



Modelagem Numérica de Lajes Maciças e com Vazios Esféricos Submetidas à Punção

Eric Renã Zavitzki Schimanowski¹, Américo Campos Filho², Paula Manica Lazzari³, Bruna Manica Lazzari⁴

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul / Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) / ezschimanowski@gmail.com

²Universidade Federal do Rio Grande do Sul / PPGEC / americo.campos.filho@gmail.com

³Universidade Federal do Rio Grande do Sul / PPGEC / p.manica.lazzari@gmail.com

⁴Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul / Departamento de Engenharia Civil / bruna.ml@gmail.com

Resumo

O sistema de lajes lisas com vazios é uma alternativa atraente e vem sendo cada vez mais empregado, pois possibilita a redução de cargas de peso próprio de estruturas de concreto armado, diminuindo custos e gerando menor impacto ambiental. O sistema apresenta uma solução simples, que consiste em inserir esferas de plástico ocas, por exemplo, no interior das lajes, em regiões em que o concreto se encontra com baixa sollicitação à compressão. Nessa situação, como os vazios não se conectam entre si o comportamento bidirecional das lajes é preservado e, como as esferas de plástico permanecem no interior da estrutura, as superfícies de acabamento são semelhantes às lajes maciças convencionais. Por outro lado, como as lajes lisas dispensam a utilização de vigas, é necessário que a punção seja adequadamente investigada. Nesse sentido, este estudo busca modelar numericamente lajes submetidas a carregamentos de punção, a partir de dados experimentais de outros autores. Ao todo foram modeladas quatro lajes, que se diferenciam pela presença ou ausência de vazios, tipo de armadura de cisalhamento e emprego de pré-laje. O estudo foi realizado no *software* ANSYS *Mechanical* que utiliza o Método dos Elementos Finitos para a solução do problema. Assim, foram empregados elementos SOLID186 e REINF264 para a modelagem do concreto e do aço, respectivamente. No modelo constitutivo do concreto foi utilizada a rotina Usermat, já para a modelagem do aço foi empregado o modelo BISO. Ao final do estudo foi possível verificar boas aproximações do modelo numérico em relação aos dados experimentais no que diz respeito à carga de ruptura, deslocamentos, deformações e tipo de falha.

Palavras-chave

Elementos finitos; ANSYS; Lajes lisas; Vazios esféricos; Punção; Modelagem computacional.

Introdução

Com o objetivo principal de reduzir o peso total de estruturas de concreto armado, o engenheiro dinamarquês Jorge Breuning desenvolveu na década de 90 um sistema atualmente conhecido como lajes com vazios. Devido às vantagens do sistema, que consiste em implementar volumes ocas no interior de lajes lisas, atualmente existem diversas aplicações ao redor do mundo, inclusive no Brasil. Entre essas vantagens, Alrousan e Alnemrawi (2022) apontam maior economia, diminuição do tempo de execução, flexibilidade no *layout* e maior sustentabilidade, quando comparadas às lajes maciças convencionais.

De acordo com Jabir, Mhalhal e Al-Gasham (2021), como o volume oco é inserido em regiões da seção transversal de concreto que estão submetidas à tração ou a baixas tensões de compressão, o desempenho das lajes lisas com vazios é semelhante às lajes convencionais. Nesse contexto, a região efetivamente comprimida permanece inalterada e a região tracionada da laje resiste aos



esforços pela presença da armadura de flexão, assim como nas lajes tradicionais. Além disso, são inseridas armaduras para fixar a posição das esferas, garantindo que as mesmas não se movimentem durante a concretagem, como apresentado na Figura 1.

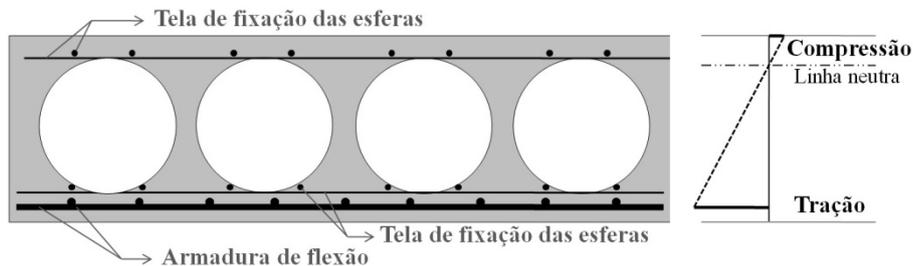


Figura 1 – Vazios no interior da laje.

Nessa perspectiva, como os vazios são inseridos em lajes lisas, que dispensam a utilização de vigas, tem-se a necessidade de avaliações aprofundadas do fenômeno da punção. Esse tipo de falha ocorre devido à concentração de tensões de cisalhamento na conexão laje-pilar, gerando um tronco de cone de punção. Dessa forma, quando não são tomadas medidas específicas, como a utilização de armaduras de cisalhamento, a ruptura por punção é frágil, ocorrendo sem avisos prévios e apresentando grande risco à segurança da estrutura como um todo (SILVA, 2022).

Além disso, quando os vazios são inseridos em regiões próximas ao pilar, a resistência à punção é substancialmente menor (SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002). Por outro lado, Chung *et al.* (2018) apontam que, quando um determinado perímetro de controle em torno do pilar é mantido como laje maciça, o comportamento das lajes com vazios é próximo às lajes convencionais. É sabido, também, que vários outros fatores interferem no comportamento da punção, especialmente as propriedades dos materiais, presença de armadura de cisalhamento, taxa de armadura de flexão, características do pilar, etc.

Sob essa ótica, compreender melhor o fenômeno da punção nessas estruturas pode contribuir para a garantia da segurança estrutural e disseminação de um sistema inovador que agrega vantagens interessantes para a construção civil. Nesse sentido, validar dados experimentais através de modelagem numérica computacional permite não somente redução de custos, mas também a previsão do comportamento de estruturas reais de forma mais rápida, levando em consideração uma ampla quantidade de variáveis.

Portanto, o objetivo principal desse estudo consiste na validação de um modelo numérico, utilizando o *software* ANSYS Mechanical, a partir de dados experimentais obtidos em testes de laboratório que ensaiaram lajes lisas submetidas à punção. Assim, serão apresentadas comparações de deslocamentos, deformações, mapas de fissuração e superfície de ruína, a fim de demonstrar se a modelagem numérica apresenta resultados adequados e o mesmo tipo de falha que foi verificado experimentalmente.

Modelos Experimentais

Para a modelagem numérica, foram escolhidas quatro lajes ensaiadas experimentalmente por Ledo (2016) e Nicácio (2018). As lajes eram quadradas com 2,5 m de comprimento e 28 cm de altura, contendo um pilar circular no centro, com diâmetro igual a 30 cm. Dessas lajes, duas continham vazios esféricos e foram denominadas por BD1 e BD2, sendo que ambas apresentavam armadura de



cisalhamento em uma direção e se diferenciavam pela presença de pré-laje no último modelo, como apresentado na Figura 2. Além disso, também foram ensaiadas duas lajes maciças, denominadas por SS1 e SS2, que apresentavam armadura de cisalhamento em duas direções e também se diferenciavam pela presença de pré-laje no último modelo.

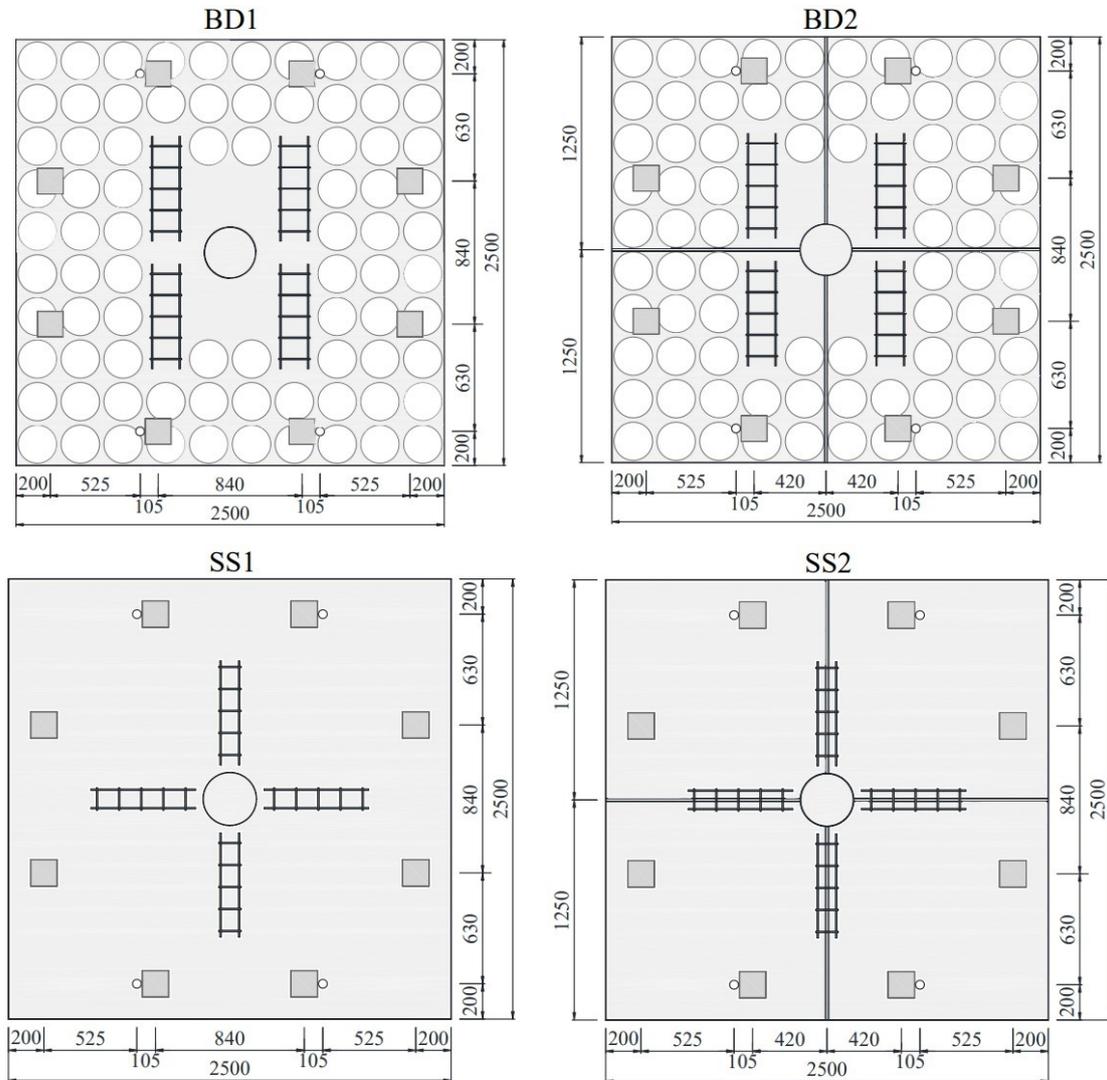


Figura 2 – Modelos das lajes experimentais (NICÁCIO, 2018).

Todas as lajes foram ensaiadas aos 51 dias, e apresentaram resistência à compressão do concreto igual a 45 MPa, já as pré-lajes, concretadas 80 dias antes do ensaio, apresentaram resistência à compressão igual a 35 MPa. Vale mencionar, ainda, que além da armadura de flexão, também foram utilizadas as telas de fixação para todos os modelos, bem como ganchos em todo o perímetro externo da laje e armadura no pilar.

Nas lajes com vazios foram utilizadas, também, treliças de içamento. Já nos modelos BD2 e SS2, a pré-laje foi empregada através de quatro placas com 6 cm de espessura cada, posicionadas no fundo da laje e servindo como forma inferior da estrutura. Nesses modelos, também foram empregadas barras de ligação entre as placas. Vale mencionar, ainda, que além de todas as armaduras utilizadas, também foi considerado na modelagem numérica os dados experimentais de cada aço utilizado, levando em consideração a tensão de escoamento e o módulo de elasticidade obtido no ensaio experimental do material.



Quanto ao procedimento de ensaio, o mesmo buscava engastar as extremidades do pilar em um equipamento e aplicar carregamento em oito pontos distintos, equidistantes do centro de pilar. O carregamento era aplicado até o colapso total da laje e, ao longo de todo o ensaio, eram medidos os deslocamentos em quatro pontos equidistantes do pilar e próximos à borda da laje, deformações nas armaduras de flexão e de cisalhamento, respectivamente, na barra e no estribo mais próximo ao pilar. Além disso, a superfície superior era fotografada ao final do ensaio, para verificar o mapa de fissuração e, para alguns modelos, foram realizados cortes nas lajes para identificar o tronco de cone.

Modelagem Numérica

Na modelagem numérica, com o objetivo de reduzir o tempo de análise e melhorar o desempenho computacional, a laje foi dividida em quatro partes iguais, considerando a simetria da estrutura, como apresentado na Figura 3. Na geometria, foram empregadas todas as armaduras utilizadas experimentalmente, bem como o pilar, as placas de aplicação de carga e a pré-laje. Quando presentes, as esferas foram modeladas a partir da retirada de volumes de concreto do interior da laje. Em relação aos apoios, foram considerados engastes nas extremidades dos pilares e apoios simples nas faces de simetria.

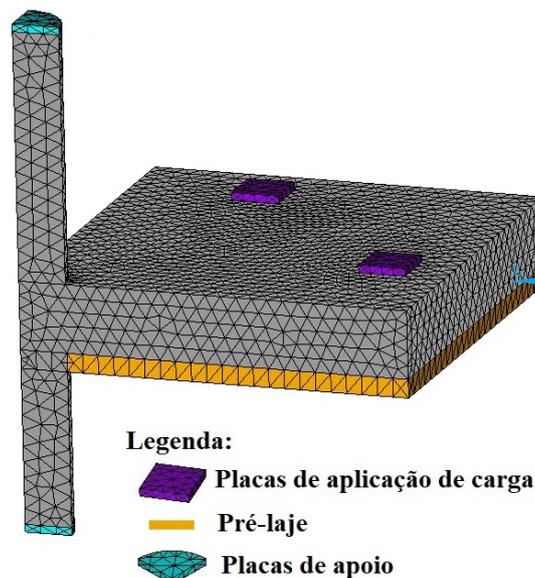


Figura 3 – Modelagem de $\frac{1}{4}$ da laje.

Quanto ao concreto, o mesmo foi modelado com elementos SOLID186, de formato tetraédrico com 10 nós, que permitem translações em três direções. Para o modelo constitutivo foi adotada a rotina Usermat, desenvolvida no PPGEC-UFRGS e que vem sendo utilizada e atualizada em diversos estudos, como Lazzari (2016), Lazzari (2020) e Soares *et al.* (2023). Vale mencionar que a rotina utiliza o critério de ruptura de Ottosen e considera o concreto como um material elasto-viscoplástico, levando em conta seu endurecimento isotrópico, bem como fenômenos viscosos como fluência e retração.

Para a modelagem das fissuras, foi adotada a representação distribuída, em que os nós do concreto não se separam, apenas as propriedades do material são atualizadas. Na tração, devido à consideração de aderência perfeita entre aço e concreto, foi empregado o diagrama de Hinton (1988), que considera uma colaboração entre fissuras após o concreto atingir a tensão máxima.



Já o aço foi inserido através do modelo incorporado, como um material de reforço a partir do elemento REINF264, que resiste exclusivamente aos esforços axiais. No modelo constitutivo utilizou-se um comportamento elastoplástico com endurecimento linear para aços CA-60 e elastoplástico perfeito para aços CA-50. No *software*, o comportamento foi empregado através do modelo BISO.

Para a malha, foram realizados testes iniciais que demonstraram melhores aproximações com elementos de dimensão máxima igual a 10 cm. Devido ao formato tetraédrico dos elementos, necessário para que as esferas fossem adequadamente modeladas, foi utilizada malha livre a partir da subdivisão das linhas do modelo geométrico.

Nessa perspectiva, para considerar os efeitos viscosos, as etapas de carregamento iniciais consistiam em uma passagem do tempo, verificando o impacto da retração e fluência sobre os modelos. Ao atingir a data de ensaio, foram aplicados incrementos de deslocamento nas placas modeladas e, por fim, foram realizadas as leituras nos mesmos pontos dos ensaios experimentais.

Resultados e Discussões

Após a modelagem e solução das lajes escolhidas, os resultados numéricos foram obtidos e comparados com os dados experimentais, como apresentado na Tabela 1. Em relação à carga de ruptura, foi verificado que, de forma geral, houve boa aproximação, permanecendo com uma diferença máxima de 7,2%, para o caso da laje SS1. Quanto às lajes com vazios, a modelagem também apresentou resultados adequados, indicando boas previsões de carga para essas estruturas.

Tabela 1 – Cargas de ruptura.

Laje	Carga experimental (kN)	Carga da modelagem (kN)	Diferença (%)
BD1	817	859	+ 5,2
BD2	833	821	- 1,5
SS1	1041	967	- 7,2
SS2	987	943	- 4,5

Em relação à presença de pré-laje, foi verificado um comportamento coerente da modelagem, garantindo menores cargas para os modelos BD2 e SS2 quando comparados, respectivamente, aos modelos BD1 e SS1. Isso ocorreu devido à menor resistência à compressão das placas da pré-laje, única propriedade diferente entre os modelos. Nos ensaios de laboratório esse comportamento só foi verificado para os modelos de laje maciça, possivelmente devido à variação experimental.

Já para o comportamento da estrutura ao longo da aplicação de carga, foi verificado que os modelos numéricos se mantiveram mais rígidos que o ensaio experimental, como pode ser verificado nas curvas Carga *versus* Deslocamento, apresentadas na Figura 4. Nesse caso, para cada modelo são apresentadas quatro curvas experimentais, que correspondem às leituras em pontos simétricos da laje, realizadas próximo à borda. Além disso, também é possível verificar a curva obtida pela modelagem numérica.

Nesse contexto, vale mencionar que as lajes com vazios apresentaram boa aproximação da carga no início da fissuração (próximo a 250 kN) e também no deslocamento correspondente à carga de ruptura, quando comparados aos dados experimentais. Já nas lajes maciças, embora a modelagem



numérica tenha sido adequada, verificou-se que a mesma não apresentou resultados tão próximos aos experimentais, possivelmente devido à variação entre diferentes LVDTs.

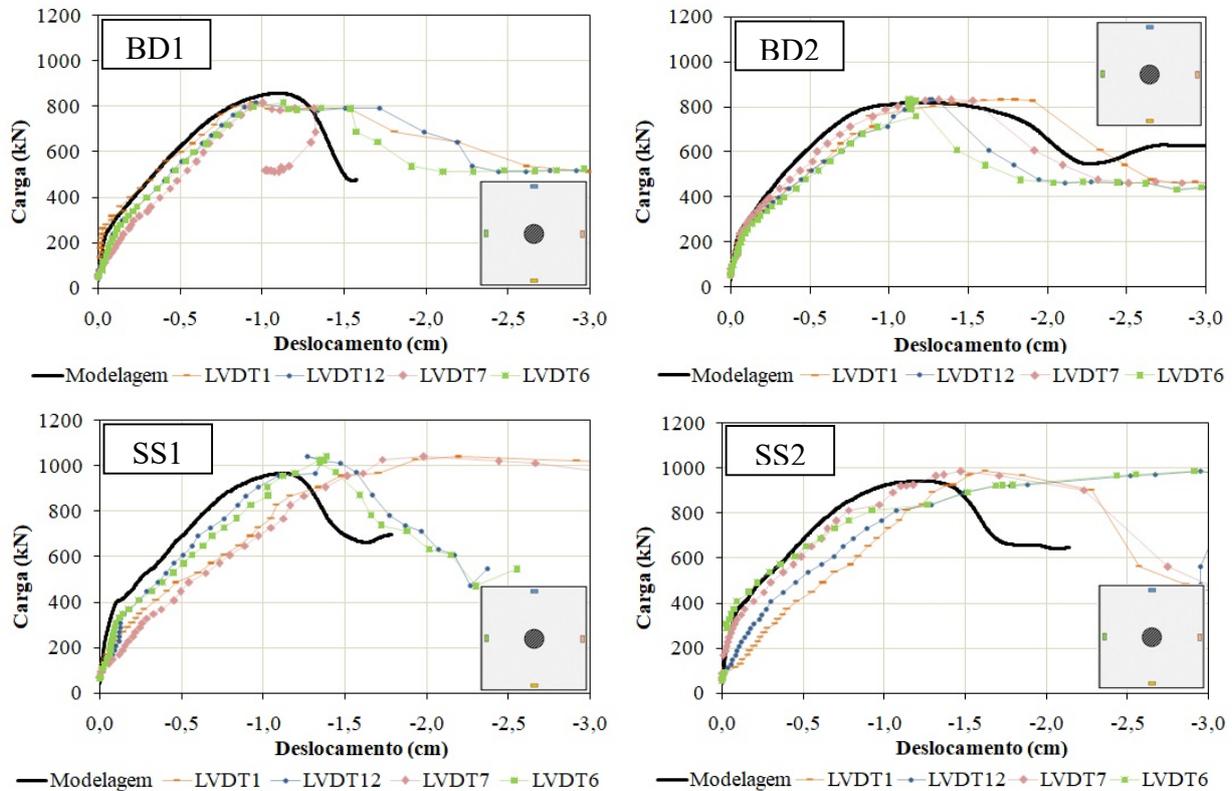


Figura 4 – Carga deslocamento das lajes.

Quanto às armaduras de flexão, foi verificado na modelagem numérica que apenas elementos próximos ao pilar entraram em escoamento quando a carga de ruptura foi atingida, o que é representado pela cor vermelha na Figura 5. Esse comportamento corrobora para que a classificação do tipo de falha seja a punção, na medida em que a armadura de flexão foi pouco solicitada, especialmente em locais mais distantes do pilar.

Além disso, também foi possível observar na modelagem que as leituras de deformações da armadura de flexão próximas ao pilar apresentaram boa aproximação para todos os modelos experimentais. Para essa verificação foram medidas as deformações na barra de armadura mais próxima ao perímetro externo do pilar, tanto no ensaio experimental quanto na modelagem, gerando dados até a carga de ruptura. A Figura 6 contém esses resultados, para cada uma das lajes ensaiadas, evidenciando um comportamento adequado da modelagem, especialmente no caso da utilização de vazios, modelos BD1 e BD2.

Já em relação às armaduras de cisalhamento foi verificado que o modelo atingiu comportamento próximo para as diferentes configurações utilizadas. Nos modelos BD1 e BD2 a primeira camada de estribos apresentou pequenas deformações no ensaio experimental, já que a armadura foi posicionada em apenas uma direção, afastada do pilar e, conseqüentemente, apresentou menor impacto na formação do tronco de cone de punção.

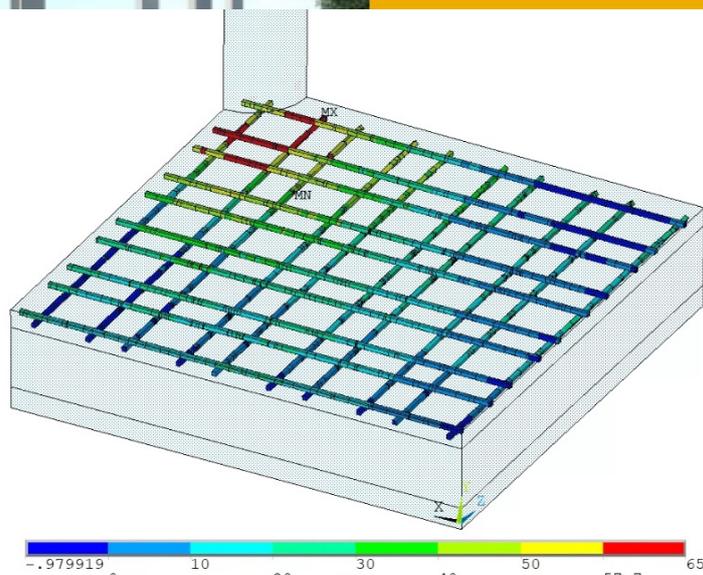


Figura 5 – Tensão axial na armadura de flexão (kN/cm²).

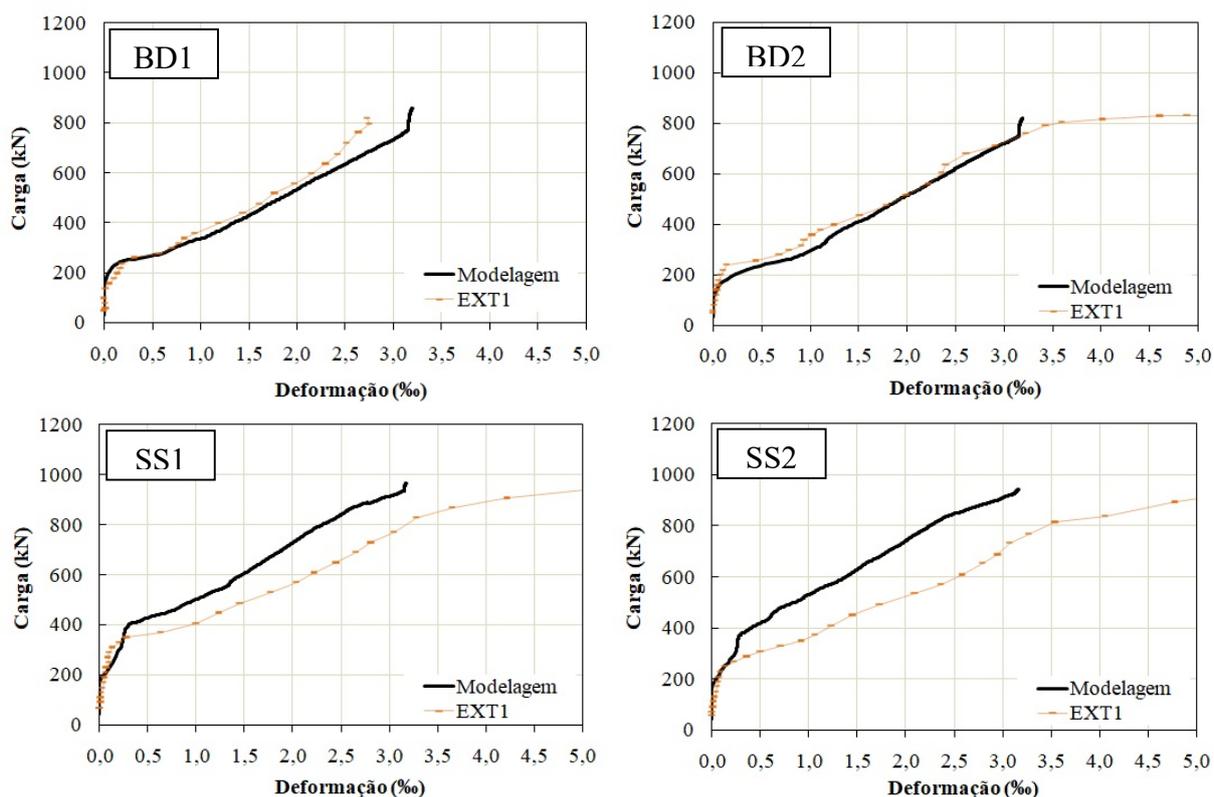


Figura 6 – Deformação da armadura de flexão.

Na modelagem numérica, esse comportamento foi verificado a partir da análise das tensões no aço. Nesse sentido, a Figura 7 apresenta a leitura das tensões na carga de ruptura da laje BD2, em que é possível identificar que a primeira camada de estribos apresentou tensões máximas próximas a 25 kN/cm², bem inferiores à tensão de escoamento do material, 67,5 kN/cm².

Já nos modelos de lajes maciça, SS1 e SS2, como a armadura de cisalhamento empregada foi posicionada no formato cruz, em duas direções, partindo do pilar, foi verificado que a mesma apresentou maior contribuição para a falha por punção. Na modelagem, a primeira camada de



estribos apresentou tensões mais elevadas, atingindo o escoamento em pequenos pontos, ao alcançar a carga de ruptura, como pode ser observado na Figura 7, para o caso da laje SS2.

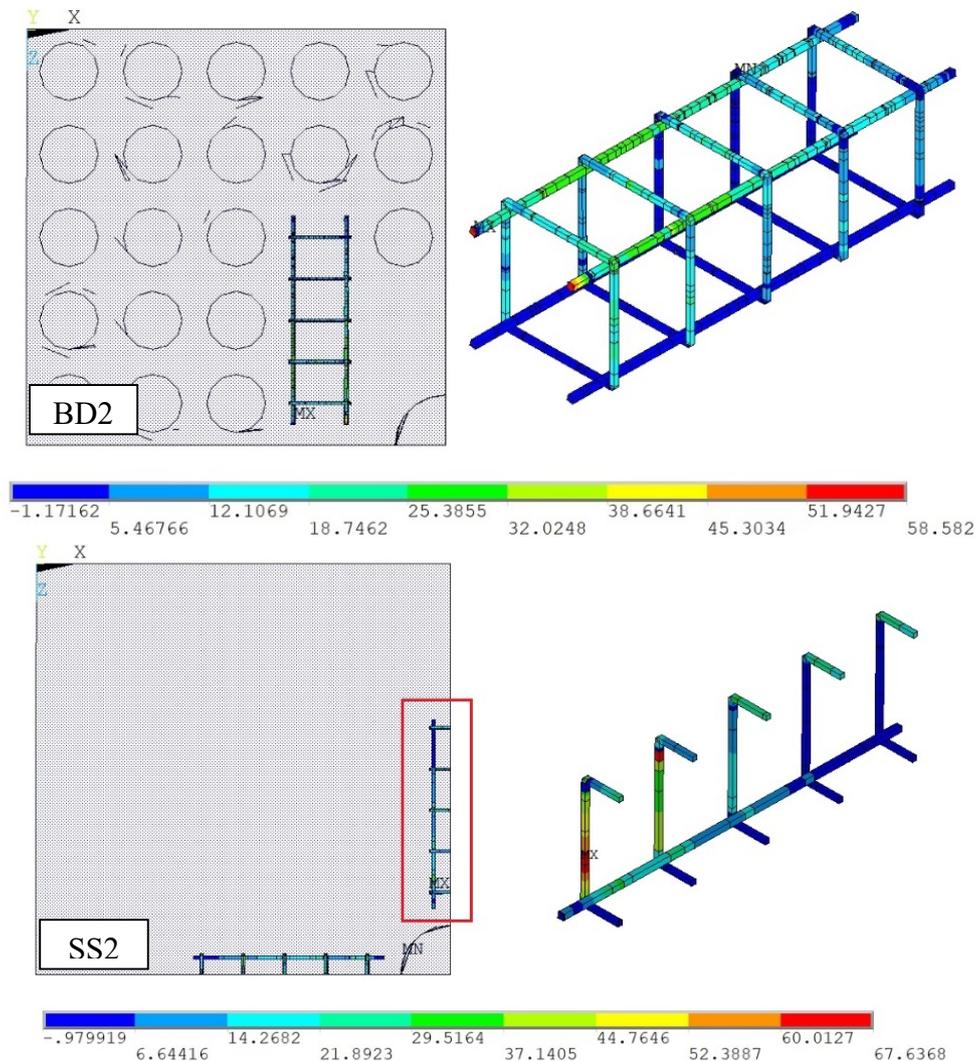


Figura 7 – Tensões nas armaduras de cisalhamento (kN/cm^2).

Quanto às deformações, medidas experimentalmente no primeiro estribo, é possível identificar comportamento aproximado da modelagem, especialmente até cerca de 85% da carga de ruptura, como apresentado na Figura 8. Para os modelos com vazios também foi verificada boa aproximação para a carga no início da deformação, que se manteve em cerca de 500 kN, tanto no ensaio experimental quanto na modelagem.

Nas lajes que empregaram armadura de cisalhamento no formato cruz, a modelagem apresentou uma carga de início de deformação maior que o dado experimental, e deformações na carga de ruptura maiores. Entretanto, é possível identificar que, levando em consideração toda a curva de dados, a modelagem numérica apresentou boa aproximação para todos os modelos analisados.

Por fim, no modelo numérico também é possível verificar quais elementos da malha fissuraram em uma ou duas direções. Analisando a superfície superior da laje experimental, apresentada na Figura 9, é possível verificar que as bordas apresentaram fissuras em apenas uma direção, sendo que a falha ocorreu em uma região intermediária entre o pilar e a borda da laje. De forma aproximada, o mesmo foi verificado na modelagem numérica.

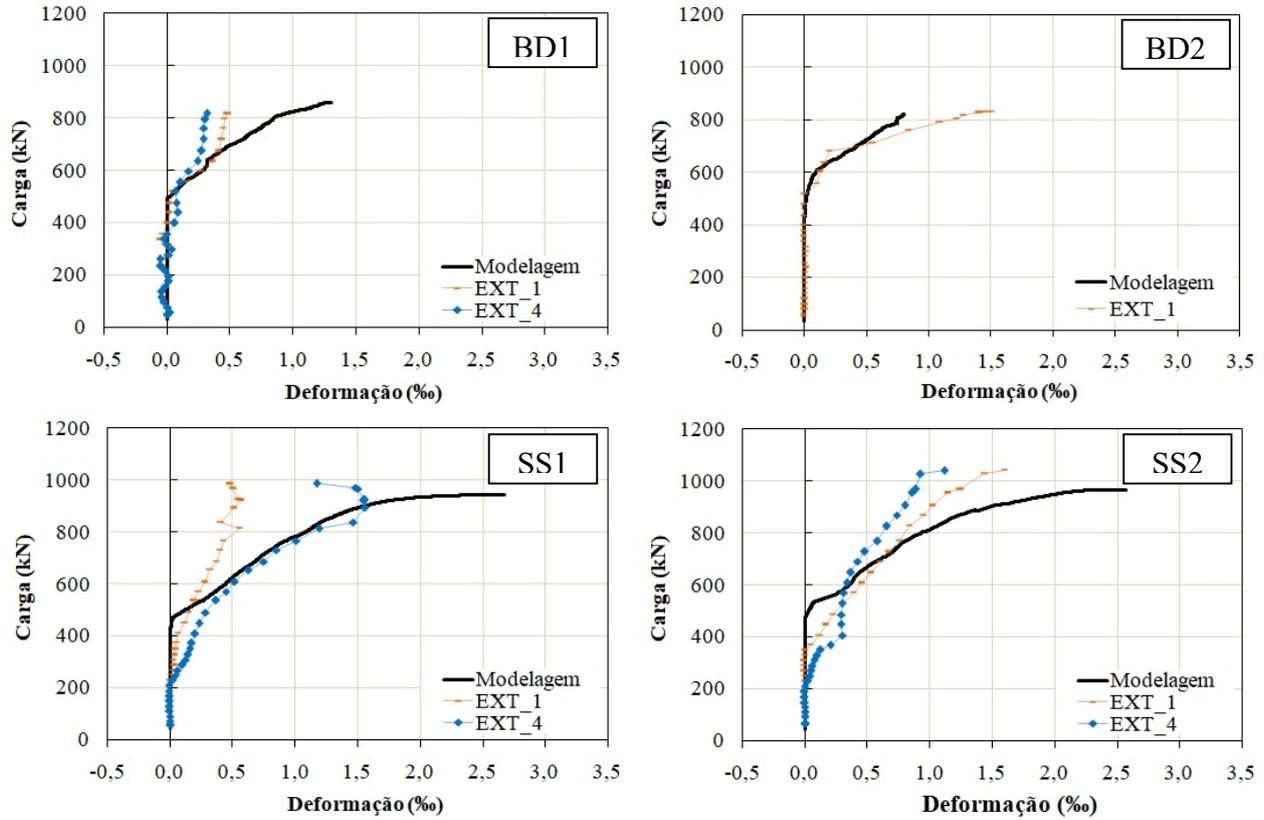
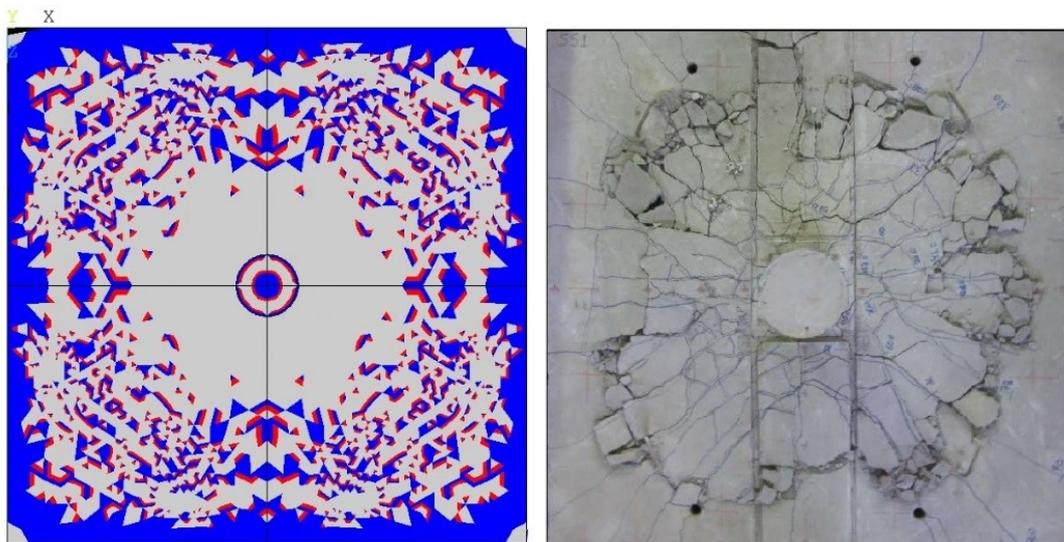


Figura 8 – Deformações nas armaduras de cisalhamento.



- Elementos que fissuraram em uma direção
- Elementos que fissuraram em duas direções

Figura 9 – Mapa de fissuração da laje SS1.

Já na superfície de ruína, foi observado comportamento próximo ao experimental, indicando a ocorrência do cone de punção e garantindo que a falha ocorreu por esse fenômeno. Nas lajes com vazios, a superfície de ruína sempre foi verificada na primeira camada de esferas, como apresentado na Figura 10, para o caso da laje BD1. Já nas lajes maciças o cone de punção ocorreu de forma semelhante, mas com fissuras mais próximas ao pilar.



Figura 10 – Superfície de ruína da laje BD1.

Conclusões

Através da validação de dados experimentais de lajes submetidas à falha por punção, foi verificado que o modelo numérico apresentou bons resultados, aproximando o comportamento em relação aos deslocamentos, deformações nas armaduras de cisalhamento e flexão, bem como o modo de falha, para diferentes lajes. Também foram observadas boas aproximações em relação à carga de ruptura atingida, com variações pequenas em relação aos valores experimentais.

Portanto, fica evidente que os modelos constitutivos empregados, bem como o *software* utilizado e o Método dos Elementos Finitos são capazes de modelar problemas complexos. Assim é possível desenvolver modelagens numéricas computacionais que se aproximam aos comportamentos reais de estruturas de concreto armado, incluindo aquelas com peculiaridades, como é o caso das lajes com vazios esféricos.

Referências

- ALROUSAN, R. Z.; ALNEMRAWI, B. R. The influence of concrete compressive strength on the punching shear capacity of reinforced concrete flat slabs under different opening configurations and loading conditions. *Structures*, Elsevier, v. 44, p. 101–119, 2022. ISSN 2352-0124.
- CHUNG, J. H.; BAE, B. I.; CHOI, H. K.; JUNG, H. S.; CHOI, C. S. Evaluation of punching shear strength of voided slabs considering the effect of the ratio b_0/d . *Engineering Structures*, Elsevier, v. 164, p. 70–81, 2018. ISSN 0141-0296.
- HINTON, E. *Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells*. [S.l.]: Swansea: Pineridge Press Limited, 1988.
- JABIR, H. A.; MHALHAL, J. M.; AL-GASHAM, T. S. Conventional and bubbled slab strips under limited repeated loads: A comparative experimental study. *Case Studies in Construction Materials*, Elsevier, v. 14, p. 1–12, 2021. ISSN 2214-5095.
- LAZZARI, P. M. *Simulação Numérica das Etapas Construtivas de Pontes Estaiadas através do Método dos Elementos Finitos*. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.
- LAZZARI, B. M. *Análise Estática, Modal e Dinâmica das Etapas Construtivas de uma Ponte Estaiada através do Método dos Elementos Finitos*. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.
- LEDO, M. M. *Análise experimental à punção de lajes lisas tipo Bubbledeck com pilar interno*. Dissertação (Mestrado), Universidade de Brasília, Brasília, 2016.
- NICÁCIO, W. G. *Comportamento à punção de lajes de concreto armado tipo BubbleDeck*. Tese (Doutorado), Universidade de Brasília, Brasília, 2018.
- SCHNELLENBACH-HELD, M.; PFEFFER, K. Punching behavior of biaxial hollow slabs. *Cement and Concrete Composites*, Elsevier, v. 24, p. 551–556, 2002. ISSN 0958-9465.
- SILVA, G. R. *Confiabilidade estrutural de lajes lisas: Estado limite último à punção*. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022.
- SOARES, P. B.; LAZZARI, P. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, B. M.; PACHECO, A. R. Identification of the failure modes of CFRP shear-strengthened reinforced concrete beams by the finite element method. *Rev. IBRACON Estrut. Mater.*, v. 16, n. 3, 2023.