

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA DE ÔNIBUS RODOVIÁRIO  
SOLICITADO A IMPACTO FRONTAL**

**por**

**Agenor Dias de Meira Junior**

**Tese de Doutorado**

**Porto Alegre, dezembro de 2010**

**Avaliação do comportamento da estrutura de ônibus rodoviário  
solicitado a impacto frontal**

**por**

**Agenor Dias de Meira Junior  
Mestre em Engenharia**

Tese de Doutorado submetida ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de

Doutor em Engenharia

Área de concentração: Mecânica dos sólidos

Orientador: Prof. Dr. Ignacio Iturrioz, PROMEC/UFRGS

Comissão de avaliação:

Prof. Dr. Alberto Tamagna - PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jorge Daniel Riera – PPGEC/UFRGS

Prof. Dr. Marcílio Alves – USP

Prof. Dr. Wilson Toresan Junior – DAER-RS

Prof. Dr. Horácio Antonio Vielmo  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 17 de dezembro de 2010

*Para Inês e Rodrigo*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador e amigo prof. Ignácio Iturrioz pela paciência, confiança, companheirismo e amizade que sempre me dedicou.

Agradeço ao colega e amigo prof. Marcio Walber, companheiro nessa longa trajetória até a conclusão deste trabalho.

Agradeço aos colegas e professores do PROMEC pela amizade e compartilhamento de seus conhecimentos.

Agradeço à banca de Qualificação e Tese, Prof. Dr. Alberto Tamagna, Prof. Dr. Jorge Daniel Riera, Prof. Dr. Marcilio Alves e Prof. Dr. Wilson Toresan Junior pelas contribuições importantes para a qualificação deste trabalho.

## RESUMO

O comportamento de veículos terrestres submetidos ao impacto é de grande relevância na engenharia automobilística, existindo um volume considerável de trabalhos técnicos nesta área. O estudo deste tipo de problema empregando modelos de elementos finitos de casca é realizado com sucesso. No entanto, para certos tipos de estudos, como os de otimização estrutural, é exigida a possibilidade de criar modelos que, sem perder os aspectos essenciais do problema, permitam obter soluções em tempo computacional reduzido. Nesse contexto, pretende-se no trabalho proposto desenvolver uma metodologia para otimizar, empregando o método dos Algoritmos Genéticos, estruturas unifilares formadas por barras flexíveis e/ou rígidas unidas através de juntas não lineares. O ajuste da rigidez não linear das juntas esféricas e translacionais que simulam o comportamento dos elementos estruturais é obtido a partir da análise de modelos em elementos finitos de casca que capturam o comportamento do tubo de parede fina ou por métodos analíticos. A avaliação da segurança em veículos automotivos do tipo ônibus interurbano ainda não se encontra adequadamente regulamentada. Empresas nacionais do ramo da fabricação de carrocerias de ônibus têm procurado em normas internacionais, no apoio das empresas fornecedoras de chassi, em agências governamentais, tais como o INMETRO, IBAMA e DENATRAN, os subsídios para desenvolvimento de uma tecnologia própria para o projeto de suas estruturas. Uma avaliação da segurança dos ocupantes deste tipo de veículo deve ser um item importante a ser verificado. Este trabalho apresenta uma metodologia para avaliação da segurança de estruturas sob ação de impacto frontal e, a partir dela, propor alternativas para prover a estrutura do ônibus da capacidade de absorver toda a energia produzida durante o evento de impacto.

*Palavras-chave: impacto; ônibus; carroceria; chassi; tubos.*

## ABSTRACT

The behavior of vehicles under impact is great importance in automotive engineering with a considerable amount of technical work in this area. The study of this kind of problem using shell finite element models is used with success. However, for certain types of studies, such as structural optimization, requires the ability to create models that, without losing the essence of the problem, to obtain solutions in reduced computational time. In this context, the proposed work is intended to develop a methodology to optimize, using the method of genetic algorithms, single-line structures formed by flexible and/or stiff rods together by non-linear joints. The adjustment of nonlinear stiffness of the spherical and translational joints that simulate the behavior of structural elements is obtained from the analysis of shell finite element models that capture the behavior of thin-walled tube, or otherwise, for analytical methods. The assessment of security in automotive vehicles of the type intercity bus is not properly regulated. National companies in the business manufacture of bus bodies have sought to international standards, supply companies chassis, government agencies such as INMETRO, IBAMA and DENATRAN subsidies for development of a proprietary technology for the design of its structures. An evaluation of the safety of occupants of such vehicle shall be an important item to be checked. This work presents a methodology for assessing the safety of structures under frontal impact and from that one to propose alternatives to provide the bus structure capacity to absorb all energy produced during the impact event.

*Keywords: impact; bus; bus bodies; chassis; tubes.*

# ÍNDICE

RESUMO.....	v
ABSTRACT.....	vi
ÍNDICE.....	vii
LISTA DE FIGURAS.....	xii
LISTA DE TABELAS.....	xxiv
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS.....	xxv
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xxvi
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Objetivos.....	2
1.2 Justificativa.....	2
1.3 Relevância do tema proposto.....	4
1.4 Estrutura do trabalho.....	9
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	12
2.1 Tubos de parede fina: formas de colapso.....	12
<i>Colapso por compressão.....</i>	12
<i>Colapso por flexão.....</i>	13
<i>Colapso por torção.....</i>	14
<i>Colapso com interação entre flexão e compressão.....</i>	15
<i>Colapso com interação entre torção e compressão.....</i>	15
<i>Colapso com interação entre torção e flexão.....</i>	15
2.2 Modelos simplificados de análise.....	16
3 MODELOS SIMPLIFICADOS DE ANÁLISE.....	20
3.1 Modelos simplificados para avaliar o impacto em estruturas unifilares.....	20
3.2 Obtenção de curvas analíticas com interação entre compressão e flexão.....	37
3.3 Sistemas Multicorpo.....	50
3.4 Flambagem local.....	54
4 DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTAS.....	57
4.1 Ferramenta proposta de modelo simplificado de análise.....	57
4.2 Ferramenta para a obtenção das curvas características.....	68
4.2.1 Determinação das curvas de força e momento utilizando tensão de fluxo constante.....	69
<i>Determinação das curvas de força e momento.....</i>	75
<i>Curvas analíticas obtidas a partir da formulação apresentada - Força.....</i>	77

	<i>Curvas analíticas obtidas a partir da formulação apresentada - Momento</i> .....	80
	<i>Discussão dos resultados obtidos</i> .....	81
4.2.2	Determinação das curvas de força e momento considerando sensibilidade a taxa de deformação .....	82
	<i>Curvas analíticas obtidas a partir da formulação apresentada - Força</i> .....	84
	<i>Curvas analíticas obtidas a partir da formulação apresentada - Momento</i> .....	87
	<i>Discussão dos resultados obtidos</i> .....	89
4.3	Procedimento otimização proposto neste trabalho .....	89
5	<b>APLICAÇÕES</b> .....	93
5.1	Exemplos utilizando o Método do Angulo de Transição (MAT) e o Método do Ângulo Real (MAR) .....	93
5.1.1	Exemplo 1: Amassamento de um sistema de absorção de impacto ( <i>end underframe I</i> ) .....	93
5.1.2	Exemplo 2: Amassamento de tubo em forma de “S” modificado I – <i>S-Frame I</i> .....	96
5.1.3	Exemplo 3: Amassamento de um tubo em forma de “S” modificado II – <i>S-Frame II</i> .....	99
5.1.4	Exemplo 4: Amassamento de um tubo em forma de “S” .....	103
5.1.5	Exemplo 5: Avaliação de uma estrutura absorvedora de impacto <i>end underframe II</i> .....	106
5.2	Otimização de estruturas de absorvedores de impacto utilizando curvas obtidas por MEF .....	111
5.3	Avaliação de uma estrutura absorvedora de impacto <i>end underframe II</i> considerando sensibilidade a taxa de deformação .....	118
5.4	Avaliação de uma estrutura absorvedora de impacto para ônibus interurbano .....	122
6	<b>CALIBRAÇÃO DA ESTRUTURA DE UM ÔNIBUS INTERURBANO</b> .....	128
6.1	Ônibus rodoviários interurbanos .....	128
6.2	Metodologia para realização do ensaio .....	129
6.2.1	Equipamentos utilizados nos ensaios.....	130
6.2.2	Programa de aquisição .....	132
6.2.3	Medições realizadas .....	134
6.2.4	Modelo de elementos finitos da estrutura da carroceria.....	138
6.2.5	Análise Modal .....	139
6.3	Análise qualitativa de impacto da estrutura em estudo .....	142
6.4	Análise quantitativa do efeito do impacto sobre a estrutura em estudo.....	147
6.6	Simulação acidente da Rodovia Raposo Tavares.....	149
6.7	Simulação do “efeito abridor de latas” .....	153
6.8	Avaliação de teste de impacto ( <i>Crash Test</i> ) .....	157
6.9	Avaliação quantitativa utilizando o Método de Riera (1980).....	161
7	<b>DESENVOLVIMENTO DE ABSORVEDORES DE IMPACTO</b> .....	166

7.1	Metodologia de avaliação de estruturas de carroceria de ônibus sob impacto frontal.....	166
7.2	Proposta de absorvedor de impacto frontal para ônibus interurbano .....	167
7.3	Geometria do absorvedor de impacto.....	168
7.4	Otimização de componente.....	170
7.5	Otimização global.....	175
7.6	Confirmação do Projeto.....	179
7.7	Conclusões.....	182
8	CONCLUSÕES FINAIS .....	183
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	188
	ANEXO A – Fundamentos Teóricos.....	194
A.1	Comportamento de material linear elástico sob impacto .....	194
A.1.1	Sistemas de coordenadas Euleriano e Lagrangeano .....	194
A.1.2	Taxa de deformação .....	195
A.1.3	Propagação de onda .....	197
A.1.4	O limite elástico dos sólidos sob impacto .....	198
A.1.5	Propagação de uma onda de tensão.....	198
A.1.6	Comportamento bi e tridimensional.....	199
A.2	Estruturas com não linearidades geométricas .....	202
A.2.1	Grandes deformações .....	203
A.2.2	Grandes rotações.....	207
A.3	Estruturas com não linearidades materiais .....	207
A.3.1	Plasticidade independente da taxa de deformação.....	208
A.3.2	Fluxo plástico.....	211
A.4	Problemas de contato.....	213
A.4.1	Formulação do problema de contato.....	215
A.4.2	Modelagem geométrica.....	218
A.5	Solução de Problemas Dinâmicos .....	220
A.5.1	Integração Direta no Tempo.....	224
A.6	Comportamento quase estático .....	227
A.7	Sensibilidade do material à taxa de deformação .....	228
A.7.1	Compressão .....	228
A.7.2	Tração .....	229
A.8	Equações constitutivas.....	230
A.8.1	Equação constitutiva de Cowper-Symonds.....	231
A.9	Introdução geral ao impacto estrutural ( <i>structural crashworthiness</i> ) .....	231
A.9.1	Introdução .....	231

A.9.2	Aspectos elementares do impacto inelástico .....	232
A.10	Descrições da forma de colapso de tubos .....	236
	<i>Amassamento dinâmico axial</i> .....	236
	<i>Amassamento axial de um tubo circular</i> .....	239
	<i>Amassamento axissimétrico</i> .....	239
A.11	Ferimentos causados em impactos .....	247
A.12	Normas regulamentadoras .....	250
A.13	Tipos de absorvedores de impacto .....	254
A.14	Algoritmos genéticos .....	264
A.14.1	Terminologia utilizada em algoritmos genéticos .....	266
A.14.2	Como funciona um algoritmo genético .....	267
A.14.3	Estrutura de um algoritmo genético .....	268
A.14.4	Abordagem multiobjetivo .....	269
A.15	Otimização de estruturas .....	270
	<i>Projeto de componentes estruturais para crashworthines</i> .....	270
	<i>Problema de otimização</i> .....	270
	ANEXO B - Componentes estruturais de um ônibus interurbano .....	275
B.1	Chassi .....	275
B.2	Carroceria .....	281
	ANEXO C - Métodos analíticos. Obtenção de curvas características .....	285
C.1	Colapso por compressão e flexão .....	285
	<i>Solução analítica</i> .....	287
	<i>Suposições</i> .....	288
	<i>Determinação da força e momento instantâneo de amassamento</i> .....	292
C.2	Colapso por torção .....	297
	<i>Colapso torcional de colunas quadradas de parede fina</i> .....	298
	<i>Solução analítica /Formulação teórica</i> .....	298
	<i>Mecanismos de colapso</i> .....	301
	<i>Rotação de torção crítica para flambagem plástica</i> .....	304
	<i>Colapso torcional de colunas retangulares e hexagonais</i> .....	306
	APÊNDICE E – Pseudo Código e Algoritmo de Geração de Curvas Considerando Taxa de Deformação .....	324
	APÊNDICE F – Pseudo Código e Algoritmo de Geração de Curvas Considerando o Material Elastoplástico Perfeito .....	343
	APÊNDICE G - Obtenção de curvas características dos tubos utilizando otimização via Algoritmos Genéticos .....	360
G.2	Curvas características com interação entre compressão e flexão .....	360

G.3	Curvas características com interação entre compressão e flexão e torção.....	362
G.4	Curvas com interação entre compressão e flexão em dois planos e torção.....	363
APÊNDICE H – Programa de Riera .....		366
APÊNDICE I – Programa de Otimização da Seção 7.4.....		371
APÊNDICE J – Programa de Otimização da Seção 7.5.....		385

# LISTA DE FIGURAS

## Capítulo 1

Figura 1.1- Chassi e carroceria de um ônibus interurbano.....	4
Figura 1.2 - Acidente ônibus na Av. Raposo Tavares (SP).....	5
Figura 1.3 - Acidentes de ônibus (impacto frontal) .....	6
Figura 1.4 - Evolução de acidentes em linhas interestaduais e internacionais.....	8
Figura 1.5 - Evolução do índice de acidentes.....	9

## Capítulo 3

Figura 3.1 - Modelo de Markiewicz.....	21
Figura 3.2 - SE em uma coluna hexagonal. Observar o macrotamanho do SE quando comparado com uma malha de MEF .....	23
Figura 3.3 - Célula deformável representando um único nível de dobra plástica em uma coluna prismática amassada progressivamente .....	23
Figura 3.4 - Vários modos de deformação de um nível de dobras para um tubo quadrado prismático sujeito a diferentes histórias de carregamento.....	24
Figura 3.5 - Tela de entrada de dados do programa CrashCad com a seção discretizada de um perfil do tipo chapéu.....	25
Figura 3.6- (a) Colapso progressivo de uma coluna apropriadamente preparada com mecanismos de acionamento; (b) Dobra por flexão global ou irregular de colunas não preparadas .....	27
Figura 3.7 - Resposta para 10 m/s de velocidade de crash de uma estrutura de buggy discretizada com 91 SBEs .....	27
Figura 3.8 - Modelo de um absorvedor de impacto tipo “S” .....	28
Figura 3.9- Comparação dos cálculos analíticos com resultados experimentais .....	29
Figura 3.10 - (a) Modelo de elementos finitos de uma subestrutura de veículo; (b) modelo de massas substitutas; (c) Modelo mecanismo equivalente (EM) .....	30
Figura 3.11 - Forma de amassamento ( <i>crushing</i> ) de uma seção de caixa.....	31
Figura 3.12- Forma de amassamento por flexão de uma seção de caixa .....	32
Figura 3.13- Exemplo de aplicação da metodologia de Hamza e Saitou.....	32
Figura 3.14 - Exemplo metodologia de trabalho de Ambrósio .....	34
Figura 3.15- Modelo de absorvedor de impacto utilizando rótulas plásticas.....	35

Figura 3.16 - Método de Riera (1980).....	36
Figura 3.17 - Configuração do modelo .....	38
Figura 3.18 - Tensão de fluxo equivalente a energia .....	39
Figura 3.19 - Vetor deslocamento e local de escoamento adimensional. ....	40
Figura 3.20 - Relação entre a taxa de translação e rotação. ....	41
Figura 3.21 - Força axial ( $b/t = 50$ ) .....	42
Figura 3.22 - Momento Fletor ( $b/t = 33.3$ ).....	42
Figura 3.23 - Formas deformadas. (a) $\eta = \tan(0^\circ)$ (b) $\eta = \tan(15^\circ)$ (c) $\eta = \tan(60^\circ)$ .....	43
Figura 3.24 - Posição da linha neutra .....	44
Figura 3.25 - Localização do início da falha ( $b/t = 50$ ).....	45
Figura 3.26 - <i>Superbeam element</i> .....	46
Figura 3.27 - Curva Força x deslocamento .....	47
Figura 3.28 - Conceito de <i>Superbeam element</i> .....	47
Figura 3.29 - Deformação nas molas .....	48
Figura 3.30 - Possíveis casos.....	49
Figura 3.31 - Sistema multicorpo.....	52
Figura 3.32 - Componentes esbeltos e seu modelo de segmentos finitos .....	52
Figura 3.33 - Segmentos finitos e suas combinações: a) extensional reto; b) flexão; c) flexão inclinada.....	53
Figura 3.34 - Modelos de rótulas plásticas para diferentes condições de carregamento: a) um eixo de flexão; b) flexão com dois eixos; c) Torção; d) Axial .....	53
Figura 3.35 - Momento de flexão da rótula plástica e sua relação constitutiva .....	54

## Capítulo 4

Figura 4.1- Junta translacional .....	58
Figura 4.2- Junta translacional (a) Estrutura indeformada; (b) Esquema; (c) Estrutura deformada .....	58
Figura 4.3- Comparação da relação Força axial aplicada $F$ vs deslocamento axial $d$ , entre a curva fornecida como característica de rigidez da junta obtida por MEF e a gerada como resposta pelo modelo simplificado.....	59
Figura 4. 4- Modelo simplificado de viga impactando contra obstáculo rígido (a) Vista frontal; (b) Esquema; (c) Deformada; (d) Junta esférica .....	59

Figura 4.5- Comparação da relação Momento aplicado $M$ vs rotação $r$ , entre a curva fornecida como característica de rigidez da junta obtida por MEF e a gerada como resposta pelo modelo simplificado.....	60
Figura 4.6- Modelo de casca e modelo simplificado (a) Casca; (b) Simplificado estilo unifilar; (c) Simplificado estilo prisma tridimensional .....	61
Figura 4.7- Comparação curvas força <i>versus</i> deslocamento .....	62
Figura 4.8- Comparação curvas Momento <i>versus</i> rotação .....	62
Figura 4.9- (a) Modelo simplificado; (b) Deformada do modelo de MEF; (c) Deformada modelo .....	63
Figura 4.10 - (a) Junta rotacional (7830 pontos); (b) Junta rotacional (78730 pontos); (c) Junta translacional (7830 pontos); (d) Junta translacional (78730 pontos).....	65
Figura 4.11- Deformadas.....	70
Figura 4.12- Curvas Força <i>versus</i> Deslocamento para Tubo 40x40x1.0mm.....	71
Figura 4.13- Curvas Momento <i>versus</i> Rotação para Tubo 40x40x1.0mm .....	71
Figura 4.14- Curvas Força <i>versus</i> Deslocamento Tubo 50x50x1.0mm.....	72
Figura 4.15- Curvas Momento x Rotação Tubo 50x50x1.0mm .....	72
Figura 4.16- Força máxima adimensionalizada <i>versus</i> ângulo $\varphi$ .....	73
Figura 4.17- Curva de momento máximo adimensionalizado <i>versus</i> ângulo $\varphi$ .....	74
Figura 4.18- Variação de $y$ com o ângulo $\varphi$ .....	75
Figura 4.19- Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm.....	78
Figura 4.20- Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm.....	78
Figura 4.21- Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm.....	79
Figura 4.22- Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm.....	79
Figura 4.23- Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm .....	80
Figura 4.24- Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm .....	81
Figura 4.25 – Comportamento elastoplástico.....	83
Figura 4.26 - Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm $\varphi=0.0$ .....	85
Figura 4.27 - Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm $\varphi=30.0$ .....	85
Figura 4.28 - Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm $\varphi=60.0$ .....	86
Figura 4.29 - Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm $\varphi=38.45$ . .....	86
Figura 4.30 - Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm $\varphi=90.0$ .....	87
Figura 4.31 - Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm $\varphi=60.0$ .....	87
Figura 4.32 - Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm $\varphi=30.0$ .....	88
Figura 4.33 - Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm $\varphi=38.45$ .....	88

Figura 4.34 - Fluxograma de otimização para o problema de impacto a ser analisado .....	91
-----------------------------------------------------------------------------------------	----

## Capítulo 5

Figura 5.1 - Modelo <i>end underframe</i> (a) MEF ; (b) Modelo Simplificado (MAT) .....	94
Figura 5.2 - <i>End underframe</i> : (a) Dimensões; (b) Esquema juntas(c) MEF; (d) Simplificado ....	94
Figura 5.3 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado (MAT).....	95
Figura 5.4 - Comparação resultados modelo para energia E (Nm) de MEF e MAT .....	96
Figura 5.5 - Modelo <i>S-Frame I</i> (a) Dimensões (b) MEF; (c) Modelo Simplificado.....	97
Figura 5.6 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado. ....	98
Figura 5.7 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado (MAT) com as curvas obtidas por procedimento de otimização e considerando torção .....	98
Figura 5.8 - Modelo <i>S-Frame II</i> (a) Dimensões(b); MEF; (c) Modelo Simplificado .....	100
Figura 5.9 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado .....	101
Figura 5.10 - Comparação resultados.....	102
Figura 5.11 - Modelo <i>S Frame</i> (a) MEF ; (b) Modelo Simplificado .....	104
Figura 5.12 - Modelo simplificado do <i>S Frame</i> .....	104
Figura 5.13 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado .....	105
Figura 5.14 - Comparação resultados modelo de MEF e modelo simplificado.....	106
Figura 5.15 - Modelo simplificado do <i>end underframe</i> .....	107
Figura 5.16 - Modelo <i>end underframe</i> (a) MEF ; (b) Modelo Simplificado.....	108
Figura 5.17 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado .....	109
Figura 5.18 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado .....	110
Figura 5.19 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado .....	110
Figura 5.20 - Geometria e identificadores das variáveis .....	112
Figura 5.21 - Deformada (a) Estrutura (1); (b) Estrutura 3; (c) Estrutura 6.....	116
Figura 5.22 - Energia Cinética .....	117
Figura 5.23 - Comparação velocidades .....	117
Figura 5.24 - Comparação aceleração .....	118
Figura 5.25 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado .....	120
Figura 5.26 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado .....	121
Figura 5.27 - Comparação resultados modelo de MEF - CS e Simplificado -CS.....	121
Figura 5.28 - Dianteira ônibus modificada.....	122
Figura 5.29 - Estruturas absorvedor de impacto MEF e Simplificada. ....	123
Figura 5.30 - Curva Tensão x Deformação aço NBR 7008 ZAR 230. ....	123

Figura 5.31 - Estruturas absorvedor de impacto MEF e Simplificada.....	124
Figura 5.32 - Parede rígida impacta contra estrutura absorvedor (Modelo de MEF). .....	124
Figura 5.33 - Deformadas.....	125
Figura 5.34 - Forças de reação contra a parede rígida. ....	125
Figura 5.35 - Comparação Energia Cinética. ....	126

## Capítulo 6

Figura 6.1- Foto externa .....	128
Figura 6.2 - Localização dos acelerômetros.....	129
Figura 6.3 - Localização dos acelerômetros.....	130
Figura 6.4 - Esquema arranjo experimental .....	131
Figura 6.5 - (a) Acelerômetro soldado na placa; (b) Placa com ligações realizadas.....	132
Figura 6.6 - Fluxograma do programa de aquisição.....	133
Figura 6.7 - Tela de aquisição no software VEE Pro .....	133
Figura 6.8 - Tela de tratamento de dados no software VEE Pro .....	134
Figura 6.9 - Aceleração na direção y (vertical).....	134
Figura 6.10 - Aceleração na direção z (transversal).....	135
Figura 6.11 - Aceleração na direção x (longitudinal).....	135
Figura 6.12 - Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – vertical até 500 Hz .....	135
Figura 6.13- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – vertical até 20 Hz .....	136
Figura 6.14- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – transversal até 500 Hz.....	136
Figura 6.15- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – transversal até 20 Hz .....	136
Figura 6.16- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – longitudinal até 500 Hz.....	137
Figura 6.17- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – longitudinal até 20 Hz.....	137
Figura 6.18 - (a) Modelo de casca; (b) Modelo de barra.....	138
Figura 6.19 - Primeiro modo de vibração 6.17 Hz.....	139
Figura 6.20 - Segundo modo de vibração 7.90 Hz.....	140
Figura 6.21 - Terceiro modo de vibração 8.40 Hz .....	140

Figura 6.22 - Quarto modo de vibração 9.30 Hz.....	141
Figura 6.23 - Quinto modo de vibração 10.47 Hz.....	141
Figura 6.24 - Comparação entre frequências modelo numérico x experimental .....	142
Figura 6.25 - Condições de impacto.....	143
Figura 6.26 - Impacto frontal estrutura de barras .....	143
Figura 6.27 - Detalhe frontal estrutura de barras .....	143
Figura 6.28 - Impacto frontal estrutura de casca.....	144
Figura 6.29 - Detalhe frontal estrutura de casca parte dianteira.....	144
Figura 6.30 - Detalhe frontal estrutura de casca parte traseira.....	145
Figura 6.31- Detalhe alteração da seção do chassi dianteiro.....	146
Figura 6.32 - Impacto frontal com alteração da seção do chassi dianteiro .....	146
Figura 6.33 - Localização mecanismos absorvedores de impacto .....	147
Figura 6.34 - Vista lateral e frontal após 0.3 segundos.....	147
Figura 6.35 - Deslocamento parte dianteira do veículo .....	148
Figura 6.36 - Desaceleração .....	148
Figura 6.37- Energia cinética absorvida.....	149
Figura 6.38 - Acidente na Raposo Tavares (22/01/2006) .....	150
Figura 6.39 - Simulação de impacto a diferentes velocidades. ....	151
Figura 6.40 - Curva Velocidade <i>versus</i> Deslocamento.....	152
Figura 6.41 - Impacto frontal – acidente da Raposo Tavares em 2006.....	153
Figura 6.42 - Acidente com efeito “abridor de latas”. Fonte: Instituto Geral de Perícias.....	153
Figura 6.43 - Acidente na BR 386 em julho de 2008. Fonte: Instituto Geral de Perícias.....	154
Figura 6.44 - Sítio de colisão acidente ônibus 456. Fonte: Instituto Geral de Perícias.....	154
Figura 6.45 - Esquema simulação de impacto entre dois ônibus. ....	155
Figura 6.46 - Efeito “abridor de latas” – comparação.....	155
Figura 6.47 - Sequência do evento de impacto. ....	156
Figura 6.48 - Efeito abridor de latas.....	157
Figura 6.49 - Teste de impacto. (a) <i>Crash Test</i> TRC (b) Modelo de barras .....	157
Figura 6.50 - Comparação deslocamentos parra o tempo de 180 ms.....	158
Figura 6.51 - <i>Crash Test</i> realizado pela TRC.....	159
Figura 6.52 - Deslocamento <i>versus</i> Tempo – comparação <i>Crash Test versus</i> MEF. ....	160
Figura 6.53 - Deslocamento Vertical – comparação.....	160
Figura 6.54 - Distribuição de massas e discretização.....	161
Figura 6.55 - Forças de Colapso e modos de deformação. ....	162

Figura 6.56 - Modos de falha. ....	162
Figura 6.57 - Resultados CU-FSM perfil “C” 80 x 200 x 6 mm.....	163
Figura 6.58 - Resultados CU-FSM perfil retangular 60 x 100 x 2 mm.....	163
Figura 6.59 - (a) Modelo de barras (b) Acidente na Raposo Tavares em 2006. ....	164
Figura 6.60 - Força de reação na parede rígida. ....	165

## Capítulo 7

Figura 7.1 - Detalhe modelo reduzido da dianteira da estrutura .....	167
Figura 7.2 – Absorvedor de impacto. ....	168
Figura 7.3 - Deformada .....	169
Figura 7.4 - Curva de desaceleração. ....	169
Figura 7.5 - Identificadores. ....	170
Figura 7.6 - Caracterização do problema. ....	171
Figura 7.7 - Resultados GA.....	173
Figura 7.8 - Deformada. ....	173
Figura 7.9 - Energia Cinética. ....	173
Figura 7.10 - Estrutura original .....	174
Figura 7.11 - Deformadas.....	174
Figura 7.12 - Caracterização do problema. ....	176
Figura 7.13 - Resultados GA.....	177
Figura 7.14 - Deformada. ....	177
Figura 7.15 - Energia Cinética. ....	178
Figura 7.16 - Deformadas (a) modificada (b) original. ....	178
Figura 7.17 - Comparação deformadas. ....	179
Figura 7.18 - Deslocamento região frontal.....	180
Figura 7.19 - Comparação entre energias cinéticas.....	180
Figura 7.20 - Desaceleração. ....	181
Figura 7.21 - Influência da duração de pulso sobre a tolerância ao impacto sobre o corpo inteiro .....	181

## ANEXO A

Figura A.1 - Meio contínuo.....	195
Figura A.2 - Intervalo de taxas de deformação .....	196
Figura A.3 - Notação tridimensional.....	199

Figura A.4 - (a) Cossenos diretores; (b) Componentes de tensões em duas dimensões .....	200
Figura A.5 - Vetores posição e movimento de um corpo deformado .....	204
Figura A.6 - Decomposição polar de deformação por cisalhamento .....	205
Figura A.7 - Comportamento tensão-deformação para cada uma das opções de plasticidade ...	209
Figura A.8 - Várias superfícies de escoamento .....	210
Figura A.9 - Regras de endurecimento.....	211
Figura A.10 - Curvas tensão,deformação típicas de materiais elasto-plásticos.....	213
Figura A.11 - Contato entre dois corpos: (a) Condição sem contato; (b) Estado de contato.....	214
Figura A.12 - Contato por elementos finitos.....	215
Figura A.13 - Problema de contato .....	216
Figura A.14 - Problema de atrito.....	218
Figura A.15 - Contato entre discos semicirculares: solução nó contra nó. ....	218
Figura A.16- Contato nó com superfície .....	219
Figura A.17 - Modelo simples de um sistema não conservativo. (a) Mola e amortecedor em paralelo. (b) Mola e amortecedor em série .....	221
Figura A.18 - Resposta de um sistema elastoplástico ideal a uma força constante aplicada instantaneamente .....	222
Figura A.19 - Curva de deslocamento x tempo com uma variedade de coeficientes de amortecimento aplicados a um oscilador de um grau de liberdade .....	224
Figura A.20 - Projeção isométrica da superfície de tensão ( $\sigma$ ), deformação ( $\epsilon$ ), razão de deformação ( $\dot{\epsilon}$ ) para o aço doce sujeito a compressão dinâmica uniaxial .....	229
Figura A.21- Testes dinâmicos uniaxiais de tração para o aço doce para várias taxas de deformação plástica .....	230
Figura A.22 - (a) A massa $M_2$ viajando com uma velocidade $V_2$ em direção a uma massa estacionária $M_1$ . (b) Forças horizontais atuando sobre a massa $M_2$ durante um evento de impacto .....	232
Figura A.23 - Comportamento de um tubo sob amassamento axial estático .....	233
Figura A.24 - (a) Uma massa $M_2$ caindo verticalmente sobre uma massa estacionaria $M_1$ com uma velocidade de impacto $V_2$ . (b) Forças verticais atuando sobre a massa $M_2$ durante o evento de impacto.....	235
Figura A.25 - Amassamento estático e dinâmico de um tubo cilíndrico de parede fina.....	236
Figura A.26 - Casca cilíndrica de parede fina sujeita a uma força P axial de amassamento .....	237
Figura A.27 - Comportamento estático e dobras.....	237

Figura A.28 - Tubo de parede fina de aço doce com seção quadrada antes e depois do amassamento estático .....	238
Figura A.29 - Espécimes de tubo circular axialmente amassados .....	239
Figura A.30 - Idealizada axissimétrica ou concêntrico modo de deformação para um tubo cilíndrico comprimido.....	240
Figura A.31 - Modo dinâmico progressivo para uma seção transversal ideal de um tubo de parede fina quadrado .....	242
Figura A.32 - Modelo imperfeito com desvio de comprimento dos lados.....	243
Figura A.33 - Modelo imperfeito com desvio de espessura de parede .....	243
Figura A.34 - Flambagem progressiva dinâmica para tubo quadrado com imperfeição por desvio do comprimento de lado.....	243
Figura A.35 - Flambagem progressiva dinâmica, imperfeição de espessura de parede.....	244
Figura A.36 - Modelo de imperfeições para deflexões iniciais das paredes laterais do tubo de parede fina de seção quadrada.....	245
Figura A.37 - Modo de amassamento para o modelo com deflexões na parede de um tubo de parede fina de seção quadrada .....	245
Figura A.38 - Deformada final do tubo de parede fina de seção quadrada.....	246
Figura A.39 - Curva força-deslocamento .....	246
Figura A.40 - Relacionamento entre a força adimensionalizada de amassamento e $c/h$ .....	247
Figura A.41 - Tolerância de corpo a impacto.....	248
Figura A.42 - Influência da duração de pulso sobre a tolerância ao impacto sobre o corpo inteiro .....	249
Figura A.43 - Curva de tolerância Wayne State para impacto de cabeça .....	250
Figura A.44 - Pesos admissíveis para carrocerias de ônibus no Brasil .....	252
Figura A.45 - Peso bruto .....	253
Figura A.46 - Dimensões máximas .....	253
Figura A.47 - Dimensões máximas .....	254
Figura A.48 - Velocidade de impacto para absorvedores de energia.....	255
Figura A.49 - Energia específica de alguns absorvedores de impacto.....	256
Figura A.50 - Valores típicos de fatores de amassamento .....	257
Figura A.51 - Propriedades típicas de materiais .....	258
Figura A.52 - Tubos de seção quadrada preenchidos com espuma de alumínio ou <i>honeycomb</i> .....	259
Figura A.53 - Absorvedor de impacto.....	260
Figura A.54 - Princípio de funcionamento do pára-choque de segurança .....	260

Figura A.55 - Plataforma de segurança.....	261
Figura A.56 - Estrutura de um vagão de trem (locomotiva) .....	263
Figura A.57 - Conceitos de absorvedores de impacto.....	263
Figura A.58 - (a) Absorvedor de impacto para carros intermediários; (b) Viga I com alma senoidal.....	264
Figura A.59 - Fluxograma de otimização.....	272
Figura A.60 - Fluxograma de algoritmo de otimização .....	273

## **ANEXO B**

Figura B.1 - Carroceria montada sobre o chassi ( <i>Fonte: Volkswagen, 2007</i> ).....	276
Figura B.2 - Alteração da distância entre eixos .....	276
Figura B.3 - Fixação da carroceria no chassi .....	277
Figura B.4 - Áreas de concentração de tensões.....	278
Figura B.5 - Recomendações para furação na alma do perfil C do chassi.....	279
Figura B.6 - Quadro ‘pi’ .....	279
Figura B.7 - Assento do motorista .....	280
Figura B.8 - Furação para banco do motorista.....	280
Figura B.9- Localização assento do motorista .....	281
Figura B.10 - Peso dos chassi. <i>Fonte: Daimler Chrysler do Brasil (2005)</i> . .....	281
Figura B.11 - Carroceria.....	282
Figura B.12 - Chassi <i>Fonte</i> .....	282
Figura B.13 - Chassi mais carroceria .....	283
Figura B.14 - Parte dianteira do chassi .....	283
Figura B.15 - Isométrica da parte dianteira do modelo do ônibus .....	284
Figura B.16 - Detalhes da carroceria.....	284

## **ANEXO C**

Figura C.1 - Comprimento da onda de dobra plástica em compressão pura (a) e flexão (b) posição onde o perfil de tensões será calculado .....	286
Figura C.2 - Distribuição típica de tensões em colunas de seção retangular sujeitas à compressão axial (a) e flexão pura (b) no intervalo de pós-falha.....	288
Figura C.3 - Mecanismo de amassamento cinematicamente inadmissível e admissível .....	289

Figura C.4 - (a) Mecanismo básico de amassamento (b) Montagem de dois modos assimétricos com descontinuidade material; (c) Mecanismo de colapso consistente completo .....	290
Figura C.5 - Geometria global do mecanismo de dobra básica .....	290
Figura C.6 - Fluxo plástico de uma chapa de metal através de uma superfície toroidal.....	292
Figura C.7 - Definição do momento de pico .....	297
Figura C.8 - Coluna de parede fina sob carregamento torcional.....	298
Figura C.9 - Forma deformada de uma coluna de seção quadrada de parede fina com 45° de rotação.....	299
Figura C.10 - Evolução da forma da seção transversal deformada.....	299
Figura C.11 - Resistência torcional de coluna retangular ( $l/b=5$ , $b/t=50$ ).....	299
Figura C.12 - Deformação de pré-flambagem de uma coluna quadrada sob torção.....	302
Figura C.13 - Deformação de pós-flambagem de uma coluna quadrada sob torção .....	303
Figura C.14 - Seção mais colapsada.....	303
Figura C.15 - Coluna equivalente com área generalizada mais colapsada onde $\theta_0 > \theta_m$ .....	304
Figura C.16 - Colunas retangular e hexagonal sujeitas à torção .....	306

## APÊNDICE D

Figura D.1 – Curvas características de tubos 40x1 Força .....	307
Figura D.2 – Curvas características de tubos 40x1 Força e Momento.....	308
Figura D.3 – Curvas características de tubos 40x1 Força e Momento.....	309
Figura D.4 – Curvas características de tubos 40 x 1 Momento 50x1 Força .....	310
Figura D.5 – Curvas características de tubos 50x1 Força .....	311
Figura D.6 – Curvas características de tubos 50x1 Momento.....	312
Figura D.7 – Curvas características de tubos 50x1 Momento 60x2 Força .....	313
Figura D.8 – Curvas características de tubos 60x2 Força .....	314
Figura D.9 – Curvas características de tubos 60x2 Força e Momento.....	315
Figura D.10 – Curvas características de tubos 60x2 Momento.....	316
Figura D.11 – Curvas característica de tubos 70x1.5 Força.....	317
Figura D.12 – Curvas características de tubos 70x1.5 Momento.....	318
Figura D.13 – Curvas características de tubos 70x1.5 Momento.....	319
Figura D.14 – Curvas características de tubos 70x1.5 Momento 80x2.4 Força .....	320
Figura D.15 – Curvas características de tubos 80x2.4 Força .....	321
Figura D.16 – Curvas características de tubos 80x2.4 Momento.....	322

Figura D.17 – Curvas características de tubos 80x2.4 Momento.....	323
-------------------------------------------------------------------	-----

## **APÊNDICE G**

Figura G.1 - Comparação entre curvas de Força <i>versus</i> Deslocamento.....	361
Figura G.2 - Comparação entre curvas de Momento <i>versus</i> Rotação .....	361
Figura G.3 - Curva Força <i>versus</i> deslocamento obtida por procedimento de otimização .....	363
Figura G.4 - Curva Momento $M_x$ <i>versus</i> Rotação $R_x$ obtida por procedimento de otimização.	363
Figura G.5 - Curva Momento $M_z$ <i>versus</i> Rotação $R_x$ obtida por procedimento de otimização.	363
Figura G.6 - Curvas obtidas por otimização com interação entre flexão em dois planos, torção e compressão .....	365

## LISTA DE TABELAS

### Capítulo 1

Tabela 1.1- Direções de Impacto.....	7
Tabela 1.2- Estatística geral de acidentes de ônibus .....	7
Tabela 1.3- Colisão com veículos pesados e tombamento.....	8
Tabela 1.4- Dados de danos e fatalidades .....	8

### Capítulo 3

Tabela 3.1 - Largura efetiva e coeficientes de flambagem local para elementos AA.....	55
---------------------------------------------------------------------------------------	----

### Capítulo 5

Tabela 5.1- Ângulos juntas translacionais e rotacionais .....	101
Tabela 5.2- Ângulos juntas translacionais e esféricas.....	104
Tabela 5.3- Ângulos juntas translacionais e esféricas.....	108
Tabela 5.4- Rótulos dos tubos .....	111
Tabela 5.5- Resultados da otimização.....	115
Tabela 5.6- Ângulos juntas translacionais e esféricas.....	119

### Capítulo 6

Tabela 6.1- Características do modelo de ônibus utilizado no ensaio .....	129
Tabela 6.2 - Características da placa de aquisição .....	131
Tabela 6.3 - Característica principais do acelerômetro .....	132
Tabela 6.4 - Frequências obtidas experimentalmente .....	138
Tabela 6.5- Característica modal predominante.....	140
Tabela 6.6 - Comparação resultados MEF x Experimental .....	141

### Capítulo 7

Tabela 7.1 - Resultados GA .....	172
Tabela 7.2 - Resultados GA .....	176

### ANEXO A

Tabela A.1- Velocidade de onda elástica .....	197
-----------------------------------------------	-----

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

INMETRO	Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial
IBAMA	Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais renováveis
DENATRAN	Departamento Nacional de Trânsito
CAI	Capacidade de Absorção de Impacto
CONTRAN	Conselho Nacional de Transito
MET	Manual de Especificaciones Técnicas para Vehículos de Transporte por Automotor de Pasageros
E. C. E.	Economic Commission for Europe
MEF	Método dos Elementos Finitos
CAE	Computer Aided Engineering
SAE	Society of Automotive Engineers
ANTT	Agência Nacional de Transportes Terrestres
SE	Superfolding Element
FE	Finite Element
CM	Crush Mode
EM	Equivalent Model
CPU	Central Processing Unit
SBE	Superbeam Element
NB	Norma Brasileira
MAT	Método do Ângulo de Transição
MAR	Método do Ângulo Real
MAR-A	Método do Ângulo Real Analítico
GA	Genetic Algorithm
RAM	Random Access Memory
TRC	Transport Research Center

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Desaceleração, $m/s^2$
$a_m$	Aceleração média, $m/s^2$
$A$	Área da seção transversal do tubo, $mm^2$
$A_t$	Área tracionada, $mm^2$
$b$	Largura da coluna quadrada, mm
$b_c$	Comprimento da largura do tubo comprimida, mm
$b_{eff}$	Comprimento de largura efetiva do tubo, mm
$b_t$	Comprimento da largura do tubo tracionada, mm
$b_f$	Largura de um tubo, mm
$b_w$	Altura de um tubo, mm
$c$	Velocidade de uma onda de tensão em uma barra, m/s
$C$	Fator de amassamento
$C_{crit}$	Coefficiente de amortecimento critico
$C_1$	Constante de plastificação corrigido
$D$	Constante do material da equação de Cowper-Symonds
$E$	Módulo de elasticidade longitudinal, $N/mm^2$
$E_{tan}$	Módulo tangente, $N/mm^2$
$\dot{E}$	Taxa de dissipação da energia de deformação, Nm/s
$\dot{E}_b$	Razão de dissipação de energia por flexão, Nm/s
$\dot{E}_{cor}$	Taxa de dissipação de energia pelas deformações das rótulas lineares de canto, Nm/s
$\dot{E}_{diag}$	Taxa de dissipação de energia pelas deformações das rótulas lineares diagonal, Nm/s
$\dot{E}_{puc}$	Taxa de variação da energia de deformação por unidade de comprimento, Nm/s
$f$	Força desenvolvida na seção, N
$f$	Condição de deslizamento
$f_{min}$	Força mínima desenvolvida na seção, N
$f_1$	Força desenvolvida na seção em 1 (compressão), N
$f_2$	Força desenvolvida na seção em 2 (tração ou compressão), N

$F$	Força total desenvolvida na seção, N
$F_0$	Força máxima de amassamento, N
$F_{\max}$	Força máxima para ângulo $\phi$ especificado, N
$F_x(t)$	Força de reação devido a um impacto de um projétil contra um alvo rígido, N
$F(b)$	Função objetivo
$g$	Aceleração da gravidade, $m/s^2$
$g_N$	Separação final entre o corpo e a fundação, mm
$g_N^0$	Gap normal inicial, mm
$G$	Massa que impacta sobre o tubo, kg
$G(b)$	Função restrição
$H$	Metade do comprimento da onda de amassamento plástico, mm
$H_b$	Comprimento de onda de amassamento em flexão, mm
$H(b)$	Funções representativas de restrições
$I_1, I_2, I_3$	Invariantes de deformação
$J_1, J_2, J_3$	Invariantes de tensão
$l$	Comprimento linear de uma dobra, mm
$k$	Coefficiente de flambagem local
$K_l$	Perda de energia cinética, Nm
$K$	Matriz de rigidez
$L$	Comprimento axial inicial do tubo, mm
$m$	Massa do tubo, kg
$n$	Número de tubos do conjunto
$M$	Momento fletor, Nm
$M_{\max}$	Momento máximo para ângulo $\phi$ especificado, Nm
$M_p$	Momento plástico total em flexão pura por unidade de comprimento da placa, Nm/m
$M_{p1}$	Momento plástico total em flexão pura corrigido por unidade de comprimento, Nm/m
$M_0$	Momento de colapso plástico para a seção transversal (por unidade circunferencial de comprimento), Nm/m
$M_1$	Massa estacionária, kg
$M_2$	Massa em movimento, kg
$M^I$	Momento fletor de pré-flambagem, Nm

$M''$	Característica momento-rotação de pós-flambagem, Nm
N	Força axial, N
$N_0$	Força de plastificação total de membrana, N
$N_{\alpha\beta}$	Componentes do tensor tensão de membrana
n	Expoente da lei de comportamento do material
$\bar{n}$	Normal externa do deslocamento do corpo
P	Carga axial, N
$P_C[x(t)]$	Força de colapso da porção da estrutura que está colidindo, N
$P_{FG}$	Força de flambagem elástica global, N
$P_{FL}$	Força de flambagem elástica local, N
$P_C$	Força de colapso do elemento analisado, N
$P_{CD}$	Forças de colapso devido à interação entre flambagem distorcional e plastificação, N
$P_{CL}$	Força de colapso devido à interação entre flambagem global e local, N
$P_m$	Carga axial de amassamento média, N
$P_m^c$	Força média de amassamento em compressão, N
$P_m^b$	Força média de amassamento em flexão, N
$\bar{P}_m^E$	Carga axial média para o modo extensional, N
$\bar{P}_m^S$	Carga axial média para o modo simétrico, N
$P_P$	Força de colapso plástico, N
$P_{PFG}$	Força resultante da interação entre a força de flambagem elástica global e a força de colapso plástico, N
q	Constante do material da equação de Cowper-Symonds
Q	Primeiro momento de inércia da seção transversal, mm <sup>3</sup>
R	Raio médio do tubo, mm
r	Raio de uma dobra do tubo, mm
$r_b$	Raio de rolamento a flexão, mm
SI	Índice de severidade de Gadd
t	Espessura da parede do tubo, mm
$t_a$	Espessura de parede do braço de comprimento a, mm
$t_b$	Espessura de parede do braço de comprimento b, mm

$t_n$	Magnitude da tração normal
$t_s$	Tração tangencial
$\bar{t}_c$	Vetor pressão de contato
$t_N$	Componente normal do vetor pressão de contato
$t_T$	Pressões tangenciais de contato
T	Torque, Nm
$T_{crs}$	Momento torcional crítico, Nm
$T_0$	Momento torcional máximo suportado por uma seção quadrada, Nm
u	Deslocamento, mm
$\dot{u}$	Velocidade de translação, mm/s
$\dot{u}_0$	Taxa de deslocamento do plano extremo, mm/s
$\dot{u}_z$	Taxa de deslocamento na direção z , mm/s
$\ddot{u}$	Desaceleração axial durante o evento de impacto, mm/s <sup>2</sup>
$\bar{u}$	Deslocamento do corpo, mm
$u_T$	Deslocamentos tangenciais, mm
v	Velocidade num instante qualquer, mm/s
V	Energia de deformação por unidade de volume, J/m <sup>3</sup>
$\ddot{U}$	Aceleração, m/s <sup>2</sup>
$x(t)$	Distância a partir da frente do projétil, m
x	Posição deformada, mm
y	Fator redutor de area
z	Braço medido a partir de um eixo de referência, mm
$z_0$	Posição do eixo neutro, mm
V	Volume, mm <sup>3</sup>
$V(t)$	Velocidade do projétil que atinge a parede rígida, m/s
$V_0$	Velocidade de impacto axial na extremidade do tubo circular, mm/s
$V_2$	Velocidade inicial de translação, m/s
$V_3$	Velocidade comum de ambas as massas depois do impacto inelástico, m/s
$\omega_d$	Frequência natural
$\alpha$	Ângulo de rotação dos painéis laterais, rad

$\gamma$	Densidade, kg/m <sup>3</sup>
$\phi$	Coefficiente de solidez
$\eta$	Razão adimensional da velocidade rotacional $\dot{\theta}$ e a velocidade translacional $\dot{u}_z$
$\varepsilon$	Deformação específica
$\bar{\varepsilon}$	Deformação hidrostática
$\varepsilon_{\min}$	Deformação específica correspondente à força mínima
$\varepsilon_f$	Deformação específica correspondente ao final do evento
$\varepsilon_\theta$	Deformação média circunferencial para uma dobra
$\dot{\varepsilon}$	Razão de deformação, 1/s
$\varepsilon_1$	Deformação específica corrigida
$\dot{\varepsilon}_0$	Taxa de deformação do eixo da coluna, 1/s
$\dot{\varepsilon}_z$	Taxa de deformação na direção z, 1/s
$\dot{\varepsilon}_\theta$	Taxa de deformação circunferencial média, 1/s
$\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}$	Tensor taxa de deformação
$\varepsilon_{cr}$	Deformação correspondente à flambagem da seção
$\varepsilon_{av}$	Deformação média
$\varepsilon_{eq}$	Deformação equivalente
$\kappa$	Módulo de expansão
$\dot{\kappa}$	Taxa de curvatura do eixo da coluna, 1/s
$\delta$	Deslocamento em um instante qualquer, distância de amassamento, mm
$\delta_t$	Deslocamento total, mm
$\delta_{t\max}$	Deslocamento máximo desenvolvido durante o evento, mm
$\delta_1$	Deslocamento mola em compressão, mm
$\delta_2$	Deslocamento mola em compressão ou tração, mm
$\delta_{eff}$	Distância de amassamento efetiva, mm
$\lambda$	Constante de Lamé
$\lambda_0$	Índice de esbeltez reduzido para barras comprimidas
$\lambda_p$	Índice de esbeltez reduzido do elemento
$\lambda_{cr}$	Amplitude da deflexão crítica, mm

$\lambda_w$	Amplitude da deflexão inicial, mm
$\mu$	Parâmetro friccional
$\mu_x(t)$	Massa do projétil por unidade de comprimento, kg/m
$\theta$	Ângulo de inclinação senoide da curva imperfeição no tubo, rad
$\theta_c$	Rotação de torção crítica, rad
$\theta_0$	Ângulo extremo de rotação de torção, rad
$\theta_m$	Rotação de torção de transição, rad
$\dot{\theta}$	Velocidade de rotação, rad/s
$\theta_{sh}$	“Mudança” na curva momento-rotação, rad
$\phi$	Ângulo central, rad
$\varphi$	Ângulo entre o vetor taxa de deformação e o eixo n do local de escoamento adimensionalizado
$\Delta$	Deslocamento axial, mm
$\Delta_t$	Intervalo de tempo, s
$\Delta_b$	Deslocamento máximo permitido, mm
$\rho$	Fator de redução associado a flambagem global
$\Delta_b$	Deslocamento limite para o qual novas dobras não poderão ser formadas, mm
$\sigma$	Tensão normal, tensão compressiva, N/mm <sup>2</sup>
$\bar{\sigma}$	Tensão hidrostática, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_h, \sigma_c$	Desvio do comprimento dos lados do tubo “c”, mm
$\sigma_1$	Tensão característica, tensão principal, tensão corrigida, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_a$	Tensão máxima axial, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_{xx}$	Tensão normal na direção x, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_{yy}$	Tensão normal na direção y, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_y, \sigma_f$	Tensão inicial de escoamento, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_u$	Tensão última, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_0'$	Tensão de fluxo dinâmico, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_0$	Tensão de fluxo plástico, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_1$	Tensão de escoamento do material, N/mm <sup>2</sup>

$\tau$	Tensão de cisalhamento, N/mm <sup>2</sup>
$\tau_f$	Tensão de escoamento por cisalhamento, N/mm <sup>2</sup>
$\tau_u$	Tensão última de cisalhamento, N/mm <sup>2</sup>
$\tau_{xy}$	Tensão de cisalhamento, N/mm <sup>2</sup>

# 1 INTRODUÇÃO

A segurança de um veículo é um importante atributo de projeto, que deve ser atingido de tal forma a se cumprir com as normas e regulamentações de segurança e, também, conseguir a obtenção de atrativos de marketing. A capacidade da estrutura ou parte do veículo de absorver energia cinética resultante de um impacto e manter a integridade no espaço dos ocupantes é medida por meio de um parâmetro chamado *crashworthiness* ou CAI (capacidade de absorver impacto).

A estrutura de um ônibus rodoviário é formada por colunas e painéis de paredes finas, chapas de aço, juntas e outros componentes estruturais. Esses componentes estruturais são os que absorvem a maior quantidade de energia durante o impacto. A estrutura sob ação de impacto deve se deformar o necessário para manter o colapso sob controle enquanto uma quantidade suficiente de energia de impacto seja absorvida. Além disso, devem ser evitadas a invasão do espaço de sobrevivência e a geração de desacelerações muito elevadas às quais o ocupante possa ser exposto.

O ensaio de impacto pode ser feito por meio de testes físicos ou com o auxílio de ferramentas de análise numérica computacional, como o método dos elementos finitos (MEF).

A capacidade de absorver impacto (CAI) de veículos é regida por quatro conceitos básicos (APARÍCIO SÁNCHEZ, 2001):

- Controle sobre níveis de tolerância das forças que são aplicadas ao ocupante;
- Providenciar formas de absorver energia de colisão mantendo, ao mesmo tempo, a segurança dentro do espaço de sobrevivência do ocupante;
- Manter o ocupante dentro do espaço de sobrevivência durante a colisão, evitando a ejeção do mesmo;
- Proteger o ocupante de riscos após a colisão.

Existem normas internacionais que regulamentam a CAI de veículos e aeronaves, porém não são encontradas normas brasileiras que regulamentem esse comportamento. Por essa razão, indústrias brasileiras fabricantes de carrocerias de ônibus têm enfrentado dificuldades para exportar em razão da necessidade de adequação de suas estruturas a essas normas. Para exportação se faz necessária a homologação da estrutura por um órgão oficial (INMETRO), que comprove a adequação da estrutura às normas exigidas para o país de destino.

A análise de *crash* de estruturas de veículos automotivos tem alta prioridade no projeto de veículos. Uma análise de *crash* de um veículo é um fenômeno de características dinâmicas e implica complexas interações entre forças estruturais e inerciais. A análise de *crash* foca a

avaliação da resposta não linear do veículo sujeito à colisão. A deformação plástica da estrutura metálica produzida na colisão é considerada um excelente mecanismo de absorção de energia. Por meio de um adequado *design*, a estrutura do veículo pode servir como um elemento econômico e eficiente para atenuar o efeito de impacto sobre os ocupantes do veículo quando de uma colisão.

## 1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver uma metodologia para melhoria do projeto e aumento da capacidade de absorção de energia de impacto para estruturas de ônibus interurbanos.

Como objetivos específicos propõem-se:

- (a) Propor alternativas estruturais para dotar a carroceria e chassi dos ônibus interurbanos de uma maior capacidade de absorção da energia durante um evento de impacto frontal.
- (b) Desenvolver uma metodologia para utilização de um modelo substituto simplificado da estrutura real, formado por barras flexíveis e/ou rígidas unidas através de juntas esféricas e translacionais não lineares, que permita a otimização da estrutura que representa em um tempo computacional reduzido.
- (c) Estudar a interação de esforços de flexão e compressão para perfis tubulares de seções quadrada e retangular utilizando procedimentos numéricos e analíticos.
- (d) Utilizar o método dos algoritmos genéticos como ferramenta no projeto de estruturas de absorção de impacto.

## 1.2 Justificativa

Aspectos relativos à segurança, normas básicas quanto às características técnicas e especificações dimensionais a que devem satisfazer os veículos destinados ao serviço de autotransporte de passageiros ainda não estão adequadamente regulamentados no Brasil. No Código Brasileiro de Transito são apresentadas de forma sucinta as condições de resistência a impactos frontais (LAZZARI e DA ROSA WITLER, 2007) e quando da exigência de ensaio de pêndulo e as condições de resistência a impactos na lateral esquerda. O Conselho Nacional de Transito (CONTRAN), pela resolução nº 12/98, estabelece os limites de pesos e dimensões para a circulação de veículos. Define também que não serão fornecidos o registro e licenciamento de veículos cujas dimensões excedam às fixadas nessa resolução. As empresas nacionais do ramo

de fabricação de carrocerias de ônibus não encontram em normas brasileiras um suporte adequado para elaboração do projeto estrutural. São exigências legais a homologação pelo INMETRO por modelo de carroceria (não leva em conta diferentes chassis empregados), no IBAMA e no DENATRAN.

Como alternativa para suprir essa carência, empresas nacionais têm buscado suporte em normas internacionais, como as normas argentinas do Ministério de Infraestrutura e Vivienda, através do *Manual de Especificaciones Técnicas para Vehículos de Transporte por Automotor de Pasajeros* (MET, 2005), e nas normas europeias da ECE (1958), que pela regulamentação n. 66 define as exigências para aprovação de veículos de passageiro considerando a resistência de sua superestrutura. No entanto, essas normas apenas definem características técnicas, especificações dimensionais e ensaios, não auxiliando na definição do projeto da estrutura. As empresas do ramo no Brasil vêm desenvolvendo sua própria tecnologia.

Recentemente, em razão, principalmente, das exigências internacionais para exportação do fornecimento de laudo homologado por órgão oficial do país (INMETRO) dos ensaios exigidos pelas normas europeias, as empresas têm se preocupado com a realização desses ensaios e investido na área de cálculo estrutural, seja pela aquisição de softwares, seja pelo treinamento de seus engenheiros no domínio de tecnologias CAE, como o Método dos Elementos Finitos (MEF). No entanto, até o momento não existe ainda uma avaliação da segurança oferecida aos ocupantes de ônibus interurbanos.

As empresas fabricantes de carrocerias de ônibus (superestrutura) têm recebido a colaboração das empresas fabricantes e fornecedoras do chassi (Scania, Volvo, Volkswagen, entre outras). Essas empresas verificam se a carroceria projetada pela empresa está de acordo com seus manuais e especificações de cargas sobre o chassi. No caso de carrocerias em que o chassi é dividido em duas partes, a estrutura é unida por meio do bagageiro do ônibus. O projeto da união é de responsabilidade da empresa que fabrica a carroceria, e a empresa fornecedora do chassi homologa o projeto por inspeção visual do produto acabado. Não são realizados memoriais de cálculo; somente é verificado visualmente se os requisitos mínimos estruturais exigidos pelos manuais da empresa fornecedora do chassi são atendidos. A Figura 1.1 mostra a parte traseira, a parte frontal do chassi e a união entre essas partes com a utilização do bagageiro, conforme já citado anteriormente.

O Código Brasileiro de Trânsito não exige como obrigatórios os ensaios de verificação de resistência ao impacto frontal nem lateral; exige apenas que seja colocada uma chapa de proteção de aço de 2mm de espessura (tipo BWG 14) na frente do ônibus e na lateral. Detalhes de fixação

são fornecidos no código, que se baseou nas normas argentinas, que tratam o problema da mesma forma.

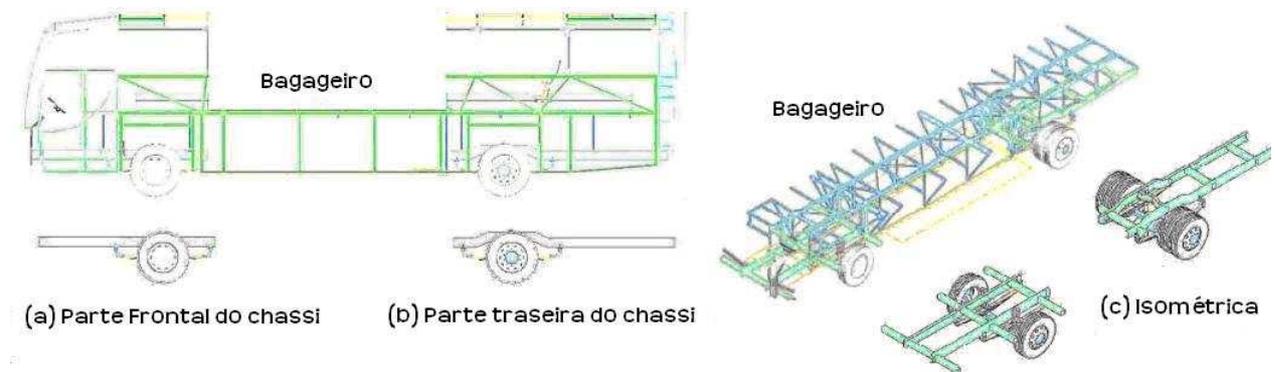


Figura 1.1 - Chassi e carroceria de um ônibus interurbano

Considerando a ausência do cálculo estrutural praticado pelas empresas, a ausência de ensaios para determinar a segurança do veículo diante de impactos laterais e frontais e a ausência de exigências do DENATRAN e INMETRO relativas à segurança estrutural do veículo, como avaliar o nível de segurança do transporte coletivo interurbano no Brasil?

Modelos teóricos do tipo *crash* para estruturas de ônibus interurbanos poderiam ser uma ferramenta útil para avaliar a segurança do transporte interurbano. No entanto, essas tecnologias ainda não vêm sendo utilizadas pelas empresas fabricantes de carrocerias de ônibus. No Brasil esta tecnologia está disponível nos centros de excelência das grandes universidades. Também a Sociedade dos Engenheiros Automotivos (SAE) vem fazendo um trabalho de difusão desta tecnologia por meio de cursos, os quais, no entanto, estão mais voltados às estruturas de automóveis.

Dessa forma, estudos que desenvolvam uma metodologia para melhoria do projeto e aumento da capacidade de absorção de energia de impacto de estruturas de ônibus interurbano que possa ser transferida para indústrias fabricantes de carrocerias de ônibus no Brasil, como a proposta neste trabalho, podem contribuir de forma significativa para a melhoria da qualidade e segurança do transporte coletivo no Brasil. Também poderão abrir caminho para a indústria nacional, no que concerne à possibilidade de exportação para países que possuam exigências em nível de segurança contra impacto, como é o caso dos países da Comunidade Europeia.

### 1.3 Relevância do tema proposto

A busca de informações por meio da avaliação dos danos causados às estruturas de ônibus interurbanos envolvidos em acidentes rodoviários e do número de mortos e feridos pode,

ainda que de forma qualitativa, fornecer uma ideia do que ocorre com as estruturas de ônibus rodoviários interurbanos quando acontece um evento de impacto frontal.

O jornal *Correio do Povo* (04/02/2004) relatou o caso de um choque frontal de um ônibus contra um pilar de um viaduto: “O pilar de concreto ficou cerca de 2 m dentro do coletivo. A dianteira foi rasgada ao meio e várias cadeiras foram arrancadas do lugar. Os passageiros foram jogados uns contra os outros enquanto as malas caíam do bagageiro sobre eles. Uma das vítimas sofreu um chicote vertical que atingiu sua medula. Mesmo os passageiros que estavam nos últimos bancos foram feridos. O acidente provocou três mortes e 44 feridos, entre eles muitos em estado grave”.



Figura 1.2 - Acidente ônibus na Av. Raposo Tavares (SP)

(Fonte: *Jornal Estado de São Paulo*)

Ainda o jornal *Correio do Povo* (27/04/2004) noticiou outro acidente grave: “O choque frontal entre uma carreta, que transportava um contêiner, e um ônibus, deixando um saldo de nove mortos e 27 feridos (quatro em estado grave). O contêiner foi parar dentro do coletivo. Os dois motoristas e sete passageiros do ônibus, que ainda foi atingido na traseira por outro caminhão, morreram no local”.

O jornal *Estado de São Paulo* (22/01/2006) relatou um dos acidentes mais graves já ocorridos no Brasil, no qual “morreram 32 pessoas e 21 ficaram feridas. Os dois veículos colidiram frontalmente num trecho conhecido como ‘corredor da morte’. O choque foi tão violento que um dos ônibus entrou até a metade do outro veículo. Todos os passageiros que estavam na primeira metade morreram. Com a batida, as poltronas foram jogadas para frente, prensando os passageiros. Todos os feridos tiveram fraturas pelo corpo.” A Figura 1.2 mostra a estrutura dos ônibus após o acidente.

A região frontal do ônibus é a responsável pela absorção da energia de impacto de estruturas de carrocerias de ônibus interurbano, como pode se concluir pela observação do que acontece em acidentes com ônibus rodoviários onde ocorre a situação de impacto frontal.



Figura 1.3 - Acidentes de ônibus (impacto frontal)

(Fonte: *Metalúrgica Tramella - Erechim – RS*)

Pode ser observado também que a falha é sempre localizada, ou seja, na região frontal do ônibus, não ocorrendo um colapso global. Dessa forma, pode-se trabalhar avaliando o desempenho da região frontal do ônibus. A Figura 1.3 ilustra o que foi afirmado.

Conforme Matolcsy (1996), quando o assunto é sobre capacidade de absorção de impacto de ônibus, o primeiro passo é adquirir informações reais sobre acidentes de ônibus. Algumas organizações e a polícia coletam estatísticas sobre acidentes de ônibus e têm feito detalhadas análises técnicas sobre estruturas defeituosas de ônibus. Um resumo geral para estatísticas oficiais de acidentes de ônibus é dado na Tabela 1.1, para um período de cinco anos. Na tabela não são calculados os acidentes com passageiros quando embarcando ou desembarcando do ônibus. A Tabela 1.2 apresenta dados de lesões e fatalidades de passageiros pertencentes aos acidentes da Tabela 1.1.

Entre os diversos tipos de acidentes envolvendo ônibus, o mais perigoso é a colisão com trem, seguido de tombamento; depois, as colisões com obstáculos rígidos e com veículos pesados.

Tabela 1.1- Direções de Impacto

(Fonte: *Matolcsy, 1996*)

Direção de impacto	%
Colisão frontal:	57,2%
Impacto traseiro:	22,1%
Impacto lateral:	17,8%
Tombamento:	2,9%

Tabela 1.2- Estatística geral de acidentes de ônibus

(Fonte: *Matolcsy, 1996*)

Tipo de acidente	1978	1979	1980	1981	1982	Total	%
Atropelamento de pedestre	99	103	102	104	91	499	27,7
Colisão com bicicleta	110	94	106	80	103	493	21,3
Colisão com carro e van	131	92	98	89	88	498	27,7
Colisão com veículos pesados	60	31	45	48	35	219	12,1
Colisão com trem	02	03	01	01	02	09	0,5
Colisão com obstáculos rígidos	10	10	03	06	02	31	1,7
Tombamento	02	06	05	06	03	22	1,2
Outros	11	04	08	05	04	32	1,8
Total	425	343	368	339	328	1803	100,0

A Tabela 1.3 apresenta dados relativos à colisão com veículos pesados e tombamentos.

Dados de estatísticas da Alemanha, no ano de 1979, apresentados na Tabela 1.4, chamam a atenção para a perigosa posição do motorista. Considerando que a capacidade de passageiros média de um ônibus é 50, a porcentagem dos motoristas é 2%, enquanto que a porcentagem de feridos e mortos está entre 11-17%. Esses dados mostram que os riscos para condutores são de cinco a oito vezes mais altos em relação aos passageiros, principalmente em acidentes de impacto frontal (MATOLCSY, 1996).

O risco de lesão ou risco de fatalidade depende do tipo de acidente (ex. acidente com impactos frontais, laterais, traseiros, etc.). A redução de danos e fatalidades no desenvolvimento e construção de um ônibus geralmente é adequada para um tipo de acidente, mas não geralmente efetiva para todos. Como exemplo, uma modificação no *design* que é muito efetiva em tombamento pode se tornar inútil no caso de um impacto frontal, ou vice-versa.

Tabela 1.3- Colisão com veículos pesados e tombamento

(Fonte: Matolcsy, 1996)

	1978	1979	1980	1981	1982	Total	Acidentes
<b>Colisão com veículo pesado</b>							219
Danos leves	86	72	128	153	90	529	
Danos graves	30	14	42	53	24	163	
Fatalidades	06	07	03	03	02	21	
<b>Tombamento</b>							22
Danos leves	44	29	17	38	04	132	
Danos graves	09	12	05	12	01	39	
<b>Fatalidades</b>	---	02	---	---	01	03	

Tabela 1.4- Dados de danos e fatalidades

(Fonte: Matolcsy, 1996)

	Fatalidades		Danos sérios		Danos leves	
	Eventos	%	Eventos	%	Eventos	%
Motorista	04	14,3	99	16,9	435	11,0
Passageiro	24	85,7	487	83,1	3521	89,0
Total	28	100,0	586	100,0	3956	100,0

As figuras 1.4 e 1.5 apresentam a evolução de acidentes em linhas interestaduais e internacionais de passageiros entre os anos 2003 até 2006.

 <b>ANTT Agência Nacional de Transportes Terrestres</b>				
<b>Anuário Estatístico 2007 (Ano Base 2006)</b> <b>Transporte Rodoviário Coletivo Interestadual e Internacional de Passageiros</b>				
<b>Evolução de acidentes em linhas interestaduais e internacionais de passageiros - 2003, 2004, 2005 e 2006</b>				
Ano	2003	2004	2005	2006
No de vítimas mortas	22	225	168	201
No de vítimas feridas	614	1101	962	1032
No total de vítimas	636	1326	1130	1233
Taxa de mortalidade	0,16	0,17	0,15	0,16
Nº total de acidentes	377	372	354	568
Índice de acidentes	0,26	0,25	0,25	0,43

Fonte: Empresas Permissionárias  
 Obs: Taxa de mortalidade - no de vítimas mortas / no total de vítimas  
 Índice de acidentes - total de acidentes / distância percorrida pela frota (E05)  
 Dados de 2006 sujeitos à revisão

Figura 1.4 - Evolução de acidentes em linhas interestaduais e internacionais

(Fonte: Anuário Estatístico 2007 - ANTT)

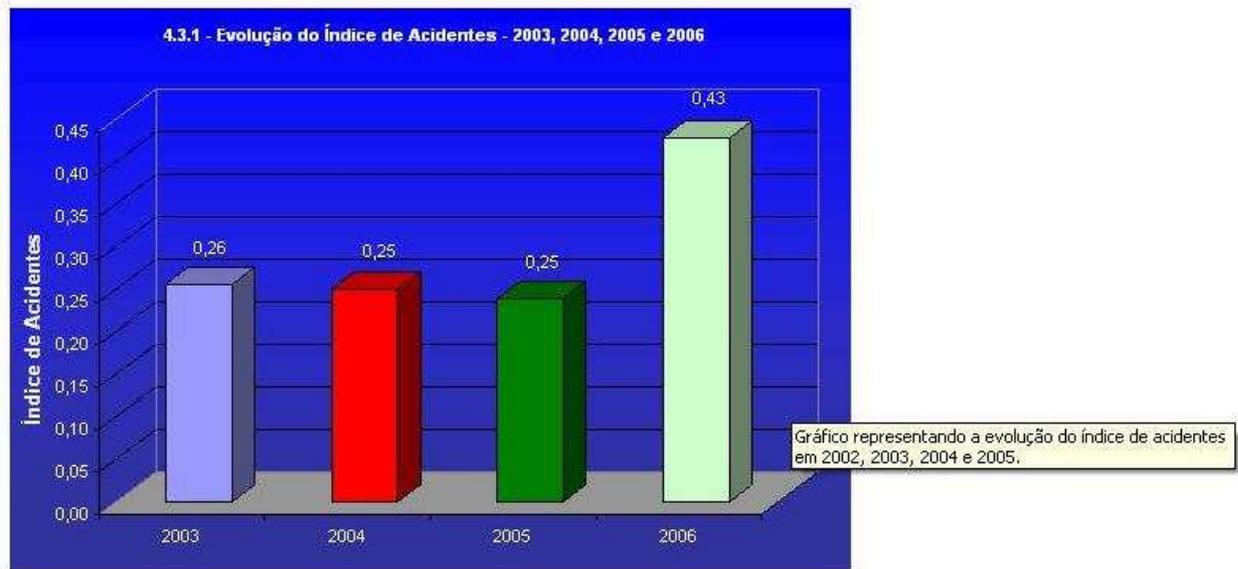


Figura 1.5 - Evolução do índice de acidentes

(Fonte: Anuário Estatístico 2007 - ANTT)

Pode-se observar nas figuras 1.4 e 1.5 um aumento significativo no número de acidentes rodoviários.

A contribuição fundamental do presente trabalho está em fornecer um novo instrumento/metodologia para melhoria da segurança de estruturas de carrocerias de ônibus interurbano, que leve em conta os riscos a que ficam submetidos os ocupantes do veículo durante um acidente com choque e que seja também uma ferramenta auxiliar para o projeto e concepção da estrutura, além de acessível para indústrias de médio/pequeno porte. O ineditismo do trabalho está em desenvolver para a avaliação/projeto de estruturas de carrocerias de ônibus nacionais ferramentas utilizadas até então na indústria automobilística e aeroespacial e consideradas como de “segredo industrial” pelos detentores dessas tecnologias. A relevância do trabalho está na medida em que contribui para a segurança dos ocupantes de veículos tipo ônibus rodoviário pela diminuição do número de feridos e mortes e provoca a discussão do tema, alertando as autoridades responsáveis para a necessidade de uma legislação sobre o tema, que atualmente inexistente.

#### 1.4 Estrutura do trabalho

No capítulo 2 é realizada uma revisão bibliográfica fazendo um levantamento dos trabalhos já realizados sobre os temas relativos à forma de colapso de tubos de parede fina sob esforços de compressão, flexão, torção, interação entre flexão e compressão, interação entre torção e compressão, interação entre torção e flexão; também os trabalhos relativos a modelos

simplificados de análise utilizando sistemas multicorpo, células de amassamento, estruturas de casca e modelos simplificados com massa e mola.

No capítulo 3 apresentam-se estudos sobre modelos simplificados de análise utilizados para avaliar o impacto de estruturas unifilares, métodos analíticos de obtenção de curvas características de comportamento de tubos, sistemas multicorpo e flambagem local.

No capítulo 4 apresentam-se os desenvolvimentos de ferramentas para a construção de modelos simplificados de análise de estruturas sob impacto, bem como as metodologias para obtenção de curvas características do comportamento de tubos de parede fina sob solicitação de esforços de compressão e compressão e flexão simultaneamente. O enfoque dado é relativo às metodologias de captura do comportamento dos tubos através de métodos numéricos (Método dos Elementos Finitos (MEF)) e também às metodologias analíticas de obtenção destas mesmas curvas. Também se apresenta a proposta de sistema de otimização a ser utilizada neste trabalho.

No capítulo 5 são apresentadas simulações de estruturas de absorvedores de impacto utilizando as curvas força x deslocamento e momento x rotação para simular as características dos tubos. São avaliadas as seguintes situações: amassamento de um sistema de absorção de impacto (*end underframe*), amassamento de um tubo em forma de “S” com algumas variantes. Também são apresentadas simulações com as mesmas estruturas utilizando a correção das curvas características dos tubos e curvas analíticas. Ainda, realiza-se uma aplicação de otimização de estruturas absorvedoras de impacto utilizando as curvas características do comportamento dos tubos obtidas a partir do MEF. Também é apresentada a avaliação de uma estrutura absorvedora de impacto para ônibus interurbano como exemplo de aplicação da metodologia que utiliza curvas analíticas.

No capítulo 6 apresenta-se a avaliação experimental da estrutura do ônibus em análise pela determinação das frequências naturais da estrutura. Também se apresentam uma descrição do modelo numérico da estrutura de ônibus implementada e uma avaliação desta em termos dos cinco primeiros modos de vibração, que são comparados com os obtidos experimentalmente. A seguir, realiza-se uma avaliação qualitativa e quantitativa da estrutura de ônibus em estudo quando sob impacto frontal e definem-se as regiões da estrutura mais adequadas para se implementar e introduzir elementos de absorção de impacto. Também se apresentam simulações de eventos de impacto frontal e em ângulo (“efeito abridor de latas”). Em continuação, é realizada uma comparação do modelo de barras utilizado para representar a estrutura de ônibus em estudo com os dados de um evento real de *crash test*. Para concluir o capítulo procede-se a uma avaliação comparativa entre o Método de Riera e o modelo de barras em termos de força de reação contra uma parede rígida.

No capítulo 7 propõe-se uma metodologia para reprojeter a estrutura do ônibus e apresenta-se uma aplicação para a estrutura em estudo, mostrando os melhoramentos obtidos após o reprojeto.

Finalmente, no capítulo 8 se apresentam as conclusões finais e sugestões para continuidade deste trabalho.

No Anexo A apresentam-se os fundamentos teóricos gerais, tratando de aspectos como introdução à Mecânica dos Sólidos, comportamento de material linear elástico sob impacto, problemas não lineares na Mecânica dos Sólidos, não linearidades físicas relativas à plasticidade, não linearidades geométricas, problemas de contato, o MEF aplicado a problemas não lineares, integração direta no tempo, análise explícita pelo Método das Diferenças Centrais, análise implícita, comportamento quase-estático, sensibilidade do material à taxa de deformação, introdução ao impacto estrutural e um estudo de componentes estruturais de um ônibus interurbano. Faz-se, ainda, uma descrição detalhada da forma de colapso de tubos, ferimentos causados por impacto, normas regulamentadoras e tipos de absorvedores de impacto e otimização de estruturas. Também se apresenta uma revisão bibliográfica sobre Algoritmos Genéticos (GAs).

No Anexo B procede-se a uma revisão bibliográfica sobre componentes estruturais de ônibus interurbano.

No Anexo C expõe-se uma revisão bibliográfica sobre métodos para obtenção de curvas analíticas representativas das relações constitutivas das rigidezes dos tubos de parede fina.

No Apêndice D são apresentadas 100 curvas analíticas geradas para diferentes seções de tubos de parede fina com a comparação entre as obtidas por MEF e também para as condições de material elastoplástico perfeito e com a consideração da taxa de deformação.

No Apêndice E são apresentados o pseudo-código e o algoritmo para geração de curvas analíticas considerando a taxa de deformação.

No Apêndice F são apresentados o pseudo-código e o algoritmo para geração de curvas analíticas considerando o material elastoplástico perfeito.

No Apêndice G apresenta-se uma metodologia para obtenção de curvas características médias de tubos de parede fina utilizando algoritmos genéticos para diferentes condições de interação de esforços de compressão, flexão e torção.

No Apêndice H é apresentado o programa apresentado por Riera (1980) para determinação da força de impacto contra uma parede rígida utilizado para avaliação do ônibus em estudo, no Apêndice I é apresentado o programa de otimização utilizado na seção 7.4 e no Apêndice J é apresentado o programa de otimização utilizado na seção 7.5.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se uma revisão bibliográfica exploratória procurando identificar os trabalhos realizados que estudem o comportamento de tubos de parede fina quando sob carga de compressão, flexão, torção, compressão mais flexão, flexão mais torção e compressão mais torção. Também são identificados os trabalhos realizados utilizando modelos substitutos simplificados com barras, tentando definir o estágio atual de desenvolvimento dessas metodologias. No capítulo 3 será aprofundada a análise sobre os referidos temas.

Nos Anexos A e C aprofunda-se a discussão do tema e são identificados trabalhos realizados por outros autores sobre a forma de colapso de tubos de parede fina sob carga, ferimentos ocasionados por eventos de impacto, normas regulamentadoras sobre estruturas veiculares quando sob impacto e, ainda, apresentam-se informações sobre tipos de absorvedores de impacto utilizados em estruturas veiculares.

### 2.1 Tubos de parede fina: formas de colapso

#### *Colapso por compressão*

Alexander (1960) apud Abramowicz (2001) apresentou umas das técnicas de maior sucesso utilizada nos dias atuais em capacidade de absorção de impacto (CAI), denominada de aproximação cinemática para grandes deformações em estruturas.

Um estudo sobre o mecanismo de amassamento de estruturas de parede fina foi apresentado por Wierzbicki e Abramowicz (1983). Assumindo um material rígido plástico e utilizando condições de continuidade cinemática sobre o contorno entre zonas rígidas e deformáveis, um mecanismo básico de dobramento foi construído. Wierzbicki e Abramowicz (1988) apresentam uma nova técnica de solução para uma classe de problemas envolvendo colapso plástico profundo e grande distorção de forma de cascas finas, a qual é baseada no conceito de elemento finito especial, construído com o conhecimento do mecanismo local de dobramento.

O mecanismo de colapso plástico profundo de estruturas de parede fina é avaliado por Wierzbicki e Abramowicz (1989), que desenvolvem um modelo de casca realístico e matematicamente tratável, capaz de descrever grandes distorções de forma, grandes deslocamentos e rotações e grandes deformações plásticas em estruturas de parede fina sujeitas a cargas compressivas. O modelo apresentado dá uma explanação qualitativa sobre vários

importantes fenômenos observados em cascas finas, tais como amolecimento, enrijecimento, dobramento progressivo, contato e travamento; também produz previsões simples considerando níveis de força e formas deformadas em um número importante de problemas de engenharia. Uma versão computadorizada do modelo de casca é apresentado, chamado de *superfolding element* (SE), que detém o potencial que forma a base para a construção de um modelo de casca híbrido (SE/FE) para cálculos de impacto eficientes de componentes estruturais de parede fina.

Abramowicz e Wierzbicki (1989) estudaram o amassamento axial de colunas metálicas de múltiplos cantos. Um método foi desenvolvido para prever o comportamento ao amassamento de colunas prismáticas de múltiplos cantos sujeitas a uma carga compressiva axial.

Wierzbicki et al. (1994a) desenvolveram um modelo computacional simples de colunas de metal de parede fina sujeitas a cargas de amassamento. O modelo é baseado no conceito de *superfolding element*, originalmente proposto por Abramowicz e Wierzbicki para calcular a força de amassamento médio e a capacidade de absorção de energia de colunas prismáticas de múltiplos cantos.

Aljawi (2002) apresenta uma simulação numérica de tubos circulares sob amassamento axial. Resultados são apresentados para ambos, estudos experimentais e análises de elementos finitos de tubos circulares de aço de material elastoplástico sujeitos a carregamento de impacto axial quase estático. Gupta e Nagesh (2004) apresentam um estudo experimental e numérico do colapso de tubos de parede fina sob compressão axial. Experimentos sobre tubos de alumínio com várias razões  $D/t$  (diâmetro/espessura) e sua simulação de elementos finitos têm sido realizados para estudar o seu mecanismo de colapso, bem como a carga de compressão e a resposta em termos de energia absorvida.

### ***Colapso por flexão***

Kecman (1983) estudou o colapso por flexão de tubos de seção retangular e quadrada em nível experimental e teórico. Uma técnica de análise limite foi empregada e um conjunto de fórmulas relacionando o momento da rótula e o associado ângulo de rotação foi obtido.

Perfis estruturais sujeitos a carregamento de flexão de tubos de parede fina foram estudados por Wierzbicki et al. (1994b). Este trabalho estendeu o conceito de *superfolding element*, desenvolvido originalmente para colunas axialmente carregadas, para o caso de flexão e carregamento combinado de flexão e compressão. Um modelo cinemático simples de uma coluna foi contruído com quatro parâmetros livres.

O cálculo da resposta ao colapso acentuado por flexão de colunas complexas de parede fina para a fase de pré-colapso e colapso foi estudado por Drazetic et al. (1999). Modelos analíticos distintos têm sido desenvolvidos para determinar a resistência ao colapso de estruturas de parede fina sujeitas à carga de flexão. Neste trabalho, previsões teóricas da resistência à flexão no intervalo de pré-colapso para estruturas de parede fina de formas relativamente complexas são apresentadas. Dois tipos de flambagem são consideradas: elástica e plástica.

Markiewicz et al. (1999) apresentam um estudo sobre o colapso sob flexão no intervalo de pós-colapso de colunas de parede fina. Neste trabalho estuda-se a previsão teórica da resistência à flexão no intervalo de pós-falha para estruturas de parede fina de geometria relativamente complexa com a posição do eixo neutro flutuante.

Kim e Wierzbicki (2000) fazem um estudo numérico e analítico sobre o colapso intenso biaxial de vigas de parede fina. O objetivo do trabalho é obter o entendimento fundamental da resposta a grandes rotações de colunas prismáticas de parede fina sujeitas à flexão biaxial.

Ho e Xie (1990) apresentam um trabalho sobre equações de interação para perfis do tipo cantoneira carregada biaxialmente. Neste trabalho, equações de interação foram obtidas analiticamente para perfis de cantoneira biaxialmente carregados, baseando-se na suposição de plasticidade perfeita.

Kotelko et al. (2000) estudaram o comportamento pós-falha de vigas de seção tipo caixa sob flexão pura. Os resultados de um programa de experimentos para explorar o comportamento pós-falha de vigas de seção tipo caixa sujeitos à flexão pura são apresentados.

### ***Colapso por torção***

Chen e Wierzbicki (2000) apresentaram um trabalho sobre o colapso torcional de colunas prismáticas. O colapso torsional de colunas prismáticas de parede fina é estudado analiticamente e numericamente. Modelos simples de colapso torcional são desenvolvidos para prever o comportamento de colapso de colunas quadradas sob grandes rotações plásticas utilizando métodos de energia. Pela consideração do efeito combinado de geometria e material, a localização da flambagem seccional plástica é predita e a rotação crítica de torção para flambagem seccional é obtida. A seguir, uma expressão analítica é obtida para a relação momento-rotação para rotações até  $180^\circ$ . A solução analítica mostra-se adequada quando comparada com resultados numéricos. As soluções são então estendidas para colunas retangulares e hexagonais. Simulações numéricas para colunas retangulares e hexagonais são obtidas e os resultados apresentados neste trabalho para propósitos de comparação.

### ***Colapso com interação entre flexão e compressão***

Kim e Wierzbicki (2001) apresentam um estudo sobre o comportamento ao amassamento de colunas prismáticas de parede fina sob carregamento combinado de compressão e flexão. Vigas com seção transversal quadrada com duas relações de aspecto  $b/t$  (largura/espessura) foram submetidas a uma taxa de rotação e deslocamento prescrita. O local de falha inicial e subsequentes representando a interação entre a força seccional e o momento foi construído a partir de resultados numéricos. Também soluções analíticas para o mesmo problema foram obtidas. O modelo de molas não linear de Shanley (KIM e WIERZBICK, 2001) foi utilizado em conjunto com o conceito de *superbeam element* (ABRAMOWICZ, 2001) para modelar a rótula plástica generalizada. Foi mostrado que as características gerais do local de falha calculado analítica e numericamente são muito similares.

### ***Colapso com interação entre torção e compressão***

O comportamento último sob carga de colunas tipo caixa sob carregamento combinado de carga axial de compressão e torção é apresentado por Mahendran e Murray (1990). Este trabalho descreve um estudo sobre o comportamento teórico e experimental de colunas tipo caixa (tubo de parede fina) de várias relações  $b/t$  (largura/espessura) sob carregamento de compressão axial e torção e suas combinações. Detalhes sobre os equipamentos e métodos de teste, os resultados obtidos, tais como curvas de carga-deflexão e diagramas de interação, e observações experimentais considerando o comportamento dos modelos e o tipo de mecanismo local plástico associado com cada tipo de carregamento são apresentados. Uma análise simplificada rígido-plástica é apresentada sobre o estudo do comportamento de colapso de colunas-caixa sob esses carregamentos, baseados no mecanismo plástico observado, sendo os resultados comparados com os experimentais.

### ***Colapso com interação entre torção e flexão***

Mahendran et al. (1990) estudaram a máxima resistência de seções quadradas de parede fina sujeitas a um carregamento combinado de torção e flexão. Uma seção fechada tipo chapéu de uma viga engastada de parede fina foi submetida a um carregamento combinado (quase estático) de torção e flexão. Os procedimentos de teste e resultados são descritos neste trabalho. Resultados experimentais para duas séries de vigas com diferentes espessuras de materiais foram

utilizados para derivar equações de interação que predigam a capacidade de carga de pico da seção para qualquer combinação de carga de flexão e torção. Tais equações podem ser úteis como ferramentas de projeto para projetistas de automóveis no projeto de *crashworthiness* de pilares de teto para acidentes de tombamento.

No Anexo C apresentam-se detalhes sobre alguns dos modos de colapso apresentados nesta seção.

## 2.2 Modelos simplificados de análise

### *Modelos simplificados utilizando sistemas multicorpo*

Markiewicz et al. (2001) apresentam uma avaliação de diferentes modelos simplificados de análise de impacto (*crash*) por meio de uma aplicação para um absorvedor de impacto da cabine de condução de um veículo ferroviário. Utiliza modelos simplificados baseados em sistemas multicorpo. Esta metodologia exige a introdução de dados específicos para barras não lineares e molas, os quais são determinados por meio de experimentos, cálculos de elementos finitos ou, de maneira mais eficiente, pelos métodos analíticos.

Hamza e Saitou (2003, 2004 a,b,c) apresentam um procedimento para análise de modos de amassamento (*crash*) de estruturas de veículos baseadas em aproximações por mecanismos equivalentes. O trabalho apresenta um método para projeto de capacidade de absorção de impacto (*crashworthiness*) de estruturas de veículos, baseado na análise do modo de amassamento (*crush mode- CM*), da sequência de amassamento axial, torção e flexão transversal durante o evento de impacto. O método simula o processo comumente chamado de “modo de correspondência” por projetistas de veículos, no qual a performance de impacto da estrutura é melhorada pela modificação manual do projeto até que seu modo de amassamento atinja aquele que o projetista considere como ótimo. Em vez de confiar no discernimento de projetistas experientes, um modo de amassamento (CM) ótimo da estrutura é identificado via uma amostragem numérica do espaço de projeto por um mecanismo equivalente, o qual aproxima a estrutura como um conjunto de vigas rígidas unidas por juntas prismáticas e de revolução com molas especiais não lineares. As amostras de projetos obtidas com o mecanismo são primeiro classificadas de acordo com seu CM, e um modelo de elementos finitos de um projeto básico é, então, manualmente modificado para encontrar o melhor CM. Um estudo de caso para uma subestrutura frontal de um veículo sujeitada a um impacto frontal demonstra que o método

produz um melhor projeto do que uma otimização numérica com um número grande de simulações não lineares de elementos finitos.

Hamza e Saitou (2005) apresentam um trabalho sobre otimização de projeto de estruturas de veículos para *crashworthiness* utilizando aproximações por mecanismo equivalente. Um novo método para otimização da capacidade de absorção de impacto de estruturas de veículos é apresentado, no qual uma exploração preliminar do projeto é feita pela otimização de um mecanismo equivalente semelhante à estrutura do veículo. Um mecanismo equivalente é um conjunto de ligações rígidas com um conjunto de massas conectadas por juntas prismáticas e de revolução com molas não lineares que aproximam o comportamento equivalente do membro estrutural. Um número de modelos de elementos finitos de vigas de parede fina com seção transversal típica e espessura de parede é analisado para construir um modelo substituto, que mapeie as propriedades das molas não lineares para o modelo correspondente de MEF. Utilizando o modelo substituto, um mecanismo equivalente é otimizado para um dado objetivo de projeto pela seleção das propriedades das molas não lineares entre os valores que podem ser realizadas pelo modelo de MEF. Após a otimização, a componente do modelo de MEF correspondente às propriedades da mola ótima é montada em um modelo de MEF da estrutura inteira, a qual é novamente modificada num ajuste fino final. Dois casos estudados da subestrutura da frente de veículos são apresentados, os quais demonstram que esta metodologia pode auxiliar na obtenção de um projeto melhor com muito menos recursos computacionais que da otimização direta obtida por um modelo de MEF.

Ambrósio et al. (2001a) apresentam ferramentas para dinâmica multicorpo para aplicação em biomecânica e capacidade de absorção de impacto (CAI). São abordados temas relativos a sistemas multicorpo e à aproximação utilizando rótulas plásticas, dinâmica de multicorpo flexível aplicada à análise de impacto, simulação integrada de veículo e ocupante e, ainda, um trabalho sobre projeto avançado de componentes estruturais para absorção de impacto.

Cadete, Dias e Pereira (2005) apresentam um trabalho sobre otimização da capacidade de absorção de impacto de veículos utilizando modelos substitutos. Nos estágios preliminares de projeto, quando somente as características gerais da estrutura dos veículos são conhecidas, projetistas estão interessados em entender a influência dos diferentes parâmetros de projeto e reduzir a margem de incerteza de forma a produzir projetos executáveis. Essas exigências requerem o uso de ferramentas de simulação e metodologias eficientes de projeto, que possam contribuir para acelerar o processo de projeto do veículo. Neste trabalho se apresenta uma investigação preliminar dentro do espaço de otimização de projeto para avaliar a análise e projeto de veículos. No projeto voltado para CAI o objetivo é fornecer uma estrutura otimizada

que possa absorver a energia de impacto com o controle da deformação do veículo enquanto é mantido um adequado espaço para o compartimento de passageiros sem penetração e, simultaneamente, controlar o pulso de desaceleração provocada pelo impacto dentro dos limites de tolerância humanos. Para superar barreiras computacionais técnicas de simulação, são utilizadas metodologias de dinâmica multicorpo a fim de analisar a estrutura do veículo em cenários de impacto bem definidos, com a aplicação de técnicas de aproximação baseadas em modelos substitutos e algoritmos genéticos. Esta abordagem de otimização tenta encontrar um ótimo pelo uso de aproximações explícitas para o objetivo e funções de restrição até que uma precisão aceitável seja atingida. O procedimento aplicado é desenvolvido de forma a otimizar vários parâmetros de projeto relacionados com a capacidade de absorção de impacto, tais como a energia, acelerações e deformações de uma estrutura de absorção de impacto. A eficiência da metodologia é discutida.

### ***Modelos simplificados utilizando células de amassamento***

Abramowicz (2003) apresenta um estudo de estruturas de absorvedores de impacto utilizando perfis de parede fina. O método de análise é baseado no conceito de *superfolding element* (SE), o qual se origina a partir da observação experimental do modo de dobra de elementos de casca comprimidos. O trabalho apresenta marcos da subjacente teoria da plasticidade de cascas e considerações básicas de projeto que são acopladas com a base preditiva do SE em um *software* de elementos finitos. O trabalho também apresenta exemplos básicos do processo de projeto de componentes absorvedores de impacto típicos.

Abramowicz (2004) apresenta uma formulação alternativa do método de elementos finitos para um modelo discreto/contínuo. Este trabalho descreve uma nova formulação orientada ao objeto de um algoritmo de MEF geral, que inclui os elementos tradicionais de MEF, superelementos, dados experimentais, códigos práticos e mecanismos de corpo rígido em um único ambiente. A nova formulação é implementada dentro de *softwares* de simulação de impacto dinâmico para uma estrutura arbitrária tridimensional discretizada em elementos tipo *superbeam* e sujeita a grandes cargas de amassamento dinâmico. O trabalho apresenta uma base do algoritmo geral e da formulação do elemento. A parte teórica é seguida por dois exemplos de aplicação do novo código para estruturas reais.

***Modelos utilizando estruturas de casca e barras e o modelo de Riera (1980)***

Tech, Iturrioz e Morsch (2005) apresentam um estudo de impacto frontal de ônibus contra uma parede rígida utilizando como modelo a estrutura de ônibus proposta por Morsch (2001). Realizam um estudo teórico e experimental dos componentes que formam a carroceria do ônibus, obtendo, assim, elementos para calibrar os modelos numéricos propostos, um simplificado e um em casca. O modelo simplificado apresenta um sistema equivalente formado por massas e molas conectadas em série, segundo o método proposto por Riera (1980), baseado em considerações energéticas de extrema simplicidade.

### 3 MODELOS SIMPLIFICADOS DE ANÁLISE

Neste capítulo se apresentam estudos sobre modelos simplificados de análise utilizados para avaliar o impacto de estruturas unifilares, métodos analíticos de obtenção de curvas características de comportamento de tubos, sistemas multicorpo e flambagem local.

#### 3.1 Modelos simplificados para avaliar o impacto em estruturas unifilares

Com o intuito de elaborar uma metodologia simplificada para simulação do comportamento de estruturas sob impacto dedicado à utilização em estágios de início de projeto, bem como com objetivo de otimização estrutural, modelos analíticos têm sido desenvolvidos para obtenção de estimativas rápidas da resposta sob colapso de estruturas formadas por elementos de parede fina.

Hamza e Saitou (2003, 2004a,b,c), Abramowicz (2003, 2004) e Ambrósio (2001a,b) propõem o levantamento das curvas pela utilização de um banco de dados de componentes pré-analisados por MEF que identificarão as propriedades das molas não lineares. Para construção desse banco de dados diversas análises de MEF devem ser realizadas para diferentes condições de impacto (*crash*) e diferentes seções de tubos de paredes finas. As seções utilizadas neste trabalho são os tubos de parede fina de seção quadrada e retangular, que são os utilizados na fabricação de estruturas de carrocerias de ônibus interurbano. Pela metodologia proposta por Hamza e Saitou (2003, 2004a, b, c), os tubos, quando sob solicitação de compressão, devem ser modelados com comprimento curto, de tal forma que efeitos de flambagem global de tubos longos possam ser negligenciados. Tanto Abramowicz (2003, 2004) como Kim e Wierzbicki (2001) apresentam metodologias similares para a obtenção dessas curvas.

A seguir se descrevem as propostas existentes na bibliografia para avaliar de forma simplificada o colapso de estruturas de barras.

##### *Modelo de Markiewicz*

Markiewicz et al. (2001) apresentam uma avaliação de diferentes modelos simplificados de análise de impacto (*crash*) por meio de uma aplicação para um absorvedor de impacto da cabine de condução de um veículo ferroviário. A Figura 3.1 (a) apresenta o modelo de MEF utilizado com 5813 elementos de casca e 48 elementos sólidos. A Figura 3.1 (b) apresenta a metade da estrutura modelada em MEF (4788 elementos de casca e 48 elementos sólidos) que se

choca contra uma parede rígida. Os absorvedores de energia específicos, tais como o absorvedor de energia GRP (tubo de parede fina) e absorvedores do tipo *honeycomb* (favo de mel), são modelados com elementos de barra não lineares utilizando características força-deslocamento obtidas com testes preliminares quase-estáticos. Este modelo serve como referência para comparação com o modelo simplificado.

O modelo simplificado se baseia em sistemas multicorpo (Figura 3.1 (c)). Esta metodologia exige a introdução de dados específicos para barras não lineares e molas, os quais

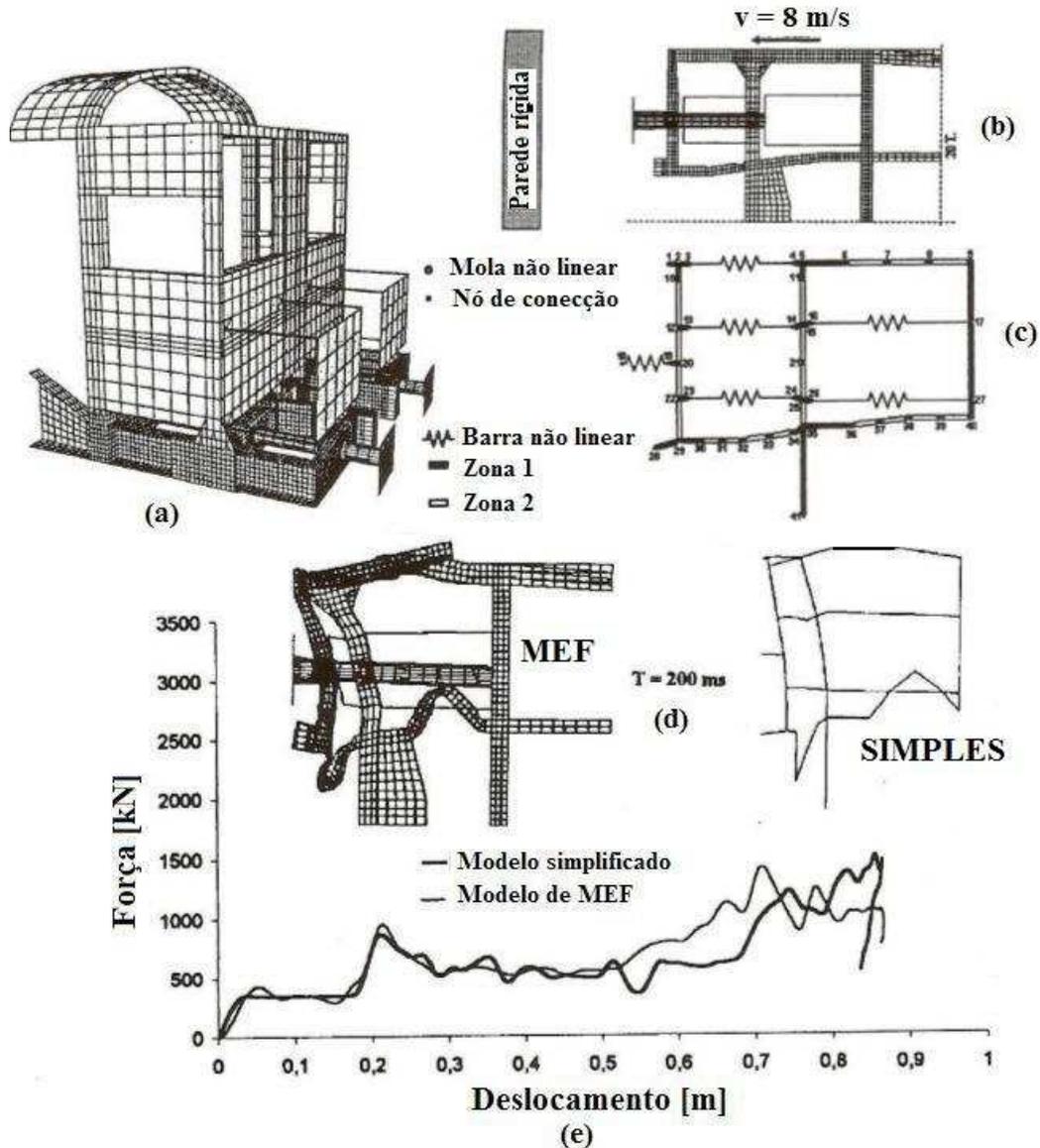


Figura 3.1 - Modelo de Markiewicz

(Fonte: Markiewicz et al, 2001)

são determinados por meio de experimentos, cálculos de elementos finitos ou de métodos analíticos. Seguindo o caminho clássico, um sistema multicorpo rígido é utilizado. O modelo simplificado apresentado na Figura 3.1 (c) utiliza na zona 1 e na zona 2 elementos de viga elásticos, 40 vigas, 19 molas não lineares e 6 barras não lineares. A Figura 3.1 (d) apresenta uma

comparação entre a deformada obtida pelo modelo de MEF e o modelo simplificado. Pode-se observar uma boa aproximação qualitativa entre as deformadas para o tempo final do evento de 200 ms. A Tabela 3.1 apresenta os resultados comparativos entre os modelos.

Tabela 3.1 - Energia dissipada, deslocamento final, força de pico e tempo de CPU

<b>Modelo</b>	<b>Energia (J)/erro</b>	<b>Desloc.(m)/erro</b>	<b>Força pico(N)/erro</b>	<b>Tempo CPU (s)</b>
MEF	5.94E05	0.866 m	1.40 E06	35500
Simplificado	5.96E05 /+0.34%	0.876 /+1.15%	2.17E06 / + 55%	778.6

Na Figura 3.1 (e) apresenta-se a curva de força *versus* deslocamento. Uma precisão razoável é obtida durante todo o evento de impacto.

### ***Modelo de Abramowicz***

O recurso característico que distingue o método dos macros elementos das outras aproximações clássicas em mecânica não linear é que funções de deformação são postuladas com base na observação experimental, em vez de na forma de equações algébricas elementares. Funções de forma experimentais são incorporadas em um método consistente, matematicamente tratável.

A resposta ao impacto de estruturas envolve um número de fenômenos altamente não lineares, tais como a localização das rótulas plásticas, interação entre flambagem local e global, grandes deformações e arrancamento de material.

Uma das técnicas preditivas de maior sucesso é a chamada aproximação cinemática para deformações plásticas de estruturas. A aproximação cinemática originou-se do famoso trabalho de Alexander (1960) apud Abramowicz (2001).

A deformação por amassamento de uma estrutura de casca prismática resulta na perda de estabilidade local (flambagem local) e a criação de uma dobra plástica ou onda plástica. Uma vez criada, a onda plástica acomoda a maior parte da deformação plástica da casca. O processo de deformação local continua até o ponto onde contatos locais evitam mais deformações sobre a dobra atual e induzem o desenvolvimento de uma dobra subsequente. Tal processo de deformação é denominado de amassamento progressivo ou processo de amassamento progressivo.

Uma característica interessante do amassamento progressivo é sua similitude geométrica. Tem sido observado que a maior parte da deformação efetiva pode ser obtida a partir de uma montagem de uma única dobra de amassamento.

Na configuração inicial indeformada, um *superfolding element* (SE) representa um segmento de linha de canto de uma coluna prismática, como mostrado na Figura 3.2. Ele é cortado e retirado a partir da coluna por um conjunto de dois planos horizontais paralelos. A distância entre esses planos,  $2H$ , é igual ao comprimento de uma onda de amassamento da coluna. Os limites verticais do SE são definidos pelo conjunto de dois planos verticais igualmente distanciados a partir de cantos vizinhos e/ou cantos verticais da coluna.

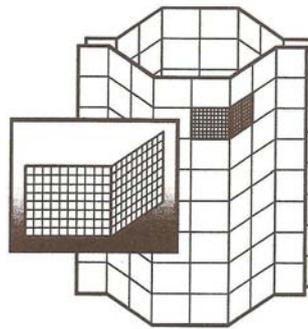


Figura 3.2 - SE em uma coluna hexagonal. Observar o macrotamanho do SE quando comparado com uma malha de MEF

(Fonte: Abramowicz, 2001)

Um conjunto de SEs localizados entre dois planos horizontais definem um nível único de dobra plástica (também denominado de “célula deformável”, Figura 3.3).

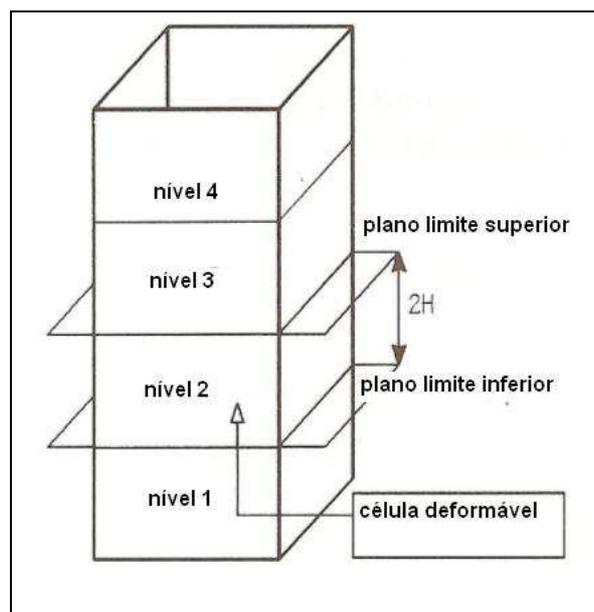


Figura 3.3 - Célula deformável representando um único nível de dobra plástica em uma coluna prismática amassada progressivamente

(Fonte: Abramowicz, 2001)

O número de SEs em um dado nível corresponde ao número de cantos da coluna. No amassamento progressivo de colunas reais plásticas deformações são sempre localizadas entre dois níveis vizinhos. Entretanto, considerar um único nível de cada vez é uma aproximação usual e que conduz a resultados precisos. Um exemplo de um modo de deformação possível de um único nível ativo para vários regimes de carregamento é mostrado esquematicamente na Figura 3.4.

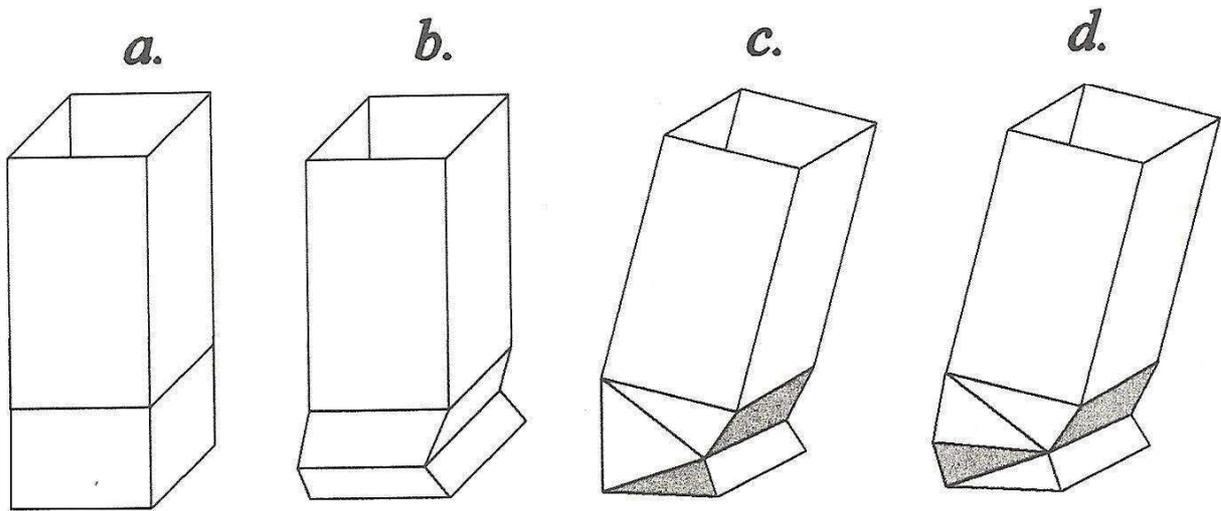


Figura 3.4 - Vários modos de deformação de um nível de dobras para um tubo quadrado prismático sujeito a diferentes histórias de carregamento

O modo simétrico (b) corresponde ao processo de amassamento axial progressivo

(Fonte: Abramowicz, 2001)

No caso de carregamento axial, somente a deformação de todos os SEs é simétrica e os planos de contorno permanecem paralelos durante todo o processo de deformação.

Abramowicz (2001) demonstra como o conceito de *superfolding element* pode ser utilizado em vários estágios do processo de projeto. Mostra como uma abordagem sintética do processo de projeto prossegue a partir da seleção de uma seção transversal e de suas dimensões básicas, passa pelo projeto do componente em projeto de montagens de estruturas e termina numa simulação completa de impacto utilizando elementos finitos.

O projeto do elemento estrutural no nível de definição da seção transversal é especialmente importante na fase de pré-projeto nos estágios iniciais de projeto quando a própria forma (topologia) e dimensões ótimas do elemento são procuradas e os conceitos de projeto sofrem frequentes modificações. A aplicação de metodologia simplificadas neste estágio de projeto é especialmente atrativa, uma vez que o tempo computacional exigido é bastante reduzido. Conseqüentemente, o projetista pode examinar uma grande quantidade de seções transversais com muito pouco tempo de trabalho.

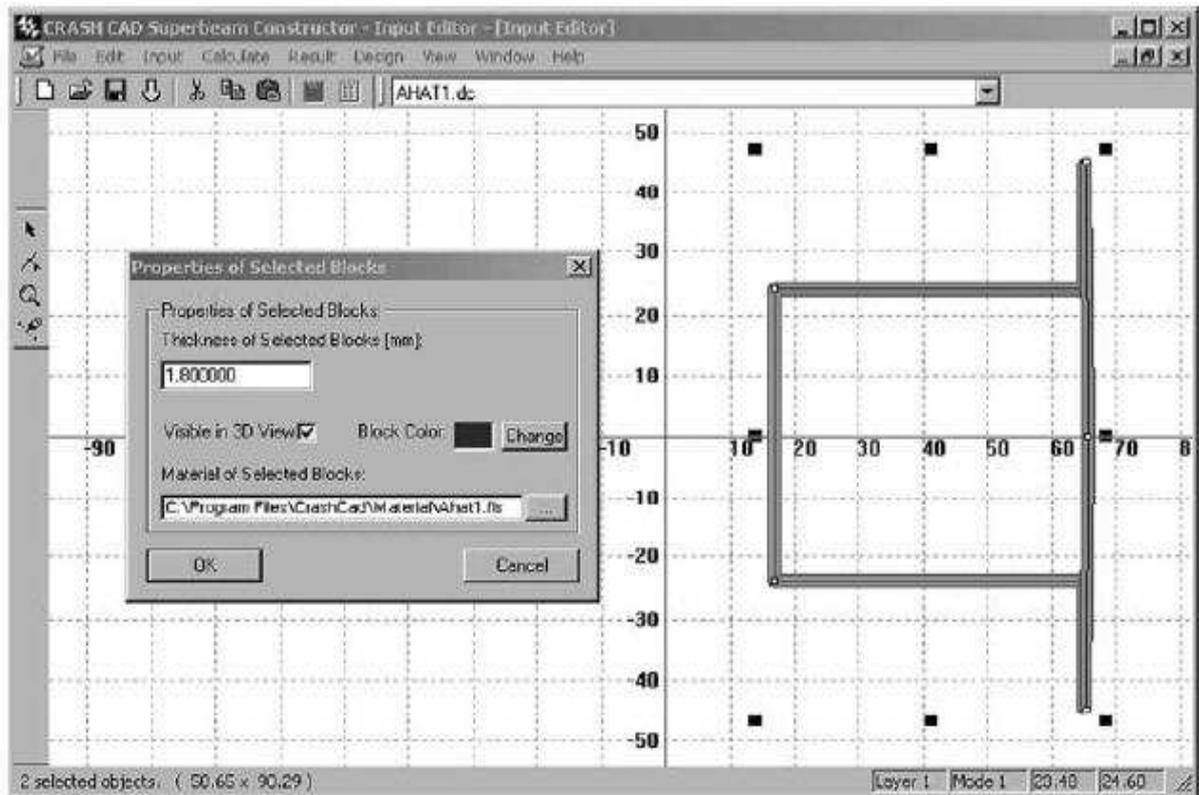


Figura 3.5 - Tela de entrada de dados do programa CrashCad com a seção discretizada de um perfil do tipo chapéu

(Fonte: Abramowicz, 2003)

Uma das mais importantes partes do projeto ao nível de um único elemento prismático é o relativo ao amassamento progressivo durante uma colisão frontal. Entre os modos de deformação possíveis de uma seção prismática o amassamento progressivo é o que absorve mais energia de impacto. Ao mesmo tempo, este modo de amassamento é um dos mais difíceis de obter num projeto real. O desenvolvimento de amassamento progressivo exige o atendimento de diversas condições simultâneas (ABRAMOWICZ, 2001). Estas são:

- A topologia da seção transversal precisa estar adequadamente definida, de forma que a deformação local da seção em cada dobra plástica possa ser acomodada sem contatos internos e penetrações. Ainda mais, a deformação de cada dobra plástica precisa ser compatível com a deformação da dobra vizinha.
- Cordões de solda não podem interferir na deformação plástica local da seção.
- A seção precisa ser apropriadamente desencadeada pela introdução de aros ou estampos (mecanismos de acionamento) corretamente projetados, os quais assegurem o desenvolvimento do modo de dobra apropriado e reduzam a carga de pico de tal forma que deformações plásticas potencialmente instáveis sejam induzidas somente na região aliviada e preparada através de estampos e retirada de material.

- As condições de contorno e carregamento (rigidez das juntas, direção de carregamento) são conservadas de tal forma a garantir o amassamento axial da seção.

As primeiras três condições, pertinentes ao nível de elemento único, precisam ser cumpridas no estágio de projeto de um dado elemento, ao passo que a última condição precisa ser conferida em nível de simulação de impacto completa. Essa dificuldade exige a interação entre a ferramenta de projeto no nível de componente com o modelo de simulação de impacto completo (Figura 3.5).

O estágio final do projeto da seção transversal é relativo com a criação de mecanismos apropriados de acionamento. A introdução de “dentes” ou “estampos” de acionamento em elementos estruturais sob carga axial de amassamento é necessária para se obter o modo desejado de amassamento progressivo e reduzir a força de pico abaixo de um determinado nível, o qual é suscetível à indução da flambagem global tipo de Euler da coluna. A criação de mecanismos de acionamento em colunas é especialmente importante para seções transversais complexas que desenvolvem um grande número de modos de dobra naturais. Usualmente, somente poucos desses modos levam a atingir o desejado modo progressivo de dobra; a maioria deles leva ao colapso prematuro da coluna.

A importância da criação de mecanismos apropriados de acionamento é demonstrada por meio de um experimento de laboratório de um elemento de seção transversal simples. A Figura 3.6 (a) mostra uma coluna prismática de seção quadrada longa feita de aço doce. Tal coluna tem uma topologia que garante que um apropriado amassamento ocorra sem contatos internos e não contém cordões de solda que possam destruir o modo progressivo de amassamento. A coluna apropriadamente preparada com mecanismos de acionamento colapsa progressivamente até o ponto onde a última dobra plástica é completada. Na Figura 3.6 (b), colunas mais curtas, não preparadas com mecanismos de acionamento, colapsam de uma forma deteriorada (com flexão) em relação ao modo progressivo, mesmo com um carregamento cuidadosamente controlado e aplicação adequada de condições de contorno em ambos os lados da coluna.

O próximo nível do processo de modelamento componentes prismáticos individuais é montado em conjuntos estruturais mais complexos. Enquanto que as características de amassamento e as curvas de interação (força-deslocamento e momento-rotação) para cada indivíduo componente da estrutura são conhecidas a partir dos passos prévios de cálculo, a principal dificuldade neste estágio de projeto/cálculo é relativa à construção do modelo mecânico adequado para uma dada configuração de componente estrutural.

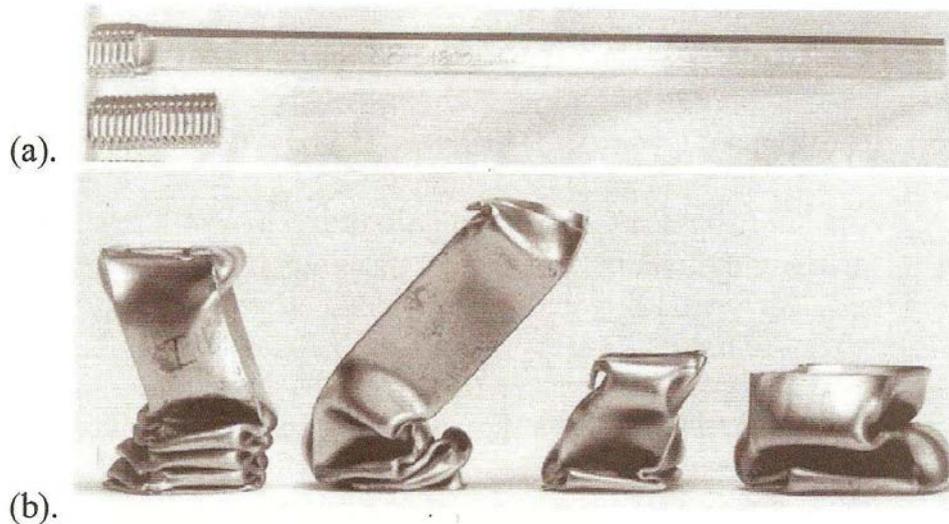


Figura 3.6- (a) Colapso progressivo de uma coluna apropriadamente preparada com mecanismos de acionamento; (b) Dobra por flexão global ou irregular de colunas não preparadas

(Fonte: Abramowicz, 2003)

A complexidade de modelagem neste estágio é similar àquela encontrada na construção de molas e massas ou modelos de sistemas multicorpo para características conhecidas de molas não lineares. Modelos simples de montagens estruturais são também desenvolvidos pelo uso de *superbeam elements*. A Figura 3.7 apresenta um exemplo de estrutura de um carro tipo *buggy* com a gaiola discretizada com 91 SBEs.

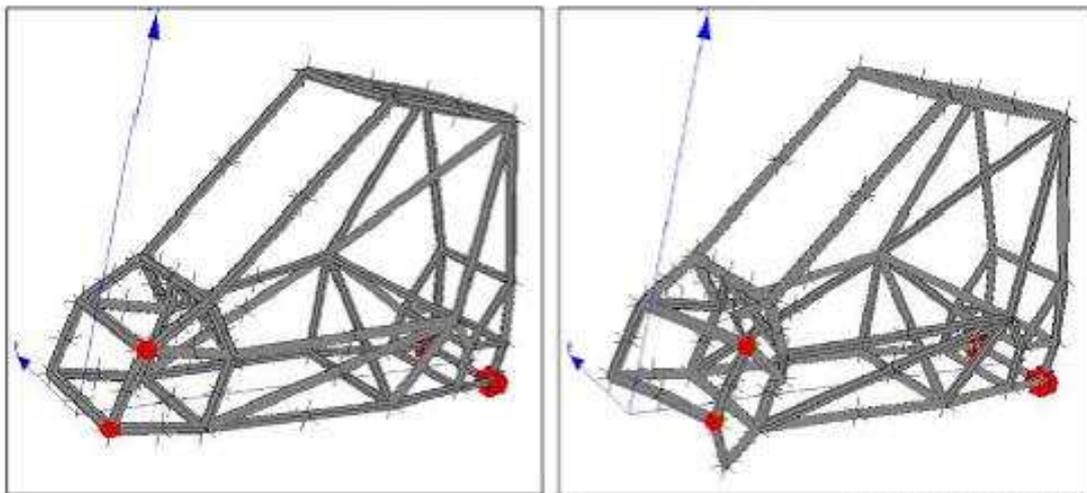


Figura 3.7 - Resposta para 10 m/s de velocidade de *crash* de uma estrutura de *buggy* discretizada com 91 SBEs

(Fonte: Abramowicz, 2004)

Deve-se considerar que, apesar do inquestionável sucesso dos métodos de simulação numérica (MEF), suas limitações são óbvias. Projetar veículos e/ou avaliar a resposta ao impacto de estruturas requer julgamento intuitivo e avaliação qualitativa, processos que não podem ser

precisamente quantificados. O reconhecimento desse fato leva-nos ao desenvolvimento da Física Qualitativa, que envolve métodos tais como bom senso, técnicas de sistemas especialistas, diagramas de raciocínio e métodos híbridos. O método do *superfolding element* parece ser um método que abraça essas duas reconhecidas áreas da mecânica estrutural, em particular para o processo de desenvolvimento de projeto de estruturas veiculares.

Abramowicz (2003, 2004) apresenta um exemplo de aplicação do conceito de *superfolding element* aliado ao conceito de *superbeam element*. A Figura 3.8 ilustra o problema proposto.

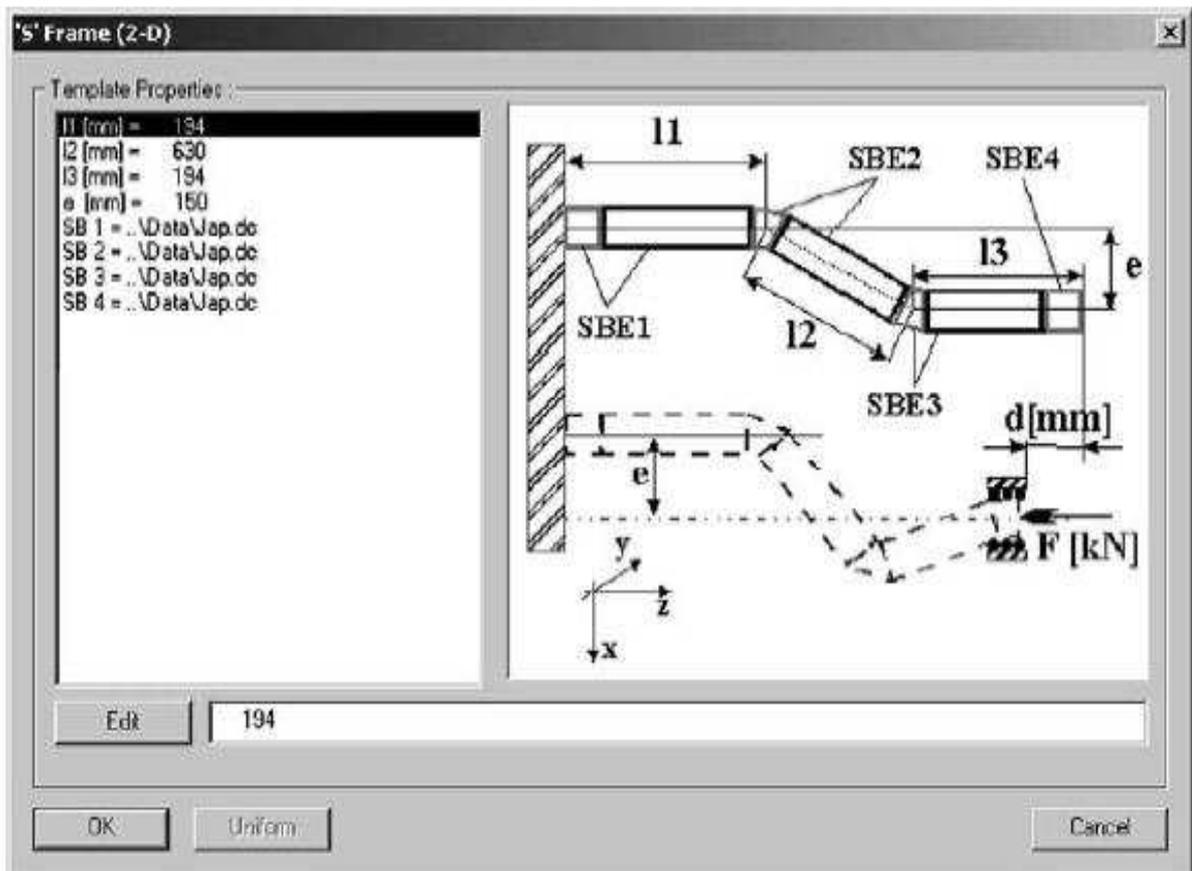


Figura 3.8 - Modelo de um absorvedor de impacto tipo “S”

(Fonte: Abramowicz, 2003)

O modelo computacional de um pórtico plano tipo “S” mostrado na Figura 3.8 é composto de segmentos prismáticos com seção transversal arbitrária. O modelo é discretizado com quatro *superbeam elements*. O módulo computacional calcula a força de pico, a energia absorvida, bem como a curva característica força-deflexão do pórtico. Um exemplo de simulação de impacto é mostrado na Figura 3.9, juntamente com os correspondentes dados experimentais.

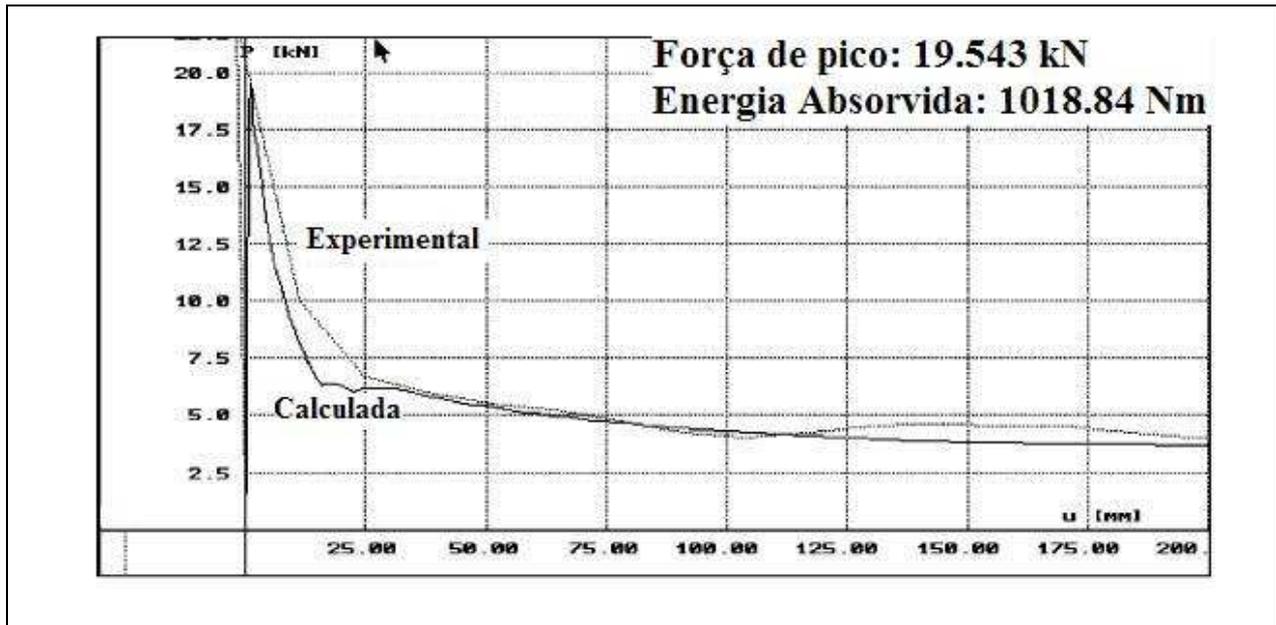


Figura 3.9- Comparação dos cálculos analíticos com resultados experimentais

(Fonte: Abramowicz, 2003)

#### ***Modelo de Hamza e Saitou***

A capacidade de absorção de energia de impacto é um atributo de projeto ainda difícil de obter (HAMZA e SAITOU, 2005). Pode ser afirmado que uma fonte de informações auxiliar para o processo de projeto é a construção de uma biblioteca de dados sobre o comportamento de membros estruturais elementar. Tal biblioteca de dados auxiliaria os projetistas a rapidamente selecionar as dimensões apropriadas dos elementos estruturais, uma vez que tenham estimado os carregamentos.

Baseando-se na observação da maneira da deformação estrutural de tubos de parede fina, Hamza e Saitou (2005) propõem uma abstração da estrutura do veículo, que é representado como um mecanismo de barras rotuladas possuindo molas não lineares especiais como elementos de ligação (rótulas). A estrutura do veículo é aproximada como um mecanismo de vigas rígidas conectadas por juntas prismáticas de revolução com molas não lineares, as quais imitam o relacionamento força-deslocamento da estrutura de paredes finas sujeitas a amassamento axial e flexão transversal. Diferenciando-se do modelo convencional *lumped parameter model*, cujas molas, amortecedores e massas não têm direta correspondência com os membros estruturais, o EM (*equivalente model*) (Figura 3.10) aproxima cada membro estrutural como uma barra rígida com diversas juntas de revolução lineares, representando a geometria inteira da estrutura. Essas molas especiais são escolhidas para permitir que o movimento do mecanismo capture o movimento global da estrutura atual do veículo. Pela escolha da seção transversal e da espessura de parede de cada viga da estrutura, a performance de *crash* do EM pode ser otimizada por meio

de simulações dinâmicas, com as correspondentes propriedades das molas não lineares escolhidas a partir de um banco de dados pré-analisados de MEF de vigas de tubo de parede fina. Assim, torna-se possível otimizar o mecanismo, o que é uma tarefa mais fácil do que a otimização direta da estrutura do veículo. Por meio do mecanismo otimizado é definida uma primeira aproximação para a estrutura otimizada, a qual sofre um ajuste fino por meio da metodologia de tentativa e erro, procurando-se obter o modo ótimo de deformação para a estrutura do veículo. Como as propriedades das molas são escolhidas entre aquelas existentes no banco de dados, a realização de um EM como um modelo de MEF é a maneira de recolocar cada membro EM com o correspondente membro de MEF no banco de dados (HAMZA e SAITOU, 2003).

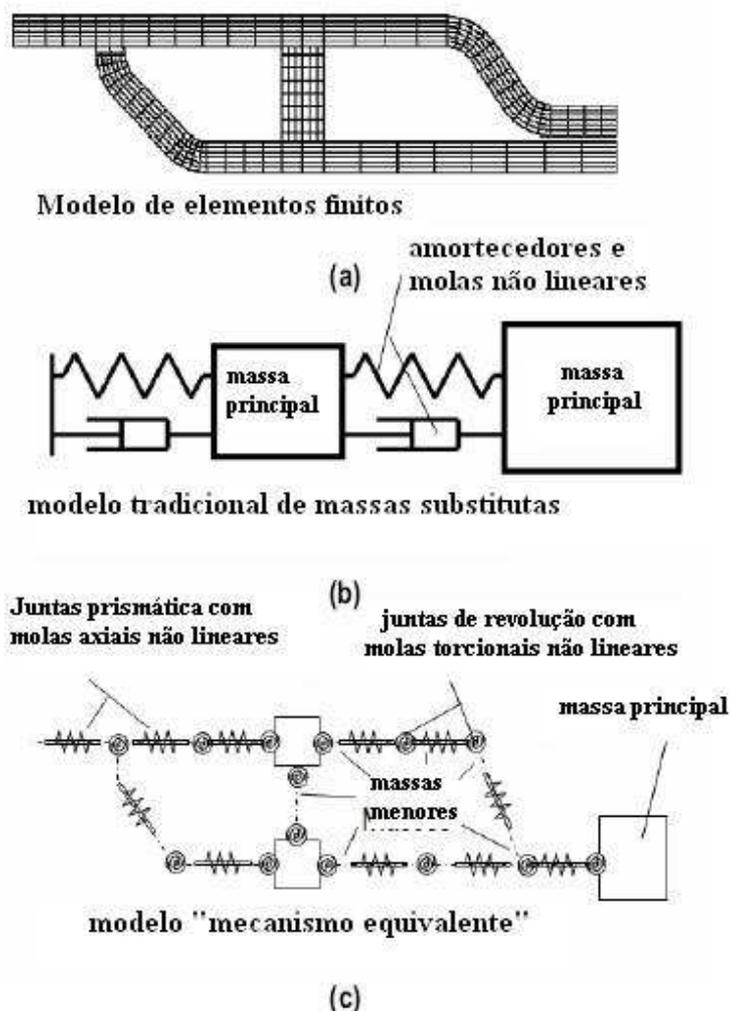


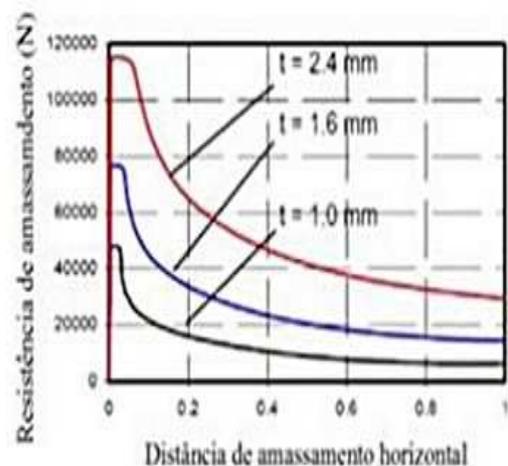
Figura 3.10 - (a) Modelo de elementos finitos de uma subestrutura de veículo; (b) modelo de massas substitutas; (c) Modelo mecanismo equivalente (EM)

(Fonte: Hamza e Saitou, 2005)

A ideia principal da aproximação da estrutura de um veículo como um mecanismo é baseada na observação de que, primeiro, a maioria dos membros em uma estrutura de veículo

durante um evento de *crash* sofre um ou outro amassamento axial ou flexão transversal e, segundo, as vigas sujeitas a amassamento axial e flexão transversal podem ser vistas como barras rígidas (com massas) conectadas por juntas prismáticas e juntas de revolução, respectivamente. Pela união dessas juntas por molas especiais não lineares que imitam o comportamento de estruturas de tubos de paredes finas sujeitos a amassamento e flexão, o mecanismo resultante pode aproximar o comportamento global de deformação da estrutura a ser obtido por uma simulação convencional dinâmica. Para caracterizar as molas não lineares nas juntas, um estudo das forças de resistência à deformação e também dos momentos dos membros estruturais de tubo de parede fina é realizado (HAMZA e SAITOU, 2004). O estudo envolve muitas simulações não lineares de MEF para amassamento axial, torção e flexão transversal para tubos de seção quadrada (caixão) e seções do tipo chapéu.

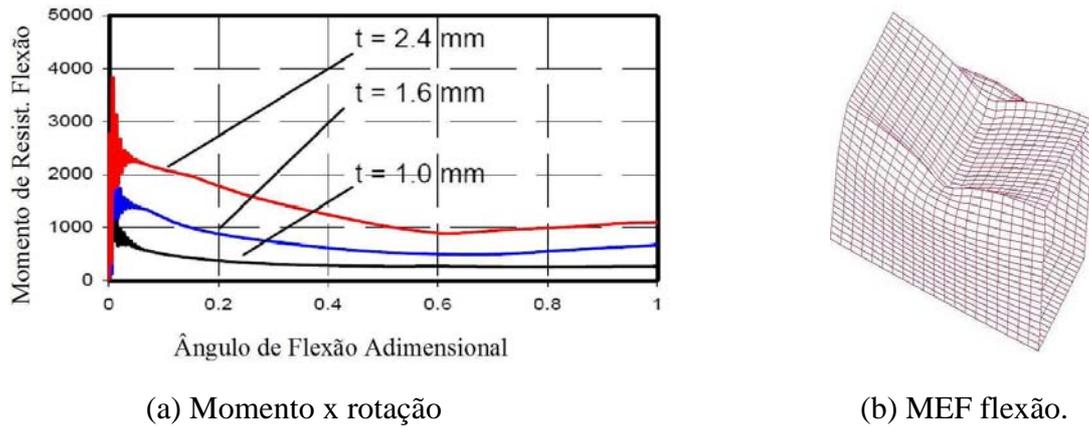
O modo de falha de elementos estruturais de parede fina durante um evento de *crash* pode ocorrer de duas formas: *crushing* (amassamento) e flexão (HAMZA e SAITOU, 2004). O amassamento ocorre quando a carga principal sobre o membro está atuando na direção axial e excede a tensão de flambagem em alguma parte da estrutura do elemento. O elemento estrutural então começa a se deformar mais rapidamente na direção axial, enquanto sua resistência à deformação cai devido à deformação plástica do material e ao crescimento de imperfeições geométricas ou distorções. O colapso por flexão ocorre quando o momento fletor sobre o membro estrutural causa uma tensão sobre o lado comprimido da seção de parede fina que excede a tensão de flambagem (Figuras 3.11 e 3.12).



(a) MEF compressão (b) Ensaio experimental.

(c) Força x deslocamento.

Figura 3.11 - Forma de amassamento (*crushing*) de uma seção de caixa



(a) Momento x rotação (b) MEF flexão.

Figura 3.12- Forma de amassamento por flexão de uma seção de caixa

Um exemplo de aplicação da metodologia de Hamza e Saitou é apresentado na Figura 3.13. O desempenho do modelo de elementos finitos de um absorvedor de impacto em forma de “S” é comparado com o modelo correspondente (EM).

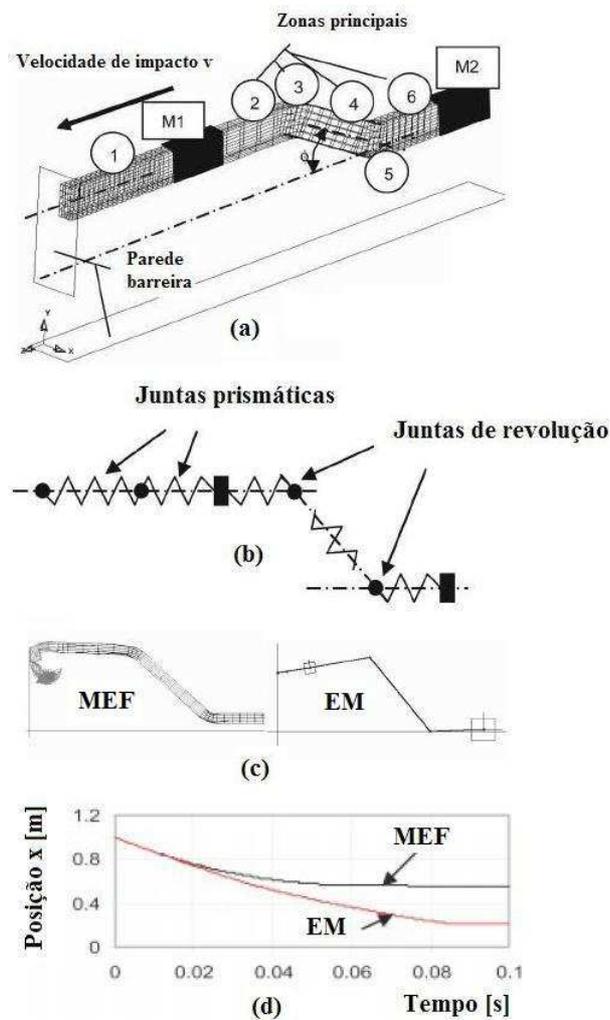


Figura 3.13- Exemplo de aplicação da metodologia de Hamza e Saitou

(Fonte: Hamza e Saitou, 2003)

O modelo de EM é construído com cinco juntas prismáticas, seis juntas de revolução e massas concentradas M1 e M2, colocadas em localizações correspondentes indicadas na Figura 3.13 (a). O modelo de EM é apresentado na Figura 3.13 (b). Na Figura 3.13 (c) mostra-se uma comparação entre as deformações do modelo de MEF e o de EM. No modelo de MEF, é utilizado aço de baixo carbono com módulo de elasticidade de 207 GPa, coeficiente de Poisson de 0.3 e densidade de 7800 kg/m<sup>3</sup>, sendo assumido que seu comportamento é elástico até atingir o escoamento e perfeitamente plástico dali em diante. Observa-se na Figura 3.13 (c) que o modelo de EM tende a se comportar de forma mais rígida que o correspondente modelo de MEF devido à incapacidade do EM de fletir nos locais onde não houver juntas de revolução. A utilização de molas torcionais com valores de 10% a 20% menores do que os valores obtidos na base de dados permite uma melhoria nos resultados obtidos. Na Figura 3.13 (d) apresenta-se a localização horizontal da massa M1 ao longo da direção x para os modelos de MEF e EM.

### ***Modelo de Ambrósio***

Ambrósio (2001a,b) apresenta ferramentas para dinâmica multicorpo para aplicação em biomecânica e *crashworthiness*. São abordados temas relativos a sistemas multicorpo e a aproximação utilizando rótulas plásticas, dinâmica de multicorpo flexível aplicado à análise de impacto, simulação integrada de veículo e ocupante e, ainda, um trabalho sobre projeto avançado de componentes estruturais para absorção de impacto.

Formulações multicorpo dinâmicas é a base para a mais eficiente técnica computacional que trata com grandes movimentos. A eficiência dos elementos finitos não lineares pode ser combinada com vantagem para a representação de componentes de sistemas sob grandes movimentos utilizando aproximações com dinâmica de multicorpos (AMBRÓSIO, 2001).

A Figura 3.14 apresenta um modelo de um vagão de trem em forma esquemática e ilustra a metodologia utilizada por Ambrósio. O corpo principal do vagão é considerado como rígido, exceto nas extremidades que são flexíveis. Essa suposição restringe a modelagem do componente absorvedor de impacto para a região onde está localizado o *end underframe*. Todos os outros corpos do sistema são considerados como rígidos. A estrutura do absorvedor de impacto é feita de aço inoxidável OX602 com limite de escoamento de 510 Mpa. O modelo de elementos finitos representado na Figura 3.14 (b) é feito com 45 elementos não lineares e utiliza vigas de tubos de parede fina com seção transversal mostrada na Figura 3.14 (c). A estrutura de elementos finitos representada é a parte flexível do vagão que é fixada à parte rígida do veículo. A malha do absorvedor de impacto (*end underframe*) reflete seu comportamento esperado

quando num evento de impacto, isto é, a energia de deformação é obtida, essencialmente, pelo amassamento da região do componente que é localizada ao redor da subestrutura em forma de “V”, como pode ser visto na Figura 3.14 (d).

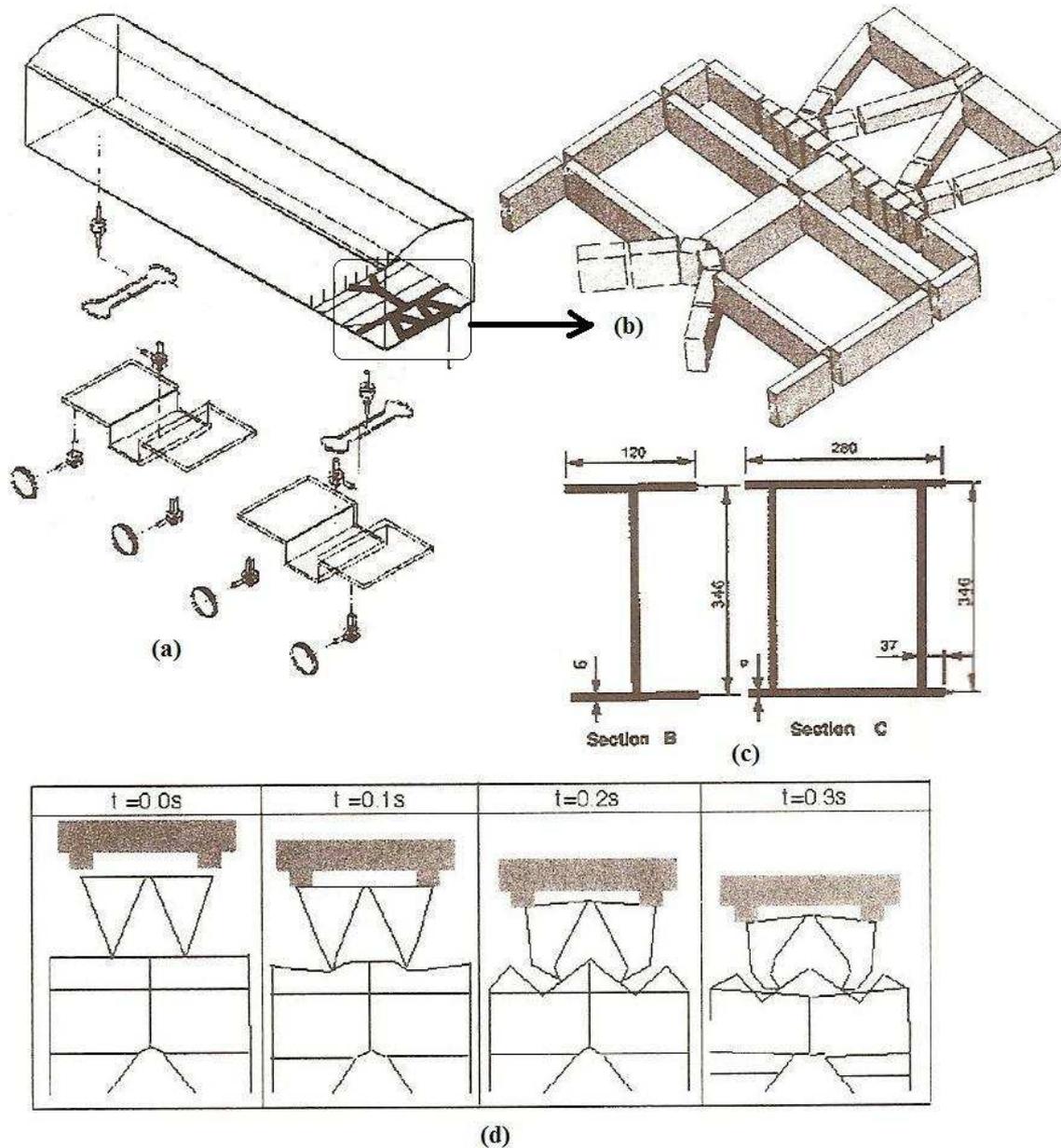


Figura 3.14 - Exemplo metodologia de trabalho de Ambrósio

A Figura 3.15 apresenta um exemplo da metodologia utilizado por Ambrósio (2001) para modelar uma estrutura absorvedora de impacto (*end-underframe*) utilizando rótulas plásticas. A estrutura é modelada por corpos rígidos conectados por rótulas plásticas localizadas em zonas de discontinuidades geométricas ou em pontos de carregamento concentrado ou em pontos onde as tensões são elevadas. O modelo multicorpo dinâmico é composto de 16 corpos e 16 rótulas plásticas. Os parachoques são representados por molas translacionais não lineares atuando somente na fase de compressão. Contatos exteriores entre corpos e o contato da estrutura com a parede rígida são representados com o modelo de contato baseado na lei de contato de Hertz.

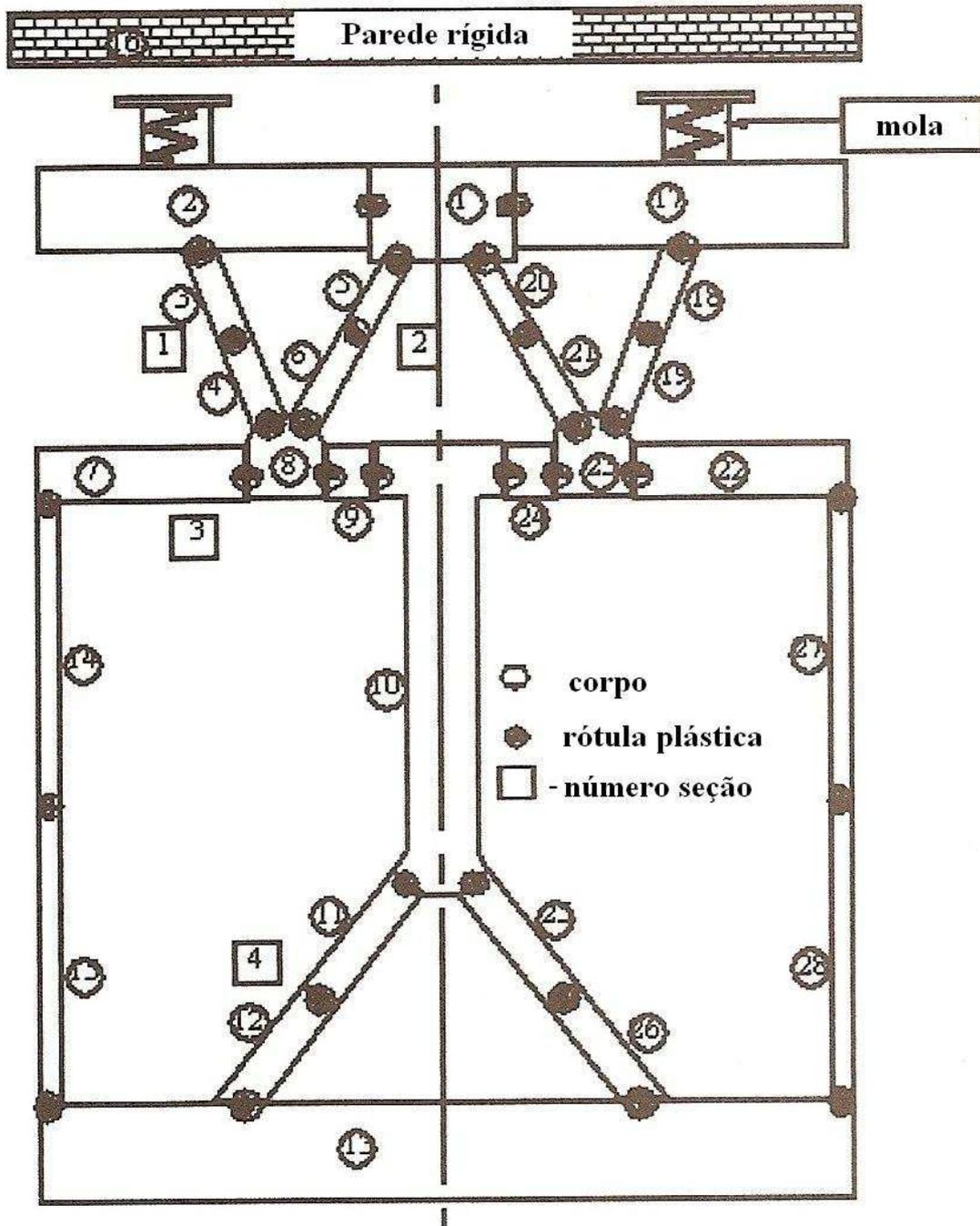


Figura 3.15- Modelo de absorvedor de impacto utilizando rótulas plásticas

(Fonte: Ambrósio et al., 2001b)

### **Modelo de Riera**

Riera (1980) apresenta uma metodologia simplificada que permite a determinação da força de reação  $F_x(t)$  devido ao impacto de um projétil unidimensional contra um alvo rígido. Neste método a estrutura é discretizada em massas e molas em série e foi obtido por meio de métodos energéticos. Esta metodologia consiste em integrar a equação (3.1), que é dada por

$$F_x(t) = P_C[x(t)] + \mu_x(t)V^2(t) \quad (3.1)$$

onde  $\mu_x(t)$  é a massa do projétil por unidade de comprimento;  $x(t)$  é a distância a partir da frente do projétil;  $V(t)$  é a velocidade do projétil que atinge a parede rígida que se comporta como um corpo rígido e  $P_C[x(t)]$  é a força de colapso da porção de estrutura que está colidindo (Figura 3.16).

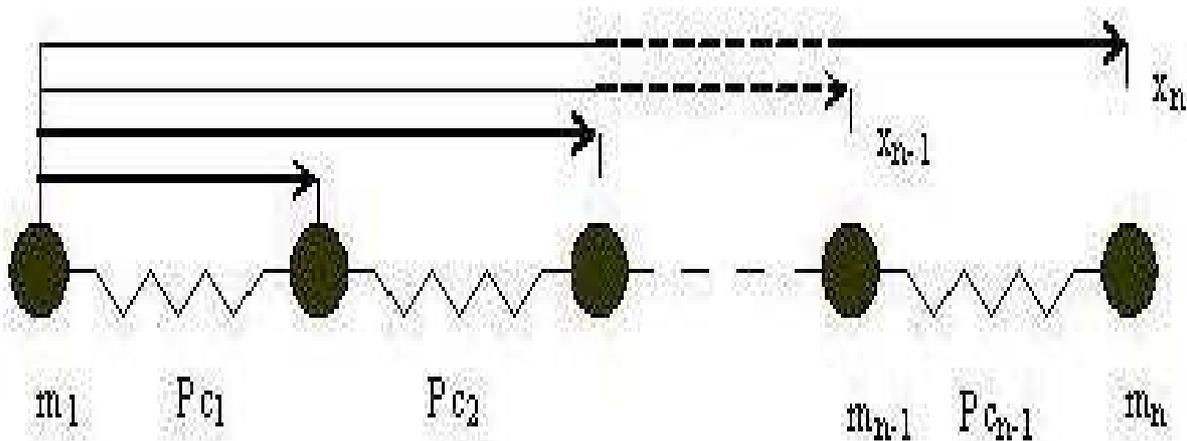


Figura 3.16 - Método de Riera (1980).

A força de colapso  $P_C$  é a força necessária para comprimir até ao colapso a estrutura estudada, o que pode ser determinado experimental ou numericamente. Essa força de colapso pode ser determinada para estruturas como a caverna de uma carroceria de ônibus interurbano, a fuselagem de um avião ou para um perfil simples comprimido. Essa força de colapso é resultante da interação entre formas de colapso, como o colapso plástico e flambagem local, distorcional ou global (TECH et al., 2005).

Pode-se determinar a força  $P_C$  utilizando-se as expressões fornecidas pela NBR 14762 (2001) de chapa dobrada e o Método da Resistência Direta (Schafer e Peköz (1998) e Hancock, Kwon e Bernard (1994)). As equações que determinam  $P_C$  são:

$$P_p = \sigma_1 A \quad (3.2)$$

$$\lambda_0 = \sqrt{P_p / P_{FG}} \quad (3.3)$$

$$P_{PFG} = \rho P_p \quad (3.4)$$

$$P_{CL} \left( \frac{P_{FL}}{P_{PFG}} \right)^{0.4} \left[ 1 - 0.15 \left( \frac{P_{FL}}{P_{PFG}} \right)^{0.4} \right] P_{PFG} \quad (3.5)$$

$$P_{CD} = \left( \frac{P_{FD}}{P_P} \right)^{0.6} \left[ 1 - 0.25 \left( \frac{P_{FD}}{P_P} \right)^{0.6} \right] P_P \quad (3.6)$$

$$P_C = \text{Min}(P_{PFG}, P_{CL}, P_{CD}) \quad (3.7)$$

onde  $P_P$  é a força de colapso plástico;  $\sigma_1$  é a tensão de escoamento do material;  $A$  é a área da seção transversal do perfil;  $\lambda_0$  é o índice de esbeltez reduzido para barras comprimidas;  $P_{FG}$  é a força de flambagem elástica global;  $P_{PFG}$  é a força resultante da interação entre a força de flambagem elástica global e a força de colapso plástico;  $\rho$  é o fator de redução associado à flambagem global (NBR 14762 (2001));  $P_{FL}$  e  $P_{FD}$  representam a força de flambagem elástica local e distorcional, respectivamente;  $P_{CL}$  e  $P_{CD}$  são as forças de colapso devido à interação entre flambagem global e local e entre flambagem distorcional e plastificação, respectivamente, e  $P_C$  é a força de colapso do elemento analisado que será a mínima das três cargas de colapso encontradas. Na utilização do Método da Resistência Direta é preciso calcular previamente as cargas de flambagem elástica do elemento estudado. Isso pode ser feito com o programa CU-FSM desenvolvido por Schafer (2001), baseado no Método das Faixas Finitas (CHEUNG, 1988).

O programa desenvolvido por Riera (1980) é apresentado no Apêndice H.

### 3.2 Obtenção de curvas analíticas com interação entre compressão e flexão

A estrutura considerada neste estudo é uma coluna prismática de parede fina com seção transversal quadrada (KIM e WIERZBICKI, 2001). Duas razões de aspecto ( $b/t$ ) ( $80/1.6=50$  e  $80/2.4=33.33$ ) são consideradas. A extremidade da coluna é engastada e a carga é aplicada na extremidade superior como uma condição de contorno de velocidade. A taxa de variação com o tempo do deslocamento axial  $\dot{u}_z$  e a taxa de variação com o tempo da rotação  $\dot{\theta}$  são aplicadas, resultando numa resposta de compressão e flexão. Dois sistemas de coordenadas são utilizados neste estudo: um no sistema de coordenadas global ( $X, Y, Z$ ), tendo sua origem no centro da base da viga indeformada, e outro no sistema de coordenadas local ( $x, y, z$ ), vinculado ao centro da seção transversal superior. O sistema de coordenadas local está translacionando e rotacionando com a seção transversal superior na medida em que a deformação progride (Figura 3.17).

A razão adimensional da velocidade rotacional  $\dot{\theta}$  e a velocidade translacional  $\dot{u}_z$  é denotada por  $\eta$ . A definição de  $\eta$  segue a partir de considerações sobre a taxa de variação da energia.

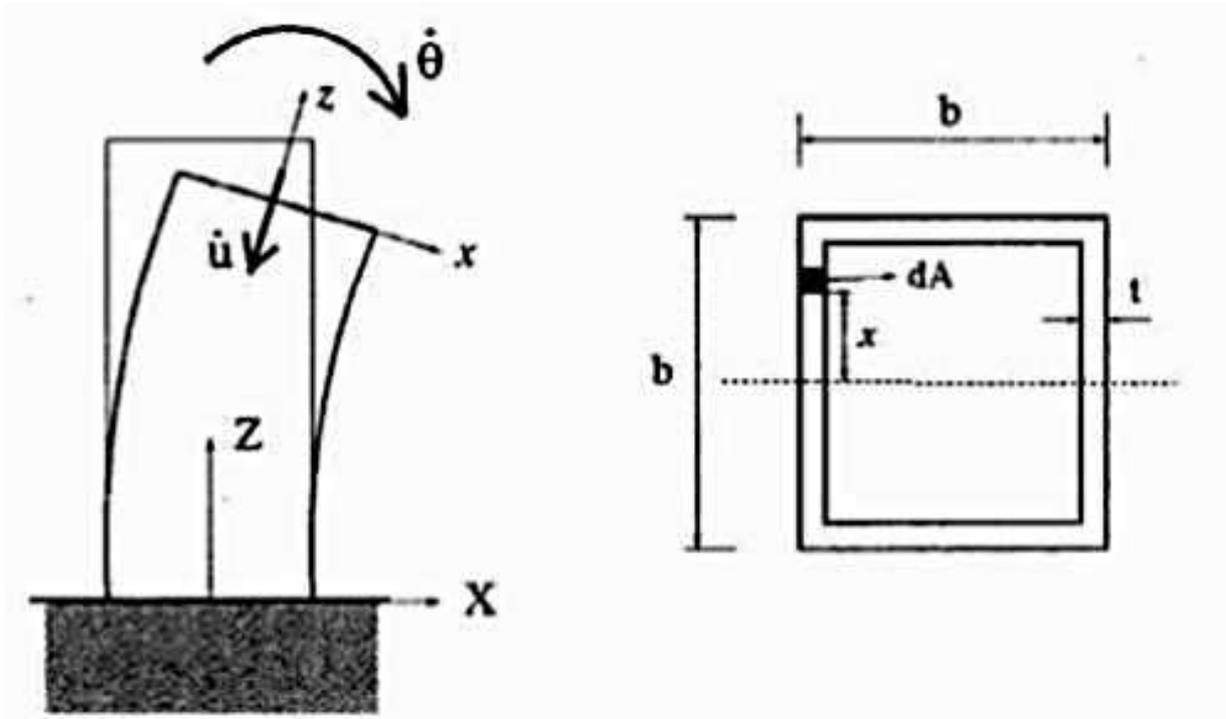


Figura 3.17 - Configuração do modelo

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

A taxa de dissipação da energia de deformação numa viga é definida como segue:

$$\dot{E} = \int_V \sigma \dot{\epsilon} dV = \int_l dz \int_A \sigma \dot{\epsilon} dA \quad (3.8)$$

onde  $V$  é o volume e  $A$  é a área da seção transversal. Utilizando a hipótese de Euler-Bernoulli,

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 + x \dot{\kappa} \quad (3.9)$$

e a definição de força axial  $N$  e momento fletor  $M$ ,

$$N = \int \sigma dA \quad (3.10)$$

$$M = \int \sigma x dA \quad (3.11)$$

A integração da equação (3.8) com relação à área pode ser facilmente realizada.

$$\dot{E}_{puc} = \int \sigma (\dot{\epsilon}_0 + x \dot{\kappa}) dA = \dot{\epsilon} N + \dot{\kappa} M \quad (3.12)$$

onde  $\dot{E}_{puc}$  significa a taxa de variação com o tempo da energia de deformação por unidade de comprimento. Observe-se que

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\dot{u}_z}{dz} \quad (3.13)$$

$$\dot{\kappa} = \frac{d\dot{\theta}}{dz} \quad (3.14)$$

a segunda integração com relação a  $z$  pode também ser facilmente realizada:

$$\dot{E} = \int \dot{E}_{puc} dz = \dot{u}_z N + \dot{\theta} M \quad (3.15)$$

É conveniente introduzir uma força axial adimensional  $n$  e um momento fletor adimensional  $m$ .

$$n = \frac{N}{N_0}, \quad m = \frac{M}{M_0} \quad (3.16)$$

Aqui  $M_0$  é o momento de plastificação total e  $N_0$  é a força seccional de plastificação da seção definida como segue.

$$N_0 = \int \sigma_0 dA = \sigma_0 A \quad (3.17)$$

$$M_0 = \int \sigma_0 x dA = \sigma_0 Q \quad (3.18)$$

onde  $\sigma_0$  é a tensão de fluxo do material e  $Q$  é o primeiro momento de inércia da seção transversal. Neste trabalho, a tensão de fluxo é definida como uma tensão média sobre um dado intervalo de deformação  $(0, \varepsilon_f)$ , dado como

$$\sigma_0 = \frac{1}{\varepsilon_f} \int_0^{\varepsilon_f} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (3.19)$$

Isso é ilustrado na Figura 3.18, a qual mostra a equivalência do produto  $\sigma_0 \varepsilon_f$  com o valor atual da energia dissipada. Consequentemente,  $\sigma_0$  dado pela equação (3.19) é denominado como tensão de fluxo equivalente a energia.

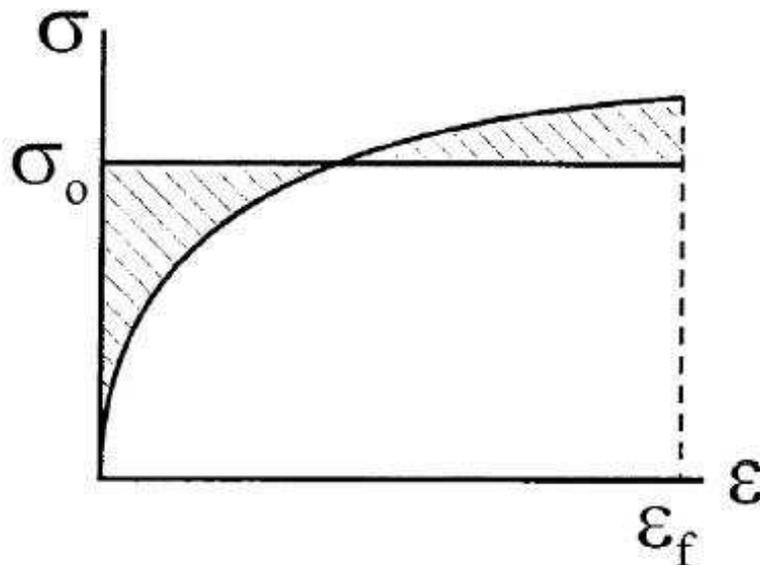


Figura 3.18 - Tensão de fluxo equivalente a energia

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

Com as definições acima, a taxa de variação com o tempo de energia plástica pode ser transformada para

$$\dot{E} = (N_0 \dot{u}_z) n + (M_0 \dot{\theta}) m \quad (3.20)$$

ou na forma normalizada

$$\frac{\dot{E}}{M_0} = \frac{N_0}{M_0} \dot{u}_z n + \dot{\theta} m = \frac{A}{Q} \dot{u}_z n + \dot{\theta} m \quad (3.21)$$

Para uma seção quadrada,

$$A = 4bt \quad (3.22)$$

$$Q = \frac{3}{2} b^2 t \quad (3.23)$$

e a equação (3.21) se reduz a

$$\frac{\dot{E}}{M_0} = \frac{8}{3b} \dot{u}_z n + \dot{\theta} m \quad (3.24)$$

Assumindo que a regra de fluxo associada é válida, pode-se ver a partir da equação (3.24) que para seções quadradas as componentes do vetor taxa de deformação generalizado são  $(8\dot{u}_z/3b, \dot{\theta})$  (Figura 3.19). Para uma seção arbitrária, esses componentes são  $(\dot{u}_z A/Q, \dot{\theta})$ .

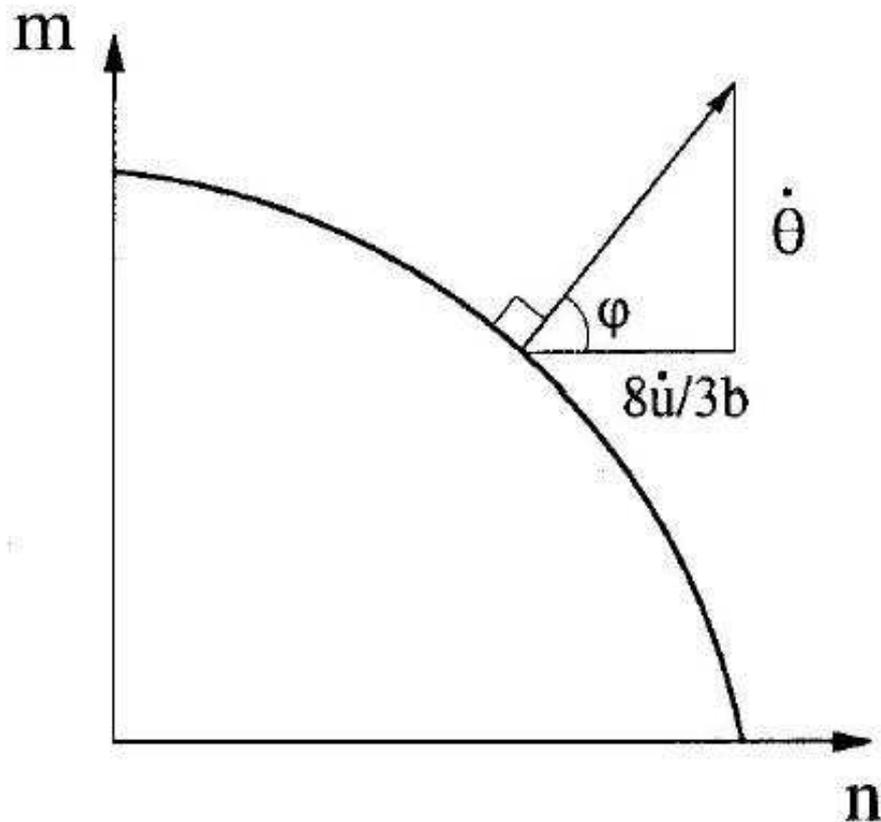


Figura 3.19 - Vetor deslocamento e local de escoamento adimensional.

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

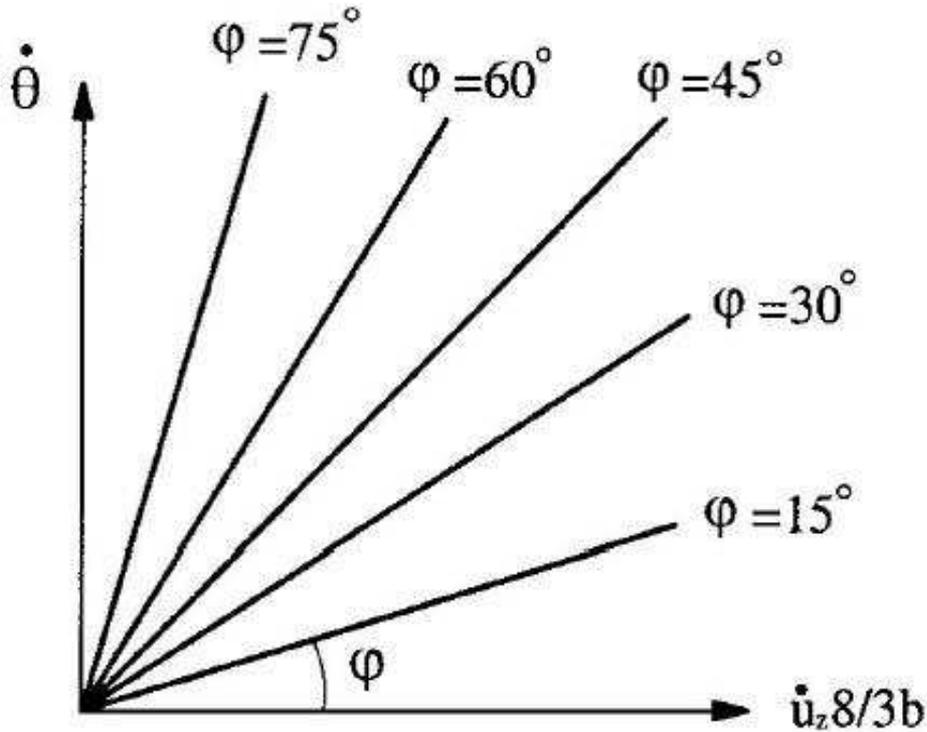


Figura 3.20 - Relação entre a taxa de translação e rotação.

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

Denote-se por  $\varphi$  o ângulo entre o vetor taxa de deformação e o eixo  $n$  do local de escoamento adimensionalizado. A razão entre os dois componentes do vetor deslocamento é, então,  $\eta = \tan(\varphi)$ . O parâmetro  $\eta$  determina a contribuição relativa de compressão e flexão.

$$\eta = \frac{\dot{\theta}Q}{A\dot{u}_z} = \frac{3b\dot{\theta}}{8\dot{u}_z} \quad (3.25)$$

Análises computacionais foram realizadas para cada valor constante de  $\varphi$  (ou  $\eta$ ) sobre o intervalo de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  com um incremento de  $15^\circ$  (Figura 3.20).

Correspondentemente,  $\eta$  está mudando a partir de  $0^\circ$  até  $\infty$ . Para o caso de  $\eta = 0$ , tem-se simplesmente compressão pura, ao passo que quando  $\eta = \infty$  corresponde a flexão pura.

Simulações numéricas foram realizadas para uma coluna de alumínio extrudado AA 6063 T7 com propriedades mecânicas para módulo de Young  $E=6.9E04$  N/mm<sup>2</sup>, tensão de escoamento inicial  $\sigma_y = 86.94$  N/mm<sup>2</sup> e coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ . Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 3.21, 3.22 e 3.23, mostrando a relação força-deslocamento, momento-rotação e as deformadas, respectivamente.

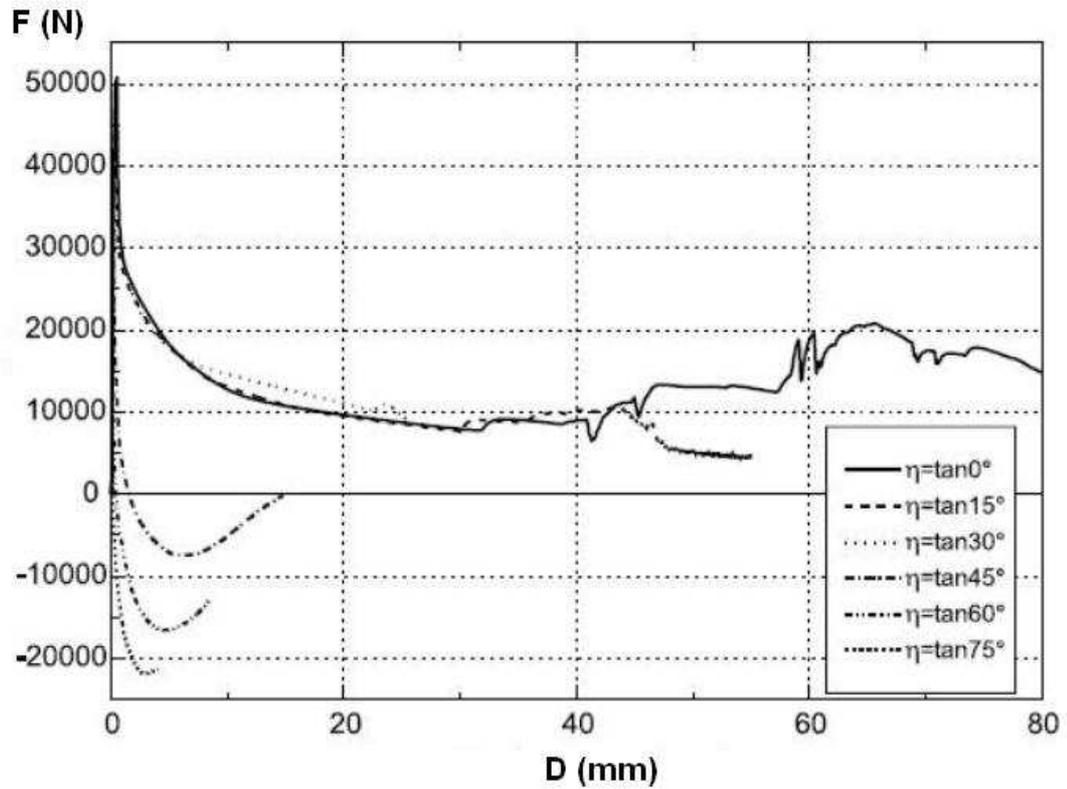


Figura 3.21 - Força axial ( $b/t = 50$ )

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

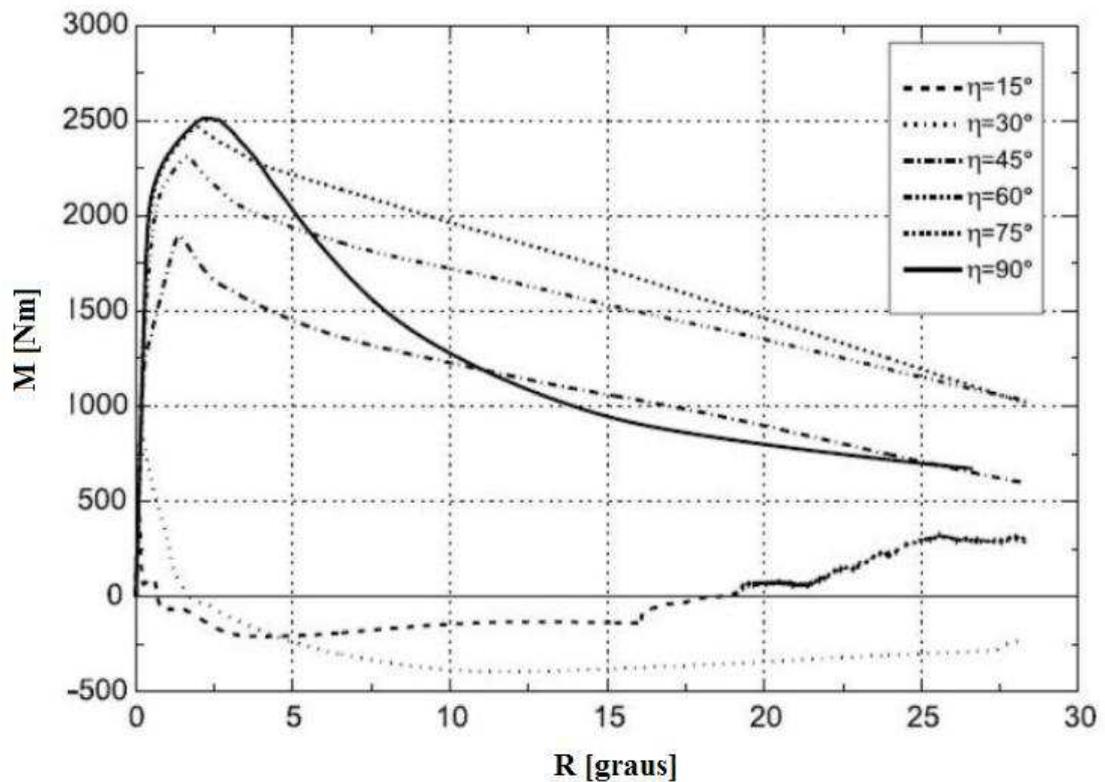


Figura 3.22 - Momento Fletor ( $b/t = 33.3$ )

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

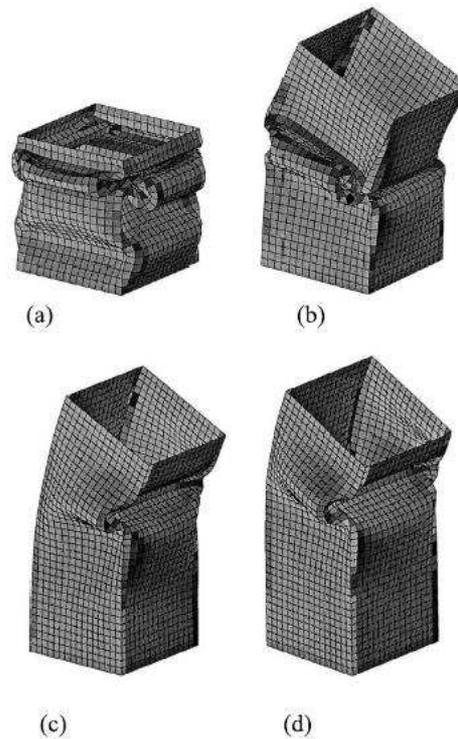


Figura 3.23 - Formas deformadas. (a)  $\eta = \tan(0^\circ)$  (b)  $\eta = \tan(15^\circ)$  (c)  $\eta = \tan(60^\circ)$   
 (d)  $\eta = \tan(90^\circ)$

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

Para o caso de baixo  $\eta$ , é observado que o amassamento axial é dominante, enquanto que para alto  $\eta$  o colapso por flexão é dominante. Uma mudança na forma da curva momento-rotação e, assim, uma mudança no modo de falha ocorrem entre  $\eta = 0.5774$  ( $\varphi = 30^\circ$ ) e  $\eta = 1$  ( $\varphi = 45^\circ$ ).

Uma característica interessante da resposta é de que o sinal da força ou momento está mudando à medida que o amassamento progride. Para baixo  $\eta$ , o momento fletor aumenta até um ponto de pico e decai dramaticamente para valores negativos. Enquanto o sinal do momento está mudando para o caso de baixo  $\eta$ , o sinal da força está mudando para regime de alto  $\eta$ . Isso é causado pelo deslocamento translacional que está ocorrendo em flexão pura para garantir força axial zero. Quando uma rotação pura sobre a face superior do tubo é aplicada, esta face rotaciona com a velocidade rotacional aplicada e, ao mesmo tempo, precisa se mover de uma certa quantidade em direção à extremidade inferior com uma velocidade translacional única. Isso ocorre porque o eixo neutro muda dramaticamente para a parede do tubo tracionada depois da flambagem da seção. Originalmente, o eixo de rotação está localizado na linha de centro da seção, mas no

intervalo de pós-flambagem é posicionado próximo à parede tracionada, o que causa a translação da seção superior.

Kim e Wierzbicki (2001) propõem uma metodologia para construção do local de início de falha. Considerando a distribuição de tensão sobre a seção transversal, a curva de interação entre a força axial e o momento fletor podem ser obtidos analiticamente. A partir da hipótese de Euler-Bernoulli a posição da linha neutra é calculada como:

$$\xi = -\frac{\dot{u}_z}{\dot{\theta}} \quad (3.26)$$

Dependendo do valor de  $\xi$ , os seguintes três casos podem ocorrer (Figura 3.25):

Caso (a): a linha neutra é posicionada entre a linha de centro da seção transversal e a parede do tubo.

Caso (b): a linha neutra está dentro da parede do tubo.

Caso (c): a linha neutra está fora da seção transversal.

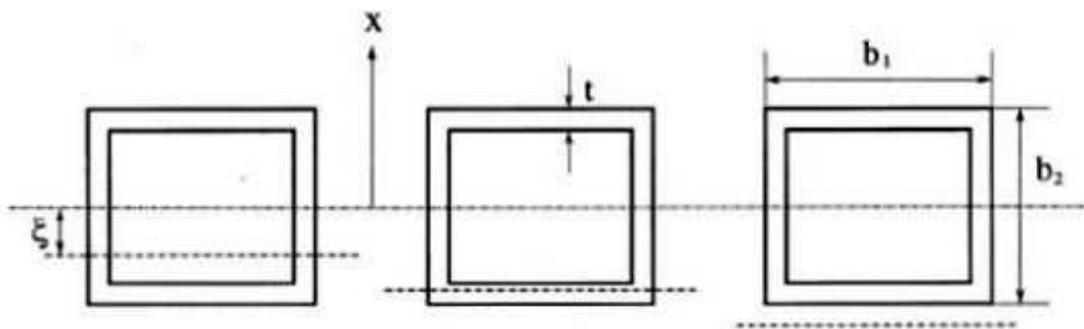


Figura 3.24 - Posição da linha neutra

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

Definindo  $n$  como sendo a força axial normalizada e  $m$  como sendo o momento de flexão normalizado, definidos pelas equações (3.16), considera-se  $M$  como momento fletor seccional verificado para a condição de início de falha para a análise com um determinado valor de  $\varphi$  definido e  $N$  a força de amassamento seccional para esta condição. Kim e Wierzbicki (2001) apresentam as equações que relacionam  $m$  e  $n$  para o caso de um tubo de seção quadrada como sendo:

Caso (a)

$$m = 1 - \frac{4}{3}n^2 \quad 0 < n < 0.5 \quad (3.27)$$

Caso (b)

$$m = \frac{4}{3}(1 - n) \quad (3.28)$$

Para o caso (c), a linha neutra está fora da seção transversal do tubo e a seção fica sob

pura compressão ou pura tração. Assim sendo,  $m = 0$  e  $n = +1$  ou  $-1$ .

Dessa forma, a curva que descreve a condição de falha da seção transversal do tubo é composta por uma parábola e uma linha reta. As equações (3.27) e (3.28) fornecem indicações da forma do local de falha por escoamento para grandes deformações. Logo depois de a carga atingir o valor de pico, a linha neutra muda de lugar para a região da parede do tubo. Assim, a porção parabólica da curva de interação termina e o subsequente local do escoamento será representado por uma linha reta. Pode-se observar que o local de falha no caso (b) é linear com uma inclinação  $-4/3$ . Portanto, pode-se ver que o local de transição teórico entre o modo de compressão dominante para o modo de flexão dominante ocorre para  $\eta = 3/4$ , o que corresponde a  $\varphi = 36.9^\circ$ .

Kim e Wierzbicki (2001) apresentam uma comparação entre a solução analítica para o local de início do escoamento e um resultado obtido a partir de análise numérica (Figura 3.25). Foram realizadas simulações para valores de ângulos  $\varphi$  de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $38.2^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  e  $90^\circ$ .

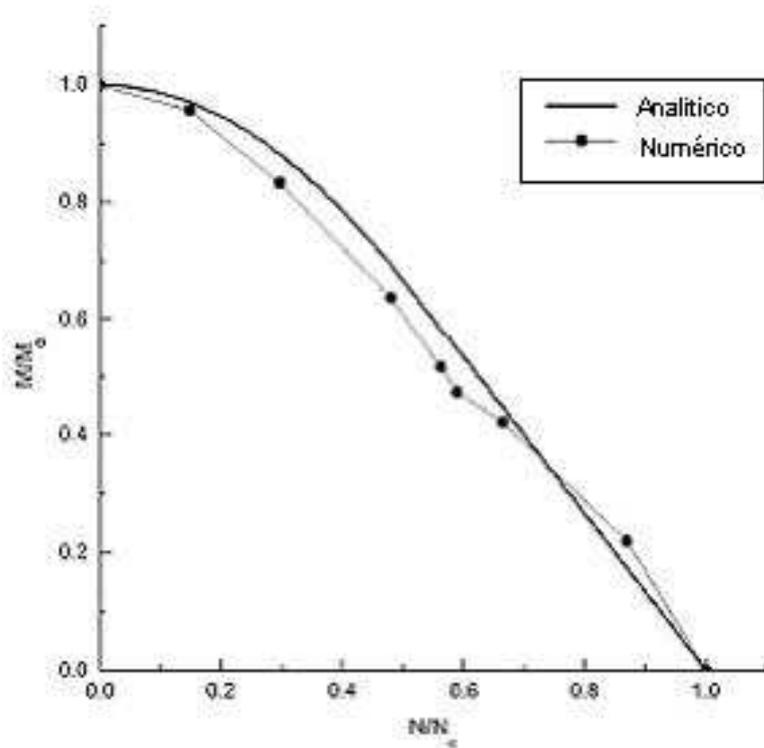


Figura 3.25 - Localização do início da falha ( $b/t = 50$ ).

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

Pode ser observado na Figura 3.25 (curva de análise numérica) que a mudança no modo de falha ocorre entre os ângulos  $\varphi$  de  $30^\circ$  e  $45^\circ$ , o que significa a transição entre o modo de compressão dominante e o modo de flexão dominante. Os resultados obtidos pela solução

analítica e os obtidos por método numérico são semelhantes. Para os casos de baixo valor de  $\varphi$ , algumas discrepâncias são observadas. Isso é causado pelo fato de que o encruamento do material não é considerado na solução analítica e também porque para baixos valores de  $\varphi$  o colapso ocorre de forma altamente instável. Para altos valores de  $\varphi$ , a correspondência entre a solução analítica e a numérica é um pouco melhor.

Segundo Kim e Wierzbicki (2001), o amassamento no local da falha pode ser modelado utilizando-se o conceito de *superbeam element*, que é basicamente uma extensão do conceito de rótula plástica generalizada. Tal “rótula” é caracterizada pelo seu comprimento de referência  $2H$ , o qual corresponde ao comprimento típico de uma onda de amassamento num processo de colapso progressivo. Um *superbeam element* pode ser considerado como uma simples “mola”, que tem as propriedades de colapso características da estrutura. Kim e Wierzbicki (2001) descrevem uma metodologia na qual a seção transversal é discretizada em quatro molas iguais (Figura 3.26) e tem as relações características de força e deslocamento mostradas na Figura 3.27, onde  $\varepsilon_y$  é a deformação específica de escoamento,  $\varepsilon_{cr}$  é a deformação crítica e  $\sigma_0$  é a tensão de fluxo plástico. O comprimento de referência  $H$ , conforme apresentado por Wierzbicki, Recke, Abramowicz e Gholami (1994), é calculado por

$$H = (t)^{1/3} (b)^{2/3} \quad (3.29)$$

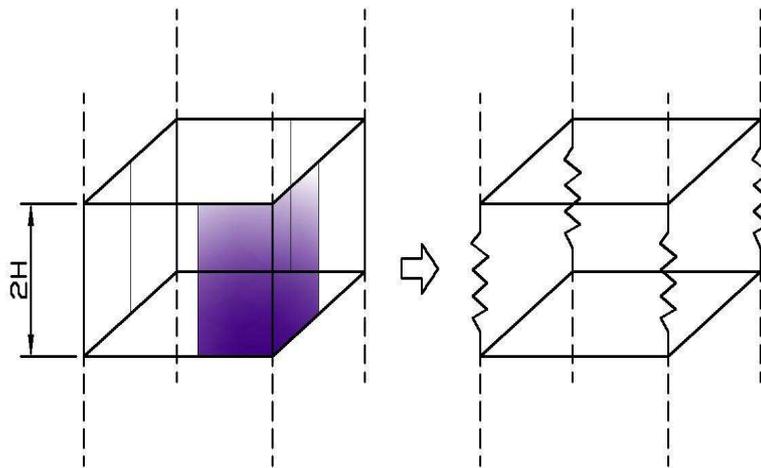


Figura 3.26 - *Superbeam element*

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

A resposta ao amassamento para uma única dobra é descrita por células deformáveis de altura igual ao comprimento de uma onda de amassamento  $2H$  (Figura 3.27). Duas células deformáveis separadas por uma viga de material elastoplástico formam um superelemento denominado de *superbeam element* (ABRAMOWICZ, 2004). Pode-se discretizar uma viga no

limite como sendo formada somente por células deformáveis, sendo eliminada, assim, a viga intermediária, obtendo-se a discretização máxima permitida, função da altura  $2H$  da célula e do comprimento do tubo a ser discretizado.

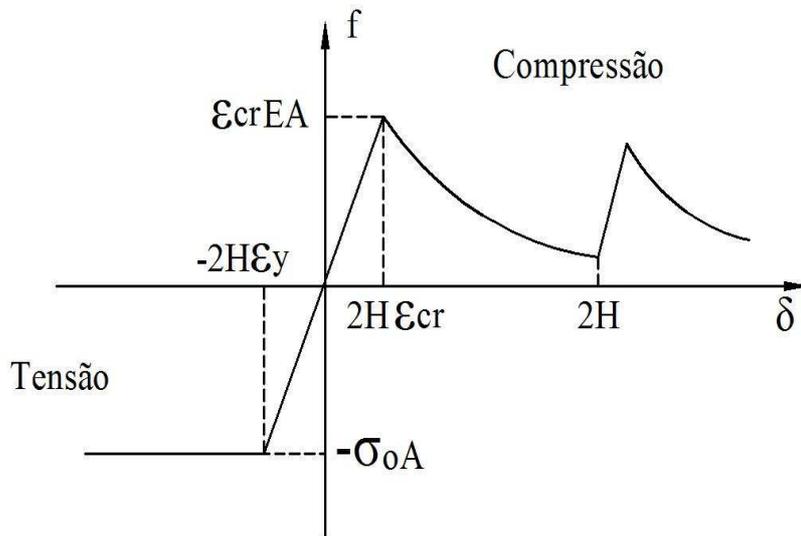


Figura 3.27 - Curva Força x deslocamento

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

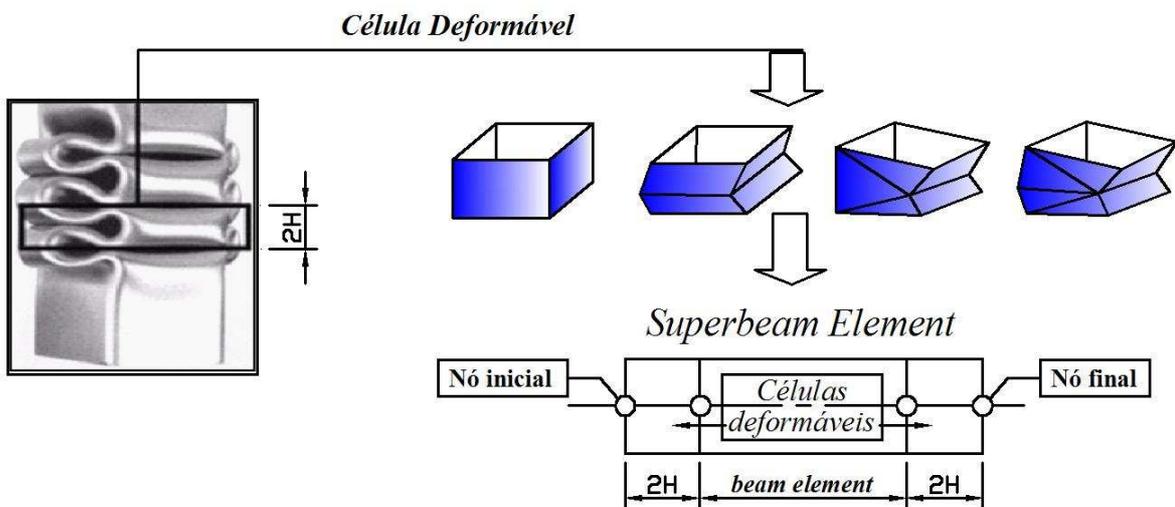


Figura 3.28 - Conceito de *Superbeam element*

(Fonte: Abramowicz, 2004)

As molas que representam a parte comprimida ou estendida do tubo terão seu comportamento dependente do modo de deformação de toda a coluna. Os seguintes casos podem ser considerados (Figura 3.29):

- As relações entre  $u_z$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\theta$  são apresentadas como segue, onde  $u_z$  é o deslocamento do centro da seção transversal;  $\delta_1$  é o deslocamento da mola na parte compressiva;  $\delta_2$  é o deslocamento da mola na parte tracionada e  $\theta$  é a rotação da seção transversal sob flexão.

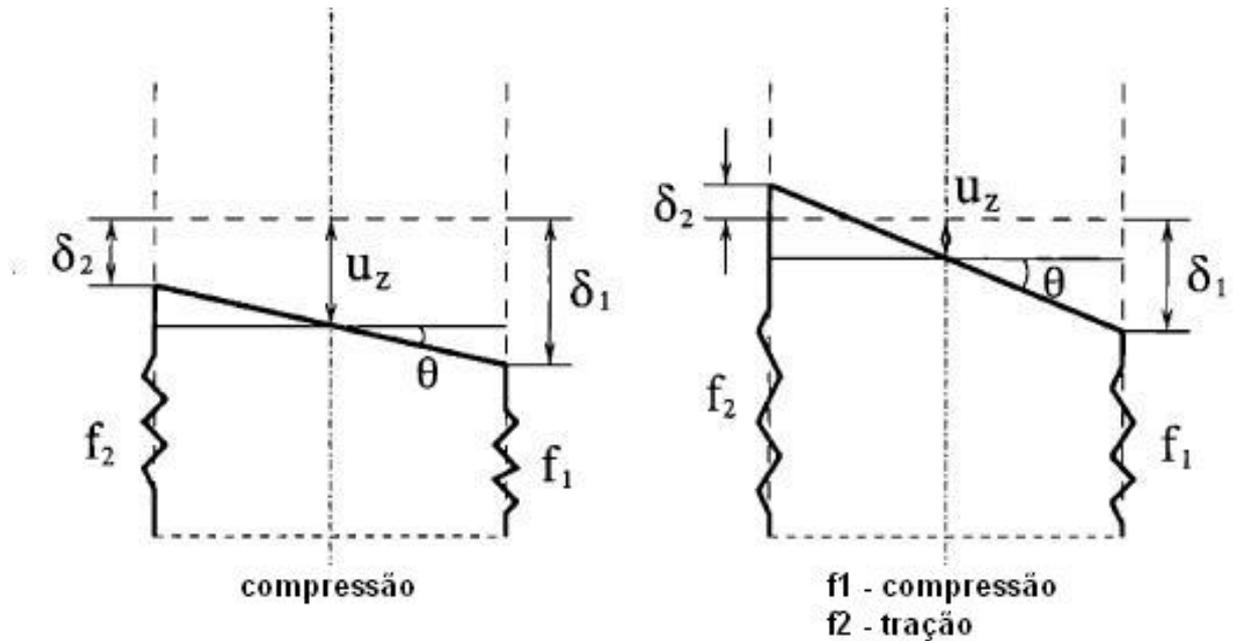


Figura 3.29 - Deformação nas molas

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

Caso I – Ambos compressão:

$$\delta_1 = u_z + \frac{b_{eff}}{2} \sin \theta \approx \frac{b\theta}{2} \left( \frac{3}{4\eta} + \frac{3}{4} \right) \quad (3.30)$$

$$\delta_2 = u_z - \frac{b_{eff}}{2} \sin \theta \approx \frac{b\theta}{2} \left( \frac{3}{4\eta} - \frac{3}{4} \right) \quad (3.31)$$

Caso II –  $f_1$  – compressão,  $f_2$  – tração

$$\delta_1 = u_z + \frac{b_{eff}}{2} \sin \theta \approx \frac{b\theta}{2} \left( \frac{3}{4\eta} + \frac{3}{4} \right) \quad (3.32)$$

$$\delta_2 = -u_z + \frac{b_{eff}}{2} \sin \theta \approx \frac{b\theta}{2} \left( -\frac{3}{4\eta} + \frac{3}{4} \right) \quad (3.33)$$

onde  $b_{eff} = \frac{3}{4}b$ .

As relações Força *versus* Deslocamento das molas utilizadas neste estudo são mostradas na Figura 3.30. As equações que descrevem o comportamento de Força *versus* Deslocamento são apresentadas por Wierzbicki, Recke, Abramowicz e Gholami (1994 a e b). As equações foram obtidas utilizando-se o conceito de *superfolding element* e material rígido plástico. As equações fornecidas são as seguintes:

(I)  $\delta \geq 2H\epsilon_{cr}$  (compressão)

$$f = \frac{C}{\sqrt{\delta/H}} \quad (3.34)$$

$$C = 1.17(3\pi M_p) \left(\frac{b}{t}\right)^{1/3} \quad (3.35)$$

(II)  $-2H\varepsilon_y \leq \delta \leq 2H\varepsilon_{cr}$  (pequeno deslocamento axial). A resposta é assumida como elástica.

$$f = \frac{AE}{2H} \delta \quad (3.36)$$

(III)  $\delta \leq 2H\varepsilon_y$  (tração)

$$f = -A\sigma_0 \quad (3.37)$$

onde  $\varepsilon_y$  é a deformação específica de escoamento;  $\varepsilon_{cr}$  é a deformação crítica e  $\sigma_0$  é a tensão de escoamento; C é um coeficiente e A é a seção transversal da área representada pela mola.

A deformação correspondente à flambagem da seção  $\varepsilon_{cr}$  é definida como

$$\varepsilon_{cr} = \frac{4\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \approx 3.615 \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3.38)$$

onde  $M_p$  é o momento de flexão de plastificação por unidade de comprimento da placa de espessura t, definido como

$$M_p = \frac{\sigma_0 t^2}{4} \quad (3.39)$$

Existem seis casos que são esquematicamente apresentados na Figura 3.30.

Em cálculos de *crash* há interesse na região de pós-flambagem. Os casos de interesse são os apresentados na Figura 3.30 (c) e (f).

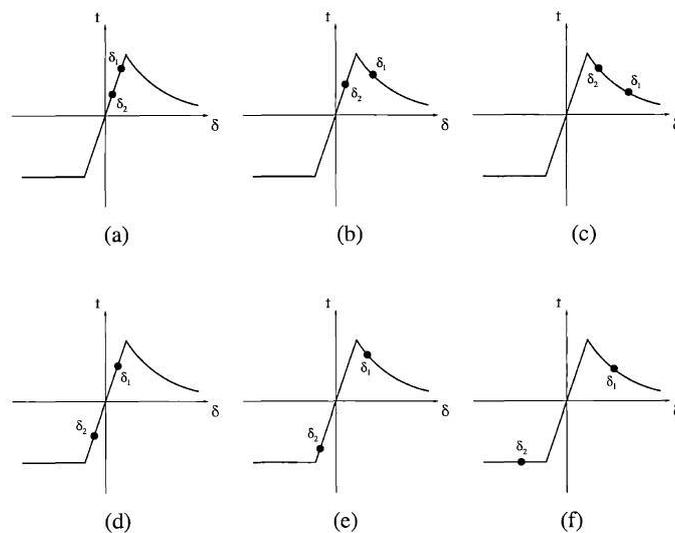


Figura 3.30 - Possíveis casos

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 2001)

A força total desenvolvida na seção pode ser obtida para a situação de ambos em compressão (caso c) como

$$F = f_1 + f_2 = \frac{C}{\sqrt{\frac{\delta_1}{H}}} + \frac{C}{\sqrt{\frac{\delta_2}{H}}} \quad (3.40)$$

e o momento

$$M = \frac{b_{eff}}{2}(f_1 - f_2) \quad (3.41)$$

Para a condição da Figura 3.30 (f) com  $f_1$  em compressão e  $f_2$  em tração

$$F = f_1 + f_2 = \frac{C}{\sqrt{\frac{\delta_1}{H}}} - \sigma_0 A \quad (3.42)$$

e para o momento

$$M = \frac{b_{eff}}{2} f_1 - \frac{b}{2} f_2 \quad (3.43)$$

Kim (2001) apresenta uma equação para a definição do valor máximo de força e momento em função do valor da constante  $\eta$  que são dadas por

$$N = f_1 + f_2 = 2\sigma_u A \frac{1}{1+\eta} \quad (3.44)$$

$$M = \frac{b_{eff}}{2}(f_1 - f_2) = \frac{b_{eff}}{2}(2\sigma_u A) \frac{\eta}{1+\eta} \quad (3.45)$$

Quando  $\eta = 0$  (compressão pura) ou  $\eta = \infty$  (flexão pura), a expressão para força máxima  $N_0$  e momento máximo  $M_0$  fica

$$N_0 = 2\sigma_u A \quad (3.46)$$

$$M_0 = \frac{b_{eff}}{2}(2\sigma_u A) \quad (3.47)$$

### 3.3 Sistemas Multicorpo

Um sistema multicorpo (AMBRÓSIO, 2001) é uma coleção de corpos rígidos ou flexíveis conectados por juntas cinemáticas (juntas esféricas, juntas translacionais, molas), como mostrado na Figura 3.31. Esses sistemas são complexos arranjos de subsistemas mecânicos e estruturais com diferentes propósitos de projeto e comportamento mecânico. Estruturas podem se comportar como sistemas multicorpo devido a grandes rotações ou porque desenvolvem mecanismos de deformação definidos, como em aplicações de capacidade de absorção de

impacto. Baseado em dinâmica de corpos rígidos, um sistema de deformações pode ser descrito utilizando modelos de deformações substitutos, como, por exemplo, elementos de mola-amortecedor. Para atender a esses objetivos sistemas multicorpo têm sido utilizados com os componentes feitos de elementos esbeltos, tais como vigas. A vantagem desses procedimentos está nos mecanismos simples associados com eles e no pequeno número de parâmetros requeridos para descrever o comportamento estrutural, que é caracterizado por rigidezes substitutas. Esse fato torna o método da rigidez substituta adequado para a otimização de projeto de sistemas multicorpo flexíveis em dinâmica veicular e capacidade de absorção de impacto. Metodologias para descrever efeitos de flexibilidade, tais como a aproximação por segmentos finitos ou a técnica de rótulas plásticas, representam esses métodos. O método dos segmentos finitos e a técnica das rótulas plásticas são incapazes de descrever os efeitos que resultam do carregamento em diferentes direções. Esses métodos assumem que os mecanismos de deformação são conhecidos de antemão, sendo esta, sem dúvida, uma limitação importante dessa forma de trabalho. Entretanto, quando utilizados com cuidado, esses métodos se constituem numa boa ferramenta de projeto para os estágios iniciais do processo de *design*. Outra vantagem do método de aproximação por rótulas plásticas é que permite ao analista incluir no modelo multicorpo do modelo estrutural ou biomecânico informações estruturais obtidas por meio de procedimentos experimentais, método dos elementos finitos (MEF) ou qualquer outro.

A presença de juntas cinemáticas restringe o movimento relativo entre corpos adjacentes, reduzindo o número de graus de liberdade do sistema. Por exemplo: o número de graus de liberdade relativos entre dois corpos conectados por juntas esféricas é três; para juntas de revolução o número de graus de liberdade relativos é um; para juntas universais este número é dois.

Um caminho natural para descrever efeitos de flexibilidade é assumir formas específicas de deformação para os componentes flexíveis, modelando as deformações através de elementos de mola linear ou não linear. Num sistema estrutural de deformações lineares, o método dos segmentos finitos utiliza esta ideia para modelar componentes de um sistema multicorpo esbeltos feitos com barras ou vigas. No método das rótulas plásticas é utilizado este mesmo princípio para modelar o sistema de deformações não lineares.

No método dos segmentos finitos para modelar sistemas flexíveis multicorpo utilizam-se componentes flexíveis feitos de componentes esbeltos, tais como barras ou vigas de sistemas estruturais de ônibus ou caminhões. Neste caso, cada componente esbelto pode ser modelado como uma coleção de corpos rígidos conectados por molas lineares, como mostrado na Figura 3.32. Essas molas, representando propriedades axiais, de flexão ou torção das vigas, capturam a

flexibilidade do componente inteiro.

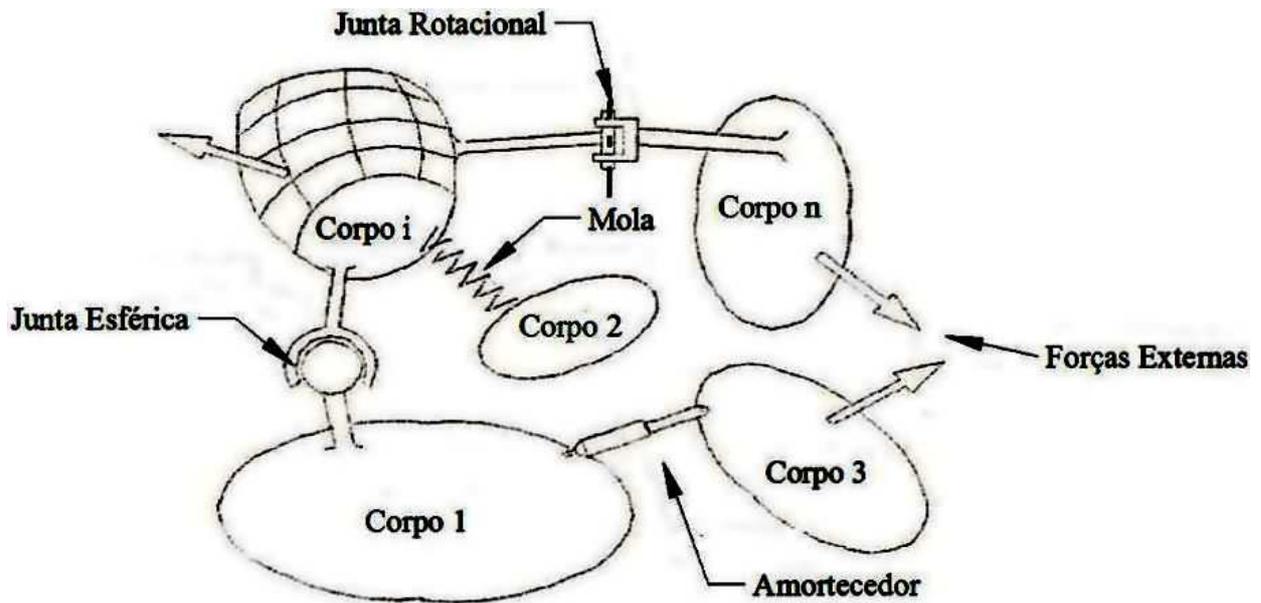


Figura 3.31 - Sistema multicorpo

(Fonte: Ambrósio et al., 2001a)

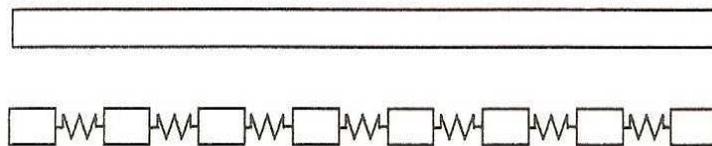


Figura 3.32 - Componentes esbeltos e seu modelo de segmentos finitos

(Fonte: Ambrósio et al., 2001a)

Doze deslocamentos generalizados estão associados com cada segmento finito, três translações e três rotações em cada extremidade. Quando as vigas se deformam, os sistemas de referência vinculados aos corpos rígidos usados no modelo rotacionam e translacionam um em relação ao outro. Então, os deslocamentos relativos entre as extremidades de segmentos adjacentes podem ser facilmente calculados.

Forças e momentos aplicados aos corpos rígidos podem ser calculados a partir dos deslocamentos e rotações relativos das extremidades, assumindo-se que cada dois corpos adjacentes são conectados por molas e, eventualmente, por amortecedores. Para este propósito para cada corpo rígido existem elementos de deformação vinculados a cada extremidade, como mostrado na Figura 3.33. As características dessas molas são relacionadas com as propriedades do material e a geometria dos componentes do sistema. Na Figura 3.33,  $K$  representa a rigidez do elemento.

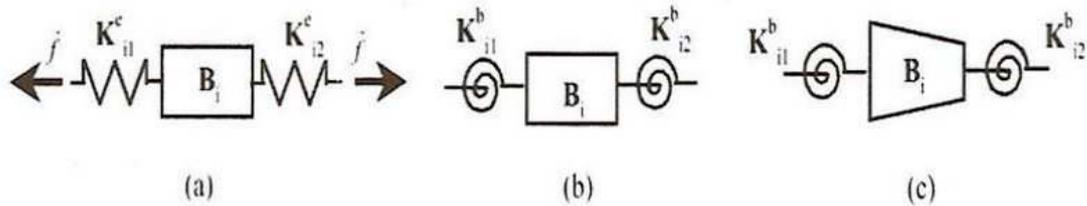


Figura 3.33 - Segmentos finitos e suas combinações: a) extensional reto; b) flexão; c) flexão inclinada

(Fonte: Ambrósio et al., 2001a)

Em muitas situações de impacto, os membros estruturais individuais são sobrecarregados, principalmente em flexão, originando deformações plásticas em regiões altamente localizadas, chamadas rótulas plásticas. Essas deformações se desenvolvem em pontos onde os máximos momentos de flexão ocorrem em pontos de aplicação de carga, juntas ou regiões fracas da estrutura. Portanto, para muitas situações práticas sua localização pode ser prevista antecipadamente. Modelos multicorpo obtidos com este método são relativamente simples, o que torna o procedimento adequado para os estágios iniciais do projeto de um veículo. Essa metodologia é conhecida na indústria automotiva, naval e aeroespacial como modelamento conceitual.

O conceito de rótula plástica foi desenvolvido utilizando elementos de mola generalizados para representar as características constitutivas da deformação plástica localizada de vigas e juntas cinemáticas para controlar a deformação cinemática, como ilustrado na Figura 3.34.

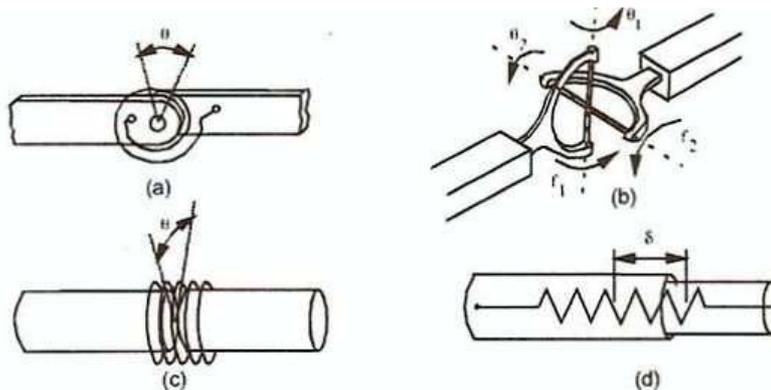


Figura 3.34 - Modelos de rótulas plásticas para diferentes condições de carregamento: a) um eixo de flexão; b) flexão com dois eixos; c) Torção; d) Axial

(Fonte: Ambrósio et al., 2001a)

As características do sistema mola-amortecedor que descreve as propriedades da rótula plástica são obtidas por meio de testes experimentais dos componentes, análise de elementos finitos não linear ou métodos analíticos simplificados. Para uma rótula plástica de flexão a

rigidez da mola é expressa como uma função da mudança do ângulo relativo entre dois corpos adjacentes conectados pela rótula plástica, como mostrado na Figura 3.35.

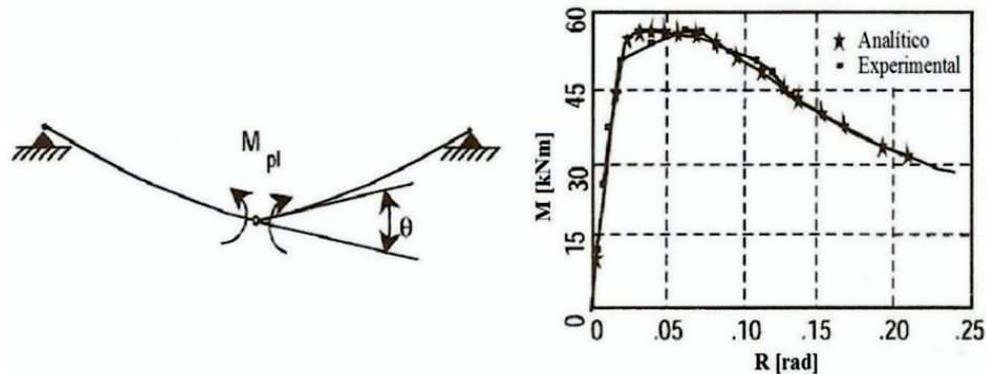


Figura 3.35 - Momento de flexão da rótula plástica e sua relação constitutiva  
(Fonte: Ambrósio, 2001)

O típico relacionamento constitutivo torque-ângulo mostrado na Figura 3.35 é encontrado baseado no modelo de amassamento cinemático para o caso de uma seção transversal tubular. Este modelo pode ser modificado levando em conta as propriedades elastoplásticas dos materiais, incluindo encruamento por deformação e sensibilidade à razão de deformação para alguns materiais.

### 3.4 Flambagem local

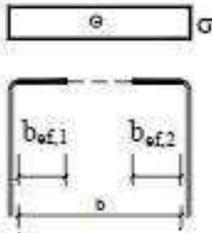
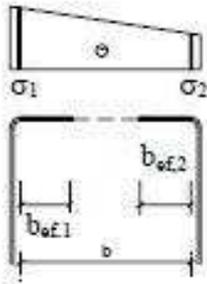
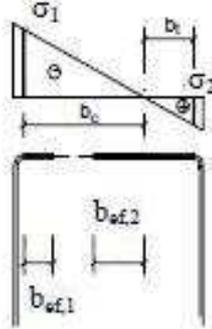
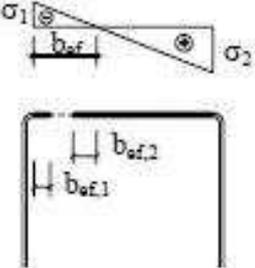
O projeto de norma de revisão da NB-14762 (2001), que trata do dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio, tem como base o método dos estados limites e estabelece princípios gerais para o dimensionamento de perfis estruturais de aço formados a frio, constituídos por chapas ou tiras de aço-carbono ou aço de baixa liga, com espessura máxima igual a 8 mm, conectados por parafusos ou soldas e destinados a estruturas de edifícios. Esta norma também pode ser empregada para o dimensionamento de outras estruturas, além de edifícios, desde que sejam consideradas as particularidades de cada tipo de estrutura. Esta norma define que a flambagem local de elementos total ou parcialmente comprimidos deve ser considerada por meio de larguras efetivas, calculadas conforme:

a) **cálculo de resistência:** para o cálculo da resistência de perfis formados por elementos esbeltos, deve ser considerada a redução de sua resistência provocada pela flambagem local. Para isso, devem ser calculadas as larguras efetivas  $b_{ef}$  dos elementos da seção transversal que se encontrem total ou parcialmente submetidos a tensões normais de compressão, conforme descrito a seguir:

- Todos os elementos com bordas vinculadas (elemento plano com as duas bordas

vinculadas a outros elementos na direção longitudinal do perfil denominados elementos AA) indicados na Tabela 3.1 .

Tabela 3.1 - Largura efetiva e coeficientes de flambagem local para elementos AA

Caso a		$\psi = \sigma_2 / \sigma_1 = 1,0$ $k = 4,0$
Caso b		$0 \leq \psi = \sigma_2 / \sigma_1 < 1,0$ $b_{ef,1} = b_{ef} / (3 - \psi)$ $b_{ef,2} = b_{ef} - b_{ef,1}$ $k = 4 + 2(1 - \psi) + 2(1 - \psi)^3$
Caso c	 <p data-bbox="517 1473 922 1541">Nota: a parte tracionada deve ser considerada totalmente efetiva</p>	$-0,236 < \psi = \sigma_2 / \sigma_1 < 0$ $b_{ef,1} = b_{ef} / (3 - \psi)$ $b_{ef,2} = b_{ef} - b_{ef,1}$ $k = 4 + 2(1 - \psi) + 2(1 - \psi)^3$
Caso d	 <p data-bbox="533 1899 906 1966">Nota: a parte tracionada deve ser considerada totalmente efetiva</p>	$\psi = \sigma_2 / \sigma_1 \leq -0,236$ $b_{ef,1} = b_{ef} / (3 - \psi)$ $b_{ef,2} = 0,5b_{ef}$ <p data-bbox="1038 1832 1289 1865">sendo <math>b_{ef,1} + b_{ef,2} \leq b_c</math></p> $k = 4 + 2(1 - \psi) + 2(1 - \psi)^3$

$$b_{ef} = [b(1 - 0.22 / \lambda_p)] / \lambda_p \quad (3.48)$$

onde:

b é a largura do elemento;

$\lambda_p$  é o índice de esbeltez reduzido do elemento, definido como

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \quad (3.49)$$

Para  $\lambda_p \leq 0.673$  a largura efetiva é a própria largura do elemento;

t é a espessura do elemento;

k é o coeficiente de flambagem local, a ser calculado de acordo com a Tabela 3.1;

$\sigma$  é a tensão normal de compressão;

$b_c$  é o comprimento da parte comprimida;

$b_t$  é o comprimento da parte tracionada.

A tensão normal de compressão, para cada elemento total ou parcialmente comprimido, é a máxima tensão de compressão, calculada para a seção efetiva, que ocorre quando a seção atinge o escoamento.

## 4 DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTAS

Neste capítulo se apresenta, primeiramente, a metodologia proposta para representar estruturas submetidas a forças de impacto. A estrutura é representada por barras flexíveis unidas por meio de conexões não lineares governadas por curvas características. A seguir se explica com detalhes como foram obtidas as curvas características que governam o comportamento das uniões entre barras quando submetidas a esforços isolados (esforços normais e momento fletor) e a interação entre eles. Finalizando, apresenta-se a forma de aplicar as ferramentas desenvolvidas no âmbito da otimização estrutural.

### 4.1 Ferramenta proposta de modelo simplificado de análise

Neste trabalho modelos simplificados substitutos da estrutura real são montados com elementos rígidos e/ou elásticos/elastoplásticos unidos por meio de juntas esféricas e translacionais, formando um modelo simplificado de barras da estrutura que se deseja analisar, utilizando o procedimento computacional apresentado por Dias de Meira, Walber e Iturrioz (2006). Nesta seção se apresentam as metodologias para simulação de juntas translacionais e rotacionais e a interação entre as duas através de modelos simples de barras, bem como uma avaliação do comportamento de estruturas de barras modeladas utilizando juntas translacionais e esféricas onde ocorrem interação entre compressão e flexão.

#### *Juntas translacionais*

As juntas translacionais utilizadas são as apresentadas na Figura 4.1, disponíveis no sistema Ls-Dyna (1999) através dos comandos “constrained\_joint\_cylindrical” e “constrained\_joint\_stiffness\_translational”.

Um exemplo de como são utilizadas as juntas translacionais é apresentado na Figura 4.2. Utilizando elementos de vigas do tipo Hughes-Liu (LS-DYNA, 1999), a viga é dividida em quatro elementos. O elemento de número 1 impacta contra a parede e é feito de material elástico; os elementos número 2 e 3 são feitos de material rígido e o número 4, de material elástico. Os elementos 2 e 3 representam a junta translacional, podendo um passar sobre o outro, de forma semelhante ao que acontece num elemento do tipo amortecedor, como mostrado na Figura 4.1. A parede rígida avança contra o tubo com uma velocidade  $V$ .

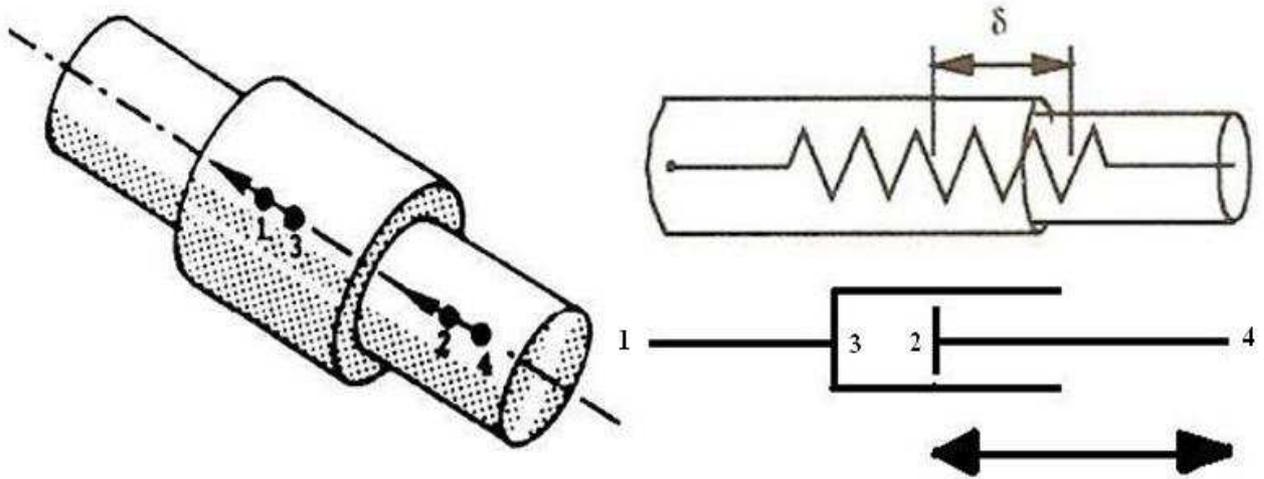


Figura 4.1- Junta translacional

(Fonte: *Ls-Dyna*, 1999)

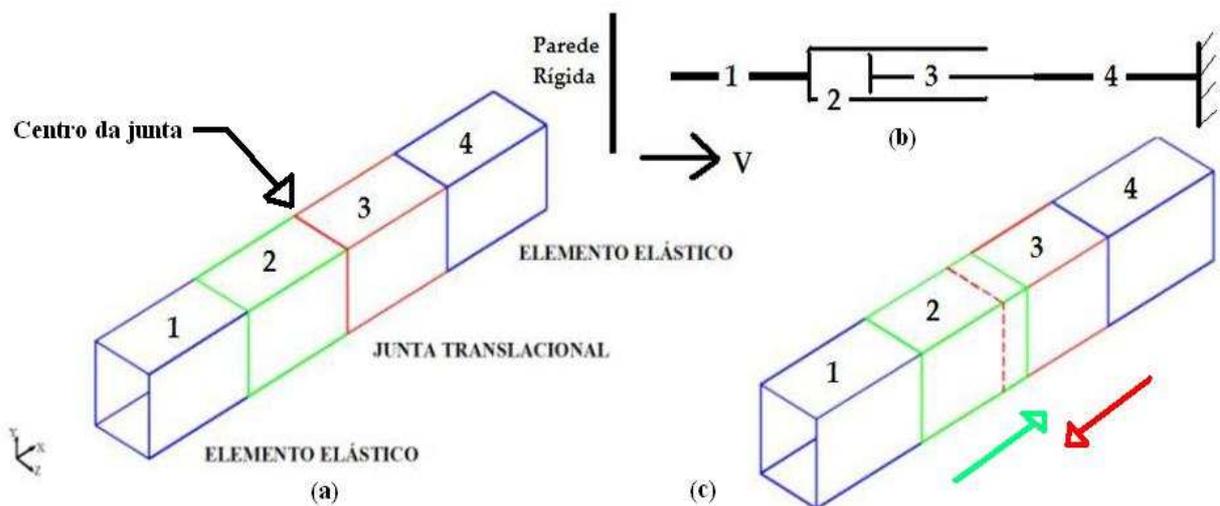


Figura 4.2- Junta translacional (a) Estrutura indeformada; (b) Esquema; (c) Estrutura deformada

A junta translacional tem sua relação constitutiva fornecida por meio de uma curva Força *versus* Deslocamento não linear, como mostrado na Figura 4.3 (curva MEF). Na Figura 4.3 se apresentam a resposta obtida ao impactar um modelo em elementos finitos de casca que representa um tubo de parede fina sobre uma parede rígida (Figura 4.2) e a resposta da junta translacional aqui apresentada na Figura 4.3 (curva simplificada).

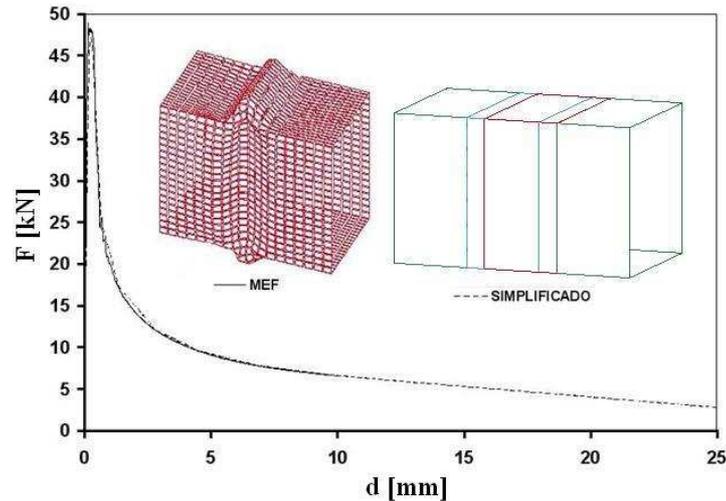


Figura 4.3- Comparação da relação Força axial aplicada  $F$  vs Deslocamento axial  $d$ , entre a curva fornecida como característica de rigidez da junta obtida por MEF e a gerada como resposta pelo modelo simplificado

### *Juntas esféricas*

As juntas esféricas utilizadas são apresentadas na Figura 4.4 (d), disponível na biblioteca de elementos do sistema *software* Ls-Dyna (1999) através dos comandos “constrained\_joint\_spherical” e “constrained\_joint\_stiffness\_generalized”.

A Figura 4.4 representa o modelo simplificado de uma viga que impacta contra um obstáculo rígido na sua parte central, de forma a sofrer flexão pura, e apresenta a metodologia de utilização das juntas esféricas. A discretização é realizada utilizando-se elementos de vigas do tipo Hughes-Liu com integração da seção transversal (LS-DYNA, 1999), material rígido, indicados com números 1 e 3 na Figura 4.4 (b). A junta esférica é indicada com o número 2 na Figura 4.4 (b). Na Figura 4.4 (a) é apresentada uma vista frontal do tubo e do obstáculo (bloco rígido fixo) contra o qual a viga impacta com velocidade  $V$ . A Figura 4.4 (c) apresenta a deformada, podendo ser visualizada a rotação sofrida pela viga.

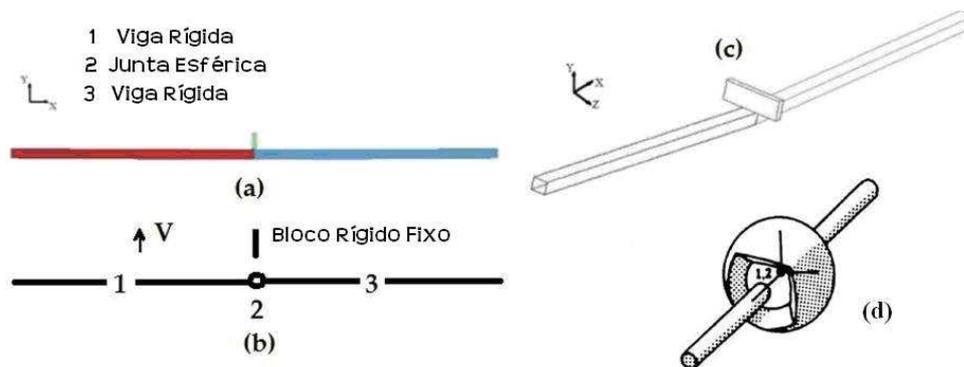


Figura 4.4- Modelo simplificado de viga impactando contra obstáculo rígido (a) Vista frontal; (b) Esquema; (c) Deformada; (d) Junta esférica

A junta esférica tem sua relação constitutiva fornecida por meio de uma curva Momento *versus* Rotação da junta, como mostrado na Figura 4.5 (curva MEF).

Na Figura 4.5 apresenta-se a resposta obtida ao impactar um modelo de elementos finitos que representa um tubo retangular de parede fina sobre um obstáculo rígido que induz uma flexão e a resposta do modelo simplificado empregando a junta esférica, como apresentado na Figura 4.4. As duas curvas da Figura 4.5 são praticamente coincidentes, o que demonstra a correta aplicação da metodologia proposta neste trabalho. A seguir se apresenta um exemplo que demonstra a modelagem de estruturas de barras utilizando esses dois tipos de juntas, translacional e esférica, com o objetivo de ilustrar como a utilização dessas captura o comportamento do tubo sob a combinação de esforços de compressão e flexão e como ocorre a interação entre esses esforços.

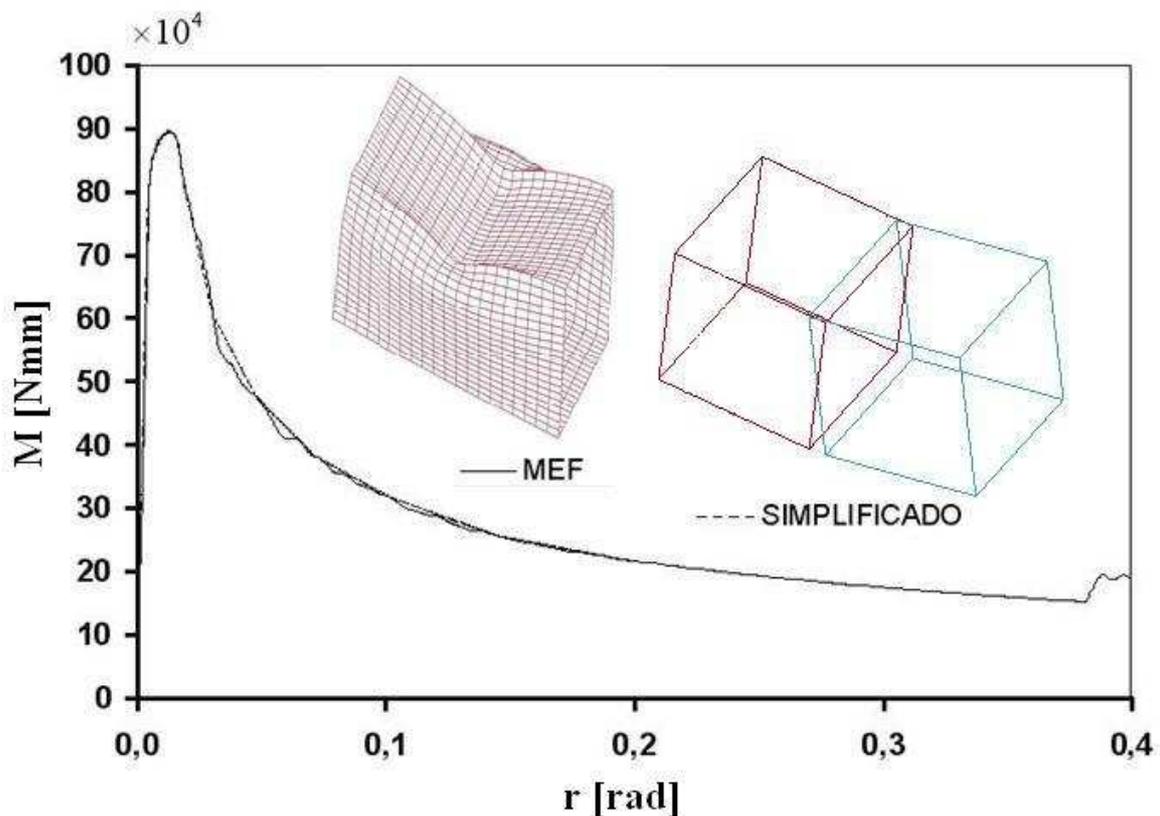


Figura 4.5- Comparação da relação Momento aplicado  $M$  vs rotação  $r$ , entre a curva fornecida como característica de rigidez da junta obtida por MEF e a gerada como resposta pelo modelo simplificado

#### ***Simulação de juntas translacionais e esféricas em interação – compressão e flexão***

Para simular a interação entre os esforços de compressão e flexão reproduz-se o problema da Figura 3.17, utilizando para tal um tubo de seção quadrada com largura  $b = 60 \text{ mm}$  e  $t = 2 \text{ mm}$ , conforme apresentado na Figura 4.6. Os tubos são feitos de aço de baixo carbono com módulo de

elasticidade longitudinal  $E = 2.07 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ , tensão de escoamento inicial  $\sigma_y = 240 \text{ N/mm}^2$ , material elastoplástico perfeito, com coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ . A largura de cada tubo é composta por elementos com tamanho  $5 \times 5 \text{ mm}$ . Foi utilizado o elemento de casca de 4 nós corrotacional Hughes-Liu (LS-DYNA, 1999) utilizando dois pontos de integração (Figura 4.6 (a)). Para aplicar as velocidades prescritas se consideram todos os nós da extremidade superior vinculados a um corpo rígido, tornando, assim, as condições mais próximas possíveis às que ocorreriam no caso de um elemento de viga submetido a esforço normal e momento fletor aplicados simultaneamente, tal qual já apresentado na Figura 3.17. A Figura 4.6(b) apresenta o modelo simplificado, que é composto por cinco elementos de viga, dois elementos elásticos (E) e três elementos rígidos (R). O ângulo  $\varphi = 30^\circ$ ,  $v = 1000 \text{ mm/s}$  e  $w = 25.66 \text{ rad/s}$  são utilizados. O valor de  $w$  é obtido pela equação (3.25).

As Figuras 4.7 e 4.8 apresentam uma superposição das curvas obtidas por MEF e fornecidas como dados de entrada, representando as características de rigidez das juntas translacionais e esféricas com as curvas obtidas como resposta no modelo simplificado como reação no corpo rígido, que está vinculada à parte superior do tubo (prisma azul).

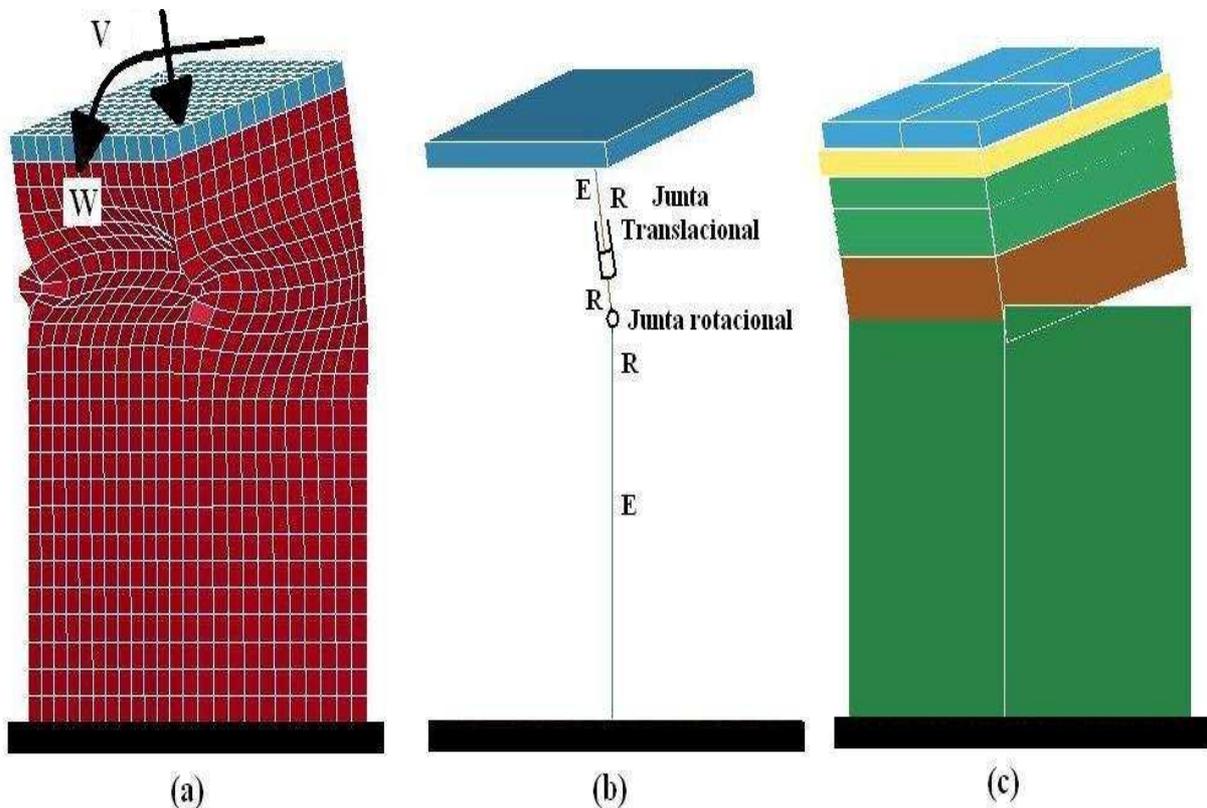


Figura 4.6- Modelo de casca e modelo simplificado (a) Casca; (b) Simplificado estilo unifilar; (c) Simplificado estilo prisma tridimensional

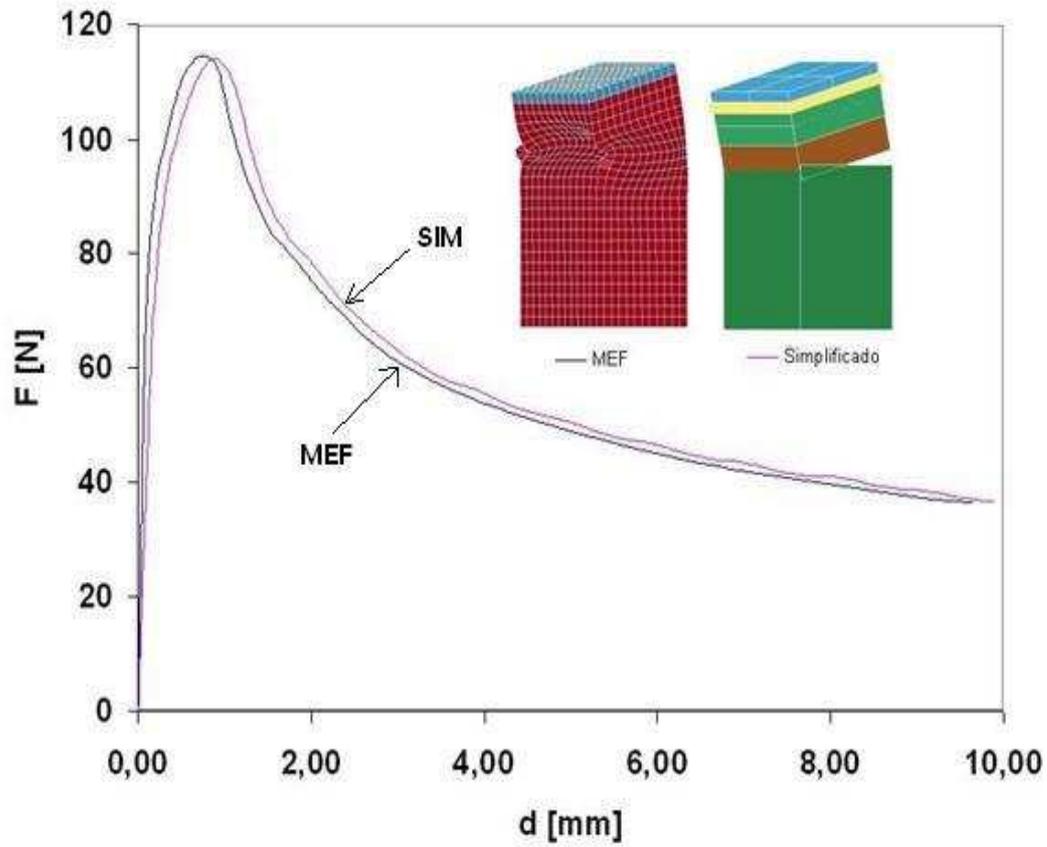


Figura 4.7- Comparação curvas Força *versus* Deslocamento

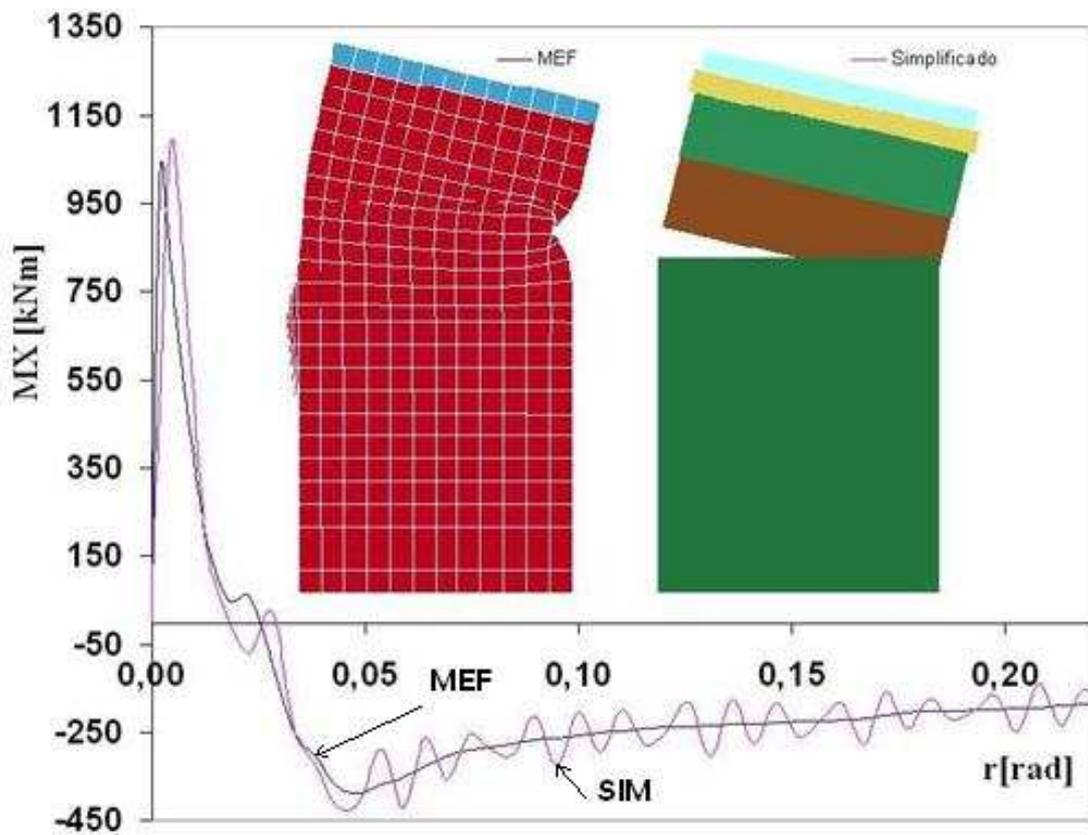


Figura 4.8- Comparação curvas Momento *versus* Rotação

Pode-se observar nas Figuras 4.7 e 4.8 uma boa aproximação entre as curvas obtidas utilizando MEF e as curvas obtidas utilizando o modelo simplificado. Em razão da existência da interação entre os esforços de compressão e flexão, existe apenas uma aproximação entre os resultados, não se reproduzindo a precisão encontrada nas Figuras 4.3 e 4.5, onde havia atuação de somente um esforço sem a interação. No entanto, deve-se observar que a escala utilizada (deslocamento em milímetros e forças em Newton) e a plotagem apresentada (deslocamento até 10 mm e rotação até 0.2 radianos) apresentam as curvas com uma ampliação grande, quando comparada com o campo de deslocamentos e rotações que ocorrem em problemas de impacto, que são de ordem de 10 a 100 vezes maior.

### *Estruturas onde ocorre interação entre compressão e flexão*

A seguir se avalia o comportamento de uma estrutura construída por barras unifilares discretizada com elementos de barra e juntas translacionais e esféricas, utilizada como absorvedor de impacto frontal em vagões de trem, identificando as principais características da metodologia empregada. A Figura 4.9 apresenta um exemplo do modelo simplificado.

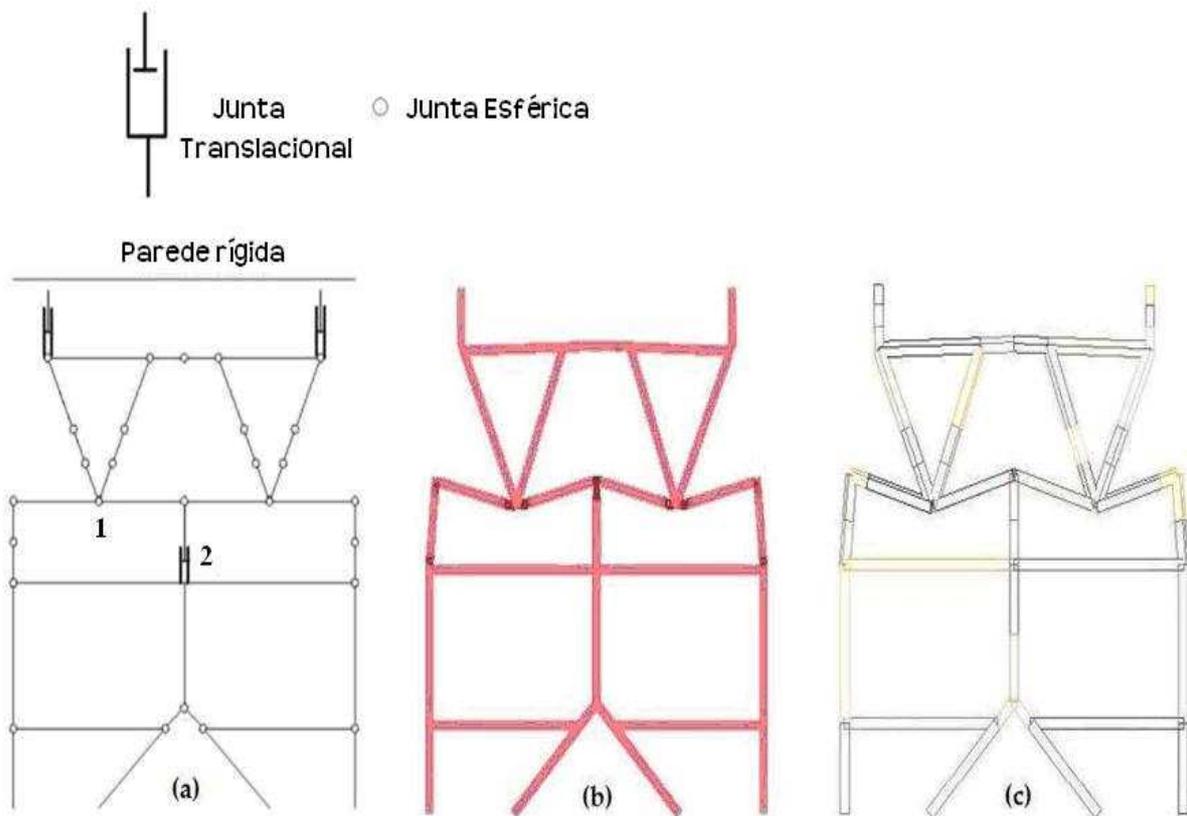


Figura 4.9- (a) Modelo simplificado; (b) Deformada do modelo de MEF; (c) Deformada modelo Simplificado

Comentam-se a seguir algumas das características do modelo.

### ***I - Oscilações indesejáveis nos resultados***

A Figura 4.9(a) apresenta um modelo formado por vigas rígidas, vigas elásticas e juntas rotacionais e translacionais. A Figura 4.9(c) apresenta a deformada obtida utilizando-se o *software* Ls-Dyna para o modelo simplificado no modo de visualização de prismas (3-D). O objetivo de apresentar esta figura aqui é ilustrar a metodologia de escolha da localização das juntas, bem como visualizar sua ação. Nem todas as juntas atuaram com a mesma intensidade, ou seja, o nível de sollicitação em flexão ou compressão para as diferentes juntas é diferente. Para que consigamos o melhor desempenho do modelo simplificado, faz-se necessário o conhecimento prévio das regiões onde ocorrerão as rótulas plásticas, nas quais deve ser colocada uma junta esférica, e das regiões onde predominam os efeitos de amassamento por compressão, em que deve ser colocada uma junta translacional.

Em virtude do diferente nível de sollicitação de cada junta, é conveniente avaliar, após uma primeira análise do modelo, o valor real do ângulo  $\varphi$  em cada junta (ver equação 3.25 e Figura 3.17). A Figura 4.10 apresenta a variação do ângulo  $\varphi$  com o tempo para uma estrutura sollicitada com interação de flexão e compressão semelhante à apresentada na Figura 4.9. A junta rotacional indicada na Figura 4.10 (a) e (b) corresponde à posição indicada com o número 1 na Figura 4.9 (a). A indicada com o número 2 corresponde à da Figura 4.10 (c) e (d).

Observa-se nas Figuras 4.10 (a) até (d) uma característica de oscilação (vibração) do valor do ângulo  $\varphi$  com o tempo de realização do evento. Segundo Aparício Sánchez (2001), esse efeito pode ser justificado em virtude de os modelos de MEF de estruturas semelhantes à em estudo possuem um grande número de graus de liberdade por terem muitos nós para discretizar o sistema. Dessa forma, enquanto alguns nós estão se deslocando livremente, outros estão entrando em contato ou rotacionando, provocando um forte movimento relativo entre os nós. Assim, enquanto o centro de massa se desloca de maneira suave, os demais nós podem estar vibrando bastante. Outra justificativa deve-se ao algoritmo de contato, que considera uma distância de tolerância ao detectar penetração de nós ou superfícies. Um nó dentro da zona de tolerância é considerado em contato, mesmo que isso não aconteça geometricamente. Também, devido ao algoritmo de integração no tempo utilizado pelo programa de elementos finitos ser explícito, são necessários intervalos de tempo  $\Delta t$  extremamente pequenos para diminuir o efeito de oscilação. O passo do tempo precisa ser menor do que o tempo necessário para que um sinal atravesse o menor elemento na velocidade do som e é dado por

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c} = \frac{\Delta x}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} = \frac{85}{\sqrt{\frac{210000}{7.85E-09}}} = 1.64E-05 \quad (4.1)$$

onde para o problema em questão o menor elemento de viga utilizado tem o comprimento de 85 mm, módulo de elasticidade  $E=210000 \text{ N/mm}^2$  e a densidade do material  $\rho=7.85E-09 \text{ t/mm}^3$ . Por segurança, o LS-DYNA utiliza um valor inferior ao calculado ( $1.27E-05 \text{ s}$ ). O LS-DYNA calcula automaticamente o valor do passo de tempo necessário e aplica uma margem de segurança reduzindo-o. O mesmo programa também permite que o usuário escolha o número de pontos para saída dos arquivos gráficos que são armazenados, neste caso num arquivo de saída chamado *nodout*.

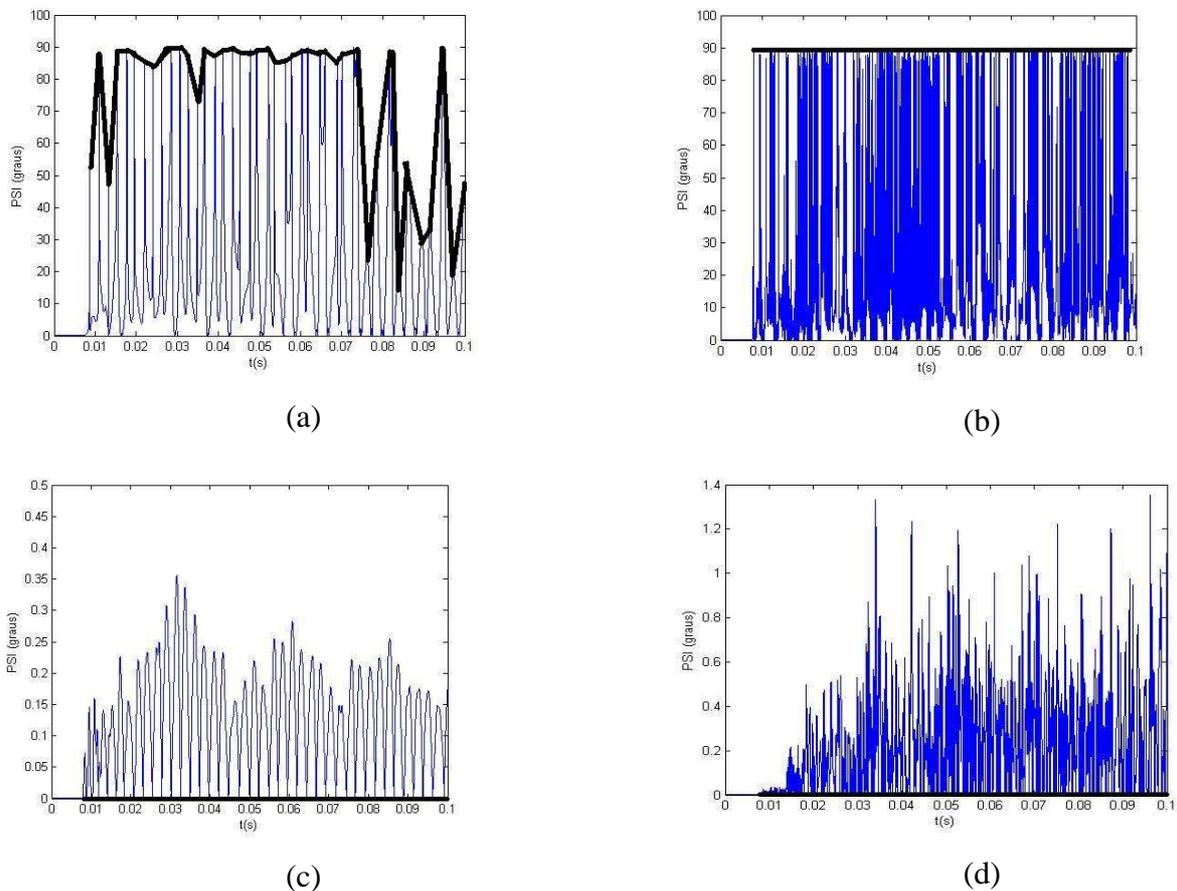


Figura 4.10 - (a) Junta rotacional (7830 pontos); (b) Junta rotacional (78730 pontos); (c) Junta translacional (7830 pontos); (d) Junta translacional (78730 pontos)

Outra justificativa para o efeito de oscilação pode ser visualizada na Figura 4.6 e 4.8. A posição geométrica relativa entre as juntas rotacionais e translacionais pode produzir efeitos indesejados de interação entre os esforços, uma vez que a ação de uma junta pode interferir com a atuação da outra de forma mecânica, como pode ser observado na Figura 4.6 (b). Outro efeito a ser considerado é que um elemento linearmente carregado pode funcionar como uma mola não

amortecida e sua massa vibrar livremente em torno da posição do deslocamento médio, com o deslocamento máximo sendo atingido a cada ciclo.

As Figuras 4.10(a), (b), (c) e (d) ilustram o efeito da utilização do valor de  $\Delta t$  recomendado pelo programa (1.27E-05 s) em comparação com um fornecido ao programa com valor dez vezes menor (1.27E-06 s), utilizando-se na plotagem todos os pontos gerados pelo programa (é adotado o mesmo valor de intervalo de tempo para o arquivo de saída *nodout*). Observa-se que, à medida que o intervalo de tempo diminui, a oscilação do ângulo  $\phi$  diminui também, o que é mostrado pela linha cheia preta, que indica os ângulos que realmente ocorrem, desconsiderada a oscilação. Nas Figuras 4.10(a) e (b) são apresentadas a variação do ângulo  $\phi$  com o tempo. A linha grossa cheia une os pontos de pico, que são os valores reais do ângulo  $\phi$  para as juntas rotacionais, descontado o efeito das oscilações produzidas pela vibração. Nas Figuras 4.10(c) e (d) a linha grossa cheia representa os valores de mínimo, que são os valores reais do ângulo  $\phi$  para uma junta translacional, descontado o valor da oscilação por vibrações.

Neste exemplo propõe-se trabalhar com aproximações de  $5^\circ$  para o valor do ângulo  $\phi$ , de tal forma que para a junta rotacional da Figura 4.10 (a) e (b) o valor adotado para  $\phi$  é  $90^\circ$ . Para a junta translacional da Figuras 4.10 (c) e (d) o valor do ângulo  $\phi$  é  $0^\circ$ . Para efeitos de aumentar a velocidade do programa, pode-se trabalhar com um número de pontos de plotagem menor (número de pontos escritos nos arquivos *nodout*), uma vez que se utilizam como regra o valor máximo do ângulo para juntas rotacionais e o valor mínimo para juntas translacionais, sem perda de precisão, como pode ser deduzido pela observação das Figuras 4.10 (a) até (d).

Outra possibilidade para reduzir o efeito de oscilação é a utilização de amortecimento. O *software* LS-DYNA (1999) possibilita a utilização de coeficientes de amortecimento através da função “constrained\_joint\_spherical”, por meio da qual é possível aplicar o valor do coeficiente de amortecimento. Fornecendo certa quantidade de amortecimento nas juntas, consegue-se uma redução apreciável nas oscilações.

Cabe ressaltar que as oscilações são uma característica do Método dos Elementos Finitos quando representando o fenômeno de impacto. Apresenta-se a análise da estrutura com o intervalo de tempo realizado pelo *software* e dez vezes menor para ilustrar que a metodologia de retirar o valor máximo (para juntas esféricas) e o valor mínimo (para juntas translacionais) sempre vai retirar um valor correto, já que o número de pontos gerados é muito grande. Na prática, para reduzir o tempo computacional tem-se trabalhado com apenas 51 pontos para o arquivo de saída e com o intervalo de tempo calculado pelo programa, obtendo o valor correto para o ângulo  $\phi$ , da mesma ordem de grandeza dos obtidos utilizando o número total de pontos.

## ***II - Nível de solicitação diferente entre as juntas***

Outro aspecto importante a considerar é o diferente nível de solicitações de cada junta. Uma vez que as juntas são solicitadas de maneira diferente e devido à posição na geometria ocupada pela junta implicar diferentes solicitações de compressão e flexão e, conseqüentemente, em uma interação desses esforços diferentes com diferentes ângulos  $\varphi$ , ocorrem alterações significativas nas curvas que descrevem a rigidez do tubo em termos de Força *versus* Deslocamento e Momento *versus* Rotação.

Por essa razão, faz-se necessária uma reavaliação do valor do ângulo  $\varphi$  após uma primeira análise utilizando o valor do ângulo de transição (valor médio). Para um melhor entendimento do fenômeno físico pode-se imaginar a estrutura como um mecanismo (“mecano”) de barras composto por barras rígidas unindo as juntas rotacionais e translacionais, que, por sua vez, são conectados por barras elásticas e/ou elastoplásticas. Numa analogia com um “mecano”, para que o mecanismo possa “funcionar” bem precisa estar ajustado, sem folgas. A rigidez das juntas fornecidas através das curvas características para cada ângulo  $\varphi$  faz o ajuste do mecanismo, o que conduz a um “funcionamento” melhor e mais suave, que descreve a resposta da estrutura à solicitação de impacto com mais precisão, uma vez que as barras que unem as juntas rotacionais e/ou translacionais são rígidas.

### ***Metodologia de trabalho utilizada na implementação do modelo simplificado***

Para considerar o efeito das oscilações e vibrações decorrentes do MEF e também a diferença de solicitação de cada junta propõe-se como procedimento de trabalho uma metodologia dividida em quatro etapas de processamento:

1) **Etapa 1:** avaliar o comportamento da estrutura em análise para determinar a localização das juntas rotacionais e translacionais. Não existe, *a priori*, nenhuma regra para determinar a utilização de uma junta esférica ou translacional, bem como a localização das mesmas. Uma das exigências da utilização de sistemas multicorpo é o conhecimento prévio do comportamento aproximado da estrutura quando sob impacto. A posição das rótulas plásticas numa estrutura de um absorvedor de impacto não é difícil de determinar de antemão. Sua determinação pode ser obtida pelo conhecimento em nível qualitativo do comportamento estrutural ou até pela análise prévia da estrutura com um *software* simples de análise de estruturas de barras.

Como aplicação futura, o programa após uma primeira análise, poderia ser dotado da

capacidade de identificar as posições na estrutura em que predomina o amassamento ou a flexão.

2) **Etapa 2:** A estrutura é analisada utilizando-se as curvas de transição ( $\varphi=38.45^\circ$ ) para representar as rigidezes dos tubos que formam um modelo substituto simplificado da estrutura real constituído por barras flexíveis e/ou rígidas unidas por meio de juntas esféricas e translacionais não lineares. A rigidez das juntas esféricas e translacionais não lineares é carregada na forma das curvas características dos tubos de parede fina. Estudos adicionais ainda devem ser realizados para identificar outras possibilidades para o valor do ângulo  $\varphi$  inicial. Neste estágio do trabalho, propomos trabalhar com o valor do ângulo  $\varphi=38.45^\circ$ , que é o ângulo de transição entre compressão dominante e flexão dominante, neste trabalho denominado ângulo médio. No entanto, um estudo adicional deve ainda ser realizado para definir o ângulo  $\varphi$  que produza o melhor resultado, porque o ângulo  $\varphi$  médio caracteriza uma zona de transição entre compressão dominante e flexão dominante, o que acarreta perda de precisão nos resultados. Define-se esta metodologia com o nome MAT (Método do Ângulo de Transição).

3) **Etapa 3:** São retirados do modelo processado na Etapa 2, para os nós onde são colocados as juntas esféricas e translacionais nas velocidades de deslocamento  $v$  e de rotação  $w$ . Com essas velocidades, utilizando a equação (3.25) se calcula o valor de  $\eta$  e, por meio dele, o valor de  $\varphi$  para cada junta. Como o valor do ângulo  $\varphi$  varia com o tempo, a correção vai utilizar o maior valor deste ângulo para as juntas esféricas e o menor valor para as juntas translacionais, verificado durante todo o intervalo de tempo do evento a ser analisado. Pretende-se com esse procedimento contornar o efeito das oscilações indesejáveis características do sistema. Este valor de  $\varphi$  vai ser utilizado para definir a nova curva a ser utilizada na análise da estrutura de barras.

4) **Etapa 4:** A estrutura é analisada novamente, utilizando-se as curvas relativas ao ângulo  $\varphi$  calculadas na Etapa 3 para representar as rigidezes de cada junta. Esta metodologia recebe o nome de MAR (Método do Ângulo Real).

## 4.2 Ferramenta para a obtenção das curvas características

Nesta seção se apresentam metodologias para obtenção de curvas numéricas e analíticas de força *versus* deslocamento e momento *versus* rotação para tubos de parede fina com razão de aspecto  $b/t$  entre 30 e 50.

O material pode ser considerado como elástico perfeitamente plástico com um valor constante de tensão de fluxo  $\sigma_0$ , sendo que a tensão de fluxo para grandes deformações pode ser determinada aproximadamente pela equação (KIM, 2001)

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma_y \sigma_u} \quad (4.2)$$

onde  $\sigma_y$  e  $\sigma_u$  são, respectivamente, a tensão inicial de escoamento e a tensão última.

Como grandes deformações plásticas estão presentes em áreas de grande curvatura, efeitos elásticos poderiam ser negligenciados e  $\sigma_0$  pode ser pensado como uma tensão de fluxo médio. Encruamento por deformação e sensibilidade à taxa de deformação podem ser levados em conta para o presente formalismo à custa de cálculos consideravelmente mais complicados (WIERZBICKI et al., 1994a).

Neste trabalho serão considerados os efeitos elásticos e, inicialmente, apresentam-se equações e procedimentos utilizando a tensão de fluxo  $\sigma_0$  como constante. Na seção seguinte se apresenta uma metodologia para levar em conta o encruamento por deformação e sensibilidade à taxa de deformação.

#### 4.2.1 Determinação das curvas de força e momento utilizando tensão de fluxo constante

Utilizando MEF foram levantadas curvas de forças *versus* deslocamento e momentos *versus* rotação para tubos sob esforço combinado de flexão e compressão para, dessa forma, alimentar as conexões do modelo simplificado. São avaliados tubos de seção 40x40x1.0mm, 40x40x1.2mm, 50x50x1.0mm, 50x50x1.5mm, 60x60x1.5mm, 60x60x2.0mm, 70x70x1.5mm, 70x70x2.0mm, 80x80x1.75mm e 80x80x2.4mm, o que corresponde à faixa  $30 \leq b/t \leq 46.67$ . O comprimento adotado para os tubos é igual a duas vezes a largura da seção transversal. São avaliados o comportamento dos tubos para ângulos  $\varphi=0^\circ$  até  $\varphi=90^\circ$  com variação de  $5^\circ$ .

São realizadas simulações numéricas para os tubos feitos de aço de baixo carbono SAE 1010 com módulo de elasticidade longitudinal  $E = 2.07 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ , tensão de escoamento inicial  $\sigma_y = 180 \text{ N/mm}^2$ , tensão última  $\sigma_u = 320 \text{ N/mm}^2$  (SHIGLEY et al., 2005) e uma tensão de fluxo  $\sigma_0 = 240 \text{ MPa}$ , material elastoplástico perfeito, considerando o coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ . A largura de cada tubo é composta por elementos com tamanho  $5 \times 5 \text{ mm}$ . Foi utilizado o elemento de casca de 4 nós S/R co-rotacional Hughes-Liu (LS-DYNA, 1999). Para aplicar as velocidades prescritas se consideram todos os nós da extremidade superior vinculados a um corpo rígido; desse modo, tornam-se as condições mais próximas possíveis às que ocorreriam no caso de um elemento de viga submetido a esforço normal e momento fletor aplicados simultaneamente. Na Figura 4.11 apresentam-se as configurações deformadas obtidas com o modelo de elementos finitos de casca para diferentes valores de parâmetros medidos em termos do ângulo  $\varphi$ , o que implica diferentes relações entre o esforço normal  $N$  e o momento fletor  $M$ .

As Figuras 4.12 a 4.15 mostram a evolução da força e do momento fletor na seção onde se forma a rótula plástica. A força e o momento são tomados a partir das reações no corpo rígido

vinculado com a seção superior, que são os mesmos verificados na seção mais deformada (rótula plástica).

Para os casos de baixo valor de  $\varphi$ , é observado nas Figuras 4.12 a 4.15 que o amassamento axial é dominante, ao passo que para altos valores de  $\varphi$  o colapso por flexão é dominante.

Foram construídas curvas para ângulos  $\varphi = 0^\circ$  até  $90^\circ$  em intervalos de  $5^\circ$  com o objetivo de determinar as curvas de Força *versus* Deslocamento e Momento *versus* Rotação e também observar a região de transição entre o modo de flexão dominante e de compressão dominante. É possível observar nas Figuras 4.12 a 4.15 uma mudança na forma da curva de Momento Fletor *versus* Rotação e Força *versus* Deslocamento; assim, uma mudança no modo de falha ocorre entre  $\eta = 0.5774$  ( $\varphi = 30^\circ$ ) e  $\eta = 1$  ( $\varphi = 45^\circ$ ) (ver equação 3.25).

Pode-se observar nos gráficos das Figuras 4.12 a 4.15 de Força *versus* Deslocamento e Momento *versus* rotação que existe um padrão de comportamento bem definido para as curvas. A diferença de posição entre as curvas em cada figura ocorre por um fator de escala. Na Figura 4.16 apresenta-se o comportamento do valor da força máxima adimensionalizada ( $F_{\max}/F_0$ ) verificada durante o evento de amassamento e flexão em função do ângulo  $\varphi$ . Pode ser observado na Figura 4.16 que existe um padrão de comportamento para as diferentes seções de tubos avaliadas.

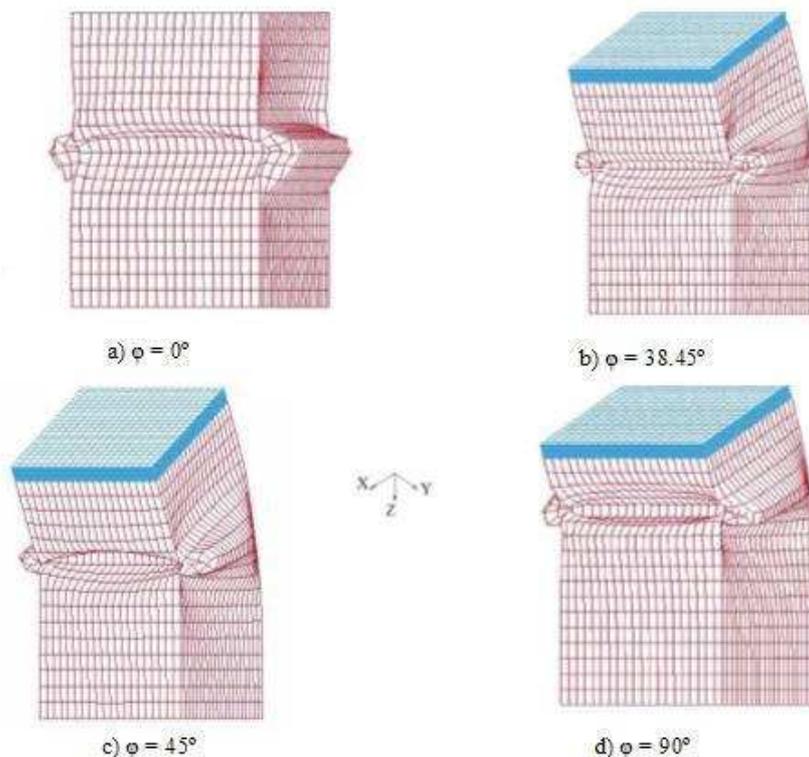


Figura 4.11- Deformadas

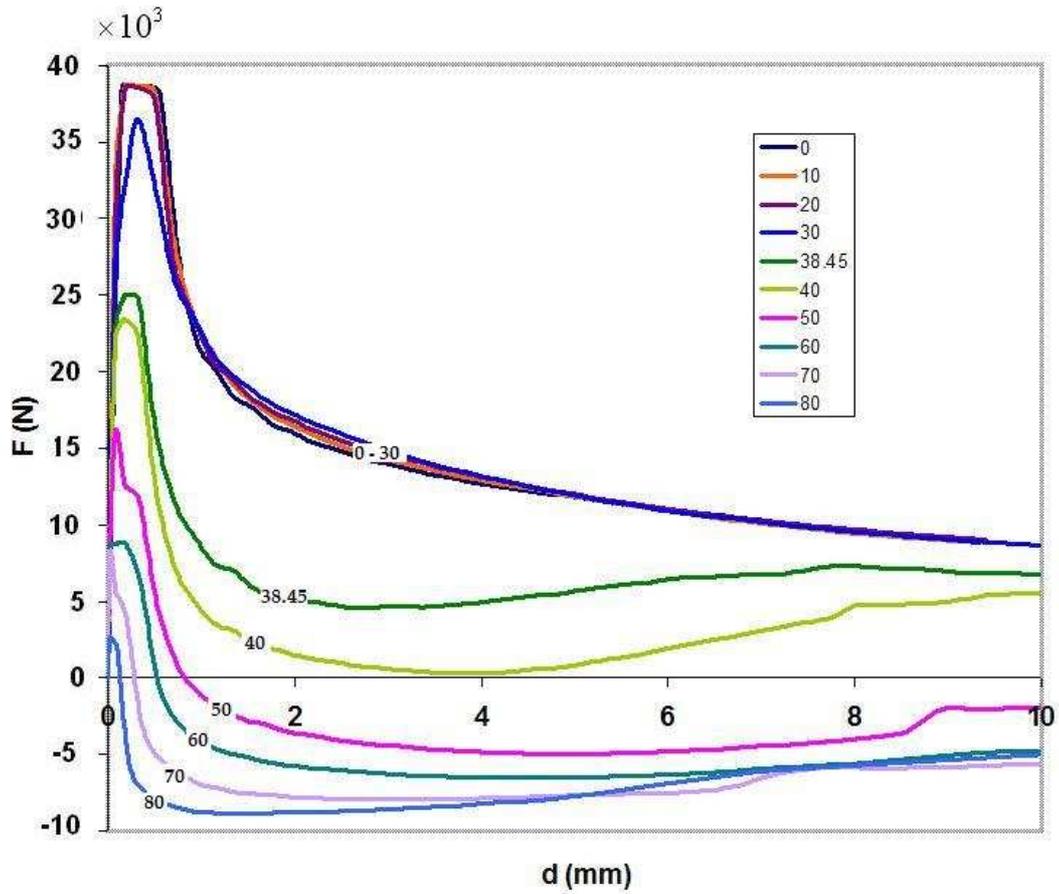


Figura 4.12- Curvas Força *versus* Deslocamento para Tubo  $40 \times 40 \times 1.0$  mm

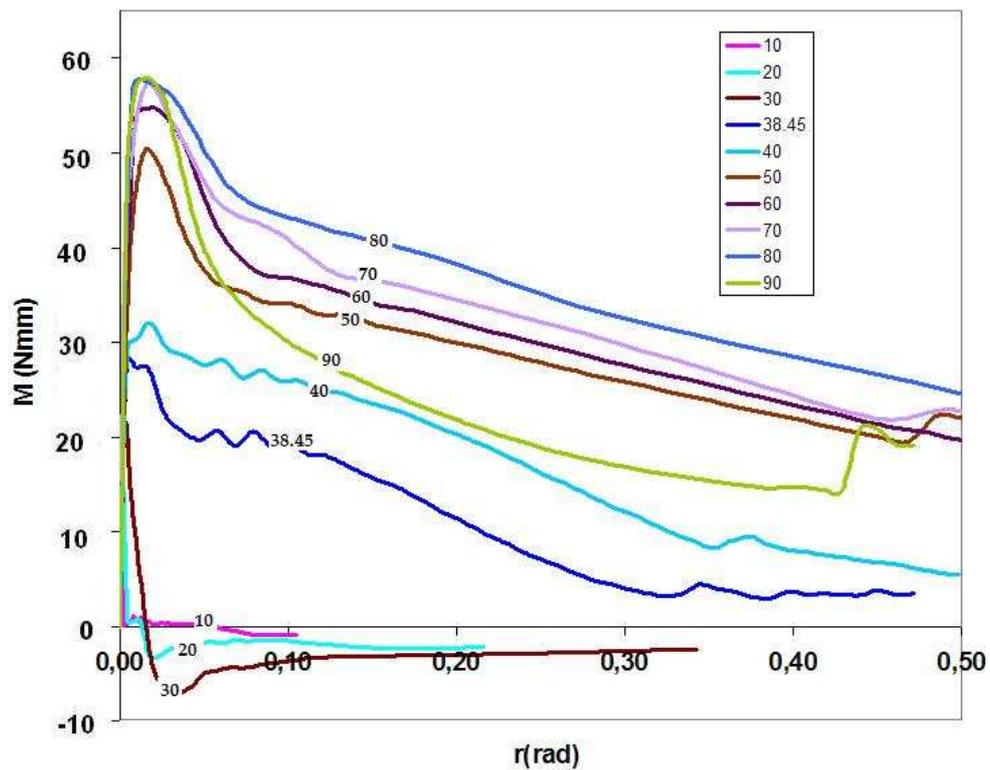


Figura 4.13- Curvas Momento *versus* Rotação para Tubo  $40 \times 40 \times 1.0$  mm

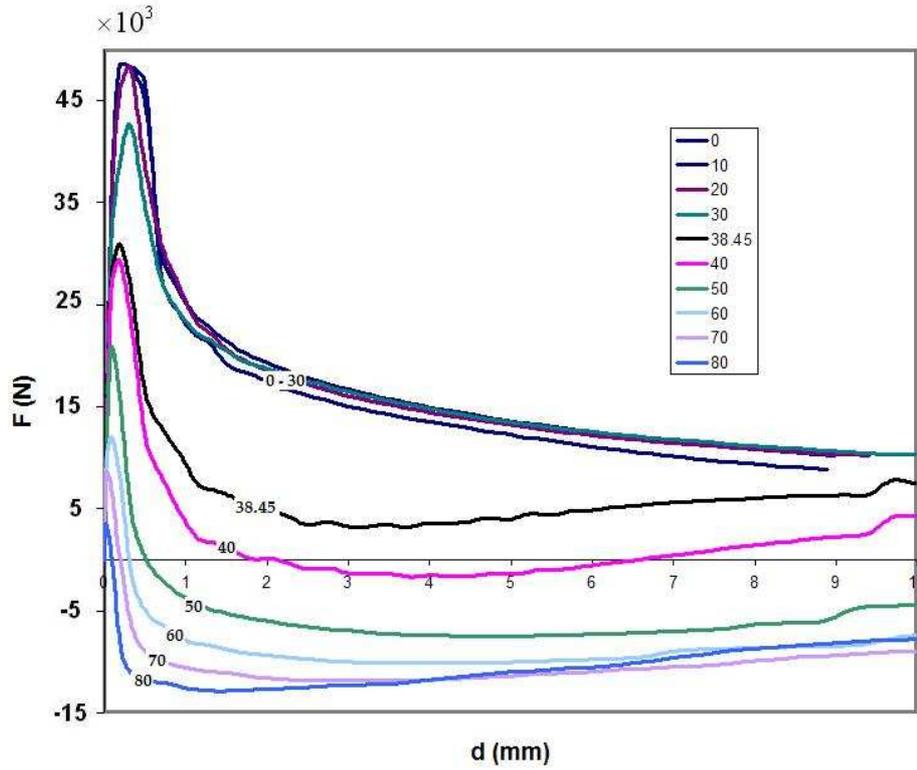


Figura 4.14- Curvas Força *versus* Deslocamento Tubo 50x50x1.0mm

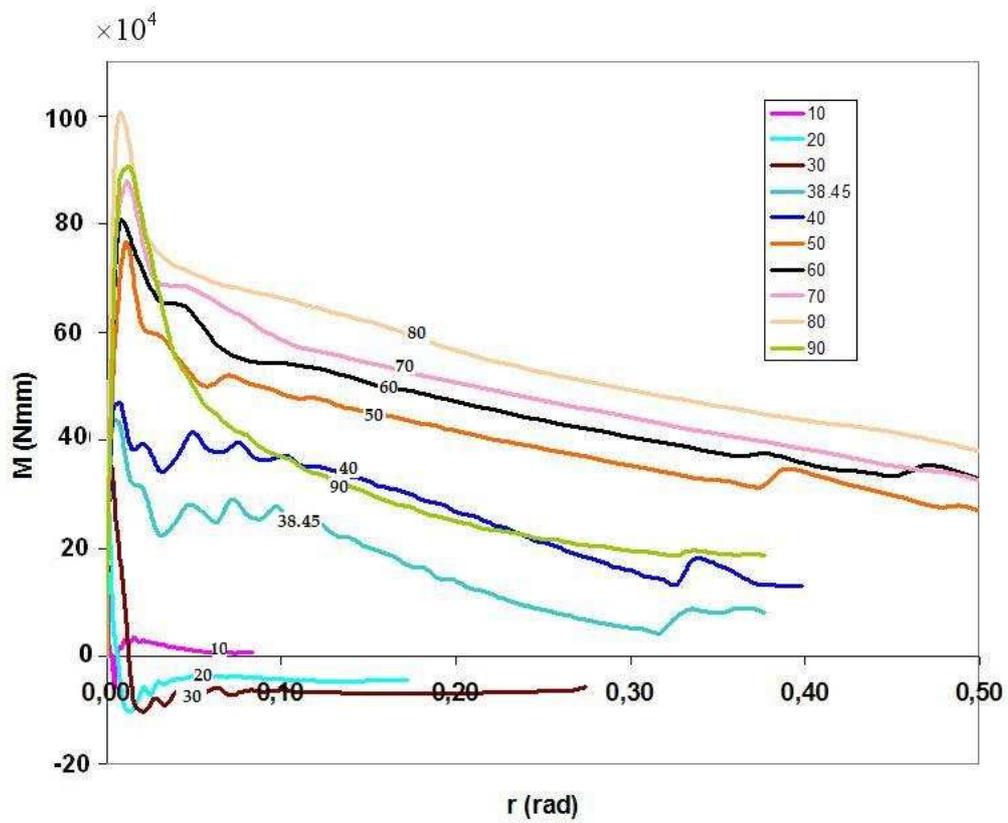


Figura 4.15- Curvas Momento x Rotação Tubo 50x50x1.0mm

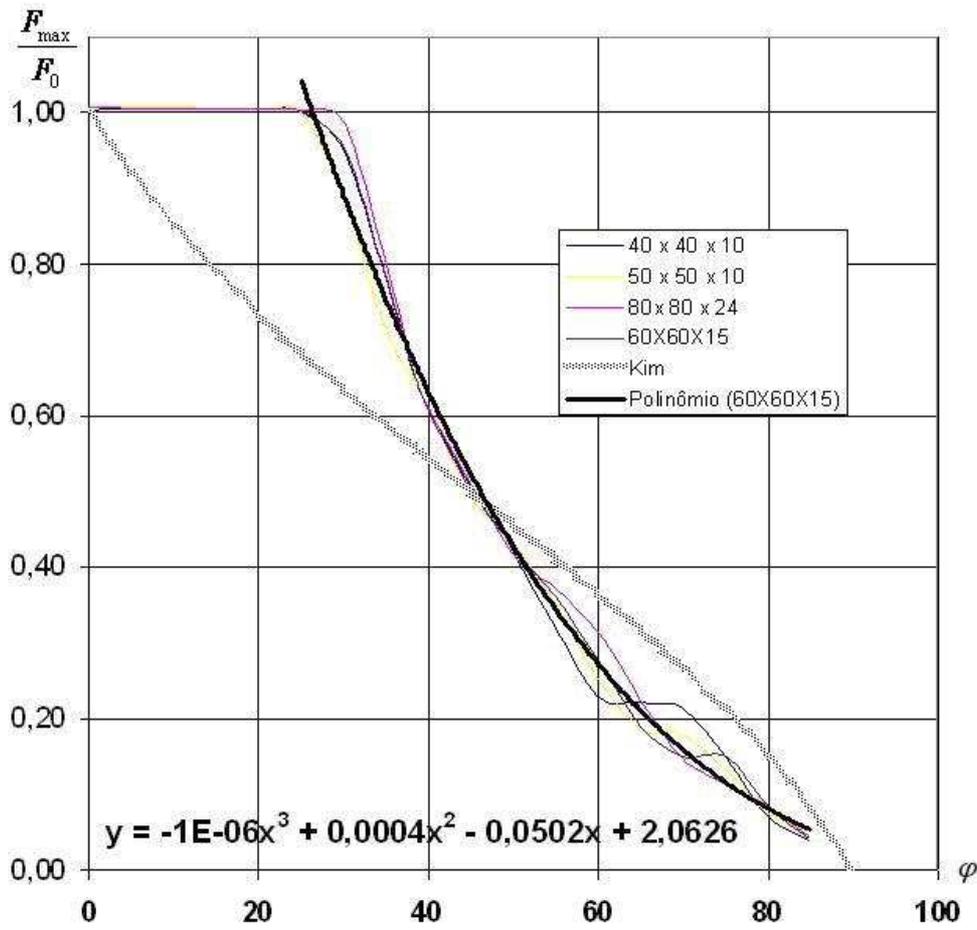


Figura 4.16- Força máxima adimensionalizada *versus* ângulo  $\varphi$

Pode-se observar na Figura 4.16 que até  $\varphi=30^\circ$  o valor da força máxima não se altera com a variação do ângulo  $\varphi$  e é dado pela equação (4.3).

$$F_0 = 4bt\sigma_0 \quad (4.3)$$

onde  $\sigma_0$  é a tensão de fluxo do material,  $t$  é a espessura da parede do tubo e  $b$  é a largura da seção transversal do tubo de seção quadrada. Os valores encontrados para o valor da força máxima e para o momento máximo em função da variação do ângulo  $\varphi$  (ver a equação 3.25), de acordo com a metodologia adotada neste trabalho, não estão de acordo com as equações apresentadas no trabalho de Kim (2001), equação (3.44). Até  $\varphi=30^\circ$  não ocorrem variações nos valores da força máxima; a partir de  $\varphi=30^\circ$  até  $90^\circ$ , o valor da força máxima pode ser fornecido pela equação (4.4) (ver Figura 4.16):

$$F_{\max} = (-1.0E-06x^3 + 0.0004x^2 - 0.0502x + 2.0626)4bt\sigma_0 \quad (4.4)$$

As curvas que descrevem o comportamento do momento máximo adimensionalizado em função do valor do ângulo  $\varphi$  são apresentadas na Figura 4.17.

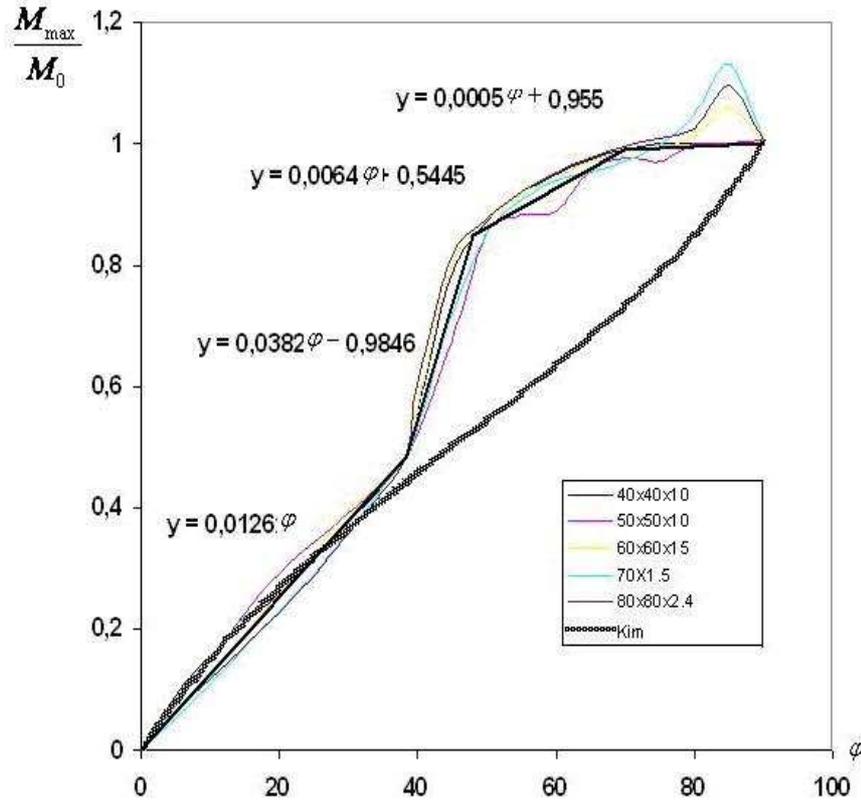


Figura 4.17- Curva de momento máximo adimensionalizado *versus* ângulo  $\varphi$

Pode-se observar na Figura 4.17 que existe um padrão de comportamento bem definido para todas as seções de tubos avaliadas.

Também para a metodologia adotada neste trabalho para obtenção das curvas, os resultados numéricos não são reproduzidos com boa aproximação para a equação (3.45) proposta por Kim (2001), para o cálculo do momento máximo. Na Figura 4.17 são apresentadas equações que tentam aproximar o comportamento do momento máximo em função da variação do ângulo  $\varphi$ . As curvas apresentam um comportamento numérico similar, o que possibilita uma aproximação através das equações apresentadas.

Tenta-se, neste trabalho, também aproximar o valor do Momento Máximo obtido no ensaio utilizando-se as aproximações apresentadas na Figura 4.17. Para tal, propõem-se as seguintes equações.

$$M_0 = F_0 b_{eff} / 2 \quad (4.5)$$

Para  $\varphi = 0^\circ$  até  $38,45^\circ$

$$M_{max} = 0,0126\varphi (4bt\sigma_0 (0,75b/2)) \quad (4.6)$$

Para  $\varphi = 38,45^\circ$  até  $48^\circ$

$$M_{max} = (0,0382\varphi - 0,9846) (4bt\sigma_0 (0,75b/2)) \quad (4.7)$$

Para  $\varphi = 48^\circ$  até  $70^\circ$

$$M_{\max} = (0.0064\varphi + 0.5445)(4bt\sigma_0(0.75b/2)) \quad (4.8)$$

Para  $\varphi = 70^\circ$  e  $90^\circ$

$$M_{\max} = (0.0005\varphi + 0.955)(4bt\sigma_0(0.75b/2)) \quad (4.9)$$

### ***Determinação das curvas de força e momento***

Para o cálculo das curvas de Força *versus* Deslocamento para  $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$  foi utilizada a expressão

$$F = f_1 + f_2 \quad (4.10)$$

onde  $f_1$  e  $f_2$  podem ser obtidos por meio das equações (4.11) e (4.12)

$$f_1(i) = C(i)/((\delta_1(i)/H(i))^{1/2}) \quad i = 1 \text{ até npt (número de pontos da curva)} \quad (4.11)$$

$$f_2(i) = C(i)/((\delta_2(i)/H(i))^{1/2}) \quad i = 1 \text{ até npt} \quad (4.12)$$

Para  $\varphi > 40^\circ$  propõe-se uma alteração no procedimento de cálculo de  $f_2$ . A utilização do valor de  $f_2$  conforme apresentado por Kim na equação (3.37), como sendo igual a  $-\sigma_0 A$  e de valor constante após o valor da tensão de escoamento ter sido atingida, também não apresentou bons resultados quando aplicada no procedimento adotado neste trabalho para obtenção das curvas analíticas de força total *versus* deslocamento. Com base nos resultados numéricos, observou-se que a existência de um valor  $f_{\min}$  varia de 0.0 a 0.75 do valor de  $\sigma_0 A$ , conforme apresentado na Figura 4.18.

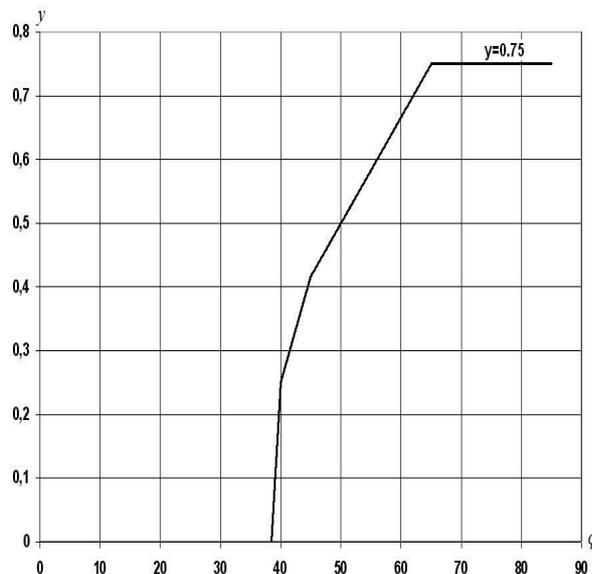


Figura 4.18- Variação de  $y$  com o ângulo  $\varphi$

O cálculo de  $f_{\min}$  pode ser efetuado pela fórmula

$$f_{\min} = yA\sigma_0 \quad (4.13)$$

sendo  $y$  um fator redutor da área a ser determinado. Uma forma aproximada obtida a partir de análises numéricas é apresentada na Figura 4.18. Propõe-se uma aproximação de  $yA$  pela equação 4.14, que considera somente a área tracionada.

$$A_t = yA = (2b_t + b)t \quad (4.14)$$

onde  $b_t$  é o comprimento da parte tracionada, conforme apresentado na Tabela 3.1, e é dado por

$$b_t = \frac{b}{\left(1 + \frac{\text{abs}(\delta_1)}{\text{abs}(\delta_2)}\right)} \quad (4.15)$$

Observa-se também nas Figuras 4.12 a 4.15 que a tendência das curvas é se aproximar do eixo de coordenada horizontal à medida que o amassamento e flexão ocorrem ao longo do tempo. Propõe-se uma correção para  $f_2$  que consiga capturar este efeito, dado pela equação

$$f_2 = f_{\min} (1 - \varepsilon / \varepsilon_f) \quad (4.16)$$

onde

$$\varepsilon = (\delta_1 + \delta_2) / (2H) \quad (4.17)$$

$H$  corresponde à metade do comprimento de onda de flambagem e é dado pela equação

$$H = (t)^{1/3} (b)^{2/3} \quad (4.18)$$

$\delta_1$  e  $\delta_2$  são dados pelas equações

Caso I – Ambos compressão:

$$\delta_1 = u_z + \frac{b_{\text{eff}}}{2} \sin \theta \approx \frac{b\theta}{2} \left( \frac{3}{4\eta} + \frac{3}{4} \right) \quad (4.19)$$

$$\delta_2 = u_z - \frac{b_{\text{eff}}}{2} \sin \theta \approx \frac{b\theta}{2} \left( \frac{3}{4\eta} - \frac{3}{4} \right) \quad (4.20)$$

Caso II –  $f_1$  – compressão,  $f_2$  – tração

$$\delta_1 = u_z + \frac{b_{\text{eff}}}{2} \sin \theta \approx \frac{b\theta}{2} \left( \frac{3}{4\eta} + \frac{3}{4} \right) \quad (4.21)$$

$$\delta_2 = -u_z + \frac{b_{\text{eff}}}{2} \sin \theta \approx \frac{b\theta}{2} \left( -\frac{3}{4\eta} + \frac{3}{4} \right) \quad (4.22)$$

sendo  $b_{\text{eff}} = 0.75b$ .

O valor da força mínima pode, então, ser calculado pela equação

$$f_{\min} = -(2b_t + b)t\sigma_0 \quad (4.23)$$

A deformação específica correspondente ao final do evento é calculada pela equação

$$\varepsilon_f = \varepsilon(\text{index}) \quad (4.24)$$

onde o valor de index é obtido pela comparação do valor do deslocamento total ( $\delta_t$ ) com o deslocamento obtido pela expressão (4.25), adotando-se para index a posição do vetor que melhor aproxime o valor de  $\delta_t$  com  $2H$ .

$$H < \delta_t < 2H \quad (4.25)$$

O deslocamento total é obtido por meio da equação

$$\delta_t = \delta_1 + \delta_2 \quad (4.26)$$

O momento fletor varia ao longo do tempo, dado pela equação

$$M = (b_{eff} / 2)(f_1 - f_2) \quad 0^\circ < \varphi < 38.45^\circ \quad (4.27)$$

Se  $\varphi \geq 38.45$  e  $\varphi \leq 40$ , o momento é calculado utilizando-se a equação (4.28), e a rotação correspondente é corrigida pela equação (4.29)

$$M = -(0.75b / 2)f_1 + (b / 2)f_2 \quad (4.28)$$

$$\theta = \theta / (1 + \varepsilon) \quad (4.29)$$

O momento ao longo do tempo durante o evento de amassamento e flexão pode ser obtido pela equação (4.30) para  $40^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$

$$M = \left(\frac{b}{2}\right)(f_1 - f_2) \quad (4.30)$$

Mais informações sobre o procedimento analítico de obtenção das curvas apresentado nesta seção podem ser vistas no Apêndice F através da apresentação do *pseudocódigo* e do programa em linguagem MatLab.

### ***Curvas analíticas obtidas a partir da formulação apresentada - Força***

As Figuras 4.19 até 4.22 apresentam os resultados obtidos para o tubo de 60x60x2.0mm para os valores das Forças *versus* Deslocamento para diferentes valores de  $\varphi$ . As curvas azuis representam a solução obtida por MEF e as curvas em vermelho, a solução analítica. Pode-se observar nas Figuras 4.19 a 4.21 uma aproximação muito boa entre as curvas obtidas por MEF e a solução analítica para valores de  $\varphi$  de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $70^\circ$  e  $80^\circ$ . A velocidade empregada possibilita considerar a análise como “quase estática” e não influencia nos resultados uma vez

que o material utilizado tem comportamento elastoplástico perfeito.

A transição entre  $35^\circ < \varphi < 40^\circ$  apresenta resultados não tão bons, o que ocorre por ser esta região a transição entre compressão dominante e flexão dominante. A Figura 4.22 apresenta os resultados comparativos entre a solução analítica (vermelho) e a solução obtida por MEF (azul). A curva média de transição entre flexão dominante e compressão dominante localiza-se, aproximadamente, entre  $\varphi=36.9^\circ$  e  $\varphi=38.45^\circ$ . O primeiro valor é o valor teórico e o segundo, o obtido através de análises de MEF para valores no entorno de  $\varphi=36.9^\circ$  e a observação do valor limite de mudança no comportamento da curva (ver Figuras 4.12 até 4.15).

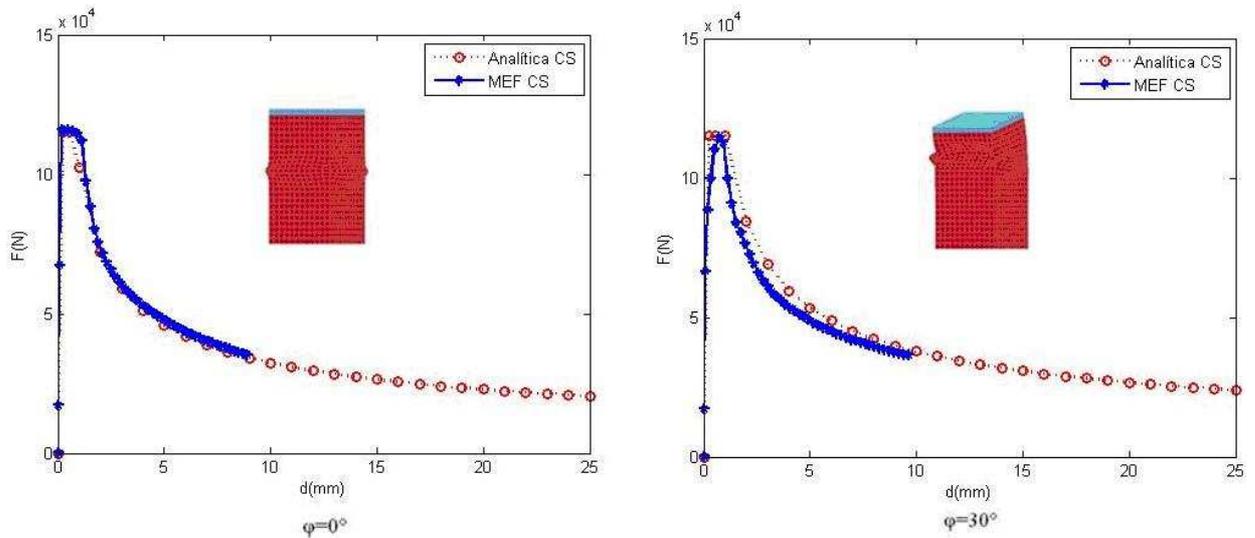


Figura 4.19- Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm  
MEF (azul) e Simplificado (vermelho)

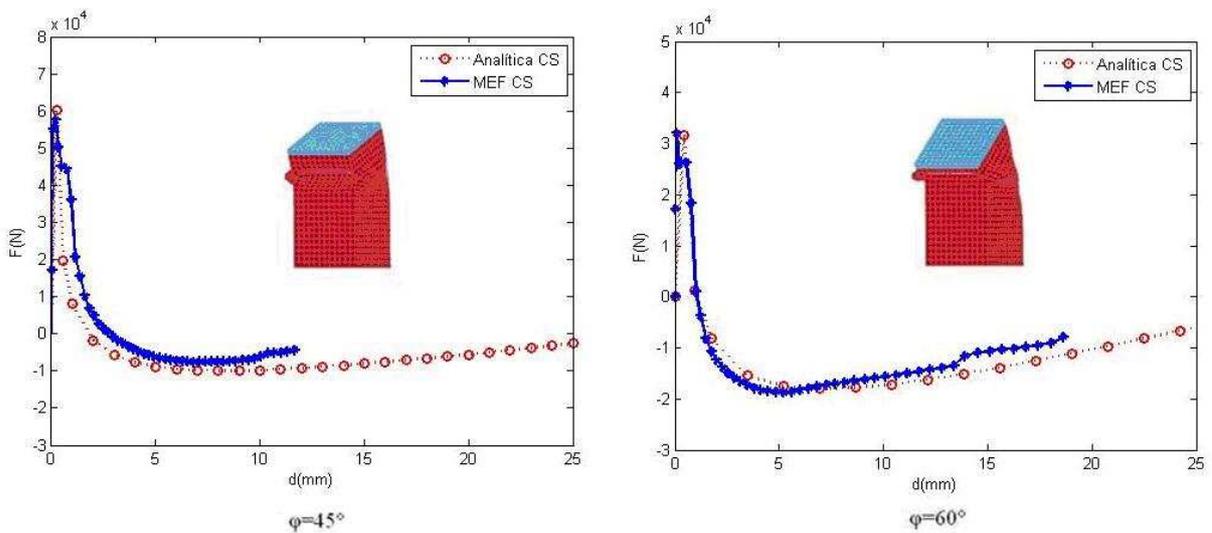


Figura 4.20- Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm  
MEF (azul) e Simplificado (vermelho)

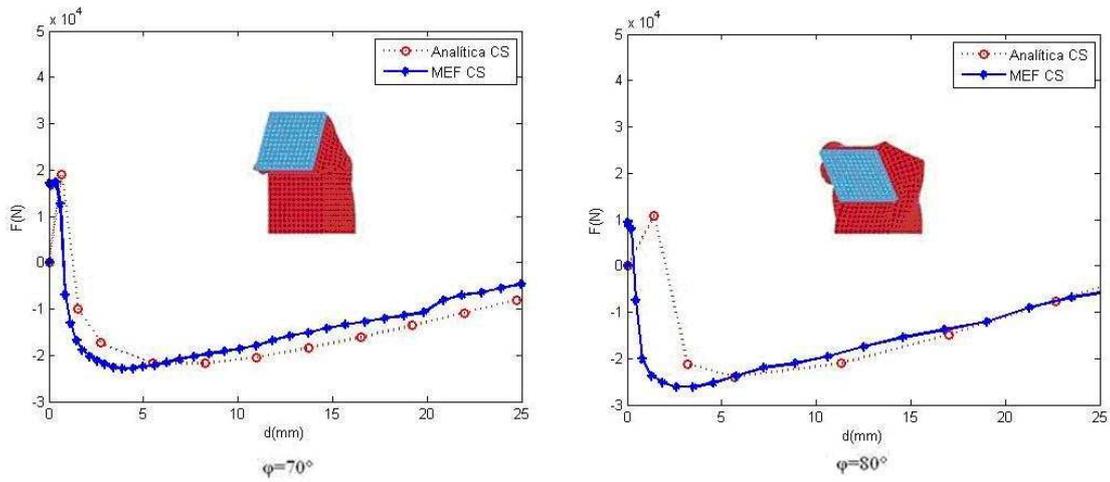


Figura 4.21- Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm  
MEF (azul) e Simplificado (vermelho)

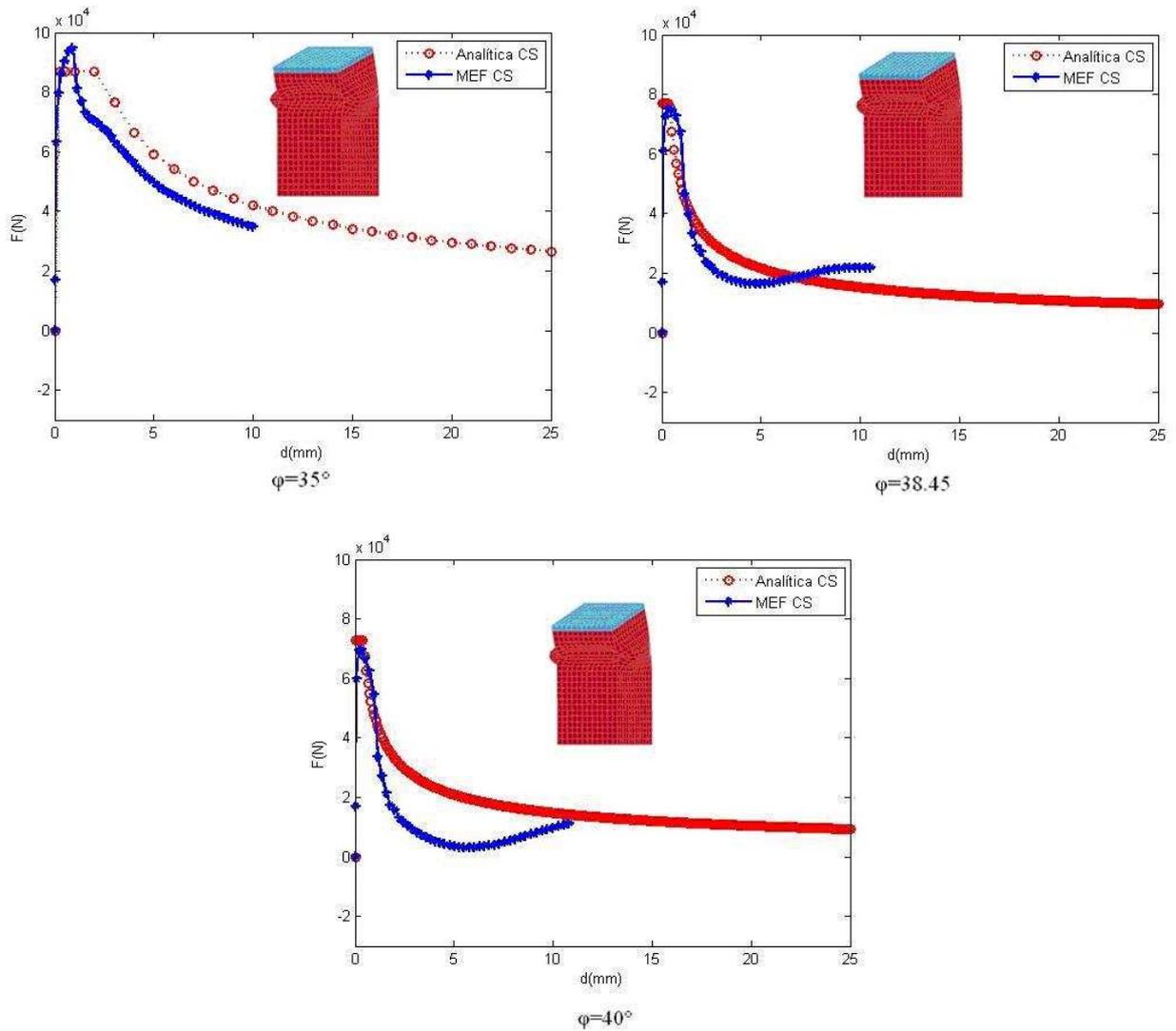


Figura 4.22- Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm  
MEF (azul) e Simplificado (vermelho)

### Curvas analíticas obtidas a partir da formulação apresentada - Momento

A Figura 4.23 apresenta os resultados obtidos para o tubo de 60x60x2.0mm para os valores de Momento *versus* Rotação. As curvas azuis representam a solução obtida por MEF e as curvas em vermelho, a solução analítica. Pode ser observada nas Figuras 4.23 uma aproximação muito boa entre as curvas obtidas por MEF e a solução analítica.

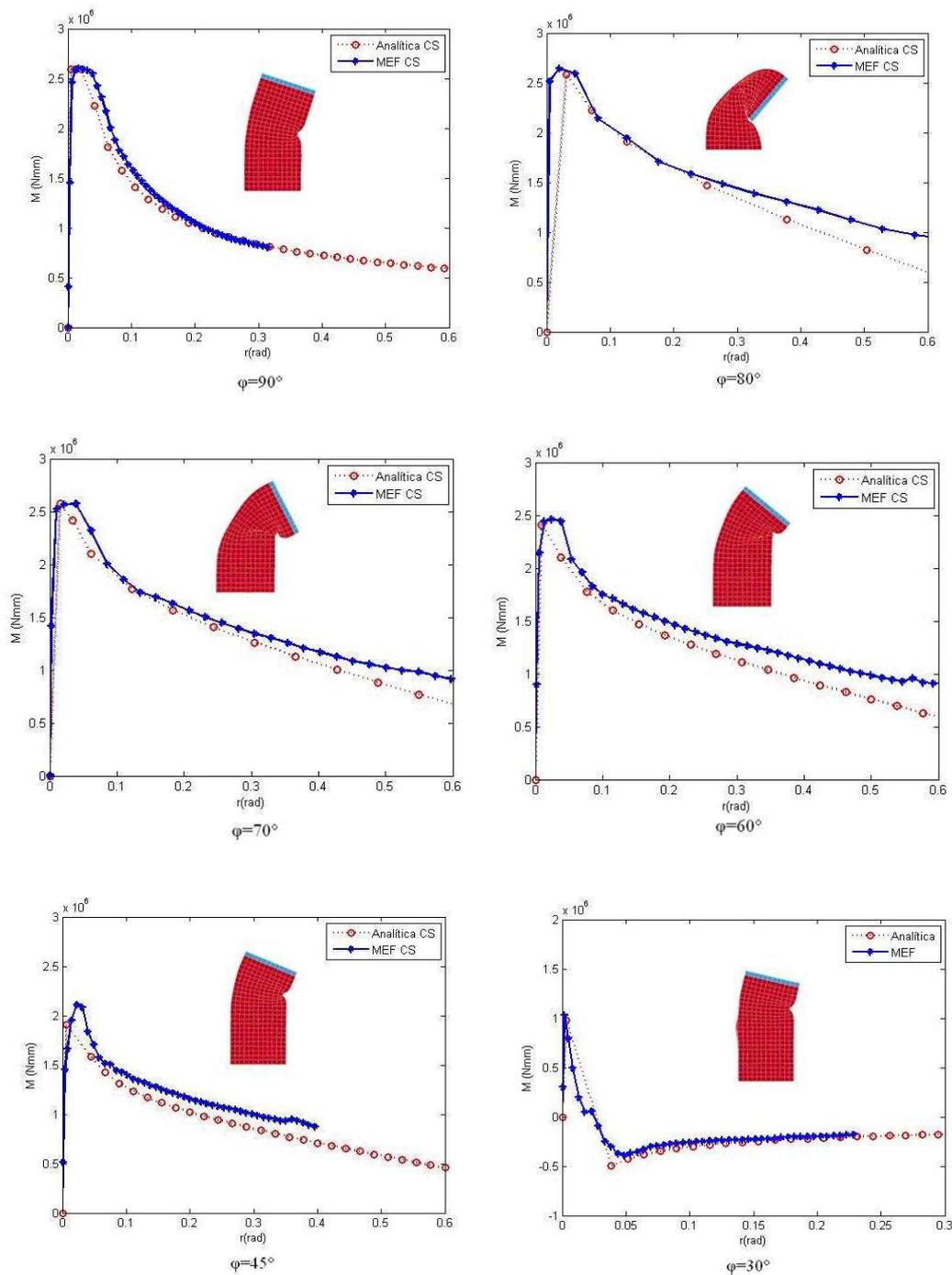


Figura 4. 23- Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm

MEF (azul) e Simplificado (vermelho)

A transição entre  $35^\circ < \varphi < 40^\circ$  também apresenta resultados não tão bons, o que ocorre

por ser esta região a transição entre compressão dominante e flexão dominante. A Figura 4.24 apresenta os resultados comparativos entre a solução analítica (vermelho) e a solução obtida por MEF (azul).

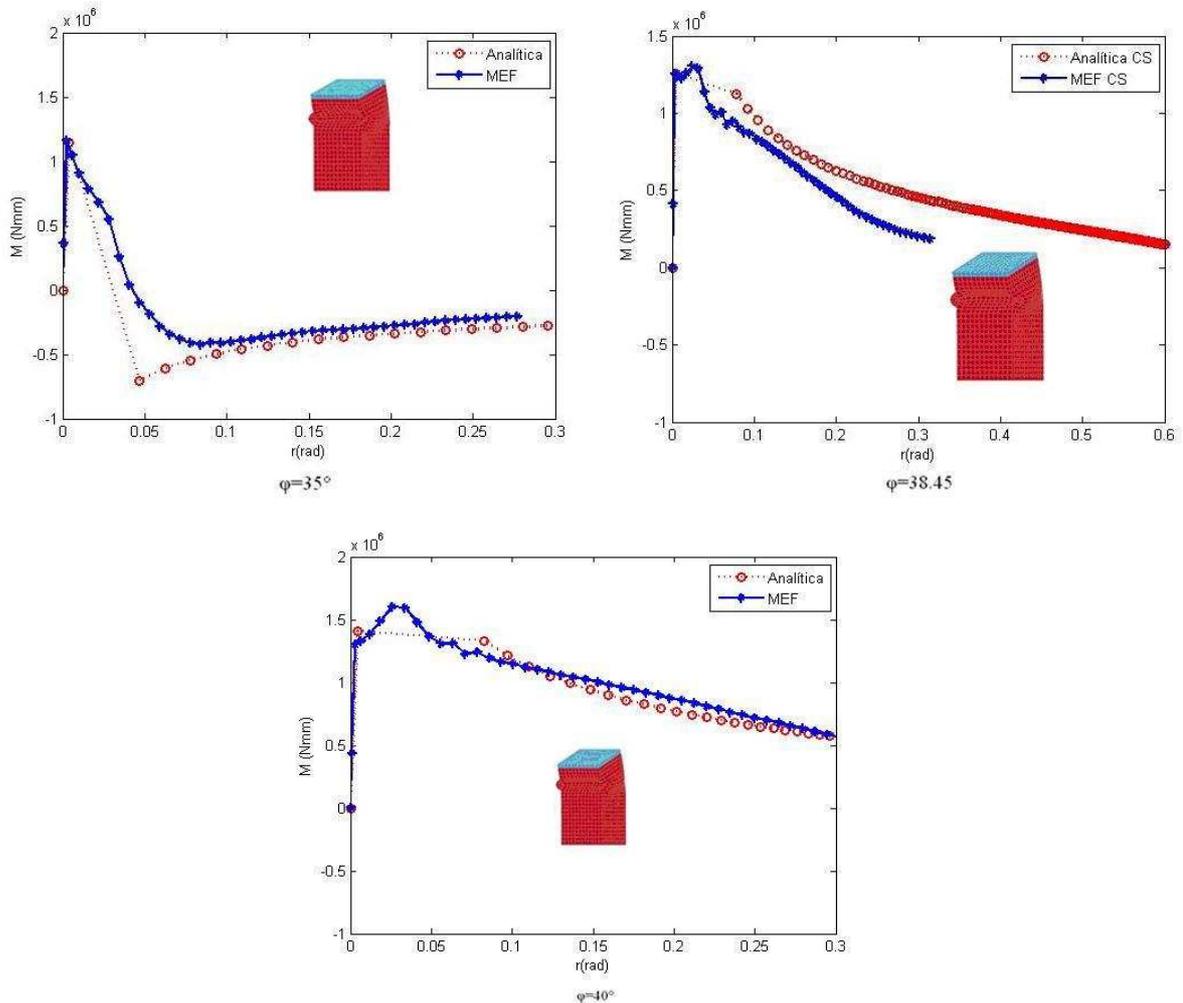


Figura 4.24- Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm  
MEF (azul) e Simplificado (vermelho)

No Apêndice D são apresentados outros gráficos para as demais seções de tubos analisadas.

### ***Discussão dos resultados obtidos***

Os resultados obtidos para Força *versus* Deslocamento e Momento *versus* Rotação utilizando a metodologia apresentada para obtenção da solução analítica mostram precisão suficiente para serem utilizados em modelos substitutos simplificados como os apresentados na seção 4.1 deste capítulo. A aproximação das curvas utilizando esta metodologia não apresenta bons resultados para o intervalo  $35^\circ < \varphi < 40^\circ$ , intervalo de transição entre compressão

dominante e flexão dominante.

#### 4.2.2 Determinação das curvas de força e momento considerando sensibilidade a taxa de deformação

O critério de deformação, que governa o fluxo plástico, para alguns materiais, é sensível à razão de deformação ( $\dot{\epsilon}$ ). Este fenômeno é conhecido como razão de sensibilidade à deformação do material ou viscoplasticidade (JONES, 2001b). O aço com baixo teor de carbono é altamente sensível à razão de deformação. A influência da taxa de razão de deformação manifesta-se na forma de um efeito de aumento de resistência na estrutura, o que talvez sugira que esse fenômeno é benéfico, uma vez que fornece um fator de segurança adicional para a estrutura. Entretanto, em sistemas absorvedores de impacto para veículos podem se originar esforços inaceitáveis para o corpo humano em razão desse aumento de resistência do material, o que não ocorreria para um material que não fosse dependente da taxa de deformação. A sensibilidade à taxa de deformação é um efeito do material e independe da geometria da estrutura.

Muitas equações constitutivas diferentes para a sensibilidade à taxa de deformação do comportamento dos materiais têm sido propostas na literatura. Cuidadosos trabalhos experimentais são requeridos para gerar os vários coeficientes presentes nessas equações constitutivas. Muitos autores têm trazido esclarecimentos sobre as características das equações constitutivas, as quais são indispensáveis para auxiliar os programas de testes experimentais. Entretanto, existe ainda considerável incerteza sobre o comportamento dos materiais. Ainda mais, dados insuficientes estão disponíveis para materiais sob cargas dinâmicas biaxiais e sob influência de tensões generalizadas (por exemplo, momentos fletores, forças de membranas, interação entre esses).

Cowper e Symonds (1957) apud Jones (2001) sugerem a equação constitutiva

$$\dot{\epsilon} = D \left( \frac{\sigma'_0}{\sigma_0} - 1 \right)^q, \sigma'_0 \geq \sigma_0, \quad (4.31)$$

onde  $\sigma'_0$  é a tensão de fluxo dinâmico para uma taxa de deformação plástica  $\dot{\epsilon}$ ,  $\sigma_0$  é a tensão de fluxo estática associada e D e q são constantes para um material particular.

A equação (4.31) pode ser reescrita como

$$\frac{\sigma'_0}{\sigma_0} = 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{1/q} \quad (4.32)$$

a qual com  $D=40.4 \text{ s}^{-1}$  e  $q=5$  produz uma razoável concordância com os dados experimentais para aço doce (JONES, 2001b).

As equações (4.31) e (4.32) apresentam, do ponto de vista da engenharia, uma razoável estimativa da sensibilidade à razão de deformação para o comportamento uniaxial do aço doce.

Segundo Ls-Dyna (1999), a taxa de deformação pode ser levada em conta utilizando-se o modelo de Cowper e Symonds, que escalona a tensão de escoamento utilizando o fator  $1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{C}\right)^{\frac{1}{p}}$ , onde  $\dot{\epsilon}$  é a taxa de deformação,  $C=D$  e  $p=q$ . Neste trabalho será utilizado endurecimento cinemático, o que pode ser obtido pela utilização de material plástico cinemático (\*MAT\_PLASTIC\_KINEMATIC) da biblioteca de materiais do *software* Ls-Dyna (1999) com opção para  $\beta=0.0$  e com a opção de escalonamento da tensão de escoamento ( $VP=0.0$ ). A Figura 4.25 ilustra o comportamento do material empregado. Na Figura 4.25  $l_0$  e  $l$  são os comprimentos indeformado e deformado de um corpo de prova em tração;  $E$  e  $E_t$  são as inclinações da curva de tensões bilinear.

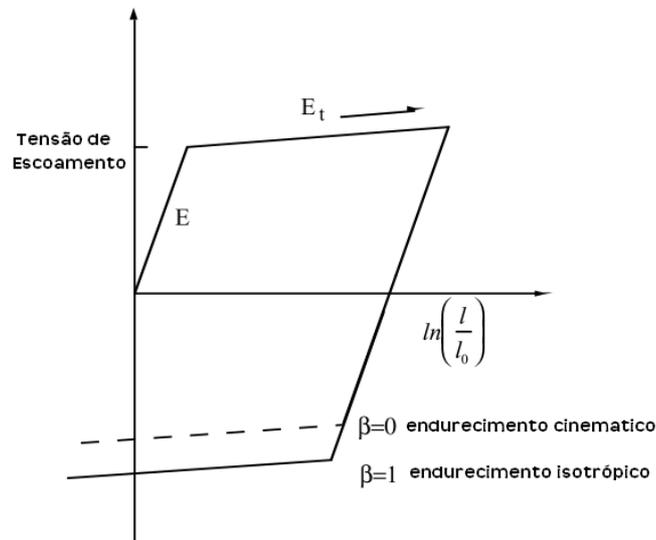


Figura 4.25 – Comportamento elastoplástico.

Para o procedimento analítico o cálculo do vetor taxa de deformação é dado pela equação

$$\dot{\epsilon}(i) = (\epsilon(i+1) - \epsilon(i)) / (t(i+1) - t(i)) \quad i = 1, npt \quad (4.33)$$

O cálculo do novo vetor de tensões é realizado pela equação

$$\sigma_1(i+1) = \sigma_0 \left(1 + (\dot{\epsilon}(i)/D)^{1/q}\right) \quad i = 1, npt \quad (4.34)$$

O Momento de Plastificação corrigido é dado por

$$Mp_1 = \sigma_1(i)(t)^2 / 4 \quad i = 1, npt \quad (4.35)$$

Com o novo valor do momento de plastificação é possível corrigir o valor de  $C$ , obtendo-se  $C_1$

$$C_1(i) = 1.17(3\pi M_{p1}(i)(b/t))^{1/3} \quad i = 1, \text{ npt} \quad (4.36)$$

A partir da obtenção do valor de  $C_1$  é possível recalculer os valores de  $f_1$  e  $f_2$  a partir das equações

$$f_1(i) = C_1(i)/((\delta_1(i)/H(i))^{1/2}) \quad i = 1, \text{ npt} \quad (4.37)$$

$$f_2(i) = C_1(i)/((\delta_2(i)/H(i))^{1/2}) \quad i = 1, \text{ npt} \quad (4.38)$$

O valor de  $f_{\min}$  é corrigido pela substituição de  $\sigma_0$  por  $\sigma_1$ , ficando a equação

$$f_{\min} = -(2b_t + b)t\sigma_1 \quad (4.39)$$

As demais equações para força máxima e momento máximo são corrigidas pela substituição de  $\sigma_0$  por  $\sigma_1$ .

Uma vez que a metodologia de obtenção das curvas analíticas proposta se baseia em um mecanismo de amassamento cinematicamente admissível, fazem-se necessárias a correção do deslocamento total e da deformação específica e a criação de um novo vetor de tensões, que possibilite a correção da rotação, uma vez que um aumento nas tensões implica, necessariamente, um aumento dos deslocamentos e das rotações. Isso é obtido por meio das equações

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(i) &= (\sigma_1(i)/\sigma_0)\varepsilon(i) \\ \delta_t(i) &= (\sigma_1(i)/\sigma_0)\delta_t(i) \quad i = 1, \text{ npt} \\ \sigma(i) &= \sigma_0/(1 + \varepsilon_1(i)) \end{aligned} \quad (4.40)$$

A seguir se corrige a rotação utilizando as equações

$$\theta(i) = \theta(i)(\sigma_1(i)/\sigma_0) \quad \text{se } \varphi=90 \quad i = 1, \text{ npt} \quad (4.41)$$

$$\theta(i) = \theta(i)(\sigma_1(i)/\sigma(i)) \quad \text{se } \varphi<90 \quad i = 1, \text{ npt} \quad (4.42)$$

Justifica-se o escalonamento direto pela razão das tensões, uma vez que a metodologia empregada pelo *software* Ls-Dyna também se utiliza do mesmo artifício para levar em conta o efeito da taxa de deformação, conforme já apresentado.

Maiores detalhes sobre a rotina de cálculo das curvas analíticas considerando o efeito de encruamento devido à taxa de deformação podem ser vistos no Apêndice E onde se apresenta o pseudocódigo empregado e o programa em linguagem do MatLab (R2007b).

### ***Curvas analíticas obtidas a partir da formulação apresentada - Força***

As propriedades mecânicas utilizadas para obtenção das curvas através de MEF e

Analíticas apresentadas nesta seção são as do aço NBR 7008 Grau ZAR-230 com  $\sigma_y = 230$  MPa e  $\sigma_u = 310$  MPa com tensão de fluxo plástico  $\sigma_0 = 267$  MPa (obtida por meio da equação (4.2)). O módulo tangente  $E_t$  utilizado foi de 730 MPa.

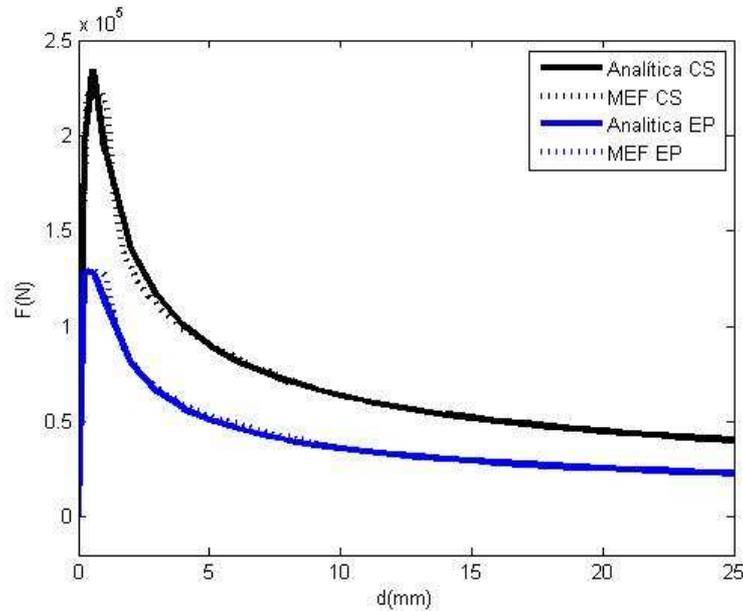


Figura 4.26 - Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm  $\varphi=0.0$

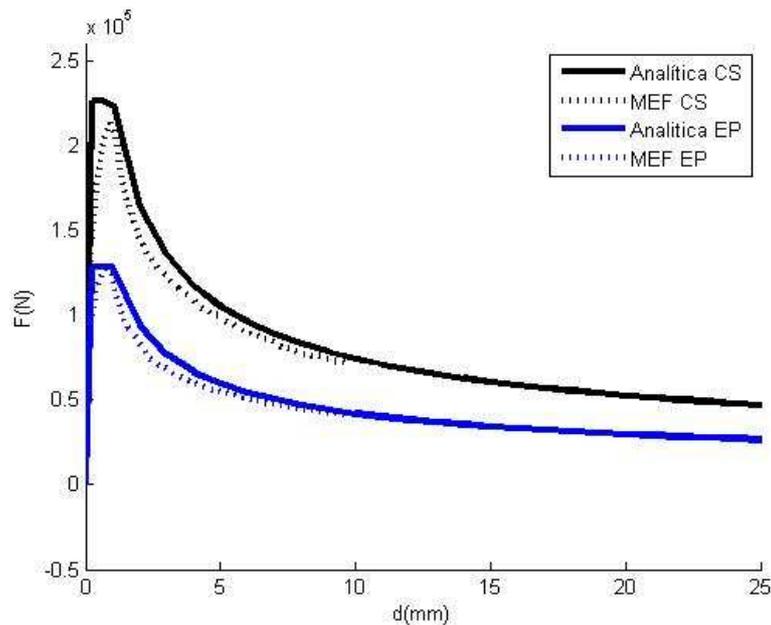


Figura 4.27 - Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm  $\varphi=30.0$

As Figuras 4.26 até 4.28 apresentam os resultados obtidos para as o tubo de 60x60x2.0mm para os valores das Forças *versus* Deslocamento para  $\varphi$  igual a 0.0°, 30° e 60°. Curvas para outros valores de  $\varphi$  estão disponíveis no Apêndice D. As curvas pontilhadas representam a solução obtida por MEF e as curvas cheias, a solução analítica. As curvas azuis representam o material com comportamento elastoplástico com  $\sigma_y = \sigma_0$  e as curvas pretas, a

aplicação de material com endurecimento cinemático utilizando o modelo de Cowper e Symonds e a opção de escalonamento da tensão de escoamento. Pode-se observar nas Figuras 4.26 a 4.28 uma aproximação muito boa entre as curvas obtidas por MEF e a solução analítica.

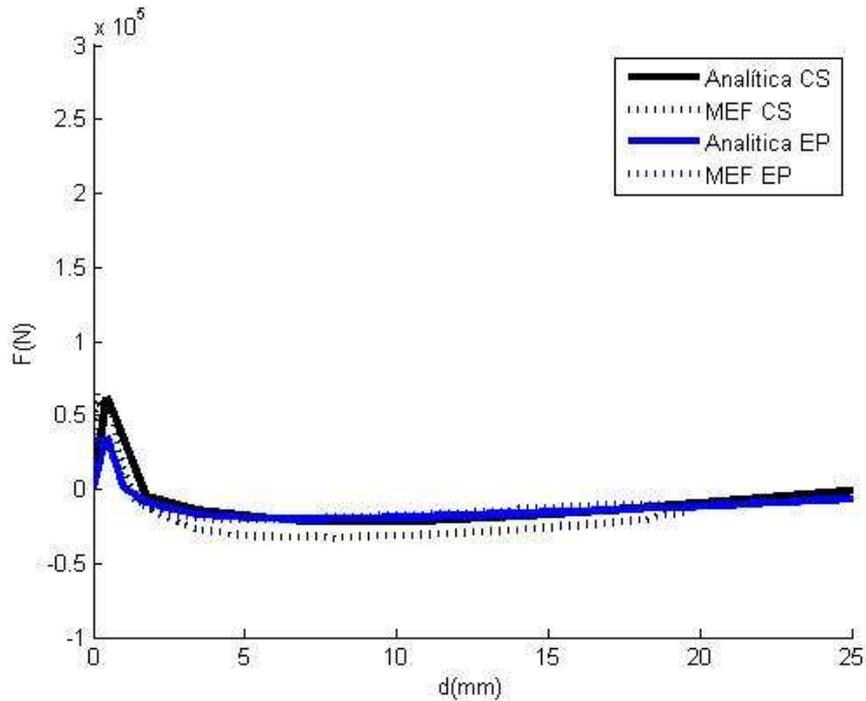


Figura 4.28 - Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm  $\varphi=60.0$

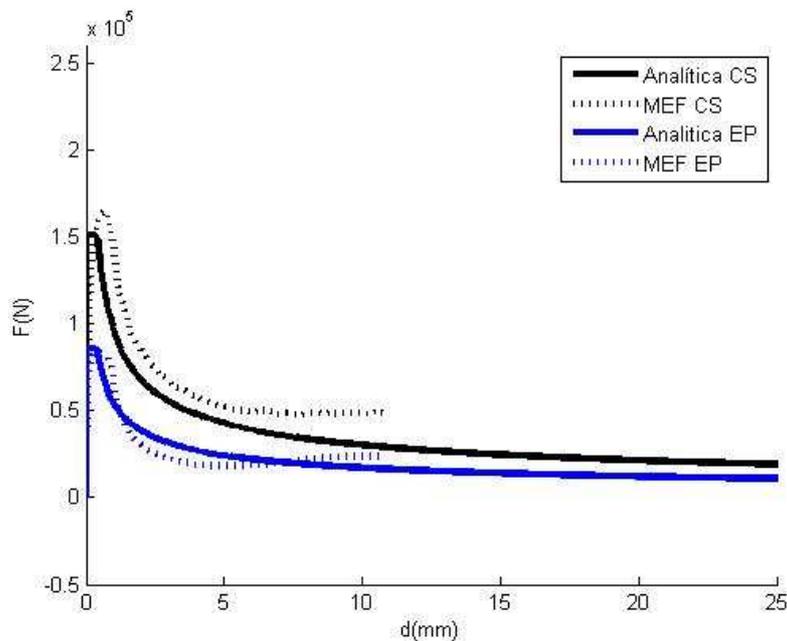


Figura 4.29 - Curvas de Força x Deslocamento para tubo 60x60x2.0 mm  $\varphi=38.45$ .

A Figura 4.29 apresenta a curva Força x Deslocamento para  $\varphi = 38.45$ . Para valores de  $\varphi$  entre  $35^\circ$  e  $40^\circ$  os resultados não são tão bons por ser esta região a transição entre compressão dominante e flexão dominante. No entanto, para efeitos das aplicações deste trabalho, com a

utilização das curvas características dos tubos representando a rigidez dos mesmos em modelos simplificados, a precisão pode ser considerada como suficiente.

**Curvas analíticas obtidas a partir da formulação apresentada - Momento**

A Figura 4.30, 4.31 e 4.32 apresenta os resultados obtidos para as o tubo de 60x60x2.0mm para os valores de Momento *versus* Rotação para valores de  $\varphi$  iguais a 90°, 60° e 30°, respectivamente.

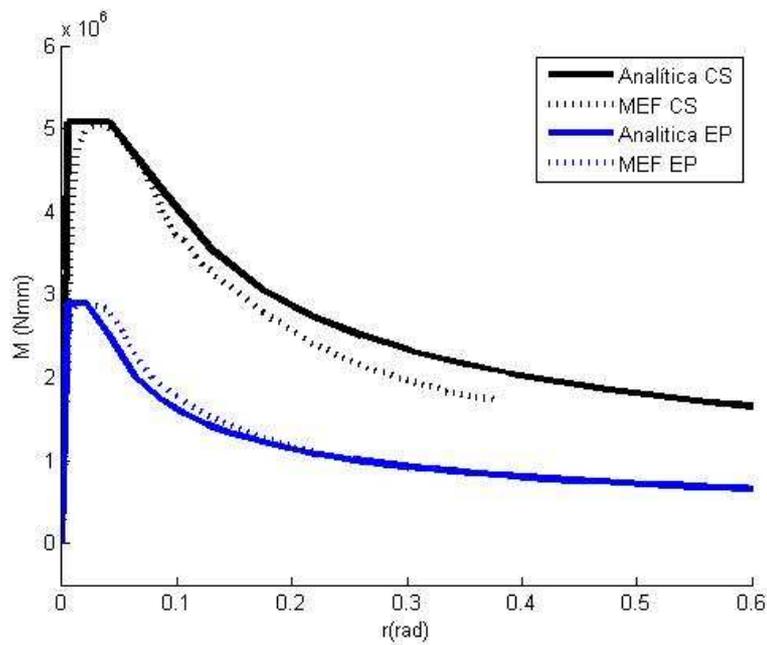


Figura 4.30 - Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm  $\varphi=90.0$

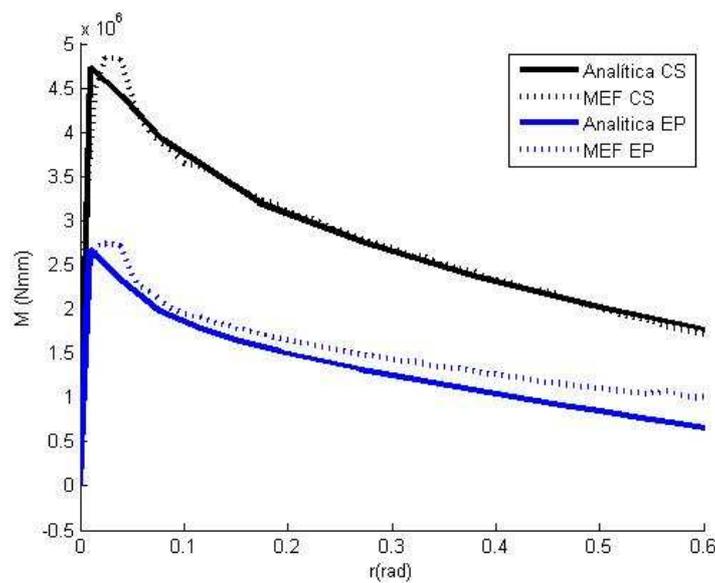


Figura 4.31 - Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm  $\varphi=60.0$

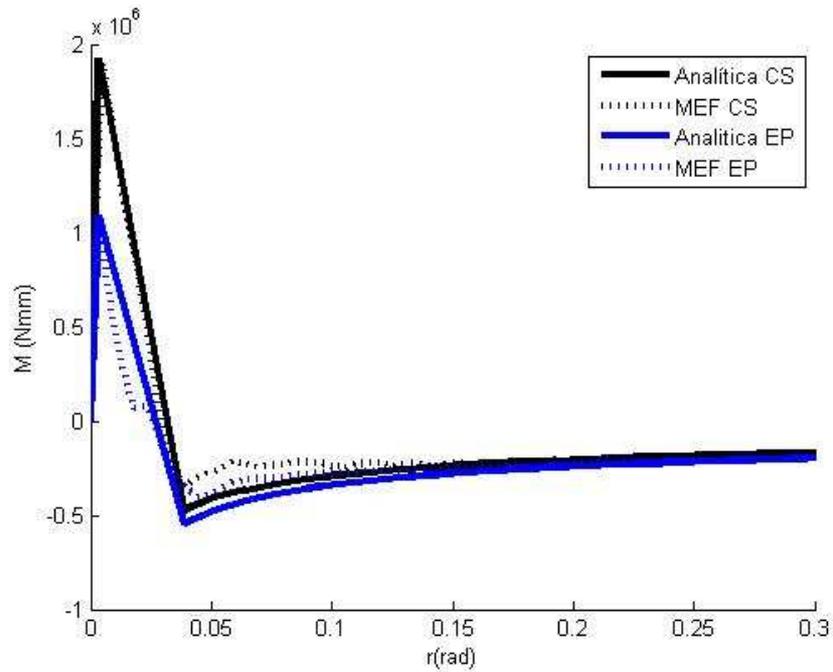


Figura 4.32 - Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm  $\varphi=30.0$

Os resultados apresentam uma aproximação muito boa entre o método analítico e o MEF. A Figura 4.33 apresenta os resultados para  $\varphi=38.45^\circ$ . Novamente ocorrem diferenças entre as curvas obtidas por MEF e o método analítico. No entanto, para as aplicações deste trabalho as curvas são consideradas satisfatórias. No Apêndice D são apresentados outros gráficos para as demais seções de tubos analisadas e outros valores de  $\varphi$ . No Apêndice E são apresentados o pseudocódigo e o programa MatLab para geração das curvas analíticas.

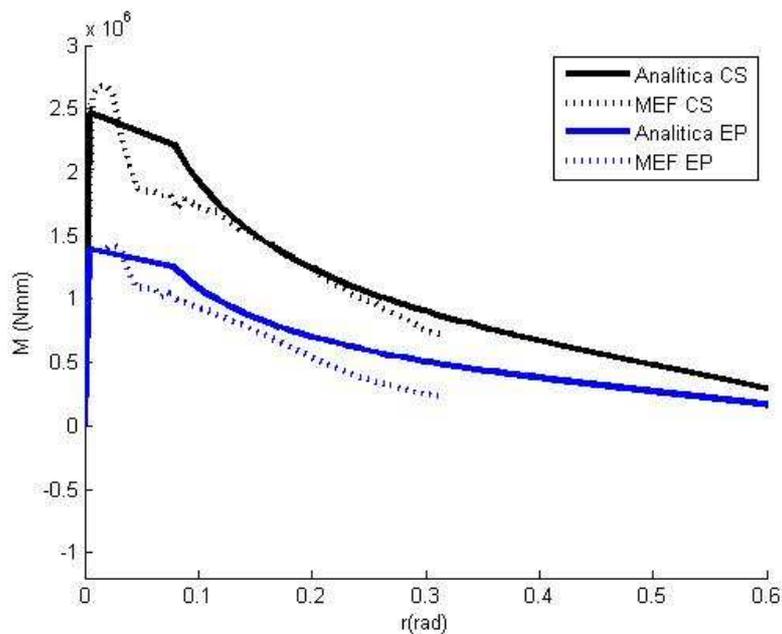


Figura 4.33 - Curvas de Momento x Rotação para tubo 60x60x2.0 mm  $\varphi=38.45$

### *Discussão dos resultados obtidos*

Os resultados obtidos para Força *versus* Deslocamento e Momento *versus* Rotação utilizando a metodologia apresentada para obtenção da solução analítica mostram precisão suficiente para serem utilizados em modelos substitutos simplificados como os apresentados na seção 4.1 deste capítulo. A aproximação das curvas utilizando esta metodologia apresenta resultados satisfatórios para o intervalo  $35^\circ < \varphi < 40^\circ$ , intervalo de transição entre compressão dominante e flexão dominante, do ponto de vista da utilização das mesmas em modelos de barras simplificados.

### **4.3 Procedimento otimização proposto neste trabalho**

O programa otimizador utilizado neste trabalho é o toolbox de Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox 2.0.2*) do programa MatLab R14 (2006b).

A metodologia de otimização a ser seguida é composta das seguintes fases:

**1) Construção de um arquivo de propriedades dos perfis estruturais.** Dois procedimentos são utilizados: I - Todo perfil estrutural que possa ser utilizado na estrutura em análise e otimização deve ter suas curvas características de rigidez (relação constitutiva) definida e numerada neste arquivo. Curvas para diferentes seções são definidas utilizando o método convencional de elementos finitos não linear. Também se fazem necessárias a identificação e a vinculação entre as curvas características de Força *versus* Deslocamento e Momento *versus* Rotação para um mesmo perfil estrutural através de um número que codifica e relaciona as mesmas, vinculando-as a um único perfil. II – Geração de curvas a partir de soluções analíticas e programa específico, conforme apresentado nos Anexos B e C.

**2) Construção do modelo simplificado da estrutura.** Os elementos estruturais são representados por vigas de material rígido ou elastoplástico. Os elementos estruturais de material rígido são unidos por juntas translacionais ou juntas esféricas conforme o comportamento esperado do elemento quando sob carga. Elementos elásticos ou elastoplásticos devem ser utilizados como elementos de união entre os elementos formados por material rígido para evitar problemas de contato. Nesta etapa é definido para cada elemento estrutural um rótulo [a b c d], que funciona como se fosse uma variável para o programa de otimização. Por meio deste rótulo é gerada a numeração das curvas características de rigidez da seção de cada perfil estrutural, as quais são utilizadas para definir as características das juntas translacionais e esféricas (procedimento I do item anterior) ou são fornecidas as relações b/t (largura/espessura) e t

(espessura) para cada tubo utilizado na estrutura (procedimento II do item anterior). Este elemento estrutural identificado por este rótulo pode variar de seção e forma. As seções e formas são definidas através do arquivo de propriedades de perfis estruturais pré-analisados citados no item anterior (procedimento I) ou pelo programa gerador de curvas (procedimento II). A geometria, numeração dos nós, conectividades, condições de contorno, comandos de controle, carregamentos, definição de propriedades geométricas e dos materiais, identificação das juntas translacionais e esféricas, identificação das partes constituintes do modelo e o fornecimento das informações disponíveis no arquivo de propriedades dos perfis estruturais devem ser fornecidos para alimentar o programa de análise dinâmica.

**3) Construção da função objetivo.** A função objetivo é uma medida das características do sistema que está sendo otimizado. Segundo Ambrósio (2001b), funções objetivo típicas são a aceleração máxima que ocorre num componente do sistema durante o impacto, a menor velocidade de deslocamento no final do período de tempo de análise desejado, a energia total, cinética e interna da estrutura ou componente mecânico, a geometria ou parte da geometria da estrutura ou ainda medidas de dano. No âmbito da utilização de Algoritmos Genéticos uma função objetivo pode ser muito mais que isso, tornando-se um algoritmo computacional com capacidade de capturar ou calcular o parâmetro que se deseja otimizar.

Dentro do programa que representa a função objetivo devem ser realizadas várias atividades: a) A partir do rótulo que define a numeração de cada elemento componente da estrutura em análise, construir a numeração das curvas características do comportamento e rigidez do mesmo que definirão as relações constitutivas das juntas translacionais e esféricas utilizadas para unir os elementos estruturais rígidos, utilizando para tal as curvas características dos tubos, ou, de forma mais direta e simples, por meio do programa gerador de curvas analíticas; b) Escrever um arquivo de entrada para o programa de análise não linear dinâmica; c) Acionar o sistema operacional e mandar rodar o programa de análise não linear dinâmica; d) Através dos arquivos de saída gerados pelo programa de análise não linear dinâmica capturar os valores das velocidades de deslocamento e rotação dos pontos onde forem colocados juntas translacionais ou rotacionais e calcular o ângulo  $\varphi$  que define a relação entre essas velocidades, conforme definido pela equação (3.25); e) Reconstruir a numeração das curvas características do comportamento e rigidez para cada junta translacional ou rotacional a partir da definição no item anterior do novo ângulo  $\varphi$  ou gerar as novas curvas analíticas por meio do programa gerador de curvas; f) Acionar o sistema operacional e mandar rodar novamente o programa de análise não linear dinâmica, utilizando agora as curvas relativas aos novos ângulos corrigidos; g) Através dos arquivos de saída gerados pelo programa de análise não linear dinâmica calcular a medida

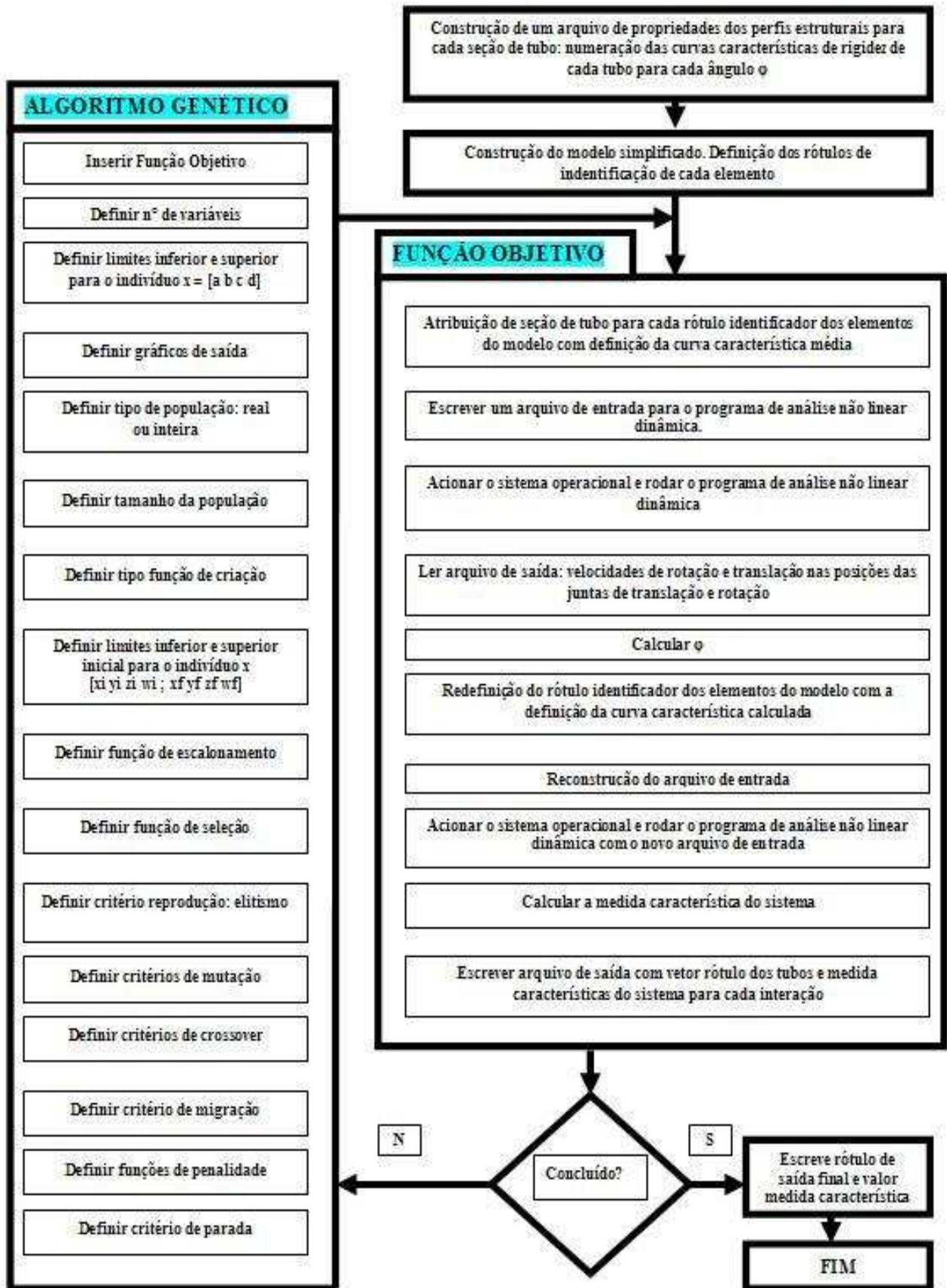


Figura 4.34 - Fluxograma de otimização para o problema de impacto a ser analisado

característica do sistema que está sendo otimizado, ou seja, o valor da função objetivo; e) Escrever um arquivo de saída com a relação dos rótulos dos perfis estruturais utilizados em cada passo de interação e o valor ótimo durante o processo de otimização, bem como o valor da função objetivo.

**4) Acionamento do programa de algoritmo genético (GA).** Para o acionamento do programa de otimização por algoritmos genéticos devem, inicialmente, ser definidos o nome do arquivo da função objetivo, o número de variáveis, identificar o tipo de população (inteiro ou real), o tamanho da população (o número de indivíduos que existem em cada geração), a função de criação (a função que cria a população inicial), o limite superior e inferior da população inicial e os critérios de parada (como o algoritmo termina o procedimento de otimização). O programa de GA trabalha com a seguinte metodologia: a) Inicialmente, é criada uma população inicial com o número de variáveis e tamanhos definidos pelo usuário; b) O programa roda para cada indivíduo desta população o programa função objetivo apresentada no item três; c) O GA gera, assim, uma população de respostas para a função objetivo; d) A partir dessas respostas aplica os procedimentos relativos ao algoritmo genético apresentados no Anexo A seção A.14; e) Atingido o critério de parada, o algoritmo genético termina o procedimento de otimização e fornece como resultados o melhor valor para a característica do sistema que está sendo otimizada (valor da função objetivo), o motivo do término do procedimento de otimização e o valor do ponto final (valor ótimo).

O Fluxograma apresentado na Figura 4.34 ilustra o processo.

## 5 APLICAÇÕES

Para realizar as aplicações apresentadas nesta seção utiliza-se a metodologia apresentada no capítulo 4, que propõe montar elementos rígidos e/ou elásticos/elastoplásticos unidos por meio de juntas de forma a construir um modelo simplificado de barras da estrutura que se deseja analisar. A estrutura é analisada utilizando-se as curvas obtidas em uma pré-análise de MEF ou por procedimento analítico, para representar as rigidezes dos tubos que formam um modelo substituto simplificado da estrutura real constituído por barras flexíveis e/ou rígidas unidas por meio de juntas esféricas e translacionais não lineares. A lei constitutiva que governa as juntas não lineares é dos tipos apresentados nas Figuras 4.12 a 4.15. O elemento utilizado para representar as barras é o elemento de viga de Hughes\_Liu (LS-DYNA, 1999), com capacidade de integração da seção transversal, doze graus de liberdade (translações, acelerações e velocidades nas direções nodais x, y e z e rotações em torno dos eixos nodais x,y e z). Os resultados obtidos utilizando esta metodologia são comparados com os obtidos por MEF utilizando elementos de casca de quatro nós co-rotacional Hughes-Liu (LS-DYNA, 1999) com dois pontos de integração e doze graus de liberdade (translações, acelerações e velocidades nas direções nodais x, y e z e rotações em torno dos eixos nodais x,y e z). Este elemento considera a não linearidade geométrica (Taxa Co-rotacional de Jaumann) e também não linearidades físicas.

Nas seções seguintes se apresentam detalhes da implementação por meio de exemplos ilustrativos.

### 5.1 Exemplos utilizando o Método do Ângulo de Transição (MAT) e o Método do Ângulo Real (MAR)

#### 5.1.1 Exemplo 1: Amassamento de um sistema de absorção de impacto (*end underframe I*)

Será avaliado o amassamento de um sistema de absorção de impacto (*end underframe*) formado por tubos de seção transversal de 50x50x1mm utilizando as curvas características dos tubos obtidas por MEF para um ângulo  $\varphi = 38.45$  (Método do Ângulo de Transição). Uma parede rígida impacta contra o *end underframe* com uma velocidade  $v=2000$  mm/s e massa de 800 kg, na direção z (Figura 5.2 (d)). O material das vigas de ligação utilizadas entre as barras rígidas é o material plástico cinemático (LS-DYNA, 1999).

### Descrição do modelo de elementos finitos

O modelo de MEF utilizou 33670 nós e 33787 elementos de casca 10x10mm, o que implica 404040 graus de liberdade. A Figura 5.1 apresenta a geometria utilizada para a viga no modelo de MEF e para o modelo simplificado, bem como o sistema de coordenadas.

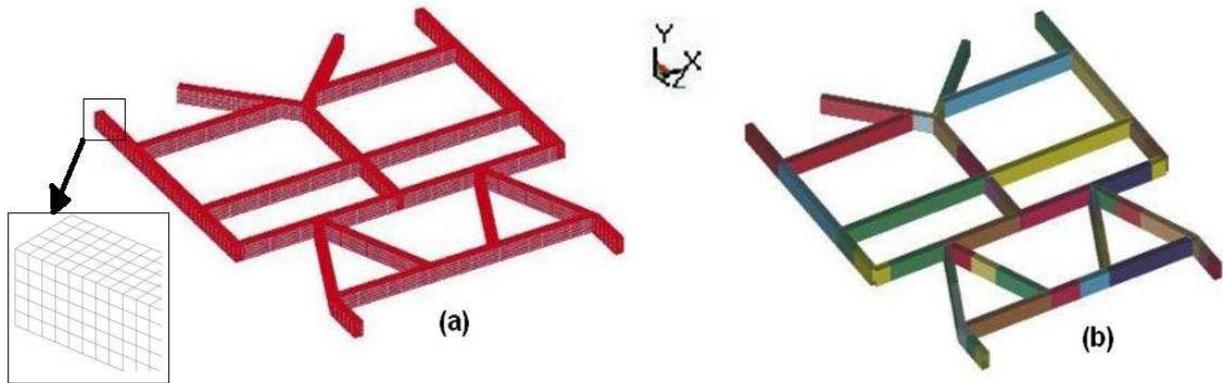


Figura 5.1 - Modelo *end underframe* (a) MEF ; (b) Modelo Simplificado (MAT)

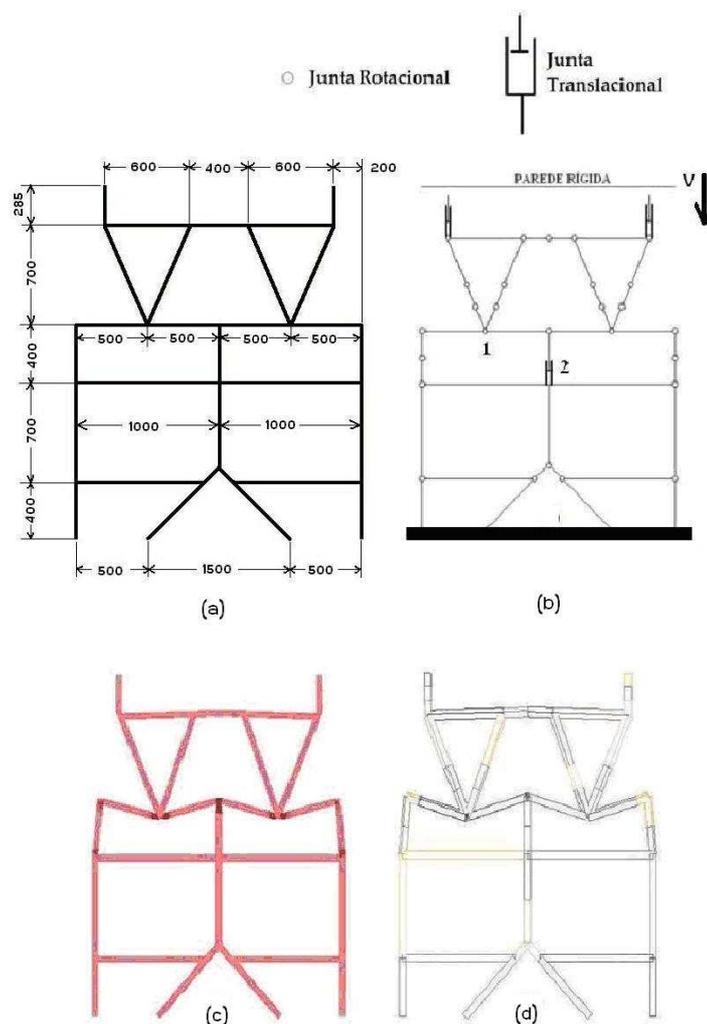


Figura 5.2 - *End underframe*: (a) Dimensões; (b) Esquema juntas(c) MEF; (d) Simplificado

### *Descrição do modelo simplificado*

A Figura 5.2 (b) apresenta a discretização utilizada no modelo simplificado. Foram utilizadas três juntas translacionais, 26 juntas esféricas e onze elementos de viga de material plástico cinemático (LS-DYNA, 1999) e 67 nós. Cada junta translacional ou esférica é formada por dois elementos de viga rígida. O número total de graus de liberdade é 804. A definição da posição das juntas translacionais e rotacionais é obtida a partir da avaliação do modelo de MEF, identificando-se as regiões onde predomina a flexão e onde predomina a compressão. Uma avaliação preliminar sem a utilização do modelo de MEF também é possível, uma vez que o modelo tem um comportamento simples e previsível e pode ser avaliado com base na teoria de vigas.

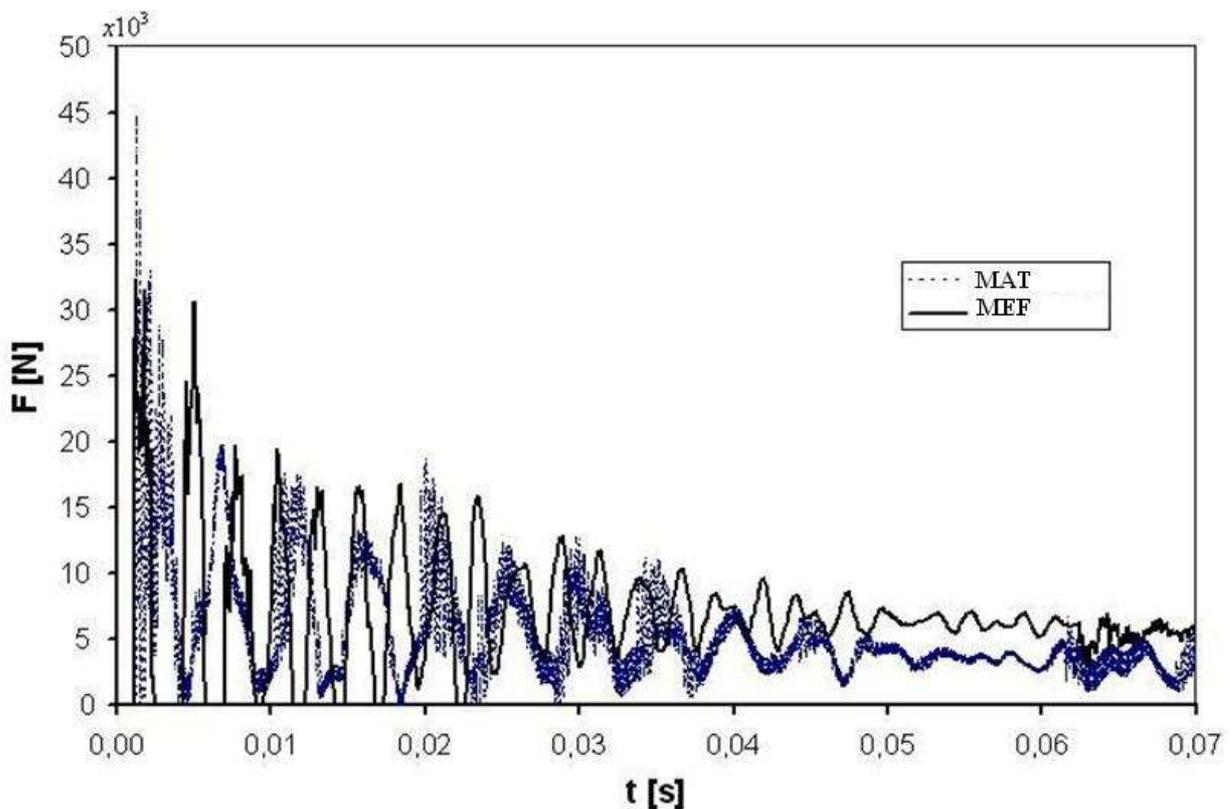


Figura 5.3 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado (MAT)

### *Resultados obtidos*

As Figuras 5.2 (c) e (d) apresentam o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado. A Figura 5.3 apresenta os resultados comparativos para força versus deslocamento.

Pode-se observar na Figura 5.3 uma boa aproximação entre os resultados obtidos com o modelo simplificado e o modelo de MEF. Nos instantes iniciais do processo a aproximação

entre os dois métodos é muito boa (até 0.03s), porém ocorre uma perda de precisão a partir deste tempo. A Figura 5.4 apresenta os resultados comparativos entre energia cinética, energia interna e energia total absorvida pelos modelos.

Observa-se na Figura 5.4 uma aproximação muito boa entre as curvas de Energia Cinética e Energia interna até o tempo de 0.03 s, com uma perda de precisão a partir deste tempo. No entanto, a porcentagem de erro não é significativa. O tempo de CPU para o modelo de MEF foi de 14014 s, enquanto que para o modelo simplificado foi de 19 s, uma redução de 737 vezes em relação ao modelo de MEF. O computador utilizado para a análise é um Intel, Pentium IV, CPU 2.80 GHz, 1024 MB de RAM.

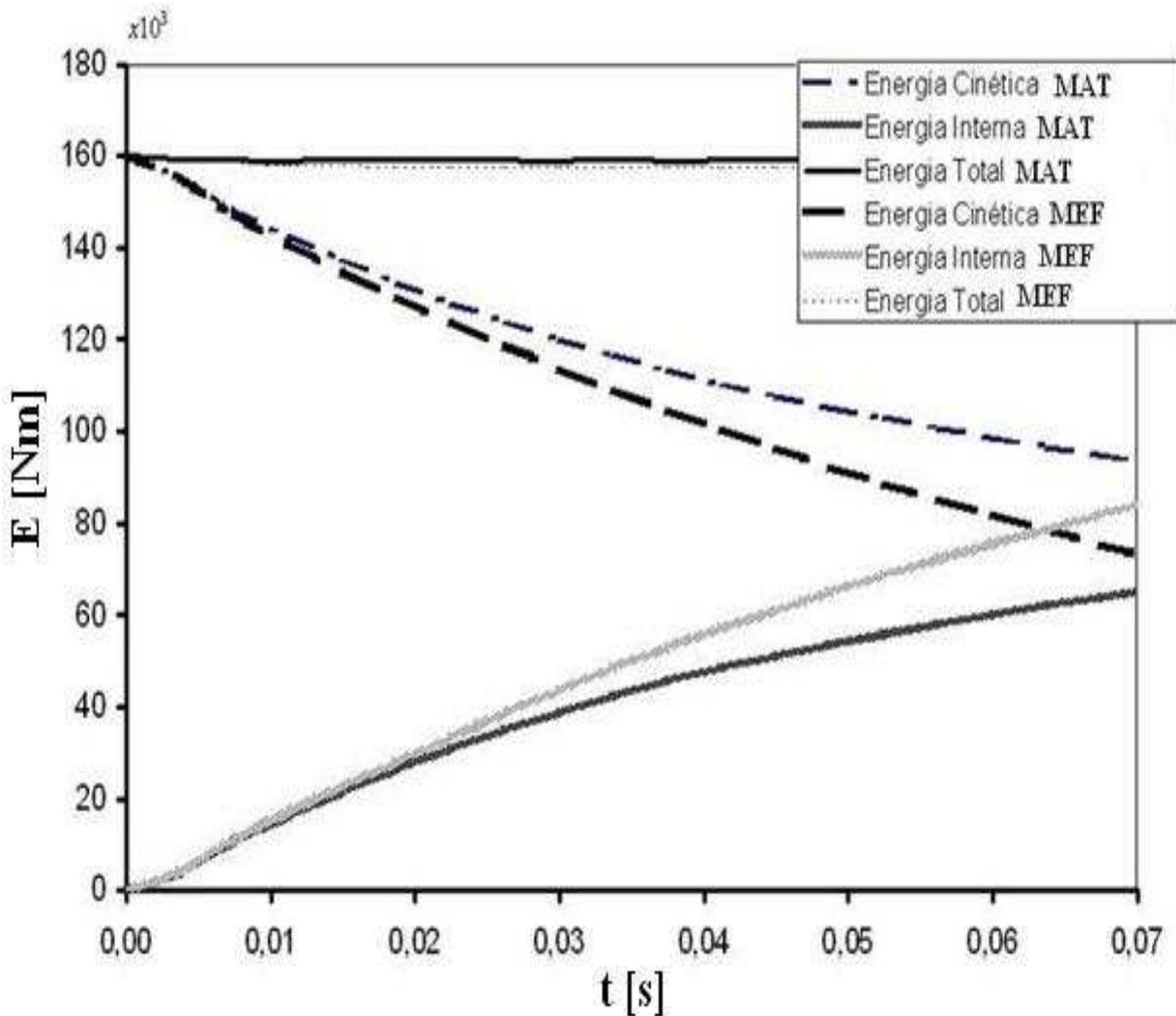


Figura 5.4 - Comparação resultados modelo para energia E (Nm) de MEF e MAT

### 5.1.2 Exemplo2: Amassamento de tubo em forma de “S” modificado I – S-Frame I

Uma avaliação será realizada do amassamento de um tubo de seção transversal de 50x50x1mm com forma de “S” modificado, de forma a tornar o efeito de torção mais pronunciado utilizando as curvas características dos tubos obtidas pelo procedimento de

otimização (Figuras G.3, G.4 e G.5 do Apêndice G) e Método do Ângulo de Transição (MAT). O ângulo entre os braços do tubo é de 45 graus. Uma parede rígida impacta contra o tubo em forma de “S” com uma velocidade de 1000 mm/s e massa de 800 kg na direção z. O material das vigas de ligação utilizadas entre as barras rígidas é elástico.

### *Descrição do modelo de elementos finitos*

O modelo de MEF utilizou 2046 nós e 2024 elementos de casca 10x10mm, o que corresponde a 24552 graus de liberdade. A Figura 5.5 (b) apresenta a geometria utilizada para a viga no modelo de MEF e para o modelo simplificado, bem como o sistema de coordenadas.

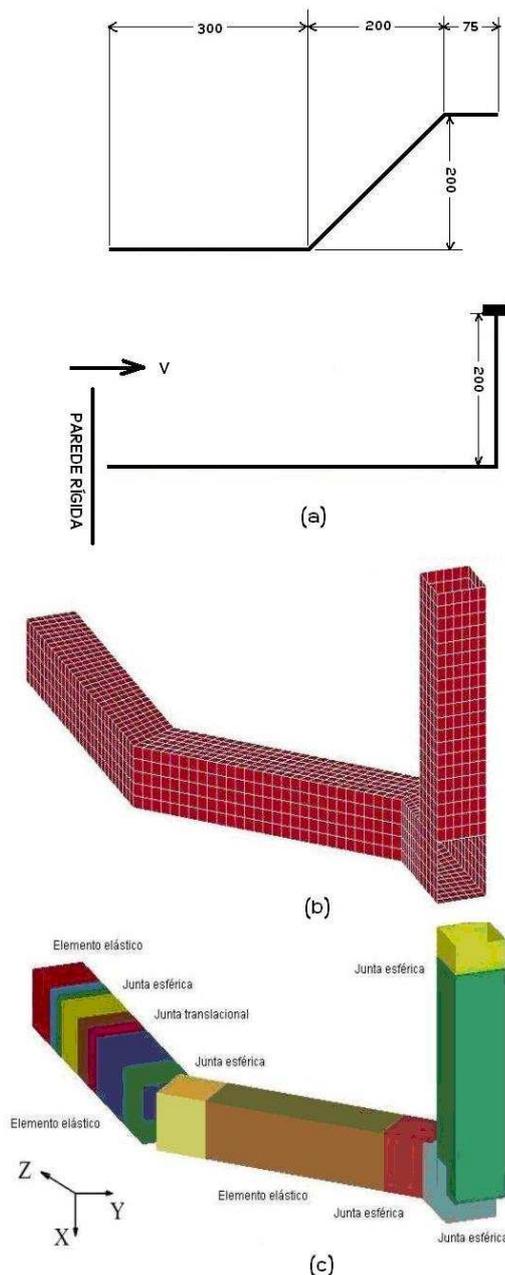


Figura 5.5 - Modelo *S-Frame I* (a) Dimensões (b) MEF; (c) Modelo Simplificado

### *Descrição do modelo simplificado*

Na Figura 5.5(c) se apresenta a discretização utilizada no modelo simplificado. Foram utilizadas uma junta translacional, cinco juntas esféricas e três elementos de viga elásticos. Cada junta translacional ou esférica é formada por dois elementos de viga rígida. Foram utilizados 21 nós, o que corresponde a 252 graus de liberdade. A definição da posição em que foram colocadas as juntas translacionais e rotacionais se fez por avaliação do modelo segundo a teoria de vigas.

### *Resultados obtidos*

A Figura 5.6 apresenta o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado. Pode-se observar na Figura 5.6 a existência de um efeito de torção tanto no modelo simplificado como no modelo de MEF.

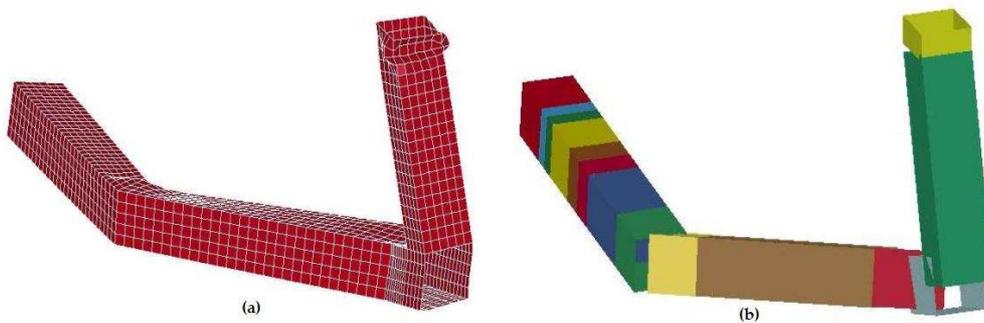


Figura 5.6 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado.

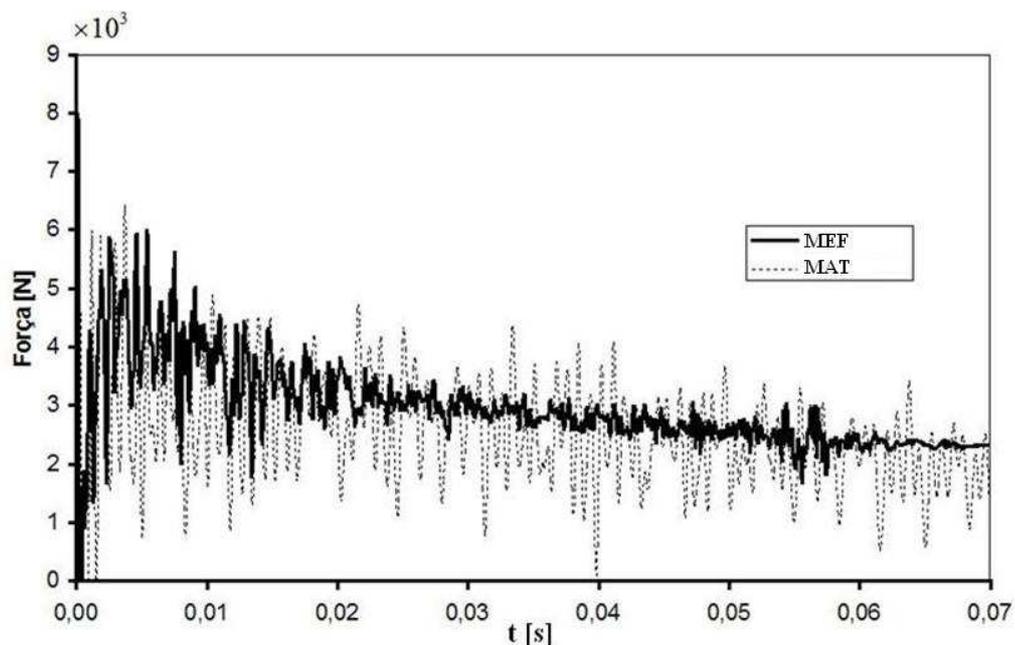


Figura 5.7 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado (MAT) com as curvas obtidas por procedimento de otimização e considerando torção

A Figura 5.7 apresenta os resultados comparativos para força *versus* deslocamento. Pode-se observar na Figura 5.7 que o modelo simplificado aproxima bem o comportamento da estrutura em questão durante todo o tempo em que ocorre o evento. No entanto, ocorrem oscilações acentuadas no modelo simplificado, o que não ocorre no modelo de MEF. O tempo de processamento para o modelo de MEF foi de 213 s, ao passo que para o modelo simplificado foi de 14 s, o que corresponde a, aproximadamente, 15 vezes menos tempo de processamento. O computador utilizado foi o Intel (R) Pentium (R) D CPU 3.4 GHz, 2.0GB de RAM.

### **5.1.3 Exemplo 3: Amassamento de um tubo em forma de “S” modificado II – *S-Frame II***

A seguir será avaliado o amassamento de um tubo de seção transversal de 50x50x1mm com forma de “S” modificado (*S-Frame II*), de forma a tornar o efeito de torção ainda mais pronunciado utilizando as curvas características dos tubos obtidas pelo procedimento de otimização (Figuras G.3, G.4 e G.5 do Apêndice G) para o Método do Ângulo de Transição(MAT), e também utilizando a metodologia que leva em conta a correção, Método do Ângulo Real(MAR).

O ângulo entre os braços do tubo é de 45 graus. Uma parede rígida impacta contra o tubo em forma de “S” com uma velocidade de 1000 mm/s e massa de 800 kg na direção z, conforme mostrado na Figura 5.8 (a). O material das vigas de ligação utilizadas entre as barras rígidas é elástico.

#### ***Descrição do modelo de elementos finitos***

O modelo de MEF utilizou 2556 nós e 2534 elementos de casca 10x10mm, o que corresponde a 30672 graus de liberdade. As Figuras 5.8 (b) e (c) apresentam a geometria utilizada para a viga no modelo de MEF e para o modelo simplificado, respectivamente, bem como o sistema de coordenadas.

#### ***Descrição do modelo simplificado***

Na Figura 5.8(c) se apresenta a discretização utilizada no modelo simplificado. Foram utilizados uma junta translacional, seis juntas esféricas e três elementos de viga elásticos, 23 nós, o que implica 276 graus de liberdade. Cada junta translacional ou esférica é formada por dois elementos de viga rígida.

A Tabela 5.1 apresenta os ângulos utilizados na correção. Os ângulos foram obtidos após uma primeira análise utilizando as curvas características dos tubos obtidas por MEF para um ângulo  $\varphi = 38.45$  (Método do Ângulo de Transição) com posterior cálculo para cada junta

utilizando a expressão  $\eta = \tan(\varphi) = \frac{\dot{\theta}Q}{A\dot{u}_z} = \frac{3b\dot{\theta}}{8\dot{u}_z}$ .

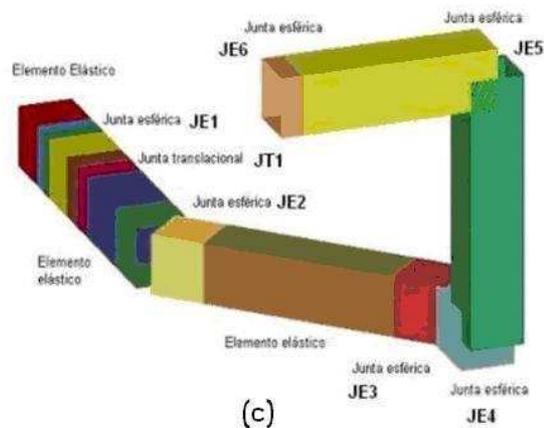
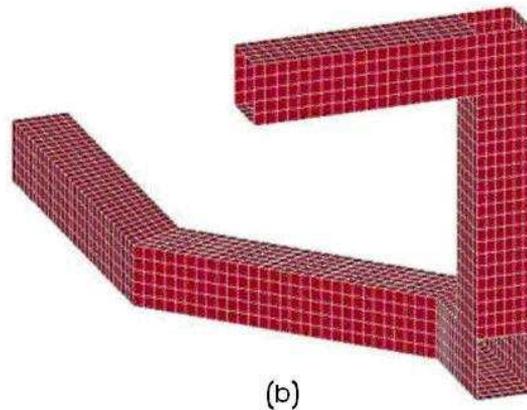
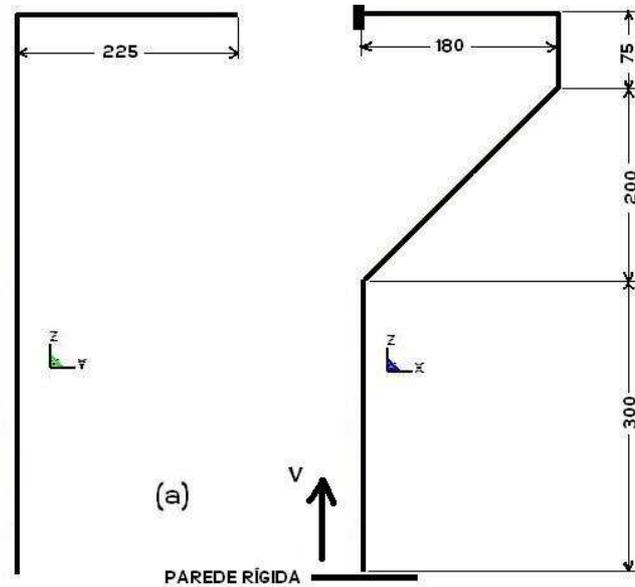


Figura 5.8 - Modelo *S-Frame II* (a) Dimensões; (b);MEF; (c) Modelo Simplificado

Tabela 5.1- Ângulos juntas translacionais e rotacionais

Junta	Ângulo $\phi$
JE1	5.0
JE2	60.0
JE3	50.0
JE4	80.0
JE5	75.0
JE6	90.0
JT1	0.0

Na metodologia MAR a junta JE6 foi dotada com capacidade de resistir à torção, utilizando curvas obtidas para o tubo 50 x 50 x1.0 mm em modelagem numérica específica de torção, sem considerar interação de esforços. As demais juntas esféricas foram modeladas desconsiderando-se a capacidade à torção. Dotando a junta esférica JE6 com capacidade de resistir à torção, consegue-se equilíbrio no modelo. O fato de não se colocar rigidez à torção nas demais juntas deve-se à intenção de minimizar o erro devido ao fato de as curvas utilizadas na modelagem não considerarem interação entre torção, flexão e compressão. Também, em razão desse fato, a curva de torção da junta esférica JE6 foi suavizada, considerando-se somente 50% de sua capacidade.

### ***Resultados obtidos***

A Figura 5.9 apresenta o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado. Pode-se observar na Figura 5.9 a existência de um efeito de torção tanto no modelo simplificado como no modelo de MEF.

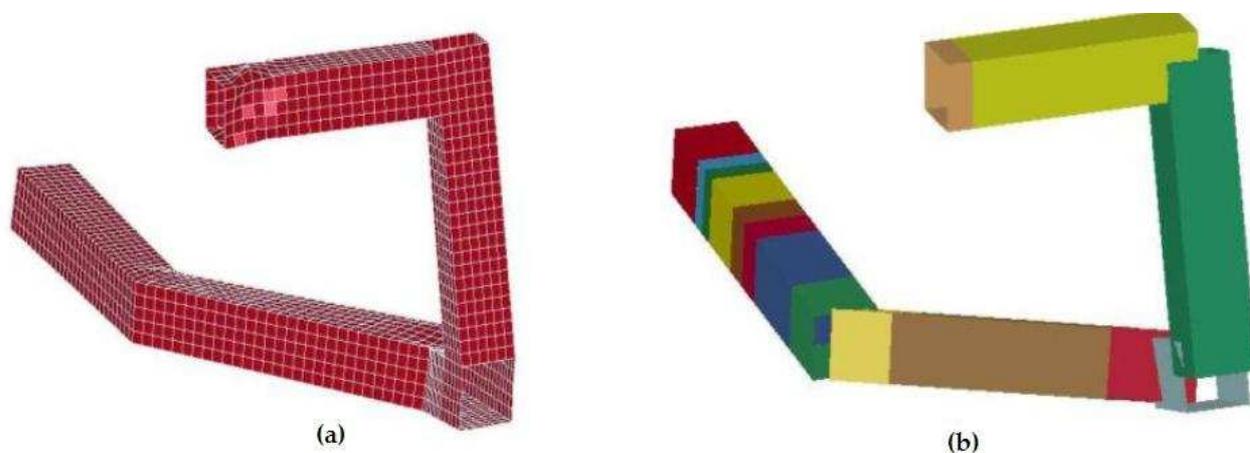


Figura 5.9 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado

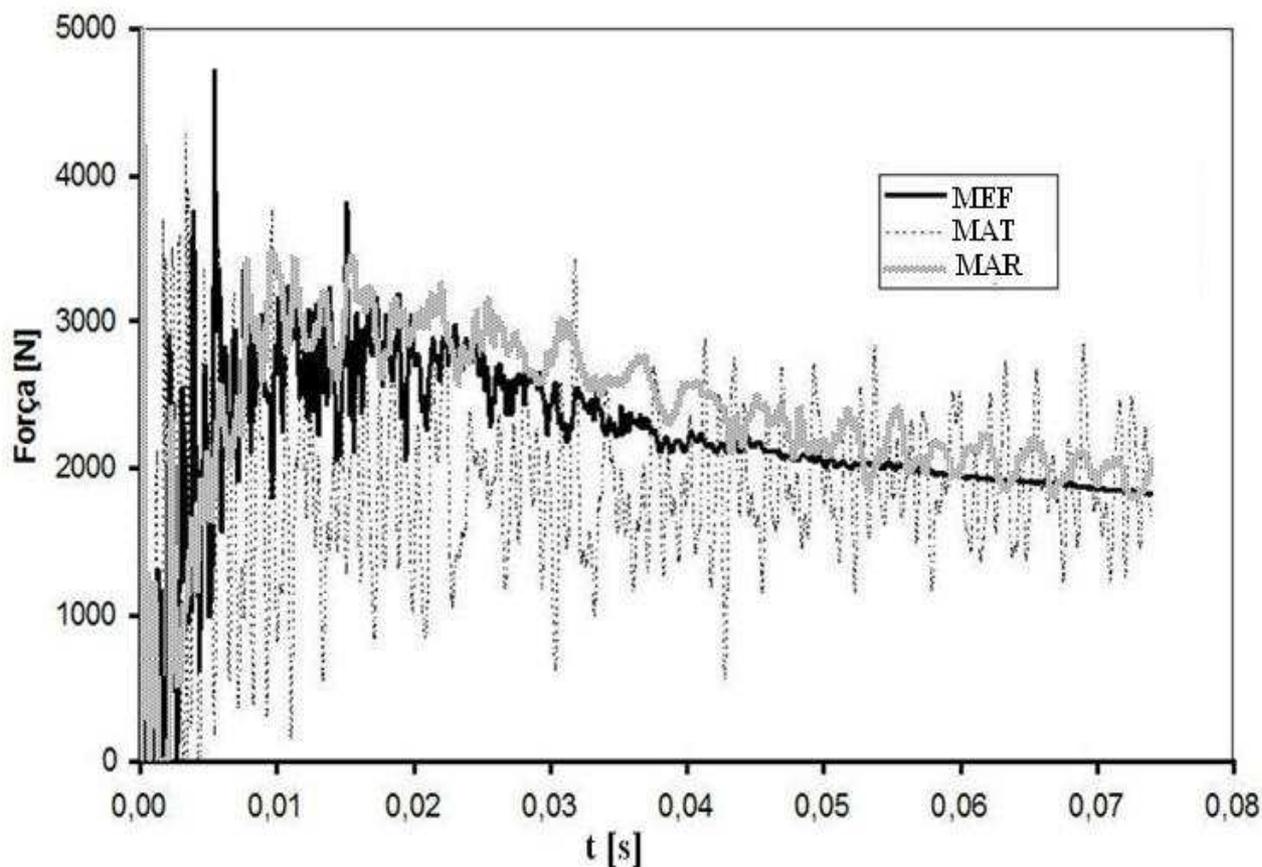


Figura 5.10 - Comparação resultados

A Figura 5.10 apresenta os resultados comparativos para força *versus* deslocamento. Pode-se observar na Figura 5.10 que o modelo simplificado aproxima bem o comportamento da estrutura em questão durante todo o tempo em que ocorre o evento. O modelo simplificado corrigido (MAR) consegue representar melhor o evento. No entanto, utilizamos uma aproximação para o valor dos esforços de torção. Estudos adicionais ainda devem ser feitos para levar em conta a interação entre compressão, flexão e torção. Teorias como as apresentadas por Chen e Wierzbicki (2000), White et al. (1993) e Mahendran e Murray (1990), em conjunto com a metodologia proposta por Kim e Wierzbicki (2001), que procuram aproximar a interação entre as curvas, ainda devem ser estudadas no sentido de encontrar uma metodologia mais adequada para aproximação e interação entre as curvas.

O tempo de processamento para o modelo de MEF foi de 254 s, enquanto para o modelo simplificado foi de apenas 14 s, o que corresponde a aproximadamente 18 vezes menos tempo de processamento. O computador utilizado foi o Intel (R) Pentium (R) D CPU 3.4 GHz, 2.0GB de RAM.

#### 5.1.4 Exemplo 4: Amassamento de um tubo em forma de “S”

Será avaliado o amassamento de um tubo de seção transversal de 50x50x1mm com forma de “S” visto na Figura 5.11, utilizando as curvas características dos tubos (Figuras 4.12 e 4.13) para um ângulo  $\varphi = 38.45^\circ$  (Método do Ângulo de Transição) e as curvas com as relações de velocidades (e conseqüentemente o ângulo  $\varphi$ ) obtidas por meio do modelo substituto simplificado, nos pontos onde estão localizadas as juntas translacionais e esféricas, conforme mostrado na Figura 5.12, após uma primeira análise ter sido realizada neste modelo simplificado alimentado com as curvas médias (Método do Ângulo Real). Uma biblioteca de dados de curvas para o tubo de parede fina de seção quadrada utilizado (50 x 50 x 1.0 mm) é construída previamente, utilizando-se elementos finitos e o procedimento para obtenção das curvas de forma analítica mostrados no capítulo 4. Foram construídas curvas para  $\varphi$  variando de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , de  $5^\circ$  em  $5^\circ$ , e mais a curva média para  $\varphi = 38.45^\circ$ , o que resulta num total de 20 curvas para esse tubo. As quatro etapas apresentadas na seção 4.1 serão aplicadas para a estrutura em forma de “S”. O material das vigas de ligação utilizadas entre as barras rígidas é elástico.

O problema inicialmente proposto consiste em avaliar o comportamento de um tubo em forma de “S” sob impacto. O ângulo entre os braços do tubo é de 45 graus. Uma parede rígida impacta contra o tubo em forma de “S” com uma velocidade de 1000 mm/s e massa de 800 kg, na direção z.

##### *Descrição do modelo de elementos finitos*

O modelo de MEF utilizou 7612 nós e 7568 elementos de casca 5x5mm, com 91344 graus de liberdade. As Figuras 5.11 (a) e (b) apresentam a geometria utilizada para a viga no modelo de MEF e para o modelo simplificado, respectivamente, bem como o sistema de coordenadas.

##### *Descrição do modelo simplificado*

A Figura 5.12 apresenta a discretização utilizada no modelo simplificado. Foram utilizadas duas juntas translacionais, três juntas esféricas, sete elementos de viga elásticos e 26 nós, o que resulta em 312 graus de liberdade. Cada junta translacional ou esférica é formada por dois elementos de viga rígida.

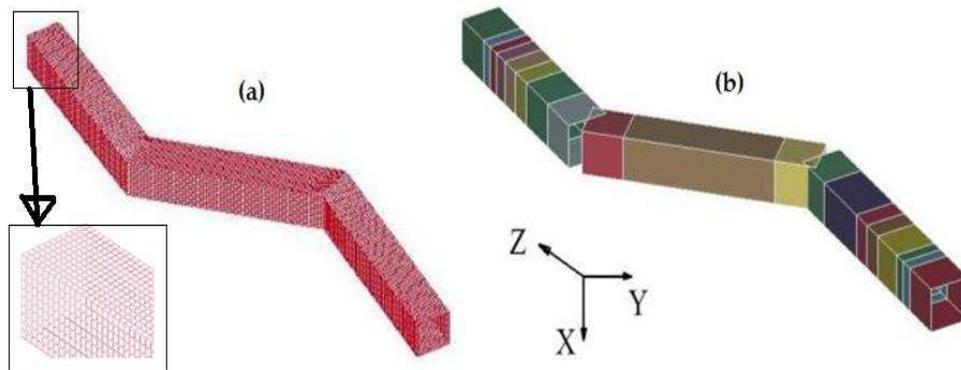


Figura 5.11 - Modelo *S Frame* (a) MEF ; (b) Modelo Simplificado

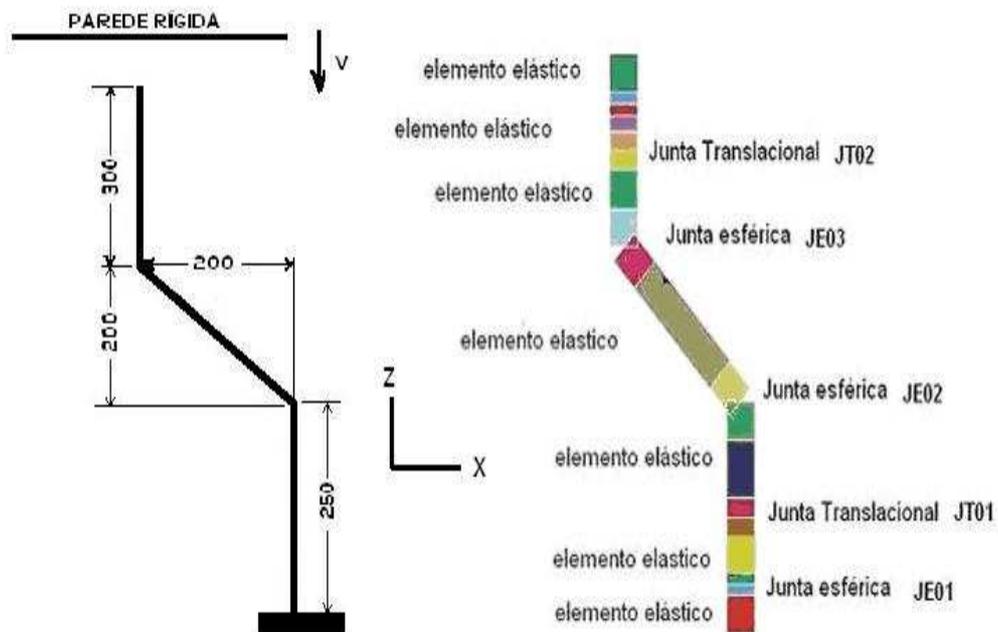


Figura 5.12 - Modelo simplificado do *S Frame*

Os ângulos obtidos para as juntas translacionais e esféricas mostrados na Figura 5.12 após uma primeira análise utilizando as curvas médias ( $\varphi = 38.45^\circ$ ) são apresentados na Tabela

5.2 e foram obtidos utilizando-se a expressão  $\eta = \tan(\varphi) = \frac{\dot{\theta}Q}{A\dot{u}_z} = \frac{3b\dot{\theta}}{8\dot{u}_z}$ .

Tabela 5.2- Ângulos juntas translacionais e esféricas

Junta	Ângulo utilizado
JE01	15.0
JE02	10.0
JE03	90.0
JT01	0.0
JT02	0.0

### **Resultados obtidos**

A Figura 5.13 apresenta o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado. A Figura 5.14 apresenta os resultados comparativos para Força *versus* Deslocamento entre a modelagem utilizando MEF, a metodologia simplificada utilizando curvas médias obtidas por MEF (MAT), a metodologia simplificada utilizando curvas corrigidas para os valores de ângulos máximos e mínimos (MAR) e a metodologia simplificada utilizando as curvas obtidas por método analítico para os valores de ângulos máximos e mínimos (MAR-A).



Figura 5.13 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado

Pode-se observar na Figura 5.14 uma melhora significativa no posicionamento da curva de  $F_z$  *versus* Tempo com a utilização das curvas obtidas pelo procedimento de correção (MAR) em relação à curva obtida utilizando-se as curvas médias (MAT), quando em comparação com a curva obtida utilizando MEF. A correção posterior com as curvas obtidas a partir do levantamento das relações de velocidades de rotação e translação em cada junta consegue fazer com que o evento seja descrito com boa aproximação durante todo o tempo de impacto.

A utilização das curvas obtidas pelo método analítico com correção dos ângulos para máximo e mínimo (MAR-A) produziu uma melhoria nos resultados em relação às curvas obtidas utilizando as curvas médias (MAT). No entanto, os resultados não foram tão bons quanto os obtidos pela metodologia simplificada que utiliza as curvas obtidas por MEF (MAR).

Neste modelo foi utilizado o cálculo de correção obtido pelas curvas de MEF, o que pode ser também o causador das diferenças. No modelo seguinte o problema não aparece, pois neste a correção foi feita com base nas curvas analíticas médias.

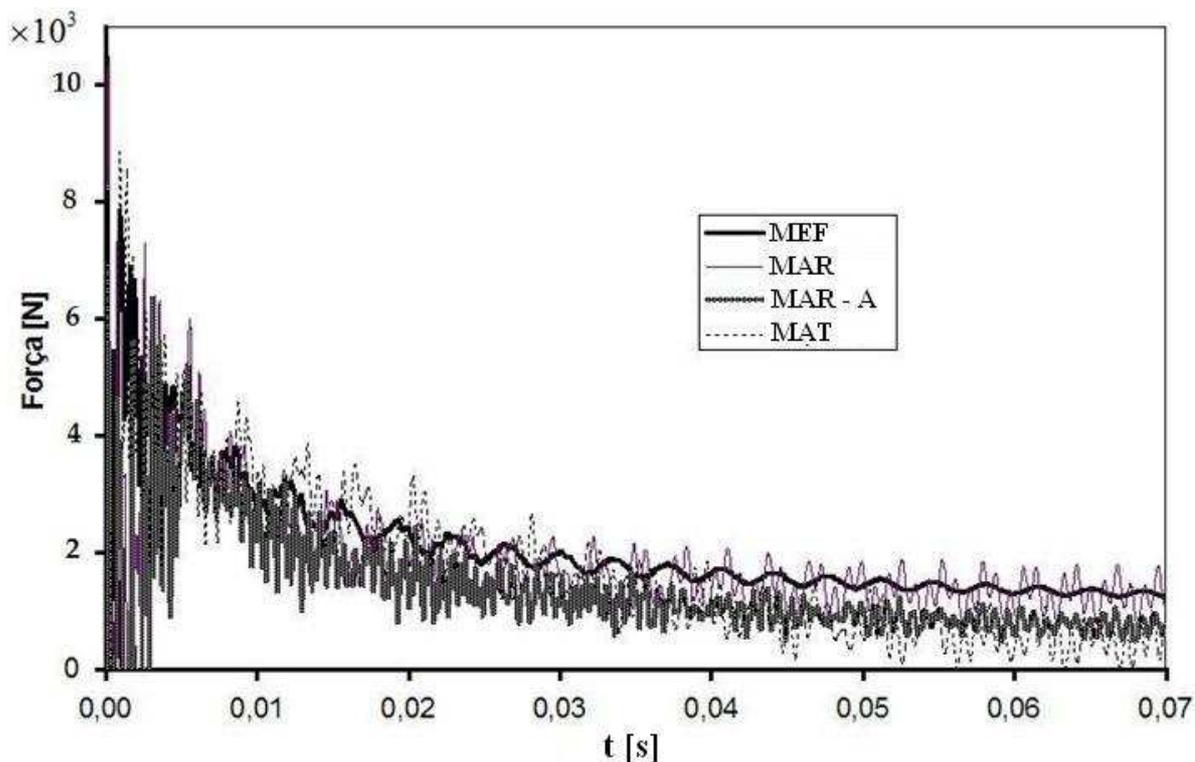


Figura 5.14 - Comparação resultados modelo de MEF e modelo simplificado

A redução do tempo de processamento obtida é muito significativa, o que torna esta metodologia adequada para utilização em processos de otimização. O tempo de CPU para o modelo de MEF foi de 3842 s, ao passo que para o modelo simplificado foi de 17 s, uma redução de 226 vezes em relação ao modelo de MEF. O computador utilizado para a análise é um Intel, Pentium IV, CPU 2.80 GHz, 1024 MB de RAM. Com a correção (MAR e MAR-A) o tempo de processamento do modelo simplificado dobra para 34 s, 113 vezes menor que no modelo de MEF.

### 5.1.5 Exemplo 5: Avaliação de uma estrutura absorvedora de impacto *end underframe II*

A seguir será realizado a avaliação da estrutura de um sistema de absorção de impacto (*end underframe II*), formado por tubos de seção transversal de seção quadrada utilizando as curvas características dos tubos médios ( $\varphi=38.45^\circ$ ) (MAT) e as curvas para os ângulos corrigidos com uma aproximação de  $5^\circ$  (MAR) e a mesma geometria da Figura 5.2. Também serão apresentados os resultados utilizando as curvas obtidas pela metodologia analítica (MAR-A). A seguir constrói-se a geometria do modelo estrutural simplificado que vai representar a estrutura, conforme mostrado na Figura 5.15.

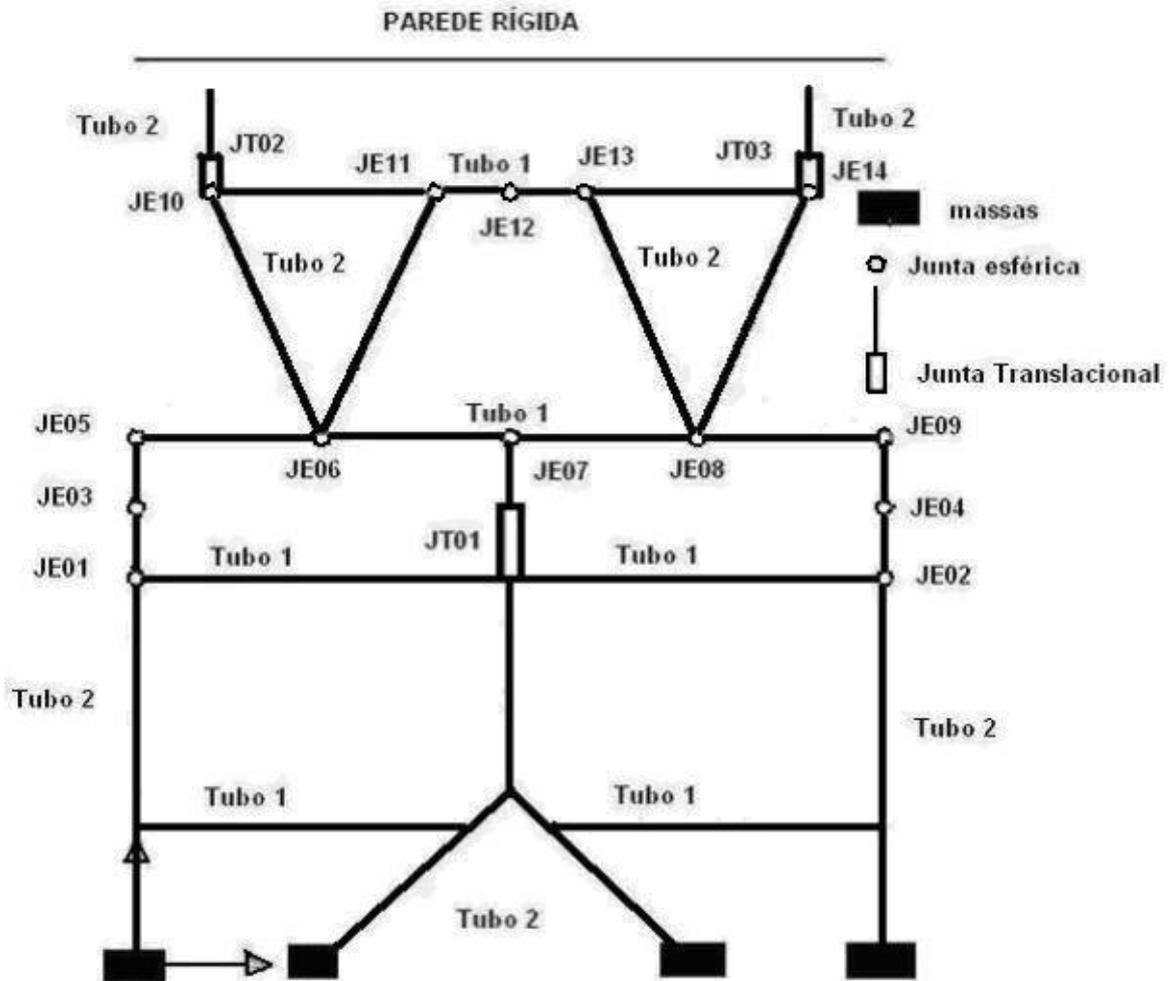


Figura 5.15 - Modelo simplificado do *end underframe*

Na Figura 5.15 também são apresentadas as posições das juntas translacionais e juntas rotacionais utilizadas para representar as propriedades que caracterizam a rigidez de cada tubo, definidas por suas curvas de Força *versus* Deslocamento e Momento *versus* Rotação. São colocadas quatro massas de 450 Kg cada, totalizando 1800 Kg, nas posições indicadas. A estrutura *end underframe* impacta contra uma parede rígida com uma velocidade de 2000 mm/s na direção z, como mostrado na Figura 5.15. O material das vigas de ligação utilizadas entre as barras rígidas é elástico.

#### ***Descrição do modelo de elementos finitos***

O modelo de MEF utilizou 11542 nós, 11580 elementos de casca, com um total de 138504 graus de liberdade. A Figura 5.16 (a) apresenta a geometria utilizada para a estrutura no modelo de MEF, bem como o sistema de coordenadas.

### Descrição do modelo simplificado

O modelo simplificado é apresentado na Figura 5.16 (b), em que se utilizaram 53 elementos de viga, 14 juntas esféricas e 3 juntas translacionais e 46 nós com 552 graus de liberdade.

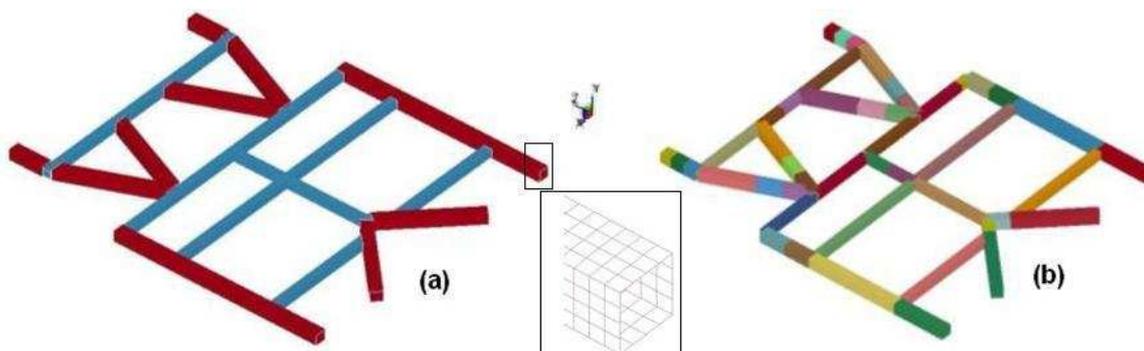


Figura 5.16 - Modelo *end underframe* (a) MEF ; (b) Modelo Simplificado

Tabela 5.3- Ângulos juntas translacionais e esféricas

Junta	Ângulo $\varphi$
JE01	5.0
JE02	5.0
JE03	5.0
JE04	5.0
JE05	5.0
JE06	85.0
JE07	5.0
JE08	85.0
JE09	5.0
JE10	50.0
JE11	55.0
JE12	10.0
JE13	50.0
JE14	75.0
JT01	0.0
JT02	0.0
JT03	0.0

A Tabela 5.3 apresenta os valores dos ângulos  $\varphi$  utilizados para as juntas esféricas e juntas translacionais. Novamente, para as juntas esféricas foi utilizado o valor do máximo ângulo verificado durante o evento de impacto e, para as juntas translacionais, o valor do menor ângulo.

O cálculo do valor do ângulo  $\varphi$  foi realizado por meio da equação  $\eta = \tan(\varphi) = \frac{\dot{\theta}Q}{A\dot{u}_z} = \frac{3b\dot{\theta}}{8\dot{u}_z}$ .

Encontra-se o valor de  $\eta$  e, por meio dele,  $\phi$  utilizando os valores das velocidades  $v_z$  e  $w_y$  obtidos a partir de uma primeira análise utilizando os valores de  $\phi=38.45$  (MAR).

Uma análise prévia utilizando MEF foi realizada para a obtenção das curvas características do comportamento dos tubos 60 x 60 x 2.0 mm e 80 x 80 x 1.75 mm. Foram geradas vinte curvas para cada tubo, com variação angular de  $5^\circ$  e mais as curvas médias.

A Figura 5.17 apresenta o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado (MAR) no tempo de 0.1 segundos. A Figura 5.18 apresenta os resultados comparativos para Força *versus* Deslocamento. As curvas de Força *versus* Tempo para os modelos simplificados (MAR e MAR-A) e de MEF para a estrutura otimizada apresentam uma aproximação razoável. Plotam-se também na Figura 5.18 os resultados obtidos utilizando-se apenas as curvas médias (MAT), sem a correção. Pode-se concluir que a utilização da etapa de correção produz uma melhoria significativa nos resultados.

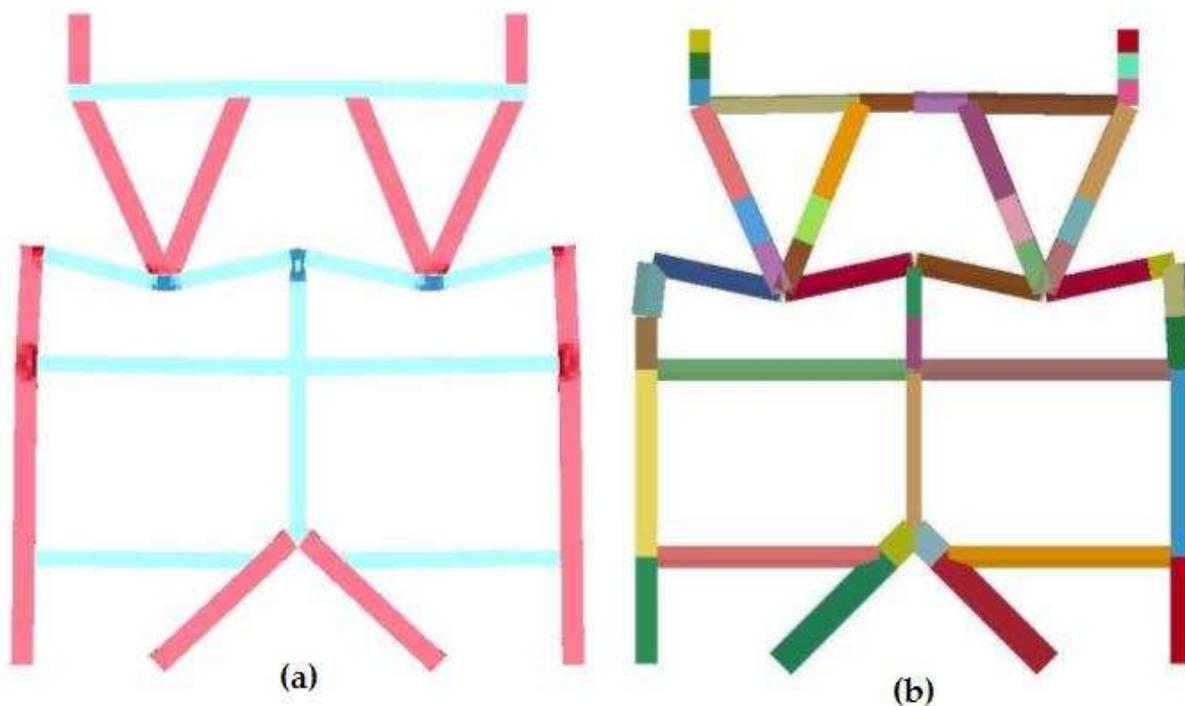


Figura 5.17 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado

Na Figura 5.19 são apresentados os resultados comparativos entre as energias cinética, total e interna para os três modelos. Novamente, pode-se afirmar que o modelo simplificado (MAR-A e MAR) consegue representar com boa aproximação os resultados obtidos por MEF. Pode-se observar que o modelo simplificado com curvas obtidas pelo método analítico (MAR-A) produziu resultados mais próximos aos obtidos por MEF. Com relação ao tempo de pro-

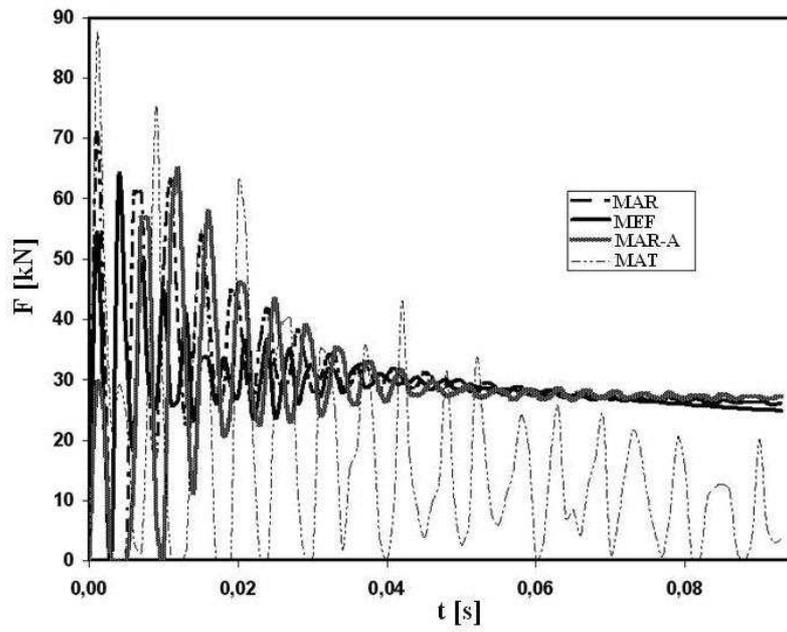


Figura 5.18 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado

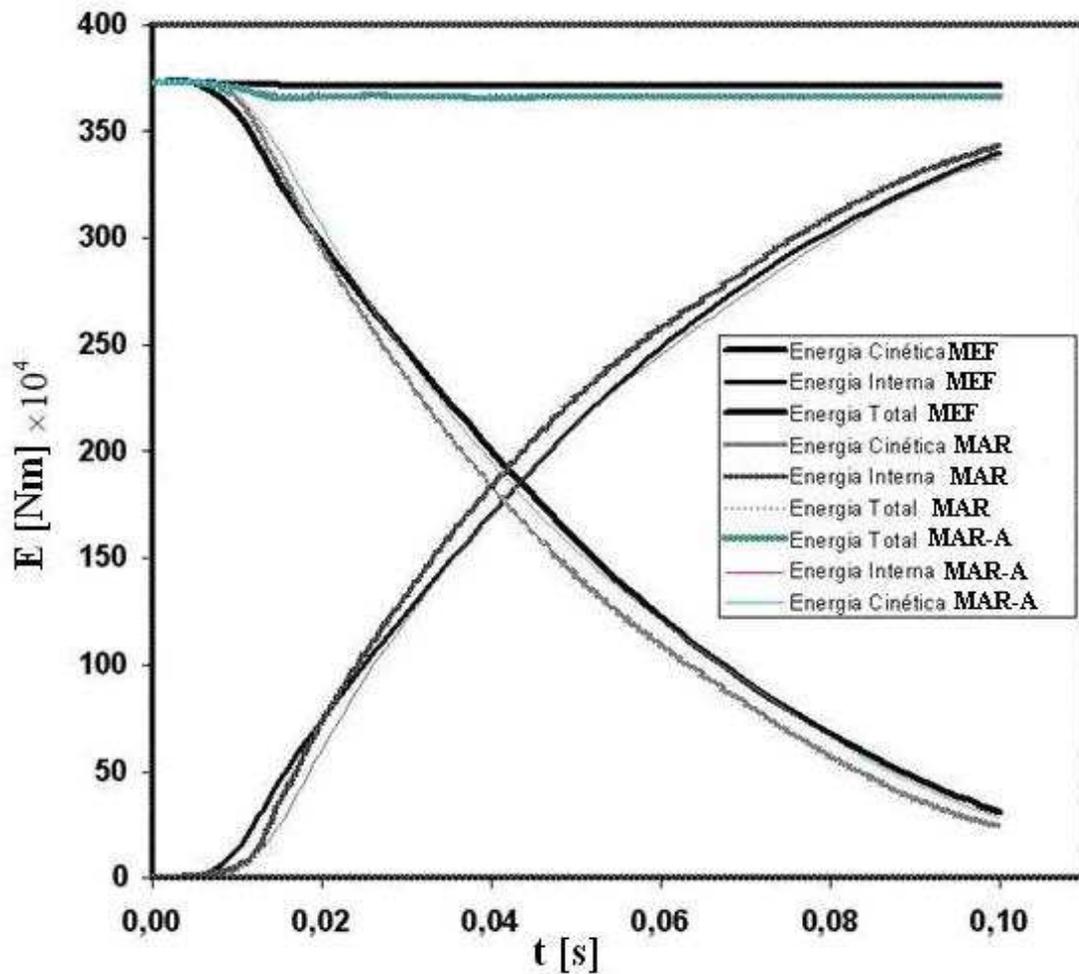


Figura 5.19 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado

cessamento, a estrutura modelada com modelos simplificados utiliza um tempo de processamento de 11 segundos, ao passo que a mesma estrutura modelada com modelo de MEF exige um tempo de processamento de 1179 segundos, utilizando-se para comparação o processamento no mesmo computador (Intel (R) Pentium (R) D CPU 3.4 GHz, 2.0GB de RAM). O modelo simplificado tem um tempo de processamento 107 vezes menor.

## 5.2 Otimização de estruturas de absorvedores de impacto utilizando curvas obtidas por MEF

### Algoritmo de otimização

Nesta seção se pretende otimizar estruturas absorvedoras de impacto formadas por tubos de seção quadrada de parede fina com a mesma geometria da Figura 5.2. No problema de otimização proposto, a geometria da estrutura absorvedora de impacto é fixa, permitindo-se variar as dimensões e espessura dos tubos. Os tubos disponíveis para a fabricação da estrutura absorvedora de impacto são apresentados na Tabela 5.4.

Como estrutura de referencia será adotada a composta com todos os perfis de dimensão 80x80x2.4mm, a estrutura mais pesada e mais forte. Dessa forma, ter-se-á um parâmetro para comparação dos resultados obtidos. A geometria do tubo é fixa. A estrutura é formada pelos tubos indicados na Tabela 5.4 e tem seus elementos identificados por uma variável a, b, c e d, conforme mostrado na Figura 5.20, letras que poderão assumir os valores numéricos dos rótulos definidos na Tabela 5.4, de forma aleatória, de acordo como definido pelo algoritmo genético.

Tabela 5.4- Rótulos dos tubos

Rótulo	Dimensão b	Espessura t
10	40	1.0
11	40	1.2
12	50	1.0
13	50	1.5
14	60	1.5
15	60	2.0
16	70	1.5
17	70	2.0
18	80	1.75
19	80	2.4

A função objetivo é uma medida das características do sistema que está sendo otimizado. A função objetivo  $f(x)$  que se quer otimizar (Eqs. 5.2 a 5.6) depende do indivíduo  $x$  dado por

$$x = [a \ b \ c \ d] \quad (5.1)$$

onde a, b, c, d são os rótulos que definem a seção dos tubos apresentados na Tabela 5.4.

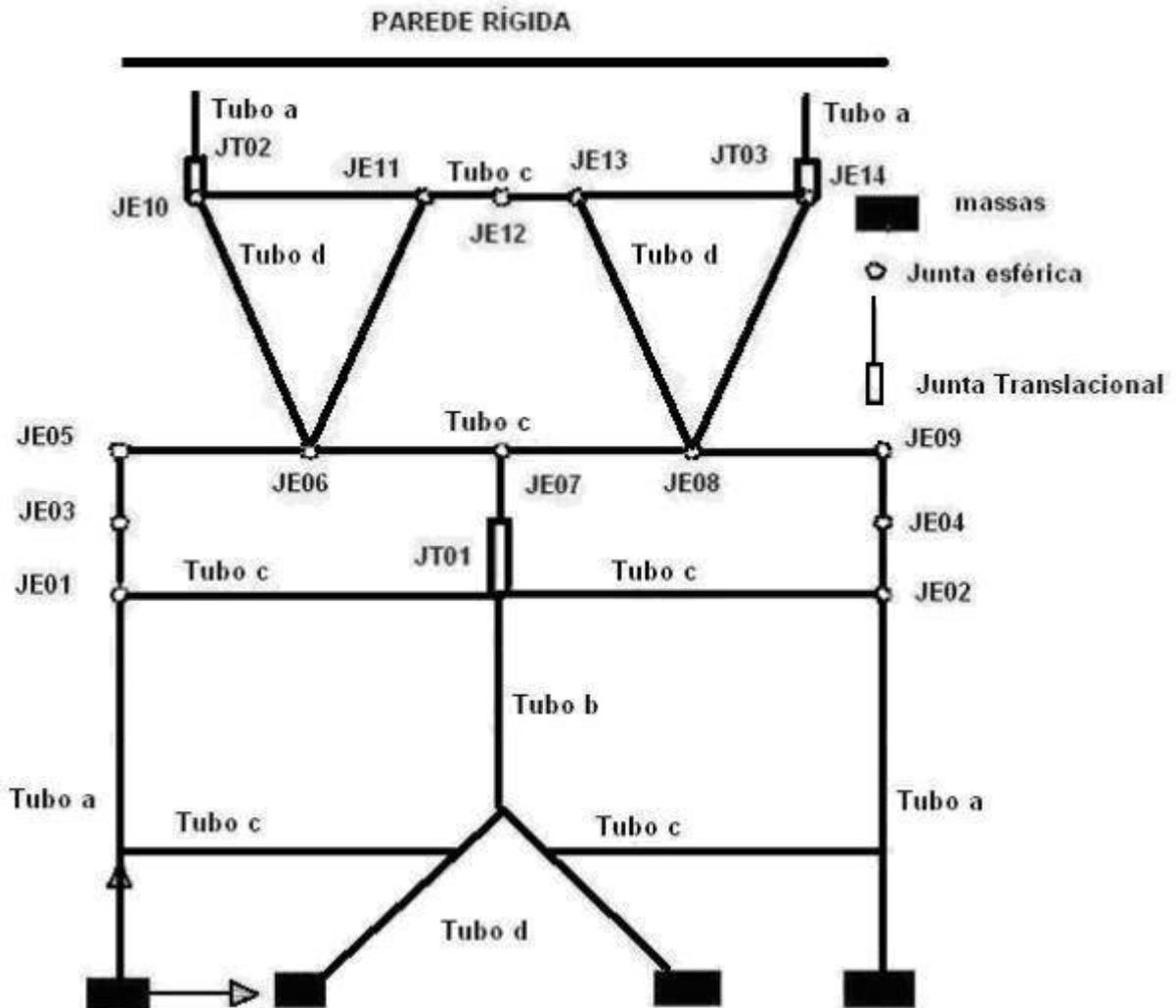


Figura 5.20 - Geometria e identificadores das variáveis

Os problemas de otimização do absorvedor de impacto proposto para a estrutura da Figura 5.20 são representados pelas seguintes equações:

*Minimizar / Maximizar  $f(x)$*

$$f(x) = \frac{a}{a_{\max}} \quad (5.2)$$

$$f(x) = \frac{v}{v_{\max}} \quad (5.3)$$

$$f(x) = \frac{E_c}{E_{c\max}} \quad (5.4)$$

$$f(x) = 0.5 \frac{v}{v_{\max}} + 0.5 \frac{a}{a_{\max}} \quad (5.5)$$

$$f(x) = 0.5 \frac{E_c}{E_{c\max}} + 0.5 \frac{a}{a_{\max}} \quad (5.6)$$

com

$$10 \leq a, b, c, d \leq 19 \quad e \quad dz_{\max} < 320 \text{mm} \quad (5.7)$$

onde  $a$  é a desaceleração máxima verificada durante o evento;  $a_{\max}$  é a desaceleração máxima verificada na estrutura mais forte (com todos os tubos com rótulo 19);  $v$  é a velocidade no instante final do evento;  $v_{\max}$  é a velocidade máxima do evento;  $E_c$  é a energia cinética no instante final do evento;  $E_{c\max}$  é a energia cinética máxima para a estrutura mais forte (com todos os tubos com rótulo 19);  $dz_{\max}$  é o deslocamento máximo permitido para a o nó equivalente a posição JE06 e JE08. Os termos utilizados nos denominadores das expressões das equações (5.5) e (5.6),  $E_{c\max}$ ,  $v_{\max}$  e  $a_{\max}$  são os valores utilizados para normalizar cada termo da equação, deixando-os com a mesma ordem de grandeza, sem definir prioridade para qualquer dos objetivos. Os valores para  $E_{c\max}$  e para  $a_{\max}$  assumidos foram o da estrutura com indivíduo  $x = [19 \ 19 \ 19 \ 19]$ , ou seja, a geometria com todos os tubos de seção 80x80x2.4 mm. Para  $v_{\max}$  foi assumido o valor inicial de velocidade prescrito antes do impacto de 2000 mm/s.

Ao longo deste trabalho, a minimização das Equações (5.2 a 5.6) é tratada como uma otimização multiobjetivo. Porém, dentro da terminologia da otimização, uma otimização multi-objetivo trata da minimização/maximização de um vetor de funções, sendo cada componente um objetivo a ser otimizado. A otimização desse vetor de funções consiste em achar a Região Ótima de Pareto. Maiores detalhes sobre esse tipo de otimização podem ser encontrados em trabalhos como o de Cheng e Li (1997) apud Mezzomo (2007). A otimização proposta por meio das funções objetivo das equações (5.2 a 5.6) obtém a inter-relação entre diversos critérios de otimização através da normalização de cada um. Dessa forma, encontra-se apenas um valor ótimo, ao invés de um conjunto ótimo, como seria a otimização de um vetor de funções. O programa otimizador utilizado neste trabalho utiliza Algoritmos Genéticos.

### **Otimização da estrutura absorvedora de impacto *end underframe***

A seguir será realizada a otimização da estrutura de um sistema de absorção de impacto (*end underframe*) formado por tubos de seção transversal de seção quadrada, utilizando as curvas características dos tubos médias ( $\varphi=38.45^\circ$ , MAT) e as curvas para os ângulos corrigidos calculadas por meio do modelo substituto simplificado, com uma aproximação de  $5^\circ$  (MAR).

Inicialmente, foram construídos arquivos com as propriedades dos perfis estruturais formados por tubos de parede fina de seção quadrada, apresentados na Tabela 5.4. Foram construídas vinte curvas por tubo, com  $\phi$  variando de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , com curvas construídas a cada  $5^\circ$  e mais a curva média de  $\phi=38.45^\circ$ , totalizando 200 curvas. As curvas médias foram numeradas de acordo com um código numérico definido através de números, variando de 10 a 19. A numeração das curvas médias de momento foi obtida somando-se o número 10 a cada um desses rótulos, obtendo-se, assim, uma numeração associada, variando de 20 a 29, garantindo-se, dessa forma, que para cada curva de força fosse mantida a correspondente curva de momento. A numeração das curvas corrigidas foi obtida multiplicando-se o rótulo das curvas médias por 100 e somando-se o valor do ângulo  $\phi$  calculado com arredondamento de  $5^\circ$ , ou seja,  $0,5,10,15,\dots,90^\circ$ . Dessa forma, a numeração das curvas corrigidas assume formatos do tipo 1010, 1945, 1500, etc.

A seguir constrói-se a geometria do modelo estrutural simplificado, que vai representar a estrutura conforme mostrado na Figura 5.20. Neste exemplo de aplicação a geometria e o material são características predefinidas e fixas do projeto inicial. As dimensões das seções podem variar entre os tubos com rótulos 10 a 19, assumindo qualquer valor dentro deste intervalo, de acordo com a indicação na Figura 5.20. O vetor que fornece as variáveis de otimização assume o formato [Tubo a, Tubo b, Tubo c, Tubo d] (Figura 5.20), e as variáveis [a b c d] podem assumir qualquer valor definido pelo algoritmo de otimização, desde que dentro do intervalo entre o rótulo 10 e o 19, ou seja, o vetor [10 10 10 10 ; 19 19 19 19 ], e com a restrição de ser um valor inteiro. Isso quer dizer que não existe uma dimensão inicial para as seções dos tubos; o programa de GA é que vai, aleatoriamente, gerar a sequência numérica que definirá esses valores.

Na Figura 5.20 também são apresentadas as posições das juntas translacionais e juntas rotacionais utilizadas para representar as propriedades que caracterizam a rigidez de cada tubo, definida por suas curvas de Força *versus* Deslocamento e Momento *versus* Rotação. A posição das juntas rotacionais e translacionais é fixa, não podendo ser alterada pelo algoritmo de otimização neste problema. O GA também não está apto para alterar a definição do tipo de junta (se junta translacional ou rotacional) nem para eliminar a presença de qualquer tipo de junta, as quais são predefinidas pelo usuário. Como implementação futura, pode-se agregar este tipo de capacidade para o algoritmo de otimização juntamente com a capacidade de identificar em quais pontos deve haver uma junta rotacional e em quais deve haver uma junta translacional, além de identificar a interação a ser considerada entre os esforços de tração, flexão e torção.

A estrutura *end underframe* impacta contra uma parede rígida com uma velocidade de 2000 mm/s na direção z, para caracterizar uma análise quase estática.

### ***Descrição do modelo simplificado***

Na Figura 5.20 se apresenta o modelo, bem como a localização das massas que acrescentam 1800 kg sobre a estrutura. O modelo simplificado proposto utiliza juntas esféricas e translacionais formadas por vigas do tipo Hughes-Liu (LS-DYNA, 1999) rígidas, que, por sua vez, são conectadas entre si por vigas do mesmo tipo de material elástico. Foram utilizadas três juntas translacionais, 14 juntas esféricas, 50 elementos de viga, 46 nós (552 graus de liberdade) e quatro elementos de massa. Cada junta translacional ou esférica é formada por dois elementos de viga rígida.

### ***Resultados obtidos***

Os problemas de otimização estudados são os apresentados nas equações (5.2) a (5.6) com as restrições apresentadas na equação (5.7). Consistem em obter, utilizando os perfis estruturais fornecidos (rótulos de 10 a 19), uma estrutura para o absorvedor de impacto que minimize as funções objetivas já referidas no tempo estipulado de 0.09 segundos.

Na utilização do algoritmo genético foi adotada uma população inicial de 20 espécimes, o tipo de população é real (arredondado para inteiro pela função objetivo) e o máximo número de gerações permitido foi 5.

Tabela 5.5- Resultados da otimização

<b>Estrutura</b>	<b>Critério</b>	$f(x)$	<b>Indivíduo</b>	$a$ ( $m/s^2$ )	$v$ ( $mm/s$ )	$Ec$ ( $Nmm/s$ )	<b>Massa</b> ( $kg$ )
1	Aceleração	0.213	[10 10 10 10]	15.19	1682.8	2.70E06	20.12
2	Velocidade	0.179	[15 13 17 15]	46.51	358.7	9.62E04	63.13
3	Energia Cinética	0.003	[14 13 17 13]	43.56	146.9	1.21E04	53.91
4	Velocidade e	0.395	[14 12 17 16]	37.35	531.4	1.55E05	57.37
5	E. Cinética e	0.283	[14 12 17 16]	37.35	531.4	1.55E05	57.37
6	Ref. (mais forte)	-	[19 19 19 19]	71.06	1132	1.15E06	96.09

A Figura 5.21 apresenta o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado para a estrutura otimizada no tempo de 0.09 segundos. Pode ser observado na Figura 5.21 que a estrutura que apresenta maiores deslocamentos é a Estrutura 1, ao passo que a mais rígida é a Estrutura 6. As Estruturas 2, 3, 4 e 5 apresentam comportamentos semelhantes. A Figura 5.22 apresenta os resultados comparativos para Energia Cinética absorvida. Pode-se observar na Figura 5.22 que a Estrutura 1 absorve pouca energia cinética durante o evento de impacto; portanto, é inadequada como estrutura absorvedora de impacto.

A Estrutura 6 (a mais forte) também é inadequada, pois absorve a energia cinética num tempo inferior ao especificado; a estrutura bate contra a parede rígida e, por efeito elástico, volta em sua trajetória adquirindo energia cinética. Também em razão desse fato, é inadequada do ponto de vista de absorção de impacto no tempo proposto. As Estruturas 2,3,4 e 5 apresentam um comportamento semelhante e adequado como solução do problema proposto. A estrutura com melhor comportamento do ponto de vista de redução de energia cinética é a 3. A Figura 5.23 apresenta os resultados comparativos para a redução de velocidade. A Estrutura 1 (a mais fraca) apresenta um comportamento ruim, pois reduz muito pouco a velocidade final da estrutura. A Estrutura 6, por outro lado, apresenta uma redução a zero da velocidade num tempo muito curto, com o repique da estrutura, que retorna em sua trajetória devido a efeito elástico e readquire velocidade, sendo, portanto, inadequada nesse aspecto. As estruturas 2,3,4 e 5 apresentam comportamento semelhante, sendo a melhor a Estrutura 3. Como foram utilizadas somente cinco gerações no algoritmo genético, justifica-se que a solução melhor não tenha sido a 2, onde o critério de minimização é a velocidade. A Figura 5.24 apresenta uma comparação entre as capacidades de desaceleração das estruturas. A melhor estrutura por este critério é a 1, que produz o menor pico de desaceleração. A pior estrutura sob este aspecto é a seis, onde se verifica o maior pico de desaceleração. As estruturas 2,3,4 e 5 apresentam comportamento semelhante.

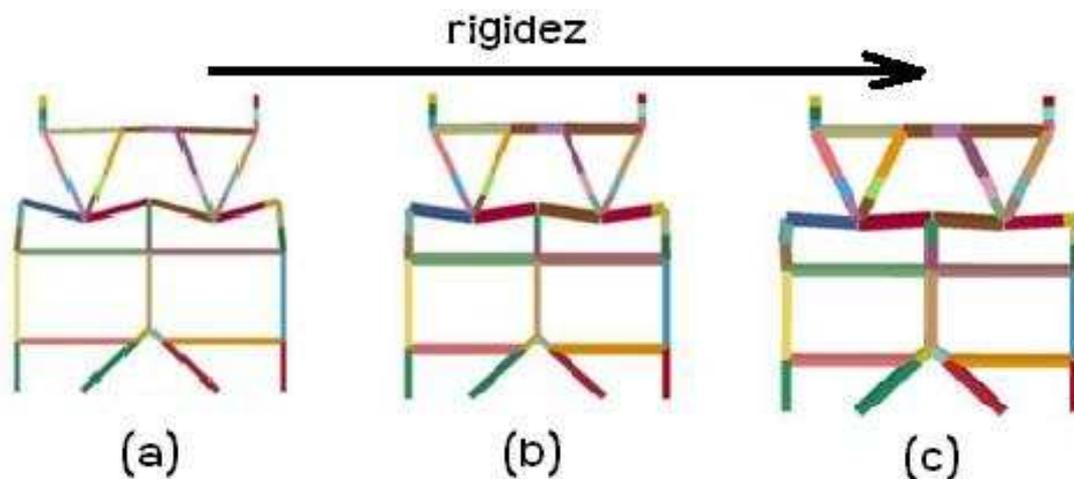


Figura 5.21 - Deformada (a) Estrutura (1); (b) Estrutura 3; (c) Estrutura 6

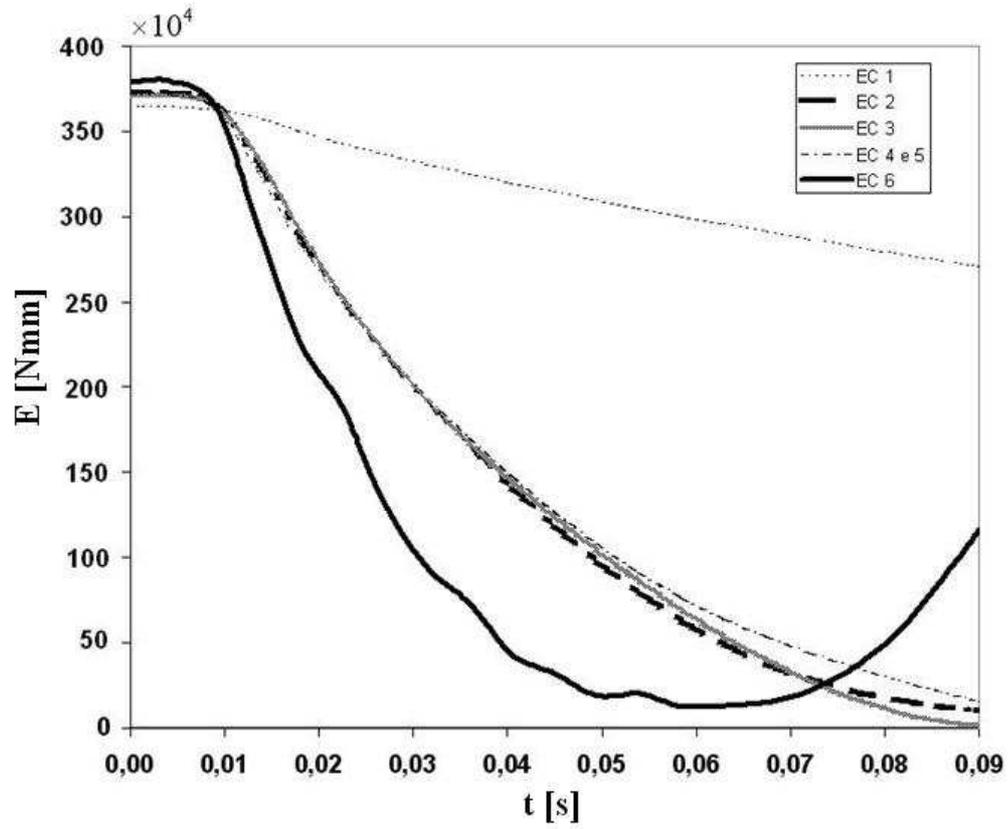


Figura 5.22 - Energia Cinética

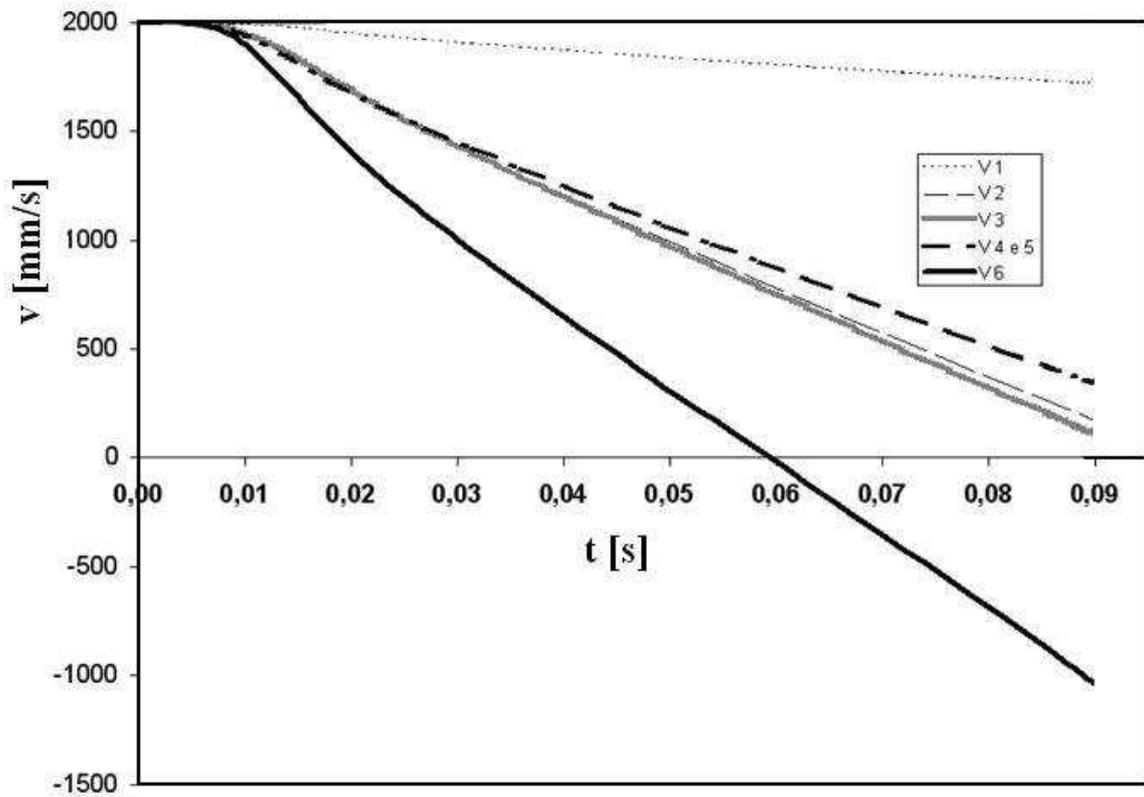


Figura 5.23 - Comparação velocidades

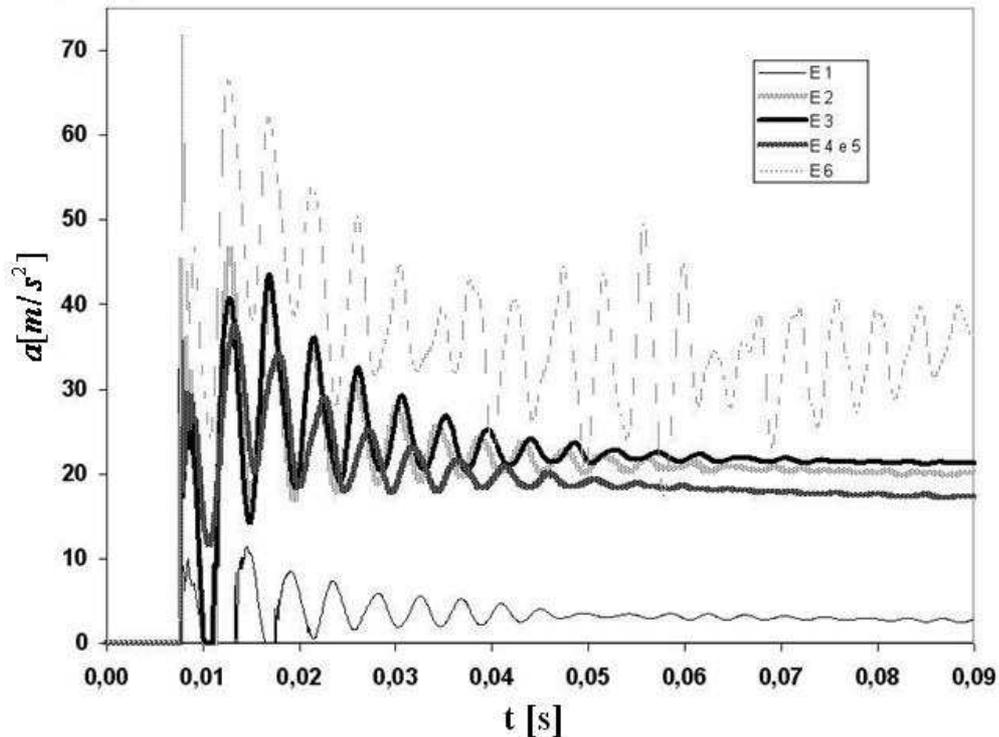


Figura 5.24 - Comparação aceleração

Considerando o comportamento global da estrutura, levando em conta todos os aspectos citados, conclui-se que a melhor estrutura é a 3, que teve como critério a minimização da energia cinética. Com a minimização deste critério, tem-se uma redução da velocidade muito boa dentro de período de tempo especificado, aliada a uma desaceleração média, com absorção de praticamente toda a energia cinética dentro do período de tempo especificado.

### 5.3 Avaliação de uma estrutura absorvedora de impacto *end underframe II* considerando sensibilidade a taxa de deformação

A seguir realiza-se a avaliação da estrutura de um sistema de absorção de impacto (*end underframe II*) já apresentada na Seção 5.1.5, formada por tubos de seção transversal de seção quadrada utilizando as curvas características dos tubos e as curvas obtidas pela metodologia analítica (MAR-A). A geometria é a mesma apresentada na Figura 5.2. A geometria do modelo estrutural simplificado que vai representar a estrutura é a mesma apresentada na Figura 5.15. As condições de contorno também são as mesmas já utilizadas. A discretização do modelo de elementos finitos e do modelo simplificado também é a mesma. A única diferença está no material utilizado, que leva em conta a sensibilidade à taxa de deformação. O material empregado é o material plástico cinemático, com capacidade de representar endurecimento incluindo efeitos de taxa de deformação. A taxa de deformação é considerada pelo utilização do modelo de Cowper e Symonds tanto para o modelo de elementos finitos como para o modelo

simplificado. A tensão de escoamento do material é de 230 MPa, o módulo tangente é de 730 MPa; os coeficientes de Cowper-Symonds são  $D = 40.4$  e  $q = 5$ .

A Tabela 5.6 apresenta os valores dos ângulos  $\varphi$  utilizados para as juntas esféricas e juntas translacionais. Novamente, para as juntas esféricas foi utilizado o valor do máximo ângulo verificado durante o evento de impacto e, para as juntas translacionais, o valor do menor ângulo. O procedimento para cálculo do valor do ângulo  $\varphi$  foi através da equação

$$\eta = \tan(\varphi) = \frac{\dot{\theta}Q}{A\dot{u}_z} = \frac{3b\dot{\theta}}{8\dot{u}_z}$$
 encontrando o valor de  $\eta$  e, por meio dele,  $\varphi$  utilizando os valores das

velocidades  $\mathbf{v}_z$  e  $\mathbf{w}_y$ , obtidos a partir de uma primeira análise utilizando material elastoplástico perfeito. Nesta primeira análise foi utilizado para valores iniciais de  $\varphi$  o ângulo de  $0^\circ$ , para juntas translacionais, e  $90^\circ$ , para juntas rotacionais. Neste exemplo, após a primeira análise e o cálculo do valor real de  $\varphi$ , foi efetuado um arredondamento do mesmo. O ângulo  $\varphi$  foi definido como tendo três valores: I- para  $\varphi < 35^\circ$  foi adotado o valor de  $\varphi = 0^\circ$ ; II- para  $35 < \varphi < 40$  foi adotado o valor de  $\varphi = 38.45^\circ$ ; III – para  $\varphi > 40^\circ$  foi adotado o valor de  $\varphi = 90^\circ$ . Este procedimento se justifica pela observação das curvas características de Força *versus* Deslocamento, que sofrem pequena variação para  $\varphi$  até  $35^\circ$ , e pela observação das curvas de Momento *versus* Rotação, que pouco se alteram para  $45 < \varphi < 90$ . Também se justifica uma tentativa de novo procedimento para simplificar ainda mais a metodologia.

Tabela 5.6- Ângulos juntas translacionais e esféricas

<b>Junta</b>	<b>Ângulo <math>\varphi</math></b>	<b>Arredondamento</b>
JE01	18	0
JE02	14	0
JE03	0	0
JE04	0	0
JE05	43	90
JE06	81	90
JE07	33	0
JE08	78	0
JE09	14	0
JE10	42	90
JE11	14	0
JE12	12	0
JE13	70	90
JE14	33	0
JT01	0	0
JT02	0	0
JT03	0	0

A Figura 5.25 apresenta o modo de deformação obtido para os modelos de MEF e o modelo simplificado (MAR-A) para a estrutura no tempo de 0.12 segundos. A Figura 5.26 apresenta os resultados comparativos para Força *versus* Tempo. As curvas de Força *versus* Tempo para os modelos simplificados e de MEF para a estrutura apresentam uma aproximação razoável. Pode-se observar na Figura 5.26 que o efeito do encruamento do material devido à sensibilidade à taxa de deformação do aço é importante e altera significativamente os resultados.

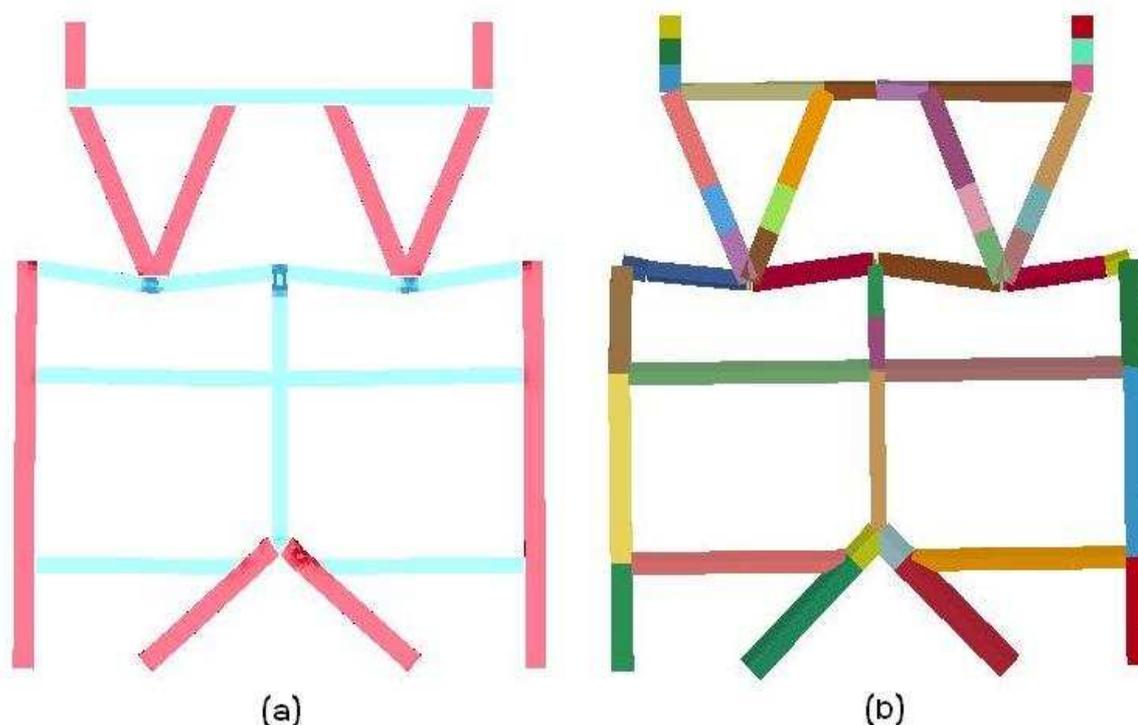


Figura 5.25 - Deformadas (a) MEF; (b) Simplificado

Na Figura 5.27 são apresentados os resultados comparativos entre as energias cinética, total e interna. Novamente se pode afirmar que o modelo simplificado consegue representar com boa aproximação os resultados obtidos por MEF, tanto utilizando material com comportamento elastoplástico perfeito como utilizando material que leve em conta a sensibilidade a taxa de deformação.

O fato de se trabalhar com uma avaliação inicial da estrutura utilizando os ângulos  $\varphi = 0^\circ$  para juntas translacionais e um ângulo  $\varphi = 90^\circ$  para juntas rotacionais não apresentou alterações nos resultados obtidos em relação aos resultados obtidos trabalhando-se com a utilização do ângulo inicial  $\varphi = 38.45^\circ$  (ângulo de transição).

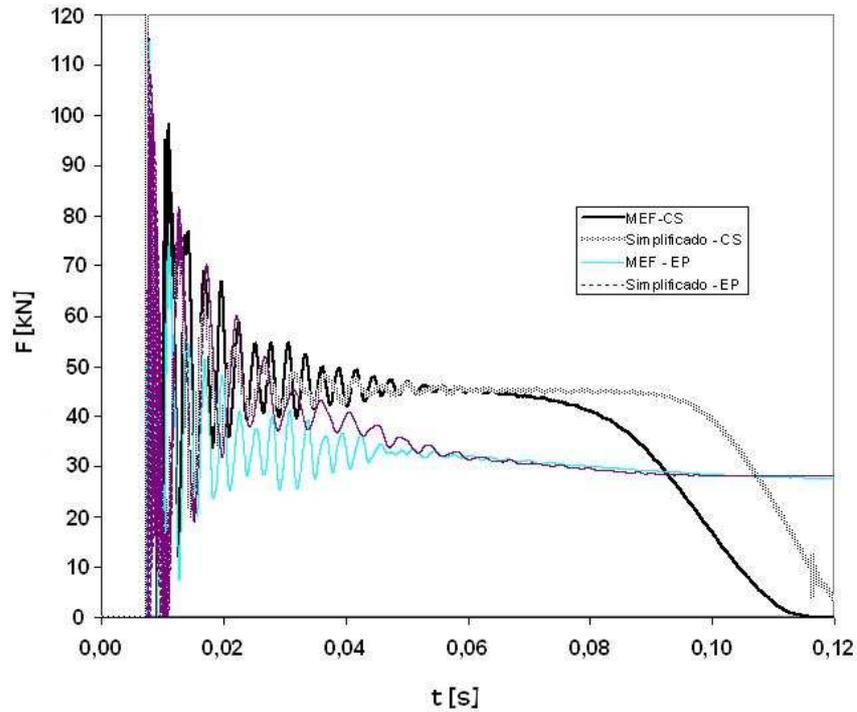


Figura 5.26 - Comparação resultados modelo de MEF e Simplificado

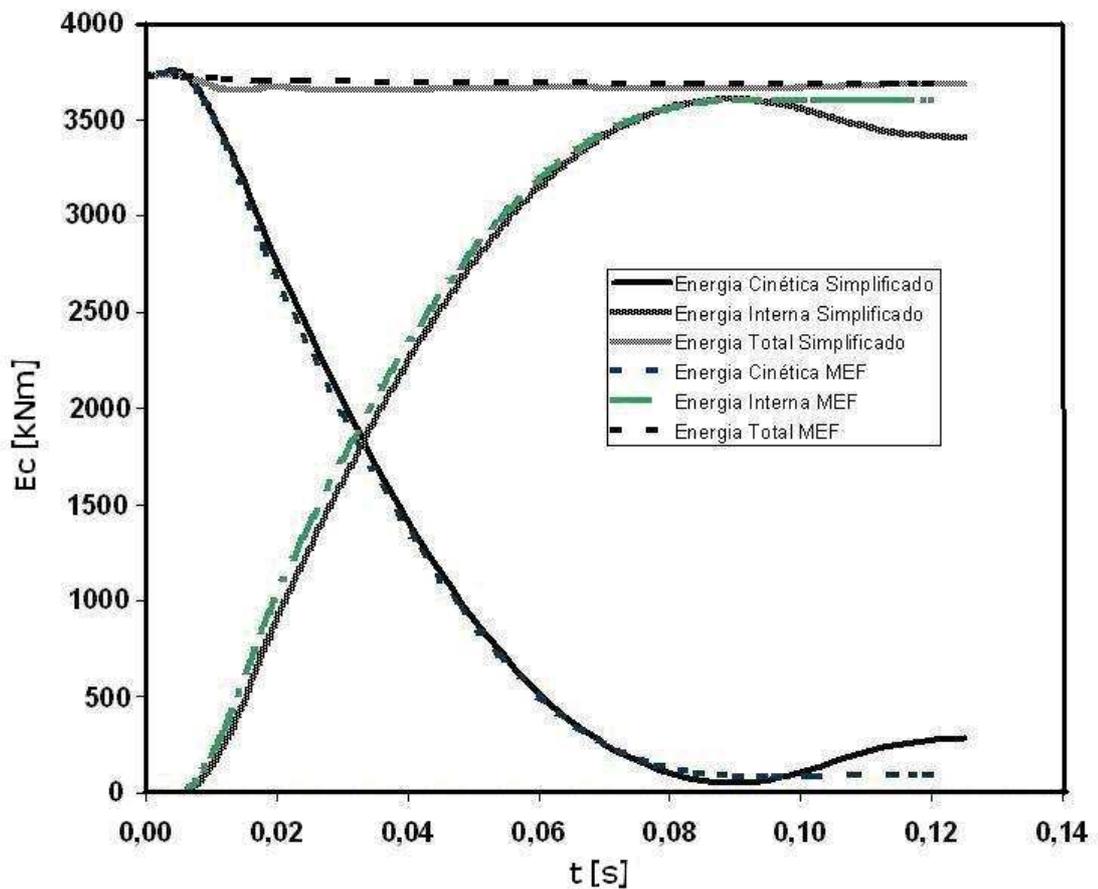


Figura 5.27 - Comparação resultados modelo de MEF - CS e Simplificado -CS.

Também a utilização de apenas três ângulos para as curvas de rigidez dos tubos para  $\varphi$  para este exemplo ( $0^\circ$ ,  $38.45^\circ$  e  $90^\circ$ ) não produziu alterações nos resultados. Dessa forma, obtém-se uma simplificação adicional na metodologia proposta.

Com relação ao tempo de processamento, a estrutura modelada com modelos simplificados utiliza um tempo de processamento de 20 s (modelo com correção), ao passo que a mesma estrutura modelada com modelo de MEF exige um tempo de processamento de 826 segundos, utilizando-se para comparação o processamento no mesmo computador (Intel (R) Pentium (R) D CPU 3.4 GHz, 2.0GB de RAM). O modelo simplificado (MAR) tem um tempo de processamento 41 vezes menor.

#### 5.4 Avaliação de uma estrutura absorvedora de impacto para ônibus interurbano

Nesta seção se apresenta uma proposta de absorvedor de impacto para ônibus interurbano, conforme mostrado na Figura 5.28.

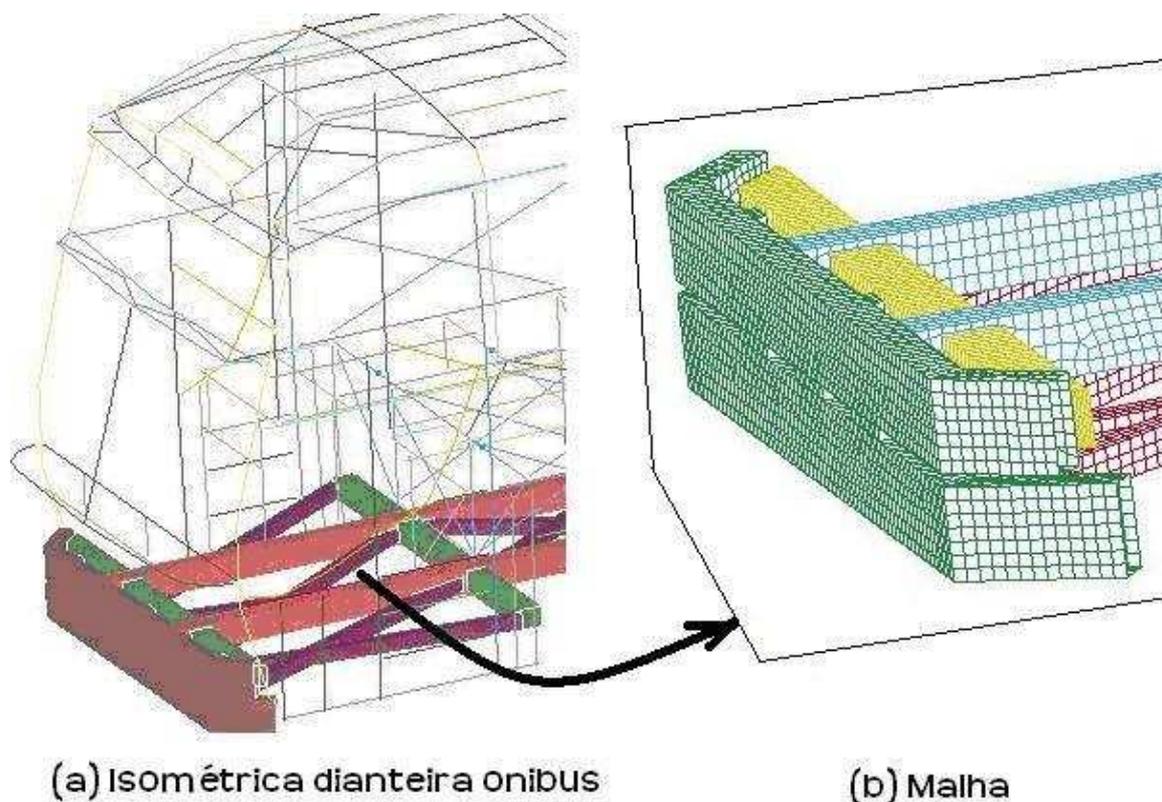


Figura 5.28 - Dianteira ônibus modificada.

A estrutura do absorvedor de impacto será modelada utilizando-se o Método dos Elementos Finitos e a metodologia simplificada através de elementos de barras e juntas rotacionais.

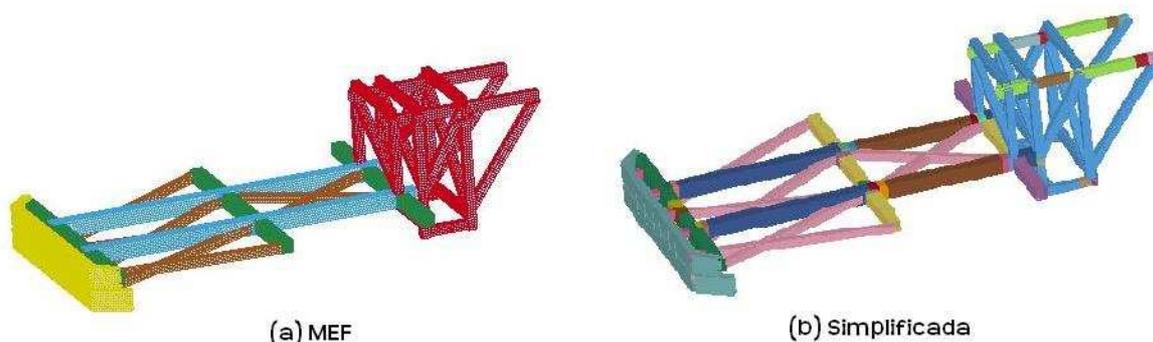


Figura 5.29 - Estruturas absorvedor de impacto MEF e Simplificada.

### Descrição do Modelo de Elementos Finitos

O modelo de MEF foi discretizado utilizando-se 39148 nós e 39710 elementos de casca com formulação tipo Hughes-Liu. A Figura 5.29 (a) apresenta o modelo da estrutura. O aço utilizado é o NBR 7008 ZAR230 com curva de tensão x deformação apresentada na Figura 5.30.

### Relatório de Ensaio

Máquina: <b>Emic DL10000</b>	Célula: <b>Trd 28</b>	Extensômetro: <b>Trd 2</b>	Data: <b>10/06/2009</b>	Hora: <b>09:08:44</b>	Trabalho n° <b>2400</b>		
Programa: <b>Tesc versão 3.01</b>	Método de Ensaio: <b>Tração em chapas metálicas</b>						
Ident. Amostra: >>>>>>	Fornecedor: <b>Qingdao Hangang ( China)</b>	Código: <b>98010304</b>	Descrição: <b>Bobina Aço 2,70 x 1200</b>				
Corpo de Prova	Largura (mm)	Espessura (mm)	Força @Força Max. (kgf)	Tensão @Força Max. (MPa)	Tensão @Escoam. ES1 (MPa)	Def.Especif. @Ruptura (%)	Mod.Elástico (MPa)
CP 1	<b>12,18</b>	<b>2,64</b>	<b>1282,32</b>	<b>391,08</b>	<b>349,96</b>	<b>25,67</b>	<b>164351,09</b>
Número CPs	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
Média	<b>12,18</b>	<b>2,640</b>	<b>1282</b>	<b>391,1</b>	<b>350,0</b>	<b>25,67</b>	<b>164400</b>
Mínimo	<b>12,18</b>	<b>2,640</b>	<b>1282</b>	<b>391,1</b>	<b>350,0</b>	<b>25,67</b>	<b>164400</b>
Máximo	<b>12,18</b>	<b>2,640</b>	<b>1282</b>	<b>391,1</b>	<b>350,0</b>	<b>25,67</b>	<b>164400</b>
Escoam. ES1 - ponto da curva correspondente ao escoamento convencional: :							<b>0,200 %</b>

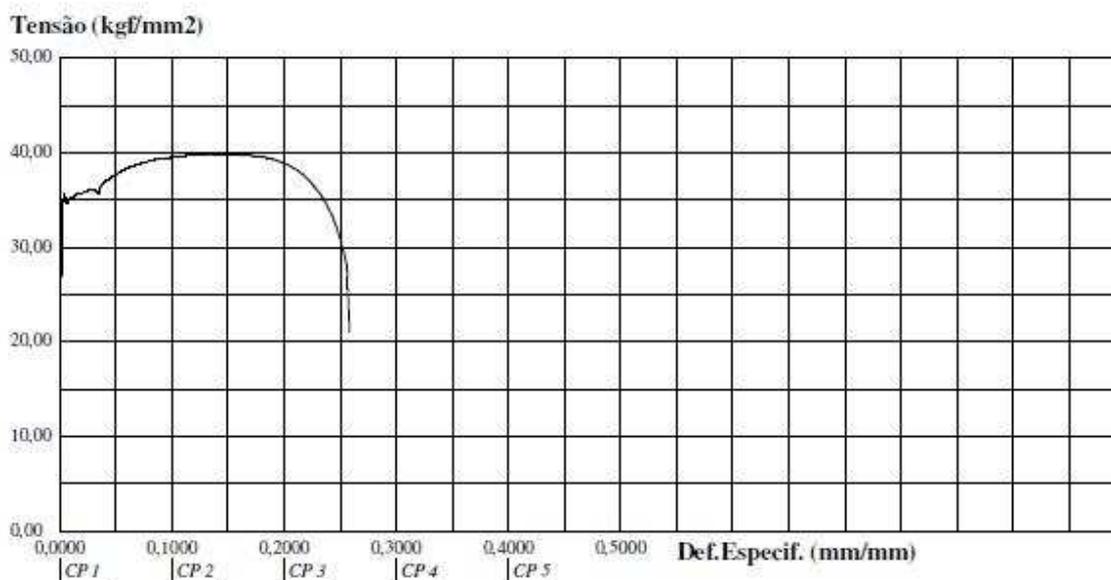


Figura 5.30 - Curva Tensão x Deformação aço NBR 7008 ZAR 230.

O valor da tensão de escoamento para o aço NBR 7008 ZAR 230 a ser utilizado nesta seção é de 343 MPa. A tensão última é de 392 MPa. A tensão de fluxo plástico obtida pela média geométrica entre a tensão de escoamento e a tensão última é de 367 MPa. O módulo tangente é de 326 MPa.

### *Descrição do Modelo Simplificado*

O modelo simplificado foi discretizado utilizando-se 210 elementos de viga, 357 nós e 19 juntas rotacionais. O material empregado é o mesmo utilizado para o modelo de MEF. A Figura 5.29 (b) apresenta o modelo da estrutura e a Figura 5.31, a posição das juntas rotacionais utilizadas. O material utilizado no modelo simplificado é o plástico cinemático com tensão de fluxo plástico de 367 MPa. Nesta seção o ângulo utilizado para o cálculo das juntas é de 90°, obtido em avaliação prévia utilizando o método do ângulo real (MAR). Dessa forma, o comportamento do material é elastoplástico perfeito.

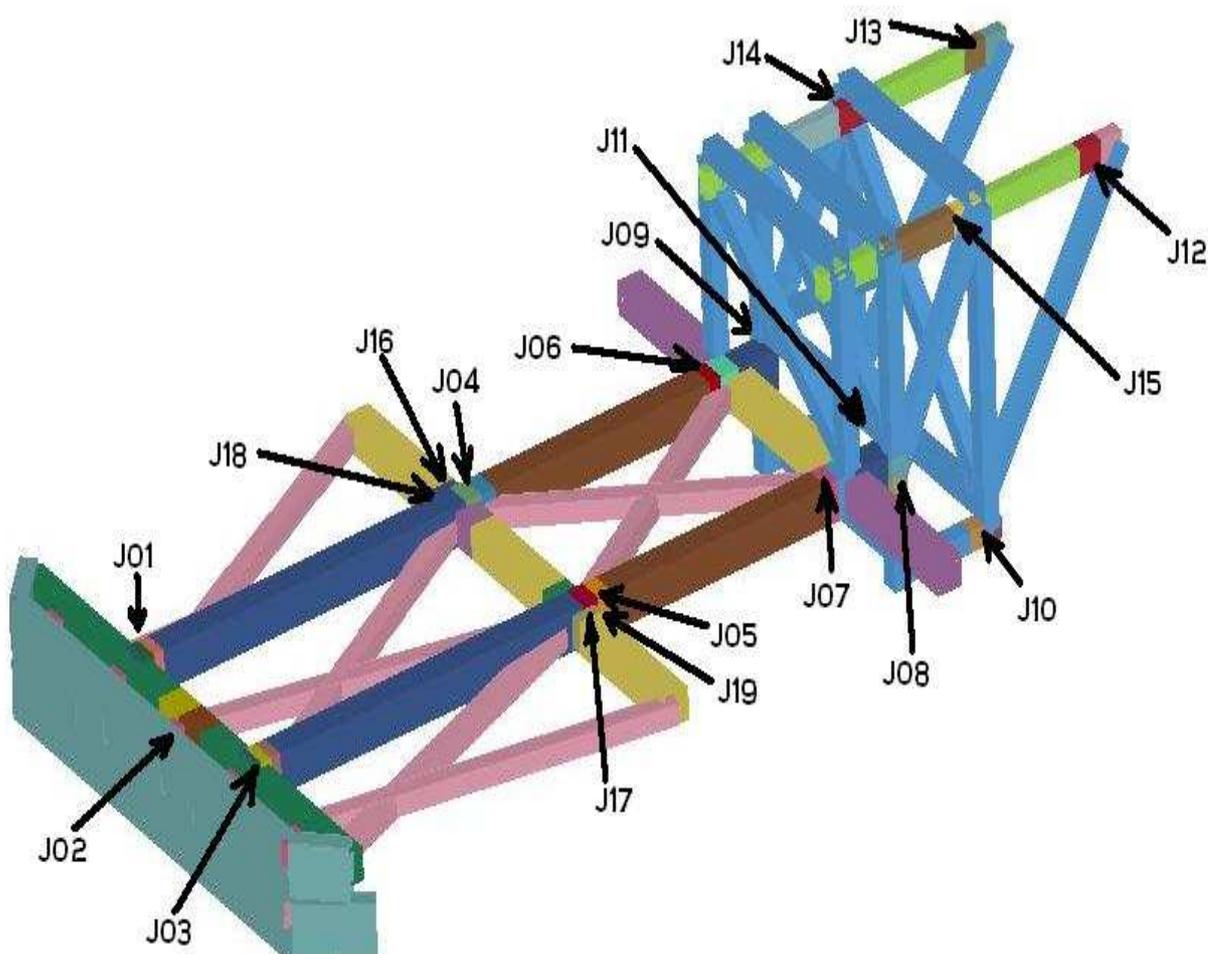


Figura 5.31 - Estruturas absorvedor de impacto MEF e Simplificada.

Figura 5.32 - Parede rígida impacta contra estrutura absorvedora (Modelo de MEF).

### *Caracterização do problema*

A Figura 5.32 apresenta o problema a ser estudado. Uma parede rígida com massa de 4100 kg e velocidade de 4.89 m/s impacta contra o absorvedor de impacto durante um tempo de 0.10 segundos.

### *Resultados obtidos*

A Figura 5.33 apresenta uma comparação entre as deformadas obtidas utilizando o modelo de MEF e o Simplificado. Observa-se semelhança entre os modos de deformação.

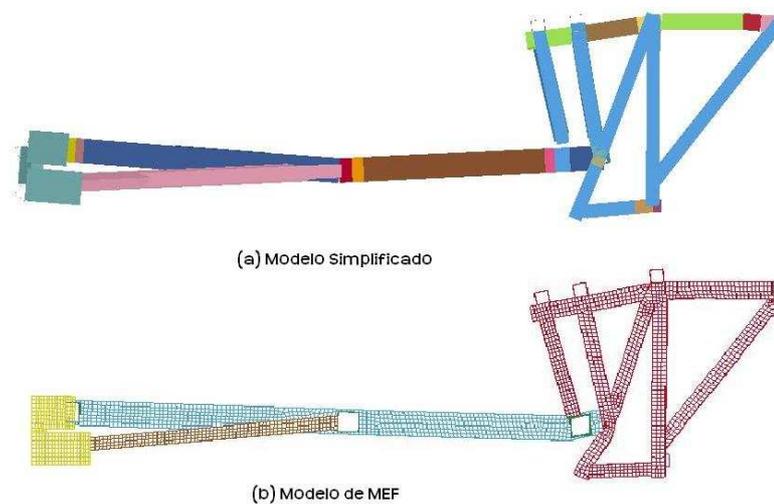


Figura 5.33 - Deformadas.

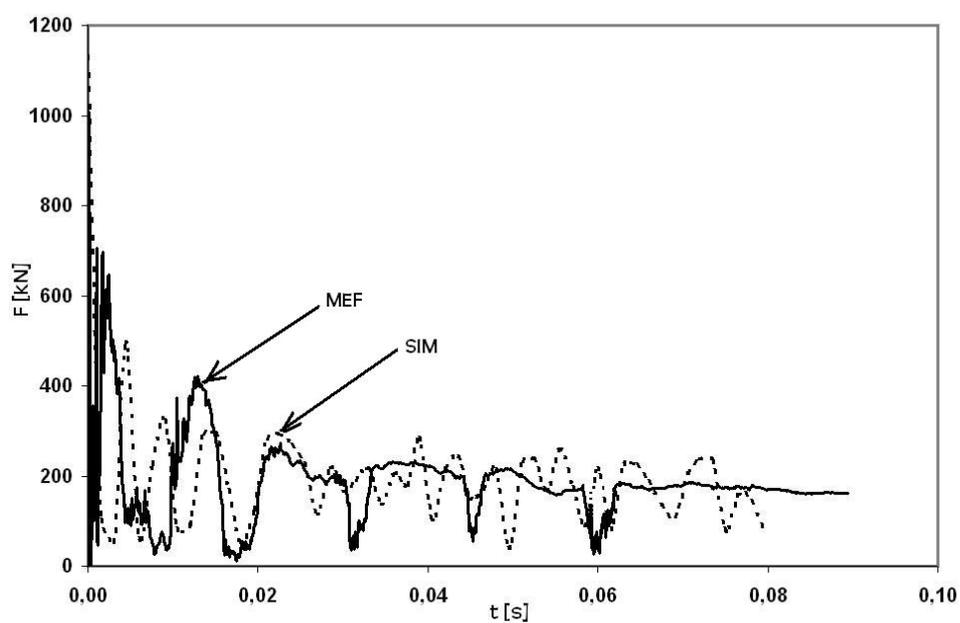


Figura 5.34 - Forças de reação contra a parede rígida.

A Figura 5.34 apresenta uma comparação entre as forças de reação produzidas pelo impacto contra a parede rígida. Observa-se uma boa aproximação entre as curvas obtidas utilizando-se as duas metodologias.

A Figura 5.35 apresenta os resultados em termos de comparação entre energias cinéticas absorvidas durante o evento de impacto. Observa-se a existência de semelhança entre as duas curvas obtidas.

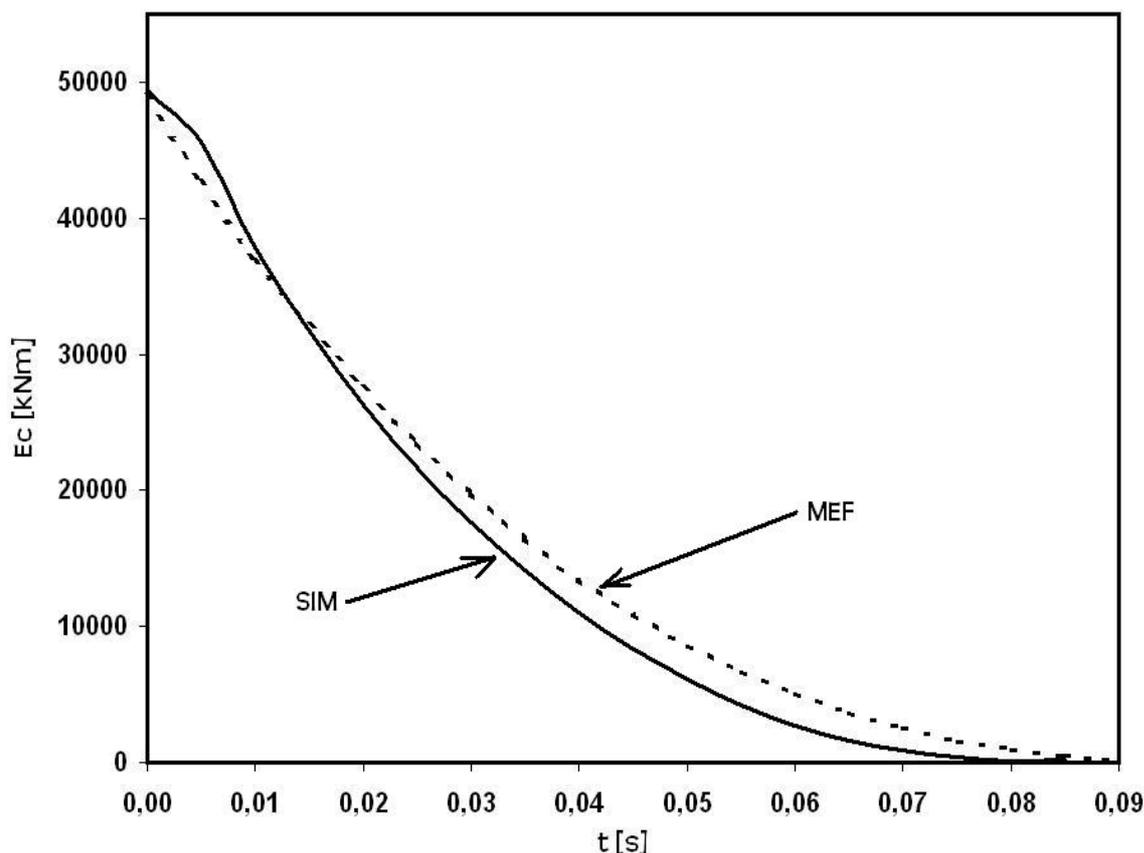


Figura 5.35 - Comparação Energia Cinética.

Observa-se nas Figuras 5.34 e 5.35 a existência de boa aproximação entre os resultados obtidos para força de reação contra a parede rígida e absorção de energia cinética. A utilização de material elastoplástico perfeito com tensão de fluxo plástico prescrito justifica-se pela baixa velocidade utilizada no evento de impacto. O tempo de processamento para o modelo de MEF foi de 10020 s; para o modelo simplificado, 675 s, ou seja, 14,8 vezes menor. O maior tempo de processamento no modelo simplificado em relação aos demais modelos apresentados neste capítulo deve-se ao tamanho dos elementos utilizados nas rótulas, que foram menores em razão da característica da geometria da estrutura e, também, do acionamento do programa do Ls-Dyna através do *software* MatLab.

## 5.5 Conclusões parciais

### *Método do Ângulo de Transição (MAT)*

Esta metodologia foi a que apresentou resultados menos precisos quando comparada com a metodologia do Método do Ângulo Real (MAR) e o Método dos Elementos Finitos (MEF). Como vantagem tem-se o menor tempo de processamento, uma vez que se roda somente uma vez o programa.

### *Método do Ângulo Real (MAR)*

Esta metodologia aproxima muito bem os resultados aos obtidos com o modelo de MEF. Exige que se rode o programa duas vezes para obtenção e correção dos ângulos  $\varphi$ , bem como para capturar as velocidades para verificar a taxa de deformação; desse modo, tem-se um maior tempo de processamento. O problema pode ser simplificado trabalhando-se na primeira análise com ângulos de  $\varphi = 0^\circ$  e  $\varphi = 90^\circ$  no lugar do ângulo de transição e, assim, trabalhando-se com curvas mais precisas (geradas pelo método analítico). A simplificação adicional introduzida para o ângulo  $\varphi$ , que fica restringido a assumir três valores: I- para  $\varphi < 35^\circ$  foi adotado o valor de  $\varphi = 0^\circ$ ; II- para  $35 < \varphi < 40$  foi adotado o valor de  $\varphi = 38.45^\circ$ ; III – para  $\varphi > 40^\circ$  foi adotado o valor de  $\varphi = 90^\circ$ , simplifica a metodologia sem perda significativa de precisão para as estruturas estudadas.

Para evitar o inconveniente do maior tempo de processamento em problemas de otimização, nos quais se roda centenas de vezes o mesmo programa, uma possibilidade seria realizar o problema de otimização utilizando somente uma análise com ângulos de  $\varphi = 0^\circ$  e  $\varphi = 90^\circ$  no lugar do ângulo de transição com a utilização da tensão de fluxo plástico, sem considerar a taxa de deformação. Após aproximado o resultado, executa-se um ajuste final da estrutura utilizando a metodologia MAR, aproveitando a maior resistência da estrutura devido à taxa de deformação.

## 6 CALIBRAÇÃO DA ESTRUTURA DE UM ÔNIBUS INTERURBANO

Neste capítulo se apresenta a estrutura de ônibus interurbano objeto de estudo e aprimoramento neste trabalho. Primeiramente, são mostrados a metodologia e os resultados do procedimento experimental realizado para avaliar as frequências naturais da estrutura através da medição das acelerações nas direções longitudinais (x), transversal (z) e vertical (y) em um ponto da estrutura localizado na parte traseira do ônibus. As frequências medidas experimentalmente serão comparadas com as frequências naturais da estrutura obtidas por meio de modelo numérico da mesma. O trabalho de avaliação experimental da estrutura aqui apresentado, bem como a construção do modelo de elementos finitos, foi desenvolvido em conjunto com Walber (2009) e pode ser encontrado também neste trabalho. A seguir se apresenta uma avaliação qualitativa e quantitativa do comportamento da estrutura do ônibus quando impactando contra uma parede rígida. Em continuação, apresentam-se simulações de eventos de impactos reais ocorridos em estradas brasileiras para condição de impacto frontal e em ângulo (“efeito abridor de latas”). Dando continuidade à avaliação da estrutura de ônibus foco do estudo deste trabalho, compara-se a deformada obtida quando num evento de impacto frontal contra uma parede rígida com o evento de *crash test* realizado pela empresa **TRC** e de domínio público através da Internet (**you tube**). Para finalizar o capítulo faz-se uma avaliação comparativa quantitativa da estrutura utilizando-se o Método de Riera (1980).

### 6.1 Ônibus rodoviários interurbanos

Para viabilizar a realização dos ensaios foi efetuado um convênio entre a UFRGS e a empresa Hélios Coletivos e Cargas Ltda., com sede localizada na cidade de Carazinho (RS). A Figura 6.1 apresenta uma foto externa do modelo da carroceria utilizada no ensaio. A Tabela 6.1 mostra o modelo da carroceria do ônibus utilizada, com suas principais características.



Figura 6.1- Foto externa

Tabela 6.1- Características do modelo de ônibus utilizado no ensaio

<b>Características</b>	<b>Dados</b>
Ano de encarroçamento	1998
Tipo de poltrona	Soft
Altura da carroceria	3.25 m
Comprimento da carroceria	12 m
Lotação de passageiros	44
Modelo do chassi	MBOH1420
Modelo do motor	OM366LA
Potencia do motor	200 Hp
Localização do motor	Traseiro
Tipo de caixa	Zfx5680
RPM (neutro)	950
Peso do veículo (t)	17100
Tipo de suspensão	Feixe de molas

## 6.2 Metodologia para realização do ensaio

Com o objetivo de validar o modelo numérico proposto para representar a estrutura do ônibus interurbano, foi realizado um ensaio experimental com a carroceria de ônibus em movimento para obter as acelerações, em diferentes situações, a fim de comparar com os modos naturais de vibração obtidos por meio do modelo numérico.



Figura 6.2 - Localização dos acelerômetros

Para realização do ensaio foram instalados microacelerômetros na lateral da parte traseira da carroceria. Foi escolhido este ponto pelo fato de os modos naturais obtidos numericamente apresentarem maior tendência ao movimento neste local. A Figura 6.2 mostra o local de instalação dos acelerômetros na parte traseira da carroceria. Foram fixados dois microacelerômetros, posicionados com os eixos na direção vertical (y), transversal (z) e longitudinal (x) da carroceria, com o objetivo de captar as acelerações nas três direções, conforme os movimentos dos modos naturais de vibração da carroceria. A Figura 6.3 mostra os acelerômetros fixados na carroceria.

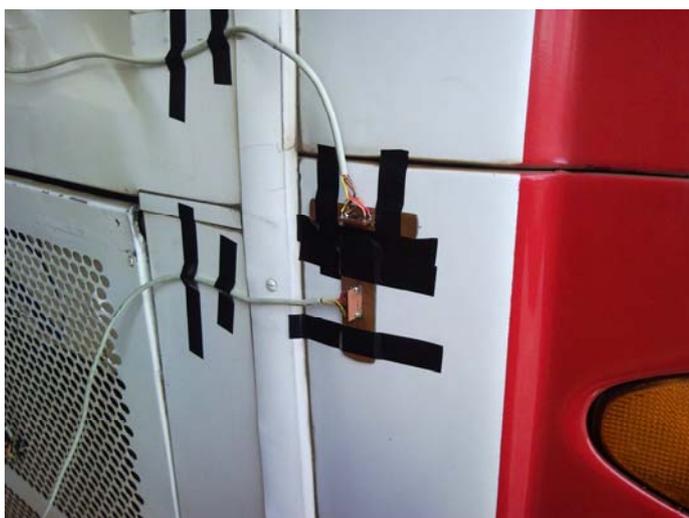


Figura 6.3 - Localização dos acelerômetros

Os acelerômetros foram fixados utilizando-se fita isolante. A taxa de aquisição do sinal foi de 1000 Hz e o tempo de aquisição, de 3 s. Dessa forma, foram gerados 3000 pontos durante o ensaio.

Com a carroceria em movimento foram avaliadas três situações:

- passando por um quebra-mola de frente (em 90 graus);
- passando por um quebra-mola de lado (em ângulo);
- em uma situação de frenagem brusca.

### 6.2.1 Equipamentos utilizados nos ensaios

O equipamento experimental utilizado para medir as acelerações na estrutura do ônibus rodoviário é mostrado na Figura 6.4. Foram utilizados três microacelerômetros, uma placa de aquisição e um computador portátil, equipamento este desenvolvido por Walber (2009).

O sinal digital transmitido pelos acelerômetros é convertido para analógico por meio de uma placa DA/USB 1208FS (Computerboards, EUA) de quatro canais, das quais três estão ligadas aos acelerômetros. Esta placa possui duas saídas analógicas, que convertem um sinal

digital de 12 bits em uma tensão de 0-4 Volts. As principais características da saída analógica da placa são mostradas na Tabela 6.2.



Figura 6.4 - Esquema arranjo experimental

Tabela 6.2 - Características da placa de aquisição

Parâmetro	Condição	Especificação
Resolução		12-bits, 1 em 4906
Saída		0 – 4.096 V, 1 mV por LSB
Número de canais		4
Taxa	Controlado por	250 S/s típico (1 canal), dependente
	1 canal, continuous	10 kS/s
	2 canais, continuous scan, atualização	5 kS/s
Corrente de saída	Cada saída D/A	15 mA

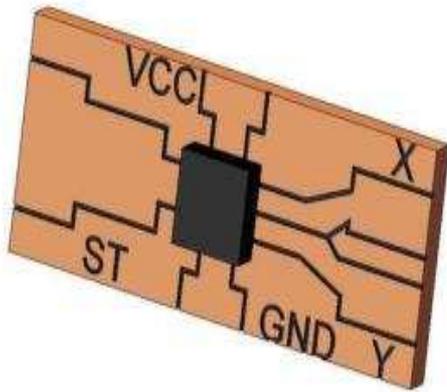
A medição da aceleração nos pontos de entrada de vibração da estrutura (parte traseira do chassi) foi realizada utilizando-se dois tipos de microacelerômetros de dois eixos, modelo ADXL 321 e ADXL 311 Analog Devices, com fundo de escala de 18 g e 10 g, respectivamente. A Tabela 6.3 mostra as características principais dos dois acelerômetros.

Para ligação dos acelerômetros foi necessária a criação de um soquete adaptador para ter acesso aos pinos dos mesmos (WALBER, 2009), pelo fato do circuito integrado ser do tipo SMD (Surface Mount Device). O soquete foi criado no *software* Proteus versão 7.1 e depois fresado em um prototipadora LPKF. Também foram incluídos no soquete capacitores de desacoplamento de 100 nF, para eliminação de ruídos na alimentação do circuito. Para evitar ruídos nos sinais captados pelo sensor dos acelerômetros foram utilizados cabos com blindagem, em razão da

grande extensão dos mesmos e de o ambiente ser bastante suscetível ao ruído. A Figura 6.5 (a) mostra o acelerômetro soldado na placa, e a Figura 6.5 (b), as ligações realizadas e o cabo com blindagem.

Tabela 6.3 - Características principais do acelerômetro

Modelo	Capacidade	Freq.	Não	Sensibilidade
ADXL 321	$\pm 176.52$ $m/s^{-2}$	5.5 kHz	$\pm 0.2\%$	57 mV/g



(a)



(b)

Figura 6.5 - (a) Acelerômetro soldado na placa; (b) Placa com ligações realizadas

(Fonte: Walber, 2009)

### 6.2.2 Programa de aquisição

A coleta do sinal obtido a partir dos acelerômetros foi feita com um programa desenvolvido no *software* VEE Pro 7.5 (WALBER, 2009), onde cada eixo do acelerômetro utiliza um canal da placa (no caso são quatro canais) e, posteriormente, são gravados arquivos binários em extensão \*.dat para cada canal, para posterior tratamento dos dados. A faixa de tensão utilizada é de  $\pm 5V$ . A Figura 6.6 mostra o fluxograma do funcionamento do programa de aquisição e a Figura 6.7, a tela principal do programa. A Figura 6.8 mostra a tela de tratamento de dados no *software* VEE Pro.



Figura 6.6 - Fluxograma do programa de aquisição

(Fonte: Walber, 2009)

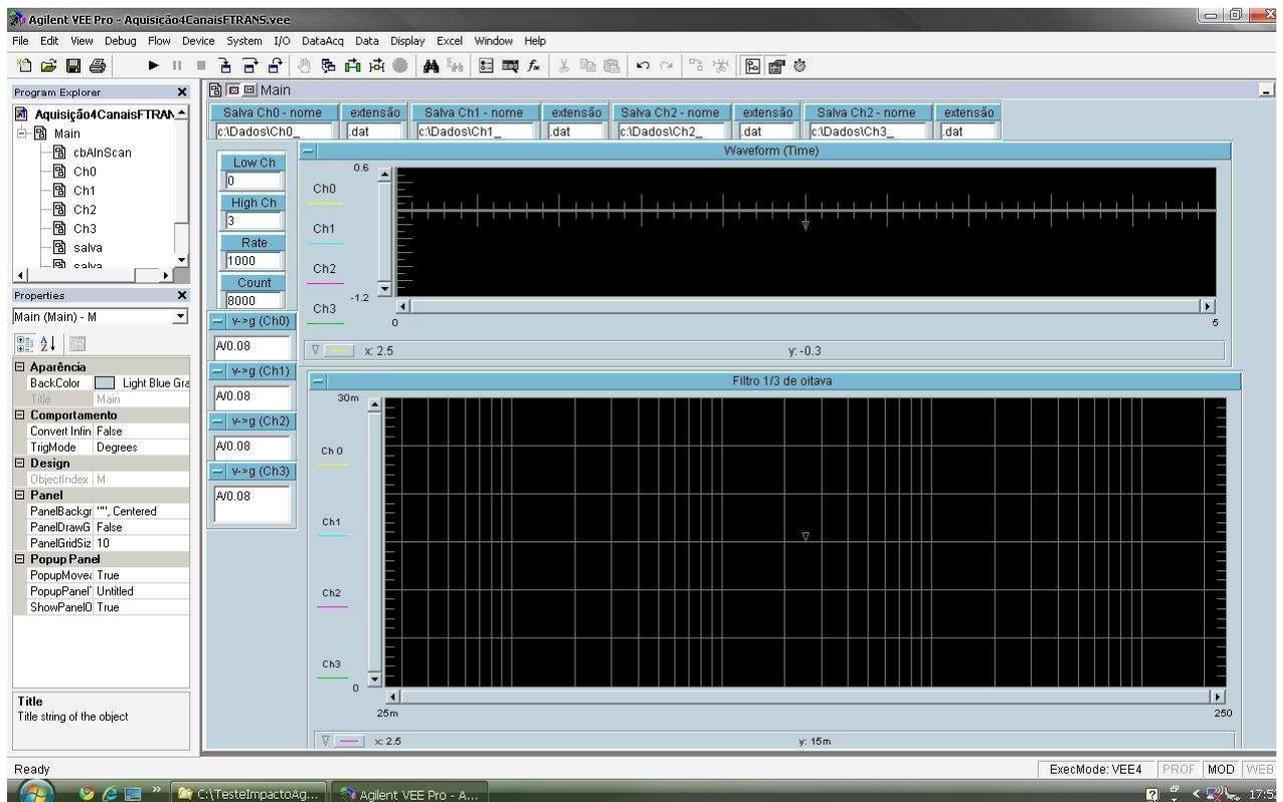


Figura 6.7 - Tela de aquisição no software VEE Pro

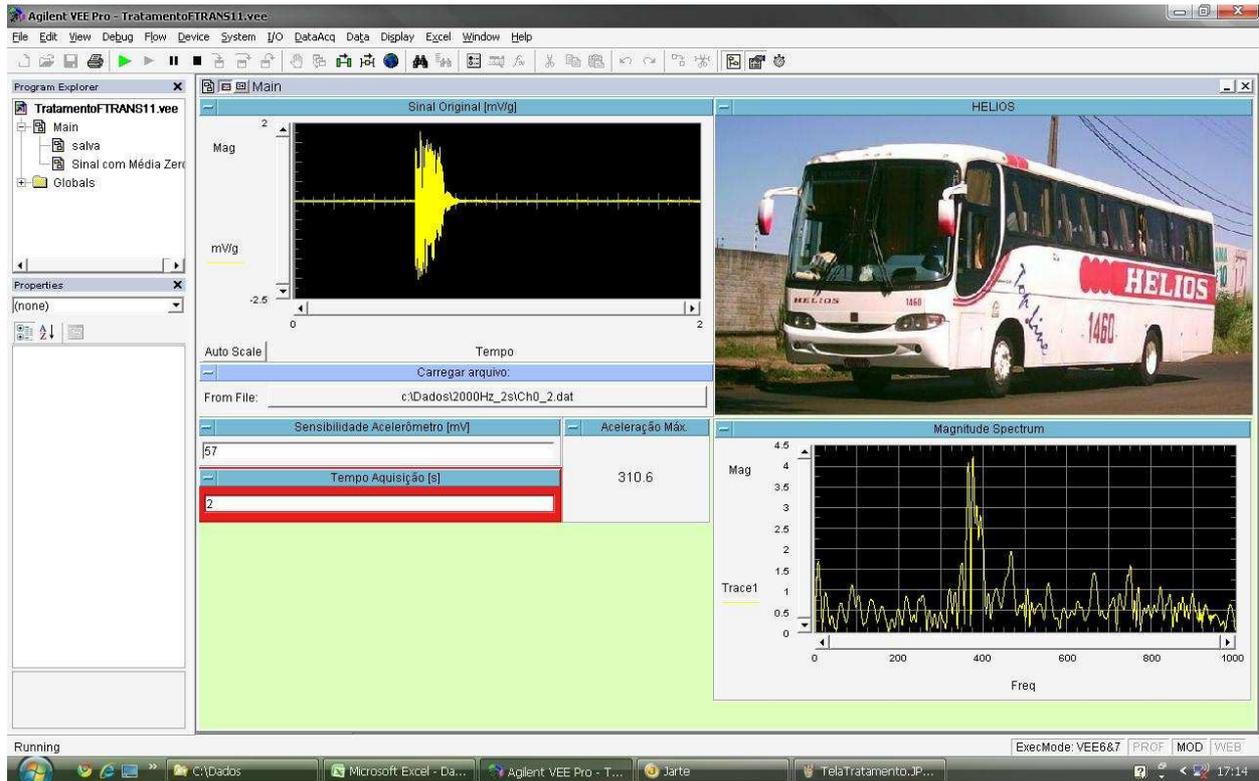


Figura 6.8 - Tela de tratamento de dados no *software* VEE Pro

### 6.2.3 Medições realizadas

A situação que apresentou os melhores resultados, ou seja, movimentou mais a carroceria, excitando os modos de vibração, foi a passagem por um quebra-mola de lado (em ângulo). As Figuras 6.9 a 6.11 mostram, respectivamente, as magnitudes das acelerações no domínio do tempo.

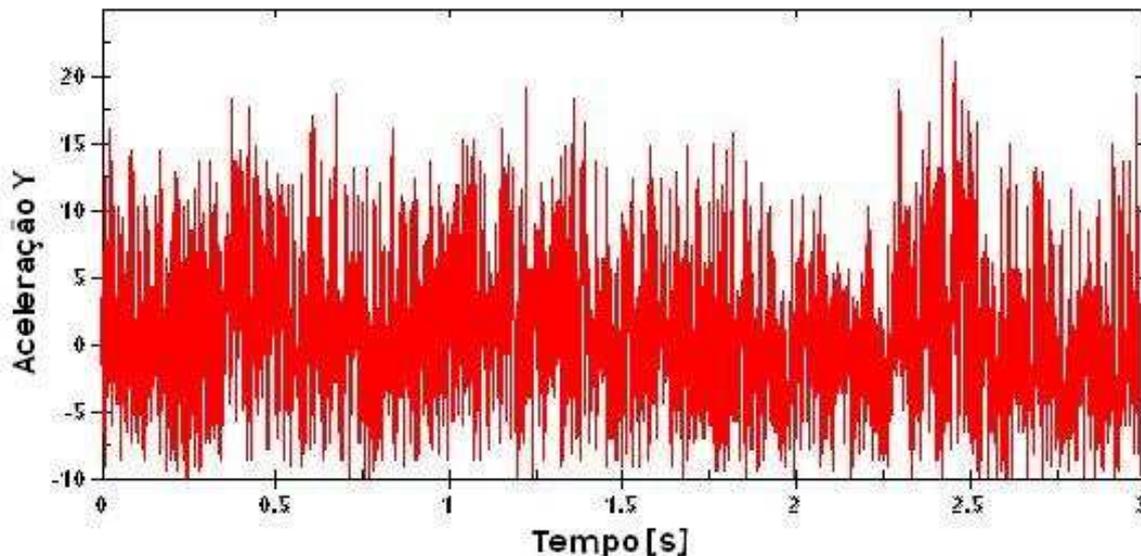


Figura 6.9 - Aceleração na direção y (vertical)

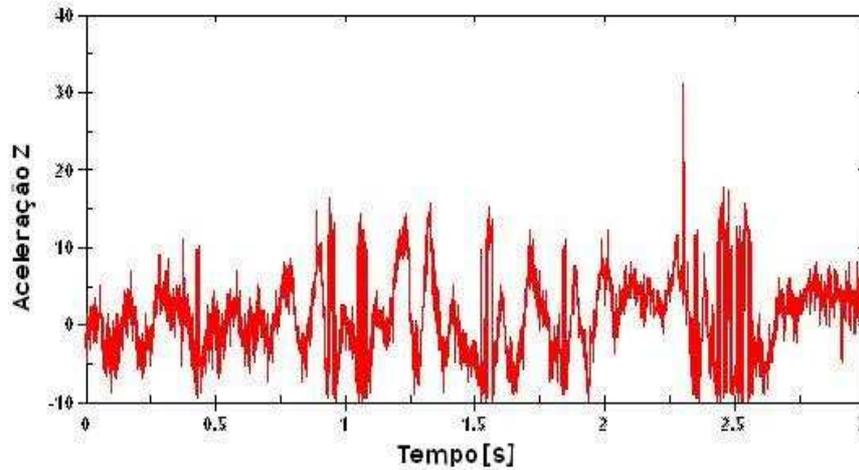


Figura 6.10 - Aceleração na direção z (transversal)

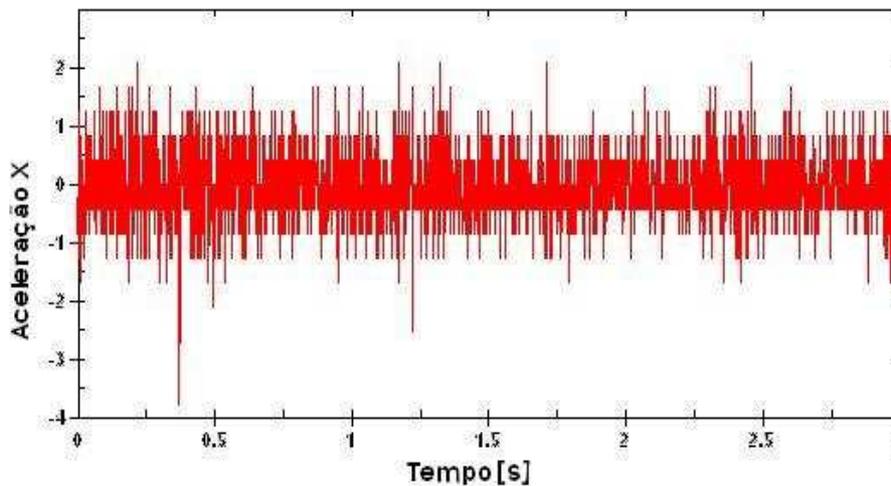


Figura 6.11 - Aceleração na direção x (longitudinal)

As Figuras 6.12, 6.14 e 6.16 mostram as magnitudes das acelerações no domínio da frequência para as direções vertical, transversal e longitudinal, mostrando as faixas de frequência até 500 Hz. As Figuras 6.13, 6.15 e 6.17 apresentam as faixas de frequências até 20 Hz.

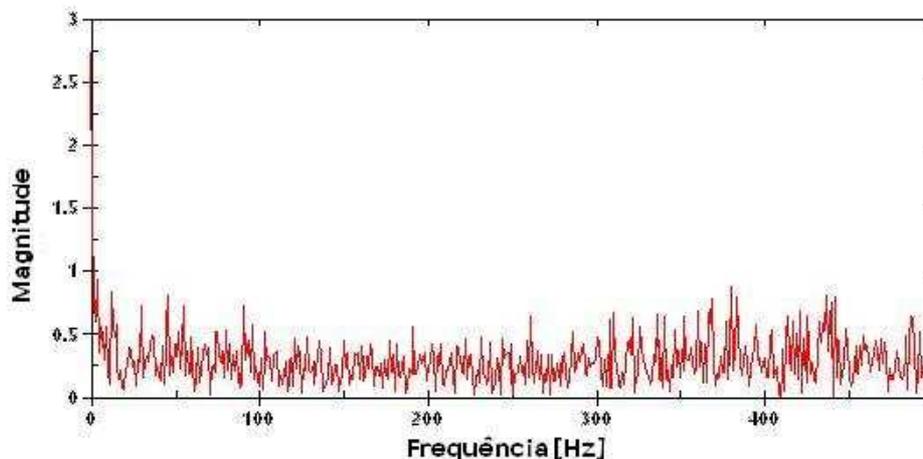


Figura 6.12 - Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – vertical até 500 Hz

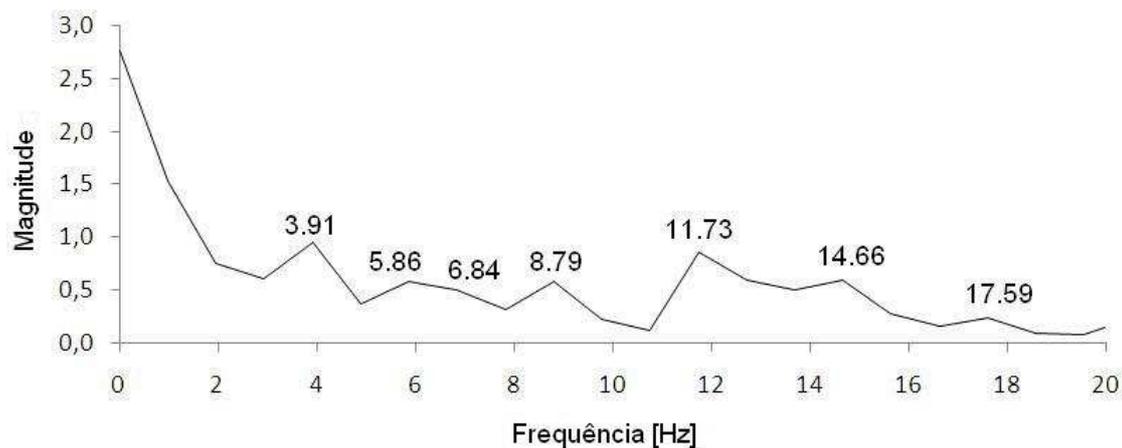


Figura 6.13- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – vertical até 20 Hz

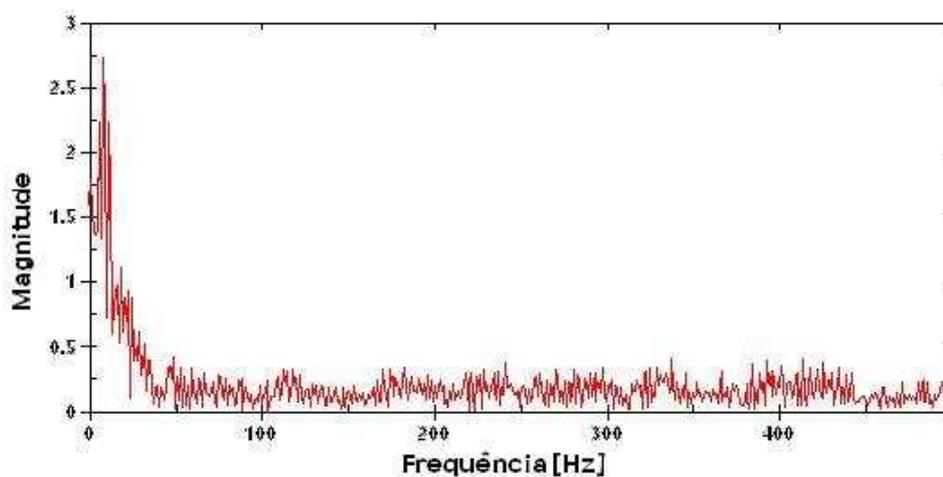


Figura 6.14- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – transversal até 500 Hz.

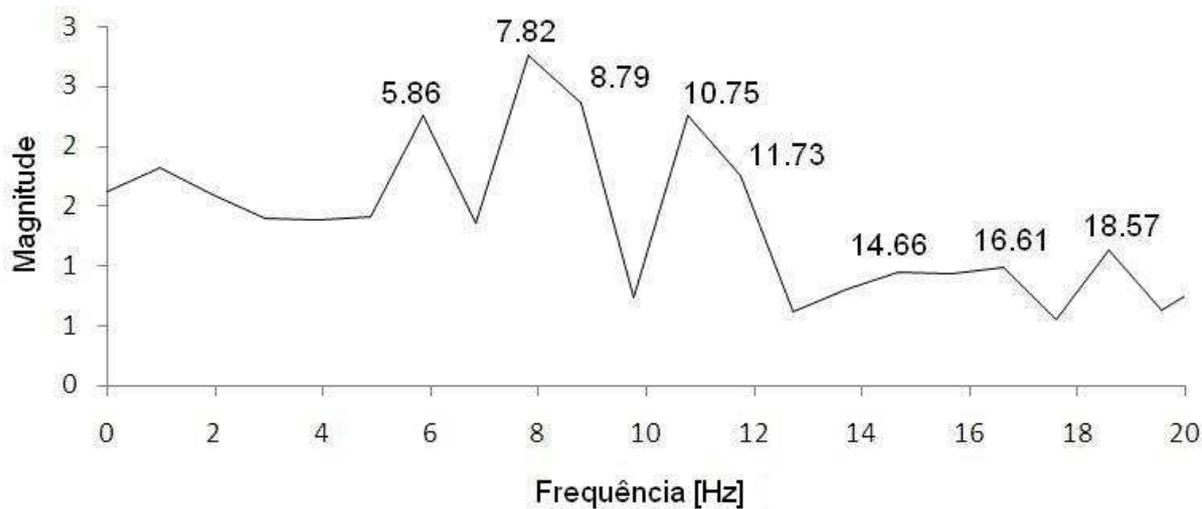


Figura 6.15- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – transversal até 20 Hz

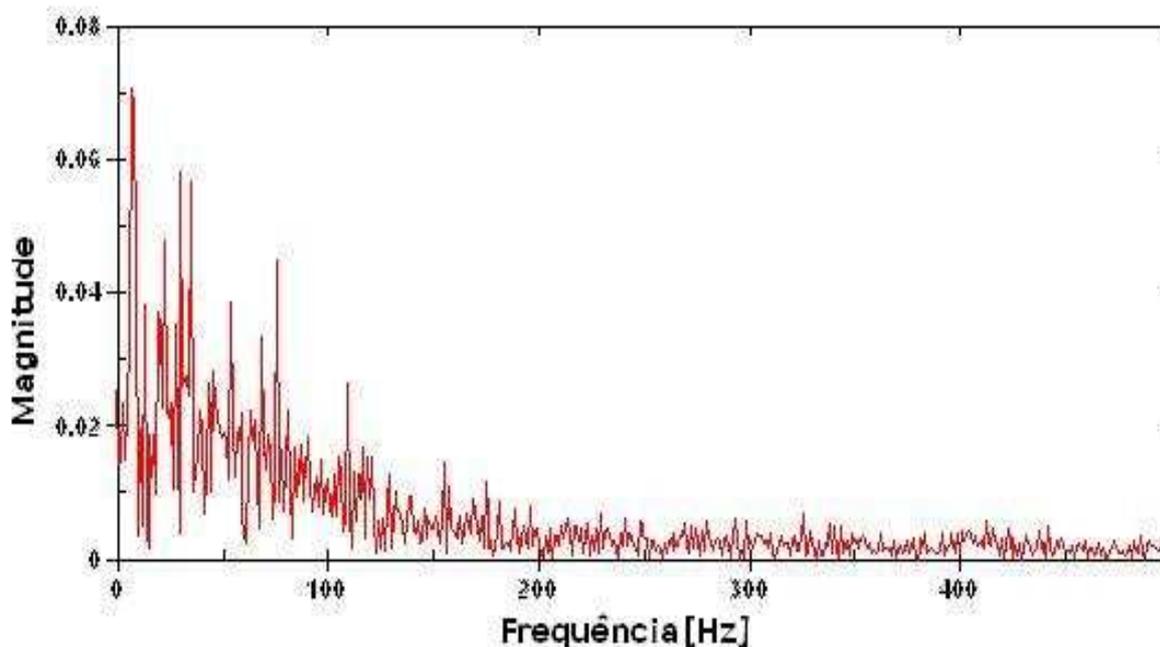


Figura 6.16- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – longitudinal até 500 Hz

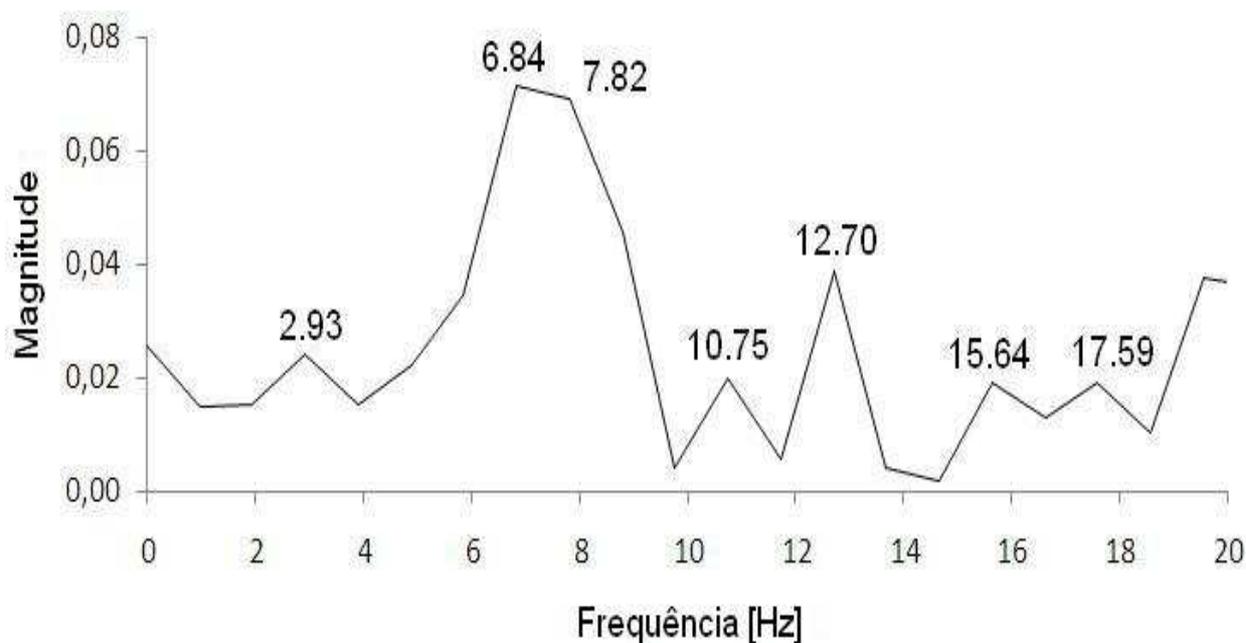


Figura 6.17- Magnitudes das acelerações no domínio da frequência (FFT) – longitudinal até 20 Hz

A Tabela 6.4 apresenta as frequências obtidas nos ensaios para cada direção. As frequências foram colocadas em ordem crescente, apresentadas na coluna com o título de “Ordenação”. Os dois modos mais baixos (2.9 Hz e 3.91 Hz, Figuras 6.13, 6.15 e 6.17) foram desprezados, considerando que são frequências abaixo de 4 Hz e, portanto, abaixo da capacidade de aquisição do equipamento utilizado.

Tabela 6.4 - Frequências obtidas experimentalmente

Experimental			Ordenação [Hz]
Direção longitudinal (x) [Hz]	Direção Transversal (z) Hz]	Direção Vertical (y) [Hz]	
6,84	5,86	5,86	5,86
7,8	7,82	6,84	6,84
10,7	8,79	8,79	7,82
12,7	10,75	11,73	8,79
15,64	11,73	14,66	10,75
17,59	14,66	17,59	11,73

#### 6.2.4 Modelo de elementos finitos da estrutura da carroceria

Foram construídos dois modelos de elementos finitos para a carroceria do ônibus, um em casca e outro em barras. A Figura 6.18 mostra os modelos construídos.

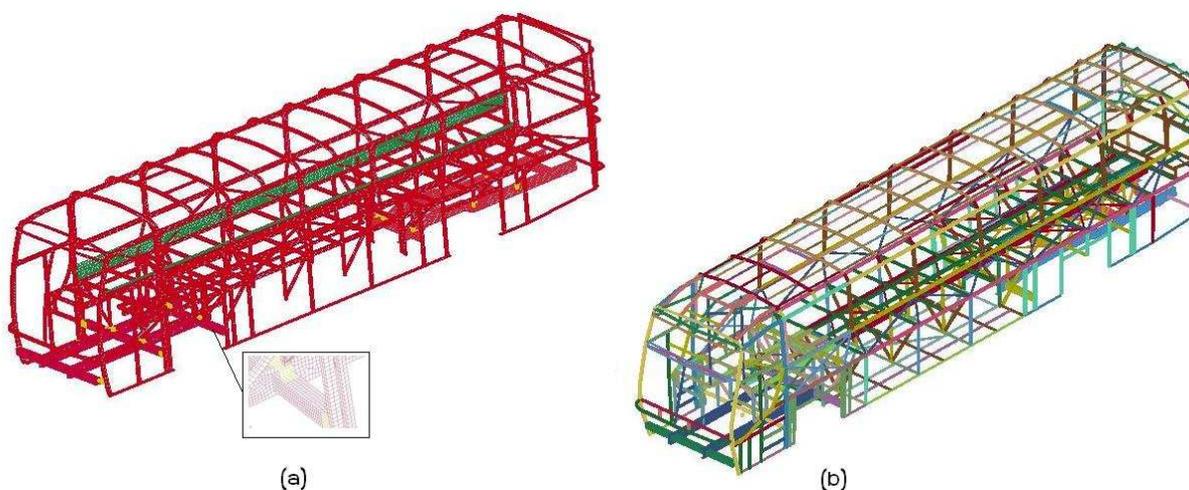


Figura 6.18 - (a) Modelo de casca; (b) Modelo de barra

O modelo de barra tem 5502 nós e 2566 elementos com formulação opção Hughes\_Liu com integração da seção transversal. O modelo de casca tem 203371 nós e 205933 elementos com formulação opção Belytschko-Tsay.

O material utilizado no chassi e na carroceria é o aço estrutural com tensão de fluxo de 240 MPa, módulo de elasticidade longitudinal  $E = 210$  GPa, coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$  e densidade  $\gamma = 7850$  kg/m<sup>3</sup>. O material é assumido como elastoplástico perfeito. A espessura adotada para as longarinas do chassi é 6.3 mm. Para os tubos que compõem a estrutura do teto

foi adotada a espessura de 2.6 mm e, para os demais tubos e perfis do casulo, espessura de 2.0 mm.

Com dados fornecidos por uma empresa encarregadora, foi adotado um peso de 5330 kg para um chassi Scania, sendo 1030 kg na parte dianteira e 4300 kg na parte traseira. Para a carroceria acoplada foi adotado um peso total de 13020 kg, considerando o ônibus com 44 lugares (12 m), com ar condicionado e banheiro; também estão computados os pesos das fibras externas, portas e portinholas e janelas. Este peso considera a carroceria sem passageiros e bagagens (descarregado), sendo 4520 kg localizados no eixo dianteiro e 8720 kg no eixo traseiro. Considerando o veículo com carga máxima de 3080 kg, o que corresponde ao peso de 44 passageiros (com peso médio de 70 kgf por pessoa) mais 1000 kgf, tem-se para a carroceria um peso total carregado de 17100 kgf.

### 6.2.5 Análise Modal

Para avaliar o comportamento dinâmico básico da carroceria será apresentada uma análise modal da estrutura do ônibus como um todo, considerando o chassi, a carroceria, os pesos de motor, janelas, fibras, bagagens e passageiros para os cinco primeiros modos de vibração.

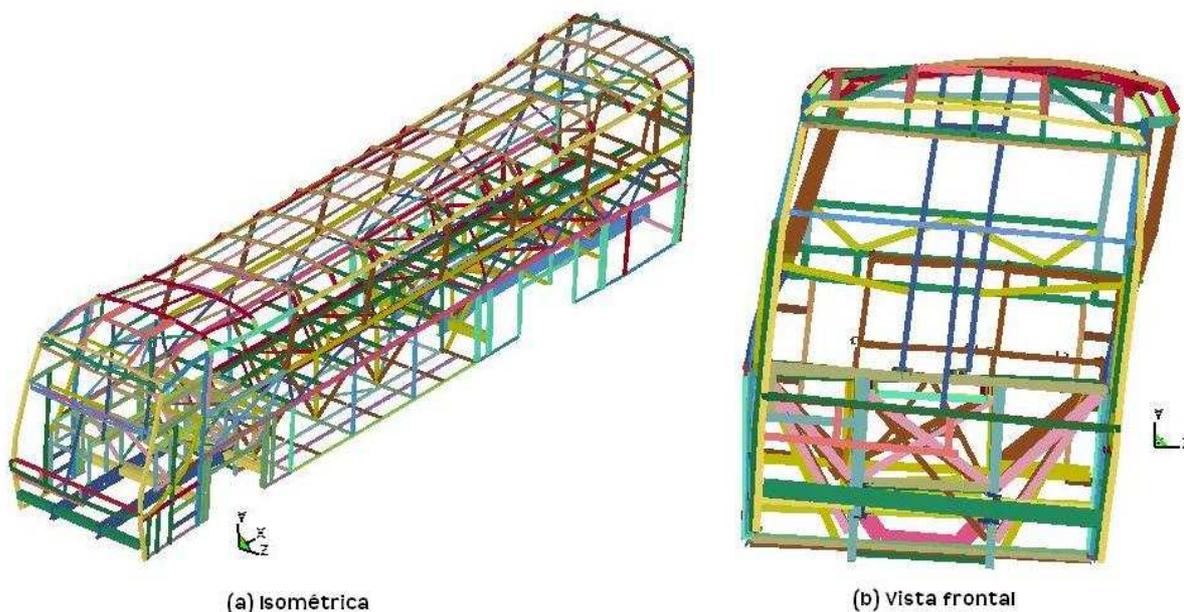


Figura 6.19 - Primeiro modo de vibração 6.17 Hz

As Figuras 6.19 até 6.23 apresentam os cinco primeiros modos de vibração. A Tabela 6.5 apresenta os resultados em termos de frequências e características do modo.

Tabela 6.5- Característica modal predominante

Modo	Frequência	Característica do modo
1	6.17	Torção
2	7.86	Flexão
3	8.40	Flexotorção
4	9.30	Flexotorção
5	10.47	Flexotorção

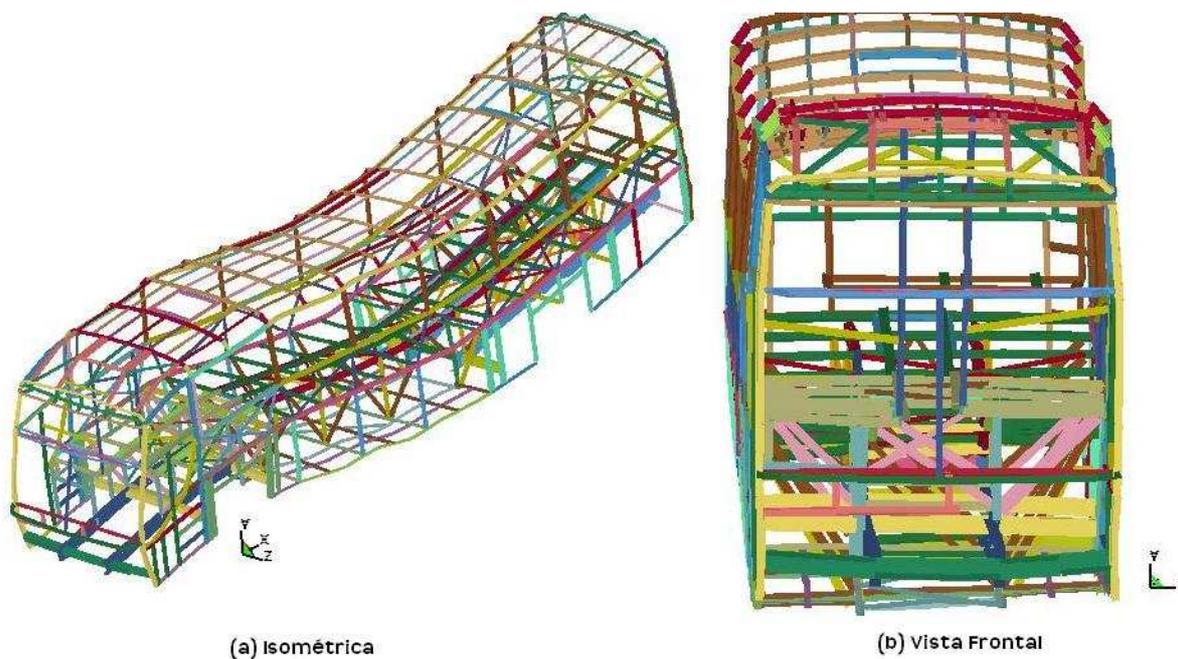


Figura 6.20 - Segundo modo de vibração 7.90 Hz

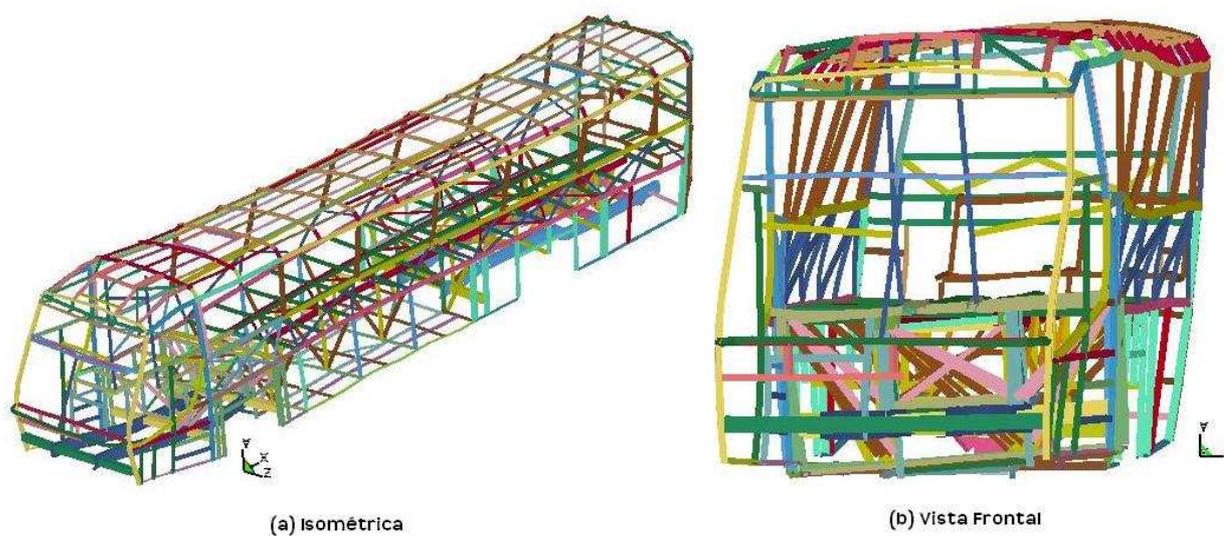


Figura 6.21 - Terceiro modo de vibração 8.40 Hz

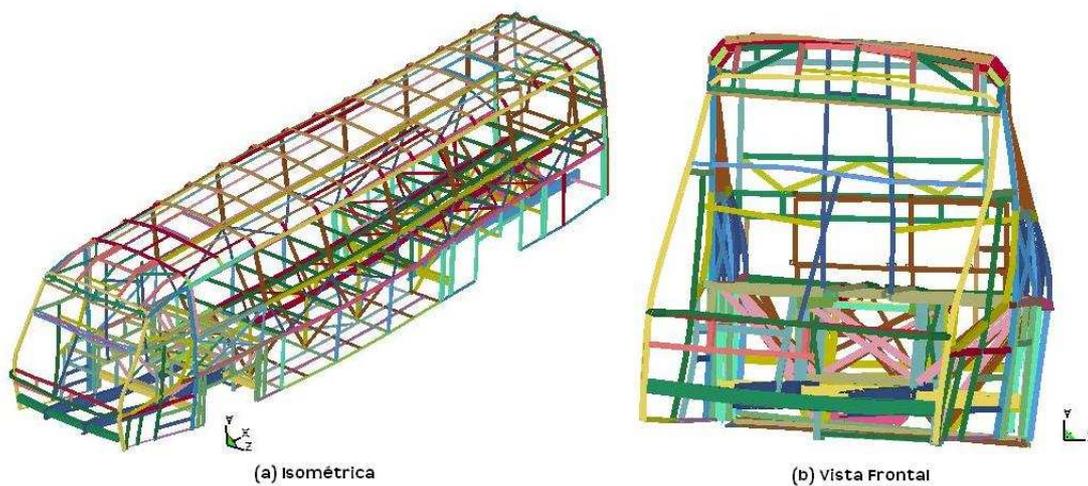


Figura 6.22 - Quarto modo de vibração 9.30 Hz

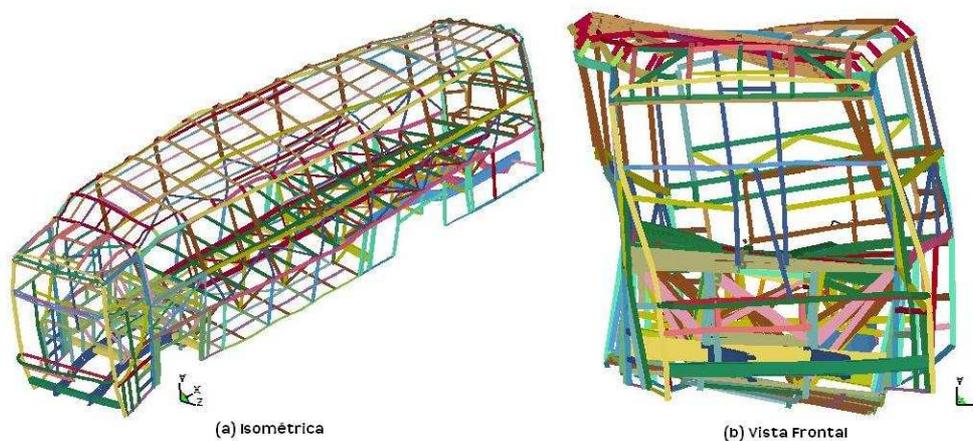


Figura 6.23 - Quinto modo de vibração 10.47 Hz

A Tabela 6.6 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e os obtidos pelo Método dos Elementos Finitos para a estrutura em estudo.

Tabela 6.6 - Comparação resultados MEF x Experimental

<b>MODO</b>	<b>MEF</b>	<b>EXPERIMENTAL</b>	<b>DIFERENÇA ((%)</b>
1	6.17	5.86	3.9
2	7.86	6.84	13.4
3	8.40	7.82	6.9
4	9.30	8.79	5.6
5	10.47	10.75	2.7

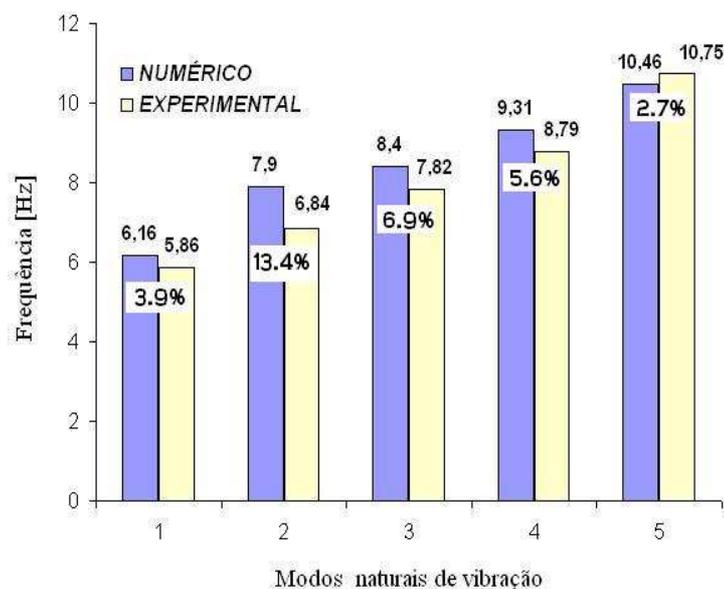


Figura 6.24 - Comparação entre frequências modelo numérico x experimental

A Figura 6.24 mostra graficamente a comparação entre os resultados experimentais com os modos naturais de vibração do modelo numérico para os cinco primeiros modos. As diferenças percentuais entre os resultados são pequenas, o que valida o modelo numérico utilizado do ponto de vista de avaliação modal.

### 6.3 Análise qualitativa de impacto da estrutura em estudo

Nesta seção se faz uma avaliação em nível qualitativo do comportamento da estrutura do ônibus quando sob impacto. A estrutura do ônibus é impactada contra uma parede rígida com uma velocidade de 50 km/h, como mostrado na Figura 6.25. O material utilizado na análise é o aço com tensão de fluxo de 240 MPa e comportamento elastoplástico perfeito. Essa avaliação não está levando em conta efeitos de encruamento devido à taxa de deformação, uma vez que se deseja que se apresentem de forma maximizada os deslocamentos e efeitos locais de deformação com o objetivo de identificar pontos de absorção de energia e potenciais locais de colocação de absorvedores de impacto.

A seguir será avaliado o modo de deformação da estrutura com objetivo de determinar os pontos mais solicitados da estrutura num evento de impacto e identificar possibilidades de alteração na geometria da estrutura de forma a alterar seu modo de deformação pela colocação de elementos estruturais com a finalidade específica de absorver energia de impacto.

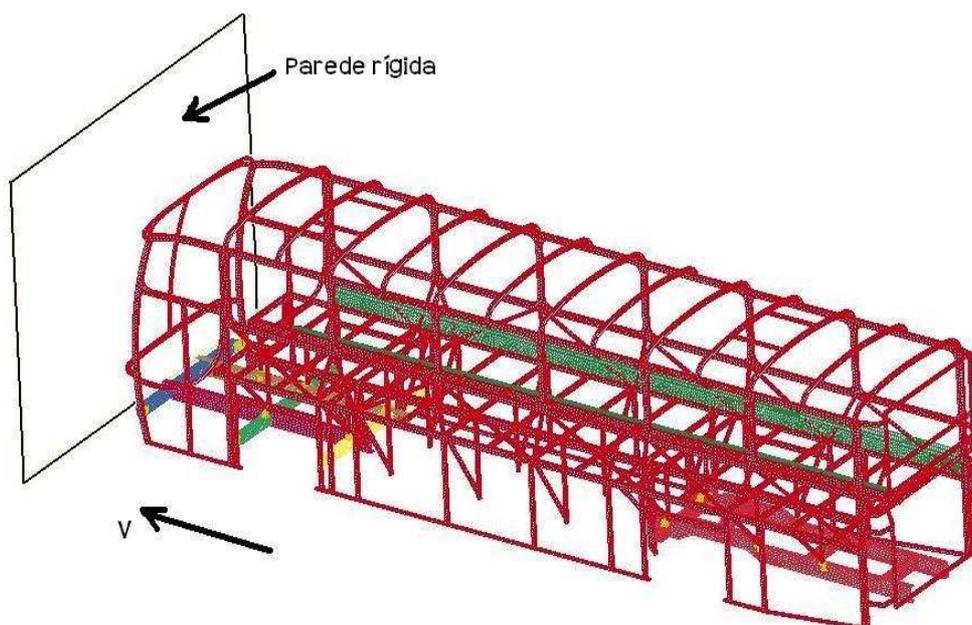


Figura 6.25 - Condições de impacto

Nas Figuras 6.26 e 6.27 apresenta-se o modo de deformação para o modelo de estrutura de ônibus de barra.

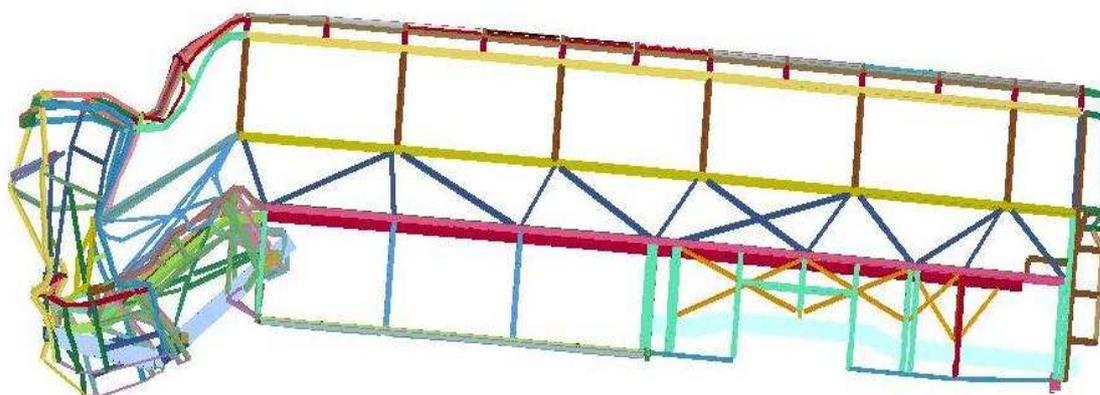


Figura 6.26 - Impacto frontal estrutura de barras

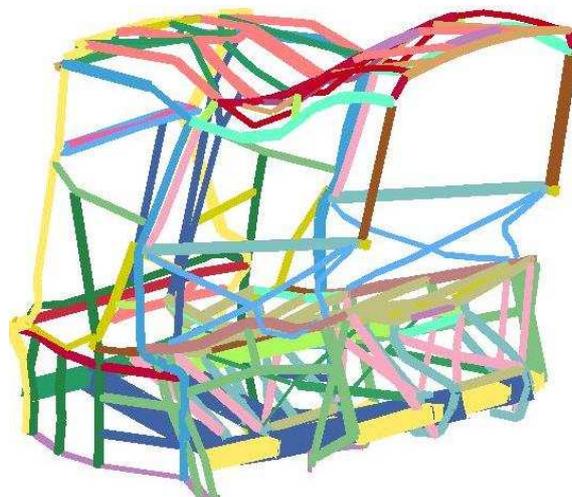


Figura 6.27 - Detalhe frontal estrutura de barras

Pode-se observar nas Figuras 6.26 e 6.27 que a parte mais solicitada da estrutura é o montante localizado entre o eixo do rodado central e o início do bagageiro, ou seja, o montante em que são ancoradas as longarinas do chassi. Este montante é solicitado por flexão, sofrendo uma grande deformação.

Nas Figuras 6.28 e 6.29 apresenta-se o modo de deformação para o modelo de estrutura de ônibus de casca. Observar que a estrutura de casca não apresenta os elementos estruturais que suportam o assoalho do bagageiro. Dessa forma, a estrutura é menos rígida para solicitações longitudinais de impacto nesta região.

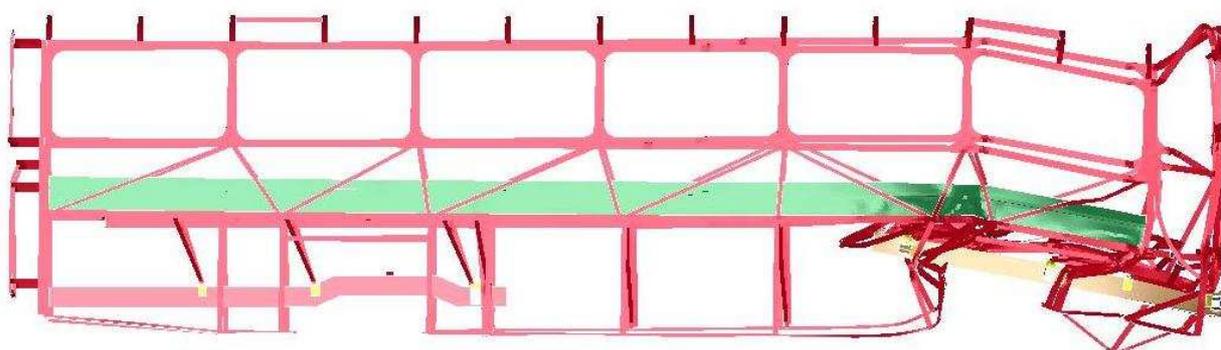


Figura 6.28 - Impacto frontal estrutura de casca

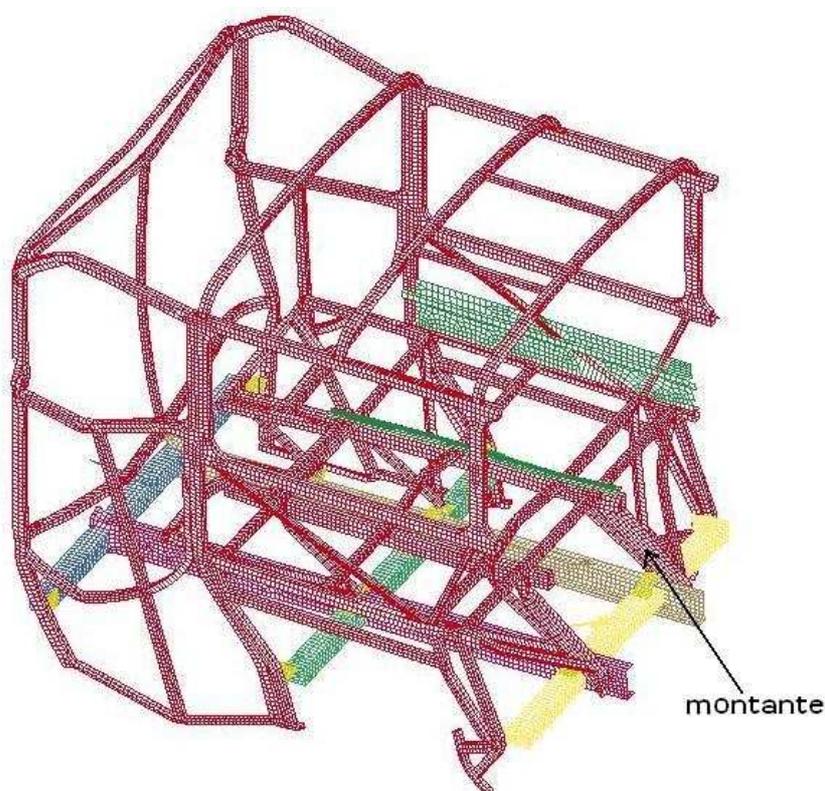


Figura 6.29 - Detalhe frontal estrutura de casca parte dianteira

Pode-se observar nas Figuras 6.28 e 6.29 que a parte mais solicitada da estrutura também é o montante localizado entre o eixo do rodado central e o início do bagageiro, ou seja, o

montante em que é ancorado as longarinas do chassi. Este montante é solicitado por flexão, sofrendo uma grande deformação. Nessa estrutura, em virtude da menor rigidez da região do bagageiro, uma vez que a estrutura do assoalho do bagageiro não foi considerada, ocorre uma flexão acentuada na parte da união do chassi traseiro com a estrutura do bagageiro, conforme mostrado na Figura 6.30. Isso indica a possibilidade de utilizar esse mecanismo de deformação para a absorção de energia de impacto, uma vez que a estrutura esteja adequada a ter este tipo de comportamento.

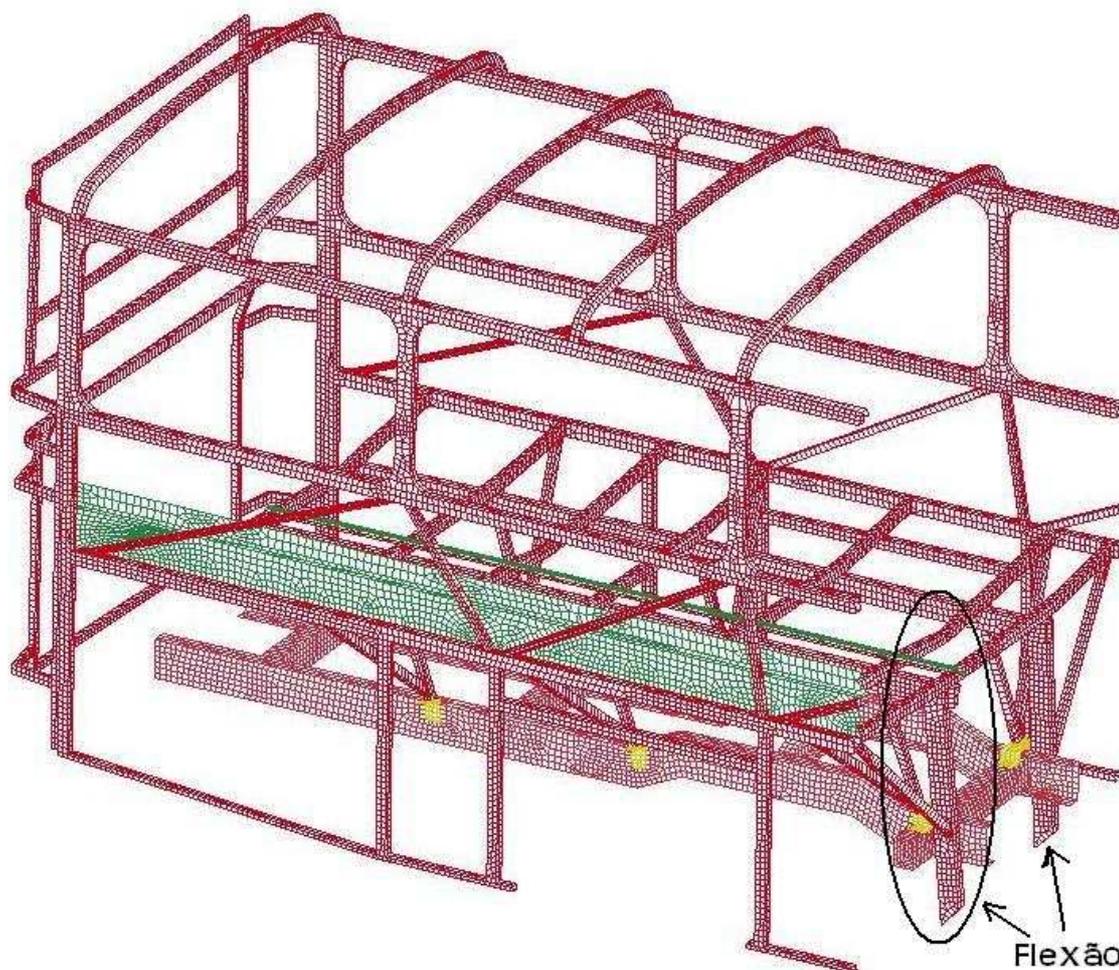


Figura 6.30 - Detalhe frontal estrutura de casca parte traseira

Outra possibilidade a ser avaliada é a de remover parte da seção da longarina do chassi dianteiro de forma a controlar o modo de deformação, como mostrado na Figura 6.31. Dessa forma, pode-se obter uma alteração na forma de deformação da parte dianteira do chassi, conforme mostrado na Figura 6.32. A deformação da longarina do chassi ocorre de forma localizada na região onde foi removida parte da seção. Esta é uma possibilidade a ser explorada ainda, uma vez que é possível capturar o comportamento da longarina com a remoção de parte da seção em termos de esforços de força de compressão *versus* deslocamento.

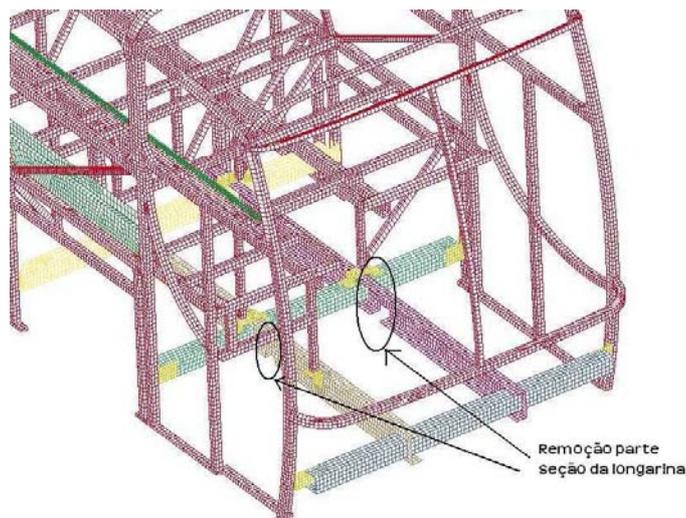


Figura 6.31- Detalhe alteração da seção do chassi dianteiro

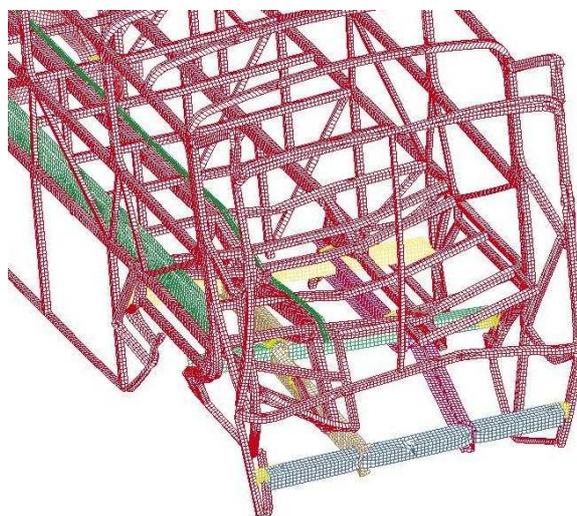


Figura 6.32 - Impacto frontal com alteração da seção do chassi dianteiro

Outro mecanismo que pode ser explorado é a flexão da primeira travessa dianteira do chassi, desde que seja alterada a sua forma adequando-a para esta função, podendo ser utilizado para absorver impacto de menor intensidade com objetivo de proteção do motorista.

A Figura 6.33 apresenta as possíveis regiões onde podem ser colocados mecanismos de absorção de impacto na estrutura em estudo. O mecanismo 1 a ser desenvolvido atuaria de forma semelhante a um para-choque frontal, trabalhando por flexão. O mecanismo 2 atuaria na forma da ação de esforços combinados de flexão e compressão da longarina do chassi, que poderia receber aberturas na alma e abas do perfil C de forma a sofrer um efeito mais acentuado de flexão e controlando a deformação do chassi. O mecanismo 3 atuaria aproveitando a flexão do primeiro montante de forma controlada, atuando quando solicitações maiores de impacto ocorrerem. O mecanismo 4 atuaria somente em caso de grandes impactos.

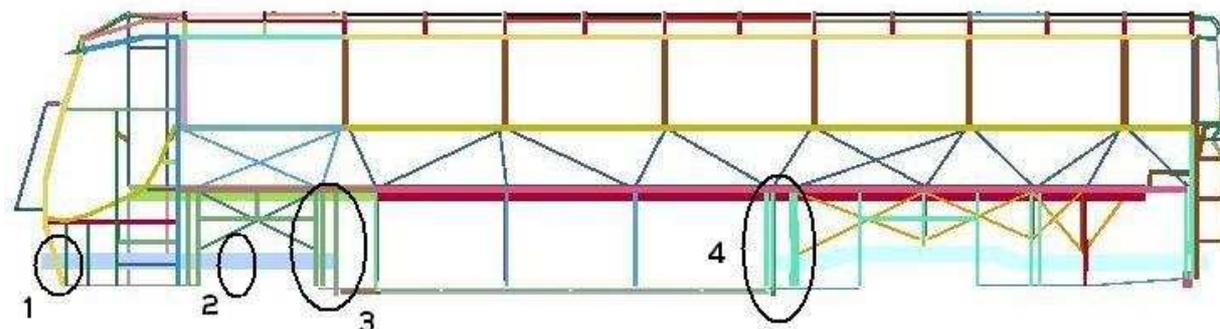


Figura 6.33 - Localização mecanismos absorvedores de impacto

#### 6.4 Análise quantitativa do efeito do impacto sobre a estrutura em estudo

Apresenta-se nesta seção uma avaliação do efeito produzido pelo impacto na estrutura da carroceria de ônibus atualmente em circulação pelas estradas do Brasil. A Figura 6.34 apresenta a deformada resultante do impacto num tempo de 0.3 s, tempo este necessário para que a velocidade chegue a zero e para que toda a energia cinética seja absorvida pela estrutura.

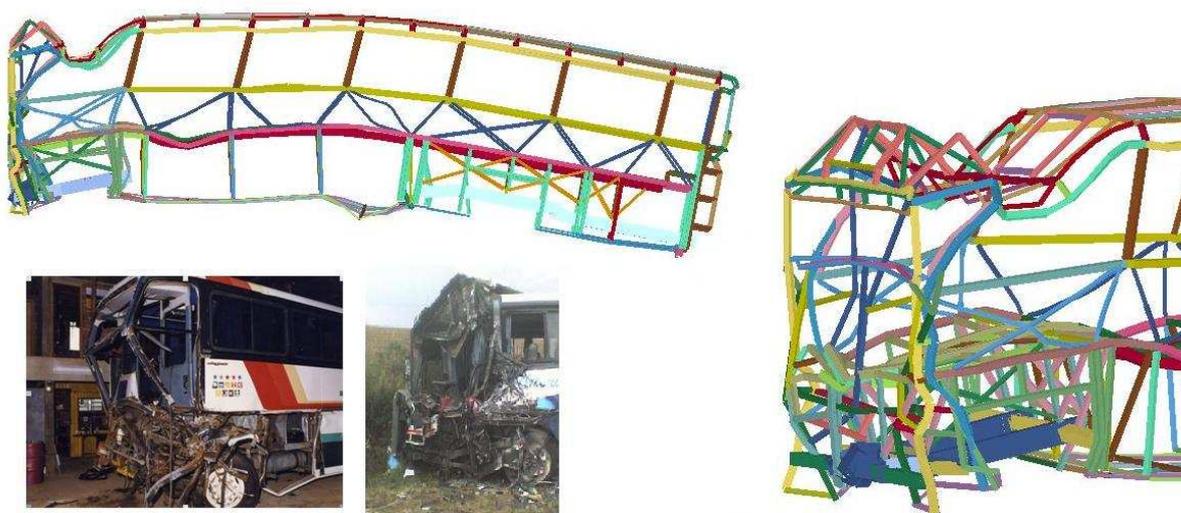


Figura 6.34 - Vista lateral e frontal após 0.3 segundos.

O material utilizado na análise é o aço NBR 7008 ZAR 230, com limite de escoamento de 230 Mpa, limite de resistência à tração de 310 MPa, módulo tangente de 730 MPa, os coeficientes de Cowper-Symonds são  $D = 40.4$  e  $q = 5$ . Pode-se observar na Figura 6.34 que a frente do ônibus interurbano sofreu deformação acentuada, comprometendo a segurança do motorista. Também se podem observar na Figura 6.34 fotos de acidentes reais onde o modo de deformação é semelhante ao obtido por meio do modelo simulado numérico de impacto. O deslocamento da frente do ônibus pode ser visto na Figura 6.35.

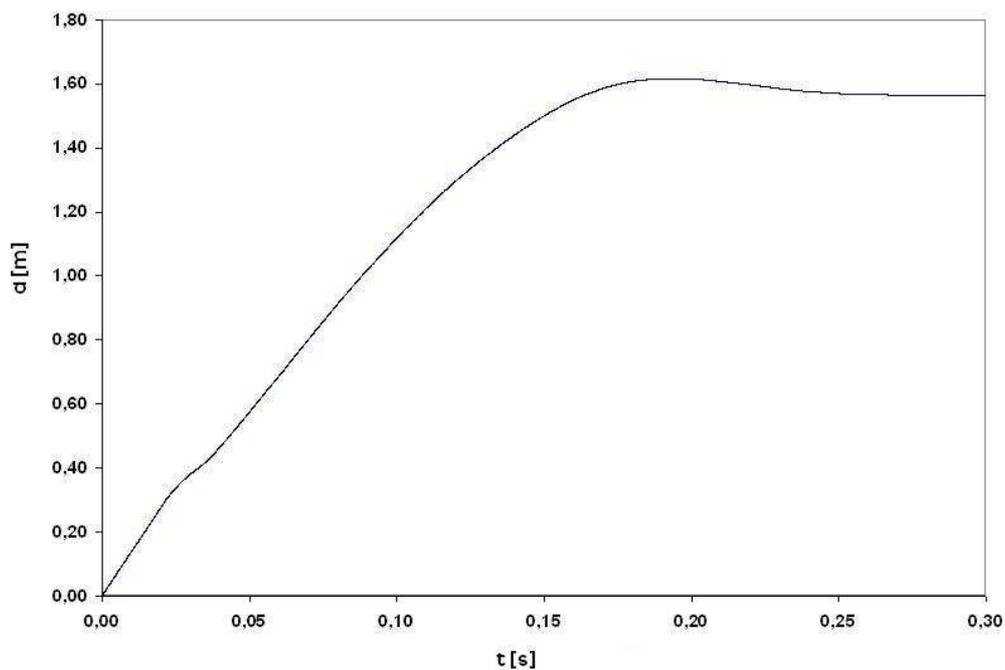


Figura 6.35 - Deslocamento parte dianteira do veículo

Pode-se observar que a parte dianteira da estrutura sofreu um deslocamento em torno de 1,6 m. A Figura 6.36 apresenta a desaceleração sofrida pelo veículo num tempo de 0,3 s.

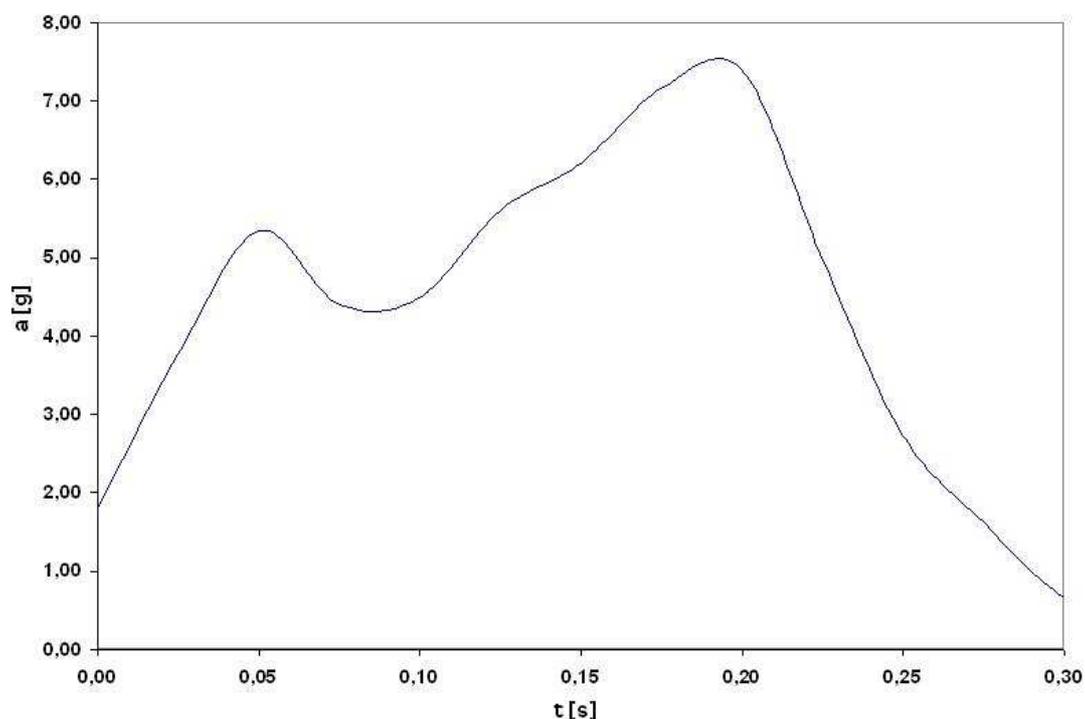


Figura 6.36 - Desaceleração

Observa-se que o valor de pico da desaceleração é bastante baixo, em torno de 7g. A equação 6.1 abaixo permite calcular o valor da aceleração média (HUANG et al., 2005)

$$a_m = \frac{v^2}{2g\Delta L} \quad (6.1)$$

onde  $v$  é a velocidade de translação do ônibus,  $g$  a aceleração da gravidade e  $\Delta L$  é o deslocamento. Para o problema em estudo, a velocidade é de 50 km/h e, utilizando um deslocamento de 1.6 m, chega-se a um valor de desaceleração média de 6.15 g, coerente com o gráfico apresentado na Figura 6.36. Segundo Huang et al. (2005), um pulso é considerado baixo quando estiver em torno de 18 g e considerado alto para valores em torno de 87 g.

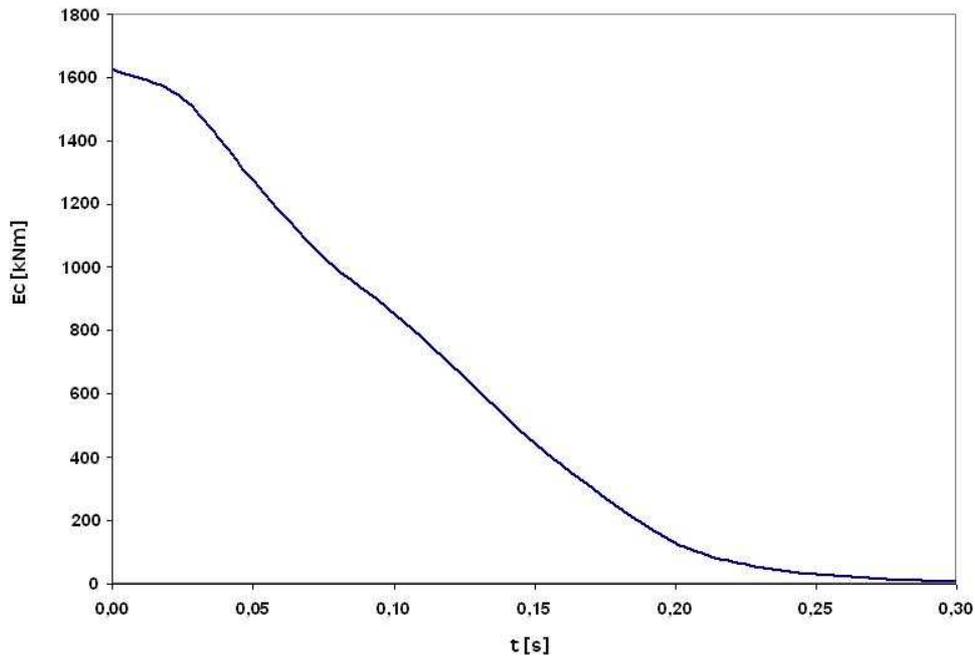


Figura 6.37- Energia cinética absorvida

A Figura 6.37 apresenta a variação da Energia Cinética com o tempo. Pode-se observar que se faz necessário um tempo de 0.3 s para absorver toda a Energia Cinética do veículo.

Pela avaliação dos dados apresentados relativos à absorção da energia cinética, a desaceleração e o deslocamento verificado durante o evento de impacto, juntamente com a deformada, conclui-se que a estrutura está subdimensionada quanto ao critério de absorção de energia de impacto e proteção do motorista. Neste caso ocorre a invasão da área ocupada pelo motorista.

## 6.6 Simulação acidente da Rodovia Raposo Tavares

Nesta seção será feita uma simulação numérica do acidente que ocorreu em 22/01/2006 na Rodovia Raposo Tavares (SP-270), uma das maiores tragédias rodoviárias do país.

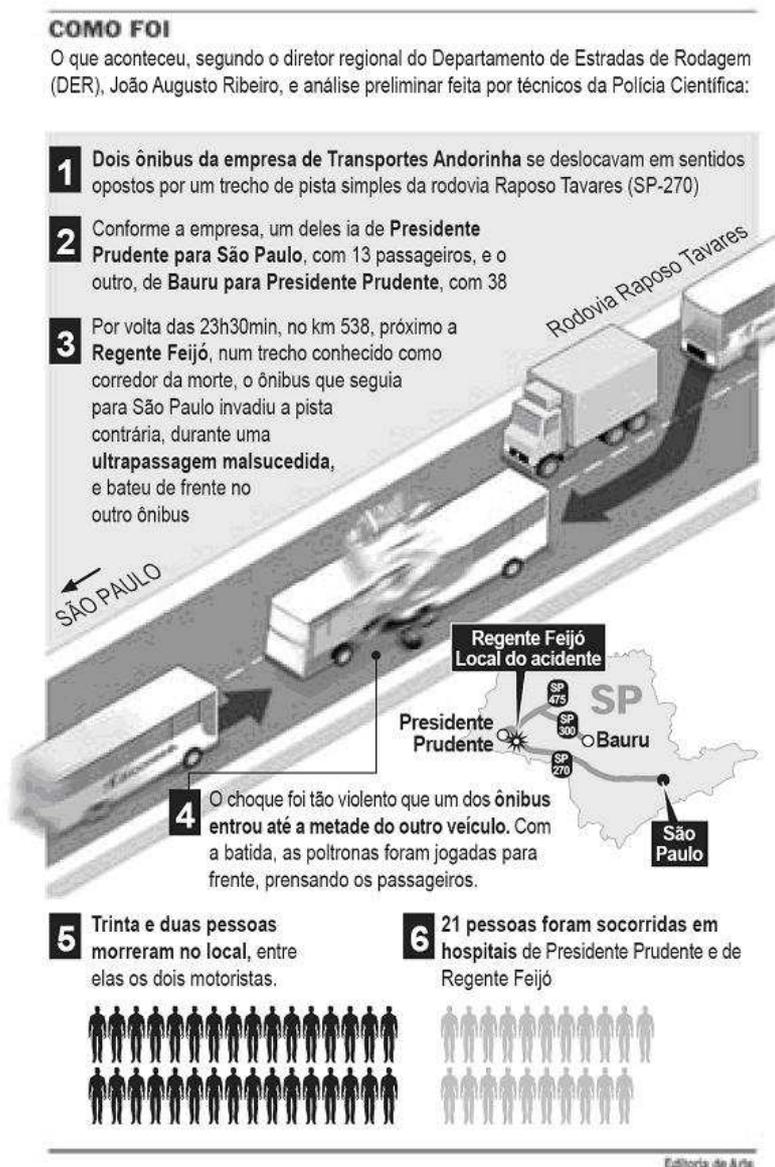


Figura 6.38 - Acidente na Raposo Tavares (22/01/2006)

Segundo relato do jornal *Estado de São Paulo* (22/01/2006), um dos ônibus havia saído de Presidente Prudente com 13 passageiros; o outro partira de Bauru com 38 passageiros a bordo. Os dois veículos colidiram frontalmente, com o que morreram 32 pessoas e 21 ficaram feridas. O choque foi tão violento que um dos ônibus entrou até a metade do outro veículo. Todos os passageiros que estavam na primeira metade do ônibus morreram. A Figura 6.38 apresenta a descrição do acidente conforme versão do jornal.

A seguir se apresenta uma simulação de impacto frotal utilizando o modelo de barras em estudo. O objetivo da realização dessa simulação é demonstrar a capacidade do modelo de barras de representar um evento de natureza semelhante.

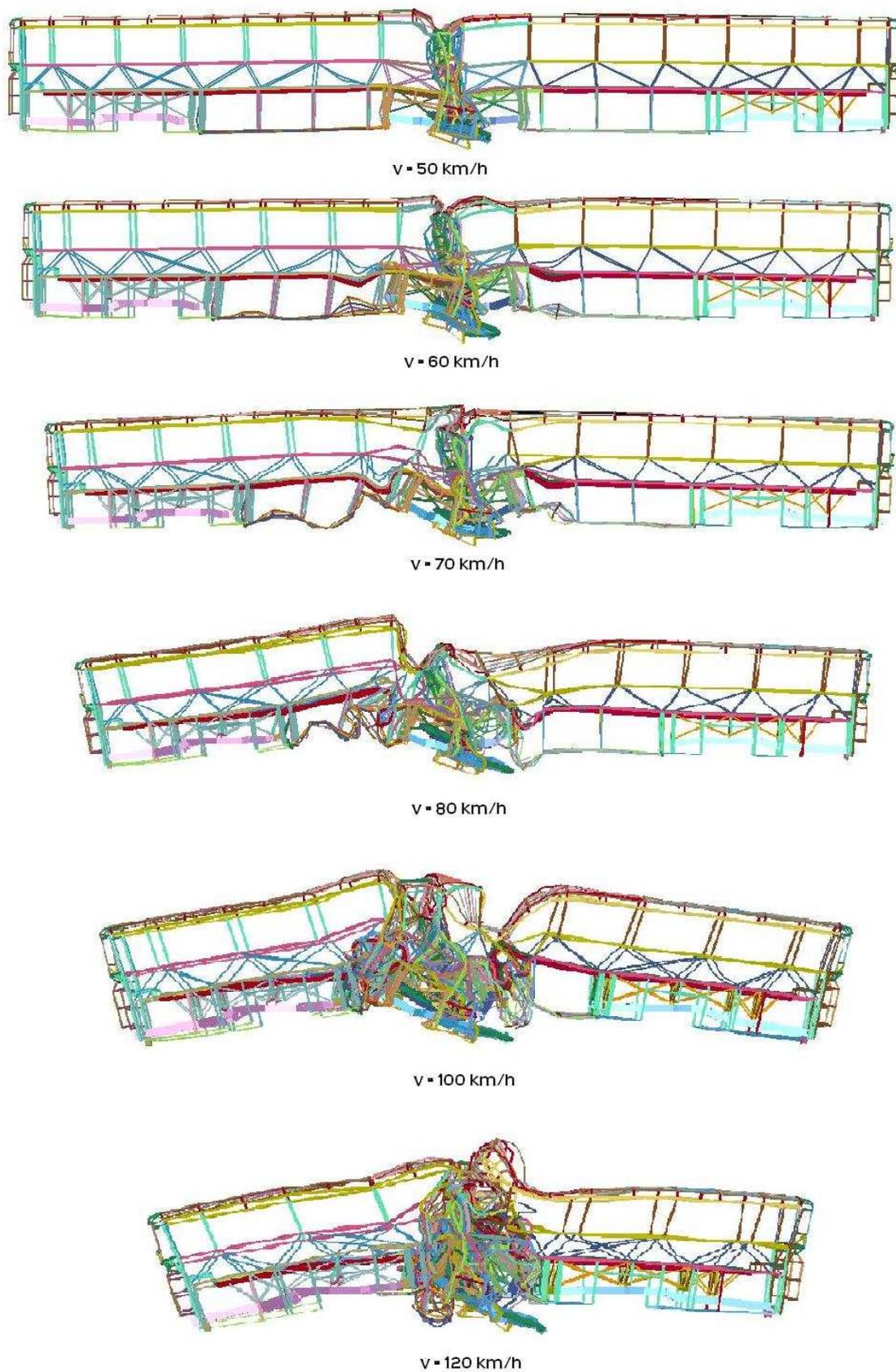


Figura 6.39 - Simulação de impacto a diferentes velocidades.

Inicialmente, far-se-á a simulação com os dois veículos com a mesma velocidade. O material utilizado para as carrocerias e chassi dos dois ônibus é o aço NBR 7008 ZAR-230 com limite de escoamento de 230 MPa e tensão de ruptura de 310 MPa, com módulo tangente de 730 MPa, os coeficientes de Cowper-Symonds são  $D = 40.4$  e  $q = 5$ , um aço comumente utilizado pela indústria de construção de carrocerias de ônibus. A Figura 6.39 apresenta os resultados obtidos para velocidades iguais entre 50 km/h e 120 km/h para cada ônibus. Como as velocidades se somam em virtude de os veículos estarem indo um contra o outro, a avaliação que está sendo realizada é da ordem de velocidades de impacto de 100 km/h até 240 km/h.

A Figura 6.40 apresenta a curva de Velocidade *versus* Deslocamento, medido a partir da região frontal do ônibus até o ponto final de deformação em 0.5 s.

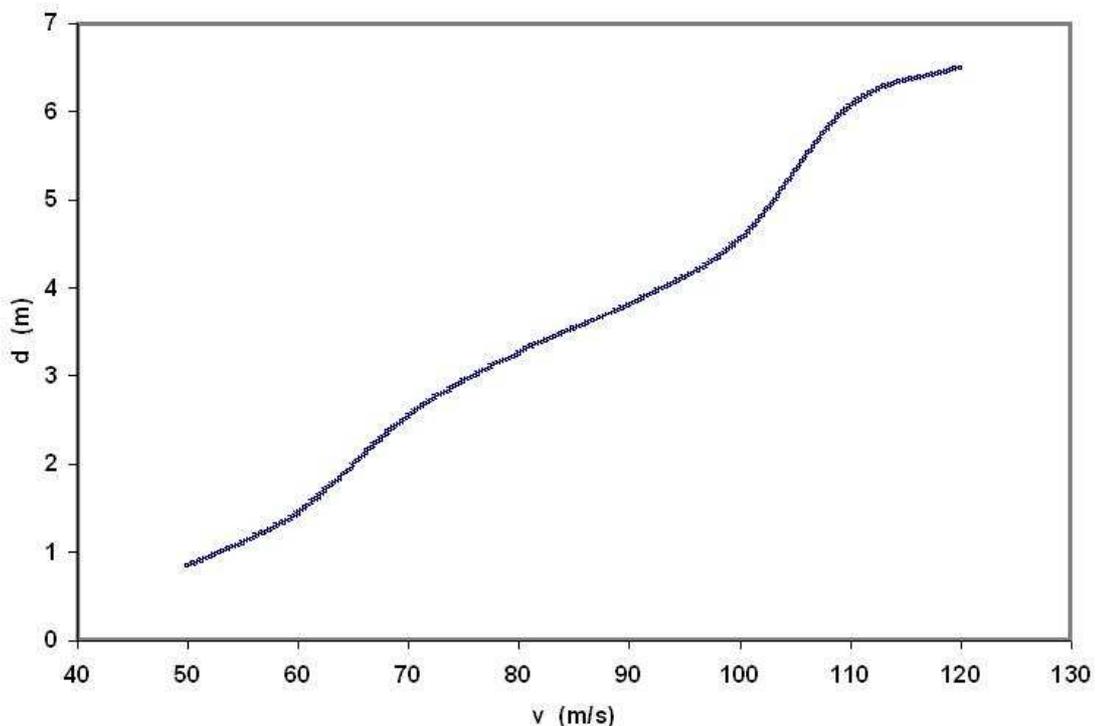


Figura 6.40 - Curva Velocidade *versus* Deslocamento.

A Figura 6.41 apresenta outra situação de impacto frontal, com velocidades diferentes. Um dos ônibus está a 90 km/h e o outro, a 130 km/h. Nesta situação, um dos ônibus penetra até a metade do outro, em torno de 6.95 m num tempo de 0.5 s.

Pela avaliação das Figuras 6.39, 6.40 e 6.41, conclui-se que o modelo de barras em estudo está apto a representar eventos de impacto frontal semelhantes ao ocorrido na Rodovia Raposo Tavares em 2006. O modelo de barras sofre um deslocamento devido ao impacto até aproximadamente a metade. A ordem de grandeza das velocidades dos dois ônibus foi estimada e foram testadas várias hipóteses. Apesar de a geometria e os materiais serem apenas semelhantes, os resultados obtidos são muito próximos aos que realmente ocorreram nesse acidente.

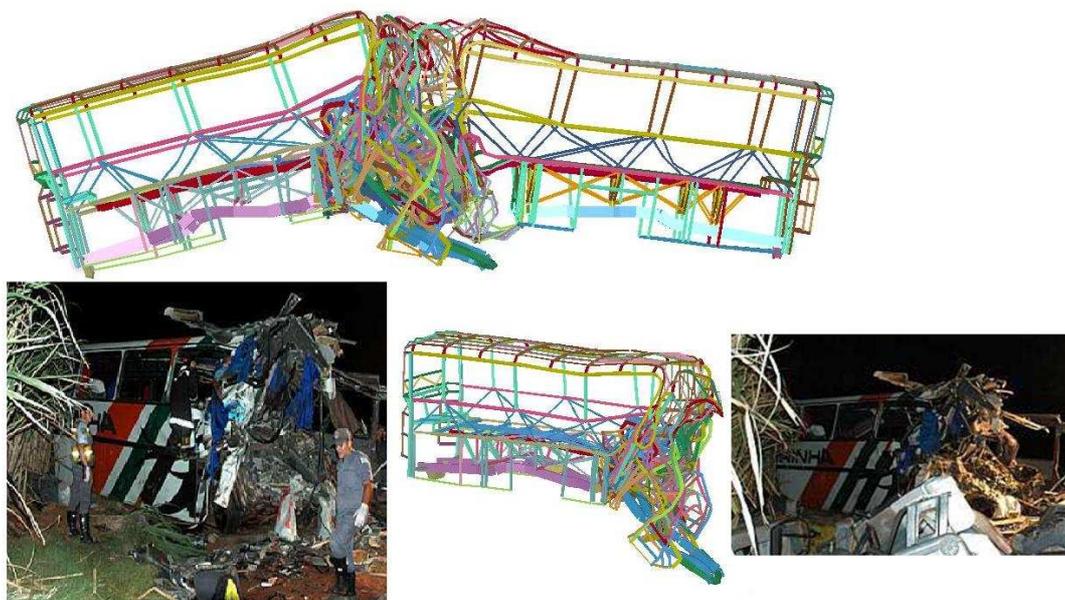


Figura 6.41 - Impacto frontal – acidente da Raposo Tavares em 2006.

## 6.7 Simulação do “efeito abridor de latas”

Nesta seção se apresenta uma simulação numérica de um evento de impacto em que ocorra o efeito de “abridor de latas”, onde a estrutura do ônibus tem removida parte de sua lateral em decorrência do evento de impacto com outro veículo. É comum a ocorrência deste tipo de situação nas estradas brasileiras, uma vez que a maioria das estradas é de pista simples. Esse efeito ocorre em eventos de impacto envolvendo caminhões contra ônibus. Na Figura 6.42 se apresentam situações de evento de impacto onde ocorre este efeito.



Figura 6.42 - Acidente com efeito “abridor de latas”.

(Fonte: Instituto Geral de Perícias)

A Figura 6.43 apresenta o acidente com o ônibus 456, que ocorreu em julho de 2008 na BR 386, onde novamente aparece o efeito “abridor de latas”.



Figura 6.43 - Acidente na BR 386 em julho de 2008.

(Fonte: Instituto Geral de Perícias)

O laudo pericial n° 14625/2008 do Instituto Geral de Perícias apresenta um estudo detalhado do evento de impacto. A Figura 6.44 apresenta as condições em que ocorreu o impacto entre o caminhão e o ônibus.

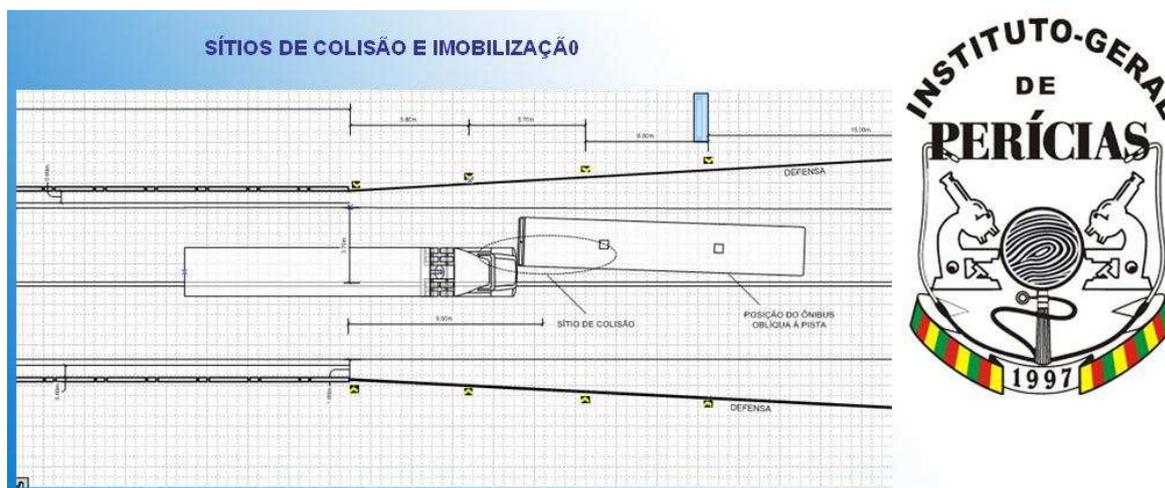


Figura 6.44 - Sítio de colisão acidente ônibus 456.

(Fonte: Instituto Geral de Perícias)

Com o objetivo de avaliar o comportamento do modelo de barras num evento de impacto semelhante, apresenta-se na Figura 6.45 uma simulação de impacto entre dois ônibus. Um dos ônibus tem o dobro da rigidez do outro e velocidade de 120 km/h; o outro ônibus com velocidade de 90 km/h com inclinação de  $1^\circ$ , numa tentativa de evitar a colisão, e 0.25 m mais baixo do que o outro. O material utilizado para os dois ônibus é o aço NBR 7008 ZAR 380, com limite de escoamento de 380 MPa, limite de resistência à tração de 460 MPa, deformação específica final de 18% e módulo tangente de 444 MPa; os coeficientes de Cowper-Symonds são  $D=40.4$  e  $q=5$ .

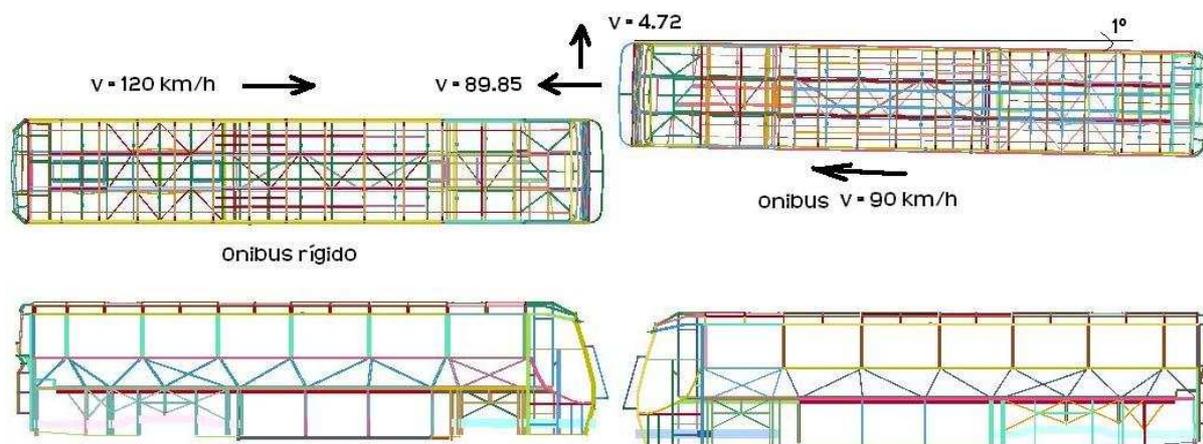


Figura 6.45 - Esquema simulação de impacto entre dois ônibus.

A Figura 6.46 apresenta a deformada do modelo de barras e a deformada do ônibus 456 do acidente da rodovia BR 386.

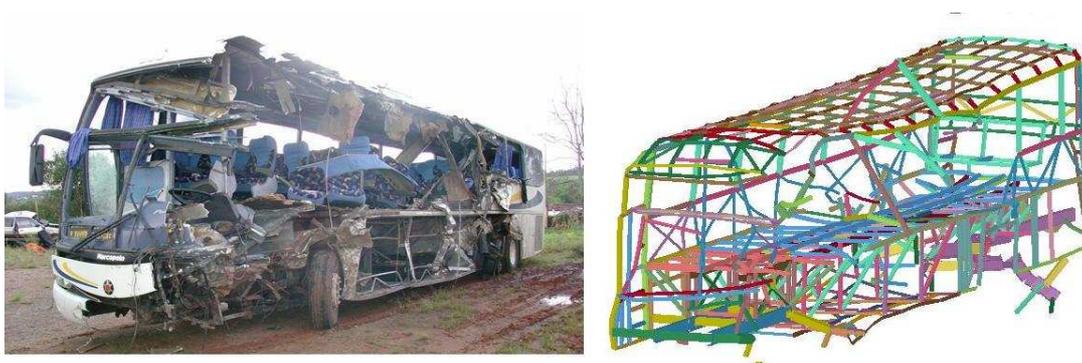


Figura 6.46 - Efeito “abridor de latas” – comparação.

(Fonte: Instituto Geral de Perícias)

A Figura 6.47 apresenta uma sequência de imagens em diferentes tempos do evento até 0.7 s. Percebe-se a tendência de rotação do ônibus e também a tendência de tombamento do ônibus menos rígido em decorrência do impacto. A Figura 6.48 apresenta uma comparação do corte realizado num ônibus real (ônibus 456), o que pode ser conseguido no modelo de barras.

Os resultados obtidos e apresentados na Figura 6.46, 6.47 e 6.48 demonstram a capacidade do modelo de barras de simular uma situação de impacto que leve ao “efeito abridor de altas”.

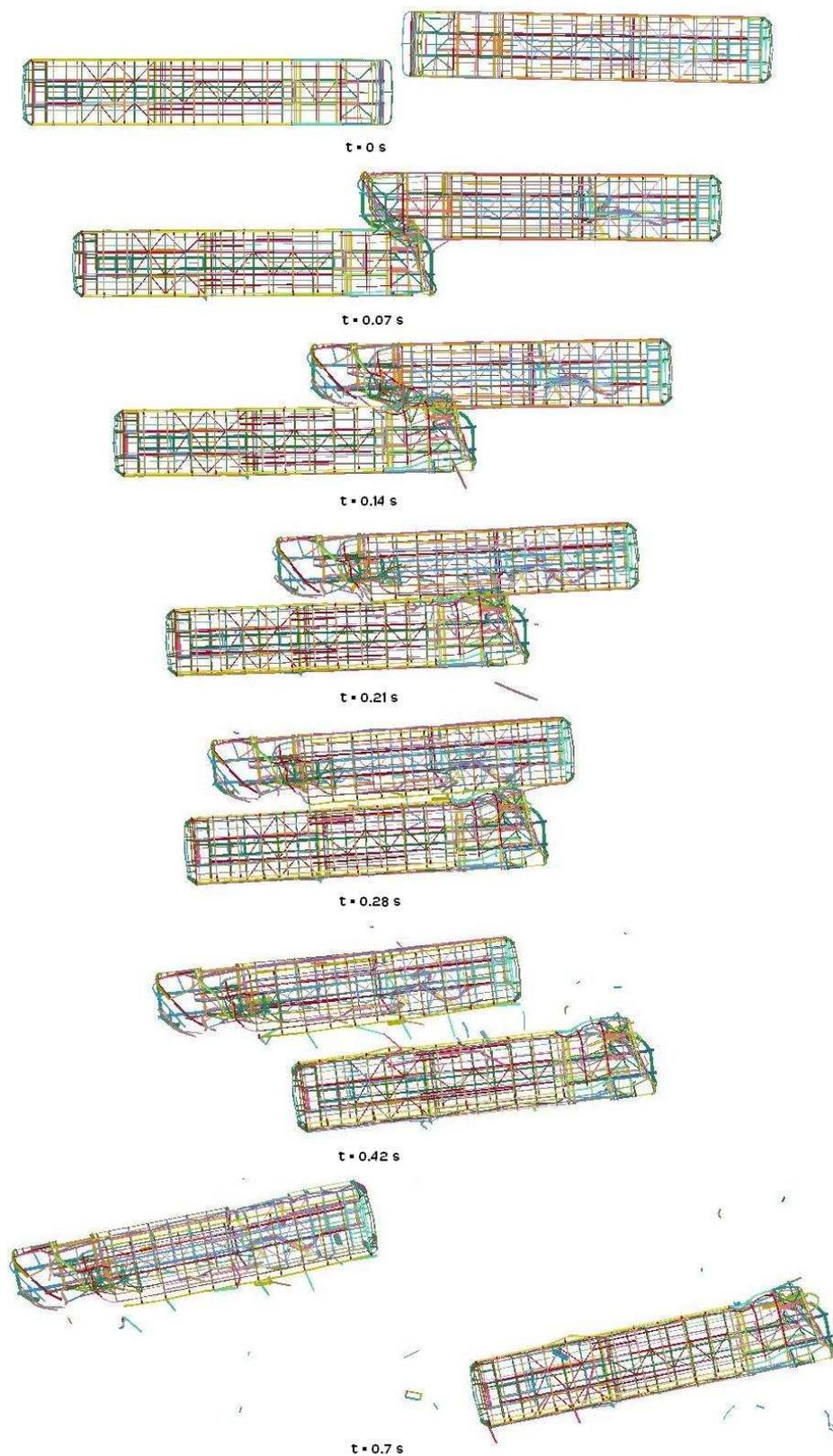


Figura 6.47 - Sequência do evento de impacto.



Figura 6.48 - Efeito abridor de latas.

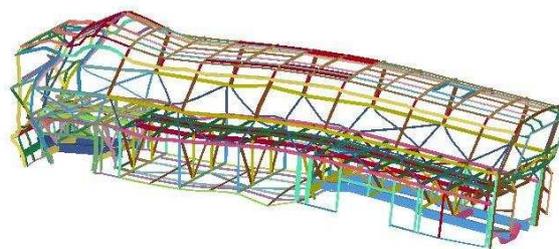
(Fonte: Instituto Geral de Pericias)

## 6.8 Avaliação de teste de impacto (*Crash Test*)

Encontra-se disponível no site do *youtube* um vídeo de um teste de impacto de um ônibus interurbano contra uma parede rígida (*bus crash test*). Este teste de impacto é atribuído à TRC (*Transportation Reserch Center Inc*). A Figura 6.49 (a) apresenta o teste de impacto realizado pela TRC e a Figura 6.49 (b), o modelo de barras utilizado neste trabalho.



(a)



(b)

Figura 6.49 - Teste de impacto. (a) Crash Test TRC (b) Modelo de barras

A Figura 6.50 apresenta uma comparativo das deformadas no tempo de 180 ms. Observa-se que o comportamento do modelo de barras é semelhante ao comportamento da estrutura do ônibus ensaiado pela TRC. O deslocamento no modelo de barras foi de 1.481 m, enquanto que o medido para o modelo real da TRC foi de 1.457 m, uma diferença de 1.64 %. Evidentemente, deve-se considerar a dificuldade de medição sobre as imagens geradas pelo vídeo da TRC.

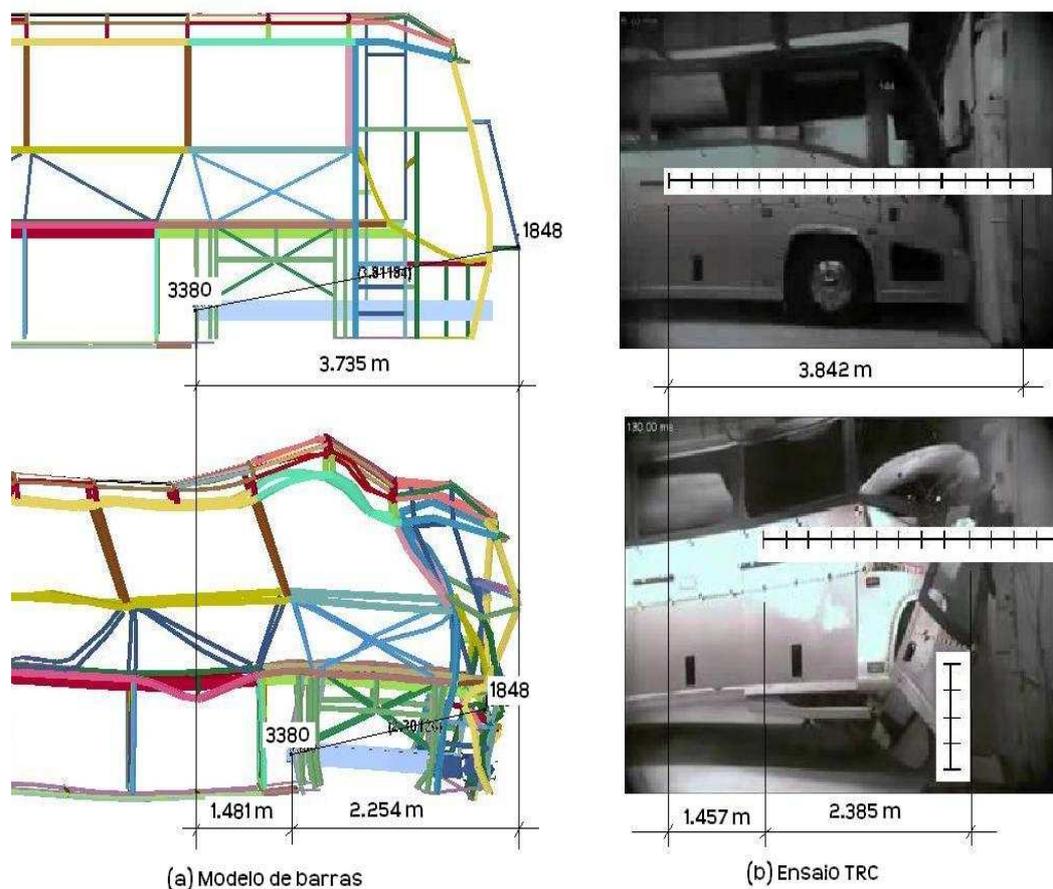


Figura 6.50 - Comparação deslocamentos para o tempo de 180 ms.

Na Figura 6.51 apresenta-se para diversos intervalos de tempo o comportamento da estrutura ensaiada pela TRC. A Figura 6.52 apresenta a curva Deslocamento *versus* Tempo para o nó 3380 do modelo de barras em comparação com os dados obtidos através da medição efetuada e apresentada na Figura 6.51. Observa-se uma aproximação boa entre as curvas, considerando as incertezas que a falta de informações sobre os procedimentos utilizados no ensaio efetuado pela TRC. A geometria dos ônibus, os materiais, pesos e a velocidade de impacto podem ser diferentes. O material utilizado para as carrocerias e chassi do modelo de barras é o aço NBR 7008 ZAR-230, com limite de escoamento de 230 MPa e tensão de ruptura de 310 MPa, com módulo tangente de 730 MPa; os coeficientes de Cowper-Symonds são  $D = 40.4$  e  $q = 5$ . No caso do modelo de barras, a velocidade de impacto é de 50 km/h. No caso do

modelo da TRC, pode-se aproximar a velocidade admitindo-se que entre 5m/s e 35 m/s o deslocamento foi de 0.3975m num tempo de 30 m/s, o que produz uma velocidade de 13.25 m/s, equivalente a 47.7 km/h. Admitindo que já houve uma ação de frenagem por já estar ocorrendo o impacto, pode-se supor que a velocidade seja, aproximadamente, de 50 km/h.



Figura 6.51 - *Crash Test* realizado pela TRC.

Uma avaliação do deslocamento vertical no tempo de 180 ms pode ser visualizada na Figura 6.53. Observa-se que no ensaio de crash teste da TRC o deslocamento vertical foi de, aproximadamente, 0.530 m, ao passo que no modelo de barras este deslocamento foi de 0.471 m, um valor em escala de grandeza semelhante. A diferença entre o modelo da TRC e o modelo de barras foi de, aproximadamente, 11%.

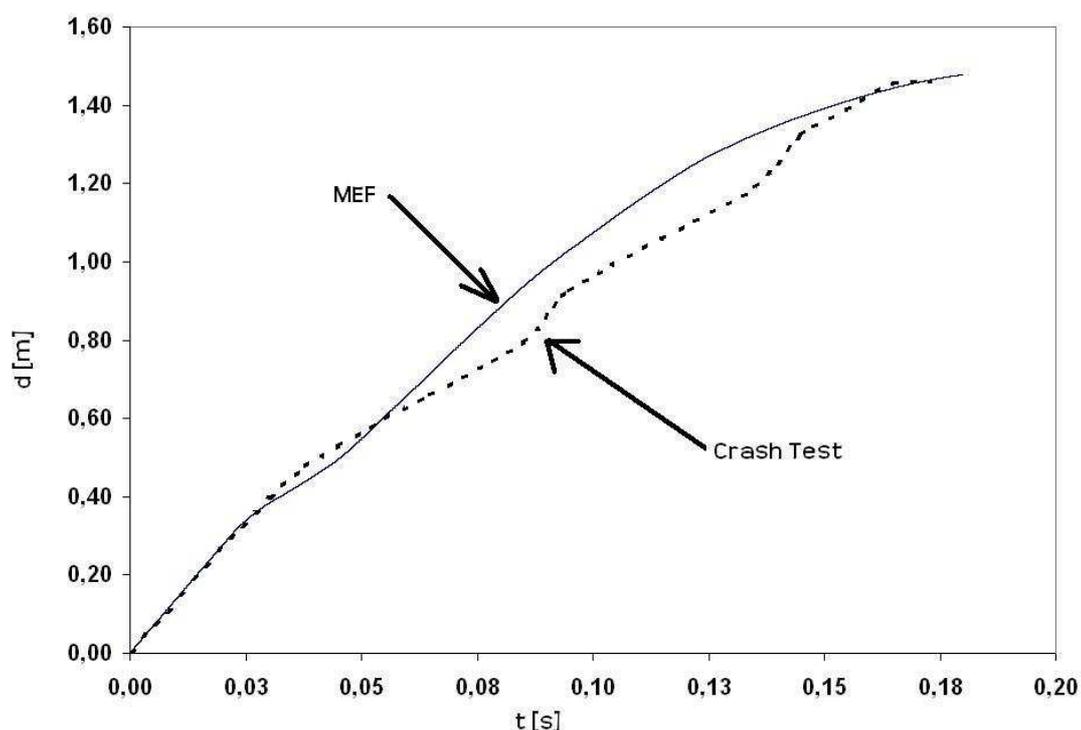


Figura 6.52 - Deslocamento *versus* Tempo – comparação *Crash Test versus* MEF.

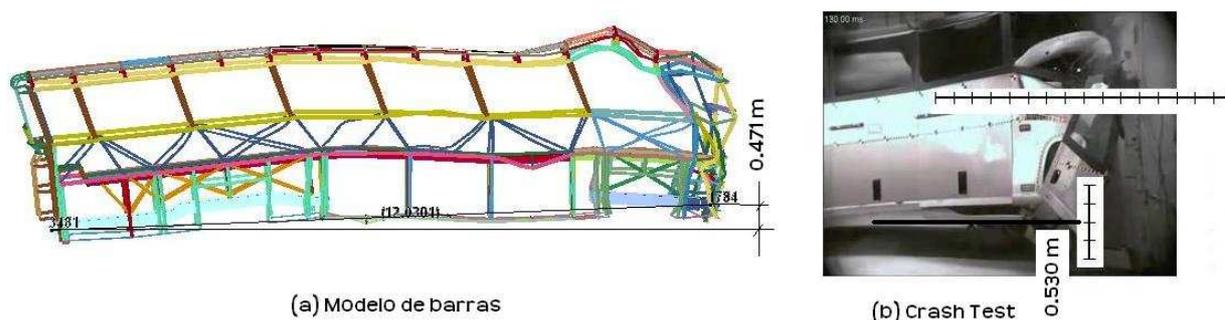


Figura 6.53 - Deslocamento Vertical – comparação.

Conclui-se, pela comparação entre o modelo de barras e o ensaio de *crash test* realizado pela TRC, que os deslocamentos ao longo do tempo são da mesma ordem de grandeza, o que evidencia a capacidade do modelo de representar um evento real de impacto, respeitadas as incertezas relativas às diferenças de geometria e peso do modelo de barras em relação ao modelo real da TRC, bem como as dificuldades de medição.

## 6.9 Avaliação quantitativa utilizando o Método de Riera (1980)

Nesta seção apresenta-se uma avaliação quantitativa da estrutura do ônibus em estudo aplicando-se a metodologia simplificada proposta por Riera (1980), que possibilita a determinação da força de reação devido ao impacto contra uma parede rígida. A metodologia proposta por Riera (1980) aplica-se a um projétil unidimensional (míssil), mas também já foi aplicada com sucesso por Tech e Iturrioz (2005) para estruturas de ônibus. Isso é possível em razão da natureza desta estrutura, que se apresenta no formato de uma caverna, formando uma estrutura composta.

A Figura 6.54 apresenta a distribuição de massas utilizada, bem como a discretização da estrutura empregada, as distâncias e as forças de amassamento.

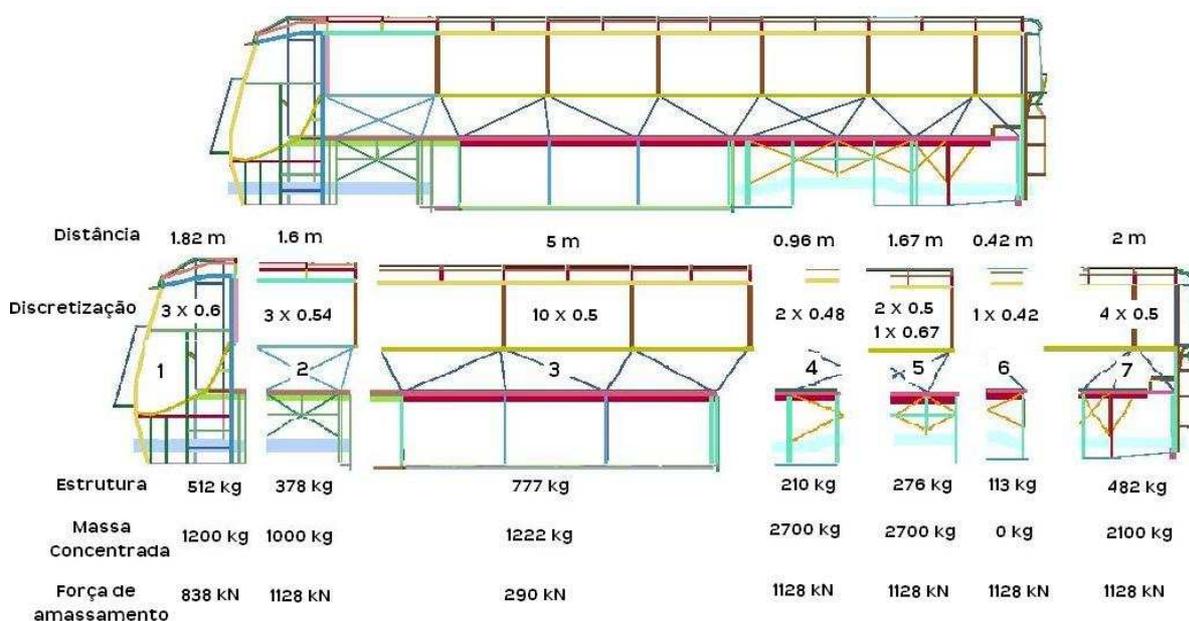


Figura 6.54 - Distribuição de massas e discretização.

A modelagem utilizando o Método de Riera (1980) utilizou uma discretização de 26 conjuntos massa mola. A determinação da Força de Colapso para cada trecho da estrutura discretizada pode ser feita numericamente, pela compressão da estrutura do ônibus em análise por meio de uma parede rígida, ou analiticamente, com a utilização do Método da Resistência Direta (SCHAFER e PEKÖZ; 1998; SCHAFER, 2001).

A Figura 6.55 apresenta as Forças de Colapso obtidas numericamente, bem como o modo de deformação da estrutura em estudo em cada trecho.

Pode-se observar na Figura 6.56 que a falha na região dianteira da estrutura do ônibus ocorre por flambagem do perfil “C” do chassi. Após a falha deste perfil, ocorre o colapso súbito do restante da estrutura. Também se pode observar na Figura 6.56 que a falha na região central

da estrutura do ônibus ocorre na longarina longitudinal de maior seção (perfil retangular 60 x 100 x 2 mm) e também ocorre por flambagem. Quando da falha desse perfil, a estrutura flamba globalmente na região central.

Pode-se concluir que o comportamento da estrutura na região dianteira do ônibus é controlado pelo perfil “C” e que na região central o comportamento estrutural é controlado pelo perfil retangular (60 x 100 x 2 mm).

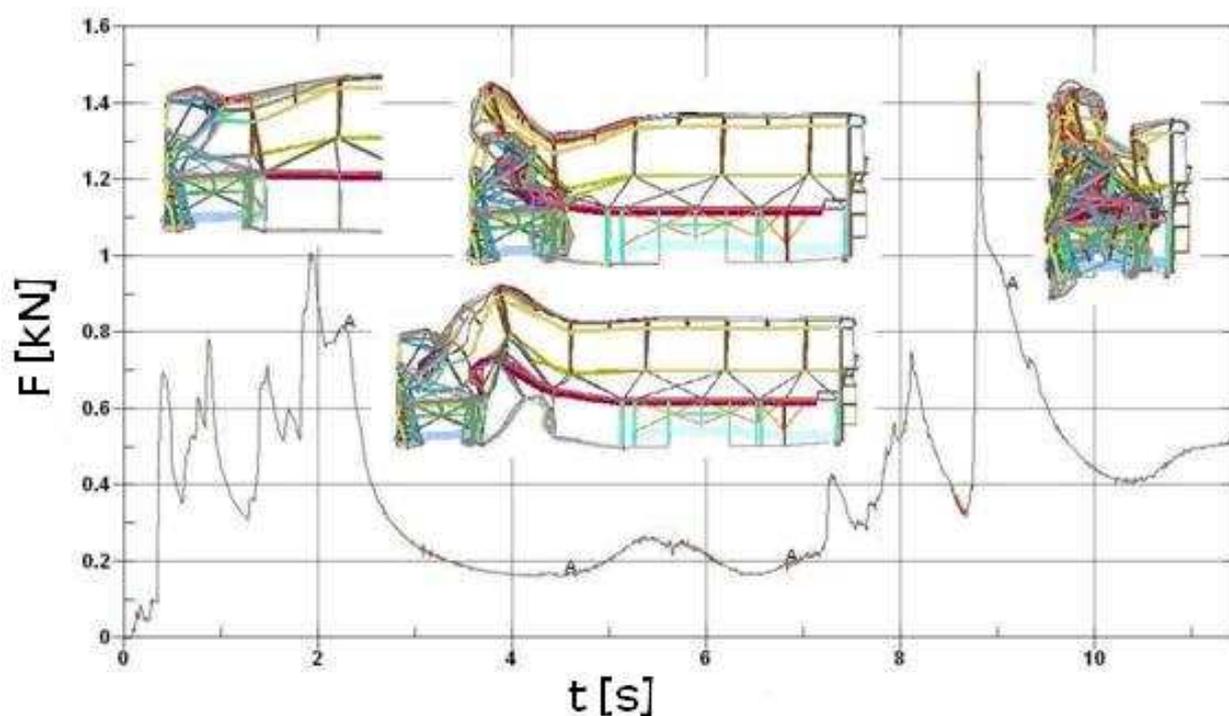


Figura 6.55 - Forças de colapso e modos de deformação.

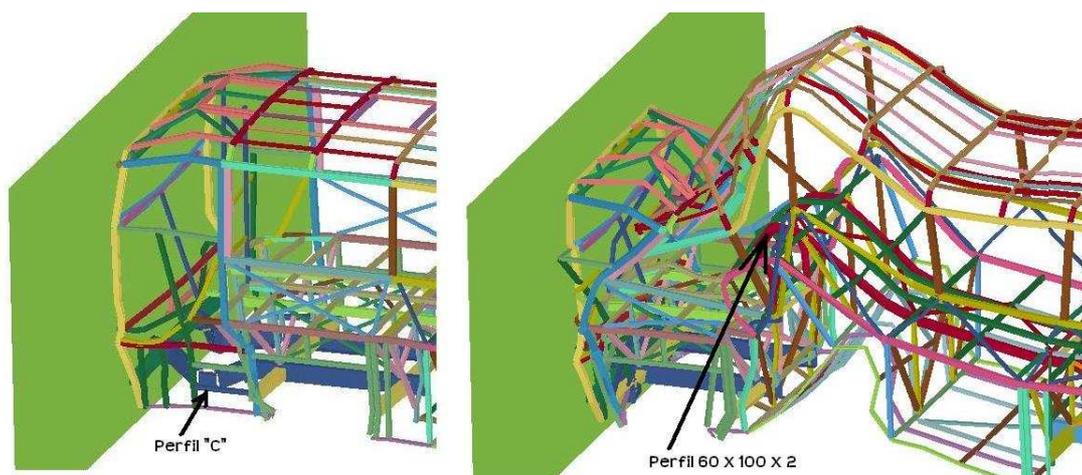


Figura 6.56 - Modos de falha.

As figuras 6.57 e 6.58 apresentam os resultados fornecidos pelo programa CU-FSM (SCHAFER, 2001), que, utilizando o Método das Faixas Finitas (CHEUNG e TAM, 1988), calcula o valor das cargas de flambagem elástica para diferentes comprimentos de flambagem para os perfis tipo “C” 80 x 200 x 6 mm e tipo retangular 60 x 100 x 2 mm.

Utilizando o Método da Resistência Direta, obtém-se para o perfil “C” 80 x 200 x 6 mm como força de resistência ao amassamento  $F_c=419$  kN e, para o tubo retangular 60 x 100 x 2 mm, uma força de resistência ao amassamento  $F_c = 145$  kN.

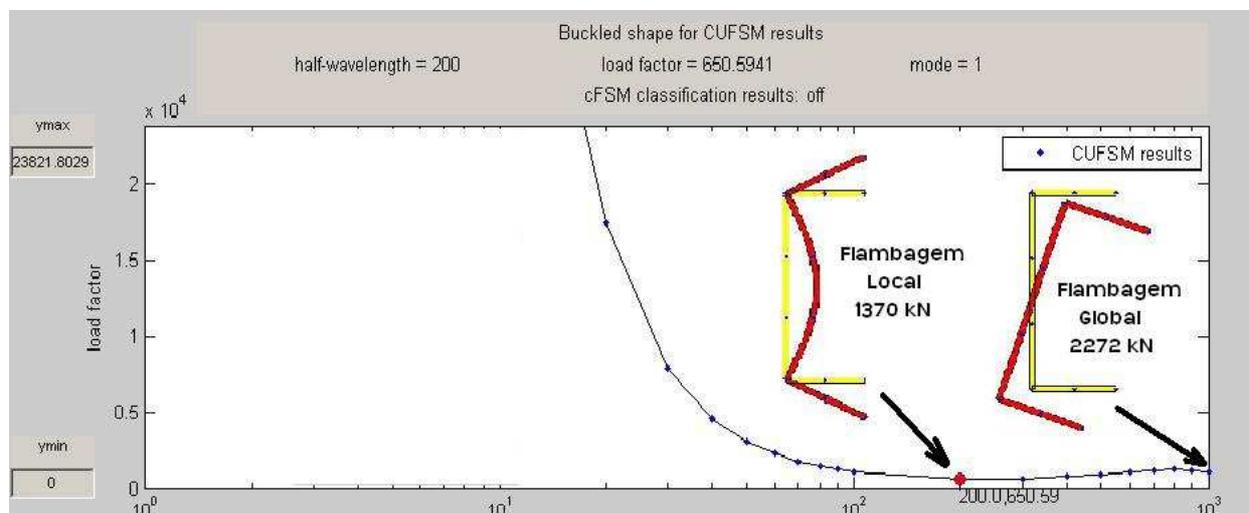


Figura 6.57 - Resultados CU-FSM perfil “C” 80 x 200 x 6 mm.

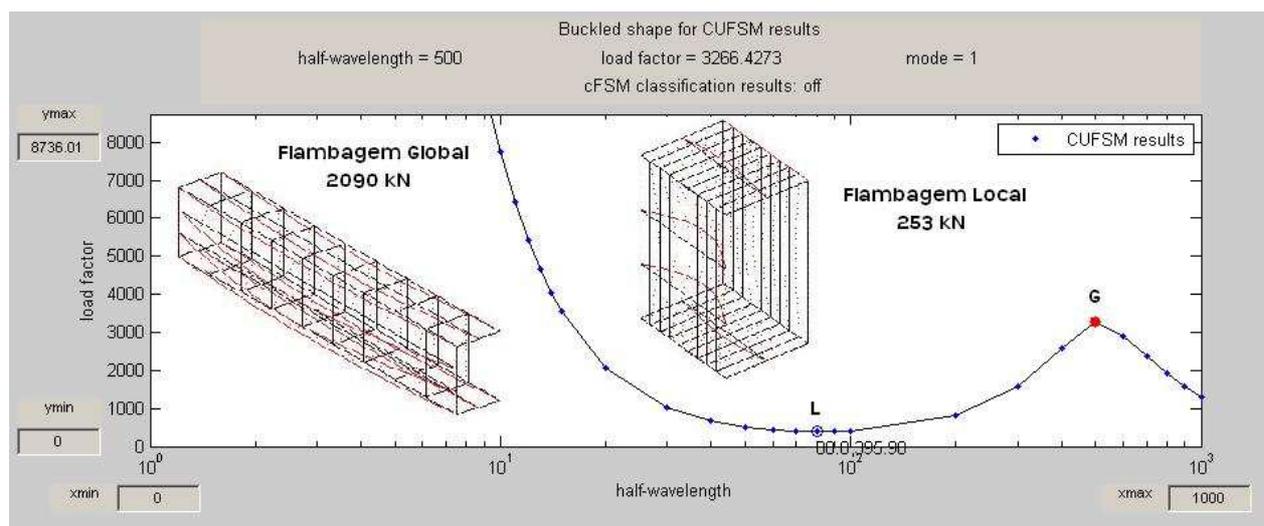


Figura 6.58 - Resultados CU-FSM perfil retangular 60 x 100 x 2 mm.

Considerando que na região dianteira do ônibus (1), visto na Figura 6.54, a resistência oferecida ao amassamento seja devida principalmente aos dois perfis “C”, a força total de amassamento é  $F_c = 838$  kN nesta região. Na região imediatamente seguinte (2), a resistência ao amassamento é de  $F_c=1128$  kN, considerando a presença de dois perfis em “C” 80 x 200 x 6 e de dois perfis retangulares 60 x 100 x 2 mm. Na região central (3) a força de amassamento é de 290 kN, considerando a presença de dois perfis 60 x 100 x 2 mm. Nas regiões da parte traseira (4,5,6 e 7) adotou-se  $F_c= 1128$  kN (dois perfis “C” 80 x 200 x 6 mm e dois perfis retangulares 60 x 100 x 2 mm). Optou-se por utilizar os valores calculados pelo Método da Resistência Direta, uma vez que os valores são aproximados aos obtidos numericamente e se deseja utilizar esses resultados no Método de Riera (1980), uma metodologia simplificada.

A seguir apresenta-se na Figura 6.59 (a) um evento de impacto da estrutura em estudo numa velocidade de 66.67 m/s (240 km/h) contra uma parede rígida. Na Figura 6.59 (b) apresenta-se a deformada de uma situação real com velocidade de impacto desconhecida com o objetivo de mostrar que o evento proposto pode ocorrer em situações reais. O modelo proposto por Riera (1980) tem se mostrado eficiente na modelagem de problemas nos quais a rigidez da estrutura é responsável por não mais de 20% da força total reativa produzida pelo míssil durante o impacto. Isso acontece quando a parcela de quantidade de movimento envolvida no processo simulado é importante, ou seja, quando a velocidade do míssil é elevada. Por isso, justifica-se fazer a comparação entre o modelo simplificado de Riera (1980) e o modelo numérico do ônibus para uma velocidade de impacto muito elevada (240Km/h). O tempo de simulação do evento é de 0.12 s, o suficiente para produzir o amassamento da parte central da carroceria (região dos passageiros).



Figura 6.59 - (a) Modelo de barras (b) Acidente na Raposo Tavares em 2006.

Por simplicidade utilizou-se um único material na estrutura da carroceria e chassi do ônibus. Foi utilizado o aço NBR 7008 ZAR-230 com limite de escoamento de 230 MPa e tensão de ruptura de 310 MPa, com módulo tangente de 730 MPa, os coeficientes de Cowper-Symonds são  $D = 40.4$  e  $q = 5$ , um aço comumente utilizado pela indústria de construção de carrocerias de ônibus.

A partir do modelo de barras de MEF se retira a força de reação da parede rígida. Este resultado é comparado com o obtido por meio da metodologia de Riera (1980). A Figura 6.60 apresenta os resultados obtidos. Observa-se uma boa concordância entre os resultados obtidos por MEF e os obtidos utilizando-se a metodologia de Riera (1980).

Como conclusão desta seção pode-se afirmar que a comparação entre o modelo numérico de elementos finitos e o modelo utilizando o método de Riera (1980) mostrou resultados coerentes e muito semelhantes. A utilização de métodos numéricos baseadas em teorias

diferentes e de nível de complexidade distintas permite, através do cruzamento de informações, validar parcialmente o fenômeno físico que está sendo estudado.

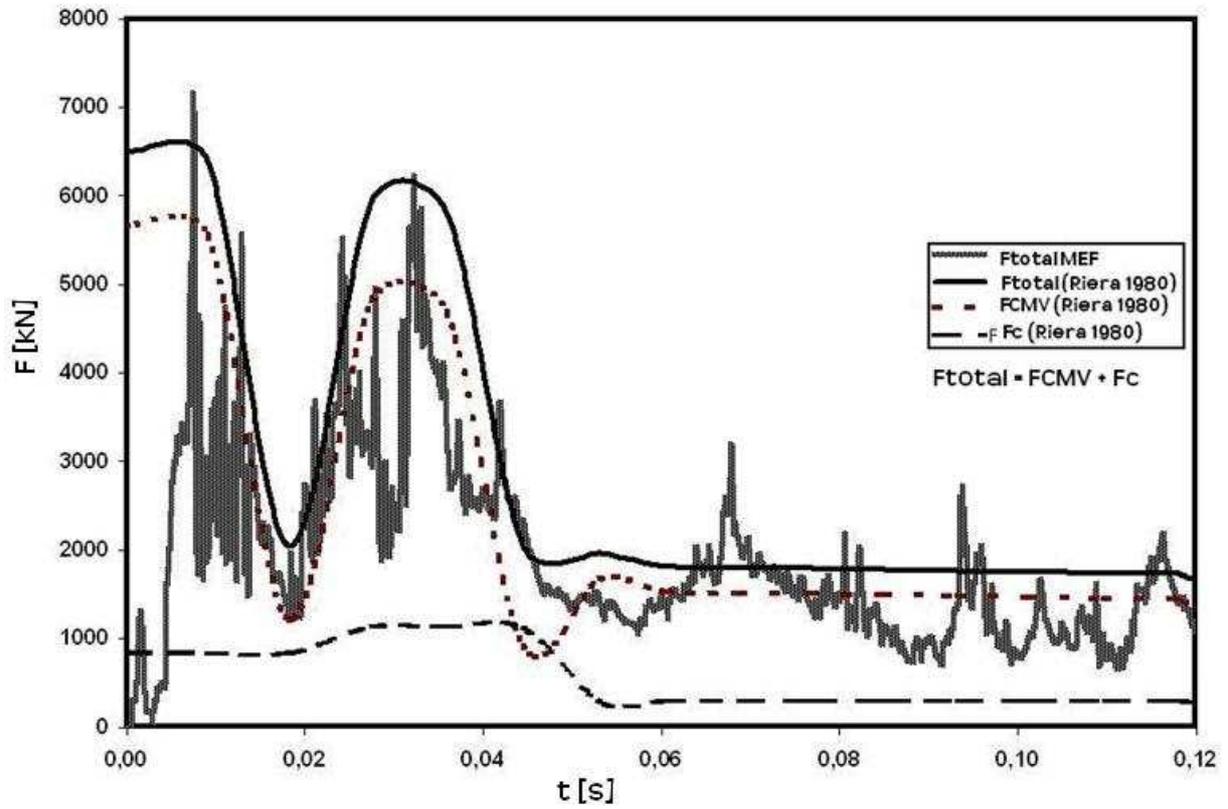


Figura 6.60 - Força de reação na parede rígida.

## 7 DESENVOLVIMENTO DE ABSORVEDORES DE IMPACTO

Neste capítulo se apresenta uma metodologia de avaliação de estruturas de carroceria de ônibus interurbano sob impacto frontal. Também se desenvolve, utilizando a metodologia proposta, um modelo de absorvedor de impacto para ser utilizado em carrocerias de ônibus interurbano.

### 7.1 Metodologia de avaliação de estruturas de carroceria de ônibus sob impacto frontal

Os procedimentos apresentados no capítulo 5 para a determinação da rigidez dos componentes estruturais formados por tubos de parede fina e a metodologia de utilização de modelos simplificados fornecem condições para um trabalho de reengenharia e obtenção de estruturas de carrocerias de ônibus interurbano com maior capacidade de absorção de energia de impacto, de forma a manter intacta a região ocupada pelo motorista do ônibus, bem como dos passageiros, com um pulso de desaceleração adequado. No entanto, o processo de projeto precisa seguir uma metodologia que permita chegar à configuração estrutural mais adequada. Os seguintes procedimentos podem ser aplicados no reprojeto de uma estrutura de carroceria de ônibus:

1) **Análise global:** avaliação da estrutura atual, com determinação de seu modo de deformação e posição dos pontos principais de deformação (região onde se formam rótulas plásticas), determinação dos deslocamentos da região frontal da estrutura e a possível invasão da região ocupada pelo motorista e/ou passageiros e obtenção da curva atual de pulso de desaceleração. Isso pode ser feito por meio de uma análise de impacto global da estrutura.

2) **Projeto de componentes:** identificação na estrutura atual dos elementos estruturais ou conjuntos de elementos estruturais que possam ser utilizados com vistas à contenção da deformação longitudinal da estrutura, ou seja, que, modificando seu projeto, possam ser utilizados como absorvedores de impacto.

3) **Reavaliação global:** analisar a estrutura com os novos elementos estruturais reprojutados com o objetivo de dotá-los de capacidade de absorção de energia de impacto. Verificar a possibilidade da proposta de efetivamente atingir o objetivo estabelecido. Se o objetivo não for atingido, retornar ao passo 2.

4) **Otimização de componentes:** otimizar os componente responsáveis pela absorção de impacto utilizando a metodologia proposta nos capítulo 4 deste trabalho e também GA com

vistas à redução de peso e à melhoria na capacidade de absorção de impacto. Critérios como falha estática e/ou por fadiga podem também ser incluídos.

5) **Otimização global:** introduzir os elementos otimizados no item 4 na estrutura global e fazer um ajuste fino utilizando GA. Avaliar critérios como invasão da região ocupada pelo motorista e/ou passageiros e pulso de desaceleração ou HIC (Head Injury Criterion). No caso de não ter sido atingido o objetivo, repetir a partir do passo 2. Critérios como falha estática e/ou por fadiga podem ser introduzidos.

6) **Confirmação do projeto:** realizar uma análise final para confirmar o reprojeto.

## 7.2 Proposta de absorvedor de impacto frontal para ônibus interurbano

A Figura 7.1 apresenta a parte dianteira da estrutura da carroceria do ônibus interurbano em análise, um modelo menor e menos dispendioso em termos de tempo computacional. Essa estrutura inicial poderia ser mais bem trabalhada, encontrando-se uma geometria mais vantajosa do ponto de vista da proteção do motorista.

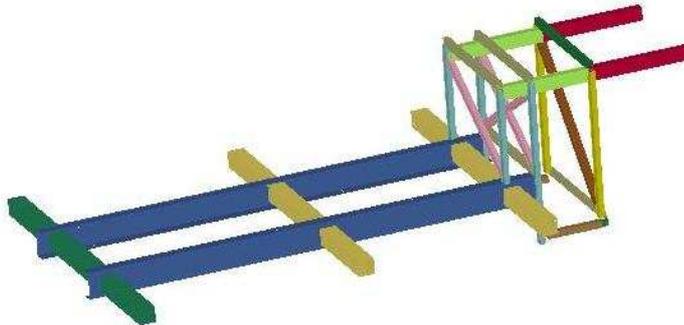


Figura 7.1 - Detalhe modelo reduzido da dianteira da estrutura

Após a avaliação do modelo simplificado da parte dianteira da estrutura da carroceria de ônibus interurbano e efetuadas as alterações necessárias para adequar esta estrutura para que tenha uma maior capacidade de absorção de energia de impacto sem invasão da região ocupada pelo motorista e sem que ocorra um pulso de desaceleração muito alto, esses elementos seriam novamente montados na estrutura global do ônibus e realizada uma nova avaliação, agora em nível global, verificando a interação dessa nova proposta com o conjunto completo e feito um ajuste fino.

Muitas possibilidades existem de alteração da estrutura dianteira do chassi e carroceria de ônibus interurbano com o objetivo de capacitar o ônibus interurbano a absorver a energia de impacto num evento de impacto frontal. A definição da melhor geometria para a estrutura

responsável pela absorção do impacto exige criatividade e conhecimento dos mecanismos envolvidos num evento de impacto dessa natureza.

Neste capítulo apresenta-se uma proposta de geometria com capacidade de atender às exigências de absorver o impacto e proteger o motorista num evento de impacto frontal. Para encontrar a geometria proposta utilizou-se a metodologia apresentada nos passos (1), (2) e (3) mostrados na seção 7.1. O absorvedor de impacto proposto é avaliado para as condições de impacto frontal e, uma vez verificada sua adequação para os propósitos de absorção de impacto, apresenta-se uma melhoria do projeto inicial com o objetivo de diminuir o peso da estrutura e otimizar quesitos como desaceleração e invasão do espaço de sobrevivência do motorista.

### 7.3 Geometria do absorvedor de impacto.

Na Figura 7.2 apresenta-se uma proposta de absorvedor de impacto a ser utilizado em estruturas de ônibus interurbano. Ao se desenvolver esta estrutura aproveitou-se ao máximo a estrutura atual do ônibus interurbano, de forma a interferir o mínimo possível no projeto original, com o objetivo de demonstrar que as estruturas atualmente existentes podem ser adaptadas para obterem um melhor desempenho num evento de impacto frontal, com apenas algumas modificações.

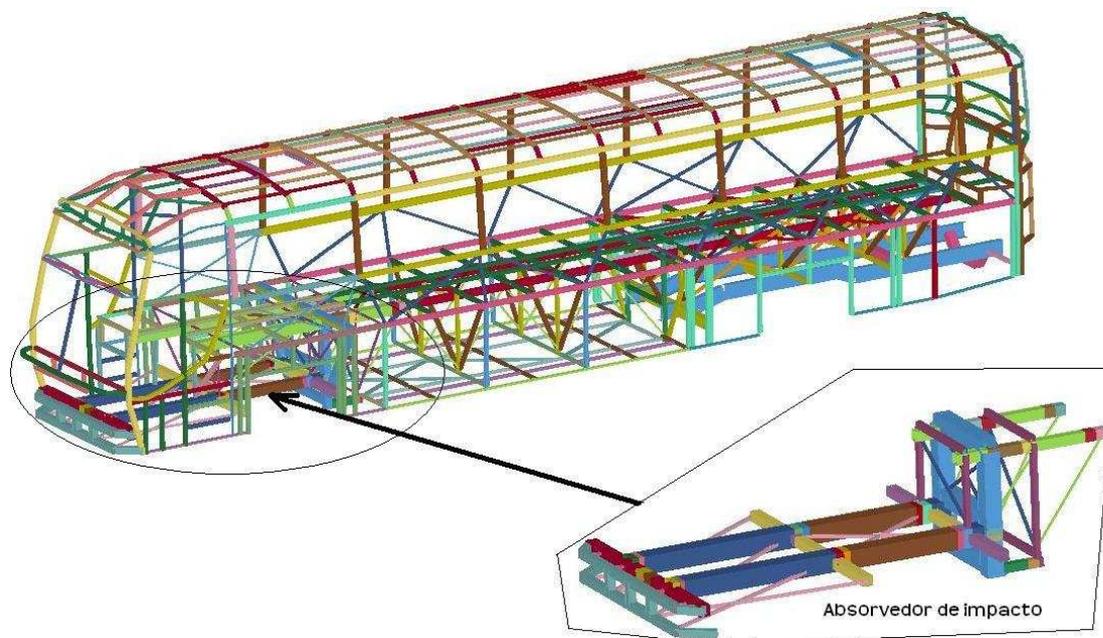


Figura 7.2 – Absorvedor de impacto.

Aplicando-se os passos (1), (2) e (3) da metodologia proposta na seção 7.1, chegou-se à esta concepção de estrutura (passo (1) já apresentada no capítulo 6). A Figura 7.3 apresenta a

deformada após colisão frontal contra uma parede rígida numa velocidade de 50 km/h. O material utilizado é o elastoplástico perfeitamente plástico com tensão de fluxo de 367 MPa.



Figura 7.3 - Deformada

Observa-se na Figura 7.3 que não existe invasão da região ocupada pelo motorista nem do passageiro. Na Figura 7.4 apresenta-se o pulso de desaceleração, que é elevado uma vez que a estrutura proposta está muito rígida.

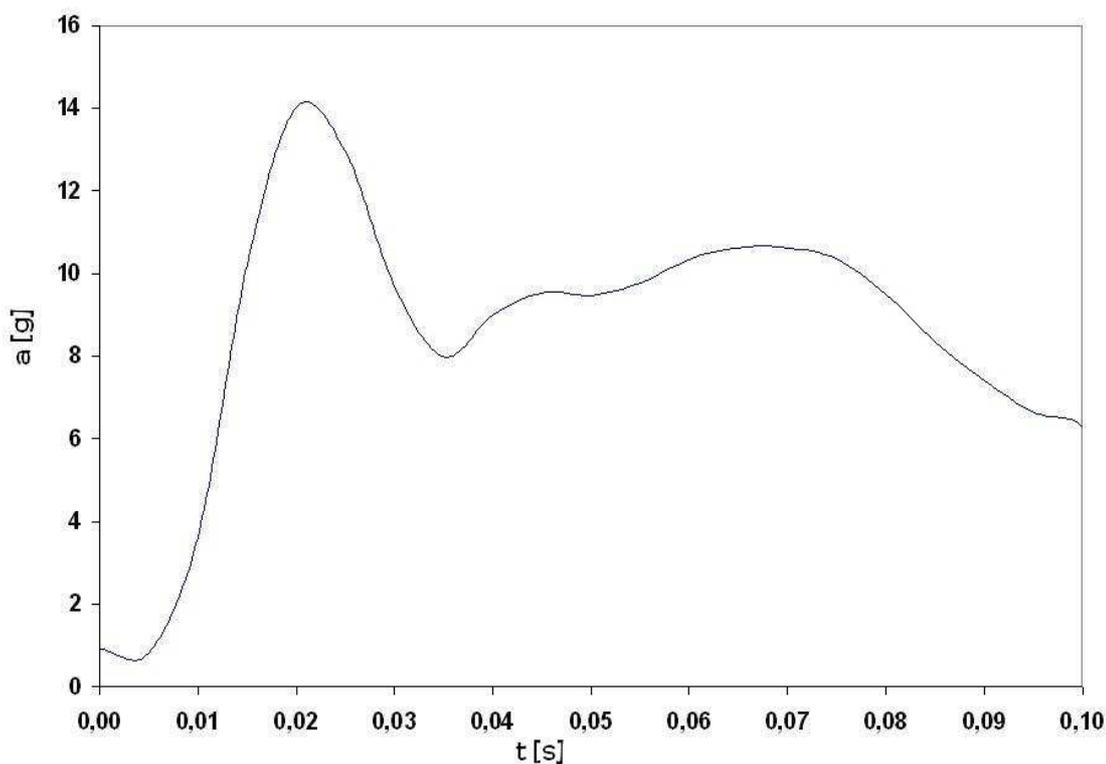


Figura 7.4 - Curva de desaceleração.

O peso da estrutura é de 3138.56 kg, 365.35 kg a mais do que o peso da estrutura atual. Faz-se necessário, portanto, uma otimização da estrutura proposta inicial de forma a chegar ao mesmo valor do peso da estrutura atual.

Do ponto de vista da metodologia proposta, passos (1), (2) e (3), esta estrutura inicial tem potencial para chegar a um bom projeto. Dessa forma, passa-se ao passo (4).

## 7.4 Otimização de componente

Nesta seção se apresenta o passo (4) apresentado na seção 7.1, que define a metodologia para melhoria do projeto e aumento da capacidade de absorção de energia pela otimização de componentes. Apresenta-se a otimização dos componentes responsáveis pela absorção de impacto utilizando a metodologia proposta no capítulo 4 deste trabalho e também GA com vistas à redução de peso e melhoria na capacidade de absorção de energia da parte dianteira da estrutura do ônibus interurbano.

### *Descrição do Modelo Simplificado*

O modelo simplificado foi discretizado utilizando 210 elementos de viga, 357 nós e 19 juntas rotacionais. A Figura 7.5 apresenta o modelo da estrutura, a posição das juntas rotacionais (JXX) utilizadas e a identificação das dimensões da seção do tubo quadrado “b” e a espessura “t” ([ b t ]). O material utilizado no modelo simplificado é o plástico cinemático com tensão de fluxo plástico de 367 MPa. Nesta seção o ângulo utilizado para o cálculo das juntas é de 90°, obtido por meio de avaliação prévia utilizando o método do ângulo real (MAR). Dessa forma, o comportamento do material é elastoplástico perfeito.

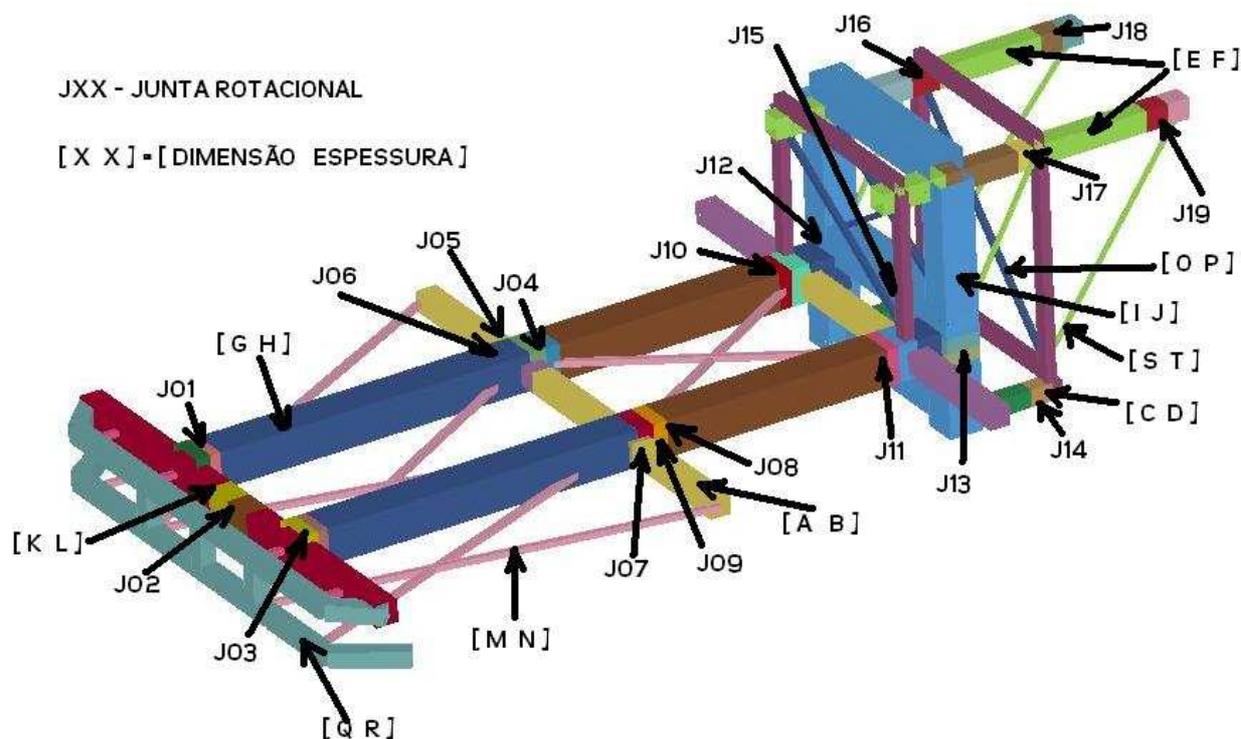


Figura 7.5 - Identificadores.

Os vetores de identificação utilizados na rotina de algoritmo genético são os seguintes:

Limite inferior = [ 30 1 30 1 30 1 30 1 30 1 30 1 15 1 15 1 15 1 15 1 ]

Limite superior = [ 50 4 50 4 50 4 50 4 50 4 50 4 30 2 30 2 120 2 30 3 ]

representando os campos entre conchetes:

[A/B B C/D D E/F F G/H H I/J J K/L L M N O P Q R S T ], onde

A/B, C/D, E/F, G/H, I/J, K/L representam relações entre largura do tubo e espessura da parede, e B, D, F, H, J, L representam espessuras dos tubos; M, O, Q, S representam larguras de tubos e N, P, R, T representam espessuras de tubos. Neste problema de GA limitou-se a relação b/t entre 30 e 50.

### *Caracterização do problema*

A Figura 7.6 apresenta a descrição do problema a ser investigado, que consiste em encontrar a combinação de tubos que apresente equilíbrio entre peso e capacidade de absorver energia cinética. A estrutura avança com velocidade inicial de 13.889 m/s (50 km/h) contra uma parede rígida pelo tempo de 0.10 s. Para representar o peso total da estrutura do ônibus foram colocadas 10 massas concentradas de 1710 kg cada nos pontos indicados.

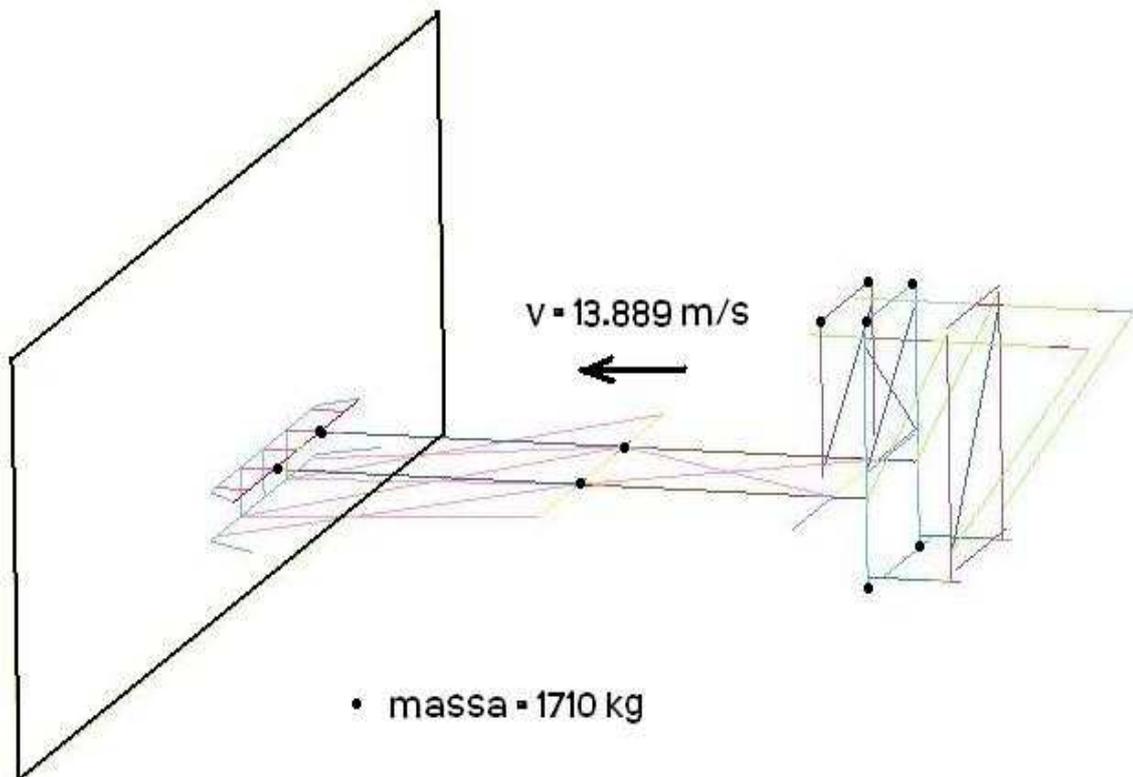


Figura 7.6 - Caracterização do problema.

### ***Problema de otimização***

A função objetivo criada tem como fim encontrar a composição de tubos que apresente melhor capacidade de absorver energia cinética aliada com baixo peso. Para tal, propõe-se a seguinte função objetivo:

$$y = (\text{massainicial} - 17100) * 100 + wx \quad (7.1)$$

sendo a massa inicial a massa total da estrutura considerando as massas concentradas e wx, o valor da menor energia cinética resultante durante o evento de impacto.

O problema de algoritmo genético tem 20 variáveis, população inicial de 20 e 5 gerações. No Apêndice I apresenta-se o programa função objetivo.

### ***Resultados obtidos***

A Tabela 7.1 apresenta os resultados obtidos após cinco gerações. A Figura 7.5 apresenta as dimensões e os resultados mostrados na Tabela 7.1.

Tabela 7. 1 - Resultados GA

Variável	Resultado	Dimensão
A	32.0	96.0
B	3.0	3.0
C	45.0	90.0
D	2.0	2.0
E	42.0	84.0
F	2.0	2.0
G	48.0	192.0
H	4.0	4.0
I	41.0	164.0
J	4.0	4.0
K	40.0	120.0
L	3.0	3.0
M	30.0	30.0
N	2.0	2.0
O	27.0	27.0
P	1.0	1.0
Q	80.0	80.0
R	2.0	2.0
S	18.0	18.0
T	3.0	3.0

A Figura 7.7 apresenta graficamente os resultados obtidos pelo GA.

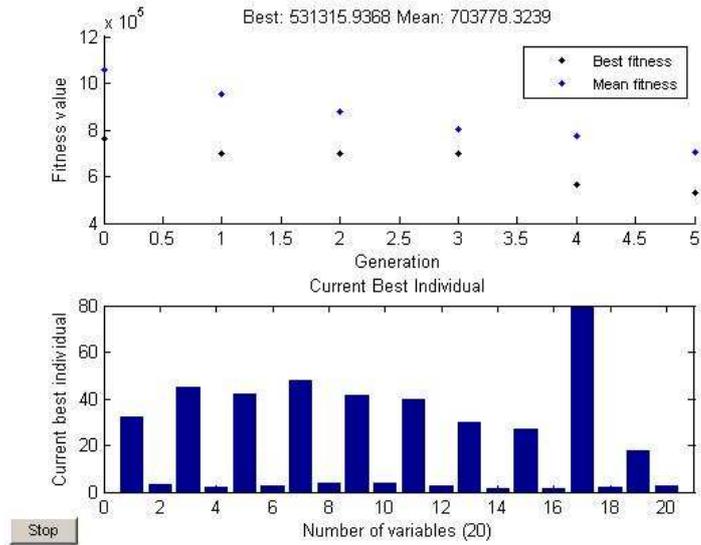


Figura 7.7 - Resultados GA.

A Figura 7.8 apresenta a deformada após 0.10 segundos.

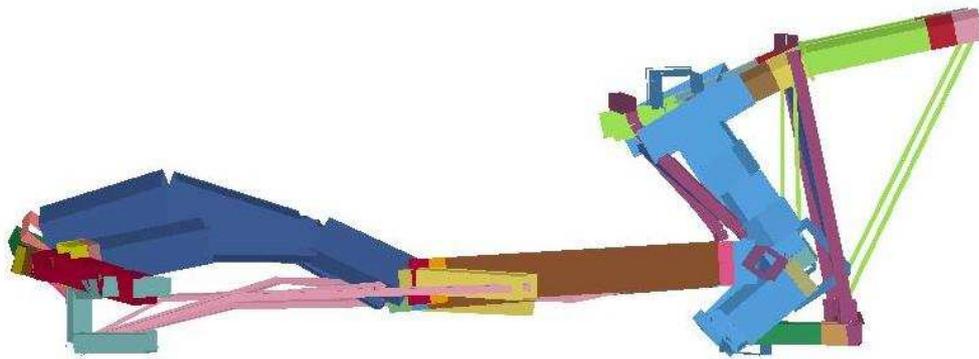


Figura 7.8 - Deformada.

A Figura 7.9 apresenta os resultados em termos de energia cinética.

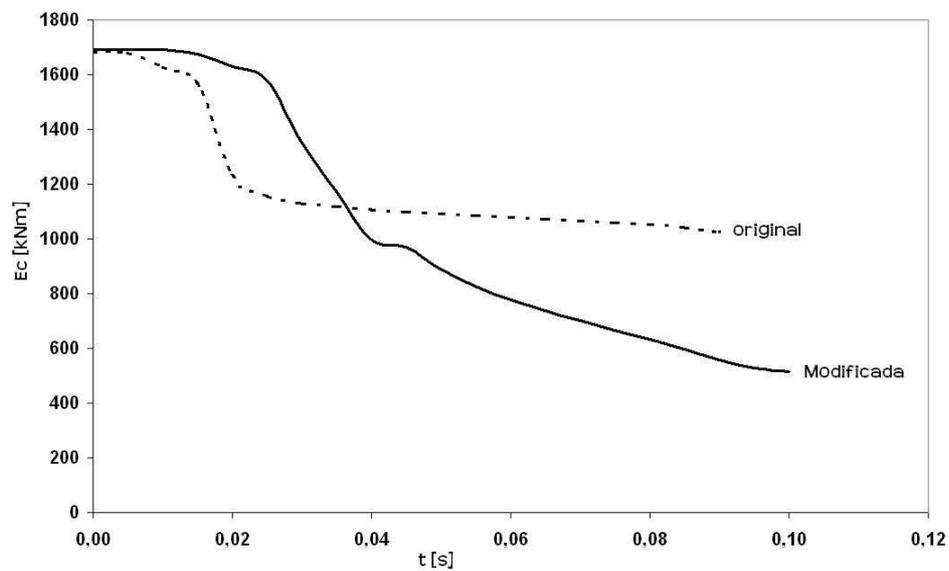


Figura 7.9 - Energia Cinética.

### *Comparação com a estrutura original*

A Figura 7.10 apresenta a estrutura original do ônibus interurbano desenvolvida pela encarroçadora. A parte dianteira da estrutura é apresentada em destaque.

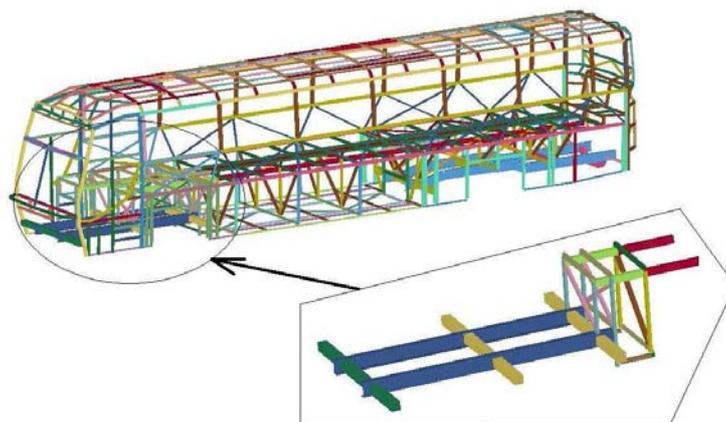


Figura 7.10 - Estrutura original

Na Figura 7.11 apresenta-se a deformada da estrutura original e da modificada.

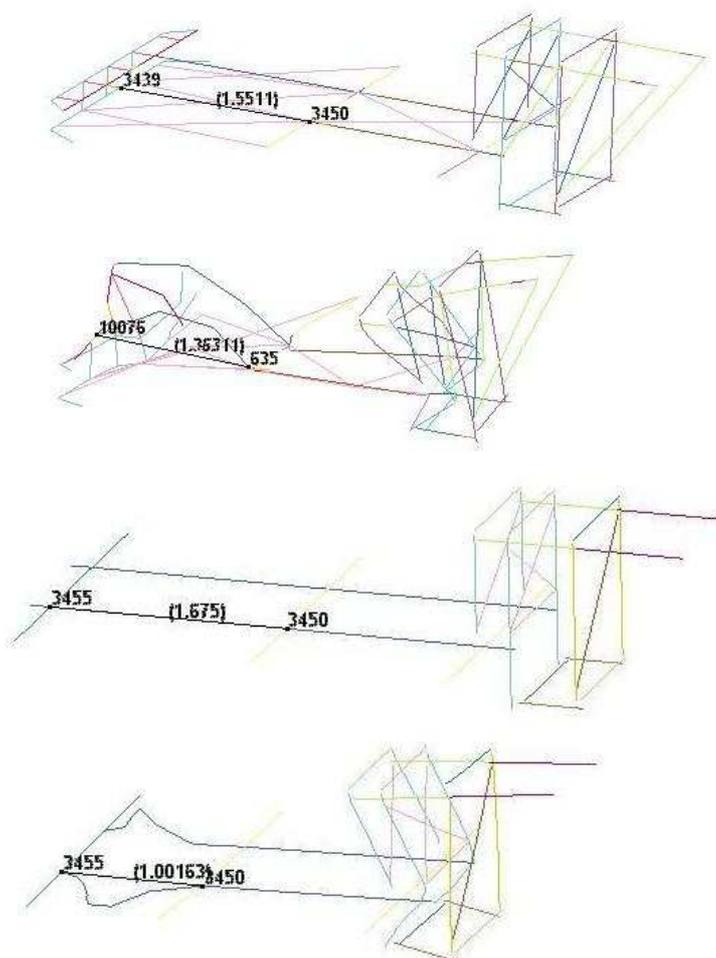


Figura 7.11 - Deformadas.

O deslocamento da parte dianteira da estrutura original é de 675 mm, enquanto que na estrutura modificada é de 188 mm. Na estrutura original ocorre a invasão do espaço destinado ao motorista, ao passo que na modificada isso não ocorre. Observa-se na Figura 7.11 que a energia cinética absorvida pela estrutura modificada é 50% superior à energia absorvida pela estrutura original no tempo de 0.10 s. Com relação ao peso, observa-se que a estrutura modificada pesa 98 kg a mais que a estrutura original. Na próxima seção, na etapa de otimização global, através de um ajuste fino, far-se-á a redução desse excesso de peso.

## 7.5 Otimização global

Nesta seção apresenta-se o passo 5 da seção 7.1. Realiza-se a otimização global introduzindo os elementos otimizados no item 4 na estrutura global e faz-se um ajuste fino utilizando GA. Avaliam-se critérios como invasão da região ocupada pelo motorista e/ou passageiros e pulso de desaceleração ou HIC.

A estrutura a ser otimizada é a mesma já apresentada nas Figuras 7.2 e 7.5. Os vetores de identificação utilizados na rotina de algoritmo genético são os seguintes;

Limite inferior = [ 30 3 40 2 40 2 40 3 40 3 40 2 20 1 20 1 80 1 15 1 15 1 ]

Limite superior = [ 40 4 50 3 50 3 50 4 50 4 50 4 30 2 30 2 100 2 50 3 70 2 ]

sendo que os campos entre conchetes representam:

[A/B B C/D D E/F F G/H H I/J J K/L L M N O P Q R S T U V ], onde A/B, C/D, E/F, G/H, I/J, K/L representam relações entre largura do tubo e espessura da parede e B, D, F, H, J, L representam espessuras dos tubos; M, O, Q, S, U representam larguras de tubos e N, P, R, T, V representam espessuras de tubos. Neste problema de GA delimitou-se um espaço menor de variação para as relações b/t e para espessura, já que o objetivo desta otimização é um refino da solução encontrada na seção 7.4.

### *Caracterização do problema*

A Figura 7.12 apresenta a descrição do problema a ser investigado, que consiste em encontrar a combinação de tubos que apresente equilíbrio entre peso e capacidade de absorver energia cinética. A estrutura avança com velocidade inicial de 13.889 m/s contra uma parede rígida pelo tempo de 0.10 s. Para representar o peso total da estrutura do ônibus foram colocadas massas concentradas nos pontos indicados.

No Apêndice J apresenta-se o programa de otimização com a indicação da posição e valor das massas.

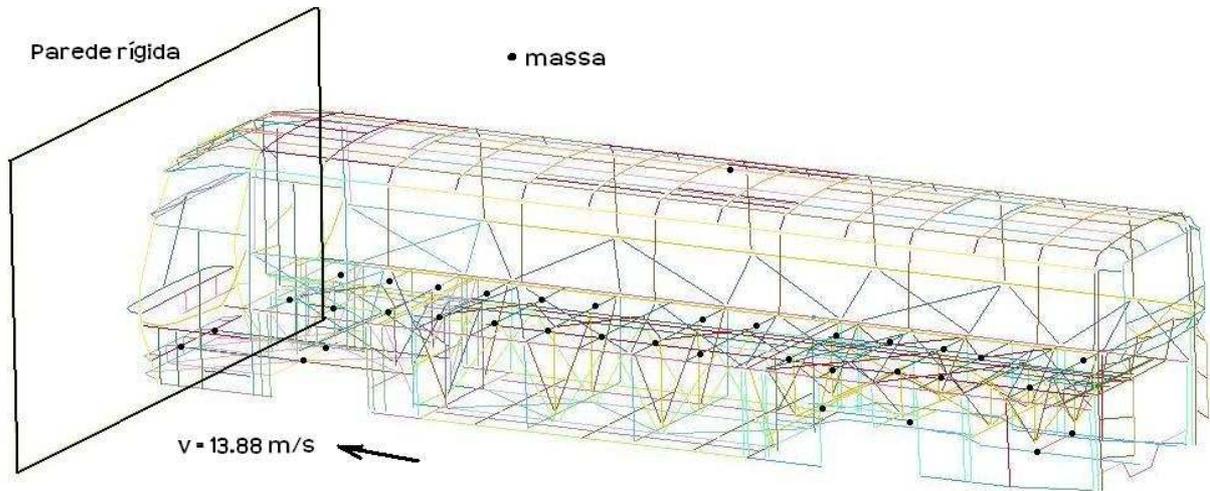


Figura 7.12 - Caracterização do problema.

### ***Problema de otimização***

A função objetivo criada tem como fim encontrar a composição de tubos que apresente melhor capacidade de absorver energia cinética aliada com baixo peso. Para tal, propõe-se a seguinte função objetivo:

$$y = (\text{massainicial} - 14100) * 100 + wx \quad (7.2)$$

sendo a massa inicial a massa total da estrutura considerando as massas concentradas e  $w_x$ , o valor da menor energia cinética resultante durante o evento de impacto. O valor 14100 representa o total das massas concentradas.

O problema de algoritmo genético tem 22 variáveis, população inicial de 20 e 3 gerações.

### ***Resultados obtidos***

A Tabela 7.2 apresenta os resultados obtidos após três gerações.

Tabela 7.2 - Resultados GA

Variável	Resultado	Correção	Dimensão
A	39.57	40	120
B	3.42	3.0	3.0
C	42.69	40	80
D	2.45	2.0	2.0
E	44.79	40	100
F	2.97	2.5	2.5

Variável	Resultado	Correção	Dimensão
G	46.71	55	220
H	3.75	4.0	4.0
I	48.33	45	135
J	3.81	3.0	3.0
K	46.66	45	90
L	2.06	2.0	2.0
M	28.52	25	25
N	1.94	1.5	1.5
O	28.42	25	25
P	1.82	1.5	1.5
Q	82.68	80	80.0
R	1.89	1.0	1.0
S	33.68	30	30
T	2.59	1.0	1.0
U	68.38	60	60
V	1.78	1.0	1.0

A Figura 7.13 apresenta graficamente os resultados obtidos pelo GA.

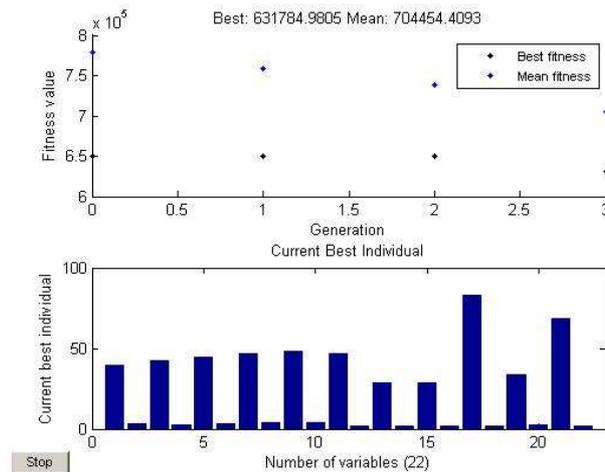


Figura 7.13 - Resultados GA.

A Figura 7.14 apresenta as dimensões e os resultados mostrados na Tabela 7.2 na condição deformada.

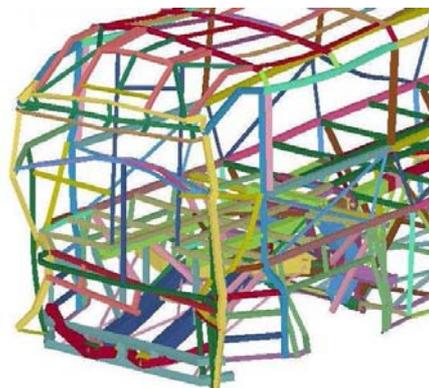


Figura 7.14 - Deformada.

A Figura 7.15 apresenta os resultados em termos de energia cinética durante o tempo de 0.10 s.

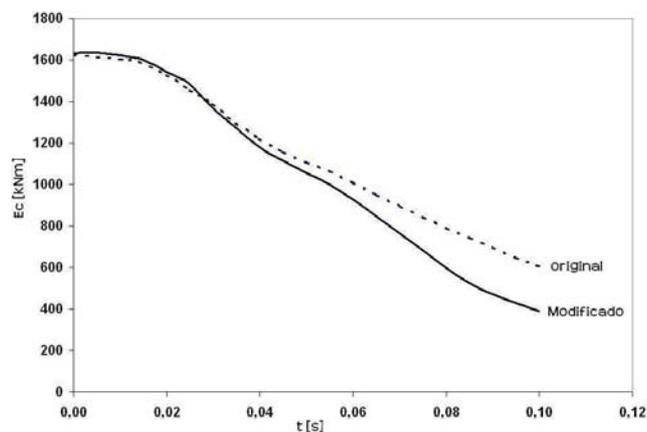


Figura 7.15 - Energia Cinética.

### *Comparação com a estrutura original*

A Figura 7.2 e 7.10 apresenta a estrutura modificada e original do ônibus interurbano. A parte dianteira da estrutura é apresentada em destaque.

Na Figura 7.16 apresenta-se a deformada da estrutura original e da modificada.

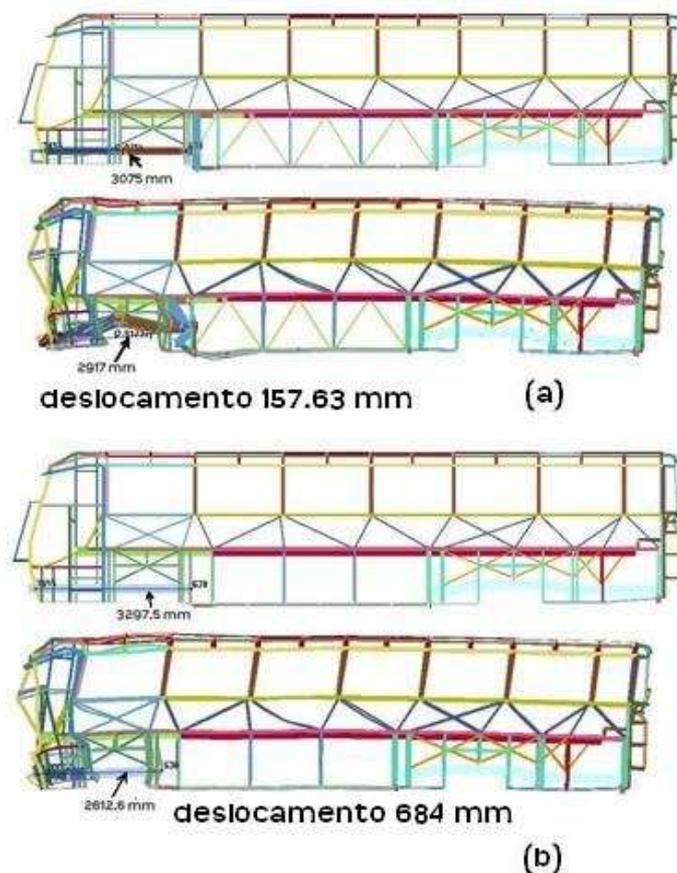


Figura 7.16 - Deformadas (a) modificada (b) original.

O deslocamento da parte dianteira da estrutura original é de 684 mm, enquanto que na estrutura modificada é de 157.63 mm, para o intervalo de tempo de 0.10 segundos. Na estrutura original ocorre a invasão do espaço destinado ao motorista, enquanto que na modificada isso não ocorre. Observa-se na Figura 7.15 que a energia cinética absorvida pela estrutura modificada é superior à energia absorvida pela estrutura original. A estrutura modificada e a estrutura original apresentam, aproximadamente, o mesmo peso, 2773.12 kg e 2773.21 kg, respectivamente.

## 7.6 Confirmação do Projeto

Nesta seção realiza-se uma avaliação final da estrutura levando em conta a taxa de deformação e a metodologia MAR num tempo de 0.3 s. O valor da tensão de escoamento para o aço NBR 7008 ZAR 230 a ser utilizado nesta seção é de 343 MPa. A tensão última é de 392 MPa e o Módulo Tangente, de 326 MPa. Os coeficientes de Cowper-Symonds são  $D = 40.4$  e  $q = 5$ , conforme apresentado no Anexo A equação (A.60).

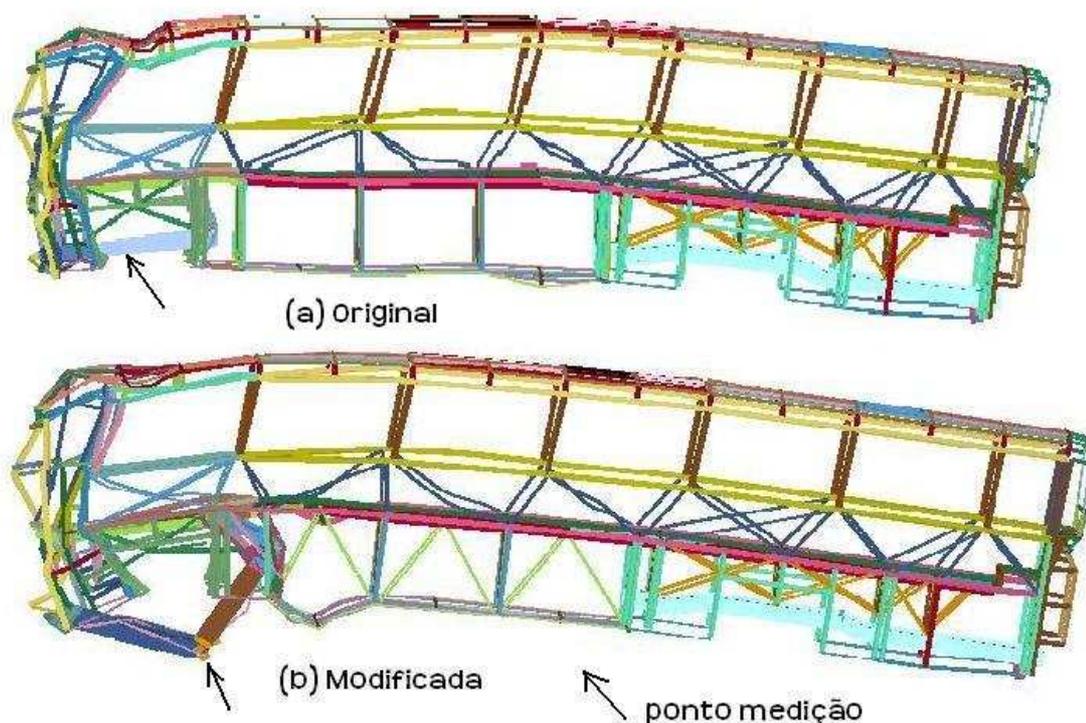


Figura 7.17 - Comparação deformadas.

A Figura 7.17 apresenta uma comparação entre as deformadas original e modificada. Observa-se na região frontal do ônibus da estrutura modificada um comportamento diferente, sem a invasão da região onde está o motorista. As longarinas giram e se deslocam para baixo, ao passo que na estrutura original toda a porção dianteira do ônibus é esmagada e ocorre a invasão da região ocupada pelo motorista.

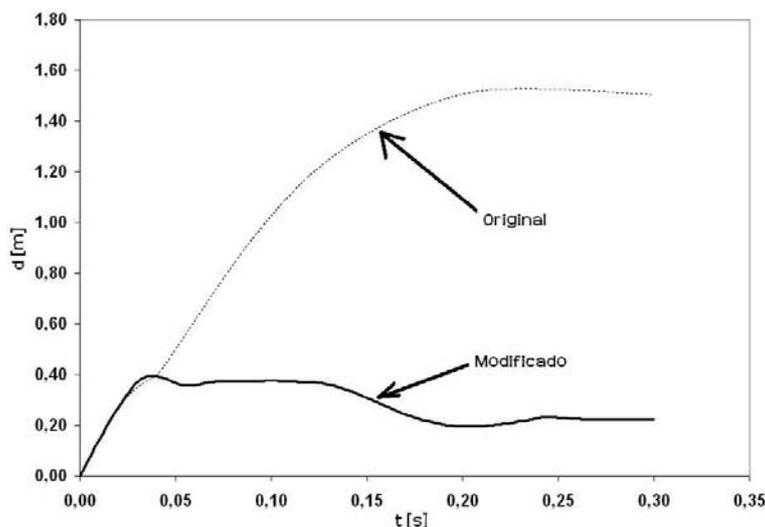


Figura 7.18 - Deslocamento região frontal.

A Figura 7.18 apresenta o deslocamento da região frontal para ambas as estruturas, modificada e original, medido no ponto indicado pela seta na Figura 7.17. Observa-se na Figura 7.18 que o deslocamento máximo verificado na estrutura modificada é de 0,4 m, enquanto na estrutura original este deslocamento é de 1,6 m.

A Figura 7.19 apresenta uma comparação entre as estruturas em termos de Energia Cinética absorvida durante o evento de impacto. Observa-se que ambas as estruturas absorvem a Energia Cinética de forma aproximadamente igual.

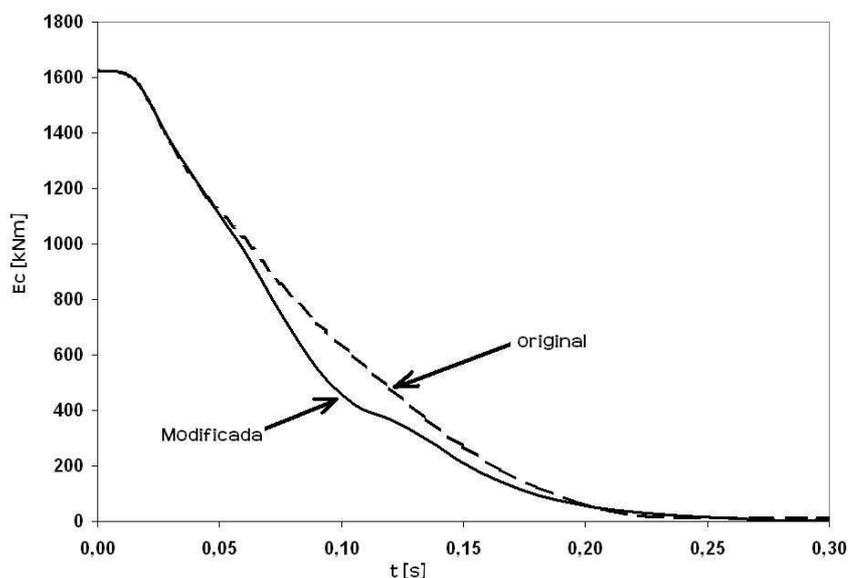


Figura 7.19 - Comparação entre energias cinéticas.

A Figura 7.20 apresenta os resultados em termos de desaceleração. Observa-se que na estrutura modificada o pulso de desaceleração é ligeiramente maior, ficando com um valor

aproximado de 10. No Anexo A, Figura A.43, A.44 e A.45, apresentam-se os limites de sobrevivência em termos de tolerância do corpo ao impacto.

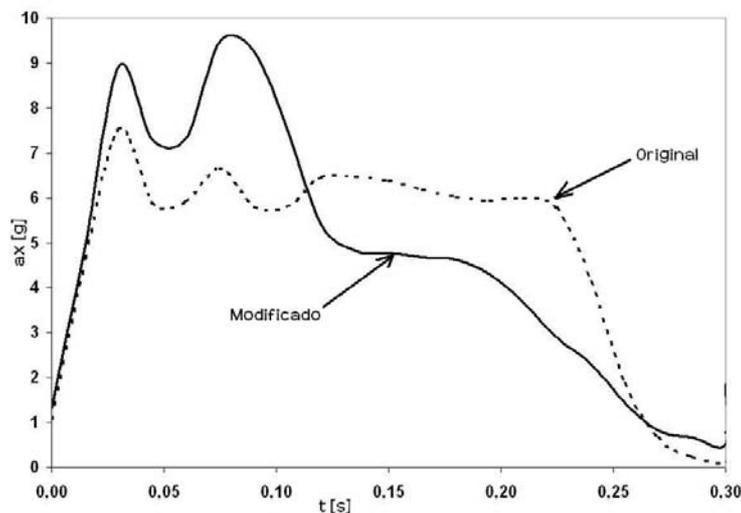


Figura 7.20 - Desaceleração.

Por meio da Figura A.43 do Anexo A conclui-se que uma desaceleração máxima adimensional de 10 está dentro de um nível de tolerância ao impacto classificado como de emergência e sobrevivência (Figura A.41 Anexo A). O índice de severidade de Gadd (equação A.94) para ferimentos na cabeça para a curva de desaceleração da Figura 7.20 é de 21.7 para o modelo original e de 24.32 para o modelo modificado. A Figura 7.21 apresenta a influência da duração do pulso sobre a tolerância ao impacto sobre o corpo inteiro. Observa-se a localização do Ponto 1 na Figura 7.21 localizado na região identificada como sem ferimento. Também se pode observar que o evento com duração de 0,3 s é considerado de longa duração. Mais informações sobre as curvas da Figura 7.21 podem ser obtidas no Anexo A, seção A.11.

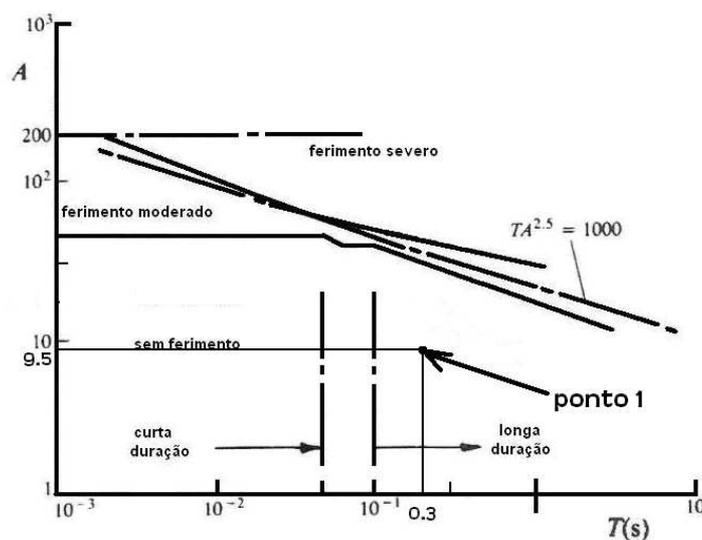


Figura 7. 21 - Influência da duração de pulso sobre a tolerância ao impacto sobre o corpo inteiro

(Fonte: Jones, 2001 - Macaulay, 1987)

## **7.7 Conclusões**

Neste capítulo foi apresentada uma metodologia para reprojeter estruturas de carroceria de ônibus interurbano sob condição de impacto frontal e apresentou-se uma aplicação para a estrutura em estudo, obtendo-se um melhoramento significativo no comportamento da mesma, após o reprojeto. Conclui-se que é possível aplicar esta metodologia com sucesso, com aumento da capacidade de absorver impacto sem invasão da área de sobrevivência do motorista e sem exigência de aumento de peso da estrutura.

## 8 CONCLUSÕES FINAIS

Neste trabalho se realizaram simulações de impacto contra estruturas formadas por tubos de parede fina utilizando modelos simplificados compostos por estruturas de barras utilizando juntas esféricas e translacionais com comportamento não linear, unidas por elementos flexíveis que simulam o comportamento dos elementos estruturais utilizando o relacionamento constitutivo Força *versus* Deslocamento ou Momento *versus* Rotação, obtidos a partir da análise de modelos em elementos finitos de casca e também por meio de métodos analíticos e aplicações de simulação de impacto em estruturas reais de ônibus. Com as simulações realizadas é possível apresentar as seguintes conclusões:

I - Para os primeiros dois casos analisados (seção 4.1 Figuras 4.3 e 4.5), impacto frontal e transversal em um tubo, pode-se observar a correta utilização da metodologia. As curvas fornecidas obtidas por MEF foram reproduzidas com exatidão pelo modelo simplificado. Deve-se observar que nesta situação não ocorrem interações entre compressão e flexão e as curvas fornecidas descrevem o fenômeno com boa precisão. Já, para o caso em que ocorre interação entre flexão e compressão (Figuras 4.6 a 4.8), começa a haver uma pequena perda de precisão devido a essa interação.

II - Para o caso do modelo que representa o *end underframe II* (seção 5.1.1 e Figura 5.3 e 5.4) utilizando curvas médias ocorre uma aproximação razoável tanto para as curvas de Força *versus* Tempo quanto para as curvas relativas à Energia *versus* Tempo nos instantes iniciais, perdendo-se a precisão à medida que o evento transcorre. No início do evento há uma superestimação da força de impacto.

III - Os resultados obtidos para os modelos *S-frame I e II* (seção 5.1e Figuras 5.7 e 5.10) apresentam uma boa concordância com os obtidos com o modelo simplificado e utilizando o método dos elementos finitos durante todo o tempo de processamento do evento de impacto, com a ressalva de que no modelo simplificado ocorrem oscilações maiores. Isso indica que a metodologia utilizada para a obtenção das curvas médias (MAT) (através de um problema de otimização e maximização da energia de deformação) é adequada para a utilização em modelos simplificados como os apresentados neste trabalho. A principal diferença nos resultados encontrados utilizando esta metodologia, que inclui um efeito de torção em relação à metodologia que inclui somente interação entre compressão e flexão, está na concordância dos resultados com os obtidos por MEF durante todo o intervalo de tempo em que se está simulando o evento para as curvas em que se utilizou o procedimento de otimização com torção. No procedimento em que se utilizam as curvas médias com interação entre compressão e flexão

somente ocorre uma aproximação boa dos resultados nos instantes iniciais nas aplicações apresentadas neste trabalho. O modelo que utiliza correção com a utilização da curva de torção corrigida suavizada (Figura 5.10) demonstra que novos esforços ainda devem ser feitos para levar em conta a interação entre compressão, flexão e torção. Teorias como as apresentadas por Chen e Wierzbicki (2000), White et al. (1993) e Mahendran e Murray (1990), em conjunto com a metodologia proposta por Kim e Wierzbicki (2001), que procuram aproximar a interação entre as curvas, ainda devem ser estudadas no sentido de se encontrar uma metodologia mais adequada para aproximação e interação entre as curvas.

IV - No caso do tubo em forma de “S” impactado, ocorre a interação entre compressão e flexão (Figura 5.14 seção 5.1.4). Observa-se boa concordância entre as curvas nos instantes iniciais para o modelo utilizando curvas médias (MAT), havendo uma separação entre as curvas a partir do tempo de 0.003 s. As curvas utilizadas no modelo simplificado foram as de  $\varphi = 38.45^\circ$ , que representam as curvas onde aproximadamente se tem a transição entre compressão e flexão dominante para o local de início de falha. Observa-se um melhor desempenho do modelo simplificado quando se utiliza a metodologia de correção das curvas (MAR). As curvas obtidas utilizando a metodologia analítica (MAR-A) proposta também descrevem o fenômeno com boa aproximação, da mesma ordem de qualidade que utilizando as curvas obtidas por pré-análises de MEF.

V - Os resultados obtidos para o *end uderframe II* (Figura 5.18 e 5.19) impactando contra uma barreira rígida demonstram que a metodologia utilizando correção (MAR) aproxima melhor as curvas que descrevem o evento de impacto (Força x Deslocamento e Energias x Tempo) do que a metodologia que se utiliza de curvas médias (MAT). Também fica evidente que a utilização das curvas características dos tubos utilizando soluções analíticas (MAR-A) é uma boa alternativa, que possibilitará uma facilidade maior para os futuros procedimentos de otimização a serem implementados.

VI - Na seção 5.2 apresentou-se um exercício de otimização utilizando uma biblioteca de curvas características dos tubos obtidas por MEF e algoritmos genéticos. A metodologia apresentada é adequada para solução de problemas semelhantes ao apresentado. No entanto, com a utilização de soluções analíticas para determinação das curvas características dos tubos, o procedimento de utilização de algoritmos genéticos deverá ser significativamente melhorado e simplificado. A ferramenta proposta para aproximação de modelos de estruturas de absorvedores de impacto, apesar de ainda não considerar todos os aspectos de interação entre esforços, está capacitada a resolver problemas como o proposto de otimizar absorvedores de impacto frontal

para serem aplicados em ônibus interurbanos, uma vez que para essa aplicação específica os esforços predominantes são de compressão e flexão.

VII - Na seção 5.3 se apresenta a avaliação de uma estrutura absorvedora de impacto *end underframe II* considerando a sensibilidade à taxa de deformação. Esta metodologia aproxima muito bem os resultados aos obtidos com o modelo de MEF. Exige que se rode o programa duas vezes para obtenção e correção dos ângulos  $\varphi$ , bem como para capturar as velocidades para verificar a taxa de deformação; assim, tem-se um maior tempo de processamento. O problema pode ser simplificado trabalhando na primeira análise com ângulos de  $\varphi = 0^\circ$  e  $\varphi = 90^\circ$  no lugar do ângulo de transição e, com isso, trabalhar com curvas mais precisas (geradas pelo método analítico). A simplificação adicional introduzida para o ângulo  $\varphi$  que fica restringido a assumir três valores – I- para  $\varphi < 35^\circ$  foi adotado o valor de  $\varphi = 0^\circ$ ; II- para  $35 < \varphi < 40$  foi adotado o valor de  $\varphi = 38.45^\circ$ ; III – para  $\varphi > 40^\circ$  foi adotado o valor de  $\varphi = 90^\circ$  – simplifica a metodologia sem perda significativa de precisão para as estruturas estudadas. Para evitar o inconveniente do maior tempo de processamento em problemas de otimização, em que se roda centenas de vezes o mesmo programa, uma possibilidade seria realizar o problema de otimização utilizando somente uma análise com ângulos de  $\varphi = 0^\circ$  e  $\varphi = 90^\circ$  no lugar do ângulo de transição com a utilização da tensão de fluxo plástico, sem considerar a taxa de deformação. Depois de aproximado o resultado, executa-se um ajuste final da estrutura utilizando a metodologia MAR, aproveitando a maior resistência da estrutura devido à taxa de deformação.

VIII – Na seção 5.4 apresentou-se uma avaliação de um absorvedor de impacto aplicado à estrutura de ônibus interurbano. Aplica-se a metodologia MAT modificada com a utilização da ângulos iniciais de  $\varphi = 0^\circ$  e  $90^\circ$  e procede-se a uma comparação com os resultados obtidos com MEF, demonstrando que a metodologia simplificada tem capacidade de representar muito bem o problema de impacto proposto.

IX - No capítulo 6 apresenta-se uma avaliação da estrutura atual de um ônibus interurbano em circulação em estradas do nosso país. Foi apresentado um modelo numérico que representa a estrutura e realizada sua validação pela comparação entre resultados obtidos experimentalmente e os obtidos por meio do modelo numérico para as frequências naturais. Os resultados são muito aproximados. Também é avaliada a estrutura atual, tanto qualitativa como quantitativamente. Pode-se concluir que a estrutura atual é inadequada do ponto de vista de capacidade de absorção de impacto frontal, havendo a invasão do espaço destinado ao motorista e aos passageiros durante o evento de impacto frontal. Também se apresentam simulações de condições de impacto frontal e em ângulo (“efeito abridor de latas”) simulando acidentes reais ocorridos nas estradas do país. Consegue-se reproduzir com o modelo de barras adotado neste

trabalho para modelar um ônibus interurbano situações de acidentes reais em termos das deformadas verificadas nas duas simulações. Conclui-se que o modelo de barras está apto a representar tais situações de impacto.

X - Ainda no capítulo 6 se avalia uma situação real de *crash test* comparando os resultados do mesmo com os obtidos com o modelo de barras. Conclui-se que o modelo de barras utilizado neste trabalho tem comportamento semelhante em termos de deformada ao do modelo do ônibus utilizado no *crash test*.

XI - A avaliação quantitativa realizada no capítulo 6 utilizando o Método de Riera (1980), quando comparada ao modelo numérico de elementos finitos de barra, demonstrou resultados coerentes e muito semelhantes. A utilização de métodos numéricos baseadas em teorias diferentes e de nível de complexidade distintas permite, pelo cruzamento de informações, validar parcialmente o fenômeno físico que está sendo estudado.

XII - A conclusão final das avaliações realizadas no capítulo 6 é de que o modelo de barras adotado para representar um ônibus interurbano é adequado e consegue representar um evento de impacto frontal como o que este trabalho se propôs a avaliar.

XIII - No capítulo 7 se propõe uma metodologia para reprojeter a estrutura e apresenta-se uma aplicação para a estrutura em estudo, obtendo-se um melhoramento significativo no comportamento da mesma após o reprojeto. Conclui-se que é possível aplicar esta metodologia com sucesso e que a estrutura em estudo ainda pode ser aperfeiçoada.

XIV - Como conclusão geral do trabalho realizado, pode-se dizer que estruturas de ônibus como a em estudo que estão circulando em nosso país atualmente não são seguras do ponto de vista de impacto frontal, sendo necessário que as autoridades do Brasil tomem medidas para regulamentar e exigir que estruturas veiculares de ônibus interurbanos sejam seguras no quesito capacidade de absorção de impacto e manutenção da integridade do espaço do motorista e passageiros por ocasião de um evento de impacto frontal. Os resultados obtidos no capítulo 7 deste trabalho indicam que é possível melhorar significativamente este quesito em estruturas de ônibus interurbanos, sem aumento do peso.

Ações políticas realizadas no sentido de conscientização da possibilidade de construir estruturas melhores e mais seguras foram realizadas através de contatos com as duas principais encarregadoras do estado do Rio Grande do Sul, disponibilizando a tecnologia desenvolvida de forma gratuita. Também foi realizado contato com deputado federal do estado com atuação na área de trânsito solicitando providências que tornem a legislação em vigor mais rigorosa e que sejam realizados os encaminhamentos pertinentes para que a Câmara Temática de Assuntos Veiculares tenha sua composição alterada, de forma a incluir representantes da sociedade, além

dos representantes das empresas do ramo automotivo que a compõem atualmente, e também que se altere a resolução CONTRAN 316/09 para adequá-la de forma a exigir dispositivos de segurança que efetivamente protejam os passageiros e motoristas de ônibus na condição de um impacto frontal.

Como continuação a este trabalho propõe-se que se investiguem e se aprofundem os estudos sobre o levantamento de curvas de rigidez de tubos de parede fina que levem em conta a interação de esforços entre compressão, flexão e torção; também, que se utilizem as ferramentas e metodologias desenvolvidas neste trabalho para projetar e construir absorvedores de impacto frontal mais eficientes e mais leves. Ainda, recomenda-se que se desenvolvam estudos que dotem o absorvedor de impacto apresentado neste trabalho de capacidade de ação quando de impacto em ângulo (“efeito abridor de latas”).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abramowicz W, Wierzbicki T. Axial crushing of multicorner sheet metal columns. **J. Appl Mech** 1989;56:113-20.

Abramowicz, W. Introduction to the Macro Element Modelling Concept. **Crashworthiness. Energy management and occupant protection**, J.A.C. Ambrósio (ed.) Springer WienNewYork, 2001, pp 85-92.

Abramowicz, W. Thin-walled structures as impact energy absorbers. **Thin-Walled Structures**, 41 (2003) 91-107.

Abramowicz, W. An alternative formulation of the FE method for arbitrary discrete/continuous models. **International Journal of Impact Engineering** 30 (2004) 1081-1098.

Alexander, J. M. An approximate analysis of the collapse of thin cylindrical shells under axial loading, **Q. J. Mech. Appl. Math.**, 13(1), 10-15, 1960.

Aljawi, A.A.N. Numerical simulation of axial crushing of circular tubes. **JKAU: Eng. Sci.** vol. 14 n° 2, pp. 3-17 (1423 A.H./2002 A. D.)

Alves Filho, A., 2005. “**Elementos Finitos. A base da tecnologia CAE – Análise Dinâmica**”, Editora Érica.

Anslys, Inc. **Theory Manual**. Release 5.7. 0011369. Twelfth Edition. SAS IP, Inc., 1984.

ANTT (2007). **Agencia Nacional de Transportes Terrestres**. Ministério dos Transportes ([www.antt.gov.br](http://www.antt.gov.br)).

Ambrósio, J.A.C., Seabra Pereira, M., Milho, J.F.A. Rigid Multibody systems: the plastic hinge approach, **Crashworthiness. Energy management and occupant protection** Jorge A. C. Ambrósio (ed.) Springer WienNewYork, 2001a, pp205-237.

Ambrósio, J.A.C., Dias, J. P., Seabra Pereira, M. Advanced Design of Structural Components for Crashworthiness, **Crashworthiness. Energy management and occupant protection** Jorge A. C. Ambrósio (ed.) Springer WienNewYork, 2001b, pp281-302.

Ambrósio, J. A. C., Pereira, M. S. Multibody dynamic tools for crashworthiness and impact. Edited by Jorge A. C. Ambrósio, Manuel F. O. Seabra Pereira e Fernando Pina da Silva. **Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Crashworthiness of Transportation Systems: Structural Impact and Occupant protection**. Tróia, Portugal. July 7 – 19, 1996.

Aparício Sánchez, C. A. **Estudo de impacto usando elementos finitos e análise não linear**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Mecânica). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRAS DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 14762 - **Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio** – Procedimento 02:125.01-001.2000. Abril 2001.

Bathe, K. J. **Finite Element Procedures**. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.

Cadete, R. N.; Dias, J. P.; Pereira, M.S. Optimization in vehicle crashworthiness design using surrogate models. **6<sup>th</sup> World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization**, Rio de Janeiro, 30 May – 03 June, 2005, Brazil.

Chen, W. **Crashworthiness Optimization of Ultralight Metal Structures**. PhD Tesis M.I.T., 2001.

Chen, W., Wierzbicki T. Torsional collapse of thin-walled prismatic columns. **Thin-Walled Structures** 36 (2000) 181-196.

Cheung, Y. K. & Tam, L.G., **Finite Strip Method**. CRC Press, 1988.

Cook, D. R., Malkus, D. S., Plesha, E. M. **Concepts and applications of finite element analysis**. John Wiley & Sons, 1988.

Dias de Meira Junior, A., Walber, M., Iturrioz, I. Avaliação de diferentes metodologias de análise de estruturas de barras submetidas a impacto contra um obstáculo rígido. **Asociación Argentina de Mecánica Computacional**. Mecânica Computacional Vol XXV, pp. 667-685. Alberto Cardona, Norberto Nigro, Victorio Sonzogni, Mario Storti. (Eds.) Santa Fé, Argentina, Noviembre 2006.

Daimler Chrysler do Brasil Ltda. **Manual de Encarroçamento**, 2005.

Du Bois, P, Chou, C. C., Fileta, B. B., Khalil, T. B., King, A. I., Mahmood, H. F., Mertz, H. J., Wismans, J. **Vehicle Crashworthiness and Occupant Protection**. Edited by Priya Prasad and Jamel E. Belwafa. American Iron and Steel Institute, 2004 ([www.autosteel.org](http://www.autosteel.org) acessado em 15 de setembro de 2006).

Drazetic P, Payen F, Ducrocq P, Markiewicz E. Calculation of the deep bending collapse response for complex thin-walled columns. I. Pre-collapse and collapse phases. **Thin-Walled Structures** 33 (1999) 155-176.

E.C.E. Normas da Comunidade Européia. Regulation n° 33, anexo 4, 1958. **Federal Motor Vehicle Safety Standards Norma Americana**, [www.nhtsa.dot.gov/cars/rules/import/FMVSS](http://www.nhtsa.dot.gov/cars/rules/import/FMVSS), site acessado em: 15 de setembro de 2006.

Goldberg, D. E., 1989. “**Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**”, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Gupta, N. K.; Nagesh. Experimental and numerical studies of the collapse of thin tubes under axial compression. **Latin American Journal of Solids and Structures**, 1(2004) 233-260.

Hamza, K. and Saitou, K., 2003. Design Optimization of Vehicle Structures for Crashworthiness using Equivalent Mechanism Approximations. **Proceedings of the ASME 2003 Design Engineering and Technical Conference**, September 2-6, Chicago, IL, DETC 03 / DAC 48751.

Hamza, K. and Saitou, K., 2004 (a). Design Optimization of Vehicle Structures for crashworthiness via Equivalent Mechanism Approximations. **Proceedings of the SAE World Congress**, Detroit, MI, Paper no. 04B-126.

Hamza, K. and Saitou, K., 2004 (b). Crash mode analysis of vehicle structures based on equivalent mechanism approximations. **Proceedings of the Fifth International Symposium on Tools and Methods of Competitive Engineering**, Lausanne, Switzerland, April 13 - 17, p.277-287.

Hamza, K. and Saitou, K., 2004 (c). Crashworthiness Design Using Meta-Models for Approximating of Box- Section Members. **Proceedings of the 8th Cairo University International Conference on Mechanical Design and Production**, Cairo, Egypt, January 4-6, vol. 1, p. 591-602.

Hamza, K.; Saitou, K. Vehicle crashworthiness design via a surrogate model ensemble and a co-evolutionary genetic algorithm. **Proceedings of IDETC/CIE 2005 ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference**. September 25-28, 2005, Long Beach, California, USA.

Ho D, Xie J.R. Interaction equations for biaxially loaded angle sections. **Thin-Walled Structures** 10 (1990) 1-12.

Holland, J. H. “**Adaptation in Natural and Artificial Systems**”. University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1975.

Jones, N. Quasi-static behavior. **Crashworthiness. Energy management and occupant protection**. J. A. C. Ambrósio (ed.) Springer WienNewYork, 2001a, pp 19-31.

Jones, N. Material Strain Rate Sensitivity. **Crashworthiness. Energy management and occupant protection**. J. A. C. Ambrósio (ed.) Springer WienNewYork, 2001b, pp 33-47.

Jones, N. Dynamic Axial Crushing. **Crashworthiness. Energy management and occupant protection**. J. A. C. Ambrósio (ed.) Springer WienNewYork, 2001c, pp 49-66.

Jones, N. General Introduction to structural crashworthiness. **Crashworthiness. Energy management and occupant protection**. J. A. C. Ambrósio (ed.) Springer WienNewYork, 2001d, pp 67-82.

Kecman D. Bending collapse of rectangular and square section tubes. **Int. J. Mech. Sci.** 1983;25(9/10):623-36

Kim, H-S. **Crash behavior of three dimensional thin-walled structures under combined loading**. PhD Tesis M.I.T., 2001.

Kim, H., Wierzbicki, T. Crush behavior of thin-walled prismatic columns under combined bending and compression. **Computer and Structures** 79 (2001) pp 1417-1432.

Kim, H-S, Wierzbicki, T. Numerical and analytical study on deep biaxial bending collapse of thin-walled beams. **Int. J Mech Sci** 2000;42(10):1947-70.

Kotelko M, Lim T H, Rhodes J. Post-failure behaviour of box section beams under pure bending (an experimental study). **Thin-Walled Structures** 38 (2000) 179-194.

Lazzari, R. W. **Nova Coletânea de Legislação de Trânsito**. Editora Sagra Luzzatto, 2001. 18° edição, Porto Alegre.

Linden, Ricardo. **Algoritmos Genéticos**. Uma importante ferramenta da inteligência computacional. Rio de Janeiro: Brasport, 2006.

LS-DYNA, User Manual – **Non linear Dynamic Analysis of Structures** - May 1999 - Version 950-d Livermore Software Technology Corporation 7374, las Pocitas Road Livermore.

Macaulay, M., **Introduction to Impact Engineering**. Brunel University, 1987.

Mahendran M, Murray N W. Ultimate load behaviour of box-columns under combined loading of axial compression and torsion. **Thin-walled Structures** 9 (1990) 91-120.

Malvern, L. **Introduction to the Mechanics of Continuous Media**, Prentice-Hall, 1969.

Markiewicz E, Payen F, Cornette D, Drazetic P. Calculation of the deep bending collapse response for complex thin-walled columns. II. Post-collapse phase. **Thin-Walled Structures** 33 (1999) 177-210.

Markiewicz, E.; Marchnd, M.; Ducrocq, P.; Drazetic, P. Evaluation of different simplified crash models: application to the under-frame of a railway driver's cab. **Int. J. of Vehicle Design**, Vol. 26, Nos. 2/3, 2001.

**Manual de Diretrizes de Encarrocamento Volksbus**, versão 5.0, março de 2007.

The MathWorks, Inc. **Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox User's Guide**. The Mathworks, Inc. 3 Apple Hill Drive. Natick, MA 01760-2098, 2006b.

Matolcsy, M. Crashworthiness of bus structures and rollover protection. **Crashworthiness of Transportation Systems: Strutural Impact an Occupant Protection**. Edited by Jorge A. C.

Ambrósio, Manuel F. O. Seabra Pereira e Fernando Pina da Silva . **Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Crashworthiness of Transportation Systems: Structural Impact and Occupant protection**. Tróia, Portugal. July 7 – 19, 1996.

MET- **Manual de especificaciones Técnicas para Vehículos de Transporte por Automotor de Pasajeros**. Dto. Vehículos e Instalaciones – Gerencia de Control Técnico – C.N.R.T. 25/07/05. Argentina.

Riera, J. D., “A Critical Reappraisal of Nuclear Power Plant Safety Against Accidental Aircraft Impact”. **Nuclear Engineering and Design**, North-Holland, 57, 193-206. North Holland, 1980.

Santosa, S. P., Wierzbicki, T., Hanssen, A. G., Langseth, M. Experimental and numerical studies of foam-filled sections. **International Journal of Impact Engineering** 24 (2000) 509-534.

Schaefer, B. W. & Pekoz, T., Direct Strength Prediction of Cold-Formed Steel Members Using Numerical Elastic Buckling Solutions; **Thin-Walled Structures**, Research and Development. Eds Shanmugan, pp. 137-144, 1998.

Schafer, B. W., **CUFSM 2.5 – Users Manual and Tutorials** available as [www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm](http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm), 2001.

Shigley, J. E., Mischke, C. R., Budynas, R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. Bookman, 7ª edição, 2005.

Seitzberger, F.G., Rammerstorfer, R.G., Degischer, H. P., Blaimschein, M., Walch, C. Experimental studies on the quasi-static axial crushing of steel columns filled with aluminium foam. **International Journal of Solids and Structures** 37 (2000) 4125-4147.

Tech, T. W.; Iturrioz, I.; Morsch, I. B. Study of a frontal bus impact against a rigid wall. *WIT Transactions on engineering Sciences*, Vol 49. **Impact Loading of Lightweight Structures**, M. Alves & N. Jones (Editora), 2005.

Walber, Márcio. **Avaliação dos níveis de vibração existentes em passageiros de ônibus rodoviários intermunicipais, análise e modificação projetual**. PROMEC – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

Wierzbicki T, Abramowicz W. On the crushing mechanics of thin-walled structures. **J. Appl. Mech.** 1983; 50:727-34.

Wierzbicki T, Abramowicz W. Development and implementation of special elements for crash analysis. *SAE paper n° 880895*, 1988.

Wierzbicki T, Abramowicz W. The mechanics of deep plastic collapse of thin-walled structures. **Structural Failure** edited by Tomasz Wierzbicki and Norman Jones, pp 281-329,

John Wiley & Sons, 1989.

Wierzbicki T, Recke L, Abramowicz W, Gholami T. Stress profiles in thin-walled prismatic columns subject to crush loading – I. Compression. **Comput. Struct.** 1994 (a);51(6):611-23.

Wierzbicki T, Recke L, Abramowicz W, Gholami T. Stress profiles in thin-walled prismatic columns subject to crush loading – II. **Bending Comput. Struct.** 1994 (b);51(6):625-41.

White, G. J.; Grzebieta, R. H.; Murray, N. W. Maximum strength of square thin-walled sections subjected to combined loading of torsion and bending. **Int. J. Impact Engng.** Vol 13, No. 2, pp. 203-214, 1993. Printed in Great Britain.

Xue, Liang; Lin, Zhongqin; Jiang, Zhengxu. Effects of Initial Geometrical Imperfection on Square Tube Collapse. **6<sup>th</sup> International LS-DYNA Conference**, 2005.

Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L. **The finite element method**. 4.ed. London: McGraw-Hill, 1989.

Zhong, Z. H.. **Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems**. *Oxford University Press*, Oxford/New York/Tokyo, 1993, 372 pp. ISBN 0-19-856383-3

## **ANEXO A – Fundamentos Teóricos**

*Crashworthiness* (capacidade de absorção de impacto) assegura a integridade estrutural e é a habilidade de absorver energia de impacto com a mínima diminuição do espaço de sobrevivência (AMBRÓSIO et al., 2001a). Sistemas de retenção limitam o movimento do ocupante, atenuando ferimentos que podem resultar a partir do contato com o interior do veículo durante uma condição de súbita desaceleração. A capacidade de absorção de impacto (*crashworthiness*) e a tecnologia de proteção do ocupante são multidisciplinares e altamente especializadas, incluindo campos técnicos complexos envolvendo áreas como as ciências mecânicas e biológicas.

Neste anexo se apresentam os fundamentos teóricos gerais tratando aspectos como comportamento de material linear elástico sob impacto, problemas não lineares na Mecânica dos Sólidos, não linearidades físicas relativas à plasticidade, não linearidades geométricas, problemas de contato, integração direta no tempo, análise explícita pelo Método das Diferenças Centrais, análise implícita, comportamento quase-estático, sensibilidade do material à taxa de deformação, introdução ao impacto estrutural, algoritmos genéticos, otimização e um estudo de componentes estruturais de um ônibus interurbano.

### **A.1 Comportamento de material linear elástico sob impacto**

O caso mais simples de análise é o comportamento linear elástico. Ele cobre muitos casos de importância no carregamento estático. O objetivo desta seção é descrever o comportamento de um material ideal linearmente elástico sob carga de impacto e relacionar seu comportamento com materiais reais.

#### **A.1.1 Sistemas de coordenadas Euleriano e Lagrangeano**

O comportamento de um corpo em movimento necessita ser relacionado a um sistema de coordenadas de referência. Dois sistemas são de uso comum. No sistema Euleriano o sistema de coordenadas de referência é fixo no espaço e o corpo move-se relativamente a ele, o que é útil quando os deslocamentos são grandes. No entanto, este tratamento dificulta a descrição do comportamento da superfície de corpo (MACAULAY, 1987). No sistema Lagrangeano o corpo em movimento e o sistema de coordenadas de referência são ambos considerados como sendo estacionários em relação ao restante do ambiente em movimento. Essa consideração é adequada se o comportamento da superfície do corpo está sendo avaliado, mas torna difícil tratar

problemas com grandes deslocamentos (MACAULAY, 1987). Malvern (1969) define a descrição referencial como aquela em que as variáveis independentes são as posições de uma partícula numa configuração escolhida como de referência e o tempo  $t$ . Se a configuração de referência é escolhida como a inicial, indeformada, temos uma descrição Lagrangeana. A descrição referencial é por vezes também chamada de descrição material, pois as variáveis independentes estão relacionadas às partículas materiais.

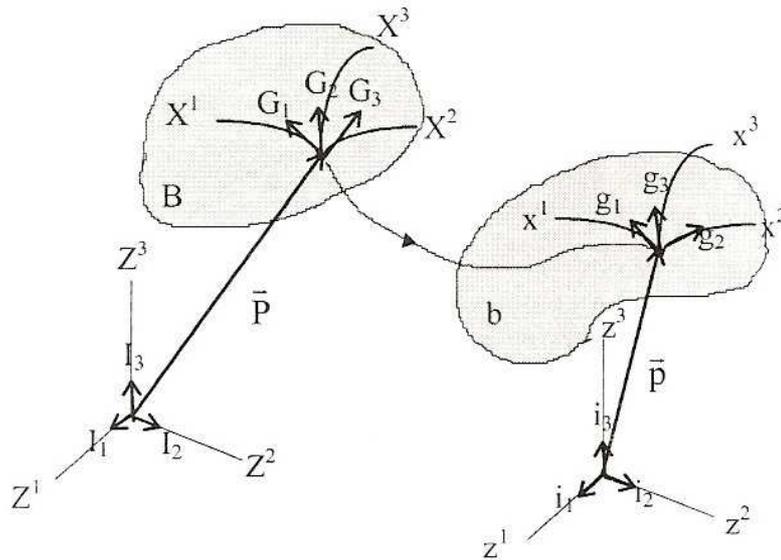


Figura A.1 - Meio contínuo

(Fonte: Malvern, 1969)

A Figura A.1 apresenta um meio contínuo que no tempo  $t=0$  ocupa a região B. Depois que ocorre a deformação, num tempo  $t$ , os pontos da região B transformam-se na região b. Nessa figura, quatro diferentes sistemas de coordenadas podem ser identificados (MALVERN, 1969):

- (a) Um sistema coordenado retangular Cartesiano fixo  $Z^k$  (vetores de base unitários  $I_k$ );
- (b) Um sistema coordenado retangular Cartesiano móvel  $z^k$  (vetores de base unitários  $i_k$ ) que acompanha o movimento do corpo;
- (c) Um sistema coordenado curvilinear fixo  $X^k$  (vetores de base natural ou covariante  $G_k$ );
- (d) Um sistema coordenado curvilinear móvel  $x^k$  (vetores de base natural ou covariantes  $g_k$ ), que acompanha o movimento do corpo.

$Z^k$  e  $X^k$  são denominadas coordenadas de referência ou Lagrangeanas;  $z^k$  ou  $x^k$  são denominadas coordenadas instantâneas ou Eulerianas.

### A.1.2 Taxa de deformação

Segundo apresentado por Macaulay (1987), a deformação  $\varepsilon$  é um parâmetro adimensional que descreve a quantidade de deformação que ocorre num material quando é

carregado. A razão pela qual a deformação ocorre sob carregamento de impacto é expressa como a taxa de deformação  $\dot{\epsilon}$ , a qual é geralmente dada em unidades de deformação por segundo ( $s^{-1}$ ).

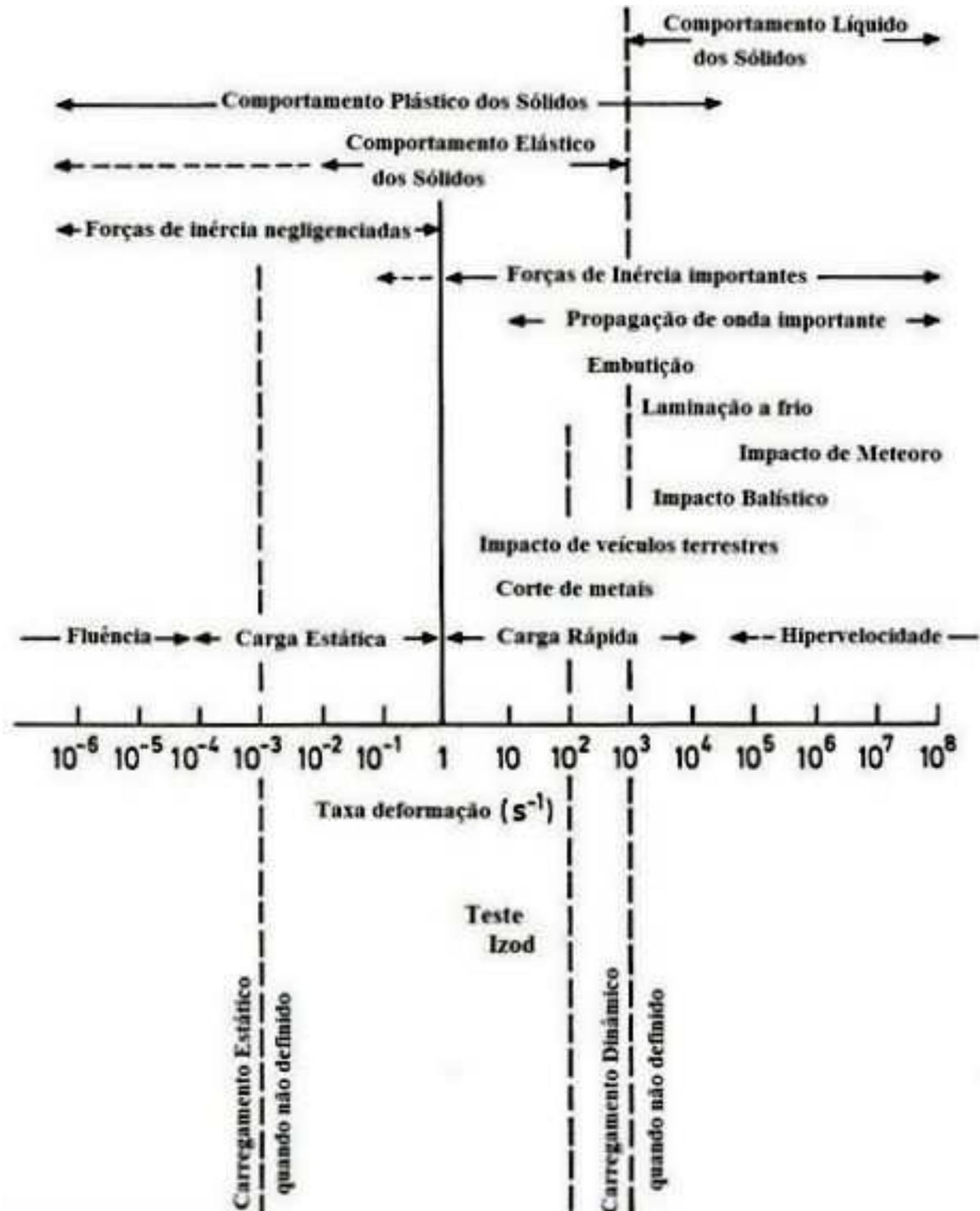


Figura A.2 - Intervalo de taxas de deformação

(Fonte: Macaulay, 1987)

Para uma dada deformação total existe um inter-relacionamento entre taxa de deformação e a duração do processo de deformação; altas taxas de deformação ocorrem sob uma escala de

tempo pequena e vice-versa. Geralmente, somente a ordem de magnitude da taxa de deformação é importante e pequenas mudanças na taxa de deformação podem ser ignoradas. Algumas taxas de deformação importantes são mostradas na Figura A.2.

### A.1.3 Propagação de onda

Uma deformação não ocorre instantaneamente através do material, mas propaga-se com uma taxa finita, movendo-se através do material como uma onda. Como em toda onda, reflexão, refração, dispersão e interferência ocorrem, mas esses efeitos podem ser ignorados quando se avaliam problemas de elasticidade linear, elasticidade não linear e dependente do tempo, plasticidade e fratura. Duas condições de limitação devem ser consideradas: 1) a propagação da onda e as deformações são assumidas como ocorrendo simultaneamente através do material. Como as velocidades de uma onda são frequentemente muito altas dentro do contexto da escala de tempo que está sendo considerada, esta suposição produz resultados muito precisos; 2) Num segundo caso, a propagação de uma única onda simples é considerada. É assumido que existe uma descontinuidade súbita na frente da onda tal que a taxa de deformação torna-se infinita em teoria e, na prática, é determinada pelo tempo de resposta muito pequeno individual de átomos. Atrás da frente de onda a taxa de deformação inicial é tomada como a deformação dividida pelo tempo desde que a onda tenha passado. Para um sólido linear elástico, isotrópico e homogêneo a onda de deformação viaja com uma velocidade constante que depende da rigidez e densidade do material e do tipo de deformação envolvido. Ela não depende da magnitude da deformação. A Tabela A.1 apresenta a velocidade de onda elástica para alguns materiais comuns sob condições padrão. A velocidade da onda elástica é também a velocidade do som, ondas de som sendo pequenas perturbações elásticas (MACAULAY, 1987).

Tabela A.1- Velocidade de onda elástica

(Fonte: Macaulay, 1987)

Esforço	Velocidade de onda elástica (ms <sup>-1</sup> )					
	Aço	Alumínio	Ferro Fundido	Cobre	Chumbo	Vidro
Tração e compressão	5000	5000	3900	3650	1200	5250
Cisalhamento	3200	3050	2450	2250	700	3200

### A.1.4 O limite elástico dos sólidos sob impacto

Para altas taxas de deformação a tensão de escoamento pode ser duas ou três vezes o valor estático. O aumento tende a ser maior para materiais com baixos valores de tensão de escoamento (MACAULAY, 1987).

### A.1.5 Propagação de uma onda de tensão

Apesar de tensão e deformação serem tomados como parâmetros de referência, ondas de deformação em sólidos são geralmente denominadas de *ondas de tensão*. Em muitos casos tensão e deformação ocorrem simultaneamente, mas frequentemente a deformação atrasa-se em relação à tensão e, conseqüentemente, a tensão torna-se uma referência mais conveniente. Tração ou compressão elástica produz mudanças no volume, mas não distorção angular. Assim, ondas de tensão direta são chamadas de ondas irrotacionais (MACAULAY, 1987).

A velocidade de uma onda de tensão numa barra  $c$  é dada por (LD-DYNA, 2001, e COOK, 1988)

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (\text{A.1})$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal e  $\rho$  é a densidade do material. A velocidade da onda de tensão é constante e independente da tensão.

A velocidade de propagação de uma onda de tensão num meio contínuo 3D é dada por (LD-DYNA, 2001, e COOK, 1988)

$$c_{3D\text{-contínuo}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (\text{A.2})$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

A velocidade de propagação de uma onda de tensão num meio contínuo 2D é dada por (LD-DYNA, 2001, e COOK, 1988)

$$c_{2D\text{-contínuo}} = \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)\rho}} \quad (\text{A.3})$$

A teoria linear pode ser estendida para utilização em comportamento não linear. Pode ser mostrado que a velocidade de onda é dada por

$$c = \sqrt{\frac{E_{\tan}}{\rho}} \quad (\text{A.4})$$

onde  $E_{\tan}$  é a inclinação da tangente a curva tensão-deformação e é conhecida como módulo tangente (MACAULAY, 1987).

### A.1.6 Comportamento bi e tridimensional

O comportamento de elementos muito pequenos de um material é considerado e este é então estendido ao material como um todo. Para o comportamento linear elástico a análise é simplificada consideravelmente, assumindo que as deformações são suficientemente pequenas para que efeitos de segunda ordem sejam negligenciados.

A notação tridimensional é mostrada na Figura A.3. Por convenção, a orientação de cada face do bloco é denotada pela orientação da normal a ela. A face ABCD tem sua direção indicada pelo subscrito 1, porque a normal a ela é paralela ao eixo 1. A direção positiva do eixo é também tomada como a direção positiva para a normal. Qualquer sistema de tensões atuando sobre a face ABCD pode ser decomposta em uma tensão normal paralela ao eixo 1 e duas tensões cisalhantes paralelas a 2 e 3. A direção das componentes de tensão é dada por um segundo subscrito indicando a direção para o qual ela é paralela.

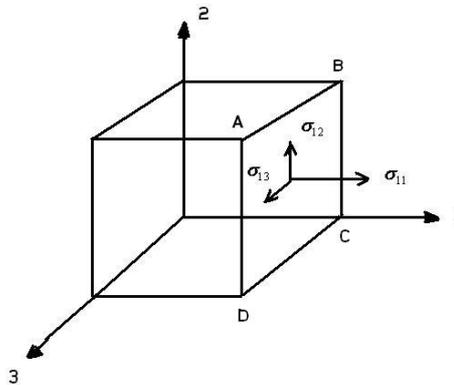


Figura A.3 - Notação tridimensional

O sistema completo de tensões para o cubo elementar é especificado por três componentes de tensão em cada uma das três faces cujas normais são positivas nas mesmas direções dos eixos 1, 2 e 3. O sistema pode ser representado pela matriz

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

o qual pode ser abreviado como  $[A_{ij}]$  ( $i,j=1,2,3$ ) ou mais simplesmente como A. Em notação indicial pode ser apresentado como  $\sigma_{ij}$  ( $i,j = 1,2,3$ ).

Quando o bloco retangular gira de um ângulo sua orientação deve ser levada em conta. Isso é feito para cada face através do cosseno do ângulo feito entre a normal à face e cada um dos três eixos. Esses cossenos são chamados cossenos diretores. A Figura A.4 (a) ilustra para duas dimensões. A linha AB é inclinada de um ângulo  $\phi$  em relação ao eixo 1 e de um ângulo  $\theta$  em relação ao eixo 2. Frequentemente,  $\cos \theta$  é chamado de  $l$  e  $\cos \phi$  é chamado de  $m$ . Somente um cosseno diretor precisa ser conhecido para problemas em duas dimensões, porque  $\theta$  e  $\phi$  são ângulos complementares. A Figura A.4(b) ilustra componentes de tensão em duas dimensões. Se a tensão R atua sobre AB, ela pode ser decomposta em uma tensão  $\sigma$  normal a AB e em uma componente de tensão cisalhante  $\tau$  paralela a AB. O sistema de tensões sobre AB pode ser representado pela matriz

$$\begin{vmatrix} \sigma_{11}l & \sigma_{12}m \\ \sigma_{21}l & \sigma_{22}m \end{vmatrix} \quad (\text{A.6})$$

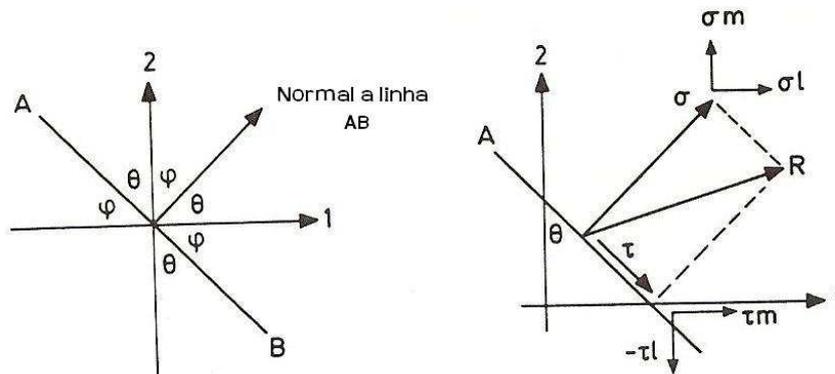


Figura A.4 - (a) Cossenos diretores; (b) Componentes de tensões em duas dimensões

(Fonte: Macaulay, 1987)

Modos de deflexão padrão existentes em um material são independentes do sistema de coordenadas utilizado para defini-lo. Tensões e deformações principais, por exemplo, podem ser obtidas sem considerar o sistema de coordenadas. Pode ser demonstrado, de forma mais geral, que existem três invariantes de tensão e três invariantes de deformação que permanecem constantes sem considerar o sistema de coordenadas utilizado. Qualquer combinação desses invariantes é também um invariante e essas relações podem ser expressas de várias formas.

Os três invariantes de tensão são geralmente chamados de  $J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$ , e os três invariantes de deformação são chamados de  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ . Observa-se que a partir dos invariantes não é possível obter um único sistema de tensões ou conjunto de tensões principais. Frequentemente, é

conveniente considerar um sistema de tensões tridimensional dado por meio de tensões diretas. Isso é conhecido como tensões hidrostáticas  $\bar{\sigma} = \sigma_{ij} / 3 = J_1 / 3$ , e é uma situação análoga à pressão em um fluido. Tensões medidas a partir de tensões hidrostáticas são chamadas tensões desviadoras. As deformações produzidas por tensões hidrostáticas é uma deformação volumétrica conhecida como deformação hidrostática  $\bar{\epsilon} = \epsilon_{ij} / 3 = I_1 / 3$ . Deformações medidas a partir das deformações hidrostáticas são chamadas deformações desviadoras.

Para um material isotrópico as tensões hidrostáticas podem produzir uma mudança no volume, mas não uma mudança na forma; assim, é chamada de deformação volumétrica. A tensão desviadora, por outro lado, produz mudanças na forma sem mudança no volume e pode ser mostrado que ela é formada inteiramente por tensões cisalhantes. As deformações produzidas são chamadas de deformações distorcionais. Isso torna possível separar dois distintos tipos de comportamento que podem ser analisados separadamente: existem somente dois invariantes de tensão porque, por definição, o desviador a partir de  $J_1$  é zero; similarmente, há dois invariantes de deformação.

### *Constantes elásticas*

Pode ser demonstrado que, para um material homogêneo, isotrópico e linearmente elástico, somente duas constantes são necessárias para definir as relações tensão-deformação em três dimensões. Uma delas cobre a distorção e a outra, a mudança de volume ou dilatação. A constante para distorção é o módulo de cisalhamento  $G$ . A constante para aumento de volume é expressa de duas formas, uma delas através da constante de Lamé  $\lambda$  ou através do módulo de expansão  $\kappa$ . Não é possível medir  $\lambda$ , mas pode ser mostrado que

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-\nu)} \quad (\text{A.7})$$

de forma que ele pode ser derivado a partir de testes simples, onde  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. Essa é uma forma compacta de expressar o relacionamento tensão-deformação e é largamente utilizada em análise teórica. O módulo de expansão é dado por

$$\kappa = \frac{\text{tensão hidrostática}}{\text{deformação volumétrica}} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} = \frac{J_1}{I_1} \quad (\text{A.8})$$

### *Relações entre tensão e deformação*

A tensão é relacionada com a deformação para materiais lineares por (ANSYS, 2007):

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^{el}\} \quad (\text{A.9})$$

onde:  $\{\sigma\}$  = vetor tensões =  $[\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \tau_{12} \tau_{23} \tau_{13}]^T$

$\{D\}$  = matriz elasticidade

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \end{bmatrix}$$

$\{\varepsilon^{el}\} = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon^{th}\}$  = vetor deformação elástico

$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \gamma_{12} \gamma_{23} \gamma_{13}]$  = vetor deformação total

$\{\varepsilon^{th}\}$  = vetor deformação térmica

### ***Limite elástico***

Existem duas teorias de uso comum para relacionar a tensão de escoamento obtida a partir de um teste simples de tração com a tensão de escoamento para um sistema complexo de tensões. Ambos fazem uso do fato observado experimentalmente de que muitos materiais tornam-se substancialmente incompressíveis para o escoamento estático, de tal forma que nenhuma mudança subsequente no volume ocorre. Conseqüentemente, a tensão hidrostática pode ser ignorada e somente a tensão desviadora necessita ser considerada. Ambos utilizam a diferença entre tensões principais normais para caracterizar as tensões desviadoras e ambos produzem resultados razoáveis para materiais dúcteis. Uma dessas teorias é atribuída a Tresca e a outra, a Von Mises. A teoria de Von Mises é mais elegante e representa o comportamento observado de forma mais precisa (SHIGLEY et al., 2005), mas as diferenças entre ambas não são grandes (em torno de 15%).

## **A.2 Estruturas com não linearidades geométricas**

Não linearidades geométricas referem-se a não linearidades na estrutura ou componentes da mesma em razão da mudança na geometria que ocorre à medida que ela se deforma, ou seja, a

matriz de rigidez  $[K]$  é função dos deslocamentos  $\{U\}$ . A rigidez muda porque a forma muda e/ou o material rotaciona. Não linearidades geométricas podem ser do tipo:

a) Grandes deformações: assume-se que as deformações são finitas. A forma muda (por exemplo, área, espessura, etc.). Defleções e rotações podem ser arbitrariamente grandes.

b) Grandes rotações: assume-se que as rotações são grandes, mas as deformações mecânicas (aquelas que causam tensões) são calculadas utilizando-se expressões lineares. A estrutura é assumida como não alterando a forma. Elementos para essa classe de problema referem-se à configuração original.

c) Enrijecimento por tensão: assume-se que ambas as deformações e rotações são pequenas. Também chamado de enrijecimento geométrico, ou enrijecimento incremental, ou enrijecimento por tensão inicial, é o enrijecimento (ou enfraquecimento) de uma estrutura devido ao seu estado de tensões. Esse efeito de enrijecimento normalmente precisa ser considerado para estruturas delgadas com rigidez à flexão muito pequena, quando comparado à rigidez axial, tais como cabos, vigas esbeltas e cascas.

d) Amolecimento por rotação: assume-se que ambas as deformações e rotações são pequenas. Nesta situação leva-se em conta que o movimento radial da massa da estrutura está sujeito a uma velocidade angular. Dessa forma, esse é um tipo de grandes deflexões, mas pequenas rotações. A vibração de um corpo em rotação pode causar movimentos circunferenciais relativos, os quais mudam a direção da força centrífuga, que, por sua vez, tende a desestabilizar a estrutura. Como uma análise de pequenas deflexões não leva diretamente em conta as mudanças na geometria, este efeito pode ser levado em conta pelo ajuste da matriz de rigidez, chamado amolecimento por rotação.

Apresentam-se a seguir com mais detalhes não linearidades geométricas para grandes deformações e grandes rotações.

### **A.2.1 Grandes deformações**

Quando as deformações em um material excedem mais de que poucos por cento, a mudança na geometria devida a esta deformação não pode ser negligenciada. Análises que incluem este efeito são chamadas de análise de grandes deformações ou de deformações finitas.

A teoria de grandes deformações pode ser sintetizada pela definição de poucas quantidades físicas básicas (movimento e deformação) e o correspondente relacionamento matemático (BATHE, 1996, e ANSYS, 1994). As cargas aplicadas sobre o corpo fazem-no mover-se de uma posição para outra. Este movimento pode ser definido pelo estudo de um vetor

posição na configuração deformada e na configuração indeformada. Digamos que os vetores posição no estado deformado e indeformado sejam representados por  $\{x\}$  e  $\{X\}$ , respectivamente. Então, o movimento (deslocamento) vetor  $\{u\}$  é calculado por:

$$\{u\} = \{x\} - \{X\} \quad (\text{A.10})$$

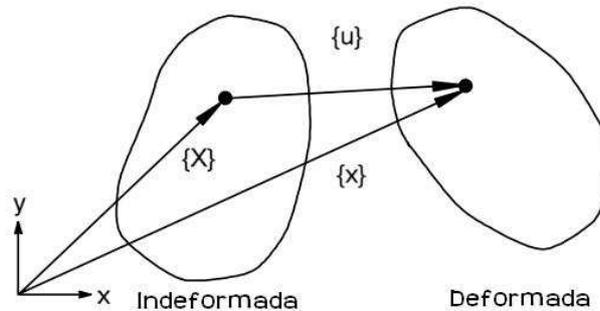


Figura A.5 - Vetores posição e movimento de um corpo deformado

(Fonte: Ansys, 1994)

O gradiente de deformação é definido como:

$$[F] = \frac{\partial \{x\}}{\partial \{X\}} \quad (\text{A.11})$$

o qual pode ser escrito em termos do deslocamento do ponto a partir da equação (A.10) como:

$$[F] = [I] + \frac{\partial \{x\}}{\partial \{X\}} \quad (\text{A.12})$$

onde  $[I]$  é a matriz identidade.

A informação contida no gradiente de deformação  $[F]$  inclui a mudança de volume, a mudança de forma e rotação do corpo deformado. A mudança de volume em um ponto é

$$\frac{dV}{dV_0} = \det[F] \quad (\text{A.13})$$

onde:  $V_0$  = volume original

$V$  = volume atual

$\det[.]$  = determinante da matriz

O gradiente de deformação pode ser separado em uma mudança de forma e rotação usando-se o teorema da decomposição polar:

$$[F] = [R][U] \quad (\text{A.14})$$

onde:  $[R]$  = matriz rotação ( $[R]^T[R] = [I]$ )

$[U]$  = matriz mudança de forma

Uma vez que a matriz mudança de forma é conhecida, a deformação logarítmica é definida como:

$$[\mathcal{E}] = \ln[U] \quad (\text{A.15})$$

( $[\varepsilon]$  é um tensor (matriz), diferente da forma usual  $\{\varepsilon\}$ ). Desde que  $[U]$  é um tensor de segunda ordem (matriz), a equação (A.15) pode ser determinada através da decomposição espectral de  $[U]$ :

$$[\varepsilon] = \sum_{i=1}^3 \ln(\lambda_i) \{e_i\} \{e_i\}^T \quad (\text{A.16})$$

onde:  $\lambda_i$  = autovalores de  $[U]$  (deformações principais)

$\{e_i\}$  = autovetores de  $[U]$  (direções principais)

O teorema da decomposição polar extrai a rotação  $[R]$  que representa a rotação média do material em um ponto. Linhas do material inicialmente ortogonais não serão, em geral, ortogonais depois da deformação (devido ao cisalhamento), conforme pode ser visto na Figura A.6. A decomposição polar dessa deformação, entretanto, indicará que ela permanece ortogonal (linhas  $x'-y'$  na Figura A.6). Por essa razão, comportamento não isotrópico (elasticidade ortotrópica ou plasticidade com endurecimento cinemático) deve ser utilizado com cuidado com grandes deformações, especialmente se grandes deformações de cisalhamento ocorrerem.

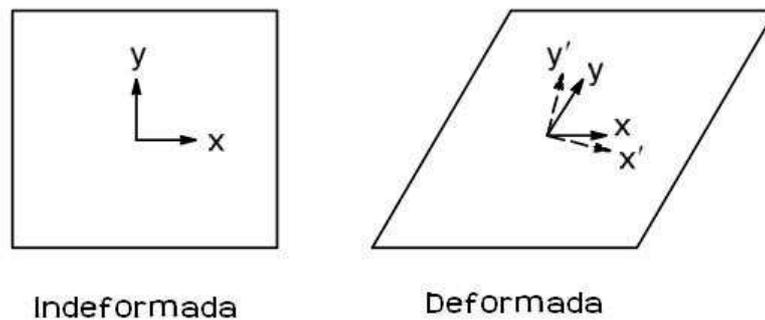


Figura A.6 - Decomposição polar de deformação por cisalhamento

(Fonte: Ansys, 1994)

### **Implementação**

Computacionalmente, a solução da equação (A.15) é realizada por um dos dois métodos utilizando aproximação incremental (desde que, numa análise elastoplástica, se está utilizando um procedimento de solução incremental):

$$[\varepsilon] = \int d[\varepsilon] \approx \sum [\Delta\varepsilon_n] \quad (\text{A.17})$$

com

$$[\Delta\varepsilon_n] = \ln[\Delta U_n] \quad (\text{A.18})$$

onde  $[\Delta U_n]$  é o incremento da matriz deformação calculada a partir do gradiente de deformação incremental:

$$[\Delta F_n] = [\Delta R_n][\Delta U_n] \quad (\text{A.19})$$

onde  $[\Delta F_n]$  é:

$$[\Delta F_n] = [F_n][F_{n-1}]^{-1} \quad (\text{A.20})$$

$[F_n]$  é o gradiente de deformação no corrente passo de tempo e  $[F_{n-1}]$  é passo de tempo anterior. Dois métodos são empregados para solução da equação (A.18). O método 1 utiliza a ideia da equação (A.16)

$$[\Delta \varepsilon_n] = \sum_{i=1}^3 \ln(\lambda_i) \{e_i\} \{e_i\}^T \quad (\text{A.21})$$

onde  $\lambda_i$  e  $\{e_i\}$  são os autovalores e autovetores para o i-ésimo incremento principal de deformação da matriz incremental  $[\Delta U_n]$  da equação (A.19). O método 2 utiliza o cálculo aproximado de segunda ordem

$$[\Delta \varepsilon_n] = [R_{1/2}]^T [\Delta \bar{\varepsilon}_n] [R_{1/2}] \quad (\text{A.22})$$

onde  $[R_{1/2}]$  é a matriz rotação calculada a partir da decomposição polar do gradiente de deformação calculado para a configuração do ponto intermediário:

$$[F_{1/2}] = [R_{1/2}][U_{1/2}] \quad (\text{A.23})$$

onde  $[F_{1/2}]$  é:

$$[F_{1/2}] = [I] + \frac{\partial \{u_{1/2}\}}{\partial \{X\}} \quad (\text{A.24})$$

e o deslocamento do ponto intermediário é:

$$\{u_{1/2}\} = \frac{1}{2} (\{u_n\} + \{u_{n-1}\}) \quad (\text{A.25})$$

onde  $\{u_n\}$  é o deslocamento corrente e  $\{u_{n-1}\}$  é o deslocamento no passo de tempo anterior.  $[\Delta \varepsilon_n]$  é a rotação neutralizada do incremento de deformação sobre o passo de tempo. O incremento de deformação  $[\bar{\varepsilon}_n]$  é também calculado a partir da configuração do ponto intermediário:

$$\{\Delta \bar{\varepsilon}_n\} = [B_{1/2}] \{\Delta u_n\} \quad (\text{A.26})$$

onde  $\{\Delta u_n\}$  é o incremento de deslocamento sobre o passo de tempo e  $[B_{1/2}]$  é o relacionamento deslocamento-deformação calculado para a geometria intermediária:

$$\{X_{1/2}\} = \frac{1}{2} (\{X_n\} + \{X_{n-1}\}) \quad (\text{A.27})$$

Este método é uma excelente aproximação para a deformação logarítmica se os passos de deformação são menores do que 10%. Este método é utilizado para elementos 2-D e 3-D sólidos e de casca.

O incremento de deformação calculado  $[\Delta \varepsilon_n]$  (ou equivalentemente  $\{\Delta \varepsilon_n\}$ ) pode ser adicionado à deformação prévia  $\{\varepsilon_{n-1}\}$  para obter a deformação total corrente:

$$\{\varepsilon_n\} = \{\varepsilon_{n-1}\} + \{\Delta \varepsilon_n\} \quad (\text{A.28})$$

Esta deformação pode ser utilizada em procedimentos de atualização de tensões.

### A.2.2 Grandes rotações

Se as rotações são grandes, mas as deformações mecânicas (aquelas que causam tensões) são pequenas, então um procedimento de grandes rotações pode ser utilizado.

Na seção A.2.1 foi apresentada a teoria para o movimento geral de um ponto. A teoria de grandes rotações segue um desenvolvimento similar, exceto que a medida da deformação logarítmica (equação A.15) é substituída pela de Biot, ou medidas de pequenas deformações (de engenharia):

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = [\boldsymbol{U}] - [\boldsymbol{I}] \quad (\text{A.29})$$

onde:  $[\boldsymbol{U}]$  = matriz deformação

$[\boldsymbol{I}]$  = matriz identidade 3x3

### A.3 Estruturas com não linearidades materiais

Não linearidades materiais são devidas ao relacionamento não linear entre tensão e deformação, isto é, a tensão é uma função não linear da deformação (ANSYS, 1994). O relacionamento é também dependente da trajetória (exceto para o caso de elasticidade não linear e hiperelasticidade), de forma que a tensão depende também da história das deformações, bem como da própria deformação. Existem muitos tipos de não linearidades materiais, tais como:

(a) Plasticidade independente de taxa é caracterizada pela deformação instantânea e irreversível que ocorre no material.

b) Plasticidade dependente da taxa de deformação permite que deformações plásticas se desenvolvam sobre um intervalo de tempo. Isto é também chamado viscoplasticidade.

c) Deformação (*creep*) é também uma deformação irreversível que ocorre no material e é dependente da taxa de deformação, de tal forma que a deformação se desenvolve sobre o tempo. O intervalo de tempo para *creep* é usualmente muito maior do que para plasticidade com dependência de taxa de deformação.

d) Elasticidade não linear permite um relacionamento não linear entre tensão e deformação que pode ser especificado. Toda deformação é reversível.

e) Hiperelasticidade é definida pelo potencial de densidade de energia de deformação que caracteriza elastômeros e materiais tipo espuma. Toda deformação é reversível.

f) Viscoelasticidade é caracterização de um material dependente de taxa de deformação que inclui a contribuição viscosa da deformação elástica.

g) Materiais concretos incluem capacidades de progressão de trinca e amassamento.

Na seção seguinte será apresentado com mais detalhes o item (a), plasticidade independente da taxa de deformação.

### A.3.1 Plasticidade independente da taxa de deformação

Plasticidade independente da taxa de deformação é caracterizada pela deformação irreversível que ocorre no material quando certo nível de tensões é atingido. As deformações plásticas são desenvolvidas instantaneamente, isto é, independentemente do tempo. Podem ser encontrados diferentes tipos de comportamento do material, tais como: material com endurecimento isotrópico bilinear, material com endurecimento isotrópico multilinear, material com endurecimento isotrópico não linear, material com endurecimento cinemático bilinear clássico, material com endurecimento cinemático multilinear, material com endurecimento cinemático não linear, material anisotrópico e material de Drucker-Prager. A Figura A.7 representa o comportamento tensão-deformação para cada uma dessas opções.

A teoria da plasticidade define um relacionamento matemático que caracteriza a resposta elastoplástica dos materiais. Existem três ingredientes na teoria da plasticidade independentemente da taxa de deformação: o critério do escoamento, regra de fluxo e regra de endurecimento.

#### *Critério de escoamento*

O critério do escoamento determina o nível de tensões para o qual o escoamento é inicializado. Para tensões com múltiplos componentes, é representado como uma função de componentes individuais,  $f(\{\sigma\})$ , o qual pode ser interpretado como uma tensão equivalente  $\sigma_e$ :

$$\sigma_e = f(\{\sigma\}) \quad (\text{A.30})$$

onde  $\{\sigma\}$  é o vetor tensões. Quando a tensão equivalente é igual ao parâmetro de escoamento do material  $\sigma_y$ ,

$$f(\{\sigma\}) = \sigma_y \quad (\text{A.31})$$

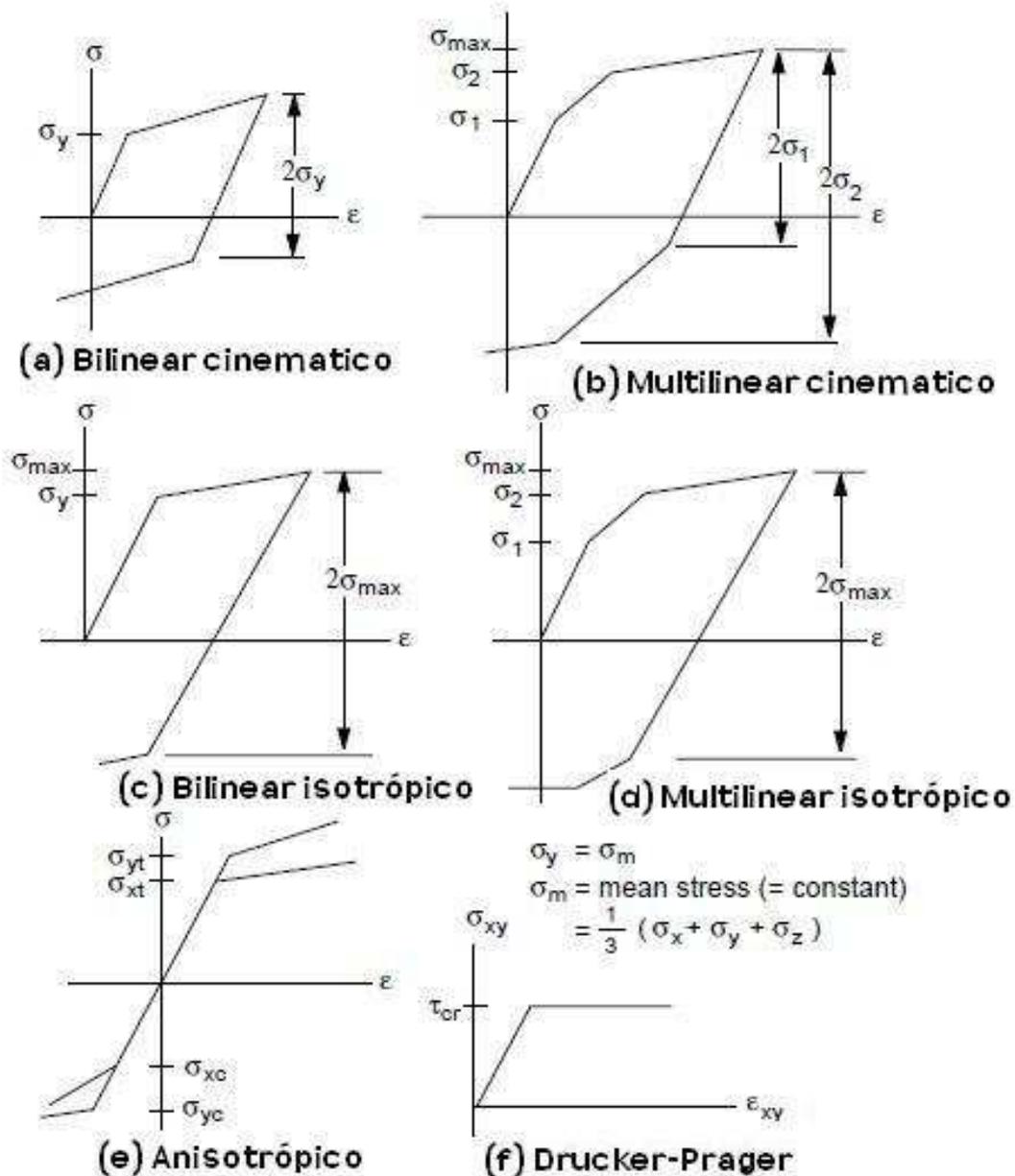


Figura A.7 - Comportamento tensão-deformação para cada uma das opções de plasticidade

(Fonte: Ansys, 1994)

o material desenvolverá deformações plásticas. Se  $\sigma_e$  é menor do que  $\sigma_y$ , o material é elástico e as tensões se desenvolverão de acordo com as relações tensão-deformação elásticas. Note-se que a tensão equivalente (Von Mises) nunca deve exceder o limite de escoamento do material, uma vez que isso causa deformações plásticas que se desenvolverão instantaneamente, desse modo reduzindo a tensão para a tensão de escoamento do material. A equação (A.31) pode ser plotada no espaço das tensões, como mostrado na Figura A.8, para algumas das opções de plasticidade. As superfícies na Figura A.8 são conhecidas como superfícies de escoamento e qualquer estado de tensão dentro da superfície é elástico, isto é, eles não causam deformações plásticas.

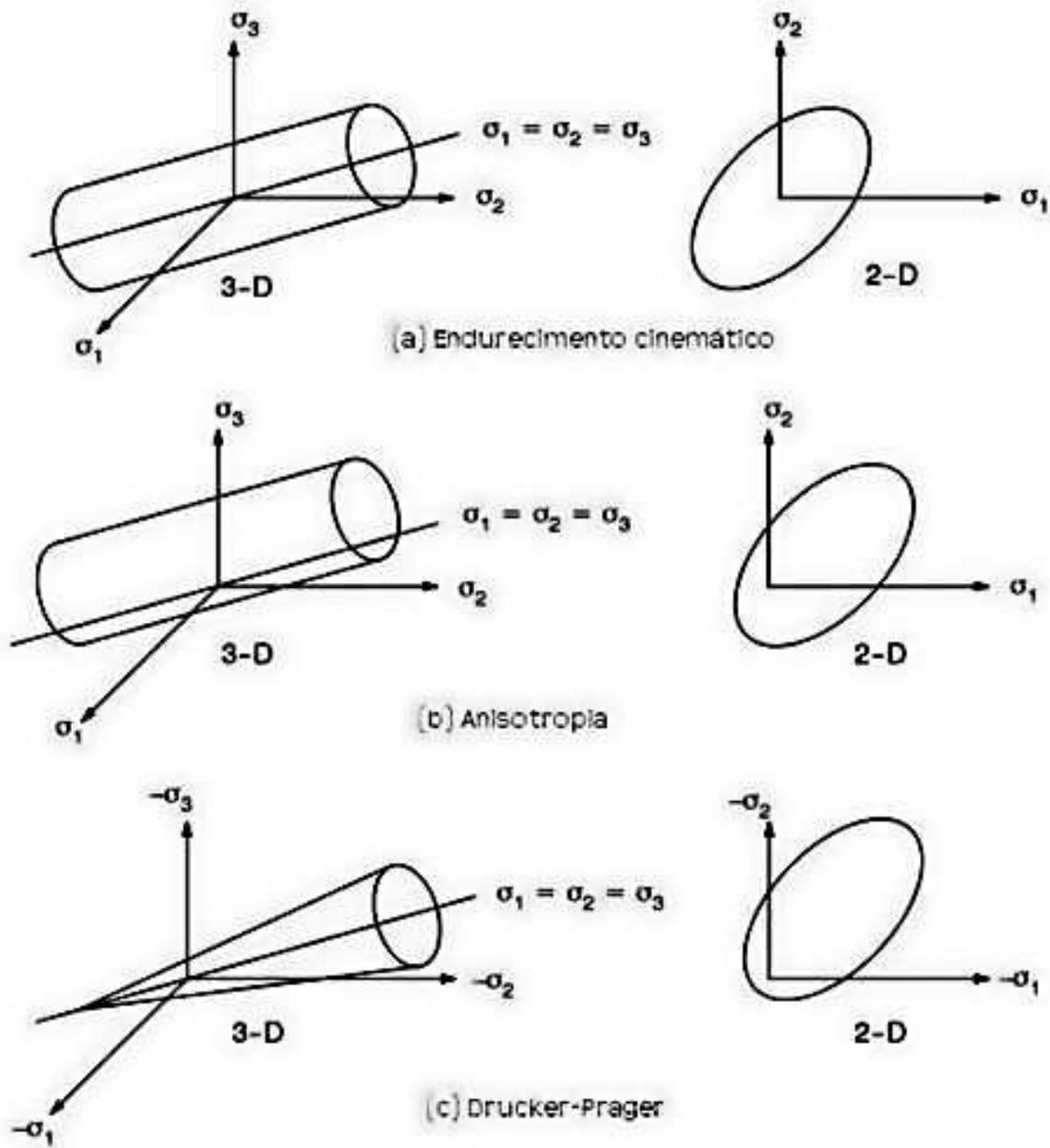


Figura A.8 - Várias superfícies de escoamento

### Regra de fluxo

A regra de fluxo determina a direção da deformação plástica e é dada como:

$$\{d\varepsilon^{pl}\} = \lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad (\text{A.32})$$

onde:  $\lambda$  = multiplicador plástico (que determina o aumento de deformação plástica);

$Q$  = função de tensões denominadas de potencial plástico (que determina a direção da deformação plástica);

Se  $Q$  é uma função do escoamento (como normalmente é assumido), a regra de fluxo é denominada associativa e a deformação plástica ocorre numa direção normal à superfície de escoamento.

### **Regra de endurecimento**

A regra de endurecimento descreve a mudança na superfície de escoamento com o progressivo escoamento, de forma tal que as condições (estado de tensões) para um escoamento subsequente podem ser estabelecidas. Duas regras de endurecimento são discutidas: endurecimento isotrópico e endurecimento cinemático. No endurecimento isotrópico, a superfície de escoamento permanece centrada em torno de sua posição inicial e se expande em tamanho à medida que a deformação plástica ocorre. Para materiais com comportamento plástico isotrópico isso é denominado endurecimento isotrópico e é mostrado na Figura A.9 (a). Endurecimento cinemático assume que a superfície de escoamento permanece constante em tamanho e a superfície translaciona no espaço de tensões com o progressivo escoamento, como mostrado na Figura A.9 (b).

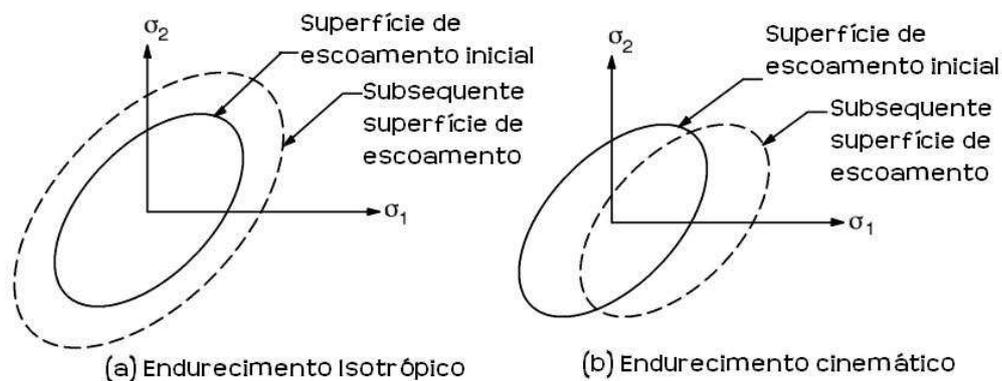


Figura A.9 - Regras de endurecimento

(Fonte: Ansys, 1994)

### **A.3.2 Fluxo plástico**

A deformação inelástica de um sólido dúctil pode variar com a distribuição de tensões, história de carregamento prévio e temperatura, bem como com a deformação e a taxa de deformação. Adicionalmente, para um dado carregamento global e deformações, a deformação pode ser distribuída uniformemente ou não. Assim, duas formas de aproximação são necessárias: uma que se utiliza das deformações médias e outra com concentrações locais de deformações.

O processo de deformação inelástico é chamado de fluxo plástico. A tensão para a qual o fluxo plástico ocorre é chamado de tensão de fluxo. Em alguns materiais as tensões de fluxo, para baixas taxas de deformação, permanecem substancialmente constantes, apesar da deformação, mas em outros encruamento por deformação ocorre e a tensão de fluxo aumenta com o aumento da deformação. Modelos utilizados de materiais plásticos ideais incorporam cinco suposições básicas (MACAULAY, 1987):

(1) O escoamento ocorre acentuadamente; assim, e o surgimento do fluxo plástico é claramente definido.

(2) Tensão e compressão são idênticas, a não ser pela mudança de sinal.

(3) O material é isotrópico com idênticas propriedades em todas as direções.

(4) A curva tensão-deformação pode ser aproximada por poucas linhas retas.

(5) O material é incompressível.

A última dessas considerações simplifica consideravelmente a análise em três dimensões e, exceto em taxas de deformação ou pressões muito altas, a incompressibilidade do sólido é tão pequena que pode ser negligenciada. Disso se segue que a deformação plástica pode usualmente ser considerada como sendo inteiramente deviatória e, conseqüentemente, deformação volumétrica pode ser ignorada.

Deformação plástica é um processo de escoamento contínuo, sendo frequentemente mais conveniente considerar mudanças incrementais de deformação em vez de deformação total a partir de uma deformação inicial. É uma prática comum considerar a taxa de mudança de deformação na forma geral  $d\varepsilon/dx$ , onde  $x$  é um parâmetro qualquer apropriado. Usualmente sob carregamento estático este parâmetro é a tensão ou a distância, produzindo deformação em termos de  $d\varepsilon/d\sigma$  ou  $d\varepsilon/dl$ . Frequentemente, por simplicidade o material é assumido como escoando a uma taxa constante tal que  $dl/dt$  é indeterminado, mas constante. Nessas circunstâncias uma notação simplificada é utilizada e dada por (MACAULAY, 1987)

$$\frac{d\varepsilon}{dl} \frac{dl}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \dot{\varepsilon} \quad (\text{A.33})$$

Esta é a notação utilizada para taxa de mudança de deformação com o tempo utilizada no caso de estudo de impacto.

Os metais podem ser divididos em materiais elastoplástico perfeitos, que não sofrem endurecimento após o escoamento, e materiais elastoplásticos endurecíveis (podendo apresentar endurecimento linear e não linear). Segundo Jones (2001c), em muitos sistemas de absorção de energia e problemas de capacidade de absorção de impacto a energia externa de impacto é absorvida pelo comportamento inelástico de um material dúctil. Entretanto, nessas condições extremas de interesse, as deformações inelásticas são grandes e dominam o comportamento

elástico. Assim, a idealização de um material rígido e perfeitamente plástico pode ser utilizada por métodos teóricos e numéricos de análise com pouco sacrifício de acuracidade. A metodologia que utiliza este tipo de material se denomina de Método Rígido Perfeitamente Plástico (Figura A.10).

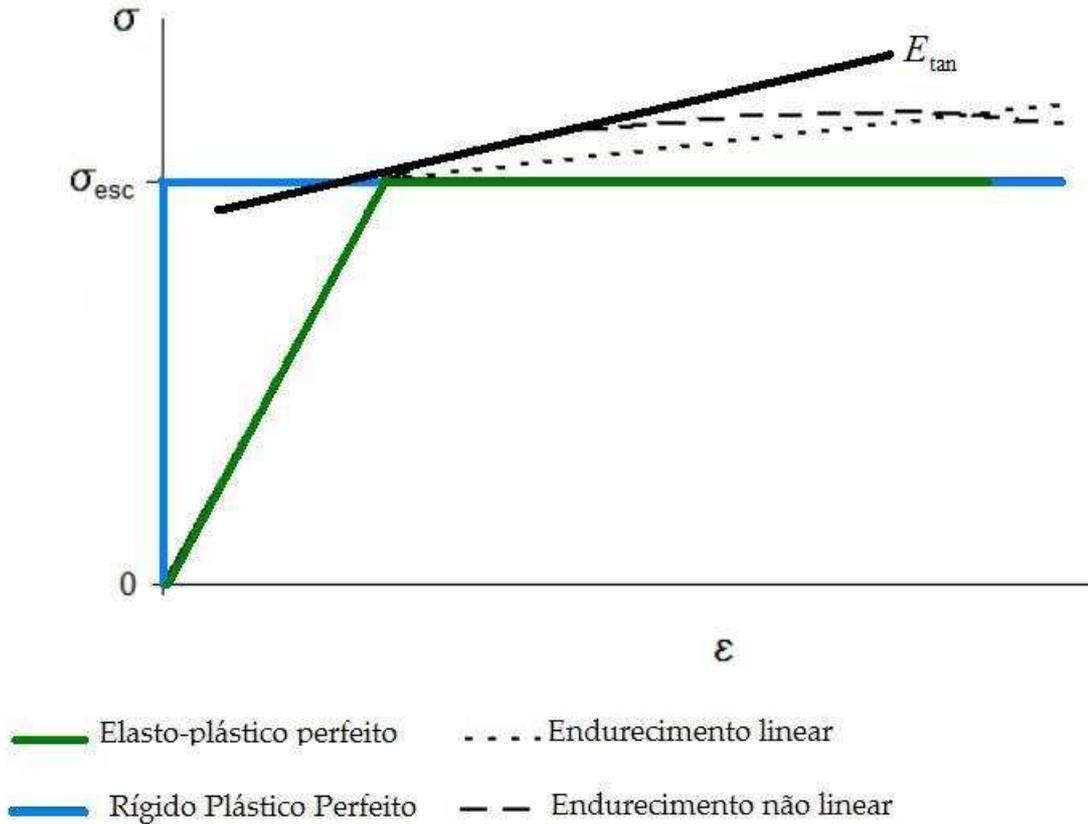


Figura A.10 - Curvas tensão\_xdeformação típicas de materiais elasto-plásticos

#### A.4 Problemas de contato

Em muitos problemas são encontradas situações nas quais pontos sobre o contorno de um corpo podem entrar em contato com pontos do contorno do mesmo objeto ou de outro. Tais problemas são referidos como problemas de contato (ZIENCKIEWICZ, 1989). Problemas de contato são não lineares. As condições de contorno são dadas por condições de tração (frequentemente a tração sendo simplesmente zero) considerando que durante o contato restrições cinemáticas necessitam ser impostas, as quais previnem penetrações de um contorno no outro, chamada condição de impenetrabilidade.

A solução do problema de contato envolve, primeiro, identificar quais pontos do contorno interagem e, segundo, a inserção de condições apropriadas para prevenir a penetração. A Figura A.11 mostra uma situação típica na qual um corpo está sendo pressionado contra um segundo corpo. Na Figura A.11 (a) os dois objetos não estão em contato e as condições de contorno são

especificadas como condições de tração zero para ambos os corpos. Na Figura A.11 (b) os dois objetos estão em contato ao longo de parte do segmento de contato e aqui condições precisam ser inseridas para garantir que penetração não ocorrerá. Ao longo deste contorno diferentes tipos de contato podem ser modelados. O mais simples é a condição de não existência de atrito no qual somente a tração de contato diferente de zero é normal à superfície de contato. Uma condição mais complexa ocorre, na qual a tração é tangencial a superfície e pode ser gerada por uma condição com atrito. O modelo mais simples para a condição de atrito é o modelo de Coulomb, onde

$$|t_s| \leq \mu |t_n| \quad (\text{A.34})$$

no qual  $\mu$  é um parâmetro friccional positivo,  $t_n$  é a magnitude da tração normal e  $t_s$  é a tração tangencial. Se a magnitude de  $t_s$  é menor do que a condição limite, os pontos da superfície são assumidos para serem fixos; considerando se a magnitude está na condição limite, deslizamento ocorre com uma tração tangencial imposta sobre cada superfície oposta na direção do deslizamento e igual a  $\mu |t_n|$ .

Na modelagem de problemas de contato utilizando elementos finitos dificuldades imediatas surgem. Primeiro, não é possível modelar contato para cada ponto ao longo do contorno, o que ocorre pelo fato de que a representação de elemento finito do contorno não é regular. Por exemplo, um caso bidimensional no qual o contorno de um elemento é um segmento de linha reta como mostrado na Figura A.12. Os nós A e B estão em contato com o corpo inferior, mas o segmento entre os nós não está em contato. Segundo, o modelo de elementos finitos resulta numa representação não única da normal entre dois corpos e, novamente por causa da discretização finita do elemento, as normais não são contínuas entre elementos.

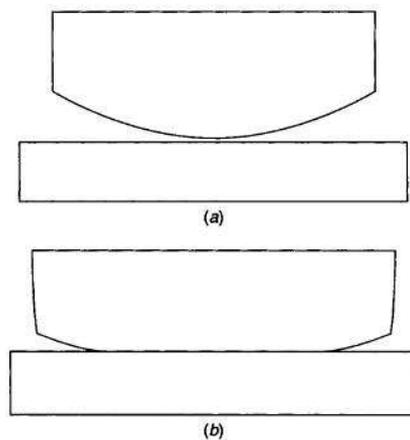


Figura A.11 - Contato entre dois corpos: (a) Condição sem contato; (b) Estado de contato

(Fonte: Zienkiewicz, 1989)

Isso é ilustrado na Figura A.12, na qual é evidente que a normal ao segmento entre os nós A e B não é a mesma como a normal negativa das faces em torno do nó C (a qual realmente não é única no nó C).

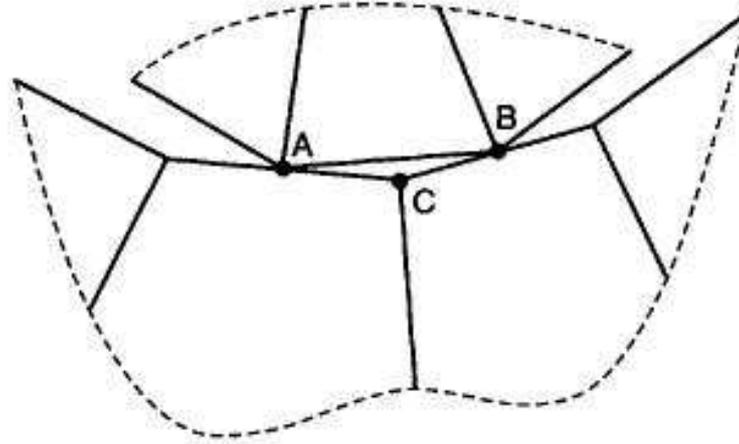


Figura A.12 - Contato por elementos finitos

(Fonte: Zienkiewicz, 1989)

Toda carga mecânica resulta da interação entre dois componentes mecânicos que entram em contato. Logo, o fenômeno do contato pode ser encontrado em praticamente todas as estruturas civis ou mecânicas. Existem duas maneiras distintas em que o contato pode ocorrer em engenharia (ZHONG, 1993):

a) Contato intencional: é aquele contato planejado para dar a devida sustentação ou solicitação a uma estrutura. Como exemplo pode-se citar o contato de uma matriz de conformação mecânica com a peça a ser conformada.

b) Contato acidental: é o contato que ocorre em situações de acidente, como o impacto de veículos.

No primeiro caso deseja-se que o contato seja o mais eficiente possível, enquanto que no segundo procura-se minimizar os efeitos do contato. A consideração do contato levará a uma não linearidade causada pela variação da área de contato, desconhecida inicialmente. Além disso, o contato é acompanhado de outro fenômeno complexo não linear, que é o atrito.

#### A.4.1 Formulação do problema de contato

Quando se formula o problema de contato (ZHONG, 1993), admite-se a existência de uma região do corpo que pode entrar em contato com uma fundação rígida, denominada de  $\Gamma_c$ .

As seguintes condições devem ser satisfeitas para pontos pertencentes a esta região:

$$\begin{aligned} g_N &= g_N^0 - \bar{u} \bullet \bar{n} \geq 0 \\ t_N &= \bar{t}_c \bullet \bar{n} \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

onde  $\bar{u}$  é o deslocamento do corpo;  $\bar{n}$  sua normal externa;  $g_N$  é a separação final entre o corpo e a fundação medida na direção normal (usualmente é empregado o termo *gap* normal);  $g_N^0$  é o *gap* normal inicial;  $\bar{t}_c$  é o vetor pressão de contato;  $t_N$  sua componente normal e  $\bullet$  significa produto escalar. A primeira das equações (A.35) informa que não pode haver interpenetração entre os corpos e a segunda indica que a pressão normal de contato é sempre compressiva (o corpo não adere à fundação rígida). Além disso, pode-se dizer que:

$$g_N t_N = 0 \quad (\text{A.36})$$

Pois, quando temos contato,  $g_N$  é igual a zero e, quando não há contato,  $t_N$  é igual a zero. As equações (A.35) e (A.36) são denominadas de *problema de Signorini*. Empregando o PTV (Princípio dos Trabalhos Virtuais), este problema pode ser escrito como:

$$\int_v \sigma_{ij} \frac{\partial \delta u_j}{\partial x_i} dv = \int_v \rho b_j \delta u_j dv + \int_{\Gamma_f} t_j \delta u_j ds + \int_{\Gamma_{\bar{c}}} t_N \delta u_N ds \quad (\text{A.37})$$

onde  $\Gamma_f$  é a parte do contorno do corpo onde temos forças prescritas e  $\Gamma_{\bar{c}}$  é a parte do contorno onde temos efetivamente contato (observe-se que  $\Gamma_{\bar{c}}$  é diferente de  $\Gamma_c$ ). Observe-se que  $\Gamma_{\bar{c}}$ , ao contrário de  $\Gamma_c$ , é incógnito inicialmente. Dessa forma, a equação (A.37) deve ser resolvida de forma iterativa.

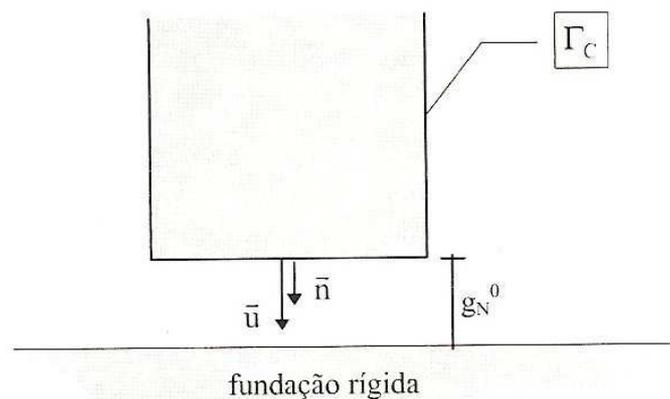


Figura A.13 - Problema de contato

A primeira restrição da equação (A.35) pode ser obedecida de forma aproximada pela aplicação do método da penalidade. Dessa forma, pode-se dizer que:

$$t_N = k_N g_N \quad (\text{A.38})$$

onde  $g_N$  é a restrição a ser respeitada e  $k_N$  é o fator de penalidade.

É possível dar uma interpretação física à equação (A.38) admitindo que  $k_N$  é a rigidez normal da superfície. Substituindo a equação (A.38) na equação (A.37), teremos:

$$\int_v \sigma_{ij} \frac{\partial \delta u_j}{\partial x_i} dv = \int_v \rho b_j \delta u_j dv + \int_{\Gamma_t} t_j \delta u_j d\Gamma_t + \int_{\Gamma_{\bar{c}}} k_N (g_N^0 - n_i u_i) n_j \delta u_j d\Gamma_{\bar{c}} \quad (\text{A.39})$$

$$\int_v \delta u_{j,i} C_{ijkl} u_{k,l} dv + \int_{\Gamma_{\bar{c}}} \delta u_j k_N n_j n_i u_i d\Gamma_{\bar{c}} = \int_v \delta u_j \rho b_j dv + \int_{\Gamma_t} \delta u_j t_j d\Gamma_t + \int_{\Gamma_{\bar{c}}} \delta u_j k_N g_N^0 n_j d\Gamma_{\bar{c}} \quad (\text{A.40})$$

Numa formulação de elementos finitos, o segundo termo da equação (A.40) fornecerá o correspondente termo para a matriz de rigidez da penalidade, enquanto o último termo fornecerá a contribuição para o vetor de cargas. Para valores de  $k_N$  muito grandes (em relação aos demais termos de rigidez estrutural), em  $\Gamma_{\bar{c}}$  teremos

$$k_N n_j n_i u_i \approx k_N g_N^0 n_j \quad (\text{A.41})$$

ou seja, fica respeitada, ao menos de forma aproximada, a condição de impenetrabilidade.

Quando temos movimento relativo entre duas superfícies que estão em contato aparecerão pressões tangenciais às superfícies. Essas pressões, também denominadas de pressões de atrito, se opõem ao movimento. Agregando o trabalho virtual feito pelas pressões de atrito ao PTV, teremos:

$$\int_v \sigma_{ij} \frac{\partial \delta u_j}{\partial x_i} dv = \int_v \rho b_j \delta u_j dv + \int_{\Gamma_t} t_j \delta u_j d\Gamma_t + \int_{\Gamma_{\bar{c}}} t_N \delta u_N d\Gamma_{\bar{c}} + \int_{\Gamma_{\bar{c}}} t_T \delta u_T d\Gamma_{\bar{c}} \quad (\text{A.42})$$

onde  $t_T$  são as pressões tangenciais de contato (ou pressões de atrito) e  $u_T$  são os deslocamentos tangenciais. Para o cálculo de  $t_T$ , assim como o cálculo da tensão de Cauchy, é necessário estabelecer uma relação constitutiva entre  $t_T$  e  $u_T$ . Os modelos mais utilizados são aqueles baseados na lei de Coulomb. Segundo esta lei, não há deslizamento entre dois pontos enquanto o valor da pressão tangencial é menor do que o produto entre o coeficiente de atrito das interfaces e o valor absoluto da pressão normal de contato; caso contrário, há escorregamento. Logo, para

$$\begin{aligned} |t_T| < \mu |t_N| &\Rightarrow u_T = 0 \\ |t_T| = \mu |t_N| &\Rightarrow u_T = -\lambda t_T \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito estático e  $\lambda$  um escalar positivo. A condição de deslizamento pode então ser escrita como

$$f = |t_T| - \mu |t_N| = 0 \quad (\text{A.44})$$

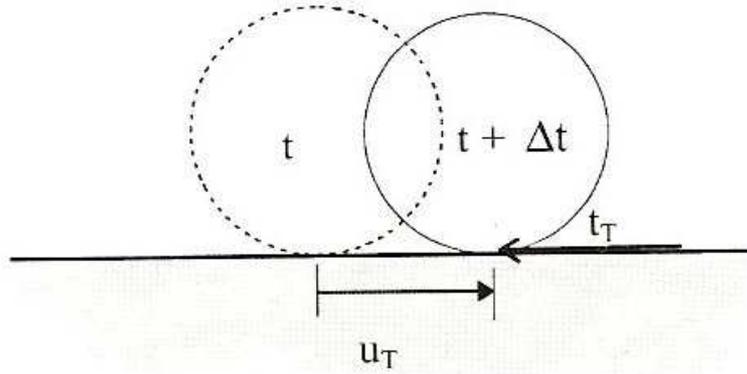


Figura A.14 - Problema de atrito

Um detalhamento da formulação do problema de contato envolvendo atrito pode ser visto em Zhong (1993).

#### A.4.2 Modelagem geométrica

##### *Contato nó com nó – modelo Hertziano*

Para aplicações nas quais os deslocamentos sobre o contorno do contato são pequenos é algumas vezes possível modelar o contato por meio dos nós. Para isso ser possível, a malha de elementos finitos precisa ser construída de forma que os nós de contorno de um corpo, aqui referenciados como nós escravos, tenham igual localização aos nós do outro corpo, referenciados como nós mestres, dentro de condições aceitáveis para análise de pequenas deformações (ZIENCKEWICZ, 1989). Tais condições podem também ser estendidas para casos onde o contorno de um corpo é tratado como plano e rígido (contato unilateral).

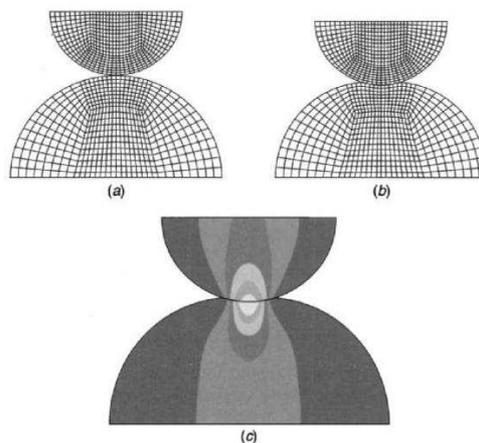


Figura A.15 - Contato entre discos semicirculares: solução nó contra nó.

(a) Malha indeformada; (b) Malha deformada; (c) contorno vertical de tensões

(Fonte: Zienkiewicz, 1989)

A Figura A.15 apresenta um exemplo de contato nó contra nó.

### ***Contato nó com superfície***

A mais simples forma de contato entre corpos no qual os nós das superfícies de um corpo não interagem diretamente com os nós do segundo corpo é definida como tratamento nó-superfície. Um tratamento bidimensional deste tipo é mostrado na Figura A.16 onde um nó, chamado de nó escravo, com posição deformada  $x_s$  pode contactar um segmento, chamado de superfície mestre, definida por simplicidade em duas dimensões por uma interpolação

$$x = N_\alpha(\xi)x_\alpha \quad (\text{A.45})$$

Essa interpolação pode ser tratada como uma interpolação usual ao longo dos cantos facetados dos elementos, descrevendo o corpo como mostrado na Figura A.16 (a), ou por uma interpolação na qual contornos regulares entre elementos adjacentes são utilizados (Figura A.16 (b)).

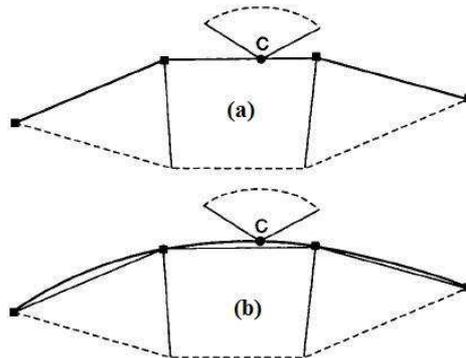


Figura A.16- Contato nó com superfície

Contato utilizando interpolação de elemento; (b) Contato utilizando interpolação regular

(Fonte: Zienkiewicz, 1989)

### ***Contato de superfície simples***

Este tipo de contato é estabelecido quando a superfície de um corpo entra em contato consigo mesma ou com a superfície de outro corpo (LS-DYNA, 1999). Este tipo de contato é o mais simples de ser definido, já que não é necessário definir superfície alvo e superfície contatora. Considera-se compressão, mas não tensão, os dois componentes podem se separar. Deslizamento pode ser resistido por fricção. Os nós escravos contactam outros nós escravos. Não existem nós mestres. Contato de superfície simples é utilizado quando uma capacidade mais geral de contato é exigida, isto é, não há necessidade de definir quem contacta com quem.

### *Contato de superfície contra superfície*

Estabelecido quando a superfície do corpo penetra a superfície de um outro. É o tipo de contato mais geral e comumente usado entre corpos com formas arbitrárias e que possuem áreas de contato relativamente grandes.

### *Opções de contato do Ls-Dyna (1999)*

**Contato geral:** esta opção utiliza o mais simples dos algoritmos de contato, porém é utilizada numa ampla faixa de aplicações. A principal vantagem de sua utilização é ser um algoritmo rápido e robusto.

**Contato automático:** diferencia-se do anterior pela orientação automática da superfície de contato feita de elementos de casca.

**Contato eroding:** utilizado quando os elementos sólidos que formam uma ou ambas as superfícies exteriores sofrem dano durante o contato. O contato permite continuar com os elementos internos remanescentes.

**Contato rígido:** similar à opção de contato geral. Uma curva de rigidez força-deflexão deve ser fornecida. Utilizado na análise de multicorpos.

**Contato Tied:** cola os nós da superfície de contato à superfície alvo após o contato.

**Contato Tiebreak:** cola os nós da superfície de contato à superfície alvo apenas até que um critério de falha seja alcançado.

Os algoritmos de busca de contatos utilizados pelo Ls-Dyna (1999) são o de trilha de conectividade de malha e o método da ordenação cúbica. O algoritmo de trilha de conectividade de malha utiliza nós compartilhados de segmentos elementares vizinhos para identificar possíveis fontes de contato. Exige que a malha seja contínua para o algoritmo de contato trabalhar corretamente. O algoritmo do método da ordenação cúbica divide a região da superfície alvo em cubos. Os nós em contato podem contatar qualquer segmento da superfície alvo no mesmo cubo ou em cubos adjacentes.

## **A.5 Solução de Problemas Dinâmicos**

Problemas são considerados dinâmicos quando forças de inércia e de amortecimento não podem, em geral, ser desconsideradas. São problemas em que as estruturas estão sob a ação de excitações dinâmicas e as respostas obtidas também são funções do tempo.

Muitas das deformações que ocorrem em impacto são não conservativas em maior ou menor grau. A resultante perda de energia pode ser tratada de várias formas, e frequentemente é difícil decidir qual o método mais realístico. O método da dissipação de energia é frequentemente escolhido para análise. O mais simples relacionamento que inclui amortecimento envolve amortecimento viscoso, no qual as forças de amortecimento são diretamente proporcionais à velocidade. O modelo mais simples de sistema com deformação não conservativa sob impacto consiste em uma massa vinculada a um elemento em deflexão que contém uma mola linear e um amortecedor viscoso em paralelo ou em série, como mostrado na Figura A.17. Dependendo dos valores relativos das forças de mola e de amortecimento, o comportamento pode mudar de completamente conservativo para completamente não conservativo. O modelo torna-se conservativo não amortecido quando a força de amortecimento decresce com o modelo paralelo e aumenta com o modelo em série.

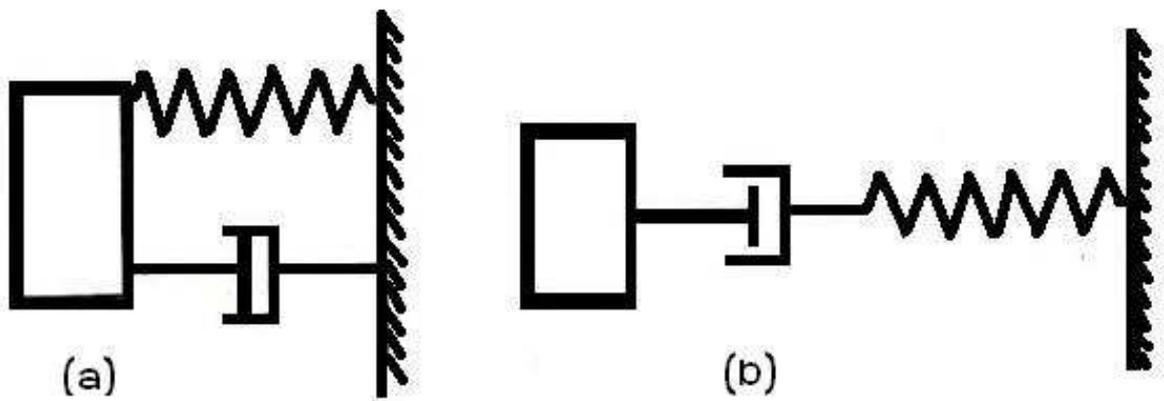


Figura A.17 - Modelo simples de um sistema não conservativo. (a) Mola e amortecedor em paralelo. (b) Mola e amortecedor em série

Um sistema de massa única com resistência básica do tipo elástico plástico ideal onde a força de resistência ( $P$ ) aumenta linearmente com o deslocamento até o escoamento e então permanece constante apresenta a equação do movimento como

$$M\ddot{U} + P = F \quad (\text{A.46})$$

onde  $F$  é a força aplicada.

Se o elemento linearmente carregado funciona como uma mola não amortecida a situação é mais complicada e a massa vibra livremente em torno da posição do deslocamento médio, como mostrado na Figura A.18 (a). Neste caso o deslocamento máximo é atingido a cada ciclo.

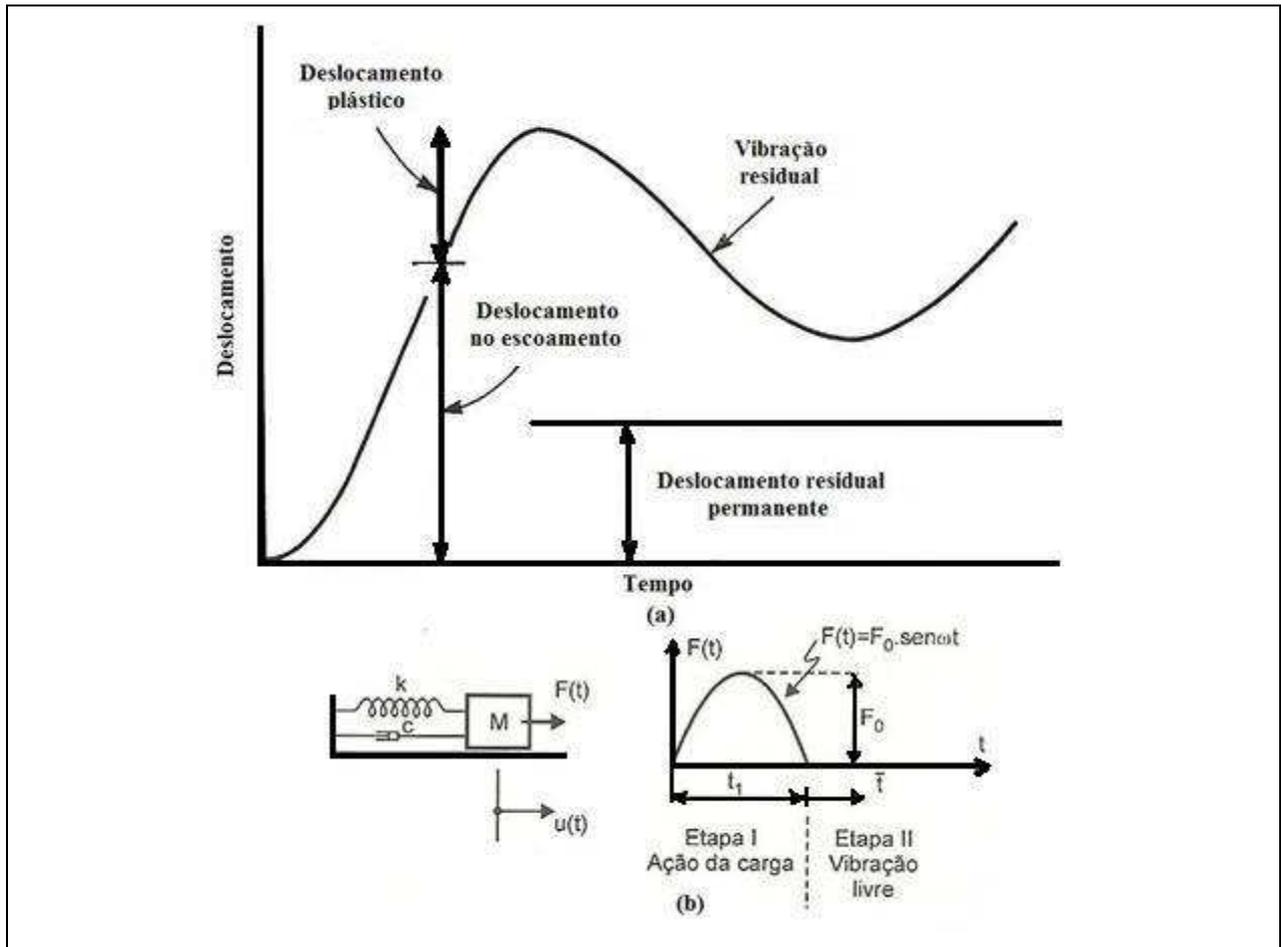


Figura A.18 - Resposta de um sistema elastoplástico ideal a uma força constante aplicada instantaneamente

Na Figura A.18 (b) apresenta-se um sistema de um grau de liberdade sob ação de uma carga de impacto. Simulou-se para início do evento de impacto que o gráfico da função de tempo seja um trecho de senoide, ou seja, temos uma carga de impacto senoidal (ALVES FILHO, 2005). A partir da etapa II ocorrerá vibração livre.

O modelo mais simples de sistema vibratório amortecido é o mostrado na Figura A.17 (a). A mola e o amortecedor estão em paralelo e usualmente amortecimento viscoso é assumido. Com amortecimento viscoso a equação diferencial do movimento para vibração livre é fornecida na equação (A.47) (MACAULAY, 1987), onde se levam em conta as forças de amortecimento considerando-as como função da velocidade.

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = 0 \quad (\text{A.47})$$

onde  $M$ ,  $C$  e  $K$  são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura e  $\ddot{U}$ ,  $\dot{U}$  e  $U$  são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento.

A frequência natural é

$$\omega_d = \sqrt{\left[ \omega^2 - \left( \frac{C}{2M} \right)^2 \right]} \quad (\text{A.48})$$

onde  $\omega$  é a frequência natural do sistema quando o amortecimento está ausente. A frequência natural reduz-se com o valor do amortecimento, tornando-se zero quando

$$C = C_{crit} = 2M\omega = 2\sqrt{KM} \quad (\text{A.49})$$

A equação (A.49) fornece o amortecimento crítico. Quando o amortecimento está acima do valor crítico, vibrações livres não ocorrem e o comportamento é viscoso. Os valores de amortecimento encontrados em estruturas estão em torno de  $0.1C_{crit}$ , e isso tem um efeito negligenciável sobre a frequência natural. Com materiais com alto amortecimento o valor do amortecimento pode ser igual ou maior do que o valor crítico. Um amortecimento livre de vibração eventualmente decai ao longo do tempo, com cada pico de deslocamento sendo menor do que o anterior. A Figura A.19 apresenta o efeito de diferentes coeficientes de amortecimento aplicados sobre o deslocamento.

Em análises dinâmicas se resolvem as equações de equilíbrio estáticas no instante  $t$ , as quais incluem efeitos dependentes da aceleração nas forças de inércia e da velocidade nas forças de amortecimento. Vice-versa, em análises estáticas, as mesmas equações são resolvidas, porém efeitos de inércia e amortecimento são desconsiderados.

As matrizes de massa  $M$  e de rigidez  $K$  são razoavelmente simples de se determinar. Porém, a de amortecimento  $C$  não é tão fácil de ser determinada na prática. Assim, uma simplificação comumente utilizada é considerar que  $C$  é uma combinação linear das matrizes  $M$  e  $K$ :

$$C = \alpha M + \beta K \quad (\text{A.50})$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são coeficientes determinados experimentalmente.

Esta forma de se representar o amortecimento é conhecida como Amortecimento de Rayleigh e oferece vantagens matemáticas (ZIENKIEWICZ, 1977). De forma mais geral, pode-se expressar a Equação (A.47) como:

$$M\ddot{U} + F_i(t) = F_{ext}(t) \quad (\text{A.51})$$

onde  $F_i$  são as forças internas do sistema incluídas as forças restitutivas (associadas à rigidez da estrutura) e as forças dissipativas (associadas a diferentes formas de dissipação de energia) e  $F_{ext}$  são as forças externas.

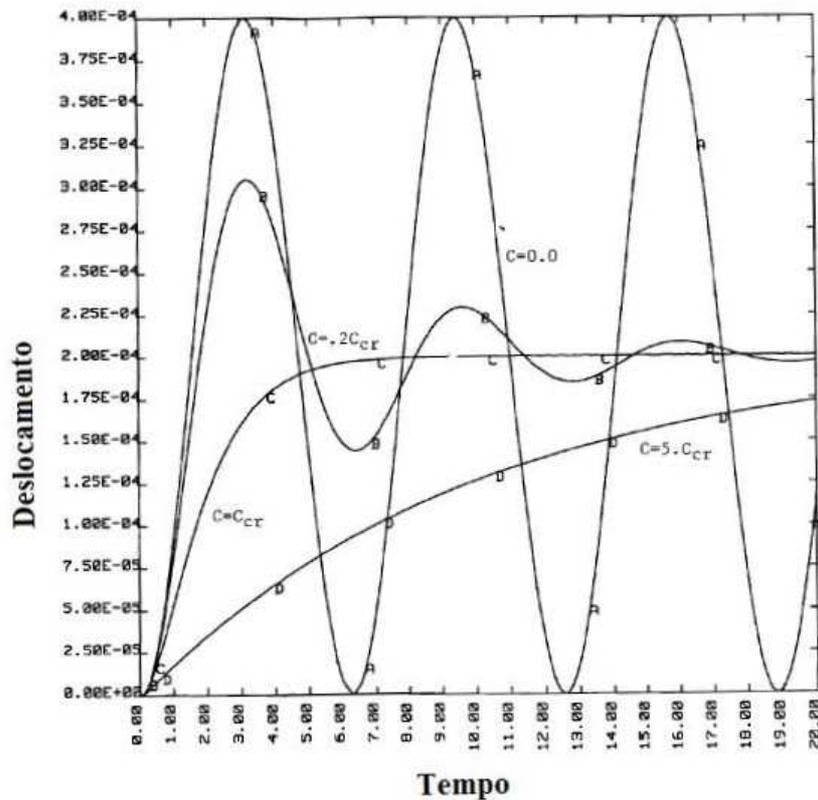


Figura A.19 - Curva de deslocamento x tempo com uma variedade de coeficientes de amortecimento aplicados a um oscilador de um grau de liberdade

(Fonte: *Ls-Dyna*, 1998)

Para resolver a Equação (A.51) podem ser utilizados dois caminhos: o método de superposição modal aplicado em estruturas lineares e o método de integração direta aplicado em estruturas não lineares; por isso, este último método será abordado com maior profundidade na seção A.5.1.

### A.5.1 Integração Direta no Tempo

Observa-se que a Equação (A.47) é uma equação dependente do tempo. Os métodos de integração temporal direta (também denominados simplesmente de métodos diretos) consistem em solucionar a equação (A.47) em tempos discretos. Assume-se certa variação de deslocamentos, velocidades e acelerações no intervalo entre um tempo e outro. A forma desta hipótese determinará a precisão e a estabilidade do método (BATHE, 1996).

Para problemas não lineares somente soluções numéricas são possíveis. Os métodos explícitos, como o método das diferenças centrais, são os mais utilizados. Para métodos

explícitos a equação do movimento é calculada no passo de tempo anterior  $t_n$ , enquanto que métodos implícitos utilizam a equação de movimento para o novo passo de tempo  $t_{n+1}$ .

Os termos implícito e explícito referem-se aos algoritmos de integração no tempo. No método explícito, forças internas e externas são somadas para cada ponto nodal e a aceleração nodal é calculada pela divisão pela massa nodal. A solução é alcançada pela integração dessa aceleração no tempo. O máximo tamanho de passo de tempo é limitado pela condição de Courant (LS-DYNA, 1999), produzindo um algoritmo que tipicamente requer muitos relativamente não demorados passos de tempo. A análise explícita é adequada para simulações dinâmicas como impacto e *crash*, mas torna-se proibitiva e demorada para eventos de longa duração ou análises estáticas.

### ***Análise Explícita: Método das Diferenças Centrais***

O procedimento mais efetivo dentro das metodologias explícitas é o método das Diferenças Centrais, e este é o método utilizado pelo software Ls-Dyna (1999). As acelerações e velocidades são calculadas no tempo  $t$ :

$$\ddot{U}_n = \frac{1}{\Delta t_{n+1/2}} (\dot{U}_{n+1/2} - \dot{U}_{n-1/2}) \quad (\text{A.52})$$

$$\dot{U}_{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t_{n+1}} (U_{n+1} - U_n) \quad (\text{A.53})$$

onde o sub-índice identifica o passo de tempo:  $n = t_n$ ;  $n+1 = t_{n+1}$ ;  $n+1/2 = (t_{n+1} - t_n)/2$ . É importante ressaltar que podemos considerar  $\Delta t = \Delta t_{n+1} = \Delta t_{n+1/2}$  porque a variação no incremento de tempo é desprezível. A partir das equações (A.51), (A.52) e (A.53) é possível calcular os deslocamentos no passo  $n+1$ , conhecido o deslocamento no passo  $n$ . A partir da equação (A.51) pode-se calcular a aceleração no passo  $n$  como:

$$\ddot{U}_n = M_n^{-1} (F_{ext} - F_i)_n \quad (\text{A.54})$$

Substituindo este valor em (A.52) e (A.53) temos

$$\dot{U}_{n+1/2} = \dot{U}_{n-1/2} + \Delta t \ddot{U}_n \quad (\text{A.55})$$

onde  $\dot{U}_{n-1/2}$  é conhecido do passo precedente. Substituindo este valor em (A.52) e (A.53) temos

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t \dot{U}_{n+1/2} \quad (\text{A.56})$$

onde  $U_n$  é conhecido do passo precedente. Com  $U_{n+1}$  conhecido é possível calcular  $F_i$  e  $F_{ext}$  para o passo seguinte. Para dar partida ao método é necessário conhecer os deslocamentos iniciais

$U_0$  e velocidades iniciais  $\dot{U}_0$  (observe-se que consideraremos aqui  $\dot{U}_{-1/2} = \dot{U}_0$ ). Este algoritmo é denominado também explícito, pois, na equação (A.54), a matriz de massa da estrutura é diagonalizada, de modo que sua inversa torna-se trivial. Essa diagonalização, no caso de elementos lineares, normalmente se dá pela soma das linhas da matriz de massa na diagonal. Portanto, as acelerações na equação (A.54) são obtidas diretamente, sem a necessidade da solução de um sistema de equações. A diagonalização da matriz massa leva a uma redução das frequências naturais do sistema. Esse efeito é compensado pelo fato de o método das diferenças centrais conduzir a um aumento das frequências naturais. Assim, o uso da matriz diagonalizada, além de tornar o algoritmo mais simples, também leva a uma maior precisão de resultados. Observe que todo o efeito de não linearidade (física e geométrica) está presente apenas no cálculo de  $F_i$  e  $F_{ext}$ , ou seja, o algoritmo é exatamente igual ao empregado em casos lineares. O método, no entanto, é condicionalmente estável, ou seja, o passo  $\Delta t$  empregado deve ser inferior a um valor crítico para que o método não se instabilize numericamente (condição de Courant-Friedrichs-Levy, ou simplesmente condição CFL).

$$\Delta t \leq \Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_{max}} = \frac{T_{min}}{\pi} \quad (A.57)$$

onde  $\omega_{max}$  é a frequência circular natural mais alta e  $T_{min}$  é o período de vibração mínimo. No caso de elementos finitos, uma forma equivalente de respeitar a condição CFL é empregarmos um passo de tempo de análise tal que seja inferior ao tempo necessário para uma onda de pressão atravessar o menor elemento finito da malha.

### ***Análise implícita***

No método implícito, uma matriz de rigidez global é calculada, invertida e aplicada para o balanço de forças externo para obter o incremento de deslocamento. A vantagem deste procedimento é que o tamanho do passo de tempo pode ser selecionado pelo usuário. A desvantagem é o esforço numérico grande requerido para formar, armazenar e fatorar a matriz de rigidez. Simulações implícitas tipicamente envolvem um relativo pequeno número de passos de tempos grande.

Uma simulação não linear implícita é tipicamente dividida em vários passos. Numa simulação dinâmica, estes são chamados passos de tempo. Numa simulação estática, esses são passos de carga. Múltiplos passos são utilizados para dividir o comportamento não linear em pedaços manejáveis, para obter resultados em estágios intermediários durante a simulação, ou para resolver uma particular frequência de movimento numa simulação dinâmica. Em cada

passo, um equilíbrio geométrico é procurado através de balanços de forças internos e externos sobre o modelo. Um resolvidor de equações não lineares realiza uma pesquisa interativa utilizando um dos vários métodos de Newton. Convergência desses processos iterativos é obtida quando normas de deslocamento e/ou energia caem abaixo de tolerâncias prescritas pelo usuário.

Dentro de cada iteração de equilíbrio, um sistema linear de equações da forma  $K\Delta u=R$  precisa ser resolvido. Para fazer isso, a matriz de rigidez  $K$  é invertida e aplicada para o balanço externo de equilíbrio ou resíduo  $R$ , produzindo um deslocamento incremental  $\Delta u$ . Armazenando e resolvendo este sistema linear exige uma grande porção de memória de CPU, o que aumenta o custo da análise implícita.

Diferentes procedimentos de solução de equações não lineares estão disponíveis para encontrar o equilíbrio dentro de cada passo. Todos são iterativos por natureza. No método de Newton completo, uma nova matriz de rigidez é formada e invertida em cada iteração de equilíbrio. Este é o método mais demorado, mas pode exigir poucas iterações para chegar ao equilíbrio. No método de Newton modificado, várias iterações são realizadas utilizando a mesma matriz de rigidez. Após cada iteração, a geometria é atualizada utilizando  $\Delta u$  e o novo  $R$  é calculado. Essa aproximação reduz o tempo evitando algumas formação e fatorização da matriz de rigidez  $K$ , mas usualmente requer mais iterações até atingir o equilíbrio. Outro método que pode ser utilizado é o método quasi-Newton. Neste método, a matriz invertida de  $K$  é utilizada para várias iterações, mas é melhorada após cada iteração. Se a convergência não é alcançada após dez iterações ou se divergência é detectada, uma nova matriz de rigidez é automaticamente formada e invertida. O método leva o nome de atualização BFGS e é dado pela equação:

$$K_{n+1}^{-1} = (I + wv^T)K_n^{-1}(I + vw^T) \quad (\text{A.58})$$

onde a nova matriz inversa de rigidez é aproximada pela antiga matriz de rigidez inversa, pelo produto externo por dois vetores cuidadosamente escolhidos.

## A.6 Comportamento quase estático

Um método quase estático de análise é utilizado frequentemente na prática de projeto de estruturas sujeitas a cargas dinâmicas (Jones, 2001a). Isso simplifica os métodos teóricos e numéricos de análise e, em circunstâncias apropriadas, captura as principais características da resposta. A precisão dos procedimentos quase estáticos é frequentemente aceitável, especialmente quando conhecidas as incertezas nas propriedades dinâmicas do material, as condições de contorno e as características da carga dinâmica.

É assumido numa análise quase estática que o perfil de deformação é independente do tempo para a estrutura sujeita ao carregamento dinâmico. A análise quase estática utiliza o perfil de deformação para o mesmo problema estrutural quando sujeito à mesma distribuição espacial de cargas, mas aplicada estaticamente. Assim, é assumido que qualquer força de inércia na estrutura causada pela força dinâmica não resulta em aumento no perfil de deformações, o qual muda com o tempo. Isso é possível para perfis de deformação de uma estrutura que muda a forma quando o aumento de carga estática produz efeitos de grandes deflexões ou mudanças de geometria. Neste caso, a mesma mudança no perfil será incorporada dentro da análise quase estática para cargas dinâmicas, mas quaisquer mudanças no perfil decorrente de efeitos de inércia serão ainda ignoradas. Quaisquer comportamentos transientes causados por rótulas plásticas em movimento serão ignorados.

## **A.7 Sensibilidade do material à taxa de deformação**

O critério de deformação, que governa o fluxo plástico, para alguns materiais é sensível à razão de deformação ( $\dot{\epsilon}$ ). Este fenômeno é conhecido como razão de sensibilidade à deformação do material ou viscoplasticidade (JONES, 2001b). O aço com baixo teor de carbono é altamente sensível à razão de deformação. A influência da taxa de razão de deformação manifesta-se na forma de um efeito de aumento de resistência na estrutura. Isso talvez sugira que esse fenômeno é benéfico, uma vez que fornece um fator de segurança adicional para a estrutura. Entretanto, em sistemas absorvedores de impacto para veículos podem se originar esforços inaceitáveis para o corpo humano em função desses aumentos de resistência do material, que não ocorreriam para um material que não fosse dependente da taxa de deformação do material. A sensibilidade à taxa de deformação é um efeito do material e é independente da geometria da estrutura.

### **A.7.1 Compressão**

A Figura A.20 demonstra o significativo aumento da tensão de escoamento superior com o aumento da taxa de deformação ( $\dot{\epsilon}$ ). A tensão para a deformação de 0.05 também aumenta, mas menos marcadamente. O encruamento do material, portanto, decresce com o aumento da taxa de deformação para o aço de baixo carbono doce com deformações até pelo menos 0.05.

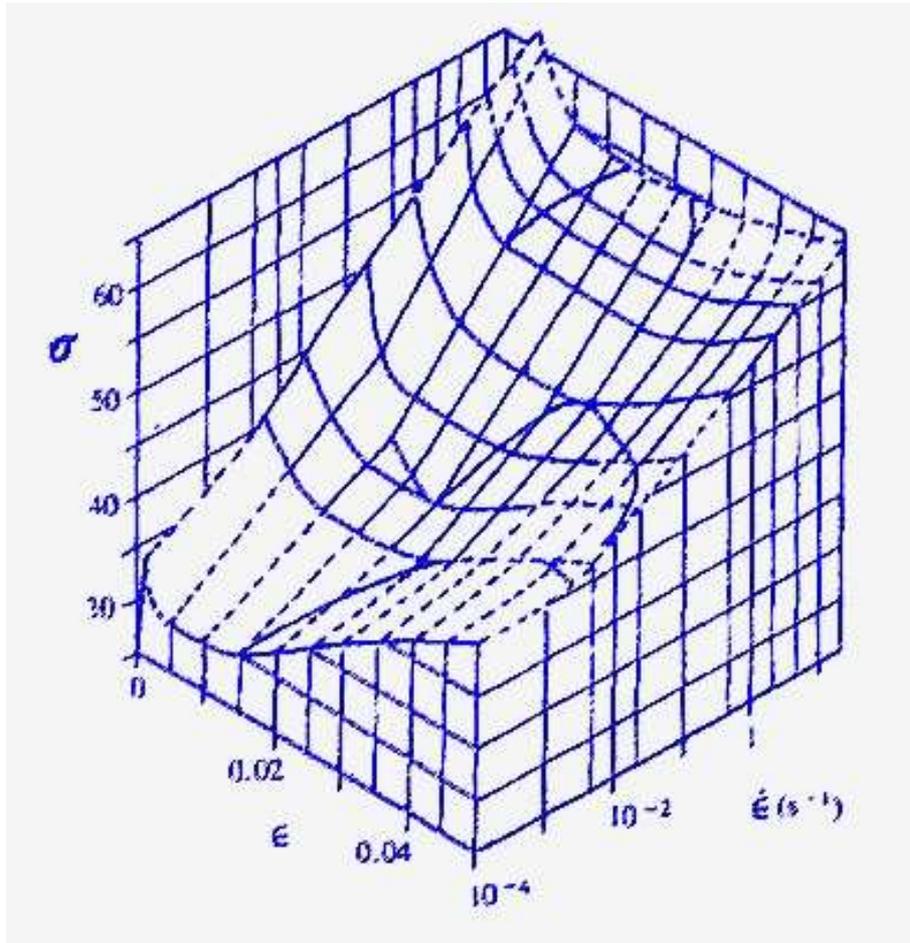


Figura A.20 - Projeção isométrica da superfície de tensão ( $\sigma$ ), deformação ( $\epsilon$ ), razão de deformação ( $\dot{\epsilon}$ ) para o aço doce sujeito à compressão dinâmica uniaxial (uma unidade da ordenada corresponde a  $10^3$  lbf/in<sup>2</sup> ou 6.895 MN/m<sup>2</sup>)  
(Fonte: Jones, 2001b)

### A.7.2 Tração

Campbell e Cooper (1966) apud Jones (2001b) examinaram o comportamento dinâmico do aço doce de baixo carbono até a fratura, como mostrado na Figura A.21. As tensões de escoamento superior e inferior aumentam com o aumento da taxa de deformação; a tensão última também aumenta, mas de forma mais lenta. Assim, a redução na importância do encruamento do material com o aumento da taxa de deformação observado na Figura A.20 para compressão dinâmica é também encontrada em aço doce com grandes deformações de tração e grandes taxas de deformações. Aliás, nos parece, à parte a tensão superior de escoamento, que este material se comporta como um material perfeitamente plástico, com pequeno ou nenhum encruamento com altas taxas de deformação.

É interessante notar, a partir dos resultados de Campbell e Cooper (1966) apud Jones (2001b), mostrados na Figura A.21, que a fratura decresce com o aumento na taxa de deformação. Em outras palavras, o material torna-se mais frágil sob altas taxas de deformação.

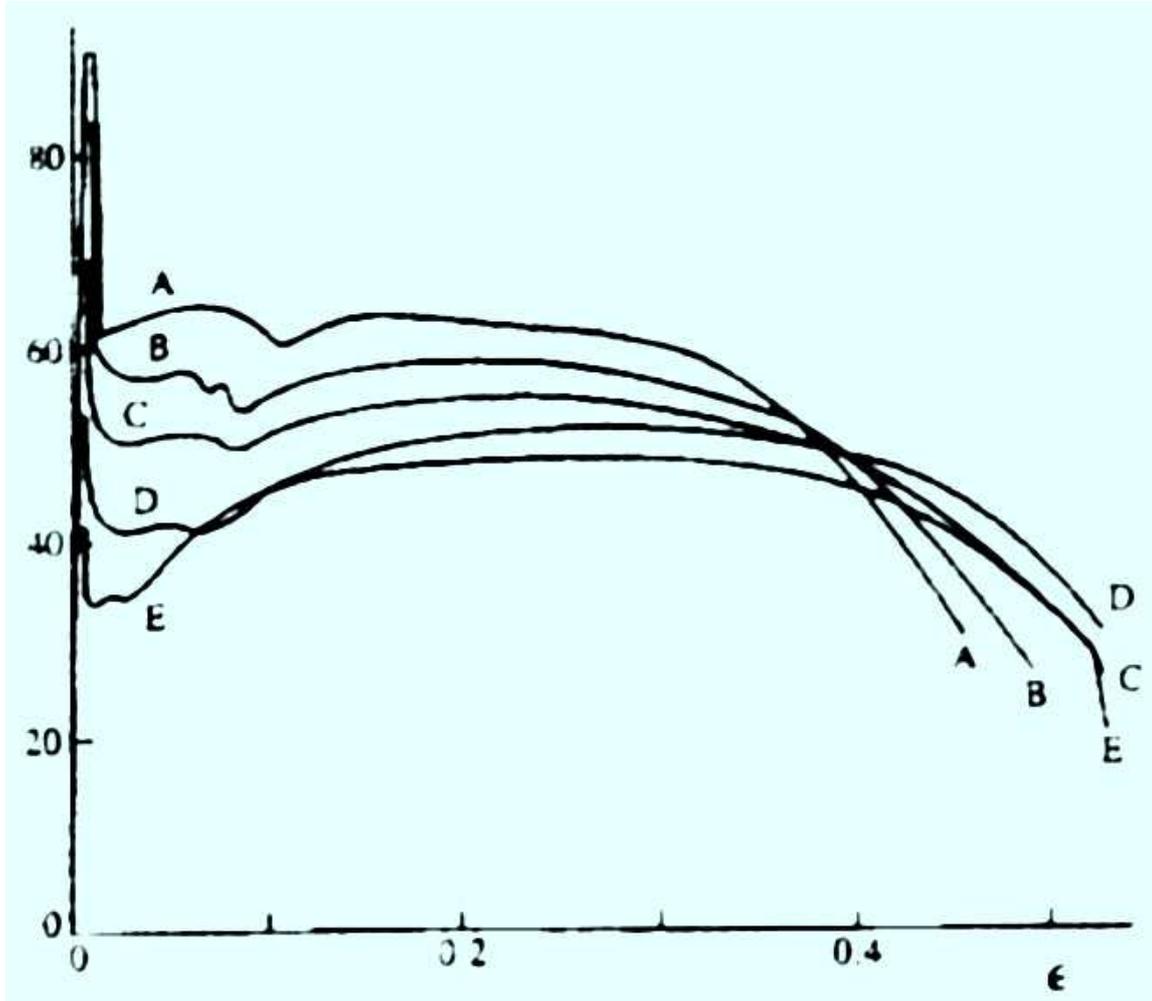


Figura A.21- Testes dinâmicos uniaxiais de tração para o aço doce para várias taxas de deformação plástica

A:  $\dot{\epsilon} = 106 \text{ s}^{-1}$  ; B:  $\dot{\epsilon} = 55 \text{ s}^{-1}$  ; C:  $\dot{\epsilon} = 2 \text{ s}^{-1}$  ; D:  $\dot{\epsilon} = 0.22 \text{ s}^{-1}$  ; E:  $\dot{\epsilon} = 0.001 \text{ s}^{-1}$  . Uma unidade da ordenada é equivalente a  $10^3 \text{ lbf/in}^2$  ou  $6.895 \text{ MN/m}^2$

(Fonte: Jones, 2001b)

## A.8 Equações constitutivas

Muitas diferentes equações constitutivas para a sensibilidade à taxa de deformação do comportamento dos materiais tem sido proposta na literatura. Cuidadosos trabalhos experimentais são requeridos para gerar os vários coeficientes presentes nessas equações constitutivas. Muitos autores têm trazido esclarecimentos sobre as características das equações

constitutivas, as quais são indispensáveis para auxiliar os programas de testes experimentais. Entretanto, existe ainda considerável incerteza sobre o comportamento dos materiais. Ainda mais, dados insuficientes estão disponíveis para materiais sob cargas dinâmicas biaxiais e sob influência de tensões generalizadas (por exemplo, momentos fletores, forças de membranas, interação, entre esses).

### A.8.1 Equação constitutiva de Cowper-Symonds

Cowper e Symonds (1957) apud Jones (2001b) sugerem a equação constitutiva

$$\dot{\epsilon} = D \left( \frac{\sigma'_0}{\sigma_0} - 1 \right)^q, \sigma'_0 \geq \sigma_0, \quad (\text{A.59})$$

onde  $\sigma'_0$  é a tensão de fluxo dinâmico para uma taxa de deformação plástica  $\dot{\epsilon}$ ,  $\sigma_0$  é a tensão de fluxo estático associada e D e q são constantes para um material particular.

A equação (A.59) pode ser reescrita como

$$\frac{\sigma'_0}{\sigma_0} = 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{1/q} \quad (\text{A.60})$$

a qual com  $D=40.4 \text{ s}^{-1}$  e  $q=5$  produz uma razoável concordância com os dados experimentais para aço doce. Para o alumínio  $D=6500 \text{ s}^{-1}$  e  $q=4$ .

As equações (A.59) e (A.60) apresentam, do ponto de vista de engenharia, uma razoável estimativa da sensibilidade à razão de deformação para o comportamento uniaxial do aço doce.

## A.9 Introdução geral ao impacto estrutural (*structural crashworthiness*)

### A.9.1 Introdução

O termo *structural crashworthiness* é utilizado para descrever o desempenho sob impacto de uma estrutura que colide com outro objeto. Um estudo sobre as características do impacto estrutural de um sistema é requerido para calcular as forças durante uma colisão que é necessária para danificar a estrutura e as condições de sobrevivência dos passageiros do veículo, por exemplo. Este tópico inclui a proteção contra colisão de ônibus, carros, trens, navios, aviões, entre outros.

### A.9.2 Aspectos elementares do impacto inelástico

Considere uma massa estacionária  $M_1$  que sofre uma colisão de uma massa  $M_2$  que se desloca com uma velocidade inicial  $V_2$ , como mostrado na Figura A.22(a). A conservação da quantidade de movimento exige que

$$M_2 V_2 = (M_1 + M_2) V_3 \quad (\text{A.61})$$

onde  $V_3$  é a velocidade comum de ambas as massas depois do impacto inelástico (o coeficiente de restituição é tomado como zero). A perda de energia cinética é, portanto,

$$K_l = M_2 V_2^2 / 2 - (M_1 + M_2) V_3^2 / 2 \quad (\text{A.62})$$

a qual, quando utilizada na equação (2.61) para  $V_3$ , pode ser colocada na forma

$$K_l = (M_2 V_2^2 / 2) / (1 + M_2 / M_1) \quad (\text{A.63})$$

onde  $M_2 V_2^2 / 2$  é a energia cinética inicial da massa  $M_2$ .

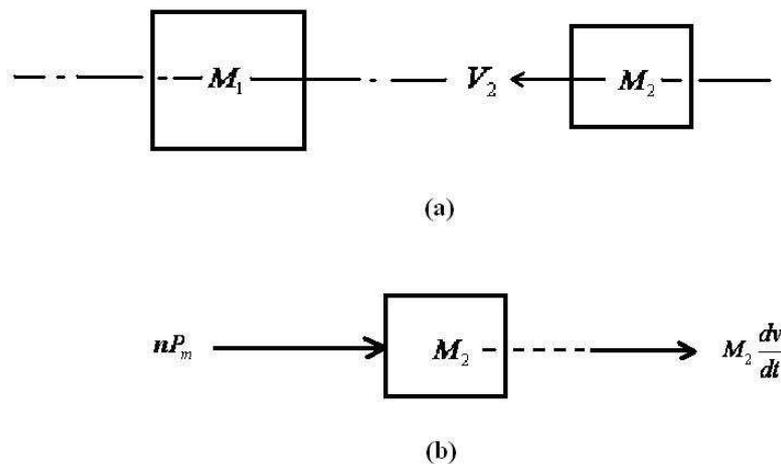


Figura A.22 - (a) A massa  $M_2$  viajando com uma velocidade  $V_2$  em direção a uma massa estacionária  $M_1$ . (b) Forças horizontais atuando sobre a massa  $M_2$  durante um evento de impacto

A equação (A.63) fornece a energia que precisa ser absorvida por um sistema de absorção de impacto, o que seria interposto entre as massa  $M_1$  e  $M_2$ , na Figura A.22(a). Se a massa em movimento  $M_2$  é muito maior do que a massa que sofre o impacto  $M_1$  (isto é  $M_2 / M_1 \gg 1$ ), então  $K_l \cong 0$ , e nenhuma energia cinética é perdida durante o evento de impacto. No caso extremo, a massa impactante  $M_2$  é muito menor do que a massa que sofre o impacto  $M_1$  (isto é,  $M_2 / M_1 \ll 1$ ); então,  $K_l = M_2 V_2^2 / 2$  e toda a energia cinética inicial precisa ser absorvida

durante o impacto. A perda de energia cinética para o impacto entre duas massas iguais é  $K_l = M_2 V_2^2 / 4$ , o que é a metade da energia cinética inicial da massa impactante  $M_2$ .

Frequentemente, a massa estacionária  $M_1$  na Figura A.22(a) é restringida para permanecer estacionária durante o evento de impacto. Em outras palavras,  $M_2 / M_1 \gg 1$  e a equação (A.63) produz  $K_l = M_2 V_2^2 / 2$ , como esperado.

A partir da Figura A.23, pode-se observar que  $D_a = P_m \Delta$  é a energia que é absorvida num tubo circular cilíndrico amassado axialmente e é a energia absorvida para qualquer estrutura de parede fina que sofre flambagem dinâmica progressiva com uma força média  $P_m$ . Um conjunto de “n” tubos de parede fina carregados axialmente pode ser utilizado para absorver a energia de impacto, como mostrado na Figura A.22(a). Portanto

$$D_a = n P_m \Delta = K_l \quad (\text{A.64})$$

desde que  $\Delta \leq \Delta_b$ , onde  $\Delta_b$  é o deslocamento máximo permitido quando nenhum material indeformado no tubo permanece para gerar mais dobras. Assim,

$$n P_m \Delta = M_2 V_2^2 / 2 \quad (\text{A.65})$$

onde uma extremidade do dispositivo absorvedor de impacto permanece estacionária durante todo o evento de impacto.

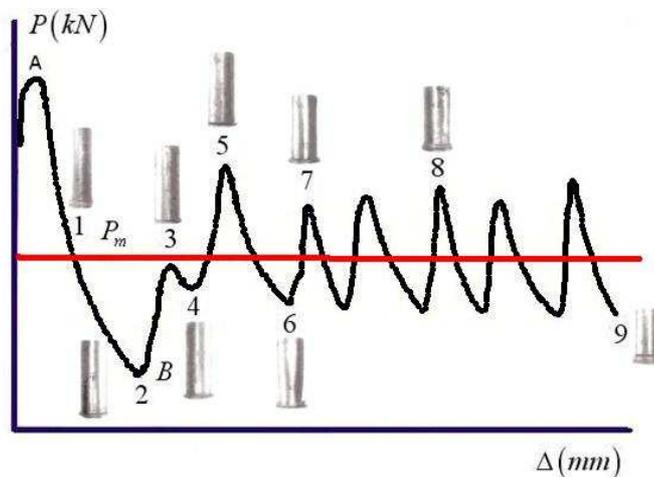


Figura A.23 - Comportamento de um tubo sob amassamento axial estático

(Fonte: Jones, 2001d)

A força de amassamento dinâmica para “n” tubos é

$$n P_m = -M_2 dv / dt \quad (\text{A.66})$$

onde o sinal negativo porque a força compressiva de amassamento  $P_m$  na Figura A.23 é tomada como positiva.

De acordo com o diagrama de corpo livre na Figura A.22(b), com  $v=V_2$  para  $t=0$  e  $v=0$  quando a massa de impacto  $M_2$  tiver se movido de uma distância  $\Delta$  para  $t=T$ , onde  $T$  é a duração de resposta, claramente, a desaceleração é

$$a = dv/dt = -nP_m / M_2 \quad (\text{A.67})$$

a qual é constante durante o movimento e, portanto, a história de velocidade é

$$v = -nP_m t / M_2 + V_2 \quad (\text{A.68})$$

onde é satisfeita a condição inicial. O movimento cessa quando  $v=0$ , o que produz a duração de resposta

$$T = M_2 V_2 / nP_m \quad (\text{A.69})$$

ou

$$T = -V_2 / a \quad (\text{A.70})$$

A integração da equação (A.68) produz a história do deslocamento com o tempo

$$\delta = -nP_m t^2 / 2M_2 + V_2 t \quad (\text{A.71})$$

a qual, substituindo na equação (A.69), produz a distância total de amassamento como

$$\Delta = M_2 V_2^2 / 2nP_m \quad (\text{A.72})$$

ou

$$\Delta = V_2^2 / 2a \quad (\text{A.73})$$

quando o movimento cessa em  $t=T$ . A força média de amassamento é frequentemente estimada em programas experimentais de testes e cálculos de projeto pela divisão da energia cinética inicial ( $M_2 V_2^2 / 2$ ) pela distância total de amassamento  $\Delta$ .

O cenário de impacto da Figura A.22(a) ocorre em um plano horizontal e está relacionado a situações como as que ocorrem em colisões de ônibus, carros, trens e navios. Outras importantes classes de impacto são causadas por uma massa  $M_2$  que cai verticalmente sobre uma massa  $M_1$  com uma velocidade de impacto  $V_2$  como mostrado na Figura A.24(a). Neste caso, a equação (A.65) para a conservação da energia é apresentada como

$$nP_m \Delta = M_2 V_2^2 / 2 + M_2 g \Delta \quad (\text{A.74})$$

onde  $M_2 g \Delta$  é a energia potencial da massa  $M_2$  que amassa o absorvedor de energia por um deslocamento  $\Delta$  durante o evento de impacto.

A equação vertical do movimento para a massa  $M_2$  na Figura A.24(b) durante o impacto é

$$nP_m + M_2 dv/dt - M_2 g = 0 \quad (\text{A.75})$$

a qual prediz uma desaceleração constante

$$a = dv/dt = -nP_m / M_2 + g \quad (\text{A.76})$$

Integrando a equação (A.76) com relação ao tempo e introduzindo as condições de início e termino, obtém-se a resposta tempo

$$T = V_2 / (nP_m / M_2 - g) \quad (\text{A.77})$$

e a distância de amassamento

$$\Delta = V_2^2 / [2(nP_m / M_2 - g)] \quad (\text{A.78})$$

a qual pode ser obtida diretamente a partir da equação da conservação da energia (A.74).

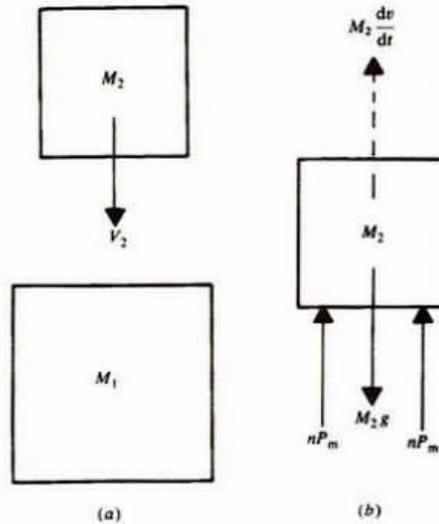


Figura A.24 - (a) Uma massa  $M_2$  caindo verticalmente sobre uma massa estacionária  $M_1$  com uma velocidade de impacto  $V_2$ . (b) Forças verticais atuando sobre a massa  $M_2$  durante o evento de impacto

(Fonte: Jones, 2001d)

Em muitas operações práticas de impacto, a desaceleração  $|a| \gg g$  de tal forma que a equação (A.76) dá  $a \cong -nP_m / M_2$ .

Tubos circulares de parede fina têm sido propostos como absorvedores de energia detrás de pára-choques de carros, trens e na parte inferior de elevadores. Eles não são caros, são eficientes e versáteis.

A força média de amassamento para tubos de seção circular de parede fina é dada por (JONES, 2001d)

$$P_m = \frac{21.1n\sigma_0RH[1+0.41(H/R)^{1/2}][1+(V_2/4RD)^{1/q}]}{2.14(R/H)^{1/2}-1} \quad (\text{A.79})$$

A aceleração é dada por (Jones, 2001d)

$$a = -\frac{21.1n\sigma_0RH[1+0.41(H/R)^{1/2}][1+(V_2/4RD)^{1/q}]}{M_2(21.4(R/H)^{1/2}-1)} \quad (\text{A.80})$$

O tempo de resposta  $T$  e a distância de amassamento  $\Delta$  são dados por (Jones, 2001d)

$$T = \frac{M_2 V_2 [2.14(R/H)^{1/2} - 1]}{21.1n\sigma_0 RH [1 + 0.41(H/R)^{1/2}] [1 + (V_2/4RD)^{1/q}]} \quad (\text{A.81})$$

e

$$\Delta = \frac{M_2 V_2^2 [2.14(R/H)^{1/2} - 1]}{42.2n\sigma_0 RH [1 + 0.41(H/R)^{1/2}] [1 + (V_2/4RD)^{1/q}]} \quad (\text{A.82})$$

A equação (A.82) precisa satisfazer a condição  $\Delta \leq \Delta_b$ , onde  $\Delta_b$  é o deslocamento limite para o qual novas dobras não poderão ser formadas.

É evidente que as equações (A.80), (A.81) e (A.82) foram desenvolvidas para impacto horizontal, como ilustrado na Figura A.22(a). Entretanto, os resultados são também válidos para impacto vertical desde que  $|a| \gg g$ .

Tubos de parede fina de seção quadrada podem ser avaliados utilizando procedimentos semelhantes aos apresentados para tubos de seção circular. Para tubos de seção quadrada  $P_m$  é dado por

$$P_m = 13.05\sigma_0 H^2 (C/H)^{1/3} [1 + (0.33V_2/CD)^{1/q}] \quad (\text{A.83})$$

onde  $V_2$  é a velocidade de impacto da massa em movimento  $M_2$  (JONES, 2001d).

## A.10 Descrições da forma de colapso de tubos

### *Amassamento dinâmico axial*

Elementos estruturais podem responder de modo estável ou instável quando sujeitos a uma carga dinâmica. Um fenômeno que pode ocorrer é a flambagem dinâmica progressiva, como mostrado na Figura 3.1.



Figura A.25 - Amassamento estático e dinâmico de um tubo cilíndrico de parede fina

(Fonte: Jones 2001c)

Segundo Jones (2001c), um cilindro de parede fina ou tubo, quando sujeito a uma carga estática, como mostrado na Figura A.26, pode ter uma curva de força axial *versus* deslocamento característica similar à mostrada na Figura A.27. O tubo exibe um comportamento instável depois de ter atingido a carga de pico no ponto A. Muitos projetos estruturais são baseados numa carga igual a este pico dividido por um fator de segurança. A magnitude desse fator de segurança é selecionada levando em conta a inclinação AB do comportamento da curva carga-deslocamento (características de pós-flambagem). Entretanto, tubos cilíndricos de parede fina são usados em muitas aplicações práticas para absorver energia de impacto. Nessas aplicações, muitas vezes o deslocamento axial total do tubo pode exceder consideravelmente o deslocamento associado com a carga correspondente ao ponto B da Figura A.27. Dessa forma, uma forma diferente deve ser empregada para avaliar a flambagem plástica de estruturas.

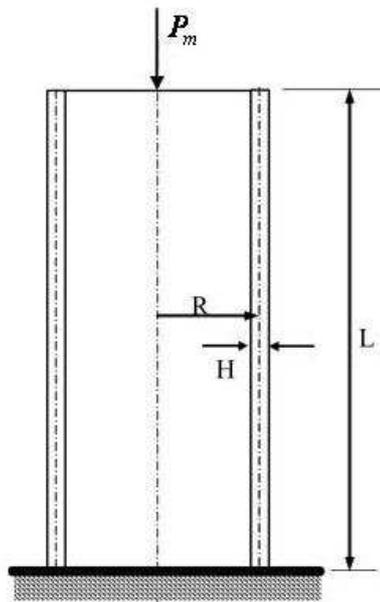


Figura A.26 - Casca cilíndrica de parede fina sujeita a uma força  $P$  axial de amassamento

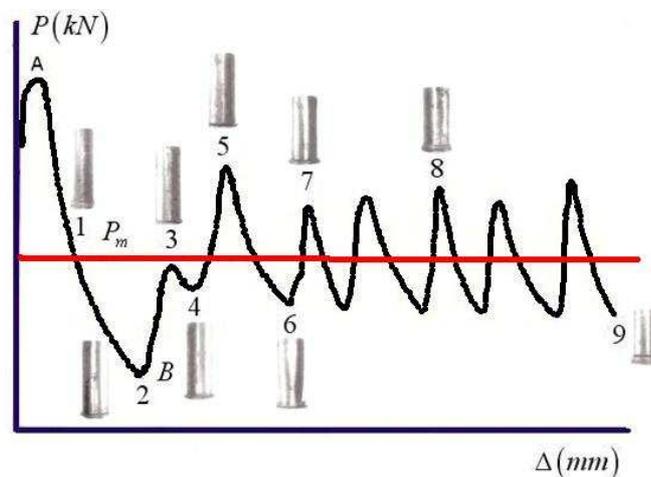


Figura A.27 - Comportamento estático e dobras

É evidente na Figura A.27 que o comportamento força-deslocamento exibido representa um padrão. Cada par de picos na Figura A.27 é associado com o desenvolvimento de uma dobra ou flambagem local. Usualmente, essas dobras se desenvolvem sequencialmente a partir de uma extremidade do tubo, de tal forma que o fenômeno é conhecido como flambagem progressiva. O modo mais eficiente de utilização do material do tubo acontece quando ocorre o maior amassamento possível, como indicado na Figura A.28 para um tubo de parede fina com seção transversal quadrada. Por conveniência, projetistas frequentemente ignoram as flutuações da curva força-deslocamento e utilizam o valor médio ( $P_m$ ), como indicado na Figura A.27. Aliás, um dispositivo ideal de absorção de energia é definido como aquele que tem uma resistência constante e, portanto, oferece uma desaceleração constante durante o evento de impacto.

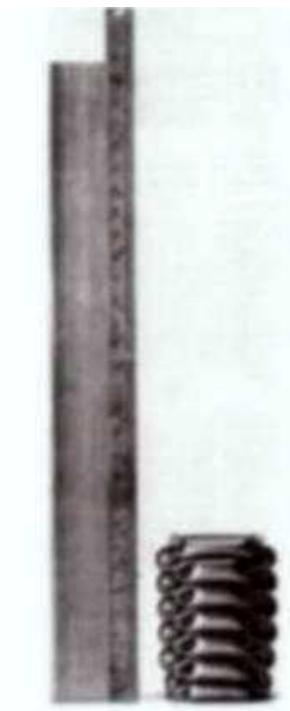


Figura A.28 - Tubo de parede fina de aço doce com seção quadrada antes e depois do amassamento estático

(Fonte: Jones, 2001c)

O comportamento do impacto axial de tubos circulares com baixas velocidades (menores do que dez metros por segundo para tubos metálicos) é considerado como quase estático, e a influência das forças de inércia é ignorada. Isso é uma simplificação razoável quando a massa de impacto ( $G$ ) é muito maior do que a massa do tubo ( $m$ ). A força de inércia axial da massa de impacto é  $G\ddot{u}$ , onde  $\ddot{u}$  é a desaceleração axial durante o evento de impacto. Se a história velocidade-tempo axial é contínua na interface entre a massa de impacto e a extremidade do tubo, a força de inércia axial no tubo é da ordem de  $m\ddot{u}$ , a qual é negligenciável em comparação com  $G\ddot{u}$  quando  $m \ll G$ .

A resposta do problema de impacto descrito acima é controlada pelo fenômeno associado com a flambagem estática progressiva. Não obstante, é chamado flambagem dinâmica progressiva porque os efeitos da razão de deformação do material são importantes para um material sensível à razão de deformação. Se a importância dos efeitos de inércia do tubo é importante em problemas práticos, com grandes velocidades de impacto axial, o fenômeno é conhecido como flambagem plástica.

### ***Amassamento axial de um tubo circular***

Um tubo circular de parede fina, quando sujeito a uma força axial, como mostrado na Figura A.26, pode desenvolver flambagem assimétrica similar à da Figura A.25, ou uma flambagem não-assimétrica (diamante), como mostrado na Figura A.29. Vários métodos teóricos predizem que tubos de parede fina com  $R/H < 40-45$ , aproximadamente, se deformam assimetricamente, ao passo que tubos mais finos, com grandes valores de  $R/H$ , flambam no modo não axissimétrico. Entretanto, alguns tubos podem trocar, durante um teste, a partir de um modo de deformação axissimétrico para um modo diamante.

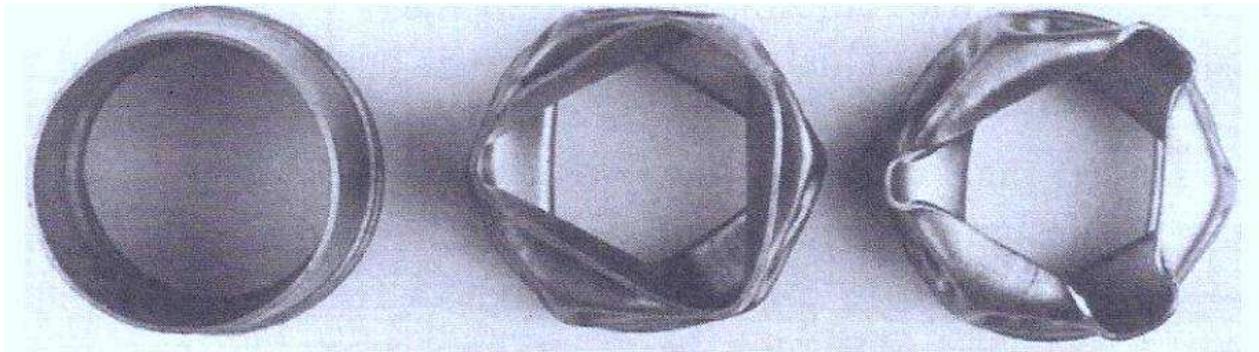


Figura A.29 - Espécimes de tubo circular axialmente amassados

Deformação axissimétrica ou concertina à esquerda e modo de deformação não axissimétrica ou diamante no centro e à direita

(Fonte: Jones, 2001c)

### ***Amassamento axissimétrico***

Uma análise teórica para um tubo circular de parede fina axialmente carregado foi obtida por Alexander (1960) apud Jones (2001c). Ele assumiu que o tubo foi feito com um material rígido perfeitamente plástico e utilizou o modo de deformação axissimétrico simplificado com rótulas plásticas como as ilustradas na Figura A.30. A dimensão  $l$  na Figura A.30 é tomada como constante, independentemente do número de dobras. Esse padrão de colapso é uma idealização do comportamento atual, desde que é evidente a partir da Figura A.25 que os perfis

das dobras são curvos e não retos. Porém, as previsões teóricas têm valor para propósitos de projeto e têm sido estendidas para atender a vários efeitos, tendo melhor concordância com resultados experimentais. Entretanto, esta análise ilustra uma aproximação geral que é empregada para alguns problemas de flambagem dinâmica progressiva e, portanto, tem valor como um tópico de introdução.

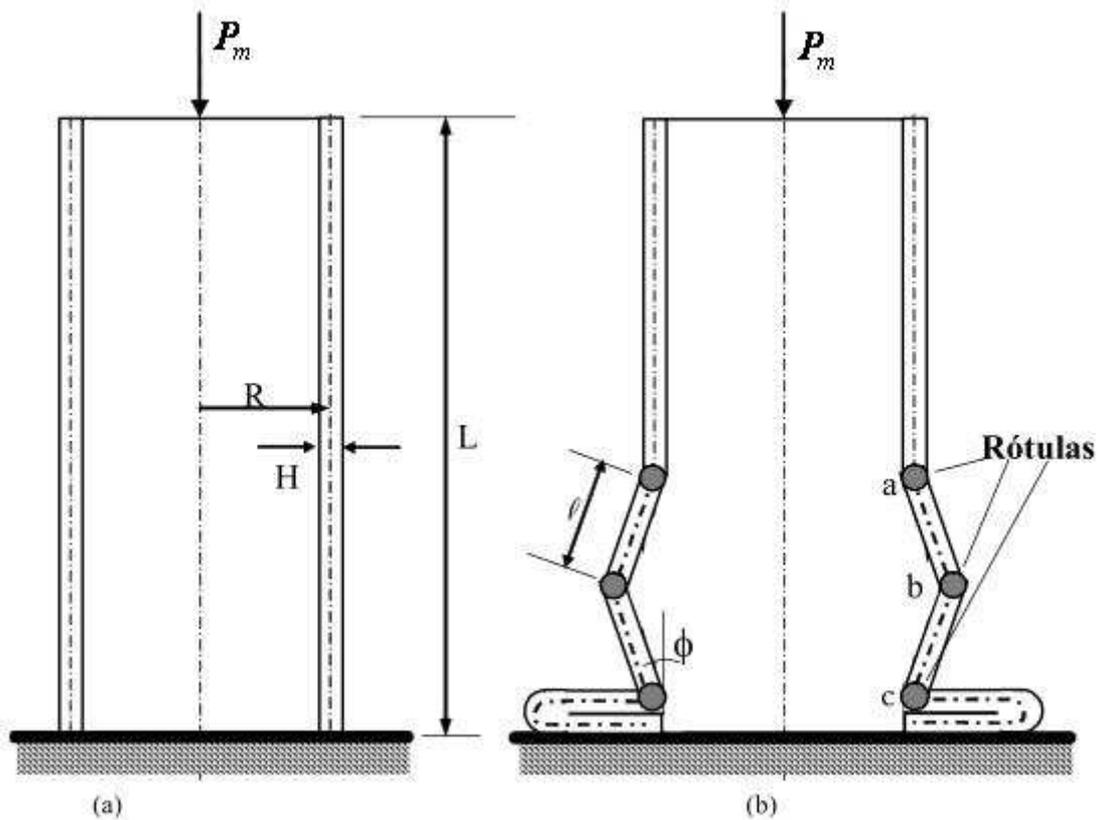


Figura A.30 - Idealizada axissimétrica ou concêntrica modo de deformação para um tubo cilíndrico comprimido.

(Fonte: Jones, 2001c)

A energia total absorvida durante o desenvolvimento de uma dobra completa para um tubo circular de parede fina é (JONES, 2001c)

$$D_T = 2\pi\sigma_0 H^2 (\pi R + l) / \sqrt{3} + 2\pi\sigma_0 l^2 H \quad (\text{A.84})$$

$$P_m = 2(\pi H)^{3/2} R^{1/2} \sigma_0 / 3^{1/4} \quad (\text{A.85})$$

onde  $\sigma_0$  é a tensão de fluxo plástico do material.

### ***Amassamento axial dinâmico de um tubo circular***

A análise teórica apresentada acima foi desenvolvida para um tubo cilíndrico com amassamento axissimétrico quando sujeito a uma carga estática axial. Entretanto, a análise

também descreve a flambagem progressiva dinâmica de um tubo circular que possa ser considerado como um problema quase estático. Embora os efeitos de inércia possam ser negligenciados, a influência da sensibilidade à taxa de deformação do material precisa ser considerada para muitos materiais. Assim, se um tubo circular é feito de um material sensível à taxa de deformação, é necessário modificar a tensão de fluxo plástico na equação (A.85) de forma a atender à dependência entre a tensão de fluxo plástico e a taxa de deformação.

A equação (A.59), conhecida como equação constitutiva de Cowper-Symonds, fornece a tensão de fluxo dinâmico, a qual concorda razoavelmente com a tensão dinâmica uniaxial de tração e compressão obtidas em testes experimentais para vários materiais. Porém, se a tensão estática de fluxo ( $\sigma_0$ ) na equação (A.85) é substituída pela tensão de fluxo dinâmica de acordo com a equação (A.59),

$$P_m = 2(\pi H)^{3/2} R^{1/2} \sigma_0 \left[ 1 + (\dot{\epsilon} / D)^{1/q} \right] / 3^{1/4} \quad (\text{A.86})$$

onde  $D$  e  $q$  são constante para o material do tubo fornecidas na seção A.8.1. A taxa de deformação ( $\dot{\epsilon}$ ) na equação (A.86) é tomada como constante, embora varie espacial e temporalmente durante o evento de impacto. Uma melhor aproximação pode ser alcançada com

$$P_m = 2(\pi H)^{3/2} R^{1/2} \sigma_0 [1 + (V_0 / 4RD)^{1/q}] / 3^{1/4} \quad (\text{A.87})$$

onde  $V_0$  é a velocidade de impacto axial na extremidade do tubo circular.

### ***Efeito de imperfeições geométricas iniciais***

Segundo Xue, Lin e Jiang (2005), imperfeições geométricas aleatórias são naturais em estruturas. Imperfeições iniciais são ignoradas em análises estruturais; assim, um modelo geométrico perfeito é utilizado em muitos casos de simulação numérica. No entanto, para o caso de análise de tubos de seção quadrada de parede fina comprimidos axialmente, em situação de flambagem dinâmica progressiva, essas imperfeições devem ser levadas em conta. Análises teóricas prévias sugerem que, do ponto de vista da absorção de energia, o modo de deformação extensional é o procedimento dinâmico de maior característica de absorção de energia do que aquele dos modos simétrico e assimétrico de tubos quadrados no caso de alta relação  $c/h$ . Esse fenômeno sugere que o modo extensional é de equilíbrio instável e que facilmente muda para outro equilíbrio – o modo simétrico. No mundo real, imperfeições geométricas tornam o modo extensional quase inatingível para tubos quadrados ocos. Três espécies de imperfeições – deflexão da parede, desvios de espessura e comprimento dos lados da seção desiguais – são discutidas nesta seção. Comparados com os dados experimentais, a deflexão da parede é a

principal razão para a predominância do modo simétrico para tubos quadrados ocios impactados axialmente. Quando a amplitude da deflexão é menor do que um certo valor crítico  $\lambda_{cr}$ , o valor da força inicial de impacto de pico e a carga crítica de flambagem são quase as mesmas e não mudam para uma determinada velocidade de impacto. Quando a deflexão excede um valor crítico, flambagem ocorre na área elástica e a força crítica de flambagem cai rapidamente. A energia absorvida antes da flambagem também cai rapidamente para próximo de zero quando a deflexão é consideravelmente longa.

A Figura A.31 mostra o colapso de um tubo de parede fina de seção quadrada apresentando o modo de deformação típico do modo extensional com quatro paredes laterais flambando para dentro e para fora simultaneamente.

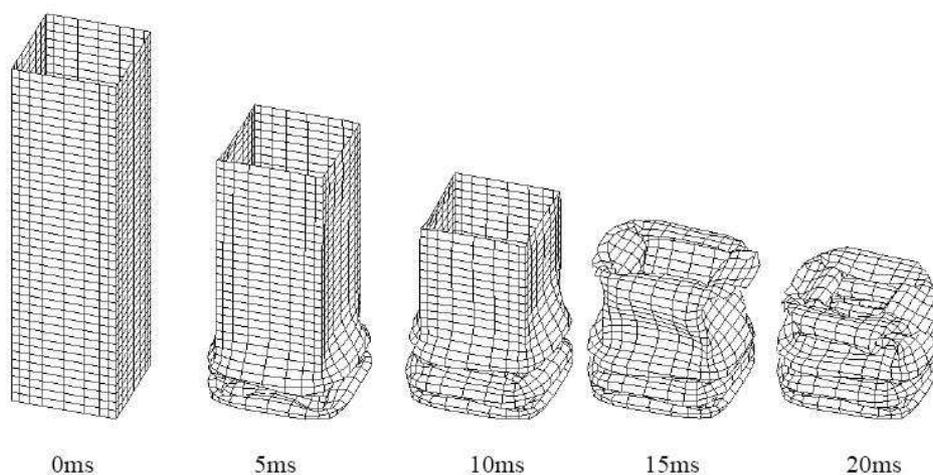


Figura A.31 - Modo dinâmico progressivo para uma seção transversal ideal de um tubo de parede fina quadrado

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

No mundo real, desvios de manufatura são inevitáveis; assim, imperfeições geométricas aleatórias são naturais nas estruturas. Como para um tubo quadrado, o comprimento de cada lado da seção transversal não pode ser exatamente o mesmo e a espessura da parede flutua ligeiramente próximo de um valor médio. Isso pode fazer o modo progressivo de flambagem mudar. Assume-se que ambos os lados de comprimento podem sofrer desvios. A Figura A.32 mostra o modelo com desvio de comprimentos de lado e a Figura A.33, o modelo com desvio na espessura de parede. Resultados obtidos por simulação numérica utilizando imperfeições no comprimento dos lados do tubo mostram um comportamento principalmente do modo extensional, similar àquele obtido em tubos de seção quadrada ideal, como mostrado na Figura A.34. Existem dois e meio níveis de modo extensional e um e meio nível de modo simétrico. Os resultados não são alterados pelo aumento no desvio do comprimento dos lados.

Os resultados para o modelo de imperfeição por desvio na espessura na parede do tubo também não produzem grandes mudanças. Existem três níveis de modo extensional e um nível de modo simétrico, como mostrado na Figura A.35.

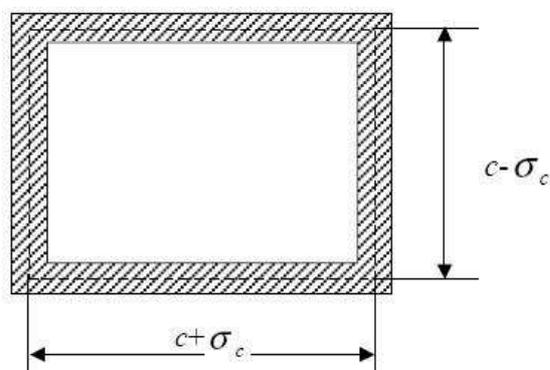


Figura A.32 - Modelo imperfeito com desvio de comprimento dos lados

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

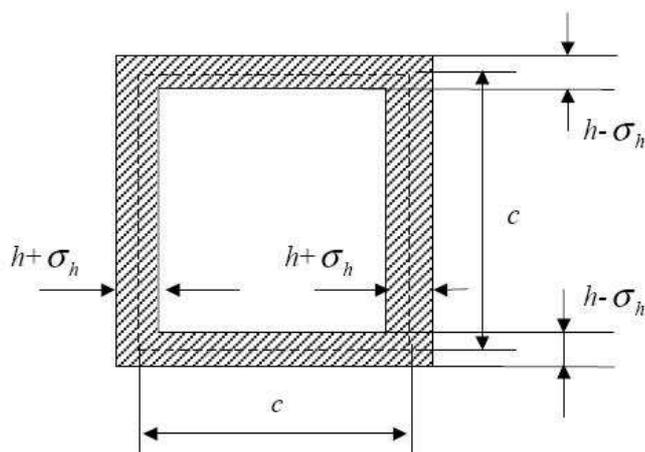


Figura A.33 - Modelo imperfeito com desvio de espessura de parede

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

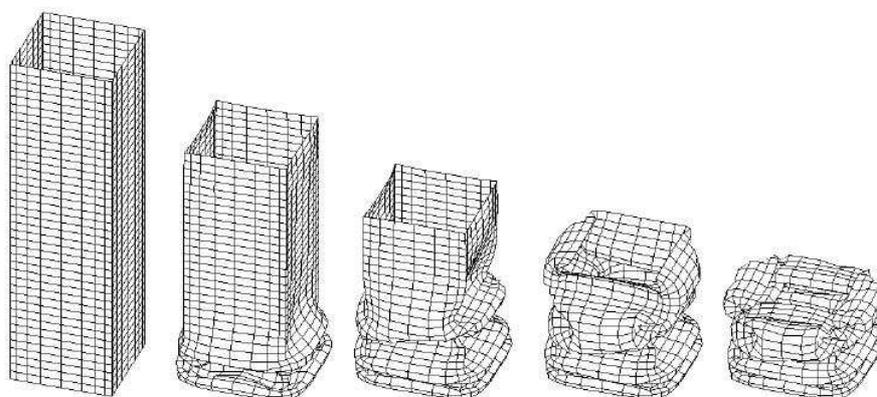


Figura A.34 - Flambagem progressiva dinâmica para tubo quadrado com imperfeição por desvio do comprimento de lado

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

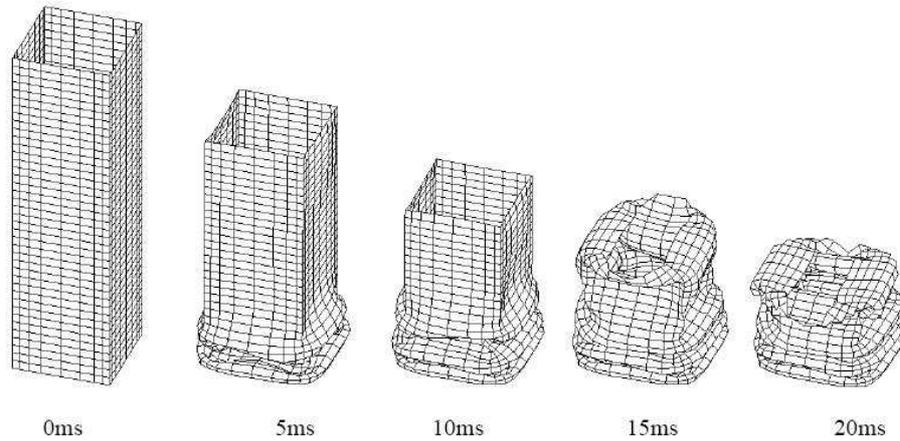


Figura A.35 - Flambagem progressiva dinâmica, imperfeição de espessura de parede

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

Nenhum dos modelos mostrados acima inclui paredes não planas. A parede pode ter uma deflexão inicial que pode não ser perpendicular à extremidade de impacto. A progressão inicial pode ser descrita pela seguinte expressão:

$$y_0 = \sum_n f_n \sin\left(\frac{n\pi y}{l}\right) = f_1 \sin\frac{\pi y}{l} + f_2 \sin\frac{2\pi x}{l} + \dots \quad (\text{A.88})$$

A deflexão inicial deve ter a mesma forma de onda que a forma final flambada. O número do modo de flambagem é igual a cinco baseados em observações experimentais. Considerem-se  $f_i \ll f_5$  ( $i=1,2,3,4,6,7,\dots$ ) e duas e meia ondas sobre o comprimento total do tubo, a função não plana pode ser escrita como

$$y_0 = \pm \lambda_w \sin(5\pi y / L) \quad (\text{A.89})$$

onde,  $\lambda_w$  é a amplitude da deflexão inicial;  $L$  é o comprimento do tubo;  $\pm$  diferencia de deflexões para dentro e para fora. O modelo com as imperfeições é mostrado na Figura A.36, onde

$$\theta = \pm \tan^{-1}(5\pi \lambda_w / L) \quad (\text{A.90})$$

As imperfeições iniciais são assumidas como suficientemente pequenas, de forma a não afetar a forma da deformada. Assim, valores de  $\lambda_w = 0.01h$ , onde  $h$  é a espessura da coluna, são recomendados. O modelo imperfeito é calculado e o resultado da simulação é mostrado na Figura A.37.

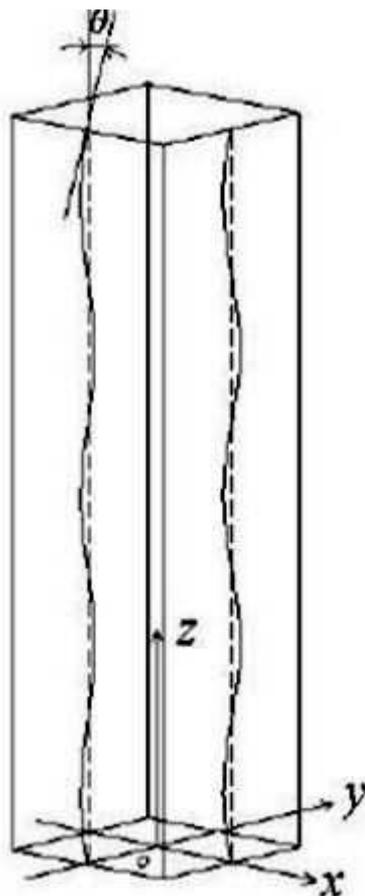


Figura A.36 - Modelo de imperfeições para deflexões iniciais das paredes laterais do tubo de parede fina de seção quadrada

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

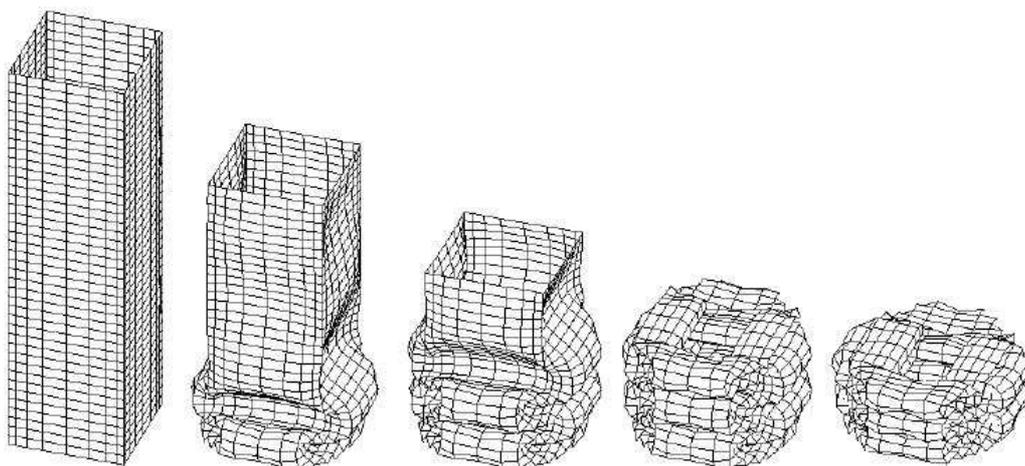


Figura A.37 - Modo de amassamento para o modelo com deflexões na parede de um tubo de parede fina de seção quadrada

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

Comparando a Figura A.37 com a Figura A.38, observamos uma boa aproximação. As curvas força-deslocamento dos quatro modelos mostrados acima são mostradas na Figura A.39.



Figura A.38 - Deformada final do tubo de parede fina de seção quadrada

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

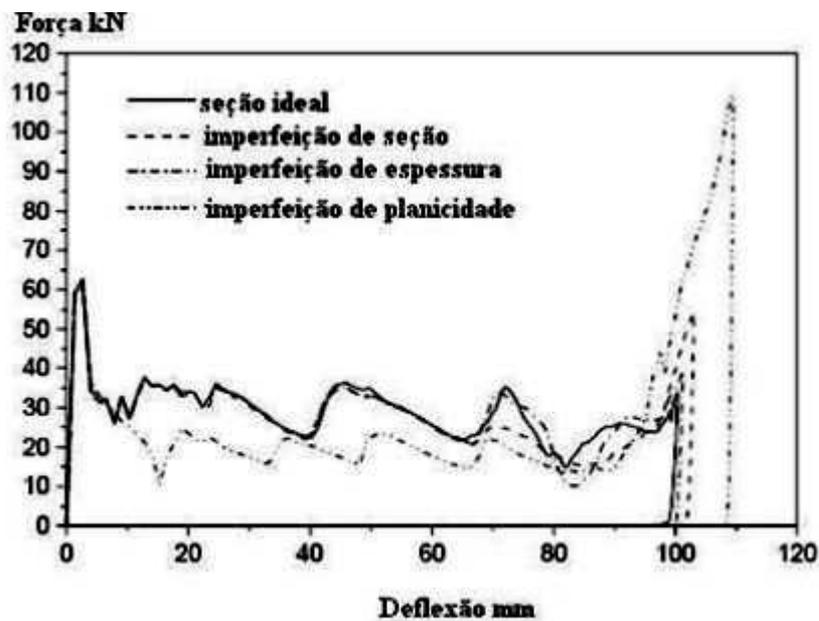


Figura A.39 - Curva força-deslocamento

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

O modo extensional é o que tem maior capacidade de absorver energia do que os modos simétrico e assimétrico quando  $c/h$  é grande. A Figura A.40 mostra o relacionamento entre a força média adimensionalizada de amassamento e a variação de  $c/h$ . As forças adimensionalizadas  $\bar{P}_m$  para o modo extensional e modo simétrico são apresentadas a seguir, respectivamente.

$$\frac{\bar{P}_m^E}{M_0} = 36.83(c/h)^{1/2} + 10.39 \quad (\text{A.91})$$

$$\frac{\bar{P}_m^S}{M_0} = 52.22(c/h)^{1/3} \quad (\text{A.92})$$

onde  $M_0 = \sigma_0 h^2 / 4$ , e  $c$  é o comprimento do lado da seção do tubo e  $h$  é a espessura da parede.

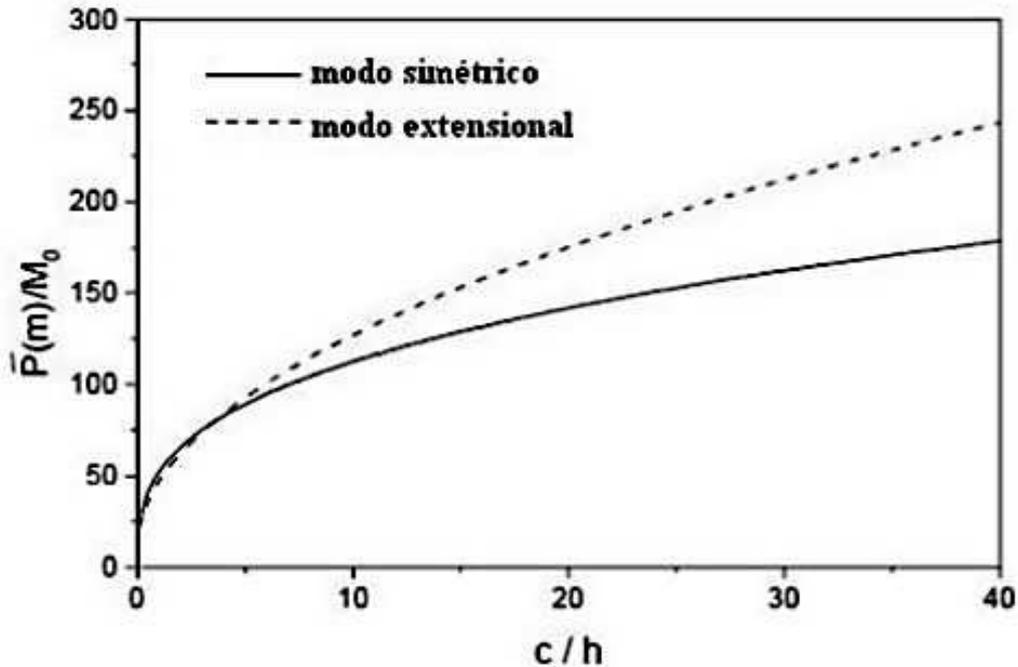


Figura A.40 - Relacionamento entre a força adimensionalizada de amassamento e  $c/h$

(Fonte: Xue, Lin e Jiang, 2005)

A partir da Figura A.40 pode-se observar:

(a) Quando  $0 < c/h < 3.5$ , o modo extensional pode ter a menor capacidade de absorção de energia teórica. Em tal caso, o tubo quadrado oco é aproximadamente uma barra sólida. Flambagem global é o modo predominante.

(b) Quando  $c/h > 3.5$ , o modo extensional tem a maior capacidade de absorção de energia. Em muitos casos, para tubos quadrados,  $c/h$  está acima de 10. De acordo com o princípio da menor energia, o modo extensional não é provável que aconteça, uma vez que imperfeições e perturbações estão sempre presentes.

### A.11 Ferimentos causados em impactos

O projeto estrutural deve estar adequado para suportar as forças geradas durante o impacto e absorver a energia de impacto sem excessivo dano. Entretanto, no caso de sistemas de transporte de passageiros, também é necessário garantir que os passageiros possam tolerar o impacto. Claramente, projetistas requerem regras e critérios que são difíceis de obter sobre seres humanos e são mais complicados pela observação de que a resposta das pessoas e a tolerância ao impacto variam com tamanho, idade e sexo.

Alguns valores típicos para aceleração ou desaceleração de corpo humano, os quais são associados com vários tipos de impacto, são apresentados na Figura A.41. Entretanto, a

influência do comprimento de pulso tem um importante papel na severidade dos ferimentos, como indicado na Figura A.42. A linha através do meio da faixa de ferimento moderado na Figura A.42 é aproximada pela equação (JONES, 2001d; MACAULAY, 1987)

$$TA^{2.5} = 1000 \quad (\text{A.93})$$

onde T é a duração do pulso (em segundos) e  $A = a/g$  onde “a” é a aceleração ou desaceleração do corpo.

Ferimentos na cabeça são responsáveis por uma significativa perda de vidas e ferimentos sérios em acidentes de transporte. A curva de tolerância de Wayne State na Figura A.43 foi obtida deixando-se cair cabeças de cadáveres embalsamados sobre superfícies planas para determinar fraturas de crânio insipientes. Este trabalho foi revisto por Gadd para desenvolver um critério para ferimentos de cabeça que são causados quando a frente da cabeça choca-se com um objeto duro, ou quando a cabeça é carregada através do pescoço por uma desaceleração do corpo.

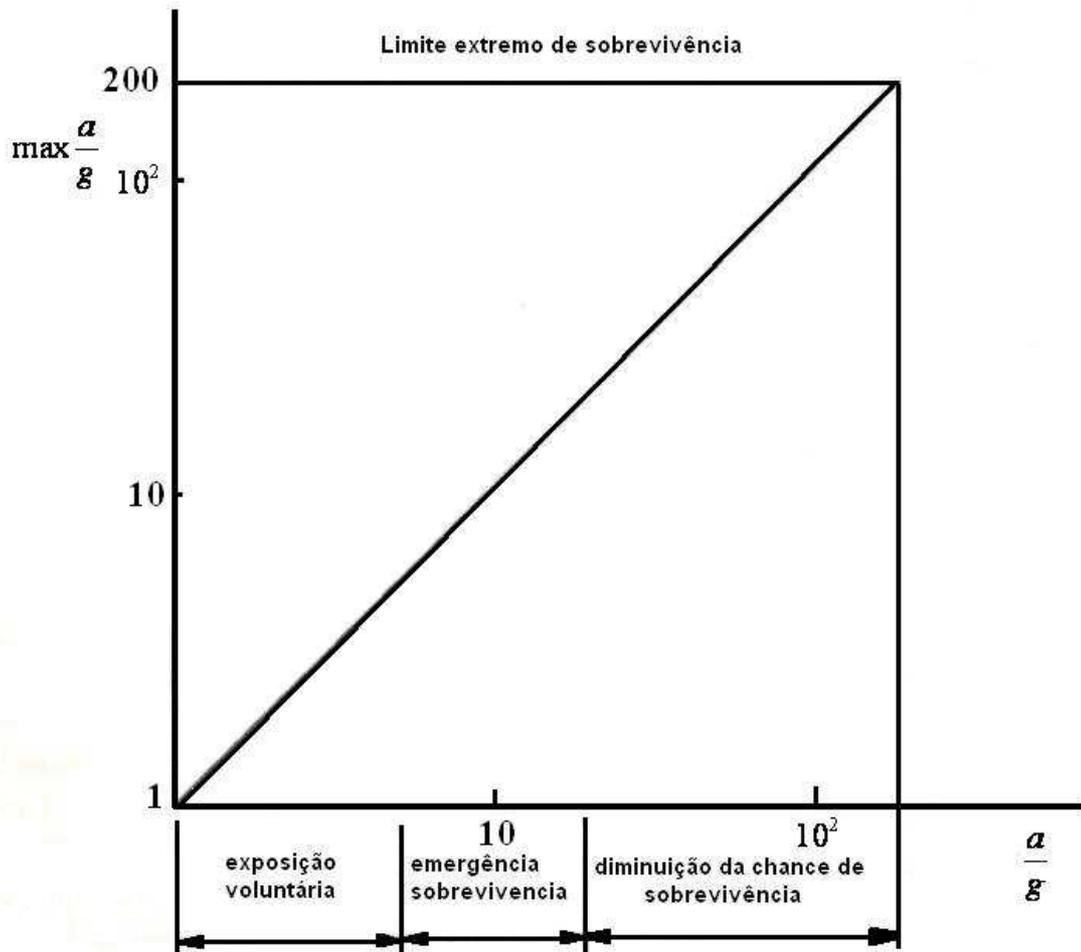


Figura A.41 - Tolerância de corpo a impacto

(Fonte: Jones, 2001d)

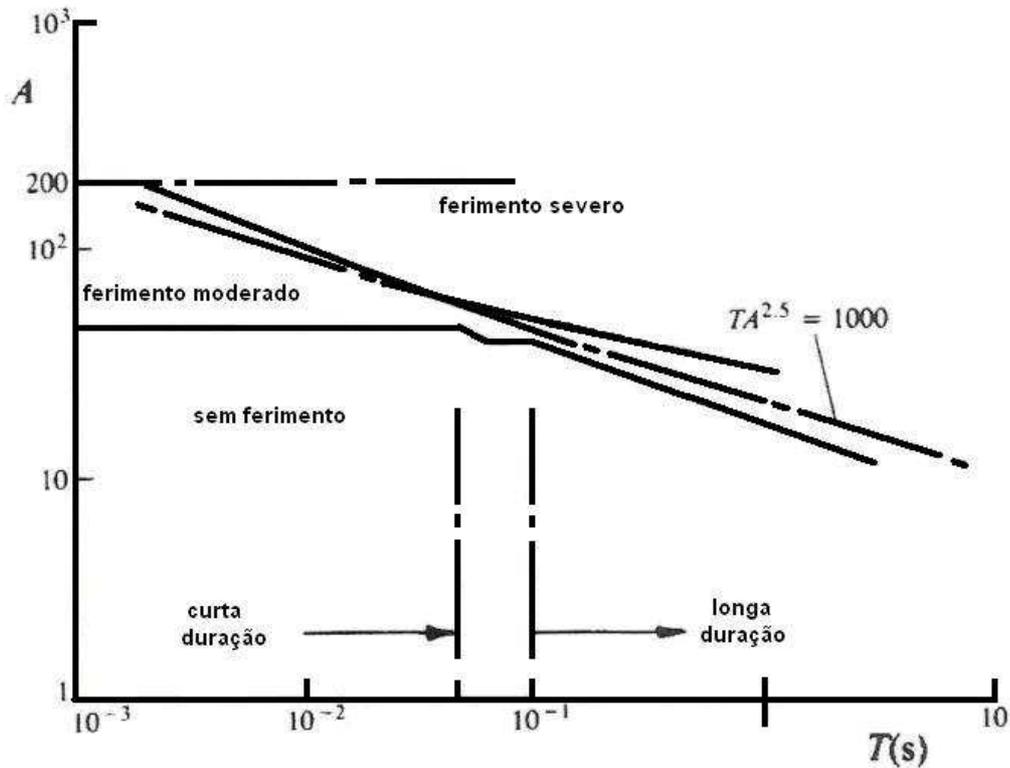


Figura A.42 - Influência da duração de pulso sobre a tolerância ao impacto sobre o corpo inteiro  
(Fonte: Jones, 2001d - Macaulay, 1987)

Gadd introduziu o índice de severidade

$$SI = \int_0^T A_v^{2.5} dt \quad (\text{A.94})$$

onde  $A_v = a_v / g$ ,  $a_v$  é a aceleração média da cabeça (ou desaceleração), a qual pode variar durante o pulso, tendo a duração  $T$ (s) com  $2.5\text{ms} < T < 50\text{ms}$ . Gadd sugere que  $SI=1000$  marca a condição de transição entre ferimento fatal e não fatal na cabeça.

A curva de tolerância Wayne State na Figura A.43 foi construída utilizando uma aceleração média para o evento de impacto inteiro, sem levar em conta que a aceleração pode variar com o tempo na equação (A.94). Essa inconsistência foi reconhecida e eliminada pela substituição da aceleração adimensional  $A_v$  na equação (A.94) pelo valor médio para produzir o critério de ferimento na cabeça

$$HIC = (T_2 - T_1) \left\{ \int_0^T A_v dt / (T_2 - T_1) \right\}^{2.5} \quad (\text{A.95})$$

onde qualquer intervalo de tempo  $T_2 - T_1$  é selecionado para maximizar o lado direito da equação (A.95) e o valor  $HIC = 1000$  é considerado como risco de vida. Com  $HIC = 1000$  para uma

duração máxima de 15 ms, aproximadamente 16% da população sofrerão ferimentos fatais (MACAULAY, 1987).

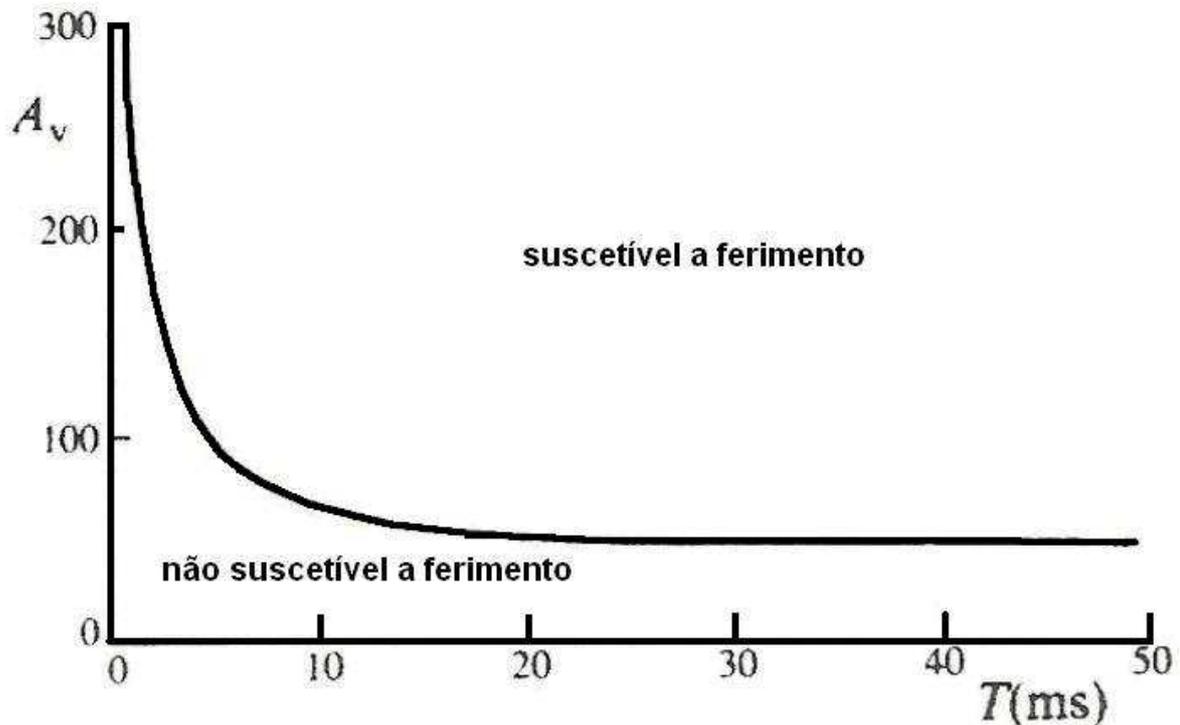


Figura A.43 - Curva de tolerância Wayne State para impacto de cabeça  
(Fonte: Jones, 2001d)

## A.12 Normas regulamentadoras

Inicialmente, serão citadas algumas normas encontradas no site da *Federal Motor Vehicle Safety Standards* (FMVSS) (2006), agência ligada aos transportes dos Estados Unidos.

### ***Proteção do ocupante de impacto interior – N°. 201***

Norma que estabelece parâmetros de projeto em áreas específicas no interior de veículos, com o objetivo de evitar lesões ou fatalidades decorrentes de segundas colisões do ocupante no interior do veículo.

### ***Deslocamento da coluna da direção – N°. 204***

Esta norma especifica limites para o deslocamento da coluna da direção contra o condutor, evitando lesões no peito, pescoço e cabeça.

### ***Materiais de vidro – N°. 205***

Especifica condição para materiais de vidro, para o uso em veículos e seus equipamentos, com a finalidade de reduzir danos resultantes de choques até a superfície vitrificada. O propósito desta norma é assegurar um grau necessário de transparência em vidros de veículo para melhor

visibilidade do condutor e minimizar a possibilidade de o ocupante ser lançado pela janela do veículo em colisões.

***Bancos – N°.207***

Estabelece requisitos para bancos, como fixação, instalação e componentes, minimizando a possibilidade de quebra durante um impacto.

***Colisão frontal contra barreira rígida – N°.208***

Consiste em submeter toda a parte frontal do veículo a colidir contra uma barreira rígida, o que proporciona uma desaceleração muito alta, podendo-se, então, avaliar o efeito sobre o ocupante e o comportamento de sistemas como cinto de segurança e *air bag*.

A mesma norma trata também de questões sobre impacto frontal parcial contra uma barreira deformável. Consiste em submeter o lado frontal do motorista do veículo a colidir contra uma barreira de alumínio (tipo colmeia), que pode ser deformada durante a colisão. Neste tipo de teste a maior parte de absorção de energia fica por conta da estrutura do veículo e o impacto no ocupante será menor, porém haverá uma grande deformação na estrutura, tornando o teste conveniente para avaliar as lesões causadas pela invasão da estrutura no espaço de sobrevivência do passageiro.

***Cinto de segurança – N°.209***

Esta norma especifica condição para cinto de segurança. A condição se aplica para o tipo de tecido usado no cinto ou materiais semelhantes, como todas as fivelas necessárias, e outros protetores, toda aparelhagem projetada para a instalação em um veículo, uso, instrumentações de manuseio do equipamento.

***Força das uniões da carroceria de ônibus escolar – N°.221***

Esta norma estabelece requisitos para as forças das uniões soldadas do quadro da carroceria de ônibus escolar, tendo como propósito reduzir mortes e danos resultantes do colapso estrutural da carroceria durante o impacto.

Matolesy (1996) afirma que um dos mais importantes regulamentos de segurança internacional é o pertencente à *ECE Geneva Agreement*. Entre essas regulamentações existem sete que tratam com a segurança ativa de ônibus e quatro que consideram a segurança passiva. São elas:

- Regulamentação 36: tratam de algumas questões de segurança, como saídas de emergência, arranjo de interiores e outras, para ônibus de grande porte.
- Regulamentação 52: o mesmo para ônibus de tamanho pequeno e muito pequeno.
- Regulamentação 66: trata da resistência da cobertura e lateral da carroceria do ônibus no caso de tombamento.

- Regulamentação 80: Resistência e ancoragem dos bancos.

A regulamentação para carrocerias de ônibus no Brasil (VOLKSWAGEN, 2007) são a CONMETRO 01/93; para carrocerias urbanas, o Regulamento Técnico Mercosul de Veículos da Categoria M3, para o transporte automotor de passageiros (ônibus rodoviário de média e longa distancia), para carrocerias rodoviárias. A Volkswagen (2007) ainda recomenda que os projetos de carrocerias devam também estar em consonância com eventuais recomendações dos órgãos gestores de transportes locais do segmento urbano e rodoviário.

Avaliando as regulamentações existentes e as necessidades de segurança passiva já mencionadas neste trabalho, pode ser visto que muitos problemas importantes (como a proteção do motorista, para-choque de segurança, integridade de elementos estruturais importantes, impacto lateral de ônibus de assoalho baixo, uso geral de cintos de segurança e outros) ainda não estão regulamentados.

A legislação brasileira define os pesos admissíveis para carrocerias de ônibus no Brasil (Figura A.44). Os ônibus têm seus limites mínimos de relação potência/peso estabelecidos legalmente pela Portaria nº 01/89 do INMETRO.



Urbano

Tipo I: Potência/PBT > 5.71 cv/ton

Tipo:II: Potência/PBT 12.24 cv/ton

O PBT em referência é o homologado



Rodoviário

Potência/PBT > 10.06 cv/ton

Figura A.44 - Pesos admissíveis para carrocerias de ônibus no Brasil

(Fonte: Volkswagen, 2007)

A Figura A.45 apresenta o peso bruto para eixo ou conjunto de eixos.

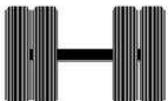
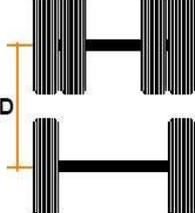
	Eixo isolado direcional ou não $\leq 6,0$ ton
	Único eixo $\leq 10,0$ ton
	Conjunto de 2 eixos com suspensão especial $\leq 13,5$ ton ( $1,20 \text{ m} < D \leq 2,40 \text{ m}$ )

Figura A.45 - Peso bruto

*(Fonte: Volkswagen, 2007)*

Assim, encontraremos nos ônibus 4x2 um Peso Bruto Total (PBT) máximo de 16 ton, nos 6x2 13.5 t e nos 8x2 25.5 t.

Os principais tópicos da legislação brasileira relacionada a dimensões máximas são apresentados nas Figuras A.46 e A.47.

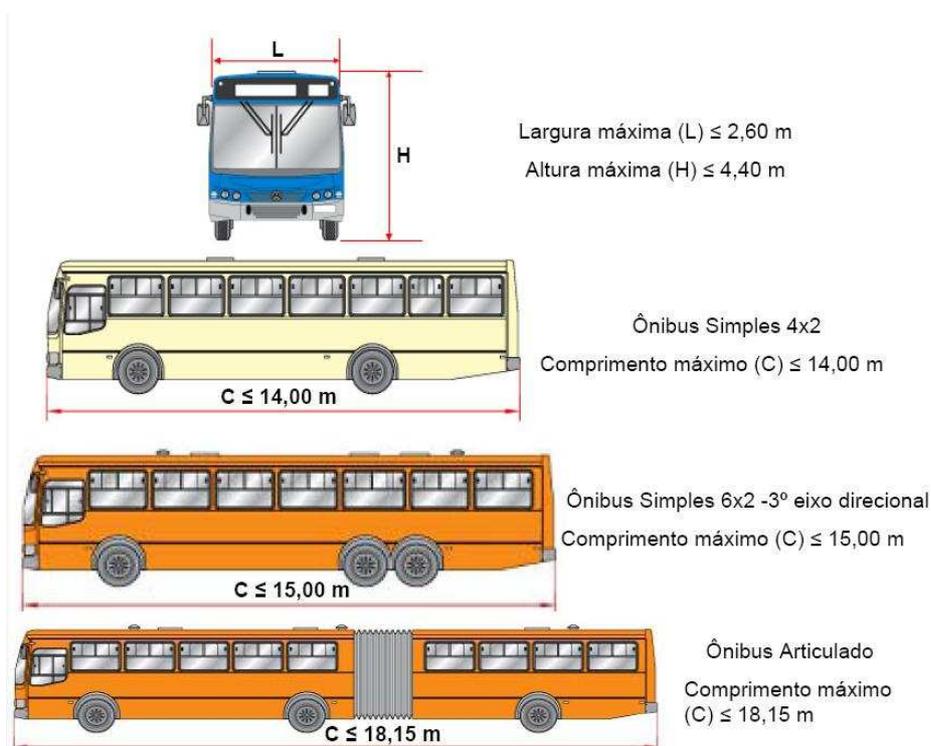


Figura A.46 - Dimensões máximas

*(Fonte: Volkswagen, 2007)*

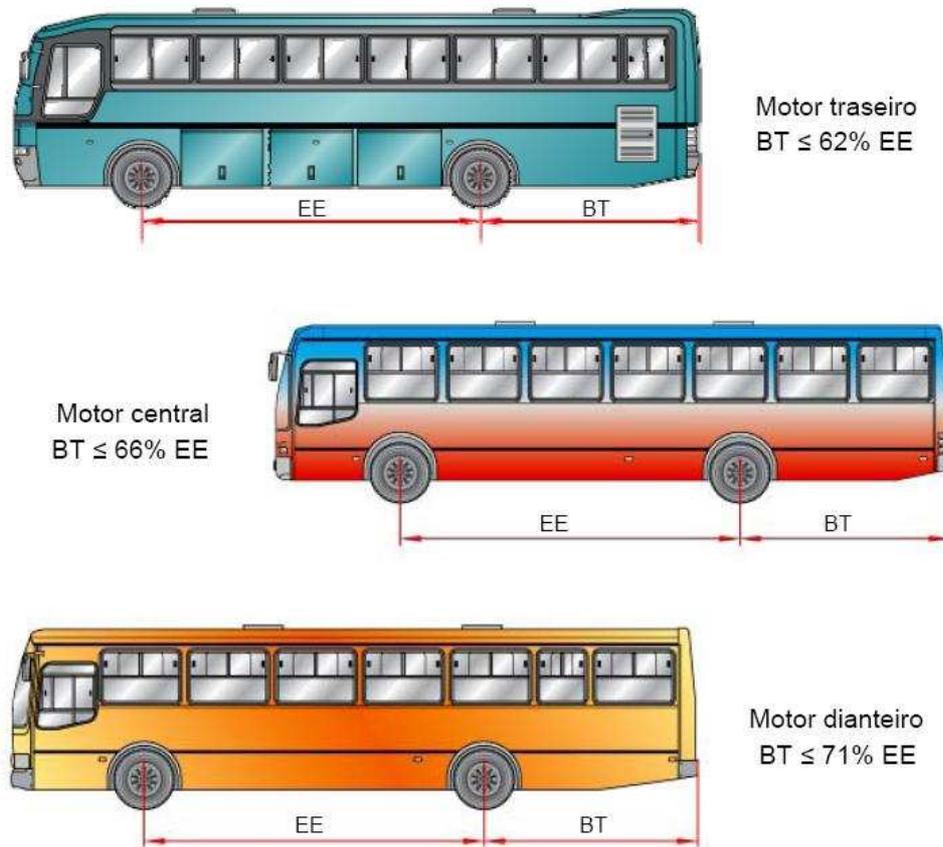


Figura A.47 - Dimensões máximas  
(Fonte: Volkswagen, 2007)

### A.13 Tipos de absorvedores de impacto

A energia pode ser absorvida por impacto por um número limitado de formas. Na deformação de um sólido usualmente a energia é absorvida por escoamento plástico; também pode ser absorvida por fratura frágil (MACAULAY, 1987). A velocidade de impacto de interesse geral para a dissipação de energia pode ser classificada aproximadamente dentro de três níveis principais, como mostrado na Figura A.48. Para velocidades em torno de  $15 \text{ ms}^{-1}$ , o comportamento de impacto pode ser relacionado como estático ou comportamento vibratório. Grandes objetos com pesos da ordem de toneladas podem, provavelmente, ser parados sem alterar significativamente os métodos normais de construção. Este nível inclui acidentes de veículos nos quais o objetivo é parar o veículo impactado sem dano aos ocupantes.

Para velocidades de  $150$  a  $1500 \text{ ms}^{-1}$ , efeitos dinâmicos tornam o comportamento do impacto apreciavelmente diferente do comportamento estático. Entretanto, as propriedades dos materiais podem, provavelmente, ser relacionadas com suas propriedades estáticas, apesar de os efeitos da taxa de deformação serem importantes. Essa é aproximadamente a gama abrangida

pelo estudo convencional balístico como bombas e projéteis, considerados objetos rígidos e densos, que pesam poucas gramas a poucas centenas de quilogramas, os quais necessitam ser parados sem excessivo dano.

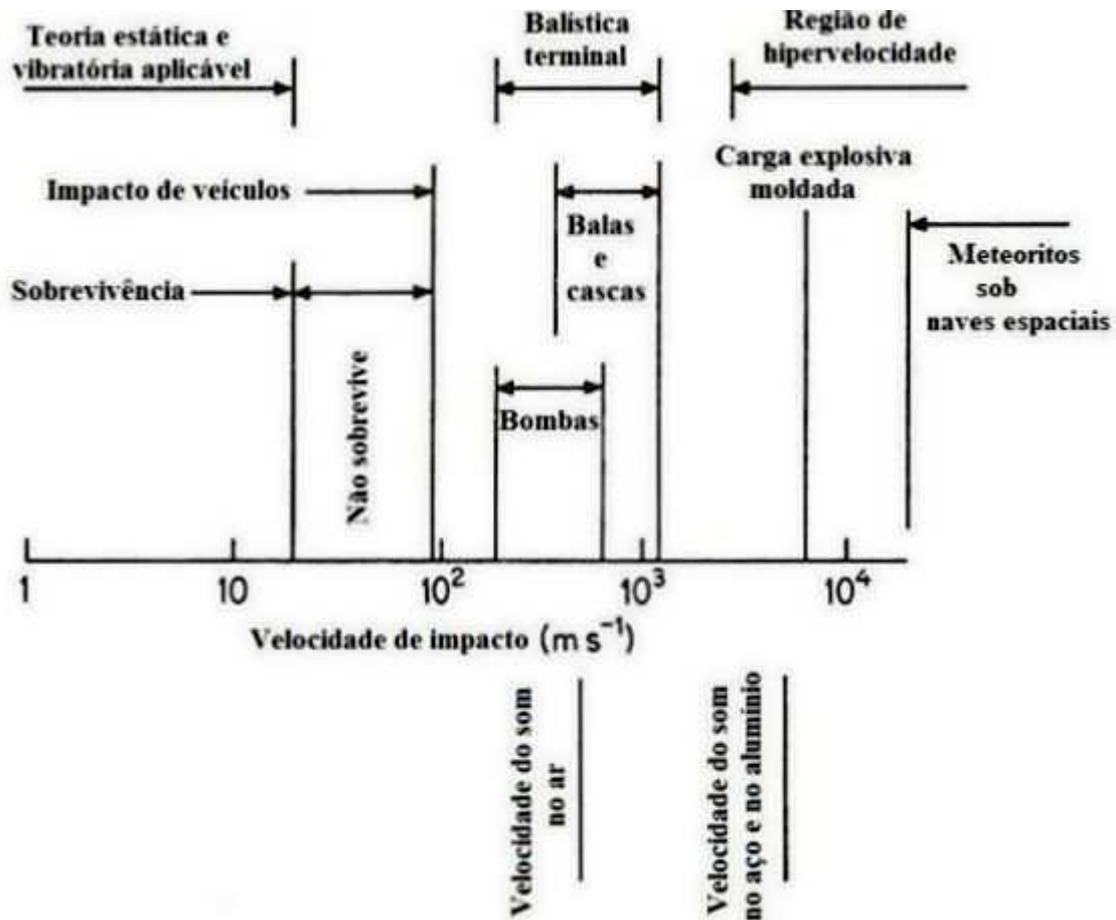


Figura A.48 - Velocidade de impacto para absorvedores de energia

(Fonte: Macaulay, 1987)

A eficiência de um absorvedor de energia pode ser especificada por vários caminhos. Dois dos mais utilizados são a energia específica, que é a energia absorvida por unidade de peso, e a eficiência volumétrica, que é a porcentagem do volume total do absorvedor realmente empregado. O último também é chamado de eficiência de impacto, que é o comprimento de amassamento dividido pelo comprimento total do absorvedor. As características dos absorvedores variam com o sistema dinâmico, mas um absorvedor ideal é aquele que instantaneamente retarda e retém a máxima força possível durante o impacto, fornecendo um pulso força-tempo retangular.

Frequentemente, é possível incorporar o absorvedor de energia num componente com outra função; neste caso a eficiência torna-se menos importante. Um exemplo é o elemento estrutural que se colapsa de forma controlada, absorvendo uma significativa quantidade de energia. A Figura A.49 apresenta energias específicas para alguns tipos de absorvedores.



Figura A.49 - Energia específica de alguns absorvedores de impacto

(Fonte: Macaulay, 1987)

A borracha também é um material utilizado para absorção de impacto. A análise da borracha como material usado para absorver impacto é empírica (MACAULAY, 1987). Normalmente, o componente de borracha assume uma forma adequada para compressão. O desempenho deste componente de borracha pode ser especificado por um fator de amassamento dado por

$$C = \frac{\sigma}{V} \quad (\text{A.96})$$

onde  $\sigma$  é a tensão e  $V$  é a energia de deformação por unidade de volume até ser atingida a tensão. Fatores de amassamento para alguns materiais são mostrados na Figura A.50.

A espessura do material amassado necessário é dada por

$$t = \frac{Chg}{a_{\max}} \quad (\text{A.97})$$

onde  $h$  é a altura da qual a massa é jogada e  $a_{\max}$  é a aceleração máxima obtida.

O desempenho do absorvedor pode ser melhorado adequando-se a forma do material ou utilizando-se o material na forma de espuma.

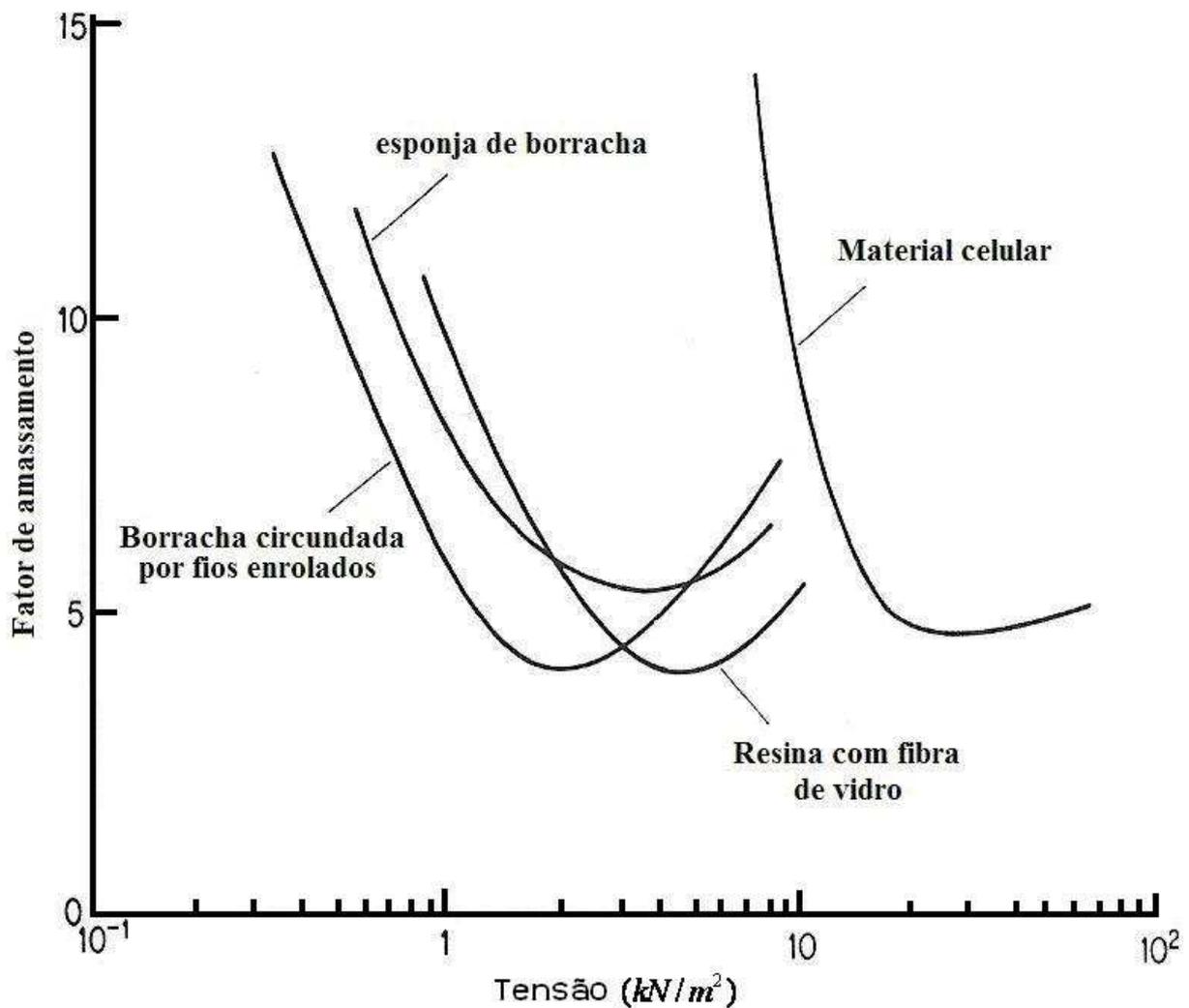


Figura A.50 - Valores típicos de fatores de amassamento

(Fonte: Macaulay, 1987)

Na Figura A.51 é apresentada a variação da capacidade de transmissão da máxima aceleração como função da espessura do material para diferentes níveis de velocidade. A aceleração é apresentada como múltiplo de  $g$ , a aceleração da gravidade.

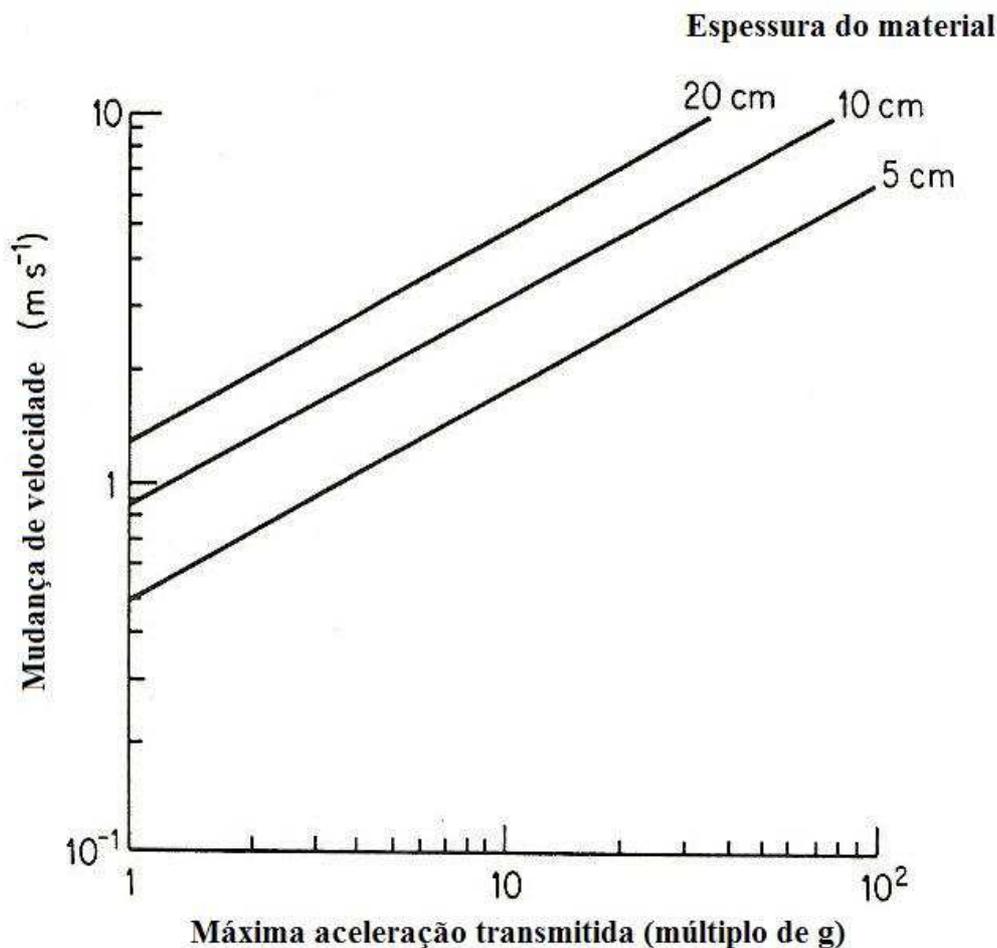


Figura A.51 - Propriedades típicas de materiais

(Fonte: Macaulay, 1987)

A forma mais simples de absorver energia é a utilização de sólidos deformáveis. O encurtamento até a fratura ocorre e com materiais dúcteis uma quantidade apreciável de energia pode ser absorvida.

Santosa et al. (2000), Seitzberger et al. (2000) e Chen (2001) apresentam estudos sobre o comportamento de tubos de parede fina preenchidos com espuma de alumínio ou *honeycomb* (favo de mel) quando submetidos à compressão e com o objetivo de avaliar sua capacidade de absorção de impacto. A Figura A.52 apresenta exemplos de tubos utilizados nesta forma por estes pesquisadores. Na Figura A.52 (a) se apresenta um tubo de seção quadrada preenchida com espuma de alumínio e, na Figura A.52 (b) e (c), uma modelagem numérica e o resultado obtido em experimentos (SANTOSA et al., 2000) para tubo de seção quadrada preenchido internamente com espuma de alumínio. Na Figura A.52 (d) se apresentam resultados obtidos por Seitzberger (2000) e, na Figura A.52 (e), um tubo de seção quadrada preenchido com espuma de alumínio e outro com *honeycomb*.

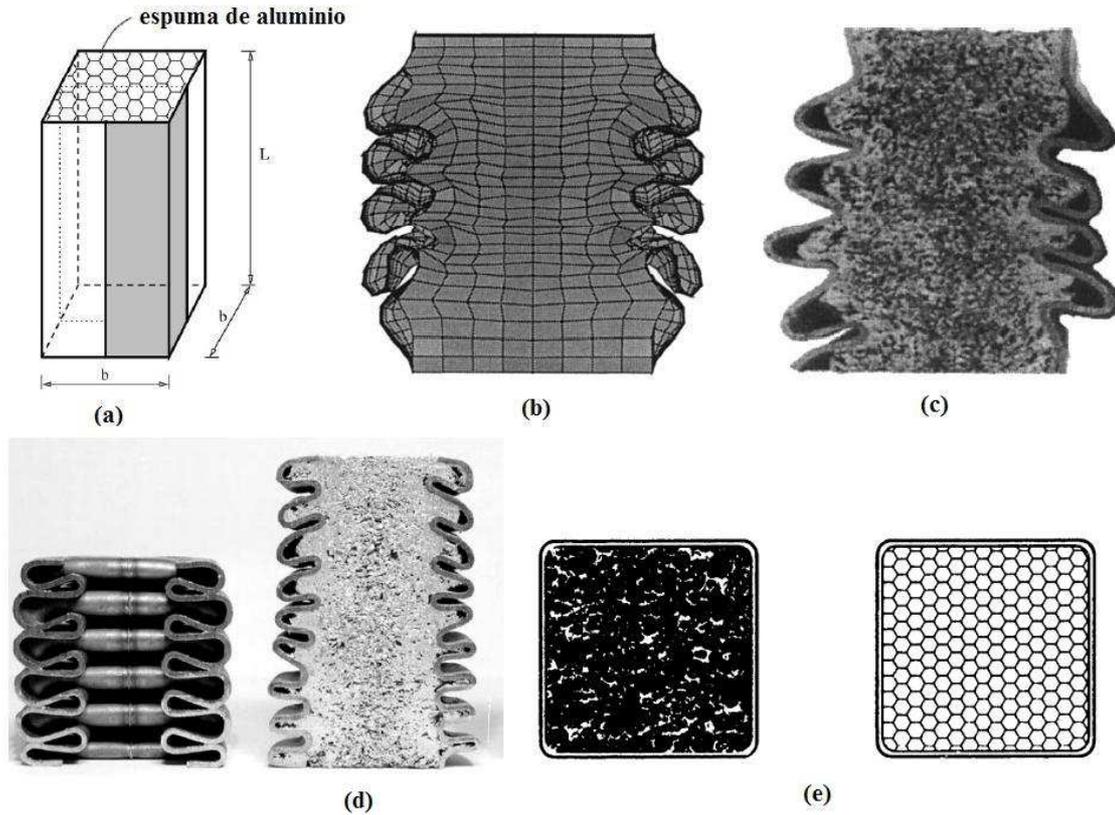


Figura A.52 - Tubos de seção quadrada preenchidos com espuma de alumínio ou *honeycomb*  
(Fonte: Santosa et al, 2000)

Du Bois et al. (2004) apresentam algumas formas de absorver impacto utilizando sólidos metálicos, como mostrado na Figura A.53.

Matolcsy (1996) apresenta tipos de estruturas utilizadas com objetivo de absorção de energia de impacto em estruturas de carrocerias de ônibus. O para-choque de segurança (Figura A.54) tem como objetivo:

- Se a velocidade de impacto for pequena, o para-choque sofrerá apenas deformações elásticas. Dessa forma, reduz-se o custo dos consertos;
- Se a velocidade de impacto for grande, a deformação permanente do para-choque ocorre. Se não ocorrerem deformações na parede frontal da carroceria, somente o para-choque deve ser trocado. Neste caso a utilização do para-choque tem fins econômicos e também serve como limitador da desaceleração;
- Se a velocidade de impacto é muito alta e deformações permanentes do para-choque e da parede frontal da carroceria ocorrem. Neste caso a deformação da estrutura da carroceria deve ser controlada com o objetivo de limitar a desaceleração.

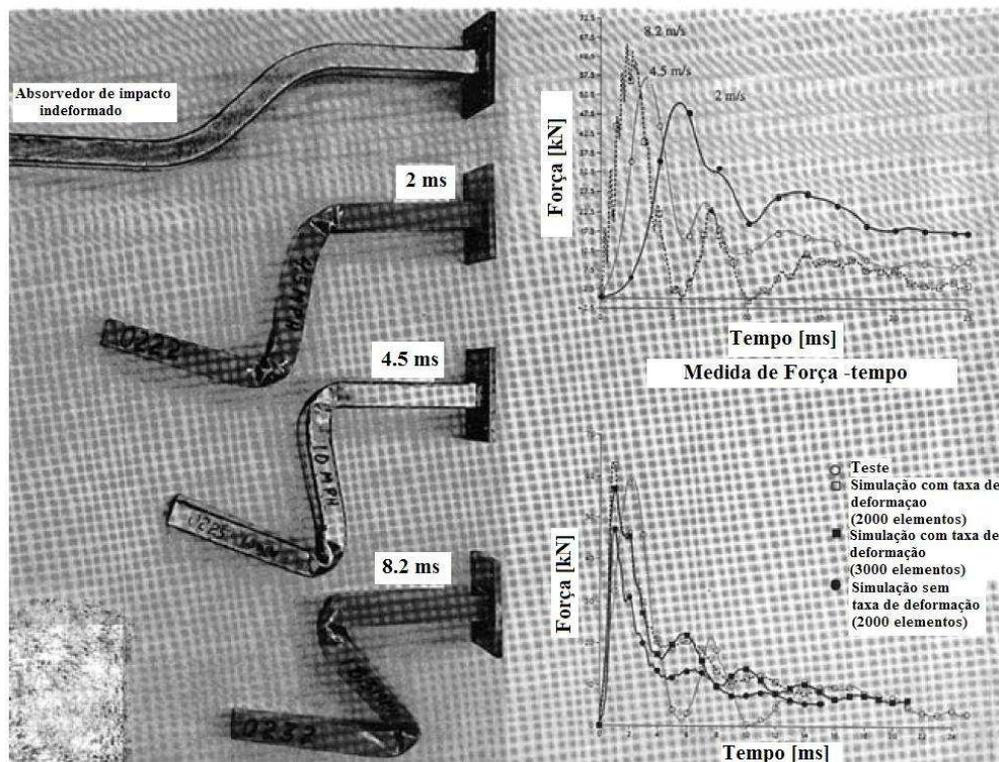


Figura A.53 - Absorvedor de impacto

(Fonte: Du Bois et al., 2004)

A Figura A.54 apresenta o princípio de funcionamento do para-choque de segurança.

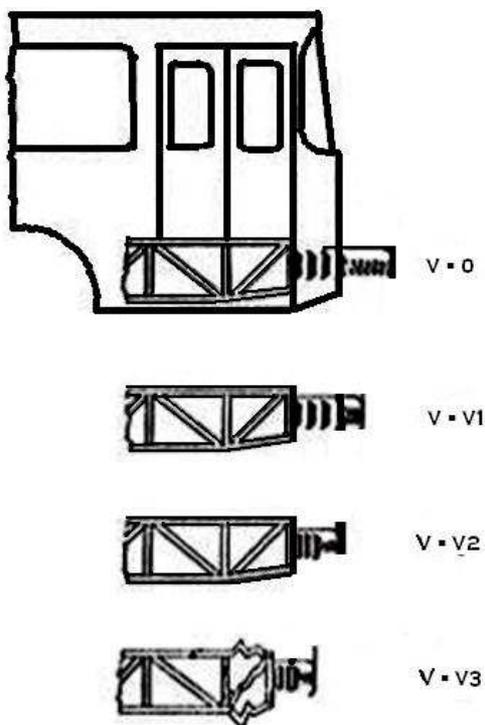


Figura A.54 - Princípio de funcionamento do para-choque de segurança

(Fonte: Matolcsy, 1996)

O motorista ocupa uma posição muito perigosa no caso de um impacto frontal. Matolcsy (1996) apresenta como alternativa para reduzir o risco do motorista a utilização da plataforma de segurança (Figura A.55). A plataforma de segurança é uma boa alternativa para reduzir o risco de ferimentos para o motorista. O princípio de funcionamento consiste na fixação do banco do motorista e da coluna de direção numa plataforma mostrada achurada na Figura A.55. A plataforma move-se para trás na ocasião do impacto. Elementos de cisalhamento (rótulas plásticas) ajudam a plataforma a mover-se para trás facilmente.

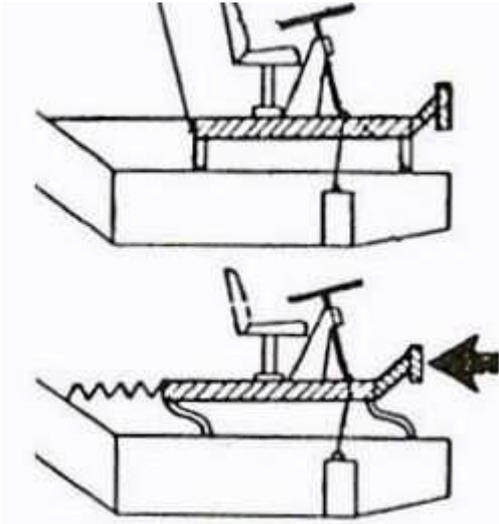


Figura A.55 - Plataforma de segurança

(Fonte: Matolcsy, 1996)

A retenção do motorista durante o impacto também deve ser avaliada: a resistência da ancoragem do banco do motorista, o uso de cinto de segurança e *air bag* e outros.

A resistência da cabine do motorista contra as forças de impacto sob diferentes ângulos de impacto simulando diferentes impactos parciais frontais, tendo como objetivo principal evitar qualquer intrusão estrutural na cabine do motorista, também deve ser garantida.

A integridade de elementos mecânicos importantes, como mecanismo de transmissão, sistema de freios, porta dianteira e rodas dianteiras, deve ser garantida, pois sua capacidade de operação tem essencial importância do ponto de vista da segurança do ônibus, durante e depois de um impacto frontal.

Os impactos laterais e traseiros nos ônibus são menos perigosos que um impacto frontal, porque ocorre com menor frequência e a velocidade relativa é diferente da velocidade de impacto frontal entre dois veículos (neste caso é a soma das duas velocidades). Nesses casos os problemas de segurança são: proteção da última fila de banco, resistência da parte traseira do banco, fixação do passageiro, proteção do condutor e organização interior, entre outros.

Quando os ônibus de piso mais baixo são colocados em serviço, a tendência de acidentes com lesões cresce. A razão disso é que os ônibus tradicionais têm piso com altura acima do chão de 900 mm ou mais e, abaixo deste piso, encontra-se uma forte e rígida estrutura. Isso que dizer que os passageiros ficam acima da zona de impacto e a resistência da subestrutura pode proteger contra supostas intrusões. Os ônibus de piso baixo têm uma altura do chão de, aproximadamente, 350 mm, abaixo do qual não tem lugar para uma forte e rígida estrutura. Assim, os passageiros ficam localizados na região de impacto e a subestrutura não protege contra supostas intrusões.

Uma boa fonte de informação para o projeto de absorvedores de impacto pode ser conseguida junto a outros tipos de estruturas veiculares. Estruturas de veículos ferroviários podem fornecer subsídios importantes. Ambrósio e Pereira (1996) apresentam estruturas utilizadas em veículos ferroviários. Um trem é basicamente uma estrutura tubular ou uma viga caixão com várias aberturas, tais como janelas e portas, como mostra a Figura A.56. Do ponto de vista de fabricação, um vagão de trem é uma montagem dos seguintes componentes estruturais principais: uma estrutura horizontal de suporte do assoalho com duas estruturas horizontais de extremidade com função de absorção de impacto, dois painéis laterais, uma coberta e duas paredes de fechamento de extremidade. O projeto, do ponto de vista de absorção de energia de impacto (crashworthiness), deve atender às seguintes exigências:

- As zonas de amassamento precisam ser concentradas nas extremidades. O mecanismo de colapso precisa ser progressivo e não pode ir além da primeira viga de apoio transversal. Este mecanismo de colapso deve ser projetado para maximizar a absorção de energia cinética.
- O compartimento de passageiros precisa ser projetado considerando que não ocorra deformação permanente em uma colisão frontal de até 30 km/h.
- A resistência longitudinal do vagão entre as vigas de sustentação precisa ser de, pelo menos, 15% maior do que as extremidades.

Essas regras de projeto permitem garantir que o compartimento dos passageiros permanecerá indeformado no caso de um evento de impacto frontal. O principal objetivo de projeto é minimizar a desaceleração do veículo e dos passageiros durante o período de impacto, sujeito à restrição da máxima deformação permitida. Para atingir este objetivo alguns mecanismos de colapso têm sido utilizados nas extremidades dos vagões.

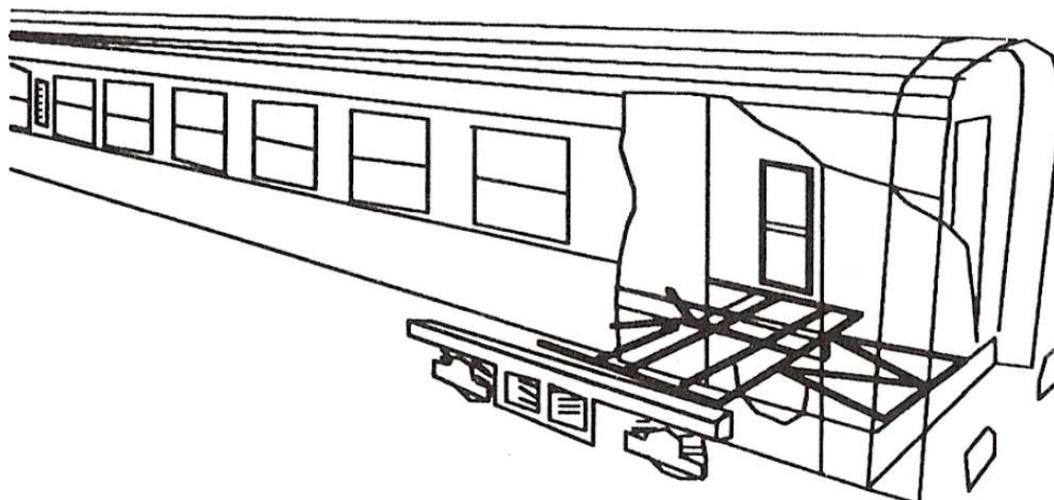


Figura A.56 - Estrutura de um vagão de trem (locomotiva)

(Fonte: Ambrósio et al., 1996)

Os dois sistemas absorvedores de energia de impacto localizados nas extremidades dos vagões são responsáveis por 20% do total da massa do veículo. Eles têm a principal influência na capacidade de absorção de energia de impacto do veículo. A Figura A.57 descreve configurações de formas estruturais para uma estrutura de absorção de impacto central (utilizadas para vagões centrais) e outra para estruturas de para-choque frontal.

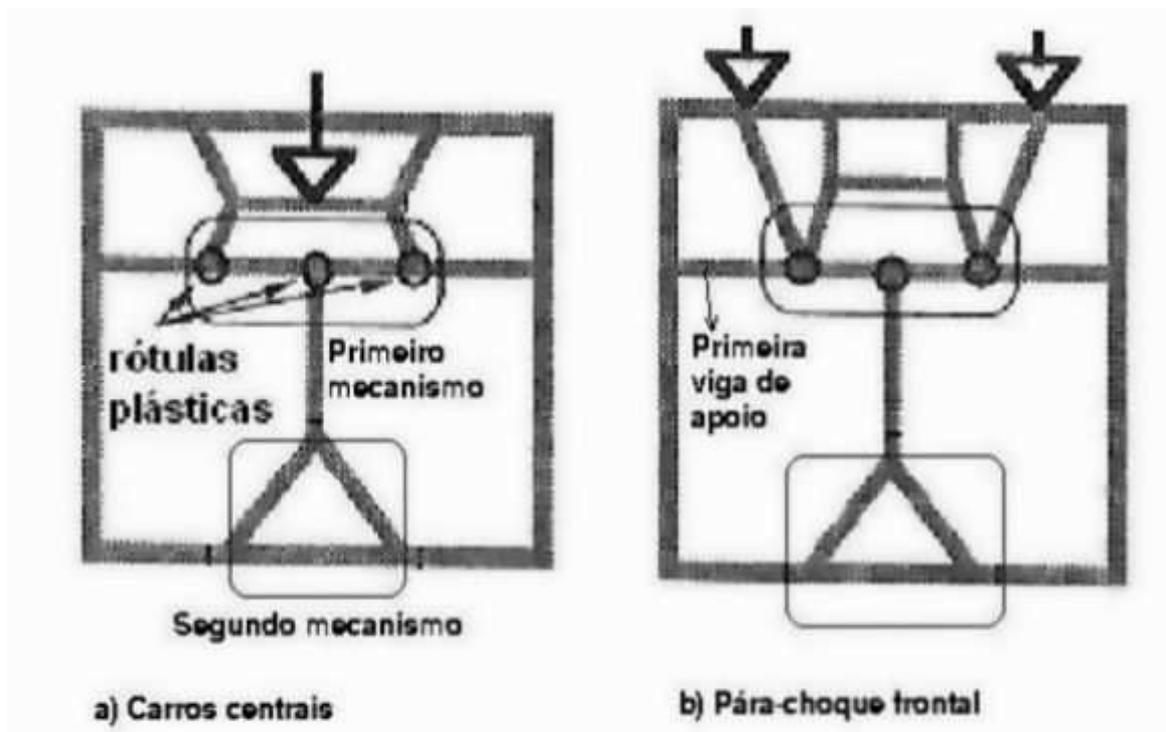


Figura A.57 - Conceitos de absorvedores de impacto

(Fonte: Ambrósio e Pereira, 1996)

Nesses projetos, rótulas plásticas se desenvolvem, iniciando, assim, um mecanismo de colapso inicial. Um deslocamento máximo de 0.4 m é definido para que a partir de então ocorra um segundo mecanismo de colapso através do amassamento da estrutura em forma de “Y” mostrado na Figura A.57, localizada logo após a primeira viga de apoio. O deslocamento total na extremidade é função da velocidade de impacto, variando de 0.35 até 1.0 m. A Figura A.58(a) mostra as tensões de Von Mises e as rótulas plásticas que se formam no absorvedor de impacto do tipo central.

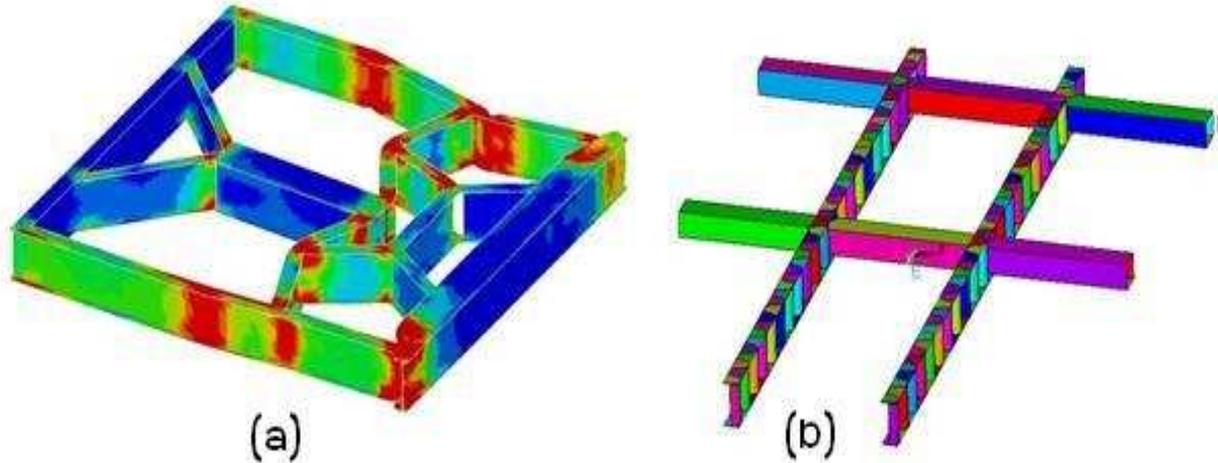


Figura A.58 - (a) Absorvedor de impacto para carros intermediários; (b) Viga I com alma senoidal

Na indústria aeronáutica podem-se encontrar elementos estruturais que poderão ser úteis no projeto de absorvedores de impacto para estruturas de carrocerias de ônibus. A Figura A.58 (b) apresenta o conceito de viga I com alma senoidal. Testes numéricos devem ainda ser efetuados para definir a adequação ou não de semelhante geometria de viga para absorção de energia de impacto para a aplicação em questão.

#### A.14 Algoritmos genéticos

Algoritmos genéticos (GAs) constituem um método estocástico de solução de problemas de otimização, criado por Holland (1975) e desenvolvido por diversos pesquisadores, com destaque para Goldberg (1989). Os algoritmos genéticos buscam soluções de forma global utilizando conceitos baseados na teoria da evolução natural de Darwin. Buscam o melhor indivíduo (solução) através de trocas aleatórias de informações. Os algoritmos genéticos são algoritmos de busca estruturados. A cada geração um novo conjunto de indivíduos artificiais (algum tipo de estrutura de dados) é criado a partir de características do conjunto antigo de dados. Os algoritmos genéticos, a partir da definição de um problema a ser estudado e de uma

função objetivo, tentam explicar rigorosamente e de maneira abstrata o processo adaptativo de sistemas naturais. Para tal, criam programas de otimização que usem os conceitos de seleção natural para resolver problemas de Engenharia (GOLDBERG,1989).

Os algoritmos genéticos procuram a solução ótima partindo de uma população definida por diferentes pontos no domínio da função estudada. Concluída a construção da população inicial, obtém-se um conjunto de pontos solução do problema, entre as quais se escolhe a melhor ou a elite, criando um subconjunto de soluções. Uma vantagem dos GAs é que este algoritmo não fica restrito à análise e procura de locais ótimos, procurando soluções em regiões maiores, em nível global. Os GAs, dessa forma, são algoritmos adequados para localizar rapidamente regiões promissoras dentro do espaço de busca, sendo, no entanto, lentos para refinar as soluções encontradas.

Os GÁS, inicialmente, criam uma população inicial de indivíduos, identificando para cada indivíduo uma característica a ser otimizada; promovem a evolução do grupo escolhido como elite (melhores resultados) através de cruzamentos genéticos e mutações, criando uma nova geração de indivíduos, tendo como conceito básico de seleção a sobrevivência dos mais aptos (LINDEN, 2006). O critério de definição dos mais aptos se obtém através da função objetivo que se quer otimizar.

Um indivíduo (uma solução do problema) pode ser representado comparativamente a um cromossomo. Este cromossomo é uma estrutura de dados (vetor ou cadeia de bits) que representa um conjunto de parâmetros (variáveis de projeto) da função objetivo. Cada parâmetro é codificado em um gene do cromossomo (posição do vetor ou parte da cadeia de bits). A este conjunto de informações contidas no cromossomo chamamos de genótipo. Os GÁS, inicialmente, constroem uma população inicial de forma aleatória, geradora dos indivíduos mais aptos que constituirão a base genética para a próxima geração obtida através de cruzamentos e mutações. O processo chega ao fim quando é atingido um critério de parada definida no programa, como, por exemplo, o máximo número de gerações.

Um algoritmo genético é um método (MATHWORKS, 2006) para solução de problemas de otimização baseado num processo de seleção natural, o processo que controla a evolução natural. O algoritmo genético repetidamente modifica a população de soluções individuais. Para cada passo, o algoritmo genético seleciona indivíduos de forma aleatória a partir da população corrente para serem “pais” e usam-nos para produzir “filhos” para a próxima geração. Criando sucessivas gerações, a população “evolui” para uma solução ótima. Algoritmos genéticos podem ser utilizados para problema de otimização para os quais a função objetivo é descontínua, não diferenciável, estocástica ou altamente não linear. Um algoritmo genético utiliza três tipos

principais de regras em cada passo para criar a próxima geração a partir da população corrente:

- Regras de seleção para escolha de indivíduos chamados de “pais”, que contribuem para a população da próxima geração.
- Regras para cruzamento para combinar dois “pais” para formar um “filho” que constituirá a próxima geração.
- Regras de mutação aplicadas de forma aleatória para alterar o indivíduo “pai” para formar um “filho”.

O algoritmo genético gera uma população de pontos para cada interação. O melhor ponto dentro da população aproxima a solução ótima. A seleção da nova população é realizada por cálculos que se utilizam de geradores de números aleatórios. Em virtude da utilização de geradores de números aleatórios, o algoritmo genético retorna resultados ligeiramente diferentes a cada vez que for utilizado.

#### **A.14.1 Terminologia utilizada em algoritmos genéticos**

A terminologia básica (MATHWORKS, 2004) utilizada em algoritmos genéticos inclui termos como:

- Função objetivo: é a função que se deseja otimizar.
- Indivíduo: é qualquer ponto para o qual se aplica a função objetivo. Um indivíduo é algumas vezes referenciado como “genoma” e o vetor de entrada do indivíduo é referenciado como “gen”.
- População e geração. A população é um arranjo de indivíduos. Para cada interação, o algoritmo genético realiza uma série de cálculos sobre a população corrente e produz uma nova população. Cada sucessiva população é chamada de “nova geração”.
- Diversidade: refere-se à distância média entre indivíduos dentro da população. Uma população tem alta diversidade se a distância média é grande; em caso contrário, tem uma baixa diversidade. A diversidade é essencial para o algoritmo genético porque possibilita ao algoritmo pesquisar uma grande região do espaço.
- Valor da função objetivo e melhor valor da função objetivo: o valor da função objetivo para um indivíduo é o valor da função objetivo para aquele indivíduo. Em função de o algoritmo genético encontrar o mínimo da função objetivo, o melhor valor para a população será o menor valor para a função objetivo para qualquer indivíduo dentro da população.
- “Pais” e “filhos”: para criar a próxima geração, o algoritmo genético seleciona certos

indivíduos na população corrente, chamados “pais”, e utiliza-os para criar indivíduos para a próxima geração, chamados “filhos”. Tipicamente, o algoritmo seleciona “pais” que tenham os melhores valores da função objetivo.

#### A.14.2 Como funciona um algoritmo genético

Os seguintes procedimentos sintetizam como o algoritmo genético trabalha:

1. O algoritmo começa criando uma população inicial de forma aleatória. Se a população inicial for pequena, algumas regiões do espaço de busca de soluções não serão bem representadas.
2. O algoritmo então cria uma sequência de novas populações. Em cada passo, o algoritmo utiliza os indivíduos na população corrente para criar uma nova população. Para criar uma nova população, o algoritmo realiza os seguintes passos:
  - a) Calcula cada elemento da população corrente através do cálculo da função objetivo.
  - b) Escala o valor bruto da função objetivo para convertê-lo para uma faixa de valores.
  - c) Seleciona elementos, chamados de “pais”, baseando-se em seus valores de função objetivo.
  - d) Alguns dos indivíduos da população corrente que têm os menores valores de função objetivo são chamados de “elite”. Estes indivíduos da “elite” passam a ser a nova população.
  - e) Produzem-se “filhos” a partir dos “pais”. “Filhos” são produzidos através de mudanças aleatórias em um único “pai” – mutação – e/ou pela combinação de um vetor de entrada de um par de “pais” – cruzamento.
  - f) Trocar a população corrente pela dos “filhos” para formar a próxima geração.
3. O algoritmo para quando um dos critérios de parada é atingido:
  - Gerações: o algoritmo para quando o número de gerações predefinido é atingido.
  - Limite de tempo: o algoritmo para após estar rodando por um tempo em segundos igual ao limite de tempo predefinido.
  - Valor limite: o algoritmo para quando o valor da função objetivo para o melhor ponto da corrente população é menor ou igual ao valor ótimo limite.
  - Geração evasiva: o algoritmo para quando a mudança ponderada média no

valor da função objetivo é menor do que a tolerância predefinida.

- **Tempo de parada ou evasão:** o algoritmo para quando nenhuma mudança ocorre na função objetivo durante um intervalo de tempo em segundos igual ao tempo predefinido.
- **Tolerância de função:** o algoritmo roda até que a mudança média ponderada no valor da função objetivo é menor do que um valor de tolerância.

### A.14.3 Estrutura de um algoritmo genético

As principais etapas dos GAs são descritas a seguir:

- **Geração da População Inicial.** Gerada de forma aleatória.
- **Avaliação da população.** É realizada pela função objetivo. Num problema de otimização podem-se utilizar restrições de projeto. Podem-se aplicar penalidades à função de aptidão definindo o quanto a solução viola a restrição ou trabalhar com funções multiobjetivo e utilizar condições de restrição diferentes para cada aptidão considerada na função objetivo
- **Mapeamento da função objetivo.** Nesta etapa é realizado o cálculo da aptidão ou grandeza que caracteriza a variável do problema a ser otimizado. Alguns cuidados devem ser realizados: os valores da função objetivo nem sempre são adequados como descritores dos valores da aptidão. A função objetivo pode fornecer valores muito próximos para um conjunto de indivíduos, tornando a seleção aleatória demais, ou alguns valores podem ser muito elevados em relação aos demais do grupo, causando convergência prematura devido à grande influência na seleção causada por estes indivíduos bons na geração presente, mas que podem não ser necessariamente os melhores no espaço global de busca. Assim, os valores de aptidão precisam ser mapeados (escalonados) de maneira que todos os indivíduos possam ser selecionados para as operações genéticas.
- **Seleção.** Esse processo consiste na escolha de indivíduos dentro do grupo atual que servirão de pais para os indivíduos da próxima geração. O Método da Roleta e a Seleção por Torneio são dois destes métodos e têm sua descrição de forma mais detalhada em Goldberg (1989).
- **Cruzamento (Crossover).** Consiste na recombinação do material genético (variáveis do vetor ou parte da cadeia de bits) entre dois indivíduos, resultando

em um novo indivíduo para a próxima geração, obedecendo a uma probabilidade de cruzamento.

- **Mutação.** É um operador genético que modifica os genes de um indivíduo que vai compor a próxima geração, obedecendo a uma probabilidade de mutação. A mutação melhora a diversidade dos cromossomos de uma população, porém destrói parte da informação genética contida. Deve ser utilizada uma baixa probabilidade de mutação com objetivo de diminuir este efeito. A utilização de valores altos torna a busca abrangente, mas também aleatória.
- **Elitismo.** Consiste na cópia do melhor cromossomo de uma população para a geração seguinte sem passar pelo processo seletivo, garantindo convergência.
- **Crítérios de avaliação.** A otimização através de GAs é um método paralelo de avaliação da função objetivo de um indivíduo. Cada etapa de avaliação é independente das demais. Devido a essa característica, programas comerciais fechados de elementos finitos podem ser utilizados com GAs facilmente.

#### A.14.4 Abordagem multiobjetivo

A solução ótima pode não ser devida a uma característica que deve ser minimizada ou maximizada, mas, sim, a muitas. Assim, a função objetivo passa a representar uma combinação de várias características na abordagem multiobjetivo. Grandezas diferentes, como, por exemplo, desempenho e custo, podem ser avaliadas de forma mais adequada sob a ótica multiobjetivo. Uma solução de menor custo e com menor desempenho pode ser comparada com outra de maior custo e melhor desempenho na abordagem multiobjetivo. Desconhecendo-se o comportamento de várias grandezas que determinam o comportamento de um sistema e que vão constituir a função objetivo do problema, pode-se avaliar o problema obtendo um grande número de soluções não-dominadas para que com isso se caracterize a região de soluções eficientes (também denominada de região ótima de Pareto).

A abordagem de um problema de otimização multiobjetivo pode ser realizada de dois modos:

- Estabelecendo pesos (ou prioridades) para cada objetivo da função;
- Encontrando um conjunto de soluções ótimas (não dominadas), que se aproximem da região de Pareto, para posterior escolha do projetista.

## A.15 Otimização de estruturas

### *Projeto de componentes estruturais para crashworthines*

Segundo Ambrósio et al. (2001b), a segurança passiva dos ocupantes de um veículo e as características de absorção de impacto dos componentes estruturais de um veículo são itens de grande importância para construtores, usuários e legisladores. As características do sistema estrutural responsável pela segurança dos passageiros precisam ser incluídas no projeto do veículo durante os estágios iniciais de projeto, sem que isso implique um aumento de tempo necessário para que se possa obter um bom resultado. Por outro lado, as ferramentas de projeto utilizadas não podem ser tão complexas e consumir tanto tempo para os diferentes passos de interação de projeto do que seja razoável; por outro lado, as metodologias utilizadas precisam ser precisas e possuir baixas exigências de informação. Esses objetivos são atingidos pela utilização de metodologias de projeto que permitam a obtenção de modelos conceituais de projeto versáteis e precisos e pela integração de procedimentos de otimização em processos de reanálises.

Com o aumento da potência dos computadores os procedimentos de otimização numérica têm sido introduzidos no processo de projeto industrial como uma ferramenta muito eficiente para suportar decisões de projeto em diferentes etapas da análise. Esse procedimento, muito popular em outras áreas do processo de projeto, somente agora começa a ser aplicado aos problemas complexos da dinâmica não linear e, em particular, para o *crashworthiness*. O maior problema encontrado para se obterem ferramentas numéricas eficientes são a avaliação da sensibilidade das variáveis de projeto e o algoritmo de otimização utilizado.

As metodologias simplificadas em que o modelo do veículo é descrito utilizando a formulação multicorpo flexível suportam procedimentos de otimização e servem também como ferramenta de análise (AMBRÓSIO et al., 2001b). O programa de análise dinâmica e a metodologia de otimização são definidos com programas separados que rodam simultaneamente. O procedimento de projeto desenvolvido dessa forma é então aplicado para o projeto.

### *Problema de otimização*

O problema inicial é resolvido utilizando para tal um programa de análise dinâmica, no qual uma função objetivo e suas restrições são calculadas para cada passo de interação. A

minimização ou maximização da função objetivo é conseguida por meio do algoritmo genético de otimização. A forma geral de um problema de otimização é :

$$\begin{aligned} \text{Min } & F(b) \\ \text{sujeito a } & G(b) \leq 0 \\ & H(b) \leq 0 \\ & b_{\min} \leq b \leq b_{\max} \end{aligned} \tag{A.98}$$

onde  $F(b)$  é uma função objetivo dada,  $H(b)$  e  $G(b)$  são funções que representam as restrições (condições de contorno) e  $b$  é um vetor das variáveis de projeto. Os limites  $b_{\min}$  e  $b_{\max}$  representam os limites aceitáveis de variação das variáveis, sendo geralmente associados com restrições tecnológicas ou biológicas ou com graus de incerteza dependendo da aplicação.

A função objetivo é uma medida das características do sistema que está sendo otimizado. No âmbito da *crashworthiness* funções objetivo típicas são a aceleração máxima que ocorre num componente do sistema durante o impacto, a energia de deformação da estrutura ou componente mecânico ou medidas de dano.

Uma vez escolhido o programa/ferramenta de otimização e o de análise e o conjunto de programas de interface para permitir que haja troca de informações entre essas duas ferramentas numéricas, pode-se iniciar o procedimento de otimização de uma estrutura.

O procedimento começa pelo programa otimizador (AMBRÓSIO et al., 2001b), que inicializa as variáveis de projeto num primeiro momento e decide se um ponto ótimo da função objetivo é encontrado em subsequentes passos de interação. Se um ponto ótimo não é encontrado, as variáveis são atualizadas e o controle do programa é transferido para o primeiro programa de interface. O primeiro programa de interface lê os valores das variáveis de projeto e constrói os arquivos de entrada com o cálculo das propriedades geométricas dos componentes estruturais para o programa de análise dinâmica. Com as informações necessárias geradas, a análise dinâmica é realizada para um período especificado de tempo e um arquivo de saída é gerado. Um segundo programa de interface é então chamado para analisar esses arquivos de saída e construir um arquivo de entrada para o código de otimização. O processo continua até que um ponto ótimo para o problema é encontrado. A Figura A.59 mostra um fluxograma desse procedimento. Hamza e Saitou (2004b) apresentam um fluxograma do algoritmo de otimização que utilizam juntamente com um modelo simplificado, ao qual q denominam de *equivalent mechanism*, apresentado na Figura A.60.

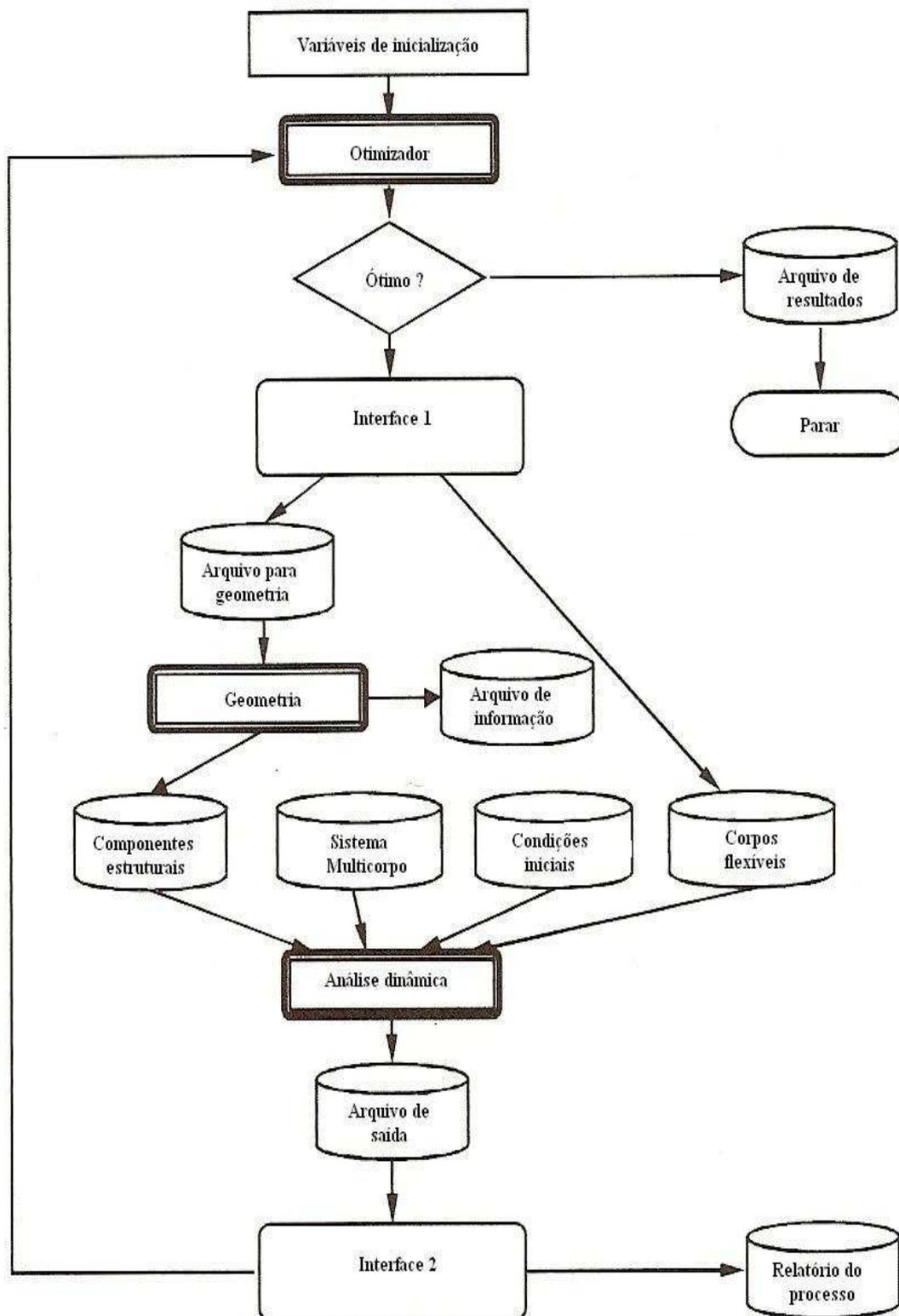


Figura A.59 - Fluxograma de otimização

(Fonte: Ambrósio et al., 2001b)

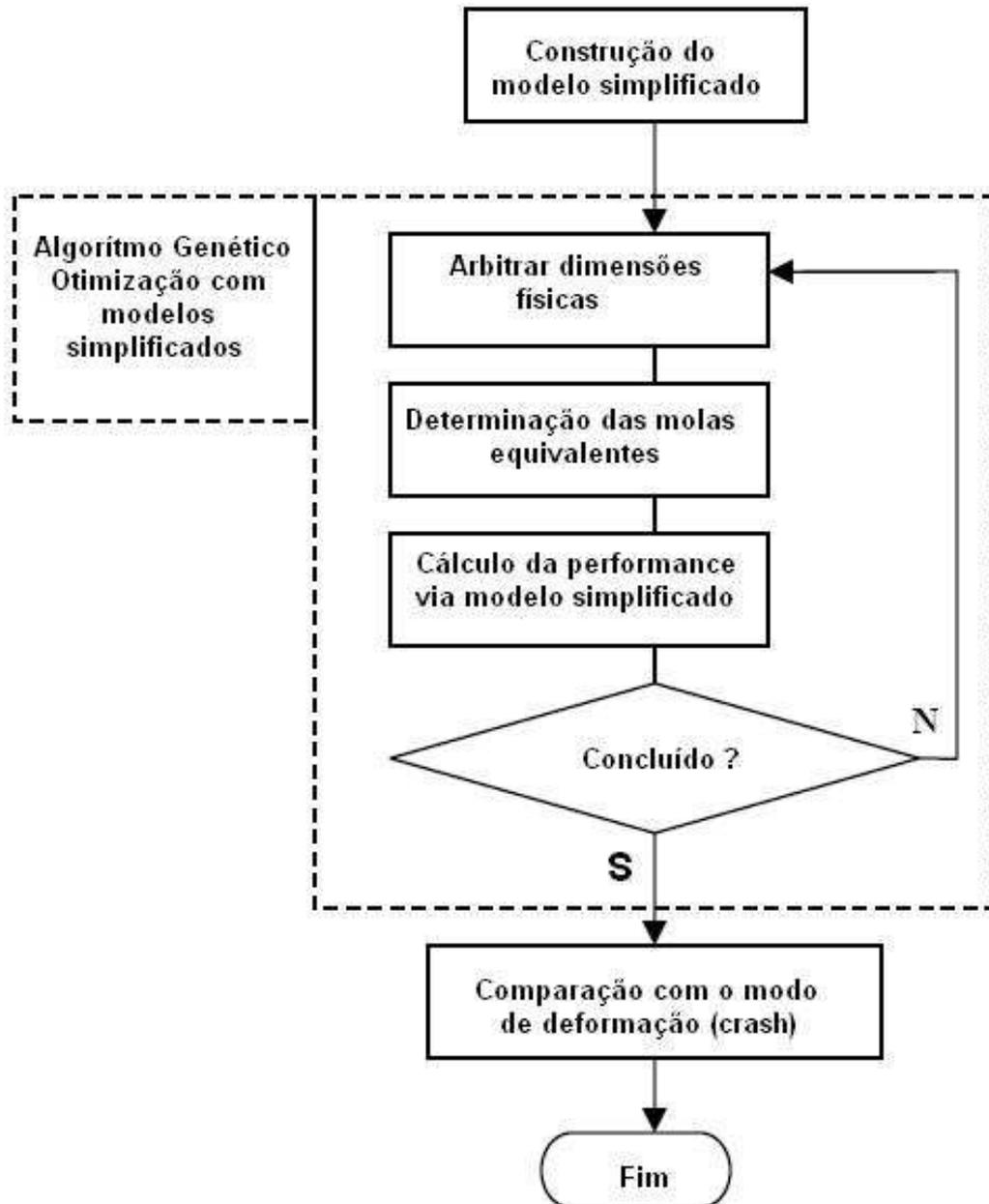


Figura A.60 - Fluxograma de algoritmo de otimização

(Fonte: Hamza & Saitou, 2004b)

Pela proposta de Hamza e Saitou (2004b), o mecanismo de otimização é realizado através de uma série de cálculos e a verificação do acerto ou erro (tentativa e erro). As variáveis de projeto são aquelas que representam as dimensões físicas da seção transversal do componente estrutural a ser otimizado. Após arbitrar dimensões iniciais para a seção transversal a ser otimizado, o comportamento dos elementos estruturais (curvas de força *versus* deslocamento e momento *versus* rotação que caracterizam a rigidez do elemento estrutural) a serem simulados por juntas translacionais e de revolução é buscado em um banco de dados pré-compilado. A seguir um modelo simplificado (*equivalent mechanism*) é utilizado para estimar a performance

da estrutura sob impacto (*crashworthiness*), em vez de um modelo mais caro e demorado de elementos finitos não linear. Um algoritmo que se adapta bem para este tipo de trabalho é o algoritmo genético. Ainda segundo Hamza e Saitou (2004b), tendo em mente que o objetivo último é o projeto da estrutura, não do mecanismo (modelo simplificado), e que o modelo simplificado não é preciso, não é necessário um longo problema de otimização utilizando GA. Dessa forma, o GA vai apresentar como resultado somente uma sugestão para as dimensões, bem como para o modo de deformação da estrutura (*crash mode*). A Figura A.60 apresenta um fluxograma da proposta de Hamza e Saitou (2004b).

## **ANEXO B - Componentes estruturais de um ônibus interurbano**

Neste anexo se apresentam informações sobre componentes estruturais (chassi e carroceria) de ônibus interurbanos. São apresentados detalhes sobre dimensões básicas, distâncias entre eixos, fixações no chassi, área de localização do motorista, peso dos chassi e detalhes construtivos da carroceria.

### **B.1 Chassi**

O chassi do ônibus é fornecido pronto por empresas especializadas. As empresas fabricantes das carrocerias devem seguir as orientações do fabricante/fornecedor do chassi na construção e montagem de suas carrocerias sobre o chassi recebido. Todos os procedimentos para montagem e execução da carroceria, bem como alterações no chassi, são especificados pela empresa fabricante do mesmo, através de um documento denominado “Diretrizes de Encarçoamento”. A Figura B.1 ilustra a carroceria montada sobre o chassi.

O fabricante do chassi permite a alteração da distância entre eixos desde que sejam considerados os seguintes fatores: o peso da carroceria completa com seus componentes especiais e opcionais (toalete, ar condicionado, bagageiros), o peso dos passageiros sentados, em pé e bagagens, os limites legais estabelecidos (autorizados) e limites técnicos admissíveis (indicados). Uma recomendação importante dos fabricantes é a de que, caso haja necessidade de alteração das medidas entre-eixo dos chassis com motor dianteiro, diferentes das indicadas no manual fornecido pelo mesmo, essas alterações só poderão ser feitas mediante consulta e aprovação de seu departamento de engenharia. Dessa forma, os próprios fabricantes do chassi assumem para si uma atribuição que deveria ser de um órgão fiscalizador oficial.

A Figura B.2 ilustra a alteração da distancia entre-eixos.

A fixação da carroceria no chassi também segue rígidas recomendações dos fabricantes. A Figura B.3 apresenta um detalhe de como deve ser executada a fixação da carroceria sobre o chassi. Uma das principais recomendações do fabricante do chassi é de que em hipótese alguma sejam executadas fixações nas travessas do quadro do chassi e nas abas das longarinas. As carrocerias de ônibus possuem uma estrutura base, à qual são posteriormente fixados os painéis laterais, dianteiro e o traseiro. Essa estrutura base é constituída de duas vigas principais, com localização e distanciamento entre si correspondente aos das longarinas do quadro do chassi. A essas vigas longitudinais principais são fixadas as travessas e perfis longitudinais adicionais, formando uma estrutura do tipo da mostrada na Figura B.3. É esta estrutura base que será fixada ao quadro do chassi do ônibus.



Figura B.1 - Carroceria montada sobre o chassi

(Fonte: Volkswagen, 2007)

### Alteração da distância entre-eixos

#### Chassi com motor traseiro:



- Com alongamento das longarinas;



- Com estrutura central para bagageiros passante e piso elevado.

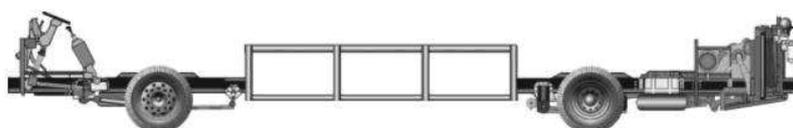


Figura B.2 - Alteração da distância entre eixos

(Fonte: Volkswagen, 2007)

## Fixação da carroceria sobre o chassi

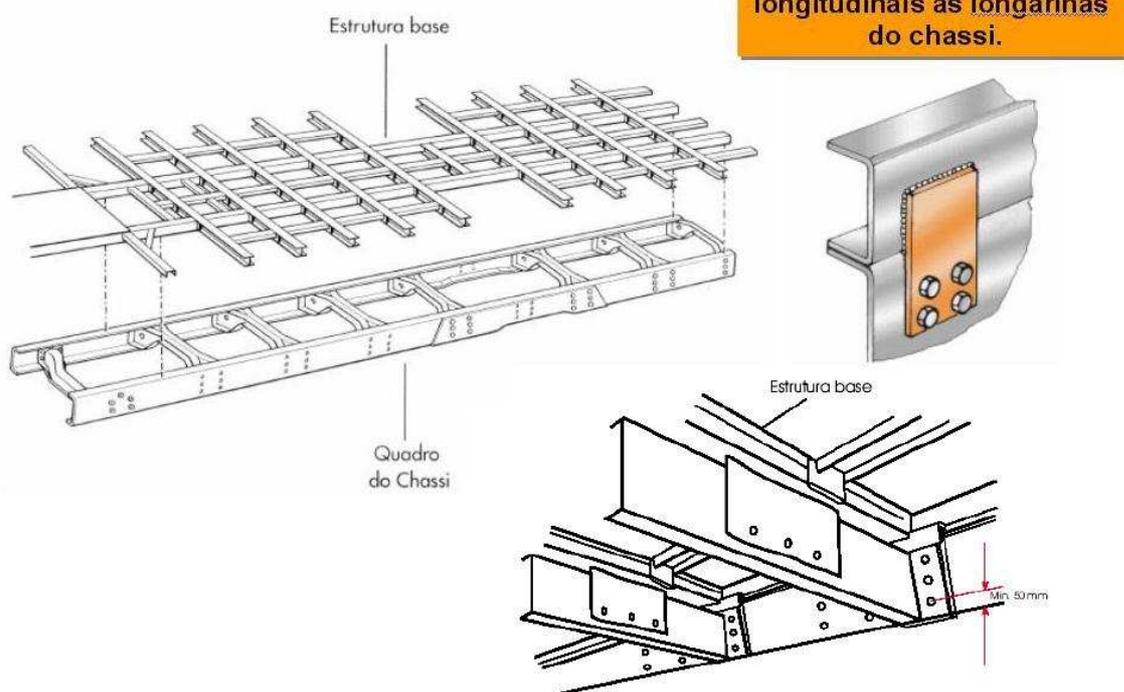


Figura B.3 - Fixação da carroceria no chassi

(Fonte: Volkswagen, 2007)

Os fabricantes recomendam que as fixações sejam sempre executadas através de rebites a frio, parafusos cravo (corpo estriado ou recartilhado) ou parafusos normais de cabeça sextavada provida de arruela de aço (não confundir com arruela de pressão) ou flamgeada. Devem-se sempre usar arruelas de aço sob as porcas e utilizar porcas autotravantes. O aperto final, com o valor do torque recomendado, deve sempre ser aplicado na porca, não na cabeça do parafuso.

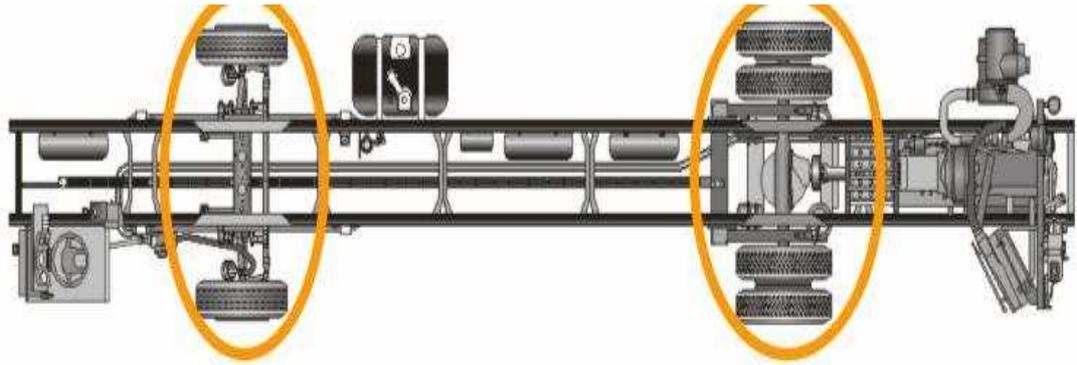
Para essas fixações a estrutura base da carroceria deve ser provida de uma série de placas de fixação, que normalmente são de dois tipos:

(a) Placas de fixação das vigas longitudinais às longarinas do chassi. São normalmente soldadas às vigas da carroceria; seu aspecto corresponde ao mostrado na Figura B.3.

(b) Suportes de fixação sob as travessas da estrutura base da carroceria, geralmente providas de “mão francesa” de reforço (ver Figura B.3).

Nenhuma fixação, em hipótese alguma, pode ser executada nas travessas do quadro do chassi e nas abas das longarinas, recomendam os fabricantes do chassi. Os furos para as fixações devem obedecer à distância mínima de 100 mm dos suportes das molas, suportes dos amortecedores e das barras estabilizadoras e das fixações das travessas do quadro do chassi.

As áreas de concentração de tensões nos chassi com motor traseiro são apresentadas na Figura B.4. Por isso, recomenda-se cuidado especial no dimensionamento dos componentes e dos rebites, ou, eventualmente, parafusos da sua fixação às longarinas.



## Chassi Modular

- Estampado - LNE 38 - 9,5 mm
- Estampado - LNE 50 - 9,5 mm
- Dobrado - LNE 38 - 8 mm

Figura B.4 - Áreas de concentração de tensões

(Fonte: Volkswagen, 2007)

Ainda com relação à montagem da carroceria no chassi, algumas das recomendações dos fabricantes com relação às furações e soldagem no chassi são:

- Não furar as abas superiores e inferiores da longarina;
- Não furar próximo de pontos de fixação de componentes do chassi, tais como suportes de molas e amortecedores, travessas e outros;
- Não furar travessas do chassi;
- Antes de iniciar qualquer furação no chassi, certificar-se de que a área onde será executado o furo esteja livre de tubulações, mangueiras, chicotes ou cabos elétricos, reservatórios de qualquer espécie;
- Não usar maçarico para abrir furos no chassi;
- As furações nas almas das longarinas devem seguir rigorosamente o critério especificado na Figura B.5.

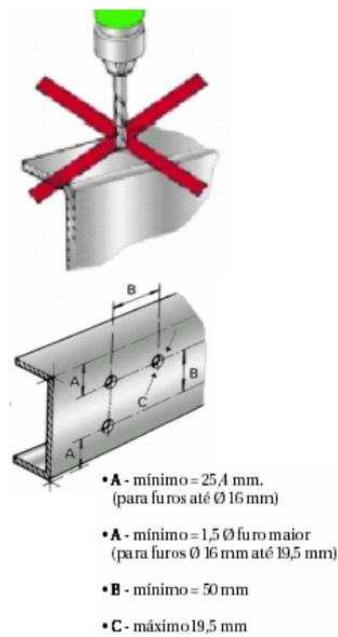


Figura B.5 - Recomendações para furação na alma do perfil C do chassi

(Fonte: Volkswagen, 2007)

Na região indicada na Figura B.6 não se admite o uso de solda. Em hipótese alguma a estrutura da carroceria poderá ser fixada (“ancorada”) na estrutura traseira do chassi, onde são fixados alguns componentes do motor (conhecido como quadro “pi”).

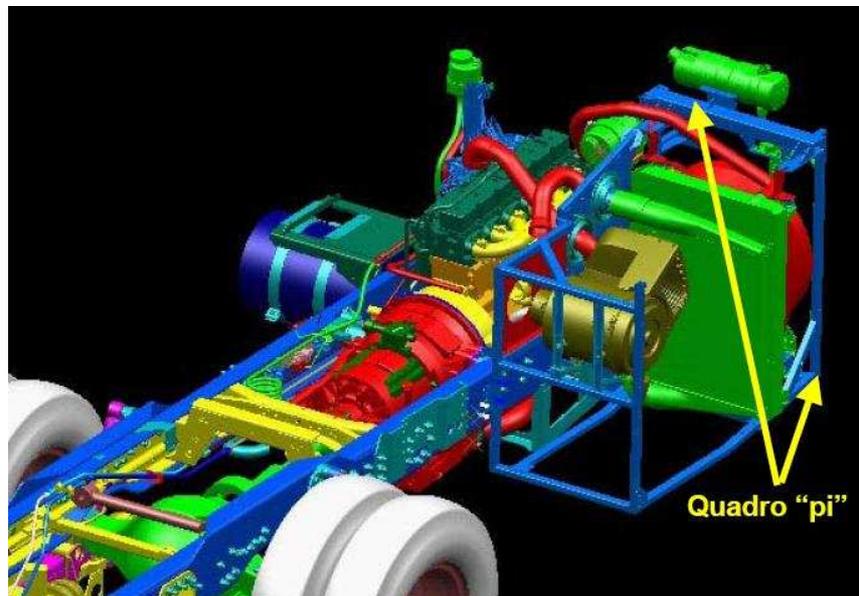


Figura B.6 - Quadro “pi”

(Fonte: Volkswagen, 2007)

A Figura B.7 mostra o assento do motorista. O assento do motorista é instalado pelo fabricante da carroceria e deve atender a todas as normas e regulamentações correspondentes à fabricação e instalação deste assento.



Figura B.7 - Assento do motorista

(Fonte: Volkswagen, 2007)

O banco do motorista, quando instalado pelo encarroçador, deverá ter a sua fixação obedecendo à localização definida pela empresa fornecedora do chassi. Deve ser localizado no painel do assoalho e a fixação deve ser feita por quatro parafusos M 12x1.5x 40 classe 8.8 bicromatados, quatro arruelas 24 x 13 x 2.5 e a porca no assoalho. A Figura B.8 mostra como é realizada a furação para fixação do banco do motorista.



Figura B.8 - Furação para banco do motorista

(Fonte: Volkswagen, 2007)

As principais dimensões para instalação do assento do motorista são apresentadas na Figura B.9. Após a montagem da carroceria, o encarroçador deve instalar o cinto de segurança definitivo conforme a regulamentação vigente no local de operação (tipo 3 pontos, preferencialmente com regulagem de altura). Jamais o cinto de segurança deve ser fixado na estrutura do assento do motorista.

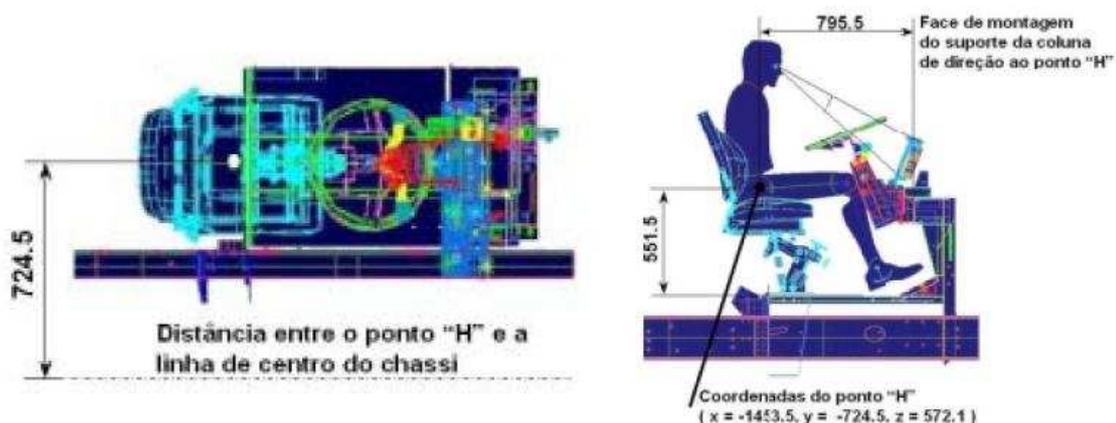


Figura B.9- Localização assento do motorista

(Fonte: Volkswagen, 2007)

A Figura B.10 apresenta pesos dos chassis fabricados pela Daimler Chrysler do Brasil (2005).

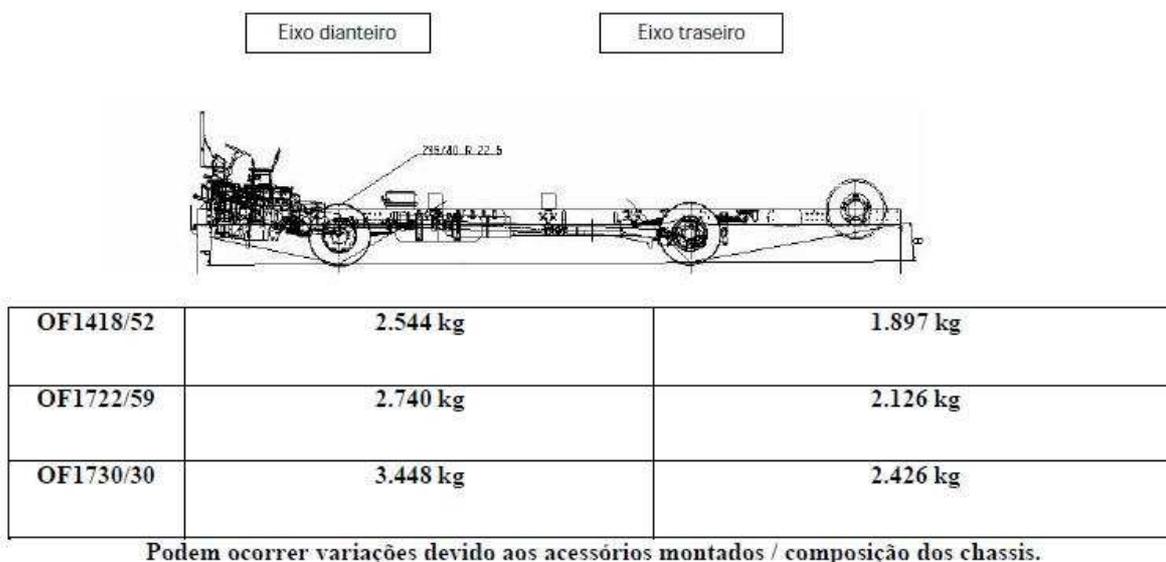


Figura B.10 - Peso dos chassis. Fonte: Daimler Chrysler do Brasil (2005).

## B.2 Carroceria

A carroceria apresentada nesta seção foi desenvolvida por Walber (2009). Esta carroceria representa um modelo real em circulação nas estradas do Brasil e pode ser vista na Figura B.11.

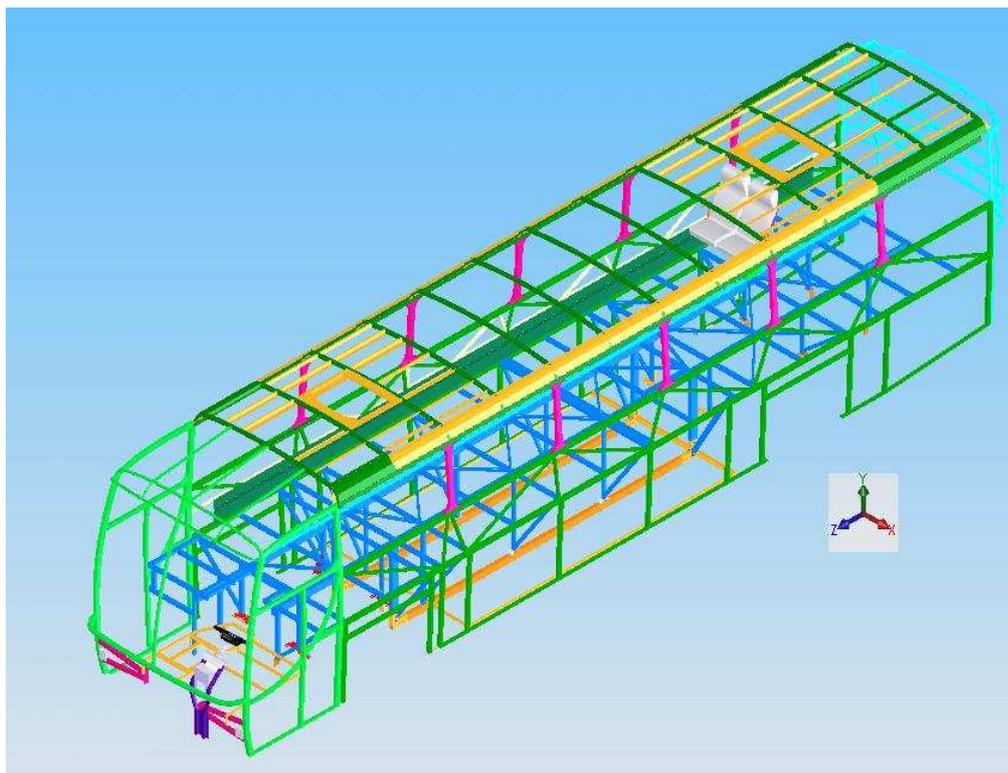


Figura B.11 - Carroceria

(Fonte: Walber, 2009)

A carroceria apresentada na Figura B.11 segue as recomendações dos fabricantes de chassi instalados no Brasil. A Figura B.12 apresenta o chassi sobre o qual é montada a carroceria apresentada na Figura B.11.

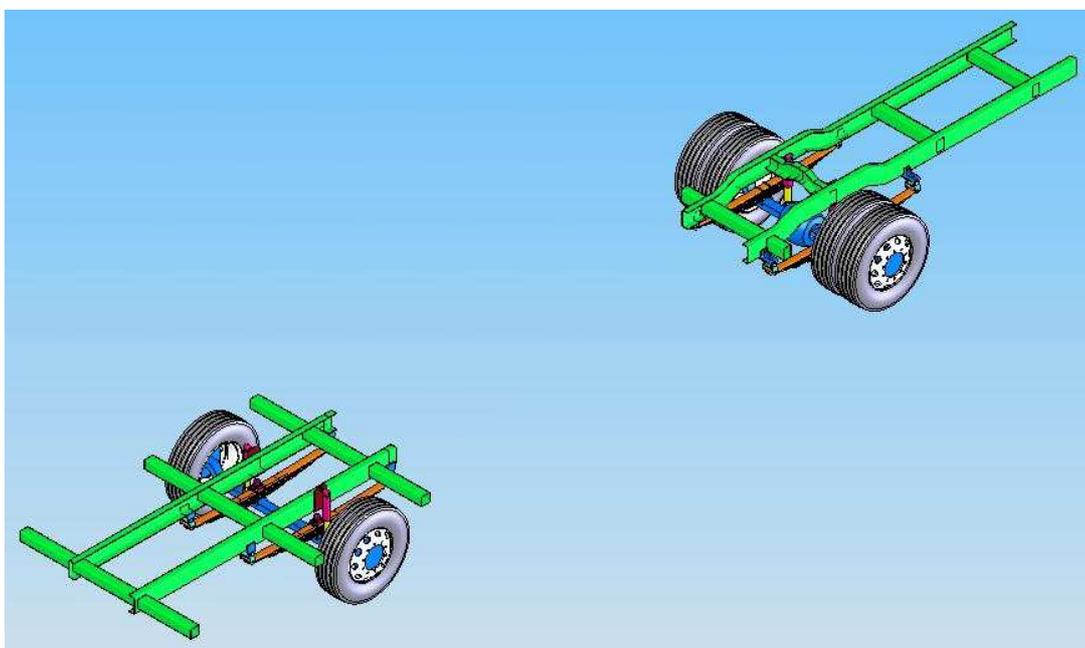


Figura B.12 - Chassi Fonte

(Fonte: Walber, 2009)

A carroceria montada sobre o chassi é apresentada na Figura B.13.

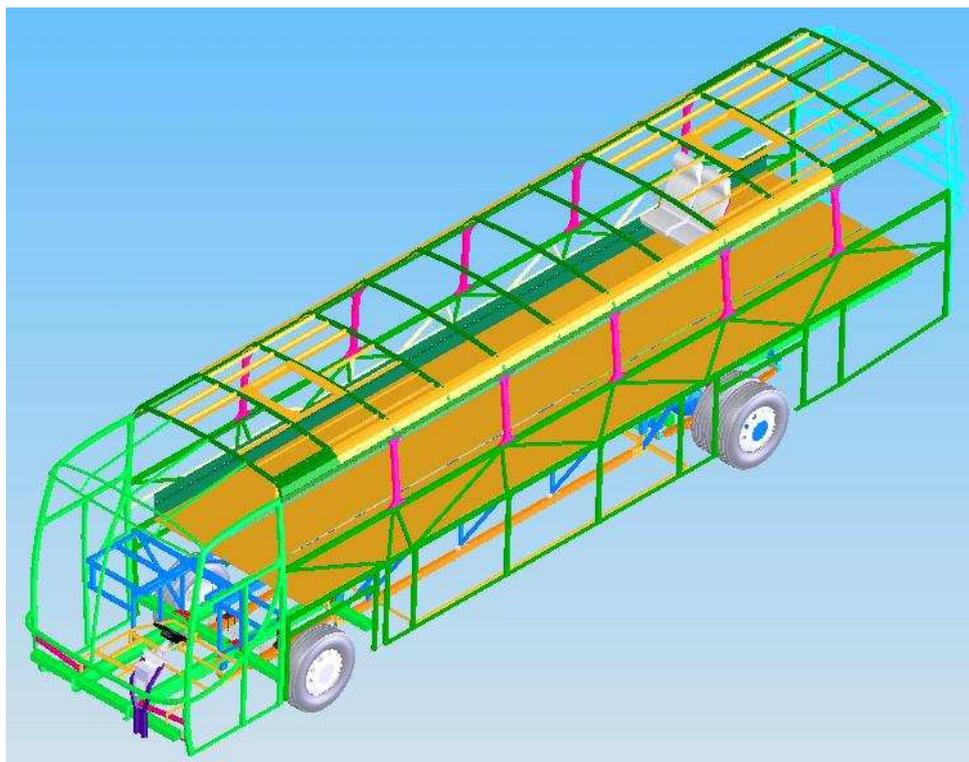


Figura B.13 - Chassi mais carroceria

(Fonte: Walber, 2009)

As modificações a serem realizadas neste trabalho deverão alterar a parte dianteira do chassi mostrado novamente na Figura B.14. Como o chassi é construído por empresas do ramo que praticamente se autorregulam, em virtude de não haver legislação sobre o tema, um dos objetivos deste trabalho é o de alertar as autoridades responsáveis sobre a necessidade de regulamentar o nível de exigência contra impacto frontal para este tipo de veículo.

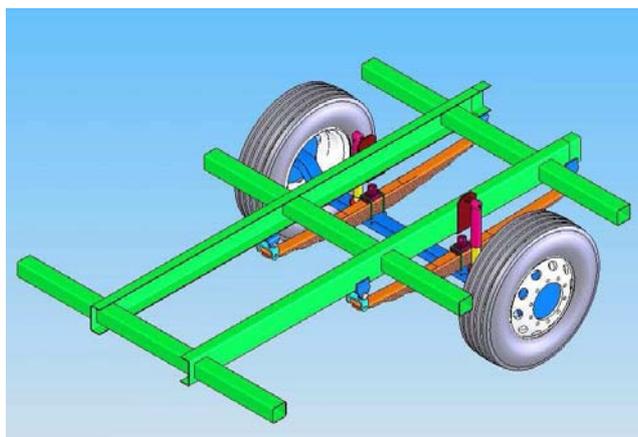


Figura B.14 - Parte dianteira do chassi

(Fonte: Walber, 2009)



Figura B.15 - Isométrica da parte dianteira do modelo do ônibus

(Fonte: Walber, 2009)

Na Figura B.15 se mostra um detalhe da parte dianteira do ônibus, mostrando o chassi, a carroceria, a plataforma para fixação do assento do motorista e a fixação da direção. Pode-se observar a insegurança a que fica exposto o motorista na situação da ocorrência de um evento de impacto frontal.



Figura B.16 - Detalhes da carroceria.

A Figura B.16 apresenta detalhes da carroceria do ônibus interurbano, mostrando o casulo, a estrutura do teto, a estrutura da base, laterais, dianteira e traseira.

## ANEXO C - Métodos analíticos. Obtenção de curvas características

Neste anexo se apresenta uma revisão bibliográfica sobre métodos para obtenção de curvas analíticas representativas das relações constitutivas das rigidezes dos tubos de parede fina.

### C.1 Colapso por compressão e flexão

A resistência última de uma coluna depende da distribuição da tensão normal ao longo do eixo de um dado elemento estrutural (WIERZBICKI et al., 1994a). No estado de pré-flambagem a distribuição de tensões é uniforme; depois de a flambagem ter ocorrido, há uma gradual redistribuição das tensões dentro de cada elemento de placa. Nas proximidades dos cantos de vínculo as tensões são maiores, enquanto que nas regiões mais afastadas tensões de membrana são aliviadas pelo aumento de deflexões fora do plano. Essa tendência continua até o primeiro escoamento ocorrer e a carga última imediatamente a seguir. Uma vez que a resistência a compressão da placa diminui, a estrutura entra no estágio de pós-falha.

Dentro do intervalo de pós-falha, a deformação de compressão e flexão são localizadas na seção transversal com maior nível de tensões na coluna. Na compressão, uma dobra progressiva na coluna ocorre com um comprimento característico de onda  $2H$ . Na flexão, uma única dobra é formada na seção mais fraca da coluna, onde a capacidade de carga é atingida primeiro com o maior momento fletor.

Até recentemente, a análise de pós-falha de uma coluna estava restrita à determinação da força de encurtamento característica de um dado elemento, à força média de amassamento  $P_m$  e à energia de absorção da coluna.

#### *Definição do problema*

Considere-se uma coluna prismática de seção transversal “A” sujeita a uma força axial “N” e a um momento fletor “M”. É assumido que a seção transversal tem dois eixos de simetria e que as deformações por flexão são planares. A força axial total e o momento fletor total numa dada seção transversal são definidos, respectivamente, como

$$N = \int_A \sigma dA \quad (C.1)$$

$$M = \int_A \sigma z dA \quad (C.2)$$

onde  $\sigma$  é a tensão compressiva atuando ao longo do eixo da coluna e “z” é o braço medido a partir de um eixo de referência. Numa análise de pós-falha é conveniente usar um eixo de referência de flexão. O eixo de flexão é definido como aquele para o qual a força total axial é zero,  $N = 0$ . Para um material rígido perfeitamente plástico, a posição inicial do eixo de flexão coincide com o eixo de igual área. Portanto, o eixo de referência é o eixo de simetria para uma seção retangular.

A cinemática do problema é determinada pela hipótese de Euler-Bernoulli, que declara que a distribuição da taxa de deformação  $\dot{\epsilon}_z$  através da altura da viga é linear

$$\dot{\epsilon}_z = \dot{\epsilon}_0 - z\dot{\kappa} \quad (\text{C.3})$$

onde  $\dot{\epsilon}_0$  e  $\dot{\kappa}$  denotam a taxa de deformação e a taxa de curvatura do eixo da coluna, respectivamente. O eixo neutro de  $z_0$  é aquele para o qual a taxa de deformação desaparece,  $z_0 = \dot{\kappa} / \dot{\epsilon}_0$ .

No estado de pré-falha (isto é o intervalo de carga até o ponto de máxima resistência) a rigidez da coluna depende de seu comprimento. Depois de a falha ter ocorrido, a carga cai, a estrutura perde resistência e deformações plásticas são localizadas em regiões relativamente próximas  $2H$  ( Figura C.1). Essas zonas próximas são separadas da coluna por dois planos,  $x = \pm H$  denominada de *superbeam element* (SB). As deformações são simétricas com relação ao plano de simetria, o qual é sempre normal ao eixo indeformado da coluna. A distância  $H$  é chamada de amplitude da onda da dobra; é tratada como desconhecida e será determinada no andamento da análise.

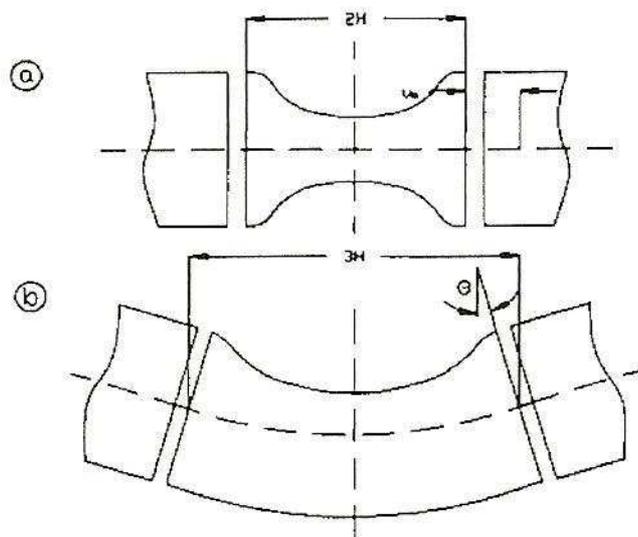


Figura C.1 - Comprimento da onda de dobra plástica em compressão pura (a) e flexão (b) posição onde o perfil de tensões será calculado

(Fonte: Wierzbickie et al., 1994a)

Assim que a carga última é alcançada, o segmento de coluna do lado de fora da zona localizada plástica ( $2H$ ) começa a descarga e pode ser tratado como rígido. Então, a equação (C.3) pode ser integrada com relação ao comprimento de coordenada para dar

$$\dot{u}_z(z) = 2 \int_0^H \dot{\epsilon}_z dz = \dot{u}_0 + z\dot{\theta} \quad (\text{C.4})$$

onde  $\dot{u}_0 = 2H \dot{\epsilon}_0$  e  $\dot{\theta}$  são as taxas de deslocamento e rotação dos planos extremos  $x = \pm H$  do SB. Um caso especial de SB com nenhuma rotação  $\theta = 0$  e com somente deformação axial é denominado *superfolding element* (SE). O comportamento da coluna dentro de um SE no intervalo de pós-falha é apresentado por Wierzbicki et al. (1994a).

O carregamento de um SB é especificado pela prescrição de forças generalizadas (M,N) ou taxas de deformação generalizadas ( $\dot{u}_0, \dot{\theta}$ ) ou uma combinação delas. Assim, quatro condições de carga podem ser distinguidas, dependendo de qual quantidade é prescrita. Diversos casos são considerados neste trabalho (Wierzbicki et al., 1994a):

- Compressão pura:  $\theta = 0$ , N ou  $u_0$  prescrito;
- Pura flexão: N=0, M ou  $\theta$  prescrito; e
- Carregamento excêntrico: M=Pe, N=P.

onde “e” é o comprimento do braço da carga concentrada P. O caso  $e = 0$  corresponde à compressão pura enquanto o caso  $e \rightarrow \infty$  corresponde à flexão pura.

Uma distribuição típica de tensões  $\sigma(x)$  numa seção retangular de um tubo sujeita à compressão pura e à flexão pura é mostrada esquematicamente na Figura C.2, juntamente com a notação utilizada neste trabalho. A coordenada “x” é medida a partir do canto tensionado. Observe-se que existem dois planos simétricos em compressão e somente um em flexão.

### ***Solução analítica***

A técnica analítica adaptada aqui é baseada no conceito de *superfolding element* (SE). O SE é um macroelemento que tem o conhecimento do processo de deformação e somente poucos graus de liberdade. Em tubos de seção quadrada um SE é equivalente a um quarto de segmento de tubo de altura  $2H$ . É frequentemente chamado de elemento de canto. Embora este elemento tenha somente dois graus de liberdade, a cinemática do problema é capturada com precisão.

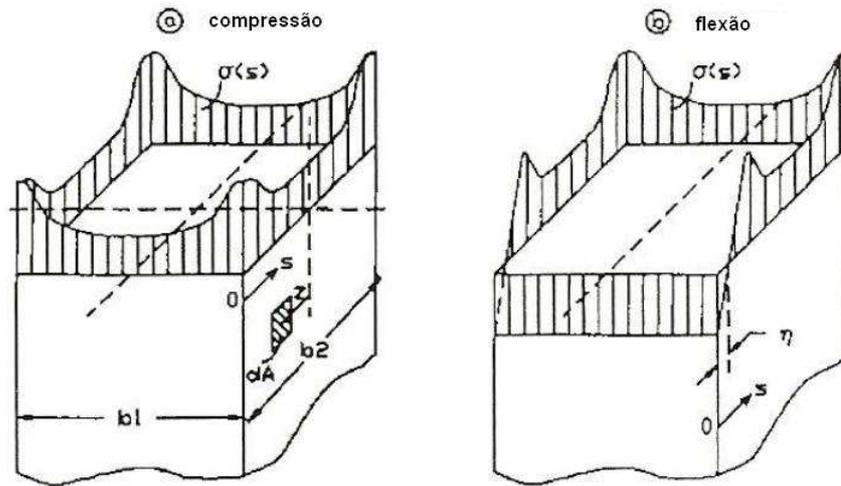


Figura C.2 - Distribuição típica de tensões em colunas de seção retangular sujeitas à compressão axial (a) e flexão pura (b) no intervalo de pós-falha

(Fonte: Wierzbickie et al, 1994a)

Esta teoria foi estendida por Abramowicz e Wierzbicki (1989) para colunas de múltiplos cantos de forma de seção arbitrária onde se apresenta um método para a predição do comportamento ao amassamento de colunas prismáticas de múltiplos cantos sujeitas a uma carga compressiva axial.

### *Suposições*

A forma do modo de colapso plástico com grandes deformações locais e grandes curvaturas pode ser assumida inicialmente tendo como base observações experimentais. Alternativamente, o mecanismo de dobra pode ser sistematicamente desenvolvido a partir de um conjunto de pressupostos básicos em conjunção com a condição de continuidade na propagação das rótulas lineares. Aqui, esta última abordagem é usada, uma vez que traz mais informações sobre o processo de amassamento de estruturas de parede fina. Os seguintes pressupostos são feitos:

(1) A estrutura consiste, inicialmente, de elementos de superfícies planas. Este pressuposto restringe a classe dos problemas a serem considerados. Por exemplo, colunas e vigas de seção tipo caixa, estruturas celulares, painéis enrijecidos, todos são considerados nesta classe. O método pode também ser aplicado a cascas curvas que são aproximadas por placas planas.

(2) O material é considerado como rígido perfeitamente plástico com um valor constante de tensão de fluxo  $\sigma_0$ . Desde que grandes deformações plásticas estão presentes em áreas de grande curvatura, efeitos elásticos podem ser negligenciados e  $\sigma_0$  pode ser pensado como uma

tensão de fluxo médio. Encruamento por deformação e sensibilidade à taxa de deformação podem ser levados em conta para o presente formalismo à custa de cálculos consideravelmente mais complicados.

(3) O comprimento da onda de flambagem local  $2H$  permanece constante durante a formação de cada dobra. Isso é verdadeiro em muitos problemas práticos. Usualmente, o modo de colapso de uma estrutura de parede fina é imposto por imperfeições iniciais ou é ditado por modos iniciais de flambagem elásticos ou plásticos. O fato de este comprimento de onda não ser sujeito a qualquer mudança depois de o processo estar em pós-flambagem significa que deve existir uma forma de determinar  $H$  a partir de considerações de energia dentro do intervalo plástico.

(4) As restrições impostas sobre o processo de amassamento pelas condições de contorno e simetria forçam as linhas de dobra a se moverem através do material. A consideração da dobra sobre rótulas lineares estacionárias (retas ou curvas) é, em geral, muito mais fácil. Tais mecanismos de colapso são possíveis de desenvolver somente se suficiente liberdade é deixada para os contornos se deformarem.

A partir do pressuposto de que a estrutura consiste, inicialmente, de elementos de superfícies planas, considere-se uma rótula linear típica formada pela intersecção de dois elementos planos de superfície, os quais inicialmente têm a altura  $H$  (WIERZBICKI et al., 1994a). Observando a Figura C.3, vemos que, uma vez comprimida, a rótula linear, originalmente posicionada em  $OB_0$ , move-se para uma nova posição  $OB$ . Tal modo de deformação é cinematicamente inadmissível visto que incorpora uma descontinuidade na inclinação através da rótula linear em movimento.

Um mecanismo de colapso consistente é obtido pela introdução de duas rótulas lineares rotativas. A primeira linha está impondo uma curvatura, e esta linha é seguida por outra que remove a curvatura até chegar a zero. O modo resultante consiste, então, de dois elementos planos trapezoidais continuamente unidos pela seção de superfície cônica, Figura C.4.

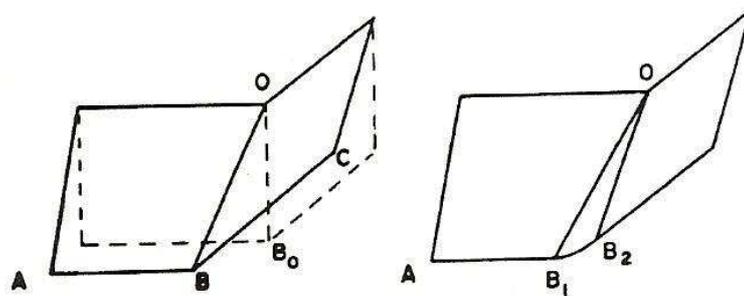


Figura C.3 - Mecanismo de amassamento cinematicamente inadmissível e admissível

(Fonte: Wierzbicki et al., 1994a)

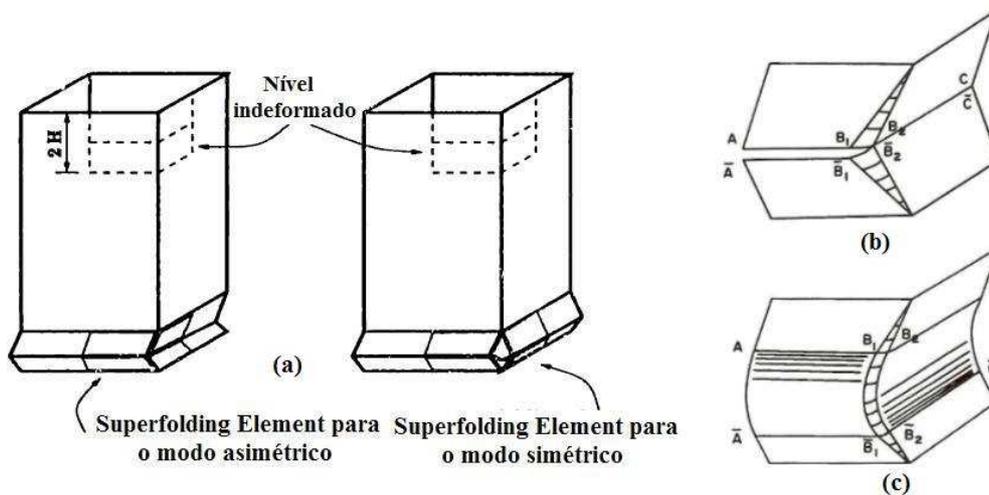


Figura C.4 - (a) Mecanismo básico de amassamento (b) Montagem de dois modos assimétricos com descontinuidade material; (c) Mecanismo de colapso consistente completo

(Fonte: Santosa, 2000)

Quando dois modos idênticos como os descritos anteriormente são montados, uma rótula linear estacionária BC é formada, para a qual a inclinação da descontinuidade é possível. Isso, entretanto, resulta em uma descontinuidade material sobre as partes remanescentes da rótula linear. A abertura aumenta a partir de  $B_2$  para  $B_1$  e então permanece constante ao longo de  $B_1A$ , Figura C.4. A largura da abertura indica o quanto de extensão ou compressão será requerido para garantir a compatibilidade geométrica total. Essa dificuldade pode ser superada pela inserção de uma superfície cilíndrica entre os dois elementos deformados ao longo do eixo horizontal CAB, Figura C.5. Como a deformação progride, cada uma das linhas horizontais se divide agora em duas rótulas se movendo em direções opostas. De acordo com a condição de continuidade, a região central limitada por quatro arcos circulares em movimento precisa formar uma seção de superfície toroidal. O modo de deformação consistindo de quatro elementos trapezoidais, uma seção de duas superfícies horizontais cilíndricas, duas superfícies cônicas inclinadas e uma seção de superfície toroidal será chamado de “mecanismo básico de amassamento”.

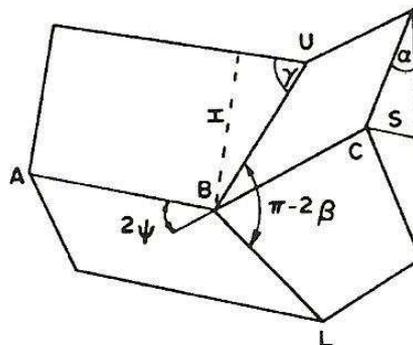


Figura C.5 - Geometria global do mecanismo de dobra básica

(Fonte: Wierzbicki et al., 1994a)

A geometria global das quatro linhas de dobra que se interseccionam é mostrada na Figura C.5. A geometria inicial do elemento comprimido é definida pela altura  $2H$ , o comprimento total  $C$ , que é o comprimento do segmento AB e BC, e o ângulo  $2\psi_0$  entre as duas placas adjacentes. A geometria corrente é descrita pela distância de amassamento  $\delta$ , ou pelo ângulo de rotação dos painéis laterais  $\alpha$ , ou pelo deslocamento horizontal do ponto B. Essas quantidades são mutuamente relacionadas por

$$\delta = 2H(1 - \cos \alpha) \quad (C.5)$$

$$S = H \sin \alpha \quad (C.6)$$

Os outros dois ângulos  $\gamma$  (no plano ABU) e  $2\beta$  (no plano UBL) são relacionados com  $\psi_0$  e  $\alpha$  por

$$\tan \gamma = \frac{\tan \psi_0}{\sin \alpha} \quad (C.7)$$

$$\tan \beta = \frac{\tan \gamma}{\sin \psi_0} \quad (C.8)$$

O movimento do elemento é descrito pela velocidade relativa entre os cantos superiores e inferiores (pontos U e L)

$$\dot{\delta} = 2H(\sin \alpha)\dot{\alpha} \quad (C.9)$$

e a velocidade horizontal do ponto C

$$V = \dot{S} = H(\cos \alpha)\dot{\alpha} \quad (C.10)$$

O ponto central a ser avaliado é a análise do campo de deformação contínuo que conduz à deformação extensional em zonas localizadas. O campo de velocidades numa seção de casca toroidal pode ser determinado num sistema de coordenadas fixo ou, mais convenientemente, em um sistema de coordenadas em movimento referenciado para um modo de colapso global.

Subtraindo a parte convectiva do campo de velocidades, pode ser facilmente mostrado que o movimento local da superfície média da casca na zona considerada não é nada mais do que um fluxo radial do material sobre a superfície toroidal com velocidade tangencial  $V_t$ . Esta velocidade é relacionada à velocidade  $V$  pela Figura C.6.

$$V_t = \dot{\omega}b = V / \tan \psi_0 \quad (C.11)$$

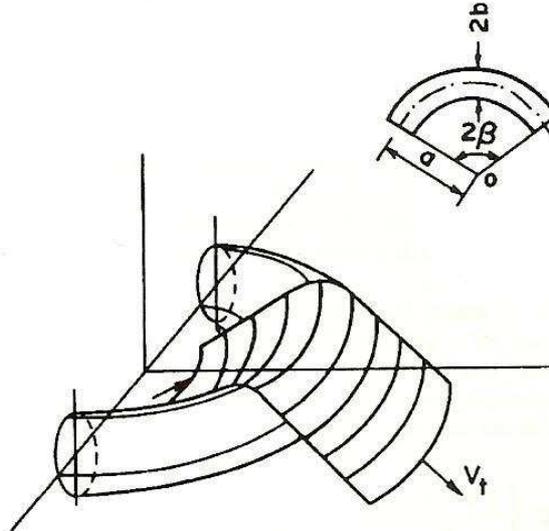


Figura C.6 - Fluxo plástico de uma chapa de metal através de uma superfície toroidal

(Fonte: Wierzbicki et al., 1994a)

#### **Determinação da força e momento instantâneo de amassamento**

Foi assumido que a coluna de seção quadrada é sujeita a somente compressão uniforme entre placas rígidas e que somente uma dobra se forme.

É mais conveniente tratar o ângulo de rotação como um parâmetro do processo. A força instantânea de resistência  $P(\alpha)$  do SE é determinada a partir do princípio dos trabalhos virtuais como

$$P(\alpha)\dot{\delta} = \dot{E}_{cor} + \dot{E}_{diag} + \dot{E}_b \quad (C.12)$$

onde  $\dot{E}_{cor}$ ,  $\dot{E}_{diag}$  e  $\dot{E}_b$  denotam a taxa de dissipação de energia pelas deformações das rótulas lineares de canto, diagonal e horizontal, respectivamente. O lado esquerdo da equação (C.12) representa a taxa de trabalho das forças externas. O lado direito da equação (C.12) é a soma da energia plástica dissipada pelos três mecanismos principais de absorção. A taxa de dissipação para a deformação de canto é

$$\dot{E}_{cor} = 16M_0 \frac{r}{t} H \cos \alpha \int_0^{\beta(\alpha)} \frac{d\phi}{\sqrt{1 + \cos^2 \phi}} \dot{\alpha} = 16M_0 \frac{r}{t} H I_1(\alpha) \dot{\alpha} \quad (C.13)$$

onde  $\tan(\sqrt{2}\alpha) = \tan(\beta)$  e  $r$  é o raio de “rolamento” da dobra diagonal e  $M_0 = \frac{1}{4}\sigma_0 t^2$  é o momento de plastificação por flexão total da seção por unidade de comprimento. A taxa de dissipação em flexão e reflexão de uma dobra é

$$\dot{E}_{diag} = 4M_0 \frac{H^2}{r} \cos \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \dot{\alpha} = 4M_0 \frac{H^2}{r} I_2(\alpha) \dot{\alpha} \quad (C.14)$$

a taxa de dissipação em flexão em torno de uma rótula linear estacionária é

$$\dot{E}_b = 4M_0 b \dot{\alpha} \quad (\text{C.15})$$

onde  $b$  é a largura da coluna quadrada ou a média entre as larguras de flange de uma coluna retangular

$$b = \frac{1}{2}(b_f + b_w) \quad (\text{C.16})$$

Aqui os subscritos  $f$  e  $w$  denotam flange e mesa (*web*), respectivamente. Substituindo as equações (C.9) e (C.13) até (C.15) na equação (C.12), a expressão para a força instantânea de amassamento torna-se

$$P(\alpha) \sin \alpha = M_0 \left\{ 8I_1(\alpha) \frac{r}{t} + 2I_2(\alpha) \frac{H}{r} + 2 \frac{b}{H} \right\} \quad (\text{C.17})$$

A função  $P(\alpha)$  depende do raio de rolamento  $r$  e do comprimento da onda de dobra  $H$ . Esses parâmetros desconhecidos podem ser determinados integrando a equação (C.17) com relação a  $\alpha$  entre os limites  $(0, \pi/2)$ . O resultado é

$$P_m = M_0 \left\{ 4.64 \frac{r}{t} + 2.3 \frac{H}{r} + \pi \frac{b}{H} \right\} \quad (\text{C.18})$$

onde  $P_m$  é a força média. Valores com significado físico para  $r$  e  $H$  são obtidos pela minimização de  $P_m$  com relação a esses parâmetros

$$\frac{\partial P_m}{\partial r} = \frac{\partial P_m}{\partial H} = 0 \quad (\text{C.19})$$

Isso conduz a duas equações algébricas simultâneas para  $r$  e  $H$ . A solução deste sistema é

$$r = 0.7t^{2/3}b^{1/3} \quad (\text{C.20})$$

$$H = t^{1/3}b^{2/3} \quad (\text{C.21})$$

Quando as equações acima são substituídas na equação (C.18), pode-se mostrar que a contribuição dos três mecanismos de resistência à carga para a força média total de amassamento é a mesma. Assim

$$P_m = 3\pi M_0 \left( \frac{b}{t} \right)^{1/3} \quad (\text{C.22})$$

é conveniente normalizar a força instantânea de amassamento com relação a  $P_m$ . O resultado é

$$P(\alpha) = P_m \left\{ 0.6 \frac{I_1}{\sin \alpha} + 0.3 \frac{I_2}{\sin \alpha} + 0.212 \frac{1}{\sin \alpha} \right\} \quad (\text{C.23})$$

ou em notação abreviada

$$P(\alpha) = P_m [A_1(\alpha) + A_2(\alpha) + A_3(\alpha)] \quad (C.24)$$

onde  $\alpha$  é relacionado ao deslocamento  $\delta$  pela equação (C.5). Para pequenas aproximações angulares, a equação (C.23) simplifica-se para

$$P(\alpha) = P \left[ 0.6 + \frac{0.512}{\alpha} \right] \quad (C.25)$$

A força média de amassamento pode ser considerada como um fator de escala o qual muda a curva  $P - \delta$  para cima ou para baixo, dependendo da relação  $b/t$  e da tensão de fluxo do material. Ao mesmo tempo, a função normalizada  $P_\alpha / P_m$  é independente do material e da geometria da coluna. O resultado teórico acima confirma plenamente as observações realizadas em modelos semelhantes de elementos finitos.

Já foi mostrado que somente 3/4 da altura de um SE podem ser efetivamente utilizados para o amassamento. Portanto, a força média de amassamento será aumentada de um fator de 4/3. Assim, a força média para um SE, ajustada pela distância efetiva de amassamento, é

$$(P_m)_{eff} = 4\pi M_0 \left( \frac{b}{t} \right)^{1/3} \quad (C.26)$$

Entretanto, na fase inicial do processo de amassamento a distância efetiva de amassamento não é “sentida” pela coluna. Portanto, a equação (C.23) será utilizada em conjunto com as equações (C.24) e (C.25) para prever a força instantânea de amassamento.

Wierzbicki et al. (1994,b) estendem o conceito de *superfolding element* (SE), desenvolvido originalmente para colunas carregadas axialmente, para aplicação em caso de flexão e carregamento combinado de flexão mais compressão. Um modelo cinemático simples foi construído com quatro parâmetros livres. Soluções fechadas foram desenvolvidas para as características momento-rotação de colunas quadradas no intervalo de pós-falha. Aplicando uma metodologia semelhante à apresentada para compressão, chega-se às expressões para comprimento de onda de amassamento em flexão  $H_b$  e para o raio de rolamento em flexão  $r_b$

$$H_b = 1.276b^{2/3}t^{1/3} \quad (C.27)$$

$$r_b = 0.795b^{1/3}t^{2/3} \quad (C.28)$$

onde o subscrito “b” significa flexão. Comparando as expressões (C.27) e (C.28) com as expressões equivalentes para compressão (C.20) e (C.21) observa-se que, para o caso de flexão, o raio de rolamento é ligeiramente maior. O comprimento de dobra H para o caso de flexão é cerca de 25% maior.

A força média de amassamento para a metade de uma coluna carregada excentricamente é dada por Wierzbicki et al. (1994,b)

$$P_m^b = 1.17(3\pi M_0) \left(\frac{b}{t}\right)^{1/3} = 1.17P_m^c \quad (\text{C.29})$$

Assim, a força média de amassamento da metade de uma coluna em flexão é maior por um fator de 1.17 do que a força de amassamento médio de um quarto de uma coluna idêntica sujeita a compressão pura. A força instantânea de amassamento é dada por

$$P^b(\alpha) = P_m^b \left[ 0.576 \frac{I_1(\alpha)}{\sin \alpha} + 0.29 \frac{I_2(\alpha)}{\sin(\alpha)} + 0.212 \frac{1}{\sin \alpha} \right] \quad (\text{C.30})$$

Para pequenos ângulos  $\alpha$ , a equação (C.30) pode ser simplificada para

$$P^b(\alpha) = P_m^b \left[ 0.576 + \frac{1}{2\alpha} \right] \quad (\text{C.31})$$

$$P^b(\alpha) = 1.17P_m^c f(\alpha) \quad (\text{C.32})$$

onde

$$f(\alpha) = 0.576 + \frac{1}{2\alpha} \quad (\text{C.33})$$

O momento de flexão de para a metade da coluna pode ser calculado por

$$M = P^b b \quad (\text{C.34})$$

quando o eixo neutro é deslocado totalmente para a parede do tubo. Ao mesmo tempo, o ângulo de rotação relativa é

$$\theta = \frac{\delta}{H} = \alpha^2 \quad (\text{C.35})$$

As características de momento-rotação para a metade da seção da coluna podem ser obtidas diretamente a partir das características de força-deflexão da coluna comprimida (um quarto da seção da coluna)

$$M(\theta) = 1.17bP(\delta) \quad (\text{C.36})$$

Kim e Wierzbicki (1999) apresentam expressões para a determinação do momento fletor de pré-flambagem  $M^I$  (assume que  $b/t$  é relativamente pequeno de tal forma que as paredes laterais do tubo são efetivas) que são relacionadas com a seção retangular ( $a, b, t$ ) e com a tensão média  $\sigma$

$$M^I = \begin{cases} \sigma b t \left( a + \frac{b}{2} \right) & \text{para } \psi = 0 \\ \sigma a t \left( b + \frac{a}{2} \right) & \text{para } \psi = 90^\circ \end{cases} \quad (\text{C.37})$$

Denotando por  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$  as características do material em tração uniaxial, a tensão média (ou de fluxo) é definida como a tensão correspondente ao valor médio da deformação numa rótula plástica generalizada

$$\sigma = \sigma(\varepsilon_{av}) \quad (C.38)$$

onde

$$\varepsilon_{av} \approx \begin{cases} \frac{\theta b}{4H} & \text{para } \psi = 0^\circ \\ \frac{\theta a}{4H} & \text{para } \psi = 90^\circ \end{cases} \quad (C.39)$$

fazendo

$$2H = 1.3\sqrt[3]{c^2 t} \quad (C.40)$$

onde  $c = (a + b)/2$ , a expressão final para a deformação média é

$$\varepsilon_{av} \approx \begin{cases} 0.2 \left(\frac{b}{t}\right)^{1/3} \theta & \text{para } \psi = 0^\circ \\ 0.2 \left(\frac{a}{t}\right)^{1/3} \theta & \text{para } \psi = 90^\circ \end{cases} \quad (C.41)$$

Na região de amassamento a característica momento-rotação de pós-flambagem da seção retangular da viga  $M^i(\theta)$  é dada por

$$M^i(\theta) = 22.06bM_0 \left(\frac{a+b}{2t}\right)^{1/3} \left[ 0.576 + \frac{1}{2\sqrt{\theta}} \right] \quad (C.42)$$

onde o momento de flexão plástico por unidade de comprimento  $M_0$  é

$$M_0 = \frac{\sigma_0 t^2}{4} \quad (C.43)$$

e a tensão de fluxo para grandes deformações pode ser determinada, aproximadamente, pela equação

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma_y \sigma_u} \quad (C.44)$$

onde  $\sigma_y$  e  $\sigma_u$  são, respectivamente, a tensão inicial de escoamento e a tensão última.

A intersecção das curvas definidas pelas equações (C.37) e (C.42) define o valor teórico do momento de pico (Figura 4.22).

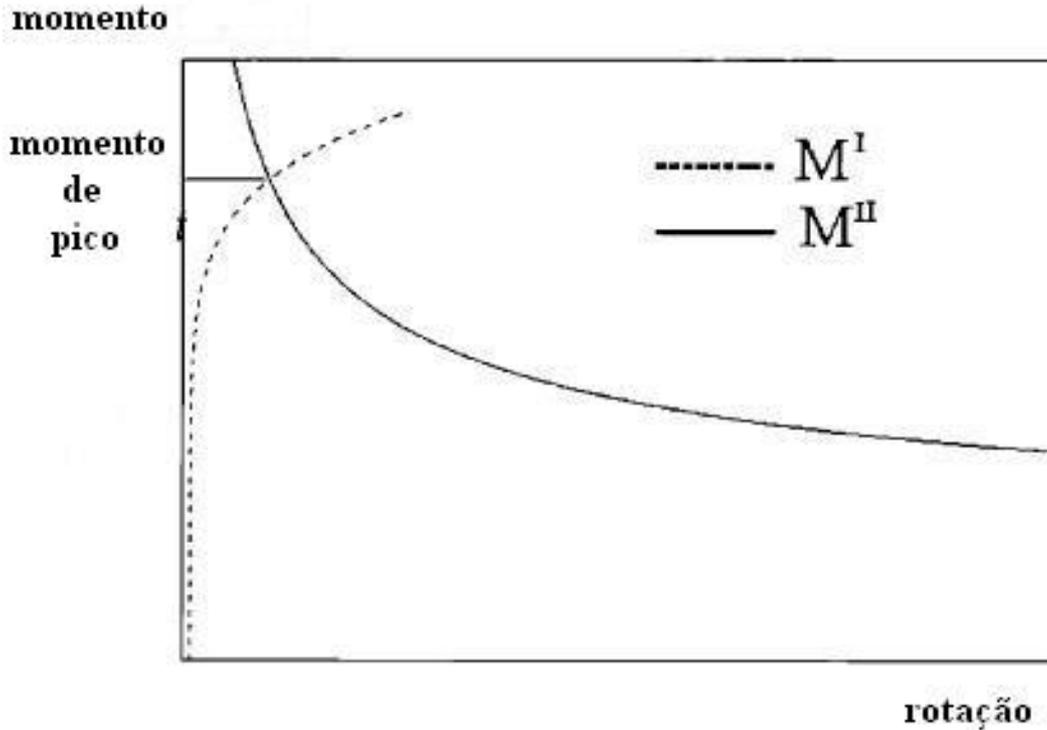


Figura C.7 - Definição do momento de pico

(Fonte: Kim e Wierzbicki, 1999)

A transição entre o estágio de pré-flambagem para a pós-flambagem e o estágio de amassamento não é instantânea, como mostrado na Figura C.7, mas requer uma rotação considerável adicional ( $\theta_{sh}$ ). A “mudança” na curva momento-rotação é governada pela razão de aspecto  $b/t$  e  $l/b$  e é expressada como segue

$$\theta_{sh} = \frac{l}{2H} 1.92 \left( \frac{t}{b} \right)^{5/3} \left[ 3.65 \left( \frac{t}{b} \right)^{2/3} + 1 \right] \quad (C.45)$$

## C.2 Colapso por torção

Chen e Wierzbicki (1999) estudaram o colapso torcional de colunas prismáticas de parede fina analítica e numericamente. Modelos simples de colapso torcional foram desenvolvidos com o objetivo de desenvolver modelos para prever o comportamento sob colapso de colunas quadradas sob grandes rotações plásticas, incluindo estudos sobre pré-flambagem, flambagem plástica e pós-flambagem, utilizando métodos de energia. Por considerar o efeito combinado de geometria e material, o início da flambagem plástica seccional é previsto e a rotação de torção crítica para a flambagem seccional é obtida.

### *Colapso torcional de colunas quadradas de parede fina*

Considere-se uma coluna de comprimento ‘l’, largura ‘b’ e espessura de parede ‘t’. Um lado da coluna é fixo, enquanto que o outro lado é livre para mover-se na direção axial e é sujeito a uma rotação de torção. A rotação de torção da extremidade é denotada por  $\theta_0$  (Figura C.8). Simulações numéricas demonstram que o momento de torção encontra um valor último em torno de  $10^\circ$ . A seguir, o momento de rotação cai significativamente com o aumento da rotação de torção devido ao colapso torcional plástico da coluna. Para grandes rotações, o momento de torção chega a um valor constante assintótico. A forma da deformação da coluna com uma rotação de  $45^\circ$  é mostrada na Figura C.9 e a evolução da forma da seção transversal deformada é mostrada na Figura C.10. A forma da curva momento torçor-rotação é mostrada na Figura C.11.

### *Solução analítica /Formulação teórica*

Uma aproximação cinemática é proposta no presente estudo com base no princípio dos trabalhos virtuais

$$T\dot{\theta}_0 = \int_S N_{\alpha\beta}\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}dS \quad (C.46)$$

onde T é o momento torçor aplicado na extremidade da coluna;  $N_{\alpha\beta}$  e  $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$  são, respectivamente, componentes do tensor tensão de membrana e tensor taxa de deformação na parede da coluna.

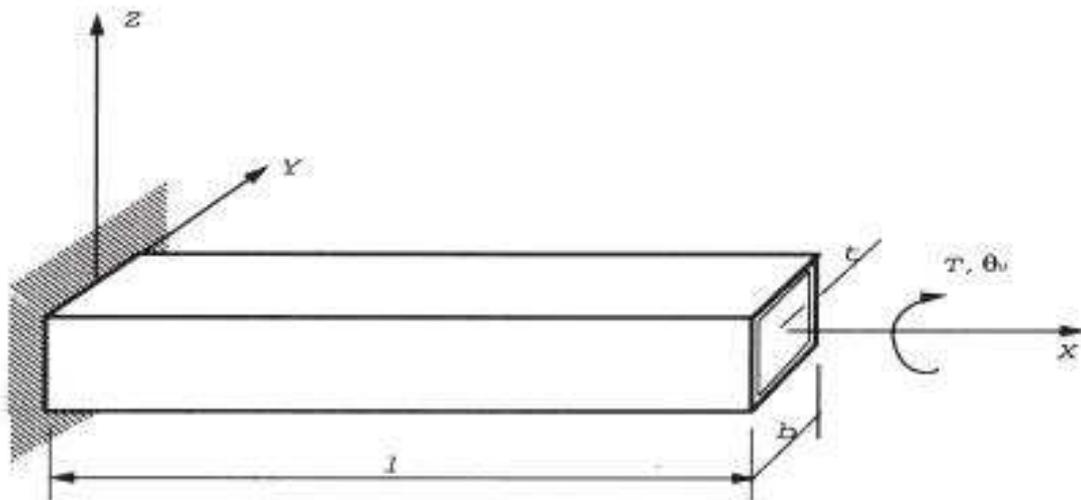


Figura C.8 - Coluna de parede fina sob carregamento torcional

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

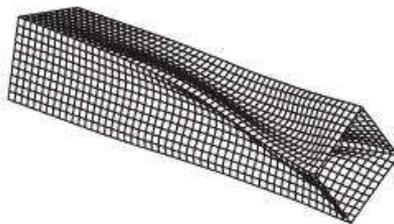


Figura C.9 - Forma deformada de uma coluna de seção quadrada de parede fina com 45° de rotação

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

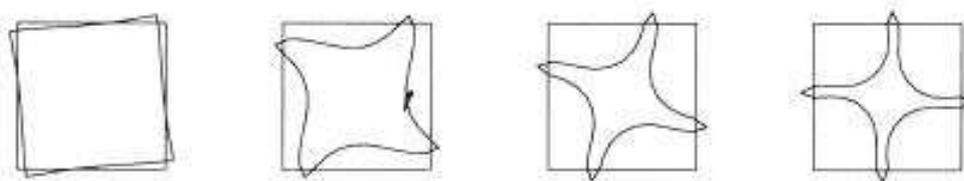


Figura C.10 - Evolução da forma da seção transversal deformada

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

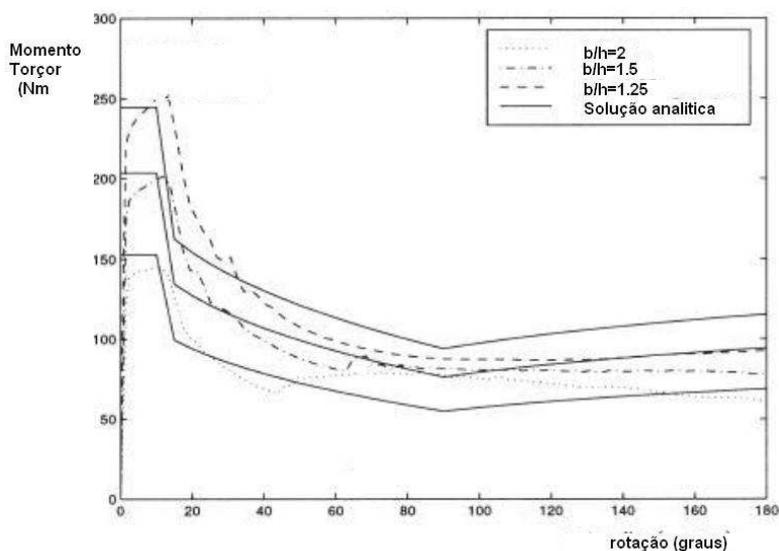


Figura C.11 - Resistência torcional de coluna retangular ( $l/b=5$ ,  $b/t=50$ )

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

Dois modelos de material são introduzidos. Para a análise de carga de flambagem plástica, o material é assumido como rígido-plástico, encruamento por deformação obedecendo à lei  $\bar{\sigma} = C\bar{\epsilon}^n$  e a condição de escoamento de Von Mises, onde  $\bar{\sigma}$  e  $\bar{\epsilon}$  são, respectivamente, a tensão equivalente e a deformação equivalente. A análise de pós-flambagem é baseada em um modelo rígido-perfeitamente plástico. Os componentes do tensor taxa de deformação num sistema de coordenadas local no plano  $\alpha, \beta = 1, 2$  são

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & \dot{\epsilon}_{xy} \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_{yy} \end{pmatrix} \quad (\text{C.47})$$

onde “x” é alinhado com o eixo longitudinal da coluna. A componente  $\dot{\epsilon}_{xx}$  e  $\dot{\epsilon}_{xy}$  podem ser calculadas a partir de um campo de velocidades assumido e então relacionadas à rotação de torção  $(\theta_0, \dot{\theta}_0)$ . O tensor de tensão de membrana  $N_{\alpha\beta}$  é determinado a partir de uma regra associada de fluxo. Para levar em conta o efeito de encruamento por deformação no modelo rígido perfeitamente plástico, a tensão energia equivalente de fluxo é utilizada no cálculo

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sigma_y \sigma_u}{n+1}} \quad (\text{C.48})$$

onde  $\sigma_y$  e  $\sigma_u$  são as tensões de escoamento e última do material, respectivamente; “n” denota o expoente da lei de comportamento do material.

A condição de escoamento de Von Mises em estado plano de tensões é expressa como

$$F = \sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx} \sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2 - \sigma_0^2 = 0 \quad (\text{C.49})$$

A taxa de deformação pode ser calculada a partir de uma regra de fluxo

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} = \dot{\kappa} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} \quad (\text{C.50})$$

onde  $\dot{\kappa}$  é uma constante de fluxo.

As componentes do tensor tensão  $\sigma_{\alpha\beta}$  podem ser expressas em termos da constante de proporcionalidade,  $\dot{\kappa}$  e do tensor taxa de deformação  $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$  por meio da inversão da equação (C.50)

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{3\dot{\kappa}} (\dot{\epsilon}_{yy} + 2\dot{\epsilon}_{xx}) \quad (\text{C.51})$$

$$\sigma_{yy} = \frac{1}{3\dot{\kappa}} (\dot{\epsilon}_{xx} + 2\dot{\epsilon}_{yy}) \quad (\text{C.52})$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{3\dot{\kappa}} \dot{\epsilon}_{xy} \quad (\text{C.53})$$

A constante  $\dot{\kappa}$  pode ser determinada substituindo-se as equações (C.51), (C.52) e (C.53) na equação (C.49)

$$\dot{\kappa} = \frac{1}{\sqrt{3}\sigma_0} \sqrt{\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{xx}\dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{xy}^2} \quad (\text{C.54})$$

A taxa de dissipação de energia plástica por unidade de volume é  $\sigma_{\alpha\beta}\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$ , a qual pode ser expandida na seguinte forma

$$\sigma_{\alpha\beta}\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} = \sigma_{xx}\dot{\epsilon}_{xx} + \sigma_{yy}\dot{\epsilon}_{yy} + 2\tau_{xy}\dot{\epsilon}_{xy} \quad (\text{C.55})$$

Substituindo as equações (C.51) até (C.54) na equação (C.55) conduz a

$$\sigma_{\alpha\beta}\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_S \sqrt{\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{xx}\dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{xy}^2} dS \quad (\text{C.56})$$

onde a integração é feita sobre a superfície lateral da coluna.

A equação (C.46) pode ser reescrita como

$$T\dot{\theta}_0 = \frac{2\sigma_0 t}{\sqrt{3}} \int_S \sqrt{\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{xx}\dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{xy}^2} dS \quad (\text{C.57})$$

### ***Mecanismos de colapso***

Como pode ser observado em simulações numéricas, flambagem seccional ocorre quando a rotação final atinge certo ângulo (rotação crítica de torção) e um modo de colapso para dentro é desenvolvido na coluna (veja a Figura C.10), o que reduz ambas deformações e tensões de cisalhamento de forma que a resistência torcional cai drasticamente. A amplitude da deformação por colapso torcional da seção aumenta com o aumento da rotação de torção. Atingido certo ângulo de rotação, toques internos ocorrem em algumas seções transversais, o que localmente enrijece a seção e previne mais deformações na seção. Como resultado, uma seção mais colapsada é formada. A partir deste ponto, essa deformação mais colapsada se propagará ao longo do comprimento do tubo, assim formando uma área mais colapsada. Com este entendimento físico, um mecanismo de colapso de três fases é proposto nesta corrente análise teórica. As três fases são chamadas de pré-flambagem, pós-flambagem e colapso-generalizado.

Para cada fase, o campo de velocidades é construído e o princípio dos trabalhos virtuais é aplicado para calcular a resistência torcional da coluna. A casca da coluna é assumida como inextensível na direção  $y$ . Assim,  $\dot{\epsilon}_{yy} = 0$ .

a) Fase 1: Pré-flambagem. Nesta fase, todas as seções giram como corpos rígidos sem deformação seccional. É assumido que os ângulos de rotação a partir da extremidade fixa para a extremidade livre estão variando linearmente a partir do zero até o ângulo de rotação  $\theta_0$ . Portanto, as paredes do tubo tornam-se superfícies espirais, como ilustrado na Figura C.12.

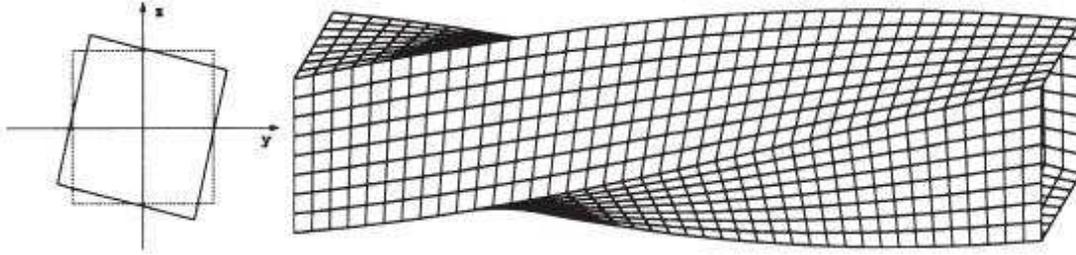


Figura C.12 - Deformação de pré-flambagem de uma coluna quadrada sob torção

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

Considere a parede superior da coluna, o deslocamento na seção transversal com coordenada longitudinal “x” pode ser encontrado a partir da suposição de deformação em forma de espiral. Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais, obtém-se a seguinte expressão para a resistência torcional

$$\tau = 0.05r^2\theta_0^2 + 0.58 \quad (\text{C.58})$$

onde  $\theta_0$  é o ângulo extremo de rotação de torção; r é razão largura-comprimento do tubo

$$r = \frac{b}{l} \quad (\text{C.59})$$

e  $\tau$  é o momento adimensional de rotação definido por

$$\tau = \frac{T}{2\sigma_0 b^2 t} \quad (\text{C.60})$$

onde T é o momento de torção físico;  $\sigma_0$  denota a tensão plástica de fluxo do material; b e t são a largura e a espessura da coluna, respectivamente.

b) Fase 2: Pós-flambagem. Flambagem seccional ocorrerá quando a rotação de torção atingir certo ângulo (rotação crítica de torção). Depois de flambar, as paredes colapsam para dentro, o que alivia as deformações de membrana e reduz a capacidade de carga da coluna. Na presente análise, um modo de colapso senoidal é assumido e uma deformação senoidal-espiral é desenvolvida na coluna (Figura C.13). A distorção seccional é maior na seção transversal correspondente à metade da coluna e decresce para zero nas duas extremidades. Entretanto, as seções colapsadas rotacionam com ângulos variando linearmente a partir de uma extremidade para a outra. A amplitude do colapso seccional para cada seção é relacionada com o ângulo de rotação pela geometria do problema e a suposição da inextensibilidade na direção y. Na Figura C.13 as linhas pontilhadas denotam a seção virtualmente colapsada antes da rotação de torção.

As linhas sólidas representam a seção colapsada com um ângulo de rotação  $\theta = \frac{x}{l}\theta_0$ . Utilizando a equação (C.46), a resistência torcional na fase de pós-flambagem pode ser encontrada como uma função da rotação de torção  $\theta_0$

$$\tau = 0.58 - 0.21r^{-0.22}\theta_0^{0.34} \quad (\text{C.61})$$

onde  $\tau$  é o momento de rotação adimensional;  $r$  é a razão largura-comprimento da coluna.

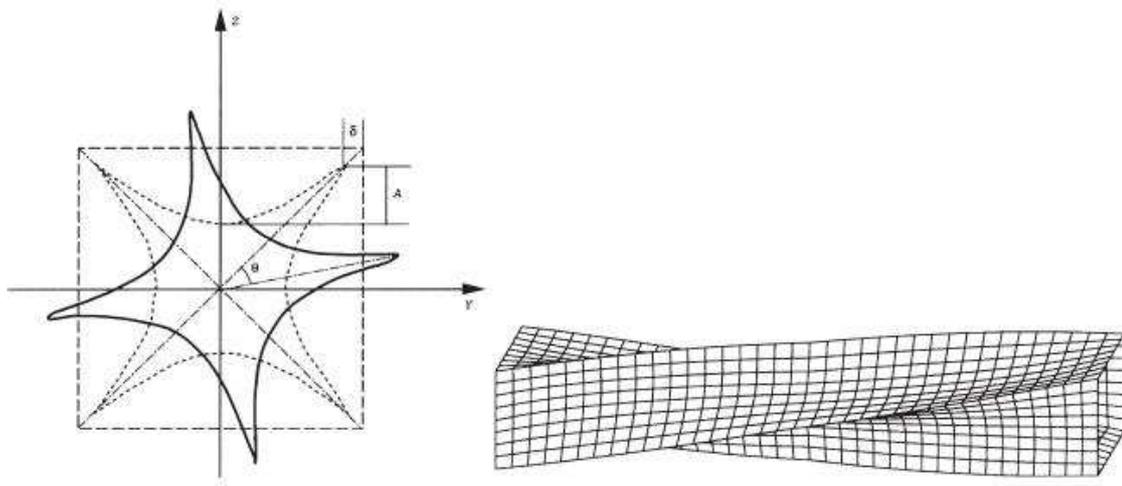


Figura C.13 - Deformação de pós-flambagem de uma coluna quadrada sob torção

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

c) Fase 3: Colapso generalizado. A partir de certa amplitude de deflexão transversal e correspondente ângulo de rotação de torção (rotação de torção de transição), toques internos podem ocorrer na seção média da coluna, a qual é a seção transversal mais colapsada no modelo teórico. Assume-se como hipótese que a seção mais colapsada é formada quando a rotação de torção é  $\theta_0 = \pi/2$ , isto é, a rotação de torção de transição  $\theta_m = \pi/2$ . A Figura C.14 mostra a seção mais colapsada. A partir desse ponto, a seção mais colapsada mostrará as duas extremidades a partir da seção média e a área mais colapsada será formada centrada na seção média com comprimento  $2\xi$  (Figura C.15).

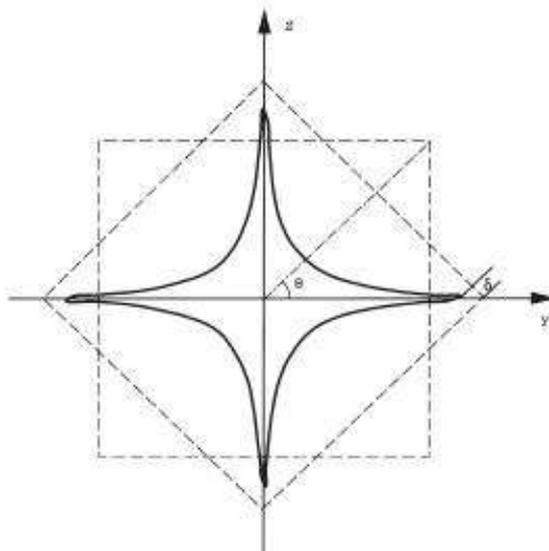


Figura C.14 - Seção mais colapsada

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

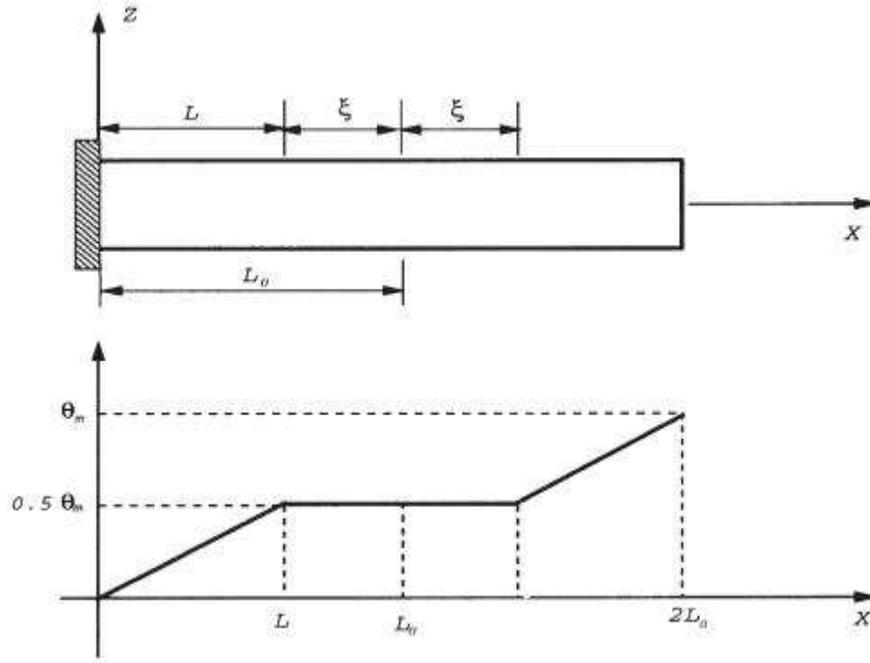


Figura C.15 - Coluna equivalente com área generalizada mais colapsada onde  $\theta_0 > \theta_m$

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

A partir do ponto de vista da energia, a coluna nesta fase é equivalente a uma coluna com rotação de torção  $\theta_m$ , e a área mais colapsada  $2\xi$ . Com o aumento da rotação de torção, energia externa adicional é dissipada pela generalização da área mais colapsada, efeito que é equivalente à redução do comprimento da coluna e, assim, o crescimento da razão largura-comprimento  $r$ . Entretanto, o efeito da generalização do colapso pode ser considerado introduzindo uma razão equivalente largura-comprimento  $R$

$$R = \frac{L_0}{L_0 - \xi} r = \frac{\theta_0}{\theta_m} r \quad (\text{C.62})$$

Dessa forma, a resistência torcional na fase de colapso generalizado pode ser calculada recolocando a razão original largura-comprimento  $r$  pelo novo valor  $R$  produzindo

$$\tau = 0.58 - 0.21R^{-0.22} \theta_m^{0.34} = 0.58 \frac{\theta_m^{0.56}}{\theta_0^{0.22}} r^{-0.22} \quad (\text{C.63})$$

### **Rotação de torção crítica para flambagem plástica**

A resistência torcional obtida na seção anterior mostra um efeito de enfraquecimento geométrico sobre o comportamento torcional assumindo uma tensão de fluxo constante do material. O momento de torção  $\tau$  cai significativamente na fase de pós-flambagem. Entretanto, para um material com encruamento por deformação, a tensão de fluxo terá um aumento função

da deformação. Assim, o comportamento torcional da coluna será determinado pelo efeito combinado da geometria e material e da rotação crítica de torção  $\theta_c$  para flambagem seccional plástica será determinado por um ponto estacionário da função efeito combinado.

O efeito do relacionamento tensão-deformação do material pode ser convenientemente descrito pela lei

$$\sigma_{eq} = C \varepsilon_{eq}^n \quad (C.64)$$

Baseado no modo de flambagem senoidal-espiral assumido descrito nas seções anteriores, a deformação média equivalente sobre uma parede da coluna pode ser aproximada assumindo pequeno ângulo  $\theta_0$  e  $\varepsilon_{xx} = 0$

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{bl} \int_S \varepsilon_{xy} dx dy = 0.28r\theta_0 - 0.13r\theta_0^2 \quad (C.65)$$

Aplicando a equação (C.57), a forma fechada da solução para o momento de rotação adimensional  $\tau$  válido para pequenos  $\theta_0$  pode ser encontrada

$$\tau = 0.65 - 0.59\theta_0 \quad (C.66)$$

O efeito combinado de geometria e material sobre a resistência torcional pode agora ser definido como uma função  $F(\theta_0)$

$$F(\theta_0) = \sigma_{eq} \tau \quad (C.67)$$

Como argumentado acima, a rotação de torção crítica  $\theta_c$ , para a flambagem seccional plástica será tal que a função  $F(\theta_0)$  encontra um ponto estacionário

$$\frac{dF}{d\theta_0} = 0 \quad (C.68)$$

Resolvendo a equação acima para a rotação de torção crítica  $\theta_c$ , obtém-se

$$\theta_c = \frac{1.1(\sqrt{1+2n}-1)}{\sqrt{1+2n}} \quad (C.69)$$

onde  $n$  é o expoente da lei de comportamento do material.

É interessante observar que a rotação crítica para a flambagem seccional plástica depende somente do expoente  $n$  da lei tensão-deformação. Por exemplo, para um alumínio AA6063 T7,  $n=0.2$ , a equação (C.69) dá  $\theta_c = 9.8^\circ$ .

O momento de torção físico é relacionado com o momento de torção adimensional por

$$T = 2\sigma_0 b^2 t \tau \quad (C.70)$$

### *Colapso torcional de colunas retangulares e hexagonais*

Considere o colapso torcional de uma coluna retangular e de outra hexagonal, mostrado na Figura C.16. Levando em conta a similaridade da geometria, pode-se esperar que as características do comportamento torcional dessas duas colunas serão similares às colunas de seção quadrada. Assim, pode-se assumir, por simplicidade, que o momento de torção adimensional e que a rotação crítica de torção de colunas retangulares e hexagonais são as mesmas que as das colunas de secção quadrada. Assim, as equações (C.58), (C.61), (C.63) e (C.69) podem ser prontamente aplicadas para os casos de colunas retangulares e hexagonais, com uma nova razão largura-comprimento  $r$  definida como

$$r = \frac{(b+h)}{2l} \quad (\text{C.71})$$

para colunas retangulares. Entretanto, a equação (C.70) tem de ser modificada para calcular o momento de torção físico para colunas não quadradas. Pode-se notar que o termo  $b^2$  na equação (C.70) representa a área fechada da seção transversal da coluna quadrada. Empregando o homólogo deste para colunas retangulares e hexagonais, obtém-se a resistência torcional para uma coluna retangular como

$$T = 2\tau\sigma_0 bht \quad (\text{C.72})$$

e para uma coluna hexagonal como

$$T = 3\sqrt{3}\tau\sigma_0 b^2 t \quad (\text{C.73})$$

onde  $\tau$  denota o momento de torção adimensional expressado na equação (C.58), (C.61) e (C.63) para as fases de pré-flambagem, pós-flambagem e colapso generalizado, respectivamente.

De forma mais geral, a resistência torcional para uma coluna prismática pode ser calculada como

$$T = 2\tau\sigma_0 A t \quad (\text{C.74})$$

onde  $A$  é a área fechada da seção transversal da coluna.

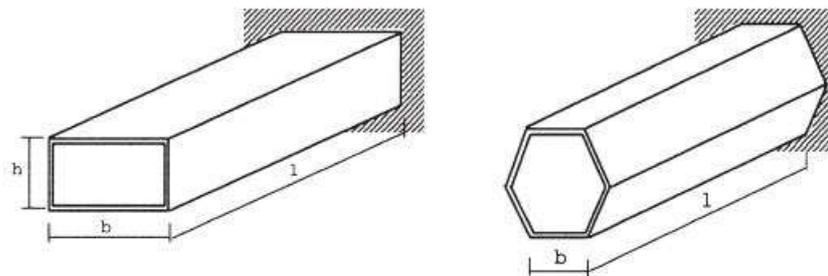


Figura C.16 - Colunas retangular e hexagonal sujeitas à torção

(Fonte: Chen e Wierzbicki, 2000)

## APÊNDICE D – Curvas Analíticas

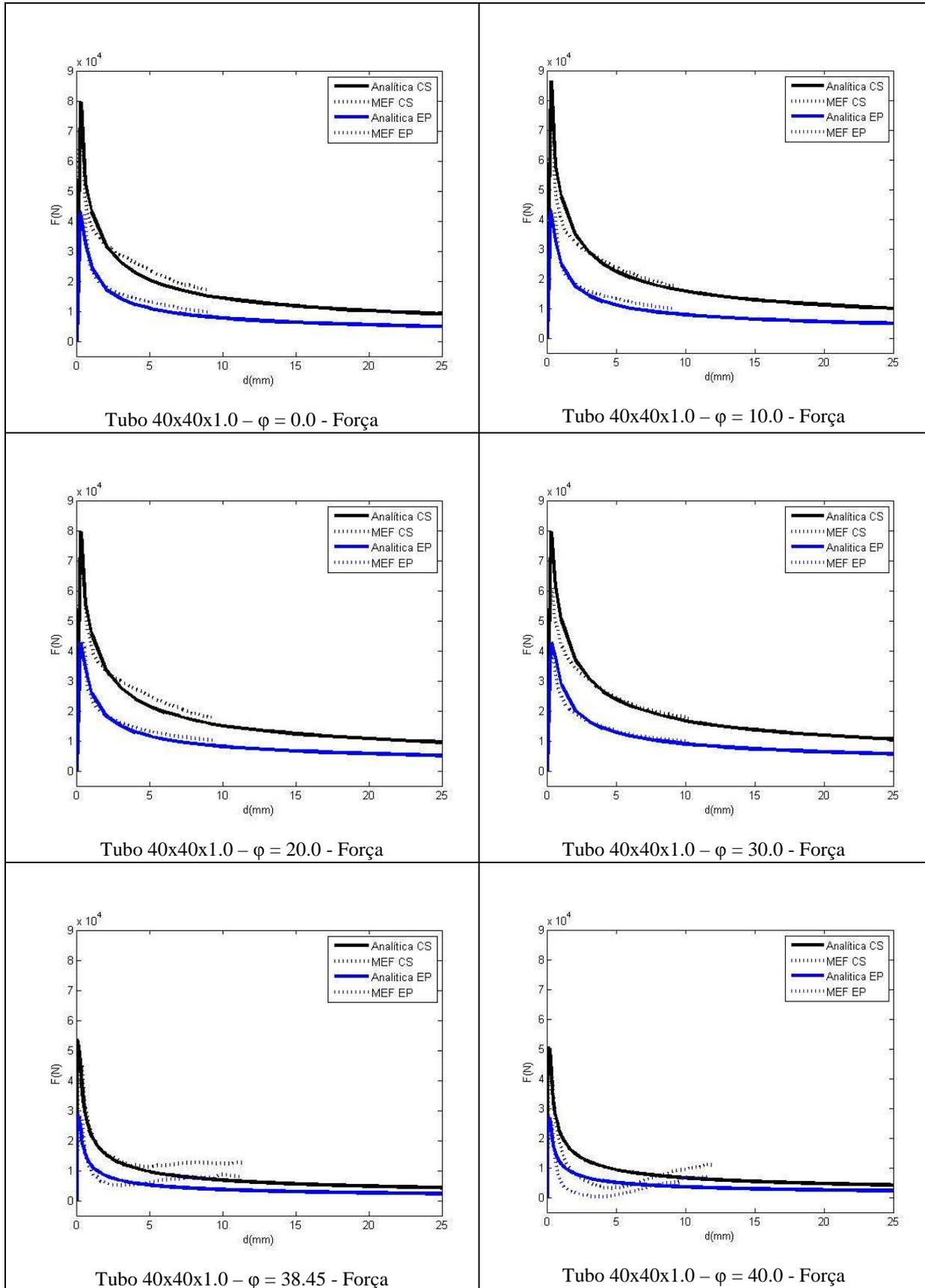


Figura D.1 – Curvas características de tubos 40x1 Força

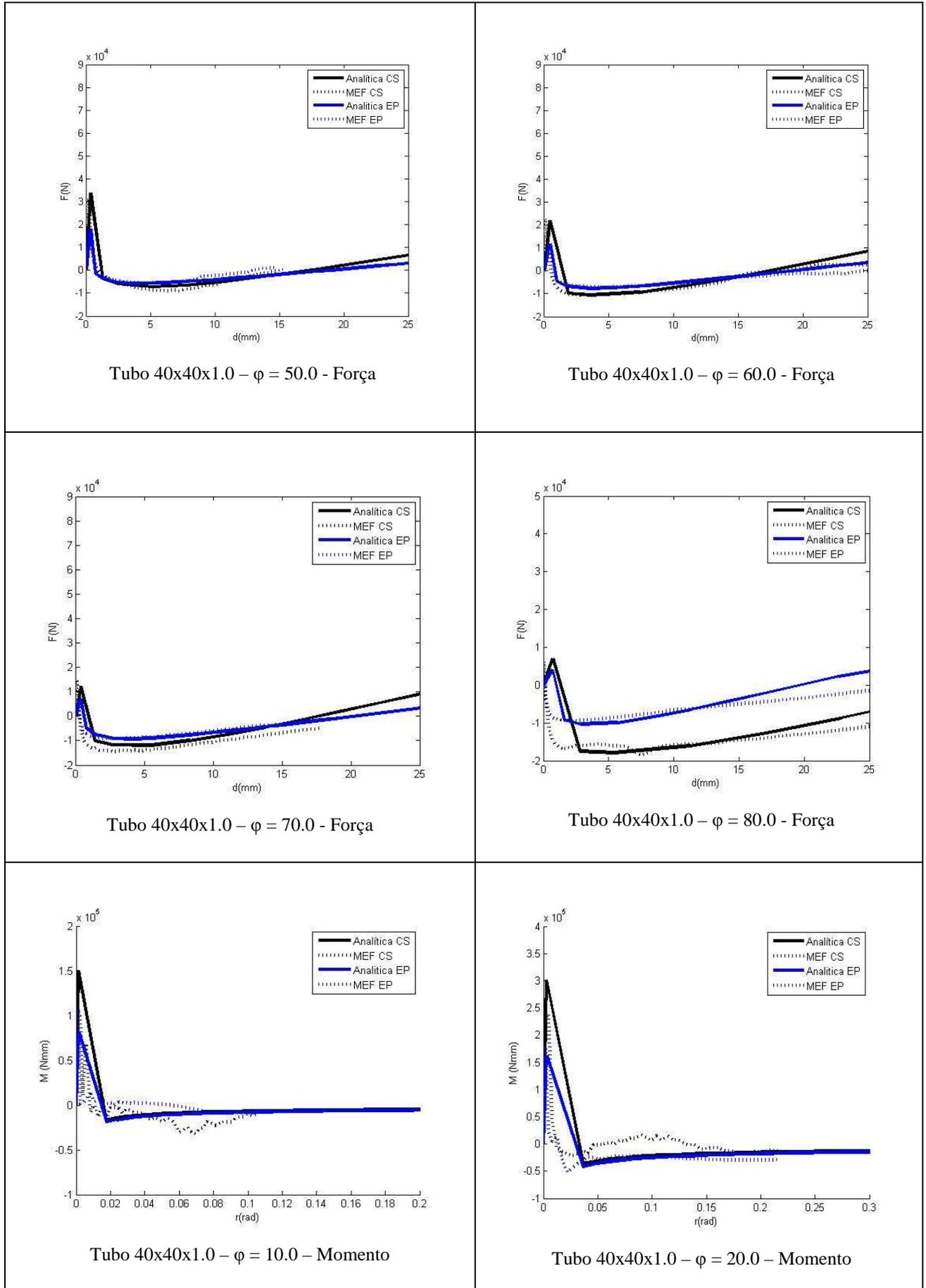


Figura D.2 – Curvas características de tubos 40x1 Força e Momento

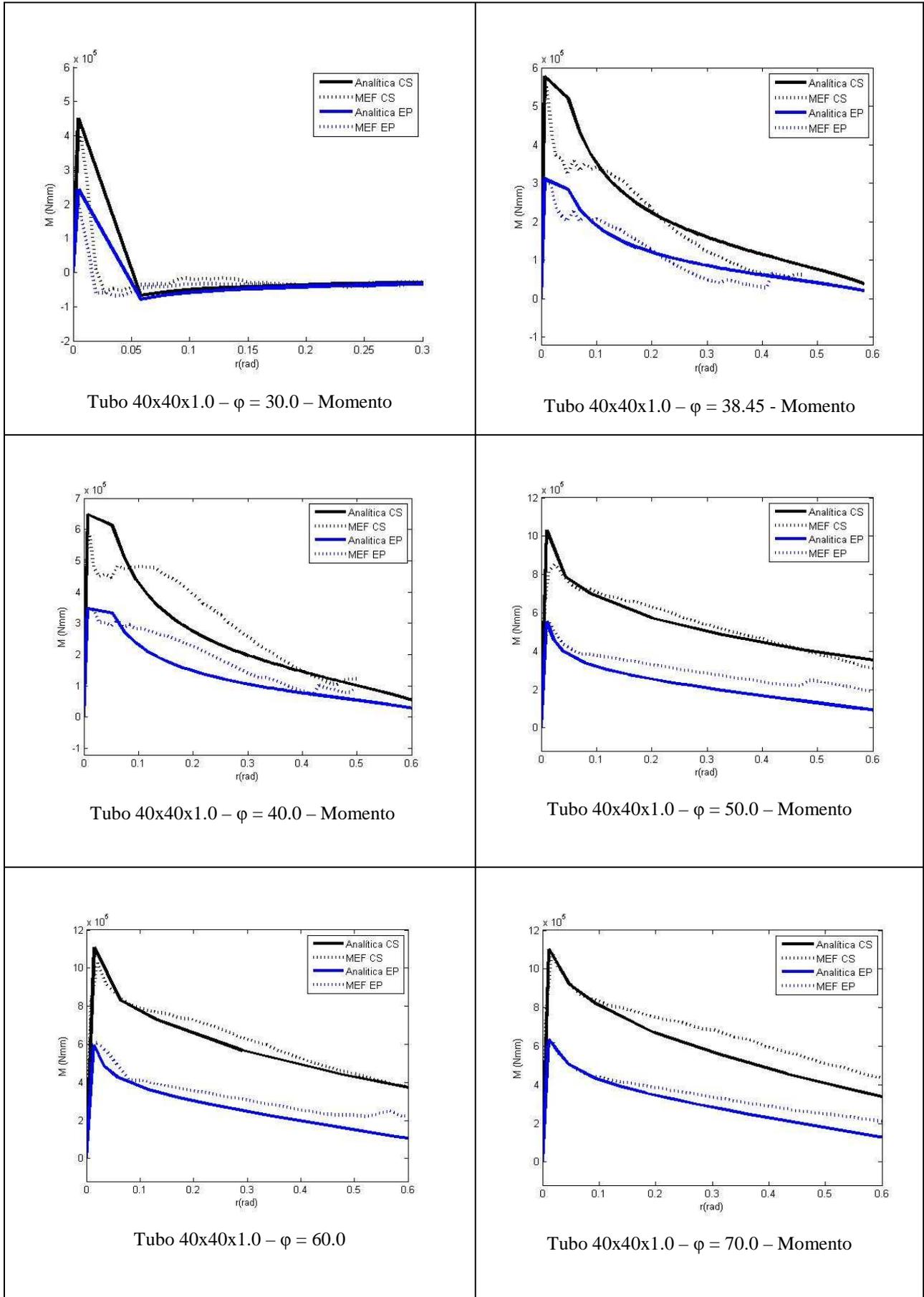


Figura D.3 – Curvas características de tubos 40x1 Força e Momento

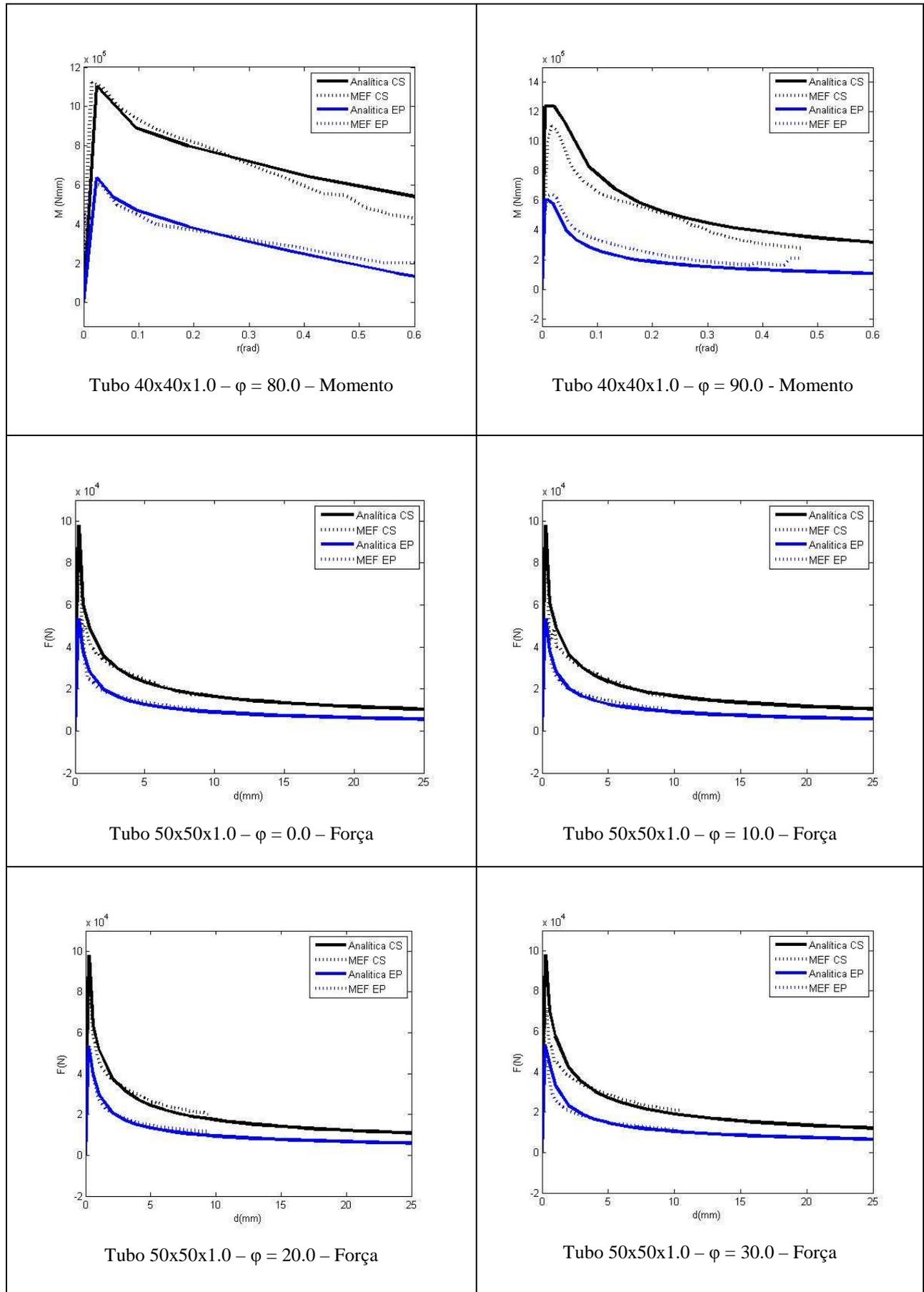


Figura D.4 – Curvas características de tubos 40 x 1 Momento 50x1 Força

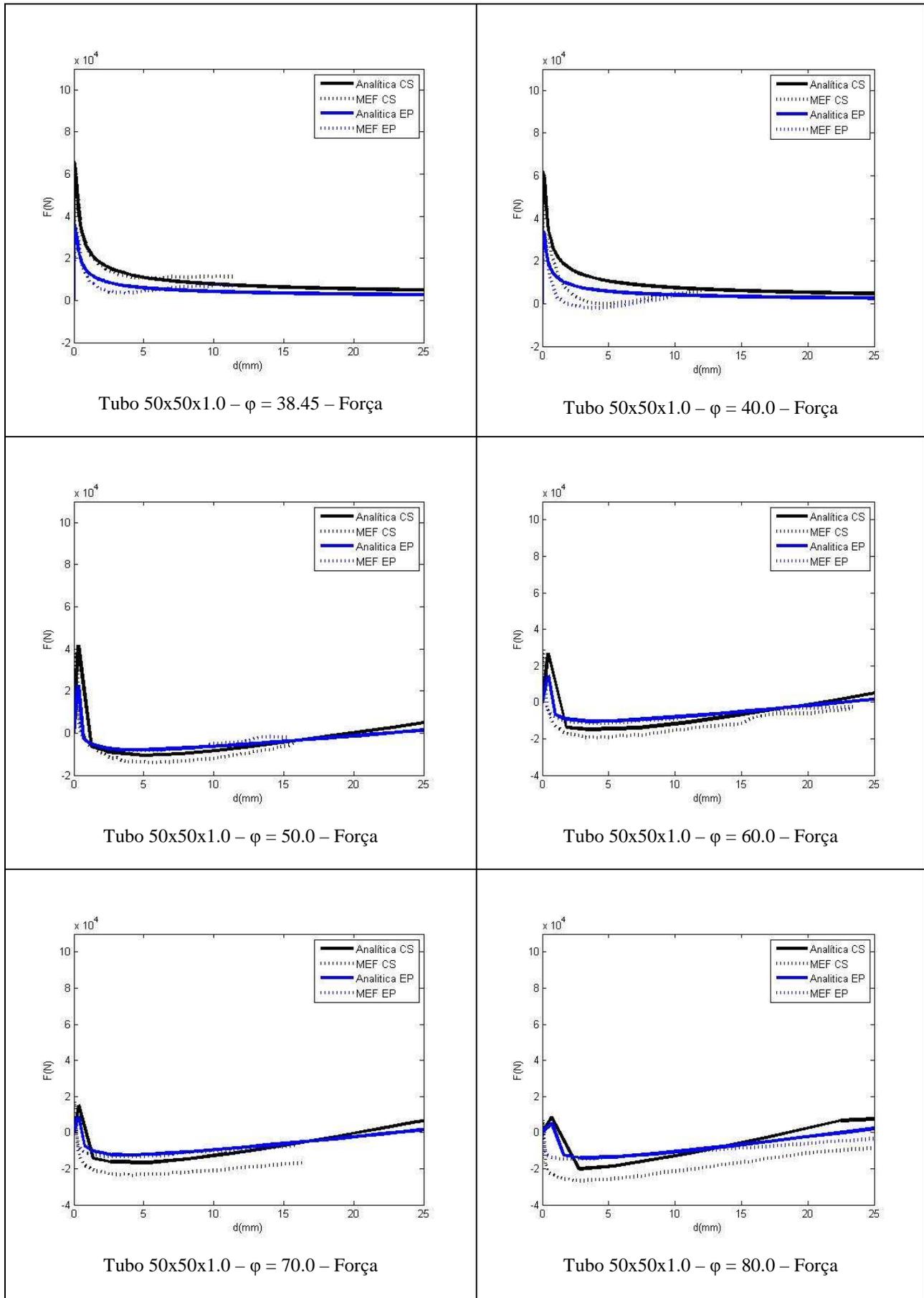


Figura D.5 – Curvas características de tubos 50x1 Força

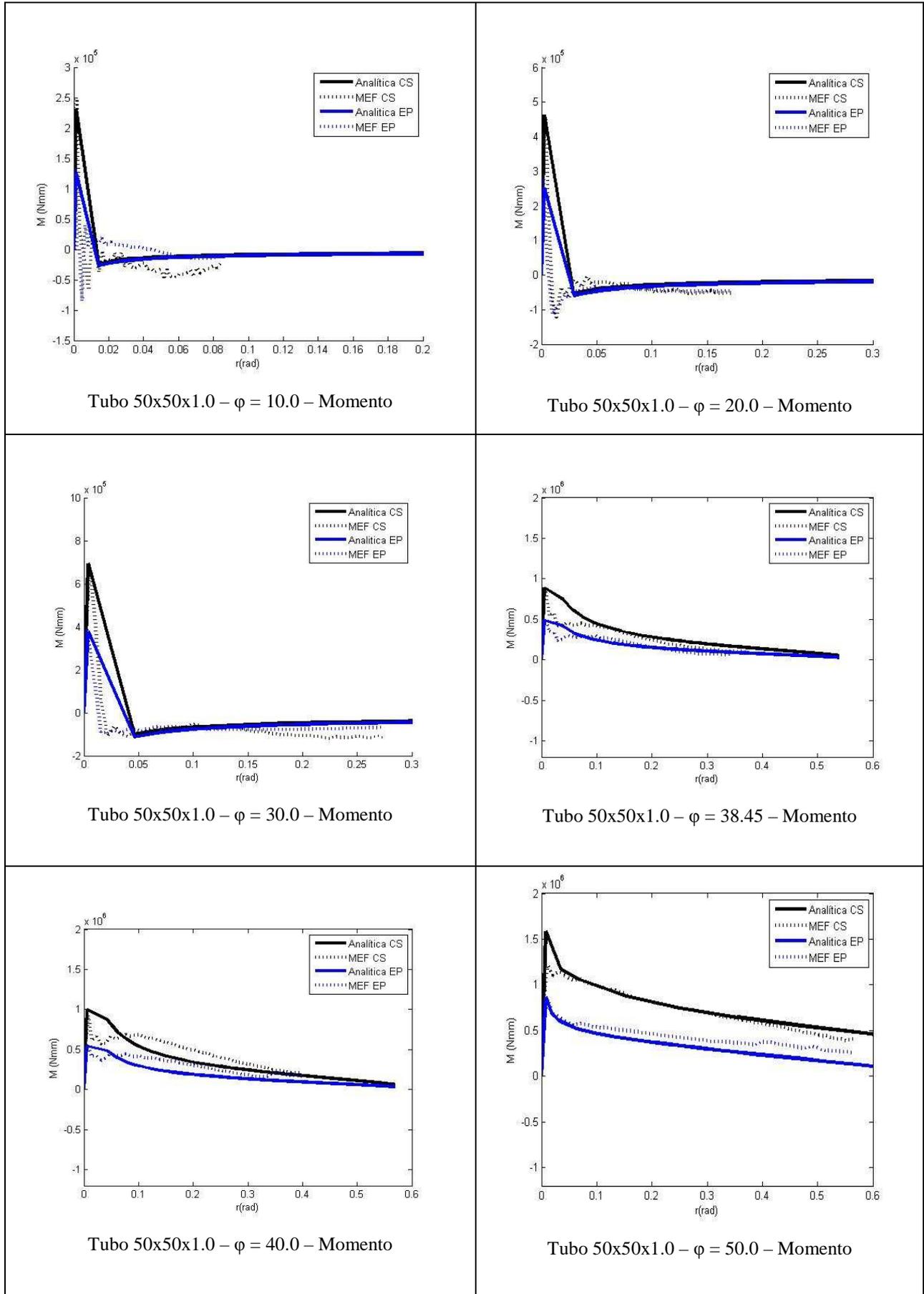


Figura D.6 – Curvas características de tubos 50x1 Momento

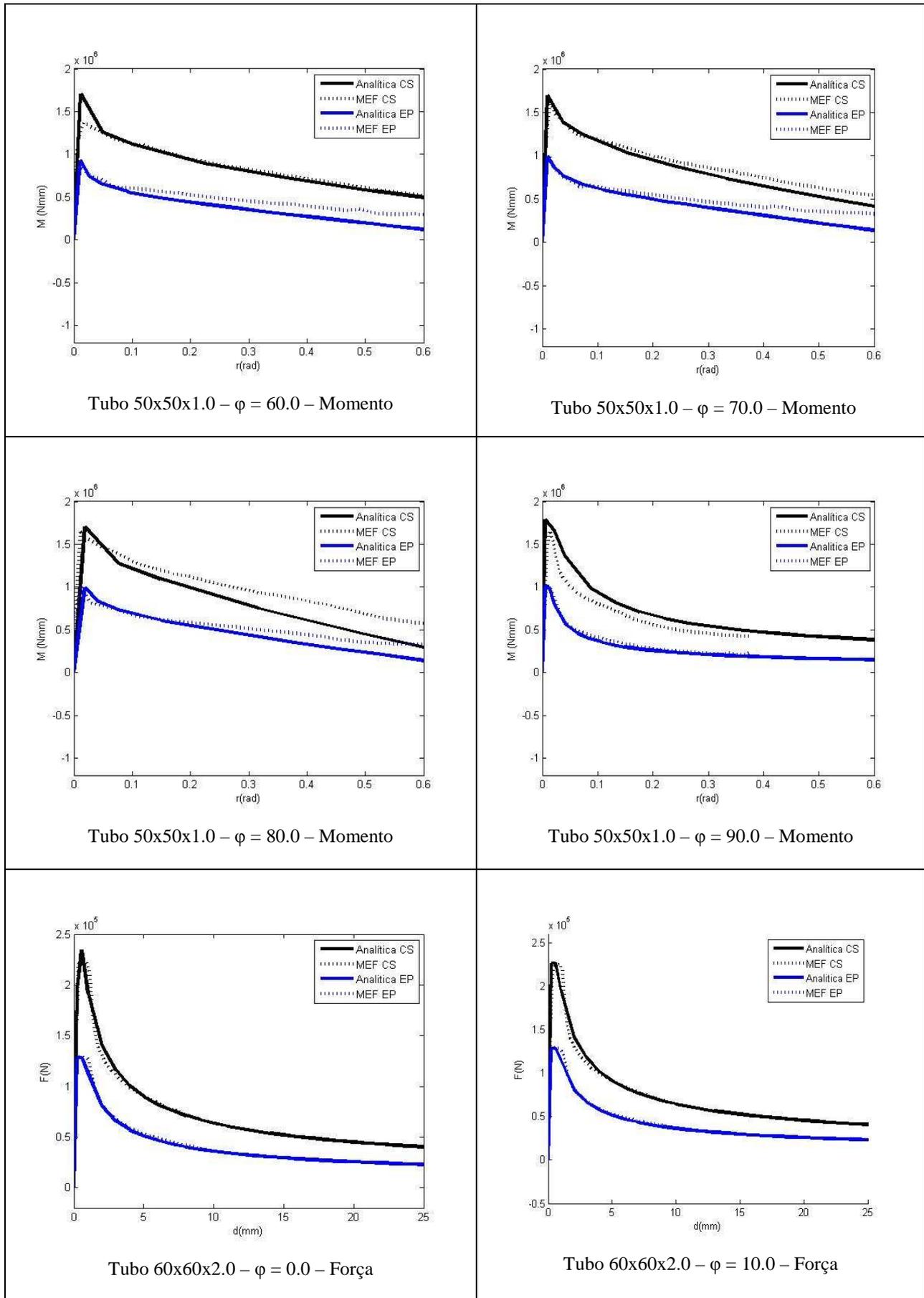


Figura D.7 – Curvas características de tubos 50x1 Momento 60x2 Força

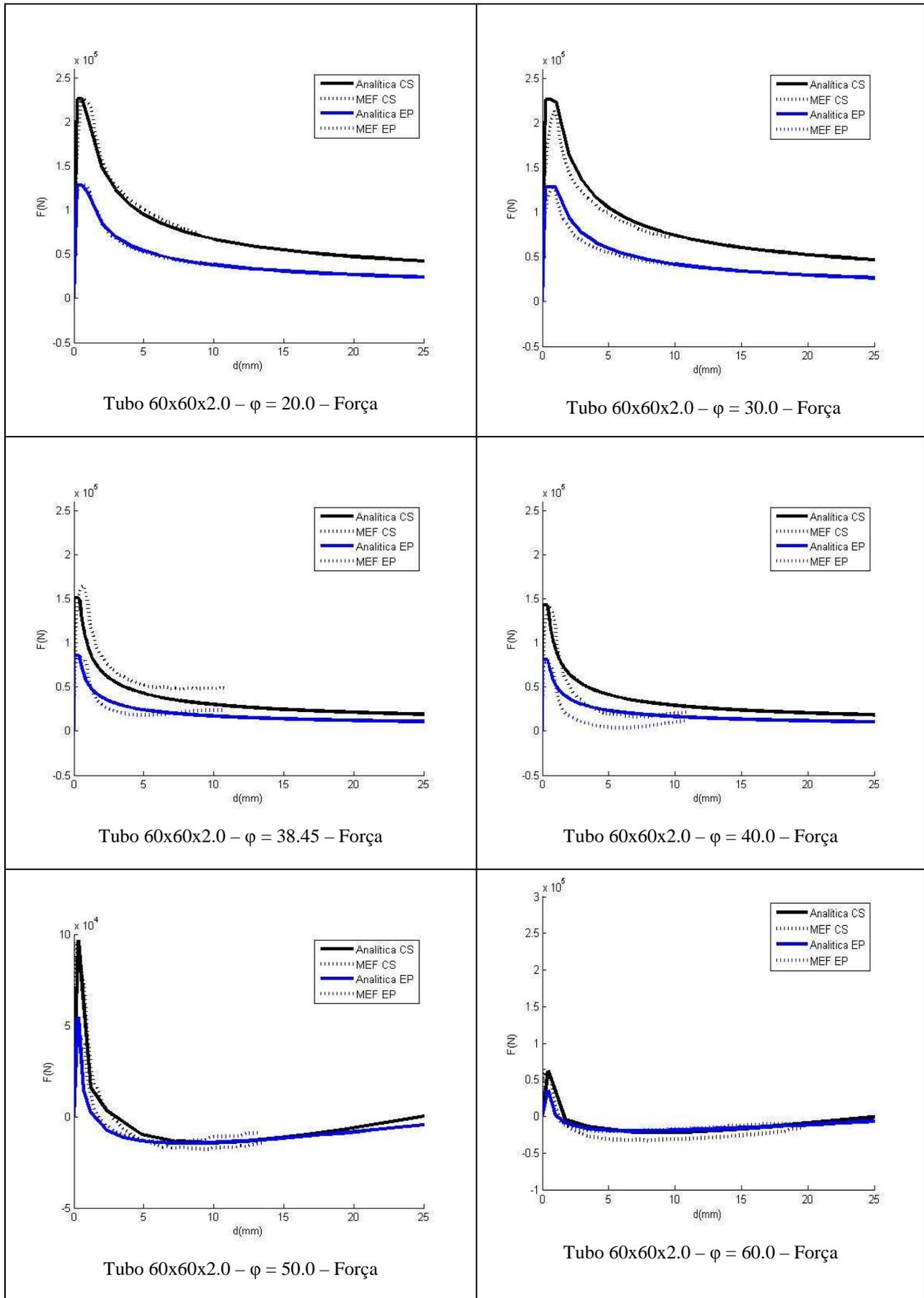


Figura D.8 – Curvas características de tubos 60x2 Força

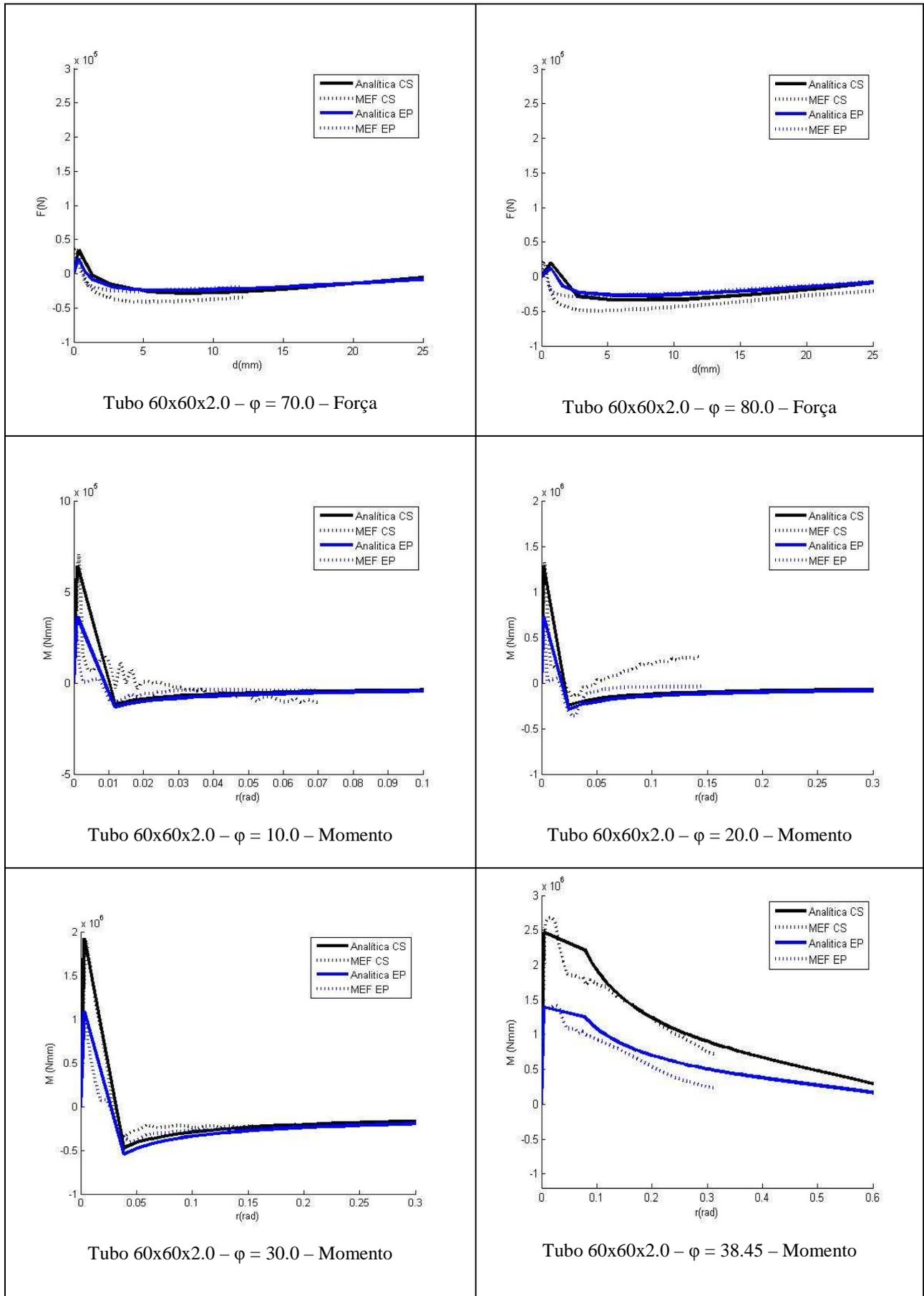


Figura D.9 – Curvas características de tubos 60x2 Força e Momento

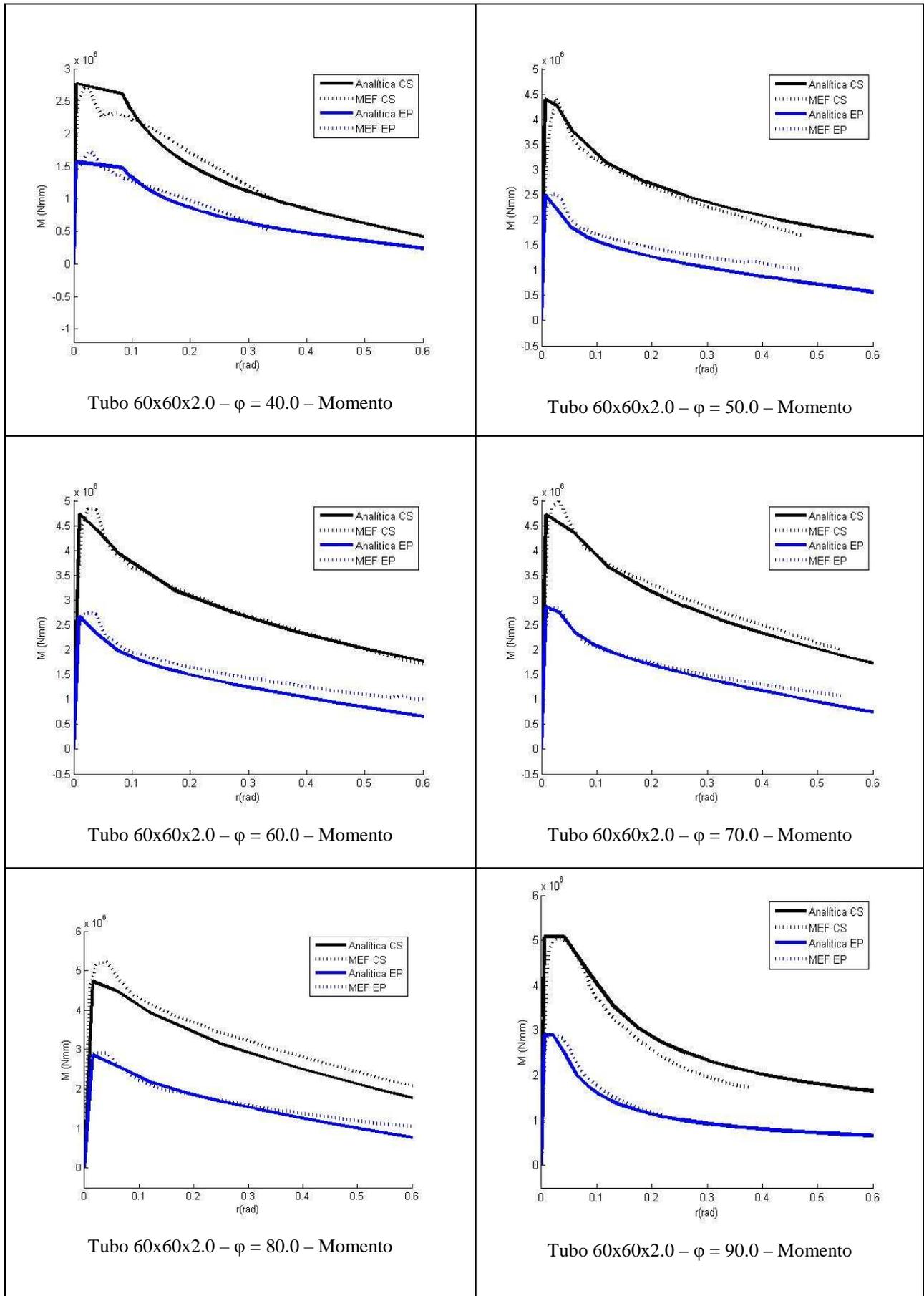


Figura D.10 – Curvas características de tubos 60x2 Momento

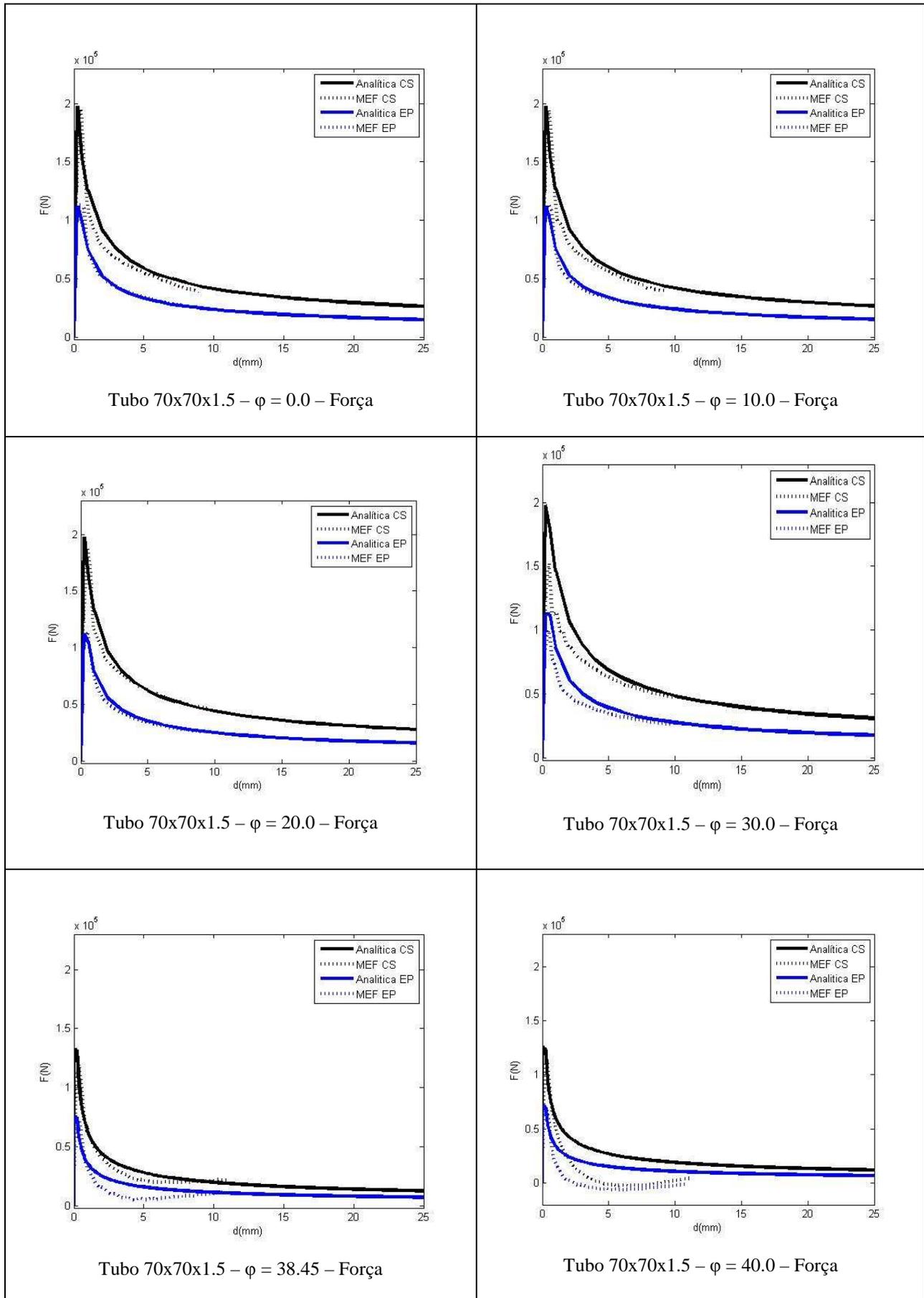


Figura D.11 – Curvas característica de tubos 70x1.5 Força

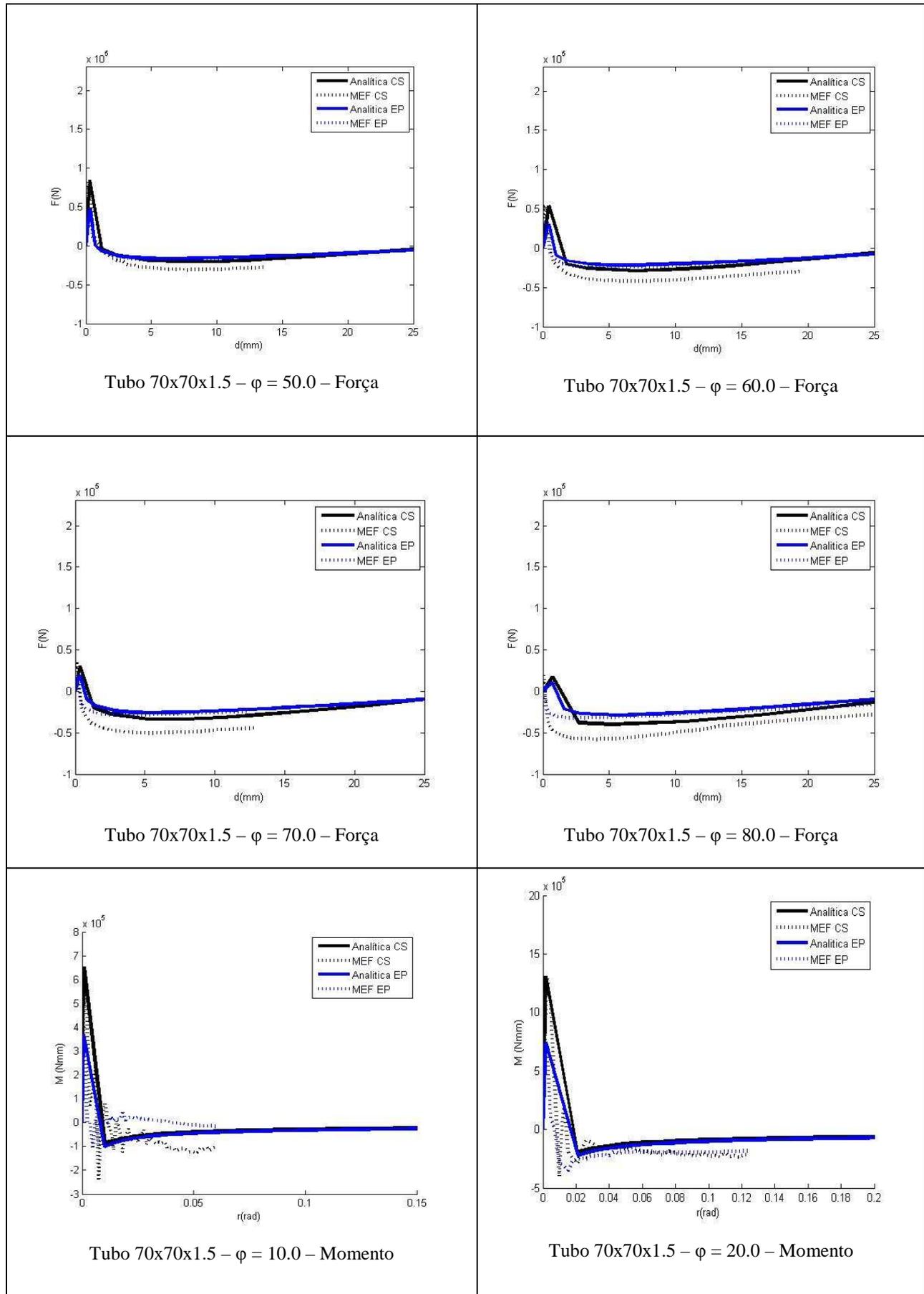


Figura D.12 – Curvas características de tubos 70x1.5 Momento

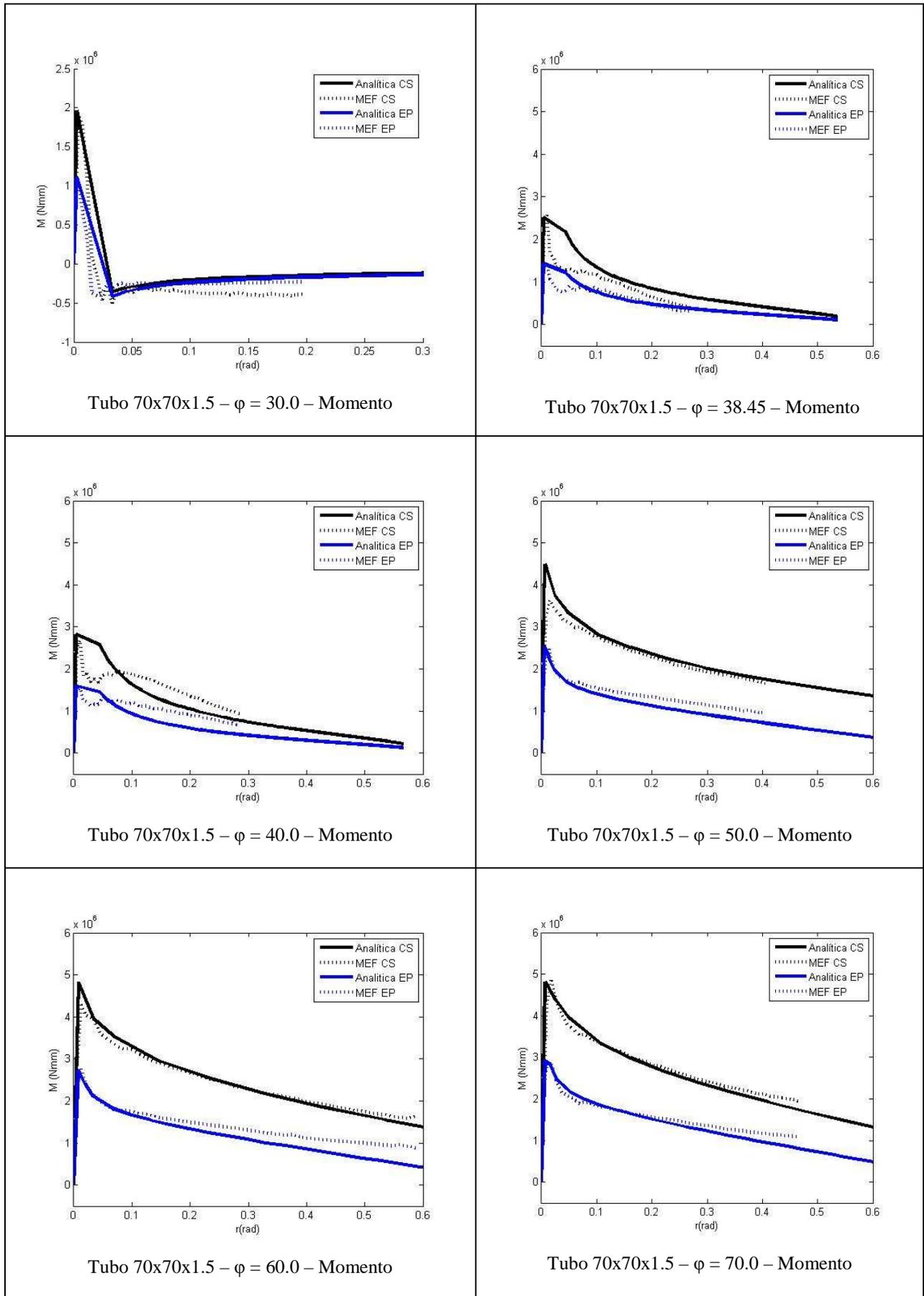


Figura D.13 – Curvas características de tubos 70x1.5 Momento

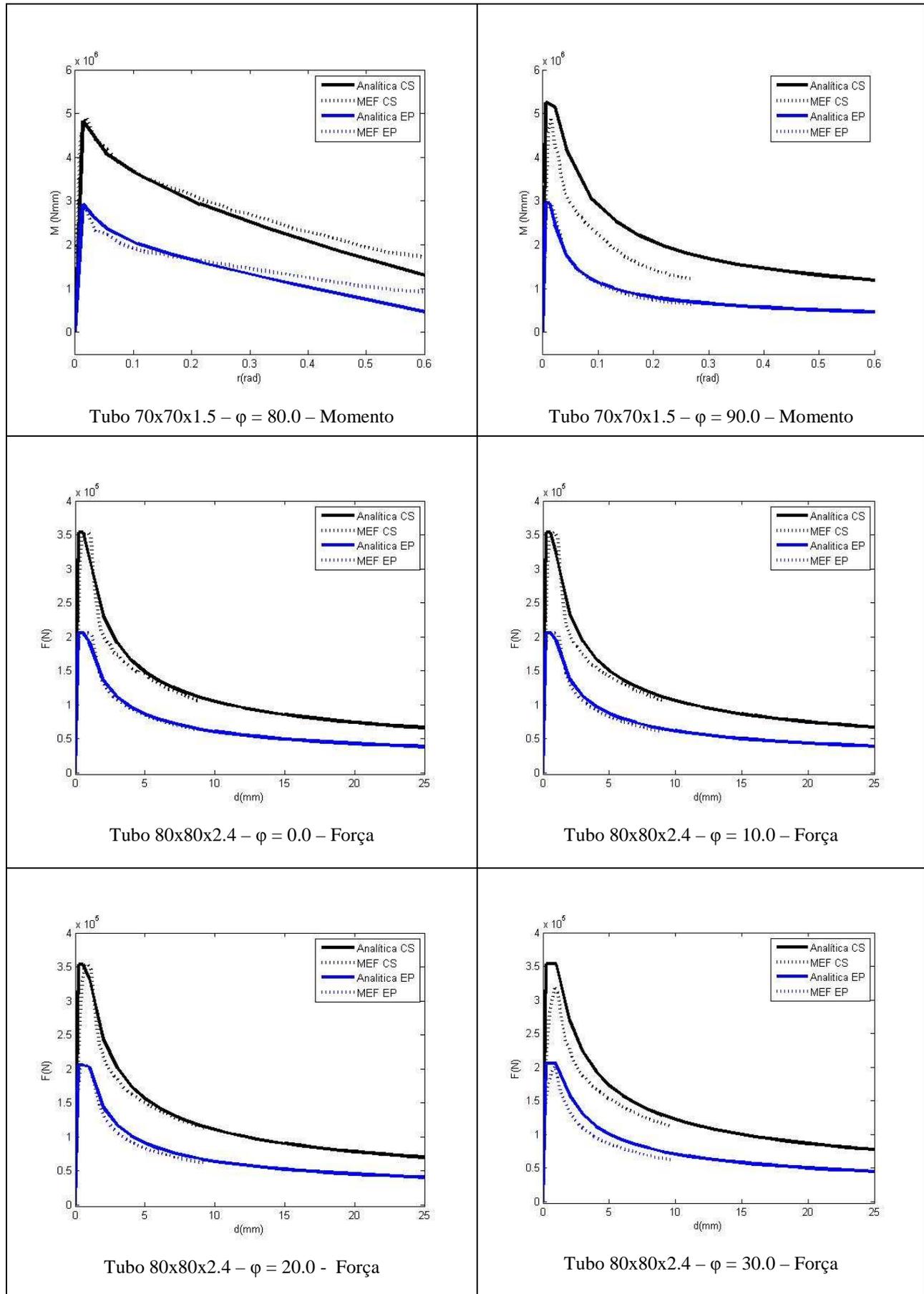


Figura D.14 – Curvas características de tubos 70x1.5 Momento 80x2.4 Força

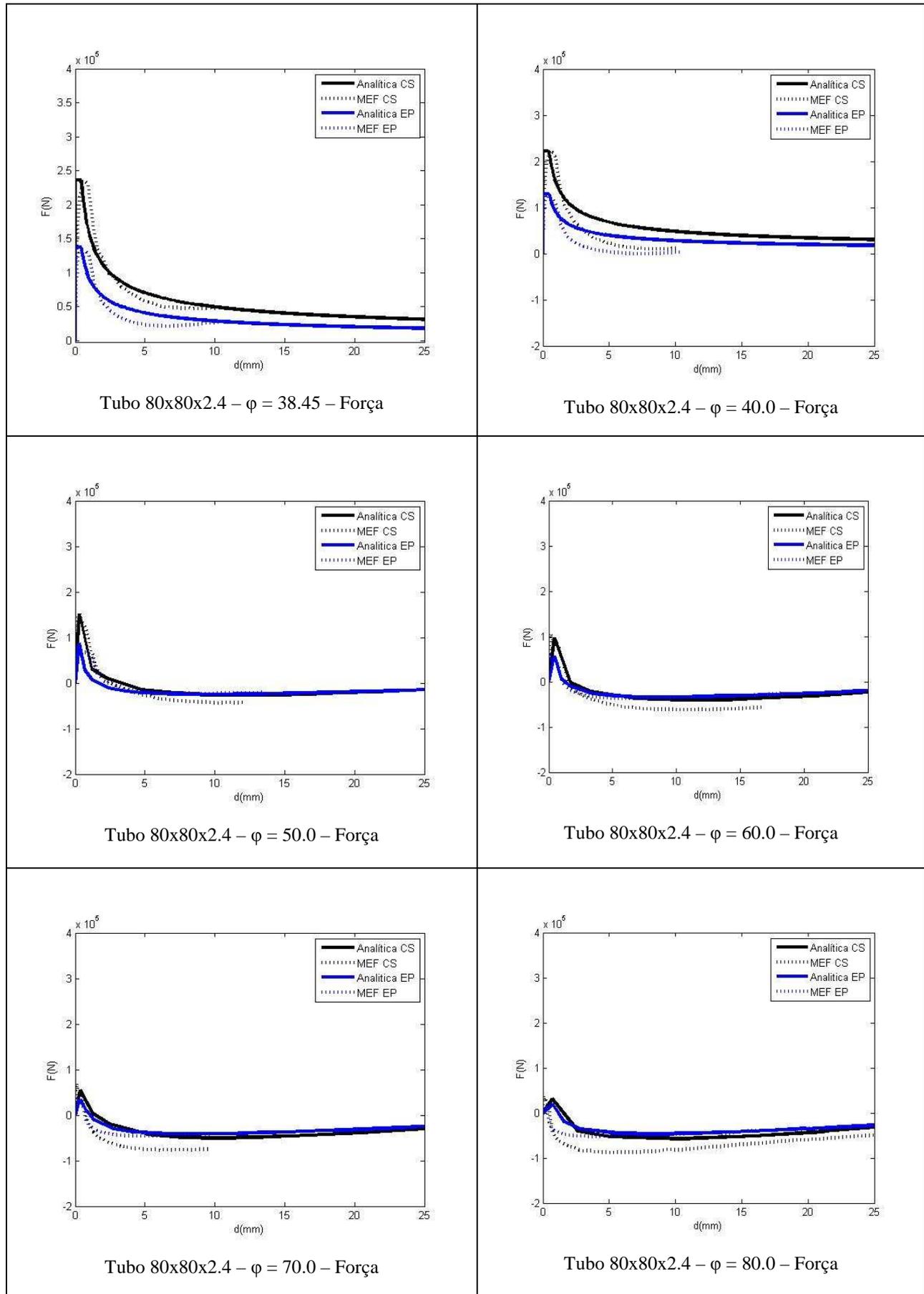


Figura D.15 – Curvas características de tubos  $80 \times 2.4$  Força

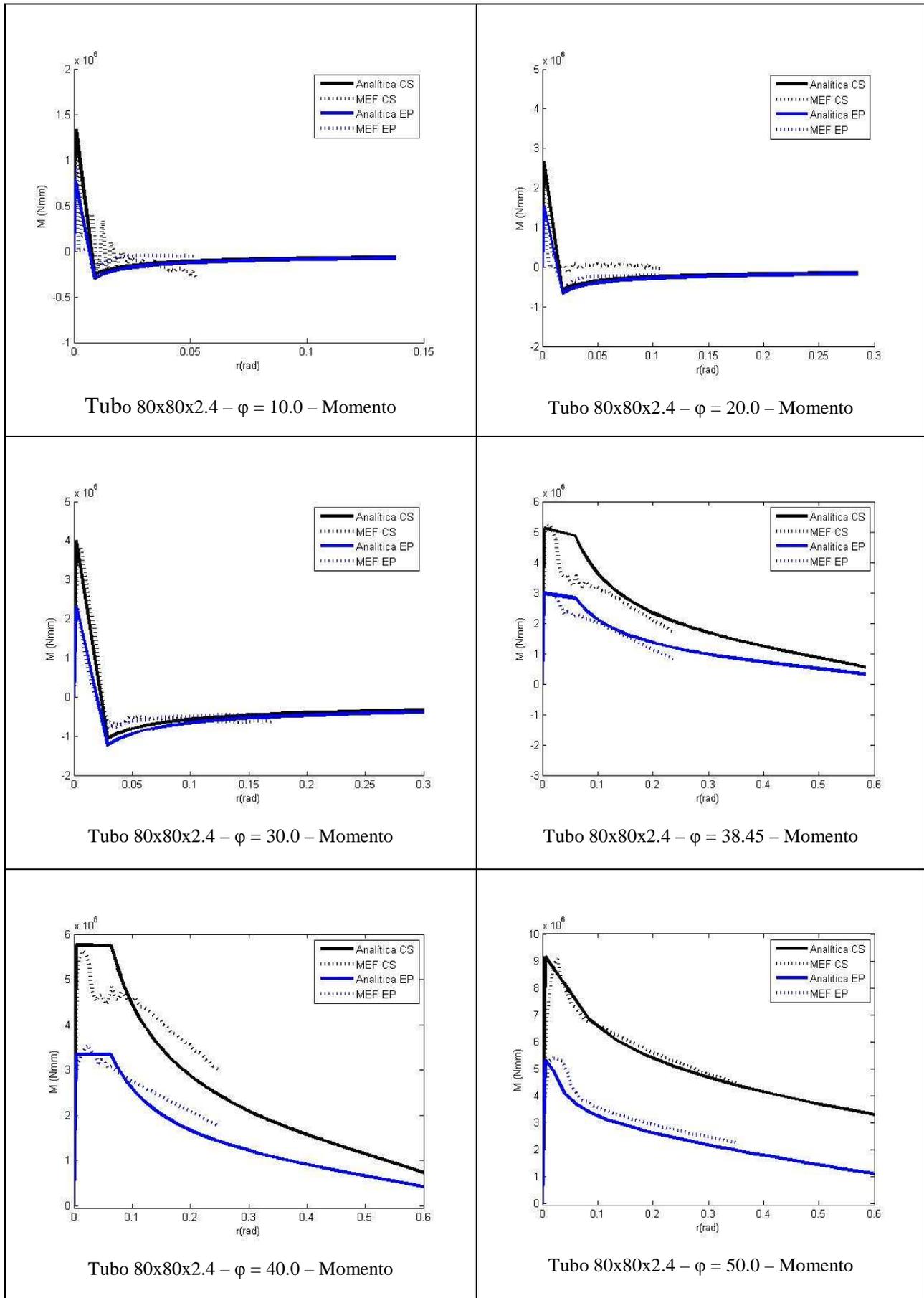


Figura D.16 – Curvas características de tubos 80x2.4 Momento

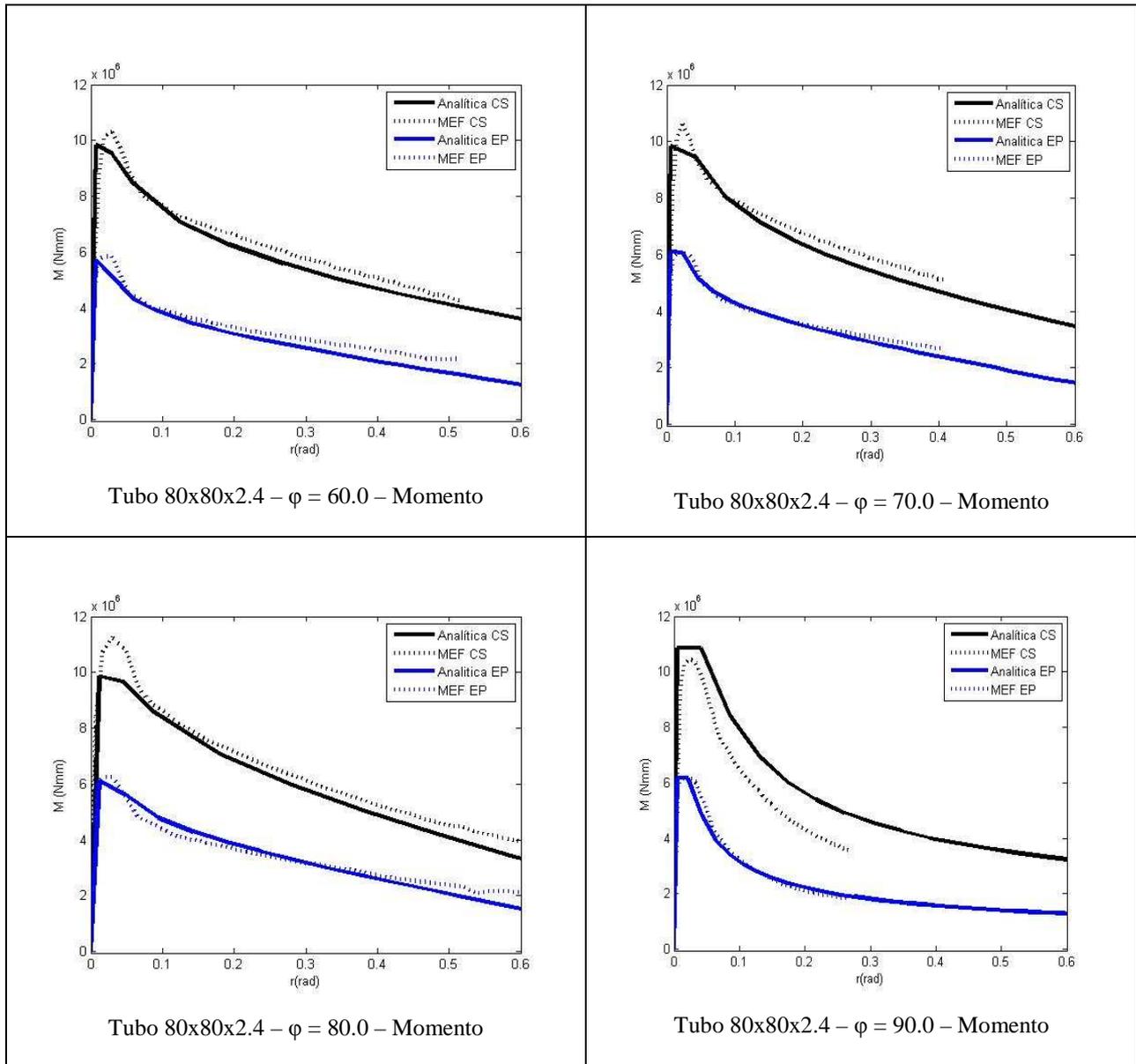


Figura D.17 – Curvas características de tubos 80x2.4 Momento

## APÊNDICE E – Pseudo Código e Algoritmo de Geração de Curvas Considerando Taxa de Deformação

Neste anexo se apresenta um pseudocódigo que representa a sequência lógica do programa implementado levando em conta a sensibilidade à taxa de deformação, bem como o programa implementado em linguagem Matlab.

1 – Início do programa

2 – Remover itens do espaço de trabalho

3 – Ler constantes  $\varphi, b, t, \sigma_0, E, Vel, D, q$

4 – Definição da velocidade Vel para o ângulo  $\varphi = 90^\circ$

se  $\varphi = 90$

$Vel = 1.0E-10$

se diferente

fim do se

5 – Definição do número de pontos utilizados na geração das curvas

se  $\varphi \geq 38.45$  e  $\varphi \leq 40$

$npt = 400$

se diferente  $\varphi > 40$  ou  $\varphi < 38.45$

$npt = 50$

fim do se

6 – Cálculo da velocidade angular  $W_{ang}$

$$w_{ang} = (8Vel \tan \varphi) / 3b$$

se  $\varphi = 90$

$W_{ang} = 42.35$  (é a velocidade correspondente á curva de transição)

fim do se

7 – Construção do vetor tempo  $T(i)$

- Tempo inicial:

$$T(1) = 0.0$$

$$T(2) = 0.0005$$

$$T(3) = 0.00075$$

$$T(4) = 0.001$$

- Tempo subsequente:

para  $i=5$  até  $i= npt$

$$T(i) = T(i-1) + 0.0005$$

fim do para

8 – Construção do vetor de velocidades  $v(i)$

- Tempo inicial:

$$v(1) = 0.0$$

$$v(2) = 1000 * Vel * t(2)$$

$$v(3) = 1000 * Vel * t(3)$$

$$v(4)=1000*Vel*t(4)$$

- Tempo subsequente:

para i=5 até i=npt

$$v(i)=Vel$$

fim do para

9 – Cálculo do vetor distância

para i=1 até i=npt

$$d(i)=v(i)T(i)$$

fim do para

10 – Cálculo da velocidade angular

- Tempo inicial:

$$w(1)=0.0$$

$$w(2)=1000*Wang*T(2)$$

$$w(3)=1000*Wang*T(3)$$

$$w(4)=1000*Wang*T(4)$$

- Tempo subsequente:

para i=5 até i=npt

$$w(i)=W_{ang}$$

fim do para

11 – Cálculo do vetor de deslocamento angular

- Tempo inicial:

$$\theta(1)=0.0$$

$$\theta(2)=w(2)*T(2)/2$$

$$\theta(3)=w(3)*T(3)/2$$

$$\theta(4)=w(4)*T(4)/2$$

- Tempo subsequente:

para i=5 até npt

$$\theta(i) = w(i) * (T(i) - 0.001) + \theta(4)$$

fim do para

12 – Cálculo do vetor neta :

$$\eta(1)=0.0$$

para i=2 até i=npt

$$\eta(i)=(3bw(i))/(8v(i))$$

fim do para

13 – Cálculo do vetor de constantes

$$c_1(1)=0.0$$

$$c_2(1)=0.0$$

para i=2 até i=npt

$$c_1(i) = 3/(4\eta(i)) + 0.75$$

$$c_2(i) = 3/(4\eta(i)) - 0.75$$

fim do para

14 – Cálculo do vetor deslocamentos

$$\delta_1(1)=0.0$$

$$\delta_2(1)=0.0$$

para i=2 até i=npt

$$\delta_1(i) = (b\theta(i)/2)c_1(i)$$

$$\delta_2(i) = (b\theta(i)/2)c_2(i)$$

fim do para

para i=1 até i=npt

$$\delta_t(i) = \text{abs}[\delta_1(i)] + \text{abs}[\delta_2(i)]$$

fim do para

se  $\varphi \geq 38.45$  e  $\varphi \leq 40$

$$\delta_t = \delta_2$$

se diferente

fim do se

15 – Cálculo do vetor constante momento de plastificação

para i=1 até i=npt

$$M_p(i) = \sigma_0 t^2 / 4$$

fim do para

16 - Cálculo do vetor constante C

para i=1 até i=npt

$$C(i) = 1.17(3\pi M_p(i))(b/t)^{1/3}$$

fim do para

17 – Cálculo do vetor constante H

para i=1 até i=npt

$$H(i) = (t)^{1/3} (b)^{2/3}$$

fim do para

18 – Cálculo do vetor deformação

para i=1 até i=npt

se  $\varphi = 90$

$$\varepsilon(i) = (\delta_1(i) + \text{abs}(\delta_2(i))) / (2H(i))$$

se diferente

$$\varepsilon(i) = (\delta_1(i) + \delta_2(i)) / (2H(i))$$

fim do se

fim do para

19 – Cálculo do vetor taxa de deformação

para  $i=1$  até  $i=(npt - 1)$

$$\dot{\varepsilon}(i) = (\varepsilon(i+1) - \varepsilon(i)) / (t(i+1) - t(i))$$

fim do para

20 – Cálculo de novo valor de tensão

para  $i=1$  até  $i=(npt-1)$

$$\sigma_1(i+1) = \sigma_0 (1 + (\dot{\varepsilon}(i) / D)^{1/q})$$

fim do para

21 – Cálculo do momento de plastificação corrigido

para  $i=1$  até  $i=npt$

$$Mp_1 = \sigma_1(i) t^2 / 4$$

fim do para

22 – Cálculo das constantes  $b_t$  e  $b_c$

para  $i=1$  até  $i=npt$

$$b_t(i) = b / ((1 + \text{abs}(\delta_1(i)) / \text{abs}(\delta_2(i))))$$

$$b_c(i) = b(i) - b_t(i)$$

fim do para

23 – Correção dos vetores deformação, deslocamento total, tensão e ângulo de rotação

se  $\varphi \leq 90$  e  $\varphi > 40$

para  $i=1$  até  $i=npt$

$$\varepsilon_1(i) = (\sigma_1(i) / \sigma_0) \varepsilon(i)$$

$$\delta_t(i) = (\sigma_1(i) / \sigma_0) \delta_t(i)$$

$$\sigma(i) = \sigma_0 / (1 + \varepsilon_1(i))$$

se  $\varphi=90$

$$\theta(i) = \theta(i) (\sigma_1(i) / \sigma_0)$$

se diferente

$$\theta(i) = \theta(i) (\sigma_1(i) / \sigma(i))$$

fim do se

fim do para

$$f_{\min} = -(2b_t(2) + b) t \max(\sigma_1)$$

$$\varepsilon_{\min} = -f_{\min} / (E (2 \min(b_t) + b) t)$$

se diferente

fim do se

24 – Cálculo do vetor constante  $C_1$

para  $i=1$  até  $i=npt$

$$C_1(i) = 1.17(3\pi M_{p1}(i))(b/t)^{1/3}$$

fim do para

25 – Determinação da deformação final

para  $i=1$  até  $i=npt$

se  $\text{abs}[\delta_i(i)] > H(2)$  e  $\text{abs}[\delta_i(i)] < [2*H(2)]$

índex =  $i$

se diferente

fim do se

fim do para

$$\varepsilon_f = \varepsilon(\text{index})$$

26 – Cálculo dos vetores força  $f_1$  e  $f_2$

$$f_1 = 0.0$$

$$f_2 = 0.0$$

se  $\varphi \geq 0.0$  e  $\varphi \leq 40$

para  $i=1$  até  $i=npt$

$$f_1(i) = C_1(i) / ((\delta_1(i) / H(i))^{1/2})$$

$$f_2(i) = C_1(i) / ((\delta_2(i) / H(i))^{1/2})$$

fim do para

se diferente

fim do se

se  $\varphi > 40^\circ$

para  $i=1$  até  $i=npt$

$$f_1(i) = C_1(i) / ((\delta_1(i) / H(i))^{1/2})$$

se  $\varepsilon(i) \leq \varepsilon_{\text{min}}$

$$f_2(i) = f_{\text{min}}$$

se diferente

$$f_2(i) = f_{\text{min}} + (\text{abs}(f_{\text{min}})\varepsilon(i)/\varepsilon_f)$$

fim do se

fim do para

fim do se

para  $i=2$  até  $i=npt$

$$ff_1(i) = C_1(i) / ((\delta_1(i) / H(i))^{1/2})$$

$$ff_2(i) = C_1(i) / ((\delta_2(i) / H(i))^{1/2})$$

fim do para

27 – Cálculo da força total para  $\varphi = 0.0$

se  $\varphi \geq 0.0$  e  $\varphi \leq 30$

$$f_t(2) = 4bt \max(\sigma_1)$$

se diferente  $\varphi > 30$

$$f_t(2) = \left( -1.0E-06\varphi^3 + 0.0004\varphi^2 - 0.0502\varphi + 2.0626 \right) 4bt(\max \sigma_1)$$

se diferente

fim do se

se  $\varphi = 0.0$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$f_t(i) = f_1(i) + f_2(i)$$

se  $f_t(i) > f_t(2)$

$$f_t(i) = f_t(2)$$

se diferente

fim do se

fim do para

se diferente

fim do se

se  $\varphi > 0.0$  e  $\varphi < 90$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$f_t(i) = f_1(i) + f_2(i)$$

se  $f_t(i) > f_t(2)$

$$f_t(i) = f_t(2)$$

se diferente

fim do se

fim do para

se diferente

$$f_t(i) = 0.0$$

fim do se

28 – Cálculo do momento máximo

se  $\varphi > 0^\circ$  e  $\varphi < 38.45^\circ$

$$M_{\max} = 0.0126\varphi \left( 4bt \max(\sigma_1) (0.75b/2) \right)$$

se diferente  $\varphi \geq 38.45^\circ$  e  $\varphi \leq 48^\circ$

$$M_{\max} = (0.0382\varphi - 0.9846) \left( 4bt \max(\sigma_1) (0.75b/2) \right)$$

se diferente  $\varphi > 48^\circ$  e  $\varphi \leq 70^\circ$

$$M_{\max} = (0.0064\varphi + 0.5445) \left( 4bt \max(\sigma_1) (0.75b/2) \right)$$

se diferente  $\varphi > 70^\circ$  e  $\varphi < 90^\circ$

$$M_{\max} = (0.0005\varphi + 0.955) \left( 4bt \max(\sigma_1) (0.75b/2) \right)$$

fim do se

29 – Cálculo do vetor momento

se  $\varphi < 38.45$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$mx_a(i) = (0.75b/2)(f_1(i) - f_2(i))$$

fim do para

para  $i=3$  até  $i=npt-3$

$$mxa(i) = mxa(i + 3)$$

$$\theta(i) = \theta(i + 3)$$

fim do para

se diferente

fim do se

se  $\varphi \geq 38.45$  e  $\varphi \leq 40$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$\theta(i) = \theta(i)/(1 + \varepsilon(i))$$

$$mx_a(i) = -(0.75b/2)f_1(i) + (b/2)f_2(i)$$

$$\text{se } mx_a(i) > mx_a(2)$$

$$mx_a(i) = mx_a(2)$$

$$\theta(i) = \theta(2)$$

se diferente

fim do se

fim do para

se diferente

fim do se

se  $\varphi > 40$  e  $\varphi < 90$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$mx_a = (b/2)(f_1(i) - f_2(i))$$

$$\text{se } mx_a(i) > mx_a(2)$$

$$mx_a(i) = mx_a(2)$$

$$\theta(i) = \theta(2)$$

se diferente

fim do se

fim do para

se diferente

```

fim do se
se  $\varphi = 90$ 
     $mx_a(1) = 0.0$ 
     $mx_a(2) = 4bt \max(\sigma_1)(0.75b/2)$ 
    para i=3 até i=npt
         $mx_a(i) = 2(b/2) \cdot f_1(i)$ 
        se  $mx_a(i) > mx_a(2)$ 
             $mx_a(i) = mx_a(2)$ 
        se diferente
            fim do se
    fim do para
se diferente
fim do se

```

30 – Escrever arquivo de texto de saída com as curvas

```

plote  $f_t(i) \times \delta_t(i)$  e  $mx_a(i) \times \theta(i)$ 
escreva o arquivo de saída

```

### PROGRAMA DE GERAÇÃO DE CURVAS CONSIDERANDO TAXA DE DEFORMAÇÃO

```

clear
format long;
%definição de constantes
pci=10;
b=80.0;
tt = 2.4;
sigma0 = 230.0;
E=207000;
Vel=1000;
D=40.4;
q=5;
if pci==90
    Vel=0.00000000001;
else
end
if pci >= 38.45 & pci <= 40
    npt=400;
elseif pci > 40 | pci < 38.45
    npt=50;
else

```

```

end
Wang =(8*Vel*tan(pci*pi/180))/(3*b)+ 0.00000000001;
%
if pci==90
    Wang=42.35;
else
end
%concluído a definição de constantes
%gera o vetor de tempo
t(1)=0.0;
t(2)=0.0005;
t(3)=0.00075;
t(4)=0.001;
for i=5:npt
    t(i) = t(i-1) + 0.0005;
end
%concluido a geração do vetor tempo
%
%geração do vetor de velocidades
v(1)=0.0;
v(2)=1000*Vel*t(2);
v(3)=1000*Vel*t(3);
v(4)=1000*Vel*t(4);
for i=5:npt
    v(i)=Vel;
end
%concluido a geração do vetor velocidade
%
% geração do vetor distância
for i=1:npt
    d(i)= v(i)*t(i);
end
%concluido a geração do vetor distancia
%
%geração do vetor velocidade angular
w(1)=0.0;
w(2)=1000*Wang*t(2);
w(3)=1000*Wang*t(3);
w(4)=1000*Wang*t(4);
for i=5:npt
    w(i)=Wang;

```

```

end
%concluido a geração do vetor velocidade angular
%
%geração do vetor de deslocamento angular teta
teta(1)=0.0;
teta(2)=w(2)*t(2)/2;
teta(3)=w(3)*t(3)/2;
teta(4)=w(4)*t(4)/2;
for i=5:npt
    teta(i) = w(i)*(t(i) - 0.001) + teta(4);
end
%concluido a geração do vetor velocidade angular
%
%geração do vetor angulo neta
%
neta(1) = 0.0;
for i=2:npt
    neta(i) = (3*b*w(i))/(8*v(i));
end
%concluido a geração do vetor angulo neta
%
%geração do vetor de constantes const1 e const2
%
const1(1)=0.0;
const2(1)=0.0;
for i = 2:npt
    const1(i)=3/(4*neta(i)) + 0.75;
    const2(i)=3/(4*neta(i)) - 0.75;
end
%conclusão da geração do vetor de constantes 1 e 2
%
%geração do vetor de deslocamentos delta1 e delta2
%
delta1(1)=0.0;
delta2(1)=0.0
for i = 2:npt
    delta1(i) = (b*teta(i)/2)*const1(i);
    delta2(i) = (b*teta(i)/2)*const2(i);
end
%conclusão da geração do vetor de deslocamentos delta1 e delta2
%
```

```

%geração do vetor de deslocamentos total
%
deltat(1)=0.0
for i=2:npt
    deltat(i) = abs(delta1(i)) + abs(delta2(i));
end
if pci >= 38.45 & pci <=40
    deltat = delta2;
else
end
%concluido a geração do vetor deslocamento total
%
%geração do vetor de momento de plastificação Mp
%
for i=1:npt
    Mp(i) = sigma0*(tt^2)/4;
end
%concluido a geração do vetor de momento de plastificação Mp
%
%Cálculo do vetor constante C
for i = 1:npt
    C(i) = 1.17*((3*pi*Mp(i))*(b/tt)^(1/3));
end
%concluida a geração do vetor constante C
%
%geração do vetor de constante H
for i=1:npt
    H(i) = (tt^(1/3))*(b^(2/3));
end
%concluido a geração do vetor de constante H
%
%geração do vetor deformação
for i=1:npt
    if pci==90
        epton(i)=(delta1(i) + abs(delta2(i)))/(2*H(i));
    else
        epton(i)=(delta1(i) + delta2(i))/(2*H(i));
    end
end
%concluido a geração do vetor deformação
%
```

```

%geração do vetor taxa de deformação
for i=1:(npt-1)
    depson(i+1)=(epson(i+1)- epson(i))/(t(i+1)-t(i));
end
% concluido a geração do vetor taxa de deformação
%
% geração do vetor de tensões sigma1
sigma(1)=sigma0;
for i=1:(npt-1)
    sigma1(i+1)=sigma0*(1 + (depson(i)/D)^(1/q));
end
% concluido a geração do vetor sigma1
%
%geração do vetor de momento de plastificação corrigido Mp1
%
for i=1:npt
    Mp1(i) = sigma1(i)*(tt^2)/4;
end
%concluido a geração do vetor de momento de plastificação Mp
%
%geração das constantes bef, bt e bc
for i = 1:npt
    bt(i)=b/(1 +abs(delta1(i))/abs((delta2(i)))));
    bc=b - bt;
end
% concluido a geração das constantes bef, bt e bc
%
%correção dos vetores deformação epson1, deltat, sigma e teta
if pci <= 90 & pci>40
for i=1:npt
    epson1(i)=(sigma1(i)/sigma0)*epson(i);
    deltat(i)=(sigma1(i)/sigma0 )*deltat(i);
    sigma(i)= sigma0/(1 + epson1(i));
    if pci==90
        teta(i)= teta(i)*(sigma1(i)/sigma0);
    else
        teta(i)= teta(i)*(sigma1(i)/sigma(i));
    end
end
fmin = -(2*bt(2)+ b )*tt*(max(sigma1));
epsonmin=-fmin/(E*(2*min(bt)+b)*tt);

```

```

else
end
% concluido a correção dos vetores deformação epton1, deltat, sigma e teta
%
%Cálculo do vetor constante corrigido C1
for i = 1:npt
    C1(i) = 1.17*((3*pi*Mp1(i))*(b/tt)^(1/3));
end
%concluido a geração do vetor constante C1
%
%determinação do indicador de posição para determinação de eptonf (de
%utilização para correção de f2) e geração de eptonf
for i=1:npt
    if abs(deltat(i))>(H(2)) & abs(deltat(i))<(2*H(2))
        index=i
    else
    end
end
eptonf = epton(index);
%concluido a geração de eptonf
%
%geração do vetor de forças f1 e f2
f1(1)=0.0
f2(2)=0.0
    if pci >= 0.0 & pci <= 40
for i=2:npt
    f1(i) = C1(i)/((delta1(i)/H(i))^(1/2));
    f2(i) = C1(i)/((delta2(i)/H(i))^(1/2));
end
    else
    end
%
if pci>40
for i=1:npt
    f1(i) = C1(i)/((delta1(i)/H(i))^(1/2));
    if epton(i)<= eptonmin
        f2(i)=fmin;
    else
        f2(i)=fmin + (-fmin*(epton(i))/(eptonf));
    end
end
end

```

```

else
end
for i=2:npt
    ff1(i) = C(i)/((delta1(i)/H(i))^(1/2));
    ff2(i) = C(i)/((delta2(i)/H(i))^(1/2));
end
%concluido a geração do vetor f1 e f2
%
if pci > 0.0 & pci <= 30
    ft(2) = 4*b*tt*max(sigma1)
elseif pci > 30
    ft(2) = 4*b*tt*sigma1(6)*(-1e-06*(pci^3) + 0.0004*(pci^2) - 0.0502*pci + 2.0626);
else
end
%
%geração do vetor de forças total
if pci==0.0
    for i = 3:npt
        ft(i) = f1(i) + f2(i);
        if ft(i)>ft(2)
            ft(i)=ft(2);
        else
        end
    end
end
else
end
%
if pci > 0.0 & pci < 90
    for i = 3:npt
        ft(i) = f1(i) + f2(i);
        if ft(i)>ft(2)
            ft(i)=ft(2);
        else
        end
    end
end
else
    ft(i)=0.0;
end
%conclusão da geração do vetor de força total
%
%calcula do momento maximo mxa

```

```

if pci > 0 & pci < 38.45
    mxa(2)=(0.0126*pci)*4*b*tt*max(sigma1)*(0.75*b/2);
elseif pci >= 38.45 & pci <= 48
    mxa(2)=(0.0382*pci - 0.9846)*4*b*tt*max(sigma1)*(0.75*b/2)
elseif pci>48 & pci <= 70
    mxa(2)=(0.0064*pci + 0.5445)*4*b*tt*max(sigma1)*(0.75*b/2)
else pci>70 & pci < 90
    mxa(2)=(0.0005*pci + 0.955)*4*b*tt*max(sigma1)*(0.75*b/2)
end
%
if pci<38.45
    for i=3:npt
        mxa(i)=(0.75*b/2)*(ff1(i)-ff2(i));
    end
    for i=3:npt-3
        mxa(i)=mxai(i+3);
        teta(i)=teta(i+3);
    end
else
end
%
if pci >= 38.45 & pci<=40
    for i=3:npt
        teta(i)=teta(i)/(1 + epon(i));
        mxa(i)= -(0.75*b/2)*(f1(i)) + (b/2)*f2(i);
        if mxa(i)>mxai(2)
            mxa(i)=mxai(2);
            teta(i)=teta(2);
        else
        end
    end
else
end
if pci > 40 & pci<90
    for i=3:npt
        mxa(i)= (b/2)*(f1(i) - f2(i));
        if mxa(i)>mxai(2)
            mxa(i)=mxai(2);
            teta(i)=teta(2);
        else
        end
end

```

```

    end
else
    end
%
if pci==90
    mxa(1)=0.0
    mxa(2)=4*b*tt*max(sigma1)*(0.75*b/2);
    for i=3:npt
        mxa(i)=2*(b/2)*f1(i);
        if mxa(i)> mxa(2);
            mxa(i)=mx(2);
        else
            end
        end
    end
else
    end
%concluido os cálculos dos momentos
%
%comandos que abre o arquivo bndout e rbdout e le os valores de força e
%deslocamento;
fid = fopen('bndout','rt');
% 214 , 664 , 1115, 1566, 2028 ; salto de 451
ini = 214;
for i=1:48
    status = fseek(fid,ini,'bof');
    ttt(i) = fscanf(fid,'%e');
    ini = ini + 451;
end;
status = fclose(fid);
fid2 = fopen('bndout','rt');
ini = 360;
for i=1:48
    status = fseek(fid2,ini,'bof');
    f(i) = fscanf(fid2,'%e');
    ini = ini + 451;
end;
status = fclose(fid2);
fid4 = fopen('rbdout','rt');
% 214 , 664 , 1115, 1566, 2028 ; salto de 451
ini = 445;
for i=1:48

```

```

status = fseek(fid4,ini,'bof');
des(i) = fscanf(fid4,'%e',[1,1]);
ini = ini + 1239;
end;
status = fclose(fid4);
fid3 = fopen('bndout','rt');
ini = 437
for i=1:48
status = fseek(fid3,ini,'bof');
mx(i) = fscanf(fid,'%e');
ini = ini + 451;
end;
status = fclose(fid3);
fid5 = fopen('rbdout','rt');
% 214 , 664 , 1115, 1566, 2028 ; salto de 451
ini2 = 457
for i=1:48
status = fseek(fid5,ini2,'bof');
rot(i) = fscanf(fid5,'%e',[1,1]);
ini2 = ini2 + 1239;
end;
status = fclose(fid5);
%final da leitura de dados
%
%comandos de plotagem força versus deslocamento
%
figure(1);
hold on;
plot(deltat,ft,'-k',des,f,':k','LineWidth',3);
grid off;
xlabel('d(mm)');
ylabel('F(N)');
axis([0 25 -200000 300000]);
%title('Comparação Solução Analítica versus MEF');
legend('Analítica', 'MEF');
%
hold off
%final plotagem força
%
%comandos de plotagem momento verus rotação
figure(2);

```

```

hold on;
plot(teta,mxa,'-k',rot,mx,':k','LineWidth',3);
grid off;
xlabel ('r(rad)');
ylabel ('M (Nmm)');
axis([0 0.30 -1000000 2000000]);
%title('Comparação Solução Analítica versus MEF');
legend('Analítica', 'MEF');
%
hold off;
%comandos de geração de arquivo de saída de dados
%
for i=1:(npt-2)
    ddes(i)=abs(deltat(i));
    des(i)=ddes(i);
    rrot(i)=abs(teta(i));
    rot(i)=rrot(i);
end
%x É O NÚMERO DA CURVA de força;
x=100;
y= 10*100
L=2*b;
E=207000;
A=4*b*tt;
Felastico=A*sigma0;
Delastico=(Felastico*L)/(E*A);
%
%cria o arquivo CurvasAnalitico2
%gera a curva de Força F
%
fid = fopen('CurvasAnalitico2','a');
fprintf(fid,'%s\n','*DEFINE_CURVE');
fprintf(fid,'    %d\n',x);
fprintf(fid,'%s    %s    %s\n' , '$','DISPLACEMENT','FORCE');
for i=(npt-2):-1:1;
    if ft(i) > 0.0
        fprintf(fid,'    %e    %e\n',-des(i),-ft(i));
    else
        fprintf(fid,'    %e    %e\n',-des(i),-ft(i));
    end
end
end

```

```

%fprintf(fid,' %e %e\n',0.0,0.0);
fprintf(fid,' %e %e\n',Delastico,Felastico);
fprintf(fid,' %e %e\n',Delastico*100,Felastico);
status = fclose(fid);
%
%concluido a geração da curva de força F
%
%escreve a curva de momento Mx;
%
fid = fopen('CurvasAnalitico2','a');
fprintf(fid,'%s\n','*DEFINE_CURVE');
fprintf(fid,' %d\n',y);
fprintf(fid,'%s %s %s\n' ,$','ROTAÇÃO','MOMENTO');
for i=(npt-2):-1:2;
    if mxa(i)>0.0
fprintf(fid,' %e %e\n',-rot(i),-mxa(i));
else
    fprintf(fid,' %e %e\n',-rot(i),-mxa(i));
    end
end
fprintf(fid,' %e %e\n',0.0,0.0);
for i=2:(npt-2);
    if mxa(i) > 0.0
fprintf(fid,' %e %e\n',rot(i),mxa(i));
else
    fprintf(fid,' %e %e\n',rot(i),mxa(i));
    end
end
status = fclose(fid);
%concluido a geração da curva de momento Mx

```

## APÊNDICE F – Pseudo Código e Algoritmo de Geração de Curvas Considerando o Material Elastoplástico Perfeito

Neste Anexo se apresenta um pseudocódigo que representa a sequência lógica do programa implementado considerando o comportamento do material como elastoplástico perfeito, bem como o programa implementado em linguagem MatLab.

1 – Início do programa

2 – Remover itens do espaço de trabalho

3 – Ler constantes  $\varphi, b, t, \sigma_0, E, Vel$

4 – Definição da velocidade Vel para o ângulo  $\varphi = 90^\circ$

se  $\varphi = 90$

Vel = 1.0E-10

fim do se

5 – Definição do número de pontos utilizados na geração das curvas

se  $\varphi \geq 38.45$  e  $\varphi \leq 40$

npt = 400

se diferente  $\varphi > 40$  ou  $\varphi < 38.45$

npt = 50

fim do se

6 – Cálculo da velocidade angular  $W_{ang}$

$$w_{ang} = (8Vel \tan \varphi) / 3b$$

se  $\varphi = 90$

$W_{ang} = 42.35$  (é a velocidade correspondente à curva de transição)

fim do se

7 – Construção do vetor tempo  $T(i)$

- Tempo inicial:

$$T(1) = 0.0$$

$$T(2) = 0.0005$$

$$T(3) = 0.00075$$

$$T(4) = 0.001$$

- Tempo subsequente:

para  $i=1$  até  $i= npt$

$$T(i) = T(i-1) + 0.0005$$

fim do para

8 – Construção do vetor de velocidades  $v(i)$

- Tempo inicial:

$$v(1) = 0.0$$

$$v(2) = 1000 * Vel * t(2)$$

$$v(3) = 1000 * Vel * t(3)$$

$$v(4)=1000*Vel*t(4)$$

- Tempo subsequente:

para i=1 até i=npt

$$v(i)=Vel$$

fim do para

9 – Cálculo do vetor distância

para i=1 até i=npt

$$d(i)=v(i)T(i)$$

fim do para

10 – Cálculo da velocidade angular

- Tempo inicial:

$$w(1)=0.0$$

$$w(2)=1000*Wang*T(2)$$

$$w(3)=1000*Wang*T(3)$$

$$w(4)=1000*Wang*T(4)$$

- Tempo subsequente:

para i=5 até i=npt

$$w(i)=W_{ang}$$

fim do para

11 – Cálculo do vetor de deslocamento angular

- Tempo inicial:

$$\theta(1)=0.0$$

$$\theta(2)=w(2)*T(2)/2$$

$$\theta(3)=w(3)*T(3)/2$$

$$\theta(4)=w(4)*T(4)/2$$

- Tempo subsequente:

para i=5 até npt

$$\theta(i) = w(i) * (T(i) - 0.001) + \theta(4)$$

fim do para

12 – Cálculo do vetor neta :

$$\eta(1) = 0.0$$

para i=2 até i=npt

$$\eta(i)=(3bw(i))/(8v(i))$$

fim do para

13 – Cálculo do vetor de constantes

$$c_1(1)=0.0$$

$$c_2(1)=0.0$$

para i=2 até i=npt

$$c_1(i) = 3/(4\eta(i)) + 0.75$$

$$c_2(i) = 3/(4\eta(i)) - 0.75$$

fim do para

14 – Cálculo do vetor deslocamentos

$$\delta_1(1)=0.0$$

$$\delta_2(1)=0.0$$

para i=2 até i=npt

$$\delta_1(i) = (b\theta(i)/2)c_1(i)$$

$$\delta_2(i) = (b\theta(i)/2)c_2(i)$$

fim do para

para i=1 até i=npt

$$\delta_t(i) = \text{abs}[\delta_1(i)] + \text{abs}[\delta_2(i)]$$

fim do para

se  $\varphi \geq 38.45$  e  $\varphi \leq 40$

$$\delta_t = \delta_2$$

se diferente

fim do se

15 – Cálculo do vetor constante momento de plastificação

para i=1 até i=npt

$$M_p(i) = \sigma_0 t^2 / 4$$

fim do para

16 - Cálculo do vetor constante C

para i=1 até i=npt

$$C(i) = 1.17(3\pi M_p(i))(b/t)^{1/3}$$

fim do para

17 – Cálculo do vetor constante H

para i=1 até i=npt

$$H(i) = (t)^{1/3} (b)^{2/3}$$

fim do para

18 – Cálculo do vetor deformação

para i=1 até i=npt

se  $\varphi = 90$

$$\varepsilon(i) = (\delta_1(i) + \text{abs}(\delta_2(i))) / (2H(i))$$

se diferente

$$\varepsilon(i) = (\delta_1(i) + \delta_2(i)) / (2H(i))$$

fim do se

fim do para

19 – Cálculo das constantes  $b_t$  e  $b_c$

para  $i=1$  até  $i=npt$

$$b_t(i) = b / ((1 + \text{abs}(\delta_1(i)) / \text{abs}(\delta_2(i))))$$

$$b_c(i) = b(i) - b_t(i)$$

fim do para

20 – Cálculo da força mínima e deformação mínima

se  $\varphi \leq 90$  e  $\varphi > 40$

$$f_{\min} = -(2b_t(2) + b)t \max(\sigma_0)$$

$$\varepsilon_{\min} = -f_{\min} / (E(2\min(b_t) + b)t)$$

se diferente

fim do se

22 – Determinação da deformação final

para  $i=1$  até  $i=npt$

se  $\text{abs}[\delta_t(i)] > H(2)$  e  $\text{abs}[\delta_t(i)] < [2*H(2)]$

índex =  $i$

se diferente

fim do se

fim do para

$$\varepsilon_f = \varepsilon(\text{index})$$

23 – Cálculo dos vetores força  $f_1$  e  $f_2$

$$f_1 = 0.0$$

$$f_2 = 0.0$$

se  $\varphi \geq 0.0$  e  $\varphi \leq 40$

para  $i=2$  até  $i=npt$

$$f_1(i) = C(i) / ((\delta_1(i) / H(i))^{1/2})$$

$$f_2(i) = C(i) / ((\delta_2(i) / H(i))^{1/2})$$

fim do para

se diferente

fim do se

se  $\varphi > 40^\circ$

para  $i=1$  até  $i=npt$

$$f_1(i) = C(i) / ((\delta_1(i) / H(i))^{1/2})$$

se  $\varepsilon(i) \leq \varepsilon_{\min}$

$$f_2(i) = f_{\min}$$

se diferente

$$f_2(i) = f_{\min} + (\text{abs}(f_{\min})\varepsilon(i)/\varepsilon_t)$$

fim do se

fim do para

fim do se

24 – Cálculo da força total para  $\varphi = 0.0$

se  $\varphi \geq 0.0$  e  $\varphi \leq 30$

$$f_t(2) = 4bt\sigma_0$$

se diferente  $\varphi > 30$

$$f_t(2) = \left(-1.0E-06\varphi^3 + 0.0004\varphi^2 - 0.0502\varphi + 2.0626\right)4bt\sigma_0$$

se diferente

fim do se

se  $\varphi = 0.0$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$f_t(i) = f_1(i) + f_2(i)$$

se  $f_t(i) > f_t(2)$

$$f_t(i) = f_t(2)$$

se diferente

fim do se

fim do para

se diferente

fim do se

se  $\varphi > 0.0$  e  $\varphi < 90$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$f_t(i) = f_1(i) + f_2(i)$$

se  $f_t(i) > f_t(2)$

$$f_t(i) = f_t(2)$$

se diferente

fim do se

fim do para

se diferente

fim do se

25 – Cálculo do momento máximo

se  $\varphi > 0^\circ$  e  $\varphi < 38.45^\circ$

$$M_{\max} = 0.0126\varphi(4bt\sigma_0(0.75b/2))$$

se diferente  $\varphi \geq 38.45^\circ$  e  $\varphi \leq 48^\circ$

$$M_{\max} = (0.0382\varphi - 0.9846) \left( 4bt\sigma_0(0.75b/2) \right)$$

se diferente  $\varphi > 48^\circ$  e  $\varphi \leq 70^\circ$

$$M_{\max} = (0.0064\varphi + 0.5445) \left( 4bt\sigma_0(0.75b/2) \right)$$

se diferente  $\varphi > 70^\circ$  e  $\varphi < 90^\circ$

$$M_{\max} = (0.0005\varphi + 0.955) \left( 4bt\sigma_0(0.75b/2) \right)$$

fim do se

26 – Cálculo do vetor momento

se  $\varphi < 38.45$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$mx_a(i) = (0.75 * b / 2)(f_1(i) - f_2(i))$$

fim do para

para  $i=3$  até  $i=npt-3$

$$mxa(i) = mxa(i + 3)$$

$$\theta(i) = \theta(i + 3)$$

se diferente

fim do se

se  $\varphi \geq 38.45$  e  $\varphi \leq 40$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$\theta(i) = \theta(i) / (1 + \varepsilon_i)$$

$$mx_a(i) = -(0.75b/2)f_1(i) + (b/2)f_2(i)$$

$$\text{se } mx_a(i) > mx_a(2)$$

$$mx_a(i) = mx_a(2)$$

$$\theta(i) = \theta(2)$$

se diferente

fim do se

fim do para

se diferente

fim do se

se  $\varphi > 40$  e  $\varphi < 90$

para  $i=3$  até  $i=npt$

$$mx_a = (b/2)(f_1(i) - f_2(i))$$

$$\text{se } mx_a(i) > mx_a(2)$$

$$mx_a(i) = mx_a(2)$$

$$\theta(i) = \theta(2)$$

```

                se diferente
                fim do se
            fim do para
se diferente
fim do se
se  $\varphi = 90$ 
     $mx_a(1) = 0.0$ 
     $mx_a(2) = 4bt\sigma_0(0.75b/2)$ 
    para i=3 até i=npt
         $mx_a(i) = 2(b/2)f_1(i)$ 
        se  $mx_a(i) > mx_a(2)$ 
             $mx_a(i) = mx_a(2)$ 
        se diferente
        fim do se
    fim do para
se diferente
fim do se

```

27 – Escrever arquivo de texto de saída com as curvas

```

    plote  $f_t(i) \times \delta_t(i)$  e  $mx_a(i) \times \theta(i)$ 
    escreva o arquivo de saída

```

## ALGORITMO DE GERAÇÃO DAS CURVAS – ELASTOPLÁSTICO PERFEITO

```

clear
format long;
%definição de constantes
pci=10;
b=80.0;
tt = 2.4;
sigma0 = 267.0;
E=207000;
Vel=1000;
if pci==90
    Vel=0.00000000001;
else
end
if pci>=38.45 & pci<=40

```

```

npt=400;
elseif pci > 40 | pci < 38.45
    npt=50;
else
end
Wang =(8*Vel*tan(pci*pi/180))/(3*b)+ 0.00000000001;
%
if pci==90
    Wang=42.35;
else
end
%concluído a definição de constantes
%gera o vetor de tempo
t(1)=0.0;
t(2)=0.0005;
t(3)=0.00075;
t(4)=0.001;
for i=5:npt
    t(i) = t(i-1) + 0.0005;
end
%concluido a geração do vetor tempo
%
%geração do vetor de velocidades
v(1)=0.0;
v(2)=1000*Vel*t(2);
v(3)=1000*Vel*t(3);
v(4)=1000*Vel*t(4);
for i=5:npt
    v(i)=Vel;
end
%concluido a geração do vetor velocidade
%
% geração do vetor distancia
for i=1:npt
    d(i)= v(i)*t(i);
end
%concluido a geração do vetor distancia
%
%geração do vetor velocidade angular
w(1)=0.0;
w(2)=1000*Wang*t(2);

```

```

w(3)=1000*Wang*t(3);
w(4)=1000*Wang*t(4);
for i=5:npt
    w(i)=Wang;
end
%concluido a geração do vetor velocidade angular
%
%geração do vetor de deslocamento angular teta
teta(1)=0.0;
teta(2)=w(2)*t(2)/2;
teta(3)=w(3)*t(3)/2;
teta(4)=w(4)*t(4)/2;
for i=5:npt
    teta(i) = w(i)*(t(i) - 0.001) + teta(4);
end
%concluido a geração do vetor velocidade angular
%
%geração do vetor angulo neta
%
neta(1) = 0.0;
for i=2:npt
    neta(i) = (3*b*w(i))/(8*v(i));
end
%concluido a geração do vetor angulo neta
%
%geração do vetor de constantes const1 e const2
%
const1(1)=0.0;
const2(1)=0.0;
for i = 2:npt
    const1(i)=3/(4*neta(i)) + 0.75;
    const2(i)=3/(4*neta(i)) - 0.75;
end
%conclusão da geração do vetor de constantes 1 e 2
%
%geração do vetor de deslocamentos delta1 e delta2
%
delta1(1)=0.0;
delta2(1)=0.0
for i = 2:npt
    delta1(i) = (b*teta(i)/2)*const1(i);

```

```

    delta2(i) = (b*teta(i)/2)*const2(i);
end
%conclusão da geração do vetor de deslocamentos delta1 e delta2
%
%geração do vetor de deslocamentos total
%
deltat(1)=0.0
for i=2:npt
    deltat(i) = abs(delta1(i)) + abs(delta2(i));
end
if pci >= 38.45 & pci <=40
    deltat = delta2;
else
end
%concluido a geração do vetor deslocamento total
%
%geração do vetor de momento de plastificação Mp
%
for i=1:npt
    Mp(i) = sigma0*(tt^2)/4;
end
%concluido a geração do vetor de momento de plastificação Mp
%
%Cálculo do vetor constante C
for i = 1:npt
    C(i) = 1.17*((3*pi*Mp(i))*(b/tt)^(1/3));
end
%concluida a geração do vetor constante C
%
%geração do vetor de constante H
for i=1:npt
    H(i) = (tt^(1/3))*(b^(2/3));
end
%concluido a geração do vetor de constante H
%
%geração do vetor deformação
for i=1:npt
    if pci==90
        epton(i)=(delta1(i) + abs(delta2(i)))/(2*H(i));
    else
        epton(i)=(delta1(i) + delta2(i))/(2*H(i));
    end
end

```

```

    end
end
%concluido a geração do vetor deformação
%
%
%geração das constantes bef, bt e bc
for i = 1:npt
    bt(i)=b/(1 +abs(delta1(i))/abs((delta2(i))));
    bc=b - bt;
end
% concluido a geração das constantes bef, bt e bc
%
%correção dos vetores deformação epon1, deltat, sigma e teta
if pci <= 90 & pci>40
    fmin = -(2*bt(2)+ b )*tt*sigma0;
    eponmin=-fmin/(E*(2*min(bt)+b)*tt);
else
end
% concluido a correção dos vetores deformação epon1, deltat, sigma e teta
%
%
%determinação do indicador de posição para determinação de eponf (de
%utilização para correção de f2) e geração de eponf
for i=1:npt
    if abs(deltat(i))>(H(2)) & abs(deltat(i))<(2*H(2))
        index=i
    else
    end
end
eponf = epon(index);
%concluido a geração de eponf
%
%geração do vetor de forças f1 e f2
f1(1)=0.0
f2(2)=0.0
    if pci >= 0.0 & pci <= 40
for i=2:npt
    f1(i) = C(i)/((delta1(i)/H(i))^(1/2));
    f2(i) = C(i)/((delta2(i)/H(i))^(1/2));
end
    else

```

```

    end
%
if pci>40
    for i=1:npt
        f1(i) = C(i)/((delta1(i)/H(i))^(1/2));
        if epton(i)<= eptonmin
            f2(i)=fmin;
        else
            f2(i)=fmin + (-fmin*(epton(i))/(eptonf));
        end
    end
end
else
end
%concluido a geração do vetor f1 e f2
%
%geração do vetor de forças total
if pci >= 0.0 & pci <= 30
    ft(2) = 4*b*tt*(sigma0)
elseif pci > 30
    ft(2) = 4*b*tt*sigma0*(-1e-06*(pci^3) + 0.0004*(pci^2) - 0.0502*pci + 2.0626);
else
end
%
if pci==0.0
    for i = 3:npt
        ft(i) = f1(i) + f2(i);
        if ft(i)>ft(2)
            ft(i)=ft(2);
        else
        end
    end
else
end
%
if pci > 0.0 & pci < 90
    for i = 3:npt
        ft(i) = f1(i) + f2(i);
        if ft(i)>ft(2)
            ft(i)=ft(2);
        else
        end
    end
end

```

```

end
else
    ft(i)=0.0
end
%conclusão da geração do vetor de força total
%
%calculo do momento maximo mxa
if pci > 0 & pci < 38.45
    mxa(2)=(0.0126*pci)*4*b*tt*sigma0*(0.75*b/2);
elseif pci >= 38.45 & pci <= 48
    mxa(2)=(0.0382*pci - 0.9846)*4*b*tt*sigma0*(0.75*b/2)
elseif pci>48 & pci <= 70
    mxa(2)=(0.0064*pci + 0.5445)*4*b*tt*sigma0*(0.75*b/2)
else pci>70 & pci < 90
    mxa(2)=(0.0005*pci + 0.955)*4*b*tt*sigma0*(0.75*b/2)
end
%
if pci<38.45
    for i=3:npt
        mxa(i)=(0.75*b/2)*(f1(i)-f2(i));
    end
    for i=3:47
        mxa(i)=mxai(i+3);
        teta(i)=teta(i+3);
    end
else
end
%
if pci >= 38.45 & pci<=40
    for i=3:npt
        teta(i)=teta(i)/(1 + epon(i));
        mxa(i)= -(0.75*b/2)*(f1(i)) + (b/2)*f2(i);
        if mxa(i)>mxai(2)
            mxa(i)=mxai(2);
            teta(i)=teta(2);
        else
        end
    end
else
end
if pci > 40 & pci<90

```

```

for i=3:npt
    mxa(i)= (b/2)*(f1(i) - f2(i));
    if mxa(i)>mx(2)
        mxa(i)=mx(2);
        teta(i)=teta(2);
    else
        end
    end
else
    end
%
if pci==90
    mxa(1)=0.0
    mxa(2)=4*b*tt*sigma0*(0.75*b/2);
    for i=3:npt
        mxa(i)=2*(b/2)*f1(i);
        if mxa(i)> mxa(2);
            mxa(i)=mx(2);
        else
            end
        end
    end
else
    end
%concluido os cálculos dos momentos
%
%comandos que abre o arquivo bndout e rbdout e le os valores de força e
%deslocamento;
fid = fopen('bndout','rt');
% 214 , 664 , 1115, 1566, 2028 ; salto de 451
ini = 214;
for i=1:48
    status = fseek(fid,ini,'bof');
    ttt(i) = fscanf(fid,'%e');
    ini = ini + 451;
end;
status = fclose(fid);
fid2 = fopen('bndout','rt');
ini = 360;
for i=1:48
    status = fseek(fid2,ini,'bof');
    f(i) = fscanf(fid,'%e');

```

```

ini = ini + 451;
end;
status = fclose(fid2);
fid4 = fopen('rbdout','rt');
% 214 , 664 , 1115, 1566, 2028 ; salto de 451
ini = 445;
for i=1:48
status = fseek(fid4,ini,'bof');
des(i) = fscanf(fid4,'%e',[1,1]);
ini = ini + 1239;
end;
status = fclose(fid4);
fid3 = fopen('bndout','rt');
ini = 437
for i=1:48
status = fseek(fid3,ini,'bof');
mx(i) = fscanf(fid,'%e');
ini = ini + 451;
end;
status = fclose(fid3);
fid5 = fopen('rbdout','rt');
% 214 , 664 , 1115, 1566, 2028 ; salto de 451
ini2 = 457
for i=1:48
status = fseek(fid5,ini2,'bof');
rot(i) = fscanf(fid5,'%e',[1,1]);
ini2 = ini2 + 1239;
end;
status = fclose(fid5);
%final da leitura de dados
%
%comandos de plotagem força versus deslocamento
%
figure(1);
hold on;
plot(deltat,ft,'-b',des,f,':b','LineWidth',3);
grid off;
xlabel('d(mm)');
ylabel('F(N)');
axis([0 25 -50000 260000]);
%title('Comparação Solução Analítica versus MEF');

```

```

legend('Analítica CS', 'MEF CS', 'Analítica EP', 'MEF EP');
hold off;
%
%final plotagem força
%
%comandos de plotagem momento verus rotação
figure(2);
hold on;
plot(teta, mxa, '-b', rot, mx, ':b', 'LineWidth', 3);
grid off;
xlabel('r(rad)');
ylabel('M (Nmm)');
axis([0 0.15 -1000000 2000000]);
%title('Comparação Solução Analítica versus MEF');
legend('Analítica CS', 'MEF CS', 'Analítica EP', 'MEF EP');
hold off;
%
%comandos de geração de arquivo de saída de dados
%
for i=1:(npt-2)
    ddes(i)=abs(deltat(i));
    des(i)=ddes(i);
    rrot(i)=abs(teta(i));
    rot(i)=rrot(i);
end
%x É O NÚMERO DA CURVA de força;
x=100;
y= 10*100
L=2*b;
E=207000;
A=4*b*tt;
Felastico=A*sigma0;
Delastico=(Felastico*L)/(E*A);
%
%cria o arquivo CurvasAnalitico2
%gera a curva de Força F
%
fid = fopen('CurvasAnalitico2','a');
fprintf(fid,'%s\n','*DEFINE_CURVE');
fprintf(fid,'    %d\n',x);
fprintf(fid,'%s    %s    %s\n' , '$', 'DISPLACEMENT', 'FORCE');

```

```

for i=(npt-2):-1:1;
    if ft(i) > 0.0
fprintf(fid,' %e %e\n',-des(i),-ft(i));
    else
fprintf(fid,' %e %e\n',-des(i),-ft(i));
    end
end
%fprintf(fid,' %e %e\n',0.0,0.0);
fprintf(fid,' %e %e\n',Delastico,Felastico);
fprintf(fid,' %e %e\n',Delastico*100,Felastico);
status = fclose(fid);
%
%concluido a geração da curva de força F
%
%escreve a curva de momento Mx;
%
fid = fopen('CurvasAnalitico2','a');
fprintf(fid,'%s\n','*DEFINE_CURVE');
fprintf(fid,' %d\n',y);
fprintf(fid,'%s %s %s\n', '$','ROTAÇÃO','MOMENTO');
for i=(npt-2):-1:2;
    if mxa(i)>0.0
fprintf(fid,' %e %e\n',-rot(i),-mxa(i));
    else
    fprintf(fid,' %e %e\n',-rot(i),-mxa(i));
    end
end
fprintf(fid,' %e %e\n',0.0,0.0);
for i=2:(npt-2);
    if mxa(i) > 0.0
fprintf(fid,' %e %e\n',rot(i),mxa(i));
    else
    fprintf(fid,' %e %e\n',rot(i),mxa(i));
    end
end
status = fclose(fid);
%concluido a geração da curva de momento Mx

```

## APÊNDICE G - Obtenção de curvas características dos tubos utilizando otimização via Algoritmos Genéticos

A determinação das curvas que capturam o comportamento de elementos estruturais sob solicitação de carregamentos combinados (compressão axial com flexão, compressão axial com flexão e torção, compressão axial com flexão em dois planos e torção) é de fundamental importância para a construção de modelos simplificados de estruturas compostas por elementos de parede fina sujeitos a solicitações de impacto. Para tal, nesta seção, propomos uma metodologia que permite a obtenção destas curvas a partir da construção de um problema de otimização utilizando algoritmos genéticos, onde é otimizada a energia de deformação absorvida pelo elemento estrutural sob solicitação de um carregamento combinado.

### G.2 Curvas características com interação entre compressão e flexão

Inicialmente avaliaremos a situação em que o elemento estrutural de parede fina está sob solicitação de compressão axial e flexão em um plano. A seguir se apresentam a montagem dos problemas de otimização para situações onde aparecem combinações de esforços envolvendo compressão axial, flexão em um plano e torção e finalmente a situação em que o carregamento combinado é de compressão axial, flexão em dois planos e torção.

A energia de deformação desenvolvida durante a compressão e flexão de um tubo de parede fina conforme mostrado na Figura 3.16 é dada por:

$$E = \nu N + \omega M \quad (\text{G.1})$$

onde  $E$  é a energia de deformação,  $N$  é a área sob a curva Força versus Tempo,  $M$  é a área sob a curva Momento de Flexão versus Tempo,  $\nu$  é a velocidade de deslocamento na direção  $z$  e  $\omega$  é a velocidade angular em torno do eixo  $y$ .

Para que as curvas Força versus Deslocamento e Momento versus Rotação como as mostradas nas Figuras 4.12 a 4.15 atinjam os valores médios, os valores de força e de momento devem possuir valores positivos. Esta condição pode ser observada em todas as curvas mostradas (Figuras 4.12 a 4.15) para  $\varphi = 38.45^\circ$ .

Levando em consideração o acima exposto, propõe-se a obtenção das curvas características médias ( $\varphi = 38.45^\circ$ ) do comportamento de tubos de parede fina quando sob solicitação de compressão e flexão simultâneas, como mostrado na Figura 3.16, através da solução de um problema de otimização da seguinte forma:

$$\text{Maximize } E(\nu, \omega)$$

Tal que

$$N(t) > 0.0 \quad e \quad M(t) > 0.0 \quad (G.2)$$

$$v = 1000 \text{ mm/s}$$

$$30 \leq w \leq 50 \text{ rad/s}$$

A solução do problema proposto fornece como resposta  $w = 42.13685 \text{ rad/s}$  para uma energia de deformação de  $1.28E+05 \text{ Nmm}$ . A velocidade angular  $w$  correspondente ao ângulo  $\varphi = 38.45^\circ$  é  $w = 42.35 \text{ rad/s}$ , determinado através da equação (3.18). A diferença entre os valores encontrados pelo método de otimização com algoritmos genéticos e a metodologia utilizada na seção 4.2.1 é de 0.5%. As Figuras G.1 e G.2 apresentam as curvas superpostas para efeitos de comparação.

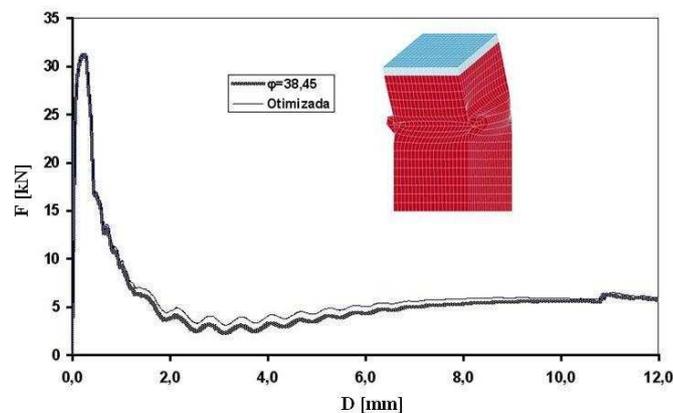


Figura G.1 - Comparação entre curvas de Força versus Deslocamento

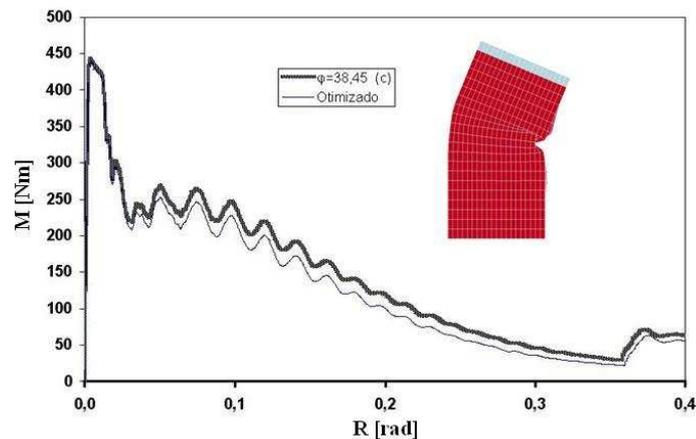


Figura G.2 - Comparação entre curvas de Momento versus Rotação

Observa-se nas curvas apresentadas nas Figuras G.1 e G.2 que pequenas diferenças nas velocidades de rotação produzem uma separação significativa entre as curvas. Para obtenção de uma aproximação maior entre os valores de velocidades, poderia ser realizado uma otimização com um maior tempo de processamento aumentando o número de gerações ou então realizar um segundo problema de otimização com um intervalo de limite inferior e superior mais fechado em

torno do valor de 42 rad/s.

### G.3 Curvas características com interação entre compressão e flexão e torção

A seguir propomos a avaliação de um problema de otimização em que ocorra simultaneamente flexão e compressão conforme mostrado na Figura 3.17 associado a um efeito adicional de torção em torno do eixo z local.

A energia de deformação desenvolvida durante a compressão, flexão e torção de um tubo de parede fina é dada por:

$$E = \nu N + \omega M_x + u M_z \quad (\text{G.3})$$

onde  $E$  é a energia de deformação,  $N$  é a área sob a curva Força versus Tempo,  $M_x$  é a área sob a curva Momento de Flexão em torno do eixo x versus Tempo,  $\nu$  é a velocidade de deslocamento na direção z e  $\omega$  é a velocidade angular em torno do eixo x e  $u$  é a velocidade angular em torno do eixo z.

O levantamento das curvas será realizado através da solução de um problema de otimização da seguinte forma:

$$\text{Maximize } E(\nu, \omega, u)$$

*Tal que*

$$N(t) > 0.0 \quad e \quad M_x(t) > 0 \quad e \quad M_z(t) > 0.0 \quad (\text{G.4})$$

$$\nu = 1000 \text{ mm/s}$$

$$u = 10 \text{ rad/s}$$

$$38 \leq \omega \leq 48 \text{ rad/s}$$

Optou-se por fixar duas das velocidades (a translação ao longo de z e a rotação em torno de z) com o objetivo de diminuir o esforço computacional. Optou-se pelo valor  $\nu=1000$  mm/s por já ter sido utilizado com sucesso na seção 4.2.1. O valor de  $u=10$  rad/s foi escolhido com o objetivo de obter-se um efeito leve de rotação que não causasse um excessivo efeito de torção na peça. Pretende-se utilizar estas curvas em problemas em que o efeito de torção exista, mas que não seja pronunciado. Em esforço adicional de pesquisa pode ser realizado no sentido de quantificar faixas de valores para a velocidade de torção em função da severidade e importância desta solicitação sobre as estruturas em estudo. A velocidade ótima de rotação em torno do eixo x obtida foi  $\omega=42.859820$  rad/s, um valor próximo ao encontrado no problema de otimização anterior, o que indica que o efeito de torção não é importante em relação ao esforço de flexão. As curvas obtidas são apresentadas nas Figuras G.3, G.4 e G.5.

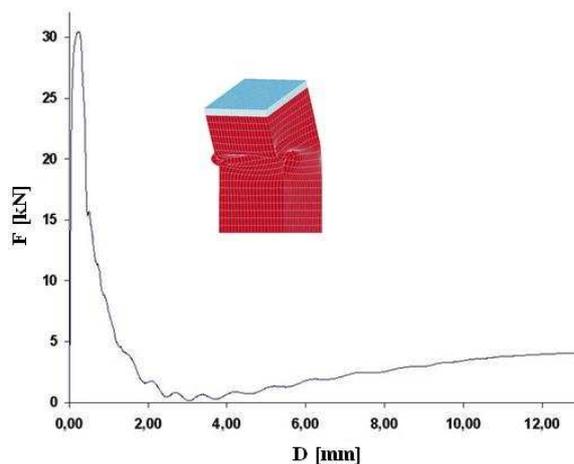


Figura G.3 - Curva Força versus deslocamento obtida por procedimento de otimização

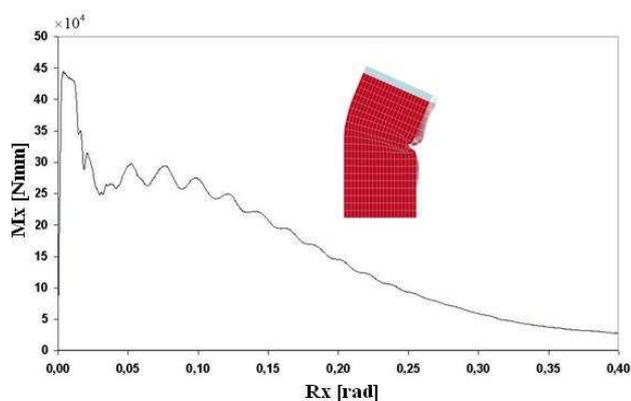


Figura G.4 - Curva Momento Mx versus Rotação Rx obtida por procedimento de otimização

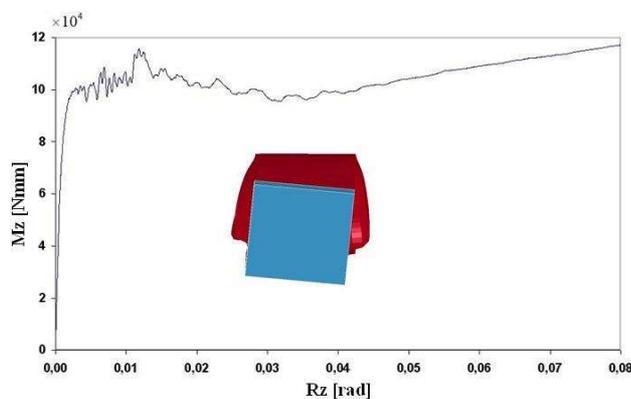


Figura G.5 - Curva Momento Mz versus Rotação Rz obtida por procedimento de otimização

Pode ser observado nas curvas das Figuras G.3 e G.4 uma semelhança com as curvas das Figuras G.1 e G.2, o que mostra que o efeito de torção não é acentuado.

#### G.4 Curvas com interação entre compressão e flexão em dois planos e torção

Utilizando um procedimento de otimização semelhante ao apresentado podem se incluir simultaneamente rotações em torno dos três eixos, e translação axial, o que caracteriza

solicitações de flexão em dois planos, torção e compressão axial atuando simultaneamente sobre o tubo. Com isto se conseguiria a captura do comportamento do tubo sob qualquer tipo de combinações de carregamento. O tipo de solicitação atuante na estrutura em estudo é que definirá quais tipos de solicitações devem ser utilizados nos procedimentos de captura do comportamento do tubo e de obtenção das curvas utilizando o procedimento de otimização proposto. Para uma situação em que ocorressem todos os esforços atuando simultaneamente a equação de energia a ser maximizada assumiria a forma geral:

$$E = vN + \omega M_x + pM_y + uM_z \quad (\text{G.5})$$

onde  $p$  representa velocidade de rotação em torno do eixo  $y$  e  $M_y$  o correspondente momento de flexão. Os valores das velocidades empregadas  $v$ ,  $w$ ,  $p$  e  $u$ , dentro do algoritmo de otimização podem variar dentro de intervalos definidos pelo usuário ou qualquer uma delas ou grupos delas assumir valores constantes como apresentado no problema de otimização apresentado nas equações (G.3) e (G.4) da seção G.3. Para uma situação generalizada como mostrado na equação (G.5) o problema de otimização seria:

$$\text{Maximize } E(v,w,p,u)$$

*Tal que*

$$N(t) > 0.0 \quad e \quad M_x(t) > 0.0 \quad e \quad M_y(t) > 0.0 \quad e \quad M_z(t) > 0.0 \quad (\text{G.6})$$

$$LB_v \leq v \leq UB_v$$

$$LB_w \leq w \leq UB_w$$

$$LB_p \leq p \leq UB_p$$

$$LB_u \leq u \leq UB_u$$

onde LB representa o limite inferior para cada velocidade, UB representa o limite superior de cada velocidade. A definição destes limites de velocidade ainda tem que ser mais estudada, a partir da compreensão das relações entre estes esforços quando atuando simultaneamente numa mesma estrutura, com o objetivo de através do conhecimento dos intervalos mais apropriados de trabalho para cada estrutura em estudo, ganhar tempo de processamento quando da utilização da rotina de otimização. Também deve ser levado em conta, que a metodologia simplificada que se utiliza de barras rígidas e juntas translacionais e rotacionais pressupõe por parte do projetista o conhecimento prévio do comportamento da estrutura quando sob carga.

Fixando-se a velocidade de translação axial  $v=1000$  mm/s e permitindo a variação de  $w=p=u=35$  rad/s a 50 rad/s obtém-se como velocidade ótima de rotação  $v=p=u=30.91629$  rad/s e as curvas indicadas na Figura G.6.

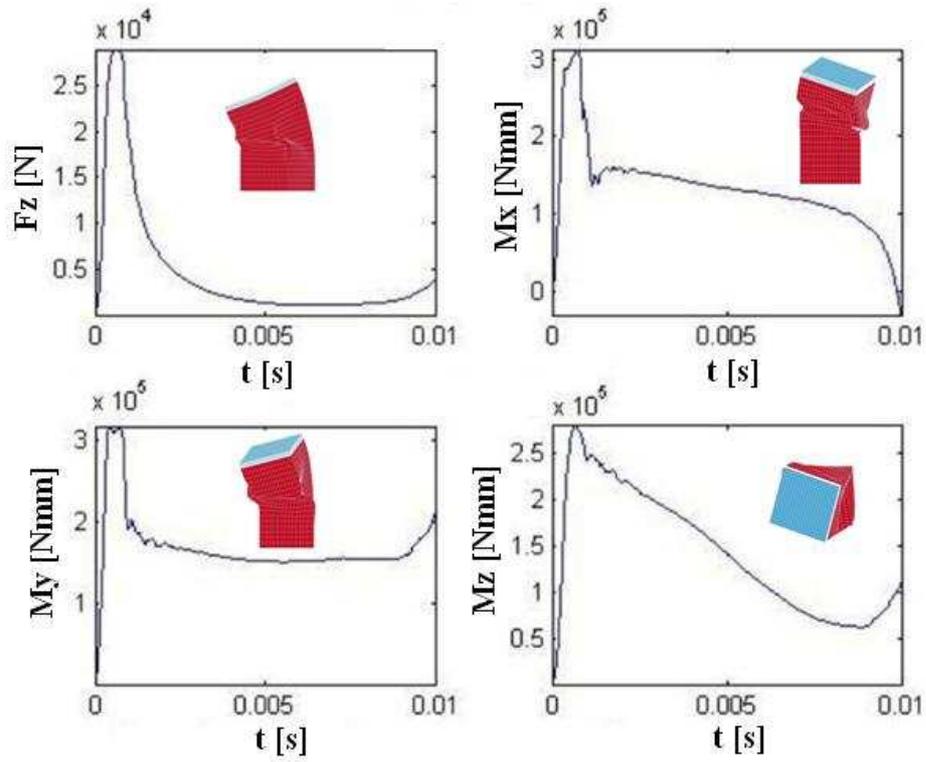


Figura G.6 - Curvas obtidas por otimização com interação entre flexão em dois planos, torção e compressão

## APÊNDICE H – Programa de Riera

```

%Programa: Impacto
%Autores: J. D. Riera e I. Iturrioz
%Objetivo: Determinar a força de impacto de um projétil sobre uma
%parede rígida
%Ultima atualização: 20/I/02
%
%
%+++++
%
%
%descrição das variáveis
%
%Dx(J): dp.vec: distancia entre massas (J=1,n-1)
%DW(J): dp.vec: energia dissipada entre massas (J=1,n-1)
%DM(J): dp.vec: massas concentradas (J=1,n)
%T(J): dp.vec: tempo em que cada massa impacta (J=1,n)
%CMV(J):dp.vec: quantidade de movimento em cada modulo (J=1,n)
%vr: dp.scalar: velocidade do bloco em cada tempo T(J)
%DMT: dp.scalar: massa total do bloco em cada tempo
%Fc(J):dp.vec: força de colapso em cada tempo T(J)
%
clear
format long;
%
%INICIALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS
%dados do absorvedor de impacto
V0=66.67; % velocidade inicial em m por segundo
NN=26; % numero de massas
%
%determinação dos valores das massas concentradas
DM(1)=170.74 + 600 ;
DM(2)=170.74 + 600;
DM(3)=170.74 ;
DM(4)=126.09 + 500 ;
DM(5)=126.09 + 500 ;
DM(6)=126.09 ;
DM(7)=77.6 + 122 ;% %massas em kg
DM(8)=77.6 + 122 ;
DM(9)=77.6 + 122;

```

$$DM(10)=77.6 + 122;$$

$$DM(11)=77.6 + 122 ;$$

$$DM(12)=77.6 + 122;$$

$$DM(13)=77.6 + 122 ;$$

$$DM(14)=77.6 + 122 ;$$

$$DM(15)=77.6 + 122 ;$$

$$DM(16)=77.6 + 122 ;$$

$$\%DM(17)=242.3;$$

$$DM(17)=104.94 + 1200 ;$$

$$DM(18)=104.94 + 1500 ;$$

$$DM(19)=108.16 + 600 ;$$

$$DM(20)=108.16 + 600 ;$$

$$DM(21)=59.5 + 1500;$$

$$DM(22)=113.47 ;$$

$$DM(23)=117 + 300 ;$$

$$DM(24)=117 + 300 ;$$

$$DM(25)=117 + 750;$$

$$DM(26)=117 + 750;$$

%

%Distancia entre massas

%

$$DX(1)=0.60;$$

$$DX(2)=0.60;$$

$$DX(3)=0.60; \quad \%DIANTEIRA 1$$

$$DX(4)=0.54; \quad \%Distancia em m$$

$$DX(5)=0.54;$$

$$DX(6)=0.54$$

$$DX(7)=0.46;$$

$$DX(8)=0.5;$$

$$DX(9)=0.5;$$

$$DX(10)=0.5$$

$$DX(11)=0.5;$$

$$DX(12)=0.5;$$

$$DX(13)=0.5;$$

$$DX(14)=0.5;$$

$$DX(15)=0.5;$$

$$DX(16)=0.5;$$

$$\%DX(17)=0.5;$$

$$DX(17)=0.48;$$

$$DX(18)=0.48;$$

```

DX(19)=0.5;
DX(20)=0.5;
DX(21)=0.67
DX(22)=0.42;
DX(23)=0.5
DX(24)=0.5;
DX(25)=0.5
DX(26)=0.5;
D(1)=0.0;
for I=1:25
D(I+1)=DX(I) + D(I);
end

%
%
%Força de colapso entre as massas
%Calculado utilizando o CUFSM3 e o método da resitencia direta
Fc(1)=837976;
Fc(2)=837976;
Fc(3)=837976;
Fc(4)= 1128000; %Força em Newtons
Fc(5)= 1128000;
Fc(6)= 1128000;
Fc(7)=290000 ;
Fc(8)=290000 ;
Fc(9)= 290000;
Fc(10)= 290000;
Fc(11)= 290000;
Fc(12)= 290000;
Fc(13)= 290000;
Fc(14)= 290000;
Fc(15)= 290000;
Fc(16)= 290000;
%Fc(17)= 294400
Fc(17)= 1128000;
Fc(18)= 1128000;
Fc(19)=1128000;
Fc(20)=1128000;
Fc(21)=1128000;
Fc(22)=1128000;
Fc(23)=1128000;

```

```

Fc(24)=1128000;
Fc(25)=1128000;
Fc(26)=1128000;
%
%
%Calculo da energia dissipada ao esmagar cada entre massas
for J=1:NN -1
    DW(J)=Fc(J)*DX(J);
end
%
%calculo da massa total do sistema inicial e inicialização de vr e CMV e T
%
DMT = 0.0;
for J=1:NN
    DMT = DMT + DM(J);
    vr(J)=0.0;
    CMV(J)=0.0;
    T(J)=0.0;
end
%
%
%inicialização da velocidade
vr(1)=V0;
%
%
%calculo da quantidade de movimento
%
for J=1:(NN-1)
    DMT=DMT-DM(J);
    CMV(J+1)=CMV(J) + DM(J)*vr(J);
    vr(J+1)=vr(J) - DW(J)/(DMT*vr(J));
    if vr(J+1)<=0
        vr(J+1)=vr(J);
    else
    end
    % T(J+1)=DX(J)/((vr(J+1) + vr(J))/2);
    T(J+1)=T(J) + (( DX(J)/vr(J+1)));
end
%
%calculo da força devida a mudança da quantidade de movimento
for J=1:NN - 1

```

```

FCMV(J)=(CMV(J+1) - CMV(J))/(T(J+1) - T(J));
% FCMV(J)=(DM(J)*vr(J)*vr(J))/DX(J);
end
FCMV(26)=0;
for J=1:NN
    FTOTAL(J)=(FCMV(J) + Fc(J));
end
%
%escreve o arquivo de saida
%fid = fopen('RESULTADOSIMPACTO.k','a');
%fprintf(fid,'%s      %s      %s      %s      %s
%s\n','TEMPO','vr','QMOV','FCOL','FQMV','FTOTAL');
%for J=1:NN
%fprintf(fid,'%d  %d  %d  %d  %d  %d\n',T(J),vr(J),CMV(J),Fc(J),FCMV(J),FTOTAL(J));
%end
%status = fclose(fid);
hold on;
plot(T,FCMV);
%axis([0 0.12 0 800000]);
%gera a curva de Força F
%
fid = fopen('CurvasFCMV','a');
hold on;
for i=1:NN;
    fprintf(fid,' %e  %e\n',T(i),FCMV(i));
end
hold on;
status =fclose(fid);

```

## APÊNDICE I – Programa de Otimização da Seção 7.4

```

function yy = Otimiza102(xx)
%Função objetivo para Algoritmo Genético para o Ls-Dyna
%
%Gera o arquivo com a permutação de tubos para o processamento via Ls-Dyna
%
global pci b tt Vel x y ww Ve
p=round(xx')
%
%
RTRA = p(1)*p(2)/1000;
RTRB = p(2)/1000;
RTRC = p(3)*p(4)/1000;
RTRD = p(4)/1000;
RTRE = p(5)*p(6)/1000;
RTRF = p(6)/1000;
RTRG = p(7)*p(8)/1000;
RTRH = p(8)/1000;
RTRI = p(9)*p(10)/1000;
RTRJ = p(10)/1000;
RTRK = p(11)*p(12)/1000;
RTRL = p(12)/1000;
RTRM = p(13)/1000;
RTRN = p(14)/1000;
RTRP = p(15)/1000;
RTRQ = p(17)/1000;
RTRR = p(18)/1000;
RTRS = p(19)/1000;
RTRT = p(20)/1000;
%
%
fid = fopen('CurvasAnalitico.k','w');
status = fclose(fid);
%%%%%%%%%%rotula 10072
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1000;
y = 1001;
IFLB10072 = y;

```

```

gera_curvas_EP;
%%%%%%ROTULA 10075
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1002;
y = 1003;
IFLB10075 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%% ROTULA 50116
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
x = 1004;
y = 1005;
IFLB50116 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%% ROTULA 50121
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
x = 1006;
y = 1007;
IFLB50121 = y;
gera_curvas_EP;
%%ROTULA 50108
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
x = 1008;
y = 1009;
IFLB50108 = y;
gera_curvas_EP;
%%ROTULA 10085
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1010;
y = 1011;
IFLB10085 = y;
gera_curvas_EP;
%%ROTULA 10073
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1012;
y = 1013;

```

```
IFLB10073 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10074
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1014;
y = 1015;
IFLB10074 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%%%%ROTULA 50128
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1016;
y = 1017;
IFLB50128 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%%%%ROTULA 50129
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1018;
y = 1019;
IFLB50129 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 50124
b = RTRI*1000;
tt= RTRJ*1000;
x = 1020;
y = 1021;
IFLB50124 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 50125
b = RTRI*1000;
tt= RTRJ*1000;
x = 1022;
y = 1023;
IFLB50125 = y;
gera_curvas_EP;
%ROTULA 10077
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1024;
```

```
y = 1025;
IFLB10077 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10086
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1026;
y = 1027;
IFLB10086 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10076
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1028;
y = 1029;
IFLB10076 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10104
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
x = 1030;
y = 1031;
IFLB10104 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10105
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
x = 1032;
y = 1033;
IFLB10105 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 50133
b = RTRK*1000;
tt= RTRL*1000;
x = 1038;
y = 1039;
IFLB50133 = y;
gera_curvas_EP;
%
% ROTULA 50109
b = RTRE*1000;
```

```

tt= RTRF*1000;
x = 1042;
y = 1043;
IFLB50109 = y;
gera_curvas_EP;
%
fid = fopen('Absorver.k','wt');
%Cria um arquivo texto novo (ou apaga o conteúdo de um arquivo de texto
%existente e o abre apenas para escrita.
fprintf(fid,'%s\n','*KEYWORD');
fprintf(fid,'%s\n','*PARAMETER');
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB1',IFLB10072);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB2',IFLB10075);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB3',IFLB50116);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB4',IFLB50121);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB5',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB6',IFLB10086);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB7',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB8',IFLB10076);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB9',IFLB50128);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB10',IFLB50129);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB11',IFLB50124);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB12',IFLB50125);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB13',IFLB10077);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB14',IFLB50109);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB15',IFLB10104);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB16',IFLB10105);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB17',IFLB10073);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB18',IFLB10074);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB19',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB20',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB21',IFLB10085);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRA',RTRA);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRB',RTRB);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRC',RTRC);
fprintf(fid,'%s      %f\n','RTRD',RTRD);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRE',RTRE);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRF',RTRF);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRG',RTRG);
fprintf(fid,'%s      %f\n','RTRH',RTRH);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRI',RTRI);

```

```

fprintf(fid,'%s %f','RTRJ',RTRJ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRK',RTRK);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRL',RTRL);
fprintf(fid,'%s %f','RTRM',RTRM);
fprintf(fid,'%s %f','RTRN',RTRN);
fprintf(fid,'%s %f','RTRO',RTRO);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRP',RTRP);
fprintf(fid,'%s %f','RTRQ',RTRQ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRR',RTRR);
fprintf(fid,'%s %f','RTRS',RTRS);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRT',RTRT);
%fprintf(fid,'%s %f','RTRU',RTRU);
%fprintf(fid,'%s %f\n','RTRV',RTRV);
fprintf(fid,'%s\n','*INCLUDE');
fprintf(fid,'%s\n','AbsorvedorFrontal3.k');
status = fclose(fid);
%comando que aciona o ls-dyna
LASTN = maxNumCompThreads(2)
system('"C:\Arquivos de programas\Ansys Inc\v100\ANSYS\bin\Intel\ls970.exe" pr=ANSYSDS
i=C:\TESE_P~1\ON225E~1\ÔNIBUS~1\OTIMIZ~1\Absorver.k')
%comandos que abre o arquivo GLSTAT e RETIRA A Minima ENERGIA INTERNA
%inicio
fid = fopen('nodout','rt');
ini =3248;
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
dx50133(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('nodout','rt');
ini =1376;
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
dx10085(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('nodout','rt');

```

```

ini =2624;
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
dx50124(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('glstat','r');
ini = 352
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
ff(i) = fscanf(fid,'%e');
ini = ini + 992;
end;
status = fclose(fid);
fid = fopen('glstat','r');
ini = 983
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
vx(i) = fscanf(fid,'%e');
ini = ini + 992;
end;
status = fclose(fid);
wx = min(ff); % minima energia cinética
maxec = max(ff); % maxima energia cinética
massainicial=max(ff)*2/(abs(min(vx))*abs(min(vx)));
yy= (massainicial - 17100)*100 + wx;
fid = fopen('Resultados6','a');
%Cria um arquivo texto novo (ou apaga o conteúdo de um arquivo de texto
%existente e o abre apenas para escrita.
fprintf(fid,'%s\n','Dimensoes');
fprintf(fid,'%s %f','RTRA',RTRA);
fprintf(fid,'%s %f','RTRB',RTRB);
fprintf(fid,'%s %f','RTRC',RTRC);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRD',RTRD);
fprintf(fid,'%s %f','RTRE',RTRE);
fprintf(fid,'%s %f','RTRF',RTRF);
fprintf(fid,'%s %f','RTRG',RTRG);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRH',RTRH);
fprintf(fid,'%s %f','RTRI',RTRI);

```

```

fprintf(fid,'%s %f','RTRJ',RTRJ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRK',RTRK);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRL',RTRL);
fprintf(fid,'%s %f','RTRM',RTRM);
fprintf(fid,'%s %f','RTRN',RTRN);
fprintf(fid,'%s %f','RTRO',RTRO);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRP',RTRP);
fprintf(fid,'%s %f','RTRQ',RTRQ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRR',RTRR);
fprintf(fid,'%s %f','RTRS',RTRS);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRT',RTRT);
%fprintf(fid,'%s %f','RTRU',RTRU);
%fprintf(fid,'%s %f\n','RTRV',RTRV);
fprintf(fid,'%s %f\n','yy',yy);
status = fclose(fid);

```

#### PROGRAMA COM RESULTADOS

```

%function yy = Otimiza102(xx)
%Função objetivo para Algoritmo Genético para o Ls-Dyna
%
%Gera o arquivo com a permutação de tubos para o processamento via Ls-Dyna
%
global pci b tt Vel x y ww Ve
%p=round(xx')
%
p(1)=32.18308;
p(2)=3.0776;
p(3)=44.69915;
p(4)=1.8822;
p(5)=42.07067;
p(6)=2.41369;
p(7)=47.85845;
p(8)=3.7414;
p(9)=41.41638;
p(10)=3.97072;
p(11)=39.81768;
p(12)=2.73218;
p(13)=29.95505;
p(14)=1.73423;

```

```

p(15)=27.00838;
p(16)=1.18214;
p(17)=79.72657;
p(18)=1.78287;
p(19)=17.90686;
p(20)=2.81273;
%yy=531315.9368480196
%
RTRA = p(1)*p(2)/1000;
RTRB = p(2)/1000;
RTRC = p(3)*p(4)/1000;
RTRD = p(4)/1000;
RTRE = p(5)*p(6)/1000;
RTRF = p(6)/1000;
RTRG = p(7)*p(8)/1000;
RTRH = p(8)/1000;
RTRI = p(9)*p(10)/1000;
RTRJ = p(10)/1000;
RTRK = p(11)*p(12)/1000;
RTRL = p(12)/1000;
RTRM = p(13)/1000;
RTRN = p(14)/1000;
RTRO = p(15)/1000;
RTRP = p(16)/1000;
RTRQ = p(17)/1000;
RTRR = p(18)/1000;
RTRS = p(19)/1000;
RTRT = p(20)/1000;
%RTRU = p(21)/1000;
%RTRV = p(22)/1000;
%
%
%
fid = fopen('CurvasAnalitico.k','w');
status = fclose(fid);
%%%%%%%%%%rotula 10072
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1000;
y = 1001;
IFLB10072 = y;

```

```

gera_curvas_EP;
%%%%%%ROTULA 10075
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1002;
y = 1003;
IFLB10075 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%% ROTULA 50116
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
x = 1004;
y = 1005;
IFLB50116 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%% ROTULA 50121
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
x = 1006;
y = 1007;
IFLB50121 = y;
gera_curvas_EP;
%%ROTULA 50108
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
x = 1008;
y = 1009;
IFLB50108 = y;
gera_curvas_EP;
%%ROTULA 10085
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1010;
y = 1011;
IFLB10085 = y;
gera_curvas_EP;
%%ROTULA 10073
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1012;
y = 1013;

```

```
IFLB10073 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10074
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1014;
y = 1015;
IFLB10074 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%%%%ROTULA 50128
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1016;
y = 1017;
IFLB50128 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%%%%ROTULA 50129
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1018;
y = 1019;
IFLB50129 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 50124
b = RTRI*1000;
tt= RTRJ*1000;
x = 1020;
y = 1021;
IFLB50124 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 50125
b = RTRI*1000;
tt= RTRJ*1000;
x = 1022;
y = 1023;
IFLB50125 = y;
gera_curvas_EP;
%ROTULA 10077
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1024;
```

```
y = 1025;
IFLB10077 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10086
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1026;
y = 1027;
IFLB10086 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10076
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1028;
y = 1029;
IFLB10076 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10104
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
x = 1030;
y = 1031;
IFLB10104 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 10105
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
x = 1032;
y = 1033;
IFLB10105 = y;
gera_curvas_EP;
% ROTULA 50133
b = RTRK*1000;
tt= RTRL*1000;
x = 1038;
y = 1039;
IFLB50133 = y;
gera_curvas_EP;
%
% ROTULA 50109
b = RTRE*1000;
```

```

tt= RTRF*1000;
x = 1042;
y = 1043;
IFLB50109 = y;
gera_curvas_EP;
%
fid = fopen('Absorver.k','wt');
%Cria um arquivo texto novo (ou apaga o conteúdo de um arquivo de texto
%existente e o abre apenas para escrita.
fprintf(fid,'%s\n','*KEYWORD');
fprintf(fid,'%s\n','*PARAMETER');
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB1',IFLB10072);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB2',IFLB10075);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB3',IFLB50116);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB4',IFLB50121);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB5',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB6',IFLB10086);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB7',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB8',IFLB10076);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB9',IFLB50128);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB10',IFLB50129);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB11',IFLB50124);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB12',IFLB50125);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB13',IFLB10077);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB14',IFLB50109);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB15',IFLB10104);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB16',IFLB10105);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB17',IFLB10073);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB18',IFLB10074);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB19',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB20',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB21',IFLB10085);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRA',RTRA);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRB',RTRB);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRC',RTRC);
fprintf(fid,'%s      %f\n','RTRD',RTRD);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRE',RTRE);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRF',RTRF);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRG',RTRG);
fprintf(fid,'%s      %f\n','RTRH',RTRH);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRI',RTRI);

```

```
fprintf(fid,'%s %f','RTRJ',RTRJ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRK',RTRK);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRL',RTRL);
fprintf(fid,'%s %f','RTRM',RTRM);
fprintf(fid,'%s %f','RTRN',RTRN);
fprintf(fid,'%s %f','RTRO',RTRO);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRP',RTRP);
fprintf(fid,'%s %f','RTRQ',RTRQ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRR',RTRR);
fprintf(fid,'%s %f','RTRS',RTRS);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRT',RTRT);
%fprintf(fid,'%s %f','RTRU',RTRU);
%fprintf(fid,'%s %f\n','RTRV',RTRV);
fprintf(fid,'%s\n','*INCLUDE');
fprintf(fid,'%s\n','AbsorvedorFrontal3.k');
status = fclose(fid);
```

## APÊNDICE J – Programa de Otimização da Seção 7.5

```

function yy = Otimiza102(xx)
%Função objetivo para Algoritmo Genético para o Ls-Dyna
%
global pci b tt Vel x y ww Ve
%
RTRA = p(1)*p(2)/1000;
RTRB = p(2)/1000;
RTRC = p(3)*p(4)/1000;
RTRD = p(4)/1000;
RTRE = p(5)*p(6)/1000;
RTRF = p(6)/1000;
RTRG = p(7)*p(8)/1000;
RTRH = p(8)/1000;
RTRI = p(9)*p(10)/1000;
RTRJ = p(10)/1000;
RTRK = p(11)*p(12)/1000;
RTRL = p(12)/1000;
RTRM = p(13)/1000;
RTRN = p(14)/1000;
RTRO = p(15)/1000;
RTRP = p(16)/1000;
RTRQ = p(17)/1000;
RTRR = p(18)/1000;
RTRS = p(19)/1000;
RTRT = p(20)/1000;
RTRU = p(21)/1000;
RTRV = p(22)/1000;
%
%
fid = fopen('CurvasAnalitico.k','w');
status = fclose(fid);
%%%%%%%%%%rotula 10072
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1000;
y = 1001;
IFLB10072 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%%%%%%ROTULA 10075

```

```
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1002;
y = 1003;
IFLB10075 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%% ROTULA 50116
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
x = 1004;
y = 1005;
IFLB50116 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%% ROTULA 50121
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
x = 1006;
y = 1007;
IFLB50121 = y;
gera_curvas_EP;
%ROTULA 50108
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
x = 1008;
y = 1009;
IFLB50108 = y;
gera_curvas_EP;
%ROTULA 10085
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1010;
y = 1011;
IFLB10085 = y;
gera_curvas_EP;
%ROTULA 10073
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1012;
y = 1013;
IFLB10073 = y;
gera_curvas_EP;
```

% ROTULA 10074

b = RTRA\*1000;

tt= RTRB\*1000;

x = 1014;

y = 1015;

IFLB10074 = y;

gera\_curvas\_EP;

%%%%%%%%ROTULA 50128

b = RTRG\*1000;

tt= RTRH\*1000;

x = 1016;

y = 1017;

IFLB50128 = y;

gera\_curvas\_EP;

%%%%%%%%ROTULA 50129

b = RTRG\*1000;

tt= RTRH\*1000;

x = 1018;

y = 1019;

IFLB50129 = y;

gera\_curvas\_EP;

% ROTULA 50124

b = RTRI\*1000;

tt= RTRJ\*1000;

x = 1020;

y = 1021;

IFLB50124 = y;

gera\_curvas\_EP;

% ROTULA 50125

b = RTRI\*1000;

tt= RTRJ\*1000;

x = 1022;

y = 1023;

IFLB50125 = y;

gera\_curvas\_EP;

%ROTULA 10077

b = RTRG\*1000;

tt= RTRH\*1000;

x = 1024;

y = 1025;

IFLB10077 = y;

```
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 10086  
b = RTRG*1000;  
tt= RTRH*1000;  
x = 1026;  
y = 1027;  
IFLB10086 = y;  
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 10076  
b = RTRG*1000;  
tt= RTRH*1000;  
x = 1028;  
y = 1029;  
IFLB10076 = y;  
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 10104  
b = RTRE*1000;  
tt= RTRF*1000;  
x = 1030;  
y = 1031;  
IFLB10104 = y;  
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 10105  
b = RTRE*1000;  
tt= RTRF*1000;  
x = 1032;  
y = 1033;  
IFLB10105 = y;  
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 50133  
b = RTRK*1000;  
tt= RTRL*1000;  
x = 1038;  
y = 1039;  
IFLB50133 = y;  
gera_curvas_EP;  
%  
% ROTULA 50109  
b = RTRE*1000;  
tt= RTRF*1000;  
x = 1042;
```

```

y = 1043;
IFLB50109 = y;
gera_curvas_EP;
%
fid = fopen('Absorver.k','wt');
%Cria um arquivo texto novo (ou apaga o conteúdo de um arquivo de texto
%existente e o abre apenas para escrita.
fprintf(fid,'%s\n','*KEYWORD');
fprintf(fid,'%s\n','*PARAMETER');
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB1',IFLB10072);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB2',IFLB10075);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB3',IFLB50116);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB4',IFLB50121);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB5',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB6',IFLB10086);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB7',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB8',IFLB10076);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB9',IFLB50128);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB10',IFLB50129);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB11',IFLB50124);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB12',IFLB50125);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB13',IFLB10077);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB14',IFLB50109);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB15',IFLB10104);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB16',IFLB10105);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB17',IFLB10073);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB18',IFLB10074);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB19',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB20',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB21',IFLB10085);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRA',RTRA);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRB',RTRB);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRC',RTRC);
fprintf(fid,'%s      %f\n','RTRD',RTRD);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRE',RTRE);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRF',RTRF);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRG',RTRG);
fprintf(fid,'%s      %f\n','RTRH',RTRH);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRI',RTRI);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRJ',RTRJ);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRK',RTRK);

```

```

fprintf(fid,'%s %f\n','RTRL',RTRL);
fprintf(fid,'%s %f','RTRM',RTRM);
fprintf(fid,'%s %f','RTRN',RTRN);
fprintf(fid,'%s %f','RTRO',RTRO);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRP',RTRP);
fprintf(fid,'%s %f','RTRQ',RTRQ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRR',RTRR);
fprintf(fid,'%s %f','RTRS',RTRS);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRT',RTRT);
fprintf(fid,'%s %f','RTRU',RTRU);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRV',RTRV);
fprintf(fid,'%s\n','*INCLUDE');
fprintf(fid,'%s\n','AbsorvedorFrontal.k');
status = fclose(fid);
%comando que aciona o ls-dyna
LASTN = maxNumCompThreads(2)
system('"C:\Arquivos de programas\Ansys Inc\v100\ANSYS\bin\Intel\ls970.exe" pr=ANSYSDS
i=C:\TESE_P~1\ON225E~1\ÔNIBUS~1\OTIMIZ~2\Absorver.k')
%comandos que abre o arquivo GLSTAT e RETIRA A Minima ENERGIA INTERNA
%inicio
fid = fopen('nodout','rt');
ini =3248;
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
dx50133(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('nodout','rt');
ini =1376;
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
dx10085(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('nodout','rt');
ini =2624;
for i=1:51

```

```

status = fseek(fid,ini,'bof');
dx50124(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('glstat','r');
ini = 352
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
ff(i) = fscanf(fid,'%e');
ini = ini + 992;
end;
status = fclose(fid);
fid = fopen('glstat','r');
ini = 983
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
vx(i) = fscanf(fid,'%e');
ini = ini + 992;
end;
status = fclose(fid);
wx = min(ff); % minima energia cinética
maxec = max(ff); %maxima energia cinética
massainicial=max(ff)*2/(abs(min(vx))*abs(min(vx)));
%MAXIMIZAÇÃO DA ENERGIA CINÉTICA
%
%yy= -(max(dx50133) - max(dx10085))-max(dx50124);
%
yy= (massainicial - 14100)*100 + wx;
fid = fopen('Resultados7','a');
%Cria um arquivo texto novo (ou apaga o conteúdo de um arquivo de texto
%existente e o abre apenas para escrita.
fprintf(fid,'%s\n','Dimensoes');
fprintf(fid,'%s %f','RTRA',RTRA);
fprintf(fid,'%s %f','RTRB',RTRB);
fprintf(fid,'%s %f','RTRC',RTRC);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRD',RTRD);
fprintf(fid,'%s %f','RTRE',RTRE);
fprintf(fid,'%s %f','RTRF',RTRF);
fprintf(fid,'%s %f','RTRG',RTRG);

```

```

fprintf(fid,'%s %f\n','RTRH',RTRH);
fprintf(fid,'%s %f','RTRI',RTRI);
fprintf(fid,'%s %f','RTRJ',RTRJ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRK',RTRK);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRL',RTRL);
fprintf(fid,'%s %f','RTRM',RTRM);
fprintf(fid,'%s %f','RTRN',RTRN);
fprintf(fid,'%s %f','RTRO',RTRO);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRP',RTRP);
fprintf(fid,'%s %f','RTRQ',RTRQ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRR',RTRR);
fprintf(fid,'%s %f','RTRS',RTRS);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRT',RTRT);
fprintf(fid,'%s %f','RTRU',RTRU);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRV',RTRV);
fprintf(fid,'%s %f\n','yy',yy);
status = fclose(fid);

```

#### *PROGRAMA COM OS RESULTADOS FINAIS*

```

global pci b tt Vel x y ww Ve
%p=round(xx')
%
%p=xx;
p(1)=40;%39.57694;
p(2)=3.0;%3.42435;
p(3)=40;%42.69062;
p(4)=2.0;%2.45014;
p(5)=40;%44.79463;
p(6)=2.5;%2.97274;
p(7)=55;%46.71431;
p(8)=4.0;%3.75508;
p(9)=45;%48.33501;
p(10)=3.0;%3.8154;
p(11)=45;%46.66416;
p(12)=2.0;%2.06398;
p(13)=25;%28.52998;
p(14)=1.5;%1.94793;
p(15)=25;%28.42207;
p(16)=1.5;%1.8182;

```

```

p(17)=80;%82.68246;
p(18)=1.0;%1.89719;
p(19)=30;%33.68202;
p(20)=1.0;%2.59792;
p(21)=60;%68.38292;
p(22)=1.0;%1.78193;
%
RTRA = p(1)*p(2)/1000;
RTRB = p(2)/1000;
RTRC = p(3)*p(4)/1000;
RTRD = p(4)/1000;
RTRE = p(5)*p(6)/1000;
RTRF = p(6)/1000;
RTRG = p(7)*p(8)/1000;
RTRH = p(8)/1000;
RTRI = p(9)*p(10)/1000;
RTRJ = p(10)/1000;
RTRK = p(11)*p(12)/1000;
RTRL = p(12)/1000;
RTRM = p(13)/1000;
RTRN = p(14)/1000;
RTRP = p(15)/1000;
RTRQ = p(16)/1000;
RTRR = p(17)/1000;
RTRS = p(18)/1000;
RTRT = p(20)/1000;
RTRU = p(21)/1000;
RTRV = p(22)/1000;
%
%
fid = fopen('CurvasAnalitico.k','w');
status = fclose(fid);
%%%%%%%%%%rotula 10072
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1000;
y = 1001;
IFLB10072 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%%%%%%ROTULA 10075

```

```
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1002;
y = 1003;
IFLB10075 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%% ROTULA 50116
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
x = 1004;
y = 1005;
IFLB50116 = y;
gera_curvas_EP;
%%%%%% ROTULA 50121
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
x = 1006;
y = 1007;
IFLB50121 = y;
gera_curvas_EP;
%ROTULA 50108
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
x = 1008;
y = 1009;
IFLB50108 = y;
gera_curvas_EP;
%ROTULA 10085
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
x = 1010;
y = 1011;
IFLB10085 = y;
gera_curvas_EP;
%ROTULA 10073
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
x = 1012;
y = 1013;
IFLB10073 = y;
gera_curvas_EP;
```

% ROTULA 10074

b = RTRA\*1000;

tt= RTRB\*1000;

x = 1014;

y = 1015;

IFLB10074 = y;

gera\_curvas\_EP;

%%%%%%%%ROTULA 50128

b = RTRG\*1000;

tt= RTRH\*1000;

x = 1016;

y = 1017;

IFLB50128 = y;

gera\_curvas\_EP;

%%%%%%%%ROTULA 50129

b = RTRG\*1000;

tt= RTRH\*1000;

x = 1018;

y = 1019;

IFLB50129 = y;

gera\_curvas\_EP;

% ROTULA 50124

b = RTRI\*1000;

tt= RTRJ\*1000;

x = 1020;

y = 1021;

IFLB50124 = y;

gera\_curvas\_EP;

% ROTULA 50125

b = RTRI\*1000;

tt= RTRJ\*1000;

x = 1022;

y = 1023;

IFLB50125 = y;

gera\_curvas\_EP;

%ROTULA 10077

b = RTRG\*1000;

tt= RTRH\*1000;

x = 1024;

y = 1025;

IFLB10077 = y;

```
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 10086  
b = RTRG*1000;  
tt= RTRH*1000;  
x = 1026;  
y = 1027;  
IFLB10086 = y;  
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 10076  
b = RTRG*1000;  
tt= RTRH*1000;  
x = 1028;  
y = 1029;  
IFLB10076 = y;  
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 10104  
b = RTRE*1000;  
tt= RTRF*1000;  
x = 1030;  
y = 1031;  
IFLB10104 = y;  
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 10105  
b = RTRE*1000;  
tt= RTRF*1000;  
x = 1032;  
y = 1033;  
IFLB10105 = y;  
gera_curvas_EP;  
% ROTULA 50133  
b = RTRK*1000;  
tt= RTRL*1000;  
x = 1038;  
y = 1039;  
IFLB50133 = y;  
gera_curvas_EP;  
%  
% ROTULA 50109  
b = RTRE*1000;  
tt= RTRF*1000;  
x = 1042;
```

```

y = 1043;
IFLB50109 = y;
gera_curvas_EP;
%
fid = fopen('Absorver.k','wt');
%Cria um arquivo texto novo (ou apaga o conteúdo de um arquivo de texto
%existente e o abre apenas para escrita.
fprintf(fid,'%s\n','*KEYWORD');
fprintf(fid,'%s\n','*PARAMETER');
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB1',IFLB10072);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB2',IFLB10075);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB3',IFLB50116);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB4',IFLB50121);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB5',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB6',IFLB10086);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB7',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB8',IFLB10076);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB9',IFLB50128);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB10',IFLB50129);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB11',IFLB50124);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB12',IFLB50125);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB13',IFLB10077);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB14',IFLB50109);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB15',IFLB10104);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB16',IFLB10105);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB17',IFLB10073);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB18',IFLB10074);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB19',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB20',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB21',IFLB10085);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRA',RTRA);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRB',RTRB);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRC',RTRC);
fprintf(fid,'%s      %f\n','RTRD',RTRD);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRE',RTRE);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRF',RTRF);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRG',RTRG);
fprintf(fid,'%s      %f\n','RTRH',RTRH);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRI',RTRI);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRJ',RTRJ);
fprintf(fid,'%s      %f','RTRK',RTRK);

```

```

fprintf(fid,'%s %f\n','RTRL',RTRL);
fprintf(fid,'%s %f','RTRM',RTRM);
fprintf(fid,'%s %f','RTRN',RTRN);
fprintf(fid,'%s %f','RTRO',RTRO);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRP',RTRP);
fprintf(fid,'%s %f','RTRQ',RTRQ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRR',RTRR);
fprintf(fid,'%s %f','RTRS',RTRS);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRT',RTRT);
fprintf(fid,'%s %f','RTRU',RTRU);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRV',RTRV);
fprintf(fid,'%s\n','*INCLUDE');
fprintf(fid,'%s\n','AbsorvedorFrontal.k');
status = fclose(fid);
%comando que aciona o ls-dyna
LASTN = maxNumCompThreads(2)
system ('"C:\Arquivos de programas\Ansys Inc\v100\ANSYS\bin\Intel\ls970.exe" pr=ANSYSDS
i=C:\TESE_P~1\ON225E~1\ÔNIBUS~1\OTIMIZ~2\Absorver.k')
%comandos que abre o arquivo GLSTAT e RETIRA A Minima ENERGIA INTERNA
%inicio
fid = fopen('CurvasAnalitico.k','w');
status = fclose(fid);
lenodout_Absorver3;
%% % % % % % % calculo do angulo pci para o nó 10072
v = abs(vx10072);
vr=abs(vrz10072);
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10072));
Vel=abs(vx10072(i));
Ve==Vel;
pci=round(max(ci));
pci10072=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1000;

```

```

y = 1001;
IFLB10072 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI10072',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%%%%%%%%%calculo do angulo pci para o nó 10075
v = abs(vx10075);
vr=abs(vrz10075);
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10075));
Vel=abs(vx10075(i));
pci=round(max(ci));
pci10075=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1002;
y = 1003;
IFLB10075 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI10075',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%%%%%%%%%calculo do angulo pci para o nó 50116
v = abs(vx50116);
vr=abs(vrz50116);
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end

```

```

[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50116));
Vel=abs(vx50116(i));
pci=round(max(ci));
pci50116=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1004;
y = 1005;
IFLB50116 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI50116',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%% %% %% calculo do angulo pci para o nó 50121
v = abs(vx50121);
vr=abs(vrz50121);
b = RTRC*1000;
tt= RTRD*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50121));
Vel=abs(vx50121(i));
pci=round(max(ci));
pci50121=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1006;
y = 1007;
IFLB50121 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI50121',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 50108
v = abs(vx50108);
vr=abs(vrz50108);

```

```

b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50108));
Vel=abs(vx50108(i));
pci=round(max(ci));
pci50108=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1008;
y = 1009;
IFLB50108 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci15
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI50108',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 10085
v = abs(vx10085);
vr=abs(vrz10085);
b =RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10085));
Vel=abs(vx10085(i));
pci=round(max(ci));
pci10085=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1010;
y = 1011;
IFLB10085 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');

```

```

% Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI10085',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
% calculo do angulo pci para o nó 10073
v = abs(vx10073);
vr=abs(vrz10073);
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10073));
Vel=abs(vx10073(i));
pci=round(max(ci));
pci10073=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1012;
y = 1013;
IFLB10073 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
% Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI10073',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
% calculo do angulo pci para o nó 10074
v = abs(vx10074);
vr=abs(vrz10074);
b = RTRA*1000;
tt= RTRB*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10074));
Vel=abs(vx10074(i));

```

```

pci=round(max(ci));
pci10074=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1014;
y = 1015;
IFLB10074 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI10074',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%% %% %% calculo do angulo pci para o nó 50128
v = abs(vx50128);
vr=abs(vrz50128);
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50128));
Vel=abs(vx50128(i));
pci=round(max(ci));
pci50128=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1016;
y = 1017;
IFLB50128 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI50128',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%% %% %% calculo do angulo pci para o nó 50129
v = abs(vx50129);
vr=abs(vrz50129);
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
for i = 2:51

```

```

    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50129));
Vel=abs(vx50129(i));
pci=round(max(ci));
pci50129=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1018;
y = 1019;
IFLB50129 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI50129',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 50124
v = abs(vx50124);
vr=abs(vrz50124);
b = RTRI*1000;
tt= RTRJ*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50124));
Vel=abs(vx50124(i));
pci=round(max(ci));
pci50124=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1020;
y = 1021;
IFLB50124 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI50124',pci);
status = fclose(fid);

```

```

gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 50125
v = abs(vx50125);
vr=abs(vrz50125);
b = RTRI*1000;
tt= RTRJ*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50125));
Vel=abs(vx50125(i));
pci=round(max(ci));
pci50125=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1022;
y = 1023;
IFLB50125 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI50125',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 10077
v = abs(vx10077);
vr=abs(vrz10077);
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10077));
Vel=abs(vx10077(i));
pci=round(max(ci));
pci10077=pci;
ww=abs(vr(i));

```

```

x = 1024;
y = 1025;
IFLB10077 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI10077',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 10086
v = abs(vx10086);
vr=abs(vrz10086);
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10086));
Vel=abs(vx10086(i));
pci=round(max(ci));
pci10086=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1026;
y = 1027;
IFLB10086 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI10086',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 10076
v = abs(vx10076);
vr=abs(vrz10076);
b = RTRG*1000;
tt= RTRH*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;

```

```

end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10076));
Vel=abs(vx10076(i));
pci=round(max(ci));
pci10076=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1028;
y = 1029;
IFLB10076 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI10076',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 10104
v = abs(vx10104);
vr=abs(vrz10104);
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10104));
Vel=abs(vx10104(i));
pci=round(max(ci));
pci10104=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1030;
y = 1031;
IFLB10104 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s          %d\n','PCI10104',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%calculo do angulo pci para o nó 10105
v = abs(vx10105);

```

```

vr=abs(vrz10105);
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx10105));
Vel=abs(vx10105(i));
pci=round(max(ci));
pci10105=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1032;
y = 1033;
IFLB10105 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI10105',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%
%calculo do angulo pci para o nó 50133
v = abs(vx50133);
vr=abs(vrz50133);
b = RTRK*1000;
tt= RTRL*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50133));
Vel=abs(vx50133(i));
pci=round(max(ci));
pci50133=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1038;
y = 1039;

```

```

IFLB50133 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI50133',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%
%calculo do angulo pci para o nó 50109
v = abs(vx50109);
vr=abs(vrz50109);
b = RTRE*1000;
tt= RTRF*1000;
for i = 2:51
    neta(i)=3*b*vr(i)/(8*v(i));
    pcir(i)=atan(neta(i));
    ci(i)=pcir(i)*180/pi;
end
[pci,i]=max(ci);
Vnpt=abs(max(vx50109));
Vel=abs(vx50109(i));
pci=round(max(ci));
pci50109=pci;
ww=abs(vr(i));
x = 1042;
y = 1043;
IFLB50109 = y;
fid = fopen('Pci15.k','a');
%Cria um arquivo texto novo e escreve pci
fprintf(fid,'%s      %d\n','PCI10105',pci);
status = fclose(fid);
gera_curvas;
%
fid = fopen('Absorver2.k','wt');
%Cria um arquivo texto novo (ou apaga o conteúdo de um arquivo de texto
%existente e o abre apenas para escrita.
fprintf(fid,'%s\n','*KEYWORD');
fprintf(fid,'%s\n','*PARAMETER');
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB1',IFLB10072);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB2',IFLB10075);
fprintf(fid,'%s      %d','IFLB3',IFLB50116);
fprintf(fid,'%s      %d\n','IFLB4',IFLB50121);

```

```

fprintf(fid,'%s %d','IFLB5',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB6',IFLB10086);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB7',IFLB50108);
fprintf(fid,'%s %d\n','IFLB8',IFLB10076);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB9',IFLB50128);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB10',IFLB50129);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB11',IFLB50124);
fprintf(fid,'%s %d\n','IFLB12',IFLB50125);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB13',IFLB10077);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB14',IFLB50109);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB15',IFLB10104);
fprintf(fid,'%s %d\n','IFLB16',IFLB10105);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB17',IFLB10073);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB18',IFLB10074);
fprintf(fid,'%s %d','IFLB19',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s %d\n','IFLB20',IFLB50133);
fprintf(fid,'%s %d\n','IFLB21',IFLB10085);
fprintf(fid,'%s %f','RTRA',RTRA);
fprintf(fid,'%s %f','RTRB',RTRB);
fprintf(fid,'%s %f','RTRC',RTRC);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRD',RTRD);
fprintf(fid,'%s %f','RTRE',RTRE);
fprintf(fid,'%s %f','RTRF',RTRF);
fprintf(fid,'%s %f','RTRG',RTRG);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRH',RTRH);
fprintf(fid,'%s %f','RTRI',RTRI);
fprintf(fid,'%s %f','RTRJ',RTRJ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRK',RTRK);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRL',RTRL);
fprintf(fid,'%s %f','RTRM',RTRM);
fprintf(fid,'%s %f','RTRN',RTRN);
fprintf(fid,'%s %f','RTRO',RTRO);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRP',RTRP);
fprintf(fid,'%s %f','RTRQ',RTRQ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRR',RTRR);
fprintf(fid,'%s %f','RTRS',RTRS);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRT',RTRT);
fprintf(fid,'%s %f','RTRU',RTRU);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRV',RTRV);
fprintf(fid,'%s\n','*INCLUDE');
fprintf(fid,'%s\n','AbsorvedorFrontal2.k');

```

```

status = fclose(fid);
%comando que aciona o ls-dyna
LASTN = maxNumCompThreads(2)
%
system ("C:\Arquivos de programas\Ansys Inc\v100\ANSYS\bin\Intel\ls970.exe" pr=ANSYSDS
i=C:\TESE_P~1\ON225E~1\ÔNIBUS~1\OTIMIZ~2\Absorver2.k')
%
fid = fopen('nodout','rt');
ini =3248;
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
dx50133(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('nodout','rt');
ini =1376;
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
dx10085(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('nodout','rt');
ini =2624;
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
dx50124(i) = fscanf(fid,'%e',[1,1]);
ini = ini + 6048;
end;
status = fclose(fid);
%
fid = fopen('glstat','r');
ini = 352
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
ff(i) = fscanf(fid,'%e');
ini = ini + 992;
end;

```

```

status = fclose(fid);
fid = fopen('glstat','r');
ini = 983
for i=1:51
status = fseek(fid,ini,'bof');
vx(i) = fscanf(fid,'%e');
ini = ini + 992;
end;
status = fclose(fid);
wx = min(ff); % minima energia cinética
maxec = max(ff); % maxima energia cinética
massainicial=max(ff)*2/(abs(min(vx))*abs(min(vx)));
%MAXIMIZAÇÃO DA ENERGIA CINETICA
%
%yy= -(max(dx50133) - max(dx10085))-max(dx50124);
%
yy= (massainicial - 14100)*100 + wx;
fid = fopen('Resultados7','a');
%Cria um arquivo texto novo (ou apaga o conteúdo de um arquivo de texto
%existente e o abre apenas para escrita.
fprintf(fid,'%s\n','Dimensoes');
fprintf(fid,'%s %f','RTRA',RTRA);
fprintf(fid,'%s %f','RTRB',RTRB);
fprintf(fid,'%s %f','RTRC',RTRC);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRD',RTRD);
fprintf(fid,'%s %f','RTRE',RTRE);
fprintf(fid,'%s %f','RTRF',RTRF);
fprintf(fid,'%s %f','RTRG',RTRG);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRH',RTRH);
fprintf(fid,'%s %f','RTRI',RTRI);
fprintf(fid,'%s %f','RTRJ',RTRJ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRK',RTRK);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRL',RTRL);
fprintf(fid,'%s %f','RTRM',RTRM);
fprintf(fid,'%s %f','RTRN',RTRN);
fprintf(fid,'%s %f','RTRO',RTRO);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRP',RTRP);
fprintf(fid,'%s %f','RTRQ',RTRQ);
fprintf(fid,'%s %f','RTRR',RTRR);
fprintf(fid,'%s %f','RTRS',RTRS);
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRT',RTRT);

```

```
fprintf(fid,'%s %f','RTRU',RTRU);  
fprintf(fid,'%s %f\n','RTRV',RTRV);  
fprintf(fid,'%s %f\n','yy',yy);  
status = fclose(fid);  
%end
```