

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**ESCOLA DE ENGENHARIA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**VERA LÚCIA MILANI MARTINS**

**COMPARAÇÃO DE COMBINAÇÃO DE PREVISÕES  
CORRELACIONADAS E NÃO CORRELACIONADAS  
COM AS SUAS PREVISÕES INDIVIDUAIS: UM  
ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS**

Porto Alegre

2011

VERA LÚCIA MILANI MARTINS

**COMPARAÇÃO DE COMBINAÇÃO DE PREVISÕES CORRELACIONADAS E  
NÃO CORRELACIONADAS COM AS SUAS PREVISÕES INDIVIDUAIS: UM  
ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, modalidade Acadêmica, na área de concentração em Sistemas da Qualidade.

Orientador: Liane Werner, Dr.

Porto Alegre

2011

VERA LÚCIA MILANI MARTINS

**COMPARAÇÃO DE COMBINAÇÃO DE PREVISÕES CORRELACIONADAS E  
NÃO CORRELACIONADAS COM AS SUAS PREVISÕES INDIVIDUAIS: UM  
ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção na modalidade Acadêmica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

---

**Profª. Liane Werner, Dr.**

Orientadora PPGEP/UFRGS

---

**Profª. Coordenadora Carla Ten Caten**

Coordenadora PPGEP/UFRGS

**Banca Examinadora:**

Professor Michel José Anzanello, Dr. (PPGEP/UFRGS)

Professor Cleber Bisognin, Dr. (PPGMAT/UFRGS)

Professor Gueibi Peres Souza, Dr. (ESAG/UDESC)

Dedicatória

*“Dedico esta Dissertação à todos aqueles que  
perceberam e entenderam minhas ausências  
durante sua execução.”*

## AGRADECIMENTOS

A realização desta dissertação não seria possível sem o apoio e a colaboração que recebi ao longo de sua construção. Portanto, tornam-se justificáveis os agradecimentos realizados adiante.

Sou grata a minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Liane Werner, que no decorrer de meus muitos tropeços e dúvidas, fez-se amiga, psicóloga, incentivadora..., indo além na sua função de orientar, o que fez integralmente por meio de suas valorosas contribuições e muita paciência.

Agradeço a minha família pelo apoio incondicional, em todos os momentos da vida, constituindo a base que alicerçou de forma sólida minha estrutura pessoal, permitindo que nos momentos de dúvida me mantivesse com foco no propósito de elaboração esta dissertação.

Agradeço também aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção por sua participação em minha formação acadêmica.

Aos professores que participaram da banca, agradeço pelas correções e contribuições relevantes que proporcionaram o enriquecimento deste trabalho.

No decorrer da dissertação, tive a oportunidade de compartilhar de momentos que, mais do que crescimento acadêmico e profissional, me proporcionaram crescimento pessoal. Agradeço então, aos amigos Diego, João, Pati, Lizi, Angel e Daniel pelos momentos de discussões filosóficas, diversão e apoio. E, ao restante do grupo, por todas as contribuições.

Por último, e mais importante, agradeço a Deus, pela possibilidade de poder realizar agradecimentos, um sinal de que Ele colocou no meu caminho pessoas que me possibilitaram crescimento, conhecimento, força, divertimento... Agregando a esta formação muito mais do que uma titulação.

## RESUMO

A realização de previsões adequadas nas indústrias oportuniza o correto dimensionamento de diversos aspectos da gestão da produção. Um dos métodos empregados no intuito de melhorar a precisão das previsões é conhecido como combinação de previsões. Ao longo dos anos, foram publicados estudos de combinação a fim de comparar os métodos já existentes e indicar entre estes, qual o mais acurado. No entanto não há unanimidade em suas conclusões. Entre as combinações existentes, o método da média aritmética é reconhecido como um dos mais utilizados, enquanto que o método da variância mínima é por vezes apresentado como mais acurado e permite em sua formulação a consideração ou não da correlação entre os erros das previsões individuais. No intuito de identificar, para previsões em séries reais industriais, se existe diferença entre a acurácia das previsões individuais e de suas combinações é que este estudo está sendo proposto. A modelagem individual abordada é a ARIMA e a RNA e as medidas empregadas para a escolha do método mais preciso são MAPE, MAE e MSE. O trabalho está estruturado em três artigos, nos quais se realizam comparações entre técnicas de previsão individual e suas combinações. O Artigo 1 aborda a comparação entre as técnicas de previsão individual e as combinações por média aritmética e variância mínima simplificada. O Artigo 2, por sua vez, apresenta um estudo comparativo das técnicas de previsão individuais e as combinações por média aritmética e variância mínima, utilizando a correlação entre os erros na obtenção dos pesos de cada previsão. Por fim, um comparativo entre as três combinações que contemplam este estudo é explicitado no Artigo 3. Como principal resultado, destaca-se o desempenho superior obtido por meio dos métodos de combinação por variância mínima, em especial o método simplificado.

Palavras-chave: Combinação, Previsões, Erros correlacionados

## ABSTRACT

The adequate forecasting in industries allows the correct sizing of many aspects of production management. A method used to improve the precision of forecasts is the combination of predictions. Over time, many studies were conducted to evaluate the existent methods and to indicate which one is the most precise. However, there is no unanimity in those studies conclusions. Among the combination methods, the arithmetic average is recognized as the broadly applied, while the minimum variance is sometimes presented as more accurate allowing to consider the correlation between the errors of individual forecasts or not. This study proposes to identify, in real industrial predictions series, if there are differences between accuracy of individual forecasts and their combinations. The individual predictions are performed by ARIMA and ANN models, and the measures used to choose the best method are MAPE, MAE and MSE. This dissertation is structured as three articles, in which a series of comparisons between individual prediction techniques and their combinations. Article 1 addresses the comparison between the individual prevision techniques and the combination methods of mean arithmetic and simplified minimum variance. Article 2 presents a comparative study between the individual prevision techniques and the combination methods of mean arithmetic and minimum variance, considering errors correlated. The comparison between the three combinations presented in the previous articles is explained in Article 3. As main result of the dissertation, it is highlighted the superior performance obtained with the minimum variance combined methods, specially the simplified method.

Key words: Combining, Forecasting, Errors correlated

## LISTA DE FIGURAS

### Capítulo 2 - Artigo 1

Figura 1. Neurônio .....	30
Figura 2. Rede Neural .....	31
Figura 3. Etapas de análise de cada série de dados .....	35
Figura 4: Vetores das medidas de acurácia .....	37
Figura 5. Box-plot para as medidas de acurácia MAPE .....	39
Figura 6. Box-plot para as medidas de acurácia MSE .....	40
Figura 7. Box-plot para as medidas de acurácia MAE.....	40

### Capítulo 3 - Artigo 2

Figura 1. Neurônio .....	55
Figura 2. Rede Neural .....	56
Figura 3. Etapas de análise de cada série de dados .....	60
Figura 4. Box-plot para as medidas de acurácia MAPE .....	64
Figura 5. Box-plot para as medidas de acurácia MSE .....	65
Figura 6. Box-plot para as medidas de acurácia MAE.....	65

### Capítulo 4 - Artigo 3

Figura 1. Box-plot para as medidas de acurácia MAPE .....	84
Figura 2. Box-plot para as medidas de acurácia MSE .....	85
Figura 3. Box-plot para as medidas de acurácia MAE.....	85



## LISTA DE TABELAS

### Capítulo 2 - Artigo 1

Tabela 1. Análise descritiva das medidas de acurácia das 50 séries analisadas .....	38
Tabela 2. Frequências e percentuais relativos às medidas de acurácia das técnicas de previsão individuais.....	41
Tabela 3. Frequências e percentuais relativos às medidas de acurácia das técnicas de previsão e métodos de combinação.....	42
Tabela 4. Frequências e percentuais relativos à unanimidade nas escolhas pela técnica ou método de previsão mais acurado .....	43

### Capítulo 3 - Artigo 2

Tabela 1. Análise descritiva das medidas de acurácia .....	62
Tabela 2. Frequências e percentuais relativos às medidas de acurácia das técnicas de previsão e métodos de combinação.....	66
Tabela 3. Frequências e percentuais relativos à unanimidade nas escolhas pela técnica ou método de previsão mais acurado .....	67

### Capítulo 4 - Artigo 3

Tabela 1. Análise descritiva das medidas de acurácia .....	83
Tabela 2. Frequências e percentuais relativos às medidas de acurácia das técnicas de previsão e métodos de combinação.....	86
Tabela 3. Correlação categorizada e percentual de seleção dos métodos de combinação .....	87

### Capítulo 5 – Discussão dos Resultados

Tabela 1. Medidas descritivas das médias de acurácia relacionadas com as formas de previsão.....	95
--	----

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>12</b>
1.1 Tema e Objetivos .....	14
1.2 Justificativa .....	15
1.3 Método do Trabalho .....	17
1.4 Delimitações do Trabalho.....	19
1.5 Estrutura do Trabalho.....	19
<b>2. ARTIGO 1: COMPARAÇÃO DE PREVISÕES INDIVIDUAIS E SUAS COMBINAÇÕES: UM ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS .....</b>	<b>21</b>
1. Introdução .....	23
2. Modelos Box-Jenkins .....	26
3. Modelo de Redes Neurais Artificiais (RNA).....	29
4. Combinação de previsões .....	32
1.1. Método da variância mínima .....	33
1.2. Método da média aritmética .....	34
5. Método.....	35
6. Análise das Combinações.....	38
7. Conclusões.....	43
Referências.....	44
<b>3. ARTIGO 2: UM ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS: COMPARANDO PREVISÕES INDIVIDUAIS E SUAS COMBINAÇÕES COM ERROS CORRELACIONADOS.....</b>	<b>48</b>
1. Introdução .....	50
2. Técnicas de previsão e combinações de previsões.....	53
2.1 Previsões Individuais .....	53
2.2 Combinação de previsões.....	56
3. Método para comparar formas de previsões.....	59
4. Resultados.....	61
5. Considerações finais.....	67
Referências.....	69
<b>4. ARTIGO 3: ESTUDO DE COMBINAÇÃO DE PREVISÕES: UM COMPARATIVO ENTRE AS COMBINAÇÕES COM E SEM ERROS CORRELACIONADOS.....</b>	<b>73</b>
1. Introdução.....	75
2. Formas de obter previsões .....	77

3. Método para comparação das previsões .....	80
4. Comparações das Previsões .....	82
5. Conclusões .....	88
Referências .....	89
Apêndice A. Correlação e seleção de métodos de combinação .....	93
<b>5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>94</b>
<b>6. CONCLUSÃO .....</b>	<b>96</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>99</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A competitividade entre as empresas impulsiona o desenvolvimento de novas tecnologias e o aprimoramento de técnicas já existentes. Em busca de expansão mercadológica e de melhores resultados, são realizados frequentes diagnósticos nas empresas e análises de melhorias, buscando atender as necessidades dos consumidores com o menor custo possível.

Não basta atender as dimensões da qualidade percebidas pelo consumidor. Para se manter no mercado também se faz necessário o dimensionamento adequado da produção e da cadeia logística. Produção em excesso gera estoques e por consequência outros custos decorrentes destes estoques. Do mesmo modo, a falta de produtos pode ocasionar impacto negativo na imagem da empresa, multas por atraso nas entregas e perdas que podem transcurrir a perda de mercado (GOLDRATT; COX, 2002; WERNER, 2005).

Um dimensionamento adequado das necessidades da empresa pode ser obtido com o prévio conhecimento do comportamento de consumo do mercado. Tal conhecimento pode ser obtido por meio de previsões. As técnicas de previsão de demanda são frequentemente utilizadas para auxiliar no processo de tomada de decisões (SLACK, 2007). Assim, a previsão é empregada em diversas áreas: nos campo da engenharia, indústria, comércio ou economia com o intuito de prever falhas em manutenção industrial, quantidade demandada para um determinado período, planejamento econômico, controle de inventário e previsão de vazão de recursos hídricos.

Realizar previsões é uma atividade inerente a um grande número de áreas do conhecimento nas quais se torna necessário, através do uso de informações existentes, fazer afirmações sobre o curso provável dos eventos futuros. Para prever a demanda em períodos futuros com base em dados históricos utilizam-se os métodos de previsões quantitativos (PELLEGRINI; FOGLIATTO, 2000).

A base de dados para aplicar técnicas de previsão de demanda está dividida em dois grupos: dados utilizados nas técnicas quantitativas e nas técnicas qualitativas. As técnicas de previsão qualitativas não exigem necessariamente um histórico de dados, mas seus resultados

dependem do conhecimento acumulado por especialistas e variam amplamente na sua complexidade, valores e custos. As técnicas de previsão quantitativa apresentam diferentes propriedades, precisão e custos que devem ser considerados no momento da escolha, além de ser necessária a existência do registro de dados passados (MAKRIDAKIS et al., 1998; ABRAHAM; LEDOLTER, 2005; WANKE et al., 2006).

Segundo Werner (2005), previsões confiáveis podem exigir a utilização de várias técnicas, permitindo captar o maior número de informações disponíveis. Uma forma de incorporar diversas previsões obtidas através de diferentes técnicas de previsão é o método conhecido como combinação de previsões. A combinação de previsões é muitas vezes apresentada como uma alternativa bem sucedida às técnicas de previsões individuais (HIBON; EVGENIOU, 2005). Em alguns estudos, as diversas combinações de previsões apresentaram, em média, acurácia superiores a das suas previsões individuais (CLEMEN, 1989; MAKIDRAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS et al.; 2010). Segundo Armstrong (2001), quando se tem dúvida de qual a melhor forma de obtenção de previsões a ser utilizada, a combinação de previsões é mais acurada quando comparada à escolha de alguma técnica de previsão individual que compõe esta combinação. Além disso, outras conclusões foram obtidas como, por exemplo, métodos de combinação de previsões mais complexos ou sofisticados que as previsões individuais não necessariamente fornecem maior acurácia que métodos mais simples (STOCK; WATSON, 2004; KONIG et al., 2005).

Todavia, a combinação de previsões, apresenta uma desvantagem em relação às técnicas de previsões individuais, pois existe a possibilidade de introduzir erros quando se estima a contribuição (pesos) de cada previsão individual envolvidos nesta combinação (TIMMERMANN, 2006). Nos últimos anos, alguns estudos indicam que, as melhores previsões individuais podem apresentar erro médio menor quando comparadas ao erro médio gerado pela combinação destas previsões (YANG, 2004; HIBON; EVGENIOU, 2005; TIMMERMANN, 2006). Estes estudos não são unânimes em suas conclusões e ainda não apresentam comparativos entre métodos que utilizam ou não a correlação entre os erros das previsões individuais. Analisar os efeitos da utilização desta correlação em combinações de previsão de séries reais pode identificar sua influencia na acuracidade das previsões.

Estudiosos de áreas como turismo e economia apresentam questionamentos quanto ao uso ou não das técnicas de combinação de previsões em suas áreas específicas (WONG et al., 2006; HOLLAUER et al., 2008). Tais questionamentos emergem devido ao custo que representa a realização de diferentes previsões e combinações, pela dificuldade de aplicação destas técnicas por parte dos profissionais e atendimento às pressuposições dos modelos de previsão. Estas considerações são apresentadas apesar das combinações representarem, em média, um risco menor no desempenho da previsão em comparação as previsões individuais (HIBON; EVGENIOU, 2005).

Em função disto, o objetivo geral deste trabalho é verificar, para previsões de demanda quantitativas, se há diferença entre a acurácia das previsões individuais e suas combinações, utilizando como base para as modelagens as séries industriais do estudo *M3-Competition*. Será utilizado como técnicas de previsão a metodologia definida por Box-Jenkins na década de 70 (modelos ARIMA) e os modelos RNA, apresentados em 1943 por McCulloch e Pitts.

A utilização dos modelos ARIMA é justificada pela consolidação e aplicabilidade do método. Já a utilização de RNA, ainda é pouco utilizada para a previsão de demandas, porém segundo Ripley (1996), representa uma classe de modelos robustos e, de acordo com Hair et al. (2005), por sua natureza flexível de especificação, é adaptável a análise de séries temporais. Serão considerados ainda dois diferentes métodos de combinação de previsões: a combinação por variância mínima, apresentada considerando que o efeito da correlação entre os erros das previsões em duas situações (igual e diferente de zero) e a combinação por média aritmética.

## 1.1 Tema e Objetivos

O tema desta dissertação é a combinação de previsões com foco em previsões industriais.

O objetivo geral deste trabalho é identificar se há diferença entre a acurácia das previsões individuais e a de suas combinações, considerando o efeito da correlação entre os erros. As avaliações propostas serão realizadas por meio da aplicação das teorias de previsão de séries de tempo e de combinação de previsões em dados reais industriais.

Os objetivos específicos a serem atingidos nesta dissertação são os seguintes:

- Identificar se há diferença na acurácia média das previsões individuais e suas combinações, considerando combinações com erros correlacionados e não correlacionados.
- Verificar se a combinação por variância mínima, com erros correlacionados, é mais acurada que as suas previsões individuais.
- Verificar entre as combinações por média aritmética e variância mínima, com e sem utilização de erros correlacionados na obtenção dos pesos das previsões individuais, qual possui melhor acuracidade.
- Identificar por meio do estudo das frequências nas quais as previsões destaquem-se como mais acuradas, quais as técnicas de previsão e métodos de combinação são mais adequados. Esta análise de frequências é realizada para as previsões combinadas e suas correlações.

## 1.2 Justificativa

Há um crescente interesse das empresas no aprimoramento de suas previsões, alavancadas por meio da disseminação e utilização de computadores associados à disponibilidade de dados (WANKE, 2006). A identificação de métodos que facilitem a utilização de técnicas de previsão e diminuam seus erros, representa uma contribuição significativa em diferentes departamentos de uma empresa, tais como produção, cadeia logística e *marketing*.

Algumas publicações sobre o tema indicam que, em alguns casos, as previsões individuais apresentam acurácia aproximada a de suas combinações (HIBON; EVGENIOU, 2005; WONG et al., 2006). Nos últimos anos, alguns autores sugerem que as melhores previsões individuais podem apresentar desempenho superior quando comparada ao desempenho das previsões originadas da sua combinação (YANG, 2004; HIBON; EVGENIOU, 2005; TIMMERMANN, 2006).

A combinação de previsões representa um dos métodos frequentemente empregados no intuito de reduzir os erros gerados com a obtenção de previsão (CONSTANTINE; PAPALARDO, 2010). Como cada técnica de previsão individual pode captar diferentes características da série, no momento de realizar a previsão podem ser apresentados comportamentos distintos. A combinação destas previsões pode incorporar, em uma nova previsão, as características captadas por estas diferentes técnicas, com ganho na acurácia da previsão (ARMSTRONG, 2001; WERNER, 2005). De acordo com Souza (2008), um dos motivos para a utilização de combinação de previsões consiste na possibilidade desta fornecer uma previsão objetiva mais robusta.

Segundo Elliott e Timmermann (2005), os modelos de previsão são passíveis de más especificações, gerando modelos que podem não descrever adequadamente a série de dados. Esta limitação pode ser percebida em estudos que, ao comparar o desempenho médio da acurácia de diferentes combinações, apresentaram em seus resultados que combinações mais sofisticadas, como as que consideram os efeitos da correlação entre os erros, podem não apresentar desempenho superior ao das combinações mais simples como as obtidas por meio da média aritmética, por exemplo, (KONIG et al., 2005, STOCK; WATSON, 2004; MAKRIDAKIS; WINKLER, 1983). Em tais estudos ainda não são consideradas comparações utilizando o método da variância mínima com e sem a utilização da correlação entre os erros, para avaliar a acurácia das previsões.

Em muitos estudos, os erros obtidos por meio das previsões individuais são combinados considerando que estes erros são eventos independentes e, que, portanto a correlação linear não existe, anulando o efeito desta no cálculo dos pesos das combinações (WERNER, 2005; ANDRAWIS; ATIYA; SHISHINY, 2010). Em outros estudos, não há referência ao tipo de relacionamento existente entre os erros das previsões individuais (STOCK; WATSON, 2004; PRUDÊNCIO; LUDERMIR, 2006; PATTON; SHEPPARD, 2009). A inclusão da correlação nos cálculos de combinação pode representar um diferencial na decisão de combinar previsões ou não. Constatando-se o efeito da correlação entre os erros na acurácia das previsões obtidas por métodos de combinações, a utilização de métodos mais sofisticados viabiliza a obtenção de previsões mais eficientes.



### 1.3 Método do Trabalho

A caracterização do tipo de pesquisa deste trabalho pode ser considerada de acordo com Kahlmeyer-Mertens et al. (2007), do tipo exploratório pelo cunho investigativo e ainda como aplicado, pela finalidade prática. Quanto aos meios utilizados pode ser considerada do tipo experimental, considerando-se a manipulação de variáveis independentes e a observação dos resultados.

Na fase inicial deste estudo foram selecionadas as 334 séries industriais que fazem parte das 3003 séries apresentadas no estudo de Makidrakis e Hibon em 2000 intitulado de *M3-Competition*. Estas séries foram escolhidas por apresentarem dados reais industriais. Na sequência, agruparam-se as séries do estudo de acordo com as características de suas componentes, estabelecendo-se dois grupos: (i) séries com presença de tendência e sazonalidade e (ii) séries com os demais possíveis comportamentos.

Do grupo de séries com comportamento de tendência e sazonalidade, selecionou-se por amostragem aleatória simples, 50 séries para comporem o presente estudo. Para o cálculo do tamanho da amostra estabeleceu-se 95% de confiança, erro padrão de 10% e foi realizado um ajuste para populações finitas.

A fase compreendida pela análise dos dados, apresentada, nesta estrutura de trabalho, por meio do Artigo 1, demandou três diferentes etapas: a modelagem individual, a combinação das previsões realizadas por meio das modelagens individuais e a obtenção e comparação das medidas de acurácia.

Na primeira etapa, para a modelagem individual, aplicada a cada uma das 50 séries selecionadas, utilizam-se duas técnicas diferentes: metodologia Box-Jenkins, e redes neurais artificiais (RNA). Em cada modelagem aplicada, para cada uma das séries, realiza-se uma previsão individual gerando previsões distintas.

Nesta etapa, as modelagens individuais realizadas por meio da metodologia Box-Jenkins utilizam, para as previsões, os coeficientes de sazonalidade gerando um modelo SARIMA. As modelagens obtidas por meio das técnicas de RNA contemplam a classe

especial *perceptrons* de múltiplas camadas (MLP, originalmente, *Multilayer Perceptron*). O tipo de aprendizado contemplou treinamento supervisionado com retropropagação *online*.

A etapa dois da análise dos dados contempla a utilização de dois métodos de combinação de previsões. Neste trabalho aplica-se a combinação pelo método da variância mínima e a combinação pela média aritmética. Para cada combinação se utilizam como previsões individuais as duas previsões obtidas através das modelagens aplicadas a cada série de dados na etapa anterior. Cada uma das duas combinações de previsões gera um novo conjunto de previsões.

A terceira etapa da análise das séries de dados é constituída pela obtenção e comparação de três medidas de acurácia para cada previsão realizada individualmente ou por meio de suas combinações. As medidas de acurácia utilizadas neste trabalho são: MAPE (*Mean Absolute Percentual Error*), MSE (*Mean Square Error*), MAE (*Mean Absolute Error*).

Uma análise estatística é apresentada na etapa final para a verificação das hipóteses de diferença entre as médias das diferentes medidas de acurácia das previsões individuais e de suas combinações.

Todas as etapas realizadas para concluir a fase de análise dos dados, apresentadas no Artigo 1, foram repetidas para a segunda fase deste estudo, descritos no Artigo 2, no qual para uma nova combinação das previsões, considerou-se o efeito de uma correlação entre os erros de previsão diferente de zero.

No Artigo 3, os resultados a serem apresentados utilizam as previsões obtidas nas fases supracitadas, apresentando um estudo comparativo destas previsões de forma individual, combinadas sem o efeito da correlação e combinadas com o efeito da correlação diferente de zero.

O recurso computacional utilizado para a realização da modelagem dos dados das combinações das previsões, bem como as demais análises estatísticas das medidas médias de acurácia, foi o *software SPSS*<sup>®</sup>, versão 18.

#### 1.4 Delimitações do Trabalho

Neste trabalho foram realizadas combinações de apenas duas previsões. As técnicas de previsões utilizadas foram restritas à metodologia de Box-Jenkins e ao modelo de Redes Neurais Artificiais MLP. Quanto às combinações, também foram considerados dois diferentes métodos: a combinação por variância mínima e a combinação por média aritmética.

A verificação da eficiência das modelagens e das combinações foi obtida por meio de três diferentes medidas de acurácia: MAPE (*Mean Absolute Percentual Error*), MSE (*Mean Square Error*), MAE (*Mean Absolute Error*).

As previsões realizadas contemplam séries com comportamento de tendência e sazonalidade. Tais comportamentos foram considerados por caracterizarem grande parte das séries industriais. Por serem séries reais, algumas apresentam *outliers* em sua estrutura. As modelagens foram realizadas sem tratamento diferenciado para estes casos.

#### 1.5 Estrutura do Trabalho

A presente dissertação está estruturada de modo a apresentar três artigos científicos. Assim, este primeiro capítulo apresenta uma introdução ao tema abordado nestes artigos, bem como os objetivos gerais e específicos deste estudo. O capítulo 1 apresenta ainda o método utilizado, as delimitações do trabalho e a forma de estruturação.

O capítulo 2 tem como abordagem o primeiro artigo realizado neste estudo. Apresentando um estudo comparativo das medidas médias de acurácia obtidas por meio da modelagem de séries utilizando técnicas individuais de previsão de métodos de combinação destas previsões.

O capítulo 3 traz o segundo artigo apresentado neste estudo. A abordagem utilizada neste artigo é semelhante a do artigo supracitado, apresentando um estudo comparativo das medidas de acurácia obtidas por meio da modelagem de séries utilizando técnicas individuais de previsão de métodos de combinação destas previsões, incorporando às combinações o efeito da correlação entre os erros de previsão.

O terceiro artigo é apresentado no capítulo 4. O tema deste artigo contempla um estudo comparativo das medidas de acurácia obtidas por meio da modelagem de séries utilizando técnicas individuais de previsão, utilizando métodos de combinação destas previsões e utilizando ainda as combinações com o efeito da correlação entre os erros de previsão.

As conclusões obtidas e as discussões a cerca de todo o estudo apresentado neste trabalho são apresentadas no capítulo 5 desta dissertação, juntamente com indicações de trabalhos futuros.

2. **ARTIGO 1: COMPARAÇÃO DE PREVISÕES INDIVIDUAIS E SUAS  
COMBINAÇÕES: UM ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS**

Este artigo será submetido ao periódico “**Produção**”

## COMPARAÇÃO DE PREVISÕES INDIVIDUAIS E SUAS COMBINAÇÕES: UM ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS

Vera Lúcia Milani Martins (PPGEP / UFRGS)  
vlmmartins@producao.ufrgs.br

Liane Werner, Dr<sup>a</sup> (PPGEP / UFRGS)  
liane@producao.ufrgs.br

### Resumo

A necessidade de realizar previsões acuradas oriundas do crescente aprimoramento tecnológico tem estimulado a aplicação e a comparação de diferentes técnicas de modelagem, assim como de métodos de combinação. Historicamente, pesquisadores consideram que combinar previsões originadas de diferentes técnicas melhora a sua acurácia, embora alguns estudos questionem se essa é realmente a melhor opção. Este trabalho procura verificar, para previsões industriais, se há diferença entre a acurácia das previsões individuais e de suas combinações, por meio da modelagem de séries reais. Como técnicas de previsão individual utilizam-se a metodologia Box-Jenkins e a modelagem RNA; para a combinação das previsões, utilizam-se os métodos da média aritmética e da variância mínima simplificado. A avaliação de desempenho das previsões é obtida por meio das medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE. Como principal resultado, destaca-se a frequência predominante em que as previsões obtidas pelo método da variância mínima apresentaram desempenho superior em relação às demais previsões.

Palavras-chave: Previsão, Acurácia, Combinação

## **Abstract**

Technological development has increased the necessity of more accurate predictions, what stimulates the application and comparison of modeling techniques and methods of combining. Historically, researchers have considered that to combine forecasts from different techniques improves the accuracy, but some studies question if combining is really the best option. This paper aims to verify if there is difference between accuracy of individual forecasts and their combinations, by modeling real industrial predictions series. The techniques used for individual forecasting are the Box-Jenkins methodology and ANN modeling, while the simplified minimum variance and mean arithmetic methods were used for forecasts combination. The performance evaluation of the predictions was obtained by MAPE, MSE and MAE. As main result, we highlight the predominant frequency at which the predictions obtained by the minimum variance method showed superior performance compared to other forecasts.

Key words: Forecasting, Accuracy, Combining

## **1. Introdução**

A cada dia, são apresentados aos consumidores mais alternativas de escolha entre produtos que apresentem as mesmas características de funcionalidade. Para as empresas fabricantes, este ambiente gera concorrências cada vez mais acirradas. Tal fato tem estimulado o desenvolvimento e o aprimoramento de técnicas aplicadas à gestão da produção, no intuito de reduzir custos e aumentar a qualidade de seus produtos.

A disponibilidade de opções diversificadas de um mesmo produto ao consumidor permite um aumento do nível de exigência deste consumidor (CLARK; FUJIMOTO, 1991; CLARK; WHEELWRIGHT, 1993). O alto nível de qualidade nos produtos já não é mais a única solicitação do mercado, o tempo para a entrega do produto representa uma importante

variável no processo da decisão de compra (GILMORE; PINE, 2000; ANDERSON-CONNELL et al., 2002).

Para as empresas de manufatura, a disponibilização imediata de um item ao consumidor envolve uma análise criteriosa do seu processo produtivo. É fundamental manter bem dimensionados os processos envolvidos na cadeia logística. Manter altos estoques representa custos elevados de operacionalização e de oportunidade de capital empatado e, em contrapartida, manter baixos estoques pode incorrer em perda de economias de escala com altos custos de falta de produtos (GARCIA et al., 2006; WERNER, 2005).

Um adequado dimensionamento de estoques pode ser obtido com conhecimento prévio da demanda futura do mercado. Todavia, não se pode saber com exatidão o que será consumido pelo mercado. O uso de informações existentes das necessidades do mercado ou de históricos de demanda possibilita a realização de previsões.

A realização de previsões é um processo que envolve incerteza. No intuito de minimizá-la, existem diferentes técnicas disponíveis para a sua realização, as quais variam quanto a sua acurácia (exatidão), seu objetivo, seu horizonte de tempo e seus custos (ABRAHAM; LEDOLTER, 2005; MAKRIDAKIS et al., 1998). As técnicas de previsão de demanda são frequentemente utilizadas para auxiliar no processo de tomada de decisões (SLACK, 2007). De tal modo, para se obter a previsão mais adequada torna-se necessário analisar uma gama variada de técnicas e verificar quais fornecem as melhores medidas de acurácia.

As técnicas de previsão podem ser classificadas como quantitativas ou qualitativas. Para a utilização de técnicas de previsão quantitativas é necessária a existência de um registro de dados passados. Tais técnicas de previsão possuem diferentes propriedades, precisão e custos que devem ser considerados na escolha de um determinado método (MAKRIDAKIS et al., 1998).

Conforme Werner (2005), previsões confiáveis podem exigir a utilização de várias técnicas, permitindo captar o maior número de informações disponíveis. Para incorporar diferentes previsões originadas de diferentes técnicas, tem-se utilizado o método conhecido como combinação de previsões.



A combinação de previsões é muitas vezes apresentada como uma alternativa bem sucedida às técnicas de previsões individuais (HIBON; EVGENIOU, 2005). Estudos apresentam resultados onde as diversas combinações de previsões avaliadas apresentaram acurácia superiores a das suas previsões individuais (CLEMEN, 1989; MAKIDRAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS et al., 2010; COSTANTINE; PAPPALARDO, 2010).

A estimação dos pesos de cada previsão que compõe a combinação pode incorporar um erro às previsões obtidas, o que caracteriza uma possível desvantagem da combinação em relação às previsões individuais envolvidas (TIMMERMANN, 2006). Na última década alguns estudos indicam que, sob determinadas condições, as melhores previsões individuais podem apresentar erro menor quando comparadas ao erro médio gerado pela combinação destas previsões (YANG, 2004; HIBON; EVGENIOU, 2005; TIMMERMANN, 2006).

O uso ou não das técnicas de combinação de previsões vem sendo questionado em diversas áreas como turismo e economia (WONG et al., 2006; HOLLAUER et al., 2008). Estas considerações são realizadas apesar das combinações representarem, em média, um risco menor no desempenho da previsão em comparação as previsões individuais (HIBON; EVGENIOU, 2005).

Em função disto, o objetivo geral deste artigo é verificar, para previsões de demanda quantitativas, se há diferença entre a acurácia das previsões individuais e suas combinações, através da modelagem das séries industriais do *M3-Competition* (estudo realizado por Makridakis e Hibon em 2000, que reúne em um banco de dados de domínio público com 3003 séries de dados reais). Para tanto serão utilizadas duas técnicas de previsão: a metodologia definida por Box-Jenkins na década de 70 (modelos ARIMA) e os modelos RNA, apresentados em 1943 por McCulloch e Pitts. A utilização da metodologia Box-Jenkins é justificada pela consolidação e aplicabilidade do método, enquanto que a utilização de RNA, que segundo Ripley (1996) representa uma classe de modelos robustos, ainda é pouco utilizada para a previsão de demandas.

A estrutura do artigo está organizada como segue: a primeira seção apresenta esta introdução, as seções seguintes apresentam um referencial teórico sobre os modelos e as

combinações de previsões. Na seção 5 é descrito o método utilizado para efetivação do objetivo. Na seção 6 são expostos os resultados obtidos e, na seção final são explicitadas as conclusões obtidas através deste estudo.

## 2. Modelos Box-Jenkins

Para a análise de modelos paramétricos, uma metodologia bastante utilizada é a abordagem proposta por Box e Jenkins (1970). Esta metodologia consiste no ajuste de modelos auto-regressivos integrados de médias móveis, ARIMA  $(p,d,q)$ , ao conjunto de dados (MORETTIN; TOLOI, 2006). De acordo com Khashei e Bijari (2010), há muitos anos, esta metodologia predomina em várias áreas de previsão. Para a construção do modelo, Box et. al (1994), apresentaram 4 etapas:

- (i) Especificação: nesta etapa a série de dados é preparada para a análise, sendo que os dados precisam apresentar características de estacionariedade em relação à média e a variância;
- (ii) Identificação: um modelo candidato é selecionado com base na análise das autocorrelações e das autocorrelações parciais. Também podem ser utilizados outros critérios como, por exemplo, periodograma e função de densidade espectral;
- (iii) Estimação: neste momento, os parâmetros do modelo identificado são estimados;
- (iv) Verificação: realização de uma análise de adequabilidade do modelo, verificando a normalidade e heterocedasticidade dos resíduos.

Podem ser identificados diferentes modelos através da metodologia de Box-Jenkins, entre os principais estão: auto-regressivos de ordem  $p$  (AR), médias móveis de ordem  $q$  (MA), auto-regressivo de médias móveis de ordem  $p, q$  (ARMA), os auto-regressivos integrados de médias móveis de ordem  $p, d, q$  (ARIMA) e os auto-regressivos integrados de médias móveis sazonal, de ordem  $P, D, Q, p, d, q$ , com estação sazonal  $s$  (SARIMA).

Os modelos auto-regressivos, de ordem  $p$ ,  $AR(p)$ , podem ser descritos pela presença de um choque aleatório  $\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  e pelos valores defasados da variável  $\{Z_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ . O comportamento da série para a utilização de um dos modelos  $AR(p)$  é identificado por meio

da autocorrelação entre os tempos sequenciais desta série. A Equação (1) apresenta a estrutura deste modelo.

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

onde:  $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$ ,  $\phi$  são os coeficientes auto-regressivos e  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

Os modelos de médias móveis de ordem  $q$ , conhecidos como  $MA(q)$ , são descritos por meio da especificação de um número finito de pesos  $\Psi$  diferentes de zero, como mostra a Equação (2). A utilização desta classe de modelos é indicada por meio da identificação de padrões de comportamento das autocorrelações entre os tempos seqüenciais da série.

$$\tilde{Z}_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2)$$

onde:  $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$ ,  $\theta$  são os coeficientes de médias móveis e  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

Também pode ser utilizada para descrever uma série de dados temporais, o modelo auto-regressivo de médias móveis,  $ARMA(p, q)$ , que incorpora em um mesmo modelo as características dos modelos auto-regressivos e de médias móveis. Segundo Morettin e Tolo (2006), são utilizados especialmente quando não se deseja a inclusão de muitos parâmetros de estimação. Os modelos  $ARMA(p, q)$  são apresentados na Equação (3).

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3)$$

onde:  $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$ ,  $\phi$  representam os coeficientes auto-regressivos,  $\theta$  são os coeficientes de médias móveis e  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

Quando as séries são não-estacionárias, é necessário um tratamento nos dados, conhecido como diferenciação ( $d$ ), para que estas se tornem estacionárias. A inclusão do termo de integração possibilita a utilização de outra classe de modelos, o auto-regressivo integrável de médias móveis de ordem  $(p, d, q)$ , denominado de  $ARIMA(p, d, q)$ , definidos conforme Equação (4).

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_2 W_{t-2} + \dots + \phi_p W_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (4)$$

onde:  $W_t = \Delta^d Z_t$ ,  $\phi$  representam os coeficientes auto-regressivos,  $\theta$  são os coeficientes de médias móveis e  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ .

Após a modelagem da série temporal, podem ser calculadas previsões  $h$  passos a frente (MORETTIN; TOLOI, 2006). As previsões apresentadas para a série de dados analisados com o modelo ARIMA  $(p, d, q)$  podem ser obtidas conforme Equação (5).

$$Z_{t+h} = \varphi_1 Z_{t+h-1} + \dots + \varphi_{p+d} Z_{t+h-p-d} - \theta_1 \varepsilon_{t+h-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t+h-q} + \varepsilon_{t+h} \quad (5)$$

onde:  $\varphi_1(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d}$ , no qual  $B^n Z_t = Z_{t-n}$

A metodologia de Box-Jenkins explora a autocorrelação entre os valores da série em diferentes instantes  $t$  sucessivos. Observando os padrões de autocorrelação, em geral é possível identificar um ou vários modelos possíveis para a série de tempo (KHASHEI; BIJARI, 2010). Quando a autocorrelação é observada dentro do período de um ano, considera-se uma estação de sazonalidade  $s$  e as séries originais podem ser ajustadas por um modelo ARIMA sazonal (WERNER; RIBEIRO, 2003; MORETTIN; TOLOI, 2006).

A classe de modelos ARIMA sazonal (SARIMA), de ordem  $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$  é constituída por uma parte não-sazonal  $(p, d, q)$  e outra sazonal  $(P, D, Q)_s$ . Segundo Chen e Wang (2007), este é o modelo linear mais popular para a previsão de séries temporais sazonais, tendo apresentado nas últimas três décadas grande sucesso em pesquisas acadêmicas e aplicações industriais. Os modelos SARIMA são definidos conforme Equação (6) e as previsões obtidas para  $h$  passos à frente, por meio desta classe de modelos, é descrita na Equação (7), que corresponde à solução da equação de diferenças.

$$\varnothing(B)\Phi(B^s)(1 - B^s)^D(1 - B)^d Z_t = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t \quad (6)$$

$$\varnothing(B)\Phi(B^s)(1 - B^s)^D(1 - B)^d \hat{Z}_t(h) = 0 \quad (7)$$

nas quais:

$\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{sP}$  é o operador auto-regressivo sazonal de ordem  $P$ ;

$\Theta(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{sQ}$  é o operador auto-regressivo sazonal de ordem  $Q$ ;

$(1 - B^s)^D$  é o operador diferença sazonal, com  $D$  indicando o número de diferenças sazonais;

$(1 - B)^d$  é o operador diferença simples, com  $d$  indicando o número de diferenças simples;

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_p B^p$  é o operador auto-regressivo de ordem  $p$ , estacionário;

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_q B^q$  é o operador auto-regressivo de ordem  $q$

$\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  é um processo de ruído branco gaussiano, ou seja,  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \forall t \in \mathbb{Z}$ .

### 3. Modelo de Redes Neurais Artificiais (RNA)

Outra forma de se analisar uma série de tempo é por meio do uso de modelos de redes neurais artificiais (RNA) (HAIR et al., 2005). Mesmo com alguns de seus modelos apresentando suposições quanto às distribuições de probabilidade dos dados, estes são considerados não-paramétricos ou de estatística robusta (RIPLEY, 1996). O termo robusto se deve ao fato dos modelos de RNA serem capazes de lidar melhor com certas características dos dados, como a não linearidade, do que outros modelos (FLORES, 2009). Além disto, os modelos RNA possuem certa facilidade para analisar sistemas dinâmicos como séries temporais não-estacionárias (MÜLLER et al., 1995; DE WILDE, 1997; HAYKIN, 2001).

O modelo considerado como modelo inicial de RNA foi apresentado em 1943 por Warren McCulloch e Walter Pitts. Este modelo possuía uma estrutura de neurônios simples, onde assumiam apenas os valores 1 ou 0, ligado e desligado, respectivamente. Por possuírem estados bem definidos, também são chamados de neurônios de decisão. No modelo apresentado, os neurônios são ativados, ou seja, passam do estado 0 para o estado 1, caso seus pesos  $w_i$  ultrapassem um certo parâmetro  $J_i$ . O estado do neurônio é definido pela combinação linear de seus valores de saída, conforme a Equação (8).

$$h_i(t) = \sum_j w_{ij} n_j(t) \quad (8)$$

onde  $n_j = 0; 1$ ;  $w_{ij}$  representa os pesos sinápticos (ou força sináptica) entre os neurônios  $i$  e  $j$  e  $h_i(t)$  modela o que foi então chamado de polarização potencial total pós-sináptica no neurônio  $i$ , ou a entrada (input).

De um modo geral, as RNA's possuem uma estrutura que pode ser descrita por quatro grupos: neurônios (nós), tipo de modelo de rede neural, as redes e o aprendizado.

O neurônio é o principal elemento em uma RNA (MULLER et al., 1995; RIPLEY, 1996; DEWILDE, 1997; HAYKIN, 2001). É assim considerado por executar todos os passos como entradas e saída de dados. No modelo geral de um neurônio são identificados os seguintes elementos: conexões, junção aditiva, função de ativação e o viés ou *bias*.

As conexões representam os elos de ligação entre os neurônios e são chamados basicamente de sinapses. Cada sinapse possui um peso  $w_{ij}$ , chamado de peso sináptico. Um

sinal  $x_j$  é disparado na sinapse  $j$  que está ligada ao neurônio  $i$ . Os pesos sinápticos  $w_{ij}$  possuem valores positivos ou negativos. O segundo elemento do neurônio é uma junção aditiva, também chamada de combinador linear ou somador. Sua função é combinar os sinais  $x_j$  com seus respectivos pesos sinápticos  $w_{ij}$ . Outro elemento é a função de ativação, que tem como objetivo restringir ou limitar o intervalo permitido de amplitude do sinal de saída. Em geral, os modelos são diferenciados por meio da função de ativação dos neurônios. A função do viés ou *bias* em um neurônio é regular a entrada da função de ativação, aumentando ou diminuindo seu valor. Pode ser incluído na rede, através da junção aditiva ou com um dos sinais  $x_j$ , como uma entrada constante do neurônio. A representação de um neurônio é apresentada na Figura 1. De forma geral, pode-se definir um neurônio segundo as Equações (9) e (10).

$$u_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j \quad (9)$$

$$y_i = \varphi(u_i + b_i) \quad (10)$$

onde:  $x_j$  são os sinais de entrada;  $w_{ij}$  são os pesos sinápticos do neurônio  $i$ ;  $u_i$  é a saída do combinador linear devido aos sinais de entrada;  $b_i$  é o *bias*;  $\varphi(.)$  a função de ativação e  $y_i$  é o sinal de saída do neurônio.

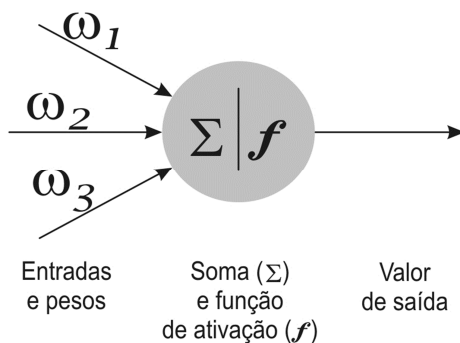


Figura 1. Neurônio

Fonte: Adaptado de HAIR et al. (2005)

Os modelos de RNA podem ser divididos em diferentes classes especiais, como por exemplo, redes de função de base radial e *perceptron* de múltiplas camadas (MLP). Porém, quanto ao formato, pode ser dividido em três classes gerais, diferenciadas por meio de seu funcionamento, são elas: redes alimentadas adiante com camada única, redes alimentadas adiante com múltiplas camadas e redes recorrentes (MÜLLER et al., 1995; DEWILDE, 1997; HAYKIN, 2001).

Redes neurais alimentadas adiante com múltiplas camadas são referidas como o modelo mais conhecido de RNA (HAYKIN, 2001; ZHANG; BERARDI, 2001; QI; ZHANG, 2001; AUER et al., 2008). Este modelo de RNA é considerado por Qi e Zhang (2001) como o mais utilizado. Em tal modelo, a rede apresenta uma ou mais camadas ocultas de neurônios, que não são visíveis como nas camadas de entrada e de saída. As camadas podem ser parcialmente ou totalmente conectadas.

A grande vantagem de redes de camadas múltiplas é a complexidade dos sistemas que elas são capazes de lidar. Isso se deve ao aumento de capacidade de sinapse oferecido pela camada oculta e a camada de saída. Como o sinal de cada camada oculta depende da camada imediatamente anterior, isso aumenta a capacidade da rede, finalizando na camada de saída, o que também aumenta a quantidade de parâmetros do modelo (FLORES, 2009). A configuração da rede neural é um arranjo sequencial que abrange três tipos de camadas, compostas pelos neurônios: de entrada, de saída e oculta.

Na camada de entrada, os neurônios recebem os dados e realizam a transmissão para a rede neural. Cada neurônio representa uma única variável ou padrão descrito de forma numérica. O neurônio de saída recebe uma entrada e calcula um valor de saída, o valor final. No caso de modelos preditivos, este valor representa a previsão. Para modelos com estruturas mais complexas são empregados neurônios em uma camada oculta. As camadas ocultas e a função de ativação permitem a análise de modelos não lineares (HAIR et al., 2005). A Figura 2 apresenta a estrutura de uma rede neural.

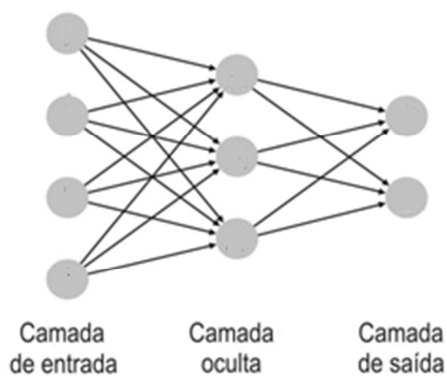


Figura 2. Rede Neural  
Fonte: Adaptado de HAIR et al. (2005)

A fase de aprendizagem em uma RNA é onde se promovem os ajustes dos pesos sinápticos. Este aprendizado é atingido por meio do treinamento do sistema. Em um modo de aprendizado supervisionado, os valores de entrada e saída são comparados. Os erros oriundos de tal diferença são utilizados para ajustar o modelo. A forma mais comum de treino é a retropropagação, onde o erro encontrado no valor de saída é distribuído passos atrás ao longo de todo o sistema. À medida que esses erros passam pelos neurônios da rede, os pesos são recalculados. Assim que este processo se encerra para todos os pesos, a próxima entrada é processada, reiniciando o ciclo de treinamento até que a fase de aprendizado do sistema esteja concluída (HAIR et al., 2005).

#### **4. Combinação de previsões**

A melhoria do desempenho das previsões de demanda constitui uma busca constante dos previsores em diversos ambientes organizacionais. Com esta finalidade desenvolvem-se diferentes formas de se obter previsões. Um destes métodos é conhecido como combinação de previsões (WEBBY; O'CONNOR, 1996).

A combinação de previsões é um método frequentemente utilizado para melhorar a acurácia das previsões (COSTANTINE; PAPPALARDO, 2010). Foi apresentada inicialmente por Bates e Granger (1969) e é considerada, segundo Clemen (1989), um método atraente para realizar previsões. A literatura indica que a combinação linear de previsões comumente é mais acurada que as previsões individuais que a compõe (CLEMEN, 1989; STOCK; MAKIDRAKIS; HIBON, 2000; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; COSTANTINE; PAPPALARDO, 2010).

Após a proposta de combinação apresentada em 1969, surgiram outros estudos propondo diferentes combinações. Em 1974, Newbold e Granger publicaram um estudo comparativo utilizando previsões individuais e suas combinações obtidas por meio do método apresentado em 1969 e aplicadas a séries econômicas; tal estudo indica um ganho na acurácia quando previsões univariadas foram combinadas. Em 1989, Clemen apresentou uma extensa revisão bibliográfica sobre combinações, composta por 209 artigos. As pressuposições exigidas quanto a utilização dos modelos de combinação foi o tema abordado por Yang (2004).



A obtenção de uma previsão por meio da combinação de outras previsões realizadas com técnicas distintas pode melhorar a acurácia das previsões. Tal afirmação é possível assumindo-se que as técnicas de previsão individuais são oriundas de diferentes abordagens e podem capturar características distintas de cada série (ARMSTRONG, 2001). As previsões que compõem a combinação também apresentam diferentes abordagens. As combinações objetivas aplicadas neste trabalho são o método da variância mínima e o método da média aritmética.

### 1.1. Método da variância mínima

O método que foi proposto por Bates e Granger (1969) consiste em realizar a combinação linear de duas previsões objetivas. Neste método, as previsões objetivas devem ser não-viesadas e a combinação das previsões é obtida atribuindo-se um peso para cada uma das previsões individuais que serão combinadas. Sua estrutura é apresentada conforme Equação (11).

$$F_c = wF_1 + (1-w)F_2 \quad (11)$$

onde:  $w$  é o peso atribuído a previsão e  $F_1$  e  $F_2$  são as previsões individuais a serem combinadas.

A estrutura de obtenção dos pesos descritos na Equação (11) é embasada na observação das variâncias dos erros das previsões individuais e na correlação entre os erros de previsão destas duas previsões individuais, obtidas de forma independente. Para atribuir menor peso às previsões de maior variabilidade, a combinação destas previsões deve ser calculada utilizando os pesos conforme Equação (12).

$$w = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad (12)$$

onde:  $\rho$  é o valor da correlação linear entre os erros das previsões obtidas em  $F_1$  e  $F_2$  e  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$  correspondem à variância dos erros de previsão de  $F_1$  e  $F_2$  respectivamente.

Ao assumir que os erros de previsão obtidos em  $F_1$  e  $F_2$  são independentes, a correlação linear ( $\rho$ ) entre estes erros é nula. Considerando-se então a independência destes erros pode-se reescrever a Equação (12) e a sua reestruturação é apresentada na Equação (13). Este formato é conhecido como método da variância mínima simplificado.

$$w = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (13)$$

onde:  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$  correspondem à variância dos erros de previsão de  $F_1$  e  $F_2$  respectivamente.

### *1.2. Método da média aritmética*

Estudos que comparam o desempenho médio da acurácia de diferentes combinações apresentaram em seus resultados que combinações mais sofisticadas podem não apresentar desempenho superior ao das combinações mais simples (MAKRIDAKIS; WINKLER, 1983; STOCK; WATSON, 2004; KONIG et al., 2005).

O método da média aritmética de combinação de previsões é considerado um estimador simples e de fácil utilização. Armstrong e Collopy (1998) avaliaram que este método, para determinados casos, mostrou-se mais acurado que métodos mais elaborados. Além disso, de acordo com Clemen e Winkler (1986), não é necessário o conhecimento prévio da precisão ou do grau de dependência entre as previsões para a utilização deste método.

Como apenas previsões acuradas devem compor as combinações, grandes diferenças nos desvios-padrão dos erros das previsões individuais não são esperadas. Nestes casos, é razoável pensar que a média simples pode apresentar um desempenho melhor que o obtido com a média ponderada (MENEZES, et al., 2000). A média aritmética é um dos métodos mais populares para combinação de diferentes previsões (FLORES; WHITE, 1989).

A combinação de duas previsões por média aritmética, em sua apresentação, pode ser considerada uma simplificação do método da variância mínima, diferenciando-se por apresentar pesos fixos e iguais para cada previsão individual a ser combinada. O método da média aritmética, composto por duas previsões é apresentado na Equação (14).

$$F_c = 0,5F_1 + 0,5F_2 \quad (14)$$

onde:  $F_1$  e  $F_2$  são as previsões individuais a serem combinadas.

## 5. Método

O método a ser utilizado neste trabalho consiste em analisar uma amostra das 334 séries industriais que fazem parte das 3003 séries do *M3-Competition* (MAKIDRAKIS; HIBON, 2000). Estas séries foram escolhidas por serem dados reais industriais. Destas, foram agrupadas as séries com comportamento de tendência e sazonalidade. Do grupo obtido foram selecionadas 50 séries aleatoriamente, utilizando o critério de amostragem aleatória simples. O tamanho da amostra foi obtido considerando-se 95% de confiança, erro padrão de 10% e aplicação de um ajuste para populações finitas.

Três diferentes etapas serão seguidas para a análise dos dados: (i) realizar a modelagem individual; (ii) obter as combinações de previsões e, (iii) Comparação das medidas de acurácia. A Figura 3 apresenta as etapas de análise de cada série de dados.

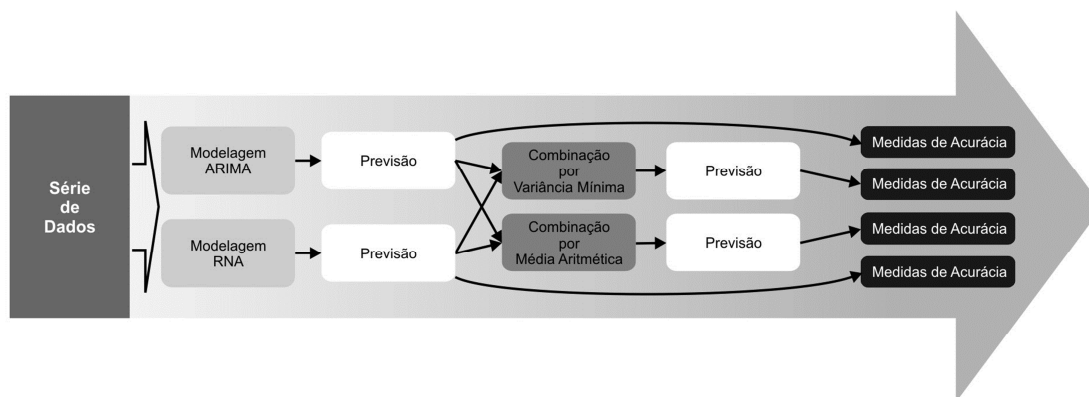


Figura 3. Etapas de análise de cada série de dados

Fonte: Elaborado pelos autores

Na primeira etapa, a modelagem individual, aplicada a cada uma das 50 séries selecionadas, utiliza duas técnicas diferentes para a obtenção da previsão: modelos ARIMA e modelos de RNA.

A metodologia Box-Jenkins aplicada às séries considerou em seus modelos os coeficientes do modelo ARIMA juntamente com os seus coeficientes de sazonalidade,

compondo, portanto, o modelo SARIMA. O critério de seleção do modelo utilizado foi o BIC Normalizado (do inglês, *Normalized Bayesian Information Criterion*), após a obtenção das previsões foi realizada a verificação de normalidade dos resíduos com teste de Kolmogorov-Smirnov. Para os modelos de RNA utilizou-se o tipo de rede MLP com aprendizado obtido pelo treinamento supervisionado com retropropagação *online*.

Em cada modelagem realizada (ARIMA e RNA), obtém-se a previsão individual para cada série, o que gera um total de 100 conjuntos de previsões individuais diferentes. Também se calculam três medidas de acurácia para cada modelagem, são elas, MAPE (*Mean Absolute Percentual Error*), MSE (*Mean Square Error*), MAE (*Mean Absolute Error*), perfazendo um total de 300 valores para medidas de acurácia, nesta etapa.

Paliwal e Kumar (2009) apresentam uma revisão de estudos comparativos entre RNA's e técnicas estatísticas de predição. Neste trabalho, verificou-se a utilização das medidas MAPE, MSE e MAE como forma de medir o desempenho das modelagens em diversos artigos. Além disso, de acordo com Goodwin e Lawton (1999) para a comparação de diferentes séries, a medida MAPE é provavelmente uma das mais utilizadas. O cálculo das medidas MAPE, MSE e MAE é obtido conforme Equações (15), (16) e (17), respectivamente.

$$\frac{\sum_{t=1}^n |e_t / Y_t * 100|}{n} \quad (15)$$

$$\frac{\sum_{t=1}^n |e_t|}{n} \quad (16)$$

$$\frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n} \quad (17)$$

onde:  $e$  corresponde ao erro de previsão,  $n$  é o número de observações,  $Y_t$  é o valor observado no tempo  $t$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ .

Os métodos de combinação de previsões a serem aplicados neste trabalho são: a combinação pelo método da variância mínima simplificado e a combinação pela média aritmética. Cabe ressaltar que para o método de variância mínima foi considerado que as previsões são totalmente independentes e que, portanto apresentam correlação nula. Em cada combinação se utiliza como previsões individuais as duas previsões obtidas através das modelagens aplicadas a cada série de dados na etapa anterior.

Cada uma das duas combinações, aplicada a cada série de dados, gera um novo grupo de previsões, totalizando então mais 100 previsões diferentes. Após se calculam três medidas de acurácia para cada método de combinação, são elas, MAPE, MSE e MAE, resultando um total de 300 valores para medidas de acurácia, na segunda etapa.

Por fim, realizam-se as análises estatísticas das medidas de acurácia observadas nas modelagens e combinações. A estrutura das comparações consiste no armazenamento, em 12 vetores, das 300 medidas de acurácia obtidas na primeira etapa com as previsões individuais e das 300 obtidas na segunda etapa com as combinações. A visualização destes vetores é apresentada na Figura 4.

Série	Modelagens						Combinações					
	ARIMA			RNA			Média Aritmética			Variância Mínima		
	MAPE	MSE	MAE	MAPE	MSE	MAE	MAPE	MSE	MAE	MAPE	MSE	MAE
1	X1.1	X1.2	X1.3	Y1.1	Y1.2	Y1.3	Z1.1	Z1.2	Z1.3	V1.1	V1.2	V1.3
2	X2.1	X2.2	X2.3	Y2.1	Y2.2	Y2.3	Z2.1	Z2.2	Z2.3	V2.1	V2.2	V2.3
3	X3.1	X3.2	X3.3	Y3.1	Y3.2	Y3.3	Z3.1	Z3.2	Z3.3	V3.1	V3.2	V3.3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
50	X50.1	X50.2	X50.3	Y50.1	Y50.2	Y50.3	Z50.1	Z50.2	Z50.3	V50.1	V50.2	V50.3

Figura 4: Vetores das medidas de acurácia

Fonte: Elaborado pelos autores

As três medidas de acurácia geradas em cada grupo de análise serão comparadas com as medidas de acurácia correspondentes aos demais blocos, considerando como bloco um método de combinação e/ou uma técnica de previsão.

Outra análise a ser realizada consiste em comparar as frequências de seleção de cada técnica de previsão e método de combinação, para cada medida de acurácia, buscando pelas maiores frequências. Tais frequências são obtidas considerando o número de vezes em que cada previsão possui a melhor medida de acurácia. Para esta análise também foram gerados vetores nos quais foram armazenados resultados.

O recurso computacional utilizado para a realização da modelagem dos dados, das combinações das previsões e demais análises estatísticas das medidas de acurácia, foi o *software SPSS®*, versão 18.

## 6. Análise das Combinações

Para cada uma das 50 séries obtiveram-se as previsões de quatro diferentes formas, duas previsões individuais e duas combinações das previsões individuais. Cada uma destas foi avaliada quanto a sua acuracidade por três medidas distintas: MAPE, MSE, MAE. Uma análise descritiva das medidas de acurácia para cada método de modelagem e técnica de combinação utilizados para a obtenção das previsões é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1. Análise descritiva das medidas de acurácia das 50 séries analisadas

	MAPE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	5,16	2,75	1,00	12,41
<i>RNA</i>	4,60	2,27	1,03	9,54
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	4,28	2,28	0,79	10,16
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA</i>	4,22	2,25	0,79	9,91
	MSE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	127.639,92	123.613,31	9.837,27	478.617,73
<i>RNA</i>	98.634,49	91.808,41	6.733,97	364.002,61
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	88.171,72	86.703,69	6.128,42	352.060,27
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA</i>	85.657,70	84.124,08	6.139,00	338.284,80
	MAE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	246,39	126,61	76,81	562,33
<i>RNA</i>	218,31	101,60	62,19	457,15
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	203,56	102,42	61,53	468,02
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA</i>	200,50	100,83	61,51	456,37

A análise descritiva mostra que, em média, para as três medidas de acurácia analisadas, os métodos de combinação de previsões apresentaram valores para as medidas de acurácia menores quando comparados às suas previsões individuais. Entre as combinações de previsões, o método da variância mínima foi o que apresentou os melhores resultados.

Uma análise gráfica destes resultados mostra que as médias encontradas em cada grupo de medida de acurácia apresentam comportamento similar e com alta variabilidade. O Box-plot das medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE são apresentados nas Figuras 5, 6 e 7 respectivamente.

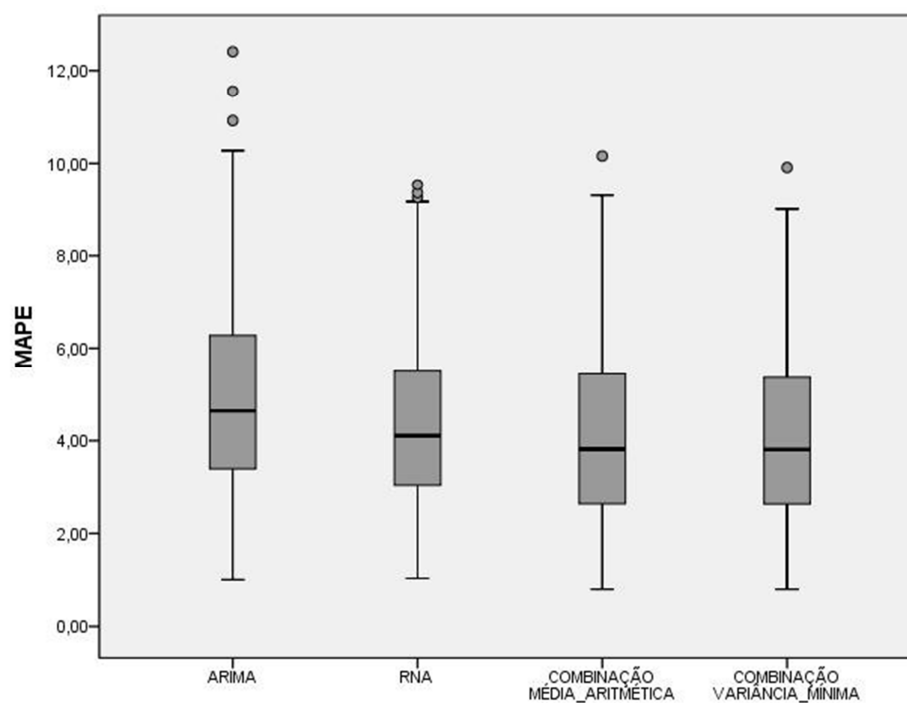


Figura 5. Box-plot para as medidas de acurácia MAPE

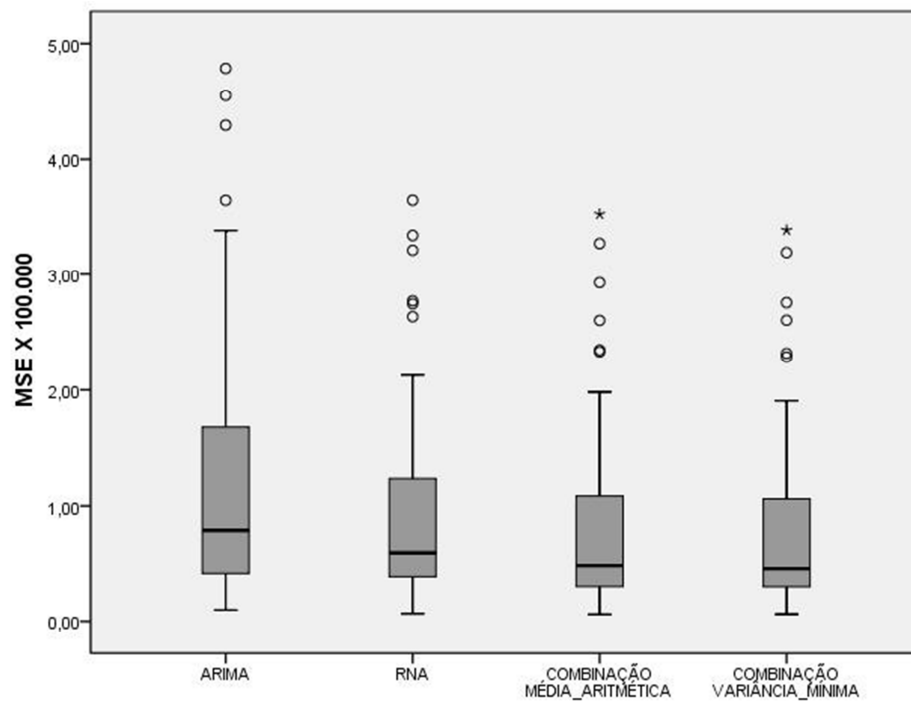


Figura 6. Box-plot para as medidas de acurácia MSE

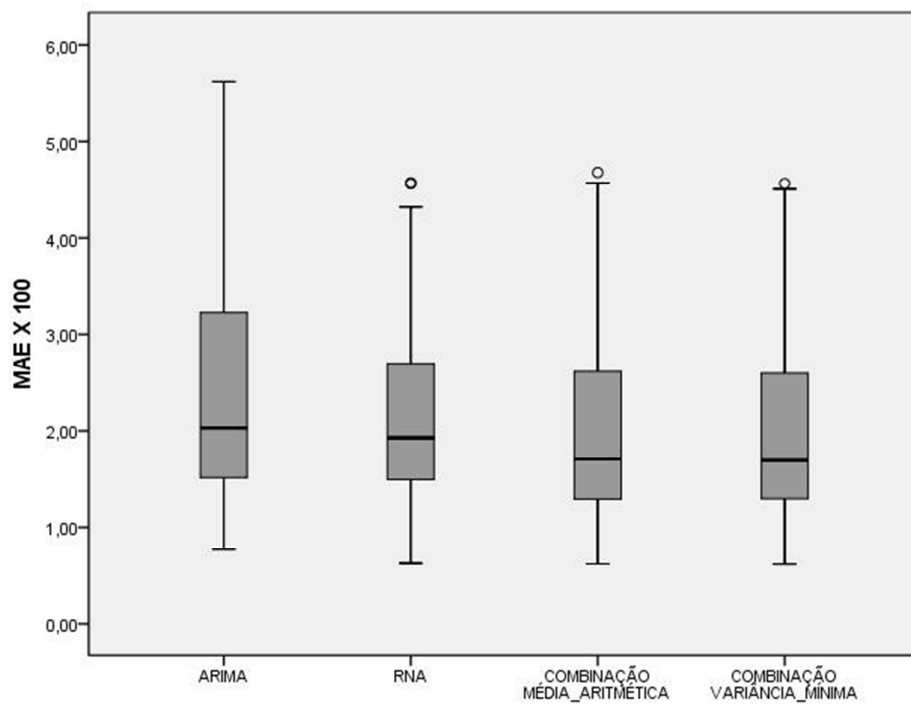


Figura 7. Box-plot para as medidas de acurácia MAE



Após a verificação de normalidade das variáveis por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov e de homogeneidade das variâncias por meio do teste de Levene, procedeu-se com a Análise de Variâncias (ANOVA) para comparação das médias das medidas de acurácia. O mesmo mostrou que, ao nível de significância de 5%, as médias da medida MAPE não diferem entre si, indicando, portanto, que não deve haver diferença entre a acurácia média de cada técnica de previsão e método de combinação (p-valor = 0,183). O mesmo ocorrendo para as medidas MSE (p-valor = 0,125) e MAE (p-valor = 0,136). Salienta-se neste ponto que se trata de dados reais, sendo que as séries analisadas apresentam variabilidade bastante diversificada.

Todavia, o interesse dos previsores não está na média de medida de acurácia de diferentes séries, mas sim, de forma pontual, na previsão mais acurada para a sua série histórica de dados. Buscando qual técnica ou método realiza a melhor previsão, identificou-se a frequência da técnica ou método mais acurado para cada série de dados, por medida de acurácia.

Em uma análise das frequências de seleção das técnicas de previsão individual, a técnica RNA apresentou maior frequência para as medidas de acurácia MAPE (80%), MSE (84%) e MAE (78%). Este resultado indica que a modelagem realizada por esta técnica apresentou desempenho superior quanto a sua acurácia quando comparada à modelagem obtida por meio da técnica de previsão ARIMA. A Tabela 2 apresenta as frequências e os percentuais relativos às medidas de acurácia.

Tabela 2. Frequências e percentuais relativos às medidas de acurácia das técnicas de previsão individuais.

	<b>MAPE</b>	<b>MSE</b>	<b>MAE</b>
<i>ARIMA</i>	10 <b>20,0%</b>	8 <b>16,0%</b>	11 <b>22,0%</b>
<i>RNA</i>	40 <b>80,0%</b>	42 <b>84,0%</b>	39 <b>78,0%</b>
<i>Total</i>	50 <b>100,0%</b>	50 <b>100,0%</b>	50 <b>100,0%</b>

A Tabela 3 apresenta as frequências e os percentuais relativos às medidas de acurácia de acordo com cada técnica e método de previsão analisado. A combinação por variância mínima apresentou a maior frequência, para as medidas de acurácia MAPE (80%), MSE (80%) e MAE (78%), indicando que este é o método mais acurado. A técnica de previsão individual RNA e o método de combinação por média aritmética apresentaram mesma frequência quando as medidas de acurácia são MAPE (10%) e MSE (10%). A técnica de previsão individual ARIMA não apresentou melhor acurácia para nenhuma das séries analisadas.

Tabela 3. Frequências e percentuais relativos às medidas de acurácia das técnicas de previsão e métodos de combinação.

	<b>MAPE</b>	<b>MSE</b>	<b>MAE</b>
<i>ARIMA</i>	0 <b>0,0%</b>	0 <b>0,0%</b>	0 <b>0,0%</b>
<i>RNA</i>	5 <b>10,0%</b>	5 <b>10,0%</b>	5 <b>10,0%</b>
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	5 <b>10,0%</b>	5 <b>10,0%</b>	6 <b>12,0%</b>
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA</i>	40 <b>80,0%</b>	40 <b>80,0%</b>	39 <b>78,0%</b>
<i>Total</i>	50 <b>100,0%</b>	50 <b>100,0%</b>	50 <b>100,0%</b>

As medidas de acurácia utilizadas apresentaram comportamento uniforme para a seleção da melhor técnica de previsão ou método de combinação. O método de combinação por variância mínima foi selecionado como mais preciso, pelas três medidas de acurácia simultaneamente, para 74% das séries estudadas. Para a totalidade das séries modeladas, a escolha pela melhor técnica ou método de previsão foi unânime entre as medidas MAPE, MSE e MAE para 88% das séries, para 12% das séries a seleção de melhor acuracidade foi obtida por duas ou apenas uma das medidas. As frequências e os percentuais relativos a esta

escolha são apresentados na Tabela 4. O percentual de unanimidade encontrado corrobora com as afirmações supracitadas.

Tabela 4. Frequências e percentuais relativos à unanimidade nas escolhas pela técnica ou método de previsão mais acurado

	Escolha pelas medidas MAPE, MSE e MAE	
	Séries	Percentual
<i>ARIMA</i>	0	0%
<i>RNA</i>	4	8%
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	3	6%
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA</i>	37	74%
<i>Total</i>	44	88%

## 7. Conclusões

O desenvolvimento e aprimoramento de técnicas aplicadas à gestão da produção representam para as empresas uma possibilidade de reduzir custos e aumentar a qualidade dos produtos. Prever adequadamente a demanda do mercado está diretamente ligado a fatores de redução nos custos, de dimensionamento da produção e de estoques. Em função disto, buscou-se verificar, para previsões de demanda quantitativas, se há diferença entre a acurácia das previsões individuais e suas combinações.

Neste estudo foram utilizadas séries industriais reais, com comportamento de tendência e sazonalidade. Para a obtenção das previsões foram utilizadas as técnicas ARIMA e RNA, que são métodos reconhecidamente robustos para realizar previsões quantitativas. As combinações das previsões individuais foram realizadas por meio dos métodos da média aritmética e variância mínima simplificada, para este último, as previsões foram consideradas

independentes, portanto, com correlação nula. As medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE foram utilizadas para investigar qual técnica de previsão ou método de combinação são mais indicados.

No primeiro resultado deste estudo, a ANOVA mostra que, para as 50 séries reais utilizadas e considerando um nível de significância de 5%, não há diferença significativa entre as médias das medidas de acurácia das técnicas de previsão individual e suas combinações. Tal resultado pode ser atribuído à variabilidade das séries.

Como o interesse dos previsores está na identificação de qual técnica de previsão ou método de combinação fornece as melhores medidas de acurácia, foram investigadas as frequências nas quais estas ocorrem. A análise da frequência das técnicas de previsão individual mostra que em aproximadamente 80% dos casos a técnica de RNA foi mais acurada que a técnica ARIMA. Uma segunda análise das frequências foi realizada considerando juntamente com as técnicas de previsão individual os métodos de combinação de previsões. Neste caso o método de combinação por variância mínima simplificada apresentou os melhores resultados em relação às medidas de acurácia, com aproximadamente 80% das frequências. Ressalta-se neste resultado que em 88% dos casos as medidas de acurácia propiciaram unanimidade à escolha.

O indicativo dos resultados apresentados neste estudo é, claramente, que a combinação de previsões pelo método da variância mínima simplificado obteve as melhores previsões. Portanto, a utilização da variância na composição da previsão combinada não deve ser ignorada pelos previsores.

Há ainda outras questões a serem investigadas em relação a técnicas de previsão e métodos de combinação. A utilização de séries reais que contemplem outros comportamentos não apresentados neste estudo, bem como a utilização de diferentes técnicas de modelagem e diferentes métodos de combinação que utilizem correlação entre os erros na composição dos pesos, compõe uma gama de opções para a realização de trabalhos futuros.

## **Referências**

ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical Methods for Forecasting**. John Wiley & Sons, New York, 2005.

- ANDERSON-CONNEL, L.J.; ULRICH, P.V.; BRANNON, E.L. A consumer-driven model for mass customization in apparel market. **Journal of Fashion Marketing and Management**, v.6, n.3. 2002, p.240-258.
- ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. In Press, Corrected Proof, Available online 15 September 2010.
- ARMSTRONG, J. S. **Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners**. Kluwer Academic Publishers. 2001.
- AUER, P.; BURGSTEINER, H.; MAASS, W. A learning rule for very simple universal approximators consisting of a single layer of perceptrons. **Neural Networks**. v.21, 2008, p. 786-795.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J.. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v. 20, n. 4. 1969, p. 451-468
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time series analysis**. San Francisco: Holden-Day, 1976.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time Series Analysis, Forecasting and Control**, 3rd ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1994, 598 p.
- CHEN, K.Y.; WANG, C. H. A hybrid SARIMA and support vector machines in forecasting the production values of the machinery industry in Taiwan. **Expert Systems with Applications**. v.32, ed. 1, 2007, p. 254-264.
- CLARK, K. B.; FUJIMOTO, T. **Product development performance: strategy, organization and management in the world auto industry**. Boston, Mass.: Harvard Business School Press. 1991.
- CLARK, K. B.; WHEELWRIGTH, S. C. **Managing New Product and Process Development: text and cases**. New York: The Free Press, 1993. 896 p.
- CLEMEN, R. T.; Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v. 5, 1989, p. 559-583.
- CLEMEN, R.T.; WINKLER, R.L.. Combining economic forecasts. **Journal of Business and Economic Statistics**. v. 4, 1986, p. 39-46.
- COSTANTINE, C.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International journal of forecasting**. v. 26, 2010, p. 725-743.
- DE WILDE, P. **Neural networks models: theory and projects**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1997. 174 p.
- FLORES, B. E. & WHITE, E. M.. Combining forecasts: why, when and how. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. Vol. 8, n.3, 1989, p. 2-5.
- FLORES, J. H. F. **Comparação de modelos MLP/RNA e modelos Box-Jenkins em séries temporais não lineares**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.
- GARCIA, E.; DOS REIS, L.; MACHADO, L.; FILHO, V. J. F. **Gestão de Estoques: Otimizando a logística e a cadeia de suprimentos**. 1 ed. Rio de Janeiro: e-papers serviços editoriais, 2006. 144 p.

- GILMORE, J. H.; PINE II, J. B. (2000) - **Markets of one**: creating customer-unique value through mass customization. Harvard Business School Press, Boston, MA.
- GOODWIN, P.; LAWTON, R. On the asymmetry of the symmetric MAPE. **International journal of forecasting**. v. 15, 1999, p. 405-408.
- HAIR JR, J. F.; ANDERSON, R. E.; TATHAN, R. L.; BLACK, W. C. **Análise multivariada de dados**. 5ed. Porto Alegre: Bookman, 2005, 593 p.
- HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 900 p.
- HIBON, M.; EVGENIOU, T. To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. **International journal of forecasting**. v. 21, 2005, p. 15-24.
- HOLLAUER, G.; ISSLER, J. V.; NOTINI, H. H. Prevendo o crescimento da produção industrial usando um número limitado de combinações de previsões. **Economia Aplicada**. São Paulo, 2008, v.12, n. 2, p. 177-198.
- KHASHEI, M.; BIJARI, M. An artificial neural network (p, d, q) model for timeseries forecasting. **Expert Systems with Applications**. v. 37, 2010, p. 479-489.
- KONIG, A. J.; FRANCES, P. H.; HIBON, M.; STEKLER, H. O. The M3-Competition: Statistical tests of the results. **International journal of forecasting**. v.21, 2005, p. 397-409
- MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J.. **Forecasting: methods and applications**. ed. 3. USA: Wiley, 1998. 642p.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WINKLER, R. L. Averages of Forecasts: Some empirical results. **Management Science**. v. 29, 1983, p. 987-996.
- MENEZES, L. M.; BUNN, D. W.; TAYLOR, J. W.. Review of guidelines for the use combined forecast. **European Journal of Operational Research**. v. 120, 2000, p. 190-204
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2 ed. rev. ampl.. São Pulo: Edgard Blücher, 2006. 538 p.
- MÜLLER, B.; REINHARDT, J.; STRICKLAND, M. T. **Neural networks: an introduction**. 2.ed. New York: Springer-Verlag, 1995. 330 p.
- NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. J. Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General). v. 137, n. 2, 1974. p.131-165.
- PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.
- QI, M.; ZHANG, G. P. An investigation of model selection criteria for neural network time series forecasting. **European Journal of Operational Research**. v. 132, 2001, p. 666-680.
- RIPLEY, B. D. **Pattern recognition and neural networks**. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 415 p.
- POLIWAL, M.; KUMAR, U. A. Neural networks and statistical techniques: A review of applications **Expert Systems with Applications**. v. 36, 2009, p. 2-17.

- SLACK, N.; CHAMBER, S.; HARLAND, C. HARRISON, A.; JOHNSTON, R.; **Administração da Produção**. – 2<sup>a</sup> ed. - São Paulo: Atlas, 2007.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.
- TIMMERMANN, A. Forecast Combinations. In: ELLIOTT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. **Handbook of Economic Forecasting**. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.
- WEBBY, R.; O’CONNOR, M. Judgemental and statistical time series forecasting: a review of the literature. **International Journal of Forecast**. v.12. 1996, p.91-118.
- WERNER, L. **Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.
- WERNER, L.;RIBEIRO, J. L. D. Previsão de demanda: uma aplicação dos modelos Box-Jenkins na área de assistência técnica de computadores pessoais. **Gestão e Produção**. vol.10, n.1, 2003. p. 47-67.
- WONG, K. K. F.; SONG, H.; WITT S. F.; WU, D. C. Tourism forecasting: To combine or not to combine?. **Tourism management**. v. 28. 2007, p. 1068-1078.
- YANG, Y. Combining forecasts procedures: Some theoretical results. **Econometric Theory**. v. 20, 2004, p.176–190.
- ZHANG, G. P.; BERARDI, V. L. Time series forecasting with neural network ensembles: an application for exchange rate prediction. **Journal of Operational Research Society**. v. 52, 2001, p. 652-664.

**3. ARTIGO 2: UM ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS:  
COMPARANDO PREVISÕES INDIVIDUAIS E SUAS  
COMBINAÇÕES COM ERROS CORRELACIONADOS**

Este artigo será submetido ao periódico: “*Journal of Forecasting*”



## **UM ESTUDO COM SÉRIES INDUSTRIAIS: COMPARANDO PREVISÕES INDIVIDUAIS E SUAS COMBINAÇÕES COM ERROS CORRELACIONADOS**

Vera Lúcia Milani Martins (PPGEP / UFRGS)  
vlmmartins@producao.ufrgs.br

Liane Werner, Dr<sup>a</sup> (PPGEP / UFRGS)  
liane@producao.ufrgs.br

### **Resumo**

Um dos fatores de redução de custos nas empresas é o adequado dimensionamento da produção, o que é viabilizado por meio de previsões. Ao longo dos anos, uma das formas consolidadas para obtenção de previsões mais acuradas é a combinação de diferentes técnicas de previsões individuais. Outras linhas de estudo questionam se a combinar previsões individuais realmente contribui para melhorar a acurácia destas. Em função disto, este trabalho procura identificar se há diferença entre a acurácia das previsões individuais e suas combinações, por meio da modelagem de séries reais, utilizando como técnicas de previsão individual a metodologia Box-Jenkins e a modelagem RNA. Para a combinação das previsões, utilizaram-se o método de variância mínima, considerando a correlação entre os erros, e o método da média aritmética. A avaliação de desempenho das previsões foi obtida por meio das medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE. Como principal resultado, destaca-se a frequência predominante em que as previsões obtidas por meio da combinação apresentaram desempenho superior em relação às previsões individuais.

Palavras-chave: previsão, combinação de previsões, erros correlacionados

## **Abstract**

A cost reduction factor in industries is the adequate production lot sizing, what is feasible with predictions. Over time, the combination of different forecast techniques became a consolidated way to obtain accurate predictions. However, other research lines question if the individual forecast combination really contributes for the increment of the accuracy. Considering that, this paper aim is to identify if there is difference between accuracy of individual forecasts and their combinations, using as individual forecasting the Box-Jenkins methodology and ANN modeling. The forecast combination is made using the mean arithmetic method and the minimum variance, considering errors correlated. The performance evaluation of the predictions was obtained by MAPE, MSE and MAE. As main result, we highlight the predominant frequency at which the predictions obtained by the minimum variance method showed superior performance compared to other forecasts.

Key words: Forecasting, Combining of Forecasting, Erros Correlated

## **1. Introdução**

Em busca de expansão mercadológica e de melhores resultados, são realizados frequentes diagnósticos das empresas e análises de melhorias, buscando atender as necessidades dos consumidores com o menor custo possível. Não é suficiente atender as dimensões da qualidade percebidas pelo consumidor. Para se manter no mercado também se faz necessário o dimensionamento adequado da produção e da cadeia logística. O correto dimensionamento da demanda, por exemplo, é considerado um dos fatores importantes para diversas áreas de gestão das organizações (BOWERSOX; et al., 2006; BERRY et al., 2006; FUSCO; SACOMANO, 2007).

Previsões acuradas são a chave do planejamento das atividades (WANG; CHANG, 2010). É freqüente, nos processos de planejamento e controle, a realização de previsões de

demanda (BALLOU, 2004; SLACK, 2007). Nos processos de logística, previsões acuradas possibilitam dimensionamento adequado de estoques e, conforme Coyle et. al (2008) elas são essenciais para o controle de inventários, eficiência da manufatura e satisfação do cliente.

Existem diferentes técnicas disponíveis para a realização de previsões, as quais variam quanto a sua acurácia (exatidão), seu objetivo, seu horizonte de tempo e seus custos (MAKRIDAKIS et al., 1998; ABRAHAM; LEDOLTER, 2005). De tal modo, para se obter a melhor previsão é necessário analisar uma gama variada de técnicas e verificar quais fornecem as melhores medidas de acurácia.

Segundo Werner (2005), previsões confiáveis podem exigir a utilização de várias técnicas, o que permite captar o maior número de informações disponíveis em cada técnica utilizada. Para incorporar previsões originadas de diferentes técnicas tem-se utilizado o método conhecido como combinação de previsões.

A combinação de previsões, em geral, é apresentada como uma alternativa bem sucedida às técnicas de previsões individuais e representam, em média, um risco menor no desempenho da previsão em comparação às previsões individuais (HIBON; EVGENIOU, 2005). Combinar previsões representa também uma possibilidade de obtenção de previsão mais robusta (SOUZA, 2008).

Estudos mostram que as diversas combinações de previsões avaliadas possuíam, em média, acurácia superiores a das suas previsões individuais (CLEMEN, 1989; MAKIDRAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS et al., 2010). Outros estudos concluíram que nem sempre métodos de combinação de previsões mais complexos, como as combinações com erros correlacionados, resultam em previsões mais precisas quando comparadas aos métodos mais simples, como a média aritmética, por exemplo (STOCK; WATSON, 2004; KONIG et al., 2005). Nos últimos anos, estudos mostraram que as melhores previsões individuais podem apresentar menor erro médio ao comparar-se ao erro médio gerado pela combinação destas previsões (YANG, 2004; HIBON; EVGENIOU, 2005; TIMMERMANN, 2006).

A utilização ou não dos métodos de combinação de previsões é tema de publicações em diversas áreas como turismo e economia (WONG et al., 2006; HOLLAUER et al., 2008).

A estimação dos pesos de cada previsão que compõe a combinação pode incorporar um erro às previsões obtidas, o que caracteriza uma possível desvantagem deste tipo de combinação em relação às previsões individuais envolvidas (TIMMERMANN, 2006), o método da variância mínima estima estes pesos com base em suas variâncias e correlações.

Os erros obtidos por meio das previsões individuais são considerados por alguns autores como eventos independentes e que então a sua combinação não apresenta correlação linear, simplificando a fórmula do método de combinação por variância mínima (WERNER, 2005; ANDRAWIS; ATIYA; SHISHINY, 2010). Outros estudos não referenciam o tipo de relacionamento existente entre os erros das previsões analisadas (STOCK; WATSON, 2004; PRUDÊNCIO; LUDERMIR, 2006; PATTON; SHEPPARD, 2009).

Em função do exposto, o objetivo deste trabalho é verificar, para previsões de séries industriais quantitativas, se há diferença entre acurácia das previsões individuais e suas combinações, por meio da modelagem das séries industriais do *M3-Competition* (estudo realizado por Makridakis e Hibon em 2000, que reúne em um banco de dados de domínio público com 3003 séries de dados reais). Para atingir o proposto, serão utilizadas duas técnicas de previsão: a metodologia definida por Box-Jenkins na década de 70 (ARIMA) e os modelos RNA, apresentados em 1943 por McCulloch e Pitts.

A utilização da metodologia Box-Jenkins é justificada pela consolidação e aplicabilidade do método enquanto que a utilização de RNA, ainda é pouco utilizada para a previsão em indústrias, apesar de, segundo Ripley (1996) representar uma classe de modelos robustos. Os métodos de combinação abordados neste estudo são o método da variância mínima, proposto em 1969 por Bates e Granger, e o da média aritmética, considerado um dos métodos mais populares para combinação de diferentes previsões (FLORES; WHITE, 1989; TAYLOR; BUNN, 1999; MENEZES, et al., 2000).

A estrutura do trabalho está organizada como segue: na primeira seção tem-se a introdução do artigo; na seção 2 é apresentado um referencial teórico sobre as técnicas de previsões individuais e sobre os métodos de combinação de previsões; na seção 3 é descrito o método utilizado para efetivação do objetivo; na seção 4 são expostos os resultados obtidos e,

finalmente, na seção 5 são explicitadas as conclusões obtidas através deste estudo e as sugestões para trabalhos futuros.

## 2. Técnicas de previsão e combinações de previsões

A teoria sobre o tema abordado neste estudo é dividida em duas seções: as previsões individuais e a combinação de previsões. A seção que descreve as previsões individuais apresenta uma breve descrição das técnicas ARIMA e RNA. A seção destinada à combinação de previsões apresenta os modelos de variância mínima e média aritmética.

### 2.1 Previsões Individuais

Há diversas técnicas de previsão, porém, de acordo com Xu, Qi, Hua (2010) uma das mais populares é a abordagem proposta por Box e Jenkins na década de 1970. Esta metodologia consiste no ajuste de modelos auto-regressivos integrados de médias móveis, ARIMA ( $p, d, q$ ), ao conjunto de dados (MORETTIN; TOLOI, 2006). De acordo com Khashei e Bijari (2010), há muitos anos, esta metodologia predomina em várias áreas de previsão. Para a construção do modelo, Box et. al (1994), apresentou 4 etapas: Especificação, Identificação, Estimação e Verificação.

Podem ser identificados diferentes modelos através da metodologia de Box-Jenkins, entre os principais estão: auto-regressivos de ordem  $p$  (AR), médias móveis de ordem  $q$  (MA), auto-regressivo de médias móveis de ordem  $p, q$  (ARMA), os auto-regressivos integrados de médias móveis de ordem  $p, d, q$  (ARIMA) e os auto-regressivos integrados de médias móveis sazonal, de ordem  $P, D, Q, p, d, q$ , (SARIMA).

A metodologia Box-Jenkins explora a autocorrelação entre os valores da série em diferentes instantes  $t$  sucessivos. Observando os padrões de autocorrelação dos dados originais, em geral é possível identificar um ou vários modelos possíveis para a série de tempo (KHASHEI; BIJARI, 2010). Quando a autocorrelação é observada dentro do período (de um ano, por exemplo), considera-se uma estação de sazonalidade  $s$  e as séries originais podem ser ajustadas por um modelo ARIMA sazonal (WERNER; RIBEIRO, 2003;

MORETTIN; TOLOI, 2006). O modelo matemático que descreve um modelo SARIMA é apresentado na Equação 1.

$$\emptyset(B)\Phi(B^s)(1 - B^s)^D(1 - B)^d Z_t = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t \quad (1)$$

onde:

$\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{sP}$  é o operador auto-regressivo sazonal de ordem  $P$ ,

$\Theta(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{sQ}$  é o operador auto-regressivo sazonal de ordem  $Q$ ,

$(1 - B^s)^D$  é o operador diferença sazonal, com  $D$  indicando o número de diferenças sazonais

$(1 - B)^d$  é o operador diferença simples, com  $d$  indicando o número de diferenças simples.

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_p B^p$  é o operador auto-regressivo de ordem  $p$ , estacionário;

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_q B^q$  é o operador auto-regressivo de ordem  $q$

$\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  é um processo de ruído branco gaussiano, ou seja,  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \forall t \in \mathbb{Z}$ .

A classe de modelos ARIMA sazonal (SARIMA), de ordem  $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$  é constituída por uma parte não-sazonal  $(p, d, q)$  e outra sazonal  $(P, D, Q)_s$ . Segundo Chen e Wang (2007), esta é a classe de modelos lineares mais populares para a previsão de séries temporais sazonais. Nas últimas três décadas tais modelos apresentaram grande sucesso em pesquisas acadêmicas e aplicações industriais (TAYLOR, 2010; CHEN; WANG, 2007).

Outra forma de se analisar uma série de tempo é por meio do uso de modelos de redes neurais artificiais (RNA) (HAIR et al., 2005). Os modelos de RNA são considerados não-paramétricos ou de estatística robusta (RIPLEY, 1996) por serem capazes de lidar com características, como a não linearidade dos dados (FLORES, 2009). As RNA's possuem certa facilidade para analisar sistemas dinâmicos como séries temporais não-estacionárias (MÜLLER et al., 1995; HAYKIN, 2001). De acordo com Agami et al. (2009), outra vantagem consiste na capacidade de uma RNA representar relações lineares e não-lineares e ainda aprender estes relacionamentos a partir dos dados que serão modelados.

De forma generalizada, a estrutura de uma RNA pode ser descrita por quatro grupos: neurônios, tipo de modelo de rede neural, redes e aprendizado. O neurônio é o principal elemento em uma RNA (DEWILDE, 1997; HAYKIN, 2001). No modelo geral de um neurônio são identificados os seguintes elementos: conexões, junção aditiva, função de ativação e o viés ou *bias*.

As conexões representam os elos entre os neurônios e são chamados de sinapses. A junção aditiva possui a função de combinar os sinais  $x_j$  com seus respectivos pesos sinápticos  $w_{ij}$ . A função de ativação tem como objetivo limitar o intervalo permitido de amplitude do sinal de saída  $e$ , em geral, é o que diferencia os modelos. O viés possui a função de regular a entrada da função de ativação, aumentando ou diminuindo seu valor. A representação de um neurônio é apresentada na Figura 1.

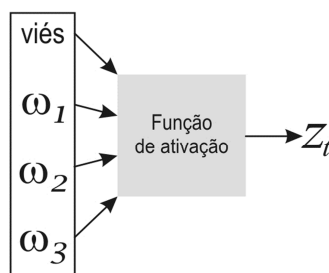


Figura 1. Neurônio

Fonte: Adaptado de HAIR et al. (2005)

Os modelos de RNA podem ser divididos em diferentes classes especiais, como por exemplo, redes de função de base radial e *perceptron* de múltiplas camadas (MLP). Entretanto, quanto ao formato, podem ser divididos em três classes gerais, diferenciadas por meio de seu funcionamento (HAYKIN, 2001): redes alimentadas adiante com camada única, redes alimentadas adiante com múltiplas camadas e redes recorrentes.

Redes neurais alimentadas adiante com múltiplas camadas são consideradas por alguns autores como o modelo mais conhecido de RNA (HAYKIN, 2001; ZHANG; BERARDI, 2001; AUER et al., 2008) e ainda Qi e Zhang (2001) o descrevem como mais utilizado. Tal modelo apresenta uma ou mais camadas ocultas de neurônios, que não são visíveis como nas camadas de entrada e de saída. A vantagem destas redes é a complexidade dos sistemas que elas são capazes de lidar. Isso se deve ao aumento de capacidade de sinapse oferecido pela camada oculta e a camada de saída, aumentando a capacidade preditiva de modelos temporais mais complexos, que não sejam estacionários e/ou possuam características como tendência e sazonalidade, por exemplo.

A configuração da RNA é um arranjo sequencial que abrange três tipos de camadas compostas pelos neurônios: entrada, saída e oculta. Em tal arranjo, uma forma de incluir o efeito temporal na análise da série é de forma explícita, incluindo diretamente na rede, por

meio da camada de entrada, como uma variável para auxiliar a modelagem. Na camada de entrada, os neurônios recebem os dados e transmitem para a rede neural. O neurônio de saída recebe a entrada e calcula o valor de saída, nos modelos preditivos, este valor representa a previsão. As camadas ocultas e a função de ativação permitem a análise de modelos temporais não lineares (HAIR et al., 2005), processando características de modelos temporais como sazonalidade e tendência. A Figura 2 apresenta a estrutura de uma RNA.

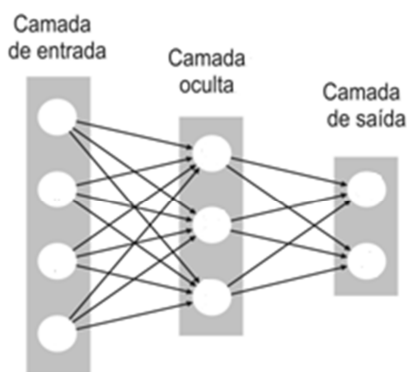


Figura 2. Rede Neural  
Fonte: Adaptado de HAIR et al. (2005)

A fase de aprendizado na RNA é onde ocorre o treinamento do sistema. Em um modo de aprendizado supervisionado, considerando-se a análise de séries temporais, os valores observados (de entrada) e os valores preditos (de saída) são comparados. Os erros oriundos de tal diferença são utilizados para ajustar o modelo. A forma mais comum de treino é a retropropagação, onde o erro encontrado para o valor predito é distribuído passos atrás ao longo de todo o sistema (HAIR et al., 2005).

## 2.2 Combinação de previsões

Com a finalidade de atingir melhores desempenhos das previsões, como as de demanda, por exemplo, desenvolvem-se diferentes formas de se obtê-las. Um destes métodos é conhecido como combinação de previsões (WEBBY; O'CONNOR, 1996).

A combinação de previsões é um método frequentemente utilizado para melhorar a acurácia das previsões (COSTANTINE; PAPPALARDO, 2010). O trabalho de Bates e Granger (1969) é considerado o artigo seminal da área, segundo Clemen (1989) é um método



atraente para realizar previsões. A literatura indica que a combinação linear de previsões comumente é mais acurada que as previsões individuais que a compõe (CLEMEN, 1989; MAKIDRAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; COSTANTINE; PAPPALARDO, 2010).

Após a combinação, apresentada em 1969, por Bates e Granger surgiram outros estudos sobre este tema. Newbold e Granger (1974) publicaram um estudo comparativo utilizando previsões individuais e suas combinações aplicadas a séries econômicas, este estudo apresentou ainda uma extensão do método apresentado em 1969, e seus resultados indicaram que houve um ganho na acurácia quando previsões univariadas foram combinadas. Em 1989, Clemen apresentou uma extensa revisão bibliográfica sobre este tema, composta por 209 artigos. Chan et al. (1999) apresenta um estudo comparativo de métodos de combinação aplicado a dados reais. Em 2004, Yang publica um estudo com foco no atendimento às pressuposições dos modelos de combinação de previsão.

Ao longo dos anos, diferentes métodos de combinação foram propostos (NEWBOLD; GRANGER, 1974; MAKRIDAKIS; WINKLER, 1983; GRANGER; RAMANATHAN, 1984; LOBO, 1991; CHAN et al., 2004). Apenas boas previsões devem compor as combinações, grandes diferenças entre os desvios-padrão dos erros das previsões individuais não são esperadas. Nestes casos, é razoável pensar que a média simples pode apresentar um desempenho melhor que o obtido com a média ponderada (MENEZES, et al., 2000).

A média aritmética é um dos métodos mais populares para combinação de diferentes previsões (TAYLOR; BUNN, 1999; MENEZES, et al., 2000). Contudo, alguns resultados obtidos por meio de estudos comparativos de diferentes métodos de combinação indicam que quando há estabilidade no processo de previsão, os resultados são satisfatórios, porém quando não há estabilidade deveria-se considerar uma alteração nos pesos das previsões (DEUTSCH et al., 1994; CHAN et al., 2004; TIMMERMANN, 2006).

A obtenção de uma previsão realizada por meio da combinação de outras previsões obtidas com técnicas distintas pode melhorar a acurácia das previsões. Tal afirmação é possível assumindo-se que as técnicas de previsão individuais são oriundas de diferentes

abordagens e podem capturar características distintas de cada série (ARMSTRONG, 2001). Entre os métodos abordados neste estudo estão os métodos da variância mínima e o da média aritmética.

O método da variância mínima consiste em realizar a combinação linear de duas previsões obtidas por meio de técnicas objetivas. Neste método, as previsões objetivas devem ser não-viesadas e a combinação das previsões é obtida atribuindo-se um peso para cada uma das previsões individuais que serão combinadas (BATES e GRANGER, 1969). Sua estrutura é apresentada conforme Equação (2).

$$F_c = wF_1 + (1 - w)F_2 \quad (2)$$

onde:  $w$  é o peso atribuído à previsão e  $F_1$  e  $F_2$  são as previsões individuais a serem combinadas.

A estrutura de obtenção dos pesos descritos na Equação (2) é embasada na observação das variâncias dos erros das previsões individuais e na correlação entre os erros destas duas previsões individuais, obtidas de forma independente. Para atribuir menor peso às previsões de maior variabilidade, a combinação destas previsões deve ser calculada utilizando os pesos conforme Equação (3).

$$w = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad (3)$$

onde:  $\rho$  é o valor da correlação linear entre os erros das previsões obtidas em  $F_1$  e  $F_2$  e  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$  são, respectivamente, o valor da variância dos erros de previsão de  $F_1$  e  $F_2$ .

O estudo apresentado por Bates e Granger (1969) introduziu um modelo de combinação com erros correlacionados. Em 1974, o estudo apresentado por Newbold e Granger apresentou a aplicação deste método em séries reais. Desde então são publicados estudos com abordagem em correlação nas previsões comparando com técnicas de previsão individuais e outras combinações, como os de: Arinze et al. (1997) que apresentou uma sistemática para esta seleção de métodos de previsão; Timmermann (2006) que realizou um estudo apresentando as vantagens das combinações e algumas razões pelas quais modelos de

previsão mais simples apresentem por vezes resultados mais satisfatórios, e recentemente o de Christodoulos et al. (2010) propondo um novo método de combinação.

### 3. Método para comparar formas de previsões

O método utilizado neste trabalho contempla a análise de uma amostra de tamanho 50 das 334 séries industriais que fazem parte das 3003 séries reais do estudo *M3-Competition*. Estas séries foram escolhidas por serem dados reais e industriais. Foram selecionadas e agrupadas as séries com comportamento de tendência e sazonalidade, gerando um grupo. Deste grupo, 50 séries foram selecionadas aleatoriamente, por amostragem aleatória simples. O tamanho da amostra considerou erro padrão de 10%, 95% de confiança e contemplou um ajuste para populações finitas.

Três diferentes etapas serão seguidas para a análise dos dados: (i) realização das modelagens individuais e obtenção das previsões; (ii) cálculo das combinações de previsões e (iii) comparação das medidas de acurácia.

Na primeira etapa, a modelagem individual é aplicada a cada uma das 50 séries selecionadas. Serão realizadas para cada série duas técnicas diferentes de obtenção da previsão: metodologia Box-Jenkins e modelos de RNA. Para cada uma das modelagens aplicadas a cada série, realizam-se previsões individuais, o que gera dois conjuntos (para as 50 séries) de previsões, perfazendo um total de 100 vetores de previsões individuais diferentes. Também se calculam três medidas de acurácia para cada modelagem, são elas, MAPE (*Mean Absolute Percentual Error*), MSE (*Mean Square Error*), MAE (*Mean Absolute Error*), perfazendo um total de 300 valores para medidas de acurácia, nesta etapa.

Paliwal e Kumar (2009) publicaram uma revisão referente à estudos comparativos entre técnicas estatísticas de predição e RNA's no qual verificaram que, em diversos estudos, as medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE foram utilizadas para medir o desempenho das modelagens. Além disso, de acordo com Goodwin e Lawton (1999), a medida MAPE é provavelmente uma das mais utilizadas para a comparação de diferentes séries.

A metodologia Box-Jenkins aplicada às séries em estudo considera os modelos que configuram a presença de sazonalidade, os modelos SARIMA. O critério de seleção do modelo utilizado foi o BIC Normalizado (do inglês *Normalized Bayesian Information Criterion*), realizou-se também o teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov para a verificação de normalidade dos resíduos. Para os modelos de RNA's utilizam-se o tipo de rede MLP com aprendizado obtido pelo treinamento supervisionado com retropropagação *online*.

A etapa seguinte consiste na obtenção da combinação com as previsões geradas na etapa anterior. Dois métodos de combinação de previsões serão aplicados neste trabalho, a combinação pelo método da variância mínima com erros correlacionados e a combinação pela média aritmética. Cada uma das duas combinações de previsões gera uma nova previsão, totalizando então, mais 100 conjuntos de previsões diferentes. A exemplo da etapa supracitada calculam-se as três medidas de acurácia para cada método de combinação, resultando um total de 300 valores de medidas de acurácia, nesta etapa. A Figura 3 apresenta as etapas de análise de cada série de dados e a sequência de interação.

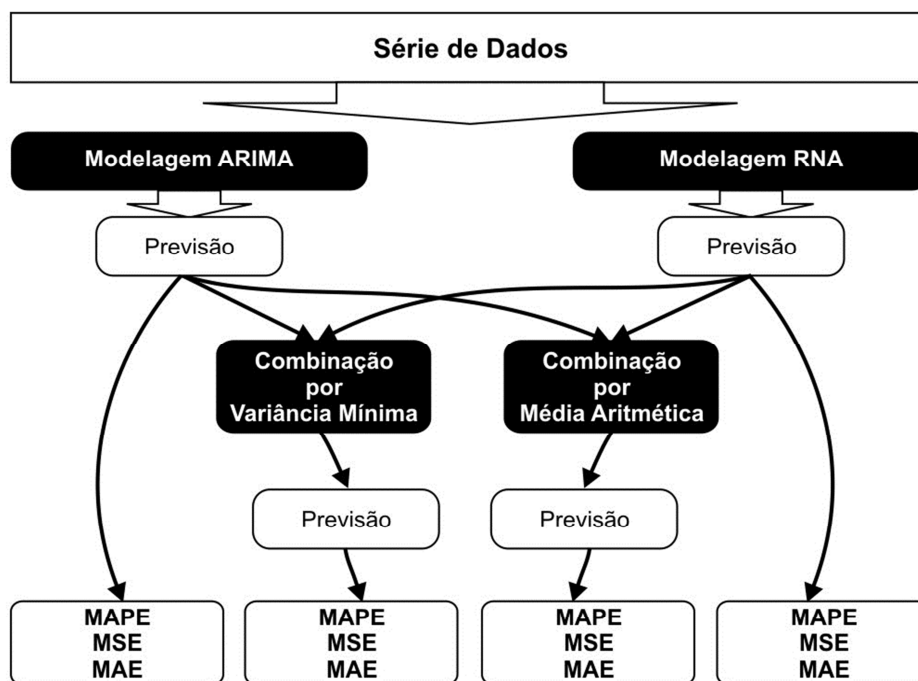


Figura 3. Etapas de análise de cada série de dados  
Fonte: Elaborado pelos autores

A etapa final é composta das análises estatísticas das medidas de acurácia observadas nas modelagens individuais e suas combinações. Neste momento, têm-se quatro blocos de previsões com três medidas de acurácia em cada um. Cada bloco de previsão representa a forma de obtenção da previsão. Deste modo uma das estruturas de análise é dada por meio das medidas de acurácia, que serão comparadas de acordo com a forma de previsão correspondente.

Outra análise realizada compara as frequências de seleção de cada técnica de previsão e método de combinação, para cada medida de acurácia. Para esta análise são gerados outros vetores nos quais se armazenam os dados referentes a cada modelagem/combinação e a cada medida de acurácia obtida.

O recurso computacional utilizado para a realização da modelagem dos dados, das combinações das previsões e demais análises estatísticas das medidas de acurácia, será o *software SPSS®*, versão 18. A estruturação do banco de dados realiza-se por meio do Excel®.

#### **4. Resultados**

Os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos por meio da modelagem de séries reais que compõem o estudo intitulado *M3-Competition* e contemplam apenas as séries industriais. Tal estudo é composto por um total de 3003 séries reais, das quais 334 possuem sua origem em dados industriais. Estas séries foram observadas graficamente e classificadas de acordo com suas características estruturais. Para compor o presente estudo selecionaram-se 50 séries, aleatoriamente, que apresentavam comportamento de tendência e sazonalidade em sua estrutura.

Para obter as previsões de cada uma das séries procedeu-se com a modelagem individual. As técnicas de modelagem individual ajustadas às séries seguiram os modelos ARIMA e RNA. As previsões obtidas foram combinadas por meio do método da média aritmética e da variância mínima. A previsão obtida por meio do método da variância mínima considerou o efeito da correlação entre os erros das modelagens individuais na composição da contribuição (pesos) de cada previsão individual, uma vez que as previsões individuais podem captar características similares em suas previsões, os erros podem apresentar correlação.

As medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE foram utilizadas como critério de seleção de qual técnica individual ou método de combinação apresentou as previsões mais acuradas para cada série de dados analisada. Para cada uma das 50 séries em análise obteve-se as previsões para os quatro procedimentos de previsão, em cada uma destas calcularam-se as três referidas medidas de acuracidade. Tais medidas foram armazenadas em 12 vetores de acordo com a medida de acurácia utilizada e a técnica de previsão ou método de combinação utilizado. Uma análise descritiva destes vetores é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1. Análise descritiva das medidas de acurácia

	MAPE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	5,16	2,75	1,00	12,41
<i>RNA</i>	4,60	2,27	1,03	9,54
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	4,28	2,28	0,79	10,16
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	4,24	2,23	0,79	9,52
	MSE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	127.639,92	123.613,31	9.837,27	478.617,73
<i>RNA</i>	98.634,49	91.808,41	6.733,97	364.002,61
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	88.171,72	86.703,69	6.128,42	352.060,27
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	85.512,57	83.063,78	6.135,94	320.033,13
	MAE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	246,39	126,61	76,81	562,33
<i>RNA</i>	218,31	101,60	62,19	457,15
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	203,56	102,42	61,53	468,02
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	201,24	99,17	60,78	448,32

A análise descritiva para cada medida de acurácia indica que, em média, os métodos de combinação de previsões apresentaram acurácia maior quando comparados às previsões individuais que as compõem. Já para as combinações de previsões, o método da variância mínima indicou os melhores resultados, pois apresentou as menores medidas descritivas tanto para os valores de média como para os de desvio-padrão. A variabilidade do conjunto de medidas avaliada é alta, o que pode ser visualizado por meio de análise gráfica. O Box-plot das medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE são apresentados nas Figuras 4, 5 e 6 respectivamente.

Com a finalidade de verificar se há diferença entre as médias das medidas de acurácia obtidas para cada previsão, foi realizada uma ANOVA (Análise de Variâncias). As medidas foram agrupadas de acordo com cada medida de acurácia, uma vez que o valor para cada medida de acurácia é obtido de forma distinta. Verificou-se a normalidade das variáveis por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov e a homogeneidade das variâncias por meio do teste de Levene. Considerando-se um nível de significância de 5%, não foi possível com a referida análise, diferenciar as médias das medidas de acurácia das previsões do grupo de medidas MAPE, não sendo possível então, afirmar que há diferença entre as médias das medidas MAPE das formas de previsão: modelo ARIMA, modelo RNA, combinação por média aritmética e combinação por variância mínima (p-valor = 0,192). O mesmo ocorre com as medidas MSE (p-valor = 0,123) e MAE (p-valor = 0,140). Salienta-se neste ponto que se tratam de dados reais, com comportamento de variabilidade bastante diversificada e que, neste caso, são analisados de forma conjunta.

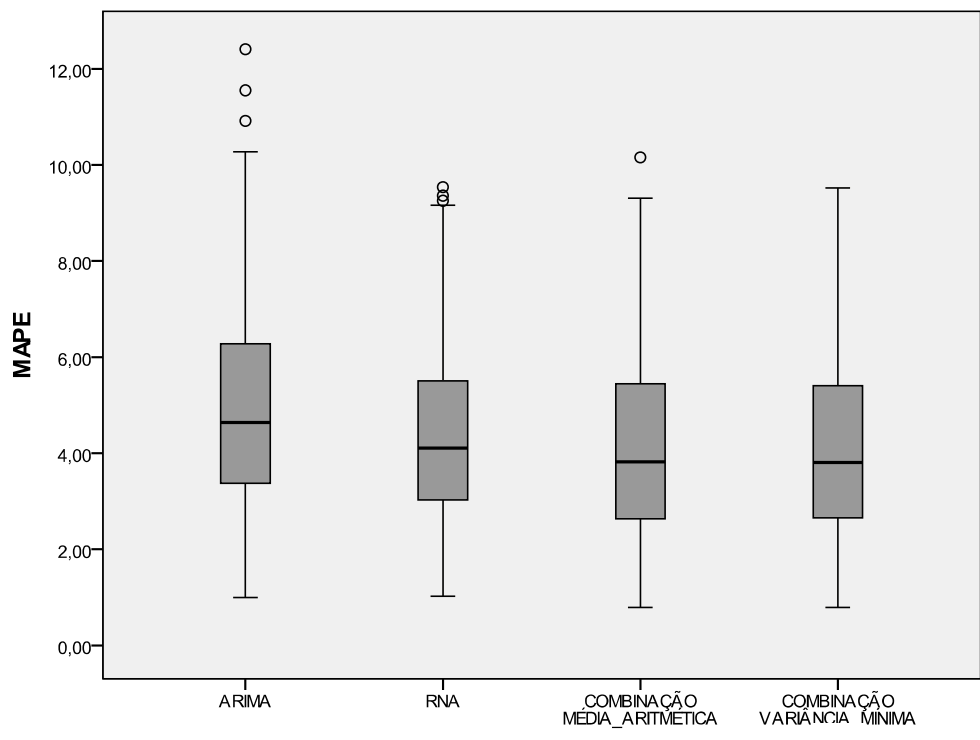


Figura 4. Box-plot para as medidas de acurácia MAPE

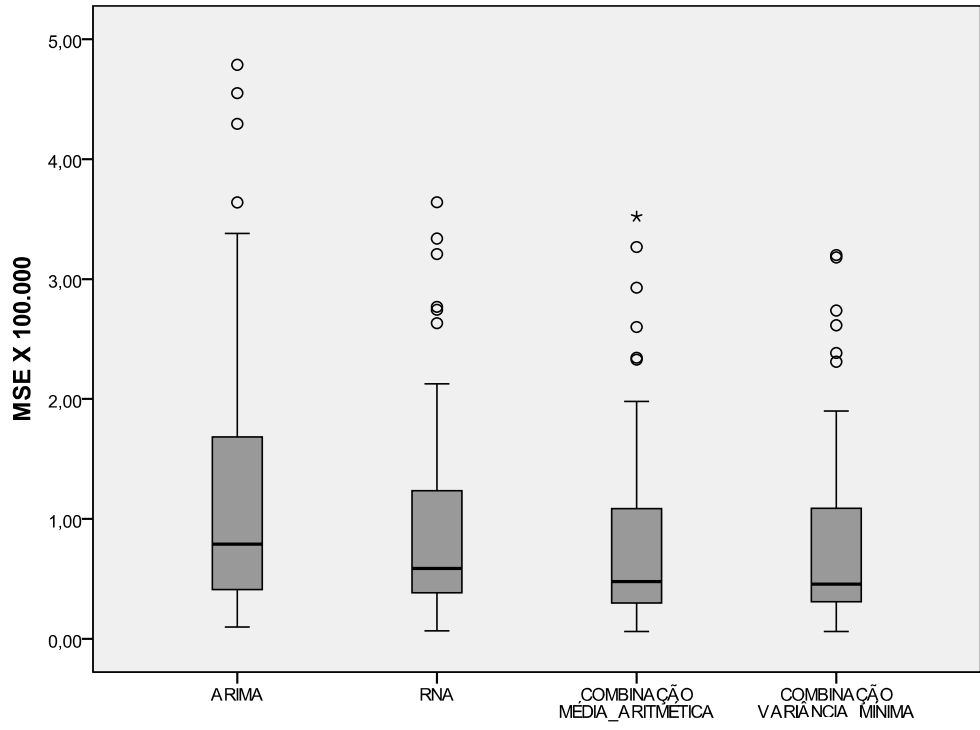


Figura 5. Box-plot para as medidas de acurácia MSE



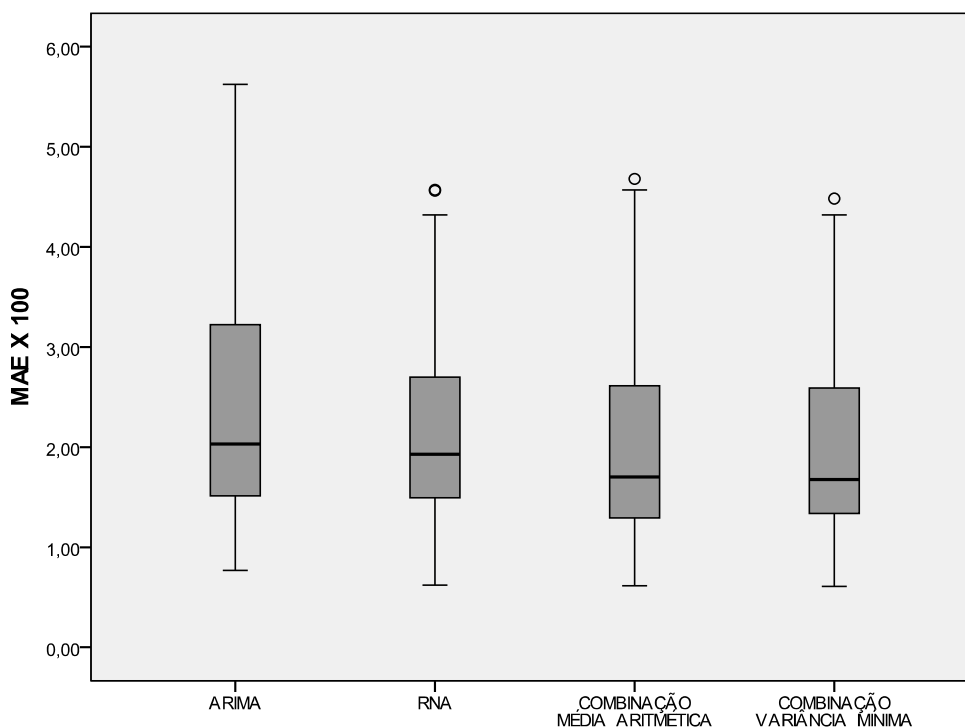


Figura 6. Box-plot para as medidas de acurácia MAE

Previsões industriais são obtidas de forma individual. Cada produto possui suas demandas, relacionadas a vendas, compras de matéria prima ou dimensionamento de pessoal, planejadas de maneira pontual, portanto, o interesse dos previsores pode não estar na média de acurácia das previsões de diferentes séries. No intuito de identificar a frequência da técnica ou método de previsão que apresenta a menor medida de acurácia para cada série de dados, foi realizado um agrupamento destes dados e passou-se a considerar apenas a contagem da técnica ou método de previsão que melhor descreveu a série modelada.

A Tabela 2 apresenta as frequências e os percentuais relativos às medidas de acurácia de acordo com cada técnica e método de previsão analisado. A combinação por variância mínima apresentou a maior frequência, para as medidas de acurácia MSE (58%) e MAE (48%), indicando que este é o método mais acurado por meio destas duas medidas. O método de combinação por média aritmética apresentou as maiores frequências de séries quando a medida de acurácia utilizada é a MAPE (52%). A técnica de previsão individual ARIMA não apresentou melhor acurácia em nenhuma das séries reais analisadas.

Tabela 2. Frequências e percentuais relativos às medidas de acurácia das técnicas de previsão e métodos de combinação

	MAPE	MSE	MAE
<i>ARIMA</i>	0 0,0%	0 0,0%	0 0,0%
<i>RNA</i>	1 2,0%	0 0,0%	3 6,0%
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	26 52,0%	21 42,0%	23 46,0%
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	23 46,0%	29 58,0%	24 48,0%
<b><i>Total</i></b>	50 100,0%	50 100,0%	50 100,0%

Ao analisar as frequências em que as técnicas de previsão individuais e os métodos de combinação são selecionados como medida mais acurada evidencia-se a vantagem em combinar previsões. As medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE resultaram respectivamente em 98%, 100% e 94% das previsões que obtiveram melhor acurácia quando oriundas de combinações de previsões.

Ao considerar as três medidas de acurácia na seleção do melhor método de combinação ou técnica de previsão individual houve unanimidade na escolha pelo método da variância mínima em 36% das séries, percentual semelhante ao da combinação por média aritmética que obteve 32% de escolha por estas medidas. As poucas seleções que apontaram as previsões individuais como mais precisas não foram comuns às três medidas de acurácia. A escolha pela melhor técnica ou método de previsão foi unânime para 68% das séries. Estes percentuais são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Frequências e percentuais relativos à unanimidade nas escolhas pela técnica ou método de previsão mais acurado

	Escolha pelas medidas MAPE, MSE e MAE	
	Séries	Percentual
<i>ARIMA</i>	0	0%
<i>RNA</i>	0	0%
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	16	32%
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	18	36%
<i>Total</i>	34	68%

## 5. Considerações finais

Um dos fatores de redução de custos nas empresas está diretamente ligado ao adequado dimensionamento da produção. As quantidades demandadas pelos consumidores relacionam diversos departamentos de uma empresa, como logística, recursos humanos e relações comerciais. A obtenção de previsões mais acuradas é uma das formas utilizadas pelos gestores para atingir tal dimensionamento. Visando obter previsões que permitam aos gestores executarem suas tarefas de maneira adequada dentro da empresa, este estudo busca identificar, para previsões industriais quantitativas, se há diferença entre acurácia das previsões individuais e suas combinações, com foco no estudo de combinações que apresentam correlação entre as previsões individuais.

Para a efetivação deste estudo foram utilizadas séries industriais reais, com comportamento de tendência e sazonalidade. As previsões individuais foram obtidas por meio das técnicas ARIMA e RNA, que são métodos reconhecidamente robustos para realizar previsões. As combinações das previsões individuais foram realizadas por meio dos métodos da média aritmética e variância mínima. Para este último, as previsões não foram

consideradas independentes, apresentando em seus cálculos valores diferentes de zero para a correlação linear. As medidas de acurácia utilizadas para investigar qual técnica de previsão ou método de combinação são mais acurados foram MAPE, MSE e MAE.

Dos resultados encontrados neste estudo, o primeiro refere-se às médias de cada medida de acurácia das previsões obtidas. Para as 50 séries reais utilizadas e ao nível de significância de 5%, não foi possível identificar diferença significativa entre as médias das medidas de acurácia das técnicas de previsão individual e suas combinações. A alta variabilidade das séries pode representar uma das razões para a ANOVA não detectar diferença entre as médias de acuracidade das modelagens

Outro resultado encontrado faz menção à frequência em que as previsões para uma série de dados apresentam melhor acuraciadade relacionada a uma das formas de previsão apreciadas neste trabalho. A análise da frequência das técnicas de previsão individual e das suas combinações mostra que, para as medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE, mais de 94% das previsões obtidas por meio de combinações obtiveram melhor acurácia. Uma segunda análise das frequências foi realizada considerando juntamente com as técnicas de previsão individual os métodos de combinação de previsões. Neste caso o método de combinação por variância mínima apresentou os melhores resultados em relação às medidas de acurácia MSE e MAE (58% e 48%). O método de combinação por média aritmética foi considerado mais acurado quando avaliada a medida de acurácia MAPE (52%). Destaca-se na seleção das séries mais acuradas que, em 68% dos casos, as medidas de acurácia foram unânimes ao escolher a melhor forma de previsão.

Os resultados apresentados neste estudo evidenciam que, para as séries reais em estudo, a combinação de previsões, seja por meio do método da variância mínima ou da média aritmética, obtiveram as melhores previsões. O efeito da correlação entre os erros das previsões individuais na composição da previsão combinada não deve ser ignorado pelos previsores, uma vez que as medidas de acurácia MSE e MAE indicam que a combinação por variância mínima é o método mais acurado de obter previsões.

Combinações de previsões proporcionam outras questões a serem investigadas. A utilização de séries reais ou simuladas que contemplem outros comportamentos não

apresentados neste estudo, e a modelagem por meio de diferentes técnicas com a combinação por outros métodos, podem ser abordados em outros trabalhos. Estudos comparativos dos efeitos da correlação linear na combinação de previsões congregam algumas das opções para a realização de trabalhos futuros.

## Referências

- ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical Methods for Forecasting**. John Wiley & Sons, New York, 2005.
- AGAMI, N.; ATIYA, A.; SALEH, M.; EL-SHISHINY, H. A neural network based dynamic forecasting model for Trend Impact. **Technological Forecasting and Social Change**. v. 76. 2009, p. 952-962.
- ANDRAWIS, R. R.; ATIYA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. In Press, Corrected Proof, Available online 15 September 2010.
- ARINZE, B.; KIM, S. L.; ANANDARAJAN, M. Combining and selecting forecasting models using rule based induction. **Computers and Operational Research**. v.4, 1997, p. 423-433.
- ARMSTRONG, J. S. **Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners**. Kluwer Academic Publishers. 2001.
- AUER, P.; BURGSTEINER, H.; MAASS, W. A learning rule for very simple universal approximators consisting of a single layer of perceptrons. **Neural Networks**. v.21, 2008, p. 786-795.
- BALLOU, A. R. H. **Business logistics supply chain management: planning, organizing and controlling the supply chain**. 5 ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2004. 789 p.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J.. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v. 20, n. 4. 1969, p. 451-468
- BERRY, W. L.; VOLLMANN, T. E.; WHYBARC, D. C.; JACOBS, F. R. **Sistemas de planejamento e controle da produção: para o gerenciamento da cadeia de suprimentos**. Porto Alegre: Bookman, 2006, 648 p.
- BOWERSOX, D. J.; COOPER, M. B.; CLOSS, D. J. **Supply chain logistics management**. New York: The Mc Grow Hill, 2002, 656 p.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time series analysis**. San Francisco: Holden-Day, 1976.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time Series Analysis, Forecasting and Control**, 3 ed., Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994, 598 p.
- CHAN, C. K.; KINGSMAN, B. G.; WONG, H. Determining when to update the weights in combined forecasts for product demand: an application of the CUSUM technique. **European Journal of Operational Research**. v. 153, 2004, p. 757-768.

- CHAN, C. K.; KINGSMAN, B. G.; WONG, H. The value of combining forecasts in inventory management: a case study in banking. **European Journal of Operational Research**. v. 117, 1999, p. 199-210.
- CHEN, K.Y.; WANG, C. H. A hybrid SARIMA and support vector machines in forecasting the production values of the machinery industry in Taiwan. **Expert Systems with Applications**. v.32, ed. 1, 2007, p. 254-264.
- CHRISTODOULOS, C.; MICHALAKELIS, C.; VAROUTAS, D. Forecasting with limited data: Combining ARIMA and diffusion models. **Technological Forecasting & Social Change**. v. 77, 2010, p. 558-565.
- CLEMEN, R. T.; Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v. 5, 1989, p. 559-583.
- COSTANTINE, C.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International journal of forecasting**. v. 26, 2010, p. 725-743.
- COYLE, J. J.; BARDI, E. J.; LANGLEY, C. J. **Supply chain management: a logistic perspective**. 8 ed., Cengage Learning, 2008, 705 p.
- DE WILDE, P. **Neural networks models: theory and projects**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1997. 174 p.
- DEUTSCH, M.; GRANGER, C. W. J.; TERÄSVIRTA, J. W. The combination of forecasts using changing weights. *International Journal of Forecasting*. v. 10, 1994, p. 47-57.
- FLORES, B. E. & WHITE, E. M.. Combining forecasts: why, when and how. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. Vol. 8, 1989, n.3, p. 2-5.
- FLORES, J. H. F. **Comparação de modelos MLP/RNA e modelos Box-Jenkins em séries temporais não lineares**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.
- FUSCO, J. P. A.; SACOMANO, J. B. **Operações e gestão estratégica da produção**. São Paulo: Arte e Ciência, 2007, 360 p.
- GRANGER, C. W. J.; RAMANATHAN, R. Improved methods of forecasting. **Journal of Forecasting**. v. 3, 1984, p. 197-204.
- GOODWIN, P.; LAWTON, R. On the asymmetry of the symmetric MAPE. **International journal of forecasting**. v. 15, 1999, p. 405-408.
- HAIR JR, J. F.; ANDERSON, R. E.; TATHAN, R. L.; BLACK, W. C. **Análise multivariada de dados**. 5ed. Porto Alegre: Bookman, 2005, 593 p.
- HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 900 p.
- HIBON, M.; EVGENIOU, T. To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. **International journal of forecasting**. v. 21, 2005, p. 15-24.
- HOLLAUER, G.; ISSLER, J. V.; NOTINI, H. H. Prevendo o crescimento da produção industrial usando um número limitado de combinações de previsões. **Economia Aplicada**. São Paulo, 2008, v.12, n. 2, p. 177-198.
- KHASHEI, M.; BIJARI, M. An artificial neural network (p, d, q) model for timeseries forecasting. **Expert Systems with Applications**. v. 37, 2010, p. 479-489.

- KONIG, A. J.; FRANCES, P. H.; HIBON, M.; STEKLER, H. O.; The M3-Competition: Statistical tests of the results. **International journal of forecasting**. v.21, 2005, p. 397-409.
- LOBO, G. J. Alternative methods of combining security analysts and statistical forecasts of annual corporate earnings. **International journal of forecasting**. v. 7, 1991, p. 57-63.
- MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J.. **Forecasting: methods and applications**. ed. 3. USA: Wiley, 1998. 642p.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WINKLER, R. L. Averages of Forecasts: Some empirical results. **Management Science**. v. 29, 1983, p. 987-996.
- MENEZES, L. M.; BUNN, D. W.; TAYLOR, J. W.. Review of guidelines for the use combined forecast. **European Journal of Operational Research**. v. 120, 2000, p. 190-204.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2 ed. rev. ampl.. São Paulo: Edgard Blücher, 2006. 538 p.
- MÜLLER, B.; REINHARDT, J.; STRICKLAND, M. T. **Neural networks: an introduction**. 2.ed. New York: Springer-Verlag, 1995. 330 p.
- NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. J. Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General). v. 137, n. 2, 1974. p.131-165.
- PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.
- POLIWAL, M.; KUMAR, U. A. Neural networks and statistical techniques: A review of applications **Expert Systems with Applications**. v. 36, 2009, p. 2-17.
- QI, M.; ZHANG, G. P. An investigation of model selection criteria for neural network time series forecasting. **European Journal of Operational Research**. v. 132, 2001, p. 666-680.
- RIPLEY, B. D. **Pattern recognition and neural networks**. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 415 p.
- SLACK, N.; CHAMBER, S.; HARLAND, C. HARRISON, A.; JOHNSTON, R.; **Administração da Produção**. – 2ª ed. - São Paulo: Atlas, 2007.
- SOUZA, G. P. **Método para estruturar a integração de previsões utilizando a técnica delphi**. Tese de doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.
- TAYLOR, J. W. Triple seasonal methods for short-term electricity demand forecasting. **European Journal of Operational Research**. v. 204. 2010, p. 139-152.
- TAYLOR, J. W.; BUNN, D. W. Investigating improvements in the accuracy of prediction intervals for combinations of forecasts: a simulation study. **International Journal of Forecasting**. v. 15, 1999, p. 325-339.

- TIMMERMANN, A. **Forecast Combinations**. In: ELLIOTT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. *Handbook of Economic Forecasting*. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.
- WANG, F. E.; CHANG, K. Adaptive neuro-fuzzy inference system for combined forecasts in a panel manufacturer. **Expert Systems with Applications**. v. 37, 2010, p. 8119-8126.
- WEBBY, R.; O'CONNOR, M. Judgemental and statistical time series forecasting: a review of the literature. **International Journal of Forecast**. v.12. 1996, p.91-118.
- WERNER, L. **Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.
- WERNER, L.; RIBEIRO, J. L. D. Previsão de demanda: uma aplicação dos modelos Box-Jenkins na área de assistência técnica de computadores pessoais. **Gestão e Produção**. vol.10, n.1, 2003. p. 47-67.
- WONG, K. K. F.; SONG, H.; WITT S. F.; WU, D. C. Tourism forecasting: To combine or not to combine?. **Tourism management**. v. 28. 2007, p. 1068-1078.
- XU, X.; Qu, Y.; HUA, Z. Forecasting demand of commodities after natural disasters. **Expert Systems with Applications**. v. 37, 2010, p. 4313-4317.
- YANG, Y. Combining forecasts procedures: Some theoretical results. **Econometric Theory**. v. 20, 2004, p.176–190.
- ZHANG, G. P.; BERARDI, V. L. Time series forecasting with neural network ensembles: an application for exchange rate prediction. **Journal of Operational Research Society**. v. 52, 2001, p. 652-664.



**4. ARTIGO 3: ESTUDO DE COMBINAÇÃO DE PREVISÕES: UM COMPARATIVO ENTRE AS COMBINAÇÕES COM E SEM ERROS CORRELACIONADOS.**

Este artigo será submetido ao periódico “**Expert Systems with Applications**”

## **ESTUDO DE COMBINAÇÃO DE PREVISÕES: UM COMPARATIVO ENTRE AS COMBINAÇÕES COM E SEM ERROS CORRELACIONADOS EM SÉRIES INDUSTRIAIS**

Vera Lúcia Milani Martins (PPGEP / UFRGS)  
vlmmartins@producao.ufrgs.br

Liane Werner, Dr<sup>a</sup> (PPGEP / UFRGS)  
liane@producao.ufrgs.br

### Resumo

A combinação de previsões é um artifício que permite melhorar a precisão das previsões. A literatura apresenta diferentes estudos avaliando os métodos existentes em relação à sua acurácia, mas não há unanimidade nos resultados. O método de Combinação por Média Aritmética é mais utilizado, embora alguns autores considerem o método da variância mínima como mais acurado. Este último permite considerar ou não a correlação entre os erros das previsões individuais, situação em que recebe a nomenclatura de método de variância mínima simplificado. Este estudo tem como objetivo identificar diferenças na acurácia dessas previsões combinadas, no caso de previsões quantitativas. As modelagens individuais que dão suporte às combinações são a SARIMA e a RNA, e as medidas empregadas para a escolha do melhor método são MAPE, MAE e MSE. Como resultado principal, observa-se um desempenho superior do método de combinação por variância mínima simplificado.

Palavras-chave: Previsão, Combinação, Erros correlacionados

## Abstract

The combination of forecasts is applied to improve forecast precision. Different studies are presented in literature to evaluate the accuracy of existent methods but there are not unanimous results. The combination method by arithmetic average is the most applied, but some authors consider the minimum variance method more accurate. The minimum variance method allows considering or not the correlation between the errors of individual forecasts, in which case is known as simplified minimum variance method. This paper aims to identify differences in the accuracy of forecast combination methods for quantitative forecasts. The individual combinations are performed by SARIMA and ANN models, and the measures used to choose the best method are MAPE, MAE and MSE. As main result, it is highlighted the superior performance of the simplified minimum variance method.

Key words: Forecasting, Combining, Errors correlated

## 1. Introdução

Previsões acuradas são determinantes para o planejamento das atividades (WANG; CHANG, 2010). Melhorias em desempenhos de previsões de demanda constituem uma busca constante dos previsores em diversos ambientes organizacionais. Com esta finalidade desenvolvem-se diferentes formas de se obter previsões. Um destes métodos é conhecido como combinação de previsões (WEBBY; O'CONNOR, 1996).

A combinação de previsões é mencionada por Costantine e Pappalardo (2010) como um método frequentemente utilizado para melhorar a acurácia das previsões. Foi apresentada inicialmente em 1969, por Bates e Granger e é considerada, segundo Clemen (1989), um método atraente para realizar previsões.

Hibon e Evgeniou (2005) apresentam a combinação de previsões como uma alternativa bem sucedida às técnicas de previsões individuais. Estudos apresentam resultados nos quais as diversas combinações de previsões avaliadas possuíam, em média, acurácias superiores às de suas previsões individuais (CLEMEN, 1989; MAKRIDAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS et al., 2010; COSTANTINE; PAPPALARDO, 2010). Algumas linhas de pesquisa indicam que métodos de combinação de previsões mais complexos ou sofisticados nem sempre fornecem maior acurácia que métodos mais simples (MAKRIDAKIS; WINKLER, 1983; STOCK; WATSON, 2004; KONIG et al., 2005).

Cada técnica de previsão individual pode captar diferentes características da série em suas modelagens. No momento de realizar a previsão são apresentados, portanto, comportamentos distintos. A combinação de diferentes previsões pode incorporar, em uma nova previsão, as características captadas por estas diferentes abordagens, com ganho na acurácia da previsão (ARMSTRONG, 2001; WERNER, 2005). Algumas formas de combinar previsões, como o método da variância mínima e a média aritmética, atribuem pesos às previsões individuais. A estimação dos pesos de cada previsão que compõe a combinação pode incorporar um erro às previsões obtidas (TIMMERMANN, 2006). Estudos abordando a comparação de métodos que utilizam a correlação linear entre os erros das previsões individuais na estruturação de tais pesos não foram encontrados na literatura.

Posto isto, o objetivo deste trabalho é verificar, para previsões quantitativas, se há diferença entre a acurácia das previsões obtidas por meio de diferentes combinações, contemplando a existência de correlação entre os erros. Para atingir tal objetivo, se utilizará a modelagem das séries industriais do *M3-Competition* (estudo realizado por Makridakis e Hibon em 2000, composto por 3003 séries de dados reais que estão reunidas em um banco de dados de domínio público), sendo que as previsões individuais destas séries serão obtidas por meio das técnicas SARIMA e RNA. Os métodos de combinação abordados neste estudo são: (i) o método da variância mínima com erros correlacionados e (ii) o método da variância mínima com erros não correlacionados, e (iii) o método da média aritmética. As medidas de acurácia utilizadas na avaliação do desempenho das previsões serão MAPE, MSE e MAE.

A estrutura do artigo está organizada como segue: na primeira seção tem-se a introdução; na seção 2 é apresentada uma descrição dos métodos de previsão; na seção 3 é descrito o método utilizado para efetivação do objetivo; na quarta seção são expostos os resultados obtidos e, finalmente, na seção 5 são explicitadas as conclusões obtidas através deste estudo e as sugestões para trabalhos futuros.

## **2. Formas de obter previsões**

Ao longo dos anos, diferentes métodos de combinação foram propostos (NEWBOLD; GRANGER, 1974; MAKRIDAKIS; WINKLER, 1983; GRANGER; RAMANATHAN, 1984; LOBO, 1991; CHAN et al., 2004, CHRISTODOULOS, 2010). Apenas boas previsões devem compor as combinações. Nos casos em que não há grandes desvios-padrão nos erros de previsão, é admissível que a média simples possa apresentar eficiência superior à obtida com a média ponderada (MENEZES, et al., 2000). Esta forma de combinação é considerada como um dos métodos mais populares para combinação de diferentes previsões (FLORES; WHITE, 1989; TAYLOR; BUNN, 1999).

Estudos publicados sobre o tema apresentaram comparações entre diferentes combinações e suas previsões individuais (YANG, 2004; HIBON; EVGENIOU, 2005; TIMMERMANN, 2006; WONG et al., 2006). Outros estudos que comparam o desempenho médio da acurácia de diferentes combinações apresentaram em seus resultados que combinações mais sofisticadas podem não apresentar desempenho superior ao das combinações mais simples (MAKRIDAKIS; WINKLER, 1983; STOCK; WATSON, 2004; KONIG et al., 2005). Alguns estudos mencionam a estabilidade do processo de previsão, concluindo que, quando não há tal característica, deveria-se considerar uma alteração nos pesos das previsões (DEUTSCH et al., 1994; CHAN et al., 2004; TIMMERMANN, 2006). As conclusões obtidas em tais estudos não evidenciam a incorporação da correlação linear entre os erros das previsões individuais e os efeitos desta na combinação.

A inclusão de tais efeitos pode representar um diferencial na decisão de combinar previsões ou não. A utilização de métodos de combinação de previsão justifica-se somente quando suas medidas de acurácia são superiores às de suas previsões individuais.

Constatando-se o efeito da correlação entre os erros na acurácia das previsões obtidas por métodos de combinações, considerá-la viabiliza-se a obtenção de previsões mais eficientes.

Um dos métodos de combinação que atribui pesos às variáveis é o método da variância mínima, proposto por Bates e Granger em 1969. Tal método consiste em realizar a combinação linear de duas previsões objetivas. Neste método, as previsões objetivas devem ser não-viesadas e a combinação das previsões é obtida atribuindo-se um peso para cada uma das previsões individuais que serão combinadas. Sua estrutura é apresentada conforme Equação (1).

$$F_c = w F_1 + (1 - w) F_2 \quad (1)$$

onde:  $w$  e  $(1 - w)$  representam, respectivamente, os pesos atribuídos as previsões individuais  $F_1$  e  $F_2$  a serem combinadas.

A estrutura de obtenção dos pesos descritos na Equação (1) é embasada na observação das variâncias dos erros das previsões individuais e na correlação entre os erros destas duas previsões individuais, obtidas separadamente. Para atribuir menor peso às previsões de maior variabilidade, a combinação destas previsões deve ser calculada utilizando os pesos conforme Equação (2).

$$w = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad (2)$$

onde:  $\rho$  é o valor da correlação linear entre os erros das previsões obtidas em  $F_1$  e  $F_2$  e  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$  são, respectivamente, o valor da variância dos erros de previsão de  $F_1$  e  $F_2$ .

Ao assumir que os erros de previsão obtidos em  $F_1$  e  $F_2$  são independentes, a correlação linear ( $\rho$ ) entre estes erros é nula. Considerando-se então a independência destes erros pode-se reescrever a Equação (2) e a sua reestruturação é apresentada na Equação (3).

$$W = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (3)$$

onde:  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$  são, respectivamente, o valor da variância dos erros de previsão de  $F_1$  e  $F_2$ .

Acatado pela literatura como um dos métodos mais conhecidos, a combinação por média aritmética é também uma das combinações de mais fácil utilização (MENEZES et al., 2000). Neste método de combinação os pesos atribuídos às previsões individuais são os mesmos. A obtenção da previsão por meio do método da média aritmética para duas previsões individuais é descrito na Equação (4).

$$F_c = 0,5 F_1 + 0,5 F_2 \quad (4)$$

Entre as técnicas de previsões individuais, uma das mais populares é a abordagem proposta por Box e Jenkins na década de 1970 (XU; QI; HUA, 2010). Esta metodologia consiste no ajuste de modelos auto-regressivos integrados de médias móveis, ARIMA  $(p,d,q)$ , ao conjunto de dados. De acordo com Khashei e Bijari (2010), há muitos anos, esta metodologia predomina em várias áreas de previsão.

A metodologia Box-Jenkins explora a autocorrelação entre os valores da série em diferentes instantes  $t$  sucessivos. A observação de padrões nos gráficos das autocorrelações dos dados originais, em geral possibilita a identificação de um ou vários modelos de ajuste possíveis para a série de tempo (KHASHEI; BIJARI, 2010). Quando a autocorrelação é observada dentro do período de um ano, considera-se uma estação de sazonalidade  $s$  e as séries originais podem ser ajustadas por um modelo ARIMA sazonal (WERNER; RIBEIRO, 2003; MORETTIN; TOLOI, 2006). Segundo Chen e Wang (2007), esta é a classe de modelos lineares mais populares para a previsão de séries temporais sazonais. Nas últimas três décadas tais modelos apresentaram grande sucesso em pesquisas acadêmicas e aplicações industriais (TAYLOR, 2010; CHEN; WANG, 2007). O modelo matemático que descreve um modelo SARIMA para um modelo sazonal puro é apresentado na Equação (5).

$$\phi(B)\Phi(B^s)(1 - B^s)^D(1 - B)^d Z_t = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t \quad (5)$$

onde:  $\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{sp}$  é o operador auto-regressivo sazonal de ordem  $P$

$\Theta(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_q B^{sq}$  é o operador auto-regressivo sazonal de ordem  $Q$

$(1 - B^s)^D$  é o operador de diferença sazonal,  $D$  indica o número de diferenças sazonais

$(1 - B)^d$  é o operador de diferença simples,  $d$  indica o número de diferenças simples

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_p B^p$  é o operador auto-regressivo de ordem  $p$ ,

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_q B^q$  é o operador auto-regressivo de ordem  $q$

$\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  é um processo de ruído branco gaussiano, ou seja,  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \forall t \in \mathbb{Z}$ .

Outra forma como uma série de tempo pode ser analisada é por meio do uso de modelos de redes neurais artificiais (RNA) (HAIR et al., 2005). As RNA's possuem certa facilidade para analisar sistemas dinâmicos como séries temporais não-estacionárias (MÜLLER et al., 1995; DE WILDE, 1997; HAYKIN, 2001). De acordo com Agami et al. (2009), a vantagem em utilizar uma RNA consiste em sua capacidade de representar relações lineares e não-lineares e ainda aprender estes relacionamentos a partir dos dados que serão modelados.

A estrutura de uma RNA pode ser descrita por quatro grupos: neurônios, tipo de modelo de rede neural, redes e aprendizado. O neurônio é o principal elemento em uma RNA (MULLER et al., 1995; RIPLEY, 1996; DE WILDE, 1997; HAYKIN, 2001). Quanto seu formato as RNA's podem ser divididos em três classes gerais, diferenciadas por meio de seu funcionamento (MÜLLER et al., 1995; DE WILDE, 1997 HAYKIN, 2001): redes alimentadas adiante com camada única; redes alimentadas adiante com múltiplas camadas e redes recorrentes. Consideradas por Qi e Zhang (2001), como modelo mais utilizado de RNA, as redes neurais alimentadas adiante com múltiplas camadas são consideradas também como modelo mais conhecido de RNA (HAYKIN, 2001; QI; ZHANG, 2001; ZHANG; BERARDI, 2001; AUER et al., 2008). A configuração deste modelo de RNA é um arranjo sequencial de três tipos de camadas compostas pelos neurônios: entrada, oculta e saída.

Em comparação a uma série temporal, na camada de entrada, os neurônios recebem os dados e realizam a transmissão para a rede neural, nesta etapa, os efeitos temporais podem ser incluídos como variáveis do sistema, auxiliando a modelagem da série. As camadas ocultas e a função de ativação permitem a análise de modelos não lineares, facilitando a modelagem de características da série como tendência e sazonalidade. O neurônio de saída efetiva o cálculos do valor resultante, nos modelos preditivos, este valor representa a previsão (HAIR et al., 2005).

### **3. Método para comparação das previsões**

A abordagem deste estudo contempla a utilização de séries reais. As séries utilizadas para a obtenção dos resultados neste trabalho fazem parte do conjunto de 3003 séries reais do



estudo intitulado *M3-Competition*. Tal estudo apresenta categorias de séries reais classificadas de acordo com sua origem, uma destas categorias é a Industrial, composta por 334 séries.

As séries da categoria industrial são selecionadas e agrupadas de acordo com comportamento de tendência e sazonalidade, gerando uma subcategoria. Deste novo grupo, selecionam-se 50 séries aleatoriamente, por meio de amostragem aleatória simples. A obtenção do tamanho da amostra contemplou 95% de confiança, erro padrão de 10% e um ajuste para populações finitas.

Três diferentes etapas são seguidas para a análise dos dados: i) Realização da modelagem individual, com obtenção das respectivas previsões; ii) Cálculo das combinação das previsões obtendo as respectivas previsões como a seleção da combinação mais precisa por meio das medidas de acurácia e iii) análises estatísticas.

A etapa inicial aborda a modelagem individual. Esta é aplicada a cada uma das 50 séries selecionadas. Serão realizadas para cada série duas modelagens diferentes para obtenção da previsão individual, por meio das técnicas ARIMA e RNA. Para cada uma das técnicas de previsão aplicadas a cada série, realiza-se uma previsão individual o que resulta em um total de 100 conjuntos de previsões individuais diferentes.

A metodologia Box-Jenkins aplicada às séries em estudo considera os modelos que configuram a presença de sazonalidade, os modelos SARIMA. O critério de seleção do modelo utilizado foi o BIC Normalizado (do inglês *Normalized Bayesian Information Criterion*), procedeu-se também com a verificação de normalidade dos resíduos por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov. Para os modelos de RNA's utilizam-se o tipo de rede MLP com aprendizado obtido pelo treinamento supervisionado com retropropagação *online*. Haykin (2001) descreve este algoritmo de treinamento como uma generalização do método de mínimos quadrados. Estes modelos são empregados às diferentes áreas científicas, inclusive previsões de séries temporais (HILL et al., 1996; FERNANDES et al., 1996; OZCELIK; ERZURUMLU, 2006).

A etapa seguinte consiste na realização da combinação das previsões geradas na etapa anterior. Dois métodos de combinação de previsões serão aplicados neste trabalho, a combinação pelo método da variância mínima e a combinação pela média aritmética. O

método da variância mínima será utilizado em seu formato original, considerando a correlação entre os erros, e em sua versão simplificada, que considera independente os erros das previsões, com correlação nula. Cada uma das combinações de previsões gera um novo conjunto com 50 previsões, totalizando então, mais 150 previsões diferentes. Calculam-se três medidas de acurácia, para cada método de combinação, perfazendo um total de 450 valores para medidas de acurácia, nesta etapa. As medidas de acurácia calculadas são: MAPE (*Mean Absolute Percentual Error*), MSE (*Mean Square Error*), MAE (*Mean Absolute Error*).

Em um estudo de revisão sobre comparativos entre técnicas estatísticas de predição e RNA's, Paliwal e Kumar (2009) observaram que as medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE foram utilizadas em diversos estudos para medir o desempenho das modelagens. Em 1999, Goodwin e Lawton já consideravam a medida MAPE como uma das mais utilizadas para a comparação de diferentes séries.

A terceira etapa compila as análises estatísticas das medidas de acurácia observadas nas combinações. Neste momento, têm-se três grupos de previsões com três medidas de acurácia em cada um. Cada grupo de previsão representa a forma de obtenção da combinação de previsões. Deste modo uma das estruturas de análise é dada por meio das medidas de acurácia, que serão comparadas por meio de suas médias de acordo com a forma de previsão correspondente. Procedeu-se ainda com uma análise de frequências. Nesta análise compararam-se as frequências de seleção das previsões, em cada medida de acurácia. Outra análise realizada apresenta as medidas de correlação linear e a frequência de seleção de cada método de combinação.

O recurso computacional utilizado para a realização da modelagem dos dados, das combinações das previsões e demais análises estatísticas das medidas de acurácia, será o *software SPSS®*, versão 18. A estruturação do banco de dados realiza-se por meio do *Excel®*.

#### **4. Comparações das Previsões**

As análises expostas na sequência contemplam três formatos de obtenção de combinação de previsões. As 50 séries reais utilizadas neste estudo foram inicialmente modeladas por meio das técnicas de previsão individual ARIMA e RNA. Para cada uma das séries combinaram-se as duas previsões geradas, por meio do método da variância mínima

considerando os formatos com e sem correlação entre os erros das previsões individuais e pelo método da média aritmética.

A seleção dos melhores métodos de previsão seguiu o critério das medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE. Tais medidas foram obtidas para cada série de dados predita e armazenadas em vetores. Realizou-se uma análise descritiva destes vetores, com as medidas de média, desvio-padrão, mínimo e máximo categorizado para cada medida de acurácia e para cada método de combinação de previsões. A Tabela 1 apresenta os valores obtidos relacionando a medida de acurácia e o método de combinação considerado.

Tabela 1. Análise descritiva das medidas de acurácia

	MAPE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	4,28	2,28	0,791	10,16
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho = 0</math>)</i>	4,22	2,25	0,791	9,91
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	4,24	2,23	0,792	9,52
	MSE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	88.171,72	86.703,69	6.128,42	352.060,03
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho = 0</math>)</i>	85.657,70	84.124,08	6.139,00	338.284,80
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	85.512,57	83.063,78	6.135,94	320.033,14
	MAE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	203,56	102,41	61,53	468,02
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho = 0</math>)</i>	200,50	100,83	61,51	456,37
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	201,24	99,17	60,78	448,32

A análise descritiva para cada medida de acurácia indica que, em média, o método de combinação de previsões que apresentou melhor acuracidade foi o da variância mínima sem considerar os efeitos da correlação entre os erros de previsão para as medidas de acurácia MAPE e MAE. Para a medida de acurácia MSE o melhor método em média foi o da variância mínima com correlação diferente de zero. O método de combinação por média aritmética não foi considerado mais acurado, em média, por nenhuma das medidas de acurácia contempladas

neste estudo. Os menores desvios-padrão calculados, para as três medidas de acurácia, concentraram-se no método da variância mínima utilizando erros correlacionados. Por meio da análise descritiva – valores mínimos, máximos e desvios-padrão - percebe-se ainda uma alta variabilidade do conjunto de medidas de acurácia. Este efeito pode ser melhor apreciado por meio da análise gráfica de Box-plot. O Box-plot das medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE são apresentados nas Figuras 1, 2 e 3 respectivamente.

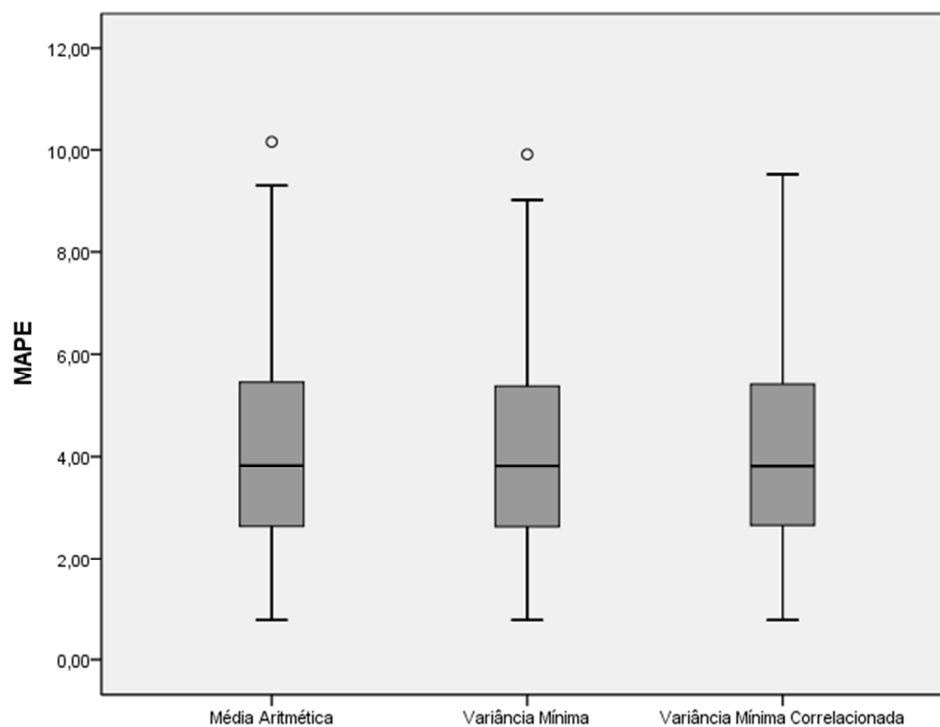


Figura 1. Box-plot para as medidas de acurácia MAPE

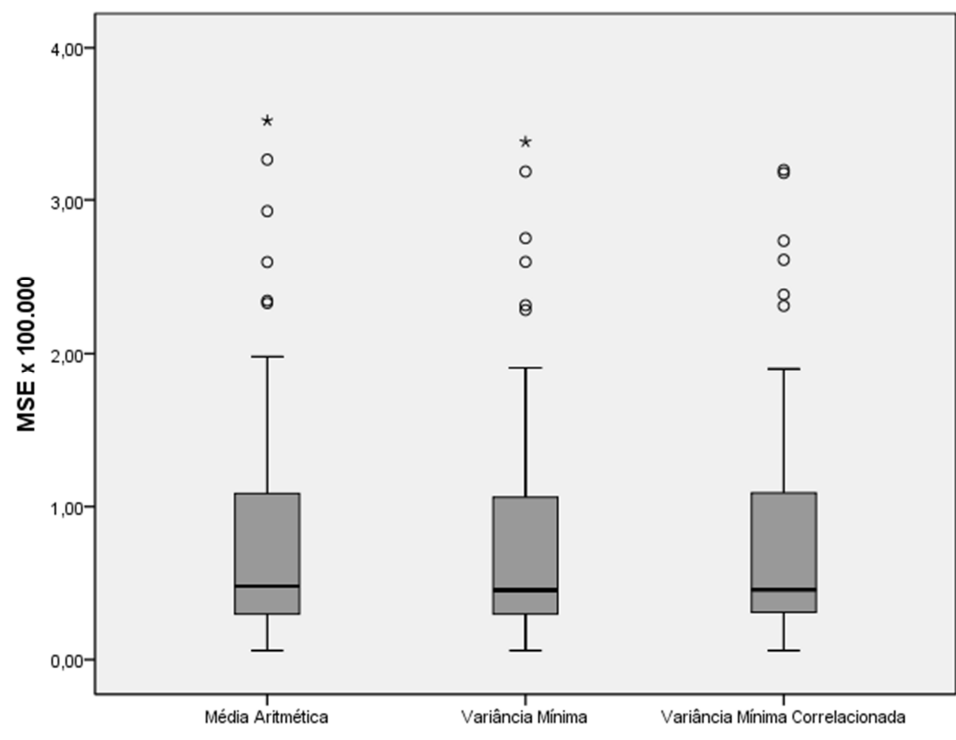


Figura 2. Box-plot para as medidas de acurácia MSE

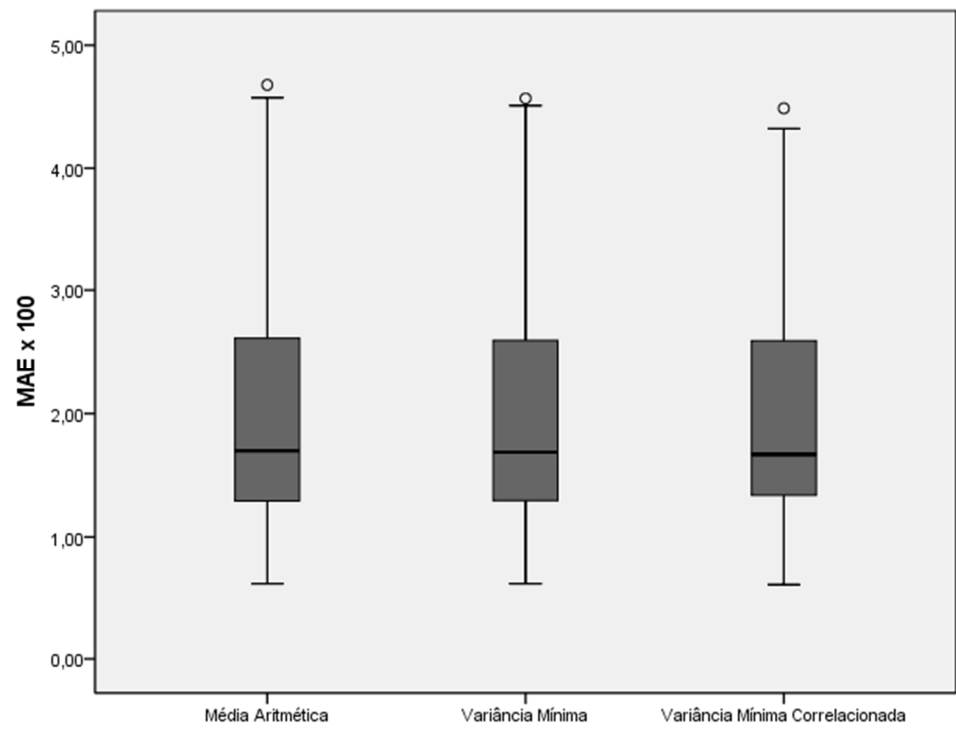


Figura 3. Box-plot para as medidas de acurácia MAE

Realizou-se uma ANOVA (Análise de Variâncias), com a finalidade de verificar se há diferença entre as médias das medidas de acurácia relacionada a cada combinação de previsão. Para a realização desta análise, procedeu-se inicialmente com a verificação de normalidade das variáveis por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov e de homogeneidade das variâncias por meio do teste de Levene. O resultado encontrado indica que, com um nível de significância de 5% não foi possível confirmar a hipótese de diferença entre as médias das combinações para nenhuma das medidas de acurácia em análise.

Todavia, previsões utilizadas em qualquer área são geradas de forma individual, como por exemplo, previsões de demanda onde cada produto possui sua demanda planejada de maneira pontual. A gama de produtos manufaturados por uma empresa pode apresentar comportamentos de demanda com características diferenciadas. Posto isso, o interesse dos previsores pode não estar na média de acurácia de diferentes séries e sim em cada série. No intuito de identificar a frequência da técnica ou método de previsão que apresenta a maior acuracidade para os dados, realizou-se um agrupamento destes dados e passou-se a considerar apenas a contagem da técnica ou método de previsão que melhor descreveu a série modelada.

As frequências e os percentuais relativos às medidas de acurácia de acordo com cada método de previsão analisado são apresentados na Tabela 2. O método de combinação por variância mínima com correlação igual a zero apresentou a maior frequência, para as medidas de acurácia MAPE (60%), MSE (54%) e MAE (56%), indicando que este é o método mais acurado por meio destas medidas, para este conjunto de dados reais.

Tabela 2. Frequências e percentuais relativos às medidas de acurácia das técnicas de previsão e métodos de combinação

	MAPE	MSE	MAE
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	5 <b>10,0%</b>	4 <b>8,0%</b>	6 <b>12,0%</b>
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA(<math>\rho = 0</math>)</i>	30 <b>60,0%</b>	27 <b>54,0%</b>	28 <b>56,0%</b>
<i>COMB. VARIÂNCIA MÍNIMA(<math>\rho \neq 0</math>)</i>	15 <b>30,0%</b>	19 <b>38,0%</b>	16 <b>32,0%</b>
<i>Total</i>	50 <b>100,0%</b>	50 <b>100,0%</b>	50 <b>100,0%</b>

Ainda na análise das frequências da Tabela 2 em que os métodos de previsão apresentam as menores medidas de acurácia evidencia-se o benefício ao se considerar o desvio-padrão dos erros das previsões individuais, posto que a concentração das frequências encontra-se nos métodos de combinação de variância mínima. Uma análise considerando somente os métodos de combinação por variância mínima revela que, ao utilizar o método simplificado, que supõe erros não correlacionados, obtém-se maior frequência de acuracidade por meio das medidas MAPE (68%), MSE (60%) e MAE (66%).

Aplicando-se uma categorização aos valores de correlação, entre os erros das previsões individuais, expostos no Apêndice A, procedeu-se com uma análise das frequências dos percentuais observados em cada uma das categorias. As categorias foram elaboradas de acordo com os níveis de correlação. A categoria inicial, de 0,0 até 0,4 incorpora as séries que apresentam baixa correlação entre os erros das previsões individuais. Não foram encontrados valores de correlação negativos, nem tampouco acima de 0,8, motivo pelo qual as categorias contemplam os valores de 0,0 até 0,8. Observa-se na Tabela 3, que 20% das séries contidas neste estudo apresentaram correlação linear entre os erros das previsões individuais inferiores a 0,4 e para 38% das séries este valor chegou ao máximo de 0,5. Dos percentuais descritos, destacam-se os obtidos para os valores de correlação acima de 0,5, nos quais há concentração de seleção dos métodos da variância mínima, atingindo 75%, quando a correlação varia 0,6 até 0,7, para o método da variância mínima que utiliza a correlação entre os erros. Já no conjunto de séries analisadas com correlação acima de 0,7 o método de combinação por variância mínima sem considerar correlação entre os erros obteve 67% das seleções.

Tabela 3. Correlação categorizada e percentual de seleção dos métodos de combinação

Categoria de $\rho$	Séries	Percentual de Seleção do Método		
		Média Aritmética	Variância Mínima	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
0,0 ---  0,4	20%	30%	60%	10%
0,4 ---  0,5	18%	11%	78%	11%
0,5 ---  0,6	34%	12%	59%	29%
0,6 ---  0,7	16%	00%	25%	75%
0,7 ---  0,8	12%	00%	67%	33%
<i>Total</i>	<i>100%</i>	<i>12%</i>	<i>58%</i>	<i>30%</i>

## 5. Conclusões

A combinação de previsões é um dos métodos empregados para melhorar a precisão das previsões. Diferentes estudos são publicados no intuito de apresentar novas formas de combinação e comparar os métodos já existentes. O método de combinação por média aritmética é apreciado como um dos mais utilizados pelos previsores em diversas áreas. Já o método da variância mínima é por vezes apresentado como mais acurado. Em sua estrutura este método permite a utilização ou não de correlação entre os erros das previsões individuais a ser combinadas. Em função disto, procurou-se identificar, para previsões de séries industriais quantitativas, se há diferença entre acurácia destas previsões combinadas.

Para a efetivação deste estudo foram utilizadas séries industriais reais, com comportamento de tendência e sazonalidade. As previsões individuais foram obtidas por meio das técnicas ARIMA e RNA, que são métodos reconhecidamente robustos para realizar previsões. As combinações foram realizadas por meio dos métodos da média aritmética e variância mínima, para este último, as previsões contemplaram os efeitos positivos e nulos da correlação entre os erros. As medidas de acurácia utilizadas para investigar qual o método de combinação que apresenta melhor acuracidade foram MAPE, MSE e MAE.

Dos resultados encontrados neste estudo, o primeiro refere-se às médias de cada medida de acurácia das previsões obtidas. Para as 50 séries reais utilizadas e ao nível de significância de 5%, não foi possível identificar diferença significativa entre as médias das medidas de acurácia combinações investigadas. Tal resultado pode ser devido à variabilidade das séries reais utilizadas, uma vez que cada uma delas representava grandezas diferenciadas.

Outro resultado encontrado faz menção à frequência em que as previsões para uma série de dados apresentam melhor precisão relacionada a uma das formas de previsão apreciadas neste trabalho. A análise da frequência dos métodos de combinação mostra que, para as medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE mais de 54% das previsões obtidas por meio da combinação por variância mínima com correlação nula obteve melhor acurácia.

Uma segunda análise das frequências foi realizada considerando as formas de combinação por variância mínima com e sem correlação entre os erros das previsões individuais. Neste caso o método de combinação por variância mínima sem utilizar a



correlação entre os erros apresentou os melhores resultados em relação às medidas de acurácia MAPE (68%), MSE (60%) e MAE (66%).

Procedeu-se ainda com uma análise englobando as correlações e os métodos de combinação selecionados. Das 50 séries analisadas, 38% apresentaram correlação linear entre os seus erros de previsão individual inferiores à 0,5. Nesta análise destacam-se os resultados para as séries que apresentaram correlação entre os seus erros de previsão acima de 0,5, nos quais concentram-se as seleções dos métodos da variância mínima como mais acurados, atingindo 75%, quando a correlação varia 0,6 até 0,7, para o método da variância mínima que utiliza a correlação entre os erros. Quando a correlação apresenta valores acima de 0,7 o método de combinação por variância mínima sem considerar correlação entre os erros obteve 67% das seleções.

Os resultados apresentados neste estudo evidenciam que, para as séries reais em estudo, a combinação de previsões obtidas por meio do método da variância mínima seja com ou sem correlação entre os erros, promovem maior acurácia às previsões. O efeito da variabilidade nas previsões individuais na composição da previsão combinada não deve ser ignorado pelos previsores. Entre as combinações por variância mínima, o método mais simplificado, sem o efeito de correlação linear entre os erros de previsão, mostrou-se como o mais acurado para a obtenção de previsões no conjunto de séries deste estudo.

Os resultados obtidos neste trabalho proporcionam outras hipóteses de pesquisa. Uma destas hipóteses contempla a consideração dos efeitos da correlação linear entre os erros de previsão em combinações que não apresentem tal característica. Outra indicação de trabalhos futuros é realizar uma verificação da magnitude das correlações entre os erros das previsões individuais e relacioná-las com o método de combinação mais efetivo.

## Referências

AGAMI, N.; ATIYA, A.; SALEH, M.; EL-SHISHINY, H. A neural network based dynamic forecasting model for Trend Impact. **Technological Forecasting and Social Change**. v. 76. 2009, p. 952-962.

- ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. In Press, Corrected Proof, Available online 15 September 2010.
- ARMSTRONG, J. S. **Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners**. Kluwer Academic Publishers. 2001.
- AUER, P.; BURGSTEINER, H.; MAASS, W. A learning rule for very simple universal approximators consisting of a single layer of perceptrons. **Neural Networks**. v.21, 2008, p. 786-795.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v. 20, n. 4. 1969, p. 451-468.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time series analysis**. San Francisco: Holden-Day, 1976.
- CHAN, C. K.; KINGSMAN, B. G.; WONG, H. Determining when to update the weights in combined forecasts for product demand: an application of the CUSUM technique. **European Journal of Operational Research**. v. 153, 2004, p. 757-768.
- CHEN, K. Y.; WANG, C. H. A hybrid SARIMA and support vector machines in forecasting the production values of the machinery industry in Taiwan. **Expert Systems with Applications**. v.32, ed. 1, 2007, p. 254-264.
- CHRISTODOULOS, C.; MICHALAKELIS, C.; VAROUTAS, D. Forecasting with limited data: Combining ARIMA and diffusion models. **Technological Forecasting & Social Change**. v. 77, 2010, p. 558-565.
- CLEMEN, R. T.; Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v. 5, 1989, p. 559-583.
- COSTANTINE, C.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International journal of forecasting**. v. 26, 2010, p. 725-743.
- DE WILDE, P. **Neural networks models: theory and projects**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1997. 174 p.
- DEUTSCH, M.; GRANGER, C. W. J.; TERÄSVIRTA, J. W. The combination of forecasts using changing weights. **International Journal of Forecasting**. v. 10, 1994, p. 47-57.
- FERNANDES, L. G. L.; PORTUGAL, M. S.; NAVAU, P. O. A. Previsão de séries de tempo: redes neurais artificiais e modelos estruturais. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 26, n. 2, p. 253-276, 1996.
- FLORES, B. E.; WHITE, E. M. Combining forecasts: why, when and how. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. Vol. 8, 1989, n.3, p. 2-5.
- GRANGER, C. W. J.; RAMANATHAN, R. Improved methods of forecasting. **Journal of Forecasting**. v. 3, 1984, p. 197-204.
- GOODWIN, P.; LAWTON, R. On the asymmetry of the symmetric MAPE. **International journal of forecasting**. v. 15, 1999, p. 405-408.
- HAIR JR, J. F.; ANDERSON, R. E.; TATHAN, R. L.; BLACK, W. C. **Análise multivariada de dados**. 5ed. Porto Alegre: Bookman, 2005, 593 p.
- HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 900p.

- HIBON, M.; EVGENIOU, T. To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. **International journal of forecasting**. v. 21, 2005, p. 15-24.
- HILL, T.; O'CONNOR, M.; REMUS, W. Neural network models for time series forecasts. *Management Science*, v. 42, n. 7, p. 1082–1092, Julho 1996.
- HOLLAUER, G.; ISSLER, J. V.; NOTINI, H. H. Prevendo o crescimento da produção industrial usando um número limitado de combinações de previsões. **Economia Aplicada**. São Paulo, 2008, v.12, n. 2, p. 177-198.
- KHASHEI, M.; BIJARI, M. An artificial neural network (p, d, q) model for timeseries forecasting. **Expert Systems with Applications**. v. 37, 2010, p. 479-489.
- KONIG, A. J.; FRANSES, P. H.; HIBON, M.; STEKLER, H. O.; The M3-Competition: Statistical tests of the results. **International journal of forecasting**. v.21, 2005, p. 397-409.
- LOBO, G. J. Alternative methods of combining security analysts and statistical forecasts of annual corporate earnings. **International journal of forecasting**. v. 7, 1991, p. 57-63.
- MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WINKLER, R. L. Averages of Forecasts: Some empirical results. **Management Science**. v. 29, 1983, p. 987-996.
- MENEZES, L. M.; BUNN, D. W.; TAYLOR, J. W.. Review of guidelines for the use combined forecast. **European Journal of Operational Research**. v. 120, 2000, p. 190-204.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2 ed. rev. ampl.. São Paulo: Edgard Blücher, 2006. 538 p.
- MÜLLER, B.; REINHARDT, J.; STRICKLAND, M. T. **Neural networks: an introduction**. 2.ed. New York: Springer-Verlag, 1995. 330 p.
- NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. J. Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General). v. 137, n. 2, 1974. p.131-165.
- OZCELIK, B.; ERZURUMLU, T. Comparison of the warpage optimization in the plastic injection molding using ANOVA, neural network model and genetic algorithm. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 171, p. 437–445, 2006.
- PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.
- POLIWAL, M.; KUMAR, U. A. Neural networks and statistical techniques: A review of applications **Expert Systems with Applications**. v. 36, 2009, p. 2-17.
- QI, M.; ZHANG, G. P. An investigation of model selection criteria for neural network time series forecasting. **European Journal of Operational Research**. v. 132, 2001, p. 666-680.
- RIPLEY, B. D. **Pattern recognition and neural networks**. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 415 p.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.

- TAYLOR, J. W. Triple seasonal methods for short-term electricity demand forecasting. **European Journal of Operational Research**. v. 204. 2010, p. 139-152.
- TAYLOR, J. W.; BUNN, D. W. Investigating improvements in the accuracy of prediction intervals for combinations of forecasts: a simulation study. **International Journal of Forecasting**. v. 15, 1999, p. 325-339.
- TIMMERMANN, A. **Forecast Combinations**. In: ELLIOTT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. Handbook of Economic Forecasting. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.
- WANG, F. E.; CHANG, K. Adaptive neuro-fuzzy inference system for combined forecasts in a panel manufacturer. **Expert Systems with Applications**. v. 37, 2010, p. 8119-8126.
- WEBBY, R.; O'CONNOR, M. Judgemental and statistical time series forecasting: a review of the literature. **International Journal of Forecast**. v.12. 1996, p.91-118.
- WERNER, L. **Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.
- WERNER, L.; RIBEIRO, J. L. D. Previsão de demanda: uma aplicação dos modelos Box-Jenkins na área de assistência técnica de computadores pessoais. **Gestão e Produção**. vol.10, n.1, 2003. p. 47-67.
- WONG, K. K. F.; SONG, H.; WITT S. F.; WU, D. C. Tourism forecasting: To combine or not to combine?. **Tourism management**. v. 28. 2007, p. 1068-1078.
- XU, X.; Qu, Y.; HUA, Z. Forecasting demand of commodities after natural disasters. **Expert Systems with Applications**. v. 37, 2010, p. 4313-4317.
- YANG, Y. Combining forecasts procedures: Some theoretical results. **Econometric Theory**. v. 20, 2004, p.176-190.
- ZHANG, G. P.; BERARDI, V. L. Time series forecasting with neural network ensembles: an application for exchange rate prediction. **Journal of Operational Research Society**. v. 52, 2001, p. 652-664.

### Apêndice A. Correlação e seleção de métodos de combinação

Série	$\rho$	Método de Combinação	Série	$\rho$	Método de Combinação
3	0,107	Variância Mínima	13	0,521	Variância Mínima
45	0,176	Variância Mínima	40	0,530	Variância Mínima
49	0,287	Média Aritmética	23	0,531	Média Aritmética
47	0,309	Variância Mínima	22	0,532	Variância Mínima
26	0,355	Variância Mínima	38	0,540	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
36	0,355	Média Aritmética	46	0,581	Variância Mínima
44	0,364	Variância Mínima	18	0,592	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
37	0,367	Média Aritmética	39	0,592	Variância Mínima
32	0,389	Variância Mínima	43	0,593	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
10	0,397	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )	50	0,595	Variância Mínima
17	0,421	Variância Mínima	20	0,599	Variância Mínima
12	0,439	Variância Mínima	27	0,607	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
11	0,457	Variância Mínima	31	0,611	Variância Mínima
2	0,465	Variância Mínima	48	0,622	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
7	0,467	Variância Mínima	1	0,627	Variância Mínima
42	0,469	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )	29	0,635	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
24	0,470	Variância Mínima	8	0,663	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
15	0,476	Média Aritmética	28	0,671	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
25	0,496	Variância Mínima	33	0,683	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
14	0,504	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )	19	0,703	Variância Mínima
35	0,507	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )	9	0,711	Variância Mínima
16	0,510	Variância Mínima	6	0,742	Variância Mínima
5	0,512	Variância Mínima	41	0,778	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )
21	0,517	Variância Mínima	30	0,778	Variância Mínima
4	0,519	Média Aritmética	34	0,795	Variância Mínima ( $\rho \neq 0$ )

## 5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nos capítulos 2, 3 e 4, foram apresentados os artigos que compõem esta dissertação, nos quais se ressalta a importância da obtenção de previsões mais acuradas. Ao longo destes capítulos, evidencia-se uma carência de estudos que comparem métodos de combinação de previsões utilizando a correlação linear entre os erros das previsões individuais. Os resultados obtidos enfatizam a melhoria obtida nas previsões quando estas são obtidas por meio de combinações de previsões.

Este estudo contemplou as técnicas de previsão individual ARIMA e RNA e os métodos de combinação de previsão por média aritmética e por variância mínima, este último com foco em combinações que utilizam a correlação linear entre os erros das previsões individuais e também em sua forma simplificada que não utiliza os efeitos da correlação na obtenção dos pesos das previsões. Tais modelagens foram aplicadas as 50 séries reais, previamente selecionadas. As séries reais utilizadas integram um conjunto de 334 séries industriais que compõem o estudo *M3 Competition*. A totalidade destas séries foi classificada e agrupada de acordo com características do seu comportamento, neste caso tendência e sazonalidade simultaneamente. Após este agrupamento, selecionaram-se as 50 séries analisadas nesta dissertação.

Realizou-se uma análise descritiva das médias de acurácia obtidas para as previsões envolvidas neste estudo. O destaque neste resultado é para as médias e para os desvios-padrão. Ambas as medidas apresentaram os melhores resultados (menores valores) para os métodos da variância mínima. As medidas de acurácia MAPE e MAE registraram menor média para o método de combinação mais simplificado da variância mínima. Nestas mesmas medidas de acurácia, desvio-padrão foi menor para o método da variância mínima que utiliza a correlação entre os erros. A Tabela 1 apresenta a análise descritiva das medidas médias de acurácia relacionadas com as formas de obtenção da previsão unificando os resultados apresentados nos capítulos 2, 3 e 4.

Tabela 1. Medidas descritivas das médias de acurácia relacionadas com as formas de previsão

	MAPE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	5,16	2,75	1,00	12,41
<i>RNA</i>	4,60	2,27	1,03	9,54
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	4,28	2,28	0,79	10,16
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho = 0</math>)</i>	4,22	2,25	0,79	9,91
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	4,24	2,23	0,79	9,52
	MSE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	127.639,92	123.613,31	9.837,27	478.617,73
<i>RNA</i>	98.634,49	91.808,41	6.733,97	364.002,61
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	88.171,72	86.703,69	6.128,42	352.060,27
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho = 0</math>)</i>	85.657,70	84.124,08	6.139,00	338.284,80
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	85.512,57	83.063,78	6.135,94	320.033,13
	MAE			
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>ARIMA</i>	246,39	126,61	76,81	562,33
<i>RNA</i>	218,31	101,60	62,19	457,15
<i>COMB. MÉDIA ARITMÉTICA</i>	203,56	102,42	61,53	468,02
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho = 0</math>)</i>	200,50	100,83	61,51	456,37
<i>COMB. VAR. MÍNIMA (<math>\rho \neq 0</math>)</i>	201,24	99,17	60,78	448,32

Três ANOVA's foram aplicadas no intuito de verificar a existência de diferenças médias entre as previsões, para cada uma das medidas de acurácia. Considerando um nível de significância de 5% não foi possível rejeitar a hipótese de igualdade entre estas médias. Ressalta-se que se trata de séries reais e que a alta variabilidade dos dados de acurácia pode ter influenciado neste resultado.

Outro resultado encontrado nos capítulos 2 e 3, refere-se às frequências nas quais as técnicas de previsão ou métodos de combinação são considerados como melhores pelas

medidas de acurácia. Nestes dois casos, métodos de combinação por variância mínima obtiveram desempenhos superiores às técnicas de previsão individual.

Os resultados apresentados no capítulo 4 mencionam as comparações entre as combinações de previsões observadas nesta dissertação. Ao considerar as medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE, as melhores medidas de acuracidade foram atribuídas ao método da variância mínima simplificado, que apresentou as maiores frequências de escolha em cada uma destas medidas.

Foi possível observar também que 38% das medidas de correlação linear entre os erros das previsões individuais apresentaram valores inferiores a 0,5, indicando pouca correlação linear entre estes erros. Finalizando as análises, verificou-se também uma relação entre os valores do coeficiente de correlação linear e a escolha pelo método de combinação mais adequado. Nesta análise, quando a correlação linear varia de 0,6 até 0,7, a escolha pelo método da variância mínima que utiliza a correlação entre os erros foi apresentada como mais preciso, atingindo 75% do total desta categoria. Quando a correlação linear apresenta valores acima de 0,7 o método de combinação por variância mínima sem considerar correlação entre os erros obteve 67% das seleções desta categoria. Cabe ressaltar que a seleção do melhor método de combinação foi obtida considerando-se ao menos duas medidas de acurácia favoráveis. Neste estudo não houve empate na escolha dos métodos por meio das medidas de acurácia, portanto, não houve a necessidade de destacar uma das medidas de acurácia como principal método de seleção.

## 6. CONCLUSÃO

Redução de custos nas empresas é um fator fundamental à sua manutenção no mercado e está diretamente ligado à gestão da produção. Uma das oportunidades em se obter essa redução está relacionada ao dimensionamento adequado da produção e cadeia logística, por exemplo. Uma das formas utilizadas pelos previsores, para a obtenção de corretos dimensionamentos, é a realização de previsões quantitativas. Neste contexto, a combinação de previsões é um dos métodos empregados para melhorar a precisão das suas previsões.



Buscando tal melhoria, diversos estudos propõem novas formas de combinação e a comparação entre as formas já existentes. Dentre esses métodos destacam-se os métodos de combinação por média aritmética, considerado como um dos mais utilizados pelos previsores em diversas áreas e os métodos da variância mínima considerados como mais acurados em vários estudos, ambos abordados nesta dissertação. No intuito de identificar as diferenças entre a acurácia das previsões individuais e suas combinações realizou-se análise descritiva de médias, ANOVA e análise descritiva de frequências de escolha de modelo mais acurado considerando as medidas de acurácia MAPE, MSE e MAE. Uma análise descritiva destas frequências e a relação entre os valores de correlação linear entre os erros das previsões individuais foram apresentadas para os métodos de combinação de previsões.

Para a efetivação dos objetivos, organizou-se esta dissertação no formato de três artigos. O artigo inicial, apresentado no capítulo 2, realiza um comparativo entre medidas de previsões individuais e suas combinações. Neste artigo, para a obtenção de previsão por meio do método variância mínima, não são utilizadas as correlações entre os erros. Os resultados gerados por este estudo possibilitam concluir que, para as séries reais em questão, o método da variância mínima apresentou os melhores resultados de acuracidade, com suas medidas de precisão superiores as técnicas individuais e a combinação por média aritmética.

O artigo 2, exposto no capítulo 3, apresenta outro comparativo entre as previsões individuais e suas combinações, desta vez considerando a existência de correlação entre os erros das previsões individuais na obtenção dos pesos de cada previsão nesta combinação. Para verificar se a combinação por variância mínima, com erros correlacionados é mais acurada que as suas previsões individuais foi realizado o artigo 2. As conclusões obtidas evidenciam a superioridade em termos de acuracidade, dos métodos de combinação. As medidas de acurácia MSE e MAE apresentaram as maiores frequências de seleção do método da variância mínima, enquanto que, para a medida de acurácia MAPE o método mais acurado foi o da média aritmética.

E, finalmente, no artigo 3, explicitado no capítulo 4, realiza-se a comparação dos métodos de combinação de previsões, estudando os métodos da média aritmética e da variância mínima (este último, com e sem correlação entre os erros). As análises apresentadas neste artigo ratificam os resultados dos artigos anteriores, apresentando os métodos da

variância mínima com precisões superiores às da média aritmética. Ainda observando-se os estes resultados, conclui-se que o método da variância mínima simplificado apresenta para as séries que embasam este estudo, as melhores medidas de acurácia.

Por fim, a verificação da diferença entre as médias das medidas de acurácia das previsões obteve como resultado a não rejeição da hipótese de existência desta diferença, ao se considerar um nível de significância de 5%. Tal fato pode ser devido à presença de grande variabilidade das séries. A utilização de séries reais, neste caso, pode ter contribuído para este efeito.

Outra conclusão obtida com este estudo indica, entre as combinações por média aritmética e variância mínima, com e sem utilização de erros correlacionados na obtenção dos pesos das previsões individuais, qual possui melhor acuracidade. Ao considerar as frequências de escolha como mais preciso, por cada medida de acurácia, o método da variância mínima que não utiliza a correlação mostrou-se como mais eficiente.

Uma análise da correlação entre os erros de previsão mostrou que para 38% das séries a correlação linear foi inferior a 0,5. A resultante desta análise indica que, para correlações lineares maiores que 0,6, os métodos da variância mínima apresentam melhores previsões.

Os resultados apresentados nesta dissertação evidenciam que, para as séries reais em estudo, a combinação de previsões pelo método da variância mínima obteve as melhores previsões. Deve-se salientar que a decisão sobre qual dos métodos de combinação a ser utilizado não deve desprezar o efeito da variabilidade na composição da previsão combinada, bem como a correlação existente entre os erros das previsões individuais que, não deve ser ignorado pelos previsores.

As análises apresentadas nesta dissertação, bem como seus resultados, possibilitaram a abordagem de outros questionamentos que poderão ser tema de outras pesquisas. Para a realização de trabalhos futuros sugere-se:

- Estudos de séries reais ou simuladas que contemplem comportamentos que não foram abordados nesta dissertação;

- A adoção de outras modelagens obtidas por meio de diferentes técnicas e métodos de combinação de previsões;
- Um estudo comparativo entre séries reais e simuladas, detendo-se à observar apenas a acurácia das previsões alguns passos à frente;
- Há possibilidade de pesquisa no que tange os efeitos da correlação linear entres os erros das previsões individuais, visto que muitas séries apresentam pouca correlação linear e podem apresentar diferentes tipos de correlação;
- Estudo com séries simuladas que apresentem em seu comportamento alta variabilidade e a verificação da relação destas com diferentes magnitudes de correlação linear entre os erros de previsão.

## REFERÊNCIAS

- ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical Methods for Forecasting**. John Wiley & Sons, New York, 2005.
- ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. In Press, Corrected Proof, Available online 15 September 2010.
- ARMSTRONG, J. S. **Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners**. Kluwer Academic Publishers. 2001.
- CLEMEN, R. T.; Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v. 5, 1989, p. 559-583.
- COSTANTINE, C.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International journal of forecasting**. v. 26, 2010, p. 725-743.
- ELLIOTT, G.; TIMMERMANN, A. Optimal forecast combination under regime switching. *International Economic Review*. v. 46, 2005, p. 1081-1102.
- GOLDRATT, E. M.; COX, J. **A meta**: um processo de melhoria contínua. 2ed. rev. e ampl.. São Paulo: Nobel, 2002. 365 p.
- HAIR JR, J. F.; ANDERSON, R. E.; TATHAN, R. L.; BLACK, W. C. **Análise multivariada de dados**. 5ed. Porto Alegre: Bookman, 2005, 593 p.
- HIBON, M.; EVGENIOU, T. To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. **International journal of forecasting**. v. 21, 2005, p. 15-24.
- HOLLAUER, G.; ISSLER, J. V.; NOTINI, H. H. Prevendo o crescimento da produção industrial usando um número limitado de combinações de previsões. **Economia Aplicada**. São Paulo, 2008, v.12, n. 2, p. 177-198.

- KONIG, A. J.; FRANCES, P. H.; HIBON, M.; STEKLER, H. O.; The M3-Competition: Statistical tests of the results. **International journal of forecasting**. v.21, 2005, p. 397-409
- KAHLMAYER-MERTENS, R. S.; FUMANGA, M.; TOFFANO, C. B.; SIQUEIRA F. **Como elaborar projetos de pesquisa: linguagem e método**. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2007, 140p.
- MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J.. **Forecasting: methods and applications**, 3 ed. USA: Wiley, 1998. 642p.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WINKLER, R. L. Averages of Forecasts: Some empirical results. **Management Science**. v. 29, 1983, p. 987-996.
- RIPLEY, B. D. **Pattern recognition and neural networks**. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 415 p.
- PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.
- PELLEGRINI, F. R.; FOGLIATTO, F. Estudo comparativo entre modelos de Winters e de Box-Jenkins para a previsão de demanda sazonal. **Revista Produto & Produção**, v. 4, número especial, p. 72-85, abr. 2000.
- PRUDÊNCIO, R. B. C.; LUDERMIR, T. B. Learning weights for linear combination of forecasting methods. IEEE Computer Society, **Proceedings...** 9th Brazilian Symposium on neural networks, 2006.
- SLACK, N.; CHAMBER, S.; HARLAND, C. HARRISON, A.; JOHNSTON, R.; **Administração da Produção**. – 2ª ed. - São Paulo: Atlas, 2007.
- SOUZA, G. P. **Método para estruturar a integração de previsões utilizando a técnica delphi**. Tese de doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.
- TIMMERMANN, A. **Forecast Combinations**. In: ELLIOTT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. **Handbook of Economic Forecasting**. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.
- WANK, P.; JULIANELLI, L. **Previsão de vendas: Processos organizacionais e métodos quantitativos e qualitativos**. São Paulo: Atlas, 2006, 260 p.
- WERNER, L. **Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.
- WONG, K. K. F.; SONG, H.; WITT S. F.; WU, D. C. Tourism forecasting: To combine or not to combine?. **Tourism management**. v. 28. 2007, p. 1068-1078.
- YANG, Y. Combining forecasts procedures: Some theoretical results. **Econometric Theory**. v. 20, 2004, p.176–190.