

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

RENATO GONÇALVES FERRAZ

**ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO
DESEQUILÍBRIO E DA RESISTÊNCIA
DE FALTA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA FALTOSOS**

Porto Alegre

2010

RENATO GONÇALVES FERRAZ

**ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO
DESEQUILÍBRIO E DA RESISTÊNCIA
DE FALTA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA FALTOSOS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas de Energia

ORIENTADOR: Prof. Dr. Arturo Suman Bretas

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Roberto Chouhy Leborgne

Porto Alegre

2010

RENATO GONÇALVES FERRAZ

**ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO
DESEQUILÍBRIO E DA RESISTÊNCIA
DE FALTA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA FALTOSOS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. Arturo Suman Bretas, UFRGS
Doutor pela Virginia Polytechnic Institute and State University
– Blacksburg, EUA

Banca Examinadora:

Prof^a. Dr^a. Gladis Bordin, UFRGS
Doutora pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Roberto Petry Homrich, UFRGS
Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Prof. Dr. Sandoval Carneiro Junior, UFRJ
Doutor pela University of Nottingham – Nottingham, Inglaterra.

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella

Porto Alegre, Setembro de 2010.

*O saber a gente aprende com os mestres e os livros.
A sabedoria, aprende-se é com a vida e com os humildes.*

Cora Coralina (1889-1985)

AGRADECIMENTOS

Ao meu país por manter o acesso ao ensino superior público e de qualidade e pelo incentivo à pesquisa, como fator de desenvolvimento científico e tecnológico, apesar de todas as desigualdades sociais e econômicas.

À minha família, especialmente minha mãe e meu irmão Gilmar Ferraz, pela torcida incondicional ao longo da minha vida.

Ao Prof. Arturo Suman Bretas pela oportunidade que me foi dada, pelas valiosas orientações prestadas durante o curso e pelo seu esforço em manter e disponibilizar as melhores condições de trabalho e bem estar aos integrantes do LASEP.

Ao Prof. Roberto Chouhy Leborgne pelas sugestões, correções e oportunas críticas feitas ao meu trabalho e pela irrestrita disponibilidade em ajudar-me.

Aos colegas do LASEP pela convivência e bons momentos vividos. Ao amigo Roberto Chouhy Leborgne pelas agradáveis conversas e pelo exemplo de pessoa que é. Ao colega Diogo de Oliveira Fialho Pereira pelas frutíferas discussões e amizade ao longo de dez anos. Aos amigos Roberto José Cabral e Martín Cruz Rodríguez Paz por me mostrarem que a distração e a responsabilidade podem caminhar juntas. Ao colega Felipe Hernández García pela amizade e pelos trabalhos juntos realizados.

Aos professores do PPGEE pelo incansável esforço em elevar o nível de excelência deste programa e à Miriam Adriana de Oliveira Rosek pelo fundamental trabalho que realiza.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento Científico e Tecnológico pela provisão da bolsa de mestrado.

RESUMO

As metodologias de análise de curto-circuito aplicadas a sistemas elétricos de potência apresentaram uma considerável evolução ao longo do último século e foram desenvolvidas inicialmente para o estudo de faltas em sistemas de transmissão de energia elétrica. Estes sistemas possuem características equilibradas e utilizam o método de componentes simétricas para a estimativa do estado do sistema no período durante a falta. O emprego deste método para a determinação das correntes de curtos-circuitos em sistemas desequilibrados, por requerer simplificações e considerações que viabilizem sua aplicação, incorre em erros que crescem com o aumento do grau de desequilíbrio dos sistemas. Para o estudo de faltas em sistemas de distribuição de energia elétrica, que são inerentemente desequilibrados, a aplicação do método de componentes de fase permite a obtenção de resultados mais precisos, pois considera modelos que representam o desequilíbrio do sistema. Este trabalho apresenta um estudo analítico e numérico que analisa a influência dos desequilíbrios e da resistência de falta no cálculo das correntes de curtos-circuitos em sistemas de distribuição empregando o método de componentes de fase, que constitui atualmente o estado da arte para o estudo de faltas nestes sistemas. A partir de um sistema de distribuição simplificado, modelado com matrizes de impedâncias e admitâncias trifásicas, calculadas na frequência fundamental do sistema, é apresentada uma equação matricial generalizada, que determina a corrente de falta que flui por uma impedância de falta, para uma dada condição faltosa. A equação proposta é analisada analítica e numericamente para o caso de faltas fase-terra. Simulações numéricas de estudos de caso em um sistema sem laterais ou cargas intermediárias, considerando diferentes graus de desequilíbrios e resistências de falta, apresentam resultados que quando comparados com os resultados para um sistema idealmente equilibrado mostram a influência que o efeito do desequilíbrio possui na determinação das correntes de curtos-circuitos e ratificam a contribuição do estudo proposto.

Palavras-chave: Método de componentes de fase, sistemas de distribuição de energia elétrica, sistemas desequilibrados.

ABSTRACT

The approaches to short-circuit analysis of electric power systems have considerably improved over the last century. They were initially developed to study faults in electric power transmission systems, that have balanced characteristics and the symmetrical component method is used. As the use of this method to determine short-circuit currents in unbalanced systems requires simplifications and considerations to suit its application, it incurred a error increase as the systems unbalance degree grows. The phase components method allows more accurate results for faults study in electric power distribution systems which are inherently unbalanced as it takes into consideration models that represent the systems unbalance. Therefore an analytical and numerical study that analyses imbalance and fault resistance influence over short-circuits currents calculation in distribution systems is discussed in this work. The currently state-of-the-art method, phase components, is used to calculate faults in unbalanced systems. From an elementary distribution system modeled with three-phase impedances and admittances matrices, it is presented a general matrix equation that expresses the fault current that flows through a fault impedance due to certain fault conditions. The resulting equation is analytically and numerically analysed for this fault type. Numerical simulations of a system with no lateral or intermediate loads, considering different imbalance degrees and fault resistances, generate results that compared to the results of an ideally balanced system show the influence of the systems unbalance on the fault.

Keywords: phase components method, electric power distribution systems, unbalanced systems.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Motivação	16
1.2	Escopo	16
1.3	Estrutura da Dissertação	16
2	MÉTODOS PARA ANÁLISE DE FALTAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA	18
2.1	Parte I: Método de Componentes Simétricas	19
2.2	Parte II: Método de Componentes de Fase	23
2.3	Considerações	33
3	SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	34
3.1	Contextualização	34
3.2	Definição e Elementos Estruturais Principais	35
3.3	Sistemas Inerentemente Desequilibrados	36
3.3.1	Definição e Quantificação do Índice de Desequilíbrio	38
3.3.1.1	Métodos Para o Cálculo do Fator de Desequilíbrio de Tensão	39
3.4	Representações Equivalentes	41
3.4.1	Linha ou Alimentador de Distribuição de Energia Elétrica	43
3.4.2	Cargas	47
3.4.3	Transformadores	49
3.5	Considerações	51
4	EQUACIONAMENTO PROPOSTO PARA O MODELO DE UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO SOB FALTA	52
4.1	Considerações Iniciais	52
4.2	Equacionamento Proposto para um Sistema de Distribuição sob Condições Normais de Operação	52
4.3	Equacionamento Proposto para um Sistema de Distribuição sob Falta	58
4.4	Modelo Matricial de uma Carga Conectada em Delta	61
4.5	Considerações	65
5	ANÁLISE DA EQUAÇÃO GERAL PROPOSTA CONSIDERANDO FALTAS FASE-TERRA	66
5.1	Faltas em Sistemas de Distribuição e Modelos Representativos	66
5.2	Equação Geral para Faltas Fase-terra	69
5.2.1	Equação da Corrente de Falta para um Sistema Desequilibrado	71
5.2.2	Equação da Corrente de Falta para um Sistema Idealmente Equilibrado ..	73
5.2.3	Corrente de Falta Relativa ao Desequilíbrio do Sistema	77
5.3	Análise da Equação para Faltas Fase-terra	78

5.4	Considerações	79
6	ESTUDOS DE CASO E RESULTADOS	80
6.1	Topologias e Características do Sistema de Distribuição	80
6.1.1	Geometria e Características dos Alimentadores	80
6.1.2	Gerador e Subestação Transformadora	84
6.1.3	Cargas	84
6.2	Estudos de Caso	85
6.3	Resultados	86
6.3.1	Graus de Desequilíbrio dos Sistemas Simulados	86
6.3.2	Correntes de Falta Considerando o Sistema Desequilibrado	89
6.3.3	Correntes de Falta Considerando o Sistema Idealmente Equilibrado	98
6.3.4	Determinação e Análise dos Erros das Correntes de Falta Relativos ao Desequilíbrio do Sistema	101
6.3.4.1	Análise do Erro Relativo das Correntes de Falta	102
6.3.4.2	Análise do Erro Absoluto das Correntes de Falta	103
6.4	Considerações	105
7	CONCLUSÕES	106
7.1	Trabalhos Futuros	107
	REFERÊNCIAS	108

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Linha do tempo da revisão bibliográfica	19
Figura 2	Três conjuntos de fasores equilibrados que compõem três fasores desequilibrados	20
Figura 3	Sistema equivalente conectado a um diagrama de faltas	21
Figura 4	Segmento de um sistema trifásico com três impedâncias série	22
Figura 5	Elemento trifásico generalizado	23
Figura 6	Elemento trifásico passivo	27
Figura 7	Modelo equivalente de um SDEE sob condições de falta	29
Figura 8	Modelo de sistema multi-portas	31
Figura 9	Modelo típico de um SDEE sob condições de falta	32
Figura 10	Diagrama unifilar de um sistema elétrico de potência	35
Figura 11	Diagrama unifilar de um SDEE	37
Figura 12	Estruturas típicas de sustentação dos condutores de alimentadores aéreos	38
Figura 13	Representação por fases de um SDEE	41
Figura 14	Diagrama unifilar matricial de um sistema de distribuição	42
Figura 15	Modelo equivalente de um SDEE para análise de faltas	43
Figura 16	Segmento de linha de um SDEE	43
Figura 17	Condutor subterrâneo com fita de blindagem	47
Figura 18	Modelos de cargas	48
Figura 19	Diagrama de uma carga trifásica conectada em estrela aterrada	48
Figura 20	Modelo físico de um transformador trifásico de dois enrolamentos	50
Figura 21	SDEE em condições normais de operação	53
Figura 22	SDEE sob falta na no nó k	58
Figura 23	SDEE sob falta na barra j	59
Figura 24	Diagrama de impedâncias de uma carga trifásica conectada em delta	62
Figura 25	Diagrama de impedâncias para cargas trifásicas conectadas em delta e estrela .	63
Figura 26	Diagramas impedâncias para cargas bifásicas conectadas em delta	64
Figura 27	Diagrama de admitâncias para uma carga conectada em delta	64
Figura 28	Diagrama generalizado tradicional para análise de faltas	67
Figura 29	Diagrama generalizado proposto para análise de faltas	68
Figura 30	Ciclo completo de transposição de um segmento de linha	74
Figura 31	Diagrama unifilar do SDEE simplificado analisado	80
Figura 32	Estrutura de sustentação do alimentador aéreo A1	81
Figura 33	Estrutura de sustentação do alimentador aéreo A2	82
Figura 34	Disposição dos cabos do alimentador subterrâneo S1	82
Figura 35	Resultado da variação da impedância de carga para a configuração com o Alimentador A1d em função do desequilíbrio do sistema	88

Figura 36	Resultados das correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C1A1d	90
Figura 37	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2dA1d	90
Figura 38	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3dA1d	91
Figura 39	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C1A2d	93
Figura 40	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2dA2d	93
Figura 41	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3dA2d	94
Figura 42	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C1S1d	96
Figura 43	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2dS1d	96
Figura 44	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3dS1d	97
Figura 45	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para as configurações C2eA1e e C3eA1e	99
Figura 46	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para as configurações C2eA2e e C3eA2e	100
Figura 47	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> em função da resistência de falta para as configurações C2eS1e e C3eS1e	101
Figura 48	Erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações C2dA1d e C2eA1e	102
Figura 49	Erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações C3dA1d e C3eA1e	103
Figura 50	Erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações C2dA1d e C2eA1e	104
Figura 51	Erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações C3dA1d e C3eA1e	105

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Parâmetros típicos de um sistema de distribuição brasileiro	36
Tabela 2	Estruturas das matrizes de impedâncias	42
Tabela 3	Ocorrências típicas de faltas em sistemas de distribuição	66
Tabela 4	Graus de desequilíbrio do sistema considerando o <i>Alimentador A1d</i> e os <i>Carregamentos C1, C2d e C3d</i>	87
Tabela 5	Graus de desequilíbrio do sistema considerando o <i>Alimentador A2d</i> e os <i>Carregamentos C1, C2d e C3d</i>	87
Tabela 6	Graus de desequilíbrio do sistema considerando o <i>Alimentador S1d</i> e os <i>Carregamentos C1, C2d e C3d</i>	87
Tabela 7	Variação da impedância de carga para a configuração com o <i>Alimentador A1d</i> e os respectivos valores de desequilíbrio do sistema	88
Tabela 8	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C1A1d	89
Tabela 9	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2dA1d	89
Tabela 10	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3dA1d	89
Tabela 11	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C1A2d	92
Tabela 12	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2dA2d	92
Tabela 13	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3dA2d	92
Tabela 14	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C1S1d	95
Tabela 15	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2dS1d	95
Tabela 16	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3dS1d	95
Tabela 17	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2eA1e	98
Tabela 18	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3eA1e	99
Tabela 19	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2eA2e	99
Tabela 20	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3eA2e	99
Tabela 21	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C2eS1e	100
Tabela 22	Correntes de falta não simultâneas nas fases <i>a, b e c</i> em função da resistência de falta para a configuração C3eS1e	100
Tabela 23	Erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações C2dA1d e C2eA1e	102
Tabela 24	Erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações C3dA1d e C3eA1e	103

Tabela 25 Erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações C2dA1d e C2eA1e	104
Tabela 26 Erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações C3dA1d e C3eA1e	104

LISTA DE ABREVIATURAS

CIGRÉ	International Council on Large Electric Systems
FAI	Falta de Alta Impedância
FDT	Fator de Desequilíbrio de Tensão
FF	Fase-Fase
FFF	Fase-Fase-Fase
FFT	Fase-Fase-Terra
FT	Fase-Terra
GD	Geração Distribuída
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers
MCF	Método de Componentes de Fase
MCS	Método de Componentes Simétricas
NEMA	National Electrical Manufacturers Association
PAC	Ponto de Acoplamento Comum
QEE	Qualidade da Energia Elétrica
SDEE	Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica
SEP	Sistema Elétrico de Potência
STEE	Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica
XLPE	Polietileno Reticulado

1 INTRODUÇÃO

Ainda que os estudos analíticos e numéricos proporcionem relativa precisão nos cálculos de faltas em sistemas elétricos, os resultados não são os mesmos dos experimentados nas ocorrências da vida real (ELGERD, 1977). Aproximações envolvidas na determinação de diversos modelos e parâmetros dos sistemas e, ainda, resistências de faltas altamente variáveis e eventualmente desconhecidas conduzem a essa divergência. Entretanto, o produto dos métodos de análise de sistemas elétricos faltosos fornece importantes e, na maioria dos casos, suficientes informações para a implementação e operação de Sistemas Elétricos de Potência (SEP) de grande porte (ELGERD, 1977).

Os métodos utilizados para a análise de curto-circuito tiveram origem no início do século XX e foram desenvolvidos para sistemas elétricos equilibrados (STEVENSON, 1955), com atenção aos Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica (STEE), sendo o Método de Componentes Simétricas (MCS) o mais conhecido e amplamente explorado. A partir da década de 60, com a utilização de algoritmos e computadores digitais, o emprego de um método que utiliza coordenadas de fase, denominado Método de Componentes de Fase (MCF) (LAUGHTON, 1968), começou a ser estudado especificamente para sistemas desequilibrados, principalmente em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica (SDEE). Apesar disso, frequentemente os SDEE são considerados equilibrados ou em condições de simetria para que se faça uso das vantagens e simplificações que resultam dessas considerações, viabilizando, assim, a utilização do MCS (MAKRAM; BOU-RABEE; GIRGIS, 1987).

Considerando que os resultados obtidos nos cálculos de curtos-circuitos são aplicados em diversos estudos de SEP, o emprego do MCS na análise de faltas em sistemas desequilibrados, todavia, mostra-se inadequado à medida que tais resultados podem conter erros significativos e, assim, conduzir a conclusões equivocadas (LAUGHTON, 1969). A necessidade da análise de faltas em SDEE resulta na utilização de uma abordagem que considera uma representação trifásica e que preserva as informações relativas aos desequilíbrios do sistema em seus modelos matemáticos, conforme apresentado no Capítulo 2.

Devido à complexidade de soluções analíticas até mesmo dos menores SEP, os métodos numéricos de solução são amplamente aplicados e têm como foco principal o cálculo das correntes de curtos-circuitos. Contudo, um estudo analítico em coordenadas de fase que descreva a influência dos elementos que compõem as matrizes trifásicas, sendo estas a representação matemática dos SDEE, na determinação das correntes de faltas permanece, ainda, um campo aberto no universo científico, sendo esta a área de estudo que se insere esta dissertação.

1.1 MOTIVAÇÃO

Um sistema elétrico de potência típico pode ter metade de seu capital de investimento aplicado em sistemas de distribuição (ELGERD, 1977). Modificações decorrentes da reestruturação do setor elétrico com ênfase aos índices e mecanismos que possibilitam a determinação de padrões para os indicadores de Qualidade da Energia Elétrica (QEE) e inserção de geração distribuída, com alterações das características radiais típicas dos SDEE, representam as principais e mais significativas modificações ocorridas nestes sistemas nos últimos anos.

Os SDEE são inerentemente desequilibrados devido à conexão de cargas monofásicas e bifásicas, à topologia dos alimentadores com condutores de diferentes características ao longo da linha e à presença de laterais monofásicas e bifásicas. (MAKRAM; BOU-RABEE; GIRGIS, 1987). Ainda, relés de proteção têm seus ajustes determinados por estudos de curtos-circuitos (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

Desta forma, dado que a estimativa do estado do sistema no período durante a falta, feita por métodos de curtos-circuitos, permite o ajuste ótimo do sistema de proteção e do planejamento dos SDEE, a análise da influência do desequilíbrio inerente aos SDEE e da impedância de falta na estimativa do estado do sistema no período durante a falta revelam-se as principais motivações para o desenvolvimento deste trabalho.

1.2 ESCOPO

Considerando que os estudos que compõem atualmente o estado da arte na análise de faltas em sistemas elétricos desequilibrados limitam-se, na sua maioria, a métodos numéricos de solução, esta dissertação de mestrado tem os seguintes objetivos principais:

- determinar analiticamente uma equação que represente a corrente de falta em um SDEE simplificado sem laterais ou cargas intermediárias, considerando os parâmetros de desequilíbrio do sistema em coordenadas de fase;
- identificar a influência dos desequilíbrios no cálculo de curto-circuito em SDEE;
- avaliar os resultados analíticos obtidos por meio de estudos de caso, considerando um SDEE típico.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está estruturado em sete capítulos e as abordagens principais dos capítulos subsequentes a este são as seguintes:

- O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre os dois principais métodos utilizados nos estudos de curtos-circuitos em SEP. Descreve, ainda, a evolução do método que representa o estado da arte.
- O Capítulo 3 apresenta uma revisão contextual dos SDEE em um sistema de potência típico, as características que os tipificam como sistemas desequilibrados, os métodos empregados na quantificação dos desequilíbrios e

os modelos matriciais que os representam do ponto de vista da análise de curto-circuito;

- O Capítulo 4 apresenta o desenvolvimento proposto nesta dissertação. O equacionamento analítico em regime permanente de tensões e correntes trifásicas de um SDEE a partir de uma abordagem matricial empregando parâmetros trifásicos em componentes de fase na determinação da corrente de curto-circuito;
- O Capítulo 5 apresenta o equacionamento para faltas fase-terra, bem como a identificação dos parâmetros que caracterizam os desequilíbrios em cada equação;
- O Capítulo 6 apresenta um estudo de caso, baseado em um SDEE típico, que avalia a influência dos desequilíbrios e da resistência de falta na quantificação dos estados do sistema durante a falta;
- O Capítulo 7 apresenta as conclusões da pesquisa realizada e as sugestões para trabalhos futuros.

2 MÉTODOS PARA ANÁLISE DE FALTAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Os sistemas elétricos de potência, nos níveis de: geração, transmissão e distribuição, estão continuamente expostos a fenômenos e eventos que afetam suas condições normais de operação. Dentre estes, as faltas¹ e curtos-circuitos² apresentam uma considerável importância, pois dão origem a peculiares correntes que causam inúmeros distúrbios nos SEP. Estas, denominadas correntes de curtos-circuitos, caracterizam-se pelos severos efeitos que provocam nos equipamentos e condutores: elevação de temperaturas, solicitações térmicas e esforços mecânicos. Assim, o cálculo das correntes de curtos-circuitos representa um importante parâmetro no projeto e estudo dos SEP, em especial nas técnicas de proteção, localização de faltas e qualidade da energia elétrica (STAGG; EL-ABIAD, 1968; McGRANAGHAN; MUELLER; SAMOTYJ, 1991; ZANETTA Jr, 2005).

A análise de curto-circuito³ apresenta aspectos distintos, pois as faltas poderão ocorrer em sistemas equilibrados (ou em uma condição em que os desequilíbrios são desprezíveis) ou desequilibrados. Frequentemente, em uma abordagem tradicional utilizando o método de componentes simétricas, os SEP são supostamente equilibrados para que se faça uso das vantagens e simplificações que resultam dessa consideração. Para condições em que o desequilíbrio pode ser negligenciado essa aproximação não provoca significativas diferenças nos resultados, porém em SDEE, onde os desequilíbrios são consideráveis, tais aproximações podem ocultar parâmetros importantes ou conduzir a resultados errôneos. Assim, a seguinte pergunta é colocada: qual é o melhor método a ser utilizado na análise de sistemas desequilibrados faltosos? A resposta, conforme (ROTHER, 1953), é que não há um único método que seja melhor para todos os casos. O método ideal deve apresentar uma solução simples e eficiente para o problema que se deseja analisar.

Por conseguinte, a revisão bibliográfica deste trabalho segue a linha do tempo mostrada na Figura 1 e compreende dois métodos amplamente utilizados nos estudos de curtos-circuitos: o *Método de Componentes Simétricas* e o *Método de Coordenadas de Fase* ou *Componentes de Fase* e será dividida em duas partes. A primeira parte da revisão versa sobre o MCS e a segunda sobre o MCF.

¹ Fenômeno acidental que impede o funcionamento de um sistema ou equipamento elétrico, causado geralmente por contato acidental ou arco entre condutores energizados, ou entre estes e a terra (Giguer, 1988).

² Faltas que ocorrem intencional ou acidentalmente através de uma impedância desprezível (Giguer, 1988).

³ Apesar da diferença conceitual entre falta e curto-circuito, a literatura técnica utiliza como sinônimo de análise ou estudo de faltas a expressão análise ou estudo de curto-circuito, sendo inclusive esta a mais usual.

2.1 PARTE I: MÉTODO DE COMPONENTES SIMÉTRICAS

No final de 1913, o método de componentes simétricas foi desenvolvido por Charles L. Fortescue e tinha como objetivo principal investigar matematicamente o funcionamento dos motores de indução sob condições desequilibradas (FORTESCUE, 1918). A partir da observação de que a solução de sistemas polifásicos desequilibrados poderia ser reduzida à solução de dois ou mais casos equilibrados, Fortescue apresentou um trabalho completo intitulado “*Método de Componentes Simétricas Aplicado à Solução de Circuitos Polifásicos Desequilibrados*” (FORTESCUE, 1918). Este trabalho, apesar de não se referir especificamente à análise de curto-circuito, apresentou um profundo desenvolvimento matemático e mostrou-se uma ferramenta de grande importância. A partir deste período, o trabalho de Fortescue tornou-se a base de inúmeros outros relacionados a sistemas elétricos sob condições de faltas assimétricas⁴ ou desequilibradas.

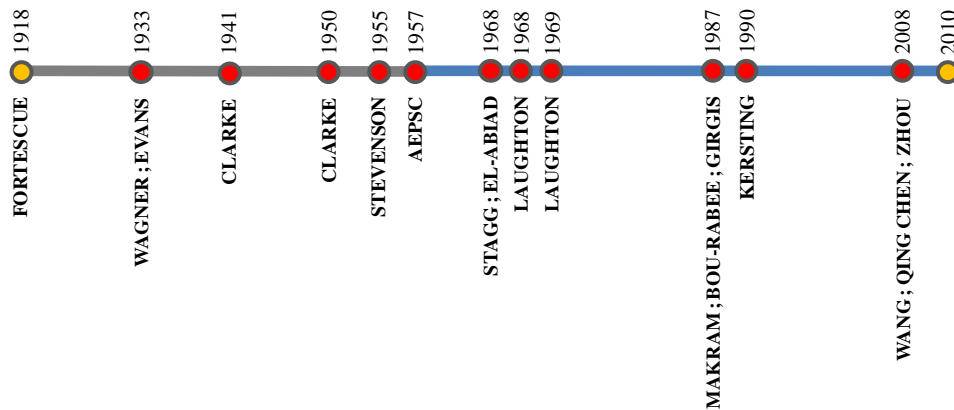


Figura 1 Linha do tempo da revisão bibliográfica.

As primeiras aplicações do MCS, desenvolvidas especialmente para o estudo de curto-circuito em sistemas equilibrados operando sob condições desequilibradas devido à ocorrência de faltas assimétricas, da forma que são conhecidas atualmente, datam do final da década de 1920 e foram apresentadas formalmente em (WAGNER; EVANS, 1933). Segundo os autores, este método pode ser aplicado a sistemas desequilibrados, porém, para este caso, a análise torna-se complicada e dispendiosa devido ao acoplamento mútuo presente entre as fases do sistema. Assim, a partir do “Teorema de Fortescue”, onde um sistema desequilibrado de n fasores correlacionados pode ser decomposto em n sistemas de fasores equilibrados, três fasores desequilibrados podem ser representados em termos de três conjuntos de componentes simétricos mostrados na Figura 2, onde os subíndices 0, 1 e 2 representam as componentes de sequências zero, positiva e negativa, respectivamente. Os conjuntos da Figura 2 podem ser escritos como:

$$C_a = C_{a1} + C_{a2} + C_{a0}, \quad (2.1)$$

$$C_b = C_{b1} + C_{b2} + C_{b0}, \quad (2.2)$$

$$C_c = C_{c1} + C_{c2} + C_{c0}, \quad (2.3)$$

⁴ As faltas assimétricas podem ocorrer entre duas linhas, entre linha e terra ou entre duas linhas e terra e, ainda, através de uma resistência de falta ou solidamente aterradas (STEVENSON, 1955).

onde C_a , C_b e C_c retratam os fasores desequilibrados que podem representar tensões ou correntes.

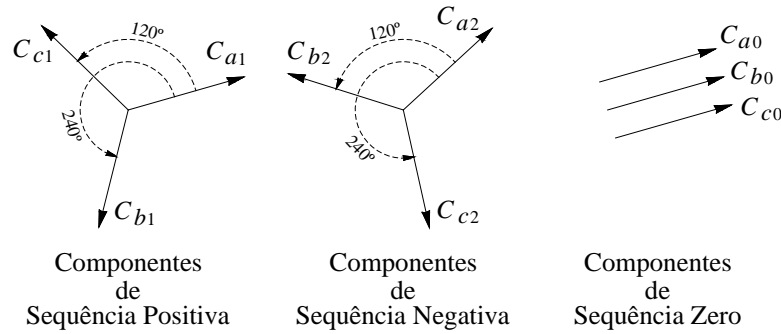


Figura 2 Três conjuntos de fasores equilibrados que compõem três fasores desequilibrados.

Fonte: (WAGNER; EVANS, 1933).

A aplicação de um operador nas expressões (2.1) a (2.3) reduz o número de incógnitas conforme as seguintes relações:

$$C_a = C_{a1} + C_{a2} + C_{a0}, \quad (2.4)$$

$$C_b = a^2 \cdot C_{a1} + a \cdot C_{a2} + C_{a0}, \quad (2.5)$$

$$C_c = a \cdot C_{a1} + a^2 \cdot C_{a2} + C_{a0}, \quad (2.6)$$

onde $a = 1 \angle 120^\circ$. Manipulações algébricas nas equações (2.1) a (2.3) e (2.4) a (2.6) resultam nas três equações fundamentais que definem as quantidades de sequências em termos dos fasores originais, dadas por:

$$C_{a0} = \frac{1}{3} \cdot (C_a + C_b + C_c), \quad (2.7)$$

$$C_{a1} = \frac{1}{3} \cdot (C_a + a \cdot C_b + a^2 \cdot C_c), \quad (2.8)$$

$$C_{a2} = \frac{1}{3} \cdot (C_a + a^2 \cdot C_b + a \cdot C_c). \quad (2.9)$$

Conforme (WAGNER; EVANS, 1933), o diagrama de faltas conectado ao sistema da Figura 3 representa as principais faltas a que estão sujeitos os SEP. Assim, as correntes de curtos-circuitos podem ser determinadas a partir das redes de sequências e dos conjuntos das equações (2.4) a (2.6) e (2.7) a (2.9), além das condições de contorno aplicadas a estas equações.

De acordo com Fortescue⁵, a obra de (WAGNER; EVANS, 1933) representa o início da história da aplicação de componentes simétricas na análise de faltas em sistemas desequilibrados.

Uma compilação de notas, observações e manuscritos dos trabalhos realizados por Edith Clarke para o departamento de engenharia da *General Electric Company* resultou em uma obra significativa dividida em dois volumes, Volume I e Volume II, publicados em 1941 e 1950, respectivamente. Um tratamento detalhado para a determinação de correntes e tensões, na frequência fundamental, em SEP durante

⁵ Publicado na seção introdutória da obra (WAGNER; EVANS, 1933).

condições desequilibradas, características elétricas de linhas de transmissão, representação de circuitos equivalentes de transformadores e máquinas elétricas e efeitos da saturação de transformadores por meio de componentes simétricas e componentes modais são apresentados em (Clarke, 1950).

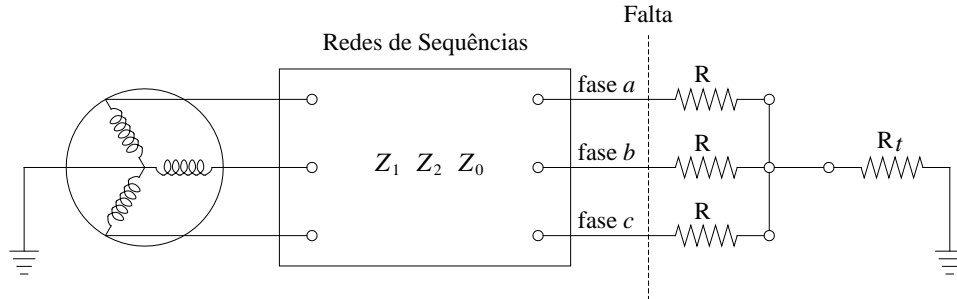


Figura 3 Sistema equivalente conectado a um diagrama de faltas.

Fonte: (WAGNER; EVANS, 1933).

A aplicação do MCS nos estudos de curtos-circuitos continuou instigando o interesse de inúmeros pesquisadores, especialmente aqueles relacionados à engenharia de sistemas de potência. Em 1955, a publicação da obra (STEVENSON, 1955) apresenta de forma didática e detalhada as principais vantagens da aplicação deste método no estudo de faltas assimétricas em sistemas equilibrados, considerando que tais sistemas tornam-se desequilibrados devido a circulação de correntes desequilibradas. A representação das conexões das redes de sequência para simular vários tipos de faltas e, também, a determinação da corrente de falta empregando o teorema de Thèvenin são detalhadamente apresentados. O método, considerado simples naquela época, conduzia a previsões bastante precisas sobre o comportamento do sistema sob condições de desequilíbrio. Segundo (STEVENSON, 1955), a partir de um segmento de um sistema trifásico, como mostrado na Figura 4, é possível obter uma conclusão importante na análise por componentes simétricas. Assim, considerando que não existam acoplamentos mútuos entre as três impedâncias, as quedas de tensões, em termos de componentes simétricas, são:

$$V_{aa'1} = \frac{1}{3} \cdot [I_{a1} \cdot (Z_a + Z_b + Z_c) + I_{a2} \cdot (Z_a + a^2 \cdot Z_b + a \cdot Z_c) + I_{a0} \cdot (Z_a + a \cdot Z_b + a^2 \cdot Z_c)], \quad (2.10)$$

$$V_{aa'2} = \frac{1}{3} \cdot [I_{a1} \cdot (Z_a + a \cdot Z_b + a^2 \cdot Z_c) + I_{a2} \cdot (Z_a + Z_b + Z_c) + I_{a0} \cdot (Z_a + a^2 \cdot Z_b + a \cdot Z_c)], \quad (2.11)$$

$$V_{aa'0} = \frac{1}{3} \cdot [I_{a1} \cdot (Z_a + a^2 \cdot Z_b + a \cdot Z_c) + I_{a2} \cdot (Z_a + a \cdot Z_b + a^2 \cdot Z_c) + I_{a0} \cdot (Z_a + Z_b + Z_c)], \quad (2.12)$$

Onde $V_{aa'1}$, $V_{aa'2}$ e $V_{aa'0}$ são as quedas de tensão de sequência positiva, negativa e zero, respectivamente, entre os nós aa' do segmento de linha da Figura 4; Z_a , Z_b e Z_c

são as impedâncias série deste segmento; I_{a1} , I_{a2} e I_{a0} são as componentes de sequência positiva, negativa e zero, respectivamente, da corrente I_a da Figura 4.

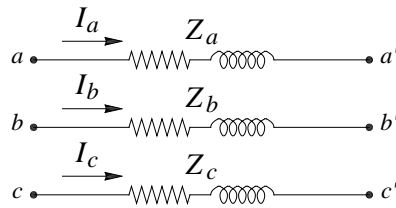


Figura 4 Segmento de um sistema trifásico com três impedâncias série.

Fonte: (STEVENSON, 1955).

Ainda, de acordo com (STEVENSON, 1955), se as impedâncias Z_a , Z_b e Z_c forem iguais, ou seja, $Z_a = Z_b = Z_c$, as equações (2.10) a (2.12) resultam em:

$$V_{aa'1} = I_{a1} \cdot Z_a, \quad (2.13)$$

$$V_{aa'2} = I_{a2} \cdot Z_a, \quad (2.14)$$

$$V_{aa'0} = I_{a0} \cdot Z_a. \quad (2.15)$$

A partir das expressões (2.13) a (2.15) é possível observar que as componentes simétricas de correntes desequilibradas, que circulam em impedâncias série equilibradas ou em cargas equilibradas ligadas em estrela, originam somente quedas de tensão de igual sequência, desde que os acoplamentos entre as fases possam ser desprezados. Nesta análise duas considerações foram feitas: impedâncias mútuas iguais a zero e impedâncias série iguais. Tais considerações produzem resultados aproximados, que para determinados estudos podem ser aceitáveis e para outros não. Logo, a impossibilidade dessas aproximações implica uma redução substancial nas vantagens do emprego do MCS.

Um aspecto importante a ser observado eram os recursos utilizados até a década de 50 nos estudos de curtos-circuitos. Como ainda não se dispunha de computadores digitais, a maior parte destes estudos era realizada utilizando-se analisadores de rede⁶ C.C. (STEVENSON, 1955). Contudo, em 1957, a *American Electric Power Service Corporation* concluiu um programa de fluxo de potência em larga escala que calculava as tensões e o fluxo de carga para um determinado SEP. Inicialmente, o programa fora desenvolvido para os estudos de planejamento de linhas de transmissão, mas sua aplicação revelou-se tão bem sucedida que todos os estudos subsequentes passaram a utilizar o computador digital ao invés do analisador de redes. O sucesso deste trabalho conduziu à realização de programas e métodos matriciais para os estudos de curtos-circuitos em SEP (STAGG; EL-ABIAD, 1968). O desenvolvimento de uma base analítica, utilizando componentes simétricas, para incluir os efeitos das impedâncias mútuas em um método matricial estruturado, denominado “Método da Matriz Impedância de Barra”, aplicado a programas de computadores digitais no cálculo de curtos-circuitos foi apresentado em (EL-ABIAD, 1960).

A aplicação do MCS permitiu a evolução dos estudos em SEP e representa uma adequada ferramenta na abordagem de sistemas elétricos equilibrados sob con-

⁶ Os analisadores de rede são circuitos, tipicamente resistivos, que reproduzem o sistema real em uma escala muito reduzida.

dições de faltas trifásicas e assimétricas. Entretanto, a análise de sistemas elétricos desequilibrados é considerada uma importante evolução nesses estudos e dadas as características destes sistemas a aplicação desse método pode levar a soluções mais complexas. A representação matricial em coordenadas de fase, ou seja, tensões, correntes e impedâncias, sem a utilização de uma mudança de base do sistema, descreve, como será apresentado, com mais propriedade a influência dos desequilíbrios no cálculo das correntes de curtos-circuitos.

2.2 PARTE II: MÉTODO DE COMPONENTES DE FASE

Nos SEP, uma condição equilibrada é obtida pela transposição das linhas de transmissão, considerando um sistema de tensões trifásico e simétrico e cargas equilibradas. Isso torna possível simplificar a análise a uma única fase, pois o comportamento é equivalente nas outras fases e leva à solução trifásica e, também, envolve apenas a componente de sequência positiva, pois não há retorno de corrente pela terra (WAGNER; EVANS, 1933; STEVENSON, 1955). Entretanto, os sistemas de distribuição de energia elétrica apresentam um comportamento desequilibrado, conforme mostrado em detalhes no Capítulo 3, e uma representação trifásica mostra-se mais adequada, pois conserva as informações relativas ao desequilíbrio do sistema em seus modelos matemáticos.

Novamente, a compilação de notas de aulas⁷ e artigos publicados na década de 60 resulta em uma obra precursora, descrita em detalhes em (STAGG; EL-ABIAD, 1968), que utiliza matrizes trifásicas e métodos computacionais na análise de sistemas elétricos faltosos. Conforme esse trabalho, um elemento trifásico generalizado de um SEP, mostrado na Figura 5, pode ser descrito matricialmente segundo a expressão (2.16):

$$\begin{bmatrix} V_a^{ij} \\ V_b^{ij} \\ V_c^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{aa}^{ij} & Z_{ab}^{ij} & Z_{ac}^{ij} \\ Z_{ba}^{ij} & Z_{bb}^{ij} & Z_{bc}^{ij} \\ Z_{ca}^{ij} & Z_{cb}^{ij} & Z_{cc}^{ij} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a^{ij} \\ I_b^{ij} \\ I_c^{ij} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

ou

$$\mathbf{V}_{abc}^{ij} = \mathbf{E}_{abc} + \mathbf{Z}_{abc}^{ij} \cdot \mathbf{I}_{abc}^{ij}, \quad (2.17)$$

onde, conforme Figura 5, \mathbf{E}_{abc} é o vetor das tensões equivalentes por fase; \mathbf{V}_{abc}^{ij} é o vetor das tensões por fase ($(V_a^i - V_a^j)$, $(V_b^i - V_b^j)$ e $(V_c^i - V_c^j)$); \mathbf{I}_{abc}^{ij} é o vetor das correntes por fase entre os nós i e j ; \mathbf{Z}_{abc}^{ij} representa um componente trifásico mutuamente acoplado.

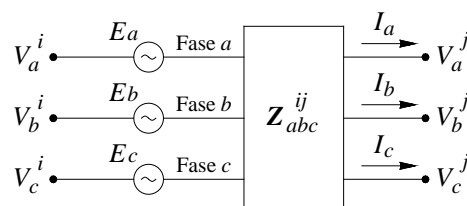


Figura 5 Elemento trifásico generalizado.

Fonte: (STAGG; EL-ABIAD, 1968).

⁷ Notas de aulas dos cursos ministrados nas Universidades Purdue, Wisconsin e Santa Clara nos Estados Unidos (STAGG; EL-ABIAD, 1968).

Contudo, em (STAGG; EL-ABIAD, 1968), os autores recorrem a uma mudança de base do sistema, utilizando uma matriz de transformação T , para a determinação do modelo matemático do componente trifásico da Figura 5. A possibilidade de estabelecer uma correspondência entre valores de fase e de sequências, segundo (STAGG; EL-ABIAD, 1968), permite escrever:

$$\mathbf{E}_{abc} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{E}_{012}, \quad (2.18)$$

$$\mathbf{V}_{abc}^{ij} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{V}_{012}^{ij}, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{I}_{abc}^{ij} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{I}_{012}^{ij}. \quad (2.20)$$

Onde, \mathbf{E}_{012} é o vetor das tensões equivalentes de sequências; \mathbf{V}_{012}^{ij} é o vetor das tensões de sequências entre os nós i e j ; \mathbf{T} é a matriz de transformação dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

onde $a = 1 \angle 120^\circ$.

A substituição das expressões (2.18) a (2.20) em (2.17) resulta na equação (2.22):

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{V}_{012}^{ij} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{E}_{012} + \mathbf{Z}_{abc}^{ij} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{I}_{012}^{ij}. \quad (2.22)$$

A pré-multiplicação da expressão (2.22) por \mathbf{T}^{-1} implica (2.23):

$$\mathbf{V}_{012}^{ij} = \mathbf{E}_{012} + \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}_{abc}^{ij} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{I}_{012}^{ij}. \quad (2.23)$$

Essa mudança de base resulta, então, em:

$$\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}_{abc}^{ij} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{Z}_{012}^{ij}, \quad (2.24)$$

onde

$$\mathbf{Z}_{012}^{ij} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

é a matriz impedância de sequências, em que os elementos Z_0 , Z_1 e Z_2 são as impedâncias de sequências zero, positiva e negativa respectivamente. A transformação descrita nas expressões (2.22) e (2.23) é a aplicação do método de componentes simétricas e a matriz obtida na expressão (2.25), utilizada nos cálculos de faltas assimétricas, decorre da consideração implícita de que o componente trifásico é equilibrado ou idealmente transposto, caso o componente represente uma linha ou alimentador. É possível observar que, se essa consideração não fosse feita, a matriz impedância de sequências da expressão (2.25) não seria diagonal, ou seja, apresentaria elementos representativos das impedâncias mútuas entre sequências.

Outra contribuição importante descrita em (STAGG; EL-ABIAD, 1968) é a apresentação formal da matriz impedância trifásica de barra $\mathbf{Z}_{bar-abc}$ e de um algo-

ritmo⁸ para determiná-la. Segundo (STAGG; EL-ABIAD, 1968), a representação matemática, em regime permanente, de um SEP trifásico de n barras pode ser dada conforme a expressão (2.26):

$$\begin{bmatrix} V_{1-abc} \\ V_{2-abc} \\ \vdots \\ V_{k-abc} \\ \vdots \\ V_{n-abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11-abc} & Z_{12-abc} & \cdots & Z_{1k-abc} & \cdots & Z_{1n-abc} \\ Z_{21-abc} & Z_{22-abc} & \cdots & Z_{2k-abc} & \cdots & Z_{2n-abc} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{k1-abc} & Z_{k2-abc} & \cdots & Z_{kk-abc} & \cdots & Z_{kn-abc} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{n1-abc} & Z_{n2-abc} & \cdots & Z_{nk-abc} & \cdots & Z_{nn-abc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{1-abc} \\ I_{2-abc} \\ \vdots \\ I_{k-abc} \\ \vdots \\ I_{n-abc} \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

ou, em uma forma compacta:

$$V_{bar-abc} = Z_{bar-abc} \cdot I_{bar-abc}. \quad (2.27)$$

Onde $Z_{bar-abc}$ é a matriz impedância trifásica de barra de ordem $3n \times 3n$; os elementos Z_{ii-abc} , Z_{ij-abc} e Z_{ji-abc} são submatrizes de ordem 3×3 ; os vetores $V_{bar-abc}$ e $I_{bar-abc}$ são as tensões e correntes trifásicas respectivamente; n é o número de barras e k um nó ou uma barra qualquer do sistema. A matriz $Z_{bar-abc}$ é de importância notável no estudo de faltas em SEP, pois seus elementos da diagonal principal representam a impedância equivalente de Thèvenin vista do ponto de interesse, ou seja, para um curto-circuito na barra k , o elemento Z_{kk-abc} é a impedância equivalente de Thèvenin vista a partir dessa barra.

O trabalho apresentado em (STAGG; EL-ABIAD, 1968), embora aborde elaboradas técnicas para a resolução e análise de faltas através da utilização da matriz impedância trifásica de barra aplicada a computadores digitais, não apresenta os modelos matriciais dos elementos que compõem os SEP (geradores, transformadores, linhas e cargas) e que dão origem às submatrizes da matriz $Z_{bar-abc}$ e, também, faz uso do método de componentes simétricas no cálculo das correntes de curtos-circuitos.

De acordo com (LAUGHTON, 1968), a partir de circuitos equivalentes e de representações trifásicas dos componentes dos SEP é possível a análise e resolução de sistemas desequilibrados utilizando um método denominado *Método de Coordenadas de Fase* ou *Componentes de Fase*. Este é um trabalho pioneiro que retrata o método de componentes de fase e, também, apresenta o desenvolvimento de modelos matriciais de linhas de transmissão, máquinas elétricas e transformadores, possibilitando a análise de redes polifásicas desequilibradas em componentes de sequências de fase. A análise deste trabalho baseia-se na equação (2.24), apresentada em (STAGG; EL-ABIAD, 1968), para determinar as matrizes trifásicas dos componentes de um SEP, conforme a equação (2.28):

$$Z_{abc} = T \cdot Z_{012} \cdot T^{-1}. \quad (2.28)$$

Onde Z_{abc} é a matriz impedância trifásica de um elemento do SEP; Z_{012} é a matriz impedância de sequências deste elemento equivalente à definida na expressão (2.25) e T a matriz determinada em (2.21). A operação na equação (2.28) resulta em:

⁸ A matriz impedância de barra pode ser obtida a partir da inversão da matriz admitância de barra, sendo esta implementada segundo a aplicação sistemática de equações nodais. Assim, evitar a inversão de matrizes de ordens elevadas foi a motivação para o desenvolvimento de um algoritmo.

$$\mathbf{Z}_{abc} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} Z_0 + Z_1 + Z_2 & Z_0 + a \cdot Z_1 + a^2 \cdot Z_2 & Z_0 + a^2 \cdot Z_1 + a \cdot Z_2 \\ Z_0 + a^2 \cdot Z_1 + a \cdot Z_2 & Z_0 + Z_1 + Z_2 & Z_0 + a \cdot Z_1 + a^2 \cdot Z_2 \\ Z_0 + a \cdot Z_1 + a^2 \cdot Z_2 & Z_0 + a^2 \cdot Z_1 + a \cdot Z_2 & Z_0 + Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Segundo (LAUGHTON, 1968), como as impedâncias dos circuitos são especificadas normalmente em termos dos valores de sequências zero, positiva e negativa, a aplicação da equação (2.28) resulta na matriz trifásica (2.29). Entretanto, é possível observar que a matriz \mathbf{Z}_{abc} resulta de uma operação em \mathbf{Z}_{012} , que é uma matriz diagonal. Logo, os efeitos dos acoplamentos mútuos entre as fases de um sistema trifásico podem não ser representados corretamente em (2.29).

O primeiro trabalho a utilizar o MCF na análise de faltas foi mostrado em (LAUGHTON, 1969). A necessidade do estudo de curto-circuito em sistemas com alimentadores não transpostos, cargas desequilibradas e/ou circuitos monofásicos resulta, segundo o autor, em um método que utiliza uma representação que preserva a identidade física dos SEP em termos das suas coordenadas de fase, isto é, grandezas reais de tensões, correntes e impedâncias. A análise de curto-circuito, nesta publicação, está baseada na matriz admitância trifásica de barra e a montagem desta matriz pode ser demonstrada a partir do elemento trifásico passivo generalizado da Figura 6, baseado no modelo proposto em (STAGG; EL-ABIAD, 1968), onde as equações nodais para as correntes I_1 a I_6 , injetadas nos nós 1 a 6, são:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{Y}_{abc} + \mathbf{Y}_{123-sh} & \vdots & -\mathbf{Y}_{abc} \\ \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots \\ -\mathbf{Y}_{abc} & \vdots & \mathbf{Y}_{abc} + \mathbf{Y}_{456-sh} \\ \vdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

Onde \mathbf{Y}_{abc} é a matriz admitância do elemento conectado entre os nós 123 e 456 da Figura 6; \mathbf{Y}_{123-sh} e \mathbf{Y}_{456-sh} são as matrizes admitância *shunt* dos elementos conectados entre os nós 123 e à terra e 456 e à terra, respectivamente.

Entretanto, segundo (LAUGHTON, 1969), se os nós 456 forem unidos para formar um ponto comum ou neutro, o sistema representado pela expressão (2.30) pode ser reduzido a quatro equações, pois $I_n = I_4 + I_5 + I_6$ e $V_n = V_4 = V_5 = V_6$ e a subsequente aplicação do método de redução de Kron (KRON, 1952) resulta em uma matriz admitância de ordem 3, conforme:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

ou

$$\mathbf{I}_{123} = \mathbf{Y}_{bar-abc} \cdot \mathbf{V}_{123}. \quad (2.32)$$

Onde $\mathbf{Y}_{bar-abc}$ é a matriz admitância trifásica de barra. As submatrizes da expressão (2.30) podem ser obtidas de acordo com a equação (2.28).

A inversão da $Y_{bar-abc}$, por meio de um método analítico, resultará na mesma matriz $Z_{bar-abc}$ da expressão (2.27). A corrente de falta na barra k , considerando a impedância de falta desprezível, é determinada por:

$$I_{f-abc}^k = \frac{V_f^k}{Z_{kk-abc}} \quad (2.33)$$

ou

$$I_{f-abc}^k = Y_{kk-abc} \cdot V_f^k, \quad (2.34)$$

onde o vetor V_f^k é o negativo da tensão pré-falta na barra k e $Y_{kk-abc} = Z_{kk-abc}^{-1}$.

Segundo (LAUGHTON, 1969), a representação e análise de um SEP em componentes de fase permitem que qualquer desequilíbrio no sistema pode ser representado e diferentes condições de faltas podem ser analisadas, considerando, inclusive, sistemas que não sejam trifásicos.

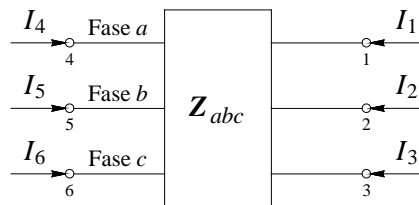


Figura 6 Elemento trifásico passivo.

Fonte: (LAUGHTON, 1969).

O trabalho apresentado em (MAKRAM; BOU-RABEE; GIRGIS, 1987) expõe de maneira objetiva e singular a aplicação do MCF. Considera a necessidade do desenvolvimento de técnicas de simulação digital, com base em uma representação trifásica, para a determinação das correntes e tensões em um SDEE sujeito a faltas assimétricas, haja vista os desequilíbrios inerentes a tais sistemas. Conforme (MAKRAM; BOU-RABEE; GIRGIS, 1987), os SDEE são constituídos basicamente, para estudos de faltas, por três componentes: uma subestação transformadora, alimentadores e cargas. Seus modelos matriciais, em componentes de seqüências de fase, podem ser representados sumariamente conforme descrito a seguir:

- a) *Alimentadores Trifásicos*: podem ser representados por suas matrizes de impedâncias série, que considera o acoplamento mútuo entre as fases, obtidas a partir das equações de Carson modificadas (CARSON, 1926) e do método de redução de matrizes de Kron (KRON, 1952), em Ω , segundo:

$$Z_{ser-abc} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

onde Z_{aa} , Z_{bb} e Z_{cc} são as impedâncias próprias das fases e Z_{ab} , Z_{ac} e Z_{bc} as impedâncias mútuas;

b) *Transformadores*: transformadores trifásicos de dois enrolamentos podem ser representados por uma matriz de impedâncias, em Ω , de acordo com:

$$\mathbf{Z}_{tr-abc} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix}, \quad (2.36)$$

onde Z_p e Z_m são as impedâncias própria e mútua dos enrolamentos, respectivamente;

c) *Cargas Trifásicas*: conectadas em delta ou estrela podem ser representadas por uma matriz de impedâncias, em Ω , de acordo com:

$$\mathbf{Z}_{cg-abc} = \begin{bmatrix} \frac{|V_a|^2}{P_a - jQ_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{|V_b|^2}{P_b - jQ_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{|V_c|^2}{P_c - jQ_c} \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

onde $P_{a,b,c}$ e $Q_{a,b,c}$ são a potência ativa e reativa respectivamente de cada fase e $V_{a,b,c}$ é a tensão de fase da barra em que está conectada a carga.

A determinação das correntes de curtos-circuitos é feita utilizando a matriz impedância trifásica de barra da expressão (2.26). Contudo, a matriz impedância trifásica de barra é obtida a partir da matriz admitância trifásica de barra conforme:

$$\mathbf{Z}_{bar-abc} = \mathbf{Y}_{bar-abc}^{-1}. \quad (2.38)$$

A matriz $\mathbf{Y}_{bar-abc}$ é construída conforme a seguinte sistemática:

elementos da diagonal principal:
$$[\mathbf{Y}_{abc}]_{i,i} = \sum_{j=1}^n [\hat{\mathbf{Y}}_{abc}]_{i,j} + [\hat{\mathbf{Y}}_{abc}]_{i,0} \quad (2.39)$$

elementos fora da diagonal:
$$[\mathbf{Y}_{abc}]_{i,j} = -[\hat{\mathbf{Y}}_{abc}]_{i,j} \quad (2.40)$$

Onde $[\hat{\mathbf{Y}}_{abc}]_{i,j}$ é o inverso das submatrizes (2.35) e (2.36) e representa os elementos conectados entre os nós i e j de um sistema de distribuição; $[\hat{\mathbf{Y}}_{abc}]_{i,0}$ é o inverso da submatriz (2.37) e representa a admitância conectada à terra. Para um sistema de n barras é obtida a matriz $\mathbf{Y}_{bar-abc}$ de dimensão $3n \times 3n$.

O cálculo da corrente de curto-circuito é antecedido pela determinação das tensões pré-falta por meio de um algoritmo de fluxo de potência trifásico. Desta forma, para uma falta na barra k , a nova matriz impedância trifásica de barra, de ordem três, é dada pela equação (2.41):

$$\mathbf{Z}_{nova-abc}^{(k,k)} = \mathbf{Z}_{bar-abc}^{(k,k)} + \mathbf{Z}_{f-abc}^k, \quad (2.41)$$

onde \mathbf{Z}_{f-abc}^k é a matriz impedância de falta.

Logo, a corrente de falta é determinada segundo a lei de Ohm:

$$\mathbf{I}_{f-abc}^k = \mathbf{Y}_{nova-abc}^{(k,k)} \cdot \mathbf{V}_{f-abc}^k, \quad (2.42)$$

onde

$$\mathbf{Y}_{nova-abc}(k,k) = \mathbf{Z}_{nova-abc}^{-1}(k,k), \quad (2.43)$$

em que o vetor \mathbf{V}_{f-abc}^k é o negativo da tensão pré-falta na barra k .

O pioneirismo deste trabalho reflete-se na aplicação conjunta das seguintes abordagens:

- modelos matriciais trifásicos, especialmente o modelo de linha descrito em (ANDERSON, 1973);
- extensão da técnica de implementação da matriz admitância trifásica de barra, que é descrita em (STEVENSON, 1986) para uma única fase;
- aplicação do princípio da superposição para determinação das tensões pós-falta nas barras do sistema, conforme (STEVENSON, 1955);
- utilização do teorema de Thévenin na determinação das correntes de curtos-circuitos, a partir de operações envolvendo apenas os elementos da diagonal principal da matriz impedância trifásica de barra, segundo (STAGG; EL-ABIAD, 1968).

Todavia, o modelo dos alimentadores não considera a capacitância da linha e a estrutura da matriz \mathbf{Z}_{tr-abc} resulta da operação mostrada na expressão (2.28) e da consideração de que $Z_1 = Z_2$ na equação (2.29).

De acordo com (KERSTING; PHILLIPS, 1990), o emprego do MCF na análise de SDEE mostra-se adequado, haja vista o grau de desequilíbrio inerente a esses sistemas. Um SDEE com características radiais pode ser modelado, para efeitos de estudos de curtos-circuitos, conforme a Figura 7.

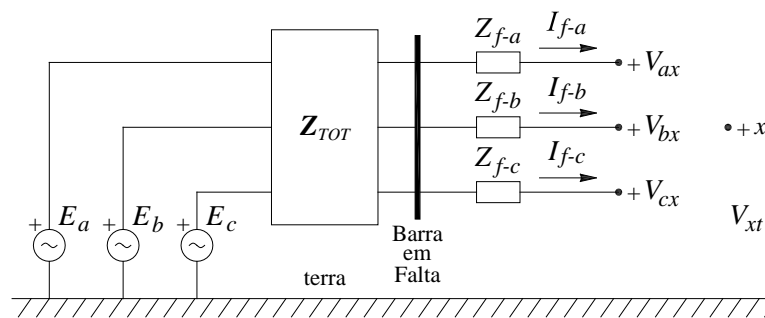


Figura 7 Modelo equivalente de um SDEE sob condições de falta.

Fonte: (KERSTING; PHILLIPS, 1990).

Nesta Figura, Z_{f-a} , Z_{f-b} e Z_{f-c} são as impedâncias de falta das fases a , b e c ; \mathbf{Z}_{TOT} é a matriz de impedância trifásica equivalente total vista a montante da barra em falta; V_{ax} , V_{bx} e V_{cx} são as tensões entre as fases a , b e c , respectivamente, e o ponto x ; V_{xt} é a tensão entre o ponto x e a terra; I_{f-a} , I_{f-b} e I_{f-c} são as correntes de falta nas fases a , b e c . A matriz \mathbf{Z}_{TOT} inclui a impedância total da linha, a partir da barra em falta, a impedância do transformador da subestação e a impedância equivalente do sistema de transmissão.

O desenvolvimento analítico apresentado em (KERSTING; PHILLIPS, 1990) resulta em um conjunto de equações que pode ser usado para determinar a corrente

das faltas típicas dos SEP, conforme é mostrado a seguir. A aplicação da lei das tensões de Kirchhoff no sistema da Figura 7 resulta na expressão (2.44):

$$\begin{bmatrix} I_{f-a} \\ I_{f-b} \\ I_{f-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} IP_a \\ IP_b \\ IP_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ax} \\ V_{bx} \\ V_{cx} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{xt} \\ V_{xt} \\ V_{xt} \end{bmatrix}. \quad (2.44)$$

Onde:

$$\begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} = (\mathbf{Z}_{TOT} + \mathbf{Z}_{f-abc})^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{aa}+Z_{f-a} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb}+Z_{f-b} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc}+Z_{f-c} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.45)$$

e

$$\begin{bmatrix} IP_a \\ IP_b \\ IP_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Logo, o conjunto de equações que resulta da expressão (2.44) pode ser utilizado para a determinação das correntes de falta segundo a expressão (2.47):

$$\begin{cases} I_{f-a} = IP_a - (Y_{aa} \cdot V_{ax} + Y_{ab} \cdot V_{bx} + Y_{ac} \cdot V_{cx}) - Y_a \cdot V_{xt} \\ I_{f-b} = IP_b - (Y_{ba} \cdot V_{ax} + Y_{bb} \cdot V_{bx} + Y_{bc} \cdot V_{cx}) - Y_b \cdot V_{xt} \\ I_{f-c} = IP_c - (Y_{ca} \cdot V_{ax} + Y_{cb} \cdot V_{bx} + Y_{cc} \cdot V_{cx}) - Y_c \cdot V_{xt} \end{cases}, \quad (2.47)$$

onde:

$$\begin{cases} Y_a = Y_{aa} + Y_{ab} + Y_{ac} \\ Y_b = Y_{ba} + Y_{bb} + Y_{bc} \\ Y_c = Y_{ca} + Y_{cb} + Y_{cc} \end{cases}. \quad (2.48)$$

A substituição dos valores das tensões e das impedâncias equivalentes em (2.47) resulta nas correntes de falta. A teoria desenvolvida em (KERSTING; PHILLIPS, 1990) é incorporada a um programa computacional e aplicada a um estudo de caso para demonstrar os resultados das simulações de faltas assimétricas em um SDEE radial de 34 barras.

Em (WANG; QING CHEN; ZHOU, 2008) é apresentado um algoritmo, adequado para utilização em computadores digitais, para análise de faltas simultâneas⁹ em sistemas desequilibrados. O algoritmo baseia-se na teoria multi-portas, no MCF e considera os modelos propostos em (LAUGHTON, 1968) para a representação trifásica dos componentes do sistema. Segundo (WANG; QING CHEN; ZHOU, 2008), se um curto-circuito for visto como uma porta, um SDEE sob condições de falta pode ser descrito por um sistema multi-portas, como mostrado na Figura 8, onde a direção da corrente de falta I_{fi} e da corrente de porta I_{pi} é a mesma e os nós f e t de todas as

⁹ Duas ou mais faltas ocorrendo simultaneamente em dois pontos distintos do sistema (MAKRAM; BOU-RABEE; GIRGIS, 1987).

portas são trifásicos e correspondem ao ponto da falta e ao ponto da terra respectivamente.

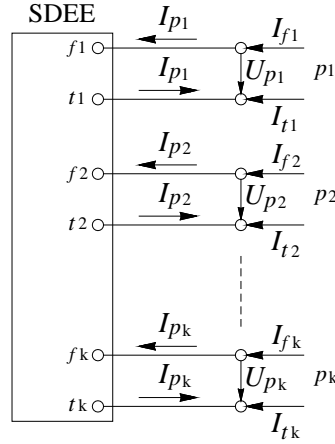


Figura 8 Modelo de sistema multi-portas.

Fonte: (WANG; QING CHEN; ZHOU, 2008).

O sistema da Figura 8 pode ser descrito segundo a expressão (2.49):

$$\mathbf{U}_p = \mathbf{Z}_p \cdot \mathbf{I}_p + \mathbf{U}_{p(0)}, \quad (2.49)$$

isto é

$$\begin{bmatrix} U_{p1} \\ U_{p2} \\ \vdots \\ U_{pk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{p1p1} & Z_{p1p2} & \cdots & Z_{p1pk} \\ Z_{p2p1} & Z_{p2p2} & \cdots & Z_{p2pk} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{pkp1} & Z_{pkp2} & \cdots & Z_{pkpk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{p1} \\ I_{p2} \\ \vdots \\ I_{pk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{p1(0)} \\ U_{p2(0)} \\ \vdots \\ U_{pk(0)} \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

Onde:

U_{pi} é a tensão de porta da porta i , $U_{pi} = [U_{pi-a} \ U_{pi-b} \ U_{pi-c}]^T$;

I_{pi} é a corrente de porta da porta i , $I_{pi} = [I_{pi-a} \ I_{pi-b} \ I_{pi-c}]^T$;

$U_{pi(0)}$ é a tensão de circuito aberto da porta i , $U_{pi(0)} = [U_{pi-a(0)} \ U_{pi-b(0)} \ U_{pi-c(0)}]^T$;

Z_{pipj} é a submatriz de Z_p que representa as impedâncias mútuas entre as portas i e j ;

Z_{pipi} é a submatriz de Z_p que representa as impedâncias próprias da porta i .

As faltas que ocorrem nos SDEE podem ser divididas em faltas paralelas ou *shunt* e série¹⁰ (MAKRAM; BOU-RABEE; GIRGIS, 1987). De acordo com (WANG; QING CHEN; ZHOU, 2008), um sistema típico sob faltas simultâneas pode ser representado pela Figura 9. Onde Z_{kha} , Z_{kfb} , Z_{kfc} e Z_t são as impedâncias de falta para o caso de faltas paralelas; Z_{kza} , Z_{kzb} e Z_{kzc} são as impedâncias para o caso de falta série; U_{kha} , U_{kfb} e U_{kfc} são as tensões trifásicas de falta da porta k para faltas *shunt*; U_{kza} , U_{kzb} e U_{kzc} são as tensões trifásicas de falta da porta k para faltas série;

¹⁰ Uma falta *shunt* é uma falta que ocorre entre fases ou entre fases e a terra, enquanto uma falta série decorre do rompimento de um dos condutores de um circuito trifásico (MAKRAM; BOU-RABEE; GIRGIS, 1987).

I_{kha} , I_{khb} e I_{khc} são as correntes trifásicas de falta da porta k para faltas *shunt*; I_{kza} , I_{kzb} e I_{kzc} são as correntes no caso de faltas série.

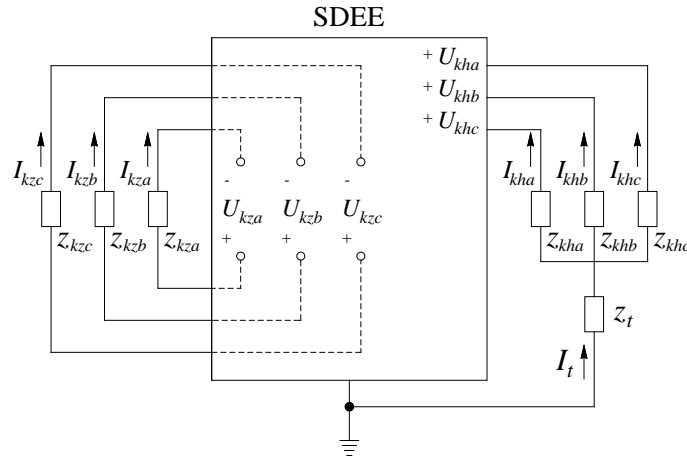


Figura 9 Modelo típico de um SDEE sob condições de falta (modificado).

Fonte: (WANG; QING CHEN; ZHOU, 2008).

Desta forma, para uma falta paralela, a partir da Figura 9, é possível escrever:

$$\mathbf{U}_{kh} = -\mathbf{Z}_{kh} \cdot \mathbf{I}_{kh}, \quad (2.51)$$

onde

$$\mathbf{U}_{kh} = \begin{bmatrix} U_{kha} \\ U_{khb} \\ U_{khc} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{kh} = \begin{bmatrix} I_{kha} \\ I_{khb} \\ I_{khc} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{Z}_{kh} = \begin{bmatrix} Z_{kha} + Z_t & Z_t & Z_t \\ Z_t & Z_{khb} + Z_t & Z_t \\ Z_t & Z_t & Z_{khc} + Z_t \end{bmatrix}.$$

E, para uma falta série:

$$\mathbf{U}_{kz} = -\mathbf{Z}_{kz} \cdot \mathbf{I}_{kz}, \quad (2.52)$$

onde

$$\mathbf{U}_{kz} = \begin{bmatrix} U_{kza} \\ U_{kzb} \\ U_{kzc} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{kz} = \begin{bmatrix} I_{kza} \\ I_{kzb} \\ I_{kzc} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{Z}_{kz} = \begin{bmatrix} Z_{kza} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{kzb} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{kzc} \end{bmatrix}.$$

Comparando as expressões (2.51) e (2.52) é possível observar uma estrutura semelhante entre estas equações, sendo exequível reescrevê-las sob a forma:

$$\mathbf{U}_{pi} = -\mathbf{Z}_{Gi} \cdot \mathbf{I}_{pi}, \quad (2.53)$$

onde

$$\mathbf{Z}_{Gi} = \begin{bmatrix} Z_{Giaa} & Z_{Giab} & Z_{Giac} \\ Z_{Giba} & Z_{Gibb} & Z_{Gibc} \\ Z_{Gica} & Z_{Gicb} & Z_{Gicc} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

e \mathbf{Z}_{Gi} representa a matriz impedância de falta.

Entretanto, quando ocorrem k faltas, as condições de contorno podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} U_{p1} \\ U_{p2} \\ \vdots \\ U_{pk} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{G1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_{G2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{Z}_{Gk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{p1} \\ \mathbf{I}_{p2} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{pk} \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

simplificada conforme:

$$U_p = -\mathbf{Z}_G \cdot \mathbf{I}_p. \quad (2.56)$$

Deste modo, conforme (WANG; QING CHEN; ZHOU, 2008), a substituição da expressão (2.56) em (2.49) resulta na equação que determina as correntes de faltas das portas, considerando faltas simultâneas, dada pela equação (2.57):

$$\mathbf{I}_p = -(\mathbf{Z}_p + \mathbf{Z}_G)^{-1} \cdot U_{p(0)}. \quad (2.57)$$

A partir da expressão (2.57) é possível obter as correntes I_k injetadas em vários nós do sistema da Figura 9.

2.3 CONSIDERAÇÕES

Nesta revisão bibliográfica foram apresentadas as publicações mais importantes ao longo de meio século de pesquisas relacionadas à utilização dos métodos de componentes simétricas e de fase. É possível verificar que a aplicação do MCF, no estudo de sistemas desequilibrados sob condições de faltas, tornou-se viável após o desenvolvimento de algoritmos e programas aplicados a computadores digitais com razoável capacidade de processamento. Ainda que as principais vantagens da aplicação do método de coordenadas de fase são o grau de detalhamento matemático, representativo das estruturas físicas dos SEP, e a flexibilidade da modelagem das diversas configurações dos sistemas elétricos. Essas vantagens resultam em importantes e necessárias características para a realização de um estudo analítico de SDEE sob condições de falta, que é o escopo desta dissertação. Uma contextualização dos SDEE no cenário dos SEP e a apresentação formal dos modelos matemáticos que compõem tais sistemas são feitas no próximo capítulo.

3 SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A revisão apresentada no Capítulo 2 mostrou a evolução do MCF na análise de sistemas elétricos faltosos, particularmente sistemas desequilibrados. Este Capítulo apresenta a contextualização dos SDEE no cenário dos sistemas elétricos de potência, a formalização conceitual de sistemas desequilibrados, a quantificação dos desequilíbrios e os modelos que representam os elementos que compõem um SDEE do ponto de vista da análise de curto-circuito.

3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Os SEP possuem essencialmente a finalidade de gerar energia elétrica em quantidades suficientes e nos locais mais apropriados, transmiti-la em grandes quantidades aos centros de carga e então distribuí-la aos consumidores individuais, em forma e qualidade¹ apropriada e com menor custo ecológico e econômico possível (ELGERD, 1977). Segundo (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005), devem contar com capacidade de produção e transporte que atenda ao suprimento, num dado intervalo de tempo, da energia consumida e da máxima solicitação instantânea de potência ativa, haja vista a impossibilidade do armazenamento da energia elétrica para as demandas em questão.

A estrutura operacional típica de um SEP pode ser dividida em três grandes blocos:

- a) **Geração**², que perfaz a função de converter alguma forma de energia em energia elétrica;
- b) **Transmissão**, que é responsável pelo transporte da energia elétrica dos centros de produção aos de consumo;
- c) **Distribuição**, que distribui a energia elétrica recebida do sistema de transmissão aos grandes, médios e pequenos consumidores.

A Figura 10 apresenta um diagrama unifilar característico de um SEP, onde é possível identificar os três grandes blocos acima citados. Observa-se que o sistema de transmissão opera, no caso geral, em malha, o de subtransmissão opera radialmente e o sistema de distribuição opera, geralmente, de forma radial, podendo operar em malha (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

¹ A literatura técnica define e/ou conceitua tipicamente a QEE a partir das grandezas elétricas características de um SEP, ou seja, tensão, corrente e frequência e diz respeito aos desvios destas em torno de valores ideais.

² Apesar de não haver geração de energia, mas a transformação da energia de alguma natureza, tais como potencial hidráulica, mecânica, cinética ou térmica em energia elétrica, este termo é aqui aplicado pela sua consagração na engenharia elétrica.

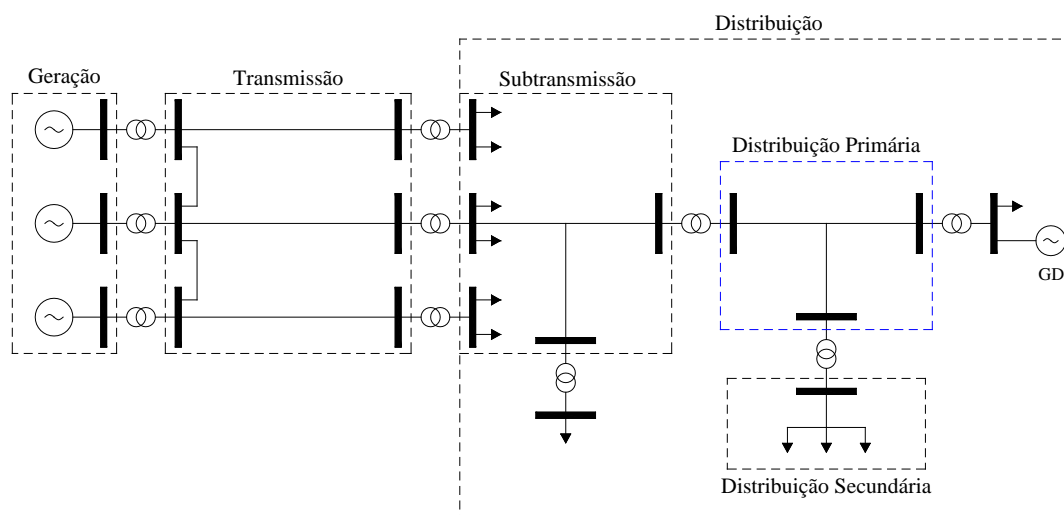


Figura 10 Diagrama unifilar de um sistema elétrico de potência (modificado).

Fonte: (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2005).

3.2 DEFINIÇÃO E ELEMENTOS ESTRUTURAIS PRINCIPAIS

Os sistemas de distribuição de energia elétrica, escopo principal deste trabalho, representam um importante e complexo campo de pesquisas no estado da arte. Importante, pois alimentam³ uma quantidade considerável de pequenos e médios consumidores, dentre estes, indústrias de porte médio com grande participação na economia pela produção de bens e insumos. Complexo, visto que utilizam avançadas tecnologias operacionais e estruturais que envolvem linhas aéreas e subterrâneas, sistemas de proteção, medição e controle e, em tempos mais recentes, a inserção de pequenas unidades de geração, denominadas Geração Distribuída (GD).

Os SDEE podem ser definidos a partir do conjunto de estruturas, equipamentos e dispositivos destinados à transferência da energia elétrica, no instante em que for solicitada, proveniente dos sistemas de transmissão, em distintos níveis de tensão, para os diferentes consumidores distribuídos em áreas urbanas ou rurais. Um SDEE, tipicamente, é composto por uma subestação de distribuição que é alimentada por uma ou mais linhas de transmissão ou de subtransmissão. Cada subestação, por sua vez, pode suprir uma ou mais linhas de distribuição⁴ primária. Estas linhas são normalmente radiais, ou seja, o fluxo de potência apresenta um sentido único, da subestação de distribuição para as cargas (KERSTING, 2002).

A inserção de pequenas unidades ou grupos de pequenas unidades geradoras de energia elétrica modifica a estrutura e o modo de operação dos SDEE, considerados radiais antes da inserção da GD. A alteração do fluxo de potência, variações nas correntes de falta devido à influência dinâmica da GD e modificações nos sistemas de proteção são algumas das significativas mudanças verificadas (DUGAN; RIZY, 1984; CARPINELLI; CELLI; PILO; RUSSO, 2001). Com a inserção da GD novos

³ Nesta dissertação, este termo tem como sinônimo único “o suprimento ou fornecimento de energia elétrica”.

⁴ Conjunto de estruturas, utilidades, condutores e equipamentos elétricos, aéreos ou subterrâneos, utilizados para a transformação e a distribuição da energia elétrica, operando em baixa e/ou média tensão de distribuição. Geralmente, as linhas são circuitos radiais e as redes são circuitos malhados ou interligados (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2007).

equipamentos direcionais de proteção devem ser incorporados para uma eficaz proteção do sistema, pois, conforme (HOROWITZ; PHADKE, 2008), os tradicionais SDEE são comumente constituídos por relés não direcionais de sobrecorrente.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros elétricos e estruturais característicos de um SDEE e a Figura 11 mostra um diagrama unifilar típico. Nesta figura é possível observar os principais equipamentos e dispositivos de um SDEE, tais como: transformadores, disjuntores de proteção, regulador de tensão, religador, chave seccionadora com fusível, para-raios poliméricos e, especialmente, as linhas de distribuição conectadas ao barramento⁵ da subestação de distribuição, denominado Ponto de Acoplamento Comum (PAC).

Tabela 1 Parâmetros de um SDEE urbano brasileiro com alimentadores aéreos.

	Valores Típicos	Outros Valores Comuns
<i>Características da Subestação</i>		
Tensão Nominal	13,8 kV ; 23,1 kV	69 kV
Número de Transformadores	2	1 – 6
Potência dos Transformadores	20 MVA	5 – 60 MVA
Número de Alimentadores por Barramento	6	1 – 8
<i>Características dos Alimentadores</i>		
Corrente Máxima	400 A	100 – 600 A
Potência Máxima de Carga	7 MVA	1 – 15 MVA
Número de Consumidores	4.000	50 – 10.000
Comprimento da Linha	6.400 m	3.200 – 24.000 m
Comprimento Incluindo as Laterais	12.800 m	6.400 – 40.200 m
Área Coberta	64 km ²	1,3 – 1.300 km ²
Comprimento das Laterais	800 m	320 – 8.000 m
Potência dos Transformadores de Distribuição	75 kVA	25 – 225 kVA

3.3 SISTEMAS INERENTEMENTE DESEQUILIBRADOS

Um sistema trifásico e equilibrado deve satisfazer, simultaneamente, as seguintes condições (OLIVEIRA; SCHMIDT; KAGAN; ROBBA, 1996):

- I. *Sistema de tensões trifásico simétrico;*
- II. *Linha de distribuição primária equilibrada:* alimentador trifásico na qual se verificam as seguintes relações: impedâncias próprias (Z_p) das fases iguais entre si ($Z_{aa}=Z_{bb}=Z_{cc}=Z_p$) e impedâncias mútuas (Z_m) entre as fases iguais entre si ($Z_{ab}=Z_{ac}=Z_{bc}=Z_m$);
- III. *Carga trifásica equilibrada ou balanceada:* carga trifásica constituída por três impedâncias iguais, ligadas em delta ou em estrela.

Entretanto, se uma das condições acima descritas não é atendida o sistema é caracterizado como desequilibrado.

⁵ Conjunto de barras de uma subestação, de mesma tensão nominal, com seus suportes e acessórios, que permite a conexão dos equipamentos (OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO, 2009).

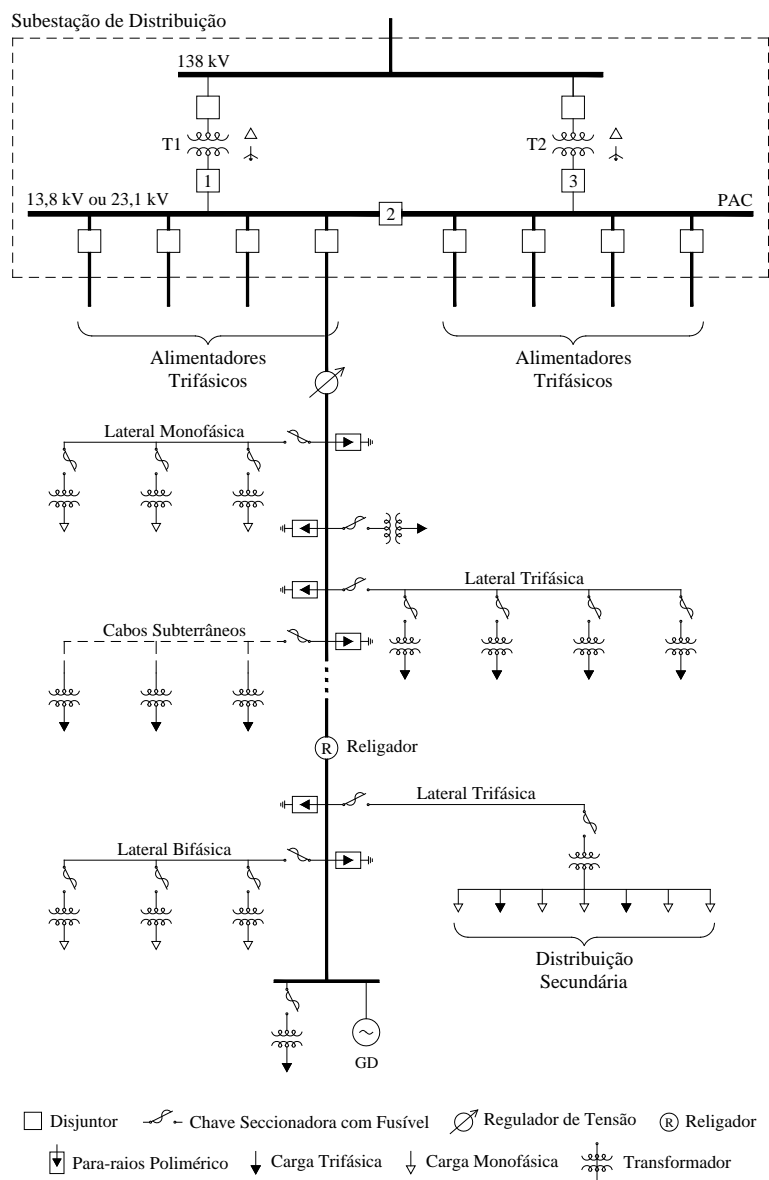


Figura 11 Diagrama unifilar de um SDEE (modificado).

Fonte: (SHORT, 2004).

Os SDEE são inerentemente desequilibrados devido às suas características estruturais e de operação. Do ponto de vista estrutural, segundo (ANDERSON, 1973; VON JOUANNE; BANERJEE, 2001), as principais causas podem ser:

- o espaçamento assimétrico entre as fases, que pode observado na Figura 12, a utilização de diferentes condutores nas fases e a não transposição dos alimentadores que resultam em impedâncias mútuas diferentes entre os condutores;
- diferentes impedâncias dos enrolamentos de transformadores trifásicos ou de transformadores monofásicos conectados para formar um banco trifásico de transformadores.

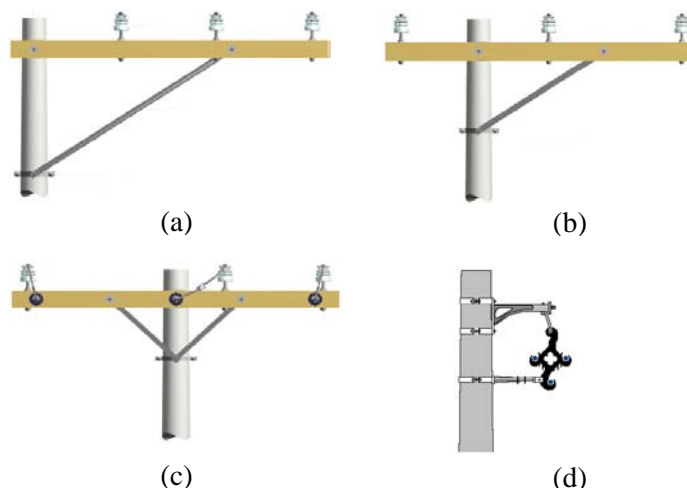


Figura 12 Estruturas típicas de sustentação dos condutores de alimentadores aéreos.

Fonte: (RIO GRANDE ENERGIA, 2009).

No entanto, conforme (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS, 2009) as causas operacionais podem estar relacionadas à:

- presença de cargas monofásicas ou cargas trifásicas desbalanceadas;
- queima de um fusível em uma das fases de um banco trifásico de capacitores;
- uma condição monofásica, durante a qual uma das fases de um circuito trifásico está sob falta, em curto-circuito ou desenergizada;
- natureza estocástica da variação de demanda em cada fase, para cargas monofásicas.

As causas dos desequilíbrios, descritas anteriormente, apresentam características qualitativas e relacionam-se com as consequências que tais desequilíbrios ocasionam no funcionamento de máquinas e equipamentos elétricos. Entretanto, a análise quantitativa exprime, por meio de um fator, o grau de desequilíbrio de um sistema elétrico a partir dos valores de tensão e corrente medidos e/ou calculados nos barramentos deste sistema, conforme apresentado a seguir.

3.3.1 Definição e Quantificação do Índice de Desequilíbrio

Por definição, um sistema de tensões trifásico e equilibrado ou simétrico pode ser representado, no domínio do tempo, pelo sistema de equações a seguir:

$$\begin{cases} v_a = V_M \cdot \cos(\omega t + \varphi) \\ v_b = V_M \cdot \cos(\omega t - 2\pi/3 + \varphi), \\ v_c = V_M \cdot \cos(\omega t + 2\pi/3 + \varphi) \end{cases} \quad (3.1)$$

ou seja, por um conjunto de três cossenóides de mesmo valor máximo V_M , mesma frequência angular ω e defasadas entre si por $2\pi/3$ radianos. Onde os sub-índices a , b e c representam as fases.

Em notação fasorial, o conjunto de tensões de fase da expressão (3.1) pode ser escrito conforme:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_a = V_{eficaz} \angle 0^\circ + \varphi \\ \mathbf{V}_b = V_{eficaz} \angle -120^\circ + \varphi, \\ \mathbf{V}_c = V_{eficaz} \angle 120^\circ + \varphi \end{cases} \quad (3.2)$$

em que $V_{eficaz} = \frac{V_M}{\sqrt{2}}$.

Uma particularidade de um sistema de tensões trifásico e equilibrado é que a soma dos três fasores da expressão (3.2) é zero, ou seja:

$$\mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c = 0. \quad (3.3)$$

A partir da equação (3.3) é possível conceituar o desequilíbrio de tensão como sendo um fenômeno associado a alterações das características trifásicas de um sistema de tensões com as propriedades apresentadas nas expressões (3.1) e (3.2). Segundo (PILLAY; MANYAGE, 2001; SINGH; SINGH; MITRA, 2007), em um sistema elétrico trifásico, o desequilíbrio de tensão é caracterizado quando as amplitudes das tensões de fase ou linha são diferentes ou os ângulos de fase diferem das condições equilibradas ou quando essas duas condições ocorrem simultaneamente.

3.3.1.1 Métodos Para o Cálculo do Fator de Desequilíbrio de Tensão

O Fator de Desequilíbrio de Tensão (FDT), denominado pela literatura técnica como fator K, é o indicador mais utilizado para avaliar quantitativamente o grau de desequilíbrio no PAC dos sistemas de distribuição. De acordo com (SINGH; SINGH; MITRA, 2007), existem cinco métodos para o cálculo do fator K, a saber: NEMA⁶, IEEE⁷-1, IEEE-2, CIGRÉ⁸ e Componentes Simétricas. Cabe ressaltar que as equações que se seguem poderiam ter sido escritas para correntes em vez de tensões.

O método NEMA, segundo (PILLAY; MANYAGE, 2001; SINGH; SINGH; MITRA, 2007), define que o FDT pode ser determinado a partir da equação (3.4):

$$K\% = \frac{\text{Máx} [|V_{ab} - V_{lin-méd}|], [|V_{bc} - V_{lin-méd}|], [|V_{ca} - V_{lin-méd}|]}{|V_{lin-méd}|} \cdot 100\%, \quad (3.4)$$

onde $V_{lin-méd}$ é a média aritmética das tensões de linha, ou seja,

$$V_{lin-méd} = \frac{V_{ab} + V_{bc} + V_{ca}}{3} \quad (3.5)$$

e V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} são as tensões de linha. Este método considera o módulo das tensões e indiretamente os ângulos de fase, pois os ângulos de fase afetam as tensões de linha.

O método IEEE-1, conforme (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS, 1991; PILLAY; MANYAGE, 2001; SINGH; SINGH; MI-

⁶ National Electrical Manufacturers Association.

⁷ Institute of Electrical and Electronic Engineers.

⁸ International Council on Large Electric Systems.

TRA, 2007), utiliza as tensões de fase na equação (3.4) para determinar o fator K, conforme:

$$K\% = \frac{\text{Máx} [|V_a - V_{fas-méd}|], [|V_b - V_{fas-méd}|], [|V_c - V_{fas-méd}|]}{|V_{fas-méd}|} \cdot 100\% , \quad (3.6)$$

onde $V_{fas-média}$ é a média aritmética das tensões fase-terra, ou seja,

$$V_{fas-média} = \frac{V_a + V_b + V_c}{3} \quad (3.7)$$

e V_a , V_b e V_c são as tensões de fase. Neste método, a informação do ângulo de fase é perdida e somente o módulo é considerado.

O método IEEE-2, de acordo com (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS, 1996; SINGH; SINGH; MITRA, 2007), define que o FDT pode ser obtido segundo a expressão (3.8):

$$K\% = \frac{\text{Máx} [|V_a|, |V_b|, |V_c|] - \text{Mín} [|V_a|, |V_b|, |V_c|]}{|V_{fas-méd}|} \cdot 100\% , \quad (3.8)$$

O método CIGRÉ expressa o fator K utilizando um termo que relaciona o módulo das tensões de linha (BEAULIEU; BOLLEN; MALGAROTTI; BALL, 2002; SINGH; SINGH; MITRA, 2007; INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS, 2009), conforme a expressão (3.9):

$$K\% = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{3 - 6 \cdot \beta}}{1 + \sqrt{3 - 6 \cdot \beta}}} \cdot 100\% , \quad (3.9)$$

onde

$$\beta = \frac{|V_{ab}|^4 + |V_{bc}|^4 + |V_{ca}|^4}{\left(|V_{ab}|^2 + |V_{bc}|^2 + |V_{ca}|^2 \right)^2} . \quad (3.10)$$

O método de Componentes Simétricas apresenta uma relação entre as componentes de sequência negativa e positiva para a determinação do FDT (DUGAN, 1996; PILLAY; MANYAGE, 2001; SINGH; SINGH; MITRA, 2007; INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS, 2009), expressa matematicamente em (3.11):

$$K\% = \frac{|V_2|}{|V_1|} \cdot 100\% . \quad (3.11)$$

As tensões de sequência positiva V_1 e negativa V_2 podem ser obtidas conforme as equações (2.9) e (2.8), resultando nas expressões (3.12) e (3.13):

$$V_2 = (V_{ab} + a^2 \cdot V_{bc} + a \cdot V_{ca}) / 3, \quad (3.12)$$

$$V_1 = (V_{ab} + a \cdot V_{bc} + a^2 \cdot V_{ca}) / 3, \quad (3.13)$$

onde $a = 1 \angle 120^\circ$. Alternativamente, as tensões de fase V_a , V_b e V_c podem ser utilizadas nas expressões (3.12) e (3.13). Este método, definido pela literatura técnica como o “valor verdadeiro” do FDT, considera tanto o módulo das tensões quanto os ângulos de fase em seu equacionamento, sendo sua utilização fortemente indicada em

substituição a outros métodos por representar diretamente o fenômeno de interesse sem aproximações (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS, 2009).

Desta forma, o grau de desequilíbrio de um sistema é determinado a partir dos valores fasoriais de tensão ou corrente na barra que se deseja avaliar, sendo normalmente o PAC escolhido para análise. Assim, qualquer assertiva fundamentada no desequilíbrio de um sistema só tem sentido se relacionada a essas grandezas.

3.4 REPRESENTAÇÕES EQUIVALENTES

Segundo (BERMAN; XU, 1998), um sistema elétrico trifásico, em coordenadas de fase, pode ser representado por uma rede composta de três fases separadas, conforme Figura 13, onde cada elemento do sistema é descrito por impedâncias ou admitâncias, inclusive os acoplamentos mútuos entre as fases. Esta representação, entretanto, é pouco utilizada, pois torna a análise bastante laboriosa mesmo para pequenos sistemas.

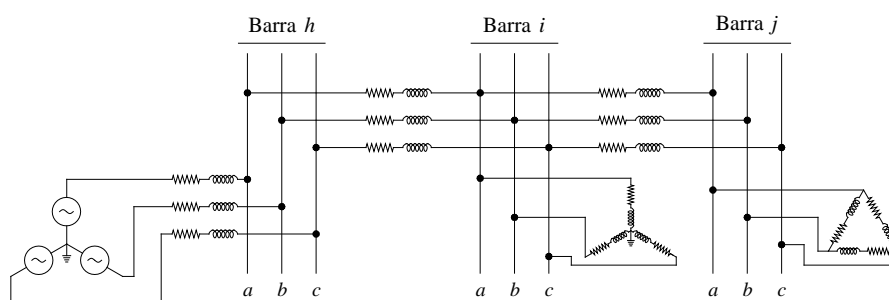


Figura 13 Representação por fases de um SDEE.

Fonte: (BERMAN; XU, 1998).

De forma distinta, um SDEE pode ser caracterizado por um diagrama unifilar, onde cada componente é representado por matrizes de impedâncias ou admitâncias, como mostrado na Figura 14, onde $E_{sis-abc}$ é o vetor de tensões trifásicas do sistema equivalente do STEE, Z_{tr-abc}^h é a matriz impedância trifásica do transformador conectado à barra h , $Z_{ser-abc}^{hi}$ é a matriz impedância trifásica série do alimentador entre as barras h e i , $Z_{ser-abc}^{ij}$ é a matriz impedância trifásica série do alimentador entre as barras i e j e Z_{cg-abc}^i e Z_{cg-abc}^j são as matrizes de impedâncias trifásicas das cargas conectadas às barras i e j respectivamente.

De acordo com (BERMAN; XU, 1998), as estruturas matriciais representativas dos elementos que compõem um SEP podem ser sumarizadas segundo a Tabela 2, onde cada tipo pode representar um ou mais elementos, conforme:

- **Tipo I:** transformador monofásico ou qualquer outro elemento desacoplado;
- **Tipo II:** linha idealmente transposta ou equilibrada, transformador trifásico e máquina elétrica rotativa de rotor cilíndrico com mútuas iguais entre fases;
- **Tipo III:** máquina elétrica rotativa de pólos salientes para efeitos de estudos de falta;

- **Tipo IV:** linha ou alimentador não transposto ou qualquer outro elemento desequilibrado.

O emprego das equações (2.24) e (2.28) nas estruturas matriciais da Tabela 2 permite, utilizando uma mudança de base, a obtenção de representações matriciais em componentes de seqüências a partir de coordenadas de fase e vice-versa.

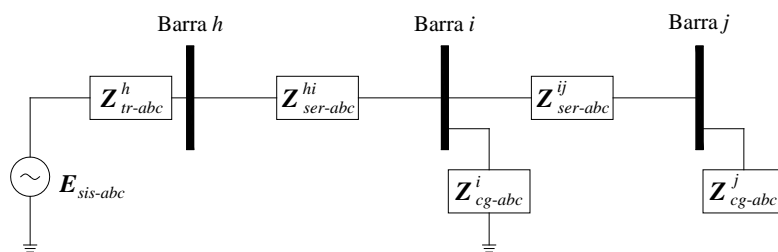


Figura 14 Diagrama unifilar matricial de um sistema de distribuição.

Para a análise proposta no Capítulo 4, os elementos fundamentais de um SDEE serão representados por seus modelos trifásicos, conforme ilustra a Figura 14. Desta forma, tais modelos são descritos a seguir considerando um SDEE típico.

Tabela 2 Estruturas das matrizes de impedâncias.

Matriz Tipo	Componentes de Fase			Componentes Simétricas		
I	Z	0	0	Z	0	0
	0	Z	0	0	Z	0
	0	0	Z	0	0	Z
II	Z_p	Z_m	Z_m	Z_0	0	0
	Z_m	Z_p	Z_m	0	Z_1	0
	Z_m	Z_m	Z_p	0	0	Z_1
III	Z_p	Z_{m1}	Z_{m2}	Z_0	0	0
	Z_{m2}	Z_p	Z_{m1}	0	Z_1	0
	Z_{m1}	Z_{m2}	Z_p	0	0	Z_2
IV	Z_{aa}	Z_{ab}	Z_{ac}	Z_{00}	Z_{01}	Z_{02}
	Z_{ba}	Z_{bb}	Z_{bc}	Z_{10}	Z_{11}	Z_{12}
	Z_{ca}	Z_{cb}	Z_{cc}	Z_{20}	Z_{21}	Z_{22}

Fonte: (BERMAN; XU, 1998).

Conforme descrito no Capítulo 2, para efeitos de análise de faltas, um SDEE pode ser representado basicamente por três blocos elementares: uma subestação transformadora, alimentadores e cargas (MAKRAM; BOU-RABEE; GIRGIS, 1987), ilustrado na Figura 15. De acordo com (KERSTING, 2002), para estes estudos o regulador de tensão é assumido estar na posição neutra, podendo ser desprezado. De maneira semelhante, disjuntores de proteção, religadores, chaves seccionadoras e para-raios podem ser desconsiderados. O sistema da Figura 14, mesmo que simplificado, apresenta, como será visto no Capítulo 4, uma elevada capacidade de repre-

sentação dos parâmetros que caracterizam um SDEE e o constituem como um sistema inerentemente desequilibrado.

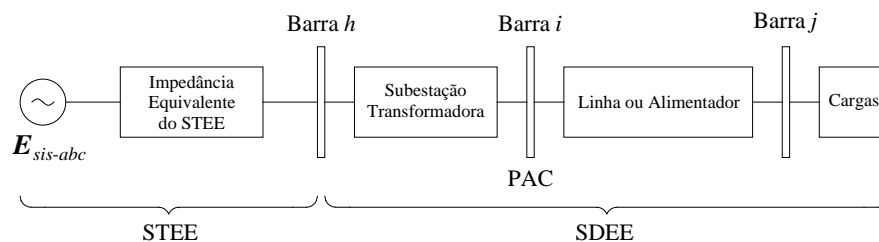


Figura 15 Modelo equivalente de um SDEE para análise de faltas.

3.4.1 Linha ou Alimentador de Distribuição de Energia Elétrica

Nos SDEE, os alimentadores podem ser considerados linhas elétricas curtas e, desta forma, serem representados por uma resistência em série com uma indutância, ou seja, por uma impedância série RL (STEVENSON, 1986). Contudo, dado o interesse em avaliar o efeito dos parâmetros trifásicos no desequilíbrio dos SDEE e considerando, ainda, conforme (SALIM, 2008), que o efeito capacitivo apresenta uma influência significativa em metodologias aplicadas a sistemas de distribuição, a utilização de um circuito π -trifásico a quatro condutores, conforme a Figura 16, determinado na frequência fundamental do sistema, mostra-se adequado para representar um alimentador, aéreo ou subterrâneo, entre as barras i e j (KERSTING, 2002).

Este modelo representa o acoplamento mútuo entre as fases e, também, as perdas paralelas ou *shunt* por meio de duas matrizes admitâncias conectadas no início e no final da linha, onde cada matriz reproduz a metade da capacitância total da linha. Assim, a natureza assimétrica da geometria dos alimentadores pode ser descrita por meio de parâmetros trifásicos em coordenadas de fase.

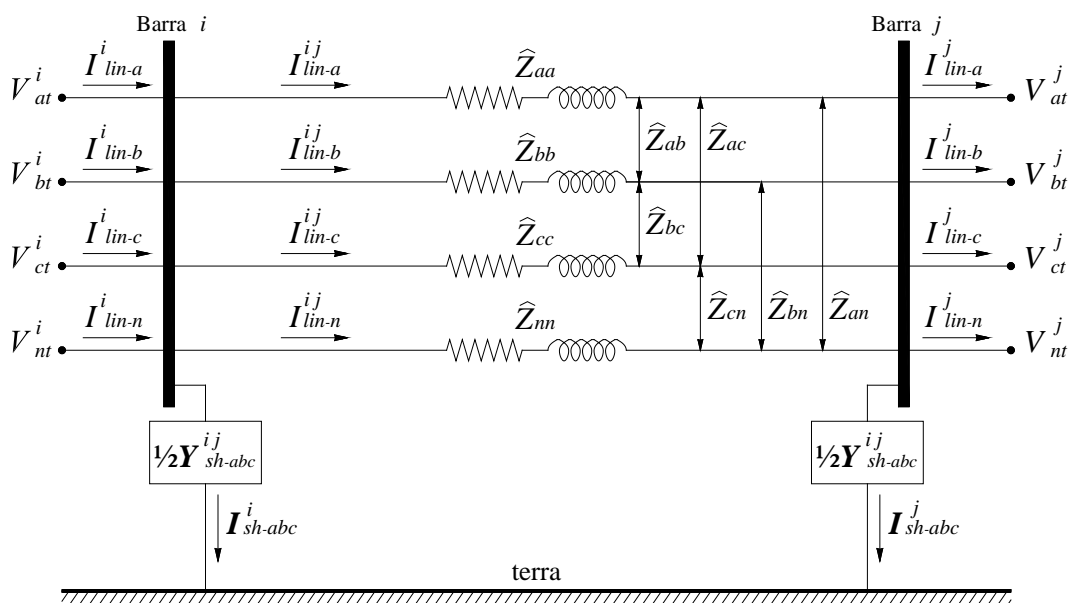


Figura 16 Segmento de linha de um SDEE (modificado).

Fonte: (KERSTING, 2002).

Na Figura 16, \hat{Z}_{aa} , \hat{Z}_{bb} , \hat{Z}_{cc} e \hat{Z}_{nn} são as impedâncias próprias das fases a , b e c respectivamente e do condutor neutro; \hat{Z}_{ab} , \hat{Z}_{ac} e \hat{Z}_{bc} são as impedâncias mútuas entre as fases; \hat{Z}_{an} , \hat{Z}_{bn} e \hat{Z}_{cn} são as impedâncias mútuas entre as fases a , b , e c e o condutor neutro; \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} é a matriz admitância trifásica *shunt*; V_{at} , V_{bt} e V_{ct} são as tensões fase-terra nas barras i e j ; V_{nt} são as tensões entre o condutor neutro e a terra nas barras i e j ; I_{lin-a}^i , I_{lin-b}^i , I_{lin-c}^i e I_{lin-n}^i são as correntes nas fases da linha e do neutro que entram na barra i ; I_{lin-a}^j , I_{lin-b}^j , I_{lin-c}^j e I_{lin-n}^j são as correntes nas fases da linha e do neutro que saem da barra j ; I_{lin-a}^{ij} , I_{lin-b}^{ij} , I_{lin-c}^{ij} e I_{lin-n}^{ij} são as correntes nas fases da linha e do neutro entre as barras i e j ; \mathbf{I}_{sh-abc} é o vetor das correntes de deslocamento das barras i e j .

A impedância série de uma linha ou alimentador, com um número arbitrário de condutores, pode ser determinada a partir das equações modificadas de Carson (ANDERSON, 1973; KERSTING, 2002). Estas equações determinam as impedâncias próprias e mútuas das linhas e consideram o espaçamento entre os condutores, bitola e resistência elétrica dos condutores, frequência de operação e resistividade do solo (ANDERSON, 1973; KERSTING, 2002), conforme as expressões (3.14) e (3.15):

$$\hat{z}_{ii} = r_i + k_1 + j \cdot \left(2\pi f \cdot k_2 \cdot \left(\ln \frac{D_e}{D_s} \right) \right), \quad (3.14)$$

e

$$\hat{z}_{ij} = k_1 + j \cdot \left(2\pi f \cdot k_2 \cdot \left(\ln \frac{D_e}{D_{ij}} \right) \right). \quad (3.15)$$

Onde:

\hat{z}_{ii} é a impedância própria do condutor i ;

\hat{z}_{ij} é a impedância mútua entre os condutores i e j , em Ω ;

r_i é a resistência do condutor i , em Ω/km ;

$k_1 = 9,8696 \cdot 10^{-3} \cdot f$;

$k_2 = 0,2 \cdot 10^{-3}$;

$D_e = 658,36 \cdot (\rho/f)^{1/2}$, em metros;

D_s é o raio médio geométrico do condutor, em metros;

D_{ij} é a distância entre os condutores i e j , em metros;

f é a frequência de operação do sistema, em Hertz;

ρ é a resistividade da terra, em $\Omega \cdot \text{m}$.

A partir das expressões (3.14) e (3.15) é possível escrever a matriz impedância série do segmento de linha da Figura 16, em Ω/km , segundo a equação (3.16):

$$\hat{\mathbf{Z}}_{ser-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa}^{ij} & \hat{Z}_{ab}^{ij} & \hat{Z}_{ac}^{ij} & \hat{Z}_{an}^{ij} \\ \hat{Z}_{ba}^{ij} & \hat{Z}_{bb}^{ij} & \hat{Z}_{bc}^{ij} & \hat{Z}_{bn}^{ij} \\ \hat{Z}_{ca}^{ij} & \hat{Z}_{cb}^{ij} & \hat{Z}_{cc}^{ij} & \hat{Z}_{cn}^{ij} \\ \hat{Z}_{na}^{ij} & \hat{Z}_{nb}^{ij} & \hat{Z}_{nc}^{ij} & \hat{Z}_{nn}^{ij} \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Onde $\hat{\mathbf{Z}}_{ser-abc}^{ij}$ é a matriz impedância série do segmento de linha conectado entre as barras i e j ; \hat{Z}_{aa} , \hat{Z}_{bb} , \hat{Z}_{cc} e \hat{Z}_{nn} são as impedâncias próprias das fases a , b e c respecti-

vamente e do condutor neutro; \hat{Z}_{ab} , \hat{Z}_{ac} e \hat{Z}_{bc} são as impedâncias mútuas entre as fases; \hat{Z}_{an} , \hat{Z}_{bn} e \hat{Z}_{cn} são as impedâncias mútuas entre as fases a , b , e c e o condutor neutro.

A matriz $\hat{\mathbf{Z}}^{ij}_{ser-abc}$ da expressão (3.16) pode ser particionada e reescrita conforme (3.17):

$$\hat{\mathbf{Z}}^{ij}_{ser-abc} = \begin{bmatrix} \left[\hat{Z}^{ij}_{xy} \right] & \left[\hat{Z}^{ij}_{xn} \right] \\ \left[\hat{Z}^{ij}_{ny} \right] & \left[\hat{Z}^{ij}_{nn} \right] \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

No sistema elétrico da Figura 16, se o condutor neutro estiver aterrado nas barras i e j e apresentar uma impedância desprezível as tensões V^i_{nt} e V^j_{nt} serão iguais a zero. Segundo (ANDERSON, 1973; KERSTING, 2002), tais considerações permitem a aplicação do método de redução de Kron em (3.17), conforme a equação (3.18):

$$\mathbf{Z}^{ij}_{ser-abc} = \left[\hat{Z}^{ij}_{xy} \right] - \left[\hat{Z}^{ij}_{xn} \right] \cdot \left[\hat{Z}^{ij}_{nn} \right]^{-1} \cdot \left[\hat{Z}^{ij}_{ny} \right]. \quad (3.18)$$

Desta forma, a matriz impedância série dada na expressão (3.16) pode ser reescrita, em Ω/km , segundo a equação (3.19):

$$\mathbf{Z}^{ij}_{ser-abc} = \begin{bmatrix} Z^{ij}_{aa} & Z^{ij}_{ab} & Z^{ij}_{ac} \\ Z^{ij}_{ba} & Z^{ij}_{bb} & Z^{ij}_{bc} \\ Z^{ij}_{ca} & Z^{ij}_{cb} & Z^{ij}_{cc} \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

É possível observar na expressão (3.18) que o efeito do condutor neutro é incorporado às fases a partir do método de redução de Kron (KRON, 1952) e, assim, a matriz (3.16) de ordem 4×4 é reduzida à ordem três. Entretanto, se o sistema não for constituído de neutro, a aplicação das expressões (3.14) e (3.15) resulta em uma matriz impedância série de ordem três.

Conforme (ANDERSON, 1973; KERSTING, 2002), o mesmo conceito utilizado para obter $\mathbf{Z}^{ij}_{ser-abc}$, ou seja, o método de imagens de condutores pode ser empregado para determinar a admitância *shunt* de linhas aéreas. O coeficiente de potencial próprio, em $\text{km}/\mu\text{F}$, é dado por:

$$\hat{P}_{ii} = k \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} \quad (3.20)$$

e o coeficiente de potencial mútuo, em $\text{km}/\mu\text{F}$, por:

$$\hat{P}_{ij} = k \cdot \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}}, \quad (3.21)$$

onde:

$$k = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_{ar}}. \quad (3.22)$$

Em que:

$k = 17,98746 \text{ km}/\mu\text{F}$ para linhas aéreas;

ϵ_{ar} é a permissividade do ar, em $\mu\text{F}/\text{km}$;

S_{ii} é a distância entre o condutor i e sua imagem i' , em metros;

S_{ij} é a distância entre o condutor i e a imagem do condutor j , em metros;

D_{ij} é a distância entre os condutores i e j , em metros;

RD_i é o raio do condutor i , em metros.

A partir das expressões (3.20) e (3.21) é possível escrever a matriz coeficiente de potencial do segmento de linha da Figura 16, em $\text{km}/\mu\text{F}$, segundo a equação (3.23):

$$\dot{\mathbf{P}}_{abc}^{ij} = \begin{bmatrix} \dot{P}_{aa}^{ij} & \dot{P}_{ab}^{ij} & \dot{P}_{ac}^{ij} & \dot{P}_{an}^{ij} \\ \dot{P}_{ba}^{ij} & \dot{P}_{bb}^{ij} & \dot{P}_{bc}^{ij} & \dot{P}_{bn}^{ij} \\ \dot{P}_{ca}^{ij} & \dot{P}_{cb}^{ij} & \dot{P}_{cc}^{ij} & \dot{P}_{cn}^{ij} \\ \dot{P}_{na}^{ij} & \dot{P}_{nb}^{ij} & \dot{P}_{nc}^{ij} & \dot{P}_{nn}^{ij} \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

onde $\dot{\mathbf{P}}_{abc}^{ij}$ é a matriz coeficiente de potencial do segmento de linha entre as barras i e j . Segundo (KERSTING, 2002), a aplicação do método de redução de Kron na expressão (3.23), de forma semelhante ao que foi feito em (3.18), resulta na matriz coeficiente de potencial, em $\text{km}/\mu\text{F}$, conforme expressão (3.24):

$$\mathbf{P}_{abc}^{ij} = \begin{bmatrix} P_{aa}^{ij} & P_{ab}^{ij} & P_{ac}^{ij} \\ P_{ba}^{ij} & P_{bb}^{ij} & P_{bc}^{ij} \\ P_{ca}^{ij} & P_{cb}^{ij} & P_{cc}^{ij} \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

Ainda, de acordo com (KERSTING, 2002), o inverso da matriz coeficiente de potencial \mathbf{P}_{abc}^{ij} resulta na matriz capacitância, em $\mu\text{S}/\text{km}$, dada por:

$$\left[\mathbf{C}_{abc}^{ij} \right] = \left[\mathbf{P}_{abc}^{ij} \right]^{-1}, \quad (3.25)$$

ou seja,

$$\mathbf{C}_{abc}^{ij} = \begin{bmatrix} C_{aa}^{ij} & C_{ab}^{ij} & C_{ac}^{ij} \\ C_{ba}^{ij} & C_{bb}^{ij} & C_{bc}^{ij} \\ C_{ca}^{ij} & C_{cb}^{ij} & C_{cc}^{ij} \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

onde \mathbf{C}_{abc}^{ij} é a matriz capacitância trifásica do segmento de linha entre as barras i e j , C_{aa}^{ij} , C_{bb}^{ij} e C_{cc}^{ij} são as capacitâncias próprias das fases do segmento de linha e C_{ab}^{ij} , C_{ac}^{ij} e C_{bc}^{ij} são as capacitâncias mútuas entre as fases. Segundo (KERSTING, 2002), a condutância *shunt* pode ser desconsiderada, pois seu valor é desprezível frente à capacitância da linha. Desta forma, a equação (3.25) resulta na matriz admitância trifásica *shunt*, em $\mu\text{S}/\text{km}$, conforme:

$$\mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} = j\omega \cdot \begin{bmatrix} C_{aa}^{ij} & C_{ab}^{ij} & C_{ac}^{ij} \\ C_{ba}^{ij} & C_{bb}^{ij} & C_{bc}^{ij} \\ C_{ca}^{ij} & C_{cb}^{ij} & C_{cc}^{ij} \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

onde \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} é a matriz admitância trifásica *shunt* do segmento de linha entre as barras i e j , $\omega = 2\pi f$ e f é a frequência de operação do sistema, em Hz.

De acordo com (KERSTING, 2002), a matriz admitância trifásica *shunt* de um segmento de linha subterrâneo conectado entre as barras *i* e *j*, compostos por cabos com fita de blindagem ou tipo *tape shielded*, mostrado na Figura 17, em $\mu\text{S}/\text{km}$, é dada por:

$$\mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} Y_p^{ij} & 0 & 0 \\ 0 & Y_p^{ij} & 0 \\ 0 & 0 & Y_p^{ij} \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

onde:

$$Y_p^{ij} = j\omega \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{\ln \frac{R_b}{RD_c}}. \quad (3.29)$$

Em que:

ω é a frequência angular nominal do sistema, em rad/s;

ε é a permissividade do material de isolamento do cabo, em $\mu\text{F}/\text{km}$;

R_b é a distância entre o centro do condutor fase e a fita de blindagem, em metros;

RD_c é o raio do condutor fase, em metros.

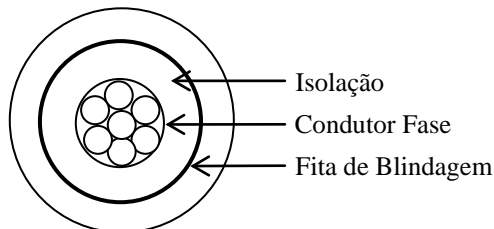


Figura 17 Condutor subterrâneo com fita de blindagem.

Fonte: (KERSTING, 2002).

De acordo com (ANDERSON, 1973; KERSTING, 2002), as equações de Carson quando aplicadas a linhas trifásicas com neutro distribuído resultam em matrizes $\mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij}$ e \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} de ordem 4 x 4, entretanto a aplicação do método de redução de Kron permite a redução destas matrizes à ordem 3 x 3.

3.4.2 Cargas

O termo carga refere-se a um equipamento ou conjunto de equipamentos que retira energia de um circuito elétrico. Muito embora as cargas individuais possam ser de caráter inteiramente aleatório, uma certa configuração média é percebida pelos transformadores de um SDEE, com variações em relação ao tempo relativamente lentas (ELGERD, 1977; MATHUR, 1984).

As cargas individuais de um SEP podem ser representadas por três modelos baseados na relação carga-tensão (MATHUR, 1984), mostrados na Figura 18.

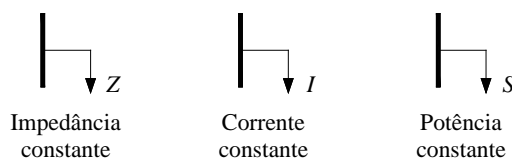


Figura 18 Modelos de cargas.

Fonte: (ZANETTA Jr, 2005).

Para estudos de fluxo de potência ou de estabilidade os modelos corrente constante e potência constante, ou uma combinação destes, apresentam-se mais adequados (ZANETTA Jr, 2005). Considerando que, geralmente, a parcela correspondente à corrente pré-falta é relativamente pequena em relação à corrente total de curto-circuito, aproximações acerca dos modelos de carga não apresentam uma grande imprecisão no cálculo de faltas (ZANETTA Jr, 2005). Desta forma, a representação de cargas utilizando o modelo em impedância constante permite a análise pretendida nesta dissertação.

Os valores das impedâncias das cargas são calculados a partir da tensão nominal e das potências ativa e reativa consumidas quando conectadas a um SEP. Assim, tais impedâncias permanecem constantes mesmo sob condições de variações de tensão. As cargas modeladas como impedância constante consistem basicamente de impedâncias *shunt*, contudo motores síncronos e assíncronos com pouca carga também podem ser modelados desta forma (MATHUR, 1984).

A maioria das cargas modeladas como impedância constante é representada por uma resistência em série com uma indutância, ou seja, uma impedância série *RL* (MATHUR, 1984). As cargas podem ser trifásicas, conectadas em delta ou estrela, bifásicas ou monofásicas. Uma carga trifásica conectada em estrela aterrada por uma impedância Z_t pode ser representada pelo diagrama de cargas da Figura 19, onde Z_a , Z_b e Z_c são as impedâncias conectadas entre as fases *a*, *b* e *c* e à terra, respectivamente, ou através de uma impedância Z_t ; I_a , I_b e I_c são as correntes que fluem pelas impedâncias de carga Z_a , Z_b e Z_c , respectivamente, e I_n é a corrente que flui pela impedância Z_t .

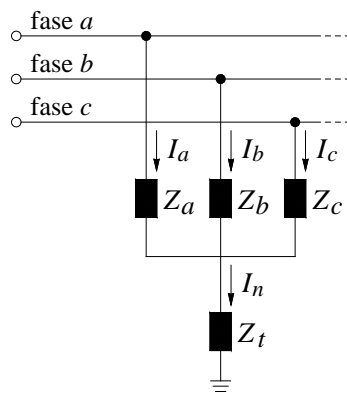


Figura 19 Diagrama de uma carga trifásica conectada em estrela aterrada.

As impedâncias Z_a , Z_b e Z_c podem ser obtidas a partir da potência complexa especificada para cada carga conectada às barras de um SDEE, em Ω , conforme a expressão (3.30):

$$Z_\alpha = \frac{|V_\alpha|^2}{P_\alpha - jQ_\alpha}, \quad (3.30)$$

onde P_α e Q_α são as potências ativas e reativas de cada fase respectivamente, V_α é a tensão nominal fase-terra e α são as fases a, b e c .

Em regime permanente, a representação matemática do diagrama da Figura 19 pode ser dada pela matriz impedância trifásica de carga Z_{cg-abc} , em Ω , conforme a expressão (3.31):

$$Z_{cg-abc} = \begin{bmatrix} Z_a + Z_t & Z_t & Z_t \\ Z_t & Z_b + Z_t & Z_t \\ Z_t & Z_t & Z_c + Z_t \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

A matriz Z_{cg-abc} é tradicionalmente empregada para representar cargas trifásicas conectadas em estrela em estudos numéricos de sistemas elétricos sob falta (ELGERD, 1977). Entretanto, para contornar possíveis indefinições de Z_{cg-abc} , tais estudos consideram as seguintes restrições: $0 < (Z_a, Z_b, Z_c, Z_t) < \infty$. Segundo (ANDERSON, 1973), impedâncias conectadas em estrela podem ser representadas por impedâncias equivalentes conectadas em delta de acordo com a equação (3.32):

$$\begin{bmatrix} Z_{ab} \\ Z_{bc} \\ Z_{ac} \end{bmatrix} = Y_\Sigma \cdot \begin{bmatrix} Z_b & 0 & 0 \\ 0 & Z_c & 0 \\ 0 & 0 & Z_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

onde Z_{ac} , Z_{bc} e Z_{ab} são as impedâncias conectadas entre as fases ac , bc e ab , respectivamente, e $Y_\Sigma = (1/Z_a) + (1/Z_b) + (1/Z_c)$.

Contudo, cargas monofásicas e cargas conectadas em delta não são frequentemente abordadas em estudos de curtos-circuitos e estas, quando são, aparecem representadas por impedâncias equivalentes conforme a equação (3.32). Deste modo, a representação de cargas monofásicas, cargas trifásicas em estrela não aterrada e cargas em delta, bem como as considerações normalmente empregadas para cargas trifásicas conectadas em estrela serão discutidas no Capítulo 4.

3.4.3 Transformadores

Nas subestações de distribuição de um SDEE, os transformadores representam a interconexão entre os sistemas de transmissão e distribuição, com a função principal de rebaixar os níveis de tensão para atendimento de diferentes necessidades de consumo de energia elétrica. A Figura 20 mostra o modelo físico de um transformador trifásico de dois enrolamentos que pode representar as conexões em delta ou estrela, onde os subscritos p e s indicam os enrolamentos primários e secundários, respectivamente; I_a , I_b e I_c são as correntes que fluem pelos enrolamentos do transformador e V_a , V_b e V_c são as tensões nos terminais dos enrolamentos.

Segundo (CHEN; DILLON, 1974), normalmente os transformadores trifásicos são especificados e modelados em termos de suas componentes simétricas, pois considera-se a condição equilibrada dos SEP. A modelagem utilizando componentes simétricas assume que a impedância de curto-circuito de sequência zero é igual às impedâncias de curtos-circuitos de sequência positiva e negativa. Entretanto, esta

consideração é válida somente para bancos de três transformadores monofásicos. Em transformadores trifásicos, a impedância de sequência zero é menor do que as impedâncias de sequência positiva e negativa (CHEN; DILLON, 1974).

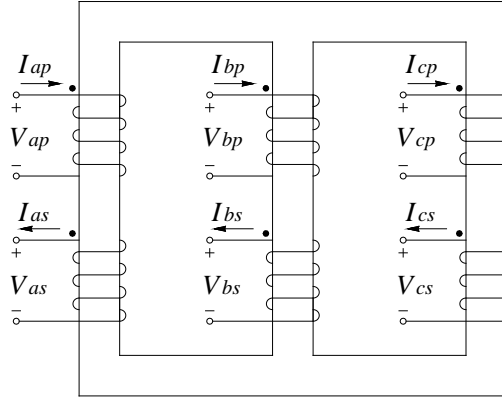


Figura 20 Modelo físico de um transformador trifásico de dois enrolamentos.

Para baixas frequências e em regime permanente, um transformador trifásico de dois enrolamentos é representado matricialmente em termos de suas componentes de sequência (BRANDWAJN; DOMEL; DOMEL, 1982; MARTINEZ et al., 2005), em Ω , conforme:

$$\mathbf{Z}_{tr-012} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

onde \mathbf{Z}_{tr-012} é a matriz de impedâncias de seqüências, Z_0 , Z_1 e Z_2 são as impedâncias de seqüência zero, positiva e negativa, respectivamente.

A representação de \mathbf{Z}_{tr-012} em componentes de fase é obtida a partir da expressão (2.28) e resulta em:

$$\mathbf{Z}_{tr-abc} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} Z_0+Z_1+Z_2 & Z_0+a\cdot Z_1+a^2\cdot Z_2 & Z_0+a^2\cdot Z_1+a\cdot Z_2 \\ Z_0+a^2\cdot Z_1+a\cdot Z_2 & Z_0+Z_1+Z_2 & Z_0+a\cdot Z_1+a^2\cdot Z_2 \\ Z_0+a\cdot Z_1+a^2\cdot Z_2 & Z_0+a^2\cdot Z_1+a\cdot Z_2 & Z_0+Z_1+Z_2 \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

onde \mathbf{Z}_{tr-abc} é a matriz impedância trifásica do transformador e $a = 1 \angle 120^\circ$. Entretanto, ainda conforme (BRANDWAJN; DOMEL; DOMEL, 1982; MARTINEZ et al., 2005), as impedâncias de seqüência negativa (Z_2) e positiva (Z_1) são frequentemente consideradas iguais e desta forma a expressão (3.34) resulta em:

$$\mathbf{Z}_{tr-abc} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} Z_0+2\cdot Z_1 & Z_0-Z_1 & Z_0-Z_1 \\ Z_0-Z_1 & Z_0+2\cdot Z_1 & Z_0-Z_1 \\ Z_0-Z_1 & Z_0-Z_1 & Z_0+2\cdot Z_1 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

ou

$$\mathbf{Z}_{tr-abc} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

onde Z_s e Z_m são as impedâncias própria e mútua respectivamente. Em transformadores monofásicos ou bancos de três transformadores monofásicos, a matriz, em com-

ponentes de fase, que os representa tem elementos não-nulos na diagonal principal, pois as três componentes de seqüências são iguais, ou seja, $Z_0 = Z_1 = Z_2$.

Embora exista uma defasagem entre as tensões de seqüência positiva e negativa em transformadores trifásicos conectados em Delta-Estrela ou Estrela-Delta, segundo (CHEN; DILLON, 1974), tais defasagens são ignoradas na maior parte dos estudos de curtos-circuitos e fluxo de potência equilibrado.

3.5 CONSIDERAÇÕES

O objetivo deste capítulo foi apresentar a contextualização do escopo desta dissertação, que são os SDEE e definir formalmente os sistemas desequilibrados e os métodos de quantificação dos desequilíbrios. Ainda, apresentar os modelos matriciais em coordenadas de fase dos principais elementos que compõem os SDEE. O capítulo seguinte apresentará o estudo analítico de um SDEE elementar sob condições de falta, bem como considerações sobre as matrizes que representam cargas específicas e as matrizes dos modelos de faltas.

4 EQUACIONAMENTO PROPOSTO PARA O MODELO DE UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO SOB FALTA

Os capítulos anteriores mostraram o MCS e o MCF aplicados na análise de curto-circuito e os modelos matriciais representativos dos principais elementos que compõem um SDEE. Neste capítulo são apresentados o equacionamento, em regime permanente, e o modelo de um SDEE simplificado sob condições normais de operação e sob falta. Esta análise considera uma abordagem matricial das tensões, correntes e impedâncias, empregando parâmetros trifásicos, e tem como objetivo a determinação de uma equação geral da corrente de falta que compreenda a parcela representativa do desequilíbrio de um SDEE.

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Um SDEE é caracterizado pela presença de laterais e cargas intermediárias conectadas aos alimentadores trifásicos, como mostrado na Figura 11. De acordo com (NAGPAL; XU; SAWADA, 1998), a equivalência de redes pode ser feita através da aplicação de três condições de operações distintas no sistema ou parte do sistema (laterais) em que é necessária a determinação da matriz impedância equivalente. As três condições de operação permitem a representação do acoplamento mútuo entre as fases do sistema de interesse.

Segundo (MAO; MIU, 2000), a impedância equivalente de laterais e cargas intermediárias pode ser determinada a partir das condições iniciais do sistema. As tensões e correntes pré-falta nas barras em que as laterais estão ligadas são as condições iniciais utilizadas e a matriz impedância equivalente, considerando que as impedâncias mútuas entre as fases da lateral de interesse são zero, é obtida a partir da relação entre a tensão e a corrente em cada fase da lateral de interesse.

Conforme (NAGPAL; XU; SAWADA, 1998; MAO; MIU, 2000), uma parte do sistema elétrico é representada por uma matriz impedância equivalente que retrata de forma conjunta as impedâncias das linhas laterais e das cargas. Desta forma, a matriz impedância equivalente não permite a verificação da influência de cada elemento no desequilíbrio do SDEE, podendo inclusive, se obtida de forma errada, conduzir a conclusões equivocadas. Assim sendo, o modelo analisado a seguir não considera a conexão de laterais, tampouco a presença de cargas intermediárias, pois o estudo de equivalência de redes não é objeto desta pesquisa.

4.2 EQUACIONAMENTO PROPOSTO PARA UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO SOB CONDIÇÕES NORMAIS DE OPERAÇÃO

A partir da Figura 15, que representa o modelo equivalente de um SDEE para análise de faltas, e das matrizes trifásicas dos elementos que compõem os SDEE, descritas no Capítulo 3, é possível caracterizar o sistema elétrico utilizado nos estudos analítico e numérico desta dissertação. Este sistema, mostrado na Figura 21, utiliza o circuito π -trifásico, ilustrado na Figura 16, na representação do alimentador conectado entre as barras i e j . Embora reduzido, este modelo permite a caracteri-

zação dos elementos que determinam os desequilíbrios típicos nos SDEE. Inicialmente, o SDEE da Figura 21 é considerado em condições normais de operação¹ e as chaves ch1 e ch2 permitem a conexão de cargas aterradas ou não e, também, a desconexão destas cargas.

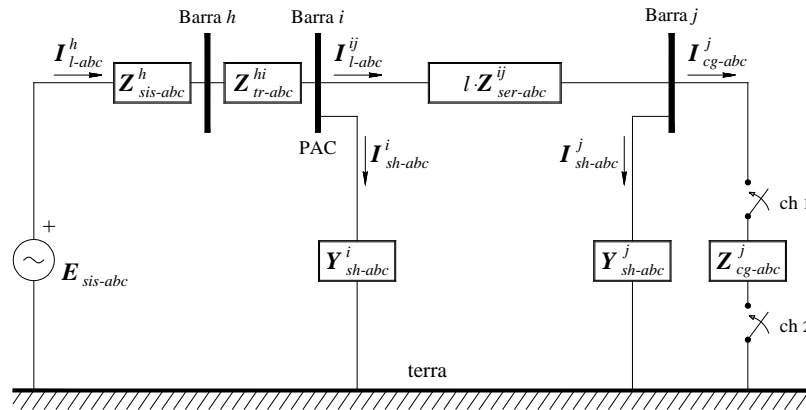


Figura 21 SDEE em condições normais de operação.

Onde:

$E_{sis-abc}$ é o vetor de tensões trifásicas do STEE equivalente vistas da barra h , em volts;

I^h_{l-abc} é o vetor de correntes trifásicas na linha que entram na barra h , em ampères;

I^{ij}_{l-abc} é o vetor de correntes trifásicas na linha entre as barra i e j , em ampères;

I^j_{cg-abc} é o vetor de correntes trifásicas de carga que fluem da barra j , em ampères;

I^i_{sh-abc} é o vetor de correntes trifásicas de deslocamento² ou *shunt* da barra i , em ampères;

I^j_{sh-abc} é o vetor de correntes trifásicas de deslocamento ou *shunt* da barra j , em ampères;

$Z^{ij}_{ser-abc}$ é a matriz impedância trifásica série do alimentador entre as barras i e j , em Ω/km ;

Z^j_{cg-abc} é a matriz impedância trifásica da carga conectada à barra j , em Ω ;

Z^{hi}_{tr-abc} é a matriz impedância trifásica do transformador conectada entre as barras h e i , em Ω ;

$Z^h_{sis-abc}$ é a matriz impedância trifásica do sistema equivalente obtida a partir da potência de curto-circuito ou nível de falta³ do STEE vista da barra h , em Ω ;

Y^i_{sh-abc} é a matriz admitância trifásica *shunt* da barra i , em μS ;

Y^j_{sh-abc} é a matriz admitância trifásica *shunt* da barra j , em μS ;

l é o comprimento do alimentador entre as barras i e j , em km;

PAC é o ponto de acoplamento comum, ou seja, o barramento da subestação transformadora de distribuição.

¹ Condição do sistema elétrico na qual não existem alterações de estado nem violações de faixas e de restrições operativas estabelecidas (OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO, 2009).

² O conceito de corrente de deslocamento foi introduzido pelo físico James Clerk Maxwell para levar em conta a possibilidade de propagação de ondas eletromagnéticas no espaço, tornando consistentes a lei de Ampère e a aplicação das Leis de Kirchoff a circuitos capacitivos.

³ A capacidade de curto-circuito, para uma barra em questão, permite avaliar a robustez do SEP e, também, a severidade da influência das faltas (ELGERD, 1977).

As equações que caracterizam o SDEE da Figura 21, por meio de tensões e correntes trifásicas, podem ser obtidas a partir da aplicação da teoria de circuitos. Assim, considerando as chaves ch1 e ch2 fechadas, a aplicação das leis de Kirchhoff resulta em:

$$\mathbf{V}_{abc}^i + (\mathbf{Z}_{sis-abc}^h + \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi}) \cdot \mathbf{I}_{l-abc}^h = \mathbf{E}_{sis-abc}; \quad (4.1)$$

$$\mathbf{V}_{abc}^j + l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{I}_{l-abc}^{ij} = \mathbf{V}_{abc}^i; \quad (4.2)$$

$$\mathbf{I}_{l-abc}^h = \mathbf{I}_{l-abc}^{ij} + \mathbf{I}_{sh-abc}^i; \quad (4.3)$$

$$\mathbf{I}_{l-abc}^{ij} = \mathbf{I}_{cg-abc}^j + \mathbf{I}_{sh-abc}^j; \quad (4.4)$$

$$\mathbf{I}_{sh-abc}^i = \mathbf{Y}_{sh-abc}^i \cdot \mathbf{V}_{abc}^i; \quad (4.5)$$

$$\mathbf{I}_{sh-abc}^j = \mathbf{Y}_{sh-abc}^j \cdot \mathbf{V}_{abc}^j; \quad (4.6)$$

$$\mathbf{I}_{cg-abc}^j = \mathbf{Y}_{cg-abc}^j \cdot \mathbf{V}_{abc}^j. \quad (4.7)$$

Onde:

\mathbf{V}_{abc}^i e \mathbf{V}_{abc}^j são os vetores de tensões trifásicas nas barras i e j respectivamente, em volts;

a matriz impedância trifásica do sistema equivalente $\mathbf{Z}_{sis-abc}^h$ é representada (ELGERD, 1977), em Ω , segundo a expressão (4.8):

$$\mathbf{Z}_{sis-abc}^h = \begin{bmatrix} Z_{sis-a}^h & 0 & 0 \\ 0 & Z_{sis-b}^h & 0 \\ 0 & 0 & Z_{sis-c}^h \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

em que Z_{sis-a}^h , Z_{sis-b}^h e Z_{sis-c}^h são as impedâncias próprias das fases a , b e c , respectivamente, do sistema equivalente, onde:

$$Z_{sis-a}^h = \frac{|V_{pf-a}^h|^2}{|S_{cc}^h|}, \quad Z_{sis-b}^h = \frac{|V_{pf-b}^h|^2}{|S_{cc}^h|}, \quad Z_{sis-c}^h = \frac{|V_{pf-c}^h|^2}{|S_{cc}^h|} \quad (4.9)$$

e que V_{pf-a}^h , V_{pf-b}^h e V_{pf-c}^h são as tensões pré-falta nas fases a , b e c da barra h , em kV e S_{cc}^h é a potência complexa de curto-circuito da barra h , em MVA. Para simplificar a análise é possível admitir que a barra h apresenta uma potência de curto-circuito infinita, o que implica uma matriz impedância equivalente $\mathbf{Z}_{sis-abc}^h$ nula (ELGERD, 1977);

a matriz impedância trifásica do transformador \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi} é representada, em Ω , segundo a expressão (4.10) para um transformador trifásico de dois enrolamentos:

$$\mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi} = \begin{bmatrix} Z_{tr-p}^{hi} & Z_{tr-m}^{hi} & Z_{tr-m}^{hi} \\ Z_{tr-m}^{hi} & Z_{tr-p}^{hi} & Z_{tr-m}^{hi} \\ Z_{tr-m}^{hi} & Z_{tr-m}^{hi} & Z_{tr-p}^{hi} \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

e (4.11) para um transformador monofásico ou para um banco de três transformadores monofásicos ou para um transformador trifásico de dois enrolamentos que apresenta as impedâncias de sequência zero (Z_0) e positiva (Z_1) iguais:

$$\mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi} = \begin{bmatrix} Z_{tr-p}^{hi} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{tr-p}^{hi} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{tr-p}^{hi} \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

em que Z_{tr-p}^{hi} e Z_{tr-m}^{hi} são as impedâncias própria e mútua respectivamente, onde:

$$Z_{tr-p}^{hi} = \frac{1}{3} \cdot (Z_0 + 2 \cdot Z_1) \quad \text{e} \quad Z_{tr-m}^{hi} = \frac{1}{3} \cdot (Z_0 - Z_1) \quad (4.12)$$

e Z_0 , Z_1 e Z_2 são as impedâncias de sequência zero, positiva e negativa respectivamente;

o vetor de tensões trifásicas do STEE equivalente $\mathbf{E}_{sis-abc}$ é representado, em kV, conforme:

$$\mathbf{E}_{sis-abc} = \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

em que E_{sis-a} , E_{sis-b} e E_{sis-c} são as tensões das fases a , b e c , respectivamente, do sistema equivalente;

a matriz impedância trifásica série do alimentador $\mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij}$ entre as barras i e j é representada, em Ω/km , segundo:

$$\mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} Z_{ser-aa}^{ij} & Z_{ser-ab}^{ij} & Z_{ser-ac}^{ij} \\ Z_{ser-ba}^{ij} & Z_{ser-bb}^{ij} & Z_{ser-bc}^{ij} \\ Z_{ser-ca}^{ij} & Z_{ser-cb}^{ij} & Z_{ser-cc}^{ij} \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

onde Z_{ser-aa}^{ij} , Z_{ser-bb}^{ij} e Z_{ser-cc}^{ij} são as impedâncias próprias das fases do segmento de linha e Z_{ser-ab}^{ij} , Z_{ser-ac}^{ij} e Z_{ser-bc}^{ij} são as impedâncias mútuas entre as fases;

para um alimentador aéreo, de acordo com a expressão (3.27), a matriz admitância trifásica *shunt* entre as barras i e j é representada, em $\mu\text{S}/\text{km}$, por:

$$\mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} Y_{sh-aa}^{ij} & Y_{sh-ab}^{ij} & Y_{sh-ac}^{ij} \\ Y_{sh-ba}^{ij} & Y_{sh-bb}^{ij} & Y_{sh-bc}^{ij} \\ Y_{sh-ca}^{ij} & Y_{sh-cb}^{ij} & Y_{sh-cc}^{ij} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

em que Y_{sh-aa}^{ij} , Y_{sh-bb}^{ij} e Y_{sh-cc}^{ij} são as admitâncias próprias das fases do segmento de linha entre as barras i e j e Y_{sh-ab}^{ij} , Y_{sh-ac}^{ij} e Y_{sh-bc}^{ij} são as admitâncias mútuas entre as fases. Para simplificar a análise é possível admitir que as admitâncias

mútuas entre as fases em são desprezíveis, o que implica uma matriz diagonal na expressão (4.15), dada por:

$$\mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} Y_{sh-aa}^{ij} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{sh-bb}^{ij} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{sh-cc}^{ij} \end{bmatrix}; \quad (4.16)$$

a utilização de um circuito π -trifásico para representar o segmento de linha entre as barras i e j permite dividir a capacitância total do alimentador em duas parcelas, conectadas nas extremidades do alimentador conforme Figura 21, e determina as matrizes admitância trifásica *shunt* das barras i e j , \mathbf{Y}_{sh-abc}^i e \mathbf{Y}_{sh-abc}^j , em μS , conforme:

$$\mathbf{Y}_{sh-abc}^i = \mathbf{Y}_{sh-abc}^j = l \cdot 0,5 \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij}; \quad (4.17)$$

a matriz impedância trifásica da carga \mathbf{Z}_{cg-abc}^j , para uma carga trifásica conectada em estrela aterrada por uma impedância Z_t , é representada, em Ω , segundo:

$$\mathbf{Z}_{cg-abc}^j = \begin{bmatrix} Z_{cg-aa}^j & Z_{cg-ab}^j & Z_{cg-ac}^j \\ Z_{cg-ab}^j & Z_{cg-bb}^j & Z_{cg-bc}^j \\ Z_{cg-ac}^j & Z_{cg-bc}^j & Z_{cg-cc}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{cg-a}^j + Z_t & Z_t & Z_t \\ Z_t & Z_{cg-b}^j + Z_t & Z_t \\ Z_t & Z_t & Z_{cg-c}^j + Z_t \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

em que Z_{cg-a}^j , Z_{cg-b}^j e Z_{cg-c}^j são as impedâncias de uma carga trifásica conectada em estrela aterrada por uma impedância Z_t , conforme Figura 19. É possível observar na equação (4.7) que a condição necessária para utilizar a matriz de admitância trifásica \mathbf{Y}_{cg-abc}^j é que a matriz de impedância trifásica de carga \mathbf{Z}_{cg-abc}^j seja não-singular, pois:

$$[\mathbf{Y}_{cg-abc}^j] = [\mathbf{Z}_{cg-abc}^j]^{-1}. \quad (4.19)$$

A substituição da expressão (4.3) em (4.1) resulta em:

$$\mathbf{V}_{abc}^i + (\mathbf{Z}_{sis-abc}^h + \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi}) \cdot (\mathbf{I}_{l-abc}^{ij} + \mathbf{I}_{sh-abc}^i) = \mathbf{E}_{sis-abc}, \quad (4.20)$$

substituindo a expressão (4.4) em (4.20), obtém-se:

$$\mathbf{V}_{abc}^i + (\mathbf{Z}_{sis-abc}^h + \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi}) \cdot (\mathbf{I}_{cg-abc}^j + \mathbf{I}_{sh-abc}^j + \mathbf{I}_{sh-abc}^i) = \mathbf{E}_{sis-abc}, \quad (4.21)$$

substituindo as expressões (4.5), (4.6) e (4.7) em (4.21), obtém-se:

$$\mathbf{V}_{abc}^i + (\mathbf{Z}_{sis-abc}^h + \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi}) \cdot (\mathbf{Y}_{cg-abc}^j \cdot \mathbf{V}_{abc}^j + \mathbf{Y}_{sh-abc}^j \cdot \mathbf{V}_{abc}^j + \mathbf{Y}_{sh-abc}^i \cdot \mathbf{V}_{abc}^i) = \mathbf{E}_{sis-abc}. \quad (4.22)$$

Pode-se reescrever a equação (4.22) conforme (4.23):

$$(\mathbf{U} + (\mathbf{Z}_{sis-abc}^h + \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi}) \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^i) \cdot \mathbf{V}_{abc}^i + (\mathbf{Z}_{sis-abc}^h + \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi}) \cdot (\mathbf{Y}_{cg-abc}^j \cdot \mathbf{U} + \mathbf{Y}_{sh-abc}^j \cdot \mathbf{U}) \cdot \mathbf{V}_{abc}^j = \mathbf{E}_{sis-abc}, \quad (4.23)$$

onde \mathbf{U} é a matriz identidade de ordem três.

A substituição da equação (4.4) em (4.2), resulta em:

$$\mathbf{V}_{abc}^i - \mathbf{V}_{abc}^j - l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot (\mathbf{I}_{cg-abc}^j + \mathbf{I}_{sh-abc}^j) = \mathbf{0}. \quad (4.24)$$

Substituindo as expressões (4.6) e (4.7) em (4.24), obtém-se:

$$\mathbf{V}_{abc}^j + l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot (\mathbf{Y}_{cg-abc}^j \cdot \mathbf{V}_{abc}^j + \mathbf{Y}_{sh-abc}^j \cdot \mathbf{V}_{abc}^j) = \mathbf{V}_{abc}^i \quad (4.25)$$

A substituição da equação (4.25) em (4.23), resulta em:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{sis-abc} = & [\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot (\mathbf{Y}_{sh-abc}^j \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^i) + \\ & \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^j + \\ & l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^i \cdot l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \\ & \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^i \cdot l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^j] \cdot \mathbf{V}_{abc}^j, \end{aligned} \quad (4.26)$$

onde:

$$\mathbf{Z}_{str-abc}^i = \mathbf{Z}_{sis-abc}^h + \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi} \quad (4.27)$$

Como

$$\mathbf{Y}_{sh-abc}^i = \mathbf{Y}_{sh-abc}^j = l \cdot 0,5 \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} \quad (4.28)$$

é possível reescrever a expressão (4.26) segundo (4.29):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{sis-abc} = & [\mathbf{U} + 0,25 \cdot l^3 \cdot \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} + \\ & 0,5 \cdot l^2 \cdot (\mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij}) + \\ & l \cdot (\mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij}) + \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j] \cdot \mathbf{V}_{abc}^j. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Assim, o vetor de tensões trifásicas na barra j pode ser determinado conforme:

$$\mathbf{V}_{abc}^j = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc} \quad (4.30)$$

onde \mathbf{M} é a matriz adimensional de ordem três que corresponde a:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} = & \mathbf{U} + 0,25 \cdot l^3 \cdot \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} + \\ & 0,5 \cdot l^2 \cdot (\mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij}) + \\ & l \cdot (\mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij}) + \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Reescrevendo a expressão (4.25), é possível representar o vetor de tensões trifásicas na barra i , de acordo com:

$$\mathbf{V}_{abc}^i = (\mathbf{U} + l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot (\mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \mathbf{Y}_{sh-abc}^j)) \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc} \quad (4.32)$$

que exprime o vetor de tensões trifásicas na barra i . A substituição da expressão (4.32) nas equações (3.12) e (3.13) e a subsequente substituição destas na equação (3.11) permite a determinação do FDT na barra i do SDEE da Figura 21.

O vetor de tensões trifásicas \mathbf{V}_{abc}^j expressa, conforme abordagem semelhante feita para um circuito monofásico em (STEVENSON, 1986), as tensões pré-falta nas fases a , b e c da barra j para a determinação analítica da corrente de curto-circuito que flui através de uma impedância de falta. A matriz \mathbf{M} , na expressão (4.31), reúne todas as submatrizes de impedâncias e admitâncias representativas do SDEE proposto na Figura 21 e, conseqüentemente, os elementos que determinam os desequilíbrios típicos desses sistemas, segundo as expressões (4.8), (4.10), (4.14), (4.15) e (4.18).

4.3 EQUACIONAMENTO PROPOSTO PARA UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO SOB FALTA

O modelo da Figura 22 pode representar um SDEE sob falta no nó k a partir da operação das chaves ch3 e ch4. Estas chaves permitem a reprodução das faltas de maior ocorrência em SDEE, ou seja, faltas à terra e faltas entre fases, através de uma impedância de falta Z_f ou solidamente conectadas (STEVENSON, 1986).

Considerando as chaves ch3 e ch4 fechadas, o vetor da corrente de falta \mathbf{I}_{f-abc}^k no nó k , que flui através da impedância de falta \mathbf{Z}_{f-abc}^k , pode ser determinado conforme:

$$\mathbf{I}_{f-abc}^k = \mathbf{Y}_{f-abc}^k \cdot \mathbf{V}_{abc}^k, \quad (4.33)$$

onde \mathbf{Y}_{f-abc}^k é a matriz admitância trifásica de falta conectada entre o nó k e a barra fictícia e \mathbf{V}_{abc}^k é o vetor de tensões pré-falta no nó k . É possível notar que a condição necessária para a determinação do vetor \mathbf{I}_{f-abc}^k , na expressão (4.33), é que a matriz de impedância trifásica de falta \mathbf{Z}_{f-abc}^k seja invertível, pois:

$$[\mathbf{Y}_{f-abc}^k] = [\mathbf{Z}_{f-abc}^k]^{-1}, \quad (4.34)$$

ou que a matriz admitância trifásica de falta seja obtida a partir de um diagrama de admitâncias, o qual será apresentado no Capítulo 5.

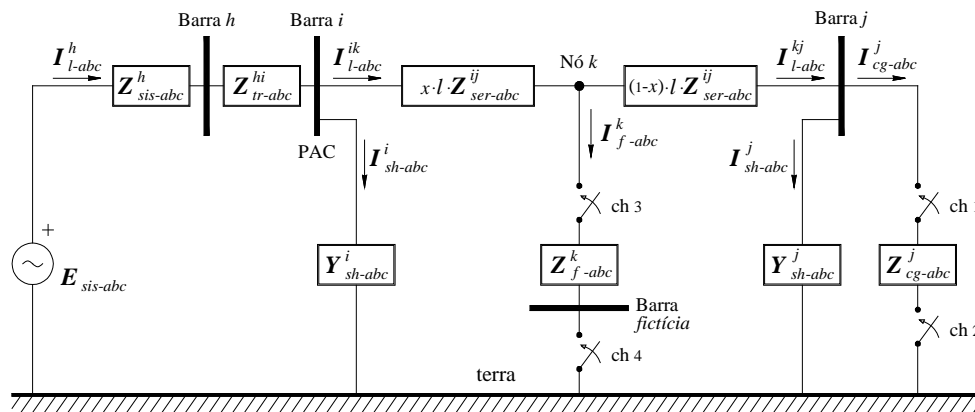


Figura 22 SDEE sob falta no nó k .

Onde:

\mathbf{I}_{l-abc}^{ik} é o vetor de correntes trifásicas de linha entre a barra i e o nó⁴ k , em ampères;

\mathbf{I}_{l-abc}^{kj} é o vetor de correntes trifásicas de linha entre o nó k e a barra j , em ampères;

\mathbf{I}_{f-abc}^k é o vetor de correntes trifásicas de falta que fluem do nó k , em ampères;

\mathbf{Z}_{f-abc}^k é a matriz impedância trifásica de falta conectada entre o nó k e a barra fictícia, em Ω ;

x é o fator que determina a distância entre a barra i e o nó k , em que $0 \leq x \leq 1$;

k é o ponto do alimentador em que a falta ocorre.

O fator x , que determina a distância entre a barra i e o nó k na Figura 22, possibilita a variação do ponto da falta ao longo do alimentador conectado entre as barras i e j . A consideração de $x = 1$ permite levar em conta a impedância total do ali-

⁴ Um nó caracteriza-se por um ponto arbitrário entre as barras i e j da Figura 4.2.

mentador na determinação da corrente trifásica de falta e, conseqüentemente, a influência do desequilíbrio do alimentador nessa corrente, haja vista que as impedâncias próprias e mútuas das fases do alimentador aumentam com a distância entre as barras i e j , de acordo com a expressão (3.19). A Figura 23 representa a condição de falta em que $x = 1$ e que resulta em uma falta na barra j .

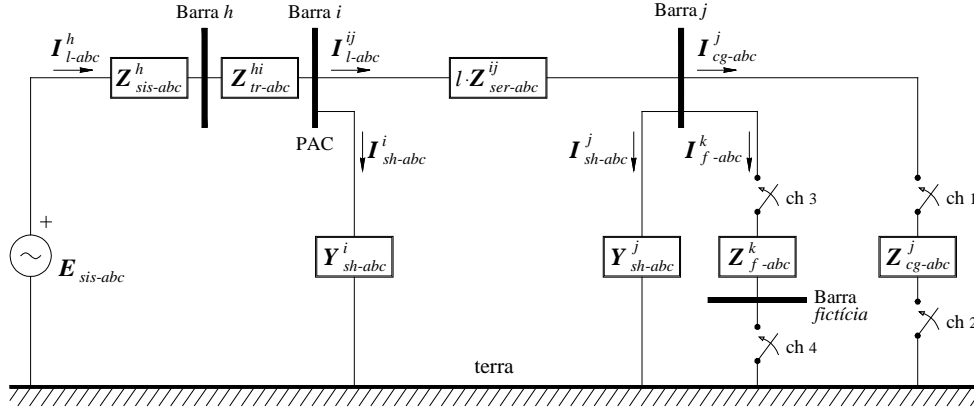


Figura 23 SDEE sob falta na barra j .

Para a condição em que $x = 1$, é possível reescrever a expressão (4.33) conforme:

$$\mathbf{I}_{f-abc}^k = \mathbf{Y}_{f-abc}^k \cdot \mathbf{V}_{f-abc}^j, \quad (4.35)$$

onde \mathbf{V}_{f-abc}^j é o vetor de tensões trifásicas na barra j durante a falta.

De maneira semelhante à expressão (4.30), o vetor \mathbf{V}_{f-abc}^j pode ser reescrito segundo:

$$\mathbf{V}_{f-abc}^j = \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc}. \quad (4.36)$$

Em que a matriz \mathbf{N} reúne todas as submatrizes da matriz \mathbf{M} e contempla ainda a submatriz impedância trifásica de falta \mathbf{Z}_{f-abc}^k , conectada entre o nó k (ou barra j) e a barra *fictícia*, e resulta em:

$$\begin{aligned} \mathbf{N} = & \mathbf{U} + 0,25 \cdot l^3 \cdot \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} + \\ & 0,5 \cdot l^2 \cdot (\mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij}) + \\ & l \cdot (\mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij}) + \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{cg-abc}^j + \\ & ((\mathbf{U} + 0,5 \cdot l \cdot \mathbf{Z}_{str-abc}^i \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij}) \cdot l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} + \mathbf{Z}_{str-abc}^i) \cdot \mathbf{Y}_{f-abc}^k, \quad (4.37) \end{aligned}$$

onde \mathbf{N} é uma matriz adimensional de ordem três.

A condição em que $\mathbf{Y}_{f-abc}^k = \mathbf{0}$, ou seja, que não exista a ocorrência de uma falta no sistema, resulta na igualdade das matrizes \mathbf{M} e \mathbf{N} .

Deste modo, a substituição da expressão (4.36) em (4.35) resulta em:

$$\mathbf{I}_{f-abc}^k = \mathbf{Y}_{f-abc}^k \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc}. \quad (4.38)$$

O vetor da corrente de falta \mathbf{I}_{f-abc}^k , determinado na equação (4.38), pode ser expresso da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{f-aa}^k & Y_{f-ab}^k & Y_{f-ac}^k \\ Y_{f-ba}^k & Y_{f-bb}^k & Y_{f-bc}^k \\ Y_{f-ca}^k & Y_{f-cb}^k & Y_{f-cc}^k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

Fazendo

$$\mathbf{B} = \mathbf{N}^{-1}, \quad (4.40)$$

é possível reescrever a expressão (4.39) conforme:

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{f-aa}^k & Y_{f-ab}^k & Y_{f-ac}^k \\ Y_{f-ba}^k & Y_{f-bb}^k & Y_{f-bc}^k \\ Y_{f-ca}^k & Y_{f-cb}^k & Y_{f-cc}^k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

O produto da matriz admitância de falta \mathbf{Y}_{f-abc}^k pela matriz \mathbf{B} , na equação (4.41), pode ser representado pela matriz admitância generalizada de falta \mathbf{Y}_{Gf-abc}^k , conforme:

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{Gf-aa}^k & Y_{Gf-ab}^k & Y_{Gf-ac}^k \\ Y_{Gf-ba}^k & Y_{Gf-bb}^k & Y_{Gf-bc}^k \\ Y_{Gf-ca}^k & Y_{Gf-cb}^k & Y_{Gf-cc}^k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

onde:

$$Y_{Gf-aa}^k = Y_{f-aa}^k \cdot b_{11} + Y_{f-ab}^k \cdot b_{21} + Y_{f-ac}^k \cdot b_{31}, \quad (4.43)$$

$$Y_{Gf-ab}^k = Y_{f-aa}^k \cdot b_{12} + Y_{f-ab}^k \cdot b_{22} + Y_{f-ac}^k \cdot b_{32}, \quad (4.44)$$

$$Y_{Gf-ac}^k = Y_{f-aa}^k \cdot b_{13} + Y_{f-ab}^k \cdot b_{23} + Y_{f-ac}^k \cdot b_{33}, \quad (4.45)$$

$$Y_{Gf-ba}^k = Y_{f-ba}^k \cdot b_{11} + Y_{f-bb}^k \cdot b_{21} + Y_{f-bc}^k \cdot b_{31}, \quad (4.46)$$

$$Y_{Gf-bb}^k = Y_{f-ba}^k \cdot b_{12} + Y_{f-bb}^k \cdot b_{22} + Y_{f-bc}^k \cdot b_{32}, \quad (4.44)$$

$$Y_{Gf-bc}^k = Y_{f-ba}^k \cdot b_{13} + Y_{f-bb}^k \cdot b_{23} + Y_{f-bc}^k \cdot b_{33}, \quad (4.47)$$

$$Y_{Gf-ca}^k = Y_{f-ca}^k \cdot b_{11} + Y_{f-cb}^k \cdot b_{21} + Y_{f-cc}^k \cdot b_{31}, \quad (4.48)$$

$$Y_{Gf-cb}^k = Y_{f-ca}^k \cdot b_{12} + Y_{f-cb}^k \cdot b_{22} + Y_{f-cc}^k \cdot b_{32}, \quad (4.49)$$

$$Y_{Gf-cc}^k = Y_{f-ca}^k \cdot b_{13} + Y_{f-cb}^k \cdot b_{23} + Y_{f-cc}^k \cdot b_{33}. \quad (4.50)$$

A representação condensada da expressão (4.42) é dada segundo:

$$\mathbf{I}_{f-abc}^k = \mathbf{Y}_{Gf-abc}^k \cdot \mathbf{E}_{sis-abc}. \quad (4.51)$$

Esta equação permite a determinação da corrente de falta do sistema proposto na Figura 23 e delinea a influência da estrutura do SDEE nesta corrente a partir das informações contidas na matriz N . A expressão (4.51) é analisada no Capítulo 5 para faltas fase-terra.

A matriz admitância de carga Y^j_{cg-abc} , utilizada intrinsecamente na expressão (4.51), representa as cargas trifásicas, bifásicas e monofásicas conectadas à barra j e é obtida, frequentemente, a partir da inversão da matriz impedância de carga Z^j_{cg-abc} , conforme a equação (4.19). A análise dessas matrizes é feita na seção seguinte.

4.4 MODELO MATRICIAL DE UMA CARGA CONECTADA EM DELTA

Conforme descrito no Capítulo 3, a maioria das cargas modeladas como impedância constante é representada por uma resistência em série com uma indutância, isto é, uma impedância série RL (MATHUR, 1984) e podem ser trifásicas, conectadas em delta ou estrela, bifásicas ou monofásicas.

A carga conectada à barra j , mostrada nas Figuras 21 a 23, pode ser representada pelo diagrama da Figura 19, para uma carga trifásica conectada em estrela aterrada, e sua matriz impedância de carga dada pela expressão (3.31). Entretanto, para a determinação do vetor I^k_{f-abc} se faz necessária a obtenção da matriz admitância de carga Y^j_{cg-abc} que se apresenta nas expressões (4.31) e (4.37) e pode ser determinada de acordo com a equação (4.18), com a condição de que a matriz impedância de carga Z^j_{cg-abc} seja invertível. Assim, a matriz admitância de carga, para uma carga trifásica conectada em estrela aterrada através de uma impedância Z_t , pode ser expressa segundo:

$$[Y^j_{cg-abc}] = [Z^j_{cg-abc}]^{-1} = \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{12} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{13} & Z_{23} & Z_{33} \end{bmatrix}, \quad (4.52)$$

onde:

$$Z_{11} = Z^j_{cg-b} \cdot Z^j_{cg-c} + Z^j_{cg-b} \cdot Z_t + Z^j_{cg-c} \cdot Z_t, \quad (4.53)$$

$$Z_{12} = -Z^j_{cg-c} \cdot Z_t, \quad (4.54)$$

$$Z_{13} = -Z^j_{cg-b} \cdot Z_t, \quad (4.55)$$

$$Z_{22} = Z^j_{cg-a} \cdot Z^j_{cg-c} + Z^j_{cg-a} \cdot Z_t + Z^j_{cg-c} \cdot Z_t, \quad (4.56)$$

$$Z_{23} = -Z^j_{cg-a} \cdot Z_t, \quad (4.57)$$

$$Z_{33} = Z^j_{cg-a} \cdot Z^j_{cg-b} + Z^j_{cg-a} \cdot Z_t + Z^j_{cg-b} \cdot Z_t, \quad (4.58)$$

$$\beta = Z^j_{cg-a} \cdot Z^j_{cg-b} \cdot Z^j_{cg-c} + Z^j_{cg-a} \cdot Z^j_{cg-b} \cdot Z_t + Z^j_{cg-a} \cdot Z^j_{cg-c} \cdot Z_t + Z^j_{cg-b} \cdot Z^j_{cg-c} \cdot Z_t. \quad (4.59)$$

A matriz admitância de carga Y^j_{cg-abc} , representada na expressão (4.52), está definida para as seguintes condições:

I. Para uma carga conectada em estrela solidamente aterrada ($Z_t = 0$):

- a. $0 < (Z^j_{cg-a}, Z^j_{cg-b}, Z^j_{cg-c}) < \infty$;
- b. $0 < Z^j_{cg-a} \leq \infty$ e $0 < (Z^j_{cg-b}, Z^j_{cg-c}) < \infty$;

- c. $0 < Z_{cg-b}^j \leq \infty$ e $0 < (Z_{cg-a}^j, Z_{cg-c}^j) < \infty$;
- d. $0 < Z_{cg-c}^j \leq \infty$ e $0 < (Z_{cg-a}^j, Z_{cg-b}^j) < \infty$;
- e. $0 < (Z_{cg-a}^j, Z_{cg-b}^j) \leq \infty$ e $0 < Z_{cg-c}^j < \infty$;
- f. $0 < (Z_{cg-a}^j, Z_{cg-c}^j) \leq \infty$ e $0 < Z_{cg-b}^j < \infty$;
- g. $0 < (Z_{cg-b}^j, Z_{cg-c}^j) \leq \infty$ e $0 < Z_{cg-a}^j < \infty$;

II. Para uma carga conectada em estrela não aterrada ($Z_t = \infty$):

- a. $0 < (Z_{cg-a}^j, Z_{cg-b}^j, Z_{cg-c}^j) < \infty$;
- b. $0 < Z_{cg-a}^j \leq \infty$ e $0 < (Z_{cg-b}^j, Z_{cg-c}^j) < \infty$;
- c. $0 < Z_{cg-b}^j \leq \infty$ e $0 < (Z_{cg-a}^j, Z_{cg-c}^j) < \infty$;
- d. $0 < Z_{cg-c}^j \leq \infty$ e $0 < (Z_{cg-a}^j, Z_{cg-b}^j) < \infty$.

De acordo com as condições acima, a expressão (4.52) não pode representar uma carga conectada em estrela solidamente aterrada nos casos em que pelo menos uma das impedâncias Z_{cg-a}^j ou Z_{cg-b}^j ou Z_{cg-c}^j é zero, pois, desta forma, pelo menos um dos elementos da matriz admitância de carga será infinito. Não há sentido prático a consideração de uma carga com impedância zero, entretanto impedâncias com valores muito baixos podem ocasionar uma indeterminação na matriz Y_{cg-abc}^j .

Uma carga trifásica conectada em delta pode ser representada pelo diagrama de cargas da Figura 24, onde Z_{ab} é a impedância conectada entre as fases a e b , Z_{bc} a impedância conectada entre as fases b e c , Z_{ac} a impedância conectada entre as fases a e c ; I_a , I_b e I_c são as correntes de linha das fases a , b e c respectivamente.

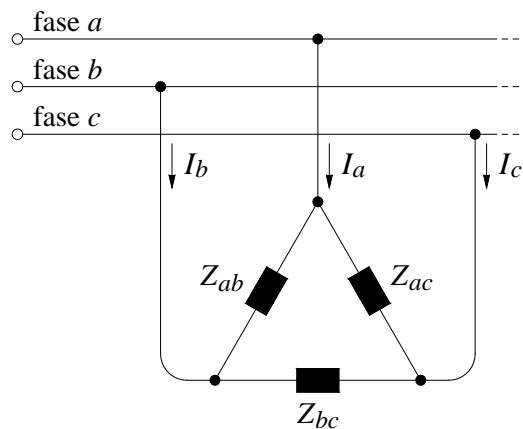


Figura 24 Diagrama de impedâncias de uma carga trifásica conectada em delta.

Segundo (ANDERSON, 1973), o diagrama da Figura 24 pode ser obtido a partir do diagrama da Figura 19 de acordo com a expressão (3.32), ou seja, a representação de uma carga conectada em delta pode ser determinada a partir da representação de uma carga conectada em estrela e vice-versa, utilizando-se uma transformação Y- Δ ou Δ -Y. A Figura 25 apresenta um diagrama de cargas trifásicas conectadas em delta e estrela.

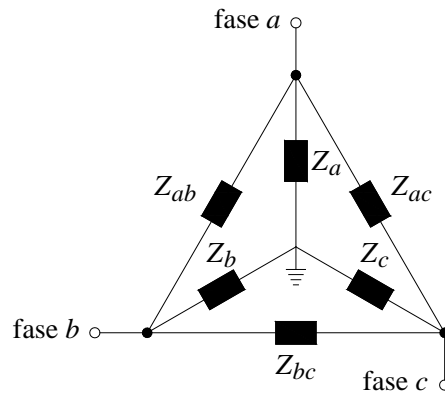


Figura 25 Diagrama de impedâncias para cargas trifásicas conectadas em delta e estrela.

Considerando uma carga em delta conectada na barra j , a aplicação de uma transformação Δ -Y no diagrama da Figura 25, de acordo com (ANDERSON, 1973), resulta nas seguintes relações:

$$Z_{cg-a}^j = \frac{Z_{cg-ab}^j \cdot Z_{cg-ac}^j}{\alpha}, \quad (4.60)$$

$$Z_{cg-b}^j = \frac{Z_{cg-ab}^j \cdot Z_{cg-bc}^j}{\alpha}, \quad (4.61)$$

$$Z_{cg-c}^j = \frac{Z_{cg-ac}^j \cdot Z_{cg-bc}^j}{\alpha}, \quad (4.62)$$

onde:

$$\alpha = Z_{cg-ab}^j + Z_{cg-ac}^j + Z_{cg-bc}^j. \quad (4.63)$$

Para uma carga trifásica conectada em estrela solidamente aterrada na barra j , segundo a expressão (4.52), a matriz admitância de carga é dada por:

$$\mathbf{Y}_{cg-abc}^j = \begin{bmatrix} (Z_{cg-a}^j)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & (Z_{cg-b}^j)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & (Z_{cg-c}^j)^{-1} \end{bmatrix}. \quad (4.64)$$

A substituição das expressões (4.60), (4.61) e (4.62) em (4.64) resulta em:

$$\mathbf{Y}_{cg-abc}^j = (Z_{cg-ab}^j + Z_{cg-ac}^j + Z_{cg-bc}^j) \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{cg-ab}^j \cdot Z_{cg-ac}^j} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{cg-ab}^j \cdot Z_{cg-bc}^j} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{cg-ac}^j \cdot Z_{cg-bc}^j} \end{bmatrix}. \quad (4.65)$$

A expressão (4.65) exprime a representação matricial de uma carga conectada em delta obtida a partir de uma carga conectada em estrela solidamente aterrada. É pos-

sível observar na equação (4.65) que quando uma das impedâncias Z_{cg-ab}^j , Z_{cg-ac}^j ou Z_{cg-bc}^j é infinita a matriz admitância de carga torna-se indeterminada, pois pelo menos um dos elementos da matriz será infinito. Essa condição permite considerar uma carga conectada em delta quando inexistente uma impedância entre duas fases quaisquer, conforme mostrado na Figura 26.

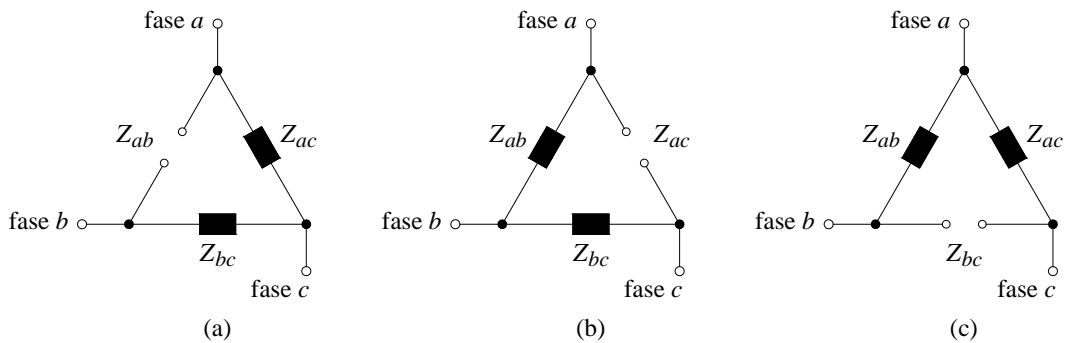


Figura 26 Diagramas impedâncias para cargas bifásicas conectadas em delta.

Desta forma, para representar as cargas da Figura 26 é conveniente exprimir as relações entre correntes e tensões sob a forma de admitâncias. Assim, a aplicação das leis de Kirchhoff no diagrama da Figura 27 resulta em:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ac} + Y_{ab} & -Y_{ab} & -Y_{ac} \\ -Y_{ab} & Y_{ab} + Y_{bc} & -Y_{bc} \\ -Y_{ac} & -Y_{bc} & Y_{ac} + Y_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{at} \\ V_{bt} \\ V_{ct} \end{bmatrix}, \quad (4.66)$$

onde Y_{ab} é a admitância conectada entre as fases a e b , Y_{bc} a admitância conectada entre as fases b e c , Y_{ac} a admitância conectada entre as fases a e c ; V_{at} , V_{bt} e V_{ct} são as tensões de fase e I_a , I_b e I_c são as correntes de linha das fases a , b e c respectivamente.

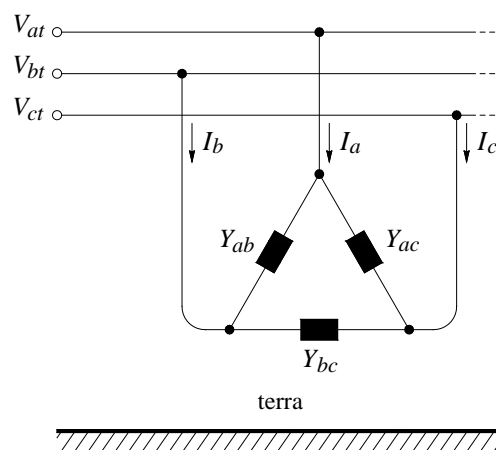


Figura 27 Diagrama de admitâncias para uma carga conectada em delta.

Logo, a matriz admitância de carga, para uma carga conectada em delta na barra j , é dada conforme:

$$Y_{cg\Delta-abc}^j = \begin{bmatrix} Y_{cg\Delta-ac}^j + Y_{cg\Delta-ab}^j & -Y_{cg\Delta-ab}^j & -Y_{cg\Delta-ac}^j \\ -Y_{cg\Delta-ab}^j & Y_{cg\Delta-ab}^j + Y_{cg\Delta-bc}^j & -Y_{cg\Delta-bc}^j \\ -Y_{cg\Delta-ac}^j & -Y_{cg\Delta-bc}^j & Y_{cg\Delta-ac}^j + Y_{cg\Delta-bc}^j \end{bmatrix}, \quad (4.67)$$

onde $Y_{cg\Delta-ab}^j$ é a admitância conectada entre as fases a e b , $Y_{cg\Delta-bc}^j$ a admitância conectada entre as fases b e c e $Y_{cg\Delta-ac}^j$ a admitância conectada entre as fases a e c . A expressão (4.67) permite a representação matricial de cargas conectadas em delta e contorna a indefinição da matriz admitância de carga determinada na expressão (4.65), para as conexões da Figura 26.

4.5 CONSIDERAÇÕES

Neste capítulo foram apresentados os equacionamentos para o SDEE proposto sob condições normais de operação e sob falta. O produto dessa análise resultou em uma equação que permite a determinação da corrente de falta do sistema proposto e exprime a influência da estrutura do SDEE nesta corrente a partir das informações contidas nos modelos matriciais de cada elemento do SDEE. No Capítulo 5, a equação da corrente de falta para um sistema desequilibrado, segundo a equação (4.51), será analisada para faltas à terra.

5 ANÁLISE DA EQUAÇÃO GERAL PROPOSTA CONSIDERANDO FALTAS FASE-TERRA

O Capítulo 4 apresentou o equacionamento para o SDEE sob condições de falta, resultando em uma equação que permite expressar a corrente de falta a partir das matrizes de impedâncias e admitâncias de cada elemento do SDEE. Neste capítulo, analisar-se-á o caso das faltas à terra considerando-se o SDEE desequilibrado e idealmente equilibrado.

5.1 FALTAS EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO E MODELOS REPRESENTATIVOS

As faltas caracterizam-se tipicamente pelo contato acidental entre as fases ou entre estas e a terra, através de uma impedância de falta Z_f ou solidamente conectadas, e podem ser classificadas em faltas (STEVENSON, 1986): *fase-terra* (FT), *fase-fase-terra* (FFT), *fase-fase* (FF), *fase-fase-fase* (FFF) ou *trifásica*. De acordo com (BURKE; LAWRENCE, 1984), os índices de ocorrências das faltas típicas de um SDEE, para sistemas com alimentadores aéreos e classes de isolamento de 15 kV e 25 kV, podem ser descritos como na Tabela 3, sendo possível observar que cerca de 80% das faltas envolve uma única fase.

Tabela 3 Ocorrências típicas de faltas em sistemas de distribuição.

Falta	Ocorrência (%)
Fase-Neutro	63
Fase-Fase	11
Fase-Fase-Neutro	2
Fase-Fase-Fase	2
Fase-Terra	15
Fase-Fase-Terra	2
Fase-Fase-Fase-Terra	1
Outras	4

Fonte: (BURKE; LAWRENCE, 1984).

Segundo (ELGERD, 1977), as matrizes de impedância e admitância de falta são a chave para a análise de faltas desequilibradas em sistemas elétricos. Estas matrizes podem ser obtidas a partir de um diagrama que represente os principais tipos de falta. O modelo tradicional utilizado para representar os diversos tipos de faltas é ilustrado na Figura 28, onde Y_{f-a} , Y_{f-b} e Y_{f-c} são as admitâncias de falta entre as fases a , b e c e o ponto comum n e Y_{f-t} a admitância de falta conectada entre o ponto comum n e a terra; V_{at} , V_{bt} e V_{ct} são as tensões de fase e I_{f-a} , I_{f-b} e I_{f-c} são as correntes de falta das fases a , b e c respectivamente.

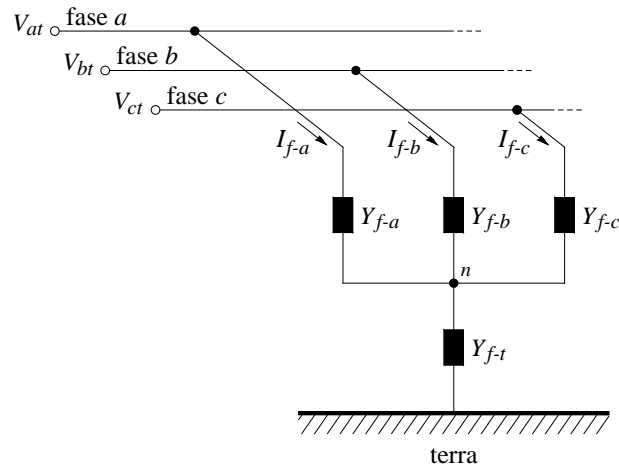


Figura 28 Diagrama generalizado tradicional para análise de faltas.

Dada a necessidade da utilização da matriz admitância de falta nas expressões (4.39) e (4.41), é conveniente exprimir as relações entre correntes e tensões sob a forma de admitâncias. Assim, a aplicação das leis de Kirchhoff no diagrama da Figura 28 resulta em:

$$\begin{bmatrix} I_{f-a} \\ I_{f-b} \\ I_{f-c} \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha} \cdot \begin{bmatrix} Y_{f-a}(Y_{f-b}+Y_{f-c}+Y_{f-t}) & -(Y_{f-a} \cdot Y_{f-b}) & -(Y_{f-a} \cdot Y_{f-c}) \\ -(Y_{f-a} \cdot Y_{f-b}) & Y_{f-b}(Y_{f-a}+Y_{f-c}+Y_{f-t}) & -(Y_{f-b} \cdot Y_{f-c}) \\ -(Y_{f-a} \cdot Y_{f-c}) & -(Y_{f-b} \cdot Y_{f-c}) & Y_{f-c}(Y_{f-a}+Y_{f-b}+Y_{f-t}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{at} \\ V_{bt} \\ V_{ct} \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

A matriz admitância de falta, para uma falta na barra k , em Ω^1 , é dada conforme:

$$\mathbf{Y}_{f-abc}^k = \frac{1}{\alpha} \cdot \begin{bmatrix} Y_{f-a}^k \cdot (Y_{f-b}^k + Y_{f-c}^k + Y_{f-t}^k) & -(Y_{f-a}^k \cdot Y_{f-b}^k) & -(Y_{f-a}^k \cdot Y_{f-c}^k) \\ -(Y_{f-a}^k \cdot Y_{f-b}^k) & Y_{f-b}^k \cdot (Y_{f-a}^k + Y_{f-c}^k + Y_{f-t}^k) & -(Y_{f-b}^k \cdot Y_{f-c}^k) \\ -(Y_{f-a}^k \cdot Y_{f-c}^k) & -(Y_{f-b}^k \cdot Y_{f-c}^k) & Y_{f-c}^k \cdot (Y_{f-a}^k + Y_{f-b}^k + Y_{f-t}^k) \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Onde:

$$Y_{f-a}^k = (Z_{f-a}^k)^{-1}, \quad (5.3)$$

$$Y_{f-b}^k = (Z_{f-b}^k)^{-1}, \quad (5.4)$$

$$Y_{f-c}^k = (Z_{f-c}^k)^{-1}, \quad (5.4)$$

$$Y_{f-t}^k = (Z_{f-t}^k)^{-1}, \quad (5.5)$$

$$\alpha = Y_{f-a}^k + Y_{f-b}^k + Y_{f-c}^k + Y_{f-t}^k \quad (5.6)$$

e Z_{f-a}^k , Z_{f-b}^k , Z_{f-c}^k , Z_{f-t}^k são as impedâncias de falta.

Analisando a expressão (5.2) é possível observar que, para uma falta FT com $Z_{f-t}^k = 0$ ou $Y_{f-t}^k \rightarrow \infty$, pelo menos um dos elementos da matriz admitância de falta será indefinido. Objetivando simplificar a matriz admitância de falta, o modelo utilizado para representar os diversos tipos de faltas está ilustrado no diagrama da Figura

29. Neste, Y_{f-at} , Y_{f-bt} e Y_{f-ct} são as admitâncias de falta entre as fases a , b e c e a terra; Y_{f-ab} é a admitância de falta conectada entre as fases a e b , Y_{f-bc} a admitância de falta conectada entre as fases b e c , Y_{f-ac} a admitância de falta conectada entre as fases a e c ; V_{at} , V_{bt} e V_{ct} são as tensões de fase e I_{f-a} , I_{f-b} e I_{f-c} são as correntes de falta das fases a , b e c respectivamente.

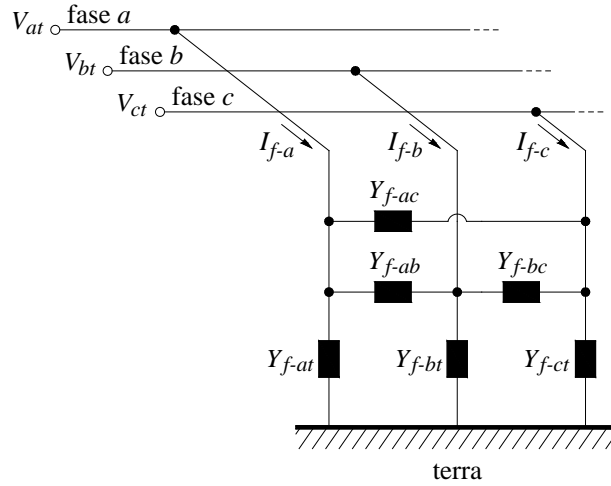


Figura 29 Diagrama generalizado proposto para análise de faltas.

Para o diagrama da Figura 29, as relações entre correntes e tensões podem ser expressas segundo:

$$\begin{bmatrix} I_{f-a} \\ I_{f-b} \\ I_{f-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{f-ab} + Y_{f-ac} + Y_{f-at} & -Y_{f-ab} & -Y_{f-ac} \\ -Y_{f-ab} & Y_{f-ab} + Y_{f-bc} + Y_{f-bt} & -Y_{f-bc} \\ -Y_{f-ac} & -Y_{f-bc} & Y_{f-ac} + Y_{f-bc} + Y_{f-ct} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{at} \\ V_{bt} \\ V_{ct} \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

De forma semelhante, a matriz admitância de falta, para uma falta na barra k , em Ω^{-1} , pode ser escrita conforme:

$$\mathbf{Y}_{f-abc}^k = \begin{bmatrix} Y_{f-ab}^k + Y_{f-ac}^k + Y_{f-at}^k & -Y_{f-ab}^k & -Y_{f-ac}^k \\ -Y_{f-ab}^k & Y_{f-ab}^k + Y_{f-bc}^k + Y_{f-bt}^k & -Y_{f-bc}^k \\ -Y_{f-ac}^k & -Y_{f-bc}^k & Y_{f-ac}^k + Y_{f-bc}^k + Y_{f-ct}^k \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Onde:

$$Y_{f-at}^k = (Z_{f-at}^k)^{-1}, \quad (5.9)$$

$$Y_{f-bt}^k = (Z_{f-bt}^k)^{-1}, \quad (5.10)$$

$$Y_{f-ct}^k = (Z_{f-ct}^k)^{-1}, \quad (5.11)$$

$$Y_{f-ab}^k = (Z_{f-ab}^k)^{-1}, \quad (5.12)$$

$$Y_{f-ac}^k = (Z_{f-ac}^k)^{-1}, \quad (5.13)$$

$$Y_{f-bc}^k = (Z_{f-bc}^k)^{-1}, \quad (5.14)$$

e Z_{f-at}^k , Z_{f-bt}^k , Z_{f-ct}^k , Z_{f-ab}^k , Z_{f-ac}^k , Z_{f-bc}^k são as impedâncias de falta.

A matriz admitância de falta na expressão (5.8) também apresenta a restrição para faltas sólidas, isto é, $Z_f \approx 0$. Essa, entretanto, é mais simples do que a matriz que resulta do modelo tradicional expressa na equação (5.2), pois não exige as operações de multiplicação e divisão das admitâncias nos elementos da matriz, necessárias na expressão (5.2). Em estudos numéricos, apresentados na literatura técnica, essa restrição ($Z_f \approx 0$) é contornada pela adoção de impedâncias da ordem de miliohm e o modelo tradicional apresenta-se adequado. No entanto, para um estudo analítico, qualquer simplificação obtida reduz a complexidade das equações e consequentemente das análises pretendidas.

O valor das impedâncias de falta pode determinar a ocorrência de faltas sólidas ou de Faltas de Alta Impedância (FAI). As FAI caracterizam-se por correntes de pequena magnitude e pela resistência não-linear do contato condutor/solo, sendo o tipo de falta de maior ocorrência em SDEE (MORETO, 2005). A impedância de falta Z_f pode ser expressa por:

$$Z_f = R_f + j \cdot X_f, \quad (5.15)$$

onde R_f e X_f são a resistência e a reatância de falta respectivamente.

A admitância de falta Y_f , em Ω^{-1} , pode ser determinada segundo:

$$Y_f = Z_f^{-1} = G_f + j \cdot B_f, \quad (5.16)$$

onde G_f e B_f são a condutância e a susceptância de falta respectivamente.

A análise a seguir considera somente a parte real da impedância de falta e, ainda, que esta é linear, pois o modelo e as características de uma FAI não são objetos desta dissertação. Desta forma, (5.8) pode ser reescrita segundo a expressão (5.17):

$$Y_{f-abc}^k = \begin{bmatrix} G_{f-ab}^k + G_{f-ac}^k + G_{f-at}^k & -G_{f-ab}^k & -G_{f-ac}^k \\ -G_{f-ab}^k & G_{f-ab}^k + G_{f-bc}^k + G_{f-bt}^k & -G_{f-bc}^k \\ -G_{f-ac}^k & -G_{f-bc}^k & G_{f-ac}^k + G_{f-bc}^k + G_{f-ct}^k \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

onde

$$G_{f-ij}^k = 1 / R_{f-ij}^k. \quad (5.18)$$

5.2 EQUAÇÃO GERAL PARA FALTAS FASE-TERRA

Considere uma falta fase-terra na barra k envolvendo qualquer uma das fases a , b ou c . A substituição da expressão (5.17) em (4.41) resulta na equação que permite a obtenção das correntes de falta que fluem pelas condutâncias de falta conectadas às respectivas fases e pode ser expressa da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{f-at}^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

para uma falta FT na fase a ;

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{f-bt}^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

para uma falta FT na fase b;

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{f-ct}^k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

para uma falta FT na fase c.

Os elementos b_{ij} decorrem da inversão da matriz determinada na equação (4.39), conforme as expressões (4.40) e (4.41) e (5.19), (5.20) e (5.21) podem ser reescritas respectivamente de acordo com:

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{f-at}^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{|\mathbf{N}|} \cdot \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{f-bt}^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{|\mathbf{N}|} \cdot \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$\begin{bmatrix} I_{f-a}^k \\ I_{f-b}^k \\ I_{f-c}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{f-ct}^k \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{|\mathbf{N}|} \cdot \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Onde:

$$c_{11} = (n_{22} \cdot n_{33}) - (n_{23} \cdot n_{32}), \quad (5.25)$$

$$c_{21} = (n_{13} \cdot n_{32}) - (n_{12} \cdot n_{33}), \quad (5.26)$$

$$c_{31} = (n_{12} \cdot n_{23}) - (n_{13} \cdot n_{22}), \quad (5.27)$$

$$c_{12} = (n_{23} \cdot n_{31}) - (n_{21} \cdot n_{33}), \quad (5.28)$$

$$c_{22} = (n_{11} \cdot n_{33}) - (n_{13} \cdot n_{31}), \quad (5.29)$$

$$c_{32} = (n_{13} \cdot n_{21}) - (n_{11} \cdot n_{23}), \quad (5.30)$$

$$c_{13} = (n_{21} \cdot n_{32}) - (n_{22} \cdot n_{31}), \quad (5.31)$$

$$c_{23} = (n_{12} \cdot n_{31}) - (n_{11} \cdot n_{32}), \quad (5.32)$$

$$c_{33} = (n_{11} \cdot n_{22}) - (n_{12} \cdot n_{21}), \quad (5.33)$$

$$|\mathbf{N}| = n_{11} \cdot (n_{22} \cdot n_{33} - n_{23} \cdot n_{32}) + n_{21} \cdot (n_{13} \cdot n_{32} - n_{12} \cdot n_{33}) + n_{31} \cdot (n_{12} \cdot n_{23} - n_{13} \cdot n_{22}), \quad (5.34)$$

no qual c_{ij} , $|\mathbf{N}|$ e a_{ij} são os elementos da matriz adjunta, o determinante e os elementos da matriz \mathbf{N} , determinada na equação (4.37), respectivamente. Os elementos n_{ij} , que compreendem todas as impedâncias e admitâncias do SDEE mostrado na Figura 22, são descritos a seguir para compreender um SDEE desequilibrado e em condições idealizadas de equilíbrio.

5.2.1 Equação da Corrente de Falta para um Sistema Desequilibrado

Considerando agora uma falta FT na barra k , as correntes de falta em cada uma das fases a , b e c , que fluem pelas condutâncias de falta para a terra, podem ser determinadas segundo as expressões (5.19), (5.20) e (5.21) e resultam em:

$$I_{fd-a}^k = G_{f-at}^k \cdot (b_{11d} \cdot E_{sis-a} + b_{12d} \cdot E_{sis-b} + b_{13d} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.35)$$

$$I_{fd-b}^k = G_{f-bt}^k \cdot (b_{21d} \cdot E_{sis-a} + b_{22d} \cdot E_{sis-b} + b_{23d} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.36)$$

$$I_{fd-c}^k = G_{f-ct}^k \cdot (b_{31d} \cdot E_{sis-a} + b_{32d} \cdot E_{sis-b} + b_{33d} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.37)$$

onde o subíndice 'd' refere-se ao sistema desequilibrado.

É possível reescrever as expressões (5.35), (5.36) e (5.37) conforme (5.38), (5.39) e (5.40) respectivamente:

$$I_{fd-a}^k = G_{f-at}^k \cdot \frac{1}{|\mathbf{Nd}|} \cdot (c_{11d} \cdot E_{sis-a} + c_{21d} \cdot E_{sis-b} + c_{31d} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.38)$$

$$I_{fd-b}^k = G_{f-bt}^k \cdot \frac{1}{|\mathbf{Nd}|} \cdot (c_{12d} \cdot E_{sis-a} + c_{22d} \cdot E_{sis-b} + c_{32d} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.39)$$

$$I_{fd-c}^k = G_{f-ct}^k \cdot \frac{1}{|\mathbf{Nd}|} \cdot (c_{13d} \cdot E_{sis-a} + c_{23d} \cdot E_{sis-b} + c_{33d} \cdot E_{sis-c}). \quad (5.40)$$

Os elementos da matriz \mathbf{Nd} , que determinam os coeficientes c_{11d} , c_{12d} , c_{13d} , c_{21d} , c_{22d} , c_{23d} , c_{31d} , c_{32d} , c_{33d} e $|\mathbf{Nd}|$ para um sistema desequilibrado, podem ser descritos em função das impedâncias e admitâncias do sistema, da condutância de falta e do comprimento do alimentador da seguinte forma:

$$\begin{aligned} n_{11d} = & \{ 1 + 0,25 \cdot l^3 \cdot \mathbf{K}_1 \cdot Z_{ser-aa}^{ij} \cdot Y_{sh-aa}^{ij} + \\ & 0,5 \cdot l^2 \cdot \mathbf{K}_1 \cdot (Z_{ser-aa}^{ij} \cdot Y_{cg-aa}^j + Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-aa}^{ij} \cdot Y_{sh-aa}^{ij} / \mathbf{K}_1) + \\ & l \cdot (Z_{ser-aa}^{ij} \cdot Y_{cg-aa}^j + Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + \mathbf{K}_1) + Z_{str-aa}^i \cdot Y_{cg-aa}^j + \\ & (0,5 \cdot l^2 \cdot \mathbf{K}_1 \cdot Z_{ser-aa}^{ij} + l \cdot Z_{ser-aa}^{ij} + Z_{str-aa}^i) \cdot G_{f-at}^k \}, \end{aligned} \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned}
n_{12d} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_1 \cdot Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{sh-bb}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_1 \cdot (Z_{ser-aa}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-bb}^j + Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{sh-bb}^{ij} / K_1) + \\
& l \cdot (Z_{ser-aa}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-bb}^j + Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j) + Z_{str-aa}^i \cdot Y_{cg-ab}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_1 \cdot Z_{ser-ab}^{ij} + l \cdot Z_{ser-ab}^{ij}) \cdot G_{f-bt}^k \}, \tag{5.42}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{13d} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_1 \cdot Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{sh-cc}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_1 \cdot (Z_{ser-aa}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-cc}^j + Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{sh-cc}^{ij} / K_1) + \\
& l \cdot (Z_{ser-aa}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-cc}^j) + Z_{str-aa}^i \cdot Y_{cg-ac}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_1 \cdot Z_{ser-ac}^{ij} + l \cdot Z_{ser-ac}^{ij}) \cdot G_{f-ct}^k \}, \tag{5.43}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{21d} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_2 \cdot Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{sh-aa}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_2 \cdot (Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-aa}^j + Z_{ser-bb}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{sh-aa}^{ij} / K_2) + \\
& l \cdot (Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-aa}^j + Z_{ser-bb}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j) + Z_{str-bb}^i \cdot Y_{cg-ab}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_2 \cdot Z_{ser-ab}^{ij} + l \cdot Z_{ser-ab}^{ij}) \cdot G_{f-at}^k \}, \tag{5.44}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{22d} = & \\
& \{ 1 + 0,25 \cdot l^3 \cdot K_2 \cdot Z_{ser-bb}^{ij} \cdot Y_{sh-bb}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_2 \cdot (Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-bb}^{ij} \cdot Y_{cg-bb}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-bb}^{ij} \cdot Y_{sh-bb}^{ij} / K_2) + \\
& l \cdot (Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-bb}^{ij} \cdot Y_{cg-bb}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + K_2) + Z_{str-bb}^i \cdot Y_{cg-bb}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_2 \cdot Z_{ser-bb}^{ij} + l \cdot Z_{ser-bb}^{ij} + Z_{str-bb}^i) \cdot G_{f-bt}^k \}, \tag{5.45}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{23d} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_2 \cdot Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{sh-cc}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_2 \cdot (Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-bb}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-cc}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{sh-cc}^{ij} / K_2) + \\
& l \cdot (Z_{ser-ab}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-bb}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-cc}^j) + Z_{str-bb}^i \cdot Y_{cg-bc}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_2 \cdot Z_{ser-bc}^{ij} + l \cdot Z_{ser-bc}^{ij}) \cdot G_{f-ct}^k \}, \tag{5.46}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{31d} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_3 \cdot Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{sh-aa}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_3 \cdot (Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-aa}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-cc}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{sh-aa}^{ij} / K_3) + \\
& l \cdot (Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-aa}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-cc}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j) + Z_{str-cc}^i \cdot Y_{cg-ac}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_3 \cdot Z_{ser-ac}^{ij} + l \cdot Z_{ser-ac}^{ij}) \cdot G_{f-at}^k \}, \tag{5.47}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{32d} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_3 \cdot Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{sh-bb}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_3 \cdot (Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-bb}^j + Z_{ser-cc}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{sh-bb}^{ij} / K_3) + \\
& l \cdot (Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-ab}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-bb}^j + Z_{ser-cc}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j) + Z_{str-cc}^i \cdot Y_{cg-bc}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_3 \cdot Z_{ser-bc}^{ij} + l \cdot Z_{ser-bc}^{ij}) \cdot G_{f-bt}^k \}, \tag{5.48}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{33d} = & \\
& \{ 1 + 0,25 \cdot l^3 \cdot K_3 \cdot Z_{ser-cc}^{ij} \cdot Y_{sh-cc}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_3 \cdot (Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-cc}^{ij} \cdot Y_{cg-cc}^j + Z_{ser-cc}^{ij} \cdot Y_{sh-cc}^{ij} / K_3) + \\
& l \cdot (Z_{ser-ac}^{ij} \cdot Y_{cg-ac}^j + Z_{ser-bc}^{ij} \cdot Y_{cg-bc}^j + Z_{ser-cc}^{ij} \cdot Y_{cg-cc}^j + K_3) + Z_{str-cc}^i \cdot Y_{cg-cc}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_3 \cdot Z_{ser-cc}^{ij} + l \cdot Z_{ser-cc}^{ij} + Z_{str-cc}^i) \cdot G_{f-ct}^k \}. \tag{5.49}
\end{aligned}$$

Onde:

$$K_1 = Z_{str-aa}^i \cdot Y_{sh-aa}^{ij}, \tag{5.50}$$

$$K_2 = Z_{str-bb}^i \cdot Y_{sh-bb}^{ij}, \tag{5.51}$$

$$K_3 = Z_{str-cc}^i \cdot Y_{sh-cc}^{ij}. \tag{5.52}$$

5.2.2 Equação da Corrente de Falta para um Sistema Idealmente Equilibrado

Um SDEE caracteriza-se por um desequilíbrio tanto em termos de carregamento quanto em assimetria das linhas devido à natureza das cargas e não transposição dos alimentadores. Entretanto, a consideração de transposição das linhas resulta em matrizes de impedâncias e admitâncias do sistema que são diagonais, com elementos próprios iguais e elementos mútuos iguais entre si (ANDERSON, 1973). Desta forma, é possível reescrever a matriz impedância trifásica série do segmento de linha da Figura 21, definida na expressão (4.14), em Ω/km , segundo:

$$\mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} Z_{ser-p}^{ij} & Z_{ser-m}^{ij} & Z_{ser-m}^{ij} \\ Z_{ser-m}^{ij} & Z_{ser-p}^{ij} & Z_{ser-m}^{ij} \\ Z_{ser-m}^{ij} & Z_{ser-m}^{ij} & Z_{ser-p}^{ij} \end{bmatrix}, \tag{5.53}$$

onde:

$$Z_{ser-p}^{ij} = \frac{1}{3} \cdot (Z_{ser-aa}^{ij} + Z_{ser-bb}^{ij} + Z_{ser-cc}^{ij}), \quad (5.54)$$

$$Z_{ser-m}^{ij} = \frac{1}{3} \cdot (Z_{ser-ab}^{ij} + Z_{ser-ac}^{ij} + Z_{ser-bc}^{ij}). \quad (5.55)$$

De forma semelhante, a matriz admitância trifásica *shunt* do segmento de linha da Figura 21, definida na expressão (4.15), em $\mu\text{S}/\text{km}$, pode ser reescrita conforme:

$$\mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} Y_{sh-p}^{ij} & Y_{sh-m}^{ij} & Y_{sh-m}^{ij} \\ Y_{sh-m}^{ij} & Y_{sh-p}^{ij} & Y_{sh-m}^{ij} \\ Y_{sh-m}^{ij} & Y_{sh-m}^{ij} & Y_{sh-p}^{ij} \end{bmatrix}, \quad (5.56)$$

onde:

$$Y_{sh-p}^{ij} = \frac{1}{3} \cdot (Y_{sh-aa}^{ij} + Y_{sh-bb}^{ij} + Y_{sh-cc}^{ij}), \quad (5.57)$$

$$Y_{sh-m}^{ij} = \frac{1}{3} \cdot (Y_{sh-ab}^{ij} + Y_{sh-ac}^{ij} + Y_{sh-bc}^{ij}). \quad (5.58)$$

Se as admitâncias *shunt* mútuas forem desprezadas, conforme a equação (4.16), a expressão (5.56) se reduz à seguinte matriz diagonal:

$$\mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} Y_{sh-p}^{ij} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{sh-p}^{ij} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{sh-p}^{ij} \end{bmatrix}. \quad (5.59)$$

As considerações assumidas nas expressões (5.54), (5.55), (5.57) e (5.58) decorrem do fato de que as fases ocupam todas as possíveis posições no espaço em um ciclo completo de transposição (ANDERSON, 1973), conforme mostra a Figura 30.

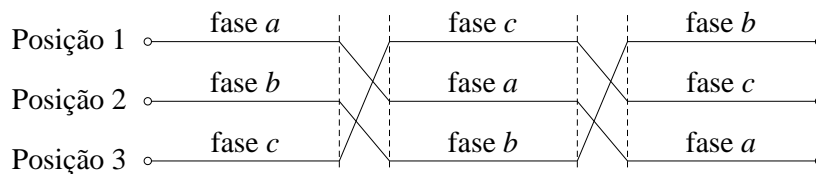


Figura 30 Ciclo completo de transposição de um segmento de linha.

Do ponto de vista do carregamento, para a consideração de um sistema idealmente equilibrado, assume-se a mesma admitância de carga para as três fases, o que resulta em uma matriz admitância de carga, em Ω^{-1} , conforme:

$$\mathbf{Y}_{cg-abc}^j = \begin{bmatrix} Y_{cg-p}^j & Y_{cg-m}^j & Y_{cg-m}^j \\ Y_{cg-m}^j & Y_{cg-p}^j & Y_{cg-m}^j \\ Y_{cg-m}^j & Y_{cg-m}^j & Y_{cg-p}^j \end{bmatrix}, \quad (5.60)$$

onde:

$$Y_{cg-p}^j = \frac{1}{3} \cdot (Y_{cg-aa}^j + Y_{cg-bb}^j + Y_{cg-cc}^j), \quad (5.61)$$

$$Y_{cg-m}^j = \frac{1}{3} \cdot (Y_{cg-ab}^j + Y_{cg-ac}^j + Y_{cg-bc}^j). \quad (5.62)$$

Admitindo que a barra h do SDEE da Figura 21 possui uma potência de curto-circuito infinita, ou seja, que a impedância trifásica equivalente do STEE vista da barra h é nula e que a subestação transformadora entre as barras h e i do sistema da Figura 21 é formada por um banco trifásico de transformadores monofásicos idênticos, a matriz definida na equação (4.27) pode ser escrita segundo:

$$\mathbf{Z}_{str-abc}^i = \begin{bmatrix} Z_{tr-p}^{hi} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{tr-p}^{hi} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{tr-p}^{hi} \end{bmatrix}, \quad (5.63)$$

onde Z_{tr-p}^{hi} é a impedância própria de cada transformador.

O desenvolvimento subsequente é semelhante ao feito para um sistema desequilibrado, assim, para uma falta FT na barra k , as expressões que exprimem as correntes de falta em cada uma das fases de um sistema equilibrado são dadas conforme:

$$I_{fe-a}^k = G_{f-at}^k \cdot (b_{11e} \cdot E_{sis-a} + b_{12e} \cdot E_{sis-b} + b_{13e} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.64)$$

$$I_{fe-b}^k = G_{f-bt}^k \cdot (b_{21e} \cdot E_{sis-a} + b_{22e} \cdot E_{sis-b} + b_{23e} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.65)$$

$$I_{fe-c}^k = G_{f-ct}^k \cdot (b_{31e} \cdot E_{sis-a} + b_{32e} \cdot E_{sis-b} + b_{33e} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.66)$$

onde o subíndice 'e' refere-se ao sistema equilibrado.

Reescrevendo as equações (5.64), (5.65) e (5.66), as seguintes expressões podem ser obtidas:

$$I_{fe-a}^k = G_{f-at}^k \cdot \frac{1}{|\mathbf{Ne}|} \cdot (c_{11e} \cdot E_{sis-a} + c_{21e} \cdot E_{sis-b} + c_{31e} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.67)$$

$$I_{fe-b}^k = G_{f-bt}^k \cdot \frac{1}{|\mathbf{Ne}|} \cdot (c_{12e} \cdot E_{sis-a} + c_{22e} \cdot E_{sis-b} + c_{32e} \cdot E_{sis-c}), \quad (5.68)$$

$$I_{fe-c}^k = G_{f-ct}^k \cdot \frac{1}{|\mathbf{Ne}|} \cdot (c_{13e} \cdot E_{sis-a} + c_{23e} \cdot E_{sis-b} + c_{33e} \cdot E_{sis-c}). \quad (5.69)$$

Os elementos da matriz \mathbf{Ne} , que definem os coeficientes c_{11e} , c_{12e} , c_{13e} , c_{21e} , c_{22e} , c_{23e} , c_{31e} , c_{32e} , c_{33e} e $|\mathbf{Ne}|$ para um sistema equilibrado, podem ser descritos em função das impedâncias e admitâncias do sistema, da condutância de falta e do com-

priminto do alimentador, segundo as considerações feitas para a obtenção de um sistema equilibrado, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
n_{11e} = & \\
& \{ 1 + 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + 2 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + 2 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + K_4) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-p}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-p}^{ij} + l \cdot Z_{ser-p}^{ij} + Z_{str-p}^i) \cdot G_{f-at}^k \}, \tag{5.70}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{12e} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-m}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} + l \cdot Z_{ser-m}^{ij}) \cdot G_{f-bt}^k \}, \tag{5.71}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{13e} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-m}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} + l \cdot Z_{ser-m}^{ij}) \cdot G_{f-ct}^k \}, \tag{5.72}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{21e} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} \} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-m}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} + l \cdot Z_{ser-m}^{ij}) \cdot G_{f-at}^k \}, \tag{5.73}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{22e} = & \\
& \{ 1 + 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} \} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + 2 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + 2 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + K_4) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-p}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-p}^{ij} + l \cdot Z_{ser-p}^{ij} + Z_{str-p}^i) \cdot G_{f-bt}^k \}, \tag{5.74}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{23e} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-m}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} + l \cdot Z_{ser-m}^{ij}) \cdot G_{f-ct}^k \}, \tag{5.75}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{31e} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-m}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} + l \cdot Z_{ser-m}^{ij}) \cdot G_{f-at}^k \}, \tag{5.76}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{32e} = & \\
& \{ 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-m}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-m}^{ij} + l \cdot Z_{ser-m}^{ij}) \cdot G_{f-bt}^k \}, \tag{5.77}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{33e} = & \\
& \{ 1 + 0,25 \cdot l^3 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} + \\
& 0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + 2 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{sh-p}^{ij} / K_4) + \\
& l \cdot (Z_{ser-p}^{ij} \cdot Y_{cg-p}^j + 2 \cdot Z_{ser-m}^{ij} \cdot Y_{cg-m}^j + K_4) + Z_{str-p}^i \cdot Y_{cg-p}^j + \\
& (0,5 \cdot l^2 \cdot K_4 \cdot Z_{ser-p}^{ij} + l \cdot Z_{ser-p}^{ij} + Z_{str-p}^i) \cdot G_{f-ct}^k \}. \tag{5.78}
\end{aligned}$$

Onde:

$$K_4 = Z_{str-p}^i \cdot Y_{sh-p}^{ij}, \tag{5.79}$$

5.2.3 Corrente de Falta Relativa ao Desequilíbrio do Sistema

Conforme as expressões determinadas é possível exprimir a parcela da corrente de falta relativa ao desequilíbrio do sistema elétrico da seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{I}_{f-abc}^k = \mathbf{I}_{fd-abc}^k - \mathbf{I}_{fe-abc}^k. \tag{5.80}$$

A partir das expressões (5.38), (5.39) e (5.40), definidas para um sistema desequilibrado, é possível escrever:

$$\mathbf{I}_{fd-abc}^k = \mathbf{G}_{f-abc}^k \cdot \mathbf{N}_d^{-1} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc} \quad (5.81)$$

Analogamente, segundo as expressões (5.67), (5.68) e (5.69), para um sistema equilibrado, obtém-se:

$$\mathbf{I}_{fe-abc}^k = \mathbf{G}_{f-abc}^k \cdot \mathbf{N}_e^{-1} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc} \quad (5.82)$$

As matrizes \mathbf{N}_d e \mathbf{N}_e , que decorrem da matriz \mathbf{N} definida na equação (4.37), são adimensionais de ordem três.

A substituição das expressões (5.81) e (5.82) em (5.80) resulta em:

$$\Delta \mathbf{I}_{f-abc}^k = (\mathbf{G}_{f-abc}^k \cdot \mathbf{A}_d^{-1} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc}) - (\mathbf{G}_{f-abc}^k \cdot \mathbf{A}_e^{-1} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc}), \quad (5.83)$$

podendo ser reescrita conforme a equação (5.84):

$$\Delta \mathbf{I}_{f-abc}^k = \mathbf{G}_{f-abc}^k \cdot \underbrace{(\mathbf{N}_d^{-1} - \mathbf{N}_e^{-1})}_{\Delta \mathbf{N}^{-1}} \cdot \mathbf{E}_{sis-abc}, \quad (5.84)$$

onde $\Delta \mathbf{N}^{-1}$ representa a diferença entre as matrizes inversas dos sistemas desequilibrado e equilibrado respectivamente, dada conforme:

$$\Delta \mathbf{N}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{N}_d| \cdot |\mathbf{N}_e|} \cdot \begin{bmatrix} |\mathbf{N}_e| \cdot c_{11d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{11e} & |\mathbf{N}_e| \cdot c_{21d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{21e} & |\mathbf{N}_e| \cdot c_{31d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{31e} \\ |\mathbf{N}_e| \cdot c_{12d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{12e} & |\mathbf{N}_e| \cdot c_{22d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{22e} & |\mathbf{N}_e| \cdot c_{32d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{32e} \\ |\mathbf{N}_e| \cdot c_{13d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{13e} & |\mathbf{N}_e| \cdot c_{23d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{23e} & |\mathbf{N}_e| \cdot c_{33d} - |\mathbf{N}_d| \cdot c_{33e} \end{bmatrix} \quad (5.85)$$

Para uma determinada condição de resistência de falta e de tensões do sistema, sendo as matrizes \mathbf{N}_d e \mathbf{A}_e adimensionais, estas determinam a magnitude da corrente de falta, conforme pode ser observado nas expressões (5.81) e (5.82). Os elementos da matriz \mathbf{N}_e , definidos para um sistema idealmente equilibrado, são provenientes de simplificações e considerações feitas para o sistema desequilibrado e, assim sendo, apresentam uma magnitude distinta dos elementos da matriz \mathbf{N}_d , porém da mesma ordem de grandeza. Por conseguinte, a corrente de falta \mathbf{I}_{fe-abc}^k apresenta uma magnitude diferente da corrente de falta \mathbf{I}_{fd-abc}^k . Assim, a equação (5.84) expressa a parcela da corrente de falta relativa ao desequilíbrio do sistema por intermédio da matriz $\Delta \mathbf{N}^{-1}$.

5.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A EQUAÇÃO PARA FALTAS FASE-TERRA

As equações (5.38), (5.39) e (5.40) expressam as correntes para uma falta FT envolvendo as fases a , b e c respectivamente. Nestas, os coeficientes c_{11d} , c_{12d} , c_{13d} , c_{21d} , c_{22d} , c_{23d} , c_{31d} , c_{32d} , c_{33d} e o determinante $|\mathbf{N}_d|$ denotam a estrutura interna da matriz \mathbf{N} , definida na expressão (4.37), em termos das impedâncias e admitâncias do sistema, da condutância de falta e do comprimento do alimentador, porém agora como números complexos e não como submatrizes de \mathbf{N} , conforme os elementos n_{11d} , n_{12d} , n_{13d} , n_{21d} , n_{22d} , n_{23d} , n_{31d} , n_{32d} e n_{33d} .

Considerando que a barra h da Figura 21 possui uma potência de curto-circuito infinita, o que implica uma matriz impedância equivalente $\mathbf{Z}_{sis-abc}^h$ nula, e que a

matriz impedância trifásica \mathbf{Z}^{hi}_{tr-abc} do transformador conectado entre as barras h e i é dada segundo a equação (4.11), é possível observar nas expressões (4.36) e (4.37) que o desequilíbrio do sistema será devido unicamente à estrutura e topologia do alimentador, conforme as expressões (4.14) e (4.15), e às impedâncias das cargas conectadas ao sistema, de acordo com as expressões (4.18) e (4.67). Consequentemente, tais características exprimem uma condição de desequilíbrio tanto em termos de carregamento quanto em assimetria do alimentador. Entretanto, se o sistema da Figura 21 for considerado idealmente equilibrado, mantidas as considerações acima descritas para as matrizes $\mathbf{Z}^h_{sis-abc}$ e \mathbf{Z}^{hi}_{tr-abc} , as matrizes trifásicas do alimentador e da carga serão dadas conforme as equações (5.53), (5.56) e (5.60) o que resultará em um desequilíbrio praticamente nulo, conforme mostrado no Capítulo 6.

As impedâncias e admitâncias próprias e mútuas que compõem as matrizes das expressões (4.14), (4.15), (4.18) e (4.67) não permitem, da forma como estão apresentadas, afirmar qual dos elementos, alimentador ou carga, é determinante nos desequilíbrios significativos dos SDEE. No entanto, as impedâncias Z^j_{cg-aa} , Z^j_{cg-bb} e Z^j_{cg-cc} (que compõem a matriz \mathbf{Z}^j_{cg-abc} para uma carga trifásica conectada em estrela solidamente aterrada) expressas em (4.18) podem assumir magnitudes muito distintas entre si. Desde valores muito pequenos, para considerar um elevado carregamento em uma determinada fase, a valores muito elevados, para representar a conexão de uma carga monofásica em uma das fases. Já as impedâncias Z^{ij}_{ser-aa} , Z^{ij}_{ser-bb} e Z^{ij}_{ser-cc} na equação (4.14) possuem valores muito próximos entre si (de maneira semelhante, Z^{ij}_{ser-ab} , Z^{ij}_{ser-ac} e Z^{ij}_{ser-bc} na equação (4.14) são de mesma ordem). Assim, é possível assumir que cargas muito desbalanceadas são responsáveis pela circulação de correntes muito desequilibradas e, conseqüentemente, influenciam de forma significativa no grau de desequilíbrio do sistema, conforme mostram os resultados dos estudos de caso do Capítulo 6.

5.4 CONSIDERAÇÕES

A partir das equações desenvolvidas, nota-se que as soluções analíticas utilizando-se componentes de fase são complexas e apresentam um número considerável de variáveis até mesmo para SDEE elementares. Neste capítulo foram apresentadas as equações para faltas fase-terra para um SDEE desequilibrado e idealmente equilibrado, bem como a estrutura destas dessas equações em termos das características do sistema elétrico. O Capítulo seguinte apresenta os estudos de caso para análise das equações desenvolvidas, considerando-se faltas fase-terra.

6 ESTUDOS DE CASO E RESULTADOS

No presente capítulo são apresentadas as configurações e condições do sistema de distribuição utilizadas para avaliar a influência do desequilíbrio na determinação da corrente de falta considerando o MCF.

6.1 TOPOLOGIAS E CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO

O diagrama unifilar ilustrado na Figura 31 representa o SDEE analisado nos Capítulos 4 e 5, mostrado na Figura 21, onde a barra h possui uma potência de curto-circuito infinita. Para as simulações apresentadas neste Capítulo serão utilizadas três topologias de alimentadores e três condições de carregamento descritas a seguir.

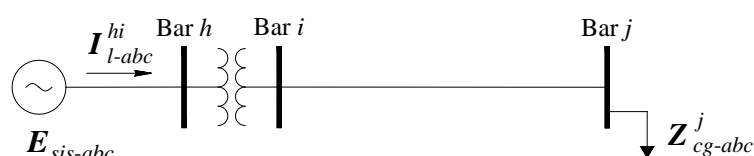


Figura 31 Diagrama unifilar do SDEE simplificado analisado.

6.1.1 Geometria e Características dos Alimentadores

O segmento de linha entre as barras i e j da Figura 31, representado por um circuito π -trifásico, será caracterizado por três estruturas e/ou geometrias típicas em SDEE, tais como: alimentador aéreo trifásico com condutores nus (**A1**), alimentador aéreo trifásico com cabos cobertos¹ (**A2**) e alimentador subterrâneo trifásico (**S1**). As características dos alimentadores são dadas a seguir:

- *Alimentador A1*: apresenta a estrutura mostrada na Figura 32, com os condutores das fases do tipo ACSR 556,500 26/7 e do neutro 4/0 6/1 (KERSTING, 2001);
- *Alimentador A2*: apresenta a estrutura mostrada na Figura 33, com os condutores das fases do tipo 185 mm² coberto com XLPE e cabo mensageiro/neutro de aço zincado com diâmetro nominal de 9,52 mm;
- *Alimentador S1*: composto por cabos unipolares de alumínio do tipo fita de aterramento ou *tape-shielded* de 750 MCM (FILOMENA, 2008), conforme a geometria mostrada na Figura 34.

¹ Denominada rede aérea compacta ou ecológica, caracteriza-se pela cobertura dos cabos por composto extrudado de Polietileno Reticulado (XLPE). Esta cobertura é resistente ao trilhamento elétrico, à radiação solar e à abrasão, porém não oferece isolamento elétrico à tensão de toque.

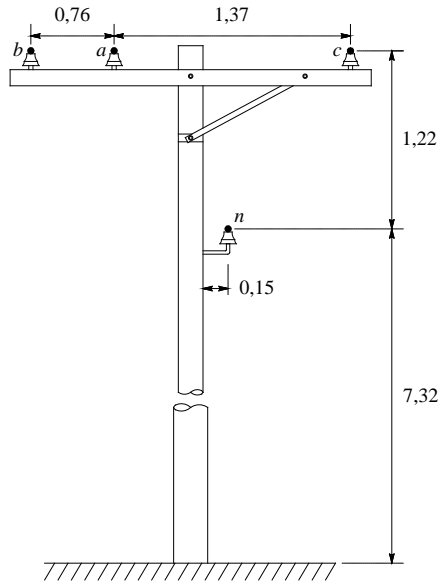


Figura 32 Estrutura de sustentação do alimentador aéreo **A1** (medidas em metros).

Considerando a resistividade da terra constante ($\rho = 100 \Omega \cdot m$), a frequência nominal do sistema ($f = 60 \text{ Hz}$), a topologia dos alimentadores e as características dos condutores utilizados, a partir das equações de Carson (ANDERSON, 1973; KERS-TING, 2002), apresentadas nas expressões (3.14) e (3.15), a matriz impedância trifásica série do segmento de linha não transposto entre as barras i e j da Figura 31, em Ω/km , é :

- para o Alimentador **A1d**:

$$\mathbf{Z}_{ser\ A1d-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} 0,2154 + j \cdot 0,6326 & 0,0970 + j \cdot 0,3118 & 0,0982 + j \cdot 0,2633 \\ 0,0970 + j \cdot 0,3118 & 0,2098 + j \cdot 0,6512 & 0,0954 + j \cdot 0,2392 \\ 0,0982 + j \cdot 0,2633 & 0,0954 + j \cdot 0,2392 & 0,2122 + j \cdot 0,6431 \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

- para o Alimentador **A2d**:

$$\mathbf{Z}_{ser\ A2d-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} 0,3305 + j \cdot 0,8395 & 0,1619 + j \cdot 0,5795 & 0,1665 + j \cdot 0,5519 \\ 0,1619 + j \cdot 0,5795 & 0,3215 + j \cdot 0,8428 & 0,1619 + j \cdot 0,5795 \\ 0,1665 + j \cdot 0,5519 & 0,1619 + j \cdot 0,5795 & 0,3305 + j \cdot 0,8395 \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

- para o Alimentador **S1d**:

$$\mathbf{Z}_{ser\ S1d-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} 0,4654 + j \cdot 0,5576 & 0,3759 + j \cdot 0,4451 & 0,3759 + j \cdot 0,4451 \\ 0,3759 + j \cdot 0,4451 & 0,4654 + j \cdot 0,5576 & 0,3759 + j \cdot 0,4451 \\ 0,3759 + j \cdot 0,4451 & 0,3759 + j \cdot 0,4451 & 0,4654 + j \cdot 0,5576 \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

A partir das expressões (3.20), (3.21) e (3.25), desprezando-se as capacitâncias mútuas entre fases, determina-se a matriz admitância trifásica *shunt* do segmento de linha não transposto entre as barras i e j da Figura 31, em $\mu\text{S}/\text{km}$:

- para o Alimentador **A1d**:

$$\mathbf{Y}_{sh\ A1d-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} j \cdot 3,9154 & 0 & 0 \\ 0 & j \cdot 3,7040 & 0 \\ 0 & 0 & j \cdot 3,5044 \end{bmatrix}, \quad (6.4)$$

- para o Alimentador **A2d**:

$$Y_{sh\ A2d-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} j \cdot 4,9658 & 0 & 0 \\ 0 & j \cdot 5,0087 & 0 \\ 0 & 0 & j \cdot 4,9658 \end{bmatrix}, \quad (6.5)$$

- para o Alimentador **S1d**:

$$Y_{sh\ S1d-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} j \cdot 123,160 & 0 & 0 \\ 0 & j \cdot 123,160 & 0 \\ 0 & 0 & j \cdot 123,160 \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

Onde o subíndice ‘d’ nas expressões (6.1) a (6.6) refere-se ao sistema desequilibrado.

Conforme referido em Capítulos anteriores, a consideração do condutor neutro e da resistência da terra nos alimentadores resulta em matrizes de impedância e admitância de ordem 4 x 4, entretanto o efeito desse condutor e da resistência da terra são incorporados às fases utilizando-se o método de redução de Kron (KRON, 1952) e resulta nas matrizes (6.1) a (6.6) de ordem três.

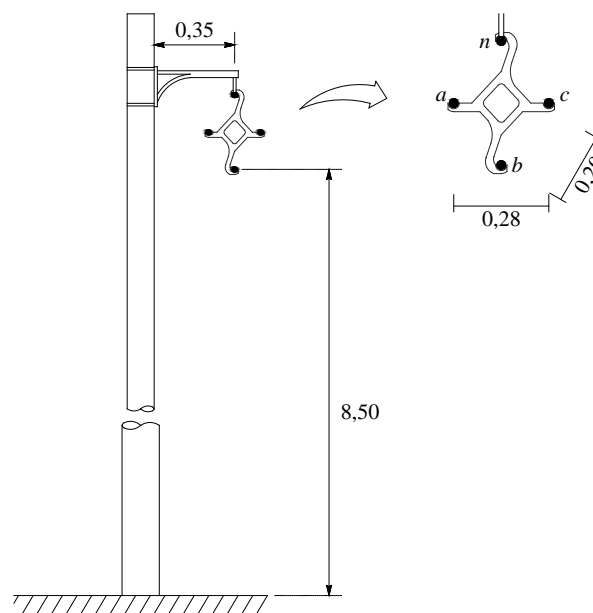


Figura 33 Estrutura de sustentação do alimentador aéreo **A2** (medidas em metros).

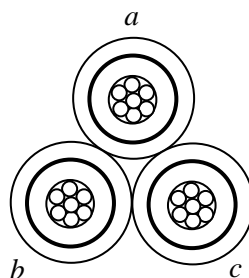


Figura 34 Disposição dos cabos do alimentador subterrâneo **S1**.

Para a consideração de um sistema idealmente equilibrado, a aplicação das equações (5.54) e (5.55) nas expressões (6.1) a (6.3) resulta nas seguintes matrizes de impedâncias trifásicas série do segmento de linha transposto entre as barras i e j da Figura 31, em Ω/km :

- para o Alimentador **A1e**:

$$\mathbf{Z}_{ser\ A1e-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} 0,2124+j\cdot0,6423 & 0,0968+j\cdot0,2714 & 0,0968+j\cdot0,2714 \\ 0,0968+j\cdot0,2714 & 0,2124+j\cdot0,6423 & 0,0968+j\cdot0,2714 \\ 0,0968+j\cdot0,2714 & 0,0968+j\cdot0,2714 & 0,2124+j\cdot0,6423 \end{bmatrix}, \quad (6.7)$$

- para o Alimentador **A2e**:

$$\mathbf{Z}_{ser\ A2e-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} 0,3275+j\cdot0,8406 & 0,1634+j\cdot0,5703 & 0,1634+j\cdot0,5703 \\ 0,1634+j\cdot0,5703 & 0,3275+j\cdot0,8406 & 0,1634+j\cdot0,5703 \\ 0,1634+j\cdot0,5703 & 0,1634+j\cdot0,5703 & 0,3275+j\cdot0,8406 \end{bmatrix}, \quad (6.8)$$

- para o Alimentador **S1e**:

$$\mathbf{Z}_{ser\ S1e-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} 0,4654+j\cdot0,5576 & 0,3759+j\cdot0,4451 & 0,3759+j\cdot0,4451 \\ 0,3759+j\cdot0,4451 & 0,4654+j\cdot0,5576 & 0,3759+j\cdot0,4451 \\ 0,3759+j\cdot0,4451 & 0,3759+j\cdot0,4451 & 0,4654+j\cdot0,5576 \end{bmatrix}. \quad (6.9)$$

A aplicação da equação (5.57) nas expressões (6.4) a (6.6) implica nas seguintes matrizes de admitâncias trifásicas *shunt* do segmento de linha transposto entre as barras i e j da Figura 31, em $\mu\text{S}/\text{km}$:

- para o Alimentador **A1e**:

$$\mathbf{Y}_{sh\ A1e-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} j\cdot3,7079 & 0 & 0 \\ 0 & j\cdot3,7079 & 0 \\ 0 & 0 & j\cdot3,7079 \end{bmatrix}, \quad (6.10)$$

- para o Alimentador **A2e**:

$$\mathbf{Y}_{sh\ A2e-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} j\cdot4,9801 & 0 & 0 \\ 0 & j\cdot4,9801 & 0 \\ 0 & 0 & j\cdot4,9801 \end{bmatrix}, \quad (6.11)$$

- para o Alimentador **S1e**:

$$\mathbf{Y}_{sh\ S1e-abc}^{ij} = \begin{bmatrix} j\cdot123,160 & 0 & 0 \\ 0 & j\cdot123,160 & 0 \\ 0 & 0 & j\cdot123,160 \end{bmatrix}. \quad (6.12)$$

Onde o subíndice ‘e’ nas expressões (6.7) a (6.12) refere-se ao sistema idealmente equilibrado.

O comprimento do alimentador, ou seja, a distância entre as barras i e j foi considerada igual a 3 km para todas as configurações.

6.1.2 Gerador e Subestação Transformadora

O vetor de tensões de fase do gerador, sendo este considerado uma fonte de tensão trifásica, ideal e equilibrada, é dada, em volts, conforme:

$$\mathbf{E}_{sis-abc}^h = \begin{bmatrix} 7967 \angle 0^\circ \\ 7967 \angle -120^\circ \\ 7967 \angle +120^\circ \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

A subestação transformadora de 15 MVA é composta por um transformador trifásico com impedâncias mútuas desprezíveis entre os enrolamentos. A matriz impedância trifásica do transformador conectado entre as barras h e i , referida ao lado de baixa tensão, em Ω , é igual a:

$$\mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi} = \begin{bmatrix} 0,3808+j\cdot3,0470 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3808+j\cdot3,0470 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3808+j\cdot3,0470 \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

6.1.3 Cargas

Para as simulações foram considerados os *Carregamentos C1, C2 e C3*, em que as cargas foram modeladas como uma impedância constante RL em série. Para cargas em estrela solidamente aterrada ($Z_t = 0$), a matriz impedância de carga, obtida segundo as expressões (3.30) e (3.31), em Ω , é :

- para o *Carregamento C1*:

$$\mathbf{Z}_{cg\ C1-abc}^j = \begin{bmatrix} 172+j\cdot82 & 0 & 0 \\ 0 & 172+j\cdot82 & 0 \\ 0 & 0 & 172+j\cdot82 \end{bmatrix}, \quad (6.15)$$

- para o *Carregamento C2d*:

$$\mathbf{Z}_{cg\ C2d-abc}^j = \begin{bmatrix} 180+j\cdot86 & 0 & 0 \\ 0 & 28+j\cdot16 & 0 \\ 0 & 0 & 320+j\cdot180 \end{bmatrix}, \quad (6.16)$$

- para o *Carregamento C3d*:

$$\mathbf{Z}_{cg\ C3d-abc}^j = \begin{bmatrix} 180+j\cdot86 & 0 & 0 \\ 0 & 16+j\cdot9 & 0 \\ 0 & 0 & 320+j\cdot180 \end{bmatrix}. \quad (6.17)$$

Onde as matrizes admitâncias de carga são obtidas, em Ω^{-1} , segundo a expressão (4.19) e o subíndice 'd' em (6.16) e (6.17) refere-se à carga desbalanceada.

Para a consideração de uma carga idealmente balanceada, a aplicação da equação (5.61) em (6.16) e (6.17) resulta nas seguintes matrizes de impedâncias trifásicas de carga, em Ω :

- para o *Carregamento C2e*:

$$\mathbf{Z}_{cg\ C2e-abc}^j = \begin{bmatrix} 176+j\cdot94 & 0 & 0 \\ 0 & 176+j\cdot94 & 0 \\ 0 & 0 & 176+j\cdot94 \end{bmatrix}, \quad (6.18)$$

- para o *Carregamento C3e*:

$$\mathbf{Z}_{cg\ C3e-abc}^j = \begin{bmatrix} 172+j\cdot91,66 & 0 & 0 \\ 0 & 172+j\cdot91,66 & 0 \\ 0 & 0 & 172+j\cdot91,66 \end{bmatrix}. \quad (6.19)$$

Onde as matrizes admitâncias de carga são obtidas, em Ω^{-1} , segundo a equação (4.19) e o subíndice ‘e’ em (6.18) e (6.19) refere-se à carga idealmente balanceada.

6.2 ESTUDOS DE CASO

O objetivo dos estudos de caso é analisar os seguintes parâmetros: topologia do alimentador, carregamento do sistema e resistência de falta para permitir a verificação da influência do desequilíbrio na determinação da corrente de falta. As simulações foram realizadas considerando as seguintes condições:

- faltas fase-terra não simultâneas nas três fases da barra j : FT- a , FT- b e FT- c ;
- 13 resistências de falta: 0,05, 1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e 100 Ω ;
- 3 perfis de carregamentos, com dois níveis de desequilíbrio do sistema para cada topologia do alimentador;
- 3 topologias de alimentadores;
- método de cálculo das correntes de falta: MCF utilizando as equações desenvolvidas nos Capítulos 4 e 5.

A análise foi realizada a partir da combinação dos perfis de carregamentos e das topologias dos alimentadores, que resultaram nas seguintes configurações:

- Configuração **C1A1d**: sistema com o *Alimentador A1d* não transposto e o *Carregamento C1* balanceado;
- Configuração **C2dA1d**: sistema com o *Alimentador A1d* não transposto e o *Carregamento C2d* desbalanceado;
- Configuração **C3dA1d**: sistema com o *Alimentador A1d* não transposto e o *Carregamento C3d* desbalanceado;
- Configuração **C1A2d**: sistema com o *Alimentador A2d* não transposto e o *Carregamento C1* balanceado;
- Configuração **C2dA2d**: sistema com o *Alimentador A2d* não transposto e o *Carregamento C2d* desbalanceado;

- Configuração **C3dA2d**: sistema com o *Alimentador A2d* não transposto e o *Carregamento C3d* desbalanceado;
- Configuração **C1S1d**: sistema com o *Alimentador S1d* não transposto e o *Carregamento C1* balanceado;
- Configuração **C2dS1d**: sistema com o *Alimentador S1d* não transposto e o *Carregamento C2d* desbalanceado;
- Configuração **C3dS1d**: sistema com o *Alimentador S1d* não transposto e o *Carregamento C3d* desbalanceado;
- Configuração **C2eA1e**: sistema com o *Alimentador A1e* transposto e o *Carregamento C2e* balanceado;
- Configuração **C3eA1e**: sistema com o *Alimentador A1e* transposto e o *Carregamento C3e* balanceado;
- Configuração **C2eA2e**: sistema com o *Alimentador A2e* transposto e o *Carregamento C2e* balanceado;
- Configuração **C3eA2e**: sistema com o *Alimentador A2e* transposto e o *Carregamento C3e* balanceado;
- Configuração **C2eS1e**: sistema com o *Alimentador S1e* transposto e o *Carregamento C2e* balanceado;
- Configuração **C3eS1e**: sistema com o *Alimentador S1e* transposto e o *Carregamento C3e* balanceado;

6.3 RESULTADOS

Para avaliar a influência do desequilíbrio no módulo da corrente de falta para diversos valores de resistências de falta foram implementados no programa computacional *Matlab* (MATLAB, 2002) os estudos de caso descritos na Seção 6.2, utilizando-se as expressões desenvolvidas nos Capítulos 4 e 5 e os valores apresentados nas matrizes e vetores da Seção 6.1.

6.3.1 Graus de Desequilíbrio dos Sistemas Simulados

As distintas configurações, alimentadores *versus* carregamentos, descritas na Seção 6.2 resultaram em diferentes graus de desequilíbrios dos sistemas analisados. Para avaliar quantitativamente o grau de desequilíbrio do sistema mostrado na Figura 21, que representa a condição pré-falta do sistema faltoso, utilizou-se o Fator de Desequilíbrio de Tensão (FDT) segundo as expressões (3.11), (3.12) e (3.13). Assim, para calcular o FDT no PAC do SDEE se faz necessária a determinação das tensões de fase na barra i , que são dadas pela equação (4.32) conforme:

$$V_{abc}^i = \begin{bmatrix} V_a^i \\ V_b^i \\ V_c^i \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_{sis-a} \\ E_{sis-b} \\ E_{sis-c} \end{bmatrix}. \quad (6.20)$$

Onde:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{U} + l \cdot \mathbf{Z}_{ser-abc}^{ij} \cdot (\mathbf{Y}_{cg-abc}^j + l \cdot 0,5 \cdot \mathbf{Y}_{sh-abc}^{ij})) \quad (6.21)$$

e \mathbf{M} é a matriz definida na equação (4.31).

Logo, utilizando a equação (3.11) é possível determinar o FDT dos sistemas simulados conforme:

$$\text{FDT (\%)} = \frac{|(V_a^i - V_b^i) + (V_b^i - V_c^i) \cdot 1 \angle 120^\circ + (V_c^i - V_a^i) \cdot 1 \angle -120^\circ|}{|(V_a^i - V_b^i) + (V_b^i - V_c^i) \cdot 1 \angle -120^\circ + (V_c^i - V_a^i) \cdot 1 \angle 120^\circ|} \cdot 100 \% \quad (6.22)$$

Aplicando-se as matrizes e vetores apresentados na Seção 6.1 nas expressões (6.20), (6.21) e (6.22) é possível determinar as tensões pré-falta na barra i e a variação do grau de desequilíbrio do sistema analisado com as diferentes configurações de alimentadores e carregamentos, que são apresentados nas Tabelas 4, 5 e 6.

Tabela 4 Graus de desequilíbrio do sistema considerando o *Alimentador A1d* e os *Carregamentos C1, C2d e C3d*.

	C1A1d		C2A1d		C3A1d	
	Mód.	Fase	Mód.	Fase	Mód.	Fase
V_a^i [V]	7897,6	-2,652	7903,3	-2,626	7905,0	-2,635
V_b^i [V]	7897,0	-122,651	7515,8	-125,716	7198,4	-128,007
V_c^i [V]	7897,2	117,346	7926,0	117,725	7925,2	117,723
FDT [%]	0,0012		2,6143		4,5389	

Tabela 5 Graus de desequilíbrio do sistema considerando o *Alimentador A2d* e os *Carregamentos C1, C2d e C3d*.

	C1A2d		C2dA2d		C3dA2d	
	Mód.	Fase	Mód.	Fase	Mód.	Fase
V_a^i [V]	7897,8	-2,653	7905,5	-2,632	7908,5	-2,648
V_b^i [V]	7897,4	-122,652	7519,2	-125,644	7210,0	-127,799
V_c^i [V]	7897,4	117,344	7924,9	117,717	7923,0	117,712
FDT [%]	0,0003		2,5817		4,4316	

Tabela 6 Graus de desequilíbrio do sistema considerando o *Alimentador S1d* e os *Carregamentos C1, C2d e C3d*.

	C1S1d		C2dS1d		C3dS1d	
	Mód.	Fase	Mód.	Fase	Mód.	Fase
V_a^i [V]	7906,2	-2,664	7912,9	-2,654	7915,0	-2,674
V_b^i [V]	7905,9	-122,663	7536,4	-125,747	7241,5	-128,086
V_c^i [V]	7905,9	117,333	7933,2	117,715	7931,2	117,714
FDT [%]	0,0001		2,5926		4,4697	

Uma análise preliminar permite verificar que na presença de uma carga balanceada, ou seja, para o *Carregamento C1*, mesmo que os alimentadores sejam não-transpostos e apresentem os efeitos capacitivos e acoplamentos mútuos entre as fases, o grau de desequilíbrio do sistema é praticamente zero e o maior desequilíbrio

ocorre na configuração com o alimentador aéreo da Figura 32, que apresenta a maior assimetria entre as fases.

Para avaliar a influência do carregamento no grau de desequilíbrio do sistema, considere a configuração com o *Alimentador A1d* e uma impedância de carga Z_{cg-abc} igual nas três fases que varia conforme a Tabela 7, em que o maior carregamento resultou em uma corrente de 386 A, sendo a corrente nominal do sistema igual a 400 A. Utilizando-se a expressão (6.20) com os valores obtidos para essa configuração é possível determinar o FDT mostrado na Tabela 7.

Tabela 7 Variação da impedância de carga para a configuração com o *Alimentador A1d* e os respectivos valores de desequilíbrio do sistema.

Z_{cg-abc} [Ω]	160+j90	144+j81	128+j72	112+j63	96+j54	80+j45	64+j36	48+j27	32+j18	16+j9
$ Z_{cg-abc} $ [Ω]	183,57	165,21	146,86	128,50	110,14	91,78	73,43	55,07	36,71	18,35
FDT [%]	0,0015	0,0018	0,0021	0,0027	0,0036	0,0050	0,0076	0,0131	0,0282	0,1017

A influência do carregamento no grau de desequilíbrio do sistema pode ser analisada a partir dos resultados apresentados na Tabela 7, onde se verifica um aumento no desequilíbrio com o aumento da carga, que pode ser melhor visualizado na Figura 35. Entretanto, um FDT = 0,1017 % não representa um desequilíbrio significativo para um SDEE, pois, segundo a literatura técnica, tais sistemas podem apresentar desequilíbrios superiores a 3%. Ainda, a partir da Figura 31 é possível escrever o vetor de tensões na barra i conforme:

$$\mathbf{V}_{abc}^i = \mathbf{E}_{sis-abc} - \mathbf{Z}_{tr-abc}^{hi} \cdot \mathbf{I}_{l-abc}^{hi} \quad (6.23)$$

É possível observar na equação (6.23) que os valores de desequilíbrio mostrados na Tabela 7 decorrem exclusivamente da circulação de correntes desequilibradas entre as barras h e i , pois a matriz impedância do transformador é diagonal com valores iguais entre si. Sendo que as correntes desequilibradas resultam da geometria e não-transposição dos alimentadores.

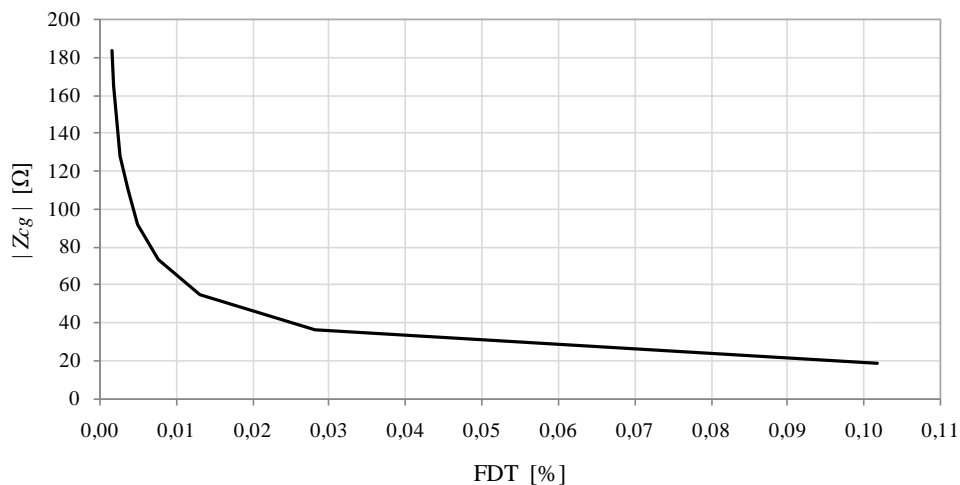


Figura 35 Resultado da variação da impedância de carga para a configuração com o *Alimentador A1d* em função do desequilíbrio do sistema.

Desta forma, os resultados mostrados nas Tabelas 4, 5, 6 e 7 permitem concluir que o desequilíbrio significativo de um SDEE é inerente ao desbalanço das cargas alimentadas por este sistema e pouco dependente da assimetria dos alimentadores.

6.3.2 Correntes de Falta Considerando o Sistema Desequilibrado

O objetivo desta subseção é avaliar o comportamento da corrente de falta, para diversos valores de resistências de falta e em diferentes condições de desequilíbrio, a partir dos estudos de casos descritos na Seção 6.2, utilizando-se as expressões (5.38), (5.39) e (5.40) e os valores determinados nas matrizes e vetores da Seção 6.1. Os resultados apresentados a seguir decorrem das simulações de faltas FT não simultâneas nas três fases da barra j do sistema mostrado na Figura 31.

Os valores das correntes de falta mostrados nas Tabelas 8, 9 e 10 consideram os *Carregamentos C1, C2d e C3d* para a configuração com o *Alimentador A1d* em função da resistência de falta.

Tabela 8 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C1A1d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1639	1480	901	562	313	215	164	132	111	95	83	74	67
I_{f-b} [A]	1637	1481	906	567	315	217	165	133	112	96	84	75	68
I_{f-c} [A]	1624	1469	897	561	312	215	164	132	110	95	83	74	67

Tabela 9 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dA1d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1580	1488	1006	646	361	248	189	152	127	109	96	85	77
I_{f-b} [A]	1564	1445	930	590	330	227	173	139	117	100	88	78	71
I_{f-c} [A]	1599	1511	1031	664	371	255	194	156	131	112	98	88	79

Tabela 10 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dA1d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1587	1494	1008	648	362	249	189	152	128	110	96	86	77
I_{f-b} [A]	1563	1416	870	545	304	209	159	128	108	93	81	72	65
I_{f-c} [A]	1619	1530	1043	671	375	258	196	158	132	114	100	89	80

A Figura 36 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o *Alimentador A1d* e o *Carregamento C1*. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e as impedâncias da carga são iguais nas três fases. É possível observar que o valor da corrente de falta é aproximadamente igual em cada uma das fases, o que mostra a pouca influência da assimetria do alimentador no módulo da corrente em cada fase.

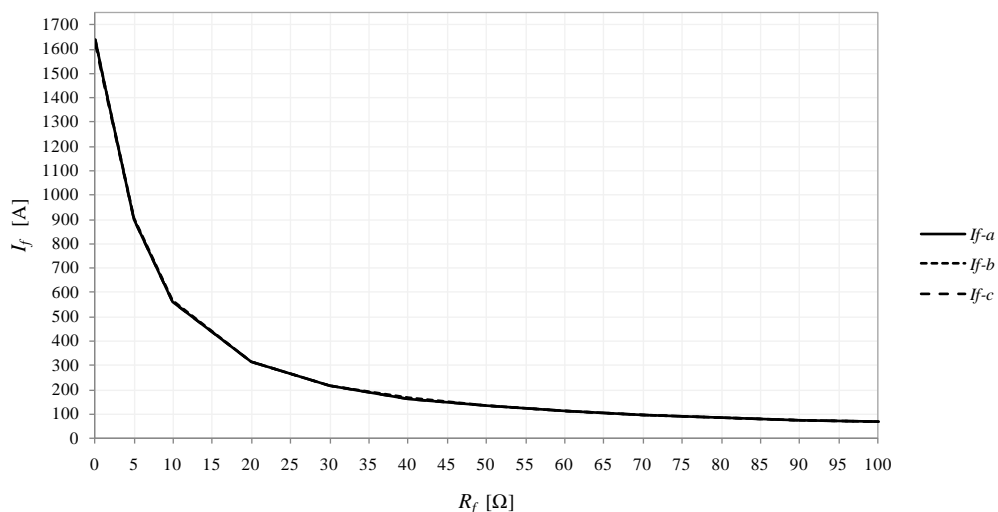
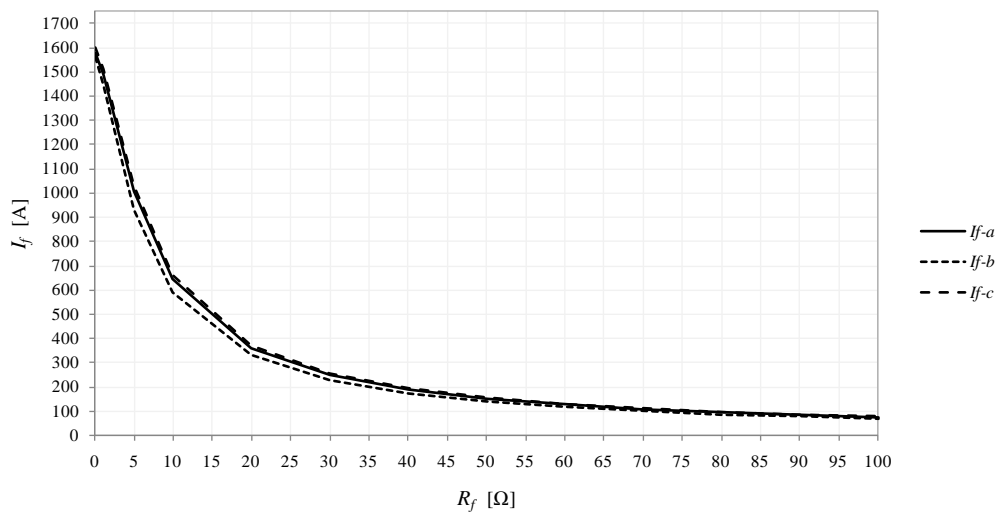


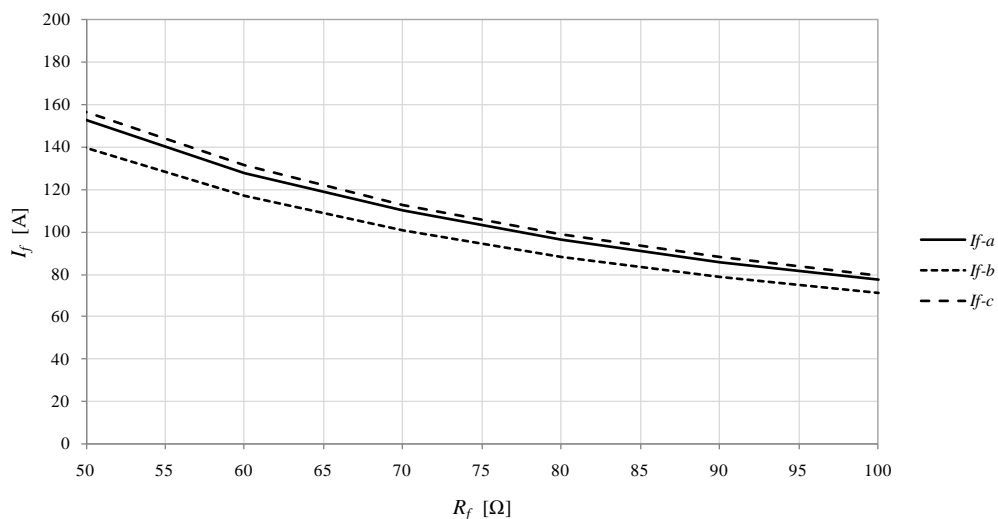
Figura 36 Resultados das correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C1A1d**.

A Figura 37 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o *Alimentador A1d* e o *Carregamento C2d*. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e um carregamento maior na fase b , resultando em um FDT igual a 2,6143 %. É possível observar que o valor da corrente de falta é menor na fase que possui o maior carregamento. Nota-se também a influência do desbalanço da carga no módulo da corrente em cada fase.



(a) Visão Geral

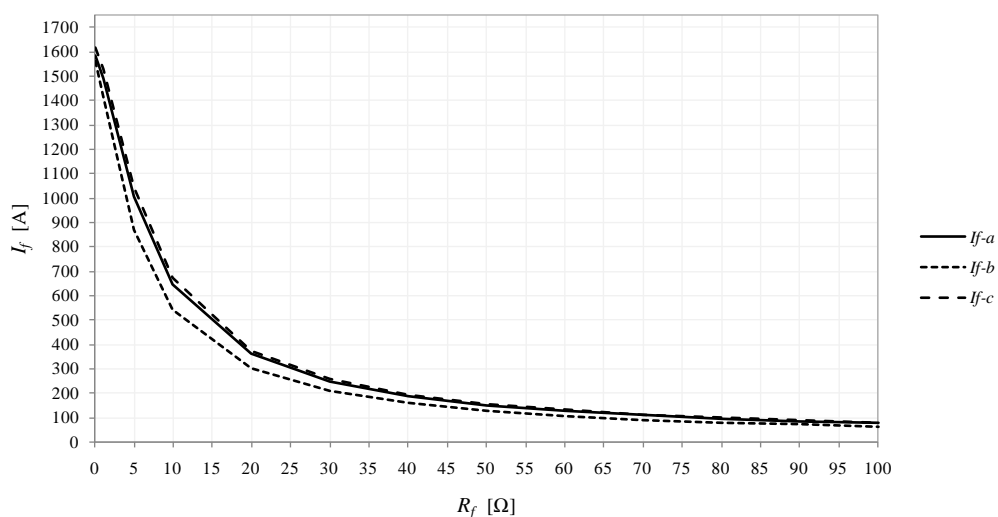
Figura 37 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dA1d**.



(b) Vista Ampliada

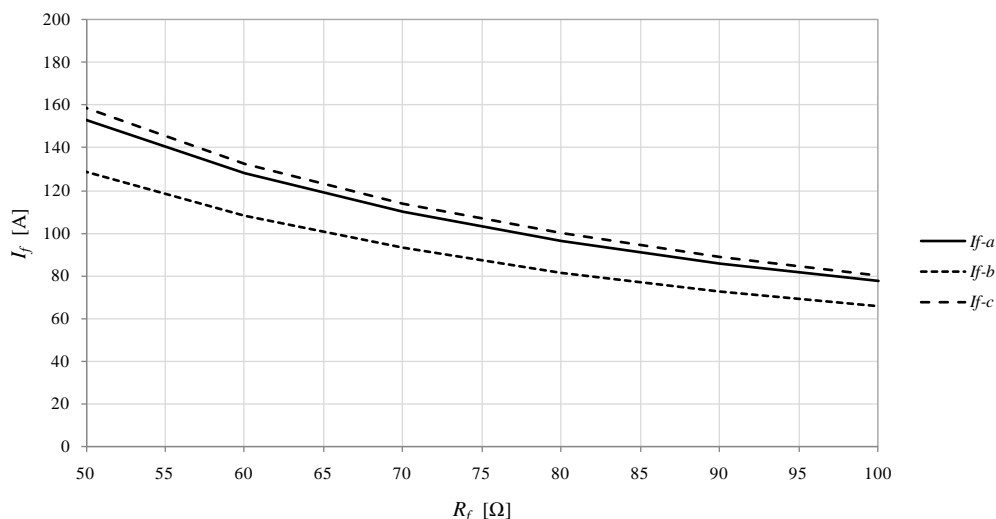
Figura 37 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dA1d**.

A Figura 38 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o *Alimentador A1d* e o *Carregamento C3d*. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e um carregamento ainda maior na fase b , resultando em um FDT igual a 4,5389 %. É possível observar que o valor da corrente de falta é menor na fase que possui o maior carregamento. Nota-se também a influência do desbalanço da carga no módulo da corrente em cada fase.



(a) Visão Geral

Figura 38 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dA1d**.



(b) Vista Ampliada

Figura 38 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dA1d**.

As Tabelas 11, 12 e 13 mostram os valores das correntes de falta em função da resistência de falta, considerando os *Carregamentos* **C1**, **C2d** e **C3d** para a configuração com o *Alimentador* **A2d**.

Tabela 11 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C1A2d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1400	1322	931	619	354	246	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-b} [A]	1400	1323	933	620	355	246	188	152	127	109	96	85	77
I_{f-c} [A]	1401	1323	932	619	355	246	188	151	127	109	96	85	77

Tabela 12 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dA2d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1403	1323	928	616	352	244	186	150	126	108	95	85	76
I_{f-b} [A]	1398	1294	860	560	319	221	169	136	114	98	86	77	69
I_{f-c} [A]	1468	1387	977	649	371	257	196	158	133	114	100	89	80

Tabela 13 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dA2d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1419	1337	933	618	353	245	187	151	126	109	95	85	77
I_{f-b} [A]	1397	1268	803	514	291	202	154	124	104	90	79	70	63
I_{f-c} [A]	1517	1432	1005	666	381	264	201	162	136	117	103	92	82

A Figura 39 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o *Alimentador* **A2d** e o *Carregamento* **C1**. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e as impedâncias

da carga são iguais nas três fases. É possível observar que o valor da corrente de falta é aproximadamente igual em cada uma das fases, o que mostra a pouca influência da assimetria do alimentador no módulo da corrente em cada fase.

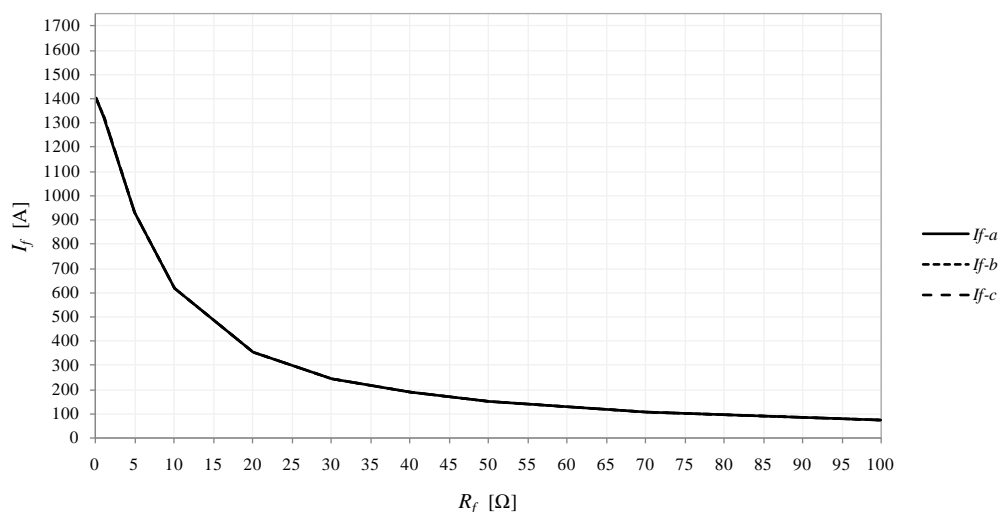
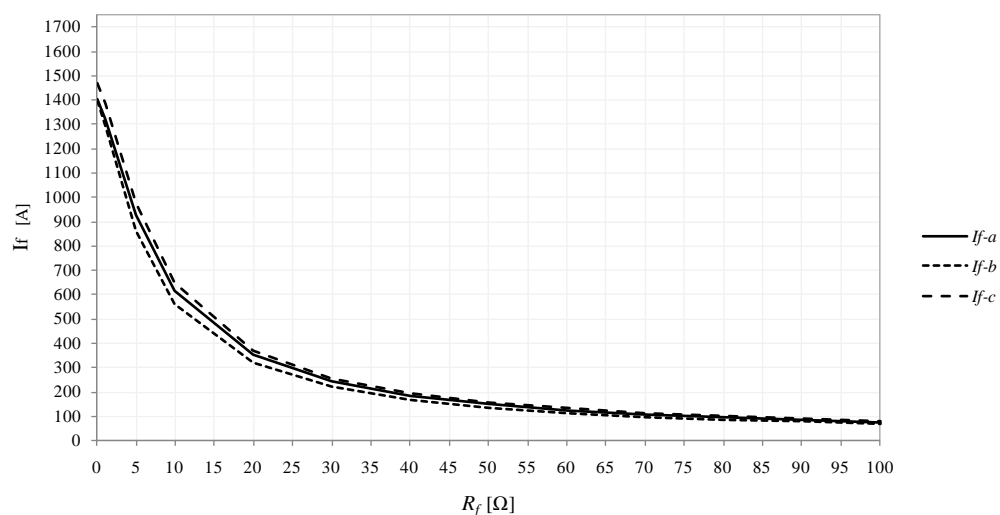


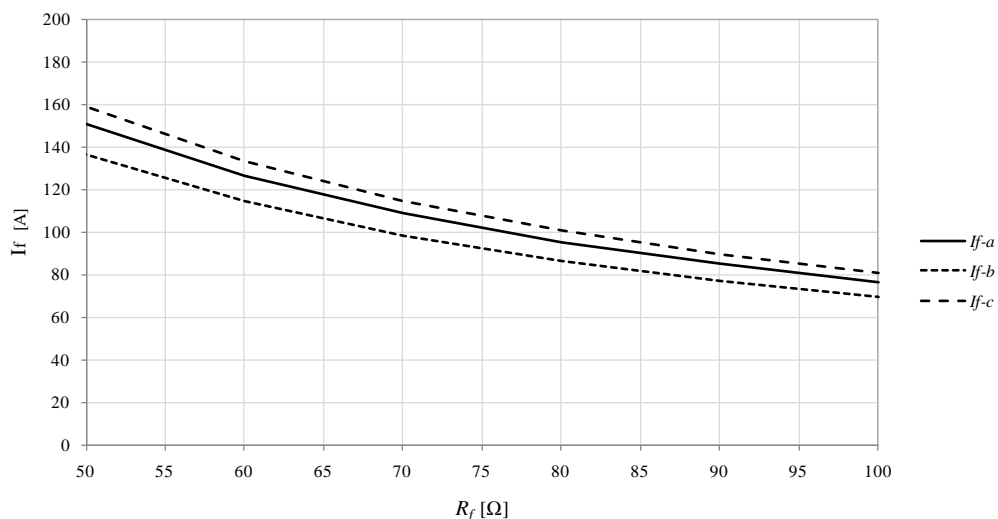
Figura 39 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C1A2d**.

A Figura 40 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o *Alimentador A2d* e o *Carregamento C2d*. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e um carregamento maior na fase b , resultando em um FDT igual a 2,5817 %. É possível observar que o valor da corrente de falta é menor na fase que possui o maior carregamento. Nota-se também a influência do desbalanço da carga no módulo da corrente em cada fase.



(a) Visão Geral

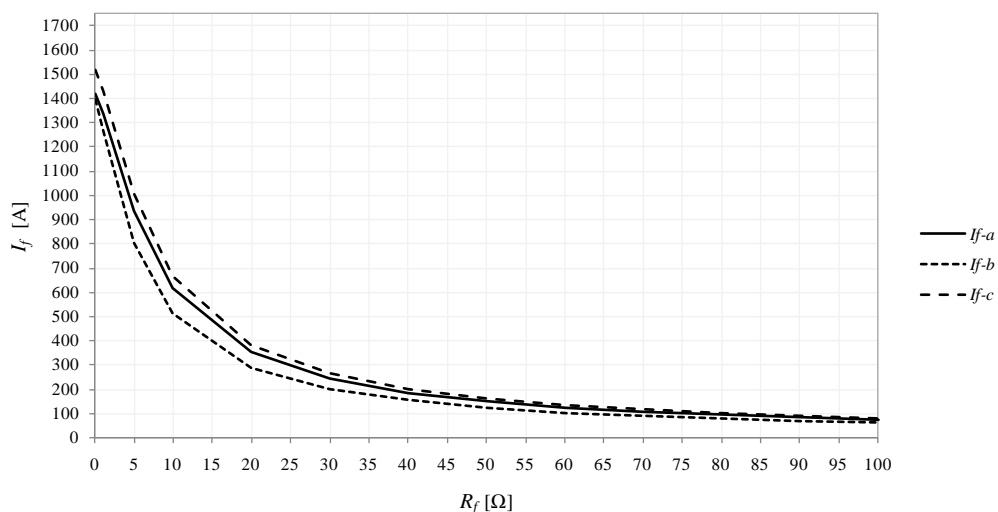
Figura 40 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dA2d**.



(b) Vista Ampliada

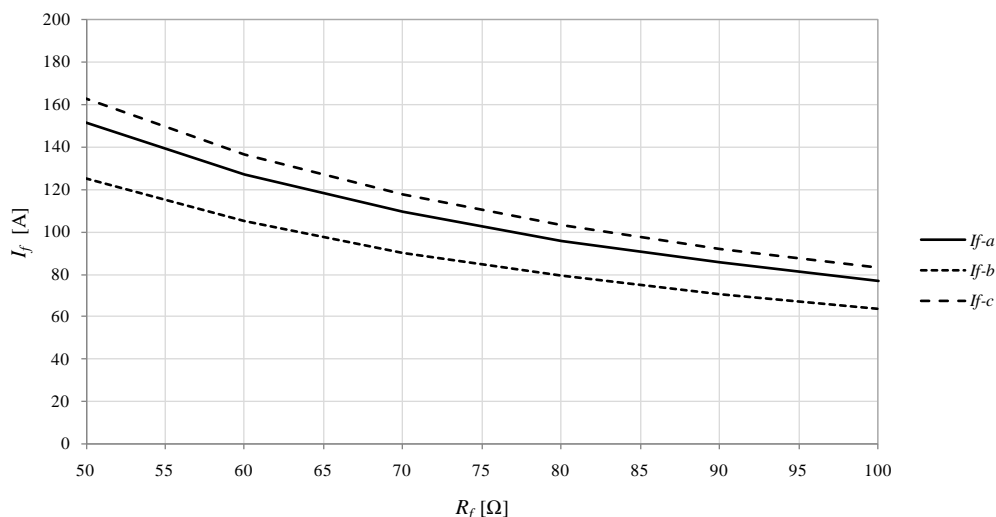
Figura 40 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dA2d**.

A Figura 41 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o *Alimentador A1d* e o *Carregamento C3d*. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e um carregamento ainda maior na fase b , resultando em um FDT igual a 4,4697 %. É possível observar que o valor da corrente de falta é menor na fase que possui o maior carregamento. Nota-se também a influência do desbalanço da carga no módulo da corrente em cada fase.



(a) Visão Geral

Figura 41 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dA2d**.



(b) Vista Ampliada

Figura 41 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dA2d**.

Os valores das correntes de falta mostrados nas Tabelas 14, 15 e 16 consideram os *Carregamentos* **C1**, **C2d** e **C3d** para a configuração com o *Alimentador* **S1d** em função da resistência de falta.

Tabela 14 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C1S1d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1596	1468	960	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-b} [A]	1596	1467	960	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-c} [A]	1596	1467	960	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77

Tabela 15 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dS1d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1629	1497	976	630	357	248	189	153	128	110	97	86	78
I_{f-b} [A]	1591	1433	890	567	320	222	169	137	115	99	87	77	70
I_{f-c} [A]	1661	1529	1000	647	367	254	194	157	131	113	99	88	80

Tabela 16 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dS1d**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1667	1531	994	641	363	251	192	155	130	112	98	87	79
I_{f-b} [A]	1589	1405	836	525	295	204	155	126	105	91	101	90	81
I_{f-c} [A]	1708	1572	1025	661	374	259	198	160	134	115	101	90	81

A Figura 42 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o *Alimentador* **S1d** e o *Carregamento* **C1**. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e as

impedâncias da carga são iguais nas três fases. É possível observar que o valor da corrente de falta é aproximadamente igual em cada uma das fases, o que mostra a pouca influência da assimetria do alimentador no módulo da corrente em cada fase.

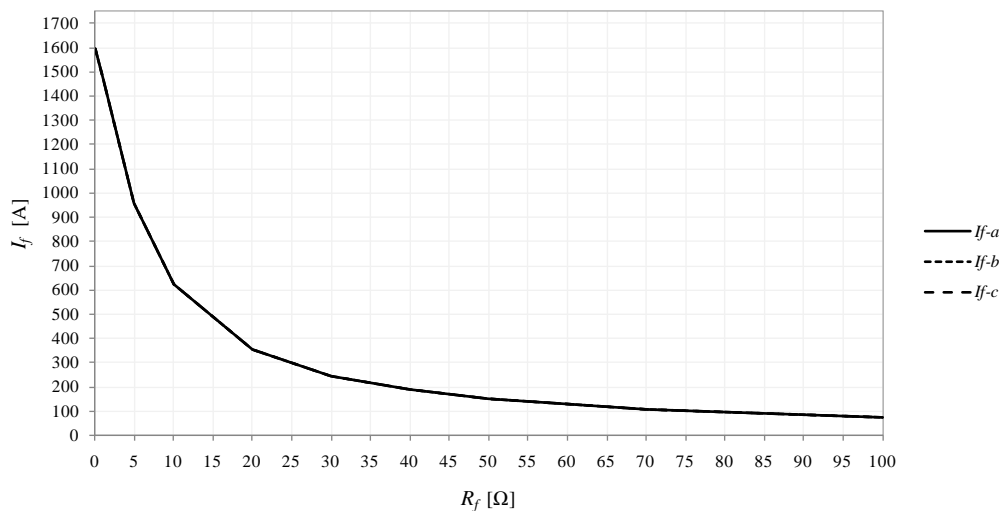
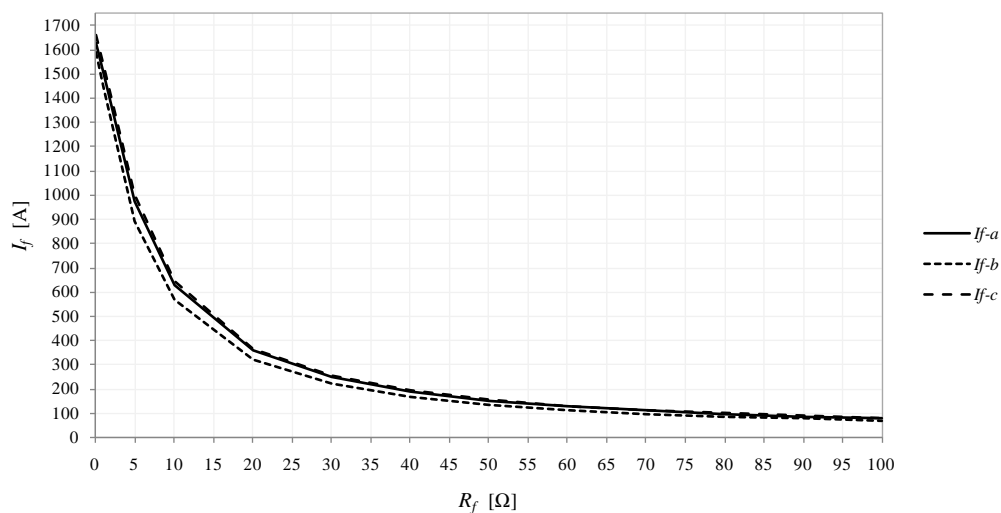


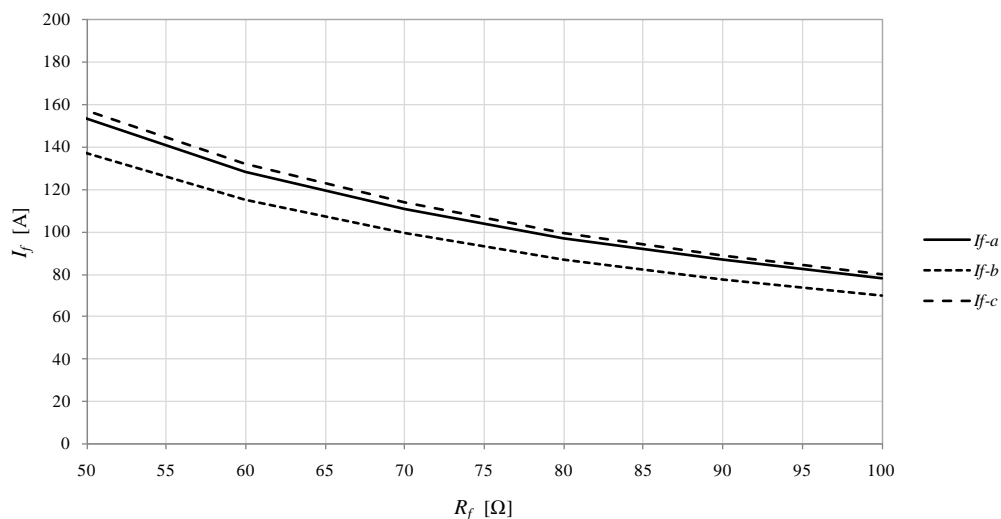
Figura 42 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C1S1d**.

A Figura 43 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o *Alimentador S1d* e o *Carregamento C2d*. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e um carregamento maior na fase b , resultando em um FDT igual a 2,5926 %. É possível observar que o valor da corrente de falta é menor na fase que possui o maior carregamento. Nota-se também a influência do desbalanço da carga no módulo da corrente em cada fase.



(a) Visão Geral

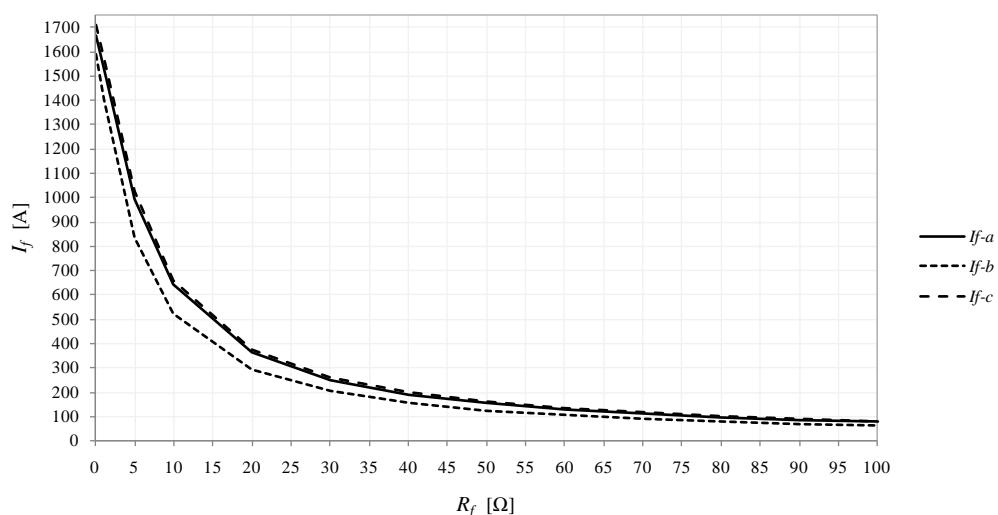
Figura 43 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dS1d**.



(b) Vista Ampliada

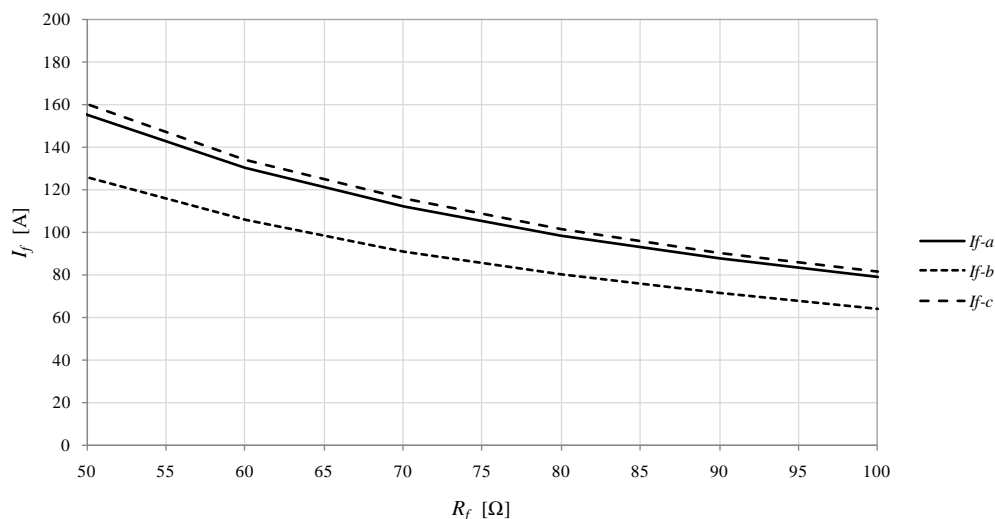
Figura 43 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2dS1d**.

A Figura 44 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, considerando o Alimentador **S1d** e o Carregamento **C3d**. Nesta configuração, o alimentador possui assimetria entre as fases e um carregamento ainda maior na fase b , resultando em um FDT igual a 4,4697 %. É possível observar que o valor da corrente de falta é menor na fase que possui o maior carregamento. Nota-se também a influência do desbalanço da carga no módulo da corrente em cada fase.



(a) Visão Geral

Figura 44 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dS1d**.



(b) Vista Ampliada

Figura 44 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3dS1d**.

As Figuras 37, 38, 40, 41, 43 e 44, que resultaram das simulações feitas para as configurações em que o desequilíbrio é devido à assimetria das linhas e ao desbalanço das cargas, mostram que a corrente de falta será diferente em cada uma das fases (para uma dada configuração e para uma mesma resistência de falta), porém da mesma ordem de grandeza. É possível observar, também, que a diferença entre as correntes de falta ocorre para as condições em que a carga é desbalanceada e aumenta com um incremento no desequilíbrio do sistema.

6.3.3 Correntes de Falta Considerando o Sistema Idealmente Equilibrado

Nesta subseção serão apresentados os resultados para os casos em que o sistema de distribuição da Figura 31 é considerado idealmente equilibrado. O módulo da corrente de falta nas fases a , b e c foi obtido, para diversos valores de resistências de falta, utilizando-se as expressões (5.67), (5.68) e (5.69) e os valores apresentados nas matrizes e vetores da Seção 6.1.

Os valores das correntes de falta, para faltas FT não simultâneas nas três fases da barra j do sistema mostrado na figura 31, apresentados nas Tabelas 17 e 18 consideram os *Carregamentos C2e* e *C3e* para a configuração com o *Alimentador A1e* em função da resistência de falta.

Tabela 17 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2eA1e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77
I_{f-b} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77
I_{f-c} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77

Tabela 18 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3eA1e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1572	1483	1007	648	363	249	189	153	128	110	96	86	77
I_{f-b} [A]	1572	1483	1007	648	363	249	189	153	128	110	96	86	77
I_{f-c} [A]	1572	1483	1007	648	363	249	189	153	128	110	96	86	77

A Figura 45 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, para o Alimentador **A1e** e os Carregamentos **C2e** e **C3e**. Nestas configurações, o alimentador é considerado idealmente transposto e as impedâncias da carga são iguais nas três fases, conforme as expressões (6.18) e (6.19). É possível observar que não existe variação da corrente de falta em cada uma das fases devido ao desequilíbrio desprezível do sistema.

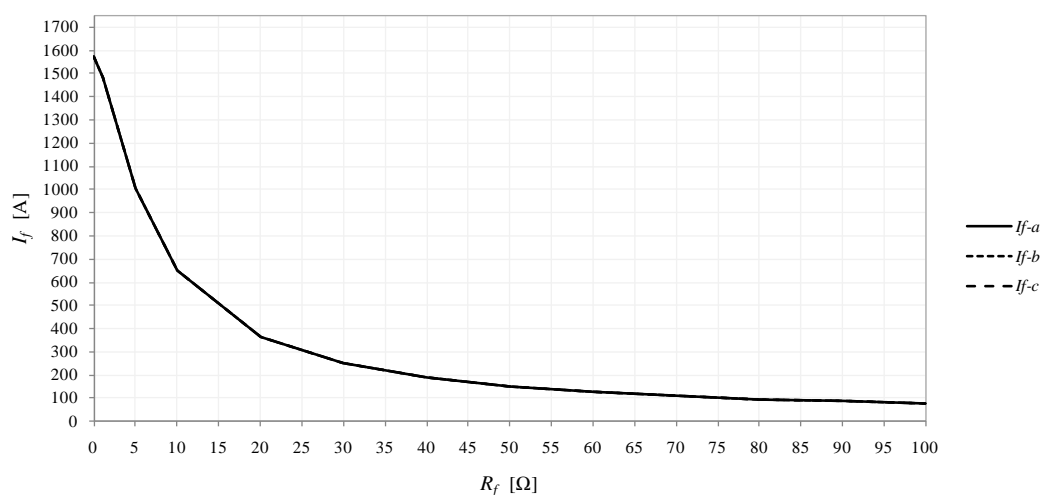


Figura 45 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para as configurações **C2eA1e** e **C3eA1e**.

Os valores das correntes de falta mostrados nas Tabelas 19 e 20 consideram os Carregamentos **C2e** e **C3e** para a configuração com o Alimentador **A2e** em função da resistência de falta.

Tabela 19 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2eA2e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1400	1323	933	620	355	246	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-b} [A]	1400	1323	933	620	355	246	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-c} [A]	1400	1323	933	620	355	246	187	151	127	109	96	85	77

Tabela 20 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3eA2e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1400	1323	932	620	355	245	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-b} [A]	1400	1323	932	620	355	245	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-c} [A]	1400	1323	932	620	355	245	187	151	127	109	96	85	77

A Figura 46 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, para o Alimentador **A2e** e os Carregamentos **C2e** e **C3e**, em que o alimentador é considerado idealmente transposto e as impedâncias da carga são iguais nas três fases. Nota-se que a corrente de falta em cada uma das fases apresenta valores praticamente iguais.

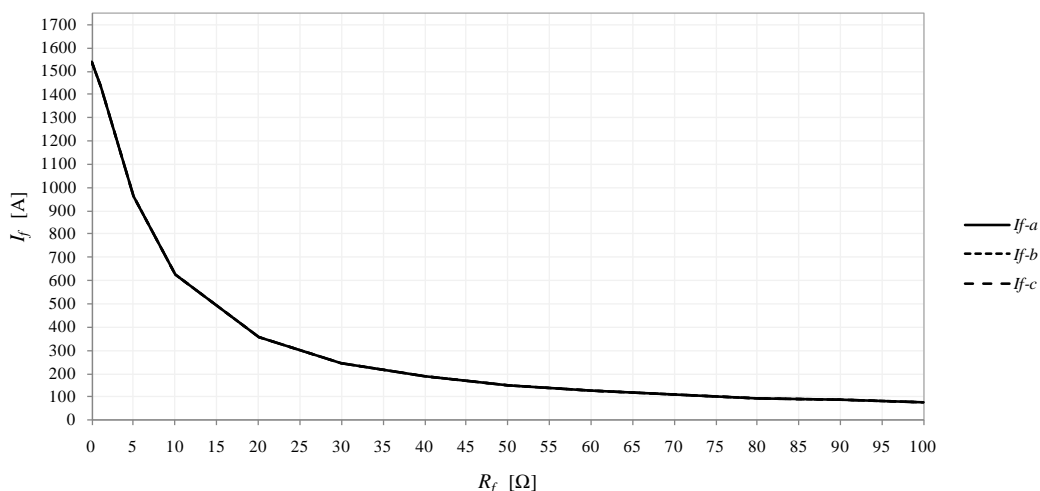


Figura 46 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para as configurações **C2eA2e** e **C3eA2e**.

As Tabelas 21 e 22 mostram os valores das correntes de falta em função da resistência de falta, considerando os Carregamentos **C2e** e **C3e** para a configuração com o Alimentador **S1e**.

Tabela 21 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C2eS1e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1595	1467	961	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-b} [A]	1595	1467	961	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-c} [A]	1595	1467	961	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77

Tabela 22 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para a configuração **C3eS1e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
I_{f-a} [A]	1596	1468	960	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-b} [A]	1596	1468	960	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77
I_{f-c} [A]	1596	1468	960	622	353	245	187	151	127	109	96	85	77

A Figura 47 mostra o comportamento da corrente de falta em função da variação da resistência de falta, para o Alimentador S1e e os Carregamentos C2e e C3e.

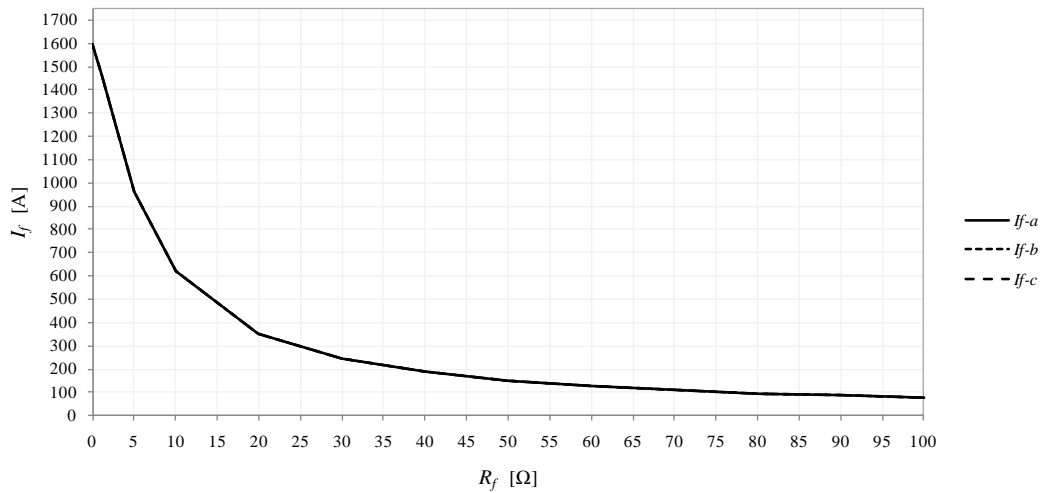


Figura 47 Correntes de falta não simultâneas nas fases a , b e c em função da resistência de falta para as configurações C2eS1e e C3eS1e.

As Figuras 45 e 46 mostram que, apesar da diferença dos valores entre os elementos (que representam as impedâncias próprias e mútuas das fases a , b e c) das matrizes (6.7) e (6.8), os valores das correntes de falta são da mesma ordem de grandeza, porém com magnitudes menores para o alimentador aéreo trifásico com cabos cobertos (A2e).

6.3.4 Determinação e Análise dos Erros das Correntes de Falta Relativos ao Desequilíbrio do Sistema

Para a análise a seguir foram considerados os Carregamentos C2d e C3d para a topologia com o Alimentador A1d, pois, conforme as Tabelas 4 a 6, essas configurações resultaram nos maiores graus de desequilíbrio do sistema. Desta forma, para avaliar a influência do desequilíbrio no módulo da corrente de falta, foram determinados os erros relativos e absolutos das correntes de falta nas fases a , b e c em função de uma dada resistência de falta para uma condição em que um sistema desequilibrado é considerado idealmente equilibrado.

Os erros relativos e absolutos foram calculados segundo as equações (6.24) e (6.25) respectivamente:

$$\text{Erro [\%]} = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{n=a}^c \left(\frac{I_{f-nd} - I_{f-ne}}{I_{f-nd}} \right)^2} \cdot 100\% , \quad (6.24)$$

$$\text{Erro [A]} = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{n=a}^c (I_{f-nd} - I_{f-ne})^2} . \quad (6.25)$$

Onde I_{f-nd} e I_{f-ne} referem-se às correntes de falta para o sistema desequilibrado e idealmente equilibrado, respectivamente; a , b e c são as fases do sistema.

6.3.4.1 Análise do Erro Relativo das Correntes de Falta

A Tabela 23 apresenta o erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para a condição em que a configuração com o *Alimentador A1d* e o *Carregamento C2d* (com um FDT = 2,6143 %) é considerada idealmente equilibrada, isto é, para a configuração com o *Alimentador A1e* e o *Carregamento C2e*.

Tabela 23 Erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações **C2dA1d** e **C2eA1e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Erro [%]	1,06	1,87	4,88	5,85	5,94	5,85	5,78	5,72	5,68	5,65	5,62	5,61	5,58
Sistema Desequilibrado – C2dA1d													
I_{f-ad} [A]	1580	1488	1006	646	361	248	189	152	127	109	96	85	77
I_{f-bd} [A]	1564	1445	930	590	330	227	173	139	117	100	88	78	71
I_{f-cd} [A]	1599	1511	1031	664	371	255	194	156	131	112	98	88	79
Sistema Idealmente Equilibrado – C2eA1e													
I_{f-ae} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77
I_{f-be} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77
I_{f-ce} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77

A Figura 48 mostra que, para o sistema simulado com um FDT = 2,6143 %, há um rápido aumento do erro relativo para uma faixa de resistência de falta entre 0,05 e 10 Ω . Observa-se que o erro relativo máximo é da ordem de 6 %, mantendo-se praticamente constante com o aumento da resistência de falta.

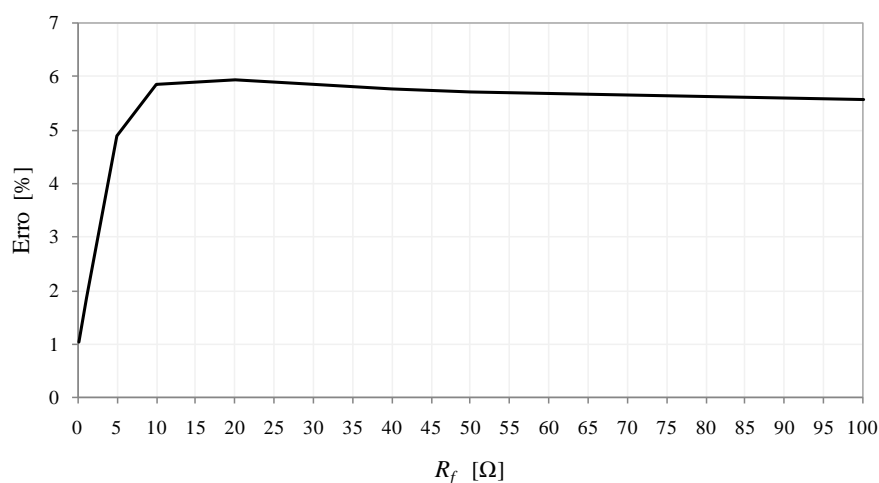


Figura 48 Erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações **C2dA1d** e **C2eA1e**.

A Tabela 24 apresenta o erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para a condição em que a configuração com o *Alimentador A1d* e o *Carregamento C3d* (com um FDT = 4,5389 %) é considerada idealmente equilibrada, ou seja, para a configuração com o *Alimentador A1e* e o *Carregamento C3e*.

Tabela 24 Erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações **C3dA1d** e **C3eA1e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Erro [%]	1,79	3,28	9,25	11,05	11,33	11,21	11,09	11,00	10,93	10,89	10,85	10,81	10,78
Sistema Desequilibrado – C3dA1d													
I_{f-ad} [A]	1587	1494	1008	648	362	249	189	152	128	110	96	86	77
I_{f-bd} [A]	1563	1416	870	545	304	209	159	128	108	93	81	72	65
I_{f-cd} [A]	1619	1530	1043	671	375	258	196	158	132	114	100	89	80
Sistema Idealmente Equilibrado – C3eA1e													
I_{f-ae} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77
I_{f-be} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77
I_{f-ce} [A]	1572	1483	1006	648	363	249	190	153	128	110	96	86	77

A Figura 49 mostra um comportamento do erro relativo semelhante ao mostrado na Figura 49 para uma faixa de resistência de falta entre 0,05 e 10 Ω . No entanto, para o sistema simulado com um FDT = 4,5389 %, o erro relativo máximo é da ordem de 11 % e apresenta pouca variação com o aumento da resistência de falta.

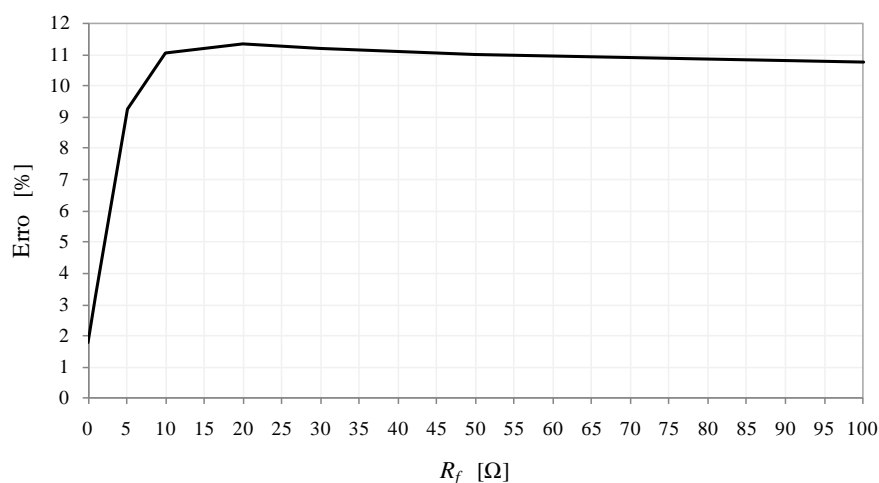


Figura 49 Erro relativo das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações **C3dA1d** e **C3eA1e**.

As Figuras 48 e 49 mostram que existe um erro significativo no módulo da corrente de falta quando o desequilíbrio de um SDEE é desprezado. As simplificações inerentes às considerações feitas para a obtenção de um sistema idealmente equilibrado resultam em erros na corrente de falta que crescem com o aumento do grau de desequilíbrio do sistema.

6.3.4.2 Análise do Erro Absoluto das Correntes de Falta

A Tabela 25 apresenta os erros absolutos das correntes de falta em função de uma dada resistência de falta para a condição em que a configuração com o Alimentador **A1d** e o Carregamento **C2d** (com um FDT = 2,6143 %) é considerada idealmente equilibrada, isto é, para a configuração com o Alimentador **A1e** e o Carregamento **C2e**.

Tabela 25 Erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações **C2dA1d** e **C2eA1e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Erro [A]	9,76	15,82	26,48	20,09	11,40	7,73	5,82	4,64	3,87	3,31	2,89	2,57	2,3

A Figura 50 mostra que, para o sistema simulado com um FDT = 2,6143 %, ocorre um aumento do erro absoluto para uma faixa de resistência de falta entre 0,05 e 5 Ω . Observa-se que o erro absoluto é máximo para $R_f = 5 \Omega$ e decresce com o aumento da resistência de falta.

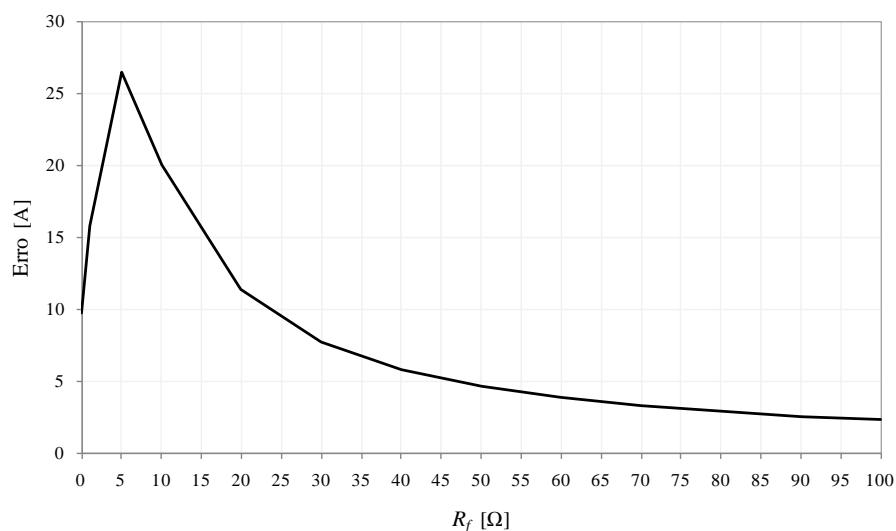


Figura 50 Erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações **C2dA1d** e **C2eA1e**.

A Tabela 26 apresenta o erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para a condição em que a configuração com o *Alimentador A1d* e o *Carregamento C3d* (com um FDT = 4,5389 %) é considerada idealmente equilibrada, ou seja, para a configuração com o *Alimentador A1e* e o *Carregamento C3e*.

Tabela 26 Erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações **C3dA1d** e **C3eA1e**.

R_f [Ω]	0,05	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Erro [A]	16,72	27,53	46,97	35,12	20,06	13,67	10,30	8,25	6,87	5,89	5,15	4,58	4,12

A Figura 51 mostra que o erro absoluto para uma dada resistência de falta é maior para o sistema simulado com um FDT = 4,5389 % em relação a um sistema com um FDT = 2,6143 %. De forma semelhante, ocorre um aumento do erro absoluto para uma faixa de resistência de falta entre 0,05 e 5 Ω , em que o erro absoluto é máximo para $R_f = 5 \Omega$ e decresce com o aumento da resistência de falta.

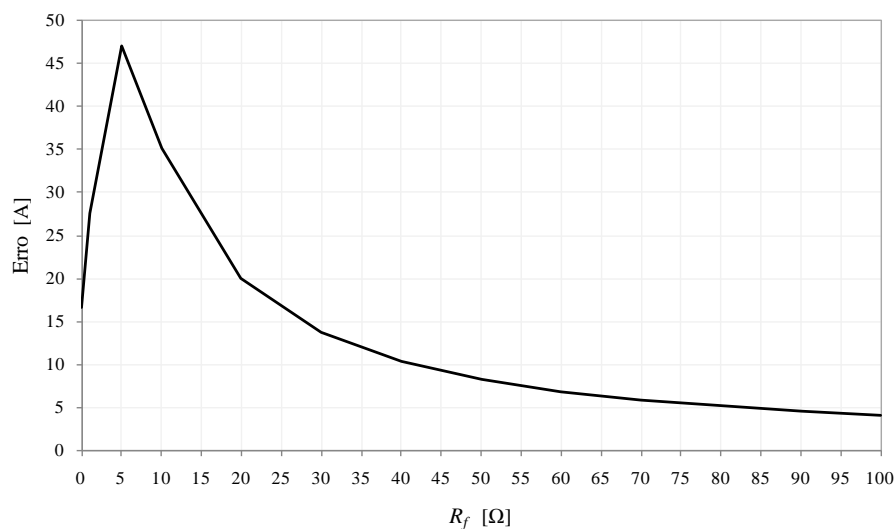


Figura 51 Erro absoluto das correntes de falta em função da resistência de falta para as configurações **C3dA1d** e **C3eA1e**.

6.4 CONSIDERAÇÕES

Neste Capítulo foram realizados os estudos de caso utilizando-se o SDEE analisado nos Capítulos 4 e 5, para as condições descritas na seção 6.1. Os resultados obtidos dos erros relativos e absolutos das correntes de falta em função de uma dada resistência de falta, para faltas fase-terra, permitem verificar a influência do desequilíbrio e da resistência de falta no valor das correntes de curtos-circuitos em um sistema de distribuição. Tais resultados mostram também que os erros nas correntes de falta aumentam com um incremento no desequilíbrio do sistema. No Capítulo 7 serão apresentadas as conclusões gerais desta dissertação.

7 CONCLUSÕES

Os estudos de curtos-circuitos em sistemas de distribuição de energia elétrica fornecem importantes parâmetros para o ajuste ótimo dos relés de proteção e para o planejamento e reconfiguração destes sistemas. Todavia, a aplicação do método de componentes simétricas para esses estudos pode não representar a escolha mais adequada, dada a característica desequilibrada dos sistemas de distribuição.

Este trabalho teve como objetivos estudar a influência do desequilíbrio no cálculo do módulo das correntes de falta e colaborar para o avanço dos estudos de curtos-circuitos em sistemas de distribuição empregando o método de componentes de fase. Para isso, foi usado um equacionamento matricial, empregando parâmetros trifásicos dos elementos principais para o estudo de faltas de um sistema de distribuição típico, que resultou em uma equação em componentes de fase que permite determinar as correntes de falta que fluem por uma resistência de falta. Esta equação tem como elemento principal uma matriz adimensional (composta por submatrizes de impedâncias e admitâncias do sistema, da condutância de falta e pelo comprimento do alimentador) que reúne as informações determinantes dos desequilíbrios típicos dos sistemas de distribuição.

Para analisar a influência do desequilíbrio no módulo das correntes de falta, considerando-se faltas fase-terra não simultâneas nas três fases para diversos valores de resistências de falta, as equações desenvolvidas foram inseridas em uma rotina computacional para a realização de simulações contemplando distintas configurações e diferentes graus de desequilíbrio do sistema analisado. Assim, realizou-se o cálculo das correntes de falta em um sistema desequilibrado e na condição em que este sistema é considerado idealmente equilibrado. A comparação dos valores obtidos resultou nos erros relativos e absolutos das correntes de falta referentes ao desequilíbrio do sistema avaliado, considerando o sistema desequilibrado como referência. Nas simulações realizadas verificou-se também a influência do desbalanço da carga e da assimetria da linha no grau de desequilíbrio do sistema analisado.

O trabalho desenvolvido está inserido no estado da arte em estudos de curtos-circuitos em sistemas de distribuição utilizando-se o método de componentes de fase. A partir das equações desenvolvidas e das simulações realizadas para os casos propostos é possível fazer as seguintes considerações finais:

- a partir da equação geral para um sistema sob falta é possível determinar o vetor das correntes de falta para as principais faltas verificadas em sistemas elétricos de potência, desde que sejam atribuídos corretamente os valores das matrizes admitância de falta e admitância de carga;
- para o sistema analisado com alimentadores não transpostos e com cargas balanceadas, o valor das correntes de falta nas três fases apresentam diferenças pouco significativas;
- para o sistema analisado com alimentadores idealmente transpostos e com cargas desbalanceadas, o valor das correntes de falta, para uma dada resistência de falta, é diferente nas três fases, porém da mesma ordem de grandeza;

- os erros relativos e absolutos das correntes de falta, para uma dada resistência de falta, aumentam para incrementos no grau de desequilíbrio do sistema;
- a aplicação do método de componentes simétricas no sistema analisado, por considerar as mesmas simplificações adotadas neste trabalho para sistemas idealmente equilibrados, incorreria em erros no módulo da corrente de falta pelo menos iguais aos obtidos nas simulações realizadas.

Com base nas considerações finais realizadas e nos trabalhos publicados (RODRÍGUEZ PAZ *et al.*, 2010; FERRAZ *et al.*, 2010), negligenciar o desequilíbrio inerente aos sistemas de distribuição poderá resultar em erros no valor das correntes de falta, que de algum modo, influenciarão no ajuste ótimo dos relés de proteção e na qualidade da energia elétrica distribuída.

7.1 TRABALHOS FUTUROS

Dada a importância do tema tratado neste trabalho e a inviabilidade temporal para tratar todos os aspectos e configurações inerentes aos sistemas de distribuição, como sugestões para trabalhos subsequentes a este são propostos os seguintes temas:

- avaliação dos erros relativos e absolutos para faltas entre fases;
- consideração de um sistema passivo equivalente conectado à barra faltosa em substituição ao elemento representativo da carga
- consideração da presença de geração distribuída no sistema de distribuição;
- análise de sensibilidade do vetor de correntes de falta frente às variações das impedâncias de carga e das impedâncias série da linha.

REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional – Módulo 1: Introdução**. Brasília, DF, 2007. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br>>. Acesso em: 18 out. 2009.
- ANDERSON, P. M. **Analysis of faulted power systems**. Ames: The Iowa State University Press, 1973.
- BEAULIEU, G. et al. Power quality indices and objectives ongoing activities in CIGRE WG 36-07. In: POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, 2002, Chicago. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2002. v.2, p. 789-794.
- BERMAN, A.; XU, W. Analysis of faulted power systems by phase coordinates. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v.13, n.2, p.587-595, 1998.
- BRANDWAJN, V.; DOMEL, H. W.; DOMEL, I. I. Matrix representation of three-phase n-winding transformers for steady-state and transient Studies. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v.PAS-101, n.6, p.1369-1378, 1982.
- BURKE, J. J.; LAWRENCE, D. Characteristics of fault currents on distribution systems. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v.PAS-103, n.1, p.1-6, 1984.
- CARPINELLI, G. et al. Distributed generation siting and sizing under uncertainty. In: POWER TECH PROCEEDINGS IEEE, 2001, Porto. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2002. v.4, p.7.
- CHEN, M. S.; DILLON, W. E. Power system modeling. **Proceedings of the IEEE**, Piscataway, v.62, n.7, p.901-915, 1974.
- CLARKE, E. **Circuit Analysis of A-C power systems**. New York: John Wiley & Sons, 1950. v. 2. 396p.
- DUGAN, R. C.; RIZY, D. Electric distribution protection problems associated with the interconnection of small, dispersed generation devices. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v.PAS-103, n.6, p.1121-1127, 1984.
- DUGAN, R.C; McGRANAGHAN, M. F.; BEATY, H. W. **Electrical power system quality**. New York: McGraw – Hill, 1996. 265p.
- EL-ABIAD, A. H. Digital calculation of line-to-ground short-circuits by matrix method. **AIEE Transactions**, New York, v.79, p.323-332, Jun. 1960.

ELGERD, O. I. **Introdução à teoria de sistemas de energia elétrica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1977. 604 p.

FERRAZ, R. G. et al. System unbalance effect on faulted distribution systems : a numerical study. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2010, Minneapolis. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2010. p.1-6.

FILOMENA, A. D. **Localização de defeitos em alimentadores primários subterrâneos: formulação estendida baseada na impedância aparente**. 2008. 159f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

FORTESCUE, C.L. Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks. **Transactions on American Institute of Electrical Engineers (AIEE)**, Atlantic City, v.37, part II, p.1027-1140, 1918.

GUIGER, S. **Proteção de sistemas aéreos de distribuição**. Porto Alegre: Sagra, 1988. 344p.

HOROWITZ, H. S.; PHADKE, A. G. **Power system relaying**. Baldock: Research Studies Press Limited, 2008. 331p.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS. **Std. 112-1991**: IEEE Standard test procedure for polyphase induction motors and generators. New York, 1991. Revision of IEEE Std 112-1984.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS. **Std. 100-1996**: IEEE standard dictionary of electrical and electronics terms. New York, 1996.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS. **Std. 1159-2009**: IEEE recommended practice for monitoring electric power quality. New York, 2009. Revision of IEEE Std 1159-1995.

KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B.; ROBBA, E. J. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**. São Paulo: Edgard Blücher, 2005. 328p.

KERSTING, W. H.; PHILLIPS, W. H. Distribution system short circuit analysis. In: 25th INTERSOCIETY ENERGY CONVERSION ENGINEERING, 1990, Reno. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 1990. p.310-315.

KERSTING, W. H. Radial distribution test feeders. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY WINTER MEETING, 2001, Columbus. **Proceedings...**Piscataway: IEEE, 2001. v.2, p.908-912.

KERSTING, W. H. **Distribution system modeling and analysis**. Boca Ratón: CRC Press, 2002. 314p.

KRON, G. Tensorial analysis of integrated transmission systems. Part I: the six basic reference frames. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, New York, v.70, p.1239-1248, 1952.

LAUGHTON, W. A. Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates. Part I: System representation in phase frame of reference.

Proceedings of IEE, [S.l.], v.115, n.8, p.1163–1172, Aug. 1968.

LAUGHTON, W. A. Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates. Part II: Fault analysis. **Proceedings of IEE**, [S.l.], v.116, n.5,

p.857–865, May 1969.

MAKRAM, E. B.; BOU-RABEE, M. A.; GIRGIS, A. A. Three-phase modeling of unbalanced distribution systems during open conductors and/or shunt fault conditions using the bus impedance matrix. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v.13, p.173-183, 1987.

MAO, Y.; MIU, K. Radial distribution short circuit analysis with lateral and load equivalencing: solution algorithms and numerical results. In: POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, Seattle.

Proceedings...Piscataway: IEEE, 2000. v.1, p.449-453.

MARTINEZ, J. A. et al. Parameter determination for modeling system transients – Part III: transformers. **IEEE Transaction on Power Delivery**, Piscataway, v.20, n.3, p.2051-2062, June 2005.

McGRANAGHAN, M. F.; MUELLER, D. R.; SAMOTYJ, M. J. Voltage sags in industrial systems. In: INDUSTRIAL AND COMMERCIAL POWER SYSTEM TECHNICAL CONFERENCE, 1991, Memphis. **Proceedings...**Piscataway: IEEE, 1991. p.18-24.

MATHUR, Bal K. The modeling of load characteristics representation in system studies. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Piscataway, v.IA-20, p.167-172, 1984.

MATLAB. **The language of technical computing**. [S.l.]: The Mathworks, 2002.

MORETO, M. **Localização de faltas de alta impedância em sistemas de distribuição de energia**: uma metodologia baseada em redes neurais artificiais. 2005. 126f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

NAGPAL, M.; XU, W.; SAWADA, J. Harmonic impedance measurement using three-phase transients. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v.13, n.1, p.272–277, Jan. 1998.

OLIVEIRA, C. C. B.; SCHMIDT, H. P.; KAGAN, N.; ROBBA, E. J. **Introdução a sistemas elétricos de potência**: componentes simétricas. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. 467 p.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO. **Submódulo 20.1**: glossário de termos técnicos. Brasília, DF, 2009. Disponível em: <<http://www.ons.org.br>>. Acesso em: 18 out. 2009.

- PILLAY, P.; MANYAGE, M. Definitions of voltage unbalance. **IEEE Power Engineering Review Magazine**, New York, v.5, p.50-51, May 2001.
- RIO GRANDE ENERGIA. **Padrão de estruturas**. Caxias do Sul, RS, 2009. Disponível em: < <http://www.rge-rs.com.br/>>. Acesso em: 18 out. 2009.
- RODRÍGUEZ PAZ, M. C.; FERRAZ, R. G.; BRETAS, A. S.; LEBORGNE, R. C. System unbalance and fault impedance effect on faulted distribution networks. **Computers and mathematics with applications**, New York, v.60, n.4, p.1105-1114, Aug. 2010.
- ROTHER, F. S. **An introduction to power system analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1953. 187p.
- SALIM, R. H. **Novos desenvolvimentos na localização de faltas em sistemas de distribuição de energia elétrica fundamentada na impedância**. 2008. 157f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- SINGH, A. K.; SINGH, G. K.; MITRA, R. Some observations on definitions of voltage unbalance. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM, 39., 2007, Las Cruces. **Proceedings...**Piscataway: IEEE, 2007. p.473-479.
- SHORT, T. A. **Electric power distribution handbook**. Boca Raton: CRC Press LLC, 2004. 761p.
- STAGG, G. W.; EL-ABIAD, A. H. **Computer methods in power system analysis**. Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha, c1968. 427 p.
- STEVENSON, W. D. **Elements of power system analysis**. New York: McGraw-Hill, 1955. 370p.
- STEVENSON, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill, 1986. 458p.
- VON JOUANNE, A.; BANERJEE, B. Assessment of voltage unbalance. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v.16, p.782-790, Oct. 2001.
- WAGNER, C. F.; EVANS, R. D. **Symmetrical components**. New York: McGraw-Hill, 1933. 442p.
- WANG, A.; CHEN, Q.; ZHOU, Z. An improved phase coordinate method for fault analysis in inherently unbalanced power systems. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2008, Pittsburgh, PA. **Proceedings...**Piscataway: IEEE, 2008. p.1-5.
- ZANETTA JR, L. C. **Fundamentos de sistemas elétricos de potência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2005. 348p.