

EFICÁCIA DA DURATION MODIFICADA E DA COMBINAÇÃO DE DURATION MODIFICADA E CONVEXIDADE PARA ESTIMAR O IMPACTO DAS VARIAÇÕES DA TAXA DE JUROS NOS PASSIVOS ATUARIAIS DE PLANOS DE BENEFÍCIO DEFINIDO*

EFFICACY OF MODIFIED DURATION AND THE COMBINATION OF MODIFIED DURATION AND CONVEXITY TO ESTIMATE THE IMPACT OF INTEREST RATE VARIATIONS ON THE ACTUARIAL LIABILITIES OF DEFINED BENEFIT PLANS

Maria Eduarda Fensterseifer**

Sérgio Rangel Guimarães***

RESUMO

Este estudo investiga a eficácia da *Duration* Modificada e da combinação entre *Duration* Modificada e Convexidade para estimar o impacto das variações na taxa de juros sobre passivos atuariais de planos de caráter previdenciário estruturados sob a modalidade de Benefício Definido. A pesquisa é aplicada ao setor de previdência complementar fechada no Brasil e utiliza um modelo hipotético com dados simulados para testar essas métricas em diferentes cenários de *duration*, baseados em variações na taxa de juros. Os fluxos do passivo foram projetados atuarialmente, mediante a utilização de tábua de mortalidade geral e taxa de juros, para representar os compromissos futuros do plano e foram sensibilizados em função das variações de taxas de juros, considerando uma taxa base de 4,5% com incrementos que abrangem taxas de 3% a 6%. Os resultados demonstram que, embora a *Duration* Modificada seja eficaz para mensurar a sensibilidade dos passivos em cenários de menor *duration*, sua precisão reduz em contextos de grandes variações de taxa de juros. A Convexidade, quando combinada à *Duration* Modificada, corrige esses desvios, proporcionando uma estimativa mais próxima dos valores reais dos passivos em cenários de alta *duration* e volatilidade. Este estudo contribui ao reforçar a importância do uso combinado dessas métricas para melhorar a gestão de passivos atuariais em contextos de elevada incerteza econômica, beneficiando a prática atuarial e a gestão de riscos financeiros de longo prazo.

Palavras-chave: *Duration* Modificada. Convexidade. Planos de Benefício Definido. Passivo atuarial. Gestão de riscos.

ABSTRACT

This study investigates the effectiveness of Modified Duration and the combination of Modified Duration and Convexity in estimating the impact of interest rate variations on actuarial liabilities of pension plans structured under the Defined Benefit model. The research is applied to the closed pension sector in Brazil and uses a hypothetical model with simulated data to test these metrics across different duration scenarios based on interest rate variations. Liability cash

* Trabalho de Conclusão de Curso apresentado, no segundo semestre de 2024, ao Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

** Graduanda em Ciências Atuariais pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. (fensterduda@gmail.com).

*** Orientador. Graduado em Ciências Atuariais e Mestre em Economia pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professor do Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da UFRGS. (sergio.rangel@ufrgs.br).

flows were actuarially projected using a general mortality table and an interest rate to represent the plan's future obligations and were sensitized to interest rate variations, considering a base rate of 4.5% with increments covering rates from 3% to 6%. The results show that, although Modified Duration is effective for measuring liability sensitivity in lower duration scenarios, its accuracy diminishes in contexts of large interest rate changes. When combined with Convexity, Modified Duration corrects these deviations, providing estimates closer to the actual liability values in high-duration and high-volatility scenarios. This study contributes by reinforcing the importance of combining these metrics to improve the management of actuarial liabilities in contexts of high economic uncertainty, benefiting actuarial practice and long-term financial risk management.

Keywords: Modified Duration. Convexity. Defined Benefit Plans. Actuarial liability. Risk management.

1 INTRODUÇÃO

Os planos de previdência complementar surgem como importantes mecanismos para garantir a segurança financeira dos indivíduos na aposentadoria. De acordo com Bodie, Kane e Marcus (2018), esses planos são definidos como um acordo financeiro que assegura uma renda futura com base em contribuições realizadas durante um período de acumulação. No Brasil, os planos de previdência complementar podem ser classificados em abertos, que são acessíveis a qualquer pessoa física ou jurídica, e fechados, direcionados exclusivamente para grupos específicos, como funcionários de uma empresa ou membros de associações profissionais (DINIZ; CORRAR, 2017).

No regime de previdência complementar fechado, o Conselho Nacional de Previdência Complementar (CNPCC) desempenha um papel central na formulação de políticas e diretrizes gerais, incluindo a edição de normas que orientam a gestão e operação dos planos. A Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), por sua vez, é responsável pela supervisão, fiscalização e orientação das Entidades Fechadas de Previdência Complementar, garantindo o cumprimento das normas e a proteção dos participantes (DINIZ; CORRAR, 2017). Nesse contexto, destaca-se a modalidade de plano de Benefício Definido (BD), caracterizada pela definição prévia do valor do benefício futuro, com base nos parâmetros previstos no regulamento (ABRAPP, 2021).

Entre os fatores que impactam o valor dos passivos atuariais desses planos, a taxa de juros é um dos mais relevantes. De acordo com o artigo 5º da Resolução CNPC nº 30/2018, “a taxa de juros real anual a ser utilizada como taxa de desconto para apuração do valor presente dos fluxos de benefícios e contribuições de um plano de benefícios corresponderá ao valor esperado da rentabilidade futura de seus investimentos” (CNPCC, 2018). Dessa forma, a taxa de juros atua como um parâmetro crucial na determinação do passivo atuarial, pois é utilizada para descontar os fluxos de caixa futuros esperados dos planos. De acordo com Luz (2021), variações na taxa de juros podem causar flutuações significativas no valor dos passivos atuariais, impactando a gestão financeira e a estabilidade dos planos de Benefício Definido.

Adicionalmente, conforme exigido no artigo 79 da Resolução PREVIC nº 23/2023, é obrigatório que as hipóteses de taxa de juros sejam revisadas anualmente (PREVIC, 2023). Esse processo de revisão contínua é conhecido como estudo técnico de convergência, que tem como objetivo ajustar as premissas atuariais conforme a evolução das condições de mercado, garantindo que a taxa de desconto seja realista e compatível com as expectativas de rentabilidade dos investimentos do plano.

No âmbito da mensuração do impacto das variações na taxa de juros sobre os passivos atuariais, a *duration* e a *duration* modificada são amplamente utilizadas. A *duration* é definida

no artigo 2º da Resolução CNPC nº 30/2018 como “a média ponderada dos prazos dos fluxos de pagamentos de benefícios de cada plano, líquidos de contribuições incidentes sobre esses benefícios” (CNPC, 2018). Segundo Alves e Moreira (1996), quanto maior a duração, maior é a sensibilidade do passivo às mudanças na taxa de juros. Isso significa que planos com fluxos de passivo mais longos são mais suscetíveis às variações nas taxas de juros, o que reforça a necessidade de uma gestão ativa e cuidadosa desses planos.

A *duration* modificada, originalmente desenvolvida no campo de investimentos, foi posteriormente adaptada para a área atuarial, como uma medida de sensibilidade que ajusta a *duration* considerando as taxas de juros correntes, oferecendo uma estimativa de quanto o valor de um passivo pode variar em resposta a pequenas mudanças nas taxas de juros. De acordo com Gregorio *et al.* (2015), a *Duration* Modificada pode ser interpretada como a primeira derivada da função valor presente dos fluxos financeiros em relação à taxa de juros, dessa forma, presume mudanças lineares no passivo. Contudo, as variações na taxa de juros não acontecem simultaneamente e na mesma proporção em todos os vencimentos, ou seja, a curva que representa a relação passivo vs taxa de juros não é linear, mas convexa.

Neste ponto, a convexidade, conforme definido por Brown *et al.* (2014), refina a análise ao considerar variações não lineares nas taxas de juros. Nesse sentido, a combinação da *duration* modificada com a convexidade, que representa a segunda derivada da função valor presente dos fluxos financeiros em relação à taxa de juros, pode proporcionar uma estimativa mais precisa dos impactos em cenários de mudanças expressivas na taxa de juros, uma vez que incorpora tanto a sensibilidade linear quanto a não linear dos fluxos de caixa (GREGORIO *et al.*, 2015).

Dado o contexto exposto anteriormente, a questão problema deste estudo é: **Qual é a eficácia da *Duration* Modificada e da combinação de *Duration* Modificada e Convexidade para estimar o impacto das variações da taxa de juros nos passivos atuariais de planos de benefício definido com diferentes *durations*?** Desta forma, o objetivo do estudo é verificar a eficácia da *Duration* Modificada e da combinação de *Duration* Modificada e Convexidade na estimativa do impacto das variações da taxa de juros nos passivos atuariais de planos de benefício definido com simulações de diferentes cenários com *durations* variáveis. Para responder essa questão, o estudo propõe identificar a amplitude das variações da taxa de juros para as quais cada método é mais eficaz e determinar qual deles oferece maior precisão em contextos distintos, contribuindo para uma análise detalhada das condições em que cada abordagem se mostra mais vantajosa.

A realização deste estudo justifica-se pela importância do tema para a previdência complementar, uma área fortemente impactada pela volatilidade econômica e pelas variações nas taxas de juros. A aplicação de ferramentas como a *Duration* Modificada e a Convexidade, capazes de medir e prever o comportamento dos passivos atuariais frente a essas mudanças, é essencial para uma gestão eficiente. No entanto, apesar de amplamente discutidas na teoria, essas métricas ainda carecem de estudos práticos e aplicados, especialmente no contexto da previdência complementar brasileira. Assim, este trabalho busca contribuir para preencher essa lacuna, aprofundando a análise dessas metodologias em diferentes cenários.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção, serão explorados conceitos essenciais para a compreensão dos planos de Benefício Definido, o impacto da taxa de juros no passivo atuarial, *Duration*, *Duration* Modificada e Convexidade. Serão apresentados aspectos teóricos e metodológicos relevantes à mensuração e gestão desses passivos.

2.1 DEFINIÇÃO E CARACTERÍSTICAS DOS PLANOS DE BENEFÍCIO DEFINIDO

Os planos de Benefício Definido (BD) são um tipo de plano de previdência onde o benefício futuro é definido com base em premissas atuariais preestabelecidas, como tempo de serviço e salário do participante (SILVA, 2022). Conforme artigo 2º da Resolução CGPC nº 16/2005:

Entende-se por plano de benefício de caráter previdenciário na modalidade de benefício definido aquele cujos benefícios programados têm seu valor ou nível previamente estabelecidos, sendo o custeio determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção (CGPC, 2005).

Portanto, o custeio do plano deve ser recalculado periodicamente conforme a evolução das premissas econômicas e biométricas, de forma a garantir o equilíbrio atuarial e a solvência do plano.

Nos planos de BD, parte da responsabilidade financeira recai sobre a patrocinadora, que é obrigada a cobrir eventuais déficits gerados por diferenças entre os resultados calculados a partir das premissas adotadas e os resultados efetivamente observados. Este sistema baseia-se no mutualismo, onde o risco é compartilhado entre os participantes e a empresa patrocinadora, garantindo que os benefícios sejam pagos conforme estabelecido. A taxa de juros assumida no plano é crucial, pois define o desconto dos fluxos de caixa futuros e impacta diretamente o valor presente das obrigações do plano. De acordo com a Resolução CNPC nº 30/2018, é exigido que essa taxa de juros seja revista periodicamente para refletir as expectativas econômicas, sendo uma das variáveis mais sensíveis e determinantes na gestão de passivos atuariais em planos de Benefício Definido (CNPC, 2018).

2.2 IMPACTO DA TAXA DE JUROS NO PASSIVO ATUARIAL

A taxa de desconto atuarial, frequentemente referida como taxa de juros, é um dos principais elementos na avaliação dos passivos atuariais de planos de benefício definido. É aplicada para calcular o valor presente dos fluxos de compromissos futuros e de eventuais receitas, e representa a meta real de rentabilidade que os ativos garantidores precisam atingir para assegurar o equilíbrio financeiro do plano. Segundo Bodie, Kane e Marcus (2018), a taxa de desconto aplicada aos fluxos de caixa esperados afeta a magnitude dos passivos, sendo uma das variáveis essenciais para garantir a sustentabilidade financeira dos planos. Como o valor presente dos compromissos atuariais está inversamente relacionado à taxa de juros, mesmo pequenas oscilações podem causar grandes variações no montante das reservas exigidas para cobrir os benefícios projetados.

Conforme § 1º do artigo 5º da Resolução CNPC nº 30/2018, a convergência das hipóteses de rentabilidade dos investimentos ao plano de custeio e ao fluxo futuro de receitas de contribuições e de pagamento de benefícios deve ser demonstrada em estudo técnico. Alinhada a essa exigência, a Resolução PREVIC nº 23/2023 estabelece, em seu artigo 79, a obrigatoriedade de revisão anual das hipóteses de taxa de juros. Esse processo contínuo, conhecido como estudo técnico de convergência, tem como objetivo ajustar as premissas atuariais às condições de mercado em evolução, assegurando que a taxa de desconto seja realista e compatível com as perspectivas de rentabilidade dos ativos garantidores do plano.

O passivo atuarial refere-se ao valor presente das obrigações futuras que um plano de benefício definido possui com seus participantes, considerando premissas como taxa de juros, mortalidade e longevidade. Conforme abordado por Giambiagi e Nese (2020), o cálculo do passivo atuarial é essencial para estabelecer os recursos necessários para cobrir as obrigações a longo prazo de maneira equilibrada. O fluxo de passivo representa a sequência esperada de saídas de caixa ao longo do tempo, o que permite a visualização e o planejamento das necessidades de pagamento do plano. Para complementar, Giambiagi e Nese (2020) explicam:

“Nos planos BD, o fluxo de benefícios decorre de custeios e respectivas contribuições que consideram: uma taxa livre de risco oferecida pelo mercado, ou meta atuarial; uma curva de juros; e uma tábua de mortalidade. O foco destes planos são as premissas a serem consideradas para se estimar o custeio necessário ao benefício, sua solvência e liquidez. A alocação dos ativos deve proporcionar retorno que garanta o cumprimento determinado pela meta atuarial, descontado dos custos de administração relacionados com a gestão dos investimentos que compõem o patrimônio do plano” (GIAMBIAGI; NESE, 2020).

O cenário econômico e as políticas monetárias exercem grande influência sobre a taxa de juros, afetando diretamente a estabilidade dos passivos atuariais. Como observado por Reilly e Brown (2003), as flutuações nas taxas de juros, decorrentes de mudanças no mercado financeiro, afetam significativamente o valor presente dos passivos. Em períodos de queda nas taxas de juros, o passivo atuarial tende a aumentar, uma vez que a taxa de desconto menor eleva o valor presente das obrigações futuras, exigindo que a empresa e os participantes realizem aportes adicionais para cobrir o potencial déficit. Esse contexto reforça a importância de práticas de gestão que considerem as expectativas de longo prazo para as taxas de desconto, promovendo a estabilidade e previsibilidade financeira do plano.

Além disso, as mudanças nas taxas de juros influenciam diretamente a estratégia de investimento dos planos de Benefício Definido. Quando as taxas estão baixas, os retornos esperados sobre investimentos de renda fixa caem, o que pode levar os gestores a buscarem alternativas mais arriscadas para atingir as metas de retorno. Bodie, Kane e Marcus (2018) discutem que, em ambientes de baixa taxa de juros, é necessário reavaliar as estratégias de investimento, frequentemente considerando ativos mais voláteis para compensar a queda nos retornos de renda fixa.

Compreender o impacto da taxa de juros no passivo atuarial é, portanto, essencial para a gestão financeira dos planos de Benefício Definido, afetando tanto a avaliação das obrigações quanto a estratégia de investimento. Bodie, Kane e Marcus (2018) destacam a importância da análise contínua e da adaptação das premissas atuariais às condições econômicas para garantir a solvência e a estabilidade financeira dos planos de previdência.

2.3 DURATION

A *Duration* é uma medida de tempo médio necessário para que os fluxos de caixa de um título ou de um passivo sejam recebidos. Essa métrica é amplamente utilizada no contexto financeiro e atuarial para avaliar a sensibilidade de um ativo ou passivo às variações nas taxas de juros. O conceito foi introduzido pela primeira vez por Frederick Macaulay em 1938, a fim de medir o tempo médio ponderado dos pagamentos de um título, utilizando a taxa de rendimento como base para descontar cada fluxo de caixa. A fórmula de cálculo está demonstrada abaixo:

$$Duration = \frac{\sum_{t=1}^N t \cdot C_t \cdot (1+r)^{-t}}{\sum_{t=1}^N C_t \cdot (1+r)^{-t}} = \sum_{t=1}^N \frac{t \cdot C_t \cdot (1+r)^{-t}}{VP}$$

Onde,

t = é o prazo do fluxo de caixa de cada título

C_t = é o fluxo de caixa do título

r = é a taxa real anual de juros aplicada para t

Na área de previdência, esta medida apresenta grande relevância para a gestão de planos, onde pequenas mudanças nas taxas de juros podem ter impactos significativos no passivo atuarial. A Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC) define uma metodologia específica para *duration* em planos de previdência. Conforme a Resolução PREVIC nº 23/2023, a *duration* corresponde "a média dos prazos dos fluxos de pagamentos

futuros de benefícios, líquidos de contribuições, ponderada pelo valor presente de cada fluxo" (PREVIC, 2023). A metodologia de cálculo adotada pela PREVIC é apresentada abaixo:

$$Duration = \frac{\sum_{i=1}^N \left[\frac{F_i}{(1 + TA)^{(i-0,5)}} \cdot (i - 0,5) \right]}{\sum_{i=1}^N \left[\frac{F_i}{(1 + TA)^{(i-0,5)}} \right]}$$

Onde,

F_i = somatório dos pagamentos de benefícios de cada plano, líquidos de contribuições incidentes sobre esses benefícios, relativos ao i -ésimo prazo;

TA = a taxa real anual de juros aplicada no ano anterior pelo respectivo plano de benefícios.

2.4 DURATION MODIFICADA

A *Duration* Modificada é uma ferramenta essencial na análise da sensibilidade dos passivos atuariais às variações na taxa de juros. Ela mede a sensibilidade do valor de um ativo ou passivo a mudanças na taxa de juros, oferecendo uma estimativa de quanto o valor pode variar para cada ponto percentual de mudança na taxa de juros. Tal métrica torna-se crucial para a gestão dos passivos atuariais, pois permite que os gestores antecipem os impactos das flutuações nas taxas de juros sobre o valor presente dos passivos e, conseqüentemente, sobre a saúde financeira do plano de Benefício Definido.

O uso da *Duration* Modificada facilita a avaliação da exposição ao risco de taxa de juros, permitindo a implementação de estratégias de mitigação mais eficazes. Estudos como o de Alves e Moreira (1996) mostram que a duração dos passivos reflete o tempo médio até o pagamento dos fluxos futuros e quanto mais longa a duração, maior a sensibilidade do passivo às mudanças na taxa de juros. Assim, o gerenciamento ativo baseado na *Duration* Modificada ajuda a ajustar os ativos e passivos do plano para minimizar riscos e garantir a adequação das reservas para atender às obrigações futuras.

A *duration* modificada é calculada pela seguinte formulação:

$$Duração\ Modificada = \frac{Duração}{(1 + r)}$$

Onde,

r = é a taxa real anual de juros aplicada para t

Conforme exposto por Gregorio *et al.* (2015), a *Duration* Modificada representa a primeira derivada da função de valor presente dos fluxos de caixa em relação à taxa de juros, assumindo uma variação linear no valor dos passivos. No entanto, as flutuações nas taxas de juros ocorrem de maneira não uniforme ao longo dos diferentes prazos de vencimento, resultando em uma relação não linear, mas sim convexa, entre passivos e taxas de juros.

2.5 CONVEXIDADE

A convexidade é uma medida crucial no contexto de passivos atuariais, pois permite um ajuste preciso na avaliação da sensibilidade desses passivos a variações nas taxas de juros. Brown *et al.* (2014) destacam que, enquanto a *Duration* Modificada assume uma resposta linear dos passivos a alterações nas taxas, a convexidade reconhece que essa relação é, na verdade, curvilínea, especialmente relevante para grandes oscilações. Gregorio *et al.* (2015) enfatizam que, devido à natureza de longo prazo dos passivos atuariais, a convexidade torna-se essencial

para capturar o comportamento não linear das obrigações futuras em relação às taxas, proporcionando uma visão mais robusta para a gestão dos riscos associados a essas variações.

A convexidade é calculada da seguinte forma:

$$\text{Convexidade} = \sum_{t=1}^N t \cdot (t + 1) \cdot C_t \cdot (1 + r_t)^{-t-2}$$

Onde,

t = é o prazo do fluxo de caixa de cada título

C_t = é o fluxo de caixa do título

r = é a taxa real anual de juros aplicada para t

Assaf Neto (2012), ao tratar de risco de mercado em passivos de longo prazo, reforça que a convexidade serve como complemento à *Duration* Modificada, aprimorando a precisão das estimativas de impacto das taxas de juros sobre o valor presente dos fluxos atuariais.

2.6 ESTUDOS RELACIONADOS

A gestão de riscos em planos de Benefício Definido tem sido um foco constante de estudos acadêmicos, especialmente no que se refere à sensibilidade dos passivos às variações nas taxas de juros. A aplicação de ferramentas como a *Duration* Modificada e sua combinação com a Convexidade têm ganhado destaque como uma abordagem eficaz para lidar com a volatilidade econômica e assegurar a estabilidade financeira desses planos ao longo do tempo.

Um estudo inicial de Alves e Moreira (1996) destacou a necessidade do gerenciamento de risco de taxas de juros no contexto da gestão de ativos e passivos em instituições financeiras, introduzindo inovações que abriram caminho para o uso mais abrangente de métricas de sensibilidade como a *duration* modificada e a convexidade. Os autores enfatizam a importância de uma abordagem mais precisa para mitigar os impactos das oscilações das taxas sobre os passivos, estabelecendo uma base para estudos mais específicos sobre passivos atuariais.

Brown *et al.* (2014), em *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, aprofundaram a análise sobre a relação entre ativos e passivos em contextos de risco e retorno, aplicando *duration* modificada e convexidade como ferramentas essenciais para ajustar a sensibilidade de obrigações de longo prazo às variações nas taxas de juros. Sua obra contribui com um embasamento teórico importante para a gestão de passivos, reforçando a utilidade dessas métricas na proteção contra flutuações econômicas.

Com base nessas noções teóricas, Gregorio *et al.* (2015) exploraram a aplicação prática da imunização de risco em carteiras previdenciárias simuladas, com foco no uso da *Duration* Modificada para medir a sensibilidade dos passivos. Eles defendem que a convexidade deve ser incluída para captar a não linearidade da relação entre taxas de juros e passivos, uma consideração especialmente relevante em cenários de grande volatilidade, fortalecendo o uso dessas métricas em previdência complementar.

Segundo Bodie, Kane e Marcus (2018), a análise da *Duration* e Convexidade é crucial para medir a sensibilidade dos passivos atuariais frente a mudanças nas taxas de juros, o que tem implicações diretas na gestão de risco e solvência de planos de Benefício Definido (BD). Essas métricas, ao quantificarem o impacto das variações das taxas, permitem maior precisão na gestão dos passivos de longo prazo, garantindo que as variações financeiras sejam adequadamente mapeadas no cenário de previdência complementar.

Em um contexto nacional mais recente, Giambiagi e Nese (2020) investigaram os desafios da sustentabilidade financeira dos planos previdenciários no Brasil, com um olhar voltado para as variáveis econômicas que afetam diretamente os passivos de longo prazo. Os autores reforçam a necessidade de estratégias que equilibrem obrigações futuras com a

segurança financeira dos planos, reafirmando a relevância de novas métricas para uma análise sustentável e de longo prazo.

Em síntese, esses estudos fornecem uma base teórica sólida para a aplicação da *Duration* Modificada e sua combinação com Convexidade na gestão dos passivos atuariais, destacando sua importância prática. A integração dessas ferramentas permite enfrentar de maneira mais eficaz as flutuações econômicas que afetam os planos de Benefício Definido. A análise conjunta dessas pesquisas revela a necessidade de uma gestão dinâmica e adaptativa, capaz de responder rapidamente às mudanças nas condições econômicas.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa realizada é classificada como quantitativa, pois envolve a análise de dados numéricos para o cálculo da *Duration* Modificada e da Convexidade. Segundo Gil (2008), a abordagem quantitativa é adequada para estudos que buscam quantificar relações e variáveis de forma estruturada, especialmente relevante no campo atuarial, onde a precisão dos cálculos influencia diretamente as estratégias de gestão de riscos e solvência dos planos de previdência.

Em termos de objetivos, este estudo possui natureza exploratória, uma vez que visa explorar a aplicabilidade prática de ferramentas como *Duration* Modificada e Convexidade na mensuração do impacto das variações na taxa de desconto sobre os passivos atuariais. Esse tipo de classificação, conforme Gil (2008), é adequada para investigações que buscam desenvolver e esclarecer conceitos e ideias ainda pouco explorados, como é o caso da utilização combinada de *Duration* Modificada e Convexidade em passivos atuariais. Portanto, a pesquisa visa contribuir para a literatura sobre gestão atuarial, oferecendo insights sobre a eficácia dessas ferramentas na gestão de riscos financeiros em planos de Benefício Definido (BD).

Para este estudo, foi desenvolvido um plano hipotético de Benefício Definido, com regras baseadas nas normativas da Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC). A pesquisa tem como população-alvo planos de BD e utiliza bases fictícias para simular passivos, permitindo análise em condições controladas. Foram criadas sete bases de dados hipotéticas, representando diferentes características populacionais e *durations* de passivos, com variações em idade, tempo de contribuição e situação no plano. Esses cenários possibilitam uma análise abrangente de fluxos de caixa, representando distintas realidades dos passivos e ampliando a robustez da pesquisa sem depender de dados reais.

Após essa modelagem, foram calculados os fluxos de caixa de cada passivo, que serviram como base para os cálculos de *duration* e convexidade. Este tratamento permite observar os efeitos em diferentes situações de taxa de juros (partindo de 4,5% até 3% e de 4,5% até 6%), proporcionando uma compreensão detalhada do comportamento dos passivos e da aplicabilidade das ferramentas conforme se alteram as condições financeiras.

A análise envolveu o cálculo específico da *Duration* Modificada e da Convexidade em cada cenário simulado, com o objetivo de verificar a eficácia dessas métricas para antecipar variações nos passivos frente a oscilações na taxa de desconto. A duração tradicional dos passivos foi inicialmente calculada, seguida pela aplicação da *Duration* Modificada e, por fim, pela combinação desta com a Convexidade.

Essa metodologia permitiu testar a sensibilidade de cada métrica em diferentes taxas de desconto, permitindo observar suas adequações na gestão do passivo atuarial. A análise comparativa entre a *Duration* Modificada e sua combinação com a Convexidade visa identificar qual dessas ferramentas oferece maior precisão e eficácia prática. Com esses resultados, será possível determinar a relevância de cada métrica para a gestão de riscos e a solvência de planos BD em cenários de oscilação de juros.

4 ANÁLISE DOS DADOS

4.1 PLANO HIPOTÉTICO: CARACTERÍSTICAS, BASES CADASTRAIS E PREMISSAS ADOTADAS

Para o desenvolvimento deste estudo, foi criado um plano hipotético de benefício definido, cujo único benefício oferecido é a aposentadoria ordinária, sem reversão em pensão. A concessão desse benefício ocorre quando o participante atinge a idade mínima de 60 anos e possui, no mínimo, 10 anos de contribuição ao plano.

4.1.1 Regime Financeiro e Método de Financiamento

O plano simulado segue o regime financeiro de capitalização, no qual as contribuições realizadas pelos participantes e pela empresa são acumuladas e capitalizadas ao longo do tempo. Esse regime, amplamente utilizado em planos de benefício definido, é fundamentado no princípio de que os recursos acumulados devem ser suficientes para custear os benefícios futuros. Segundo Martins (2010), o regime de capitalização prevê dois momentos distintos, a fase contributiva que tem como objetivo formar as reservas equivalentes ao custo previdenciário e a fase de benefício, na qual a reserva constituída anteriormente garante o pagamento do benefício. Essa relação direta entre as contribuições realizadas e o benefício concedido reduz a dependência de novos ingressos no plano para equilibrar os compromissos atuariais.

O método de financiamento adotado é o *Projected Unit Credit* (PUC), no qual cada período de serviço do participante acumula uma fração do valor total do benefício projetado. De acordo com Ferreira (2019), esse método baseia-se na projeção dos benefícios futuros que o participante teria direito ao final do período de serviço, ajustando cada valor anual de benefício em função da inflação, taxas de desconto e probabilidades de saída. A principal característica do PUC é que ele reconhece as provisões matemáticas ao longo da carreira do participante, com o passivo atuarial crescendo gradativamente à medida que o colaborador se aproxima da idade de aposentadoria.

4.1.2 Premissas Adotadas

Para este plano hipotético de Benefício Definido, foram consideradas as premissas de taxa de juros e tábua de mortalidade, que são fundamentais para determinar o valor presente dos benefícios futuros e projetar a duração do fluxo de pagamentos dos participantes. Essas escolhas foram baseadas em práticas amplamente utilizadas no setor previdenciário e regulamentadas pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), assegurando que o plano hipotético esteja alinhado com as metodologias e parâmetros adotados nas avaliações atuariais do encerramento do exercício de 2023.

A taxa de juros é uma premissa fundamental nas avaliações atuariais de planos de Benefício Definido, pois determina o fator de desconto utilizado para calcular o valor presente dos passivos futuros do plano. No presente estudo, foi adotada uma taxa de juros de 4,5% ao ano, que reflete a taxa mais utilizada nas avaliações atuariais de 2023 para planos de Benefício Definido regulamentados pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), conforme dados abertos da PREVIC.

A tábua de mortalidade é outra premissa crucial para a determinação dos passivos atuariais, pois projeta a expectativa de vida dos participantes e, conseqüentemente, o tempo de duração dos pagamentos de benefícios. Para este estudo, foi adotada a Tábua de Mortalidade Geral mais amplamente utilizada nas avaliações de 31/12/2023 de acordo com os Dados Abertos da PREVIC: a AT-2000. No entanto, há uma limitação em relação a escolha desta

premissa, pois os dados fornecidos pela PREVIC não contêm informações detalhadas sobre as tábuas utilizadas, como aspectos de segregação, suavização ou aplicação de agravamentos e desagravamentos. Dessa forma, por considerar uma população exclusivamente feminina, foi utilizada a Tábua AT 2000 Feminina para representar os participantes do plano.

4.1.3 Bases Cadastrais

Para o desenvolvimento deste estudo, foram criadas sete bases cadastrais com participantes em diferentes momentos de vida, possibilitando a geração de diferentes *durations* para análise atuarial. Cada base representa um cenário, simulando situações típicas de um plano de Benefício Definido, mas com algumas simplificações para facilitar o processo de cálculo e comparação. Entre as limitações assumidas, está a consideração de que todos os participantes são do sexo feminino, o que uniformiza a aplicação da tábua de mortalidade e elimina variáveis relacionadas a diferenças de gênero na expectativa de vida.

Além disso, todos os participantes ativos foram considerados com um salário fixo mensal de R\$ 10.000,00, sem previsão de crescimento salarial ao longo do tempo. Para os participantes já aposentados, foi estabelecido um benefício vitalício de R\$ 2.492,51, equivalente ao Salário Real de Benefício (SRB) – Teto do INSS em 2023 (R\$ 10.000,00 – R\$ 7.507,49). Todos os participantes, independentemente da base, iniciaram na empresa aos 20 anos e se aposentaram ao longo dos 60 anos, garantindo uniformidade na análise do tempo de contribuição e projeção dos fluxos de caixa.

Abaixo, apresentamos uma tabela que resume os cenários criados, destacando as estatísticas dos participantes em cada uma das sete bases cadastrais desenvolvidas para o estudo.

Quadro 1 - Estatísticas Bases Cadastrais

Cenário	Estatísticas	
Cenário 1	Participantes Ativos	100
	Composição Idades	100% dos participantes com 21 anos
	Participantes Assistidos	0
	Composição Idades	-
Cenário 2	Participantes Ativos	100
	Composição Idades	50% dos participantes com 21 anos 50% dos participantes com 41 anos
	Participantes Assistidos	0
	Composição Idades	-
Cenário 3	Participantes Ativos	100
	Composição Idades	50% dos participantes com 41 anos 50% dos participantes com 60 anos
	Participantes Assistidos	0
	Composição Idades	-
Cenário 4	Participantes Ativos	100
	Composição Idades	100% dos participantes com 60 anos
	Participantes Assistidos	0
	Composição Idades	-
Cenário 5	Participantes Ativos	0
	Composição Idades	-
	Participantes Assistidos	100

	Composição Idades	50% dos assistidos com 61 anos 50% dos assistidos com 80 anos
Cenário 6	Participantes Ativos	0
	Composição Idades	-
	Participantes Assistidos	100
	Composição Idades	50% dos assistidos com 80 anos 50% dos assistidos com 95 anos
Cenário 7	Participantes Ativos	0
	Composição Idades	-
	Participantes Assistidos	100
	Composição Idades	100% dos assistidos com 100 anos

Fonte: elaborado pela autora a partir das bases cadastrais hipotéticas

4.2 AVALIAÇÃO ATUARIAL E PROVISÕES MATEMÁTICAS

A avaliação atuarial, conforme inciso I do art. 2º da Resolução CNPC nº 30/2018, tem como objetivo dimensionar os compromissos do plano de benefícios e estabelecer o plano de custeio necessário para assegurar o equilíbrio e a solvência atuarial, além de calcular o montante adequado das provisões matemáticas e dos fundos previdenciais.

4.2.1 Benefício de Aposentadoria

No caso deste estudo, a avaliação atuarial segue o regime de capitalização e utiliza o método *Projected Unit Credit* (PUC), com o benefício de aposentadoria calculado da seguinte forma:

$$B_{Apo} = SRB - Teto INSS$$

O cálculo do benefício visa estimar o valor base que o participante receberia ao se aposentar, e essa projeção é crucial para definir o montante de contribuições e provisões que precisam ser acumuladas ao longo da vida laboral.

4.2.2 Provisões Matemáticas

As provisões matemáticas são reservas calculadas na avaliação atuarial para garantir o pagamento dos benefícios futuros aos participantes do plano. Elas são divididas em:

- **Provisão Matemática de Benefícios a Conceder:** montante necessário para cobrir os benefícios futuros dos participantes ainda ativos, que acumularão direitos ao longo do tempo até a aposentadoria.
- **Provisão Matemática de Benefícios Concedidos:** valor reservado para garantir o pagamento dos benefícios daqueles que já estão aposentados, cobrindo suas necessidades ao longo da vida.

As formulações utilizadas para o cálculo das Provisões Matemáticas do plano hipotético de benefício definido estão apresentadas abaixo:

Provisões Matemáticas de Benefícios a Conceder:

$$PMBaC = VABF_{Apo} - VACF$$

Onde,

$VABF_{Apo}$ = Valor Atual de Benefícios Futuros de Aposentadoria Ordinária;
 $VACF$ = Valor Atual de Contribuições Futuras.

$$VABF_{Apo} = np \cdot {}_kE_x \cdot (a_{x+k}^{(12)} \cdot B_{Apo}^{Proj(12)})$$

Onde,

np = Número de pagamentos anuais (considerado 13 para este plano hipotético);

${}_kE_x$ = Fator de desconto atuarial em $x+k$ (idade de elegibilidade), considerando sua idade atual (x) - ${}_kE_x = \frac{D_{x+k}}{D_x}$;

$a_{x+k}^{(12)}$ = valor esperado, na idade $x+k$, de uma renda mensal vitalícia paga de forma postecipada (final de cada mês) para um assistido - $a_{x+k}^{(12)} = \frac{N_{x+k+1}}{D_{x+k}}$;

$B_{Apo}^{Proj(12)}$ = Benefício Mensal de Aposentadoria Ordinária.

$$VACF = VABF_{Apo} \cdot \left(1 - \frac{TC}{TC+k}\right)$$

Onde,

$VABF_{Apo}$ = Valor Atual de Benefícios Futuros de Aposentadoria Ordinária;

TC = Tempo de Contribuição;

k = carência à aposentadoria ordinária, ou seja, o tempo remanescente para completar a elegibilidade à aposentadoria ordinária.

Provisões Matemáticas de Benefícios Concedidos:

$$PMBC = VABF_{Apo}$$

$$VABF_{Apo} = np \cdot B_{Apo}^{(12)} \cdot a_x^{(12)}$$

Onde,

np = Número de pagamentos anuais (considerado 13 para este plano hipotético);

$B_{Apo}^{(12)}$ = Benefício Mensal de Aposentadoria Ordinária;

$a_x^{(12)}$ = valor esperado, na idade x , de uma renda mensal vitalícia paga de forma postecipada (final de cada mês) para um assistido.

Abaixo são apresentadas as provisões matemáticas calculadas para cada cenário. Nos primeiros quatro cenários, a base cadastral é composta apenas por participantes ativos, de modo que foram calculados o Valor Atual dos Benefícios Futuros (VABF) e o Valor Atual das Contribuições Futuras (VACF) para a Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (PMBaC).

Tabela 1 – Provisões Matemáticas de Benefícios a Conceder

PROVISÃO	CENÁRIO 1	CENÁRIO 2	CENÁRIO 3	CENÁRIO 4
PMBaC	196.494,59	5.284.462,24	29.240.986,66	48.309.071,59
VABF	7.859.783,47	13.733.541,30	33.843.013,64	48.309.071,59
VACF	7.663.288,88	8.449.079,06	4.602.026,98	0,00

Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Nos cenários 5, 6 e 7, a base cadastral é composta exclusivamente por participantes assistidos, que não realizam contribuições ao plano. Dessa forma, foi calculado apenas o Valor Atual dos Benefícios Futuros (VABF) para a Provisão Matemática de Benefícios Concedidos (PMBC).

Tabela 2 – Provisões Matemáticas de Benefícios Concedidos

PROVISÃO	CENÁRIO 5	CENÁRIO 6	CENÁRIO 7
PMBC	36.617.740,01	18.677.677,65	8.757.972,80
VABF	36.617.740,01	18.677.677,65	8.757.972,80

Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

4.3 FLUXO DO PASSIVO E *DURATION*

4.3.1 Fluxo do Passivo

O fluxo do passivo representa os pagamentos futuros projetados para os benefícios dos participantes de um plano de Benefício Definido, considerando tanto os participantes ativos (que ainda não se aposentaram) quanto os aposentados (já em gozo de benefício), além das contribuições futuras a serem recebidas. Esse fluxo é fundamental para calcular o valor presente das obrigações do plano, pois permite avaliar o impacto financeiro ao longo do tempo e a duração dos compromissos assumidos. Abaixo são apresentadas as formulações utilizadas para o cálculo do Fluxo do Passivo:

Fluxo de Benefícios a Conceder:

$$Fluxo BaC = \sum_{n=k}^{\omega-x-k} np \cdot B_{Apo}^{(12)} \cdot {}_{n+1}p_x$$

Onde,

np = Número de pagamentos anuais (considerado 13 para este plano hipotético);

$B_{Apo}^{(12)}$ = Benefício Mensal de Aposentadoria Ordinária;

${}_{n+1}p_x$ = Probabilidade do indivíduo de x anos sobreviver por $n + 1$ anos –

$${}_{n+1}p_x = \frac{l_{x+n+1}}{l_x};$$

Fluxo de Contribuições:

$$Fluxo CF = \sum_{n=0}^{k-1} \frac{VABF_{Apo_x}}{v^n}$$

Onde,

$VABF_{Apo_x}$ = Valor Atual de Benefícios Futuros de Aposentadoria Ordinária na idade x ;

TS = Tempo total de Serviço desde a entrada na empresa até a elegibilidade;

$$v^n = \text{Fator de descapitalização} - v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

Fluxo de Benefícios Concedidos:

$$Fluxo BC = \sum_{n=1}^{\omega-x-1} np \cdot B_{Apo}^{(12)} \cdot {}_{n+1}p_x$$

Onde,

np = Número de pagamentos anuais (considerado 13 para este plano hipotético);

$B_{Apo}^{(12)}$ = Benefício Mensal de Aposentadoria Ordinária;

${}_{n+1}p_x$ = Probabilidade do indivíduo de x anos sobreviver por $n + 1$ anos –

$${}_{n+1}p_x = \frac{l_{x+n+1}}{l_x}$$

4.3.2 Duration

Com o fluxo já calculado, é possível determinar a *Duration* dos Passivos Atuariais, que representa a média ponderada dos prazos dos pagamentos dos benefícios, ajustada pelo valor presente desses fluxos. A *Duration* foi apurada conforme formulação apresentada na Resolução PREVIC nº 23/2023:

$$Duration = \frac{\sum_{i=1}^N \left[\frac{F_i}{(1 + TA)^{(i-0,5)}} \cdot (i - 0,5) \right]}{\sum_{i=1}^N \left[\frac{F_i}{(1 + TA)^{(i-0,5)}} \right]}$$

Onde,

F_i = somatório dos pagamentos de benefícios de cada plano, líquidos de contribuições incidentes sobre esses benefícios, relativos ao i -ésimo prazo;

TA = a taxa real anual de juros aplicada no ano anterior pelo respectivo plano de benefícios.

Abaixo são apresentadas as *durations* calculadas para cada um dos cenários simulados do plano de Benefício Definido hipotético:

Tabela 3 – Durations de cada cenário

Cenário 1	50,2154
Cenário 2	35,8240
Cenário 3	16,6547
Cenário 4	11,2154
Cenário 5	9,2206
Cenário 6	5,1090
Cenário 7	2,3337

Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Cabe destacar que as bases hipotéticas foram utilizadas com o propósito de gerar *durations* tanto elevadas quanto reduzidas, permitindo avaliar a eficácia das metodologias em diferentes cenários. No contexto atual brasileiro, conforme demonstrado nas demonstrações atuariais do encerramento de 2022, últimas disponíveis nos dados abertos da Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), a *duration* média dos planos de Benefício Definido é de 10,5233 anos.

4.4 DURATION MODIFICADA

A *Duration* Modificada é uma métrica amplamente utilizada na gestão de passivos atuariais e em investimentos de longo prazo, especialmente em planos de Benefício Definido. Ela quantifica a sensibilidade do valor presente dos passivos a variações na taxa de juros, indicando o percentual de mudança no valor do passivo para cada variação de 1% na taxa de juros. Ao contrário da *duration* convencional, que representa o tempo médio ponderado dos fluxos de caixa, a *Duration* Modificada ajusta esse valor para refletir a elasticidade dos passivos em relação a mudanças nas taxas de juros, facilitando o gerenciamento de risco de mercado.

Para este estudo, foi realizada uma análise prática da *Duration* Modificada nas bases cadastrais hipotéticas desenvolvidas. Para cada base, os passivos atuariais foram recalculados

utilizando a *Duration* Modificada, considerando variações graduais na taxa de juros em relação à taxa base do plano, de 4,50%. Essas variações foram aplicadas incrementalmente, de 0,01% em 0,01%, partindo de 4,50% para 4,51%, 4,52% e assim por diante, até um aumento de 1,50% (6,00%) e, na mesma lógica, até uma redução de 1,50% (3,00%). Esse procedimento permitiu observar de forma precisa como o passivo reage a diferentes cenários de taxa de desconto, proporcionando uma análise detalhada da sensibilidade dos passivos atuariais em relação às flutuações das taxas de juros.

A fim de avaliar a precisão da *Duration* Modificada em estimar o impacto dessas variações nas taxas de juros, foram realizadas avaliações atuariais completas para cada nova taxa de juros aplicada. Esse processo gerou 300 simulações para cada base cadastral, além do cálculo oficial com a taxa de 4,50%. Esses resultados possibilitaram a comparação entre o valor estimado pela *Duration* Modificada e o valor efetivo recalculado do passivo atuarial, oferecendo uma visão detalhada da eficácia desta métrica em diferentes cenários de variação da taxa de juros.

A formulação utilizada no cálculo da *Duration* Modificada é apresentada a seguir:

$$\text{Duração Modificada} = \frac{\text{Duração}}{(1 + r)}$$

Onde,

r = é a taxa real anual de juros aplicada para t

A seguir, são apresentadas as variações identificadas entre a estimativa da *Duration* Modificada e o recálculo do Passivo Atuarial, considerando, respectivamente, um aumento e uma redução de 1% na taxa de juros.

Tabela 4 – Estimativas de Passivo Atuarial pela *Duration* Modificada em cada cenário

CENÁRIO 1				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	7.697.466,12	7.697.466,12	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	11.396.330,63	12.579.309,90	-9,40%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	3.998.601,62	4.764.396,62	-16,07%
CENÁRIO 2				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	13.449.919,03	13.449.919,03	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	18.060.731,46	19.213.036,05	-6,00%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	8.839.106,60	9.581.856,08	-7,75%
CENÁRIO 3				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	33.144.101,69	33.144.101,69	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	38.426.446,86	39.362.805,33	-2,38%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	27.861.756,52	28.333.079,95	-1,66%
CENÁRIO 4				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	47.311.402,40	47.311.402,40	0,00%

Redução de 1%	Taxa 3,50%	52.389.070,36	53.138.973,64	-1,41%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	42.233.734,43	42.455.752,73	-0,52%
CENÁRIO 5				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	35.843.356,47	35.843.356,47	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	39.006.009,60	39.466.608,44	-1,17%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	32.680.703,33	32.759.873,35	-0,24%
CENÁRIO 6				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	18.247.233,45	18.247.233,45	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	19.139.339,82	19.276.380,62	-0,71%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	17.355.127,08	17.313.321,76	0,24%
CENÁRIO 7				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	8.511.852,19	8.511.852,19	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	8.701.939,36	8.748.546,49	-0,53%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	8.321.765,01	8.286.649,39	0,42%

Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

A análise dos resultados apresentados na tabela permite observar as variações entre o valor do passivo atuarial calculado pela *Duration* Modificada e o passivo recalculado para diferentes taxas de juros em cada cenário. Nos cenários com a taxa base de 4,50%, a estimativa pela *Duration* Modificada, conforme esperado, correspondeu exatamente ao valor recalculado, resultando em um erro de estimativa de 0% em todos os casos. Quando aplicada uma redução de 1% na taxa de juros (para 3,50%), observa-se que o erro de estimativa tende a ser maior nos cenários com *durations* mais elevadas, especialmente nos cenários 1 e 2, cujos erros de -9,40% e -6,00% são os mais significativos. Com o aumento de 1% na taxa de juros (para 5,50%), o erro de estimativa permanece considerável nos cenários de *durations* maiores, mas diminui progressivamente à medida que as *durations* se tornam menores.

Conclui-se que a *Duration* Modificada apresenta erros de estimativa menores em cenários com *durations* mais baixas. A partir do terceiro cenário, ou seja, nos cenários que possuem *durations* menores, a *Duration* Modificada demonstra um erro de estimativa reduzido, especialmente quando a taxa de juros é aumentada em 1%. Esse comportamento sugere que a *Duration* Modificada se torna mais precisa na estimativa de passivos atuariais em contextos de menor *duration* e aumento de taxa de juros.

4.5 CONVEXIDADE

A Convexidade é uma métrica atuarial complementar à *Duration* Modificada que mede a curvatura da relação entre o valor do passivo e a taxa de juros, proporcionando uma visão mais detalhada sobre a sensibilidade dos passivos a variações nas taxas de juros. Enquanto a *Duration* Modificada quantifica a mudança percentual aproximada do valor do passivo para pequenas variações na taxa de juros, a Convexidade reflete o impacto adicional quando essas variações são maiores ou se afastam da taxa base. Em termos práticos, a Convexidade é utilizada para ajustar as estimativas obtidas pela *Duration* Modificada, corrigindo o erro

associado à linearidade da *Duration* e aprimorando a precisão na avaliação dos passivos em cenários de grandes mudanças nas taxas de juros.

Para este estudo, realizamos o recálculo dos passivos atuariais combinando *Duration* Modificada e Convexidade, considerando variações graduais na taxa de juros em relação à taxa base de 4,50%. As variações foram aplicadas de forma incremental, seguindo a mesma metodologia utilizada na estimativa pela *Duration* Modificada, com variações de 0,01%, contemplando um intervalo de taxas de 3,00% a 6,00%. Esse processo resultou em 300 simulações para cada base cadastral, além do cálculo original com a taxa de 4,50%, permitindo uma análise abrangente e detalhada do comportamento dos passivos ao se aplicar a Convexidade em conjunto com a *Duration* Modificada.

A formulação utilizada para o cálculo da Convexidade é apresentada a seguir:

$$Convexidade = \sum_{t=1}^N t \cdot (t + 1) \cdot C_t \cdot (1 + r_t)^{-t-2}$$

Onde,

t = é o prazo do fluxo de caixa de cada título

C_t = é o fluxo de caixa do título

r = é a taxa real anual de juros aplicada para t

Abaixo, são apresentadas as diferenças observadas entre a estimativa obtida pela combinação da *Duration* Modificada com a Convexidade e o recálculo do Passivo Atuarial, considerando aumentos e reduções de 1% na taxa de juros, respectivamente.

Tabela 5 – Estimativas de Passivo Atuarial pela combinação de *Duration* Modificada e Convexidade em cada cenário

CENÁRIO 1				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM + C	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	7.697.466,12	7.697.466,12	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	12.157.529,40	12.579.309,90	-3,35%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	4.759.800,40	4.764.396,62	-0,10%
CENÁRIO 2				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM + C	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	13.449.919,03	13.449.919,03	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	18.871.469,30	19.213.036,05	-1,78%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	9.649.844,43	9.581.856,08	0,71%
CENÁRIO 3				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM + C	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	33.144.101,69	33.144.101,69	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	39.105.268,84	39.362.805,33	-0,65%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	28.540.578,50	28.333.079,95	0,73%
CENÁRIO 4				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM + C	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	47.311.402,40	47.311.402,40	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	52.888.379,31	53.138.973,64	-0,47%

Aumento de 1%	Taxa 5,50%	42.733.043,38	42.455.752,73	0,65%
CENÁRIO 5				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM + C	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	35.843.356,47	35.843.356,47	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	39.285.627,54	39.466.608,44	-0,46%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	32.960.321,27	32.759.873,35	0,61%
CENÁRIO 6				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM + C	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	18.247.233,45	18.247.233,45	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	19.191.033,77	19.276.380,62	-0,44%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	17.406.821,03	17.313.321,76	0,54%
CENÁRIO 7				
Taxa de Juros		Passivo Atuarial pela DM + C	Passivo Atuarial Recalculado	Erro de Estimativa
Taxa base	Taxa 4,50%	8.511.852,19	8.511.852,19	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	8.708.923,47	8.748.546,49	-0,45%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	8.328.749,13	8.286.649,39	0,51%

Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

A análise dos resultados apresentados na tabela revela que a combinação da *Duration* Modificada com a Convexidade tende a reduzir os erros de estimativa do passivo atuarial em relação ao valor recalculado para diferentes variações na taxa de juros. Observa-se que, para a taxa base de 4,50%, a estimativa da *Duration* Modificada com Convexidade corresponde exatamente ao valor recalculado em todos os cenários, conforme esperado. Com a aplicação de uma redução de 1% na taxa de juros (para 3,50%), os erros de estimativa se mantêm em níveis relativamente baixos, especialmente nos cenários iniciais, que possuem *durations* mais elevadas. Da mesma forma, ao aplicar um aumento de 1% (para 5,50%), a precisão da estimativa melhora nos primeiros cenários, enquanto nos cenários de *durations* menores o erro de estimativa se mantém controlado, ainda que com pequenas variações.

4.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

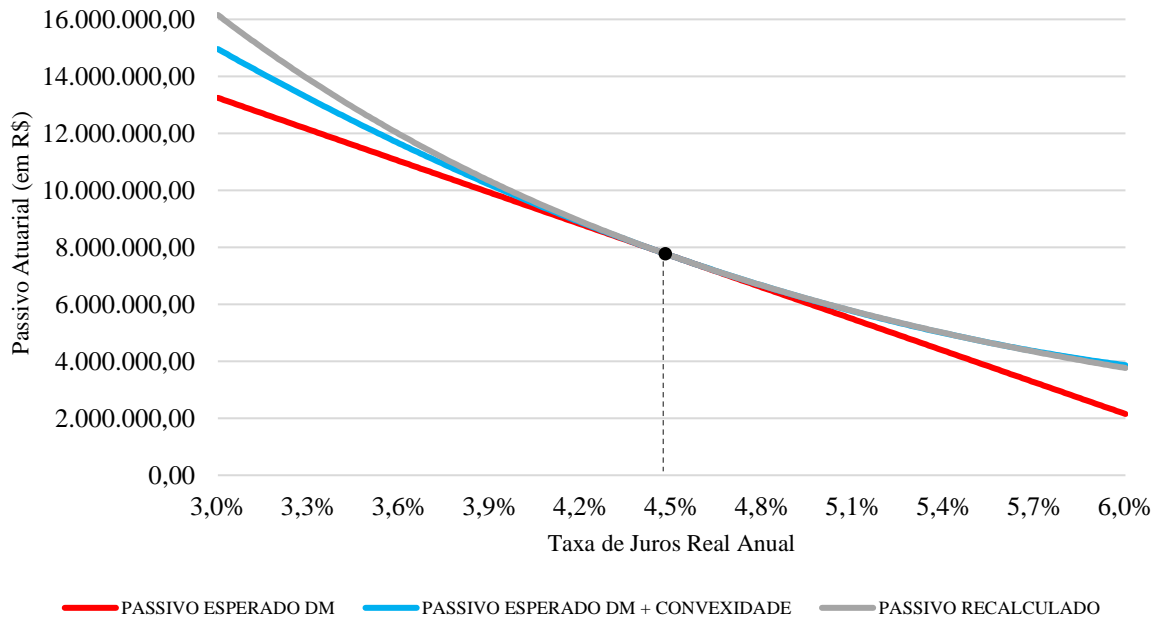
A seguir, são apresentadas as análises dos resultados para cada cenário, com o objetivo de avaliar o desempenho das metodologias aplicadas e comparar a eficácia da *Duration* Modificada isolada com a combinação de *Duration* Modificada e Convexidade. Essa análise permite identificar as condições em que cada abordagem proporciona maior precisão na estimativa do passivo atuarial frente às variações na taxa de juros.

4.6.1 Cenário 1

No primeiro cenário, todos os participantes são ativos, com 21 anos de idade e 1 ano de contribuição para o plano, resultando em uma *duration* elevada de 50,2154 anos. Para uma variação de -1,50% na taxa de juros base (taxa de 3,00%), o erro de estimativa da *Duration* Modificada (DM) foi de -18%, enquanto a combinação da *Duration* Modificada com a Convexidade (DM + Convexidade) apresentou um erro menor de -7,40%. No caso de um aumento de 1,50% na taxa de juros base (taxa de 6,00%), a DM isoladamente gerou um erro de

-42,90%, enquanto a DM + Convexidade apresentou um erro significativamente reduzido, de apenas 2,61%.

Gráfico 1 – Comparativo entre *Duration* Modificada e *Duration* Modificada combinada com Convexidade no cenário 1



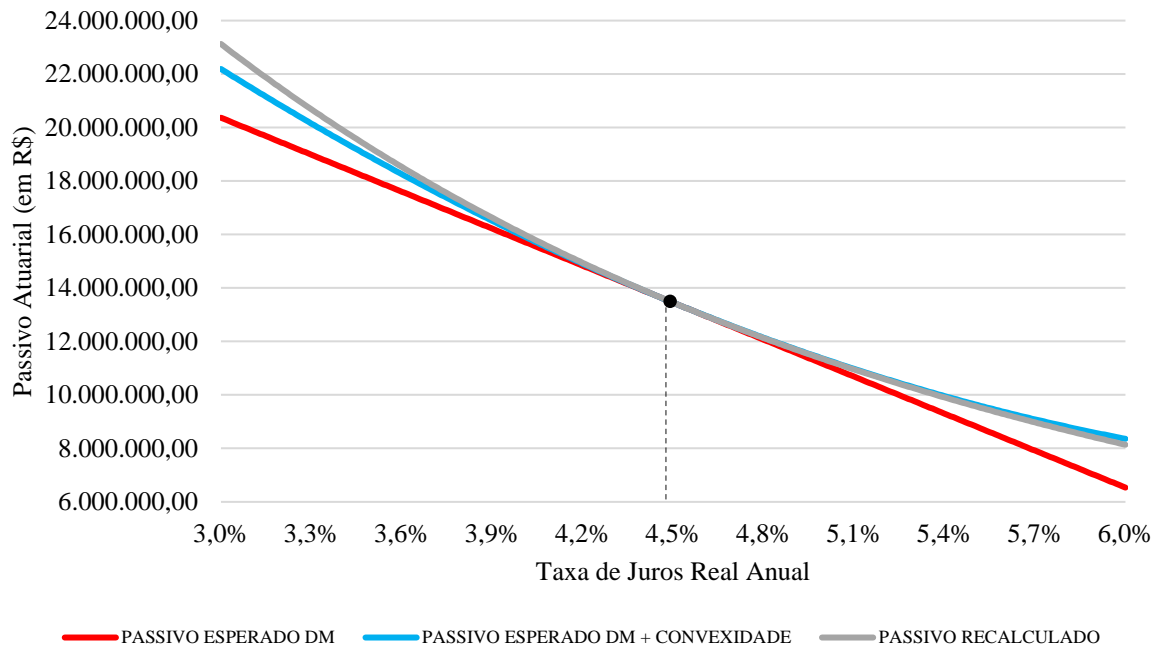
Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

O gráfico deste cenário demonstra claramente a eficácia da Convexidade ao ajustar a estimativa da *Duration* Modificada, reduzindo substancialmente o erro em relação ao passivo recalculado. Observa-se que a convexidade permite um ajuste mais próximo do comportamento real do passivo, sobretudo em uma *duration* alta como neste caso, enquanto a *Duration* Modificada isoladamente apresenta uma tendência linear, que se afasta mais dos valores reais do passivo à medida que a taxa de juros se afasta da taxa base. Esse comportamento destaca a importância da Convexidade para melhorar a precisão das estimativas atuariais em cenários de alta *duration* e sensibilidade a variações na taxa de juros.

4.6.2 Cenário 2

No segundo cenário, a população é composta por 50% de participantes ativos com 21 anos de idade e 1 ano de contribuição no plano, e 50% de participantes ativos com 41 anos de idade e 21 anos de contribuição. Esse perfil resulta em uma *duration* ainda elevada de 35,8240 anos. Para uma redução da taxa de juros para 3%, a *Duration* Modificada (DM) apresentou um erro de estimativa de -11,93%, enquanto a combinação da *Duration* Modificada com a Convexidade (DM + Convexidade) resultou em um erro menor, de -4,05%. Ao aumentar a taxa de juros para 6%, o erro da DM foi de -19,70%, enquanto o erro da DM + Convexidade foi reduzido para 2,72%.

Gráfico 2 – Comparativo entre *Duration* Modificada e *Duration* Modificada combinada com Convexidade no cenário 2



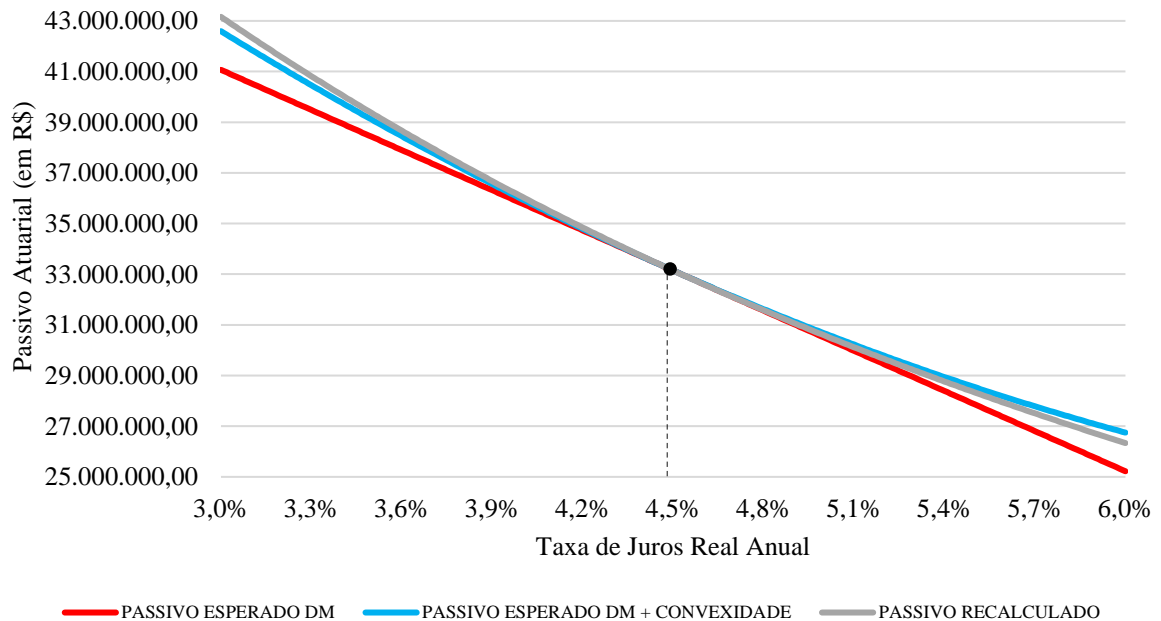
Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Esse gráfico revela que, assim como no primeiro cenário, a Convexidade desempenha um papel importante em ajustar as estimativas da *Duration* Modificada, aproximando os valores do passivo recalculado. A Convexidade permite uma correção que se adapta melhor às variações não lineares do passivo em relação à taxa de juros, especialmente em uma *duration* mais alta.

4.6.3 Cenário 3

No terceiro cenário, a população é composta por 50% de participantes ativos com 41 anos de idade e 21 anos de contribuição, e 50% de participantes ativos com 60 anos e 40 anos de contribuição, já elegíveis para aposentadoria. Esse perfil demográfico resulta em uma *duration* de 16,6547 anos, aproximando-se da média observada nos planos ativos regulamentados pela PREVIC. Ao reduzir a taxa de juros para 3%, a *Duration* Modificada (DM) apresentou um erro de estimativa de -4,85%, enquanto a combinação de *Duration* Modificada com Convexidade (DM + Convexidade) reduziu o erro para -1,31%. Em contrapartida, ao aumentar a taxa de juros para 6%, o erro da DM foi de -4,23%, e o erro da DM + Convexidade ficou em 1,57%.

Gráfico 3 – Comparativo entre *Duration* Modificada e *Duration* Modificada combinada com Convexidade no cenário 3



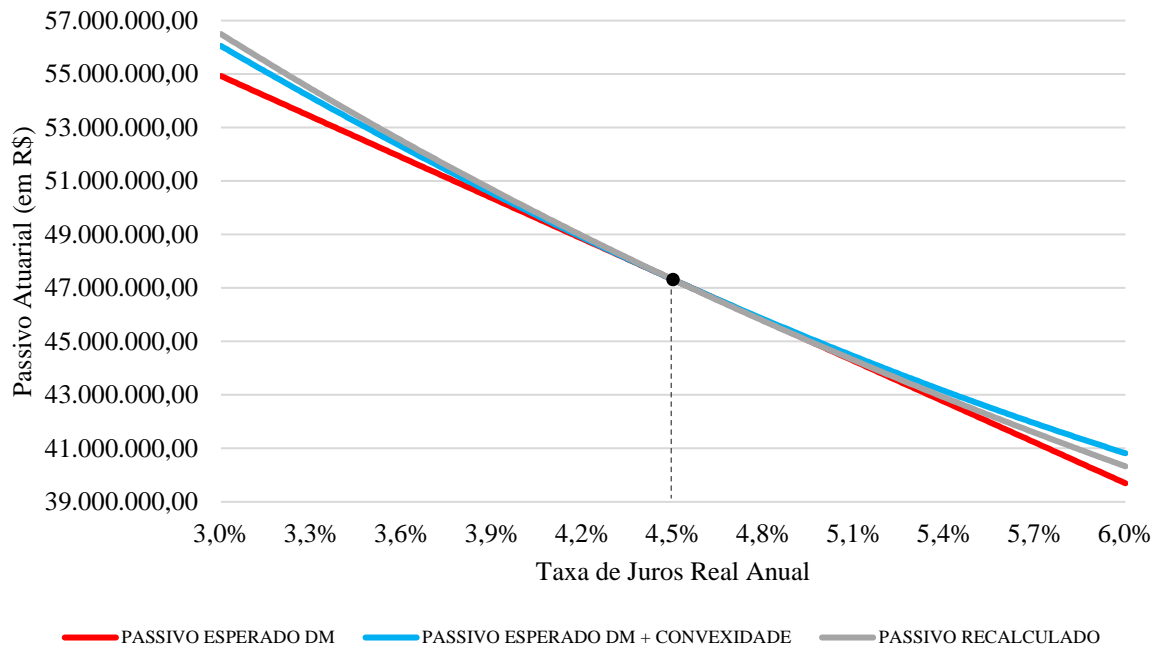
Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

As simulações deste cenário mostram que, para pequenos aumentos na taxa de juros, a *Duration* Modificada isoladamente apresenta estimativas mais precisas. Neste caso, por exemplo, a DM teve um erro menor até a taxa de 4,98%. Por outro lado, nas reduções da taxa de juros, a combinação com a Convexidade se mostrou sempre superior, apresentando resultados mais próximos do passivo recalculado. Esse comportamento indica que a Convexidade oferece uma vantagem importante para cenários de redução e aumentos significativos da taxa de juros, enquanto a *Duration* Modificada isolada tende a ser mais eficaz para elevações graduais na taxa de juros.

4.6.4 Cenário 4

No quarto cenário, todos os participantes são ativos, com 60 anos de idade e 40 anos de contribuição, estando todos elegíveis ao benefício de aposentadoria ordinária. Esse cenário possui uma *duration* de 11,2154 anos, sendo a mais próxima da média observada nos planos de Benefício Definido regulamentados pela PREVIC, de 10,5233 anos. Ao reduzir a taxa de juros base para 3%, a *Duration* Modificada (DM) apresentou um erro de estimativa de -2,77%, enquanto a combinação da *Duration* Modificada com Convexidade (DM + Convexidade) reduziu o erro para -0,79%. Ao aumentar a taxa de juros para 6%, o erro da DM foi de -1,57%, enquanto o erro da DM + Convexidade foi de 1,21%.

Gráfico 4 – Comparativo entre *Duration* Modificada e *Duration* Modificada combinada com Convexidade no cenário 4



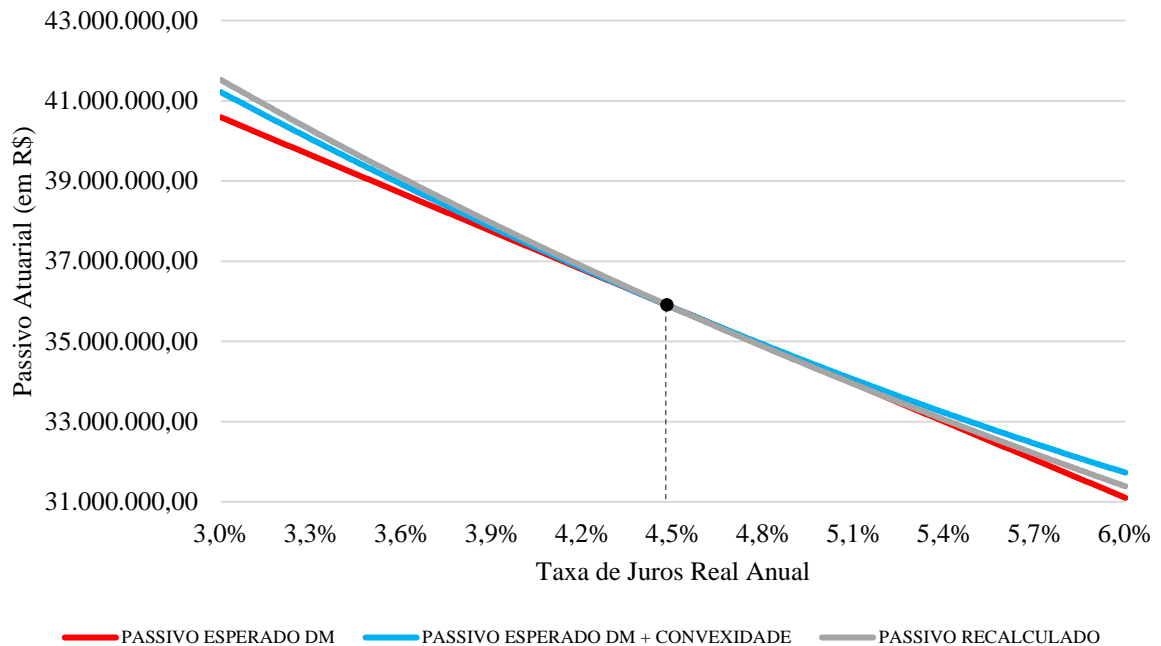
Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Esse cenário destaca que a *Duration* Modificada isoladamente manteve maior precisão até a taxa de 5,66%. No entanto, ao se afastar mais da taxa base, a inclusão da Convexidade tornou-se mais eficaz para reduzir o erro de estimativa, proporcionando uma aproximação mais fiel ao passivo recalculado, especialmente em cenários de redução da taxa de juros. Isso demonstra a vantagem de utilizar a Convexidade em conjunto com a *Duration* Modificada em *durations* mais baixas e em variações mais amplas na taxa de juros.

4.6.5 Cenário 5

No quinto cenário, 50% da população é composta por aposentados com 61 anos de idade e os outros 50% por aposentados com 80 anos. Esse perfil resulta em uma *duration* de 9,2206 anos. Ao reduzir a taxa de juros base para 3%, a *Duration* Modificada (DM) apresentou um erro de estimativa de -2,25%, enquanto a combinação da *Duration* Modificada com Convexidade (DM + Convexidade) reduziu o erro para -0,73%. Ao aumentar a taxa de juros para 6%, o erro da DM foi de -0,92%, enquanto o erro da DM + Convexidade foi de 1,09%.

Gráfico 5 – Comparativo entre *Duration* Modificada e *Duration* Modificada combinada com Convexidade no cenário 5



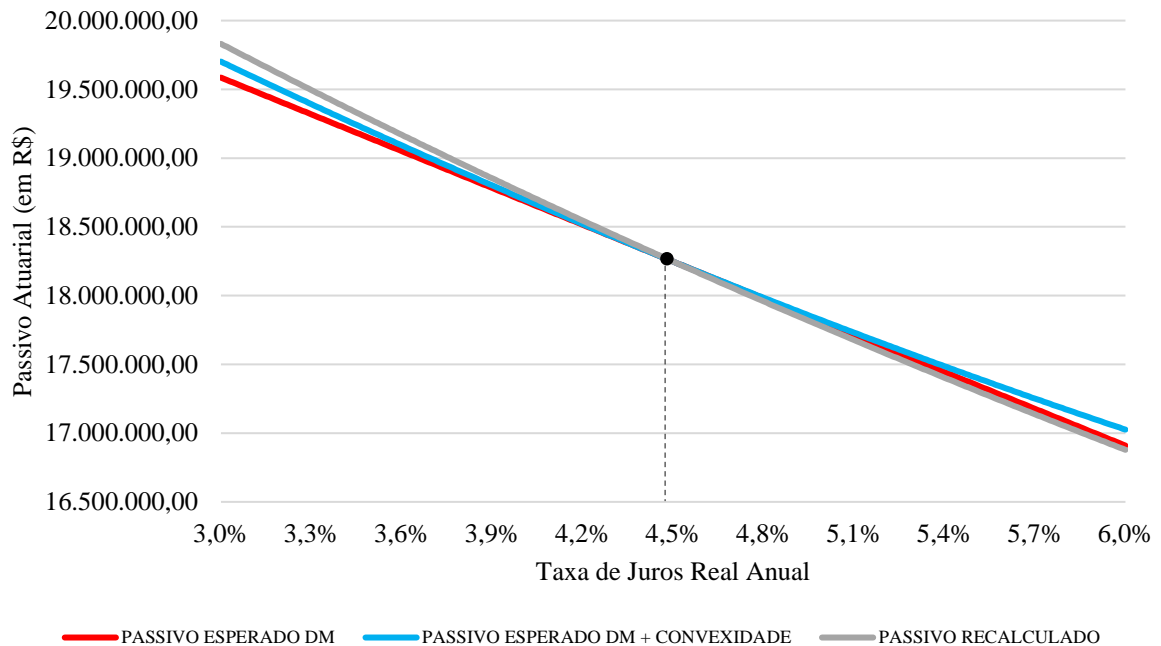
Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Esse cenário mostra que, para aumento na taxa de juros, a *Duration* Modificada isoladamente se mostrou mais eficaz, apresentando um erro de estimativa menor. No entanto, a inclusão da Convexidade proporcionou uma aproximação mais precisa ao passivo recalculado em variações negativas da taxa de juros.

4.6.6 Cenário 6

No sexto cenário, a população é composta por 50% de aposentados com 80 anos de idade e 50% com 95 anos, resultando em uma *duration* de 5,1090 anos. Ao reduzir a taxa de juros base para 3%, a *Duration* Modificada (DM) apresentou um erro de estimativa de -1,24%, enquanto a combinação da *Duration* Modificada com Convexidade (DM + Convexidade) reduziu o erro para -0,65%. Ao aumentar a taxa de juros para 6%, o erro da DM foi de 0,18%, enquanto o erro da DM + Convexidade foi de 0,87%.

Gráfico 6 – Comparativo entre *Duration* Modificada e *Duration* Modificada combinada com Convexidade no cenário 6



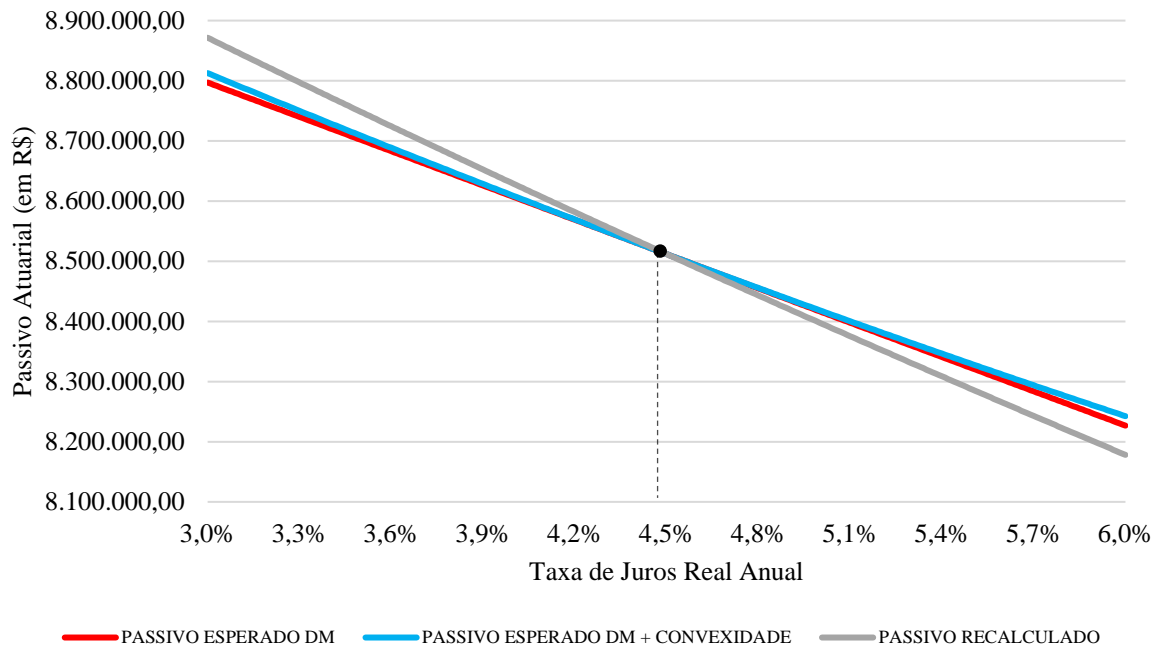
Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Neste cenário, assim como no anterior, observa-se que, para qualquer aumento na taxa de juros, a *Duration* Modificada isoladamente se mostrou mais eficaz, apresentando erros de estimativa menores em comparação à combinação com a Convexidade. No entanto, para reduções na taxa de juros, a Convexidade continua a proporcionar resultados mais precisos, reduzindo o erro de estimativa em relação ao passivo recalculado. Esse comportamento sugere que, em *durations* mais baixas, a Convexidade oferece uma vantagem em cenários de queda da taxa de juros, enquanto a *Duration* Modificada isolada mantém uma aproximação mais linear e precisa em aumentos.

4.6.7 Cenário 7

No sétimo e último cenário, todos os participantes são aposentados com 100 anos de idade, resultando na menor *duration* entre os cenários analisados, de 2,3337 anos. Ao reduzir a taxa de juros base para 3%, a *Duration* Modificada (DM) apresentou um erro de estimativa de -0,84%, enquanto a combinação da *Duration* Modificada com Convexidade (DM + Convexidade) reduziu o erro para -0,66%. Ao aumentar a taxa de juros para 6%, o erro da DM foi de 0,59%, enquanto o erro da DM + Convexidade foi de 0,79%.

Gráfico 7 – Comparativo entre *Duration* Modificada e *Duration* Modificada combinada com Convexidade no cenário 7



Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Neste cenário, verifica-se que, para qualquer aumento na taxa de juros, a *Duration* Modificada isoladamente apresentou maior precisão, com um erro de estimativa menor. Por outro lado, para qualquer redução na taxa de juros, a combinação com a Convexidade mostrou-se mais eficaz, proporcionando estimativas mais próximas ao passivo recalculado. Esse padrão reforça que, em *durations* muito baixas, a Convexidade oferece uma vantagem em cenários de queda de juros, enquanto a *Duration* Modificada sozinha tende a ser mais eficiente em aumentos da taxa de juros.

4.6.8 Análise Comparativa

Por fim, procedeu-se a uma análise comparativa das metodologias aplicadas. Considerando a *duration* média dos planos de Benefício Definido regulamentados pela PREVIC, de 10,5233 anos, escolheu-se o cenário 4 como base, dado que sua *duration* se aproxima desse valor. A partir da análise dos resultados desse cenário, verificou-se que, ao se aumentar ou reduzir a taxa de juros em 1%, o menor erro de estimativa entre a *Duration* Modificada e a combinação *Duration* Modificada + Convexidade em relação ao passivo recalculado foi de aproximadamente 0,5%.

Tabela 6 – Erros de Estimativas do Passivo Atuarial para o Cenário 4

CENÁRIO 4			
Taxa de Juros		Erro de Estimativa DM	Erro de Estimativa DM + C
Taxa base	Taxa 4,50%	0,00%	0,00%
Redução de 1%	Taxa 3,50%	-1,41%	-0,47%
Aumento de 1%	Taxa 5,50%	-0,52%	0,65%

Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Com base nesse resultado, conduziu-se uma análise adicional para identificar, em cada *duration*, a faixa de variação da taxa de juros que mantém o erro de estimativa dentro de 0,5%. Os resultados detalhados dessa análise são apresentados a seguir:

Tabela 7 – Taxas Mínimas e Máximas de Juros para Erro de Estimativa de até 0,5% no Passivo Atuarial, por Cenário e Método

REDUÇÃO DA TAXA BASE				
CENÁRIO	DURATION	MENOR TAXA DM	MENOR TAXA DM + C	DM OU DM+C?
1	50,2154	4,32%	4,15%	DM+C
2	35,8240	4,26%	4,01%	DM+C
3	16,6547	4,11%	3,67%	DM+C
4	11,2154	3,99%	3,45%	DM+C
5	9,2206	3,93%	3,42%	DM+C
6	5,1090	3,74%	3,37%	DM+C
7	2,3337	3,56%	3,39%	DM+C
AUMENTO DA TAXA BASE				
CENÁRIO	DURATION	MAIOR TAXA DM	MAIOR TAXA DM + C	DM OU DM+C?
1	50,2154	4,71%	5,70%	DM+C
2	35,8240	4,79%	5,38%	DM+C
3	16,6547	5,11%	5,28%	DM+C
4	11,2154	5,48%	5,32%	DM
5	9,2206	5,72%	5,35%	DM
6	5,1090	6,00%	5,43%	DM
7	2,3337	5,71%	5,48%	DM

Fonte: elaborado pela autora a partir das simulações realizadas

Conclui-se que, de maneira geral, a combinação da *Duration* Modificada com a Convexidade produziu estimativas mais precisas em cenários de redução da taxa de juros, atingindo valores menores de taxa com um erro de estimativa de até 0,5% em todos os cenários. Para aumentos na taxa de juros, a combinação com a Convexidade foi mais eficaz em *durations* mais elevadas, permitindo estimativas do passivo atuarial com um erro de até 0,5% em taxas mais altas do que quando se usa apenas a *Duration* Modificada. No entanto, para *durations* intermediárias e menores, a *Duration* Modificada isoladamente se mostrou mais eficiente para elevações na taxa de juros, conseguindo manter o erro de estimativa em até 0,5% em níveis de taxa mais altos. Esse comportamento indica que a Convexidade é mais vantajosa em *durations* elevadas e em reduções de taxa, enquanto a *Duration* Modificada é suficiente e mais precisa para aumentos de taxa em *durations* intermediárias e baixas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo avaliar a eficácia da *Duration* Modificada e da combinação entre *Duration* Modificada e Convexidade para estimar o impacto das variações na taxa de juros sobre os passivos atuariais de planos de Benefício Definido. Para atingir esse objetivo, desenvolveu-se um modelo atuarial hipotético com base em dados simulados que representavam um plano de Benefício Definido. Criaram-se cenários variados com *durations* diferentes, refletindo perfis demográficos diversos em termos de idade, tempo de contribuição e status de aposentadoria dos participantes. Em cada cenário, utilizou-se uma taxa base de 4,50%, a partir da qual aplicaram-se variações graduais de 0,01% em 0,01%, até uma redução

de 1,5% (atingindo 3%) e um aumento de 1,5% (atingindo 6%). Essa estrutura permitiu que cada métrica fosse testada de forma detalhada em situações de aumento e redução da taxa de juros, possibilitando uma análise comparativa entre a precisão da *Duration* Modificada isolada e sua combinação com a Convexidade, oferecendo uma avaliação abrangente sobre a aplicabilidade de cada abordagem para diferentes perfis de *duration*.

Entre as limitações do estudo, está a suposição de que todos os participantes são do sexo feminino, uniformizando a aplicação da tábua de mortalidade e eliminando variáveis relacionadas a diferenças de gênero na expectativa de vida. Além disso, todos os participantes ativos foram considerados com um salário fixo mensal de R\$ 10.000,00, sem previsão de crescimento salarial ao longo do tempo. Para os aposentados, foi estabelecido um benefício vitalício de R\$ 2.492,51, equivalente ao Salário Real de Benefício (SRB) – Teto do INSS em 2023 (R\$ 10.000,00 – R\$ 7.507,49). Por fim, todos os participantes, independentemente da base, ingressaram na empresa aos 20 anos e se aposentaram aos 60 anos, garantindo uniformidade na análise do tempo de contribuição e na projeção dos fluxos de caixa, mas reduzindo a representatividade de diferentes trajetórias de carreira e salários.

Os resultados do estudo indicaram que, embora a *Duration* Modificada seja uma métrica amplamente empregada para mensurar a sensibilidade dos passivos atuariais, ela apresenta limitações em contextos de grandes variações nas taxas de juros, especialmente em planos com *durations* elevadas, onde o erro de estimativa foi mais significativo. Observou-se que, nos cenários de alta *duration*, a *Duration* Modificada tende a subestimar o impacto das variações, enquanto a inclusão da Convexidade na análise reduziu esses erros de forma notável, proporcionando estimativas mais próximas dos valores reais recalculados para o passivo atuarial. Nos cenários com *durations* mais baixas, a *Duration* Modificada isolada mostrou-se suficiente, pois os erros de estimativa foram menores; ainda assim, a combinação com a Convexidade apresentou vantagens, ajustando melhor os resultados para capturar a não linearidade da relação entre taxa de juros e valor do passivo. Em síntese, a Convexidade corrigiu a linearidade da *Duration* Modificada, garantindo que a estimativa do passivo fosse mais precisa, especialmente em condições de elevada sensibilidade a mudanças na taxa de juros.

A principal contribuição deste trabalho está em destacar a eficácia da combinação de *Duration* Modificada e Convexidade como abordagem analítica para uma mensuração mais precisa dos passivos atuariais, sobretudo em contextos de alta volatilidade econômica. Ao evidenciar as limitações da *Duration* Modificada isolada e os benefícios significativos da Convexidade, este estudo oferece uma contribuição prática para gestores atuariais, que podem adotar essa metodologia para aprimorar a precisão das avaliações dos passivos em planos de Benefício Definido. Dado o cenário econômico atual, em que a volatilidade das taxas de juros se tornou uma variável complexa e desafiadora, o uso combinado dessas métricas permite uma visão mais completa da exposição ao risco dos passivos, assegurando uma gestão atuarial mais robusta e ajustada às flutuações econômicas.

Para pesquisas futuras, recomenda-se aplicar os testes desenvolvidos neste estudo em planos de Benefício Definido reais do mercado, permitindo uma avaliação mais ampla da aplicabilidade das métricas de *Duration* Modificada e Convexidade em perfis demográficos variados. Outra possibilidade relevante é expandir esses testes para planos de Contribuição Variável (CV), nos quais o período de acumulação segue a estrutura de um plano de Contribuição Definida (CD), enquanto o período de benefício adota características de um plano de Benefício Definido (BD). Esses avanços têm o potencial de aprofundar o uso e a eficácia das métricas analisadas, beneficiando tanto a prática atuarial quanto a gestão de riscos financeiros em planos previdenciários de longo prazo.

REFERÊNCIAS

ALVES, M. F. H; MOREIRA, J. C. Risco de taxas de juros: Inovações na Gestão de Ativos e Passivos de instituições Financeiras. **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 36, n. 3, p. 54-60, jul./set., 1996.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR – ABRAPP. **Manual de Contabilidade aplicado às EFPC**. São Paulo, 2021. Disponível em: <https://sistemas.abrapp.org.br/apoio/guias/manual-de-contabilidade.pdf>. Acesso em: 31 out. 2024.

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Investments**. 11. ed. Nova York: McGraw-Hill Education, 2018.

BROWN, S. J. *et al.* **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**. 9. ed. Nova York: John Wiley & Sons, 2014.

CONSELHO DE GESTÃO DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (CGPC). **Resolução nº 16/2005, de 22 de novembro de 2005**. Normatiza os planos de benefícios de caráter previdenciário nas modalidades de benefício definido, contribuição definida e contribuição variável, e dá outras providências. Disponível em: <https://www.gov.br/previc/pt-br/normas/resolucoes/resolucoes-cgpc/resolucao-cgpc-no-16-de-22-de-novembro-de-2005.pdf/view>. Acesso em: 1 nov. 2024.

CONSELHO NACIONAL DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (CNPC). **Resolução nº 30/2018, de 10 de outubro de 2018**. Dispõe sobre as condições e os procedimentos a serem observados pelas entidades fechadas de previdência complementar na apuração do resultado, na destinação e utilização de superávit e no equacionamento de déficit dos planos de benefícios de caráter previdenciário que administram, bem como estabelece parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios, e dá outras providências. Disponível em: <http://sa.previdencia.gov.br/site/2018/11/cnpcres30.pdf>. Acesso em: 18 jul. 2024.

DINIZ, J. A.; CORRAR, L. J. Avaliação da Eficiência Financeira de Entidades Fechadas de Previdência Complementar no Brasil. **Revista Sociedade, Contabilidade e Gestão**. Rio de Janeiro, v. 12, n. 3, p. 44-69, set./dez., 2017.

FERREIRA, P. P. **Matemática Atuarial: Riscos de Pessoas**. 1. ed. Rio de Janeiro: ENS – CPES, 2019.

GIAMBIAGI, F.; NESE, A. **Fundamentos da Previdência Complementar: da Administração à Gestão de Investimentos**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2020.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GREGORIO, T. F. S. *et al.* Imunização do risco de taxa de juros de mercado (ETTJ) em uma carteira previdenciária simulada. **Revista PAGMAR**. Rio de Janeiro, n. 3, p. 55-62, 2015.

LUZ, S. **O impacto das taxas de juros nos passivos atuariais**. São Paulo: Blog da ABRAPP, 2021. Disponível em: <https://blog.abrapp.org.br/blog/artigo-o-impacto-das-taxas-de-juros-nos-passivos-atuariais-por-sara-marques-da-luz-solucoes-financeiras/>. Acesso em: 18 jul. 2024.

MARTINS, M. A. S. **Gestão de Risco em Entidades Fechadas de Previdência Complementar – EFPC – Fundos de Pensão**. 2010. 176f. Tese (Doutorado em Administração) – Programa de Pós-Graduação em Administração. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/26484/000759370.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 29 out. 2024

REILLY, F. K.; BROWN, K. C. **Investment Analysis and Portfolio Management**. 7. ed. South-Western College Publishing, 2003.

SILVA, R. M. C. **Análise do Impacto das Taxas de Juros no Passivo Atuarial dos Planos de Benefício Definido**. 2022. 59f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Atuariais) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2022. Disponível em: <https://www.ufpb.br/atuariais/contents/documentos/tcc-ii-rafaela-meriele-coelho-silva.pdf>. Acesso em: 8 ago. 2024.

SUPERINTENDÊNCIA NACIONAL DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (PREVIC). **Dados Abertos**. Brasília. Disponível em: <https://www.gov.br/previc/pt-br/aceso-a-informacao-1/dados-abertos>. Acesso em: 10 out. 2024.

SUPERINTENDÊNCIA NACIONAL DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (PREVIC). **Resolução nº 23/2023, de 14 de agosto de 2023**. Estabelece procedimentos para aplicação das normas relativas às atividades desenvolvidas pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar, bem como normas complementares às diretrizes do Conselho Nacional de Previdência Complementar e do Conselho Monetário Nacional. Disponível em: <https://www.gov.br/previc/pt-br/normas/resolucoes/resolucoes-previc/2023/resolucao-previc-no-23-de-14-de-agosto-de-2023.pdf>. Acesso em: 18 jul. 2024.