Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática

Ministério da Educação - MEC

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES

Diretoria de Educação a Distância – DED

Universidade Aberta do Brasil – UAB

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Reitor Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação Aldo Bolten Lucion

Secretário de Educação a Distância Sérgio Roberto Kieling Franco

Coordenador da UAB/UFRGS Luis Alberto Segovia Gonzalez

Comitê Editorial da SEAD

Presidente Sérgio Roberto Kieling Franco

Lovois de Andrade Miguel

Mára Lúcia Fernandes Carneiro

Silvestre Novak

Sílvio Luiz Souza Cunha

Apoio em Publicações da SEAD

Deise Mazzarella Goulart

Laura Wunsch

Marleni Nascimento Matte

Michelle Donizeth Euzébio

Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática

Diretor do Instituto de Matemática Rudnei Dias da Cunha

Coordenadora do Curso Maria Alice Gravina

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Revisão Textual

Revisor de Língua Portuguesa Zuleica Oprach de Souza (Evangraf)

Projeto Gráfico

Projeto Gráfico e Diagramação Rafael Marczal de Lima (Evangraf)

Capa Bibiana Carapeços de Lima

Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática

Organizadores

Maria Alice Gravina
Elisabete Zardo Búrigo
Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Vera Clotilde Vanzetto Garcia

Editora
Evangraf
Porto Alegre | 2012

CAPES

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

UFRGS SEAD Educação a Distância

INSTITUTO DE MATEMÁTICA UFRGS

INSTITUTO DE ppgemat MATEMÁTICA UFRGS

1ª edição

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

M425 Matemática, mídias digitais e didática : tripé para formação de professores de matemática / organizadores Maria Alice Gravina ... [et al.] Porto Alegre : Evangraf, 2012.

180 p. : il.

ISBN: 978-85-7727-328-7

1. Matemática - Ensino. 2. Mídias digitais. I.Gravina, Maria Alice.II.Búrigo, Elisabete Zardo. III.Basso, Marcus Vinicius de Azevedo. IV.Garcia, Vera Clotilde Vanzetto.

CDU – 51:37

Elaborada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Capítulo 4

O VÍDEO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

MÁRCIA RODRIGUES NOTARE
MARINA MENNA BARRETO
SANDRA DENISE STROSCHEIN
VERA CLOTILDE VANZETTO GARCIA

Introdução

Moran (1995, 2002, 2009a, 2009b) incentiva o uso, na escola, de vídeos e de outros meios de comunicação e informação atuais, como a televisão e a internet. Essa opção didática, certamente, não garante solução para todos os problemas de ensino e aprendizagem de Matemática, mas tem um grande potencial, pois combina a comunicação sensorial-cinestésica com a audiovisual, a intuição com a lógica, a emoção com a razão.

Nessa perspectiva, foi organizada uma das disciplinas do Curso de Especialização, "Matemática, Mídias Digitais e Didática", intitulada "Mídias Digitais na Educação Matemática II", composta por quatro módulos de ensino: cada um parte de um *vídeo como sensibilização*, no sentido dado por Moran (1995), para introduzir um novo assunto, para despertar a curiosidade e a motivação para novos temas.

O primeiro módulo discutiu a questão dos vídeos na sala de aula; o segundo iniciou com um vídeo produzido por um professor, com objetivos relacionados com conteúdos e habilidades matemáticas; o terceiro, com um vídeo educativo produzido pela TV Escola, específico para Matemática; o último, com um vídeo sobre obras de Arte, produzido sem objetivos relacionados com Matemática, adaptado aos propósitos do professor. Em todos os módulos, foram, também, produzidos vídeos pela equipe docente, utilizados como ilustração, como conteúdo de ensino ou como parte de sequências de instruções, para desenvolver habilidades no uso de softwares ou em outras atividades matemáticas.

O desenvolvimento da disciplina aconteceu em dois diferentes ambientes: na plataforma Moodle, a "sala de aula" virtual; e no site, desenvolvido especialmente para a disciplina.

O ambiente Moodle (figura 1) foi o espaço utilizado para a interação professor-tutor-aluno, contendo orientações, tarefas, recados e informações sobre avaliação. Como recurso de interação e para incentivar a troca de ideias, foram criados, neste ambiente, diferentes fóruns de discussão.

Figura 1 – Ambiente Moodle

O site da disciplina (NOTARE; GARCIA; BARRETO, 2010)[1] foi o local em que os alunos-professores [2] encontraram instruções sobre as tarefas semanais e também caminhos para diferentes sites de apoio. Cada módulo de ensino estava organizado com a seguinte estrutura: objetivos, atividades, conteúdos, recursos e material complementar (figura 2).

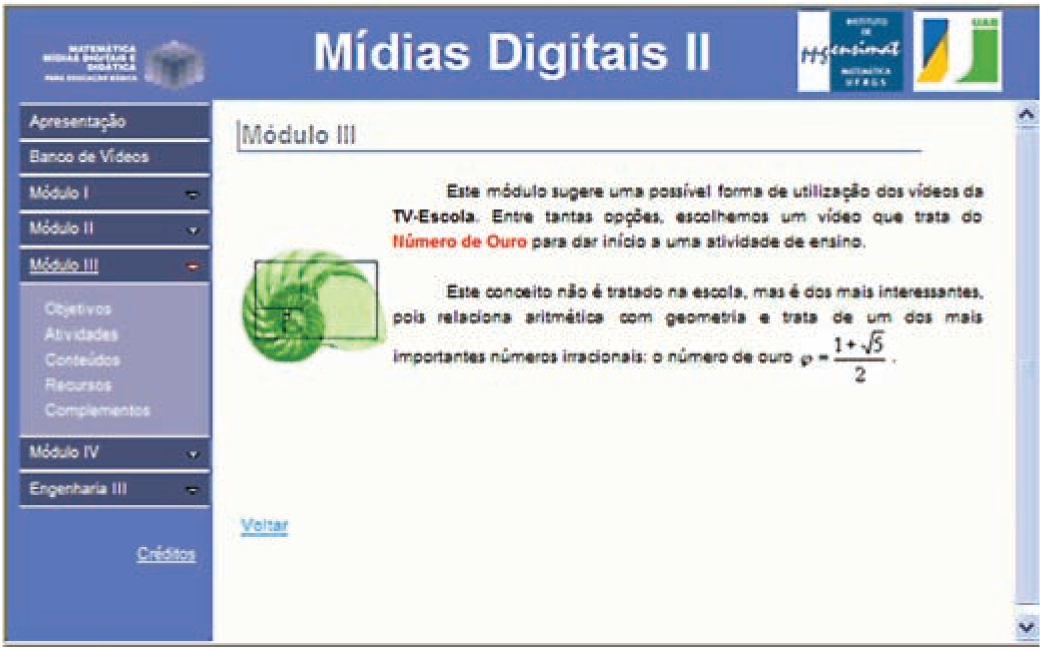


Figura 2 – Site da disciplina Mídias Digitais II/Módulo III

Como material para a disciplina, foram produzidos diferentes recursos digitais: um Banco de Vídeos; diferentes sequências de instruções, denominadas de “orientações passo a passo”, para esclarecer as atividades propostas; uma coleção de objetos de aprendizagem, constituída de vídeo-aulas e de animações.

Este artigo apresenta os módulos do site “Mídias Digitais II”, com seus objetivos, conteúdos, tarefas e recursos tecnológicos. Ao final, é feita uma reflexão sobre a experiência, com depoimentos dos alunos-professores.

1 O endereço do site “Mídias Digitais II” é <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/>.

2 No texto, usamos a expressão aluno-professor para distinguir o aluno do Curso de seu próprio aluno, da escola.

Módulo I – O vídeo na sala de aula

O objetivo do primeiro módulo foi desenvolver, no aluno-professor, a percepção das potencialidades do uso de vídeos na sua prática docente. Para isso, foi disponibilizado o Banco de Vídeos, composto de vídeos informativos ou educativos, previamente selecionados pela equipe pedagógica (professores e tutores) e escolhidos de acordo com a sua qualidade, sua relevância ou seu interesse.

Na página inicial do Banco de Vídeos (figura 3), os vídeos estão disponíveis e separados em quadros, classificados de acordo com estilo (por exemplo, documentário ou vídeo-aula) ou produtora (por exemplo, TV Escola ou Cosmos).

Figura 3 – O Banco de Vídeos

Alguns vídeos tratam especificamente de Matemática. Por exemplo, o vídeo *O barato de Pitágoras,* produzido pela TV Escola, problematiza o Teorema de Pitágoras e foi produzido para dar significado à expressão "*a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa*": apresenta o triângulo, justifica sua importância relacionada com a estabilidade de estruturas, ensina a construir figuras e sólidos a partir do triângulo, classifica os triângulos com relação aos ângulos e focaliza, finalmente, o triângulo retângulo. Oferece, então, uma animação que permite visualizar o Teorema de Pitágoras, com movimentos dos quadrados construídos a partir dos lados do triângulo retângulo. Os movimentos mostram que a soma das áreas dos quadrados cujos lados coincidem com os catetos é igual à área do quadrado cujo lado coincide com a hipotenusa.

Outros vídeos tratam de assuntos que podem, indiretamente, proporcionar uma relação com a Matemática como, por exemplo, os vídeos da TV Escola das séries *Como funciona*, *Como se faz* e *A Ciência por trás*; ou são documentários de cultura matemática, com programas de entrevistas, como os vídeos da TV Escola da série *Conversa com o professor*; e há alguns, como os desenvolvidos pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), que consistem em aulas teóricas sobre determinados conteúdos matemáticos.

Em uma das tarefas do Módulo I da disciplina, cada aluno-professor deveria escolher um vídeo para utilizar em sala de aula, justificando a escolha. Transcrevemos o depoimento de um aluno-professor:

> "O vídeo que escolhi foi 'A ciência por trás das embalagens tetra', de autoria do Ministério da Educação – TV ESCOLA, com 4:45 de duração. Com este vídeo podemos trabalhar tanto na 6ª série quanto no 3º ano do ensino médio, formas geométricas, passando pelo tetraedro [...] até áreas e volumes, como por exemplo, a quantidade de material e o melhor formato das embalagens para se ter um melhor aproveitamento [...]. Pode-se dar sequência com os próprios livros didáticos que abordam este assunto."

Com o objetivo de facilitar o acesso ao material, para aqueles que possuem uma conexão de internet de baixa velocidade, foi criado, na página inicial, um dispositivo que permite ao usuário fazer "download" de vídeos. Ou seja, é possível transferir para o computador pessoal os arquivos que estão em um servidor distante e cujo acesso pode ser muito demorado, no momento de uso em sala de aula. Quando o navegador não pode abrir um arquivo em sua janela, ele abre a opção para que o mesmo seja salvo; configura-se assim o “download”, termo traduzido para o português como “baixar”.

Além disto, foi sugerido pesquisar novos vídeos em sites de busca e também procurar diretamente nas suas escolas a coleção de vídeos da TV Escola, que foi disponibilizada pelo MEC para ser utilizada pelos professores. Também foi organizado um CD-ROM, com uma coletânea dos vídeos do Banco, que foi enviado para todas as cidades-polo.

Módulo II – Vídeo produzido por um professor

O segundo módulo parte de um vídeo produzido por um professor [3], que filmou uma entrevista com uma médica ginecologista e obstetra, sobre gravidez precoce e métodos de anticoncepção. O vídeo foi utilizado como recurso de sensibilização para dar início a uma atividade de modelagem matemática, em um exemplo de articulação entre Educação para Sexualidade e Ensino de Matemática na escola.

Os objetivos do módulo foram, além de mostrar o potencial dos vídeos para estimular o interesse e a discussão sobre a vida e sobre a Matemática, envolver o aluno-professor em um processo de modelagem matemática, que explica o mecanismo da absorção e eliminação dos anticoncepcionais orais (ACO) de uso diário. Neste processo, os alunos passariam a conhecer e aplicar conceitos e ferramentas úteis para a compreensão deste e de outros fenômenos, tais como as noções de variável, de relação funcional, de função e suas representações e de modelo matemático.

A primeira tarefa consistiu em participar do Fórum de Discussão, espaço destinado a promover debates por meio de mensagens sobre determinada questão – no caso, a presença dos temas transversais, entre eles Educação para a Sexualidade, na escola.

O Fórum é um dos recursos disponíveis no Moodle para favorecer a interação (nesse caso assíncrona) entre os participantes do curso. A utilização deste recurso aproximou colegas que se identificaram, neste espaço, como

[3] Disponível em http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/anticoncepcionais/videoconcepcional.htm

integrantes de um mesmo grupo e, ao mesmo tempo, tornou-se lugar de encontro, em que professores, tutores e alunos-professores trocaram experiências profissionais e acadêmicas, intensificando o envolvimento de todos com o projeto. Contribuiu, também, para o aprendizado das questões específicas propostas no módulo, auxiliando na concepção e implementação de planos de ensino, relacionando Matemática com os temas transversais, num trabalho interdisciplinar e contextualizado.

> "Conheço os temas transversais a partir dos PCNs propostos pelo MEC. Quando do lançamento dos temas transversais, houve muitas discussões e sugestões de atividades nas diferentes disciplinas, porém percebo que hoje a ideia não se aplica a todas as disciplinas, especialmente na Matemática. Procuro, no decorrer das atividades e projetos propostos nas escolas, discutir alguns desses temas, como a importância de uma alimentação saudável, a importância do ferro no organismo, através de pesquisas e gráficos trabalhar a questão ambiental... "(Depoimento de um aluno/professor)

Houve discussão sobre a seguinte questão: "Sua escola promove a Educação para Sexualidade?". Alguns depoimentos dos alunos-professores:

> "Promove. Através das aulas de Ciências, palestras com profissionais qualificados como médicos e enfermeiros(as) e o setor de orientação educacional da escola também trabalha quando se percebe a necessidade."
> "Na escola em que atuo no momento, a parte de Educação Sexual infelizmente fica restrita ao professor de Ciências da Escola."

Na sua maioria, os alunos-professores indicaram que conhecem os temas transversais e a importância da Educação para a Sexualidade, mas consideram muito difícil inseri-los na sala de aula de Matemática. Muitos manifestaram a importância de discutir o assunto neste Curso, e nas palavras de um deles:

> "Penso que a discussão sobre este tema no curso de Pós veio em boa hora, pois estamos passando por um período bem complicado em relação às doenças sexualmente transmissíveis e gravidez na

adolescência. Seria interessante fazer uma parceria com o professor de Ciências da escola."

A segunda tarefa do módulo consistiu na construção de um modelo matemático para o fenômeno da absorção e eliminação dos anticoncepcionais orais e foi baseada na dissertação de mestrado de Barreto (2008).

Dito de forma simplificada, um modelo matemático nada mais é do que uma representação na linguagem da Matemática de um fenômeno não matemático. E modelagem é um processo de tradução de um fenômeno do mundo físico em equações ou gráficos, obtidos a partir da análise, abstração, formulação de hipóteses, escolha adequada de variáveis e busca das relações entre elas. Para que um modelo seja eficiente, ele deve permitir fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender o fenômeno a ser modelado.

O ponto de partida da modelagem foi o vídeo com a entrevista, em que consta um gráfico elaborado na área médica (figura 4). O trabalho de modelagem consistia em compreeender o gráfico e depois transcrevê-lo para linguagem convencional da Matemática.

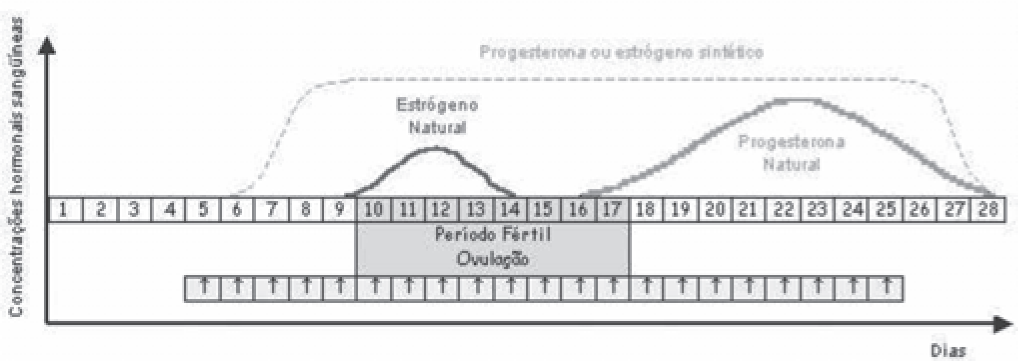


Figura 4 – Gráfico da área médica. A linha contínua representa a evolução, durante um mês, da concentração hormonal da mulher que não faz uso de anticoncepcional. A linha pontilhada representa a evolução da concentração hormonal da mulher nos casos em que se faz uso de anticoncepcional oral (ACO). As setas indicam a ingestão diária de ACO, que inicia no quinto dia do ciclo e tem duração de 21 dias (BARRETO, 2008).

Para melhor orientar o aluno-professor nas diferentes etapas do processo de modelagem, foi elaborada uma "orientação passo a passo", ou seja, uma sequencia de textos e videos , criada com o objetivo de conduzir o aluno-professor ao longo do processo de modelagem. O Quadro 1 apresenta essa sequência de orientações [4].

Quadro 1 – "Orientação passo a passo" para o processo de modelagem matemática

Passo 1
Escolha do anticoncepcional, elaboração do problema, elaboração de perguntas a serem respondidas ao final da modelagem.

Passo 2
Identificação das variáveis envolvidas no fenômeno da absorção e eliminação do ACO.

Passo 3
Construção de uma tabela que resultará em um modelo algébrico discreto, para estabelecer relações entre as variáveis, no caso da ingestão de um único comprimido.

Passo 4
Construção de um gráfico de pontos que representa a relação entre as variáveis envolvidas. Vídeo explicativo para uso do Geogebra

Passo 5
Passagem do modelo discreto para o modelo contínuo; elaboração dos modelos gráfico e algébrico para o caso de ingestão de um único comprimido. Vídeo explicativo para uso do Geogebra

Passo 6
Construção de um gráfico para representar o fenômeno, no caso da ingestão de doses diárias de ACO, durante 21 dias.

Nesse esquema, cada etapa da modelagem foi detalhada: escolha do anticoncepcional, análise da bula com coleta de dados, colocação de

[4] A orientação completa está disponível no site da disciplina (Módulo II): http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/.

problemas sobre absorção e eliminação de um único comprimido ou de um comprimido ingerido diariamente, durante 21 dias; identificação, escolha e representação de variáveis presentes no fenômeno (no caso, foram escolhidas quantidade da droga *a* no organismo e tempo *t*, em dias, a partir do início do processo de ingestão, t=0), verificando quando são variáveis contínuas e quando são discretas; formulação de hipóteses a respeito do fenômeno, para facilitar a tradução matemática, lembrando que o modelo é sempre uma aproximação da realidade; resolução dos problemas inicialmente colocados, com construção de tabela relacionando as variáveis, para chegar a equações e/ou gráficos, traçados com o software GeoGebra [5].

Para desenvolver o processo, foram elaboradas hipóteses:

1) Quanto à eliminação da quantidade ***a*** do anticoncepcional pelo organismo, que ocorre em função do tempo, $t > 0$, sua taxa de variação (no caso, a taxa de eliminação), $\frac{da}{dt}$, é proporcional à quantidade existente, no instante *t*, na corrente sanguínea. Isso quer dizer, em termos de matemática, que a função que expressa o decaimento da quantidade de droga no sangue, com relação ao tempo, é solução da equação diferencial $\frac{da}{dt} = k.a$ (que expressa a relação de proporcionalidade dessa hipótese). Esta solução é uma função exponencial, real de variável real, que pode ser expressa na forma $a(t)=a_0 \cdot e^{kt}$, em que a_0 é a quantidade inicial de droga, presente no momento da ingestão do primeiro comprimido, e *k* é a constante de proporcionalidade própria do medicamento. No decorrer da modelagem, a obtenção desta função exponencial se dá com ferramentas próprias da matemática básica.
2) Cada comprimido é absorvido instantaneamente pelo sangue, deste modo, pode-se dizer que y_0 é a quantidade inicial de droga, presente no momento da ingestão do primeiro comprimido.
3) O uso adequado do anticoncepcional consiste em administrar doses iguais, a cada dia, por 21 dias ininterruptos, sempre no mesmo

[5] GeoGebra é um software de matemática dinâmica que reúne geometria e álgebra. Permite construções com pontos, vetores, segmentos, retas, etc., bem como de funções e gráficos.

horário, para garantir um intervalo de 24 horas entre cada comprimido.

Também foram coletados dados sobre o anticoncepcional a ser analisado, a partir da leitura de sua bula:

1) Cada comprimido ingerido contém 120 µg de substância ativa (hormônios sintéticos correspondentes à progesterona e estrogênios naturais).
2) O produto tem meia-vida de 12 horas, isto é, a quantidade da droga presente no organismo, em qualquer momento, se reduz à metade, após um intervalo de 12 horas

Utilizando apenas a noção de meia-vida, encontra-se o modelo algébrico para a eliminação da droga contida em um único comprimido, cuja quantidade é simbolizada por $a(t)$, no decorrer do tempo t, em dias, após a ingestão de apenas um comprimido, com 120 µg. Pode-se construir uma tabela relacionando a quantidade a e o tempo t, partindo de um único comprimido $a_0 = 120$ e sabendo, com o dado da meia-vida, que a quantidade se reduz a um quarto após um dia:

Quadro 2 – Evolução quantidade de droga, presente no organismo, em função do tempo, com ingestão de um único comprimido.

t (dias)	a (µg)
0	120
1	$120.\ \frac{1}{4}$
2	$120.\frac{1}{4}.\frac{1}{4} = 120.\ (\frac{1}{4})^2$
3	$120.\frac{1}{4}.\frac{1}{4}.\frac{1}{4} = 120.\ (\frac{1}{4})^3$
t	$120.\ (\frac{1}{4})^t$

Também sabendo, por hipótese, que a função desejada é uma função real de variável real e que é uma função exponencial decrescente, pode-se estender o termo geral obtido na tabela para todos os números reais e adotar o seguinte modelo:

$$a(t) = 120\left(\frac{1}{4}\right)^{t}$$

Com as ferramentas e a linguagem da matemática, com $\frac{1}{4} = 0{,}25$, obtém-se a equação diferencial $\frac{da}{dt} = 0{,}25 \cdot a$, com $a_0 = 120$, cuja solução é $a(t) = 120 \cdot e^{(\ln 0{,}25)\cdot t}$.

Para buscar o modelo para a ingestão diária de comprimidos, é preciso analisar o fenômeno conjunto da absorção e da eliminação. Decorrido um dia, a quantidade de droga presente no organismo diminui, reduzindo-se a um quarto do valor inicial naquele dia (já que a meia-vida é igual a 12 horas); no entanto, quando, ao fim de um dia, é ingerido outro comprimido, a quantidade volta a aumentar. Se a ingestão do anticoncepcional é diária, ocorre uma oscilação da quantidade da droga presente no organismo: aumenta na ingestão, diminui durante o dia, e assim por diante. Pode-se perguntar: ao fim de um número indeterminado e muito grande de caixas de comprimidos, regularmente ingeridos, dia a dia (durante anos), a quantidade de droga presente no organismo crescerá sem limite, podendo tornar-se muito alta, talvez causando sequelas imprevisíveis? Isto não ocorre. O interessante é que a peculiaridade do comportamento deste fenômeno consiste na existência de um limite superior para a quantidade de droga presente no organismo, que não é ultrapassado, seja qual for a quantidade de comprimidos ingeridos, dia a dia, durante anos, por uma mulher. Esse limite superior, calculado para um certo anticoncepcional, foi de 53,33 μg e é visível quando se constrói a tabela para os valores da quantidade de droga, presente no sangue, dia a dia, no gráfico e no modelo algébrico. Existe também um limite inferior, 13,33 μg, indicando que, no uso diário, por longos períodos, a quantidade de droga nunca se aproxima de zero.

Neste módulo da disciplina, foi desenvolvido apenas o modelo gráfico (o modelo algébrico foi desenvolvido em uma disciplina subsequente, denominada "Funções e Modelos Matemáticos") para a absorção e eliminação da droga (figura 5), $a(t)$, no decorrer do tempo t, quando ocorre ingestão de um comprimido diariamente, com 120 μg. O gráfico foi construído a partir de uma tabela com valores máximos e mínimos, obtidos dia a dia e com auxílio do modelo exponencial decrescente, obtido para descrever o processo de eliminação diário. Os detalhes do modelo algébrico estão em Barreto (2008).

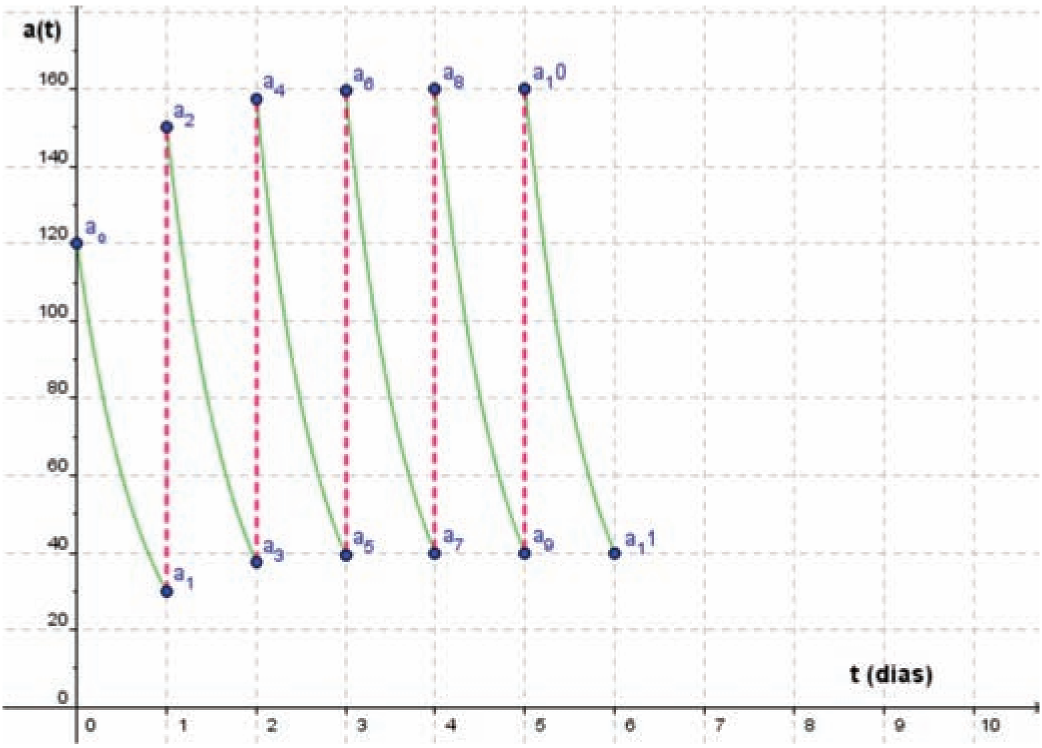


Figura 5 – Gráfico que representa a variação da quantidade de anticoncepcional oral de uso diário, no organismo, quando a primeira dose é de 120 μg (BARRETO, 2008)

Com o modelo gráfico e algébrico, é possível determinar a quantidade do anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias, se os comprimidos forem ingeridos diariamente.

O gráfico da figura 5, em linguagem matemática, permite interpretar o gráfico da figura 4. Na construção daquele gráfico, as variáveis escolhidas foram concentração da droga no organismo e tempo em dias. A linha pontilhada representa a evolução dos valores da concentração da droga no organismo, dia a dia, logo após a ingestão, e ignora o decaimento que ocorre durante o dia. Também considera que o primeiro comprimido é ingerido no primeiro dia, mostrando um pequeno intervalo com o número 1, diferentemente do gráfico matemático representado na figura 5, onde se trabalha com a variável contínua t, em dias, sendo que o primeiro dia inicia em t=0 e é concluído quando t=1. O gráfico também traduz a realidade da absorção do primeiro comprimido: diferentemente da hipótese que deu início à modelagem matemática, a absorção inicial é lenta e não instantânea. No entanto, existem boas aproximações entre o gráfico matemático e o gráfico construído com informações e linguagem da área médica. Fica evidente a existência de um limite superior para a concentração, atingido por volta do oitavo dia, e estável durante todo o período de ingestão dos comprimidos de anticoncepcional. Alcançar e manter este valor máximo significa obter segurança contraceptiva. Também, ao final de 21 dias, quando ocorre a ingestão do último comprimido, pode-se perceber a curva de eliminação da droga, numa forma de decaimento, que pode ser modelado por uma função exponencial.

Um modelo matemático é uma boa aproximação para um fenômeno real, e tem grande potencial educativo, pois, diferentemente das "fórmulas" ou gráficos desconectados da realidade, permite desenvolver habilidades matemáticas importantes, como conjecturas, inferências, estimativas e previsões.

Neste caso, a modelagem tem efeito educativo, pois esclarece os alunos quanto à importância da ingestão de forma regular do comprimido anticoncepcional.

Módulo III – Vídeo da TV Escola

Este módulo sugere uma forma de utilização dos vídeos da TV Escola como sensibilização. Entre tantas opções, foi escolhido um vídeo que trata do número de ouro, pois esse conceito não está presente no currículo, sendo desconhecido para muitos alunos-professores, mas tem grande potencial educativo: relaciona Matemática, Arte e História; é um exemplo de número irracional, muito usado na prática; é um conceito que relaciona aritmética, conjuntos numéricos e geometria.

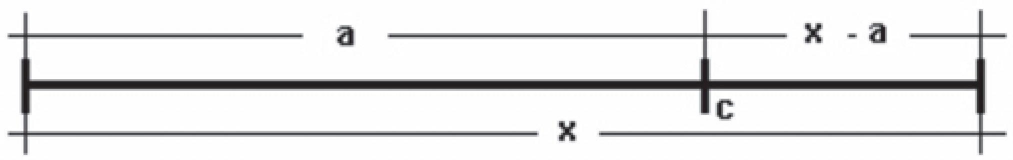
Os objetivos foram definir e construir o número de ouro $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, a partir do conceito de razão entre segmentos, e o retângulo de ouro, nisso fazendo uso do software GeoGebra[6].

[6] http://www.geogebra.org/cms/pt_BR

A primeira tarefa consistiu em aassistir ao video sobre o assunto, disponível no site da disciplina; a segunda tarefa solicitou o estudo de um texto com conceitos matemáticos; a terceira propôs construções geométricas, no software Geogebra.

Como este assunto está ausente da escola, cabe colocar aqui detalhes da definição e da construção do retângulo de ouro, como constam no site.

Para compreender como é determinado o número de ouro, vamos considerar um segmento de reta AB de comprimento *x*. Dizemos que um ponto C divide este segmento em média e extrema razão (figura 6) se a razão entre a medida *x* do segmento e a medida *a* de sua parte maior, determinada por C, é igual à razão entre a medida *a* e a medida *(x-a)* da sua parte menor, determinada por C.



Ou seja, tem-se a igualdade entre razões:

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{x-a}$$

Na resolução desta equação de segundo grau, obtemos

$$\frac{x}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ou seja, a razão de proporcionalidade entre as medidas é um número irracional, com representação decimal infinita e não periódica. Este é o número de ouro e ele tem como valor aproximado 1,61803398.

Define-se o retângulo áureo como sendo o retângulo cuja razão entre as medidas dos lados é o número de ouro.

Para o entendimento da construção do retângulo de ouro no Geogebra, foi elaborado um objeto de aprendizagem, consistindo de texto e animação. Na animação tem-se uma barra de navegação que permite o usuário controlar o rítmo de apresentação dos passos da construção do retângulo.

Assim é apresentado o texto da construção , passo a passo, acompanhado da animação que está ilustrada na figura 7:

Passo 1) Construa um quadrado qualquer e nomeie ABCD. Este quadrado tem lado de medida a .

Passo 2) Em seguida, marque o ponto médio M do segmento AB.

Passo 3) Trace uma reta perpendicular ao segmento AB passando por M.

Passo 4) Escolha um dos retângulos obtidos, digamos, aquele com base AM e trace a diagonal MD.

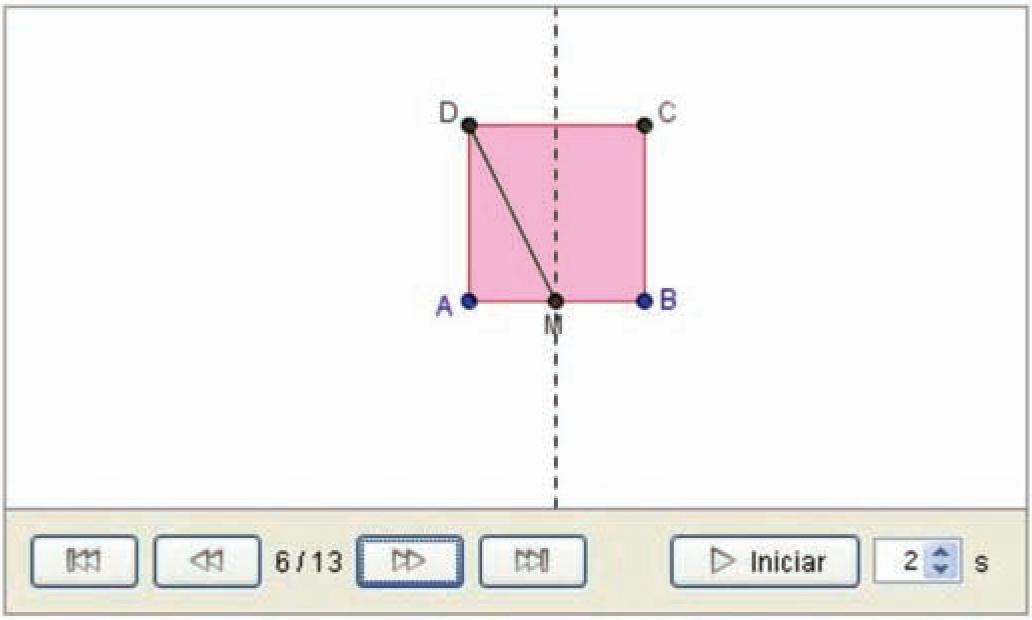


Figura 7 – Os quatro primeiros passos da construção

E a construção prossegue, com texto e animação, conforme ilustra a figura 8:

Passo 5) Construa uma semirreta com origem M e passando por A.

Passo 6) Construa uma circunferência com centro em M e raio MD e nomeie E o ponto de intersecção da circunferência com a semirreta.

Passo 7) É neste ponto da construção que chegamos ao retângulo áureo, com o seguinte procedimento: construa um retângulo, utilizando os pontos C, B e E como vértices.

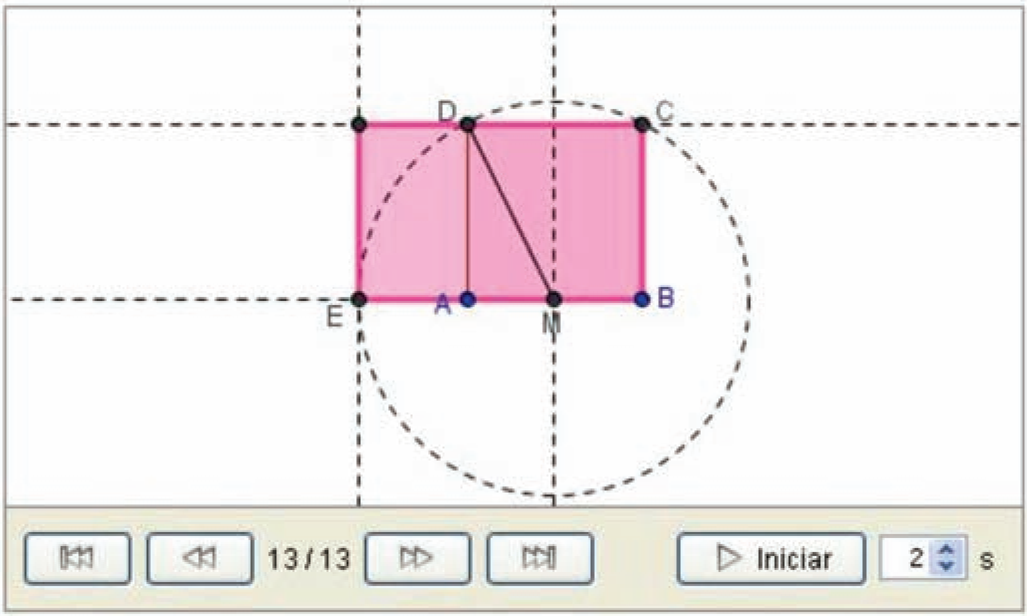


Figura 8 – Um retângulo de ouro

Os lados desse retângulo têm medidas a e $a + b$, sendo a a medida do lado do quadrado ABCD e b a medida do segmento AE, conforme a construção apresentada na Figura 8.

Vamos mostrar que este é um retângulo de ouro. Conforme a definição apresentada anteriormente, isso significa mostrar que a razão entre as medidas dos seus lados é o número de ouro. Se denominarmos r o raio MD da circunferência que está na construção do retângulo, obtemos: $b = r - a/2$ e, portanto, $a + b = a + r - a/2 = r + a/2$.

Portanto, as medidas do retângulo são: $r + a/2$ e a.

Para calcular a razão entre essas medidas, é preciso que ambas sejam dadas em função de a. Para obter r em função de a, basta observar que o triângulo DAM é retângulo com ângulo reto em A, como mostra a figura 9.

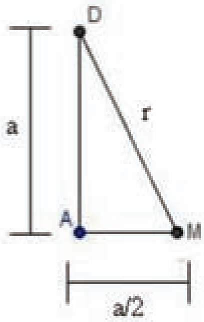


Figura 9 – Triângulo retângulo DAM

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo, obtém-se r em função de a:

$$r = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

E assim:

$$\frac{a}{2} + r = \frac{a}{2} + \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a\left(1+\sqrt{5}\right)}{2}$$

Finalmente, calculamos a razão entre os dois lados e ela nos mostra que o retângulo construído da figura 8 é um retângulo de ouro:

$$\frac{\frac{a\left(1+\sqrt{5}\right)}{2}}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi$$

Com as atividades propostas neste módulo, foi possível apresentar aos alunos-professores os vídeos produzidos pela TV Escola e mostrar uma possível forma de utilização dos mesmos, como forma de sensibilizar e motivar o estudo de um novo conteúdo de Matemática. Percebeu-se uma boa receptividade por parte dos alunos-professores, pois muitos deles inspiraram-se nesta proposta para elaborar suas práticas de ensino. Além disso, o módulo apresentou o estudo de um conteúdo não usual em sala de aula – o número de ouro – com suas curiosidades e aplicações em outras áreas de conhecimento, bem como construções com geometria dinâmica.

Módulo IV

Nem sempre é possível encontrar vídeos de qualidade que tratem especificamente de conteúdos de Matemática; entretanto, existem muitas opções, em outras áreas, como Artes, Ciências, Geografia, ou até mesmo tratando de assuntos gerais, do cotidiano, que podem ser utilizadas em atividades interdisciplinares vinculadas com a Matemática. Neste módulo, o objetivo foi mostrar a potencialidade de sensibilização de vídeos que tratam de Arte Moderna. A ideia foi dar oportunidade aos alunos de conhecerem trabalhos de artitstas famosos, que utilizam formas geométricas em suas criações, para discutirem critérios de análise de obras de arte e para criarem suas próprias obras, usando o software GrafEq [7], que permite a construção de curvas e regiões no plano cartesiano a partir de equações e inequações.

Pensando em dificuldades no uso de um software desconhecido, foram criados recursos de apoio que incluem: apresentações das telas, os primeiros passos para o uso do GrafEq e instruções para construir círculos, retas e quadriláteros. São importantes, no trabalho de criação de figuras com este software, as noções de curvas e regiões do plano. Inequações geram regiões planas e equações geram curvas, ou linhas, no plano. A figura 10 mostra a construção de círculos (regiões do plano) a partir de inequações. O círculo que limita estas regiões é obtido pelas correspondentes equações.

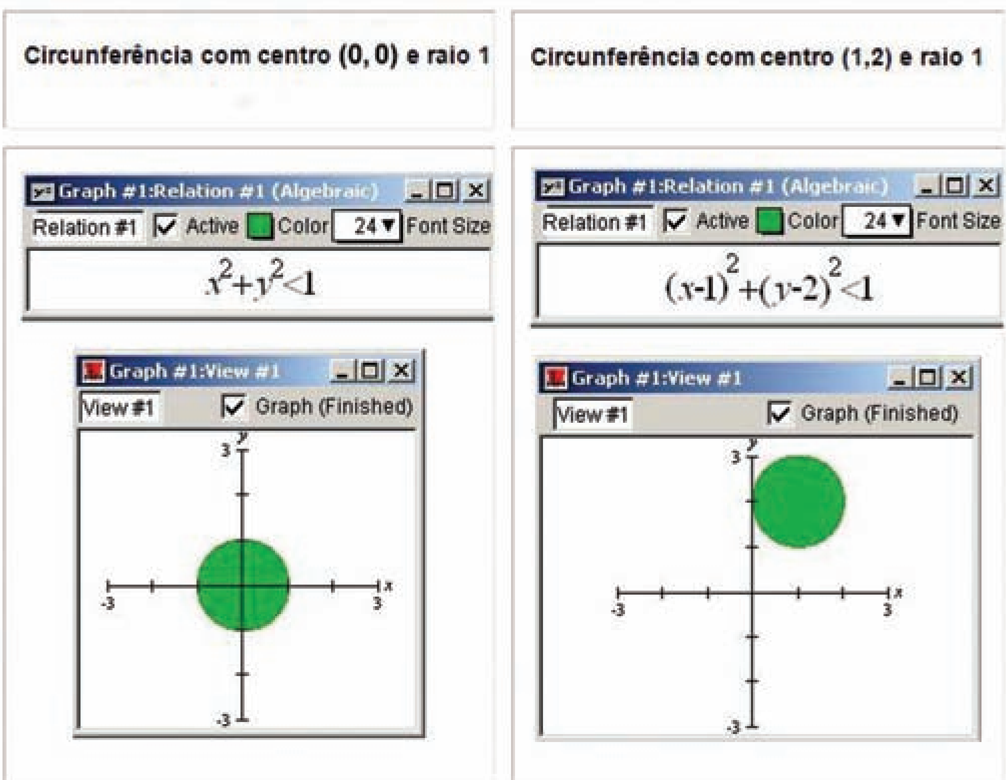


Figura 10 – Instruções para a construção de circunferências com o GrafEq

[7] http://www.peda.com/grafeq/

Também foi disponibilizado para os alunos-professores um " passo a passo" na forma de texto com figuras[8] , detalhado a seguir, mostrando o desenho de uma paisagem construída com o GrafEq (figura 11). Na construção final não aparece o sistema de eixos cartesianos, localizado no centro da composição e no qual todas as equações e inequações utilizadas para criar este desenho foram expressas.

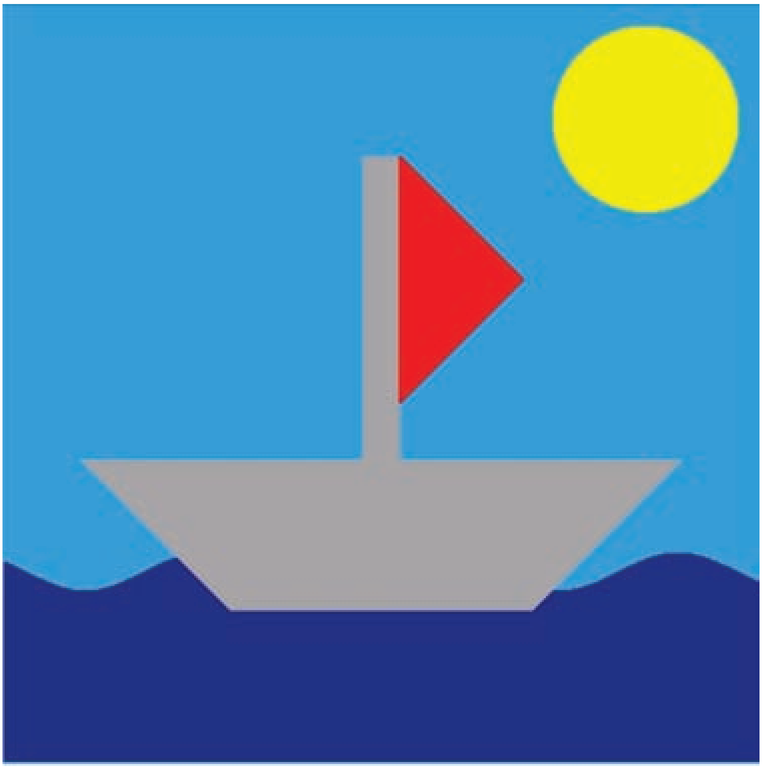


Figura 11 – Paisagem construída com o GrafEq

Para desenhar o "mar" da paisagem, pode-se construir uma inequação, partindo da função $y = sen(x)$. Para manter as proporções da paisagem, é preciso, primeiramente, diminuir a amplitude da onda (a altura das ondas do mar). Para isso, faz-se uma contração vertical no gráfico da função seno, multiplicando-a por $1/2$ e criando a função $y = (1/2)\ sen(x)$. Por outro lado, o mar parece estar bem abaixo do eixo das abscissas (reta horizontal, passando pelo centro da tela); portanto, sobre o segundo gráfico, é preciso aplicar um movimento para deslocá-lo verticalmente para baixo. Para isso,

[8] No site da disciplina, em http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/ no Módulo IV, tem-se também um vídeo que explica a construção desta paisagem.

cria-se a função $y = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot sen(x) - 5$ (deslocamento do gráfico, cinco unidades para baixo). O desenho do mar corresponde a uma região do plano obtida pela inequação da figura 12.

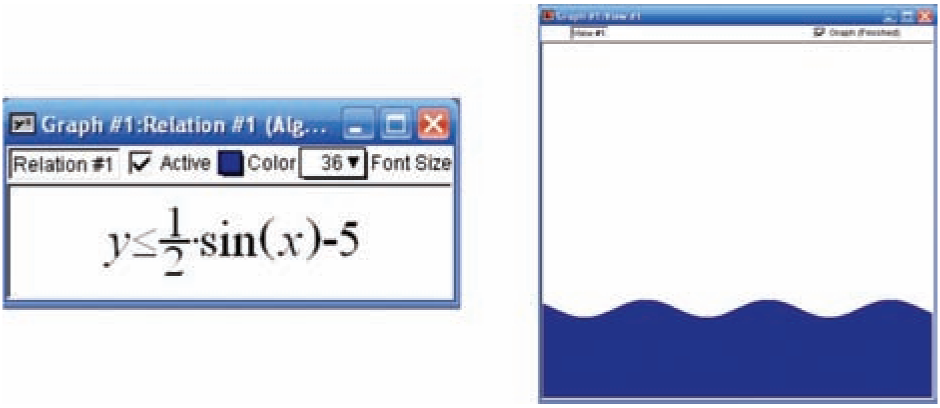


Figura 12 – Inequação que gera o mar e região correspondente

Para desenhar o "barco", é preciso linhas retas. Inicialmente, limita-se a região do plano que será ocupada pelo barco por duas retas horizontais: $y = -2$ e $y = -6$. A seguir, limita-se a região com duas retas inclinadas, que correspondem às laterais do barco: $y = x - 10$ (lateral esquerda) e $y = x + 10$ (lateral direita). A figura 13 mostra as inequações que geram a região plana correspondente ao barco.

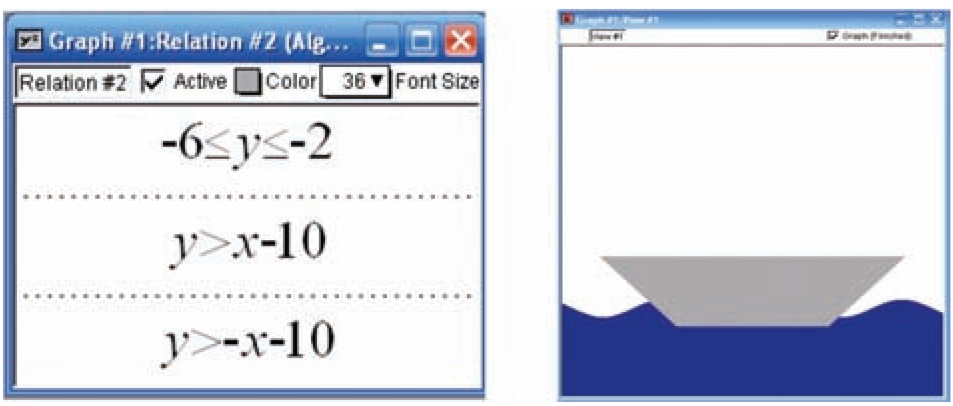


Figura 13 – Inequações que geram o barco e região correspondente

Para desenhar o "mastro" do barco, bastam inequações que limitem uma pequena região do plano, com retas verticais e horizontais, como mostra a figura 14.

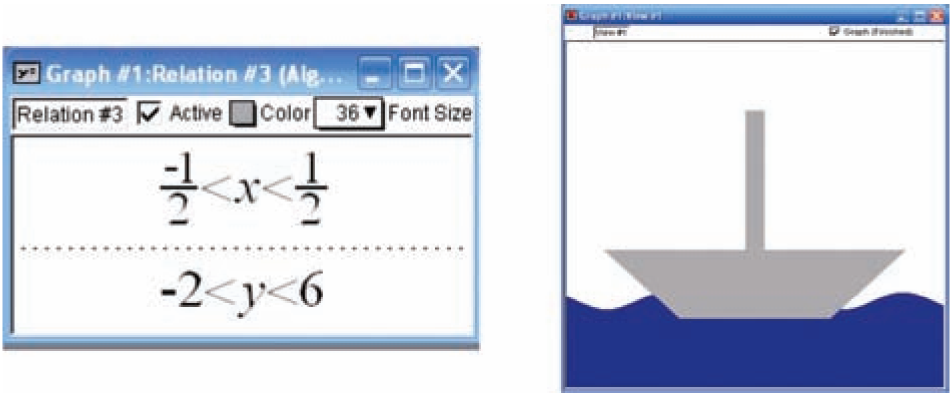


Figura 14 – Inequações que geram o mastro e região correspondente

Para desenhar a "bandeira triangular", são necessárias três retas, correspondentes aos três lados da bandeira, e as três inequações que determinam a região do plano limitada por essas retas, como na figura 15.

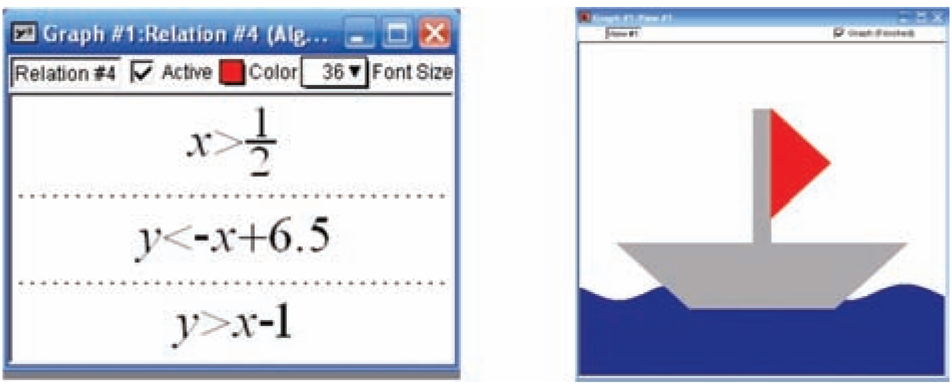


Figura 15 – Inequações que geram a bandeira e região correspondente

O "sol" é um círculo que, para se manter as proporções da paisagem, foi construído com raio medindo $\sqrt{6}$ e centro no ponto de coordenadas $(7,7)$. A figura 16 mostra a inequação que gera o sol.

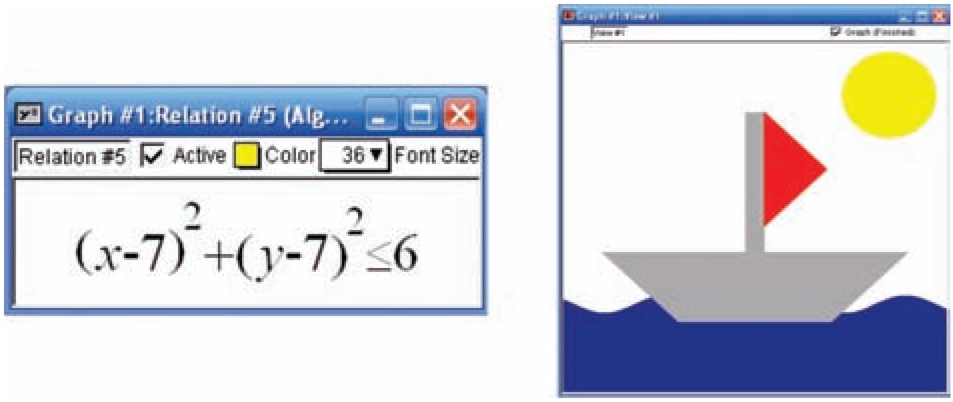


Figura 16 – Inequação que gera o sol e região correspondente

Nas construções com o GrafEq são necessários os conceitos de função, equação, inequação e suas representações gráficas, e ferramentas para transformar gráficos, movimentando-os ou mudando sua forma, para alcançar os resultados desejados.

Dada uma função qualquer $y = f(x)$ e construído o seu gráfico, é possível transformá-lo em outros, aplicando algumas operações matemáticas elementares sobre a lei de formação: quando a função é multiplicada por uma constante a, obtendo-se $y = af(x)$, ocorre uma dilatação (se $a > 1$) ou contração (se $0 < a < 1$) vertical do gráfico; quando é adicionada uma constante b à variável independente x, obtendo-se $y = f(x + b)$, ocorre um deslocamento horizontal para a direita (se $b < 0$) ou para a esquerda (se $b > 0$); quando é adicionada uma constante c, obtendo $y = f(x) + c$, ocorre um deslocamento vertical, no sentido positivo do eixo das ordenadas, isto é, para cima (se $c > 0$) ou no sentido negativo do eixo, isto é, para baixo (se $c < 0$).

Um objeto de aprendizagem com animação foi especialmente produzido para esclarecer essa ideia de movimentos do gráfico que são decorrentes das manipulações algébricas na expressão da função inicial. A figura 17 é um exemplo do que pode ser observado no objeto.

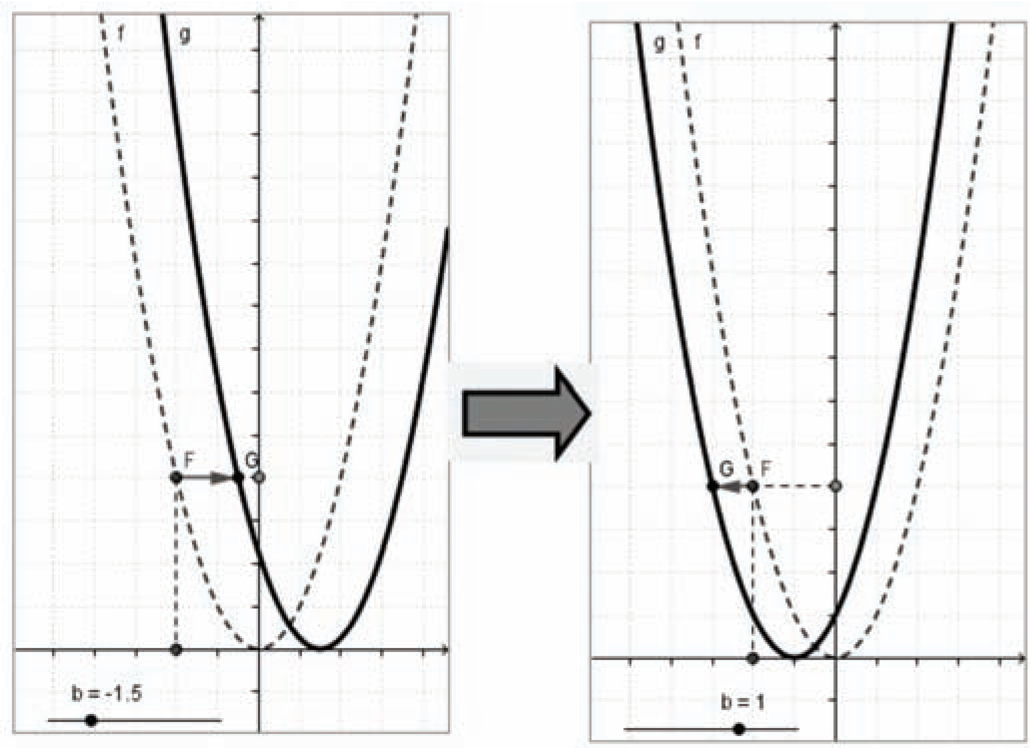


Figura 17 – Partindo da função $y=x^2$ e de seu gráfico e adicionando b = -1,5 à variável independente, obtém-se o gráfico da função , que corresponde a um deslocamento horizontal do primeiro, para a direita; adicionando b=1 , obtém-se o gráfico da função $y = (x + 1)^2$, que corresponde a um deslocamento horizontal para a esquerda.

A primeira tarefa do Módulo IV consistiu em selecionar uma obra de arte presente em um dos vídeos sugeridos e reproduzi-la, utilizando as ferramentas matemáticas do software GrafEq. Essa escolha deveria contemplar uma tela rica em objetos matemáticos (retas, quadriláteros, circunferência, funções quadráticas, exponenciais, trigonométricas, etc.). A figura 18 mostra uma obra de Kandinsky e uma réplica construída com o ferramental matemático do programa GraphEq, a partir de funções elementares e movimentos aplicados em seus gráficos.

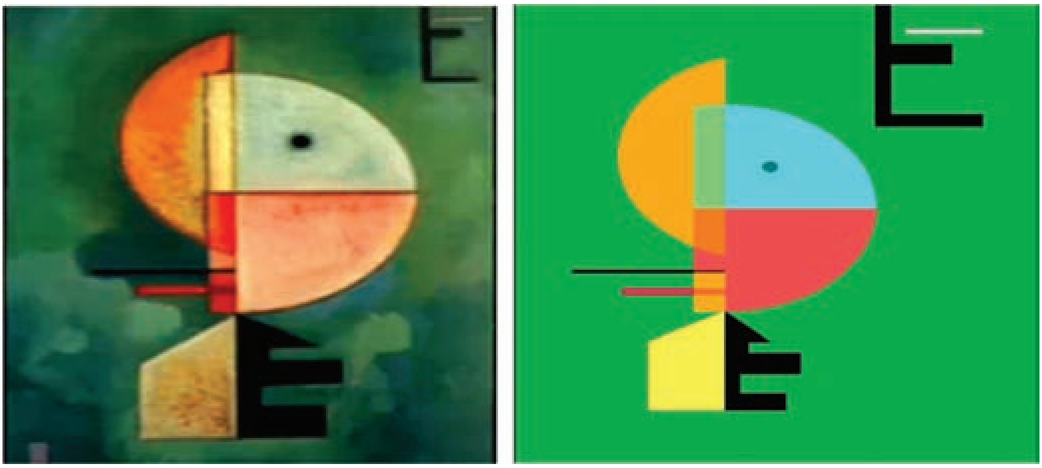


Figura 18 – Obra de Kandinsky e uma réplica

Outra tarefa do módulo propôs uma classificação dos diferentes níveis de dificuldades presentes nas obras, pensando na sua réplica: níveis básico, intermediário e avançado. Ao aluno-professor, cabia selecionar obras, nos diferentes níveis, determinar quais conteúdos matemáticos poderiam ser trabalhados em cada obra e qual a série escolar em que cada obra poderia ser trabalhada.

As figuras 19, 20, 21, a seguir, mostram os diferentes pontos de vista quanto à classificação, com obras classificadas pelos alunos-professores como sendo do nível básico, intermediário e avançado.

Figura 19 – Obra de Malevic nível básico.

Figura 20 – Obra de Kandinsky, classificado como nível intermediário

Figura 21 – Obra de Kandinsky classificada como nível avançado

O aluno-professor justifica a sua escolha (figura 19) com o seguinte comentário:

> "... escolhi a obra de Kasimir Malevich, cujo endereço é http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/, terceiro vídeo, 6ª imagem, por ter figuras geométricas: trapézio, quadrado, retângulo e círculo, bem definidas e claras."

A seguir, o comentário do aluno-professor justificando a sua classificação da obra como de nível intermediário (figura 20):

> "Escolhi a obra de Wassily Kandinsky (1866-1944), retirada do endereço http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/, cujo vídeo é o primeiro sugerido neste site e a imagem é a 6ª. Podemos trabalhar diferentes figuras geométricas como triângulos, quadrados e círculos, sobreposição de figuras, feixe de retas, retas transversais. Bom para ser explorado com alunos de 6ª e 7ª série."

O aluno-professor justifica a sua escolha da figura 21, com o seguinte comentário:

> "Artista: Wassily Kandinsky. Fonte do vídeo: site Mídias Digitais II - Módulo IV – Atividades. Esta obra é de nível avançado. Nela constam retas, circunferências, triângulos, arcos, curvas, etc. Pode ser trabalhado no 3º ano do Ensino Médio."

As atividades do módulo foram publicadas no espaço Banco de Dados (figura 22) no ambiente Moodle, o que permitiu aos alunos-professores compartilharem trabalhos e comentários, configurando-se a apresentação como um "mural" das atividades do grupo.

Figura 22 – Interface do Banco de Dados no ambiente Moodle mostrando a publicação na forma de mural

Esse mural mostrou-se um interessante espaço de discussão e interação, um aspecto importante no ensino a distância.

Considerações finais

Neste artigo, o objetivo principal foi incentivar o uso de vídeos na sala de aula de Matemática e na formação de professores, na modalidade educação a distância, detalhando três propostas. Vídeos foram utilizados como sensibilização, para dar início ao desenvolvimento de habilidades ou conteúdos, como no caso da atividade de modelagem matemática ou das atividades de construções gráficas. Mas também foram usados vídeos produzidos como recursos didáticos, pelos professores e tutores do Curso, com conteúdos e instruções para as diversas atividades.

Com esse objetivo, foi disponibilizado um Banco de Vídeos, que se constituiu como fonte de possibilidades novas para a sala de aula, como foi visto nas práticas pedagógicas, posteriormente desenvolvidas pelos alunos-professores e como relata a aluna/professora Deise Guder [9]:

[9] Todos os alunos-professores citados neste texto autorizaram que seus nomes e textos fossem mencionados.

> "[...] desenvolvi uma compreensão melhor a respeito das possibilidades de utilização das mídias digitais e recursos de tecnologia. Antes, nunca havia feito uma pesquisa mais aprofundada sobre vídeos que podiam ser aproveitados nas aulas de Matemática. Acreditava que houvesse poucas opções de vídeos para essa disciplina. Agora sei que existem, sei onde buscá-los e como baixá-los da Internet."

Foi criado um Fórum para a discussão dos temas transversais sugeridos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e, em especial, sobre a inserção da Educação para a Sexualidade, na escola e nas aulas de Matemática. Foram propostos novos conteúdos, ausentes dos programas escolares, como o Número de Ouro e as construções geométricas associadas a este conceito, criadas com o software Geogebra; também foram exploradas aplicações para equações e inequações, a partir da Arte e da reprodução de obras de pintores famosos, criadas com o software GrafEq.

A disciplina foi, porém, muito além.

Muitos conceitos matemáticos estiveram envolvidos e foram revistos, com diferentes abordagens: a modelagem matemática proporcionou a revisão das noções de variável e de relação funcional, de função e de suas representações, nas formas tabular, algébrica e gráfica; as atividades com o GrafEq proporcionaram o estudo de noções sobre transformações nos gráficos, que ocorrem com as mudanças dos parâmetros a, b, c, na família de funções $y = a\,f\,(x+b) + c$, e sobre inequações representadas como regiões do plano; o uso do Geogebra proporcionou o estudo de construções geométricas que podem ser feitas também no papel, com régua e compasso, cálculos de razões entre medidas de figuras geométricas, relações entre razão das medidas com um número irracional – o número de ouro –, afastando, assim, a ideia errônea de que uma razão entre medidas sempre gera um número racional.

Para tratar desta variedade de conceitos, houve uma intensa e eficiente produção de apoio. Foram criadas vídeo-aulas, animações e sequências de instruções, denominadas "orientações passo a passo", contribuindo significativamente não só para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos-professores, como também para o processo de formação para ensino a distância dos professores e tutores do Curso.

Por outro lado, a disciplina foi de grande importância para o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Paralelamente ao seu desenrolar, ocorria um Fórum específico para orientar a construção de uma “engenharia” [10] (ARTIGUE, 1996) com uso de vídeos. A discussão foi intensa e contínua, conduzindo para artigos e para sites de diferentes universidades, para acesso a dissertações e teses de mestrado/doutorado em Educação ou Ensino de Matemática, ampliando o conhecimento nestas áreas.

Como resultado, foram produzidas muitas propostas didáticas implementadas pelos alunos-professores, desenvolvidas a partir de vídeos de sensibilização, de conteúdo ou de ilustração.

A maior parte dos vídeos utilizados foi extraída da coleção organizada pela TV Escola, específicos para Matemática, como numa experiência com alunos da sexta série, desenvolvida pela aluna-professora Grascielle Centenaro:

> “Na primeira etapa da experiência didática foi realizada uma discussão inicial sobre os conceitos de perímetro e área, utilizando como ponto de partida o vídeo “As coisas têm área, volume e forma” (TV-Escola). Os alunos assistiram ao vídeo e posteriormente discutiram em pequenos grupos a situação ali apresentada. Cada grupo escolheu um representante para explicar a proposta apresentada pelo vídeo. Mesmo sem saber ao certo o significado de todos os termos apresentados nas falas, os alunos conseguiram explicar que a proposta do vídeo era realizar a medição de um terreno que foi dividido em quatro partes iguais, sendo que estas partes não tinham o mesmo formato.”

O relato da aluna-professora Joseane Gandin Hettwer refere as possibilidades de uso para vídeos de outras áreas, em projetos interdisciplinares envolvendo Matemática. No caso, o projeto foi desenvolvido com alunos do primeiro ano do ensino médio, visando o estudo e a compreensão do fenômeno da manifestação da Aids, na fronteira do Rio Grande do Sul, município de Livramento. A Matemática participou com atividades de coleta de dados, definição de variáveis, representação gráfica e análise estatística.

---

[10] Neste Curso, ocorreu uma adaptação no conceito original de “engenharia didática”, restringindo-a a uma tarefa que envolve prática com reflexão. As práticas pedagógicas dos alunos-professores são denominadas “engenharias”.

O projeto iniciou ao assistir um vídeo sensibilizador retirado do Ministério da Saúde sobre depoimentos de pessoas com o vírus HIV. Após o filme, foi realizado um debate e foram apresentados dados veiculados pela Secretaria Municipal da Saúde (SMS) alertando sobre o problema no município de Santana do Livramento. Ao final da aula foi solicitado um relato escrito coletivo, referente ao vídeo e ao debate. No relato, cada aluno começou a escrever um comentário sobre o vídeo e depois de alguns minutos trocou a folha com o colega do seu lado direito, o qual continuou o texto, considerando o comentário do colega anterior, dando sequência textual. O aluno autor do primeiro comentário fez a conclusão do seu texto. Depois desse encontro inicial os alunos tiveram a palestra com a SMS, sobre o tema AIDS, na disciplina de Biologia.

O relato da aluna-professora Márcia Erondina Dias de Souza, que produziu uma engenharia para o ensino das operações na primeira série do nível fundamental, mostra muito bem como se deu a escolha e a utilização do vídeo introdutório, com outra origem:

> "Utilizei esse vídeo com a intenção de sensibilizar as crianças para o trabalho. Escolhi a história "O Aniversário do Arthur", que é um vídeo produzido pela Broderbond, software chamado de Livro Vivo, pois tem a configuração de um livro e os personagens têm "vida".[...] Meu objetivo nessa engenharia foi a construção (pelos alunos) do conceito de multiplicação, através de uma abordagem lúdica [...]. Os alunos se envolveram na história do Aniversário do Arthur e, depois de assistirmos ao filme, conseguiram contar a história, listando os principais personagens, inclusive fazendo associações com situações ocorridas no cotidiano."

Para finalizar, pode-se perceber, a partir de diferentes depoimentos, que existem muitos vídeos disponíveis, úteis para diferentes conteúdos, abordagens e propostas de ensino interessantes para o professor de Matemática; e que o uso de vídeos traz em si potencial para a criação de um ambiente interativo de aprendizagem, com a mobilização do interesse e da participação dos alunos, em todos os níveis da escola e em todas as faixas etárias.

Referências

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. *Didáctica das Matemáticas.* Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BARRETO, M. M. *Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção /eliminação de anticoncepcionais orais diários.* Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2008. Disponível em <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/12669>.

MORAN, J. M. O vídeo na sala de aula? *Comunicação & Educação*, São Paulo, ECA-Ed. Moderna, n. 2, p. 27-35, 1995. Disponível em <http://www.eca.usp.br/prof/moran/textos.htm>. Acesso em: 29 dez. 2010.

______ . *Desafios da televisão e do vídeo à escola.* Texto de apoio ao programa Salto para o Futuro da TV Escola no módulo TV na Escola e os Desafios de Hoje, 2002. Disponível em <http://www.eca.usp.br/prof/moran/textos.htm>. Acesso em: 29 dez. 2010.

______ . *Vídeos são instrumentos de comunicação e produção. Entrevista publicada no Portal do Professor do MEC em 6 mar. 2009, 2009a.* Disponível em <http://www.eca.usp.br/prof/moran/textos.htm>. Acesso em: 10 dez. 2010.

______ . Como utilizar as tecnologias na escola. In: MORAN, J.M (Org.). *A educação que desejamos*: novos desafios e como chegar lá. 4 ed. São Paulo: Papirus, 2009b. p. 101-111. Disponível em <http://www.eca.usp.br/prof/moran/textos.htm>. Acesso em: 10 dez. 2010.

NOTARE, M. R.; GARCIA, V. C.; BARRETO, M. M. *Mídias Digitais II.* Material Didático. Curso de Especialização: Matemática, Mídias Digitais e Didática para Educação Básica. Porto Alegre, UAB/IM/UFRGS, 2010. Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/>.