dados de espalhamento elástico de elétrons, sendo utilizados os raios médios quadráticos α^2 e os parâmetros β decorrentes, obtidos dos parâmetros apresentados na tabela V.2⁴¹⁾.

A precisão dos valores constantes nesta tabela é melhor do que a dos valores de ε , que dependem de E_{exp} .

Os valores de E_{exp} usados foram determinados em diversas experiências^{38), 65), 66)}.

TABELA V.2

Valores do raio a e do parâmetro β^2 para alguns núcleos

Núcleo	${}^7_3\text{Li}$	${}^9_4\text{Be}$	${}^{10}_5\text{B}$	${}^{11}_5\text{B}$	${}^{12}_6\text{C}$	${}^{16}_8\text{O}$	${}^{40}_{20}\text{Ca}$
a (fm)	2,83	2,63	2,60	2,55	2,42	2,64	3,52
β^2 (fm ⁻²)	0,121	0,148	0,155	0,164	0,185	0,161	0,111

V.4 - Interação imaginária superficial

Adota-se, no que segue, a suposição de um potencial imaginário do tipo oscilador harmônico

$$V_i(r) = d_1 (\beta r)^2, \quad (\text{V.21})$$

isto é,

$$DG(x) = D x^2. \quad (\text{V.22})$$

Este potencial, para estados-furo $1s$ em núcleos-alvo de camada $1p$, dá um comportamento nas cercanias da origem semelhante ao da distribuição de posição $1p$. Na região central do núcleo, então, onde a densidade de probabilidade $1p$ no espaço de coordenadas tende a zero como r^2 , o potencial (V.21) é aceitável como aproximação para simular a interação causadora da absorção dos estados-furo $1s$.

Fisicamente, um potencial deste tipo representa uma interação superficial forte, isto é, pressupõe que a desintegração do estado-furo se dá sobretudo devido a colisões entre as partículas mais superficiais do núcleo. Este é um modelo bastante extremo que pode, no entanto, ser justificado em determinadas situações dinâmicas.

Presentemente tal modelo serve sobretudo de guia às si-

tuações limites para núcleos-alvo lp e não tanto propriamente para representar o que em realidade ocorre no processo de decaimento do estado-furo.

Do ponto de vista ilustrativo, também, o potencial oscilador harmônico apresenta aspectos interessantes, pois tem a propriedade de permitir uma resolução analítica do sistema (III.25), possibilitando então a comparação entre a solução exata do sistema e a solução obtida pelo método de aproximação iterativo escolhido. Ademais, os dois métodos de resolução podem ser confrontados passo a passo, a comparação mencionada trazendo como consequência uma avaliação muito lúcida dos efeitos da introdução da interação complexa. Acresça-se a isto ainda o fato de ser possível obter também em forma analítica a solução por iteração, o que permite conferir facilmente as soluções obtidas por métodos numéricos e que serão objeto de estudo posterior.

No capítulo anterior fez-se a análise das soluções exata e aproximada do problema de potencial harmônico complexo, verificando-se uma diminuição da largura da distribuição de posição e um aumento da largura da distribuição de momentum, quando comparadas às correspondentes distribuições de um estado-furo estacionário. ΔL_p (relação (IV.49)) é sempre maior do que $(\Delta L_r)^{-1}$ (relação IV.48)), podendo-se observar alguns de seus valores na tabela V.3.

TABELA V.3

Valores de $(\Delta L_r)^{-1}$ e ΔL_p para alguns núcleos

Núcleo	${}^7_3\text{Li}$	${}^9_4\text{Be}$	${}^{10}_5\text{B}$	${}^{11}_5\text{B}$	${}^{12}_6\text{C}$	${}^{16}_8\text{O}$	${}^{40}_{20}\text{Ca}$
$(\Delta L_r)^{-1}$	1.01	1.02	1.02	1.01	1.02	1.03	1.19
ΔL_p	1.03	1.05	1.06	1.03	1.06	1.10	1.45

É compreensível que ocorra um alargamento significativo da distribuição de momentum ou, equivalentemente, uma compressão na função de onda espacial (em relação ao caso estacionário) devido aos grandes valores do potencial imaginário na superfície nuclear. A alta absorção superficial provoca uma "compactação" da função de onda do espaço de coordenadas que representa o estado-furo, na região interna ao potencial, e complementarmente uma "difusão" da função de onda no espaço de momentum. A distribuição de posição, entretanto, por independender da fase $S(r)$, não revela tão claramente a compressão mencionada.

O potencial oscilador harmônico parece ser, para os núcleos da camada 1p, uma aproximação extrema em que se superestimam os efeitos de superfície no cálculo da desintegração do estado-furo. Quanto a estados-furo 1s em núcleos da camada 2s-1d, o oscilador harmônico deixa de representar, mesmo a grosso modo, a absorção que ali ocorre visto que tal potencial difere da distribuição de probabilidade de posição, inclusive na região que circunda a origem.

De qualquer forma é útil verificar que efeitos produz tal potencial na distribuição de momentum, uma vez que ôle representa um exemplo extremo no cálculo das variações de larguras que estão sendo analisadas. Dificilmente processos físicos de absorção superarão na superfície a absorção harmônica.

Pela tabela V.3 vê-se que para o ^{16}O este potencial causa um alargamento da distribuição de momentum de cerca de 10% ($\chi^2 = 1,2 \beta^2$), enquanto para o ^{40}Ca se obteria, se fôsse significativo o modelo, um aumento de largura de mais de 40% ($\chi^2 = 2,1 \beta^2$). Sendo o ^{40}Ca um núcleo maior do que o ^{16}O , sofre maior absorção harmônica na superfície, indicando que este resultado apresente a tendência correta.

Se os efeitos previstos por interações mais realísticas

fôsem da mesma ordem de grandeza que os apresentados nesta seção, dever-se-ia necessariamente levá-los em conta ao tentar comparar a distribuição de momentum calculada, com a obtida experimentalmente.

No tocante à resolução do sistema (V.20) para o potencial imaginário (V.21) pelo método iterativo, cabem algumas observações.

i) A razão entre $\frac{d\Phi(x)}{dx}$ e $\Phi(x)$ em ordem zero é $\frac{1}{x}(1-x^2)$, o que é válido para tôdas as interações imaginárias estudadas.

ii) Em aproximação de primeira ordem procura-se determinar $F(x)$ na equação (b). A fixação do valor médio de $V_i(r)$ em E_i pela teoria de perturbação em primeira ordem (o que equivale a dizer que o valor médio de $DG(x)$ é 3), dá uma constante de acoplamento

$$D_1 = 2, \quad (V.23)$$

para o sistema.

Conseqüentemente, a equação (V.20)(b) se transforma em

$$\frac{dF(x)}{dx} + 2F(x) \frac{1}{x} (1-x^2) - (2x^2-3) = 0, \quad (V.24)$$

tendo como solução

$$F(x) = \frac{\exp(x^2)}{x^2} \int_0^x x'^2 \exp(-x'^2) (2x'^2-3) dx' = -x. \quad (V.25)$$

Este resultado regenera a forma funcional correta da função radial dada em (IV.43).

A equação (a) em primeira ordem transforma-se em

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} - x^2 (1+\epsilon^2) + (\alpha_1+3) \right] \Phi(x) = 0, \quad (V.26)$$

isto é, na equação de um oscilador harmônico de constante de a-

coplamento $(1+\varepsilon^2)$ cuja solução é, a menos de constante (veja -se a expressão (IV.44))

$$\Phi(x) = \exp\left(-\frac{(1+\varepsilon^2)^{1/2} x^2}{2}\right) x \quad (V.27)$$

e onde o parâmetro α vale

$$\alpha_1 = 3\left[(1+\varepsilon^2)^{1/2} - 1\right]. \quad (V.28)$$

Para pequenos valores de ε o parâmetro α vale aproximadamente $\frac{3}{2}\varepsilon^2$.

iii) Repetindo o processo iterativo (segunda ordem) obtém-se novamente as soluções $F(x)$ e $\Phi(x)$ anteriores.

A função $\Psi(\vec{r})$ em aproximação de primeira ordem pelo processo iterativo é, então, exatamente igual à solução do problema exato, um resultado que evidentemente não pode ser generalizado para outras iterações.

O método de aproximação adotado tem, pois, a situação ótima de aplicação para o potencial oscilador harmônico.

A tabela comparativa V.4 a seguir apresentada ilustra bem as três situações analisadas no capítulo IV e retomadas parcialmente nesta seção, relativas ao potencial oscilador harmônico.

Na primeira coluna encontram-se as grandezas a comparar. Na segunda coluna são apresentadas relações referentes à solução exata do problema estacionário; a terceira coluna contém relações para o problema não estacionário quando resolvido exatamente; a quarta coluna, relativa ao mesmo potencial complexo que a coluna anterior, apresenta informações obtidas pelo processo iterativo em primeira ordem.

TABELA V.4

Grandezas calculadas de modo exato, pelo processo iterativo e pela teoria de perturbação de Rayleigh-Schrödinger, para o potencial oscilador harmônico

Grandeza	Caso Estac.	Solução exata	Solução iterativa	1ª ordem s. exatas	1ª ordem s. iter.	1ª ordem R.-Schr.
D	0	$2(1+\epsilon^2)^{1/2}$	2	$2(1+\frac{1}{2}\epsilon^2)$	2	2
β_n^2/β^2	1	$\frac{1}{2}[(1+2\epsilon^2)^{1/2}+(1+\epsilon^2)^{1/2}]$	$\frac{1}{2}[(1+2\epsilon^2)^{1/2}+(1+\epsilon^2)^{1/2}]$	$1+\frac{3}{4}\epsilon^2$	$1+\frac{3}{4}\epsilon^2$	$1+\epsilon^2$
β_i^2/β^2	0	$\frac{1}{2}[(1+2\epsilon^2)^{1/2}-(1+\epsilon^2)^{1/2}]$	$\frac{1}{2}[(1+2\epsilon^2)^{1/2}-(1+\epsilon^2)^{1/2}]$	$\frac{1}{4}\epsilon^2$	$\frac{1}{4}\epsilon^2$	$\frac{1}{4}\epsilon^2$
γ^2/β^2	1	$\frac{(1+2\epsilon^2)}{(1+\epsilon^2)^{1/2}}$	$\frac{(1+2\epsilon^2)}{(1+\epsilon^2)^{1/2}}$	$1+\frac{3}{2}\epsilon^2$	$1+\frac{3}{2}\epsilon^2$	$1+\frac{7}{4}\epsilon^2$
β_1^2/β^2	1	$(1+\epsilon^2)^{1/2}$	$(1+\epsilon^2)^{1/2}$	$1+\frac{1}{2}\epsilon^2$	$1+\frac{1}{2}\epsilon^2$	$1+\frac{3}{4}\epsilon^2$
β_2^2/β^2	0	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ
$(E_n+V_0)/E_0$	1	$(1+\epsilon^2)^{1/2}$	$(1+\epsilon^2)^{1/2}$	$1+\frac{1}{2}\epsilon^2$	$1+\frac{1}{2}\epsilon^2$	1
E_i/E_0	0	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ

As colunas de números cinco e seis apresentam as expansões de primeira ordem (quando couberem) dos termos das colunas de números três e quatro respectivamente, o fator adimensional ϵ sendo suposto suficientemente pequeno para justificar a aproximação; esta é também a premissa da teoria de perturbação de Rayleigh-Schrödinger, que conduz aos resultados expostos na sétima coluna.

O exame da tabela V.4 mostra que a aproximação de primeira ordem do método iterativo dá resultados melhores do que a correspondente ordem em teoria de perturbação e que estes últimos não reproduzem os resultados obtidos a partir da solução exata da equação, quando ϵ é pequeno frente à unidade.

Justifica-se assim o fato de preferirmos finalmente o

método iterativo mencionado, apesar de havermos determinado de início as soluções na expansão de Rayleigh-Schrödinger.

Em geral é possível resolver a equação (V.20)(b) (que é uma equação para $F(x)$) por processos analíticos, mas o mesmo não ocorre com a determinação de $S(r)$ e de $R(r)$ para algumas interações. Por este motivo buscou-se uma solução numérica recorrendo ao uso de computador, onde o sistema (V.20) foi simulado, inicialmente para a situação particular correspondente ao oscilador harmônico complexo e depois para outras interações. No primeiro caso, trata-se de resolver numericamente as equações (V.26) e (V.24) abaixo reescritas como equações de um sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{d^2}{dx^2} - (x^2 - \alpha_1 - 3 + \varepsilon^2 F^2(x)) \right] \Phi(x) = 0 \quad (a) \\ \Phi(x) \frac{dF(x)}{dx} + 2 \frac{d\Phi(x)}{dx} F(x) - (2x^2 - 3)\Phi(x) = 0 \quad (b) \end{array} \right. \quad (V.29)$$

O conhecimento analítico da solução do sistema (V.29) revelou-se de grande utilidade para a comparação passo a passo com o processo numérico simulado e para uma estimativa dos erros envolvidos no processo.

O valor de α obtido em computador bem como a autofunção do problema coincidem com aqueles calculados analiticamente, dentro de uma precisão (escolhida) de 1%. Não há, pois, discrepância entre os dois modos de cálculo, o que dá crédito ao processo computacional e indica que o mesmo pode ser aplicado a outras situações.

As funções $R(r)$ e $S(r)$ relativas ao potencial complexo do tipo oscilador harmônico para o ^{16}O e para o ^{40}Ca , encontram-se representadas nas figuras V.1 e V.2 respectivamente. O potencial real (efetivo) e o potencial imaginário correspondente estão indicados na mesma figura principalmente como guias visuais.

* As figuras deste capítulo encontram-se reunidas ao final do mesmo, após a página 115.

As escalas utilizadas estão marcadas nos gráficos, podendo-se apreciar ali também os valores dos raios médios (quadráticos) dos dois núcleos considerados, obtidos a partir de dados de espalhamento elástico de elétrons⁵⁸).

A escala horizontal das figuras mencionadas refere-se à variável adimensional $x = \beta r$, adotando-se como distância máxima o valor $x = 4$.

A função $R(r)$ foi lançada em gráfico normalizada pela constante $\beta^{-1/2}$ e os potenciais foram registrados em unidades de $\frac{\hbar\omega}{2}$ onde ω se refere ao potencial real.

O marco zero das escalas da função e da fase radiais foi situado no primeiro nível do oscilador real, enquanto o potencial imaginário foi traçado a partir do zero de energia.

Ao invés de traçar-se o gráfico correspondente a $V_i(r)$, traçou-se a curva para $-V_i(r)$, para facilitar a comparação visual com o potencial real efetivo.

A comparação entre os dois gráficos mostra as diferenças de intensidade entre os dois potenciais imaginários e o correspondente reflexo sobre as soluções.

Os núcleos de ^{16}O e de ^{40}Ca foram escolhidos para a elaboração dos cálculos e gráficos por serem os núcleos de camada fechada das camadas $1p$ e $2s-1d$.

O núcleo de ^{16}O apresenta, ademais, o maior valor absoluto para ξ , na camada $1p$.

Para a interação complexa apresentada nesta seção foram calculados também os resultados para os demais núcleos da tabela V.1.

No caso específico do ^{16}O , o autovalor reduzido de energia conduz ao valor $\alpha_1 = 0,202$.

A função distribuição de posição $g(r)$ para o ^{16}O está representada na figura V.3, onde $g^{\circ}(r)$ (caso estacionário) tam -

bém ocorre. Estas distribuições foram normalizadas em área, de onde decorre que a compressão da função de onda do espaço de coordenadas, que origina uma diminuição na largura da distribuição de posição, se reflete em um aumento do pico da referida distribuição. Para o ^{16}O tal pico é cerca de 10% maior e a largura, cerca de 3% menor.

Analogamente a difusão da função de onda do espaço de momentum acarreta um aumento da largura da distribuição de momentum da ordem de 10% e uma diminuição do pico da distribuição normalizada em área, de cerca de 25%.

Para o ^{40}Ca , naturalmente, as modificações sob pico são maiores do que as referentes ao ^{16}O . Embora o processo físico de absorção do estado-furo 1s não seja representado de forma satisfatória por um potencial do tipo oscilador harmônico para núcleo-alvo da camada 2s-1d, foram calculadas as larguras das distribuições de posição e momentum obtendo-se uma diminuição da largura da distribuição de posição de 16% e um aumento da largura da distribuição de momentum de 45%. Uma das finalidades da apresentação destes resultados é a de permitir a comparação (por referir-se ao mesmo núcleo-alvo) entre efeitos de absorção periféricos (os atuais) e volumétricos (seção V.5). O autovalor reduzido de energia para o ^{40}Ca indica que $\alpha_1 = 1,23$.

Conclusão importante que convém repisar é que tanto $S(r)$ como $R(r)$ contribuem para a distribuição de momentum, enquanto apenas $R(r)$ contribui para a distribuição de posição. Como os efeitos causados por $S(r)$ e $R(r)$ na distribuição de momentum são aditivos, resulta que a alteração da distribuição de momentum é maior do que a correspondente alteração da distribuição de coordenadas. Esta última pode, então, servir de guia informativo sobre o valor daquela (como limite inferior) quando se deseja evitar a determinação da transformada de Fourier. Com efeito, para

funções tabuladas como as que se obtém para as diversas interações apresentadas neste capítulo, a determinação da transformada de Fourier consiste em um trabalho moroso que só seria justificado se os resultados obtidos fôsssem quantitativamente conclusivos. Retornaremos a êste ponto oportunamente para algumas observações adicionais. No caso do potencial do oscilador harmônico, a largura da distribuição de momentum é $\beta(1+2\varepsilon^2)^{1/2}(1+\varepsilon^2)^{-1/4}$, enquanto a largura relativa à distribuição de posição é $\beta(1+\varepsilon^2)^{-1/4}$. Para valores pequenos de ε , então, a contribuição de $S(r)$ à largura da distribuição de momentum é duas vezes o valor da contribuição de $R(r)$ (tomada como referência a largura de $\hbar^2/(2m)$) o que indica que não só a alteração na largura da distribuição de coordenadas é menor do que a alteração na largura da distribuição de momentum como também o fator que causa esta diferença dá uma contribuição maior do que a da alteração da distribuição de posição.

Um processo aproximativo em que a contribuição de $S(r)$ é suposta uma perturbação frente à contribuição da parte real $R(r)$ não pode, pois, ser uma escolha feliz. Isto reforça o que se disse a respeito da teoria de perturbação de Rayleigh-Schrödinger e independe do valor de ε , embora, é claro, a mencionada teoria de perturbação dê resultados menos bons quando ε é significativo. (Veja-se, por exemplo, o núcleo de ^{40}Ca para o qual o valor de ε é $-0,994$.)

Em conclusão, o potencial oscilador harmônico além de apresentar um mérito acadêmico pode, a grosso modo, dar uma idéia do que ocorre com estados-furo 1s em núcleos da camada 1p. Outros, sim, se ocorrer a indicação de alguma predominância de efeitos superficiais de absorção do estado-furo, poder-se-á atribuir aos resultados do presente modelo de uma interação oscilador harmônico, algum interesse físico.

Os resultados apresentados nesta seção são numericamen-

te significativos, acusando alterações importantes nas larguras das distribuições.

V.5 - Interação imaginária de caroço central

Tomando o caso anterior como referência deseja-se esboçar, a seguir, um modelo que represente em linhas gerais um processo de absorção do estado-furo predominantemente de caroço central. Esta interação representa uma situação física oposta à estudada na seção anterior.

Estes dois processos referem-se então a situações limites, no que concerne à magnitude da interação em função da distância radial.

Para simular uma interação que favoreça processos centrais de absorção pode-se considerar, por exemplo, um potencial imaginário proporcional à distribuição espacial de partículas na camada 2s.

Tem-se, então,

$$V_i(r) = d_2 \exp(-\beta^2 r^2) \left(1 - \frac{4}{3} \beta^2 r^2 + \frac{4}{9} \beta^4 r^4 \right). \quad (V.30)$$

Seguindo o processo computacional indicado na seção anterior obtém-se em primeira ordem para a constante de acoplamento na equação (V.20)(b), o valor

$$D_2 = \frac{72\sqrt{2}}{5} \quad (V.31)$$

o que transforma o sistema (V.20) em

$$\begin{cases} \left[\frac{d^2}{dx^2} - (x^2 - d_2 - 3 + \varepsilon^2 F^2(x)) \right] \Phi(x) = 0 & (a) \\ \Phi(x) \frac{dF(x)}{dx} + 2 \frac{d\Phi(x)}{dx} F(x) - \left[\frac{72\sqrt{2}}{5} \exp(-x^2) \left(1 - \frac{4}{3} x^2 + \frac{4}{9} x^4 \right) - 3 \right] \Phi(x) = 0 & (b) \end{cases} \quad (V.32)$$

O alto valor de D_2 (em relação a D_1) é esperado, tendo em vista a condição $\langle V_i \rangle = E_i$.

De fato, a função r^2 que caracteriza o potencial oscilador harmônico origina uma contribuição $\langle f_1(r) \rangle$ maior do que $\langle f_2(r) \rangle$, esta última referindo-se ao potencial densidade de probabilidade $2s$. O parâmetro D então deve contrabalançar este efeito para que o produto $d\langle f(r) \rangle$ se mantenha constante. Para os resultados obteníveis com o potencial $2s$, cuja forma funcional pode ser apreciada na figura V.4, limitamo-nos a considerar o núcleo de ^{40}Ca . (Para os núcleos da camada $1p$ não se justificaria um modelo de potencial de caroço central.)

Da magnitude de α para o ^{40}Ca , que é $\alpha_2 = 1,953$, pode-se pressentir já uma autofunção bastante diversa daquela do caso estacionário.

Em verdade, a forma da função de onda varia significativamente em relação à aproximação de ordem zero, ocorrendo (comparativamente) uma depressão na região radial central e um alargamento nas regiões intermediárias e periféricas, o que resulta em uma compressão na distribuição de momentum.

Além do potencial complexo mencionado, estão representados na figura V.4 as funções $R(r)$ e $S(r)$ e o potencial real efetivo para o ^{40}Ca . A figura V.5, por seu turno, refere-se à densidade $|R(r)|^2$, quando comparada à densidade do caso estacionário.

O efeito do potencial complexo sobre as funções de onda e distribuições de probabilidade, além de ser contrário àquilo estudado na seção anterior, é bastante mais importante numericamente.

Note-se que a variação da fase radial não é neste caso tão importante quanto para o potencial imaginário oscilador harmônico, o que significa que para o potencial $2s$ a contribuição de

$S(r)$ à transformada de Fourier da função de onda espacial não é tão preponderante.

Entretanto a redução de $2/3$ no pico da figura V.5 assegura um aumento significativo no pico da distribuição de momento tornando o efeito importante, mesmo se a contribuição de fase radial não se salientar.

Os resultados aqui apresentados para o ^{40}Ca podem ser comparados com os da seção anterior, verificando-se ser a interação central a que modifica mais as distribuições de probabilidade.

Embora para estados-furo $1s$ em núcleos da camada $2s-1d$ se espere uma interação imaginária proporcional à densidade de posição $2s-1d$ e não apenas à densidade $2s$, é possível imaginar que algum efeito dinâmico venha a favorecer a interação central, justificando a análise desta situação ideal extrema.

Para os núcleos da camada $1p$ esta hipótese é menos aceitável (não é possível originar interação de caroço central a partir da densidade $1p$), o que justifica ter-se aplicado o processo ao núcleo-alvo de ^{40}Ca (e não ao ^{16}O), quando novamente se deu preferência a núcleo de camada fechada.

Não fica excluída naturalmente a possibilidade de se ter, mesmo para núcleos-alvo da camada $1p$, uma interação de caroço central responsável pela vida finita dos estados-furo, se dita interação for de origem distinta da aqui investigada.

Para a interação ora estudada, bem como para as que se seguem, torna-se difícil e pouco útil tentar definir uma largura para as distribuições, pois as funções de onda sofrem deformações. A definição (IV.34) por exemplo, não cabe, visto que a forma da função de onda radial se afasta da forma exponencial usual. Comparam-se, então, as funções completas em todo o intervalo de interesse, abandonando-se o conceito de largura.

Convém observar, ademais, que os gráficos apresentados

se estendem a distâncias radiais maiores do que o raio dos núcleos estudados. Como para realizar a análise dos processos em computador foram usadas as equações do sistema (V.20) em forma adimensional resulta que, para diferentes núcleos (diferentes raios), foram exploradas regiões radiais de extensões diversas (mesmo intervalo total na forma adimensional). Teve-se o cuidado, então, de determinar as funções de onda em intervalos que incluem, com certa folga, o raio do núcleo.

A magnitude da deformação da função de onda devido à interação imaginária $2s$ sugere que se utilize o método iterativo em segunda ordem, o que não foi feito por se tratar esta interação apenas de exemplo limite.

V.6 - Interação imaginária $1p$

Os modelos até agora apresentados para simular a interação responsável pela vida finita do estado-furo não seguiram a distribuição de partículas nas camadas de energia de separação menor do que a do estado-furo, sobre a qual tecemos comentários anteriormente e que parece ser adequada para explicar o fenômeno de desintegração do estado-furo.

Entretanto, como já foi salientado, os exemplos anteriores pretendiam apontar possíveis casos limites de absorção no que se refere às regiões radiais do núcleo. Os resultados obtidos sugerem a conveniência de continuar-se tal estudo para outras interações pois os dois casos analisados apresentaram efeitos ponderáveis, embora antagônicos.

Seguindo esta linha de considerações supor-se-á agora que o decaimento de um estado-furo $1s$ em núcleos $1p$ é motivado pela ação do potencial

$$V_l(r) = d_3 (\beta r)^2 \exp(-\beta^2 r^2). \quad (V.33)$$

Este potencial, proporcional à densidade de probabilidade associada à camada lp , se anula na origem e assintoticamente. Para $\beta r \ll 1$ tal potencial toma a mesma forma funcional do potencial oscilador harmônico sendo contudo o parâmetro d , bastante distinto nos dois casos.

Realmente, resulta para o potencial em questão um valor

$$D_3 = 8\sqrt{2} \quad (V.34)$$

em primeira ordem, em contraposição ao valor $D_1 = 2$ obtido em primeira aproximação para o potencial oscilador harmônico. Novamente se observa que a contribuição assintótica torna $\langle f_1(r) \rangle$ maior do que $\langle f_3(r) \rangle$ sendo $f_3(r)$ relativo ao potencial lp e que, conseqüentemente, D_1 deve ser menor do que D_3 .

O sistema (V.20) converte-se em

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{d^2}{dx^2} - (x^2 - d_3 - 3 + \varepsilon^2 F^2(x)) \right] \Phi(x) = 0 \quad (a) \\ \Phi(x) \frac{dF(x)}{dx} + 2 \frac{d\Phi(x)}{dx} F(x) - (8\sqrt{2} \exp(-x^2) \cdot x^2 - 3) \Phi(x) = 0 \quad (b) \end{array} \right. \quad (V.35)$$

A forma funcional de $V_i(r)$ para o potencial lp pode ser observada na figura V.6 de cujo exame resulta que, apesar da magnitude de D_3 , o potencial (V.33) não apresenta grandes variações, sendo uma função branda na região onde a função de onda é efetiva. Isto significa que embora se possa aparentemente julgar o valor da constante D_3 como grande, ele não é o suficiente para tornar o potencial muito variável nas regiões de interesse. Pode-se até dizer que este potencial não difere ponderavelmente de um potencial de valor constante.

Os resultados computados confirmam esta observação ao originar um autovalor reduzido muito próximo do valor em aproxi -

mação de ordem zero $\alpha_3 = 0,022$. Em conseqüência, a função de onda da solução da equação (a) do sistema (V.20) difere muito pouco da solução estacionária.

Com efeito, $S(r)$ e $R(r)$ dão contribuições tais a $|\Psi(r)|^2$ que a altura do pico da distribuição de posição fica aumentada de apenas 2% quando relacionada com a distribuição estacionária. Há então uma pequena compressão da função de onda do espaço de coordenadas e uma pequena difusão da função de onda do espaço de momento. A figura V.6 apresenta também o potencial real efetivo, $R(r)$ e $S(r)$ para o núcleo-alvo de ^{16}O , para a interação complexa $1p$.

A desintegração de estados-furo $1s$ em núcleos da camada $2s-1d$ não é descrita a contento por esta interação, não se apresentando por isto resultados para o caso do núcleo de ^{40}Ca . A título de ilustração, apenas, se menciona que o valor de α para o ^{40}Ca é $\alpha_3 = 0,158$. A modificação sofrida por $R(r)$ e a variação de $S(r)$ são bastante pequenas, indicando que a presença da interação imaginária pouco modifica as soluções do problema estacionário. Não é necessário neste caso tratar o problema em aproximação iterativa de ordem superior à primeira.

Os resultados apresentados para o ^{16}O são análogos aos que se obteria para os demais núcleos da camada $1p$, com a ressalva de que as modificações obtidas para o ^{16}O são as maiores na camada em questão, pois o potencial efetivo é maior neste caso.

Dada a pequena importância destas modificações não se considerou necessário calculá-las para todos os núcleos da camada $1p$. O processo computacional utiliza, entretanto, o mesmo programa para todos estes núcleos, variando apenas o valor de ξ no sistema (V.35).

Outrossim, por ser pequena a modificação da distribuição de posição, pode-se dispensar seu traçado.

V.7 - Interação imaginária 2s-1d

Para um estado-furo 1s no ^{16}O a interação imaginária de absorção foi simulada por uma densidade de probabilidade de posição de partículas da camada menos ligada, fechada, 1p. Para um estado-furo 1s no núcleo-alvo de ^{40}Ca pode-se também simular uma interação imaginária proporcional à densidade correspondente à camada menos ligada, fechada, do núcleo.

Neste caso, o potencial imaginário é proporcional à densidade 2s-1d, obtendo-se

$$V_i(r) = d_4 \left(1 - \frac{4}{3} \beta^2 r^2 + \frac{4}{3} \beta^4 r^4 \right) \exp(-\beta^2 r^2). \quad (\text{V.36})$$

e o sistema (V.20) se transforma em

$$\begin{cases} \left[\frac{d^2}{dx^2} - (x^2 - \alpha_4 - 3 + \varepsilon^2 F^2(x)) \right] \Phi(x) = 0 & (\text{a}) \\ \Phi(x) \frac{dF(x)}{dx} + 2 \frac{d\Phi(x)}{dx} F(x) - \left[\frac{24\sqrt{2}}{5} \exp(-x^2) \left(1 - \frac{4}{3} x^2 + \frac{4}{3} x^4 \right) - 3 \right] \Phi(x) = 0 & (\text{b}) \end{cases} \quad (\text{V.37})$$

o que significa que

$$D_4 = \frac{24\sqrt{2}}{5}. \quad (\text{V.38})$$

A magnitude de D_4 frente a D_1 é explicada pela razão analisada em seções anteriores e a comparação de D_4 com D_3 e D_2 pode ser feita nos mesmos moldes.

Esta interação, assim como a apresentada na seção anterior, é uma função branda da variável fundamental, sendo o valor de α determinado em computador bastante pequeno ($\alpha_4 = 0,055$). As funções $R(r)$ e $S(r)$ para o ^{40}Ca bem como os potenciais real (efetivo) e complexo podem ser apreciados na figura V.7.

Verifica-se que o efeito da absorção do estado-furo sobre a distribuição de posição é da ordem de 3% apenas, não sendo necessário utilizar o método iterativo em ordens superiores à primeira. Outrossim, a função $S(r)$ apresenta variações bastante pequenas, contribuindo muito pouco à distribuição de momentum, cujo pico sofre uma pequena diminuição (como no caso anterior), indicada por uma pequena compressão da função de onda radial e por um alargamento da função de onda no espaço de momentum. Apesar de o valor de ξ ser maior para o ^{40}Ca do que para o ^{16}O , o valor de α_4 para a interação 2s-1d é muito pequeno. A razão entre os valores de α para os núcleos de ^{40}Ca (interação 2s-1d) e ^{16}O (interação 1p) é 2,5, enquanto no modelo de interação imaginária do tipo oscilador harmônico a razão entre os valores de α para os dois núcleos atinge 6,09.

O gráfico relativo à distribuição de posição não foi traçado, também neste caso, devido à pequena modificação resultante por efeito da interação imaginária.

V.8 - Interação imaginária 2s-1d-1p

Enquanto para a desintegração de estados-furo 1s em núcleos da camada 1p apenas a densidade de probabilidade de posição 1p contribui, para os núcleos da camada 2s-1d a densidade 1p pode associar-se à densidade 2s-1d para compor a interação imaginária, sobretudo quando se recorre a outros núcleos-alvo que não o núcleo de ^{40}Ca .

Observando-se, contudo, que as contribuições destas duas densidades são separadamente pequenas e que, combinadas, não alteram de modo predominante a forma da interação imaginária total, é de se esperar que o panorama dos resultados apresentados não se modifique apreciavelmente ao escolher-se potenciais 2s-1d-1p.

Há várias alternativas para a combinação 2s-1d-1p com -

forme os pêsos com que se combinem as densidades $1p$ e $2s-1d$.

Como os resultados são bastante pequenos para tôdas estas interações, apresenta-se apenas uma das combinações a título de ilustração informando sôbre as variações calculadas sem, entretanto, apresentar os gráficos correspondentes. Supondo que contribuam as duas camadas completas, a interação imaginária adotada é simplesmente

$$V_i(r) = d_5 \left(1 + \frac{4}{3} \beta^4 r^4 \right) \exp(-\beta^2 r^2), \quad (V.39)$$

o que leva ao parâmetro adimensional (em primeira ordem)

$$D_5 = \frac{16}{9} \sqrt{2}. \quad (V.40)$$

As interações estudadas nesta seção e nas duas anteriores procuram reproduzir os processos que efetivamente ocorrem, para núcleos das camadas $1p$ e $2s-1d$. A aceitar-se tais interações, os resultados indicados apontam modificações insignificantes nas distribuições de probabilidade.

Viu-se em resumo então que, apesar dos resultados impressivos obtidos para as interações do tipo oscilador harmônico e densidade $2s$, os cálculos com interações proporcionais às densidades de probabilidade das camadas menos ligadas dos núcleos conduziram a valores pequenos, com alterações das distribuições de probabilidade de posição da ordem de 2 a 3% apenas. Outrossim, as distribuições de momentum correspondentes mostram uma tendência de alargamento, mas de acôrdo com os resultados de interações superficiais do que com os de interações de caroço central.

Os valores obtidos são, entretanto, muito pequenos e poderiam facilmente ser alterados em um ou em outro sentido por qualquer efeito que porventura viesse a tornar preponderante a absor

ção do estado-furo em alguma região radial dos núcleos. Realmente, ao considerar as interações proporcionais às densidades de posição, atribuiu-se a todas as regiões radiais do núcleo a mesma importância, desconsiderando-se qualquer correlação que possa predominar.

A guisa de complementação atente-se para o fato de a magnitude da constante de acoplamento D não se relacionar diretamente com a deformação sofrida pela função de onda do estado-furo. Esta se liga sobretudo à forma do potencial na região caracterizada pelo raio do núcleo-alvo, enquanto a constante de acoplamento se relaciona com a contribuição média do potencial mencionado.

V.9 - Interação imaginária exponencial

Uma observação crítica que se pode fazer ao trabalho até aqui apresentado é a de haver-se escolhido interações imaginárias que decrescem muito rapidamente. Realmente, o decréscimo gaussiano é bastante drástico e não muito realístico, a atenuação exponencial refletindo melhor, quicá, o processo de absorção do estado-furo pois a cauda das funções de onda de núcleos ligados é mais exponencial do que gaussiana.

É interessante, pois, analisar a interação imaginária

$$V_i(r) = d_6 \exp(-\eta(\beta r))(\beta r)^2 \quad (V.41)$$

para observar que efeito introduz nas distribuições de posição e momentum.

A interação acima foi levada em consideração para o ^{16}O , usando-se um valor médio para o alcance⁴¹⁾

$$\eta = 3,18 . \quad (V.42)$$

Esta interação pode ser comparada à da seção V.6, verificando-se que o parâmetro D em primeira ordem vale

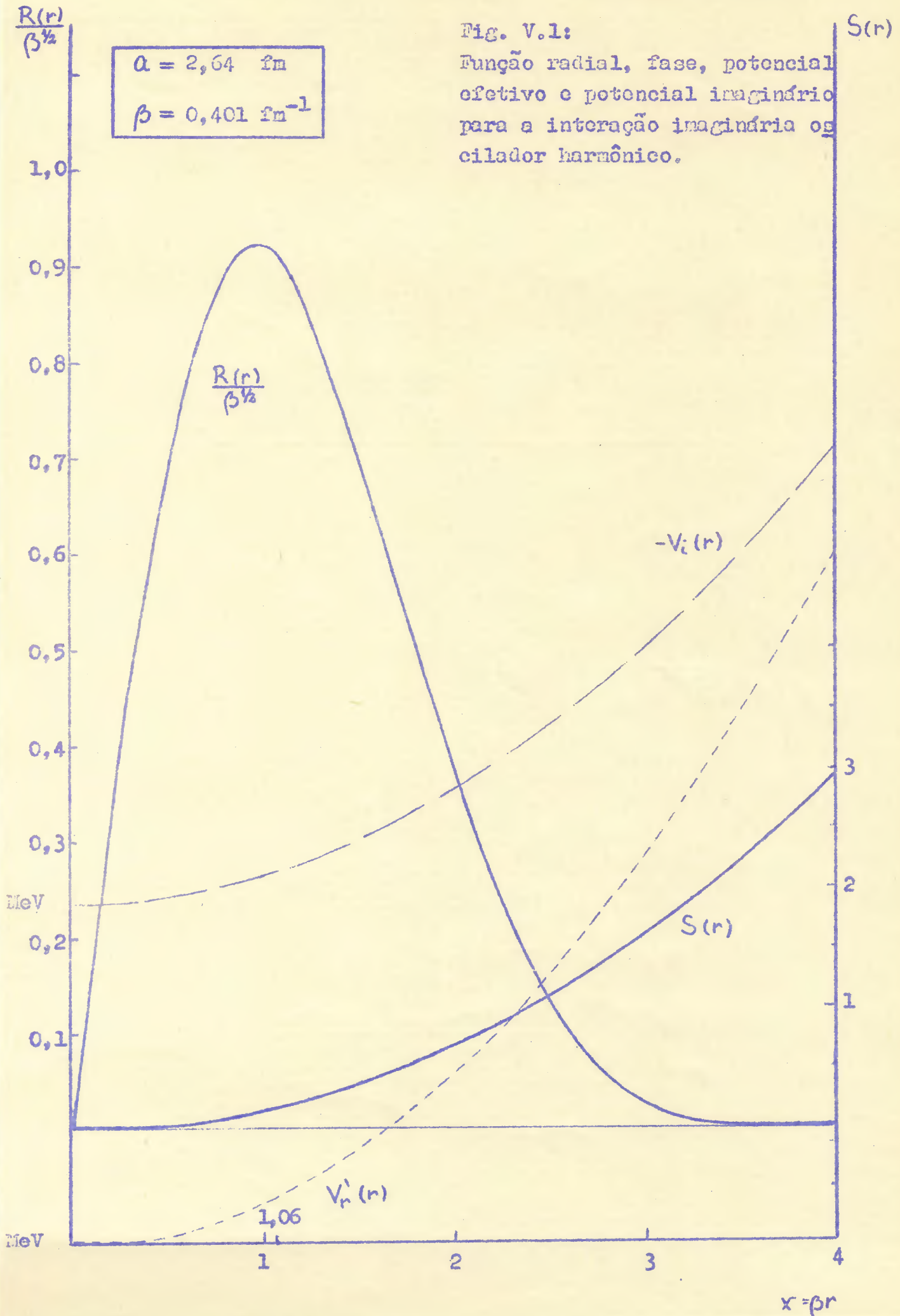
$$D_6 = 83,081. \quad (V.43)$$

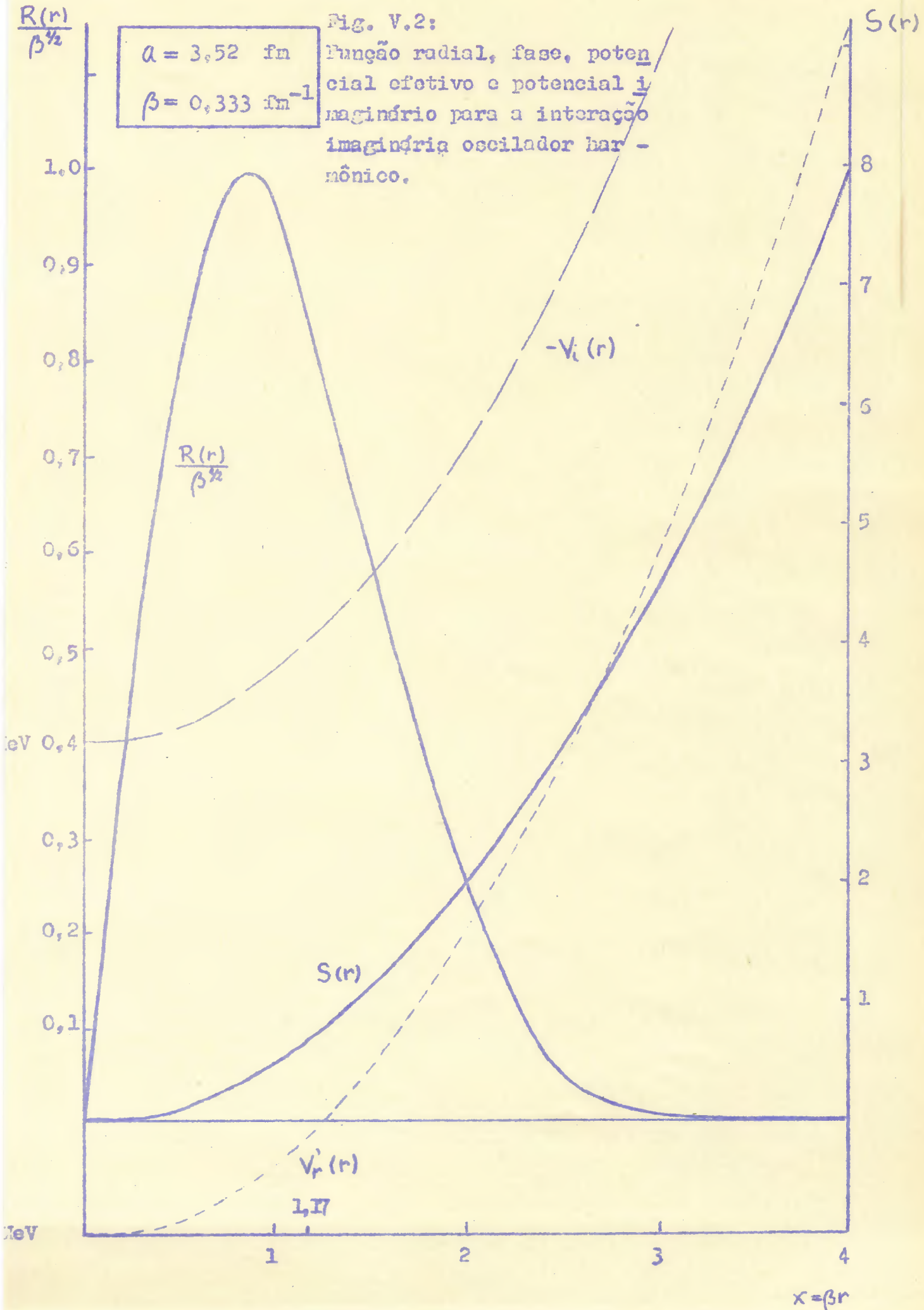
Também esta interação revela-se pouco atuante, apesar de a cauda da função de onda ser muito mais longa do que a gaussiana.

Com efeito, apenas para valores de βr maiores do que η a forma deste potencial é mais atuante do que a do potencial proporcional à densidade ρ , que não dá contribuições significativas.

A estas distâncias, porém, a função de onda radial do estado-furo já não é importante e o potencial não tem mais influência marcante. Em vista disto, não foram calculados resultados para esta interação.

Comentários sobre as interações e sobre os resultados apresentados neste capítulo serão feitos adiante.





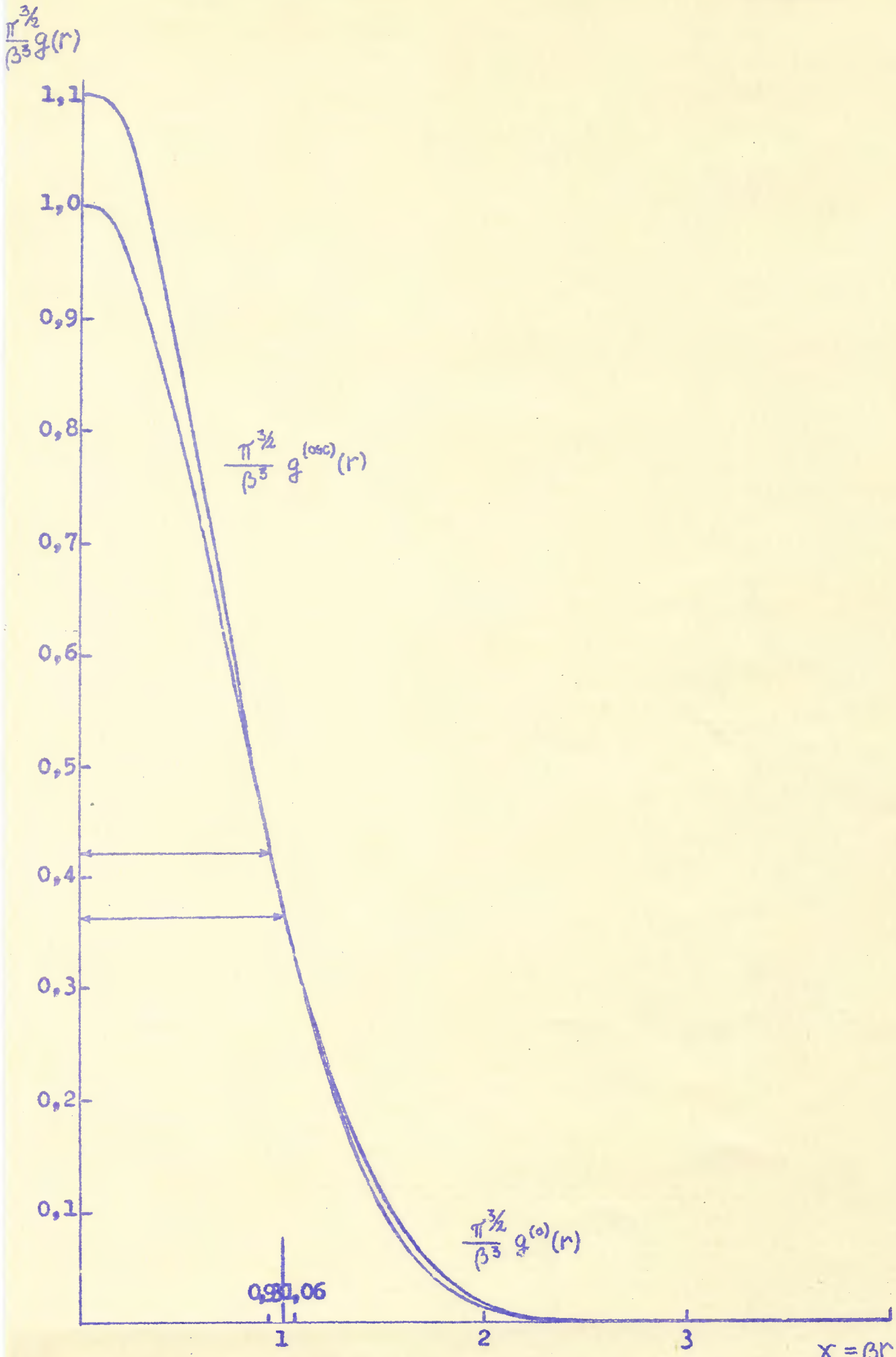


Fig. V.3: Distribuição de probabilidade de posição-interação 1 maginária oscilador harmônico versus interação real.

^{40}Ca

$a = 3,52 \text{ fm}$
 $\beta = 0,333 \text{ fm}^{-1}$

Fig. V.4:
Função radial, fase,
potencial real efetivo e potencial imaginário para a interação imaginária 2s.

1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1

$S(r)$

$-V_i(r)$

$\frac{R(r)}{\beta^{3/2}}$

$V_r'(r)$

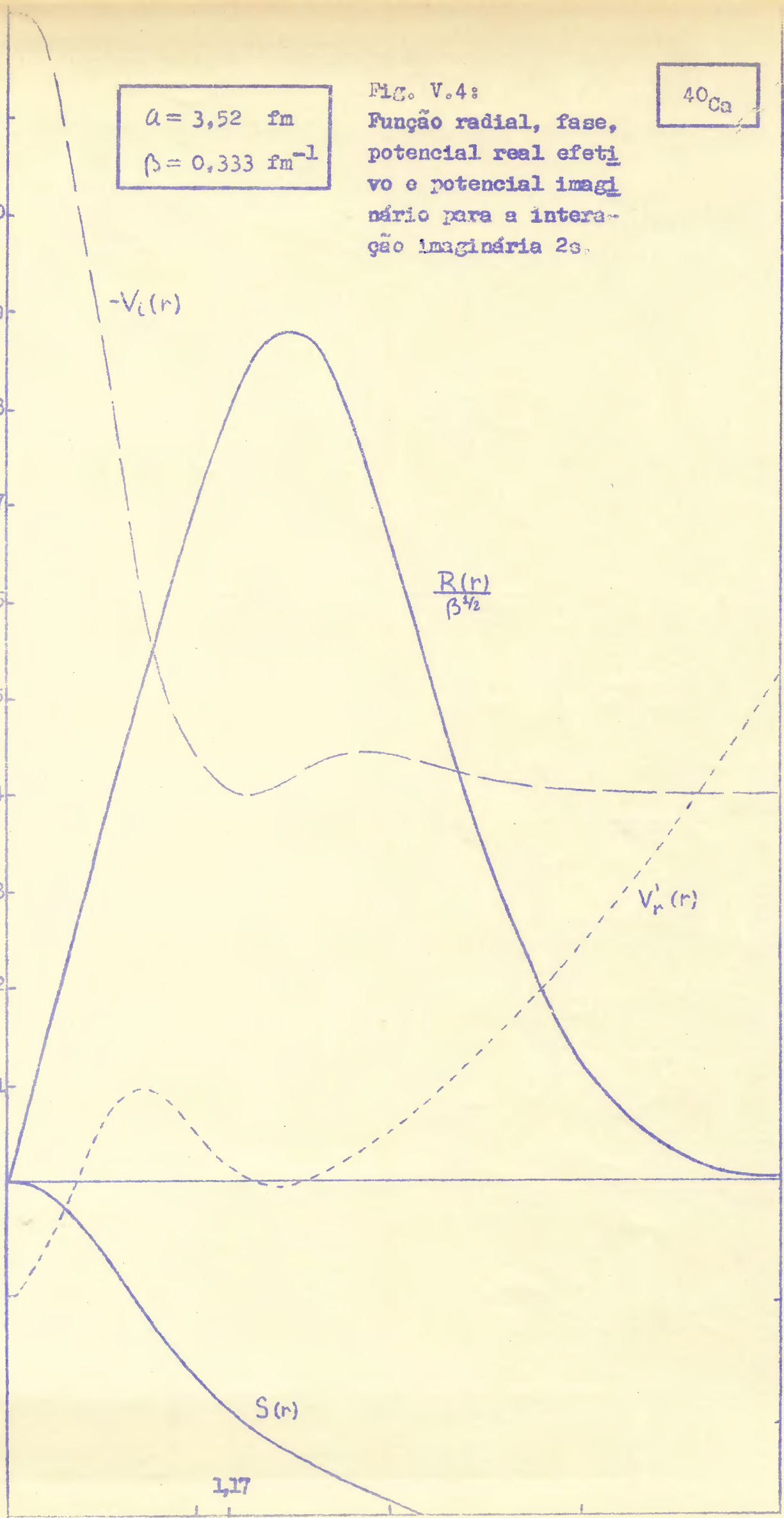
$S(r)$

1,17

-1

-2

$x = \beta r$



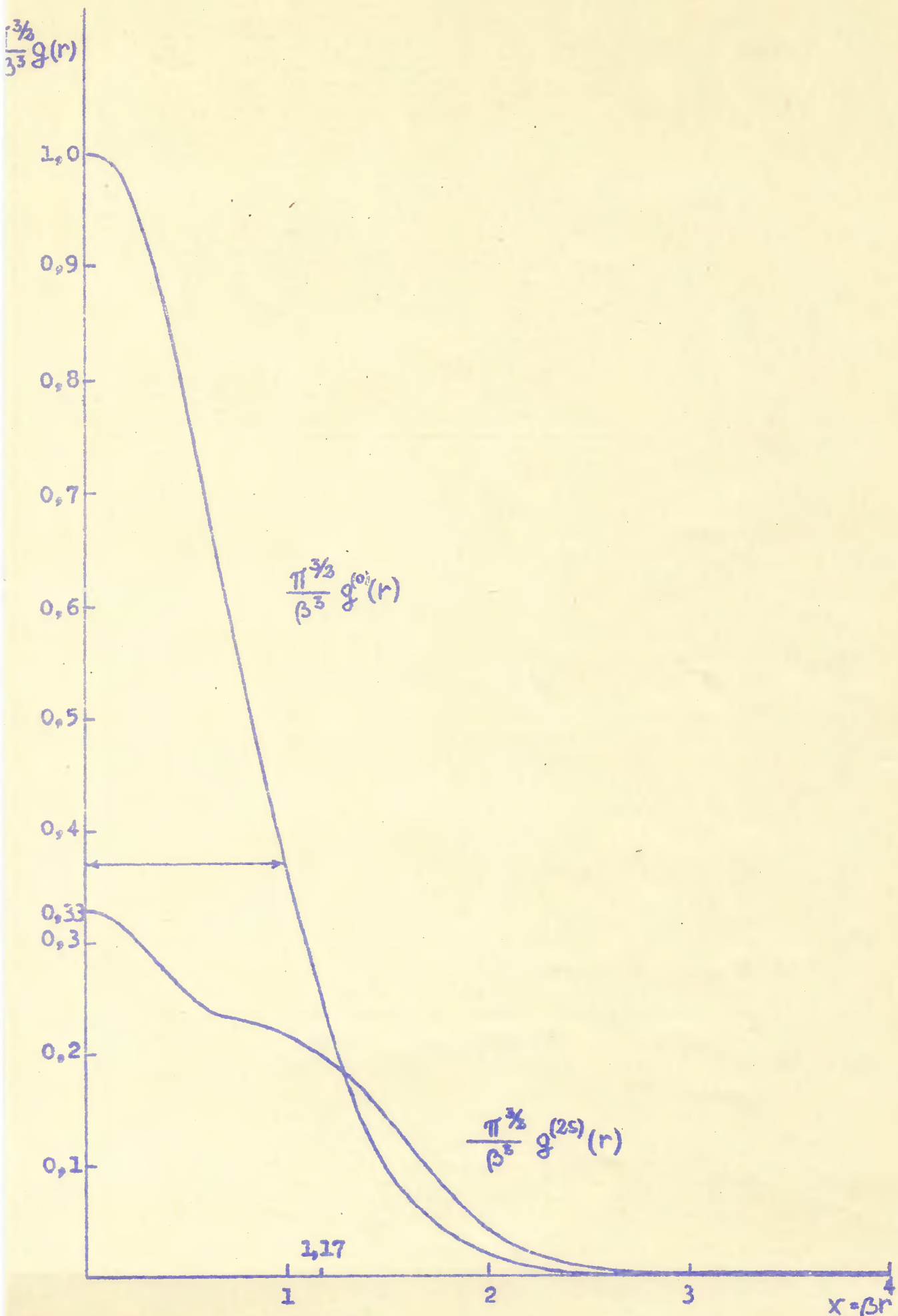
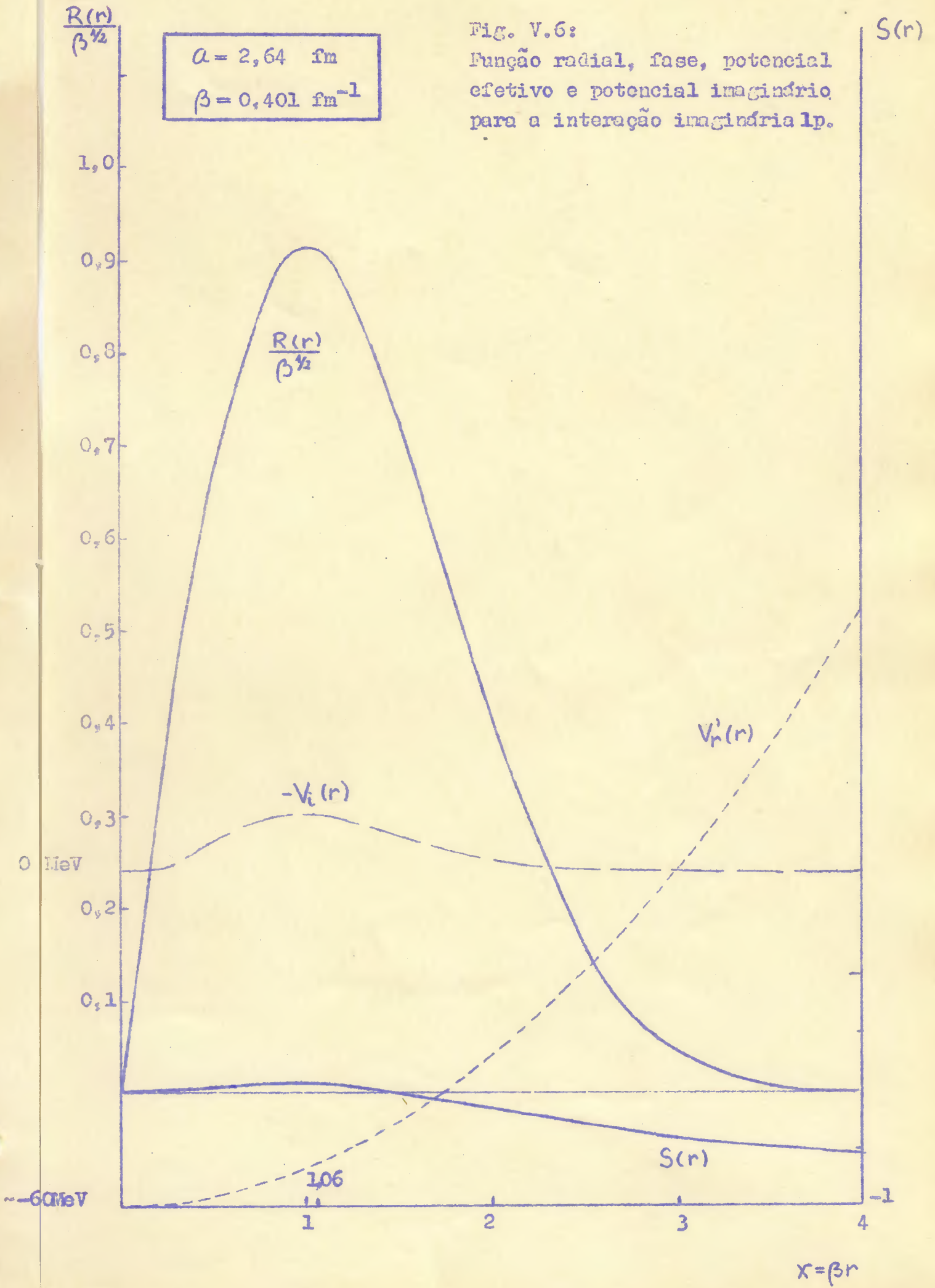
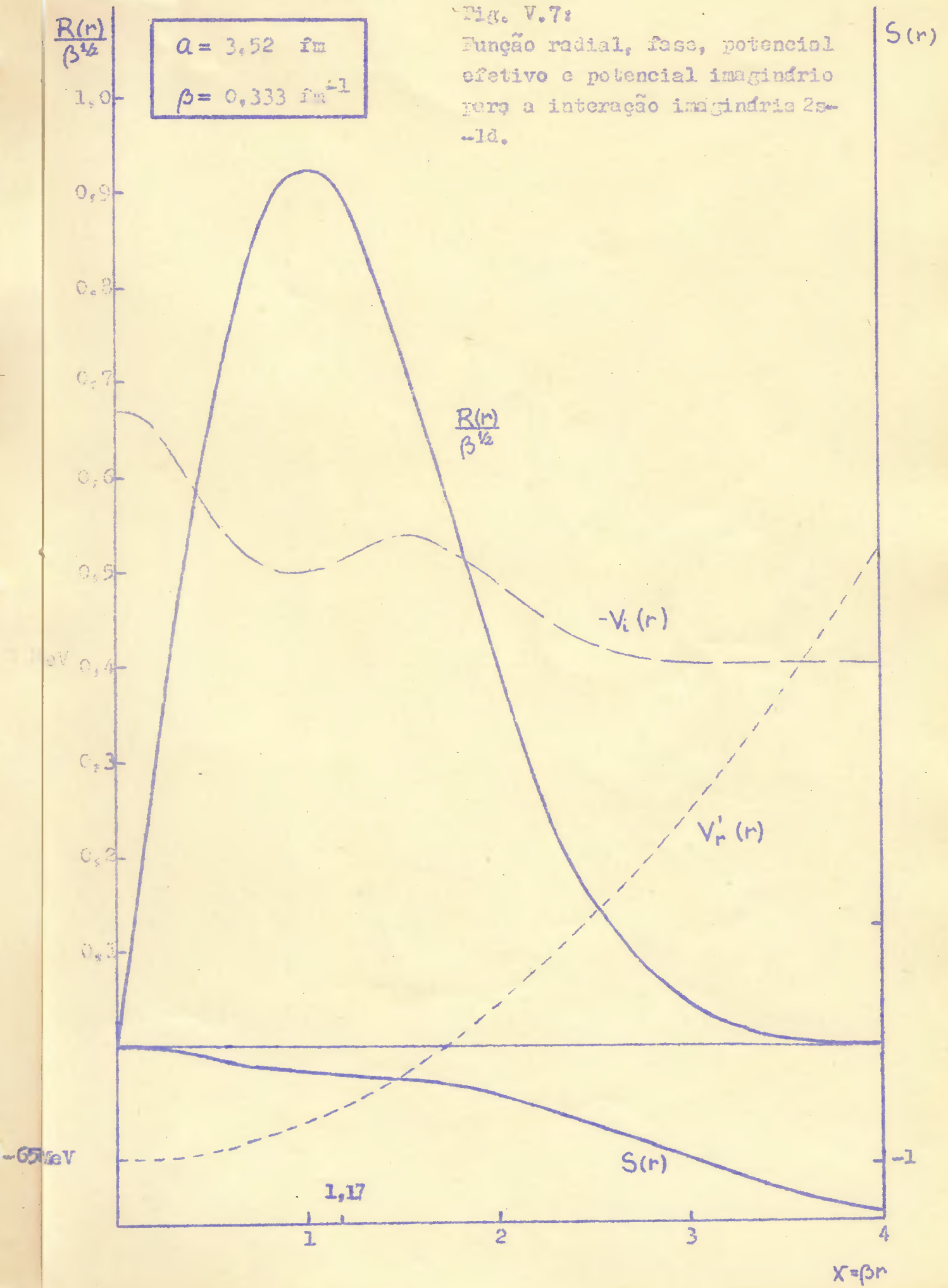


Fig. V.5: Distribuição de probabilidade de posição-interação i maginária 2s versus interação real.

$a = 2,64 \text{ fm}$
 $\beta = 0,401 \text{ fm}^{-1}$

Fig. V.6:
Função radial, fase, potencial efetivo e potencial imaginário para a interação imaginária lp.





VI - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Os resultados apresentados no capítulo anterior para as diversas interações imaginárias estudadas, levam-nos a tecer algumas considerações de caráter geral sobre a conexão entre a largura dos picos do espectro de energia e as distribuições de momentum correspondentes.

VI.1 - Dependência de modelo

Utilizando modelos que simulem o potencial responsável pela desintegração do estado-furo, verifica-se que a influência de uma dada largura de energia medida para um pico do espectro sobre a distribuição de momentum do estado-furo pode variar consideravelmente de acordo com o modelo adotado.

Efetivamente, fixada a largura do nível de energia, cada modelo de interação complexa conduz a uma distribuição de momentum específica.

Destas distribuições de momentum algumas podem resultar em funções que diferem consideravelmente da distribuição de momentum do estado-furo estacionário, enquanto outras podem assemelhar-se muito e até confundir-se com a distribuição não perturbada. Por exemplo, uma interação imaginária proporcional à interação real descreve para o ^{16}O um estado-furo de 15 MeV de largura e para o ^{40}Ca um estado-furo de 30 MeV de largura, com dis-

tribuições de momentum idênticas às distribuições associadas a estados estacionários. As mesmas larguras de níveis de energia citadas podem, se a interação imaginária for simulada por uma função harmônica, corresponder a distribuições de momentum consideravelmente mais largas, e se a interação imaginária for de caroco central, a distribuições de momentum mais estreitas do que a distribuição do estado estacionário.

A influência de largura de um nível de energia sobre a distribuição de momentum depende, pois, do modelo de absorção do estado-furo escolhido, isto é, da forma da interação complexa adotada.

Por conseguinte, a existência de níveis de energia largos correspondentes a estados-furo nucleares internos de vida finita não implica, necessariamente, em modificações na distribuição de momentum (quando comparada à distribuição do estado estacionário).

É possível (no caso de potenciais complexos que comutam com sua parte real) associar a picos de energia bastante alargados, a mesma distribuição de momentum que caracteriza picos estreitos.

Ademais, mesmo se argumentos físicos obliterarem as interações imaginárias que comutam com a parte real do hamiltoniano do problema, nada se pode concluir, a priori, sobre o sentido em que a modificação sofrida pela distribuição de momentum se dá, isto é, se a distribuição referida se alarga ou se comprime. As duas possibilidades são plausíveis, conforme os potenciais imaginários possam representar interações superficiais ou de caroco central.

É bem verdade que, embora os resultados apresentados sejam dependentes de modelo, as interações proporcionais às densidades $1p$ (para o ^{16}O) e $2s-1d$ (para o ^{40}Ca), que parecem as mais

aceitáveis, dão soluções similares, provocando ambas pequenas compressões nas distribuições de momentum. Entretanto, como há indicação de que certos mecanismos de absorção admissíveis podem dar contribuições significativas às larguras e formas das distribuições de momentum e como não se conhece em detalhe a forma funcional da interação, seria temerário concluir de imediato que as larguras dos níveis energéticos não afetam preponderantemente as distribuições de momentum.

Do ponto de vista da interpretação de medidas até agora realizadas em processos quase-livres, o resultado relativo às interações analisadas nas seções V.6 e V.7, qual seja o de que as alterações nas distribuições de momentum, mesmo para larguras da ordem de 30 MeV (como é o caso do ^{40}Ca) não ultrapassam a casa dos 3%, seria satisfatório. Entretanto não é conclusivo, dos exemplos expostos, que este resultado seja válido, uma vez que eventuais peculiaridades nas interações podem conduzir a grandes variações nas distribuições de momentum. Os dois exemplos estudados de interações central e superficial dão resultados extremos que se revelam, além de importantes em magnitude, opostos em efeitos.

Entre estes dois resultados extremos, quais sejam o grande aumento e a grande diminuição da largura da distribuição de momentum (além das deformações) vários outros, talvez significativos, podem ocorrer na variação das larguras.

Ter-se-ia um resultado conveniente, repetimos, se as interações $1p$ e $2s-1d$ representassem o processo de absorção do estado-furo que ocorre na natureza para furos $1s$ nas camadas correspondentes, pois além de constituir-se em modelos simples, elas indicariam que não há necessidade de correções essenciais deste efeito nos cálculos feitos até o presente com o modelo de partícula única estacionário. Contudo, se por alguma razão a dinâmica

dos processos de absorção favorecer, por exemplo, uma interação aglomerante, o efeito sobre as distribuições de momentum pode tornar-se importante, exigindo cálculos precisos com a descrição não estacionária.

Resalta-se aqui a necessidade de conhecer (e justificar) melhor a dinâmica do processo de absorção dos estados-furo, isto é, os potenciais imaginários que simulam a interação, para concluir sobre a necessidade ou não da inclusão de tais cálculos na análise de reações quase-livres.

É importante, pois, para este problema conhecer a estrutura detalhada do fenômeno de desintegração do estado-furo.

Correções de 5% ou até mais, nas larguras das distribuições de momentum, não parecem afastadas como resultados possíveis.

Poder-se-ia, em contrapartida, com a melhoria da precisão das experiências ($e, e'p$), aprender algo sobre a estrutura das interações imaginárias de absorção através do estudo das distribuições de momentum. Observe-se outrossim que, dado o caráter exploratório deste trabalho, interessou-nos predominantemente fazer uma avaliação das possibilidades do método de aproximação apresentado. O resultado a que se chegou é bastante satisfatório, uma vez que a análise das distribuições de momentum do estado-furo pode ser feita sem dificuldades, resolvendo-se pelo método iterativo uma equação de Schrödinger para um estado ligado, sob a ação de um potencial complexo.

Do que se disse é possível concluir que o problema da influência da vida média dos estados-furo sobre as distribuições de momentum está, ainda, parcialmente em aberto. A análise feita permitiu, entretanto, compreender que a determinação da função de onda da solução da equação de Schrödinger para o estado-furo ligado de vida finita está basicamente vinculada ao processo de absorção

que ocasiona a desintegração do estado-furo e que a distribuição de momentum dela obtida expressa esta dependência de forma bastante acentuada, mais acentuada mesmo do que a distribuição de posição, embora aproximadamente da mesma ordem de grandeza.

Parece assentado, também, que a existência de níveis muito largos em espectros de energia não é, por si só, indicio de existência de grandes alterações das distribuições de momentum, os resultados obtidos sendo extremamente dependentes de modelo.

VI.2 - O método iterativo

O método de aproximação apontado revela-se bastante útil e dinâmico para o estudo de soluções ligadas de equações com potenciais complexos uma vez que permite a análise, passo a passo, das modificações ocorridas com a autofunção da equação de Schrödinger mencionada.

O número de processo iterativos necessários para escrever a solução visada, por outra parte, parece não ser muito grande, se escolhermos uma precisão de cerca de 1%.

Precisão maior do que esta atualmente não é necessária sobretudo devido aos erros envolvidos nos resultados experimentais. Ademais, outras imprecisões na análise dos processos quase-livres são maiores.

Em situações como a apresentada na seção V.4 o processo iterativo pode apresentar modificação considerável na solução da equação de Schrödinger em primeira etapa, sem que o mesmo ocorra nas etapas seguintes.

A interação central proposta na seção V.5, por exemplo, implica em uma ponderável modificação na solução da equação de Schrödinger em primeira ordem do processo iterativo. Seria interessante verificar se em segunda ordem também ocorre uma grande

modificação ou se esta é insignificante, resultado que se aproximaria daquele relativo ao potencial imaginário do tipo oscilador harmônico onde, apesar da magnitude da modificação na primeira iteração, na segunda iteração nada se altera.

Esta verificação não foi feita embora implique em alterar apenas um pouco o programa computacional usado, no que se refere aos dados de entrada onde a função de onda inicial $\bar{\Phi}(x)$ na segunda iteração (assim como $\frac{d\bar{\Phi}(x)}{dx}$) passaria a ser uma função tabulada.

A utilidade do método dependerá naturalmente, em cada caso, de se ter uma convergência razoável que possibilite aplicá-lo um número pequeno de vezes.

Por outro lado, para um primeiro panorama do processo o método é muito útil mesmo quando usado em primeira ordem pois mostra de imediato, pela primeira aproximação, se a modificação sobre a distribuição de momentum é ou não importante. Sendo a alteração analisada importante justifica-se prosseguir com a aproximação em ordens maiores. Dentro deste esquema, pode-se usar o método iterativo em várias etapas, ou adotá-lo apenas como método exploratório e proceder, caso os resultados de uma primeira análise se revelem significativos, à escolha de um método eventualmente mais adaptado e elaborado para obter o resultado procurado. Para a interação imaginária proporcional à densidade $2s$, apesar dos resultados serem de molde a sugerir continuação do trabalho, não se ultrapassou a primeira ordem do processo por ser o modelo apenas um exemplo extremo, sem justificativa física quantitativa. Se for confirmada a ocorrência de interações aglomerantes no processo de desintegração do estado-furo, dever-se-á calcular as seguintes ordens de aproximação no processo, até assegurar variação desprezível da solução.

O processo computacional associado ao método iterativo

não é parte integrante d'êste, podendo (e devendo) ser examinado à parte, a fim de investigar-se se é coerente com a precisão fixada pelas considerações de ordem física impostas ao processo de aproximação.

Na hipótese de exigir-se para a resolução do sistema (V.20) uma precisão maior do que aquela que o processo computacional adotado oferece pode-se, ou adaptar o programa de simulação usado às condições de precisão exigidas, ou adotar outro processo computacional de características diferentes das do atual.

A primeira possibilidade abrange, quer a precisão das operações envolvidas na simulação (integrações, entre outras), quer as características da máquina usada para realizar tais cálculos. A diminuição de erros nas operações incluídas na simulação (sobretudo nas integrações) em geral é apenas uma questão de preferir-se precisão a rapidez, no processo computacional.

Se os resultados experimentais viessem a exigir uma precisão maior nos cálculos teóricos restaria sempre a possibilidade de trabalhar-se com máquinas mais potentes.

A escolha de outro processo computacional pode, talvez, também vir a corrigir tais inconvenientes embora, do ponto de vista conceitual, o processo de simulação pareça ideal. Alguns comentários sobre o método computacional se encontram em Apêndice.

VI.3 - Comportamento das componentes radiais da função de onda

Um resultado interessante que eventualmente à primeira vista pode induzir a conclusões enganadoras sobre a contribuição da fase radial $S(r)$ nas distribuições de probabilidade, refere-se aos altos valores de $S(r)$ para distâncias crescentes, inclusive com divergências assintóticas. Isto, entretanto, não significa que as contribuições da fase às distribuições de probabili-

dade sejam também tão importantes.

No que se refere à distribuição de probabilidade de posição, $S(r)$ nada contribui e no que concerne à distribuição de momentum, importa mais a variação $\frac{dS(r)}{dr}$ do que $S(r)$. Mesmo divergências assintóticas em $S(r)$ não implicam necessariamente em alterações importantes na região próxima da origem, para a distribuição de momentum.

Realmente, a transformada de Fourier da função $\Psi(\vec{r})$ implica em uma integração tridimensional cuja parte angular propicia muitas vezes a ocorrência de cancelamentos entre as diversas contribuições aparentemente grandes de $S(r)$. A expressão

$$\int_0^\pi e^{i\vec{k}\vec{r}} \sin\theta d\theta = \frac{e^{ikr} - e^{-ikr}}{ikr} \quad (\text{VI.1})$$

resulta, com efeito, em uma combinação de dois termos que podem dar contribuições opostas que se cancelam (ao menos parcialmente) quando em presença da fase radial.

Seria interessante investigar em que condições $S(r)$ contribui de forma importante para a distribuição de momentum. Um estudo sistemático para diversas formas funcionais da fase não foi feito, mas as dependências linear ($S(r) = Ar$) e quadrática ($S(r) = Br^2$) em r foram analisadas em detalhe, para funções do oscilador harmônico real.

Para a função $S(r) = A'(Br)$ a razão entre a distribuição de momentum $h(\hbar\vec{k})$ e a distribuição estacionária $h^{(0)}(\hbar\vec{k})$ é expressa pela relação

$$\frac{h(\hbar\vec{k})}{h^{(0)}(\hbar\vec{k})} = \frac{\exp(y^2)}{4y^2} \left\{ \left[(A'+y) \exp\left(-\frac{1}{2}(A'+y)^2\right) - (A'-y) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}(A'-y)^2\right) \right]^2 + \frac{4}{\pi} \cdot \left[(A'+y) D\left(\frac{A'+y}{\sqrt{2}}\right) - (A'-y) D\left(\frac{A'-y}{\sqrt{2}}\right) \right]^2 \right\} \quad (\text{VI.2})$$

onde $D(x) \equiv \exp(-x^2) \int_0^x e^{t^2} dt$ é a integral de Dawson.

Para valores de $|A'|$ até cerca de 0,2 (interações $1p$, $2s-1d$ e $2s-1p-1d$) a distribuição de momentum pouco se altera em relação ao caso livre, enquanto para valores de $|A'|$ da ordem de 1 (interação $2s$) pode-se obter alterações de cerca de 30% em ordenadas da distribuição de momentum.

A função $S(r) = B'(\beta r)^2$, foi analisada nos capítulos IV e V e dá modificações significativas na distribuição de momentum para valores de $|B'|$ da ordem de 1 (interação oscilador harmônico).

Outrossim, o mero fato de a fase $S(r)$ divergir para distâncias crescentes não é fundamental, visto que a parte radial da função de onda a grandes distâncias se anula.

A modificação em $R(r)$, por outra parte, depende do produto $\epsilon \frac{dS(r)}{dr}$ e portanto (além de depender da variação da fase) será tanto maior quanto maior fôr a largura do nível de energia para uma dada interação. Isto significa que se a vida dos estados-furo $1s$ em núcleos de ^{16}O e ^{40}Ca fôsse descrita pela mesma interação imaginária, $R(r)$ se modificaria mais para o ^{40}Ca do que para o ^{16}O . Outrossim, a presença do termo $\frac{dS(r)}{dr}$ na equação que determina $R(r)$ aponta o fato trivial de uma fase de valor grande, mas constante, não alterar a função $R(r)$.

VI.4 - Estados-furo de momentum angular não nulo

O método de aproximação adotado nos capítulos anteriores foi utilizado para o estudo de estados-furo $1s$ que, pela energia de separação apresentada e por serem os estados mais internos do núcleo, são os mais difíceis de observar.

A investigação se ateve a núcleos-alvo das camadas $1p$ e $2s-1d$, embora as equações do sistema (III.25) em nada se alterem

se desejarmos estudar estados-furo $1s$ em núcleos mais pesados. Naturalmente novas interações imaginárias devem ser adotadas neste caso, procurando reproduzir a mistura de densidades de probabilidade de posição das camadas menos ligadas que contribuem para a desintegração do estado-furo. Para estes núcleos, praticamente não se têm resultados experimentais.

O método iterativo, entretanto, pode ser aplicado a qualquer estado de vida finita, generalizando-se a linha de trabalho seguida até aqui para o estudo de estados-furo em camadas menos internas do núcleo, onde o momentum angular orbital pode apresentar valores não nulos. Com efeito, a equação (III.4) ou o sistema (III.24) referem-se a funções de onda de momentum angular qualquer, não havendo conceitualmente nenhuma mudança no método resolutivo ao supor-se $\ell \neq 0$.

O processo computacional usado para resolver o sistema (III.24) pode contudo sofrer modificações com o fito de eliminar-se a divergência motivada pelo potencial centrífugo $\frac{\ell(\ell+1)}{r^2}$ no entorno da origem. Esta alteração afeta apenas a equação (a) do sistema (III.24), enquanto a equação (b) permanece formalmente a mesma que para estados-furo $1s$ modificando-se, entretanto, a função $R_{nl}(r)$ que consta nesta equação.

Contudo, para um determinado par de números quânticos (n, ℓ) , $R_{nl}^0(\vec{r})$ é conhecida e, portanto, $\frac{dR_{nl}^0(\vec{r})}{dr}$ também.

A solução geral dependerá, ademais, das variáveis angulares θ e φ , e as transformadas de Fourier serão modificadas pela presença do termo $Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$. Esta modificação pode conduzir a resultados interessantes para a variação da distribuição de momentum, sendo conveniente examinar em detalhe cada forma de interação.

No caso de estudar-se os estados-furo $1p$ ($n=1$, $\ell=1$) os núcleos-alvo de maior interesse serão os da camada $2s-1d$ (ou

os de camadas seguintes), e parte da análise feita anteriormente pode ser aplicada. Assim sendo, as densidades $2s$ e $2s-1d$ poderão simular a interação imaginária, a primeira delas como caso extremo de correlação central e a segunda como aproximação realística ao processo de preenchimento da vacância através da colisão (e posterior decaimento) de partículas da camada mais externa $2s-1d$. Algumas das condições auxiliares do problema naturalmente mudam, uma vez que o estado-furo se modifica. Como a função de onda $1p$ conduz a uma densidade de probabilidade de posição menor do que a função $1s$ nas cercanias da origem, a interação imaginária $2s$ não a modificará tão sensivelmente; em contraposição a interação mais realística $2s-1d$ terá uma influência um pouco mais marcante do que no anterior caso, de estados-furo $1s$.

Tão logo se adquira uma compreensão mais clara sobre o processo responsável pela absorção dos estados-furo, pode-se também estudar a influência da largura dos níveis de energia sobre a largura das distribuições de momentum para estados-furo $1p$, entre outros.

VI.5 - Comentários finais

Um estudo sobre estados finais de reações diretas foi apresentado⁶⁷⁾, onde se utiliza o formalismo de estados ressonantes. Em tal trabalho ocorrem probabilidades e seções de choque complexas, a parte real das mesmas sendo associada aos resultados de medidas, isto é, a valores esperados, taxas de transição, seções de choque medidas etc.

A inclusão das larguras dos níveis de energia nos cálculos das distribuições angulares, considerado o ^{16}O como núcleo-alvo mostrou, no mencionado trabalho, um alargamento muito pequeno das referidas distribuições. A pequena variação encontrada

é indistinguível do ponto de vista experimental, em concordância com os resultados apresentados nas seções V.6 e V.7.

Os dois tratamentos, entretanto, diferem bastante pois além de ocorrerem na referência citada acima seções de choque e outras grandezas imaginárias, tem ali papel preponderante o comportamento assintótico das soluções para o cálculo das modificações, a largura dos níveis de energia determinando as alterações nas distribuições de momentum. O nosso formalismo, em contraposição, se apóia fundamentalmente no comportamento da função de onda a distâncias finitas para a obtenção das distribuições de momentum. Com efeito, embora seja respeitado o comportamento assintótico no formalismo de estados ligados por nós apresentado, as mesmas características a grandes distâncias podem levar, para interações imaginárias distintas, a autovalores e autofunções muito diferentes. Um exemplo deste fato se obtém comparando o tratamento feito para o estado-furo $1s$ no núcleo de ^{40}Ca usando-se quer a densidade $2s$, quer a densidade $2s-1d$ para representar a interação imaginária. Os resultados obtidos são marcadamente distintos nas duas situações, embora assintoticamente as soluções radiais tenham andamento similar.

Além, para as diversas interações proporcionais às densidades oriundas de funções de oscilador harmônico, o comportamento assintótico de $F(x)$ é sempre o mesmo ($^{3/2}x$), embora as funções $F(x)$ sejam distintas.

Nosso método de resolução parece estar em consonância com um outro processo⁶⁸⁾ para determinação de soluções ligadas de equações com autovalores complexos.

No que concerne ao trabalho aqui desenvolvido, deseja-se chamar a atenção para a flexibilidade do método computacional usado (ver Apêndice) que, sem grandes modificações, pode ser aplicado a situações variadas de absorção, a outros potenciais reais

além do oscilador harmônico e a estados-furo de momenta angulares arbitrários. Registre-se também a vantagem do método iterativo sobre o processo de Rayleigh-Schrödinger no que concerne à melhor convergência do primeiro para o problema em pauta, o que evita a inclusão de um número grande de componentes em aproximações sucessivas nos cálculos feitos, e que seria necessária na teoria de perturbação usual.

A investigação levada a efeito concentrou-se sobretudo na alteração acusada na distribuição de momentum de um estado-furo quando estudado, ora como um estado estacionário, ora como um estado de vida finita como é na realidade. Naturalmente esta alteração, se existir, é reflexo da modificação da função de onda do estado-furo.

Os processos de desintegração estudados incluíram situações limites de interação e interações realísticas. As interações limites causaram modificações significativas das distribuições de momentum adquirindo-se, com sua análise, uma compreensão sobre o intervalo de variação do efeito enfocado.

Assim, a vida média do estado-furo $1s$ no ^{16}O origina uma alteração de 10% (para mais) na largura da distribuição de momentum, quando se recorre a uma interação imaginária do tipo oscilador harmônico. Isto equivale a um aumento da altura do pico da distribuição de posição, de 10%. A mesma interação superficial leva à predição de um aumento de cerca de 45% na largura da distribuição de momentum para estados-furo $1s$ no ^{40}Ca , o que corresponde a um aumento de 68% no pico da distribuição de posição.

Uma interação de caroço central, por sua vez, descreve uma compressão (e deformação) da distribuição de momentum tal que o pico da distribuição de posição se reduz a $1/3$ do valor estacionário.

As duas situações limites dão, então, variações signifi-

cativas e opostas nas distribuições de momentum.

As interações realísticas, porém, conduzem a alterações nas distribuições de posição da ordem de 2 a 3% apenas, quer para o ^{16}O , quer para o ^{40}Ca .

Naturalmente estes resultados pressupõem que \mathcal{E} seja conhecido com suficiente precisão.

A aceitar-se os resultados dos potenciais realísticos, a comparação com as determinações experimentais se torna atualmente prematura.

Isto porque a par dos erros experimentais, que em processos (e,e'p) atingem a 10%, as distorções provocadas por espalhamento múltiplo são estimadas com aproximações que introduzem imprecisões da ordem de 10%. A aproximação de impulso para processos (e,e'p) também conduz a erros de 10% ou mais em algumas geometrias.

Um efeito que modifica as distribuições de momentum de 2 a 3%, portanto, não é observável no momento.

Não se teve, pois, a pretensão de comparar tais resultados com determinações experimentais.

O trabalho ora apresentado consistiu, então, em uma avaliação da influência da largura dos níveis de energia correspondentes a estados-furo nucleares não estacionários, sobre as distribuições de momentum respectivas. Tal avaliação mostrou que a resposta a perguntas sobre a citada influência é fortemente dependente do modelo de interação simulado para originar o processo de decaimento do estado-furo. Dentre deste contexto, apesar de alguns modelos de interação (que parecem satisfatórios) indicarem ser pequena a influência questionada, não se pode ainda assegurar se a distribuição de momentum se altera pouco ou muito e se sua modificação incorre em um alargamento ou em uma compressão quando comparada com a distribuição do problema estacionário.

Considerar os resultados experimentais como guias para decidir sôbre esta ou aquela componente da interação imaginária é prematuro se efeitos de pequena magnitude podem ocorrer.

Contudo, as melhores resoluções de energia previstas para experiências (e, e'p) com a utilização de novas máquinas, poderão permitir nortear-se a escolha do modelo de interação pelos resultados experimentais.

Paralelamente, um estudo acurado do mecanismo de absorção do estado-furo pode lançar luz sôbre quais as interações imaginárias que melhor simulam o processo.

Observe-se que adotamos interações proporcionais às densidades de probabilidades relativas a funções do oscilador harmônico e que ignoramos a presença de têrmos tais como o da interação spin-órbita.

As densidades usadas não são, pois, tão realísticas quanto se desejaria.

Aclarados êstes aspectos do problema, a análise aqui apresentada pode, ao ser feita, responder à pergunta formulada e, sobretudo, pode permitir a interpretação correta dos resultados experimentais.

As perspectivas que se apresentam no momento são bastante animadoras, pois parecem indicar que as interações responsáveis pela vida finita do estado-furo são de molde a pouco influir sôbre as distribuições de momentum, os cálculos de seções de choque que até hoje realizados não precisando pois, aparentemente, ser corrigidos para êste efeito.

APÊNDICE

A.1 - Características gerais do programa computacional

No decorrer do presente trabalho, foi mencionada a utilização do computador IBM 1130 da Universidade Federal do Rio Grande do Sul para resolver a equação de Schrödinger relativa ao estado-furo ligado de vida finita.

Recorreu-se para tanto ao programa 1130 CSMP (1130 Continuous System Modeling Program⁶⁴) que consiste em um método de simulação digital para sistemas contínuos adaptado do programa Pactolus desenvolvido para o computador IBM 1620.

Este programa, por sua simplicidade e por sua flexibilidade permite substituir com vantagem o computador analógico pelo digital, para a resolução de uma série de problemas.

Apresentamos, a seguir, algumas informações sobre o programa adotado com o fito de permitir a reprodução dos dados por nós obtidos e a aplicação do método a outros problemas.

Dadas as equações em estudo (no caso presente as equações do sistema (III.25) ou as equivalentes equações adimensionais apresentadas no capítulo V) traçam-se diagramas em bloco para representá-las.

Cada operação matemática (soma, integração, divisão etc) compreendida nas equações é representada por um elemento gráfico (bloco) no diagrama e também por um símbolo característico. O dia

grama em bloco, além de especificar operações matemáticas mostra a interligação entre os diversos termos da equação.

Traçados os diagramas, estes são traduzidos a conjuntos de especificações que se incorporam ao conteúdo do programa 1130.

O operador pode interferir antes e durante parte da passagem do programa no computador modificando o modelo adotado ou solicitando informações, através dos controles do console.

As especificações do programa são de três classes.

A primeira classe refere-se à configuração do sistema. Neste caso as especificações devem indicar o tipo da operação matemática (isto é, o tipo do bloco), o número do bloco correspondente e as ligações de entrada para o bloco.

A segunda classe refere-se aos parâmetros e condições iniciais associados aos diversos blocos; tais parâmetros são, no máximo, em número de três para cada bloco.

Finalmente a terceira classe de especificações trata das funções especiais que ocorrem (como $\exp(-x^2)$, por exemplo), cujo programa é informado à máquina em linguagem FORTRAN, que é a linguagem fonte do programa.

A.2 - Especificações

Considere-se novamente o sistema de equações (V.20) que acopla duas funções da variável fundamental $X = \beta r$. A variável básica, denominada "tempo" no 1130 CSMP, tem no início da corrida do programa o valor zero.

Para a análise das autofunções e dos autovalores do sistema (V.20), porém, torna-se inconveniente resolver as equações a partir do valor $X = 0$. Realmente, iniciando a resolução do sistema pelo ponto $X = 0$, a componente não ligada da função $\Phi(X)$ que deveria ter coeficiente nulo na solução buscada, começará a

contribuir, uma vez que algumas aproximações estão envolvidas no processo de resolução e que, pois, é impossível assegurar que apenas a solução ligada esteja sendo gerada.

Pode-se, entretanto, considerar como ponto inicial $y=0$ algum ponto Q na região assintótica primitiva de X onde a solução ligada seja conhecida e onde seja possível determinar as condições de contorno da equação. Isto equivale a efetuar uma translação e uma inversão de coordenadas no sistema em estudo.

Não havendo singularidades dentro do intervalo considerado assegura-se, com a transformação acima, a possibilidade de solucionar o problema de autovalores.

A transformação do sistema foi feita tendo em conta a simetria do Hamiltoniano frente à transformação de reflexão $x \rightarrow -x$ e considerando as decorrentes simetrias das funções $\bar{\Phi}(x)$ e $F(x)$.

O programa foi passado parcialmente a partir da origem, também, a fim de determinar o valor de $\bar{\Phi}(x)$ na origem e de permitir ajuste e correção dos valores determinados sob inversão.

As integrações envolvidas no programa foram feitas em um intervalo de integração escolhido tentativamente. Para a determinação das autofunções foi necessário experimentar o intervalo de integração fixando-se-o, ao cabo, no maior valor que preserve a característica do problema de autovalores e que não dá variação maior do que 1% nos valores da função de onda.

O intervalo total de resolução do sistema foi escolhido de modo a ultrapassar o intervalo correspondente ao raio do núcleo-alvo. Os valores adotados asseguram que o intervalo total é cerca de quatro vezes maior do que aquele correspondente ao raio nuclear.

As operações mencionadas para a transformação do sistema modificam as funções a calcular. Efetuando uma transformação de reflexão e uma translação de módulo a , isto é, substituindo a

variável básica x por $y = a - x$, o sistema (V.20) pode ser escrito como

$$\begin{cases} \left\{ \frac{d^2}{dy^2} - [(a-y)^2 - (\alpha + 3) + \varepsilon^2 f^2(y)] \right\} \varphi(y) = 0 & (a) \\ \varphi(y) \frac{df(y)}{dy} + 2 \frac{d\varphi(y)}{dy} f(y) + (Dg(y) - 3) \varphi(y) = 0 & (b) \end{cases} \quad (A.1)$$

sendo

$$f(y) \equiv f(a-x) = F(x), \quad \varphi(y) \equiv \varphi(a-x) = \Phi(x) \quad (A.2)$$

e

$$g(y) \equiv g(a-x) = G(x).$$

Na aproximação de primeira ordem definida no texto, o sistema considerado é

$$\begin{cases} \left\{ \frac{d^2}{dy^2} - [(a-y)^2 - (\alpha + 3) + \varepsilon^2 f^2(y)] \right\} \varphi(y) = 0 & (a) \\ \frac{d\varphi(y)}{dy} - 2f(y) \left[\frac{1}{(a-y)} - (a-y) \right] + (Dg(y) - 3) \varphi(y) = 0 & (b) \end{cases} \quad (A.3)$$

determinando-se D de modo coerente na mesma ordem de aproximação. Note-se que um valor exato para D implicaria em ter-se a relação $\frac{d\varphi^{(0)}(y)}{dy} \frac{1}{\varphi^{(0)}(y)}$ alterada, o que poderia ser simulado tal vez pela modificação do coeficiente da exponencial.

Como $\Phi(x)$ em ordem zero é proporcional a $\exp(-x^2) \cdot x$, poder-se-ia escrever tentativamente

$$\Phi(x) = C \exp(-\lambda x^2) \cdot x, \quad (A.4)$$

o que é equivalente a ter

$$\frac{d\varphi^{(0)}(y)}{dy} \frac{1}{\varphi^{(0)}(y)} = \left[\lambda(a-y) - \frac{1}{(a-y)} \right]. \quad (A.5)$$

A título de ensaio, então, a equação (A.3)(b) foi reescrita como


$$\frac{df(y)}{dy} - 2f(y) \left[\frac{1}{(a-y)} - \lambda(a-y) \right] + (Dg(y) - 3) = 0, \quad (A.6)$$

e o valor de λ foi modificado várias vezes (bloco 33 da figura A.1), mas a melhor escolha para as diversas interações resultou ser $\lambda = 1$, confirmando o processo de determinação do parâmetro D .

Naturalmente se se usar o processo iterativo em ordens maiores, D será redefinido e $\frac{d\psi(y)}{dy} \frac{1}{\psi(y)}$ também se modificará.

O sistema (A.3) é geral, no que concerne à interação imaginária $Dg(y)$ que em cada um dos casos apresentados no capítulo V adota outra forma, especificada convenientemente adiante.

Ao sistema de equações (A.3) pode-se associar o diagrama em bloco apresentado na figura A.1, que segue.

Neste diagrama  representa, em princípio, a interação $Dg(y)$, que será especificada em cada caso. Será necessário, naturalmente, definir uma série de blocos novos em cada situação, estes blocos levando ao bloco 45, por sua vez.

O diagrama da figura A.1 (omitido o bloco 45) está associado ao conjunto de especificações de configurações e parâmetros apresentado nas tabelas A.1 e A.2.

As tabelas apresentadas a seguir reproduzem os dados obtidos em computador, acompanhando muito de perto a grafia própria do programa.

A tabela A.1 consiste na transcrição do diagrama em bloco apresentado, incluindo integradores (I), entre outros elementos operacionais.

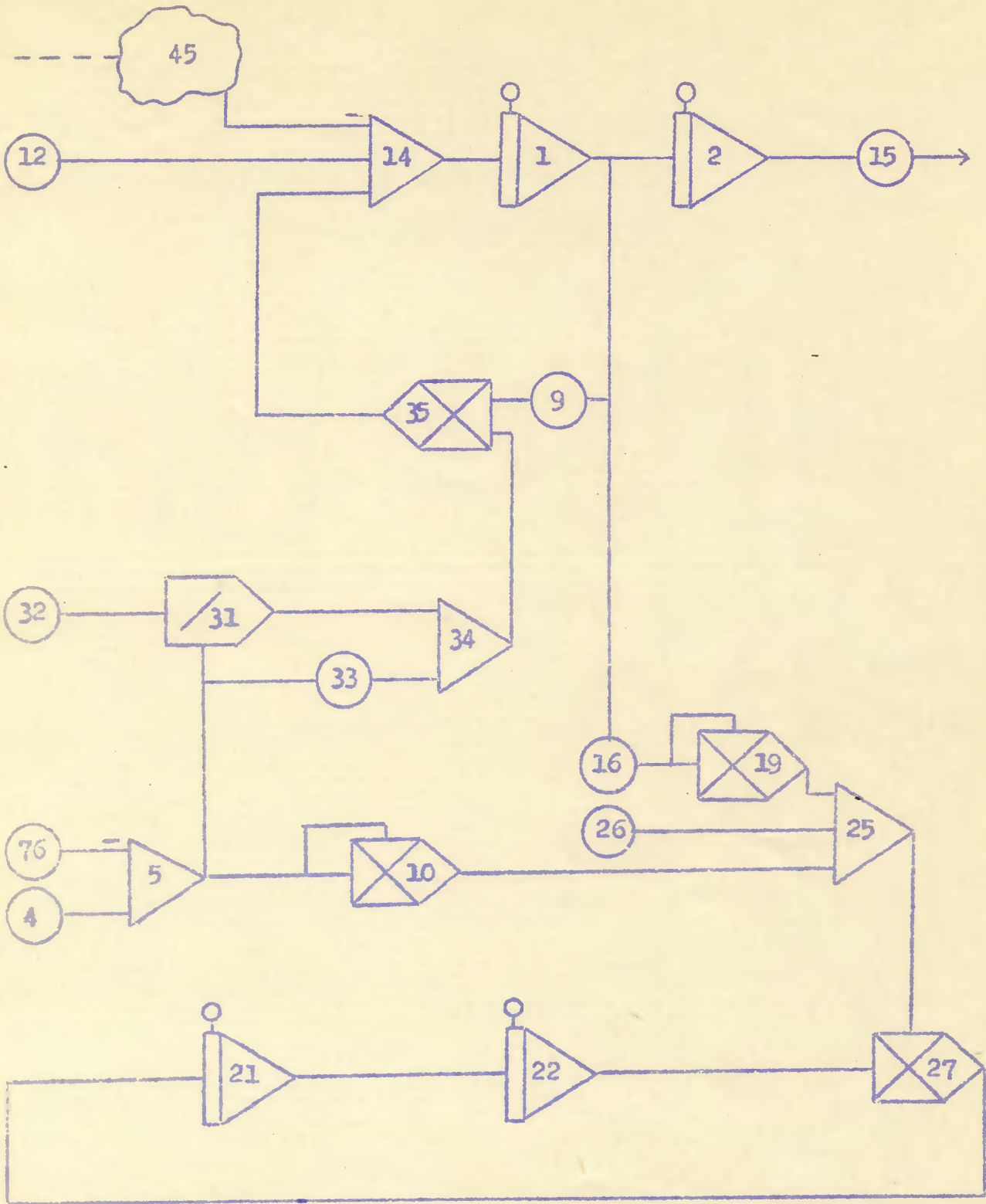


Fig. A.1: Diagrama em bloco para simulação do sistema de equações (A.3), que representa a equação de Schrödinger para estado ligado sob a ação de potencial complexo.

TABELA A.1

Configuração

Bloco	Tipo	Entrada 1	Entrada 2	Entrada 3
1	I	14	0	0
2	I	1	0	0
15	G	2	0	0
16	G	1	0	0
19	X	16	16	0
25	+	19	10	26
5	+	4	-70	0
4	K	0	0	0
10	X	5	5	0
26	K	0	0	0
27	X	22	25	0
21	I	27	0	0
22	K	21	0	0
32	K	0	0	0
31	/	32	5	0
33	G	5	0	0
34	+	31	33	0
35	X	34	9	0
9	G	1	0	0
14	+	12	35	-45
12	K	0	0	0

Na coluna relativa às condições iniciais da tabela A.2 encontram-se indicadas simbolicamente algumas das quantidades envolvidas. Naturalmente isto significa que em cada um dos exemplos estudados deve-se substituir o símbolo registrado na tabela

la, pelo valor numérico correspondente.

Como o programa deve conter números e não símbolos, foram adotados no programa-base os valores usados na seção A.3.

TABELA A.2

Condições iniciais e parâmetros

Bloco	CI/Parâmetro 1	Parâmetro 2	Parâmetro 3
1	$\left(\frac{df(y)}{dy}\right)_{y=0}$	0,0000	0,0000
2	$(f(y))_{y=0}$	0,0000	0,0000
26	$-(\alpha+3)$	0,0000	0,0000
21	$\left(\frac{d^2\varphi(y)}{dy^2}\right)_{y=0}$	0,0000	0,0000
22	$\left(\frac{d\varphi(y)}{dy}\right)_{y=0}$	0,0000	0,0000
12	3,0000 (~ a E ₀)	0,0000	0,0000
15	$-\varepsilon$	0,0000	0,0000
16	ε	0,0000	0,0000
4	a	0,0000	0,0000
32	1,0000	0,0000	0,0000
33	-1,0000 (-λ)	0,0000	0,0000
9	2,0000	0,0000	0,0000

As condições de contorno do problema ("parâmetro 1" dos blocos 1, 2, 21 e 22) são obtidas a partir das soluções assintóticas do sistema, após efetuar-se a inversão e a translação.

Por exemplo, a partir de valores estimados analiticamente para distâncias que são cêrca de 20 vêzes maiores do que as dimensões lineares dos núcleos-alvo (e dos quais alguns valores são os mesmos para interações diferentes), obtêm-se as condições de contôrno no ponto a escolhido como ponto inicial.

A partir dêstes conjuntos de valores, então, que são distintos para as diversas interações, inicia-se o processo computacional.

O bloco 26 também apresenta um valor variável para o "parâmetro 1". Entretanto, o método usado para estabelecer o valor de α é bastante diferente daquele usado para determinar as condições de contôrno. Estas, como se viu, são estabelecidas com o auxílio da solução analítica assintótica do sistema (V.20) enquan to α é determinado tentativamente, e como parte do processo de determinação das autofunções. Com efeito, o problema de espectro discreto sendo muito sensível ao autovalor, pôde-se por ensaios sucessivos obter o valor correto para o parâmetro do bloco 26.

De modo mais explícito, o valor correto das condições i-niciais é necessário para obter-se as soluções buscadas, ao pas-so que o valor correto de α e a autofunção correspondente são determinados simultâneamente.

O bloco 12 apresenta o autovalor reduzido correspondente a E_0 , isto é, um valor fixo, enquanto o bloco 33 contém o pa-râmetro ($-\lambda$) introduzido primitivamente para sofrer variações (ver equação (A.6)), mas fixado finalmente no valor $-\lambda = -1,0000$.

Os blocos 15 e 16 referem-se ao parâmetro adimensional ϵ cujo valor é específico para cada núcleo-alvo e conhecido de an-temão.

Finalmente o bloco 4 compreende o valor do intervalo to-tal de integração que foi escolhido de modo a superar as dimen-sões lineares dos núcleos-alvo estudados e mantido constante.

Os programas usados para as diversas interações mencionadas no trabalho, serão analisadas em detalhe a seguir.

Para obter-se melhor visão de conjunto a tabela A.3 apresenta as seções onde são estudados os diversos processos, bem como as interações imaginárias envolvidas e os valores dos parâmetros de interação em primeira ordem. Os resultados apresentados no capítulo V, decorrentes dos cálculos aqui apontados, referem-se todos à primeira ordem do método iterativo.

Foi também estudada, embora não constem aqui os resultados, a interação proporcional à densidade de probabilidade $1d$.

TABELA A.3

Potenciais imaginários estudados

Seção	Interação imaginária	$G(x)$	$D^{(1)}$
A.3	Caso estacionário	—	0
A.4	Absorção harmônica	$D x^2$	2
A.5	Densidade $2s$	$D \exp(-x^2) \left(1 - \frac{4}{3} x^2 + \frac{4}{9} x^4\right)$	$\frac{72\sqrt{2}}{5}$
A.6	Densidade $1p$	$D \exp(-x^2) \cdot x^2$	$8\sqrt{2}$
A.7	Densidade $2s-1d$	$D \exp(-x^2) \left(1 - \frac{4}{3} x^2 + \frac{4}{9} x^4\right)$	$\frac{24\sqrt{2}}{5}$

A.3 - Estado-furo estacionário

Este caso será apresentado apenas à guisa de comparação entre os valores obtidos pelo programa CSMP e os resultados determinados de forma analítica.

Pode-se adotar dois pontos de vista no que concerne ao estabelecimento do diagrama em bloco e das decorrentes especificações. A primeira atitude consiste em manter o programa específico o mais próximo possível do programa base apresentado na figu-

ra A.1.

Atinge-se este objetivo, por exemplo, com as modificações e inserções constantes das tabelas A.4 e A.5.

TABELA A.4

Configuração

Bloco	Tipo	Entrada 1	Entrada 2	Entrada 3
45	K	0	0	0

TABELA A.5

Condições iniciais e parâmetros

Bloco	CI/Parâmetro 1	Parâmetro 2	Parâmetro 3
45	0,0000	0,0000	0,0000
26	-3,0000	0,0000	0,0000
12	0,0000	0,0000	0,0000

A segunda atitude, mais correta, implica em suprimir todos os blocos que se referem à fase $S(r)$ uma vez que esta não contribui no caso estacionário.

Esta supressão de blocos espúrios, além de acelerar o processo de computação, elimina possíveis fontes de erros.

Optamos, então, por esta segunda possibilidade delimitando os blocos de números 1, 2, 9, 12, 14, 15, 16, 19, 31, 32, 33, 34, 35 e 45 (e modificando, pois, o bloco 25). Isto significa trabalhar apenas com a equação (a) do sistema (V.20).

A supressão de um bloco (de número N) se faz através da especificação constante da tabela A.6, isto é, deixando a coluna

"Tipo" em branco.

TABELA A.6

Configuração

Bloco	Tipo	Entrada 1	Entrada 2	Entrada 3
N				

É preciso também acrescentar o valor do parâmetro α que, conforme indicado na tabela A.5, é zero para a interação real. Este valor se encontra repetido abaixo na tabela A.7 que complementa as modificações implícitas na tabela A.6.

Quanto ao parâmetro ϵ , escolheu-se aqui o valor relativo ao núcleo de ^{16}O . Como os valores calculados em computador concordam perfeitamente com os resultados analíticos, tornou-se desnecessário repetir o cálculo computacional para o ^{40}Ca , ou seja, para outro valor de ϵ .

TABELA A.7

Condições iniciais e parâmetros

Bloco	CI/Parâmetro 1	Parâmetro 2	Parâmetro 3
26	-3,0000	0,0000	0,0000

A.4 - Absorção harmônica

Neste caso, além de determinar $R(r)$, deve-se obter a função $S(r)$ que representa a fase da solução radial. Em relação ao programa base teremos simplesmente as seguintes inserções.

TABELA A.8

Configuração

Bloco	Tipo	Entrada 1	Entrada 2	Entrada 3
45	G	10	0	0

TABELA A.9

Condições iniciais e parâmetros

Bloco	CI/Parâmetro 1	Parâmetro 2	Parâmetro 3
45	2,0000	0,0000	0,0000
26	-3,2020	0,0000	0,0000

Na tabela A.9 consta o valor final atribuído ao "parâmetro 1" do bloco 26. Em realidade este parâmetro é modificado tentativamente até se obter uma solução $\Psi(y)$ (saída do bloco 22) com a propriedade de anular-se no ponto $x=0$, isto é, no ponto $y=a$.

Como neste caso de absorção harmônica se conhece a solução analítica aproximada do sistema, o valor de α é conhecido também. Recorreu-se então a este valor para estabelecer o "parâmetro 1" do bloco 26, tendo-se obtido a solução correta. O cálculo foi feito para o núcleo de ^{16}O , isto é, fixando-se ϵ no valor -0,373.

Chama-se a atenção para o fato de apresentar-se aqui as modificações e inserções feitas nos diversos casos sempre em relação ao programa base. Se se deseja passar dois destes programas em sucessão, deve-se alterar o segundo programa em relação ao primeiro, e não mais em relação ao programa base.

A.5 - Absorção densidade 2s

Para a interação central proporcional à densidade de pro

babilidade da camada 2s inserem-se os blocos da tabela A.10.

TABELA A.10

Configuração

Bloco	Tipo	Entrada 1	Entrada 2	Entrada 3
45	G	3	0	0
3	X	54	6	0
6	1	5	0	0
54	+	51	52	53
51	G	50	0	0
50	X	10	10	0
52	G	10	0	0
53	-	0	0	0

A função especial definida no bloco 5 (tipo 1) é a função $\exp(-x^2)$, seu programa tendo sido comunicado ao computador em linguagem FORTRAN.

TABELA A.11

Condições iniciais e parâmetros

Bloco	CL/Parâmetro 1	Parâmetro 2	Parâmetro 3
45	9,0509	0,0000	0,0000
51	1,0000	0,0000	0,0000
52	-3,0000	0,0000	0,0000
53	2,2500	0,0000	0,0000
26	-4,9530	0,0000	0,0000
15	0,9940	0,0000	0,0000
16	-0,9940	0,0000	0,0000

A interação 2s foi testada para o núcleo de ^{40}Ca , razão porque o valor de ξ foi alterado para $-0,994$.

O "parâmetro 1" do bloco 26 na tabela A.11 após várias tentativas apresenta o valor $-4,953$, o que significa que $\alpha = 1,953$.

Este resultado pode ser comparado com aquêlê correspondente à interação oscilador harmônico, onde $\alpha = 1,230$.

A.6 - Absorção densidade 1p

Sendo o potencial imaginário proporcional a $\exp(-x^2) \cdot x^2$, resultam as seguintes inclusões na configuração e nos parâmetros básicos.

TABELA A.12

Configuração

Bloco	Tipo	Entrada 1	Entrada 2	Entrada 3
45	G	3	0	0
3	X	10	6	0
6	1	5	0	0

A função especial definida no bloco 6 é novamente a função $\exp(-x^2)$.

As observações feitas atrás para o bloco 26 continuam válidas. O núcleo-alvo considerado é o núcleo de ^{16}O .

TABELA A.13

Condições iniciais e parâmetros

Bloco	CI/Parâmetro 1	Parâmetro 2	Parâmetro 3
45	11,3137	0,0000	0,0000
26	-3,0220	0,0000	0,0000

A.7 - Absorção densidade 2s-1d

Neste caso acrescentar-se ao programa básico as mesmas especificações que no caso 2s, no que tange à configuração.

Quanto aos parâmetros, são alterados como segue.

TABELA A.14

Condições iniciais e parâmetros

Bloco	CI/Parâmetro 1	Parâmetro 2	Parâmetro 3
45	4,5254	0,0000	0,0000
51	2,0000	0,0000	0,0000
52	2,0000	0,0000	0,0000
53	1,5000	0,0000	0,0000
26	-3,0555	0,0000	0,0000
15	0,9940	0,0000	0,0000
16	-0,9940	0,0000	0,0000

Esta interação foi usada para o núcleo-alvo de ^{40}Ca como se pode ver na tabela A.14.

Naturalmente em todas as tabelas de condições iniciais e parâmetros deve-se acrescentar o valor do "parâmetro 1" dos blocos 1, 2, 21 e 22 (os parâmetros "2" e "3" valem zero). Estes números se obtêm de condições assintóticas, como já foi discutido.

Para o bloco 22 pareceu-nos mais práticos atribuir um valor aproximado à condição inicial e corrigi-lo após ter passado o programa, com a condição $S(r) = 0$, o que significa deslocar todos os resultados obtidos, de um valor fixo constante.

Outrossim, o valor de a , parâmetro do bloco 4 que caracteriza o intervalo total de integração, foi fixado em 4,0000

para cobrir o valor do diâmetro do núcleo com boa margem.

Para o ^{16}O , o intervalo total de integração atinge uma região de alcance $A \approx 10$ fm, enquanto para o ^{40}Ca , $A \approx 12$ fm.

A.8 - A função especial $\exp(-x^2)$

A incorporação da função especial (tipo 1) $\exp(-x^2)$ ao programa base foi comunicada em linguagem FORTRAN à máquina, da maneira apresentada a seguir.

```
// DUP
DEDELETE          SUB1
// JOB
// FOR
ONE WORD INTEGERS
SUBROUTINE SUB1
REAL REALS(395)
INTEGER INTS(587)
DIMENSION C(76),MTRX2(75)
COMMON REALS, INTS
EQUIVALENCE (INTS(76),MTRX2(1)),(REALS(2),C(1))
EQUIVALENCE (INTS(376),I)
J=MTRX2(I)
CJ=C(J)C(J)
C(I)=EXP(CJ)
RETURN
END
// DUP
STORE          CD  UA  SUB1
// JOB
```


A subrotina em questão consiste essencialmente de duas linhas (as de número 14 e 15), as demais sendo as ligações de pra-xe, contidas no manual.

A.9 - Conclusões

O programa apresentado permite, como foi visto, resolver problemas de autovalores pois apenas para os valores corretos do parâmetro (α) ligado ao autovalor é possível satisfazer as con-dições de contôrno propostas.

Para problemas de autovalores complexos onde as equações podem ser decompostas em sistemas, conforme se viu neste traba-lho, o método resulta muito útil pois sua flexibilidade permite modificar aquêles dados iniciais que porventura representem apro-ximações não muito satisfatórias, acompanhando inclusive a dire-ção correta da modificação.

Este método, pelas características assintóticas das solu-ções, efetua a integração exatamente no sentido oposto ao do mé-todo apresentado na referência 68), embora como aquêles elimine as componentes espúrias das soluções.

A precisão com que o autovalor é determinado é em geral bastante alta para os problemas físicos estudados.

BIBLIOGRAFIA

1. Veja-se, por exemplo:

M.A. Preston, *Physics of the Nucleus*, Addison-Wesley (1962);
Aage Bohr and Ben R. Mottelson, *Nuclear Structure I*, Benjamin
(1969).

2. Maria Goeppert Mayer and J. Hans D. Jensen, *Elementary Theory of
Nuclear Shell Structure*, Wiley (1955).

3. Entre vários outros trabalhos, veja-se o artigo de revisão de
S.A. Moszkowski em *Handbuch der Physik* 39 (1957) 411.

4. M. Matricon, *Compt. Rend.* 206 (1938) 651, 1809;

R. Muthukrishnan and M. Baranger, *Phys. Lett.* 18 (1965) 160.

5. Consulte-se, por exemplo, o trabalho de revisão de

J.P. Elliott and A.M. Lane em *Handbuch der Physik* 39 (1957) 241.

6. Roger D. Woods and David S. Saxon, *Phys. Rev.* 95 (1954) 577.

7. K.A. Brueckner and C.A. Levinson, *Phys. Rev.* 97 (1955) 1344;

K.A. Brueckner, *Phys. Rev.* 97 (1955) 1353;

K.A. Brueckner, *Phys. Rev.* 100 (1955) 36.

8. Veja-se, por exemplo, o artigo seguinte:

L.C. Gomes, J.D. Walecka and V.F. Weisskopf, *Ann. Phys.* 3 (1958)
241.

9. Uma discussão crítica encontra-se em:

Denys H. Wilkinson, *Comments Nucl. and Part. Phys.* 2 (1968) 48, 83.

10. Th.A.J.Maris and Peter Hillman and H.Tyrén, Nucl.Phys. 7 (1958) 1.
11. H.Tyrén, Th.A.J.Maris and P.Hillman, Nuovo Cim. 6 (1957) 1507.
12. H.Tyrén, Peter Hillman and Th.A.J.Maris, Nucl.Phys. 7 (1958) 10.
13. Th.A.J.Maris, Nucl.Phys. 9 (1958) 577.
14. Peter Hillman, H.Tyrén, and Th.A.J.Maris, Phys.Rev.Lett. 5 (1960) 107.
15. Gerhard Jacob, Th.A.J.Maris, Rev.Mod.Phys. 38 (1966) 121.
16. Além da referência 15), veja-se a bibliografia ali indicada, para ter um panorama sobre o assunto até 1966.
17. J.H.E.Mattauch, W.Thiele and A.H.Wapstra, Nucl.Phys. 67 (1965) 1.
18. R.Serber, Phys.Rev. 72 (1947) 1114.
19. Geoffrey F.Chew, Phys.Rev. 80 (1950) 196;
Geoffrey F.Chew and Gian Carlo Wick, Phys.Rev. 85 (1952) 636;
Geoffrey F.Chew and M.L.Goldberger, Phys.Rev. 87 (1952) 778.
20. Experiências de espalhamento quase-livre têm sido realizadas em laboratórios de várias instituições de pesquisa, destacando-se Uppsala (p,2p), Chicago (p,2p), Harwell (p,2p), Orsay (p,2p) e (e,e'p), Harvard (p,2p) e (e,e'p), Stanford (e,e'p), Roma (e,e'p), Berkeley (p,2p) e Liverpool (p,2p).
21. Gerhard Jacob, Tese apresentada ao concurso para provimento da Cátedra de Física Teórica e Física Superior, Faculdade de Filosofia da UFRGS (1964).
22. M.Riou, Rev.Mod.Phys. 37 (1965) 375.
23. Tore Berggren and Helge Tyrén, Ann.Rev.Nucl.Sc. 16 (1966) 153.
24. U.Amaldi, jr., Supp.Nuovo Cim. 5 (1967) 1225.

25. C.Ciofi Degli Atti, Nucl.Phys. A106 (1968) 215.
26. A.M.Green and G.E.Brown, Nucl.Phys. 18 (1960) 1.
27. Charles Ruhla, thèses, Orsay, Série A, n° 139 (1966);
C.Ruhla, M.Arditi, H.Doubre, J.C.Jacmart, M.Liu, R.A.Ricci ,
M.Riou et J.C.Roynette, Nucl.Phys. A95 (1967) 526;
M.Arditi, H.Doubre, M.Riou, D.Royer et C.Ruhla, Nucl. Phys.
A103 (1967) 319.
28. Th.A.J.Maris, Proc.Conf.Direct Interaction Nucl. ReactionMech.
Padua (1962) 31.
29. Victoria E.Herscovitz, Gerhard Jacob and Th.A.J.Maris, Nucl.
Phys. A109 (1968) 478.
30. U.Amaldi jr., Rend. della Scuola Internaz. di Física "Enrico
Fermi", XXXVIII Corso, Academic Press (1967) 284.
31. Gerhard Jacob and Th.A.J.Maris, Nucl.Phys. 31 (1962) 139,152.
32. Tore Berggren, Nucl.Phys. 72 (1965) 337.
33. As primeiras evidências experimentais de tais processos da-
tam de 1952 e foram obtidas em Berkeley, sendo usados prótons
de 340 e de 350 MeV como partículas bombardeantes e deute -
rium, lítio, carbono e oxigênio como núcleos-alvo. Ver para
tanto os seguintes trabalhos:
Owen Chamberlain and Emilio Segrè, Phys.Rev. 87 (1952) 81;
J.B.Cladis, W.N.Hess and B.J.Moyer, Phys.Rev. 87 (1952) 425.
34. V.S.Barashenkov, V.M.Maltsev, Fortschr.Physik 9 (1961) 549.
35. H.G.Pugh, D.L.Hendrie, Marc Chabre, and E.Boschitz, Phys. Rev.
Lett. 14 (1965) 434;
H.G.Pugh, D.L.Hendrie, Marc Chabre and E.Boschitz and I. E.
McCarthy, Phys.Rev. 155 (1967) 1054.
36. K.A.Brueckner, C.A.Levinson and H.M.Mahmoud, Phys.Rev. 95
(1954) 217;

- K.A.Brueckner, Phys.Rev. 96 (1954) 508.
37. Nem sempre os resultados apresentados incluem correlações angulares. É o caso das experiências de partilha de energia encontradas em:
B.Gottschalk and K.Strauch, Phys.Rev. 120 (1960) 1005.
Comentários a este respeito estão contidos na referência 21).
38. H.Tyrén, S.Kullander, O.Sundberg, R.Ramachandran and P.Isacson and T.Berggren, Nucl.Phys. 79 (1966) 321.
39. A.N.James, P.T.Andrews, P.Butler, N.Cohen and B.G.Lowe, Nucl. Phys. A133 (1969) 89;
A.N.James, P.T.Andrews, P.Kirkby and B.G.Lowe, prèpublicação, A 385 MeV Measurement of (p,2p) Cross Section in Medium and Heavy Nuclei, The University of Liverpool (1969).
40. R.J.Griffiths and R.M.Eisberg, Nucl.Phys. 12 (1959) 225.
41. T.Berggren and G.Jacob, Phys.Lett. 1 (1962) 258;
Tore Berggren and Gerhard Jacob, Nucl.Phys. 47 (1963) 481.
42. Comentários de K.A.Brueckner e V.F.Weisskopf em Proc.Intern. Conf.Nucl.Optical Model, Tallahassee (1959) 143.
43. D.R.Inglis, Nucl.Phys. 30 (1962) 1.
44. P.T.Matthews em Lectures on Strong and Electromagnetic Interactions, Brandeis Summer Institute in Theoretical Physics (1963).
45. M.Gell-Mann and M.L.Goldberger, Phys.Rev. 91 (1953) 398.
46. C.Møller, Dan.Mat.Fys.Medd. 23 (1945) nº 1.
47. S.T.Butler, N.Austern, and C.Pearson, Phys.Rev. 112 (1958), 1227.
48. Veja-se, por exemplo:
Albert Messiah, Mécanique Quantique, Dunod (1959).

49. B.A.Lippmann and Julian Schwinger, Phys.Rev. 79 (1950) 469.
50. R.L.Gluckstern and H.A.Bethe, Phys.Rev. 81 (1951) 761.
51. Saul T.Epstein, Phys.Rev. 86 (1952) 836;
Saul T.Epstein, Phys.Rev. 119 (1960) 458.
52. A.Johansson and Y.Sakamoto, Nucl.Phys. 42 (1963) 625.
53. Robert Hofstadter, Ann.Rev.Nucl.Sc. 7 (1957) 231.
54. John Potter, Nucl.Phys. 45 (1963) 33.
55. A.Goldberg, Phys.Rev. 112 (1958) 618.
56. U.Amaldi, Jr., G.Campos Venuti, G.Cortellessa, C.Fronterotta,
A.Reale and P.Salvadori and P.Hillman, Phys.Rev.Lett. 13
(1964) 341;
U.Amaldi Jr., G.Campos Venuti, G.Cortellessa, G.Fronterotta,
A.Reale e P.Salvadori, Accad.Nazl.Lincei, Rend.Classe Sc.Fis.
Mat.Nat., 38 (1965) 499 e 39 (1965) 470;
U.Amaldi Jr., G.Campos Venuti, G.Cortellessa, E. de Sanctis,
S.Frullani, R.Lombard e P.Salvadori, Rend.Classe Sc.Fis.Mat.
Nat., 41 (1966) 494;
U.Amaldi Jr., G.Campos Venuti, G.Cortellessa, E. de Sanctis,
S.Frullani, R.Lombard and P.Salvadori, Phys.Lett. 25B(1967)24.
57. Em Saclay já está operando um acelerador linear de elétrons,
projetando-se usá-lo para experiências (e,e'p)coplanares com
resoluções da ordem de 1,5 MeV, em breve.
Ademais, está em construção no Massachusetts Institute of Tech
nology outro acelerador linear de elétrons, de característi
cas semelhantes, com o qual se espera contar em breve para ex
periências (e,e'p).
58. Robert Herman and Robert Hofstadter, High-Energy Electron
Scattering Tables, Stanford (1960) 62.

59. J.P.Elliott and T.H.R.Skyrme, Proc.Roy.Soc. A232 (1955) 561;
Joseph B.Aviles, Jr., Ann.Phys. 50 (1968) 393.
60. Amos De-Shalit and Igal Talmi, Nuclear Shell Theory, Academic Press (1963).
61. Veja-se, por exemplo:
G.E.Brown, Unified Theory of Nuclear Models, Wiley (1964).
62. Paul Benioff, Nucl.Phys. 26 (1961) 68.
63. V.M.Galitskii and A.B.Migdal, Soviet Physics JETP 34(1958)96.
64. IBM - Application Program H20-0209-1 e H20-0282-1, International Business Machines Corporation (1966);
A.Pedroso, Notas de Curso de Simulação Digital, UFRGS (1968).
65. J.P.Garron, J.C.Jacmart, M.Riou, C.Ruhla, J.Teillac et K. Strauch, Nucl.Phys. 37 (1962) 126;
G.Tibell, O.Sundberg and U.Miklavzic, Phys.Lett. 1 (1962)172;
G.Tibell, O.Sundberg and P.U.Renberg, Arkiv f.Fysik 25(1964) 433.
66. U.Amaldi Jr., G.Campos Venuti, G.Cortellessa, E. de Sanctis, S.Frullani, R.Lombard and P.Salvadori, Phys.Lett. 22 (1966) 593.
67. Tore Berggren, prèpublicação, Metastable Final States in Direct Reactions, Lund Institute of Technology (1969).
68. M.Krell and T.E.O.Ericson, prèpublicação, TH.879, Cern,(1968) (Journal Comp.Phys.).

ERRATA

ESTADOS-FURO DE VIDA CURTA
EM ESPALHAMENTO NUCLEAR QUASE-LIVRE

Victoria Elinecave Herculovitz

Página	Linha	de invés de	Leia-se
Agradecimentos	-10	da	do
Resumo	-9	imaginário	imaginária
7	-10, eq.(I.4)	$-m_{A-1}$	$+m_{A-1}$
12	6	do aquela	do que aquela
16	16	exigência	energia
26	11, eq.(II.7)	$\frac{4\pi^2}{h}$	$= \frac{4\pi^2}{h}$
34	14	$\vec{k}_{el}, \vec{R}_{el}$	$\hbar \vec{k}_{el}, \hbar \vec{R}_{el}$
36	-4	incertezas	resoluções
38	-13	diminui	aumenta
38	-11	aumenta	diminui
43	13	corrigidas resolução	corrigidas para a resolução
43	-4	levada	levado
44	Figura III.1		2s-lá (junto à curva inferior) 1p (junto à curva intermediária) 1s (junto à curva superior)
49	5	da energia	dos parâmetros
51	-8, eq.(III.4)	$-V_i(r)$	$-iV_i(r)$
58	8	$\Psi(\vec{r})$	$\Psi(\vec{r})$
63	7, eq.(III.24)(a)	$1 \frac{2m}{h^2}$	$+ \frac{2m}{h^2}$
64	-6, eq.(IV.1)	$R(r')$	$R_{nl}(r')$
66	11	$R_{nl}^{(0)}(r)$	$R_{nl}^0(r)$
70	-7	$\Psi_{1s}(r)$	$\Psi_{1s}^0(r)$
73	-1	$\frac{1}{\pi^{3/2} h}$	$\frac{1}{\pi^{3/2} h^3}$

Página	Linha	De invés de	Leia-se
92	15	$\Delta l=0$	$(\Delta l=0)$
95	2 e 5, Tabela V.2	β^2	$\beta^2/2$
102	10	$\frac{\hbar\omega}{2}$	$\frac{\hbar\omega}{2}$ (convertidas a MeV)
110	1	$\alpha_3 = 0,022$	$(\alpha_3 = 0,022)$
116	Figura V.1	β	$\beta/\sqrt{2}$
117	Figura V.2	β	$\beta/\sqrt{2}$
119	Figura V.4	β	$\beta/\sqrt{2}$
121	Figura V.6	β	$\beta/\sqrt{2}$
122	Figura V.7	β	$\beta/\sqrt{2}$
130	-2, eq. (VI.2)	$\frac{h(\hbar k)}{h^0(\hbar k^0)}$	$\frac{h(\hbar\beta\bar{y})}{h^0(\hbar\beta\bar{y})}$
140	-5	quatro	2,5
153	10, Tabela A.14	2,0000	-2,0000
153	-6	práticos	prático
154	3	$A \approx 10$ fm	$A \approx 7$ fm
154	3	$A \approx 12$ fm	$A \approx 8,5$ fm

Não estão incluídas na relação acima incorreções nas notações léxicas como em apoio, módelos, contornos, pólo, erros, estados-furo e partícula livre.

Não estão também incluídos erros de pontuação.