

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**ANÁLISE DA PUNÇÃO EM LAJES COM
VAZIOS ESFÉRICOS ATRAVÉS DO MÉTODO
DOS ELEMENTOS FINITOS**

Eric Renã Zavitzki Schimanowski

Porto Alegre
2024

ERIC RENÃ ZAVITZKI SCHIMANOWSKI

**ANÁLISE DA PUNÇÃO EM LAJES COM VAZIOS ESFÉRICOS
ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre
2024

CIP - Catalogação na Publicação

Schimanowski, Eric Renã Zavitzki
Análise da punção em lajes com vazios esféricos
através do Método dos Elementos Finitos / Eric Renã
Zavitzki Schimanowski. -- 2024.
225 f.
Orientador: Américo Campos Filho.

Coorientadora: Bruna Manica Lazzari.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre,
BR-RS, 2024.

1. Lajes. 2. Punção. 3. Vazios esféricos. 4. ANSYS.
5. Método dos Elementos Finitos. I. Campos Filho,
Américo, orient. II. Lazzari, Bruna Manica, coorient.
III. Título.

ERIC RENÃ ZAVITZKI SCHIMANOWSKI

**ANÁLISE DA PUNÇÃO EM LAJES COM VAZIOS
ESFÉRICOS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, na área de concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 30 de janeiro de 2024

Prof. Américo Campos Filho

Dr. pela Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo
Orientador

Prof^a. Bruna Manica Lazzari

Dr^a. pela Universidade Federal do Rio Grande
do Sul
Coorientadora

Prof. Nilo Cesar Consoli
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

**Prof. Jorge Luis Palomino
Tamayo (UFRGS)**

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande
do Sul

**Prof. Leandro Mouta
Trautwein (UNICAMP)**

Dr. pela Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo

Prof. Mauro de Vasconcellos Real (FURG)

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande
do Sul

Prof^a. Paula Manica Lazzari (UFRGS)

Dr^a. pela Universidade Federal do Rio Grande
do Sul

Dedico essa dissertação aos meus pais, Jaime e Janete.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por me permitir conquistar meus sonhos, sempre me dando força e coragem para vencer novos desafios, me iluminando e colocando pessoas especiais no meu caminho.

Agradeço aos professores Américo Campos Filho e Bruna Manica Lazzari, por aceitarem me orientar neste estudo. Agradeço pela disponibilidade, pelo entusiasmo e motivação, pela paciência, pelo exemplo de profissionalismo e por sempre estarem dispostos a ensinar. Sou grato não apenas pela contribuição fundamental no desenvolvimento deste trabalho, como também pela contribuição na minha vida acadêmica e pessoal.

Agradeço à professora Paula Manica Lazzari, que também trouxe significativas contribuições para este estudo, pela disponibilidade, entusiasmo, motivação e pelo exemplo de profissional. Sou grato, também, pela orientação do estágio, pela confiança e pela atenção em todo esse processo.

Agradeço à minha família que, por falta de oportunidades, apenas agora terá o primeiro profissional com pós-graduação. Agradeço em especial aos meus pais, Jaime e Janete, que não mediram esforços para que eu estudasse e por sempre estarem ao meu lado, dispondo de carinho, apoio e amor incondicional. Agradeço, também, a minha querida irmã, Narjana, que sempre me apoiou e incentivou.

Agradeço à minha namorada, Gabrielli, que esteve comigo em todos os momentos desde a graduação, me incentivando, apoiando e me ajudando nos momentos mais difíceis. Sou grato por tudo que passamos nos últimos anos, pelo companheirismo diário, pelo carinho e pelo apoio nas minhas decisões. Aos meus sogros, pelo carinho, compreensão e incentivo ao longo desse período.

Agradeço, ainda, aos demais professores do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil (PPGEC), pela educação de qualidade, pela convivência e incentivo. Aos colegas da pós-graduação, pela troca de conhecimentos e companheirismo nesse período. Ao PPGEC-UFRGS, por ser um programa de pós comprometido com a excelência acadêmica.

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul, por proporcionar ensino qualificado, incentivo à pesquisa e acesso a diversos materiais. Agradeço à CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela bolsa de estudos que me permitiu desenvolver essa pesquisa e concluir a pós.

"A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original"

Albert Einstein

RESUMO

SCHIMANOWSKI, E. R. Z. **Análise da punção em lajes com vazios esféricos através do Método dos Elementos Finitos**. 2024. 197p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

O emprego de lajes lisas de concreto em projetos estruturais é geralmente justificado por algumas vantagens. Entre elas é possível destacar a simplificação das fôrmas e a flexibilidade do *layout* do projeto, já que o sistema consiste em apoiar as lajes diretamente sobre os pilares da edificação. Nesse sentido, é possível, ainda, incrementar a vantagem de redução da carga da estrutura, retirando volumes de concreto em locais da laje em que esse material está submetido à baixas tensões de tração e compressão. Ao utilizar vazios de formato esférico, por exemplo, a redução de peso das lajes pode chegar a 30% comparado às lajes maciças. Por outro lado, é sabido que uma das desvantagens das lajes lisas é a necessidade de verificações relativas ao fenômeno da punção na zona de contato entre laje e pilar. Nessa perspectiva, poucas pesquisas até o momento buscaram avaliar o comportamento de lajes com vazios ao modificar parâmetros, de forma isolada, que influenciam nesse comportamento. Diante desta lacuna, esse estudo tem como objetivo principal realizar simulações numéricas para analisar a influência de diversos parâmetros na falha por punção dessas estruturas. Para atingir esse objetivo, foram realizadas validações de dados experimentais de outros autores, envolvendo um conjunto de 19 lajes que variam quanto à presença de vazios, pré-laje e armaduras de cisalhamento. Após a criação e análise dos modelos numéricos desenvolvidos, foi constatado que os mesmos são capazes de prever o comportamento das lajes simuladas, tanto em relação à carga de ruptura, quanto carga-deslocamento, carga-deformação e modo de falha. Com base nesses resultados, o modelo foi empregado para a execução de uma análise paramétrica, que avaliou o impacto, sob o comportamento carga-deslocamento da estrutura, ao variar a presença, distribuição, posição e diâmetro das esferas, bem como espessura da laje, taxa da armadura de flexão, presença de pré-laje, formato e dimensões do pilar e bitola, posição e presença de armadura de cisalhamento. Entre os resultados, foi possível constatar que a presença de esferas, especialmente na região próxima ao pilar apresenta influência significativa na carga de ruptura, já que o tronco de cone de punção ocorre nos vazios. Parâmetros como espessura, taxa de armadura de flexão, propriedades do concreto e características do pilar impactaram as lajes com vazios de forma semelhante ao que ocorre nas lajes maciças, mas a presença de esferas limitou o ganho na carga de ruptura. Por fim, ao empregar armadura de cisalhamento, houve aumento na carga de ruptura e na ductilidade.

Palavras-chave: *Lajes. Punção. Vazios esféricos. ANSYS. Método dos Elementos Finitos.*

ABSTRACT

SCHIMANOWSKI, E. R. Z. **Analysis of punching shear in slabs with spherical voids using the Finite Element Method**. 2024. 197p. Dissertation (Master in Civil Engineering) – Postgraduate Program in Civil Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Several advantages generally justify using flat concrete slabs in structural projects. Among them, it is possible to highlight the simplification of formwork and the flexibility of the project layout, as the system involves supporting the slabs directly on the building's columns. In this sense, it is also possible to enhance the advantage of reducing the structural load by removing concrete volumes in areas of the slab where this material is subjected to low tensile and compressive stresses. By using spherical voids, for example, the weight reduction of the slabs can reach up to 30% compared to solid slabs. On the other hand, it is known that one of the disadvantages of flat slabs is the need for checks related to the punching shear phenomenon in the contact zone between the slab and the column. In this perspective, few researchers have sought to assess the behavior of voided slabs by modifying parameters that influence this behavior. From that, the main objective of this study is to perform numerical simulations to analyze the influence of various parameters on the punching failure of these structures. To achieve this goal, validations using experimental data were conducted, involving a set of 19 slabs that varied in terms of void presence, precast panels, and shear reinforcement configurations. After the development and analysis of the numerical models, it was observed that they can predict the behavior of the simulated slabs, both in terms of ultimate load, load displacement, load deformation, and mode of failure. Based on these results, the model was employed to conduct a parametric analysis that assessed the impact on the load-displacement behavior of the structure, varying the presence, distribution, position, and diameter of the spheres, as well as the thickness of the slab, flexural reinforcement ratio, presence of precast panels, column shape and dimensions, and diameter, position, and presence of shear reinforcement. Among the results, it was possible to observe that the presence of spheres, especially in the region near the column, significantly influences the failure load since the punching cone occurs in the voids. Parameters such as thickness, flexural reinforcement ratio, concrete properties, and column characteristics impacted the slabs with voids similarly to solid slabs. Still, the presence of spheres limited the gain in failure load. Finally, when employing shear reinforcement, there was an increase in failure load and ductility.

Keywords: *Slabs. Punching shear. Spherical voids. ANSYS. Finite Element Method.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Sistema de lajes lisas com vazios esféricos	1
Figura 1.2 – Fluxograma das etapas do estudo	6
Figura 2.1 – Lajes (a) cogumelo, (b) nervuradas e (c) lisas	7
Figura 2.2 – Sistema desenvolvido por Turner	8
Figura 2.3 – Sistema desenvolvido por Maillart	8
Figura 2.4 – Vazios no interior da laje	9
Figura 2.5 – Cúpula do Panteão	10
Figura 2.6 – Aplicações de lajes <i>Bubbledeck</i> em (a) escolas, (b) escritórios e (c) edifícios altos	11
Figura 2.7 – Aplicação de lajes <i>Bubbledeck</i> no Brasil	11
Figura 2.8 – Módulo reforçado	12
Figura 2.9 – Elementos semi-pré-moldados	13
Figura 2.10 – Lajes pré-moldadas com vazios	14
Figura 2.11 – Tipos de vazios	14
Figura 3.1 – Tronco de cone da punção	20
Figura 3.2 – Colapso parcial do edifício <i>Pipers Row Car Park</i>	21
Figura 3.3 – Fissuras para cargas (a) baixas, (b) intermediárias e (c) altas na falha por punção	22
Figura 3.4 – Formação do tronco de cone de punção	22
Figura 3.5 – Punção (a) simétrica, (b) assimétrica e (c) excêntrica	23
Figura 3.6 – Uso da armadura de cisalhamento	24
Figura 3.7 – Fissura da punção por (a) esmagamento da biela, (b) dentro e (c) fora da região das armaduras	24

Figura 3.8 – Deformações do concreto	25
Figura 3.9 – Bielas e tirantes (a) antes e (b) após o colapso por punção	25
Figura 3.10 – Ruptura por (a) flexão, (b) punção e (c) flexo-punção	26
Figura 3.11 – Tipos de armadura de cisalhamento	31
Figura 4.1 – Curva carga <i>versus</i> deslocamento do concreto armado	37
Figura 4.2 – Deformação por fluência e retração	38
Figura 4.3 – (a) Meridianos da superfície de ruptura e (b) planos desviadores da superfície de ruptura	40
Figura 4.4 – Superfícies de ruptura e carregamento	42
Figura 4.5 – Diagrama tensão <i>versus</i> deformação do concreto comprimido	43
Figura 4.6 – Fissuras modeladas pelo caso (a) discreto e (b) distribuído	44
Figura 4.7 – Curva tensão <i>versus</i> deformação para o concreto tracionado	45
Figura 4.8 – Curva tensão <i>versus</i> deformação para o aço: elastoplástico perfeito (a) e elastoplástico com endurecimento (b)	48
Figura 5.1 – Discretização do modelo	49
Figura 5.2 – Ilustração do método de Newton-Rhapson (a) e utilização de subpassos (b)	52
Figura 5.3 – Elemento SOLID186 e suas geometrias disponíveis	54
Figura 5.4 – Utilização do elemento SOLID186	54
Figura 5.5 – Elementos REINF264 (a) e MESH200 (b)	55
Figura 5.6 – Elementos de reforço REINF264 no interior do concreto	56
Figura 5.7 – Funcionamento da USERMAT no ANSYS	57
Figura 5.8 – Modelagem dos vazios esféricos	60
Figura 5.9 – Criação de malha livre a partir das subdivisões das linhas	60
Figura 6.1 – (a) Geometria da laje e (b) região reforçada com armaduras	63

Figura 6.2 – Detalhamento das armaduras (a) superior e (b) inferior, (c) corte da laje com as armaduras	63
Figura 6.3 – Sistema de ensaio	64
Figura 6.4 – Pontos de leitura dos deslocamentos e abertura de fissuras	64
Figura 6.5 – Pontos de leitura das deformações (a) na armadura e (b) no concreto	65
Figura 6.6 – Modelagem do <i>tension stiffening</i> para concreto (a) com fibras pela formulação de Voo e Foster (2003) e (b) sem fibras pela formulação de Hinton (1988)	67
Figura 6.7 – Impacto sobre o comportamento da estrutura ao considerar as fibras	68
Figura 6.8 – Modelagem de 1/4 da laje	69
Figura 6.9 – Modelagem da armadura (a) superior e (b) inferior	69
Figura 6.10 – Etapas de carregamento	70
Figura 6.11 – Deslocamentos nos pontos de leitura (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 4	72
Figura 6.12 – (a) Deformações e (b) tensões na armadura superior	72
Figura 6.13 – Deformações do concreto	73
Figura 6.14 – Tensões de tração no (a) início e (b) final da simulação	73
Figura 6.15 – (a) Região de leitura das deformações e (b) resultados para abertura das fissuras	74
Figura 6.16 – Laje experimental: planta (a), corte (b) e esquema 3D (c)	75
Figura 6.17 – Armadura de flexão das lajes experimentais	76
Figura 6.18 – Detalhe das armaduras sem pré-laje (a) e com pré-laje (b)	76
Figura 6.19 – Armaduras das lajes experimentais	77
Figura 6.20 – Pré laje: dimensões (a) e barras de ligação (b)	78
Figura 6.21 – Lajes da primeira série de concretagem	79
Figura 6.22 – Armadura de cisalhamento da laje BD28-P3	79

Figura 6.23 – Lajes da segunda série de concretagem	80
Figura 6.24 – Armadura de cisalhamento da laje BD28-P3	81
Figura 6.25 – Armadura de cisalhamento das lajes SS1, SS2, BD3 e BD4	81
Figura 6.26 – Lajes da terceira série de concretagem	81
Figura 6.27 – Lajes da quarta série de concretagem	82
Figura 6.28 – Lajes da quinta série de concretagem	83
Figura 6.29 – <i>Studs</i> em (a) planta e (b) corte (mm)	83
Figura 6.30 – Detalhamento das treliças com inclinação de (a) 60° e (b) 45° (dimensões em mm)	83
Figura 6.31 – Sistema de ensaio (a) e locais de aplicação de carga (b)	85
Figura 6.32 – Leitura dos deslocamentos (a), deformações do concreto (b) e da armadura de flexão (c)	85
Figura 6.33 – Um quarto da laje	86
Figura 6.34 – Volumes discretizados em EF para a modelagem da laje	87
Figura 6.35 – Modelagem da armadura de flexão e armadura do pilar	87
Figura 6.36 – Modelagem das armaduras complementares	88
Figura 6.37 – Modelagem das armaduras de cisalhamento	88
Figura 6.38 – Modelagem da umidade	90
Figura 6.39 – Etapas de carregamento	92
Figura 6.40 – Impacto de diferentes malhas no (a) deslocamento e na (b) carga de ruptura	92
Figura 6.41 – Malha no interior da estrutura	93
Figura 6.42 – Deslocamentos na laje SS2 no (a) início do ensaio e (b) na carga de ruptura	94
Figura 6.43 – Curva carga <i>versus</i> deslocamento na borda da laje (a) SS1-3 e (b) BD3	95
Figura 6.44 – Deslocamentos da laje BD2 na (a) borda, (b) centro próximo à borda, (c) centro próximo ao pilar e (d) próximo ao pilar	96

Figura 6.45 – Deslocamentos da laje BD-A05 na (a) borda e (b) centro próximo à borda	97
Figura 6.46 – Deslocamentos experimentais da laje BD28-P3 para todos os pontos de leitura	97
Figura 6.47 – Deslocamentos da laje RSP28 para carregamento (a) assimétrico e (b) simétrico	98
Figura 6.48 – Curva carga <i>versus</i> deslocamento da laje BD28-P1 para carregamento (a) assimétrico e (b) simétrico	98
Figura 6.49 – (a) Modelagem de 1/2 da laje e (b) deslocamentos para carregamento assimétrico	99
Figura 6.50 – Curva carga <i>versus</i> deslocamento da laje BD28-P2 para carregamento (a) assimétrico e (b) simétrico	100
Figura 6.51 – Deformação da armadura de flexão na laje BD-A02 nos extensômetros 1, 2, 3 e 4	104
Figura 6.52 – Deformação da armadura de flexão da laje SS1-2 nos extensômetros 1 e 2	104
Figura 6.53 – Tensões axiais nas barras da armadura de flexão das lajes (a) BD1 e (b) BD-A04 na carga de ruptura	105
Figura 6.54 – Tensão axial nas barras da armadura de cisalhamento da laje BD2 na carga de ruptura	105
Figura 6.55 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje BD2	106
Figura 6.56 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje (a) BD3 e (b) SS2	107
Figura 6.57 – Tensão σ_1 na armadura de cisalhamento da laje SS2 na carga de ruptura	107
Figura 6.58 – Deformações nos <i>studs</i> da primeira camada da laje (a) BD-A03 e (b) BD-A01	108
Figura 6.59 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje BD-A02	109
Figura 6.60 – Tensões de tração nas treliças próximas ao pilar da laje BD-A02	109
Figura 6.61 – Deformação (a) radial e (b) tangencial do concreto da laje BD-A04	110
Figura 6.62 – Deformação (a) radial e (b) tangencial do concreto da laje RSP-A01	110
Figura 6.63 – Deformação ϵ_1 no concreto na superfície superior e interior da laje BD2	111

Figura 6.64 – Deformação ε_1 no concreto na superfície superior e interior da laje BD3	111
Figura 6.65 – Tensão σ_3 no concreto na superfície inferior e no interior da laje BD3	112
Figura 6.66 – Tensão σ_3 no concreto da laje BD-A05 na carga de ruptura	112
Figura 6.67 – Tensão σ_1 na superfície superior da laje BD4 aos (a) 24 dias e (b) 33 dias	113
Figura 6.68 – Mapa de fissuração na superfície superior da laje BD-A05 após o ensaio	114
Figura 6.69 – Mapa de fissuração na superfície superior da laje SS1-2 após o ensaio	115
Figura 6.70 – Comparação da superfície de ruína	116
Figura 7.1 – (a) Laje simulada e (b) região modelada	118
Figura 7.2 – Etapas de carregamento das lajes da análise paramétrica	119
Figura 7.3 – Geometria dos modelos REF e REF-MAC	120
Figura 7.4 – Comparação entre laje maciça e com vazios	121
Figura 7.5 – Elementos fissurados na laje REF	122
Figura 7.6 – Comparação entre laje maciça, laje com vazios e laje com espessura equivalente	122
Figura 7.7 – Posição das esferas na região sólida próxima ao pilar	123
Figura 7.8 – Impacto da região maciça no comportamento da estrutura	124
Figura 7.9 – Deformações principais de tração na carga de ruptura para as configurações A, B e D	124
Figura 7.10 – Posição do perímetro de controle das normativas nas lajes com vazios	125
Figura 7.11 – Variação da (a) posição vertical e do (b) diâmetro das esferas	127
Figura 7.12 – Impacto do diâmetro das esferas no comportamento de lajes com vazios	128
Figura 7.13 – Tensões principais de tração no concreto entre os vazios	128
Figura 7.14 – Impacto da espessura no comportamento de lajes maciças	129
Figura 7.15 – Tensões axiais nas armaduras de flexão de lajes com (a) 12 e (b) 40 cm de espessura	130

Figura 7.16 – Geometria das lajes com (a) 28, (b) 40 e (c) 12 cm de espessura	130
Figura 7.17 – Impacto de espessuras maiores no comportamento de lajes com vazios . . .	131
Figura 7.18 – Impacto de espessuras menores no comportamento de lajes com vazios . . .	131
Figura 7.19 – Impacto das propriedades do concreto no comportamento de lajes com vazios	132
Figura 7.20 – Impacto da resistência à compressão do concreto no comportamento de lajes com vazios	133
Figura 7.21 – Impacto da resistência à tração do concreto no comportamento de lajes com vazios	133
Figura 7.22 – (a) Deformações principais de tração e (b) Tensões principais de compressão no concreto próximo à interface laje-pilar	134
Figura 7.23 – Impacto da taxa de armadura de flexão no comportamento de lajes com vazios	135
Figura 7.24 – Impacto da taxa de armadura de flexão no comportamento de lajes maciças	136
Figura 7.25 – Variação do raio do pilar	137
Figura 7.26 – Impacto da seção do pilar no comportamento de lajes com vazios	137
Figura 7.27 – Impacto da seção do pilar no comportamento de lajes maciças	137
Figura 7.28 – Variação da geometria do pilar	138
Figura 7.29 – Impacto do formato do pilar no comportamento de lajes maciças	139
Figura 7.30 – Impacto da resistência à compressão da pré-laje no comportamento de lajes com vazios	140
Figura 7.31 – Impacto da resistência à compressão da pré-laje no comportamento de lajes maciças	140
Figura 7.32 – Geometria dos modelos (a) REF-CIS e (b) REF-CIS-MAC	141
Figura 7.33 – Impacto da armadura de cisalhamento nas lajes com vazios	142
Figura 7.34 – Impacto da armadura de cisalhamento nas lajes com vazios	142
Figura 7.35 – Deformações principais de tração em diferentes cargas dos modelos (a) sem e (b) com armadura de cisalhamento	143

Figura 7.36 – Posição das esferas na região sólida próxima ao pilar	144
Figura 7.37 – Impacto da região maciça no comportamento de lajes com vazios com armadura de cisalhamento	144
Figura 7.38 – Impacto da bitola dos estribos no comportamento de lajes com vazios com armadura de cisalhamento	145
Figura 7.39 – Impacto da bitola dos estribos no comportamento de lajes maciças com armadura de cisalhamento	145
Figura 7.40 – Impacto da quantidade de camadas de estribos no comportamento de lajes com vazios com armadura de cisalhamento	146
Figura 7.41 – Impacto da quantidade de camadas de estribos no comportamento de lajes maciças com armadura de cisalhamento	146
Figura 7.42 – Impacto da direção dos estribos no comportamento de lajes com vazios com armadura de cisalhamento	147
Figura 7.43 – Impacto da direção dos estribos no comportamento de lajes maciças com armadura de cisalhamento	147

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1 – Cálculos de determinação da carga de projeto para lajes sem armadura de cisalhamento	32
Quadro 5.1 – Parâmetros de entrada da USERMAT	58
Quadro 6.1 – Descrição das lajes experimentais das séries 1, 2 e 3	84
Quadro 6.2 – Descrição das lajes experimentais das séries 4 e 5	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 – Dados experimentais do concreto, da armadura e das fibras	65
Tabela 6.2 – Dados experimentais do aço	89
Tabela 6.3 – Dados experimentais do concreto	89
Tabela 6.4 – Carga de ruptura das lajes da série 1	100
Tabela 6.5 – Cargas de ruptura das lajes das séries 2, 3, 4 e 5	102
Tabela 7.1 – Variação das propriedades do concreto	132
Tabela 7.2 – Propriedades das seções	138

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
ANSYS	<i>Analysis Systems Incorporated</i>
APDL	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
BISO	<i>Bilinear Isotropic Hardening</i>
CEB	<i>Comité Euro-International du Béton</i>
CONCR	<i>Concrete Plasticity Specifications</i>
CRFA	Concreto Reforçado com Fibras de Aço Tracionado
DIC	<i>Digital Image Correlation</i>
ELU	Estado Limite Último
FIB	<i>Fédération Internationale du Béton</i>
FIP	<i>International Federation for Prestressing</i>
H-W	<i>Haig-Westergard</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
PEAD	Polietileno de Alta Densidade
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UPF	<i>User Programmable Features</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$[D]$	Matriz constitutiva do material
E, E_c, E_{c0}	Módulo de elasticidade do concreto
E_{ci}	Módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias
E_{cm}	Módulo de elasticidade médio do concreto experimental
E_{c1}	Módulo de elasticidade secante
E_s	Módulo de elasticidade do aço
F	Função de plastificação, tensão efetiva
$\{F^a\}$	Vetor de forças externas aplicadas nos nós
$\{F^{nr}\}$	Vetor de forças internas
G_{c0}	Módulo de elasticidade transversal do concreto não-fissurado
G_c	Módulo de elasticidade transversal do concreto
H_s	Módulo de elasticidade tangente do aço
$[K]$	Matriz de rigidez global
I_1	Primeiro invariante do tensor de tensões
I	Momento de inércia
J_2, J_3	Segundo e terceiro invariante do tensor desviador de tensões
$\{R\}$	Vetor resíduo
R_{REF}	Valor referência para o resíduo
S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}	Tensões desviadoras principais
V_f	Volume de fibras
V_u	Carga máxima de cisalhamento
$V_{R,cs}$	Capacidade de carga de projeto na região das armaduras de cisalhamento
$V_{R,out}$	Capacidade de carga de projeto fora da região das armaduras de cisalhamento

$V_{R,c}$	Contribuição do concreto para a capacidade de carga de projeto
$V_{R,s}$	Contribuição da armadura de cisalhamento para a carga de projeto
W_{cr}	Abertura da fissura

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

a	Vetor de fluxo plástico
b_0	Comprimento do perímetro crítico afastado da face do pilar
c_1, c_2	Parâmetros do material - critério de ruptura do concreto
c	Cobertura de concreto, amolecimento da matriz de concreto
d	Deslocamento
d, d_v	Altura útil e altura efetiva da laje
d_f	Diâmetro das fibras
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto
$f_{ck}, f_{c'}$	Resistência característica à compressão do concreto
f_{ctm}	Resistência à tração do concreto
$f_{c2c}, f_{2c}, f_{c2cm}$	Parâmetros do material - critério de ruptura do concreto
f_y	Tensão de escoamento do aço
h	Altura da laje, parâmetro do material - critério de ruptura do concreto
h_f	Espessura fictícia da laje
k	Número plástico, parâmetro do material - critério de ruptura do concreto, parâmetro que leva em consideração a cobertura de concreto
k, k_e	Coefficiente de <i>size effect</i>
k_ψ	Parâmetro de rotação da laje
l_c, l_{smx}	Distância média entre fissuras
l_f	Comprimento das fibras
r_h	Umidade relativa do ambiente

r_q	Raio de aplicação de carga
r_{ys}	Raio das armaduras de cisalhamento que atingiram o escoamento
s	Coefficiente que depende do tipo de concreto
t	Tempo
t_i	Tempo do início concreto na análise numérica
t_0	Idade do concreto no instante em que a tensão foi aplicada
t_s	Tempo de secagem do concreto
u_1	Perímetro de controle da punção
u_{REF}	Valor referência para o deslocamento
{u}	Vetor incógnita contendo os deslocamentos nodais de todos os nós de cada elemento
x, y	Parâmetros do material - critério de ruptura do concreto

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Δ Incremento

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α_s	Parâmetro que leva em consideração a posição da coluna
α	Parâmetro que define a inclinação do ramo descendente no diagrama de tração, parâmetro do material - critério de ruptura do concreto
β	Parâmetro considerado no cálculo do módulo de elasticidade transversal do concreto, parâmetro do material - critério de ruptura do concreto
β_c	Relação entre os lados do pilar
ϵ_0	Deformação correspondente à máxima tensão de tração
ϵ_1, ϵ_3	Deformações principais
ϵ	Deformação específica
$\epsilon_c, \epsilon_{cm}$	Deformação específica total e média do concreto

ϵ_{c1}	Deformação na máxima tensão de compressão
$\epsilon_{c,lim}$	Deformação última de compressão
ϵ_c	Deformação específica total do concreto, deformações de compressão
ϵ_t	Deformação específica normal de tração do concreto
ϵ_{cu}	Deformação correspondente à ruptura por esmagamento do concreto
ϵ_R	Valor para a tolerância do resíduo
ϵ_u	Valor para a tolerância do deslocamento
$\epsilon_s, \epsilon_{sm}$	Deformação específica e média do aço
ϵ_{ys}	Deformação da armadura relativa à tensão de escoamento do aço
ϵ_{ci}	Deformação inicial (instantânea) elástica e linear
ϵ_{cc}	Deformação por fluência
ϵ_{cs}	Deformação por retração
ϵ_{cT}	Deformação térmica
ϵ_{cTU}	Deformação limite em que a colaboração do concreto entre fissuras não deve mais ser considerada
ϵ_e	Deformação elástica
$\epsilon_{v/p}$	Deformação plástica e/ou viscosa
ν	Coefficiente de Poisson
$\lambda, \lambda_t, \lambda_c$	Parâmetro do material - critério de ruptura do concreto
λ_s	Coefficiente de <i>size effect</i>
λ	Coefficiente que depende do tipo de concreto
λ_c	Coefficiente de minoração
ρ	Plano desviador nas coordenadas H-W
ρ, ρ_1	Taxa da armadura de flexão
ρ_{sef}	Razão entre a área total e a área tracionada da seção
σ	Tensão

σ_0	Tensão inicial atuante
σ_{com}, τ_{com}	Parâmetros do material - critério de ruptura do concreto
σ_{ef}	Tensão efetiva do concreto
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões principais
σ_c	Tensão total atuante no concreto
σ_{ct}	Tensão de amolecimento do concreto
σ_{cf}	Tensão no CRFA
σ_f	Tensão de amolecimento e endurecimento das fibras
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$	Tensões desviadoras
τ_b	Tensão cisalhante última de arrancamento das fibras
τ_{bms}	Resistência média de aderência entre aço e concreto
ϕ	Coefficiente de segurança no cálculo da capacidade de carga de projeto
ϕ, ϕ_s	Diâmetro das barras de armadura
φ	Coefficiente de fluência
Ψ	Rotação da laje
θ	Ângulo
ξ	Pressão hidrostática em coordenadas H-W
γ_c	Coefficiente de ponderação da resistência do concreto

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	MOTIVAÇÃO	3
1.2	OBJETIVOS	4
1.2.1	Objetivo principal	4
1.2.2	Objetivos secundários	4
1.3	LIMITAÇÕES	4
1.4	DELINEAMENTO	5
2	DEFINIÇÕES DO SISTEMA ESTRUTURAL	7
2.1	LAJES LISAS	7
2.2	LAJES LISAS COM VAZIOS	9
2.2.1	Aspectos históricos	10
2.2.2	Métodos construtivos	12
2.2.3	Tipos de vazios empregados	14
2.2.4	Principais características de lajes lisas com vazios	16
3	PUNÇÃO	20
3.1	FENÔMENO DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS	21
3.2	PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	27
3.2.1	Taxa de armadura de flexão	27
3.2.2	Propriedades do concreto	28
3.2.3	Geometria e dimensões do pilar	29
3.2.4	Efeito de escala e espessura da laje	29
3.2.5	Armadura de cisalhamento	30

3.3	RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS SOBRE A PUNÇÃO . . .	31
3.4	ESTADO DA ARTE DA PUNÇÃO EM LAJES COM VAZIOS	33
4	MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS	36
4.1	CONCRETO	37
4.1.1	Modelo para o concreto comprimido	39
4.1.2	Modelo para o concreto tracionado	44
4.1.3	Fluência e retração	46
4.2	AÇO	47
5	MODELO COMPUTACIONAL E ANÁLISE NO ANSYS	49
5.1	SOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO LINEARES	51
5.2	ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS	53
5.2.1	Elemento SOLID186	53
5.2.2	Elementos REINF264 e MESH200	55
5.3	MODELO UTILIZADO PARA O CONCRETO	56
5.4	MODELO UTILIZADO PARA O AÇO	59
5.5	CONSIDERAÇÕES SOBRE O MODELO GEOMÉTRICO E A MALHA UTILIZADA	59
6	VALIDAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO COMPUTACIONAL .	61
6.1	LAJES DO <i>WORKING GROUP</i> WP 2.4.1 DA <i>FIB</i>	62
6.1.1	Características das lajes e condições de ensaio	62
6.1.2	Implementação computacional	66
6.1.3	Comparação entre os resultados experimentais e numéricos	71
6.2	LAJES DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA	74
6.2.1	Características das lajes ensaiadas	75
6.2.2	Procedimentos de ensaio e leitura de dados	85

6.2.3	Implementação computacional	86
6.2.4	Comparação entre os resultados experimentais e numéricos	94
6.2.4.1	Deslocamentos verticais	94
6.2.4.2	Cargas de ruptura	100
6.2.4.3	Tensões e deformações nas armaduras de flexão	103
6.2.4.4	Tensões e deformações nas armaduras de cisalhamento	105
6.2.4.5	Tensões e deformações do concreto	109
6.2.4.6	Mapa de fissuração	113
6.2.4.7	Superfície de ruptura	115
7	ANÁLISE PARAMÉTRICA	117
7.1	LAJES SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO	120
7.1.1	Presença de esferas	121
7.1.2	Região sólida no entorno do pilar	123
7.1.3	Diâmetro e posição vertical das esferas	127
7.1.4	Espessura da laje	129
7.1.5	Propriedades do concreto	131
7.1.6	Taxa de armadura de flexão	135
7.1.7	Formato e dimensões do pilar	136
7.1.8	Presença de pré-laje	139
7.2	LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO	141
7.2.1	Região sólida no entorno do pilar	143
7.2.2	Bitola da armadura de cisalhamento	144
7.2.3	Posição da armadura de cisalhamento	145
8	CONCLUSÕES	148
	REFERÊNCIAS	153
	APÊNDICES	163

1 INTRODUÇÃO

Embora o concreto seja o material de construção mais utilizado no mundo, sua aplicação em elementos estruturais está sujeita a uma desvantagem intrínseca do material, sua alta massa específica. Devido a isso, diversas pesquisas buscaram reduzir o peso dos elementos estruturais, seja por meio de agregados leves (RASHAD, 2018), implementando ar na matriz de cimento (CHICA; ALZATE, 2019) ou, até mesmo, retirando volumes do interior de peças estruturais (MIDKIFF, 2013; KHOUZANI et al., 2021). No último caso, busca-se otimizar a seção transversal de lajes, retirando o concreto de regiões pouco solicitadas por meio de nervuras, paralelepípedos de poliestireno expandido ou formas volumétricas ocas de plástico.

Nesse contexto, o emprego de volumes ocios pode apresentar redução no peso próprio de lajes, garantindo bom acabamento na face inferior. De acordo com Adil, Hejazi e Rashid (2019), o uso de vazios esféricos, sistema conhecido comercialmente por *Bubbledeck*, pode gerar uma redução de cerca de 30% no peso do elemento estrutural, impactando não somente nas cargas das próprias lajes como também, nos carregamentos que atuam sobre as fundações. Assim, a principal diferença para as lajes nervuradas está no uso de formas de plástico não recuperáveis, que permanecem no interior da estrutura, como apresentado na Figura 1.1. Nessa perspectiva, os vazios podem impactar positivamente na concepção do projeto, no dimensionamento da estrutura e no tempo de execução das formas.



Figura 1.1 – Sistema de lajes lisas com vazios esféricos (fonte: Bubble-deck¹(2024))

Sob essa ótica, Cigada et al. (2014) apontam que na construção do edifício *Palazzo Lombardia Tower* em Milão, de 161 metros de altura, o emprego de lajes lisas com vazios melhorou a

¹ Extraído de <<https://www.bubbledeck.com/projects>> (acessado em 02/2024)

resposta sísmica devido à redução de peso, e proporcionou maior rapidez na construção. Nesse viés, embora existam custos relacionados às esferas de plástico, Mahmood e Dawood (2017) discutem que o sistema apresenta economia em relação às lajes convencionais para aplicações de grande porte. Essa economia não se deve apenas à redução no volume de concreto mas, também, à menor sobrecarga sobre as fundações, facilidade de transporte e montagem dos elementos estruturais, bem como redução das fôrmas no caso de pré-moldados.

Devido à otimização da seção da peça, as lajes com vazios esféricos são mais sustentáveis e continuam garantindo o desempenho estrutural. Para Jabir, Mhalhal e Al-Gasham (2021), como os vazios são empregados em locais submetidos à tração, não há perda significativa no desempenho estrutural da peça, uma vez que o concreto continua desempenhando suas funções na região comprimida. Além do mais, Ali (2014) sugere que para cada quilograma de plástico reciclado utilizado na fabricação dos volumes ocos é possível economizar até 100 kg de concreto. Como há redução, portanto, na quantidade de cimento, as lajes com vazios esféricos são reconhecidas como um sistema mais sustentável, pois a menor produção de aglomerante gera menores emissões de gases poluidores (HAQUE; HAQUE, 2022).

Além disso, o emprego de vazios no interior da estrutura vem ganhando destaque ao ser aplicado em lajes lisas. Esse sistema construtivo consiste em apoiar lajes de espessura constante diretamente sobre os pilares e, por dispensar a utilização de vigas, apresenta vantagens como a diminuição de tempo e custo de execução, maior flexibilidade no *layout* do imóvel e maior facilidade no posicionamento das instalações (ALROUSAN; ALNEMRAWI, 2022; FERREIRA et al., 2023). Entretanto, Khouzani et al. (2020) apontam que o uso de lajes lisas convencionais é indicado para cargas baixas e pequenos vãos, garantindo que a sua espessura não seja muito elevada. Dessa forma, os vazios no interior das lajes lisas favorecem a aplicação para grandes vãos e cargas elevadas, na medida em que aliviam o peso da laje, reduzem os momentos e permitem que o concreto seja solicitado de forma mais eficiente.

Por outro lado, do ponto de vista estrutural, a ausência de vigas implica em análises mais aprofundadas do fenômeno da punção, devido ao cisalhamento que pode ocorrer nas ligações laje-pilar. Nesse contexto, Silva (2022) aponta que esse tipo de falha pode gerar uma ruptura frágil, já que a armadura não entra em escoamento e, assim, a estrutura não fornece indícios do colapso. Diante disso, é possível melhorar a resistência à punção de lajes lisas com vazios através de alterações nas propriedades dos materiais, utilização de armadura de cisalhamento, determinação de uma região maciça em torno do pilar ou alterações na disposição dos vazios (HABEEB; AL-AZZAWI; AL-ZWAINY, 2021; VALIVONIS et al., 2017; HAN; LEE, 2014).

Apesar dos estudos de lajes lisas serem amplos, poucos tratam a respeito da punção quando são empregados vazios esféricos. Desses, o objetivo mais comum é determinar qual o perímetro de controle em torno do pilar que deve ser executado como laje maciça, a fim de fornecer

atualizações para as normativas existentes (SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002; SAGADEVAN; RAO, 2019). Além disso, mesmo que pesquisadores como Lima (2015) e Ceballos (2017) tenham estudado diretamente formas de melhorar a resistência à punção, os trabalhos desenvolvidos na área são, em grande maioria, experimentais e apresentam limitações nas análises, principalmente em relação à quantidade de variáveis analisadas.

Dessa forma, embora existam estudos a respeito da punção em lajes lisas, ainda há muito a ser descoberto sobre a implementação de vazios em seu interior. O objetivo desse estudo consiste, portanto, na análise paramétrica por simulação numérica, através de elementos finitos, de lajes com vazios esféricos, buscando compreender o quanto a variação da armadura de cisalhamento, espessura de concreto, raio das esferas, raio da região maciça e propriedades dos materiais podem impactar no comportamento carga-deslocamento e, portanto, na falha por punção. Para essas análises, foram desenvolvidos *scripts* de entrada validados através de resultados experimentais.

Cabe mencionar que esse estudo pertence à linha de pesquisa do PPGEC/UFRGS que vem desenvolvendo diversos trabalhos no *software* ANSYS. Entre esses, destaca-se os estudos em pontes de Lazzari (2016), Lazzari (2020), Spessatto (2022) e Machado et al. (2023), em túneis de Quevedo (2021), em vigas de Medeiros (2019) Titello (2020) e Soares et al. (2023), em lajes de Alarcón Ayala (2017) e estudos de concretos alternativos de Agüero (2017) e Araújo (2019).

1.1 MOTIVAÇÃO

A implementação de novas ideias no setor da construção civil, especialmente na área estrutural, sempre está atrelada a uma série de análises prévias que garantam a segurança e o desempenho da estrutura. No caso das lajes lisas com vazios não é diferente e, embora já existam pesquisas, inclusive relacionadas com alterações das normativas, ainda há lacunas que devem ser melhor exploradas, como o estudo de alternativas que aumentem a resistência à punção em lajes bidirecionais com vazios esféricos. Assim, compreender como essa falha ocorre nesse tipo de estrutura pode contribuir para o desenvolvimento de soluções mais eficientes e seguras.

Além disso, pelo fato dos estudos já desenvolvidos serem, em grande maioria, experimentais, as análises que envolvem variação de parâmetros são muito restritas, justificando a necessidade de estudo numérico que permita maiores variações desses fatores e o impacto sobre o comportamento da estrutura. Com a identificação dos parâmetros que causam maiores impactos na resistência à punção é possível buscar formas para evitar esse tipo de falha.

Outrossim, reduzir a utilização de concreto e o peso da estrutura, estar em prol da sustentabilidade e fornecer, ainda, vantagens como execução mais rápida e econômica são características que tor-

nam o sistema uma alternativa atraente para substituir as lajes convencionais. Todavia, no Brasil há uma resistência na implementação de novas tecnologias na construção e, nessa perspectiva, o desenvolvimento de estudos nacionais que discutam sobre o assunto e que forneçam informações para projetistas e construtores pode impactar positivamente na disseminação desse sistema.

Outro fator que motivou este estudo foi a preocupação com a segurança estrutural na medida em que falhas por punção podem causar grandes estragos, sem avisos prévios. Dessa forma, é essencial estudar o fenômeno e avaliar se as alternativas existentes podem ser empregadas com segurança, até mesmo nas lajes lisas com vazios esféricos, como as armaduras de cisalhamento e as regiões maciças em torno dos pilares. Dessa maneira, esse estudo pode, também, abrir novas possibilidades para a execução de estruturas inovadoras, mais eficientes e sustentáveis.

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos desta pesquisa estão divididos em principal e secundários, conforme descrito a seguir.

1.2.1 Objetivo principal

Realizar uma simulação numérica de lajes lisas com vazios, a fim de determinar o comportamento deformacional da estrutura ao variar parâmetros que impactam na falha por punção.

1.2.2 Objetivos secundários

Entre os objetivos secundários dessa dissertação, pode-se citar os seguintes itens:

- a) análise do comportamento da estrutura ao variar a taxa de armadura de flexão, região sólida no entorno do pilar, armadura de cisalhamento, propriedades do concreto, formato e dimensões do pilar, espessura da laje e diâmetro das esferas;
- b) identificação da falha por punção na modelagem através da análise das deformações nas armaduras de flexão, deformações no concreto e superfície de ruína;
- c) comparação de lajes maciças e lajes com vazios esféricos quanto ao comportamento deformacional da estrutura.

1.3 LIMITAÇÕES

São limitações deste estudo:

- a) utilização de um único modelo constitutivo para a modelagem do concreto;
- b) não serão considerados efeitos de variação de temperatura e vibrações da estrutura;
- c) nas simulações numéricas serão analisados apenas vazios de formato esférico;
- d) o material dos volumes ocos não será modelado nas análises, já que ao empregar esferas de polietileno com diferentes espessuras Haque e Haque (2022) constataram pequenas alterações no comportamento da estrutura. Vale mencionar, entretanto, que outras pesquisas, como Kim et al. (2011), que empregaram fibras de vidro na composição dos vazios identificaram alterações significativas no comportamento da estrutura.

1.4 DELINEAMENTO

As etapas dessa dissertação foram estabelecidas conforme o fluxograma apresentado na Figura 1.2. Assim, no **Capítulo 1** são descritas as considerações iniciais sobre o tema, abordando a motivação para o estudo das lajes lisas com vazios esféricos, os objetivos principais e secundários e as limitações do estudo.

No **Capítulo 2** é apresentada uma revisão bibliográfica sobre lajes lisas, abordando brevemente as definições e contexto histórico. Ainda nesse capítulo são apresentadas as lajes lisas com vazios, abordando aspectos históricos, exemplos de aplicação do sistema, métodos construtivos, tipos de vazios empregados e o comportamento dessas estruturas de forma geral.

Já no **Capítulo 3** é discutido o fenômeno da punção, o risco desse tipo de falha e os tipos de punção. No mesmo capítulo, também são apresentados os fatores que impactam nesse modo de ruptura, como armadura de cisalhamento, taxa de armadura de flexão, propriedades dos materiais, geometria da estrutura, entre outros. Também são apresentadas brevemente as recomendações normativas para a verificação do esforço cortante em lajes maciças sem armadura de cisalhamento. Por fim, o capítulo explana, ainda, o estado da arte da punção em lajes lisas com vazios, abordando os principais estudos da área e suas conclusões.

No **Capítulo 4** são abordados os modelos constitutivos utilizados para a modelagem do aço e do concreto, apresentando os critérios e as formulações gerais empregadas no estudo. Ainda nesse capítulo são discutidos fenômenos como retração e fluência, empregados na modelagem do concreto. Quanto ao **Capítulo 5**, é apresentado o *software* utilizado, bem como o método matemático, a forma de solução do problema e os elementos empregados. Também são descritos os modelos adotados para cada material, o funcionamento da rotina USERMAT, e a modelagem dos vazios no interior da laje.

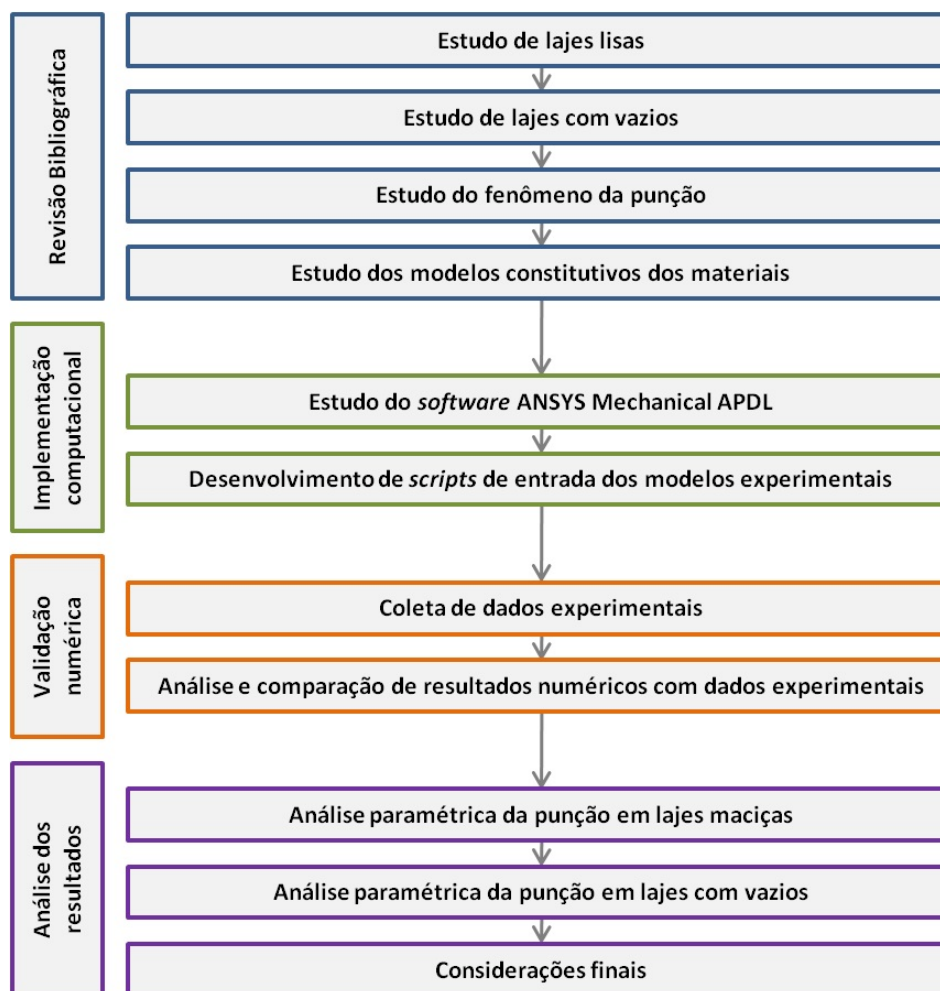


Figura 1.2 – Fluxograma das etapas do estudo (fonte: Autor)

Já no **Capítulo 6** é desenvolvida a validação do modelo com dados experimentais, coletados de lajes submetidas à falha por punção. Nesse capítulo são descritas as informações das lajes experimentais, como geometria, características das armaduras empregadas, modelos ensaiados, procedimentos de ensaio e a implementação computacional das lajes ensaiadas. Por fim, também são apresentados os resultados obtidos, comparando as análises numéricas com os dados experimentais.

Outrossim, no **Capítulo 7** são desenvolvidas as análises paramétricas, identificando como cada parâmetro impacta no comportamento de lajes maciças e com vazios, com ou sem armadura de cisalhamento. Nesse capítulo também são comparados os resultados encontrados com o que consta na literatura.

Por fim, o **Capítulo 8** apresenta as conclusões a respeito do modelo empregado, explanando os principais resultados obtidos nas etapas de validação e análise paramétrica. Nesse capítulo também são discutidos, brevemente, os desafios encontrados neste estudo e são apresentadas as sugestões para trabalhos futuros.

2 DEFINIÇÕES DO SISTEMA ESTRUTURAL

Ao implementar vazios no interior de lajes que se apoiam diretamente sobre pilares é válido apresentar uma breve revisão de literatura. Assim, busca-se expor os conceitos mais importantes, apontar as propriedades do sistema, fornecer informações sobre o histórico e, principalmente, discorrer sobre o estado da arte do tema em questão. Dessa maneira, esse capítulo tem por objetivo situar o leitor a respeito do sistema de lajes lisas convencionais e lajes lisas com vazios.

2.1 LAJES LISAS

No sistema construtivo tradicional, cargas aplicadas sobre uma laje são transmitidas para as vigas, que as redistribuem para os pilares da edificação e são suportadas, portanto, pelo solo em que as fundações são apoiadas. Nas últimas décadas, entretanto, uma discussão da área estrutural é a implementação de sistemas construtivos mais sustentáveis, econômicos e de execução mais rápida. No caso das lajes de edifícios residenciais e comerciais é possível agregar algumas das vantagens supracitadas retirando as vigas de apoio e formando lajes-cogumelo (Figura 2.1a), lajes nervuradas (Figura 2.1b) ou lajes lisas (Figura 2.1c). Nesse cenário, as lajes lisas podem ser conceituadas, portanto, como estruturas de concreto armado de espessura constante suportadas diretamente pelos pilares (ABNT NBR 6118, 2023).

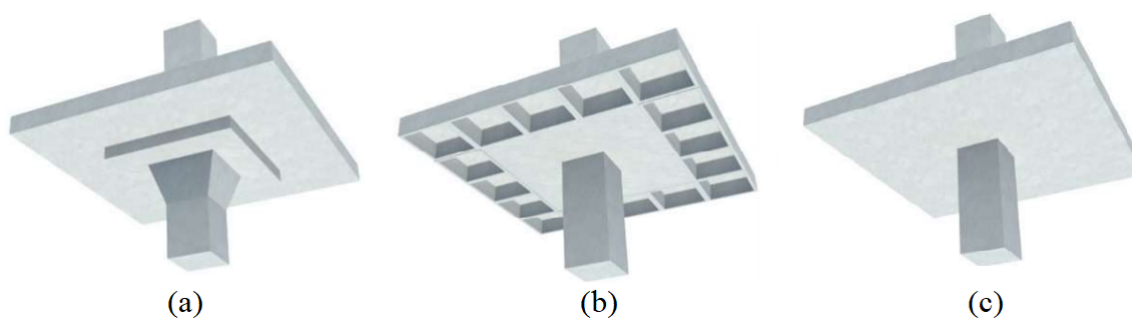


Figura 2.1 – Lajes (a) cogumelo, (b) nervuradas e (c) lisas (fonte: Nicácio (2018))

Como mencionado por Ferreira (2010), não há uma concordância geral sobre quem inventou o sistema de lajes lisas. Alguns pesquisadores afirmam que, entre 1899 e 1901, o engenheiro George M. Hill teria executado construções de edifícios residenciais com lajes lisas. Foi C. A. P. Turner, entretanto, quem demonstrou que a utilização do sistema era confiável e eficiente, entre 1905 e 1906, após ensaiar lajes com capitéis e armadura de cisalhamento na ligação laje-pilar

(GASPARINI, 2002). Na Figura 2.2, são apresentados alguns detalhes das "lajes cogumelo", termo cunhado por Turner ao criar a primeira patente de lajes lisas (CUNHA; SOUZA, 1994).

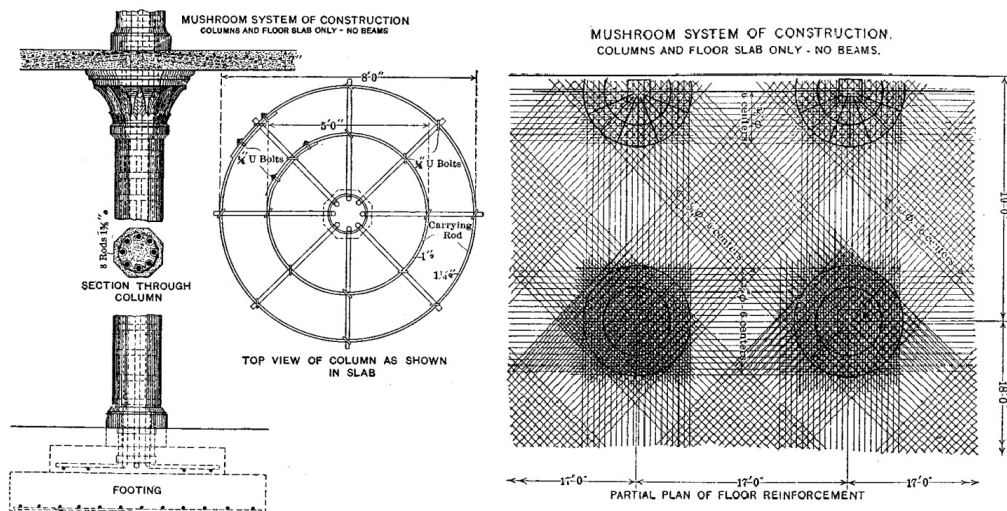


Figura 2.2 – Sistema desenvolvido por Turner (fonte: Gasparini (2002))

Por outro lado, Guandalini (2005) aponta que Robert Maillart, construtor, projetista e pesquisador suíço, patenteou as lajes lisas em 1909, após uma série de ensaios, como o teste de carga apresentado na Figura 2.3, à esquerda. Da mesma forma que Turner, Maillart aumentou a espessura da laje em locais próximos às colunas, devido ao alto esforço cortante na ligação laje-pilar. Entre as construções desenvolvidas com esse sistema por Maillart no início do século XX, a Figura 2.3 à direita, apresenta o sistema aplicado na execução de uma sala em 1909.

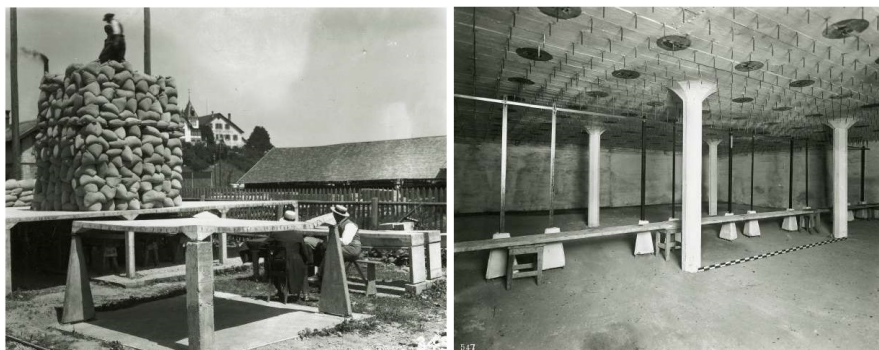


Figura 2.3 – Sistema desenvolvido por Maillart (fonte: ETH-Zurich²)

Nesse panorama, desde a sua invenção no início do século XX, as lajes lisas têm sido utilizadas devido à simplicidade do sistema e às suas vantagens. Entre elas, Erberik e Elnashai (2004) citam a flexibilidade arquitetônica, desobstrução de espaço, menor altura do edifício, fácil montagem e desmontagem das fôrmas e menor tempo de construção. Por outro lado, Wight e MacGregor (2009) indicam que, do ponto de vista econômico, a utilização de lajes lisas deve estar limitada a pequenos vãos, entre 4,5 e 6 m, e cargas baixas. Para vãos maiores, os autores apontam que a

² Extraído de <<https://ba.e-pics.ethz.ch/main/galleryview/fc=8%3A26842>> (acessado em 05/2023)

transferência das cargas verticais gera espessuras que excedem o necessário para a resistência à flexão, fazendo com que o concreto no centro da laje não seja adequadamente utilizado.

Outrossim, consoante Oliveira (2013), as lajes lisas apresentam como desvantagens a necessidade de um controle mais rigoroso dos deslocamentos verticais, a redução da rigidez do edifício quanto aos deslocamentos horizontais e possibilidade de ruptura por punção na região próxima ao pilar, levando a estrutura à ruína parcial ou total. Como forma de contornar a situação, são adotadas soluções como o aumento da espessura da laje, que acaba aumentando o peso da estrutura no geral, ou uso de armadura de cisalhamento, que está propensa a erros de execução e acúmulo de ferragens na região próxima ao pilar (ISUFI et al., 2022).

2.2 LAJES LISAS COM VAZIOS

O objetivo principal em implementar vazios no interior das lajes lisas é a redução de peso, por meio da retirada de concreto em regiões pouco solicitadas. Todavia, quando são empregados vazios longitudinais, como no caso das lajes alveolares, por exemplo, os mesmos alteram o comportamento do carregamento das lajes lisas de duas direções para uma direção (KHOUZANI et al., 2021). Nessa perspectiva, é possível criar lajes bidirecionais com vazios a partir de utilização de volumes ocos de poliestireno de formato esférico, elipsoidal, cuboide, *donut*, entre outros (AL-GASHAM; HILO; ALAWSI, 2019).

Assim, como apresentado na Figura 2.4, os vazios podem ser implementados na região central da seção, por meio de volumes ocos de plástico, situados entre duas camadas de concreto armado (CHUNG et al., 2018). Nessa configuração, Calin e Asavoai (2009) apontam que, para garantir que os volumes ocos não se movimentem durante a concretagem, os mesmos são fixados em uma malha de armadura superior e uma malha inferior, que geralmente não é a armadura principal da laje, responsável pela absorção dos esforços. Os mesmos autores indicam, ainda, que os diferentes volumes ocos utilizados devem ser produzidos com materiais inertes, não porosos, rígidos e resistentes o suficiente para sustentar as cargas antes do concreto endurecer.

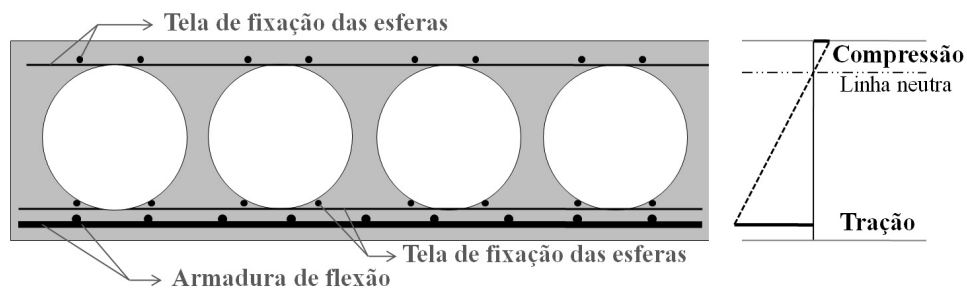


Figura 2.4 – Vazios no interior da laje (fonte: Autor)

2.2.1 Aspectos históricos

A ideia de empregar vazios em lajes é uma prática antiga, sendo que uma das primeiras aplicações está relacionada com a construção do Panteão na Roma Antiga. De acordo com Midkiff (2013), o conceito de lajes com vazios foi empregado na cúpula da estrutura, como pode ser observado na Figura 2.5, com o objetivo de reduzir o peso da mesma, já que toda a estrutura é fabricada em concreto sem aço. Além disso, os autores ainda sugerem que essa medida é um dos fatores que garantiram a durabilidade da estrutura até os dias atuais.



Figura 2.5 – Cúpula do Panteão (fonte: rome.us³ (2023))

Ao longo da história, outros projetos foram executados utilizando o mesmo conceito, mas apenas em 1950 foram inventadas as lajes alveolares. Segundo Ali (2014), embora essas lajes reduzissem o peso total da estrutura pela implementação de cilindros ocos no interior da peça, acabavam apresentando uma aplicação bastante limitada devido ao seu comportamento unidirecional. A partir dessa limitação foram empregados, no final do século XX, volumes ocos de plástico em lajes lisas bidirecionais de concreto armado (MIDKIFF, 2013).

Al-Gasham, Mhalhal e Jabir (2019) apontam que as lajes com vazios bidirecionais foram inventadas pelo engenheiro dinamarquês Jorgen Breuning na década de 90, com o objetivo de retirar volumes de concreto no interior da estrutura antes que a mesma fosse concretada e assim reduzir o peso total da peça. Por se tratar de uma solução simples e facilmente aplicável, a ideia foi bem recebida no mercado da construção civil e, após uma série de estudos que foram e vêm sendo desenvolvidos, esse sistema é cada vez mais comum em estruturas de concreto armado.

Atualmente, as lajes lisas com vazios são utilizadas em diferentes países, na construção de diversas edificações privadas como estacionamentos, escritórios, indústrias, lojas e residências, bem como em edificações públicas como hospitais, escolas, universidades, aeroportos, entre outros. No caso do sistema *Bubbledeck*, que utiliza vazios de formato esférico, existem vários exemplos de aplicação, como a escola Vogaskoli na Islândia (Figura 2.6a) ou o escritório de

³ Extraído de <<https://rome.us/ancient-rome/the-pantheon.html>> (acessado em 03/2023)

arquitetura *Song Arena*, na Noruega (Figura 2.6b). Ainda, é válido mencionar que embora recente, esse sistema foi utilizado na construção de edifícios altos, como é o caso da *Piemonte Tower*, com 46 andares, na Itália, como apresentado na Figura 2.6c.

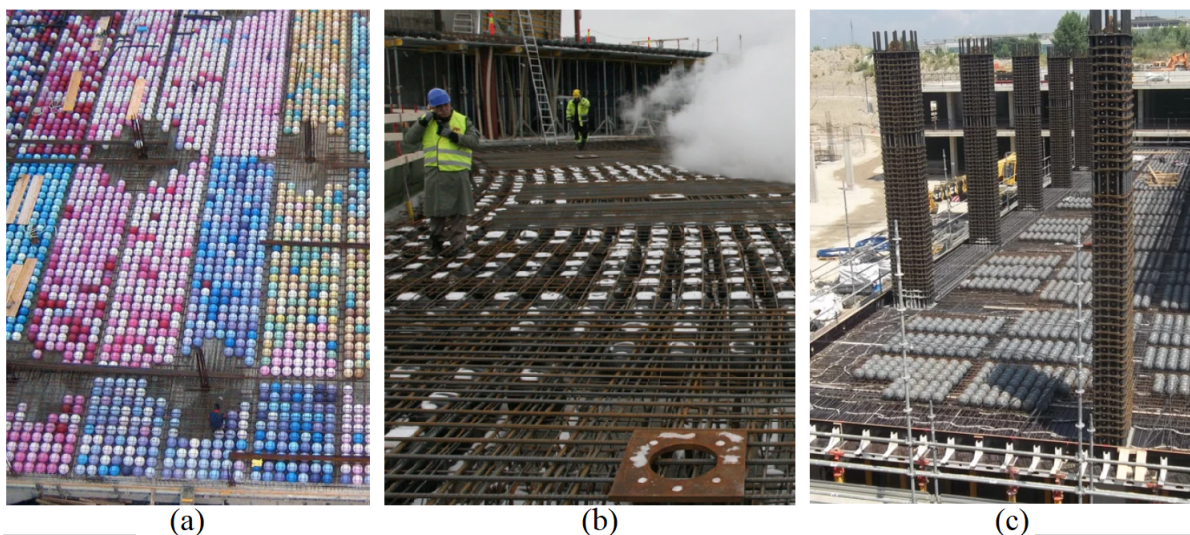


Figura 2.6 – Aplicações de lajes *Bubbledeck* em (a) escolas, (b) escritórios e (c) edifícios altos (fonte: Bubbledeck⁴ (2023))

No Brasil, as aplicações se restringem a grandes empreendimentos como o estacionamento do aeroporto do Galeão, no Rio de Janeiro, ou o Centro Administrativo de Brasília, apresentado na Figura 2.7. Na construção desse empreendimento, a implementação de vazios esféricos gerou uma redução de 35% do volume de concreto e 13% dos custos de construção³. Além disso, como foram empregados painéis pré-moldados, a construção economizou 2800 árvores ao utilizar menos fôrmas e escoramentos, demonstrando o potencial sustentável do sistema.



Figura 2.7 – Aplicação de lajes *Bubbledeck* no Brasil (fonte: Bubbledeck³ (2023))

⁴ Extraído de <<https://www.bubbledeck.com/projects>> (acessado em 04/2023)

Considerando essa perspectiva, embora a aplicação de lajes com vazios esféricos seja recente, as possibilidades de aplicação são amplas. Além disso, mesmo que os conceitos relacionados ao uso de vazios tenham sido empregados em construções ao longo da história, somente nas últimas décadas é que a sustentabilidade tem sido objeto de discussão. Assim, a utilização de lajes com vazios pode contribuir não apenas para as vantagens já conhecidas no passado, mas também para promover a construção de edifícios que tenham um impacto ambiental menor.

2.2.2 Métodos construtivos

As lajes lisas com vazios esféricos podem ser executadas de três formas diferentes, que levam em consideração a utilização ou não de elementos pré-fabricados. Quando as lajes são executadas inteiramente no local, as esferas de plástico são fixadas entre duas camadas de armadura, criando um sistema rígido que impede o movimento das mesmas (CALIN; ASAVOAIE, 2009). Em seguida o conjunto formado é colocado sobre as fôrmas previamente construídas, onde são instaladas as demais armaduras e, por fim, o concreto é lançado em uma ou duas fases (OUKAILI; MERIE, 2018).

O procedimento supracitado é semelhante ao método de execução chamado módulo reforçado, apresentado na Figura 2.8, com uma única diferença; nesse caso o conjunto formado por armadura e esferas de plástico é produzido em uma fábrica e transportado até a obra, onde os módulos são alocados sobre as fôrmas de concreto, conectados às demais armaduras e concretados (LAI, 2009). Quanto às vantagens, Churakov (2014) cita o tempo de construção menor quando comparado ao primeiro método, além disso, Lai (2009) também aponta que essa forma de execução é ideal para áreas de construção pequenas, em que os módulos podem ser empilhados uns sobre os outros até a montagem das lajes.

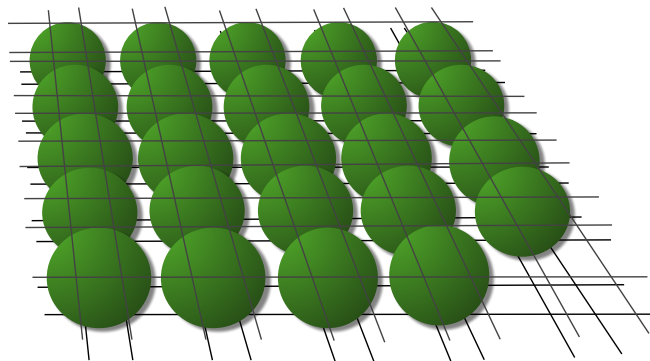


Figura 2.8 – Módulo reforçado (fonte: Autor)

Outrossim, Nicácio (2018) aponta que a concretagem deve ser executada em duas etapas com o objetivo de evitar que as esferas flutuem. Nesse prisma, a primeira camada tem pequena espessura e é executada a fim de evitar que as esferas de plástico se movimentem. Após a perda de fluidez dessa camada, o restante de volume do concreto pode ser lançado e a superfície pode

ser devidamente acabada. Nesse cenário, Oukaili e Merie (2018) apontam que essa abordagem é muito eficaz para lajes curvas ou abobadadas, em que a própria gravidade pode impactar no movimento inadequado das esferas durante a concretagem. Além disso, as duas montagens supracitadas permitem modificações da posição das esferas no local da obra, aumentando a flexibilidade de ajustes a serem feitos antes da concretagem.

Outro método de instalação de lajes, presente na Figura 2.9 é conhecido como elementos semi-pré-moldados, que consiste em uma combinação de elementos pré-fabricados com elementos moldados *in loco*. Segundo Lai (2009), as esferas e armaduras de fixação são fabricadas com uma camada de concreto de cerca de 6 cm, permitindo que a mesma atue como fôrma inferior e como parte da espessura total da laje. Após serem transportados para a obra, os módulos são içados e apoiados sobre os cimbramentos, recebendo as fôrmas e armaduras restantes e, em seguida, a espessura total da laje é atingida em uma única concretagem.

Esse método é considerado o mais econômico por Oukaili e Merie (2018), pois oferece uma solução única para a execução de lajes armadas em duas direções e, ainda, segundo Churakov (2014), otimiza tanto o tempo de construção quanto a qualidade da obra. Além disso, a leveza dos módulos em relação às lajes maciças pré-moldadas ou, até mesmo, em relação às lajes com vazios pré moldadas, também facilita o transporte e a montagem das estruturas na obra. No entanto, é importante salientar que para garantir a adequada conexão entre as peças de concreto são necessárias barras de ligação, montadas no local.

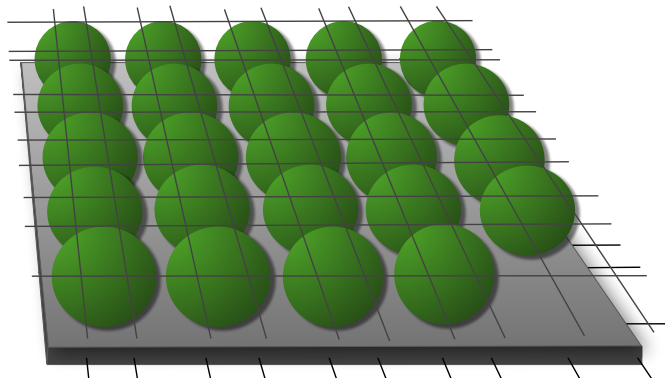


Figura 2.9 – Elementos semi-pré-moldados (fonte: Autor)

Por fim, o último método de execução consiste em utilizar lajes lisas com vazios esféricos pré moldadas e é denominado como painéis acabados, como pode ser observado na Figura 2.10. Assim, as lajes são completamente finalizadas na fábrica e garantem uma execução controlada e propriedades de materiais adequadas (LAI, 2009). Todavia, esse método faz com que as lajes produzidas sejam somente unidirecionais, necessitando de um adequado projeto de conexões para restaurar o comportamento bidirecional das mesmas (OUKAILI; MERIE, 2018). Nesse caso, após o içamento das peças sobre os escoramentos, apenas é realizada a concretagem das juntas situadas entre as placas e o acabamento superficial.

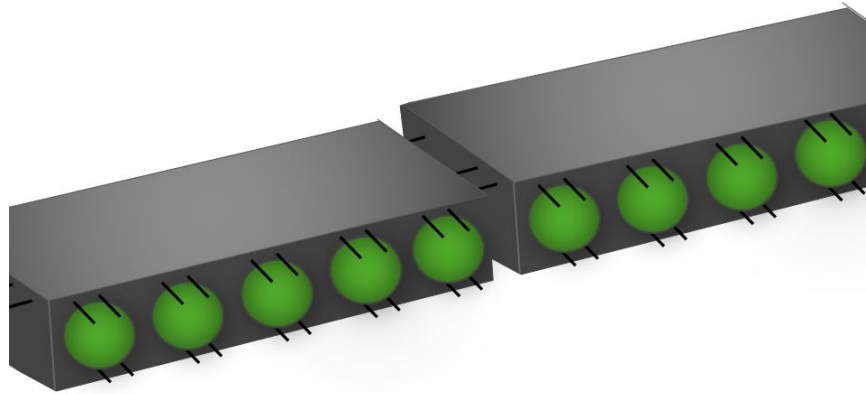


Figura 2.10 – Lajes pré-moldadas com vazios (fonte: Autor)

2.2.3 Tipos de vazios empregados

Embora existam diferentes formas de inserir volumes ocos no interior de lajes lisas, caracterizando sistemas comercialmente conhecidos por *Cobix*, *U-Boot*, *AirDeck* e *Bubbledeck*, esse item busca descrever brevemente os diferentes tipos de vazios existentes na literatura, mesmo que alguns tenham sido pouco aplicados na prática. Nessa perspectiva, serão descritos os vazios empregados no interior das peças estruturais, sem que exista contato dos mesmos com as faces da laje, o que garante um acabamento semelhante às lajes lisas convencionais. Além disso, somente serão abordados os volumes ocos inseridos antes da concretagem, em que a posição é garantida pela fixação entre duas telas de aço, como apresentado na Figura 2.11.

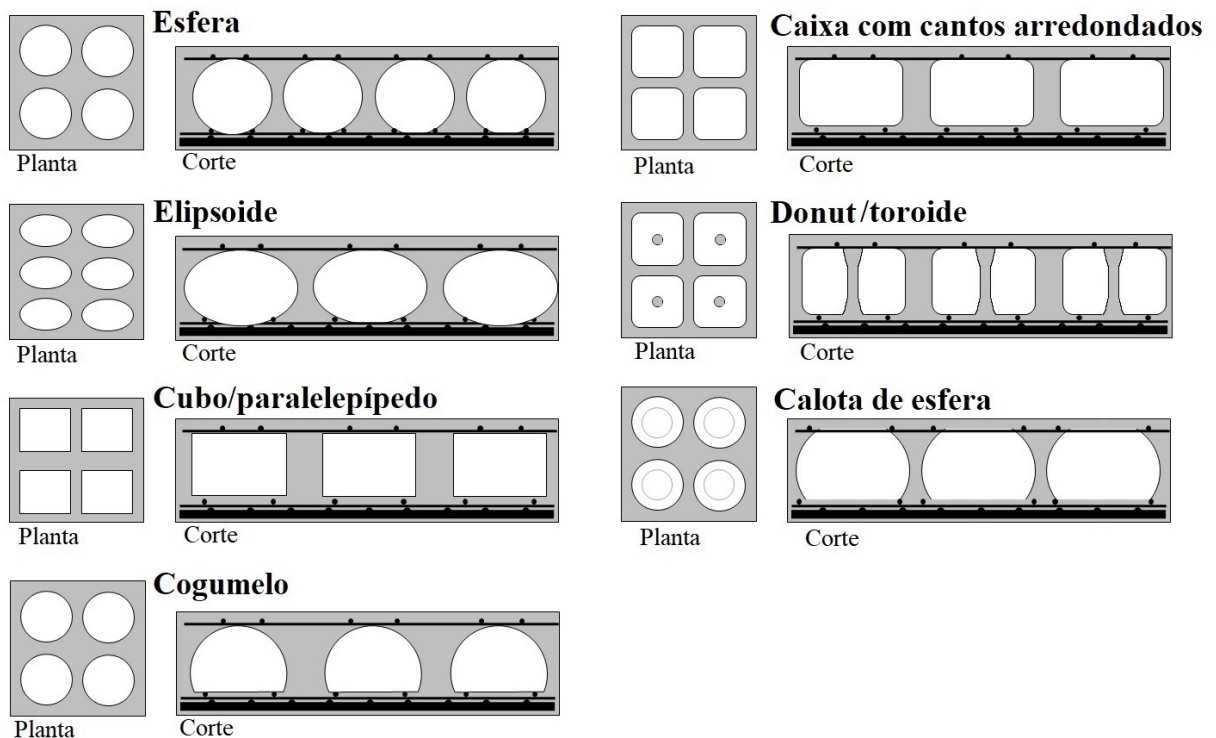


Figura 2.11 – Tipos de vazios (fonte: Autor)

Desde as primeiras implementações de volumes ocos de plástico, que datam os anos 1990, a maior parte dos estudos focaram na utilização de esferas (SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002; MIDKIFF, 2013; SINGH; SAINI, 2019). Todavia, na última década outros formatos vêm ganhando destaque, como os elipsoides (IBRAHIM; ISMAEL; HUSSEIN, 2019; KHOUZANI et al., 2020), as caixas de canto arredondado (VALIVONIS et al., 2014) ou os volumes tipo *donut* (CHUNG et al., 2015; CHUNG; JUNG; CHOI, 2022). Outros pesquisadores avaliaram a inserção de cuboides no interior da laje (SAGADEVAN; RAO, 2019; NIMNIM; ALABDEEN, 2019), esferas com calota removida (KHOUZANI et al., 2019) e formatos tipo cogumelo (CHUNG; JUNG; CHOI, 2022).

Poucos estudos compararam diretamente a utilização de diferentes vazios, principalmente devido às diferenças nas dimensões, armadura de fixação e espaçamento entre os volumes ocos. Kim et al. (2011) compararam a utilização da caixa com cantos arredondados e o formato tipo *donut*, constatando que o último apresenta resultados mais próximos às lajes maciças quanto à rigidez e carga de ruptura. Já Ibrahim, Ismael e Hussein (2019) constataram que, em seus experimentos, a carga de ruptura das lajes utilizando esferas foi maior que a carga encontrada ao utilizar elipsoides pelo fato de que a primeira geometria distribui melhor as tensões no entorno do vazio. Por outro lado, outras pesquisas indicam que vazios elípticos podem fornecer propriedades mais próximas às lajes maciças que os vazios esféricos (AZIZ; CHAN, 2021).

Além disso, Nimmim e Alabdeen (2019) verificaram que o uso de esferas fornece maiores cargas de ruptura quando comparado ao uso de vazios de formato cuboide, diferentemente do que foi constatado por Sagadevan e Rao (2019), que obtiveram resultados próximos para os dois tipos de vazios. Já Chung, Jung e Choi (2022) avaliaram comparativamente o uso de todos os formatos de vazios supracitados em estudo numérico e concluíram que no caso dos vazios de formato cúbico ou tipo *donut* com cantos pouco arredondados, o acúmulo de tensões faz com que a estrutura acabe colapsando devido às fissuras causadas nessa região, já nos demais casos avaliados, a ruptura ocorreu por escoamento da armadura de flexão.

Entretanto, não há uma normativa ou um consenso entre os diferentes pesquisadores a respeito das dimensões ou formato que devem ser adotados para os vazios. No caso das lajes com esferas, por exemplo, é possível encontrar estudos internacionais com diâmetros que variam de 4 cm (SINGH; SAINI, 2019) a 36 cm (SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002). No Brasil, as pesquisas de Ceballos (2017) e Ledo (2016) utilizaram esferas de diâmetro igual a 22,5 cm, por exemplo. Da mesma maneira, não existe um espaçamento entre vazios, capa de concreto ou tipo de armadura de fixação que seja amplamente aceita, o que faz com que cada pesquisador adote um valor específico e impede a comparação direta das propriedades de diferentes estudos. Ainda assim fica claro que a alteração dessas propriedades impacta diretamente na carga de ruptura, rigidez, deformações e deslocamentos das lajes estudadas.

Quanto aos materiais, na maior parte dos estudos que abordam vazios em lajes, os volumes ocios são fabricados de polietileno reciclado de alta densidade (PEAD) (ADIL; HEJAZI; RASHID, 2019). Na revisão sistemática desenvolvida por Aziz e Chan (2021), os autores verificaram que cerca de 50% dos estudos avaliados utilizaram vazios de PEAD, 44% utilizaram polipropileno e apenas 6% fizeram uso de algum material especial. Os autores apontam que o material utilizado na fabricação não deve reagir quimicamente com o concreto e deve ser capaz de resistir a grandes cargas, como o concreto fresco e as armaduras.

Sob essa ótica, Kim et al. (2011) avaliaram a influência do material utilizado na fabricação dos volumes ocios e concluíram que o mesmo pode impactar no comportamento da laje. Os autores identificaram em estudo experimental, utilizando vazios de formato *donut*, que a carga de ruptura das lajes ensaiadas era 11% maior quando foi utilizado PEAD com adição de fibras de vidro, quando comparada carga obtida utilizando apenas PEAD. A adição da fibra proporcionou, também, maior rigidez à estrutura, se aproximando do comportamento das lajes maciças do estudo.

Além disso, ao realizar um estudo numérico por elementos finitos, Haque e Haque (2022) concluíram que no caso de esferas ocios fabricadas com PEAD, a espessura também pode causar impactos no comportamento final da peça estrutural. Ao utilizar diferentes modelos com esferas de espessuras que variaram de 0,1 a 1 cm, foi verificado que a menor deformação e o menor momento fletor foram encontrados para a espessura de 0,2 cm, embora a variação dessas propriedades tenha sido pequena (cerca de 2%). Quando comparada a uma laje lisa maciça de referência, entretanto, o modelo com espessura de 0,2 cm chegou a uma deformação cerca de 63% inferior, principalmente devido à redução de peso da laje com vazios.

2.2.4 Principais características de lajes lisas com vazios

Embora essa pesquisa foque na utilização de vazios esféricos, os resultados obtidos por outros autores, ao utilizar diferentes tipos de vazios, podem ser considerados para formar um conhecimento geral a respeito do assunto. Além disso, mesmo que existam peculiaridades ao utilizar cubóides, por exemplo, é possível inferir, quando os dados são comparados às lajes lisas convencionais, um comportamento próximo às lajes com vazios esféricos quando se avalia a posição dos vazios, o local de aplicação da carga, o método de execução, entre outros parâmetros.

Ademais, mesmo que o objetivo principal deste estudo seja avaliar a punção, é importante compreender outras propriedades, como o comportamento à flexão, por exemplo, a fim de apresentar uma série de dados que possam auxiliar no entendimento dos resultados obtidos nessa pesquisa. Nesse contexto, serão apresentados de forma breve nesse item o comportamento quanto ao início da fissuração, carga máxima de ruptura na flexão ou cisalhamento, rigidez e deflexão.

A partir desse ponto de vista, é válido mencionar que a utilização de vazios tende a diminuir a carga em que ocorre a primeira fissura em lajes submetidas à flexão. Ao avaliar os formatos esférico e cúbico, Nimnim e Alabdeen (2019) concluíram que a redução pode chegar a 40% no caso de concretos de resistência normal. Na pesquisa de Ibrahim, Ismael e Hussein (2019) a redução da carga na primeira fissura, quando comparada à laje maciça, foi igual a 6,7% ao utilizar esferas como vazios.

Já no estudo de Chung et al. (2015), os autores empregaram vazios tipo *donut* para verificar a resistência ao cisalhamento em uma direção. Nos resultados, a carga da primeira fissura de cisalhamento e a carga última de cisalhamento das lajes com vazios ocorreram em, respectivamente, 41-43% e 60-78% das cargas obtidas nas lajes maciças.

Sob a mesma perspectiva, na pesquisa de Chung, Jung e Choi (2022) foi verificado que ao utilizar vazios tipo *donut* a carga de ruptura é mais próxima das lajes maciças devido ao buraco central nos moldes de plástico, diferentemente de vazios tipo caixa com cantos arredondados, em que a carga máxima foi 26% inferior à laje maciça de referência. Em outra pesquisa experimental, para a utilização de esferas, a redução desse parâmetro variou de 4 a 10%, já para o caso das elipses a redução foi maior, de 10 a 20% em relação às lajes sem vazios (IBRAHIM; ISMAEL; HUSSEIN, 2019). Outrossim, no estudo de Mahdi e Mohammed (2021), que também analisou vazios esféricos, a redução da carga máxima foi de 5 a 15% quando comparada à laje maciça.

Já em estudo numérico desenvolvido por Chung, Jung e Choi (2022), foram comparados os resultados de lajes submetidas à flexão, produzidas com diferentes tipos de vazios. Nesse caso, foi verificado que ao utilizar qualquer volume oco há uma redução na carga última e na rigidez do modelo de elementos finitos analisado, bem como um aumento na deflexão no ponto central. Também é válido mencionar que entre os vazios avaliados, o formato que obteve carga de ruptura mais próxima à laje maciça foi o tipo *donut*.

Além disso, Chung et al. (2018) apontam que as lajes com vazios tipo *donut* apresentam menor rigidez, cerca de 91% do valor alcançado pelas lajes maciças. Outros estudos também verificaram esse comportamento, como Al-Gasham, Hilo e Alawsi (2019), em que a redução da rigidez chegou a cerca de 24% para lajes com vazios esféricos, Kumar e Hamza (2020), que constataram perda de 6% nessa propriedade e Mahdi e Mohammed (2021) que verificaram redução de 3 a 49% da rigidez ao comparar com lajes maciças. Outros estudos numéricos e experimentais também indicaram esse comportamento (BINDEA; CHEZAN; PUSKAS, 2015; ALI, 2014; AHMED, 2016).

Nesse contexto, a menor rigidez dessas lajes é explicada devido aos vazios inseridos no interior da estrutura. Conforme Ibrahim, Ismael e Hussein (2019), o volume menor de concreto gera menor momento de inércia (I), que impacta diretamente na rigidez à flexão (EI). Em concordância,

Mahdi e Mohammed (2021) constataram experimentalmente que a rigidez é menor quanto maior o volume de concreto retirado pelos vazios, ou seja, quanto maior o diâmetro das esferas.

O tamanho dos vazios também impacta nas propriedades, para lajes de mesma espessura, quanto maior o diâmetro do vazio, menor é a carga de ruptura atingida (SINGH; SAINI, 2019). Al-Gasham, Hilo e Alawsi (2019), ao estudarem lajes unidirecionais com vazios esféricos, apontam que o uso de diâmetro igual ou menor a 50% da altura da laje não altera a carga máxima significativamente. Por outro lado, relações diâmetro/altura igual a 75% podem diminuir a carga de ruptura em cerca de 22%. Para os autores, essa relação também altera o tipo de falha, de flexão para cisalhamento, reduzindo a ductibilidade em 67% se comparada à laje maciça.

Nesse sentido, o espaçamento entre os vazios também interfere no comportamento final da estrutura. De acordo com os dados experimentais de Ibrahim, Ismael e Hussein (2019), quanto maior o espaçamento entre vazios esféricos, maior é a carga de ruptura obtida pela laje ensaiada à flexão, mesmo que a diferença seja pequena, por volta de 5%. Os autores mencionam, ainda, que as deformações do concreto comprimido de lajes com vazios são maiores que das lajes maciças, pois os moldes de PEAD diminuem a quantidade de concreto na zona comprimida.

Outra propriedade afetada pela utilização de vazios é a deflexão no ponto central do vão, que pode chegar a um aumento de 12% ao utilizar vazios esféricos no caso de lajes submetidas à flexão (IBRAHIM; ISMAEL; HUSSEIN, 2019). No estudo desenvolvido por Mahdi e Mohammed (2021) foi constatado que o aumento na deflexão total pode variar de 12 a 40% ao utilizar vazios esféricos, o que aumenta a ductibilidade das lajes submetidas à flexão. Além disso, os mesmos autores também identificaram que a carga total necessária para gerar plastificação do aço pode diminuir de 10 a 35%, no caso dos vazios esféricos, comparativamente às lajes de referência.

O local de aplicação da carga também pode impactar as lajes com vazios. Jabir, Mhalhal e Al-Gasham (2021) concluíram, após estudo experimental, que a baixa ductibilidade das lajes com vazios faz com que a falha dessas estruturas seja considerada frágil nos casos em que a carga é aplicada em pontos mais distantes dos apoios. De acordo com os autores, esse comportamento não foi verificado em lajes maciças de referência em que todas as falhas ocorreram por flexão. Além disso, o estudo aponta, ainda, que a queda de ductibilidade pode chegar a 60% quando as lajes com vazios são comparadas às lajes maciças.

Quanto aos métodos de execução, Khouzani et al. (2019) avaliaram a concretagem em duas etapas, comparando com uma única concretagem e verificaram que não houve diferenças significativas nos resultados coletados. Além disso, Lima (2015) e Ledo (2016) também verificaram o impacto de utilizar pré-lajes na execução e concluíram que as diferenças em relação a cargas de ruptura, deslocamentos e deformações são pequenas, sendo que a aplicação desse sistema apresenta apenas vantagens construtivas.

Ademais, mesmo que as lajes com vazios apresentem menor carga de ruptura quando submetidas à flexão, Khouzani et al. (2019) apontam que, quando submetidas à ruptura por cisalhamento, a diferença é ainda maior. No estudo foram utilizadas esferas com calota removida como vazios e os autores concluíram que a ruptura por flexão nessas lajes ocorreu a partir de trincas na parte inferior que chegaram aos vazios, sendo possível encontrar uma redução de 20% na carga máxima, quando comparada à laje maciça. Já no caso das lajes submetidas à ruptura por cisalhamento, a falha se dá por uma fissura entre o ponto de aplicação de carga e o apoio, sempre passando pelo vazio da laje. Nesse caso, os autores observaram uma redução de cerca de 50% da carga máxima.

Além disso, pesquisas como Chung et al. (2018), Khouzani et al. (2020), Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) e Valivonis et al. (2017) discutiram sobre o comportamento de lajes com vazios em relação à punção. Os autores evidenciam que a carga máxima nesses casos é determinada pela área sólida em torno no pilar, sendo que ao adotar determinada distância para alocação dos vazios, a carga de ruptura obtida é próxima das lajes maciças. Outros fatores também impactam nesse comportamento, que será melhor descrito e apresentado no próximo capítulo desse estudo.

3 PUNÇÃO

Consoante Silva (2022), as tensões máximas de cisalhamento resultantes de carregamentos uniformes são relativamente bem distribuídas e dificilmente provocam um estado limite último (ELU) em lajes que se apoiam em vigas, sendo que a concentração das mesmas ocorre nas seções médias das bordas. Por outro lado, no caso das lajes lisas a reação dos pilares pode gerar uma ruptura local brusca por penetração, devido à alta tensão de cisalhamento formada pela reação das colunas sobre uma pequena área de concreto da laje (GUANDALINI, 2005). Esse comportamento acaba criando uma ruptura com formato próximo a um tronco de cone em torno dos pilares, como pode ser verificado na Figura 3.1.

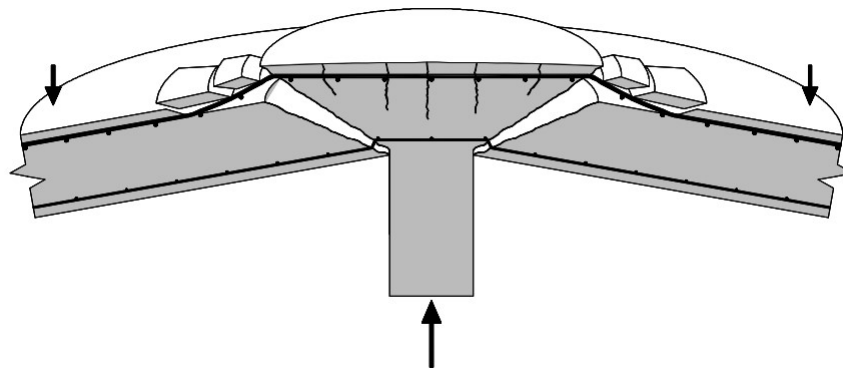


Figura 3.1 – Tronco de cone da punção (fonte: Guandalini (2005))

Diferentemente de rupturas por flexão, que apresentam avisos prévios do colapso devido a maior ductibilidade proporcionada pelo emprego da armadura de flexão, as rupturas por cisalhamento oferecem grande risco, principalmente quando não são utilizadas armaduras para o combate ao esforço cortante, pois ocorrem de forma abrupta. Dessa maneira, a punção é caracterizada como uma ruptura frágil, que não apresenta avisos prévios significativos (SACRAMENTO et al., 2012). Assim, quando a resistência à punção é inadequadamente dimensionada, Trautwein (2006) aponta que pode ocorrer o desprendimento total da laje, causando, até mesmo, o colapso progressivo da estrutura e a ruína total da mesma.

Conforme mencionado por Cunha e Souza (1994), o primeiro caso de punção que se tem notícia ocorreu em Indianópolis, no Edifício *Prest-o-lite*, em 1911, em que as lajes se desligaram dos pilares completamente causando dezenas de mortes. Os autores também apontam que embora diversos estudos experimentais e teóricos tenham sido desenvolvidos desde as primeiras décadas do século XX, houve vários registros de lajes que colapsaram por puncionamento. A Figura 3.2 apresenta um desses casos, o colapso parcial do edifício *Pipers Row Car Park*, em Wolverhampton, no ano de 1997.



Figura 3.2 – Colapso parcial do edifício *Pipers Row Car Park* (fonte: Wood (2001))

Devido ao comportamento da estrutura que colapsa por punção, o potencial de dano que a mesma apresenta e a quantidade de acidentes que envolvem esse tipo de ruptura, é necessário que esse fenômeno seja estudado com profundidade. No caso das lajes lisas com vazios o estudo da punção torna-se ainda mais relevante, pois a retirada de volumes de concreto na região próxima da ligação laje-pilar impacta significativamente na resistência ao cisalhamento (HABEEB; AL-AZZAWI; AL-ZWAINY, 2021).

Como forma de alterar a carga resistente à punção, é possível utilizar armaduras de cisalhamento, alterar as propriedades dos materiais, variar a geometria do pilar ou a espessura da laje, entre outras possibilidades (MUSSE et al., 2018). Dessa forma, os itens deste capítulo apresentam brevemente como ocorre a ruptura por punção em lajes lisas, como diferentes parâmetros impactam no comportamento dessas lajes frente a esse tipo de ruptura e quais as recomendações das principais normativas de cálculo. Cabe salientar que a quantidade de pesquisas desenvolvidas e conhecimentos já consolidados sobre a punção é maior para o caso das lajes lisas tradicionais e, por isso, apenas o último item trata exclusivamente sobre o estado da arte da punção em lajes lisas com vazios.

3.1 FENÔMENO DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS

De acordo com Wight e MacGregor (2009), a ruptura por cisalhamento pode ocorrer de duas formas distintas em lajes, nomeadas por cisalhamento unidirecional e cisalhamento bidirecional (ou punção). No primeiro caso, uma fissura inclinada se estende ao longo de todo o comprimento da laje, sendo que a sua capacidade resistente é consideravelmente maior que no caso bidirecional. Já a ruptura por punção é formada a partir de um tronco de cone em torno dos pilares, que ocorre devido às fissuras de cisalhamento, e que pode ser verificada, principalmente, em lajes lisas e fundações de placa com pilares individuais (LEONHARDT; MONINNG, 2008).

A ruptura por punção pode ser simétrica, ou seja, apresenta simetria de carregamentos, geometria do pilar, tamanho de vão, posição e taxa de armadura para todas as direções (OLIVEIRA, 2013). Nessa situação, o comportamento é dado por diferentes fases, como a fase elástica que inicia juntamente com a aplicação do carregamento e termina quando surgem as primeiras fissuras tangenciais na face superior da laje, próximo ao perímetro do pilar, como apresentado na Figura 3.3a (GUANDALINI, 2005). Em seguida se desenvolvem fissuras radiais, que dividem a laje em setores e, para elevados casos de carga se formam novas fissuras tangenciais, em locais mais distantes dos pilares, como pode ser verificado na Figura 3.3b (MELGES, 2001).

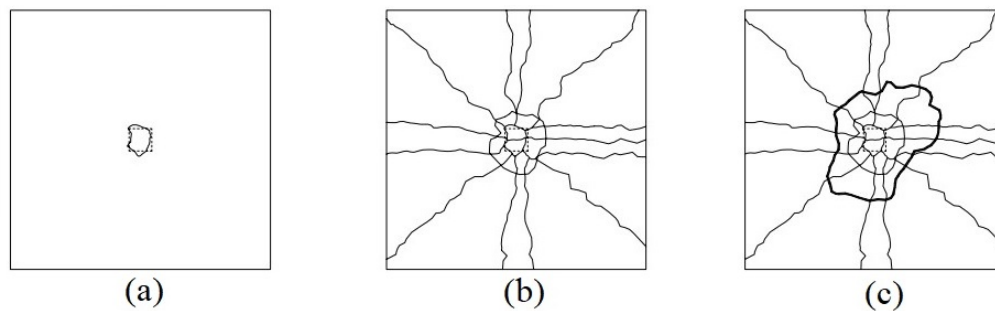


Figura 3.3 – Fissuras para cargas (a) baixas, (b) intermediárias e (c) altas na falha por punção (fonte: Guandalini (2005))

A partir desse ponto, que representa cerca de 1/2 a 2/3 da carga de ruptura, ocorre o surgimento de fissuras internas que formam o tronco de cone e que se situam entre as fissuras tangenciais da face superior e a conexão laje pilar na parte inferior, sujeita à compressão (Figura 3.4) (CEB-FIP MODEL CODE 1990, 1993). Após esse comportamento, Guandalini (2005) aponta que não é observada a formação de novas fissuras, apenas a abertura das existentes sendo que, ao chegar na carga máxima, a ruptura ocorre de forma abrupta, sem deformação prévia, formando o tronco de cone e uma grande fissura tangencial na superfície (Figura 3.3c). O autor aponta, ainda, que a armadura superior de flexão não opera nesse caso de falha, sendo necessário utilizar armaduras de cisalhamento para evitar que a laje seja perfurada pelo pilar e desmorone completamente.

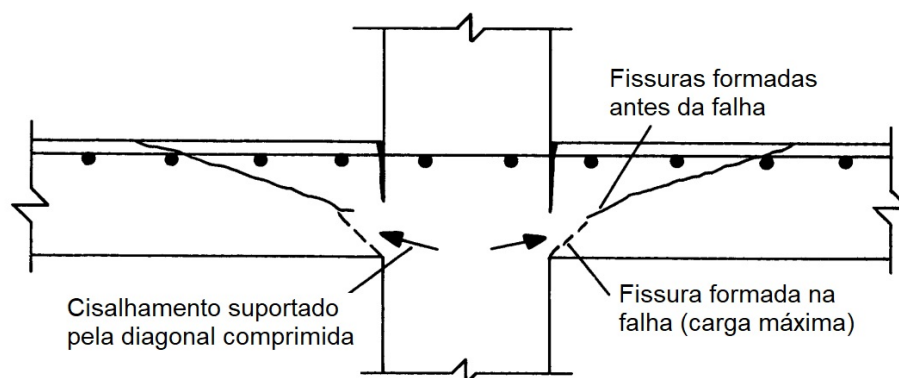


Figura 3.4 – Formação do tronco de cone de punção (fonte: CEB-FIP Model Code 1990 (1993))

Como mencionado por Oliveira (2013), a punção pode ser classificada, ainda, como assimétrica ou excêntrica. O caso assimétrico ocorre quando existem diferentes carregamentos, vãos ou taxas de armadura para cada direção ou, ainda, quando há variações geométricas dos pilares ou áreas de apoio, sendo que esses fatores podem ocorrer simultaneamente. De acordo com o mesmo autor a assimetria de carregamento é comum em tabuleiros de pontes, por exemplo, já a variação da geometria dos pilares ou armaduras de flexão podem estar associadas à imposições arquitetônicas em edifícios residenciais e comerciais.

A punção excêntrica, por sua vez, ocorre quando há transferência de momento fletor na ligação laje pilar, devido a carregamentos e vãos assimétricos ou por esforços horizontais na estrutura (OLIVEIRA, 2013). São exemplos comuns os pilares de canto ou extremidade nos projetos de edifícios. Na Figura 3.5a são apresentados casos de punção simétrica, já a Figura 3.5b apresenta casos de punção assimétrica, enquanto a Figura 3.5c fornece casos de ocorrência da punção excêntrica.

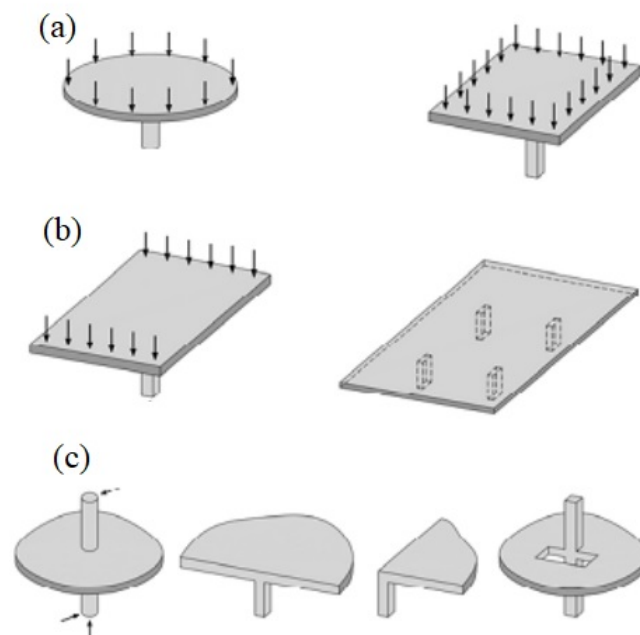


Figura 3.5 – Punção (a) simétrica, (b) assimétrica e (c) excêntrica (fonte: Lima (2015) *apud* TASSINARI (2011))

Nessa perspectiva, com o objetivo de aumentar a ductibilidade da estrutura é possível utilizar uma armadura de cisalhamento na região próxima à ligação laje-pilar. Quando são utilizadas armaduras junto à face inferior, Ferreira (2010) aponta que essa medida pode impedir o colapso total da estrutura através da sustentação do concreto fissurado pelas barras de aço, conforme apresentado na Figura 3.6. Além disso, o emprego de armaduras de cisalhamento impacta diretamente no comportamento da punção, inclusive na posição da fissura que forma o tronco de cone de puncionamento, pois a mesma contribui na absorção das tensões.

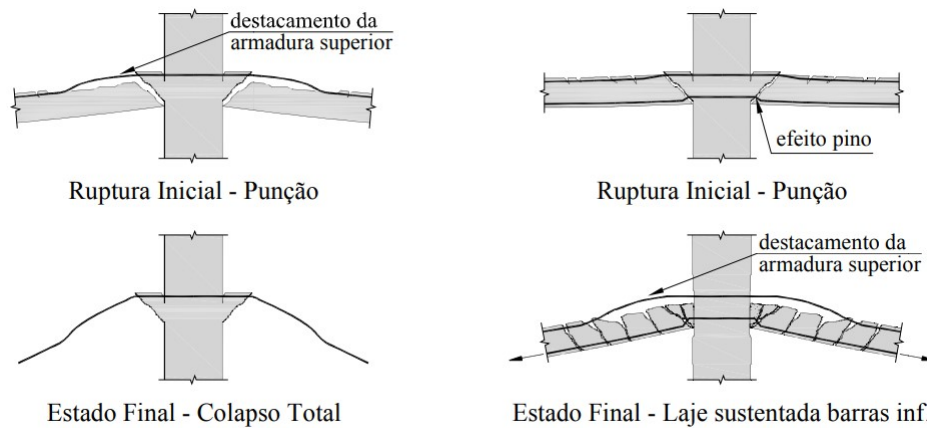


Figura 3.6 – Uso da armadura de cisalhamento (fonte: Ferreira (2010))

Quando existem grandes quantidades de armadura de cisalhamento, a ruptura por punção pode ocorrer por esmagamento da biela de concreto entre a borda do pilar e o primeiro perímetro de armadura, como apresentado na Figura 3.7a (EINPAUL, 2016). Nesse caso, a ruptura por punção é influenciada pelos mesmos parâmetros do caso em que a armadura de cisalhamento não é utilizada, sendo que a armadura transversal geralmente não chega na tensão de escoamento.

Segundo Einpaul (2016), a punção também pode ocorrer dentro da região das armaduras, Figura 3.7b, sendo que, nessa situação, a carga máxima é limitada pela resistência ao escoamento e pelas condições de ancoragem do aço da armadura transversal. Por fim, a ruptura pode ocorrer, ainda, fora da região que contém a armadura de cisalhamento, Figura 3.7c, devido ao esgotamento da resistência à tração diagonal do concreto (FERREIRA, 2010).

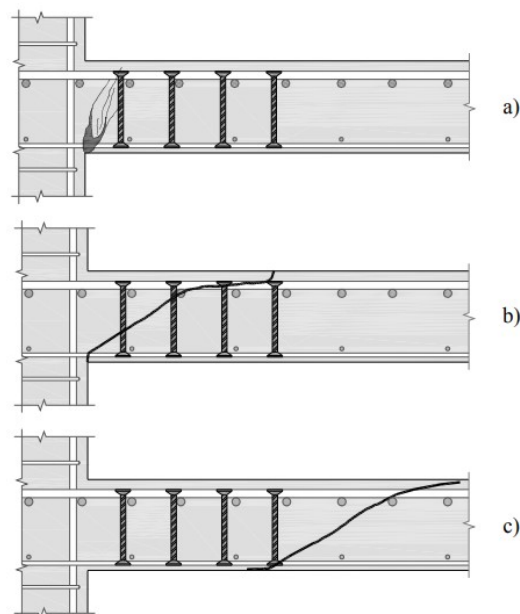


Figura 3.7 – Fissura da punção por (a) esmagamento da biela, (b) dentro e (c) fora da região das armaduras (fonte: Ferreira (2010))

Quanto às deformações do concreto, Guandalini (2005) aponta que, ao avaliar os dados obtidos em extensômetros posicionados na face inferior de lajes submetidas à carregamento pontual, é possível verificar que as deformações tangenciais e radiais do concreto (ϵ_c) aumentam, conforme a carga aplicada aumenta, o que é esperado. Todavia, ao atingir cerca de 80 a 90% da carga última de cisalhamento (V_u), as deformações radiais decrescem e podem, até mesmo, se tornar positivas, como demonstrado na Figura 3.8. Esse comportamento também foi observado em estudos de lajes lisas com vazios (LIMA, 2015; CEBALLOS, 2017; LEDO, 2016).

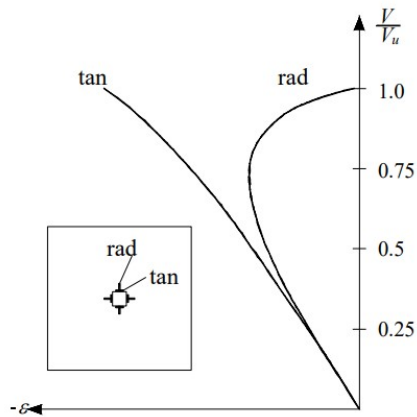


Figura 3.8 – Deformações do concreto (fonte: Guandalini (2005))

A explicação para esse comportamento foi elucidada no estudo de Muttoni e Schwartz (1991), através do Método das Bielas e dos Tirantes para o caso em que não há armadura de cisalhamento. Antes da fissura de cisalhamento ocorrer, os esforços são resistidos pela armadura radial, pela zona de compressão radial no entorno do pilar, e pelo desvio das forças aplicadas pelas bielas e tirantes formados, como apresentado na Figura 3.9a. Quando o escoamento da armadura de flexão é atingido, a fissura principal se propaga na horizontal, reestruturando toda a distribuição de esforços, já que nenhuma força pode ser transferida na fissura. Assim, surge um tirante na região inferior da laje, próximo ao pilar, como indicado na Figura 3.9b.

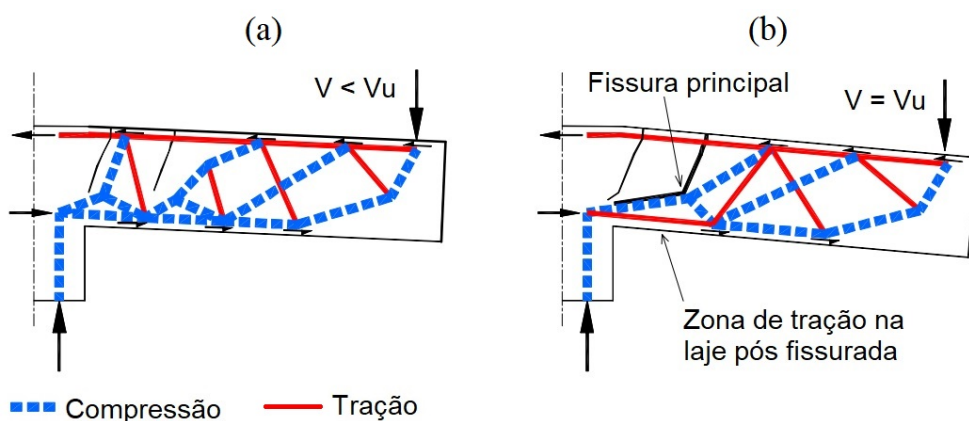


Figura 3.9 – Bielas e tirantes (a) antes e (b) após o colapso por punção (fonte: Adaptado de Guandalini (2005))

Vale ressaltar, ainda, que podem ocorrer diferentes formas de colapso quando as lajes lisas são submetidas a cargas concentradas, como flexão, punção ou flexo-punção. A classificação do tipo de ruptura é realizada a partir da análise de alguns comportamentos, e depende de cada autor, na medida em que não há um consenso entre as diversas pesquisas que abordam o tema. Nessa perspectiva, são apresentadas as considerações e o critério estabelecido por Ferreira (2010).

O autor aponta que a ruptura por flexão é geralmente dúctil, apresentando sinais como rápida elevação dos deslocamentos para pequenos incrementos de carga e elevado grau de fissuração. Além disso, também é possível verificar que a deformação das armaduras de flexão (ϵ_s) atingem o valor associado à tensão de escoamento (ϵ_{ys}) e a deformação do concreto (ϵ_c) atinge a deformação de esmagamento (ϵ_{cu}). Nesse caso, o raio de armaduras que atingem o escoamento (r_{ys}) é igual ao raio de aplicação da carga (r_q), (Figura 3.10a). Já o colapso por punção ocorre de forma abrupta, com a ocorrência do cone, em que a maior parte da armadura apresenta $\epsilon_s < \epsilon_{ys}$ e o concreto apresenta $\epsilon_c < \epsilon_{cu}$ (Figura 3.10b).

No caso da flexo-punção, o concreto na região inferior chega próximo ao esmagamento, algumas barras de armadura atingem a tensão de escoamento e ocorre o cone da punção. Nessa situação, são formadas fissuras por flexão e por cisalhamento e $r_{ys} < r_q$, Figura 3.10c. Einpaull et al. (2016) apontam que, embora a combinação das duas falhas seja possível em casos reais, a resistência à flexão de uma laje real é maior que de uma laje isolada em um teste de laboratório.

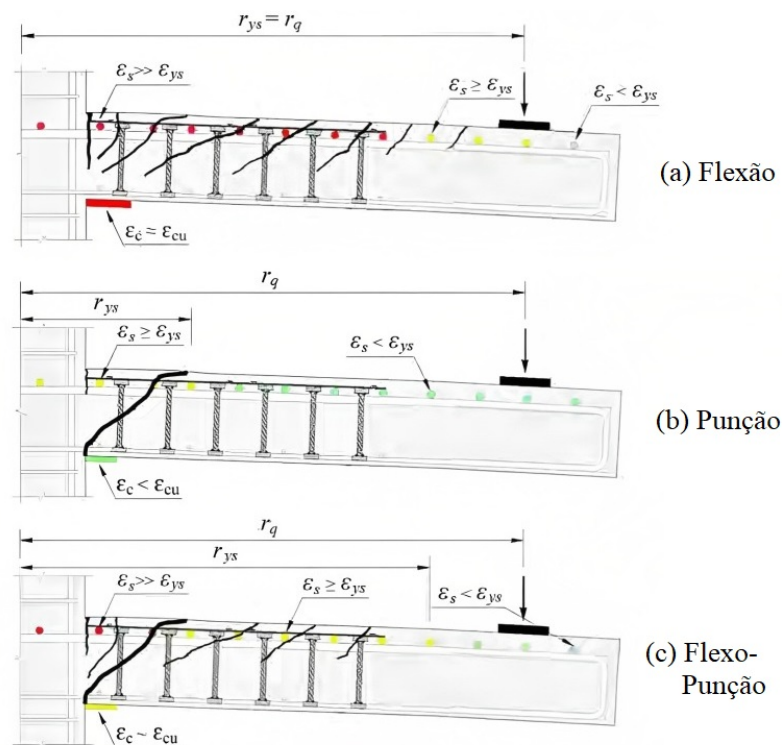


Figura 3.10 – Ruptura por (a) flexão, (b) punção e (c) flexo-punção (fonte: Ferreira (2010))

3.2 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

De forma geral, vários fatores interferem no comportamento de uma estrutura submetida ao colapso por punção, impactando a rigidez, carga máxima atingida, deformações e deslocamentos. Nos itens abaixo serão abordados os principais parâmetros, como taxa de armadura de flexão, resistência à compressão do concreto, espessura da laje, geometria e dimensões do pilar e utilização de armadura de cisalhamento. É válido mencionar, todavia, que outros parâmetros também impactam nesse fenômeno, como tipo de carregamento, emprego de capitéis e ábacos, utilização de concretos especiais, entre outros.

No que é apresentado, vale mencionar que alguns resultados são obtidos experimentalmente e outros a partir de modelagem numérica, sendo que existem divergências entre os autores sobre como cada parâmetro interfere nos resultados. É possível inferir, assim, que cada pesquisa apresenta suas peculiaridades, não sendo possível comparar todos os resultados diretamente já que não existe uma padronização do modelo de ensaio, muitas pesquisas não fornecem dados referentes aos materiais e, ainda, a maior parte dos estudos busca determinar a carga máxima, sem apresentar o impacto dos parâmetros sobre outras propriedades.

3.2.1 Taxa de armadura de flexão

Consoante Einpaul (2016), a taxa de armadura de flexão impacta diretamente a resistência à punção, pois altera a profundidade da laje que está na zona comprimida. Esse comportamento permite que uma região maior da laje não esteja fissurada e possa, dessa forma, resistir ao cisalhamento. Nessa perspectiva, o aumento da taxa de armadura de flexão gera maiores cargas de ruptura, mas a rotação das lajes diminui, fazendo com que o colapso ocorra de forma menos dúctil (DEIFALLA, 2020; MENÉTREY, 2002; MUTTONI; SCHWARTZ, 1991).

Em concordância, Trautwein (2006) apresentou uma análise com diferentes taxas de armadura de flexão e discutiu sobre o comportamento das lajes ensaiadas. Ao variar a taxa de 0,3 a 1,2% foi verificado que a superfície de ruptura se manteve semelhante, assim como o comportamento na fase elástica. Entretanto, após o início da fissuração houve variações, fazendo com que a carga máxima atingida fosse mais alta, quanto maior a taxa de armadura.

Além disso, Faria et al. (2011) apontam que a carga máxima de ruptura se relaciona com o percentual de armadura tracionada por meio de uma função de raiz cúbica, assim como apresentado nas normativas Eurocode 2 (2004) e ABNT NBR 6118 (2023). Outros estudos, apresentados na pesquisa de Ferreira (2010) também sugerem esse comportamento. Teng et al. (2018) apontam, ainda, para a necessidade de inclusão de um parâmetro nas normativas que leve em consideração baixas taxas de armadura, que acabam transformando o tipo de falha de punção para flexão.

3.2.2 Propriedades do concreto

De acordo com Sacramento et al. (2012), a falha por punção em lajes sem armadura de cisalhamento é governada, entre outros fatores, pela resistência à tração do concreto. No entanto, é sabido que os projetos de estruturas de concreto e os procedimentos normativos geralmente calculam esse parâmetro como uma função associada à compressão do material. Por esse motivo, as pesquisas geralmente apresentam apenas a compressão como uma propriedade que impacta no comportamento à punção (FERREIRA, 2010; MELGES, 2001; LEDO, 2016).

A partir desse pensamento, Menétrey (2002) realizou estudos avaliando a tração e a compressão do concreto de forma independente. O autor verificou que alterações apenas na compressão, variando de 22,5 a 33,7 MPa, impactaram pouco a carga de ruptura, tanto na fissuração quanto na carga última obtida nos modelos numéricos. Já nas alterações na tração, que variaram de 2,1 a 3,9 MPa, o autor verificou que a carga última alcançada apresentou variação em cerca de 45% e foi maior, quanto mais alto o valor da tração.

Nesse viés, Faria et al. (2011) apresentaram divergências quanto à tração do concreto. Segundo os autores, em seu modelo numérico a variação desse parâmetro apresentou poucas alterações na carga máxima obtida, gerando, inclusive, um decréscimo de 10% na carga última ao aumentar a tração em 100%. Na mesma pesquisa, também foram encontradas poucas alterações na carga máxima ao variar o módulo de elasticidade do material. É válido mencionar, todavia, que a tração do concreto impacta nas fissuras por flexão, sendo que, quanto maior a resistência à tração, maior é a carga necessária para finalizar a fase elástica (DEIFALLA, 2020).

Sobre resistência à compressão, Joseph e Lakshmi (2018) verificaram que o aumento deste parâmetro gerou variações na resistência ao cisalhamento da região próxima à interface laje-pilar. Sob essa ótica, os autores concluíram que concretos de classe C50 apresentaram resistência ao cisalhamento 40% superior, quando comparados aos concretos C20, o que indica que a resistência à compressão do concreto impacta na punção. O estudo de Faria et al. (2011) também aponta essa dependência no caso de lajes sem armadura de cisalhamento, sendo que a carga máxima obtida aumenta em função da raiz cúbica da resistência à compressão, o que é observado na norma europeia Eurocode 2 (2004).

Como mencionado por Ferreira (2010), outros estudos também apontam que a carga última da punção varia proporcionalmente à raiz cúbica da resistência à compressão, como Elstner e Hognestad (1956) e Kinnunen e Nylander (1960). Há, ainda, pesquisadores que defendam que a proporcionalidade entre esses parâmetros ocorre por uma função de raiz quadrada (MOE, 1961), assim como adotado pela normativa americana (ACI 318, 2019). No caso da norma brasileira ABNT NBR 6118 (2023), foi adotada uma relação entre a carga máxima resistida e a resistência à compressão do concreto através de uma raiz cúbica.

3.2.3 Geometria e dimensões do pilar

A influência das características geométricas dos pilares na punção de lajes lisas são pouco tratadas nas normativas existentes, embora o formato e a retangularidade do pilar possam impactar na carga de ruptura e na concentração de tensões (OLIVEIRA; REGAN; MELO, 2004; MOURO, 2006; PAIVA et al., 2015). No estudo experimental desenvolvido por Einpaal et al. (2016), os autores verificaram que houve decréscimo da resistência ao cisalhamento nominal unitária, sob um perímetro de controle afastado do pilar, quando a área da seção da coluna foi aumentada.

Além disso, Joseph e Lakshmi (2018) concluíram que a diferença na forma do pilar acarreta em variações na concentração de esforços de cisalhamento na conexão laje-pilar, sendo que pilares quadrados apresentaram redução igual a 15% nas tensões de cisalhamento, quando comparados a pilares retangulares. Nesse contexto, Melges (2001) aponta que no caso de pilares alongados, com retangularidade superior a 2, a ruína é mais abrupta, o cone de punção é menor e a resistência da ligação também diminui, quando comparados aos pilares quadrados.

Em relação à retangularidade, Mouro (2006) concluiu que quanto maior o índice, menor a resistência à punção e, também, à flexão. A influência das condições de contorno da interface laje-pilar e do índice de retangularidade da coluna podem favorecer a polarização das tensões de cisalhamento na região, principalmente nos cantos, o que acaba reduzindo a capacidade resistente à punção e pode levar à um colapso prematuro (PAIVA et al., 2015).

Braestrup e Regan (1985) *apud* Melges (2001), também afirmam que o formato da seção impacta no comportamento da estrutura. De acordo com os autores, a carga máxima para seções retangulares é cerca de 15% inferior quando comparada à carga alcançada por pilares circulares de mesma área. Esse comportamento é explicado pela concentração de tensões que ocorre nos cantos dos pilares retangulares, esmagando o concreto nessas regiões.

3.2.4 Efeito de escala e espessura da laje

Como mencionado por Lanini (2021), o efeito de escala ou *size-effect* está relacionado a influência das dimensões da estrutura sobre o fenômeno analisado, refletindo sobre a validação experimental. Dessa maneira, são adotados modelos de menor escala para ensaios em laboratório devido à economia de materiais, custos envolvidos e dificuldade da maioria dos laboratórios em executar estruturas em escala real (SACRAMENTO et al., 2012). É sabido que ao realizar ensaios em modelos semelhantes, mas com escalas diferentes, a maior carga de ruptura será obtida pelo menor modelo (EINPAUL, 2016).

Pensando nisso, Teng et al. (2018) apontam para a utilização de um parâmetro que leve em consideração a altura útil da laje, já Faria et al. (2011) discutem sobre a necessidade de levar

em consideração outros fatores como o tipo de agregado e mecânica da fratura. Nesse viés, Bocklenberg e Mark (2020) indicam que o parâmetro de escala tem grande importância na punção pois, ao ensaiar lajes com 30, 50 e 60 cm de espessura, apenas foram observados efeitos de confinamento na laje com menor altura útil.

Adicionalmente, vale mencionar que Li (2000) verificou um grande impacto do fator de escala para lajes espessas. Em seu estudo, lajes com espessura até 20 cm apresentaram tensões de cisalhamento próximas, o que não ocorreu ao aumentar a altura útil até 50 cm, em que foi constatada a diminuição dessas tensões. Assim, o autor discute que, ao ignorar esse comportamento, as previsões podem ser muito conservadoras para lajes de menores espessuras. Além disso, o estudo também concluiu que a espessura da laje tem menos influência na punção quando são empregadas armaduras de cisalhamento.

3.2.5 Armadura de cisalhamento

Em projetos estruturais, quando é constatado que a ligação laje-pilar não apresenta a segurança necessária à punção, podem ser empregadas diferentes medidas, como alteração do tamanho do pilar, aumento da taxa de armadura, variação na espessura da laje, alteração nas características do concreto, entre outras. Melges (2001) aponta, porém, que geralmente são adotadas armaduras de cisalhamento, como forma de contornar essa situação, pois as mesmas são aplicáveis tanto do ponto de vista econômico, quanto arquitetônico. Nesse aspecto, Ferreira et al. (2023) indicam que o emprego dessas armaduras é o método mais eficiente para aumentar a capacidade de carga e a ductilidade.

Quando adotadas, as armaduras de cisalhamento contribuem para a resistência à punção através de uma soma com a capacidade resistente do concreto (EINPAUL, 2016). Geralmente, esse componente é empregado na conexão laje-pilar, se estendendo dentro da laje, por determinado comprimento. Nesse cenário, quando o tronco de cone está se formando através das fissuras de cisalhamento, a armadura pode resistir às tensões no local, suportando cargas mais elevadas (FERREIRA, 2010). Nessas situações, as armaduras são solicitadas e podem chegar ao escoamento, tornando a ruptura mais dúctil, desde que o sistema seja bem empregado.

Diversos estudos já foram desenvolvidos, com diferentes tipos de armadura, formas de ancoragem, inclinação das barras, raio de utilização, entre outras modificações dos parâmetros (BIRKLE, 2004; FARIA et al., 2011; OLIVEIRA, 2013; TRAUTWEIN; GOMES; MELO, 2013; CEBALLOS, 2017; FERREIRA et al., 2023). Nesse contexto, existem diferentes tipos de armadura de cisalhamento que podem ser empregadas em lajes lisas, como barras dobradas, pinos, perfis de aço e estribos abertos, fechados, inclinados ou tipo pente. Na Figura 3.11 são apresentadas algumas armaduras de cisalhamento existentes e o posicionamento das mesmas em um corte de laje.

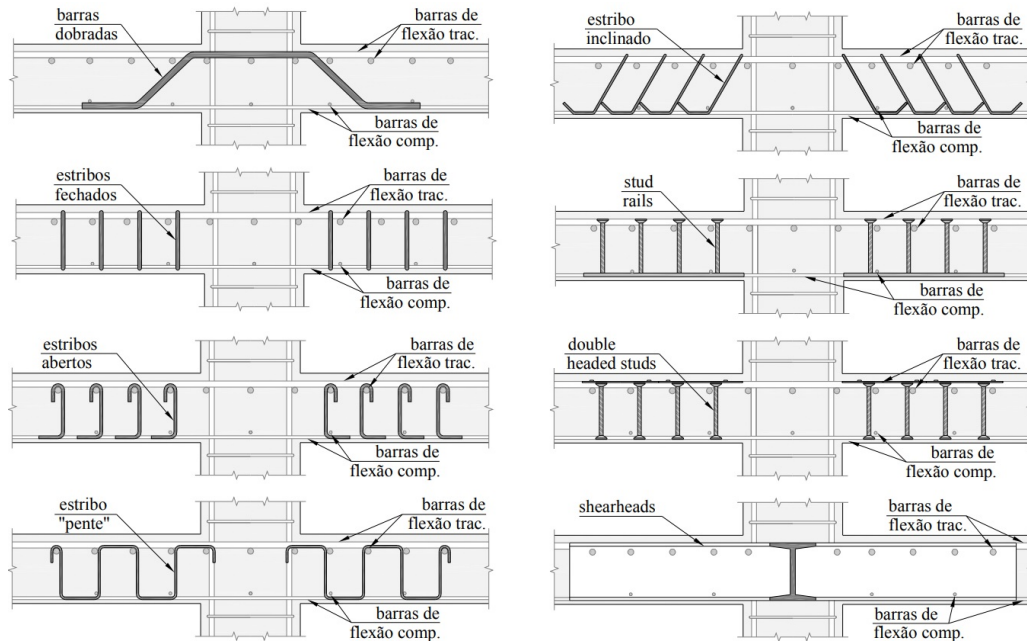


Figura 3.11 – Tipos de armadura de cisalhamento (fonte: Ferreira (2010))

Consoante Ferreira (2010), além do tipo de armadura a ser utilizada, outros parâmetros também interferem no comportamento da laje, como a quantidade e o posicionamento dessas armaduras, a distância da primeira camada, o espaçamento entre camadas e o raio em que deve ser empregada a armadura. Teng et al. (2018), por exemplo, concluíram que a armadura de cisalhamento só contribui efetivamente dentro de um raio igual a $1,5h$ da face do pilar, sendo h a altura da laje.

3.3 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS SOBRE A PUNÇÃO

As recomendações normativas sobre a punção apresentam fórmulas para determinar a resistência ao cisalhamento na ligação laje-pilar que são utilizadas nos projetos de estruturas de concreto armado e que vêm sendo constantemente aprimoradas. No entanto, até o momento as principais normativas de cálculo como ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2004), ABNT NBR 6118 (2023) e o *fib* Model Code 2010 (2013) não abordam as lajes lisas com vazios em seus textos.

Assim, é necessário ter cautela ao adotar os procedimentos de cálculo empregados nas lajes maciças, mesmo que os vazios não interceptem o perímetro de controle de cada normativa (b_0 , u_1 ou u). Nesse viés, quando as lajes não apresentam armaduras de cisalhamento, a capacidade de carga de projeto é definida pela contribuição de resistência do concreto ($V_{R,c}$), como apresentado no Quadro 3.1. Nas fórmulas apresentadas, d ou d_v é a altura útil da laje, f_c' ou f_{ck} é a resistência característica do concreto, γ_c é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto e λ_s , k ou k_e é o coeficiente de escala (*size effect*).

Quadro 3.1 – Cálculos de determinação da carga de projeto para lajes sem armadura de cisalhamento

Norma	$V_{R,c}$	Parâmetros adicionais
ACI-318 (2019)	$\min \begin{cases} 0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_{c'}} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,083 \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \lambda \cdot \lambda_s \cdot \sqrt{f_{c'}} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,33 \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_{c'}} \cdot b_0 \cdot d \end{cases}$	λ varia conforme o tipo de concreto, β_c é a relação entre os lados do pilar, b_0 é o comprimento do perímetro de controle afastado $d/2$ das faces do pilar e α_s considera a posição da coluna
EUROCODE 2 (2004)	$\frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d$	ρ_1 é a taxa de armadura de flexão, u_1 é o comprimento do perímetro de controle afastado $2d$ das faces do pilar
NBR 6118 (2023)	$0,13 \cdot k_e \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u \cdot d$	ρ a taxa de armadura de flexão, u é o comprimento do perímetro de controle afastado $2d$ das faces do pilar
fib MODEL CODE 2010 (2013)	$k_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v$	b_0 é o perímetro crítico afastado $d_v/2$ das faces do pilar, γ_c é o coeficiente de minoração e k_ψ é um parâmetro que considera a rotação da laje

(fonte: Autor)

Já para o caso em que há armadura de cisalhamento, as normas consideram que a ruptura pode ocorrer dentro ($V_{R,cs}$) ou fora ($V_{R,out}$) da região das armaduras. No caso em que procura-se determinar a capacidade dentro da região reforçada, o cálculo da norma consiste em realizar uma soma entre a contribuição do concreto ($V_{R,c}$) e a contribuição da armadura de cisalhamento ($V_{R,s}$), como apresentado na equação abaixo, em que ϕ é o coeficiente de segurança.

$$V_{R,cs} = \phi \cdot V_{R,c} + V_{R,s} \quad (3.1)$$

Cada normativa apresenta fórmulas diferentes para a determinação de cada parcela da soma, sendo que, no caso da contribuição da armadura são levados em consideração parâmetros como tensão de escoamento, área, espaçamento e posição. Já na verificação fora da região das armaduras de cisalhamento, considera-se um perímetro diferente, que leva em consideração a posição dos estribos ou *studs*, e que fica situado em maiores distâncias do pilar.

3.4 ESTADO DA ARTE DA PUNÇÃO EM LAJES COM VAZIOS

Como supracitado, a forma usual de cálculo para estimar a punção em lajes lisas através das normas consiste na utilização de um perímetro de controle (u_1) em torno do pilar. Quando vazios são inseridos na laje, esse perímetro de controle pode interceptar os volumes sem concreto, impactando na estimativa da resistência à punção. Nesses casos, embora o modo de falha seja semelhante às lajes maciças, o puncionamento é mais crítico, já que são necessárias menores cargas para verificar o colapso da estrutura (ALI, 2014; AHMED, 2016; OUKAILI; MERIE, 2018; AL-GASHAM; MHALHAL; JABIR, 2019; KHOUZANI et al., 2020).

Diante desse contexto, Al-Bayati et al. (2022) apontam que diversos estudos buscaram determinar maneiras de corrigir as normativas existentes para adequá-las às lajes com vazios, já que as mesmas podem levar a estimativas inseguras, principalmente quando os volumes ocios são inseridos em regiões próximas ao pilar. Assim, pesquisadores se debruçaram na determinação de um novo perímetro de controle em que a estimativa da carga de ruptura se tornasse o mais próxima dos resultados obtidos experimentalmente (SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002; HAN; LEE, 2014; VALIVONIS et al., 2017; CHUNG et al., 2018).

Nesse viés, Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) concluíram, através de ensaios experimentais e simulações numéricas, que o perímetro de controle é uma forma empírica de determinação que fornece bons resultados, quando o mesmo não intercepta a zona com volumes ocios. Ao avaliar lajes com vazios esféricos sem armadura de cisalhamento, os autores ainda verificaram que, para o caso em que o perímetro intercepta as esferas, é necessário que a resistência ao cisalhamento seja reduzida através da subtração das áreas que não estão preenchidas por concreto.

Valivonis et al. (2017) também chegaram a essa conclusão ao estudarem vazios tipo caixa com cantos arredondados, bem como Chung et al. (2011), ao avaliarem vazios tipo *donut* e Sagadevan e Rao (2019) ao estudarem volumes esféricos e cubóides. Além disso, pesquisas nacionais que avaliaram vazios esféricos também propuseram pequenas alterações na formulação de Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002), a fim de adequar a mesma para as normativas recentes (LIMA, 2015; LEDO, 2016) e propuseram outros coeficientes e critérios de verificação (NICÁCIO, 2018).

Na mesma linha de pensamento, Han e Lee (2014) formularam uma metodologia de cálculo considerando como perímetro de controle aquele que apresenta a menor área, ao avaliar cada uma das linhas de distribuição dos vazios. Discordando parcialmente dos estudos acima, Chung et al. (2018) criaram um novo método para determinar a resistência ao cisalhamento que leva em consideração não somente a área da seção, como também o parâmetro u_1/d (perímetro de controle / altura útil da laje). Já Mahmood e Dawood (2017) sugerem, ainda, a utilização de um parâmetro que leve em consideração a razão entre o diâmetro dos vazios e a altura útil da laje.

Além disso, é sabido que os parâmetros apresentados no item 3.2 para lajes lisas no geral, interferem de forma semelhante na punção em lajes com vazios (OUKAILI; HUSAIN, 2017; CHUNG et al., 2018; NICÁCIO, 2018; SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002; HABEEB; AL-AZZAWI; AL-ZWAINY, 2021; WANG et al., 2008). Entretanto, outros fatores também apresentam impacto na carga última, deformações, deslocamentos, superfície da falha e rigidez da estrutura. Entre os novos fatores a considerar estão o formato, dimensões, posição e espaçamento dos volumes ocos a serem inseridos que impactam diretamente na razão u_1/d , e interferem, ainda, na área da seção virtual definida pelo perímetro de controle.

Todavia, embora existam alguns estudos que avaliaram diretamente esses parâmetros, é necessário salientar que ainda não existe um conhecimento consolidado e amplamente aceito no meio acadêmico sobre o impacto que os mesmos causam no comportamento à punção de lajes lisas com vazios. Devido à dificuldade de comparação direta entre os tipos de vazios existentes, não se sabe ao certo qual é o formato, dimensão e espaçamento ideais. Além disso, na maior parte dos estudos já realizados o objetivo principal consiste em analisar o impacto da região maciça próxima à coluna frente à carga máxima de ruptura.

Nos resultados experimentais desenvolvidos por Chung et al. (2011), por exemplo, foi determinado que quanto mais próximos do pilar estão situados os vazios, menor é a carga de ruptura e vice-versa. Os autores também concluíram que, para o caso de não existência de uma região sólida em torno do pilar, o decréscimo na carga máxima é de 13%. Um comportamento semelhante foi observado por Oukaili e Husain (2017), em que a localização das esferas nas distâncias $2d$ e d apresentaram reduções na carga de ruptura iguais a, respectivamente, 4-18% e 14-29%. Ou seja, quanto maior a região sólida em torno do pilar, maior a carga resistente.

Ademais, Valivonis et al. (2017) verificaram que, se todo o perímetro de controle afastado a uma distância $2d$ estiver em uma região maciça, a resistência à punção é 18% maior quando comparada a lajes com vazios sem região sólida próxima aos pilares. No mesmo estudo, também foi determinado que regiões maciças no formato de cruz podem aumentar a carga de punção em até 30%, quando comparadas às cargas obtidas por lajes sem região maciça.

Em concordância, Chung et al. (2018) verificaram, ao utilizar vazios tipo *donut*, que a resistência à punção varia de acordo com a posição dos vazios e que a mesma aumenta conforme o acréscimo da distância entre a primeira camada de vazios e a face do pilar. Nas lajes estudadas, os autores também verificaram que a fissura principal de cisalhamento sempre ocorreu nos volumes ocos, com exceção do modelo que adotou uma distância da primeira camada igual a $4,84d$. Nesse modelo, a ruptura ocorreu de forma semelhante à laje maciça.

Quanto à utilização da armadura de cisalhamento, cabe mencionar que esse parâmetro foi pouco explorado nas lajes com vazios. Habeeb, Al-Azzawi e Al-Zwainy (2021) concluíram que para

um mesmo nível de carga as lajes que utilizaram essa armadura apresentaram menor deflexão. Além disso, os autores identificaram que entre as três opções ensaiadas, gancho, *studs* e barras inclinadas, a última apresentou o melhor desempenho em relação à carga de ruptura, tenacidade e deflexão. Chung et al. (2011) concluíram, ainda, que a armadura de fixação dos vazios pode contribuir como armadura de cisalhamento.

No estudo de Ceballos (2017), o autor verificou que nas lajes com vazios esféricos a utilização de armaduras de cisalhamento tipo *stud* na região maciça em torno dos pilares não propiciaram maiores cargas de ruptura. O mesmo autor concluiu, também, que a utilização de treliças nas nervuras das lajes ensaiadas podem contribuir para o aumento da carga máxima, em percentuais que variaram de 3 a 30% quando comparadas à laje sem esse tipo de armadura.

Já no estudo de Lima (2015), o autor identificou que a armadura de cisalhamento empregada nas lajes ensaiadas não era adequada, devido à ancoragem adotada, resultando em nenhum ganho na carga de ruptura mas, mesmo assim, favorecendo a ductibilidade da estrutura. Ao avaliar estribos em uma direção ou em duas no formato cruz, Nicácio (2018) determinou que a segunda opção é mais adequada, não somente pela posição mas pela ancoragem nas armaduras de flexão. O autor também concluiu que a utilização de armaduras de cisalhamento nas lajes com vazios esféricos proporcionaram maiores cargas de ruptura.

Por fim, quanto ao método construtivo, pesquisas nacionais identificaram que a utilização ou não de pré-laje pouco interfere nos resultados, tanto em relação à carga máxima quanto em relação à rigidez (LIMA, 2015; LEDO, 2016; NICÁCIO, 2018). Os autores concluíram que o método construtivo somente interfere no prazo e nos custos de execução, não apresentando ganhos ou perdas em relação ao desempenho da estrutura.

Diante disso, é necessário apontar que grande parte das considerações supracitadas são conclusões de estudos que utilizaram vazios de diferentes formatos, sendo alguns desses com poucas aplicações conhecidas. Assim, os dados não podem ser utilizados como regra geral, mas fornecem uma estimativa que permite compreender melhor o fenômeno da punção nessas estruturas. Por fim, fica evidente a falta de pesquisas sobre o impacto dos parâmetros não somente na carga de ruptura mas também, sobre a rigidez, deformações, deslocamentos e tensões da estrutura.

4 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

Os modelos constitutivos apresentam formulações que relacionam o tempo, as tensões e as deformações, com o objetivo de determinar o comportamento real dos materiais. Nesse viés, existem três comportamentos básicos denominados como elástico, plástico e viscoso, sendo que os materiais reais são geralmente descritos pela combinação desses. Assim, é possível determinar um único modelo que leve em consideração todos os comportamentos, ou associá-los para avaliar como o material se comporta em determinadas circunstâncias (CAMPOS FILHO, 2003).

O comportamento elástico apresenta deformações imediatas, que aparecem com as tensões correspondentes. Quando não são aplicadas novas variações nas tensões, as deformações permanecem inalteradas e quando há descarregamento total, as deformações são zeradas, desaparecendo completamente. Nesse modelo, as deformações não variam com o tempo e a curva de carregamento é igual a curva de descarga, tanto para elasticidade linear quanto não-linear.

De acordo com Salençon (2019), no modelo viscoso ocorrem deformações não imediatas, que não aparecem de forma simultânea com o acréscimo das tensões, ou seja, dependem do tempo. Além disso, mesmo que as tensões permaneçam constantes, as deformações continuam variando. Já o comportamento plástico é caracterizado por deformações imediatas e não reversíveis, em que as curvas de carga e descarga são distintas. Assim, quando as tensões são anuladas após um carregamento inicial, as deformações não são zeradas completamente, surgindo um resíduo.

Quando associados, é possível criar novos modelos como o elastoplástico, viscoelástico e viscoplástico. No primeiro, as deformações variam de forma elástica até atingirem a tensão de escoamento e, após, apresentam comportamento plástico, sendo que as análises são feitas a partir de incrementos de carga. Na viscoelasticidade, as deformações evoluem com o tempo quando uma tensão constante é aplicada, sendo necessário criar análises por meio de incrementos de tempo. Na viscoplasticidade, além de evoluírem com o tempo ocorrem, também, deformações irreversíveis que deixam resíduos.

No caso do concreto armado, por exemplo, alguns desses modelos podem ser empregados para o aço e concreto, com o objetivo de aproximar a modelagem numérica ao comportamento real da estrutura. Como forma de simplificação, a curva carga *versus* deslocamento pode ser dividida em três estádios, como apresentado na Figura 4.1. No estágio I a estrutura responde de forma elástica, o concreto não está fissurado e as tensões são proporcionais às deformações. No estágio II ocorrem as formações das fissuras, devido ao rompimento do concreto à tração e no estágio III ocorre a plastificação do aço e do concreto comprimido.

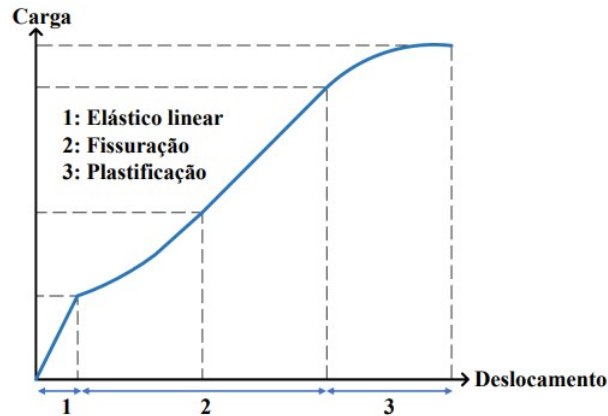


Figura 4.1 – Curva carga *versus* deslocamento do concreto armado (fonte: Spessatto (2022))

A fim de melhor compreender o impacto de cada material da estrutura, serão apresentados nesse capítulo os modelos adotados para os materiais utilizados. Para o concreto serão abordados de forma breve as formulações para o caso comprimido e tracionado, apresentando critério de ruptura, regra de endurecimento, fissuração e fenômenos como retração e fluência. Já para o aço será apresentado resumidamente o modelo utilizado e critério de plastificação.

4.1 CONCRETO

O concreto é um material compósito heterogêneo, resultante da união de agregados através de um aglomerante misturado com água. Sob um carregamento uniaxial instantâneo, esse material apresenta um comportamento característico que compreende uma fase elástica até cerca de 30% da resistência máxima à compressão, pois as microfissuras existentes permanecem imperturbáveis (MEHTA; MONTEIRO, 2006). Após, a rigidez da estrutura começa a se alterar e o comportamento não linear do material se torna evidente, pois a concentração das tensões acaba impactando o tamanho das microfissuras, mas o material ainda é considerado estável.

Quando o concreto atinge cerca de 75% da resistência à compressão, as microfissuras continuam a se propagar, tornando o sistema instável e levando o mesmo até a ruptura. Nesse viés, Lazzari (2020) aponta que no comportamento axial à tração do concreto apresenta diferenças, tais como o limite de elasticidade linear, que geralmente fica entre 60% e 80% da resistência à tração. Quando esse limite é atingido as microfissuras aumentam de tamanho rapidamente, sendo necessária a consideração da resistência do concreto entre as fissuras.

Além disso, devido à coexistência das fases sólida, líquida e gasosa, o comportamento desse material é considerado complexo pois as reações químicas que o formam dependem de fatores como temperatura, umidade, tipo de cimento e tempo, tornando necessárias considerações sobre

fluência e retração. Como as deformações produzidas por esses fenômenos podem ser altas, alcançando valores próximos às deformações instantâneas causadas por níveis usuais de tensão, o estudo do comportamento diferido do material se torna relevante.

De acordo com Quevedo (2017), a retração independe das tensões aplicadas sobre a estrutura e pode ser entendida como a redução do volume que ocorre devido à perda de água gradual. Quando chamada de retração autógena, a perda de água dos vazios capilares ocorre pela hidratação do cimento, já a retração por secagem está associada a troca de água com o meio ambiente. A cura do concreto, quando adequadamente realizada, busca impedir ou no mínimo dificultar a perda de água do concreto (MEHTA; MONTEIRO, 2006).

Nessa pauta, quando a retração ocorre e a peça está impedida de variações volumétricas devido aos apoios, por exemplo, surgem tensões de tração no interior da estrutura, que podem ocasionar fissuras no material. Dessa forma, esse fenômeno tem grande importância na análise de estruturas, especialmente em lajes, onde a superfície em contato com atmosfera pode ser grande, favorecendo as trocas de água com o ambiente. Quando a cura não é bem executada, as formas são retiradas precocemente ou a umidade no ambiente é baixa, a consideração da retração torna-se fundamental, na medida em que, ao iniciar o carregamento a peça estrutural já pode apresentar fissuras.

A fluência, por outro lado, ocorre quando existem carregamentos atuantes e pode ser dividida em fluência básica, quando não há troca de água com o meio externo, e fluência por secagem, em que a perda de água depende de vários fatores como umidade relativa, temperatura e tempo de exposição da peça (QUEVEDO, 2017). A Figura 4.2 apresenta um esquema simplificado do impacto da fluência e da retração sobre as deformações do concreto.

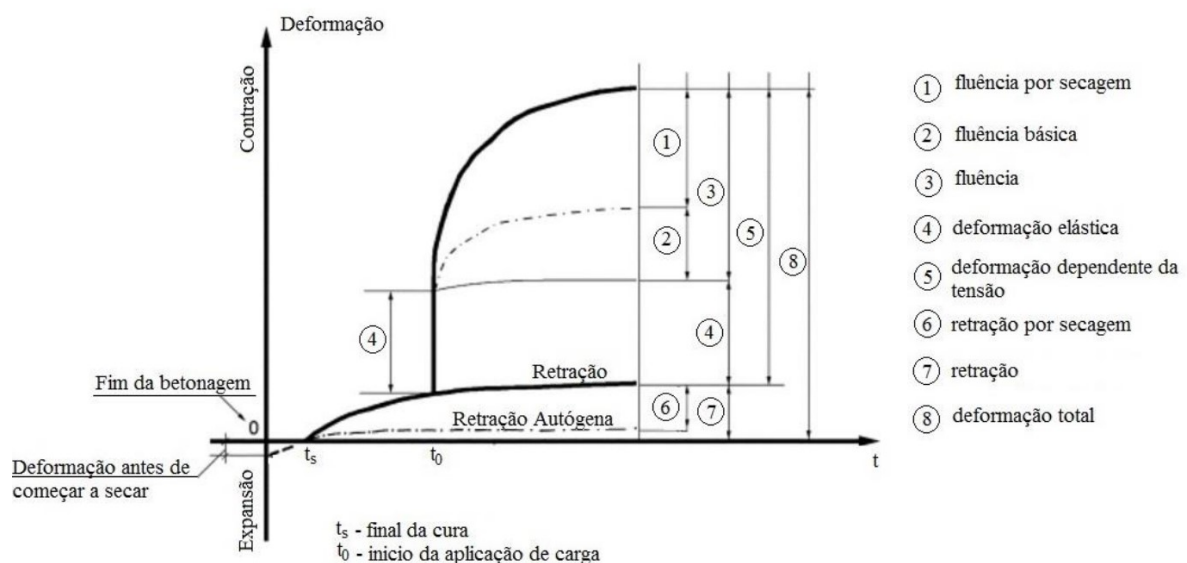


Figura 4.2 – Deformação por fluência e retração (fonte: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (2005) *apud* Quevedo (2021))

No modelo constitutivo utilizado nesse estudo, empregou-se para o concreto comprimido um comportamento elastoplástico com endurecimento, e para o concreto tracionado um comportamento linear até a fissuração e, após, um modelo de fissuras distribuídas. Para descrever esses comportamentos, os itens a seguir apresentam o critério de ruptura, regra de endurecimento, diagramas tensão-deformação para tração e compressão, bem como expressões gerais de fluência e retração, que também foram consideradas.

4.1.1 Modelo para o concreto comprimido

Para o concreto comprimido foi considerado um comportamento elastoplástico. Nesse caso, o modelo é composto por um critério de ruptura, um critério de plastificação e por uma regra de endurecimento (LAZZARI, 2016). Quando submetido à ensaios triaxiais o concreto apresenta uma superfície de ruptura bem definida e, por ser considerado um material isotrópico, os limites de elasticidade e ruptura podem ser representados como superfícies no espaço das tensões principais (CAMPOS FILHO, 2003).

Nessa perspectiva, como o critério de ruptura é uma função do estado de tensões, o mesmo pode ser expresso em função das tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), ou em relação aos invariantes I_1, J_2, J_3 . No último caso a interpretação do critério de ruptura é mais simples, pois como I_1, J_2, J_3 independem das propriedades do material e do sistema de coordenadas, acabam simplificando as equações. Esses parâmetros são apresentados na Equação 4.1, Equação 4.2 e Equação 4.3 em relação às componentes de tensão.

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (4.1)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 \quad (4.2)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} S_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & S_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & S_{zz} \end{vmatrix} \quad (4.3)$$

Visualmente, a superfície de ruptura pode ser representada pelas seções transversais e pelos meridianos no espaço das tensões principais, ou nas coordenadas *Haig-Westergard* (H-W). A última, utilizada na Figura 4.3b, leva em conta o eixo hidrostático (ξ) que é perpendicular aos planos desviadores, o tamanho da superfície de plastificação no plano desviador (ρ) e o ângulo medido a partir de um eixo principal (θ). Nesses casos, sobre o eixo hidrostático as tensões desviadoras são nulas e perpendicularmente são criados os plano desviadores, em que

é possível verificar as seções transversais das superfícies de ruptura. Já os meridianos são as curvas de intersecção entre a superfície e um plano que contém o eixo hidrostático com o ângulo θ constante, como apresentado na Figura 4.3a.

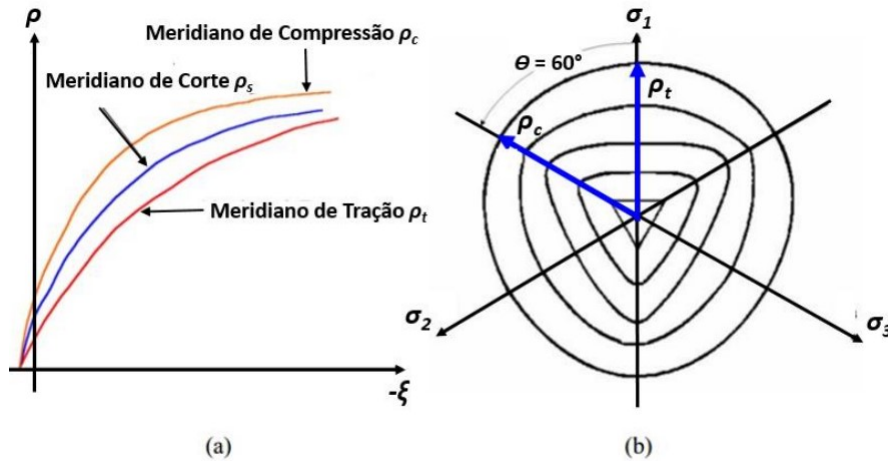


Figura 4.3 – (a) Meridianos da superfície de ruptura e (b) planos desviadores da superfície de ruptura (fonte: Lazzari (2016))

Como o concreto é isotrópico, a simetria torna necessária apenas a investigação do setor $\theta = 0^\circ$ a 60° . Sob essa constatação, Chen e Han (1988) também indicam que algumas características das superfícies de ruptura foram determinadas experimentalmente. Entre elas, a curva de ruptura deve ser suave, convexa, iniciando com formato triangular para tração e se tornando circular à medida que as tensões de compressão aumentam.

Sob esse ponto de vista, existem vários modelos que consideram diferentes quantidades de parâmetros e que representam melhor ou pior o comportamento real do concreto (CAMPOS FILHO, 2003). Alguns são independentes da pressão, como Von Mises e Tresca, sendo idealizados para os metais. Outros como Mohr-Coulomb e Drucker-Prager apresentam como desvantagem a modelagem dos meridianos em linhas retas, não representando adequadamente as altas tensões de compressão.

Por fim, modelos como Hsieh-Ting-Chen, Ottosen e Willam-Warnke apresentam mais parâmetros, e por serem mais refinados reproduzem melhor as características do material. Dessa maneira, foi empregado nesse estudo o critério de ruptura de Ottosen (1977), modelado por Lazzari (2016), apresentado na Equação 4.4, e que também é empregado no *fib* Model Code 2010 (2013). Para sua implementação são utilizados parâmetros como c_1 , c_2 , α e β , disponíveis na Equação 4.5, 4.6 e 4.7, respectivamente, além de outros parâmetros complementares que podem ser determinados pela equação 4.8 até 4.12.

$$\alpha \cdot \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \cdot \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}^2} + \beta \cdot \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (4.4)$$

Sendo:

f_{cm} : resistência à compressão média do concreto;

α , β , c_1 e c_2 : parâmetros do material;

λ : função que depende do ângulo de similaridade do concreto (θ).

$$\lambda = c_1 \cdot \cos \left[\frac{1}{3} \cdot \arccos(c_2 \cdot \cos 3\theta) \right] \quad \text{com} \quad \cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (4.5)$$

$$\alpha = \frac{h \cdot \beta - \sqrt{2}}{y} \quad (4.6)$$

$$\beta = -\frac{\sqrt{2} - \frac{3 \cdot y}{k \cdot f_{2c}}}{h - \frac{9 \cdot y}{f_{2c} - k}} \quad (4.7)$$

$$h = -\frac{\sqrt{2} \cdot x + y}{\frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}}, \quad x = \frac{\sigma_{com}}{f_{cm}}, \quad y = \frac{\tau_{com}}{f_{cm}}, \quad f_{2c} = \frac{f_{c2cm}}{f_{cm}} \quad e \quad k = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} \quad (4.8)$$

$$f_{c2c} = \left(1,2 - \frac{f_c}{1000}\right) \cdot f_c \quad (f_c = f_{cm} \text{ para } f_{c2c} = f_{c2cm}) \quad (4.9)$$

$$\tau_{com} = \left[185 - 180 \cdot \frac{f_{cm}}{100} + 260 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{100}\right)^2 - 84 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{100}\right)^3\right] \quad (4.10)$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (4.11)$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^2/3 \quad \text{para concreto} \leq C50 \quad (4.12)$$

Sendo:

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto (MPa);

f_{ctm} : resistência média à tração do concreto (MPa);

σ_{com} : -240 MPa.

Além disso, outros parâmetros do critério de ruptura como c_1 e c_2 também são necessários e podem ser obtidos pelas Equações 4.13 e 4.14, que também são empregadas no *fib* Model Code 2010 (2013). Para obter λ_t e λ_c , são apresentadas as Equações 4.15 e 4.16.

$$\text{Para } \lambda_c \leq \frac{1}{2} : \begin{cases} c_1 = [2 \cdot \cos \theta - 1] \cdot \lambda_t + 4 \cdot [1 - \cos \theta] \\ c_2 = 1 \end{cases} \quad (4.13)$$

$$\text{Para } \lambda_c \leq \frac{1}{2} : \begin{cases} c_1 = \frac{\lambda_c}{\cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cdot \arccos(c_2) \right]} \\ c_2 = \cos \left\{ 3 \cdot \arctan \left[\frac{2 \cdot \frac{\lambda_c}{\lambda_t} - 1}{\sqrt{3}} \right] \right\} \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\lambda_c = \lambda(\theta = 60^\circ) = \left(1 - \frac{h}{3 \cdot y} \right) \cdot \sqrt{3} \cdot \beta + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot y} \quad (4.15)$$

$$\lambda_t = \lambda(\theta = 0^\circ) = \left(2 \cdot \sqrt{3} - \frac{f_{2c} \cdot h}{\sqrt{3} \cdot y} \right) \cdot \beta + \frac{\sqrt{3}}{f_{2c}} + \frac{\sqrt{2} \cdot f_{2c}}{\sqrt{3} \cdot y} \quad (4.16)$$

Para o concreto comprimido foi considerado, nesse estudo, endurecimento isotrópico com superfície de plastificação com a mesma forma da superfície de ruptura. Nessa situação, o endurecimento é visualizado como uma expansão uniforme da superfície de plastificação no plano $\sigma_1 - \sigma_2$, como pode ser observado na Figura 4.4. Assim, quando atingida a plasticidade, não ocorre uma mudança de forma da superfície de ruptura, apenas um aumento em todas as direções. A Equação 4.17 apresenta esse comportamento matemático, que pode ser obtido substituindo $f_{cm} = \sigma_{ef}$ na Equação 4.4 e operando a mesma.

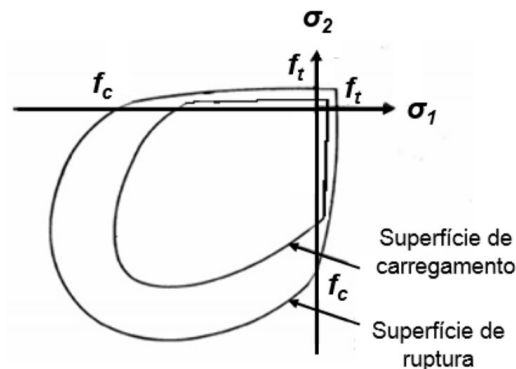


Figura 4.4 – Superfícies de ruptura e carregamento (fonte: Lazzari (2016))

$$F = \frac{\lambda \sqrt{J_2} + \beta \cdot I_1 + \sqrt{(\lambda \cdot \sqrt{J_2} + \beta \cdot I_1)^2 + 4 \cdot \alpha J_2}}{2} = \sigma_{ef} \quad (4.17)$$

Como regra de endurecimento, foi adotada a curva correspondente ao diagrama tensão *versus* deformação para uma sollicitação uniaxial de compressão, como proposto no *fib* Model Code 2010 (2013). Essa curva pode ser visualizada na Figura 4.5, sendo válido mencionar que a normativa de cálculo supracitada apresenta tabelas com os parâmetros da figura para diferentes classes de concreto, variando de C12 a C120.

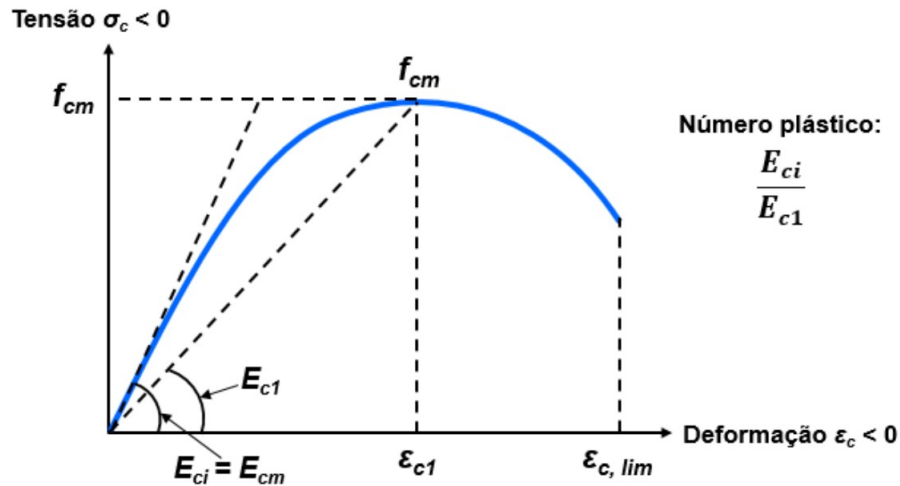


Figura 4.5 – Diagrama tensão *versus* deformação do concreto comprimido (fonte: Lazzari (2016))

Nesse viés, a expressão que rege o comportamento da curva no intervalo apresentado na figura pode ser observada na Equação 4.18. Os parâmetros utilizados são: deformação de compressão (ϵ_c), deformação na máxima tensão de compressão (ϵ_{c1}), deformação última de compressão ($\epsilon_{c,lim}$), módulo de elasticidade (E_{ci}), módulo secante correspondente à máxima tensão de compressão (E_{c1}) e número plástico (k).

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \right) \quad \text{com:} \quad \eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \quad e \quad k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (4.18)$$

Por fim, é sabido que, no geral, deve ser considerada a plasticidade não associada no caso dos geomateriais. Para isso é necessário, todavia, que alguns parâmetros sejam obtidos experimentalmente. Como forma de simplificação, já que existem poucas evidências experimentais para o concreto, foi adotado nesse estudo a plasticidade associada. Assim, como o vetor de fluxo plástico é normal à superfície de plastificação dentro do domínio plástico, o mesmo é definido pela Equação 4.19. Vale mencionar que essa equação também pode ser expressa em coeficientes como determinado e disponível no estudo de Lazzari (2016).

$$a = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial I_1} \cdot \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} \cdot \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \quad (4.19)$$

4.1.2 Modelo para o concreto tracionado

Como o concreto apresenta resistência à compressão superior à tração, o material acaba fissurando para baixos níveis de tensão, o que torna o desempenho carga *versus* deslocamento não-linear. Como as fissuras interferem no comportamento, a sua modelagem pode ser considerada fundamental para a precisão dos resultados. Nessa perspectiva, Martinelli (2002) aponta que a fissuração pode ser modelada de forma discreta ou distribuída quando são realizadas análises numéricas utilizando o MEF, como pode ser verificado na Figura 4.6.

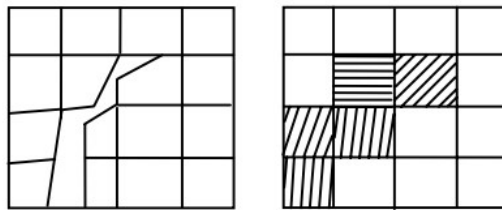


Figura 4.6 – Fissuras modeladas pelo caso (a) discreto e (b) distribuído (fonte: Martinelli (2002))

Para o caso discreto, cada fissura é representada individualmente como uma descontinuidade na malha de elementos finitos, sendo modeladas através da separação dos nós, o que gera uma forte dependência da malha. Já no caso das fissuras distribuídas, modelo utilizado nesse estudo, o concreto permanece contínuo e as propriedades dos materiais são modificadas. Assim, os nós não se separam, o que não interfere na topologia da malha e apenas a relação tensão-deformação é atualizada (CAMPOS FILHO, 2003).

Nesse contexto, foi utilizado nesse estudo o modelo proposto por Cervera et al. (1988), que considera o concreto como um material elástico linear até a fissuração e, após, utiliza o modelo de fissuras distribuídas. Para a implementação do mesmo é necessário estabelecer um critério, que busca determinar se os pontos de integração, que atingiram a ruptura, esmagaram ou fissuraram. Para determinar se ocorreu esmagamento ou fissuração, foi adotado o critério proposto no Boletim n° 156 do CEB-FIP (1983), apresentado na Equação 4.20, em que σ_1 é a tensão principal de tração .

a) se $\sigma_1 \geq f_{ctm}/2$, o ponto de integração fissurou;

b) se $\sigma_1 \leq f_{ctm}/2$, o ponto de integração esmagou;

$$\sigma_1 = \frac{2 \cdot \sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cdot \sin \left(\theta + \frac{2 \cdot \pi}{3} \right) + \frac{I_1}{3} \quad (4.20)$$

A partir dessa constatação, Lazzari (2016) aponta que o concreto que inicialmente é considerado isotrópico, se torna ortotrópico após a fissuração. Assim, admite-se que uma fissura se forma em um plano ortogonal à tensão principal de tração. A formação da mesma altera as propriedades do material, reduzindo o módulo de elasticidade transversal e longitudinal que são, respectivamente, paralelo e perpendicular ao plano da fissura. Ainda, o efeito do coeficiente de Poisson é desprezado (CERVERA et al., 1988).

Além disso, devido à aderência com as barras de aço da armadura, mesmo após fissurar o concreto ainda resiste a esforços de tração, suportando determinado nível de tensão (LAZZARI, 2020). Esse fenômeno, conhecido como enrijecimento à tração, ou *tension stiffening* foi implementado, nesse estudo, através da modificação da curva tensão-deformação do concreto tracionado, assim como adotado por Cervera et al. (1988). Para isso, um ramo descendente é introduzido na curva logo após a resistência máxima de tração, como apresentado na Figura 4.7.

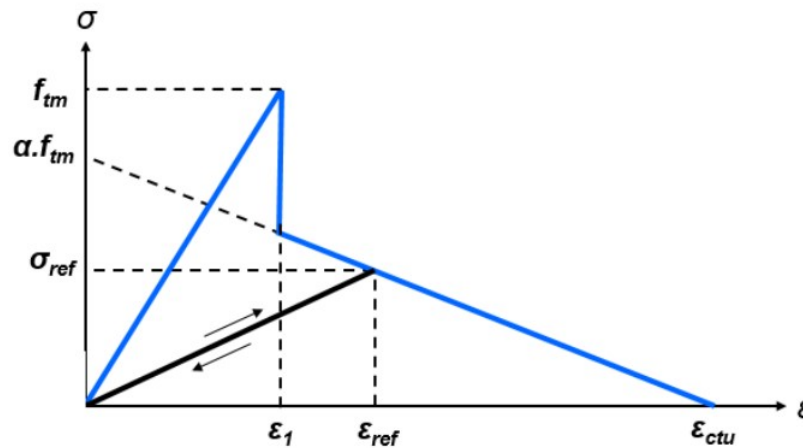


Figura 4.7 – Curva tensão *versus* deformação para o concreto tracionado (fonte: Lazzari (2016))

Para a implementação matemática desse ramo, utilizou-se a relação proposta por Martinelli (2002), (Equação 4.21), em que α é um parâmetro que define a inclinação e ϵ_{cTU} indica a deformação limite. Ou seja, ao atingir essa deformação a colaboração do concreto entre fissuras não é mais considerada. Assim, após testes preliminares adotou-se nesse estudo os valores de 0,6 e 0,01 para α e ϵ_{cTU} , respectivamente.

$$\sigma = \alpha \cdot f_{ctm} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{cTU}}\right) \quad (4.21)$$

Ademais, por conta das não linearidades da estrutura ou por mudanças no carregamento, podem se formar deslocamentos relativos das faces da fissura que acabam causando o surgimento de tensões de corte. No concreto, a transferência de esforços cortantes pode ocorrer pelo engrenamento dos agregados ou pelo efeito pino das armaduras. O primeiro depende do tipo e granulometria do

agregado utilizado, enquanto que o segundo está relacionado ao diâmetro das barras, taxa de armadura e inclinação em relação ao plano da fissura (CAMPOS FILHO, 2003).

Quando é empregado o modelo de fissuras distribuídas, esses mecanismos podem ser incluídos no modelo diretamente, adotando um valor reduzido para o módulo de elasticidade transversal do concreto não fissurado, G_{c0} , calculado a partir da Equação 4.22. Isso pode ser modelado a partir de inserção de um parâmetro β , apresentado na Equação 4.23 que varia entre 0 e 1 (CERVERA et al., 1988). Assim, o novo módulo de elasticidade transversal, G_c , pode ser calculado a partir da Equação 4.24. Cabe mencionar que os parâmetros ε_t e E_{c0} representam, respectivamente, a deformação específica normal de tração do concreto e o módulo de elasticidade longitudinal do concreto não fissurado.

$$G_{c0} = \frac{E_{c0}}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (4.22)$$

$$\beta = 1 - \left(\frac{\varepsilon_t}{0,005} \right)^{0,3} \quad (4.23)$$

$$G_c = \beta \cdot G_{c0} \quad (4.24)$$

4.1.3 Fluência e retração

De acordo com a o modelo adotado para fluência e retração pelo CEB-FIP Model Code 1990 (1993), apresentado na Equação 4.25, a deformação total é composta por diferentes parcelas. Algumas independem da tensão, como as deformações por retração e deformação térmica. Já outras dependem da tensão e correspondem à deformação elástica linear instantânea e à deformação por fluência. Cabe mencionar que a expressão considera algumas premissas, como resistência do concreto entre 12 MPa e 80 MPa, expostos a umidade relativa acima de 40% e temperatura entre 5°C e 30°C.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (4.25)$$

Sendo:

t : idade do concreto (dias);

t_0 : idade do concreto no início do carregamento (dias);

$\varepsilon_c(t)$: deformação total;

$\varepsilon_{ci}(t_0)$: deformação inicial (instantânea) devido à aplicação do carregamento em t_0 ;

$\varepsilon_{cc}(t)$: deformação por fluência para $t > t_0$;

$\varepsilon_{cT}(t)$: deformação térmica;

$\varepsilon_{cs}(t)$: deformação por retração.

A parcela da deformação por fluência (ε_{cc}) depende de fatores relacionados ao material, como módulo de elasticidade, resistência à compressão, tipo de cimento, temperatura, espessura fictícia e umidade do ambiente, bem como relacionada ao carregamento, como tempo e tensão aplicada. Já a parcela de deformação por retração, (ε_{cs}), varia de acordo com parâmetros como idade, temperatura, espessura fictícia, umidade, resistência e tempo de secagem do material.

Sob essa ótica, as demais equações necessárias para a modelagem da expressão acima estão presentes no CEB-FIP Model Code 1990 (1993). Além disso, a fim de aproximar o efeito da fluência em relação a idade de carregamento, Bazant e Prasannan (1989) propuseram um modelo físico em que a deformação por fluência é separada em uma parcela viscoelástica e outra viscosa, chamado de Teoria da Solidificação. A primeira está relacionada com o volume do concreto já solidificado e com um coeficiente que depende da idade de carregamento. Já a segunda se relaciona com a hidratação do cimento e a idade de carregamento (LAZZARI, 2020).

Assim, cabe mencionar que a descrição das leis que governam esse comportamento, bem como a compatibilização com o CEB-FIP Model Code 1990 (1993) foram desenvolvidas e podem ser verificadas no estudo de Quevedo (2017) e Gomes (1997). Ademais, visando a implementação computacional, foi utilizado um modelo reológico de Kelvin generalizado para implementar a teoria da solidificação, que consiste em uma associação em paralelo de molas e amortecedores, para aproximar o comportamento viscoelástico do concreto. A descrição desse modelo, bem como sua formulação, parâmetros e implementação estão apresentados em detalhes no estudo de Quevedo (2017).

4.2 AÇO

O comportamento do aço pode ser representado adequadamente por um modelo uniaxial, levando em consideração que as barras resistem apenas aos esforços axiais. Nessa situação, a representação pode ser realizada a partir de diagramas tensão *versus* deformação bilineares.

Nesse viés, Lazzari (2016) menciona que dependendo do processo de fabricação o aço pode apresentar patamar de escoamento (f_y) bem definido e sem endurecimento, como a laminação à quente, o que é bem representado pelo comportamento elastoplástico perfeito (Figura 4.8a).

Já no caso de aços encruados a frio, é necessário considerar o endurecimento. Como forma de simplificação, é possível caracterizar o material através do comportamento monotônico, utilizando o endurecimento linear, como apresentado na Figura 4.8b.

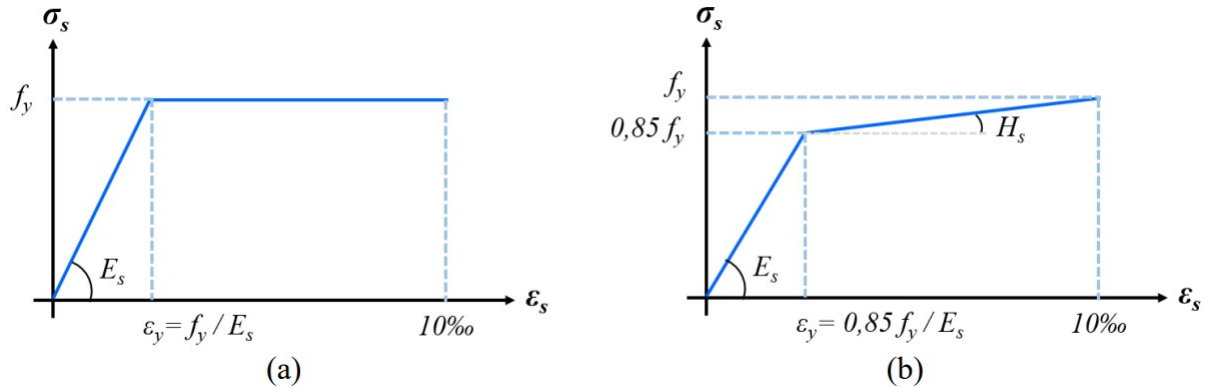


Figura 4.8 – Curva tensão *versus* deformação para o aço: elastoplástico perfeito (a) e elastoplástico com endurecimento (b) (fonte: Lazzari (2016))

Assim, para esse processo de fabricação foi considerado que o endurecimento inicia quando 85% da tensão de escoamento é atingida. Até esse ponto, o comportamento é elástico e pode ser expresso pela Lei de Hooke. Após atingir o escoamento inicial, o comportamento plástico confere ao material deformações residuais, caso seja realizado um descarregamento total. Para determinar numericamente a curva com endurecimento é necessário determinar o módulo de elasticidade tangente do aço (H_s), como apresentado na Equação 4.26, em que E_s é o módulo de elasticidade do aço.

$$H_s = \frac{0.15 \cdot f_y}{10‰ - \frac{0.85 \cdot f_y}{E_s}} \quad (4.26)$$

5 MODELO COMPUTACIONAL E ANÁLISE NO ANSYS

A utilização de simulações numéricas computacionais apresentam vantagens frente aos ensaios experimentais, como menor custo e possibilidade de verificar as tensões, deformações e deslocamentos em qualquer ponto da estrutura. Além disso, torna-se possível identificar como cada parâmetro impacta no comportamento e como cada material contribui nos resultados. Por outro lado, a utilização de modelagens numéricas deve ser empregada após uma validação do modelo, que é realizada comparando os resultados com valores experimentais obtidos em laboratório.

Frente a essa situação, é comum observar o emprego do Método dos Elementos Finitos (MEF) nas modelagens numéricas de concreto, pois o mesmo permite considerar o comportamento não linear da estrutura. De acordo com Assan (2003), o método surgiu como uma nova possibilidade de aplicação da Teoria da Elasticidade, capaz de superar as desvantagens e problemas inerentes aos métodos de Galerkin, Rayleigh-Ritz, Diferenças Finitas e Resíduos Ponderados, por exemplo. Bathe (1996) aponta que desde a década de 60 muito progresso foi feito, consolidando o MEF na aplicação de diversos problemas complexos de engenharia.

A ideia principal é discretizar um modelo a partir da subdivisão do mesmo em um número finito de elementos, tornando o domínio contínuo em discreto, como apresentado na Figura 5.1. Sobre essa rede de elementos finitos, as interseções das linhas são denominados nós, e ao invés de determinar uma função admissível que satisfaça as condições de contorno para o todo o domínio, o MEF busca determinar essas funções para cada elemento da malha (ASSAN, 2003). Bathe (1996) salienta, também, que o método sempre busca analisar um problema físico, através da resolução de modelos matemáticos muito complexos.

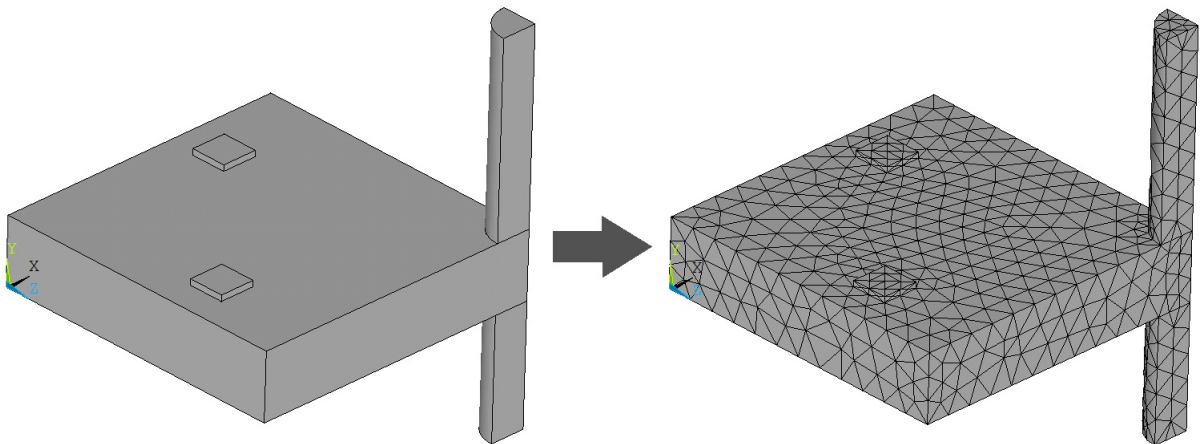


Figura 5.1 – Discretização do modelo (fonte: Autor)

Além disso, é válido mencionar que os elementos não se sobrepõem, mas juntos preenchem completamente o volume sólido do modelo, se conectando através dos nós. Na análise de estruturas, por exemplo, Bathe (1996) salienta que, antes de aplicar qualquer carregamento, as coordenadas dos nós são conhecidas o que permite, após a aplicação de forças, determinar o deslocamento de cada nó. Assim, a partir de interpolação, é possível determinar a nova geometria do modelo. Nessa perspectiva, para que o MEF seja aplicável nas engenharias, o mesmo autor comenta, ainda, que é necessário o emprego de computadores, devido ao grande número de cálculos matemáticos.

Em vista disso, existem diversos *softwares* disponíveis que empregam o MEF na modelagem de estruturas. Para as lajes lisas com vazios, Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) e Valivonis et al. (2014) empregaram o programa DIANA para avaliar, respectivamente, a punção e a flexão. Outras pesquisas sobre o tema foram desenvolvidas utilizando diferentes *softwares* como LUSAS (CHUNG; JUNG; CHOI, 2022), Atena 3D (BINDEA; CHEZAN; PUSKAS, 2015), Femix (NICÁCIO, 2018) e ANSYS Workbench (PURUSHOTTAM; HEMANTKUMAR, 2016).

Nessa perspectiva, esse estudo utiliza o *software* ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*), versão 2021 R2, pois o mesmo é bastante conhecido no meio acadêmico, permite a customização dos materiais, possui material de apoio e tem licença no laboratório CEMACOM-PPGEC/UFRGS. Além disso, o programa possui uma linguagem chamada APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) que permite desenvolver a modelagem em *scripts* de texto, que são lidos pelo programa. Essa ferramenta permite maior controle do usuário na modificação de parâmetros.

Com a linguagem APDL é possível executar comandos de solução, pré e pós processamento, bem como criar variáveis e utilizar estruturas de controle (como sentenças e laços). Além disso, o *software* tem uma variada biblioteca de elementos finitos, modelos constitutivos, ferramentas de solução que permitem a execução de análises estáticas, dinâmicas, de fluídos, com materiais lineares e não-lineares. Além disso, também é possível agregar aos materiais comportamentos elásticos, plásticos e viscosos.

O ANSYS ainda permite a utilização da ferramenta UPF (*User Programmable Features*), programável na linguagem Fortran 77, que permite ao usuário a customização e implementação de novos materiais, elementos e carregamentos. Com essa ferramenta é possível programar a sub-rotina USERMAT, que vem sendo desenvolvida no PPGEC-UFRGS, e que foi utilizada na modelagem do concreto nesse estudo.

Nesse contexto, esse capítulo busca descrever de maneira resumida como o programa soluciona problemas não lineares e aspectos da modelagem computacional. Serão descritos, assim, os elementos finitos utilizados, o modelo empregado para o concreto e para o aço, bem como suas variáveis, além da geometria, malha e entrada de dados.

5.1 SOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO LINEARES

Após a discretização da estrutura e determinação dos deslocamentos nodais dos elementos que compõe a malha, é possível determinar as tensões e deformações no interior a partir da Equação 5.1.

$$[K] \cdot \{u\} = \{F^a\} \quad (5.1)$$

Sendo:

$[K]$: matriz de rigidez global, resultante da montagem das matrizes de cada elemento;

$\{u\}$: vetor incógnita contendo os deslocamentos nodais de todos os nós de cada elemento;

$\{F^a\}$: vetor de forças externas aplicadas nos nós.

Nesse sentido, a Equação 5.1 é dita não linear quando a matriz de rigidez se altera devido à não linearidade dos materiais ou geométrica. Para resolver as equações não lineares pelo Método dos Elementos Finitos é necessário, assim, a utilização de um método numérico, como o Newton-Raphson, por exemplo, utilizado no ANSYS. Esse método numérico consiste em um processo iterativo de convergência bastante eficaz e tem como ideia principal a minimização do vetor de resíduo das forças.

Nesse contexto, é necessário utilizar o vetor resíduo $\{R_i\}$ para cada incremento de carga, determinado através da subtração do vetor das forças internas $\{F_i^{nr}\}$ de todos os nós pelo vetor das forças externas $\{F^a\}$, como apresentado na Equação 5.2. Ao desenvolver o vetor resíduo em série de Taylor, é possível calcular o incremento de deslocamento nodal $\{\Delta u_i\}$, como indicado na Equação 5.3, em que i representa a iteração atual. Assim, é possível atualizar o vetor de deslocamentos, como apresentado na Equação 5.4

$$\{R\}_i = \{F_i^{nr}\} - \{F^a\} \quad (5.2)$$

$$\{\Delta u_i\} = - \frac{\{R_i\}}{\left. \frac{d\{R\}}{d\{u\}} \right|_i} \quad (5.3)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (5.4)$$

$$\|R_i\| < \varepsilon_R \cdot R_{REF} \quad (5.7)$$

$$\|\Delta u_i\| < \varepsilon_u \cdot u_{REF} \quad (5.8)$$

Para as análises desse estudo, foi utilizado nos parâmetros de solução o Método de Newton-Rhapson completo, em que a matriz de rigidez é atualizada em cada iteração. Para a solução do sistema foi utilizada a opção SPARSE, que pode ser empregada em análises lineares e não lineares e para a convergência foram adotadas 100 iterações de equilíbrio para cada incremento. Outras opções possíveis, bem como os comandos específicos da linguagem APDL necessários para a aplicação dessas configurações podem ser verificadas em ANSYS (2022a).

5.2 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

Como existem diversas opções de elementos finitos na biblioteca do ANSYS, a escolha deve levar em consideração o tipo de problema analisado, o tipo de material empregado e como o mesmo atua na estrutura, o esforço computacional, o modelo de armadura empregado e, também, as propriedades do elemento. Quanto ao concreto, foi adotado o elemento SOLID186 e, para o emprego do modelo de armadura incorporada, o aço foi representado por elementos de reforço REINF264, com o auxílio de elementos de malha MESH200. Nos itens 5.2.1 e 5.2.2 são apresentados os elementos utilizados.

5.2.1 Elemento SOLID186

Embora o elemento SOLID65 seja amplamente utilizado no ANSYS para modelagem de concreto, o mesmo só permite o uso de modelos de armadura discreta, em que os nós dos elementos de armadura devem coincidir com os nós do concreto. Essa propriedade impacta não somente a discretização da malha, que deve ser maior e afeta o tempo de processamento, como também a posição dos elementos, que se torna complexa em estruturas com geometrias distintas e grandes quantidades de armaduras posicionadas em diferentes direções.

Por esse motivo, o elemento SOLID186 foi selecionado para a representação do concreto, já que o mesmo apresentou bons resultados em estudos desenvolvidos por Lazzari (2020), Lazzari (2016) e Machado et al. (2023), por exemplo. Como vantagens, o elemento consegue obter bons resultados sem a necessidade de grande discretização da malha, possui compatibilidade com o elemento REINF264 utilizado na armadura e pode ser empregado com a USERMAT, rotina utilizada para modelar o concreto. Além disso, o elemento apresenta efeitos de grandes

deformações e permite configurações de ativação e desativação, o que contribui para a modelagem dos diferentes carregamentos aplicados.

O SOLID186 apresenta diversos formatos disponíveis, como o tetraédrico, piramidal, prismático ou hexaédrico, assim como apresentado na Figura 5.3. Devido à geometria complexa das lajes com vazios modeladas nesse estudo, que envolvem volumes esféricos, cilíndricos e paralelepípedicos, foi selecionada a opção de elemento tetraédrico. Esse formato contém 10 nós, sendo 4 nós de canto e 6 nós intermediários, que permitem translações em 3 direções. As funções de interpolação entre os nós são quadráticas.

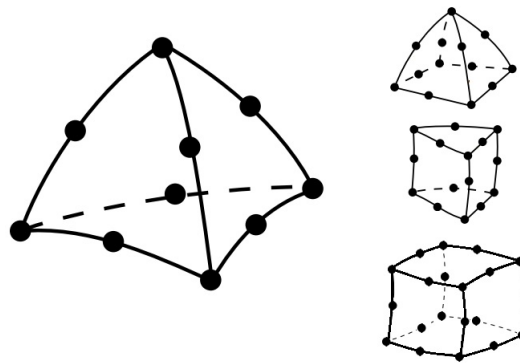


Figura 5.3 – Elemento SOLID186 e suas geometrias disponíveis (fonte: Adaptado de ANSYS (2022b))

No elemento, foram adotadas as opções de integração reduzida uniforme, elemento homogêneo estrutural e formulação de deslocamento puro. Na Figura 5.4 é possível verificar uma implementação do elemento tetraédrico em uma laje com vazios esféricos. Vale mencionar, ainda, que a maior parte dos estudos de lajes com vazios desenvolvidos computacionalmente com o MEF utilizaram elementos tetraédricos, como é o caso de Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002), Purushottam e Hemantkumar (2016), Khouzani et al. (2021) e Kumar e Hamza (2020).

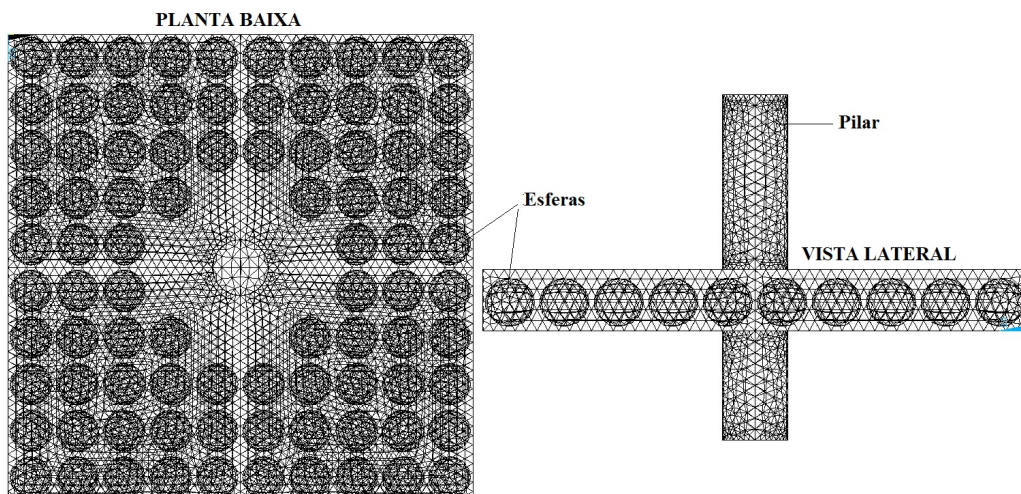


Figura 5.4 – Utilização do elemento SOLID186 (fonte: Autor)

5.2.2 Elementos REINF264 e MESH200

Em estruturas de concreto armado modeladas pelo MEF, a armadura pode ser empregada a partir de modelos discretos, distribuídos ou incorporados. No primeiro, as barras são representadas por elementos unidimensionais tipo treliça, e suas matrizes de rigidez são superpostas aos elementos de concreto, sendo necessário que os nós dos dois materiais coincidam, o que limita a malha de elementos finitos. No caso distribuído, as armaduras e o concreto são modelados em camadas, o que pode ser conveniente para algumas aplicações de placas e cascas (CAMPOS FILHO, 2003).

Já no modelo incorporado, empregado nesse estudo, a barra é considerada como uma linha de material mais rígido no interior do elemento de concreto e geralmente a aderência é considerada perfeita. Para contornar essa situação, a rigidez do concreto tracionado é alterada para levar em consideração a degradação da aderência. Assim, as matrizes de rigidez resultantes são uma soma entre as parcelas do aço e do concreto, já que as dimensões de ambas são iguais. A principal vantagem desse modelo é a liberdade da malha, já que um único elemento de concreto pode conter segmentos de barras de armadura com diferentes propriedades e direções.

Nessa perspectiva, foi utilizado nesse estudo um elemento de reforço, REINF264, para empregar as armaduras pelo modelo incorporado. Assim, o REINF264 atua no interior dos elementos base, como apresentado na Figura 5.5a. Nesse elemento, cada barra do reforço é modelada de forma isolada, resistindo exclusivamente aos esforços axiais de tração ou compressão, sendo que os nós apresentam 3 graus de liberdade, assim como no elemento SOLID186. Entretanto, como sua aplicação está condicionada à malha de elementos de concreto, foi utilizado o elemento MESH200 tipo linha com 3 nós (Figura 5.5b), que não contribui para a solução do problema, mas permite determinar a interseção da linha com cada elemento de concreto, para assim criar o reforço.

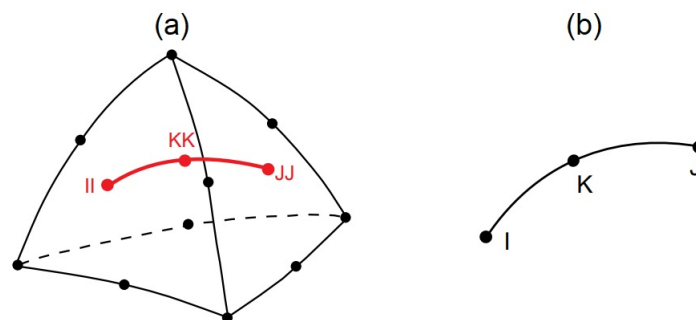


Figura 5.5 – Elementos REINF264 (a) e MESH200 (b) (fonte: Adaptado de ANSYS (2022b))

Dessa forma, inicialmente foram criadas linhas para posicionar a armadura nas posições corretas e após as mesmas foram transformadas em elementos MESH200, em que foram aplicadas as informações de seção e propriedades do material. Por fim, esses elementos foram transformados em REINF264, criando elementos de armadura no interior de cada elemento de concreto. A

Figura 5.6 apresenta os elementos de reforço no interior de uma laje, em que é possível verificar a subdivisão da barra de armadura de acordo com a malha dos elementos de concreto.

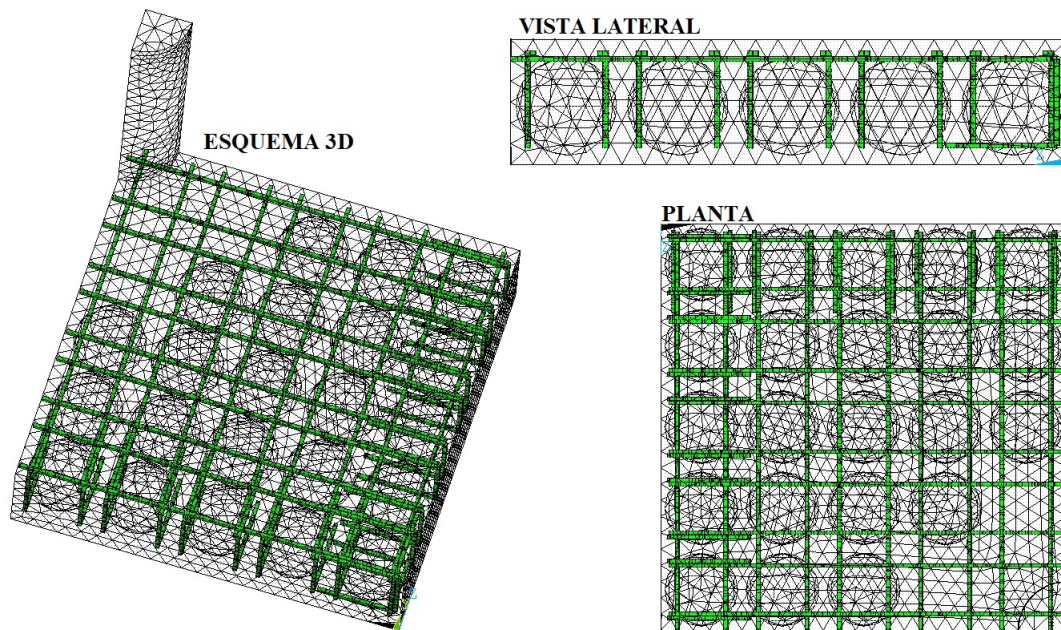


Figura 5.6 – Elementos de reforço REINF264 no interior do concreto
(fonte: Autor)

5.3 MODELO UTILIZADO PARA O CONCRETO

Embora o ANSYS apresente modelos constitutivos que podem ser empregados para modelar o concreto em algumas situações, os mesmos não foram desenvolvidos para apresentar comportamentos como fluência e retração ou não estão disponíveis para o elemento SOLID186. Nesse viés, esse estudo utilizou a sub-rotina USERMAT, que pode ser empregada para o elemento supracitado. Essa sub-rotina é programada através da ferramenta UPF e vem sendo atualizada e aplicada em outros estudos do PPGEU-UFRGS, como Lazzari et al. (2017), Lazzari et al. (2019), Hoffman et al. (2022), Machado et al. (2023), Soares et al. (2023).

Com a USERMAT é possível alterar a lei de comportamento do material, por exemplo, inserindo novas equações constitutivas, de acordo com as necessidades da modelagem. Para isso é necessário alterar algumas configurações do programa, escrever a USERMAT na linguagem Fortran77, compilar o material e fazer uma linkagem com o ANSYS. Esses procedimentos são discutidos em detalhes nos estudos de Lazzari (2016) e Quevedo (2017).

Segundo Lazzari (2020), nas análises não lineares que utilizam o método de Newton Raphson na solução, o ANSYS divide as etapas de carga em sub-passos. Assim o programa principal transforma esses carregamentos em incrementos de deformações que alimentarão a USERMAT

em cada iteração de equilíbrio. Nessa perspectiva, a rotina atualiza as tensões para cada ponto de integração e calcula os resíduos de deformação em cada iteração realizada. Quando o equilíbrio é atingido, as tensões, deformações e variáveis de estado são atualizadas, e o programa inicia o próximo sub-passo, até que a análise termine ou a convergência não seja atingida.

Na Figura 5.7 é possível verificar o funcionamento da USERMAT no ANSYS para cada passo de carga em uma análise não linear. Assim como mencionado por Lazzari (2020), a fluência e a retração correspondem à análise de efeitos de longa duração, enquanto que a fissuração está contida na análise dos efeitos de curta duração. No último caso, a USERMAT verifica se o elemento fissurou para, dessa maneira, considerar o efeito do *tension stiffening*, por exemplo.

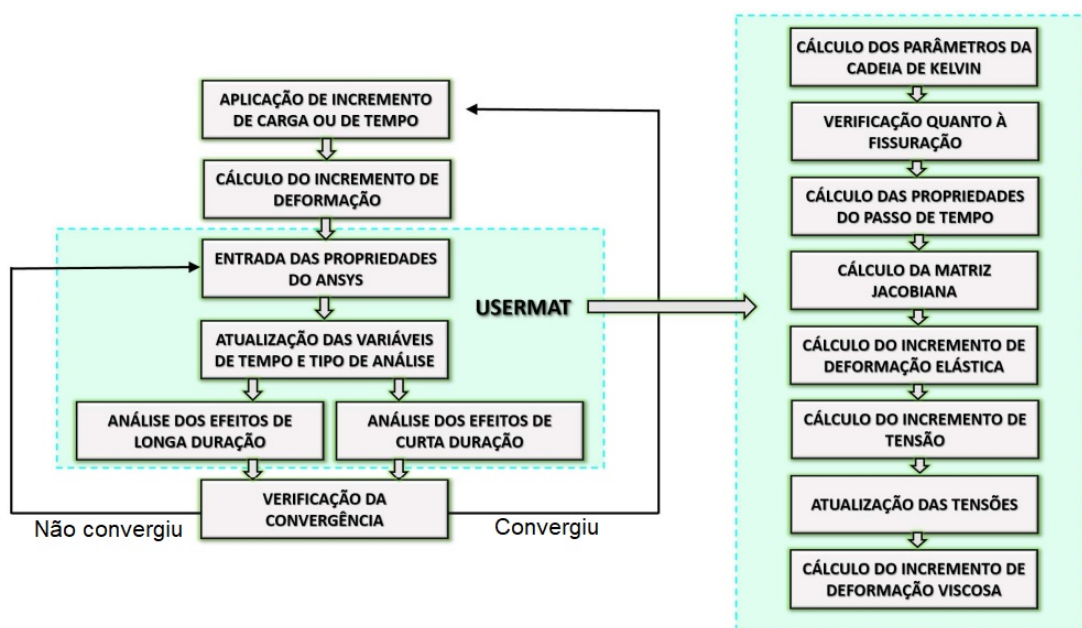


Figura 5.7 – Funcionamento da USERMAT (fonte: Lazzari (2020))

Conforme apresentado por Quevedo (2017), a USERMAT leva em consideração os efeitos de longa duração e funciona da seguinte maneira:

- calcula o incremento de deformação plástica e/ou viscosa $\{\Delta\varepsilon_{v/\rho}\}$;
- atualiza o incremento de deformação elástica $\{\Delta\varepsilon_e\} = \{\Delta\varepsilon\} - \{\Delta\varepsilon_{v/\rho}\}$, sendo $\{\Delta\varepsilon_e\}$ o incremento de deformação total resultante do processo iterativo de Newton-Raphson;
- calcula a matriz constitutiva $[D]$;
- calcula o incremento de tensão $\{\Delta\sigma\} = [D] \cdot \{\Delta\varepsilon_e\}$;
- atualiza a matriz jacobiana $\frac{\partial\Delta\sigma_{ij}}{\partial\Delta\varepsilon_{ij}}$;
- atualiza as variáveis de estado e as tensões que o programa principal utilizará para verificar a convergência $\{\sigma\}_{i+1} = \{\sigma\}_i + \{\Delta\sigma\}$;

g) se houver convergência, atualiza as tensões, deformações e variáveis de estado e passa-se para o próximo subpasso, caso contrário, continua fazendo as iterações de equilíbrio e repetindo os passos de (a) à (f).

Sob essa perspectiva, o usuário pode criar quantas variáveis de entrada forem necessárias para a modelagem. Para esse estudo, todas as variáveis de entrada são listadas na Quadro 5.1, bem como suas descrições e unidades. Vale mencionar que as variáveis de tempo são especialmente importantes para a aplicação da USERMAT, pois levam em consideração o comportamento diferido do concreto. Nesse contexto, a retração está associada ao tempo de secagem (t_s), enquanto a fluência está relacionada ao tempo de carregamento (t_0).

Quadro 5.1 – Parâmetros de entrada da USERMAT

Parâmetro	Descrição e unidade
fck	Resistência característica à compressão do concreto [kN/cm^2]
nurev	Coefficiente de Poisson do concreto [adm]
s	Coefficiente que leva em conta o tipo de concreto [adm]
betasc	Coefficiente que leva em conta o tipo de cimento [adm]
alpha	Coefficiente que define o impacto do tipo de cimento sobre a cura [adm]
rh	Umidade relativa do ambiente [%]
temperatura	Temperatura média do ambiente [$^{\circ}$]
hf	Espessura fictícia [cm]
ti	Tempo considerado para o início do concreto na análise numérica [$dias$]
ts	Idade do concreto no início da secagem [$dias$]
t0	Idade do concreto na data de carregamento [$dias$]
tinf	Tempo final considerado para o ajuste da cadeia de Kelvin [$dias$]
textist	Idade do concreto na data de ativação [$dias$]
ktime	Tempo para gerar o arquivo intermediário de saída de dados [$dias$]
ndec	Número de décadas utilizadas para o ajuste da cadeia de Kelvin
kelemid	Identificação do elemento para a saída de dados no vetor <i>ustatev</i>
kkDomInPt	Identificação do ponto de integração para a saída de dados
ligafluencia	Considera a fluência (1) ou não considera a fluência (0)
ligaretracao	Considera a retração (1) ou não considera a retração (0)
ligafissura	Considera a fissuração (1) ou não considera a fissuração (0)
desligatempo	Tempo máximo para considerar o efeito da fluência [$dias$]

(fonte: Autor)

A USERMAT utiliza a superfície de ruptura de Ottosen, programada por Lazzari (2016), em que o concreto é considerado um material elastoplástico com fissuração, assim como recomendado pelo *fib* Model Code 2010 (2013). Quanto ao modelo viscoelástico, o mesmo está detalhado em Lazzari (2020) e Quevedo (2017).

Vale mencionar, ainda, que foram realizados testes prévios utilizando o modelo CONCR (*Concrete Plasticity Specifications*) com critério de ruptura de Drucker-Prager, disponível da biblioteca do ANSYS. Entretanto, como esse modelo não leva em consideração a fluência e retração, fenômenos importantes para os dados analisados, os resultados obtidos não foram satisfatórios e não serão apresentados nesse estudo.

5.4 MODELO UTILIZADO PARA O AÇO

Como o aço apresenta comportamento mais simples quando comparado ao concreto e, na modelagem desse estudo, as barras resistem apenas a esforços axiais, foi adotado o modelo elastoplástico bilinear com endurecimento isotrópico BISO (*Bilinear Isotropic Hardening*), disponível na biblioteca do ANSYS. Nesse modelo, os dados de entrada são o módulo de elasticidade longitudinal (E), o coeficiente de Poisson (ν), a tensão de escoamento (f_y) e o módulo de endurecimento (H_s).

Vale mencionar que para a modelagem do aço foram utilizadas as formulações apresentadas no item 4.2, levando em consideração o tipo de fabricação e os fatores apresentados. Como nesse estudo não foram utilizadas armaduras ativas, todas as barras foram empregadas com o mesmo modelo, variando as propriedades conforme os dados experimentais.

5.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O MODELO GEOMÉTRICO E A MALHA UTILIZADA

A construção do modelo geométrico de concreto foi realizada criando pontos chave, linhas, áreas e volumes, a partir das coordenadas fornecidas ao programa. Após a criação do volume maciço, foram criadas as esferas em seu interior, posicionando-as nos locais de interesse e, em seguida, subtraindo-as do volume maciço a partir do comando VSBV, como pode ser observado na Figura 5.8 e, também, de forma detalhada no Apêndice B. Dessa maneira, a espessura de plástico das esferas não foi modelada, já que a mesma apresenta pouca influência no comportamento da estrutura. Na modelagem dos pilares cilíndricos, quando existentes, foi criada uma área circular e o volume foi extrudado até a altura necessária.

As armaduras foram dispostas sobre o modelo através da criação de *keypoints* e linhas, como apresentado para o caso de uma treliça no Apêndice B. Após, foram criados elementos MESH200 com as propriedades do aço e da seção transversal. Por fim foram criados os elementos REINF264, a partir do comando EREINF. Para a malha de concreto utilizando elementos SOLID186, as linhas do modelo foram previamente divididas conforme o tamanho desejado, determinando, dessa maneira, a dimensão máxima dos elementos criados.

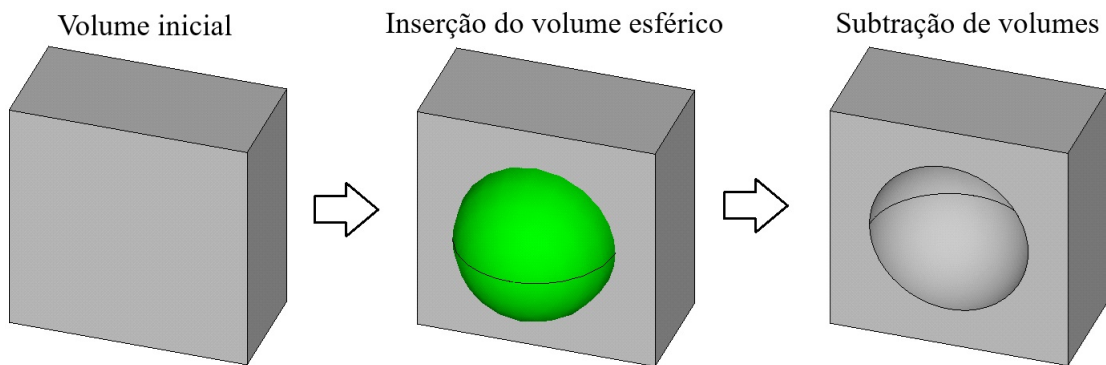


Figura 5.8 – Modelagem dos vazios esféricos (fonte: Autor)

Para a geração da malha, não era possível utilizar elementos de formato hexaédrico devido ao formato esférico dos vazios. Dessa maneira, como foram empregados elementos tetraédricos, a malha mapeada não estava disponível pelo *software*. Assim, após determinar o tamanho máximo dos elementos pelas linhas, foi aplicada malha livre para toda a estrutura, devido à complexidade da geometria, como apresentado na Figura 5.9.

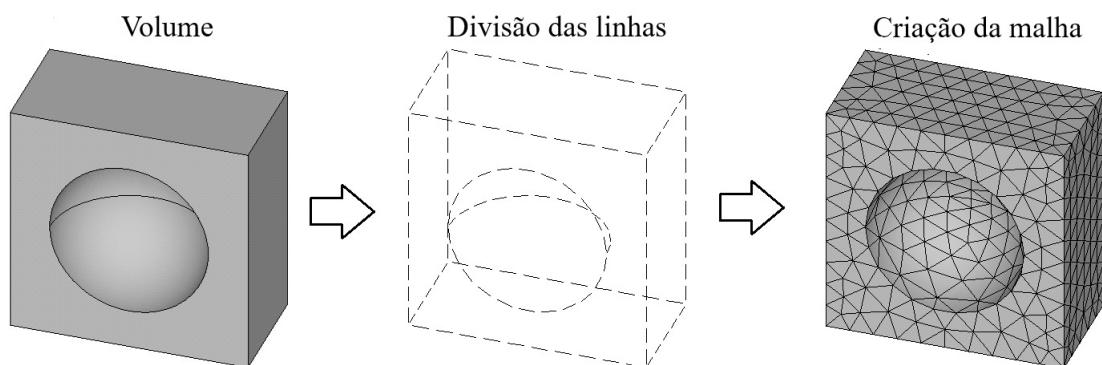


Figura 5.9 – Criação de malha livre a partir das subdivisões das linhas (fonte: Autor)

Vale mencionar que, embora os procedimentos supracitados tenham sido empregados para a construção de todos os modelos desse estudo, detalhes da geometria e de malha empregada serão melhor descritos nos próximos capítulos, para cada caso experimental analisado, levando em consideração suas peculiaridades.

6 VALIDAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO COMPUTACIONAL

Nos capítulos 4 e 5, foram apresentados os aspectos fundamentais dos modelos constitutivos adotados para cada material e informações sobre a implementação computacional. Vale mencionar, porém, que as análises numéricas devem, sempre que possível, passar por uma validação através da comparação dos resultados obtidos com dados experimentais. Esse procedimento busca não somente dar credibilidade para as análises numéricas como, também, fornecer dados que permitam a calibração do modelo.

Sob essa perspectiva, foram comparados os resultados numéricos com dados experimentais de diferentes estudos, que foram separados em dois grupos. No primeiro, estão contidas duas lajes maciças produzidas com concreto com fibras, submetidas à punção, que foram ensaiadas pelo *Working Group* WP 2.4.1 da *fib* como parte de uma competição às cegas chamada de *3rd Blind Simulation Competition*. Nesse caso, a validação tinha como objetivo identificar se a modelagem numérica apresentava boas aproximações em relação à punção para lajes produzidas com concreto alternativo.

Já no segundo grupo foram utilizados os dados experimentais de Lima (2015), Ledo (2016), Ceballos (2017) e Nicácio (2018), todos obtidos na Universidade Federal de Brasília. Ao todo, 17 lajes foram modeladas, sendo 5 lajes maciças e 12 com vazios esféricos. Nesses modelos, foram comparadas algumas características como utilização ou não de pré-laje e emprego de diferentes armaduras de cisalhamento e carregamentos simétricos e assimétricos.

Assim, nos itens abaixo serão apresentados detalhadamente os estudos experimentais analisados, levando em consideração os procedimentos de ensaio, características geométricas das lajes, caracterização dos materiais e resultados coletados em cada estudo. No modelo numérico, será discutido sobre a implementação das lajes, parâmetros utilizados e seus valores, peculiaridades de cada conjunto de dados e, por fim, comparação com os dados experimentais. Como a modelagem numérica permite a análise dos resultados em qualquer ponto, bem como a verificação das tensões no elemento estrutural, análises complementares também serão realizadas.

Vale mencionar, ainda, que as figuras de outros autores, relativas à apresentação de geometria das lajes e pontos de medição estão em milímetros, como indicado em cada legenda. Já os resultados obtidos numericamente estão em centímetros, já que é a unidade utilizada nos parâmetros de entrada da USERMAT. Essa diferença de unidades não impacta na análise dos resultados.

6.1 LAJES DO *WORKING GROUP* WP 2.4.1 DA *FIB*

Com o objetivo de verificar o comportamento à punção de lajes lisas fabricadas com concreto com fibras, o *Working Group* WP 2.4.1 da *fib* desenvolveu uma competição internacional, que consistia na predição do comportamento desse tipo de estrutura. Nesse contexto, foram fornecidos dados de geometria, propriedades dos materiais, condições de apoio e carregamentos para um modelo de laje. Assim, pesquisadores de diversos países enviaram suas predições quanto à carga de ruptura, deslocamentos, deformações do concreto e da armadura e abertura de fissuras. Após o envio, o WP 2.4.1 ensaiou as lajes e coletou os dados experimentais, para comparar com os modelos numéricos dos participantes.

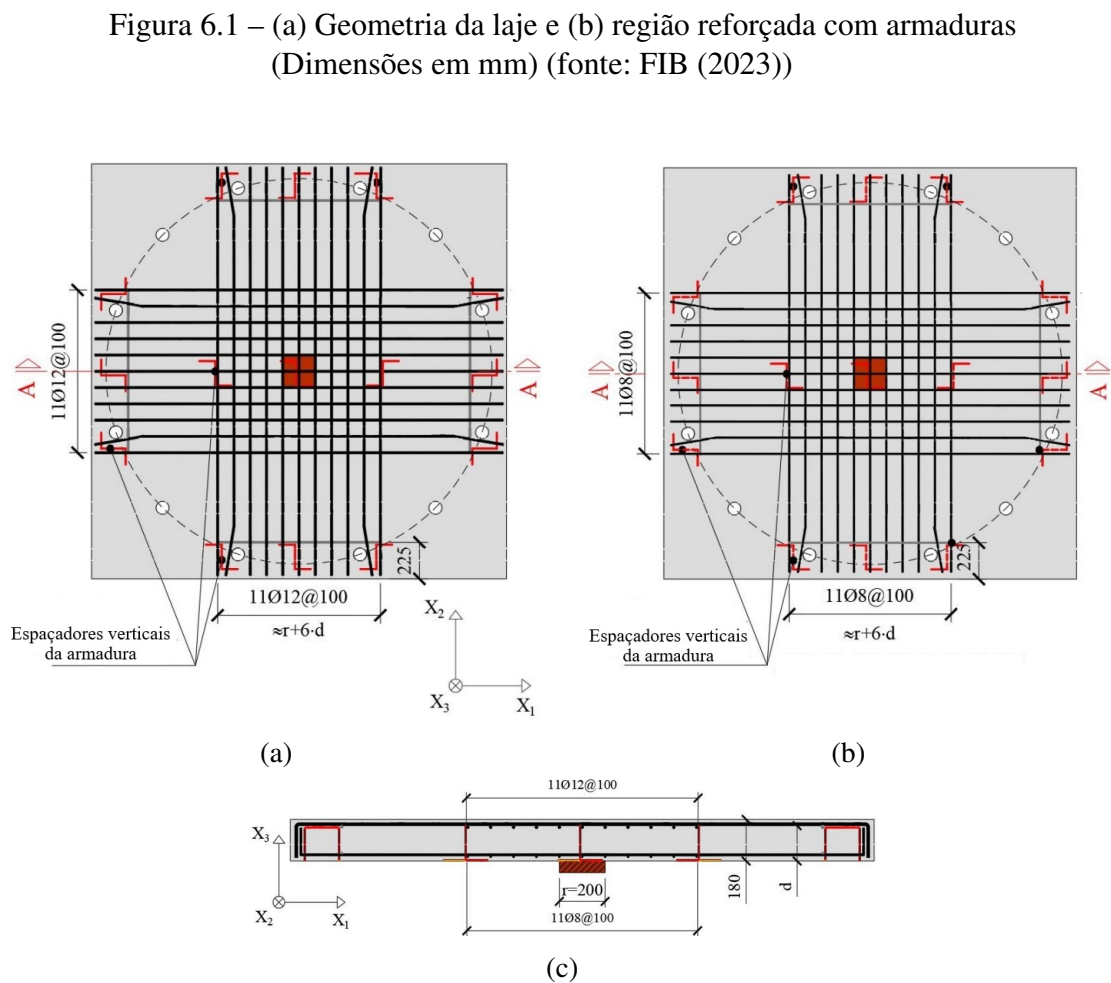
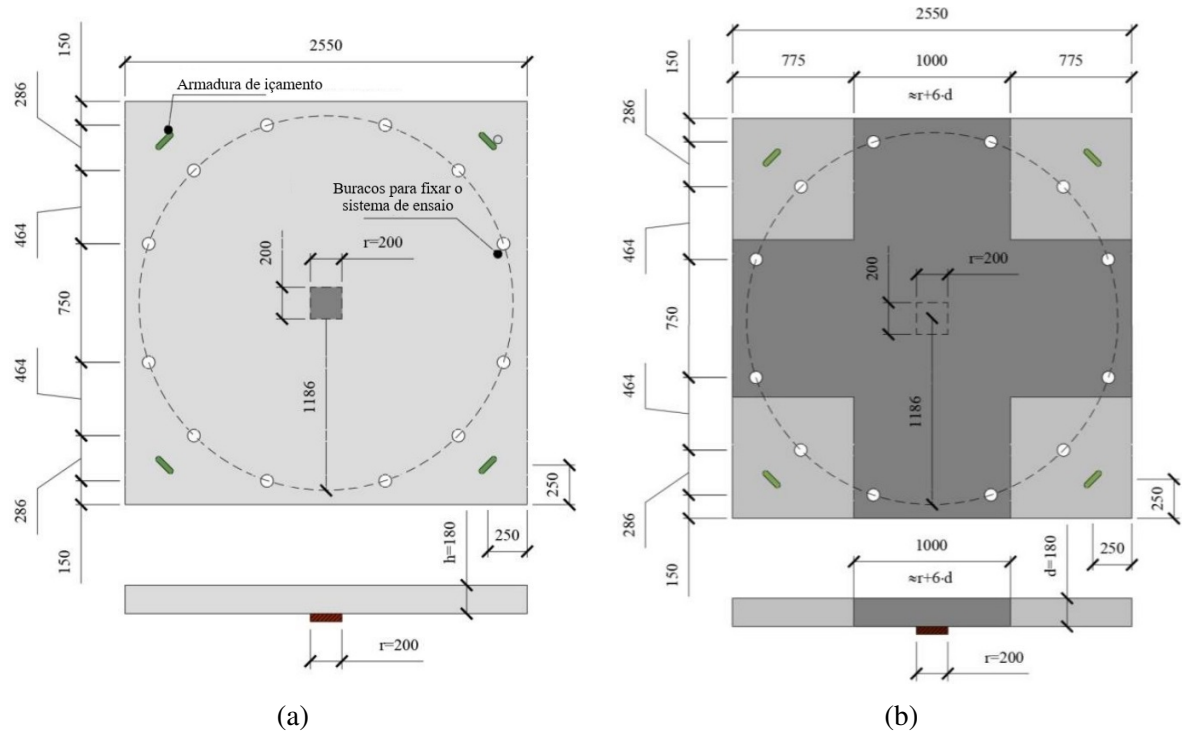
Nesse aspecto, embora não utilize vazios, esse conjunto de dados foi escolhido para verificar se o modelo numérico e os modelos constitutivos abordados nesse estudo são capazes de apresentar boa aproximação para o caso da punção. Assim, foram utilizados os dados experimentais de duas lajes iguais, aqui nomeadas como Laje 1 e Laje 2, a fim de comparar com a modelagem numérica deste estudo.

Além disso, o emprego de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) busca melhorar a ductibilidade das estruturas, característica de especial interesse para rupturas frágeis, como a punção. Assim, enquanto no concreto armado o comportamento pós-fissuração é baseado na resistência à tração das barras de aço, no CRFA o arrancamento das fibras contribuem para a capacidade portante da peça fissurada. Sendo assim, as fibras podem proporcionar maior ductilidade, capacidade de absorção de energia, tenacidade e resistência, levando a cargas de ruptura maiores (MORAES NETO, 2013).

6.1.1 Características das lajes e condições de ensaio

As lajes ensaiadas eram quadradas e apresentavam espessura igual a 18 cm e comprimento igual a 255 cm, como pode ser verificado na Figura 6.1a. Na região central, junto à superfície inferior, foi utilizada uma placa quadrada com 20 cm de comprimento a fim de simular um pilar central. Além disso, como ilustrado na Figura 6.1b, uma região no formato cruz foi reforçada com armaduras, posicionadas junto às faces inferior e superior.

Nesse aspecto, a Figura 6.2a apresenta as características das armaduras empregadas na superfície superior da laje. Para esse caso, foram empregadas 11 barras com bitola de 12 mm e espaçamento de 10 cm para cada direção. Já para a armadura inferior, ilustrada na Figura 6.2b, foram empregadas 11 barras com 8 mm de diâmetro, também espaçadas a cada 10 cm. Além disso, a Figura 6.2c apresenta um corte da seção, em que é possível identificar a posição vertical das armaduras supracitadas. Vale mencionar, ainda, que foram utilizadas armaduras complementares, como os ganchos de içamento e espaçadores verticais.



Para a verificação do comportamento experimental, as lajes foram ensaiadas a partir do sistema apresentado na Figura 6.3, que consiste na fixação da laje em vários pontos equidistantes do pilar, de forma radial, junto à face superior. Com a laje fixa nesses pontos, um atuador hidráulico aplica o carregamento junto à superfície inferior da laje, de baixo para cima, simulando um caso de punção. Além disso, outros elementos são empregados para suportar o peso próprio da laje, como os tubos e perfis de aço.

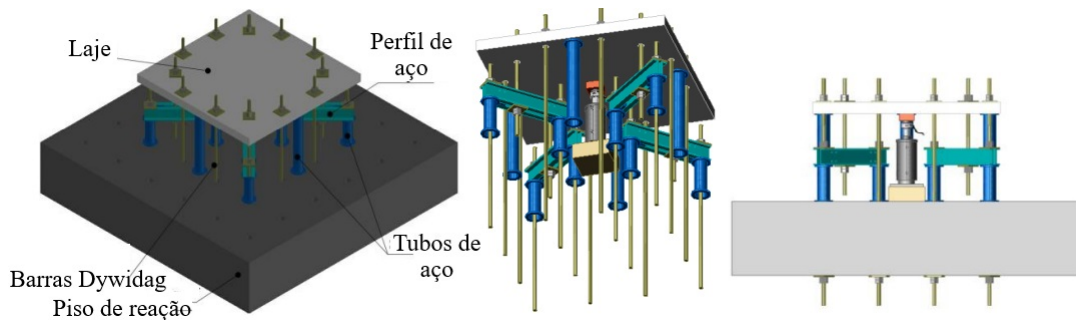


Figura 6.3 – Sistema de ensaio (fonte: FIB (2023))

Nesse ensaio experimental, além da carga de ruptura, outras informações foram coletadas como os deslocamentos em 4 pontos distintos da laje, como apresentado na Figura 6.4. O ponto 4 estava posicionado em uma região próxima aos apoios, já o ponto 1 buscava determinar o deslocamento máximo da laje, na posição central. Além disso, em uma região da laje, destacada na Figura 6.4, foram realizadas medições de abertura das fissuras por *Digital Image Correlation (DIC)*, a partir da filmagem da superfície superior da laje durante o ensaio.

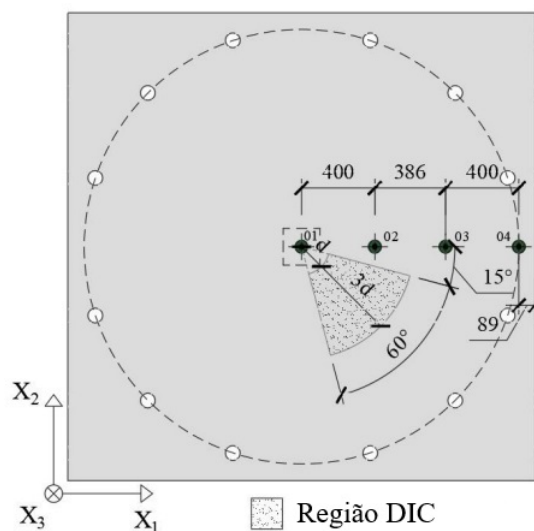


Figura 6.4 – Pontos de leitura dos deslocamentos e abertura de fissuras (fonte: FIB (2023))

Outrossim, foram realizadas medições de deformações nas armaduras posicionadas na região

superior, em regiões próximas ao pilar, como apresentado na Figura 6.5a. Quanto às deformações do concreto, medidas próximas ao pilar junto à face inferior, é possível verificar a posição exata dos extensômetros na Figura 6.5b. Assim, os resultados apresentados são valores médios entre os 3 pontos de leitura, tanto para as deformações no concreto quanto da armadura.

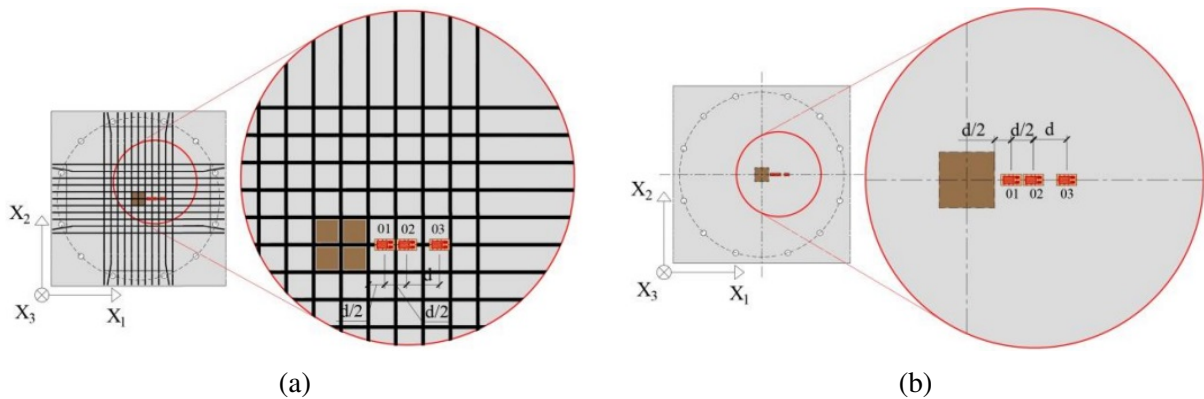


Figura 6.5 – Pontos de leitura das deformações (a) na armadura e (b) no concreto (fonte: FIB (2023))

Quanto às propriedades dos materiais, apresentadas na Tabela 6.1, foram fornecidos dados experimentais de resistência à compressão e tração do concreto aos 22 dias, bem como módulo de elasticidade e tensão de escoamento para a armadura inferior e superior. Além disso, também são apresentadas informações relativas ao volume, comprimento e diâmetro das fibras, informações necessárias para considerar o CRFA na modelagem. Vale mencionar, ainda, que foram empregadas fibras ancoradas, do modelo HE++90/60.

Tabela 6.1 – Dados experimentais do concreto, da armadura e das fibras (fonte: Autor)

Parâmetro	Valor adotado
Resistência à compressão do concreto aos 22 dias (kN/cm ²)	5,015
Resistência à tração do concreto aos 22 dias (kN/cm ²)	0,449
Densidade do concreto (kg/m ³)	2352
Tensão de escoamento da armadura superior (kN/cm ²)	61,9
Módulo de elasticidade da armadura superior (kN/cm ²)	22825
Tensão de escoamento da armadura inferior (kN/cm ²)	59,72
Módulo de elasticidade da armadura inferior (kN/cm ²)	23783
Volume de fibras (V _f) (%)	0,76
Comprimento das fibras (l _f) (cm)	6
Diâmetro das fibras (d _f) (cm)	0,09

Nessa perspectiva, para levar em consideração o aumento da resistência do concreto ao longo do tempo, foram empregadas as formulações do CEB-FIP Model Code 1990 (1993), sendo que a resistência à compressão na data do ensaio (100 dias) foi considerada como 5,653 kN/cm². Já em relação à tração, além da consideração do aumento de resistência ao longo do tempo, foi necessário multiplicar o dado experimental por um fator redutor de 0,7. Essa medida foi tomada pois o valor experimental se referia a um ensaio de tração na flexão, enquanto que, na USERMAT, o dado utilizado na modelagem se refere à tração simples.

6.1.2 Implementação computacional

Para a implementação computacional, foi necessário considerar a presença de concreto reforçado com fibras de aço tracionado no modelo constitutivo, no interior da USERMAT. Em relação a esse material, é sabido que seu comportamento pode ser adequadamente modelado no caso de fissuras distribuídas modificando apenas o *tension stiffening*, ou seja, o ramo descendente na curva de tração do concreto.

Nessa perspectiva, foi adotada a Equação 6.1, proposta por Voo e Fooster (2003), e validada no estudo de Titello (2020). De acordo com essa expressão, o *tension stiffening*, representado pela tensão no CRFA (σ_{cf}), pode ser adequadamente modelado a partir de um amolecimento da matriz de concreto (σ_{ct}), apresentado na Equação 6.2, somado a uma curva com amolecimento e endurecimento para as fibras (σ_f), como indicado na Equação 6.3.

$$\sigma_{cf} = \sigma_{ct} + \sigma_f \quad (6.1)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \cdot e^{-c \cdot w_{cr}} \quad (6.2)$$

$$\sigma_f = \frac{V_f \cdot l_f \cdot \tau_b}{d_f} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{3,5 \cdot w_{cr}}{d_f} \right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w_{cr}}{l_f} \right)^2 \quad (6.3)$$

Sendo:

c : amolecimento da matriz de concreto (150/cm);

w_{cr} : abertura da fissura;

V_f : volume das fibras;

l_f : comprimento das fibras;

d_f : diâmetro das fibras;

τ_b : tensão cisalhante última de arrancamento das fibras, estimada por Voo e Foster (2003) como $2,5 \cdot f_{ctm}$ para fibras ancoradas e $1,2 \cdot f_{ctm}$ para fibras retas.

Nesse contexto, é válido apontar que w_{cr} não pode ser diretamente empregado no caso das fissuras distribuídas, já que nesse modelo não há uma abertura física entre os elementos da malha. Assim, foi adotada a expressão do *fib* Model Code 2010 (2013), apresentada na Equação 6.4, em que ε é a deformação normal à fissura e l_c é a distância média entre fissuras.

$$w_{cr} = \varepsilon \cdot l_c \quad (6.4)$$

Dessa maneira, a equação pode ser facilmente calculada, já que a maior parte dos parâmetros são conhecidos, tornando a Equação 6.1 dependente apenas de ε , que é calculada na USERMAT para cada incremento de carga, em cada ponto de integração, para cada elemento. Assim, é válido apontar que a modelagem do ramo descendente no diagrama de tração foi realizada descontando a deformação correspondente ao valor de f_{ctm} , que equivale ao (ε_0) , definido na Equação 6.5.

$$\varepsilon_0 = f_{ctm}/E \quad (6.5)$$

A partir disso, a curva apresentada na Figura 6.6a foi criada, utilizando como estimativa uma distância entre fissuras igual a 10 cm, conforme observado na literatura (MORAES NETO, 2013). Para essa curva é possível verificar a contribuição da matriz de concreto e das fibras separadamente e, também, a curva resultante da soma entre os dois materiais. Fica claro, portanto, que o início do ramo descendente é governado majoritariamente pela matriz, enquanto que as fibras controlam a resistência residual. Para fins de comparação, a Figura 6.6b ilustra o *tension stiffening* do concreto armado convencional, como apresentado no subseção 4.1.2.

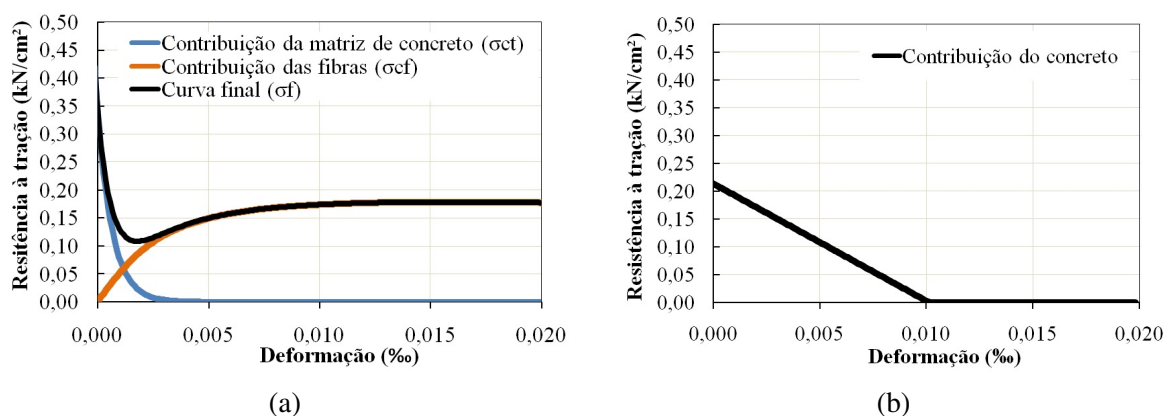


Figura 6.6 – Modelagem do *tension stiffening* para concreto (a) com fibras pela formulação de Voo e Foster (2003) e (b) sem fibras pela formulação de Cervera et al. (1988) (fonte: Autor)

Nessa perspectiva, é válido apontar que as fibras empregadas nesses modelos apresentam pequena tração residual quando comparadas a outras aplicações. No estudo de Titello (2020), por exemplo, o autor verificou que volumes de fibras próximos a 2% geram uma contribuição das fibras próxima à resistência à tração média do concreto (f_{ctm}), impactando significativamente no comportamento final de vigas, por exemplo.

Para ilustrar o impacto das fibras sobre os resultados finais, foram testados modelos utilizando como *tension stiffening* a curva de Cervera et al. (1988) e Voo e Fooster (2003), separadamente. Para ambos casos, a carga de início da fissuração se mantém próxima ao dado experimental, como pode ser verificado na Figura 6.7. Vale mencionar, também, que o emprego das fibras não altera esse comportamento, bem como observado no estudo de Musse et al. (2018). Após a fissuração, as curvas apresentam comportamento semelhante até 440 kN, aproximadamente, sendo que os modelos numéricos apresentaram maior rigidez que o dado experimental.

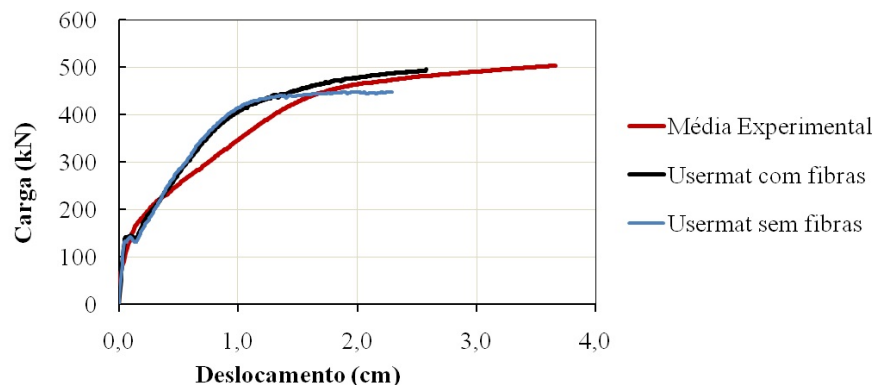


Figura 6.7 – Impacto sobre o comportamento da estrutura ao considerar as fibras (fonte: Autor)

Após 440 kN, o concreto sem fibras se manteve quase constante, atingindo a carga máxima de 447 kN. Por outro lado, ao empregar as fibras, após 440 kN, a curva se manteve crescente com inclinação próxima à inclinação final da curva experimental. Dessa maneira, o concreto com fibras atingiu uma carga máxima de 495 kN, cerca de 11% superior ao concreto sem fibras. Vale mencionar que em ambos casos o deslocamento máximo obtido foi menor que o experimental, pois no *software* o equilíbrio entre forças externas e internas não foi mais alcançado e o programa encerrou a solução.

Além disso, em relação às propriedades dos materiais foram considerados os dados experimentais, quando disponíveis, e realizadas estimativas para os demais parâmetros. Em relação à umidade e temperatura ambientes, foram empregados valores iguais a 70% e 19°C, respectivamente. Já para idade de cura, considerou-se 7 dias e para o módulo de elasticidade do concreto, foram consideradas as formulações apresentadas no CEB-FIP Model Code 1990 (1993).

Na implementação da geometria, foi considerada a simetria da laje, o que tornou possível a modelagem de apenas 1/4 da estrutura, como indicado na Figura 6.8. Esse medida diminuiu significativamente o tempo de processamento das lajes, tornando as análises mais rápidas e eficientes. Dessa maneira, as condições de contorno levam em consideração a restrição de deslocamentos nas faces de simetria, bem como a imposição de deslocamento nulo no nó central de cada uma das placas de apoio.

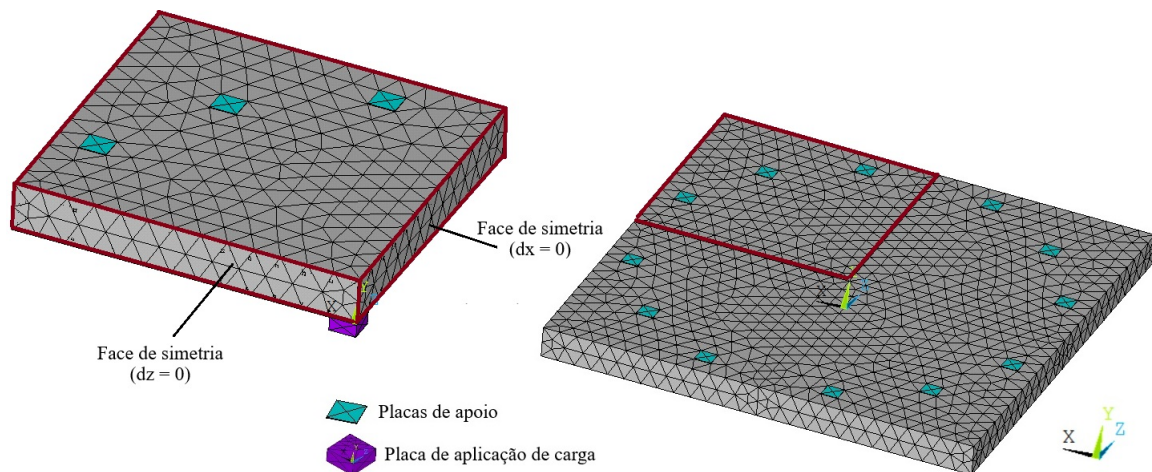


Figura 6.8 – Modelagem de 1/4 da laje (fonte: Autor)

Nesse contexto, os volumes de concreto foram modelados com o comportamento à tração do CRFA e demais propriedades do modelo constitutivo empregado na USERMAT. Já as placas de apoio e aplicação de carga foram modeladas como materiais elásticos lineares, de alta rigidez e as armaduras como materiais elasto-plásticos. Na modelagem do reforço, não foram inseridas as armaduras construtivas de içamento ou espaçamento, já que as mesmas não exercem influência significativa para o caso analisado. Assim, a Figura 6.9a ilustra os elementos finitos modelados para a armadura superior e a Figura 6.9b para o reforço inferior.

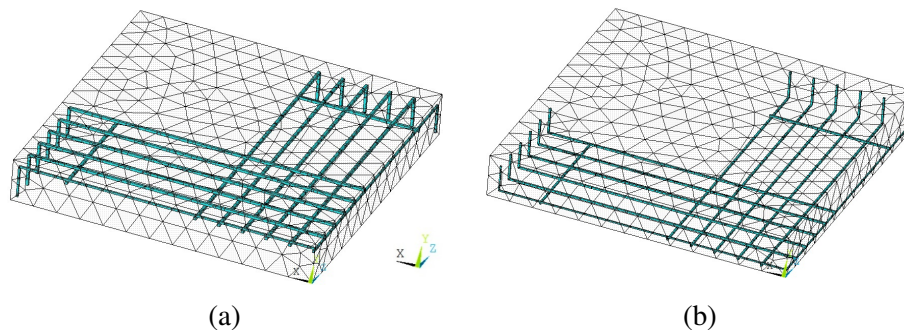


Figura 6.9 – Modelagem da armadura (a) superior e (b) inferior (fonte: Autor)

Além disso, quanto ao carregamento, foram consideradas 3 fases, como apresentado na Figura 6.10. A primeira etapa consistiu na passagem de tempo desde a fabricação do material até

um dia anterior à idade de ensaio, levando em conta o fenômeno de retração. Já no segundo caso foi considerada a aplicação de peso próprio, durante um dia, simulando a retirada das formas da estrutura. Por fim, para simular o ensaio foram aplicados incrementos de deslocamento durante um dia, até que a solução parasse de convergir.

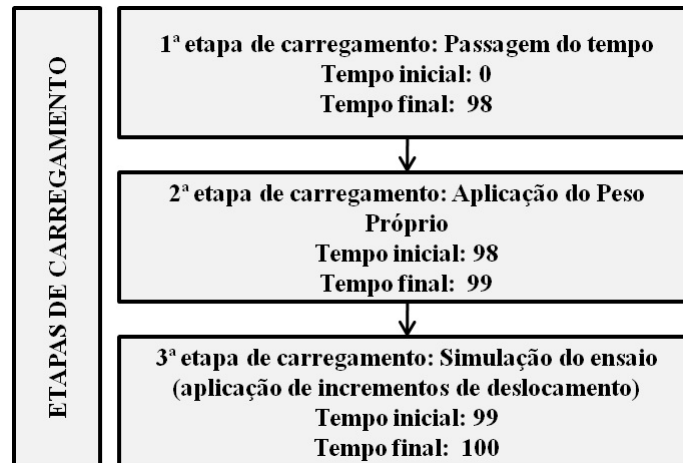


Figura 6.10 – Etapas de carregamento (fonte: Autor)

Para esse caso, foram verificadas diferentes malhas de elementos finitos, variando entre 10 a 15 cm, mas não foram encontradas alterações significativas na carga máxima atingida. Dessa maneira, foi adotada malha com elementos de dimensão máxima igual a 10 cm, que apresentou um comportamento suave nas linhas de tensão. Vale mencionar, ainda, que elementos menores não foram testados devido à largura da banda de fissuração e tamanho do agregado graúdo.

Por fim, em relação aos resultados, como essa modelagem empregou o modelo distribuído de fissuras, não foi possível determinar a abertura das mesmas diretamente. Para comparar com os resultados experimentais, foi utilizada a formulação apresentada no *fib* Model Code 2010 (2013), que leva em consideração o comprimento entre fissuras (l_{smax}), apresentado na Equação 6.6. Utilizando as informações experimentais, foi obtido $l_{smax} = 11,48cm$.

$$l_{smax} = k \cdot c + \frac{1}{4} \frac{f_{ctm}}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \quad (6.6)$$

Sendo:

k : parâmetro empírico que leva em consideração o cobrimento de concreto, adotado como 1;

c : cobrimento do concreto;

τ_{bms} : resistência média de aderência entre aço e concreto, obtido através de $\tau_{bms} = 1,8 \cdot f_{ctm}(t)$;

ϕ_s : bitola da armadura de tração;

$\rho_{s,ef}$: razão entre a área da seção e a área efetiva submetida à tração.

Dessa forma, foi possível determinar a abertura das fissuras a partir da Equação 6.7. Nesse caso, as deformações médias da armadura (ϵ_{sm}) foram coletadas no *software* para cada incremento de carga, no elemento de reforço, contido na região *DIC*, que apresentou as maiores deformações. Já para as deformações no concreto (ϵ_{cm}), foi adotado o valor constante e igual a ϵ_0 , definido na Equação 6.5. Por fim, as deformações por retração (ϵ_{cs}) não foram consideradas no cálculo, pois a ordem de grandeza não impactava nos resultados.

$$w_d = 2 \cdot l_{smax} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} - \epsilon_{cs}) \quad (6.7)$$

6.1.3 Comparação entre os resultados experimentais e numéricos

Após a simulação, os resultados foram comparados com os dados experimentais, a fim de verificar se o modelo apresentava comportamento aproximado em relação à carga de ruptura, deslocamentos, deformações e abertura das fissuras. Primeiramente, em relação aos deslocamentos e carga de ruptura, a Figura 6.11 indica que os dados experimentais são muito próximos para as duas lajes ensaiadas, tanto em relação à rigidez, carga da primeira fissura e carga de ruptura, para qualquer ponto de leitura. Em relação à modelagem numérica, foi obtida boa aproximação na carga de início da fissuração, que atingiu cerca de 180 kN, valor próximo ao experimental.

Além disso, foi verificado que a modelagem apresentou rigidez igual ao ensaio experimental até cerca de 50% da carga de ruptura, sendo que, após essa carga, foi verificado que a modelagem se manteve um pouco mais rígida. Já em relação ao final da curva, foi verificada uma inclinação próxima ao experimental, com um comportamento levemente crescente. Nesse aspecto, é possível verificar que em todos os pontos de leitura a análise numérica se mantém próxima ao comportamento experimental até o momento de parada no *software*.

Para as cargas de ruptura, a modelagem atingiu 495 kN, valor 2,5% inferior à carga de ruptura média das lajes ensaiadas, 508 kN. Por outro lado, ao analisar a Figura 6.11a também é possível verificar que os deslocamentos correspondentes à carga de ruptura foram significativamente maiores para os dados experimentais (3,8 cm) quando comparados ao alcançado na modelagem (2,6 cm). Vale mencionar, ainda, que a Figura 6.11d apresenta escala de deslocamentos diferentes dos demais, já que o ponto de leitura está fixado próximo aos apoios. Dessa maneira, assim como no ensaio experimental, foram obtidos pequenos deslocamentos nessa posição.

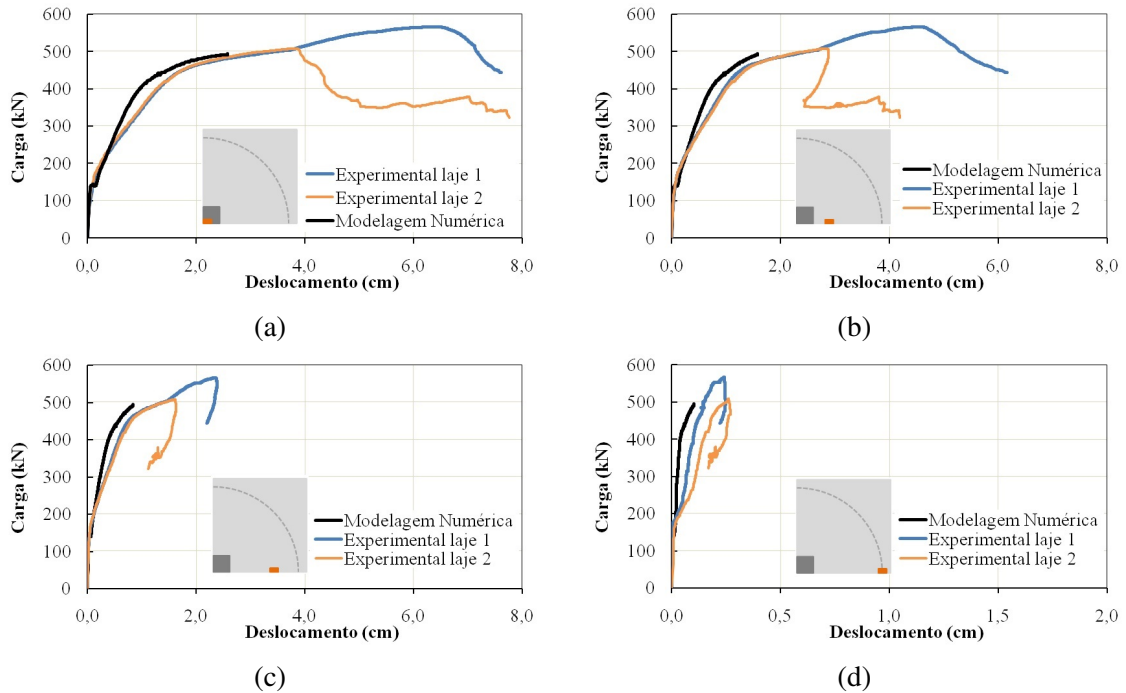


Figura 6.11 – Deslocamentos nos pontos de leitura (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 4 (fonte: Autor)

Ademais, a Figura 6.12a apresenta os dados experimentais e numéricos para a deformação na armadura superior, que representa uma média dos pontos de leitura apresentados na Figura 6.5a. Assim, é possível observar um comportamento numérico próximo ao experimental, especialmente em relação ao início das deformações plásticas. Nesse caso, ocorreram altas deformações para o aço, indicando que o mesmo ultrapassou a tensão de escoamento, como pode ser visualizado na Figura 6.12b, sendo que os elementos em vermelho são aqueles que plastificaram.

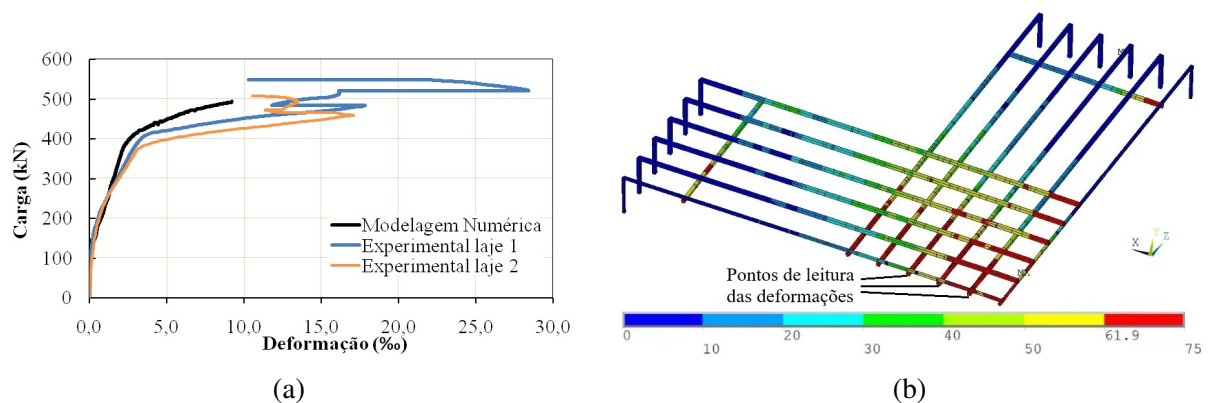


Figura 6.12 – (a) Deformações e (b) tensões (kN/cm²) na armadura superior (fonte: Autor)

Já para as deformações do concreto, foi verificado um comportamento típico de punção, isto é, a diminuição das deformações em níveis próximos à carga de ruptura (V_u), assim como discutido no estudo de Muttoni e Schwartz (1991). Vale apontar que o comportamento foi semelhante

até cerca de $0,5 \cdot V_u$, sendo que, após esse valor, as deformações numéricas na direção radial foram menores que as experimentais, como observado na Figura 6.13. Esse comportamento se manteve até cerca de $0,9 \cdot V_u$, momento no qual a modelagem voltou a se aproximar aos dados experimentais. Vale mencionar que, devido à discretização adotada na malha, não foi possível realizar a leitura no ponto exato do dado experimental, que foi apresentado na Figura 6.5b.

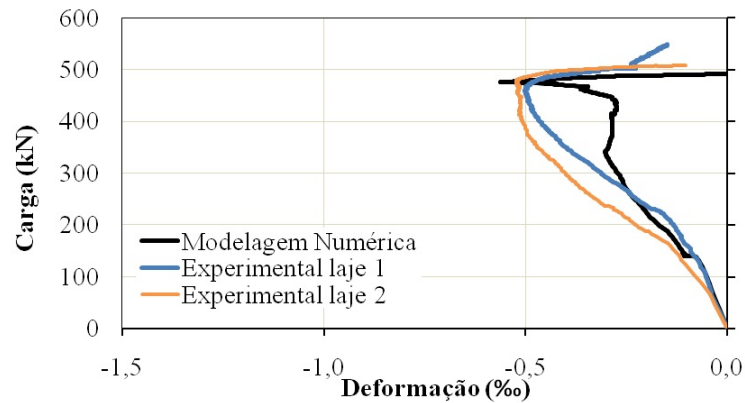


Figura 6.13 – Deformações do concreto (fonte: Autor)

Além disso, é possível verificar na Figura 6.14 o desenvolvimento das tensões de tração ao longo do ensaio, na superfície superior. Na Figura 6.14a são apresentadas as tensões no início do carregamento, em que é possível verificar o surgimento de uma zona tracionada próxima à aplicação de carga. Já a Figura 6.14b apresenta a configuração das tensões para o final do ensaio, momento no qual a maior parte da superfície superior encontra-se com valores de tração residual, devido à presença das fibras no *tension stiffening*.

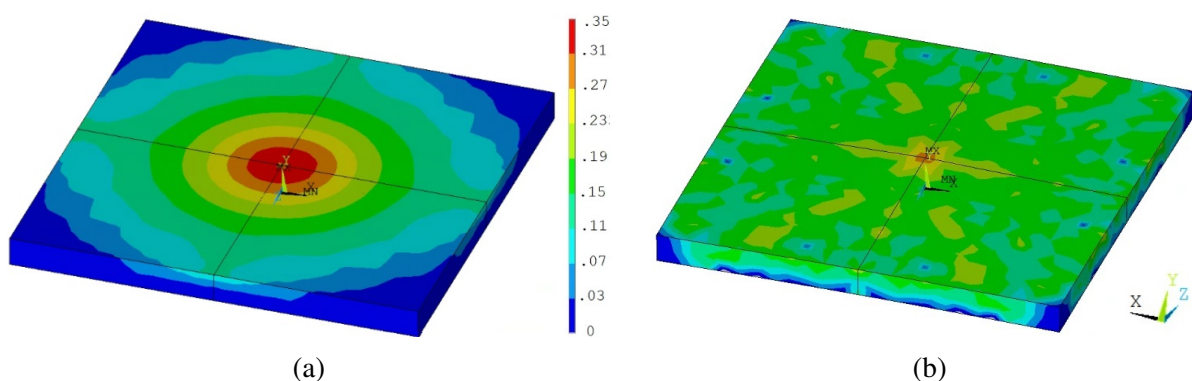


Figura 6.14 – Tensões de tração no (a) início e (b) final da simulação (kN/cm²) (fonte: Autor)

Por fim, em relação à abertura das fissuras, foi verificado qual elemento da armadura dentro da região DIC apresentou maiores deformações (considerando a soma entre a parcela elástica e plástica), como indicado na Figura 6.15. Dessa forma, a abertura foi calculada como elucidado na subseção 6.1.2. Como pode ser verificado na Figura 6.15b, a formulação do *fib* Model Code

2010 (2013) apresentou ótima aproximação, coincidindo com os dados experimentais até o ponto final da simulação.

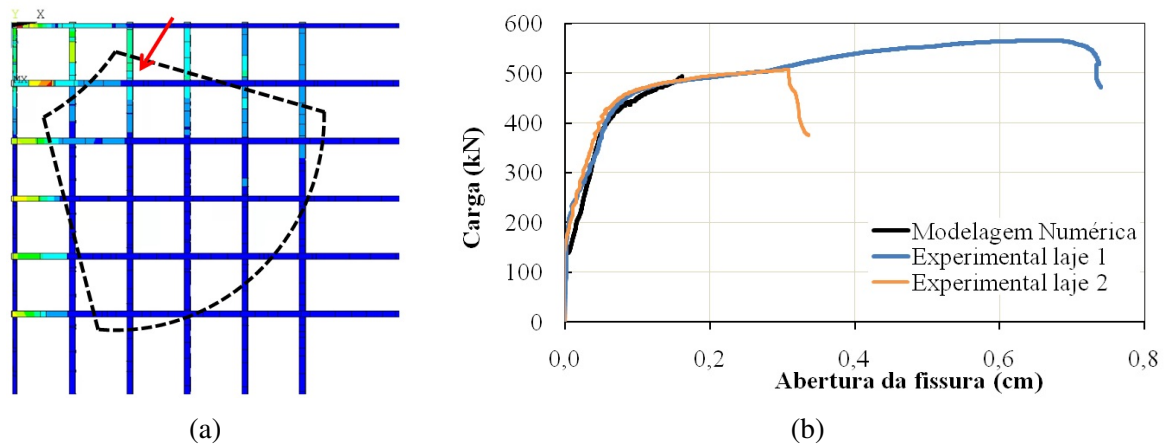


Figura 6.15 – (a) Região de leitura das deformações e (b) resultados para abertura das fissuras (fonte: Autor)

Portanto, foram verificadas boas aproximações para todos os dados observados, especialmente em relação às deformações nas armaduras, abertura de fissura e carga de ruptura, evidenciando que a alteração no *tension stiffening* foi adequada para a modelagem correta das fibras presentes no CRFA utilizado. Em relação aos deslocamentos, foi verificado um comportamento numérico mais rígido, com menores deslocamentos para o final do ensaio, mas, ainda assim, próximos à curva experimental.

6.2 LAJES DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

Como forma de verificar o comportamento de lajes lisas submetidas à punção, Lima (2015) ensaiou experimentalmente quatro lajes, sendo uma delas maciça e as demais com vazios esféricos. As lajes com vazios variaram quanto ao emprego de pré-laje pré-moldada e armadura de cisalhamento em uma direção. Nesse contexto, Ledo (2016) alterou a posição da armadura de cisalhamento e avaliou duas lajes com vazios esféricos e outras duas maciças verificando, também, a utilização de pré-laje.

Nicácio (2018), por sua vez, avaliou todos os resultados supracitados, adicionando mais um conjunto de 3 lajes, sendo duas com vazios esféricos e uma maciça. A principal diferença desse estudo foi o emprego de armadura de cisalhamento no formato tipo cruz para as lajes com vazios. Além disso, Ceballos (2017) avaliou um conjunto de 6 lajes, sendo uma maciça e cinco com vazios, que variaram quanto à utilização de *studs* e treliças nas nervuras.

Para a identificação das lajes serão utilizadas as mesmas nomenclaturas sugeridas pelos autores,

sendo que as séries de concretagem 1, 2 e 3 representam, respectivamente, as lajes de Lima (2015), Ledo (2016) e Nicácio (2018), já as séries 4 e 5 representam as lajes de Ceballos (2017). Ressalta-se que esses estudos utilizaram o mesmo procedimento de ensaio e que as lajes possuem várias semelhanças entre si, como dimensões, diâmetro dos vazios, posição das armaduras de flexão e das telas de fixação das esferas, tamanho do pilar, entre outras.

6.2.1 Características das lajes ensaiadas

Todas lajes ensaiadas experimentalmente eram quadradas com comprimento igual a 250 cm e espessura igual a 28 cm, como apresentado na Figura 6.16a. Um pilar central de seção circular com 30 cm de diâmetro foi concretado, com o objetivo de verificar a punção na conexão laje-pilar. A altura da coluna pode ser verificada na Figura 6.16b, e um esquema 3D do modelo ensaiado é apresentado na Figura 6.16c.

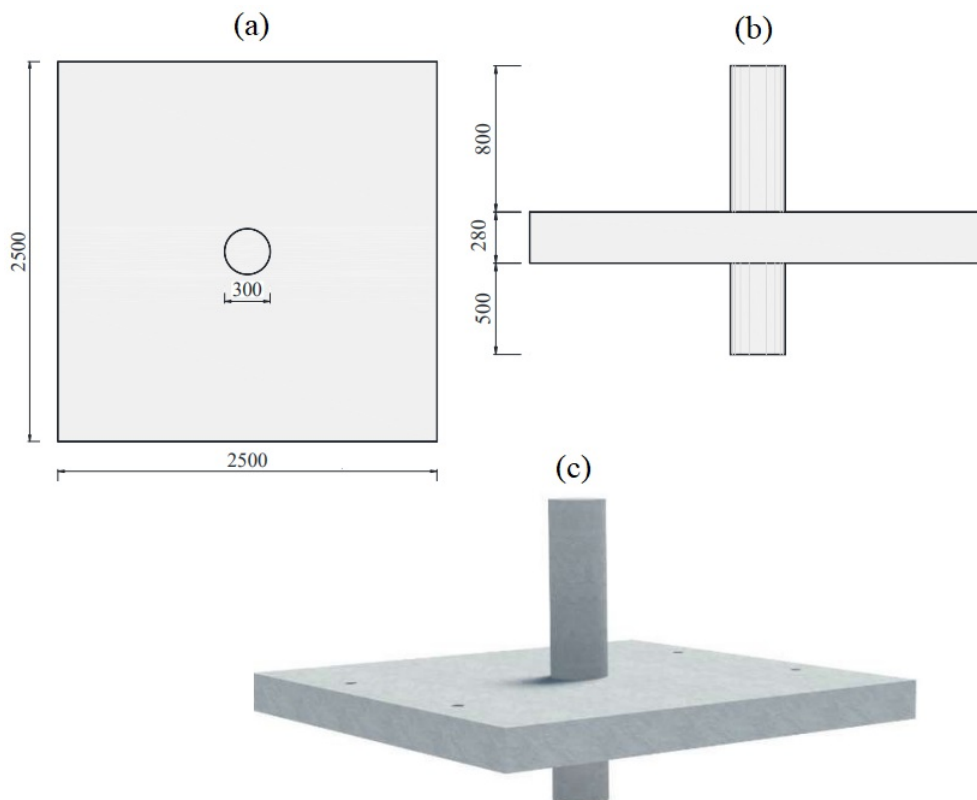


Figura 6.16 – Laje experimental: planta (a), corte (b) e esquema 3D (c) (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

Para todas as lajes foi empregada armadura de tração composta por barras de aço CA-50, espaçadas de forma intercalada a cada 10 cm e 15 cm, com bitola de 12,5 mm para as séries 1, 2 e 3, como apresentado na Figura 6.17, e 16 mm para as séries 4 e 5. Essa armadura foi disposta próxima à superfície superior da laje, que estava submetida a esforços de tração durante o ensaio. Quanto ao cobrimento de concreto, foi adotado valor igual a 2,5 cm. Além disso, para a ancoragem dessas armaduras foram acrescentadas barras dobradas de formato U em todas

as laterais da laje, com a mesma bitola da armadura de flexão, como pode ser verificado na Figura 6.18a para um caso sem pré-laje e Figura 6.18b para um caso com pré-laje.

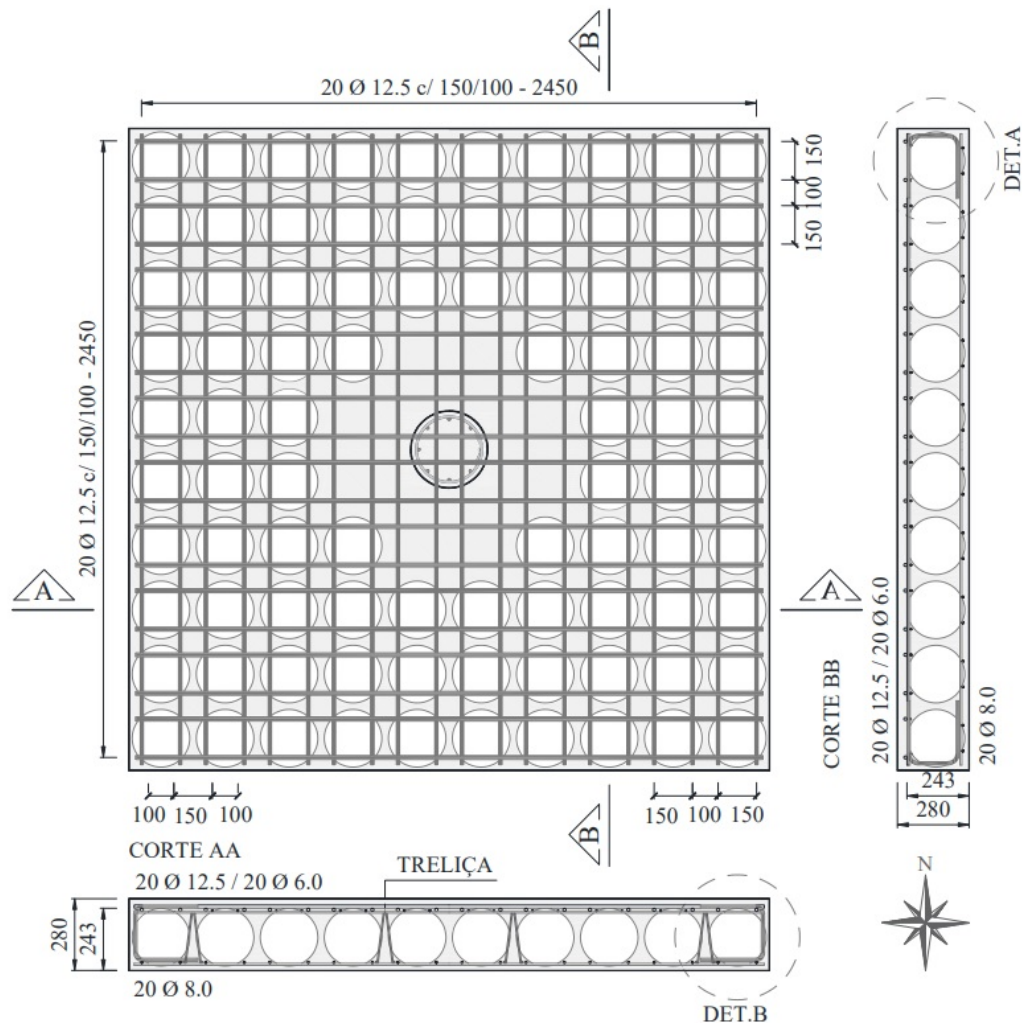


Figura 6.17 – Armadura de flexão das lajes experimentais (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

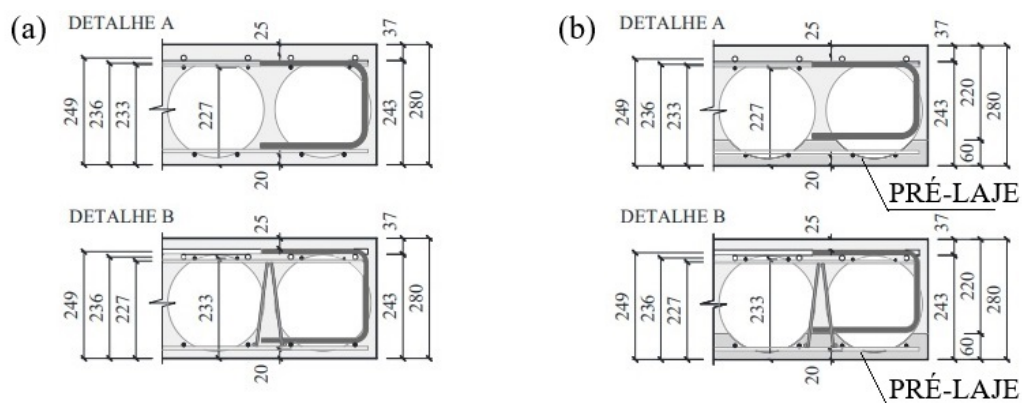


Figura 6.18 – Detalhe das armaduras sem pré-laje (a) e com pré-laje (b) (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

Nas lajes com vazios, foram utilizados moldes esféricos de PEAD de 22,5 cm de diâmetro e espessura entre 0,3 e 0,4 cm. O espaçamento adotado entre as esferas foi de 2,5 cm para as duas direções e o número de esferas varia para cada laje, conforme a presença, a posição e o formato da armadura de cisalhamento. Quanto ao posicionamento vertical, cabe mencionar que o centro das esferas não coincide com o plano médio da laje, sendo a espessura de concreto abaixo das esferas igual a 1,8 cm e acima das mesmas igual a 3,7 cm, para as séries 1, 2 e 3. Já para as séries 4 e 5, foi adotada uma espessura de concreto abaixo da esfera igual a 1,4 cm e espessura superior igual a 4,1 cm.

Além das esferas, o sistema de lajes lisas com vazios esféricos conta com armaduras específicas como as barras de ligação entre as placas da pré-laje, as telas de fixação e as treliças de içamento, como pode ser verificado na Figura 6.19, para um exemplo com pré-laje. Em relação às telas, que têm por objetivo garantir que as esferas não se movimentem durante a concretagem, foi empregado aço CA-60 e espaçamento intercalado de 10 cm e 15 cm. Para a tela inferior foi adotado diâmetro igual a 8 mm com 2 mm de cobertura de concreto, já para a tela superior foi adotado diâmetro igual a 6 mm .

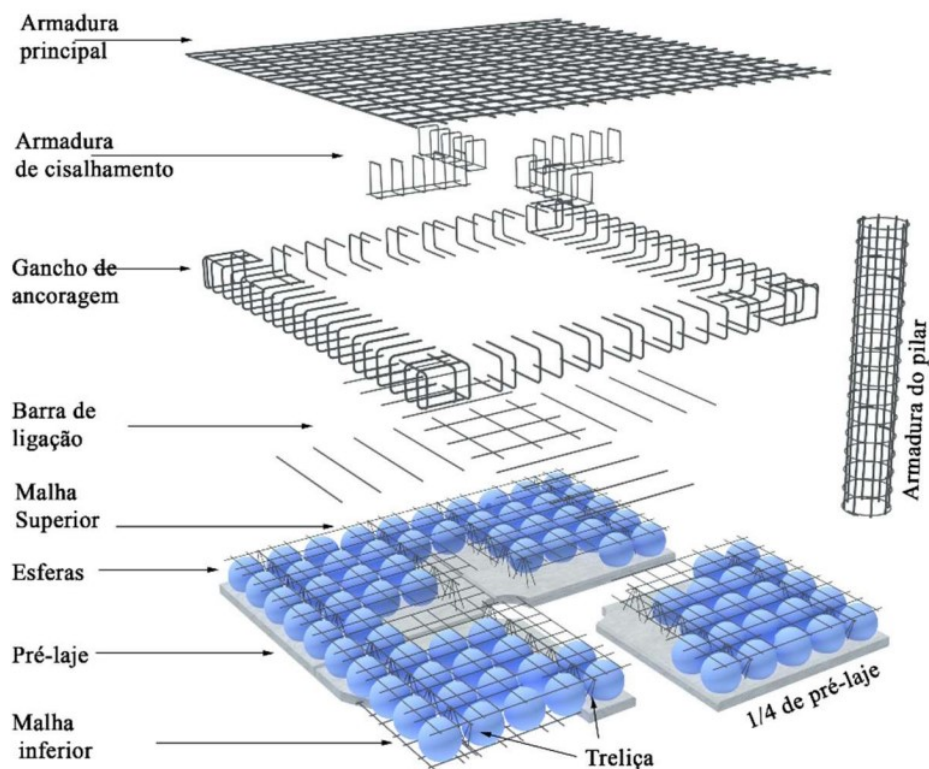


Figura 6.19 – Armaduras das lajes experimentais (fonte: Nicácio (2018))

Quanto às séries 1, 2 e 3, foram adotadas treliças para garantir o correto espaçamento entre as telas e permitir o içamento das peças. Para isso foi empregado o modelo comercial TG20L, com barras de 4,2 mm nas diagonais, 5 mm nos banzos inferiores e 7,1 mm no banzo superior. Nessas séries, para cada laje com vazios foram inseridas 4 treliças dispostas em uma direção.

Outrossim, para todas as séries, a armadura longitudinal do pilar foi confeccionada com 8 barras de aço CA-50, com 12,5 mm de diâmetro. Além disso, na armadura transversal foram empregados 19 estribos circulares de 8 mm de diâmetro, espaçados a cada 8 cm ou 10 cm.

Além disso, em relação à pré-laje, existente nas séries 1, 2 e 3, foram confeccionadas 4 placas simétricas com altura de 6 cm, como pode ser observado na Figura 6.20a. Nesses casos, as pré-lajes foram concretadas previamente, já contendo as esferas e as telas de fixação e, ao receberem o complemento de concreto, foram utilizadas barras de ligação entre as placas, para garantir a correta união das mesmas. As barras utilizadas apresentavam diâmetro de 10 mm, comprimento total de 75 cm e espaçamento de 25 cm, como pode ser visualizado na Figura 6.20b.

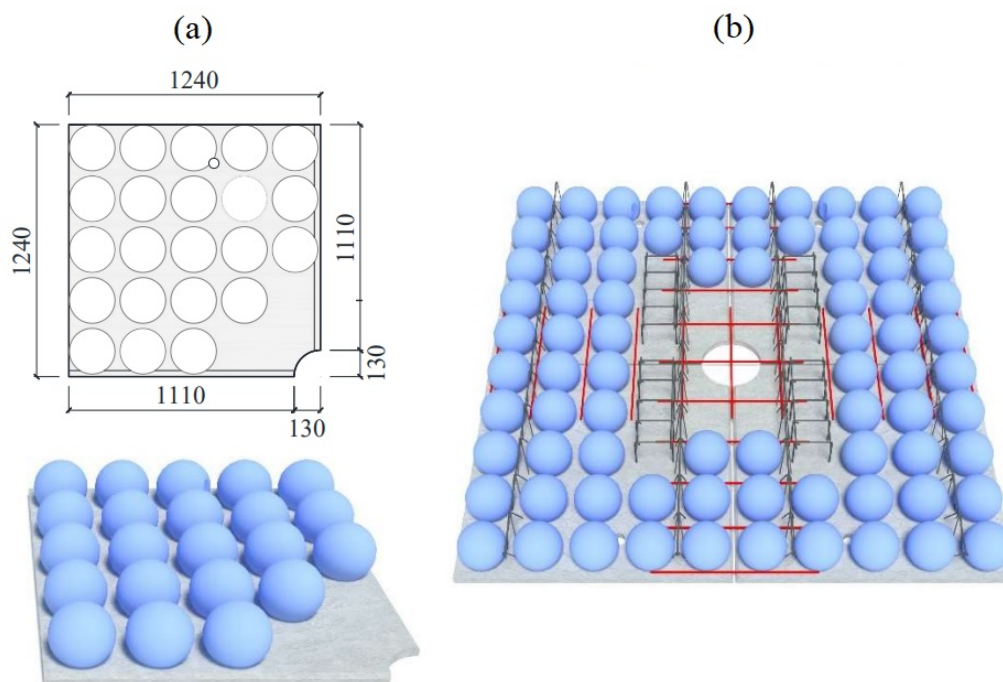


Figura 6.20 – Pré laje: dimensões (a) e barras de ligação (b) (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

A partir dessas características, na primeira série de concretagem foi moldada uma laje maciça de referência, denominada RSP28 e outras três lajes com vazios esféricos denominadas BD28-P1, BD28-P2 e BD28-P3, que podem ser visualizadas na Figura 6.21. A primeira laje com vazios se diferencia da laje referência apenas pela presença das esferas, já as lajes BD28-P2 e BD28-P3 utilizam pré-laje, sendo que a última também apresenta armadura de cisalhamento.

Nesse sentido, a Figura 6.22 apresenta as características da armadura de cisalhamento empregada para a laje BD28-P3. Foram utilizados estribos com bitola de 6,3 mm, do tipo fechado, dispostos em apenas uma direção. Vale mencionar, ainda, que essa armadura não estava ancorada na armadura de flexão ou nas telas de fixação.

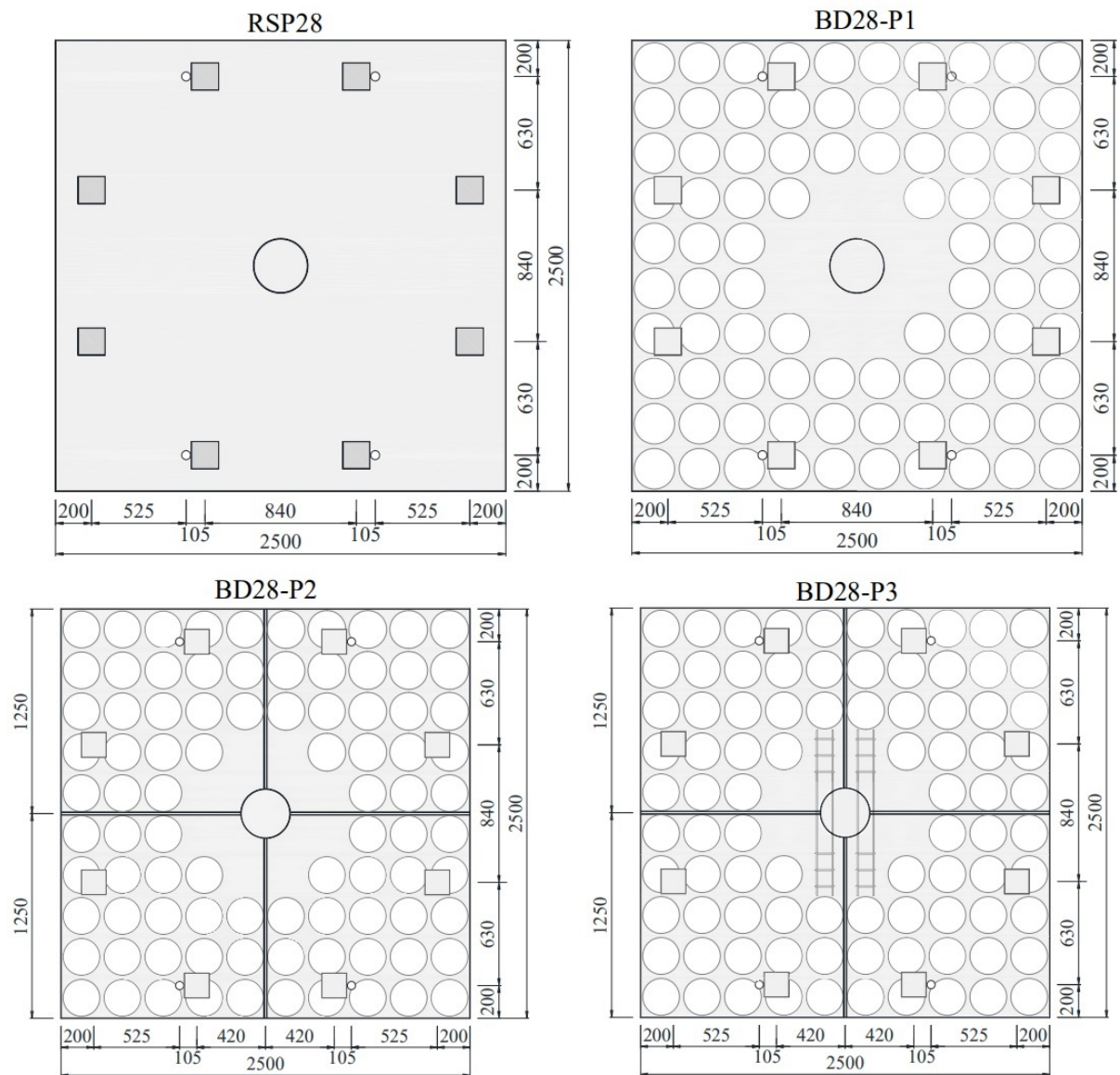


Figura 6.21 – Lajes da primeira série de concretagem (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

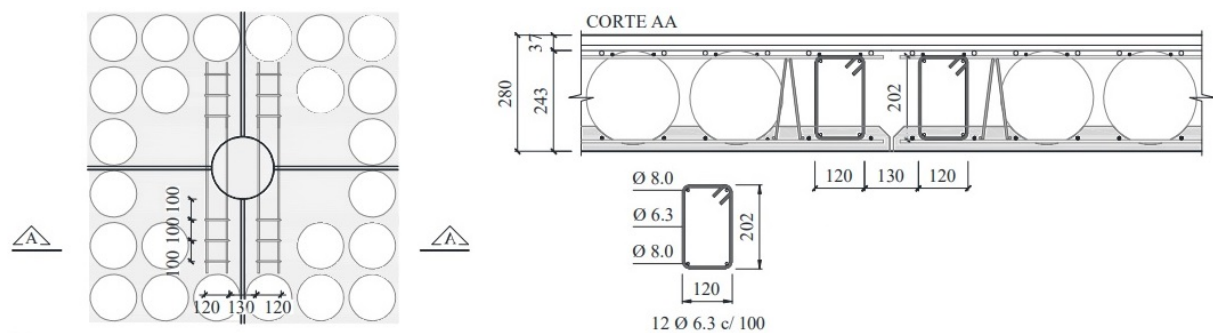


Figura 6.22 – Armadura de cisalhamento da laje BD28-P3 (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

Na segunda série de concretagem, foram concretadas duas lajes com vazios, em que foi empregada armadura de cisalhamento em uma direção, denominadas BD1 e BD2, sendo que a última se diferencia pela utilização de pré-laje. Nessa série, também foram moldadas duas lajes maciças com armadura de cisalhamento tipo cruz, denominadas por SS1 e SS2, sendo que a última apresenta como diferença o emprego de pré-laje pré-moldada. As lajes da segunda série são apresentadas na Figura 6.23.

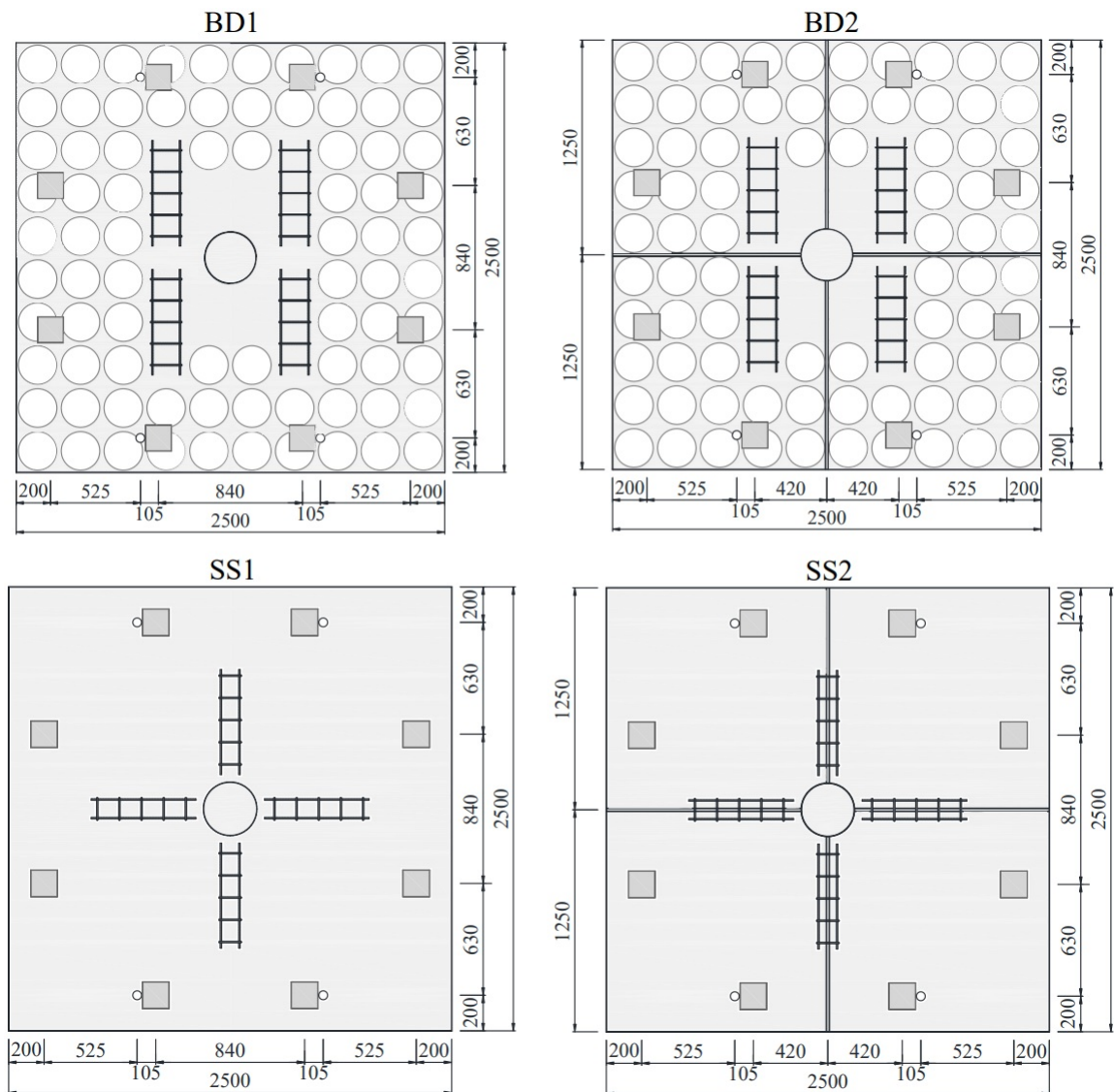


Figura 6.23 – Lajes da segunda série de concretagem (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

Nessa série foram adotados dois tipos de armadura de cisalhamento, ambos com estribos de 8 mm de diâmetro. Para as lajes com vazios, foram utilizados estribos fechados, unidirecionais, ligados por barras de 10 mm, sem ancoragem em outras armaduras (Figura 6.24). Já para as lajes maciças foi utilizada armadura tipo cruz e os estribos foram ancorados na armadura de flexão e na tela inferior (Figura 6.25). Quando foi utilizada pré-laje a ancoragem foi parcial, apenas na armadura superior.

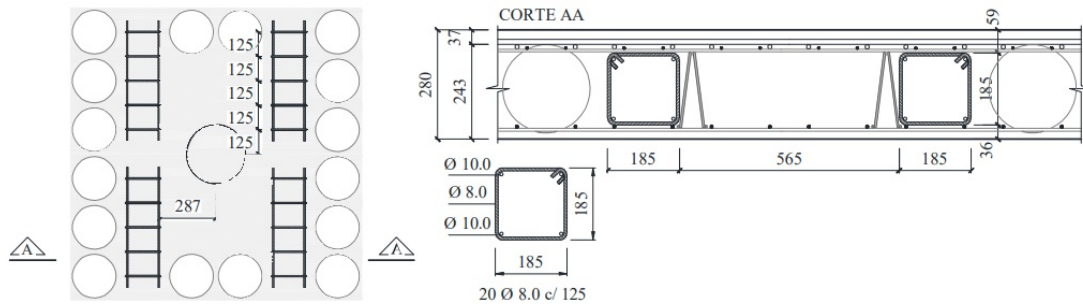


Figura 6.24 – Armadura de cisalhamento das lajes BD1 e BD2 (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

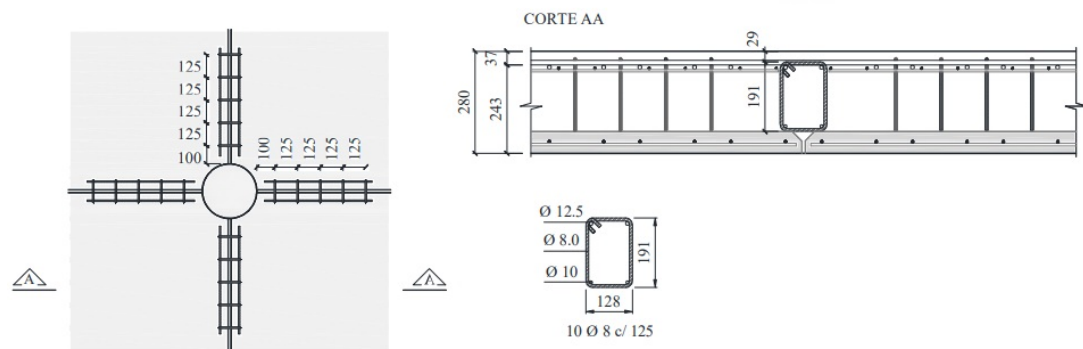


Figura 6.25 – Armadura de cisalhamento das lajes SS1, SS2, BD3 e BD4 (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

Ademais, a terceira série de concretagem é composta por uma laje maciça, denominada SS1-3, que apresenta a mesma configuração da laje SS1 da 2ª série. Foram moldadas, também, duas lajes com vazios, denominadas BD3 e BD4, em que foram empregadas armaduras de cisalhamento tipo cruz, detalhadas na Figura 6.25, sendo que a laje BD4 também apresenta pré-laje. Essas lajes podem ser visualizadas na Figura 6.26.

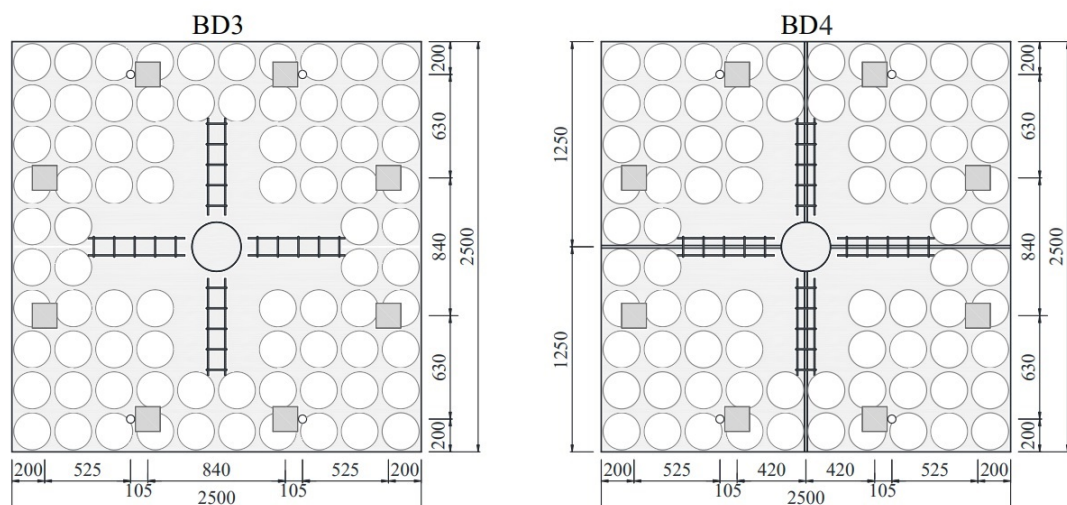


Figura 6.26 – Lajes da terceira série de concretagem (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

Já a quarta série de concretagem é composta por 4 lajes, sendo 1 maciça e 3 com vazios, como apresentado na Figura 6.27. A laje maciça é denominada como RSP-A01, e apresenta armadura de cisalhamento composta por duas camadas de *studs* em cada direção. Além disso, as lajes com vazios apresentam a mesma região maciça no entorno do pilar, mas se diferenciam pela presença de treliças nas nervuras com inclinação de 60° para a laje BD-A02 e 45° para as lajes BD-A03 e BD-A05. Além disso, as lajes BD-A02 e BD-A03 contam, também, com a presença de *studs*.

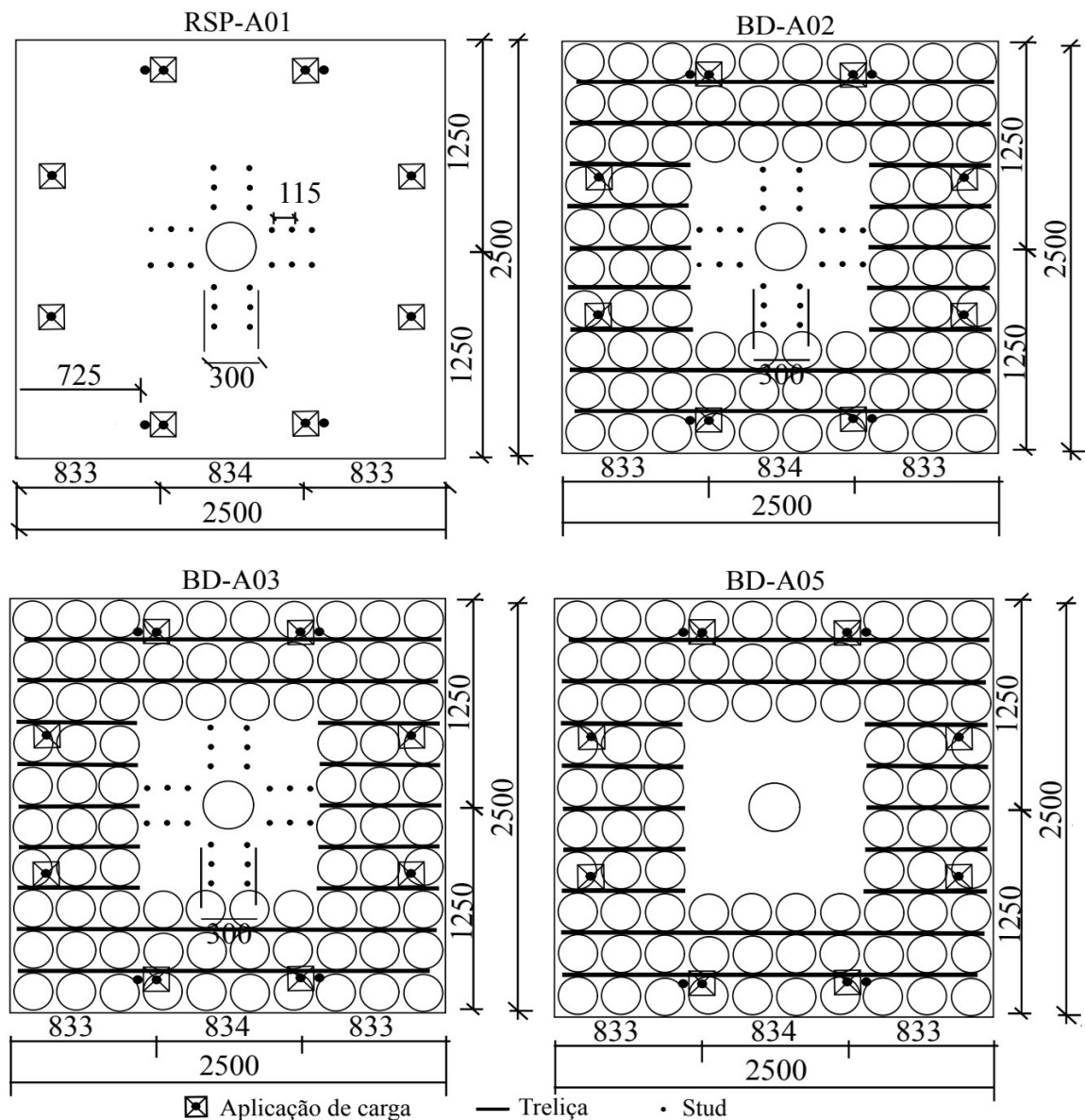


Figura 6.27 – Lajes da quarta série de concretagem (dimensões em mm)
(fonte: Ceballos (2017))

Por fim, a quinta série de concretagem é composta por duas lajes com vazios, sendo a primeira, denominada como BD-A01, uma laje referência com *studs*. Nesse modelo também foram empregadas 4 treliças de içamento, assim como nas séries 1, 2 e 3. Já o segundo modelo, BD-A04, utiliza treliças de 45° nas nervuras das esferas, atuando como armadura de cisalhamento. Os dois modelos são apresentados na Figura 6.28.

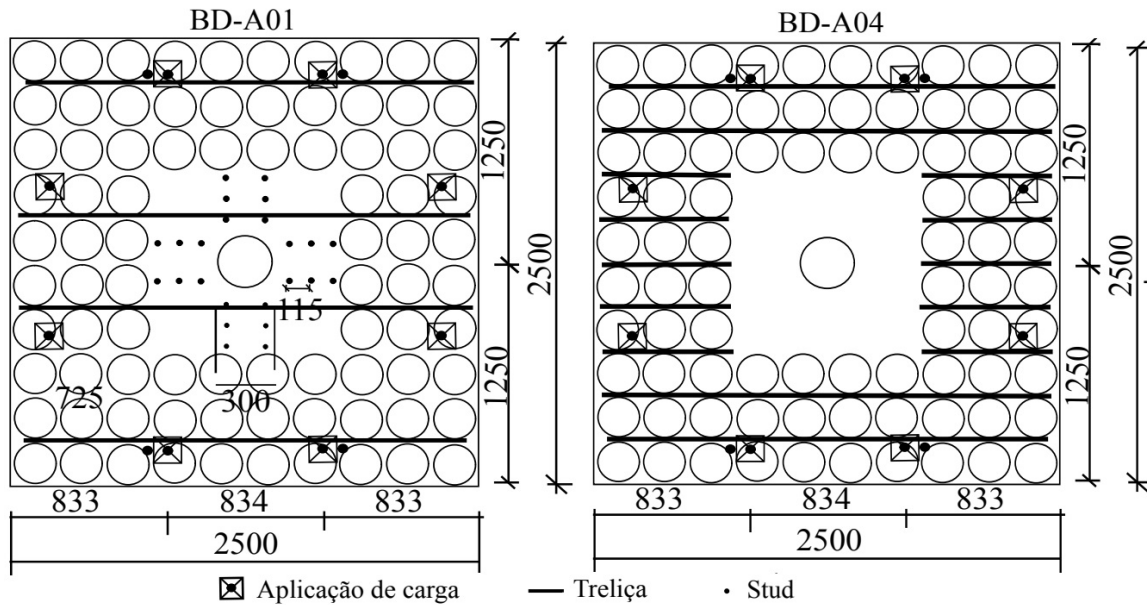


Figura 6.28 – Lajes da quinta série de concretagem (dimensões em mm)
(fonte: Ceballos (2017))

Além disso, as Figuras 6.29 e 6.30 apresentam maiores detalhes das armaduras de cisalhamento empregadas nas séries de concretagem 4 e 5. Para os *studs* foram utilizadas barras de aço CA-50 com bitola de 8 mm, posicionadas na região maciça próxima ao pilar, com duas camadas em cada direção. Quanto às treliças, foram empregados aços CA-50, com bitola de 6,3 mm, sendo que a altura foi fixada em 20 cm e o espaçamento entre as barras verticais variou de acordo com a inclinação das diagonais.

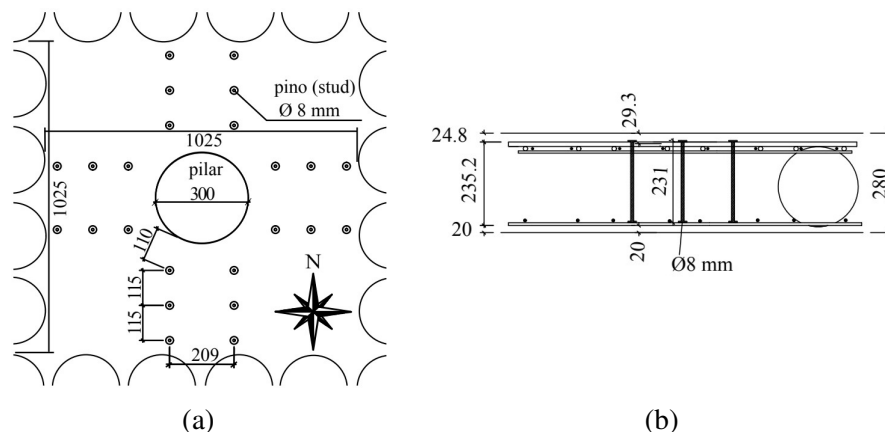


Figura 6.29 – *Studs* em (a) planta e (b) corte (mm) (Ceballos (2017))

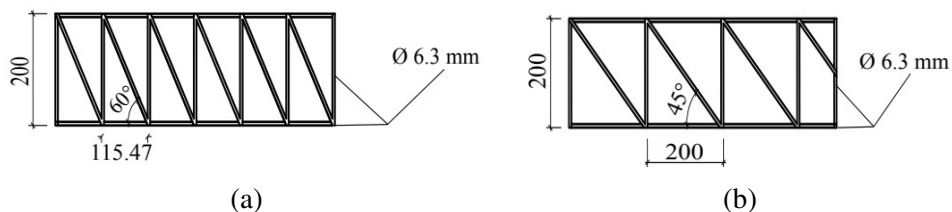


Figura 6.30 – Detalhamento das treliças com inclinação de (a) 60° e (b) 45° (dimensões em mm) (Ceballos (2017))

Dessa forma, todas as lajes ensaiadas por Nicácio (2018), Ledo (2016) e Lima (2015) estão apresentadas na Quadro 6.1. Como mencionado, nessas séries os principais parâmetros avaliados foram o emprego de pré-laje, tipo de armadura de cisalhamento e presença dos vazios esféricos. Já as lajes ensaiadas por Ceballos (2017) são apresentadas na Quadro 6.2, com a caracterização da armadura de cisalhamento utilizada. Nos dados desse autor, que compõe as séries 4 e 5, foi avaliada a utilização de diferentes armaduras de cisalhamento.

Quadro 6.1 – Descrição das lajes experimentais das séries 1, 2 e 3

Descrição				Cisalhamento		
Série	Laje	Tipo	Pré-Laje	Diâmetro	Distribuição	Ancoragem
1ª Série	RSP28	Maciça	Não	-	-	-
	BD28-P1	Com vazios	Não	-	-	-
	BD28-P2	Com vazios	Sim	-	-	-
	BD28-P3	Com vazios	Sim	6,3	Uma direção	Não
2ª Série	BD1	Com vazios	Não	8,0	Uma direção	Não
	BD2	Com vazios	Sim	8,0	Uma direção	Não
	SS1	Maciça	Não	8,0	Cruz (2 direções)	Total
	SS2	Maciça	Sim	8,0	Cruz (2 direções)	Parcial
3ª Série	BD3	Com vazios	Não	8,0	Cruz (2 direções)	Total
	BD4	Com vazios	Sim	8,0	Cruz (2 direções)	Parcial
	SS1-3	Maciça	Não	8,0	Cruz (2 direções)	Total

(fonte: Autor)

Quadro 6.2 – Descrição das lajes experimentais das séries 4 e 5

Descrição				Cisalhamento		
Série	Laje	Tipo	Pré-Laje	<i>Stud</i>	Treliça	Inclinação da treliça
4ª Série	RSP-A01	Maciça	Não	Sim	Não	-
	BD-A02	Com vazios	Não	Sim	Sim	60°
	BD-A03	Com vazios	Não	Sim	Sim	45°
	BD-A05	Com vazios	Não	Não	Sim	45°
5ª Série	BD-A01	Com vazios	Não	Sim	Não	-
	BD-A04	Com vazios	Não	Não	Sim	60°

(fonte: Autor)

6.2.2 Procedimentos de ensaio e leitura de dados

O ensaio realizado consiste em fixar as extremidades do pilar e aplicar cargas em oito pontos distintos através de atuadores hidráulicos, como apresentado na Figura 6.31a. Sob essa ótica, a carga é aplicada em cada viga metálica, redistribuída para duas placas de aço e, assim, aplicada sobre a laje. Na Figura 6.31b estão apresentadas as posições das placas de aplicação de carga.

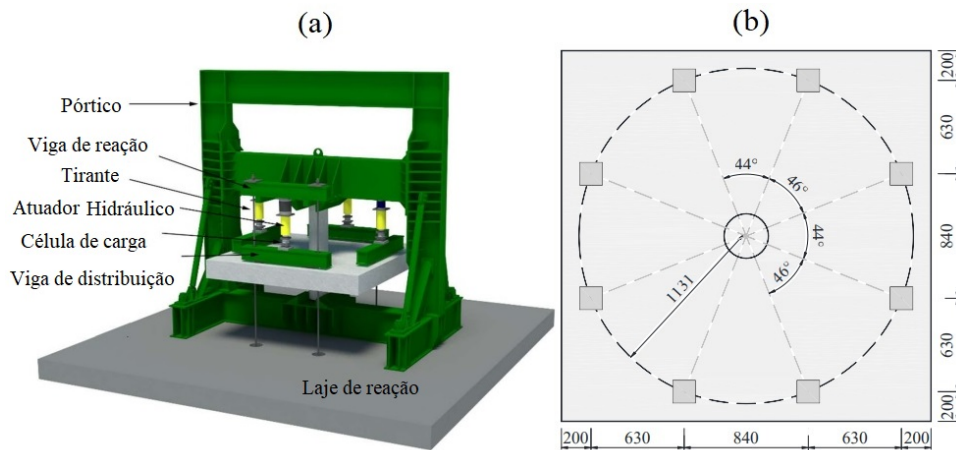


Figura 6.31 – Sistema de ensaio (a) e locais de aplicação de carga (b) (fonte: Nicácio (2018))

Já em relação às leituras dos resultados, a Figura 6.32a apresenta a posição dos 12 LVDT's utilizados, posicionados na face superior da laje. Vale mencionar que alguns pontos de leitura estão dispostos de forma equidistante do centro da laje, em posições de simetria, como é o caso dos LVDT's L1, L6, L7, L12, por exemplo. Quanto às deformações do concreto, a leitura foi realizada por extensômetros posicionados na face inferior da laje, próximos ao pilar, como apresentado na Figura 6.32. Além disso, a Figura 6.32c apresenta a posição dos extensômetros utilizados para determinar a deformação na armadura de flexão em cada série de concretagem.

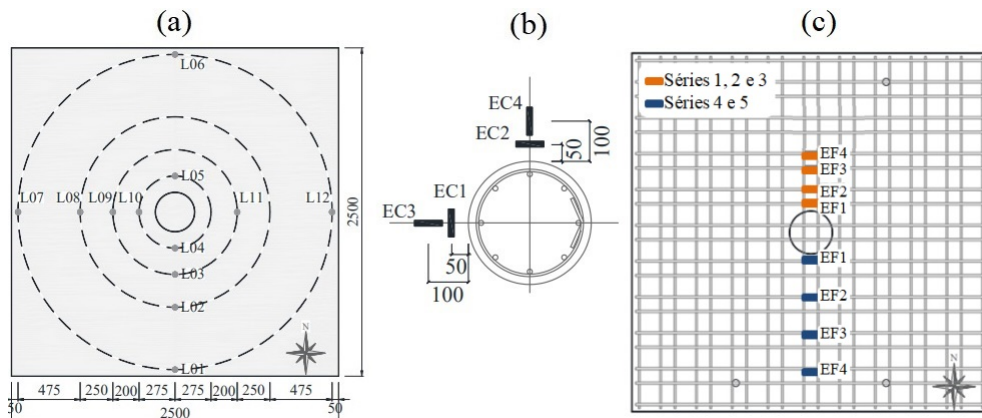


Figura 6.32 – Leituras dos deslocamentos (a), deformações do concreto (b) e da armadura de flexão (c) (dimensões em mm) (fonte: Nicácio (2018))

Para as armaduras de cisalhamento das séries 1, 2 e 3, as leituras foram realizadas em 6 pontos distintos, com posição que varia de acordo com o tipo de armadura adotada. Outrossim, para as séries 4 e 5, foram utilizados extensômetros para a leitura das deformações dos *studs* em duas camadas distintas. Quanto às treliças, foram coletados dados em vários pontos, tanto em regiões próximas quanto distantes do pilar.

6.2.3 Implementação computacional

As lajes mencionadas foram modeladas computacionalmente no ANSYS, através da inserção da geometria e da entrada de dados com as propriedades dos materiais. Para a geometria, foi considerada a simetria em relação ao centro do pilar, permitindo que apenas 1/4 das lajes fosse modelado, como apresentado na Figura 6.33. Essa medida não interfere na análise dos resultados e apresenta ganho computacional, com maior rapidez das análises. Vale mencionar, entretanto, que para algumas situações de carregamento assimétrico foi necessário modelar 1/2 da laje, como será melhor abordado posteriormente.

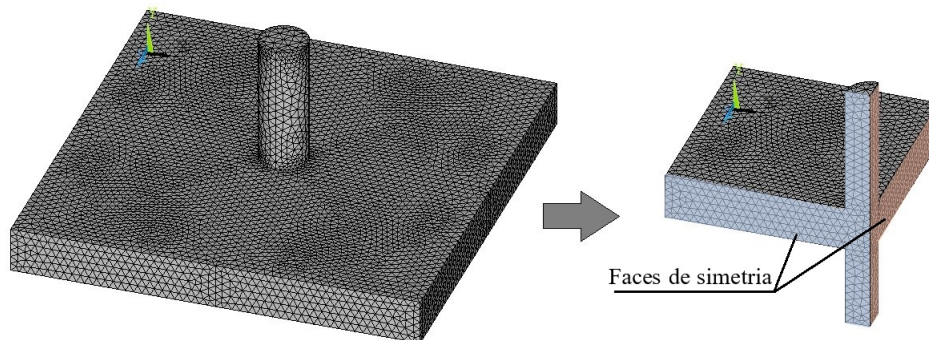


Figura 6.33 – Um quarto da laje (fonte: Autor)

O volume da laje foi criado e dele foram retirados os volumes esféricos, para a modelagem dos vazios, como apresentado detalhadamente no Apêndice B, para o caso das lajes BD28-P1 e BD28-P2. Para o pilar foram utilizados comandos de extrusão de volume, empregando o concreto com as mesmas características da laje. As placas de aplicação de carga e de apoio foram modeladas como materiais de alta rigidez, seguindo as posições e condições do procedimento de ensaio. Já para a pré-laje, o volume de concreto inicialmente criado foi dividido em dois, permitindo que cada novo volume fosse modelado com idades e propriedades distintas, como indicado na Figura 6.34. Nessa figura também são apresentadas as condições de contorno para o problema analisado.

Em relação às barras de aço, a Figura 6.35 apresenta a modelagem da armadura de flexão e sua ancoragem, de acordo com os dados experimentais. A mesma figura também apresenta a armadura do pilar, que é composta pelos estribos e pelas barras longitudinais. No pilar, para melhor organizar a distribuição da armadura sobre o volume de concreto modelado, foi

empregado um número maior de barras longitudinais, mantendo a mesma taxa de armadura sobre a área da seção. Essa medida foi tomada para evitar o acúmulo de tensões em elementos dispostos próximos às faces de simetria.

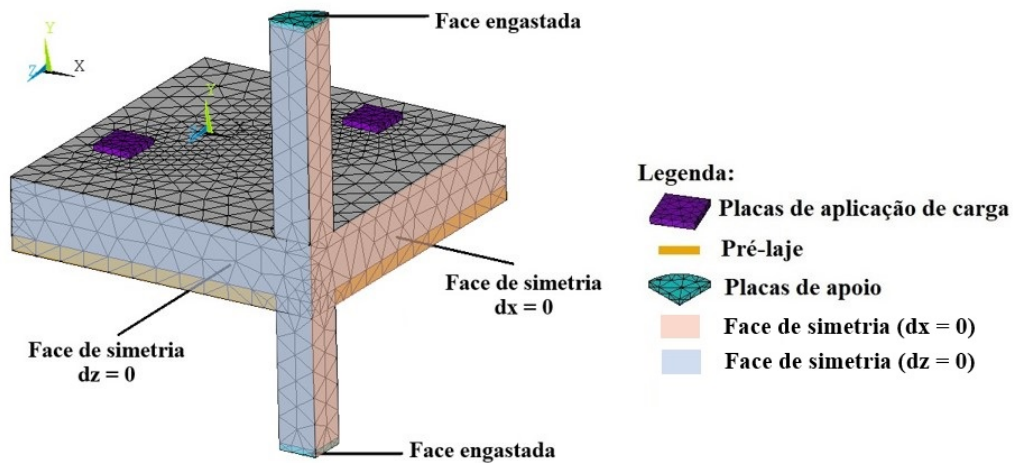


Figura 6.34 – Volumes discretizados em EF para a modelagem da laje
(fonte: Autor)

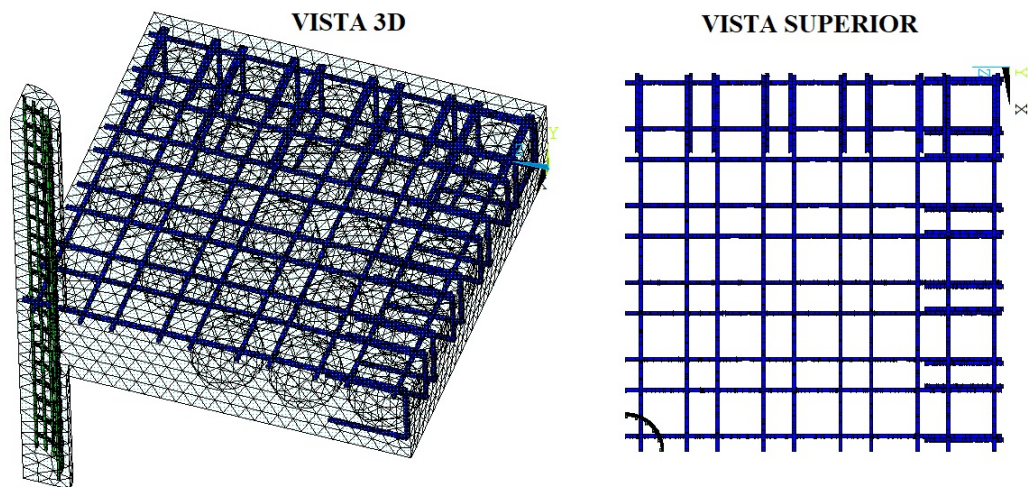


Figura 6.35 – Modelagem da armadura de flexão e armadura do pilar
(fonte: Autor)

Quanto às armaduras complementares, as telas de fixação e as treliças de içamento podem ser visualizadas na Figura 6.36. Além disso, também foram modeladas todas as possibilidades de armadura de cisalhamento, que impactam na organização das esferas na região próxima ao pilar. Nas séries 1, 2 e 3, para a laje BD28-P3 foi adotada a configuração apresentada na Figura 6.37a, já para as lajes BD1 e BD2 foi adotada a armadura da Figura 6.37b e para os demais casos dessas séries foi empregada a configuração apresentada na Figura 6.37c. No caso das séries 4 e 5, os *studs* são apresentados na Figura 6.37d, já as treliças de 45° e 60° são apresentadas nas Figuras 6.37e e 6.37f, respectivamente.

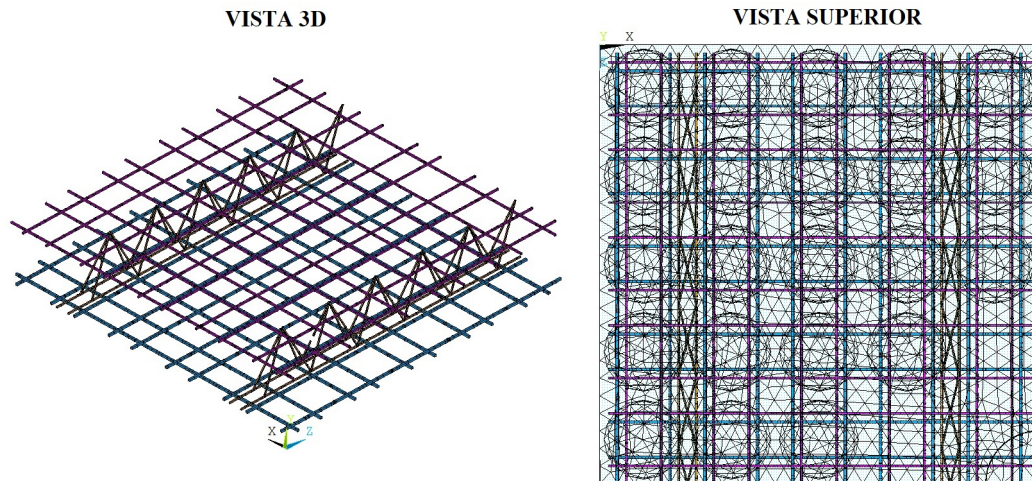


Figura 6.36 – Modelagem das armaduras complementares (fonte: Autor)

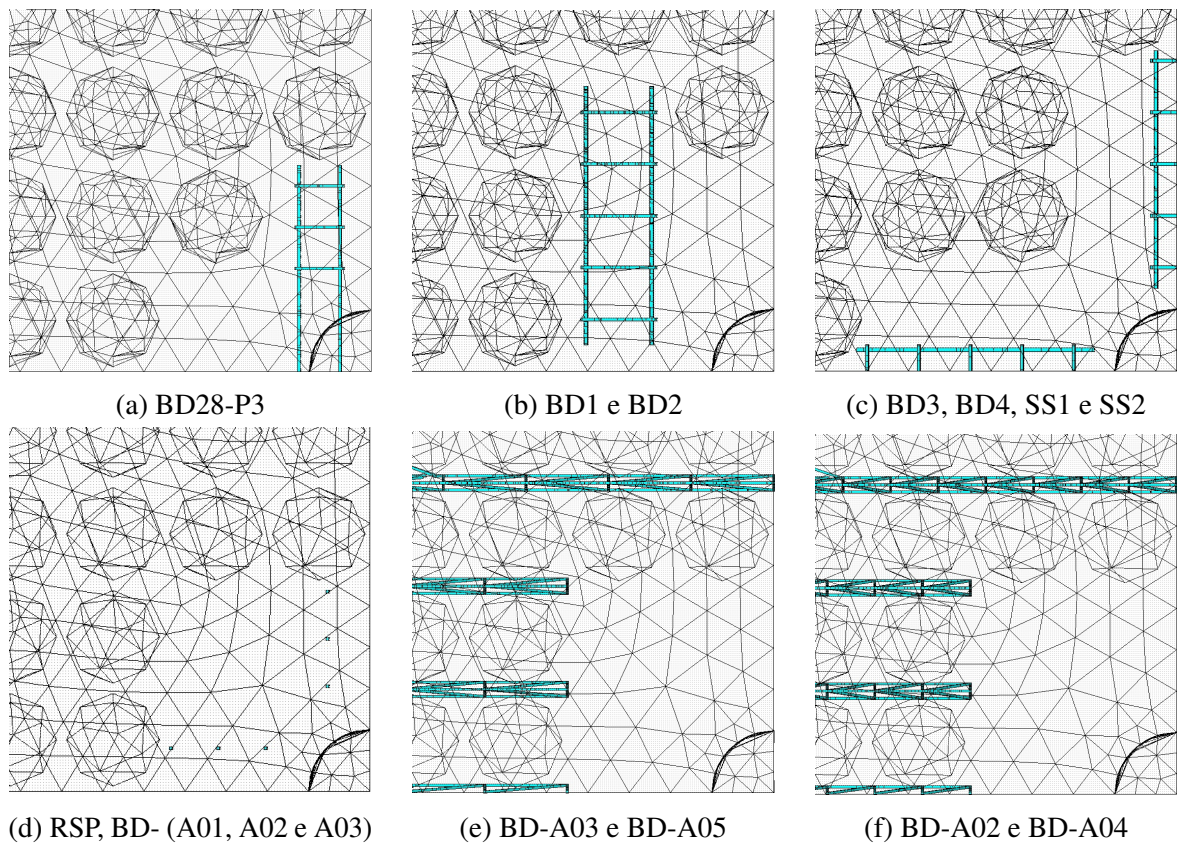


Figura 6.37 – Modelagem das armaduras de cisalhamento (fonte: Autor)

A respeito das propriedades do aço, foram utilizados os dados experimentais de módulo de elasticidade (E_s), tensão de escoamento (f_y) e tipo de fabricação para todas as armaduras empregadas, dados necessários para a implementação do modelo BISO. Vale mencionar que as propriedades apresentaram algumas variações para cada série de concretagem, que foram levadas em consideração no modelo e que podem ser visualizadas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Dados experimentais do aço (fonte: Autor)

Série	Dado	Barras						
		6mm	8mm (Tela)	6,3mm	8mm	10mm	12,5mm	16mm
1ª	Es (kN/cm ²)	19500	19500	19800	19500	19300	18900	-
Série	fy (kN/cm ²)	69,7	64,4	62,2	55,8	55,3	58,4	-
2ª e 3ª	Es (kN/cm ²)	19000	19400	-	19600	19300	18300	-
Série	fy (kN/cm ²)	62,7	68,1	-	67,5	61,8	57,7	-
4ª e 5ª	Es (kN/cm ²)	-	18600	17700	18600	-	19900	18900
Série	fy (kN/cm ²)	-	58,0	62,3	58	-	54,1	58,9

Em relação às propriedades do concreto, foram inseridos como dados de entrada parâmetros fixos para todas as lajes ensaiadas e parâmetros que variaram conforme a série de concretagem. Em relação aos parâmetros variáveis, a Tabela 6.3 apresenta os dados utilizados para a resistência à compressão média (f_{cm}), resistência à tração (f_{ctm}) e idade na data de carregamento. Vale mencionar que outros parâmetros associados às propriedades do concreto foram calculados no interior da USERMAT, como o módulo de elasticidade e fatores que levam em consideração o ganho de resistência ao longo do tempo, por exemplo. Para o cálculo dessas propriedades a USERMAT utiliza as formulações apresentadas no CEB-FIP Model Code 1990 (1993).

Tabela 6.3 – Dados experimentais do concreto (fonte: Autor)

Série	Concreto	f_{cm} (kN/cm ²)	f_{ctm} (kN/cm ²)	Idade do ensaio (t0) (dias)
1ª Série	Pré-laje	5,7	0,35	102
	Complemento	4,8	0,38	44
2ª Série	Pré-laje	3,5	0,36	80
	Complemento	4,8	0,38	51
3ª Série	Pré-laje	3,5	0,36	82
	Complemento	4,8	0,30	53
4ª Série	Laje	3,7	0,35	49
5ª Série	Laje	2,9	0,31	41

Nessa perspectiva, vale apontar que, embora o valor fornecido da resistência à tração para o complemento das lajes da série 3 seja 0,30 kN/cm², o valor adotado na modelagem foi de 0,38 kN/cm². Essa alteração foi realizada a partir da observação da resistência à tração de outras séries que apresentaram resistência à compressão similar. Por fim, essa alteração melhorou significativamente os resultados da modelagem, especialmente quanto à carga de ruptura, aproximando os dados obtidos aos valores experimentais.

Já em relação aos parâmetros fixos, foi adotado tempo de cura igual a 7 dias, temperatura ambiente igual a 25°C e coeficiente de Poisson igual a 0,2. Além disso, como o local em que as lajes foram concretadas apresenta como característica baixas umidades relativas, a mesma foi considerada como um fator importante a ser modelado. Para isso, foram realizados testes com o objetivo de identificar o impacto da mesma sobre a retração e, dessa forma, sobre o comportamento da laje.

Nesse sentido, como as fôrmas permaneceram nas lajes até a idade de carregamento, a saída de água do concreto ocorreu majoritariamente pela face superior da laje. Para levar em consideração esse comportamento na modelagem, o volume de concreto foi dividido em dois, criando uma região junto à face superior com espessura constante de 5 cm, como apresentado na Figura 6.38. Dessa maneira, foi possível alterar a umidade apenas nessa região, levando em consideração valores críticos. Essa medida não alterou significativamente o comportamento da estrutura quanto aos deslocamentos, mas proporcionou maior suavidade na passagem entre os estádios I e II, se aproximando ao comportamento obtido nos ensaios experimentais.

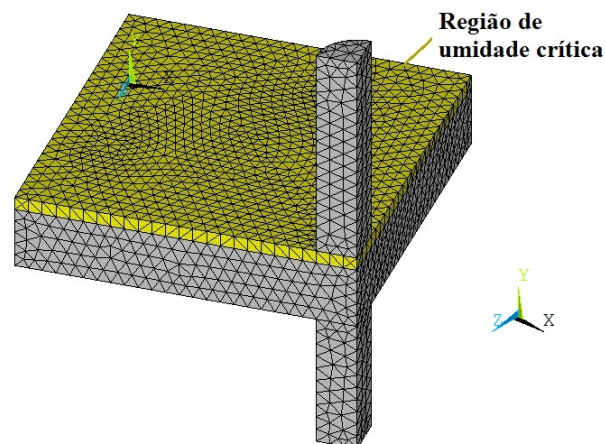


Figura 6.38 – Modelagem da umidade (fonte: Autor)

Sob esse ponto de vista, como não foram apresentados dados sobre a umidade ambiente, considerou-se que a região superior estava submetida a um valor crítico, igual a 40%, devido às condições ambientais do local de concretagem da estrutura. Para os demais trechos da laje, foi adotada uma umidade maior, igual a 80%, considerando que não houve grandes perdas de água no interior do concreto, já que as fôrmas permaneceram na laje até a data de ensaio.

Na modelagem computacional, como baixas umidades acabavam gerando deformações de retração mais altas, algumas regiões da laje apresentaram encolhimento e, assim, deslocamento no sentido positivo (contrário ao sentido do peso próprio). Porém, como as cargas eram aplicadas no sentido negativo, o primeiro incremento de deslocamento gerado pelo *software* buscava zerar os deslocamentos existentes, para então iniciar a simulação de ensaio.

Nesse processo, como o primeiro incremento de deslocamento era maior que os demais, a curva carga *versus* deslocamento apresentava um pico inicial, o que não é verificado na prática. Para contornar essa situação foi adotado o comando *%_FIX%*, junto ao comando de deslocamento imposto, que buscava fixar os deslocamentos de uma análise anterior, procedimento apresentado no Apêndice B. Assim, ao iniciar a simulação de ensaio, o primeiro incremento de deslocamento não buscava mais zerar os valores de uma análise anterior e sim continuar a partir deles.

Dessa maneira, para levar em consideração o comportamento diferido do concreto e simular as condições reais, que inclui os efeitos de fluência e retração, foram utilizados incrementos de tempo. Assim, foram aplicadas duas etapas de carregamento que consistiram na passagem do tempo, uma com um incremento de 7 dias, que corresponde a idade de secagem, e outra de 7 até um dia antes do ensaio realizado. Na segunda etapa foram empregados incrementos de um dia, com tolerância de 10%. Vale ressaltar, ainda, que a idade de ensaio (t_0) é um parâmetro variável, que depende de cada série de concretagem e que foi apresentada na Tabela 6.3.

No caso da existência de pré-laje, a idade da mesma foi considerada no modelo através da variável *textst* que leva em conta a idade anterior àquela em que inicia o processo de solução no *software*. Para o caso da 1ª série de concretagem, por exemplo, a idade de ensaio era 44 dias e a idade da pré laje 102 dias, logo a variável *textst* foi considerada como 58 dias.

Após a passagem de tempo, foi aplicado o peso próprio da estrutura 1 dia antes da data de ensaio, através de 9 incrementos de 0,1 dia. A decisão de dividir o peso próprio em vários incrementos se deu pela melhora na convergência da solução do *software*. Em seguida, foi aplicado o 4º caso de carga, em 1 incremento de 0,1 dia, que consistiu em fixar os deslocamentos para então iniciar a simulação do ensaio.

Já para avaliar o comportamento da estrutura frente ao carregamento imposto, foram empregados incrementos de deslocamento sobre o nó central das placas modeladas, caracterizando o 5º e último caso de carga. No *software*, os incrementos de deslocamentos foram considerados iguais e distribuídos ao longo de um dia. Assim, foram empregados 1000 incrementos de 0,003 cm, com tolerância de 10% para carga e deslocamento para todas as lajes modeladas. De forma resumida, a Figura 6.39 apresenta as 5 etapas de carregamento aplicadas sobre a laje.

Sob essa perspectiva, para o cálculo da força imposta o valor obtido foi multiplicado por quatro, a fim de considerar toda a laje e não somente a região modelada (1/4), permitindo a comparação direta com os dados experimentais. Além disso, vale mencionar que a plotagem das curvas e resultados experimentais se referem apenas a 5ª etapa de carregamento, que consiste na simulação do ensaio. Devido a isso, o deslocamento obtido na modelagem para o primeiro incremento dessa etapa de carga foi zerado, de forma a criar o ponto inicial do gráfico com carga de peso próprio no eixo das ordenadas e deslocamento inicial igual a zero no eixo das abcissas.

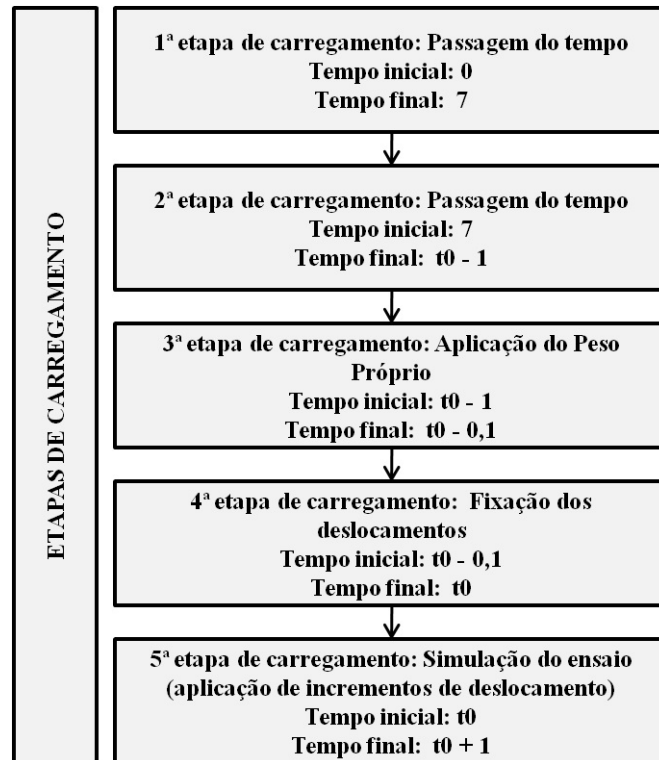


Figura 6.39 – Etapas de carregamento (fonte: Autor)

Além disso, para identificar o comportamento do modelo para diferentes malhas, foram realizados testes prévios com o objetivo de determinar a melhor configuração. Para isso, foram adotadas diferentes dimensões máximas para os elementos no contorno da laje, variando de 7,5 a 15 cm. Na interface laje-pilar, foram adotados elementos com dimensões menores, devido à concentração de tensões e formato curvo do pilar. Assim, para o caso de uma laje maciça sem pré-laje (SS1-3), a Figura 6.40a apresenta a curva carga *versus* deslocamento para diferentes malhas e a Figura 6.40b compara a carga máxima para diferentes dimensões de elementos.

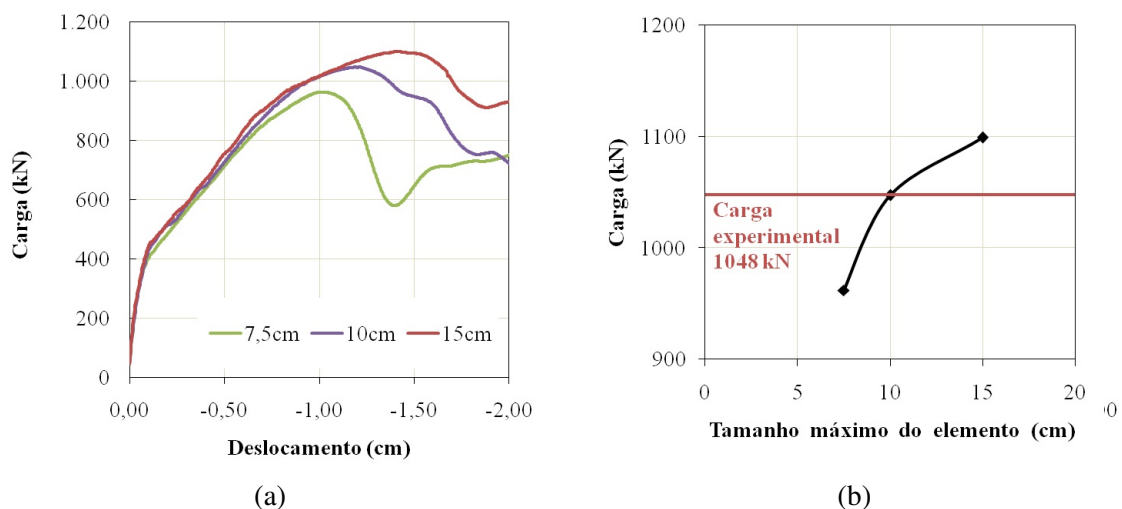


Figura 6.40 – Impacto de diferentes malhas no (a) deslocamento e na (b) carga de ruptura (fonte: Autor)

Nesse contexto, fica claro que os resultados obtidos são fortemente dependentes da malha, sendo que, quanto maior o refinamento, menor a carga máxima atingida. Também é possível verificar que a diferença no tamanho dos elementos pouco influencia na rigidez da curva e na carga relativa ao início da fissuração do concreto. Frente à essa situação, foi adotado como dimensão máxima do elemento a configuração que apresentou os resultados mais próximos aos dados experimentais, ou seja, 10 cm.

Ainda, para o caso de lajes com vazios, dimensões maiores que 10 cm apresentavam poucos elementos para a modelagem das esferas, criando volumes com formatos menos arredondados e, assim, se afastando da geometria original do vazio utilizado. Além disso, dimensões menores que 5 cm apresentavam muitos elementos de concreto quase inteiramente preenchidos por elementos de reforço, o que não é indicado pelo *software*, além de não serem recomendados devido à largura da banda de fissuração que está relacionada ao tamanho do agregado do concreto.

Nesse aspecto, a presença de esferas no interior das lajes também modifica a discretização da malha, especialmente na região de contato entre os diferentes volumes de concreto, como apresentado na Figura 6.41. Isso se deve ao fato de que na configuração de malha livre somente é possível indicar o tamanho máximo dos elementos, assim o *software* determina automaticamente o tamanho e a distribuição dos elementos nas regiões que não apresentam linhas previamente definidas.

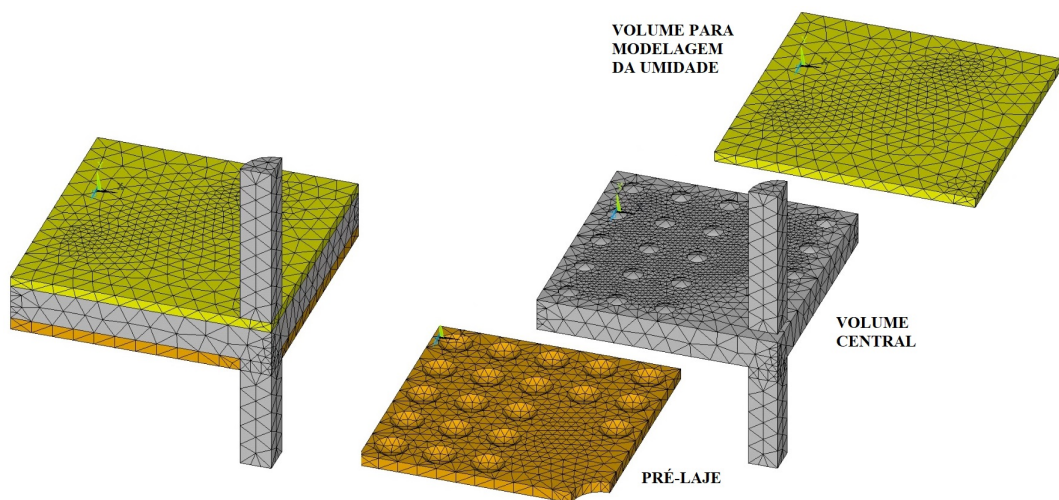


Figura 6.41 – Malha no interior da estrutura (fonte: Autor)

Além disso, como o emprego da pré-laje modifica a divisão das linhas e a posição dos elementos, todos os modelos das séries 1, 2 e 3 foram implementados contendo o volume da pré-laje, para que a malha apresentasse menor influência na comparação entre as lajes. Assim, as resistências à compressão e tração e a idade desse volume de concreto eram modificadas ou não, dependendo da presença de pré-laje na estrutura ensaiada experimentalmente.

6.2.4 Comparação entre os resultados experimentais e numéricos

Na comparação entre os dados experimentais e numéricos, foram avaliados os deslocamentos em diferentes pontos da laje, cargas de ruptura, deformações radiais e tangenciais do concreto, bem como deformações das armaduras de flexão e de cisalhamento. Além disso, foram comparados os mapas de fissuração experimental com os elementos finitos que fissuraram no ANSYS, assim como a superfície de ruína, quando essas informações eram fornecidas.

Para evitar repetições nas análises, os resultados apresentados nos itens a seguir abordam algumas lajes de forma mais específica e outras de forma geral, a fim de explicar de forma mais objetiva as comparações realizadas. Todavia, os resultados de todas as lajes são apresentados no Apêndice A. Vale mencionar, ainda, que as características de cada laje como presença de vazios e/ou pré-laje, tipo de armadura de cisalhamento e série de concretagem foram apresentadas na seção 6.2, e resumidas nos Quadros 6.1 e 6.2.

6.2.4.1 Deslocamentos verticais

Nas etapas de carregamento, o comportamento geral dos deslocamentos foi próximo para todas as lajes, alterando apenas o valor alcançado para cada modelo. Ou seja, como foi considerado que as fôrmas utilizadas na concretagem foram retiradas apenas um dia antes do ensaio, a laje não estava submetida a nenhum carregamento mecânico aplicado até essa idade. Entretanto, como a umidade foi considerada baixa na face superior, os fenômenos de retração e fluência geraram deslocamentos na estrutura. Assim, embora pequenos, ao iniciar o ensaio a laje já apresentava deslocamentos no sentido positivo de Y, como apresentado na Figura 6.42a, para o caso da laje SS2, sendo maior o deslocamento quanto maior a distância do pilar.

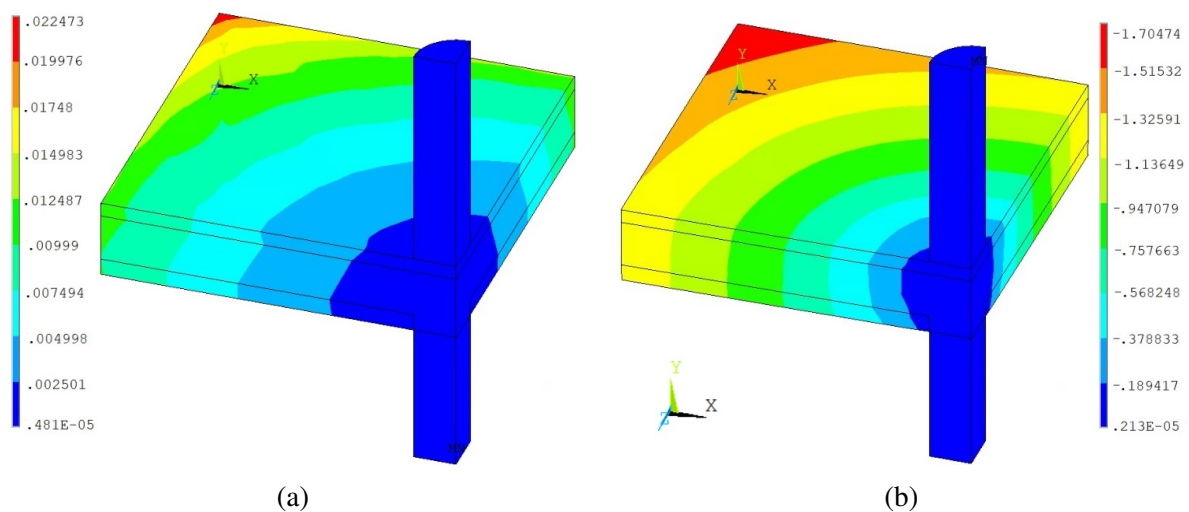


Figura 6.42 – Deslocamentos na laje SS2 no (a) início do ensaio e (b) na carga de ruptura (cm) (fonte: Autor)

No caso real, o ensaio parte desses deslocamentos, o que significa que eles são o ponto inicial de leitura e equivalem a zero. Assim, no ANSYS, o carregamento de peso próprio e aplicação

de carga nas placas partiram da configuração apresentada na Figura 6.42a e, após a solução, esse deslocamento inicial foi descontado para a plotagem das curvas e análise de dados. Nesse contexto, a Figura 6.42b apresenta a configuração de deslocamentos para o momento em que a carga de ruptura é atingida, onde é possível verificar que, quanto maior a distância do pilar, maior é o deslocamento no sentido negativo de Y, e que os mesmos apresentam valores próximos para uma mesma distância radial do pilar.

Além disso, foi verificado que, de forma geral, as curvas carga *versus* deslocamento da modelagem se mantiveram mais rígidas para a maior parte dos modelos, como ilustrado na Figura 6.43a e Figura 6.43b, que contém os dados da medição mais próxima da borda, do modelo SS1-3 e BD3, respectivamente. Nesse sentido, é necessário apontar que nas lajes da 3ª, 4ª e 5ª série os dados experimentais disponíveis foram apresentados apenas até a carga de ruptura, não sendo possível verificar se o comportamento do ramo descendente da modelagem se aproxima do real. Em relação às curvas numéricas, os dados sempre foram plotados até o término do ramo descendente, logo antes da curva se manter em um patamar estável.

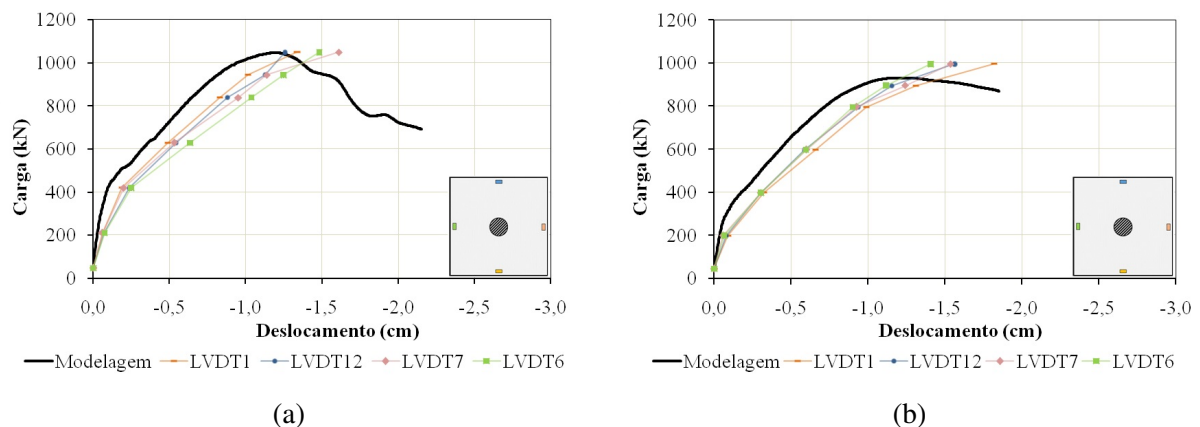


Figura 6.43 – Curva carga *versus* deslocamento na borda da laje (a) SS1-3 e (b) BD3 (fonte: Autor)

Nessa perspectiva, os dados experimentais permitem analisar os deslocamentos em diferentes pontos da estrutura, como é apresentado na Figura 6.44, para a laje BD2, que também apresentou maior rigidez para todos os pontos analisados. Na Figura 6.44a, que apresenta o deslocamento no ponto mais distante do pilar, a curva numérica se aproximou dos dados experimentais, da carga de ruptura e, inclusive, da carga em que ocorreu a primeira fissura (próximo a 250 kN), sendo que o ramo descendente se manteve dentro da variação experimental.

Já as Figuras 6.44b e 6.44c, que representam os deslocamentos obtidos na região central, apresentaram comportamento visivelmente mais rígido, mas ainda assim com boa aproximação quanto à carga de ruptura. Por fim, a Figura 6.44d evidencia que a região próxima ao pilar apresentou pequenos deslocamentos quando comparados aos demais pontos. Isso é esperado já que essas leituras são realizadas dentro da região do cone de punção.

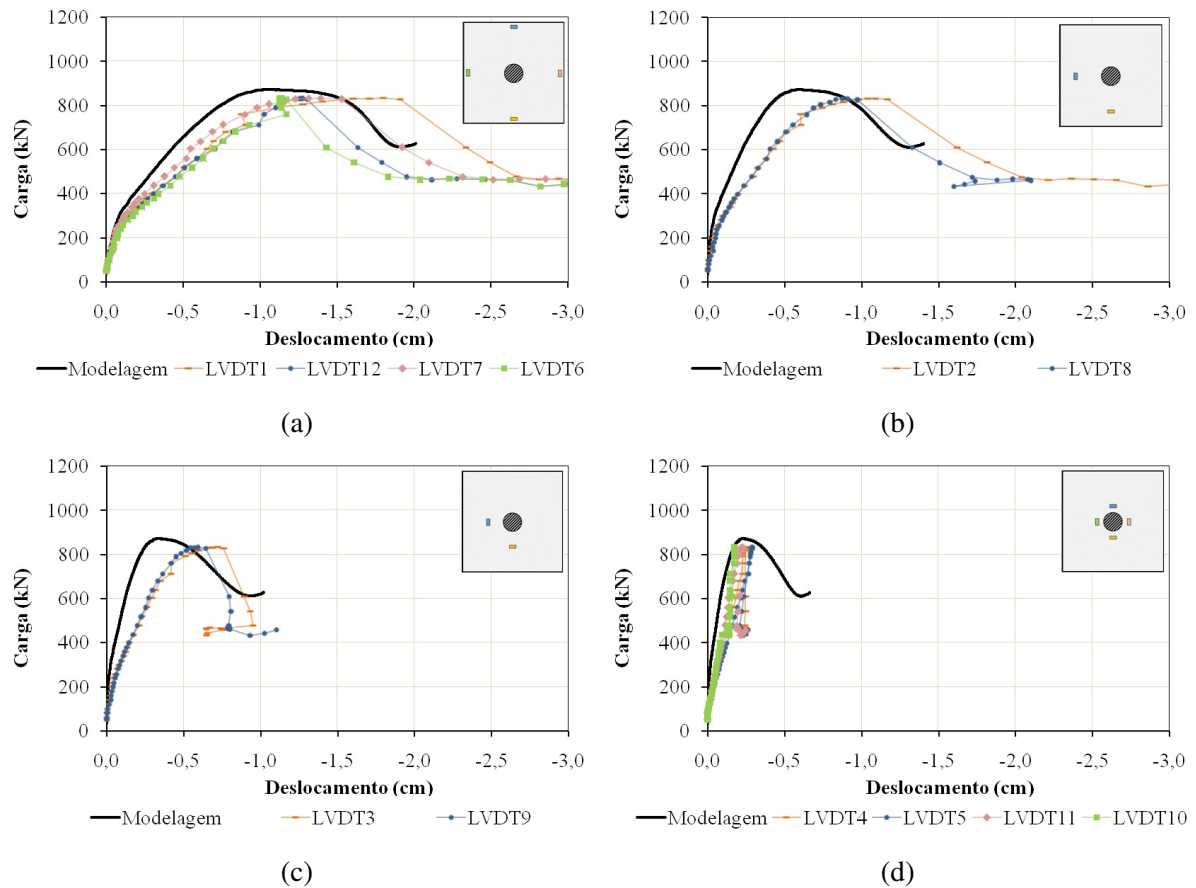


Figura 6.44 – Deslocamentos da laje BD2 na (a) borda, (b) centro próximo à borda, (c) centro próximo ao pilar e (d) próximo ao pilar (fonte: Autor)

Sob essa perspectiva, vale mencionar que a diminuição dos deslocamentos para distâncias mais próximas do pilar foi verificado em todas as lajes, seguindo proporções próximas ao apresentado para o modelo BD2. Assim como nessa laje, outros modelos mantiveram uma rigidez maior e apresentaram pequenas variações nos dados experimentais até a carga de ruptura, como é o caso das lajes BD1, BD3, SS1-2, SS1-3 e SS2, que constituem as séries de concretagem 2 e 3. Entre todas as lajes modeladas, aquela que apresentou maior rigidez quando comparada ao ensaio experimental foi o modelo BD-A01, da série 5.

Já em relação às lajes BD-A02, BD-A04 e BD-A05, foi verificado que as mesmas apresentaram rigidez mais próxima aos dados experimentais, para alguns pontos de medição, como pode ser observado detalhadamente no Apêndice A. De forma a ilustrar esse comportamento, a Figura 6.45 apresenta os deslocamentos para dois pontos diferentes da laje BD-A05, um deles próximo à borda do modelo e outro no centro. Vale mencionar, também, que as lajes RSP-A01 e BD-A03, que constituem a 4ª série de concretagem, apresentaram maiores variações nas leituras dos LVDT's experimentais, que dificultam a comparação direta da rigidez. Foi possível verificar, ainda, que a modelagem apresentou dados dentro dessa variação.

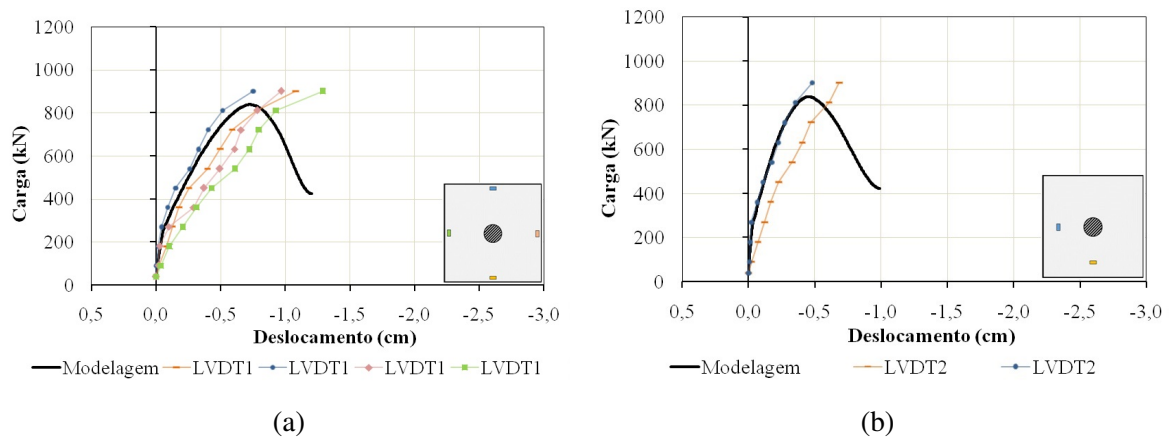


Figura 6.45 – Deslocamentos da laje BD-A05 na (a) borda e (b) centro próximo à borda (fonte: Autor)

Por outro lado, a série 1 apresentou grande variabilidade nos dados, que foi causada, conforme o próprio autor do estudo, por um carregamento desbalanceado durante o ensaio. Dessa maneira, os modelos RSP28, BD28-P1, BD28-P2 e BD28-P3 apresentaram cargas experimentais abaixo do que era esperado, já que um carregamento assimétrico torna a punção um fenômeno ainda mais crítico. Esse comportamento pode ser visualizado pela leitura dos deslocamentos em cada LVDT, como apresentado na Figura 6.46, para a laje BD28-P3. Além disso, como o desbalanceamento não era um objetivo do estudo, não são fornecidos dados que indiquem a aplicação de carga em cada ponto, para que uma simulação numérica pudesse ser adequadamente realizada.

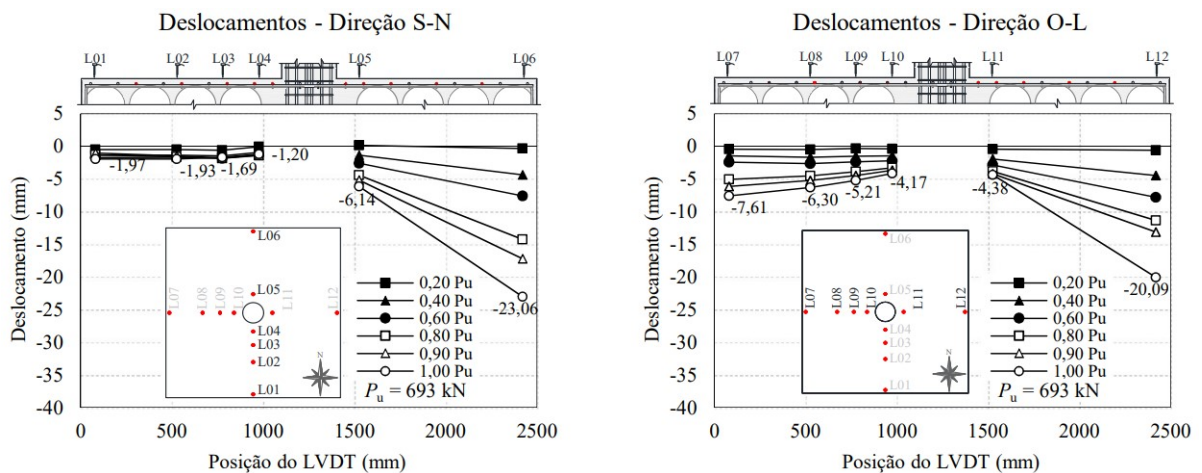


Figura 6.46 – Deslocamentos experimentais da laje BD28-P3 para todos os pontos de leitura (fonte: Nicácio (2018))

Ainda assim, como foram fornecidos os dados de deslocamento para cada um dos LVDT's, que estavam posicionados próximos aos pontos de aplicação de carga, foi possível modelar esse conjunto de lajes considerando o carregamento assimétrico. Para a laje RSP28, por exemplo, foram comparados os dados dos LVDT's com o maior e o menor deslocamento, que apresentam os dados mais extremos. Assim, foi possível verificar uma proporção de aproximadamente 0,3, ou seja, para cada 1 cm imposto em uma das placas de aplicação de carga, na outra apenas 0,3

cm era efetivamente aplicado. Dessa maneira, é possível verificar na Figura 6.47 o impacto nos deslocamentos da laje ao utilizar o carregamento assimétrico.

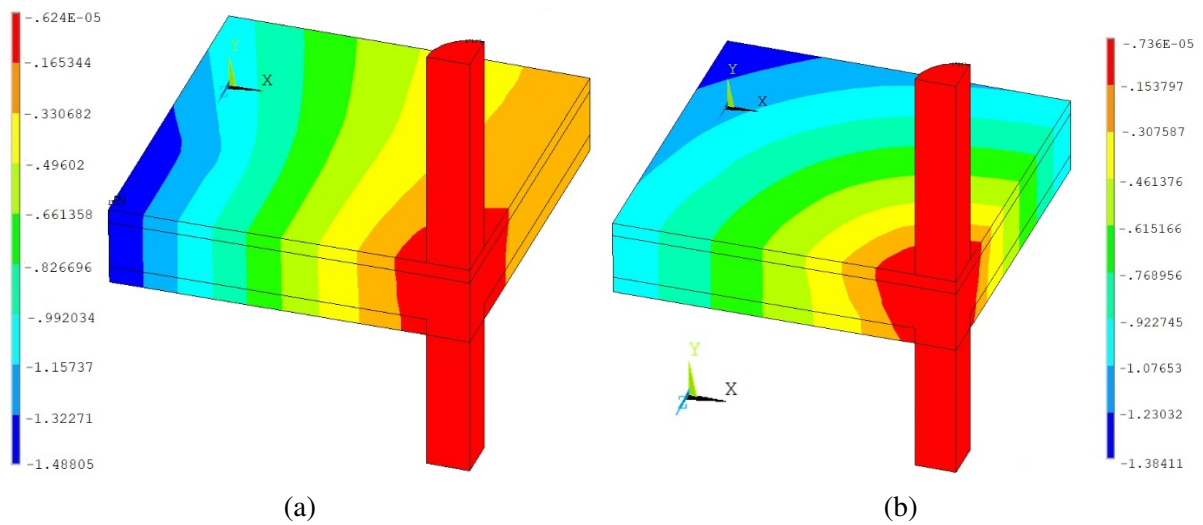


Figura 6.47 – Deslocamentos da laje RSP28 para carregamento (a) assimétrico e (b) simétrico (cm) (fonte: Autor)

Esse procedimento também foi realizado para as lajes BD28-P1 e BD28-P3, que apresentaram deslocamentos semelhantes para cada par de LVDT's, ou seja, dos 4 pontos de leitura, 2 apresentaram maiores deslocamentos, semelhantes entre si, e os outros 2 pontos apresentaram menores deslocamentos, também semelhantes entre si. Levando isso em consideração, a proporção aplicada no modelo BD28-P1 e BD28P-3 foi igual a 0,25 e 0,3, respectivamente.

Nessa perspectiva, a Figura 6.48 apresenta o impacto da consideração do carregamento assimétrico na curva carga *versus* deslocamento. Nesse caso, os dados foram plotados apenas até a carga de ruptura, para evitar a sobreposição das curvas e tornar a visualização mais clara. É importante apontar, ainda, que nos dados apresentados anteriormente, devido à consideração de simetria, os deslocamentos eram iguais gerando curvas sobrepostas para os dois pontos de leitura. Com a consideração do carregamento assimétrico, cada ponto resultará em uma curva distinta.

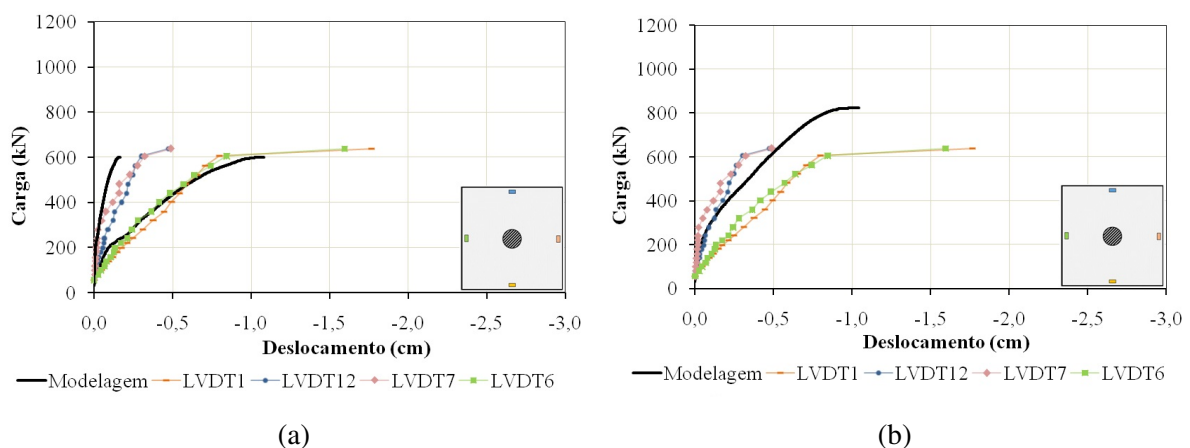


Figura 6.48 – Curva carga *versus* deslocamento da laje BD28-P1 para carregamento (a) assimétrico e (b) simétrico (fonte: Autor)

Já em relação à laje BD28-P2, foi necessário avaliar o comportamento de forma diferente, pois os dados experimentais não eram parecidos para cada par de LVDT's, como nos casos anteriores. Assim, apenas um dos pontos de leitura apresentou comportamento distinto, pois se manteve nulo na maior parte do ensaio, apresentando deslocamento positivo para a carga de ruptura.

Assim, como apresentado na Figura 6.49a, foi necessário modelar 1/2 da laje e não somente 1/4 como em todos outros modelos. Para isso foram utilizados comandos de simetria no *script* de entrada durante a geração da malha. Por conseguinte, para aplicar o comportamento experimental, em uma das placas foi imposto deslocamento prescrito igual a zero ($d=0$), e nas demais placas foi imposto incrementos de deslocamento iguais. A partir disso, o comportamento dos deslocamentos pode ser observado na Figura 6.49b, que indica, claramente, a falta de simetria.

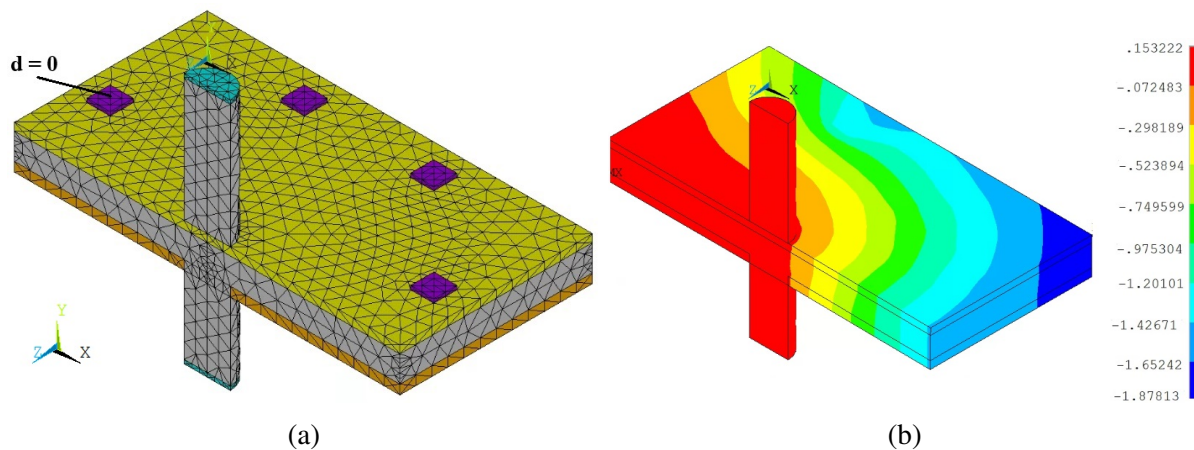


Figura 6.49 – (a) Modelagem de 1/2 da laje e (b) deslocamentos para carregamento assimétrico na carga de ruptura (cm) (fonte: Autor)

Especificamente para essa laje, é possível verificar na Figura 6.50a que o LVDT 6 apresenta comportamento distinto de todos os demais, com deslocamento crescente em alguns momentos e, em outros, constante, indicando que durante o ensaio a aplicação de deslocamento variou significativamente. Esse comportamento não foi considerado na modelagem, o que torna esperado maior discrepância na carga de ruptura quando comparada ao obtido em outros modelos, mas, ainda assim, uma aproximação em relação ao carregamento simétrico. Nesse viés, é possível verificar o comportamento da modelagem numérica para carregamento assimétrico e simétrico nas Figuras 6.50a e 6.50b.

Conquanto, fica claro que a abordagem de carregamento assimétrico fornece resultados mais próximos aos dados experimentais, para todos os modelos analisados, mesmo com as peculiaridades de cada laje. Vale mencionar, por fim, que os resultados apresentados no Apêndice A e nos próximos itens sempre abordarão as lajes da 1ª série de concretagem com o carregamento assimétrico.

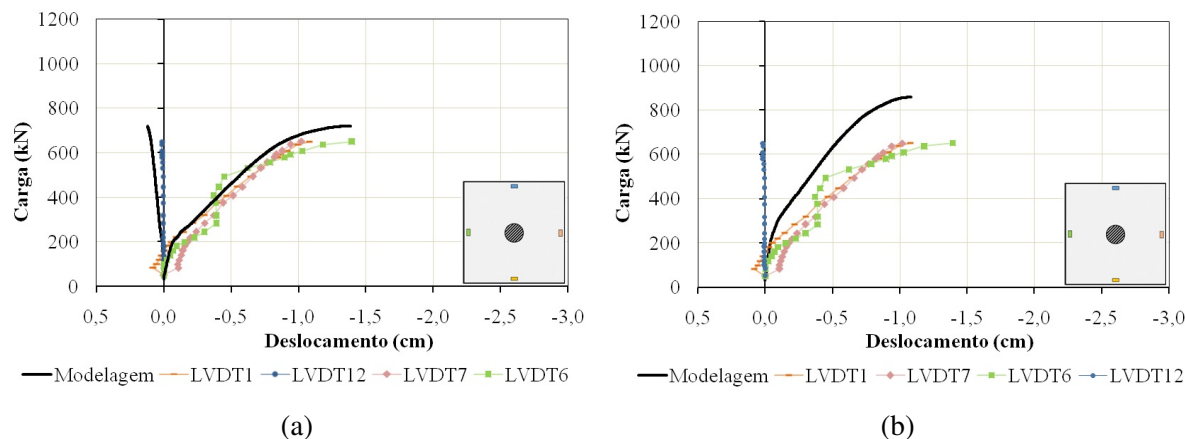


Figura 6.50 – Curva carga *versus* deslocamento da laje BD28P2 para carregamento (a) assimétrico e (b) simétrico (fonte: Autor)

6.2.4.2 Cargas de ruptura

As cargas de ruptura obtidas consideram o peso próprio da laje, bem como a carga aplicada pelo sistema de ensaio, através dos atuadores hidráulicos. Em relação a 1ª série de concretagem, inicialmente foi considerado um carregamento simétrico, que apresentou grandes diferenças em comparação à carga obtida experimentalmente, como pode ser verificado na Tabela 6.4. Para esse tipo de carregamento, foram encontradas diferenças que chegaram a aproximadamente 32% para a laje BD28-P2, por exemplo. Para os demais modelos a diferença encontrada também foi alta, superestimando a carga experimental.

Tabela 6.4 – Carga de ruptura das lajes da série 1 (fonte: Autor)

Laje	Carga de ruptura experimental (kN)	Tipo de carregamento	Carga de ruptura da modelagem (kN)	Diferença (%)
RSP28	855	Simétrico	988,74	+15,64
		Assimétrico	850,70	-0,50
BD28-P1	639	Simétrico	824,27	+28,99
		Assimétrico	601,53	-5,86
BD28-P2	648	Simétrico	857,89	+32,39
		Assimétrico	720,97	+11,26
BD28-P3	693	Simétrico	860,88	+24,23
		Assimétrico	677,75	-2,20

Por outro lado, ao adotar o carregamento assimétrico a diferença encontrada na modelagem foi menor, com destaque para o modelo de laje maciça, RSP28, que apresentou carga apenas 0,5% inferior à experimental. Além disso, os modelos BD28-P1 e BD28-P3 também passaram a apresentar boa aproximação para o caso assimétrico.

Quanto ao modelo BD28-P2, embora a consideração de carregamentos desbalanceados tenha favorecido a aproximação ao dado experimental, reduzindo a diferença de 32,39% para 11,26%, foi verificado que a modelagem continua superestimando a carga de ruptura. Especificamente para essa laje, esse comportamento pode ser explicado pela variação na carga aplicada em um determinado ponto, durante a execução do ensaio, que não foi levada em consideração na modelagem, como discutido anteriormente.

De forma geral, foi possível obter boas aproximações para essa série de concretagem, tanto para laje maciça quanto lajes com vazios esféricos, quando o carregamento desbalanceado foi levado em consideração. Outrossim, a constatação das boas aproximações permitem uma análise dos dados comparando-os diretamente, para o caso de carregamento simétrico, gerando análises além daquelas obtidas experimentalmente.

Nessa perspectiva, ao comparar as lajes BD28-P1 e BD28-P2, que se diferenciam apenas pela presença de pré-laje no segundo modelo, é possível verificar que houve um pequeno aumento na carga resistente (4%) para o carregamento simétrico. Esse comportamento é explicado pela resistência à compressão e tração da pré-laje, que é maior do que no complemento de concreto.

Ao analisar, ainda, os modelos BD28-P2 e BD28-P3, que se diferenciam pelo emprego de armadura de cisalhamento na segunda laje, foi possível verificar que essa opção de armadura não impactou significativamente, já que não favoreceu o aumento da carga resistente no carregamento simétrico. Esse comportamento está associado ao uso de armadura em uma direção, que não impede a formação do tronco de cone nas outras direções e, portanto, não interfere significativamente na punção, para o caso analisado.

Por fim, comparando o emprego de vazios com a laje maciça, ou seja, os modelos BD28-P1 e RSP28, ainda para carregamento simétrico, é possível identificar que a carga de ruptura diminui cerca de 17% ao incorporar as esferas. Vale ressaltar, todavia, que essas constatações foram obtidas numericamente, e, embora válidas, estão sujeitas à investigações mais aprofundadas, que serão melhor desenvolvidas no Capítulo 7.

Já em relação às lajes que compõe as séries 2, 3, 4 e 5, em que foram empregados carregamentos simétricos, é possível verificar a carga de ruptura experimental, a carga obtida pela simulação numérica e a diferença entre ambas na Tabela 6.5. Para esses modelos, a variação máxima obtida foi igual a 11,87%, para a laje BD1, sendo que, de forma geral, todos os modelos apresentaram boas aproximações.

Entre os dados apresentados, é possível verificar que a modelagem conseguiu levar em consideração diferentes elementos das lajes, resultando em cargas de ruptura próximas tanto para lajes maciças, quanto lajes com vazios, utilizando ou não pré-laje e empregando ou não armadura de

cisalhamento. Em relação à pré-laje, por exemplo, que foi empregada nos modelos BD2, SS2 e BD4, a diferença em relação ao dado experimental se manteve entre -3% a +4,58%.

Tabela 6.5 – Cargas de ruptura das séries 2, 3, 4 e 5 (fonte: Autor)

Série	Laje	Carga de ruptura experimental (kN)	Carga de ruptura da modelagem (kN)	Diferença (%)
2	BD1	817	913,96	+11,87
	BD2	833	873,01	+4,80
	SS1-2	1041	1033,04	-0,76
	SS2	987	956,80	-3,06
3	BD3	995	930,73	-6,46
	BD4	846	851,90	+0,70
	SS1-3	1048	1047,07	-0,09
4	RSP-A01	943	1029,25	+9,14
	BD-A02	967	915,16	-5,39
	BD-A03	871	908,04	+4,25
	BD-A05	902	839,26	-6,96
5	BD-A01	742	751,42	+1,27
	BD-A04	762	729,00	+4,33

Já em relação à armadura de cisalhamento, também pode ser observado que a modelagem gerou boas aproximações, mesmo para diferentes configurações de armadura, como *studs*, treliças e estribos posicionados em uma ou duas direções. Vale mencionar, ainda, que a variação da taxa de armadura de flexão também foi adequadamente levada em consideração, já que as séries 2 e 3 foram moldadas com bitola de 12,5 mm e as séries 4 e 5 com 16 mm.

Quanto ao emprego de vazios, também foram verificadas boas aproximações para a maior parte dos dados, sendo que os modelos BD2, BD4, BD-A01 e BD-A04 apresentaram diferenças menores que 5%. Além disso, foram observadas boas aproximações para as lajes maciças, especialmente das séries 2 e 3, denominadas como SS1-2, SS2 e SS1-3, em que a diferença máxima obtida foi igual a 3%. Nesse viés, vale ressaltar que a laje RSP-A01, também maciça, apresentou maior variação da carga obtida numericamente quando comparada à carga experimental, cerca de 9%. Isso pode ser explicado devido à maior variação dos dados experimentais, coletados para cada LVDT, como discutido anteriormente, que também ocorreu para a laje BD-A03.

Nos modelos contidos na Tabela 6.5, quando utilizada, a pré-laje apresentava concreto com resistência à compressão e à tração 24,7% inferior ao concreto utilizado no complemento. Dessa maneira, ao comparar as cargas da modelagem numérica das lajes SS1-2 e SS2, por exemplo, que

se diferenciam apenas pela presença de pré-laje no último modelo, foi verificado um decréscimo de 7,4% ao empregar a pré-laje, em concordância com o que foi obtido experimentalmente, 5,2%.

Nessa perspectiva, a laje BD4 também apresentou um decréscimo na carga de ruptura, tanto experimental quanto numericamente, quando comparada à laje BD3, devido à presença de pré-laje no primeiro modelo. Assim, seria esperado comportamento próximo para as lajes BD1 e BD2, que se diferenciam pelo emprego de pré-laje no segundo modelo. Ou seja, era esperado que a laje BD2 apresentasse resistência inferior à BD1, como foi obtido numericamente (cerca de 4,5%), mas não é observado experimentalmente. Portanto, é possível que a carga de ruptura da laje BD1 tenha sido subestimada no ensaio experimental, o que justificaria, inclusive a diferença apresentada na Tabela 6.5.

Ainda em relação aos dados numéricos, embora não seja possível comparar todas as lajes diretamente devido às diferenças nas propriedades dos materiais e tipo de armadura de cisalhamento, é possível observar alguns comportamentos. Para a laje BD3, por exemplo, o emprego de vazios gerou uma redução de 11% na carga, quando comparada à correspondente maciça, SS1-3. Já na série 4, a laje BD-A02 apresentou carga de ruptura 7% superior à laje BD-A05, devido ao emprego de *studs* no primeiro modelo.

6.2.4.3 Tensões e deformações nas armaduras de flexão

Em relação às leituras de deformação da armadura de flexão, foram coletadas informações em 4 pontos distintos da laje, que equivalem aos extensômetros 1, 2, 3 e 4, apresentados na Figura 6.32. Na maior parte dos modelos, as curvas numéricas apresentaram boas aproximações, coincidindo com os dados experimentais, como é o caso, por exemplo, da laje BD-A02, apresentada na Figura 6.51.

Vale mencionar, também, que a carga de início da deformação da armadura também coincidiu com os dados experimentais para a maior parte dos modelos. Esse comportamento evidencia que a simulação numérica apresentou boa aproximação para a carga em que houveram as primeiras fissuras no concreto, que pode ser verificado nos gráficos como uma alteração significativa da inclinação da curva.

De forma semelhante, todas as lajes das séries 1, 4 e 5 também apresentaram curvas próximas aos dados experimentais, como pode ser verificado no Apêndice A. Por outro lado, algumas lajes, como BD3, SS2, SS1-2 e SS1-3, apresentaram curvas numéricas com comportamento mais rígido, mas ainda assim próximo ao obtido experimentalmente. Para ilustrar esse comportamento, a Figura 6.52 apresenta os dados de deformação da armadura de flexão para a laje SS1-2, nos pontos mais próximos ao pilar.

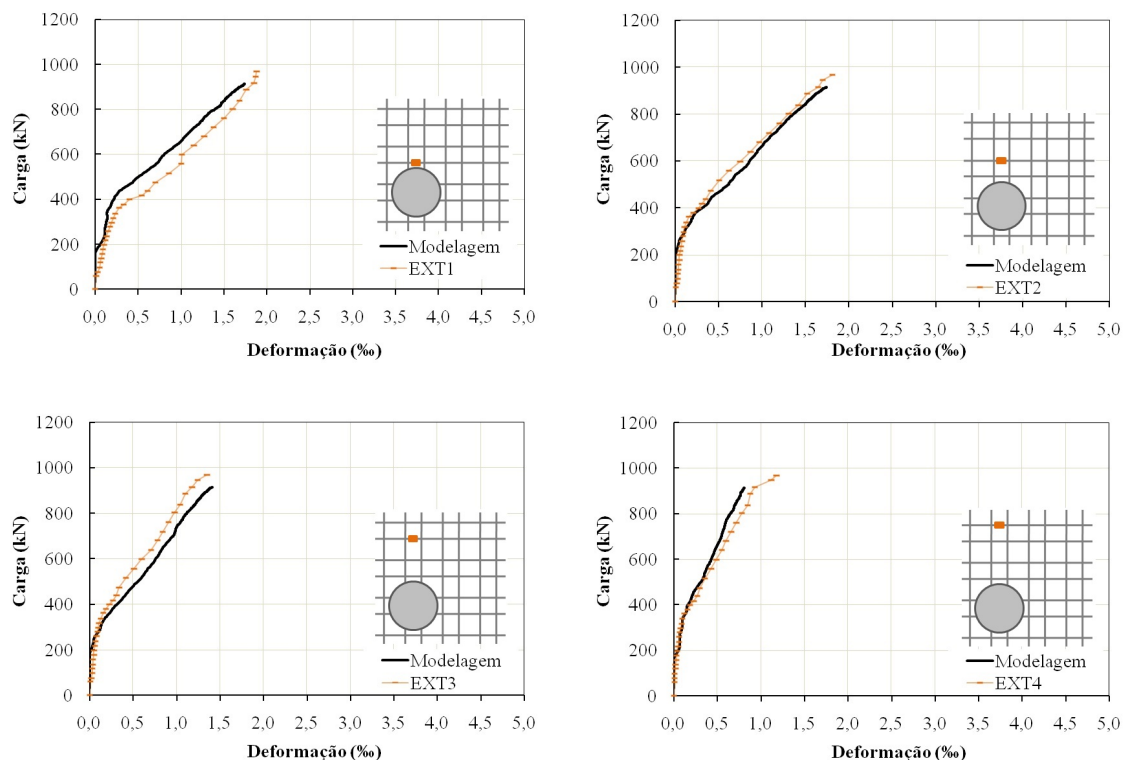


Figura 6.51 – Deformação da armadura de flexão na laje BD-A02 nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

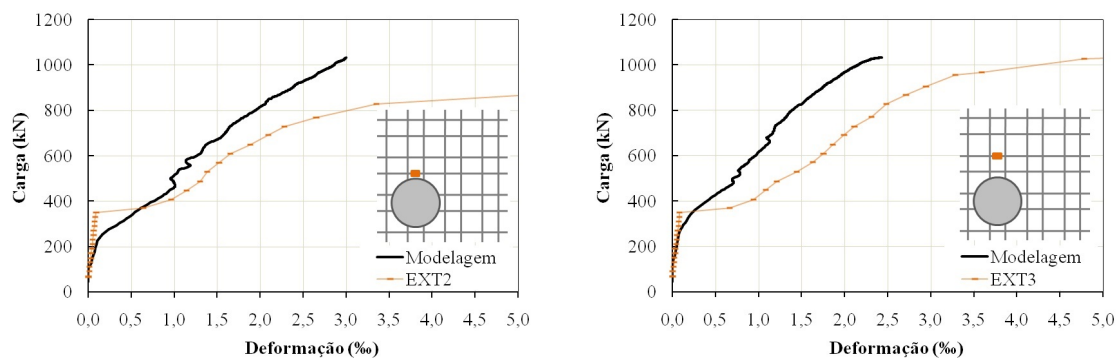


Figura 6.52 – Deformação da armadura de flexão da laje SS1-2 nos extensômetros 1 e 2 (fonte: Autor)

Já em relação às tensões axiais na armadura de flexão, dado analisado apenas numericamente, a Figura 6.53a apresenta a distribuição para a laje BD1 e a Figura 6.53b para a laje BD-A04. Em ambos casos, a cor vermelha indica os elementos que atingiram a tensão de escoamento, evidenciando a falha por punção na medida em que poucos elementos da armadura de flexão plastificaram. Além disso, no caso da laje BD-A04, que apresentou carga de ruptura mais baixa, nenhum elemento da armadura atingiu o escoamento.

Esse comportamento foi verificado em todas as lajes modeladas, sendo maior o raio de armaduras que atingiram o escoamento, quanto maior a carga de ruptura atingida pela laje. Também é

possível observar que as tensões diminuem, quanto maior a distância em relação ao pilar. Em regiões próximas aos bordos da laje, as tensões encontradas foram negativas, nulas ou próximas de zero, o que já era esperado do ponto de vista dos esforços atuantes na laje como um todo.

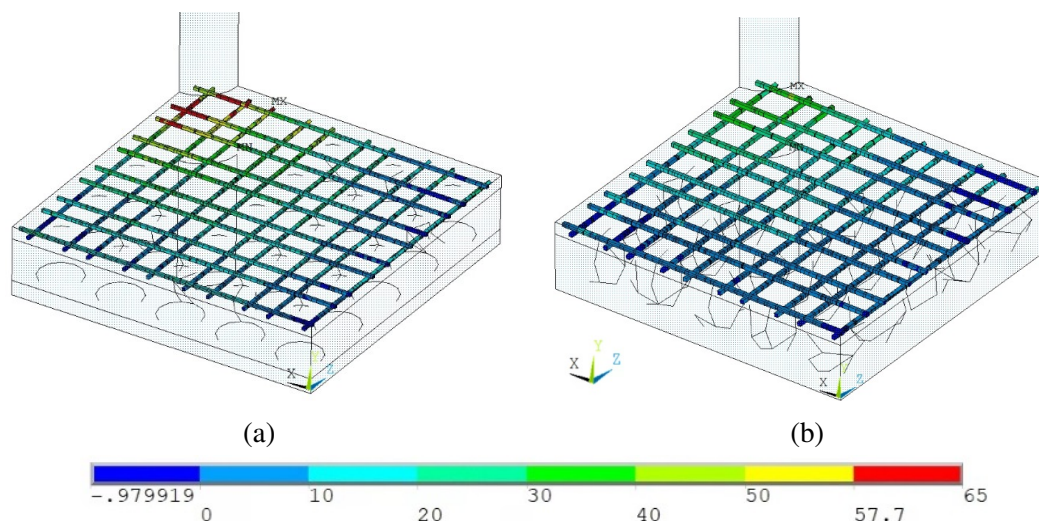


Figura 6.53 – Tensões axiais nas barras da armadura de flexão das lajes (a) BD1 e (b) BD-A04 na carga de ruptura (kN/cm^2) (fonte: Autor)

6.2.4.4 Tensões e deformações nas armaduras de cisalhamento

Quanto às deformações nas armaduras de cisalhamento, foi verificado que, de forma geral, a modelagem apresentou boas aproximações para todas as lajes das séries 1, 2 e 3. No caso dos modelos BD28-P3, BD1 e BD2, que continham armaduras de cisalhamento em apenas uma direção, os resultados experimentais apresentavam pequenas deformações, já que a mesma era pouco solicitada, e não chegava à tensão de escoamento. Esse comportamento também ocorreu na modelagem, como ilustrado na Figura 6.54, que apresenta a tensão nos estribos da laje BD2 na carga de ruptura.

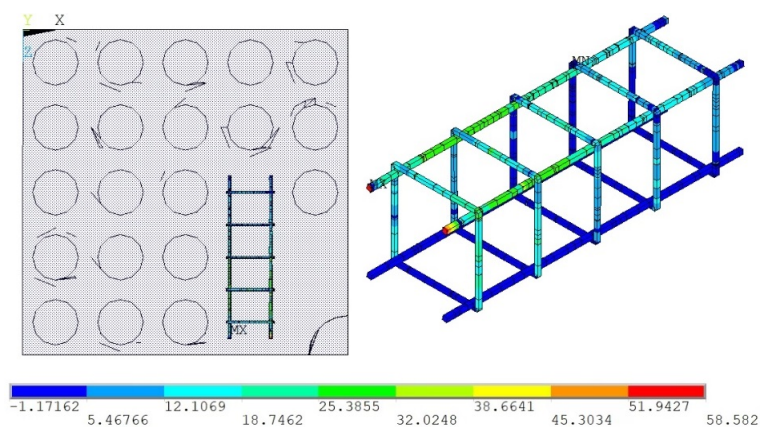


Figura 6.54 – Tensão axial nas barras da armadura de cisalhamento da laje BD2 na carga de ruptura (kN/cm^2) (fonte: Autor)

Para essa armadura de cisalhamento, distribuída em uma direção e sem ancoragem, a comparação das deformações obtidas na modelagem com os dados experimentais pode ser verificada na Figura 6.55, para diferentes pontos de medição. Nesse caso, tem-se que os dados apresentaram boas aproximações, não somente em relação à carga de início da deformação, como também a deformação atingida na carga máxima, já que todas as curvas numéricas se aproximam de pelo menos uma curva experimental.

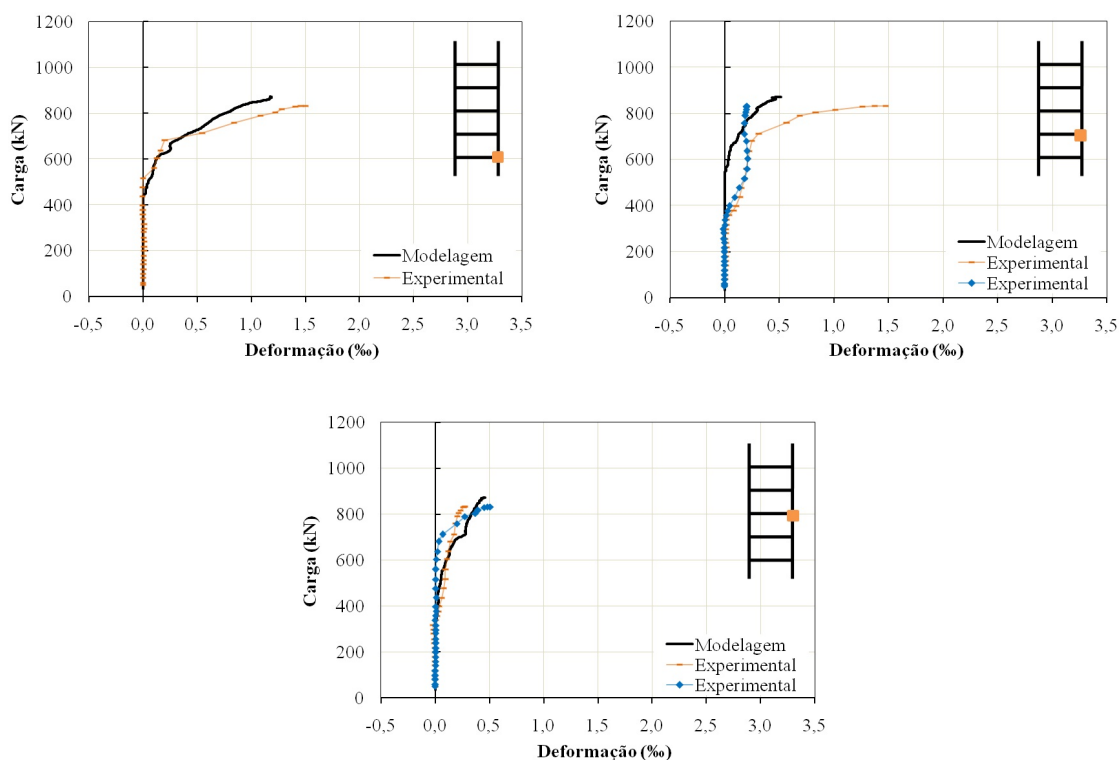


Figura 6.55 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje BD2
(fonte: Autor)

Já para o caso da armadura de cisalhamento distribuída em duas direções, com formato cruz e partindo do pilar, foram verificadas maiores deformações. Essa armadura foi adotada nas lajes SS1-2, SS2, SS1-3, BD3 e BD4, e a modelagem apresentou maior carga no início da deformação quando comparada ao dado experimental, tanto para a laje com vazios BD3, apresentada na Figura 6.56a, quanto na laje maciça SS2, ilustrada na Figura 6.56b.

Sob esse entendimento, cabe apontar que as lajes modeladas numericamente apresentaram falha de forma semelhante ao comportamento real, ou seja, forma-se um tronco cone de punção na zona próxima ao pilar. Quando são utilizados estribos em uma direção, distantes dos pilares, essa armadura não é muito solicitada, já que existem regiões sem o reforço dentro do cone de punção, que acabam rompendo antes que os estribos alcancem o escoamento.

Por outro lado, quando a região de formação do cone de punção apresenta armadura de cisalhamento ancorada no pilar e distribuída de forma bidirecional, os estribos são efetivamente

solicitados e contribuem para a maior resistência do local e para a maior carga de ruptura. Assim, as tensões nos estribos desse tipo de armadura são mais altas, próximas à tensão de escoamento, principalmente para a primeira camada, como apresentado na Figura 6.57, para a laje SS2 na carga de ruptura.

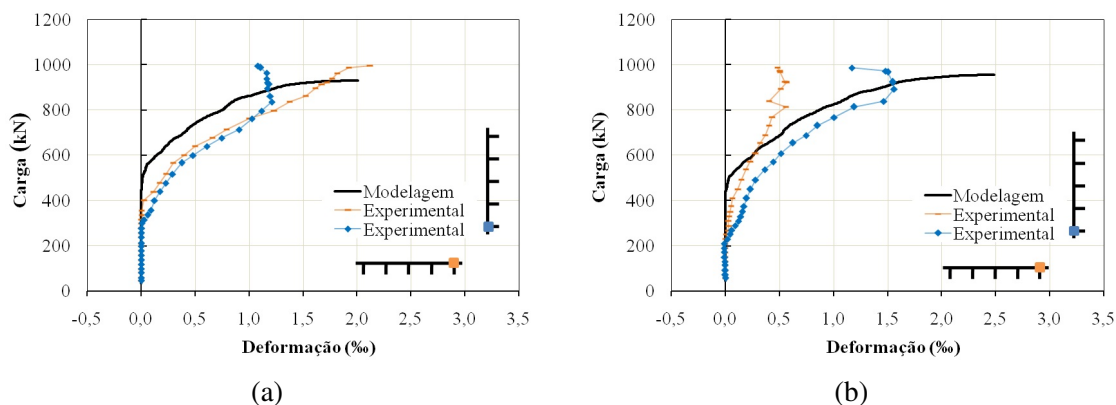


Figura 6.56 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje (a) BD3 e (b) SS2 (fonte: Autor)

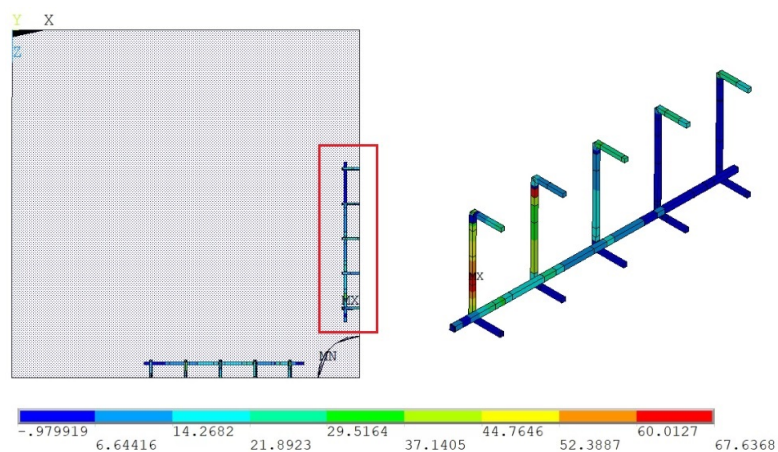


Figura 6.57 – Tensão σ_1 na armadura de cisalhamento da laje SS2 na carga de ruptura (kN/cm^2) (fonte: Autor)

Em relação às séries de concretagem 4 e 5, foi verificado que há uma discrepância, especialmente em relação às deformações nos *studs*. Como pode ser observado na Figura 6.58, para a laje BD-A03 e BD-A01, por exemplo, as deformações experimentais se mantiveram quase nulas para qualquer carga, diferentemente do que é observado na modelagem numérica. Para a primeira camada de *studs*, as deformações se iniciaram quando cerca da metade da carga de ruptura foi atingida e continuaram crescentes até o final da curva.

Esse comportamento foi verificado em todas as lajes que utilizaram esse tipo de armadura. Inicialmente, foi testado alterar o ponto de leitura na modelagem, a fim de determinar se algum dos elementos do *stud* apresentava deformações tão baixas quanto às obtidas no ensaio.

Ao realizar essa análise foi verificado que, com exceção dos elementos das extremidades, todos apresentavam deformações mais altas que o esperado.

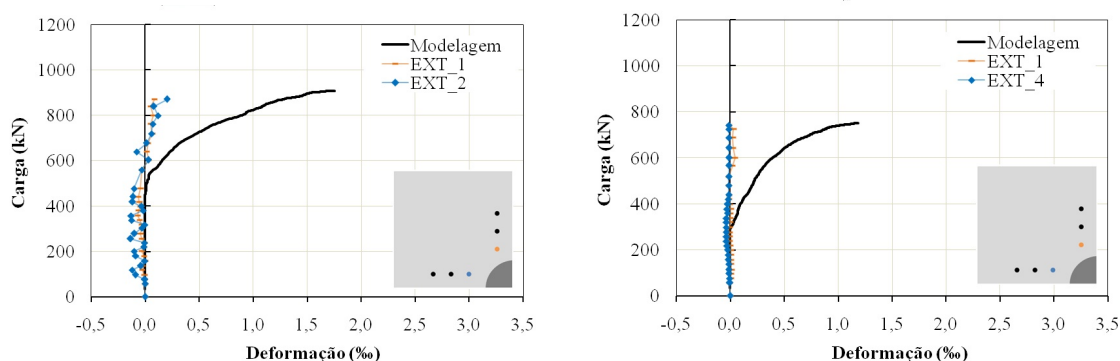


Figura 6.58 – Deformações nos *studs* da primeira camada da laje (a) BD-A03 e (b) BD-A01 (fonte: Autor)

Todavia, como houve boa aproximação da carga de ruptura para todas as lajes dessa série de concretagem, tanto para os modelos que utilizaram *studs*, quanto para as lajes que não empregaram esse tipo de armadura, é necessário considerar a possibilidade de erros nos dados experimentais fornecidos. Entre os fatores que podem contribuir para a obtenção de deformações tão baixas no ensaio experimental, é possível citar o escorregamento dos *studs* ou dos extensômetros, bem como a movimentação da armadura na etapa de concretagem. Vale mencionar que outros estudos empregaram *studs* posicionados de maneira diferente e verificaram ganhos altos na carga de ruptura, bem como deformações significativas nessas armaduras (FERREIRA, 2010; FERREIRA et al., 2023; TRAUTWEIN; GOMES; MELO, 2013).

Nessa perspectiva, optou-se por manter os *studs* nas lajes da simulação, já que a sua retirada apresenta diferença significativa na carga de ruptura, cerca de 10%. Ademais, quanto às treliças empregadas nas lajes das séries 4 e 5, foram verificados melhores aproximações quanto às deformações obtidas na modelagem numérica. Experimentalmente, foram lidos dados em diversos pontos, mas, para fins de simplificação, foram apresentados apenas 3 pontos por laje no Apêndice A.

Para ilustrar o comportamento dessa armadura de cisalhamento, a Figura 6.59 apresenta as deformações na laje BD-A02, para diferentes camadas de treliças. Nesse contexto, é possível verificar boa concordância em relação à carga em que se inicia o escoamento, mas foram obtidas deformações maiores que os dados experimentais.

Adicionalmente, a Figura 6.60 apresenta as tensões das treliças para a laje BD-A02, na carga de ruptura. Nesse caso, é possível observar baixas tensões para essas armaduras, especialmente em regiões mais distantes dos pilares. Vale mencionar que nenhum elemento alcançou a tensão

de escoamento do material ($62,3 \text{ kN/cm}^2$), e que as maiores deformações foram verificadas nas treliças posicionadas próximas à região maciça.

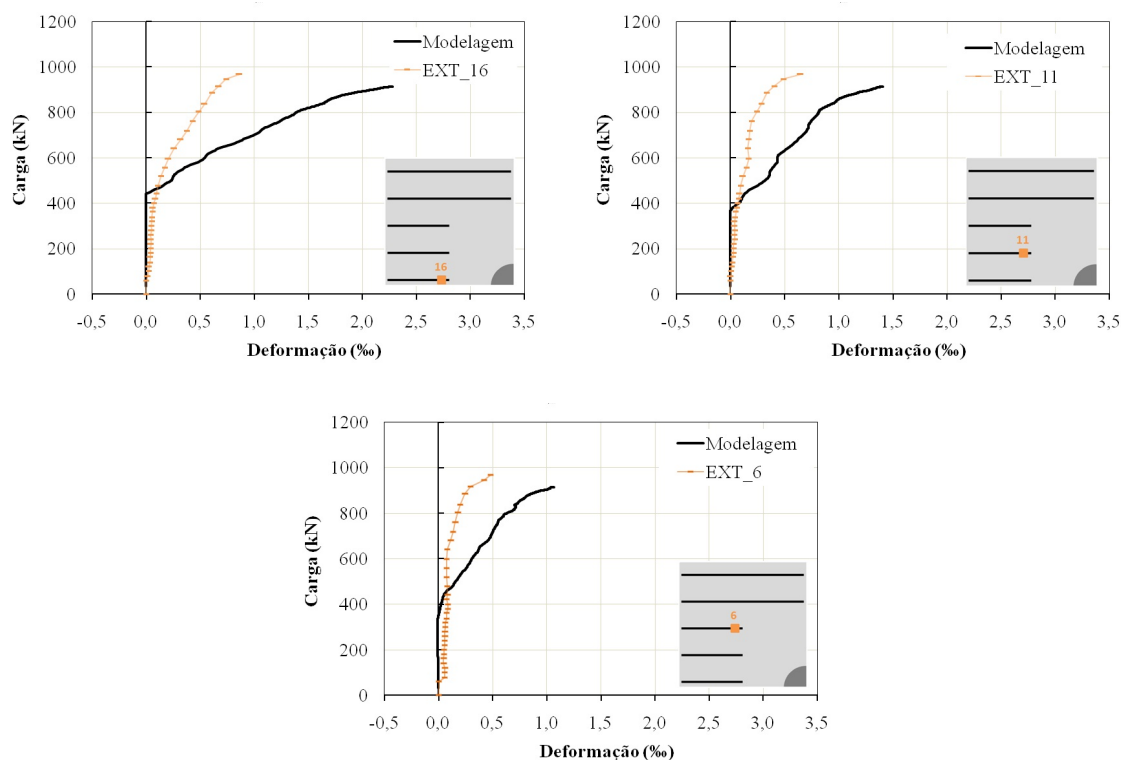


Figura 6.59 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje BD-A02 (fonte: Autor)

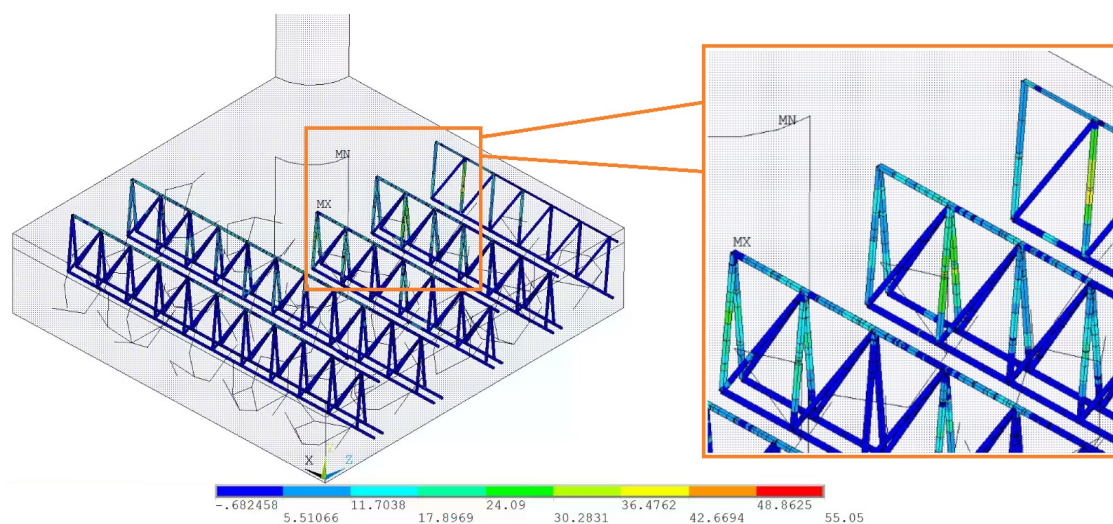


Figura 6.60 – Tensões de tração nas treliças próximas ao pilar da laje BD-A02 (kN/cm^2) (fonte: Autor)

6.2.4.5 Tensões e deformações do concreto

Em relação às deformações do concreto, foram verificadas boas aproximações do modelo numérico para a maior parte dos dados. No caso das lajes BD28-P3, BD2, BD4, SS2, SS1-3 e BD-A04,

foram obtidas curvas numéricas próximas às experimentais, tanto para as deformações tangenciais quanto radiais, como ilustrado na Figura 6.61, para o modelo BD-A04. Vale mencionar que foram realizadas leituras em duas direções e, por esse motivo, existem duas curvas experimentais para cada curva numérica. Além disso, também é possível observar o comportamento discutido no estudo de Einpaul et al. (2016), ou seja, a diminuição das deformações radiais ao se aproximar da carga de ruptura, comportamento típico da falha por punção, para várias lajes analisadas.

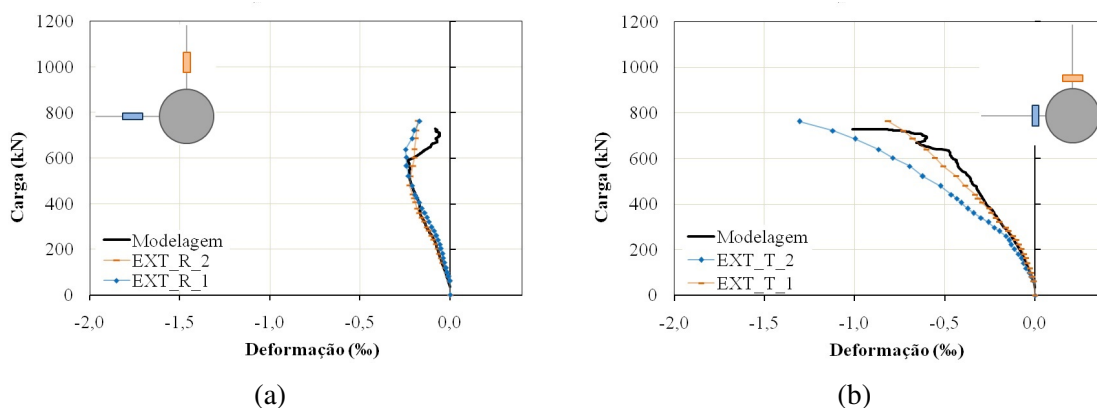


Figura 6.61 – Deformação (a) radial e (b) tangencial do concreto da laje BD-A04 (fonte: Autor)

Quanto aos modelos RSP28, BD28-P1, BD3, SS1-2, BD-A01, BD-A02, BD-A03 e BD-A05, foram verificadas maiores discrepâncias em relação às curvas experimentais, mas, ainda assim, boas aproximações para, no mínimo, uma das deformações lidas, como apresentado no Apêndice A. Por fim, as lajes que obtiveram maiores diferenças foram os modelos BD28-P2, BD1 e RSP-A01, sendo que o último é ilustrado na Figura 6.62. Sob esse viés, é válido apontar que as deformações são leituras sensíveis, suscetíveis a maiores variações.

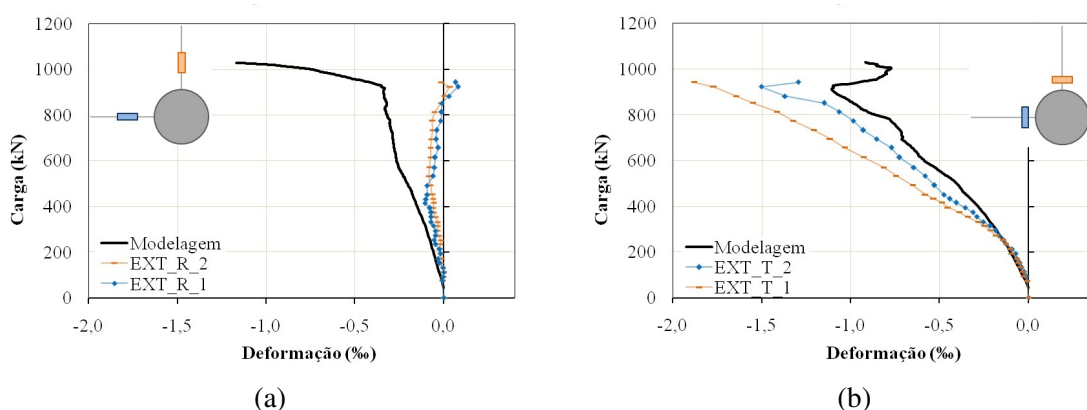


Figura 6.62 – Deformação (a) radial e (b) tangencial do concreto da laje RSP-A01 (fonte: Autor)

Sob essa ótica, a Figura 6.63 apresenta a deformação máxima principal do concreto (ϵ_1) da laje BD2, na carga de ruptura. Assim, fica evidente que a região mais próxima ao pilar apresentou os maiores valores de deformação, especialmente para os elementos que não contêm armadura de

cisalhamento. Além disso, também é possível verificar maiores deformações na primeira camada de esferas e na interface laje-pilar, regiões em que ocorre o cone de punção.

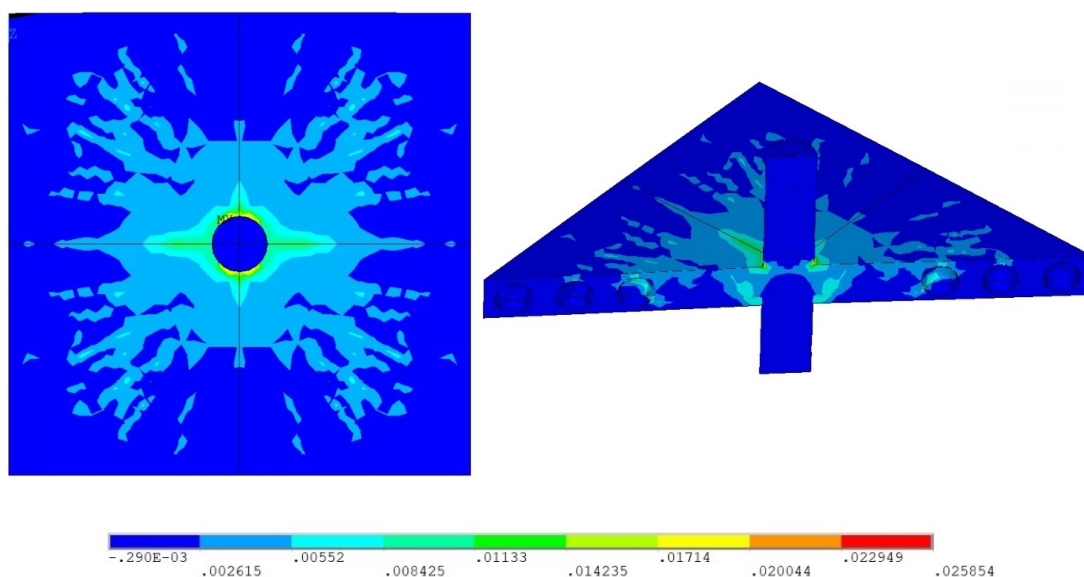


Figura 6.63 – Deformação ε_1 no concreto na superfície superior e interior da laje BD2 (cm/cm) (fonte: Autor)

De maneira semelhante, a Figura 6.64 apresenta a deformação máxima principal do concreto (ε_1) para a laje BD3, que contém armadura de cisalhamento em duas direções. Nesse caso, também é possível identificar maiores deformações na região que não apresenta armadura de cisalhamento, bem como nas primeiras camadas de esferas e na região de formação do cone de punção. Esses comportamentos foram verificados em todos os modelos, com variações na distribuição das deformações, a depender da posição das esferas e da presença de armadura de cisalhamento.

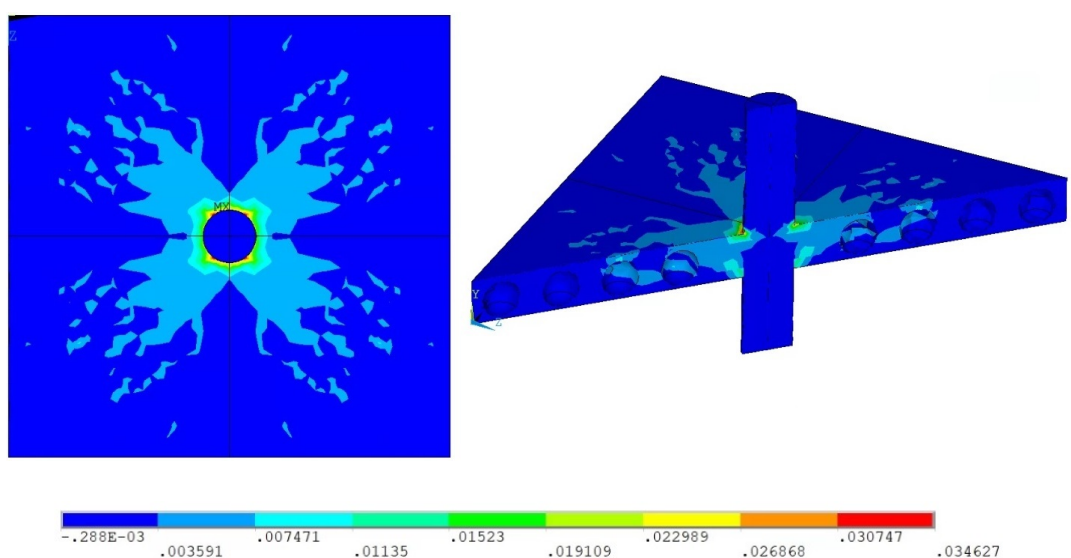


Figura 6.64 – Deformação ε_1 no concreto na superfície superior e interior da laje BD3 (cm/cm) (fonte: Autor)

Além disso, na Figura 6.65 é apresentada a distribuição das tensões principais mínimas (σ_3), para a laje BD3 na carga de ruptura. Assim como nas demais lajes, foi verificada uma concentração de tensões em determinados pontos da interface laje-pilar na superfície inferior, que não se estendem para o interior da laje, como verificado na corte da figura.

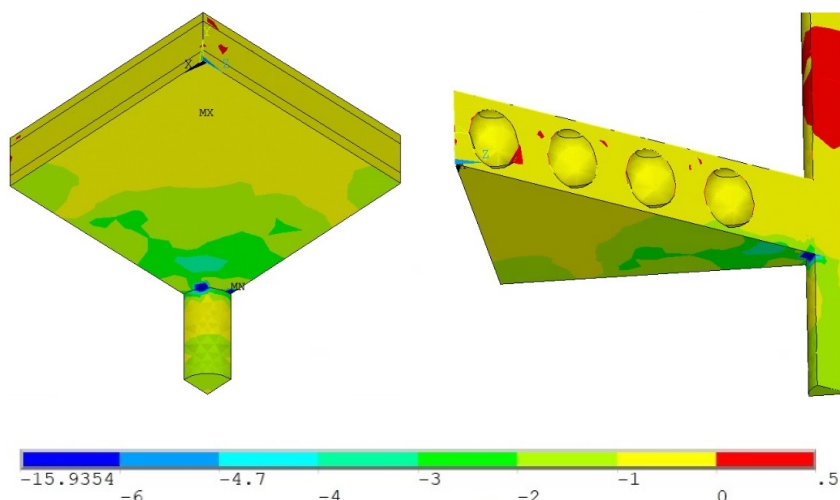


Figura 6.65 – Tensão σ_3 no concreto na superfície inferior e no interior da laje BD3 (kN/cm²) (fonte: Autor)

Nessa perspectiva, ao adotar uma escala que não leva em consideração esse ponto de concentração de tensões, é possível verificar a região comprimida da laje, com a formação das bielas de compressão. No caso da laje BD-A05, por exemplo, toda a superfície inferior se encontra submetida à compressão, bem como a maior parte da região maciça, situada no entorno do pilar. Já a superfície superior e as camadas de concreto entre esferas estão submetidas, majoritariamente, à tensões de tração, como ilustrado na Figura 6.66. Vale mencionar, ainda, que esse comportamento foi verificado em todos os modelos, sendo que as distribuições de tensões variaram de acordo com a posição das esferas.

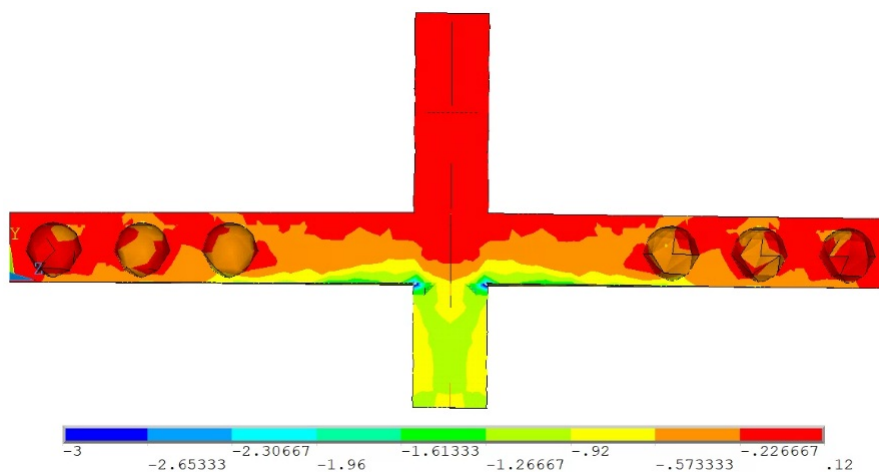


Figura 6.66 – Tensão σ_3 no concreto da laje BD-A05 na carga de ruptura (kN/cm²) (fonte: Autor)

Por fim, nas tensões principais σ_1 é possível verificar o impacto da retração antes mesmo da simulação de ensaio, devido à consideração de umidades baixas na superfície superior. Para a laje BD4, por exemplo, o ensaio foi realizado aos 53 dias, mas é possível verificar que aos 24 dias, Figura 6.67a, alguns elementos no entorno do pilar já apresentavam valores próximos à máxima tensão de tração. Ao passar do tempo, essas tensões se desenvolveram se distanciando do pilar de forma radial, como apresentado na Figura 6.67b, para 33 dias. Assim, tem-se que a retração atua na laje de tal forma que, ao iniciar o ensaio, uma parte da região superior da estrutura já contém fissuras.

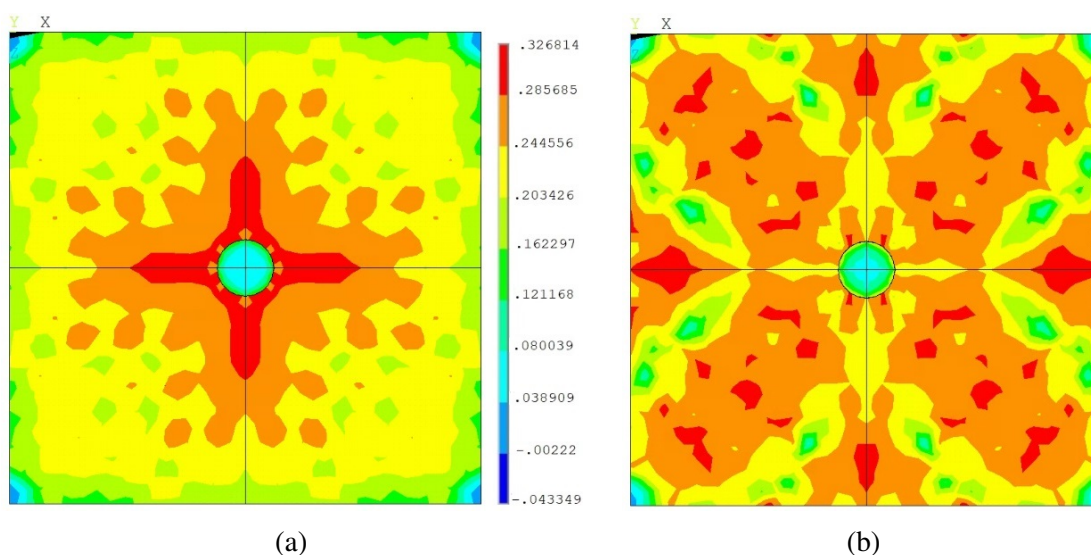


Figura 6.67 – Tensão de tração na superfície superior da laje BD4 aos (a) 24 dias e (b) 34 dias (kN/cm²) (fonte: Autor)

6.2.4.6 Mapa de fissuração

Os mapas de fissuração apresentam a superfície superior da laje e a demarcação das fissuras. No caso experimental, esse processo é realizado durante e após a conclusão do ensaio, sendo possível observar fissuras radiais e circunferenciais, bem como a formação de fissuras com aberturas maiores que caracterizam o cone de punção.

Na modelagem numérica, alguns elementos e *softwares* permitem uma verificação mais precisa da fissuração do que a utilização de elementos SOLID186 no ANSYS. Na presente modelagem somente é possível identificar quais elementos da estrutura apresentaram fissuras em uma ou duas direções. Além disso, a visualização gráfica não é precisa, pois a malha utilizada não é muito refinada. Entretanto, embora simplificado, esse processo permite identificar que o comportamento do modelo é semelhante ao que foi verificado experimentalmente.

Nesse contexto, a Figura 6.68 apresenta a comparação entre o modelo numérico e o comportamento experimental da superfície superior da laje BD-A05. Assim, torna-se possível verificar que as fissuras circunferenciais do caso experimental se formam na região intermediária entre

pilar e borda da laje, onde também iniciam as fissuras no modelo numérico. Para essa laje, tanto experimental quanto numericamente, é possível verificar a formação de duas fissuras tangenciais principais, sinalizadas em preto, formadas pela ligação de várias fissuras menores.

No caso numérico, as fissuras principais foram assinaladas a partir de observação visual da concentração de elementos que fissuraram em duas direções. Ainda na modelagem, a primeira fissura sinalizada está a cerca de 55 cm do centro do pilar, enquanto experimentalmente essa distância varia entre 65 a 70 cm. Já a segunda fissura encontra-se a aproximadamente a 110 cm para ambos os casos analisados.

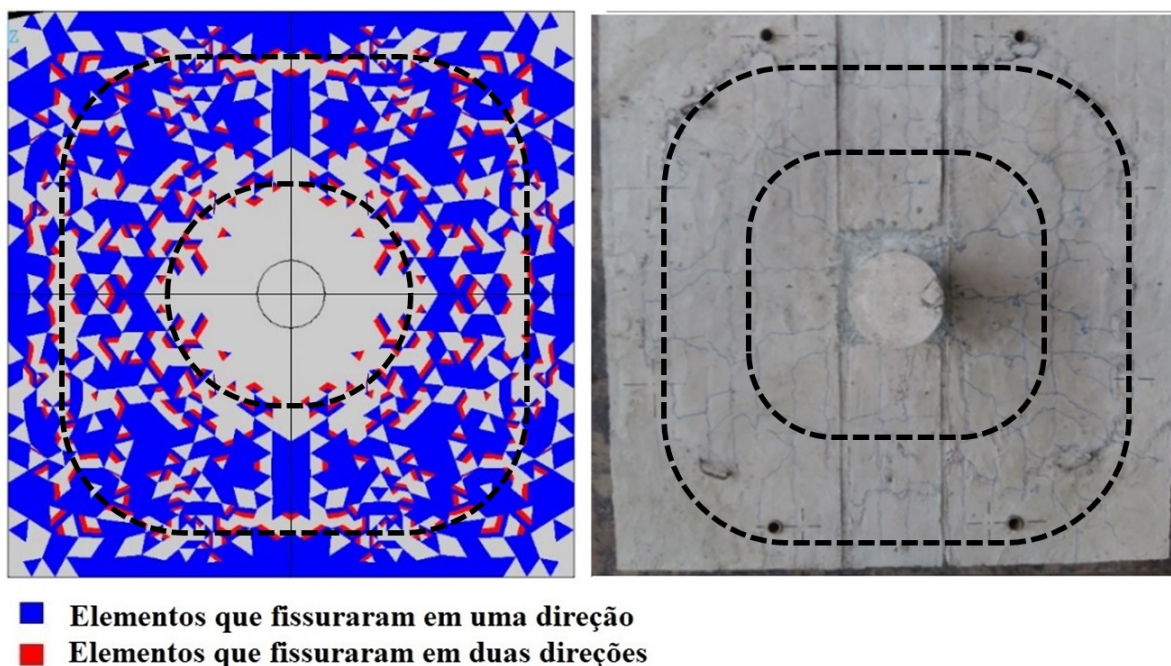


Figura 6.68 – Mapa de fissuração na superfície superior da laje BD-A05 após o ensaio (fonte: Autor)

Também é possível verificar que, próximo às bordas, as fissuras são apenas radiais tanto na modelagem quanto experimentalmente. Assim, entre as bordas e a fissura circunferencial principal próxima ao pilar, vários pontos apresentam fissuras em uma ou duas direções. Já na região próxima ao pilar são verificadas fissuras radiais para o caso experimental, o que não ocorre no modelo numérico, que não apresenta elementos fissurados nessa região.

Assim, um comportamento semelhante também foi visualizado na laje maciça SS1-3, apresentada na Figura 6.69. Nesse caso, a fissura principal se formou a uma distância que varia entre 70 e 90 cm para o caso experimental, e 70 a 80 cm para o modelo numérico. Vale mencionar, também, que a armadura de cisalhamento em cruz empregada nessa laje, favoreceu a formação de fissuras inclinadas a 45°, partindo do pilar, o que pode ser verificado tanto experimentalmente quanto numericamente.

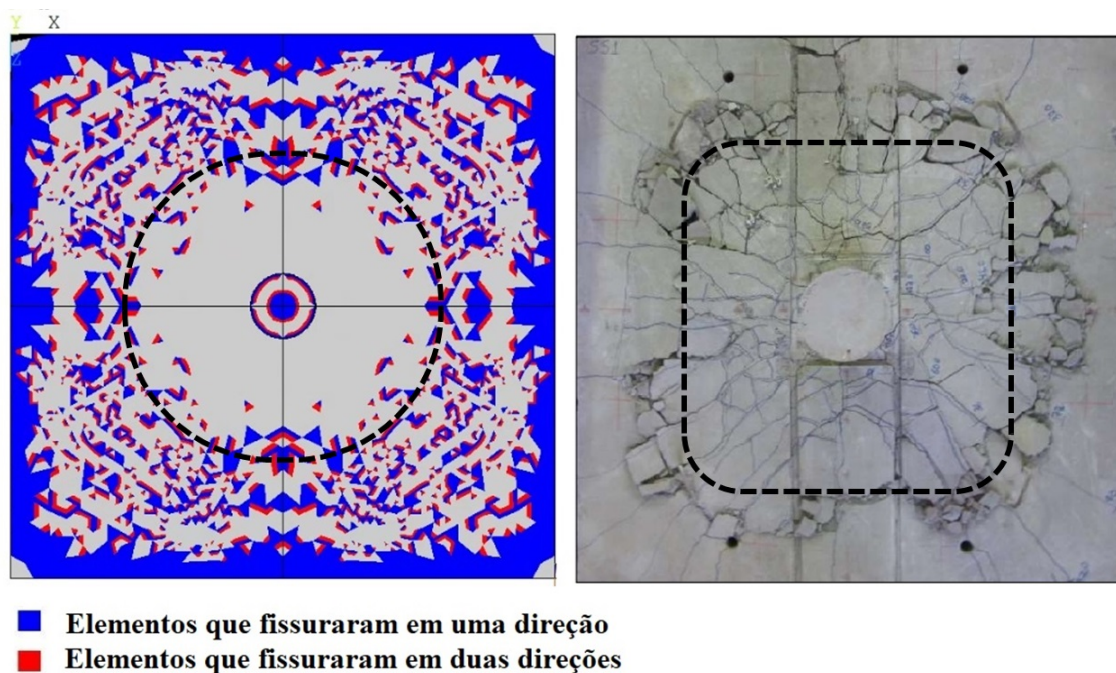


Figura 6.69 – Mapa de fissuração na superfície superior da laje SS1-2 após o ensaio (fonte: Autor)

Por fim, é necessário mencionar que as fissuras principais não foram identificadas facilmente em alguns modelos numéricos, e que a formação do padrão de fissuras no ensaio depende de vários fatores como, por exemplo, simetria de carregamento e ponto de parada do ensaio. Assim, os dados obtidos para esse item não apresentam grande precisão mas, ainda assim, permitem constatar que a formação das fissuras tangenciais na modelagem se inicia em distâncias próximas ao dado experimental.

6.2.4.7 Superfície de ruptura

Devido à quantidade de elementos e discretização da malha, é possível identificar que os mapas de fissuração supracitados apresentam resultados pouco refinados. Entretanto, utilizando a mesma ferramenta para verificar a superfície de ruína no interior das lajes, é possível obter melhores aproximações. Diante disso, vale mencionar que a superfície de ruína foi obtida experimentalmente através de um corte na seção da laje, distanciado a 15 cm do centro do pilar, para cada direção. Esse ensaio não foi realizado em todas as lajes e, para fins de comparação numérica, são apresentadas na Figura 6.70 as lajes BD28-P2, BD1, BD3 e BD4.

Vale mencionar que, assim como esperado, a formação do cone de punção das lajes com vazios sempre ocorreu nas esferas de volume oco. Para a laje sem armadura de cisalhamento, BD28-P2, fica clara a formação da fissura partindo da interface laje-pilar, se estendendo pela região maciça junto à face inferior e cortando a primeira camada de esferas. No caso da laje BD1,

também é possível verificar esse comportamento, já que, embora essa laje apresente armadura de cisalhamento unidirecional, o corte não passa por ela.

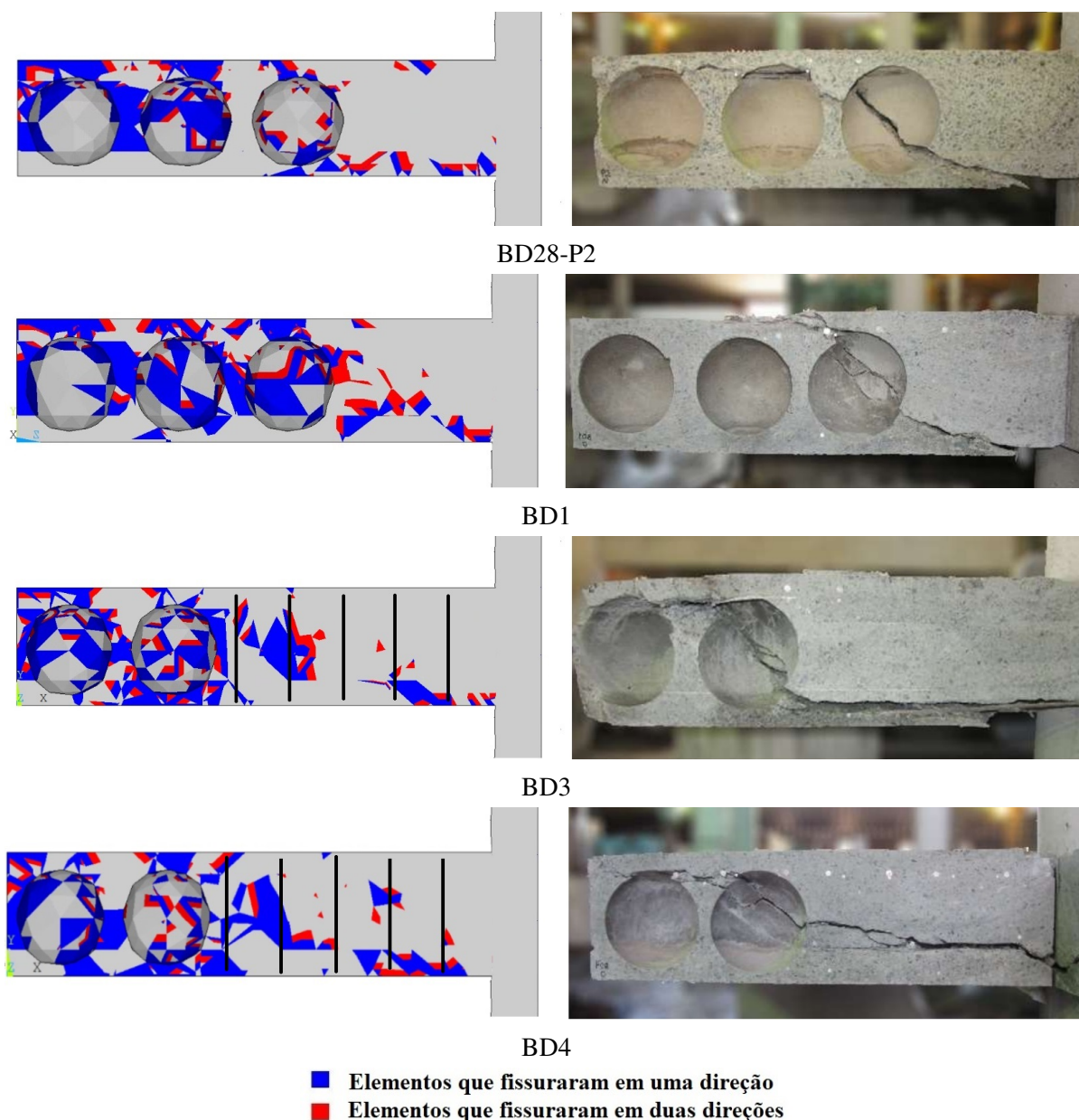


Figura 6.70 – Comparação da superfície de ruína (fonte: Autor)

Outrossim, em relação às lajes BD3 e BD4, é possível verificar numericamente que as mesmas apresentam pouco elementos fissurados na região maciça, devido à presença de armadura de cisalhamento, ou seja, elementos de reforço. Assim, a maior concentração de elementos fissurados está localizada na primeira camada de esferas, indicando que a formação do tronco de cone ocorreu fora da região dos estribos, assim como pode ser verificado experimentalmente para a laje BD3. Por fim, vale mencionar que a fissura apresentada forma o tronco de cone e indica, também, que o modelo numérico apresenta como forma de ruptura a falha por punção.

7 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Com o objetivo de identificar o efeito de alguns parâmetros em relação à punção, nesse capítulo são analisadas diferentes lajes, por meio de análise numérica. Nesse aspecto, pretende-se identificar quais parâmetros apresentam maior influência na carga de ruptura, como o comportamento carga-deslocamento é impactado e quais as principais diferenças entre os resultados obtidos para lajes maciças e com vazios esféricos. Assim, as análises são separadas em dois grupos principais: lajes com e sem armadura de cisalhamento.

No caso das lajes sem armadura de cisalhamento, entre os parâmetros analisados está a presença de esferas, em que é realizada uma comparação com lajes maciças de mesma espessura ou mesmo volume de concreto. Além disso, também é verificado nas lajes com vazios o impacto da região sólida no entorno do pilar, bem como o diâmetro e a posição vertical das esferas. Já para as lajes maciças e com vazios é determinado o efeito da espessura, propriedades do concreto, dimensões e formato do pilar, taxa de armadura de flexão e presença de pré-laje.

Ademais, em relação às lajes com armadura de cisalhamento, é verificado o impacto da região sólida no entorno do pilar, bem como bitola, posição e tamanho da armadura empregada para resistir ao esforço cortante. Para esse grupo de lajes, também são comentados os resultados obtidos para variação de propriedades do concreto, taxa de armadura de flexão e diâmetro das esferas.

Para as análises, foram utilizados os modelos constitutivos e a implementação computacional abordados nos Capítulos 4 e 5, através da USERMAT para o concreto e do modelo BISO para o aço. Assim como na etapa de validação numérica, foram empregados elementos SOLID186, tridimensionais tetraédricos, para a modelagem do concreto e elementos de reforço REINF 264 para a modelagem das armaduras.

Além disso, para identificar o comportamento de cada parâmetro de forma isolada, inicialmente foi criado um modelo referência para cada grupo analisado, a partir do qual foram realizadas as variações. No caso das lajes sem armadura de cisalhamento foi adotada uma geometria semelhante à laje BD28-P1, ensaiada experimentalmente por Lima (2015), modelo aqui denominado por REF. Já no caso da laje com armadura de cisalhamento foi adotada uma geometria semelhante à laje BD3, ensaiada por Nicácio (2018), modelo aqui denominado por REF-CIS. Além disso, também foram criados modelos referência para as lajes maciças, denominados como REF-MAC e REF-CIS-MAC, para, respectivamente, o grupo sem e com armadura de cisalhamento.

Dessa maneira, todas as lajes de referência são quadradas, com comprimento de 250 cm e altura igual a 28 cm, com esferas de diâmetro igual a 22,5 cm. No centro das lajes é posicionado um pilar de seção circular com diâmetro de 30 cm, com altura superior igual a 80 cm e inferior igual a 50 cm, que encontra-se engastado nas extremidades. Nesse aspecto, a aplicação de carga ocorre sobre o nó central das placas modeladas, como indicado na Figura 7.1a. Além disso, com o objetivo de diminuir o custo computacional, as análises paramétricas também são realizadas em modelo reduzido (um quarto da laje), considerando simetria de geometria e carregamento, assim como apresentado na Figura 7.1b.

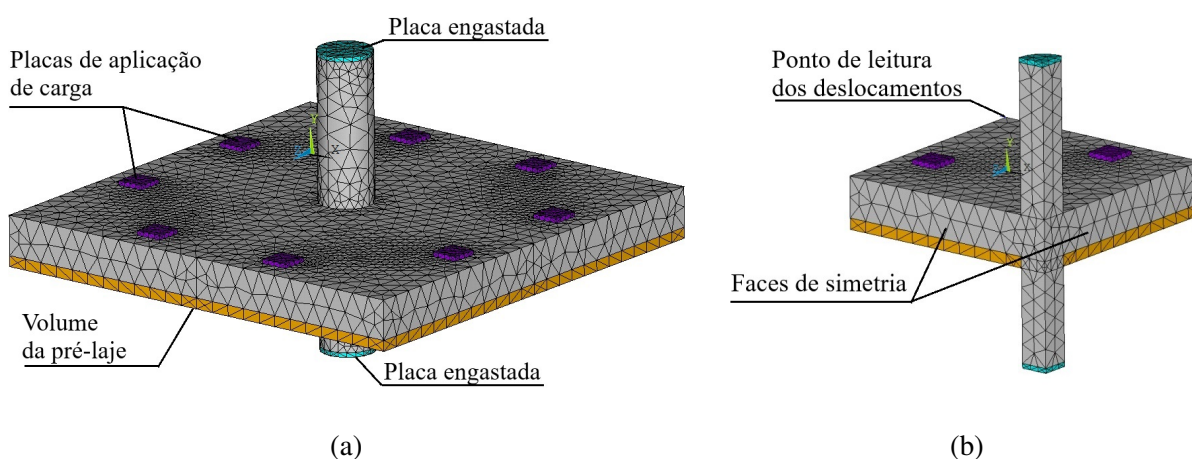


Figura 7.1 – (a) Laje simulada e (b) região modelada (fonte: Autor)

Em relação à malha, foram empregados elementos com dimensão máxima de 10 cm, utilizando malha livre formada a partir da pré subdivisão das linhas. Vale mencionar que, devido à dependência de malha elucidada na etapa de validação, os resultados devem ser analisados com cautela. Além disso, como uma das análises consistia em avaliar a influência de pré-laje, um volume de concreto com altura igual a 6 cm foi criado para todos os modelos. Assim, apenas nas análises relativas à pré-laje, as propriedades do concreto (idade, resistência à compressão, tração e módulo de elasticidade) foram alteradas nesse volume.

Diante disso, o carregamento é aplicado em 5 etapas, como resumido na Figura 7.2. A etapa 1 consiste na passagem de tempo, através de um incremento, no período em que o concreto está no processo de cura. A etapa 2 leva em consideração a passagem de tempo, com incrementos de 1 dia, até um dia anterior à aplicação de carga. Na etapa 3 o peso próprio é aplicado em 9 incrementos iguais, sendo que na etapa 4 os deslocamentos são fixados por meio de um único incremento de 0,1 dia. Por fim, a etapa 5 simula a aplicação de carga sobre as placas, através de 500 incrementos de deslocamento, ao longo de 1 dia.

Sob essa perspectiva, as curvas apresentadas nos próximos itens consideram o comportamento carga-deslocamento para leituras realizadas no ponto mais distante do pilar, como indicado na Figura 7.1b. Assim, o início da aplicação de carga equivale ao ponto de origem dos gráficos, ou

seja, a carga e os deslocamentos resultantes das etapas anteriores foram descontados a fim de transladar a curva resultante da etapa de carregamento 5 para o ponto inicial (0,0).

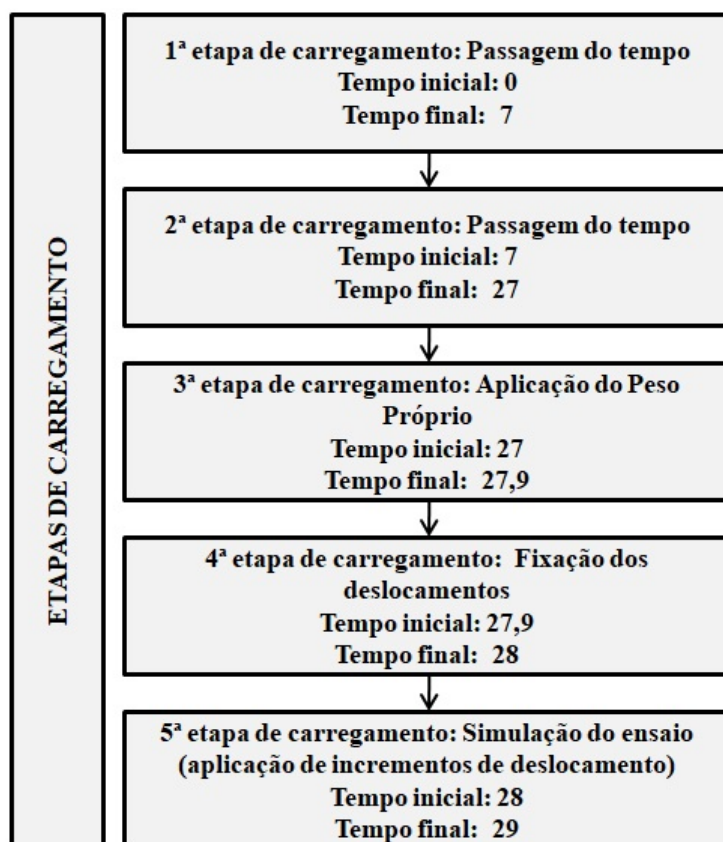


Figura 7.2 – Etapas de carregamento das lajes da análise paramétrica (fonte: Autor)

Além disso, para todas as lajes modeladas, em relação ao reforço, são empregadas armaduras de flexão de aço CA-50, espaçadas alternativamente a cada 10 cm e 15 cm, com bitola de 12,5 mm e cobertura de 2,5 cm. Já para as telas de fixação das esferas é utilizado aço CA-60, com bitolas de 6 mm para a malha superior e 8 mm para a malha inferior, com espaçamento também variando alternativamente entre 10 e 15 cm. Adicionalmente, foram modelados os ganchos em toda a borda da laje, empregando as mesmas características da armadura de flexão. Vale mencionar que a escolha da geometria, posição e bitola das armaduras seguiu os modelos experimentais validados no Capítulo 6, para o caso das lajes ensaiadas na Universidade de Brasília.

Outrossim, não foram modeladas as treliças de içamento já que testes preliminares demonstraram não existir impacto sob o comportamento da estrutura submetida à punção. Essa medida contribuiu para maior rapidez computacional, pois houve significativa diminuição de elementos de reforço. Por fim, no modelo REF-CIS, é empregada uma armadura de cisalhamento formada por estribos de aço CA-50 e bitola de 8 mm, disposta no formato cruz. Vale apontar que todas as armaduras empregadas nesses modelos, bem como sua implementação computacional, já foram discutidas no Capítulo 6, nos itens 6.2.1 e 6.2.3, para o caso das lajes BD28-P1 e BD3.

Nesse contexto, para o aço, foi empregado módulo de elasticidade igual a 21000 kN/cm^2 e tensão de escoamento igual ao valor nominal, ou seja, 50 kN/cm^2 para aços CA-50 e 60 kN/cm^2 para aços CA-60. Já para o concreto, foi considerada resistência à compressão média como 3 kN/cm^2 , tração e módulo de elasticidades estimados a partir do CEB-FIP Model Code 1990 (1993) e idade de ensaio igual a 28 dias. Para os demais dados de entrada da USERMAT, foi considerado temperatura igual a $25 \text{ }^\circ\text{C}$, umidade 80% para todo o volume de concreto, cimento de alta resistência inicial e tempo de cura igual a 7 dias.

7.1 LAJES SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO

Para avaliar as lajes sem armadura de cisalhamento, os modelos referência para lajes com vazios (REF) e maciças (REF-MAC), apresentam as características supracitadas em relação aos materiais, condições de contorno e geometria. Acerca das esferas empregadas no modelo REF, a Figura 7.3a apresenta a posição e quantidade de vazios, em que é possível verificar a existência de uma região maciça próxima ao pilar. Já referente à posição vertical das esferas, o corte demonstra que o centro das mesmas não coincide com o centro da laje, bem como verificado nos modelos experimentais validados. Além disso, a Figura 7.3b apresenta a geometria do modelo REF-MAC. Vale mencionar, ainda, que os modelos ilustrados já consideram a simetria da laje, ou seja, só é apresentado um quarto da geometria total.

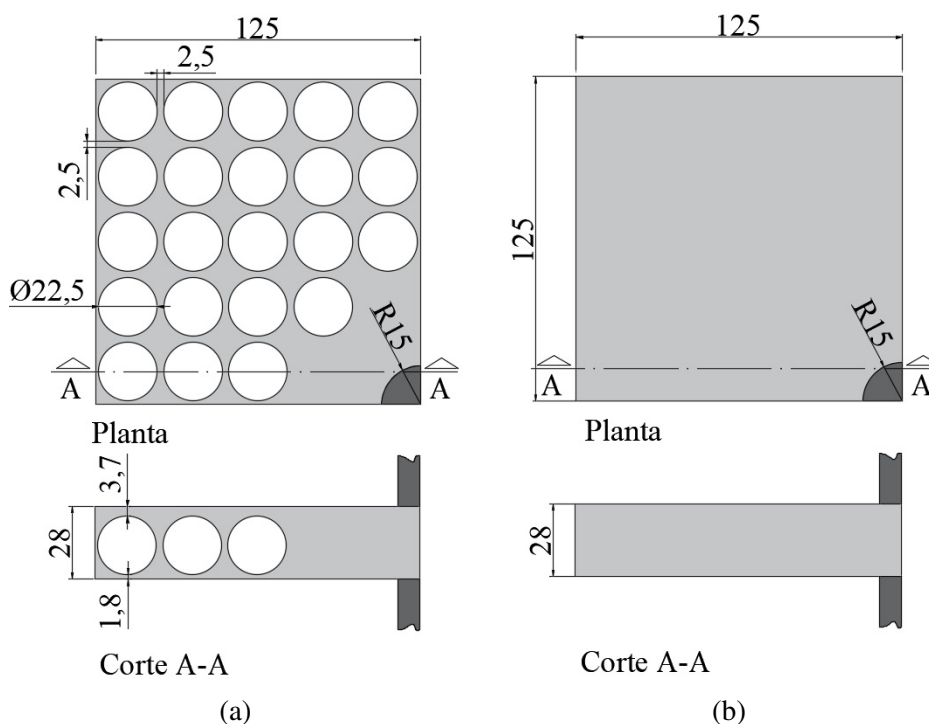


Figura 7.3 – Geometria dos modelos REF e REF-MAC (dimensões em cm) (fonte: Autor)

7.1.1 Presença de esferas

Com a finalidade de verificar o impacto do emprego de vazios, inicialmente foram comparadas as lajes REF e REF-MAC diretamente. Dessa forma, parâmetros como altura, propriedades do concreto, bitola e posição das armaduras permaneceram constantes, sendo que a única diferença entre os modelos é a presença das esferas.

Nesse sentido, como ilustrado na Figura 7.4, o comportamento carga-deslocamento inicial é semelhante para ambos modelos, até cerca de 150 kN. Nesse trecho, embora imperceptível nos gráficos, é válido mencionar que a laje maciça apresenta maior rigidez. Na carga relativa ao início da fissuração do concreto, o modelo REF atingiu 180 kN, valor cerca de 20% inferior ao obtido pela correspondente maciça.

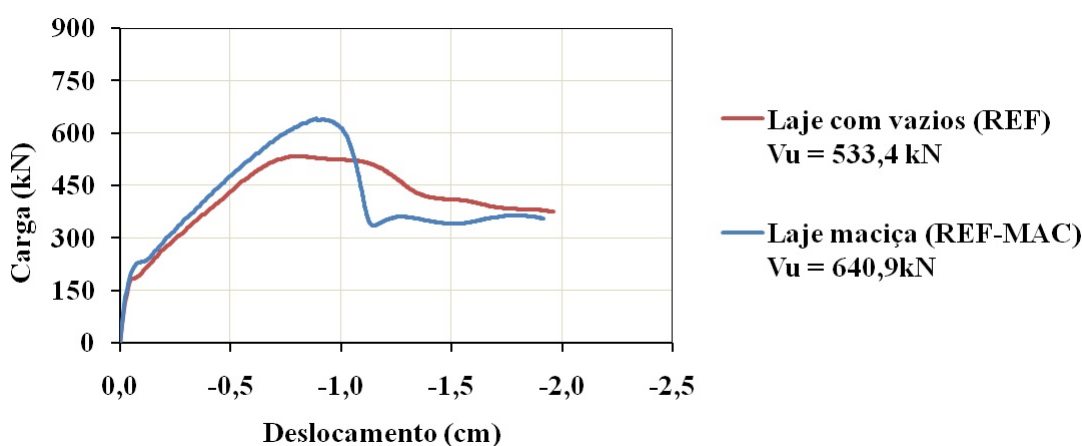


Figura 7.4 – Comparação entre laje maciça e com vazios (fonte: Autor)

Nesse viés, após o início da fissuração do concreto, há uma alteração significativa na rigidez da curva para ambos modelos, sendo que a laje com vazios passa a apresentar deslocamentos maiores para um mesmo nível de carga. Esse comportamento é esperado, já que a diminuição do volume de concreto impacta diretamente na rigidez da estrutura. Assim, é possível verificar, ainda, que a inclinação da curva do modelo REF é menor quando comparada à laje maciça.

Além disso, há uma redução significativa na carga de ruptura (V_u) ao empregar as esferas. Enquanto o modelo REF atingiu cerca de 533,4 kN, a laje REF-MAC alcançou 640,9 kN, valor cerca de 20% superior. Nesse aspecto, essa redução significativa pode ser explicada, entre outros fatores, pela proximidade das esferas no entorno do pilar.

Essa proximidade impacta diretamente na punção, já que o vazio forma uma zona frágil para a ruptura por cisalhamento, o que pode ser verificado na modelagem numérica. Na Figura 7.5, são apresentados os elementos fissurados em um corte da seção, na carga de ruptura. Nesse caso, fica

evidente que a fissura de cisalhamento principal, responsável pela formação do tronco de cone de punção, intercepta a primeira e a segunda camada de vazios, como indicado pela cor vermelha.

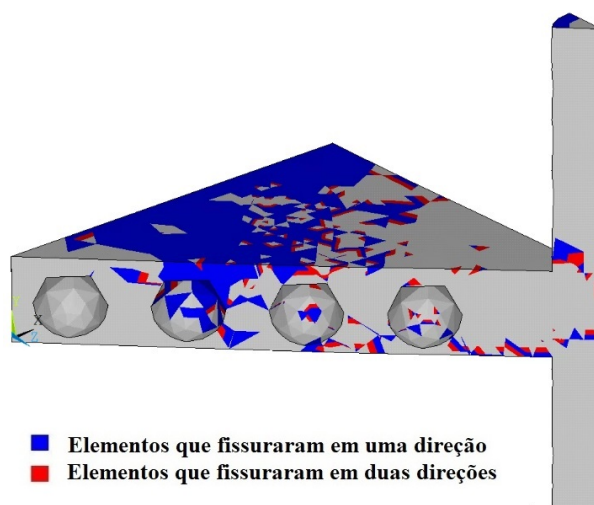


Figura 7.5 – Elementos fissurados na laje REF (fonte: Autor)

Vale mencionar que a redução de volume da laje REF foi igual a 30% quando comparada à laje REF-MAC, evidenciando o potencial de redução do peso próprio. Dessa maneira, com o objetivo de demonstrar o potencial das lajes com vazios em relação à economia de materiais, foi realizada uma comparação entre o modelo REF e uma laje maciça de mesmo volume. Assim, a altura equivalente para a nova laje passou a ser 19,6 cm e mantiveram-se as mesmas armaduras e cobrimentos de concreto.

Nessa perspectiva, a Figura 7.6 apresenta o comportamento da laje com vazios (REF), da laje maciça com mesma espessura (REF-MAC) e de uma laje maciça com espessura equivalente. Para o último modelo, a carga de início de fissuração é significativamente menor, assim como a rigidez. Ainda, é possível observar que a carga máxima obtida é 28% inferior à laje com vazios.

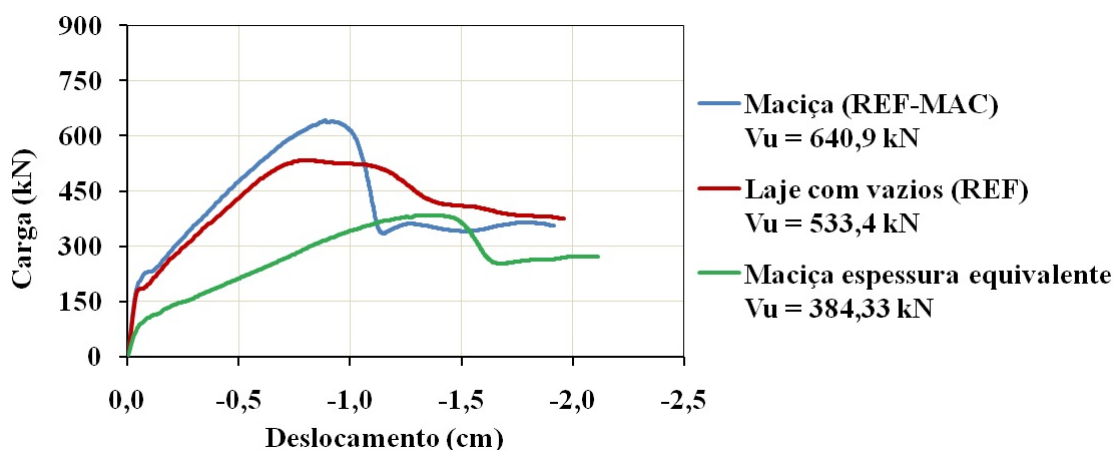


Figura 7.6 – Comparação entre laje maciça, laje com vazios e laje com espessura equivalente (fonte: Autor)

7.1.2 Região sólida no entorno do pilar

Como verificado no item anterior, a presença de esferas impacta diretamente na punção, reduzindo a capacidade de carga. Entretanto, a literatura aponta que, quando uma região é mantida sólida no entorno do pilar, a depender do seu tamanho, o comportamento das lajes com vazios pode se aproximar ao das lajes maciças, no caso da punção. Para verificar a influência desse parâmetro, foram modeladas 4 configurações de lajes com vazios, além da laje maciça referência, REF-MAC.

Assim, como apresentado na Figura 7.7, a configuração B representa o modelo REF. Ao acrescentar esferas na direção do pilar, inserindo o máximo de vazios possíveis para as dimensões analisadas, foi criada a configuração A. Por outro lado, ao retirar vazios, aumentando a região sólida em ambas direções, foram formadas as configurações C e D.

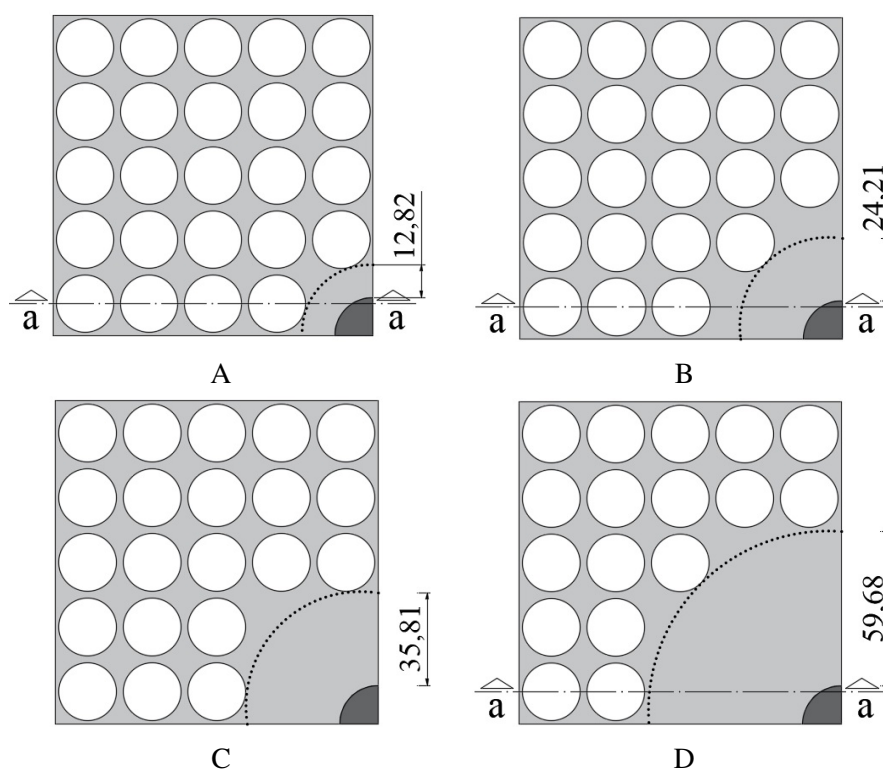


Figura 7.7 – Posição das esferas na região sólida próxima ao pilar (fonte: Autor)

Nessa perspectiva, em relação ao comportamento carga-deslocamento, ilustrado na Figura 7.8 é possível verificar que a configuração A apresenta um comportamento crítico, com alta redução da carga de ruptura. Comparativamente ao modelo de laje maciça, REF-MAC, o decréscimo de carga foi aproximadamente igual a 44 %. Outrossim, ao comparar os modelos B e C com a laje maciça referência, as quedas na carga de ruptura foram menores mas, ainda assim, significativas e iguais a, respectivamente, 28% e 12%. Vale mencionar que esse comportamento está de acordo com o que foi verificado no estudo de (VALIVONIS et al., 2017), por exemplo.

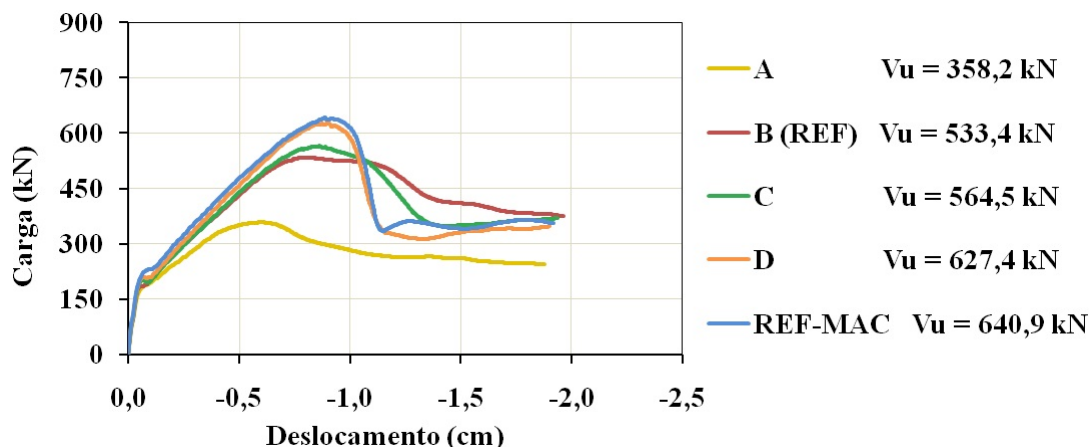


Figura 7.8 – Impacto da região maciça no comportamento da estrutura (fonte: Autor)

Diante dessa análise, foi verificado, ainda, que a configuração D apresentou carga de ruptura próxima à laje maciça, apenas 2,1% inferior. Para essa configuração, a curva carga-deslocamento se manteve próxima ao modelo REF-MAC para todos os níveis de carga. Nesse sentido, a Figura 7.9 apresenta as deformações principais de tração na carga de ruptura, no Corte a-a da laje, ilustrado anteriormente, na Figura 7.7.

Ao avaliar essas deformações, fica claro o local de formação da fissura principal, já que a punção ocorre pelo esgotamento do concreto à tração. Na configuração A, as mais altas deformações de tração ocorrem na primeira camada de vazios, entre a interface laje-pilar inferior e o centro da esfera. No modelo B é possível identificar que as deformações mais altas de tração se concentram próximo ao pilar e, também, na primeira camada de esferas. Ou seja, no caso B os vazios continuam interferindo na ruptura por cisalhamento, mas de forma menos impactante que no caso A.

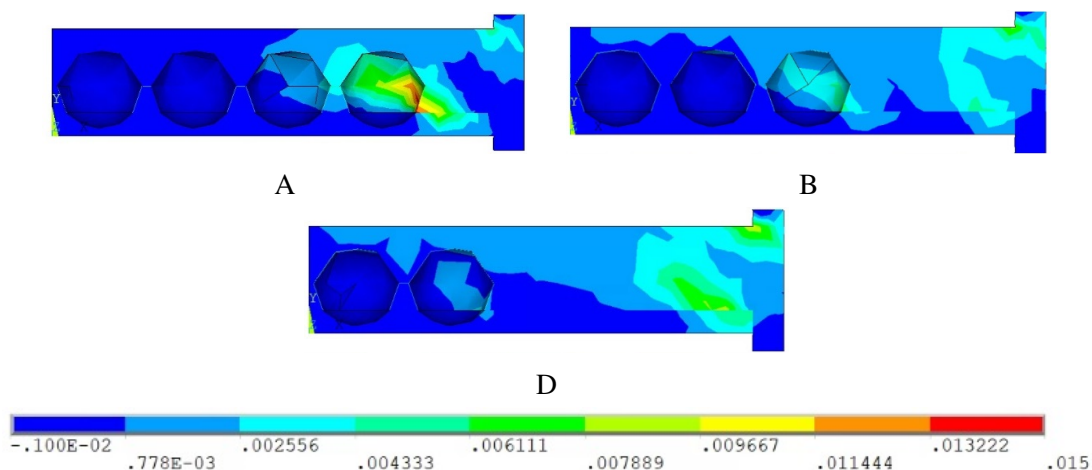


Figura 7.9 – Deformações principais de tração na carga de ruptura para as configurações A, B e D (fonte: Autor)

Na mesma linha de pensamento, para o modelo C e D, que apresentam o corte interceptando o mesmo número de vazios, são verificadas deformações baixas na região das esferas, sendo que a formação da fissura de cisalhamento ocorre na região maciça, justificando a semelhança com a laje REF-MAC, na curva carga-deslocamento. Finalmente, vale apontar que as configurações A, B, C e D apresentaram reduções de volume iguais a 32,7%, 30%, 28,6% e 23,3%, respectivamente.

Torna-se relevante ressaltar que, nas normativas de cálculo, a estimativa da carga de ruptura por cisalhamento leva em consideração um perímetro de controle, como elucidado na seção 3.3. Nesse cenário, a norma americana ACI 318 (2019) considera que esse perímetro deve estar situado a uma distância igual a $d/2$ das faces do pilar, sendo d a altura útil da laje. Já para o caso da norma europeia Eurocode 2 (2004) e para a norma brasileira ABNT NBR 6118 (2023), o perímetro de controle deve estar situado a uma distância igual a $2d$ das faces do pilar.

Dessa forma, nesse perímetro de controle, a depender de cada norma, calcula-se a carga de cisalhamento resistente levando em conta outros parâmetros como resistência à compressão do concreto, taxa de armadura, fator de escala e fatores relacionados à geometria e posição do pilar. Por conseguinte, nas lajes com vazios, se uma esfera intercepta o perímetro de controle, é esperado que a resistência ao cisalhamento será menor, já que a área de concreto que suporta os esforços é inferior. A partir dessa linha de pensamento, diversos pesquisadores buscaram descontar a área de vazios que interceptam as esferas (SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002; HAN; LEE, 2014; CHUNG et al., 2018; LEDO, 2016; NICÁCIO, 2018), a fim de reduzir a carga calculada, aproximando ao dado real.

Nessa perspectiva, os perímetros de controle das três normas supracitadas foram traçados para as configurações A, B, C e D, como apresentado na Figura 7.10. Vale apontar que o objetivo desse estudo é verificar se o perímetro de controle intercepta as esferas e se o comportamento está de acordo com as cargas apresentadas nas curvas carga-deslocamento. Todavia, não serão verificadas se as normas apresentam previsão de carga próxima aos dados obtidos na modelagem.

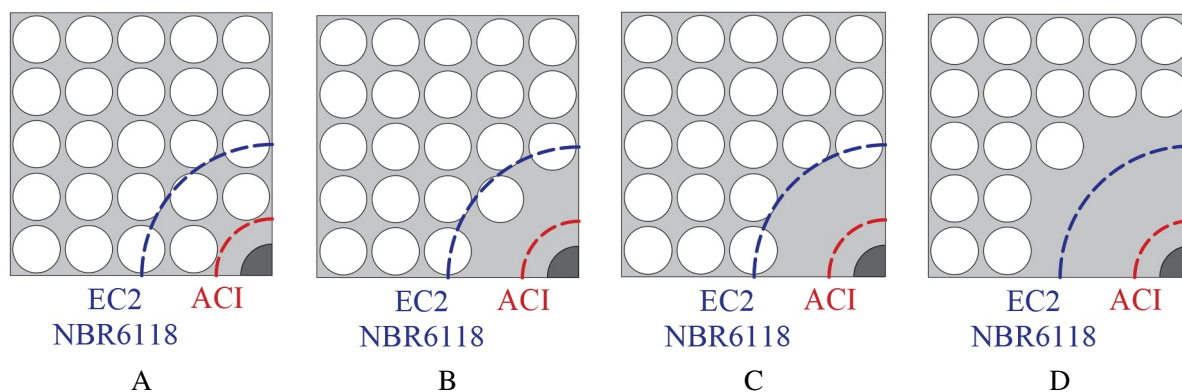


Figura 7.10 – Posição do perímetro de controle das normativas nas lajes com vazios (fonte: Autor)

Sob essa ótica, é possível verificar que o perímetro de controle indicado pela ACI 318 (2019) não intercepta as esferas em nenhum caso analisado. Ou seja, se fossem tomadas as formulações de lajes maciças para o cálculo das lajes com vazios, a norma superestimaria a carga de ruptura, o que já é esperado. Por outro lado, se as observações propostas por Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002), por exemplo, fossem levadas em consideração, a carga continuaria sendo superestimada, já que nenhuma esfera é interceptada e, portanto, não haveria redução na carga resistente determinada no cálculo.

A análise paramétrica demonstra, em contrapartida, que o modelo A apresenta carga de ruptura 44% inferior à laje maciça de referência. Por esse motivo, Han e Lee (2014) propuseram um ajuste que leva em consideração não somente o perímetro de controle estimado pela norma, como também a posição da primeira camada de vazios. Nessa perspectiva, a carga de ruptura é menor quanto mais próximo ao pilar estão posicionados os vazios, bem como observado na análise numérica. Vale apontar, ainda, que são necessárias análises mais aprofundadas para verificar se a variação na carga de ruptura do modelo numérico é semelhante ao proposto no modelo teórico dos autores mencionados.

Outrossim, quanto às normas Eurocode 2 (2004) e ABNT NBR 6118 (2023) foi possível verificar um comportamento mais próximo ao obtido na modelagem numérica. Para o modelo D, por exemplo, a análise numérica demonstrou que o comportamento carga-deslocamento é semelhante às lajes maciças, bem como o apresentado pela normas. Ou seja, como o perímetro de controle não intercepta nenhuma esfera, não seria necessário reduzir a carga resistente da laje e, quanto à carga resistente à punção, a mesma poderia ser calculada como laje maciça.

Ao adicionar algumas esferas, como apresentado no modelo C, a análise numérica apresentou carga de ruptura menor, cerca de 12% inferior ao modelo maciço. Em relação ao perímetro de controle das normativas, é possível verificar que o mesmo passa a interceptar 4 esferas para essa configuração, o que reduz a região de concreto que resiste aos esforços de cisalhamento. Para o modelo B, como apenas uma esfera é adicionada em relação ao modelo C, há pequena alteração, tanto no perímetro de controle quanto na carga da análise numérica, demonstrando que a concordância entre as duas análises.

Por outro lado, ao analisar o modelo A, é possível verificar um comportamento que necessita de atenção especial. Nesse caso, são adicionadas duas esferas a mais que o modelo B, mas o perímetro de controle não é alterado, sendo que o mesmo intercepta a mesma quantidade vazios, nos mesmos locais. Dessa maneira, se for considerada apenas a redução de área dos vazios interceptados pelo perímetro de controle, a carga será superestimada. Para essas situações específicas, em que o perímetro de controle das normas não intercepta a primeira camada de vazios, é necessário um estudo mais aprofundado.

Ainda para o modelo A, vale apontar que na simulação numérica a falha ocorreu na primeira camada de esferas, bem como nas lajes experimentais analisadas na etapa de validação. Assim, para esses casos, o perímetro de controle representaria melhor o comportamento da laje se estivesse posicionado nessa região. Esse aspecto também é levado em consideração na formulação apresentada por Han e Lee (2014), que considera a primeira camada de vazios como o ponto crítico para a ocorrência da falha por punção.

7.1.3 Diâmetro e posição vertical das esferas

Para as lajes com vazios foi verificado, também, o impacto da posição vertical e do diâmetro das esferas. No caso do modelo REF, as esferas não foram posicionadas no centro da laje, gerando uma cobertura de concreto igual a 3,7 cm e 1,8 cm junto às faces superior e inferior, respectivamente. Dessa maneira, foram modeladas lajes com a espessura superior variando de 2,4 a 5,4, como apresentado na Figura 7.11a.

Nesse caso, a posição da armadura de flexão foi fixada de acordo com o modelo REF e apenas a posição dos vazios e das telas de fixação foi variada. Entretanto, verificou-se que, para o caso analisado, não houveram alterações significativas do comportamento carga-deslocamento, sendo que a variação máxima da carga de ruptura se manteve menor que 2%.

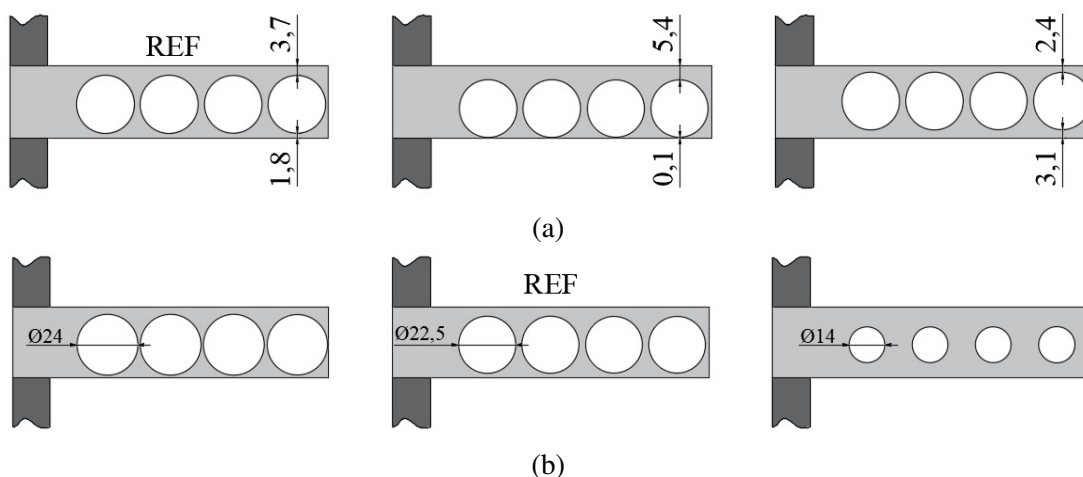


Figura 7.11 – Variação da (a) posição vertical e do (b) diâmetro das esferas (cm) (fonte: Autor)

Além disso, outro parâmetro variado foi o diâmetro das esferas, como apresentado na Figura 7.11b. Nesse caso, o centro da esfera foi mantido constante para todos os modelos e, assim, o diâmetro foi aumentado ou reduzido, sendo que a posição das telas de fixação acompanhou essa variação. Para que as esferas não se interceptassem, o diâmetro máximo analisado foi igual 24 cm, que acaba gerando um espaçamento horizontal entre vazios igual a 1 cm.

Nos diâmetros menores foram testados 14, 16, 18 e 20 cm, o que impactou, também, no

espaçamento entre as esferas e cobertura de concreto. Para cada análise a Figura 7.12 apresenta curvas carga-deslocamento e a carga de ruptura atingida. Nesse aspecto, é válido apontar que não houveram alterações significativas até cerca de 450 kN. Após essa carga, fica evidente que, quanto maior o diâmetro da esfera, menor a carga de ruptura obtida.

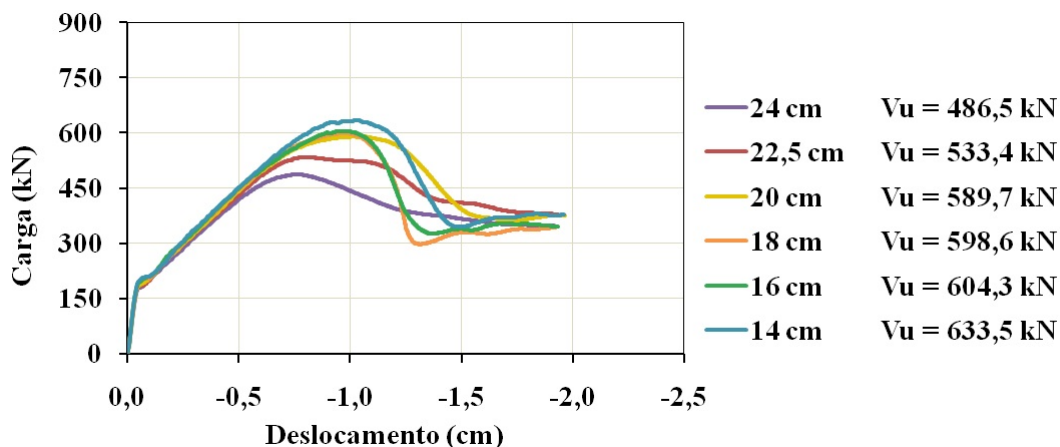


Figura 7.12 – Impacto do diâmetro das esferas no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

Sob esse viés, é possível observar que diâmetros menores que 22,5 cm apresentam cargas de ruptura próximas ao modelo REF-MAC (640,9 kN). Para o diâmetro de 14 cm, por exemplo, houve uma redução de apenas 1,2% em relação à laje maciça. Já diâmetros maiores, como 22,5 ou 24 cm, apresentam reduções significativas nas cargas de ruptura quando comparados ao modelo de laje maciça, 16,7% e 24%, respectivamente. Esse comportamento pode ser explicado a partir da observação das tensões atuantes no concreto.

Para o diâmetro de 14 cm, por exemplo, a Figura 7.13 apresenta as tensões de tração na carga de ruptura, sendo possível observar que a concentração ocorre entre os vazios, nas zonas preenchidas por concreto. Dessa maneira, ao aumentar o diâmetro, o espaçamento entre as esferas diminui, impactando diretamente na porção de concreto que resiste aos esforços de tração.

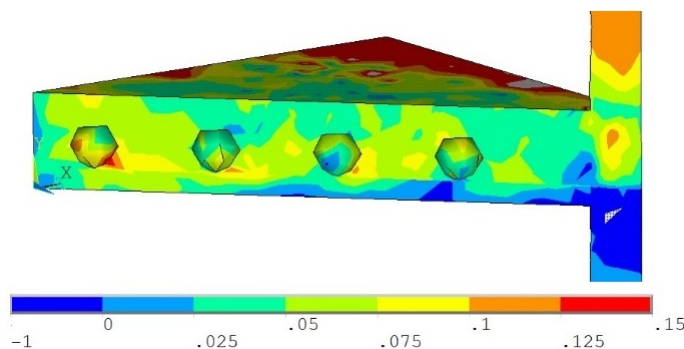


Figura 7.13 – Tensões principais de tração do concreto entre os vazios (kN/cm^2) (fonte: Autor)

7.1.4 Espessura da laje

Para avaliar o impacto deste parâmetro, foram avaliadas lajes maciças e com vazios, criando modelos com espessuras maiores e menores. Nesse viés, ao alterar a espessura, o diâmetro das barras de flexão também foi alterado, para manter a mesma taxa de armadura em todos os modelos. Assim, para o caso das lajes maciças, a Figura 7.14 apresenta o comportamento carga-deslocamento para espessuras variando de 12 a 40 cm.

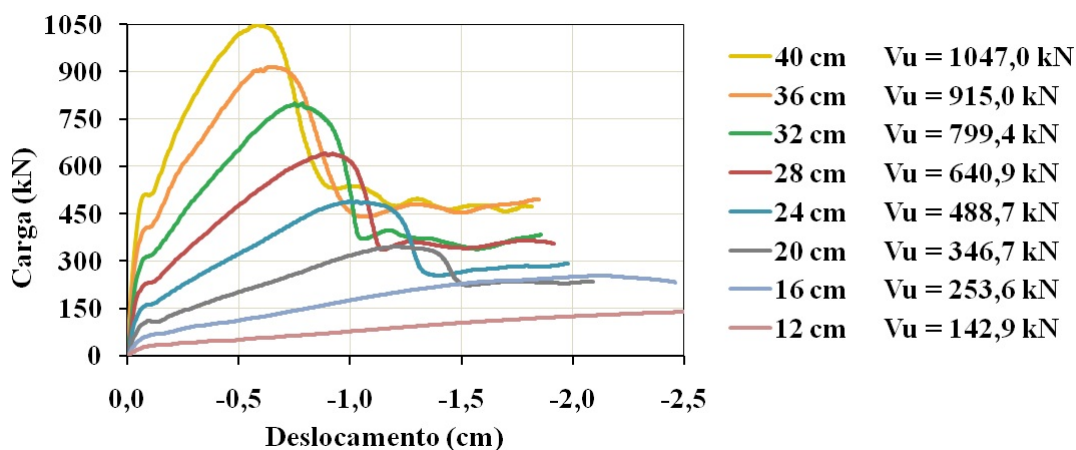


Figura 7.14 – Impacto da espessura no comportamento de lajes maciças
(fonte: Autor)

A partir das curvas é possível verificar um padrão já esperado: quanto maior a espessura da laje, maior a carga de ruptura, a rigidez e a carga no início da fissuração. Também é possível perceber uma certa proporção, a cada 4 cm de variação na espessura há uma alteração da carga de ruptura entre 100 a 150 kN. Para a laje de 12 cm, por exemplo, ao aumentar 4 cm houve acréscimo de 77% na carga de ruptura. Já para espessuras maiores, entre 16 e 32 cm, houve acréscimo de 24-41%, sendo que nas lajes espessas, com 36 e 40 cm, o acréscimo de carga ao variar 4 cm foi de 14%. Esse comportamento pode estar associado não somente ao aumento da região de concreto que resiste aos esforços de cisalhamento, como, também, ao fator de escala, assim como discutido por Li (2000) e Einpaul (2016).

Além disso, nota-se, ainda, uma alteração no modo de falha, ao diminuir a espessura. Para lajes com altura menor ou igual a 16 cm a ruptura é mais dúctil, se assemelhando a uma falha intermediária entre flexão e punção. No caso de espessuras pequenas, como 12 cm, ilustrado na Figura 7.15a, as armaduras de flexão próximas ao pilar plastificaram, como pode ser observado pelos elementos em vermelho, que atingiram a tensão de escoamento. Esse comportamento não ocorreu para a laje com espessura de 40 cm, por exemplo, ilustrada na Figura 7.15b. Ademais, como o raio das armaduras que escoam é menor que o raio de aplicação de carga, é possível classificar esse tipo de falha como flexo-punção.

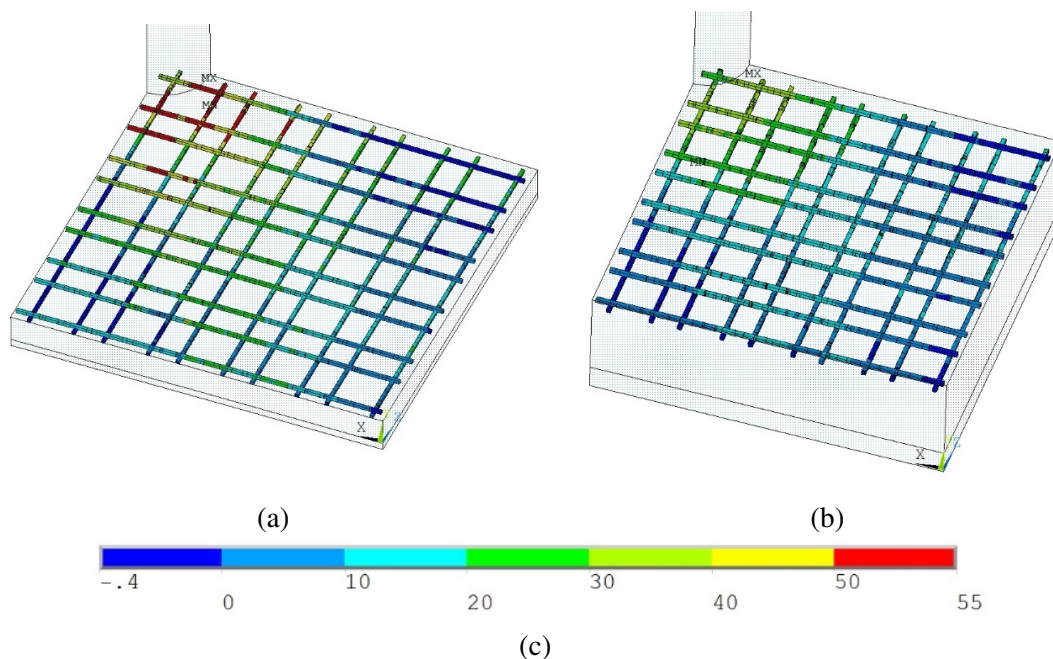


Figura 7.15 – Tensões axiais nas armaduras de flexão de lajes com (a) 12 e (b) 40 cm de espessura (kN/cm^2) (fonte: Autor)

Para as lajes com vazios, a espessura foi avaliada de duas formas distintas, a partir do modelo REF, ilustrado na Figura 7.16a. Quando a altura foi aumentada, o centro e o diâmetro das esferas permaneceram constantes, como indicado na Figura 7.16b. Por outro lado, quando a espessura foi reduzida, optou-se por diminuir, também, o diâmetro das esferas, de forma proporcional, sem alterar a posição horizontal das mesmas, como indicado na Figura 7.16c. Assim como nas lajes maciças, outros parâmetros foram mantidos constantes, como taxa de armadura de flexão, propriedades do concreto, etc.

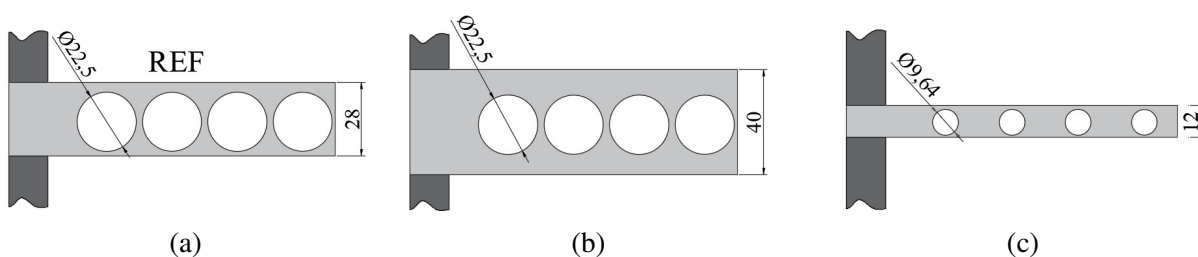


Figura 7.16 – Geometria das lajes com (a) 28, (b) 40 e (c) 12 cm de espessura (cm) (fonte: Autor)

Em relação aos resultados, foi verificado um comportamento próximo ao das lajes maciças, ou seja, quanto maior a espessura, maior a carga de início da fissuração, rigidez e carga de ruptura. Para o caso de aumento da espessura, ilustrado na Figura 7.17, a variação de 4 cm entre as lajes com espessura de 28 e 32 cm, proporcionou aumento na carga de ruptura de 23%. Além disso, para as lajes com 32, 36 e 40 cm, ao variar 4 cm na espessura, a carga de ruptura variou entre 15-17%, valores próximos ao obtido para as lajes maciças.

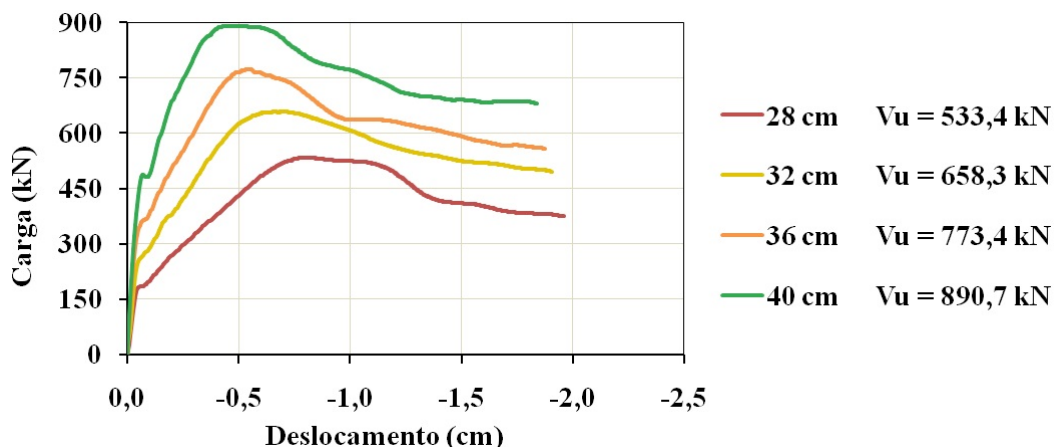


Figura 7.17 – Impacto de espessuras maiores no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

Por fim, quanto à redução de espessura, também foram verificadas proporções próximas ao obtido para as laje maciças, para quase todos os modelos, como pode ser observado no comportamento carga-deslocamento contido na Figura 7.18. Nas lajes com vazios, também fica claro que espessuras menores induzem à uma falha mais dúctil, como a flexo-punção. Sob essa ótica, fica evidente que o comportamento relacionado à variação de espessura é semelhante para as lajes com vazios e maciças, embora cada conjunto de dados apresente suas peculiaridades.

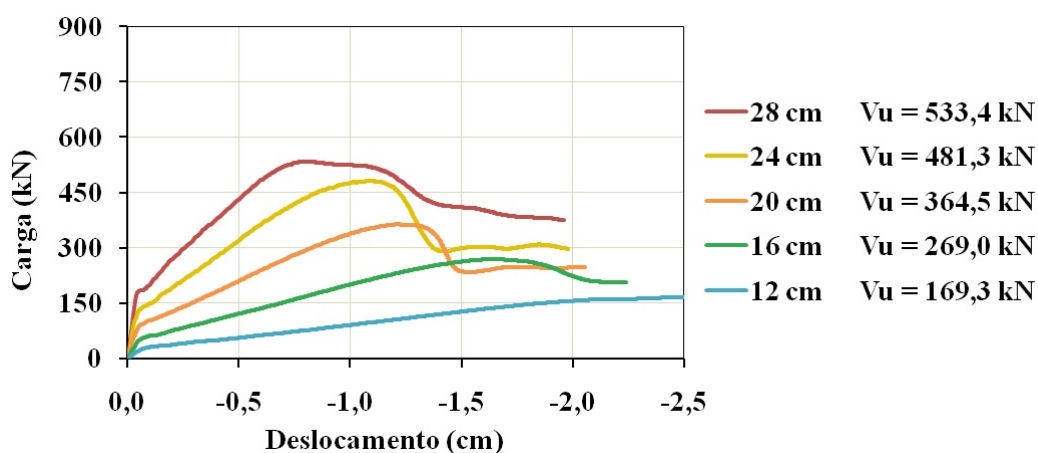


Figura 7.18 – Impacto de espessuras menores no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

7.1.5 Propriedades do concreto

A fim de verificar o impacto das propriedades do concreto no comportamento das lajes, inicialmente foi realizada uma análise com a resistência à tração e o módulo de elasticidade calculados de acordo com a resistência à compressão, a partir das formulações do CEB-FIP Model Code 1990 (1993). Ou seja, foi realizada uma análise considerando f_{cm} , f_{ctm} e E iguais a, respectiva-

mente, 3 kN/cm², 0,236 kN/cm² e 3100,8 kN/cm², caracterizando o modelo REF. Após, foram analisados outros modelos, considerando f_{cm} igual a 2, 4 e 5 kN/cm² e os respectivos valores de f_{ctm} e E, como apresentado na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Variação das propriedades do concreto (fonte: Autor)

Propriedade	Dados			
Resistência à compressão (f_{cm}) (kN/cm ²)	2	3	4	5
Resistência à tração (f_{ctm}) (kN/cm ²)	0,157	0,236	0,303	0,362
Módulo de elasticidade (E) (kN/cm ²)	2708,8	3100,8	3412,9	3676,4

A partir disso, a Figura 7.19 apresenta o comportamento carga-deslocamento para as lajes com vazios. Nesse sentido, é evidente que a alteração das propriedades impacta na carga relativa ao início da fissura, sendo que o valor alcançado para f_{cm} igual a 5 kN/cm² foi aproximadamente 250 kN, valor 2,5 vezes superior à carga do modelo com f_{cm} 2 kN/cm², 100 kN. Na carga de ruptura, a variação permanece próxima, sendo que o concreto com maior resistência atingiu 825,6 kN, 2,2 vezes superior ao concreto com menor resistência.

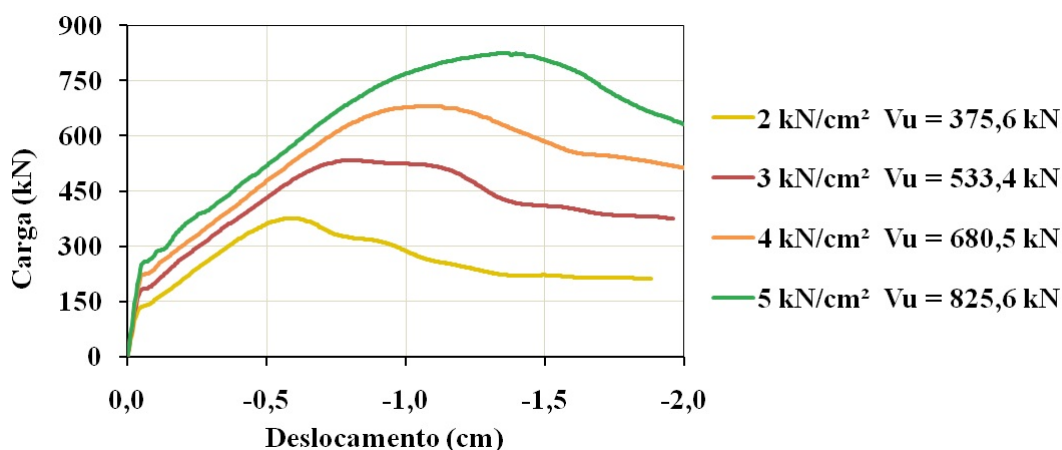


Figura 7.19 – Impacto das propriedades do concreto no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

Nesse viés, com a finalidade de determinar como cada propriedade impacta na punção, foram realizadas análises variando apenas uma das propriedades apresentadas na Tabela 7.1. Ou seja, a partir do modelo REF, foi inicialmente fixada a resistência à tração e o módulo de elasticidade com valores iguais a, respectivamente, 0,236 kN/cm² e 3100,8 kN/cm², enquanto que a resistência à compressão variou entre 2 e 5 kN/cm², sendo que os resultados são apresentados na Figura 7.20. Após, foram fixados os valores de f_{cm} e E, enquanto a resistência à tração foi alterada, comportamento ilustrado na Figura 7.21. Ainda, vale mencionar que ao fixar f_{cm} e f_{ctm} , variando o módulo de elasticidade, não houveram alterações significativas nas curvas

resultantes, sendo observado um pequeno aumento da rigidez, quanto maior o valor de E , bem como observado no estudo de Faria et al. (2011).

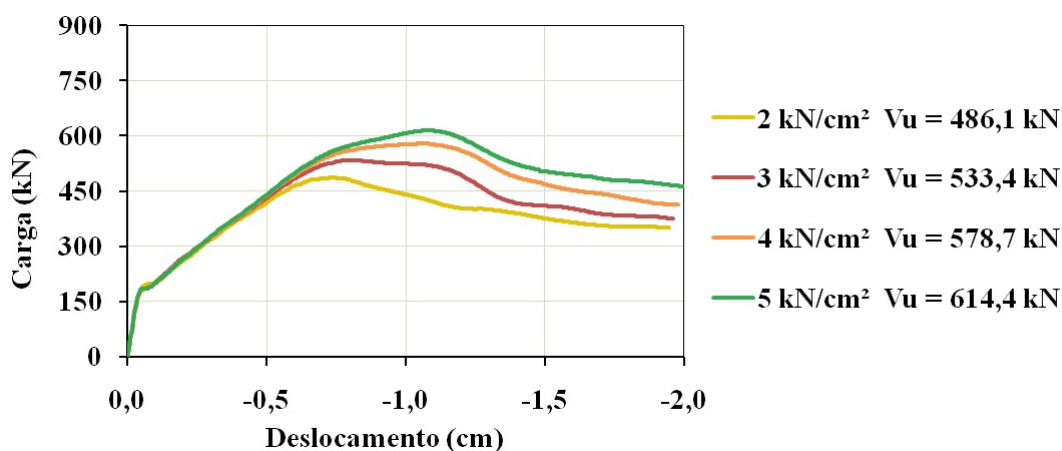


Figura 7.20 – Impacto da resistência à compressão do concreto no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

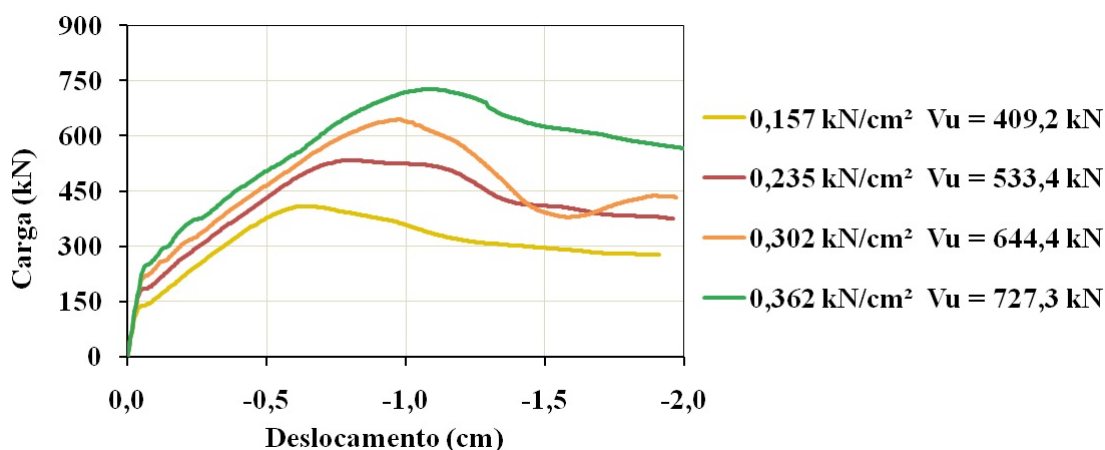


Figura 7.21 – Impacto da resistência à tração do concreto no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

Nesse aspecto, as curvas apresentam um comportamento já esperado: a resistência à tração gera variações mais significativas, já que a formação da fissura de cisalhamento ocorre pelo esgotamento do concreto tracionado, assim como verificado no estudo de Menétrey (2002). Por exemplo, ao comparar os resultados obtidos para f_{ctm} iguais a 0,157 e 0,235 kN/cm², o que representa uma variação de aproximadamente 50% nesse valor, a carga de ruptura variou 30%, como ilustrado na Figura 7.21. Já ao variar f_{cm} de forma isolada, com valores entre 2 e 3 kN/cm², que também representa um acréscimo de 50%, a variação na carga de ruptura foi 10%.

Além disso, a Figura 7.20 também indica que a resistência à compressão só impacta na carga de ruptura, já que as curvas se sobrepõem para a maior parte do carregamento. Isso ocorre pois,

durante a formação do tronco de cone, a fissura de cisalhamento parte da superfície superior já fissurada, se estendendo pelo interior da laje em direção à superfície inferior, que encontra-se sob tensões de compressão. Nesse local, a diagonal comprimida suporta o cisalhamento até a carga de ruptura, momento no qual essa região é fissurada de forma abrupta, gerando o puncionamento da laje. Dessa forma, quanto maior o valor de f_{cm} , maior é a resistência da diagonal comprimida, impactando na carga de ruptura, comportamento também verificado no estudo de Joseph e Lakshmi (2018).

Esse comportamento é ilustrado na Figura 7.22, que apresenta um corte da região laje pilar para uma laje maciça com f_{cm} , f_{ctm} e E iguais a, respectivamente, 5 kN/cm^2 , $0,362 \text{ kN/cm}^2$ e $3676,4 \text{ kN/cm}^2$. Nesse caso, a Figura 7.22a apresenta as deformações principais de tração, em que é possível verificar a formação do tronco de cone, sendo que a fissura principal só alcança a superfície inferior quando a carga de ruptura é atingida. Na imagem, até cerca de $0,90V_u$ a interface laje-pilar inferior apresenta deformações próximas a zero ou muito pequenas. Entretanto, entre $0,90V_u$ e V_u essa região passa a apresentar altas deformações de tração, indicando que a fissura alcançou a superfície inferior.

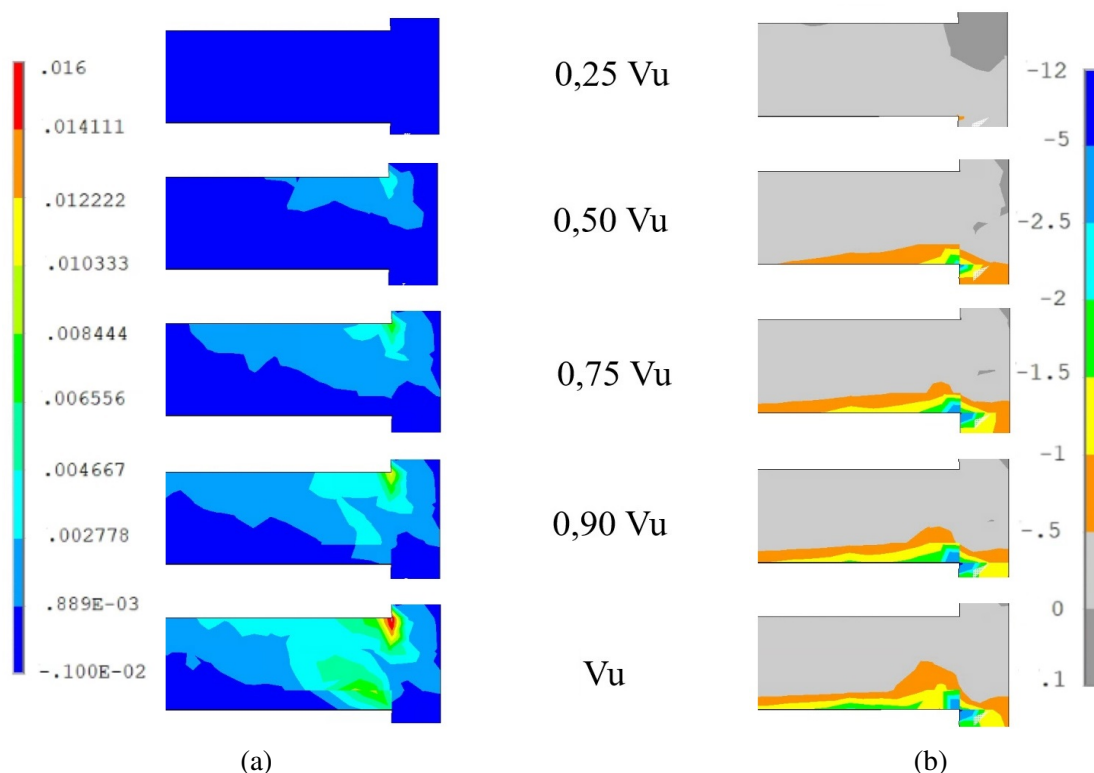


Figura 7.22 – (a) Deformações principais de tração (cm/cm) e (b) Tensões principais de compressão (kN/cm²) no concreto próximo à interface laje-pilar (fonte: Autor)

Já a Figura 7.22b demonstra o aumento das tensões de compressão na interface laje-pilar junto à superfície inferior ao longo do carregamento. Nesse caso, é possível observar que em $0,90V_u$

toda a superfície inferior próxima ao pilar apresentava um tensão entre $-1,5 \text{ kN/cm}^2$ e -2 kN/cm^2 , representada pela cor verde. Todavia, na carga de ruptura, devido ao esgotamento da diagonal comprimida e reorganização dos esforços, essa região apresenta tensões menores, entre -1 kN/cm^2 e $-1,5 \text{ kN/cm}^2$, representadas pela cor amarela.

Ainda em relação às curvas carga-deslocamento, vale ressaltar que a resistência à tração impacta os dados para qualquer nível de carga. Quanto maior o valor de f_{ctm} , maior a carga para o início das fissuras de flexão, comportamento abordado no estudo de Deifalla (2020), e ainda, mais resistente ao cisalhamento é a região de concreto tracionada, permitindo que a estrutura alcance cargas mais altas.

No caso das lajes maciças, foi verificado comportamento semelhante, em relação à resistência à compressão e à tração, variando de forma conjunta ou separadamente. Todavia, é evidente que as cargas atingidas foram maiores, bem como a rigidez e a carga necessária para iniciar a fissuração do concreto. Isso ocorre, pois, como discutido anteriormente, a presença de vazios diminui a região tracionada resistida pelo concreto, favorecendo, assim, a formação da fissura de cisalhamento e do tronco de cone para cargas mais baixas.

7.1.6 Taxa de armadura de flexão

A taxa de armadura de flexão (ρ) foi calculada, para as lajes com vazios, a partir da expressão proposta por Ceballos (2017), que considera a presença das esferas no interior da estrutura. Dessa maneira, foram realizadas variações desse parâmetro, partindo do valor adotado no modelo REF, $0,48\%$. Como elucidado na Figura 7.23, taxas baixas, como $0,25\%$, por exemplo, tornam a falha mais dúctil, gerando deslocamentos maiores que as demais taxas, para o mesmo nível de carregamento, assim como discutido no estudo de Teng et al. (2018). Além disso, a variação da taxa de armadura de flexão impacta significativamente na rigidez da curva.

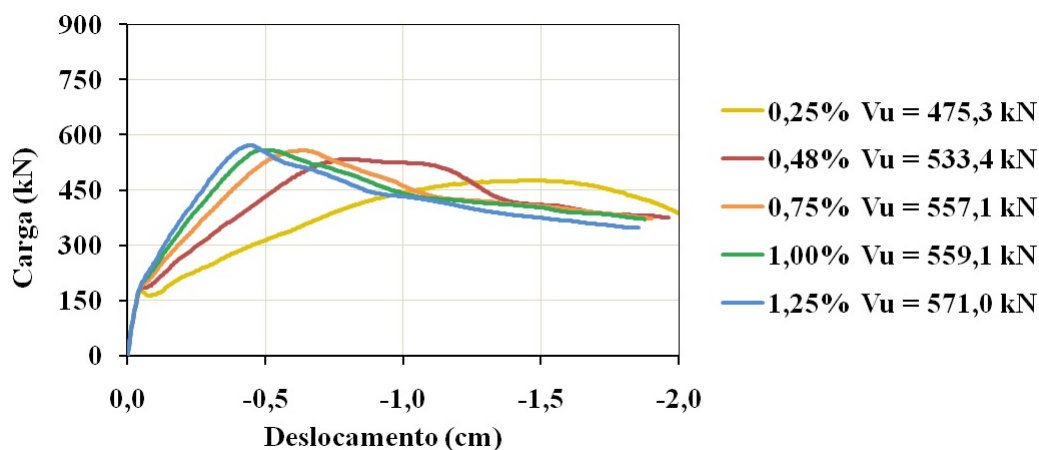


Figura 7.23 – Impacto da taxa de armadura de flexão no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

Para as lajes com vazios, a alteração da carga de ruptura é mais perceptível para baixas taxas de armadura de flexão. Ao adotar ρ igual a 0,25%, a carga de ruptura foi cerca de 11% inferior ao modelo REF, com taxa igual a 0,48%. Já ao adotar ρ igual a 1,25%, 1% ou 0,75%, a variação máxima é inferior a 2,5%. Esse comportamento indica que a taxa de armadura de flexão impacta na carga de ruptura, especialmente para valores de ρ baixos, inferiores a 0,5%.

Também foi verificado comportamento semelhante para as lajes maciças, como ilustrado na Figura 7.24. Nesse caso, é evidente que o comportamento na fase elástica permanece praticamente inalterado para todas as taxas analisadas. Após a fissuração, quanto maior o valor adotado para ρ , maior é a carga de ruptura, bem como discutido no estudo de Trautwein (2006). Além disso, nota-se que o comportamento é próximo ao das lajes com vazios, ou seja, maiores alterações para baixas taxas de armadura.

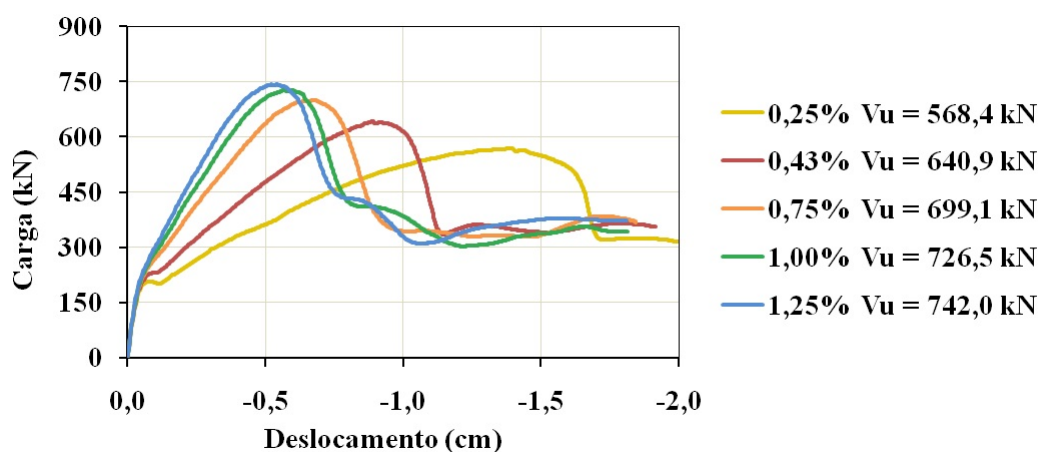


Figura 7.24 – Impacto da taxa de armadura de flexão no comportamento de lajes maciças (fonte: Autor)

7.1.7 Formato e dimensões do pilar

Para verificar o comportamento das dimensões do pilar, foram criados modelos variando o raio da coluna a partir do modelo REF, que apresentava raio igual a 15 cm. Dessa maneira, a Figura 7.25 apresenta os raios analisados, sendo possível verificar que o aumento da seção impacta, também, no perímetro do pilar. Assim, como há aumento, portanto, no perímetro de controle e, dessa forma, na área que resiste ao cisalhamento, é esperado que a carga de ruptura alcançada seja maior, quanto maior o raio do pilar.

No caso das lajes com vazios, como apresentado na Figura 7.26, só foram verificadas alterações significativas na carga de ruptura para pilares com raio menor que 15 cm. Ou seja, ao empregar raio igual a 10 cm, a laje atingiu 489,9 kN, valor 8% inferior ao obtido pela laje REF. Ao empregar raio maior, variando entre 15 e 30 cm, a diferença máxima obtida, em comparação ao modelo REF, foi igual a 3,8%, apenas.

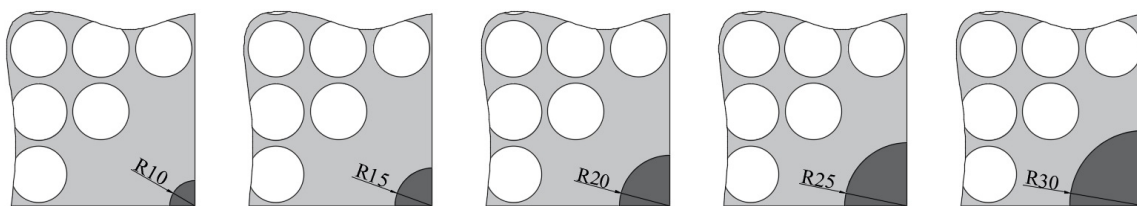


Figura 7.25 – Variação do raio do pilar (cm) (fonte: Autor)

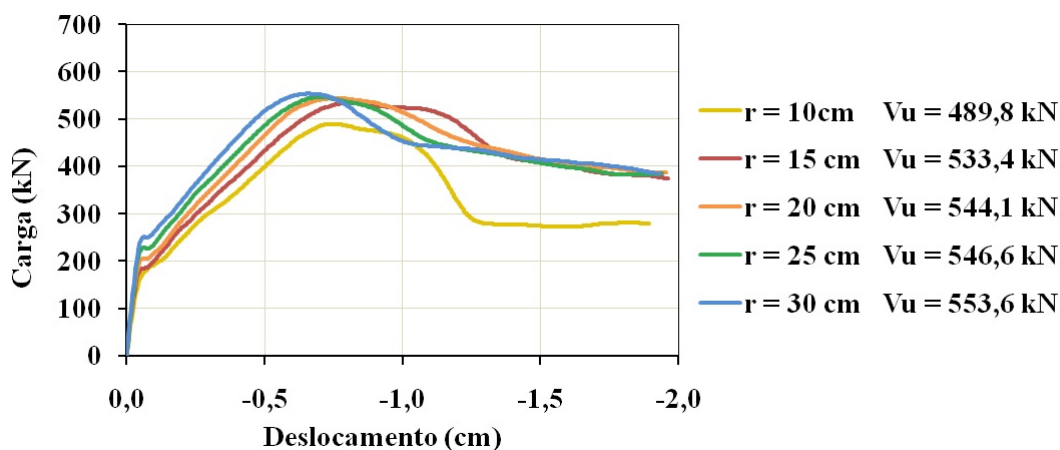


Figura 7.26 – Impacto da seção do pilar no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

Para esse grupo de lajes, os vazios estão causando influência significativa, já que os mesmos diminuem a resistência ao cisalhamento. Quanto maior o pilar, maior também é o perímetro de controle, mas a forma como o mesmo intercepta as esferas se altera. Por outro lado, para as lajes maciças, a influência do pilar é mais perceptível, como indicado na Figura 7.27, sendo que, quanto maior o diâmetro, maior é a carga de ruptura alcançada. Para o raio 15 cm, por exemplo, há um aumento de aproximadamente 25% na carga de ruptura, quando comparado ao raio 10 cm.

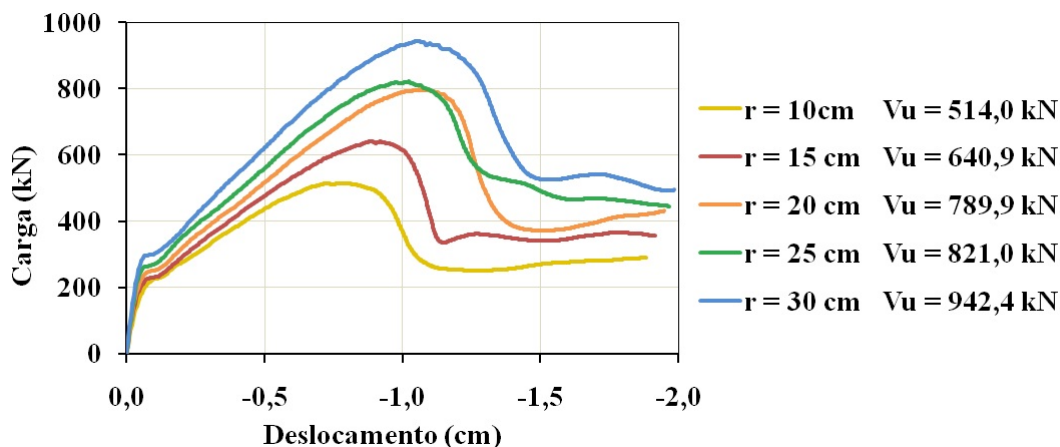


Figura 7.27 – Impacto da seção do pilar no comportamento de lajes maciças (fonte: Autor)

Já em relação ao formato do pilar, as variações foram realizadas considerando a mesma área da seção e a mesma taxa de armadura. Dessa maneira, a Figura 7.28 ilustra as geometrias analisadas para 1/4 de laje, e a Tabela 7.2 apresenta os dados da seção, área e perímetro considerando a laje total. Vale mencionar que ao fixar a área da seção, o perímetro é alterado, variando significativamente entre a seção circular e a seção retangular com maior índice de retangularidade, por exemplo.

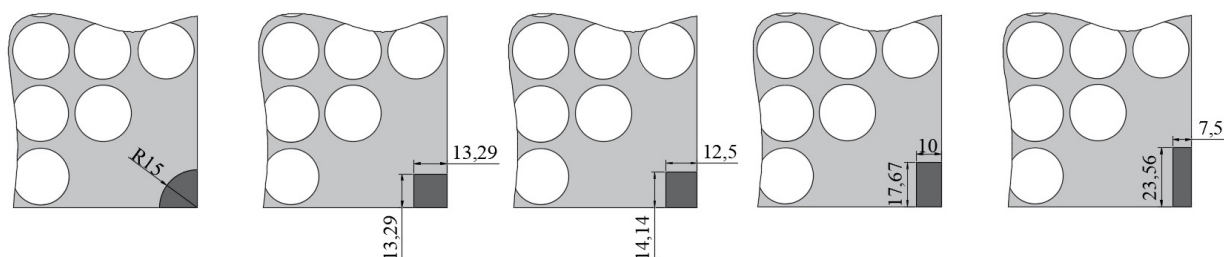


Figura 7.28 – Variação da geometria do pilar (cm) (fonte: Autor)

Tabela 7.2 – Propriedades das seções (fonte: Autor)

Geometria da Seção	Seção (cm)	Área da seção (cm ²)	Perímetro da seção (cm)	Retangularidade
Circular	φ30	706,9	94,25	-
Quadrado	26,58x26,58	706,5	106,32	-
Retângulo	25,00x28,28	707,0	106,56	1,13
Retângulo	20,00x35,34	706,8	110,68	1,77
Retângulo	15,00x47,12	706,8	124,24	3,14

Nesse aspecto, vale mencionar que a influência da geometria da seção do pilar foi baixa, especialmente para as lajes com vazios. Ao adotar seção circular, por exemplo, a carga de ruptura atingiu 533,4 kN (modelo REF), já ao adotar seção quadrada, a carga foi menor, 525,5 kN, o que representa uma queda de apenas 1,5%. Para as seções retangulares as cargas foram mais altas, mas ainda com pequena variação, sendo que a seção 15x47 cm apresentou o maior valor, 541,8 kN, indicando um acréscimo de apenas 1,5% em comparação à geometria circular. Vale mencionar que não foram observadas alterações significativas na rigidez, ductibilidade ou carga de início da fissuração.

Por outro lado, assim como apresentado na Figura 7.29, a variação da seção do pilar provocou alterações maiores na carga de ruptura para as lajes maciças. Entre todos os modelos analisados, a geometria quadrada alcançou a menor carga de ruptura, 602,9 kN, cerca de 6% inferior ao modelo REF, com seção circular. Essa redução está de acordo com o estudo de Joseph e Lakshmi (2018), que também verificou queda na carga de ruptura ao empregar seções quadradas, devido ao acúmulo de tensões nos cantos do coluna.

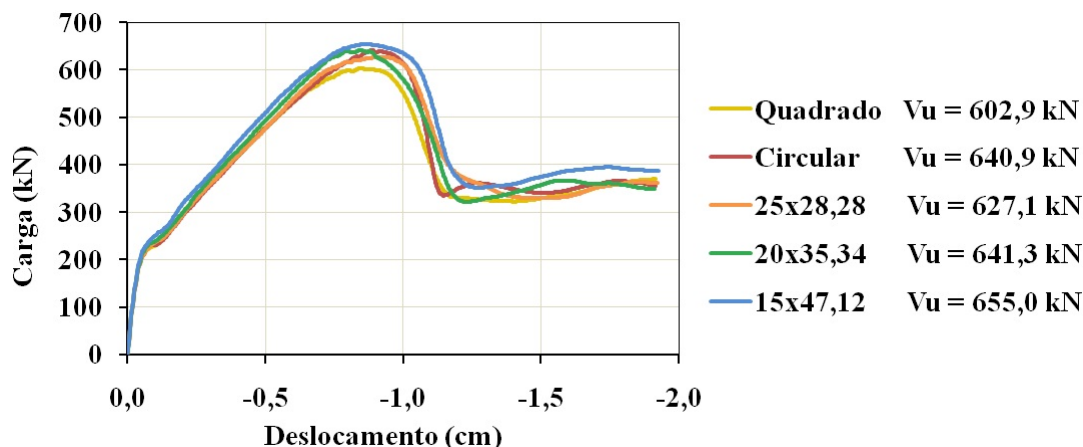


Figura 7.29 – Impacto do formato do pilar no comportamento de lajes maciças (fonte: Autor)

Nessa perspectiva, para as seções retangulares, foi verificado que a seção com menor índice de retangularidade, 25x28,28, apresentou carga de ruptura intermediária, entre as cargas obtidas para pilar circular e quadrado. Além disso, o aumento da retangularidade proporcionou maior carga de ruptura, embora esse comportamento seja o oposto do que é descrito no estudo de Melges (2001). Vale mencionar, ainda, que esse comportamento pode estar associado ao perímetro de controle, diretamente impactado pelo perímetro do pilar.

Como apresentado na Tabela 7.2, o pilar retangular de seção 15x47,12 apresenta perímetro igual a 124,24 cm, 11% superior à seção 20x35,34 e 24% superior à seção circular, por exemplo. Assim, como o perímetro de controle aumenta, conforme o aumento do perímetro do pilar, a carga resistida também aumenta, o que pode explicar a carga atingida pelo pilar de maior retangularidade, 655 kN. Por outro lado, é válido apontar que seções quadradas e retangulares também são impactadas pela concentração de tensões nos vértices, sendo necessário um estudo mais aprofundado sobre os efeitos provocados por cada um desses parâmetros.

7.1.8 Presença de pré-laje

A utilização de pré-laje é comum e permite uma série de vantagens que vão desde a maior sustentabilidade da construção a reduções de custo e maior rapidez na execução. Entretanto, como a pré-laje é moldada em uma idade distinta do restante da laje (complemento), as propriedades do concreto podem variar. Dessa forma, esse item busca compreender o impacto de concretos com diferentes classes de resistência para a pré-laje.

Nesse contexto, foi verificado o impacto das alterações das propriedades do concreto em uma camada de 5 cm de altura, junto à superfície inferior, concretada 28 dias antes da concretagem do restante da laje. Para esse volume foi variada a resistência à tração, compressão e módulo de

elasticidade de forma conjunta, a partir dos dados apresentados anteriormente, na subseção 7.1.5. Já para o volume do complemento, foi considerado f_{cm} igual a 3 kN/cm^2 e f_{ctm} e E também calculados para essa resistência à compressão.

Assim, para levar em consideração o tempo entre a concretagem da laje e do complemento de concreto, foi utilizada a variável *texist* na USERMAT. Dessa maneira, quando a análise no *software* foi iniciada no tempo 0, a pré-laje já era considerada com idade igual a 28 dias. Em relação aos resultados, foi verificado um comportamento já esperado, ou seja, quanto maior a resistência da pré-laje, maior a carga de ruptura obtida, tanto para lajes com vazios, Figura 7.30, quanto para lajes maciças, Figura 7.31.

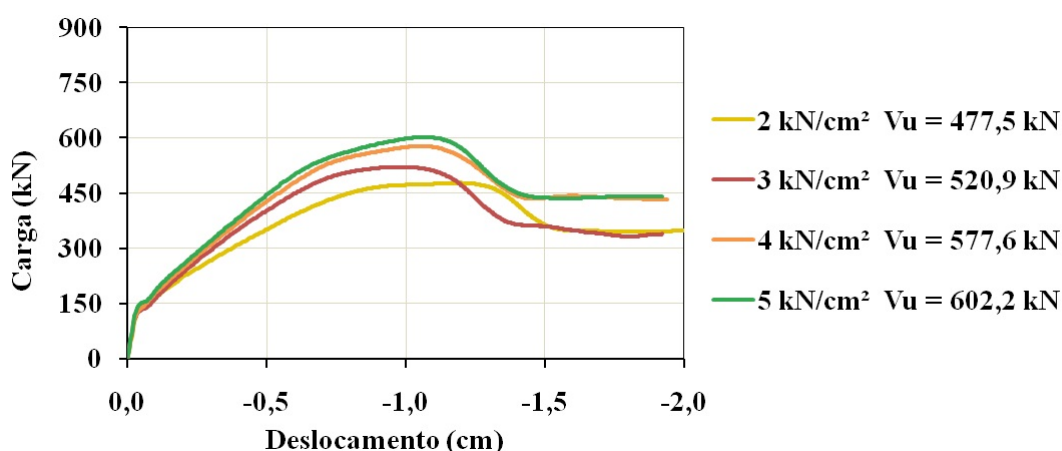


Figura 7.30 – Impacto da resistência à compressão da pré-laje no comportamento de lajes com vazios (fonte: Autor)

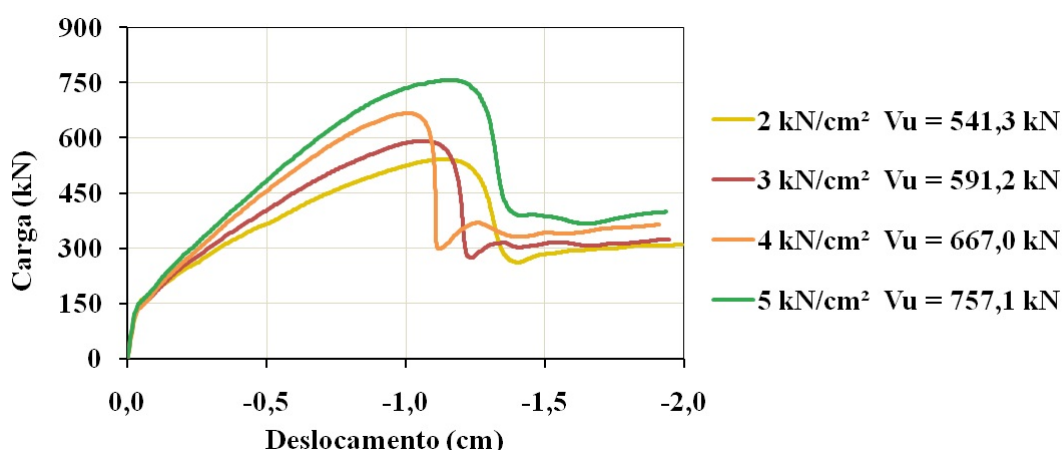


Figura 7.31 – Impacto da resistência à compressão da pré-laje no comportamento de lajes maciças (fonte: Autor)

Nesse sentido, vale apontar que o emprego da pré-laje pode impactar na carga de ruptura de forma positiva. Ou seja, ao adotar apenas o volume da pré-laje com f_{cm} igual a 5 kN/cm^2 , o

ganho na carga de ruptura pode chegar a 28% para as lajes maciças e 16% para a laje com vazios analisada. Por outro lado, se por algum motivo a pré-laje apresentar fcm menor que o complemento, como, por exemplo, 2 kN/cm², a carga de ruptura pode ser inferior ao esperado, sendo que a redução pode chegar a, aproximadamente, 8% para as lajes maciças e com vazios.

7.2 LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO

Para analisar o grupo de lajes com armadura de cisalhamento, foram criados outros modelos de referência para lajes com vazios (REF-CIS) e lajes maciças (REF-CIS-MAC), como apresentado, respectivamente, nas Figuras 7.32a e 7.32b. Para esses modelos, foram empregadas armaduras de cisalhamento no formato cruz, com 5 estribos de 8 mm de diâmetro para cada direção, espaçados a cada 12,5 cm. Nesse sentido, para que os vazios não interceptassem a armadura, foi necessário criar uma organização diferente daquela adotada nas lajes sem armadura de cisalhamento.

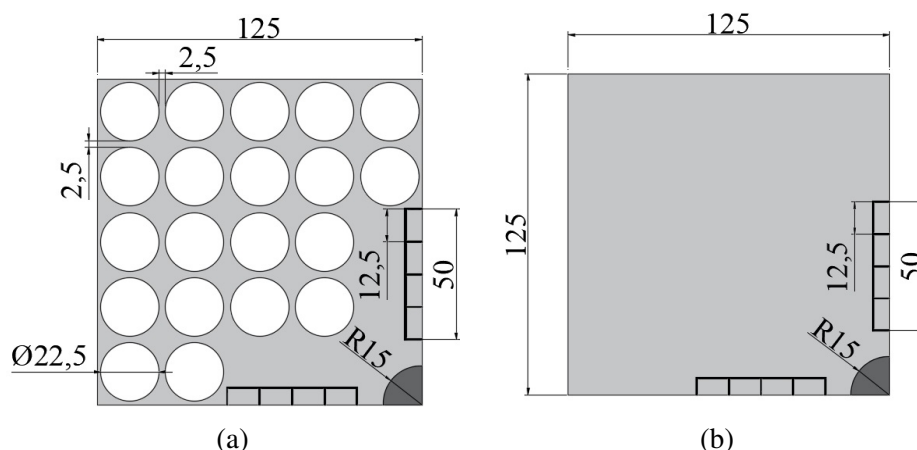


Figura 7.32 – Geometria dos modelos (a) REF-CIS e (b) REF-CIS-MAC (cm) (fonte: Autor)

Em relação às demais características geométricas, como altura, diâmetro das esferas, raio do pilar e comprimento da laje, não houveram modificações em relação aos modelos de referência do grupo de lajes sem armadura de cisalhamento. Além disso, também foram empregadas as mesmas armaduras de flexão, propriedades do concreto e sistema de ensaio. Dessa maneira, o objetivo desse item é verificar, de forma mais específica, a armadura de cisalhamento empregada na modelagem, em relação aos tipos, bitolas e posição, bem como avaliar o impacto da região sólida no entorno do pilar.

Inicialmente, o modelo REF-CIS foi analisado com uma laje semelhante, com as mesmas características e posição das esferas, mas sem a armadura de cisalhamento. Os resultados dessas análises são apresentados na Figura 7.33, sendo possível verificar que o emprego da armadura de cisalhamento proporciona maior carga de ruptura, cerca de 5,7% quando comparado ao modelo

sem estribos. Além disso, é evidente que a ductibilidade aumenta, já que o ramo descendente é mais suave, gerando uma falha menos abrupta.

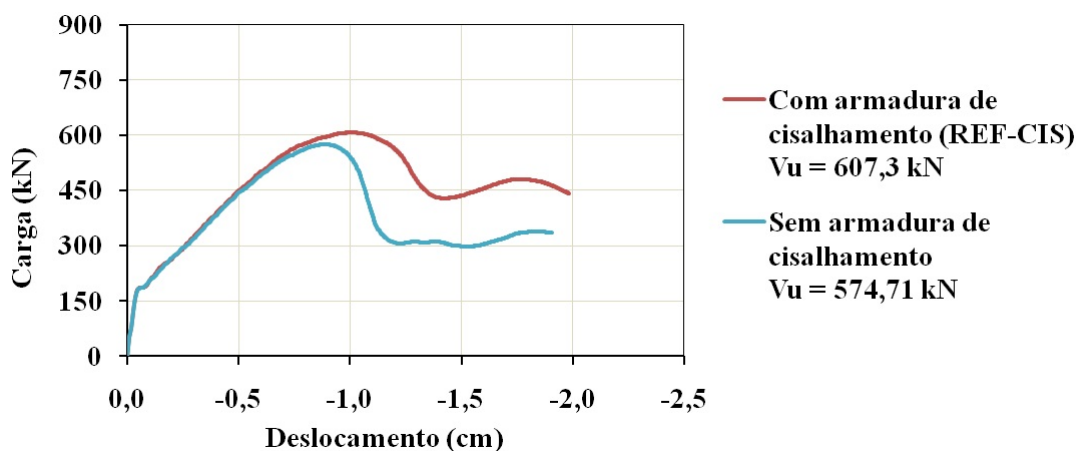


Figura 7.33 – Impacto da armadura de cisalhamento nas lajes com vazios (fonte: Autor)

Para as lajes maciças, esse comportamento é semelhante, como apresentado na Figura 7.34, mas o ganho na carga de ruptura é maior, cerca de 18%. Em relação à ductibilidade, a laje sem armadura de cisalhamento apresenta queda abrupta, logo após alcançar a carga de ruptura. Por outro lado, a laje com estribos apresenta um patamar constante, com aumento de deslocamentos antes de iniciar o ramo descendente.

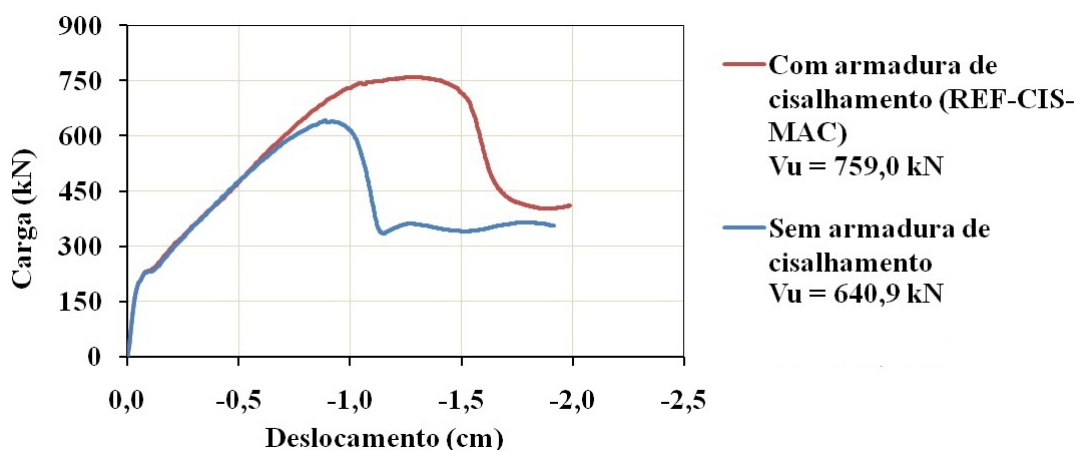


Figura 7.34 – Impacto da armadura de cisalhamento nas lajes com vazios (fonte: Autor)

A maior carga de ruptura alcançada para o modelo com estribos pode ser explicada através das deformações de tração do concreto, avaliadas para as duas lajes maciças, para níveis de carga semelhantes, como apresentado na Figura 7.35. Nesse caso, é evidente que o modelo

sem armadura de cisalhamento apresenta deformações de tração significativamente mais altas, formando a fissura de cisalhamento e o tronco de cone em cargas mais baixas.

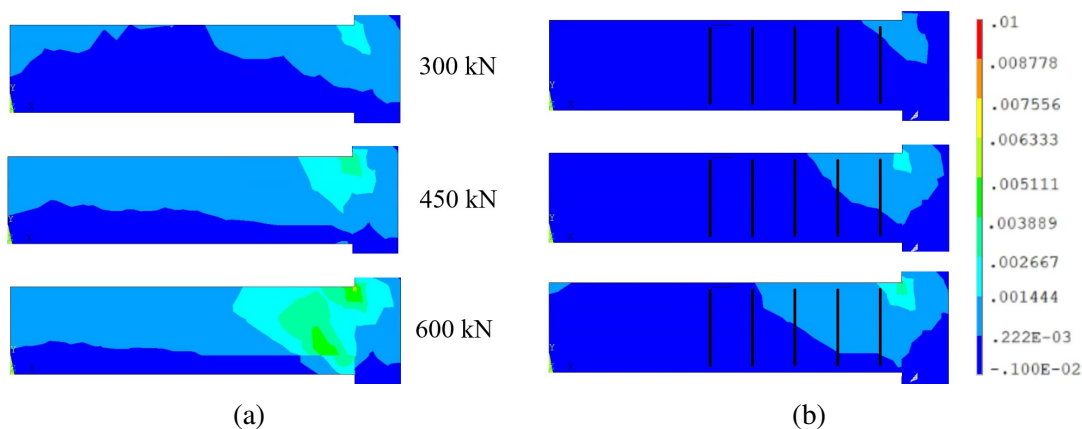


Figura 7.35 – Deformações principais de tração em diferentes cargas dos modelos (a) sem e (b) com armadura de cisalhamento (cm/cm) (fonte: Autor)

Outrossim, vale apontar que também foram analisados outros parâmetros para esse grupo de lajes, como as propriedades do concreto, taxa de armadura de flexão e diâmetro das esferas. Para o último parâmetro, foi verificado comportamento semelhante ao observado para as lajes sem armadura de cisalhamento, ou seja, quanto menor o diâmetro das esferas, maior a carga de ruptura da laje. Nessas análises, foi possível determinar que diâmetros iguais ou menores a 16 cm passavam a apresentar comportamento semelhante às lajes maciças.

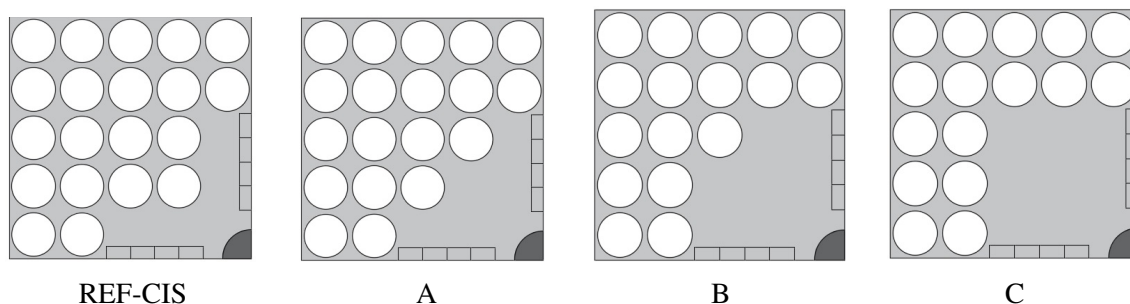
Já em relação às propriedades do concreto, ao variar f_{cm} , f_{ctm} e E de forma conjunta, foi verificado comportamento muito próximo às lajes sem armadura de cisalhamento, com variações semelhantes na carga de ruptura, rigidez e carga de início da fissuração. Por fim, ao variar a taxa de armadura de flexão, também foi verificado comportamento próximo às lajes sem armadura de cisalhamento.

7.2.1 Região sólida no entorno do pilar

Assim como no grupo de lajes sem armadura de cisalhamento, a região sólida no entorno do pilar é um dos fatores que causam maior impacto na punção de lajes com vazios. Como discutido anteriormente, a retirada de concreto pode impactar o perímetro de controle da punção, diminuindo a resistência ao cisalhamento. Dessa forma, a Figura 7.36 ilustra a posição das esferas para cada modelo analisado.

Nesse aspecto, vale mencionar que, comparativamente ao modelo REF-CIS, o modelo A consiste na retirada de uma esfera, posicionada próximo ao pilar, aumentando o volume sólido da região. Assim como ilustrado na Figura 7.37, essa medida não impactou no comportamento carga-deslocamento, sendo que o ganho na carga de ruptura foi quase imperceptível, próximo a 2%.

Por outro lado, quando as esferas contidas dentro do perímetro dos estribos foram retiradas, modelo B, a carga de ruptura obtida foi significativamente superior, cerca de 16%.



REF-CIS

A

B

C

Figura 7.36 – Posição das esferas na região sólida próxima ao pilar
(fonte: Autor)

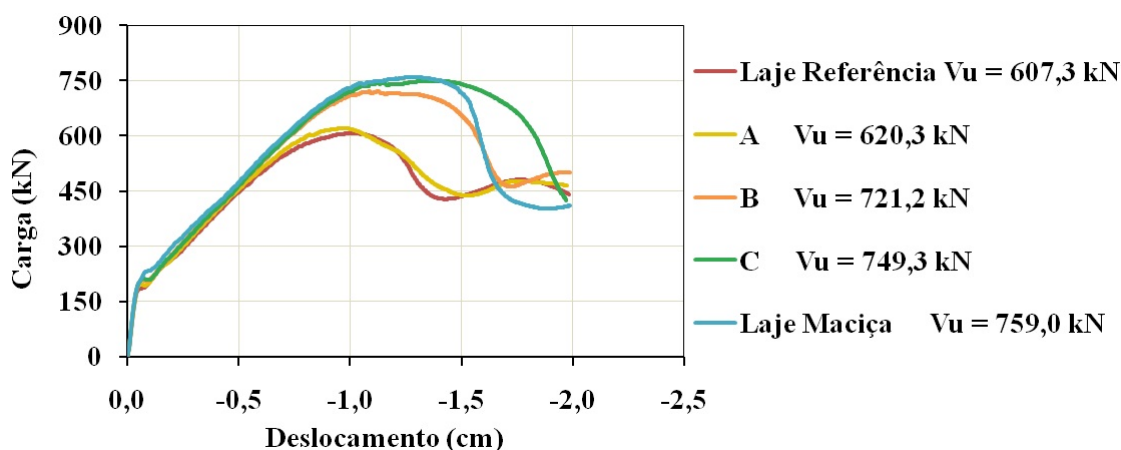


Figura 7.37 – Impacto da região maciça no comportamento de lajes com vazios com armadura de cisalhamento (fonte: Autor)

Além disso, ao retirar mais uma esfera, caracterizando o modelo C, a carga de ruptura foi próxima à laje maciça, apenas 1,3% inferior. Nesse caso, devido à distância dos vazios, a ruptura ocorreu na região maciça, sendo que a fissura principal e o tronco de cone se formaram entre os estribos. No caso dos modelos REF-CIS, A e B, a fissura principal se formou nos vazios, causando a ruptura prematura.

7.2.2 Bitola da armadura de cisalhamento

Em relação ao diâmetro das barras da armadura de cisalhamento, foram realizadas análises variando esse parâmetro entre 4 a 12,5 mm, como apresentado na Figura 7.38, para o caso das lajes com vazios. Dessa maneira, foi possível verificar que o emprego de bitolas menores, como 4 mm, por exemplo, não impacta significativamente na carga de ruptura, gerando uma queda de, apenas, 3,6% em relação ao modelo REF-CIS, com 8 mm. Por outro lado, a ductilidade da estrutura diminui significativamente.

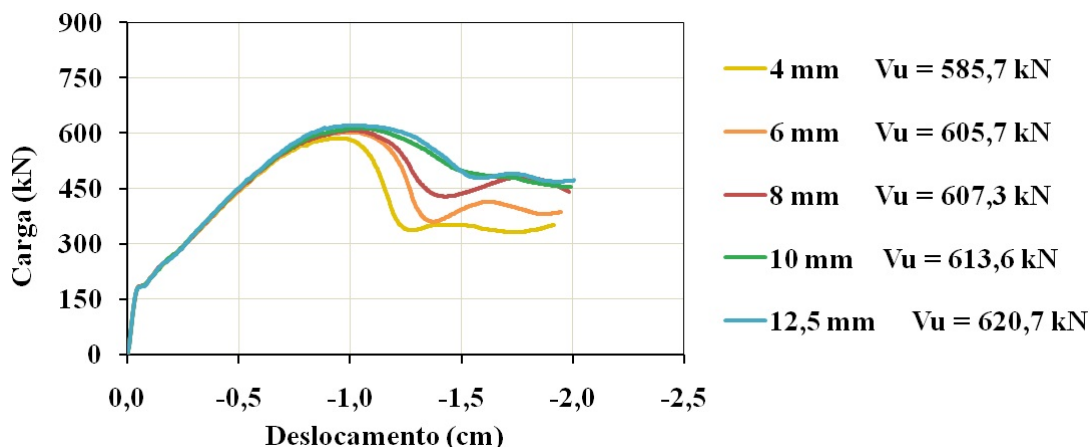


Figura 7.38 – Impacto da bitola dos estribos no comportamento de lajes com vazios com armadura de cisalhamento (fonte: Autor)

Sob esse ponto de vista, também é possível verificar que bitolas maiores, como 12,5 mm tornam a ruptura mais dúctil, mas não geram significativo aumento na carga de ruptura. Da mesma forma, a Figura 7.39 apresenta as curvas carga-deslocamento para lajes maciças com diferentes bitolas na armadura de cisalhamento. Quanto à carga de ruptura e ductilidade, há uma queda ao empregar bitolas de 4 mm ou 6 mm, mas não há alteração significativa ao variar as bitolas entre 8 e 12,5 mm.

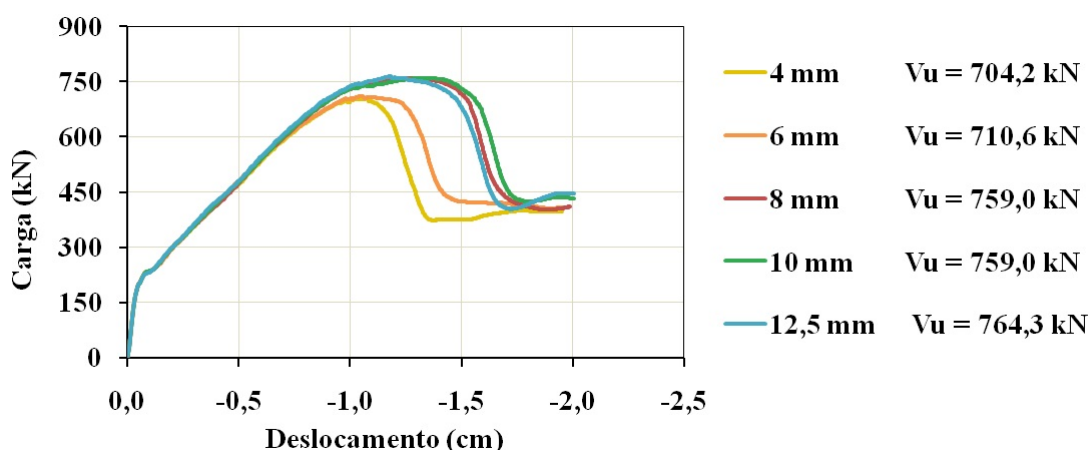


Figura 7.39 – Impacto da bitola dos estribos no comportamento de lajes maciças com armadura de cisalhamento (fonte: Autor)

7.2.3 Posição da armadura de cisalhamento

A fim de verificar o comportamento da laje ao alterar a quantidade de estribos, foram realizadas análises a partir dos modelos referência, que continham 5 camadas. Dessa maneira, foram analisados o emprego de 5, 4 e 2 camadas para as lajes com vazios, Figura 7.40 e maciças, Figura 7.41. No primeiro caso, não foram observadas alterações significativas, sendo que as curvas

carga-deslocamento apresentadas praticamente se sobrepõem. Esse comportamento evidencia que os vazios determinam a carga máxima e que os estribos não interferem significativamente além das duas primeiras camadas.

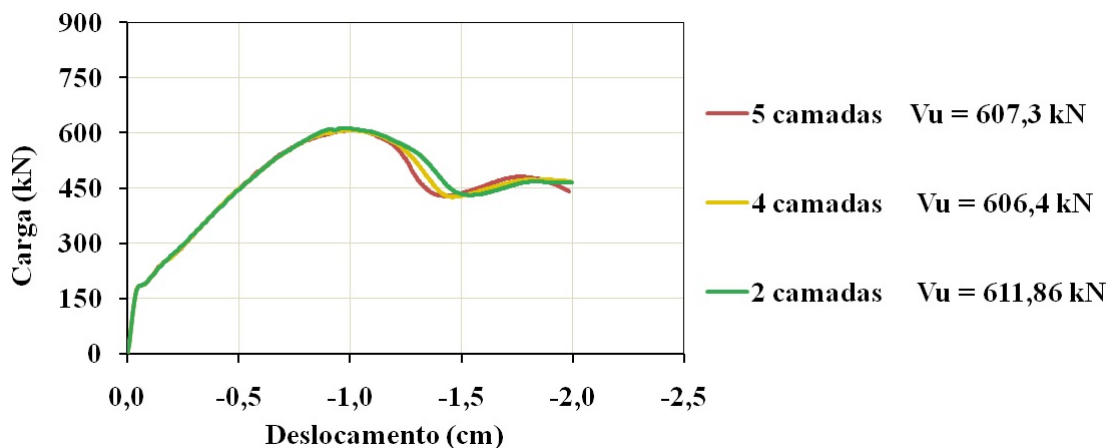


Figura 7.40 – Impacto da quantidade de camadas de estribos no comportamento de lajes com vazios com armadura de cisalhamento (fonte: Autor)

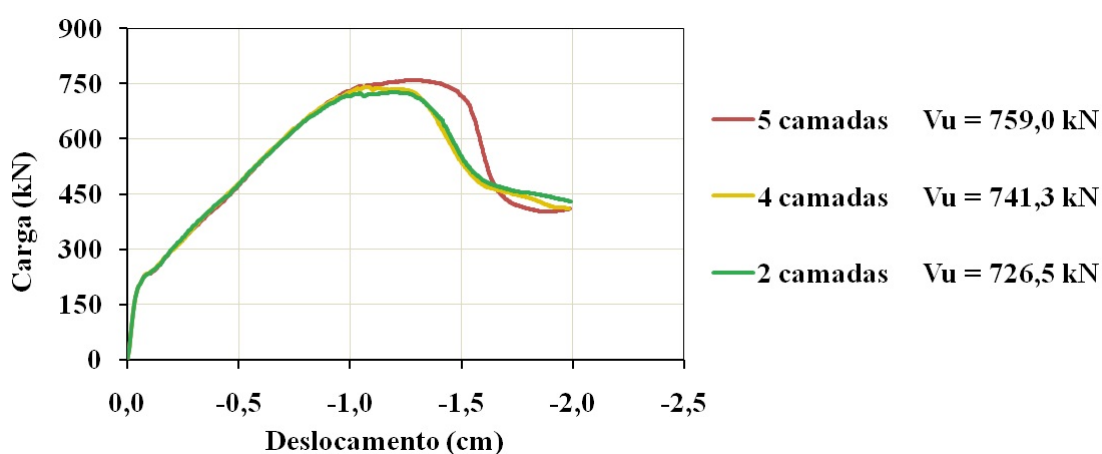


Figura 7.41 – Impacto da quantidade de camadas de estribos no comportamento de lajes maciças com armadura de cisalhamento (fonte: Autor)

Por outro lado, nas lajes maciças, foi verificado um decréscimo na carga de ruptura ao adotar 2 ou 4 camadas, em comparação com 5 estribos para cada direção. Todavia, a carga obtida com 2 camadas, 726,5 kN ainda é superior à laje maciça sem armadura de cisalhamento, 640,9 kN, como apresentado anteriormente. Dessa forma, pode-se considerar que todas as camadas de estribos interferem na ruptura dessas lajes, embora as primeiras camadas apresentem maior influência no modelo numérico analisado.

Além disso, também foi verificado o impacto sobre o comportamento carga-deslocamento ao adotar armadura de cisalhamento em apenas um direção. Vale mencionar que a armadura dos modelos referência eram dispostas em duas direções, no formato cruz. No caso das lajes com vazios com armadura de cisalhamento em uma direção, Figura 7.42, houve baixa redução na carga de ruptura, 2,3%, quando comparada à laje REF-CIS. Na ductilidade também é possível verificar queda, embora pouco significativa.

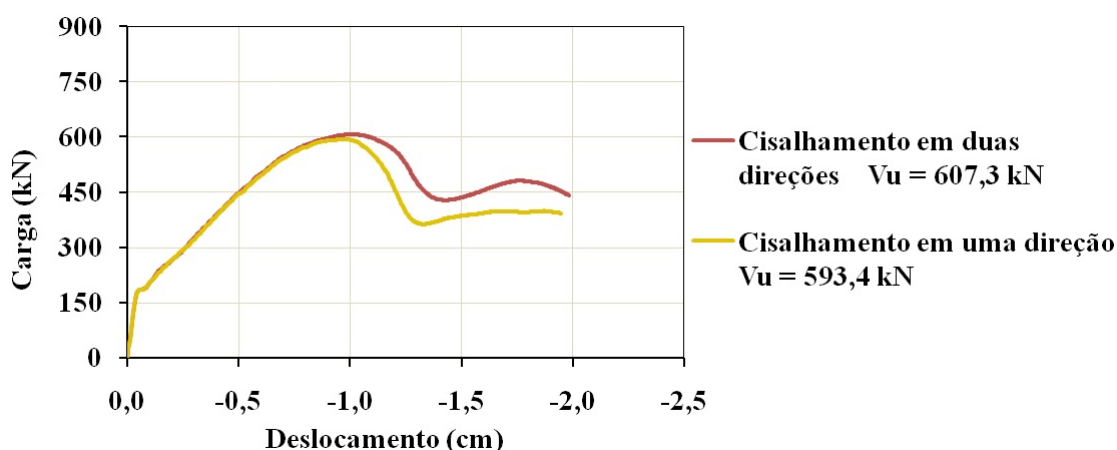


Figura 7.42 – Impacto da direção dos estribos no comportamento de lajes com vazios com armadura de cisalhamento (fonte: Autor)

Já nas lajes maciças, o impacto é mais visível, como pode ser observado na Figura 7.43. Na carga de ruptura, ao adotar armadura em apenas uma direção, a redução na carga de ruptura é igual a 8,4%, quando comparada ao modelo com armadura de cisalhamento disposta em cruz. Nesse caso, a ductilidade também é reduzida, sendo que a carga de ruptura é atingida e, em seguida, a curva apresenta o ramo descendente. Na laje com armadura em duas direções, ao atingir a carga de ruptura, é possível verificar um trecho quase constante na curva, antes do início do ramo descendente.

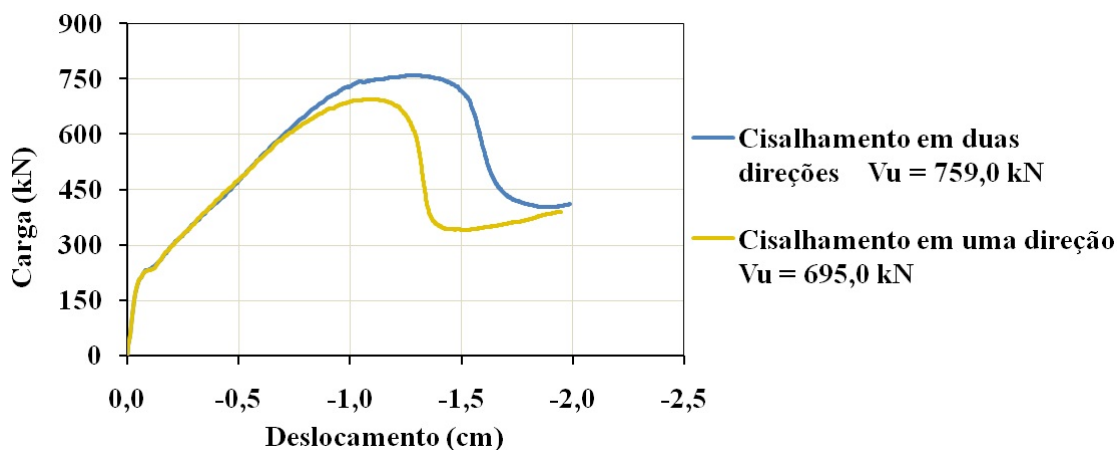


Figura 7.43 – Impacto da direção dos estribos no comportamento de lajes maciças com armadura de cisalhamento (fonte: Autor)

8 CONCLUSÕES

O objetivo principal desse estudo era analisar numericamente, por meio de uma análise paramétrica, o comportamento de lajes lisas com vazios esféricos submetidas à falha por punção. Nesse contexto, inicialmente foram apresentadas as principais características do sistema, o fenômeno da punção, os modelos constitutivos e a modelagem empregada. Após, foram realizadas validações numéricas no *software* ANSYS, simulando 19 lajes ensaiadas experimentalmente por outros autores, submetidas à falha por punção, que variaram quanto à presença de vazios, sistema de ensaio, pré-laje, propriedades dos materiais, geometria e armadura de cisalhamento. Por fim, a análise paramétrica foi desenvolvida, verificando o impacto no comportamento carga-deslocamento ao variar parâmetros como presença de esferas, região sólida no entorno do pilar, diâmetro e posição vertical das esferas, espessura da laje, propriedades do concreto, taxa de armadura de flexão, formato e geometria do pilar, presença de pré-laje e parâmetros relacionados ao emprego de armadura de cisalhamento.

Na etapa de validação, quanto à modelagem, as esferas foram empregadas por meio de comandos de subtração de volumes, disponíveis no ANSYS. Na etapa de solução do problema, foi verificado que, ao alterar o sentido dos deslocamentos impostos entre duas etapas de carga, o *software* inicialmente aplicava um incremento de deslocamento maior que os demais, para levar a laje à situação inicial, ou seja, à configuração em que o deslocamento imposto era nulo. Devido à isso, as curvas carga-deslocamento apresentavam um pico inicial, o que não era verificado nos ensaios experimentais. Para contornar essa situação, impondo ao *software* que o deslocamento partisse da configuração da laje relativa ao final do carregamento anterior, foi aplicado um comando específico do ANSYS denominado *%_FIX%*. Ainda sobre a modelagem, foi verificado que a simulação numérica apresentou uma dependência de malha, comportamento também evidenciado na literatura.

Quanto aos resultados da validação, foi observada boa aproximação para quase todos os modelos, tanto para lajes maciças quanto com vazios, principalmente em relação à carga de ruptura. Nas lajes que apresentaram assimetria no carregamento, quando essa condição foi considerada na modelagem verificou-se que a simulação numérica conseguiu reproduzir um comportamento próximo ao real, evidenciando que cargas desbalanceadas tornam a punção um tipo de falha ainda mais crítico. Para esses casos, houveram reduções significativas na carga de ruptura obtida. Ainda, também foi verificado que ao considerar o emprego de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) na modelagem, há um aumento na carga de ruptura e ductilidade da laje.

Nas curvas carga-deslocamento, foi verificada uma rigidez mais alta para a maior parte das lajes modeladas, quando comparada aos resultados experimentais. Outrossim, quanto às deformações da armadura de flexão, o modelo numérico aproximou bem os resultados relativos ao início das deformações (carga de fissuração do concreto), bem como inclinação da curva e deformação final para a maioria das lajes analisadas. Também foi possível verificar, para as lajes com concreto convencional, que poucos ou nenhum elemento da armadura atingiram a tensão de escoamento, evidenciado a falha por punção. Ademais, para as armaduras de cisalhamento compostas por estribos, foi verificado que as curvas carga-deformação se mantiveram próximas dos dados experimentais. Nas lajes com armadura de cisalhamento formada por treliças os dados são mais distantes do real, mas o modelo ainda consegue determinar com boa precisão a carga de início das deformações. Por fim, em relação aos *studs*, não foram verificadas boas aproximações, já que as deformações obtidas experimentalmente foram nulas ou quase nulas, diferentemente do observado na análise numérica.

Já em relação às deformações do concreto, coletadas na região submetida à compressão, foi verificada boa aproximação para quase todos os modelos. Nesse caso, para várias lajes, destaca-se que foram observadas reduções das deformações quando o nível de carga se aproximava da ruptura, comportamento também verificado na literatura, que evidencia a falha por punção. Nos mapas de fissuração, embora a modelagem adotada não permitisse uma visualização precisa, foi possível identificar a formação das fissuras circunferenciais principais, na face superior. Nas superfícies de ruptura, quando disponíveis, foi observada boa concordância com os dados experimentais, sendo que, no caso das lajes com esferas, a formação do tronco de cone sempre ocorreu na primeira camada de vazios.

Ainda na validação numérica, para o caso das lajes com CRFA, estavam disponíveis dados experimentais relacionados à abertura de fissura em determinada região da laje. Para estimar esses resultados, foi empregada a formulação do *fib* Model Code 2010 (2013), que permite determinar a abertura das fissuras de forma indireta, a partir de deformações lidas no modelo numérico. Assim, foi verificado que a formulação, bem como a modelagem, apresentou resultado semelhante ao experimental, para qualquer nível de carga nas lajes analisadas.

Na análise paramétrica, foi verificado que a presença de vazios impacta diretamente na carga de ruptura obtida. Ao comparar a laje com esferas apresentada como modelo referência com uma laje maciça de mesma espessura, a carga de ruptura foi 20% inferior, a rigidez foi menor, bem como a carga de início da fissuração. Por outro lado, ao comparar a laje com vazios com um modelo maciço de espessura equivalente, ou seja, mesmo volume de concreto com espessura reduzida, o último apresenta carga de ruptura cerca de 28% inferior, bem como menor rigidez e maior deslocamento, comparando à laje com vazios. Esse comportamento evidencia que o sistema de lajes com vazios, quando adequadamente empregado, contribui para o melhor aproveitamento

da seção da estrutura, diminuindo o concreto de regiões pouco solicitadas e, dessa maneira, tornando a construção mais sustentável e econômica, além de auxiliar no isolamento acústico.

Nessa perspectiva, também foi possível perceber que a distância das esferas em relação ao pilar apresenta grande impacto na resistência à punção. Quando os vazios foram posicionados o mais próximo possível do pilar, a carga de ruptura foi 44% inferior ao modelo de laje maciça referência. Por outro lado, quando foi adotada uma região sólida maior, o comportamento da estrutura se aproximou à laje maciça, sendo que o modelo com menos esferas atingiu carga apenas 2,1% inferior. Para o último caso, devido à distância da primeira camada de vazios em relação ao pilar, a formação do tronco de cone ocorreu na região maciça, sendo que as esferas passaram a exercer pequena influência, apresentando baixas deformações de tração no concreto.

Quando esse comportamento foi analisado levando em consideração os perímetros de controle das normas de cálculo ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2004) e ABNT NBR 6118 (2023), foi verificado um comportamento que merece atenção. Para a primeira normativa, o perímetro de controle não interceptou os vazios em nenhum caso analisado. Dessa maneira, é evidente que a carga de cisalhamento obtida pela formulação da norma será superestimada, mesmo quando são empregadas algumas formulações disponíveis na literatura, que levam em consideração, por exemplo, a subtração das áreas das esferas interceptadas pelo perímetro de controle. Por outro lado, a análise das normas Eurocode 2 (2004) e ABNT NBR 6118 (2023) evidenciou que, se todo o perímetro de controle é preservado como laje maciça e nenhuma esfera intercepta essa região, a carga de ruptura das lajes com vazios é próxima das lajes lisas convencionais. Todavia, quando os vazios interceptam essa região a análise numérica demonstra que a carga diminui, não sendo possível empregar as formulações usuais das normativas.

Além disso, foi verificado que a posição vertical dos vazios pouco influencia no comportamento carga-deslocamento, diferentemente do que ocorre ao alterar o diâmetro das esferas. Para a altura de laje analisada, 28 cm, foi verificado que diâmetros próximos a 14 cm tornavam o comportamento da laje próximo ao obtido para o modelo maciço. Entretanto, ao adotar diâmetros maiores, como 22,5 cm ou 24 cm, a carga de ruptura apresentava, respectivamente, queda igual a 16,7% e 24%, quando comparada ao dado obtido para a laje maciça.

Outrossim, foi observado que o aumento na espessura também apresenta grande impacto na falha por punção, tanto nas lajes maciças quanto com vazios. No caso das lajes maciças, por exemplo, alturas variando entre 12 e 40 cm, resultaram em cargas de ruptura que variaram entre 142,9 kN e 1047 kN. Para essas análises, também foi observado que espessuras iguais ou menores a 16 cm alteram o tipo de falha de punção para flexo-punção.

Nas propriedades do concreto, a alteração do módulo de elasticidade não impactou de forma significativa nos resultados. Ao variar apenas a resistência média à compressão (f_{cm}), foi possível

observar alterações na carga de ruptura. Para concreto com f_{cm} igual a 3 kN/cm^2 , por exemplo, houve um acréscimo de 10% na carga de ruptura ao comparar com concreto de f_{cm} igual a 2 kN/cm^2 . Já ao variar a resistência a tração (f_{ctm}) de forma isolada, o comportamento carga-deslocamento sofreu significativas alterações. Quanto maior o valor de f_{ctm} , maior a carga de início de fissuração e maior a carga de ruptura, sendo que, ao avaliar resistências à tração correspondentes a concretos de classe C20 e C30, há um aumento próximo a 30% para o segundo caso.

Além disso, quanto maior a taxa de armadura de flexão, maior a carga de ruptura e rigidez da estrutura. Para taxas maiores ou iguais a 0,75% não foram verificadas alterações significativas, tanto para as lajes maciças quanto com vazios. Por outro lado, para taxas menores, houve alteração expressiva na ductilidade, rigidez e carga de ruptura. Ademais, nas lajes com vazios, as alterações de formato e dimensões do pilar não apresentaram grande impacto, já que a resistência à punção era limitada pela presença das esferas. Nas lajes maciças, o tamanho do pilar alterou a carga de ruptura, gerando um acréscimo de 25% para raio igual a 15 cm, quando comparado ao raio de 10 cm, por exemplo. Ao avaliar o formato, foi possível identificar variações pequenas, sendo que a seção quadrada apresentou a menor carga de ruptura.

Ao empregar a pré-laje, a classe de concreto desse volume foi variada entre C20 e C50, sendo que, no complemento, foi considerado concreto C30. Ao adotar pré-laje com resistência inferior ao restante da laje, houve redução de 8% na carga de ruptura. Por outro lado, ao adotar classe de resistência maior, como C50, o aumento na carga de ruptura foi igual a 28% e 16% para as lajes maciças e com vazios, respectivamente. Assim, essa análise evidenciou a importância do controle das propriedades da pré-laje, para o caso da punção.

Nesse contexto, também foram avaliadas lajes com armadura de cisalhamento composta por 5 camadas de estribos no formato cruz. Nas lajes maciças, houve aumento de 18% na carga de ruptura e comportamento significativamente mais dúctil, quando comparado ao modelo sem estribos. Nas lajes com vazios também foi observado comportamento mais dúctil, sendo que a carga de ruptura apresentou acréscimo de 5,7%. Ao variar a posição das esferas, foi possível verificar que, ao adotar um raio sólido que engloba os estribos, não foram observadas alterações significativas na curva carga-deslocamento, comparando ao modelo de laje maciça. Todavia, ao adicionar vazios próximos ao pilar, a carga de ruptura foi menor.

Ao verificar a bitola dos estribos, houve pouco impacto nas curvas carga-deslocamento até a carga de ruptura, especialmente ao empregar estribos iguais ou superiores a 8 mm. Nesse contexto, quanto maior o diâmetro do estribo, mais dúctil era a curva resultante, sendo verificadas alterações significativas no ramo descendente. Para diâmetros menores, como 4 ou 6 mm, houveram maiores impactos na carga de ruptura, especialmente para as lajes maciças. Já ao variar a quantidade de estribos entre 2 e 5 camadas, não foram observadas alterações significativas no comportamento

da estrutura. Por fim, foi observado menor ductilidade e carga de ruptura ao adotar estribos posicionados em apenas uma direção. Nas lajes com vazios, esse comportamento foi menos evidente, apresentando redução de apenas 2,3% na carga de ruptura, já nas lajes maciças essa variação foi maior, igual a 8%.

Portanto, esse estudo evidenciou o potencial das lajes lisas com vazios, bem como suas principais fragilidades. Ao analisar uma falha frágil como a punção, foi evidenciado o quanto a alteração dos parâmetros pode contribuir para uma resistência maior e, para quais casos, o emprego de vazios se assemelha ou difere do comportamento das lajes lisas maciças. Após realizar uma simulação numérica alinhada ao escopo do trabalho, também foi demonstrado a importância e necessidade das simulações numéricas computacionais, não apenas pela economia de recursos, mas pela possibilidade de analisar de maneira aprofundada o comportamento da estrutura, incluindo a verificação de tensões e deformações em diversos pontos da laje.

Sugestões para trabalhos futuros:

- a) Desenvolvimento de modelagens numéricas considerando o material das esferas e avaliação do impacto desse parâmetro no comportamento da estrutura;
- b) Verificação do comportamento, experimental e numérico, de lajes com diferentes tipos de vazios, especialmente para aqueles formatos pouco discutidos na literatura;
- c) Determinação por meio de simulação numérica, de forma comparativa, o impacto do emprego de diferentes tipos de armadura de cisalhamento;
- d) Avaliação da previsão de carga de diferentes normativas, identificando em quais casos as formulações podem ser empregadas para lajes com vazios;
- e) Análise do comportamento de lajes com vazios para carregamentos dinâmicos.

REFERÊNCIAS

- ADIL, A. I.; HEJAZI, F.; RASHID, R. S. M. Voided biaxial slabs - state of art. **IOP Conference Series: Earth and Environmental Science**, IOP Publishing, v. 357, n. 1, p. 1–9, 2019. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/1755-1315/357/1/012004>>. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 16.
- AGUERO, R. R. **Estudio experimental y numérico de vigas usando Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete (UHPFRC)**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Citado na página 3.
- AHMED, Q. W. Punching shear behavior of bubbled reinforced concrete slabs. **Diyala Journal of Engineering Sciences**, v. 9, n. 1, p. 55–66, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 33.
- AL-BAYATI, A. et al. Punching shear strength of voided slab: Literature review and evaluation of design codes: review and evaluated. **Wasit Journal of Engineering Sciences**, v. 10, n. 2, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.31185/ejuow.Vol10.Iss2.248>>. Citado na página 33.
- AL-GASHAM, T. S.; HILO, A. N.; ALAWSI, M. A. Structural behavior of reinforced concrete one-way slabs voided by polystyrene balls. **Case Studies in Construction Materials**, Elsevier, v. 11, p. 1–14, 2019. ISSN 2214-5095. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1016/j.cscm.2019.e00292>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 17 e 18.
- AL-GASHAM, T. S.; MHALHAL, J. M.; JABIR, H. A. Improving punching behavior of interior voided slab-column connections using steel sheets. **Engineering Structures**, Elsevier Ltd, v. 199, 2019. ISSN 18737323. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109614>>. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 33.
- ALARCÓN AYALA, I. C. **Customização do software ANSYS para análise de lajes de concreto protendido pelo método dos elementos finitos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Citado na página 3.
- ALI, W. B. **Two Dimensional Micromechanics Based Computational Model for Spherically Voided Biaxial Slabs (SVBS)**. Tese (Doutorado) — George Mason University, Fairfax, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 2, 10, 17 e 33.
- ALROUSAN, R. Z.; ALNEMRAWI, B. R. The influence of concrete compressive strength on the punching shear capacity of reinforced concrete flat slabs under different opening configurations and loading conditions. **Structures**, Elsevier, v. 44, p. 101–119, 2022. ISSN 2352-0124. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1016/j.istruc.2022.07.091>>. Citado na página 2.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19: Building code requirements for structural concrete**. Farmington Hills, Michigan, 2019. 628 p. Citado 5 vezes nas páginas 28, 31, 125, 126 e 150.
- ANSYS, I. **ANSYS Mechanical User's Guide**. [S.l.]: Versão 2022 R2, 2022. Citado na página 53.

- _____. **Element Reference**. [S.l.]: Versão 2022 R2, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 55.
- ARAÚJO, M. F. S. B. **Simulação pelo método dos elementos finitos de peças em concreto têxtil**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019. Citado na página 3.
- ASSAN, A. E. **Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos**. Campinas, SP: Editora UNICAMP, 2003. Citado na página 49.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto — procedimento. Rio de Janeiro, 2023. 238 p. Citado 7 vezes nas páginas 7, 27, 28, 31, 125, 126 e 150.
- AZIZ, Z. A.; CHAN, L. H. Bubble deck slab system: A review on the design and performance. **International Journal for Innovation Education and Research**, v. 9, n. 9, p. 575–588, 2021. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.31686/ijer.vol9.iss9.3397>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- BATHE, K.-J. **Finite Element Procedures**. New Jersey: Prentice Hall, 1996. Citado 3 vezes nas páginas 49, 50 e 52.
- BAZANT, Z. P.; PRASANNAN, S. Solidification theory for concrete creep i: formulation. **Journal of engineering mechanics**, v. 155, n. 8, p. 1691–1703, 1989. Citado na página 47.
- BINDEA, M.; CHEZAN, C. M.; PUSKAS, A. Numerical analysis of flat slabs with spherical voids subjected to shear force. **Journal of Applied Engineering Sciences**, v. 5, n. 1, p. 7–13, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1515/jaes-2015-0001>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 50.
- BIRKLE, G. **Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout**. Tese (Doutorado) — University of Calgary, Department of civil engineering, Alberta, Canadá, 2004. Citado na página 30.
- BOCKLENBERG, L.; MARK, P. Thick slab punching with symmetry reductions. **Structural Concrete**, Wiley Online Library, v. 21, n. 3, p. 875–889, 2020. Citado na página 30.
- BRAESTRUP, M. W.; REGAN, P. **Punching Shear in Reinforced Concrete: A State of Art Report**. Secretariat Permanent: Comité Euro-International du Béton, 1985. Citado na página 29.
- CALIN, S.; ASAVOAIE, C. Method for bubbledeck concrete slab with gaps. **Buletinul Institutului Politehnic din Iasi. Sectia Constructii, Arhitectura**, Gheorghe Asachi Technical University of Jassy, v. 55, n. 2, p. 63, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 12.
- CAMPOS FILHO, A. **Notas de aula: Fundamentos da análise de estruturas de concreto pelo método dos elementos finitos**. 2003. Citado 6 vezes nas páginas 36, 39, 40, 44, 46 e 55.
- CEBALLOS, M. A. **Análise experimental à punção em lajes tipo Bubbledeck com armadura de cisalhamento**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2017. Citado 12 vezes nas páginas 3, 15, 25, 30, 35, 61, 74, 75, 82, 83, 84 e 135.

CERVERA, M.; HINTON, E.; BONET, J.; BICANIC, N. Nonlinear transient dynamic analysis of three dimensional structures: A finite element program for steel and reinforced concrete materials. In: HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells**, Swansea: Pineridge Press Limited, cap. 7, p. 320–504, 1988. Citado 4 vezes nas páginas 44, 45, 46 e 68.

CHEN, W. F.; HAN, D. J. **Plasticity for structural engineerings**. New York: Springer-Varlag, 1988. Citado na página 40.

CHICA, L.; ALZATE, A. Cellular concrete review: New trends for application in construction. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 200, p. 637–647, 2019. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.12.136>>. Citado na página 1.

CHUNG, J. H.; BAE, B. I.; CHOI, H. K.; JUNG, H. S.; CHOI, C. S. Evaluation of punching shear strength of voided slabs considering the effect of the ratio b_0/d . **Engineering Structures**, Elsevier, v. 164, p. 70–81, 2018. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.02.085>>. Citado 6 vezes nas páginas 9, 17, 19, 33, 34 e 125.

CHUNG, J. H.; CHOI, H. K.; LEE, S. C.; CHOI, C. S. Punching shear strength of biaxial hollow slab with donut type hollow sphere. In: **Advances in Fracture and Damage Mechanics IX**. Trans Tech Publications Ltd, 2011. (Key Engineering Materials, v. 452), p. 777–780. Disponível em: <<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.452-453.777>>. Citado 3 vezes nas páginas 33, 34 e 35.

CHUNG, J.-H.; CHOI, H.-K.; LEE, S.-C.; CHOI, C.-S. One-way shear strength of circular voided reinforced concrete floor slabs. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings**, Thomas Telford Ltd, v. 168, n. 5, p. 336–350, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1680/stbu.14.00044>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 17.

CHUNG, J.-H.; JUNG, H.-S.; CHOI, H.-K. Flexural strength and stiffness of donut-type voided slab. **Applied Sciences**, v. 12, n. 12, p. 1–26, 2022. ISSN 2076-3417. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/app12125782>>. Citado 3 vezes nas páginas 15, 17 e 50.

CHURAKOV, A. Biaxial hollow slab with innovative types of voids. **Stroitel'stvo Unikal'nyh Zdanij i Sooruzenij**, Production, Research and Design Institution "Venchur", Technological Cluster, v. 6, n. 21, p. 70–88, 2014. ISSN 2304-6295. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.

CIGADA, A.; MOLA, E.; MOLA, F.; STELLA, G.; VANALI, M. Dynamic behavior of the palazzo lombardia tower: Comparison of numerical models and experimental results. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 28, n. 3, p. 491–501, 2014. Citado na página 1.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (CEB), FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE (FIP). **Bulletin d'Information 156**: Concrete under multiaxial states of stress – constitutive equations for practical design. Lausanne, Switzerland, 1983. 238 p. Citado na página 44.

_____. **CEB**: Design code. Lausanne, Switzerland, 1993. 238 p. Citado 8 vezes nas páginas 22, 46, 47, 66, 68, 89, 120 e 131.

CUNHA, A. J. P. D.; SOUZA, V. C. M. D. **Lajes em concreto armado e protendido**. [S.l.]: EDUFF - Niterói, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 20.

DEIFALLA, A. Strength and ductility of lightweight reinforced concrete slabs under punching shear. **Structures**, v. 27, p. 2329–2345, 2020. ISSN 2352-0124. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.08.002>>. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 135.

EINPAUL, J. **Punching strength of continuous flat slabs**. Tese (Doutorado) — École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 24, 27, 29, 30 e 129.

EINPAUL, J.; BUJNAK, J.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Study on influence of column size and slab slenderness on punching strength. **ACI Structural Journal**, ACI Structural Journal, v. 113, n. ARTICLE, p. 135–145, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 26, 29 e 110.

ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. Shearing strength of reinforced concrete slabs. In: **Journal Proceedings**. [S.l.: s.n.], 1956. v. 53, n. 7, p. 29–58. Citado na página 28.

ERBERIK, M. A.; ELNASHAI, A. S. Fragility analysis of flat-slab structures. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 26, p. 937–948, 2004. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2004.02.012>>. Citado na página 8.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 2: Design of concrete structures - part 1-1: General rules and rules for buildings**. Brussels, Belgium, 2004. 225 p. Citado 6 vezes nas páginas 27, 28, 31, 125, 126 e 150.

FARIA, D.; BISCAIA, H.; LÚCIO, V.; RAMOS, A. Material and geometrical parameters affecting punching of reinforced concrete flat slabs with orthogonal reinforcement. In: **fib Symposium, Prague**. [S.l.: s.n.], 2011. ISBN 978-80-87158-29-6. Citado 5 vezes nas páginas 27, 28, 29, 30 e 133.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB). **fib Model Code for Concrete Structures 2010**. Berlin, Germany, 2013. Citado 9 vezes nas páginas 31, 40, 42, 43, 59, 67, 70, 74 e 149.

_____. **Simulation of slabs reinforced with conventional flexural reinforcement and fibres subjected to punching loading configuration: 3rd blind simulation competition, fib wp 2.4.1 modelling of fibre reinforced concrete structures**. [S.l.], 2023. Disponível em: <<https://www.fib-international.org/>>. Citado 3 vezes nas páginas 63, 64 e 65.

FERREIRA, D. B.; TRAUTWEIN, L. M.; VIRGENS, J. P. d.; GOMES, R. B.; ALMEIDA, L. C. d. Experimental analysis of concrete flat slabs with internal stud-type shear reinforcement. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, IBRACON - Instituto Brasileiro do Concreto, v. 16, n. 3, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1983-41952023000300005>>. Citado 3 vezes nas páginas 2, 30 e 108.

FERREIRA, M. de P. **Punção de lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados**. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2010. Citado 9 vezes nas páginas 7, 23, 24, 26, 27, 28, 30, 31 e 108.

GASPARINI, D. A. Contributions of CAP Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905–1909. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 128, n. 10, p. 1243–1252, 2002. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(2002\)128:10\(1243\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(2002)128:10(1243))>. Citado na página 8.

- GOMES, H. M. **Análise da Confiabilidade de Estruturas de Concreto Armado usando o Método dos Elementos Finitos e Processos de Simulação**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1997. Citado na página 47.
- GUANDALINI, S. **Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé**. Tese (Doutorado) — École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça, 2005. Citado 4 vezes nas páginas 8, 20, 22 e 25.
- HABEEB, M.; AL-AZZAWI, A. A.; AL-ZWAINY, F. M. Punching shear behavior of lwa bubble deck slab with different types of shear reinforcement. **Journal of King Saud University - Engineering Sciences**, Elsevier, v. 33, p. 15–22, 2021. ISSN 1018-3639. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jksues.2020.01.001>>. Citado 3 vezes nas páginas 2, 21 e 34.
- HAN, S. W.; LEE, C. S. Evaluation of punching shear strength of voided transfer slabs. **Magazine of concrete research**, Thomas Telford Ltd, v. 66, n. 21, p. 1116–1128, 2014. ISSN 0024-9831. Disponível em: <<https://doi.org/10.1680/mac.14.00080>>. Citado 5 vezes nas páginas 2, 33, 125, 126 e 127.
- HAQUE, M. M.; HAQUE, M. M. Finite element analysis of bubble deck slab with various thickness of hdpe bubble. **Materials Today: Proceedings**, Elsevier, v. 65, p. 1976–1981, 2022. ISSN 2214-7853. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.05.318>>. Citado 3 vezes nas páginas 2, 5 e 16.
- HOFFMAN, I. S.; LAZZARI, B. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, P. M.; PACHECO, A. R. Finite element numerical simulation of a cable-stayed bridge construction through the progressive cantilever method. **Structural Concrete**, v. 23, n. 2, p. 632–651, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.12989/cac.2017.19.4.347>>. Citado na página 56.
- IBRAHIM, A. M.; ISMAEL, M. A.; HUSSEIN, H. A. S. A. The effect of balls shapes and spacing on structural behaviour of reinforced concrete bubbled slabs. **Journal of Engineering and Sustainable Development**, v. 23, n. 2, p. 56–65, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.31272/jeasd.23.2.5>>. Citado 3 vezes nas páginas 15, 17 e 18.
- ISUFI, B.; RELVAS, J. P.; MARCHAO, C.; RAMOS, A. P. Behavior of flat slabs with partial use of high-performance fiber reinforced concrete under monotonic vertical loading. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 264, p. 114471, 2022. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114471>>. Citado na página 9.
- JABIR, H. A.; MHALHAL, J. M.; AL-GASHAM, T. S. Conventional and bubbled slab strips under limited repeated loads: A comparative experimental study. **Case Studies in Construction Materials**, Elsevier, v. 14, p. 1–12, 2021. ISSN 2214-5095. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cscm.2021.e00501>>. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 18.
- JOSEPH, R. A.; LAKSHMI, P. Study on effect of concrete compressive strength and column shape on punching shear stress in flat plate systems. In: ETCEA - 2K18 CONFERENCE PROCEEDINGS. **International Journal of Engineering Research and Technology (IJERT)**. [S.l.], 2018. v. 6, n. 6, p. 1–4. ISSN 2278-0181. Citado 4 vezes nas páginas 28, 29, 134 e 138.
- KHOUZANI, M. A.; ZEYNALIAN, M.; HASHEMI, M.; MOSTOFINEJAD, D.; FARAHBOD, F. Investigation of flexural and shear behaviors of biaxial voided slabs containing steel cages. **Structural Concrete**, Wiley Online Library, v. 21, n. 1, p. 291–302, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/suco.201900129>>. Citado 3 vezes nas páginas 15, 18 e 19.

- KHOUZANI, M. A.; ZEYNALIAN, M.; HASHEMI, M.; MOSTOFINEJAD, D.; FARAHBOD, F. Study on shear behavior and capacity of biaxial ellipsoidal voided slabs. **Structures**, Elsevier, v. 27, p. 1075–1085, 2020. ISSN 2352-0124. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.017>>. Citado 4 vezes nas páginas 2, 15, 19 e 33.
- KHOUZANI, M. A.; ZEYNALIAN, M.; HASHEMI, M.; MOSTOFINEJAD, D.; FARAHBOD, F.; SHAHADIFAR, M. A numerical study on flexural behavior of biaxial voided slabs containing steel cages. **Journal of Building Engineering**, Elsevier, v. 44, p. 1–16, 2021. ISSN 2352-7102. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.job.2021.103382>>. Citado 3 vezes nas páginas 1, 9 e 54.
- KIM, B. H.; CHUNG, J. H.; CHOI, H. K.; LEE, S. C.; CHOI, C. S. Flexural capacities of one-way hollow slab with donut type hollow sphere. **Key Engineering Materials**, v. 452, p. 773–776, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.452-453.773>>. Citado 3 vezes nas páginas 5, 15 e 16.
- KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. **Punching of concrete slabs without shear reinforcement**. [S.l.]: Elander New York, 1960. v. 158. Citado na página 28.
- KUMAR, M. V.; HAMZA, T. A. Finite element analysis on effect of different ball spacing in bubble deck lightweight concrete slab. In: IOP PUBLISHING. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**. 2020. v. 872, n. 1, p. 1–11. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1757-899x/872/1/012124>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 54.
- LAI, T. **Structural behavior of BubbleDeck slabs and their application to lightweight bridge decks**. Dissertação (Mestrado) — Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.
- LANINI, T. L. S. **Estimativa da força de ruptura à punção em ligações laje-pilar interno sem armadura de cisalhamento de estruturas em concreto armado via modelos de regressão múltipla**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021. Citado na página 29.
- LAZZARI, B. M. **Análise Estática, Modal e Dinâmica das Etapas Construtivas de uma Ponte Estaiada através do Método dos Elementos Finitos**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020. Citado 8 vezes nas páginas 3, 37, 45, 47, 53, 56, 57 e 59.
- LAZZARI, B. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, P. M.; PACHECO, A. R. Using element-embedded rebar model in ansys for the study of reinforced and prestressed concrete structures. **Computers and Concrete**, v. 19, n. 4, p. 347–356, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.12989/cac.2017.19.4.347>>. Citado na página 56.
- LAZZARI, P. M. **Simulação Numérica das Etapas Construtivas de Pontes Estaiadas através do Método dos Elementos Finitos**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016. Citado 11 vezes nas páginas 3, 39, 40, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 56 e 59.
- LAZZARI, P. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, B. M.; PACHECO, A. R.; RENAN, R. S. G. Numerical simulation of the constructive steps of a cable-stayed bridge using ansys. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 69, n. 3, p. 269–281, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.12989/sem.2019.69.3.269>>. Citado na página 56.

LEDO, M. M. **Análise experimental à punção de lajes lisas tipo Bubbledeck com pilar interno**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2016. Citado 11 vezes nas páginas 15, 18, 25, 28, 33, 35, 61, 74, 75, 84 e 125.

LEONHARDT, F.; MONINNG, E. **Construções de Concreto: Princípios básicos de dimensionamento de estruturas de concreto armado**. [S.l.]: Editora Interciência, 2008. Citado na página 21.

LI, K. K. L. **Influence of size on punching shear strength of concrete slabs**. Tese (Doutorado) — McGill University, Montreal, Canadá, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 129.

LIMA, H. J. N. **Análise experimental à punção de lajes lisas tipo Bubbledeck**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2015. Citado 11 vezes nas páginas 3, 18, 23, 25, 33, 35, 61, 74, 75, 84 e 117.

MACHADO, G. G.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, P. M.; LAZZARI, B. M.; PACHECO, A. R. Numerical simulation by the finite element method of the constructive steps of a precast prestressed segmental bridge. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 85, n. 2, p. 163–177, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.12989/sem.2023.85.2.163>>. Citado 3 vezes nas páginas 3, 53 e 56.

MAHDI, A. S.; MOHAMMED, S. D. Structural behavior of bubbledeck slab under uniformly distributed load. **Civil Engineering Journal**, v. 7, n. 2, p. 304–319, 2021. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.28991/cej-2021-03091655>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

MAHMOOD, M. R. K.; DAWOOD, M. B. Punching shear behavior of continuous bubbled reinforced reactive powder concrete slab. **Journal of Babylon University/Engineering Sciences**, v. 25, n. 1, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 33.

MARTINELLI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.

MEDEIROS, M. V. **Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019. Citado na página 3.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concrete: Microstructure, properties and materials**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.11606/T.18.2001.tde-07062006-152744>>. Citado 5 vezes nas páginas 22, 28, 29, 30 e 139.

MENÉTREY, P. Synthesis of punching failure in reinforced concrete. **Cement and Concrete Composites**, Elsevier, v. 24, n. 6, p. 497–507, 2002. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0958-9465\(01\)00066-X](https://doi.org/10.1016/S0958-9465(01)00066-X)>. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 133.

MIDKIFF, C. J. **Plastic voided slab systems: applications and design**. Dissertação (Mestrado) — Kansas State University, Manhattan, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 1, 10 e 15.

MOE, J. **Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads**. [S.l.]: Portland Cement Association, Research and Development Laboratories, 1961. Citado na página 28.

MORAES NETO, B. N. **Comportamento à punção de lajes lisas em concreto reforçado com fibras de aço sob carregamento simétrico**. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 67.

MOURO, V. C. **Punção em lajes cogumelo - Estudo da retangularidade dos pilares**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2006. Citado na página 29.

MUSSE, T. H.; LIBERATI, E. A. P.; TRAUTWEIN, L. M.; GOMES, R. B.; aES, G. N. G. Punching shear in concrete reinforced flat slabs with steel fibers and shear reinforcement. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, IBRACON - Instituto Brasileiro do Concreto, v. 11, n. 5, p. 1110–1121, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1983-41952018000500011>>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 68.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J. Behavior of beams and punching in slabs without shear reinforcement. In: IABSE COLLOQUIUM. **IABSE colloquium**. 1991. v. 62, n. CONF, p. 703–708. Disponível em: <<http://doi.org/10.5169/seals-47705>>. Citado 3 vezes nas páginas 25, 27 e 72.

NICÁCIO, W. G. **Comportamento à punção de lajes de concreto armado tipo BubbleDeck**. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2018. Citado 20 vezes nas páginas 7, 12, 33, 34, 35, 50, 61, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 84, 85, 97, 117 e 125.

NIMNIM, H.; ALABDEEN, Z. Z. Structural behavior of voided normal and high strength reinforced concrete slabs. **Kufa Journal of Engineering**, v. 10, n. 2, p. 1–11, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.30572/2018/KJE/100201>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 17.

OLIVEIRA, D.; REGAN, P.; MELO, G. Punching resistance of rc slabs with rectangular columns. **Magazine of Concrete Research**, Thomas Telford Ltd, v. 56, n. 3, p. 123–138, 2004. Citado na página 29.

OLIVEIRA, M. H. de. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento submetidas a carregamento excêntrico e apoiadas sobre pilares retangulares**. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 9, 22, 23 e 30.

OTTOSEN, N. S. A failure criterion for concrete. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 103, n. 4, p. 527–535, 1977. ISSN 0044-7951. Citado na página 40.

OUKAILI, N.; HUSAIN, L. Punching shear in reinforced concrete bubbled slabs: experimental investigation. In: **Smart monitoring, assessment and rehabilitation of civil structures, Zurich, Switzerland**. [S.l.: s.n.], 2017. Citado na página 34.

OUKAILI, N.; MERIE, H. Sustainability analysis and shear capacity of bubbledeck slabs with openings. In: **2018 11th International Conference on Developments in eSystems Engineering (DeSE)**. [s.n.], 2018. p. 250–255. ISSN 2161-1351. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/dese.2018.00051>>. Citado 3 vezes nas páginas 12, 13 e 33.

PAIVA, O. S.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C.; NETO, A. F. L.; TEIXEIRA, M. R. Influence of the column rectangularity index and of the boundary conditions

- in the punching resistance of slab-column connections. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, SciELO Brasil, v. 8, p. 260–295, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952015000300003>>. Citado na página 29.
- PURUSHOTTAM, M. Y. J.; HEMANTKUMAR, T. Y. Analytical study of solid flat slab and voided slab using ansys workbench. **International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)**, v. 3, n. 10, p. 1000–1003, 2016. ISSN 2395-0072. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 54.
- QUEVEDO, F. P. M. **Comportamento a longo prazo de túneis gêmeos profundos revestidos de concreto: modelo em elementos finitos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Citado 6 vezes nas páginas 38, 47, 52, 56, 57 e 59.
- QUEVEDO, F. P. M. **Análise Computacional das Deformações em Túneis Profundos considerando o Acoplamento Plasticidade-Viscoplasticidade**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 38.
- RASHAD, A. M. Lightweight expanded clay aggregate as a building material – an overview. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 170, p. 757–775, 2018. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.03.009>>. Citado na página 1.
- SACRAMENTO, P. V. P.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C.; MELO, G. S. Punching strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, SciELO Brasil, v. 5, p. 659–691, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 20, 28 e 29.
- SAGADEVAN, R.; RAO, B. N. Effect of void former shapes on one-way flexural behaviour of biaxial hollow slabs. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, SpringerOpen, v. 11, p. 297–307, 2019. ISSN 20086695. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40091-019-0231-7>>. Citado 3 vezes nas páginas 3, 15 e 33.
- SALENCON, J. **Viscoelastic Modeling for Structural Analysis**. ISTE Ltd and John Wiley Sons, 2019. Citado na página 36.
- SCHNELLENBACH-HELD, M.; PFEFFER, K. Punching behavior of biaxial hollow slabs. **Cement and Concrete Composites**, Elsevier, v. 24, p. 551–556, 2002. ISSN 0958-9465. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0958-9465\(01\)00071-3](https://doi.org/10.1016/S0958-9465(01)00071-3)>. Citado 9 vezes nas páginas 3, 15, 19, 33, 34, 50, 54, 125 e 126.
- SILVA, G. R. **Confiabilidade estrutural de lajes lisas: Estado limite último à punção**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 20.
- SINGH, M.; SAINI, B. Analytical and experimental study of voided slab. In: SPRINGER. **Proceedings of the 1st International Conference on Sustainable Waste Management through Design: IC_SWMD 2018 1**. 2019. p. 438–448. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-02707-0_50>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.
- SOARES, P. B.; LAZZARI, P. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, B. M.; PACHECO, A. R. Identification of the failure modes of cfrp shear-strengthened reinforced concrete beams by the finite element method. **Rev. IBRACON Estrut. Mater.**, v. 16, n. 3, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1983-41952023000300004>>. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 56.

SPESSATTO, R. P. **Análise pelo método dos elementos finitos do comportamento das juntas de tabuleiro de ponte composto por aduelas pré-moldadas de concreto.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 37.

TENG, S.; CHANTHABOUALA, K.; LIM, D. T.; HIDAYAT, R. Punching shear strength of slabs and influence of low reinforcement ratio. **ACI Structural Journal**, American Concrete Institute, v. 115, n. 1, p. 139–A28, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.14359/51701089>>. Citado 4 vezes nas páginas 27, 29, 31 e 135.

TITELLO, E. P. **Análise da confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 3, 66 e 68.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise experimental e numérica.** Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.11606/T.3.2006.tde-22042007-214959>>. Citado 3 vezes nas páginas 20, 27 e 136.

TRAUTWEIN, L. M.; GOMES, R. B.; MELO, G. S. S. d. A. Puncionamento em lajes planas de concreto armado com armadura de cisalhamento interna. **REEC - Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, v. 7, n. 1, p. 38–49, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.5216/reec.v7i1.24333>>. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 108.

VALIVONIS, J.; JONAITIS, B.; ZAVALIS, R.; SKUTURNA, T.; ŠNEIDERIS, A. Flexural capacity and stiffness of monolithic biaxial hollow slabs. **Journal of Civil Engineering and Management**, Taylor & Francis, v. 20, n. 5, p. 693–701, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.3846/13923730.2014.917122>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 50.

VALIVONIS, J.; SKUTURNA, T.; DAUGEVIČIUS, M.; ŠNEIDERIS, A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs with plastic void formers. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 145, p. 518–527, 8 2017. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.04.057>>. Citado 5 vezes nas páginas 2, 19, 33, 34 e 123.

VOO, J. Y. L.; FOOSTER, S. J. **Variable Engagement Model for Fibre Reinforced Concrete in Tension.** [S.l.]: Sydney: The University of New South Wales, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 68.

WANG, Y.; SUN, Y.; WANG, L.; CHEN, Y. Punching shear behavior of reinforced concrete hollow slab. In: **Earth & Space 2008: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments.** [s.n.], 2008. p. 1–7. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/40988\(323\)62](https://doi.org/10.1061/40988(323)62)>. Citado na página 34.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete : mechanics and design.** [S.l.]: Pearson Education - New Jersey, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 21.

WOOD, J. G. M. **Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20 th March 1997.** [S.l.]: Structural Studies & Design Ltd, Surrey, Reino Unido, 2001. Citado na página 21.

APÊNDICES

APÊNDICE A – RESULTADOS DA VALIDAÇÃO NUMÉRICA DAS LAJES DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

A.1 RSP28

Laje da 1ª série de concretagem, maciça, sem pré-laje e sem armadura de cisalhamento. Nesse modelo foi considerado carregamento assimétrico.

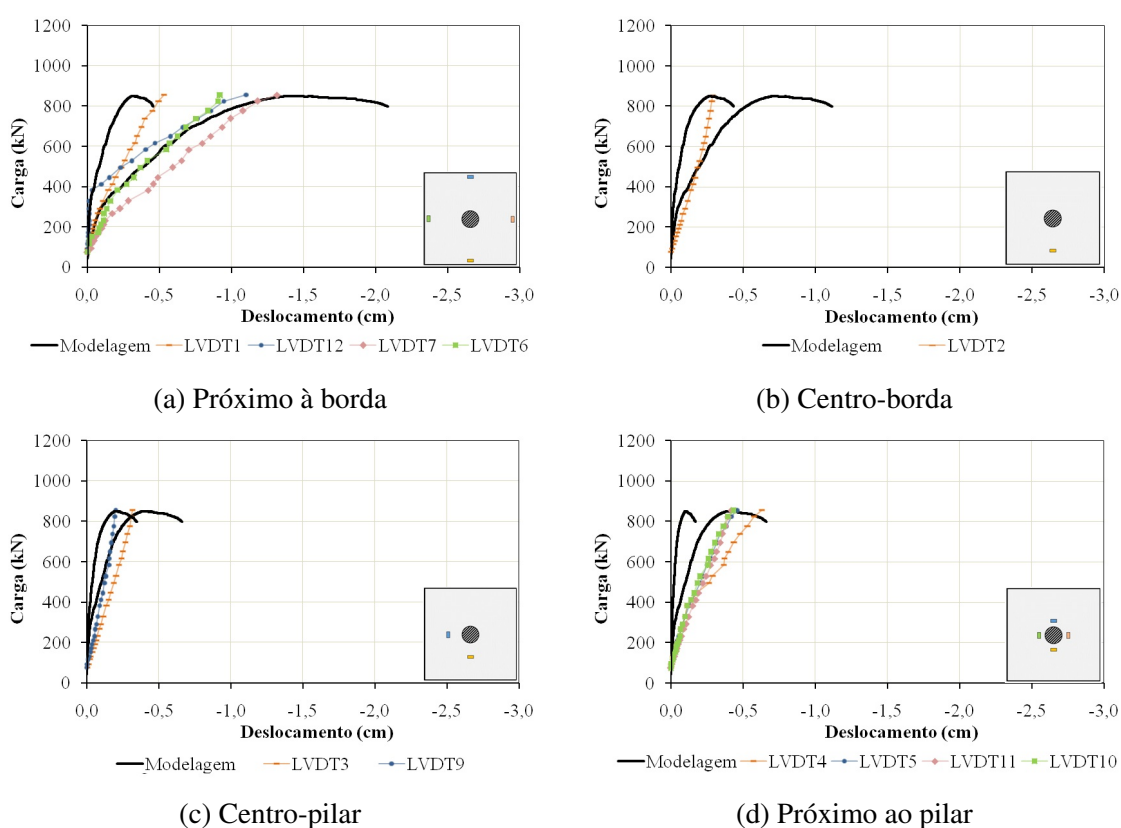


Figura A.1 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

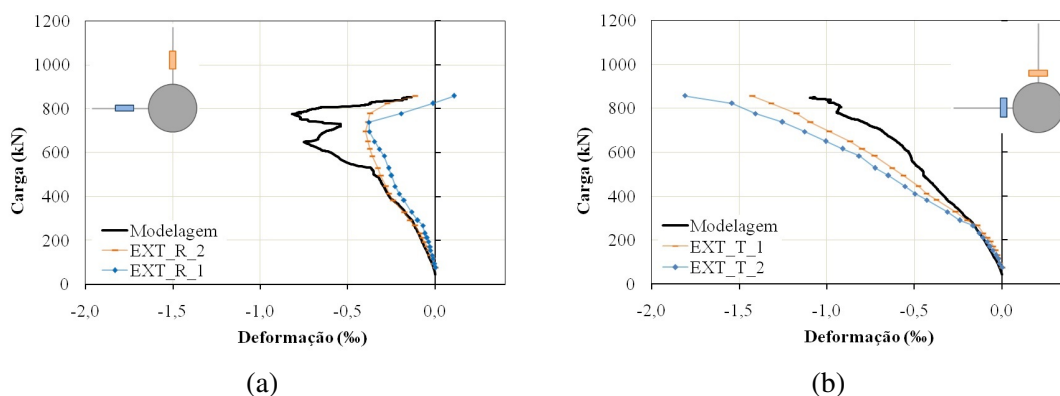


Figura A.2 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

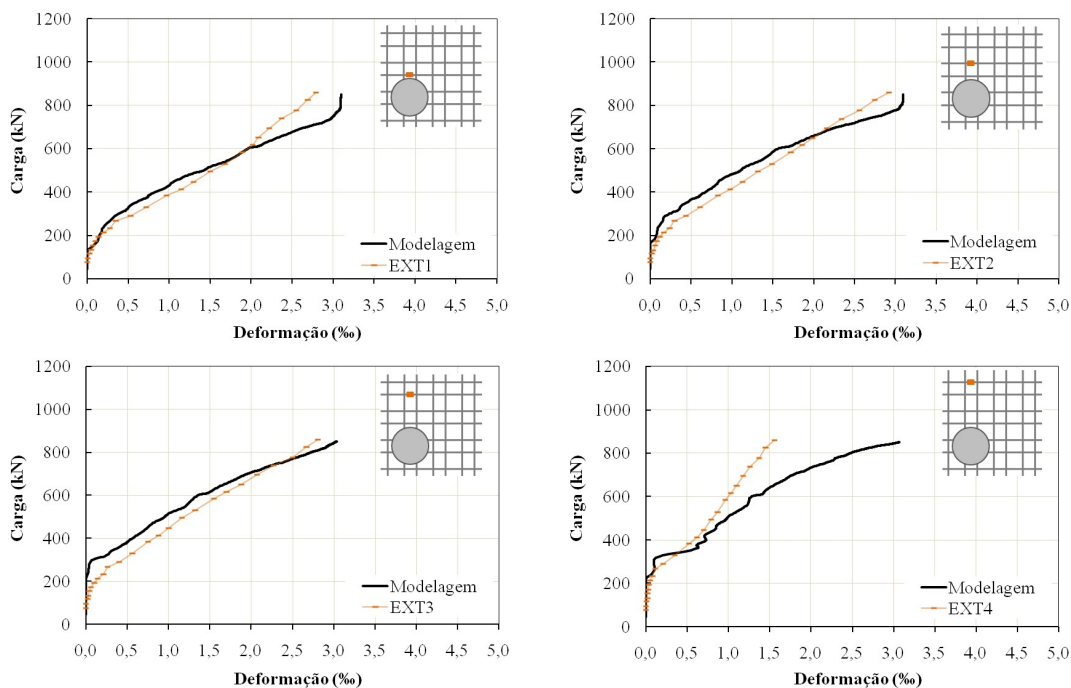


Figura A.3 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

A.2 BD28-P1

Laje da 1ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e sem armadura de cisalhamento. Nesse modelo foi considerado carregamento assimétrico.

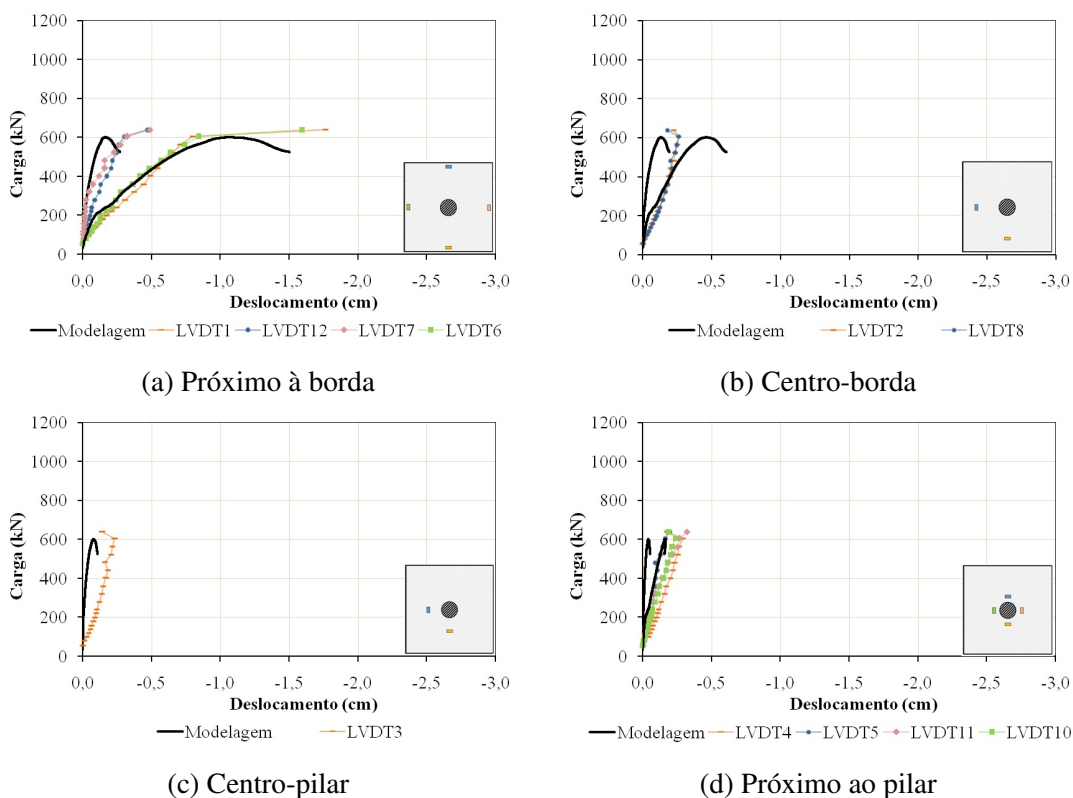


Figura A.4 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

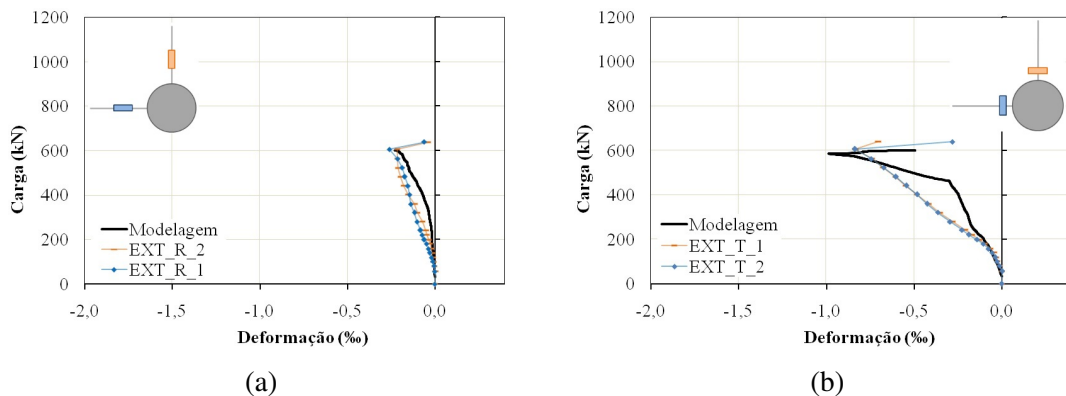


Figura A.5 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

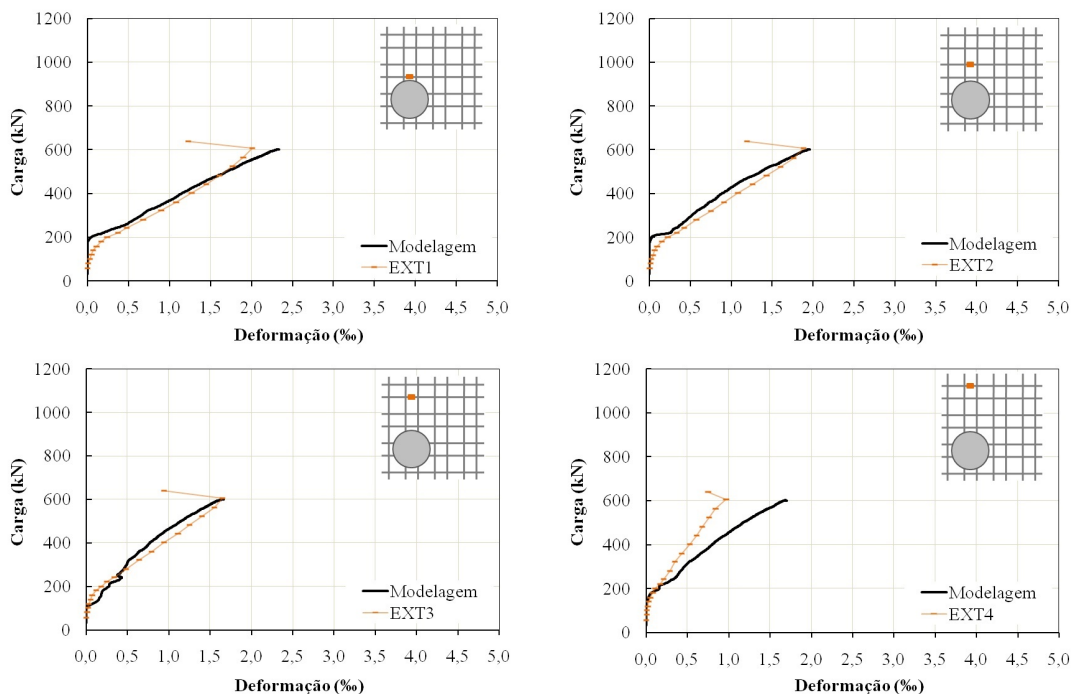


Figura A.6 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

A.3 BD28-P2

Laje da 1ª série de concretagem, com vazios, com pré-laje e sem armadura de cisalhamento. Nesse modelo foi considerado carregamento assimétrico.

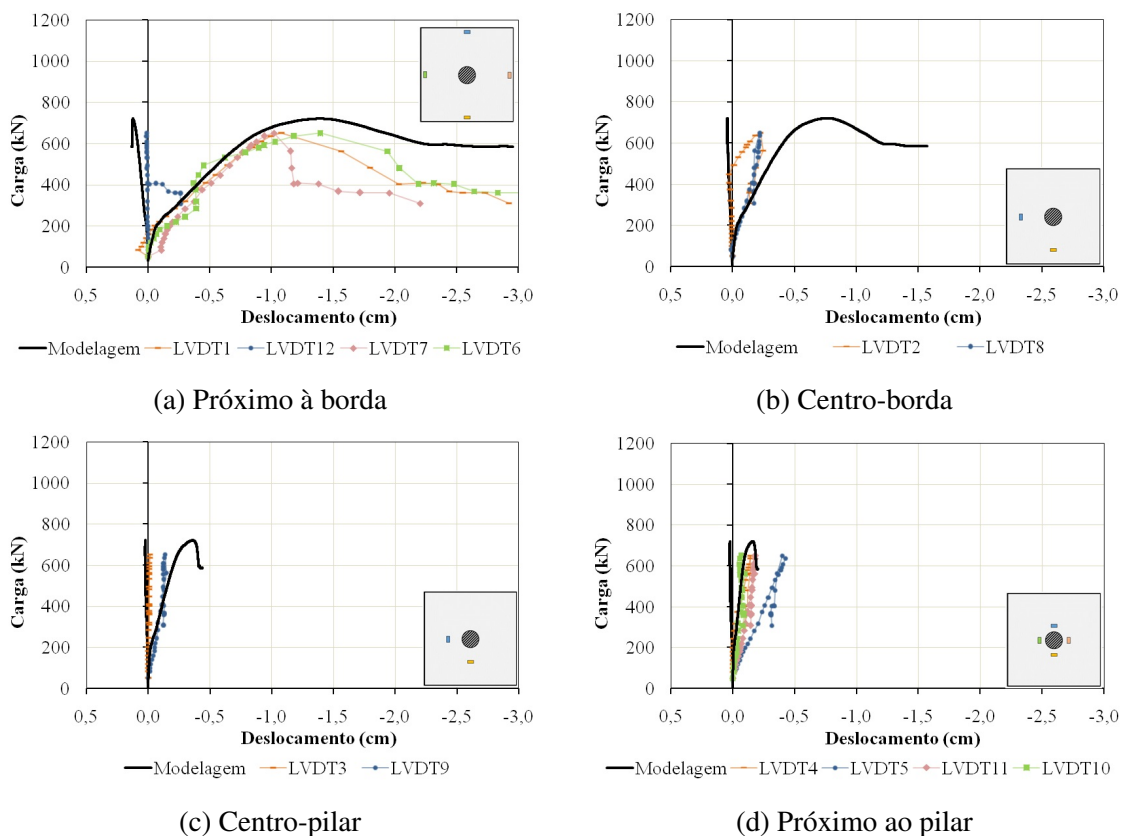


Figura A.7 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

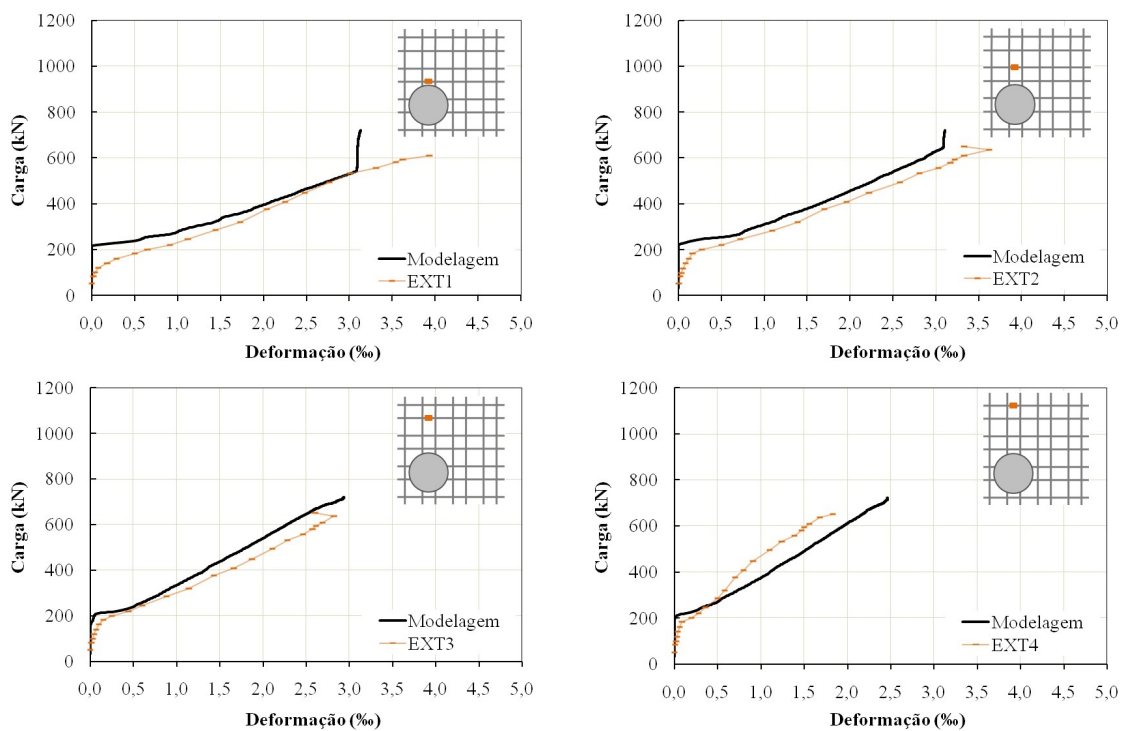


Figura A.8 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

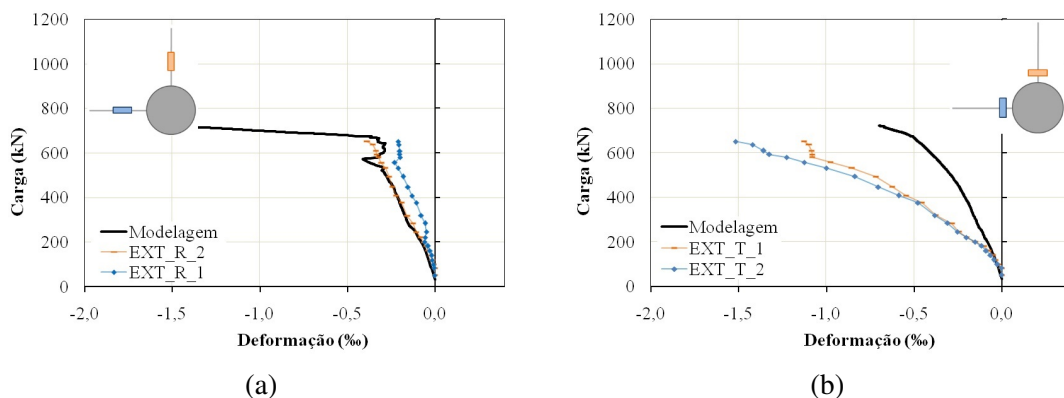


Figura A.9 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

A.4 BD28-P3

Laje da 1ª série de concretagem, com vazios, com pré-laje e com armadura de cisalhamento em uma direção. Nesse modelo foi considerado carregamento assimétrico.

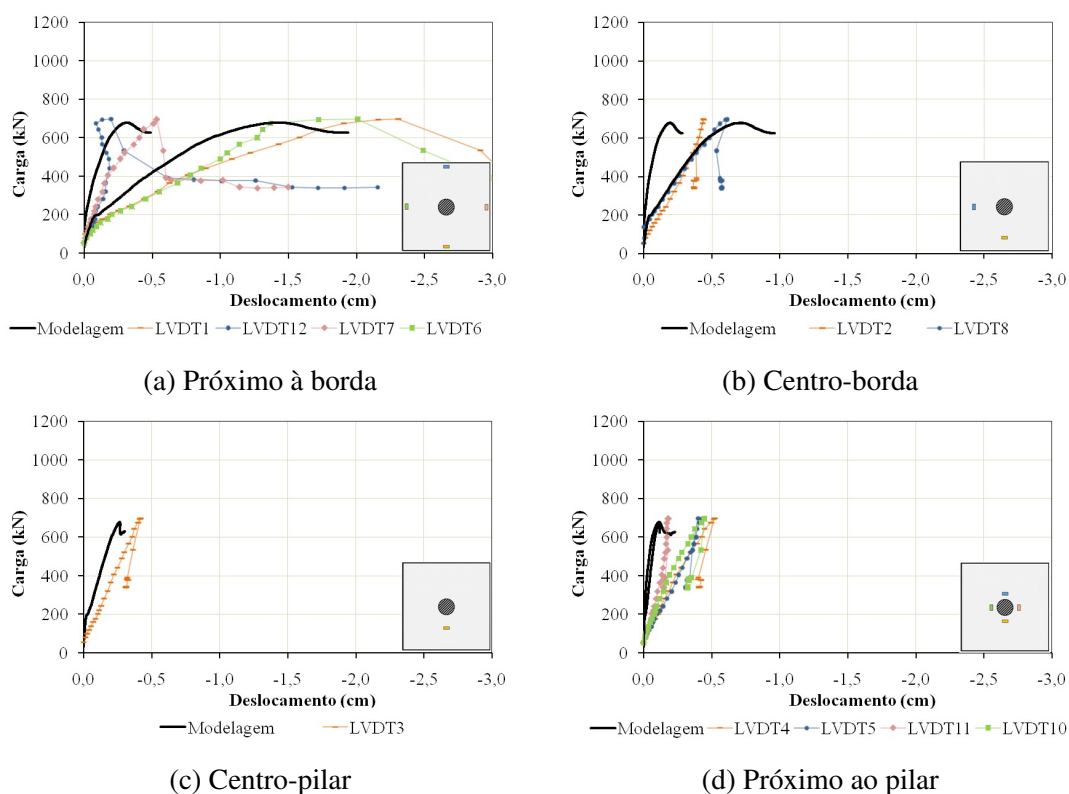


Figura A.10 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

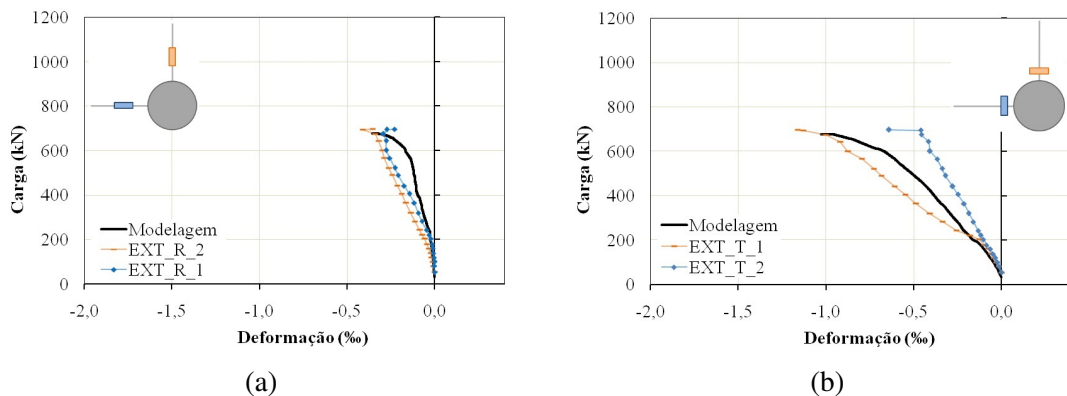


Figura A.11 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

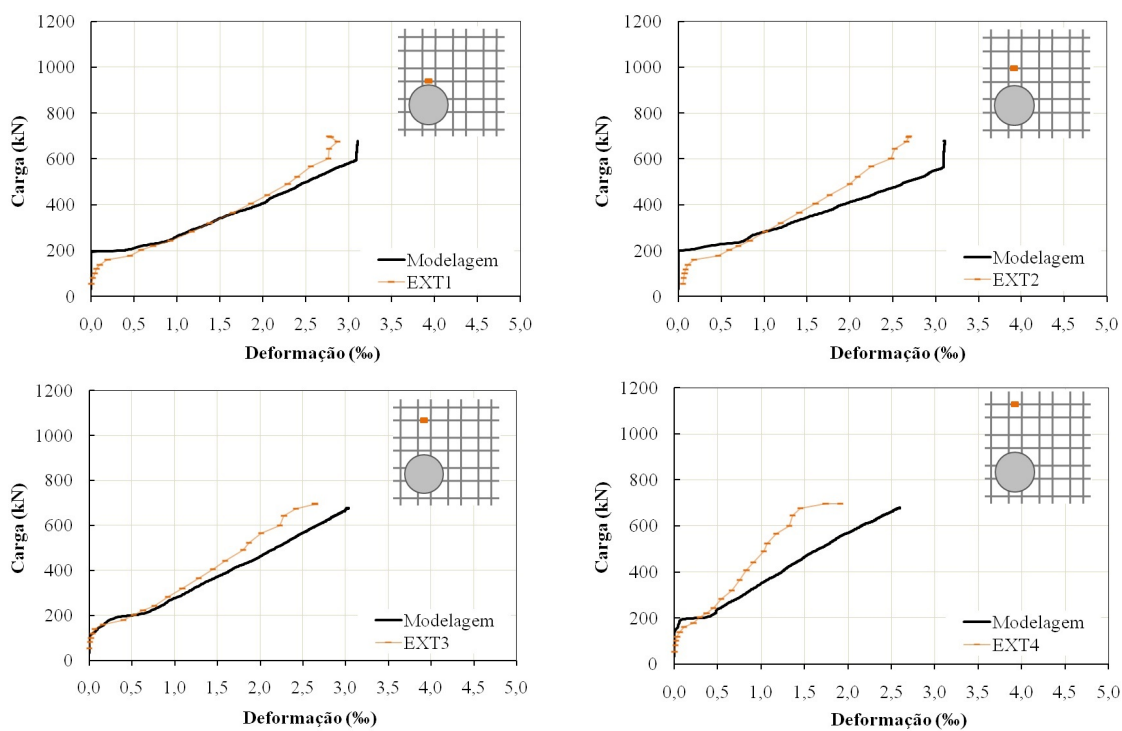


Figura A.12 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

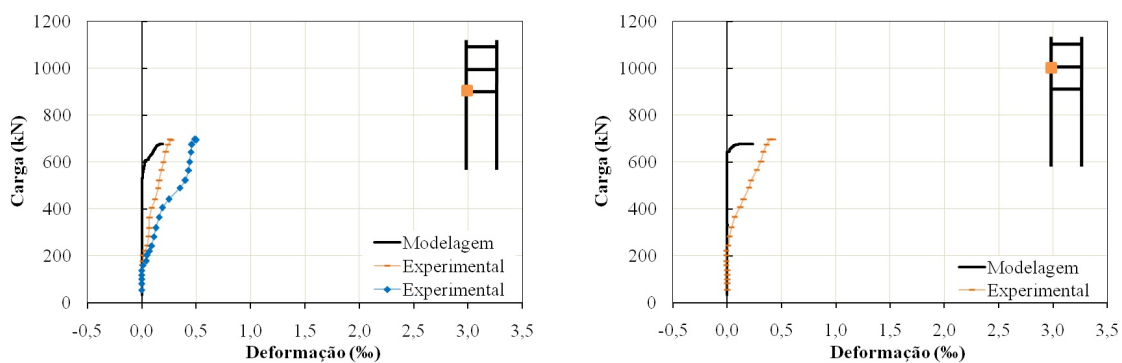


Figura A.13 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1 e 2 (fonte: Autor)

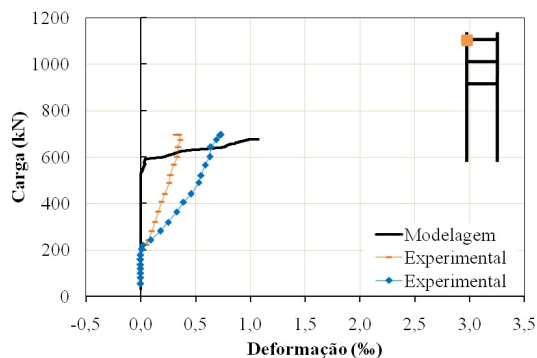


Figura A.13 - Deformação da armadura de cisalhamento na posição 3 (fonte: Autor)

A.5 BD1

Laje da 2ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento em uma direção.

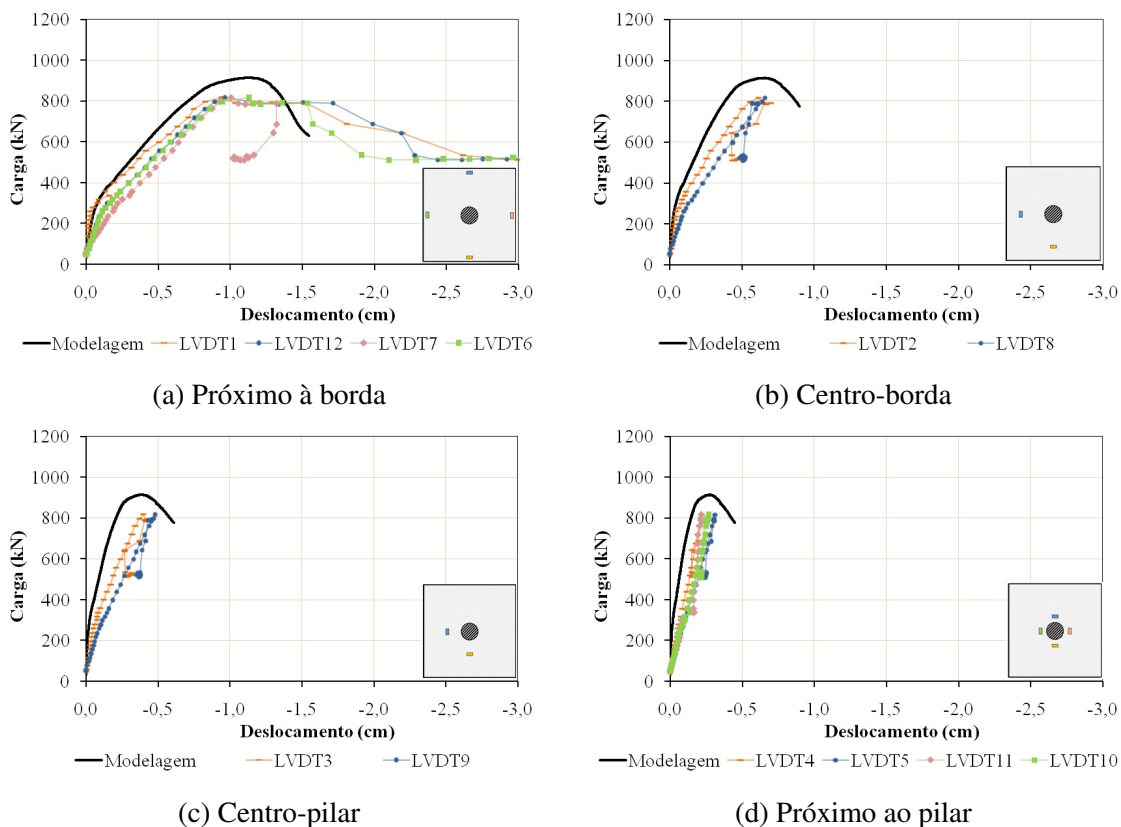
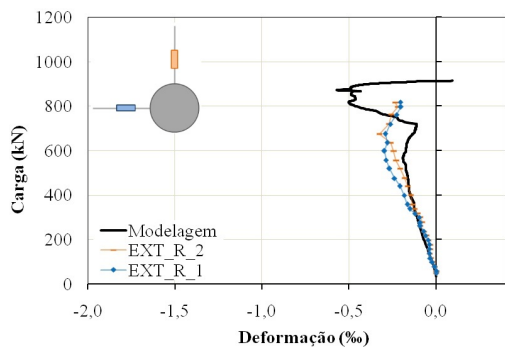
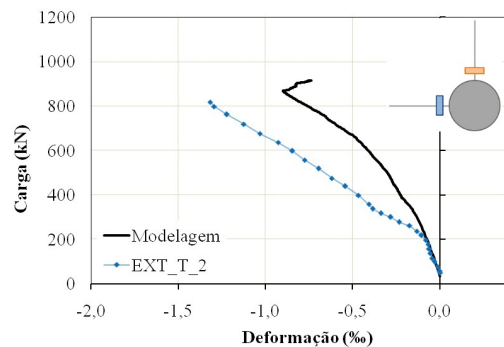


Figura A.14 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)



(a)



(b)

Figura A.15 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

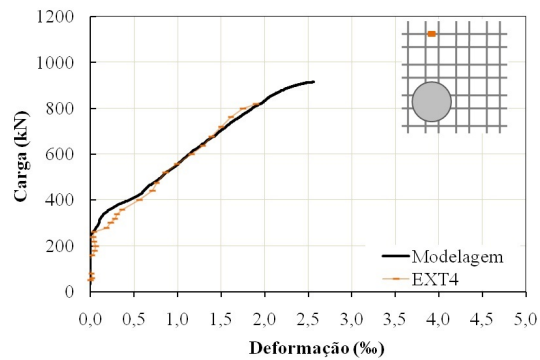
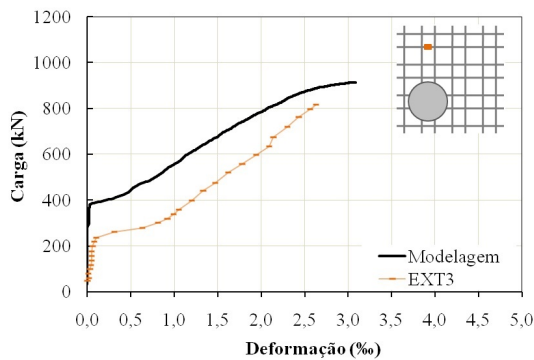
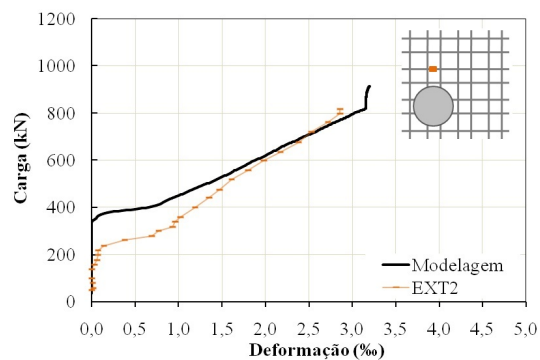
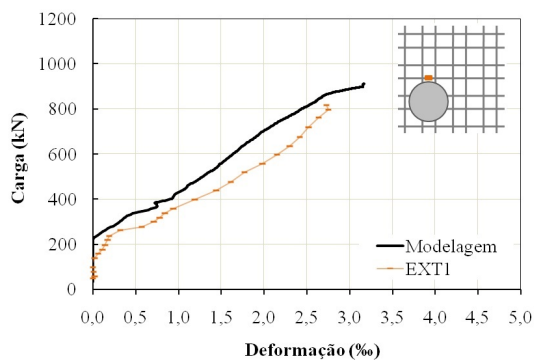


Figura A.16 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

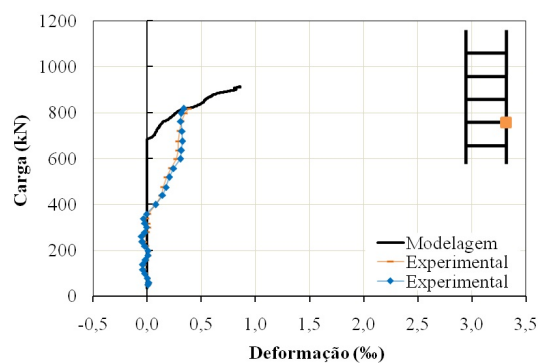
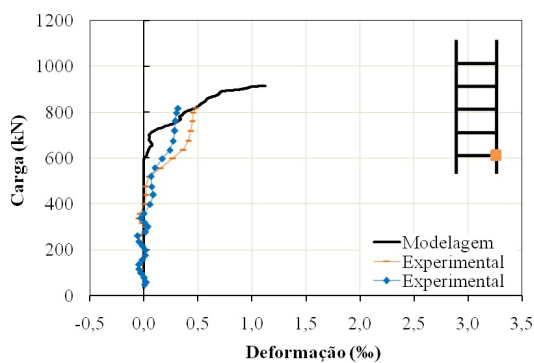


Figura A.17 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1 e 2 (fonte: Autor)

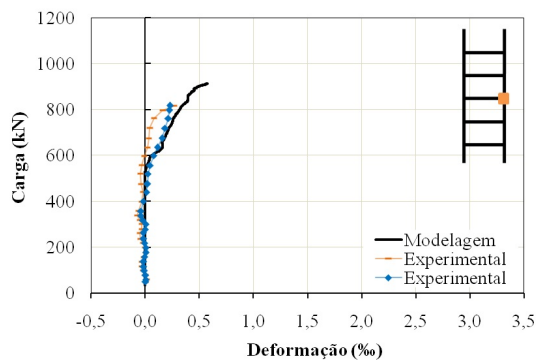


Figura A.17 - Deformação da armadura de cisalhamento na posição 3 (fonte: Autor)

A.6 BD2

Laje da 2ª série de concretagem, com vazios, com pré-laje e com armadura de cisalhamento em uma direção.

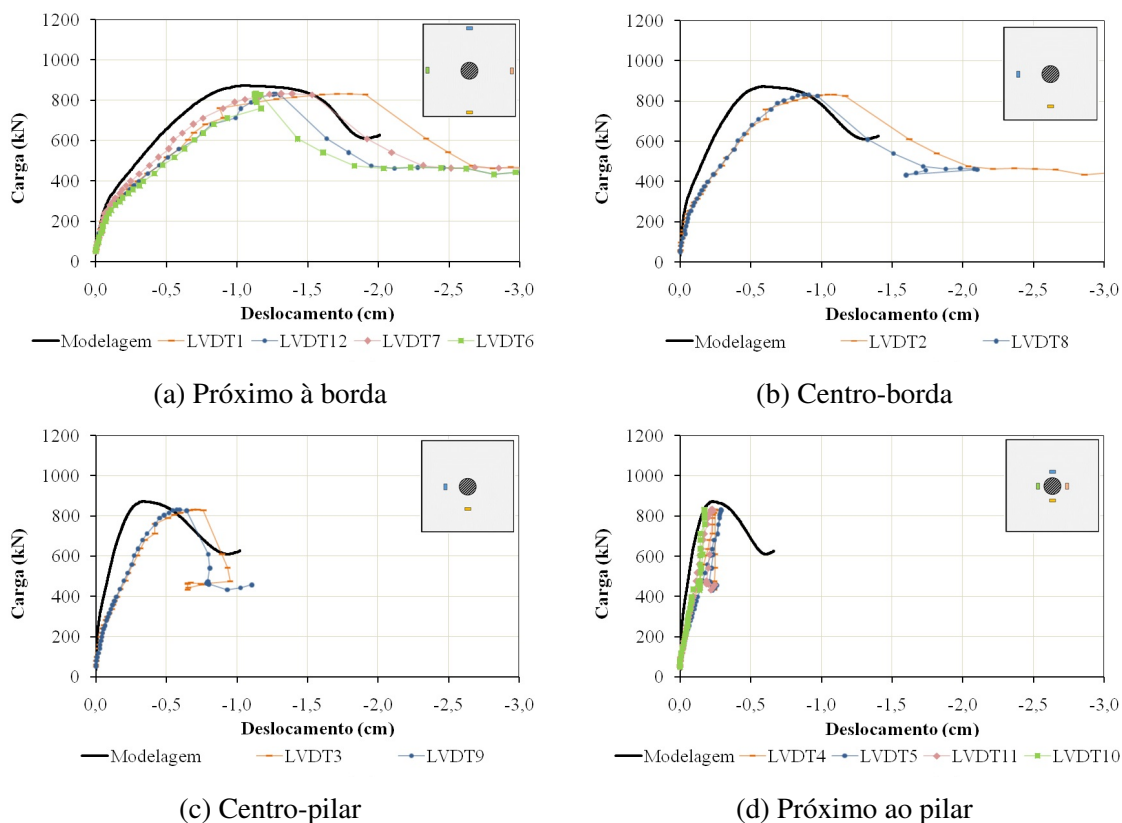


Figura A.18 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

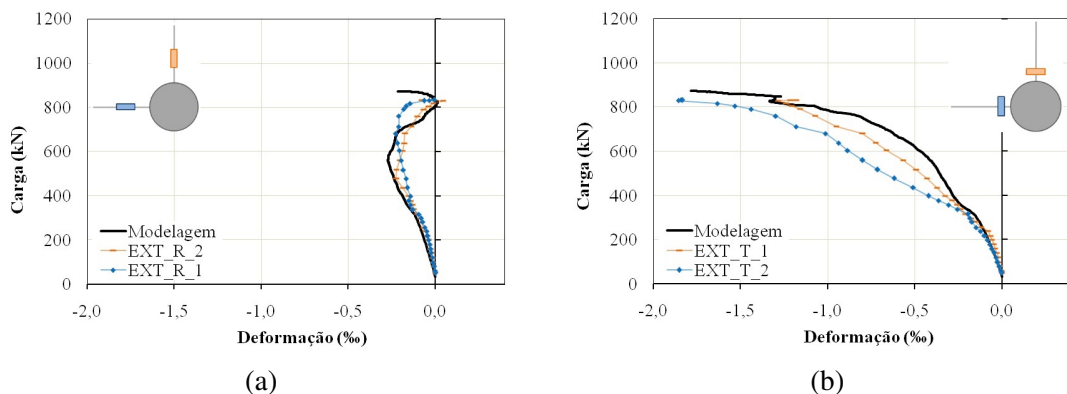


Figura A.19 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

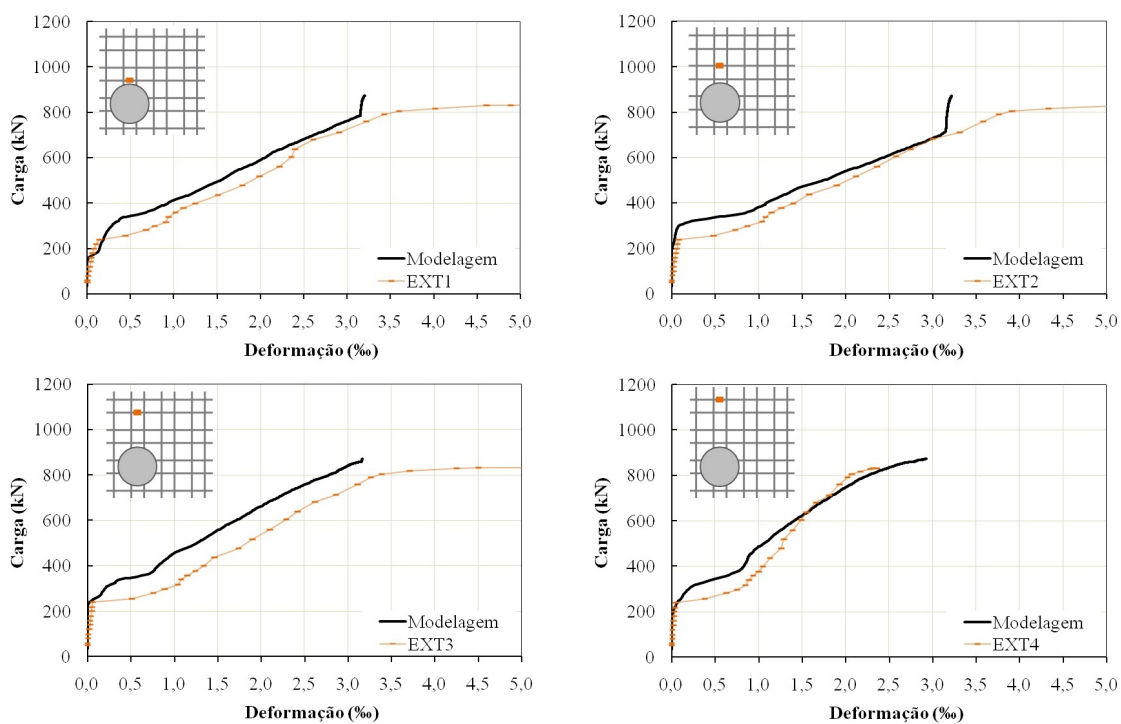


Figura A.20 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

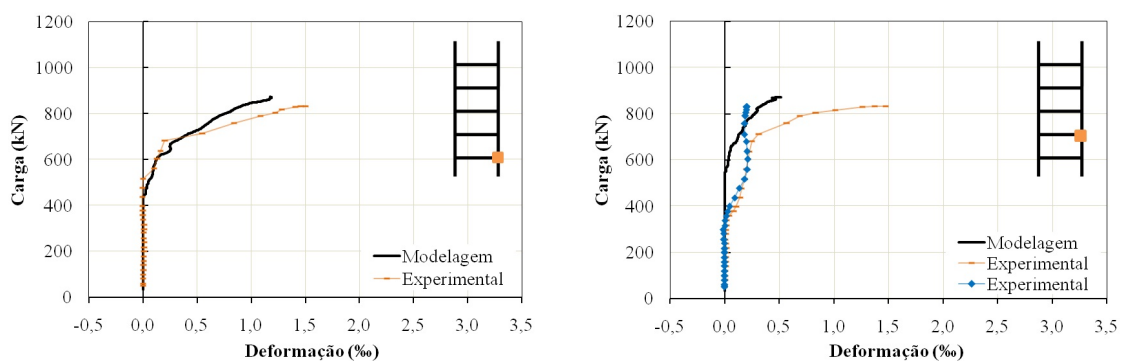


Figura A.21 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1 e 2 (fonte: Autor)

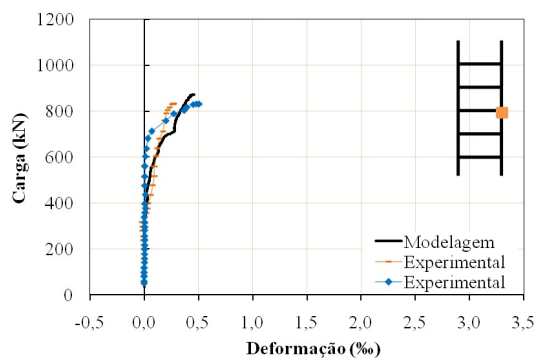


Figura A.21 - Deformação da armadura de cisalhamento na posição 3 (fonte: Autor)

A.7 SS1-2

Laje da 2ª série de concretagem, maciça, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento em duas direções.

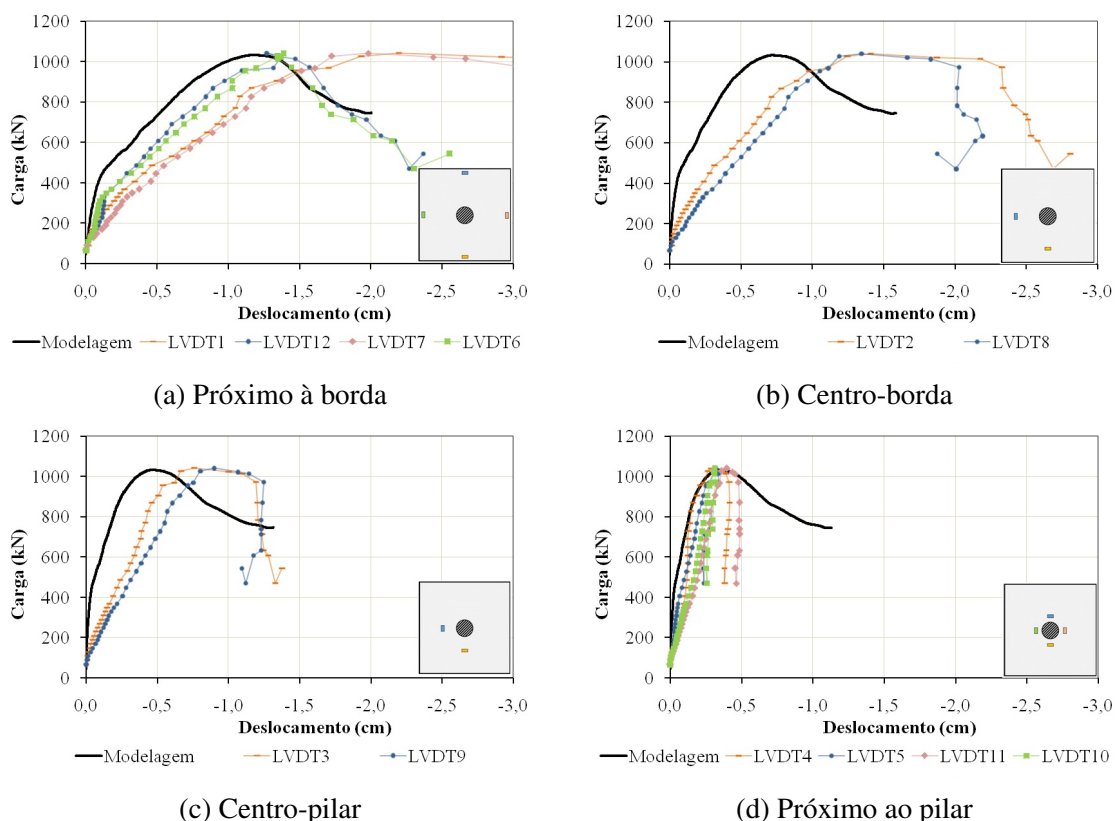


Figura A.22 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

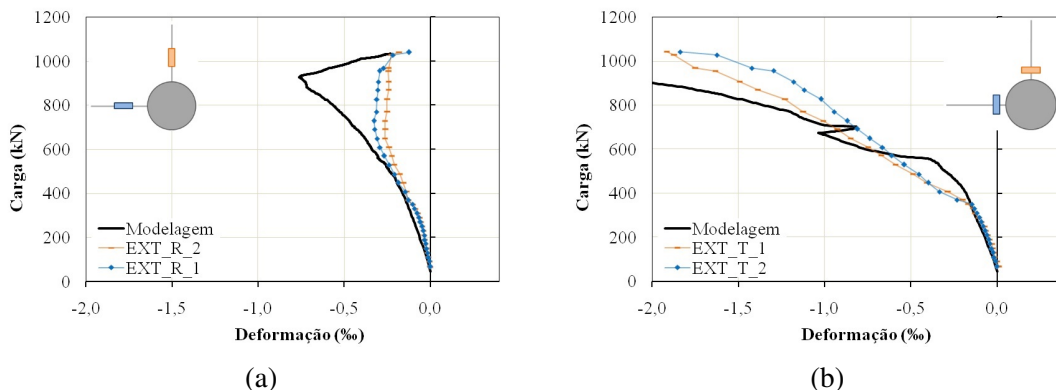


Figura A.23 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

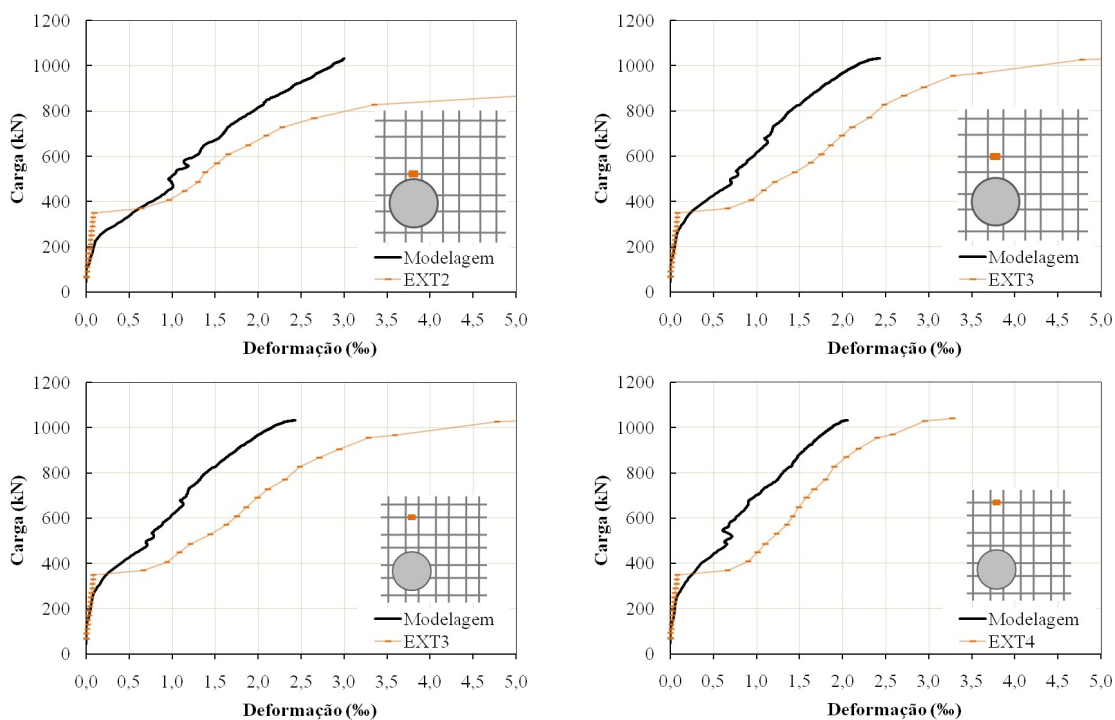


Figura A.24 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

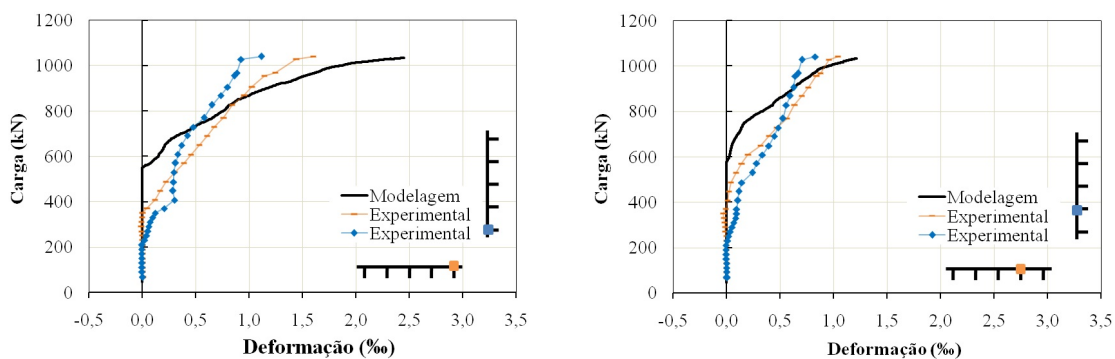


Figura A.25 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1 e 2 (fonte: Autor)

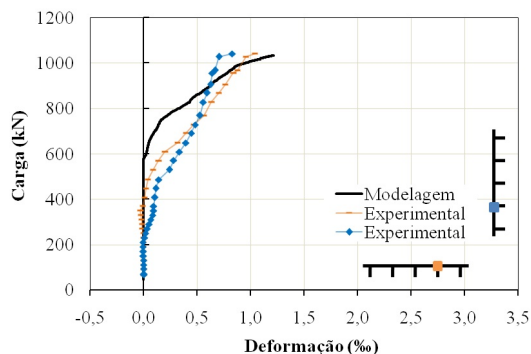


Figura A.25 - Deformação da armadura de cisalhamento na posição 3 (fonte: Autor)

A.8 SS2

Laje da 2ª série de concretagem, maciça, com pré-laje e com armadura de cisalhamento em duas direções.

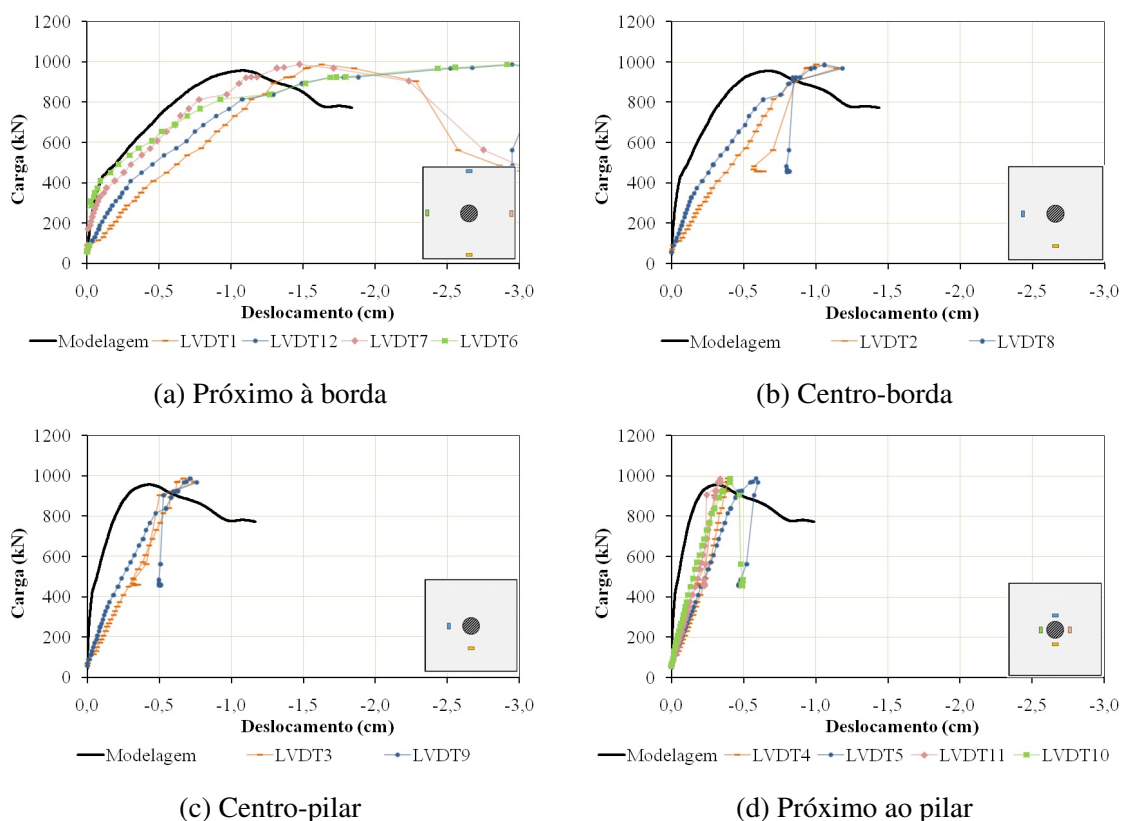


Figura A.26 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

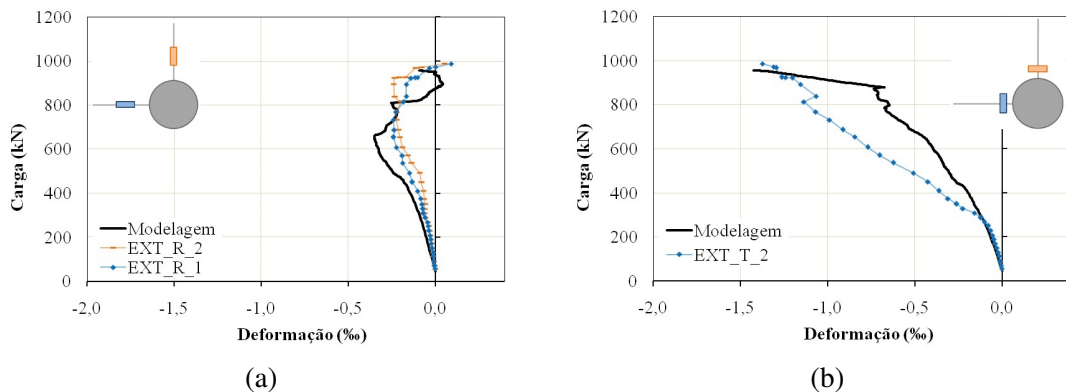


Figura A.27 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

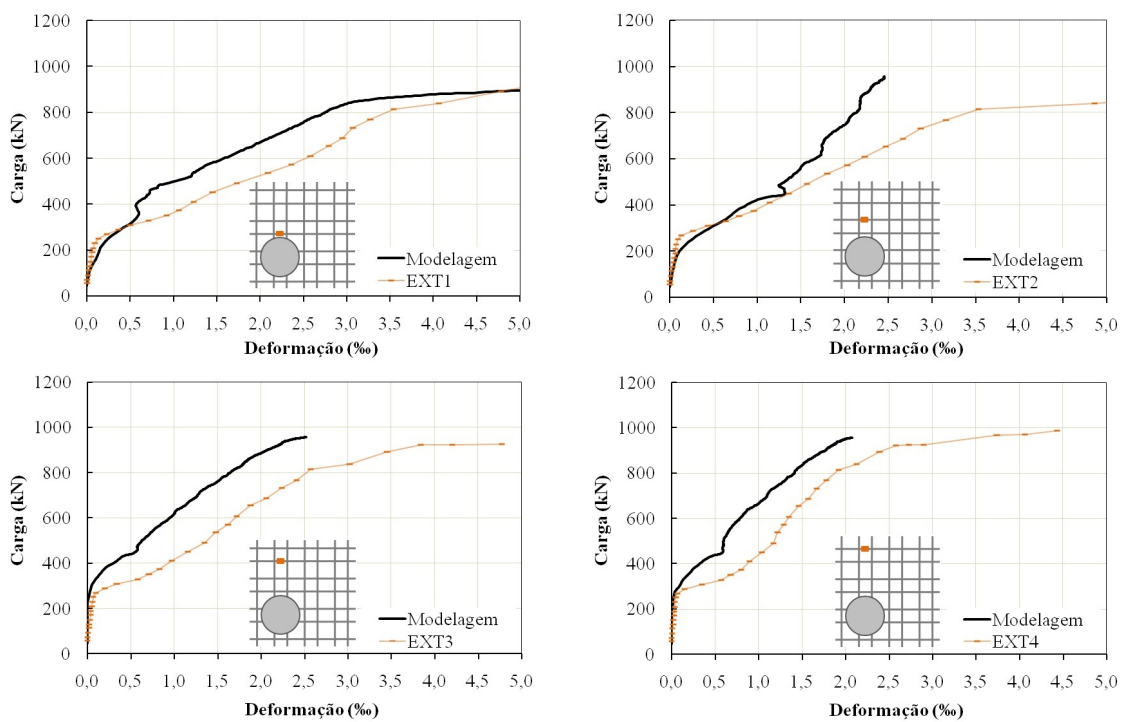


Figura A.28 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

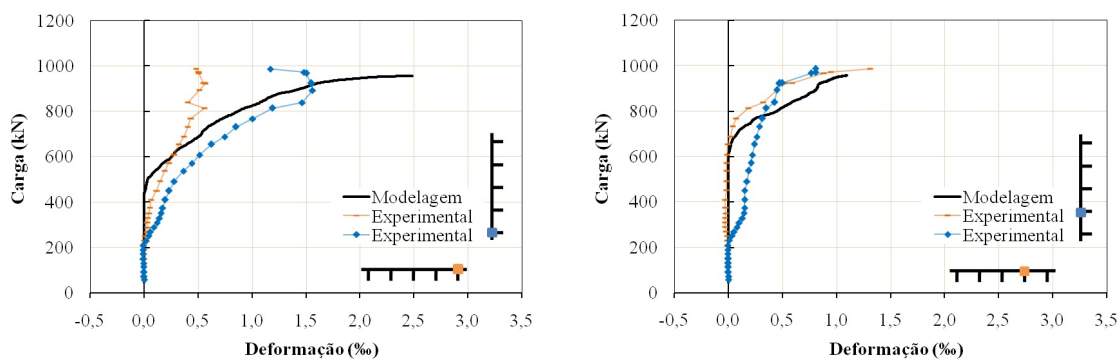


Figura A.29 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1 e 2 (fonte: Autor)

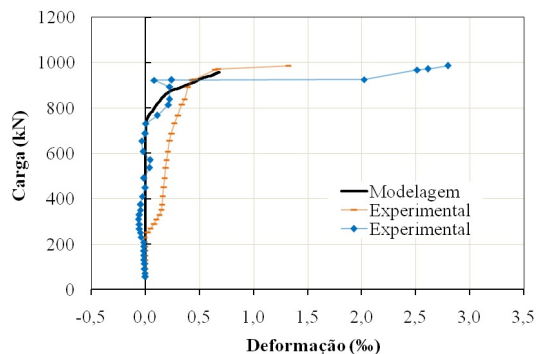


Figura A.29 - Deformação da armadura de cisalhamento na posição 3 (fonte: Autor)

A.9 SS1-3

Laje da 3ª série de concretagem, maciça, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento em duas direções.

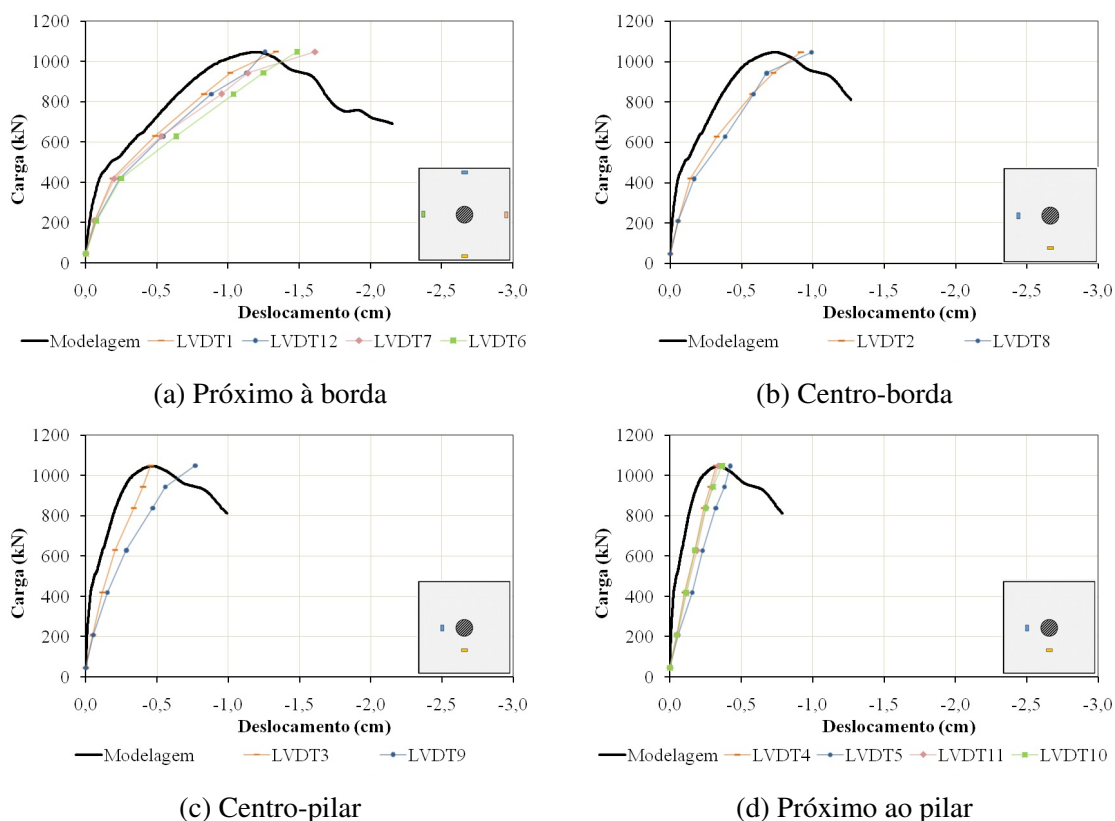


Figura A.30 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

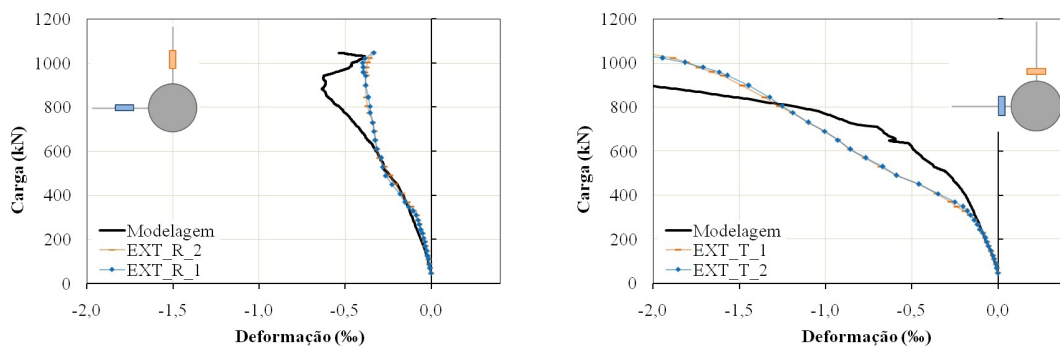


Figura A.31 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

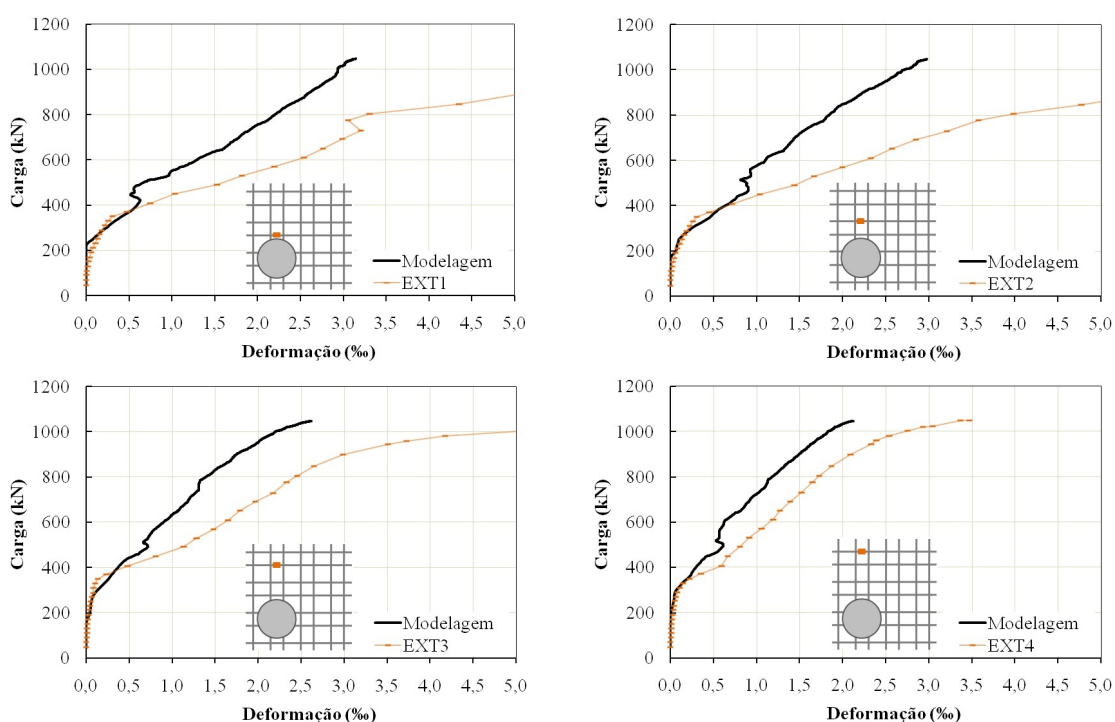


Figura A.32 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

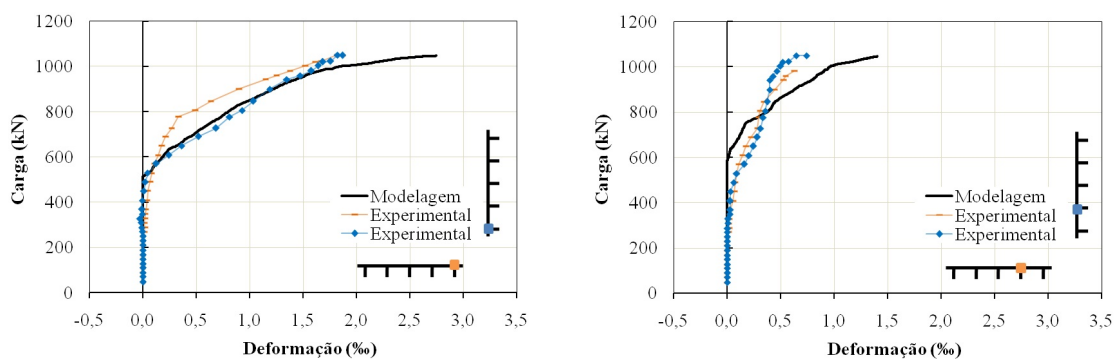


Figura A.33 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1 e 2 (fonte: Autor)

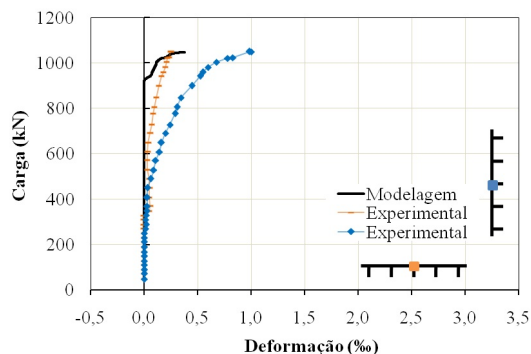


Figura A.33 - Deformação da armadura de cisalhamento na posição 3 (fonte: Autor)

A.10 BD3

Laje da 3ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento em duas direções.

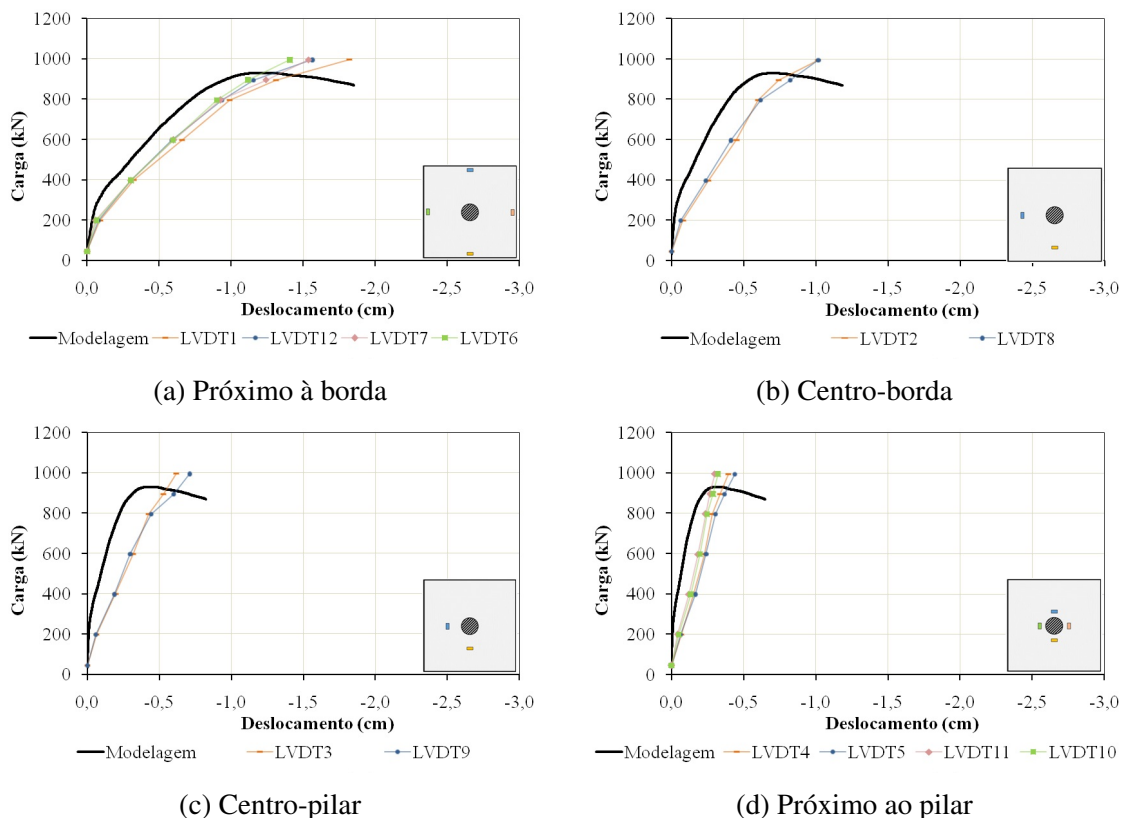


Figura A.34 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

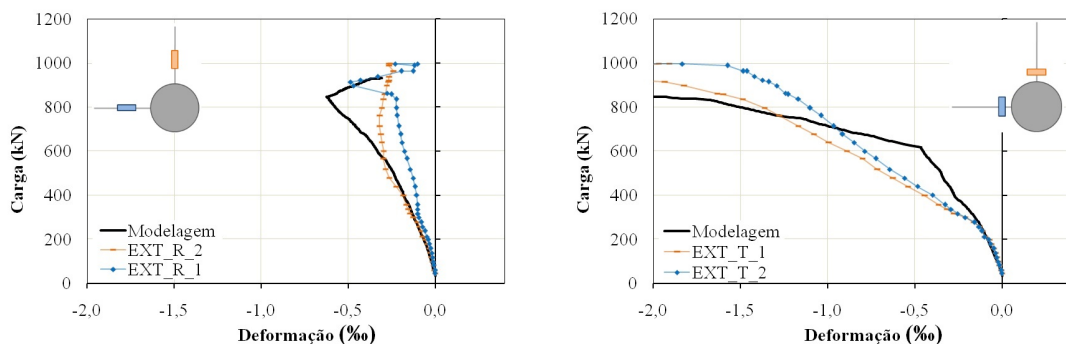


Figura A.35 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

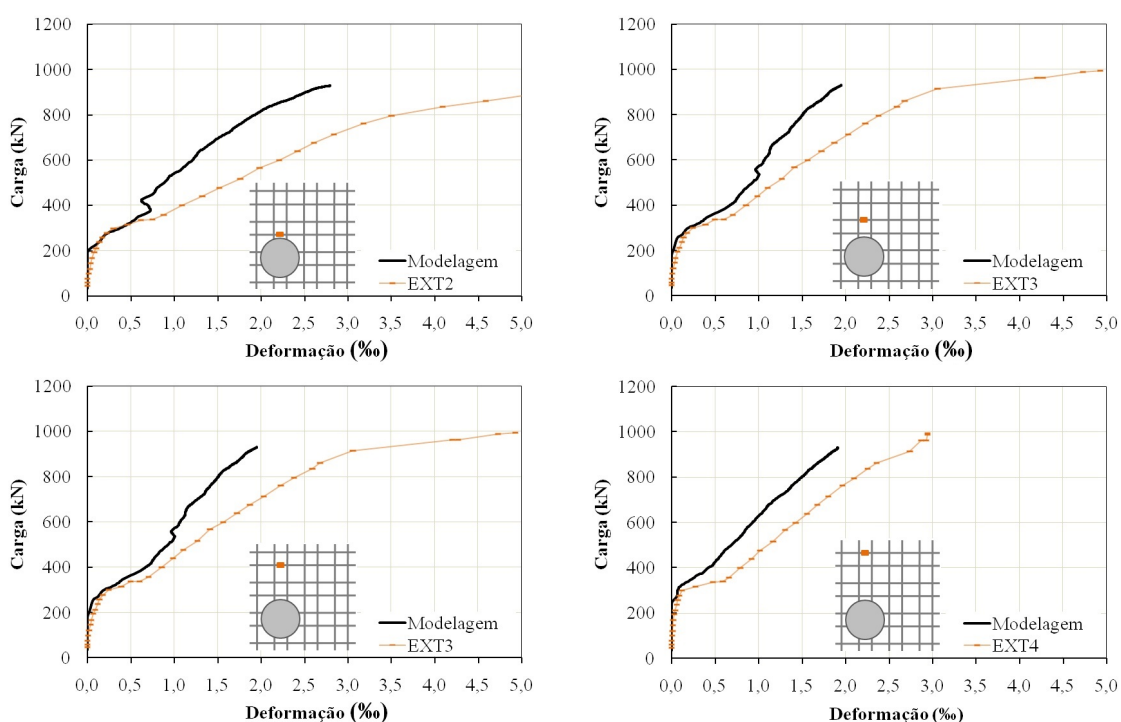


Figura A.36 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

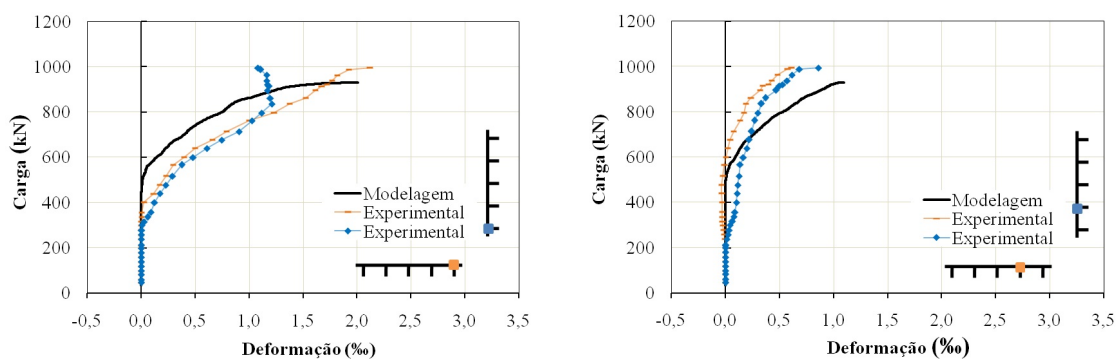


Figura A.37 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1 e 2 (fonte: Autor)

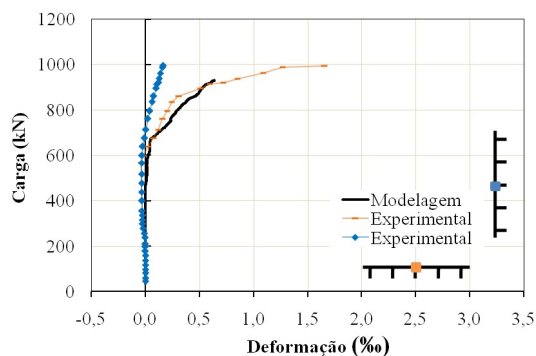


Figura A.37 - Deformação da armadura de cisalhamento na posição 3 (fonte: Autor)

A.11 BD4

Laje da 3ª série de concretagem, com vazios, com pré-laje e com armadura de cisalhamento em duas direções.

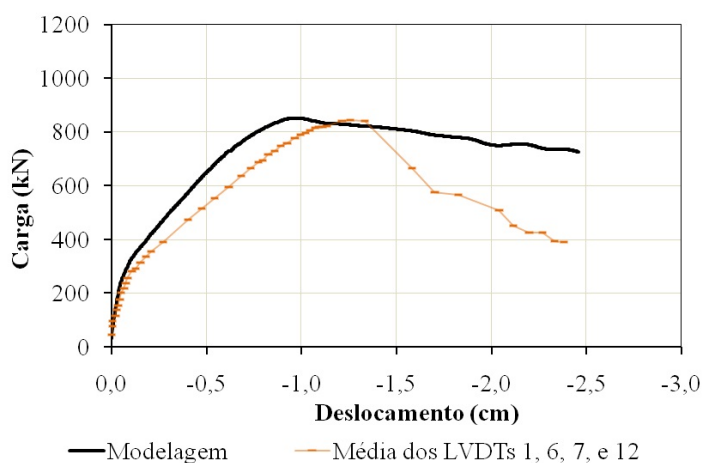


Figura A.38 - Deslocamento médio dos LVDTs mais distantes do pilar (fonte: Autor)

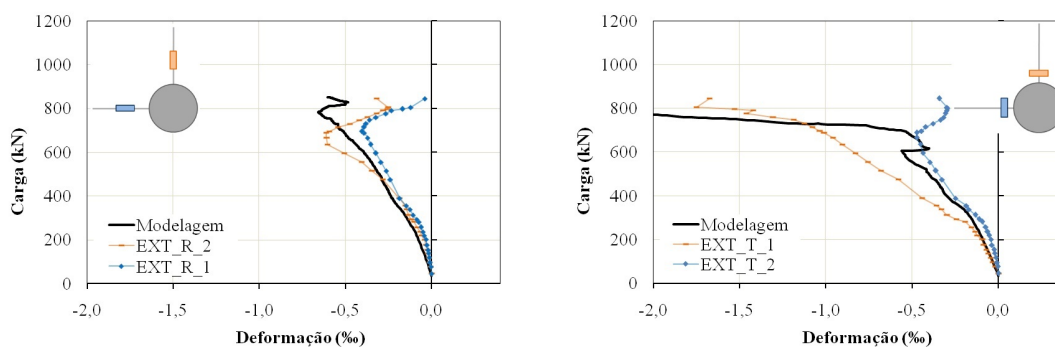


Figura A.39 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

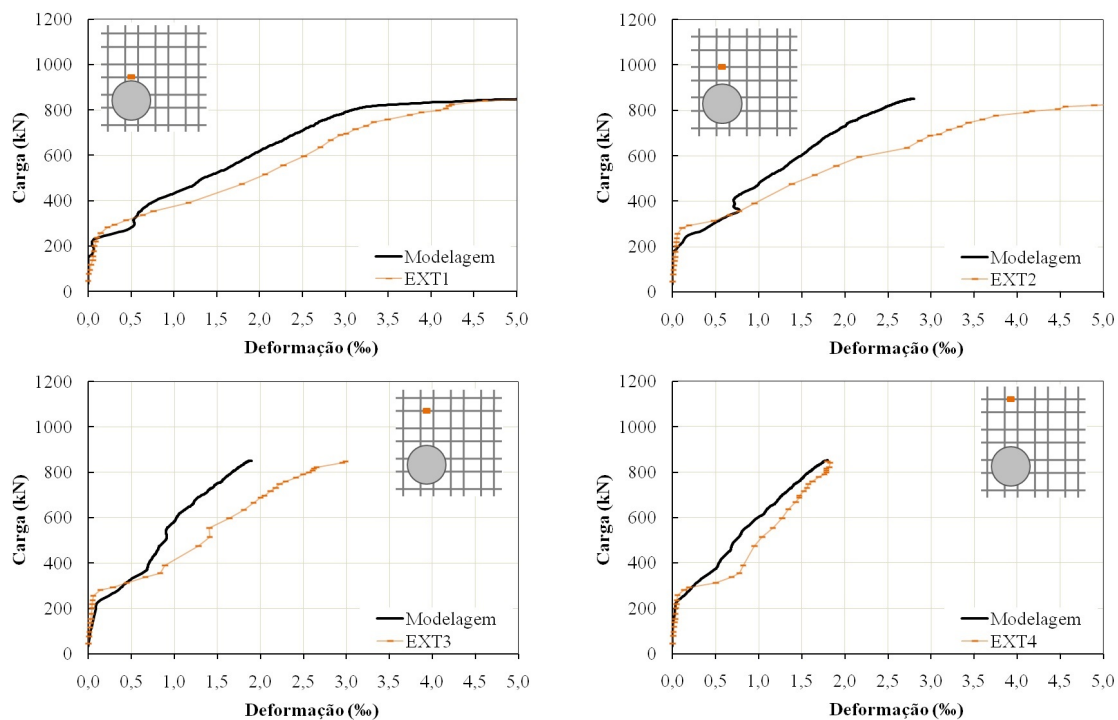


Figura A.40 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

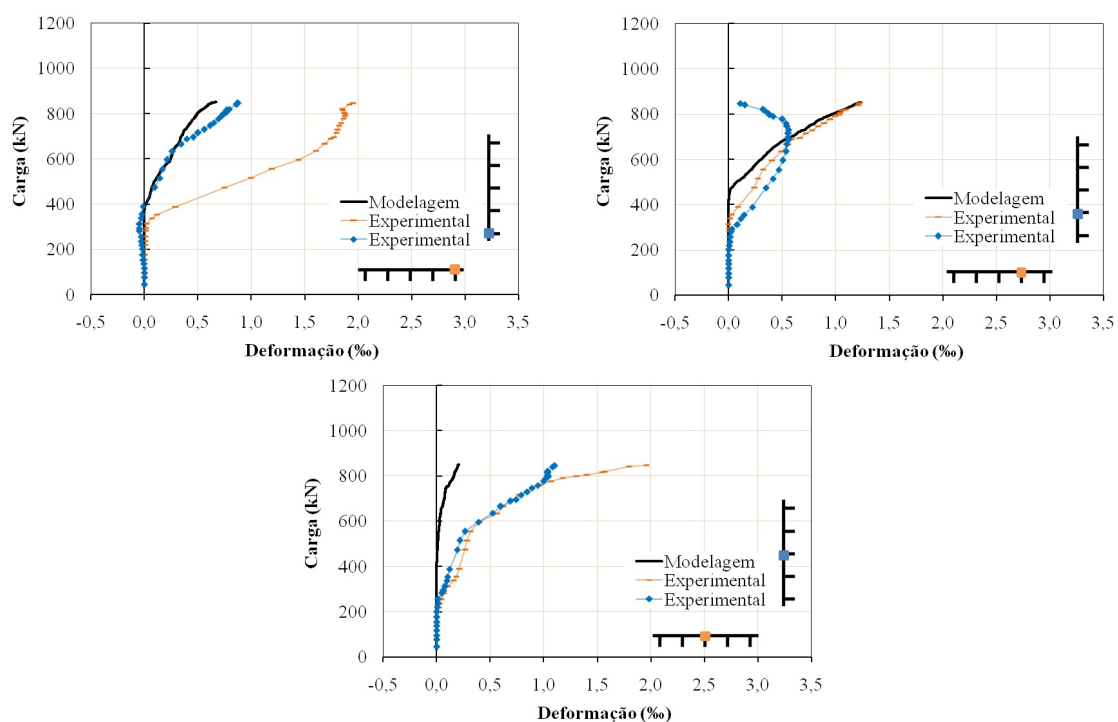


Figura A.41 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1, 2 e 3 (fonte: Autor)

A.12 RSP-A01

Laje da 5ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento em duas direções. Não foram apresentadas as deformações nas armaduras de flexão e de cisalhamento devido à erros experimentais na obtenção das leituras.

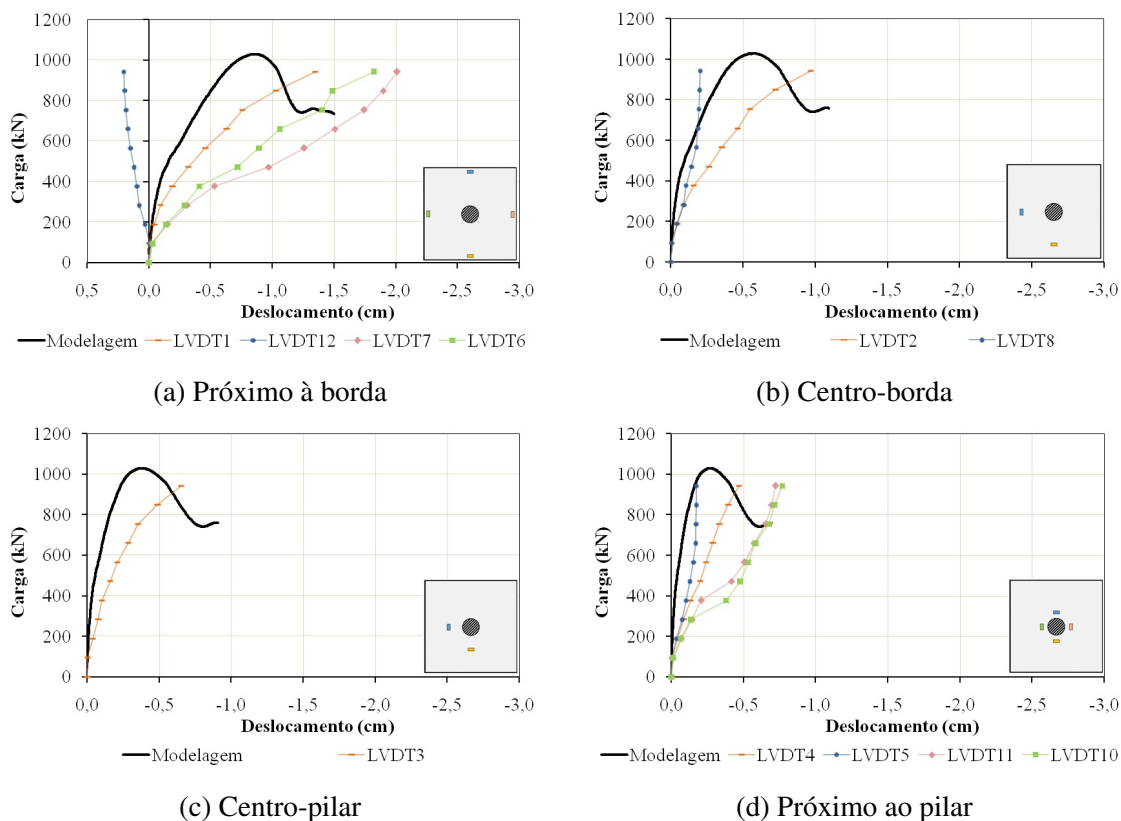


Figura A.42 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

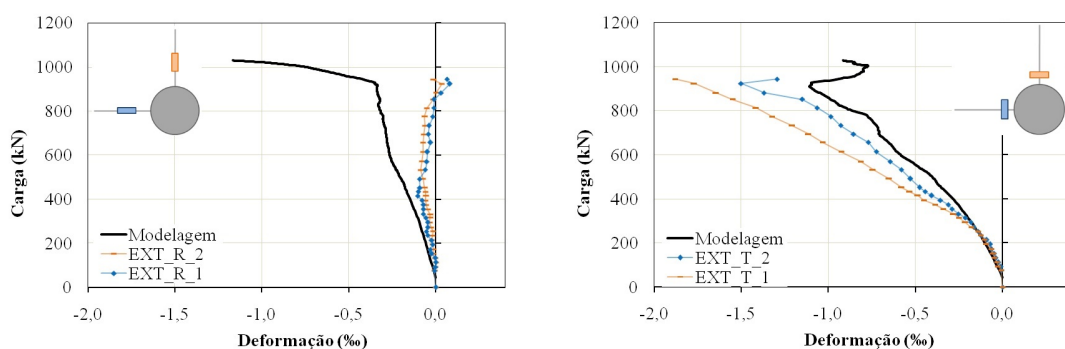


Figura A.43 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

A.13 BD-A01

Laje da 5ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento tipo *stud*.

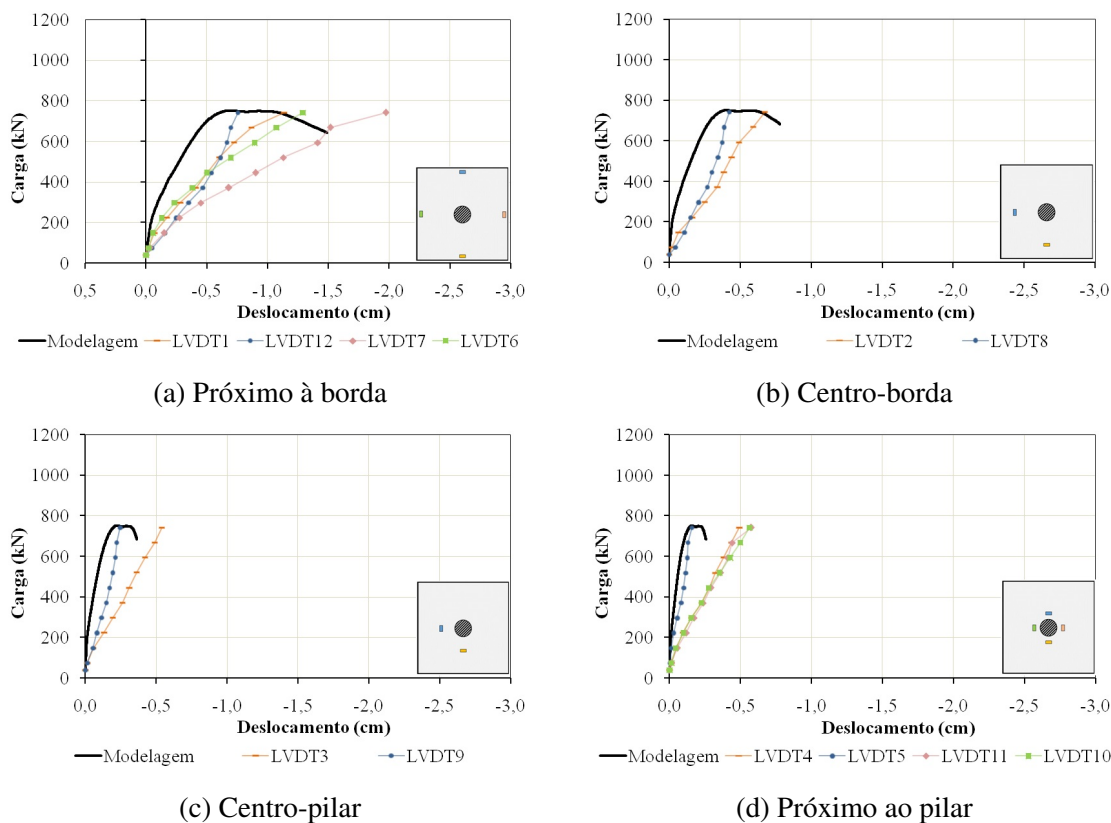


Figura A.44 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

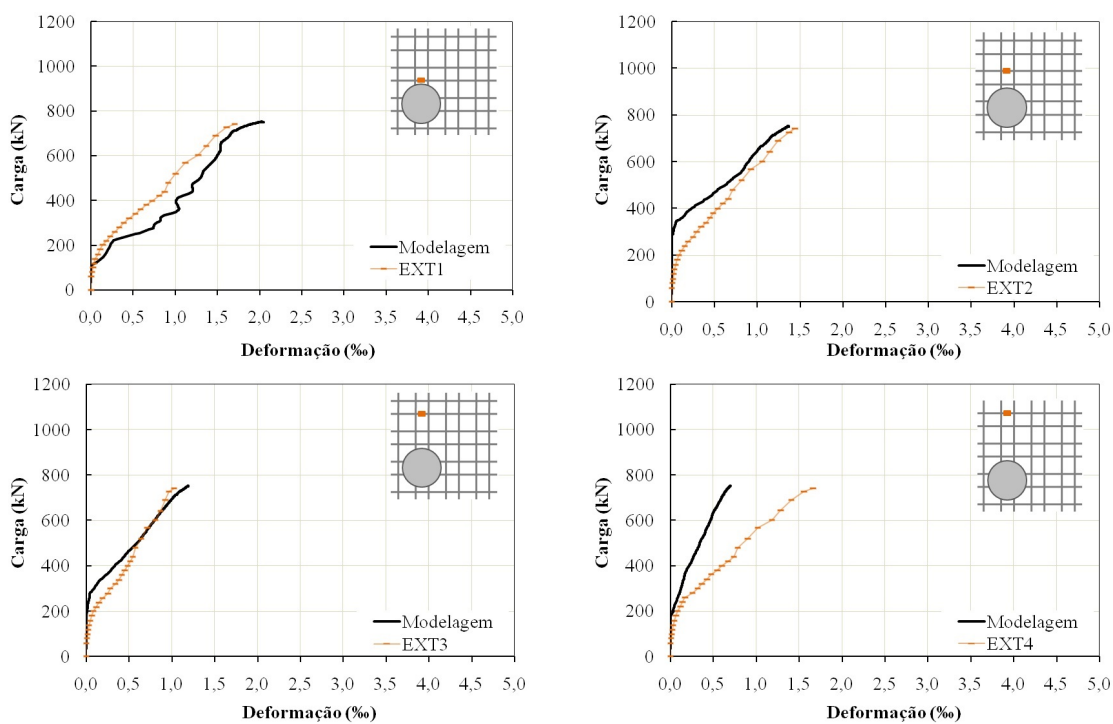


Figura A.45 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

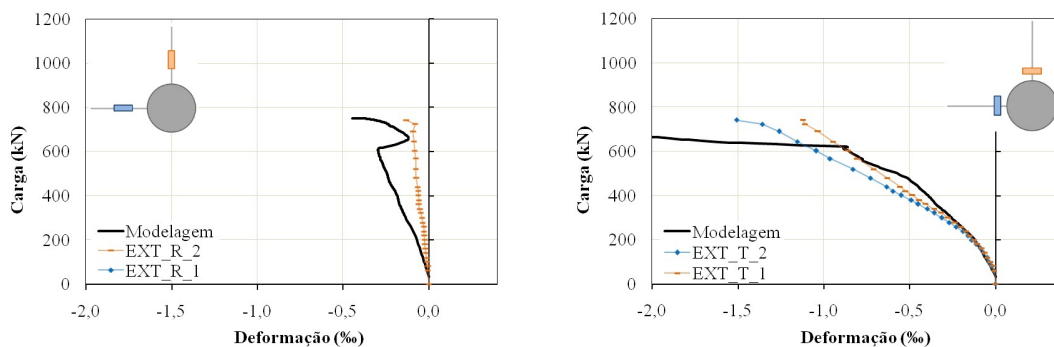


Figura A.46 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

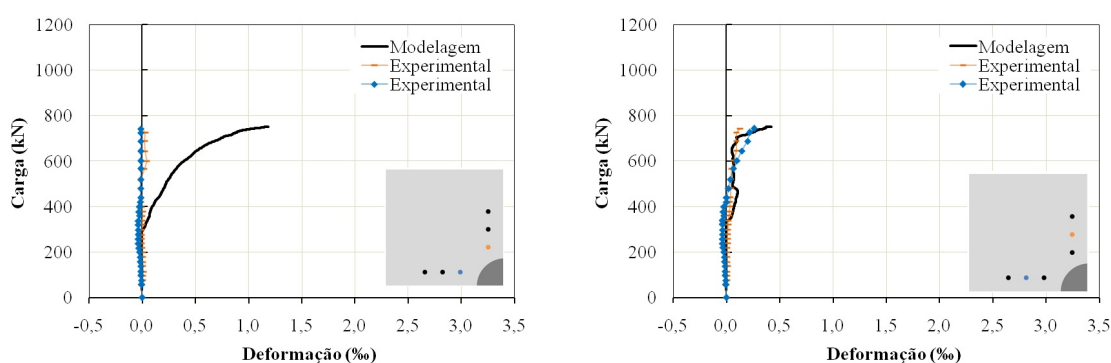
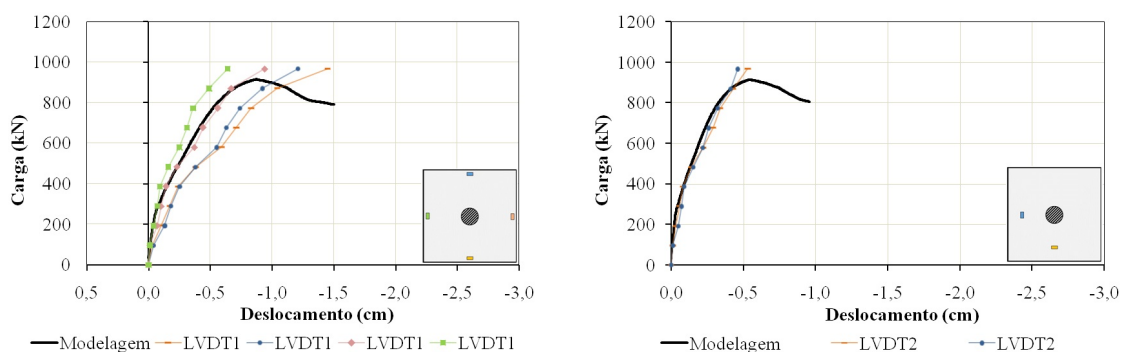


Figura A.47 - Deformação da armadura de cisalhamento nas posições 1 e 2 (fonte: Autor)

A.13 BD-A02

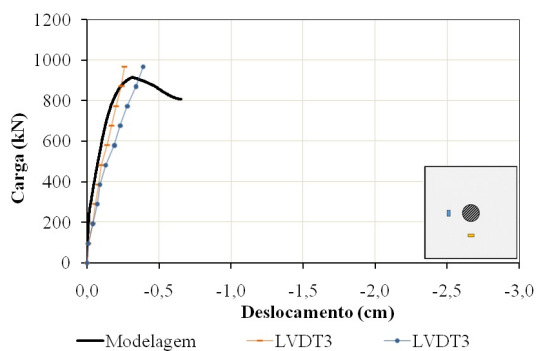
Laje da 4ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento tipo *stud* e treliças com inclinação de 60°.



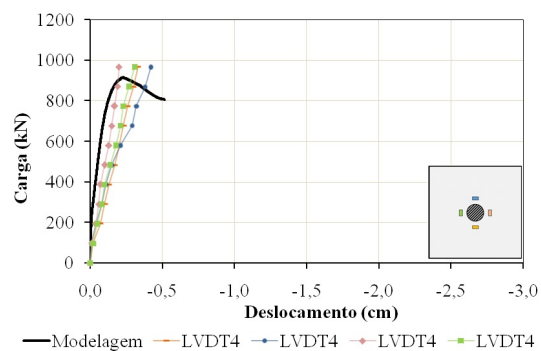
(a) Próximo à borda

(b) Centro-borda

Figura A.48 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)



(c) Centro-pilar



(d) Próximo ao pilar

Figura A.48 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

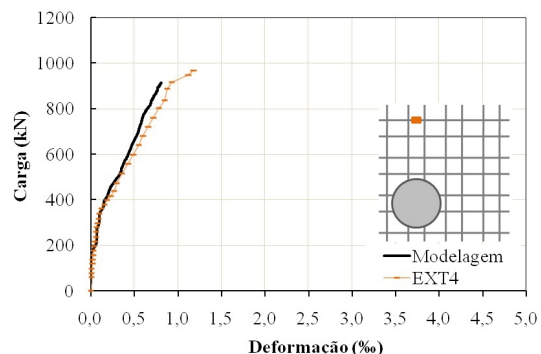
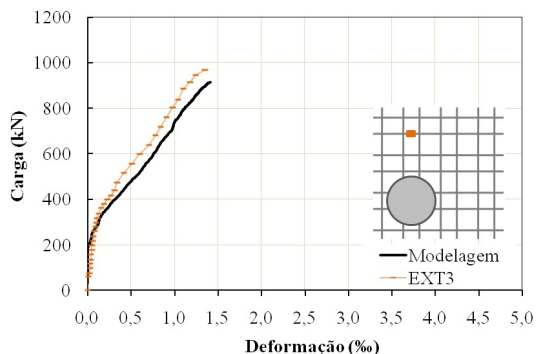
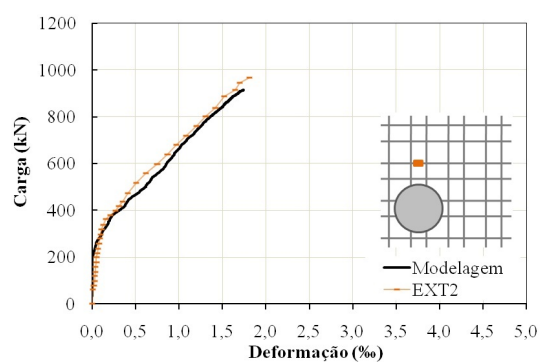
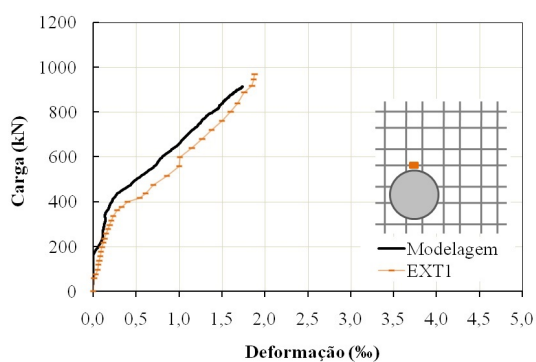


Figura A.49 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

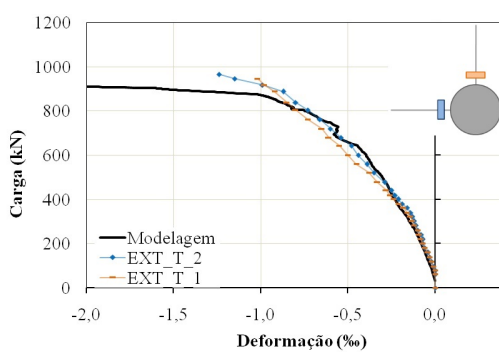
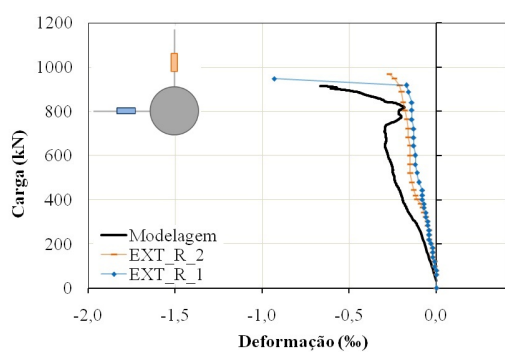


Figura A.50 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

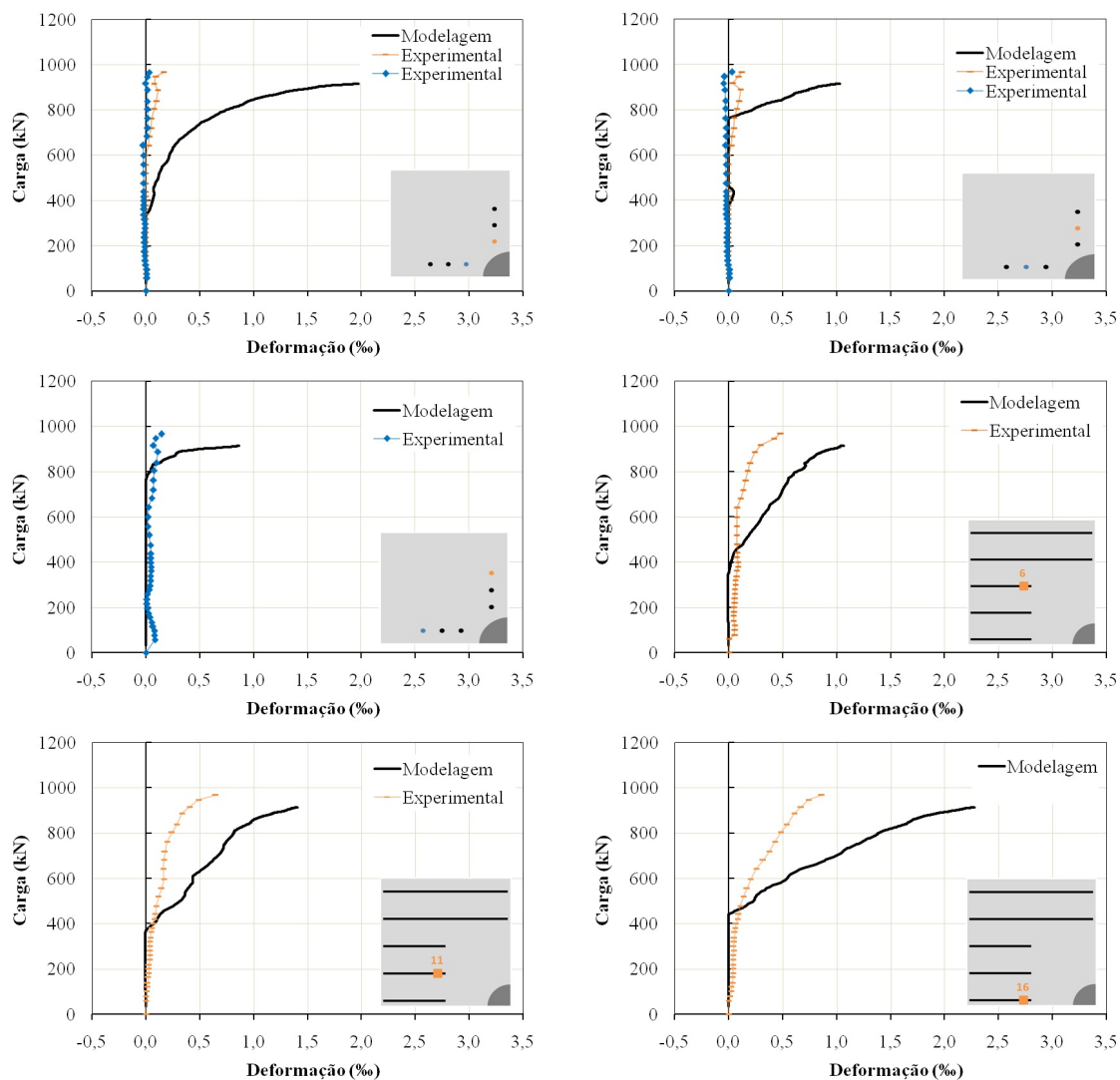
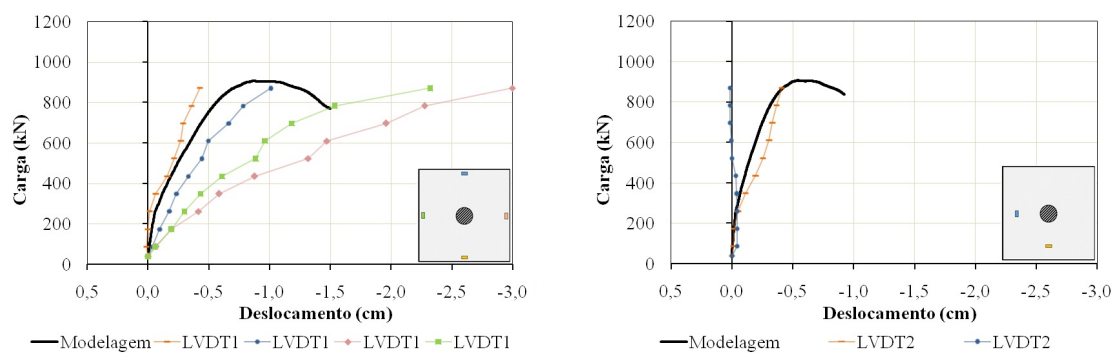


Figura A.51 - Deformação nos studs e nas treliças (fonte: Autor)

A.14 BD-A03

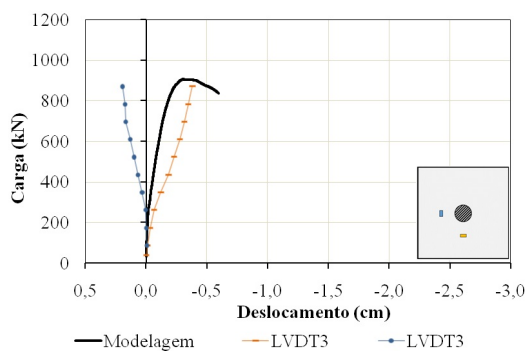
Laje da 4ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento tipo *stud* e treliças com inclinação de 45°.



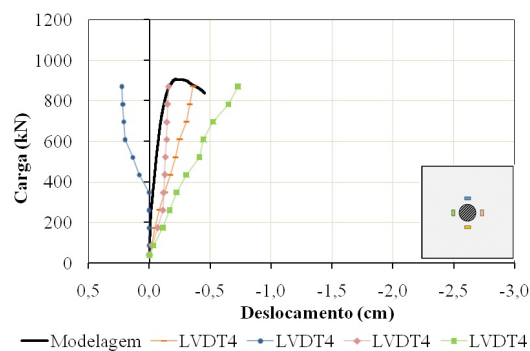
(a) Próximo à borda

(b) Centro-borda

Figura A.52 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)



(c) Centro-pilar



(d) Próximo ao pilar

Figura A.52 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

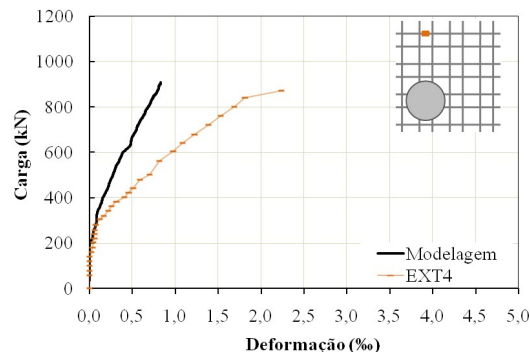
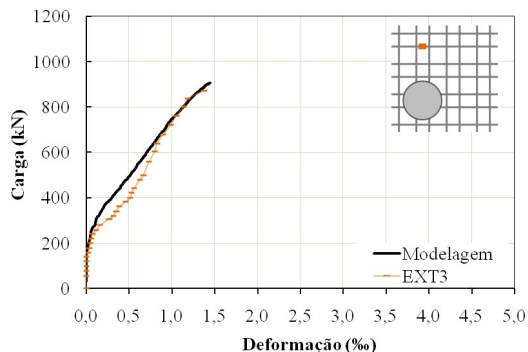
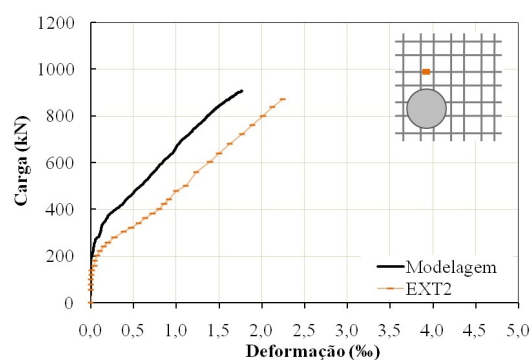
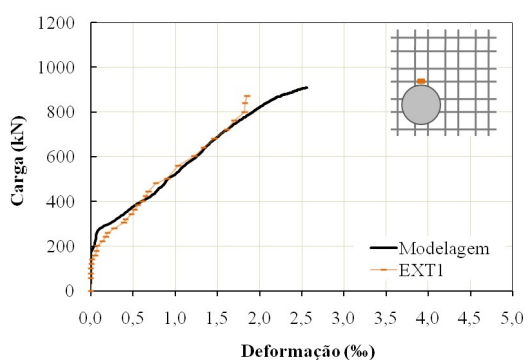


Figura A.53 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

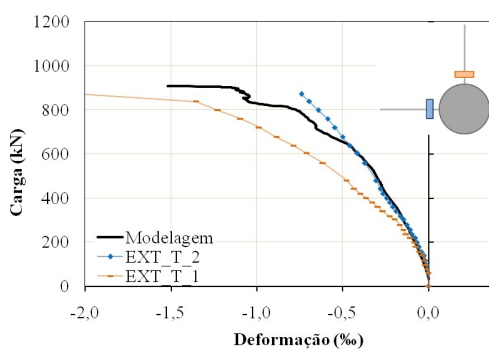
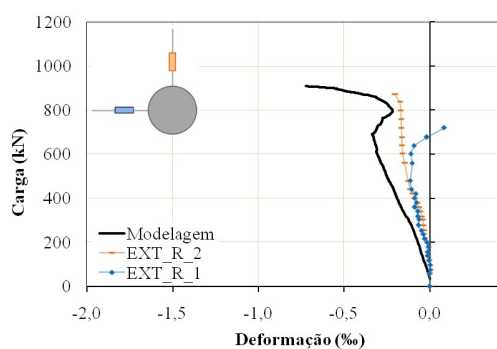


Figura A.54 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

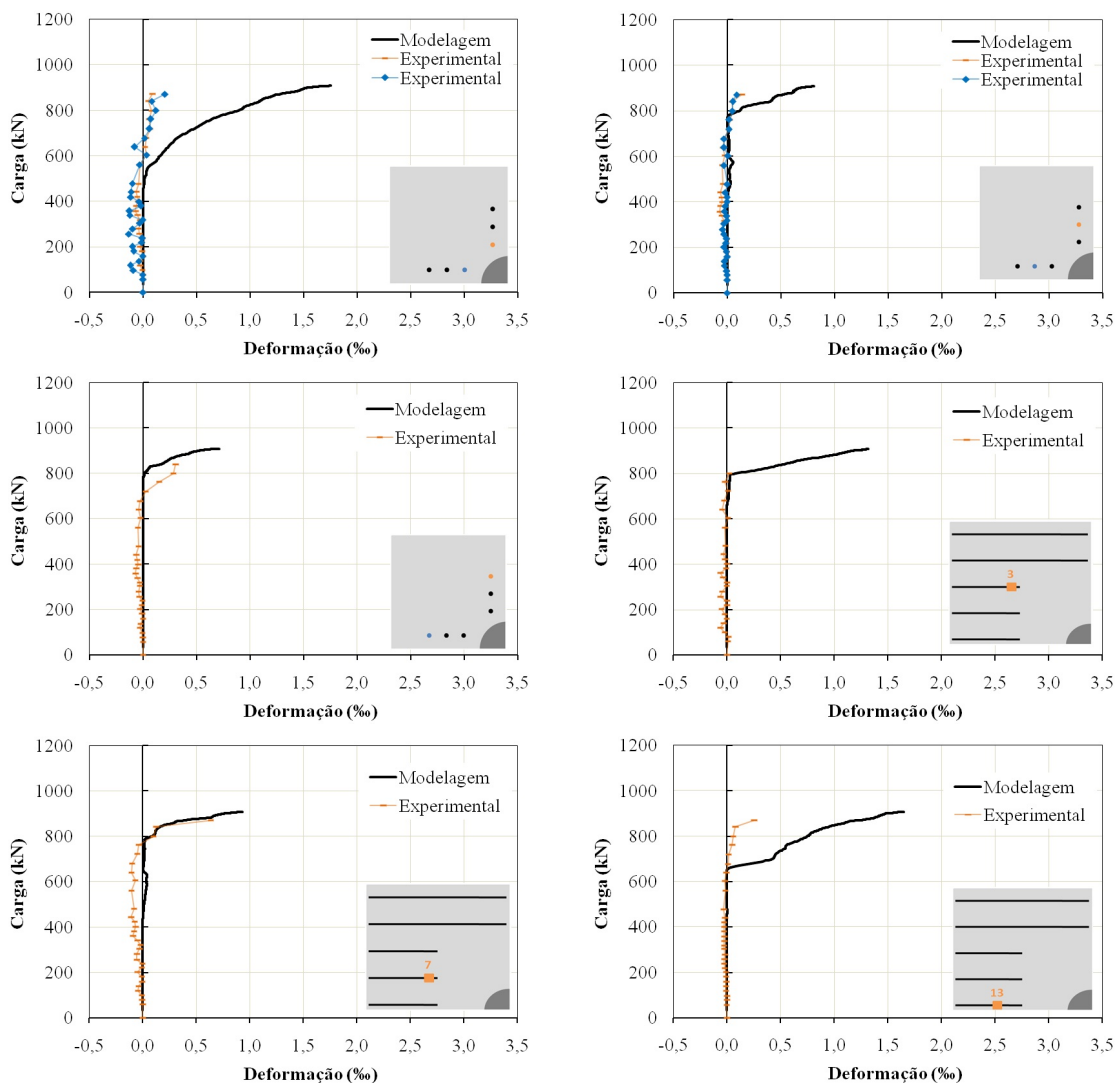
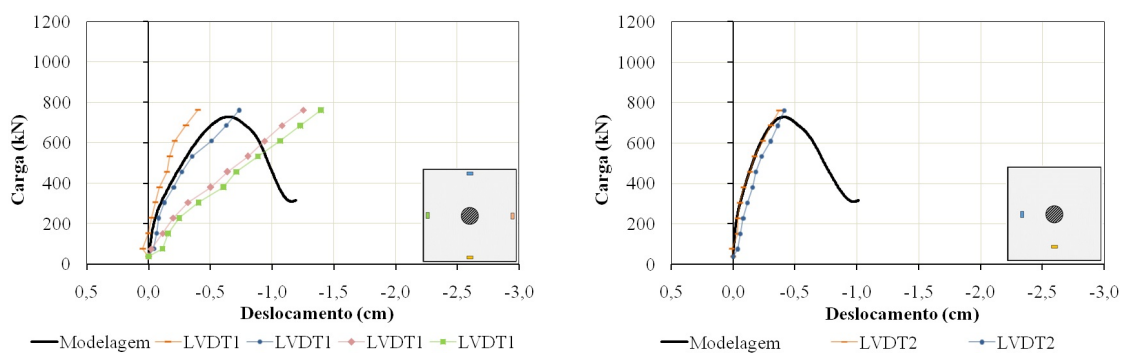


Figura A.55 - Deformação nos *studs* e nas treliças (fonte: Autor)

A.15 BD-A04

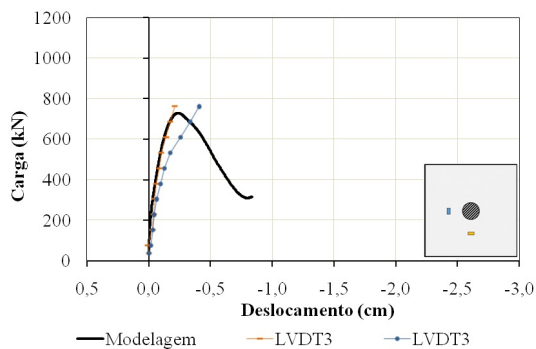
Laje da 5ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento de treliças com inclinação de 60°.



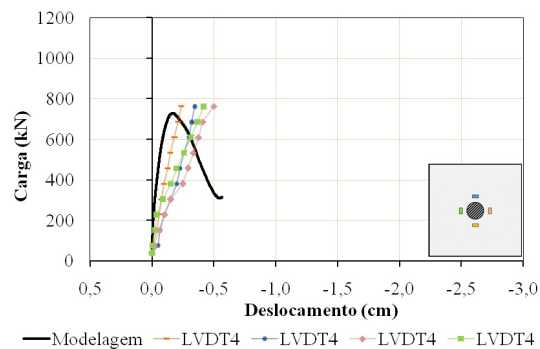
(a) Próximo à borda

(b) Centro-borda

Figura A.56 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)



(c) Centro-pilar



(d) Próximo ao pilar

Figura A.56 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

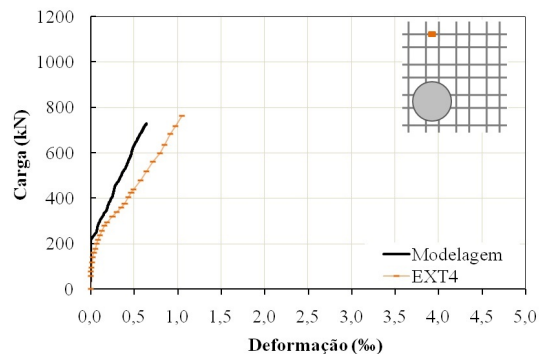
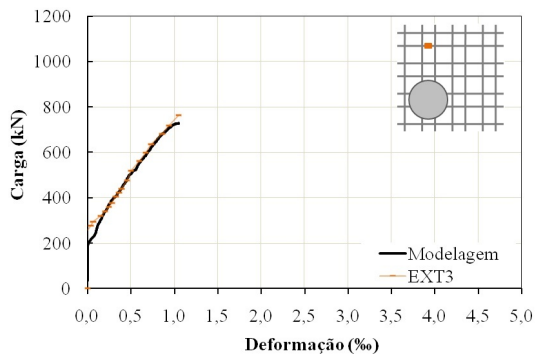
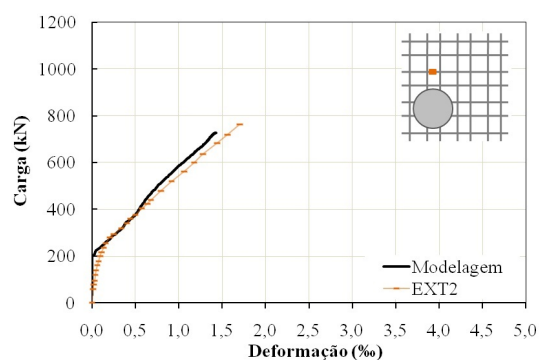
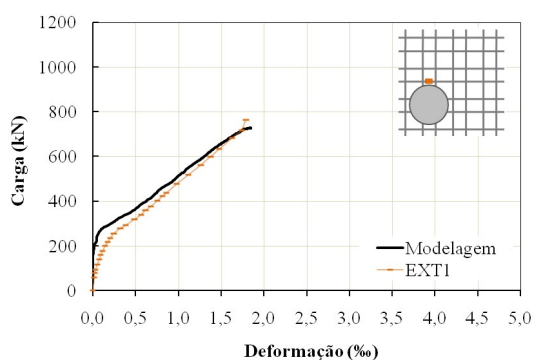


Figura A.57 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

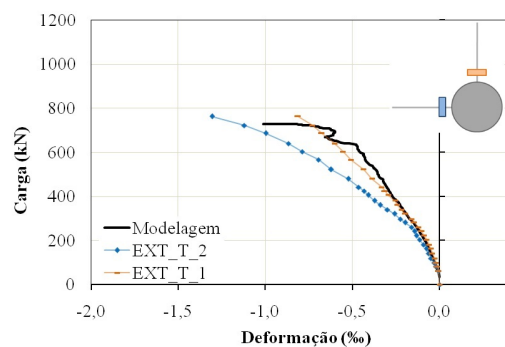
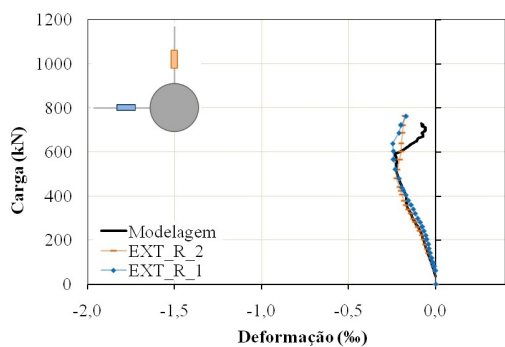


Figura A.58 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

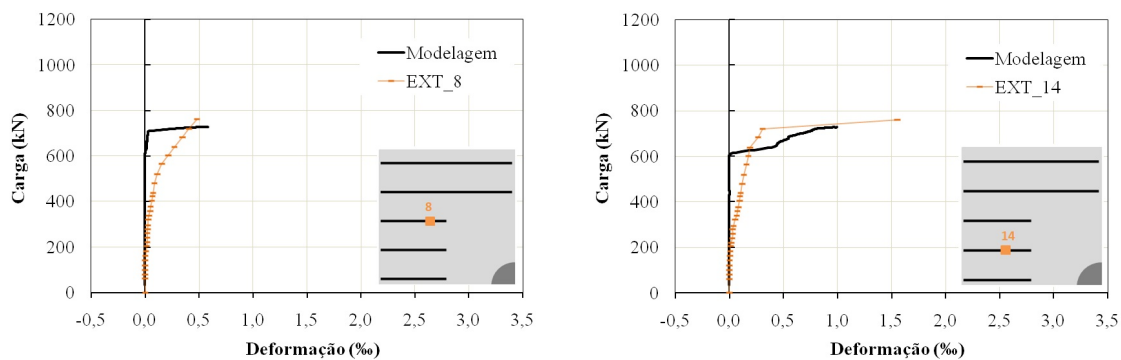


Figura A.59 - Deformação nas treliças (fonte: Autor)

A.16 BD-A05

Laje da 5ª série de concretagem, com vazios, sem pré-laje e com armadura de cisalhamento de treliças com inclinação de 45°.

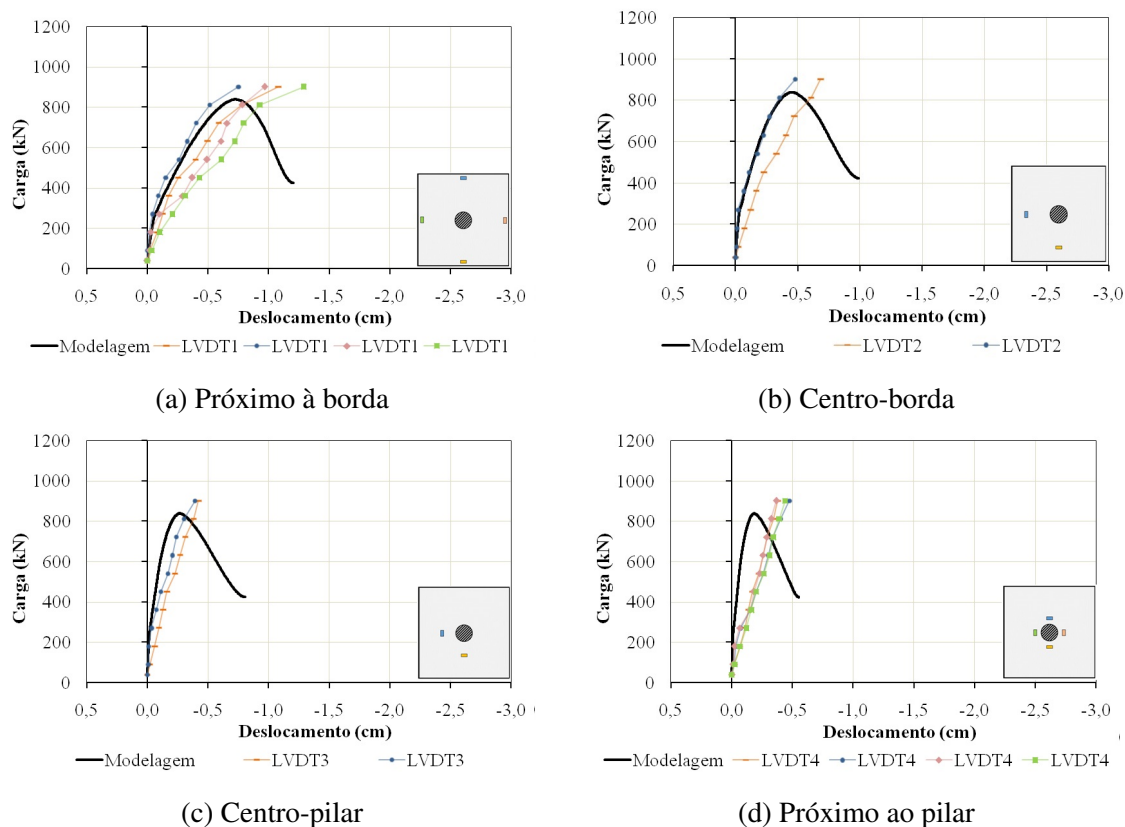


Figura A.60 - Deslocamentos em diferentes pontos da laje (fonte: Autor)

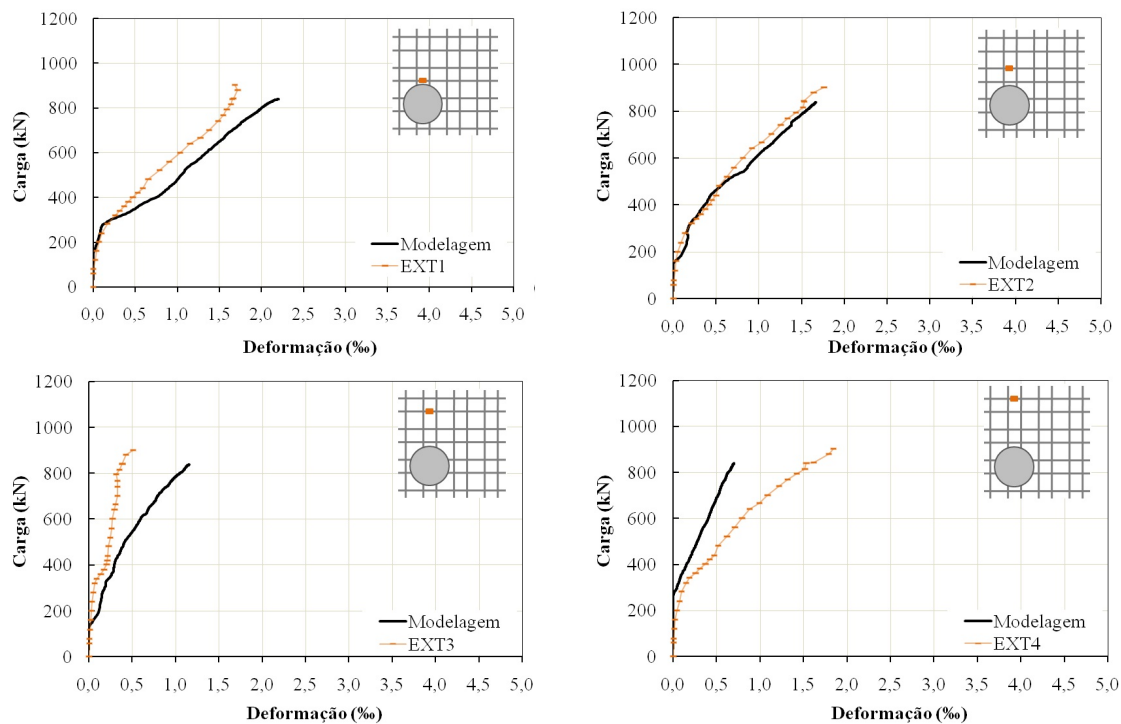


Figura A.61 - Deformação da armadura de flexão nos extensômetros 1, 2, 3 e 4 (fonte: Autor)

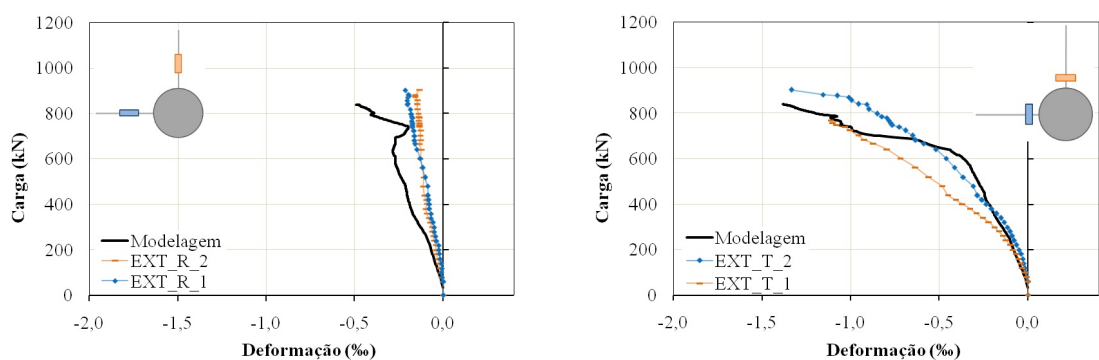


Figura A.62 - Deformações (a) radiais e (b) tangenciais do concreto (fonte: Autor)

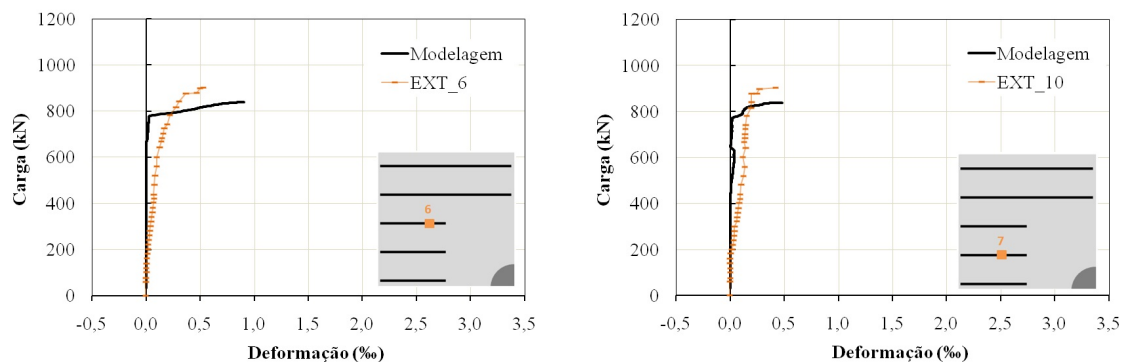


Figura A.63 - Deformação nas treliças (fonte: Autor)

APÊNDICE B – TRECHOS DOS *SCRIPTS* DAS ANÁLISES NUMÉRICAS

Nesse apêndice serão abordados, de forma resumida, alguns itens dos *scripts*, com o objetivo de demonstrar, por exemplo, quais os comandos empregados para a modelagem das esferas, das treliças e como foi aplicada a etapa de carga que fixa os deslocamentos.

B.1 TRECHO DO *SCRIPT* RELATIVO À MODELAGEM DAS ESFERAS

Para as esferas, o código foi construído de forma a identificar a quantidade de vazios máxima em cada direção, bem como o número de vazios em cada camada. Para isso são necessários alguns dados de entrada relativos à geometria, que são apresentados na Figura B.1, para o caso das lajes BD28-P1 ou BD28-P2, descritas na etapa de validação numérica. Nessa situação, para modelar as demais lajes somente é necessário alterar a quantidade de esferas em cada camada e o cobrimento vertical dos vazios.

```

tipo_laje = 0           !(0) Lajes com vazios, (1) lajes maciças
!
r_esf      = 22.5/2    !Raio da esfera
e_esf      = 2.5       !Espaçamento entre as esferas
c_esf      = 1.25     !Cobrimento de concreto da esfera (horizontal)
c_inf_esf  = 1.8      !Cobrimento de concreto inferior da esfera (vertical)
div_esf    = 2        !Número de divisões de cada uma das 4 linhas das esferas
!
nz_esf     = 5        !Número máximo de divisão de esferas na posição z
nx_esf     = 5        !Número máximo de divisão de esferas na posição x
nz_esf_1c  = 5        !Número de esferas na primeira camada direção z
nz_esf_2c  = 5        !Número de esferas na segunda camada direção z
nz_esf_ac  = 2        !Número de esferas na antepenúltima camada direção z
nz_esf_pc  = 2        !Número de esferas na penúltima camada direção z
nz_esf_uc  = 2        !Número de esferas na última camada direção z

```

Figura B.1 - Dados de entrada relativos à geometria das esferas (fonte: Autor)

Na modelagem, inicialmente é criado um volume de concreto para uma laje maciça. Após, são criadas as esferas próxima ao eixo, sendo que cada uma é movida para a sua posição definitiva. Por fim, do volume inicial são retirados todos os volumes esféricos. Já no caso das lajes maciças, apenas é criado o volume inicial de concreto. Todos os passos são explicados com detalhes na Figura B.2.

```

*IF,tipo_laje,EQ,0,then
  !Criando o volume sólido a partir das áreas determinadas anteriormente
  VA,1,2,3,4,5,6
  !
  !Retira a seleção de todas as linhas e inicia a numeração a partir de 100
  LSEL,none
  NUMSTR,LINE,100
  !
  !Esse laço vai copiar as esferas criadas ao longo do eixo z
  *DO,j,1,nz_esf
    !
    !Esse laço vai copiar as esferas criadas ao longo do eixo x
    *DO,i,1,nx_esf
      !Essas sentenças identificam e posionam as esferas
      *IF,j,eq,(nz_esf),AND,i,gt,nz_esf_uc,then
        !Não coloca volume
      *ELSEIF,j,eq,(nz_esf-1),AND,i,gt,nz_esf_pc
        !Não coloca volume
      *ELSEIF,j,eq,(nz_esf-2),AND,i,gt,nz_esf_ac
        !Não coloca volume
      *ELSEIF,j,eq,(nz_esf-3),AND,i,gt,nz_esf_2c
        !Não coloca volume
      *ELSEIF,j,eq,(nz_esf-4),AND,i,gt,nz_esf_1c
        !Não coloca volume
      *ELSE
        VSEL,none
        !
        !Cria as esferas na localização próxima ao eixo
        SPH4,(c_esf+r_esf*(2*i-1)+e_esf*(i-1)),c_inf_esf+r_esf,r_esf
        !
        !Move as esferas para a localização definitiva
        VGEN, ,all, , , , (c_esf+r_esf*(2*j-1)+e_esf*(j-1)), , , 1
        !
      *ENDIF
    *ENDDO
  *ENDDO
  !
  !Esse comando divide cada uma das 4 linhas da esfera
  LESIZE,all,,div_esf
  !
  !Inicia a numeração dos volumes partindo de 100
  NUMSTR,VOLU,100
  !
  !Seleciona todos os volumes e, do volume de concreto inicial, retira as esferas
  VSEL,all
  VSBV,1,all
  !
*ELSE
  !Essa sentença cria o volume das lajes maciças
  NUMSTR,VOLU,100
  VA,1,2,3,4,5,6
*ENDIF

```

Figura B.2 - Modelagem das esferas (fonte: Autor)

B.2 TRECHO DO *SCRIPT* RELATIVO À MODELAGEM DAS TRELIÇAS

Para a modelagem das treliças, empregadas nas séries de concretagem 1, 2 e 3 da validação numérica, também foram adicionadas variáveis geométricas e, após, foram criados os banzos inferior e superior. Nas diagonais, foram empregados laços para automatizar a criação de *keypoints* e linhas. Nesse aspecto, a Figura B.3 e a Figura B.4 apresentam, respectivamente, os dados de entrada e a modelagem de uma treliça.

```

dz          = 125      !Dimensão da laje na direção z
c_esf       = 1.25    !Cobrimento de concreto da esfera (horizontal)
r_esf       = 11.25   !Raio da esfera
e_esf       = 2.5     !Espaçamento da esfera
cy_arm_sup  = 2.5     !Cobrimento da armadura superior
cy_tela_inf = 2       !Cobrimento da tela inferior
cz_arm      = 2.5     !Cobrimento horizontal da armadura
sec_arm_sup = 1.25    !Diâmetro das barras da armadura superior
sec_tela_sup = 0.6    !Diâmetro das barras da armadura superior
sec_tela_inf = 0.8    !Diâmetro das barras da armadura superior
sec_banzoinf = 0.5    !Diâmetro das barras do banzo superior da treliça
tre_e       = 5       !Espaçamento entre os banzos inferiores da treliça
tre_diag    = 20.4    !Espaçamento das diagonais da treliça

```

Figura B.3 - Dados de entrada relativos à geometria das treliças (fonte: Autor)

```

NUMSTR,LINE,15000
!
!Cria os keypoints e linhas do banzo superior
K,15000,c_esf+2*r_esf+e_esf/2,dy-cy_arm_sup-2*sec_arm_sup-sec_tela_sup/2,cz_arm
K,15100,c_esf+2*r_esf+e_esf/2,dy-cy_arm_sup-2*sec_arm_sup-sec_tela_sup/2,dz
L,15000,15100
!
!Cria os keypoints e linhas dos banzos inferiores
K,15200,c_esf+2*r_esf+e_esf/2-tre_e/2,cy_tela_inf+sec_tela_inf+sec_banzoinf/2,cz_arm
K,15300,c_esf+2*r_esf+e_esf/2-tre_e/2,cy_tela_inf+sec_tela_inf+sec_banzoinf/2,dz
L,15200,15300
K,15400,c_esf+2*r_esf+e_esf/2+tre_e/2,cy_tela_inf+sec_tela_inf+sec_banzoinf/2,cz_arm
K,15500,c_esf+2*r_esf+e_esf/2+tre_e/2,cy_tela_inf+sec_tela_inf+sec_banzoinf/2,dz
L,15400,15500
!
!Cria os keypoints e linhas das diagonais
LSEL,none
*DO,j,1,dz/tre_diag
  K,20000+j,c_esf+2*r_esf+e_esf/2,dy-cy_arm_sup-2*sec_arm_sup-sec_tela_sup/2,dz-tre_diag*(j-1)
  K,20100+j,c_esf+2*r_esf+e_esf/2+tre_e/2,cy_tela_inf+sec_tela_inf+sec_banzoinf/2,dz-tre_diag/2-tre_diag*(j-1)
  K,20200+j,c_esf+2*r_esf+e_esf/2-tre_e/2,cy_tela_inf+sec_tela_inf+sec_banzoinf/2,dz-tre_diag/2-tre_diag*(j-1)
  L,20000+j,20100+j
  L,20000+j,20200+j
  !
  *IF,j,ne,1,then
    L,20100+(j-1),20000+j
    L,20200+(j-1),20000+j
  *ELSE
  *ENDIF
*ENDDO

```

Figura B.4 - Modelagem das treliças (fonte: Autor)

B.3 TRECHO DO *SCRIPT* RELATIVO À MODELAGEM DA ETAPA DE CARREGAMENTO DE FIXAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS

Quando duas etapas de carga apresentam deslocamentos em sentidos diferentes, o *software* busca, no primeiro incremento da segunda etapa, retornar à situação de deslocamento nulo, para então alterar a direção. Essa medida gera um incremento inicial maior que os demais e impacta nos resultados para cargas baixas, como apresentado na Figura B.5, para uma curva carga-deslocamento. Para evitar que isso ocorra, foi empregado um comando reservado do ANSYS, *%_FIX%*, que faz com que a análise parta dos deslocamentos precedentes aplicando pequenos incrementos de deslocamento iguais. Além disso, para ilustrar como esse comando foi

empregado, a Figura B.6 apresenta o 4º caso de carga das validações numéricas, com todas as configurações adotadas.

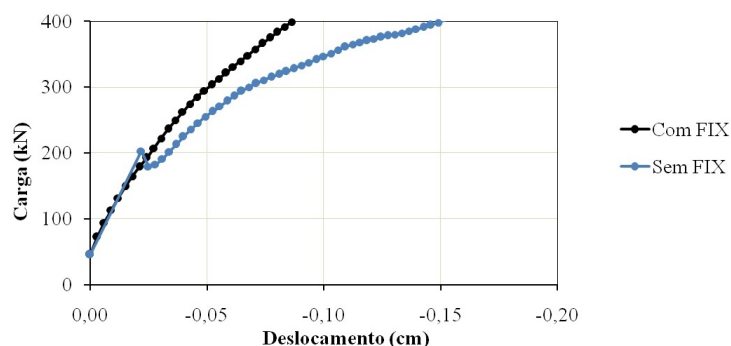


Figura B.5 - Impacto do comando FIX na curva carga-deslocamento (fonte: Autor)

```

! 4º CASO DE CARGA: FIXA OS DESLOCAMENTOS
!
/SOLU
!
ANTYPE,0,RESTART
!Define as configurações da análise
OUTRES,ALL,1          ! |Todos os itens de solução, exceto SVAR, LOCI e NAR
OUTRES,SVAR,all       ! |Salva os resultados da SVAR
OUTRES,ALL,ALL        ! |Salva todos os resultados a nível de elemento
!
SOLCONTROL,ON         ! |O ANSYS controla os parâmetros de NR
PSCONTROL,ALL,ON     ! |Liga e desliga processamento paralelo
!
CNVTOL,F, ,0.01,2, , ! |Critério de convergência em resíduo de forças com tolerância de 10%
CNVTOL,U, ,0.01,2, , ! |Critério de convergência de deslocamento com tolerância de 10%
AUTOTS,on             ! |Habilita time stepping automático
NLGEOM,on             ! |Inclui efeitos de altas deflexões
NROPT,INIT,,OFF      ! |Newton-Raphson completo com descida adaptativa
EQSLV,SPAR           ! |Solucionador de equações diretas esparsas
LNSRCH,AUTO          ! |O programa alterna automaticamente a pesquisa de linha ON e OFF entre os substeps
ARCLN,OFF            ! |Não usa o método de comprimento de arco
NCNV,2,0,0,0,0       ! |Termina a análise, não a execução do programa, se a solução convergir
NEQIT,100            ! |Número de equações de equilíbrio adotada para critério de convergência
ERESX,NO             ! |Transfere os valores dos ptos.Gauss para os nós sem majoração
ESTIF,1.0E-12        ! |Especifica a matriz multiplicativa dos elementos desativados
!
ALLSEL,ALL
!
! Seleciona o nó central da placa 1
!
NSEL,S,LOC,Y,30.5
NSEL,R,LOC,X,83
NSEL,R,LOC,Z,20
!
D,all,Uy,%_FIX%      ! |Fixa os deslocamentos em Y no nó selecionado
!
! Seleciona o nó central da placa 2
!
NSEL,S,LOC,Y,30.5
NSEL,R,LOC,X,20
NSEL,R,LOC,Z,83
!
D,all,Uy,%_FIX%      ! |Fixa os deslocamentos em Y no nó selecionado
!
DELTIM,0.1,0.1,0.1
TIME,vertime
!
ALLSEL,ALL
!
SOLVE

```

Figura B.6 - Comandos da etapa de carga 4 (fonte: Autor)