UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICAS: TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Marisa Ferraz da Silva

A FUNÇÃO AFIM E SUAS APLICAÇÕES

Jaguarão
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICAS:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Marisa Ferraz da Silva

A FUNÇÃO AFIM E SUAS APLICAÇÕES

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora:
Profª Dra. Maria CristinaVarriale.

Jaguarão
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

A FUNÇÃO AFIM E SUAS APLICAÇÕES

Marisa Ferraz da Silva

Comissão examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso.

“Matemática”

“O aluno aprende significativamente Matemática, quando consegue atribuir sentido e significado às ideias matemáticas – mesmo aquelas mais puras (isto é, abstraídas de uma realidade mais concreta) – e, sobre elas, é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.”

Dario Fiorentini.

Dedico este trabalho aos meus pais,
a minha filha Luciana, meu neto
João Pedro e meu genro Raufi.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho seria impossível sem a colaboração de algumas pessoas e instituições que, de diversas formas, deram sua contribuição em diferentes etapas. Destas, manifesto um agradecimento especial.

A Deus, por permitir a realização deste projeto.

Aos meus pais pelo carinho e incentivo constantes nos momentos difíceis.

À minha filha, meu neto e meu genro pelo companheirismo, pela paciência e compreensão da minha ausência.

Aos funcionários e professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEnsimat) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Aos tutores, em especial ao professor Mestre Diego Eduardo Lieban, pelas valiosas sugestões que contribuíram para a melhoria no início deste trabalho.

À professora Dra. Maria Cristina Varriale pelo incansável trabalho de orientação constante, sempre muito atenciosa.

À escola que permitiu a realização das atividades.

Aos alunos que participaram das atividades, pela sua colaboração.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Nosso objetivo é iniciar um estudo que contribua para o desenvolvimento da capacidade de expressar algébrica e graficamente a dependência entre duas variáveis de uma função afim e reconhecer que seu gráfico é uma reta, relacionando os coeficientes da equação da reta com o gráfico. Na sequência didática que propomos, utilizaremos, primeiramente, um vídeo que contém uma situação comum no cotidiano para motivar o aluno na introdução de função afim. Buscamos, também, incentivar o uso do software Geogebra para o ensino de funções afim.

Palavras-chave: Função afim. Representação gráfica. Geogebra.

ABSTRACT

Our goal is to initiate a study to contribute to the development of the ability to express algebraic and graphically the dependency between two variables of an affine function and recognize that its graph is a straight line, relating the coefficients of the equation of the straight line with the graph. Following the didactic we propose, we will use, first, a video containing a situation common in everyday life to motivate the student to introduce affine function. We also encourage the use of the software Geogebra for teaching affine functions.

Keywords: Affine function. Graphical representation. Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A construção do conceito de função é um processo demorado e o nível de compreensão varia de aluno para aluno. Acreditamos que o contato dos alunos com as funções deva iniciar-se pela compreensão do significado e pela percepção da interdependência entre duas grandezas (quando uma grandeza varia, a outra varia também segundo uma lei). No caso da função afim, essa variação mantém uma proporcionalidade, ou seja, se as grandezas são diretamente proporcionais, a razão entre elas é constante.

Na sequência didática proposta, a qual será aplicada com alunos de 8ª série (EJA) do Ensino Fundamental, usaremos, inicialmente, a apresentação de um vídeo motivador composto de algumas situações do dia a dia, para a introdução de função afim.

Procuraremos partir de situações-problema concretas e próximas da realidade dos alunos. Com os exercícios propostos, os alunos chegarão à conclusão de que os gráficos da função do primeiro grau são sempre retas e também poderão fazer uso do software dinâmico GeoGebra para construir estes gráficos e verificar as situações apresentadas.

A estruturação deste trabalho apresenta, no capítulo 2, a abordagem tradicional quanto ao ensino de função, a análise de alguns livros didáticos e as dificuldades de aprendizagem identificadas.

Nos capítulos seguintes, delimitamos a nossa seqüência didática, descrevendo o processo de aplicação, as atividades desenvolvidas, e sua fundamentação.

A metodologia de pesquisa utilizada será a da Engenharia Didática.

2 A ABORDAGEM USUAL DE FUNÇÃO AFIM

A abordagem tradicional do tema funções, geralmente utilizada, apresenta os conceitos, passando em seguida à resolução de exercícios, exigindo apenas a repetição de procedimentos. Chegamos a esta conclusão, após conversarmos com colegas que também lecionam o tema função afim e também pela nossa própria experiência em sala de aula. Em geral, o aluno espera o professor determinar o que e como fazer as atividades propostas, através da apresentação de exemplos com aplicação de fórmulas. Esta tarefa acaba tornando-se cansativa para ele, que nem sempre consegue entender qual a finalidade da tarefa, além da pouca participação, sem nenhuma criatividade, limitando-se a repetir os procedimentos.

2.1 Análise de alguns livros didáticos

O gráfico de uma função afim é sempre uma reta não-vertical. Apenas dois pontos são necessários para a construção do gráfico; O ponto em que a reta intercepta o eixo Ox tem como abscissa o valor do zero da função. O termo constante b, chamado coeficiente linear, é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy; O coeficiente a, chamado coeficiente angular, está relacionado à inclinação da reta em relação ao eixo Ox. Quanto maior o valor absoluto de a, mais a reta se afasta da posição horizontal.

O fato de muitos livros didáticos apresentarem primeiro as funções na sua forma algébrica e depois o seu gráfico, sem fazer o caminho inverso, constitui um obstáculo para a aprendizagem na resolução de problemas que partem da situação inversa, ou seja, do quadro geométrico para o algébrico. Além disso, o aluno não percebe a necessidade de se trabalhar no quadro geométrico.

Quando o aluno tem que resolver algum exercício em que aparecem várias funções, de uma só vez, ele começa a fazer confusão.

Este fato pode provocar um obstáculo à aprendizagem, pois os autores de livros, em sua maioria, usam x para variável independente e y para variável dependente. Caso sejam usadas outras letras que não estas, muitos alunos não sabem identificar à qual variável devem atribuir valores (variável independente) para fazer a tabela e o gráfico correspondente à função dada.

Apresentaremos, a seguir, a análise de três livros didáticos.

O primeiro deles, “Matemática em atividades” (Scipione, 2002), apresenta os conceitos identificando termos e expressões com significados objetivos no contexto matemático, mas no estudo de tais conceitos explica os termos através de um exemplo resolvido e exercícios repetitivos, mudando apenas as variáveis envolvidas. Percebe-se que o autor primeiro apresenta as representações algébricas e tabelas, para depois apresentar os seus respectivos gráficos.

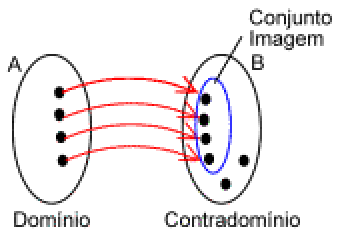
O autor começa a desenvolver o tema através das “Relações”, com exemplos, utilizando diagramas de flechas (esquema de flechas entre dois conjuntos), mostrando o “conjunto de partida” e o “conjunto de chegada”, justamente quando se definem domínio e imagem da relação. Depois disso, a definição de “função” é apresentada. Veja a seguir:

“ Chama-se função do 1º grau, toda a função de R em R cuja lei é definida pela expressão ax + b, em que a e b são coeficientes reais com a≠0. Indica-se: f: R →R; x → y = ax + b (a ≠ 0)”. (p. 109). Exemplo:

Dados dois conjuntos A e B, denomina-se função de A em B toda relação que a cada elemento de A associa um único elemento de B.

X → variável independente → DOMÍNIO

Y → variável dependente → IMAGEM



Empregando a linguagem das funções:

* O conjunto A é o domínio da função.

* O conjunto B é o contradomínio da função.

* O elemento y de B, associado ao elemento x de A, é denominado imagem de x. (p. 107).

De acordo com esta definição não fica clara a noção de dependência, de variável dependente e de variável independente. Depois do conceito de função, é apresentado o conceito de domínio, conjunto-imagem e contradomínio. Logo após, apresenta-se a forma algébrica, constrói-se a tabela correspondente e com os dados da tabela faz-se o gráfico de cada função no sistema cartesiano.

A notação de função, vista desta forma, pode criar um obstáculo que aparece nas limitações do aluno no desenvolvimento do conceito de função. Este obstáculo pode fazer com que o aluno não compreenda o conceito de função.

Os outros dois livros analisados introduzem a noção de função partindo de uma situação- problema e só depois, então, formaliza o conceito. Em nossa opinião, apresentam problemas interessantes, que desafiam o aluno a refletir, a levantar hipóteses, a procurar caminhos para solucioná-los, ou seja, contextualiza e apresenta variáveis interdependentes, fazendo com que o aluno compreenda o conceito de função. Apresentamos, abaixo, um exemplo de problema contextualizado, retirado do livro de Bonjorno (2006) (p.84, exercício n.3, 8ª série):

"Numa corrida de táxi é cobrada uma taxa fixa de R$ 3,00 e mais R$ 2,50 por quilômetro rodado. Pergunta-se:

a) Se um passageiro percorrer 10 Km no táxi, qual o valor a pagar? E 15 Km?
b) Se um passageiro pagou R$ 23,00 numa corrida, qual a distância percorrida pelo táxi?
c) Que fórmula matemática relaciona o valor a pagar y com a quilometragem percorrida x?

Resolução:

Quilometragem (x em Km)	Valor a pagar (y em reais)
0	3
1	3 + 2,50 . 1 = 5,50
2	3 +2,50 . 2 =8,00
3	3 + 2,50 . 3 =10,50
10	3 + 2,50 . 10 = 28,00
15	3 + 2,50 . 15 = 40,50
x	3 + 2,50 . x

a) Para x = 10 Km, temos y = 28 reais. Logo, o passageiro pagará R$ 28,00. Para x = 15 Km, temos y = 40,50 reais. Nesse caso, o passageiro pagará R$ 40,50.

b) Temos y = 23,00 e devemos encontrar o valor de x. Vamos, então resolver a equação: 3 + 2,50 . x = 23,00 → 3 + 2,5x =23 → 2,5x + 23 – 3
2,5x = 20 → x = 20/2,5 → x = 8
Portanto, o táxi percorreu 8 quilômetros.

c) Da tabela, obtemos a função procurada y = 3 + 2,5x, em que y é o preço a pagar em reais, e x é a distância percorrida em quilômetros.

No segundo livro, “Matemática fazendo a diferença” (Bonjorno, 2006) e no terceiro, “Pensar e descobrir” (2005), aparece o uso frequente de verbos no gerúndio tais como “resolvendo problemas”, “entendendo a definição”. Isso nos leva a crer que o uso do gerúndio pretende dar um sentido dinâmico às atividades de ensino e de aprendizagem, mostrando que a aprendizagem não é um fenômeno estático. Percebemos que os autores estão mais preocupados em associar o conteúdo com a realidade cotidiana do aluno, lançando desafios a fim de obter mais motivação. Mostramos, a seguir, o exemplo citado por Bonjorno (2006) (p.203, exercício n. 2, 6ª série):

Em uma quitanda, há o seguinte cartaz:

BATATA:

1 Kg ----------------------- R$ 3,80

3 Kg ----------------------- R$ 9,60

5 Kg ----------------------- R$ 15,00

a) Verifique se o preço total a pagar é diretamente proporcional “peso”. Justifique sua resposta.

b) O comerciante, ao fixar esses preços está dando desconto para quem compra mais? Justifique sua resposta.

Os livros analisados também mostram uma expansão do uso de recursos visuais por meio de imagens coloridas com a inserção dos recursos proporcionados pela tecnologia (computador), como as figuras que aparecem desenhadas neles, para motivar o aluno.

2.2 Dificuldades de aprendizagem

As principais dificuldades dos alunos, conforme pudemos constatar através da nossa experiência em sala de aula encontra-se, não no cálculo dos elementos da construção, mas na compreensão da representação desses elementos no sistema de representação cartesiana. Ou seja, conseguem resolver a equação, mas confundem-se para fazer os gráficos. Eles têm dificuldade na conversão para a linguagem algébrica ou simbólica e representação gráfica, confundindo equação com função.

Ler um problema e interpretar seus dados, talvez seja a maior dificuldade encontrada pelos alunos, ou seja, a transposição dos problemas da linguagem escrita para a linguagem algébrica. Determinar o domínio da função, fazer a representação gráfica, fazer a análise dos gráficos e encontrar a lei de correspondência, são outras dificuldades observadas.

Os alunos não estão habituados a relacionar diferentes representações de função, sobretudo as representações gráficas e algébricas, confundindo-se em identificar se uma grandeza é direta ou inversamente proporcional, e também na elaboração de gráficos.

Ao analisarmos algumas pesquisas anteriores, percebemos que a maioria delas a respeito de função está relacionada ao uso de recursos tecnológicos e a questões didáticas, revelando preocupação dos pesquisadores quanto à aprendizagem desse conteúdo.

Schwarz (1995) destaca que, em questões relativas a representações gráficas e algébricas de funções, a concepção do aluno permanece em um estágio operacional, ou seja, o aluno apresenta apenas uma noção sobre função concebida em um processo calculatório. De acordo com o autor, os alunos não estão habituados a relacionar diferentes representações de função, pois não adquiriram habilidade de articular, sobretudo, as representações gráficas e algébricas.

Oliveira (1997) elaborou uma sequência didática para o ensino e aprendizagem do conceito de função, com o intuito de favorecer a compreensão das noções de correspondência, dependência e variação, apoiadas em situações-problema, visando o avanço das concepções dos alunos sobre o conceito de função.

A autora (Oliveira,1997), constatou que os estudantes encontravam grandes dificuldades quanto à conversão dos problemas dados em língua materna, para a linguagem algébrica ou simbólica e representação gráfica, confundiam equação com função e não reconheciam funções constantes, como já mostrou Schwarz (1995).

3 RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM

Os recursos utilizados são o vídeo e o software Geogebra, que servirão, respectivamente, para motivar e representar os gráficos das atividades desenvolvidas.

A ideia de inovação desta prática em sala de aula envolve mudança de postura por parte do professor. A aprendizagem deve ser significativa e desafiadora para mobilizar o aluno a buscar soluções possíveis.

3.1 O uso do vídeo sensibilizador

O uso do vídeo é interessante para introduzir um novo assunto, para despertar a curiosidade, a motivação para novos temas. Isso facilita o desejo de pesquisa nos alunos para aprofundar o assunto do vídeo.

José Manuel Moran (2003) em seu artigo, justifica o uso de vídeos na escola como forma de sensibilização para assuntos novos e para despertar o interesse e a curiosidade dos alunos, em relação a novos temas propostos, de forma direta ou indiretamente, permitindo abordagens múltiplas e interdisciplinares, fazendo com que o aluno tenha possibilidade de interagir com realidades que, antes pareciam distantes, bem próximas dele, facilitando o aprofundamento do tema e sua interpretação.

O vídeo permite diversos usos, dentre eles a sensibilização, permitindo a introdução de um novo assunto, para despertar a curiosidade, dinamizando o ensino.

Dessa forma, é uma tecnologia educacional que pode ser integrada na prática pedagógica, não só para despertar o interesse dos alunos para algum tema ou conteúdo, mas para desenvolver a capacidade de questionamentos e crítica da realidade.

Usaremos em nossa proposta didática, como motivação o vídeo “Matemática na Vida” (disponível em www.mec.gov.br/vídeo: TV Escola: *Matemática na Vida: proporção direta e inversa*), cujo autor é Brasil. Ministério da Educação (MEC), que trata de uma situação contextualizada sobre velocidade e tempo para a introdução de função afim.

3.2 O uso do Geogebra

O uso do computador é tido como uma ferramenta de auxílio ao processo de ensino-aprendizado, como vemos em Magina (2000):

> *Ao pensarmos no computador como ferramenta para auxiliar no ensino, mais especificamente no ensino - aprendizagem de Matemática, na verdade estamos nos referindo aos aplicativos que usamos com a finalidadede nos ajudar no processo de ensino- aprendizagem da disciplina. (MAGINA 2000.p.43).*

Miskulin (1999) considera que os ambientes computacionais são extremamente úteis e importantes para a exploração e construção de conceitos, porém deve-se ressaltar que os resultados obtidos dependem muito da intervenção do professor no processo ensino-aprendizagem.

Existem programas de computador (softwares) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos. Os programas apresentam recursos que provocam o "pensar matemático", ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, criam estratégias para resolver problemas. (BRASIL, 2006)

O uso de programas computacionais para o ensino de matemática, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), permite aos estudantes não apenas estudar temas tradicionais de maneira nova, mas também explorar temas novos.

Em Ávila *et al* (2007), a utilização de programas matemáticos como ferramentas no ensino de matemática, favorecem os processos indutivos e a visualização de conceitos; permitem comparar, verificar, supor e contestar hipóteses; servem como elemento de motivação e facilitam a compreensão e aprendizagem dos conteúdos.

O nosso trabalho de pesquisa se enquadra perfeitamente nas considerações já feitas por outros pesquisadores em relação aos recursos computacionais, no estudo da função afim.

Utilizaremos em nosso trabalho um programa muito interessante de Geometria Dinâmica que é o Geogebra. O software Geogebra foi escolhido por ser gratuito (disponível em www.Geogebra.org) e por possuir ferramentas de fácil manuseio, permitindo manipular as construções mais comuns e os elementos básicos da geometria: pontos, segmentos, retas, levando os alunos a experimentar, interpretar, visualizar e demonstrar as suas produções. É uma ferramenta didática e interativa para o ensino-aprendizagem da matemática e reúne recursos da geometria, do cálculo e da álgebra. Quando se trabalha no Geogebra, depois de feita uma construção geométrica, como um retângulo, por exemplo, pode-se aplicar movimento a seus elementos, sendo preservadas as propriedades impostas à figura, sem deformá-la. Os recursos disponibilizados no Geogebra facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender, por exemplo, o conceito de função e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação mediante investigação, pois as produções aparecem na janela de álgebra à medida que vão sendo feitas.

Deste modo, espera-se que o aluno adquira um conhecimento significativo e analise de forma crítica as informações que o rodeiam, isto é, que é possível o “fazer matemática” em situações diárias ou mesmo figuras, desde que se tenha um conhecimento das operações envolvidas. Com o uso do software Geogebra, ele poderá visualizar a aplicabilidade das operações matemáticas na função, como, por exemplo, o perímetro de uma figura geométrica em relação à medida do lado, o que pode ser verificado nas atividades sugeridas. E poderá analisar gráficos que aparecem nas diversas situações do dia a dia, evidenciados através dos problemas dados, como, por exemplo, o tempo de acesso à Internet em relação ao valor a ser pago, como veremos mais adiante, nas atividades propostas.

4 A ENGENHARIA DIDÁTICA COMO METODOLOGIA DE PESQUISA

Em nossa proposta, faremos a utilização da Engenharia Didática, que é uma metodologia de pesquisa que se baseia nas ações didáticas em sala de aula. A Engenharia Didática tem uma característica bastante particular que é a maneira de organizar os procedimentos metodológicos dentro da pesquisa em Didática da Matemática. O fato curioso é que ela trata de aspectos teóricos e experimentais fazendo uma relação entre a teoria e a prática, ou seja, uma união bastante rica entre a pesquisa e a prática educativa.

4.1 Fundamentação teórica

A Engenharia Didática é uma metodologia que trata da concepção tanto teórica como experimental da pesquisa.

Oliveira (2006), em sua dissertação de mestrado, define Engenharia Didática através da citação de Artigue (1988, p. 3): “A Engenharia Didática, encarada como metodologia de pesquisa, caracteriza-se por um esquema experimental baseado nas realizações didáticas em sala de aula, em quatro etapas: a concepção, a realização, a observação e a análise da sequência de ensino”.

Ela é composta de diferentes fases ou etapas. A primeira etapa é a concepção da ideia. Ela se apoia em um referencial teórico já adquirido e analisa como se encaminha aquele conhecimento no aluno, como se dá o ensino atual em relação àquele domínio, as dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução. No nosso caso, esta pesquisa foi fundamentada, principalmente, na dissertação de mestrado de Scano (2009), que tem o foco no estudo de função, e outros autores, que citaremos abaixo.

A segunda etapa é a da realização ou experimentação, nas quais o pesquisador definirá as variáveis que serão utilizadas. Esta etapa é composta de uma parte descritiva e outra preditiva, onde o comportamento esperado do aluno é o principal da análise.

A terceira etapa é a da observação, que é a aplicação da sequência didática com certa população de alunos e os registros de observações realizadas durante a mesma.

A quarta e última etapa é a da análise das situações didáticas, ou seja, é a validação da proposta que se apoia no conjunto de dados recolhidos quando da experimentação, mas também nas produções dos alunos em sala de aula.

O ensino de funções, identificado na terceira etapa, como a aplicação da sequência didática, mencionado posteriormente por nós no terceiro momento do trabalho, pode ser estimulado através de aplicações em várias áreas do cotidiano e nas mais diversas profissões. A partir destas aplicações, podemos desenvolver a análise da interdependência entre duas grandezas, se são direta ou inversamente proporcionais, ou não são proporcionais, de modo a preparar o aluno para a etapa seguinte de escolaridade, ou seja, para o Ensino Médio.

De acordo com Dante (2005):

> *"O enfoque dado às funções é o que aparece na Matemática, nas ciências em geral e no dia a dia da vida real: mediante fórmula tabelas e gráficos...*
> *Dessa forma, o conceito de função assume um papel relevante entre os vários campos da Matemática".*

Como as funções constituem a linguagem pela qual os fenômenos das ciências naturais e sociais são expressos, a interdisciplinaridade se faz presente de modo marcante, pressuposto este também evidenciado na Engenharia Didática.

Para Fiorentini & Lorenzato (2006), a Educação Matemática é uma área que engloba inúmeros saberes, em muitas situações que se confundem ou interdependem, como acontece na Engenharia Didática, de forma a envolver relações entre o ensino, a aprendizagem e o conhecimento matemático.

Esta é uma posição essencial na construção histórica do objeto matemático, na qual um dos objetivos da disciplina Matemática é transpor, para a prática docente, o objeto matemático construído historicamente e possibilitar ao estudante ser um conhecedor desse objeto.

.

4.2 Projeto pedagógico de ensino

O Plano de Ensino terá como enfoque o conteúdo de Função Afim e suas Aplicações e será realizado com a 8ª série do Ensino Fundamental (EJA), numa escola da rede estadual de Jaguarão, RS, com 25 alunos, no período de 08/06/10 a 16/06/10, num total de 8 horas-aula.

O objetivo deste trabalho é fazer com que o aluno desenvolva a capacidade de identificar a interdependência entre duas grandezas e de representar graficamente em um sistema de coordenadas cartesianas bem como de analisar, representar e identificar uma função afim. Num primeiro momento faremos a exposição do trabalho com questionamentos acerca do conhecimento dos alunos em relação ao tema proposto e considerações através de atividades escritas. Após, apresentaremos um vídeo intitulado "Matemática na Vida" (disponível em www.mec.gov.br/vídeo TV Escola: *Matemática na Vida: proporção direta e inversa*), cujo tema do vídeo está relacionado à proporção direta e inversa, onde aparecem situações cotidianas, como comprar tomates na feira, que podem ser problematizadas através de função e que servirá como motivação para o estudo introdutório da função afim. Esta interação dos alunos com a realidade os levará a verificar que a Matemática pode ser aplicada em diversas situações.

No segundo momento, os alunos vão interagir com o aplicativo Geogebra (disponível em www.Geogebra.org), para se familiarizarem com as funções do mesmo, principalmente com aquelas que serão usadas para a resolução das questões propostas, identificando a interdependência de variáveis.

No terceiro momento, vamos propor questões-problemas onde as funções são representadas por equações matemáticas envolvendo o perímetro e a área de figuras geométricas, como o triângulo e o retângulo, e a elaboração do gráfico correspondente às operações relacionadas a essas figuras.

No quarto momento, aplicaremos os conhecimentos adquiridos a situações-problema contextualizadas, ou seja, a situações que acontecem com frequência na vida cotidiana que podem ser traduzidas para a linguagem de função afim.

4.3 Hipóteses

* Pressupõe-se que o aluno assista ao vídeo com interesse e atenção para responder às questões propostas.

* Pressupõe-se que o aluno já tenha domínio sobre as operações básicas e saiba resolver equações do 1º grau, embora precise fazer uma revisão para lembrar.

* Pressupõe-se que o aluno aprenda a interagir com os comandos do aplicativo Geogebra, em especial com aqueles relacionados a conteúdos de perímetro e área de figuras geométricas, na elaboração do gráfico correspondente às operações relacionadas a essas figuras.

* Pressupõe-se que o aluno consiga aplicar o conhecimento, já adquirido, anteriormente, sobre equações, em situações-problema e identifique a aplicabilidade das funções e suas variáveis.

4.4 Atividades e estratégias de ensino

TABELA 1: PLANEJAMENTO DAS AÇÕES (Tempo estimado: 8 horas/aula)

DATA	OBJETIVOS	AÇÕES	RECURSOS
- 08/06/10 - 2h/aula	_ Expor sobre o trabalho que será desenvolvido. _ Comentar sobre o conteúdo do vídeo.	- Exposição do trabalho e questionamentos sobre os conhecimentos dos alunos em relação ao tema proposto. - Atividades escritas.	- TV. - Vídeo.
- 09/06/10 - 2h/aula	- Analisar uma função do 1º grau, identificando a interdependência entre as variáveis.	- Análise de uma função do 1º grau. - Verificação da relação entre as variáveis.	-Software Geogebra. - Exercícios.
- 15/06/10 - 2h/aula	- Representar funções através de equações com perímetro e área. - Elaborar gráficos.	- Funções a partir de equações com perímetro e área. - Gráficos.	- Material escrito. - Geogebra.
- 16/06/10. - 2h/aula.	- Resolver problemas contextualizados. - Elaborar tabelas e gráficos.	- Aplicação de situações-problema com elementos do dia-a-dia. - Tabelas e gráficos.	- Software Geogebra. - Material escrito.

Na primeira etapa de nossa sequência didática, antes da apresentação do vídeo, expusemos aos alunos o propósito de assistirmos ao vídeo, de maneira informal, sem nos aprofundarmos muito no tema, a fim de aguçar a curiosidade. Após a apresentação do vídeo, todos estavam agitados querendo saber como iríamos desenvolver a tarefa. Comentamos sobre o vídeo, por alguns minutos, e então, propusemos algumas atividades:

Os alunos já tinham uma noção sobre o que era função, pois haviam estudado função linear.

Atividade 1

Responder as seguintes questões:

a) É possível traduzir em linguagem matemática as situações apresentadas no vídeo?

....

b) O que é uma função?

....

d) Elaborar uma equação matemática, identificando a variável dependente e a variável independente na situação velocidade/tempo apresentada no vídeo.

....

No livro analisado “Matemática Fazendo a Diferença”, por exemplo, os autores sugerem o seguinte estudo da função afim: “toda relação é uma função, se para todo elemento x existir um único y correspondente” (o estudo da função afim já havia sido introduzido anteriormente, ou seja, os alunos já tinham conhecimento de domínio, contradomínio e função linear).

A função afim é definida por: **f(x) = ax + b** onde**:**

a = coeficiente angular

b = coeficiente linear

x = variável independente

y = variável dependente.

Toda função afim tem como gráfico uma **reta** que corta o **eixo vertical (y)** no ponto onde **y = b** e no **eixo horizontal (x)** no valor da **raiz** da função, não passando pela origem do plano cartesiano, com a, b pertencendo ao conjunto dos números reais (R)**. E, se b for igual a zero, a função será linear.**

Ex.: y = x +1

Raiz de uma função é o valor que o x deve assumir para zerar a função (conforme o livro analisado "Matemática Fazendo a Diferença"). É o valor onde o gráfico corta o eixo horizontal.

Ex.: f(x) = 2x – 4

2x – 4 = 0

x = 4/2

x = 2 → raiz da função

O gráfico da função será **crescente se a > 0** (à medida que o valor de x aumenta o valor de y aumenta) e será **decrescente se a < 0** (o valor de x aumenta e o valor de y diminui). Essa definição consta do livro citado anteriormente.

Gráfico

O gráfico de uma função afim, $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma reta oblíqua aos eixos O*x* e O*y*.

Exemplo:

Vamos construir o gráfico da função $y = 3x - 1$:

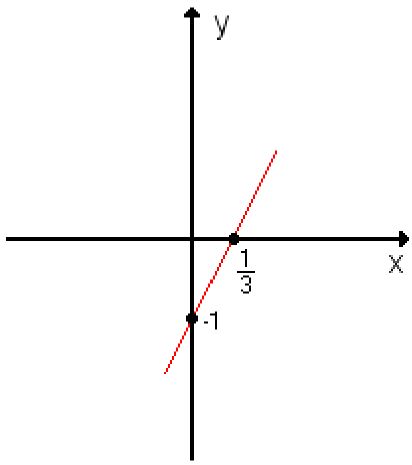
Como o gráfico é uma reta, basta obter dois de seus pontos e ligá-los com o auxílio de uma régua:

a) Para $x = 0$, temos $y = 3 \cdot 0 - 1 = -1$; portanto, um ponto é (0, -1).

b) Para $y = 0$, temos $0 = 3x - 1$; portanto, $x = \frac{1}{3}$ e outro ponto é $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$.

Marcamos os pontos (0, -1) e $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ no plano cartesiano e ligamos os dois com uma reta.

x	y
0	-1
$\frac{1}{3}$	0



Já vimos que o gráfico da função afim $y = ax + b$ é uma reta.

O coeficiente de x, **a**, é chamado **coeficiente angular da reta** e, como veremos adiante, **a** está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo Ox.

O termo constante, **b**, é chamado coeficiente linear da reta. Para x = 0, temos $y = a \cdot 0 + b = b$. Assim, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy.

Crescimento e decrescimento

Consideremos a função do 1º grau y = 3x - 1. Vamos atribuir valores cada vez maiores a x e observar o que ocorre com y:

x aumenta →

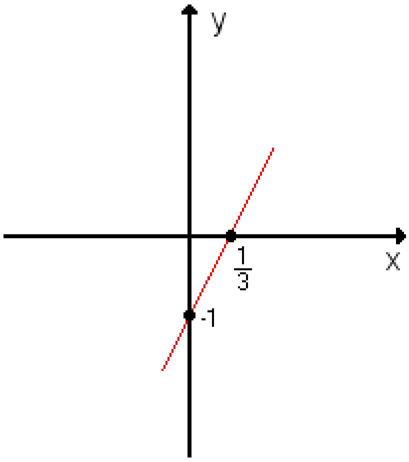
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-10	-7	-4	-1	2	5	8

y aumenta →

Notemos que, quando aumentamos o valor de x, os correspondentes valores de y também aumentam. Dizemos, então que a função y = 3x – 1 é crescente.

Observemos novamente seu gráfico:

No caso descrito acima, podemos representar os pares ordenados encontrados (0, -1) e (1/3, 0) no Geogebra e, traçando uma reta ligando esses pontos, teremos o gráfico que representa a função afim.



Regra geral:

- a função do 1º grau f(x) = ax + b é crescente quando o coeficiente de x é positivo (a > 0);
- a função do 1º grau f(x) = ax + b é decrescente quando o coeficiente de x é negativo (a < 0);

Justificativa:

- para a > 0: se $x_1 < x_2$, então $ax_1 < ax_2$. Daí, $ax_1 + b < ax_2 + b$, de onde vem $f(x_1) < f(x_2)$.
- para a < 0: se $x_1 < x_2$, então $ax_1 > ax_2$. Daí, $ax_1 + b > ax_2 + b$, de onde vem $f(x_1) > f(x_2)$.

Para calcular o valor numérico de uma função para um dado valor de x, basta substituir o x pelo número e efetuar as operações indicadas.

Ex.: y = x + 1

x	y = x + 1	y	Par ordenado (x,y)
-2	-2 +1 = -1	-1	(-2, –1)
0	0 + 1 = 1	1	(0, 1)
1	1 + 1 = 2	2	(1, 2)

Atividade 2

Dadas as tabelas abaixo, identifique as que representam uma função afim colocando um “X” na resposta correta:

a)

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
0	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**

( ) Representa função. ( ) Não representa função.

Justifique: ....

....

b)

0	**1**	**1**	**2**	**3**	**4**
6	**7**	**7**	**8**	**9**	**10**

( ) Representa função . ( ) Não representa função.

Justifique: ....

....

Na segunda etapa, fomos ao laboratório de informática da escola, para trabalharmos com o Geogebra, a fim de que se familiarizassem com o aplicativo. A proposta era usar apenas algumas das ferramentas, embora sabendo que o Geogebra oferece inúmeras possibilidades de trabalho. Cada dupla tinha um computador à disposição.

As Figuras 1, 2, 3 4 fazem parte da atividade. Para que os alunos pudessem ter uma melhor visualização, utilizamos um projetor multimídia, para demonstrar as atividades.

Atividade 3

a) Abra o Geogebra (Figura 1*)* e, em seguida, selecione no menu “Exibir” (Figura 2) as opções eixo, malha e janela algébrica.

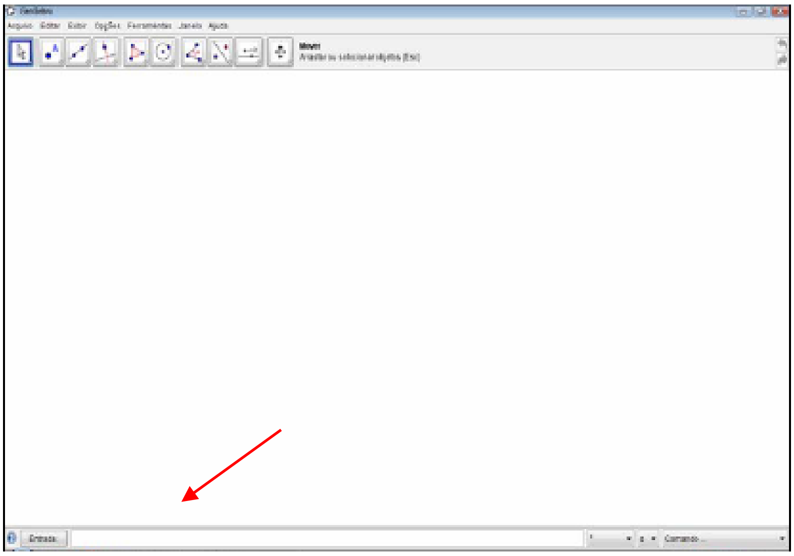


Figura 1. Tela inicial do Geogebra

b) Para representar um ponto no plano, digite as coordenadas desse ponto (1,4) no “Campo de Entrada”, do Geogebra (conforme indica a seta na figura 1) e, em seguida, “Enter” para executar a operação. (Figura 3)

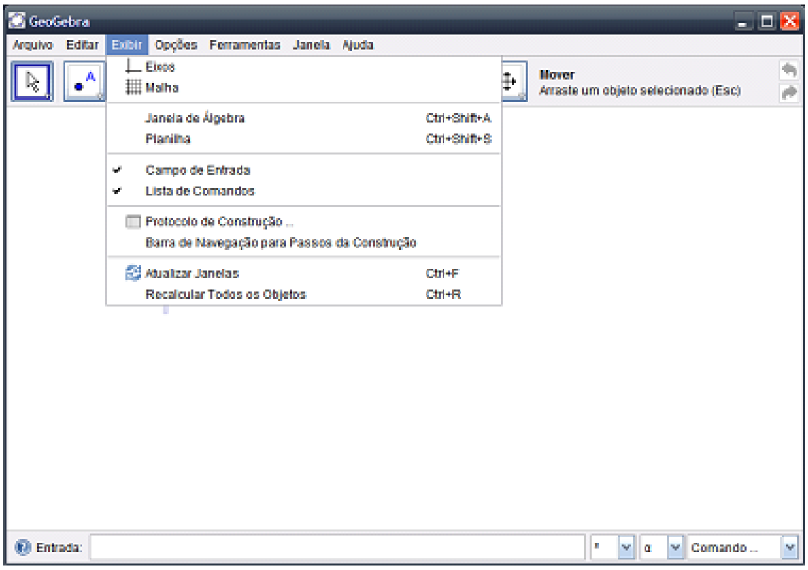


Figura 2. Menu exibir

c) Para nomear este ponto por A, click com o botão da direita sobre o ponto e a letra A aparece automaticamente. (Figura 4)

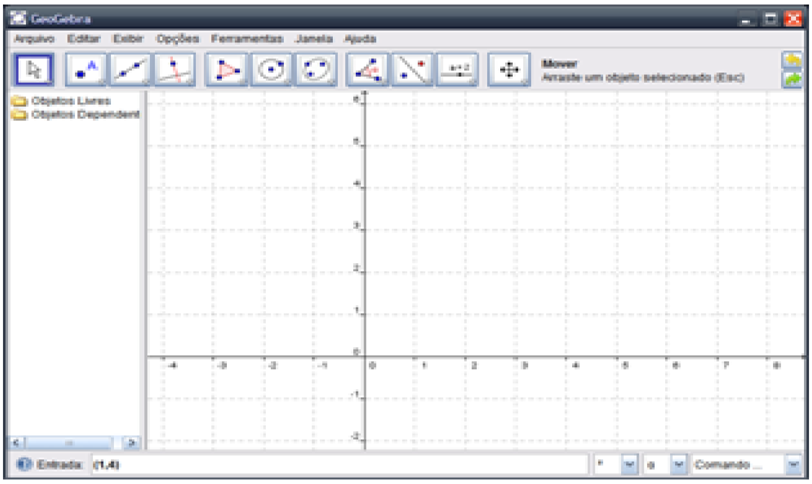


Figura 3. Representando um ponto

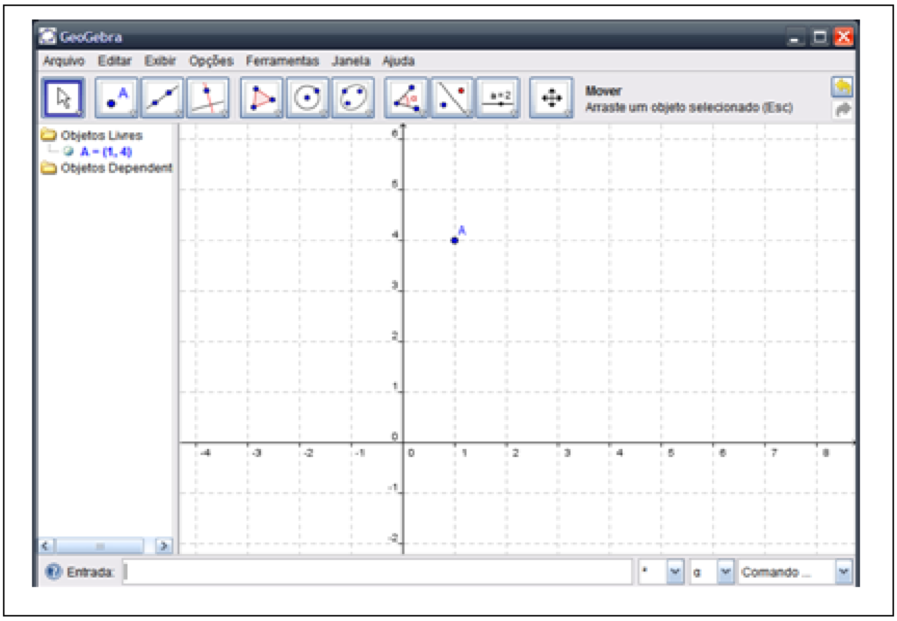


Figura 4. Nomeando um ponto

d) Em seguida, selecione a opção "propriedades" com o botão da esquerda do mouse para abrir a tela e visualizar (Figura 5).

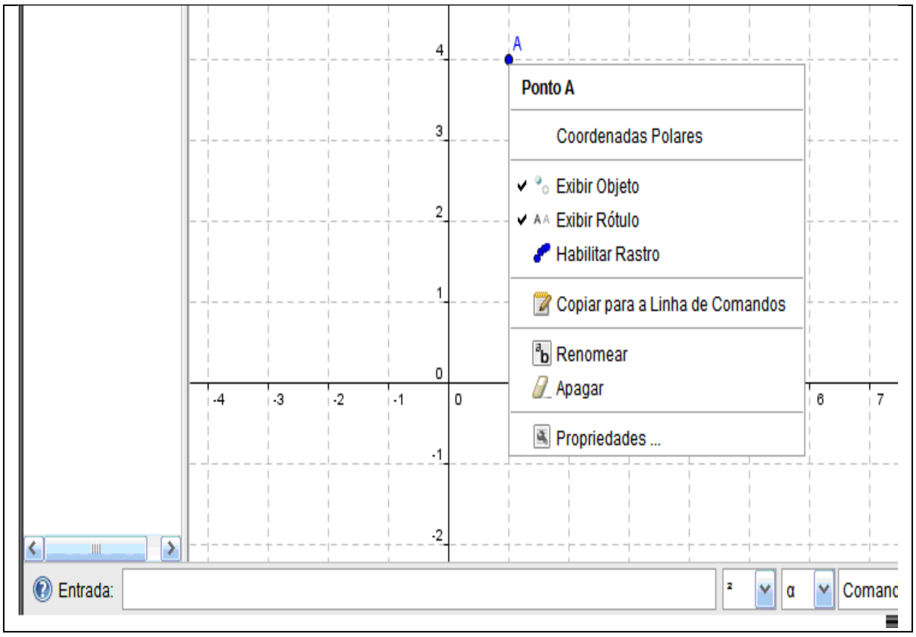


Figura 5. Propriedades

e) A seguir, selecione as opções “Exibir rótulo” e “Nome &Valor”, (Figura 6) e click em fechar. Faça o mesmo para o outro ponto. A Figura 7 apresenta a tela com os dois pontos: A (1, 4) e B (-1,0).

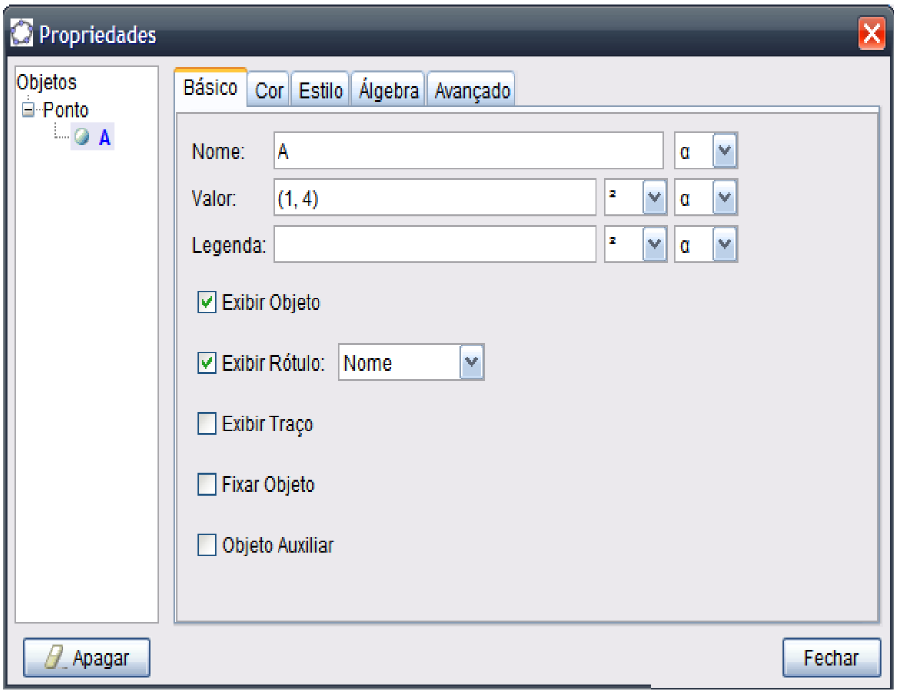


Figura 6. Nome & valor

f) Para desenhar uma reta que passe por esses pontos, selecione na barra de ferramentas do Geogebra o botão “Reta definida por dois pontos” e, em seguida, click sobre os pontos A e B.

g) Para exibir a equação da reta, click sobre a reta com o botão da direita para abrir a janela e, em seguida, selecione a opção y=kx+d. (Figura 7) No nosso exemplo, a equação da reta é -2x + y = 2 e identificada pela letra minúscula a.

h) Para marcar um ponto na intersecção dos eixos x e y, selecione na Barra de Ferramentas do Geogebra o botão “intersecção de dois objetos”, e em seguida click sobre um dos eixos e depois no outro. (Figura 8) Este ponto de intersecção ficou identificado pela letra maiúscula C .

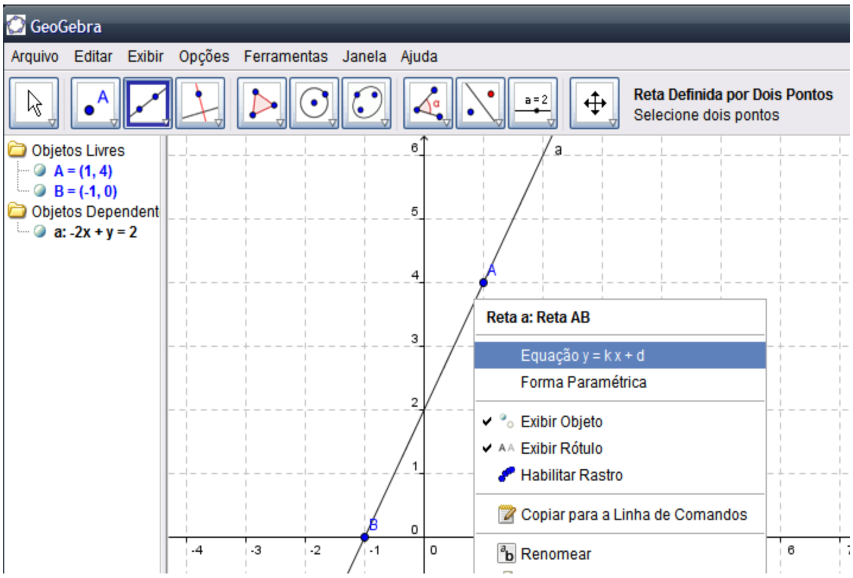


Figura 7. Reta definida por dois pontos e equação

i)	Para marcar um ponto sobre a reta, selecione na “Barra de Ferramentas” o botão “Novo ponto” e, em seguida, click sobre a reta para marcar o ponto C e movimente-o, para cima e para baixo. O que você observa?

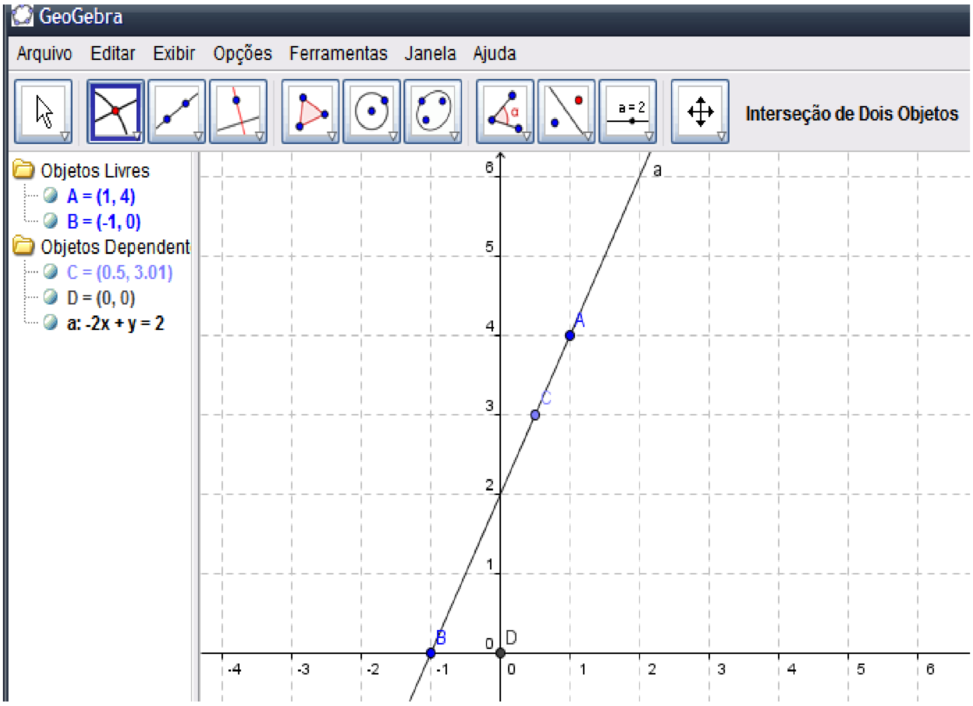


Figura 8. Ponto C e intersecção

j) Para traçar uma reta perpendicular ao eixo x passando pelo ponto C selecione na “Barra de Ferramentas” o botão “Reta perpendicular”, e em seguida click sobre o ponto C e depois no eixo x (Figura 9).

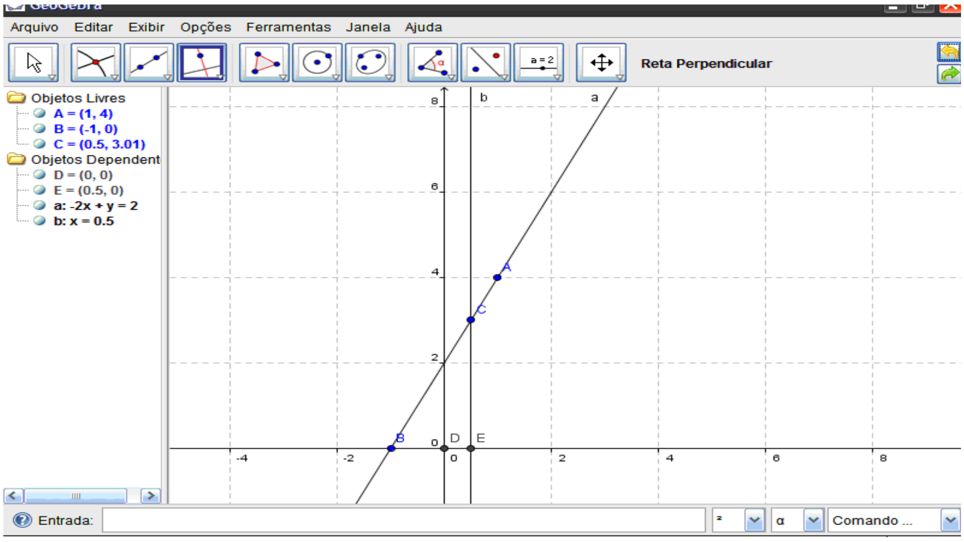


Figura 9. Reta perpendicular

k) Para medir os segmentos CD e DE, utilize o botão “distância ou comprimento” da Barra de Ferramentas e, em seguida, click sobre os pontos C e D. Repita o procedimento para medir o segmento DE. (Figura 10)

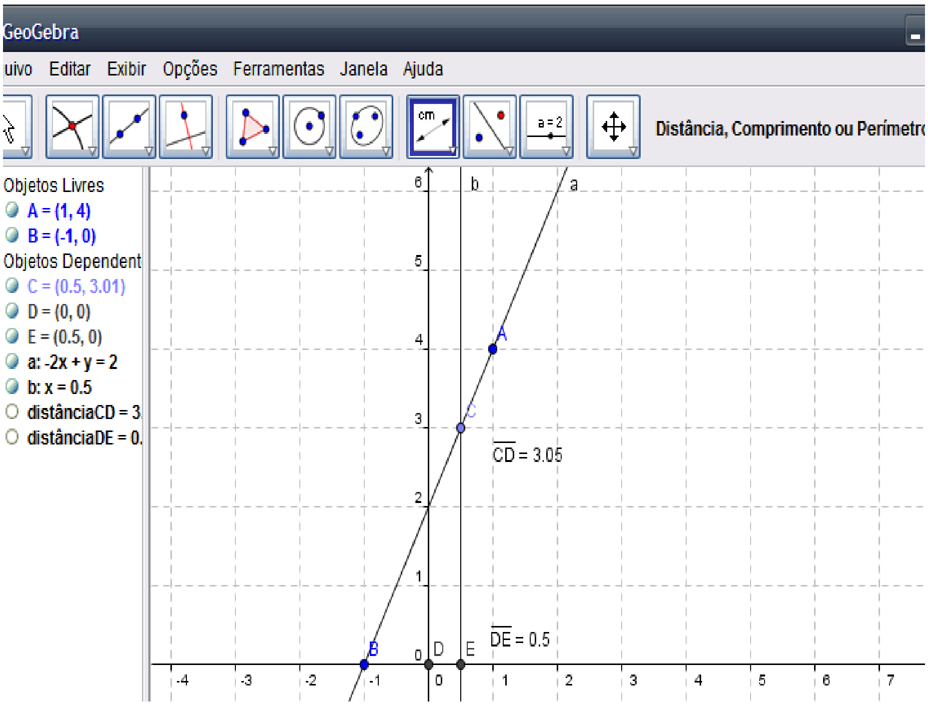


Figura 10. Distância ou comprimento

l)	Para calcular a razão entre os segmentos CD e DE, precisamos identificá-los por letras minúsculas (c e d, respectivamente). Para isso, após selecioná-los na janela algébrica com o botão da direita do mouse, marque a opção renomear (Figura 11) para abrir a janela.

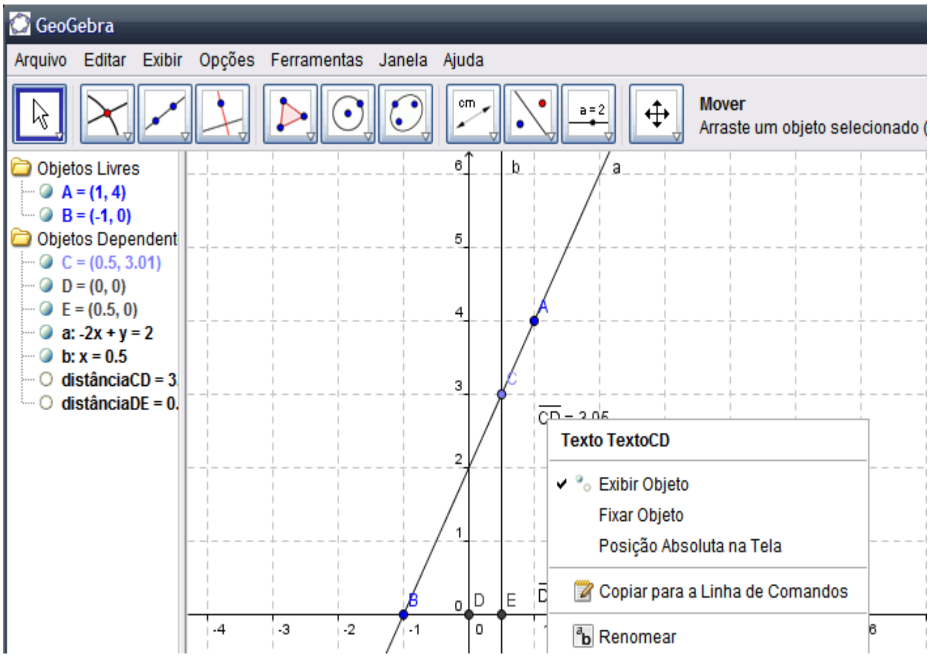


Figura 11. Renomear distância ou comprimento

m) Substitua distância CD por c, e click em aplicar (Figura 12). Utilize o mesmo procedimento para o segmento DE.

n) Digite no Campo de Entrada (c/d) e "Enter" para realizar o cálculo.

o) Renomeie, na janela algébrica, a letra que representa o quociente entre as medidas dos segmentos CD e DE por razão.

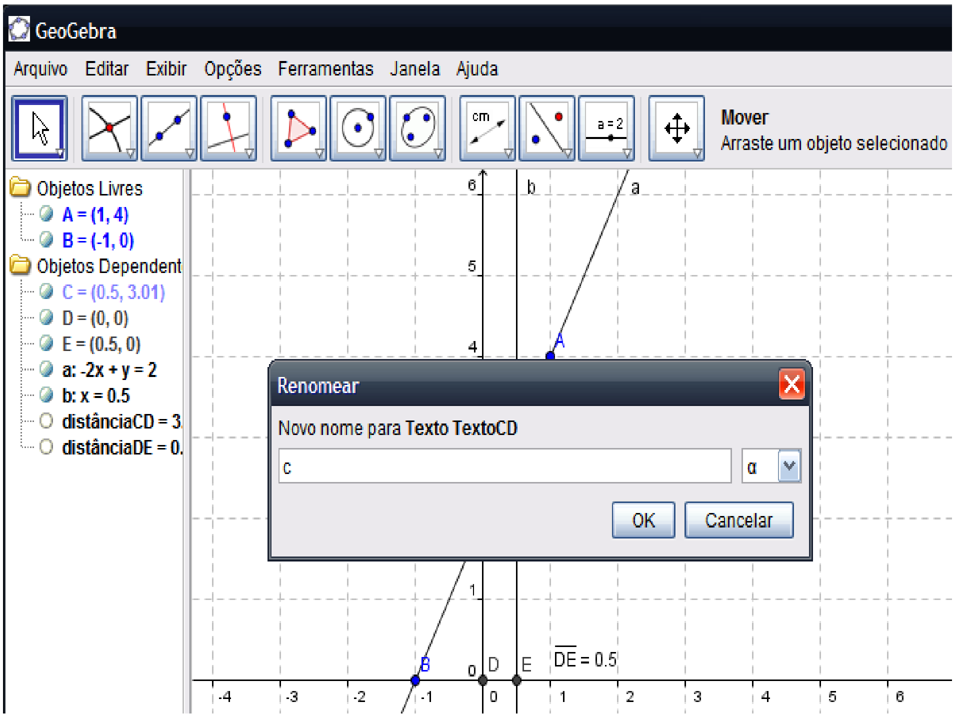


Figura 12. Novo nome para texto CD e DE

p) Digite no Campo de Entrada (c/d) e "Enter" para realizar o cálculo.

q) Renomeie, na janela algébrica, a letra que representa o quociente entre as medidas dos segmentos CD e DE por razão (Figura 13).

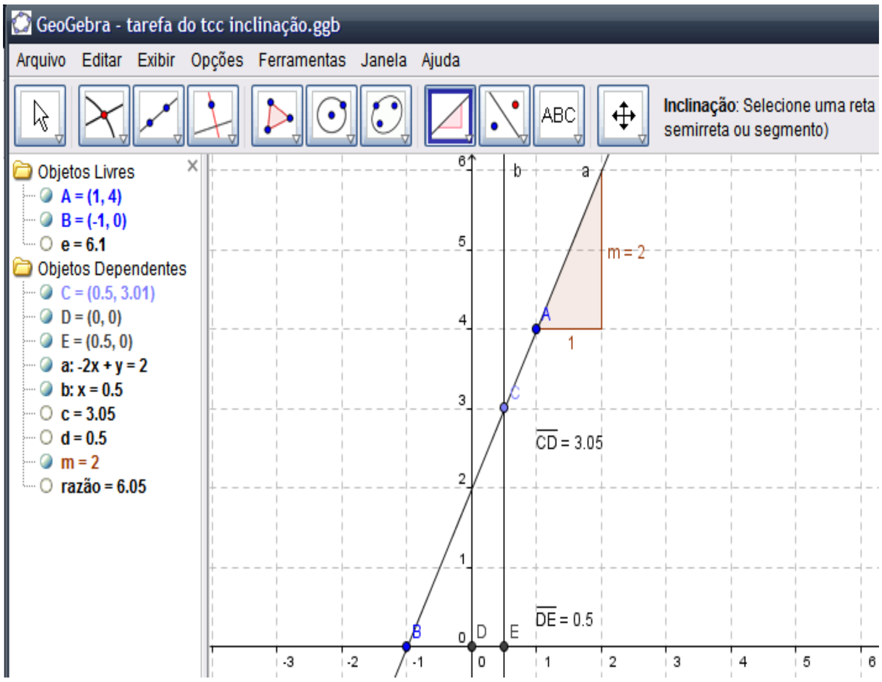


Figura 13. Cálculo da razão

r) Para obter as coordenadas de um ponto, click sobre o ponto desejado com o botão da direita do mouse, selecione a opção "propriedades", em seguida "exibir rótulo", "nome & valor" e "fechar".

s) Para utilizar a ferramenta "inclinação", selecione-a na Barra de ferramentas e, em seguida, click sobre a reta desejada. Aparecerá um triângulo indicando o ângulo de inclinação da reta. O m=2 e 1, que aparecem na figura, indicam os lados do triângulo (Figura 13).

Atividade 4

a) Quais os valores dos segmentos CD e DE?

....

b) Qual o quociente entre as medidas CD e DE?

....

c) Ao movimentar o ponto C, o que você observa em relação aos segmentos CD, DE e a razão entre eles?

....

d) Escreva as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo y.

....

e) Escreva as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo x.

....

f) O que você observa em relação ao ângulo que a reta do gráfico forma com o eixo x?

....

No terceiro momento, trabalharemos com figuras geométricas planas, relacionando a base em função da altura (no caso do retângulo) e a relação do lado em função da base (no caso dos triângulos isósceles).

Atividade 5

a) Escreva a equação que exprime a área de um retângulo em função da medida da base x, sabendo que a altura é 5 cm. Desenhe o gráfico correspondente.

....

b) Escreva a equação que exprime o perímetro de um triângulo isósceles em função do lado l, sabendo que a base mede 8 cm. Desenhe o gráfico correspondente.

....

No quarto momento, abordaremos problemas que contêm questões contextualizadas, isto é, com situações cotidianas que permitem ao aluno a oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos anteriormente de modo a resolver a questão proposta.

Atividade 6

a) Eduardo ligou seu computador à Internet. Para fazer uso dessa rede, ele paga uma mensalidade fixa de R$ 30,00, mais 15 centavos de real (R$ 0,15) a cada minuto de uso. O valor a ser pago por Eduardo ao final do mês depende, então, do tempo que ele gasta acessando a Internet.

* Construa uma tabela que relacione o valor a ser pago com o tempo de acesso à rede.

* Estabeleça uma relação entre as variáveis: tempo de acesso e valor a ser pago.

....

* Use a equação que você escreveu para responder a questão a seguir:

Durante quantas horas Eduardo gastará se, durante o mês utilizar a Internet, se pretende gastar, no máximo, R$ 90,00 no mês?

....

Atividade 7

a) Uma caixa de 1 litro de leite, feita de papelão, tem a forma de um bloco retangular de altura 25 cm. Quando tiramos uma xícara de leite da caixa, a altura do leite baixa 2 cm.

* Qual é a altura y do leite que resta na caixa depois que retiramos x xícaras?

....

* Faça o gráfico de y em função de x.

* Qual é a taxa de variação da altura do leite na caixa?

....

4.5 Coleta de dados

Nossas coletas de dados serão feitas da seguinte maneira:

- Observações de todas as atividades.
- Captar imagens das atividades desenvolvidas.
- Realizar atividades manuscritas.

5 A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

O plano se desenvolveu com o foco na observação da diferença entre os conceitos propostos. De acordo com o plano, pretendíamos que os alunos reconhecessem grandezas diretamente proporcionais e grandezas nem direta nem inversamente proporcionais. Dada uma tabela de valores, reconhecer grandezas diretamente proporcionais e grandezas nem direta nem inversamente proporcionais. Dado um gráfico cartesiano, expressar algebricamente a dependência de uma variável em relação a outra, a partir da análise de tabelas. Interpretar gráficos conferindo significado às variações das grandezas envolvidas e identificar gráficos que representam uma função afim. Identificar uma função afim a partir de seu gráfico e aplicar conhecimentos da função afim para resolver situações em contextos variados. A metodologia utilizada privilegiou a utilização do software educacional e atividades práticas.

5.1 Descrição da prática

O primeiro momento ocorreu como estava previsto no planejamento: assistir ao vídeo “Matemática na Vida”. Durante os 20 minutos iniciais, expusemos o conteúdo do vídeo com comentários acerca de funções. Foram surgindo diversos questionamentos, como, por exemplo, “como podemos relacionar a Matemática com as situações do dia a dia?”. Os alunos ficaram curiosos e interessados em adquirir esses conhecimentos. Ao ser apresentado o vídeo, eles foram, pouco a pouco, percebendo como a Matemática está inserida em cada situação e sentiram-se motivados e atentos. O vídeo continha algumas situações cotidianas e foi aplicado num tempo de 20 minutos. Ao término da apresentação, a professora fez alguns comentários e propôs algumas questões que serão colocadas em anexo.

No segundo momento, fomos ao laboratório de informática para apresentação do aplicativo Geogebra. Foi trabalhada a instrumentalização do software e, em seguida, propostas atividades e problemas a serem resolvidos. Os alunos, aos poucos, foram se familiarizando com as funções do aplicativo e interagindo com as mesmas.

Durante as atividades, alguns alunos mostraram dominar os cálculos com números decimais, o que ficou registrado nas avaliações. Conseguiram perceber que há uma relação de interdependência entre as variáveis envolvidas, como no caso da velocidade x tempo, conforme nos mostra a **Tabela 2**, abaixo.

No terceiro momento, trabalhamos com figuras geométricas, como retângulos e triângulos, relacionando as suas medidas de área e perímetro com funções. Foram elaborados gráficos em função de suas medidas.

No quarto momento, foram apresentadas duas situações contextualizadas, nas quais os alunos fizeram tabelas, estabeleceram fórmulas e construíram gráficos.

Na próxima seção, apresentaremos as atividades dos alunos, juntamente com a análise de nossas hipóteses.

5.2 Análise das hipóteses

 # Hipótese nº 1: Pressupõe-se que o aluno assista ao vídeo com interesse e atenção para responder as questões propostas.

Durante a apresentação do vídeo os alunos demonstraram grande envolvimento, assistindo ao vídeo com bastante interesse e atenção. Mostramos abaixo, algumas imagens retiradas do vídeo.

Figura 14. Imagem do vídeo

Figura 15. Outra imagem do vídeo

Estas imagens (figuras 14 e 15) foram retiradas do vídeo apresentado e mostram a hora da saída do sítio e o tempo do percurso.

Como a velocidade era de 45 Km/h, podemos fazer uma tabela.

Na tabela (Figura 16) consta a velocidade (90 Km/h) e o tempo percorrido na ida ao sítio (3 horas). Se diminuir a velocidade para 45 Km/h, o tempo consequentemente aumentará para 6 horas. E, se aumentar a velocidade para 135 Km/h, o tempo diminuirá para 2 horas. Há, portanto, uma variação proporcional entre velocidade x tempo, o que pode ser verificado através do gráfico que está abaixo:

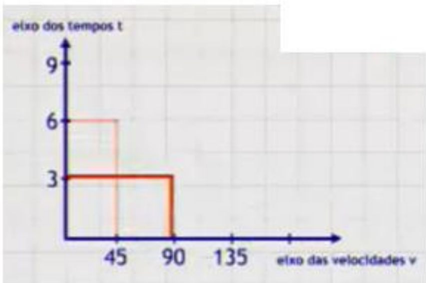


Figura 16. Gráfico do vídeo: velocidade x tempo

TABELA 2. REFERENCIAL DE VELOCIDADE X TEMPO

V - Km/h	T - horas
45 (X3)	6 (÷3)
90	3
135	2

Através das imagens (Figura16 e Tabela 2) verificamos que, à medida que a velocidade aumenta, o tempo percorrido diminui. Ou seja, o tempo varia em função da velocidade.

Após comentarmos sobre o vídeo, os alunos esperavam com ansiedade para vê-lo. Assistiram ao vídeo, atentos a todas as situações que iam ocorrendo.

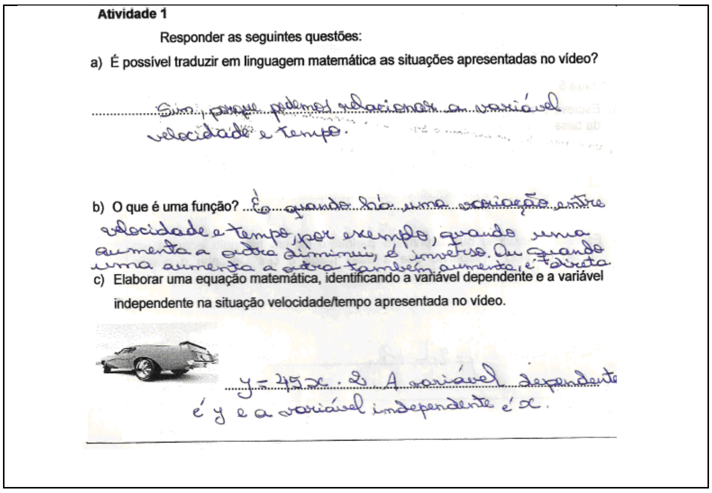
Depois da apresentação, entregamos a ficha com as atividades propostas. Apresentaremos, aqui, apenas alguns dos grupos analisados (quatro deles), fazendo uma síntese, até mesmo porque algumas respostas são bem parecidas. Identificaremos esses grupos por A, B, C e D.

Com relação à atividade 1, cujas respostas do grupo A apresentamos na Figura 17, observamos que:

A primeira questão foi respondida corretamente por todos, afirmando que sim, relacionando a velocidade e o tempo.

A segunda, (letra b), a maioria dos alunos respondeu que era função, pois havia uma variação proporcional entre as unidades envolvidas: quando uma aumenta a outra aumenta também (no caso da feira de alimentos mostrada no vídeo, referindo-se à quantidade de tomates comprados em função do preço por quilo) ou quando uma aumenta a outra diminui (referindo-se à velocidade/tempo, quando aumenta a velocidade o tempo a ser percorrido diminui).

No item c da atividade 1 a maioria colocou a sentença matemática sob a forma y= 45x . 2 para representar a velocidade. Apresentamos abaixo a resposta do grupo A para a referida atividade. Apenas um grupo colocou a sentença diferente e explicitou de forma discursiva e não apenas simbólica, embora todas estivessem corretas:



Atividade 1

Responder as seguintes questões:

a) É possível traduzir em linguagem matemática as situações apresentadas no vídeo?

Sim, porque podemos relacionar a variável velocidade e tempo.

b) O que é uma função? É quando há uma variação entre velocidade e tempo, por exemplo, quando uma aumenta a outra diminui, é inverso. Ou quando uma aumenta a outra também aumenta, é direta.

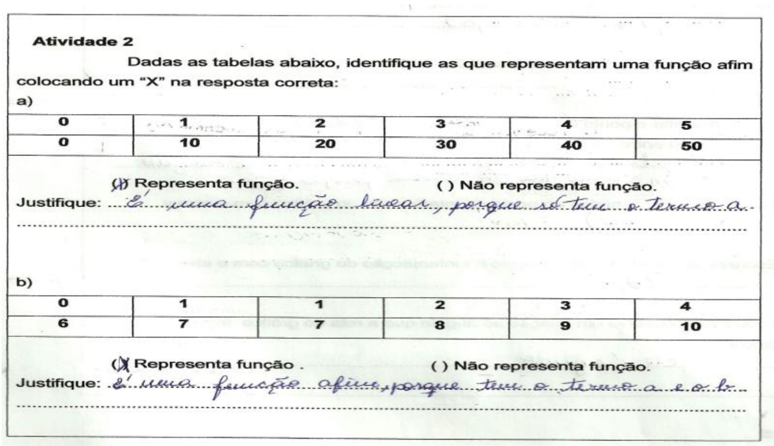
c) Elaborar uma equação matemática, identificando a variável dependente e a variável independente na situação velocidade/tempo apresentada no vídeo.

$y = 45x \cdot 2$. A variável dependente é y e a variável independente é x.

Figura 17. Resposta do grupo A para a atividade

Hipótese 2: Pressupõe-se que o aluno já tenha domínio sobre as operações básicas e saiba resolver equações do 1º grau, embora precise fazer uma revisão para lembrar.

Na Figura 18, apresentamos a resposta do grupo B, para a atividade 2. Todas as equipes A, B, C, e D, responderam corretamente a letra **a**, evidenciando que a sentença matemática y =10x era função porque a razão 10 era a mesma, ou seja, os valores aumentavam na mesma proporção, mas falta o coeficiente b (sendo y = ax). Embora seja uma função, ela é linear e não afim, pois a reta corta os eixos na origem. (Ex.: y = 10x) E, na letra b, também acontece o mesmo, ou seja, são proporcionais. A sentença matemática é y = x + 6, é uma função afim, pois possui coeficiente angular e coeficiente linear. Existe uma variação constante de seis unidades entre elas (ver atividade 2).


Atividade 2

Dadas as tabelas abaixo, identifique as que representam uma função afim colocando um "X" na resposta correta:

a)

0	1	2	3	4	5
0	10	20	30	40	50

(X) Representa função. ( ) Não representa função.

Justifique: É uma função linear, porque só tem o termo a.

b)

0	1	1	2	3	4
6	7	7	8	9	10

(X) Representa função . ( ) Não representa função.

Justifique: é uma função afim, porque tem o termo a e o b.

Figura 18. Resposta do grupo B, para a atividade

 # Hipótese nº 3: Pressupõe-se que o aluno aprenda a interagir com os comandos do aplicativo Geogebra, em especial com aqueles relacionados a conteúdos de perímetro e área de figuras geométricas, na elaboração do gráfico correspondente às operações relacionadas a essas figuras.

O que se pretendia é que o aluno aprendesse as funções do aplicativo e conseguisse interagir com as mesmas, na resolução das fórmulas matemáticas sobre perímetro e área de figuras geométricas.

Atividade 3

a) Abra o Geogebra e, em seguida, selecione no menu "Exibir" as opções eixo, malha e janela algébrica.

Com relação ao uso do Geogebra, para desenvolver a Atividade 3, os alunos seguiram adequadamente os passos indicados. Apresentamos na Figura 19, a resposta do grupo B, à referida atividade.

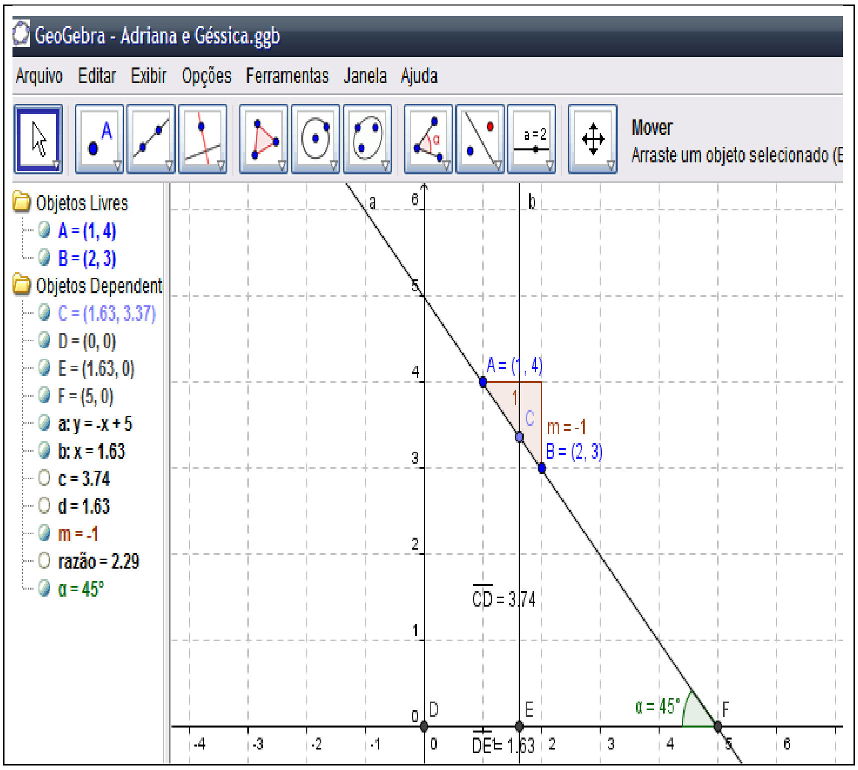


Figura 19. Resposta do grupo B à questão t da atividade 3

Na Figura 20, apresentamos a resposta do grupo C em relação à atividade 3.

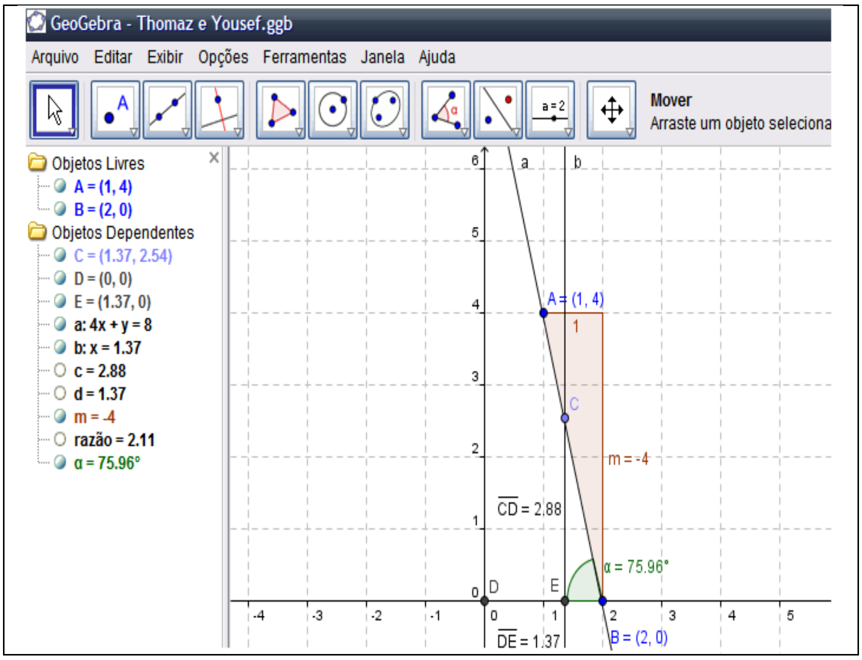
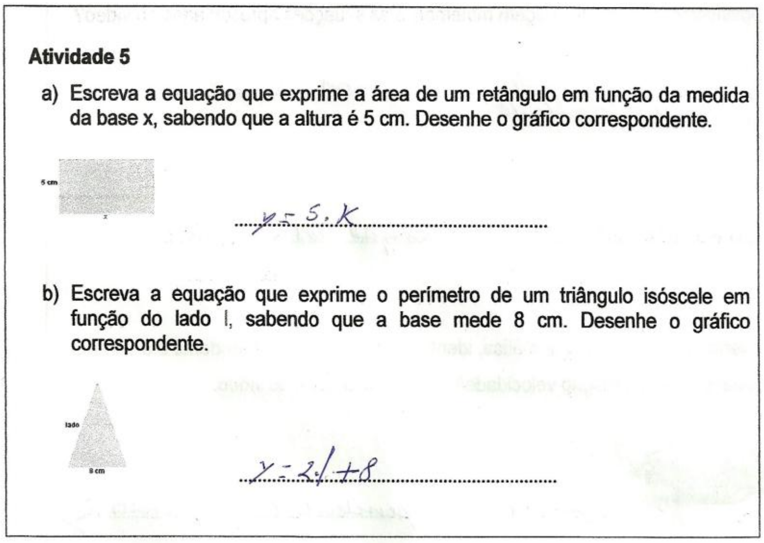


Figura 20. Resposta do Grupo C à questão t da atividade 3

Logo após, receberam a ficha com a atividade 4. Os alunos refizeram a atividade 3, colocando pares ordenados diferentes daquele sugerido, mostrando familiaridade com o aplicativo. Devido a isso, os segmentos CD e DE ficaram com valores diferentes e, consequentemente, a razão entre estes segmentos também ficou diferente, como podemos visualizar na resposta da atividade 3 dada pelo grupo C (Figura 20).

Na atividade 5, as equipes mostraram mais desenvoltura para realizar as atividades, relacionando as medidas de área e perímetro em forma de função com a medida do lado de cada figura apresentada (retângulo e triângulo), conforme as respostas dadas. Na Figura 21 apresentamos as respostas do grupo C, à atividade 5. Acrescentamos também um comentário feito por um aluno, a respeito da atividade desenvolvida.



Atividade 5

a) Escreva a equação que exprime a área de um retângulo em função da medida da base x, sabendo que a altura é 5 cm. Desenhe o gráfico correspondente.

5 cm

x

y = 5 . x

b) Escreva a equação que exprime o perímetro de um triângulo isóscele em função do lado l, sabendo que a base mede 8 cm. Desenhe o gráfico correspondente.

lado

8 cm

y = 2l + 8

Figura 21. Resposta do grupo C à atividade 5

Comentário dos alunos:

"Puxa, até com figuras geométricas pode se fazer tabelas e gráficos!".

 # Hipótese nº 4: Pressupõe-se que o aluno consiga aplicar o conhecimento, já adquirido, anteriormente, sobre equações, em situações-problema e identifique a aplicabilidade das funções e suas variáveis.

Depois de fazerem a atividade 3, obterem as relações matemáticas, eles acharam bem mais fácil estabelecer a tabela referente à situação-problema apresentada, conforme nos mostra a resposta dada pelo grupo B à atividade 6 (Figura 24) e o gráfico correspondente, como podemos verificar pelas respostas dadas às questões de número 5a e 5b (Figura 22 e Figura 23).

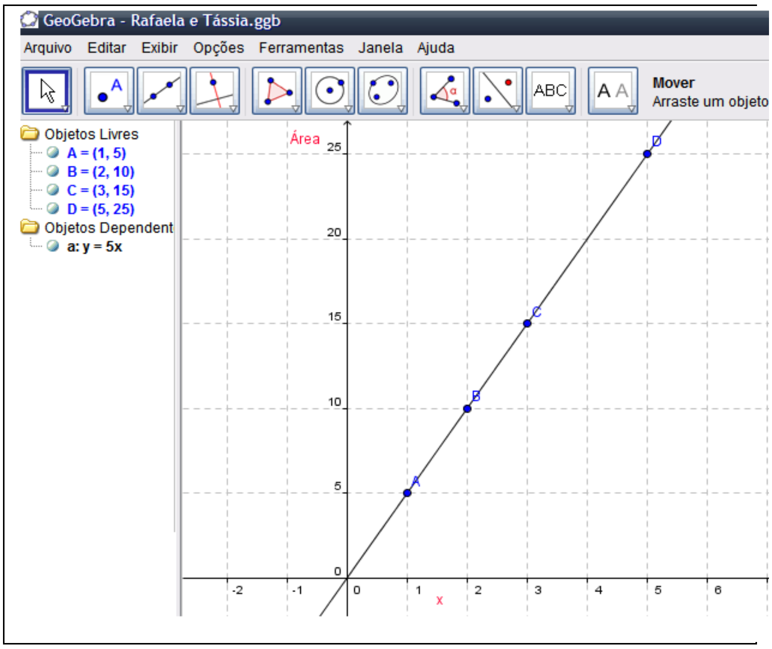


Figura 22. Gráfico elaborado pelo grupo D da atividade 5a

Comentário dos alunos:

"Assim é bem mais fácil aprender Matemática, pois estamos visualizando as situações".

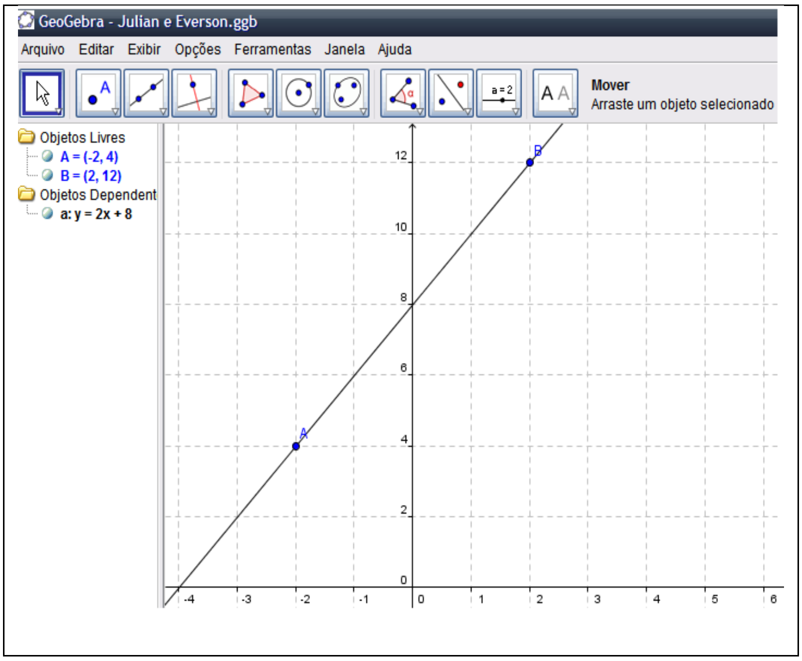
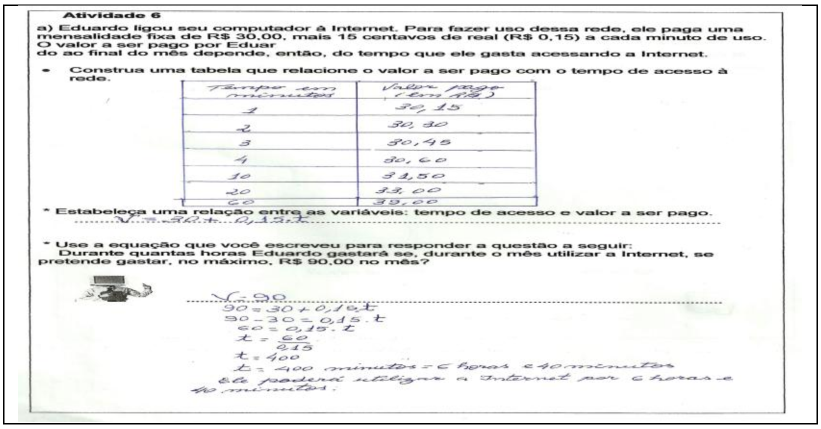


Figura 23. Gráfico elaborado pelo grupo A da atividade 5b

Comentário dos alunos:

"A aula de hoje foi bem interessante, pois faz com que a gente pense bastante para resolver as questões".



Atividade 6

a) Eduardo ligou seu computador à Internet. Para fazer uso dessa rede, ele paga uma mensalidade fixa de R$ 30,00, mais 15 centavos de real (R$ 0,15) a cada minuto de uso. O valor a ser pago por Eduar
do ao final do mês depende, então, do tempo que ele gasta acessando a Internet.

- Construa uma tabela que relacione o valor a ser pago com o tempo de acesso à rede.

Tempo em minutos	Valor pago (em R$)
1	30,15
2	30,30
3	30,45
4	30,60
10	31,50
20	33,00
60	39,00

* Estabeleça uma relação entre as variáveis: tempo de acesso e valor a ser pago.
V = 30 + 0,15.t

* Use a equação que você escreveu para responder a questão a seguir:
Durante quantas horas Eduardo gastará se, durante o mês utilizar a Internet, se pretende gastar, no máximo, R$ 90,00 no mês?

V = 90
90 = 30 + 0,15.t
90 − 30 = 0,15.t
60 = 0,15.t
t = 60/0,15
t = 400
t = 400 minutos = 6 horas e 40 minutos
ele poderá utilizar a Internet por 6 horas e 40 minutos.

Figura 24. Resposta do grupo B à atividade 6

6 CONCLUSÕES E REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA

Neste trabalho tratamos do ensino de Função Afim e suas Aplicações em diversas situações do cotidiano. Houve muitos imprevistos na implementação do plano de ensino, pois a data que estava prevista para início do projeto teve que ser alterada devido à aplicação das “Olimpíadas de Matemática” ser no mesmo dia. Foi marcada uma nova data que também não pôde ser aplicada porque houve uma mudança no horário das aulas. Sendo assim, teve de ser feito um novo planejamento, o que atrasou bastante a execução do plano. Enfim, conseguimos colocar em prática o plano de ensino, mesmo depois de tantos imprevistos. A duração da execução do plano não foi alterada, sendo desenvolvido num total de oito horas/aula. Pretendíamos, inicialmente, realizar a prática com todos os 25 alunos. Mas muitos faltaram, e estavam presentes apenas 18 deles. Optamos por trabalhar em grupo. Constatamos que os alunos realmente confundem um pouco os conceitos entre função e equação. Nosso propósito foi o de criar oportunidades para o aluno diferenciar de forma intuitiva e experimental os conceitos, formalizando-os, além de resolver problemas e efetuar cálculos corretamente, com esses conceitos.

Foi muito gratificante ver como os alunos interagiam com o aplicativo, manipulando os gráficos e aprendendo, absorvidos pelas descobertas que iam fazendo, motivados. De acordo com comentários dos alunos, verificamos que o nosso objetivo foi atingido. A experiência vivenciada durante a prática pedagógica aqui relatada nos permitiu refletir sobre o significado e a importância do planejamento, quanto aos recursos a serem utilizados com as novas tecnologias. Assim, pudemos constatar que as novas tecnologias, em especial o Geogebra, permitiram despertar nos alunos a curiosidade e o interesse para aprender Matemática, fazendo Matemática, ou seja, aplicando os conhecimentos adquiridos no desenvolvimento de novas habilidades, além de dinamizar as atividades.

Acreditamos que a utilização desses recursos pode garantir uma aprendizagem mais significativa dos conteúdos matemáticos.

Mas mudar a forma de ensinar e aprender Matemática não é uma tarefa fácil. É preciso mudar hábitos, inovar sem perder de vista o objeto de estudo da Matemática, que é o conhecimento historicamente construído.

Os alunos entenderam que a Matemática faz parte do seu cotidiano, que podemos aplicá-la em diversas situações e momentos, tendo conhecimento das variáveis envolvidas e sua interdependência.

Eles perceberam que algumas funções correspondem a situações da realidade e que podem realizar vários registros de representação, como tabelas, gráficos e fórmulas.

Na escola em que desenvolvemos a sequência de ensino, a engenharia didática teve efeitos interessantes, pois colegas e professores se interessaram pela experiência.

Na primeira etapa apresentamos o vídeo sensibilizador, que continha algumas situações cotidianas, a fim de motivar o aluno na introdução de função afim, o que foi comprovado, pois fez com que os alunos se interessassem pelo tema.

Na segunda e terceira etapas, no laboratório de informática, utilizamos o software Geogebra com o objetivo de proporcionar aos alunos condições para compreender a representação gráfica de uma função afim, determinando os coeficientes *a* e *b* da equação da reta relacionando-os com o gráfico.

Na quarta etapa, notamos que todos os alunos reconheceram que o gráfico de uma função afim é dado por uma reta de equação $y= ax + b$. A maioria representou corretamente o gráfico da função afim, a partir de sua representação algébrica e, ainda, identificou a forma algébrica de uma função com base em sua representação gráfica. O que nos permite concluir que a maioria dos alunos articula os registros de representação algébrica e gráfica no estudo da função afim.

Observamos também que o uso do Geogebra apresentou grandes contribuições como recurso dinâmico e auxiliou no processo de compreensão da análise do comportamento de gráficos da função afim, no que se refere às alterações que estes sofrem quando submetidos às mudanças dos valores de seus coeficientes.

Acreditamos que esta experiência contribuiu de várias formas para nossa formação, pois além da atividade prática docente, nos levou a refletir e identificar um problema de aprendizagem. Este talvez tenha sido um dos maiores ganhos durante o desenvolver do trabalho, pois nos possibilitou rever conteúdos, metodologias e didáticas desenvolvidas.

O trabalho nos despertou para a necessidade de se fazer um correto e criterioso planejamento com etapas bem definidas e prazos previstos.

Chegamos à conclusão de que, quanto mais se aprende, mais temos a aprender.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, M. C.; CHOURIO, E. D.; CARNIEL, L. C.; VARGAS, Z. A. *El Software Matemático como Herramienta para el Desarrollo de Habilidades del Pensamiento y Mejoramiento del Aprendizaje de las Matemáticas*. Actualidades Investigativas en Educación, volumen 7, número 2, pp. 1-34, mayo-agosto, 2007.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha, OLIVEIRA, Ayrton. *Matemática fazendo a diferença* – 5ª a 8ª séries. 1 ed. São Paulo: FTD, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (*Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. volume 2*).

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática – volume único*. São Paulo: Ática, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006, 226p.

GIOVANNI, José Ruy & GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. *Matemática pensar e descobrir: novo* - 5ª a 8ª séries. São Paulo: FTD, 2005.

MAGINA, S. *O computador e o ensino da Matemática* – Artigo. Tecnologia Educacional, v.26. n 140.1998.

MISKULIN, S. G. R. *Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino/aprendizagem da geometria*. Unicamp, Campinas, São Paulo, 1999.

MORAN, José Manuel, MASETTO, Marcos e BEHRENS, Marilda. *Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica*. 7ª ed., Campinas: Papirus, 2003.
Artigo publicado na revista Comunicação & Educação. São Paulo, ECA-Ed. Moderna, [2]: 27 a 35, jan./abr. de 1995 (com bibliografia atualizada)

OLIVEIRA, Francisco Canindé. *Dificuldades na construção de gráficos de funções.* 2006. 117 fls. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do norte. Natal (RN). 2006.

SCANO, Fábio Correa. *Função Afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra*. 2009. 151 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. 2009. São Paulo.

SCHWARZ, O. *Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau*. 161 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1995.

http:/www.Geogebra.org: *software de geometria dinâmica livre.* Acesso em 08 de junho de 2010.

http:/ www.mec.gov.br: Vídeo: *Matemática na Vida: proporção direta e inversa.* Acesso em 09 de junho de 2010, disponível em http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=20843
Brasil. Ministério da Educação (MEC). Portal Domínio Público

ANEXOS

Algumas fotos dos alunos trabalhando com o Geogebra: