



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

**CONCEITOS ARITMÉTICOS E ALGÉBRICOS PARA ESTUDANTES COM E SEM
ACUIDADE VISUAL: CONSTRUÇÃO DE UM MATERIAL ACESSÍVEL**

VANESSA DOS SANTOS PACHECO BLUMBERG

PORTO ALEGRE

2024

VANESSA DOS SANTOS PACHECO BLUMBERG

**CONCEITOS ARITMÉTICOS E ALGÉBRICOS PARA ESTUDANTES COM E SEM
ACUIDADE VISUAL: CONSTRUÇÃO DE UM MATERIAL ACESSÍVEL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Luisa Rodriguez Doering

PORTO ALEGRE

2024

AGRADECIMENTOS

Agradeço a **Deus** por me amparar frente aos desafios e às situações imprevisíveis que ocorreram nesses anos de mestrado. Agradeço a dádiva da vida e por me permitir realizar tantos sonhos, dentre eles a conclusão desta etapa tão importante da minha vida acadêmica. Obrigada pelo Seu infinito amor que de forma “invisível” não me permitiu desistir e por ter me abençoado com uma família tão especial. Ainda não sei o que fiz para merecer tanto.

E por falar em família a minha tem parte fundamental nessa conquista. Início pela minha avó materna, **Dileta** (*in memoriam*), que preenche minhas memórias de infância com seu jeito de falar manso, abraço com cheiro de camomila e com seus beijos estalados. Com seu carinho, reunia os filhos e netos em volta da mesa farta nos almoços de domingos. Ela não podia ver, mas ensinou-me que o amor não precisa ser visto, mas sentido em toda a sua imensidão. Vó, foi a tua limitação que despertou em mim o desejo de caminhar nesta estrada do conhecimento para o ensino da Matemática àqueles que não veem. Obrigada por ter sido tão presente na minha vida.

Enxergar com o coração é um dom e os meus pais, **Maria Conceição Bastos dos Santos e Jorge Luiz Ribeiro**, são a personificação disso. Não conheço pessoas melhores para representar as palavras amor, carinho, cuidado, abnegação, companheirismo, entre tantas outras qualidades. Faltariam páginas para descrever sobre os adjetivos que os descrevem. Vocês são peças imprescindíveis para essa conquista. O apoio incondicional, as conversas diárias e principalmente os joelhos dobrados que me mantiveram em pé. Por tudo isso e por todo incentivo, o meu muito obrigada.

Dentre as pessoas que fazem parte da realização desse sonho, o que tem meu coração e infinita admiração é o meu amor, **Lucas Tadeu Guichard Blumberg**, que há vinte anos me compreende e apoia. Tu és minha melhor companhia, aquele que alegra meus dias difíceis e está sempre pronto para comemorar nossas pequenas e grandes conquistas. Obrigada por permanecer ao meu lado, me encorajar e tornar a vida mais leve. Te amo.

Às minhas filhas, que trazem leveza aos meus dias, o meu agradecimento especial, pois cada uma me preenche de forma única. **Nicole**, teu jeito quieto e decidido me ensina sobre resiliência e autenticidade. **Érica**, teu jeito alegre e falante recheado de questionamentos, sorrisos e gentilezas, torna os meus dias muito mais coloridos. A vocês o meu eterno amor.

Dedico também essa dissertação aos que em todo tempo me apoiaram, mostraram interesse pela minha pesquisa e muitas vezes deram sugestões importantes, além de auxiliar em alguma etapa de construção manual das peças. A vocês, meus irmãos de vida: **Igor**,

Bárbara, Fernando e Ariane e aos meus sogros **Seriane e Alceneves**, pelo brilho nos olhos ao final de cada uma das etapas da pesquisa. Obrigada por acreditarem e se fazerem presentes na minha vida.

E sobre as pessoas que acreditaram faltarão palavras para agradecer à professora **Luísa Rodriguez Doering**, minha querida orientadora. Ela esteve ao meu lado vivenciando cada etapa da construção dessa pesquisa. Juntas compartilhamos algumas angústias como: escolas fechadas por conta da pandemia, novas burocracias, escolas e instituições que não acolheram nossas ideias, problemas de saúde inesperados entre outros. Porém, muitos foram os bons momentos que compartilhamos. O acolhimento e a participação dos profissionais da ACERGS, a recepção afetuosa na escola que realizamos a prática, ver os nossos objetivos da pesquisa sendo alcançados e sentir nosso trabalho fazendo a diferença na vida de crianças que querem aprender com equidade e que não desistem por possuir uma deficiência. Obrigada por acreditar nesta pesquisa e por ter aceitado entrar comigo num universo tão desafiador. Professora Luísa, tu nem imaginas o quanto sou grata pela tua orientação, atenção e paciência.

E por fim, minha gratidão pelo aceite das professoras **Carmen Vieira Mathias, Cydara Cavedon Ripoll e Marilaine de Fraga Sant'Ana** em fazer parte da banca examinadora desta dissertação. Os seus comentários foram inspiradores, mostrando que o caminho da inclusão matemática é importante e necessário. Seus conselhos, sugestões e interesse em contribuir com essa pesquisa me encheram de orgulho de estudar em uma instituição pública e ser avaliada por professoras de tamanha qualidade e profissionalismo. Muito obrigada.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa de caráter qualitativo a nível de mestrado, no qual analisamos a contribuição do material Tijolos Táteis na aprendizagem de conceitos aritméticos e algébricos de alunos com e sem acuidade visual. Para isso, desenvolvemos o nosso referencial teórico apoiado, principalmente, nas concepções sobre o ensino e aprendizagem de álgebra presentes em Lins e Gimenez (1997) e Usiskin (1995) e na Teoria de Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, a qual também foi utilizada como fundamentação para análises dos dados obtidos. Tais estudos embasaram a elaboração, aplicação e análise de uma sequência de atividades que foram implementadas em uma sala de aula comum do 8º ano do Ensino Fundamental. Na elaboração dessa sequência construímos um material tátil que além de possibilitar representações, tratamentos e conversões, proporciona a interação de estudantes com e sem acuidade visual. A partir da análise dos dados obtidos nesta pesquisa, observamos que os estudantes realizaram diferentes representações semióticas, assim como conversões e tratamentos com o uso dos Tijolos Táteis. Ainda é possível afirmar que o uso do material proporcionou interações significativas entre estudantes com e sem acuidade visual. Assim sendo, concluímos que o material Tijolos Táteis pode contribuir para o desenvolvimento de algumas operações aritméticas e de resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita em uma sala de aula inclusiva.

Palavras-chave: material tátil; estudantes com e sem acuidade visual; conceitos aritméticos; conceitos algébricos; sala de aula inclusiva.

ABSTRACT

This paper presents a qualitative research at the master's level, in which we analyze the contribution of Tactile Tiles material in the learning of arithmetic and algebraic concepts by blind and not blind students. For this, we developed our theoretical framework mainly based on conceptions about the teaching and learning of algebra presented in Lins and Gimenez (1997) and Usiskin (1995) and on Raymond Duval's Register Theory of Semiotic Representations, which was also used as a basis for the analysis of the data obtained. Such studies supported the elaboration, application and analysis of a sequence of activities that were implemented in a common classroom in the 8th year of Elementary School. In the elaboration of this sequence, we constructed a tactile material that not only allows representations, treatments, and conversions but also provides interaction for blind and not blind students. From the analysis of the data obtained in this research, we observed that the students performed different semiotic representations, as well as conversions and treatments using the Tactile Tiles. It is also possible to affirm that the use of the material provided meaningful interactions among blind and not blind students. Therefore, we conclude that the Tactile Tiles material may contribute to the development of some arithmetic operations and solving first-degree equations with one unknown in an inclusive classroom.

Keywords: tactile material; blind and not blind students; arithmetic concepts; algebraic concepts; inclusive classroom.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Primeira versão dos Tijolos Táteis.	35
Figura 2: Segunda versão dos Tijolos Táteis.	36
Figura 3: Máquina de Perkins-Braille e Reglete com pulsão	40
Figura 4: Posicionamento das peças na placa.	45
Figura 5: Representação do número 3 utilizando os Tijolos Táteis.	45
Figura 6: Representação do número -4 utilizando os Tijolos Táteis.	46
Figura 7: Representação do número zero utilizando os Tijolos Táteis.	46
Figura 8: Representação do número zero pelo participante R.	47
Figura 9: Representações do número três	47
Figura 10: Representação do número -4 por FR e RA, respectivamente.	48
Figura 11: Números de E.V.A com Braille em tinta 3D.	51
Figura 12: Como funciona a reglete positiva	56
Figura 13: Leitura e escrita da palavra "aprender" utilizando as regletes negativa e positiva, respectivamente.	57
Figura 14: Números plásticos com Braille em tinta 3D.	57
Figura 15: Representação da multiplicação $(+3) \times (+2)$	60
Figura 16: Representação da multiplicação $-3 \times (-2)$	61
Figura 17: Representação da equação $3+(2 \times 2) +7+5= X$	64
Figura 18: Representação da equação $2X=4$	66
Figura 19: Tratamentos na equação $2X=4$ na representação dos Tijolos Táteis.	67
Figura 20: Terceira versão (versão atual) dos Tijolos Táteis.	70
Figura 21: N organizando as peças positivas e negativas na placa.	79
Figura 22: Grupos utilizando os Tijolos Táteis para representar alguns números inteiros.	86
Figura 23: Representação do número 4 na atividade em duplas.	91
Figura 24: Diferença em Braille entre o número 6 e o número 9.	92
Figura 25: Representação com os Tijolos e Números Táteis	93
Figura 26: Mapa mental: Tijolos Táteis	94
Figura 27: Representação pictórica da igualdade $-7+2 = 3-8$	95
Figura 28: Representação pictórica da igualdade $+3 -7 +2 = 8-3+3$	96
Figura 29: Mapa Mental de uso dos Tijolos Táteis.	Erro! Indicador não definido.
Figura 30: Representação da equação $X+3=5$ com os Tijolos Táteis.	99
Figura 31: Preenchimento das tabelas.	101
Figura 32: Representação pictórica do tratamento da equação $3X=12$	103
Figura 33: Representações da equação $4+X=6$	105
Figura 34: Exemplo no quadro de como representar $4+X=6$ com os Tijolos Táteis	106
Figura 35: Separação das peças "X" para solucionar a equação.	107
Figura 36: Representação algébrica e pictórica da resolução da equação $2X-3=5$	107
Figura 37: Estudantes realizando suas representações pictóricas sem o uso das peças dos Tijolos Táteis.	108
Figura 38: Representação pictórica da equação $3X=-6$	110
Figura 39: Exemplos no quadro, representações algébricas e pictóricas das equações.	114
Figura 40: Atividades 1 e 2: Resolução de problemas algébricos com três representações. .	117

Figura 41: Atividade 3: criação de problemas e equações.....	118
Figura 42: Resolução de problema envolvendo equação algébrica linear com uma incógnita e suas representações “com palavras”, pictórica e algébrica.	119
Figura 43: N calculando o valor total gasto com pão de queijo na resolução do problema 1.	121
Figura 44: N calculando o valor do achocolatado.	121
Figura 45: Lembrancinhas entregues para os estudantes.	125
Figura 46: Estudantes com os olhos vendados resolvendo equações algébricas utilizando os Tijolos Táteis.	126
Figura 47: Representações pictóricas das peças dos Tijolos Táteis para representar alguns números inteiros.	129
Figura 48: Resoluções para o desafio da contagem.	131
Figura 49: Representação do número -7 que impossibilita o uso da 2ª regra.	132
Figura 50: “Números Táteis”, para construir uma igualdade com o uso de parênteses e os números 6 e 9.	132
Figura 51: Estudante G fazendo a conversão de registros.	133
Figura 52: Representações pictóricas e algébricas com seus respectivos tratamentos.	134
Figura 53: Representação pictórica com tratamentos.	134
Figura 54: Representação pictórica sem tratamentos.	135
Figura 55: Preenchimento da tabela da estudante G.	135
Figura 56: Representação pictórica da resolução do estudante N.	136
Figura 57: Equação com resolução não inteira.	137
Figura 58: Representação algébrica e pictórica da atividade da aula 4.	138
Figura 59: Tabela com a representação pictórica escrito pela terapeuta do tratamento feito por N ao resolver a equação $3X+6=9$	138
Figura 60: Representação algébrica e pictórica de equação linear.	139
Figura 61: Representação algébrica e pictórica com resultado para $-X$	140
Figura 62: Resolução do problema 1 com representação e tratamento pictórico.	141
Figura 63: Resolução do problema 1 com dois registros de representação e seus tratamentos.	141
Figura 64: Resolução do problema 1 com três registros de representação e seus respectivos tratamentos.	142
Figura 65: Resolução do problema 2 com três registros de representações e seus respectivos tratamentos.	142
Figura 66: Resolução do problema 2 com dois registros de representação e seus tratamentos.	143
Figura 67: Elaboração de problemas com equações algébricas definidas.	144
Figura 68: Elaboração de equações algébricas com coeficientes e resultados inteiros.	145
Figura 69: G solucionando a equação $2X+6=10$	145

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Atividade aula 1	83
Tabela 2: Representação pictórica e algébrica dos tratamentos para solucionar a equação $X+3=5$	97
Tabela 3: Atividade aula 3.	98
Tabela 4: Tratamento da equação a equação $4+X=6$ nas representações.	102
Tabela 5: Representação pictórica e algébrica dos tratamentos para solucionar a equação $4X-3=1$	111
Tabela 6: Três representações e tratamentos para a resolução de um problema que envolve equação algébrica.	112
Tabela 7: Resolução de problema que envolve equação algébrica com três representações e seus tratamentos.	116

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
3	REFERENCIAL TEÓRICO.....	22
3.1	Álgebra e Seu Ensino.....	22
3.2	Registros de Representação Semiótica.....	25
4	DOCUMENTOS ORIENTADORES DO CURRÍCULO.....	29
5	A CONSTRUÇÃO DO MATERIAL.....	32
5.1	A escrita Braille.....	32
5.2	Tijolos Táteis.....	34
5.3	Primeira Experimentação dos tijolos táteis.....	38
5.3.1	Descrição dos sujeitos.....	39
5.4	Planejamento e relato dos encontros.....	40
5.4.1	Planejamento do encontro 1.....	41
5.4.2	Planejamento do encontro 2.....	49
5.4.3	Planejamento do encontro 3.....	54
5.4.4	Planejamento do encontro 4.....	59
5.4.5	Planejamento do encontro 5.....	62
5.4.6	Planejamento do encontro 6.....	65
6	ABORDAGEM METODOLÓGICA.....	72
6.1	Coleta dos Dados.....	74
7	INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA.....	75
7.1	Observação.....	77
7.2	Encontros no turno inverso.....	78
7.2.1	Relato do primeiro encontro no turno inverso.....	78
7.2.2	Relato do Segundo encontro no turno inverso.....	79
7.3	Planejamentos e relatos dos encontros com os estudantes.....	81
7.3.1	Planejamento do 1º encontro.....	82
7.3.2	Planejamento do 2º encontro.....	86
7.3.3	Planejamento do 3º encontro.....	94
7.3.4	Planejamento do 4º encontro.....	101
7.3.5	Planejamento do 5º encontro.....	109

7.3.6	Planejamento do 6º encontro	115
7.3.7	Planejamento do 7º encontro	123
8	ANÁLISE DOS DADOS	128
8.1	Análise da aula 1	128
8.2	Análise da aula 2	131
8.3	Análise da aula 3	133
8.4	Análise da aula 4	136
8.5	Análise da aula 5	139
8.6	Análise da aula 6	140
8.7	Análise da aula 7	144
9	CONSIDERAÇÕES REFERENTE À ANÁLISE	147
10	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	150
11	REFERÊNCIAS.....	154

1 INTRODUÇÃO

Um dos grandes desafios educacionais é a reestruturação da escola como espaço democrático que proporcione a todos os alunos a oportunidade de aprender significativamente os conteúdos curriculares, o que inclui o ensino de Matemática. Os estudantes devem estar preparados para conviver em uma sociedade em constante mudança, para que sejam cidadãos atuantes, capazes de construir seus conhecimentos e que sejam sujeitos ativos nos processos de descoberta.

Criar uma ponte entre o Ensino da Matemática e as pessoas com deficiência visual foi uma inspiração que começou há muito tempo. As memórias e lembranças afetivas de minha¹ avó materna que realizava suas atividades cotidianas, preparava almoços para a família e cuidava dos netos mesmo sendo deficiente visual trouxe um entendimento de vida que eu só compreenderia muito tempo depois. No início da minha graduação, na disciplina de Laboratório em Educação Matemática, foi solicitado a elaboração de atividades que envolvessem operações com frações para uma turma do Ensino Fundamental. Sem conhecer os estudantes que realizariam estas atividades emergiu um questionamento: e se houver algum estudante com deficiência visual? Assim, percebi que ser professor é proporcionar a todo alunado as mesmas condições de aprendizado e a referência familiar motivou o estudo do Ensino de Matemática para os que não veem, que foi assunto do Trabalho de Conclusão do Curso da graduação e que nos acompanhou durante a elaboração desta dissertação.

A inclusão escolar, iniciada nos anos 1990, aumentou de forma considerável a quantidade de alunos com deficiências nas escolas regulares, demandando uma inovação no fazer pedagógico e instigando novas pesquisas sobre o tema. Pensando na escola comum, em especial no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual, se faz necessário um olhar profundo sobre essa inclusão.

Os marcos legais, internacional e nacional, têm mostrado alguns caminhos que indicam a execução de práticas que favoreçam aos estudantes com deficiência o acesso às escolas regulares, prescrevendo mecanismos para que esses alunos tenham uma aprendizagem de qualidade. O Plano Nacional de Educação (PNE) – Lei nº 13.005/2014, tem como meta universalizar para a população com deficiência e em idade escolar, o acesso à educação e o atendimento educacional especializado. Para que essa meta seja alcançada são previstas

¹ Pronome possessivo referente à primeira pessoa do singular por se tratar de um fato pessoal da autora deste trabalho. De modo geral, utilizaremos a conjugação na primeira pessoa do plural e voltaremos a utilizar a conjugação na primeira pessoa do singular no relato da aplicação da proposta de atividade.

algumas estratégias, dentre elas, fomentar pesquisas para o desenvolvimento de metodologias, equipamentos de tecnologia assistiva e o incentivo ao uso de materiais didáticos acessíveis para esse público. (BRASIL, 2014).

No mesmo sentido, Zuffi (2011), ao verificar inúmeras pesquisas realizadas no Brasil, que associam os processos de ensino e aprendizagem Matemática à temática de inclusão de alunos com necessidades especiais, conclui que:

Há um vasto campo em aberto para pesquisas e relatos de experiências que possam também colaborar com o material de suporte e trocas para o professor de Matemática, que não é um educador especializado para o ensino desse público, mas que tem o desafio de incluí-lo em suas salas de aula. (ZUFFI, 2011, p. 11).

Ainda, segundo os dados do Censo Educacional, em 2014 havia 886.815 matriculados nas escolas brasileiras e em 2018, chegou a cerca de 1,2 milhão. (BRASIL, 2019). Com o aumento das matrículas dos estudantes com deficiência, muitas pesquisas foram realizadas dedicando-se ao tema da inclusão, nas quais foram apresentadas diversas dificuldades que as escolas têm enfrentado; dentre essas dificuldades encontra-se o fato de que muitas vezes esses alunos ficam à margem das práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula.

No processo de ensino, incluir é garantir que todos os alunos participem, aprendam e se desenvolvam com equidade aos demais. Os dados já mencionados corroboram com o que afirmam Pedroso, Campos e Duarte (2013, p. 41), que “a educação inclusiva tem avançado no país de maneira mais efetiva em relação à ampliação do acesso, mas não na melhoria da qualidade dos processos educacionais”. (PEDROSO; CAMPOS; DUARTE, 2013, p. 41).

No mesmo sentido, Oliveira (2009), afirma que a educação inclusiva deve dar suporte para que as diferenças não sejam reflexo da não-aprendizagem. A autora salienta que “formar professores competentes e qualificados pode ser o alicerce para que se garanta o desenvolvimento das potencialidades máximas de TODOS os alunos, entre eles, os com deficiência” (OLIVEIRA, 2009, p.240).

Nossa pesquisa tem como objetivo propor ações pedagógicas que possam incluir estudantes sem acuidade visual em uma sala de aula comum. Nessa direção, Fernandes e Healy (2010), têm dedicado seus estudos a promover ações destinadas ao “fazer pedagógico” de educadores que acolhem alunos com deficiência visual e comentam sobre a necessidade de preparar a comunidade educacional para receber estes alunos.

De acordo com Vygotski (1997), para a pessoa com deficiência visual, os recursos e instrumentos devem privilegiar os sentidos remanescentes e, no caso dos processos de ensino e aprendizagem, destaca a audição e o tato. O autor ainda afirma que a criança cega que não

possua outros problemas cognitivos ou de saúde que afetem o seu aprendizado, pode conseguir o mesmo desenvolvimento que a sem deficiência, mas o alcança por um caminho diferente e designa o professor a conhecê-lo para que, dessa forma, possa conduzir seu aluno nesse novo percurso.

Ao encontro da preocupação com a inclusão efetiva, encontramos várias pesquisas como de Ferronato (2002), Fernandes (2004), Ferreira (2006) e Mello (2015), que apresentam a importância do material manipulativo para o ensino de estudantes sem acuidade visual. Os resultados apontados pelos autores mostram que o uso de ferramentas manipulativas propicia a criação de representações sobre os conteúdos abordados. Analisando essas e outras pesquisas que valorizam o material tátil acessível para o ensino e aprendizagem de estudantes com deficiência visual, foi possível verificar que os materiais utilizados sejam eles adaptados, desenvolvidos ou comercializados para esse fim, em sua maioria, destinam-se ao ensino de geometria, gráficos e procedimentos aritméticos, deixando uma lacuna nos outros conteúdos da Matemática. Levando em consideração a escassez de ferramentas táteis que possam auxiliar o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e ainda, acreditando na relevância da utilização de materiais manipulativos, construímos um material acessível que tem como objetivo dar suporte na compreensão da construção dos números inteiros e de suas regras de sinais, tanto para a adição, como para a multiplicação e da resolução de equações de primeiro grau com uma incógnita.

Nesse sentido, pretendemos com esse material, criar oportunidades para que os estudantes sem acuidade visual possam participar ativamente na construção de seus conhecimentos em uma sala de aula comum. Para isso, foi realizada uma pesquisa qualitativa que consistiu na elaboração, aplicação e análise de uma sequência de atividades em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental utilizando o material por nós construído. A análise dos dados ocorreu com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, verificando se os estudantes realizaram diferentes representações e nelas apresentaram as atividades de tratamento, transição e conversão.

Nossa questão de pesquisa é: *Como o uso do material Tijolos Táteis pode contribuir para a aprendizagem de conceitos e procedimentos aritméticos e algébricos em uma sala de aula comum?*

Assim, o Objetivo Geral desta pesquisa será analisar a contribuição do material Tijolos Táteis na aprendizagem de conceitos aritméticos e algébricos de alunos com e sem acuidade visual.

Como desdobramentos da questão de pesquisa, pretendemos verificar se o material proporciona:

- Uma “nova” representação para os números inteiros;
- Conversões entre as representações usuais e a “nova”;
- A realização de tratamentos entre as representações;
- Uma “nova” representação para equações do 1º grau;
- Conversões entre as representações usuais e a “nova”;
- A realização de tratamentos entre as representações;
- A interação entre alunos com e sem acuidade visual.

Estruturamos esta dissertação iniciando com uma seção que trata da questão de pesquisa e seus objetivos, passando pela revisão bibliográfica. Em seguida, apresentamos o referencial teórico que engloba a álgebra e seu ensino, os Registros de Representação Semiótica e os documentos orientadores do currículo. Sequencialmente, discorremos sobre a construção do material Tijolos Táteis, sua primeira experimentação, os planejamentos e os relatos dos encontros com os profissionais que realizaram essa testagem. Posteriormente, discorremos sobre a abordagem metodológica, a intervenção pedagógica em sala de aula, assim como os planejamentos e os relatos dos encontros com os estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Por fim, apresentamos a análise dos dados e as considerações finais onde pontuamos reflexões, conclusões e sugestões para o desenvolvimento da área na qual a presente dissertação se insere.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para aprimorar os conhecimentos acerca da temática desta dissertação e identificar possíveis lacunas com as quais este trabalho possa contribuir, realizamos uma revisão de literatura que apresenta trabalhos correlatos.

Apresentamos a seguir os resultados da revisão de literatura encontrada em teses de doutorado e dissertações de mestrado envolvendo o tema: Ensino de Matemática e deficiência visual. Para isso, no dia 20 de junho de 2020 realizamos um levantamento sobre o assunto no Portal de Teses e Dissertações da Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Para a busca foi utilizada a palavra-chave: “deficiência visual” e refinamos os resultados para a Área do Conhecimento: Matemática. Encontramos 12 trabalhos, que podem ser vistos no quadro 1.

Quadro 1 - Trabalhos encontrados no Portal de Teses e Dissertações da Capes

Trabalhos sobre Ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual	Palavras-chave do resumo	Ano da publicação	Categoria
1. O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL	Deficiência Visual, Geometria	2013	Dissertação
2. Introdução ao Estudo de Função para Alunos com Deficiência Visual com o Auxílio do Multiplano	Inclusão. Deficiência Visual. Matemática. Função. Multiplano.	2015	Dissertação
3. GEOMETRIA PARA DEFICIENTE VISUAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO UTILIZANDO MATERIAIS CONCRETOS	Deficiência visual. Geometria. Material concreto. Geoplano Abstract:	2014	Dissertação
4. A Utilização do Multiplano no Ensino no Ensino de Geometria para Alunos do Ensino Fundamental com Deficiência Visual	Deficiência Visual, Geometria, Multiplano, Código Braille	2015	Dissertação
5. EDUCAÇÃO INCLUSIVA - UM ESTUDO DE CASO NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º. GRAU POR ALUNOS CEGOS UTILIZANDO MATERIAL ADAPTADO	Deficiência visual. Películas de PVC. Estudo de função.	2013	Dissertação

6. O ensino de trigonometria para deficientes visuais através do Multiplano Pedagógico	Deficiência visual. Trigonometria. Multiplano Pedagógico. Inclusão. Educação Especial.	2014	Dissertação
7. Sobre o Ensino de Geometria para Deficientes Visuais	Geometria Plana. Geometria Espacial. Deficientes Visuais. Material Concreto para o Ensino de Geometria.	2014	Dissertação
8. Inclusão de deficientes visuais no ensino de Geometria Plana	Geometria Plana; Deficiência Visual; Material Concreto	2019	Dissertação
9. A UTILIZAÇÃO DO MULTIPLANO NO ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO INCLUSIVA.	Inclusão. Metodologias de ensino. Materiais concretos.	2016	Dissertação
10. JOGAVOX: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL	Deficiência visual; Dosvox; Jogavox; Matemática; Funções; Gráfico de funções; Som.	2019	Dissertação
11. MATEMÁTICA INCLUSIVA: ENSINANDO MATRIZES A DEFICIENTES VISUAIS	Inclusão de Deficientes Visuais. Ensino de matemática. Matemática Inclusiva. Ensino de Matrizes.	2015	Dissertação
12. CONTRIBUIÇÕES DAS SALAS DE RECURSOS MULTIFUNCIONAIS PARA A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DE ALUNOS CEGOS E SURDOS	Surdez; Cegueira. Educação Matemática.	20121	Dissertação

Após a análise de todos os trabalhos constatamos que, das doze pesquisas encontradas, cinco delas referem-se ao ensino e aprendizagem de geometria, três sobre funções, duas sobre trigonometria, uma sobre matrizes e outra sobre conceitos básicos de contagem. Ainda podemos observar que somente uma delas utilizou os sons como sentido a ser explorado para o desenvolvimento cognitivo, enquanto os outros onze utilizaram materiais concretos como alternativa para trazer significado aos conceitos matemáticos trabalhados.

Verificando as conclusões obtidas nessas pesquisas, ficou reiterado para nós que materiais concretos são um forte aliado quando se trata de ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual. Os autores acima mencionados, que atuam em sala de aula, criaram e

adaptaram materiais concretos para que os alunos de escola básica sem acuidade visual pudessem participar ativamente dos processos de ensino e aprendizagem e essa ação pedagógica foi bastante eficaz. Nenhum dos trabalhos encontrados nesta pesquisa apresentou uma discussão sobre o ensino de conceitos algébricos, e acreditamos que essa lacuna traz grande relevância às pesquisas acerca desse tema. A nossa proposta de pesquisa diferencia-se dos trabalhos mencionados no sentido de produzir um material tátil acessível para trabalhar com aritmética e álgebra em uma sala de aula comum, incluindo na sua proposta de atividades os estudantes com deficiência visual.

Ainda, durante nossas pesquisas sobre o uso de materiais táteis acessíveis no ensino de Matemática a estudantes com deficiência visual, encontramos alguns estudos voltados para a formação de professores, que julgamos importante analisar visto que as conclusões dessas pesquisas auxiliaram no planejamento da nossa ação docente. As três pesquisas que mais se aproximam da área de estudo da nossa dissertação estão destacadas no Quadro 2.

Quadro 2 - Estudos voltados para a formação de professores

Trabalhos sobre Ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual	Palavras-chave do resumo	Ano da Publicação	Categoria
13. Educação especial: oficina de capacitação para professores de matemática na área da deficiência visual	Capacitação de Professores, Inclusão, Educação Matemática - Deficiência visual	2013	Dissertação
14. FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, FÍSICA E QUÍMICA NA PERSPECTIVA DA INCLUSÃO DE ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL: análise de uma intervenção realizada em Rondônia	Formação de professores; Matemática, Física e Química; Deficiência visual	2015	Tese
15. OLHAR SEM OS OLHOS: Cognição e aprendizagem em contextos de inclusão – estratégias e percalços na formação inicial de docentes de matemática	Formação Inicial de Matemática; Deficiência Visual; Neurociência; Prática Pedagógica; Inclusão	2015	Tese

O 13º foi parte da Revisão de Literatura apresentada no Trabalho de Conclusão da graduação da Mestranda-pesquisadora. Nessa dissertação, Martins (2013) discorre sobre a

elaboração e execução de uma oficina de capacitação para professores de Matemática voltada para a deficiência visual na cidade de Rio Grande (RS). Além de apresentar recursos pedagógicos e tecnológicos, o autor trouxe sugestões de adaptações para questões das provas das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas, revelando fragilidades nos processos de ensino e aprendizagem, na capacitação docente e nos recursos didáticos voltados para o estudante com deficiência visual.

O 14º estudo foi uma das primeiras teses analisadas, quando pesquisamos sobre trabalhos desenvolvidos para estudantes com deficiência visual que tivessem como assunto principal a utilização de materiais táteis acessíveis. Uliana (2015) apresenta uma análise sobre as contribuições de uma disciplina/curso sobre estratégias de ensino a estudantes com deficiência visual, na formação de professores de Matemática, Física e Química que ela ministrou na cidade de Rondônia (RO). A autora conclui em sua pesquisa que dentre as ações formativas desenvolvidas, construir e testar os materiais didáticos acessíveis foi o que se mostrou mais produtivo e significativo aos licenciandos, que no início do curso não se sentiam preparados para trabalhar com estudantes que possuíam necessidades especiais e ao final da disciplina passaram a perceber a inclusão de estudantes com deficiência visual como algo possível e viável para as suas salas de aula.

O 15º estudo analisado nos foi recomendado durante a apresentação de um artigo no Segundo Encontro Nacional de Ensino de Matemática Inclusiva - II ENEMI - que ocorreu no ano de 2020. Para esse evento, escrevemos um artigo na modalidade de pesquisa em andamento trazendo nossas ideias iniciais para construção desta dissertação. A banca avaliadora recomendou a leitura da pesquisa de Bandeira (2015), que teve como objetivo propiciar a oferta de espaços, tempos, conceitos e práxis pedagógicas mediadas pelos processos cognitivos da reflexão no contexto da formação inicial de docentes possibilitando a construção de saberes que tornam possível a inclusão de estudantes cegos nas Escolas de Ensino Médio, ao invés de sua simples integração escolar.

Os três trabalhos analisados sobre formação de professores apontam a necessidade de aprimoramento da formação docente tanto inicial quanto continuada para o ensino à diversidade. Nessas pesquisas, os professores entrevistados declararam, em um primeiro momento, não estarem preparados para lecionar para estudantes com deficiência visual em meio aos outros estudantes, porém, após as ações formativas realizadas os participantes

relataram que é possível incluir estudantes sem acuidade visual em uma sala de aula regular, por isso consideramos que tais resultados se aproximam da nossa pesquisa.

Para obter uma melhor percepção sobre o estado atual dos conhecimentos acerca da temática desta dissertação e para identificar lacunas para as quais este trabalho possa contribuir, após a qualificação realizamos uma nova pesquisa ao banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). No dia 20 de outubro de 2023 refizemos a pesquisa utilizando as mesmas palavras-chave: “deficiência visual” e a mesma Área do Conhecimento: Matemática. Como o intuito desta nova pesquisa é verificar as publicações que ocorreram durante o período em que estávamos realizando nossa pesquisa, refinamos os resultados selecionando trabalhos publicados a partir do ano de 2020; e assim obtivemos 4 resultados, que estão listados no quadro abaixo:

Trabalhos sobre Ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual	Palavras-chave do resumo	Ano da publicação	Categoria
1. O ENSINO REMOTO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA PARA ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL	Ensino da Análise Combinatória; Deficientes visuais; Aprendizado; Material concreto; BNCC.	2021	Dissertação
2. EDUCAÇÃO INCLUSIVA E MATEMÁTICA: Uma Proposta de Ensino para Alunos com Deficiência Visual sobre Conteúdos de Geometria no 5º ano	Braille; Deficiência Visual; Inclusão; Matemática; Sequência Didática	2021	Dissertação
3. Proposta de material didático adaptado ao ensino de funções elementares para alunos com deficiência visual	Educação inclusiva; deficiência visual; material didático; funções.	2021	Dissertação

<p>4. A MATEMÁTICA ATRAVÉS DO TATO: UTILIZANDO OS SOFTWARES GEOGEBRA E MONET NA CRIAÇÃO DE CONTEÚDO TÁTIL PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA A PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL</p>	<p>Deficiência visual; Ensino e aprendizagem da matemática; Softwares GeoGebra e Monet; Função afim</p>	<p>2023</p>	<p>Dissertação</p>
--	---	-------------	--------------------

Dos quatro trabalhos encontrados, o 1º refere-se a um Trabalho de Conclusão de Curso cujo pesquisador relatou sua experiência no ensino e aprendizagem de Análise Combinatória com cinco alunos com deficiência visual do 7º ano do Ensino Fundamental que durante a Pandemia do Covid 19 tiveram aulas remotas. O pesquisador fez uso de materiais do dia a dia dos estudantes, como roupas e materiais escolares para auxiliar na compreensão dos conceitos trabalhados. O autor concluiu que a utilização de materiais concretos, a partir de um planejamento adequado e de estratégias bem definidas, proporciona aos alunos cegos ou de baixa visão mecanismos de ensino que contribuem para seu aprendizado.

O 2º trabalho encontrado refere-se ao ensino de Geometria e traz como principal escopo uma sequência didática para ser trabalhada em salas de aula comum. A autora apresentou ideias de inclusão para um estudante que estava nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a pesquisadora estava preparando-se para recebê-lo em sua sala de aula. A pesquisadora em suas sugestões de sequências de atividades fez uso de materiais concretos e adaptações táteis, a fim de proporcionar a todos os estudantes as mesmas condições de aprendizado. A autora conclui sua pesquisa fomentando a importância de o professor oportunizar novas formas de ensino e aprendizagem ao estudante que necessita de recursos especiais, incentivando o uso de objetos manipuláveis aos alunos com deficiência visual, de forma a auxiliar na formação de conceitos para o desenvolvimento do conhecimento e, conseqüentemente, da aprendizagem.

O estudo das funções foi assunto dos outros dois trabalhos encontrados. O 3º trabalho listado refere-se a adaptações realizadas em gráficos de funções, utilizando cordões e cola 3D em uma experiência do autor com um estudante com deficiência visual durante a disciplina de estágio, na sua graduação. A fim de aperfeiçoar o material e as ideias desenvolvidas, o autor entrevistou trezentos e quatro profissionais da educação de pelo menos 18 municípios de Teófilo Otoni, Minas Gerais. Com base em seus resultados, concluiu que a educação inclusiva

carece de políticas públicas, qualificação de profissionais, materiais didáticos adequados, dentre outros aspectos que compõem as demandas do sistema escolar frente as necessidades dos alunos inclusos.

A 4ª pesquisa listada refere-se à utilização de softwares matemáticos para “Brailizar” o estudo das funções, sugerindo atividades com gráficos e estratégias para professores que necessitem trabalhar esses assuntos com estudantes que possuam deficiência visual. Nessa pesquisa, o autor produziu como produto educacional notas de aula para o ensino de função afim prontos para impressão em tinta e em Braille. O autor ainda afirma que a busca por soluções eficazes para a inclusão de pessoas com deficiência visual é fundamental para a construção de uma sociedade mais justa e inclusiva

Nessa segunda etapa de busca por trabalhos que versam sobre o ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual, novamente foi possível verificar a escassez de pesquisas nessa área e particularmente sobre o ensino de aritmética e álgebra. Os trabalhos analisados têm o tato como sentido principal na aprendizagem destes estudantes, mas a estratégia destes professores/pesquisadores foi a mesma: adaptar materiais. Nenhum dos trabalhos verificados nesta segunda revisão construiu materiais para o estudo de um determinado conteúdo, nem trouxe ideias para estreitar a comunicação escrita em videntes e não videntes, o que traz mais um diferencial para nossa proposta.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Dividimos o referencial teórico em duas partes com o intuito de contemplar as áreas necessárias para atingirmos o objetivo de analisar a contribuição do material Tijolos Táticos na aprendizagem de operações aritméticas e algébricas de alunos com e sem acuidade visual em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Porto Alegre.

Na primeira parte, trouxemos algumas ideias sobre o pensamento algébrico na escola, e na segunda a Teoria de Registros de Representação Semióticas e como ela se relaciona com o ensino e a aprendizagem de Matemática.

3.1 ÁLGEBRA E SEU ENSINO

O desenvolvimento da álgebra pode ser estudado a partir de diferentes pontos de partida como ressaltado por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Segundo esses autores o objeto de investigação desse campo do conhecimento matemático ultrapassa o domínio exclusivo do estudo das equações e das operações clássicas, das quantidades generalizadas, discretas e contínuas. Centrou-se, então, no estudo das operações arbitrariamente definidas sobre objetos abstratos e sobre estruturas matemáticas, como grupos, anéis e corpos. A álgebra divide-se em Álgebra Clássica ou Elementar, que considera a álgebra como aritmética generalizada e Álgebra Moderna ou Abstrata, que considera a álgebra como um sistema simbólico postulacional.

Segundo esses autores, o desenvolvimento da álgebra baseado na contribuição das diversas culturas ao longo da história das civilizações não pode ser organizado em momentos históricos, já que ocorreram em locais e tempos diferentes, inclusive muitas vezes em paralelo umas às outras. Afirmam ainda que outro ponto de partida para o estudo do desenvolvimento da álgebra, pode ser adotado em função das fases evolutivas da linguagem algébrica, sendo estas: a **retórica** ou **verbal**, fase em que não se fazia uso de símbolos nem de abreviações para expressar o pensamento algébrico; a **sincopada**, fase surgida com Diofanto de Alexandria com a introdução de um símbolo para a incógnita, utilizando uma forma abreviada para expressar

as equações; e a **simbólica**, onde as ideias algébricas eram expressas somente através de símbolos.

Já o método de abordagem das resoluções de equações pode ser dividido de modo a distinguir três grandes períodos do desenvolvimento da álgebra, sendo que: O período intrapessoal "caracteriza-se como aquele em que, para cada problema, buscava-se um método particular de solução" (p. 81). O período interoperacional, "caracteriza-se pela tentativa de buscar fórmulas de resolução para equações gerais dos diversos graus" (p. 81). E o período transoperacional, que a partir da interferência do cálculo infinitesimal, direcionou as investigações às propriedades dos números. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

No trabalho de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), os autores apresentam concepções, tanto de Álgebra como de Educação Algébrica, do reflexo de alguns aspectos do desenvolvimento histórico, tanto da álgebra, como das práticas escolares. As três concepções de Educação Algébrica indicadas pelos autores são:

1. Linguístico-pragmática: a álgebra está relacionada às atividades pedagógicas que tratam da resolução de problemas, prevalecendo a aquisição mecânica das técnicas requeridas pelo transformismo algébrico.
2. Fundamentalista-estrutural: são enfatizadas as propriedades estruturais das operações como forma de justificar logicamente cada passagem do transformismo algébrico, capacitando o estudante a identificar e a aplicar essas estruturas nos diferentes contextos;
3. Fundamentalista-analógica: a álgebra também tem o caráter pedagógico de instrumento para resolver problemas, mas mantém-se o caráter fundamentalista, fazendo uma síntese das concepções anteriores.

Segundo Usiskin (1995), já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, a álgebra continua sendo um veículo para a resolução de problemas, ela fornece meios para se desenvolver e analisar relações e é a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas.

Ao encontro disso, o autor buscou considerar outras formas de classificação, considerando, principalmente, os diversos usos das letras. Em cada situação matemática, em que há a utilização de letras em equações, é possível significar de um modo diferente. Dessa forma, as letras podem assumir caráter de algo conhecido, incógnita, argumento de uma função, generalizadora de um modelo aritmético, constante ou parâmetro e ainda "variabilidade", que originou o termo variável.

O autor ainda organiza a álgebra em quatro diferentes concepções que geram implicações para o processo de ensino e aprendizagem, são elas:

1. Álgebra como aritmética generalizada: as variáveis são tratadas como generalizadoras de modelos. Cabe ao estudante traduzir e generalizar.
2. Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: as variáveis são consideradas incógnitas ou constantes. Cabe ao estudante simplificar e resolver.
3. Álgebra como estudo de relações entre grandezas: as variáveis mantêm a ideia de variabilidade, argumento, parâmetro. Cabe ao estudante relacionar grandezas e utilizar-se de gráficos.
4. Álgebra como estudo das estruturas: a variável é considerada um sinal arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades.

Para distinguir suas concepções, Lins e Gimenez (1997), trazem uma abordagem mais preocupada com o pensamento algébrico e suas construções. Mesmo os autores afirmando não haver consenso a respeito do que seja pensar algebricamente, consideram existir certo consenso sobre quais são as “coisas” da Álgebra: equações, cálculo literal, funções e outros tópicos que ainda podem estar nessa lista.

Lins e Gimenez (1997) definem a Álgebra como “um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de número e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade.” (LINS e GIMENEZ, 1997, p.150). Para eles o grande objetivo da educação aritmética e algébrica deve ser o de encontrar um equilíbrio entre três frentes: o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e de investigar ou explorar situações; o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado (pensar); e o aprimoramento das habilidades técnicas, da capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade.

A capacidade de resolver problemas e desenvolver o raciocínio em produzir significados estão fortemente relacionadas para a álgebra na resolução de problemas do cotidiano, pois são revelados novos modos de pensar. Os autores ainda apontam que pensar algebricamente é produzir significado para as situações que nos apresentam envolvendo números e operações e assim transformá-las em expressões.

Segundo Souza, Panossian e Cedro (2014), educadores matemáticos e psicólogos afirmam que o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica contribui na formação das funções psicológicas mais desenvolvidas do ser humano. Ao encontro dessa afirmação, Vygotsky (2000) também acentua que o domínio da álgebra eleva ao nível superior

o pensamento matemático, facultando uma visão abstrata e generalizadora e, assim, mais profunda e rica das operações numéricas.

3.2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Nesta pesquisa foram utilizadas algumas ideias da Teoria do Registro de Representação Semiótica de Duval (2003; 2009; 2011). O autor apresenta a importância de distinguir um objeto de sua representação e para isso é necessário dispor de, pelo menos, duas representações das quais devam ser percebidas representando o mesmo objeto. Além disso, é necessário que o estudante seja capaz de converter e de transitar entre essas representações.

Sobre os registros, o autor define:

“Os registros são sistemas semióticos criadores de novos conhecimentos. Para ser um registro, um sistema semiótico deve cumprir duas condições. Primeiramente, poder produzir representações que permitem tanto ter acesso a objetos perceptivamente ou instrumentalmente inacessíveis, quanto explorar tudo o que é possível. Em seguida, e sobretudo, abrir um campo de operações específicas que permitem transformar as representações produzidas em novas representações (DUVAL, 2011b, p. 97)”

O material que construímos vai ao encontro do que afirma Duval (2011), quando atesta que um objeto matemático pode ter um registro de representação linguística, algébrica, gráfica, entre outras. Os Tijolos Táteis proporcionam a produção de representações com as peças que chamamos de “Tijolos” e ainda permite transformá-las em novas representações utilizando os “Números Táteis”.

A representação mental é “todo o conjunto de imagens e de conceituações que um indivíduo pode ter sobre o objeto, sobre sua situação e sobre aquilo que lhe é associado” (DUVAL, 2009, p. 15). As representações semióticas “permitem uma visão do objeto através da percepção de estímulos (pontos, traços, caracteres, sons...), tendo valor de significante” (DUVAL, 2009, p. 44). As representações computacionais “são todas aquelas cujos significantes, de natureza homogênea, não requerem visão de objeto, e que permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra” (DUVAL, 2009, p. 47).

Segundo Duval (2009), a formação de representações, num registro semiótico, serve para expressar uma representação mental ou para “lembrar” um objeto real. Para determinar o que queremos representar é necessário um conjunto de códigos ou signos e que esses pertençam a um sistema semiótico já constituído e já utilizado por outros, por exemplo, $2X=12$ são unidades simbólicas no sistema de representação algébrica.

Sobre tratamentos e conversões, o autor caracteriza-os da seguinte forma:

[...] Tratamento é a transformação de uma representação obtida como dado inicial em uma representação considerada como terminal em relação a uma questão, a um problema ou a uma necessidade, os quais fornecem o critério de parada na série de transformações efetuadas (DUVAL, 2009, p. 57).

[...] Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro (DUVAL, 2009, p. 58).

O autor ainda afirma que referente a *semioses* há três atividades cognitivas de representação, são elas: a atividade de formação, a atividade de tratamento e a atividade de conversão.

Os tratamentos oferecidos por um sistema semiótico só são possíveis se a formação de representação semiótica respeitar regras próprias ao sistema, denominadas, por Duval (2009), por regras de conformidade. “As regras de conformidade são aquelas que definem um sistema de representação e, por consequência, os tipos de unidades constitutivas de todas as representações possíveis” (p. 55). Quando as unidades constitutivas são combinadas, formam os atos elementares de formação para cada representação, no exemplo que citamos anteriormente, temos as unidades simbólicas “ $2X=12$ ” enquanto as unidades constitutivas da representação da língua portuguesa poderiam ser: “o dobro de um número é doze.”

Os tratamentos são procedimentos de justificação do objeto de estudo baseados em fenômenos congruentes, é a partir do tratamento que os registros permanecem num mesmo sistema de representação, seja por meio da escrita, desenhos, figuras, gráficos, diagramas, dentre outros. Ao discutir as transformações de tratamento e conversão em sua teoria, Duval (2003), descreve que os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: realizar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação.

As conversões são transformações de representação com mudança de registro, conservando os mesmos objetos denotados, por exemplo: reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica.

Segundo o autor, é comum as pessoas confundirem tratamento e conversão ou mesmo reduzirem a conversão a uma atividade de codificação. Essa confusão fica evidente no pensamento de Duval quando afirma que:

É comum descrever a conversão como uma associação preestabelecida entre nomes e figuras (como, por exemplo, em geometria) ou reduzi-la a uma codificação.... Passar de uma equação à sua representação gráfica constituiria uma codificação em que seria suficiente aplicar a regra segundo a qual um ponto está associado a um par de números sobre um plano quadriculado por dois eixos graduados. Ou ainda, passar de uma expressão em português - como “o conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abscissa” - à escrita simbólica – no caso, “ $X > y$ ”, seria igualmente uma codificação, como toda escrita literal de relações entre os números. (DUVAL, 2003, p.17).

As conversões não são regras de correspondência para passar de um registro a outro ou simplesmente codificações, mas sim, a apreensão global e qualitativa que a conversão permite embutir nas mudanças de registros. A esse respeito Duval (2003) diz que:

Há por trás da aplicação de uma regra de decodificação para passar de uma equação a um gráfico cartesiano, a necessária articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos dois registros. Pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração, em cada um dos dois registros. (DUVAL, 2003, p.17)

Isso justifica, segundo a teoria de Duval, porque a conversão não é uma simples forma de tratamento. Segundo a Teoria dos Registros de Representação, a conversão é a responsável pela construção do conhecimento, pela apropriação do saber. Para o pesquisador, a conversão refere-se a transitar espontaneamente de um registro de representação para outro registro.

Podemos entender a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como a ação de utilizar signos (gráficos, figuras, fórmulas, escrita), que pertencem a um sistema de representação, constituído de significado e funcionamento, segundo os quais a construção do conhecimento acontece mediante a conversão estabelecida entre duas ou mais formas distintas de registro de representação. Essas representações semióticas, de acordo com Duval (2003 e 2009) são externas e conscientes do sujeito, representam a compreensão manifestada sobre um objeto.

A correspondência entre as formas de tratamento de um objeto, entre as várias formas de registro de representação, indica a funcionalidade do pensamento humano, mostrando a compreensão sobre o objeto estudado. Todo tipo de expressão tem sua forma particular de representação com inúmeros significados e, sendo o ensino e a aprendizagem processos intermediados pela comunicação, seja por meio de diálogo, gestos, imagens ou por meio da

escrita. Discutir os diferentes registros de representação empregados nos objetos matemáticos estudados, buscando estabelecer conexões entre eles é uma ação importante.

Para trazer à nossa investigação o estudo acerca dos Registros de Representação Semiótica apresentada por Duval (2003,2009, 2011), principalmente para que um estudante com deficiência visual possa fazer mais de um registro de representação e transitar entre eles, criamos um material tátil acessível com este fim. Dessa forma, em nossa proposta, pretendemos proporcionar aos alunos, através da sequência de atividades, as atividades cognitivas descritas por Duval (2009). Inicialmente, a formação de uma representação pelo uso dos Tijolos Táteis, o tratamento da representação através da manipulação dos materiais e por fim a conversão para a representação algébrica e o respectivo tratamento. Essa última, de forma escrita, que para os videntes será em tinta e para os estudantes com deficiência visual pode ser em Braille ou utilizando tecnologias assistivas².

Assim sendo, analisamos os dados coletados dos alunos observando se conseguiram se apropriar da nova representação trazida pelo uso do material construído e ainda verificamos se realizaram conversão, se transitaram entre as diferentes representações, para que ao realizarem as atividades cognitivas ligadas à semiose.

² **Tecnologia Assistiva** é um termo utilizado para identificar recursos e serviços voltados às pessoas com deficiência visando proporcionar a elas, autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social. PRETI (2014).

4 DOCUMENTOS ORIENTADORES DO CURRÍCULO

Consultando os documentos oficiais do currículo como PCN, Diretrizes Curriculares e BNCC, podemos observar as propostas para o ensino de álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), os conteúdos matemáticos estão organizados em ‘Blocos de Conteúdos’: Números e operações; Espaço e forma; Grandezas e medidas; Tratamento da informação. Observamos que não há um bloco específico álgebra, no entanto ela aparece no bloco Números e operações, com a aritmética, e mais modestamente, no bloco Grandezas e Medidas relacionando-se com outros campos da Matemática.

Os PCN “propõem novo enfoque para o tratamento da álgebra, apresentando-a contida nos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo” (BRASIL, 1998, p. 60). No bloco Números e Operações, em relação à álgebra dos anos finais do Ensino Fundamental, é esperado que explorando situações-problema, o aluno reconheça diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas), além de representar problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), e ainda compreender a sintaxe (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p. 50).

No bloco Grandezas e Medidas, a álgebra aparece na análise de interdependência entre grandezas de modo a expressá-las algebricamente.

As orientações didáticas presentes nos PCN para o ensino da álgebra valorizam um aprendizado que observa regularidades e desconsidera as manipulações meramente mecânicas. Essas orientações ainda promovem inter-relações das concepções algébricas e a compreensão das representações distintas das letras. O documento apresenta um esquema dos diferentes significados atribuídos às letras na álgebra, de acordo com as suas interpretações. Também sugere atividades e encaminhamentos destacando os conceitos algébricos presentes em cada situação.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), dá um enfoque maior à álgebra, nesse documento juntamente com Números, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, a Álgebra é uma ‘Unidade Temática’. Adota a ideia de ensino com autonomia, de forma que o estudante seja protagonista do seu processo de ensino e aprendizagem. Assim, registra-se como uma das competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental:

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2018, p. 269).

Na unidade temática ‘Álgebra’, enfatiza-se a ideia de equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. A principal diferença da BNCC para os outros documentos analisados, é que nela incentiva-se o trabalho de algumas dimensões da álgebra desde os primeiros anos do ensino fundamental, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, mesmo que nestes níveis essas ideias sejam apresentadas de forma intuitiva. Sobre o pensamento algébrico, a BNCC afirma que este é essencial para utilização de modelos matemáticos para compreender, representar e analisar as relações quantitativas de grandezas e estruturas matemáticas. A respeito da álgebra, os principais objetivos definidos na BNCC para os anos finais do Ensino Fundamental são:

[...] compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. (BRASIL, 2018, p. 272).

Como nossa prática ocorrerá em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, verificamos os objetos de conhecimento que a Álgebra apresenta, são eles:

(1) Valor numérico de expressões algébricas. (2) Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano. (3) Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano. (4) Equação polinomial de 2º grau do tipo $aX^2 = b$. (5) Sequências recursivas e não recursivas. (6) Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. (BRASIL, 2018, p. 50).

Desses, nossa pesquisa está inserida nos objetos de conhecimento 1, 2 e 3 e em relação a eles o documento apresenta seis habilidades, dessas destacamos três:

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. (BRASIL, 2018, p. 45).

Ainda, na unidade temática “Álgebra”, encontramos outras oito habilidades essenciais a serem trabalhadas, destacamos três:

(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

(BRASIL, 2018, p. 51).

A ferramenta tátil acessível que criamos e a proposta de sequência de atividades que aplicamos relaciona os objetos de conhecimento e habilidades supracitadas.

5 A CONSTRUÇÃO DO MATERIAL

Nesta seção apresentaremos a descrição do processo de construção do material Tijolos Táteis. Com o intuito de proporcionar uma alternativa de comunicação entre videntes e não videntes que fosse além da fala, estudamos como que os estudantes com deficiência visual se comunicam de forma escrita.

5.1 A ESCRITA BRAILLE

Ao iniciar nossos estudos sobre construção e adaptação de materiais acessíveis para pessoas com deficiência visual, primeiramente buscamos compreender como é feita a comunicação na escrita em Braille (os números, as operações e as expressões). Nos primeiros materiais que buscamos, já foi possível observar a complexidade de representar as expressões numéricas em Braille, visto que os símbolos possuem uma largura padrão e por isso muitas vezes é necessário mais de uma linha para escrevê-las.

Verificamos que no Código Braille os algarismos são expressos pelas dez primeiras letras do alfabeto, precedidas do símbolo denominado sinal de algarismo. Para obter o número “1” por exemplo, combina-se o sinal de algarismo, com a letra “a”. Observe a construção dos números no quadro abaixo:

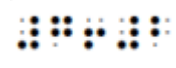
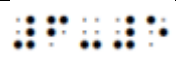
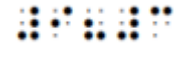
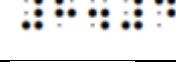
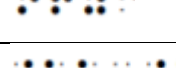
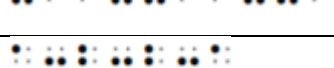
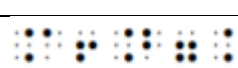
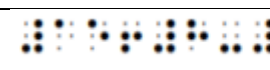

Quadro 1 - Os Números em Braille

Algarismo	Sinal braille correspondente
0	⠠⠠⠠⠠
1	⠠⠠
2	⠠⠠⠠
3	⠠⠠⠠⠠
4	⠠⠠⠠⠠⠠
5	⠠⠠⠠⠠⠠
6	⠠⠠⠠⠠⠠
7	⠠⠠⠠⠠⠠⠠
8	⠠⠠⠠⠠⠠⠠
9	⠠⠠⠠⠠⠠⠠

Fonte: Elaborado pela autora

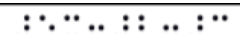
Já no próximo quadro, podemos observar a escrita de algumas operações em Braille comparadas à escrita em tinta.

Quadro 2- Operações Matemáticas em Braille

Braille	Correspondência em tinta
	$7 + 2$
	$6 - 5$
	9×3
	$8 \div 4$
	$n + 1$
	$15 - 15 = 0$
	$a + b = b + a$
	$A + B = C$
	$15+8-7 \times 5 \div 4 = 14,25$

Fonte: Elaborado pela autora

E ainda temos o exemplo de uma equação matemática, envolvendo letras e números, escrita em tinta e em Braille respectivamente:

$5x + 2 = 3$	
--------------	--

Dessa forma, para um estudante com deficiência visual que queira aprimorar seus estudos em álgebra ou em turmas que haja estudantes com deficiência visual, se mostra importante haver uma maneira alternativa de representar as expressões algébricas, que possibilite uma maior interação entre videntes e não videntes (professores, colegas, família), e que não necessite unicamente do conhecimento em Braille. Essa construção nos motivou a criar os Números Táteis. Detalhado na seção 5.3.6.1, página 69 e no apêndice E, em: Tijolos Táteis – Manual de uso.

5.2 TIJOLOS TÁTEIS

Inspiradas nos materiais *Ábaco dos Inteiros* e *Algebra Tiles* utilizado por Meiners (2020) em sua dissertação e no ebook Meinerz, Doering e Ripoll (2022) e levando em consideração os critérios para construção de materiais de Cerqueira e Ferreira (2000), detalhados a seguir, construímos um material Tijolos Táteis. Este material possibilita trabalhar as ideias de construção dos números inteiros, suas operações bem como resolução de equações lineares com uma incógnita, voltado para uma sala de aula comum, privilegiando também estudantes com deficiência visual.

Ao elaborar materiais concretos acessíveis ao tato, destinados a estudantes cegos, devem ser levados em consideração alguns critérios como: tamanho, significação tátil, aceitação, estimulação visual, fidelidade, facilidade de manuseio, resistência e segurança, descritos por Cerqueira e Ferreira (2000) da seguinte forma:

Tamanho: os materiais devem ser confeccionados ou selecionados em tamanho adequado às condições dos alunos. Materiais excessivamente pequenos não ressaltam detalhes de suas partes componentes ou perdem-se com facilidade. O exagero no tamanho pode prejudicar a apreensão da totalidade. **Significação Tátil:** o material precisa possuir um relevo perceptível e, tanto quanto possível, constituir-se de diferentes texturas para melhor destacar as partes componentes. **Contrastes do tipo:** liso/áspero, fino/espesso, permitem distinções adequadas. **Aceitação:** o material não deve provocar rejeição ao manuseio, fato que ocorre com os que ferem ou irritam a pele, provocando reações de desagrado. **Estimulação Visual:** o material deve ter cores fortes e contrastantes para melhor estimular a visão funcional do aluno deficiente visual. **Fidelidade:** o material deve ter sua representação tão exata quanto possível do modelo original. **Facilidade de Manuseio:** os materiais devem ser simples e de fácil manuseio, proporcionando ao aluno uma prática utilização. **Resistência:** os recursos didáticos devem ser confeccionados com materiais que não se estraguem com facilidade, considerando o frequente manuseio pelos alunos. **Segurança:** os materiais não devem oferecer perigo para os educandos (p. 3).

Cerqueira e Ferreira (2000) salientam que a eficiência e qualidade de um material concreto, estão atreladas à aplicação destes critérios. A partir das características descritas pelos autores citados, construímos a primeira versão do material com peças de madeira, cortado em casa com serrote elétrico (Tico-tico). As peças foram pintadas seguindo a ideia de Meiners (2020), onde cada tipo de peça possui uma cor diferente e fizemos reentrâncias em algumas peças e texturas com cola auto-relevo em outras para que assim como as cores, as texturas possam se diferenciar aos que não as veem (figura 1).

Figura 1: Primeira versão dos Tijolos Táteis.

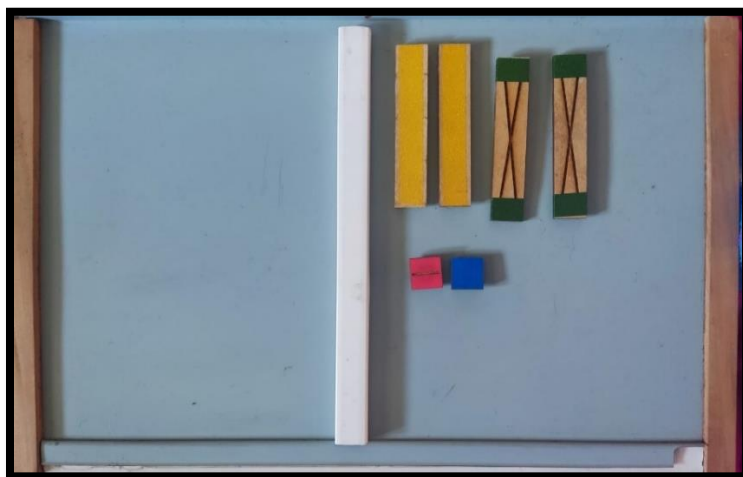


Fonte: Acervo da autora.

A partir da confecção das primeiras peças, contudo, observamos que manualmente seria inviável construir vários kits, além de que as peças não ficariam idênticas. E então criamos o desenho das peças com as dimensões que acreditamos estarem dentro dos parâmetros estudados, e enviamos a uma empresa especializada para serem confeccionadas em MDF (Medium Density Fiberboard ou em português, chapa de fibra de madeira de média densidade), com corte à laser. Nessas novas peças, substituímos as saliências por adesivos (de uma espécie de lixa fina).

Colamos ímãs nas peças e optamos em utilizá-las em um quadro metálico com bordas. Uliana (2012), ao elaborar um Plano Cartesiano de Metal para ser utilizado com um estudante com deficiência visual, afirmou que a união de ímãs e metal é ideal para adaptação de materiais, pois os elementos ficam fixos e ao mesmo tempo são facilmente removíveis para um próximo uso. Na primeira versão, utilizamos malha imantada, porém percebemos que não era muito prático no momento de retirar as peças da placa, pois toda a face ficava encostada na placa. Quando fizemos as peças em MDF, as colamos em pequenos ímãs circulares e percebemos que ficou mais fácil o manuseio das peças sobre a placa, já que apenas uma área menor fica fixada no quadro. Também faz parte das peças do material uma barra plástica (canaleta de fios), com ímã em seu interior, que tem duas finalidades, em operações aritméticas: separar peças positivas das negativas; em operações algébricas: é o símbolo de igualdade. A placa metálica, além de possuir o fundo claro, para contrastar com a cor das peças, possui bordas altas, para que as peças não caiam com o manuseio e assim chegamos à segunda versão dos Tijolos Táteis (figura 2).

Figura 2: Segunda versão dos Tijolos Táteis.



Fonte: Acervo da autora.

Meiners (2020), em sua dissertação, utilizou o Ábaco dos Inteiros e o material *Álgebra Tiles* em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental para resolução de situações-problema envolvendo equações com uma incógnita. A autora utilizou os Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e pode observar que o uso do material *Algebra Tiles* contribuiu para o desenvolvimento da descoberta de procedimentos de resolução de equações pelos alunos. De fato, os alunos criaram um método de resolução com a utilização do material e o escolheram como método mais eficiente para problemas mais complexos. A partir da manipulação do material, os alunos de Meiners (2020) representaram essas situações-problema pictoricamente e realizaram a conversão para o registro algébrico, no qual realizaram o tratamento, estabelecendo assim o procedimento de resolução com compreensão e descoberta.

O *Algebra Tiles*, inspiração do nosso material e de Meiners (2020), é utilizado em escolas americanas para estudar desde as operações com números inteiros até a fatoração de expressões algébricas polinomiais. Meiners, em sua dissertação, implementou modificações nas cores de algumas peças do material original, a fim de evitar confusões conceituais. Por concordar com ela, optamos então em manter a distinção de cores sugerida por ela.

O *Algebra Tiles*, sugere o uso da cor vermelha para as peças “negativas”, porém Meinerz (2020), propõe que a peça que representa “ $-X$ ”³ deve ter cor diferente, já que não é

³ Nos Números Táteis (peças que compõe o kit dos Tijolos Táteis da versão atual), a incógnita X é representada pela letra “ X ” maiúscula. Por esse motivo, durante a qualificação, a banca sugeriu que a escrita dessa incógnita e seu oposto $-X$ também siga esse padrão.

necessariamente negativo, visto que $-X$ é apenas o **oposto** de X . Em nossa proposta e indo ao encontro de Meiners (2020), para reforçar a ideia de que o $-X$ é o oposto de X , e que $-X$ não é necessariamente negativo, cada tipo de peça dos Tijolos Táteis tem uma cor diferente. Sobre o mesmo ponto de vista e pensando na inclusão de alunos com deficiência visual, agregamos a cada tipo de peça uma textura, também diferentes entre si. Assim, cada tipo de peça possui três atributos: cor, textura e tamanho. Na página 62, na figura 17 e no quadro 2 é possível observar as cores e texturas da versão atual dos Tijolos Táteis. (Também é possível observar as características das peças no Apêndice E- Tijolos Táteis: manual de uso).

O material Tijolos Táteis foi pensado para resolução de equações algébricas lineares com uma incógnita. Ilustramos no Quadro 3 um exemplo com a resolução de uma equação do primeiro grau com uma incógnita utilizando os Tijolos Táteis, comparando com o procedimento algébrico que utiliza os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade. Para a resolução, utiliza-se o fato de que, ao unirmos uma peça positiva a uma peça negativa, elas se anulam, ou seja, o resultados dessa adição é zero, e então essas peças podem ser retirados da representação.

Quadro 3: Resolução da equação $2X+3=7$ algebricamente e com o uso do Tijolos Táteis.

Algebricamente	Tijolos Táteis
$2X+3=7$	
$2X+3+(-3)=7+(-3)$	
$2X=4$	
$X=2$	

Fonte: Dados da pesquisa.

No Quadro 1, podemos observar na representação algébrica que, da linha 2 para a linha 3 foi utilizado o princípio aditivo (somou-se -3 em ambos os lados da igualdade), a propriedade associativa, seguida da propriedade do oposto (soma de números opostos resulta em zero); da linha 3 para a linha 4 foi utilizado o princípio multiplicativo (ambos os lados da igualdade

foram multiplicados por $\frac{1}{2}$). Da mesma forma, é possível verificar na representação com os Tijolos Táteis que, da linha 2 para a linha 3 foi utilizado o princípio aditivo (acrescentou-se três peças negativas em ambos os lados da igualdade), seguida da 2ª regra de uso do material (Se há na placa um tijolo liso/azul e um tijolo com reentrância/vermelho, podemos “retirar” esses tijolos da placa.); da linha 3 para a linha 4, ambos os lados da igualdade foram separados em dois grupos.

Uma vez que o material estava construído, sentimos a necessidade de verificar se a representação tátil do material estava adequada para uso de um aluno com deficiência visual. Entramos em contato com a ACERGS (Associação dos Cegos do Rio Grande do Sul), que acolheu nossa ideia e oportunizou a realização de uma testagem preliminar com os profissionais sem acuidade visual que trabalham com o ensino para pessoas com deficiência visual. Na próxima sessão descrevemos como se deu essa testagem.

5.3 PRIMEIRA EXPERIMENTAÇÃO DOS TIJOLOS TÁTEIS

Fernandes e Lage (2019), escreveram um guia para confecção de materiais didáticos para estudantes com deficiências sensoriais (visual e surdez). Neste guia, ressaltam que todo material didático confeccionado para estudantes com deficiência visual precisa ser validado por pessoas com a deficiência, para que possa ser modificado ou aperfeiçoado de modo a favorecer a compreensão de todos.

Para isso, levamos a segunda versão dos Tijolos Táteis para serem analisados por pessoas sem acuidade visual e, assim, colher informações sobre o uso do material, além de sua viabilidade tátil e Matemática. Com a manipulação do material, os participantes puderam sugerir melhorias e adaptações nas peças. Como nosso objetivo é verificar o ensino e a aprendizagem atribuída ao ensino de álgebra utilizando o material, criamos uma sequência de atividades para ser resolvida com os Tijolos Táteis. Por meio delas, os participantes descreveram as facilidades ou dificuldades encontradas tanto na manipulação das peças quanto na resolução das atividades propostas, comparando-as às aprendizagens adquiridas anteriormente em suas vidas escolares.

Os encontros para a testagem prévia do material ocorreram na ACERGS, facilitada pelo contato já existente da pesquisadora-mestranda durante seu trabalho de conclusão do curso. Como já mencionado, a escolha dos participantes para a experimentação dos Tijolos Táteis não foi aleatória, pois buscamos por profissionais com deficiência visual e que possuem experiência no ensino para pessoas também com deficiência visual.

5.3.1 Descrição dos sujeitos

Dentre os profissionais que participaram da testagem dois eram mulheres e dois eram homens. Para manter a confidencialidade das informações, além de nos referirmos a eles por duas letras maiúsculas (FR, RA, GL e MA), os mencionamos como do gênero masculino.

O primeiro participante, por nós denominado FR, foi alfabetizado em tinta e perdeu completamente a visão após terminar o Ensino Médio. Atualmente é estudante de Psicologia e atua na ACERGS como professor de Braille, para pessoas que perderam a acuidade visual na vida adulta.

O segundo participante, por nós denominado RA, perdeu completamente a visão no início das séries iniciais, tendo sua alfabetização unicamente em Braille. É psicólogo e professor de Braille em uma escola privada que é referência em Porto Alegre, no ensino para estudantes com deficiência visual.

O terceiro participante, por nós denominado GL, é formado em Administração de Empresas e atua na gestão e no ensino de algumas atividades esportivas destinadas às pessoas com deficiência visual na ACERGS (como ciclismo, futebol e xadrez). Possui baixa visão e apesar de não conseguir ler com letras ampliadas, não sabe ler e escrever em Braille.

O quarto participante, que denominamos MA, participou somente de um dos encontros. Trabalhou muitos anos com atendimento especializado em salas de recurso, elaborando materiais para auxiliar na aprendizagem de estudantes com necessidades especiais. Atualmente media a oficina de artesanato, voltado para a criação de materiais táteis que estimulam o tato e a leitura Braille para pessoas com deficiência visual. Possui uma empresa que produz materiais voltados para estimulação tátil e cognitiva. MA tem perda total da visão.

Em conversa prévia com os participantes, apresentamos a proposta da criação de um material tátil acessível para o ensino e a aprendizagem de alguns conteúdos de Matemática e os sujeitos aceitaram prontamente participar do processo de experimentação dos Tijolos Táteis. A experimentação do material ocorreu após a entrega e assinatura dos termos de consentimento para Fotografias, Vídeos e Gravações e do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE, que foram disponibilizados em Braille e enviados por aplicativo que possibilita a leitura de tela do smartphone.

Para compreender como se deu o aprendizado matemático dos profissionais que irão fazer a testagem dos materiais, solicitamos inicialmente um relato de suas lembranças sobre as aulas em que aprenderam operações com números inteiros, regras e propriedades dessas operações e resoluções de equações lineares.

Os participantes lembram de ter aprendido na escola básica equações e problemas envolvendo letras. RA foi o único que aprendeu esse conteúdo sem a visão e recorda-se que os professores facilitavam as atividades para ele e que muitas vezes só explicavam de forma oral e não havia atividades de fixação. A professora da sala de aula comum ditava os conteúdos para que RA escrevesse em Braille, utilizando a reglete com pulsão ou máquina de escrever Perkins. (Figura 3).

Figura 3: Máquina de Perkins-Brailleur e Reglete com pulsão



Fonte: BLUMBERG (2019, p. 10)

5.4 PLANEJAMENTO E RELATO DOS ENCONTROS



Para avaliar a viabilidade do material desta pesquisa, convidamos os participantes a realizarem uma imersão no estudo do Números Inteiros e suas propriedades aritméticas, simulando atividades pretendidas para estudantes da Escola Básica.

Baseadas nos estudos de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica, acreditamos que é importante que os participantes consigam representar um mesmo objeto de diferentes formas, além de realizar conversões e tratamentos. Com esse objetivo em mente, utilizamos a língua materna e atividades escritas em Braille para propor questionamentos que instigam os participantes a realizarem conversões, representações e tratamentos com as peças dos Tijolos Táteis, além de explicar oralmente os passos que foram desenvolvidos.

Nesses encontros, utilizamos gravações de áudio e as fotografias das respectivas resoluções utilizando o material pesquisado. Dessa forma foi possível observar as conversões e tratamentos realizados.

5.4.1 Planejamento do encontro 1

No primeiro momento do encontro será entregue para cada participante somente as peças que representam as unidades positivas e as peças que representam as unidades negativas do material Tijolos Táteis. Apresentaremos as peças, indagando sobre as texturas, tamanhos e usabilidade. Estipulamos que:

	- peças lisas representam as unidades positivas;
	- peças com reentrância representam as unidades negativas.

Para que os participantes explorem o material, indagaremos:

Como podemos representar o número 3?

Como podemos representar o número -4 ?

Como podemos representar o número 0?

Neste momento serão discutidas as formas de representar o zero, questionando se há mais de uma forma de fazer essa representação.

Queremos aqui, que se conclua que há infinitas representações para o zero. O que motiva a 1ª diretriz de utilização do material, que será apresentada.

1ª diretriz:

Se há na placa um tijolo liso e um tijolo com reentrância, podemos “retirar” esses tijolos da placa.

A 1ª diretriz pode ser justificada pelo fato de que como 1 e -1 são simétricos, a sua soma se anula. $1+(-1)=0$ a junção de uma peça positiva a uma peça negativa se anula e por isso podem ser retiradas.

A seguir, para auxiliar a organização da manipulação do material, introduziremos a peça “haste” no centro da placa metálica.

A haste faz a separação entre os tijolos lisos, que representam as unidades positivas e dos tijolos com reentrância, que representam as unidades negativas.

Com a introdução da haste central, apresentaremos a 2ª diretriz:

2ª diretriz:

Números positivos (peças lisas), devem ficar à direita da haste.

Números negativos (peças com reentrância), devem ficar à esquerda da haste.

Após a apresentação das diretrizes, será proposto que utilizem os Tijolos Táteis para:

- Representar o zero de três maneiras diferentes;
- Representar o número 3 de três maneiras diferentes;
- Representar o número -4 de três maneiras diferentes.

A cada representação, será solicitado que comparem oralmente as resoluções apresentadas, momento em que cada participante deve descrever como organizou sua representação.

Observaremos que, excluindo o zero, sempre é possível representar qualquer número inteiro utilizando somente um lado da placa metálica, sendo esta a maneira “mais econômica” de representar os números inteiros.

Após as comparações das representações feitas, iniciaremos a adição de números inteiros perguntando: O que significa adição?

Esperamos as seguintes palavras: juntar, unir, acrescentar...

E então, utilizando os Tijolos Táteis, queremos que responda:

- Como podemos representar a adição $(+4) + (-3)$?
- Como podemos representar a adição $(-4) + (+2)$?
- Como podemos representar a adição $(+5) + (-5)$?
- Como podemos representar a adição $(-3) + (-4)$?

Assim, será solicitado que compartilhem oralmente suas representações.

5.4.1.1 Relato do Encontro 1

No dia 27 de setembro de 2021, tivemos o primeiro encontro com os profissionais F, M e R. O encontro foi registrado com gravação de áudio e fotografias.

Quando chegamos, FR e MA estavam nos aguardando. Apresentamo-nos e nos encaminhamos para a sala que foi disponibilizada para que fizéssemos esse encontro. Era uma pequena sala de reuniões com uma mesa redonda e seis cadeiras. Iniciamos a conversa fazendo algumas perguntas específicas sobre a escrita Braille, se a escrita é literal, se é possível preencher e ler tabelas, pois essas informações são essenciais para os planejamentos dos próximos encontros, visto que é necessário saber como serão feitos os registros e seus respectivos tratamentos

Explicamos que o material a ser testado será uma forma de representar expressões matemáticas, e que a pesquisa se baseia na Teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica, para isso se faz necessário representar também de formas diferentes das usuais.

Assim que o 3º participante chegou, perguntamos aos três sobre lembranças das suas aprendizagens, sobre números inteiros e suas operações. FR comenta que lembra, mas que precisa rever algumas propriedades, lembra que tem a ver com números negativos. RA contou que quando aprendeu esse assunto fazia parte dos cálculos com a reglete, parte no computador, utilizando seu notebook e aplicativos de leitura de tela. RA diz que lembra “um pouco” sobre operações com números inteiros.

Quando perguntamos “o que significa adição”, FR disse “incluir” e RA disse “mais”.

Os participantes explicaram que muitos jovens com deficiência visual não sabem Braille, afirmaram também que até para quem tem facilidade fica difícil a utilização concomitante de algum material manipulativo e a escrita na reglete, por esse motivo, a coleta de dados, nesse momento, será a transcrição das suas respostas orais e fotos das suas representações no material.

Ao apresentar o material para os participantes, informamos que, além de eles verificarem a viabilidade do material, será uma oportunidade de relembrar propriedades do Números Inteiros, pois para observar as potencialidades do material, os participantes serão convidados a resolverem atividades matemáticas que seriam entregues a estudantes dos anos finais no Ensino Fundamental utilizando-o.

Inicialmente perguntamos oralmente como eles realizam as operações com os Números Inteiros, por exemplo como resolveria a soma: $(+4) + (-3)$. Nesse momento, MA perguntou se havia parênteses ou não na expressão, ressaltando a importância dos parênteses antes dos sinais, pois algumas vezes em Braille é necessário utilizar parênteses auxiliares, por conta da escrita ser sempre linear. Essa observação reforça a importância da leitura detalhada de todos os símbolos matemáticos para pessoas com deficiência visual.

Todos expuseram como realizariam esse cálculo, comentaram que “mais com menos é menos”, os participantes foram conversando entre si e lembrando como realizar essa soma. Juntos concluíram que na adição “mais com menos NÃO é menos”, e sim, o mesmo que $4-3$, portanto o resultado é 1.

Em seguida, foi entregue o material Tijolos Táteis, o quadro metálico, a haste e as peças que representam as unidades positivas e negativas. Os participantes puderam manipular o material, verificar suas texturas e dimensões. Colocamos na mão de cada participante uma peça, informando que representa uma unidade positiva, que essa peça possui a cor azul e os instigamos a verificar qual a textura presente nessa peça, a fim de que observassem que se trata de uma peça lisa, como de fato ocorreu. Os participantes apreciaram o fato de a peça possuir ímã e ser de fácil reconhecimento.

Na sequência, entregamos, a cada um, um outro tipo de peça, informamos que possui a cor vermelha e que representa uma unidade negativa. Pedimos para que verificassem a textura, alguns perceberam com certa dificuldade que havia uma reentrância na peça e informaram que

ela está muito sutil e precisa ficar mais evidente, para que até mesmo os deficientes visuais com menor sensibilidade tátil possa verificar a diferença entre as peças. MA comentou que gostou da ideia de a peça das unidades negativas ser em baixo relevo, pois remete a ideia do eixo y, onde os negativos estão “para baixo”.

Por fim, apresentamos a haste e informamos que ela será posicionada no centro da placa metálica e que à sua direita serão colocadas as unidades positivas, enquanto à esquerda serão colocadas as unidades negativas, seguindo convenções já existentes. Na Figura 4 podemos observar os participantes posicionando as peças de acordo com as orientações que foram dadas: haste no centro, peças positivas à direita e peças negativas à esquerda.

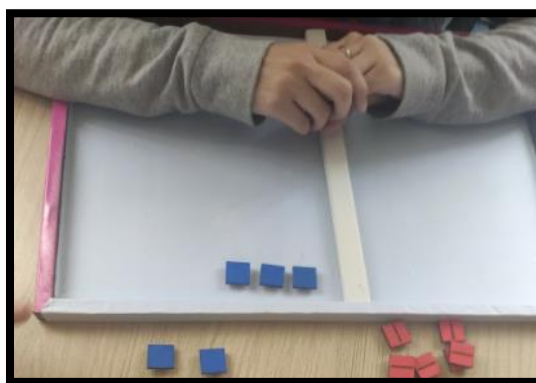
Figura 4: Posicionamento das peças na placa.



Fonte: Acervo da autora

Solicitamos que os participantes representassem o número 3 utilizando o material, para que se familiarizassem com o seu uso (Figura 5).

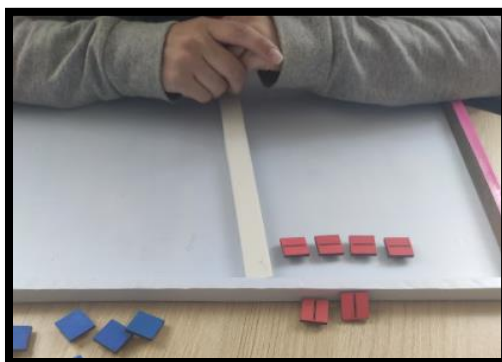
Figura 5: Representação do número 3 utilizando os Tijolos Táteis.



Fonte: Acervo da autora

Posteriormente, foi solicitado que representassem o número -4 . Podemos observar como os participantes representaram na Figura 6.

Figura 6: Representação do número -4 utilizando os Tijolos Táteis.

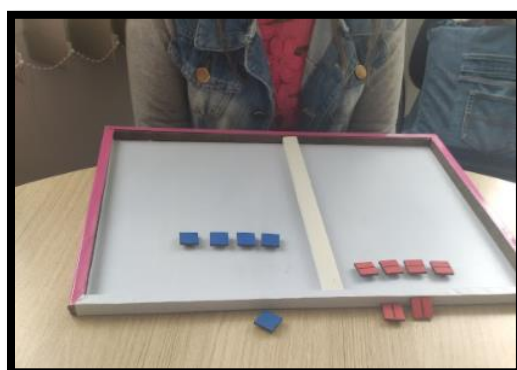


Fonte: Acervo da autora

Os participantes perguntaram se havia um lugar específico no quadro para fazer as representações. De fato, observamos que FR utilizou a parte mais superior do quadro, RA utilizou a parte superior, porém sempre unia as peças em formas geométricas, enquanto MA utilizava a parte inferior do quadro. Respondemos que eles tinham liberdade para organizar suas peças no quadro como achassem conveniente.

A terceira representação que pedimos foi a representação do zero, com o desafio de utilizar peças, isto é, não poderiam deixar o quadro em branco. MA colocou uma peça negativa e uma peça positiva. FR muito rapidamente representou com quatro peças de cada lado, como podemos observar (Figura 7):

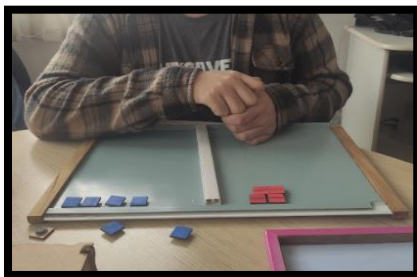
Figura 7: Representação do número zero utilizando os Tijolos Táteis.



Fonte: Acervo da autora

O participante RA comentou que “em soma de números com sinais diferentes devia fazer a subtração e manter o sinal do maior.” Porém, não conseguiu fazer essa representação utilizando os Tijolos Táteis e pediu ajuda para FR. Após colocar as mãos sobre a placa de FR e sentir as peças, R fez de forma semelhante (Figura 8).

Figura 8: Representação do número zero pelo participante R.

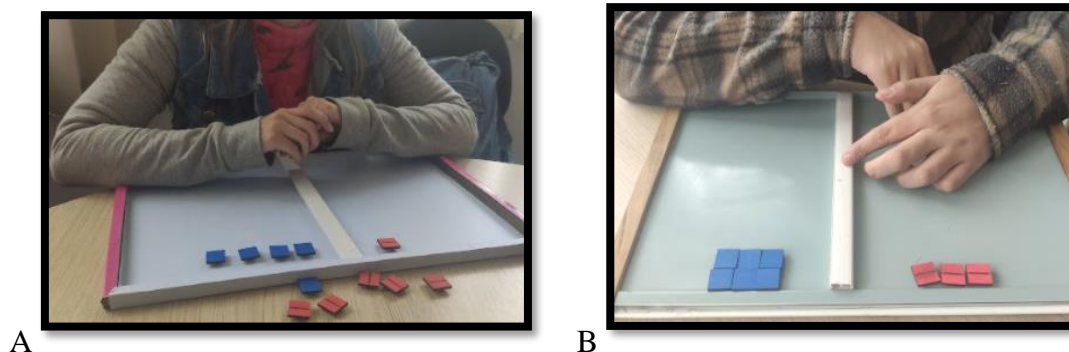


Fonte: Acervo da autora

Após, iniciamos uma discussão sobre o número de formas possíveis para representar o zero, mostramos que se não temos nenhuma peça na placa, representamos o zero, assim como se tivermos o mesmo número de peças positivas e negativas, temos zero.

Dessa forma os participantes concluíram que há infinitas formas de representar o zero e então pedimos para que representassem o 3 novamente, porém de uma forma diferente da utilizada anteriormente (Figura 9).

Figura 9: Representações do número três



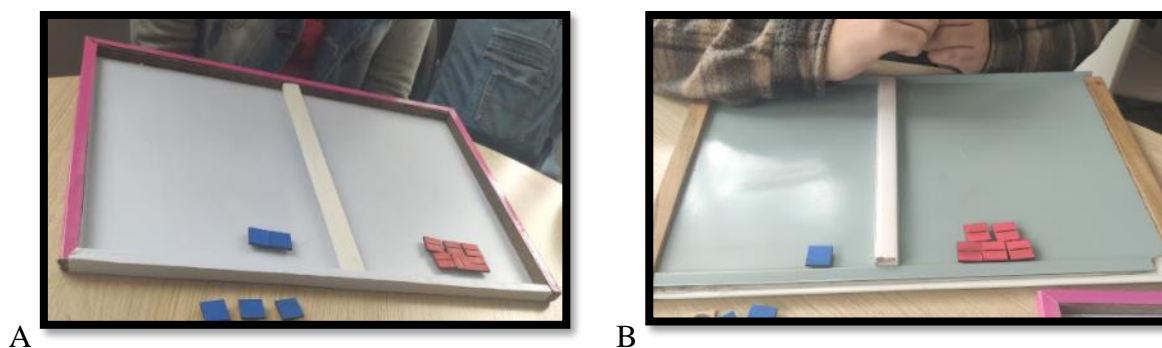
Fonte: Acervo da autora

O participante representou o número três com a soma $(+4) + (-1)$, (figura 9A), enquanto o participante RA realizou a soma $(+6) + (-3)$, (figura 9B).

O participante RA não lembrou que poderia fazer essa representação utilizando dois tipos de peças e os dois lados do quadro, pediu uma “dica” e então dissemos que poderia usar os dois lados da placa. Dessa forma conseguiu representar o +3.

Solicitamos também que representassem o -4 de forma diferente da inicial (Figura 10).

Figura 10: Representação do número -4 por FR e RA, respectivamente.



Fonte: Acervo da autora

A partir das ideias por eles apresentadas, indicamos como 1ª diretriz o que estavam fazendo naturalmente: **1ª diretriz - uma peça lisa anula uma peça com reentrância.**

Solicitamos que representassem a seguinte adição: $(+4) + (-3)$. Os participantes acrescentaram quatro peças positivas no lado direito da placa e três peças negativas no lado esquerdo. Pedimos que resolvessem essa adição, e então utilizando a 1ª diretriz, retiraram três peças de cada lado e o que sobrou na placa foi uma peça positiva. Os participantes ficaram surpresos, animados com o fato de o resultado “aparecer” automaticamente a partir da retirada conveniente do zero.

Nesse momento, indicamos que a adição de números inteiros, com os Tijolos Táteis, parte da representação da primeira parcela acrescida das peças que representam a segunda parcela.

Então, solicitamos que determinem o resultado da adição $(-4) + (+2)$. Utilizando a 1ª diretriz, rapidamente os três participantes resolveram a adição dada com a ajuda do material. Outros cálculos de adição foram solicitados e os participantes não tiveram dificuldades em representar as adições com as peças na placa e utilizar a diretriz para determinar a solução. O que nos sugeriu uma apropriação por parte dos participantes de um bom uso do material e de sua 1ª diretriz.

Ao final do encontro anunciamos que o material será utilizado para diversos cálculos, que nesse encontro foram realizadas apenas adições e que nos próximos encontros faremos subtração, multiplicação e resolveremos algumas equações.

O participante F, antes de se despedir, sugeriu que essas peças poderiam dar origem a um jogo das representações: onde um jogador representa um número na placa e os outros jogadores precisam representar o mesmo número, mas de outra maneira, sugerindo o domínio do material e da propriedade dos números inteiros sobre as variadas (na verdade infinitas) maneiras de representar um número inteiro, conseqüentemente, uma adição.

5.4.2 Planejamento do encontro 2

Faremos uma revisão dos tópicos trabalhados no primeiro encontro, assim como representação e adição de números inteiros utilizando os Tijolos Táteis.

E após relembrar esses tópicos será questionado: O que é subtração? Aqui, esperamos que respondam: retirar, eliminar, operação inversa da adição...

E então, faremos as seguintes perguntas:

- Como podemos representar a subtração $(+4) - (+3)$?
- Como podemos representar a subtração $(-6) - (-5)$?
- Como podemos representar $(+5) - (-1)$?

Em cada uma das questões será solicitado que compartilhem suas soluções oralmente. Na última subtração, $(+5) - (-1)$, queremos observar se percebem que será necessário acrescentar peças negativas, já que não há unidades negativas para retirar, acrescentando zero convenientemente representado.

Iremos motivar que utilizem as diferentes representações que fizemos no primeiro encontro, representando o $+5$ de uma forma que seja possível retirar -1 .

Para instigar ainda mais essa ideia será proposto a subtração: $(+5) - (-4)$?

E para instigar a percepção de que as representações serão fundamentais para subtrair a quantidade necessária, questionaremos:

- Como podemos representar $0 - (-3)$?
- Como podemos representar $0 - (+6)$?

Queremos que percebam que subtrair inteiros pode ser representado por uma soma de inteiros, que subtrair uma quantidade positiva pode ser expresso adicionando peças negativas.

5.4.2.1 Relato do encontro 2

No dia 5 de outubro de 2021, estavam presentes FR, RA, e GL.

Iniciamos este encontro informando que primeiramente iríamos rever as representações numéricas e a adição de números inteiros que estudamos no 1º encontro. Assim, distribuimos as placas e as peças para cada um dos participantes e aproveitamos para falar sobre as disposições das peças nas placas. Perguntamos se eles achavam imprescindível que as peças estivessem sobre a placa no momento de iniciar as atividades e qual seria o melhor lugar para localizar as peças dentro do quadro, se nas extremidades laterais, superiores ou inferiores.

Os três participantes afirmaram que facilita muito o manuseio se as peças já estiverem sobre a placa, FR ainda salientou que auxiliaria na autonomia do estudante e no planejamento do professor; RA comentou que imaginava um espaço lateral na placa metálica para armazenar as peças, enquanto GL sugeriu que as peças ficassem guardadas em uma maleta de metal, e que as peças poderiam ficar em uma das faces da maleta, e as operações serem feitas na outra face.

Aproveitamos o momento para retomar as representações do último encontro e explicar para GL como funcionavam as localizações das peças no quadro. Esclarecemos a convenção que representa as unidades, positivas ficam à direita da haste e as unidades negativas à esquerda, apresentamos a 1ª diretriz e solicitamos que GL representasse o zero. Ele fez com rapidez, mostrando que compreendeu a ideia e ainda comentou que gostaria de ter um material como esse para seu uso pessoal, pois o via com um grande potencial para poder estudar com seu filho que é vidente e está no 7º ano do Ensino Fundamental.

Sobre as cores das peças, GL informou que existe classificação funcional para as pessoas com deficiência visual: B1, B2 e B3. Provavelmente o B3 seria o grupo que conseguiria enxergar as cores das peças, enquanto ele, que se intitula como B2, depende da clareza e da iluminação do ambiente para reconhecer as cores

Após organizarem as peças nas suas respectivas placas, solicitamos que representassem o número três utilizando os Tijolos Táteis. FR disse: “lembrei que dá pra fazer o três de infinitas maneiras”. Apresentou duas maneiras de fazer essa representação e então conversamos sobre a forma mais econômica de representar o três (isto é, que faz uso do menor número de peças possível, já que há infinitas maneiras).

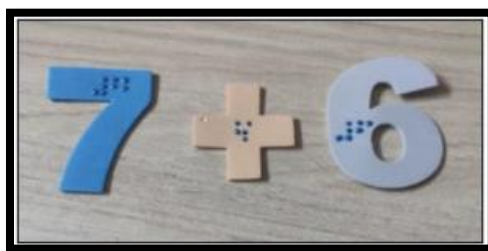
Para retomar as adições com inteiros, solicitamos que calculassem $(+3) + (-2)$. Os três participantes colocaram 3 peças positivas e 2 peças negativas, lembramos da 1ª diretriz e então FR, RA tiraram uma vermelha e uma azul e depois outra vermelha e outra azul, enquanto GL tirou duas peças de cada lado e assim todos obtiveram o resultado correto, o +1.

O próximo cálculo que solicitamos foi: $(+4) + (-1)$. RA pediu para que repetíssemos três vezes a expressão. GL comentou que achava interessante haver um tipo de comunicação escrita em alto relevo, para as pessoas que têm baixa visão “verem” e para os cegos que lembram dos números em tinta.

FR concordou com GL e comentou que seria interessante se houvesse alguma forma de “escrever a equação”, utilizando peças que possuam os números e os símbolos em Braille, por exemplo, (já que não seria prático escrever com a reglete e pulsão enquanto manuseia o material). FR ainda reiterou que caso isso fosse possível, o estudante poderia, sempre que necessário, verificar qual a expressão deve representar nos Tijolos Táteis.

Após essas sugestões, mostramos aos participantes números feitos em EVA, que possuem na sua superfície a respectiva representação em Braille (material confeccionado pela pesquisadora/mestranda durante o Trabalho de Conclusão do Curso e que deixou na associação para ser utilizado como material de apoio), para que seja observado se seria interessante acrescentar ao kit dos Tijolos Táteis peças que contenham números em tinta e em Braille, para que assim as expressões sejam registradas antes de sua representação na placa (Figura 11).

Figura 11: Números de E.V.A com Braille em tinta 3D



Fonte: Acervo da autora

Os participantes acharam muito importante ter alguma forma de expressar numericamente as expressões que são ditas oralmente. Além disso, acreditamos que, dessa forma, quem conhece os números em tinta ou em Braille poderá “escrever” a expressão que está sendo falada e posteriormente, representar essa expressão com as peças na placa de metal.

Acreditamos que um material com essas características pode possibilitar atividades e trabalhos em grupos, em que tanto videntes como deficientes visuais interajam e sejam sujeitos ativos nos processos de aprendizagem matemática. Também será possível que o estudante represente uma mesma expressão de duas formas diferentes num mesmo material, vindo ao encontro da Fundamentação Teórica desta pesquisa.

FR, RA e GL ficaram animados com essas possibilidades, vislumbrando um material “*realmente diferenciado*” e com vistas no Ensino de Matemática na Escola Básica. Os participantes comentaram que gostaram do fato de as peças dos Tijolos Táteis terem ímãs, e por isso acreditam que esses números para montar as expressões deveriam também estar com ímã, pois a escrita Braille com a tinta 3D não ficou satisfatória para um material tão rico, já que assim, além de dificultar a elaboração em grande escala, ainda fica fora do padrão com o qual estão habituados.

Os participantes deram sugestões de como poderia ser esse material, GL comentou que ficaria interessante se houvesse um tipo de “maleta” metálica para transportar, comportar as peças e ainda ser usada como placa. Foram momentos de expressão e união das nossas ideias com o objetivo de elaborar um material pedagógico cheio de possibilidades.

Após muitas conjecturas sobre as melhores maneiras de apresentação do material, voltamos a utilizá-lo para fazer operações com números inteiros e, assim como havíamos planejado, introduzimos a ideia da subtração.

Para isso, solicitamos que realizassem o cálculo: $4 - (+2)$.

Os três participantes realizaram o cálculo sem dúvidas e ainda ficaram surpresos com a facilidade de realizar essas contas utilizando as peças. FR disse que trazer o abstrato para o concreto torna fácil o entendimento.

A seguir, solicitamos aos participantes a seguinte subtração: $+4 - (-1)$. FR disse que a resposta era 5, mas que não sabia como usar o material para representar o cálculo.

Para ajudá-los, explicamos que seria necessário utilizar a ideia de representação dos números inteiros que vimos no primeiro encontro. Lembramos que, para retirar peças, primeiramente é necessário ter a peça na placa. GL disse que pensou em colocar +1 e -1, mas que não teve coragem, enquanto FR e RA ficaram surpresos com a ideia de acrescentar dos “dois lados” o que precisavam retirar. Utilizando essas ideias, todos conseguiram realizar a

operação: adicionaram quatro unidades positivas, depois acrescentaram mais uma unidade positiva e uma unidade negativa. Por fim, retiraram a peça negativa e obtiveram +5.

Para verificar se compreenderam a ideia de subtrair um número negativo de um positivo, solicitamos que calculassem: $+4 - (-2)$. Rapidamente foi resolvido, adicionando quatro peças positivas e em seguida, mais duas unidades de cada lado para então retirar duas peças negativas.

GL comentou que percebeu a funcionalidade desse material com muita semelhança a um ábaco. Comentamos que de fato, possui a ideia do Ábaco dos Inteiros.

A próxima subtração que solicitamos foi: $0 - (-3)$. Os três participantes repetiram várias vezes em voz alta: “zero, menos, menos três”, mas não realizavam a representação com as peças, até que GL compartilhou a sua linha de raciocínio: “precisamos colocar três de cada lado e depois retirar os negativos.” Acrescentou ainda que podemos colocar várias peças, desde que sejam o mesmo número de cada lado, pois assim tem o zero. Daí “basta retirar três negativas e então usando a 1ª diretriz, cancela as outras peças até não conseguir mais utilizar a diretriz.”

Os outros dois participantes escutaram a fala de GL e então realizaram corretamente a subtração solicitada, seguindo a sugestão dada por GL. Em seguida, o próximo cálculo que solicitamos foi: $0 - (+4)$. GL logo diz em voz alta “se sei que vou tirar 4, coloco 4 de cada lado.”

Para motivar essa possibilidade e valorizar a estratégia proposta por GL, solicitamos que iniciassem os cálculos com cinco peças negativas e cinco peças positivas e então calculassem: $0 - (+4)$. Os participantes perceberam que fizeram um cálculo a mais, já que, depois de retirarem as quatro peças positivas, ainda tinham que usar a 1ª diretriz e “anular” uma peça positiva e uma peça negativa.

Os participantes mostraram satisfação ao utilizarem o material e poderem auxiliar nas testagens das peças. RA comentou que esse material vai possibilitar uma maior interação e auxílio aos professores que não sabem Braille na interação com seus alunos com deficiência visual, e que as famílias poderão construir com os filhos novas aprendizagens.

5.4.3 Planejamento do encontro 3

Iniciaremos revisando os tópicos trabalhados nos encontros anteriores: diretrizes, representações, adição e subtração de números inteiros utilizando os Tijolos Táteis. A seguir, conversaremos sobre multiplicação. Queremos inicialmente que os participantes relatem o que lembram dessa operação e como calculam, e ainda lembrar que fator é o nome que se dá aos números envolvidos na multiplicação.

Para trabalhar com os Tijolos Táteis, é fundamental que algumas ideias estejam bem definidas, por isso antes de iniciar os cálculos relativos à multiplicação, iremos apresentar o que o primeiro e o segundo fator representam:

- **O primeiro fator indica o número de grupos que iremos acrescentar (quando esse número é positivo), ou o número de grupos que iremos retirar (quando esse número for negativo).**
- **O segundo fator indica a quantidade de peças que terá em cada grupo e se elas serão positivas ou negativas (azul liso ou vermelho com reentrância).**

Essas convenções foram utilizadas com êxito pela autora Meiners (2020) ao trabalhar multiplicação no Ábaco dos Inteiros.

Como exemplo, calcularemos juntos a seguinte multiplicação: $(+3) \times (+2)$.

Cada participante estará com seu kit de Tijolos Táteis e a motivação será analisar quem são o 1º e 2º fator e o que representam:

O 1º fator é o +3, portanto serão acrescentados três grupos.

O 2º fator é o +2, portanto cada grupo terá duas peças positivas.

Assim, concluindo que se há três grupos e cada grupo possui duas peças positivas, teremos um total de seis peças positivas.

Para verificar o que ocorre quando os fatores são números negativos, iremos calcular juntos o segundo exemplo: $(-4) \times (-2)$

Assim como no primeiro exemplo, a motivação será analisar quem são o 1º e 2º fator e o que representam:

O 1º fator é o -4, portanto serão retirados quatro grupos.

O 2º fator é o -2 , portanto cada grupo terá duas peças negativas.

Concluindo então, que será necessário retirar quatro grupos e que cada um desses grupos tem duas peças negativas.

Após essa conclusão, será questionado: como retirar grupos se inicialmente não temos nenhum grupo na placa?

Buscamos aqui que se lembrem das estratégias que utilizamos na subtração, quando utilizamos a ideia de primeiro acrescentar na placa a quantidade necessária a ser retirada, simbolizada por uma representação do zero, para depois retirar as peças.

Então, para resolver o cálculo $(-4) \times (-2)$, com os Tijolos Táteis, no primeiro momento acrescentamos (no mínimo) quatro grupos com duas peças negativas e quatro grupos com duas peças positivas, pois assim mantemos o zero. No segundo momento retiramos quatro grupos de duas peças negativas. Assim, teremos na placa (no mínimo), quatro grupos de duas peças positivas, que resulta em oito peças positivas. Também seria possível realizar esse cálculo como $(-2) \times (-4)$, e assim para resolver, acrescentaríamos na placa no mínimo dois grupos com quatro peças negativas e dois grupos com quatro peças positivas para manter o zero. Sequencialmente, retiramos dois grupos de quatro peças negativas e assim teremos na placa as mesmas oito peças positivas.

Nos cálculos de multiplicação, utilizando os Tijolos Táteis, sempre que o 1º fator é negativo é necessário fazer uma representação do zero para possibilitar retirar peças que não estavam na placa. Para motivar que os participantes percebam e utilizem essa estratégia, será proposto que calculem, utilizando os Tijolos Táteis, as seguintes multiplicações:

1) $(+2) \times (+4) =$

2) $(3) \times (+3) =$

3) $(+2) \times (-3) =$

4) $(-4) \times (-2) =$

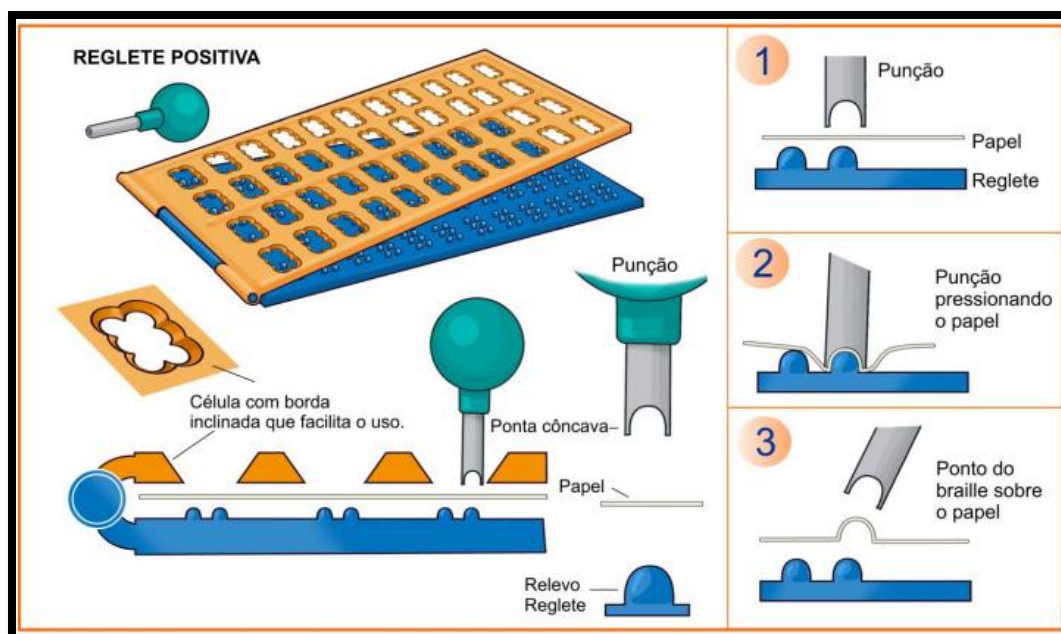
5.4.3.1 Relato do encontro 3

No dia 19 de outubro de 2021 tivemos nosso terceiro encontro. Quando chegamos, FR estava nos aguardando e informou que RA estava a caminho. Então solicitamos que FR

escrevesse com a reglete e pulsão as expressões matemáticas que seriam utilizadas neste encontro, ditamos as atividades que preparamos no planejamento e FR transcreveu em Braille. Consideramos necessário ter as expressões que seriam utilizadas escritas em Braille, pois nos encontros anteriores líamos os cálculos oralmente, sendo necessário repetir a leitura várias vezes, enquanto os participantes estavam pensando em quais peças utilizar, esqueciam a operação que deveria ser realizada.

Enquanto FR escrevia, exploramos o uso da reglete e da pulsão. F relatou que a reglete que usa é chamada de “reglete negativa”, pois a pulsão possui a ponta convexa e marca os pontos em baixo relevo. Para utilizar esse tipo de reglete é necessário escrever de forma “espelhada” e da direita para a esquerda e após a escrita, vira-se a folha para fazer a leitura. Há também a “reglete positiva”, cuja pulsão é côncava, assim os caracteres já ficam em alto relevo (Figura 12).

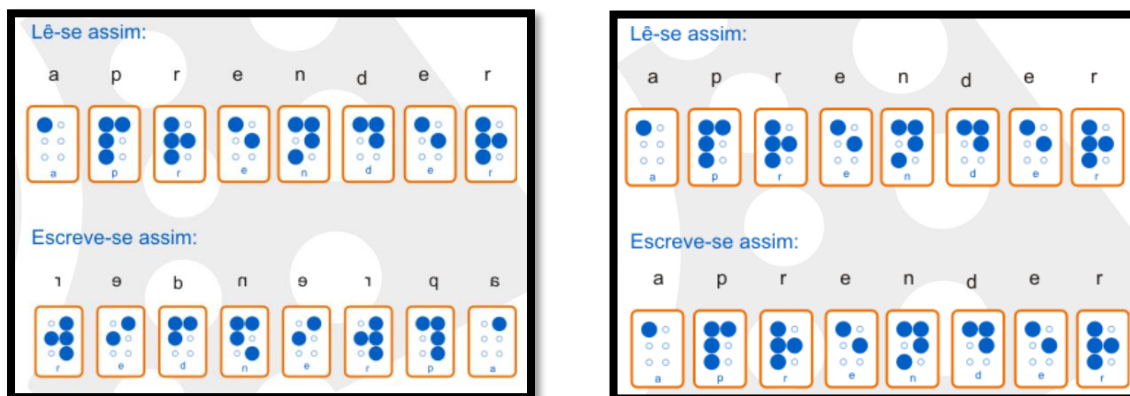
Figura 12: Como funciona a reglete positiva



Fonte: <https://docplayer.com.br/865083-Manual-de-uso-de-regletes.html>

FR revelou que, apesar deste segundo tipo de reglete não necessitar da escrita espelhada, a leitura é mais difícil, pois a distância entre os pontos não é o mesmo padrão com o qual estão habituados. Observe na Figura 13 as diferenças entre a escrita da palavra “aprender” com o uso das duas diferentes regletes.

Figura 13: Leitura e escrita da palavra "aprender" utilizando as regletes negativa e positiva, respectivamente.



Fonte: <https://docplayer.com.br/865083-Manual-de-uso-de-regletes.html>

FR nos mostrou a diferença entre as letras escritas à mão livre com a tinta 3D e as da reglete. Depois, escreveu o nome de uma das pesquisadoras para que observássemos a escrita feita de forma invertida e a leitura no lado avesso da folha.

FR ainda explicou que há um padrão nas regletes, em relação à distância das celas e profundidade para facilitar o reconhecimento. FR e RA também nos explicaram sobre como utilizar a reglete, como fixar a folha e outros detalhes sobre essa escrita. FR explica que acha mais fácil ensinar a escrever com a reglete a pessoas que enxergam, que já deu cursos para professores e que em uma semana de prática já é possível conseguir escrever sem maiores problemas.

RA, que ensina Braille para crianças dos primeiros anos do Ensino Fundamental, comenta que para essas crianças utiliza a reglete positiva ou a máquina de escrever Perkins, para que eles não precisem escrever espelhado e assim confundam a escrita das letras, já que estão aprendendo o alfabeto.

Fomos convidadas a utilizar a máquina de escrever Perkins que havia na sala que estávamos, para verificar como é a escrita utilizando-a. FR explicou como posicionar as mãos nas teclas e qual dedo representa cada número da cela Braille.

Motivadas pela ideia, que surgiu no último encontro, de utilizar números em material tátil associado ao Braille, adaptamos vários números e símbolos matemáticos de plástico que encontramos no comércio fazendo os símbolos em Braille sobre elas, utilizando tinta 3D, como na Figura 14.

Figura 14: Números plásticos com Braille em tinta 3D.



Fonte: Acervo da autora

Ao entregar os números para os participantes, eles julgaram que o material não estava adequado, pois além do Braille não estar no padrão da reglete, o formato dos números causava algumas confusões, pois tinham um design diferente. Explicaram que para fazer o Braille sobre alguma superfície é indicado usar fita especial para etiquetas que podem ser escritas com reglete e que os números deveriam ter um formato com padrão de escrita “bastão”.

Após muitas conversas sobre escrita Braille, perguntamos se eles lembravam que o último encontro havia terminado com a subtração de inteiros. FR respondeu que subtrair era retirar e era necessário “igualar as sentenças para depois retirar”. Perguntamos a RA se ele lembrava de como fazer as subtrações, ele disse que lembrava que tinha que representar o zero.

Entregamos os Tijolos Táteis aos participantes e solicitamos que representassem o zero na placa. FR colocou duas peças de cada lado da haste e RA colocou uma peça em cada lado.

Para relembrar as atividades que fizemos no encontro anterior, pedimos que calculassem $5 - (-2)$. Escolhemos essa expressão, pois colocar peças para depois retirar não é o comum, e, portanto, esse caso havia sido uma novidade para os participantes.

Ao realizar a atividade solicitada, RA disse que sabia a “regra: menos com menos é mais”, então $-(-2)$ é $+2$ e que então o resultado é 7.

O fato de ter as expressões escritas em Braille possibilitou que RA lesse em voz alta as expressões, e assim ele e os outros participantes poderiam ler novamente quantas vezes fosse necessário.

Então RA leu em voz alta: $-2 - (+1)$, e assim eles iniciaram as representações. Logo perceberam que, depois de colocar duas peças negativas, deveriam acrescentar (no mínimo) uma peça de cada lado, para que posteriormente pudessem “retirar” uma peça positiva. FR terminou primeiro e RA pediu pra FR não falar a resposta, pois queria fazer também.

A próxima expressão que RA leu foi: $-1 - (+2)$, e R ficou pensando como proceder e pediu um auxílio, colocou a peça -1 e ficou sem saber como retirar as peças que representam o $+2$. Nós o ajudamos a lembrar da representação do zero utilizando duas peças positivas e duas peças negativas, e então RA conseguiu realizar a atividade proposta.

Perguntamos para os participantes o que eles acharam de ter as atividades escritas em Braille e eles acharam muito positivo, sugeriram de sempre ter esse apoio quando houver estudantes com deficiência visual e que saibam Braille.

Nesse encontro não conseguimos iniciar as atividades sobre multiplicação de inteiros, que havíamos planejado, mas foi oportunizado um momento em que os participantes tirassem suas dúvidas sobre subtração de inteiros e ainda pudemos experimentar a escrita Braille e compreender alguns detalhes sobre o uso da reglete e da máquina Perkins. Essa experimentação foi fundamental, pois nos motivou a adquirir um kit de reglete e pulsão para escrever as atividades dos próximos encontros e perceber a importância da precisão na escrita Braille.

5.4.4 Planejamento do encontro 4

No encontro 3 fizemos o planejamento sobre multiplicação de número inteiros utilizando os Tijolos Táteis, porém não o utilizamos. Por esse motivo, o planejamento do encontro 4 está descrito na seção 6.4.3.

5.4.4.1 Relato do encontro 4

No dia 26 de outubro de 2021 tivemos nosso quarto encontro. Nesse dia estavam presentes FR, RA e GL.

Iniciamos informando que iniciaremos um novo assunto: a multiplicação.

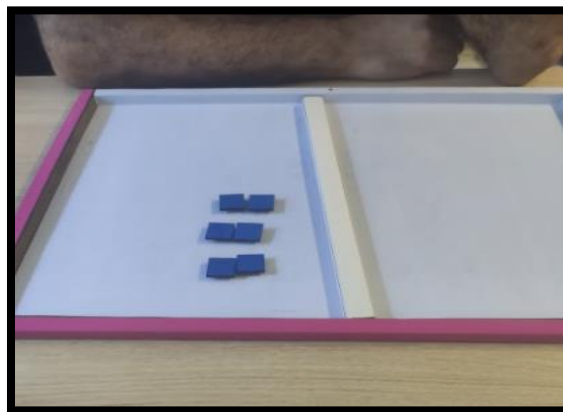
Primeiramente apresentamos a ideia da multiplicação como arranjo retangular. E convencionamos que:

- O primeiro fator indica o número de grupos que iremos, a partir do zero, acrescentar (quando esse número é positivo), ou o número de grupos que iremos retirar (quando esse número for negativo).
- O segundo fator indica a quantidade de peças que terá em cada grupo e se elas serão positivas ou negativas (azul liso ou vermelho com reentrância).

Após, questionamos como então calculamos uma multiplicação de números inteiros e propusemos para calcularmos juntos: $(+3) \times (+2)$.

Como os participantes sabiam o resultado, instigamos que obtivessem esse resultado utilizando os Tijolos Táteis: “acrescentar três grupos de duas peças positivas” (Figura 15), ressaltando a coerência entre a convenção e a multiplicação de números inteiros.

Figura 15: Representação da multiplicação $(+3) \times (+2)$



Fonte: Acervo da autora

O participante G comentou que também podiam fazer “dois grupos de três”, daí mencionamos a comutatividade da multiplicação.

Para esse encontro, providenciamos as atividades escritas em Braille, com a reglete e pulsão que adquirimos. RA lia os cálculos em voz alta para que FR e GL também acompanhassem.

RA leu: $(+2) \times (-4)$ e nesse momento percebemos que é necessário ter mais peças em cada kit, pois tínhamos somente 10 unidades positivas e 10 unidades negativas, o que impossibilita contas um pouco maiores.

RA comentou que durante essas atividades está pensando como se não soubesse a tabuada, pois imagina que as crianças que utilizarão não precisam saber a tabuada para utilizar o material.

A cada resolução, pedíamos para que os participantes explicassem uns para os outros como chegaram aos resultados. RA algumas vezes já realizava as contas mentalmente sabendo que a multiplicação com sinais diferentes “dá menos”, então já montava os grupos de peças acrescentando somente peças negativas.

FR, em algumas contas também utilizava somente peças negativas assumindo que “multiplicação de números com sinais diferentes” resulta em um número negativo. Então, precisamos intervir, lembrando que é necessário utilizar as diretrizes de uso do material:

Apresentamos o exemplo $(-2) \times (+2)$:

Lembramos que devemos retirar dois grupos e que cada grupo tem duas peças positivas. Assim, para “retirar” peças, é preciso “ter” essas peças na placa na quantidade suficiente para ser retirada. Logo será necessário primeiro acrescentar dois grupos com duas peças dos dois lados da haste (uma representação do zero), e então retirar os dois grupos positivos, sobrando na placa dois grupos com duas peças negativas.

Nesse momento, aproveitamos para justificar o que eles tinham decorado, que: “mais com menos é menos”, pois representa a retirada das peças positivas.

Para verificar se compreenderam a ideia exposta, solicitamos que resolvessem a operação $-3 \times (-2)$, rapidamente todos acrescentaram três grupos com duas peças de cada lado da haste e retiraram as negativas, ficando na placa os três grupos com duas peças positivas, o seis (Figura 16).

Figura 16: Representação da multiplicação $-3 \times (-2)$.



Fonte: Acervo da autora

Pedimos que cada um deles explicasse como construiu o resultado, FR quis logo começar dizendo que primeiramente observa se o primeiro fator é negativo, pois daí tem que “criar” um zero na placa para poder retirar.

A maneira de pensar a multiplicação utilizando os Tijolos Táteis foi bem aceita pelos participantes, que logo compreenderam a ideia e conseguiram realizar as atividades propostas fazendo uso das novas estratégias.

Observamos que foi mais rápido compreender a ideia da multiplicação do que da subtração, talvez por já estarem mais acostumados a utilizar as peças e suas diretrizes, principalmente as infinitas representações do zero.

No final do encontro, RA nos mostrou a reglete positiva que utiliza com seus alunos, pois lembrou que no último dia tínhamos falado sobre as formas de escrita Braille e que essa é uma forma de escrever sem ser espelhado, mas que para quem está acostumado a ler o Braille padrão percebe bastante diferença nas distâncias entre os pontos. Além disso, experimentando a escrita, percebemos que é necessário fazer mais força para escrever com esse tipo de reglete.

5.4.5 Planejamento do encontro 5

Equações do primeiro grau com uma incógnita

Para esse encontro, nosso objetivo é estudar o princípio aditivo e multiplicativo sugerindo a ideia de “equilíbrio”: “o que ocorre de um lado, precisa ocorrer também do outro lado.”

Escrevemos em Braille três fichas, cada uma com uma das perguntas abaixo:

1. Observe a igualdade $4+2=6$

O que acontece se somarmos 3 somente no lado esquerdo dessa igualdade? Continua igual?

2. Observe a igualdade $4+2=6$

O que acontece se somarmos 3 somente do lado direito? Continua igual?

3. Qual sua proposta para manter essa igualdade?

Cada uma das questões será discutida até chegarmos ao Princípio Aditivo, ou seja, concluir que não é possível adicionar um número somente em um dos lados de uma igualdade. E se adicionarmos um número de um lado de uma igualdade, para manter essa

igualdade/equilíbrio precisamos adicionar esse mesmo número do outro lado. Este é o PRINCÍPIO ADITIVO.

Após as discussões a respeito das questões propostas, perguntaremos:

Se multiplicarmos o lado direito da igualdade da pergunta 1 por 3, o que ocorre?

$$4 + 2 = 6 \times 3$$

Teremos $6 = 18$, o que não é verdade!

Discutiremos essa questão da mesma forma que as questões anteriores, a fim de chegarmos ao Princípio Multiplicativo, ou seja, concluir que não é possível multiplicar um número somente de um dos lados de uma igualdade. E se multiplicarmos um número de um lado de uma igualdade, para manter essa igualdade precisamos multiplicar esse mesmo número do outro lado. Este é o PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO.

Como aplicação propomos que resolvessem o seguinte problema (escrito em Braille) utilizando os Tijolos Táteis:

4. João sempre paga as suas compras com PIX. No sábado, saiu de casa e comprou um picolé de 3 reais, logo depois comprou 2 bombons por 2 reais cada e à tarde comprou um ingresso para o cinema, que custou 7 reais. Ao chegar em casa, João estava com 5 reais em sua conta bancária. Quanto João tinha na conta antes de sair de casa?

Aqui, esperamos que representem, com os Tijolos Táteis, a seguinte equação:

$$3 + 2 \times 2 + 7 + 5 =$$

5.4.5.1 Relato do encontro 5

No dia 30 de novembro de 2021 tivemos o quinto encontro. Nesse dia, somente FR estava presente.

Iniciamos entregando as fichas escritas em Braille com as atividades 1, 2, 3 e o problema do planejamento, capítulo 5.3.5.

FR leu os cálculos 1, 2 e 3 e respondeu todas corretamente, concordando que se temos uma igualdade, ao fazer uma operação somente em um dos lados é necessário fazer do outro lado também, ou do contrário não teremos mais uma igualdade.

Entregamos a situação problema do planejamento escrita em Braille. FR leu, fez algumas sugestões em relação à escrita, como ao ler a palavra PIX, explicou que em Braille “quando uma palavra é toda em letra maiúsculas, não se coloca o símbolo de maiúscula antes de cada letra e sim, dois símbolos de maiúscula antes da palavra.”

Ao terminar a leitura, FR fez algumas contas nos dedos e resolveu corretamente a atividade sem o uso de incógnitas nem dos Tijolos Táteis. Mas como o objetivo é utilizar as peças, motivamos FR a pensar como seria possível fazer essas equações utilizando-as.

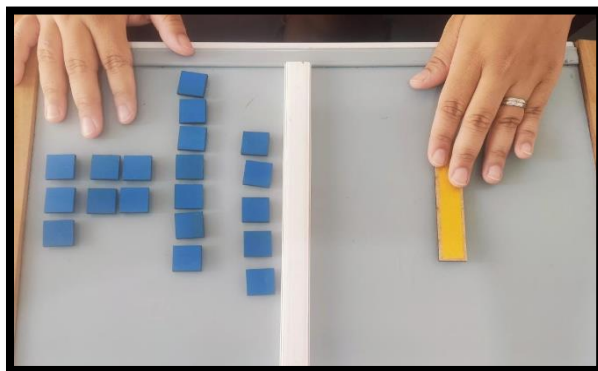
Explicamos que, para iniciar as equações com uma incógnita, teremos duas novas peças, a peça que vai representar o X e a peça que representa o oposto, $-X$. FR achou as peças compridas em relação às peças que representam as unidades positivas e negativas, mas explicamos que o retângulo que representa essas peças tem um lado medindo o mesmo que a unidade e o outro lado medindo um valor aleatório, para distingui-lo bem das unidades positivas e negativas. E então FR compreendeu a ideia de área que está presente no formato da peça.

Esclarecemos que, nas equações serão introduzidas outras duas peças, a que representa a incógnita X e seu simétrico $-X$, e ainda continuaremos utilizando as peças que representam as unidades e suas propriedades. Mostramos também a **nova funcionalidade da haste**, que antes separava a placa em lado positivo e lado negativo, agora representará o símbolo da igualdade.

Função da haste quando utilizada em equações: símbolo da igualdade

FR, então falou como pensou a situação problema e juntos construímos essa representação na placa (Figura 17):

Figura 17: Representação da equação $3+(2 \times 2) +7+5= X$



Fonte: Acervo da autora

Dessa forma, contando a quantidade de peças positivas saberemos o valor de X , que neste caso é 19. Cabe ressaltar que nesta resolução está embutido um cálculo mental: o processo inverso.

5.4.6 Planejamento do encontro 6

Para esse encontro, a ideia é motivar a resolução de equações utilizando os Tijolos Táteis.

Apresentaremos, aos participantes que não estavam no último encontro, as novas peças dos tijolos táteis, a nova funcionalidade da haste e as diretrizes para seu uso baseadas nos princípios aditivo e multiplicativo.

Proporemos dois exercícios oralmente, instigando-os a resolver utilizando o material.

1) $X+2=4$. Qual o valor de X ?

2) $2X=4$. Qual o valor de X ?

Discutiremos as resoluções propostas.

A seguir, apresentaremos um problema escrito em Braille para que leiam e façam a resolução utilizando o material:

Ana comprou três trufas de chocolate e um pacote de amendoim, gastando um total de 5 reais. Quanto custou o pacote de amendoim, sabendo que ele custa o dobro do preço de cada trufa?

Após, as soluções apresentadas serão discutidas.

Também será proposta a seguinte atividade:

(I) Represente, utilizando os Tijolos Táteis, as equações dadas a seguir.

(II) Resolva as equações dadas a seguir, utilizando os Tijolos Táteis.

a) $2X=8$

b) $3X+2=8$

c) $X-2=6$

d) $-2X+1=-3$

5.3.6.1 Relato do encontro 6

No dia 16 de dezembro de 2021 tivemos nosso sexto encontro. Neste encontro estavam presentes FR, RA e GL.

Iniciamos informando que este era o último encontro, e que o objetivo era propor atividades que envolvessem a resolução de equações lineares com uma incógnita.

Entregamos para cada participante um kit de Tijolos Táteis, e como RA e GL não estavam no último encontro, apresentamos a eles a peça que representa X e a peça que representa o oposto de X . RA em sua primeira análise dessas peças nos informou que também achou muito sutil a marcação em baixo relevo que a peça $-X$ apresenta.

Explicamos que a haste que separava a placa, nas equações representa o símbolo de igual e então, para verificar se compreenderam as novas peças e funcionalidade da haste, pedimos para representarem a seguinte equação: $X+2 = 4$

F rapidamente montou sua equação corretamente, GL comentou que precisava de ajuda, F explicou o que fez e então GL logo compreendeu, perguntou se o 4 tinha que estar na direita ou se era indiferente. Explicamos que podia estar em qualquer um dos lados, desde que do lado oposto ao $X+2$ (propriedade comutativa da igualdade).

Logo comentaram que era preciso isolar o X e então relembramos o princípio aditivo. Perguntamos o que aconteceria se acrescentássemos duas peças negativas no lado da igualdade que está o $(X+2)$ e eles nos responderam que anularia o $+2$ (uso da 1ª diretriz). Relembramos que, para manter-se uma igualdade, quando adicionarmos peças em um dos lados da igualdade é necessário acrescentar a mesma quantidade de peças no outro lado da igualdade também. Então, para acrescentar duas peças negativas no lado em que está o $X+2$, é necessário também acrescentar duas peças negativas no lado que está o 4. Assim, utilizando 1ª diretriz teremos: $X+2-2 = 4-2$, logo $X=2$.

A próxima igualdade que propomos foi: $2X=4$

Os três participantes tiveram várias ideias, uma delas foi colocar duas unidades positivas e um X , para representar $2X$. Sobre isso, mostramos que $2X$ é o mesmo que $X+X$ e, portanto, a melhor maneira de representar é colocando duas peças de X .

Ao final de muita discussão, todos conseguiram representar essa equação corretamente, como podemos observar na Figura 18:

Figura 18: Representação da equação $2X=4$



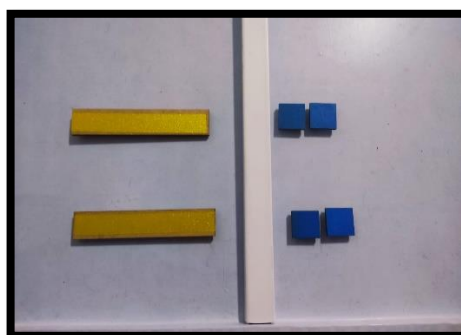
Fonte: Acervo da autora

Para solucionar essa equação, houve muita argumentação e sugestões. Houve comentários de que X é $4-2$, pois “o número dois passa pro outro lado subtraindo”. GL afirmou: “é só passar o 2 pro outro lado dividindo o 4”. Quando percebemos que os participantes estavam confundindo ideias ou resolvendo mentalmente, motivamos mais uma vez a utilizarem as peças, as diretrizes e os princípios aditivo e multiplicativo.

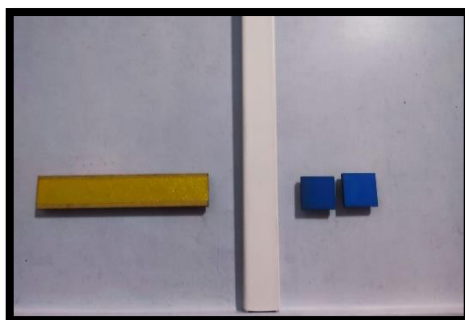
Partimos da representação da equação dada e questionamos se era possível criar grupos em cada lado da igualdade. GL e FR, tocando em suas peças na placa, afirmaram que sim, que é possível separar em dois grupos iguais de cada lado. E então, FR conclui que um grupo é igual ao outro e mais ainda, como um grupo é 2 e o outro grupo é X e estão separados por uma igualdade, podemos dizer que X é 2 (figura 19). GL acompanhou o raciocínio de FR e ficou animado em chegar à mesma conclusão.

FR e GL perceberam que RA não havia compreendido o que eles haviam descoberto e então explicaram para R como foi que concluíram que X vale 2. Aproveitamos para relembrar que dividir é separar/repartir em partes iguais e por isso que separamos em grupos, e observamos quantas peças correspondem a X .

Figura 19: Tratamentos na equação $2X=4$ na representação dos Tijolos Táteis



A



B

Fonte: Acervo da autora

Depois de resolver as equações, desafiamos os participantes a explorarem a resolução de equações a partir de uma situação problema e então entregamos o problema escrito em Braille para que um dos participantes lesse em voz alta.

FR leu uma vez e solicitou que RA também lesse em voz alta, após essa segunda leitura iniciaram a explanação de ideias para determinar quem era o X. FR disse que estava em dúvida se o X era o valor do amendoim, GL acreditava que o valor da trufa era o X, pois o amendoim estava em função da trufa. E esse argumento convenceu FR. Juntos, “montaram” mentalmente a ideia que transcrevemos a seguir:

Sendo X o valor da trufa, se temos 3 trufas, temos 3X.

Se o amendoim é o dobro do preço de uma trufa, o valor do amendoim é 2X.

O total foi 5 reais, então temos:

FR e GL representaram e resolveram na placa a seguinte expressão

$3X+2X=5$ (3 peças de X + 2 peças de X\haste\ 5 unidades positivas)

$5X=5$

$X=5$

Observando que RA não havia acompanhado a ideia, utilizando as peças dos Tijolos Táteis que estava em frente a RA, FR explica que se não sabemos o valor da trufa ela vale X, mas compramos 3 trufas, então são 3X (F coloca três peças X na placa), como o amendoim é o dobro do valor da trufa, se cada trufa vale X, então o amendoim custa 2X (FR coloca mais dois X na placa). E conclui, gastamos 5X e sabemos que se gastou 5 reais (coloca 5 unidades positivas do outro lado da haste). Se tem 5X e 5 reais, significa que cada X vale 1. O amendoim é duas vezes o preço da trufa, então custa 2.

R fica satisfeito com a explicação de FR, comenta que esse material seria muito bom de trabalhar na escola básica. FR comenta que nunca entendeu muito matemática, mesmo quando ainda enxergava e agora está achando muito interessante aprender com os Tijolos

Táteis. GL fica muito animado com o material, disse que gostaria de abrir um curso na Associação para professores aprenderem a usá-lo, pois seria mais uma possibilidade de acessibilidade e inclusão para estudantes com deficiência visual. O tempo do nosso encontro terminou e não foi possível propor as outras atividades planejadas.

Esses seis encontros proporcionaram aos participantes uma imersão Matemática, que os instigou a realizarem atividades que envolviam operações básicas de aritmética com números inteiros (adição, subtração e multiplicação) e ainda resoluções de equações algébricas com uma incógnita. Além disso e, principalmente, nós fomos imersas numa realidade que nos instigou a conhecer mais sobre o ensino de pessoas com deficiência visual, sobre a escrita Braille, sobre os desafios do ensino e da aprendizagem para aqueles que não veem.

A sequência de atividades instigou os participantes a relembrem e até mesmo compreenderem alguns conceitos aritméticos e algébricos, além de propiciar a esses profissionais novas estratégias para cálculos aritméticos e resolução de equações algébricas. Os participantes, além de nos trazer informações fundamentais acerca das propriedades táteis do material e sugerir mudanças que trarão maior usabilidade e compreensão pelos alunos com deficiência visual, trouxeram conclusões que vão além de verificações, nos ensinaram sobre inclusão, equidade e autonomia.

Nessa etapa de experimentação dos Tijolos Táteis nosso objetivo era verificar se a representação tátil estava adequada para alunos com deficiência visual. A sequência de atividades proporcionou aos participantes manuseio e manipulação das peças, para que assim tivessem subsídios para sugerir melhorias e adaptações. Sendo assim, a partir das falas dos participantes desta etapa de testagem confeccionamos a terceira versão dos Tijolos Táteis que será utilizada em uma sequência de atividades com alunos da escola básica.

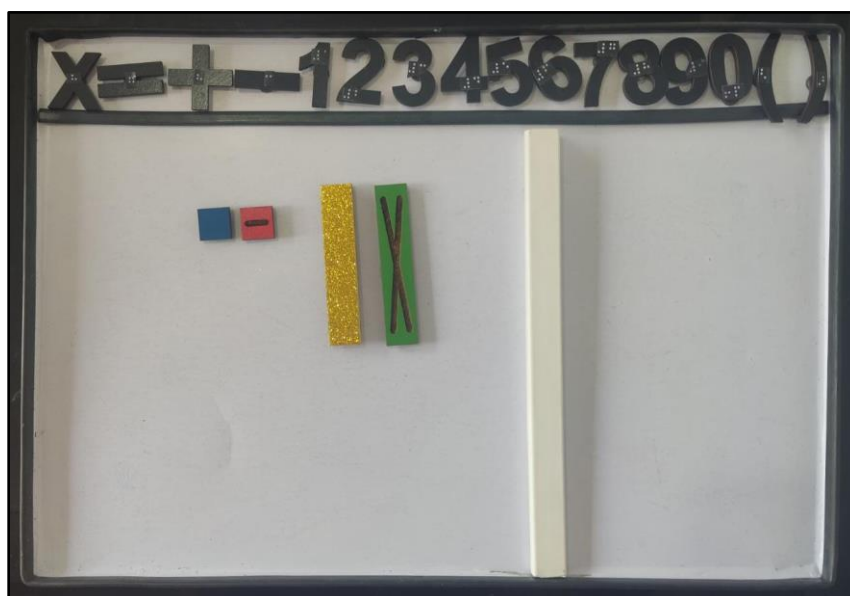
Na terceira versão dos Tijolos Táteis, as peças possuem reentrâncias mais marcadas (mais profundas e mais largas), mudamos a cor de uma peça e a textura de outra. Além disso, acrescentamos um novo grupo de peças que agora constituem o Kit, que chamamos de “Números Táteis” e para melhor acomodar essas novas peças, a placa metálica recebeu uma divisão horizontal fixa para sua utilização. No Apêndice E desta dissertação está o “Tijolos Táteis – Manual de uso”, um guia prático para compreender as representações das peças, as regras de uso e suas consequências, além de exemplos e comparações entre os Tijolos Táteis e os Ábaco dos Inteiros de MEINERZ; DOERING; RIPOLL (2022).

Esta nova versão é composta pela placa metálica, pela haste e por dois grupos de peças, os “tijolos” e os “números táteis” (Figura 20). No Quadro 4, podemos observar as representações algébrica de cada um dos quatro Tijolos.

O kit contém:

- I- 20 tijolos medindo 2cm x 2cm x 3cm lisos na cor azul, representando o número 1, a unidade;
- II- 20 tijolos medindo 2cm x 2cm x 3cm, com reentrância em formato de travessão (–) na cor vermelha, representando o número –1, o simétrico (o oposto) da unidade.
- III- 5 tijolos medindo 2cm x 10cm x 3cm, de textura áspera e na cor amarela (E.V.A. com glitter), representando a incógnita X;
- IV- 5 tijolos medindo 2cm x 10cm x 3cm, com reentrância em formato de X e na cor verde, representando –X, o simétrico de X;
- V- Uma placa metálica 50cm x 35cm com o fundo na cor branca.
- VI- Uma barra plástica 2cm x 50, na cor branca, separa números positivos e negativos ou representa o símbolo “igual” (=).
- VII- Números Táteis - números e símbolos matemáticos que medem 4cm, em fonte Arial e na cor preta com a escrita em Braille em sua superfície.

Figura 20: Terceira versão (versão atual) dos Tijolos Táteis



Fonte: Acervo da autora

Quadro 4: Tijolos e sua representação algébrica.

Peças dos Tijolos Táteis	Representação algébrica
	1
	-1
	X
	-X

Fonte: Construção da autora

A construção dos “números táteis” se deu para apoio da leitura e da escrita das operações com números inteiros que serão efetuadas com os Tijolos. Os participantes dessa primeira etapa de testagem do material, sugeriram que houvesse números com formato em tinta e Braille em sua superfície, para facilitar a comunicação entre os estudantes e professores que não leem Braille e os estudantes que leem. Os participantes ainda afirmaram que, assim, poderia ser “escrito” o cálculo que deve ser feito e todos poderiam “ler”.

Observamos que essa sugestão vai ao encontro da Fundamentação Teórica desta pesquisa, visto que ler o que deve ser calculado e sequencialmente utilizar os tijolos para calcular envolve em um único material, duas representações semióticas distintas.

Os Números Táteis, assim como os tijolos, foram confeccionados com corte à laser em MDF 3mm, e possuem imã na parte inferior, para que também sejam posicionados dentro da placa metálica. Apesar de as peças e a placa terem sido confeccionadas por empresas especializadas, a colagem dos imãs, das fitas em Braille, bem como a escrita Braille foram feitas manualmente pela autora dessa pesquisa.

6 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Esta pesquisa busca uma investigação qualitativa dos processos de ensino e aprendizagem de conteúdos aritméticos e algébricos envolvendo números inteiros utilizando um material tátil construído com o objetivo de tornar esses assuntos acessíveis aos alunos com deficiência visual em uma sala de aula regular.

Essa investigação qualitativa é inspirada nas ideias descritas por Bogdan e Biklen (1991). Os autores apresentam cinco características de uma pesquisa qualitativa. São elas: 1) a fonte direta de coletas de dados é o ambiente natural e o investigador o instrumento principal; 2) é descritiva; 3) há um interesse maior pelo processo do que pelos resultados ou produtos; 4) normalmente os dados são analisados de forma indutiva; e 5) diz respeito aos significados das coisas.

Nossa escolha por essa abordagem se deu, principalmente, porque as investigações qualitativas buscam metodologias que produzam dados descritivos, permitindo ao pesquisador observar o modo de pensar dos participantes. E ainda pelo fato de o pesquisador ser um participante ativo que, ao propor atividades, ouve e permite a expressão livre dos sujeitos da pesquisa.

Vale destacar que esta pesquisa tomará os cuidados éticos inerentes à pesquisa acadêmica, tendo como ações norteadoras:

- a) Apreciação e aprovação deste projeto pela Comissão de Pesquisa do Instituto de Matemática e Estatística, pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da SMSPA;
- b) Carta de apresentação a ser encaminhada à Secretaria Municipal de Educação de Porto Alegre /RS, para que a pesquisadora possa se dirigir às escolas e participar das formações promovidas pela mantenedora como pesquisadora.
- c) Autorização da escola colaboradora por meio da assinatura do Termo de Consentimento Institucional.
- d) Autorização dos responsáveis dos estudantes por meio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
- e) Autorização dos alunos por meio da assinatura do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido.
- f) Cuidado nas descrições e interpretações para que não gerem prejuízo moral às instituições e aos colaboradores da pesquisa;

g) Explicitação aos colaboradores dos riscos e benefícios de participar da pesquisa, os quais foram avaliados como sendo:

- **Riscos:** Pode haver desconforto na realização das práticas, incômodo com trabalhos em grupo, constrangimento ou dificuldades na execução das atividades propostas. Na recorrência de qualquer circunstância desse tipo, os estudantes receberão todo o apoio da professora/pesquisadora no sentido de minimizar os riscos mencionados. Além disso, os participantes podem desistir a qualquer momento da colaboração com a pesquisa.
- **Benefícios:** O colaborador poderá aprender ou aperfeiçoar seus conhecimentos de cunho algébrico e aritmético, fortalecer seu relacionamento interpessoal, bem como contribuir para o desenvolvimento de uma pesquisa na área de Ensino de Matemática.

A aplicação da nossa proposta ocorreu em abril de 2023 na Escola Municipal de Ensino Fundamental Presidente Vargas, na cidade de Porto Alegre. Essa é uma das quatro escolas de Porto Alegre que possui uma **Sala de Integração e Recursos (SIR) visual**, que se caracteriza por uma oferta pedagógica que visa facilitar o acesso, a participação e a aprendizagem no ensino regular; atende alunos com deficiência visual que residem na Zona Norte da cidade. Além disso, a escola escolhida possui dois estudantes com deficiência visual (ambos com cegueira congênita), inseridos em uma turma regular do 8º ano do Ensino Fundamental que possui vinte e oito estudantes matriculados. Foi proposta uma sequência de atividades que envolvem a construção de conteúdos da aritmética e da álgebra e, para isso, utilizamos sete aulas de dois períodos (01h30min) que foram disponibilizadas pelo professor de Matemática da turma. Todas as atividades que foram desenvolvidas com os estudantes estão detalhadas na seção 7.

A intervenção pedagógica será aplicada com todos os estudantes da turma, porém só foram analisados os dados dos participantes que apresentaram os documentos de autorização mencionados anteriormente e estes estudantes serão denominados por uma letra maiúscula.

6.1 COLETA DOS DADOS

Iniciamos nossa coleta de dados fazendo observações durante algumas aulas regulares e durante o Atendimento Educacional Especializado, a fim de perceber a relação entre estudantes não videntes com os colegas, professores, com espaço educacional e ainda observar suas formas de comunicação escrita e suas dificuldades. Essas observações auxiliarão também na finalização da elaboração das atividades, pois para que todos recebam as orientações e atividades com equidade, precisamos verificar se além de impressas em tinta, precisaríamos levar opções em Braille ou em áudio.

Lüdke e André (1986) afirmam que observar viabiliza coletar dados em situações nas quais seria impossível outra forma de comunicação, além de permitir que o observador recorra aos conhecimentos e experiências pessoais como auxiliares no processo de compreensão e interpretação do fenômeno em estudo.

Um dos instrumentos de coleta de dados é o diário de campo, que consiste em anotações feitas durante as observações e ao final de cada encontro. As anotações do diário tiveram duas perspectivas: descritiva (descrição de tarefas, eventos ou diálogos) e interpretativa (reflexão sobre o que ocorreu durante a prática). Para complementar o diário de campo, produzimos fotos, áudios e vídeos, assim as ações realizadas pelos alunos puderam ser analisadas da forma mais fiel possível e com ênfase no processo da construção dos seus conhecimentos.

Os documentos escritos pelos participantes foram recolhidos, e as resoluções das atividades com os Tijolos Táteis foram fotografadas, para realizar a posterior análise desses dados.

7 INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Desenvolvemos, implementamos e analisamos uma sequência de atividades com questões aritméticas e algébricas que envolvem diversas representações dos números inteiros, do princípio aditivo e de resolução de equações lineares com uma incógnita em uma sala de aula de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Porto Alegre/RS. A turma que participou da pesquisa foi cuidadosamente selecionada, visto que possui dois estudantes com deficiência visual, característica necessária para verificar a capacidade do material em potencializar os processos de inclusão nas aulas de matemática.

Antes de iniciarmos a Intervenção, fizemos dois turnos de observação da turma com o intuito de verificar como os estudantes interagem em sala de aula, como os alunos com deficiência visual se relacionam com seus colegas, qual a distribuição dos estudantes na turma, quais relações estabelecem com seus professores, como se comportam quando um novo conteúdo é apresentado. No dia desta observação, foi exposto aos estudantes o objetivo da nossa pesquisa, explicando a importância das contribuições que farão tanto para a pesquisa quanto para sua aprendizagem. Além disso, entregamos aos alunos os documentos que os autorizam a participar da pesquisa, termos esses que foram devolvidos devidamente preenchidos e assinados ao longo dos encontros (Os termos assinados pela escola, pelos participantes e seus responsáveis encontram-se nos Apêndices A, B, C e D).

Ainda antes da intervenção em sala de aula, fizemos encontros no turno inverso com os estudantes com deficiência visual. Nosso objetivo nesses encontros foi o de apresentar o material a estes dois estudantes, evidenciar algumas possibilidades e exemplificar sua usabilidade na aritmética e na álgebra e assim, ao apresentar os materiais para os demais estudantes da turma, os alunos sem acuidade visual já estariam habituados com as peças e poderiam auxiliar seus colegas durante as atividades propostas. Almejamos que os estudantes com deficiência visual sejam protagonistas nesses encontros e dividam seus saberes com os colegas.

A Escola Municipal de Ensino Fundamental Presidente Vargas, instituição na qual ocorreu a aplicação das atividades desta dissertação, situa-se em um bairro da periferia na Zona Norte da cidade de Porto Alegre. A escola me foi recomendada por uma professora com deficiência visual que conheci na ACERGS durante a primeira etapa de testagem das peças do material Tijolos Táteis. Nesta escola há um polo SIR visual. Semanalmente quinze estudantes com deficiência visual são atendidos em seus turnos inversos aos de aula. Neste espaço, esses alunos revisam conteúdos vistos em aula, sendo estimulados em seus aprendizados de forma

personalizada de acordo com suas necessidades. Também é nesta sala que os materiais didáticos são adaptados, para isso a sala possui impressora Braille, Termoform e outros materiais que possibilitam entregar um material preparado para o uso desses estudantes.

Meu primeiro contato com a escola foi em julho de 2022, através da professora responsável pela SIR, começando por mensagem via aplicativo, e assim que apresentei a proposta da dissertação ela já achou interessante, principalmente por se tratar de um material que iria auxiliar com conteúdo de matemática. Marcamos uma reunião para a semana seguinte, onde estávamos eu, minha orientadora, a professora da SIR, a supervisora e a vice-diretora do turno da manhã. Nesta reunião, mostramos nossa proposta, o material tátil que desenvolvemos e algumas de suas potencialidades, e então os profissionais da escola ficaram aguardando nosso retorno com o cronograma de trabalho e a documentação necessária para iniciarmos a aplicação do projeto de pesquisa.

Em agosto enviamos à escola o cronograma a ser desenvolvido na turma, iniciamos a escrita do projeto e da documentação a ser enviada para o Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática e Estatística, o PPGEMat, e para as Comissões de Ética tanto da UFRGS, quanto do Ministério da Saúde de Porto Alegre. No mês de setembro esses documentos foram enviados, mas somente em março de 2023 que obtivemos todas as aprovações.

No dia 27 de março fizemos uma reunião com a professora responsável pela SIR, a supervisora e também com o professor de Matemática da turma. Alinhamos os conteúdos que seriam abordados e como seria desenvolvida nossa prática, combinamos que faríamos de seis a sete encontros de dois períodos (uma hora e trinta minutos por encontro). O professor de Matemática não só concordou em disponibilizar quatorze períodos com a turma, mas também se dispôs a concluir o conteúdo que estava trabalhando (operações com números Inteiros), e introduzir as ideias iniciais da álgebra para conectar com o conteúdo que eu abordaria nas aulas.

A supervisora se prontificou em alterar o horário de matemática da turma, pois somente um dia da semana tinha dois períodos de Matemática consecutivos, os outros dois períodos semanais eram em dias separados. Também foi autorizado que antes de iniciar a prática em sala de aula eu faria dois dias de observação na turma, para verificar como se dá a interação entre os estudantes com deficiência visual, seus colegas, professores e espaços da escola. Além das observações, nos foi concedido ter dois encontros no turno inverso com os estudantes com deficiência visual na SIR visual, para que assim pudéssemos conhecer um pouco de suas especificidades, visto que possuem outras comorbidades, (um dos estudantes possui Transtorno do Espectro Autista, o outro possui Altas Habilidades e Superdotação), o que poderia trazer a

necessidade de adaptação dos planejamentos, bem como proporcionar a estes alunos um primeiro contato com os Tijolos Táteis.

Os estudantes que serão mencionados, terão seus nomes preservados e para isso os chamaremos por letras maiúsculas.

As observações ocorreram nos dias 12 e 19 de abril, enquanto os encontros no turno inverso com os estudantes com deficiência visual ocorreram nos dias 10 e 14 do mesmo mês.

7.1 OBSERVAÇÃO

Com o objetivo de implementar uma sequência de atividades, é necessário estar atento a algumas particularidades da turma para que possamos pensar na melhor estratégia tanto para a formação dos grupos de trabalho e disposição dos estudantes na sala, quanto para o nível de dificuldade das atividades que serão propostas. Por esse motivo, durante a observação focamos em algumas especificidades.

- Como os estudantes com deficiência visual escrevem durante a aula: G escreve com a Máquina Perkins, a professora auxiliar da turma dita o que o professor escreve no quadro e a estudante, então digita na máquina. N, faz algumas anotações em um computador (Chrome book), sua terapeuta diz o que deve escrever e N escreve em forma de itens em bloco de notas
- Onde os estudantes com deficiência visual sentam-se na sala de aula: Em frente à mesa do professor, que se encontra centralizada em frente ao quadro escolar. N e sua terapeuta sentam-se à esquerda de G e a professora auxiliar da turma.
- Como os estudantes com deficiência visual se relacionam com colegas: Ambos conversavam entre si e com outros dois colegas que se sentam mais próximos, com os outros colegas não houve interação.
- Como os estudantes com deficiência visual se relacionam com os professores: os dois professores que observamos as aulas, ao chegar na sala cumprimentaram a turma e ao chegarem à sua mesa, falaram com os estudantes com deficiência visual, se identificam e perguntam como estavam. Na aula de Matemática, em alguns momentos o professor informou aos estudantes da turma que daria uma explicação aos estudantes com deficiência visual e então se dirigiu a eles e explicou o que estava no quadro,

buscando dar exemplos novos, que auxiliassem em sua compreensão. Em alguns desses exemplos utilizou tampinhas de garrafa PET para quantificar.

- Há interação dos estudantes com deficiência visual com os outros colegas na troca de ideias sobre os conteúdos: a interação não ocorre.

Sobre a estrutura física da escola, ela possui dois prédios com dois andares e a sala de aula da turma 82 fica no 2º andar do primeiro prédio.

7.2 ENCONTROS NO TURNO INVERSO

7.2.1 Relato do primeiro encontro no turno inverso

Realizamos este primeiro encontro com o estudante que iremos nos referir como N. O estudante N, além de cegueira possui TEA (Transtorno do Espectro Autista) e para respeitar suas particularidades decidimos, juntamente com a Professora da SIR, nos apresentar e mostrar nosso material de forma individual, para que assim o estudante pudesse conhecer o material com mais tranquilidade, além de podermos observar as potencialidades e limites desse estudante e assim, se necessário, planejar uma sequência de atividades adaptada para uma maior aprendizagem.

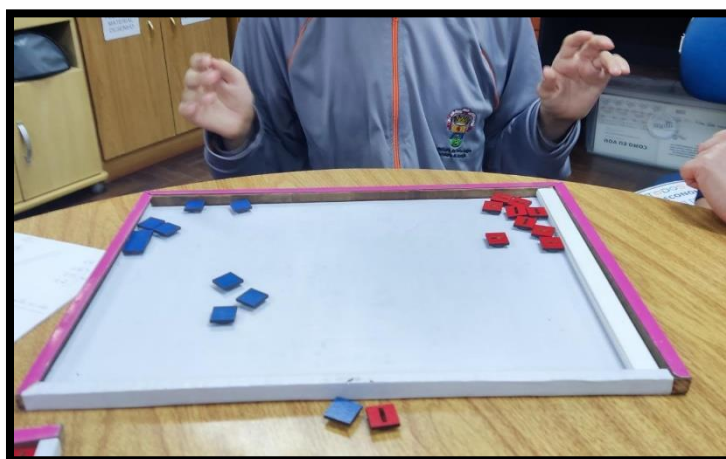
Dia 10 de abril chegamos à escola às 15 horas, nos dirigimos à SIR Visual e logo N chegou. Nos apresentamos, perguntamos se gostava de fazer contas, de estudar Matemática e o estudante afirmou que gostava da disciplina e demonstrou estar animado em conhecer um material diferenciado. Após esse primeiro contato entregamos um kit do material Tijolos Táteis ao estudante, inicialmente somente com as peças que representam as unidades positivas e negativas. Questionamos sobre as características dessas peças, suas texturas e suas dimensões. Sequencialmente, apresentamos a convenção:

- **As peças quadradinhas lisas representam as unidades positivas;**
- **As peças quadradinhas com reentrância, representam as unidades negativas.**

O estudante N, ao manipular o material identificou as diferenças táteis das peças, então pedimos que organizasse as peças na placa de forma que as unidades positivas ficassem à direita e as negativas à esquerda (figura 21). Para finalizar esse primeiro contato, incentivamos algumas representações de números inteiros e exploramos algumas maneiras de representar o zero, com peças opostas duas a duas. A professora da SIR não soube nos informar se N já sabia que a soma de números opostos era zero, mas após algumas adições de números opostos (como por exemplo $(+2) + (-2)$), N respondia rapidamente que o resultado era zero.

Mostramos para N que, além das peças positivas e negativas, há outras duas peças. As peças retangulares e ásperas, que representam X e as peças retangulares com uma reentrância em formato de X, que representa o -X.

Figura 21: N organizando as peças positivas e negativas na placa.



Fonte: Acervo da autora

N é um estudante falante e animado que realiza movimentos repetitivos com as mãos e corpo, contudo não teve problemas ao manusear o material. O estudante também possui o hábito de repetir algumas falas das pessoas que dialogam com ele, talvez para auxiliar na memorização, visto que a professora da SIR relatou que o estudante possui dificuldade em memorizar conceitos e propriedades.

7.2.2 Relato do Segundo encontro no turno inverso

No dia 14 de abril, às 15 horas tivemos mais um encontro no turno inverso e neste encontro, além de N, o outro estudante com deficiência visual, que chamaremos de G também estava presente. Esse estudante além de cegueira possui altas habilidades e superdotação.

Com o objetivo de instigar N a relembrar a usabilidade do material, pedimos que o estudante explicasse para G o que representavam as peças lisas e as peças com reentrância e como organizá-las na placa. N explicou que havia peças positivas e negativas e que elas deviam ficar separadas na placa. O que pareceu surpreendente para a professora da SIR, visto que uma das características deste estudante é a dificuldade de memorização.

Para que os participantes explorassem o material e as definições que convencionamos (peças lisas são unidades positivas e peças com reentrância são unidades negativas), solicitamos oralmente que, utilizando os Tijolos Táteis, representassem: o número 5, o número -2 e após representarem corretamente esses números, questionamos como poderiam representar o número zero.

Discutimos algumas formas de representar o zero, incentivando N a dividir os saberes adquiridos no primeiro encontro com G.

N afirmou que uma peça positiva com uma peça negativa se anula, mas não apresentou outros casos. G percebeu que sempre que juntasse uma peça positiva com uma peça negativa, tinha uma representação do zero, então começou a unir todas as peças positivas do kit com as peças negativas e quando questionamos de quantas maneiras podemos representar o zero G respondeu: “todas, *até não poder mais!*”. Concluiu que há infinitas representações para o zero.

E assim, motivamos a 1ª regra da utilização do material.

1ª regra: Se há na placa um tijolo liso e um tijolo com reentrância, podemos “retirar” esses tijolos da placa, sem alterar o número inicialmente representado.

Da mesma forma, perguntamos o que ocorre se acrescentarmos na placa duas peças opostas e G prontamente respondeu que não acontecia nada, pois peças opostas se anulam. Assim, motivamos a 2ª regra.

2ª regra: Se adicionarmos na placa um tijolo liso e um com reentrância, o número representado inicialmente não é alterado.

Para explorar ainda mais o material e as regras, propomos que representassem com os Tijolos Táteis os números 5, -3 e 0 de duas maneiras diferentes.

Após essas representações, apresentamos aos estudantes os “Números Táteis”, parte do kit do Tijolos Táteis que possui também escrita em Braille. O estudante G ficou muito emocionada ao perceber que havia peças com a escrita Braille, leu atentamente cada uma das

peças e ficou muito satisfeita com a possibilidade de poder “construir” expressões que os colegas e professores videntes poderão compreender.

O aluno N não sabe Braille, então utilizou essas peças para auxiliar no reconhecimento dos formatos dos números em tinta.

Para exemplificar o uso desses números, instigamos que representassem, utilizando os “Números Táteis”, a operação $2+3=$

G, representou rapidamente a expressão e colocou o número 5 ao final, como resposta.

O uso dessas peças nos fez dialogar com G sobre alguns símbolos Braille e verificar que os números 6 e 9 não serão confundidos (a saber que seus formatos são idênticos), pois em Braille seus símbolos são diferentes e então, ao mostrar o kit dos Tijolos Táteis para pessoas videntes devemos sempre mostrar essa diferença, para que, ao representar utilizando os “Números Táteis”, possam se comunicar corretamente com as pessoas que possuem deficiência visual.

G ficou muito animado em verificar que há peças com símbolo Braille, com ar de brincadeira relatou que agora iria “zoar” com seus colegas, pois poderia enganá-los ao colocar as peças 6 e 9 na placa.

O estudante G, realiza alguns movimentos involuntários com as mãos e cabeça, contudo não teve nenhum tipo de dificuldade na manipulação do material.

7.3 PLANEJAMENTOS E RELATOS DOS ENCONTROS COM OS ESTUDANTES

A seguir iremos detalhar as atividades que previmos realizar em cada aula, os “planejamentos”, com seus objetivos e hipóteses esperadas, bem como exemplos e atitudes que serão tomadas pela pesquisadora/professora. Ao final de cada planejamento descrevemos como ocorreu a prática das atividades na sala de aula, os “relatos”.

Em conversa prévia com o professor de Matemática da turma na qual aplicamos a sequência de atividades, foi combinado o número de encontros que foram disponibilizados para nossa prática e, por se tratar de um tempo reduzido, optamos por não trabalhar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com os Tijolos Táteis. Os encontros são destinados

a estudar as equações algébricas com uma incógnita, assunto que seria explanado pelo professor da turma. As operações aritméticas, quando necessárias, serão vistas de forma intuitiva, como por exemplo, somar: juntar, unir; subtrair: retirar; multiplicar: somar repetidamente; e dividir: separar, distribuir.

Planejamos que todas as atividades e regras de uso do material foram enunciadas oralmente além das folhas impressas. Os estudantes com deficiência visual receberam o mesmo material impresso em Braille ou em áudio.

7.3.1 Planejamento do 1º encontro

Objetivos do 1º encontro: combinações sobre os futuros encontros, formação dos grupos de trabalho, apresentação dos Tijolos Táteis (características das peças e seus significados). Os estudantes realizarão representações, explorarão as infinitas representações dos números inteiros e utilizarão a 1ª e 2ª regra.

No primeiro momento, pediremos que a turma se organize em grupos de 4 estudantes e informaremos que em todos os encontros devem permanecer neste mesmo arranjo. Após as primeiras combinações e organização dos grupos, será entregue para cada grupo um kit do material Tijolos Táteis (sem os números táteis).

Quando testamos a sequência de atividades e os Tijolos Táteis na ACERGS, os participantes nos informaram que pode ser dificultoso para as pessoas com deficiência visual utilizar um material tátil acessível e, paralelamente, escrever os resultados. Por isso, em todas as atividades que envolverem registros escritos (tabelas para registros pictóricos e algébricos), será sugerido que, enquanto um aluno utiliza os Tijolos Táteis para fazer a representação e respectivo tratamento com as peças, outro colega preencherá a tabela (os estudantes com deficiência visual farão as representações com os Tijolos ou em língua materna, enquanto outro colega preenche a tabela). Dessa forma, além dos estudantes precisarem observar as resoluções feitas pelos seus pares, os estudantes sem acuidade visual terão suas resoluções preenchidas na tabela.

Sobre os tipos de peças e seus significados, pediremos para o estudante N explicar aos colegas o que representarão as peças quadradas lisas/azuis e as quadradas com

reentrância/vermelhas e, então, questionaremos sobre as outras características dessas peças: cores, texturas e dimensões.

Sequencialmente, reforçaremos os significados das peças:

- **As peças quadradas lisas representarão as unidades positivas;**
- **As peças quadradas com reentrância representarão as unidades negativas.**

Para que os participantes explorem o material e as definições que convencionamos, será solicitado que utilizem os Tijolos Táteis para representar: os números 5, -3 e 0.

Aqui, será discutido como representar o zero, questionando se haverá mais de uma forma de fazer essa representação.

Convidaremos G para mostrar para os colegas uma maneira de representar o zero utilizando peças.

Faremos no quadro a representação pictórica da representação de G.

Perguntaremos para a turma se o que G fez fará sentido.

A representação de G está correta? Por quê (qual a justificativa)?

Esta é a única maneira de representar o zero com os Tijolos Táteis?

De quantas maneiras será possível representar o zero com os Tijolos Táteis?

Queremos aqui que se conclua que haverá infinitas representações para o zero.

Perguntaremos se somente o zero terá infinitas representações.

Perguntaremos, então: é possível representar o número 1 utilizando mais de uma peça?

As respostas para essa questão motivarão a 1ª regra de utilização dos Tijolos Táteis.

Escreveremos no quadro:

1ª regra: Se adicionarmos na placa um tijolo liso e um com reentrância, o número representado inicialmente não será alterado.

A 1ª regra deve ser apoiada pelo fato de que como 1 e -1 serão simétricos, a sua soma se anulará.

As atividades serão propostas em forma de desafio e cada grupo receberá uma tabela semelhante à (Tabela 1), para que façam as representações pictóricas referentes a cada um dos desafios.

Tabela 1: Atividade aula 1

	ALUNO: A	ALUNO: B	ALUNO: C	ALUNO: D
Desafio 1 Representar: 0				
Desafio 2				

Representar: 5				
Desafio 3 Representar: -3				

Fonte: Construção da autora

7.3.1.1 Relato do 1º encontro

Dia 28 de abril foi a primeira aula com os estudantes da turma 82. Estavam presentes 22 alunos. O professor de Matemática da turma, que nos acompanhou durante a aula, a meu pedido, dividiu a turma em grupos de no máximo quatro integrantes e assim que entramos na sala o professor foi agrupando os estudantes. Foram formados seis grupos, dois com três integrantes e os outros com quatro. Neste dia, N ficou sozinho com sua terapeuta, enquanto G ficou em um dos grupos com três integrantes.

Pedi para que os estudantes guardassem seus materiais, deixassem as classes livres e verificassem a configuração do grupo para que em todos os encontros eles ficassem com os mesmos colegas. Distribuí as placas metálicas e as peças para N e para cada um dos grupos, enquanto o professor fez a chamada. Alguns estudantes perceberam que as peças possuíam ímãs para fixarem na placa.

Assim que todos os grupos estavam com as peças nas placas, informei que N e G conheciam esse material e iriam nos auxiliar na compreensão de como usá-lo. Pedi para que G explicasse o que representava cada peça, G disse que as lisas eram positivas e as com reentrância eram negativas e N disse que as positivas tinham que ficar à direita e as negativas na esquerda. Perguntei à turma quais as outras características que as peças possuíam, eles disseram que a negativa era vermelha e a positiva era azul. Quando G disse que a peça que parecia uma lixa era o X e a peça com um formato de X em baixo relevo era o “menos X”, os colegas disseram que X era amarelo com glitter e que $-X$ era verde.

Propus como desafio que mostrassem como utilizar as peças para representar o número 5, todos os grupos colocaram cinco peças lisas na placa, logo perguntei como representar o número -3 e rapidamente todos os grupos colocaram três peças negativas na placa. Assim que todos compararam os resultados e verificaram que estavam iguais, informei que o próximo exercício era desafiador: representar o número zero.

Um estudante disse que era muito fácil, era só colocar uma peça positiva e uma negativa, mas os outros colegas disseram que ele nem sabia esse conteúdo, então ele se desencorajou e representou como os outros grupos: deixou a placa vazia. Elogiei a turma, disse que não colocar nenhuma peça na placa era uma forma de representar o zero, mas queria que eles o fizessem utilizando peças e então o mesmo aluno que antes disse para colocar uma peça positiva e outra negativa, assim o fez e eu sinalizei que estava correto, então todo seu grupo sorriu e percebeu que ele estava correto desde o início.

Alguns grupos colocaram uma peça X e uma peça $-X$, outros colocaram duas peças negativas e duas peças positivas e conforme eu passava pelos grupos e ia sinalizando que os resultados estavam corretos. Os estudantes vibravam cada vez que eu confirmava que estava certo. Conforme eu ia verificando os diferentes resultados obtidos em cada grupo, ia compartilhando oralmente as representações feitas, e ao terminar de verificar as representações perguntei para a turma quantas maneiras tínhamos de representar o zero e eles disseram que eram muitas. O estudante G quis compartilhar o que havia constatado e afirmou que eram infinitas e assim os demais também concluíram que eram infinitas as possibilidades de representar o zero.

Solicitei a seguir que representassem o número -1 utilizando peças lisas e com reentrância. Cada grupo representou esse número de uma forma diferente. Indaguei aos estudantes o que aconteceria se eles acrescentassem uma peça positiva e uma negativa na representação do -1 que haviam feito e eles colocando essas peças na placa verificaram que não alterava o resultado. O estudante N fez em sua placa essa representação e em voz alta disse que -1 com $+1$ se anula, o que surpreendeu a terapeuta que o acompanha, que bateu palmas e o parabenizou diversas vezes.

Assim, todos os grupos concluíram que acrescentar uma peça positiva e uma negativa não alterava no valor representado inicialmente. Escrevi no quadro que essa era a **1ª regra** de uso do material, aproveitei para comunicar aos estudantes que o nome do material era Tijolos Táteis e que então poderíamos nos referir às peças chamando-as de tijolos.

Sequencialmente, entreguei aos grupos a atividade que deveria ser realizada (tabela 1) e os lápis de cores para que representassem as peças dos Tijolos Táteis, mas os estudantes tiveram dificuldade em compreender o que deveria ser realizado, então fui a cada um dos grupos exemplificando como deveria ser preenchida a tabela.

O estudante N fez a atividade e sua terapeuta foi registrando na tabela suas representações.

Os estudantes preencheram as tabelas (figura 22) e antes do término do período entregaram-nas, organizaram os materiais e a sala de aula.

Figura 22: Grupos utilizando os Tijolos Táteis para representar alguns números inteiros.



Fonte: Acervo da autora

7.3.2 Planejamento do 2º encontro

Objetivo do 2º encontro: retomar as representações e utilização da 1ª regra feitas na 1ª aula, utilização da 2ª regra, apresentação das “peças pretas”, observar diferenças entre os símbolos Braille de alguns números e símbolos para facilitar a comunicação entre todos os estudantes, realizar representações, transitar entre elas e realizar tratamentos.

Retomaremos os significados das peças.

Será solicitado que cada grupo dê uma informação diferente sobre as peças: suas características e seu uso (esperamos aqui, que os estudantes observem as peças de acordo com suas características táteis, como reentrâncias, texturas e formato ao invés das cores). Questionaremos também sobre a 1ª regra de uso do material.

Pediremos para que os grupos também falem sobre as infinitas representações com os Tijolos Táteis e apresentem oralmente **uma** representação para o número -3, tomando o cuidado

de falar de maneira que todos compreendam, isto é, dando características táteis das peças que forem utilizadas.

No quadro, faremos a comparação entre os resultados apresentados e escreveremos a 1ª regra, juntamente com sua consequência: todos os números possuem infinitas representações com os Tijolos Táteis.

A 1ª regra e a consequência serão entregues em Braille para o estudante G e em áudio para o estudante N. (WhatsApp para a professora da SIR visual e terapeuta do estudante).

Para estreitarmos a comunicação entre todos alunos, combinaremos que toda vez que expressarmos oralmente as estratégias de representação com as peças dos Tijolos Táteis, será mencionado as características táteis das peças e não sua cor.

A próxima atividade pretende desafiar os estudantes a obter o número representado pelos Tijolos Táteis sem a contagem das peças, utilizando somente a 1ª regra.

Entregaremos os “saquinhos” com 20 peças com reentrância e 17 peças lisas e o desafio será: determinar o número que está representado nos “saquinhos”, sem contar o total de peças.

Questionaremos os alunos que estratégias utilizarão para saber a quantidade que está representada.

Esperamos que respondam: duas peças opostas podem ser retiradas duas a duas até que sobre somente peças de um tipo.

Escreveremos no quadro (será também entregue em Braille e em gravação de áudio) o resumo do que constatamos no desafio da “não contagem” como segunda regra de uso do material:

2ª regra: Se há na placa um tijolo liso/azul e um tijolo com reentrância/vermelho, podemos “retirar” esses tijolos da placa sem alterar o número representado.

Consequência: sempre é possível chegar em uma representação com um único tipo de peça.

Perguntaremos aos estudantes: Por que esta regra é válida?

Esperamos que respondam: A 2ª regra pode ser justificada pelo fato de que como 1 e -1 são opostos, somá-los é como somar zero, levando em conta o significado de juntar da adição.

Para a próxima atividade será solicitado que cada grupo de quatro integrantes se subdivida em duas duplas. Assim, uma dupla fará uma representação utilizando os tijolos Táteis e a outra dupla deve fazer uma nova representação utilizando a 1ª regra e uma representação utilizando a 2ª regra.

Serão entregues aos grupos os “Números Táteis”, explicando-se que essas peças são para facilitar a comunicação com todos os estudantes da turma e que é uma forma de representar as expressões numéricas e algébricas.

Neste momento falaremos sobre a importância de ter esse espaço destinado para comunicação com os estudantes com deficiência visual, já que, dessa forma, todos podem ter acesso à expressão ou equação que foi escrita no quadro ou descrita oralmente.

Também mostraremos que a divisão horizontal da placa deve ficar com o menor espaço para cima e que esse local é para organizar os números táteis.

Será solicitado que observem as peças: há dois tamanhos de letras “x”, visto que o menor representa o símbolo de multiplicação enquanto o maior é a incógnita. verificando se compreendem os símbolos.

Perguntaremos: Qual é o 6 e qual é o 9?

Para responder essa questão, faremos uma conversa sobre a escrita Braille, pois nessa escrita não há confusão sobre quem é o 6 e o 9, nem quem “abre” os parênteses ou “fecha” os parênteses.

G vai poder nos ajudar a saber qual peça representa o 6 e o 9, observando o símbolo Braille.

Oralmente será dito: em Braille os números são representados pelos mesmos símbolos que as letras de A ao J. Para saber se estamos tratando de números, usa-se o símbolo que se parece com um “L espelhado” antes de cada letra (mostraremos com pontos no quadro).

Reforçaremos a importância de colocarmos os números no local e no sentido correto para que todos possam compreender o que queremos representar

Desafiaremos os grupos a representarem uma igualdade numérica utilizando símbolos, 6, 9 e (), utilizando os números táteis.

Apresentaremos os seguintes questionamentos:

O que ocorre se somarmos 1 no lado esquerdo da igualdade? Continua igual? (estragou tudo!!!) O que é preciso fazer para que essa igualdade se mantenha?

(resposta esperada: o que acrescentar de um lado, deve também ser acrescentado do outro lado da igualdade)

7.3.2.1 Relato do 2º encontro

Dia 3 de maio foi nossa segunda aula. Tínhamos os primeiros dois períodos, então antes de a aula iniciar questionei a vice direção se seria possível entrar mais cedo na sala para organizar as classes em grupos a fim de facilitar e ganhar esse tempo. E então, assim que o sinal tocou, o professor de Matemática da turma foi ao pátio para buscar os estudantes e quando chegaram na sala sentaram-se nos mesmos lugares que estavam na última aula, como havíamos combinado. Estavam presentes 23 estudantes, dentre esses, dois não compareceram na primeira aula, então solicitei que se sentassem nos grupos que havia somente três integrantes. Neste dia, o estudante N não compareceu.

Iniciei a aula retomando o que trabalhamos no último encontro. Solicitei que cada grupo apresentasse uma característica do material, pois dessa forma os estudantes que não estavam presentes na última aula poderiam saber do que se trata o material a partir das falas dos seus pares. O primeiro grupo disse que os Tijolos Táteis têm peças vermelhas e azuis; solicitei que também contassem sobre as características táteis dessas peças e então informaram que as peças vermelhas têm uma reentrância, enquanto as azuis são lisas. O grupo ao qual G pertencia comentou que as peças lisas são positivas e as com reentrância são negativas. Outro grupo compartilhou que devemos chamar as peças de “tijolos”. Também afirmaram que as peças possuem ímãs e que as peças são usadas para fazer somas.

Após todos os grupos apresentarem algumas características dos Tijolos Táteis, questionei se havia alguma regra de uso do material, e os estudantes confirmaram positivamente, mas não conseguiram enunciar, então perguntei:

“O que acontece se eu adicionar na placa uma peça lisa e uma reentrância?” Algumas respostas foram as seguintes:

“Não acontece nada, pois dá zero!”

“Elas se anulam.”

“Podemos tirar da placa, por que elas são opostas.”

Perguntei também, se era possível utilizar o material para representar números e os estudantes confirmaram e então questionei de quantas maneiras podemos representar um número e a maioria dos estudantes respondeu que eram infinitas. Com essa motivação, solicitei que cada grupo, oralmente, apresentasse uma representação para o número -3 .

As representações apresentadas pelos grupos foram sendo registradas no quadro para garantir que seriam diferentes e para que fizéssemos um comparativo entre as respostas. Os quatro primeiros grupos responderam rapidamente: $-6+3$; $-5+2$; $-9+6$; $-4+1$. Os outros grupos comentaram que a representação que eles haviam pensado já havia sido mencionada então indaguei se haveria alguma forma de representar o número -3 com uma adição envolvendo o número -7 . Assim, os estudantes logo responderam: “sim, é só somar -7 com $+4$.” E o último grupo concluiu que seria possível com a soma $-8+5$. Com isso a turma evidenciou ter assimilado o último conteúdo trabalhado com o professor titular da turma.

Sequencialmente, solicitei que os grupos, olhando para as adições listadas no quadro, comentassem como fariam essas representações utilizando as peças dos Tijolos Táteis. Os grupos, na mesma ordem da representação escrita no quadro, explanaram quantas peças de cada cor seria necessário para fazer a representação, então eu aproveitei para instigá-los a mencionar as peças pelas suas características táteis, visto que nem todos os estudantes da sala conseguem identificar as peças pelas cores, que assim estreitaríamos a comunicação e todos os colegas da turma conseguiriam identificar de qual peça estavam se referindo.

Iniciaram, então, a associar os números escritos no quadro com as peças da dos Tijolos Táteis. O primeiro grupo comentou que teria que utilizar seis peças com reentrância e três peças lisas. Entreguei para G o kit do material e solicitei que acompanhasse as exposições orais dos colegas, representando cada uma das somas com as peças dos Tijolos Táteis.

Escrevi no quadro a **1ª regra do uso dos Tijolos Táteis: Se adicionarmos na placa um tijolo liso/azul e um com reentrância/vermelho, o número representado inicialmente não é alterado**. E como consequência, todos números possuem infinitas representações com os Tijolos Táteis. Para G entreguei a impressão em Braille dessa regra. G ficou muito animado em receber em Braille o mesmo texto que foi escrito no quadro, relatando que foi a primeira vez que recebeu material em Braille feito por um professor. Como N não compareceu nesta aula, enviei para a professora da SIR o áudio que fiz com cada uma das regras.

Originalmente o kit dos Tijolos Táteis possui vinte peças lisas e vinte peças com reentrância. Propositadamente, desta vez, entreguei os kits somente com as peças que representam as unidades positivas e as unidades negativas, porém “faltando” três peças lisas e lancei o seguinte desafio: Como saber o número que está representado no material, sem contar o total de peças.

G foi a primeira a responder, dizendo que sobrava três negativas; pouco a pouco, todos os grupos foram me chamando e ao explicitar que o resultado era “menos três”, eu perguntava o porquê eles podiam fazer essa afirmação. Alguns disseram que bastava ir tirando de duas em

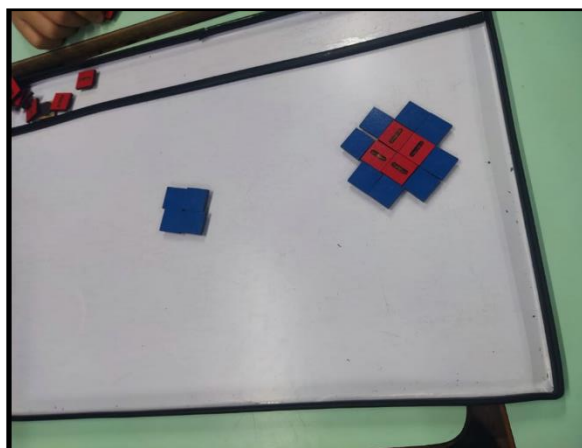
duas as peças simétricas, e que ao final “tinha sobrado três negativas”, outros agruparam as peças em duas colunas e verificaram que a diferença entre as colunas era de três peças com reentrância.

Questionei a turma: se tirássemos somente uma peça positiva e uma negativa faria diferença no resultado? Eles afirmaram que não; então perguntei: se tirássemos duas peças positivas e duas negativas? Novamente eles afirmaram que nada aconteceria. Assim concluímos que, da mesma forma que a 1ª regra possibilita acrescentar peças, sem alterar o número representado, podemos também retirar uma peça positiva e uma negativa sem alterar o número representado.

Assim, motivei a **2ª regra de uso do material: Se há na placa um tijolo liso/azul e um tijolo com reentrância/vermelho, podemos “retirar” esses tijolos da placa.** E como consequência sempre é possível chegar em uma representação com um único tipo de peça. Escrevi essa regra no quadro e entreguei para G a regra escrita em Braille. G, assim como quando recebeu a primeira regra escrita em Braille, assim que recebeu leu em voz alta, como que conferindo se estava correto, pois sabia que a professora não estava habituada a escrever com reglete e pulsão. Ao final da leitura, G com sorriso no rosto elogiou que as frases estavam corretas e informou que iria guardar esse material em um local separado, para usar sempre que necessário.

Informei que, a seguir faríamos uma atividade e que, para isso, cada grupo formaria duas duplas. Uma dupla fará uma representação na placa utilizando a 1ª regra e a dupla que ficar à sua frente deve fazer a representação do mesmo número, porém utilizando a 2ª regra. Podemos verificar na Figura 23 uma representação feita por um dos grupos durante esta atividade.

Figura 23: Representação do número 4 na atividade em duplas.



Fonte: Acervo da autora

Solicitei que cada dupla me chamasse para eu verificar as representações que estavam sendo construídas.

A primeira dupla que me chamou havia construído a representação do número -7 somente com peças negativas, então relembrei com os estudantes que teria que ser possível acrescentar ou tirar peças e que, da forma que eles tinham realizado, a segunda dupla não teria a possibilidade de “retirar” peças. Aproveitei para falar com todos sobre esse fato, para evitar que ele ocorresse nas suas representações.

Todos os grupos terminaram a atividade e então informei à turma que agora eu apresentaria um conjunto de peças que também fazem parte do kit dos Tijolos Táteis: os “Números Táteis”. Expliquei que é para essas peças que há a divisão na placa e que a parte menor deve ficar para cima e que lá será representada a expressão que deve ser calculada. Oralmente pedi que observassem quais números e símbolos havia, verificamos a diferença entre o X (incógnita) e o símbolo da multiplicação e ainda perguntei se haviam percebido que havia a escrita em Braille sobre as peças. Então um estudante logo comentou: “é pra G poder ler”. Parabenizei o estudante, disse que esse material foi pensado para comunicação algébrica de pessoas com deficiência visual e nós, videntes.

Perguntei aos estudantes qual era o número 6 e qual era o 9 e eles não tinham subsídios para responder, visto que o formato das peças são iguais, então com essa motivação mostrei que em Braille, sempre há um símbolo que antecede um número, uma espécie de “L” virado (Figura 24), e que era muito importante eles saberem dessa diferença para que quando “escrevessem” utilizando essas peças, escrevessem corretamente. Então, passei em cada grupo perguntando qual era o número 6 e qual era o número 9 e os estudantes foram identificando essas diferenças.

Figura 24: Diferença em Braille entre o número 6 e o número 9.

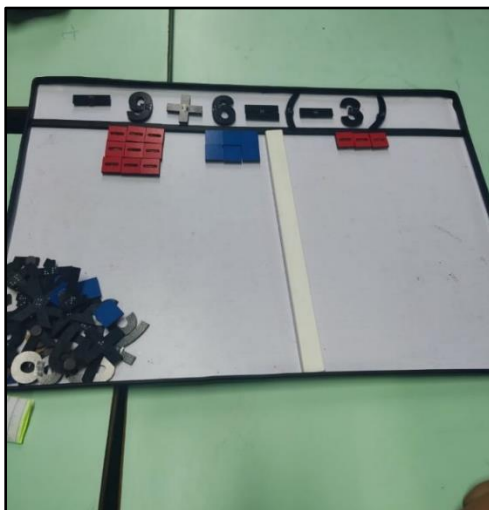


Fonte: Acervo da autora

Informei também aos estudantes que havia diferença entre os símbolos de “abrir e fechar” os parênteses. Desenhei no quadro as diferenças entre esses símbolos.

Lancei então o último desafio do dia. Solicitei que cada grupo, utilizando “números táteis”, construísse uma igualdade contendo os números 6, 9 e os símbolos de abrir e fechar parênteses. Uma das representações apresentadas está na Figura 25.

Figura 25: Representação com os Tijolos e Números Táteis.



Fonte: Acervo da autora

Os grupos fizeram suas representações e quando o grupo de G fez sua representação, pedi que G conferisse se estava correto. G achou graça em poder conferir a atividade dos colegas e pediu se podia conferir de mais algum grupo e então G foi até os dois grupos mais próximos para fazer a leitura das equações que realizaram utilizando os Número Táteis.

Anotei no quadro as igualdades que os grupos representaram e, oralmente, questionei o que ocorreria se eu adicionasse o número. “*Se há na placa um tijolo liso/azul e um tijolo com reentrância/vermelho, podemos “retirar” esses tijolos da placa somente na esquerda daquelas igualdades?*” e eles, ao calcularem, verificavam que a igualdade não se preservaria, “que dava errado”. Questionei se haveria alguma forma de essas igualdades se preservarem e eles não conseguiram concluir como realizar, talvez por não terem compreendido minha pergunta. Relembrei à turma que, quando fiz observação na turma, o professor de Matemática estava introduzindo a ideia de equações algébricas e desenhou uma balança para exemplificar como as igualdades se comportam. Um estudante logo afirmou que então bastaria somar Se há na placa um tijolo liso/azul e um tijolo com reentrância/vermelho, podemos “retirar” esses tijolos da placa.¹ também no lado direito e assim os outros colegas foram observando o que estava

efetivamente ocorrendo nas igualdades, falavam em voz alta, mexiam nas peças e concordaram com seu colega.

Para finalizar a aula, explicitarei aos estudantes que os Tijolos Táteis foram pensados para o estudo de equações algébricas e que nos próximos encontros faríamos uso das peças que representam X e $-X$ para determinar a solução de uma equação algébrica dada. Os estudantes auxiliaram na organização da sala e dos materiais.

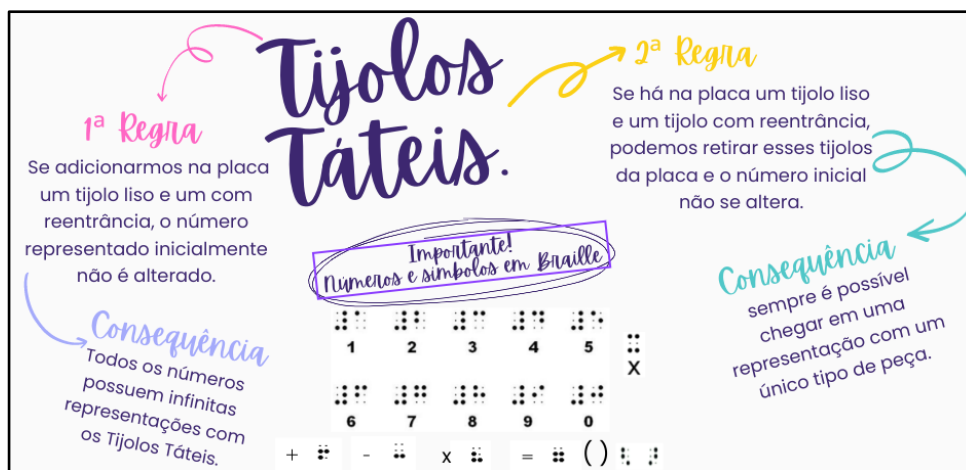
Nesta aula, todos os estudantes conseguiram realizar com facilidade a primeira atividade e somente um dos grupos não conseguiu realizar sem auxílio a segunda. Para a terceira atividade, não houve dificuldades, nem com a utilização dos Números Táteis, nem mesmo com a simbologia Braille que era necessária em alguns casos. Alguns grupos não conseguiram fazer uso dos parênteses, alegando não saber em qual situação utilizá-los. Neste momento dei como exemplo uma subtração de números negativos, elucidando a importância do uso dos parênteses nesse e em outros casos.

7.3.3 Planejamento do 3º encontro

Objetivo do encontro 3: retomar as representações com as peças, os conceitos da 1ª e 2ª regras e do Princípio Aditivo, reconhecer todas as peças que fazem parte do kit dos Tijolos Táteis, bem como sua utilização para a resolução de equações do tipo $A + X = B$. Realizar representações, transitar entre elas e realizar tratamentos.

Para retomar o que vimos na última aula, será entregue um resumo em forma de “mapa mental” com as constatações dos últimos encontros: 1ª regra, 2ª regra e Princípio Aditivo. Também terá representações dos números e os símbolos em Braille (Figura 26). Para os estudantes G e N faremos um resumo com as informações contidas no Mapa Mental, tanto escrito em Braille como em áudio.

Figura 26: Mapa mental: Tijolos Táteis



Fonte: Construção da autora

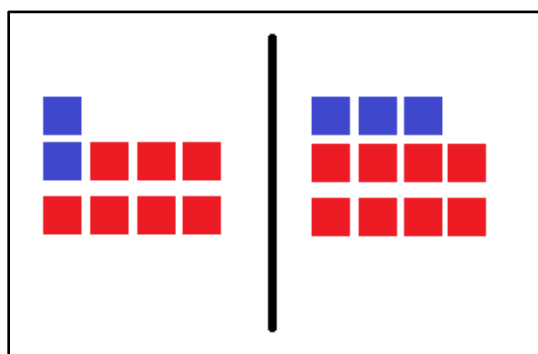
Para melhor relembrar as atividades feitas nos dois últimos encontros, dialogaremos com os estudantes e faremos representações pictóricas das peças dos Tijolos Táteis representando números e igualdades.

Entregaremos o kit dos Tijolos Táteis para os grupos e pediremos para N e G acompanharem o raciocínio utilizando o material, enquanto os outros estudantes acompanharão no quadro.

Primeiramente, faremos a representação de duas maneiras diferentes do número -5. Oralmente iremos descrevendo as peças que estamos representando para que os estudantes G e N acompanhem essas representações com as peças dos Tijolos Táteis.

No quadro (faremos a representação pictórica como se fosse as peças na placa), apresentaremos as duas representações do -5 separadas por um traço, representando a barra (=) e assim teremos a representação de uma igualdade, como na figura 27.

Figura 27: Representação pictórica da igualdade $-7+2 = 3-8$

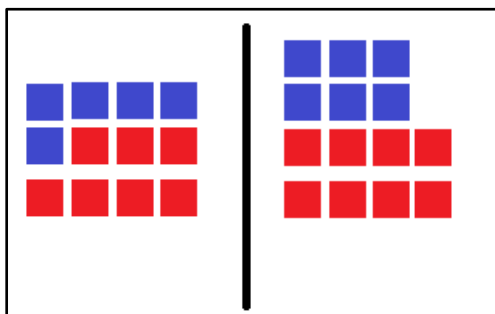


Fonte: Construção da autora

Faremos os seguintes questionamentos: e se somar 3 em um só lado da igualdade? Continua valendo a igualdade? O que podemos fazer para continuar valendo essa igualdade?

Esperamos que respondam: somar 3 no outro lado também, como podemos observar na figura 28.

Figura 28: Representação pictórica da igualdade $+3 -7 +2 = 8-3+3$



Fonte: Construção da autora

Sequencialmente, perguntaremos à turma: e como podemos fazer para conferir o resultado?

Queremos que respondam: Utilizo as regras para que fique na placa somente um tipo de peça. Com a 2ª regra, podemos retirar pares de peças.

Questionaremos ainda: e se agora nós tivéssemos uma igualdade com um número desconhecido, como por exemplo: $X+3=5$?

Será solicitado aos estudantes que representem essa equação nas placas, tanto com os Números Táteis quanto com os Tijolos.

Questionaremos: agora que temos uma equação, o que é resolver uma equação?

Esperamos que respondam: encontrar o valor de X.

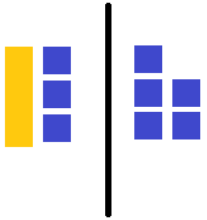
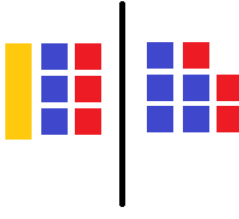

Indagaremos os estudantes: O que é preciso fazer para isso?

Esperamos que respondam: isolamos o X em um dos lados da igualdade.

Perguntaremos ainda: como podemos isolar o X nessa representação com os Tijolos Táteis?

Para que os estudantes observem a potencialidade do material para responder as perguntas que fizemos, desenharemos no quadro uma tabela e faremos as representações pictóricas e algébricas juntamente com seus tratamentos (Tabela 2). Essa tabela será construída no quadro de forma dialogada com a turma.

Tabela 2: Representação pictórica e algébrica dos tratamentos para solucionar a equação $X+3=5$.

Tijolos Tátis	Algebricamente
	$X+3=5$
	$X+3-3=5-3$, princípio aditivo.
	$X=2$, 2ª regra: retirar cada par de simétricos.

Fonte: Construção da autora

Após o preenchimento da tabela no quadro, entregaremos as tabelas para os grupos.

Orientaremos o preenchimento: Um colega representa na placa e outro colega registra na tabela semelhantemente como feito no quadro, lembrando que em cada linha da tabela representa-se um passo do desenvolvimento.

Cada integrante do grupo receberá uma tabela com uma equação diferente para que todos os estudantes tenham a oportunidade de manipular as peças sem influência das respostas dos colegas do grupo, podendo assim individualmente realizar os tratamentos necessários e resolver a equação sem comparar as resoluções dos colegas.

As tabelas serão como a Tabela 3 e as equações serão:

- 1) $4+X=6$
- 2) $X+4=9$
- 3) $X-5=7$
- 4) $-3=X-4$

Tabela 3: Atividade aula 3.

Nome do aluno	
Tijolos Táteis	Algebricamente

Fonte: Construção da autora

Ao terminar o preenchimento das tabelas, os estudantes deverão entregá-las à professora/pesquisadora.

7.3.3.1 Relato do 3º encontro

No dia 5 de maio tivemos nossa terceira aula. Neste dia estavam presentes 17 estudantes, dos que se ausentaram, quatro formavam um grupo inteiro de trabalho, assim, tivemos um grupo a menos. O professor de Matemática não acompanhou a aula neste dia, então a professora da SIR ficou conosco. Solicitei aos estudantes que se organizassem nos mesmos grupos das últimas aulas, eles então organizaram as classes e se posicionaram como combinado. Para retomar o que trabalhamos na aula anterior entreguei aos estudantes o “mapa mental” (figura 26), com os assuntos vistos, regras e suas consequências, além de alguns símbolos em Braille. Esse “mapa mental” será colado nos cadernos dos estudantes.

Pedi que eles me ajudassem a ler o mapa e então um estudante realizou a leitura em “voz alta” e conforme ele terminava cada frase eu fazia pequenas intervenções para exemplificar o que havia sido dito, questionando se os estudantes lembravam das atividades feitas nas últimas aulas e nas quais foram necessárias as regras e consequências.

Quando perguntei, em relação à primeira regra, o que acontece se acrescentássemos na placa uma peça lisa e uma com reentrância, N muito rapidamente disse: “nada, elas se anulam”, o elogiei pela afirmação, os colegas confirmaram e a professora da SIR ficou muito animada e sorriu dando parabéns ao estudante.

Após a leitura do “mapa mental” entreguei os kits dos Tijolos Táteis para os grupos e então desenhei no quadro uma imagem representando a placa metálica, combinei com a turma que faria alguns desenhos representando as peças e que então teríamos que falar sobre as características táteis das peças para que G e N acompanhassem nossas representações em suas placas.

Questionei a turma de como poderia ser representado o número -5 . Um aluno respondeu que bastava colocar cinco peças com reentrância na placa, desenhei com caneta vermelha cinco quadradinhos, representando as peças negativas, enquanto G e N moveram cinco peças com reentrância para o centro de suas placas. Então, como comentamos anteriormente sobre as infinitas representações possíveis, solicitei outra representação para número ‘menos cinco’. G disse que era só acrescentar uma peça positiva e uma negativa na placa, outro estudante utilizando os Tijolos Táteis colocou oito peças com reentrância e três lisas e indagou se estava certo. O estudante G estava no mesmo grupo e então representou em sua placa as mesmas peças que o colega anunciou e confirmou que dava certo.

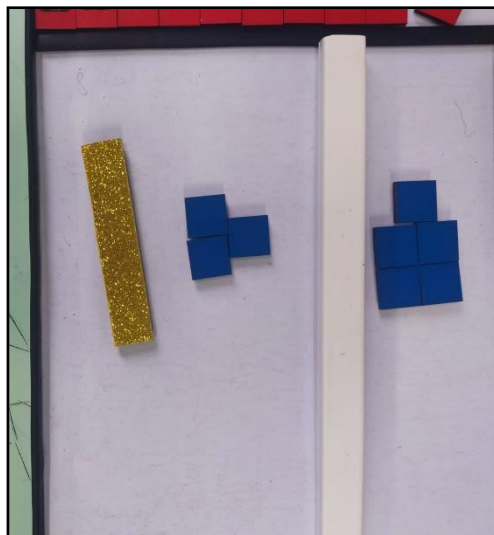
Na placa que desenhei no quadro, fiz também essa representação, separadas pela barra que representa o símbolo do igual ($=$). E perguntei aos estudantes o que ocorre se acrescentar duas peças com reentrância somente do lado esquerdo da igualdade. Os alunos disseram que não podia, que “dava errado” e concluíram que era preciso acrescentar duas peças com reentrância também no lado direito da igualdade. Elogiei os estudantes, e comuniquei à turma que, matematicamente, chamávamos essa estratégia de **Princípio Aditivo**. Pictoricamente fiz a representação e questionei como poderíamos confirmar se agora estava correto, então sugeri que utilizando a primeira regra retirássemos da placa as peças simétricas.

No lado esquerdo da placa tínhamos sete peças negativas e, do lado direito, dez peças negativas e três positivas. Assim, na direita da igualdade utilizamos a 2ª regra e retiramos da placa três peças positivas e três peças negativas. E assim ficamos com a igualdade $-7=-7$.

Conversei com os estudantes que essas regras poderiam ser utilizadas sempre, até mesmo quando tivermos equações algébricas. Então, para exemplificar como seria com equações algébricas pedi que me acompanhassem na representação da equação $X+3=5$, que representei no quadro tanto pictórica como algebricamente, como na tabela 2. Solicitei para N e G mostrarem para os colegas quem são as peças que representam X e $-X$.

Alguns estudantes já diziam que X era 2 sem ter feito a representação, então eu afirmava que podia ser, mas que gostaria de verificar como representar nos Tijolos Táteis essa equação e como resolvê-la. Assim todos os grupos realizaram a representação corretamente (Figura 30).

Figura 29: Representação da equação $X+3=5$ com os Tijolos Táteis.



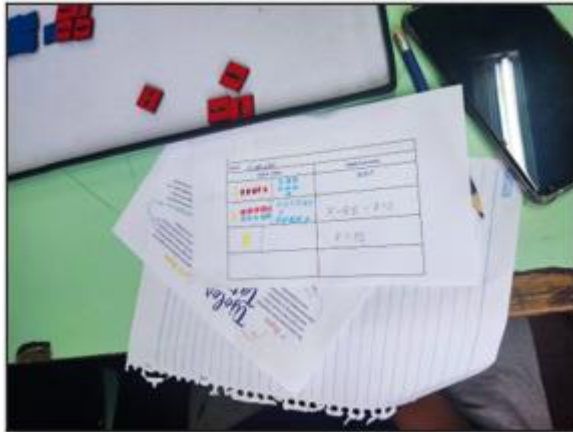
Fonte: Acervo da autora

No quadro fiz a representação pictórica dessa equação e questionei a turma como poderíamos fazer para resolver e alguns estudantes disseram que era “só pegar o cinco e tirar 3”, mas então interroguei qual a condição para tirar peças da placa e um estudante afirmou que só era possível retirar peças simétricas, então teria que acrescentar peças negativas. Relembrei o que fizemos recentemente no quadro, como se trata de uma igualdade eu poderia acrescentar peças negativas de um lado da igualdade desde que acrescentasse no outro lado também. Assim, “acrescentei” três peças negativas à esquerda e três negativas à direita. Utilizando a 2ª regra, retiramos as três peças simétricas da esquerda e as três peças simétricas da direita. À esquerda “sobrou” a peça X e na direita “sobraram” duas peças positivas, obtendo $X=2$.

Os estudantes ficaram visivelmente animados com o fato de o material proporcionar a resolução da equação. Ficaram agitados e alguns até bateram palmas quando o que sobrou na placa foi a peça que representa X , a barra que representa o símbolo de igual e duas peças lisas, que representam o número dois

Para que cada estudante possa manipular as peças e resolver equações utilizando-as, entreguei para cada grupo quatro tabelas diferentes, cada uma contendo uma equação algébrica diferente, juntamente com lápis de cor nas cores das peças e propus que preenchessem a tabela inspirados na resolução que fiz no quadro anteriormente, explicitando o passo a passo. Solicitei ainda que quando o estudante utilizar os tijolos táteis para resolver sua respectiva equação, outro colega do mesmo grupo, faça a representação na tabela. Abaixo, na Figura 31, podemos verificar as tabelas entregues aos grupos e como utilizaram os lápis de cor para realizar as representações pictóricas.

Figura 30: Preenchimento das tabelas



Fonte: Acervo da autora

O restante da aula foi dedicado à realização desta atividade. Até o último momento do período havia estudantes realizando a atividade, então quando soou o sinal de término da aula, todos me entregaram as tabelas e auxiliaram na organização dos materiais e da sala.

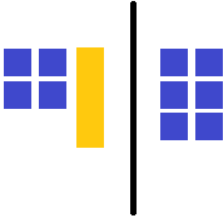
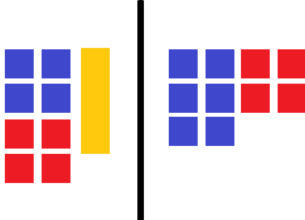

7.3.4 Planejamento do 4º encontro

Objetivo do encontro 4: retomar as representações com as peças, os conceitos da 1ª e 2ª regras e do Princípio Aditivo, reconhecer todas as peças que fazem parte do kit dos Tijolos Táteis, bem como sua utilização para a resolução de equações do tipo $AX = B$ e $AX + B = C$. Introduzir equações algébricas que envolvam multiplicações e sua estratégia de resolução. Realizar diferentes representações, transitar entre elas e realizar tratamentos.

Na última aula fizemos as representações pictóricas e algébricas de algumas equações. Porém, houve erro de digitação em duas dessas equações, o que dificultou utilizar as regras e propriedades estudadas. Além disso, houve dificuldade na realização dos tratamentos. Por esse motivo, faremos novas representações nas atividades deste encontro.

Para retomar os assuntos estudados no último encontro desenharemos uma tabela no quadro para representar algébrica e pictoricamente uma das equações que havia nas tabelas da última aula (Tabela 4).

Tabela 4: Tratamento da equação $4+X=6$ nas representações algébrica e pictórica.

Algébrico	Tijolos Táteis
$4+X=6$	
$4-4+X=6-4$	
$X=2$	

Fonte: Construção da autora

Após a representação feita no quadro, será proposta a representação da equação $2X=6$. Perguntaremos: Como isolar o X?

Esperamos que tragam como estratégia: separar os dois lados da igualdade em partes iguais.

De forma dialogada, os estudantes serão motivados a observarem que se queremos saber o valor de X, então como temos $2X$ é necessário separar o lado esquerdo da igualdade em duas partes iguais (em cada caso devemos verificar o necessário para X “ficar sozinho”). E para manter a igualdade, se “separamos” um dos lados em duas partes iguais, também devemos separar o outro lado da igualdade em duas partes iguais. E assim conseguimos determinar o valor de X.

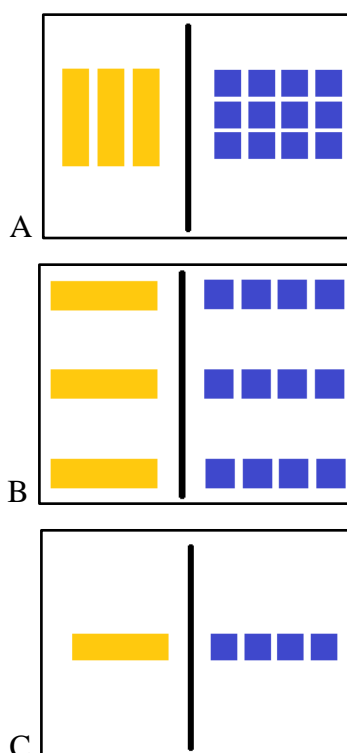
Será feita a seguinte pergunta:

Podemos concluir que o valor de X é? (esperamos que respondam: $X=3$)

Como atividade, lançaremos o seguinte desafio: Como podemos, usando os Tijolos Táteis, representar a equação: $3X=12$?

Instigaremos os grupos a fazerem essa representação com os Tijolos Táteis. Oralmente, serão comparados os resultados obtidos e, serão registrados no quadro a representação pictórica com o passo a passo de alguma resolução, evidenciando a “separação” das peças para solucionar a divisão (Figura 32).

Figura 31: Representação pictórica do tratamento da equação $3X=12$.



Fonte: Construção da autora

Após o desenvolvimento da equação $3X=12$, será proposta a próxima atividade como desafio: Utilizando os Tijolos Táteis, representar a seguinte equação: $2X-3=5$

Desenharemos no quadro uma tabela com uma coluna para representação algébrica e uma coluna para representação pictórica das peças dos Tijolos Táteis e de forma dialogada representaremos pictórica e algebricamente a equação utilizando as estratégias e os passo a passos expressos pelos estudantes.

Ressaltaremos, ao final da resolução, que como teremos $2X$, iremos “equiparticionar” as peças dos dois lados da igualdade em dois grupos e então teremos como resultado $X=4$

Após a representação no quadro, entregaremos as tabelas de atividade (Como a tabela 3) para os grupos.

Orientaremos o preenchimento da tabela da seguinte maneira: um colega representa na placa e outro colega registra na tabela ressaltando que cada linha da tabela deve estar associada a um passo do desenvolvimento. Ressaltaremos aqui, que para resolução de algumas equações será necessário o uso da peça “-X”.

As equações serão:

1) $3X+6=9$

2) $2X-5=7$

3) $5+X=6X$

4) $2X+6=6X+2$

Ao terminar o preenchimento das tabelas, os estudantes deverão entregá-las à professora/pesquisadora.

7.3.4.1 Relato do 4º encontro

Dia 10 de maio foi o 4º encontro, estavam presentes 24 alunos. G não foi à aula e os demais estudantes estavam organizados nos grupos combinados. O grupo que estava ausente na última aula estava presente neste dia e então iniciei perguntando aos outros estudantes o que eles lembravam da última aula para auxiliarmos os colegas a que faltaram na aula anterior. N logo respondeu que o que vimos na última aula foram os números positivos e negativos, outro estudante lembrou que na última aula eles conheceram as peças com Braille e fizeram equações.

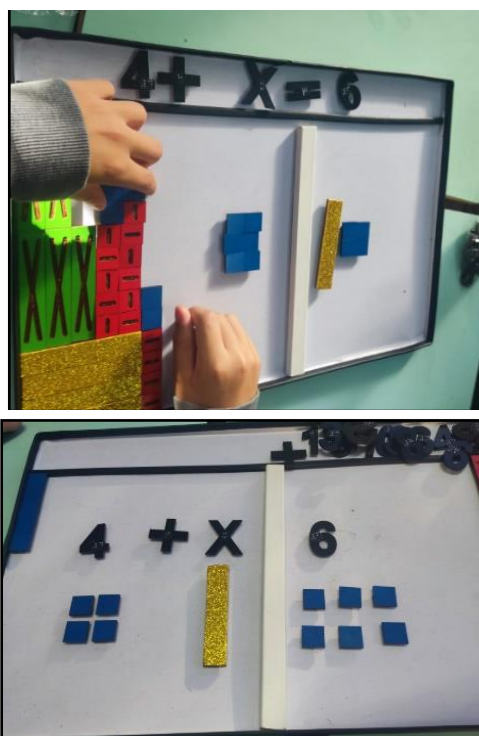
Entreguei aos grupos os kits dos Tijolos Táteis e reparei que a maioria dos estudantes deixam as peças todas juntas no centro da placa, o que dificulta a utilização dos Tijolos Táteis; então sugeri que organizem a placa como N faz, colocando as peças positivas à direita e as negativas à esquerda. Mostrei também que há um local específico na placa para fazer a representação com as peças em Braille.

Perguntei aos estudantes o que representa cada uma das peças e após eles lembrarem, solicitei que representassem em suas placas, utilizando os tijolos e as peças em Braille, a equação: $4+X=6$ (figura 33). Alguns grupos misturaram as peças dos tijolos com as peças em

Braille utilizando o símbolo da adição entre as peças que representam quatro unidades e o X, então expliquei que com os Tijolos não é necessário o símbolo de adição e subtração, que acrescentar na placa uma peça que representa o X e quatro peças que representam a unidade positiva, algebricamente representa $4+X$.

Após todos os grupos apresentarem a equação na placa, desenhei uma tabela no quadro para fazer a representação pictórica e algébrica da equação dada e fui construindo com os estudantes as etapas para chegar à resolução.

Figura 32: Representações da equação $4+X=6$.



Fonte: Acervo da autora

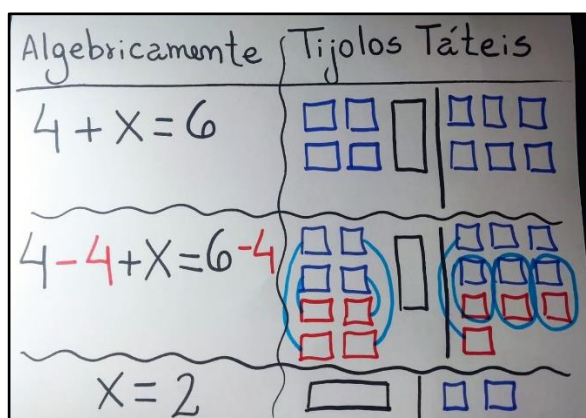
Questionei os estudantes como poderíamos saber o valor de X e rapidamente um estudante, que chamarei de L, respondeu: 2. Para motivar as resoluções da equação, perguntei aos estudantes se eles concordavam com L, a maioria não concordava, alegando que o colega não presta muita atenção nas aulas, e que então ele não saberia essa resposta “só de olhar”. Comuniquei L que iria verificar se a resposta dada estava correta utilizando os Tijolos Táteis.

Para mostrar aos alunos como resolver a equação utilizando os Tijolos Táteis, perguntei a eles como poderíamos utilizar as regras para isolar o X em um dos lados da igualdade. Quando questionei “Como podemos retirar peças da placa?”, os estudantes disseram que só podiam retirar se tivesse “uma de cada cor”, então desenhei quatro peças negativas no lado esquerdo da igualdade. Um estudante que chamarei de E comentou que seria necessário acrescentar

quatro peças negativas à direita, já que se trata de uma igualdade. Solicitei que a turma ouvisse com atenção a afirmação de E, e questionei se eles concordavam. Desconfiados, alguns grupos não opinaram, enquanto outros pediam ao colega que explicasse.

Sequencialmente, desenhei quatro peças negativas no lado esquerdo da igualdade e sugeri que poderíamos utilizar a 1ª regra e retirar peças da placa. No quadro, circulei as peças que podem ser retiradas da placa, e então na etapa seguinte desenhei a peça X, a peça que representa a igualdade e as peças que “sobraram” no lado direito da igualdade. A seguir, registrei a representação pictórica da igualdade $X = 2$ com os Tijolos Táteis, como podemos verificar na figura 34.

Figura 33: Exemplo no quadro de como representar $4+X=6$ com os Tijolos Táteis



Fonte: Acervo da autora

Após essa primeira resolução de equação algébrica utilizando os Tijolos Táteis, requisitei que representassem na placa com as peças em Braille e com os Tijolos Táteis a igualdade $2X=6$.

Neste momento a terapeuta de N me chamou e disse que esta equação não seria possível de resolver com N, pois o estudante não consegue fazer divisões, inclusive sugeri que eu adaptasse essa atividade utilizando somente adições e subtrações. Tranquilizei a terapeuta informando que não seria necessário utilizar algoritmo da divisão e nem mesmo frações para resolver esta equação, a profissional ainda assim ficou bastante incrédula e preferiu aguardar as próximas etapas para acompanhar o raciocínio que seria feito no quadro.

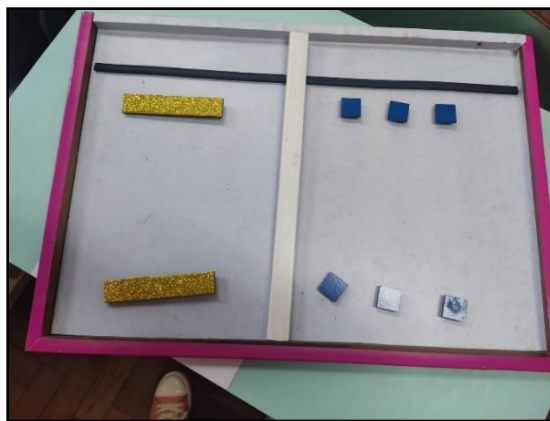
Os grupos iniciaram suas hipóteses para representação desta igualdade e alguns expressaram essa ideia adicionando na placa duas peças positivas e uma peça que representa o X no lado esquerdo da igualdade. Esse fato me fez questionar a turma: como posso representar $1X$ utilizando os Tijolos Táteis? E eles responderam que bastava colocar uma peça áspera na

placa, sinalizei que estava correto e então questionei como poderíamos representar $2X$ e então todos concluíram que bastava colocar duas peças ásperas.

Todos os grupos estavam com a representação correta da equação $2X=6$ em suas placas e então indaguei como poderíamos isolar o X . Com agilidade, o estudante E respondeu que bastava dividir seis por dois, e mais uma vez comuniquei que utilizaria os Tijolos Táteis para verificar se estava correta a afirmação do estudante.

Informei aos alunos que para isolar o X , neste caso, bastava separarmos os X em grupos. Como na igualdade dada havia duas peças que representam o X , teríamos que separar em dois grupos e então “separar” as peças do outro lado da igualdade no mesmo número de grupos. Neste instante a terapeuta de N ficou muito animada, estava sorrindo e batendo palmas, pois N conseguiu resolver a equação, separou as peças como mencionei e disse que então X valia “três positivos”. Os outros grupos também solucionaram a equação, como podemos verificar na figura 35.

Figura 34: Separação das peças “X” para solucionar a equação.

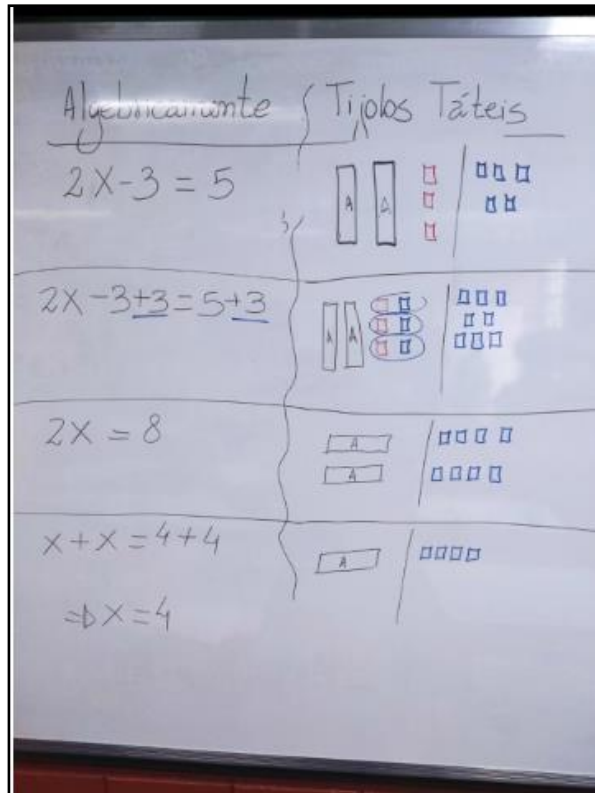


Fonte: Acervo da autora

A próxima representação que solicitei foi $2X-3=5$ e os grupos conseguiram representar nas placas. Alguns iniciaram a acrescentar peças com a finalidade de utilizar a 1ª regra e posteriormente isolar o X .

Fui então ao quadro para representar algébrica e pictoricamente as etapas de resolução dessa equação, como podemos verificar na figura 36.

Figura 35: Representação algébrica e pictórica da resolução da equação $2X-3=5$



Fonte: Acervo da autora

Após a resolução feita no quadro, entreguei aos grupos a atividade do dia, tabelas com equações para serem resolvidas individualmente. Cada grupo recebeu quatro tabelas, cada uma com uma equação diferente, para que preenchessem inspirados nas representações que fizemos no quadro; também entreguei lápis de cor para auxiliar nas representações pictóricas. Alguns estudantes primeiramente resolviam na placa para depois desenhar as peças que haviam utilizado na tabela; no entanto, reparei que outros já desenharam as peças sem o uso da placa. Outros ainda só preencheram uma das colunas da tabela. Não precisava compartilhar sua placa, fiz as tabelas 1 e 2 e sua terapeuta fez nas tabelas as representações pictóricas referentes às representações que N realizava com os Tijolos Táteis.

O restante do período foi destinado ao preenchimento das tabelas; eu fui passando nos grupos verificando se estavam utilizando as peças corretamente e quando percebia que algum aluno estava aguardando a sua vez de utilizar a placa, o incentivava a “imaginar” a placa e a iniciar a representação pictórica, assim alguns fizeram suas próprias representações pictóricas, ao invés de representar na placa e outro colega realizar o preenchimento da tabela (figura 37). Alguns ainda se sentiam inseguros e só desenhavam na tabela após me mostrar se estavam representando corretamente.

Figura 36: Estudantes realizando suas representações pictóricas sem o uso das peças dos Tijolos Táteis.



Fonte: Acervo da autora

Foi possível perceber que a maioria dos estudantes realizava a representação pictórica das peças dos Tijolos Táteis, mas estava com dificuldade em realizar os tratamentos necessários para resolver as equações.

Faltando 3 minutos para terminar o período, solicitei que me entregassem as tabelas como estavam, os kits dos Tijolos Táteis e organizassem a sala.

7.3.5 Planejamento do 5º encontro

Objetivo do encontro 5: retomar o Princípio Aditivo e o significado da divisão pela expressão: “repartir em partes iguais.” Resolver equações algébricas do primeiro grau com uma incógnita e introduzir problemas algébricos, incentivando não só as representações algébrica e a pictórica com os Tijolos Táteis, mas também a representação da língua materna “com palavras”. Conversão entre os diferentes tipos de representação e os respectivos tratamentos.

Nessa aula, o kit dos Tijolos Táteis continuará como ferramenta de apoio aos estudantes com deficiência visual e aos estudantes que ainda não representam pictoricamente sem o auxílio do material concreto.

Primeiramente retomaremos sobre as equações que vimos nas últimas aulas e como representá-las algébrica e pictoricamente.

De forma dialogada e escrevendo no quadro faremos algumas considerações, são elas:

Observe a soma: $2+2+2+2+2$. Existe outra forma de escrever essa soma? Será que há uma forma mais reduzida de escrevê-la?

$2+2+2+2+2 = 5 \times 2 = 5 \cdot 2$ (iremos mostrar que o “ponto entre os números” também pode ser utilizado como o sinal de multiplicação, pois para os videntes, o símbolo da multiplicação (\times), pode ser confundido com a incógnita X. Fato que não ocorre com a escrita Braille).

Somas repetidas podem ser escritas como uma multiplicação.

E também, $\heartsuit + \heartsuit + \heartsuit + \heartsuit + \heartsuit$ resulta em cinco corações que podemos abreviar por $5 \heartsuit$, já que são somas repetidas.

Nas peças dos Tijolos Táteis, não utilizamos o sinal de + e não houve confusão, mas com os Números Táteis e na representação algébrica, sempre é necessário o seu uso. Com números já não é tão simples: 222 e $2+2+2$ são diferentes, por isso sempre colocamos o sinal de + para diferenciar.

Assim, se temos objetos não precisamos o sinal de +, pois não há confusão, mas com os números há a necessidade dos sinais.

Questionaremos: e quando há somas de letras? Por exemplo: $X+X$?

Esperamos que respondam $2X$, já que são somas repetidas.

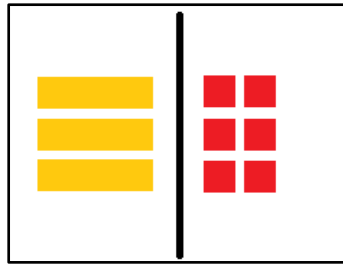
Sequencialmente, questionaremos se o mesmo vale para $X+X+X$?

Assim, concluiremos juntamente com os estudantes que quando temos a igualdade $X+X+X = (-1)+(-1)+(-1)+(-1)+(-1)+(-1)$, podemos reescrever como: $3X = 6 \cdot (-1)$ e vice-versa, ou seja, a equação $3X=-6$ pode ser reescrita como: $X+X+X = (-1)+(-1)+(-1)+(-1)+(-1)+(-1)$

Será questionado: como representar essa expressão utilizando os Tijolos Táteis?

Após as interações dos estudantes faremos no quadro essa representação pictórica, como na Figura 38.

Figura 37: Representação pictórica da equação $3X=-6$.



Fonte: Construção da autora

Após, de forma dialogada será realizada a representação algébrica e pictórica da equação $4X-3=1$, como na Tabela 5.

Tabela 5: Representação pictórica e algébrica dos tratamentos para solucionar a equação $4X-3=1$

Nome do aluno	
Tijolos Táteis	Algebricamente ⁴
	$4X - 3 = 1$
	$4X - 3 + 3 = 1 + 3$
	$4X = 4$
	$X = 1$

Fonte: Construção da autora

⁴ Em uma futura utilização deste planejamento, ao invés de utilizar a equação $4X-3=1$, utilizaremos $4X+(-3)=1$. Reforçando a ideia de que subtrair é somar com o oposto.

Após esses exemplos, os estudantes farão atividades semelhantes aos das últimas aulas, resolverão equações algébricas em uma tabela como a tabela 3 para que façam as representações algébricas e pictóricas das seguintes equações:

- 1) $4+2X=8$
- 2) $3X+3=-6$
- 3) $X-5=1+2X$
- 4) $-3X=X-4$

Após a resolução das equações e preenchimento nas respectivas tabelas, os estudantes entregarão as tabelas para a professora/pesquisadora.

Sequencialmente, verificaremos que as equações algébricas aparecem naturalmente em situações-problema.

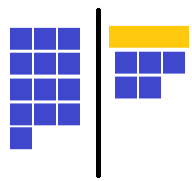
No próximo encontro será proposto aos estudantes que resolvam problemas, e para a resolução, além das representações algébricas e pictóricas de cada etapa do desenvolvimento, também faremos a representação da linguagem materna, incentivando que representem “com palavras” o raciocínio feito em cada etapa.

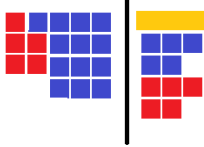
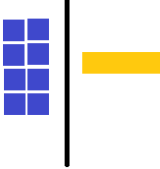
A fim de motivar a atividade que será proposta no encontro 6, faremos um exemplo no quadro de como representar de três maneiras distintas a equação algébrica que aparece no seguinte problema:

A soma das idades de Pedro e Miguel é 13. Sabendo que Pedro tem 5 anos, qual é a idade de Miguel?

O problema será lido pela pesquisadora, incentivando os estudantes a ajudá-la a realizar as representações no quadro, completando a tabela (Tabela 6).

Tabela 6: Três representações e tratamentos para a resolução de um problema que envolve equação algébrica.

Com palavras	Tijolos Táteis	Algebricamente
Idade Pedro + Idade do Miguel é 13. A idade de Pedro é 5. A idade de Miguel é X.		$13 = 5 + X$

<p>Acrescentar 5 negativas para anular as 5 positivas da direita da igualdade. Acrescentar 5 negativas na esquerda também para manter a igualdade.</p>		$13+(-5) = 5+(-5)+X$
<p>A idade de Miguel é 8</p>		$8 = X$

Fonte: Construção da autora

7.3.5.1 Relato do 5º encontro

No dia 12 de maio tivemos nosso 5º encontro. Estavam presentes 22 estudantes. Ao entrar na sala todos já estavam organizando-se nos grupos de trabalho. Nessa aula levei os kits dos Tijolos Táteis para ser utilizado como ferramenta aos estudantes com deficiência visual e como apoio aos estudantes que ainda não representam pictoricamente sem o auxílio do material concreto. A terapeuta que acompanha N não estava, então a professora da SIR o acompanhou durante a aula. G não estava presente.

Para retomar o que vimos nos últimos encontros, escrevi no quadro a soma: $2+2+2+2+2$. E questionei aos estudantes se havia outra forma de escrevê-la. Indaguei se seria correto representar como a multiplicação 5×2 e todos confirmaram. Afinal, somas repetidas são multiplicações e ainda aproveitei para mostrar que, matematicamente, podemos utilizar o ponto entre os números como símbolo de multiplicação ($5 \cdot 2$), principalmente quando estamos resolvendo equações algébricas que envolvem a letra X para não haver confusão entre a incógnita e o símbolo da multiplicação.

Desenhei no quadro $\heartsuit + \heartsuit + \heartsuit + \heartsuit + \heartsuit$, fiz a descrição do que estava no quadro. Questionei o que significavam somas repetidas e então os estudantes concluíram que podemos reescrever como $5 \heartsuit$. E então indaguei se não tivesse os símbolos de adição entre os desenhos, se faria diferença no resultado e os estudantes afirmaram que continuaria sendo $5 \heartsuit$. Então

questionei como era feito com as peças dos Tijolos Táteis, quando temos três peças que representam o $-X$, como representamos? O estudante que chamarei de D, disse: “os símbolos de mais são invisíveis, é só colocar três peças $-X$.”

Os estudantes ficaram querendo saber o valor de cada coração, não queriam deixar a resposta com uma “incógnita”, me perguntavam qual era o valor de cada coração pra fazer a substituição. Respondi que não sabíamos, que eram como “likes” nas fotos das redes sociais, que quando as pessoas gostam da foto que postamos enviam um coração representando um “like”.

Questionei a turma se com números também era possível deixar os símbolos de adição invisíveis, se 222 e $2+2+2$ tinham diferenças e os estudantes concluíram que para somar números sempre colocamos o sinal de $+$ para diferenciar.

Assim, se temos objetos não precisamos do sinal de $+$, pois não há confusão, mas com os números há a necessidade dos sinais.

Sequencialmente escrevi no quadro a equação $4X-3=1$ e questionei como devemos proceder para encontrar o resultado.

Primeiramente resolvemos algebricamente e então utilizamos o **Princípio Aditivo** para isolar o X , escrevi no quadro:

$$4X-3+3=1+3$$

$$4X=4$$

Comentei que “Repartir em 4 partes iguais” é o mesmo que dividir por 4 e então $X+X+X+X=1+1+1+1$ e, portanto, X vale 1.

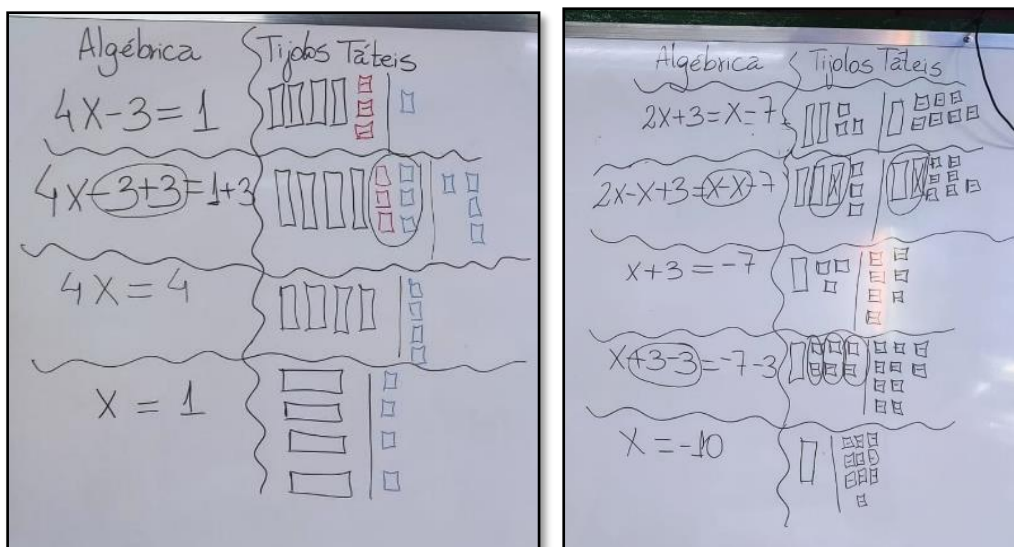
Sequencialmente escrevi no quadro a equação $2X+3 = X-7$

Comentei que se queremos isolar X e temos X nos dois lados da igualdade precisamos “escolher” um lado para concentrar os “ X ”.

Para resolver essa equação no quadro, desenhei uma tabela para representar algébrica e pictoricamente. A cada etapa, eu questionava à turma quais seriam as estratégias de resolução. O estudante E estava bem participativo e foi acompanhando cada uma das etapas da resolução. Podemos observar na Figura 39, os exemplos feitos no quadro.

Figura 38: Exemplos no quadro, representações algébrica e pictórica das equações

$$4X-3=1 \text{ e } 2X+3=X-7.$$



Fonte: Acervo da autora

Após esses exemplos, entreguei as tabelas para resolução de equações algébricas. Eram quatro equações distintas por grupo, para que cada aluno resolvesse uma equação diferente. Nessa atividade os estudantes deveriam fazer as representações algébricas e pictóricas das etapas das resoluções, semelhante ao que havíamos feito no quadro.

O restante do período foi dedicado ao preenchimento das tabelas, os estudantes chamavam-me para conferir se estavam realizando corretamente as representações. Nesta aula, a maioria dos estudantes representaram pictoricamente, sem a ajuda das peças dos Tijolos Táteis. Uma estudante, que chamarei de R, quando resolveu sua equação disse: “resolver com as peças dos Tijolos Táteis parece mágica, no final o resultado aparece!”

Após a entrega das tabelas, comentei com os estudantes que algumas equações algébricas aparecem naturalmente em nosso dia a dia em situações problema e que na próxima aula veremos como resolver problemas matemáticos utilizando os Tijolos Táteis.

7.3.6 Planejamento do 6º encontro

Objetivo do encontro 6: Retomar a representação pictórica das peças dos Tijolos Táteis na resolução de equações algébricas lineares completas com coeficientes inteiros e soluções inteiras. Resolver problemas, incentivando a representação da linguagem materna “com

palavras”, a representação pictórica dos Tijolos Táteis sem o uso dos tijolos (incentivando o desapego do material concreto), e a representação algébrica, assim como a transição entre elas e os respectivos tratamentos. Instigar a formulação de equações a partir de resultados prévios (realização do processo inverso), e criação de problemas.

Iniciaremos a aula retomando a ideia de resolução de problemas matemáticos que envolvam equações algébricas.

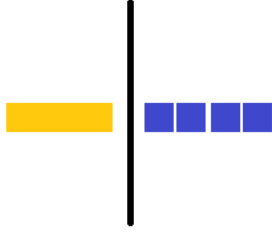
Faremos no quadro o seguinte exemplo:

Neste ano, Enzo tem o dobro da idade da sua irmã Ana, mais 3. Sabendo que a soma das idades dos irmãos é 15, qual a idade de Ana?

Desenharemos no quadro uma tabela, como a tabela 7 e faremos as representações e os tratamentos.

Tabela 7: Resolução de problema que envolve equação algébrica com três representações e seus tratamentos.

Com palavras	Tijolos Táteis	Algebricamente
<p>Idade do Enzo é o dobro de Ana + 3. Enzo + Ana = 15 A idade de Ana é X.</p>		$X + 2X + 3 = 15$
<p>Acrescentar 3 peças negativas para anular as 3 peças positivas da esquerda da igualdade. Acrescentar 3 peças negativas na direita também para manter a igualdade.</p>		$3X + 3 - 3 = 15 - 3$
<p>Dividir/repartir os dois lados em 3 partes iguais.</p>		$3X = 12$

Ana tem 4 anos.		$X = 4$
-----------------	--	---------

Fonte: Construção da autora

Será entregue para cada aluno uma folha, com problemas matemáticos, também receberão lápis de cor coloridos (nas cores das peças do Tijolos Táteis) para auxiliar na representação pictórica. Os tijolos táteis ficarão à disposição dos alunos, mas será entregue somente mediante solicitação, pois acreditamos que tão importante quanto saber usar um material manipulativo é desapegar do seu uso após a construção da aprendizagem.

Para a resolução dos problemas, os alunos se reunirão em duplas.

Para G e N serão propostos problemas com equações algébricas envolvendo as mesmas operações que para o restante da turma, porém com valores menores, para facilitar a utilização das peças dos Tijolos Táteis. Receberão os problemas em Braille e em áudio. Ambos farão a representação com as peças e a descrição do raciocínio com palavras.

O estudante G irá representar com os Números Táteis e com os Tijolos Táteis.

Problemas G e N (em Braille e em áudio):

1. João comprou para o lanche dois pães de queijo e um achocolatado. Cada pão de queijo custou R\$4,00 e o total que João pagou foi R\$11,00. Quanto custou o achocolatado?

2. João, antes de comprar o lanche, tinha R\$15,00. Após a compra do lanche, sua mãe lhe deu o dobro do que sobrou de troco. Com quantos reais João ficou?

Para os demais estudantes da turma será entregue uma folha impressa com problemas e tabelas com três representações, como na Figura 40. Os alunos deverão resolver os problemas preenchendo as tabelas, utilizando os Tijolos Táteis só se requisitados.

Figura 39: Atividades 1 e 2: Resolução de problemas algébricos com três representações.

Resolver os problemas preenchendo a tabela.

1. Comprei um livro e uma capinha de celular pela internet. Observei que o livro custou o dobro do valor da capinha mais dois reais. Sabendo que o total da compra foi de R\$14,00, quanto custou a capinha de celular?

Com palavras	Algebricamente	Tijolos Táteis

2. Como gostei muito dos produtos que adquiri, resolvi comprar no mesmo site três canetas marca texto e um fone de ouvido. O valor total desta compra foi de R\$31,00 e o preço do fone foi o triplo do preço de uma caneta mais um. Quanto custou cada caneta?

Com palavras	Algebricamente	Tijolos Táteis

Fonte: Construção da autora

Após vinte minutos iremos recolher a folha com as atividades 1 e 2 e entregar a segunda folha impressa com a atividade 3 (Figura 41), que terá o objetivo de o aluno realizar o processo inverso, agora será incentivado a criar problemas e equações com soluções predeterminadas, cumprindo assim uma das habilidades da BNCC, elaborar e resolver problemas.

Figura 40: Atividade 3: criação de problemas e equações.

3. Agora é sua vez de criar!
- Elabore um problema matemático cuja equação seja $5X - 3 = 7$.
 - Apresente uma equação algébrica linear envolvendo adição cujo resultado seja 2:
 - Apresente uma equação algébrica linear envolvendo adição cujo resultado seja -3:
 - Apresente uma equação algébrica linear envolvendo multiplicação cujo resultado seja 2:
 - Apresente uma equação algébrica linear envolvendo multiplicação cujo resultado seja -3:
 - Apresente uma equação linear envolvendo adição e multiplicação cujo resultado seja $X = 2$.

g. Apresente uma equação linear envolvendo adição e multiplicação cujo resultado seja $X = -3$.

Fonte: Construção da autora

Durante a atividade 3, será explanado no quadro uma maneira de construir uma equação a partir de um resultado (processo inverso).

Exemplo:

Se $X=2$

$3X=3 \cdot 2$ (é possível multiplicar os dois lados da igualdade por qualquer número, escolhemos o “3”)

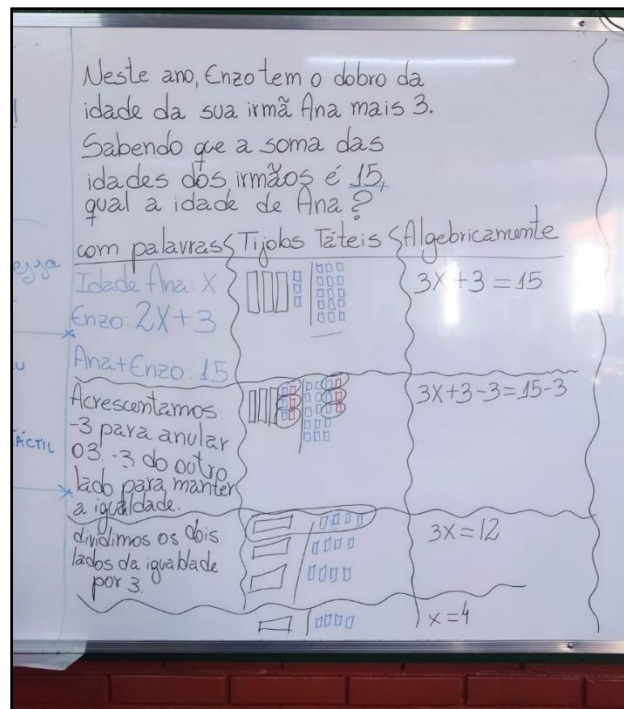
$3X=6$

7.3.6.1 Relato do 6º encontro

No dia 17 de maio tivemos nossa 6ª aula. Estavam presentes 25 estudantes. Informei os estudantes que neste dia, faríamos as atividades em duplas e, portanto, a organização das classes será num formato diferente das últimas aulas. G não estava presente, assim como a terapeuta de N, quem acompanhou N nas atividades foi a professora auxiliar da turma.

Iniciei a aula retomando o último encontro em que eu havia dito que era possível encontrar equações algébricas em situações cotidianas e então escrevi no quadro uma situação problema e uma tabela para preenchermos ao longo das etapas de resolução, porém desta vez a tabela além das representações pictóricas e algébricas, também terá uma coluna para representar “com palavras” para que seja escrito o raciocínio e estratégias de resolução. Para construir a equação e resolvê-la, fui questionando aos estudantes quais eram as etapas necessárias, as regras e cálculos que precisariam ser feitos. Na Figura 42 podemos verificar as representações.

Figura 41: Resolução de problema envolvendo equação algébrica linear com uma incógnita e suas representações “com palavras”, pictórica e algébrica.



Fonte: Acervo da autora

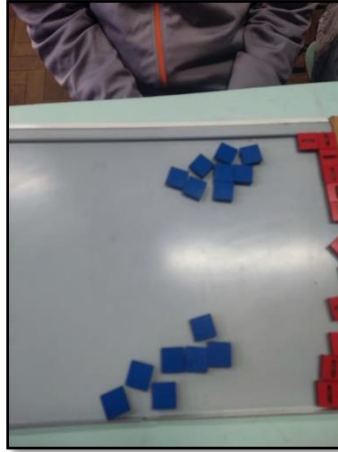
Após a resolução dessa situação problema, entreguei aos estudantes uma folha com problemas que deveriam ser resolvidos com três tipos de representações. Deixei sobre uma mesa lápis de cor e os kits dos Tijolos Táteis à disposição dos estudantes para utilizarem se necessário. Para N foram propostos outros problemas, com equações algébricas envolvendo as mesmas operações que para o restante da turma, porém com valores menores, para facilitar a utilização das peças dos Tijolos Táteis. Esses problemas foram entregues impressos à professora que o acompanhou e foi gravado em áudio para que o estudante pudesse ouvir quantas vezes necessário.

O estudante E queria resolver somente algebricamente e alguns estudantes queriam resolver somente pictoricamente. A representação “com palavras” estava ficando em branco, então conforme eu passava pelas duplas, ia incentivando-os a escrever o raciocínio feito em cada etapa e então os estudantes solicitavam com frequência que eu verificasse se o que estavam escrevendo era suficiente. Informei que quando terminasse o primeiro período eu iria recolher as folhas de atividades e iríamos iniciar a próxima atividade.

Enquanto os estudantes resolviam suas atividades, sentei-me ao lado de N para auxiliar na leitura e verificar como ele faria a representação com as peças dos Tijolos Táteis. Para auxiliar N na resolução do primeiro problema, li para N e questionei qual o valor total gasto com pão de queijo, se cada um valia quatro reais e João havia comprado dois. N começou a

colocar no meio da placa quatro peças positivas e depois mais quatro, contou o total de peças e afirmou que esse era oito o valor dos pães de queijo, como podemos observar na Figura 43.

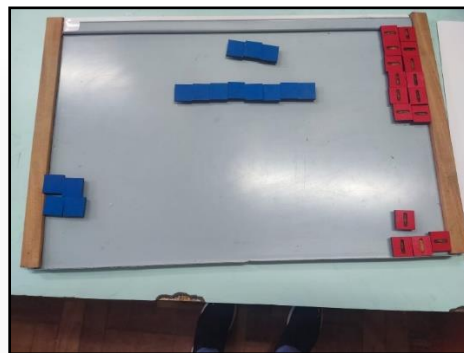
Figura 42: N calculando o valor gasto com pão de queijo na resolução do problema 1.



Fonte: Acervo da autora

Posteriormente, li novamente o problema para N e afirmei que João pagou um total de onze reais pela compra, e já sabemos que oito foi gasto com pão de queijo, então questionei como podemos fazer pra saber o valor do achocolatado. N alinhou as oito peças positivas, contou novamente e pegou mais peças positivas contando: “nove, dez e onze”, deixando essas peças separadas das demais concluiu que então esse era o valor do achocolatado. Indaguei que valor era esse e contando as peças que estavam separadas, N afirmou que era três reais. Podemos verificar essa representação na Figura 44.

Figura 43: N calculando o valor do achocolatado.



Fonte: Acervo da autora

Na segunda atividade, fiz o mesmo, li a situação problema para N e então indaguei: “Se João tinha quinze reais, quanto sobrou de troco?” “Lembra quanto ele gastou?”. N contou novamente quantas peças estavam no centro da placa e confirmou que João gastou onze reais e então N procurou as demais peças positivas, quando as encontrou contou: 12, 13, 14 e 15, deixando essas quatro peças separadas das onze que já estavam alinhadas. Quando questionei o que representava essas quatro peças o estudante disse que não sabia, N não concluiu que o “troco” seria quatro reais, então afirmei “se João tinha quinze reais e gastou onze, essas quatro peças representam o que ele recebeu de troco.” Continuei: “e a mãe de João deu a ele o dobro do que sobrou, se sobrou quatro, temos que descobrir quanto é o dobro de quatro, daí saberemos quanto ele ganhou de sua mãe.” Indaguei se N sabia calcular o dobro e ele comunicou que não sabia, então lhe disse que o dobro era duas vezes o valor ou a soma de um valor por ele mesmo. Então perguntei qual era o dobro de quatro e N disse rapidamente: “quatro mais quatro” e contou quatro peças positivas depois mais quatro peças e ao final respondeu que o resultado era oito. A professora que o acompanhou e eu elogiamos e ele ficou muito animado, bateu palmas e ficou orgulhoso de ter conseguido responder corretamente. Mas lhe informei que ainda não tínhamos terminado, que faltava descobrir com quantos reais João ficou e se ele ganhou oito reais da sua mãe e já tinha quatro que sobrou de troco, só falta somar tudo. N contou as oito peças, acrescentou mais quatro peças na placa, contou todas e concluiu que João estava com doze reais. Parabenizamos novamente e o estudante ficou novamente muito animado.

Pedi que os estudantes entregassem as tabelas, ainda faltavam trinta minutos para o fim do período, mas conforme eles entregavam, foram se levantando, olhando pela janela como se a aula tivesse terminado. Pedi para que sentassem novamente e entreguei a próxima atividade.

Os estudantes tiveram dificuldade para realizar essa atividade, a maioria nem tentou realizar a primeira e para resolver as demais solicitaram ajuda. A cada hipótese chamavam para que eu verificasse se estava correto. Após quinze minutos verifiquei que a maioria dos estudantes ainda não havia feito nem metade das atividades, então fui ao quadro e dei uma sugestão de como eu faria uma equação algébrica cujo resultado fosse determinado. Mostrei que como se trata de uma igualdade, se somar uma unidade positiva em um dos lados, basta adicionar uma unidade no outro lado também e a igualdade prevalece (princípio aditivo), assim como a multiplicação.

Ao final do período, recolhi as folhas de atividades, os estudantes organizaram as classes da sala e N entregou seu Kit dos Tijolos Táteis. Os outros estudantes não solicitaram os Kits.

7.3.7 Planejamento do 7º encontro

Objetivo do encontro 7: elaborar problemas matemáticos que envolvam equações algébricas pré-definidas, assim como equações algébricas com resultados inteiros. Sensibilizar os estudantes para o desafio de resolver equações sem a visão. Resolver equações algébricas lineares completas com coeficientes inteiros e soluções inteiras com os olhos vendados, transitando entre as representações com as peças dos Tijolos Táteis e a representação algébrica, assim como seus respectivos tratamentos.

Iniciaremos a aula retomando a ideia de resolução de problemas matemáticos que envolvam equações algébricas. Assim como na última aula, os estudantes deverão elaborar situações problema a partir de uma resolução previamente definida.

A partir de uma equação algébrica definida, faremos oralmente e no quadro dois exemplos de situações problema cuja equação algébrica para sua resolução seja $2X+5=9$.

Exemplos de problemas:

1. O dobro da idade do meu gato mais 5 anos é 9 anos. Qual a idade do meu gato?
2. Ana e Alan são gêmeos e têm um irmão de 5 anos, o Paulo. A soma das idades dos 3 irmãos é 9. Qual a idade de Ana e Alan?

Com os estudantes sentados em duplas, entregaremos a folha com a atividade 3 da 6ª aula (figura 41), para que concluam.

Após a conclusão dessas atividades, perguntaremos aos estudantes quais foram as estratégias para a elaboração do problema e das equações. Faremos no quadro a comparação dos resultados, tanto da elaboração do problema, quanto das equações algébricas com resultados definidos.

Traremos uma estratégia para elaborar equações com resultados pré-definidos utilizando os princípios aditivo e multiplicativo.

Exemplo:

Se sabemos que o resultado da equação é 2, como podemos construir uma equação com este resultado?

Escreveremos no quadro: $X = 2$ e através de perguntas iremos construindo a equação:

$$3X=3\cdot 2 \text{ (princípio multiplicativo)}$$

$$3X+4 = (3\cdot 2) +4 \text{ (princípio aditivo)}$$

$$3X+4=10$$

Sequencialmente, as duplas receberão uma folha em branco com o desafio de criar uma equação algébrica envolvendo adição e multiplicação com resultado inteiro. Aqui será salientado que deve ser possível resolver esta equação utilizando os Tijolos Táteis.

Escreveremos no quadro:

1. Elaborar uma equação algébrica envolvendo adição e multiplicação com resultado inteiro. (é preciso que seja possível resolver essa equação com os Tijolos Táteis)

Entregaremos a folha em branco.

Conferidos os resultados dessas equações, cada dupla se unirá com outra e os estudantes serão convidados a solucionar a equação da outra dupla, com os olhos vendados e utilizando os Tijolos Táteis (Queremos que os estudantes se coloquem no lugar dos colegas com deficiência visual, sintam as texturas das peças e percebam como é diferente a utilização dos Tijolos Táteis sem o sentido da visão).

Ao final desta atividade a professora\pesquisadora entregará aos estudantes uma lembrança de participação na pesquisa e despedida.

7.3.7.1 Relato do 7º encontro

No dia 19 de maio tivemos nosso 7º e último encontro. Neste dia, tanto a terapeuta N quanto a professora da SIR não estavam presentes e então o professor de Matemática acompanhou N e a professora auxiliar da turma acompanhou G. Antes de iniciar a aula, fomos informados que três estudantes da turma estavam concorrendo ao cargo de representante do conselho escolar e que teriam que acompanhar a orientadora pedagógica pelas turmas para que toda escola conhecesse os candidatos, G estava entre os candidatos e então não participou dos primeiros momentos da aula.

Iniciei a aula informando que seria nosso último encontro e então retomei a ideia de elaborar problemas matemáticos e equações algébricas a partir de valores pré-definidos. Informei que na última aula, houve alunos que não conseguiram realizar a atividade que possuía esse intuito, mas que era super aceitável visto que nunca tínhamos realizado atividades com esse objetivo.

Iniciei motivando a turma a pensar junto em um problema matemático cuja equação algébrica para sua resolução seja $2X+5=9$.

Comentei com os estudantes que o fator $2X$ representa “o dobro de algo”, então um exemplo de problema que podemos elaborar é: “o dobro da idade do meu gato mais 5 anos é 9 anos. Qual a idade do meu gato?” Os estudantes ficaram animados, alguns comentaram que não imaginavam que era tão fácil, que na última aula não sabiam como fazer, mas que agora sabem. Então, informei que entregaria a atividade 3 que iniciamos na última aula, para que concluíssem. Muitas vezes, durante as resoluções das atividades propostas, os estudantes faziam à caneta, por não possuir lápis de escrever, o que eventualmente ocasionava rasuras. Elaborei para essa última aula, uma pequena “lembrancinha” com uma mensagem e um lápis de escrever com borracha. Para N e G elaborei um marca páginas, com a mesma mensagem dos demais, porém escrito em Braille e com a textura da peça X, que eles haviam comentado ser a textura que mais gostaram. Havia organizado para entregar no final da aula, porém como estavam pedindo lápis emprestado ou fazendo a atividade à caneta, antecipei a entrega do “presente”. A Figura 45 ilustra as “lembrancinhas” que foram entregues.

Figura 44: Lembrancinhas entregues para os estudantes.



Fonte: Acervo da autora

Durante as resoluções das atividades, enquanto eu passava pelas duplas, verifiquei que alguns se apropriaram da ideia e estavam resolvendo rápida e corretamente, então pedi para que esses estudantes explicassem para os colegas quais as estratégias estavam utilizando. O estudante E comentou que bastava escolher um número qualquer e o somar dos dois lados da

igualdade e as atividades que pedem para multiplicar, utiliza a mesma ideia, multiplica por um mesmo número nos dois lados.

Quando os alunos candidatos a representante do conselho escolar retornaram entreguei as atividades iniciadas na última aula, somente G não estava presente na última aula e então recebeu as mesmas atividades elaboradas para N, porém impressas em Braille além do Kit dos Tijolos Táteis.

O professor de Matemática, que estava acompanhando N, explorou com o estudante os Tijolos Táteis para a resolução dos problemas e elaboração de algumas equações algébricas a partir de valores de X conhecidos. Alguns estudantes solicitavam ajuda para verificar se estavam resolvendo corretamente as atividades e G perguntava qual era o resultado dos problemas, pois não queria fazer o 2º sem saber se o 1º estava correto. G perguntava em voz alta: “o achocolatado custou três reais?” Confirmei que esse era o valor do achocolatado, G comemorou e organizou sua placa para a resolver o próximo problema.

Os estudantes entregaram as atividades finalizadas e então informei qual seria a próxima atividade. Entreguei uma folha em branco para cada dupla e escrevi no quadro a proposta de atividade:

1. Elaborar uma equação algébrica envolvendo adição e multiplicação com resultado inteiro. (é preciso que seja possível resolver essa equação com os Tijolos Táteis)

Solicitei que os estudantes verificassem se a equação elaborada é passível de resolução por meio dos Tijolos Táteis e então indaguei à turma se haveria algum estudante com o interesse de resolver a equação elaborada por outra dupla com os olhos vendados utilizando os Tijolos Táteis, podendo experienciar a resolução da equação com a manipulação das peças e distinguindo-as somente pelo tato. Três estudantes quiseram participar desta dinâmica (Figura 46).

Figura 45: Estudantes com os olhos vendados resolvendo equações algébricas utilizando os Tijolos Táteis.



Fonte: Acervo da autora.

Os estudantes vendados conseguiram resolver corretamente as equações, o que gerou aplausos do restante da turma, principalmente de G e N que ficaram animados com a atitude dos colegas. G também quis resolver a equação elaborada por outra dupla, então uma colega utilizou os Tijolos Táteis para representar na placa a equação elaborada: $2X+6=10$. G comunicou corretamente a equação e iniciou a resolução acrescentando seis unidades negativas na esquerda da igualdade e seis unidades negativas também à direita. Sem retirar peças da placa G afirmou $2X=4$, então perguntei como chegou a essa conclusão e G mostrou que quando é possível utilizar a 1ª regra, ao invés de retirar duas a duas e verificar o que “sobra”, alinha as peças e verifica somente as peças sobressalentes para determinar o valor. Por fim, disse que como há dois X, basta dividir o outro lado por dois e então como quatro dividido por dois é dois, X é dois. Eu e os professores que estavam observando a resolução ficamos muito satisfeitos e empolgados com a agilidade do estudante resolver e de verificar que criou estratégias próprias da utilização das peças sem contrapor as regras de uso.

Ao final desta atividade, o período já estava terminando, e então agradei a participação dos estudantes e juntamente com a professora orientadora desta pesquisa entreguei para G e N um Kit dos Tijolos Táteis para que possam explorar as ideias matemáticas desse material também em suas casas.

8 ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos documentos produzidos pelos alunos foi realizada posteriormente à aplicação da sequência de atividades. Nos apoiamos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Raymond Duval para refletir sobre os dados coletados. Em nossa análise, procuramos nos adereçar à questão norteadora da pesquisa, assim como no objetivo geral e específicos.

Para isso, durante a análise verificamos se os alunos convertem e transitam entre as representações: se, utilizando Tijolos Táteis, obtêm uma representação para os números inteiros, e se dada uma representação de um número inteiro em Tijolos Táteis retornam para o número inteiro dado. Também se expressam equações do 1º grau com uma incógnita fazendo uso do material e se dada uma equação do 1º grau representada via Tijolos Táteis, voltam para a equação dada. Observamos os processos de resolução das atividades pelos estudantes a partir dos tratamentos realizados com os Tijolos Táteis e verificamos se a ferramenta criada estabelece interações entre estudantes com e sem acuidade visual.

A sequência de atividades foi aplicada para toda a turma no horário regular de aula, porém somente foram analisados os dados dos estudantes cujos responsáveis autorizaram a participação na pesquisa.

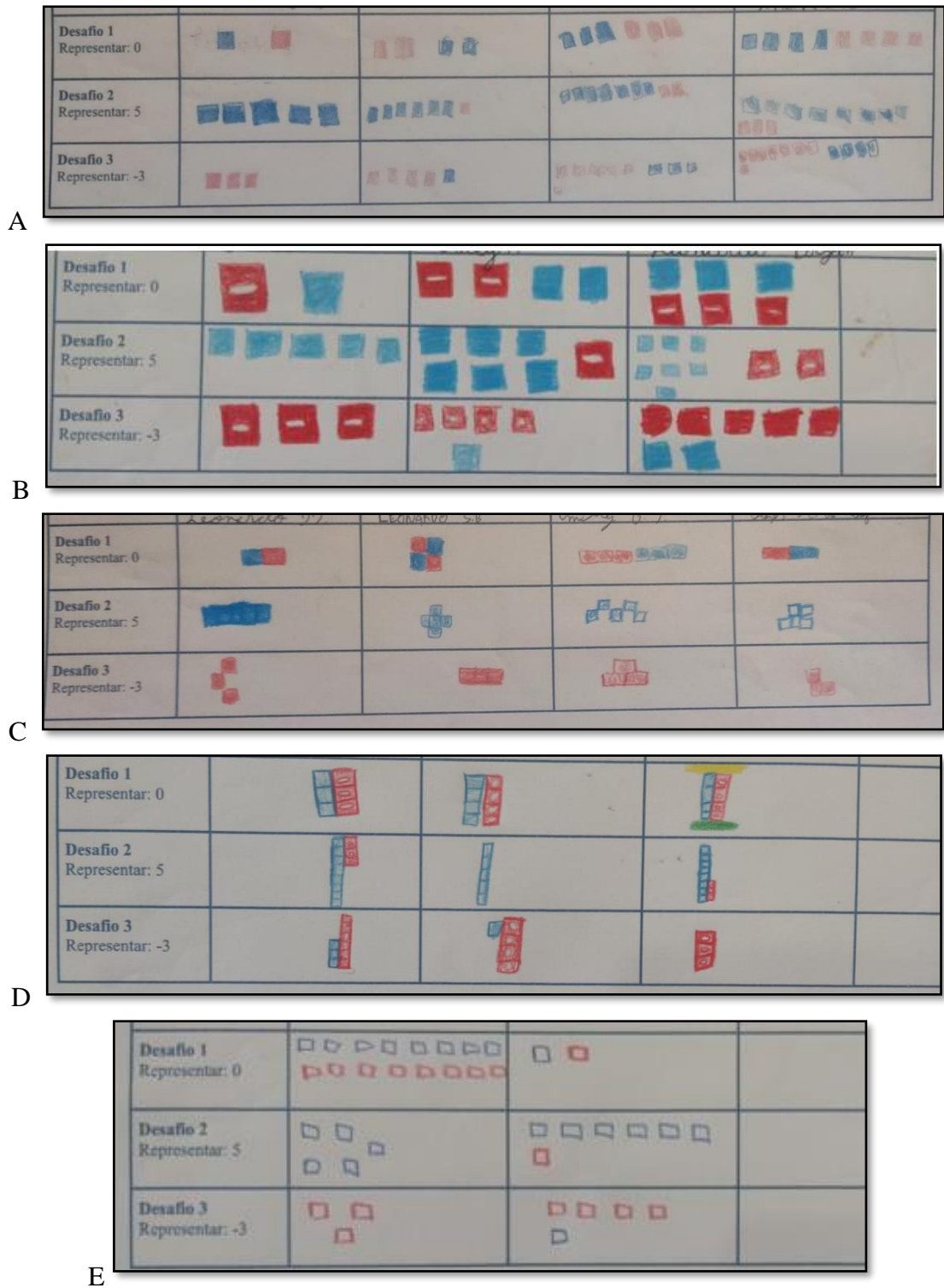
Na análise dos documentos e das falas dos alunos em sala de aula, representaremos o nome dos estudantes por uma letra maiúscula.

Nesta seção apresentamos a análise dos dados coletados durante as sete aulas.

8.1 ANÁLISE DA AULA 1

Na atividade representada na (Tabela 1), os estudantes demonstraram facilidade e todos os grupos conseguiram realizar o exercício de reconhecimento das peças, manipulação do material e diferentes representações para o mesmo número. Na Figura 47, podemos observar as representações feitas por alguns grupos.

Figura 46: Representações pictóricas das peças dos Tijolos Táteis para representar alguns números inteiros.



Fonte: Acervo da autora.

Dos seis grupos formados nesta aula, quatro utilizaram a mesma estratégia que podemos observar nas figuras (47.A) e (45.B): o primeiro estudante de cada um desses grupos fez suas

representações da maneira mais econômica (com peças de uma única cor) e posteriormente, cada aluno, na sua vez, utilizou a ideia do colega anterior e acrescentou uma peça positiva e uma negativa (a 1ª regra de uso do material). Neste primeiro registro pictórico, os estudantes do grupo 47.B inspiraram-se na reentrância das peças vermelhas e as desenharam em seus registros.

Para o grupo que preencheu a tabela (47.C), representar de forma diferente, aparentemente, significa dispor as peças de maneira diferente. Observamos que as representações envolvendo uma única cor de peça foram dispostas de maneiras distintas na placa e na representação do zero houve quantidades de peças também distintas.

A figura (47.D) pertence ao grupo do estudante G, que solicitou ser o primeiro a construir as representações na placa, logo suas representações estão na primeira coluna. Ao observar as representações pictóricas do estudante, percebemos que o estudante explorou as peças e não utilizou a maneira mais econômica para representar os números solicitados. Observamos que o estudante D (terceira coluna), para representar o zero, utilizou também as peças X e $-X$.

O estudante N, nessa aula, não estava em nenhum dos grupos e fez as atividades com auxílio de sua terapeuta, que preencheu a tabela que podemos observar na figura (47.E). O estudante N, explorou e manipulou as peças para representar de duas formas distintas cada um dos números e a terapeuta preencheu de forma pictórica os registros das peças na tabela.

Todos os estudantes conseguiram realizar a primeira atividade, os grupos não apresentaram dificuldades em identificar os significados das peças e nem ao manipular o material. Também foi possível observar que tiveram facilidade em representar pictoricamente as construções feitas pelos colegas.

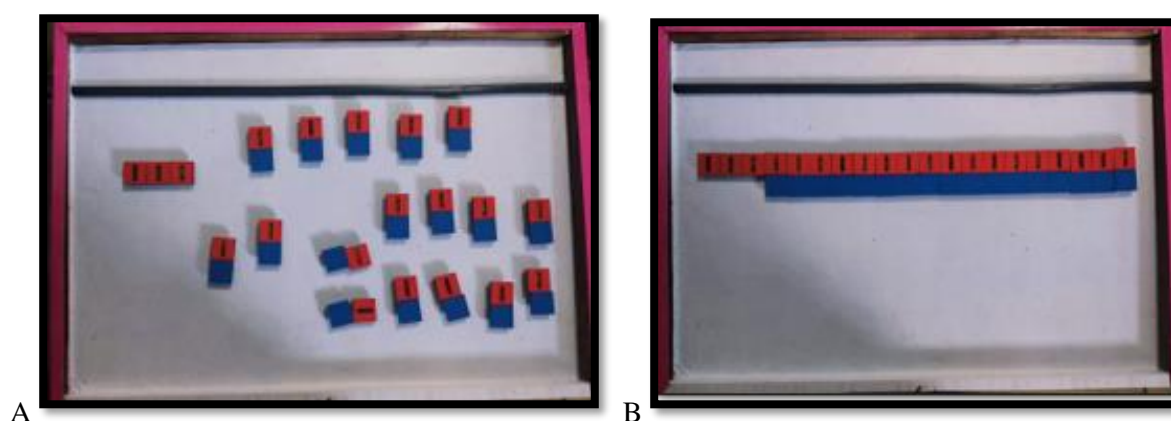
Da mesma forma, observamos que essa atividade proporcionou várias representações semióticas: o estudante leu o número, o representou com os Tijolos Táteis e outro colega fez a representação pictórica dessa representação. Percebe-se que os estudantes transitaram entre as três representações: número escrito em tinta, Tijolos Táteis e representação pictórica. O que nos mostra que os objetivos da atividade foram atingidos.

É importante salientar que os estudantes com deficiência visual ouviam o número e o representavam com as peças dos Tijolos Táteis, ou seja, realizaram conversões entre a representação da língua materna e as peças, já que esses estudantes não realizam registros em tinta.

8.2 ANÁLISE DA AULA 2

Para este encontro foram planejadas três atividades. A primeira foi um desafio onde os estudantes devem obter o número representado sem contar as peças, utilizando somente a 1ª regra e, como foi descrito no relato da aplicação, obtivemos dois tipos de resolução: alguns grupos retiraram as peças simétricas de duas em duas (figura 48.A), e ao final obtiveram três peças com reentrância\vermelhas. Os outros grupos organizaram as peças em duas colunas, uma de peças azuis e outra de peças vermelhas e verificaram que a diferença entre as colunas era de três peças vermelhas (Figura 48.B), isto é, todos os grupos concluíram que o número representado na placa era o “menos três”.

Figura 47: Resoluções para o desafio da contagem.

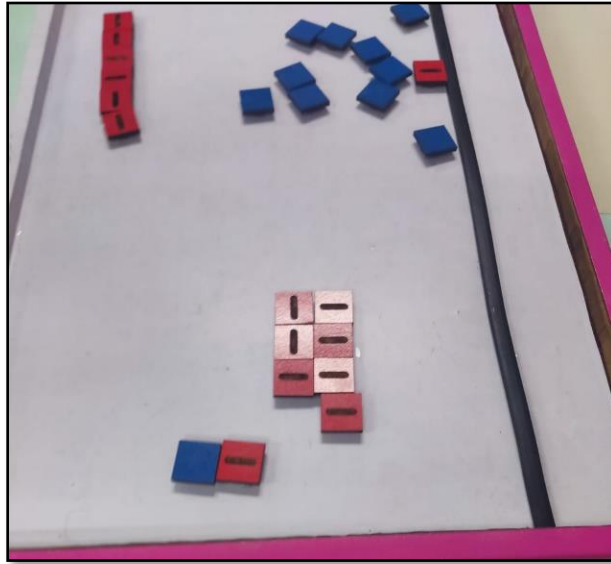


Fonte: Acervo da autora.

Nessa atividade foi possível observar que para obter três peças vermelhas os estudantes realizaram tratamentos, que segundo Duval (2006), é a transformação de representações realizadas dentro do mesmo registro. Por fim, quando concluíram que três peças vermelhas/com reentrância é o mesmo que “menos três”, realizaram a mudança de um registro para o outro sem alterar os objetos matemáticos.

A segunda atividade desse encontro foi realizada nos grupos de trabalho, mas separados em duplas. Todas as duplas conseguiram fazer essa atividade, com exceção de uma, que não utilizou a 1ª regra e representou o número “menos sete” utilizando somente peças com reentrância (Figura 49), dessa forma impossibilitou a outra dupla de utilizar a 2ª regra para representar este número, já que não haveria como “retirar” peças da placa, que era o objetivo da atividade.

Figura 48: Representação do número -7 que impossibilita o uso da 2ª regra.



Fonte: Acervo da autora.

Os demais grupos não tiveram dificuldades em realizar as representações utilizando as regras de uso do material. Esta proposta possibilitou aos estudantes realizar tratamentos nas representações com as peças dos Tijolos Táteis e ainda executar a conversão para a representação numérica.

Primeiramente uma dupla realizava conversão entre registros quando “escolhia” um número e o representava com os Tijolos Táteis, efetuando tratamentos para utilizar a 1ª regra. Posteriormente a segunda dupla fazia tratamentos utilizando a 2ª regra e por fim convertia a representação final com os Tijolos Táteis para a representação numérica.

A última atividade da aula tinha como objetivo utilizar os “números táteis”, (figura 50).

Figura 49: “Números Táteis”, para construir uma igualdade com o uso de parênteses e os números 6 e 9.



Fonte: Acervo da autora

Essa atividade possuía o intuito de estabelecer uma comunicação assertiva entre videntes e não videntes, promover a normalização da grafia Braille, além de proporcionar que os estudantes com deficiência visual realizassem conversão de registros numéricos para os Tijolos Táteis. É importante salientar que os alunos videntes realizaram conversão de registros quando foi necessário utilizar a escrita Braille para posicionar corretamente os números 6 e 9.

Posteriormente à verificação dos números nas representações, o estudante G fez a conversão da representação em Braille para os Tijolos Táteis (Figura 51).

Figura 50: Estudante G fazendo a conversão de registros.



Fonte: Acervo da autora

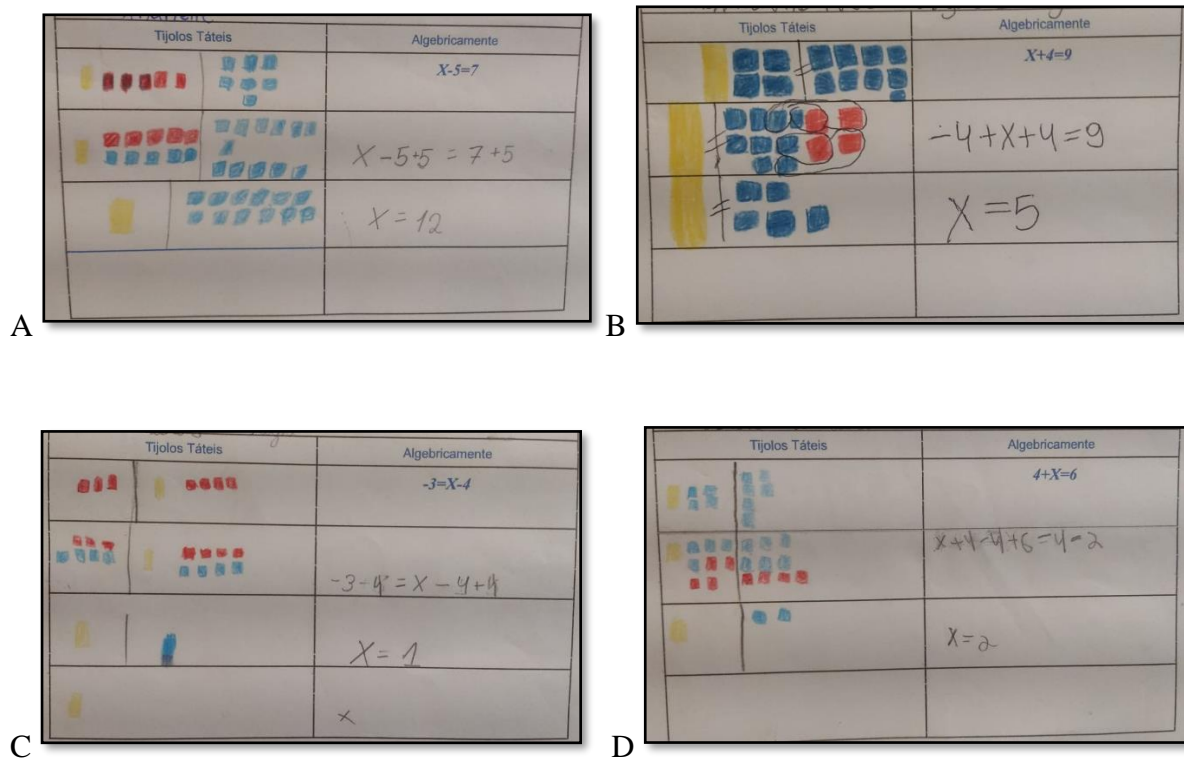
8.3 ANÁLISE DA AULA 3

Para este terceiro encontro foi planejada uma atividade com o intuito de os estudantes realizarem a conversão entre a representação algébrica e a representação nas peças dos Tijolos Táteis e também desta para a representação pictórica.

Doze estudantes realizaram a representação com as peças dos Tijolos Táteis e transitaram para as representações pictóricas e algébricas das equações. Além disso, realizaram

tratamentos nos registros de representação semiótica que executaram (Figura 52), e obtiveram os resultados corretos para as equações algébricas.

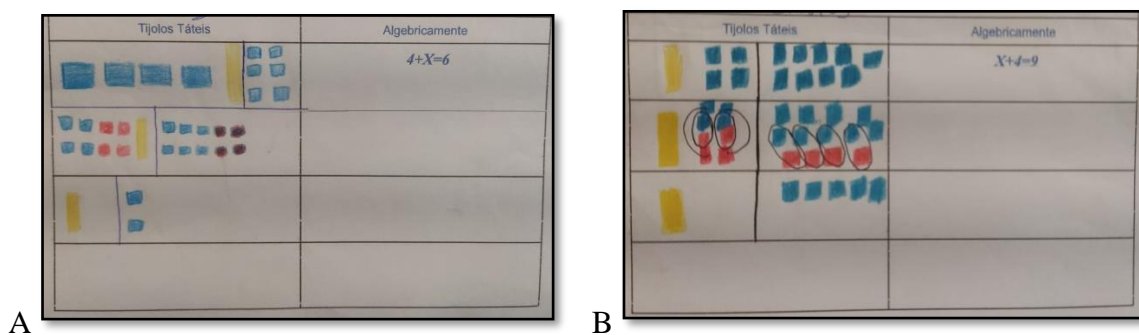
Figura 51: Representações pictóricas e algébricas com seus respectivos tratamentos.



Fonte: Acervo da autora.

Três estudantes realizaram tratamentos na representação pictórica, mas não na representação algébrica da equação. Transitaram da representação com as peças dos Tijolos Táteis para a representação pictórica, realizaram as conversões e obtiveram o resultado da equação. (Figura 53).

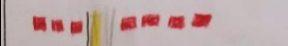
Figura 52: Representação pictórica com tratamentos.



Fonte: Acervo da autora.

Um destes estudantes que não realizou a representação algébrica também não realizou tratamentos, somente realizou a representação pictórica da equação (figura 54).

Figura 53: Representação pictórica sem tratamentos.

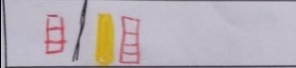
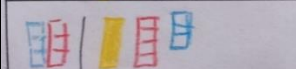
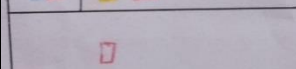
Tijolos Táteis	Algebricamente
	$-3 = X - 4$

Fonte: Acervo da autora.

Os estudante G e N realizaram as representações com os Tijolos Táteis, a professora da SIR acompanhou N para auxiliá-lo no preenchimento da tabela, enquanto que um colega fez a representação do estudante G.

O aluno G representou a equação algébrica na placa, fez os tratamentos e posteriormente descreveu oralmente como seria a representação algébrica, “Pra isolar o X eu coloco quatro peças positivas do lado direito e daí tem que colocar quatro positivas do lado esquerdo também. Daí é só tirar os pares e o que sobra é a resposta! O X é igual a um!” G transitou entre as representações (oralmente para Tijolos Táteis e descreveu oralmente o tratamento na representação algébrica). O colega que fez o preenchimento da tabela do estudante G não conseguiu acompanhar corretamente os tratamentos realizados pelo estudante e não preencheu a tabela conforme os tratamentos de G (Figura 55).

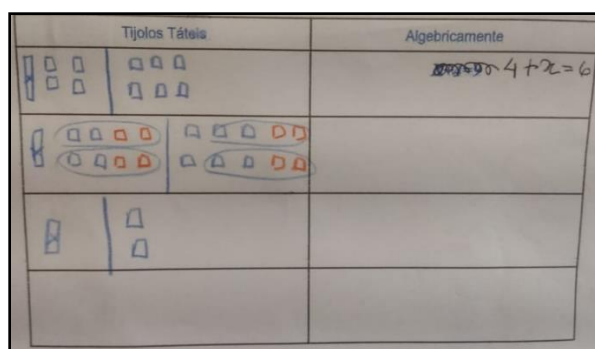
Figura 54: Preenchimento da tabela da estudante G

Tijolos Táteis	Algebricamente
	$-3 = X - 4$
	$3 - 3 = X - 4 + 3$
	-1

Fonte: Acervo da autora.

O estudante N deveria resolver a equação 2, porém estava com dificuldade em contar nove peças lisas, iniciava e contagem e perdia-se tendo que reiniciar a contagem. Após três tentativas alterei sua equação para: $4+X=6$ e então o estudante conseguiu realizar a representação e tratamentos com as peças dos Tijolos Táteis até obter a solução (Figura 56). O estudante N não conseguiu expressar oralmente a representação algébrica.

Figura 55: Representação pictórica da resolução do estudante N



Fonte: Acervo da autora.

Dos 17 alunos presentes, treze estudantes conseguiram realizar as duas representações solicitadas. Nas figuras (52.B) e (53.B) podemos observar que alguns alunos circularam as peças simétricas como forma de justificar seus cancelamentos. Observamos também, que um estudante, (figura 52.B) ao realizar a representação pictórica, sobrepõe o símbolo de “igual” na barra dos Tijolos Táteis, peça que representa este símbolo.




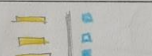

8.4 ANÁLISE DA AULA 4

Para este quarto encontro foi planejada uma atividade com o intuito de familiarizar os estudantes a realizarem tratamentos, agora em representações algébricas e com as peças dos Tijolos Táteis, bem como sua utilização para a resolução de equações algébricas que envolvam somas, subtrações e multiplicações com seus respectivos registros das etapas de tratamento.

Nesta aula vieram vinte e quatro estudantes, e todos realizaram a representação com as peças dos Tijolos Táteis e a respectiva representação pictórica referente à equação algébrica que estava nas tabelas. Destes, sete não realizaram tratamentos, onze realizaram somente tratamentos na representação pictórica enquanto seis realizaram tratamentos algébricos e pictóricos das peças dos Tijolos Táteis.

Ao observar que vários estudantes não realizaram nenhum tipo de tratamento, verifiquei que as equações 1 e 4 tinham erro de digitação, resultando em valores não inteiros, o que impossibilitou a resolução com os Tijolos Táteis. Um estudante que estava com uma destas equações, realizou tratamentos com as peças dos Tijolos Táteis corretamente, porém na última etapa da resolução não foi possível determinar o valor de X, pois com esse material só é possível resolver equações com soluções inteiras. (Figura 57).

Figura 56: Equação com resolução não inteira.

Algebricamente	Tijolos Táteis
$3X+4=9$	
	
	
	
	

Fonte: Acervo da autora.

Podemos observar que o estudante que completou a tabela da figura 57 compreendeu como realizar os tratamentos, na sua representação pictórica utilizou a 2ª regra para deixar a incógnita X em um mesmo lado da igualdade e deixou indicado o que ocorreu para que não fosse possível a resolução, “sobraram” duas peças azuis que não era possível dividir entre os três X. Este estudante não realizou conversão.

Na Figura 58 podemos observar que o estudante realizou tratamentos nas duas representações, embora alguns passos tenham sido suprimidos na representação algébrica. Por exemplo, na primeira linha da tabela o estudante representou a equação pictoricamente e já realizou o tratamento de acrescentar a peça que representa $-X$ em ambos os lados da igualdade e incluiu círculos para justificar os cancelamentos.

Figura 57: Representação algébrica e pictórica da atividade da aula 4.

Algebricamente	Tijolos Táteis
$5+X=6X$	
$5+ = 5X$	
$X=1$	
$X=1$	

Fonte: Acervo da autora.

O estudante N estava com uma das equações com erro de digitação e então substituí o algarismo 4 pelo 6 e assim o estudante conseguiu realizar a representação e o respectivo tratamento da equação com o uso das peças dos Tijolos Táteis e sua terapeuta fez o preenchimento da tabela com a representação pictórica do material. (Figura 59)

Figura 58: Tabela com a representação pictórica escrito pela terapeuta do tratamento feito por N ao resolver a equação $3X+6=9$

Algebricamente	Tijolos Táteis
$3X+6=9$	
$3X+6-6=9-6$	
$3X = 3$	
$X + X + X = 1 + 1 + 1$	
$X = 1$	

Fonte: Acervo da autora.

O estudante N realizou corretamente os tratamentos com as peças dos Tijolos Táteis, isolou o X utilizando a 2ª regra e o Princípio Aditivo e solucionou a equação.

8.5 ANÁLISE DA AULA 5

Nesta aula os estudantes foram incentivados a realizarem as representações pictóricas em suas próprias tabelas, sem utilizar as peças físicas dos Tijolos Táteis.

Dos vinte e dois alunos que estavam presentes nessa aula, dezesseis resolveram as equações algébricas, realizaram as representações pictóricas e algébricas e seus respectivos tratamentos (figura 60). Destes, cinco não chegaram ao resultado esperado, pois não realizaram tratamentos até isolar o X (Figuras 61. A e 61.B). Essa situação ocorreu em equações em que a incógnita X estava nos dois lados da igualdade, sendo necessário a uma maior quantidade de tratamentos. Acreditamos que talvez estes estudantes tenham se contentado com a resposta $-X=6$ e $-X=-1$, não viram necessidade de continuarem os tratamentos, visto que realizaram corretamente os tratamentos até onde o fizeram.

Figura 59: Representação algébrica e pictórica de equação linear.

Tijolos Táteis	Algebricamente
	$3X + 3 = -6$
	$3X + 5 = -6 - 3$
	$3X = -9$
	$x = -3$

Fonte: Acervo da autora.

Na resolução da equação expressa na figura 60 é possível observar que os estudantes realizaram corretamente os tratamentos em ambas as representações, mostrando domínio das regras de uso do material e do Princípio Aditivo. Além disso, os estudantes fazem correlação entre as representações, expressando algebricamente o que foi expresso na mesma linha pictoricamente.

Figura 60: Representação algébrica e pictórica com resultado para $-X$.

Tijolos Táteis	Algebricamente
	$X - 5 = 1 + 2X$
	$X - 2X - 5 = 2X - 2X + 1$
	$-1X - 6 = 1 - 1$
	$-1X - 6 + 6 = +6$

Tijolos Táteis	Algebricamente
	$-3X = X - 4$
	$-x - 3x = x - x - 4$
	$-4x = -4$
	$-x = -1$

Fonte: Acervo da autora.

Os demais estudantes conseguiram representar pictoricamente as equações algébricas, porém não conseguiram realizar tratamentos para solucioná-las.

Foi possível observar que a maioria dos estudantes solucionaram a equação dada e mesmo os que não o fizeram, por isolar o $-X$ ao invés do X , realizaram as representações pictóricas e algébricas e seus respectivos tratamentos corretamente. Inferimos que os objetivos estabelecidos para este encontro foram alcançados.

8.6 ANÁLISE DA AULA 6

Para este sexto encontro foi planejada uma atividade com o intuito de resolver problemas.

Neste encontro estavam presentes vinte e três estudantes. Quinze alunos conseguiram resolver o problema 1. Destes, dois realizaram tratamentos somente na representação pictórica exemplo na figura 62, outros dois realizaram tratamentos nas representações pictóricas e algébricas (Figura 63), enquanto onze estudantes realizaram tratamentos nas três representações (Figura 64). Oito estudantes não conseguiram registrar nenhuma representação para solucionar a equação que permite a solução do problema.

Figura 61: Resolução do problema 1 com representação e tratamento pictórico.

Com palavras	Algebricamente	Tijolos Táteis
Capinha vale x Livro vale $2x + 2$		
		$x = 4$

Fonte: Acervo da autora.

Dos estudantes presentes, doze trocaram a coluna central, pelo registro pictórico. Alguns, como o da Figura 62, riscaram o topo da tabela para identificar as representações que foram feitas.

Figura 62: Resolução do problema 1 com dois registros de representação e seus tratamentos.

Com palavras	Algebricamente	Tijolos Táteis
Total: 14 capinha = x livro = $2x + 2$	$2x + 2 + x = 14$	
	$3x + 2 - 2 = 14 - 2$	
	$3x = 12$	
	$x = 4$	

Fonte: Acervo da autora.

Na figura 63 podemos verificar que, mesmo não utilizando cores no registro pictórico, o estudante conseguiu diferenciar as peças positivas das negativas, realizou os tratamentos corretamente, transitou e realizou conversão para o registro algébrico.

Figura 63: Resolução do problema 1 com três registros de representação e seus respectivos tratamentos.

Com palavras	Algebricamente	Objetos Físicos
Valor total: 14 Valor da capinha: X Valor do livro: 2X+2	$2X+2+X=14$	
Abrescentamos -2 para anular 2 dos dois lados.	$2X-2+X=14-2$	
dividimos os dois lados da igualdade por 3.	$3X=12$	
cada X é igual a quatro.	$X=4$	

Fonte: Acervo da autora.

O estudante que preencheu a tabela da figura 64 realizou corretamente todas as etapas de tratamento nas três representações solicitadas. Também é possível observar na segunda etapa do registro pictórico que a estudante justifica o uso da 2ª regra para isolar o X quando circula as peças que serão retiradas. Além disso, o aluno relaciona as etapas de cada um dos tratamentos em cada linha da tabela.

Problema 2: Como gostei muito dos produtos que adquiri, resolvi comprar no mesmo site três canetas marca texto e um fone de ouvido. O valor total desta compra foi de R\$31,00 e o preço do fone foi o triplo do preço de uma caneta mais um. Quanto custou cada caneta?

Somente dois estudantes conseguiram solucionar o segundo problema. Um deles realizou as três representações e seus respectivos tratamentos (Figura 65) e o outro não realizou a representação “com palavras” (Figura 66).

Figura 64: Resolução do problema 2 com três registros de representações e seus respectivos tratamentos.

Com palavras	Algebricamente	Tijolos Tâteis
CANETAS = $5x$ FONE = $3x$ CANETAS + FONE = 31 TOTAL = 31		$6x + 1 = 31$
Acrescentamos -1 para anular o 1 1 do outro lado para man- ter a igualdade.		$6x + 1 - 1 = 31 - 1$
Dividimos os dois lados da igualdade por 6 .		$6x = 30$
		$x = 5$

Fonte: Acervo da autora

Observamos na Figura 65 que mais uma vez o registro pictórico ficou no local indicado para o registro algébrico e nesse caso o estudante não alterou o topo da tabela para indicar. Acreditamos que isso se deve pelo fato de resolverem o problema primeiramente no registro pictórico.

Figura 65: Resolução do problema 2 com dois registros de representação e seus tratamentos.

Com palavras	Algebricamente	Tijolos Tâteis
canetas = $3x$ fone = $1x + 1$ total = 31	$3x + 1 + 3x = 31$	
	$6x + 1 - 1 = 31 - 1$	
	$6x = 30$	
	$1x = 5$	

Fonte: Acervo da autora

A segunda atividade não foi concluída, e como foi entregue novamente no encontro 7, será analisada na próxima sessão.

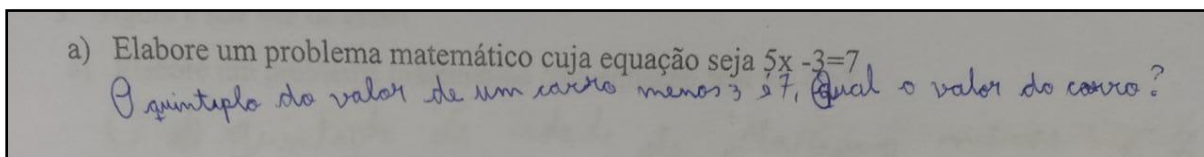
8.7 ANÁLISE DA AULA 7

Para este sétimo encontro foram planejadas três atividades, a primeira com o objetivo de que os estudantes elaborassem problemas matemáticos envolvendo equações algébricas pré-definidas. Na segunda atividade o objetivo era elaborar equações algébricas com coeficiente e soluções inteiras. A última atividade consistia na resolução de equações algébricas lineares completas com coeficientes inteiros e soluções inteiras que devem ser resolvidas com o Kit dos Tijolos Táteis com os olhos vendados.

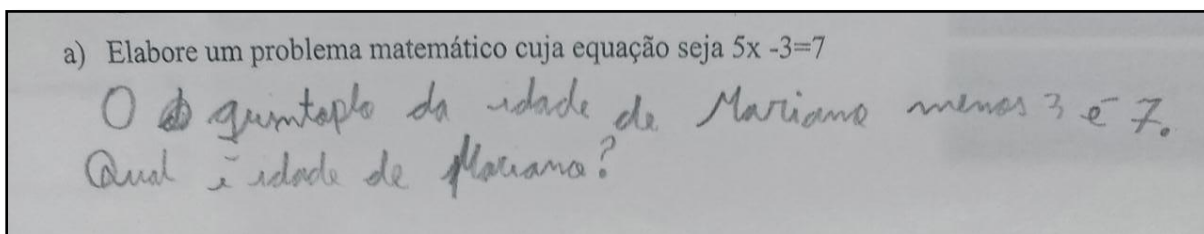
Neste encontro, vinte e quatro estudantes estavam presentes e, dentre esses, onze realizaram a questão “a”. A maioria elaborou questões que envolviam idades, assim como alguns exemplos realizados em aula (Figura 65.B), enquanto alguns elaboraram problemas corretos, mas cuja a resolução não condiz com a realidade, como podemos observar na Figura 67.A.

Figura 66: Elaboração de problemas com equações algébricas definidas.

A



B



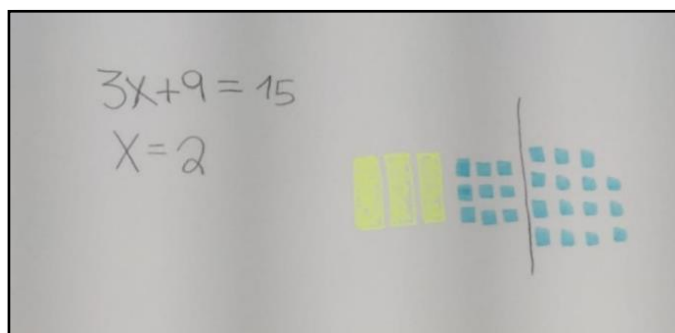
Fonte: Acervo da autora

Somente quatro estudantes não conseguiram resolver as atividades. Os outros vinte e quatro utilizaram as ideias de princípio aditivo e princípio multiplicativo para apresentar equações cuja resposta foi dada.

Na segunda atividade, os estudantes deveriam criar equações algébricas com regras pré estabelecidas.

Todas as duplas conseguiram elaborar equações algébricas com coeficientes e resultado inteiro, porém 3 duplas não observaram a quantidade de peças dos Tijolos Táteis e criaram equações para as quais faltariam peças para resolvê-las, como ilustra a figura 68.

Figura 67: Elaboração de equações algébricas com coeficientes e resultados inteiros.



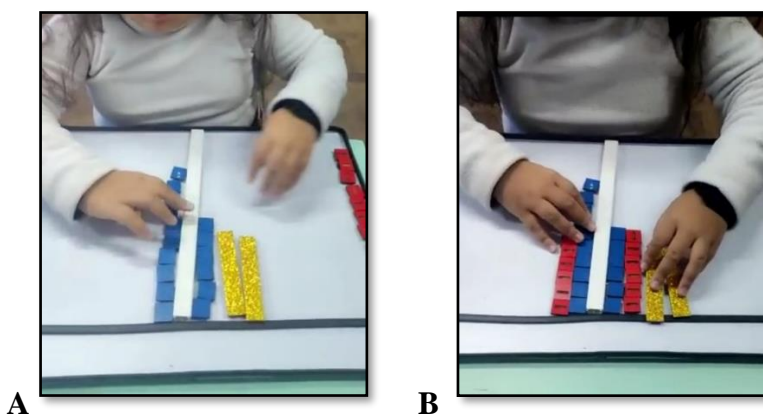
Fonte: Acervo da autora

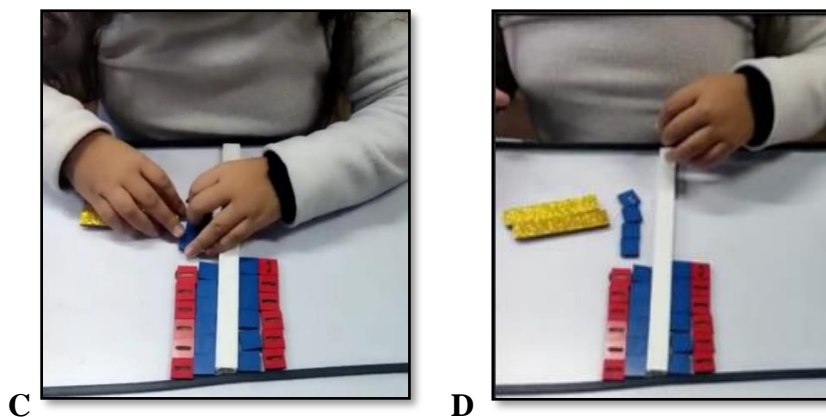
Na última atividade os alunos foram convidados a resolver as equações elaboradas por outra dupla com os olhos vendados utilizando as peças dos Tijolos Táteis. (Essa atividade era opcional).

Neste encontro o estudante G estava presente e então no início da aula entreguei os problemas matemáticos escritos em Braille que foram elaborados para a aula 6 (Pois G não estava presente nesse dia). O aluno G leu, representou as equações que os modelavam com as peças dos Tijolos Táteis, realizou os tratamentos necessários e as resolveu.

Na última atividade, G também quis resolver equações elaboradas pelos colegas e então um colega representou a equação $2x + 6 = 10$ na placa para que G realizasse os tratamentos. (Figura 69).

Figura 68: G solucionando a equação $2x + 6 = 10$





Fonte: Acervo da autora.

Antes de iniciar os tratamentos, o estudante G organizou as peças verticalmente, ao longo da barra que representa o sinal de igual (Figura 69.A).

Para isolar as incógnitas o estudante G utilizou a 2ª regra, adicionando seis peças vermelhas para anular as peças azuis que estavam do mesmo lado da igualdade. Pelo Princípio Aditivo, também foram acrescentadas seis peças vermelhas no outro lado da igualdade (Figura 69.B).

O estudante G compara as filas verticais e separa as peças que “sobram” (Figura 69.C), e, sem tirar as peças da placa, o estudante G conclui que as filas verticais com a mesma quantidade de peças simétricas se anulam e então o que resta é a igualdade $2X=4$ (Figura 69.D).

O estudante G, após os tratamentos, solucionou a equação e informou que o resultado era 2, pois “*deveria dividir por dois nos dois lados*”. Observei que G não realiza a 1ª Regra de uso dos Tijolos Táteis retirando as peças simétricas, o estudante compara as alturas das peças alinhadas e utiliza as peças que “sobram”, como podemos verificar na figura 64.C.

Após verificar como G realiza esse tratamento, acreditamos que essa “técnica” seja mais eficaz para estudantes com deficiência visual. O estudante, ao invés de retirar as peças simétricas das placas (utilizando a 1ª regra), compara verticalmente as alturas das peças enfileiradas. Observando G manipular as peças, acreditamos que comparar as alturas é mais eficaz para estudantes sem acuidade visual e, portanto, será implementado como sugestão de uso no próximo uso do material com estudantes não videntes.

9 CONSIDERAÇÕES REFERENTE À ANÁLISE

Acerca de **tratamentos e conversões**, segundo Duval (2003), no processo de ensino o tratamento é mais priorizado do que a conversão, por se apresentar como procedimentos de justificação. Já a conversão, do ponto de vista matemático, é vista como uma forma de “[...] *escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em um outro registro.*” (DUVAL, 2003, p.16). O pesquisador defende que, para a compreensão global de um conceito, é a atividade de conversão que permite reconhecer o mesmo objeto em suas diferentes representações, e proporciona a coordenação entre diferentes registros de um mesmo objeto.

Segundo o autor, passar de um registro de representação para outro registro não é somente mudar de tratamento, é, também, a explicação de propriedades ou de aspectos diferentes de um mesmo objeto. Segundo Duval (2012), todas as representações são cognitivamente parciais em relação ao objeto que elas representam. Duval (2003) afirma que geralmente no ensino, estuda-se um sentido da conversão acreditando que automaticamente está se estudando o outro sentido. Contudo, o pesquisador destaca a importância de se realizar a conversão em ambos os sentidos, por meio de um processo de ida e vinda entre os registros. E somente com esse processo e transitando naturalmente de um registro para o outro ocorrerá a aprendizagem do conceito matemático.

Assim, levando em consideração a necessidade de se explorar os diferentes registros de representação semiótica apresentadas por Raymond Duval, foi possível verificar em nossas análises que os estudantes realizaram diferentes registros, conversões em ambos os sentidos (de pictórico para algébrico, de língua materna para pictórico, dentre outras), e tratamentos nessas conversões. Segundo Duval, este é o caminho que leva os estudantes a reconhecerem o mesmo objeto matemático em suas diferentes representações, culminado com a compreensão dos conceitos estudados.

Sobre a **interação entre estudantes com e sem acuidade visual**, em alguns encontros foi possível que os estudantes com deficiência visual verificassem os processos realizados pelos demais colegas, tanto a partir das falas (língua materna), quanto pelo tato nas representações com os Tijolos. Por haver dois estudantes com deficiência visual na turma, houve uma mudança na forma de se referir a cada uma das peças substituindo as características visuais pelas características táteis de forma que os estudantes sem acuidade visual

compreendessem os tratamentos realizados pelos colegas quando estes explanaram seus desenvolvimentos.

O kit dos Tijolos Táteis proporcionou que as expressões matemáticas fossem representadas concretamente e em Braille com o uso dos Números Táteis, possibilitando aos estudantes representarem uma expressão na forma trivial (videntes: em tinta, não videntes: em Braille) e ainda assim essa representação ser compreendida por todos. O estudante com deficiência visual que lê o sistema de escrita Braille pôde fazê-lo e, em um segundo momento, representar e realizar os tratamentos com os tijolos para resolvê-la. Os Números Táteis, trouxeram aos estudantes com acuidade visual a “normalização” e até mesmo a compreensão sobre a escrita Braille, visto que algumas dessas peças (6 e 9 por exemplo), têm a mesma grafia em tinta e então, para realizar a representação de equações utilizando essas peças, foi necessário a compreensão da simbologia Braille.

Podemos destacar como **potencialidades** do uso dos Tijolos Táteis a possibilidade de realizar conversões e tratamentos segundo as Teorias de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, que segundo o autor culmina para a compreensão dos conceitos matemáticos estudados. Essas representações realizadas com os Tijolos Táteis proporcionam uma interação/comunicação bilateral entre videntes e não videntes, que agora podem comparar suas respostas, bem como suas estratégias de resolução.

Com o uso dos Tijolos Táteis é possível verificar de forma concreta alguns conceitos aritméticos importantes, que se assemelham aos conceitos utilizados no material de MEINERZ; DOERING; RIPOLL (2022). Contudo, também possibilita trabalhar com conceitos algébricos em equações algébricas com uma incógnita.

Observamos também, que para um melhor uso do material Tijolos Táteis, é importante que o estudante possua alguns conhecimentos prévios, como conhecer os números inteiros e o princípio aditivo. Ressaltamos que, caso os estudantes não possuam esses conhecimentos isso não impossibilita a utilização do material, porém dificulta sua compreensão acerca de algumas nomenclaturas e propriedades, demandando um maior tempo para compreensão e utilização do material e de uma maior intervenção do professor.

Também temos a limitação da quantidade de peças no Kit dos Tijolos Táteis, restringindo a quantidade de números, expressões e equações que podem ser representadas exigindo um atencioso planejamento do professor que utilizará o material. Observamos que, apesar dessa limitação, o material serviu de suporte para que os alunos percebessem a infinidade de representações para um número inteiro. Outra limitação é referente às equações

que serão trabalhadas, já que essas precisam ter coeficientes e soluções inteiras, visto que as peças dos Tijolos Táteis representam somente números Inteiros.

10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a graduação obtive diversos conhecimentos práticos e teóricos sobre o Ensino de Matemática que me fizeram refletir sobre a profissional que eu seria no futuro. Ao final da graduação, nas pesquisas para o Trabalho de Conclusão do Curso, percebi que algumas influências familiares me instigaram sobre o Ensino de Matemática para deficientes visuais. Dessa forma pude conhecer pessoas que perderam a visão posterior à conclusão da escola básica, o que instigou meu caminho que procura tornar a matemática acessível a todos. No mestrado pude me desenvolver na realização de pesquisas para me aprofundar nesse campo do estudo.

Essa dissertação foi um grande desafio: construir um material que auxiliasse na comunicação entre estudantes com e sem acuidade visual, que pudesse ser inserido em uma sala de aula comum foi um processo longo, de muito estudo, de várias testagens e versões do material. Além disso, foi necessário um ano de tratativas, de contatos e visitas para encontrar uma escola com estudantes com deficiência visual, inseridos em uma turma regular do Ensino Fundamental II que acolhesse a nossa proposta. A superação desses desafios trouxe novos olhares para todas as dimensões desta pesquisa.

Nesta conclusão iremos evidenciar o alcance dos objetivos da pesquisa e responder nossa questão norteadora: Como o uso do material Tijolos Táteis pode contribuir para a aprendizagem de conceitos e procedimentos aritméticos e algébricos em uma sala de aula comum?

Na aplicação da sequência de atividades, os estudantes foram apresentados a novas representações para os números inteiros e para equações do 1º grau com uma incógnita. Nossa primeira constatação foi que todos os estudantes tiveram facilidade em representar os números inteiros utilizando os tijolos táteis, e também as equações do 1º grau, tanto com os Tijolos Táteis como com os Números Táteis, visto que realizaram as representações rápida e corretamente. Posteriormente, verificamos que os estudantes com acuidade visual se apropriaram das representações pictóricas das peças para desenvolverem os tratamentos, enquanto os estudantes sem acuidade visual, expressaram através da língua materna os resultados obtidos através da manipulação das peças.

A partir do material analisado, inferimos que todos os estudantes realizaram, em algum momento, diferentes representações semióticas. Realizaram conversões da língua materna para os Tijolos Táteis, dos Tijolos Táteis para o pictórico, do pictórico para o algébrico, entre outras (conversões no sentido oposto). A sequência de atividades realizada instigou os alunos a não

só efetuarem os tratamentos com o uso dos Tijolos Táteis e suas conversões para a representação algébrica, como compará-las, o que acreditamos ter favorecido a compreensão dos tratamentos na representação algébrica, já que segundo Duval (2009) a operação de conversão permite compreender diferentes aspectos de um mesmo objeto, conduzindo à compreensão.

Este processo realizado pelos estudantes, proporcionou aos estudantes com acuidade visual um desprendimento gradual da utilização do material concreto, visto que nos últimos encontros, esses estudantes já realizavam as representações “com palavras”, pictórica e algébrica sem o uso dos Tijolos Táteis. Sobre os estudantes com deficiência visual: G realizou conversão da escrita Braille para as peças dos Tijolos Táteis, enquanto N realizou a conversão da linguagem materna (em áudio), para as peças do material. Ambos, após os tratamentos com os Tijolos Táteis, converteram seus resultados em linguagem materna. **Consideramos, assim, que atingimos o objetivo referentes à contribuição do material Tijolos Táteis na aprendizagem de conceitos aritméticos e algébricos de alunos com e sem acuidade visual, a partir dos registros de representação semióticas apresentados nas sequências de atividades desenvolvidas.**

A utilização dos Tijolos Táteis em sala de aula proporcionou que estudantes videntes e não videntes estreitassem sua comunicação já nos primeiros momentos de uso do material; estipulamos que as peças deveriam ser referidas a partir das características táteis que elas possuem, o que foi prontamente acatado e utilizado por toda a turma nos sete encontros. Também possibilitou que estudantes com e sem acuidade visual integrassem os mesmos grupos de trabalho, compartilhando o uso do material e trocando informações sobre os conteúdos abordados. Os estudantes G e N puderam comparar seus resultados, verificando com o tato os tratamentos e resoluções realizadas pelos colegas. As atividades escritas em Braille, associadas ao uso dos Tijolos Táteis, oportunizaram que o estudante G lesse para toda a turma as atividades que deveriam ser realizadas, o que foi um momento inusitado para G: “*normalmente o professor escreve no quadro e alguém dita pra mim escrever a atividade em Braille. [...] nunca li a atividade pra eles*”. Da mesma forma, os Números Táteis propiciaram que os estudantes videntes representassem com essas peças as equações propostas, o que viabilizou ao estudante G realizar a leitura dessas equações. **A partir destas situações, é possível afirmar que os Tijolos Táteis oportunizaram interação entre videntes e não videntes.**

A manipulação dos Tijolos Táteis pelos estudantes com deficiência visual nos trouxe informações que vão além das nossas hipóteses. Podemos destacar a estratégia utilizada por G para realizar os tratamentos, o aluno ao invés de retirar as peças da placa e verificar as peças

que sobram, alinhava-as em duas colunas e observava a diferença entre elas. Esse procedimento nos mostra a importância de o professor observar atentamente as resoluções destes estudantes, pois a estratégia utilizada por G pareceu ser muito mais apropriada para a manipulação das peças para pessoas com deficiência visual e uma nova alternativa também para os alunos videntes. Destacamos também, os ganhos que o estudante N obteve durante o período em que realizamos a prática. Muitos foram os momentos em que a professora da SIR visual ou a terapeuta que o acompanhava, relataram, com surpresa, sobre o crescimento em termos de conceitos matemáticos do estudante, primeiramente com as questões de memória, visto que segundo as profissionais que o acompanham, ele não fixava procedimentos e métodos, no entanto, a cada aula o estudante conseguiu realizar atividades mais complexas que exigiam os saberes já desenvolvidos. A terapeuta de N informou que o estudante não realizava a operação de multiplicação, porém após a compreensão das regras de uso do material e o desenvolvimento da sequência de atividades proposta, o estudante não só realizou tratamentos com as peças dos Tijolos Táteis, como conseguiu resolver problemas e solucionar equações de 1º grau com uma incógnita envolvendo multiplicação através de somas repetidas. **Essas superações realizadas por G e N nos trouxe um olhar ainda mais profundo para o material construído e suas potencialidades, visto que G possui altas habilidades e superdotação, enquanto N possui transtorno do espectro autista e essas diferenças neurológicas não impossibilitaram esses estudantes de obterem os resultados esperados, e ainda superaram nossas expectativas iniciais, sugerindo que os Tijolos Táteis podem auxiliar tanto na inclusão quanto no ensino e na aprendizagem de estudantes com diferenças cognitivas.**

Respondemos nossa questão de investigação, uma vez que explicitamos os processos aritméticos e algébricos realizados pelos estudantes de uma sala de aula comum utilizando os Tijolos Táteis durante as sequências de atividades. **Foi possível observar que a manipulação dos Tijolos Táteis possibilitou que os estudantes realizassem de forma concreta o princípio aditivo, a associatividade, a multiplicação como somas repetidas, a subtração como soma de números negativos e ainda, a utilização da incógnita com a ideia de generalização e resolução de problemas, o que aprofundou as ideias abstratas do pensamento algébrico.**

O material aqui desenvolvido abre portas para outras perspectivas sobre o assunto, mostra a relevância de aprofundarmos nossa compreensão sobre todos os processos de inclusão. Além disso, acreditamos ser necessário dar continuidade a trabalhos na área desta dissertação, levando a proposta desta pesquisa para professores que atuam com estudantes de inclusão, para estudantes da Licenciatura em Matemática e da Pedagogia para que, além de

incentivar novas possibilidades e alternativas de ensino e aprendizagem de conceitos aritméticos e algébricos, a inclusão e a acessibilidade seja efetiva e para muito além da Matemática.

11 REFERÊNCIAS

ALVES, A; MAZZOTI, J. Usos e abusos dos estudos de caso. **Cadernos de Pesquisa**. Rio de Janeiro, v. 36, n. 129, p. 637-651, set./dez. 2006.

BLUMBERG, V. **Deficiente visual e o tato como nova perspectiva dos conhecimentos matemáticos: vivenciando experiências**. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Adaptações Curriculares: Estratégias para a Educação de Alunos com necessidades educacionais especiais**. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília: MEC, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação – lei nº 13.005/2014**. Disponível em: <<http://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>>. Acesso em: 04 Set. 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Censo Escolar da Educação Básica 2018: resumo técnico**. Brasília: INEP, 2019.

DALLABONA, K. . **Inclusão de Deficientes Visuais no Curso Superior na Educação a Distância**. Anais do XVII Congresso da Associação Brasileira de Educação a Distância. 2011. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/congresso2011/cd/66.pdf>> Acesso em 24 Out. 2020.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Tradução de Lênio Fernandes Levy, Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FERREIRA, V. **Materiais didáticos manipuláveis e registros de representações: a compreensão matemática de estudantes**. 2015. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

FERNANDES, S. H. A. A. **Uma análise vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 2004.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. A inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática: explorando área, perímetro e volume através do tato. **Bolema**. Rio Claro (SP), v. 23, n.37, dezembro 2010. p. 1111-1135.

FERREIRA, G. L. **O Design colaborativo de uma ferramenta para representação de gráfico por aprendizes sem acuidade visual**. 2006. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

FERREIRA, V. **Materiais didáticos manipuláveis e registros de representações: a compreensão matemática de estudantes.** 2015. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

FERRONATO, R. **A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis: UFSC, 2002.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática.** Campinas: Autores associados, 2006.

LORENZATO, S. A. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

MANOEL, V. A. Educação Inclusiva na EaD: Programa da Acessibilidade Virtual (PPAV). Revista Ponto de Vista. Florianópolis/SC. Vol.2. n.10. p107-120. 2008.

MEINERZ, F.M. **Resolução de Equações do 1º Grau com Uma Incógnita Por Meio do Uso do Material Algebra Tiles.** Dissertação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2020.

MANUAL DE USO DE REGLETES. **TECE – Tecnologia e Ciência Educacional.** Santana, Rio Claro, SP. 2012. Disponível em: < <https://docplayer.com.br/865083-Manual-de-uso-de-regletes.html>> Acesso em 25 Out. 2023.

MEINERZ, F.M. **Resolução de Equações do 1º Grau com Uma Incógnita Por Meio do Uso do Material Algebra Tiles.** Dissertação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2020.

MEINERZ, Franciele M.; DOERING, Luísa R.; RIPOLL, Cydara C. **O ÁBACO VIRTUAL DOS NÚMEROS INTEIROS: UM RECURSO PARA O ENSINO PRESENCIAL E REMOTO.** Campo Grande, MS: ANPMat, 2022. *E-book* (98p.) ISBN: 978-65-88013-21-2. Disponível em:< https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2022/10/ebook_Franciele_Luisa_Cydara-18-10-2022-final.pdf.> Acesso em: 25 out. 2023.

MELLO, E. M. **A Visualização de Ojetos Geométricos por Alunos Cegos: um estudo sob a ótica de Duval.** Tese (doutorado em Educação Matemática) PUC/SP, São Paulo, Brasil. 2015.

OLIVEIRA, A. A. S. de. Formação de professores em Educação Especial: a busca de uma direção. In: MENDES, E. G.; ALMEIDA, M. A.; WILLIAMS, L. C. de A. **Temas em Educação Especial: avanços recentes** (orgs.). São Carlos: EdUFSCar, 2009. p. 239-243

PRETI, Fátima Regina. et al. Desafios na formação dos professores para o uso das tecnologias assistivas com a deficiência visual. **Revista Teias: Currículo, Políticas e Trabalho Docente**, v. 15, n. 39. [S.l], 2014. p. 174-186. Disponível em: <https://www.e->

publicacoes.uerj.br/index.php/revistateias/article/view/24488/17467. Acesso em: 05 fev. 2024.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. Departamento Pedagógico. **Referencial Curricular Gaúcho: Matemática**. Porto Alegre, 2018. Disponível em: <<http://portal.educacao.rs.gov.br/Portals/1/Files/1533.pdf> > Acesso em: 15 Out. 2020.

SANTIN, Sílvy; SIMMONS Joyce Nester. **Crianças Cegas Portadoras de Deficiência Visual Congênita**. Revista Benjamin Constant, nº 2, janeiro, 1996.

ULIANA, M. R. **Ensino Aprendizagem de Matemática para Estudantes sem Acuidade Visual**: a construção de um kit pedagógico. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2012.

VYGOTSKY, L.S.. **Obras Escogidas V – Fundamentos da defectologia**. Madrid: Visor, 1997.

ZUFFI, E. M; Pesquisas sobre a inclusão de alunos com necessidades especiais no Brasil e a aprendizagem em Matemática. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2011, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 20

APÊNDICES

Apêndice A – TERMO DE CONSENTIMENTO INSTITUCIONAL



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO
GRANDE DO SUL INSTITUTO DE MATEMÁTICA E
ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.ufrgs.br/ppgemat



Termo de Consentimento Institucional

Escola: _____

Direção: _____

Endereço: _____

Contato: _____

A direção da escola através deste Termo de Consentimento Institucional autoriza a mestranda Vanessa dos Santos Pacheco Blumberg, vinculada sob a matrícula 00151098 no Programa de Pós-Graduação e Ensino de Matemática mantido pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a realizar coleta de dados nesta escola para a pesquisa intitulada "Conceitos aritméticos e algébricos para estudantes com e sem acuidade visual: construção de um material inclusivo"

Deste modo, a direção da escola tem conhecimento de que a pesquisa está sendo orientada pela Prof. Dra. Luisa Rodriguez Doering e pretende promover uma abordagem alternativa utilizando o material Tijolos Táteis para o ensino de alguns conceitos de cunho aritmético e algébrico, e a transição entre elas, em uma sala de aula regular, de forma que estudantes com e sem acuidade visual construam e compartilhem esses conhecimentos. Além disso, a direção da escola tem clareza que para efetivar a coleta de dados poderá ser solicitada pela pesquisadora acesso a documentos, realização de atividades em sala de aula e reunião com professores. Vale destacar que tais procedimentos de pesquisa somente ocorrerão com prévio planejamento e acordo entre as partes, sem prejuízo às atividades da comunidade escolar, e preservando a identidade dos participantes e colaboradores da pesquisa, assim como da escola.

Porto Alegre/RS, ___ de _____ de _____.

Direção da escola

Pesquisadora

Orientadora

Relativamente a dúvidas sobre procedimentos éticos, você também poderá contatar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone +55 51 3308-3738 e e-mail etica@propesq.ufrgs.br

Apêndice B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO
SUL INSTITUTO DE MATEMÁTICA E
ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre -
RS Fone/Fax: (051) 3308.6212
mse-pggestima@ufrgs.br http://www.ufrgs.br/ppgemat



Termo de Consentimento Livre e Esclarecido Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) Sr(a) _____
O(A) aluno(a) _____ está sendo convidado(a) a participar da pesquisa provisoriamente intitulada "Conceitos aritméticos e algébricos para estudantes com e sem acuidade visual: construção de um material inclusivo". A pesquisa está sendo desenvolvida por Vanessa dos Santos Pacheco Blumberg, estudante do curso de Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Luisa Rodriguez Doering, a quem você poderá contatar, caso julgar necessário, por meio do e-mail ldoering@mat.ufrgs.br.

O objetivo desta pesquisa é promover uma abordagem alternativa utilizando o material Tijolos Táteis para o ensino de alguns conceitos de cunho aritmético e algébrico, e a transição entre elas, em uma sala de aula regular, de forma que estudantes com e sem acuidade visual construam e compartilhem esses conhecimentos. Para isto, solicitamos a sua especial colaboração na pesquisa, a qual ocorrerá mediante a participação dos(as) alunos em cerca de 10 períodos de aula. O trabalho, as discussões e suas produções desenvolvidas nessas aulas serão analisados, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas realizadas.

O uso das informações decorridas da participação (produção escrita, fotos, gravação de áudio, filmagem e caderno de campo) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, etc.), identificadas apenas por códigos alfanuméricos. Todas as informações fornecidas pelo(a) aluno(a) serão armazenadas sob responsabilidade da pesquisadora por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Os riscos decorrentes da participação na pesquisa são mínimos, podendo haver desconforto na realização das práticas, incômodo com trabalhos em grupo, constrangimento ou dificuldades na execução das atividades. Na recorrência de qualquer circunstância desse tipo, os(as) estudantes receberão todo o apoio da professora/pesquisadora no sentido de minimizar os riscos mencionados. Já com relação aos benefícios da pesquisa, você terá a oportunidade de: aprender ou aperfeiçoar seus conhecimentos de cunho algébrico e aritmético, fortalecer seu relacionamento interpessoal, bem como contribuir para o desenvolvimento de uma pesquisa na área de Ensino de Matemática.

A participação do(a) aluno(a) não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade a contribuição para o sucesso da pesquisa. O(A) aluno(a) poderá se recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para ele(a) se essa for sua decisão. O consentimento à participação não retira o direito à indenização devido a eventuais danos causados pela pesquisa.

O(A) aluno(a) iniciará a participação na pesquisa somente após entrega desse documento assinado por você e do Termo de Assentimento assinado pelo(a) aluno(a). Esses documentos devem ser assinados em duas vias, uma via deve ser entregue e a outra via fica de posse do(a) responsável pelo(a) participante da pesquisa.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a qualquer momento, pelo telefone _____ pelo e-mail van.ufrgs@gmail.com. Relativamente a dúvidas sobre procedimentos éticos, você também poderá contatar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone +55 51 3308-3738 e e-mail etica@propesq.ufrgs.br
Obrigada pela sua colaboração.

Eu, _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa "Conceitos aritméticos e algébricos para estudantes com e sem acuidade visual: construção de um material inclusivo", desenvolvida pela pesquisadora Vanessa dos Santos Pacheco Blumberg.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura do(a) aluno(a): _____

Assinatura da Pesquisadora: _____

Assinatura da Orientadora: _____

Apêndice C - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
DO SUL INSTITUTO DE MATEMÁTICA E
ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone/Fax: (051) 3308.6212



mat-pggensamat@ufrgs.br <http://www.ufrgs.br/ppgemat>

Termo de Assentimento Livre e Esclarecido Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) aluno(a) _____, você está sendo convidado(a) a participar (voluntariamente) da pesquisa intitulada "Conceitos aritméticos e algébricos para estudantes com e sem acuidade visual: construção de um material inclusivo".

A pesquisa está sendo desenvolvida por Vanessa dos Santos Pacheco Blumberg, estudante do curso de Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Luísa Rodriguez Doering, a quem você poderá contatar, caso julgar necessário, por meio do e-mail ldoering@mat.ufrgs.br.

O objetivo desta pesquisa é promover uma abordagem alternativa utilizando o material Tijolos Táteis para o ensino de alguns conceitos de cunho aritmético e algébrico, e a transição entre elas, em uma sala de aula regular, de forma que estudantes com e sem acuidade visual construam e compartilhem esses conhecimentos. Para isto, solicitamos a sua participação na pesquisa, que ocorrerá em cerca de 10 períodos de aula. O trabalho, as discussões e suas produções desenvolvidas nessas aulas serão analisados, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas realizadas.

O uso das informações decorridas da participação (produção escrita, fotos, gravação de áudio, filmagem e caderno de campo) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, etc.), identificadas apenas por códigos alfanuméricos. Todas as informações fornecidas serão armazenadas sob responsabilidade da pesquisadora por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Os riscos decorrentes da participação na pesquisa são mínimos, podendo haver desconforto na realização das práticas, incômodo com trabalhos em grupo, constrangimento ou dificuldades na execução das atividades. Na recorrência de qualquer circunstância desse tipo, os(as) estudantes receberão todo o apoio da professora-pesquisadora no sentido de minimizar os riscos mencionados. Já com relação aos benefícios da pesquisa, você terá a oportunidade de: aprender ou aperfeiçoar seus conhecimentos de cunho algébrico e aritmético, fortalecer seu relacionamento interpessoal, bem como contribuir para o desenvolvimento de uma pesquisa na área de Ensino de Matemática.

A sua participação não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade a contribuição para o sucesso da pesquisa. Você poderá se recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma se essa for sua decisão. O consentimento à participação não retira o direito à indenização devido a eventuais danos causados pela pesquisa. A sua participação na pesquisa terá início somente após entrega desse documento assinado por você e do Termo de Consentimento assinado por seu responsável. Esses documentos devem ser assinados em duas vias, uma via deve ser entregue e a outra via fica de posse do(a) responsável pelo(a) participante da pesquisa.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a qualquer momento, pelo telefone +55 _____ ou pelo e-mail van.ufrgs@gmail.com. Relativamente a dúvidas sobre procedimentos éticos, você também poderá contatar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone +55 51 3308-3738 e e-mail etica@propesq.ufrgs.br. Já o contato com o Comitê de Ética e Pesquisa CEP da Secretaria Municipal de Saúde de Porto Alegre pode ser feito no endereço: Rua Capitão Montanha, 27 - 6º andar (Centro Histórico), ou pelo e-mail: cep_sms@hotmail.com.

Obrigada pela sua colaboração.

Eu, _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa "Conceitos aritméticos e algébricos para estudantes com e sem acuidade visual: construção de um material inclusivo", desenvolvida pela pesquisadora Vanessa dos Santos Pacheco Blumberg.

- Sim, autorizo a divulgação da minha imagem e/ou voz.
- Não, não autorizo a divulgação da minha imagem e/ou voz.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura do(a) aluno(a): _____

Assinatura da Pesquisadora: _____

Assinatura da Orientadora: _____

Apêndice D - TERMO DE COMPROMISSO DE UTILIZAÇÃO DE DADOS

TERMO DE COMPROMISSO DE UTILIZAÇÃO DE DADOS (TCUD)

Eu, Vanessa dos Santos Pacheco Blumberg, mestranda do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), bem como a Profa. Dra. Luisa Rodriguez Doering, também do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS, no âmbito do projeto de pesquisa intitulado “**Conceitos aritméticos e algébricos para estudantes com e sem acuidade visual: construção de um material inclusivo**”, comprometemo-nos com a utilização sem infração de normas legais e éticas dos seguintes dados:

1. Filmagem dos períodos de aulas utilizados para a realização da proposta de intervenção pedagógica;
2. Gravação de áudio para registrar os debates entre os grupos de estudantes;
3. Diário de campo para relatar os acontecimentos mais pertinentes para a pesquisa;
4. Fotografias dos apontamentos dos estudantes durante a realização das atividades.

Esclarecemos que o uso dos dados tem como única finalidade contribuir com a pesquisa acima mencionada, de modo a possibilitar às pesquisadoras envolvidas um melhor entendimento sobre a produção de argumentação e/ou demonstração no ensino de Matemática por meio de práticas teatrais.

Por fim afirmamos que é de nossa responsabilidade não repassar as informações recebidas em sua íntegra, ou parte dele, a pessoas não envolvidas na equipe da pesquisa e utilizá-las somente para os interesses deste trabalho, o que inclui a utilização e apresentação de dados em situações acadêmicas (trabalho de dissertação, artigos científicos, palestras, seminários etc.).

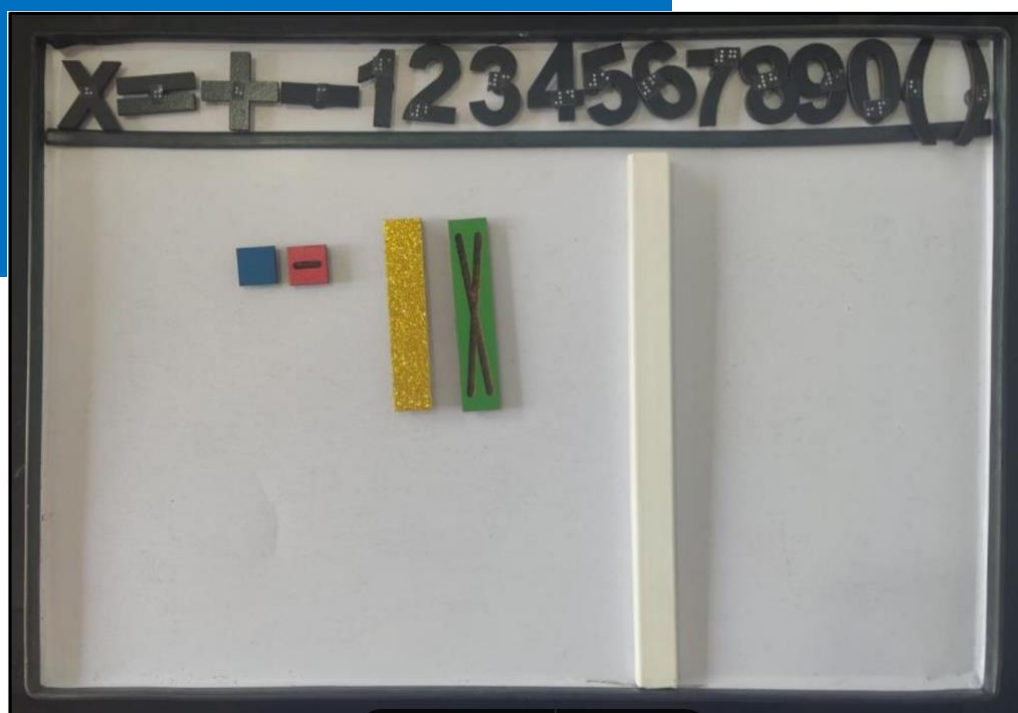
Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura da pesquisadora Vanessa dos Santos Pacheco Blumberg:

Assinatura da orientadora da pesquisa, Profa. Dra. Luisa Rodriguez Doering:

Tijolos Táteis

Manual de uso



Vanessa dos Santos Pacheco Blumberg
Luisa Rodriguez Doering

SUMÁRIO

Tijolos Táteis: um material tátil acessível para estudantes com e sem acuidade visual __163	
Tipos de peças _____	164
Tijolos Táteis e sua respectiva representação algébrica _____	165
Representação dos Números Inteiros _____	165
Regras de uso dos Tijolos Táteis _____	166
Sobre as consequências das regras _____	167
Tijolos Táteis e as operações com Números Inteiros _____	168
Representações de equações de 1º grau com uma incógnita utilizando os Tijolos Táteis _____	169
Operações algébricas com os Tijolos Táteis _____	169
Números Táteis _____	172
Referências Bibliográficas _____	173

TIJOLOS TÁTEIS: UM MATERIAL TÁTIL ACESSÍVEL PARA ESTUDANTES COM E SEM ACUIDADE VISUAL

O uso do material manipulativo em sala de aula revela-se muito importante no processo educativo. Ferronato (2002), Fernandes (2004), Ferreira (2006) e Mello (2015), apresentam a importância do material manipulativo especialmente para o ensino de estudantes sem acuidade visual. Entretanto, existe uma falta de ferramentas táteis para estudantes com deficiência visual e em especial para o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos Blumberg (2024). A partir dessa constatação, elaboramos um material acessível que se propõe a auxiliar na compreensão dos números inteiros e as chamadas regras de sinais, aplicáveis tanto à adição quanto à multiplicação e que culmina na resolução de equações de primeiro grau com uma incógnita e com coeficientes e soluções inteiras.

Pretendemos, com esse material, criar oportunidades para que os estudantes sem acuidade visual possam participar ativamente na construção de seus conhecimentos em uma sala de aula comum, contribuindo, assim para a inclusão.

Pré requisitos

Para uma melhor utilização do material, sugerimos que os estudantes possuam alguns conhecimentos prévios:

- **Sobre números inteiros:**
 - Os alunos devem ter sido apresentados aos Números Inteiros e compreender que a subtração entre dois números inteiros é o mesmo que a adição do primeiro com o oposto do segundo.



Exemplo: $4 - 3 = 4 + (-3)$


- **Sobre resolução de equações algébricas do 1º grau com uma incógnita:**
 - Os alunos devem ter sido apresentados à ideia de incógnita e de equação (polinomial) do primeiro grau.
 - Os alunos devem ter sido apresentados ao Princípio Aditivo.

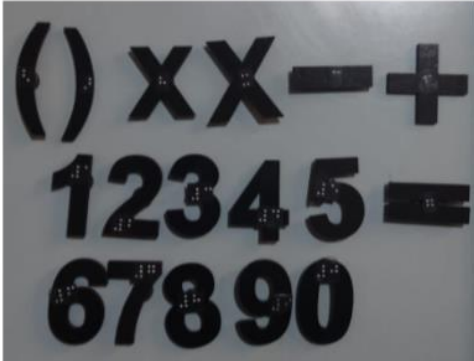
Tipos de peças

Tijolos Táteis: Peças com cores, texturas e tamanhos diferentes.

Números Táteis: Peças em formato de números em tinta e com a escrita em Braille em sua superfície.

 <p>Unidade positiva Tijolo liso e cor azul.</p> <p>Representa o número 1, a unidade;</p> <p><u>Exemplo:</u> Para representar o número 2: utilizamos duas unidades positivas.</p>	 <p>Unidade negativa Tijolo com reentrância em formato de travessão (-) e cor vermelha.</p> <p>Representa o número -1, o simétrico (o oposto) da unidade.</p> <p><u>Exemplo:</u> Para representar o número -4: utilizamos quatro unidades negativas.</p>
--	---

 <p>X Tijolo áspero e amarelo. Representa a incógnita X.</p>	 <p>-X Tijolo com reentrância em formato de x e cor verde. Representa -X, o simétrico de X.</p>	 <p>"igual" = Barra lisa na cor branca. Representa o símbolo "igual" (=).</p>
---	--	---

	<p>Números Táteis Números e símbolos matemáticos na cor preta.</p> <p>Em sua superfície há o símbolo em Braille correspondente.</p> <p>São utilizados para "escrever" a expressão Matemática que será solucionada por meio dos Tijolos Táteis.</p>
---	---

O kit contém:

I- 20 tijolos medindo 2cm x 2cm x 3cm lisos na cor azul, representando o número 1, a unidade;

II- 20 tijolos medindo 2cm x 2cm x 3cm, com reentrância em formato de travessão (–) na cor vermelha, representando o número –1, o simétrico (o oposto) da unidade;

III- 5 tijolos medindo 2cm x 10cm x 3cm, de textura áspera e na cor amarela (E.V.A. com glitter), representando a incógnita x;

IV- 5 tijolos medindo 2cm x 10cm x 3cm, com reentrância em formato de x e na cor verde, representando –x, o simétrico de x;

V- Uma placa metálica 50cm x 35cm com o fundo na cor branca;

VI- Uma barra plástica 2cm x 50, na cor branca, representa o símbolo “igual” (=);

VII- Números Táteis - números e símbolos matemáticos que medem 4cm, em fonte Arial e na cor preta com a escrita em Braille em sua superfície.

Tijolos Táteis e sua respectiva representação algébrica

Peças dos Tijolos Táteis	Representação algébrica
	1
	-1
	x
	-x

Representação dos Números Inteiros

A representação para Números Inteiros com Tijolos Táteis é muito semelhante (e foi inspirada), na representação no Ábaco dos Inteiros.

Para acessar o ebook O ÁBACO VIRTUAL DOS NÚMEROS INTEIROS: UM RECURSO PARA O ENSINO PRESENCIAL E REMOTO, acesse o código QR abaixo.



Para simular o Ábaco dos Inteiros com as peças dos Tijolos Táteis:

- Utilizar os tijolos azuis e vermelhos (unidades positivas e unidades negativas);
- Alinhar os tijolos verticalmente, peças positivas à direita e peças negativas à esquerda (como as hastes do Ábaco dos Inteiros).

Observação: A disposição vertical é sugerida para simular o Ábaco dos Inteiros com os Tijolos Táteis. O alinhamento das peças também foi utilizado na comparação entre dois números inteiros para os videntes e os não videntes. Entretanto, salientamos que as representações com os Tijolos Táteis não necessita dessa disposição, consideramos importante o aluno expressar suas representações da maneira que lhe parece mais conveniente.

Regras de uso dos Tijolos Táteis

1ª regra: Se adicionarmos na placa um tijolo liso e um com reentrância, o número representado inicialmente não é alterado.

Ou seja, o zero é o elemento neutro da adição: $a = a + 0 = a + (1 + (-1))$ para um inteiro a qualquer.

No Ábaco dos Inteiros, para “acionar” essa regra clica-se no botão Acrescentar Zero.

A consequência da 1ª regra é: Todos os números possuem infinitas representações com os Tijolos Táteis.

2ª regra: Se há na placa um tijolo liso/azul e um tijolo com reentrância/vermelho, podemos “retirar” esses tijolos da placa sem alterar o número representado inicialmente.

$$a = a + 0 = a + (1 + (-1)) = a + (1 + (-1)) + (1 + (-1)) = \dots$$

No Ábaco dos Inteiros para “acionar” essa regra clica-se no botão Retirar Zero.

A consequência da 2ª regra é: Sempre é possível chegar em uma representação com um único tipo de peça.

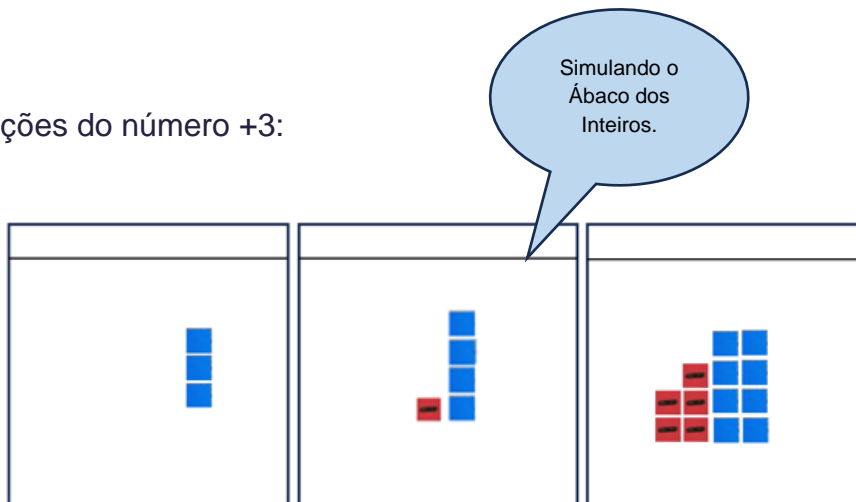
Sobre as consequências das regras

Consequência da Regra 1:

Todos os números possuem infinitas representações com os Tijolos Táteis.

Exemplo:

Representações do número +3:

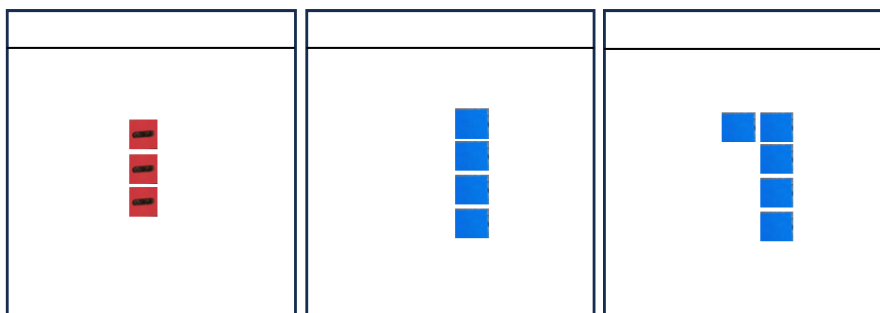


Consequência da Regra 2:

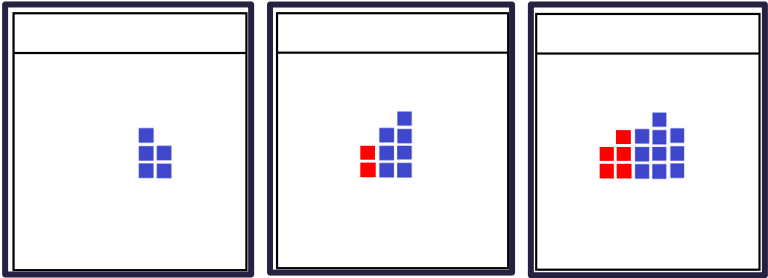
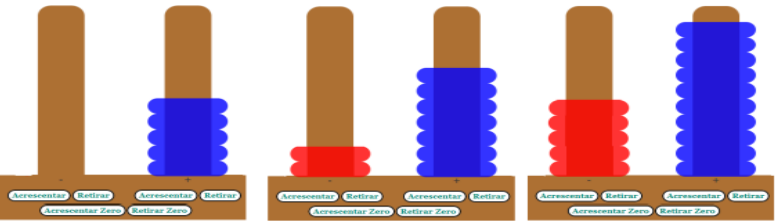
Sempre é possível chegar em uma representação de uma quantidade (positiva ou negativa) com um único tipo de peça.

Exemplo:

Representação dos números -3, 4 e 5 respectivamente:



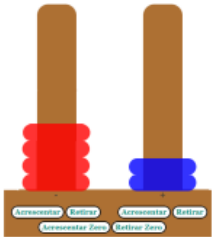
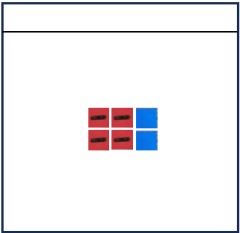
Observe no quadro a seguir as diferentes maneiras de representar +5 com os Tijolos Táteis e sua respectiva representação no Ábaco virtual dos Inteiros.

<p>Tijolos Táteis</p>	
<p>Ábaco Virtual dos Inteiros</p>	

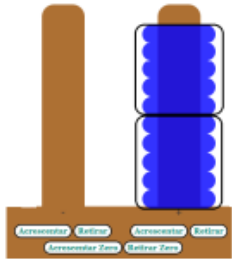

Tijolos Táteis e as operações com Números Inteiros

Para operar com números inteiros utilizando os Tijolos Táteis aplicamos as mesmas estratégias do Ábaco dos Inteiros.

Representação da soma $(-4) + (+2)$ no Ábaco Virtual dos Inteiros e nos Tijolos Táteis:

<p>Ábaco Virtual dos Inteiros</p>	
<p>Tijolos Táteis</p>	
<p>Simbologia Matemática</p>	<p>$(-4) + (+2)$</p>

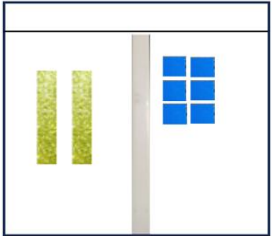
Representação da multiplicação $(+2) \times (+5)$ no Ábaco Virtual dos Inteiros e nos Tijolos Táteis:

<p style="text-align: center;">Ábaco Virtual dos Inteiros</p>	
<p style="text-align: center;">Tijolos Táteis</p>	
<p style="text-align: center;">Simbologia Matemática</p>	<p style="text-align: center;">$(+2) \times (+5)$</p>

Representações de equações de 1º grau com uma incógnita utilizando os Tijolos Táteis

A representação de expressões e equações algébricas com o uso dos Tijolos Táteis foram inspirados no *Algebra Tiles*, utilizado por Meinerz (2020). Nos Tijolos Táteis, a barra vertical representa o símbolo de igual como podemos observar no exemplo a seguir.

Exemplo:

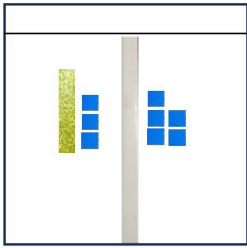
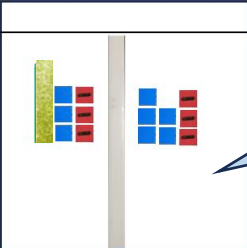
Algebricamente	Tijolos Táteis
<p style="text-align: center;">$2X = 6$</p>	

Operações algébricas com os Tijolos Táteis

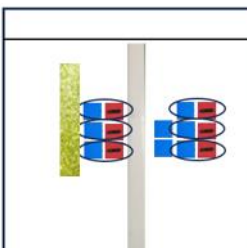
Para resolver as equações algébricas de 1º grau com uma incógnita utilizaremos o Princípio Aditivo juntamente com as regras vistas anteriormente.

Princípio aditivo nos Tijolos Táteis: dada uma equação representada nos Tijolos Táteis, podemos inserir dos dois lados da barra o mesmo tipo e quantidade de peças.

Exemplo:

Algebricamente	Tijolos Táteis
$X+3=5$	
$X+3-3=5-3$	

Para resolver a equação utilizamos as regras vistas anteriormente:

Algebricamente	Tijolos Táteis
$X+3-3=5-3$	

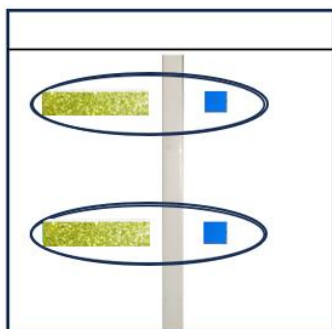
$X=2$	
-------	--

Para resolver equações envolvendo múltiplos de X utilizamos somas repetidas: $2X = X+X$

Observe no exemplo:

Algebricamente	Tijolos Táteis
$2x+3 = 5$	
$2x+3-3 = 5-3$	
$2x = 2$	

Aqui, como temos $2X$, separamos os dois lados da igualdade em dois grupos:



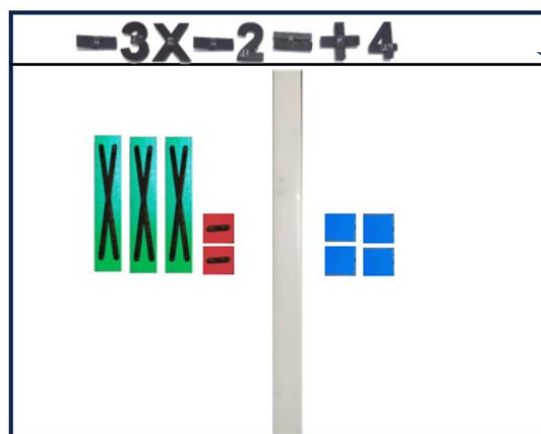
Logo, cada X = 1.

Números Táteis

Essas peças possibilitam “escrever” a equação que será representada com os Tijolos Táteis. Esse grupo de peças é composto por números e símbolos matemáticos que háincluem em sua superfície a respectiva simbologia Braille. Por meio delas, oportuniza-se uma comunicação escrita entre videntes e não videntes.

Na placa metálica há um local destinado para essas peças para não interferir na representação com os Tijolos Táteis.

Observe um exemplo de equação ($-3X-2=+4$) representada com os Números Táteis:

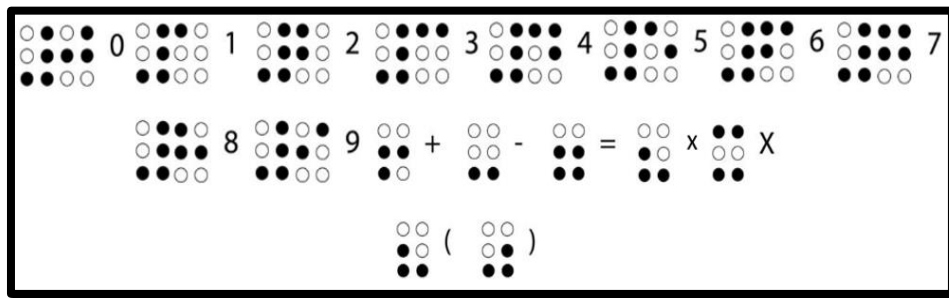


Local destinado para os Números Táteis.

ATENÇÃO!

Algumas peças possuem o mesmo formato, nesses casos é de suma importância observar o símbolo Braille correto para que a comunicação seja assertiva. Destacamos a seguir a simbologia em Braille de todos os números e símbolos que

compõe os Números Táteis (recomendamos que os estudantes tenham acesso ao quadro abaixo durante a utilização dos Números Táteis).



As peças que precisam de atenção quanto ao formato são: 6, 9, +, x, ().

Referências Bibliográficas

BLUMBERG, V.S.P. **CONCEITOS ARITMÉTICOS E ALGÉBRICOS PARA ESTUDANTES COM E SEM ACUIDADE VISUAL: CONSTRUÇÃO DE UM MATERIAL ACESSÍVEL**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática e Estatística) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2024.

FERREIRA, V. **Materiais didáticos manipuláveis e registros de representações: a compreensão matemática de estudantes**. 2015. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

FERNANDES, S. H. A. A. **Uma análise vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 2004.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. A inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática: explorando área, perímetro e volume através do tato. **Bolema**. Rio Claro (SP), v. 23, n.37, dezembro 2010. p. 1111-1135.

MEINERZ, Franciele M.; DOERING, Luísa R.; RIPOLL, Cydara C.. **O ÁBACO VIRTUAL DOS NÚMEROS INTEIROS: UM RECURSO PARA O ENSINO PRESENCIAL E REMOTO**. Campo Grande, MS: ANPMat, 2022. *E-book* (98p.) ISBN: 978-65-88013-21-2. Disponível em: https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2022/10/ebook_Franciele_Luisa_Cydara-18-10-2022-final.pdf. Acesso em: 25 out. 2023.

MEINERZ, F.M. **Resolução de Equações do 1º Grau com Uma Incógnita Por Meio do Uso do Material Algebra Tiles**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2020.

