

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

GUILHERME KEIEL

**ANÁLISE E PROJETO DE
REGULADORES DE TENSÃO EM *UPSS*
CONSIDERANDO REQUISITOS DE
PARALELISMO**

Porto Alegre
2023

GUILHERME KEIEL

**ANÁLISE E PROJETO DE
REGULADORES DE TENSÃO EM UPSS
CONSIDERANDO REQUISITOS DE
PARALELISMO**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Luís Fernando Alves Pereira

Porto Alegre
2023

CIP - Catalogação na Publicação

Keiel, Guilherme
Análise e projeto de reguladores de tensão em UPSs
considerando requisitos de paralelismo / Guilherme
Keiel. -- 2024.
149 f.
Orientador: Jeferson Vieira Flores.

Coorientador: Luís Fernando Alves Pereira.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre,
BR-RS, 2024.

1. Paralelismo de fontes ininterruptas de energia.
2. corrente circulante. 3. controlador
múltiplo-ressonante. 4. controlador repetitivo. 5.
controle droop. I. Vieira Flores, Jeferson, orient.
II. Pereira, Luís Fernando Alves, coorient. III.
Título.

GUILHERME KEIEL

**ANÁLISE E PROJETO DE
REGULADORES DE TENSÃO EM UPSS
CONSIDERANDO REQUISITOS DE
PARALELISMO**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____
Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul –
Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Telles Brunelli Lazzarin, UFSC
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Leonardo Antônio Borges Tôres, UFMG
Doutor pela Universidade Federal de Minas Gerais – Belo Horizonte, Brasil

Prof. Dr. Aurélio Tergolina Salton, UFRGS
Doutor pela The University of Newcastle – Newcastle, Austrália

Coordenador do PPGEE: _____
Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

Porto Alegre, Novembro de 2023.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Vera e Sérgio, em especial pela dedicação e apoio em todos os momentos difíceis.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida.

Aos meus pais, pelo apoio nos momentos difíceis.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Aos Professores orientadores Jeferson Vieira Flores e Luís Fernando Alves Pereira pela paciência, ensinamentos e apoio no desenvolvimento do trabalho.

Ao Professor Fernando Augusto Bender, por me abrir caminhos, e ao Professor Ivan Müller pela ajuda inicial na fase de experimentação.

À secretaria do PPGEE, em especial à Miriam Rosek, pelo excelente serviço prestado e atendimento aos alunos.

Aos colegas do PPGEE, Gabriel Garcia Castelo Branco, Rodrigo Borges Tavares e Guilherme Beal pelo auxílio na supervisão/operação dos equipamentos na etapa de experimentação.

À CAPES pela provisão da bolsa de doutorado.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo a análise e o projeto de controladores baseados no princípio do modelo interno para a regulação da tensão de saída em fontes ininterruptas de energia (*Uninterruptible Power Supplies - UPSs*) visando a sua operação em paralelo. No paralelismo sem comunicação, controladores *droop* atuam de forma descentralizada, regulando as potências entregues pela *UPS* a partir do ajuste da amplitude e da fase da referência do seu respectivo laço de regulação de tensão. Assumindo controladores múltiplos-ressonantes na regulação de tensão, é conduzida uma análise da impedância de saída destes equipamentos mostrando o impacto dos fatores de amortecimento dos modos ressonantes na estabilidade e desempenho do sistema em malha fechada com o controle *droop*. A análise é reconduzida considerando controladores repetitivos na malha de regulação de tensão, estudando o impacto do filtro do elemento de atraso na estabilidade do sistema. Na segunda etapa deste trabalho, são projetados controladores de tensão múltiplos-ressonantes e repetitivos descentralizados através de métodos de controle robusto considerando explicitamente a interconexão de n *UPSs*. O cálculo dos ganhos se dá pela solução de um problema de otimização convexa com restrições na forma de desigualdades matriciais lineares (*Linear Matrix Inequalities - LMIs*), sendo incorporada uma condição para a minimização do valor *RMS* da corrente circulante entre os equipamentos. São apresentados resultados de simulação e experimentais com duas *UPSs* de 3,5 kVA de parâmetros diferentes a fim de validar a metodologia proposta.

Palavras-chave: Paralelismo de fontes ininterruptas de energia, corrente circulante, controlador múltiplo-ressonante, controlador repetitivo, controle *droop*, *LMI*.

ABSTRACT

The main objective of this work is the analysis and design of controllers based on the internal model principle for the output-voltage regulation in uninterruptible power supplies (UPSs), aiming at parallel operation. In parallelism without communication, droop controllers act decentralized, regulating the active and reactive powers of each UPS by adjusting the amplitude and phase of the reference voltage in their voltage regulation loop. Assuming multiple-resonant controllers in the voltage regulation loop, the output impedance of these devices is analyzed, showing the impact of the damping factors of the resonant modes on the stability and performance of the closed-loop system with droop control. The same analysis is performed for the repetitive controllers in the voltage regulation loop, studying the impact of the filter cut-off frequency on the system stability. In the second part of this work, decentralized multiple-resonant and repetitive voltage controllers are designed using robust control methods, explicitly considering the interconnection of n UPSs in the model. The controller gains are calculated by solving a convex optimization problem with linear matrix inequalities (LMIs) constraints, incorporating a condition for minimizing the RMS value of the current flowing between the devices. Simulation and experimental results with two 3.5 kVA UPSs of different parameters illustrate the proposed design method.

Keywords: Uninterruptible power supplies parallelism, circulating current, multiple-resonant controller, repetitive controller, droop control, LMI.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Estágio de saída da <i>UPS</i> : inversor e filtro <i>LC</i>	24
Figura 2 –	Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.	26
Figura 3 –	Resposta em frequência do controlador múltiplo-ressonante de ganho finito.	28
Figura 4 –	Diagrama do sistema com controlador de tensão ressonante.	29
Figura 5 –	Resposta em frequência do controlador repetitivo de harmônicas ímpares.	33
Figura 6 –	Diagrama do sistema com controlador de tensão repetitivo.	34
Figura 7 –	Operação em paralelo de <i>n</i> fontes de tensão.	37
Figura 8 –	Corrente circulante entre fontes de tensão.	38
Figura 9 –	Diagrama de blocos de <i>n UPSs</i> com controladores <i>droop</i>	39
Figura 10 –	Diagrama de blocos do <i>i</i> -ésimo sistema com controle <i>droop</i>	40
Figura 11 –	Curvas de <i>droop</i> para a impedância mista.	41
Figura 12 –	Diagrama de blocos da malha com impedância virtual.	44
Figura 13 –	Bancada experimental.	46
Figura 14 –	Painel de proteção e acionamento do paralelismo.	49
Figura 15 –	Formas de onda da tensão e corrente de saída com controlador MR de 4 modos - carga não-linear.	50
Figura 16 –	Comparação entre aquisições de ambas <i>UPSs</i>	51
Figura 17 –	Formas de onda da tensão e corrente de saída com controlador repetitivo - carga não-linear.	52
Figura 18 –	Resposta em frequência da impedância de saída com controlador MR: (a) para $\xi_h = \tilde{\xi}$ e (b) para $\xi_h = \tilde{\xi}$, $h = 1,5$ fixando-se $\xi_3 = 0,1$	56
Figura 19 –	Resposta em frequência da impedância de saída com controlador MR.	59
Figura 20 –	LGR para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador MR de 3 modos.	61
Figura 21 –	LGR para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador MR de 3 modos e $R_{in} = 0,012 \Omega$	61
Figura 22 –	LGR do <i>droop</i> para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador MR de 3 modos - análise baseada apenas em $ Z_i(j\omega_{r1}) $	63
Figura 23 –	Potências das <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo.	66
Figura 24 –	Potências das <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos.	67
Figura 25 –	Potências das <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos.	69

Figura 26 – Tensão e correntes de saída das <i>UPSs</i> com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.	70
Figura 27 – Potências das <i>UPSs</i> com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.	71
Figura 28 – Tensão e correntes de saída das <i>UPSs</i> com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.	72
Figura 29 – Potências das <i>UPSs</i> com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.	74
Figura 30 – Tensão e correntes de saída das <i>UPSs</i> com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.	75
Figura 31 – Potências das <i>UPSs</i> com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.	76
Figura 32 – Estágios de saída de n <i>UPSs</i> em paralelo.	79
Figura 33 – Sistema em malha fechada com controladores MR descentralizados. .	82
Figura 34 – Mapeamento das incertezas.	88
Figura 35 – Potências das <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo - projeto interconectado.	90
Figura 36 – Potências das <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos - projeto interconectado.	92
Figura 37 – Potências das <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos - projeto interconectado.	93
Figura 38 – Tensão e correntes de saída das <i>UPSs</i> com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.	94
Figura 39 – Potências das <i>UPSs</i> com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.	95
Figura 40 – Tensão e correntes de saída das <i>UPSs</i> com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.	96
Figura 41 – Potências das <i>UPSs</i> com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.	97
Figura 42 – Tensão e correntes de saída das <i>UPSs</i> com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.	97
Figura 43 – Potências das <i>UPSs</i> com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.	98
Figura 44 – Resposta em frequência da impedância de saída com controlador repetitivo para $500 \leq \omega_{rp} \leq 10000$	102
Figura 45 – Raízes para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador repetitivo.	104
Figura 46 – Raízes para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador repetitivo e $R_{lin} = 0,012$	104
Figura 47 – Potências das <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador repetitivo. .	106
Figura 48 – Tensão e correntes de saída das <i>UPSs</i> com controlador repetitivo - carga não-linear.	107
Figura 49 – Potências das <i>UPSs</i> com controlador repetitivo - carga não-linear. . .	108
Figura 50 – Sistema em malha fechada com controladores repetitivos descentralizados.	111
Figura 51 – Potências das <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador repetitivo - projeto interconectado.	116
Figura 52 – Tensão e correntes de saída das <i>UPSs</i> com controlador repetitivo no projeto interconectado - carga não-linear.	117
Figura 53 – Potências das <i>UPSs</i> com controlador repetitivo - carga não-linear. . .	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Parâmetros das <i>UPSs</i>	47
Tabela 2 –	Parâmetros das cargas de referência.	48
Tabela 3 –	Harmônicas da tensão com controlador MR de 4 modos - carga não-linear.	50
Tabela 4 –	Harmônicas da tensão com controlador repetitivo - carga não-linear.	51
Tabela 5 –	Valores da impedância de saída com controlador MR para $\xi \geq 0$	56
Tabela 6 –	Valores da impedância de saída com controlador MR para <i>UPSs</i> diferentes.	57
Tabela 7 –	Valores da impedância de saída com controlador MR e especificação $50 \leq \sigma \leq 250$	57
Tabela 8 –	Valores da impedância de saída com controlador MR para $R_v \geq 0$	59
Tabela 9 –	Resultados para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo.	65
Tabela 10 –	Harmônicas da tensão para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo.	65
Tabela 11 –	Resultados para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos.	66
Tabela 12 –	Harmônicas da tensão para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos.	67
Tabela 13 –	Resultados para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos.	68
Tabela 14 –	Harmônicas da tensão para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos.	68
Tabela 15 –	Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.	70
Tabela 16 –	Harmônicas da tensão com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.	71
Tabela 17 –	Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.	73
Tabela 18 –	Harmônicas da tensão com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.	73
Tabela 19 –	Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.	75
Tabela 20 –	Harmônicas da tensão com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.	76
Tabela 21 –	Vertices da cobertura politópica.	88

Tabela 22 – Resultados para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo - projeto interconectado.	89
Tabela 23 – Resultados de v_o para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo - projeto interconectado.	90
Tabela 24 – Resultados para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos - projeto interconectado.	91
Tabela 25 – Resultados de v_o para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos - projeto interconectado.	91
Tabela 26 – Resultados para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos - projeto interconectado.	92
Tabela 27 – Resultados de v_o para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos - projeto interconectado.	93
Tabela 28 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.	95
Tabela 29 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.	95
Tabela 30 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.	96
Tabela 31 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.	97
Tabela 32 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.	98
Tabela 33 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.	98
Tabela 34 – Valores da impedância de saída com controlador repetitivo para $500 \leq \omega_{rp} \leq 10000$	102
Tabela 35 – Valores da impedância de saída com controlador repetitivo para <i>UPSs</i> diferentes.	103
Tabela 36 – Resultados para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controladores repetitivos.	105
Tabela 37 – Harmônicas da tensão para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controladores repetitivos.	106
Tabela 38 – Resultados experimentais para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controladores repetitivos.	108
Tabela 39 – Harmônicas da tensão para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controladores repetitivos.	109
Tabela 40 – Resultados para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controladores repetitivos - projeto interconectado.	115
Tabela 41 – Resultados de v_o para <i>UPSs</i> com diferença de 80% com controlador repetitivo - projeto interconectado.	115
Tabela 42 – Resultados experimentais para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controladores repetitivos.	116
Tabela 43 – Harmônicas da tensão para <i>UPSs</i> com diferença de 80% e controladores repetitivos - carga não-linear.	117

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
FP	Fator de potência
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
IHD	<i>Individual Harmonic Distortion</i>
LASCAR	Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica
LGR	Lugar Geométrico das Raízes
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i>
MR	Múltiplo Ressonante
PD	Proporcional-Derivativo
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PMI	Princípio do Modelo Interno
PWM	<i>Pulse-Width Modulation</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>
UPS	<i>Uninterruptible Power Supply</i>
VR	<i>Voltage Regulation</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
\mathbb{R}^+	Conjunto dos números reais não negativos
\mathbb{R}^n	Espaço euclidiano de ordem n
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Espaço das matrizes reais de dimensão $n \times m$
\mathbb{C}	Conjunto dos números complexos
\mathbb{Z}_+^*	Conjunto dos números inteiros não negativos, excluindo zero
$0_{n \times m}$	Matriz nula de dimensão $n \times m$
r_i	Resistência série do i -ésimo filtro de saída
L_i	Indutância do i -ésimo filtro de saída
C_i	Capacitância do i -ésimo filtro de saída
$Y(t)$	Admitância de carga
R_i	Resistência da i -ésima linha
f	Frequência fundamental
ω_0	Frequência angular nominal
E_0	Amplitude de tensão nominal
n_h	Número de modos ressonantes
ω_{r_h}	Frequência de ressonância do h -ésimo modo ressonante
ξ_h	Fator de amortecimento do h -ésimo modo ressonante
ω_{rp}	Frequência de corte do filtro do controlador repetitivo
τ	Atraso corrigido do controlador repetitivo
u_0	Valor máximo do i -ésimo sinal de controle u_i
$C_{v_i}(s)$	Função de transferência do i -ésimo controlador de tensão
$T_{r_i}(s)$	Função de transferência da i -ésima referência para a saída
$T_{i_d}(s)$	Função de transferência do distúrbio para a saída
$Z_i(s)$	Impedância de saída da i -ésima UPS
$Z_{o_i}(s)$	Impedância de saída efetiva da i -ésima UPS

$Z_{v_i}(s)$	Função de transferência da i -ésima impedância virtual
R_v	Resistência virtual
E_i	Amplitude da tensão da i -ésima <i>UPS</i>
ϕ_i	Diferença de fase da i -ésima <i>UPS</i> em relação ao PCC
P_i	Potência ativa entregue pela i -ésima <i>UPS</i>
Q_i	Potência reativa entregue pela i -ésima <i>UPS</i>
\bar{P}_i	Potência ativa modificada da i -ésima <i>UPS</i>
\bar{Q}_i	Potência reativa modificada da i -ésima <i>UPS</i>
k_n	Coefficiente de <i>droop</i> de tensão
k_m	Coefficiente de <i>droop</i> de fase
k_E	Ganho associado a restauração de tensão
R_{lin}	Resistência da carga linear
R_{nlin}	Resistência da carga não-linear
C_{nlin}	Capacitância da carga não-linear
V_n	Tensão eficaz nominal da <i>UPS</i>
I_n	Corrente eficaz nominal da <i>UPS</i>
P_n	Potência ativa nominal da <i>UPS</i>
Q_n	Potência reativa nominal da <i>UPS</i>
S_n	Potência aparente nominal da <i>UPS</i>
T_s	Período de amostragem
$\ x(t)\ _2$	Norma-2 do sinal $x(t)$: $\ x(t)\ _2 = \left(\int_0^\infty x(t)'x(t)dt\right)^{\frac{1}{2}}$
$\ x(t)\ _\infty$	Norma-infinito do sinal $x(t)$: $\ x(t)\ _\infty = \sup_{t \in \mathbb{R}} x(t) $
A'	Transposta da matriz A
$A > 0$	Matriz definida positiva
$\text{He}(A)$	Bloco hermitiano $A + A'$
\otimes	Produto de Kronecker

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	UPS E PARALELISMO	22
2.1	Sistemas UPS	22
2.1.1	Normas aplicáveis	22
2.1.2	Modelo da UPS	23
2.2	Controle de UPS	25
2.2.1	Princípio do modelo interno	25
2.2.2	Controlador múltiplo-ressonante	27
2.2.3	Controlador repetitivo	32
2.3	Paralelismo e controle droop	36
2.3.1	Paralelismo e fluxo de potência	36
2.3.2	Corrente circulante	38
2.3.3	Controle droop	39
2.3.4	Modelo linearizado do controle droop	42
2.3.5	Impedância virtual	43
2.4	Comentários finais	44
3	BANCADA EXPERIMENTAL	46
3.1	Dispositivos e configuração	46
3.1.1	UPSs e filtros	47
3.1.2	Painel do paralelismo	48
3.1.3	Instrumentação das medições de tensão e de defasagem	49
3.2	Operação isolada	49
3.2.1	Controlador MR de quatro modos	50
3.2.2	Controlador repetitivo	51
3.3	Comentários finais	52
I	Controlador Ressonante	53
4	ANÁLISE DOS FATORES DE AMORTECIMENTO NO PARALELISMO	54
4.1	Impedância de saída	54
4.1.1	Variação da resistência série do indutor do filtro LC	56
4.1.2	Influência dos requisitos de projeto do controlador	57
4.2	Relação entre ξ_h e resistência virtual	58
4.3	Projeto dos controladores droop	60
4.3.1	Análise considerando $Z_i(s)$	60

4.3.2	Análise considerando apenas a magnitude de $Z_i(s)$ na frequência fundamental	62
4.4	Resultados de simulação	63
4.4.1	Ambiente de simulação	63
4.4.2	Resultados	64
4.5	Resultados experimentais	69
4.5.1	Um modo ressonante	69
4.5.2	Dois modos ressonantes	71
4.5.3	Três modos ressonantes	74
4.6	Considerações finais	76
5	SÍNTESE ROBUSTA CONSIDERANDO O SISTEMA INTERCONECTADO	78
5.1	Modelo interconectado	78
5.1.1	Formulação em espaço de estados	81
5.2	Projeto dos controladores	82
5.2.1	Sistema em malha fechada	82
5.2.2	Representação da corrente circulante	84
5.2.3	Síntese do controlador	85
5.3	Resultados de simulação	87
5.3.1	Mapeamento das incertezas	87
5.3.2	Um modo ressonante	89
5.3.3	Dois modos ressonantes	90
5.3.4	Três modos ressonantes	92
5.4	Resultados experimentais	93
5.4.1	Um modo ressonante	94
5.4.2	Dois modos ressonantes	96
5.4.3	Três modos ressonantes	97
5.5	Considerações finais	99
II	Controlador Repetitivo	100
6	ANÁLISE DA FREQUÊNCIA DE CORTE DO FILTRO PASSA-BAIXAS NO PARALELISMO	101
6.1	Impedância de saída	101
6.1.1	Variação dos parâmetros da <i>UPS</i>	102
6.2	Projeto do controlador <i>droop</i>	103
6.3	Resultados de simulação	105
6.4	Resultados experimentais	106
6.5	Considerações finais	109
7	SÍNTESE ROBUSTA CONSIDERANDO O SISTEMA INTERCONECTADO	110
7.1	Projeto dos controladores	110
7.1.1	Sistema em malha fechada	110
7.1.2	Síntese do controlador	113
7.2	Resultados de simulação	114
7.3	Resultados experimentais	116

7.4	Considerações finais	118
8	CONCLUSÃO	120
	REFERÊNCIAS	123
	APÊNDICE A PARÂMETROS DOS CONTROLADORES MR	130
A.1	Controladores MR variando a <i>UPS</i>	130
A.2	Controladores MR variando as especificações de projeto	130
A.3	Controladores MR do projeto independente	131
A.4	Controladores MR do projeto interconectado	131
	APÊNDICE B PARÂMETROS DOS CONTROLADORES REPETITIVOS	133
B.1	Controladores repetitivos variando a <i>UPS</i>	133
B.2	Controladores repetitivos variando as especificações de projeto	133
B.3	Controladores repetitivos do projeto independente	134
B.4	Controladores repetitivos do projeto interconectado	134
	APÊNDICE C RESULTADOS EXPERIMENTAIS COMPLEMENTARES COM CARGA LINEAR	135
C.1	Controlador MR de um modo	135
C.2	Controlador MR de dois modos	138
C.3	Controlador MR de três modos	140
C.4	Controlador repetitivo	142
	APÊNDICE D RESULTADOS EXPERIMENTAIS COMPLEMENTARES COM CARGA NÃO-LINEAR	144
D.1	Controlador MR	144
D.2	Controlador repetitivo	145
	APÊNDICE E DETERMINAÇÃO DAS CORRENTES NO PROJETO INTERCONECTADO	147
E.1	Correntes para 2 subsistemas	147
E.2	Correntes para 3 subsistemas	148
E.3	Correntes para n subsistemas	149

1 INTRODUÇÃO

As fontes ininterruptas de energia (em inglês *Uninterruptible Power Supplies, UPSs*), também conhecidas como *nobreaks* (ABNT, 2003), são equipamentos eletrônicos amplamente empregados para a alimentação de cargas sensíveis à distúrbios e interrupções de energia da rede elétrica. As *UPSs* são geralmente compostas por um retificador de tensão na entrada, um banco de baterias e um conversor de tensão CC/CA (inversor), seguido de um filtro na saída. Esses equipamentos tem como função fornecer energia com continuidade e qualidade para essas cargas sensíveis, geralmente não-lineares, de forma que a tensão de saída atenda a requisitos rígidos de desempenho definidos por normas como a *IEC 62040-3* (IEC, 2011) e *ANSI/IEEE Std 944* (ANSI/IEEE, 1986). Deste modo, o objeto de estudo *UPS* ainda é um tópico relevante na literatura, com foco no problema de modelagem da carga não-linear (ZHONG; TONG, 2023), uma caracterização dessa carga para o uso em modelos de controle preditivo (VAZQUEZ *et al.*, 2022) e o projeto de controladores sem uso de um modelo explícito (LORENZINI *et al.*, 2022).

As restrições mencionadas implicam, do ponto de vista de Controle de Sistemas, no problema de seguimento da referência de tensão senoidal e na rejeição de distúrbios harmônicos causados pela conexão de cargas não-lineares ao equipamento. Uma das soluções possíveis para este problema é a utilização de controladores sofisticados baseados no Princípio do Modelo Interno (PMI) (FRANCIS; WONHAM, 1975). Com relação ao emprego de controladores baseados no PMI para o controle de tensão em *UPSs*, destacam-se os controladores ressonantes (MOSSMANN; PEREIRA; GOMES DA SILVA JR., 2021) e os repetitivos (ASTRADA; DE ANGELO, 2022). Os controladores ressonantes ou múltiplos-ressonantes foram aplicados no controle destes equipamentos em uma série de trabalhos, com o seu projeto realizado via análise da resposta em frequência (CARBALLO *et al.*, 2018) ou pelo cálculo sistemático dos ganhos via abordagem *LMI* (do inglês *Linear Matrix Inequality*) em (PEREIRA *et al.*, 2014). Em particular, os controladores múltiplos-ressonantes propiciam tanto o seguimento de referência senoidal como a rejeição à perturbações periódicas, resultando em uma tensão de saída com níveis de regulação e de *THD* (do inglês *Total Harmonic Distortion*) em conformidade com a *IEC 62040-3*. Em (BERTOLDI; FLORES; PEREIRA, 2018) é realizada a extensão do projeto

robusto sistemático para controladores com ganho finito nos modos ressonantes, por meio da inserção de fatores de amortecimento na estrutura do controlador. Aplicações recentes consistem na sintonia de controladores ressonantes pelo método da oscilação forçada (LORENZINI *et al.*, 2022), um método de sintonia baseado nas métricas da resposta em frequência do sistema (MOSSMANN; PEREIRA; GOMES DA SILVA JR., 2021) e um projeto robusto com frequência de ressonância adaptativa (PENG; SUN; DENG, 2021).

O atendimento a cargas críticas de demanda elevada com uma maior confiabilidade e escalabilidade, sejam esses dispositivos presentes em *data centers*, hospitais ou complexos industriais, leva a necessidade da operação de duas ou mais *UPSs* em paralelo. A operação de inversores de tensão em paralelo proporciona redundância e aumento da capacidade do sistema, sendo o seu uso difundido para diversas aplicações como tração elétrica, sistemas fotovoltaicos (XU *et al.*, 2022), microrredes (HU *et al.*, 2022) na geração distribuída e *UPSs* (ASTRADA; DE ANGELO, 2020). Quanto às estratégias de controle utilizadas no paralelismo destacam-se duas: a técnica de compartilhamento ativo de carga a qual é baseada em controladores mestre-escravo (líder-seguidor) (CHEN; CHU, 1995), em controladores centralizados ou em controladores distribuídos (LAZZARIN; BAUER; BARBI, 2013); e a técnica de controle *droop* (DE BRABANDERE *et al.*, 2007; BEHERA; SAIKIA, 2022). As técnicas de compartilhamento ativo usam informação de todas *UPSs* na rede para uma lei de controle global, seja ela centralizada ou distribuída, e responsável pela regulação individual de cada equipamento em tensão ou corrente. Como desvantagens, tem-se a dependência de uma comunicação entre os inversores e a perda da redundância no caso com controlador centralizado. Em contrapartida, o controle *droop* se sobressai às demais técnicas de paralelismo devido à descentralização (GUERRERO; HANG; UCEDA, 2008), ou seja, onde cada *UPS* regula a sua potência fornecida usando somente informação local, sem a necessidade de comunicação com as demais unidades na rede.

No uso do controle *droop* emprega-se uma abordagem de controle multi-malha: o laço interno é responsável pela regulação de tensão e o laço externo, com uma dinâmica mais lenta, pela divisão de potências a partir do ajuste da referência de tensão do laço interno. O controle das potências fornecidas é realizado por meio de alterações na amplitude e fase da tensão de referência de cada *UPS* em relação aos seus valores nominais. Por este motivo, na formulação convencional do controlador *droop* (GUERRERO *et al.*, 2006) há um inerente compromisso entre a potência total fornecida e a regulação de tensão, uma vez que há, embora pequena, a diminuição da amplitude da tensão. Avanços na técnica buscam melhorar o desempenho transitório do *droop* com controladores dinâmicos proporcional-derivativo (PD) (GUERRERO *et al.*, 2004), alterar a impedância de saída para que apresente uma característica desejada de resposta em frequência adicionando-se a chamada impedância virtual (GUERRERO *et al.*, 2005), considerar o acoplamento das potências nas equações do *droop* (SAGGIN; COUTINHO; HELDWEIN, 2016) e restau-

rar a amplitude/frequência nominal com uma malha externa (VASQUEZ *et al.*, 2013). Quanto à análise da estabilidade, (FURTADO, 2009) avalia o sistema sob a ótica de sincronismo de osciladores não-lineares, (GUO *et al.*, 2014) introduz modelos de pequenos sinais com fasores dinâmicos e (WANG *et al.*, 2019; RUI *et al.*, 2020) concentram-se em modelos de ordem reduzida para sistemas com um grande número de inversores. Em muitos destes trabalhos, observa-se o uso da impedância virtual como prática constante de projeto para compensar desbalanços das impedâncias de linha ou mesmo diferenças nas impedâncias de saída dos sistemas *UPSs*, dispensando alternativas como o uso de impedâncias de acoplamento físicas, o que diminui custos e evita perdas de potência com o componente real.

Em relação às aplicações do controle *droop* em *UPSs* que usam controladores de tensão ressonantes, (SAGGIN; COUTINHO; HELDWEIN, 2016) projetam os ganhos de um controlador *droop* dinâmico por uma abordagem *LMI* e utilizam uma resistência virtual. Em (CARBALLO *et al.*, 2017) mostra-se ser possível obter característica desejada na impedância de saída sem a necessidade da impedância virtual, através do uso do controlador de tensão ressonante com ganho finito no modo da frequência fundamental. Por outro lado, são poucos os trabalhos que consideram o projeto robusto por abordagem *LMI* com um modelo interconectado de inversores em paralelo, como visto em (SADABADI; KARIMI; KARIMI, 2015), (DERAKHSHAN *et al.*, 2023) ou o aplicado em (QIAN *et al.*, 2020). Ainda no contexto de paralelismo de inversores, os controladores de tensão repetitivos são aplicados nos trabalhos (TRIVEDI; SINGH, 2017) e (ASTRADA; DE ANGELO, 2022). Assim como para o caso do controlador ressonante, não há trabalhos consolidados que considerem o modelo interconectado para o projeto desses controladores.

A partir da discussão acima apresentada, o objetivo principal deste trabalho consiste na análise e no projeto de controladores de tensão baseados no PMI visando a operação de *UPSs* em paralelo com controle *droop*. Entre os objetivos específicos pode-se citar:

- A análise da impedância de saída da *UPS* com controlador de tensão múltiplo-ressonante e seu impacto no desempenho do paralelismo, avaliando a importância do fator de amortecimento dos modos ressonantes no sistema em malha fechada com *droop*;
- O projeto conjunto robusto dos controladores de tensão múltiplo-ressonantes descentralizados levando em consideração o modelo interconectado das *UPSs* em paralelo;
- A análise da impedância de saída da *UPS* com controlador de tensão repetitivo e seu impacto no desempenho do paralelismo, avaliando a importância da frequência de corte do filtro do elemento de atraso;
- O projeto conjunto robusto dos controladores de tensão repetitivos descentralizados

levando em consideração o modelo interconectado;

- Desenvolvimento de uma bancada para a validação experimental da operação paralela das *UPSs*.

Esta tese apresenta a estrutura descrita a seguir. No Capítulo 2 serão revisados os principais tópicos relacionados ao controle de *UPS* e ao paralelismo destes equipamentos usando controladores sem comunicação entre si. No Capítulo 3 será apresentado o ambiente experimental desenvolvido para o paralelismo de duas *UPSs* e realização dos ensaios. A Parte 1 foca nos desenvolvimentos considerando o controlador de tensão ressonante, onde no Capítulo 4 será analisada a impedância de saída com controlador múltiplo-ressonante e descrito o projeto dos controladores *droop*. No Capítulo 5 será desenvolvido o projeto multivariável de controladores robustos múltiplo-ressonantes de ambas *UPSs* oriundo de um modelo interconectado em espaço de estados do sistema em paralelo e apresentados resultados para a validação da metodologia proposta. A Parte 2 apresenta contribuições para o controlador repetitivo, onde no Capítulo 6 será analisada a impedância de saída e descrito o projeto dos controladores *droop*, apresentando os resultados relacionados. No Capítulo 7 será desenvolvido o projeto multivariável análogo para controladores repetitivos, apresentando resultados para a validação da metodologia. Por fim, o Capítulo 8 apresentará as principais conclusões e estabelecerá perspectivas de trabalhos futuros.

2 UPS E PARALELISMO

Neste capítulo serão abordados os principais conceitos relacionados a *UPS*: os requisitos de desempenho transitório e em regime permanente segundo as principais normas, o modelo em espaço de estados do sistema e a metodologia de projeto robusto do seu controlador de tensão. Na sequência, serão apresentados os fundamentos do paralelismo de *UPSs* e do controle *droop*, realizado a partir do fluxo de potência nesses equipamentos.

2.1 Sistemas *UPS*

As *UPSs* são equipamentos projetados para o fornecimento de energia com continuidade e qualidade para cargas críticas, as quais são sensíveis a interrupções e distúrbios na rede elétrica. Em geral, são compostas por três estágios: um conversor de tensão CA/CC (retificador) na entrada; um banco de baterias para o armazenamento de energia; e um conversor de tensão CC/CA (inversor) na saída, responsável pela alimentação dos dispositivos a ela conectados. Estes equipamentos devem atender a requisitos mínimos de desempenho definidos pelas principais normas vigentes.

2.1.1 Normas aplicáveis

Normas internacionais foram elaboradas com o objetivo de regulamentar a operação das *UPSs*, definindo o modo de funcionamento e requisitos mínimos de desempenho estático e dinâmico destes equipamentos. As recomendações das principais normas, *ANSI/IEEE Std 944* (ANSI/IEEE, 1986) e *IEC 62040-3* (IEC, 2011), são descritas na sequência.

A norma internacional *ANSI/IEEE Std 944* estabelece os requisitos de desempenho para *UPSs* com tensão de saída *RMS* menor ou igual a 1000 V. Estes requisitos devem ser atendidos para qualquer regime de carga, com um fator de crista da corrente inferior a 2 e fator de potência (FP) maior ou igual a 0,8 (indutivo). Na condição de regime permanente, estabelece uma tensão de saída com desvios máximos $\pm 2\%$ e uma frequência com desvios máximos $\pm 0,5\%$ dos respectivos valores nominais. Quanto às condições transitórias ocorridas na inserção ou retirada de carga, a norma introduz um perfil de

tolerância de tensão para avaliação do desempenho dinâmico, que mais tarde é aprimorado pela IEC 62040-3.

A norma internacional IEC 62040-3 estabelece os requisitos de desempenho para UPSs com armazenamento de energia e tensão de saída menor ou igual a 1000 V, os quais devem ser atendidos para qualquer regime de carga proposto, entre 0% e 100% da potência nominal do equipamento. Como condição de regime permanente deve-se avaliar o erro percentual na regulação de tensão VR (do termo em inglês *Voltage Regulation*), definido pelo desvio percentual da tensão RMS de saída sob carga em relação à tensão para a condição a vazio. Ainda na condição de regime permanente, admite uma regulação de tensão entre $\pm 10\%$ e uma variação de frequência entre $\pm 2\%$ do valor nominal. Além disso, estabelece o limite de 8% para a THD da tensão de saída, com níveis distintos de IHD (do termo em inglês *Individual Harmonic Distortion*) especificados para cada harmônica, conforme detalhado em tabela na referida norma.

Com relação ao desempenho transitório, a IEC 62040-3 introduz três classificações de perfis da tolerância de tensão. Calcula-se a variação percentual instantânea da tensão de saída em relação a seu valor nominal, normalizada pelo valor de pico, comparando a curva obtida ao envelope desses perfis de tolerância. Esse transitório é gerado por degraus aditivos e subtrativos de cargas de referência lineares e não-lineares, com procedimentos de teste explicados nas seções 6.4.2.11 e 6.4.3.3 de (IEC, 2011).

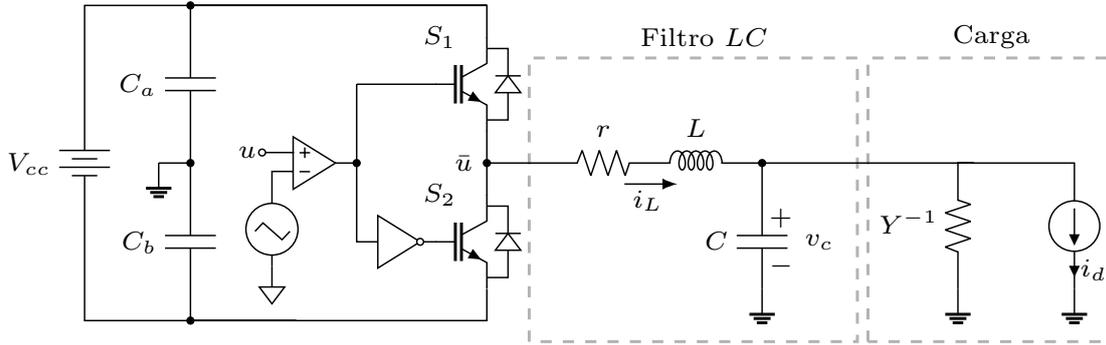
As cargas de referência lineares consistem nos resistores R_{lin1} e R_{lin2} , dimensionados para dissipar 20% e 80% da potência ativa nominal P_n da UPS, respectivamente, considerado $FP = 0,7$. Para UPSs de até 4 kVA as cargas não-lineares consistem em dois circuitos retificadores, compostos pela resistência de linha R_s , ponte retificadora com filtro capacitivo e resistor na saída R_{nlin} . Os componentes são dimensionados segundo o Apêndice E de (IEC, 2011) e devem dissipar através de R_{s1} e R_{nlin1} 25% de P_n , e dos resistores R_{s2} e R_{nlin2} 75% de P_n , totalizando 70% da potência aparente nominal S_n .

2.1.2 Modelo da UPS

O estágio de saída de uma UPS é composto por um inversor seguido de um filtro LC , conforme representado no esquemático da Figura 1. Neste estudo, o inversor possui topologia em meia-ponte, a mesma considerada em (PEREIRA *et al.*, 2014), sendo os efeitos da retificação e banco de baterias simplificados por uma fonte de tensão contínua V_{cc} em conjunto com os capacitores C_a e C_b . O acionamento das chaves IGBTs (do termo em inglês *Insulated Gate Bipolar Transistors*) S_1 e S_2 é realizado pela modulação PWM (do termo em inglês *Pulse-Width Modulation*) do sinal de controle $u(t)$.

A conexão de cargas não-lineares na saída destes equipamentos gera correntes de distúrbio periódicas que ocasionam uma distorção harmônica na tensão do capacitor. Estas cargas são modeladas neste trabalho pela conexão paralela da admitância de carga $Y(t)$ e a fonte de distúrbio de corrente $i_d(t)$. A admitância, considerada real, ou seja com

Figura 1 – Estágio de saída da UPS: inversor e filtro LC.



Fonte: adaptada de (PEREIRA *et al.*, 2014).

susceptância nula, é um parâmetro incerto e variante no tempo definido por

$$Y(t) \in \mathcal{A}, \quad \mathcal{A} := \{Y(t) \in \mathbb{R} : Y_{\min} \leq Y(t) \leq Y_{\max}\} \quad (1)$$

com limites Y_{\min} e Y_{\max} conhecidos. A corrente $i_d(t)$ é um sinal de distúrbio periódico com elevado conteúdo harmônico e dependente da carga conectada à UPS. Outras maneiras de representar a carga conectada ao estágio de saída podem ser encontradas, por exemplo, em (ZHONG; TONG, 2023).

Em vista da Figura 1, as equações diferenciais que descrevem a dinâmica do filtro são

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = \bar{u}(t) - ri_L(t) - v_c(t), \quad (2)$$

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = i_L(t) - Y(t)v_c(t) - i_d(t), \quad (3)$$

em que C é a capacitância do filtro, L a indutância e r sua resistência *ESR* (do termo em inglês *Equivalent Series Resistance*). O sinal $i_L(t)$ denota a corrente do indutor, $v_c(t)$ a tensão do capacitor e $\bar{u}(t)$ a tensão na entrada do filtro LC.

Linearizando o sistema do estágio de saída pelo modelo médio durante um ciclo de chaveamento (PEREIRA *et al.*, 2014), $\bar{u}(t)$ pode ser representado por um ganho K_{pwm} multiplicando $u(t)$, sendo

$$K_{\text{pwm}} = \frac{V_{cc}}{2V_{tri}} \quad (4)$$

na qual V_{tri} é a amplitude de pico da portadora triangular do PWM. Com a escolha apropriada de V_{tri} pode-se assumir, sem perda de generalidade, K_{pwm} com valor unitário tal que $\bar{u}(t) = u(t)$.

2.1.2.1 Formulação em espaço de estados

Definindo $i_L(t)$ e $v_c(t)$ em (2) e (3) como estados, obtêm-se as equações que descrevem o comportamento dinâmico da UPS em espaço de estados (PEREIRA *et al.*, 2014)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbb{A}(Y)x(t) + \mathbb{B}u(t) + \mathbb{B}_d i_d(t) \\ y(t) = \mathbb{C}x(t) \end{cases} \quad (5)$$

onde $x(t) = [i_L(t) \ v_c(t)]' \in \mathbb{R}^2$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}$ o sinal de controle e $i_d(t) \in \mathbb{R}$ o distúrbio periódico. O sinal $y(t) \in \mathbb{R}$ é a saída controlada.

As matrizes $\mathbb{A}(Y)$, \mathbb{B} , \mathbb{C} e \mathbb{B}_d são dadas por

$$\mathbb{A}(Y) = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{Y(t)}{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{C} = [0 \ 1], \quad \mathbb{B}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

sendo $\mathbb{A}(Y)$ uma matriz que varia em função da incerteza presente no parâmetro $Y(t)$.

2.1.2.2 Formulação em função de transferência

Para um dado valor constante $Y(t) = Y$, substituindo (2) em (3) e aplicando a Transformada de Laplace obtém-se a equação dinâmica

$$LCs^2v_c(s) + rCsv_c(s) + v_c(s) + Ls(Yv_c(s) + i_d(s)) + r(Yv_c(s) + i_d(s)) = u(s). \quad (7)$$

Assumindo corrente de distúrbio nula, chega-se ao modelo incerto em função de transferência em malha aberta do sistema *UPS*

$$G(Y)(s) = \frac{v_c(s)}{u(s)} = \frac{1}{LCs^2 + (rC + LY)s + (rY + 1)}. \quad (8)$$

Considerando agora a entrada de controle nula, chega-se a função de transferência da entrada de distúrbio para a saída da *UPS*

$$G_{i_d}(Y)(s) = \frac{v_c(s)}{i_d(s)} = \frac{Ls + r}{LCs^2 + (rC + LY)s + (rY + 1)}, \quad (9)$$

ambas dependentes do parâmetro incerto Y .

2.2 Controle de *UPS*

A seguir, serão apresentados os controladores múltiplo-ressonantes de ganho finito, também conhecidos como ressonantes não-ideais (HU *et al.*, 2019) ou quasi-ressonantes, e os controladores repetitivos. Será descrita a metodologia de projeto dos ganhos destes controladores consistindo na solução de um problema de otimização convexo sujeito à restrições na forma de desigualdades matriciais lineares.

2.2.1 Princípio do modelo interno

O problema de regulação de tensão de saída em *UPS*, sob o ponto de vista de Sistemas de Controle, consiste no seguimento de um sinal de referência senoidal com erro nulo e na rejeição de distúrbios periódicos nas frequências harmônicas deste sinal, provenientes da conexão de cargas não-lineares. A solução que assegura esses requisitos, sob o ponto de vista teórico, consiste na utilização de controladores baseados no Princípio do Modelo Interno.

O PMI (FRANCIS; WONHAM, 1975) estabelece que um sistema realimentado pode seguir/rejeitar um determinado sinal exógeno em regime permanente contanto que as seguintes premissas sejam satisfeitas: o sistema em malha fechada seja assintoticamente estável e o controlador contenha todos os modos marginalmente instáveis que descrevam os sinais exógenos de interesse.

Seja o sistema em malha fechada apresentado na Figura 2, onde $C_v(s)$ é a função de transferência do controlador, $G(s)$ a função de transferência da planta, $G_{i_d}(s)$ a função de transferência do distúrbio para a saída, mostradas nas equações (8) e (9), respectivamente. Neste diagrama, $v_{ref}(s)$, $i_d(s)$, $y(s)$ e $e(s)$ representam os sinais de referência, distúrbio de corrente, saída controlada e erro de seguimento, respectivamente. As funções de transferência do sistema em malha fechada que relacionam a referência com a saída e a perturbação com a saída são, respectivamente:

$$T_r(s) = \frac{y(s)}{v_{ref}(s)} = \frac{C_v(s)G(s)}{1 + C_v(s)G(s)} \quad \text{e} \quad T_{i_d}(s) = \frac{y(s)}{i_d(s)} = \frac{G_{i_d}(s)}{1 + C_v(s)G(s)}. \quad (10)$$

A partir de uma análise no domínio da frequência verifica-se que ocorrerá o seguimento com erro nulo em regime permanente de uma referência senoidal com frequência ω_0 se

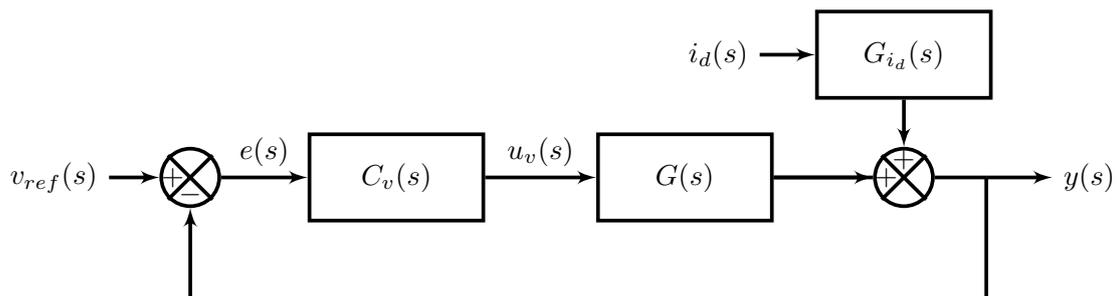
$$|T_r(j\omega_0)| = \left| \frac{C_v(j\omega_0)G(j\omega_0)}{1 + C_v(j\omega_0)G(j\omega_0)} \right| = 1, \quad \angle T_r(j\omega_0) = 0^\circ, \quad (11)$$

e, adicionalmente, ocorrerá a completa rejeição de uma perturbação com frequência ω_0 se

$$|T_{i_d}(j\omega_0)| = \left| \frac{G_{i_d}(j\omega_0)}{1 + C_v(j\omega_0)G(j\omega_0)} \right| = 0. \quad (12)$$

As equações (11) e (12) serão mutuamente satisfeitas caso o sistema em malha fechada seja estável e presente $|C_v(j\omega_0)G(j\omega_0)| \rightarrow \infty$, garantindo-se assim o seguimento com erro nulo de um sinal senoidal e a rejeição de distúrbios na frequência ω_0 .

Figura 2 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.



Fonte: do autor.

2.2.2 Controlador múltiplo-ressonante

O controlador ressonante apresenta como principal característica a magnitude infinita na frequência ω_r , a partir da inserção de um controlador com formulação

$$C_v(s) = \frac{u_v(s)}{e(s)} = \frac{\omega_r^2}{s^2 + \omega_r^2}. \quad (13)$$

Caso seja escolhida a mesma frequência do sinal de referência/distúrbio ω_0 , pelo PMI é garantido o erro de seguimento nulo (e rejeição à perturbação) em regime permanente.

Inserindo dois zeros parametrizáveis em (13) para adicionar graus de liberdade ao problema de estabilização do sistema em malha fechada e estendendo a estrutura para seguir/rejeitar sinais periódicos com maior conteúdo harmônico, obtém-se o controlador múltiplo-ressonante (PEREIRA *et al.*, 2014). No problema da UPS monofásica alimentando cargas não-lineares, apenas conteúdo harmônico nas frequências múltiplas ímpares são gerados. Assim, o controlador proporcional múltiplo-ressonante para harmônicas ímpares pode ser definido por

$$C_v(s) = k_e + \sum_{h=1,3,\dots}^{\bar{h}} \frac{k_{2h-1} + k_{2h}s}{s^2 + \omega_{r_h}^2} \quad (14)$$

onde ω_{r_h} é a frequência do h -ésimo modo em um total de n_h modos ressonantes. Os parâmetros k_e , k_{2h-1} e k_{2h} são os ganhos a serem determinados. Este controlador insere ganho infinito nas frequências ω_{r_h} para $h = 1, 3, \dots, \bar{h}$.

O controlador proporcional múltiplo-ressonante pode ser modificado através da introdução de um fator de amortecimento nos modos ressonantes de interesse. Reescrevendo (14) com a inserção destes coeficientes tem-se a formulação generalista baseada em (BERTOLDI; FLORES; PEREIRA, 2018) do controlador múltiplo-ressonante de ganho finito (MR), empregada neste trabalho

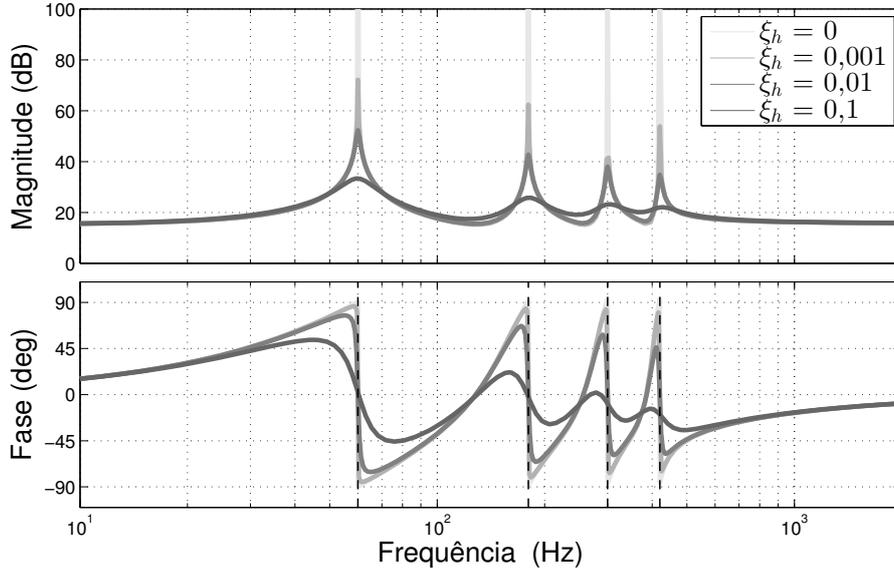
$$C_v(s) = k_e + \sum_{h=1,3,\dots}^{\bar{h}} \frac{k_{2h-1} + k_{2h}s}{s^2 + 2\xi_h\omega_{r_h}s + \omega_{r_h}^2} \quad (15)$$

onde o parâmetro ξ_h é o fator de amortecimento do h -ésimo modo.

Conforme (BERTOLDI; FLORES; PEREIRA, 2018), a introdução do termo $2\xi_h\omega_{r_h}s$ no denominador em (15) torna a magnitude do controlador na frequência ω_{r_h} finita e desloca a ressonância para $\omega_{d_h} = \omega_{r_h}\sqrt{1 - 2\xi_h^2}$. Isso contribui para uma redução da magnitude do controlador nas frequências harmônicas compensadas pelos modos ressonantes, evitando-se a ocorrência do chamado "efeito colchão d'água" (FLORES; SALTON; CASTRO, 2016). Em contrapartida, passa a existir um compromisso entre o valor de ξ_h e o erro de seguimento de referência resultante.

A Figura 3 apresenta as curvas de magnitude e fase da resposta em frequência de (15) para um total de quatro modos ressonantes, fixados nas frequências $\omega_{r_1} = \omega_0$, $\omega_{r_3} = 3\omega_0$,

Figura 3 – Resposta em frequência do controlador múltiplo-ressonante de ganho finito.



Fonte: do autor.

$\omega_{r_5} = 5\omega_0$ e $\omega_{r_7} = 7\omega_0$ rad/s. Estas curvas são comparadas para o uso de diferentes coeficientes de amortecimento ξ_h , $h = 1,3,5,7$ assumindo valores espaçados entre 0 e 0,1.

2.2.2.1 Formulação no espaço de estados

Uma possível realização da função de transferência do controlador MR (15) no espaço de estados é dada por

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = \mathbb{A}_r x_r(t) + \mathbb{B}_r e(t) \\ u_v(t) = \mathbb{C}_r x_r(t) + \mathbb{D}_r e(t) \end{cases} \quad (16)$$

onde $x_r(t) = [x_{r_1}(t)' \cdots x_{r_{\bar{h}}}(t)']' \in \mathbb{R}^{2n_h}$ é o vetor de estados. As matrizes do sistema são

$$\mathbb{A}_r = \begin{bmatrix} A_{r_1} & \cdots & 0_2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_2 & \cdots & A_{r_{\bar{h}}} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_r = \begin{bmatrix} B_{r_1} \\ \vdots \\ B_{r_{\bar{h}}} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{C}_r = [C_{r_1} \quad \cdots \quad C_{r_{\bar{h}}}], \quad \mathbb{D}_r = k_e, \quad (17)$$

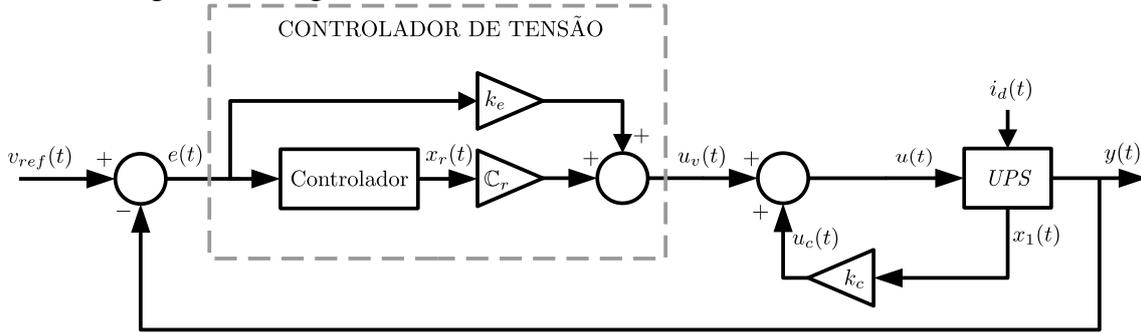
sendo as submatrizes A_{r_h} , B_{r_h} e C_{r_h} definidas para cada modo ressonante como

$$A_{r_h} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{r_h} \\ -\omega_{r_h} & -2\xi_h \omega_{r_h} \end{bmatrix}, \quad B_{r_h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C_{r_h} = [k_{2h-1} \quad k_{2h}]. \quad (18)$$

2.2.2.2 Regulação de tensão em UPS

No controle de UPS, além do controlador ressonante no laço principal, geralmente adiciona-se uma realimentação de corrente do indutor para obter a melhoria do desempenho transitório do sistema em malha fechada (LORENZINI *et al.*, 2022), conforme ilustrado no diagrama de blocos da Figura 4.

Figura 4 – Diagrama do sistema com controlador de tensão ressonante.



Fonte: do autor.

Baseado na Figura 4, segue que o sinal de controle é dado por

$$\begin{aligned}
 u(t) &= u_c(t) + u_v(t) \\
 &= k_c x_1(t) + k_1 x_{r_{1,1}}(t) + k_2 x_{r_{1,2}}(t) + \cdots + k_{2\bar{h}-1} x_{r_{\bar{h},1}} + k_{2\bar{h}} x_{r_{\bar{h},2}}(t) + \\
 &\quad + k_e e(t).
 \end{aligned} \tag{19}$$

Obtidas as representações em espaço de estados da planta (5) e do controlador (16), define-se o vetor de estados aumentado $x_a(t) = [x'(t) \ x'_r(t)]' \in \mathbb{R}^{2+2n_h}$ considerando a conexão entre os modelos, o que resulta em

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_a(Y)x_a(t) + \mathbb{B}_a u(t) + \mathbb{B}_{d_a} q(t) \\ y(t) = \mathbb{C}_a x_a(t) \end{cases} \tag{20}$$

onde $q(t) = [v_{ref}(t) \ i_d(t)]' \in \mathbb{R}^2$ e

$$\mathbb{A}_a(Y) = \begin{bmatrix} \mathbb{A}(Y) & 0_2 & 0_2 & \cdots & 0_2 \\ -\mathbb{B}_{r_1} \mathbb{C} & \mathbb{A}_{r_1} & 0_2 & \cdots & 0_2 \\ -\mathbb{B}_{r_3} \mathbb{C} & 0_2 & \mathbb{A}_{r_3} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0_2 \\ -\mathbb{B}_{r_{\bar{h}}} \mathbb{C} & 0_2 & \cdots & 0_2 & \mathbb{A}_{r_{\bar{h}}} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbb{B}' & 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & \cdots & 0_{1 \times 2} \end{bmatrix}',$$

$$\mathbb{B}_{d_a} = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} & \mathbb{B}'_{r_1} & \mathbb{B}'_{r_3} & \cdots & \mathbb{B}'_{r_{\bar{h}}} \end{bmatrix}' \quad \text{e} \quad \mathbb{C}_a = \begin{bmatrix} \mathbb{C} & 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & \cdots & 0_{1 \times 2} \end{bmatrix}.$$

Deste modo, a lei de controle (19) pode ser reescrita na forma de uma realimentação do estado aumentado associada a um termo de alimentação direta (*feedforward*) do sinal de referência

$$u(t) = K x_a(t) + k_e v_{ref}(t) \tag{21}$$

com o vetor de ganhos a ser determinado

$$K = [k_c \ -k_e \ k_1 \ k_2 \ \cdots \ k_{2\bar{h}-1} \ k_{2\bar{h}}]. \tag{22}$$

Observa-se que, uma vez que o segundo elemento existente em K é o termo $-k_e$, a determinação de K já implica em calcular também o ganho k_e .

Substituindo (21) em (20) obtém-se o sistema em malha fechada

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_{mf}(Y)x_a(t) + \mathbb{B}_q q(t) \\ y(t) = \mathbb{C}_a x_a(t) \end{cases} \quad (23)$$

em que

$$\mathbb{A}_{mf}(Y) = \mathbb{A}_a(Y) + \mathbb{B}_a K \quad \text{e} \quad \mathbb{B}_q = \begin{bmatrix} \mathbb{B}'_k k_e & \mathbb{B}'_{r_1} & \mathbb{B}'_{r_3} & \cdots & \mathbb{B}'_{r_h} \\ \mathbb{B}'_d & 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & \cdots & 0_{1 \times 2} \end{bmatrix}'. \quad (24)$$

A sintonia dos ganhos desses controladores múltiplos-ressonantes pode ser realizada via análise frequencial (CARBALLO *et al.*, 2016), por métricas diretas da resposta em frequência (MOSSMANN; PEREIRA; GOMES DA SILVA JR., 2021) ou, ainda, por métodos de oscilação forçada (LORENZINI; PEREIRA; BAZANELLA, 2020). Nesses casos, as garantias de robustez à incertezas paramétricas são relacionadas à função sensibilidade do sistema ou verificadas *a posteriori*. Por outro lado, métodos baseados na solução de problemas de otimização sujeitos à restrições *LMI* podem ser utilizados para o projeto de controladores que garantam a estabilidade e desempenho robusto do sistema em malha fechada (PEREIRA *et al.*, 2014).

2.2.2.3 Projeto robusto dos ganhos

O projeto robusto dos ganhos da realimentação de estados pode ser realizado através da solução de um problema de otimização convexo sujeito à restrições *LMIs*, análogo ao do trabalho (PEREIRA; CARVALHO; FLORES, 2013). O primeiro critério de desempenho considerado está relacionado à estabilidade interna da origem de (23) e ao posicionamento robusto dos autovalores de $\mathbb{A}_{mf}(Y)$ em uma dada região de \mathcal{D} -estabilidade (CHILALI; GAHINET, 1996) do plano complexo formada pela interseção de regiões definidas por

$$\begin{aligned} R_{CR} &= \{p_i \in \mathbb{C} : \text{Re}(p_i) \leq -\sigma, \sigma \in \mathbb{R}^+\}, \\ R_{NF} &= \{p_i \in \mathbb{C} : |p_i| \leq r, r \in \mathbb{R}\}, \\ R_{DR} &= \{p_i \in \mathbb{C} : \tan^{-1} \left(\left| \frac{\text{Im}(p_i)}{\text{Re}(p_i)} \right| \right) \leq \vartheta, \vartheta \in \mathbb{R}^+\}. \end{aligned} \quad (25)$$

Em (25) p_i para $i = 1, 2, \dots, 2n_h + 2$ são os autovalores de $\mathbb{A}_{mf}(Y)$, o parâmetro σ está relacionado ao tempo de acomodação do sistema, r restringe a máxima frequência natural e ϑ está associado ao fator de amortecimento do sistema.

Junto ao posicionamento de polos também é considerada a função custo

$$J(z(t)) := \|z(t)\|_2^2 = \int_0^\infty z(t)' z(t) dt, \quad (26)$$

sendo $z(t)$ uma saída de desempenho definida por

$$z(t) = C_z x_a(t) + D_z u(t) \quad (27)$$

onde C_z e D_z são matrizes definidas *a priori* penalizando a energia dos estados do sistema e do sinal de controle, respectivamente.

Recapitulando o apresentado em (PEREIRA; CARVALHO; FLORES, 2013), o Teorema 1 descreve as condições *LMIs* para o projeto do controlador MR robusto que garanta a estabilidade e o desempenho do sistema em malha fechada, e cuja prova pode ser encontrada no referido artigo.

Teorema 1 *Considere os escalares reais positivos σ , r e ϑ conhecidos a priori. Caso exista uma matriz simétrica positiva definida $Q \in \mathbb{R}^{(2+2n_h) \times (2+2n_h)}$, uma matriz $W \in \mathbb{R}^{1 \times (2+2n_h)}$ e um escalar positivo λ satisfazendo*

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \text{He}(\mathbb{A}_a(Y_{min})Q + \mathbb{B}_a W) & QC'_z + W'D'_z \\ * & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} < 0, \\ & \begin{bmatrix} \text{He}(\mathbb{A}_a(Y_{max})Q + \mathbb{B}_a W) & QC'_z + W'D'_z \\ * & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & L_1 \otimes Q + M_1 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{min})Q + \mathbb{B}_a W) + M'_1 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{min})Q + \mathbb{B}_a W)' < 0, \\ & L_1 \otimes Q + M_1 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{max})Q + \mathbb{B}_a W) + M'_1 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{max})Q + \mathbb{B}_a W)' < 0, \\ & L_2 \otimes Q + M_2 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{min})Q + \mathbb{B}_a W) + M'_2 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{min})Q + \mathbb{B}_a W)' < 0, \\ & L_2 \otimes Q + M_2 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{max})Q + \mathbb{B}_a W) + M'_2 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{max})Q + \mathbb{B}_a W)' < 0, \\ & L_3 \otimes Q + M_3 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{min})Q + \mathbb{B}_a W) + M'_3 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{min})Q + \mathbb{B}_a W)' < 0, \\ & L_3 \otimes Q + M_3 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{max})Q + \mathbb{B}_a W) + M'_3 \otimes (\mathbb{A}_a(Y_{max})Q + \mathbb{B}_a W)' < 0, \end{aligned} \quad (29)$$

onde $\text{He}(S) = S' + S$, \otimes denota o produto Kronecker e

$$\begin{aligned} & L_1 = 2\sigma, \quad M_1 = 1, \\ & L_2 = \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ & L_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M_3 = \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

então a origem do sistema (23) com $K = WQ^{-1}$ é internamente estável para todo $Y_{min} \leq Y(t) \leq Y_{max}$, de modo que os autovalores de $\mathbb{A}_{mf}(Y)$ estão confinados na região de \mathcal{D} -estabilidade definida em (25) e a função custo (26) satisfaz $\|z(t)\|_2^2 \leq \lambda V(0)$ sendo $V(0) = x_a(0)'Q^{-1}x_a(0)$ ¹.

¹ Q^{-1} é a matriz da função quadrática candidata de Lyapunov $V(x_a) = x'_a Q^{-1} x_a$.

Tendo como objetivo obter o ganho K de forma a minimizar a função custo (26), pode-se enunciar o seguinte problema de otimização convexo:

$$\min_{Q,W,\lambda} \lambda \quad \text{sujeito à } Q = Q' > 0, (28) \text{ e } (29). \quad (30)$$

Se existir uma solução para o problema de otimização (30), onde Q , W e λ são variáveis de decisão, então pode-se determinar uma matriz de realimentação por $K = WQ^{-1}$.

2.2.3 Controlador repetitivo

O controlador repetitivo, proposto em (INOUE; NAKANO; IWA, 1981), utiliza um elemento de atraso para a geração de um controlador com ganho infinito na frequência de interesse ω_0 e em todas as suas k harmônicas, $k \in \mathbb{Z}_+^*$. Assumindo a função de transferência

$$C(s) = \frac{1}{1 - e^{-s\tau_0}} \quad (31)$$

onde $\tau_0 = 2\pi/\omega_0$ corresponde ao período fundamental do sinal de interesse. Assim, tem-se $|C(jk\omega_0)| = \infty$ para $k = 0, 1, 2, \dots$, o que resulta em erro nulo de seguimento em regime permanente para qualquer sinal periódico de período τ_0 .

A função de transferência (31) pode ser modificada pela introdução de um filtro passa-baixas com frequência de corte ω_{rp} em série com o elemento de atraso (HARA *et al.*, 1988), evitando-se assim problemas de estabilização do sistema em malha fechada e amplificação de ruídos de alta frequência. Além disso, o elemento de atraso pode ser alterado visando a compensação do desvio da ressonância ocasionado por este filtro, conforme realizado em (LORENZINI, 2015). Assim, (31) pode ser modificada para

$$C(s) = \frac{1}{1 - \frac{\omega_{rp}}{s + \omega_{rp}} e^{-s\tau}} \quad (32)$$

onde ω_{rp} é um parâmetro livre e τ o valor do atraso corrigido pela equação

$$\tau = -\frac{1}{\omega_0} \left(\arctan \left(\frac{\omega_0}{\omega_{rp}} \right) - 2\pi \right). \quad (33)$$

Por fim, a formulação geral do controlador repetitivo apresentada em (NETO; NEVES; DE SOUZA, 2021) permite a seleção das frequências onde os picos de ganho infinito ocorrerão. A versão de (32) que considera apenas picos nas frequências $(n_{rp}k \pm m_{rp})\omega_0$ é dada por

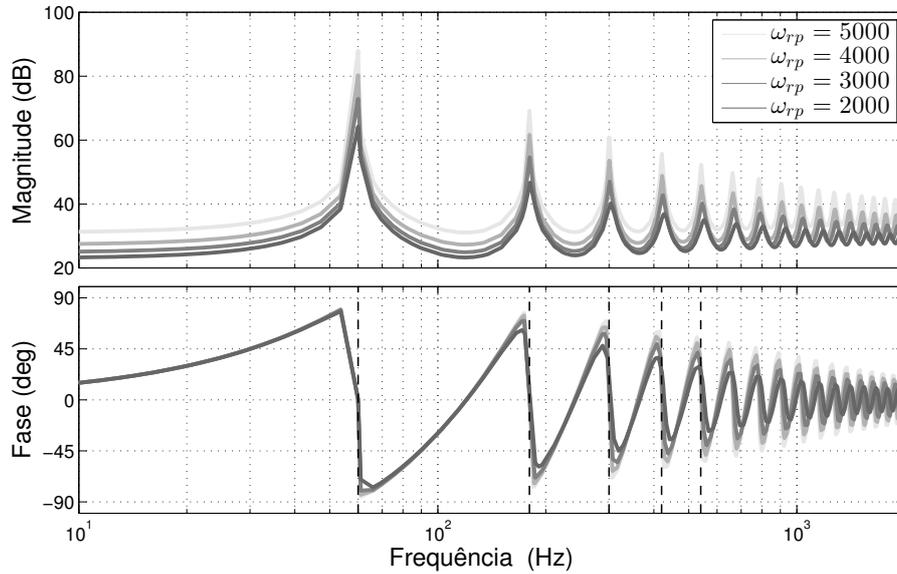
$$C(s) = \frac{1}{1 - \frac{\omega_{rp}}{s + \omega_{rp}} e^{j2\pi \frac{m_{rp}}{n_{rp}} - \frac{\tau_0}{n_{rp}} s}} \quad (34)$$

onde m_{rp} e n_{rp} são coeficientes que definem as frequências de ocorrência dos ganhos infinitos.

Assumindo $n_{rp} = 2$ e $m_{rp} = 1$ obtém-se o controlador repetitivo particularizado apenas para as harmônicas ímpares, resultando em

$$C_v(s) = \frac{u_v(s)}{e(s)} = k_e + \frac{k_{rp}}{1 + \frac{\omega_{rp}}{s + \omega_{rp}} e^{-\tau s}} \quad (35)$$

Figura 5 – Resposta em frequência do controlador repetitivo de harmônicas ímpares.



Fonte: do autor.

onde k_e e k_{rp} são ganhos responsáveis pela estabilização do sistema em malha fechada, e sendo τ o valor do atraso, corrigido por

$$\tau = -\frac{1}{\omega_0} \left(\arctan \left(\frac{\omega_0}{\omega_{rp}} \right) - \pi \right). \quad (36)$$

A Figura 5 apresenta as curvas de magnitude e fase da resposta em frequência do controlador (35) considerando $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s. Estas curvas são demonstradas para filtros com ω_{rp} assumindo diferentes valores espaçados entre 5000 e 2000 rad/s.

2.2.3.1 Formulação no espaço de estados

Uma possível realização da função de transferência do controlador repetitivo (35) no espaço de estados é dada por

$$\begin{cases} \dot{x}_{rp}(t) = \mathbb{A}_{rp}x_{rp}(t) + \mathbb{A}_{d_{rp}}x_{rp}(t - \tau) + \mathbb{B}_{d_{rp}}e(t - \tau) \\ u_v(t) = \mathbb{C}_{rp}x_{rp}(t) + \mathbb{D}_{rp}e(t) \end{cases} \quad (37)$$

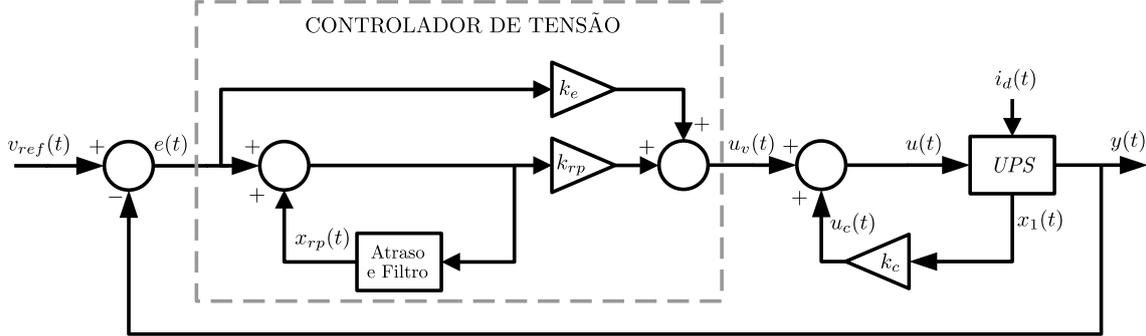
onde $x_{rp}(t) \in \mathbb{R}$ é o estado do controlador e

$$\mathbb{A}_{rp} = -\omega_{rp}, \quad \mathbb{A}_{d_{rp}} = -\omega_{rp}, \quad \mathbb{B}_{d_{rp}} = -\omega_{rp}, \quad \mathbb{C}_{rp} = k_{rp} \quad \text{e} \quad \mathbb{D}_{rp} = (k_e + k_{rp}). \quad (38)$$

2.2.3.2 Regulação de tensão em UPSs

Para o controle de UPS, utilizando-se agora a estrutura com o controlador repetitivo no laço principal e uma realimentação de corrente, é estabelecida a lei de controle representada no diagrama de blocos da Figura 6.

Figura 6 – Diagrama do sistema com controlador de tensão repetitivo.



Fonte: do autor.

Baseado na Figura 6, segue que o sinal de controle é dado por

$$\begin{aligned} u(t) &= u_c(t) + u_v(t) \\ &= k_c x_1(t) + (k_e + k_{rp})e(t) + k_{rp}x_{rp}(t). \end{aligned} \quad (39)$$

Após obtidas as representações em espaço de estados da planta (5) e do controlador (37), define-se o vetor de estados aumentado $x_a(t) = [x'(t) \ x'_{rp}(t)]' \in \mathbb{R}^3$ resultando em

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_a(Y)x_a(t) + \mathbb{A}_{da}x_a(t - \tau) + \mathbb{B}_a u(t) + \mathbb{B}_{da}q(t) \\ y(t) = \mathbb{C}_a x_a(t) \end{cases} \quad (40)$$

onde $q(t) = [v_{ref}(t) \ v_{ref}(t - \tau) \ i_d(t)]' \in \mathbb{R}^3$, e as matrizes dadas por

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_a(Y) &= \begin{bmatrix} \mathbb{A}(Y) & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \mathbb{A}_{rp} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{A}_{da} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} & 0 \\ -\mathbb{B}_{d_{rp}}\mathbb{C} & \mathbb{A}_{d_{rp}} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbb{B} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbb{B}_{da} &= \begin{bmatrix} \mathbb{B} & 0_{2 \times 1} & \mathbb{B}_d \\ 0 & \mathbb{B}_{d_{rp}} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{C}_a = \begin{bmatrix} \mathbb{C} & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (41)$$

Deste modo, após definido (40), a lei de controle (39) pode ser reescrita na forma de uma realimentação do estado aumentado associada a um termo *feedforward* do sinal de referência

$$u(t) = Kx_a(t) + (k_e + k_{rp})v_{ref}(t) \quad (42)$$

com o vetor de ganhos a ser determinado

$$K = [k_c \quad -(k_e + k_{rp}) \quad k_{rp}]. \quad (43)$$

Substituindo (21) em (40) obtém-se o sistema em malha fechada

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_{mf}(Y)x_a(t) + \mathbb{A}_{da}x_a(t - \tau) + \mathbb{B}_q q(t) \\ y(t) = \mathbb{C}_a x_a(t) \end{cases} \quad (44)$$

em que

$$\mathbb{A}_{mf}(Y) = \mathbb{A}_a(Y) + \mathbb{B}_a K \quad \text{e} \quad \mathbb{B}_q = \begin{bmatrix} \mathbb{B}(k_e + k_{rp}) & 0_{2 \times 1} & \mathbb{B}_d \\ 0 & \mathbb{B}_{d_{rp}} & 0 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

Assim como realizado para o controlador MR, a sintonia dos ganhos do regulador de tensão com controlador repetitivo pode ser realizada via análise da resposta em frequência (DA SILVA BRANDÃO JUNIOR, 2021) ou por métodos de oscilação forçada. Nesses métodos os ganhos não são determinados de forma concomitante e as garantias de robustez a incertezas paramétricas são apenas relacionadas à função sensibilidade ou então verificadas *a posteriori*. Por outro lado, métodos baseados em abordagem *LMI* também podem ser utilizados para o projeto de controladores repetitivos, garantindo assim a estabilidade e desempenho robusto do sistema em malha fechada (LORENZINI, 2015).

2.2.3.3 Projeto robusto dos ganhos

O projeto robusto dos ganhos da realimentação de estados é realizado através da solução de um problema de otimização convexo sujeito à restrições *LMIs*, proveniente do trabalho (LORENZINI, 2015). Utiliza-se como critério de desempenho transitório a taxa de decaimento exponencial α tal que

$$\|x_a(t)\| \leq \beta \|\psi\|_\tau e^{-\alpha t} \quad (46)$$

no qual β é uma constante positiva e

$$\|\psi\|_\tau := \sup_{t \in [-\tau, 0]} \|\psi(t)\| \quad (47)$$

onde $\psi(t)$ é a função que descreve o comportamento de $x_a(t)$ no intervalo $[-\tau, 0]$. Assim, o objetivo é determinar o ganho K que resulta na estabilidade interna robusta da origem de (44) para uma taxa de decaimento exponencial desejada α .

Da mesma forma, também pode ser considerada a medida do desempenho da função custo (26) com matrizes definidas *a priori* penalizando a energia dos estados do sistema e/ou do sinal de controle.

Seguindo o apresentado em (SALTON *et al.*, 2013), o Teorema 2 descreve as condições *LMI* para o projeto dos controladores repetitivos robustos que garantam a estabilidade e o desempenho do sistema em malha fechada. A prova deste teorema pode ser encontrada no referido artigo.

Teorema 2 *Considere os escalares reais positivos ω_{rp} e α conhecidos a priori. Caso existam as matrizes simétricas positiva definida Q e $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, uma matriz $W \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ e um escalar positivo λ satisfazendo*

$$\begin{bmatrix} \text{He}(\mathbb{A}_a(Y_{min})Q + \mathbb{B}_a W) + S + 2\alpha Q & e^{\alpha\tau} \mathbb{A}_{d_a} Q & QC'_z + W'D'_z \\ * & -S & 0_{3 \times 1} \\ * & * & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} < 0, \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(\mathbb{A}_a(Y_{max})Q + \mathbb{B}_a W) + S + 2\alpha Q & e^{\alpha\tau} \mathbb{A}_{d_a} Q & QC'_z + W'D'_z \\ * & -S & 0_{3 \times 1} \\ * & * & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} < 0,$$

então a origem do sistema (44) com $K = WQ^{-1}$ é internamente exponencialmente estável com taxa de decaimento α para todo $Y_{min} \leq Y(t) \leq Y_{max}$, de modo que a função custo (26) satisfaz $\|z(t)\|_2^2 \leq \lambda V(0)$, com

$$V(0) = x_a(0)'Q^{-1}x_a(0) + \int_{-\tau}^0 x_a(\vartheta)'Q^{-1}SQ^{-1}x_a(\vartheta)d\vartheta.$$

Para obter o ganho K de forma a minimizar a função custo (26), pode-se enunciar o seguinte problema de otimização convexo:

$$\min_{Q, S, W, \lambda} \lambda \quad \text{sujeito a } Q = Q' > 0 \text{ e (48)}. \quad (49)$$

Se existir uma solução para o problema de otimização (49), onde Q , W , S e λ são variáveis de decisão, então pode-se determinar a matriz de ganhos por $K = WQ^{-1} = [k_1 \ k_2 \ k_3]$ na qual

$$k_c = k_1, \quad k_e = -(k_2 + k_3), \quad \text{e} \quad k_{rp} = k_3. \quad (50)$$

2.3 Paralelismo e controle *droop*

Nesta seção serão abordados os conceitos fundamentais referentes ao paralelismo de *UPSs* sem comunicação entre os equipamentos. Inicialmente, será apresentado o fluxo de potência em um circuito com fontes de tensão CA alimentando um barramento comum e, a partir disto, serão obtidas as equações de controle *droop* usadas para a regulação das potências.

2.3.1 Paralelismo e fluxo de potência

A operação de inversores em paralelo oferece uma série de novas funcionalidades para as *UPSs*, entre elas a maior confiabilidade e modularidade do sistema (LAZZARIN; BAUER; BARBI, 2013). Por consequência, também possibilita o aumento da capacidade, redundância e um melhor gerenciamento térmico. O objetivo principal do paralelismo de *UPSs* é assegurar a distribuição adequada das potências de cada equipamento sem comprometer a regulação da tensão na saída (GUERRERO; HANG; UCEDA, 2008).

De forma geral, o sistema paralelizado deve possuir as seguintes propriedades (GUERRERO; HANG; UCEDA, 2008): (i) amplitude e fase das tensões iguais entre as *UPSs* conectadas; (ii) divisão igualitária de correntes entre esses equipamentos; (iii) flexibilidade para aumentar o número de unidades e (iv) capacidade de troca à quente (do termo inglês *hot-swap*) das unidades.

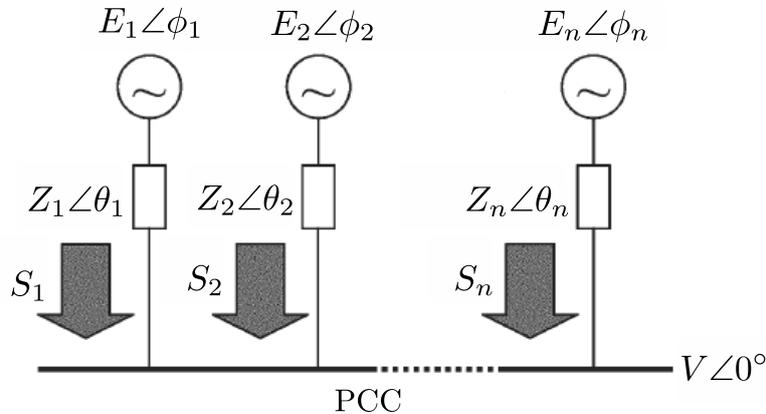
A Figura 7 ilustra o circuito equivalente, do ponto de vista da carga, da operação em paralelo de n fontes de tensão CA separadas do ponto de conexão comum (PCC) por uma impedância série de saída. O fluxo da potência complexa injetado na barra pela i -ésima

fonte é dado por

$$\begin{aligned}
 S_i &= V \left(\frac{E_i - V}{Z_i} \right)^* \\
 &= \frac{VE_i^*}{Z_i^*} - \frac{VV^*}{Z_i^*} \\
 &= \frac{|V||E_i|}{|Z_i|} e^{j\theta_i} e^{-j\phi_i} - \frac{|V|^2}{|Z_i|} e^{j\theta_i}
 \end{aligned} \tag{51}$$

onde E_i e ϕ_i simbolizam a amplitude da tensão na fonte e o ângulo de fase entre as tensões da fonte e do PCC, respectivamente. V é a amplitude da tensão no PCC, já Z_i e θ_i são a magnitude e o ângulo de fase da impedância de saída na frequência fundamental.

Figura 7 – Operação em paralelo de n fontes de tensão.



Fonte: adaptada de (GUERRERO *et al.*, 2006).

Convertendo os fasores em S_i e separando as partes real e imaginária chega-se às equações das potências ativa e reativa (GUERRERO *et al.*, 2006)

$$P_i = \frac{E_i V \cos \phi_i - V^2}{Z_i} \cos \theta_i + \frac{E_i V \sin \phi_i}{Z_i} \sin \theta_i \tag{52}$$

$$Q_i = \frac{E_i V \cos \phi_i - V^2}{Z_i} \sin \theta_i - \frac{E_i V \sin \phi_i}{Z_i} \cos \theta_i \tag{53}$$

As equações (52) e (53) possuem termos em comum, podendo ser reescritas na forma (DE BRABANDERE *et al.*, 2007)

$$\begin{bmatrix} P_i \\ Q_i \end{bmatrix} = \Psi_i(\theta_i) \begin{bmatrix} \bar{P}_i \\ \bar{Q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_i \\ \bar{Q}_i \end{bmatrix} \tag{54}$$

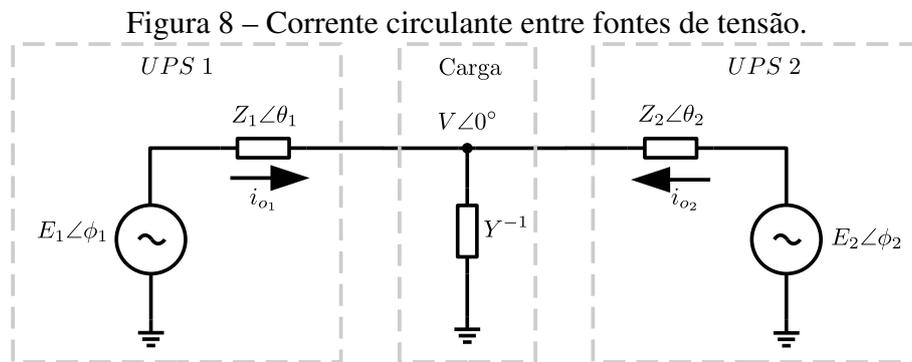
onde \bar{P}_i e \bar{Q}_i são as potências modificadas², definidas por

$$\bar{P}_i = \frac{V(E_i \cos \phi_i - V)}{Z_i} \quad \text{e} \quad \bar{Q}_i = -\frac{E_i V \sin \phi_i}{Z_i}.$$

²O fasor da potência modificada $\bar{P} + j\bar{Q}$ corresponde à potência no lado da fonte, antes da impedância série, rotacionada a partir da potência na carga $P + jQ$ de forma que \bar{P} e \bar{Q} possuam dependência unicamente com $(E - V)$ e ϕ , respectivamente.

2.3.2 Corrente circulante

Em um modelo simplificado, considerando as tensões de saída das *UPSs* em regime permanente, a saída do equipamento pode ser representada por uma fonte de tensão ideal em série com sua impedância de saída. Na Figura 8, é considerado o paralelismo de duas *UPSs* representadas por suas respectivas fontes de tensão com magnitudes E_1 e E_2 , e fases, em relação a fase da tensão na carga, ϕ_1 e ϕ_2 . Em uma análise fasorial tem-se que a diferença de amplitude das fontes, definida como $\delta_E = E_1 - E_2$, e a diferença de fase $\delta_\phi = \phi_1 - \phi_2$ ocasionam parcelas de corrente circulante entre as mesmas (GUERRERO; HANG; UCEDA, 2008).



Fonte: adaptada de (GUERRERO *et al.*, 2005).

No paralelismo de n equipamentos, a corrente circulante na i -ésima *UPS* é definida como (GAO *et al.*, 2018)

$$i_{cir_i}(t) = i_{o_i}(t) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n i_{o_j}(t) \quad (55)$$

ou seja, representa a diferença da corrente de saída fornecida pela i -ésima *UPS* em relação a média aritmética das correntes de saída de todas as *UPSs*.

Em (GUERRERO *et al.*, 2005) é demonstrado que existe uma relação entre a corrente circulante com as diferenças das variáveis δ_E e δ_ϕ entre os inversores. Supondo *UPSs* idênticas, obtém-se o mesmo ponto de operação (E_i, ϕ_i) em cada equipamento e, por consequência a i_{cir_i} será nula. Quando há diferenças paramétricas nas *UPSs*, há discrepâncias entre os pontos de operação (E_i, ϕ_i) , logo δ_E e δ_ϕ são diferentes de zero e há o surgimento de corrente circulante entre os equipamentos. O problema é particularmente importante nas condições de operação a vazio ou com baixa carga, uma vez que os outros inversores podem consumir elevada potência ativa, passando a atuar como retificadores, e sobrecarregando o respectivo barramento CC.

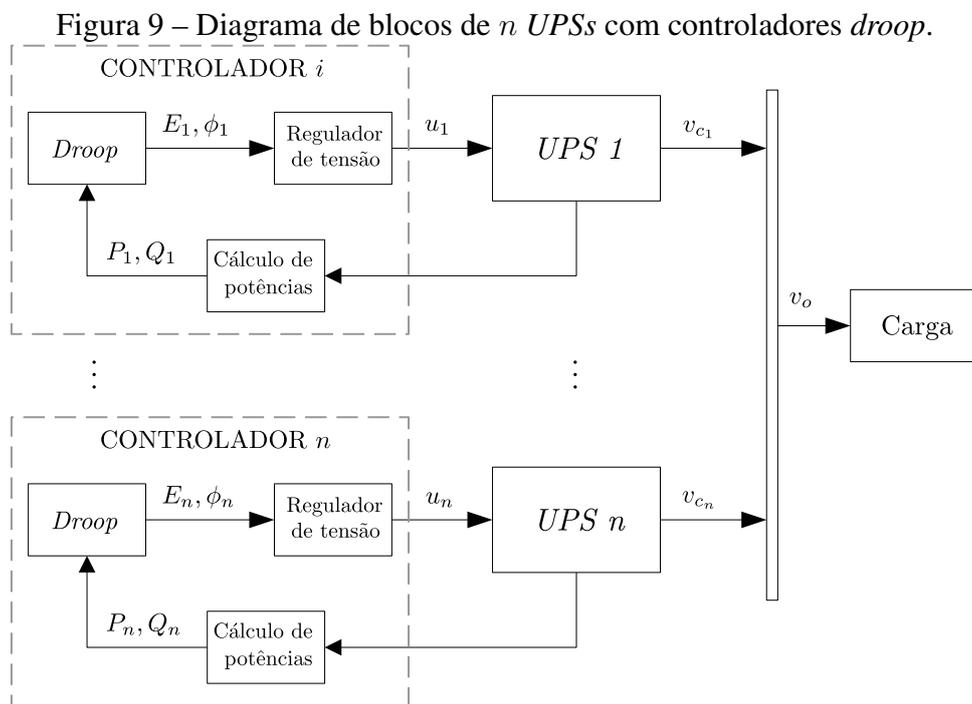
No paralelismo de *UPSs*, antes do fechamento da chave e acoplamento do i -ésimo equipamento ao sistema, deve-se assegurar a redução da sua fase em relação ao PCC a níveis suficiente baixos, geralmente realizado com o uso de malhas de rastreamento de

fase (no inglês *phase-locked loop, PLL*) (GUERRERO; HANG; UCEDA, 2008), evitando assim um transitório elevado da corrente circulante.

2.3.3 Controle *droop*

O controle *droop* é uma técnica para a divisão de potências que possibilita a operação de inversores em paralelo sem a necessidade de interconexão entre os seus controladores (DE BRABANDERE *et al.*, 2007). Na sua forma convencional, é constituído de três blocos principais (MOHD *et al.*, 2010): o bloco ‘Regulador de tensão’, o bloco ‘Cálculo das potências’ e o bloco das equações de ‘*Droop*’.

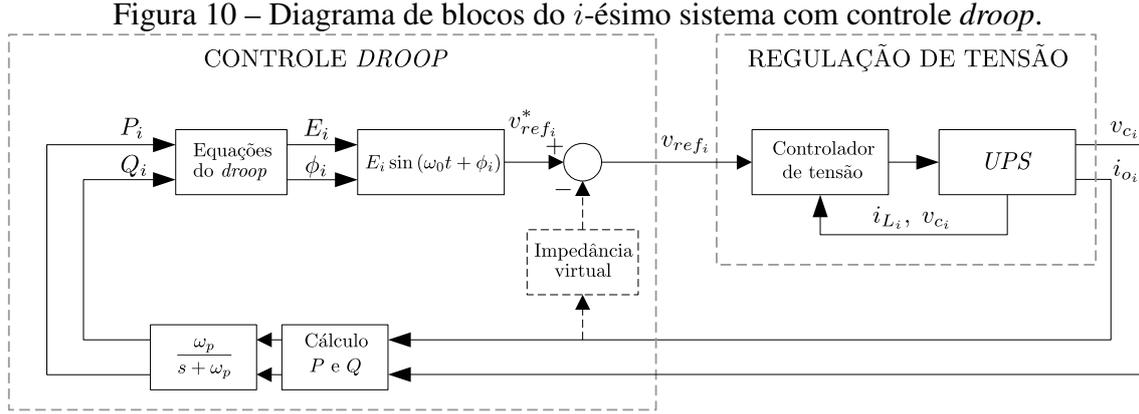
Na técnica de controle *droop* aplicada a n UPSs, ilustrada na Figura 9, o bloco ‘Regulador de tensão’ diz respeito à regulação da tensão de saída do i -ésimo inversor, geralmente realizada usando controladores com ação proporcional-integral-derivativa (PID) ou proporcional-ressonante (PR). No bloco ‘Cálculo de potências’ são computadas as potências ativa e reativa, geralmente obtidas através da filtragem do produto da tensão e corrente de saída por filtros passa-baixas com frequência de corte ω_p . O bloco ‘*Droop*’ é onde, de fato, ocorre o cálculo da ação de controle *droop*, alterando o sinal de referência do inversor em amplitude e fase de modo a regular as potências entregues à carga.



Fonte: do autor.

O diagrama de blocos da Figura 10 apresenta um detalhamento dos laços de controle mostrados na Figura 9 tendo como base a i -ésima UPS. A malha de regulação da tensão de saída v_{c_i} (malha interna) é responsável por gerar uma tensão de saída em concordância com os índices de desempenho estabelecidos em normas. Por outro lado, o controle *droop* (malha externa) ajusta a referência senoidal v_{ref_i} em amplitude E_i e fase ϕ_i por meio das

equações de *droop*, as quais relacionam-se com as potências P_i e Q_i que se deseja entregar pelo equipamento. Deve-se observar que as potências nas equações do *droop* consideram valores de referências que podem ser gerados de diversas maneiras como, por exemplo, provenientes de um nível hierárquico superior (GUERRERO *et al.*, 2011). Além disso, o uso de um bloco adicional com a impedância virtual e o seu impacto na modificação de v_{ref_i} será discutido na Subseção 2.3.5.



Fonte: do autor.

2.3.3.1 Droop estático

De forma análoga ao trabalho (SAGGIN; COUTINHO; HELDWEIN, 2016), as equações de *droop* podem ser derivadas para o caso mais comum quando há acoplamento entre as potências. Ou seja, para uma impedância de saída com característica mista, onde o intervalo $-90^\circ \leq \theta_i \leq 90^\circ$ é considerado.

Assumindo uma diferença de fase ϕ_i com módulo suficientemente pequeno entre a tensão do inversor e do PCC (inversores previamente sincronizados através de um *PLL*, por exemplo), tem-se as aproximações das potências ativa e reativa

$$\begin{aligned} P_i &= \bar{P}_i \cos \theta_i - \bar{Q}_i \sin \theta_i \\ &\approx \frac{V(E_i - V)}{Z_i} \cos \theta_i + \frac{E_i V \phi_i}{Z_i} \sin \theta_i, \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} Q_i &= \bar{P}_i \sin \theta_i + \bar{Q}_i \cos \theta_i \\ &\approx \frac{V(E_i - V)}{Z_i} \sin \theta_i - \frac{E_i V \phi_i}{Z_i} \cos \theta_i, \end{aligned} \quad (57)$$

logo, uma vez que a impedância de saída é fixa, verifica-se que as parcelas de potência \bar{P}_i e \bar{Q}_i podem ser alteradas pelo ajuste da diferença $(E_i - V)$ e de ϕ_i , respectivamente.

Definindo-se um ajuste proporcional destas parcelas de potências, segue que o controle *droop* é dado por

$$E_i = E_0 - k_n \bar{P}_i, \quad (58)$$

$$\phi_i = \phi_0 + k_m \bar{Q}_i, \quad (59)$$

onde E_0 e ϕ_0 são, respectivamente, os valores nominais da amplitude e fase das referências de tensão. As potências modificadas são obtidas a partir de P_i e Q_i através da matriz de transformação

$$\Psi_i(\theta_i)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix}. \quad (60)$$

Portanto, as chamadas equações de *droop* generalizadas são dadas por

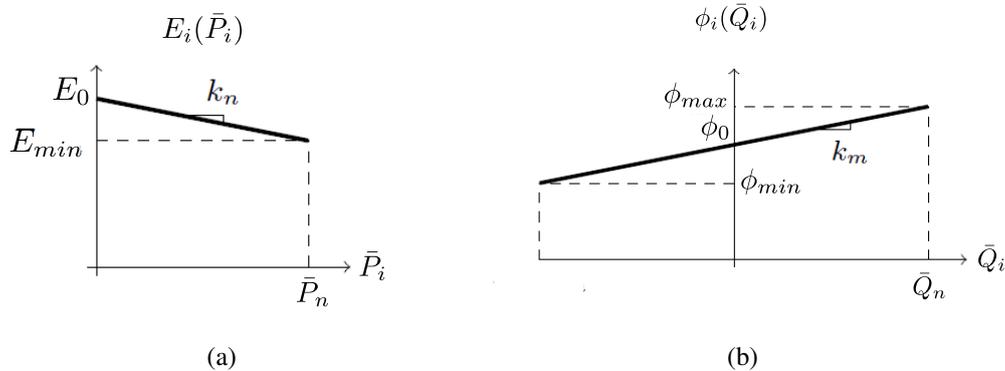
$$E_i = E_0 - k_n(P_i \cos \theta_i + Q_i \sin \theta_i), \quad (61)$$

$$\phi_i = \phi_0 + k_m(-P_i \sin \theta_i + Q_i \cos \theta_i). \quad (62)$$

As equações (61) e (62) generalizam o *droop* para qualquer tipo de impedância de saída. Desta forma, pode-se determinar as equações de *droop* adequadas a qualquer sistema de paralelismo, desde que o ângulo da sua impedância seja conhecido.

A Figura 11 ilustra as curvas de decaimento da (a) tensão e (b) fase para o controle *droop*, onde os coeficientes de inclinação correspondem às constantes k_n e k_m . Estes parâmetros possuem restrições em valor máximo dadas pelos limites admissíveis E_{min} e ϕ_{max} quando operando sob as potências nominais \bar{P}_n e \bar{Q}_n , respectivamente.

Figura 11 – Curvas de *droop* para a impedância mista.



Fonte: do autor.

Supondo o caso do *droop* proporcional, as faixas típicas de valores dos parâmetros do *droop* k_m e k_n estão diretamente associadas, respectivamente, aos desvios de fase e amplitude da tensão de saída em regime permanente (GUERRERO; HANG; UCEDA, 2008), sendo limitados a

$$k_n \leq \frac{\delta E_0}{S_n} \quad (63)$$

$$k_m \leq \frac{\delta \phi_0}{S_n} \quad (64)$$

onde S_n é a potência nominal da referida UPS, δE_0 e $\delta \phi_0$ são os máximos desvios de amplitude e fase admissíveis em norma para a tensão de saída. A título de exemplo, considerando a faixa de 2% de variação de amplitude definida pela ANSI/IEEE Std 944, tem-se $\delta E_0 = 0,02 \times E_0$ e, para uma potência $S_n = 3500$ VA, obtém-se $k_n \leq 0,001$.

2.3.3.2 Droop dinâmico

Visando a restauração da tensão de referência e ainda adicionar graus de liberdade ao controle *droop*, trabalhos como (GUERRERO *et al.*, 2006) propõem a substituição das constantes k_m e k_n por controladores do tipo dinâmicos.

Seguindo a formulação presente em (GUERRERO *et al.*, 2006), o laço de regulação da potência reativa permanece inalterado e a regulação da potência ativa agora é realizada por

$$E_i = E_0 - \tilde{P}_i \quad (65)$$

onde \tilde{P}_i é a potência \bar{P}_i filtrada por um filtro passa-altas (FPA). Nesse caso,

$$\tilde{P}_i(s) = \frac{k_n s}{s + k_E} \bar{P}_i(s), \quad (66)$$

onde k_E é a frequência de corte do FPA. Esse FPA na equação do *droop* é equivalente ao uso de uma malha interna, de dinâmica rápida, com integrador para a restauração da tensão com ganho k_E (SAGGIN; COUTINHO; HELDWEIN, 2016).

2.3.4 Modelo linearizado do controle *droop*

As potências na i -ésima *UPS* apresentadas em (52) e (53) podem ser linearizadas assumindo-se pequenas variações de $E_i(t)$ ou $\phi_i(t)$ no entorno de um dado ponto de operação nominal (E_0, ϕ_0) através de sinais

$$\begin{aligned} \Delta E_i(t) &= E_i(t) - E_0, \\ \Delta \phi_i(t) &= \phi_i(t) - \phi_0, \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_i(t) &= P_i(t) - P_i(E_0, \phi_0), \\ \Delta Q_i(t) &= Q_i(t) - Q_i(E_0, \phi_0). \end{aligned} \quad (68)$$

As equações (52) e (53) podem ser aproximadas por

$$\Delta P_i(t) \approx \left. \frac{\partial P_i(E_i, \phi_i)}{\partial E_i} \right|_{\phi_0, E_0} \Delta E_i(t) + \left. \frac{\partial P_i(E_i, \phi_i)}{\partial \phi_i} \right|_{\phi_0, E_0} \Delta \phi_i(t) \quad (69)$$

$$\Delta Q_i(t) \approx \left. \frac{\partial Q_i(E_i, \phi_i)}{\partial E_i} \right|_{\phi_0, E_0} \Delta E_i(t) + \left. \frac{\partial Q_i(E_i, \phi_i)}{\partial \phi_i} \right|_{\phi_0, E_0} \Delta \phi_i(t) \quad (70)$$

Supondo agora que $Z_i(s)$ denota a impedância de saída em toda a faixa de frequências, então segue que

$$\Delta P_i(s) = \left(\frac{V \cos \phi_0 \cos \theta_i}{Z_i(s)} + \frac{V \sin \phi_0 \sin \theta_i}{Z_i(s)} \right) \Delta E_i(s) + \left(\frac{-E_0 V \sin \phi_0 \cos \theta_i}{Z_i(s)} + \frac{E_0 V \cos \phi_0 \sin \theta_i}{Z_i(s)} \right) \Delta \phi_i(s) \quad (71)$$

$$\Delta Q_i(s) = \left(\frac{V \cos \phi_0 \sin \theta_i}{Z_i(s)} - \frac{V \sin \phi_0 \cos \theta_i}{Z_i(s)} \right) \Delta E_i(s) - \left(\frac{E_0 V \sin \phi_0 \sin \theta_i}{Z_i(s)} + \frac{E_0 V \cos \phi_0 \cos \theta_i}{Z_i(s)} \right) \Delta \phi_i(s) \quad (72)$$

Considerando também os respectivos filtros passa-baixas utilizados para o cálculo das potências, obtêm-se as seguintes equações

$$\Delta P_i(s) = \frac{\omega_p}{(s + \omega_p)} \Gamma_i(s) \left(\bar{A} \cdot \Delta E_i(s) + E_0 \bar{B} \cdot \Delta \phi_i(s) \right), \quad (73)$$

$$\Delta Q_i(s) = \frac{\omega_p}{(s + \omega_p)} \Gamma_i(s) \left(\bar{B} \cdot \Delta E_i(s) - E_0 \bar{A} \cdot \Delta \phi_i(s) \right), \quad (74)$$

onde

$$\bar{A} = V (\cos \phi_0 \cos \theta_i + \sin \phi_0 \sin \theta_i),$$

$$\bar{B} = V (\cos \phi_0 \sin \theta_i - \sin \phi_0 \cos \theta_i),$$

$$\Gamma(s) = Z_i(s)^{-1}.$$

Finalmente, incorporando as equações do *droop*, i.e., substituindo (73) e (74) em (65), e também (73) e (74) em (59), resulta em

$$\Delta E_i(s) = -\frac{k_n s}{(s + k_E)} \frac{\omega_p}{(s + \omega_p)} \Gamma_i(s) \left(\bar{F} \cdot \Delta E_i(s) + E_0 \bar{M} \cdot \Delta \phi_i(s) \right), \quad (75)$$

$$\Delta \phi_i(s) = k_m \frac{\omega_p}{(s + \omega_p)} \Gamma_i(s) \left(\bar{M} \cdot \Delta E_i(s) - E_0 \bar{F} \cdot \Delta \phi_i(s) \right), \quad (76)$$

sendo

$$\bar{F} = (\bar{A} \cos \theta_i + \bar{B} \sin \theta_i) \text{ e } \bar{M} = (-\bar{A} \sin \theta_i + \bar{B} \cos \theta_i),$$

As equações (75) e (76) descrevem a dinâmica dos desvios de amplitude e fase da referência na *i-ésima UPS* com controle *droop*. O projeto dos coeficientes do *droop* consiste na avaliação das raízes da equação característica em malha fechada de $\Delta E_i(s)$ ou $\Delta \phi_i(s)$. Pela relação direta dos controladores *droop*, o controle destas variáveis assegura o ajuste proporcional das variáveis dos desvios de potência $\Delta P_i(s)$ e $\Delta Q_i(s)$.

Pode-se verificar no modelo do *droop* uma dependência, além da dinâmica do filtro, do inverso da impedância de saída, conforme observado em (75) e (76). Em sua grande maioria, os trabalhos existentes consideram apenas a característica dessa impedância na frequência fundamental ω_0 (GUERRERO *et al.*, 2004; ZHANG *et al.*, 2016), ou seja, apenas a magnitude e ângulo de fase naquela frequência, desconsiderando a influência das componentes de magnitude nas demais frequências.

2.3.5 Impedância virtual

Por inspeção direta das equações (52) e (53) verifica-se que a impedância de saída de cada fonte afeta o fluxo de potências, além de que o ângulo desta impedância é fundamental para a definição das equações de *droop* (GUERRERO *et al.*, 2005). Nesse contexto, é comum a introdução de uma malha de controle intermediária ao *droop* para impor uma impedância de saída com uma dada predominância em termos de magnitude e fase (ZHANG *et al.*, 2016), através da chamada impedância virtual.

Representada em linha tracejada na Figura 10, o bloco da impedância virtual insere uma realimentação dinâmica da corrente de saída, definida de modo que a sua impedância

seja significativamente maior que as impedâncias de saída e da linha. Se essa impedância virtual, fixada *a priori*, possuir magnitude e ângulo de fase nas frequências em que ocorre fluxo de potência predominantes em relação à impedância de saída, então obtém-se uma impedância de saída efetiva aproximadamente igual à impedância virtual (GUERRERO; HANG; UCEDA, 2008). Conforme será mostrado na Seção 4.1, o seu uso permite reduzir a sensibilidade do sistema ao desbalanço das impedâncias de linha e à diferenças nas impedâncias de saída das *UPSs*.

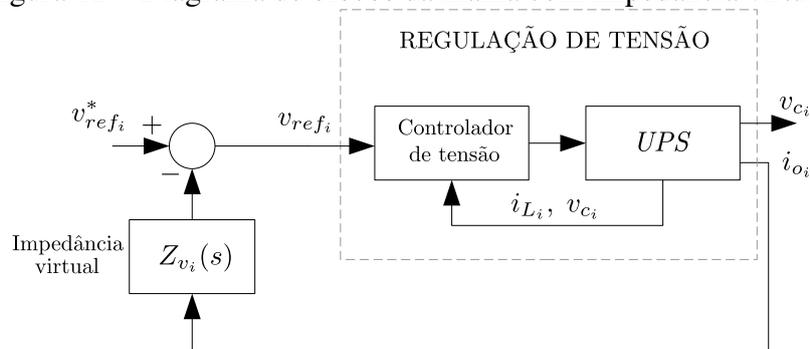
Conforme ilustrado em detalhe na Figura 12, a inclusão do laço de realimentação dinâmica da corrente de saída $i_{o_i}(s)$, sendo essa dinâmica descrita pela função de transferência da impedância virtual $Z_v(s)$, altera a referência senoidal $v_{ref_i}(s)$ para

$$v_{ref_i}(s) = v_{ref_i}^*(s) - Z_v(s)i_{o_i}(s), \quad (77)$$

o que significa uma queda de tensão da referência proporcional à corrente de saída. Deste modo, a tensão na carga possuirá uma queda adicional à imposta pelo *droop*, aumentando o erro de seguimento da tensão em regime permanente.

Outro aspecto importante é que, na alimentação de cargas não-lineares i_{o_i} passa a apresentar um elevado conteúdo harmônico, afetando a referência de tensão. Isso pode impactar fortemente na qualidade da tensão de saída, por isso é fundamental um projeto apropriado da impedância virtual.

Figura 12 – Diagrama de blocos da malha com impedância virtual.



Fonte: do autor.

2.4 Comentários finais

Neste capítulo foram abordados os principais conceitos referentes a avaliação do desempenho e controle de *UPS*. Inicialmente, foram apresentados os requisitos das principais normas aplicáveis a estes equipamentos e descrito o modelo dinâmico do seu estágio de saída. Na sequência, foi apresentado o princípio do modelo interno e derivados os controladores múltiplo-ressonante e repetitivo voltados para a regulação de tensão em *UPS*. A partir de uma representação em espaço de estados, revisou-se a metodologia de projeto robusto dos ganhos desses controladores e da realimentação de corrente associada.

Dando continuidade, foram apresentados os conceitos fundamentais do paralelismo de *UPSs* sem interconexão, descrevendo o fluxo de potência desses equipamentos para o barramento e derivadas as equações de *droop* usadas para a regulação dessas potências. Adicionalmente, foi apresentado o modelo de pequenos sinais das variáveis de interesse no *droop* e mostrado o conceito de corrente circulante entre os equipamentos, os quais serão importantes para o projeto dos controladores nos capítulos seguintes. Por fim, foi abordado o conceito de impedância virtual e sua utilidade no contexto do controle *droop*.

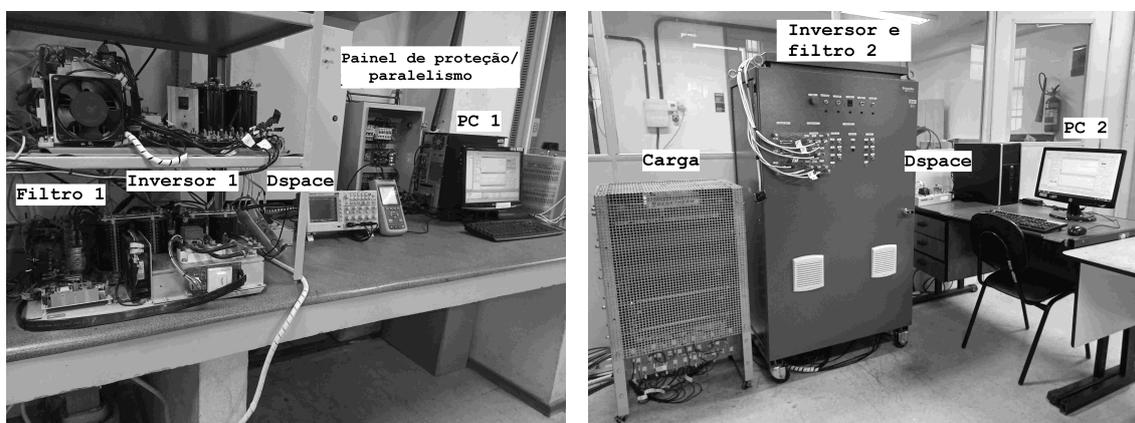
3 BANCADA EXPERIMENTAL

Para validação experimental dos métodos propostos ao longo deste trabalho, foi desenvolvida uma bancada experimental de paralelismo a partir das *UPSs* monofásicas existentes no LASCAR (Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica) do prédio Instituto Eletrotécnico da UFRGS. Neste capítulo serão detalhados os dispositivos e os parâmetros físicos do sistema considerado.

3.1 Dispositivos e configuração

A Figura 13 mostra a bancada experimental usada ao longo deste trabalho, consistindo de duas *UPSs* de 3,5 kVA, cada uma com seu respectivo filtro *LC* e placa dSPACE de aquisição e controle. Na Figura 13-(a) é mostrada a *UPS 1*, o seu filtro, o controlador DSP e o computador dedicado a supervisão em tempo real do equipamento. A mesma configuração é repetida para a *UPS 2* mostrada na Figura 13-(b).

Figura 13 – Bancada experimental.



(a) *UPS 1*

(b) *UPS 2*

Fonte: do autor.

3.1.1 UPSs e filtros

As *UPSs* consideradas são equipamentos comerciais desenvolvidos pela empresa CP Eletrônica (Grupo *Schneider Electric*) e empregadas ainda em estudos anteriores do grupo de pesquisa. A *UPS 1* é um equipamento com inversor monofásico e potência nominal de 3,5 kVA utilizada nos trabalhos (KEIEL, 2017; BERTOLDI, 2019), entre outros. A *UPS 2* é um equipamento trifásico composto por três inversores monofásicos de parâmetros similares à *UPS 1* e utilizada em (BARDEN, 2016). Esta *UPS* levou algumas adaptações para a operação monofásica durante o desenvolvimento deste trabalho.

Tendo como base o circuito da Figura 1, ambas as *UPSs* são constituídas por: um retificador trifásico; um barramento CC com duas capacitâncias de 6600 μF em cada lado; um inversor de tensão com duas chaves *IGBT* em topologia meia-ponte; e filtro *LC* de saída, dimensionados para uma potência de 3,5 kVA.

Os valores nominais de operação e os parâmetros dos filtros *LC* de ambas *UPSs* são descritos na Tabela 1. Observe que, por possuírem indutores de fornecedores diferentes, o filtro da *UPS 2* apresenta um indutor com resistência série medida de 45 m Ω frente ao da *UPS 1* com 25 m Ω , o que representa um diferença incremental de 80%.

Tabela 1 – Parâmetros das *UPSs*.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Amplitude de tensão nominal	E_0	$127\sqrt{2}$ V
Frequência nominal	ω_0	$2\pi 60$ rad/s
Frequência de chaveamento	f_s	20 kHz
Potência aparente	S_n	3,5 kVA
Fator de potência	FP	0,7
Tensão do barramento CC	V_{cc}	520 V
Valor máximo de u_i	u_0	260 V
Admitância de carga	$[Y_{\min}; Y_{\max}]$	$[0,0001; 0,1519]$ S
Resistência do filtro 1	r_1	25,0 m Ω
Indutância do filtro 1	L_1	1,00 mH
Capacitância do filtro 1	C_1	300 μF
Resistência do filtro 2	r_2	45,0 m Ω
Indutância do filtro 2	L_2	1,00 mH
Capacitância do filtro 2	C_2	300 μF

Durante a apresentação dos resultados experimentais, quando mencionado o uso de uma resistência virtual, é considerado $R_v = 0,194 \Omega$. Esse valor é dimensionado de acordo com (ZHANG *et al.*, 2016) para uma queda do valor *RMS* da tensão de no máximo 5%, assumida para o pior caso onde uma única *UPS* com corrente de saída eficaz de 32,72 A (BERTOLDI, 2019) alimenta a carga não-linear.

A carga de referência não-linear é composta de dois circuitos retificadores independentes, dimensionados para o consumo de respectivos 25% e 75% da potência aparente nominal $S_n = 3,5$ kVA, sendo os parâmetros calculados por

$$R_{\text{nlín}} = \frac{(1,22 \cdot V_n)^2}{(0,7 \cdot S_n)}, \quad C_{\text{nlín}} = \frac{7,5}{f \cdot R_{\text{nlín}}}, \quad (78)$$

onde $V_n = 127$ V é a tensão *RMS* nominal da *UPS*. A Tabela 2 lista os valores desses parâmetros.

Na operação com tensão V_n a potência ativa consumida pela carga, P_n , é de 2450 W e a potência reativa, Q_n , de aproximadamente 220 var, sendo o restante complementado por potência de distorção. Isso resulta em uma corrente *RMS* nominal $I_n = 27,56$ A.

Tabela 2 – Parâmetros das cargas de referência.

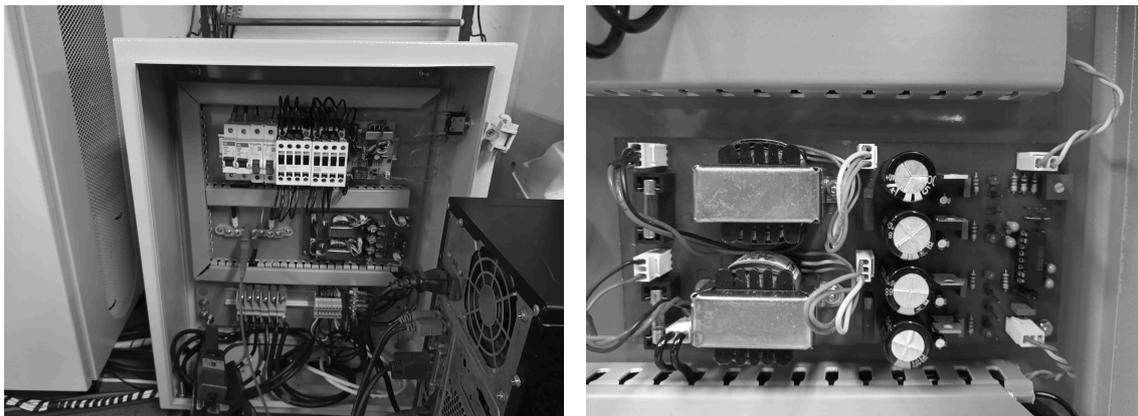
Parâmetro	Símbolo	Valor calculado	Valor real
Resistência 20% da carga linear	R_{lin_1}	32,9163 Ω	32,92 Ω
Resistência 80% da carga linear	R_{lin_2}	8,2291 Ω	8,23 Ω
Resistência 25% da carga não-linear	$R_{\text{nlín}_1}$	41,5695 Ω	41,57 Ω
Capacitância 25% da carga não-linear	$C_{\text{nlín}_1}$	3007,01 μF	3300 μF
Resistência 75% da carga não-linear	$R_{\text{nlín}_2}$	13,8565 Ω	13,85 Ω
Capacitância 75% da carga não-linear	$C_{\text{nlín}_2}$	9021,03 μF	9900 μF
Potência ativa nominal	P_n	2450 W	-
Potência reativa nominal	Q_n	220 var	-
Corrente nominal	I_n	27,56 A	-

3.1.2 Painel do paralelismo

Na Figura 14-(a) é mostrado em detalhe o painel elétrico de proteção e acionamento do paralelismo, composto de: disjuntores para proteção de curto-circuito e sobrecorrente de cada *UPS*, além de contadores para o acionamento independente de cada *UPS* e o seu acoplamento a um barramento comum.

A saída das *UPSs* 1 e 2 são conectadas ao painel de paralelismo por meio de cabos com seção transversal de 10 mm² possuindo as resistências medidas de 6 e 12 m Ω , respectivamente. As resistências de linha totais compreendem as resistências de contato desde os contadores de saída, passando pela linha, contadores de acionamento, até a chegada ao barramento comum, chegando a um valor estimado de 50 m Ω cada uma. Do barramento comum, uma saída única segue para o painel de acionamento das cargas, situado ao lado.

Figura 14 – Painel de proteção e acionamento do paralelismo.



(a) Visão geral

(b) Condicionamento da tensão do PCC

Fonte: do autor.

3.1.3 Instrumentação das medições de tensão e de defasagem

A medição da tensão no barramento, v_o , é fundamental para a execução da estratégia de controle *droop*, sendo esta variável medida empregada no sincronismo da referência de tensão local com o PCC antes do acoplamento e mesmo durante o paralelismo, em caso de perturbações na fase e na frequência.

A placa de instrumentação de tensão consiste nos seguintes componentes: duas fontes simétricas reguladas independentes, um divisor de tensão resistivo e um circuito integrado isolador capacitivo. O sinal condicionado, isolado e limitado a ± 10 V, é levado à entrada analógica da placa *DSP* de cada equipamento, junto com os sinais dos sensores de tensão e corrente locais, v_c e i_L , respectivamente.

Outra placa de instrumentação desenvolvida neste trabalho diz respeito ao circuito de proteção que executa a medição da defasagem entre as tensões v_{c1} e v_{c2} das *UPSs*. A tensão de cada equipamento que chega ao painel é medida e condicionada a ± 5 V. Um circuito com amplificador operacional calcula a diferença de tensão, a qual é proporcional a defasagem e amplitude dos sinais, e compara com um limiar ajustável. Caso este limiar seja ultrapassado, o comparador aciona um relé e um transistor que retém o estado do relé até que uma chave seja resetada. O relé, por sua vez, interrompe a energização do contator da *UPS*, impossibilitando que esta seja acoplada ao barramento comum.

3.2 Operação isolada

Como uma forma de avaliar os aspectos construtivos e verificar a similaridade de desempenho entre as duas *UPSs* operando em malha fechada, foram realizados ensaios da operação isolada de cada um desses equipamentos com os controladores de tensão discutidos no Capítulo 2.

3.2.1 Controlador MR de quatro modos

Primeiramente, são obtidos os resultados experimentais de desempenho em regime permanente considerando um controlador MR de 4 modos, definido-se as frequências $\omega_{r_1} = \omega_0$, $\omega_{r_3} = 3\omega_0$, $\omega_{r_5} = 5\omega_0$ e $\omega_{r_7} = 7\omega_0$. Nele são empregados os fatores de amortecimento $\xi_1 = 0$ e $\xi_3 = \xi_5 = \xi_7 = 0,01$. No apêndice A são descritas as especificações de projeto e os ganhos dos controladores obtidos através da solução do problema de otimização (30).

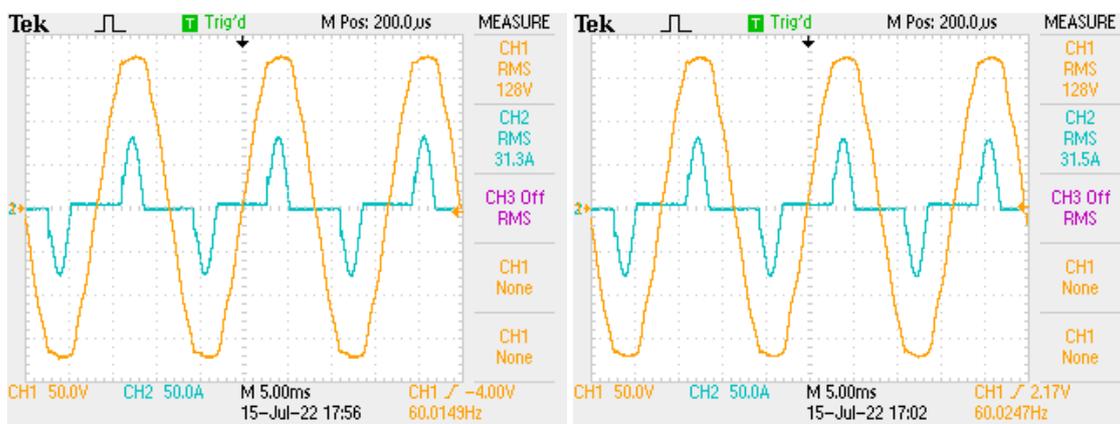
A Tabela 3 apresenta os resultados de desempenho estático obtidos com o controlador MR de 4 modos para cada *UPS*. O controlador é capaz de rejeitar os distúrbios gerados na conexão de carga não-linear, resultando em *IHDs* e *THD* compatíveis com os níveis requisitados pela norma *IEC 62040-3*. Foram obtidas regulação de tensão $VR_{\text{nlín}} = -0,079\%$ e $VR_{\text{nlín}} = 0,315\%$ para a *UPS* 1 e 2, respectivamente, mostrando bom desempenho no seguimento da referência e rejeição de distúrbios.

Tabela 3 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 4 modos - carga não-linear.

<i>UPS</i>	<i>IHD</i> ₃ [%]	<i>IHD</i> ₅ [%]	<i>IHD</i> ₇ [%]	<i>IHD</i> ₉ [%]	<i>IHD</i> ₁₁ [%]	<i>IHD</i> ₁₃ [%]	<i>IHD</i> ₁₅ [%]	<i>THD</i> [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
1	2,344	2,153	1,163	1,429	1,563	0,451	0,174	4,092
2	2,528	2,267	1,273	1,500	1,447	0,384	0,192	4,239

Na Figura 15 são exibidos, lado a lado, os registros das formas de onda da tensão e corrente de saída obtidas para cada *UPS*. Verifica-se uma característica semelhante em ambos os equipamentos, resultando em valores *RMS* muito próximos.

Figura 15 – Formas de onda da tensão e corrente de saída com controlador MR de 4 modos - carga não-linear.



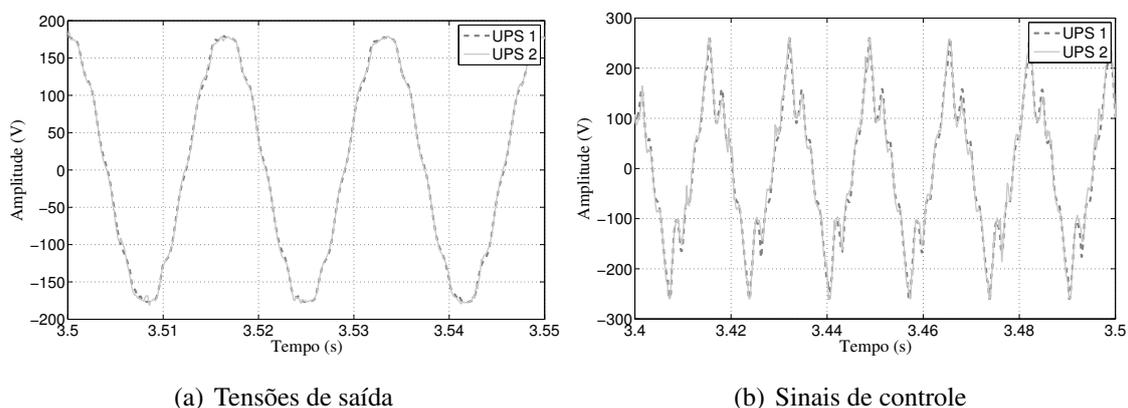
(a) *UPS* 1

(b) *UPS* 2

Fonte: do autor.

Em uma comparação mais detalhada, a Figura 16 mostra as formas de onda da tensão e do sinal de controle de ambas as *UPSs* sobrepostas. Deve-se mencionar que a *UPS 2* apresenta um sensor de tensão com uma menor relação sinal-ruído, o que ocasiona ruído um pouco maior nos sinais adquiridos e também impacta no sinal de controle.

Figura 16 – Comparação entre aquisições de ambas *UPSs*.



Fonte: do autor.

3.2.2 Controlador repetitivo

No próximo ensaio experimental realizado são obtidos os resultados de desempenho em regime permanente considerando o controlador repetitivo para harmônicas ímpares, definido na frequência ω_0 . No seu filtro é empregada a frequência de corte $\omega_{rp} = 3000$ rad/s. No apêndice B são descritos os ganhos obtidos na solução do problema de otimização (49).

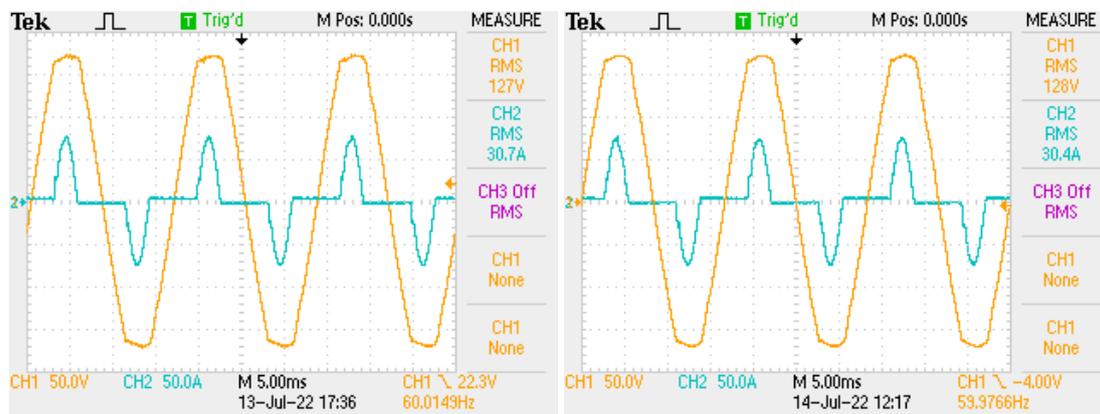
A Tabela 4 apresenta os resultados de desempenho estático obtidos com o controlador repetitivo para cada *UPS*. O controlador repetitivo também é capaz de rejeitar os distúrbios gerados na conexão de carga não-linear, resultando em *IHDs* e *THD* abaixo dos níveis limites especificados em norma. Foram obtidas regulação de tensão $VR_{\text{nlín}} = 0,315\%$ e $VR_{\text{nlín}} = 0,629\%$ para a *UPS 1* e *2*, respectivamente.

Tabela 4 – Harmônicas da tensão com controlador repetitivo - carga não-linear.

<i>UPS</i>	<i>IHD</i> ₃ [%]	<i>IHD</i> ₅ [%]	<i>IHD</i> ₇ [%]	<i>IHD</i> ₉ [%]	<i>IHD</i> ₁₁ [%]	<i>IHD</i> ₁₃ [%]	<i>IHD</i> ₁₅ [%]	<i>THD</i> [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
1	1,950	2,664	1,532	0,035	0,784	0,418	0,226	3,795
2	2,256	2,780	1,556	0,157	0,857	0,402	0,295	4,073

Complementando o ensaio, na Figura 17 são apresentados os registros das formas de onda da tensão e corrente de saída obtidas para cada *UPS*. Novamente, são verificadas curvas semelhantes e com valor *RMS* próximos em ambos os equipamentos.

Figura 17 – Formas de onda da tensão e corrente de saída com controlador repetitivo - carga não-linear.



(a) UPS 1

(b) UPS 2

Fonte: do autor.

De maneira geral, foram obtidos valores de desempenho estático parecidos quando operadas cada uma das *UPSs* em malha fechada com os mesmos controladores na regulação de tensão, o que é fundamental quando elas forem operadas em paralelo.

3.3 Comentários finais

Neste capítulo foram detalhadas as etapas e circuitos desenvolvidos para a bancada experimental a fim de que fosse possível realizar a operação de duas *UPSs* em paralelo. Foram desenvolvidas uma placa de condicionamento de sinal do sensor da tensão no barramento comum e outra placa do circuito de proteção que mede e atua na diferença de fase entre os equipamentos. Na sequência, foi construído o painel principal com o circuito de potência e acionamento do paralelismo.

Com o intuito de avaliar as características construtivas foram realizados ensaios experimentais do desempenho isolado de cada *UPS*, com os controladores de tensão MR e repetitivos projetados segundo a metodologia descrita no Capítulo 2. Nesta ocasião, foram apresentados os parâmetros das *UPSs* na Tabela 1 e da carga de referência na Tabela 2, os quais servirão de base para todos os resultados de simulação e experimentais apresentados na sequência do trabalho.

Parte I

Controlador Ressonante

4 ANÁLISE DOS FATORES DE AMORTECIMENTO NO PARALELISMO

Neste capítulo será equacionada e analisada a impedância de saída da *UPS* em malha fechada considerando o uso do controlador MR, relacionando o uso de fatores de amortecimento ao desempenho do paralelismo. Na sequência, será analisado o efeito desses fatores de amortecimento na estabilidade e no projeto dos ganhos do controle *droop* a partir do modelo de pequenos sinais. Resultados de simulação e experimentais ilustram a análise proposta.

4.1 Impedância de saída

Segundo o observado nas equações (73) e (74), a impedância de saída $Z_i(s)$ da i -ésima *UPS* impacta na dinâmica do sistema com controle *droop* em malha fechada, o que resultará em características bem distintas a depender da sintonia do controlador de tensão. Portanto, a sua análise é de fundamental importância no projeto desses controladores.

A lei de controle apresentada em (19) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} u_i(s) &= u_{v_i}(s) + u_{c_i}(s) \\ &= C_{v_i}(s)(v_{ref_i}(s) - v_{c_i}(s)) + k_{c_i}i_{L_i}(s) \end{aligned} \quad (79)$$

onde $C_{v_i}(s)$ é o controlador MR com estrutura definida em (15). Igualando a dinâmica da *UPS* descrita em (7) à equação (79), após a devida substituição de $i_{L_i} = i_{o_i} - sv_{c_i}(s)$, pode-se descrever a dinâmica em malha fechada da tensão na i -ésima *UPS* como

$$v_{c_i}(s) = T_{r_i}(s)v_{ref_i}(s) - Z_i(s)i_{o_i}(s) \quad (80)$$

onde

$$T_{r_i}(s) = \frac{C_{v_i}(s)}{L_i C_i s^2 + (r_i - k_{c_i})C_i s + C_{v_i}(s) + 1} \quad (81)$$

e

$$\begin{aligned} Z_i(s) &= \frac{L_i s + r_i - k_{c_i}}{L_i C_i s^2 + (r_i - k_{c_i})C_i s + C_{v_i}(s) + 1} \\ &= T_{r_i}(s) \frac{L_i s + r_i - k_{c_i}}{C_{v_i}(s)} \end{aligned} \quad (82)$$

são a função de transferência do sinal de referência na saída e a impedância de saída, respectivamente. O subscrito i relaciona as constantes e parâmetros com a i -ésima *UPS* no sistema do paralelismo.

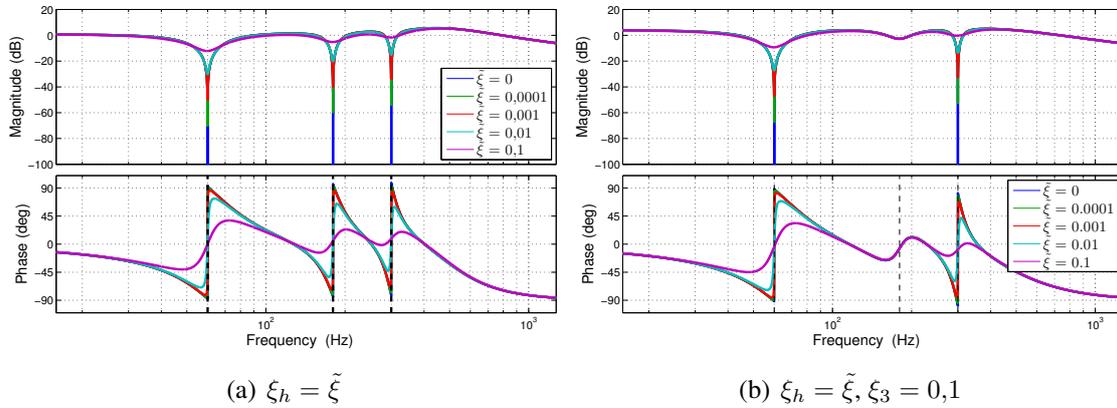
A partir da equação da impedância de saída (82) é possível observar que o ganho da realimentação de corrente k_{c_i} tem um papel importante na característica dessa impedância, podendo ser usado como um grau de liberdade adicional para a imposição de uma característica predominante (indutiva ou resistiva) em $Z_i(s)$. Por outro lado, este ganho é fundamental para obter um bom desempenho transitório na malha de regulação de tensão, gerando um compromisso de projeto. Em técnicas baseadas em *LMI*, como as apresentadas no Capítulo 2, k_{c_i} é determinado pela solução de um problema de otimização, não podendo ser utilizado como grau de liberdade. Nesses casos, o uso do *droop* considerando uma impedância mista como o apresentado em (61) e (62) se justifica e outros métodos devem ser buscados para a alteração de $Z_i(s)$.

Um aspecto importante do controlador MR é que os seus fatores de amortecimento podem ser usados para alterar a impedância de saída em determinadas frequências e, deste modo, modificar a característica do sistema em paralelo. Considerando o controlador MR ideal, onde $\xi_1 = 0$, segue que $|C_{v_i}(j\omega_{r_1})| = \infty$, o que resulta em $|Z_i(j\omega_{r_1})| = 0$. Esta impedância, com baixa magnitude na frequência ω_{r_1} , resultará em uma corrente circulante elevada entre as *UPSs* em decorrência de diferenças na magnitude caso os parâmetros do filtro não sejam exatamente os mesmos (CARBALLO *et al.*, 2018). Isso pode gerar sinais elevados na ação de controle *droop* ou ainda levar o sistema à instabilidade. Por outro lado, o uso de $\xi_1 > 0$ reduz $|C_{v_i}(j\omega_{r_1})|$ e, conseqüentemente, aumenta a magnitude de $Z_i(s)$ nessa frequência, mitigando esses efeitos.

Dever ser observado que, aumentar a magnitude de $Z_i(s)$ ocasionará o aumento no erro regulação de tensão em regime permanente e a rejeição de distúrbios periódicos, portanto um compromisso entre corrente circulante e regulação de tensão precisa sempre ser levado em consideração. Assumindo um controlador MR com $\xi_h > 0$, enquanto $|C_{v_i}(j\omega_{r_1})|$ diferir de infinito, segue que $|Z_i(j\omega_{r_1})| > 0$, o que reduz a tensão de saída (80) na frequência ω_{r_1} e, portanto, compromete a perfeita regulação de tensão. Ademais, como $|Z_i(j\omega_{r_h})| > 0$, $h = 3, 5, \dots, \bar{h}$, o conteúdo harmônico em i_{o_i} em consequência da carga não-linear não é completamente rejeitado, aumentando a distorção harmônica nessas frequências.

Considere o exemplo numérico da *UPS* com parâmetros descritos na Tabela 1 do Capítulo 3. Na Figura 18-(a) é mostrada como a variação dos parâmetros livres, desempenhados pelos fatores de amortecimento $\xi_h = \tilde{\xi}$, $h = 1, 3, 5$ dos $n_h = 3$ modos ressonantes inseridos pelo controlador MR, alteram a magnitude e fase de $Z_i(s)$ nas frequências harmônicas. O conjunto de ganhos é obtido solucionando o problema de otimização (30), sendo estes apresentados no Apêndice A.3 para a *UPS* 1. Para melhor comparação, os mesmos dados da Figura 18-(a) são apresentados na Tabela 5.

Figura 18 – Resposta em frequência da impedância de saída com controlador MR: (a) para $\xi_h = \tilde{\xi}$ e (b) para $\xi_h = \tilde{\xi}$, $h = 1,5$ fixando-se $\xi_3 = 0,1$.



Fonte: do autor.

Tabela 5 – Valores da impedância de saída com controlador MR para $\tilde{\xi} \geq 0$.

$\tilde{\xi}$	0	0,0001	0,0010	0,0100	0,1000
$ Z_i(j\omega_{r_1}) $	$3,2069 \times 10^{-5}$	$3,2220 \times 10^{-4}$	$3,1976 \times 10^{-3}$	$3,1143 \times 10^{-2}$	$2,4666 \times 10^{-1}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_1})$	$2,3192^\circ$	$2,3164^\circ$	$2,2923^\circ$	$2,0570^\circ$	$1,9228 \times 10^{-1}^\circ$
$ Z_i(j\omega_{r_3}) $	$1,0568 \times 10^{-4}$	$1,0611 \times 10^{-3}$	$1,0476 \times 10^{-2}$	$9,7066 \times 10^{-2}$	$5,4979 \times 10^{-1}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_3})$	$6,1075^\circ$	$6,1060^\circ$	$6,0926^\circ$	$5,9674^\circ$	$5,2841^\circ$
$ Z_i(j\omega_{r_5}) $	$2,0853 \times 10^{-4}$	$2,0927 \times 10^{-3}$	$2,0558 \times 10^{-2}$	$1,8215 \times 10^{-1}$	$8,2977 \times 10^{-1}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_5})$	$8,0300^\circ$	$8,0314^\circ$	$8,0439^\circ$	$8,1597^\circ$	$8,7054^\circ$

Em um segundo aspecto que pode ser observado, para o mesmo controlador MR a Figura 18-(b) mostra a magnitude e fase da resposta em frequência de $Z_i(s)$ quando é usado um fator de amortecimento fixo $\xi_3 = 0,1$ para ω_{r_3} e mantidos os demais $\xi_h = \tilde{\xi}$, $h = 1,5$ nas respectivas frequências ω_{r_1} e ω_{r_5} . Isso mostra como coeficientes elevados em harmônicas específicas podem ser usadas para impor uma certa magnitude ao sistema em determinada parte do espectro e, deste modo, limitar a corrente circulante naquelas frequências.

4.1.1 Variação da resistência série do indutor do filtro LC

Conforme apresentado no Capítulo 3, fora medida uma diferença significativa entre as resistências r_i das duas UPSs. Dessa forma, é importante analisar como esta variação paramétrica afeta a impedância de saída. Na Tabela 6 são mostrados os valores de magnitude e fase de $Z_i(s)$ quando r_i apresenta uma diferença percentual de até 80%. Em cada coluna desta tabela, o problema de otimização (30) foi resolvido considerando $r_i = r_1(1 + \Delta_r)$.

Observe que a diferença nas magnitudes e fase são pouco relevantes frente à variação deste parâmetro. Isso pode ser explicado, em parte, pelo fato das mesmas restrições

de desempenho terem sido consideradas no projeto robusto do controlador. A diferença paramétrica na planta em malha aberta é compensada intrinsecamente em malha fechada, resultando em desempenho similar para todos os casos. Esse resultado está de acordo com o resultados experimentais apresentados no Capítulo 3, onde a diferença de desempenho em malha fechada entre as *UPS* operando isoladas não foi significativa.

Tabela 6 – Valores da impedância de saída com controlador MR para *UPSs* diferentes.

Δ_r	0%	10%	20%	40%	80%
$ Z_i(j\omega_{r_1}) $	$3,2069 \times 10^{-5}$	$3,2067 \times 10^{-5}$	$3,2104 \times 10^{-5}$	$3,2170 \times 10^{-5}$	$3,2197 \times 10^{-5}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_1})$	$2,3192^\circ$	$2,3128^\circ$	$2,3053^\circ$	$2,2904^\circ$	$2,2639^\circ$
$ Z_i(j\omega_{r_3}) $	$1,0568 \times 10^{-4}$	$1,0568 \times 10^{-4}$	$1,0577 \times 10^{-4}$	$1,0596 \times 10^{-4}$	$1,0601 \times 10^{-4}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_3})$	$6,1075^\circ$	$6,0895^\circ$	$6,0673^\circ$	$6,0236^\circ$	$5,9475^\circ$
$ Z_i(j\omega_{r_5}) $	$2,0853 \times 10^{-4}$	$2,0847 \times 10^{-4}$	$2,0862 \times 10^{-4}$	$2,0890 \times 10^{-4}$	$2,0883 \times 10^{-4}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_5})$	$8,0300^\circ$	$8,0043^\circ$	$7,9694^\circ$	$7,9694^\circ$	$7,7902^\circ$

4.1.2 Influência dos requisitos de projeto do controlador

Na análise seguinte, a Tabela 7 apresenta uma comparação com a evolução das magnitudes e ângulos de fase da impedância de saída obtidos dada a variação do parâmetro σ no projeto do controlador, relativo a região de \mathcal{D} -estabilidade, na faixa de 50 a 250. Em linhas gerais, valores maiores de σ resultam em menores tempos de acomodação e maiores ganhos dos controladores $C_{v_i}(s)$ e k_{c_i} . Para os sistemas considerados, valores menores que 50 resultam em controladores que não atendem os requisitos da resposta transitória e valores maiores que 250 causam a saturação do sinal de controle a partir de três modos. Percebe-se um aumento consistente do ângulo de fase em todas as harmônicas compensadas, sendo essa diferença cada vez mais significativa com o aumento da harmônica em análise. Observe também que ocorre uma variação da magnitude, porém bem menos significativa do que aquela observada na variação do parâmetro $\tilde{\xi}$ ilustrada na Tabela 5.

Tabela 7 – Valores da impedância de saída com controlador MR e especificação $50 \leq \sigma \leq 250$.

σ	50	100	150	200	250
$ Z_i(j\omega_{r_1}) $	$3,2069 \times 10^{-5}$	$1,8896 \times 10^{-5}$	$1,3916 \times 10^{-5}$	$1,1049 \times 10^{-5}$	$9,2607 \times 10^{-6}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_1})$	$2,3192^\circ$	$3,9486^\circ$	$5,4438^\circ$	$6,9108^\circ$	$8,2909^\circ$
$ Z_i(j\omega_{r_3}) $	$1,0568 \times 10^{-4}$	$6,1840 \times 10^{-5}$	$4,5355 \times 10^{-5}$	$3,6057 \times 10^{-5}$	$3,0348 \times 10^{-5}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_3})$	$6,1075^\circ$	$1,1712 \times 10^{1^\circ}$	$1,6860 \times 10^{1^\circ}$	$2,1824 \times 10^{1^\circ}$	$2,6436 \times 10^{1^\circ}$
$ Z_i(j\omega_{r_5}) $	$2,0853 \times 10^{-4}$	$1,2295 \times 10^{-4}$	$9,1391 \times 10^{-5}$	$7,4714 \times 10^{-5}$	$6,5031 \times 10^{-5}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_5})^\circ$	$8,0300^\circ$	$2,1326 \times 10^{1^\circ}$	$3,3216 \times 10^{1^\circ}$	$4,4046 \times 10^{1^\circ}$	$5,3696 \times 10^{1^\circ}$

A partir das análises apresentadas, fica claro que a magnitude de $Z_i(s)$ é mais sensível a variação dos fatores de amortecimento dos modos ressonantes. Assim, é fundamental avaliar como esses coeficientes impactam na estabilidade e desempenho do laço de *droop*.

4.2 Relação entre ξ_h e resistência virtual

Nesta subseção é avaliada a impedância de saída efetiva obtida com o controlador de tensão múltiplo-ressonante quando considerado também o uso da malha intermediária com uma impedância virtual junto ao controle *droop*.

Assuma que o bloco impedância virtual representado em tracejado na Figura 10 corresponda a uma função de transferência $Z_{v_i}(s)$. Neste caso o sinal de referência torna-se

$$v_{ref_i}(s) = v_{ref_i}^*(s) - Z_{v_i}(s)i_{o_i}(s) \quad (83)$$

sendo $v_{ref_i}^*(s) = E_i \sin(\omega_0 t + \phi_i)$ e a equação (80) resulta em (GUERRERO *et al.*, 2005)

$$\begin{aligned} v_{c_i}(s) &= T_{r_i}(s) (v_{ref_i}^*(s) - Z_i(s)i_{o_i}(s)) - Z_{v_i}(s)i_{o_i}(s) \\ &= T_{r_i}(s)v_{ref_i}^*(s) - Z_{o_i}(s)i_{o_i}(s) \end{aligned} \quad (84)$$

que pode ser reescrita como

$$Z_{o_i}(s) = T_{r_i}(s) \left(Z_{v_i}(s) + \frac{(L_i s + r_i - k_{c_i})}{C_{v_i}(s)} \right). \quad (85)$$

A impedância virtual permite alterar a magnitude e fase da impedância de saída efetiva $Z_{o_i}(s)$ na frequência fundamental ω_0 e suas harmônicas, possibilitando alcançar características de resposta em frequência bem distintas das obtidas somente com o controle de tensão em malha fechada. Considerando na regulação de tensão o controlador múltiplo-ressonante ideal ($\xi_h = 0$ para $h = 1, 3, \dots, \bar{h}$) tem-se $|T_{r_i}(j\omega_{r_h})| = 1$ e $|C_{v_i}(j\omega_{r_h})| = \infty$, resultando nas magnitudes $|Z_{o_i}(j\omega_{r_h})| = |Z_{v_i}(j\omega_{r_h})|$. Isso implica que, na frequência compensada pelo controlador MR a impedância de saída efetiva apresentará magnitude idêntica à da impedância virtual.

O uso da impedância virtual com a realimentação de corrente, por outro lado, implica na alteração do sinal de referência senoidal para qual o controlador fora projetado, conforme verifica-se em (83). Ou seja, a referência modificada apresentará uma queda de amplitude e, principalmente, uma distorção devido ao conteúdo harmônico de i_{o_i} gerado na presença de carga não-linear, impactando no desempenho em regime permanente da regulação de tensão da saída.

Na Figura 19-(a) é ilustrada como a variação de $Z_{v_i}(s) = R_v$ altera a magnitude e fase da resposta em frequência de $Z_{o_i}(s)$ quando usado o controlador MR ideal. São considerados 3 modos de ressonância, especificados na frequência $\omega_{r_1} = \omega_0$ e suas respectivas harmônicas ímpares $\omega_{r_3} = 3\omega_0$ e $\omega_{r_5} = 5\omega_0$. Os valores obtidos nas frequências harmônicas são descritos na Tabela 8, onde se observa que as magnitudes nas frequências

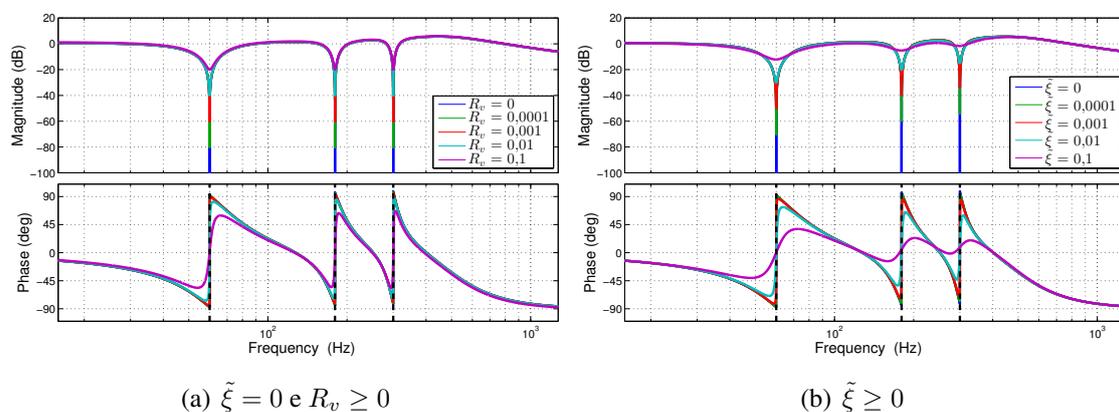
compensadas correspondem ao valor exato de R_v , ou $20 \log R_v$ em dB, e que o ângulo de fase é significativamente afetado, sendo levado para mais próximo de zero.

Tabela 8 – Valores da impedância de saída com controlador MR para $R_v \geq 0$.

R_v	0	0,0001	0,0010	0,0100	0,1000
$ Z_i(j\omega_{r_1}) $	0,0000	0,0001	0,0010	0,0100	0,1000
$\angle Z_i(j\omega_{r_1})$	$2,3192^\circ$	$2,1606 \times 10^{-1^\circ}$	$2,3757 \times 10^{-3^\circ}$	$2,3379 \times 10^{-5^\circ}$	$1,9080 \times 10^{-7^\circ}$
$ Z_i(j\omega_{r_3}) $	0,0000	0,0001	0,0010	0,0100	0,1000
$\angle Z_i(j\omega_{r_3})$	$6,1075^\circ$	$3,2221^\circ$	$6,6820 \times 10^{-2^\circ}$	$6,6195 \times 10^{-4^\circ}$	$5,1858 \times 10^{-6^\circ}$
$ Z_i(j\omega_{r_5}) $	0,0000	0,0001	0,0010	0,0100	0,1000
$\angle Z_i(j\omega_{r_5})$	$8,0300^\circ$	$6,5363^\circ$	$3,2980 \times 10^{-1^\circ}$	$3,3398 \times 10^{-3^\circ}$	$2,3419 \times 10^{-5^\circ}$

Olhando lado a lado as figuras 19-(a) e (b), nota-se como o efeito dos fatores de amortecimento ξ_h nas magnitudes da impedância de saída é similar ao efeito decorrente da inserção de uma malha intermediária com resistência virtual R_v . Mais especificamente, os mesmos valores de magnitude nos dois casos poderiam ser obtidos com o ajuste individual do coeficiente para cada uma das frequências harmônicas. Como um segundo aspecto importante, a definição de diferentes atenuações na magnitude da impedância de saída para cada harmônica, como por exemplo um determinado valor na frequência fundamental e outro valor nas demais harmônicas, somente seria possível com o uso de estruturas de impedância virtual mais complexas. Por exemplo, (GUERRERO *et al.*, 2006) usa um banco de filtros passa-faixa para extrair as componentes harmônicas de i_{o_i} e associa uma resistência virtual para cada componente.

Figura 19 – Resposta em frequência da impedância de saída com controlador MR.



Fonte: do autor.

4.3 Projeto dos controladores *droop*

Nesta seção é abordado o projeto dos controladores *droop*, os quais serão usados na divisão de potências, através de uma metodologia clássica, desenvolvida a partir do modelo de pequenos sinais do sistema. A metodologia proposta a seguir será empregada após o projeto dos controladores das malhas de regulação de tensão para a determinação de ganhos apropriados para os respectivos controladores *droop*, sendo esses coeficientes mantidos os mesmos nos capítulos posteriores.

4.3.1 Análise considerando $Z_i(s)$

Primeiramente, definindo $Z_i(s) = n_z(s)/d_z(s)$ segue que

$$\Gamma_i(s) = \frac{d_z(s)}{n_z(s)}. \quad (86)$$

Substituindo (75) em (76), após manipulação obtém-se a equação característica da resposta dinâmica de $\Delta\phi_i(s)$ em malha fechada, com os termos agrupados por grau de $d_z(s)$, resultando em

$$\Delta\phi_i(s) \left(\psi_2(s) + \frac{d_z(s)}{n_z(s)} \psi_1(s) + \frac{d_z(s)^2}{n_z(s)^2} \psi_0(s) \right) = 0. \quad (87)$$

sendo os termos

$$\begin{aligned} \psi_2(s) &= s^3 + s^2(2\omega_p + k_E) + s(\omega_p^2 + 2\omega_p k_E) + \omega_p^2 k_E, \\ \psi_1(s) &= s^2(k_n \omega_p \bar{F} + k_m \omega_p E_0 \bar{F}) + s(k_n \omega_p^2 \bar{F} + k_m \omega_p^2 E_0 \bar{F} + k_m \omega_p k_E E_0 \bar{F}) \\ &\quad + k_m \omega_p^2 k_E E_0 \bar{F}, \\ \psi_0(s) &= s(k_m k_n \omega_p^2 E_0 \bar{M}^2 + k_m k_n \omega_p^2 E_0 \bar{F}^2). \end{aligned}$$

Por fim, aplicando o denominador comum $n_z(s)^2$ chega-se à equação característica cujas raízes determinam a estabilidade do sistema:

$$\Delta\phi_i(s) \left(n_z(s)^2 \psi_2(s) + n_z(s) d_z(s) \psi_1(s) + d_z(s)^2 \psi_0(s) \right) = 0. \quad (88)$$

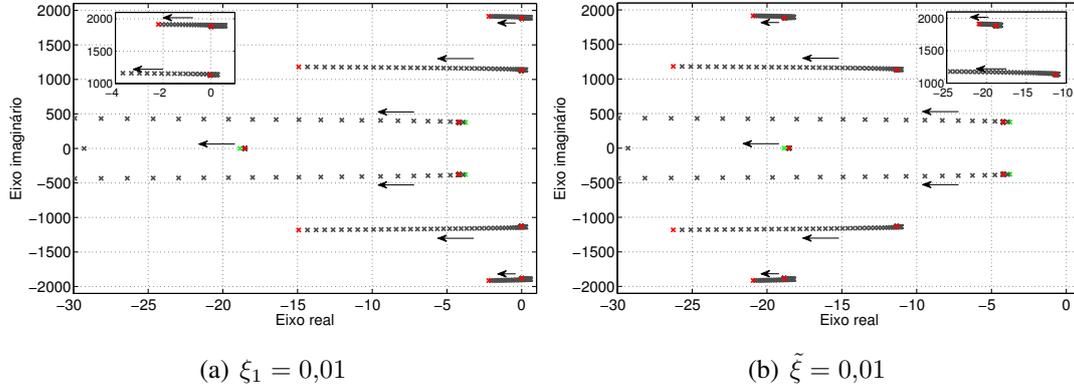
A partir da equação (88) é possível determinar os ganhos do *droop* por metodologias de controle clássico como por exemplo pelo lugar geométrico das raízes (LGR), no qual realiza-se a sintonia do controlador pela variação de um dos seus parâmetros, k_n ou k_m . Na sequência, para entendimento, é analisado o LGR de (88) fixando-se $\omega_p = \omega_0/20 = 18,849$ rad/s, $k_E = 10\omega_p$, $k_n = 0,001$ e dada a variação do parâmetro livre k_m , sendo considerado na regulação de tensão o controlador MR de 3 modos.

Na Figura 20 é mostrado o LGR de (88) para dois casos distintos¹: (a) o uso do fator de amortecimento apenas no modo da frequência fundamental, ou seja $\xi_1 = 0,01$, $\xi_3 = \xi_5 = 0$ e (b) o uso de fatores de amortecimento em todos os modos $\xi_h = 0,01$,

¹As setas indicam o sentido de crescimento de k_m .

$h = 1, 3, 5$. Na Figura 20-(a), as raízes associadas aos modos nas frequências ω_{r_3} e ω_{r_5} estão no semi-plano direito (SPD) do plano complexo, gerando um laço de *droop* instável.

Figura 20 – LGR para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador MR de 3 modos.

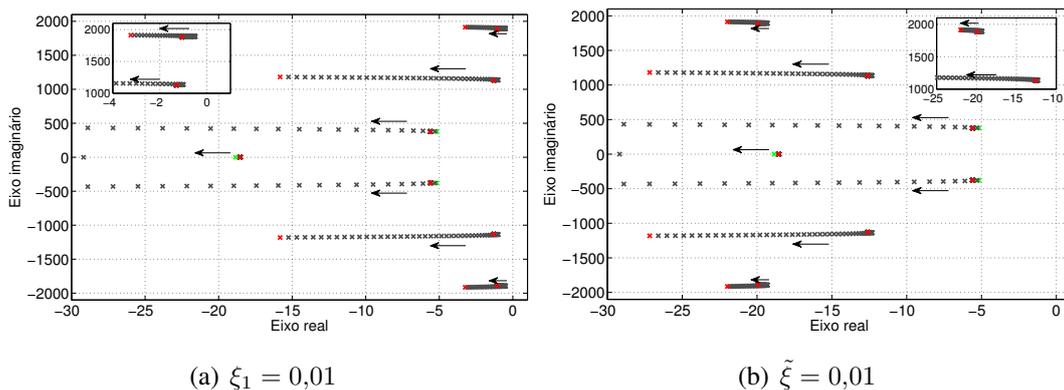


Fonte: do autor.

De acordo com a Figura 20-(b), valores apropriados de $\tilde{\xi}$ trazem as raízes críticas para o semi-plano esquerdo (SPE), garantindo a estabilidade do sistema em malha fechada com controlador *droop* para quaisquer valores de k_m . Além disso, observa-se que maiores $\tilde{\xi}$ levam ao aumento do módulo da parte real das raízes dominantes, diminuindo assim o tempo de acomodação do sistema.

Quando considerada a resistência de linha entre a *UPS* e o PCC na composição da impedância de saída efetiva $Z_{o_i}(s)$, o LGR da Figura 21-(a) mostra o impacto dessa resistência nas raízes do sistema em malha fechada. Por exemplo, valores de R_{lin} próximos a $0,012 \Omega$ trazem as raízes para o SPE para toda a faixa de ganho, embora as raízes associadas aos modos na 3ª e 5ª harmônicas permaneçam próximas ao eixo imaginário. Por outro lado, dado que a resistência de linha é um parâmetro imposto pelo sistema, o uso de $\xi_h > 0$ na Figura 21-(b) pode mover as raízes associadas aos modos nas frequências harmônicas para mais distante do eixo imaginário.

Figura 21 – LGR para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador MR de 3 modos e $R_{lin} = 0,012 \Omega$.



Fonte: do autor.

Portanto, com o uso de coeficientes de amortecimento apropriados o projetista pode obter uma melhor resposta transitória para os mesmos ganhos do controlador *droop*. Entretanto, deve-se observar que o tempo de acomodação das potências com *droop* deve ser uma ordem de grandeza mais lento do que a dinâmica de regulação de tensão.

4.3.2 Análise considerando apenas a magnitude de $Z_i(s)$ na frequência fundamental

No projeto dos controladores *droop* geralmente é considerada uma desassociação das dinâmicas, separadas em duas escalas de tempo, ou seja, a dinâmica da malha externa para a divisão de potências é muito mais lenta que a malha da regulação de tensão. Isso simplifica a análise no domínio frequência, sendo apenas a magnitude e fase da impedância de saída na frequência fundamental empregadas para a análise das raízes do sistema em malha fechada.

A partir do modelo de pequenos sinais do sistema com controladores *droop* apresentado no Capítulo 2, substituindo (75) em (76) e após manipulação obtém-se a equação característica da resposta dinâmica de $\Delta\phi_i(s)$:

$$\Delta\phi_i(s) (s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0) = 0 \quad (89)$$

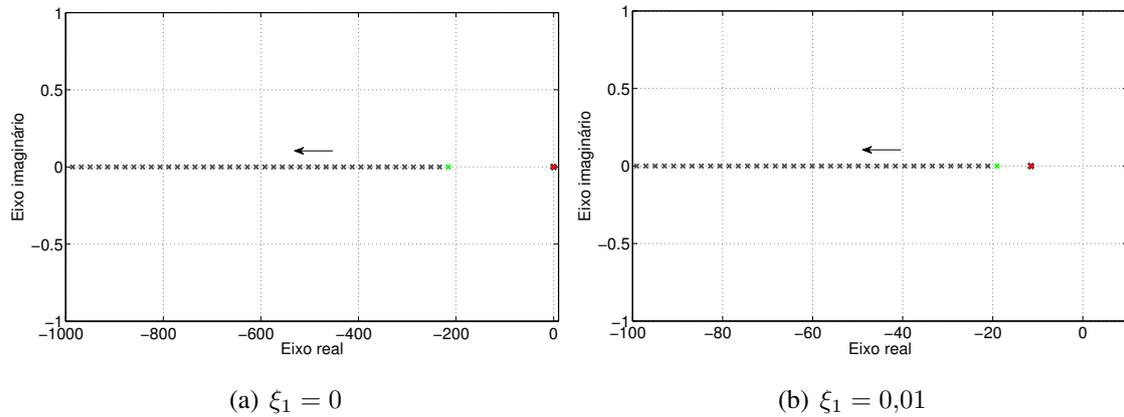
onde

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 2\omega_p + k_E + k_n\omega_p\bar{F}\Gamma_i(s) + k_m\omega_p E_0\bar{F}\Gamma_i(s), \\ \alpha_1 &= \omega_p^2 + 2\omega_p k_E + k_n\omega_p^2\bar{F}\Gamma_i(s) + k_m\omega_p^2 E_0\bar{F}\Gamma_i(s) + k_m\omega_p k_E E_0\bar{F}\Gamma_i(s) + \\ &\quad + k_m k_n \omega_p^2 E_0 \bar{M}^2 \Gamma_i(s)^2 + k_m k_n \omega_p^2 E_0 \bar{F}^2 \Gamma_i(s)^2, \\ \alpha_0 &= \omega_p^2 k_E + k_m \omega_p^2 k_E E_0 \bar{F}\Gamma_i(s). \end{aligned}$$

Baseando-se em (89) é considerada a magnitude e o ângulo de fase de $Z_i(s)$ apenas na frequência fundamental (GUERRERO *et al.*, 2006), ou seja, $\Gamma_i(s) = |Z_i(j\omega_{r1})|^{-1}$ e $\theta_i = \angle Z_i(j\omega_{r1})$. Para o caso particular de controladores MR, isso leva a uma análise incompleta já que (89) apresentará $9 + 2\bar{h}$ raízes quando um controlador de n_h modos é utilizado.

Para entendimento, é realizada uma análise das raízes em (89) para o controlador ressonante considerando unicamente $\Gamma_i = |Z_i(j\omega_{r1})|$. Fixando-se $\omega_p = \omega_0/20$, $k_E = 10\omega_p$ e $k_n = 0,001$, a Figura 22 mostra o lugar das raízes de (89) dada a variação do parâmetro k_m considerando dois casos: (a) o uso do controlador ideal, ou seja $\xi_1 = 0$, e (b) o uso do fator de amortecimento $\xi_1 = 0,01$. Observa-se na Figura 22-(a) que a raiz crítica sobre a origem não é deslocada, verificando-se a instabilidade marginal para qualquer valor de k_m , o que condiz com o esperado segundo as equações de *droop*. Por outro lado, o uso de $\xi_1 = 0,01$ em (b) leva essa raiz para o semi-plano esquerdo do plano complexo.

Figura 22 – LGR do *droop* para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador MR de 3 modos - análise baseada apenas em $|Z_i(j\omega_{r1})|$.



Fonte: do autor.

A análise anterior se mantém com a inserção de mais modos no controlador MR, obtendo-se resultado similar para o caso de 3 modos, por exemplo, onde o LGR continuaria a indicar a estabilidade mesmo se considerados $\xi_3 = \xi_5 = 0$, conforme ilustrado na Figura 20-(a). Entretanto, isso não ocorre em resultados práticos, sejam de simulação ou experimentais, onde verifica-se a necessidade de inserir fatores de amortecimento também nas frequências harmônicas para a estabilização do sistema.

4.4 Resultados de simulação

Nesta seção são apresentados os resultados de simulação do paralelismo de duas *UPSs* com o objetivo de validar a análise proposta no decorrer do capítulo. Os controladores de tensão múltiplos-ressonantes são projetados individualmente para cada equipamento, seguindo a metodologia descrita no Capítulo 2.

4.4.1 Ambiente de simulação

Para a realização dos ensaios fora gerado um ambiente de simulação com os dois inversores no *software* PSIM (9.0) e os seus controladores, de tensão e *droop*, implementados no Matlab/Simulink (R2012b) em um processo de co-simulação, com maiores detalhes podendo ser encontrados em (KEIEL, 2017).

Os controladores MR digitais equivalentes são obtidos através da discretização pela aproximação Tustin (bilinear) com *prewarping* na frequência ω_0 , dada por

$$s = \frac{\omega_0}{\tan(\omega_0 T/2)} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (90)$$

onde $T_s = 50 \mu s$ é o período de amostragem usado.

Em relação aos controladores *droop*, os coeficientes usados foram selecionados considerando um limite máximo de 2% para δE_0 , em acordo com a *ANSI/IEEE Std 944*,

resultando no ganho $k_n = 0,001$. O parâmetro $k_E = 10\omega_p$ leva a uma dinâmica mais rápida que o *droop* para a restauração de tensão. O ganho $k_m = 1 \times 10^{-4}$ foi escolhido pela análise apresentada nas seções anteriores, distanciando o suficientemente do eixo imaginário as raízes críticas relativas aos modos ressonantes. Os filtros para o cálculo das potências e os controladores *droop* dinâmicos são discretizados pela aproximação Tustin. Cada laço externo, além do controlador *droop*, também inclui um *PLL* para realizar o sincronismo com a tensão do PCC, empregando um detector de fase multiplicador e um filtro *notch* não-ideal, o qual gera boa rejeição do conteúdo periódico com frequência $2\omega_0$ a um baixo custo computacional (GOLESTAN; GUERRERO; VASQUEZ, 2017).

Neste e nos próximos ensaios de simulação realizados no decorrer do trabalho, os resultados de desempenho estático e dinâmico são avaliados considerando o seguinte procedimento de operação: (i) partida a vazio da *UPS* 1, (ii) degrau aditivo com 100% da carga não-linear no instante $t = 1$ s, (iii) acoplamento da *UPS* 2, previamente sincronizada, ao PCC em $t = 2$ s e (iv) operação em paralelo para $2 \leq t \leq 8$ s. Para o caso do desempenho estático, os resultados em regime permanente são obtidos para um pequeno intervalo de tempo na última etapa de operação, com ambos equipamentos operando em paralelo e com plena carga.

4.4.2 Resultados

A seguir são apresentados os resultados de simulação para o exemplo numérico de duas *UPSs* de 3,5 kVA com os parâmetros descritos no Capítulo 2, ou seja, considerando uma diferença de 80% no parâmetro r_2 do filtro *LC* da *UPS* 2.

4.4.2.1 Um modo ressonante

Neste primeiro ensaio fora considerado em cada *UPS* o controlador MR de um modo, definindo-se $\omega_{r_1} = \omega_0$. A definição dos parâmetros usados no projeto e os ganhos obtidos desses controladores são listados no Apêndice A.3.

Na Tabela 9 são exibidos os resultados de desempenho estático considerando controladores MR de um modo. Observe que o valor de I_{rms} , que inicialmente correspondia a 23,70% de I_n , é reduzido a somente 1,83% com o uso do fator de amortecimento ξ_1 .

Tabela 9 – Resultados para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo.

ξ_1	i_{cir}						v_o	P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	VR [%]	t_s [s]
0,000	6,5339	6,5318	0,1587	0,0442	0,0130	0,0063	-0,3202	7,2723
0,001	3,9891	3,9886	0,0375	0,0340	0,0022	0,0085	-0,1367	4,1904
0,005	1,3744	1,3735	0,0350	0,0077	0,0111	0,0095	0,5634	1,7973
0,010	0,7412	0,7390	0,0506	0,0158	0,0037	0,0029	1,4036	1,0124
0,017	0,5060	0,5032	0,0479	0,0168	0,0030	0,0040	1,8989	0,6269
0,018	0,4924	0,4893	0,0494	0,0164	0,0028	0,0035	2,0166	0,5965
0,050	0,2938	0,2850	0,0654	0,0132	0,0059	0,0043	7,2176	0,3117
0,100	0,2216	0,2100	0,0640	0,0140	0,0075	0,0050	12,7943	0,2477

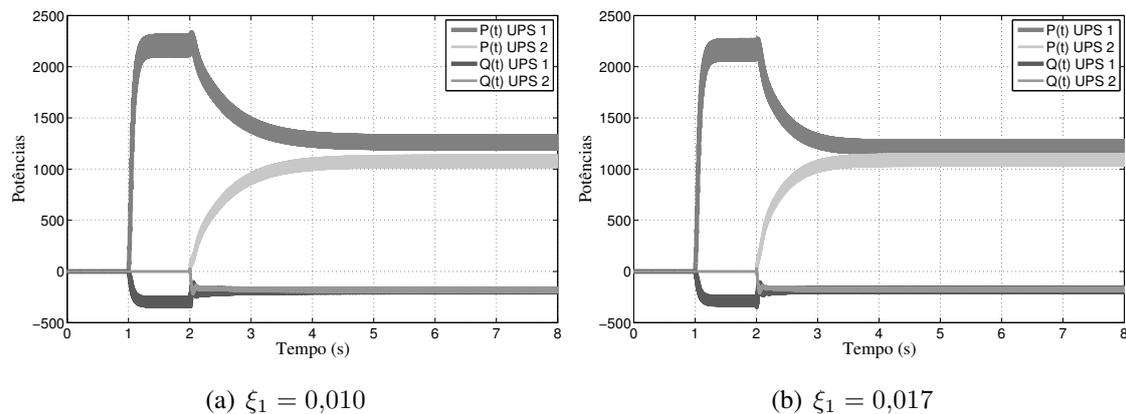
A Tabela 10 apresenta os resultados de desempenho da tensão na carga. O requisito para o índice de distorção da 3ª harmônica ainda não é satisfeito, portanto faz-se necessário o uso de controladores com um maior número de modos ressonantes.

Tabela 10 – Harmônicas da tensão para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo.

ξ_1 (IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
0,000	6,2739	3,0189	0,4227	1,0394	0,1253	0,3508	0,1763	6,9808
0,001	6,2780	3,0168	0,4296	1,0438	0,1242	0,3516	0,1764	6,9850
0,005	6,2682	3,0224	0,4282	1,0494	0,1238	0,3536	0,1773	6,9804
0,010	6,2622	3,0213	0,4250	1,0488	0,1259	0,3537	0,1781	6,9750
0,017	6,2559	3,0227	0,4246	1,0497	0,1273	0,3531	0,1783	6,9703
0,018	6,2551	3,0230	0,4238	1,0498	0,1269	0,3527	0,1784	6,9698
0,050	6,2211	3,0240	0,4175	1,0497	0,1317	0,3514	0,1803	6,9403
0,100	6,1677	3,0270	0,4092	1,0496	0,1376	0,3494	0,1834	6,8946

A Figura 23 exibe as potências ativa e reativa obtidas para dois casos com carga não-linear: (a) $\xi_1 = 0,010$ e (b) $\xi_1 = 0,017$. A *UPS* 1 inicia alimentando plena carga e no instante $t = 2$ s a *UPS* 2 é acoplada, iniciando a ação de controle *droop* e o compartilhamento de potências entre os equipamentos. É importante notar como o aumento de ξ_1 impacta na melhor divisão das potências em regime permanente, o que explica a menor I_{cir} , além da redução no tempo de acomodação resultante, de 1,012 para 0,627 s.

Figura 23 – Potências das *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo.



Fonte: do autor.

4.4.2.2 Dois modos ressonantes

Nesse caso são considerados controladores MR de dois modos, com frequências $\omega_{r_1} = \omega_0$ e $\omega_{r_3} = 3\omega_0$. A definição dos parâmetros de projeto e os ganhos obtidos desses controladores são listados no Apêndice A.3.

Na Tabela 11 são exibidos os resultados de desempenho estático considerando controladores MR de dois modos variando-se de forma conjunta os fatores de amortecimento pelo valor $\tilde{\xi}$. O valor de I_{rms} , inicialmente correspondendo a 18,68% de I_n , é reduzido a apenas 1,89% com o uso dos fatores de amortecimento.

Tabela 11 – Resultados para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos.

$\tilde{\xi}$	i_{cir}						v_o	P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	VR [%]	t_s [s]
0,000	5,1482	4,4150	2,6476	0,0285	0,0151	0,0055	-0,1122	4,0485
0,001	3,0510	2,6601	1,4933	0,0081	0,0151	0,0171	0,0619	2,7676
0,005	1,2842	1,2041	0,4430	0,0334	0,0219	0,0180	0,7277	1,3701
0,010	0,7734	0,7473	0,1967	0,0176	0,0071	0,0097	1,5300	0,9261
0,017	0,5227	0,5073	0,1232	0,0119	0,0069	0,0066	1,9552	0,6270
0,018	0,5097	0,4943	0,1221	0,0110	0,0060	0,0061	2,0675	0,5978
0,050	0,2987	0,2830	0,0889	0,0198	0,0042	0,0057	7,0767	0,3122
0,100	0,2234	0,2078	0,0747	0,0177	0,0069	0,0056	12,4111	0,2476

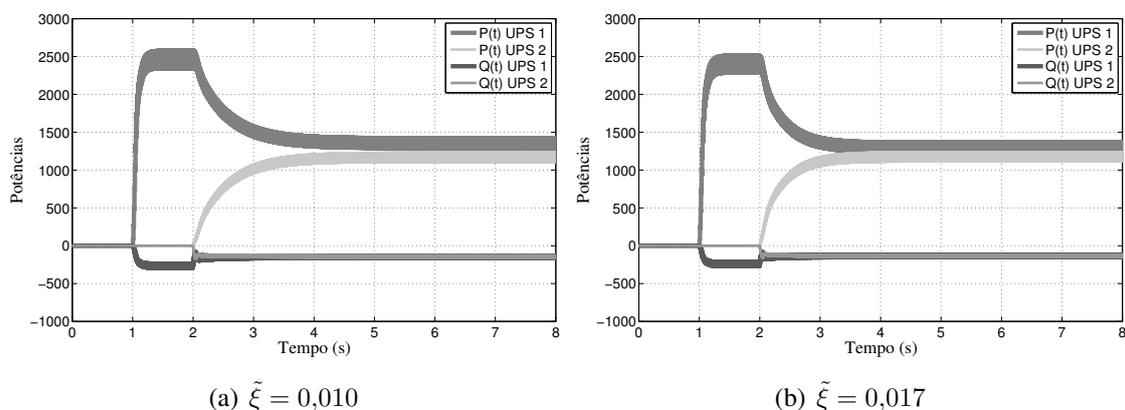
A Tabela 12 apresenta os resultados de desempenho da tensão na carga. Observando-se do caso onde $\tilde{\xi} = 0,050$ em diante, embora já consegue-se atender ao limite de *IHD* na 15ª harmônica, não é obtido VR dentro do nível estipulado.

Tabela 12 – Harmônicas da tensão para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos.

$\tilde{\xi}$ (IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
0,000	0,0712	4,5225	0,9199	1,1279	0,5979	0,1553	0,3208	4,7784
0,001	0,1374	4,5103	0,9126	1,1266	0,5956	0,1569	0,3227	4,7664
0,005	0,3817	4,4596	0,8827	1,1365	0,5805	0,1727	0,3197	4,7251
0,010	0,6596	4,3974	0,8441	1,1330	0,5597	0,1816	0,3164	4,6852
0,017	1,0072	4,3223	0,8018	1,1380	0,5390	0,1946	0,3124	4,6660
0,018	1,0534	4,3120	0,7959	1,1390	0,5354	0,1963	0,3117	4,6652
0,050	2,1968	4,0389	0,6683	1,1411	0,4585	0,2397	0,2956	4,7783
0,100	3,2270	3,7605	0,5730	1,1349	0,3866	0,2729	0,2749	5,0915

Na Figura 24 são mostradas as potências obtidas para dois casos com carga não-linear: (a) $\tilde{\xi} = 0,010$ e (b) $\tilde{\xi} = 0,017$. Nesta ocasião, o aumento de $\tilde{\xi}$ impacta na melhor divisão das potências em regime permanente, sendo o tempo de acomodação da potência ativa reduzido a próximo da metade.

Figura 24 – Potências das *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos.



Fonte: do autor.

4.4.2.3 Três modos ressonantes

No último ensaio fora considerado em cada equipamento o controlador MR de três modos, definindo-se $\omega_{r1} = \omega_0$, $\omega_{r3} = 3\omega_0$ e $\omega_{r5} = 5\omega_0$. A definição dos parâmetros de projeto e os ganhos obtidos desses controladores são listados no Apêndice A.3.

Na Tabela 13 são exibidos os resultados de desempenho estático considerando controladores MR de três modos variando-se $\tilde{\xi}$. O valor de I_{rms} , inicialmente correspondendo a 16,37% de I_n , é reduzido a apenas 1,97% com o uso de fatores de amortecimento.

Tabela 13 – Resultados para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos.

$\tilde{\xi}$	i_{cir}						v_o	P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	VR [%]	t_s [s]
0,000	4,5132	3,0392	2,2960	2,4206	0,0307	0,0089	-0,0020	3,1007
0,001	2,8491	2,4281	1,4104	0,4802	0,0153	0,0052	0,1685	2,5793
0,005	1,2707	1,1860	0,4415	0,1054	0,0183	0,0263	0,8320	1,3494
0,010	0,7652	0,7311	0,2188	0,0501	0,0052	0,0099	1,6298	0,9112
0,016	0,5435	0,5216	0,1479	0,0302	0,0100	0,0040	1,9115	0,6211
0,017	0,5208	0,4995	0,1430	0,0279	0,0078	0,0038	2,0235	0,5972
0,050	0,2873	0,2707	0,0912	0,0171	0,0045	0,0063	7,1309	0,3115
0,100	0,2158	0,1999	0,0731	0,0209	0,0074	0,0040	12,4517	0,2475

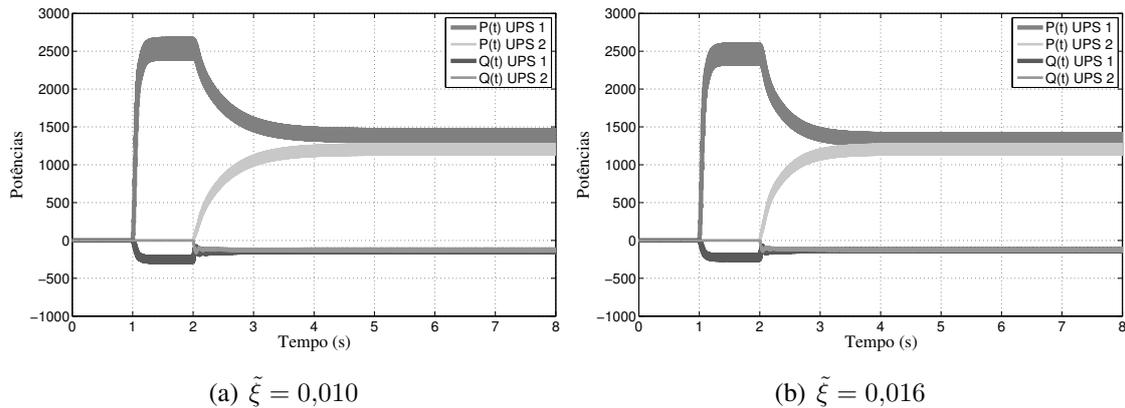
A Tabela 14 apresenta os resultados de desempenho em regime permanente na regulação da tensão da carga. Novamente, empregando o controlador MR de três modos é possível se atender com certa margem a todos os limites requisitados em norma. Buscando um melhor compromisso entre os critérios de desempenho, valores de $\tilde{\xi}$ na casa de 0,016 resultam em uma *THD* próxima a 2,83%, *VR* de 2% e valor *RMS* da corrente circulante na casa de 2% de I_n , uma melhoria significativa em termos da distorção harmônica e da regulação de tensão em relação ao caso com apenas dois modos ressonantes.

Tabela 14 – Harmônicas da tensão para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos.

$\tilde{\xi}$ (IEC, 2011)	<i>IHD</i> ₃ [%]	<i>IHD</i> ₅ [%]	<i>IHD</i> ₇ [%]	<i>IHD</i> ₉ [%]	<i>IHD</i> ₁₁ [%]	<i>IHD</i> ₁₃ [%]	<i>IHD</i> ₁₅ [%]	<i>THD</i> [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
0,000	0,0794	0,0792	2,7731	0,4005	0,8959	0,3464	0,1576	2,9773
0,001	0,1536	0,1432	2,7211	0,4162	0,8984	0,3318	0,1635	2,9327
0,005	0,4295	0,4372	2,5493	0,4913	0,8762	0,2879	0,1873	2,8275
0,010	0,7399	0,7535	2,3606	0,5688	0,8582	0,2338	0,2138	2,7930
0,016	1,0720	1,0636	2,1559	0,6428	0,8274	0,1799	0,2352	2,8307
0,017	1,1235	1,1090	2,1249	0,6551	0,8219	0,1716	0,2387	2,8444
0,050	2,3974	2,0266	1,4169	0,8912	0,6784	0,0415	0,2911	3,5876
0,100	3,4409	2,5053	0,9167	1,0058	0,5347	0,1615	0,2920	4,4540

Na Figura 25 são mostradas as potências obtidas para dois casos com carga não-linear: (a) $\tilde{\xi} = 0,010$ e (b) $\tilde{\xi} = 0,016$. O caso na Figura 25-(b) exibe a melhor divisão obtida enquanto ainda é atendido ao requisito limite que fora especificado para *VR*.

Figura 25 – Potências das *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos.



Fonte: do autor.

4.5 Resultados experimentais

Nesta seção são apresentados os resultados experimentais obtidos no paralelismo de duas *UPSs* de 3,5 kVA considerando o uso da bancada experimental apresentada no Capítulo 3.

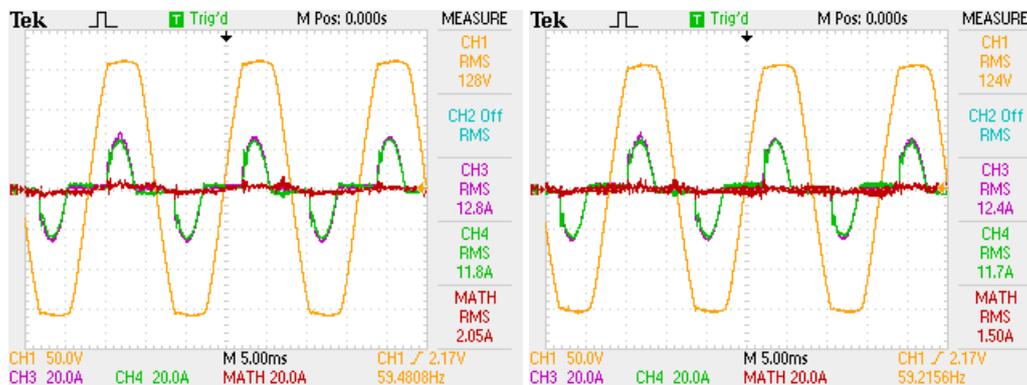
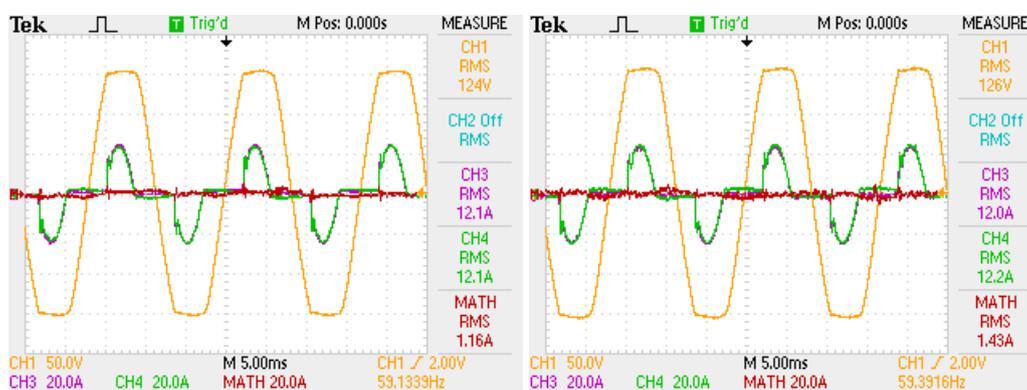
4.5.1 Um modo ressonante

No primeiro ensaio experimental foram considerados em cada *UPS* controladores MR de um modo, definindo $\omega_{r1} = \omega_0$. Os parâmetros especificados no projeto e os ganhos dos controladores são mantidos os mesmos usados na etapa de simulação, descritos em A.3.

A Figura 26 mostra as formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída obtidas para carga não-linear considerando os seguintes cenários para o fator de amortecimento ξ_1 : (a) para coeficiente de amortecimento nulo $\xi_1 = 0$; (b) para $\xi_1 = 0,01$; (c) para $\xi_1 = 0,012$ e (d) para $\xi_1 = 0$ novamente porém com o uso de R_v . O valor *MATH RMS* informado no osciloscópio denota o valor *RMS* da diferença entre os canais da corrente de saída ($i_{o1} - i_{o2}$), o qual é proporcional a i_{cir} .

Na Tabela 15 são resumidos os resultados de desempenho estático da corrente circulante para o controlador MR de um modo. Observa-se uma redução de I_{rms} para o aumento do fator de amortecimento ξ_1 , alcançando o valor correspondente a 1,84% de I_n . Ademais, isso representa uma diminuição de 33,07% em relação ao valor *RMS* obtido com uso de $\xi_1 = 0$. No resultado com $\xi_1 = 0,012$, embora seja ainda adequado segundo a IEC 62040-3, *VR* ultrapassa o limite $\pm 2\%$ e, portanto, aqui tem o propósito apenas de mostrar a consistência na diminuição de I_{rms} .

Figura 26 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.

(a) $\xi_1 = 0$ (b) $\xi_1 = 0,010$ (c) $\xi_1 = 0,012$ (d) $\xi_1 = 0$ e $R_v = 0,194$

Fonte: do autor.

Tabela 15 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.

	I_{rms}	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	t_s [s]
$\xi_1 = 0,000$	1,034	0,988	0,288	0,058	0,078	0,035	1,431
$\xi_1 = 0,010$	0,692	0,631	0,270	0,030	0,075	0,029	0,610
$\xi_1 = 0,012$	0,508	0,429	0,259	0,041	0,066	0,029	0,602
$R_v = 0,194$	0,723	0,606	0,354	0,114	0,087	0,102	0,693

Com relação ao desempenho na regulação da tensão de carga, a Tabela 16 apresenta os resultados das suas componentes harmônicas medidas com um analisador de qualidade de energia. Em concordância com o observado em simulação, o requisito de *IHD* da 3ª harmônica não é atendido, o que exige o uso de controladores com um maior número de modos ressonantes.

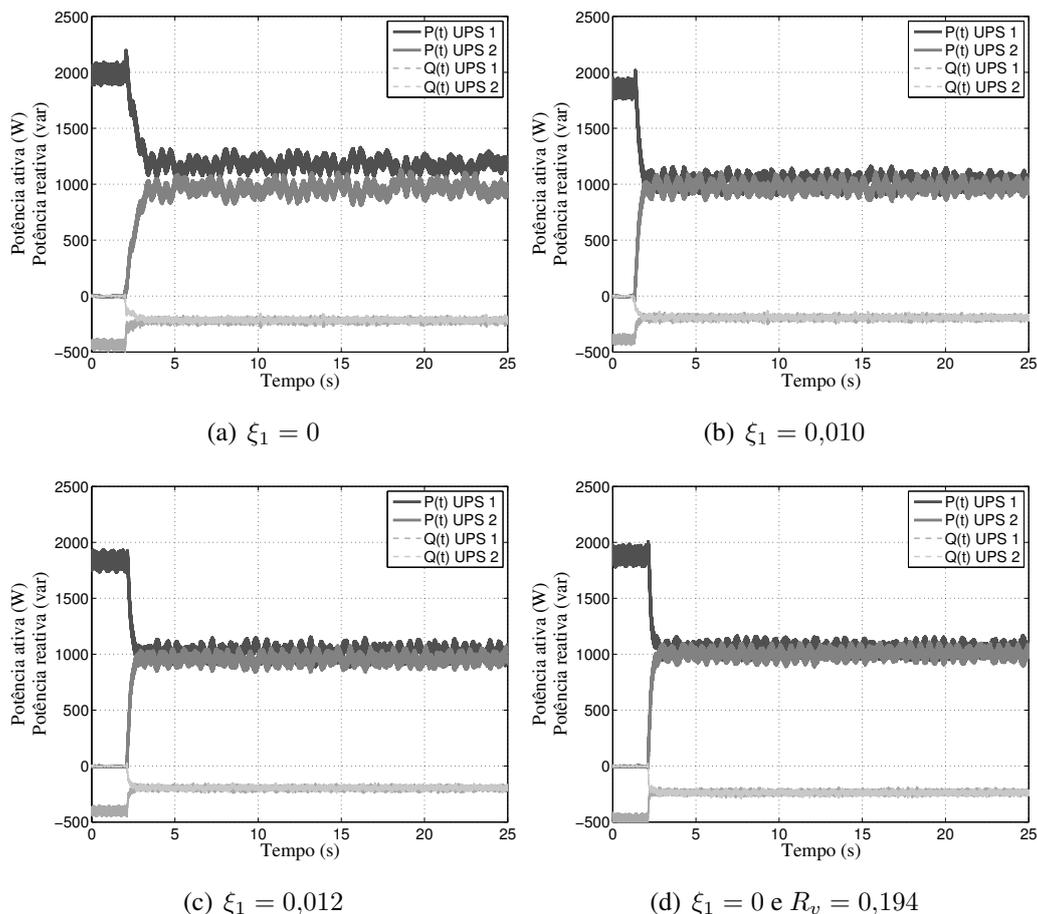
As potências obtidas para a carga não-linear considerando a alteração do fator de

Tabela 16 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.

(IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
$\xi_1 = 0,000$	10,118	2,551	0,915	0,845	0,141	0,317	0,070	10,523
$\xi_1 = 0,010$	10,208	2,593	0,925	0,798	0,163	0,290	0,091	10,620
$\xi_1 = 0,012$	10,212	2,599	0,952	0,769	0,128	0,311	0,055	10,621
$R_v = 0,194$	10,670	2,488	1,056	0,788	0,251	0,340	0,090	11,054

amortecimento ξ_1 são mostradas na Figura 27. Observe que o valor de $\xi_1 = 0$ ocasiona em uma maior discrepância na divisão de potências em regime permanente, o que explica a elevada corrente circulante. Além do que, isso também impacta em um maior tempo de acomodação para a distribuição das potências.

Figura 27 – Potências das UPSs com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.



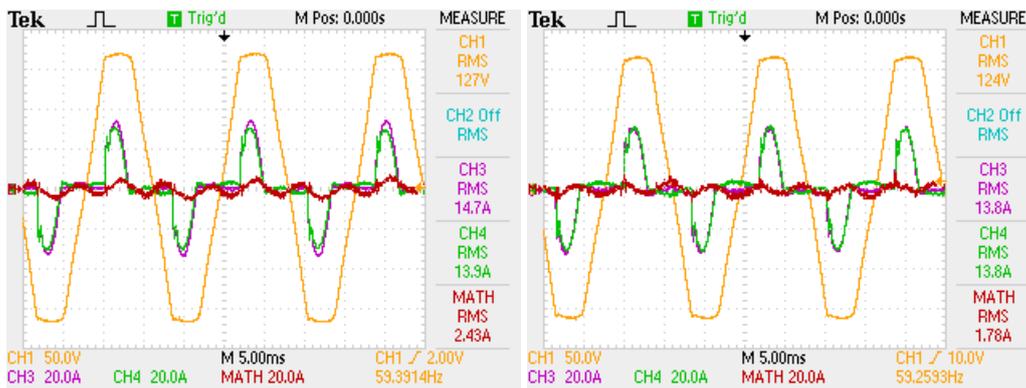
Fonte: do autor.

4.5.2 Dois modos ressonantes

No ensaio experimental seguinte foram considerados em cada UPS controladores MR de dois modos, definindo-se $\omega_{r1} = \omega_0$ e $\omega_{r3} = 3\omega_0$. Primeiramente, a Figura 28 mostra as

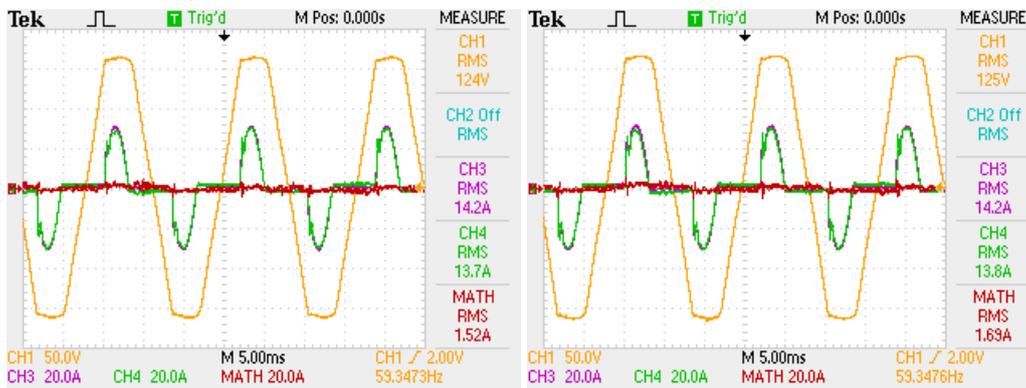
formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída obtidas para carga não-linear considerando a variação dos fatores de amortecimento ξ_1 e ξ_3 no controlador MR de dois modos.

Figura 28 – Tensão e correntes de saída das UPSs com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.



(a) $\xi_{1,3} = 0$

(b) $\xi_1 = 0,010, \xi_3 = 0$



(c) $\xi_{1,3} = 0,010$

(d) $\xi_{1,3} = 0$ e $R_v = 0,194$

Fonte: do autor.

Na sequência, a Tabela 17 concentra os resultados de desempenho estático da corrente circulante. O valor de I_{rms} obtido com a alteração dos fatores de amortecimento $\xi_1 = \xi_3 = 0,01$ é reduzido 37,25% em relação ao uso desses coeficientes com valor nulo ($\xi_1 = \xi_3 = 0$). Além disso, quando empregado o controlador MR ideal e uma resistência virtual R_v , ainda assim é obtido um desempenho inferior em relação ao com uso desses coeficientes. O emprego de $\xi_3 > 0$ implica na redução de I_{3rms} quando comparado ao caso com fator de amortecimento somente na frequência fundamental, conforme o esperado.

Tabela 17 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.

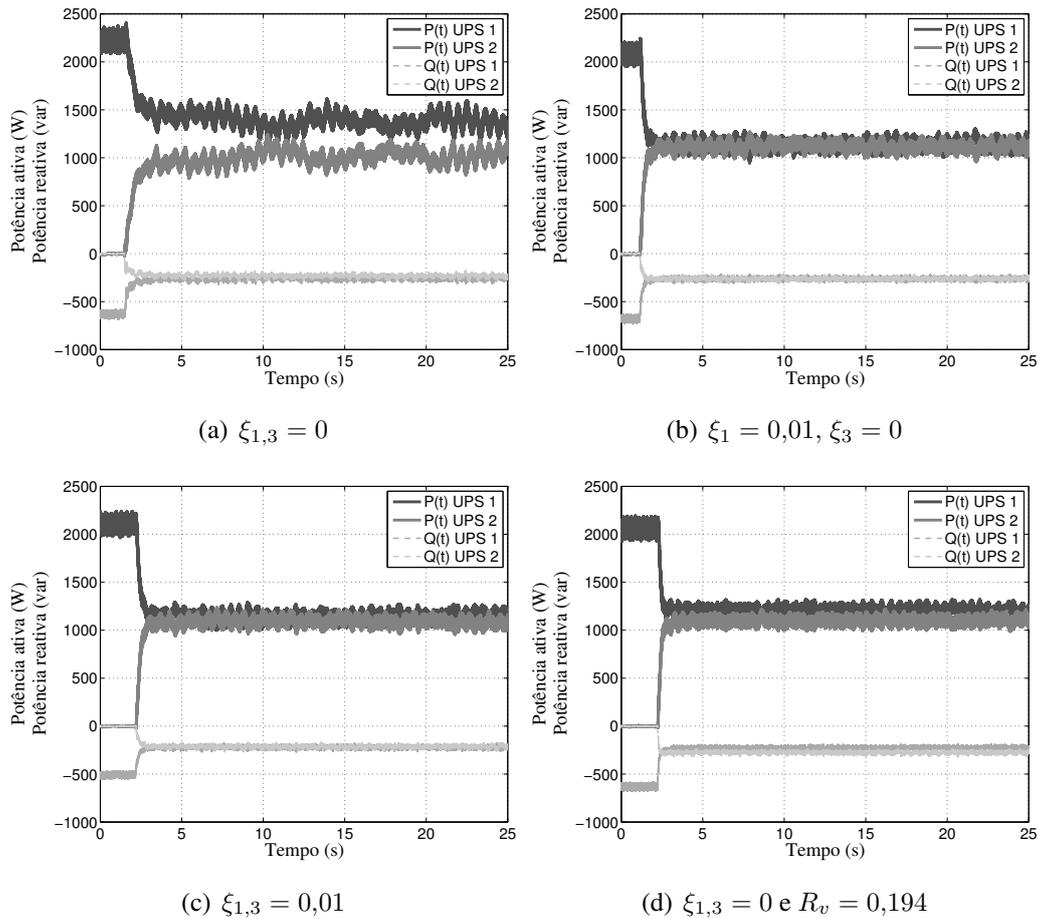
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	t_s [s]
$\xi_1 = 0,000, \xi_3 = 0,000$	1,216	0,652	0,988	0,084	0,240	0,112	2,053
$\xi_1 = 0,010, \xi_3 = 0,000$	0,890	0,599	0,643	0,075	0,113	0,040	1,219
$\xi_1 = 0,010, \xi_3 = 0,010$	0,763	0,588	0,419	0,175	0,158	0,073	0,955
$R_v = 0,194$	0,849	0,722	0,434	0,070	0,067	0,043	1,128

A Tabela 18 apresenta os resultados de desempenho da tensão na carga. Desta vez, o requisito de *IHD* da 15^a harmônica não é atendido ou está muito próximo do limite, na maioria dos casos. Complementando o ensaio, a Figura 29 apresenta as potências obtidas para a carga não-linear considerando a alteração dos fatores de amortecimento ξ_1 e ξ_3 . Novamente, coeficientes nulos $\xi_1 = \xi_3 = 0$ resultam em um maior tempo de acomodação e uma pior distribuição das potências.

Tabela 18 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.

(IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	<i>THD</i> [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
$\xi_1 = 0,000, \xi_3 = 0,000$	1,567	5,722	0,387	1,109	0,546	0,194	0,299	6,102
$\xi_1 = 0,010, \xi_3 = 0,000$	1,993	5,724	0,380	1,123	0,580	0,199	0,308	6,236
$\xi_1 = 0,010, \xi_3 = 0,010$	2,295	5,459	0,217	1,157	0,452	0,199	0,271	6,082
$R_v = 0,194$	1,984	5,683	0,214	1,180	0,465	0,232	0,304	6,187

Figura 29 – Potências das *UPSs* com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.



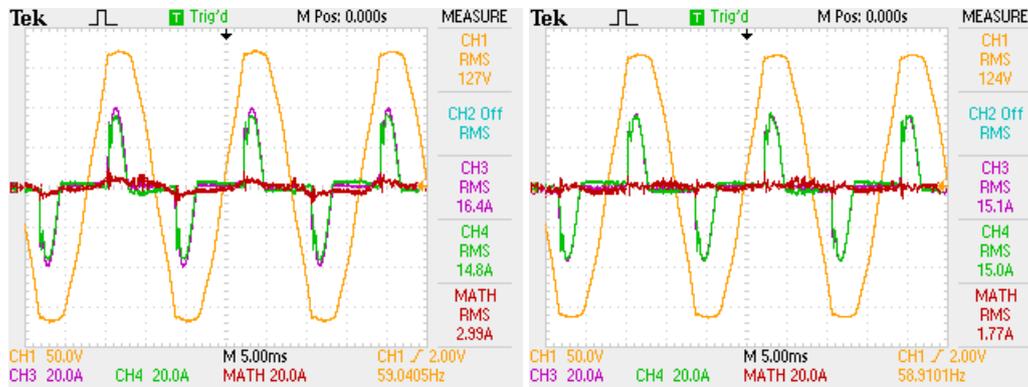
Fonte: do autor.

4.5.3 Três modos ressonantes

No último ensaio experimental, foram considerados em cada *UPS* controladores MR de três modos, definindo-se $\omega_{r_1} = \omega_0$, $\omega_{r_3} = 3\omega_0$ e $\omega_{r_5} = 5\omega_0$. A Figura 30 mostra as formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída obtidas para carga não-linear considerando a variação dos fatores de amortecimento ξ_1 , ξ_3 e ξ_5 no controlador MR de três modos.

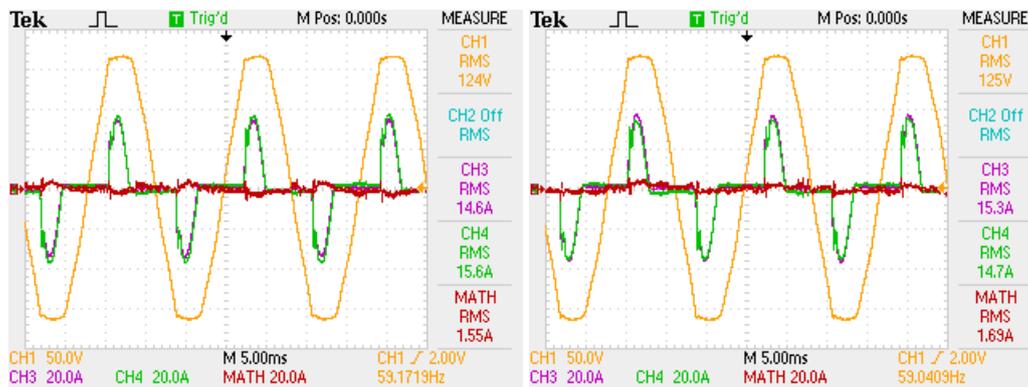
Na sequência, a Tabela 19 concentra os resultados de desempenho estático da corrente. O valor de I_{rms} obtido com a alteração dos fatores de amortecimento $\xi_1 = \xi_3 = \xi_5 = 0,01$ é reduzido a 48,16% em relação ao uso desses coeficientes com valor nulo.

Figura 30 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.



(a) $\xi_{1,3,5} = 0$

(b) $\xi_1 = 0,01, \xi_{3,5} = 0$



(c) $\xi_{1,3,5} = 0,01$

(d) $\xi_{1,3,5} = 0$ e $R_v = 0,194$

Fonte: do autor.

Tabela 19 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.

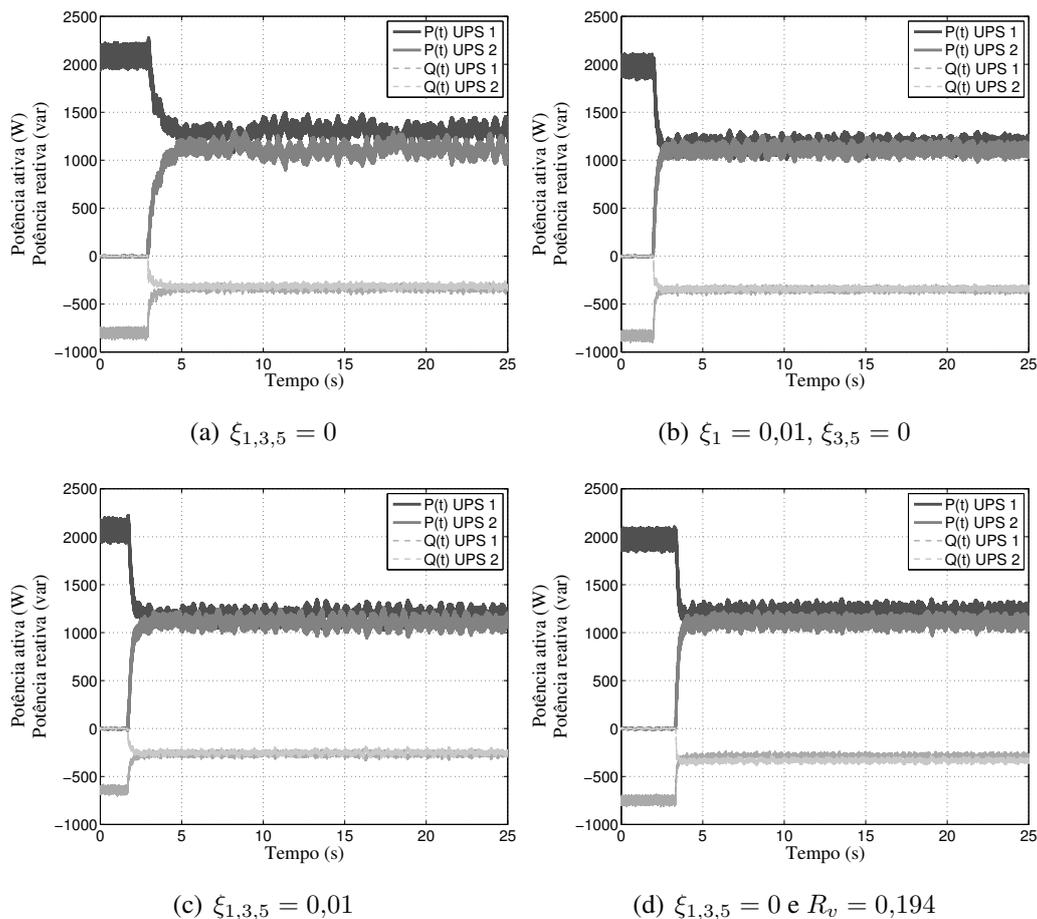
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	t_s [s]
$\xi_1 = 0,000, \xi_{3,5} = 0,000$	1,501	1,168	0,894	0,295	0,035	0,043	1,980
$\xi_1 = 0,010, \xi_{3,5} = 0,000$	0,891	0,730	0,455	0,202	0,101	0,047	0,992
$\xi_1 = 0,010, \xi_{3,5} = 0,010$	0,778	0,585	0,487	0,148	0,049	0,034	1,155
$R_v = 0,194$	0,854	0,711	0,277	0,309	0,178	0,143	1,030

Seguindo com a análise, a Tabela 20 apresenta os resultados de desempenho da tensão na carga. Desta vez, conforme o esperado, já é possível atender aos requisitos para todos os casos, alcançando-se uma *THD* de 4,11%. Também pode ser observado como as harmônicas nas frequências não compensadas ficam maiores quando usado a estratégia com R_v . Complementando o ensaio, a Figura 31 apresenta as potências obtidas para a carga não-linear considerando a alteração dos fatores de amortecimento ξ_1 , ξ_3 e ξ_5 .

Tabela 20 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.

(IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
$\xi_1 = 0,000, \xi_{3,5} = 0,000$	2,302	2,018	2,868	0,460	0,903	0,336	0,230	4,369
$\xi_1 = 0,010, \xi_{3,5} = 0,000$	2,869	2,470	2,597	0,563	0,854	0,327	0,291	4,756
$\xi_1 = 0,010, \xi_{3,5} = 0,010$	2,257	1,967	2,292	0,541	0,830	0,199	0,235	4,105
$R_v = 0,194$	2,582	1,937	2,636	0,610	0,914	0,269	0,269	4,384

Figura 31 – Potências das UPSs com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.



Fonte: do autor.

4.6 Considerações finais

Nas seções anteriores foram apresentados os resultados de simulação e experimentais do paralelismo de duas UPSs com diferença nos parâmetros, sendo empregado na malha de regulação de tensão de cada equipamento o controlador múltiplo-ressonante. De maneira geral, é observada uma corrente circulante moderada entre as UPSs, estando relacionada majoritariamente à diferença nas resistências de linha que conectam esses equipamentos ao barramento comum.

Com base nos resultados mostrados, verifica-se que o aumento dos fatores de amortecimento do controlador MR reduz o valor *RMS* da corrente circulante e diminui o tempo

de acomodação das potências com o controle *droop* em malha fechada, embora se abra mão de uma regulação de tensão com erro nulo em regime permanente. Para três modos ressonantes é alcançada uma redução de até 48,16% na corrente circulante *RMS* em relação a obtida com o uso do controlador MR ideal, nos quais esses coeficientes são nulos. Além disso, o uso de controladores MR com coeficientes de amortecimento apropriados em todas as frequências compensadas se mostra análogo, e por vezes superior, ao efeito obtido com controladores MR ideais e uma malha externa com resistência virtual.

Deve-se reforçar que os benefícios da regulação de tensão com controlador MR são mantidos e, no caso do controlador com três modos ressonantes, obtém-se índices de distorção harmônica dentro dos limites estabelecidos em norma, alcançando-se uma *THD* de 4,11%. Por outro lado, um limitante o qual impede de que sejam usados coeficientes de amortecimento menores é o máximo desvio da regulação de tensão para carga linear.

Resultados preliminares aos mostrados neste capítulo foram apresentados no XV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2021) sob o título de ‘Análise da Influência do Controlador Múltiplo-Ressonante no Paralelismo de UPSs via *Droop*’ (KEIEL; FLORES; PEREIRA, 2021). Já os resultados experimentais deste capítulo foram submetidos ao periódico *ISA Transactions* sob o título de *Analysis of proportional-resonant damping factors in the parallel operation of UPSs*, estando em processo de revisão.

5 SÍNTESE ROBUSTA CONSIDERANDO O SISTEMA INTERCONECTADO

No Capítulo 4 foram propostas modificações no controlador múltiplo-ressonante da malha de regulação de tensão com o objetivo de melhorar o desempenho no paralelismo de *UPSs*. Por outro lado, não existiam garantias formais de estabilidade e desempenho do laço de regulação de tensão operando com mais de um equipamento conectado, ou seja, o fato das *UPSs* operarem em paralelo era desconsiderado na síntese do controlador. Neste capítulo será apresentado um método de síntese robusta que leva em conta explicitamente a operação em paralelo, minimizando um critério de desempenho associado ao valor *RMS* da corrente circulante. É importante ressaltar que o sistema interconectado é considerado apenas no projeto dos controladores MR, sendo mantida a estrutura descentralizada e sem troca de informação entre as *UPSs*.

5.1 Modelo interconectado

A partir do estágio de saída da *UPS* apresentado no Capítulo 2, considera-se agora um sistema com n desses equipamentos associados em paralelo. Novamente, assumido o modelo médio para cada sistema *UPS* e a escolha apropriada da portadora triangular, chega-se à representação dos n estágios de saída interconectados da Figura 32. Baseado em (DOS SANTOS FILHO, 2009), observa-se que, neste caso, o efeito da reatância nas impedâncias de linha é muito menos significativo, sendo consideradas apenas as resistências de linha.

Em vista da Figura 32, as equações diferenciais que descrevem as dinâmicas no sistema são

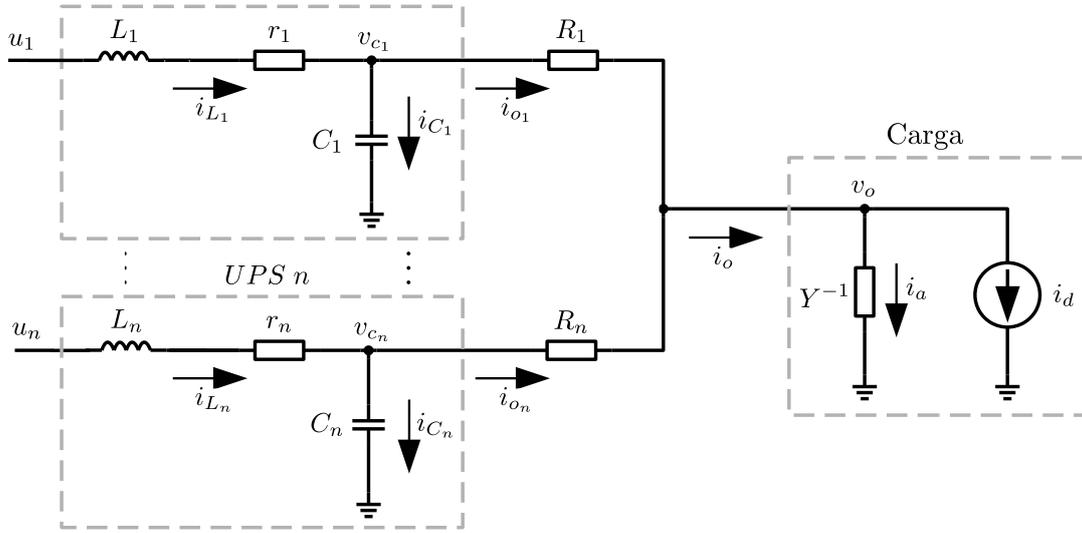
$$L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt} = u_1(t) - r_1 i_{L_1}(t) - v_{c_1}(t), \quad (91)$$

$$\vdots$$

$$L_i \frac{di_{L_i}(t)}{dt} = u_i(t) - r_i i_{L_i}(t) - v_{c_i}(t), \quad (92)$$

$$\vdots$$

Figura 32 – Estágios de saída de n UPSs em paralelo.



Fonte: do autor.

$$L_n \frac{di_{L_n}(t)}{dt} = u_n(t) - r_n i_{L_n}(t) - v_{c_n}(t), \quad (93)$$

$$C_1 \frac{dv_{c_1}(t)}{dt} = i_{L_1}(t) - i_{o_1}(t), \quad (94)$$

⋮

$$C_i \frac{dv_{c_i}(t)}{dt} = i_{L_i}(t) - i_{o_i}(t), \quad (95)$$

⋮

$$C_n \frac{dv_{c_n}(t)}{dt} = i_{L_n}(t) - i_{o_n}(t), \quad (96)$$

e

$$i_o(t) = i_{o_1}(t) + \dots + i_{o_i}(t) + \dots + i_{o_n}(t). \quad (97)$$

A carga não-linear, novamente, é modelada pela conexão paralela da admitância de carga $Y(t)$ e a fonte de distúrbio de corrente $i_d(t)$. Desta forma segue que

$$\begin{aligned} i_o(t) &= i_a(t) + i_d(t) \\ &= Y(t)v_o(t) + i_d(t). \end{aligned} \quad (98)$$

A partir de (97) e da igualdade em (98) é possível determinar a corrente no i -ésimo sub-sistema como

$$\begin{aligned} i_{o_i}(t) &= i_o(t) - i_{o_j}(t) - \dots - i_{o_n}(t) \\ &= Y(t)v_o(t) + i_d(t) - \frac{v_{c_j}(t) - v_o(t)}{R_j} - \dots - \frac{v_{c_n}(t) - v_o(t)}{R_n} \\ &= Y(t)(v_{c_i}(t) - R_i i_{o_i}(t)) + i_d(t) - \frac{v_{c_j}(t)}{R_j} + \frac{v_{c_i}(t) - R_i i_{o_i}(t)}{R_j} - \dots \\ &\quad - \frac{v_{c_n}(t)}{R_n} + \frac{v_{c_i}(t) - R_i i_{o_i}(t)}{R_n} \end{aligned} \quad (99)$$

para $j = 1, \dots, n$ sendo diferente de i .

Isolando $i_{o_i}(t)$ pode-se reescrever a expressão (99) em função das tensões nos capacitores na forma

$$i_{o_i}(t) = \zeta_i(t)v_{c_i}(t) - \eta_{ij}(t)v_{c_j}(t) - \dots - \eta_{in}(t)v_{c_n}(t) + i_d(t), \quad (100)$$

que, após substituída na equação das tensões na i -ésima malha (95), chega-se a

$$C_i \frac{dv_{c_i}(t)}{dt} = i_{L_i}(t) - \zeta_i(t)v_{c_i}(t) + \sum_{j \neq i}^n \eta_{ij}(t)v_{c_j}(t) - i_d(t). \quad (101)$$

Observe que o parâmetro auxiliar $\zeta_i(t)$ está relacionado à ponderação da tensão do i -ésimo subsistema e o parâmetro auxiliar $\eta_{ij}(t)$ ao termo de acoplamento do subsistema j em relação ao i , sendo

$$\zeta_i(t) = \frac{1}{R_i(t)} \left(\frac{Y(t) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{1}{R_k(t)}}{Y(t) + \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k(t)}} \right) \quad (102)$$

e

$$\eta_{ij}(t) = \eta_{ji}(t) = \frac{1}{R_i(t)R_j(t)} \left(\frac{1}{Y(t) + \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k(t)}} \right). \quad (103)$$

Para fins de melhor entendimento, no Apêndice E é detalhada a obtenção dos parâmetros auxiliares para os exemplos de 2 e 3 subsistemas segundo (102) e (103).

A partir de (98) e da corrente no i -ésimo subsistema (100), pode-se determinar a expressão da tensão na carga

$$\begin{aligned} v_o(t) &= Y(t)^{-1}i_a(t) \\ &= Y(t)^{-1}(i_{o_i}(t) + \dots + i_{o_n}(t)) \\ &= Y(t)^{-1}(\zeta_i(t)v_{c_i}(t) - \eta_{ij}(t)v_{c_j}(t) - \dots - \eta_{in}(t)v_{c_n}(t)) \\ &\quad + Y(t)^{-1} \sum_{j \neq i}^n (\zeta_j(t)v_{c_j}(t) - \eta_{ji}(t)v_{c_i}(t) - \dots - \eta_{jn}(t)v_{c_n}(t)) \\ &= Y(t)^{-1}(\zeta_i(t) - \eta_{ji}(t) - \dots - \eta_{mi}(t))v_{c_i}(t) + \dots \\ &\quad + Y(t)^{-1}(\zeta_n(t) - \dots - \eta_{jn}(t))v_{c_n}(t) \end{aligned} \quad (104)$$

tal que

$$v_o(t) = Y(t)^{-1} \left(\zeta_i - \sum_{j \neq i}^n \eta_{ji} \right) v_{c_i}(t) + \dots + Y(t)^{-1} \left(\zeta_n - \sum_{j \neq n}^{n-1} \eta_{jn} \right) v_{c_n}(t). \quad (105)$$

5.1.1 Formulação em espaço de estados

No modelo interconectado dos estágios de saída, a admitância de carga é um parâmetro incerto e variante no tempo definido por

$$Y(t) \in \mathcal{A}, \quad \mathcal{A} := \{Y(t) \in \mathbb{R} : Y_{\min} \leq Y(t) \leq Y_{\max}\} \quad (106)$$

e a i -ésima *UPS* pode ser modelada pela variação da resistência de linha R_i , $i = 1, \dots, n$. Assim, para fins de controle robusto da regulação de tensão, assume-se que

$$R_i(t) \in \mathcal{B}_i, \quad \mathcal{B}_i := \{R_i(t) \in \mathbb{R} : R_{i_{\min}} \leq R_i(t) \leq R_{i_{\max}}\}. \quad (107)$$

para $i = 1, \dots, n$ onde $R_{i_{\min}}$ e $R_{i_{\max}}$ são limites conhecidos. Observe que $R_{i_{\max}} \rightarrow \infty$ pode representar a desconexão da i -ésima *UPS* do sistema.

Definindo $i_{L_i}(t)$ e $v_{c_i}(t)$ em (92) e (101) como estados, obtêm-se a equação de estado que descreve o comportamento dinâmico do i -ésimo subsistema como

$$\dot{x}_i(t) = \mathbb{A}_i(\zeta)x_i(t) + \mathbb{B}_i u_i(t) + \sum_{j \neq i}^n \mathbb{A}_{ij}(\eta)x_j(t) + \mathbb{B}_{d_i} i_d(t) \quad (108)$$

onde $x_i(t) = [i_{L_i}(t) \ v_{c_i}(t)]' \in \mathbb{R}^2$ é o vetor de estados, $u_i(t) \in \mathbb{R}$ o sinal de controle e $i_d(t) \in \mathbb{R}$ o distúrbio periódico. As matrizes do subsistema i e da sua interconexão com o j são dadas, respectivamente, por

$$\mathbb{A}_i(\zeta) = \begin{bmatrix} -\frac{r_i}{L_i} & -\frac{1}{L_i} \\ \frac{1}{C_i} & -\frac{\zeta_i(t)}{C_i} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{A}_{ij}(\eta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\eta_{ij}(t)}{C_i} \end{bmatrix}, \quad (109)$$

em que $\zeta_{ij}(t)$ e $\eta_{ij}(t)$ dependem dos parâmetros incertos $Y(t)$ e $R_i(t)$. As demais matrizes do i -ésimo subsistema seguem o caso monovariável em (5) de forma que

$$\mathbb{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_i} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_{d_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_i} \end{bmatrix}. \quad (110)$$

A variação de $Y(t)$ e $R_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ em (108) é mapeada nos parâmetros variantes no tempo auxiliares $\zeta_i(t)$ e $\eta_{ij}(t)$. Logo, para n dispositivos interconectados o número de parâmetros auxiliares é dado por $(n+1)n/2$. Nota-se que a relação entre os parâmetros incertos auxiliares e os elementos das matrizes torna-se linear, sendo possível o tratamento dessas incertezas pela abordagem politópica no projeto do controlador.

A partir dos modelos dos subsistemas é possível descrever o comportamento dinâmico do sistema interconectado na forma de um sistema *MIMO* (do termo em inglês *Multiple-Input and Multiple-Output*) representado por

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbb{A}(\eta, \zeta)x(t) + \mathbb{B}u(t) + \mathbb{B}_d i_d(t) \\ e(t) = v_{ref}(t) - x_{i,2}(t) \end{cases} \quad (111)$$

onde $x(t) = [x'_1(t) \cdots x'_n(t)]' \in \mathbb{R}^{2n}$ é o vetor de estado e $u(t) = [u'_1(t) \cdots u'_n(t)] \in \mathbb{R}^n$ os n sinais de controle. O sinal $v_{ref}(t) = [v_{ref_1}(t) \cdots v_{ref_n}(t)]' \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de tensões de referência e $e(t) \in \mathbb{R}^n$ o vetor de erros de seguimento.

As matrizes em (111) são dadas por

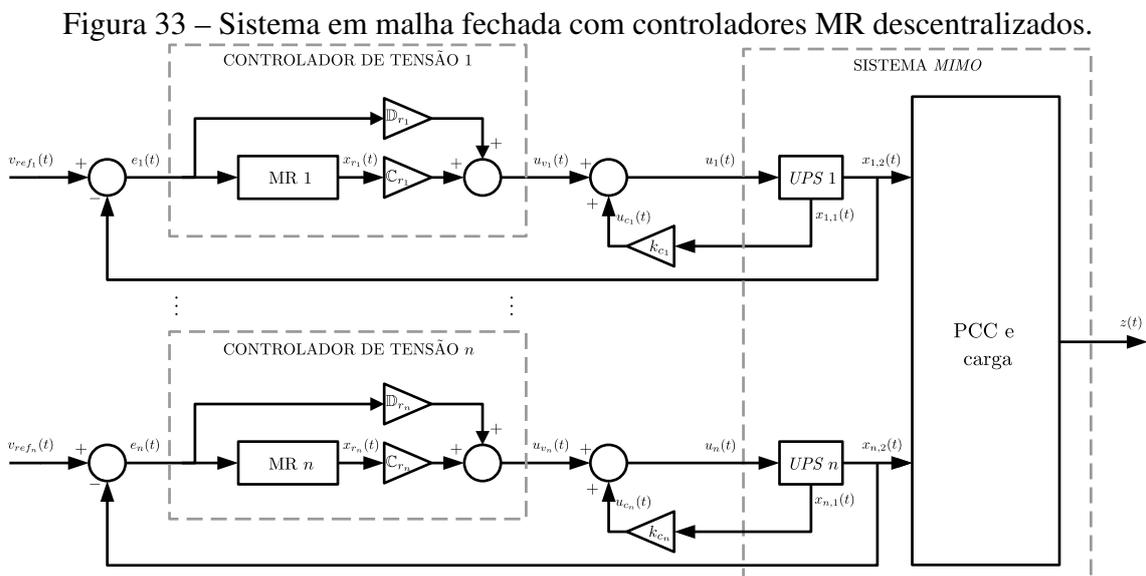
$$\mathbb{A}(\eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \mathbb{A}_1(\zeta) & \cdots & \mathbb{A}_{1n}(\eta) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{A}_{n1}(\eta) & \cdots & \mathbb{A}_n(\zeta) \end{bmatrix}, \mathbb{B} = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 & \cdots & 0_{2 \times 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{2 \times 1} & \cdots & \mathbb{B}_n \end{bmatrix} \text{ e } \mathbb{B}_d = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_{d_1} \\ \vdots \\ \mathbb{B}_{d_n} \end{bmatrix}. \quad (112)$$

5.2 Projeto dos controladores

Nesta seção será descrita a metodologia de projeto conjunto de controladores descentralizados para o sistema interconectado, de modo que cada equipamento no subsistema possua o seu próprio controlador múltiplo-ressonante, sendo os seus ganhos calculados pela solução de um problema de otimização convexo com restrições *LMI*.

5.2.1 Sistema em malha fechada

Nesta estratégia, representada na Figura 33, o controle de tensão em cada subsistema é descentralizado, ou seja, usa apenas a informação dos estados e referência de tensão locais para a aplicação daquele sinal de controle. Assim mantém-se a premissa básica do controle *droop*, de não haver troca de informação entre as *UPSs*. Observe que o diagrama de blocos da Figura 4 (no Capítulo 2) é replicado para cada um dos subsistemas, ou seja, o sinal de controle da i -ésima *UPS* é dado por



Fonte: do autor.

$$\begin{aligned}
u_i(t) &= u_{c_i}(t) + u_{v_i}(t) \\
&= k_{c_i}x_{i,1}(t) + \mathbb{C}_{r_i}x_{r_i}(t) + \mathbb{D}_{r_i}e_i(t) \\
&= k_{c_i}x_{i,1}(t) + k_{1_i}x_{r_{i,1}}(t) + k_{2_i}x_{r_{i,2}}(t) + \cdots + k_{(2\bar{h}-1)_i}x_{r_{i,(2\bar{h}-1)}} + k_{2\bar{h}_i}x_{r_{i,2\bar{h}}}(t) + \\
&\quad + k_{e_i}e_i(t).
\end{aligned} \tag{113}$$

Definindo o controlador MR de n_h modos no espaço de estados (16) para cada subsistema, é possível chegar a uma representação do sistema aumentado considerando a conexão em blocos de cada subsistema (108) e seu respectivo controlador MR na forma

$$\dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_a(\eta, \zeta)x_a(t) + \mathbb{B}_a u(t) + \mathbb{B}_v v_{ref}(t) + \mathbb{B}_d i_d(t) \tag{114}$$

onde $x_a(t) = [x_1(t) \ x_{r_1}(t) \ \cdots \ x_n(t) \ x_{r_n}(t)]' \in \mathbb{R}^{(2+2n_h)n}$ é o vetor de estado aumentado. As matrizes em (114) são dadas por

$$\mathbb{A}_a(\eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \mathbb{A}_1(\zeta) & 0_{2 \times 2n_h} & \cdots & \mathbb{A}_{1n}(\eta) & 0_{2 \times 2n_h} \\ -\mathbb{B}_{r_1} \mathbb{C}_1 & \mathbb{A}_{r_1} & \cdots & 0_{2n_h \times 2} & 0_{2n_h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbb{A}_{n1}(\eta) & 0_{2 \times 2n_h} & \cdots & \mathbb{A}_n(\zeta) & 0_{2 \times 2n_h} \\ 0_{2n_h \times 2} & 0_{2n_h} & \cdots & -\mathbb{B}_{r_n} \mathbb{C}_n & \mathbb{A}_{r_n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 & \cdots & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2n_h \times 1} & \cdots & 0_{2n_h \times 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{2 \times 1} & \cdots & \mathbb{B}_n \\ 0_{2n_h \times 1} & \cdots & 0_{2n_h \times 1} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_v = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} & \cdots & 0_{2 \times 1} \\ \mathbb{B}_{r_1} & \cdots & 0_{2n_h \times 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{2 \times 1} & \cdots & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2n_h \times 1} & \cdots & \mathbb{B}_{r_n} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbb{B}_d = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_{d_1} \\ 0_{2n_h \times 1} \\ \vdots \\ \mathbb{B}_{d_n} \\ 0_{2n_h \times 1} \end{bmatrix}. \tag{115}$$

A lei de controle do subsistema i , apresentada em (113), pode ser reescrita na forma de uma realimentação de estado associada a um ganho de alimentação direta (*feedforward*) do sinal da i -ésima referência

$$u_i(t) = K_i x_{a_i}(t) + k_{e_i} v_{ref_i}(t) \tag{116}$$

sendo $x_{a_i}(t) = [x_i(t) \ x_{r_i}(t)]' \in \mathbb{R}^{(2+2n_h)}$ o estado aumentado da i -ésima UPS e

$$K_i = [k_{c_i} \quad -k_{e_i} \quad k_{1_i} \quad k_{2_i} \quad \cdots \quad k_{(2\bar{h}-1)_i} \quad k_{2\bar{h}_i}]. \tag{117}$$

Em relação ao sistema interconectado, o sinal de controle em (116) resulta em uma lei de controle aumentada

$$u(t) = K_D x_a(t) + K_E v_{ref}(t) \tag{118}$$

onde as matrizes de ganho devem possuir estrutura bloco-diagonal

$$K_D \in \mathbb{R}^{n \times (2+2n_h)} = \begin{bmatrix} K_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad K_E \in \mathbb{R}^{n \times n} = \begin{bmatrix} k_{e_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k_{e_n} \end{bmatrix}. \tag{119}$$

Substituindo (118) em (114) obtém-se o sistema em malha fechada

$$\dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta)x_a(t) + \mathbb{B}_v v_{ref}(t) + \mathbb{B}_d i_d(t) \quad (120)$$

com matriz $\mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta) = \mathbb{A}_a(\eta, \zeta) + \mathbb{B}_a K_D$.

5.2.2 Representação da corrente circulante

Note em (55) que a corrente circulante no i -ésimo estágio de saída pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} i_{cir_i}(t) &= i_{oi}(t) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n i_{oj}(t) \\ &= (n-1) \frac{i_{oi}(t)}{n} - \frac{1}{n} \sum_{j \neq i}^n i_{oj}(t) \end{aligned} \quad (121)$$

a qual, a partir de (100), obtém-se

$$\begin{aligned} i_{cir_i}(t) &= \frac{(n-1)}{n} (\zeta_i(t)v_{ci}(t) - \eta_{ij}(t)v_{cj}(t) - \dots - \eta_{in}(t)v_{cn}(t) + i_d(t)) \\ &\quad - \frac{1}{n} \sum_{j \neq i}^n (\zeta_j(t)v_{cj}(t) - \eta_{ji}(t)v_{ci}(t) - \dots - \eta_{jn}(t)v_{cn}(t) + i_d(t)). \end{aligned} \quad (122)$$

Considerando *UPSs* de mesmos parâmetros e para a mesma faixa de incertezas, sem perda de generalidade e visando simplificar a notação, considera-se a *UPS* 1 como a referência para o cálculo da corrente circulante. Nesse caso, (122) resulta em

$$\begin{aligned} i_{cir_1}(t) &= \frac{1}{n} \left((n-1)\zeta_1(t) + \sum_{j \neq 1}^n \eta_{j1}(t) \right) v_{c1}(t) \\ &\quad - \frac{1}{n} \left(\zeta_2(t) + (n-1)\eta_{12}(t) - \sum_{\substack{j \neq 1 \\ j \neq 2}}^n \eta_{j2}(t) \right) v_{c2}(t) \dots \\ &\quad - \frac{1}{n} \left(\zeta_n(t) + (n-1)\eta_{1n}(t) - \sum_{\substack{j \neq 1 \\ j \neq n}}^n \eta_{jn}(t) \right) v_{cn}(t). \end{aligned} \quad (123)$$

A partir de (123), segue que a corrente circulante pode ser escrita como uma combinação linear do estado aumentado x_a tal que

$$i_{cir_1}(t) = \mathbb{C}_a(\eta, \zeta)x_a(t) \quad (124)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbb{C}_a(\eta, \zeta) &= \frac{1}{n} \left[\left((n-1)\zeta_1(t) + \sum_{j \neq 1}^n \eta_{j1}(t) \right) \mathbb{C}_1 \ 0 \right. \\ &\quad - \left(\zeta_2(t) + (n-1)\eta_{12}(t) - \sum_{\substack{j \neq 1 \\ j \neq 2}}^n \eta_{j2}(t) \right) \mathbb{C}_2 \ 0 \ \dots \\ &\quad \left. - \left(\zeta_n(t) + (n-1)\eta_{1n}(t) - \sum_{\substack{j \neq 1 \\ j \neq n}}^n \eta_{jn}(t) \right) \mathbb{C}_n \ 0 \right]. \end{aligned} \quad (125)$$

Considerando que esta corrente é uma saída de desempenho $z(t)$, então segue que o sistema em malha fechada (23) pode ser escrito como

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta)x_a(t) + \mathbb{B}_v v_{ref}(t) + \mathbb{B}_d i_d(t) \\ z(t) = \mathbb{C}_a(\eta, \zeta)x_a(t) \end{cases} \quad (126)$$

Aplicando a Transformada de Laplace em (126) tem-se que

$$z(s) = T_r(\eta, \zeta)(s)v_{ref}(s) + T_{i_d}(\eta, \zeta)(s)i_d(s) \quad (127)$$

onde

$$T_r(\eta, \zeta)(s) = \mathbb{C}_a(\eta, \zeta) (sI - \mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta))^{-1} \mathbb{B}_v \quad (128)$$

e a função de transferência que relaciona a corrente de distúrbio $i_d(t)$ com a corrente circulante $i_{cir_i}(t)$ é dada por

$$T_{i_d}(\eta, \zeta)(s) = \mathbb{C}_a(\eta, \zeta) (sI - \mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta))^{-1} \mathbb{B}_d. \quad (129)$$

Em (127) fica claro que a corrente circulante é decorrente de duas parcelas, uma que depende de v_{ref} e outra dependente de i_d . Como v_{ref} é um sinal senoidal de frequência ω_0 , segue que o termo $T_r(\eta, \zeta)(s)v_{ref}(s)$ contribui apenas com a componente na frequência fundamental de i_{cir} em regime permanente. Por outro lado, o termo $T_{i_d}(\eta, \zeta)(s)i_d(s)$ contribuirá tanto para a parcela na componente fundamental quanto com as componentes harmônicas de i_{cir} . A seguir, será proposta uma metodologia de projeto do ganho K_D tal que a influência de i_d na corrente circulante seja minimizada.

5.2.3 Síntese do controlador

De forma análoga à síntese do controlador de custo garantido enunciado no Teorema 1, o Teorema 3 descreve as condições *LMI* para o projeto dos ganhos de controladores MRs que garantam a estabilidade e o desempenho robusto do sistema em malha fechada.

Em particular, considera-se o posicionamento dos autovalores de $\mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta)$ em uma região de \mathcal{D} -estabilidade do plano complexo especificada pelos escalares σ , r e ϑ para todos os valores admissíveis de Y e R (CHILALI; GAHINET, 1996). Adicionalmente, considera-se a minimização de um limitante superior γ que relaciona o valor *RMS* de i_d em i_{cir_1}

$$\gamma \triangleq \sup_{RMS(i_d) \neq 0} \frac{RMS(i_{cir_1})}{RMS(i_d)}. \quad (130)$$

Segundo (BOYD *et al.*, 1994), a minimização de γ pode ser implicitamente obtida pela minimização da norma \mathcal{H}_∞ de $T_{i_d}(\eta, \zeta)(s)$.

O Teorema 3, apresentado a seguir, descreve condições *LMI* que garantam o atendimento destes critérios de desempenho.

Teorema 3 *Considere os escalares reais positivos σ , r , ϑ e ϵ conhecidos a priori. Caso exista uma matriz bloco-diagonal simétrica positiva definida $Q_D \in \mathbb{R}^{(2+2n_h)n \times (2+2n_h)n}$, uma matriz bloco-diagonal $W_D \in \mathbb{R}^{n \times (2+2n_h)n}$ e um escalar positivo γ satisfazendo¹*

$$\begin{bmatrix} \text{He}(\mathbb{A}_a(\eta, \zeta)Q_D + \mathbb{B}_a W_D) & * & * \\ \mathbb{B}'_d & -\gamma & * \\ \mathbb{C}_a(\eta, \zeta)Q_D & 0 & -\gamma \end{bmatrix} < 0, \quad (131)$$

$$\begin{bmatrix} Q_D & * \\ W_{D(i)} & \epsilon^2 \end{bmatrix} > 0, \quad (132)$$

$$\begin{aligned} L_1 \otimes Q_D + M_1 \otimes (\mathbb{A}_a(\eta, \zeta)Q_D + \mathbb{B}_a W_D) + M'_1 \otimes (\mathbb{A}_a(\eta, \zeta)Q_D + \mathbb{B}_a W_D)' &< 0, \\ L_2 \otimes Q_D + M_2 \otimes (\mathbb{A}_a(\eta, \zeta)Q_D + \mathbb{B}_a W_D) + M'_2 \otimes (\mathbb{A}_a(\eta, \zeta)Q_D + \mathbb{B}_a W_D)' &< 0, \\ L_3 \otimes Q_D + M_3 \otimes (\mathbb{A}_a(\eta, \zeta)Q_D + \mathbb{B}_a W_D) + M'_3 \otimes (\mathbb{A}_a(\eta, \zeta)Q_D + \mathbb{B}_a W_D)' &< 0, \end{aligned} \quad (133)$$

onde

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\sigma, & M_1 &= 1, \\ L_2 &= \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix}, & M_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ L_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & M_3 &= \begin{bmatrix} \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \\ -\cos(\vartheta) & \sin(\vartheta) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

então a origem do sistema (23) com $K_D = W_D Q_D^{-1}$ é robustamente assintoticamente estável com autovalores de $\mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta)$ confinados na região de \mathcal{D} -estabilidade definida em (25) e $\|T_{i_d}(\eta, \zeta)(s)\|_\infty \leq \gamma$.

O Teorema 3 emprega condições clássicas de projeto por abordagem *LMI*, sendo as provas relacionadas a (131) e (132) presentes em (BOYD *et al.*, 1994) e a prova de (133) encontrada em (CHILALI; GAHINET, 1996). Neste caso, a condição (132) representa uma restrição ao máximo valor singular de K_D para que se evite a obtenção de ganhos elevados que levem à saturação do sinal de controle.

Nas condições *LMI* apresentadas as matrizes dependem dos parâmetros auxiliares ζ_i e η_{ij} , $i = 1, \dots, n$, e não diretamente dos parâmetros incertos do sistema. Deste modo, para lidar com estas matrizes é realizada uma cobertura politópica da função de incertezas como a apresentada em (OLALLA *et al.*, 2011). Primeiramente, assume-se que os valores de $R_{i_{\min}} \leq R_i(t) \leq R_{i_{\max}}$ e $Y_{\min} \leq Y(t) \leq Y_{\max}$ são mapeados em um conjunto de N vértices $\{\nu_1, \dots, \nu_N\}$ contendo todos os valores admissíveis de $\zeta_i(t)$ e $\eta_{ij}(t)$. Devido a dependência linear das matrizes em $\zeta_i(t)$ e $\eta_{ij}(t)$, tem-se $[\mathbb{A}_a(\eta, \zeta), \mathbb{C}_a(\eta, \zeta)] \in \text{Conv}\{\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_N\}$ sendo $\mathcal{G}_k = [\mathbb{A}_a(\nu_k), \mathbb{C}_a(\nu_k)]$, $k = 1, \dots, N$, e $\text{Conv}\{\cdot\}$ denotando um envelope convexo. Logo, por argumentos de convexidade, para que as garantias referentes ao sistema em malha fechada sejam obtidas, é suficiente satisfazer as desigualdades

¹ $W_{D(i)}$ denota a i -ésima linha da matriz W_D .

(131) e (133) para todos os $\{\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_N\}$ vértices do politopo que engloba a função de incerteza. Como mencionado em (GKIZAS, 2021), estes vértices podem ser determinados através de métodos numéricos.

Tendo como objetivo obter o ganho K_D de forma a minimizar γ em (130), pode-se enunciar o seguinte problema de otimização convexo:

$$\min_{Q_D, W_D, \gamma} \gamma \quad \text{sujeito à } Q_D = Q'_D > 0, (131), (132) \text{ e } (133). \quad (134)$$

Se existir uma solução para o problema de otimização (134), onde Q_D , W_D e γ são variáveis de decisão, então pode-se determinar uma matriz de realimentação por $K_D = W_D Q_D^{-1}$.

5.3 Resultados de simulação

Nesta seção são apresentados os resultados de simulação do paralelismo de duas *UPSs* com parâmetros distintos, sendo os controladores múltiplos-ressonantes da malha de regulação de tensão projetados segundo a metodologia descrita neste capítulo.

Os coeficientes usados nos controladores *droop* mantiveram-se os mesmos, sendo $k_n = 0,001$, $k_E = 10\omega_p$ e $k_m = 1 \times 10^{-4}$. O ganho $k_n = 0,001$ foi selecionado considerando um limite máximo de 2% para δE_0 . O ganho k_m foi escolhido na análise apresentada no Capítulo 4, com o intuito de distanciar do eixo imaginário as raízes relacionadas aos modos ressonantes.

Na sequência, para os resultados de simulação é retomado o exemplo numérico estudado anteriormente, o qual considera duas *UPSs* de 3,5 kVA com a diferença incremental de 80% no parâmetro r_2 do filtro na *UPS 2*, sendo os valores desses parâmetros descritos na Tabela 1 do Capítulo 3. Novamente, considera-se $Y_{\min} = 0,0001 \text{ S}$ e $Y_{\max} = 0,1519 \text{ S}$, sendo especificados também os valores das resistências de linha $R_{1\min} = R_{2\min} = 0,050 \Omega$ e $R_{1\max} = R_{2\max} = 1 \times 10^9 \Omega$.

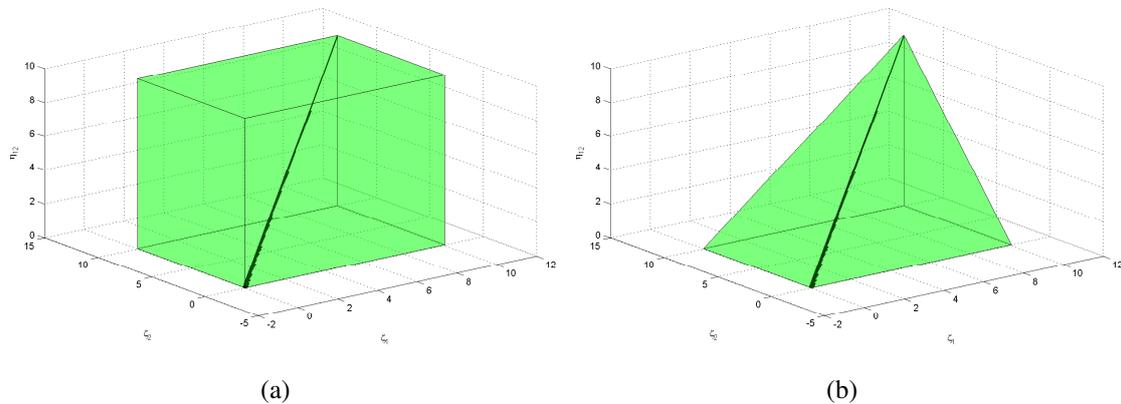
5.3.1 Mapeamento das incertezas

Inicialmente, tem-se como objetivo estimar a função que represente geometricamente as variáveis auxiliares para as combinações possíveis das incertezas físicas do sistema. A partir de então, determina-se uma cobertura politópica que englobe essa função das incertezas e, com isso, torna-se possível realizar o projeto dos controladores robustos pela abordagem politópica.

Para o caso em estudo de $n = 2$ é realizado o mapeamento das incertezas do sistema (Y, R_1, R_2) , as quais relacionam-se de forma não linear com os parâmetros incertos auxiliares $(\eta_{12}, \zeta_1, \zeta_2)$. Define-se a função não-linear das incertezas por

$$f(Y, R_1, R_2) = \left\{ (\eta_{12}, \zeta_1, \zeta_2) : Y \in [Y_{\min}, Y_{\max}], R_1 \in [R_{1\min}, R_{1\max}], R_2 \in [R_{2\min}, R_{2\max}] \right\}. \quad (135)$$

Figura 34 – Mapeamento das incertezas.



Fonte: do autor.

Esta função pode ser avaliada numericamente através de uma varredura das combinações dos valores das incertezas do sistema e analisada apropriadamente em um gráfico.

A Figura 34-(a) mostra a representação gráfica de $f(Y, R_1, R_2)$, sendo englobada por um cuboide (hiper-retângulo) formado pelos vértices que correspondem aos valores limites de $\eta_{12}(t)$, $\zeta_1(t)$ e $\zeta_2(t)$, sendo cada parâmetro associado a um dos eixos. Este cuboide é composto de 8 vértices, derivados dos valores limites de $\zeta_1(t) \in [0, 10.0378]$, $\zeta_2(t) \in [0, 10.0378]$ e $\eta_{12}(t) \in [0, 0.999975]$. Nota-se como o politopo gerado pelo mapeamento das incertezas ocupa um volume muito maior que a região ocupada pela função das incertezas.

Um politopo menos conservador do que o mostrado anteriormente pode ser obtido considerando projeções geométricas como apresentado em (OLALLA *et al.*, 2011). A Figura 34-(b) ilustra o uso de um poliedro reduzido, obtido a partir da alteração de 3 dos vértices do cuboide original, conforme descrito na Tabela 21. Os novos vértices 5, 6 e 7, pertencentes ao plano superior, são obtidos realizando uma cobertura das projeções de $f(Y, R_1, R_2)$ nos planos $(\eta_{12} - \zeta_1)$ e $(\eta_{12} - \zeta_2)$, traçando linhas tangentes aos extremos da função.

Tabela 21 – Vertices da cobertura politópica.

Vértice	Eixo z (η_{12})	Valor	Eixo x (ζ_1)	Valor	Eixo y (ζ_2)	Valor
ν_1	η_{12}^a	6.5832×10^{-18}	ζ_1^a	9.9999×10^{-10}	ζ_2^a	9.9999×10^{-10}
ν_2	η_{12}^b	6.5832×10^{-18}	ζ_1^b	9.9999×10^{-10}	ζ_2^b	10.0378
ν_3	η_{12}^c	6.5832×10^{-18}	ζ_1^c	10.0378	ζ_2^c	9.9999×10^{-10}
ν_4	η_{12}^d	6.5832×10^{-18}	ζ_1^d	10.0378	ζ_2^d	10.0378
ν_5	η_{12}^e	9.999975	ζ_1^e	9.99998	ζ_2^e	9.99998
ν_6	η_{12}^f	9.999975	ζ_1^f	9.99998	ζ_2^f	10.0378
ν_7	η_{12}^g	9.999975	ζ_1^g	10.0378	ζ_2^g	9.99998
ν_8	η_{12}^h	9.999975	ζ_1^h	10.0378	ζ_2^h	10.0378

5.3.2 Um modo ressonante

No primeiro ensaio foram considerados controladores MR de um modo obtidos no projeto interconectado, definindo-se $\omega_{r_1} = \omega_0$. Os parâmetros σ , r e ϑ especificados para o projeto interconectado e os ganhos desses controladores calculados via otimização numérica são descritos no Apêndice A.4.

Na Tabela 22 são apresentados os resultados de desempenho estático considerando os controladores MR de um modo. Assim como nos resultados do Capítulo 4, é observada uma redução da corrente circulante *RMS* para o aumento de ξ_1 , partindo de 12,21% ($\xi_1 = 0$) até 1,32% ($\xi_1 = 0,031$) da corrente nominal, I_n . No Capítulo 4, os valores máximos e mínimos de corrente circulante correspondiam a 23,70% e 1,83% da corrente nominal, respectivamente. Observe que, para o caso com $\xi_1 = 0$ em que a corrente circulante é maior, o projeto considerando o sistema interconectado reduziu esta corrente em aproximadamente 48,50%. Nos outros casos também foi observada a redução da corrente circulante, chegando a cerca de 28,12% no caso de $\xi_1 = 0,031$.

Tabela 22 – Resultados para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo - projeto interconectado.

ξ_1	i_{cir}						v_o	P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	VR [%]	t_s [s]
0,000	3,3650	3,3622	0,1306	0,0294	0,0120	0,0078	-0,0261	1,0033
0,001	3,1319	3,1293	0,1196	0,0288	0,0107	0,0050	-0,0086	0,9594
0,005	2,3998	2,3980	0,0857	0,0255	0,0025	0,0017	0,0701	0,8298
0,010	1,7108	1,7098	0,0507	0,0171	0,0051	0,0028	0,1941	0,7033
0,020	0,8491	0,8469	0,0563	0,0134	0,0033	0,0022	0,6075	0,5341
0,030	0,4001	0,3953	0,0565	0,0196	0,0037	0,0040	1,7286	0,4115
0,031	0,3637	0,3585	0,0552	0,0196	0,0022	0,0053	1,9581	0,4035
0,032	0,3274	0,3220	0,0540	0,0183	0,0037	0,0032	2,2360	0,3948
0,050	0,0850	0,0641	0,0483	0,0136	0,0055	0,0047	15,8511	0,2075

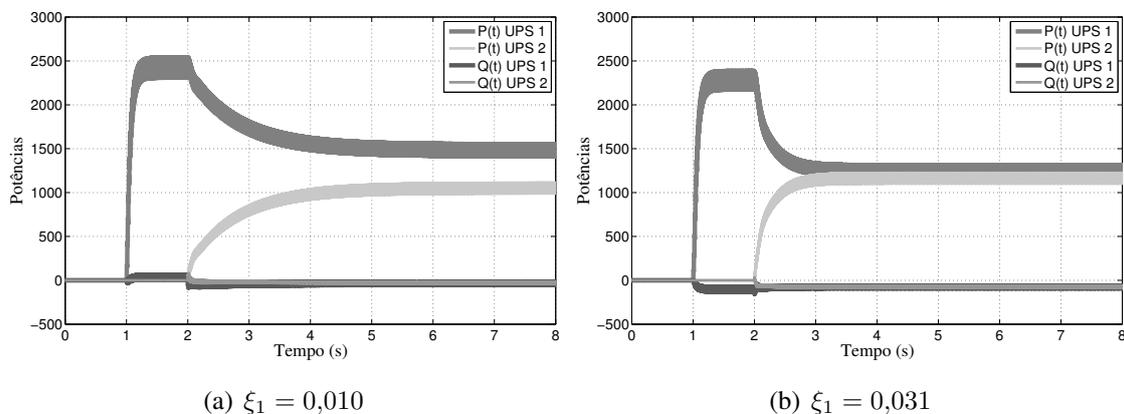
A Tabela 23 resume os resultados de desempenho estático com relação a tensão na carga. O controlador MR com somente um modo do projeto interconectado atende aos limites de distorção, obtendo-se uma *THD* inferior a 4,46%. Um resultado abaixo do valor 6,97% obtido anteriormente no projeto individual.

Tabela 23 – Resultados de v_o para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo - projeto interconectado.

ξ_1 (IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
0,000	3,4100	2,2675	0,6838	0,4198	0,5604	0,1528	0,2674	4,1656
0,001	3,4331	2,2656	0,6787	0,4199	0,5608	0,1468	0,2670	4,1820
0,005	3,5070	2,2595	0,6500	0,4298	0,5474	0,1361	0,2694	4,2317
0,010	3,5992	2,2471	0,6135	0,4426	0,5373	0,1176	0,2700	4,2930
0,020	3,7639	2,2127	0,5439	0,4611	0,5148	0,0814	0,2719	4,3988
0,030	3,8679	2,1714	0,4894	0,4695	0,4925	0,0514	0,2688	4,4560
0,031	3,8732	2,1673	0,4854	0,4699	0,4905	0,0487	0,2681	4,4578
0,032	3,8778	2,1631	0,4816	0,4698	0,4888	0,0462	0,2680	4,4589
0,050	3,8557	2,1269	0,4686	0,4634	0,4785	0,0255	0,2611	4,4209

A Figura 35 exibe as potências ativa e reativa obtidas para dois casos com carga não-linear: (a) $\xi_1 = 0,010$ e (b) $\xi_1 = 0,031$.

Figura 35 – Potências das *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 1 modo - projeto interconectado.



Fonte: do autor.

5.3.3 Dois modos ressonantes

Dando continuidade aos ensaios, são apresentados os resultados de desempenho estático considerando controladores MR de dois modos ($n_h = 2$ onde $\omega_{r_1} = \omega_0$ e $\omega_{r_3} = 3\omega_0$), obtidos através do projeto interconectado. Os ganhos desses controladores são mostrados no Apêndice A.4.

É importante mencionar que os fatores de amortecimento apresentaram um passo de variação grande, por isso a alteração conjunta desses coeficientes pelo mesmo valor $\tilde{\xi}$ não é realizada, sendo fixado no modo ω_{r_3} o coeficiente $\xi_3 = 0,012$ que equivale a uma ordem de magnitude do pico ressonante muito próxima da obtida no caso $\xi_1 = 0,031$. Olhando a Tabela 24, é observada uma redução da corrente circulante *RMS* para o aumento do fator

de amortecimento, partindo de 16,68% ($\xi_1 = 0$) até 1,49% ($\xi_1 = 0,030$) de I_n . Assim como no caso de um modo ressonante, é observada uma redução significativa de I_{rms} quando comparado aos resultados do Capítulo 4, os quais eram de 18,68% para $\tilde{\xi} = 0$ e 1,89% para $\tilde{\xi} = 0,016$.

Tabela 24 – Resultados para UPSs com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos - projeto interconectado.

ξ_1	i_{cir}						v_o	P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	VR [%]	t_s [s]
0,000	4,5968	3,9405	2,3660	0,0639	0,0076	0,0034	0,0237	0,9553
0,001	4,0451	3,4746	2,0703	0,0536	0,0099	0,0028	0,0432	0,9316
0,005	2,5442	2,2463	1,1937	0,0168	0,0066	0,0112	0,1263	0,8038
0,010	1,5938	1,5378	0,4157	0,0329	0,0232	0,0069	0,2483	0,6913
0,020	0,8688	0,8584	0,1306	0,0239	0,0073	0,0029	0,6662	0,5327
0,030	0,4112	0,3887	0,1319	0,0165	0,0097	0,0037	1,8119	0,4197
0,031	0,3749	0,3498	0,1322	0,0161	0,0123	0,0058	2,0457	0,4132
0,032	0,3438	0,3167	0,1310	0,0153	0,0114	0,0053	2,3286	0,4010
0,050	0,0804	0,0588	0,0474	0,0131	0,0053	0,0041	15,8457	0,1986

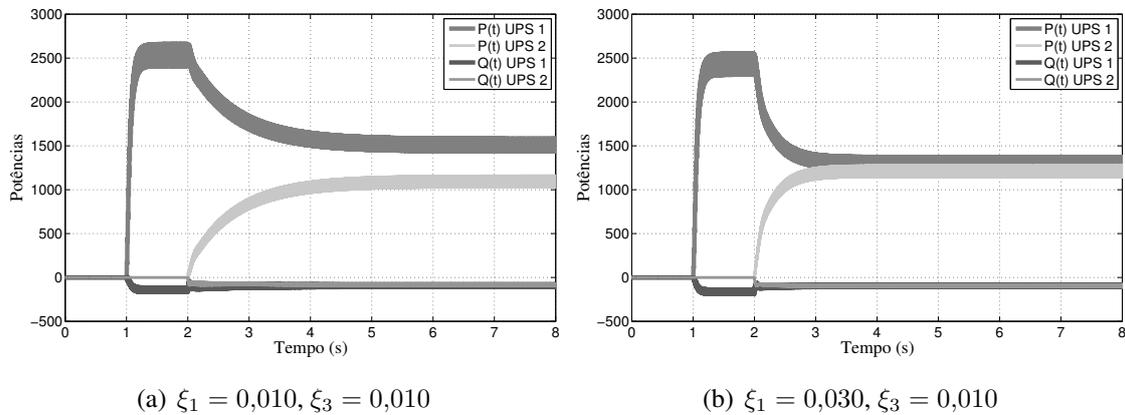
A Tabela 25 mostra os resultados de desempenho estático da tensão na carga. Assim como obtido anteriormente, o controlador MR com dois modos continua atendendo aos limites de THD e IHDs, agora com uma margem de segurança maior.

Tabela 25 – Resultados de v_o para UPSs com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos - projeto interconectado.

ξ_1 (IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
0,000	0,0631	2,2344	1,1288	0,2160	0,5969	0,4008	0,1604	2,6173
0,001	0,0798	2,2632	1,1191	0,2161	0,6021	0,3911	0,1631	2,6372
0,005	0,1771	2,3806	1,0692	0,2293	0,6121	0,3471	0,1750	2,7160
0,010	0,5399	2,4931	0,9554	0,2728	0,6058	0,2719	0,1994	2,8052
0,020	1,1821	2,4805	0,8313	0,3251	0,5860	0,2023	0,2214	2,9323
0,030	1,1571	2,4865	0,8106	0,3276	0,5780	0,1883	0,2185	2,9193
0,031	1,1542	2,4860	0,8088	0,3279	0,5768	0,1869	0,2174	2,9169
0,032	1,1516	2,4851	0,8071	0,3278	0,5761	0,1854	0,2170	2,9144
0,050	3,8574	2,1272	0,4682	0,4635	0,4782	0,0253	0,2608	4,4223

Na Figura 36 são mostradas as potências ativa e reativa obtidas para dois casos com carga não-linear: (a) $\xi_1 = 0,010$ e (b) $\xi_1 = 0,030$, enquanto é mantido $\xi_3 = 0,012$. Nesta ocasião, o aumento de ξ_1 impactou na melhor divisão das potências em regime permanente.

Figura 36 – Potências das *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 2 modos - projeto interconectado.



Fonte: do autor.

5.3.4 Três modos ressonantes

Dando continuidade aos ensaios, são apresentados os resultados de desempenho estático considerando controladores MR de três modos ($n_h = 3$ onde $\omega_{r_1} = \omega_0$, $\omega_{r_3} = 3\omega_0$ e $\omega_{r_5} = 5\omega_0$), obtidos através do projeto interconectado. Os ganhos desses controladores são mostrados no Apêndice A.4.

Analisando os dados da Tabela 26, ocorre uma redução da corrente circulante *RMS* para o aumento do fator de amortecimento, caindo para 1,49% de I_n . Isso representa uma melhora em relação ao projeto individual, que apresentou 1,97%. A redução ocorrida, no melhor caso, corresponde a uma queda de 24,25% em relação valor obtido com o projeto individual.

Tabela 26 – Resultados para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos - projeto interconectado.

ξ_1	i_{cir}						v_o	P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	VR [%]	t_s [s]
0,000	5,0116	3,8128	2,7673	1,7085	0,0312	0,0071	0,0447	0,9566
0,001	4,1630	3,2597	2,2588	1,2654	0,0177	0,0048	0,0660	0,9204
0,005	2,4928	2,1852	1,1673	0,2740	0,0112	0,0128	0,1512	0,8056
0,010	1,5938	1,5378	0,4157	0,0329	0,0232	0,0069	0,2483	0,6921
0,020	0,8751	0,8631	0,1364	0,0446	0,0094	0,0036	0,6906	0,5332
0,030	0,4117	0,3859	0,1359	0,0407	0,0078	0,0067	1,8458	0,4235
0,031	0,3751	0,3465	0,1358	0,0413	0,0102	0,0064	2,0813	0,4138
0,032	0,3421	0,3103	0,1353	0,0417	0,0120	0,0094	2,3664	0,4029
0,050	0,0848	0,0641	0,0482	0,0128	0,0055	0,0045	15,8499	0,1980

A Tabela 27 mostra os resultados de desempenho estático da tensão na carga. O

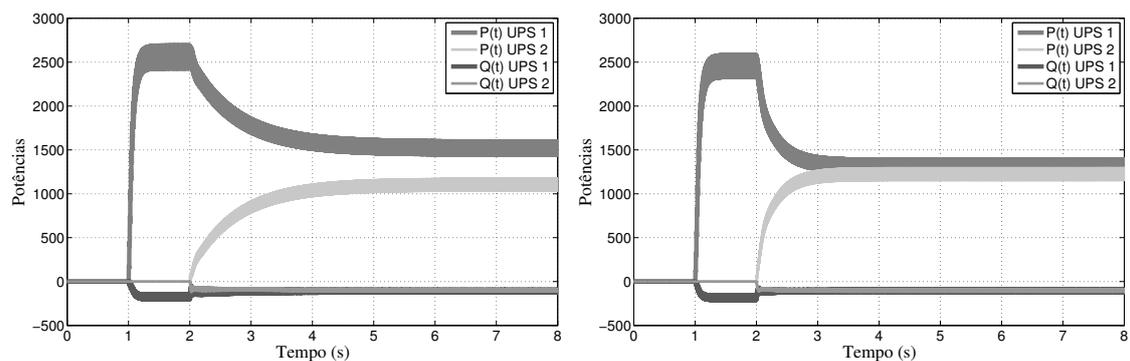
controlador MR com três modos continua atendendo aos requisitos, obtendo-se uma *THD* ainda mais baixa, em torno de 2%.

Tabela 27 – Resultados de v_o para *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos - projeto interconectado.

ξ_1 (IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	<i>THD</i> [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
0,000	0,0699	0,0443	1,3301	0,4065	0,3884	0,5276	0,2050	1,5805
0,001	0,0898	0,0672	1,3543	0,3900	0,4070	0,5260	0,1894	1,5991
0,005	0,1958	0,2584	1,4261	0,2816	0,4804	0,4996	0,1137	1,6622
0,010	0,5399	2,4931	0,9554	0,2728	0,6058	0,2719	0,1994	2,8052
0,020	1,2371	1,0939	1,1780	0,0850	0,5621	0,3389	0,1068	2,1108
0,030	1,2125	1,0745	1,1783	0,0780	0,5574	0,3336	0,0997	2,0844
0,031	1,2100	1,0723	1,1771	0,0762	0,5569	0,3330	0,0994	2,0808
0,032	1,2067	1,0701	1,1769	0,0751	0,5555	0,3330	0,0989	2,0770
0,050	3,8577	2,1273	0,4682	0,4636	0,4783	0,0252	0,2610	4,4227

Na Figura 37 são mostradas as potências ativa e reativa obtidas para dois casos com carga não-linear: (a) $\xi_1 = 0,010$ e (b) $\xi_1 = 0,030$, enquanto são mantidos $\xi_3 = 0,012$ e $\xi_5 = 0,0075$. Novamente, o aumento de ξ_1 impactou na melhor divisão das potências em regime permanente.

Figura 37 – Potências das *UPSs* com diferença de 80% e controlador MR de 3 modos - projeto interconectado.



(a) $\xi_1 = 0,010$, $\xi_3 = 0,012$ e $\xi_5 = 0,0075$

(b) $\xi_1 = 0,030$, $\xi_3 = 0,012$ e $\xi_5 = 0,0075$

Fonte: do autor.

5.4 Resultados experimentais

Nesta seção é dada continuidade aos ensaios experimentais do paralelismo com duas *UPSs* de 3,5 kVA possuindo a diferença de 80% no parâmetro do filtro *LC*, desta vez sendo considerados controladores múltiplos-ressonantes obtidos no projeto interconectado.

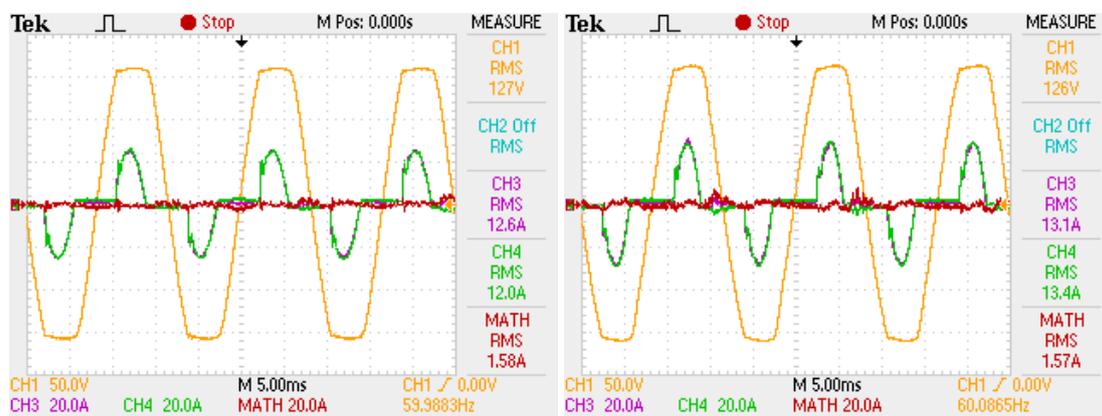
Deve-se ressaltar que os ensaios realizados procuram o melhor resultado de corrente circulante agora restrito ao máximo desvio da regulação de tensão VR de 2%, segundo a norma *ANSI/IEEE Std 944*.

5.4.1 Um modo ressonante

Inicialmente, foram considerados controladores MR de um modo, definindo para $\omega_{r1} = \omega_0$. As especificações de projeto e os ganhos dos controladores são descritos no Apêndice A.4.

A Figura 38 mostra os registros das formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída obtidas para carga não-linear considerando o projeto interconectado, daqui em diante abreviado para M2 sempre que houver a necessidade. Ao seu lado é mostrada as formas de onda com o projeto individual (denominado de M1), para fins de comparação. É importante ressaltar que, como se tratam de métodos de projeto distintos, os valores de ξ considerados não são iguais. Nesse caso, foi escolhido sempre o valor de ξ correspondente ao melhor caso de cada um dos métodos.

Figura 38 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.



(a) M1 $\xi_1 = 0,005$

(b) M2 $\xi_1 = 0,028$

Fonte: do autor.

Na Tabela 28 são resumidos os resultados de desempenho estático da corrente circulante para o controlador MR de um modo. Observa-se uma corrente circulante *RMS* próxima da obtida no projeto individual, sendo uma redução de apenas 0,63%.

Tabela 28 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.

Projeto	i_{cir}						P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	t_s [s]
M1 $\xi_1 = 0,005$	0,790	0,763	0,190	0,066	0,047	0,012	2,508
M2 $\xi_1 = 0,028$	0,785	0,439	0,508	0,296	0,239	0,124	0,597

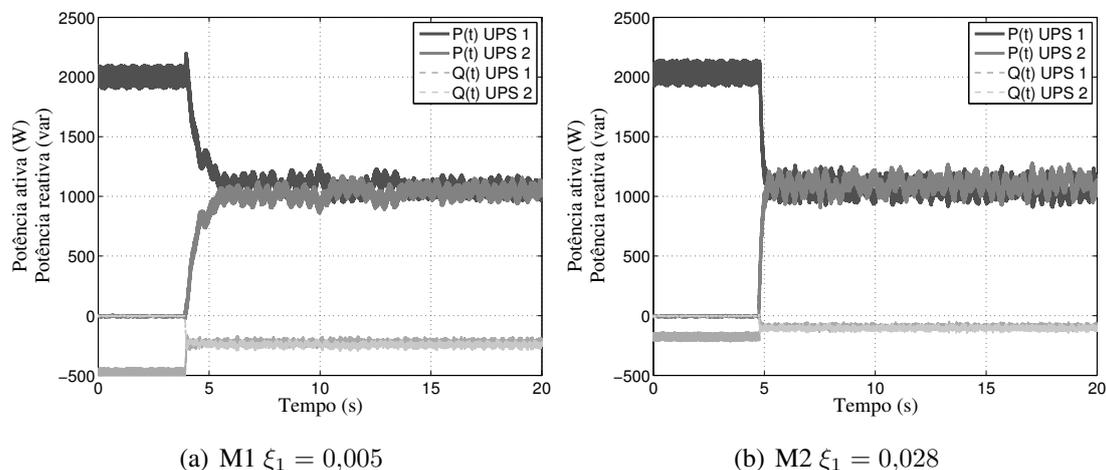
A Tabela 29 apresenta os resultados das componentes harmônicas de v_o . O projeto interconectado mostra um melhor desempenho, embora os limites de IHD da 3ª harmônica e de THD ainda não sejam atendidos, o que por si só já exige o uso de controladores com um maior número de modos ressonantes.

Tabela 29 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.

(IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
M1 $\xi_1 = 0,005$	10,346	2,578	0,918	0,794	0,159	0,282	0,053	10,745
M2 $\xi_1 = 0,028$	7,715	3,380	0,389	1,009	0,265	0,372	0,195	8,513

Por último, A Figura 39 mostra as potências obtidas para a carga não-linear considerando o projeto interconectado. Verifica-se uma divisão de potências em regime permanente semelhante entre os métodos, o que explica a proximidade das correntes circulantes medidas. Por outro lado, o melhor caso do método M2 acontece em valores significativamente maiores de ξ do que os obtidos com o método M1. A partir da análise apresentada no capítulo anterior, valores maiores de ξ resultam em polos mais afastados do eixo imaginário pra os mesmos valores de ganho do controle *droop*. Decorrente disso, observa-se uma dinâmica da divisão de potências bem mais rápida para o caso M2.

Figura 39 – Potências das UPSs com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.



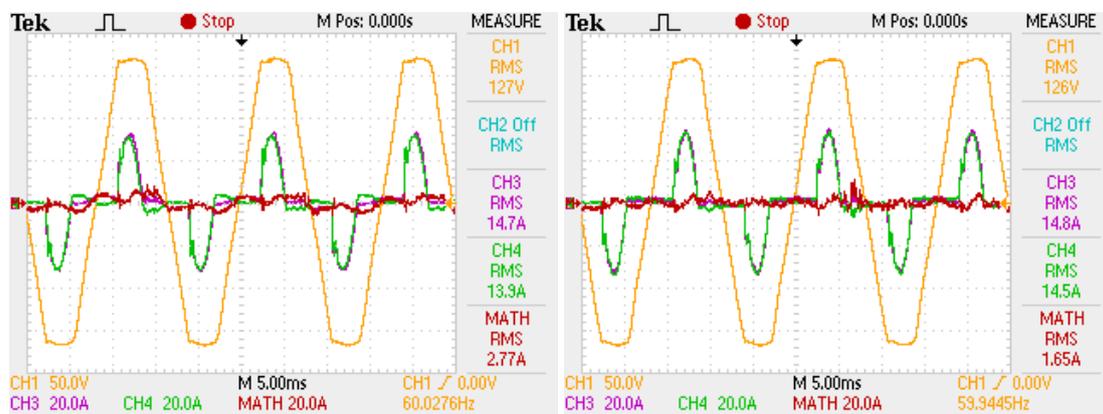
Fonte: do autor.

5.4.2 Dois modos ressonantes

No ensaio experimental seguinte foram considerados controladores MR de dois modos, definindo $\omega_{r_1} = \omega_0$ e $\omega_{r_3} = 3\omega_0$. Os valores de ξ_3 usados foram obtidos levando em consideração critérios de regulação de tensão e limites na *IHD* definidos na norma.

Primeiramente, na Figura 40 são mostradas as formas de onda da tensão e das correntes de saída obtidas para carga não-linear.

Figura 40 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.



(a) Projeto individual $\xi_{1,3} = 0,005$

(b) Projeto interconectado $\xi_1 = 0,028$, $\xi_3 = 0,01$

Fonte: do autor.

Na sequência, a Tabela 30 resume os resultados de desempenho estático da corrente circulante para o controlador MR de dois modos. Desta vez, é verificada uma I_{rms} com uma redução de 40,43% em relação à obtida com o projeto individual.

Tabela 30 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.

Projeto	i_{cir}						P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	
M1	1,385	1,111	0,798	0,163	0,128	0,047	2,348
M2	0,825	0,401	0,326	0,357	0,374	0,271	0,642

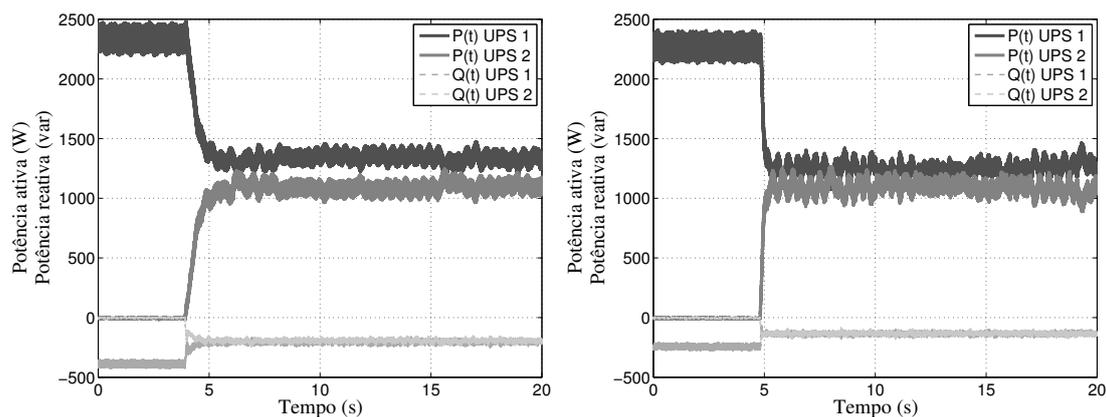
A Tabela 31 apresenta os resultados das componentes harmônicas de v_o . Comparando-se ambos os métodos, nota-se que o método M2 é capaz de atender a todos os limites de distorção harmônica individual requisitados na norma.

A Figura 41 apresenta as potências obtidas para a carga não-linear considerando o projeto interconectado. Novamente, é notada uma dinâmica mais rápida com o projeto interconectado (M2).

Tabela 31 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.

(IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
M1	1,112	5,610	0,441	1,112	0,582	0,159	0,318	5,913
M2	1,538	4,878	1,060	0,990	0,848	0,194	0,287	5,411

Figura 41 – Potências das UPSs com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.

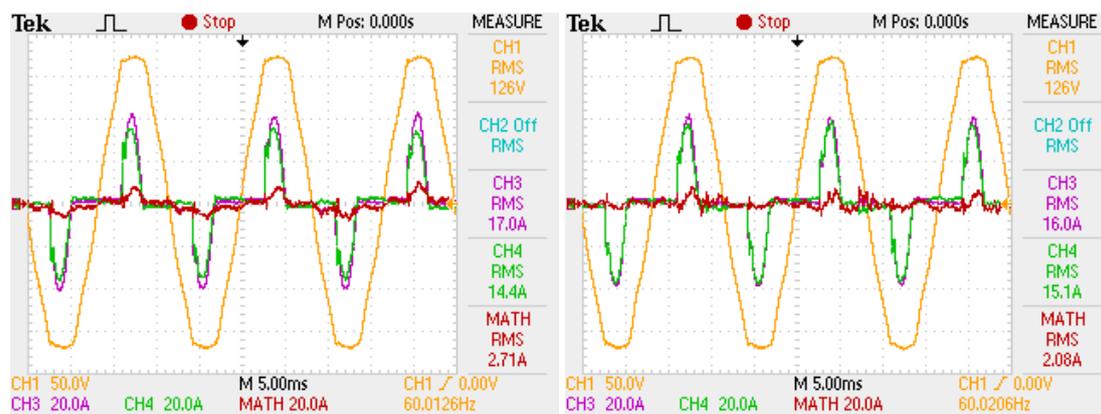
(a) Projeto individual $\xi_{1,3} = 0,005$ (b) Projeto interconectado $\xi_1 = 0,028$, $\xi_3 = 0,01$

Fonte: do autor.

5.4.3 Três modos ressonantes

No ensaio experimental seguinte foram considerados controladores MR de três modos, definindo $\omega_{r1} = \omega_0$, $\omega_{r3} = 3\omega_0$ e $\omega_{r5} = 5\omega_0$. Os valores de ξ_h , $h = 3,5$ foram obtidos levando em consideração critérios de regulação de tensão e limites na IHD definidos na norma. Primeiramente, na Figura 42 são mostradas as formas de onda da tensão e das correntes de saída obtidas para carga não-linear.

Figura 42 – Tensão e correntes de saída das UPSs com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.

(a) M1 $\xi_{1,3,5} = 0,007$ (b) M2 $\xi_1 = 0,028$, $\xi_3 = 0,01$, $\xi_5 = 0,0075$

Fonte: do autor.

Na sequência, a Tabela 32 resume os resultados de desempenho estático da corrente circulante para o controlador MR de três modos. Novamente, é verificada uma I_{rms} menor que para o projeto individual, sendo uma redução de 23,24%.

Tabela 32 – Harmônicas da corrente circulante com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.

Projeto	i_{cir}						t_s [s]
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	
M1	1,355	1,072	0,416	0,694	0,112	0,127	1,685
M2	1,040	0,297	0,445	0,866	0,137	0,156	0,550

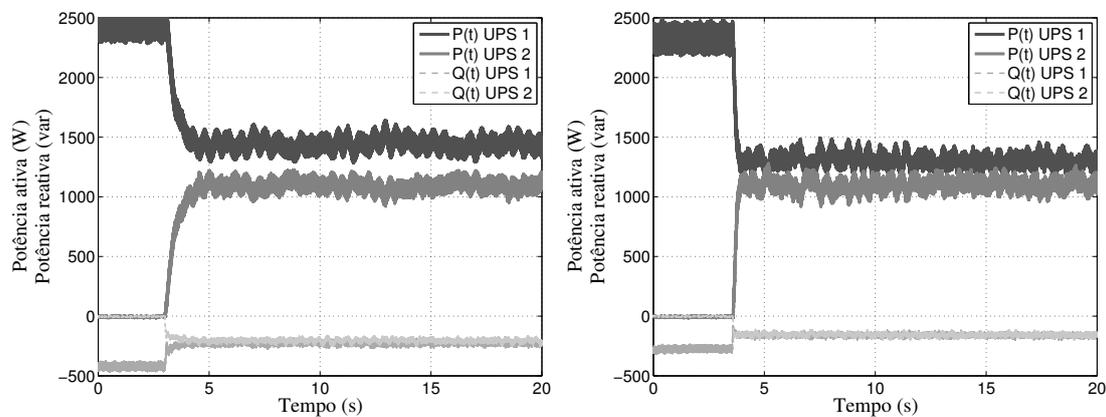
A Tabela 33 apresenta os resultados das componentes harmônicas de v_o . Neste caso, todos os requisitos são atendidos com uma maior margem de segurança, alcançando-se uma THD de 3,65%.

Tabela 33 – Harmônicas da tensão com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.

(IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
M1	0,932	0,844	3,096	0,123	0,897	0,440	0,123	3,545
M2	1,619	1,459	2,669	0,196	0,996	0,427	0,249	3,655

A Figura 43 mostra as potências obtidas para a carga não-linear considerando o projeto interconectado. De maneira geral, o projeto interconectado resultou em uma potência reativa menor sendo despachada pelas UPS s.

Figura 43 – Potências das UPS s com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.



(a) M1 $\xi_{1,3,5} = 0,007$

(b) M2 $\xi_1 = 0,028, \xi_3 = 0,01, \xi_5 = 0,0075$

Fonte: do autor.

5.5 Considerações finais

Nas últimas seções foram apresentados os resultados de simulação e experimentais do paralelismo de duas *UPSs* considerando o projeto interconectado dos controladores de tensão múltiplos-ressonantes. Além da estabilidade e desempenho robusto, fora proposto um critério de projeto que considera explicitamente o valor *RMS* da corrente circulante no cálculo do controlador.

De modo geral, as simulações realizadas com o projeto interconectado dos controladores MR resultaram em uma redução da corrente circulante na faixa de 20 a 30% em relação às obtidas anteriormente com o projeto independente, podendo chegar até o valor de 48,5%. Resultados preliminares com o método de projeto interconectado foram apresentados no XXIV Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2022) sob o título de ‘Síntese Robusta de Controladores Ressonantes para o Paralelismo de *UPSs*’ (KEIEL; FLORES; PEREIRA, 2022).

Por outro lado, os resultados experimentais mostraram uma redução de I_{cir} menos significativa, em torno de 23% para o caso de três modos. Parte dos resultados mostrados nesse trabalho foram submetidos para o periódico *Control Engineering Practice* com o título *On the Robust Control Design of Multiple Resonant Controllers for the Parallel Operation of UPSs*. Outro aspecto a ser evidenciado é que o projeto interconectado permite o emprego de coeficientes de amortecimento maiores, o que leva a um menor tempo de acomodação para a divisão das potências.

Ao mesmo tempo em que a corrente circulante é diminuída, os benefícios da regulação de tensão com controlador MR são mantidos, alcançando-se índices de distorção harmônica em conformidade com os níveis estabelecidos em norma, a partir do uso de controladores com apenas dois ou então mais modos ressonantes.

Parte II

Controlador Repetitivo

6 ANÁLISE DA FREQUÊNCIA DE CORTE DO FILTRO PASSA-BAIXAS NO PARALELISMO

Neste capítulo será analisada a impedância de saída da *UPS* em malha fechada considerando o uso do controlador repetitivo compensando apenas harmônicas ímpares na malha de regulação de tensão. Será abordado o impacto do filtro desse controlador no desempenho da divisão de potências no paralelismo, seguindo uma abordagem similar àquela apresentada no Capítulo 4 para os coeficientes de amortecimento do controlador MR.

6.1 Impedância de saída

No Capítulo 4 foi apresentada a impedância de saída da *UPS* e mostrada sua dependência com o controlador usado na malha de regulação de tensão, naquele caso se tratando do controlador MR. Relembrando a equação da impedância de saída da *i*-ésima *UPS*

$$Z_i(s) = \frac{L_i s + r_i - k_{c_i}}{L_i C_i s^2 + (r_i - k_{c_i}) C_i s + C_{v_i}(s) + 1} \quad (136)$$

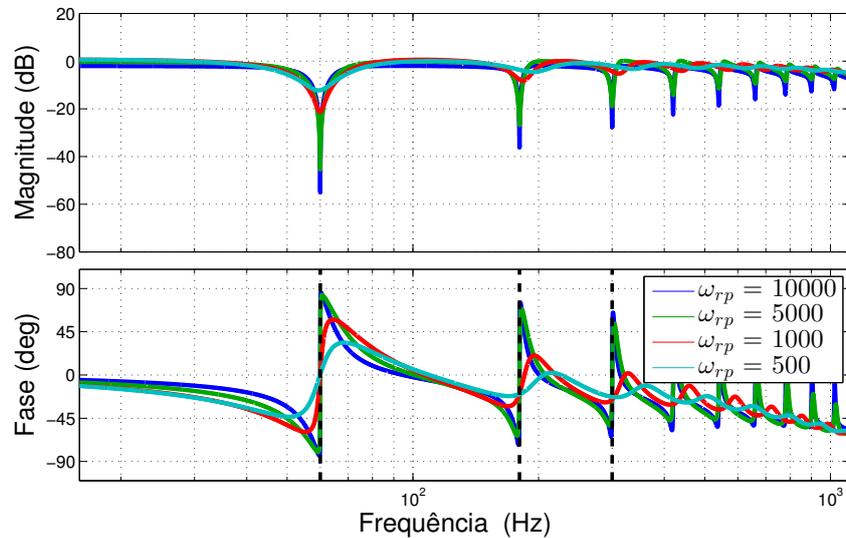
e assumindo em $C_{v_i}(s)$ o controlador repetitivo com função de transferência (35), obtém-se a impedância de saída do sistema.

Observe que os coeficientes de $Z_i(s)$ dependerão do termo exponencial em s correspondente ao elemento de atraso, o que resulta na resposta em frequência da Figura 44. Note que a variação do parâmetro livre do controlador repetitivo, desempenhado pela frequência de corte do filtro do elemento de atraso, ω_{rp} , altera a magnitude e fase nas frequências harmônicas da resposta em frequência de $Z_i(s)$.

Na Tabela 34 são apresentados os valores de magnitude e fase obtidos na Figura 44. Em linhas gerais, é possível traçar um paralelo entre ω_{rp} , os coeficientes de amortecimento do MR e a resistência virtual R_v : a partir do ajuste adequado de ω_{rp} é possível atingir a magnitude desejada para a impedância de saída em uma dada frequência. Por outro lado, o controlador repetitivo possui menos graus de liberdade que o controlador MR, não permitindo o ajuste individual da magnitude nas diferentes harmônicas.

A Tabela 34 descreve as magnitudes e ângulos de fase obtidos na Figura 44, para a va-

Figura 44 – Resposta em frequência da impedância de saída com controlador repetitivo para $500 \leq \omega_{rp} \leq 10000$.



Fonte: do autor.

riação da frequência de corte do filtro passa-baixas no controlador. Novamente, verifica-se que a magnitude é afetada pela alteração de ω_{rp} , com um atenuação menos significativa conforme diminui-se o valor desse parâmetro.

Tabela 34 – Valores da impedância de saída com controlador repetitivo para $500 \leq \omega_{rp} \leq 10000$.

ω_{rp}	10000	5000	1000	500
$ Z_i(j\omega_{r_1}) $	$1,7712 \times 10^{-3}$	$5,3306 \times 10^{-3}$	$8,6252 \times 10^{-2}$	$2,4477 \times 10^{-1}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_1})$	0,6370	1,4519	1,6389	0,5906
$ Z_i(j\omega_{r_3}) $	$1,5586 \times 10^{-2}$	$4,5455 \times 10^{-2}$	$4,1166 \times 10^{-1}$	$6,5651 \times 10^{-1}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_3})$	-2,1080	-3,6507	-19,3162	-20,0101
$ Z_i(j\omega_{r_5}) $	$4,1578 \times 10^{-2}$	$1,1437 \times 10^{-1}$	$6,0993 \times 10^{-1}$	$7,9655 \times 10^{-1}$
$\angle Z_i(j\omega_{r_5})$	-4,5956	-8,0935	-25,5855	-22,6865

6.1.1 Variação dos parâmetros da UPS

Repetindo o ensaio realizado no Capítulo 4, a Tabela 6 apresenta uma comparação com as magnitudes e ângulos de fase da impedância de saída obtida com controladores repetitivos dada a variação da resistência série do indutor no filtro LC da UPS, fixando-se $\omega_{rp} = 3000$. Mais uma vez, consideram-se exemplos numéricos de equipamentos nos quais a resistência série do indutor possui uma diferença percentual de até 80% do valor principal r_1 . Ou seja, são projetados novos controladores alterando-se o valor da resistência para $r_2 = r_1(1 + \Delta_r)$.

Tabela 35 – Valores da impedância de saída com controlador repetitivo para UPSs diferentes.

Δ_r	0%	10%	20%	40%	80%
$ Z_i(j\omega_{r_1}) $	0,0521	0,0521	0,0521	0,0521	0,0521
$\angle Z_i(j\omega_{r_1})$	2,7597°	2,7610°	2,7624°	2,7650°	2,7703°
$ Z_i(j\omega_{r_3}) $	0,3479	0,3479	0,3479	0,3479	0,3478
$\angle Z_i(j\omega_{r_3})$	-11,8851°	-11,8809°	-11,8767°	-11,8684°	-11,8518°
$ Z_i(j\omega_{r_5}) $	0,6339	0,6339	0,6339	0,6339	0,6340
$\angle Z_i(j\omega_{r_5})$	-23,1540°	-23,1478°	-23,1417°	-23,1294°	-23,1052°

Observe que a variação da impedância de saída decorrente da diferença de resistência do indutor é irrelevante, sendo compensada pelo método de projeto do controlador repetitivo.

6.2 Projeto do controlador *droop*

Na sequência é analisado o LGR do sistema em malha fechada com controladores *droop* a partir da equação característica obtida no Capítulo 4:

$$\Delta\phi_i(s) \left(n_z(s)^2\psi_2(s) + n_z(s)d_z(s)\psi_1(s) + d_z(s)^2\psi_0(s) \right) = 0, \quad (137)$$

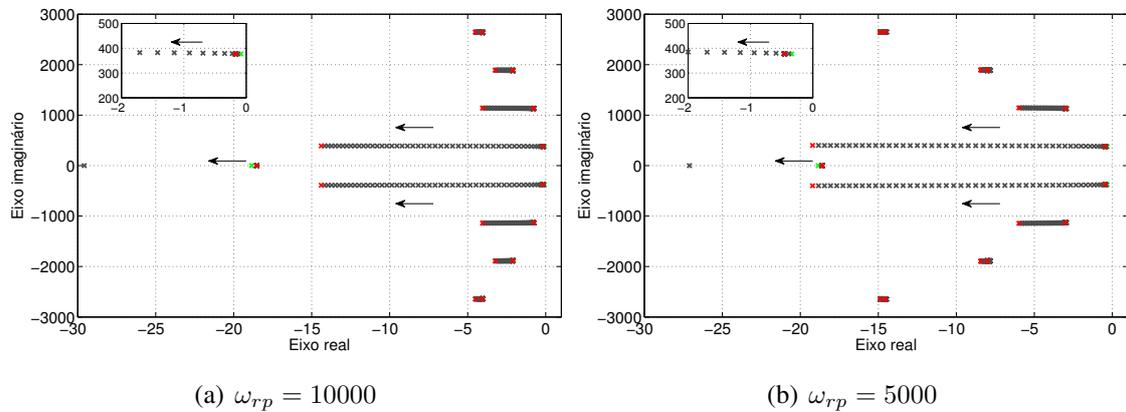
onde $n_z(s)$ e $d_z(s)$ são, respectivamente, os polinômios do numerador e denominador de $Z(s)$, e

$$\begin{aligned} \psi_2(s) &= s^3 + s^2(2\omega_p + k_E) + s(\omega_p^2 + 2\omega_p k_E) + \omega_p^2 k_E, \\ \psi_1(s) &= s^2(k_n\omega_p\bar{F} + k_m\omega_p E_0\bar{F}) + s(k_n\omega_p^2\bar{F} + k_m\omega_p^2 E_0\bar{F} + k_m\omega_p k_E E_0\bar{F}) \\ &\quad + k_m\omega_p^2 k_E E_0\bar{F}, \\ \psi_0(s) &= s(k_m k_n \omega_p^2 E_0 \bar{M}^2 + k_m k_n \omega_p^2 E_0 \bar{F}^2). \end{aligned}$$

Desta vez, é considerando o uso do controlador repetitivo na malha de regulação de tensão, sendo o atraso substituído por uma aproximação de Padé de ordem 16 (GOLUB; VAN LOAN, 1989).

Na primeira análise, apresentada na Figura 45 é considerado no modelo a impedância obtida com o controlador repetitivo para dois casos distintos: (a) $\omega_{rp} = 10000$ e (b) $\omega_{rp} = 5000$. Em (a) observa-se que as raízes associadas aos modos do controlador nas frequências harmônicas estão à esquerda e próximas do eixo imaginário. Na Figura 45-(b), conforme reduz-se ω_{rp} verifica-se o afastamento das raízes críticas do eixo imaginário, movimentando-se mais para a esquerda do SPE. Também por consequência disso, pode-se obter tempos menores de acomodação do sistema.

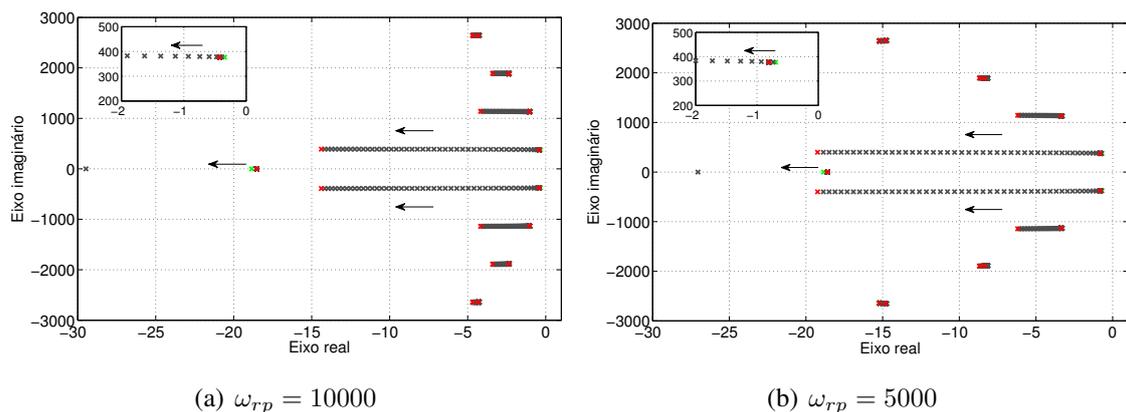
Figura 45 – Raízes para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador repetitivo.



Fonte: do autor.

Da mesma forma que fora realizado para o controlador MR, é considerada a resistência de linha até o PCC compondo a impedância de saída efetiva $Z_{o_i}(s)$. O LGR da Figura 46-(a) mostra o impacto de R_{lin} nas raízes do sistema em malha fechada. O valor $R_{lin} = 0,012 \Omega$, embora traga as raízes mais para a esquerda do SPE, move pouco as raízes associadas aos modos nas visíveis 3ª, 5ª e 7ª harmônicas, se comparado à Figura 45. Já na Figura 46-(b), usando um ω_{rp} menor é possível movimentar esses modos.

Figura 46 – Raízes para $k_n = 0,001$ e $1 \times 10^{-8} \leq k_m \leq 1 \times 10^{-3}$ com controlador repetitivo e $R_{lin} = 0,012$.



Fonte: do autor.

De maneira geral, com a ressalva de que se está utilizando a aproximação de Padé e sua validade em baixas frequências (GOLUB; VAN LOAN, 1989), a estabilidade é sempre mantida nos casos avaliados, mesmo para um valor de ω_{rp} elevado. Além disso, alterando-se o valor de ω_{rp} é possível obter um melhor desempenho transitório do sistema em malha fechada considerando os mesmos ganhos dos controladores *droop*.

6.3 Resultados de simulação

Nesta seção são apresentados os resultados de simulação do paralelismo de duas *UPSs* considerando controladores repetitivos na malha de regulação de tensão. Esses controladores são projetados individualmente para cada equipamento, seguindo a metodologia descrita no Capítulo 2.

Desta vez foi gerado um ambiente de simulação idêntico ao criado para os ensaios com controladores de tensão MR, porém considerando o uso de controladores repetitivos. Foram realizadas simulações para duas *UPSs* de 3,5 kVA considerando a diferença de 80% no componente r_2 do filtro *LC* da *UPS* 2 em relação à *UPS* 1. Os parâmetros desses equipamentos e os ganhos dos controladores repetitivos obtidos via solução do problema de otimização são descritos no Apêndice B.3.

Os controladores repetitivos equivalentes digitais são obtidos através da discretização dos seus filtros pela aproximação Tustin, ou bilinear, (OGATA, 2010) para $T_s = 50 \mu\text{s}$. O atraso digital é definido por $z^{-d} = e^{-dT_s s}$, sendo considerada a aproximação $e^{-\tau T_s s} \approx e^{-dT_s s}$, onde d é o menor número inteiro satisfazendo $\tau \leq dT_s$ (LORENZINI *et al.*, 2018). Quanto ao controle das potências, os parâmetros do *droop* usados consistem, novamente, nos coeficientes $k_n = 0,001$, $k_m = 1 \times 10^{-4}$ e $k_E = 10\omega_p$.

A Tabela 36 apresenta os resultados de desempenho estático do paralelismo variando-se a frequência de corte do filtro do controlador repetitivo. Verifica-se uma redução de I_{rms} com a diminuição de ω_{rp} , corroborando com a análise proposta. Assumindo como limite para *VR* o valor de $\pm 2\%$, o controlador com $\omega_{rp} = 1700$ se mostra a melhor configuração, alcançando-se I_{rms} no valor de 0,4983 A. Além disso, o resultado é comparável ao obtido para o controlador MR de três modos, onde observou-se $I_{cir} = 0,5435$ A.

Tabela 36 – Resultados para *UPSs* com diferença de 80% e controladores repetitivos.

ω_{rp}	i_{cir}						v_o	P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	<i>VR</i> [%]	t_s [s]
3000	0,9633	0,9550	0,1195	0,0346	0,0091	0,0052	0,5545	3,1311
2000	0,5385	0,5341	0,0639	0,0201	0,0049	0,0030	1,5805	1,5714
1900	0,5275	0,5227	0,0664	0,0191	0,0055	0,0026	1,3299	1,5106
1800	0,5016	0,4970	0,0619	0,0199	0,0054	0,0030	1,6806	1,3366
1700	0,4983	0,4931	0,0676	0,0197	0,0051	0,0024	1,4563	1,2683
1600	0,6499	0,6454	0,0689	0,0264	0,0078	0,0058	1,7381	1,1353
1500	0,4280	0,4235	0,0570	0,0178	0,0048	0,0043	2,0552	1,0051
1000	0,2572	0,2525	0,0445	0,0084	0,0055	0,0037	3,7450	0,5342

Na Tabela 37 são apresentados os resultados das componentes harmônicas da tensão na carga. De maneira geral, é possível adequar-se aos limites de desempenho especificados em norma. Entretanto, deve-se ressaltar o claro compromisso entre a diminuição de

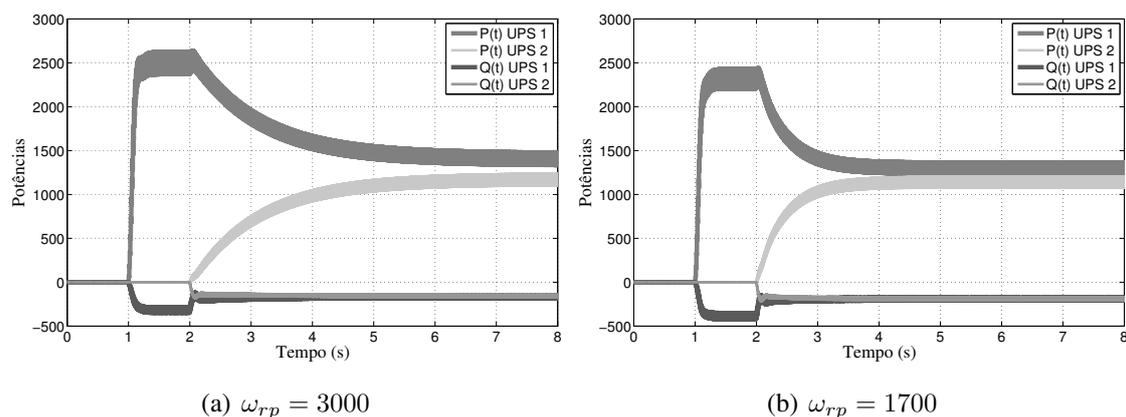
ω_{rp} e a piora da *THD*.

Tabela 37 – Harmônicas da tensão para *UPSs* com diferença de 80% e controladores repetitivos.

ω_{rp} (IEC, 2011)	<i>IHD</i> ₃ [%]	<i>IHD</i> ₅ [%]	<i>IHD</i> ₇ [%]	<i>IHD</i> ₉ [%]	<i>IHD</i> ₁₁ [%]	<i>IHD</i> ₁₃ [%]	<i>IHD</i> ₁₅ [%]	<i>THD</i> [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
3000	1,3873	1,6850	0,8033	0,1858	0,4770	0,2250	0,1076	2,3567
2000	2,3777	2,2350	0,6960	0,4420	0,5174	0,1281	0,2093	3,3682
1900	2,3549	2,2336	0,6880	0,4401	0,5159	0,1216	0,2089	3,3478
1800	2,5511	2,3004	0,6615	0,4758	0,5138	0,1136	0,2207	3,5283
1700	2,5877	2,3200	0,6442	0,4866	0,5116	0,1020	0,2235	3,5631
1600	2,7448	2,3695	0,6200	0,5148	0,5088	0,0982	0,2328	3,7071
1500	2,9582	2,4370	0,5819	0,5554	0,5033	0,0957	0,2440	3,9049
1000	4,1083	2,6499	0,3587	0,7094	0,4357	0,1549	0,2710	4,9193

A Figura 47 exibe as potências ativa e reativa com carga não-linear obtidas para dois dos casos abordados: (a) $\omega_{rp} = 3000$ e (b) $\omega_{rp} = 1700$. Pode-se verificar como a diminuição de ω_{rp} impacta na melhor divisão das potências em regime permanente, o que explica a menor I_{cir} obtida. Além disso, é observada uma maior rapidez no tempo de acomodação da potência, em torno de 1,268 s. Mesmo assim, trata-se de um desempenho inferior quando comparado ao tempo de 0,621 s obtido no Capítulo 4 com o controlador MR de três modos.

Figura 47 – Potências das *UPSs* com diferença de 80% e controlador repetitivo.



Fonte: do autor.

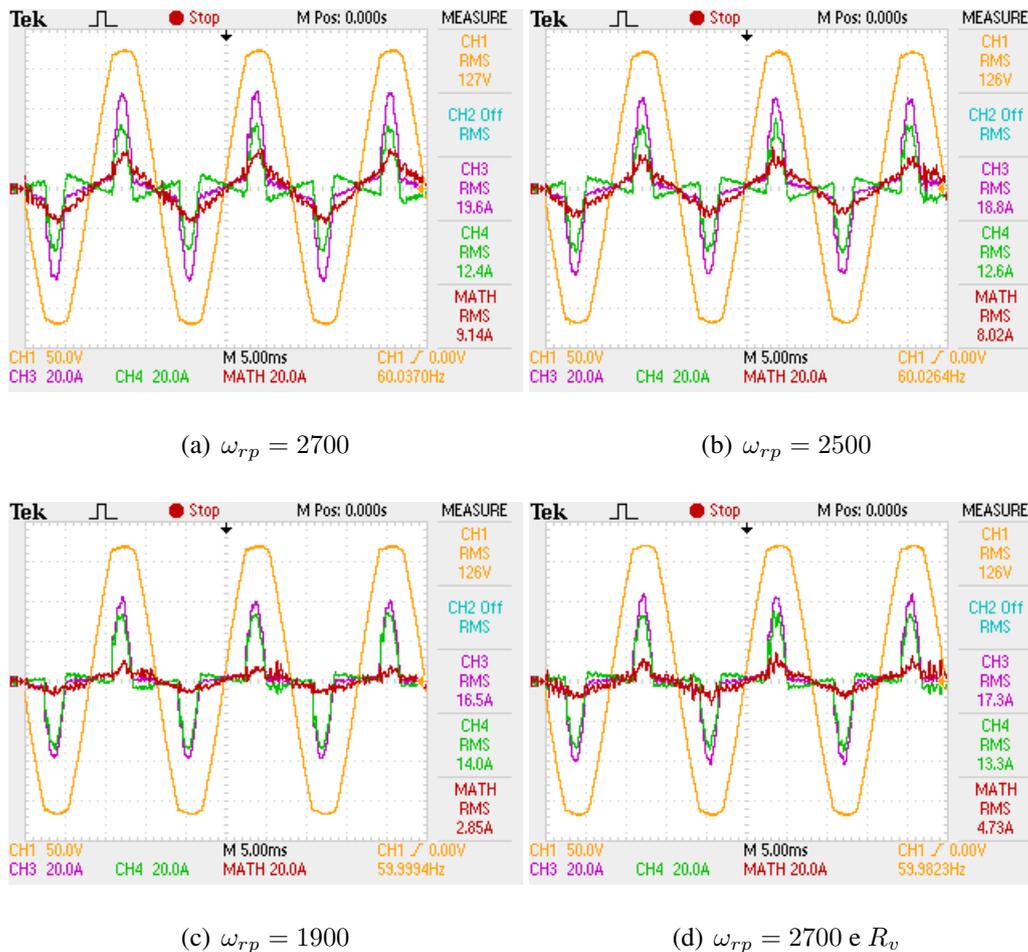
6.4 Resultados experimentais

Nesta seção são apresentados os resultados experimentais obtidos no paralelismo das duas *UPSs* de 3,5 kVA com controladores repetitivos, ressaltando-se que a *UPS 2* apresenta uma diferença incremental de 80% no parâmetro r_2 do filtro *LC* em relação à *UPS 1*. Foram usados os mesmos controladores repetitivos projetados anteriormente no ensaio

de simulação e cujos ganhos são descritos no Apêndice B.3. Conseguiu-se implementar na bancada experimental o valor máximo de ω_{rp} de 2700.

A Figura 48 apresenta os registros das formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída das *UPSs* capturadas para os quatro casos investigados. Novamente, o valor *MATH RMS* informado denota o valor *RMS* da diferença entre os canais da corrente de saída ($i_{o1} - i_{o2}$), o qual é proporcional à i_{cir} .

Figura 48 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador repetitivo - carga não-linear.



Fonte: do autor.

Primeiramente, a Tabela 38 resume os resultados de desempenho estático do paralelismo. Assim como o ocorrido em simulação, verifica-se a redução da corrente circulante *RMS* com a diminuição da frequência de corte do filtro do controlador repetitivo, ω_{rp} . O resultado com R_v não apresenta um desempenho tão bom quanto o obtido com a diminuição de ω_{rp} .

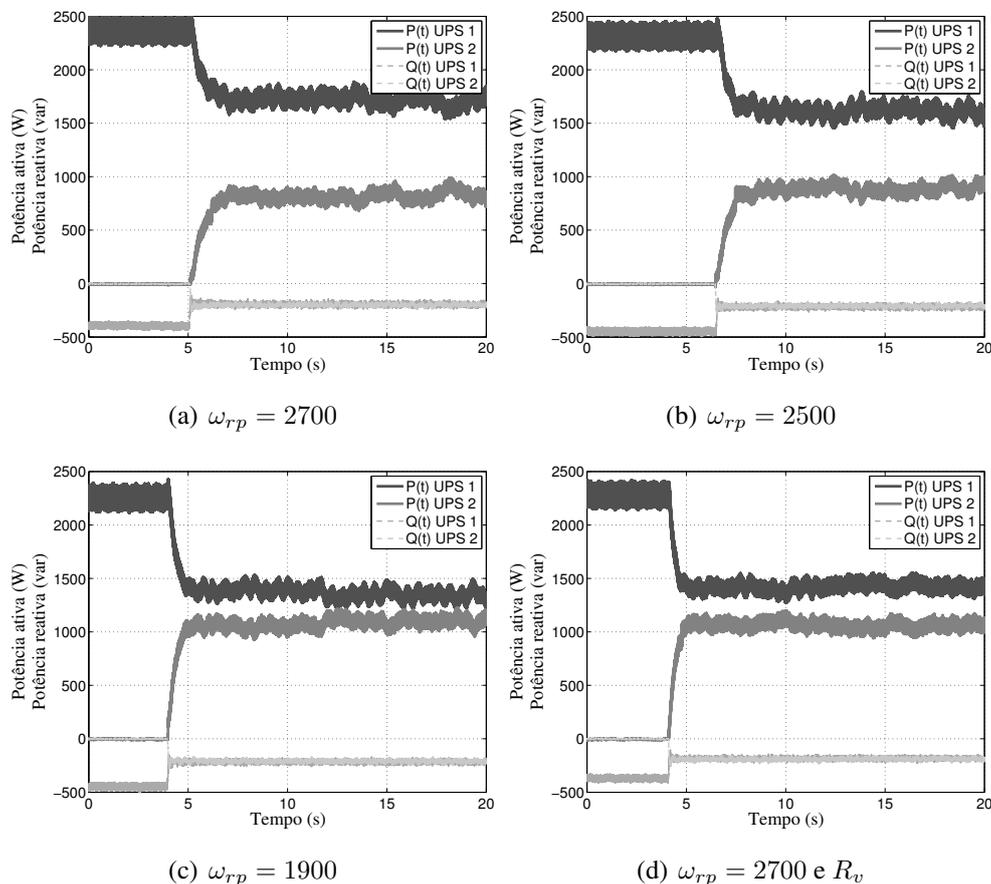
Tabela 38 – Resultados experimentais para *UPSs* com diferença de 80% e controladores repetitivos.

	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	t_s [s]
$\omega_{rp} = 2700$	4,566	4,470	0,741	0,502	0,199	0,123	2,007
$\omega_{rp} = 2500$	4,022	3,956	0,575	0,376	0,182	0,121	1,636
$\omega_{rp} = 1900$	1,421	1,392	0,138	0,221	0,054	0,075	0,990
$\omega_{rp} = 2700$ e R_v	2,361	2,260	0,458	0,454	0,168	0,106	1,066

A Tabela 39 apresenta os resultados do desempenho da tensão na carga, mais especificamente em relação aos seus componentes harmônicos. De maneira geral, é possível atender com uma certa margem de segurança aos limites para *THD* e *IHDs* definidos em norma.

A Figura 49 mostra as potências ativa e reativa filtradas em regime permanente obtidas em cada *UPS* para o ensaio com carga não-linear. A *UPS* 1 inicia alimentando plena carga e em determinado instante de tempo a *UPS* 2 é acoplada, iniciando o compartilhamento de potências. A discrepância nas potências está relacionada a magnitude da corrente circulante, diminuída com a redução do parâmetro ω_{rp} .

Figura 49 – Potências das *UPSs* com controlador repetitivo - carga não-linear.



Fonte: do autor.

Tabela 39 – Harmônicas da tensão para *UPSs* com diferença de 80% e controladores repetitivos.

(IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
$\omega_{rp} = 2700$	2,472	2,454	1,218	0,106	0,530	0,282	0,053	3,781
$\omega_{rp} = 2500$	2,256	2,432	1,233	0,053	0,529	0,300	0,070	3,622
$\omega_{rp} = 1900$	2,799	2,728	1,081	0,195	0,602	0,213	0,106	4,140
$\omega_{rp} = 2700$ e R_v	2,386	2,439	1,237	0,053	0,548	0,283	0,071	3,720

6.5 Considerações finais

Nas seções anteriores foram apresentados os resultados de simulação e experimentais para os ensaios do paralelismo de duas *UPSs* com parâmetro do filtro distinto, empregando-se controladores repetitivos na malha de regulação de tensão.

Com base nos resultados mostrados, a diminuição da frequência de corte do filtro passa-baixas do controlador repetitivo reduz o valor *RMS* da corrente circulante e também diminui o tempo de acomodação das potências em malha fechada com o controle *droop*. Nos resultados experimentais, é alcançada uma corrente circulante *RMS* de 5,17% da corrente nominal do equipamento. Isso representa uma redução de até 68,81% em relação ao caso onde é usada uma frequência de corte no filtro bem elevada.

É importante reforçar que os benefícios da regulação de tensão com controlador repetitivo são mantidos, alcançando-se índices de distorção harmônica em conformidade com os níveis exigidos em norma. Entretanto, um limitador o qual impede que sejam usados filtros com frequências de corte menores é o limite para o máximo desvio na regulação de tensão na carga, mais especificamente para carga linear.

7 SÍNTESE ROBUSTA CONSIDERANDO O SISTEMA INTERCONECTADO

No Capítulo 6 foi discutido como a frequência de corte do filtro do controlador repetitivo da malha de regulação de tensão impacta no paralelismo de *UPSs*. Seguindo a abordagem apresentada no Capítulo 5, neste capítulo será proposto um método de sintonia dos controladores repetitivos que garanta a estabilidade e desempenho robusto do sistema interconectado. A partir do modelo em espaço de estados será realizado o projeto conjunto dos ganhos desses controladores via solução de um problema de otimização com restrições *LMI*s visando a minimização do ganho *RMS* da corrente de distúrbio na corrente circulante de saída.

7.1 Projeto dos controladores

Nesta seção será descrita a metodologia de projeto dos ganhos de controladores repetitivos descentralizados para o sistema interconectado, com ganhos calculados pela solução de um problema de otimização convexo com restrições *LMI*.

7.1.1 Sistema em malha fechada

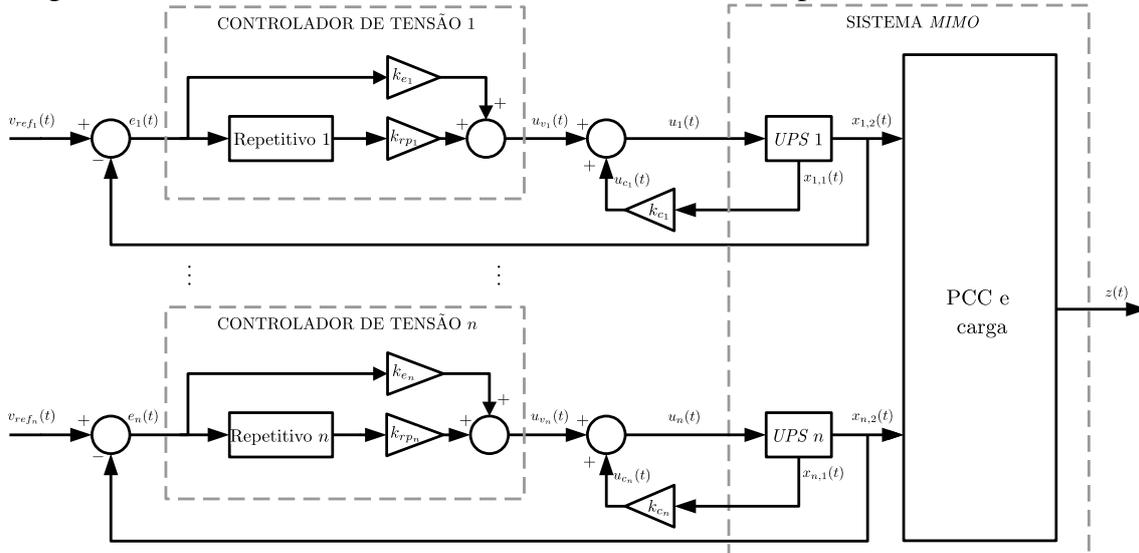
Partindo da representação do sistema em um modelo interconectado, o qual foi desenvolvido previamente no Capítulo 5, o objetivo é que a tensão de cada *UPS* seja regulada por um controlador repetitivo que use apenas informações locais. Essa topologia pode ser observada na Figura 50.

Assim como o apresentado na respectiva seção do Capítulo 2, para o *i*-ésimo subsistema pertencente ao sistema interconectado é desejada uma lei de controle descentralizada dada por

$$\begin{aligned} u_i(t) &= u_{c_i}(t) + u_{v_i}(t) \\ &= k_{c_i}x_{i,1}(t) + (k_{e_i} + k_{r_{p_i}})e_i(t) + k_{r_{p_i}}x_{r_{p_i}}(t). \end{aligned} \quad (138)$$

Definindo o controlador repetitivo no espaço de estados (37) para cada subsistema

Figura 50 – Sistema em malha fechada com controladores repetitivos descentralizados.



Fonte: do autor.

(108), é possível chegar a uma representação do sistema aumentado na forma

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_a(\eta, \zeta)x_a(t) + \mathbb{A}_d x_a(t - \tau) + \mathbb{B}_a u(t) + \mathbb{B}_v v_{ref}(t) + \mathbb{B}_d i_d(t) \\ z(t) = \mathbb{C}_a(\eta, \zeta)x_a(t) \end{cases} \quad (139)$$

onde $x_a(t) = [x_1(t) \ x_{rp_1}(t) \ \cdots \ x_n(t) \ x_{rp_n}(t)]' \in \mathbb{R}^{3n}$ é o vetor de estado aumentado, $z(t)$ é a saída de desempenho correspondente à corrente circulante $i_{cir_1}(t)$ e $v_{ref}(t) = [v_{ref_1}(t) \ v_{ref_1}(t - \tau) \ \cdots \ v_{ref_n}(t) \ v_{ref_n}(t - \tau)]'$ é o vetor de referências. As matrizes em (139) são dadas por

$$\mathbb{A}_a(\eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \mathbb{A}_1(\zeta) & 0_{2 \times 1} & \cdots & \mathbb{A}_{1n}(\eta) & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \mathbb{A}_{rp_1} & \cdots & 0_{1 \times 2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbb{A}_{n1}(\eta) & 0_{2 \times 1} & \cdots & \mathbb{A}_n(\zeta) & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0 & \cdots & 0_{1 \times 2} & \mathbb{A}_{rp_n} \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{A}_d = \begin{bmatrix} 0_2 & 0_{2 \times 1} & \cdots & 0_2 & 0_{2 \times 1} \\ -\mathbb{B}_{drp_1} \mathbb{C}_1 & \mathbb{A}_{drp_1} & \cdots & 0_{1 \times 2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0_2 & 0_{2 \times 1} & \cdots & 0_2 & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0 & \cdots & -\mathbb{B}_{drp_n} \mathbb{C}_n & \mathbb{A}_{drp_n} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 & \cdots & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} & \cdots & 0_{2 \times 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{2 \times 1} & \cdots & \mathbb{B}_n \\ 0_{2 \times 1} & \cdots & 0_{2 \times 1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{B}_v = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 & 0_{2 \times 1} & \cdots & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0 & \mathbb{B}_{drp_1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & \cdots & \mathbb{B}_n & 0_{2 \times 1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathbb{B}_{drp_n} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_d = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_{d_1} \\ 0 \\ \vdots \\ \mathbb{B}_{d_n} \\ 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{aligned}
\mathbb{C}_a(\eta, \zeta) = & \frac{1}{n} \left[\left((n-1)\zeta_1(t) + \sum_{j \neq 1}^n \eta_{j1}(t) \right) \mathbb{C}_1 \ 0 \right. \\
& - \left(\zeta_2(t) + (n-1)\eta_{12}(t) - \sum_{\substack{j \neq 1 \\ j \neq 2}}^n \eta_{j2}(t) \right) \mathbb{C}_2 \ 0 \ \cdots \\
& \left. - \left(\zeta_n(t) + (n-1)\eta_{1n}(t) - \sum_{\substack{j \neq 1 \\ j \neq n}}^n \eta_{jn}(t) \right) \mathbb{C}_n \ 0 \right].
\end{aligned} \tag{140}$$

A lei de controle (138) do subsistema i pode ser reescrita na forma de uma realimentação de estado associada a um ganho *feedforward* da i -ésima referência

$$u_i(t) = K_i x_{a_i}(t) + (k_{e_i} + k_{rp_i}) v_{ref_i}(t) \tag{141}$$

onde $x_{a_i}(t) = [x_i(t) \ x_{rp_i}(t)]' \in \mathbb{R}^3$ é o estado da i -ésima *UPS*, com o vetor de ganhos

$$K_i = [k_{c_i} \ - (k_{e_i} + k_{rp_i}) \ k_{rp_i}]. \tag{142}$$

Em relação ao sistema interconectado, deseja-se uma lei de controle por realimentação de estado aumentado descentralizada. Assim, a partir de (141) segue que o vetor de entradas de controle pode ser representado na forma

$$u(t) = K_D x_a(t) + K_R v_{ref}(t) \tag{143}$$

onde

$$K_D \in \mathbb{R}^{n \times 3n} = \begin{bmatrix} K_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad K_R \in \mathbb{R}^{n \times n} = \begin{bmatrix} (k_{e_1} + k_{rp_1}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & (k_{e_n} + k_{rp_n}) \end{bmatrix}. \tag{144}$$

Substituindo (143) em (139) chega-se ao sistema em malha fechada

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta) x_a(t) + \mathbb{A}_d x_a(t - \tau) + \mathbb{B}_q v_{ref}(t) + \mathbb{B}_d i_d(t) \\ z(t) = \mathbb{C}_a(\eta, \zeta) x_a(t) \end{cases} \tag{145}$$

em que

$$\begin{aligned}
\mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta) = & \mathbb{A}_a(\eta, \zeta) + \mathbb{B}_a K_D \quad \text{e} \\
\mathbb{B}_q = & \begin{bmatrix} \mathbb{B}_1(k_{e_1} + k_{rp_1}) & 0_{2 \times 1} & \cdots & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0 & \mathbb{B}_{d_{rp_1}} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & \cdots & \mathbb{B}_n(k_{e_n} + k_{rp_n}) & 0_{2 \times 1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathbb{B}_{d_{rp_n}} \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Aplicando a Transformada de Laplace em (145) segue que

$$z(s) = T_r(\eta, \zeta)(s)v_{ref}(s) + T_{i_d}(\eta, \zeta)(s)i_d(s) \quad (146)$$

onde

$$T_r(\eta, \zeta)(s) = \mathbb{C}_a(\eta, \zeta) (sI - \mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta) - \mathbb{A}_d e^{-s\tau})^{-1} \mathbb{B}_q \quad (147)$$

e a função de transferência que relaciona a corrente de distúrbio i_d com a corrente circulante i_{cir_i} é dada por

$$T_{i_d}(\eta, \zeta)(s) = \mathbb{C}_a(\eta, \zeta) (sI - \mathbb{A}_{mf}(\eta, \zeta) - \mathbb{A}_d e^{-s\tau})^{-1} \mathbb{B}_d. \quad (148)$$

Ou seja, a corrente circulante continua sendo composta por duas parcelas, uma delas resultando dos n sinais de referência v_{ref} e a outra decorrente de i_d .

7.1.2 Síntese do controlador

O desempenho transitório do sistema em malha fechada é regulado a partir da imposição de uma taxa de decaimento exponencial conforme descrito na Subseção 2.2.3.3. Além disso, será considerada a minimização de um limitante superior γ para a norma \mathcal{H}_∞ de $T_{i_d}(\eta, \zeta)(s)$. O teorema a seguir, adaptado de (SALTON *et al.*, 2013) e com uso de critério de desempenho segundo (LEE; KIM; KWON, 1994), apresenta condições *LMI* para o projeto robusto dos ganhos do controlador repetitivo.

Teorema 4 *Considere os escalares reais positivos ω_{rp} , α e ϵ conhecidos a priori. Caso existam as matrizes bloco-diagonais simétricas positivas definidas Q_D e $S \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$, uma matriz bloco-diagonal $W_D \in \mathbb{R}^{n \times 3n}$ e um escalar positivo γ satisfazendo¹*

$$\begin{bmatrix} He(\mathbb{A}_a(\eta, \zeta)Q_D + \mathbb{B}_a W_D) + S + 2\alpha Q_D & e^{\alpha\tau} \mathbb{A}_d Q_D & \mathbb{B}'_d & Q_D \mathbb{C}_a(\eta, \zeta)' \\ * & -S & 0_{3n \times 1} & 0_{3n \times 1} \\ * & * & -\gamma & 0 \\ * & * & * & -\gamma \end{bmatrix} < 0, \quad (149)$$

$$\begin{bmatrix} Q_D & * \\ W_{D(i)} & \epsilon^2 \end{bmatrix} > 0. \quad (150)$$

então a origem do sistema (145) com $K_D = W_D Q_D^{-1}$ é robustamente exponencialmente estável com taxa de decaimento α e satisfazendo $\|T_{i_d}(\eta, \zeta)(s)\|_\infty \leq \gamma$ com

$$V(0) = x_a(0)' Q_D^{-1} x_a(0) + \int_{-\tau}^0 x(\vartheta)' Q_D^{-1} S Q_D^{-1} x(\vartheta) d\vartheta.$$

Assuma que os valores de $R_{i_{\min}} \leq R_i(t) \leq R_{i_{\max}}$ e $Y_{\min} \leq Y(t) \leq Y_{\max}$ são mapeados no conjunto de vértices $\{\nu_1, \dots, \nu_N\}$ contendo todos os valores admissíveis dos parâmetros auxiliares $\zeta_i(t)$ e $\eta_{ij}(t)$. Uma vez que a dependência com os parâmetros auxiliares

¹ $W_{D(i)}$ denota a i -ésima linha da matriz W_D .

é linear, tem-se $[\mathbb{A}_a(\eta, \zeta), \mathbb{C}_a(\eta, \zeta)] \in \text{Conv}\{\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_N\}$ onde $\mathcal{G}_k = [\mathbb{A}_a(\nu_k), \mathbb{C}_a(\nu_k)]$, $k = 1, \dots, N$. Deste modo, para que as garantias referentes ao sistema em malha fechada sejam obtidas é suficiente satisfazer a desigualdade (149) para todos os $\{\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_N\}$ vértices do politopo que engloba a função de incerteza.

Tendo como objetivo obter o ganho K_D de forma a minimizar (130), pode-se enunciar o seguinte problema de otimização convexo:

$$\min_{Q_D, S, W_D, \gamma} \gamma \quad \text{sujeito a } Q_D = Q_D' > 0, (149) \text{ e } (150). \quad (151)$$

Deste modo, se existir uma solução para o problema de otimização (151), onde Q_D , S , W_D e γ são variáveis de decisão, então pode-se determinar uma matriz de realimentação por $K_D = W_D Q_D^{-1}$.

7.2 Resultados de simulação

Nesta seção são apresentados os resultados de simulação do paralelismo de duas *UPSs* com diferença paramétrica, sendo desta vez os controladores repetitivos da malha de regulação de tensão projetados de forma conjunta segundo a metodologia proposta neste capítulo.

Os coeficientes dos controladores *droop* mantiveram-se os mesmos, sendo definidos $k_n = 0,001$, $k_m = 10^{-4}$ e $k_E = 10\omega_p$. Os resultados de simulação são apresentados para duas *UPSs* de 3,5 kVA, considerando uma diferença de 80% no componente r_2 filtro *LC* da *UPS 2*. Novamente, assim como para o projeto interconectado do controlador MR, considerou-se $Y_{\min} = 0,0001 \text{ S}$, $Y_{\max} = 0,1519 \text{ S}$, $R_{1\min} = R_{2\min} = 0,050 \Omega$ e $R_{1\max} = R_{2\max} = 1 \times 10^9 \Omega$.

Na análise realizada no Capítulo 5, inicialmente foi determinada uma cobertura politépica reduzida para a função das incertezas $f(Y, R_1, R_2)$, cujos valores dos vértices estão listados na Tabela 21. Esses vértices são empregados novamente para solucionar o problema de otimização (151), visando a determinação dos ganhos dos controladores repetitivos. Deste modo, foram projetados controladores repetitivos para ω_0 , sendo as demais especificações e os ganhos obtidos descritos no Apêndice B.4.

A Tabela 40 apresenta os resultados de desempenho estático considerando controladores repetitivos obtidos através do projeto interconectado. Inicialmente, também para o projeto interconectado, é verificada a redução de I_{rms} com a diminuição de ω_{rp} . Assumindo como limite para *VR* o valor de $\pm 2\%$, o controlador com $\omega_{rp} = 1500$ se mostra a melhor configuração. Se comparado ao melhor resultado obtido no projeto individual apresentado no Capítulo 6, é alcançada uma redução de 27,11%.

Tabela 40 – Resultados para *UPSs* com diferença de 80% e controladores repetitivos - projeto interconectado.

ω_{rp}	i_{cir}						v_o	P
	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	VR [%]	t_s [s]
3000	1,2209	1,2094	0,1564	0,0481	0,0214	0,0040	0,4856	2,8905
2000	0,5716	0,5681	0,0552	0,0246	0,0098	0,0026	1,3801	1,5373
1900	0,5616	0,5579	0,0557	0,0240	0,0097	0,0025	1,2022	1,4764
1800	0,4893	0,4860	0,0496	0,0200	0,0067	0,0046	1,5406	1,3172
1700	0,4712	0,4679	0,0487	0,0200	0,0074	0,0026	1,3457	1,2436
1600	0,4146	0,4114	0,0454	0,0164	0,0063	0,0034	1,6457	1,1134
1500	0,3632	0,3605	0,0396	0,0127	0,0049	0,0018	1,9299	0,9891
1000	0,1941	0,1914	0,0297	0,0071	0,0034	0,0015	3,5427	0,5332

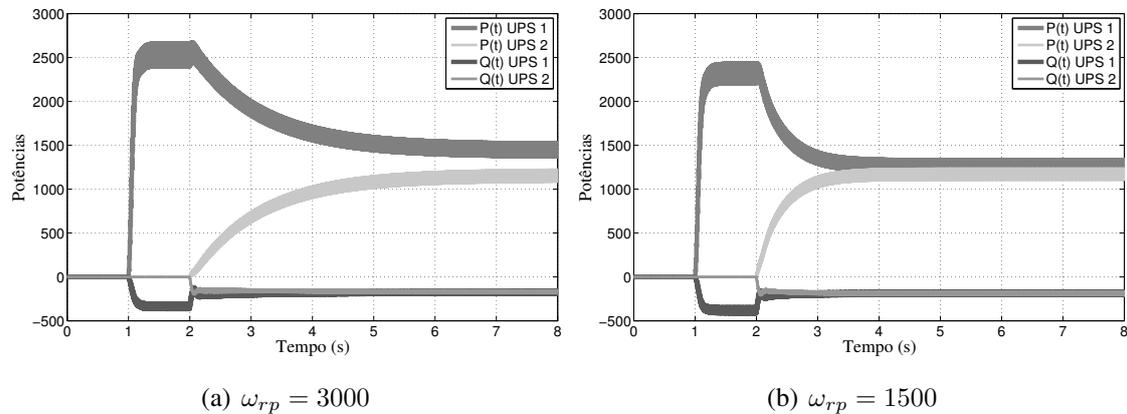
Com relação ao desempenho estático da tensão na carga, a Tabela 41 apresenta os resultados das componentes harmônicas da tensão na carga. Assim como para o caso anterior, o controlador repetitivo consegue atender aos limites de *THD* e *IHDs*.

Tabela 41 – Resultados de v_o para *UPSs* com diferença de 80% com controlador repetitivo - projeto interconectado.

ω_{rp} (IEC, 2011)	<i>IHD</i> ₃ [%]	<i>IHD</i> ₅ [%]	<i>IHD</i> ₇ [%]	<i>IHD</i> ₉ [%]	<i>IHD</i> ₁₁ [%]	<i>IHD</i> ₁₃ [%]	<i>IHD</i> ₁₅ [%]	<i>THD</i> [%]
	5	6	5	1,5	3,5	3	0,3	8
3000	1,0611	1,3796	0,7949	0,0569	0,4446	0,2790	0,0566	1,9528
2000	1,9868	1,9843	0,7575	0,3214	0,5218	0,1654	0,1795	2,9404
1900	1,9869	1,9937	0,7522	0,3245	0,5222	0,1596	0,1807	2,9438
1800	2,2039	2,0885	0,7252	0,3731	0,5253	0,1377	0,1993	3,1515
1700	2,2247	2,0989	0,7165	0,3778	0,5248	0,1302	0,2010	3,1695
1600	2,4257	2,1773	0,6865	0,4213	0,5240	0,1110	0,2161	3,3585
1500	2,6254	2,2459	0,6543	0,4589	0,5208	0,0936	0,2291	3,5426
1000	3,6463	2,4819	0,4634	0,6188	0,4770	0,0929	0,2691	4,4522

Na Figura 51 são mostradas as potências com carga não-linear para dois dos casos abordados: (a) $\omega_{rp} = 3000$ e (b) $\omega_{rp} = 1500$. Pode-se verificar como o aumento de ω_{rp} impacta na melhor divisão das potências em regime permanente, o que explica a menor I_{cir} obtida.

Figura 51 – Potências das *UPSs* com diferença de 80% e controlador repetitivo - projeto interconectado.



Fonte: do autor.

7.3 Resultados experimentais

Nesta seção é dada continuidade aos ensaios experimentais do paralelismo com duas *UPSs* de 3,5 kVA, desta vez sendo considerados na regulação de tensão os controladores repetitivos obtidos com o projeto interconectado.

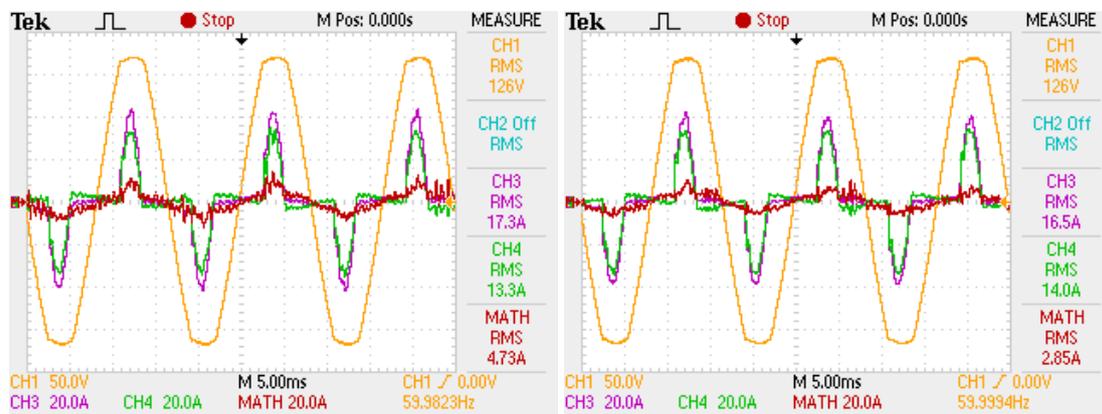
Inicialmente, a Figura 52 mostra as capturas das formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída das *UPSs* para dois casos investigados, comparando-os lado a lado com os resultados anteriores mais significativos, obtidos no projeto individual.

A Tabela 42 resume os resultados de desempenho estático da corrente circulante. Mais uma vez, observa-se a redução do valor *RMS* da corrente circulante para a diminuição da frequência de corte do filtro do controlador repetitivo, ω_{rp} , sendo o valor limite de ω_{rp} restrito pelo máximo desvio de tensão tolerável em regime permanente. Se comparados para o mesmo $\omega_{rp} = 1900$, o método M2 se mostra melhor com uma redução de 3,09% em I_{rms} . Além disso, com o M2 é possível reduzir ainda mais ω_{rp} sem que se perca a regulação de tensão, resultando em uma I_{rms} de 6,54% menor do que o melhor caso do M1.

Tabela 42 – Resultados experimentais para *UPSs* com diferença de 80% e controladores repetitivos.

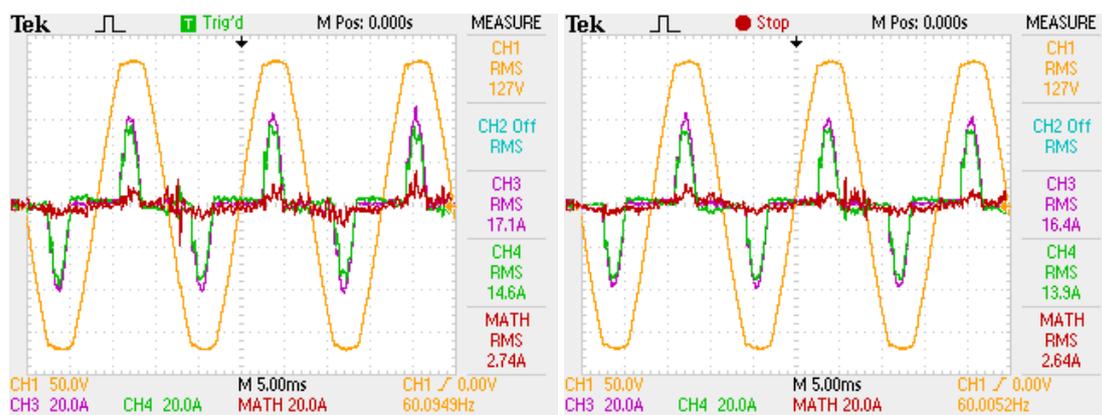
Projeto	I_{rms} [A]	I_{1rms} [A]	I_{3rms} [A]	I_{5rms} [A]	I_{7rms} [A]	I_{9rms} [A]	t_s [s]
M1 $\omega_{rp} = 2700$ e R_v	2,361	2,260	0,458	0,454	0,168	0,106	1,066
M1 $\omega_{rp} = 1900$	1,421	1,392	0,138	0,221	0,054	0,075	0,990
M2 $\omega_{rp} = 1900$	1,377	1,273	0,362	0,357	0,095	0,066	1,224
M2 $\omega_{rp} = 1700$	1,328	1,183	0,402	0,400	0,175	0,071	0,821

Figura 52 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador repetitivo no projeto interconectado - carga não-linear.



(a) M1 $\omega_{rp} = 2700$ e R_v

(b) M1 $\omega_{rp} = 1900$



(c) M2 $\omega_{rp} = 1900$

(d) M2 $\omega_{rp} = 1700$

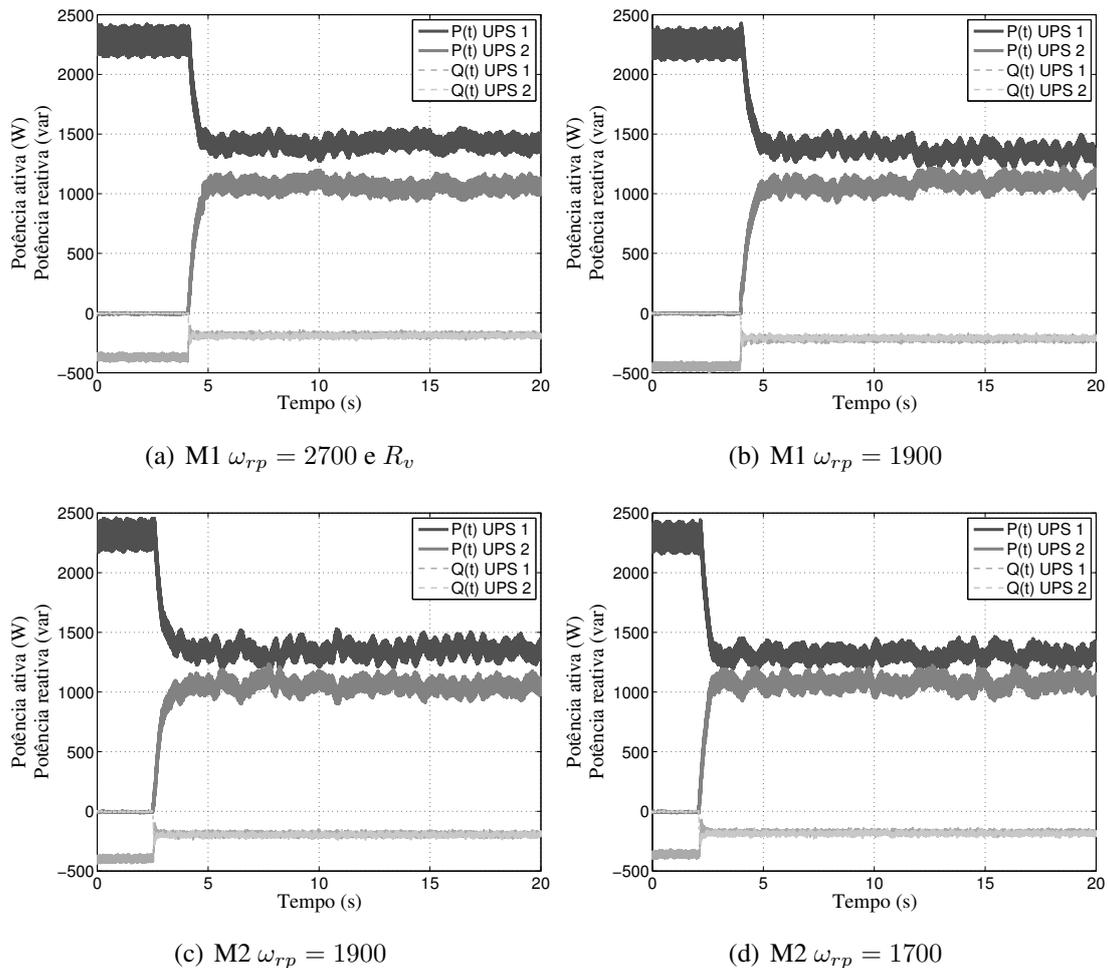
Fonte: do autor.

Tabela 43 – Harmônicas da tensão para *UPSs* com diferença de 80% e controladores repetitivos - carga não-linear.

(IEC, 2011)	IHD_3 [%]	IHD_5 [%]	IHD_7 [%]	IHD_9 [%]	IHD_{11} [%]	IHD_{13} [%]	IHD_{15} [%]	THD [%]
M1 $\omega_{rp} = 2700$ e R_v	2,386	2,439	1,237	0,053	0,548	0,283	0,071	3,720
M1 $\omega_{rp} = 1900$	2,799	2,728	1,081	0,195	0,602	0,213	0,106	4,140
M2 $\omega_{rp} = 1900$	2,366	2,471	1,253	0,053	0,583	0,371	0,088	3,748
M2 $\omega_{rp} = 1700$	2,661	2,520	1,163	0,088	0,582	0,282	0,106	3,926

Na Figura 53 são mostradas as potências ativa e reativa filtradas em regime permanente obtidas em cada *UPS* para o ensaio com carga não-linear. A discrepância nas potências está relacionada a magnitude da corrente circulante, diminuída com a redução do parâmetro ω_{rp} .

Figura 53 – Potências das *UPSs* com controlador repetitivo - carga não-linear.



Fonte: do autor.

7.4 Considerações finais

Nas últimas seções foram apresentados os resultados de simulação e experimentais do paralelismo de duas *UPSs* considerando o projeto interconectado multivariável dos controladores de tensão repetitivos, onde a operação isolada ou em paralelo dessas *UPSs* é assegurada pela robustez do controlador à variação paramétrica das resistências de linha que compõem o sistema e da admitância de carga.

Nas *UPSs* com diferença paramétrica 80%, para o projeto interconectado a corrente circulante *RMS* é reduzida com o aumento da frequência de corte do filtro no elemento de atraso, assim como ocorria no projeto individual. Por outro lado, em geral, os resultados com o projeto interconectado resultam em uma corrente circulante menor do que no projeto individual.

Em relação ao erro de regulação estático e a distorção harmônica da tensão de saída, para todos os projetos dos controladores repetitivos é possível atender aos limites de *IHDs* requisitados em norma com uma boa margem de segurança, chegando-se ao valor de *THD* de 3,75%.

De forma geral, considerando uma análise comparativa entre as duas alternativas de controladores, os valores obtidos com os controladores de tensão repetitivos são maiores do que os verificados com o uso dos controladores MR de três modos. Embora obteve-se uma *THD* em níveis próximos, de 3,75% frente a 3,65%, a corrente circulante *RMS* para o controlador repetitivo é maior, sendo de 1,328 A frente a 1,040 A obtido com o controlador MR. Em contrapartida, o controlador repetitivo possui uma estrutura mais simples, apresentando um número reduzido de ganhos para a sintonia em comparação aos controladores MR.

8 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi analisada a influência de controladores de tensão baseados no princípio do modelo interno, mais precisamente dos controladores múltiplos-ressonantes e repetitivos, no desempenho do paralelismo de *UPSs* via controle *droop*. Inicialmente, foi analisado o impacto do aumento dos fatores de amortecimento dos modos do controlador MR no aumento da magnitude na resposta em frequência da impedância de saída do sistema *UPS* em malha fechada. A influência desses coeficientes mostra-se similar ao efeito do uso de um controlador MR ideal e uma resistência virtual, estratégia muito usada no paralelismo com controle sem intercomunicação.

Foi mostrada a sintonia de controladores *droop* via análise das raízes considerando no modelo a característica da impedância de saída nas demais frequências além da fundamental, o que permite observar comportamentos instáveis, e é fundamental para a sintonia do *droop* quando utilizados controladores MRs na presença de uma resistência de linha muito baixa. A inclusão de fatores de amortecimento no controlador MR é vista nas raízes da equação característica que determina a estabilidade do controle *droop*, proporcionando a estabilidade ou aumentando da faixa de ganho estabilizável do sistema com *droop* em malha fechada. Foram obtidos resultados de simulação e experimentais para duas *UPSs* comerciais de 3,5 kVA com o método de análise proposto, mostrando valores *RMS* de corrente circulante menores em relação aos obtidos com uso de coeficientes nulos. Também cabe ressaltar a montagem e validação da bancada experimental do paralelismo como uma parte da contribuição deste trabalho.

Na sequência, como principal contribuição, é apresentada uma metodologia de projeto dos controladores MRs das *UPSs* por meio de um modelo em espaço de estados interconectado do sistema em paralelo. Sendo obtido um modelo multivariável no espaço de estados com o número de estágios de saída das *UPSs*, é realizado o cálculo dos ganhos desses controladores através da solução de um problema de otimização convexo sujeito a restrições do tipo *LMI*. É incorporado ao problema um critério para a minimização da norma \mathcal{H}_∞ do sistema que relaciona o valor *RMS* da perturbação para a corrente circulante de saída. Foram obtidos resultados de simulação e experimentais com duas *UPSs*, mostrando uma redução consistente da corrente circulante para o controlador do projeto

interconectado em relação ao projeto individual. Além disso, são trazidas garantias de robustez não existentes no projeto anterior e permitida a obtenção dos ganhos de ambos reguladores de tensão de forma única. Contudo, ainda é preciso lembrar, sem alterar os ganhos sintonizados previamente para os controladores *droop*.

A análise foi repetida para o controlador de tensão repetitivo, avaliando o impacto da diminuição da frequência de corte do filtro passa-baixas na resposta em frequência da impedância de saída da *UPS* e o seu efeito nas raízes do sistema com *droop* em malha fechada. Além disso, o projeto de controladores repetitivos descentralizados por meio de um modelo em espaço de estados interconectado é apresentado, com ganhos calculados através da solução de um problema com restrições *LMI*, incorporando também um critério para minimização da corrente circulante. Foram obtidos resultados de simulação e experimentais mostrando a redução da corrente circulante em relação ao projeto individual e validando a metodologia proposta.

Os resultados experimentais da corrente circulante *RMS* mantiveram-se um pouco acima dos obtidos com o controlador MR de três modos, principalmente se comparados aos do projeto interconectado. O mesmo para o desempenho da tensão, com *THD* de 3,93% para o controlador repetitivo e 3,65% para o MR.

Com a intenção de dar continuidade à pesquisa apresentada nesta tese, pode-se sugerir a realização dos seguintes trabalhos futuros:

- levar em consideração a indutância de linha na modelagem do sistema em paralelo. Em uma etapa preliminar, fora reescrito o modelo em espaço de estados interconectado inserindo também um indutor na linha e, conseqüentemente, adicionando o estado da corrente de linha. A formulação do sistema interconectado no espaço de estados e as restrições *LMIs* devem ser alteradas já que não é desejável realimentar o estado correspondente à corrente de linha de cada *UPS*;
- levar em consideração outras representações para a admitância de carga como, por exemplo, a conexão de cargas reativas capacitivas ou indutivas;
- estudar outras estruturas de controlador *droop* que possibilitem a melhoria do desempenho dinâmico das potências. Como neste trabalho é avaliado o impacto dos múltiplos modos ressonantes nas raízes do sistema em malha fechada com *droop*, não foram exploradas estruturas de controle mais complexas, ficando limitadas à adição do termo relacionado a restauração de tensão;
- proposição de uma metodologia sistemática de escolha dos coeficientes de amortecimento baseada na atenuação mínima necessária em cada harmônica para o atendimento da norma, seguindo as ideias propostas em (BERTOLDI, 2019);
- extensão da análise para o caso de inversores conectados à rede em aplicações de microrrede ou para microrredes ilhadas;

- aplicação de métodos de controle baseado em dados como o VRFT (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011) na sintonia do controlador *droop* e do controle responsável pela regulação de tensão;
- desenvolvimento de um método único para a sintonia conjunta dos ganhos dos controladores da malha de regulação de tensão e também dos ganhos do método *droop*;
- uso de métodos numéricos para a determinação de uma cobertura politópica com menor conservadorismo para a função das incertezas do sistema, o que possibilitaria a obtenção de soluções menos conservadoras para o problema de otimização.

REFERÊNCIAS

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE/INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS (ANSI/IEEE). **IEEE Std 944-1986**: IEEE recommended practice for the application and testing of uninterruptible power supplies for power generating stations. New York, 1986.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 15014**: Conversor a semicondutor - sistema de alimentação de potência ininterrupta, com saída em corrente alternada (nobreak) - Terminologia. Rio de Janeiro, 2003.

ASTRADA, J.; DE ANGELO, C. Implementation of output impedance in single-phase inverters with repetitive control and droop control. **IET Power Electronics**, Stevenage, v. 13, n. 14, p. 3044–3055, 2020.

ASTRADA, J.; DE ANGELO, C. Double virtual - impedance loop for inverters with repetitive and droop control in UPS applications. **Electric Power Systems Research**, New York, v. 204, p. 107680, 2022.

BARDEN, A. T. **Projeto e análise de controladores robustos aplicados a inversores trifásicos de fontes ininterruptas de energia (UPS)**. 2016. 167 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2016.

BAZANELLA, A.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. **Data-driven controller design: the H2 approach**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2011.

BEHERA, M. K.; SAIKIA, L. C. An improved voltage and frequency control for islanded microgrid using BPF based droop control and optimal third harmonic injection PWM scheme. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, v. 58, n. 2, p. 2483–2496, 2022.

BERTOLDI, R. **Controlador múltiplo-ressonante aplicado a fontes ininterruptas de energia**. 2019. 124 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do

Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2019.

BERTOLDI, R.; FLORES, J. V.; PEREIRA, L. F. A. Controlador múltiplo-ressonante de ganho finito aplicado a fontes ininterruptas de energia. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA*, 22., 2018, João Pessoa. **Anais ...** Campinas: SBA, 2018. p. 1–8.

BOYD, S.; EL GHAOU, L.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. Philadelphia: SIAM, 1994. (Studies in Applied Mathematics, v. 15).

CARBALLO, R. E.; BOTTERÓN, F.; OGGIER, G. G.; GARCÍA, G. O. Design approach of discrete-time resonant controllers for uninterruptible power supply applications through frequency response analysis. **IET Power Electronics**, Stevenage, v. 9, p. 2871–2879(8), December 2016.

CARBALLO, R. E.; BOTTERÓN, F.; OGGIER, G. G.; GARCÍA, G. O. Droop control strategy using resonant controllers to achieve resistive output impedance characteristics for UPS inverters. *In: BRAZILIAN POWER ELECTRONICS CONFERENCE*, 14., 2017, Juíz de Fora. **Proceedings ...** Fortaleza: SOBRAEP, 2017. p. 1–6.

CARBALLO, R. E.; BOTTERÓN, F.; OGGIER, G. G.; GARCÍA, G. O. Multiple resonant controllers strategy to achieve fault ride-through and high performance output voltage in UPS applications. **IET Power Electronics**, Stevenage, v. 11, p. 2415–2426(11), December 2018.

CHEN, J.-F.; CHU, C.-L. Combination voltage-controlled and current-controlled PWM inverters for UPS parallel operation. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 10, n. 5, p. 547–558, Sep. 1995.

CHILALI, M.; GAHINET, P. H_∞ design with pole placement constraints: an lmi approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 41, n. 3, p. 358–367, Mar 1996.

DA SILVA BRANDÃO JUNIOR, O. **Síntese de controladores repetitivos baseada em parâmetros da resposta em frequência**. 2021. 109 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2021.

DE BRABANDERE, K.; BOLSENS, B.; VAN DEN KEYBUS, J.; WOYTE, A.; DRIESEN, J.; BELMANS, R. A voltage and frequency droop control method for parallel inverters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 22, n. 4, p. 1107–1115, 2007.

DERAKHSHAN, S.; SHAFIEE-RAD, M.; SHAFIEE, Q.; JAHED-MOTLAGH, M. R. Decentralized robust LMI-based voltage control strategy for autonomous inverter-interfaced multi-DG microgrids. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 38, n. 4, p. 3003–3015, 2023.

DOS SANTOS FILHO, R. M. **Contribuição ao controle digital do paralelismo sem comunicação de sistemas de energia ininterrupta**. 2009. 269 f. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belo Horizonte, 2009.

FLORES, J. V.; SALTON, A. T.; CASTRO, R. S. Robust state feedback formulation for high order repetitive controllers. **Asian Journal of Control**, Richmond, v. 18, n. 3, p. 1042–1051, May 2016.

FRANCIS, B.; WONHAM, W. The internal model principle for linear multivariable regulators. **Applied Mathematics and Optimization**, New York, v. 2, n. 2, p. 170–194, 1975.

FURTADO, E. C. **Estudo do sincronismo de múltiplos osciladores acoplados: aplicação ao paralelismo de ups**. 2009. 182 f. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belo Horizonte, 2009.

GAO, M.; CHEN, M.; WANG, C.; QIAN, Z. An accurate power-sharing control method based on circulating-current power phasor model in voltage-source inverter parallel-operation system. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 33, n. 5, p. 4458–4476, 2018.

GKIZAS, G. Optimal robust control of a cascaded DC-DC boost converter. **Control Engineering Practice**, [S.l.], v. 107, p. 104700, 2021.

GOLESTAN, S.; GUERRERO, J. M.; VASQUEZ, J. C. Single-phase PLLs: a review of recent advances. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 32, n. 12, p. 9013–9030, 2017.

GOLUB, G.; VAN LOAN, C. **Matrix Computations**. [S.l.]: Johns Hopkins University Press, 1989. (Johns Hopkins series in the mathematical sciences).

GUERRERO, J. M.; DE VICUNA, L. G.; MATAS, J.; CASTILLA, M.; MIRET, J. A wireless controller to enhance dynamic performance of parallel inverters in distributed generation systems. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 19, n. 5, p. 1205–1213, Sep. 2004.

- GUERRERO, J. M.; DE VICUNA, L. G.; MATAS, J.; CASTILLA, M.; MIRET, J. Output impedance design of parallel-connected UPS inverters with wireless load-sharing control. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 52, n. 4, p. 1126–1135, Aug 2005.
- GUERRERO, J. M.; HANG, L.; UCEDA, J. Control of distributed uninterruptible power supply systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 55, n. 8, p. 2845–2859, Aug 2008.
- GUERRERO, J. M.; MATAS, J.; GARCIA DE VICUNAGARCIA DE VICUNA, L.; CASTILLA, M.; MIRET, J. Wireless-control strategy for parallel operation of distributed-generation inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 53, n. 5, p. 1461–1470, 2006.
- GUERRERO, J. M.; VASQUEZ, J. C.; MATAS, J.; DE VICUNA, L. G.; CASTILLA, M. Hierarchical control of droop-controlled AC and DC microgrids - a general approach toward standardization. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 58, n. 1, p. 158–172, 2011.
- GUO, X.; LU, Z.; WANG, B.; SUN, X.; WANG, L.; GUERRERO, J. M. Dynamic phasors-based modeling and stability analysis of droop-controlled inverters for microgrid applications. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 5, n. 6, p. 2980–2987, 2014.
- HARA, S.; YAMAMOTO, Y.; OMATA, T.; NAKANO, M. Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 33, n. 7, p. 659–668, Jul 1988.
- HU, J.; SHAN, Y.; CHENG, K. W.; ISLAM, S. Overview of power converter control in microgrids - challenges, advances, and future trends. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 37, n. 8, p. 9907–9922, 2022.
- HU, P.; HE, Z.; LI, S.; GUERRERO, J. M. Non-ideal proportional resonant control for modular multilevel converters under sub-module fault conditions. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 34, n. 4, p. 1741–1750, 2019.
- INOUE, T.; NAKANO, M.; IWA, S. High accuracy control of servomechanism for repeated contouring. *In: ANNUAL SYMPOSIUM OF INCREMENTAL MOTION CONTROL SYSTEMS AND DEVICES*, 10., 1981, Rosemont. **Proceedings ...** Champaign: Incremental Motion Control Society, 1981. p. 258–292.
- INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION (IEC). **IEC 62040-3: Uninterruptible Power Systems (UPS) - Part 3: method of specifying the performance and test requirements**. Geneva, 2011.

KEIEL, G. **Projeto em tempo discreto de controladores ressonantes aplicados a fontes ininterruptas de energia**. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2017.

KEIEL, G.; FLORES, J. V.; PEREIRA, L. F. A. Análise da influência do controlador múltiplo-ressonante no paralelismo de UPSs via droop. *In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE*, 15., 2021, Rio Grande. **Anais ...** Campinas: SBA, 2021. p. 1–6.

KEIEL, G.; FLORES, J. V.; PEREIRA, L. F. A. Síntese robusta de controladores ressonantes para o paralelismo de UPSs. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA*, 24., 2022, Fortaleza. **Anais ...** Campinas: SBA, 2022. p. 1–6.

LAZZARIN, T. B.; BAUER, G. A. T.; BARBI, I. A control strategy for parallel operation of single-phase voltage source inverters: analysis, design and experimental results. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 60, n. 6, p. 2194–2204, 2013.

LEE, J. H.; KIM, S. W.; KWON, W. H. Memoryless H_{∞} controllers for state delayed systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 39, n. 1, p. 159–162, 1994.

LORENZINI, C. **Desenvolvimento de um controlador ressonante-repetitivo aplicado a fontes ininterruptas de energia**. 2015. 116 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2015.

LORENZINI, C.; FLORES, J. V.; PEREIRA, L. F. A.; PEREIRA, L. A. Resonant repetitive controller with phase correction applied to uninterruptible power supplies. **Control Engineering Practice**, [S.l.], v. 77, p. 118–126, 2018.

LORENZINI, C.; PEREIRA, L. F. A.; BAZANELLA, A. S. A generalized forced oscillation method for tuning proportional-resonant controllers. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, New York, v. 28, n. 3, p. 1108–1115, 2020.

LORENZINI, C.; PEREIRA, L. F. A.; BAZANELLA, A. S.; GONÇALVES DA SILVA, G. R. Single-phase uninterruptible power supply control: a model-free proportional-multiresonant method. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 69, n. 3, p. 2967–2975, 2022.

MOHD, A.; ORTJOHANN, E.; MORTON, D.; OMARI, O. Review of control techniques for inverters parallel operation. **Electric Power Systems Research**, New York, v. 80, n. 12, p. 1477–1487, 2010.

- MOSSMANN, B. H.; PEREIRA, L. F. A.; GOMES DA SILVA JR., J. M. Tuning of proportional-resonant controllers combined with phase-lead compensators based on the frequency response. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, New York, Apr 2021.
- NETO, R. C.; NEVES, F. A. S.; DE SOUZA, H. E. P. Unified approach to evaluation of real and complex repetitive controllers. **IEEE Access**, Piscataway, v. 9, p. 47960–47975, 2021.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. [S.l.]: Pearson Universidades, 2010.
- OLALLA, C.; QUEINNEC, I.; LEYVA, R.; El Aroudi, A. Robust optimal control of bilinear DC-DC converters. **Control Engineering Practice**, [S.l.], v. 19, n. 7, p. 688–699, 2011.
- PENG, Y.; SUN, W.; DENG, F. Internal model principle method to robust output voltage tracking control for single-phase UPS inverters with its SPWM implementation. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 36, n. 2, p. 841–852, 2021.
- PEREIRA, L. F. A.; CARVALHO, F. M.; FLORES, J. V. Alternative resonant controller design for uninterruptible power supplies (UPS). *In: ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY*, 39., 2013, Vienna. **Proceedings ...** New York: IEEE, 2013. p. 3311–3316.
- PEREIRA, L. F. A.; FLORES, J. V.; BONAN, G.; COUTINHO, D. F.; GOMES DA SILVA JR., J. M. Multiple resonant controllers for uninterruptible power supplies - a systematic robust control design approach. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 61, n. 3, p. 1528–1538, Mar. 2014.
- QIAN, H.; XU, Q.; ZHAO, J.; YUAN, X. A robust GPS-based control scheme for power sharing and quality improvement in microgrid. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Haywards Heath, v. 123, p. 106324, 2020.
- RUI, W.; QIUYE, S.; PINJIA, Z.; YONGHAO, G.; DEHAO, Q.; PENG, W. Reduced-order transfer function model of the droop-controlled inverter via jordan continued-fraction expansion. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 35, n. 3, p. 1585–1595, 2020.
- SADABADI, M. S.; KARIMI, A.; KARIMI, H. Fixed-order decentralized/distributed control of islanded inverter-interfaced microgrids. **Control Engineering Practice**, [S.l.], v. 45, p. 174–193, 2015.
- SAGGIN, F.; COUTINHO, D.; HELDWEIN, M. L. Parallel operation of single-phase voltage source inverters: modeling and control based on LMI constraints. *In: ANNUAL*

CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY, 42., 2016. **Proceedings ...** New York: IEEE, 2016. p. 270–275.

SALTON, A. T.; FLORES, J. V.; PEREIRA, L. F. A.; COUTINHO, D. F. A resonant-repetitive control scheme applied to uninterruptible power supplies (UPS). **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, New York, v. 24, n. 3, p. 253–262, Jun 2013.

TRIVEDI, A.; SINGH, M. Repetitive controller for VSIs in droop-based AC-microgrid. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 32, n. 8, p. 6595–6604, 2017.

VASQUEZ, J. C.; GUERRERO, J. M.; SAVAGHEBI, M.; ELOY-GARCIA, J.; TEODORESCU, R. Modeling, analysis and design of stationary-reference-frame droop-controlled parallel three-phase voltage source inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 60, n. 4, p. 1271–1280, 2013.

VAZQUEZ, S.; ZAFRA, E.; AGUILERA, R. P.; GEYER, T.; LEON, J. I.; FRANQUELO, L. G. Prediction model with harmonic load current components for FCS-MPC of an uninterruptible power supply. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 37, n. 1, p. 322–331, 2022.

WANG, R.; SUN, Q.; MA, D.; LIU, Z. The small-signal stability analysis of the droop-controlled converter in electromagnetic timescale. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, Piscataway, v. 10, n. 3, p. 1459–1469, 2019.

XU, R.; ZHANG, C.; XU, Y.; DONG, Z.; ZHANG, R. Multi-objective hierarchically-coordinated volt/var control for active distribution networks with droop-controlled PV inverters. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 13, n. 2, p. 998–1011, 2022.

ZHANG, C.; GUERRERO, J. M.; VASQUEZ, J. C.; COELHO, E. A. A. Control architecture for parallel-connected inverters in uninterruptible power systems. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 31, n. 7, p. 5176–5188, 2016.

ZHONG, M.; TONG, X. Modelling and output voltage distortion with capacitive current feedback control for single phase inverter powering non-linear load. **IET Power Electronics**, Stevenage, v. 16, n. 2, p. 180 – 192, 2023.

APÊNDICE A PARÂMETROS DOS CONTROLADORES MR

Neste apêndice são apresentados as especificações de projeto e os parâmetros de sintonia usados nos ensaios de simulação e experimentação do exemplo numérico dos capítulos 4 e 5.

A.1 Controladores MR variando a UPS

Na Tabela 44 são listados os ganhos do controlador MR e o ganho de corrente obtidos para UPSs com diferentes filtros LC. Considerou-se as especificações $\sigma = 50$, $r = 3500$, $\vartheta = \pi/2$ e as matrizes de penalidade $C_z = [3 \ \cdots \ 3]$ e $D_z = 1$.

Tabela 44 – Ganhos dos controladores MR variando a UPS.

Δ_r	0%	10%	20%	40%	80%
k_c	-3,5409	-3,5408	-3,5396	-3,5372	-3,5358
k_e	2,6181	2,6188	2,6184	2,6177	2,6194
k_1	$-5,4633 \times 10^1$	$-5,4708 \times 10^1$	$-5,4744 \times 10^1$	$-5,4824 \times 10^1$	$-5,5088 \times 10^1$
k_2	$8,4128 \times 10^2$	$8,4191 \times 10^2$	$8,4123 \times 10^2$	$8,4010 \times 10^2$	$8,4137 \times 10^2$
k_5	$-1,5948 \times 10^2$	$-1,5970 \times 10^2$	$-1,59816 \times 10^2$	$-1,6005 \times 10^2$	$-1,6083 \times 10^2$
k_6	$7,8465 \times 10^2$	$7,8524 \times 10^2$	$7,8464 \times 10^2$	$7,8363 \times 10^2$	$7,8487 \times 10^2$
k_9	$-2,4736 \times 10^2$	$-2,4769 \times 10^2$	$-2,4789 \times 10^2$	$-2,4831 \times 10^2$	$-2,4950 \times 10^2$
k_{10}	$6,8593 \times 10^2$	$6,8647 \times 10^2$	$6,8602 \times 10^2$	$6,8529 \times 10^2$	$6,8655 \times 10^2$

A.2 Controladores MR variando as especificações de projeto

Na Tabela 45 são listados os ganhos do controlador MR e o ganho de corrente obtidos variando-se a especificação de projeto σ , relacionada ao tempo de acomodação da regulação de tensão em malha fechada. Considerou-se as demais especificações $r = 3500$, $\vartheta = \pi/2$, $C_z = [3 \ \cdots \ 3]$ e $D_z = 1$.

Tabela 45 – Ganhos dos controladores MR variando σ .

σ	50	100	150	200	250
k_c	-3,5409	-4,2698	-4,9273	-5,5079	-5,9403
k_e	2,6181	3,2818	4,0143	4,7554	5,3636
k_1	$-5,4633 \times 10^1$	$-3,2060 \times 10^1$	$5,1223 \times 10^1$	$1,9891 \times 10^2$	$3,9662 \times 10^2$
k_2	$8,4128 \times 10^2$	$1,7199 \times 10^3$	$2,6904 \times 10^3$	$3,7791 \times 10^3$	$4,8503 \times 10^3$
k_5	$-1,5948 \times 10^2$	$-8,6161 \times 10^1$	$1,7654 \times 10^2$	$6,3177 \times 10^2$	$1,2246 \times 10^3$
k_6	$7,8465 \times 10^2$	$1,6221 \times 10^3$	$2,5272 \times 10^3$	$3,4859 \times 10^3$	$4,3564 \times 10^3$
k_9	$-2,473 \times 10^2$	$-5,9477 \times 10^1$	$4,6856 \times 10^2$	$1,2573 \times 10^3$	$2,1399 \times 10^3$
k_{10}	$6,8593 \times 10^2$	$1,4368 \times 10^3$	$2,1350 \times 10^3$	$2,6679 \times 10^3$	$2,9280 \times 10^3$

A.3 Controladores MR do projeto independente

Os controladores MR calculados para as diferentes UPSs possuem função de transferência (15), sendo os seus respectivos ganhos e o ganho de corrente associado listados na Tabela 46. Considerou-se as especificações $\sigma = 50$, $r = 3500$, $\vartheta = \pi/2$, $C_z = [3 \ \dots \ 3]$ e $D_z = 1$.

Tabela 46 – Ganhos dos controladores MR para UPSs com 80% de diferença.

Ganhos	1 modo		2 modos		3 modos	
	UPS 1	UPS 2	UPS 1	UPS 2	UPS 1	UPS 2
k_c	-2,9814	-2,9766	-3,2552	-3,2501	-3,5410	-3,5354
k_e	2,2448	2,2433	2,4270	2,4271	2,6182	2,6191
k_1	$1,4531 \times 10^1$	$1,4127 \times 10^1$	$-3,3835 \times 10^1$	$-3,4260 \times 10^1$	$-5,4633 \times 10^1$	$-5,5075 \times 10^1$
k_2	$7,3989 \times 10^2$	$7,3983 \times 10^2$	$8,1331 \times 10^2$	$8,1332 \times 10^2$	$8,4128 \times 10^2$	$8,4094 \times 10^2$
k_5	-	-	$-7,2925 \times 10^1$	$-7,4165 \times 10^1$	$-1,5948 \times 10^2$	$-1,6080 \times 10^2$
k_6	-	-	$7,6269 \times 10^2$	$7,6295 \times 10^2$	$7,8466 \times 10^2$	$7,8448 \times 10^2$
k_9	-	-	-	-	$-2,4736 \times 10^2$	$-2,4947 \times 10^2$
k_{10}	-	-	-	-	$6,8593 \times 10^2$	$6,8622 \times 10^2$

A.4 Controladores MR do projeto interconectado

Neste apêndice são apresentados os parâmetros usados nos ensaios de simulação e experimentação do exemplo numérico do Capítulo 5.

Os controladores MR calculados para as diferentes UPSs possuem função de transferência (15), sendo os seus respectivos ganhos e o ganho de corrente associado listados nas tabelas 47 e 48. Considerou-se as especificações $\sigma = 15$, $r = 75000$, $\vartheta = \pi/2$ e $\epsilon = u_0 = 260$ V. Diferentemente do projeto independente, os fatores de amortecimento

são especificados *a priori*, o que leva a novos ganhos para qualquer alteração desses coeficientes. Por isso, somente alguns dos controladores da simulação são apresentados.

Tabela 47 – Parâmetros de sintonia dos controladores MR da simulação para *UPSs* com 80% de diferença - projeto interconectado.

Ganhos	1 modo		2 modos		3 modos	
	<i>UPS</i> 1	<i>UPS</i> 2	<i>UPS</i> 1	<i>UPS</i> 2	<i>UPS</i> 1	<i>UPS</i> 2
ξ_1	0,031	0,031	0,031	0,031	0,030	0,030
ξ_3	-	-	0,012	0,012	0,012	0,012
ξ_5	-	-	-	-	0,0075	0,0075
k_c	-5,0941	-5,0810	-5,1331	-5,1199	-5,1653	-5,1520
k_e	3,9301	3,9406	3,9901	4,0004	4,0398	4,0501
k_1	$-5,2747 \times 10^1$	$-5,2715 \times 10^1$	$-5,4511 \times 10^1$	$-5,4487 \times 10^1$	$-6,0364 \times 10^1$	$-6,0339 \times 10^1$
k_2	$1,4667 \times 10^3$	$1,4699 \times 10^3$	$1,4574 \times 10^3$	$1,4606 \times 10^3$	$1,6135 \times 10^3$	$1,6169 \times 10^3$
k_5	-	-	$-1,2462 \times 10^2$	$-1,2471 \times 10^2$	$-1,2332 \times 10^2$	$-1,2340 \times 10^2$
k_6	-	-	$6,2383 \times 10^2$	$6,2520 \times 10^2$	$6,2005 \times 10^2$	$6,2138 \times 10^2$
k_9	-	-	-	-	$-1,3116 \times 10^2$	$-1,3127 \times 10^2$
k_{10}	-	-	-	-	$3,6844 \times 10^2$	$3,6924 \times 10^2$

Tabela 48 – Parâmetros de sintonia dos controladores MR da experimentação para *UPSs* com 80% de diferença - projeto interconectado.

Ganhos	1 modo		2 modos		3 modos	
	<i>UPS</i> 1	<i>UPS</i> 2	<i>UPS</i> 1	<i>UPS</i> 2	<i>UPS</i> 1	<i>UPS</i> 2
ξ_1	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028
ξ_3	-	-	0,012	0,012	0,012	0,012
ξ_5	-	-	-	-	0,0075	0,0075
k_c	-5,1261	-5,1130	-5,1648	-5,1515	-5,1862	-5,1728
k_e	3,9793	3,9897	4,0390	4,0492	4,0723	4,0825
k_1	$-6,9711 \times 10^1$	$-6,9670 \times 10^1$	$-7,2094 \times 10^1$	$-7,2061 \times 10^1$	$7,2027 \times 10^1$	$-7,1997 \times 10^1$
k_2	$1,9598 \times 10^3$	$1,9664 \times 10^3$	$1,9473 \times 10^3$	$1,9515 \times 10^3$	$1,9381 \times 10^3$	$1,9422 \times 10^3$
k_5	-	-	$-1,2060 \times 10^2$	$-1,2068 \times 10^2$	$-1,2066 \times 10^2$	$-1,2074 \times 10^2$
k_6	-	-	$6,2177 \times 10^2$	$6,2310 \times 10^2$	$6,1868 \times 10^2$	$6,1998 \times 10^2$
k_9	-	-	-	-	$-1,2975 \times 10^2$	$-1,2985 \times 10^2$
k_{10}	-	-	-	-	$3,6766 \times 10^2$	$3,6845 \times 10^2$

APÊNDICE B PARÂMETROS DOS CONTROLADORES REPETITIVOS

Neste apêndice são apresentados as especificações de projeto e os parâmetros de sintonia usados nos ensaios de simulação e experimentação do exemplo numérico dos capítulos 6 e 7.

B.1 Controladores repetitivos variando a *UPS*

Na Tabela 49 são listados os ganhos do controlador repetitivo e o ganho de corrente obtidos para diferentes *UPSs*. Considerou-se as especificações $\alpha = 2$, $\omega_{rp} = 1900$ e as matrizes de penalidade $C_z = [1 \ 1 \ 1]$ e $D_z = 1$.

Tabela 49 – Ganhos dos controladores repetitivos variando a *UPS*.

Δ_r	0%	10%	20%	40%	80%
k_c	-6,9420	-6,9365	-6,9310	-6,9200	-6,8982
k_e	2,2187	2,2176	2,2166	2,2145	2,2104
k_{rp}	2,4963	2,4954	2,4944	2,4924	2,4885

B.2 Controladores repetitivos variando as especificações de projeto

Na Tabela 50 são listados os ganhos do controlador repetitivo e o ganho de corrente obtidos variando-se a frequência de corte do filtro, ω_{rp} . Considerou-se as demais especificações $\alpha = 2$, $C_z = [3 \ 3 \ 3]$ e $D_z = 1$.

Tabela 50 – Ganhos dos controladores repetitivos variando ω_{rp} .

ω_{rp}	10000	5000	1000	500
k_c	-37,9228	-13,0918	-6,3080	-6,4992
k_e	29,0842	6,3705	1,8508	1,8450
k_{rp}	6,9326	3,2585	2,5221	2,7075

B.3 Controladores repetitivos do projeto independente

Os controladores repetitivos calculados para as diferentes *UPSs* possuem função de transferência (35), sendo os seus ganhos e o ganho de corrente associado listados na Tabela 51. Considerou-se as especificações $\alpha = 2$, $C_z = [1 \ 1 \ 1]$ e $D_z = 1$.

Tabela 51 – Ganhos dos controladores repetitivos para *UPSs* com 80% de diferença.

	$\omega_{rp} = 3000$		$\omega_{rp} = 2000$		$\omega_{rp} = 1900$		$\omega_{rp} = 1800$	
Ganhos	<i>UPS 1</i>	<i>UPS 2</i>						
k_c	-8,2758	-8,2351	-6,9511	-6,9151	-6,9420	-6,8982	-6,8834	-6,8385
k_e	3,1494	3,1426	2,2475	2,2421	2,2187	2,2104	2,1933	2,1839
k_{rp}	2,5446	2,5395	2,4511	2,4462	2,4963	2,4885	2,5559	2,5459
	$\omega_{rp} = 1700$		$\omega_{rp} = 1600$		$\omega_{rp} = 1500$		$\omega_{rp} = 1000$	
k_c	-6,7604	-6,7049	-6,7261	-6,5428	-6,4636	-6,4138	-6,3080	-6,2593
k_e	2,1084	2,0966	2,0579	1,9988	1,9304	1,9190	1,8508	1,8389
k_{rp}	2,5131	2,4951	2,6126	2,5387	2,5367	2,5227	2,5221	2,5112

B.4 Controladores repetitivos do projeto interconectado

Nesta seção são apresentados os parâmetros usados nos ensaios de simulação e experimentação do exemplo numérico do Capítulo 7. Os controladores repetitivos calculados para as diferentes *UPSs* possuem função de transferência (35), sendo os seus respectivos ganhos e o ganho de corrente associado listados na Tabela 52. Considerou-se as especificações $\alpha = 2$ e $\epsilon = u_0 = 260$ V.

Tabela 52 – Ganhos dos controladores repetitivos para *UPSs* com 80% de diferença - projeto interconectado.

	$\omega_{rp} = 3000$		$\omega_{rp} = 2000$		$\omega_{rp} = 1900$		$\omega_{rp} = 1800$	
Ganhos	<i>UPS 1</i>	<i>UPS 2</i>						
k_c	-6,0892	-6,0758	-6,0368	-6,0234	-6,0331	-6,0196	-6,0296	-6,0162
k_e	2,9373	2,9432	2,8174	2,8232	2,8084	2,8141	2,7998	2,8055
k_{rp}	2,6665	2,6724	2,6907	2,6967	2,6929	2,6990	2,6952	2,7012
	$\omega_{rp} = 1700$		$\omega_{rp} = 1600$		$\omega_{rp} = 1500$		$\omega_{rp} = 1000$	
k_c	-6,0264	-6,0130	-6,0235	-6,0100	-6,0208	-6,0074	-6,0124	-5,9990
k_e	2,7917	2,7974	2,7841	2,7898	2,7768	2,7826	2,7458	2,7515
k_{rp}	2,6975	2,7035	2,6998	2,7058	2,7022	2,7082	2,7180	2,7241

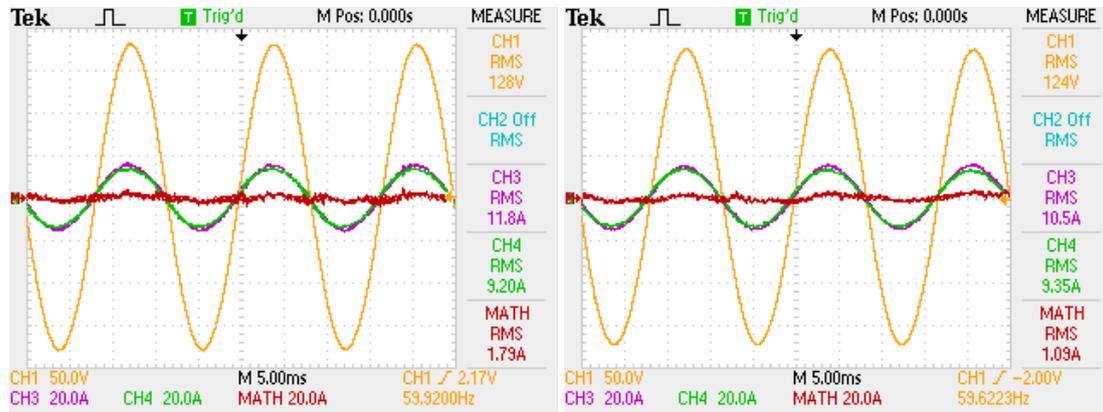
APÊNDICE C RESULTADOS EXPERIMENTAIS COMPLEMENTARES COM CARGA LINEAR

Neste apêndice são apresentados resultados experimentais complementares do paralelismo para o exemplo numérico abordado nos Capítulos 4 e 6, considerando a carga de teste linear.

C.1 Controlador MR de um modo

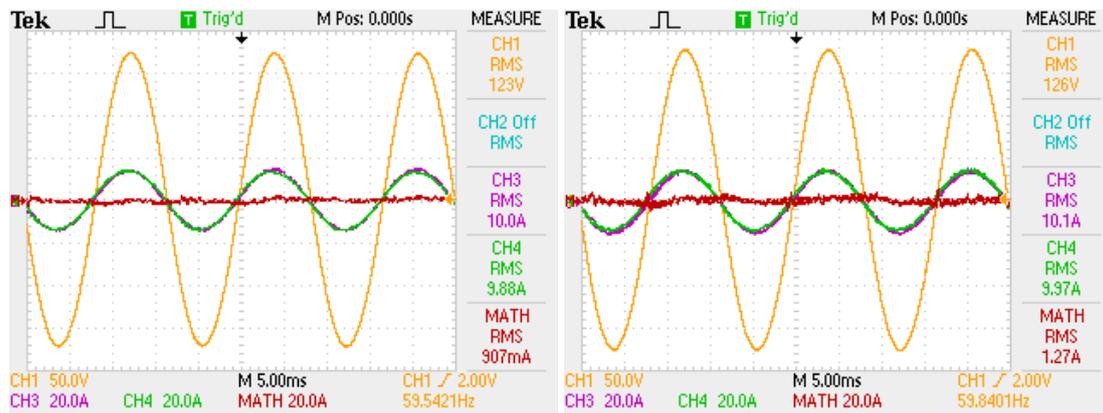
Nas figuras seguintes são apresentados os resultados obtidos para o controlador MR de um modo, seguindo os mesmos casos abordados nos experimentos do Capítulo 4. A Figura 54 mostra as formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída obtidas para carga linear. A Figura 56 mostra as potências em cada equipamento.

Figura 54 – Tensão e correntes de saída das UPSs com controlador MR de 1 modo - carga linear.



(a) $\xi_1 = 0$

(b) $\xi_1 = 0,010$

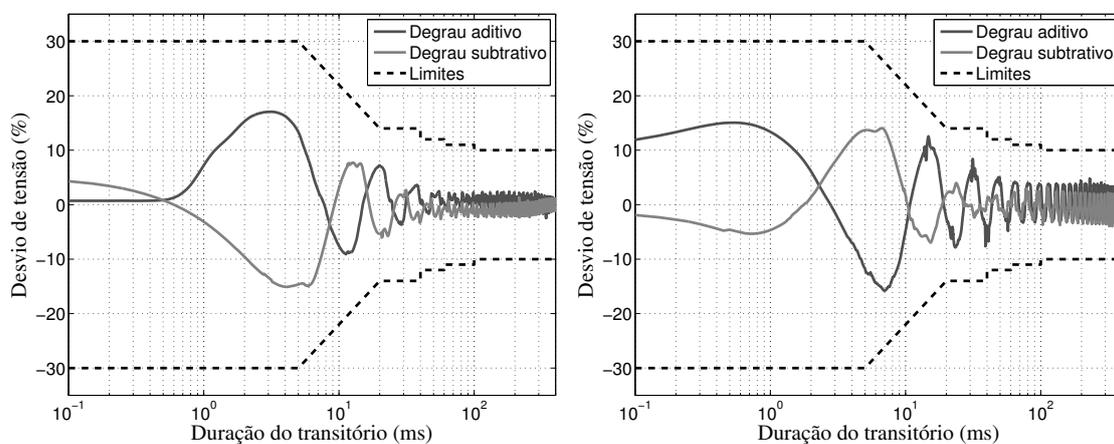


(c) $\xi_1 = 0,012$

(d) $\xi_1 = 0$ e $R_v = 0,194$

Fonte: do autor.

Figura 55 – Perfil de tolerância do desvio da tensão para degraus de carga com controlador MR de 1 modo - carga linear.

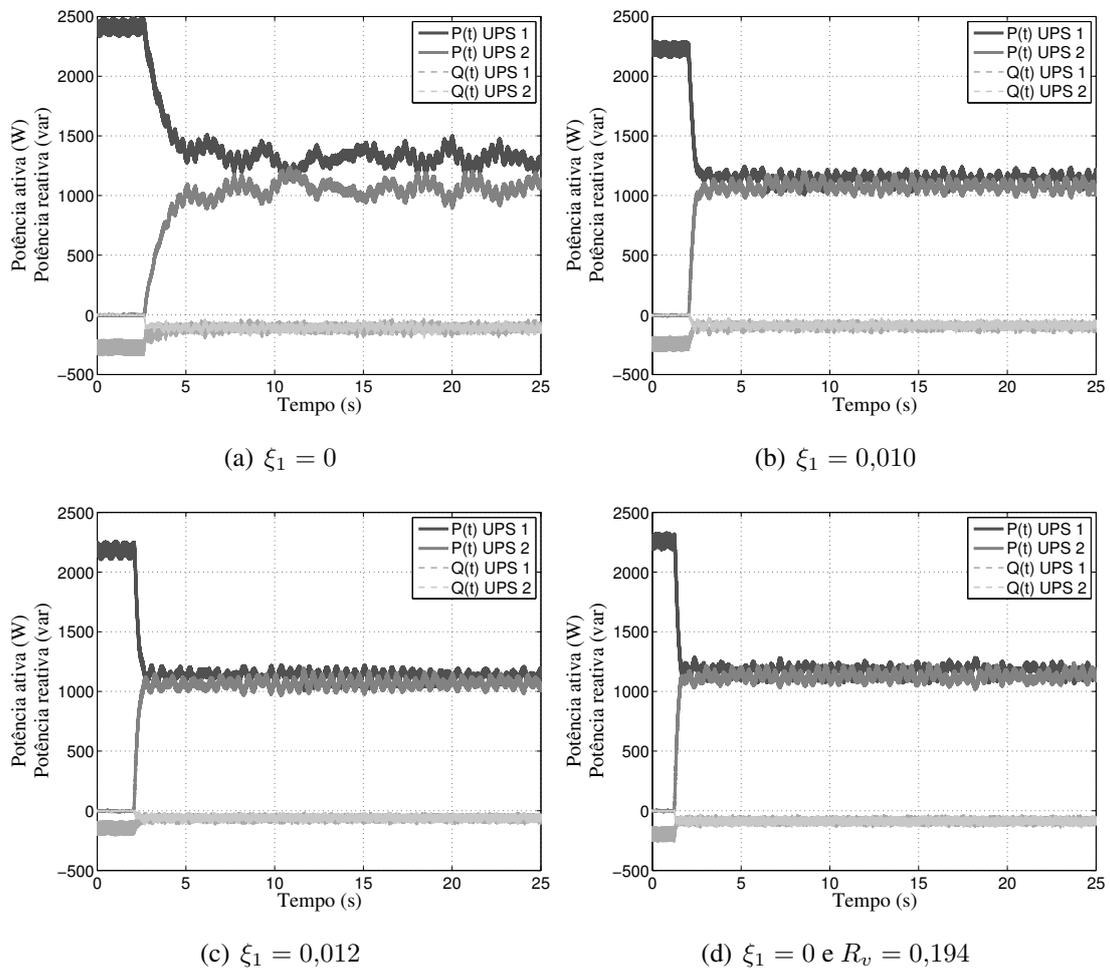


(a) $\xi_1 = 0$

(b) $\xi_1 = 0,010$

Fonte: do autor.

Figura 56 – Potências das *UPSs* com controlador MR de 1 modo - carga linear.

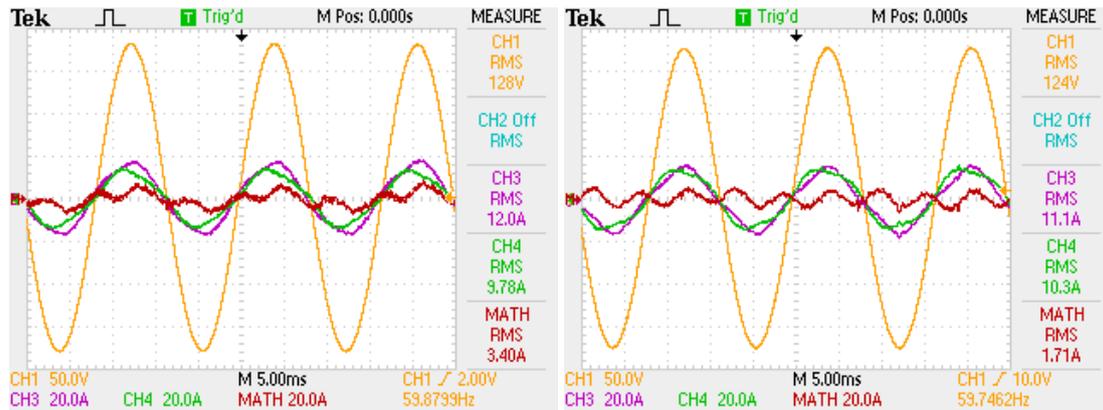


Fonte: do autor.

C.2 Controlador MR de dois modos

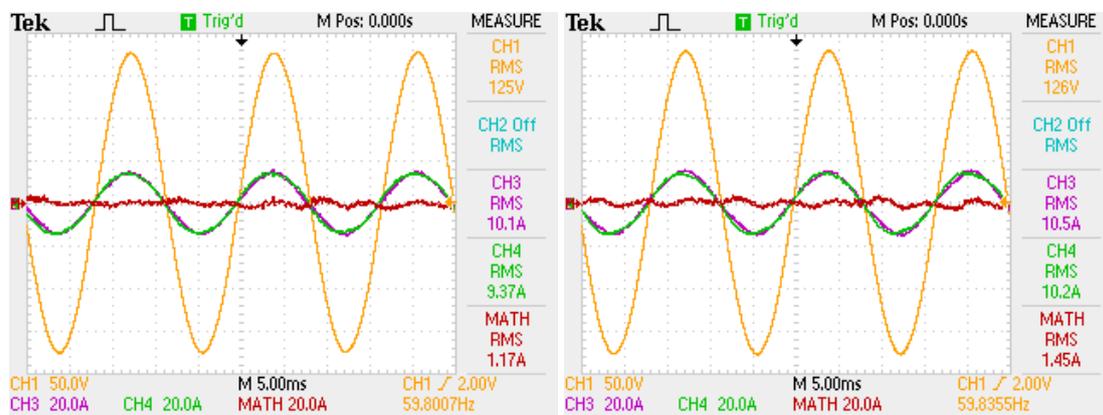
Nas figuras são apresentados os resultados obtidos para o controlador MR de dois modos. A Figura 57 mostra as formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída obtidas para carga linear. A Figura 59 mostra as potências em cada equipamento.

Figura 57 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador MR de 2 modos - carga linear.



(a) $\xi_{1,3} = 0$

(b) $\xi_1 = 0,010, \xi_3 = 0$



(c) $\xi_{1,3} = 0,010$

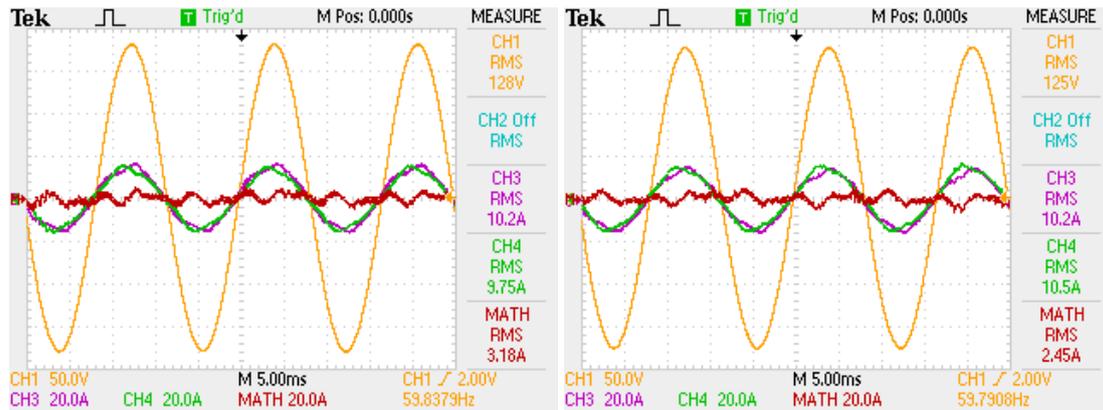
(d) $\xi_{1,3} = 0$ e $R_v = 0,194$

Fonte: do autor.

C.3 Controlador MR de três modos

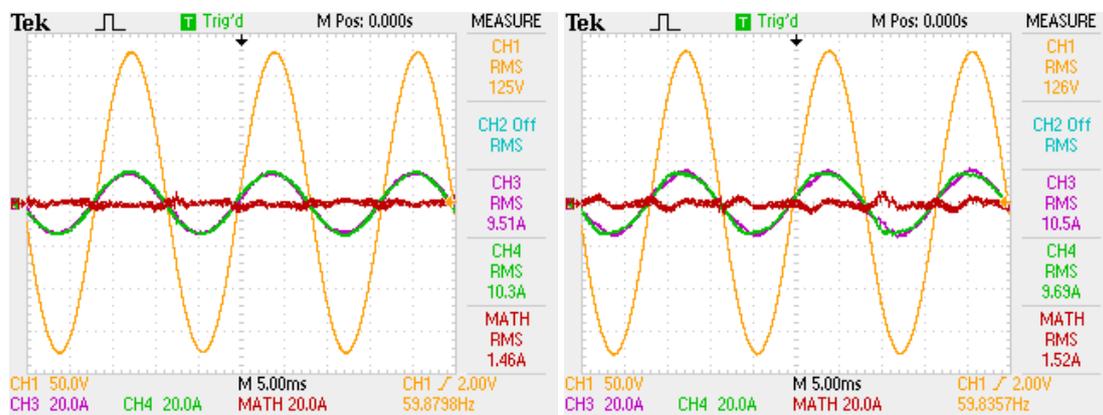
Nas figuras são apresentados os resultados obtidos para o controlador MR de três modos. A Figura 60 mostra as formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída obtidas para carga linear. A Figura 62 mostra as potências em cada equipamento.

Figura 60 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador MR de 3 modos - carga linear.



(a) $\xi_{1,3,5} = 0$

(b) $\xi_1 = 0,010, \xi_{3,5} = 0$

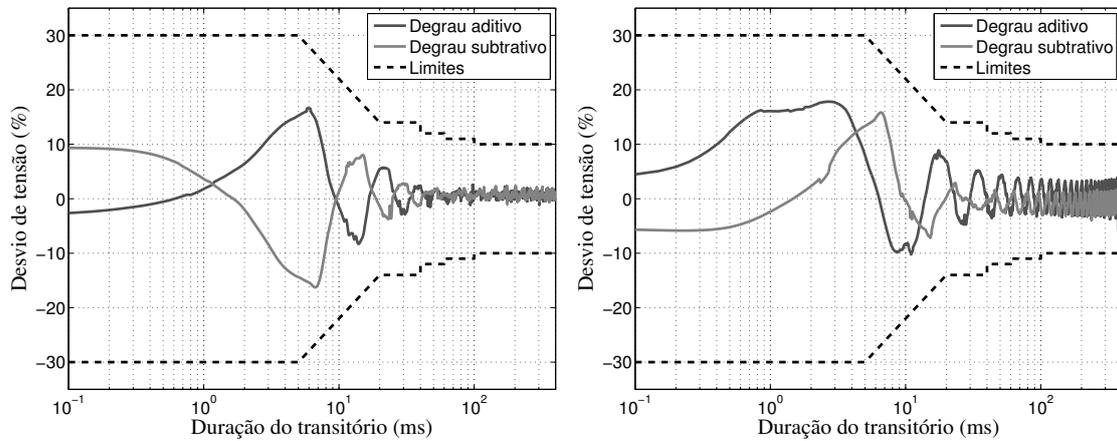


(c) $\xi_{1,3,5} = 0,010$

(d) $\xi_{1,3,5} = 0$ e $R_v = 0,194$

Fonte: do autor.

Figura 61 – Perfil de tolerância do desvio da tensão para degraus de carga com controlador MR de 3 modos - carga linear.

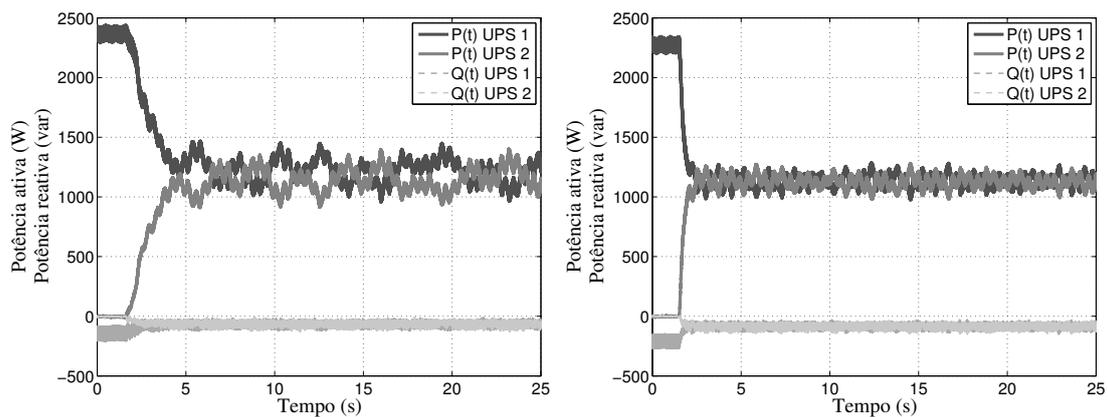


(a) $\xi_{1,3,5} = 0$

(b) $\xi_{1,3,5} = 0,010$

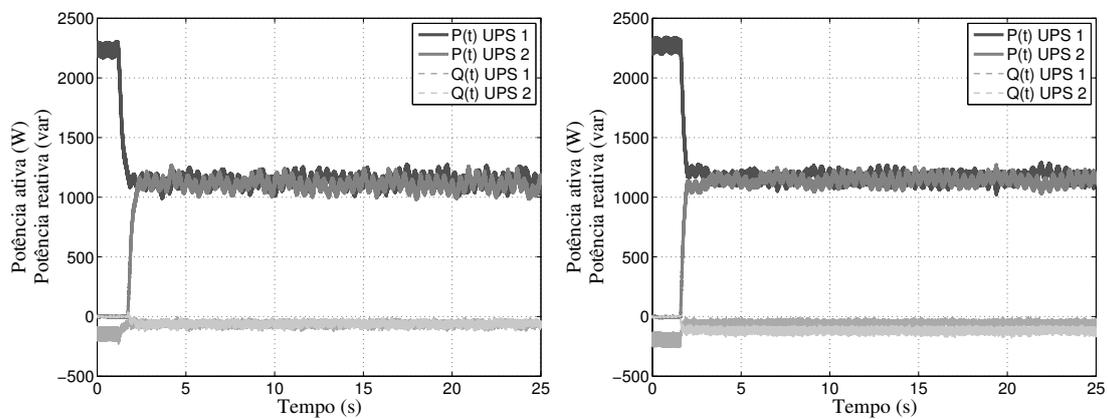
Fonte: do autor.

Figura 62 – Potências das UPSs com controlador MR de 3 modos - carga linear.



(a) $\xi_{1,3,5} = 0$

(b) $\xi_1 = 0,010, \xi_{3,5} = 0$



(c) $\xi_{1,3,5} = 0,010$

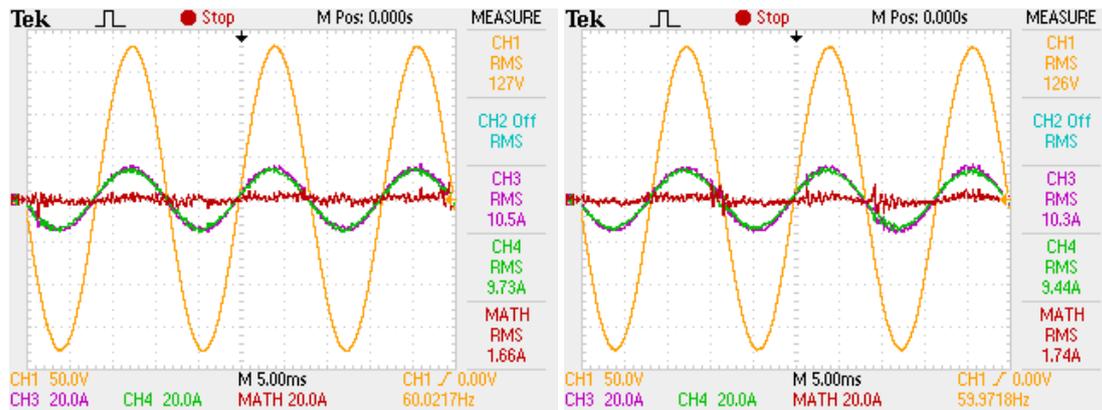
(d) $\xi_{1,3,5} = 0$ e $R_v = 0,194$

Fonte: do autor.

C.4 Controlador repetitivo

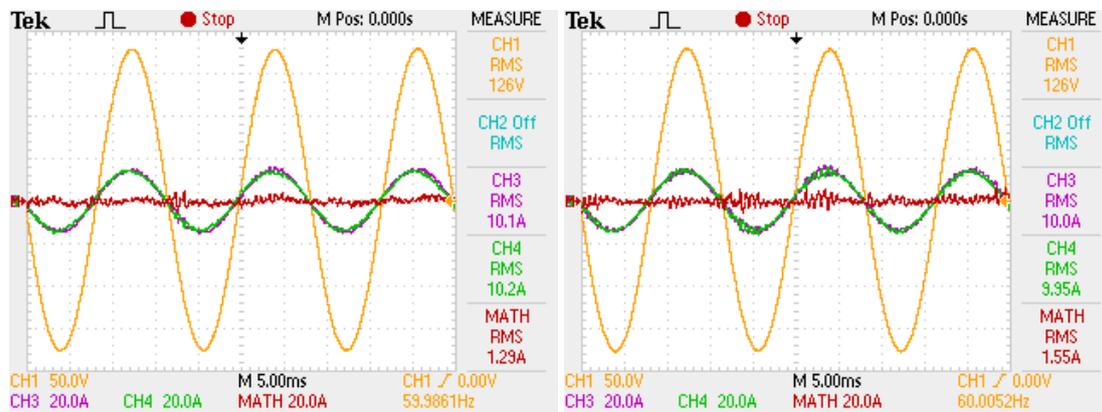
Nas figuras são apresentados os resultados obtidos para o controlador repetitivo. A Figura 63 mostra as formas de onda da tensão na carga e das correntes de saída obtidas para carga linear. A Figura 65 mostra as potências em cada equipamento.

Figura 63 – Tensão e correntes de saída das *UPSs* com controlador repetitivo - carga linear.



(a) $\omega_{rp} = 2700$

(b) $\omega_{rp} = 2500$

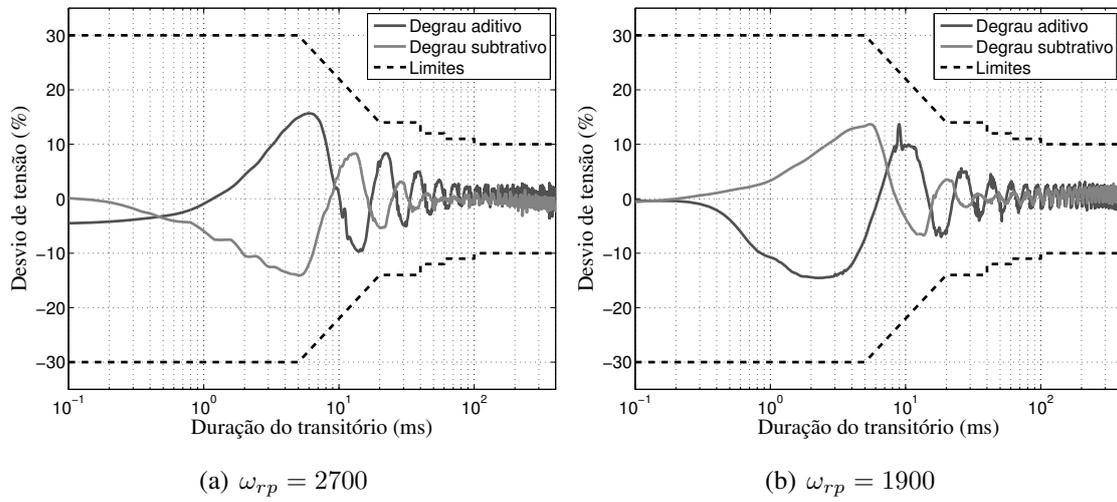


(c) $\omega_{rp} = 1900$

(d) $\omega_{rp} = 2700$ e R_v

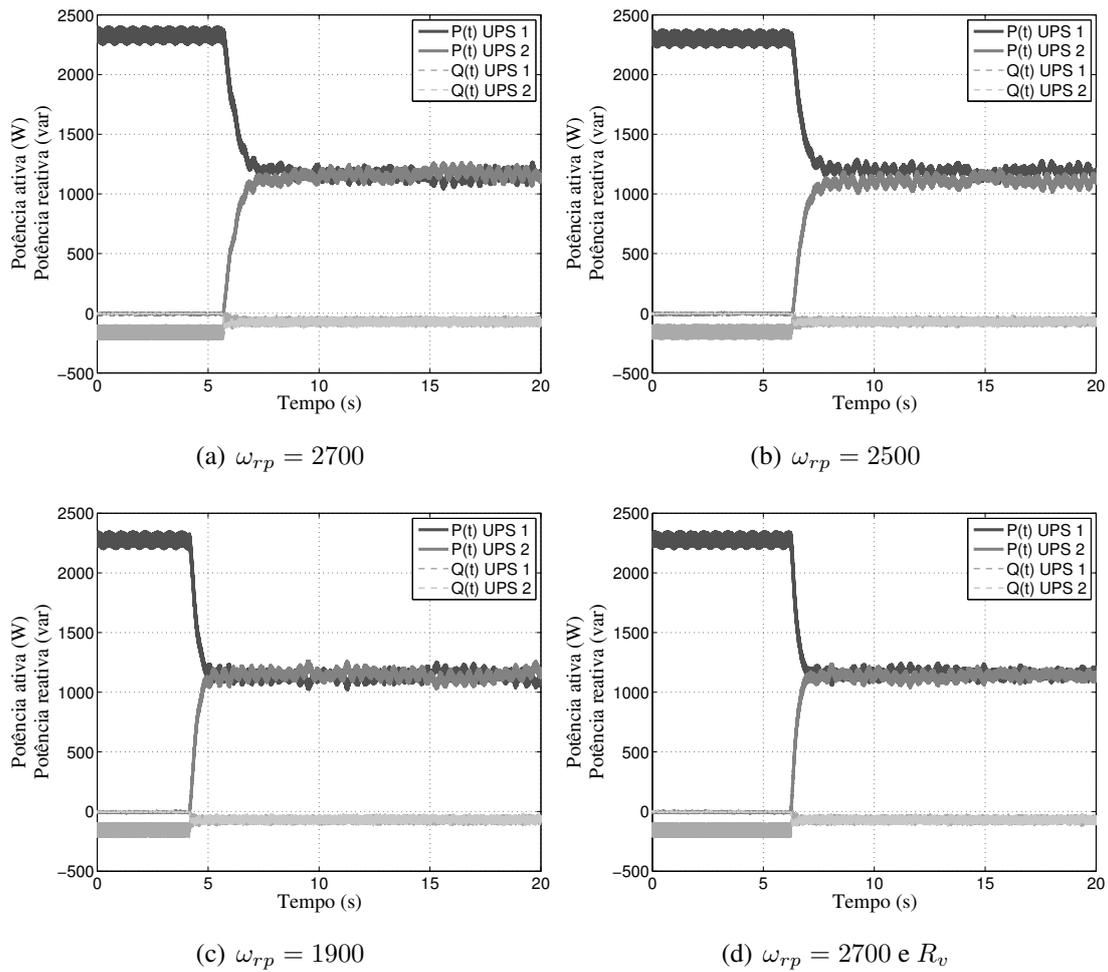
Fonte: do autor.

Figura 64 – Perfil de tolerância do desvio da tensão para degraus de carga com controlador repetitivo - carga linear.



Fonte: do autor.

Figura 65 – Potências das UPSs com controlador repetitivo - carga linear.



Fonte: do autor.

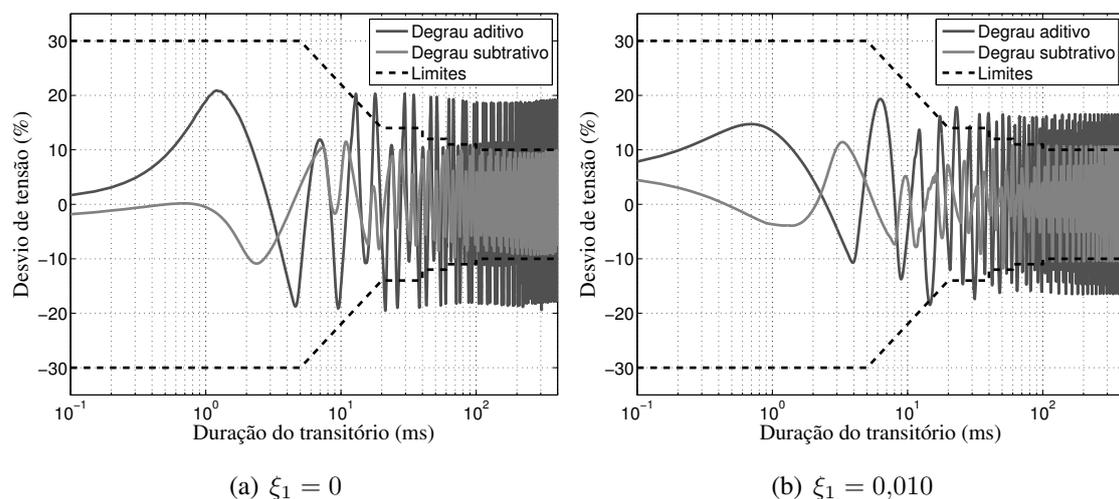
APÊNDICE D RESULTADOS EXPERIMENTAIS COMPLEMENTARES COM CARGA NÃO-LINEAR

Neste apêndice são apresentados resultados experimentais complementares do paralelismo para o exemplo numérico abordado nos Capítulos 4 e 6, considerando a carga de teste não-linear.

D.1 Controlador MR

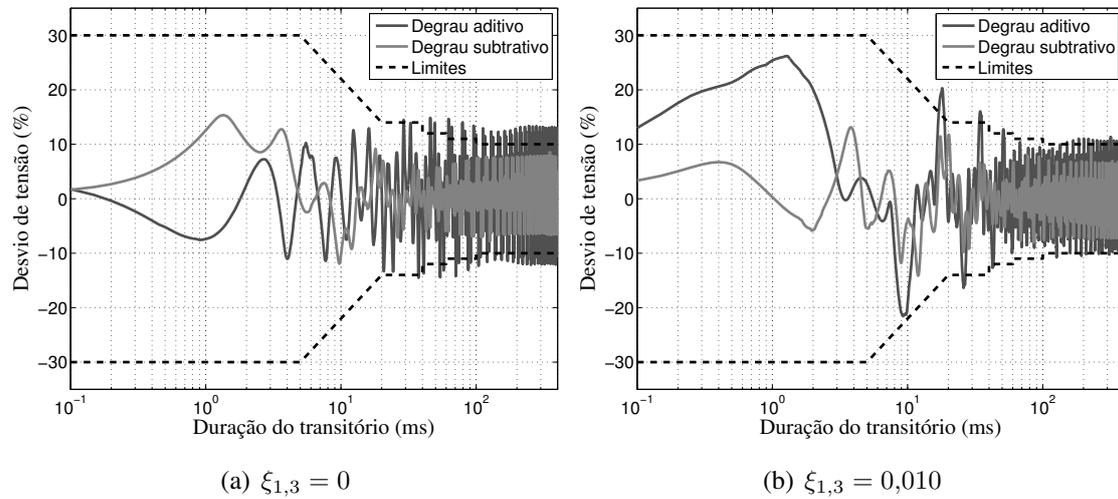
Nas figuras 66-68 são apresentados os ensaios de desempenho dinâmico com controlador MR para degraus aditivos e subtrativos de carga.

Figura 66 – Perfil de tolerância do desvio da tensão para degraus de carga com controlador MR de 1 modo - carga não-linear.



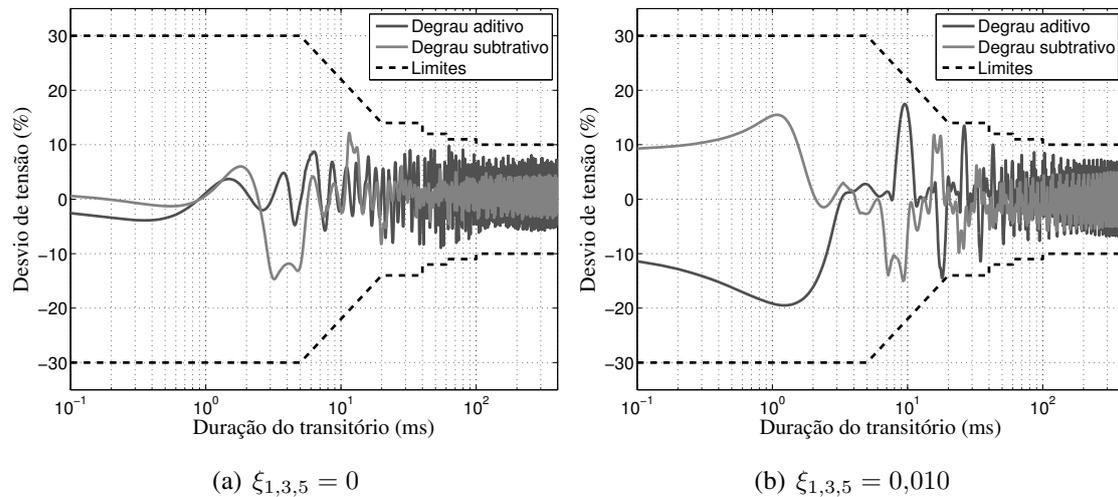
Fonte: do autor.

Figura 67 – Perfil de tolerância do desvio da tensão para degraus de carga com controlador MR de 2 modos - carga não-linear.



Fonte: do autor.

Figura 68 – Perfil de tolerância do desvio da tensão para degraus de carga com controlador MR de 3 modos - carga não-linear.

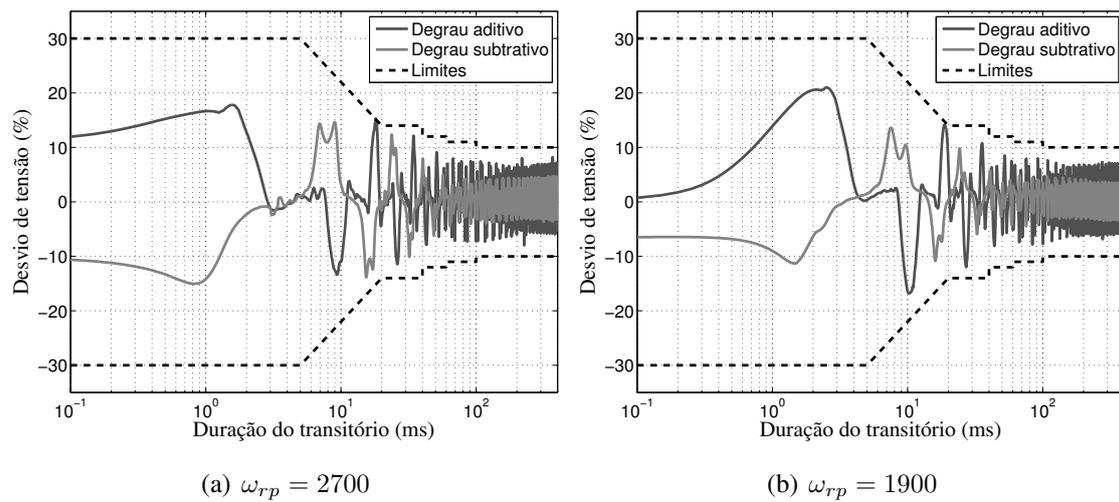


Fonte: do autor.

D.2 Controlador repetitivo

Na Figura 69 são apresentados os ensaios de desempenho dinâmico com controlador repetitivo para degraus aditivos e subtrativos de carga.

Figura 69 – Perfil de tolerância do desvio da tensão para degraus de carga com controlador repetitivo - carga não-linear.



Fonte: do autor.

APÊNDICE E DETERMINAÇÃO DAS CORRENTES NO PROJETO INTERCONECTADO

Relembrando as equações dos parâmetros auxiliares e suprimindo a sua dependência temporal para a praticidade da notação, obtém-se

$$\zeta_i = \frac{1}{R_i} \left(\frac{Y + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{1}{R_k}}{Y + \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}} \right)$$

e

$$\eta_{ij} = \eta_{ji} = \frac{1}{R_i R_j} \left(\frac{1}{Y + \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}} \right).$$

E.1 Correntes para 2 subsistemas

Seja $n = 2$, para $i = 1$:

$$i_{o1} [A] = \zeta_1 v_{c1} - \eta_{12} v_{c2} [\Omega^{-1}V]$$

onde

$$\zeta_1 = \frac{Y R_2 + 1}{Y R_1 R_2 + R_1 + R_2} [\Omega^{-1}], \quad \eta_{12} = \frac{1}{Y R_1 R_2 + R_1 + R_2} [\Omega^{-1}]$$

Para $i = 2$:

$$i_{o2} [A] = \zeta_2 v_{c2} - \eta_{21} v_{c1} [\Omega^{-1}V]$$

onde

$$\zeta_2 = \frac{Y R_1 + 1}{Y R_1 R_2 + R_1 + R_2} [\Omega^{-1}], \quad \eta_{21} = \frac{1}{Y R_1 R_2 + R_1 + R_2} [\Omega^{-1}]$$

A corrente total de saída será

$$\begin{aligned} i_o &= (\zeta_1 v_{c1} - \eta_{12} v_{c2}) + (\zeta_2 v_{c2} - \eta_{21} v_{c1}) \\ &= (\zeta_1 - \eta_{21}) v_{c1} + (\zeta_2 - \eta_{12}) v_{c2} \\ &= \frac{Y R_2}{Y R_1 R_2 + R_1 + R_2} v_{c1} + \frac{Y R_1}{Y R_1 R_2 + R_1 + R_2} v_{c2} \end{aligned} \tag{152}$$

e a corrente circulante (no primeiro subsistema) será

$$\begin{aligned}
 i_{cir_1} &= \frac{1}{n}(n-1)(\zeta_1 v_{c_1} - \eta_{12} v_{c_2}) - \frac{1}{n}(\zeta_2 v_{c_2} - \eta_{21} v_{c_1}) \\
 &= \frac{((n-1)\zeta_1 + \eta_{21})}{n} v_{c_1} - \frac{(\zeta_2 + (n-1)\eta_{12})}{n} v_{c_2} \\
 &= \frac{(Y R_2 + 2)}{2(Y R_1 R_2 + R_1 + R_2)} v_{c_1} - \frac{(Y R_1 + 2)}{2(Y R_1 R_2 + R_1 + R_2)} v_{c_2}
 \end{aligned} \tag{153}$$

E.2 Correntes para 3 subsistemas

Seja $n = 3$, para $i = 1$:

$$i_{o_1} = \zeta_1 v_{c_1} - \eta_{12} v_{c_2} - \eta_{13} v_{c_3}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \zeta_1 &= \frac{Y R_2 R_3 + R_2 + R_3}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}, \quad \eta_{12} = \frac{R_3}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} \\
 \eta_{13} &= \frac{R_2}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}
 \end{aligned}$$

Para $i = 2$:

$$i_{o_2} = \zeta_2 v_{c_2} - \eta_{21} v_{c_1} - \eta_{23} v_{c_3}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \zeta_2 &= \frac{Y R_1 R_3 + R_1 + R_3}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}, \quad \eta_{21} = \frac{R_3}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} \\
 \eta_{23} &= \frac{R_1}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}
 \end{aligned}$$

Para $i = 3$:

$$i_{o_3} = \zeta_3 v_{c_3} - \eta_{31} v_{c_1} - \eta_{32} v_{c_2}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \zeta_3 &= \frac{Y R_1 R_2 + R_1 + R_2}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}, \quad \eta_{31} = \frac{R_2}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} \\
 \eta_{32} &= \frac{R_1}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}
 \end{aligned}$$

A corrente total de saída será

$$\begin{aligned}
 i_o &= (\zeta_1 v_{c_1} - \eta_{12} v_{c_2} - \eta_{13} v_{c_3}) + (\zeta_2 v_{c_2} - \eta_{21} v_{c_1} - \eta_{23} v_{c_3}) \\
 &\quad + (\zeta_3 v_{c_3} - \eta_{31} v_{c_1} - \eta_{32} v_{c_2}) \\
 &= (\zeta_1 - \eta_{21} - \eta_{31}) v_{c_1} + (\zeta_2 - \eta_{12} - \eta_{32}) v_{c_2} + (\zeta_3 - \eta_{13} - \eta_{23}) v_{c_3} \\
 &= \frac{Y R_2 R_3}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} v_{c_1} + \frac{Y R_1 R_3}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} v_{c_2} \\
 &\quad + \frac{Y R_1 R_2}{Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} v_{c_3}
 \end{aligned} \tag{154}$$

e a corrente circulante (no primeiro subsistema) será

$$\begin{aligned}
i_{cir_1} &= \frac{1}{n}(n-1)(\zeta_1 v_{c_1} - \eta_{12} v_{c_2} - \eta_{13} v_{c_3}) - \frac{1}{n}(\zeta_2 v_{c_2} - \eta_{21} v_{c_1} - \eta_{23} v_{c_3}) \\
&\quad - \frac{1}{n}(\zeta_3 v_{c_3} - \eta_{31} v_{c_1} - \eta_{32} v_{c_2}) \\
&= \left(\frac{(n-1)}{n} \zeta_1 + \eta_{21} + \eta_{31} \right) v_{c_1} - \frac{1}{n}(\zeta_2 + (n-1)\eta_{12} - \eta_{32}) v_{c_2} \\
&\quad - \frac{1}{n}(\zeta_3 + (n-1)\eta_{13} - \eta_{23}) v_{c_3} \\
&= \frac{1}{3}(2\zeta_1 + \eta_{21} + \eta_{31}) v_{c_1} - \frac{1}{3}(\zeta_2 + 2\eta_{12} - \eta_{32}) v_{c_2} - \frac{1}{3}(\zeta_3 + 2\eta_{13} - \eta_{23}) v_{c_3} \\
&= \frac{(2Y R_2 R_3 + 3R_2 + 3R_3)}{3(Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2)} v_{c_1} \\
&\quad - \frac{(Y R_1 R_3 + 3R_3)}{3(Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2)} v_{c_2} \\
&\quad - \frac{(Y R_1 R_2 + 3R_2)}{3(Y R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2)} v_{c_3}
\end{aligned} \tag{155}$$

E.3 Correntes para n subsistemas

A partir dos casos específicos apresentados nas duas seções anteriores, pode-se escrever a generalização para a corrente total de saída

$$i_a = \left(\zeta_i - \sum_{j \neq 1}^n \eta_{ji} \right) v_{c_i} + \dots + \left(\zeta_n - \sum_{j \neq 1}^n \eta_{jn} \right) v_{c_n} \tag{156}$$

e para a corrente circulante (no primeiro subsistema) como

$$\begin{aligned}
i_{cir_1} &= \frac{1}{n} \left((n-1)\zeta_1 + \sum_{j \neq 1}^n \eta_{j1} \right) v_{c_1}(t) - \frac{1}{n} \left(\zeta_2 + (n-1)\eta_{12} - \sum_{\substack{j \neq 1 \\ j \neq 2}}^n \eta_{j2} \right) v_{c_2}(t) \dots \\
&\quad - \frac{1}{n} \left(\zeta_n + (n-1)\eta_{1n} - \sum_{\substack{j \neq 1 \\ j \neq n}}^n \eta_{jn} \right) v_{c_n}(t).
\end{aligned} \tag{157}$$