

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA LEI
CONSTITUTIVA ELASTOPLÁSTICA COM DANO CONTÍNUO
PARA SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS

Rubén Alcides López Santacruz

Porto Alegre

2016

Rubén Alcides López Santacruz

**DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA LEI
CONSTITUTIVA ELASTOPLÁSTICA COM DANO
CONTÍNUO PARA SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Porto Alegre
2016

RUBEN ALCIDES LOPEZ SANTACRUZ

**DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA LEI
CONSTITUTIVA ELASTOPLÁSTICA COM DANO
CONTÍNUO PARA SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Área de Concentração Geotecnia, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Porto Alegre, 07 de junho de 2016.

Prof. Nilo Cesar Consoli (UFRGS)
PhD – Concordia University
orientador

Prof. Fulgencio Antonio Aquino Duarte (UNA)
Dr.Sc. - Universidade de São Paulo
co-orientador

Prof. Carlos Torres Formoso
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Anand Puppala (University of Texas at Arlington)
PhD. Louisiana State University, United States of America

Prof. Fernando Schnaid (UFRGS)
D.Phil. University of Oxford, United Kingdom

Prof. Eduardo Bittencourt (UFRGS)
D.Sc. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

Prof. Antônio Thomé (UPF)
D.Sc. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

Prof. Lucas Festugato (UFRGS)
D.Sc. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

*Dedico este trabalho
à família e os amigos
que sempre me apoiaram.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço aos professores Nilo Consoli e Antonio Aquino pela orientação e apoio recebidos para a concretização deste projeto, desde a concepção da ideia e durante toda a pesquisa. É um orgulho para mim ter trabalhado juntos, discutindo métodos e resultados que contribuíram em meu crescimento em duas áreas de pesquisas muito desafiantes como a Engenharia Geotécnica e a Mecânica Computacional. Além da competente orientação, agradeço também a amizade.

Agradeço a todos os professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (PPGEC) da UFRGS pela motivação e apoio para concretizar este novo desafio. Foi muito grato compartilhar momentos de discussão sobre a pesquisa e a educação na área da Engenharia Civil.

A parte experimental deste trabalho foi possível pelo apoio recebido do LEGG (Laboratório de Ensaios Geotécnicos e Geoambientais) da UFRGS e também dos grandes amigos e colegas Jorge Florez, Alejandro Quiñonez e Lucas Festugato. Eternamente agradecido a cada um de vocês.

Agradeço a todos os colegas da pós-graduação pelo apoio e pela amizade. À turma dos portugueses Vitor, Sergio e David. À turma dos colombianos Jorge e José Luis. À turma dos paraguaios Diego, Bruno, Nestor, Alejandro, Hermann, Paola, Alicia, Rodrigo, Luis Enrique, José e Eduardo. E também à turma dos brasileiros Andry, Anderson, Cleber, Daniel, Gracieli, Leandro, Lysiane, Maicolzideque e Marina. Um grupo muito competente, colaborativo e agradável.

Um agradecimento especial para o Prof. Juan Pablo Bellasai da Faculdade de Engenharia da UNA (Universidad Nacional de Asunción) pelo apoio de sempre e por ser um guia na minha vida como docente e como pessoa.

Agradeço de coração a minha família, a minha esposa e filhos, a minha mãe e irmãos, pela paciência e pelo apoio incondicional de sempre, e por compreender a importância deste trabalho para mim. Peço desculpas pela ausência gerada em alguns momentos especiais da vida familiar.

Finalmente aos colegas professores e alunos da Faculdade de Engenharia da UNA, em especial aos colegas professores e alunos do LMC (Laboratório de Mecânica Computacional), pelo apoio, amizade e a troca de ideias que ajudaram a concretizar este trabalho e outros nesta área de pesquisa.

RESUMO

LOPEZ SANTACRUZ, R. A. Desenvolvimento e Implementação de uma Lei Constitutiva Elastoplástica com Dano Contínuo para Solos Reforçados com Fibras. 2016. Tese de Doutorado em Engenharia Civil – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, Brasil.

A geomecânica computacional está apresentando nos últimos anos avanços significativos com o desenvolvimento de modernas técnicas computacionais que possibilitam a análise de problemas muito complexos da engenharia geotécnica. Esta tendência motivou o desenvolvimento de softwares específicos aplicados a geomateriais e projetos geotécnicos. O desenvolvimento de modelos constitutivos, que permitam a caracterização numérica e modelação computacional para os novos materiais geotécnicos, constitui um desafio permanente na geomecânica computacional. Neste sentido, o solo reforçado com fibras distribuídas aleatoriamente é um geomaterial estudado de forma científica e sistematizada nas últimas décadas, com várias pesquisas a nível internacional que concluem que as fibras melhoram várias das propriedades mecânicas e alteram o mecanismo de falha do material. Paralelamente, na mecânica computacional foi desenvolvida a teoria da mecânica de dano contínuo e as contribuições de muitos pesquisadores possibilitaram numerosas aplicações no campo da engenharia prática, em especial, no campo dos materiais compósitos e geomateriais. Na engenharia geotécnica foram publicadas as primeiras propostas de modelos constitutivos para solos granulares e para solos coesivos. Neste projeto de pesquisa foi desenvolvida uma lei constitutiva elastoplástica com a incorporação da mecânica de dano contínuo para solos reforçados com fibras, que foi implementada através de ferramentas computacionais que utilizam código de elementos finitos. Para a obtenção dos parâmetros e calibração do modelo, são utilizados dados de ensaios triaxiais estáticos em ciclos de carga-descarga-recarga. O modelo foi codificado na linguagem de programação FORTRAN e posteriormente inserido numa sub-rotina UMAT do software ABAQUS. Com a lei constituída desenvolvida e implementada é possível concluir que: a teoria da Mecânica de Dano Contínuo é aplicável no estudo do comportamento no estado elastoplástico com dano dos solos reforçados com fibras; a medida do dano do material está baseada na variação do módulo elástico do mesmo e pode ser realizada utilizando ensaios estáticos em ciclos de carga-descarga-recarga do material; a adoção de uma medida macroscópica de dano, facilita a utilização do modelo a projetos geotécnicos devido à disponibilidade de equipamentos para realizar as medições requeridas e também se demonstrou sua aplicabilidade para modelar o fenômeno associado a projetos geotécnicos.

Palavras-chaves: Lei Constitutiva; Dano Contínuo; Solos Reforçados com Fibras.

ABSTRACT

LOPEZ SANTACRUZ, R. A. Development and Implementation of an Elasto-Plastic-Damage Constitutive Law for Fiber Reinforced Soil. 2016. Doctoral Thesis in Civil Engineering – Graduate Program in Civil Engineering, UFRGS, Porto Alegre, Brazil.

Computational geomechanics is showing significant advances in recent years with the development of modern computational techniques that allow the analysis of very complex geotechnical engineering problems. This trend motivates the development of specific softwares applied to geomaterials and geotechnical projects. The development of constitutive models, which allow numerical characterization and computational modeling for new geotechnical materials is an ongoing challenge in computational geomechanics. In this sense, random distributed fiber reinforced soil is a geomaterial studied in a scientific and systematic way in recent decades, with several international studies that conclude that the fibers improve various mechanical properties and change the mechanism of material failure. In parallel, in the computational mechanics field, the theory of continuum damage mechanics and the contribution of many researchers enabled numerous applications in the field of engineering practice, in particular in the field of composite materials and geomaterials. In the geotechnical engineering field, recently published the first proposals of constitutive models for granular soils and cohesive soils. This research project developed an elastoplastic constitutive law with the incorporation of continuum damage mechanics for fiber-reinforced soils, which may be implemented through different computational tools using finite element code. To obtain the model parameters and the calibration of the model is necessary to use static triaxial tests in load-unload-reload cycles. The model is coded in FORTRAN programming language and subsequently inserted into a UMAT subroutine of ABAQUS software. With the developed and implemented constitutive law, it is possible to conclude that: the Continuum Damage Mechanics theory could be applied to study the elasto-plastic-damage behavior of fiber reinforced soils; the damage measure is based on the elastic modulus variation through load-unload-reload cycles in triaxial tests; the adoption of a macroscopic damage measurement facilitates its utilization in geotechnical projects computational modelling and was demonstrated its applicability for computational modeling of the phenomena associated in geotechnical projects.

Key-words: Constitutive Law; Continuum Damage; Fiber Reinforced Soil.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	22
1.1. PROBLEMA E RELEVÂNCIA DA PESQUISA.....	22
1.2. OBJETIVOS	24
1.2.1. Objetivo Geral	24
1.2.2. Objetivos Específicos	24
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	24
2. SOLOS REFORÇADOS	26
2.1. MECANISMO BÁSICO DE UM SOLO REFORÇADO.....	26
2.2. SOLO REFORÇADO COM FIBRAS.....	28
2.3. SOLO REFORÇADO COM FIBRAS SINTÉTICAS.....	29
2.4. FATORES QUE AFETAN AS PROPRIEDADES DOS SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS DISTRIBUÍDAS ALEATORIAMENTE.....	30
2.5. CARACTERIZAÇÃO DE SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS	31
2.5.1. Estudo de um solo caolinítico com adições de fibra celulosa. (Andersland & Khattak, 1979).....	31
2.5.2. Estudo de uma areia seca com adições de fibras monofilamentosas de cana, de polipropileno e de cobre. (Gray & Ohashi, 1983).....	32
2.5.3. Estudo de uma areia com fibras de cana. (Gray & Al-Refeai, 1986).....	33
2.5.4. Estudo de um solo laterítico com adições de fibras de polipropileno. (Setty & Rao, 1987)	33
2.5.5. Estudo de areias com adições de fibras de cana, fibras de vidro e fibras de borracha. (Maher & Gray, 1990).....	33
2.5.6. Estudo de areias misturadas com uma malha de fibras de polipropileno e fibras de vidro. (Al-Refeai, 1991)	34
2.5.7. Estudo de uma argila com fibras de polipropileno e fibras de vidro. (Maher & Ho, 1994).....	35
2.5.8. Estudo de uma areia siltosa com fibras de polipropileno, fibras de coco e fibras de bhabar. (Charan, 1995)	35
2.5.9. Estudo de uma areia siltosa com fibras de vidro. (Consoli, Prietto & Ulbrich, 1998).....	35
2.5.10. Estudo de uma argila e uma areia com adições de fibras de polipropileno. (Ranjan, Vasan & Charan (1999).....	36

2.5.11. Estudo de solos não coesivos e não plásticos com adições de fibras de polipropileno. (Santoni, Tingle & Webster, 2001).....	36
2.5.12. Estudo de uma areia com adições de fibras de polietileno. (Consoli, Montardo, Prietto & Pasa Dutra (2002)	36
2.5.13. Estudo de areias com adições de fibras monofilamentosas de poliamida, fibras de aço galvanizado e fibras de polipropileno. (Michalowski & Cermák, 2003). 37	
2.5.14. Estudo de uma argila siltosa com adições de fibras de nylon. (Kumar & Tabor, 2003).....	37
2.5.15. Estudo de uma areia fina com adições de fibras de polipropileno. (Consoli, Casagrande & Coop, 2005)	38
2.5.16. Estudo de uma argila inorgânica com adições de fibras de polipropileno. (Casagrande, Coop & Consoli, 2006)	38
2.5.17. Estudo de argila, silte e areia siltosa com adições de fibras de polipropileno (Chandra, Viladkar & Nagrale, 2008)	39
2.5.18. Estudo de uma areia com adições de fibras de polipropileno de diferentes diâmetros. (Consoli, Festugato & Heineck, 2009)	39
2.5.19. Estudo de um solo siltoso caolinítico com adições de fibras de polipropileno. (Consoli, Bellaver Corte & Festugato, 2012).....	40
2.5.20. Estudo do efeito das fibras de polipropileno no ensaio de arrancamento. (Consoli, Ruver, Girardello, Festugato & Thomé, 2012).....	40
2.6. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS.....	41
2.6.1. Modelo de Prisco & Nova (1993)	41
2.6.2. Modelo de Jouve, Bouzini & Riou (1995).....	41
2.6.3. Modelo de Ding & Hargrove (2006).....	42
2.6.4. Modelo de Chen (2007)	42
3. MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO	43
3.1. NATUREZA FÍSICA DO DANO	43
3.1.1. A influência dos átomos na elasticidade e o dano.....	44
3.1.2. Deslizamento, plasticidade e deformações irreversíveis.....	44
3.1.3. Escalas dos fenômenos de deformação e dano.....	45
3.1.4. Diferentes manifestações do dano.....	46
3.1.5. Outras características do dano.....	47
3.2. INTERPRETAÇÃO MECÂNICA DO DANO.....	48
3.2.1. Variável de dano unidimensional.....	48
3.2.2. Conceito de tensão efetiva.....	50
3.3 . MEDIÇÃO DO DANO.	51

	12
3.3.1. Medição direta.....	51
3.3.2. Variação do módulo de elasticidade.....	51
3.3.3. Propagação de ondas de ultrassom.....	52
3.3.4. Variação do micro endurecimento.	53
3.3.5. Variação da densidade.....	54
3.3.6. Variação da resistência elétrica.	55
3.3.7. Variação da resposta plástica cíclica.	55
3.3.8. Fluência lenta terciária.	56
3.3.9. Medição do dano em materiais compósitos.	56
3.4. FUNDAMENTOS DOS MODELOS DE DANO.....	57
3.4.1. Classificação dos modelos de dano.....	57
3.4.2. Bases termodinâmicas.	65
4. LEI CONSTITUTIVA ELASTOPLÁSTICA COM DANO CONTÍNUO PARA SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS.....	67
4.1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	68
4.2. FORMULAÇÃO DA LEI CONSTITUTIVA.	69
4.3. DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS.	69
4.4. DESENVOLVIMENTO DOS ALGORITMOS NUMÉRICOS.	69
4.5. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.	70
4.6. VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO.	70
4.7. APLICAÇÃO DO MODELO A UM ESTUDO de caso.....	70
4.8. ANÁLISE DE RESULTADOS E CONCLUSÕES.	70
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.	71
5.1. LEI CONSTITUTIVA ELASTOPLASTICA COM DANO ISOTROPICO.	71
5.1.1. Considerações termodinâmicas.....	71
5.1.2. Potencial Elástico com Dano:	72
5.1.3. Potencial de fluxo:.....	73
5.1.4. Função de fluência: Modelo Drucker-Prager com dano.	73
5.1.5. Regra de fluxo:.....	74
5.1.6. Evolução do dano do material.....	75
5.2. IMPLEMENTAÇÃO DA LEI CONSTITUTIVA.	84

5.2.1. Caracterização experimental dos parâmetros de dano do solo reforçado com fibras.....	87
5.2.2. Determinação dos Módulos de Elasticidade.....	90
5.6. VALIDAÇÃO DO MODELO.....	94
5.6.1 Obtenção dos parâmetros iniciais da equação de Drucker-Prager com dano:	94
5.6.2 Endurecimento (encruamento) do material:.....	96
5.6.3 Obtenção dos parâmetros do dano do material:	97
5.6.4 Outras propriedades do material:	98
5.6.4 Representação do protótipo ensaiado:.....	98
5.6.5 Resultados obtidos:	101
5.7. APLICAÇÃO DA LEI CONSTITUTIVA A UM ENSAIO DE ARRANCAMENTO.....	107
5.7.1. Propriedades dos Materiais	108
5.7.2. Condições de contorno e cargas aplicadas.....	110
5.7.3. Contato	110
5.7.4. Família de Elementos e Malha.....	111
5.7.5. Resultados da simulação do ensaio de arrancamento.....	112
5.7.6. Comparação dos resultados obtidos numericamente com e sem dano com os resultados experimentais.....	154
5.8. DISCUSSÃO	158
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	160
6.1. CONCLUSÕES	160
6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	162
REFERÊNCIAS	164
APÊNDICE A	174

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. – Mecanismo básico de terra reforçada. (Saran,2010).....	28
Figura 2.2 – Dados do ensaio triaxial para o solo reforçado com fibra. (Andersland & Khattak, 1979).....	32
Figura 2.3 – Influência do número de fibras ou relação de área (1KSF= 47,9 kN/m ² (Gray & Ohashi, 1983).	32
Figura 2.4 – Resultados dos ensaios triaxiais para uma areia média (Al-Refeai, 1991).	34
Figura 2.5 – Resultados dos ensaios de arrancamento com areia-cimento e areia-cimento-fibra (Consoli et al, 2012).	41
Figura 3.1 – Interpretação do dano.....	48
Figura 3.2 – Dano em um elemento unidimensional.....	50
Figura 3.3 – Medição do dano dúctil.....	52
Figura 3.4 – Conceito de tensão efetiva e princípio de equivalência de deformações.	62
Figura 3.5 – Conceito de deformação efetiva e princípio de equivalência de tensões.	63
Figura 3.6 – Correspondência entre espaços “fictício não danificado” e “real danificado”. ...	65
Figura 5.1- Vetor de fluxo de Drucker-Prager; (a) superfície do cone, (b) Vértice do cone....	74
Figura 5.2. Retorno ao vértice do cone. (de Souza Neto, E.; Péric, D. & Owen, D.R.J.,2008)	79
Figura 5.3. Fluxograma descritivo do algoritmo Drucker-Prager com dano implementado.	84
Figura 5.4. Fluxograma descritivo do algoritmo de retorno à porção suave do cone	85
Figura 5.5. Fluxograma descritivo do algoritmo de retorno ao ápice do cone	86
Figura 5.6 Curva granulométrica da areia de Osório.....	88
Fig. 5.7. Resultados da relação entre a tensão vertical e a deformação axial no ensaio triaxial de carga-descarga-recarga com pressões de confinamento de 20, 50 e 100 kPa.....	89
Fig. 5.8. Variação do Módulo de Elasticidade medido para os diferentes ciclos de carga-descarga-recarga com pressão de confinamento de 20 kPa.....	90
Fig. 5.9. Variação do Módulo de Elasticidade medido para os diferentes ciclos de carga-descarga-recarga com pressão de confinamento de 50 kPa.....	91
Fig. 5.10. Variação do Módulo de Elasticidade medido para os diferentes ciclos de carga-descarga-recarga com pressão de confinamento de 100 kPa.....	92
Fig. 5.11. Variação logarítmica do Módulo de Elasticidade Inicial E_0 em função da variação logarítmica da pressão de confinamento σ_3	93
.....	93
Fig. 5.13. Superfície de fluência no plano meridional. Hibbit et al (2010).....	95
Fig. 5.16. Discretização do modelo utilizando elementos do tipo C3D20.	98
Fig. 5.17. Condições de contorno da peça ensaiada, retrição do apoio do protótipo no ensaio triaxial.....	99
Fig. 5.18. Pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial.	99
Fig. 5.19. Força axial, aplicado no protótipo no ensaio triaxial.	100
Fig. 5.20. Comparação dos resultados experimentais e numéricos para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial.....	101
Fig. 5.21. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Primeiro ciclo de carga.....	102
Fig. 5.22. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Segundo ciclo de carga.....	102
Fig. 5.23. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Terceiro ciclo de carga.	103

Fig. 5.24. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Quarto ciclo de carga.....	103
Fig. 5.25. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Quinto ciclo de carga.....	104
Fig. 5.26. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Sexto ciclo de carga.....	104
Fig. 5.27. Valores das tensões: axial e de confinamento no sexto ciclo de carga.	105
Fig. 5.28. Deslocamentos no primeiro e sexto ciclo de carregamento, respectivamente.	105
Fig. 5.29. Evolução do dano do material.	106
Figura 5.30. Esquema do Modelo de Simulação para o Solo Reforçado com Fibras	107
Figura 5.31. Curva granulométrica da areia de Osório.....	108
Figura 5.32. Malhado do conjunto. Imagem expandida em 3D.	111
Figura 5.33. Malha do conjunto em 2D.....	111
Figura 5.34. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).	113
Figura 5.35. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).....	113
Figura 5.36. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).	114
Figura 5.37. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).	115
Figura 5.38. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).....	115
Figura 5.39. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).	116
Figura 5.40. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).	117
Figura 5.41. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).....	117
Figura 5.42. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).	118
Figura 5.43. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).	119
Figura 5.44. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).....	119
Figura 5.45. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).	120
Figura 5.46. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).	121
Figura 5.47. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).....	121
Figura 5.48. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).	122
Figura 5.49. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,50).	123
Figura 5.50. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).....	123
Figura 5.51. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).	124

Figura 5.52. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 1,9 mm. (Step 2 – Step Time 0,90).	125
Figura 5.53. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,9 mm. (Step 2 – Step Time 0,9).	125
Figura 5.54. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,9 mm. (Step 2 – Step Time 0,9).	126
Figura 5.55. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).	127
Figura 5.56. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).	128
Figura 5.57. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).	128
Figura 5.58. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).	129
Figura 5.59. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).	129
Figura 5.60. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).	130
Figura 5.61. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).	131
Figura 5.62. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).	131
Figura 5.63. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).	132
Figura 5.64. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).	133
Figura 5.65. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).	133
Figura 5.66. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).	134
Figura 5.67. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).	135
Figura 5.68. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).	135
Figura 5.69. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).	136
Figura 5.70. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 1,5446 mm. (Step 2 – Step Time 0,50).	136
Figura 5.71. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,5446 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).	137
Figura 5.72. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,5446 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).	137
Figura 5.73. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 2,115 mm. (Step 2 – Step Time 0,50).	138
Figura 5.74. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 2,115mm. (Step 2 – Step Time 0,5).	138
Figura 5.75. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 2,115 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).	139
Figura 5.76. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).	140

Figura 5.77. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).....	141
Figura 5.78. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).	141
Figura 5.79. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).	142
Figura 5.80. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).....	142
Figura 5.81. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).	143
Figura 5.82. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).	144
Figura 5.83. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).....	144
Figura 5.84. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).	145
Figura 5.85. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).	146
Figura 5.86. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).....	146
Figura 5.87. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).	147
Figura 5.88. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).	148
Figura 5.89. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).....	148
Figura 5.90. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).	149
Figura 5.91. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,50).	150
Figura 5.92. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).....	150
Figura 5.93. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).	151
Figura 5.94. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para U= 1,95 mm. (Step 2 – Step Time 0,95).	152
Figura 5.95. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,95 mm. (Step 2 – Step Time 0,95).....	152
Figura 5.96. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,95 mm. (Step 2 – Step Time 0,95).	153
Figura 5.97. Deslocamentos obtidos com o modelo desenvolvido comparados com os deslocamentos obtidos experimentalmente e com os deslocamentos obtidos com um modelo sem dano para a geometria correspondente a relação H/D = 1.	154
Figura 5.98. Deslocamentos obtidos com o modelo desenvolvido comparados com os deslocamentos obtidos experimentalmente e com os deslocamentos obtidos com um modelo sem dano para a geometria correspondente a relação H/D = 1,5.	155
Figura 5.99. Deslocamentos obtidos com o modelo desenvolvido comparados com os deslocamentos obtidos experimentalmente e com os deslocamentos obtidos com um modelo sem dano para a geometria correspondente a relação H/D = 2.	156

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1.: Índices físicos da areia de Osório	68
Tabela 4.2.: Propriedades mecânicas das fibras	68
Tabela 5.1. Índices físicos da areia de Osório	88
Tabela 5.2. Propriedades mecânicas da fibra de polipropileno	89
Tabela 5.3. Propriedades mecânicas da placa e cabo de aço	89
Tabela 5.4 – Valores de Módulo de Elasticidade para cada ciclo (20 kPa).	90
Tabela 5.5 – Valores de Módulo de Elasticidade para cada ciclo (50 kPa).	91
Tabela 5.6 – Valores de Módulo de Elasticidade para cada ciclo (100 kPa).	92
Tabela 5.7 Obtenção dos parâmetros β e d no plano meridional dos resultados (Valores em Pa).....	96
Tabela 5.8 Curva de encruamento do solo.	97
Tabela 5.9 Evolução do dano do material com a variação do módulo elástico.....	97
Tabela 5.10 Propriedades do material.	98
Tabela 5.11. Propriedades da areia de Osório	108
Tabela 5.12. Propriedades da fibra de polipropileno.....	109
Tabela 5.13. Propriedades mecânicas da placa e cabo de aço.....	109
Tabela 5.14. Parâmetros dos solos utilizados.....	110
Tabela 5.15 – Propriedades do solo reforçado com fibra para $H/D = 1$	112
Tabela 5.16– Endurecimento do solo reforçado com fibra para $H/D = 1$	112
Tabela 5.17. Propriedades do solo reforçado com fibra para $H/D = 1,5$	127
Tabela 5.18. Endurecimento do solo reforçado com fibra para $H/D = 1,5$	127
Tabela 5.19. Propriedades do solo reforçado com fibra para $H/D = 2$	140
Tabela 5.20. Endurecimento do solo reforçado com fibra para $H/D = 2$	140

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

A:	Área
ABNT:	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ASTM:	<i>American Society for Testing and Materials</i>
c' :	Coesão efetiva
D:	Variável de dano escalar
D^e :	Tensor de elasticidade isotrópico
D_R :	Densidade relativa
d_f :	Diâmetro da fibra
d_p :	Diâmetro das partículas de solo
δ :	Ângulo de fricção interfacial entre a fibra e o solo
D_{50} :	Diâmetro médio das partículas de solo
E:	Módulo de elasticidade de Young
e :	Índice de vazios
ENVIRONGEO:	Laboratório de Resíduos, Novos Materiais e Geotecnia Ambiental
$\boldsymbol{\varepsilon}^e$:	Tensor de deformações elásticas
f:	Fator de atrito
F_0 :	valor do teste estatístico T
Fr:	Número de Froude
Fr_p :	Número de Froude das partículas de solo
ϕ :	Ângulo de fricção interna do solo
ϕ_r :	Ângulo de fricção interna do solo reforçado
g :	Aceleração da gravidade
IP:	Índice de plasticidade
L:	Comprimento, comprimento característico

LACER:	Laboratório de Materiais Cerâmicos da UFRGS
LAGEO:	Laboratório de Geotécnia da UFRGS
LEGG:	Laboratório de Engenharia Geotécnica e Geotecnologia Ambiental da UFRGS
LL:	Limite de liquidez
LP:	Limite de Plasticidade
M, m:	Massa
MRLM:	Método da regressão linear múltipla
NAE:	Núcleo de Assessoria Estatística da UFRGS
NBR:	Norma Brasileira
η :	Porosidade
ψ :	Função de energia livre
ψ^{ed} :	Contribuição elástica-dano da função energia livre
$\psi^p (\bar{\epsilon}^p)$	Contribuição plástica da função energia livre
p :	Parte hidrostática do tensor de tensões
P :	Pressão
PPGEC:	Programa de Pós Graduação em engenharia Civil da UFRGS
q :	Tensão equivalente de von Mises
r :	Constante do material associado ao dano
R :	Escalar associado ao endurecimento plástico isotrópico
ρ :	Massa específica de um material
ρ_s :	Massa específica de solo
s :	Constante do material associado ao dano
S.I.:	Sistema Internacional de Unidades
σ :	Tensão
$\bar{\sigma}$:	Tensão efetiva para a configuração sem dano
σ_v :	Tensão vertical no solo

σ'_{v0} :	Tensão vertical efetiva no solo
UFRGS:	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
w :	Teor de água, umidade
γ_d :	Peso volúmico do solo seco
γ_{nat} :	Peso volúmico do solo natural
γ_s :	Peso específico real dos grãos de solo
γ_{sat} :	Peso volúmico do solo saturado
γ_{sub} :	Peso volúmico do solo submerso
γ_w :	Peso volúmico da água
λ :	Escala de grandeza
Z :	Profundidade

1. INTRODUÇÃO

1.1. PROBLEMA E RELEVÂNCIA DA PESQUISA

Os avanços significativos nos últimos anos da geomecânica computacional, permitem o desenvolvimento de modernas técnicas computacionais que possibilitam a análise de problemas muito complexos da engenharia geotécnica, tendo em conta as particularidades desta ciência como as diversas propriedades dos materiais geotécnicos (solo e rocha), o comportamento acoplado do material sólido com água nos poros, o comportamento elastoplástico não-linear, e também os problemas associados a processos de transporte. Esta tendência motivou o desenvolvimento de softwares específicos aplicados a geomateriais e projetos geotécnicos, como o Plaxis, FLAC, Geo Slope, Geo5, Soil Vision, entre outros. Estes softwares permitem a simulação numérica do comportamento de estruturas típicas da engenharia geotécnica como muros, fundações, escavações, túneis e barragens, construídas em todo tipo de solos, desde argilas até rochas.

O comportamento dos solos apresenta muita variabilidade, tendo em muitos casos, características que brindam um baixo desempenho mecânico para atingir os desafios de um projeto de engenharia. Nestes casos o grande desafio da engenharia geotécnica é dar soluções técnicas apropriadas conforme às limitações ambientais, tecnológicas e econômicas do projeto. Uma das técnicas utilizadas para melhorar o desempenho mecânico dos solos é a inclusão de fibras distribuídas aleatoriamente na massa do solo.

Os solos reforçados com fibras, a pesar de ser um geomaterial utilizado desde as primeiras civilizações, foi estudado de forma científica e sistematizada nas últimas décadas, com várias pesquisas realizadas a nível internacional, principalmente em forma experimental no laboratório e também em ensaios de campo (e.g.: Gray & Ohashi, 1983; Gray & Al-Refeai, 1986; Maher & Gray, 1990; Shewgbridge & Sitar, 1990; Morel & Gourc, 1997; Ulbrich, 1997; Montardo, 1999; Consoli et al., 1997, 1998, 1999, 2002, 2003; Feuerharmel, 2000; Specht, 2000; Casagrande, 2001, 2005; Heineck et al., 2005; Santos, 2004, 2008, Festugato,

2008, Festugato et al., 2015). Todas as pesquisas consensuam que, as fibras melhoram muitas das propriedades mecânicas do solo, e também mudam algumas das suas características principais. Entre as principais melhorias no desempenho mecânico produzidas pela adição da fibra no solo estão: o aumento da sua resistência ao corte mantendo sua isotropia e a redução da perda de resistência depois de atingir o pico. A mudança principal do comportamento do solo é a transformação de um material de rotura frágil a um material de características de rotura dúctil, o que ajuda enormemente a não ter falhas repentinas que não permitam medidas de mitigação antes do colapso. O estudo deste geomaterial está baseado principalmente em ensaios experimentais, com poucos estudos de caracterização numérica e desenvolvimento de seus modelos constitutivos que permitam a utilização de ferramentas computacionais com resultados mais aproximados ao comportamento real do solo reforçado com fibras.

Paralelamente nas últimas décadas, na mecânica computacional foi desenvolvida a teoria da Mecânica de Dano Contínuo, desde a sua primeira formulação pelo Kachanov (1958) e as posteriores contribuições no desenvolvimento da teoria realizados por Murakami & Ohno (1958), Simo & Ju (1987 a), Chaboche (1995), Cordebois et al (1979), Ju (1989), Krajcinovic & Fonseka (1981), La Borderie et al (1990) possibilitaram numerosas aplicações no campo da engenharia prática, em especial, no campo dos materiais compostos (Chaboche et al, 1995), (Voyiadjis et al, 2000) e geomateriais (Mazars & Pijaudier-Cabot, 1989). Na engenharia geotécnica foram publicadas recentemente as primeiras propostas de modelos constitutivos com dano para solos granulares e para solos coesivos, como os realizados por Al-Shayea, N. & Mohib, K. (2011, 2012).

O desenvolvimento de modelos constitutivos, que permitam a sua caracterização numérica e modelação computacional para os novos materiais geotécnicos que são desenvolvidos em práticas de laboratório e ensaios de campo, constituem um desafio permanente para a geomecânica computacional. Neste projeto de pesquisa pretende-se contribuir com o desenvolvimento de uma lei constitutiva elastoplástica com a incorporação da teoria da Mecânica de Dano Contínuo que possa ser implementada em ferramentas computacionais que utilizam código do Método de Elementos Finitos para o estudo e a análise de diferentes cenários onde os solos reforçados com fibras possam ser utilizados como alternativa de melhoria das propriedades mecânicas do solo e sua aplicação em projetos geotécnicos.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho consiste em desenvolver e implementar computacionalmente uma lei constitutiva elastoplástica com dano contínuo para solos reforçados com fibras, que possa ser utilizada em softwares computacionais que utilizam códigos do Método de Elementos Finitos e permitam a análise em projetos geotécnicos o estudo do início e a evolução do dano dos solos reforçados com fibras.

Para atingir o objetivo geral foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

1.2.2. Objetivos Específicos

- Caracterizar o fenômeno associado ao mecanismo de início e evolução do dano em solos reforçados com fibras;
- Definir os parâmetros que influenciam o início e evolução do dano em solos reforçados com fibras;
- Desenvolver um modelo analítico que permita determinar os parâmetros que influenciam a evolução do dano baseado em ensaios experimentais de laboratório;
- Desenvolver uma lei constitutiva elastoplástica com dano isotrópico baseada na hipótese da deformação equivalente;
- Desenvolver um algoritmo e uma sub-rotina em linguagem de programação Fortran para a implementação computacional da lei constitutiva formulada; e
- Validar os resultados da implementação numérica com resultados experimentais.

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho está estruturado em seis capítulos, incluindo este capítulo introdutório. Neste capítulo é apresentada a problemática e a relevância da pesquisa, assim como os objetivos gerais e específicos a serem atingidos.

Apresenta-se no capítulo 2 os principais aspectos referentes ao estudo dos solos reforçados, e em particular, os solos reforçados com fibras, para ter um panorama geral sobre os diversos resultados obtidos para a caracterização experimental desta técnica de melhoramento de solos, utilizada na presente pesquisa.

O capítulo 3 apresenta a teoria da mecânica de dano contínuo e as principais contribuições dos pesquisadores no desenvolvimento da teoria, principalmente visando a sua aplicação em problemas de engenharia.

O capítulo 4 apresenta uma descrição metodológica dos materiais e procedimentos adotados para o desenvolvimento da lei constitutiva no presente projeto de pesquisa, e uma descrição das atividades realizadas para atingir os objetivos propostos.

A lei constitutiva elastoplástica com dano contínuo desenvolvida é apresentada no capítulo 5. Também é apresentado as partes constituintes do algoritmo desenvolvido e codificado, que posteriormente é utilizada como uma sub-rotina do software ABAQUS para sua implementação. A sub-rotina é validada com a modelação de ensaios, verificando que os modelos reproduzam as hipóteses do modelo. Neste capítulo também são apresentados os resultados obtidos na simulação computacional do ensaio de arrancamento utilizando solo reforçado com fibras com uma análise dos dados avaliando suas potencialidades e limitações para sua aplicação na engenharia geotécnica.

No capítulo 6 são apresentadas as considerações finais, que incluem as conclusões da pesquisa e as recomendações e propostas de trabalhos futuros para continuar nesta linha de pesquisa.

2. SOLOS REFORÇADOS

Um solo reforçado é um material compósito constituído pela associação de um solo friccional e elementos resistentes à tração que podem ser folhas, redes ou elementos de metal, plásticos ou outros materiais de produção industrial que são arranjados no solo de tal forma a reduzir ou suprimir as deformações por tração que pode desenvolver sob a ação de forças de gravidade ou no contorno. A maioria dos solos granulares são resistentes a tensões de compressão e corte, mais não tem uma boa resistência às tensões de tração. O desempenho desses solos pode substancialmente ser melhorada pela introdução de elementos de reforço na direção das deformações de tração.

O reforço de solos é uma prática antiga na construção civil, mais o primeiro estudo sistematizado e racional sobre reforço de solos foi realizada pelo engenheiro francês Henri Vidal, quem publicou sua pesquisa em 1966 e iniciou-se o uso do termo “terra reforçada” (Vidal, 1966). Ele demonstrou a racionalidade do conceito na construção de muros de contenção.

2.1. MECANISMO BÁSICO DE UM SOLO REFORÇADO

A incorporação de reforço na massa de solo, particularmente no caso de solos não-coesivos, não é somente para absorver as tensões de tração, também é utilizada para a supressão da anisotropia ou a redução da taxa de deformação numa direção em particular (Saran, 2010).

O mecanismo básico da terra reforçada pode ser explicado de diferentes formas. Um método para explicar o conceito básico é pela teoria de estado de tensões de Rankine. Se um elemento bidimensional de solo não-coesivo está submetido à tensão uniaxial, não poderia ser capaz de permanecer em equilíbrio, como o Círculo de Mohr de tensões cortará a envolvente de tensões

do solo (Fig. 2.1.a). Se o elemento é submetido a tensões iguais em duas direções, terá uma compressão uniforme (Fig. 2.1.b). Se uma das tensões (σ_1) é aumentada mantendo a outra constante, experimentará uma compressão do elemento na direção de σ_1 e uma expansão na outra direção σ_3 . Quando as deformações laterais alcançam proporções críticas, a falha do elemento ocorre. Para que a falha do elemento não seja produzida, a tensão lateral deve ser aumentada. Se o reforço é realizado na direção σ_3 a interação entre o solo e o reforço gerará forças friccionais na interface. Será análogo à existência de um par de placas que tendem a evitar a expansão lateral do elemento de solo (Fig. 2.1.c). A pressão lateral adicional movimentará o Círculo de Mohr à direita, fora da envolvente de falha e o elemento de solo permanecerá em equilíbrio. Assim, a fricção solo-reforço é fundamental para o conceito de solo reforçado.

Um conceito diferente da influência do reforço no comportamento da massa de solo reforçado foi introduzida por Basset e Last (1978). Eles sugerem que a introdução de reforço modifica as características de dilatância do solo com uma possível rotação das direções das tensões principais. O conceito está baseado no fato que se a dilatação do solo é restrita, a tensão de corte será maior. A presença do reforço no solo impõe uma condição de dilatação restrita.

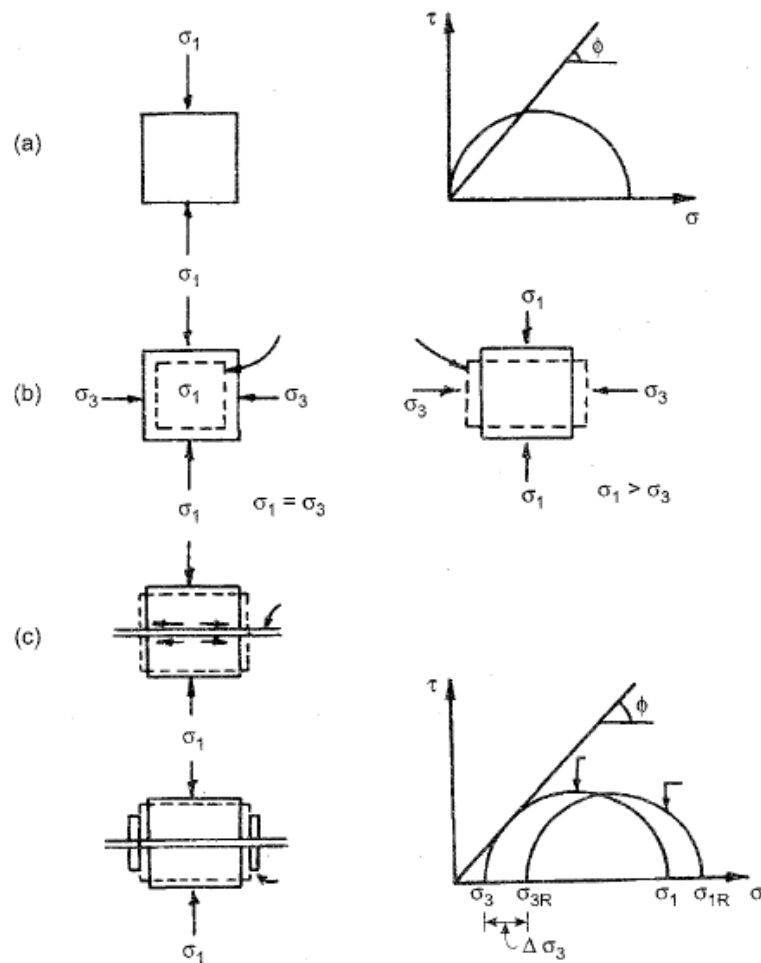


Figura 2.1. – Mecanismo básico de terra reforçada. (Saran,2010).

O estudo do solo reforçado como um material homogêneo equivalente no início foi uma das hipóteses dos pesquisadores para estudar e compreender seu comportamento e para determinar suas características mecânicas. Esta abordagem tem a vantagem que o estudo da complexa interação entre o solo e o reforço é evitado, e as relações de tensão-deformação e suas características resistentes são obtidas com a consideração de que o solo reforçado com fibras é um material homogêneo.

2.2. SOLO REFORÇADO COM FIBRAS

O solo apresenta um comportamento diferente em cada obra. Em muitos casos apresenta uma baixa capacidade no seu desempenho mecânico e constitui um desafio para a engenharia melhorar as suas propriedades dependendo das características de cada obra e das limitações econômicas de cada projeto. Existem várias técnicas disponíveis para melhorar as propriedades mecânicas do solo. Uma delas é o reforço do solo com fibras.

O solo reforçado com fibras distribuídas aleatoriamente está entre as mais recentes técnicas estudadas para o melhoramento de solos, na qual fibras de um tipo e conteúdo especificados são agregadas ao solo, misturadas e colocadas em posição para a sua compactação. Uma característica importante desta técnica é que as fibras são misturadas aleatoriamente criando uma massa homogênea mantendo a sua isotropia.

O conceito de reforço de solos com fibras já foi utilizada desde os inícios da civilização, inicialmente com palhas e raízes incorporadas ao solo para melhorar as suas propriedades a pesar que o mecanismo não era completamente compreendido. Os primeiros estudos realizados por Gray (1974, 1978), Waldron (1977) e Wu et al. (1988) reportaram que as raízes das plantas melhoram sua resistência ao corte e, conseqüentemente, a estabilidade de taludes naturais.

2.3. SOLO REFORÇADO COM FIBRAS SINTÉTICAS.

As fibras sintéticas são utilizadas desde finais da década dos oitenta. Muitas pesquisas experimentais foram desenvolvidas para estudar o efeito do reforço das fibras sintéticas nas características de resistência e outras propriedades de engenharia do solo. O resultado dos estudos realizados nas pesquisas estabelecem que a adição de fibras em solos melhora o desempenho mecânico do solo. Entre as propriedades melhoradas mais ressaltantes estão sua grande extensibilidade, a pouca perda de resistência pós-pico, a isotropia e a ausência de planos de fraqueza. Outro ponto em destaque é que o solo reforçado com fibras é efetivo em todos os tipos de solo (i.e. areia, silte e argila).

Saran (2010) menciona entre as vantagens oferecidas pelo solo reforçado com fibras distribuídas aleatoriamente as seguintes:

- Aumenta a sua resistência ao corte mantendo a sua isotropia.
- Melhora todos os tipos de solos (i.e. areia, silte e argila).
- Reduz a perda pós-pico de resistência.
- Aumenta a ductilidade.
- Aumenta o seu desempenho sísmico.
- Não tem falhas catastróficas.
- Potencial de uso de materiais naturais ou desperdícios como fibras de coco e fibras de plástico recicláveis.

- Ajuda a controlar a erosão e facilita o desenvolvimento da vegetação.
- Reduz as pressões de inchamento de solos expansivos
- Não mostra apreciável mudança na permeabilidade.
- A diferença de outros métodos químicos de estabilização, a construção com solos reforçados não é afetado significativamente pelas condições ambientais.

Os tipos de fibras sintéticas utilizadas no reforço de solos são polipropileno, nylon, plástico, vidro, asbestos, etc. São geralmente mais preferidas que as fibras naturais por sua maior resistência e durabilidade.

As fibras de polipropileno são resistentes a meios ácidos, alcalinos e químicos (Setty & Rao, 1987). Estas fibras também apresentam uma alta resistência a tração, resistência a água de mar, e um alto ponto de fusão (165°C).

As fibras de poliamida têm o defeito que são afetadas pelos raios ultravioletas do sol, mais uma vez dentro da massa de solo já não são afetadas. As fibras sintéticas mostram também uma grande resistência a agentes biológicos.

As propriedades importantes das fibras de polipropileno são: sua versatilidade, excelentes resistência química, baixa densidade, alto ponto de fusão e um custo moderado. Todas estas características tornam as fibras de polipropileno como um material apropriado para seu uso em aplicações de construção.

2.4. FATORES QUE AFETAN AS PROPRIEDADES DOS SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS DISTRIBUÍDAS ALEATORIAMENTE.

Nos últimos anos vários pesquisadores a nível internacional têm contribuído na caracterização experimental das propriedades dos solos reforçados com fibras para um melhor entendimento dos mecanismos envolvidos e dos parâmetros que afetam o comportamento dos solos reforçados com fibras (e.g. Gray & Ohashi, 1983; Gray & Al-Refeai, 1986; Maher & Gray, 1990; Al-Refeai, 1991; Maher & Ho, 1994; Ranjan et al, 1994, 1996; Michalowski & Zhao, 1996; Consoli et al, 1998, 2003a, 2003b; Zornberg, 2002; Michalowski & Cermak, 2003; Casagrande, 2001, 2005; Heineck et al., 2005; Santos, 2004, 2008, Festugato, 2008, Festugato et al., 2015).

Os fatores que afetam as características da resistência e outras propriedades de engenharia dos solos reforçados com fibras distribuídas aleatoriamente são:

- Tipo de solo: inclui a sua esfericidade, a graduação do solo expressa em termos do tamanho médio dos grãos (D_{50}) e o coeficiente de uniformidade (C_u).
- Tipo de fibra: monofilamentosa o fibrilada.
- Conteúdo de fibra: expressa em percentagem em relação ao peso do solo.
- Massa linear da fibra: unidade de medida da indústria têxtil que expressa o peso em gramas de uma fibra de 9000m de comprimento.
- O comprimento da fibra.
- Relação de aspecto: definida como a relação entre o comprimento da fibra e o seu diâmetro.
- Superfície de fricção solo-fibra.

2.5. CARACTERIZAÇÃO DE SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS

A maioria dos estudos experimentais utilizaram solos granulares e foram realizados em ensaios de laboratório de pequena escala como ensaios triaxiais no confinados, cisalhamento direto, ring shear, CBR, modelos em centrífuga, etc.

A continuação são analisadas várias pesquisas que contribuíram na caracterização dos solos reforçados com fibras:

2.5.1. Estudo de um solo caolinítico com adições de fibra celulosa.

(Andersland & Khattak, 1979)

Na pesquisa realizada por Andersland & Khattak (1979) foi estudado um solo caolinítico ($\phi=20^\circ$, $LL=47,8\%$, $LP=20,3\%$ e $G=2,7$) com adições de fibra celulosa ($f_f=1,6\text{mm}$, $d=0,02\text{mm}$, Conteúdo de fibra= 16% & 40%). As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais.

Os resultados indicam que com a adição de fibras de 16% aumentou a resistência pico em 43% em relação ao solo caolinítico sem adição. O ângulo de fricção interno do solo reforçado (ϕ_r) obtido no ensaio triaxial com um conteúdo de fibra de 16% foi de $80,4^\circ$ (Fig. 2.2).

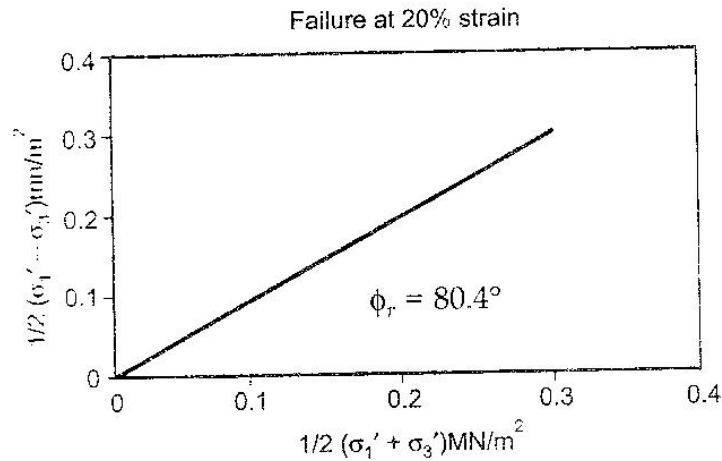


Figura 2.2 – Dados do ensaio triaxial para o solo reforçado com fibra. (Andersland & Khattak, 1979).

2.5.2. Estudo de uma areia seca com adições de fibras monofilamentosas de cana, de polipropileno e de cobre. (Gray & Ohashi, 1983)

Gray & Ohashi (1983) estudaram uma areia seca ($D_R=20\%$ & 100% , $\phi=31^\circ$ & $\phi=39^\circ$, $C_U=1,5$ e $D_{50}=0,23\text{mm}$) com adições de fibras monofilamentosas de cana, de polipropileno e de cobre, com diâmetros de 1,8, 2,2 e 1 mm respectivamente. O comprimento das fibras variavam entre 20 e 50 mm. As amostras foram submetidas a ensaios de corte direto.

Os resultados mostraram que as fibras não afetam o ângulo de fricção interno da areia e que o aumento da resistência ao corte é proporcional à relação da área da fibra (Fig. 2.3).

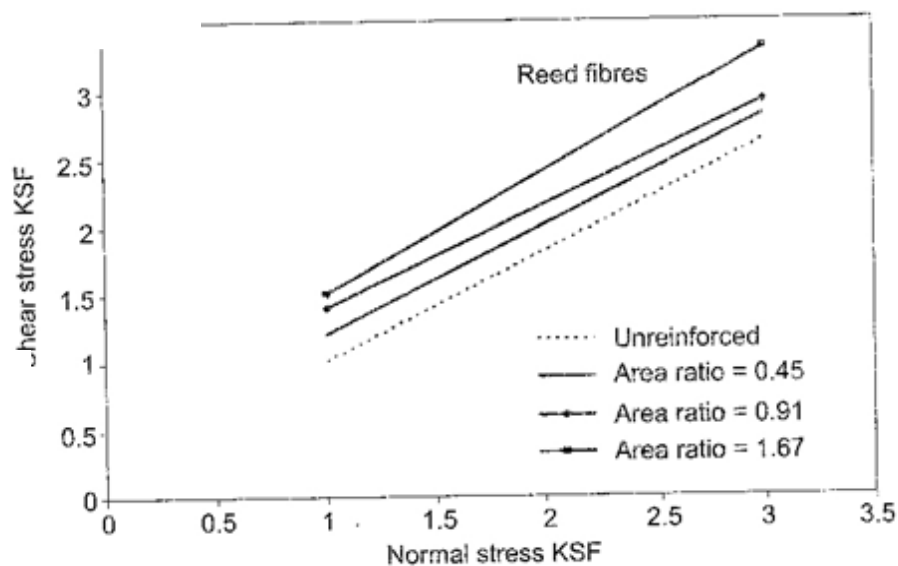


Figura 2.3 – Influência do número de fibras ou relação de área (1KSF= 47,9 kN/m² (Gray & Ohashi, 1983).

2.5.3. Estudo de uma areia com fibras de cana. (Gray & Al-Refeai, 1986)

Gray & Al-Refeai (1986) estudaram uma areia da cidade de Muskegon ($D_{50}=0,41\text{mm}$, $C_U=1,50$, $\phi=39^\circ$ ($D_R=86\%$) & $\phi=32^\circ$ ($D_R=21\%$)) com adições de fibras de cana de diâmetro 1,25 mm e comprimento de 13mm, fibras de cana de diâmetro 1,75 mm e comprimento de 25mm, e fibra de vidro de diâmetro 0,30 mm e 38 mm de comprimento. As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais de compressão para comparar as relações de tensão-deformação das diversas amostras. Foi pesquisada a influência de vários parâmetros como a quantidade de reforço, pressão de confinamento, módulo das fibras e superfície de fricção.

Foi verificada que o aumento de resistência em relação ao conteúdo de fibra varia linearmente até um conteúdo de fibras de 2% em relação ao peso, e depois tem um comportamento quase assintótico.

2.5.4. Estudo de um solo laterítico com adições de fibras de polipropileno. (Setty & Rao, 1987)

Setty & Rao (1987) estudaram um solo laterítico ($G=16\%$, $S=60\%$, $M=21\%$, $C=1$ e $\phi=39^\circ$ a uma mistura ótima de 16%, $LL=33\%$ e $PI=7,3\%$) com adições de fibras de polipropileno de diâmetro 0,5 mm e conteúdo de fibra de 0, 1, 2, 3 e 4%). As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais e ensaios de CBR.

Esta pesquisa demonstrou que as fibras aumentam a coesão e diminui levemente o ângulo de fricção. A adição de fibras aumenta o valor de CBR 2,2 vezes até 2% de conteúdo de fibras. A coesão é melhorada a 5,7 vezes com um conteúdo de fibras de 3% e o ângulo de fricção diminui a 0,78 vezes.

2.5.5. Estudo de areias com adições de fibras de cana, fibras de vidro e fibras de borracha. (Maher & Gray, 1990)

Maher & Gray (1987) estudaram nove tipos de areias (com valores de C_u variável de 1 a 4, um valor de D_{50} variável de 0,09 a 0,65 e com uma umidade de 10%) com adições de fibras de cana (diâmetro de 0,3 mm, a_r de 20, e comprimento de 18, 24 e 38 mm), fibras de vidro (diâmetro de 0,3 mm, a_r de 60, 80, 125 e comprimento de 45 mm), e fibras de borracha (diâmetro de 1,1 mm, a_r de 20, e comprimento de 22 mm). As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais drenados.

Esta pesquisa demonstrou que poucas quantidades de borracha contribuem pouco na resistência, apesar de ter uma alta interface de fricção. As superfícies de falha nos ensaios triaxiais dos solos reforçados com fibras são planos e estão orientadas em um ângulo de $(45^\circ + \phi/2)$. Um aumento da esfericidade das partículas resulta numa maior pressão de confinamento crítica e uma menor contribuição das fibras na resistência.

2.5.6. Estudo de areias misturadas com uma malha de fibras de polipropileno e fibras de vidro. (Al-Refeai, 1991)

Al-Refeai (1991) estudou dois tipos de areias; a primeira com as seguintes características: $C_u=1,67$, $D_{50}=0,18$, $\phi=35^\circ$ e $D_R=60\%$, e a segunda com as seguintes características: $C_u=0,94$, $D_{50}=0,78$, $\phi=40,5^\circ$ e $D_R=50\%$. Ambas areias foram misturadas com uma malha de fibras de polipropileno (diâmetro de 0,4mm, $f_l= 25$ e 50mm e um f_c de 0,5-2%), e com fibras de polipropileno e fibras de vidro (diâmetro de 0,1mm, $f_l= 2-100$ mm e um f_c de 0,5-2%). As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais com uma umidade de 6%.

Esta pesquisa demonstrou que as areias finas apresentam melhores resultados que as areias medianas. As partículas de areias arredondadas apresentam maiores resistências que as partículas de areias angulares. As malhas de polipropileno apresentam melhores resultados que as fibras de polipropileno e as fibras de vidro, como se mostra na Figura 2.4. A resistência dos solos reforçados com fibras é proporcional com sua extensibilidade. Um ótimo valor de conteúdo de fibras foi de 2%, caindo a resistência para maiores conteúdos de fibras.

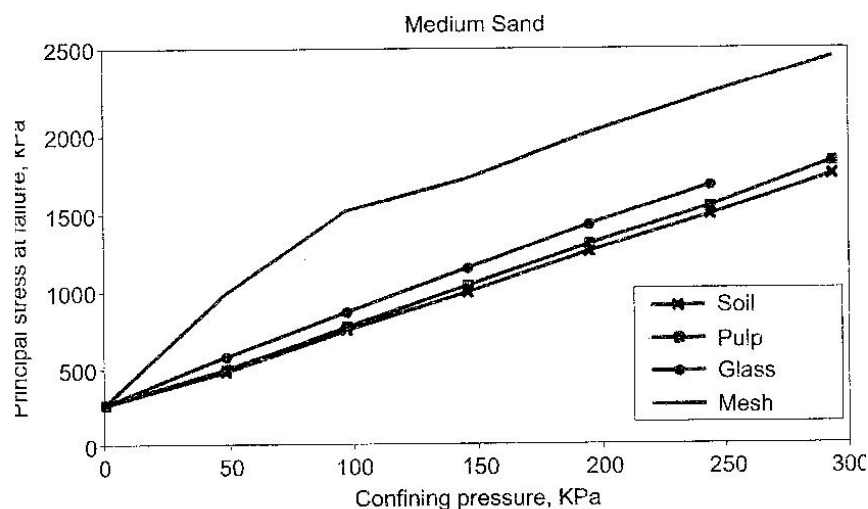


Figura 2.4 – Resultados dos ensaios triaxiais para uma areia média (Al-Refeai, 1991).

2.5.7. Estudo de uma argila com fibras de polipropileno e fibras de vidro. (Maher & Ho, 1994)

Maher & Ho (1994) estudaram uma argila ($LL=45$ e $IP=15$) com adições de fibras de polipropileno (diâmetro 0,032 mm, comprimento de 2,5 a 20mm e conteúdo de fibra de 1 a 5%) e fibras de vidro (diâmetro 0,05 mm, comprimento de 6 a 25mm e conteúdo de fibra de 1 a 5%). As amostras foram submetidas a ensaios de compressão não confinadas.

Esta pesquisa demonstrou que a adição de fibras melhora a resistência à compressão linearmente (Fig. 2.5) e que aumentando o comprimento das fibras, diminui a resistência (efeito oposto a solos granulares).

2.5.8. Estudo de uma areia siltosa com fibras de polipropileno, fibras de coco e fibras de bhabar. (Charan, 1995)

Charan (1995) estudou uma areia siltosa de $D_{50}=0,06\text{mm}$ e uma areia de $D_{50}=0,5\text{mm}$, com adições de fibras de polipropileno (diâmetro 0,3 mm, $a_r= 50$ a 100, conteúdo de fibra de 0 a 4%), fibras de coco (diâmetro 0,2 mm, $a_r= 50$ a 125, conteúdo de fibra de 0 a 4%) e fibra de bhabar (diâmetro 0,2 mm, $a_r= 50$ a 125, conteúdo de fibra de 0 a 4%). As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais e de CBR.

Esta pesquisa demonstrou que o valor ótimo de conteúdo de fibra é de 2%, que o ganho de resistência ao corte é de 2,4 vezes em todos os valores ótimos de conteúdo de fibra. A adição de silte diminui a resistência ao corte. A adição de fibras aumenta o valor de CBR 2 vezes com um conteúdo de fibras de 1,5%.

2.5.9. Estudo de uma areia siltosa com fibras de vidro. (Consoli, Prietto & Ulbrich, 1998)

Consoli, Prietto & Ulbrich (1998) estudaram uma areia siltosa não plástica ($C_u=4,8$, $S=61\%$, $M=31\%$, $C=7,5\%$, $LL=22\%$ e $IP=7\%$) com adições de fibras de vidro de 12,8 mm de comprimento, $\delta=20^\circ$ e conteúdo de fibra de 3%). As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais completamente saturados.

Nesta pesquisa foram estudadas amostras de solo com e sem adição de cimento. A pesquisa demonstrou que a adição de cimento as torna frágil e a adição de fibras as torna dúctil. A adição de fibras aumentou o ângulo de fricção interna de 35° a 46° , e o ângulo de fricção

depende da pressão de confinamento. A coesão praticamente não foi afetada pela adição de fibras.

2.5.10. Estudo de uma argila e uma areia com adições de fibras de polipropileno. (Ranjan, Vasan & Charan (1999))

Ranjan, Vasan & Charan (1999) estudaram uma argila (LL=58% e IP=37%) e uma areia ($\gamma=18$ kN/m³, $\phi=34^\circ$ e coesão de 10,5 kPa) com adições de fibras de polipropileno de diâmetro 0,3 mm e $\delta=20^\circ$). As amostras de argila foram perfuradas criando um furo central que foi preenchida com areia e fibra. Posteriormente foram realizados ensaios triaxiais.

Esta pesquisa demonstrou que a resistência ao corte aumenta linearmente com o aumento do conteúdo de fibras até 2 %, tendo um pequeno ganho de resistência posterior a isso. A resistência residual dos solos reforçados com fibras é maior que a resistência residual dos solos sem reforço. Em ensaios triaxiais os solos sem reforço mostraram um pico de tensão normal a 10-20% da deformação e os solos reforçados não apresentaram nenhum pico, tomando-se um valor de 15-20% da deformação como a tensão de rotura.

2.5.11. Estudo de solos não coesivos e não plásticos com adições de fibras de polipropileno. (Santoni, Tingle & Webster, 2001)

Santoni, Tingle & Webster (2001) estudaram seis tipos de solos não coesivos e não plásticos, variando de areias finas a areias medianas ($C_u=1,44$ a 6,98) com adições de fibras de polipropileno (denier = 4 – 15 – 20, comprimento de fibras de 13 a 51 mm., e conteúdo de fibra de 0 a 1%). As amostras foram submetidas a ensaios de compressão não confinadas.

Esta pesquisa demonstrou que o comprimento ótimo das fibras foi de 51 mm. O conteúdo ótimo de fibras foi de 0,8%. Um conteúdo de fibras menor que 0,6% causa strain softening e um conteúdo de fibras maior a 0,8% causa strain hardening.

2.5.12. Estudo de uma areia com adições de fibras de polietileno. (Consoli, Montardo, Prietto & Pasa Dutra (2002))

Consoli, Montardo, Prietto & Pasa Dutra (2002) estudaram uma areia (tamanho efetivo de 0,16mm e $C_u=1,9$) com adições de fibras de polietileno (diâmetro de 0,2 mm, comprimento de 0-36mm e conteúdo de fibra de 0 a 0,9%). As amostras foram submetidas a ensaios de compressão não confinada e ensaios triaxiais.

Esta pesquisa demonstrou que as fibras aumentam a resistência pico e a resistência última das areias cimentadas e não cimentadas. O comprimento das fibras aumenta a resistência de compressão não confinada. A adição de fibras aumenta o ângulo de fricção pico para areias não cimentadas de 37 a 43° (1,16 vezes) e para areias cimentadas de 43 a 49° (1,11 vezes). A inclusão de fibras reduz o comportamento frágil da areia cimentada. A coesão praticamente não foi afetada pela inclusão de fibras.

2.5.13. Estudo de areias com adições de fibras monofilamentosas de poliamida, fibras de aço galvanizado e fibras de polipropileno. (Michalowski & Cermák, 2003)

Michalowski & Cermák (2003) estudaram uma areia fina ($D_{50}=0,22$, $C_u=1,60$, $G=2,65$, $e_{min}=0,52$, $e_{max}=0,80$) e uma areia média ($D_{50}=0,89$, $C_u=1,43$, $G=2,65$, $e_{min}=0,56$, $e_{max}=0,89$) com adições de fibras monofilamentosas de poliamida ($G=1,28$), fibras de aço galvanizado ($G=7,85$), fibras de polipropileno fibriladas ($G=0,91$). As amostras foram submetidas a um programa de ensaios triaxiais que incluem dois tipos de areias, diferentes geometrias e concentração de fibras.

Esta pesquisa demonstrou que as fibras aumentam a resistência ao corte até 70% com uma concentração de fibras de 2% (em volume). O aumento da resistência é de somente 20% o menor, quando a concentração de fibras é de 0,5%. O efeito do reforço é maior na areia fina quando a concentração de fibras é pequena (0,5%). O aumento relativo em resistência das areias médias é maior para maiores concentrações de fibras (2%). Durante os ensaios triaxiais de compressão com uma concentração de fibras de 2%, a relação de tensão-deformação a grandes tensões de confinamento ($\sigma_3 \geq 300\text{kPa}$) exibiram um claro efeito de “hardening” devido à reorientação das fibras durante o processo de deformação, provocando uma anisotropia induzida do material.

2.5.14. Estudo de uma argila siltosa com adições de fibras de nylon. (Kumar & Tabor, 2003)

Kumar & Tabor (2003) estudaram uma argila siltosa ($LP=18\%$, $LL=34\%$) com adições de fibras de nylon de comprimento igual a 51mm e conteúdo de fibra de 0,05, 0,15 e 0,3%. As amostras foram submetidas a ensaios de compressão não confinada a graus de compactação de 93, 96 e 99 % a seu máximo peso específico seco determinado pelo ensaio proctor standard.

Esta pesquisa demonstrou que as fibras compactadas a 93% mostraram maiores incrementos na resistência pico e residual. Para amostras compactadas a 93% com um conteúdo de fibras de 0,3% de fibras, a resistência residual foi de aproximadamente 20 vezes a resistência residual de uma amostra sem reforço.

2.5.15. Estudo de uma areia fina com adições de fibras de polipropileno.

(Consoli, Casagrande & Coop, 2005)

Consoli, Casagrande & Coop (2005) estudaram uma areia fina uniforme não plástica ($G_a=2,62$, $d=0,16\text{mm}$, $C_u=1,9$, $C_c=1,2$, $e_{\min}=0,57$ e $e_{\max}=0,85$) com adições de fibras de polipropileno (diâmetro de 0,023 mm, comprimento de 24 mm, densidade específica de 0,91, resistência a tração de 120 MPa, Módulo de Elasticidade de 3 GPa). As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais de compressão para as amostras de areia reforçadas e não reforçadas.

Esta pesquisa demonstrou que a inclusão de fibras na areia modifica significativamente seu comportamento. Quando as amostras foram retiradas, se observou que tinham fibras estendidas e despedaçadas.

2.5.16. Estudo de uma argila inorgânica com adições de fibras de polipropileno. (Casagrande, Coop & Consoli, 2006)

Casagrande, Coop & Consoli (2006) estudaram uma argila inorgânica de alta plasticidade (95% passante 0,042 mm, 85% passante 0,009 mm e 70% passante 0,001 mm, $G_s=2,9$, $LP=55\%$, $LL=550\%$ e $IP=495\%$) com adições de fibras de polipropileno de diâmetro 0,023 mm, comprimento de 24 mm, densidade específica de 0,91, resistência a tração de 120 MPa, Módulo de Elasticidade de 3 GPa e conteúdo de fibra de 1,5 e 3% em peso seco). As amostras foram submetidas a ensaios de cisalhamento do tipo ring shear e foi estudado o efeito do reforço com fibras em argilas altamente plásticas com alto conteúdo de água submetida a grandes deformações.

Esta pesquisa demonstrou que as fibras aumentam significativamente a resistência pico nas amostras reforçadas em comparação com as amostras sem reforço, independentemente às tensões de confinamento. Os ensaios de cisalhamento do tipo ring shear para areias siltosas ($e=0,55$) e para areias finas ($e=0,65$) apresentam um incremento na resistência pico de 115% e 165% respectivamente a uma tensão normal de 100 kPa. Foi também utilizada bentonita, apresentando esta adição uma melhoria de 25% na mesma tensão normal.

2.5.17. Estudo de argila, silte e areia siltosa com adições de fibras de polipropileno (Chandra, Viladkar & Nagrale, 2008)

Chandra, Viladkar & Nagrale (2008) estudaram três tipos de solo, uma argila, um silte e uma areia siltosa; com adições de fibras de polipropileno de diâmetro 0,3 mm, que foram cortadas em tamanhos de 15, 25 e 30 mm, com um índice de aspecto de 50, 84 e 100 respectivamente. As fibras foram utilizadas em diferentes porcentagens de 0,75, 1,5, 2,25 e 3 em relação ao peso seco. As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais estáticos a uma pressão de confinamento de 40 kPa e ensaios de CBR.

Esta pesquisa demonstrou que as fibras aumentam o valor do CBR de cada solo (inicialmente de 1,16, 1,95 e 6,20) em 4,33, 6,42 e 18,03% respectivamente. Os valores do módulo de elasticidade estático para cada solo (3,834, 4,836 e 5,572 MPa) aumentaram para valores de 7,16, 9,056 e 9,712 MPa respectivamente para um conteúdo ótimo de fibras.

2.5.18. Estudo de uma areia com adições de fibras de polipropileno de diferentes diâmetros. (Consoli, Festugato & Heineck, 2009)

Consoli, Festugato & Heineck (2009) estudaram uma areia uniforme da região sul do Brasil (com diâmetros de $0,075 < d < 0,42\text{mm}$, diâmetro efetivo de 0,09 mm e coeficientes de uniformidade e curvatura de 2,1 e 1,0 respectivamente, $e_{\min}=0,6$ e $e_{\max}=0,9$) com adições de fibras de polipropileno de diferentes diâmetros, variando de 0,023mm a 0,1mm, de diferentes comprimentos, até 50 mm, resultando em um amplo espectro de relação de aspecto de fibras. As amostras foram submetidas a ensaios triaxiais totalmente saturados a diferentes tensões de confinamento, variando de 20 a 550 kPa.

Esta pesquisa demonstrou que os solos reforçados com fibras apresentam comportamentos de *strain-softening* e também de *strain-hardening* dependendo dos rangos de relação de aspecto. Geralmente, as fibras de maior comprimento (alta relação de aspecto) produz maiores tensões e um comportamento de strain-hardening, e as fibras mais finas (como de 0,023mm) e tamanhos maiores a 24mm, reduzem significativamente os efeitos das fibras no comportamento dos solos.

2.5.19. Estudo de um solo siltoso caolinítico com adições de fibras de polipropileno. (Consoli, Bellaver Corte & Festugato, 2012)

Consoli, Bellaver Corte & Festugato (2012) estudaram um solo siltoso caolinítico (LL=39%, LP=34%, IP=5 e $D_{50}=0,0055\text{mm}$) com adições de fibras de polipropileno de diâmetro 0,023 mm, comprimento de 24 mm, densidade específica de 0,91, resistência a tração de 120 MPa, Módulo de Elasticidade de 3 GPa e conteúdo de fibra de 1,5 e 3% em peso seco e conteúdo de fibra de 0,5%. As amostras foram submetidas a ensaios de compressão não confinada e ensaios da resistência a tração por compressão diametral.

Esta pesquisa demonstrou que a redução da porosidade das misturas de solo-silte-fibras compactadas melhoram consideravelmente suas resistências a compressão e tração. A relação de $(\eta/L_v^{0,25})$ mostrou ser um índice apropriado para a avaliação da resistência a tração (q_t) e a tensão de compressão não confinada (q_u). Também a relação q_t/q_u é um escalar para os solos reforçados com fibras, sendo independente do ajuste da relação entre a porosidade e o conteúdo de silte.

2.5.20. Estudo do efeito das fibras de polipropileno no ensaio de arrancamento. (Consoli, Ruver, Girardello, Festugato & Thomé, 2012)

Consoli, Ruver, Girardello, Festugato & Thomé (2012) estudaram o efeito das fibras de polipropileno no ensaio de arrancamento de uma placa em areia-cimento e areia-cimento-fibra com diferentes relações de H/D (H é a profundidade inserida da placa no solo tratado e D é o diâmetro da placa).

Esta pesquisa demonstrou que a capacidade de suporte de um solo tratado com cimento aumenta consideravelmente com a inserção de fibras, variando a capacidade de um solo-cimento de 22,3 kN, 44,3 kN e 87,3 kN para 32,0 kN, 55,9 kN e 104,6 kN respectivamente com um solo-cimento-fibra. Um comportamento dúctil foi observado no solo-cimento-fibra, que poderia ser porque as fibras inibem a aparição de fissuras e permite uma distribuição de tensões numa área maior. Também foi observado vários mecanismos de falha, sendo fissuras radiais intensas para os solos tratados com cimento e apresentando somente umas poucas fissuras concêntricas quando o solo é tratado com cimento e fibras.

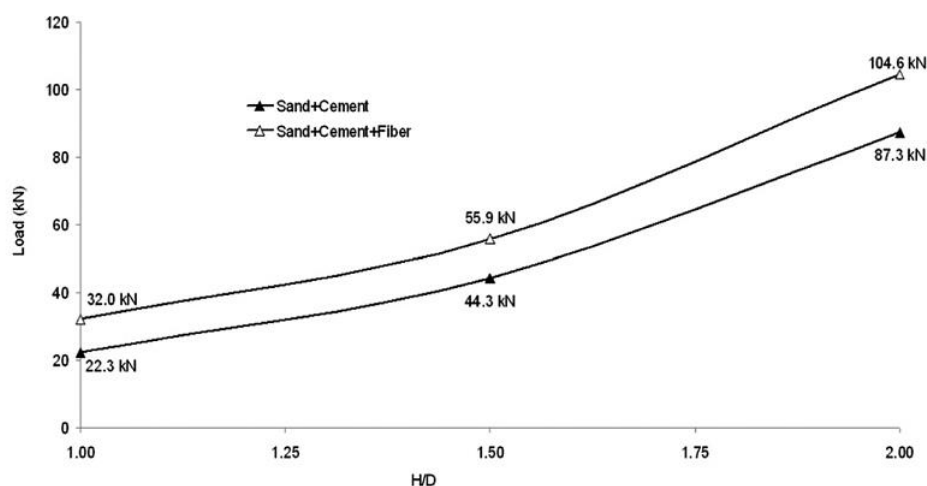


Figura 2.5 – Resultados dos ensaios de arrancamento com areia-cimento e areia-cimento-fibra (Consoli et al, 2012).

2.6. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS

Foram realizadas pesquisas para desenvolver modelos constitutivos para prever a relação tensão-deformação do solo reforçado com fibra. A continuação são descritos alguns modelos desenvolvidos por pesquisadores nesta área.

2.6.1. Modelo de Prisco & Nova (1993)

Prisco e Nova (1993) propuseram um modelo constitutivo para solos arenosos granulares uniformes reforçados com fibras sintéticas. O modelo considera que o solo reforçado com fibra pode ser considerada como um meio contínuo, obtido pela superposição de dois contínuos (solo não reforçado e um meio fictício capaz de resistir tensões de tração). É considerado que ambos contínuos atuam em paralelo com as mesmas deformações, mas as tensões devem ser somadas. Este modelo reproduz razoavelmente a relação de “tensão desviadora-deformação” observada nos ensaios de compressão triaxial.

2.6.2. Modelo de Jouve, Bouzini & Riou (1995)

Jouve, Bouzini & Riou (1995) desenvolveram uma nova formulação para a resolução das relações constitutivas elastoplásticas de solos reforçados com fibras. Foi estabelecida uma variante do método de tensão inicial para reduzir o número de incrementos e iterações. O algoritmo desenvolvido foi validado com os resultados obtidos experimentalmente nos ensaios de compressão triaxial.

2.6.3. Modelo de Ding & Hargrove (2006)

Ding & Hargrove (2006) desenvolveram um algoritmo que representa a relação não linear de solos reforçados com geofibras flexíveis submetidas a cargas estáticas, baseadas na relação tensão-deformação não linear do solo e uma relação tensão-deformação linear das geofibras. Nesta pesquisa foram introduzidos os seguintes aspectos: uma técnica de homogeneização para encontrar o tensor de tensão de volume médio e o tensor de deformação média, a relação do número de geofibras, seu conteúdo, seu comportamento mecânico, sua distribuição e as características geométricas são expressadas e avaliadas utilizando um método de energia elástica.

2.6.4. Modelo de Chen (2007)

Chen (2007) desenvolveu em sua tese de doutorado, um modelo constitutivo para solos reforçados com fibras, baseadas em ensaios em areias siltosas e em areias de Ottawa. O modelo constitutivo desenvolvido prediz a resposta das relações de tensão-deformação-volume-poro pressão dos solos reforçados com fibras. O modelo está baseado na superposição da resposta do solo reforçado com fibras e da resposta devida às fibras. O modelo foi validado com os resultados de ensaios de compressão CU e CD triaxiais.

3. MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO

O sentido mecânico do dano em materiais sólidos é a criação e crescimento de micro vazios ou microfissuras, que são descontinuidades num meio que é considerado como contínuo a uma escala macro (Lemaitre & Desmorat, 2005).

O dano de um material é o processo físico progressivo pelo qual o mesmo chega posteriormente à rotura. A mecânica do dano é o estudo por meio de variáveis mecânicas, dos mecanismos envolvidos na degradação de materiais, quando estão submetidos a cargas. Na microescala é a acumulação de micro tensões nas proximidades de defeitos ou interfaces e a rotura de ligações, que degradam ao material. Na mesoescala do volume representativo resulta no crescimento e interligação de microfissuras e micrósporos, que juntos, iniciam uma fissura. Na macro escala o dano é representado pelo crescimento da referida fissura. Os dois primeiros níveis podem ser estudados por meio das variáveis da Mecânica de Meios Contínuos definida a nível de mesoescala. O terceiro nível é geralmente estudada usando a Mecânica da Fratura com variáveis definidas a nível macroscópico.

A Mecânica do Dano Contínuo em contraste com a Mecânica da Fratura, que considera o processo de iniciação e crescimento de microfissuras como um processo descontínuo, a Mecânica de Dano Contínuo utiliza variáveis contínuas relacionadas com a densidade desses defeitos para descrever a deterioração do material antes do início de macro fissuras.

3.1. NATUREZA FÍSICA DO DANO

A continuação serão apresentados os fundamentos que descrevemos aspectos fenomenológicos que serão considerados para a aplicação da Teoria da Mecânica de Dano Contínuo nesta pesquisa.

3.1.1. A influência dos átomos na elasticidade e o dano.

Todos os materiais estão constituídos de átomos que estão unidos entre si por ligações resultantes da interação de campos eletromagnéticos. A elasticidade está diretamente relacionada como movimento relativo dos átomos. O estudo das propriedades físicas de uma estrutura de átomos leva à teoria da elasticidade. Mas uma maneira mais fácil de escrever essas equações é feita diretamente na mesoescala a partir da propriedade de reversibilidade da deformação, o que implica eventualmente, incorporar propriedades de linearidade e isotropia.

Quando ocorre uma separação (ruptura das ligações) começa o processo de dano. Outros mecanismos de dano em metais são a separação intergranular e a perda de coesão entre inclusões e matriz.

Os mecanismos de dano em outros tipos de materiais têm diferentes origens:

- Em polímeros o dano ocorre por ruptura dos laços entre longas cadeias de moléculas.
- Em compósitos o dano ocorre por a separação das fibras e a matriz polimérica.
- Em materiais cerâmicos o dano é produzido principalmente por perda de coesão entre inclusões e a matriz.
- No concreto, o mecanismo de dano é também uma desconexão entre o agregado e o cimento com uma complexa influência da água.
- Na madeira o dano ocorre no ponto fraco que é a união das células de celulose.

Todos esses mecanismos criam micro deformações plásticas.

Em todos os casos, a elasticidade é fortemente influenciada pelo dano. O número de ligações atômicas, responsáveis pela elasticidade diminui com o dano. Este acoplamento, o qual ocorre a nível de estado do material, definido aqui pela deformação elástica e o dano, é chamado estado de acoplamento.

3.1.2. Deslizamento, plasticidade e deformações irreversíveis.

A maioria dos materiais, e em particular os geomateriais, apresentam um comportamento não-linear acompanhado por uma deformação permanente quando são submetidas a cargas mecânicas. Nos geomateriais, as deformações permanentes são causadas por microfissuras. A

falha ou degradação da rigidez está relacionada com a iniciação, crescimento e interligação de microfissuras e micro poros.

Nos metais, a plasticidade está diretamente relacionada a deslizamentos que ocorrem com o movimento de deslocamentos. Em nenhum caso, estes movimentos induzem uma apreciável deformação volumétrica.

Em outros materiais as deformações irreversíveis podem ocorrer por outros mecanismos:

- Reordenamento de moléculas em polímeros.
- Movimento através da superfície de perda de coesão do concreto.
- Rearranjo das matrizes da madeira.

Em alguns casos, estes mecanismos podem induzir alterações de volume.

Em todos os casos, o dano influi nas deformações plásticas ou irreversíveis, porque a área elementar de resistência diminui com a diminuição do número de ligações. O dano não influencia diretamente o mecanismo de deslizamento em si, isto é, não existe acoplamento entre o estado de plasticidade e dano.

3.1.3. Escalas dos fenômenos de deformação e dano

A Mecânica de Dano Contínuo trabalha com quantidades definidas em pontos matemáticos. Desde o ponto de vista físico, estes valores representam valores médios de um certo volume. O elemento de volume representativo deve ser o suficientemente pequeno para evitar o suavizado de altos gradientes, mas o suficientemente grande para representar uma média dos micro processos.

Para a análise experimental e numérica, segundo (Lemaitre & Desmorat, 2005) é útil considerar as seguintes ordens de magnitude de elementos representativos de volume que definem a escala da meso-mecânica:

- Metais e cerâmica (0.1 mm)³
- Polímeros e a maioria dos compósitos: (1 mm)³
- Madeira (10 mm)³

- Concreto (100 mm)³

Em um estudo realizado para a determinação do RVE (representative volume element) para solos, (Jang, Jung & Chung, 2012) encontraram que para incorporar características micromecânicas de solos em simulações geotécnicas de estado plano, um valor ótimo de RVE é 10,5 mm x 10,5 mm.

Outra propriedade importante a considerar é que o dano é sempre mais localizado que a deformação.

Neste sentido é importante lembrar que a microescala é a escala dos mecanismos utilizados para considerar deformações e danos; a mesoescala é a escala em que as equações constitutivas para a análise mecânica são escritas e que a macro escala é a escala dos projetos de estruturas de engenharia.

3.1.4. Diferentes manifestações do dano.

Enquanto na microescala o dano é governado por um único mecanismo geral de separação, na mesoescala pode-se manifestar de várias maneiras, dependendo da natureza do material, do tipo descarga e da temperatura.

Dano Frágil.

O dano é chamado frágil quando a fissura é iniciada na mesoescala sem uma apreciável quantidade de deformação plástica. Isto significa que as forças não são suficientes para produzir deslizamentos, mas maiores que as forças de separação. O grau de localização é alto.

Dano dúctil.

O dano é chamado dúctil quando ocorre simultaneamente com deformações plásticas superiores a um determinado valor. O grau de localização do dano dúctil é comparável à da deformação plástica.

Dano por creep

Quando um material é carregado a altas temperaturas, por exemplo acima de 1/3 da temperatura de fusão, as deformações plásticas envolvem viscosidade, o que significa que o material pode ser deformado a tensões constantes. Quando a deformação é suficientemente

grande aparecem separações intergranulares que produzem dano e um aumento da taxa de deformação ao longo do período de fluência terciária. Tal como no caso de dano dúctil, os gradientes de dano por creep são semelhantes aos gradientes de deformação viscoplástica.

Dano por fadiga de baixos ciclos.

Quando um material é submetido a cargas cíclicas para valores elevados de tensão ou deformação, após um período de incubação que precede às fases de nucleação e propagação de microfissuras, o dano se desenvolve com a deformação plástica. O grau de localização é maior para o caso de dano dúctil. Devido a altos valores de tensão, a fadiga de baixo ciclo é caracterizada por baixos valores do número de ciclos de ruptura.

Dano por fadiga de altos ciclos.

Ao carregar um material com baixa tensão, as deformações plásticas na mesoescala permanecem pequenas e são desprezíveis. Eles podem ser altas na microescala onde as microfissuras transgranular ocorre só em alguns planos, mais frequentemente na superfície da amostra, pelo mecanismo de intrusão-extrusão. O número de ciclos para provocar a falha pode ser muito elevado (acima dos 100000).

Como consequência, a localização do dano é maior e a queda de tensão na mesoescala para um ensaio de deformação cíclica ocorre muito mais tarde do que no caso de fadiga baixos ciclos.

3.1.5. Outras características do dano.

Anisotropia.

Reconhece-se agora que os defeitos que provocam a degradação do material pode ser orientada pela microestrutura (anisotropia inicial), ou pela carga (anisotropia induzida por dano). Na maioria dos casos, os defeitos gerados no processo de lesão estão orientados em relação à história de tensões aplicadas e, conduzem a uma deterioração progressiva da rigidez elástica do material com certas direções preferenciais. O material inicialmente isotrópico gradualmente torna-se anisotrópico. Este fenômeno é conhecido como anisotropia induzida por dano, dano direcionado ou simplesmente dano anisótropo.

Unilateralidade.

O processo de dano é irreversível, mas este processo pode estar ativo ou não, dependendo das condições de carga. Em muitos materiais, a redução da rigidez em tração é devida ao desenvolvimento de microfissuras, e foi confirmado experimentalmente que a inversão da carga pode fechar as fissuras, recuperando, assim, a rigidez. Este efeito está descrito pelo desaparecimento do dano ao passar de tração à compressão e denomina-se normalmente dano ativo/passivo ou efeito unilateral de dano.

3.2. INTERPRETAÇÃO MECÂNICA DO DANO.

3.2.1. Variável de dano unidimensional.

O dano pode ser interpretado na microescala como a criação de micro superfícies de descontinuidades: ruptura das ligações atômicas e alargamento plástico das micro cavidades. Na mesoescala, o número de ligações quebradas ou a distribuição de micro cavidades pode ser aproximados em qualquer plano pela área das interseções de todos os defeitos com este plano. Para trabalhar com medidas adimensionais a área pode ser escalada para ajustar à medida do elemento de volume representativo. Esta medida é fundamental para a definição de uma variável contínua no sentido da Mecânica do Contínuo. Em cada ponto o elemento de volume representativo de mesoescala deve representar o efeito de micro-defeitos na falha.

Considere-se um elemento representativo de volume do corpo danificado em um ponto M em um plano normal n , localizada em abscissas x ao longo da direção n . Suponha δS como a área da interseção do plano com o elemento de volume representativo e δS_{Dx} a área efetiva da interseção de todas as microfissuras ou micro cavidades em δS .

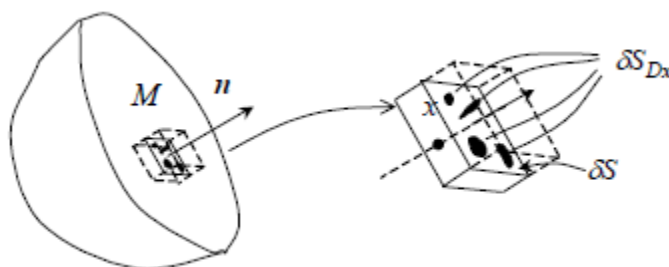


Figura 3.1 – Interpretação do dano

O valor do dano no ponto M na direção n e em abscissa x estaria dado por:

$$D(M, \mathbf{n}, x) = \frac{\delta S_{Dx}}{\delta S}$$

Para definir uma variável contínua no volume mais representativo que descreve a deterioração até a falha em duas partes, é preciso olhar para todos os planos que variam com x e considerar qual está mais danificado

$$D(M, \mathbf{n}) = \text{Max}_x [D(M, n, x)] = \frac{\delta S_{Dx}}{\delta S}$$

De esta definição surge o valor da variável escalar D que está delimitada entre 0 e 1.

$$0 \leq D \leq 1$$

D=0	o material não está danificado
D=1	para o material totalmente danificado (elemento representativo de volume separado em duas partes)

A falha geralmente ocorre para $D = D_c < 1$ por um processo de instabilidade ou descoesão atômica. Assim, pode ser definido um critério para a iniciação da fratura quando $D = D_c$.

Para o caso unidimensional de dano homogêneo se tem a definição mais simples de dano, que é a densidade superficial de micro defeitos.

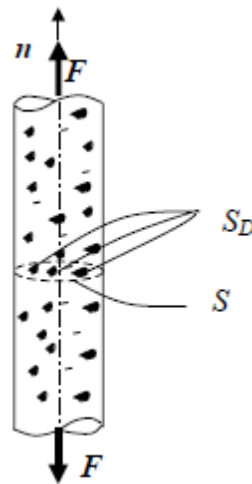


Figura 3.2 – Dano em um elemento unidimensional.

3.2.2. Conceito de tensão efetiva.

Se o volume da Figura 3.2 é carregado com uma força $F = nF$, a tensão é tipicamente definida como:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

E é denominada tensão nominal.

Se todos os defeitos são abertos, de modo que não há forças agindo sobre a superfície das microfissuras ou micro cavidades representadas por S_D , pode ser definida o que é chamado de tensão efetiva referida à superfície que realmente resiste a tensão $S - S_D$:

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{S - S_D}$$

Se a variável de dano $D = \frac{S_D}{S}$ é introduzida, a equação anterior pode ser escrita:

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{S \left(1 - \frac{S_D}{S}\right)} = \frac{F}{S(1 - D)} = \frac{\sigma}{1 - D}$$

Esta definição dá a tensão efetiva no material a tração. Na compressão, se alguns dos defeitos são fechados, embora o dano permanece inalterado, a área que resiste efetivamente a carga é

maior que $S - S_D$. Em particular, se todos os defeitos estão completamente fechados a tensão efetiva é igual à tensão nominal.

Somente a micromecânica pode dar um significado preciso para o conceito de tensão efetiva para ser tida em conta globalmente na mesoescala a través da identificação da variável de dano por meio do seu acoplamento com a elasticidade ou a plasticidade.

3.3. MEDIÇÃO DO DANO.

3.3.1. Medição direta

Com base na definição de dano como $D = \frac{\delta S_D}{\delta S}$, a medição direta do dano é a avaliação da área total de fissuras δS_D na superfície δS na mesoescala. Assumindo o factor de correcção $k=1$, isto pode ser feito por meio da observação das microfotografias. Mas é um método destrutivo e bastante complexo.

3.3.2. Variação do módulo de elasticidade

Esta é uma medida indireta com base na influência do dano na elasticidade a través do acoplamento de estado:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E_o(1-D)}$$

Este é um método destrutivo, que exige que mostras sejam submetidas a ensaios mecânicos. Assume uma distribuição homogénea de dano na secção de medição.

Se $E = E_o(1 - D)$ é considerado como o módulo de elasticidade efetivo do material danificado, os valores de dano podem ser derivados das medições de E assumindo conhecido o valor de E_o .

$$D = 1 - \frac{E}{E_o}$$

Este método é muito útil, mas requer uma medição muito precisa das deformações. Em geral são utilizados extensômetros e E é medido durante a descarga.

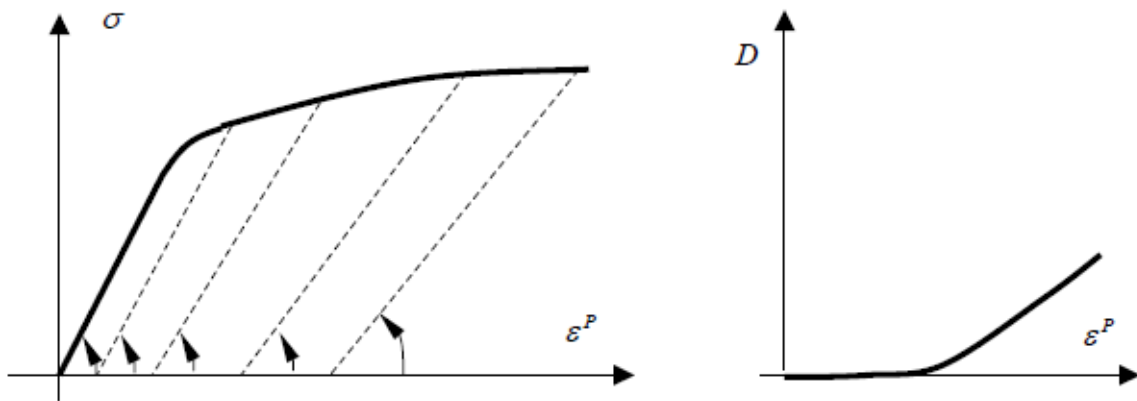


Figura 3.3 – Medição do dano dúctil.

Esta técnica pode ser usada para medir diferentes tipos de dano enquanto o dano esteja uniformemente distribuído no volume em que a deformação é medida, o que constitui a principal limitação do método. Se o dano é muito localizado, como no caso de fadiga de altos ciclos deve ser utilizado outro método.

Também se deve tomar outras precauções relacionadas com a não-linearidade do trecho de descarga. No início e no final dos mesmos aparecem certas não-linearidades devidas a efeitos viscosos e endurecimento e até mesmo por causa dos dispositivos experimentais. É preferível ignorá-los e medir E na faixa intermediária.

3.3.3. Propagação de ondas de ultrassom

Outra técnica para avaliar o dano está baseada na variação do módulo de elasticidade a través da medição da velocidade de propagação das ondas de ultrassom.

Para frequências superiores a 200 kHz, a velocidade de propagação longitudinal v_L e transversal v_T , num meio isotrópico cilíndrico são dadas por:

$$v_L^2 = \frac{E}{\rho} \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$v_T^2 = \frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1 + \nu)}$$

Onde, E é o módulo de elasticidade, ρ é a densidade e ν é o coeficiente de Poisson.

O dano pode ser calculado pela equação:

$$D = 1 - \frac{E}{E_0} = 1 - \frac{\rho v_L^2}{\rho_0 v_{oL}^2}$$

Se o dano consiste fundamentalmente em microfissuras ou se considera uma pequena cavitação $\rho/\rho_0 \approx 1$

$$D \approx 1 - \frac{v_L^2}{v_{oL}^2}$$

Este método é destrutivo porque para medir a velocidade v_L ou o tempo que a onda tarda em percorrer certa espessura, é necesario limitar a espessura entre duas superfícies. Se a distribuição espacial do dano não é uniforme, a espessura deve ser de uma ordem de magnitude coerente com o elemento representativo de volume e, requer que o corpo a analisar seja cortado em partes.

3.3.4. Variação do micro endurecimento.

Este método está baseado na influência que tem o dano no critério de fluência através do acoplamento cinético.

Suponha-se que o estado unidimensional equivalente esteja definida como:

$$\left| \frac{\sigma}{1-D} - X \right| - R - \sigma_y = 0$$

O ensaio consiste em inserir no material um entalhe de diamante de dureza conhecida, definida pela tensão média.

$$H = \sigma = F/S$$

A carga é escolhida de maneira a ter uma área projetada S da mesma ordem de grandeza que o elemento de volume representativo.

Análises teóricas e muitos resultados experimentais provam a existência de uma relação linear entre H e o limite de fluência σ_s .

$$H = k' \sigma_s$$

σ_s é o umbral da configuração atual de fluência.

$$\sigma_s = (\sigma_y + R + X)(1 - D)$$

Então

$$H = k'(\sigma_y + R + X)(1 - D)$$

O ensaio aumenta o endurecimento do material em uma quantidade que corresponde a uma deformação plástica ε_p^H em ordem de 5% a 8%. H está sempre referido a $\varepsilon_p + \varepsilon_p^H$ onde ε_p é a deformação plástica da configuração atual.

$H^* = k'(\sigma_y + R + X)$ seria o micro endurecimento do material que estaria sem dano para $\varepsilon_p + \varepsilon_p^H$.

Finalmente

$$D = 1 - \frac{H}{H^*}$$

3.3.5. Variação da densidade.

Para o caso de dano dúctil puro, os defeitos são cavidades que podem ser assumidas como esféricas: isto significa que o volume aumenta com o dano. A diminuição correspondente na densidade pode ser medida com dispositivos baseados no princípio de Arquimedes.

Se consideramos uma cavidade esférica com um raio r num volume representativo esférico de raio R e massa m :

$$\rho_o = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi(R^3 + r^3)}$$

$$D = \frac{\delta S_D}{\delta S} = \frac{\pi r^2}{\pi(R^3 + r^3)^{2/3}} = \left(\frac{r^3}{R^3 + r^3}\right)^{2/3} = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_o}\right)^{2/3}$$

$$D = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_o}\right)^{2/3}$$

3.3.6. Variação da resistência elétrica.

A intensidade efetiva da corrente eléctrica pode ser definida como:

$$\bar{i} = \frac{i}{1 - D}$$

Considerando-se a mesma intensidade de corrente para o elemento danificado e não danificado, o dano pode ser obtido como:

$$D \approx 1 - \frac{V_o}{V}$$

O que é conhecido como o método da queda de potencial.

3.3.7. Variação da resposta plástica cíclica.

Pode ser utilizada a influência do dano na plasticidade para medir o dano por fadiga de baixo ciclo. A lei unidimensional de plasticidade na estabilização pode ser escrito como uma relação de potencias entre a amplitude da tensão $\Delta\sigma$ e a amplitude da deformação plástica $\Delta\varepsilon_p$.

$$\Delta\varepsilon_p = \left(\frac{\Delta\sigma}{K_p} \right)^M$$

para um material não danificado, e:

$$\Delta\varepsilon_p = \left(\frac{\Delta\sigma}{K_p(1 - D)} \right)^M$$

para um material danificado.

Se consideramos um ensaio com amplitude de deformação plástica constante, $\Delta\sigma^*$ é a amplitude de tensão na estabilização, ao final do amolecimento cíclico ou o período de endurecimento e antes do início do processo de dano.

$$\Delta\varepsilon_p = \left(\frac{\Delta\sigma^*}{K_p} \right)^M = \left(\frac{\Delta\sigma}{K_p(1 - D)} \right)^M$$

Onde:

$$D = 1 - \frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma^*}$$

3.3.8. Fluência lenta terciária.

A fluência terciária ocorre em metais a temperaturas superiores a 1/3 da temperatura de fusão. Para identificar a fluência terciária durante um ensaio de fluência é conveniente usar o princípio da equivalência de deformação aplicado, neste caso, a lei de fluência secundária Norton:

$$\varepsilon_p^* = \left(\frac{\sigma}{K_v}\right)^N$$

Onde K_v e N são propriedades do material dependentes da temperatura.

Assumindo que o dano começa no final do processo de fluência secundária, durante a fluência terciária pode ser escrito:

$$\dot{\varepsilon}_p = \left(\frac{\sigma}{(1-D)K_v}\right)^N$$

De onde deriva:

$$D = 1 - \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p^*}{\dot{\varepsilon}_p}\right)^{1/N}$$

Este é um método que dá bons resultados, consistentes com os obtidos a partir da medição da variação do módulo de elasticidade.

3.3.9. Medição do dano em materiais compósitos.

Na literatura podem ser encontrados em abundância material sob o desenvolvimento de novas tecnologias de materiais compósitos, mas é deficiente no que diz respeito aos mecanismos de dano e a evolução do dano em materiais compósitos.

Recentemente tem sido desenvolvidos novos procedimentos experimentais para quantificar o dano devido a microfissuras e micro vazios através de tomografia de difração de raios-X. Esses procedimentos ainda devem ser refinados para diferenciar entre diferentes tipos de dano, tais como vazios e fissuras (radial, de colagem, etc.). Testes adicionais devem ser desenvolvidos para quantificar os parâmetros e avaliar as teorias de dano propostas.

3.4. FUNDAMENTOS DOS MODELOS DE DANO.

A Mecânica de Dano Contínuo é uma ferramenta atraente para descrever a progressiva deterioração das propriedades mecânicas dos materiais que fora amplamente desenvolvida e aplicada a muitas situações nas últimas duas décadas.

A fim de conseguir uma simulação mais precisa do comportamento dos materiais, para diferentes condições de carga encontrados durante a sua vida útil, os especialistas foram obrigados a desenvolver modelos matemáticos de alta complexidade, cuja implementação exige, em alguns casos, um grande esforço e custo computacional. Em outros casos, os modelos falham porque eles não estão em conformidade com as leis da termodinâmica.

A variedade de propostas é preocupante porque:

- A relação entre os diferentes modelos é difícil de estabelecer, exceto no caso particular de dano isotrópico.
- É difícil comparar a anisotropia induzida por dano que predizem os modelos com resultados experimentais, e escolher, a variável de dano mais adequada para caracterizar a anisotropia induzida pelo dano.
- Quanto mais fenômenos se pretendem descrever com um modelo fenomenológico, maior é a quantidade de parâmetros que requerem os modelos e devem ser determinados experimentalmente. A caracterização completa da anisotropia induzida por dano do material requer equipamentos que ainda estão em processo de desenvolvimento.

3.4.1. Classificação dos modelos de dano.

3.4.1.1. *Escala*

As equações constitutivas do material danificado pode ser formulado usando enfoques micromecânicos e/ou fenomenológicos.

A micromecânica busca descrever o comportamento do material na mesoescala a partir do estudo de mecanismos específicos na microescala. Os mecanismos devem ser bem definidos a partir de observações físicas, geométricas e cinemáticas precisas. Sua modelagem mecânica é

realizada com equações constitutivas elementares para a deformação, crescimento de fissuras e fratura conhecidas na mesoescala ou na macro escala. Atualmente, o interesse está focado na interação entre os diferentes mecanismos de dano e na técnica de homogeneização utilizada como uma ponte entre a micro e a mesoescala.

O processo de modelagem micromecânico leva a uma correspondência um a um, entre um campo descontínuo numa microescala não homogênea e um campo efetivo contínuo numa mesoescala homogênea. A homogeneização do campo de defeitos micro estruturais dentro de um volume representativo para passar a um mesocampo do contínuo efetivo corresponde a uma modelagem micromecânica (Sumarac e Krajcinovic1987), (Yangetal, 1999). Apesar da clareza e boa identificação com o fenômeno físico, pode se tornar impraticável ou impossível a identificação da distribuição estocástica de defeitos dentro do volume representativo, especialmente durante a aparição e crescimento das fissuras. Infelizmente, este tipo de formulação micromecânica leva, em geral, a equações muito complicadas para seu uso rotineiro e aproximação numérica da solução de problemas de engenharia.

Em contraste com os modelos micromecânicos, os modelos fenomenológicos, não são considerados micro detalhes do material, mas modelam o dano indiretamente, através da introdução de variáveis internas. Eles são baseados no desenvolvimento de uma estrutura para garantir a invariância e a conformidade com as leis da termodinâmica. Este tipo de abordagem exige resultados de ensaios tridimensionais com diferentes caminhos de carga para obter os parâmetros correspondentes. Apesar das pesquisas realizadas nas últimas décadas em relação a modelos de dano, ainda existem questões a resolver. A maioria dos modelos fenomenológicos de dano são obtidos a partir da termodinâmica dos processos irreversíveis (Chaboche, 1992,1993, 1995), (Voyiadjis e Deliktas, 2000), (Lemaitre et al, 2000).

3.4.1.2. Modelos locais e não locais.

Os materiais, quando são submetidos a cargas, exibem defeitos que, em muitos casos, conduzem à formação de distribuições específicas de fluxo plástico, dano e fratura. As observações experimentais indicam que os mecanismos de falha de materiais heterogêneos ocorrem em zonas localizadas de dano e plasticidade, onde se produzem uma forte interação entre as fissuras, levando a uma acentuada diminuição da rigidez e uma queda da capacidade do material. Devido à localização do dano, o comprimento da escala de distribuição de dano diminui. Como o dano está localizado em uma região muito estreita do contínuo, o

comprimento característico que governa as variações de dano é muito inferior à escala na qual as variáveis de deformação ou de tensão pode ser considerado como quantidades que permitam descrever a resposta do contínuo. Isso conduz ao caso em que o comprimento da onda da distribuição é estabelecido como muito menor que o tamanho da heterogeneidade do material. Este problema não pode ser resolvido utilizando as abordagens clássicas, onde se define que o comprimento característico do problema físico é considerado muito maior que o comprimento característico do material.

A deficiência da Mecânica do Contínuo clássica para capturar os efeitos de escala, devido à localização, leva à proposta de estratégias alternativas de solução como o Contínuo micro polar, o Contínuo de Cosser até abordagens não-locais.

Fisicamente o termo de não-locais pode ser interpretado como uma forma de levar em conta os mecanismos da subestrutura heterogênea do material, que conduzem a mecanismos de longo alcance característicos do material, como o movimento por deslocamentos em plasticidade ou interação entre microfissuras em materiais de comportamento similares ao concreto. Os contínuos clássicos são incapazes de descrever esta interação a nível de ponto material.

No caso da abordagem não local, o procedimento consiste em introduzir termos não-locais, seja por uma equação integral ou por uma equação em gradientes. A integração dos modelos não-locais baseados na integração conduz a equações que não são fácil de linearizar, tornando-os ineficientes computacionalmente. Os modelos não locais baseados em gradientes representam uma alternativa aos métodos integrais. Nestes métodos as equações de elementos finitos permanecem sendo locais no que diz respeito aos elementos finitos e a linearização é fácil de fazer. Os problemas de localização devidos a plasticidade e dano podem ser tratados por meio de teorias de gradientes na macro escala.

3.4.1.3. Variáveis do dano.

A capacidade preditiva dos modelos de dano depende fortemente da escolha especial da variável de dano que serve como uma aproximação para descrever o processo micromecânico de micro defeitos subjacentes.

Na literatura atual, existem muitas formas de descrever fenomenologicamente o dano ou derivar micro mecanicamente as variáveis de dano. Em particular, as variáveis de

dano escalar têm sido amplamente utilizados para modelos de dano isotrópicos ou descrições unidimensionais fenomenológicas do dano. Inúmeros modelos de dano anisotrópico foram desenvolvidos para materiais quase-frágeis utilizando vetores de dano (Krajcinovic & Fonseka, 1981), tensores de dano de segunda ordem (Cordebois & Sidoroff, 1979) (Murakami & Ohno, 1980), (Mazars & Pijaudier Cabot, 1989), (Valanis, 1991), (Chaboche, 1995), (Carol et al, 2001a, 2001b), (Voyiadjis e Deliktas, 2000), (Lemaitre et al, 2000) e os tensores de dano de quarta ordem (Krajcinovic, 1985) (Ortiz, 1985), (Simo e Ju, 1987a).

Os modelos de dano escalar usam uma única variável de dano escalar. É muito atraente por sua simplicidade, mas a sua aplicação é limitada em alguns aspectos. A variável de dano escalar, definido pela primeira vez por Kachanov (Kachanov, 1958) leva à conservação do coeficiente de Poisson e é incapaz de representar o dano direcionado.

O dano escalar é um caso particular de dano isotrópico. O dano isotrópico refere-se a que o tensor de quarta ordem de dano é isotrópico. Além disso, o dano isotrópico não implica que o tensor constitutivo do material virgem seja isotrópico. O dano isotrópico preserva as características direcionais do tensor elástico inicial.

Uma maneira de descrever o dano isotrópico é utilizando duas variáveis escalares. Isto permite descrever um dano isotrópico, mantendo as propriedades de anisotropia do material. Geralmente uma das variáveis está associada com a porção da energia contida na deformação volumétrica e o outro está associado com a energia de distorção.

Pode-se trabalhar também com múltiplas variáveis escalares associadas a direções materiais predefinidas. Isto aplica-se especialmente em materiais compósitos, onde as microfissuras são dirigidas pela estrutura e orientação dos componentes. Geralmente, três variáveis de dano são usadas correspondente com as direções principais do material.

A representação vetorial é atraente, porque as orientações das microfissuras e as áreas podem ser capturadas diretamente e a representação vetorial é uma extensão direta do modelo escalar de Kachanov. No entanto, os modelos baseados em vetores de dano, até certo ponto, apresentam indiferença à forma das microfissuras e os problemas relacionados com as operações tensoriais relacionadas com a transformação de tensões.

A representação do dano através de tensores de segunda ordem é, talvez, a mais utilizada para descrever o anisotropia induzido por dano em materiais inicialmente isotrópicos. É atraente,

porque permite capturar as áreas e as orientações das microfissuras. No entanto, não é capaz de capturar a anisotropia geral.

Através de uma abordagem micromecânica pode ser mostrado que para descrever a anisotropia geral é necessário trabalhar com tensores de quarta ordem e até tensores de oitavo ordem. Utilizado pela primeira vez por Chaboche, esta variável de dano de quarta ordem é naturalmente introduzido através do conceito de tensão efetiva e de equivalência de deformações. Neste caso, a variável de dano (tensorial de quarta ordem) desempenha o papel de um tensor de efeito de dano. Algumas teorias desenvolvidas posteriormente utilizam diretamente o tensor de rigidez elástica ou de flexibilidade, ambos tensores de quarta ordem, como variáveis de estado associadas ao dano.

3.4.1.4. *Interpretação do dano.*

Os modelos de dano estão baseados em distintas hipóteses para definir a transformação produzida pelo dano. Uma forma de interpretar o dano contínuo, amplamente utilizada por diferentes autores, é a definição de um espaço fictício não danificado que pode ser obtido a partir do espaço de tensões e deformações reais através de uma transformação. Normalmente, a tensão no espaço fictício não danificado é denominada tensão efetiva. Há várias hipóteses para definir as transformações entre o espaço real danificado e o espaço fictício não danificado.

- a) Conceito da tensão efetiva e princípio de equivalência de deformações (Kachanov, 1958) (Simo e Ju1987a) (Luccioni et al, 1996):

Fisicamente dano é o resultado do início, crescimento e interligação de microfissuras e micro poros. Dentro do contexto da Mecânica dos Meios Contínuos pode-se modelar este processo através da introdução de uma variável interna que pode ser uma quantidade escalar o tensorial. Para uma maior generalidade será utilizado um tensor de quarta ordem $\mathbf{M} = M_{ijkl}$ que caracteriza o estado de dano e transforma o tensor de tensões nominal σ_{ij} no tensor de tensões efetivo $\bar{\sigma}_{ij}$:

$$\bar{\sigma}_{ij} = M_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl}$$

e no caso mais simples:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{1-d} \sigma_{ij}$$

Onde $d \in [0, d_c]$ com $d_c \in [0,1]$ é a variável de dano. O fator $(1 - d)$ é um fator de redução associado com a redução de área efetiva ou quantidade de dano. (Kachanov, 1958).

Adicionalmente Lemaitre (1978) introduziu o seguinte princípio de equivalência de deformação:

“A deformação associada com um estado danificado, sob a tensão aplicada, é equivalente à deformação associada com o estado não danificado sob a tensão efetiva”

A figura ilustra o princípio de equivalência de deformação.

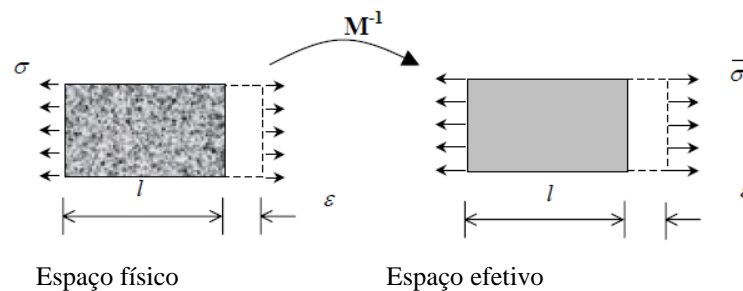


Figura 3.4 – Conceito de tensão efetiva e princípio de equivalência de deformações.

O conceito de tensão efetiva e a hipótese de equivalência de deformações estão naturalmente associados com equações constitutivas baseadas em deformação. Estas hipóteses podem ser interpretadas microscopicamente em termos de arranjo de elementos em paralelo que falham durante o processo de degradação.

Embora o princípio de equivalência de deformação tem sido amplamente utilizada, esta abordagem tem a grande desvantagem teórica que deriva em tensores de rigidez e flexibilidade não simétricos, o que leva à não-conservação da energia durante a descarga e recarga.

b) Conceito de deformação efetiva e hipótese de equivalência de tensões

Como alternativa ao conceito de tensão efetiva, pode ser definida a deformação efetiva como:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = M_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

e no caso mais simples:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = (1 - d) \varepsilon_{kl}$$

Onde ε_{ij} é o tensor de deformações e $\bar{\varepsilon}_{ij}$ é o tensor de deformações efetivas. Por analogia com a hipótese de equivalência de deformações e invocando técnicas de homogeneização semelhantes, Simo e Ju (1987) propuseram a seguinte hipótese de equivalência de tensões:

“A tensão associada com um estado danificado sob a deformação aplicada é equivalente à tensão associada como estado não danificado sob a deformação efetiva.”

A Figura 3.5 ilustra o princípio de equivalência de tensões.

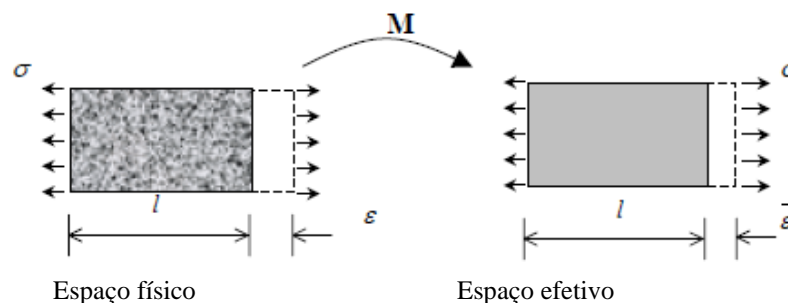


Figura 3.5 – Conceito de deformação efetiva e princípio de equivalência de tensões.

O conceito de deformação efetiva e a hipótese de equivalência de tensões estão naturalmente associados com equações constitutivas baseadas na tensão. Estas hipóteses podem ser interpretadas microscopicamente em termos do arranjo de elementos em série que falham durante o processo de degradação.

O princípio de equivalência de tensões tem a mesma desvantagem teórica que o princípio de equivalência de deformações, no sentido de que ele dá origem a tensores de rigidez e flexibilidade não simétricos.

- c) Princípio de equivalência de energia (Krajcinovic et al, 1981) (Dragon & Mroz, 1979) (Carol et al 2001):

A energia de deformação associada a um estado danificado sob a tensão aplicada é equivalente à energia de deformação associada com o estado fictício não danificado sob a tensão efetiva.

Nesta abordagem a tensão efetiva e a deformação efetiva não coincidem com seus valores nominais. Assumindo que as relações entre as quantidades nominais e efetivas não são lineares, devem estar dadas pelo mesmo tensor de quarta ordem na seguinte forma:

$$\sigma_{ij} = \bar{M}_{ijkl}\bar{\sigma}_{kl}\bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{M}_{klij}\varepsilon_{kl}$$

Ou ao inverso:

$$\bar{\sigma}_{ij} = M_{ijkl}\sigma_{kl}\varepsilon_{ij} = M_{klij}\bar{\varepsilon}_{kl}$$

A densidade de energia elástica nominal e efetiva deve ser coincidente:

$$\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} = \bar{M}_{ijkl}\bar{\sigma}_{kl}M_{ijrs}\bar{\varepsilon}_{rs} = \bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij}$$

O qual exige que os tensores M_{ijkl} e \bar{M}_{ijrs} sejam inverso um do outro.

Combinando as relações entre tensões e deformações efetivas e nominais se podem ter os tensores de rigidez e flexibilidade secantes que resultam:

$$C_{ijkl} = \bar{M}_{ijpq}C_{pqrs}^o\bar{M}_{klrs}E_{ijkl} = M_{pqij}E_{pqrs}^oM_{rskl}$$

Onde C_{pqrs}^o e E_{pqrs}^o representam os tensores de rigidez e de flexibilidade não danificados respectivamente.

Em contraste com as hipóteses anteriores, a hipótese de equivalência de energia induz simetria nos tensores de rigidez e flexibilidade secante.

- d) Relações de tipo cinemático (Voyiadjis et al, 2000) (Luccioni e Oller2002).

Esta abordagem baseia-se na formulação da teoria de grandes deformações. Embora fisicamente não há nenhuma relação entre estes dois fenômenos, matematicamente pode estabelecer-se uma comparação a nível de formulações. A unificação da formulação traz uma

vantagem considerável na hora da implementação de códigos de computador existentes que são orientados para o estudo do problema de grandes deformações.

O dano pode ser interpretado como uma transformação matemática cinemática entre dois espaços (Figura 3.6). Para isso aceita-se que existe um espaço sem danos fictício, obtido a partir do espaço real danificado com a remoção do dano. No espaço fictício não danificado o material comporta-se como se fosse virgem.

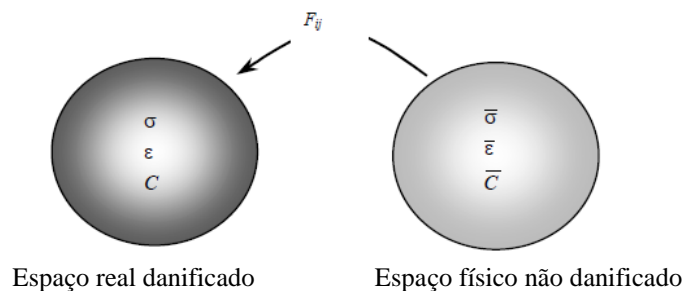


Figura 3.6 – Correspondência entre espaços “fictício não danificado” e “real danificado”.

3.4.2. Bases termodinâmicas.

Uma forma de derivar as equações constitutivas de dano é, através do método do estado local. Esta abordagem postula que o estado termodinâmico de um meio material num ponto e momento determinado, está completamente definido por um número de variáveis nesse instante. Os fenômenos físicos podem ser descritos com precisão dependendo da natureza e o número de variáveis de estado escolhidas. O processo assim definido será termodinamicamente admissível se, em qualquer instante da evolução, a desigualdade de Clausius-Duhem é satisfeita. As variáveis de estado, também chamadas de variáveis termodinâmicas ou variáveis independentes são as variáveis observáveis e as variáveis internas.

O formalismo da Mecânica do Contínuo e da Termodinâmica desenvolvidas requer a existência de uma série de variáveis de estado. Para fenômenos dissipativos, o estado atual também depende da história passada que está representado no método do estado local, pelos valores em cada instante das chamadas variáveis internas.

A plasticidade e a visco plasticidade requerem a introdução de deformações plásticas ou visco plásticas. Para pequenas deformações a deformação plástica é a deformação permanente que é

obtida descarregando elasticamente o que leva a uma decomposição aditiva: $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$. As duas variáveis internas envolvidas seriam a deformação elástica e a plástica.

Outros fenômenos tais como endurecimento, dano, fratura, exigem a introdução de outras variáveis de natureza menos óbvia. Estes representam o estado interno da matéria (densidade de deslocamentos, microestrutura cristalina, configuração de microfissuras) e não há maneira de medi-los por meio de observação direta.

Tendo definido as variáveis de estado, postula-se a existência de um potencial termodinâmico a partir do qual pode ser derivadas as leis de estado. A escolha de uma função escalar, côncava em relação à temperatura e convexa em relação a outras variáveis permitem satisfazer a priori, as condições de estabilidade termodinâmica impostas pelas desigualdades resultantes da segunda lei da termodinâmica. No que se segue a energia livre específica é escolhida como potencial, mas pode-se trabalhar da mesma forma com outros potenciais.

4. LEI CONSTITUTIVA ELASTOPLÁSTICA COM DANO CONTÍNUO PARA SOLOS REFORÇADOS COM FIBRAS

Na presente pesquisa foi desenvolvida uma lei constitutiva elastoplástica com dano contínuo para solos reforçados com fibras, codificada a lei desenvolvida para o seu uso em softwares que utilizam o Método de Elementos Finitos e implementada uma sub-rotina para a sua aplicação em problemas macroscópicos associados a projetos geotécnicos.

Baseados na pesquisa bibliográfica realizada dos ensaios experimentais de caracterização de solos reforçados com fibras, dos modelos analíticos desenvolvidos para a caracterização do comportamento mecânico de solos melhorados com fibras e das técnicas numéricas desenvolvidas para a aplicação da teoria da Mecânica de Dano Contínuo a problemas de engenharia; a metodologia de pesquisa utilizada para o desenvolvimento do trabalho inclui as seguintes etapas:

- a) Fundamentação teórica.
- b) Formulação da lei constitutiva.
- c) Determinação de parâmetros.
- d) Desenvolvimento dos algoritmos numéricos.
- e) Implementação computacional.
- f) Verificação e validação.
- g) Aplicação do modelo a um estudo de caso.
- h) Análise de resultados e conclusões.

A continuação são descritos os critérios utilizados no desenvolvimento das distintas atividades planejadas em cada etapa da pesquisa.

4.1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.

O solo reforçado com fibras que foi utilizado na pesquisa é um material compósito constituído pela associação de um solo arenoso e fibras de polipropileno, dando continuidade a uma série de pesquisas experimentais realizadas pelo Núcleo de Pesquisa do Laboratório de Ensaios Geotécnicos e Geoambientais da UFRGS.

A areia utilizada no trabalho caracteriza-se por ser uma areia fina (NBR 6502 –ABNT, 1995; ASTM D 2487, 1993), limpa e de granulometria uniforme. (Festugato, 2008). Os índices físicos são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1.: Índices físicos da areia de Osório

Índices Físicos	Areia de Osório
Massa específica real dos grãos, γ_s	26,2 kN/m ³
Coefficiente de uniformidade, C_u	2,0
Coefficiente de curvatura, C_c	1,1
Diâmetro efetivo, D_{10}	0,11 mm
Diâmetro médio, D_{50}	0,20 mm
Índice de vazios mínimo, e_{min}	0,6
Índice de vazios máximo, e_{max}	0,9

As fibras utilizadas como elemento de reforço são poliméricas de polipropileno e estão disponíveis no mercado em forma de pequenos filamentos. Apresentam características uniformes e bem definidas, por serem inertes quimicamente e estão disponíveis no comércio.

A tabela 4.2 apresenta as principais características, definidas pelo fabricante, das fibras utilizadas.

Tabela 4.2.: Propriedades mecânicas das fibras

Propriedades mecânicas	Fibras de polipropileno
Densidade, γ_s	0,91
Módulo de Elasticidade	3 GPa
Resistência a tração última	120 MPa
Deformação na ruptura	80%

Baseado na pesquisa bibliográfica, é assumido que o solo reforçado com fibras apresenta as seguintes características no comportamento mecânico:

- Aumenta sua resistência ao corte mantendo sua isotropia.
- Reduz a perda pós-pico de resistência.
- Aumenta a ductilidade.

4.2. FORMULAÇÃO DA LEI CONSTITUTIVA.

Para a formulação da lei constitutiva foram utilizados os fundamentos da Mecânica dos Meios Contínuos e a Mecânica do Dano Contínuo.

A lei constitutiva está baseada na hipótese de deformação equivalente entre as configurações com dano e efetiva. Foi desenvolvido o algoritmo, codificado e implementado computacionalmente para a sua avaliação.

4.3. DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS.

A metodologia para a medição do dano no material escolhida está baseada em ensaios experimentais de laboratório através de ensaios de compressão triaxiais realizados em ciclos de carga-descarga-recarga.

Os resultados permitem a medição do dano a través da variação do módulo de elasticidade em relação ao módulo de elasticidade inicial. Esta variação do módulo de elasticidade permitiram a determinação dos parâmetros de dano estabelecidos na lei constitutiva desenvolvida que é apresentada no capítulo 5.

A razão principal da escolha desta metodologia de medição do dano é que este método está baseado em um ensaio experimental de laboratório desenvolvido com um equipamento tradicional de caracterização geotécnica.

4.4. DESENVOLVIMENTO DOS ALGORITMOS NUMÉRICOS.

Nesta etapa foram desenvolvidos os algoritmos necessários para a sua posterior implementação computacional.

4.5. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.

Nesta etapa foi desenvolvida uma sub-rotina UMAT, que consiste na codificação dos algoritmos desenvolvidos para sua utilização no software ABAQUS que utiliza o Método de Elementos Finitos. A codificação da sub-rotina UMAT foi realizada na linguagem de programação FORTRAN.

4.6. VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO.

Nesta etapa foi utilizado o modelo desenvolvido e codificado para verificar que todas as hipóteses do modelo sejam reproduzidas corretamente através da modelação de ensaios típicos da mecânica.

4.7. APLICAÇÃO DO MODELO A UM ESTUDO DE CASO.

Nesta etapa foi aplicada a sub-rotina que contém a codificação da lei constitutiva desenvolvida a um estudo de caso. O estudo de caso utilizado foi o ensaio de arrancamento realizado com solos melhorados com fibras (Consoli et al., 2012). O objetivo desta etapa é avaliar a capacidade do modelo para sua aplicação prática em problemas associados a projetos geotécnicos.

4.8. ANÁLISE DE RESULTADOS E CONCLUSÕES.

Nesta etapa foram analisados todos os resultados obtidos na formulação e implementação computacional da lei constitutiva desenvolvida e apresentadas as conclusões da presente pesquisa visando sua aplicação a projetos de engenharia geotécnica.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.

Neste capítulo é apresentada a lei constitutiva elastoplástica com dano contínuo desenvolvida, baseada na hipótese de deformação equivalente entre as configurações com dano e efetiva respectivamente.

O modelo constitutivo desenvolvido foi codificado com a linguagem de programação FORTRAN, para sua posterior implementação computacional através de uma sub-rotina UMAT do software ABAQUS aplicada a um ensaio de arrancamento utilizando solo reforçado com fibras para seu análise.

5.1. LEI CONSTITUTIVA ELASTOPLASTICA COM DANO ISOTROPICO.

A teoria elastoplástica desenvolvida está baseada no conceito de tensão efetiva e na hipótese de deformação equivalente entre as configurações com dano e efetiva, respectivamente. Uma versão para uma superfície de fluência de Von Mises foi desenvolvida por Lemaitre (1985).

5.1.1. Considerações termodinâmicas.

Utilizando o conceito de energia livre, esta função depende do conjunto de variáveis de estado $\{\boldsymbol{\varepsilon}^e, R, D\}$. Esta função está definida da seguinte forma:

$$\psi = \psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, R, D) \quad (5.1)$$

Onde $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ é o tensor de deformações elásticas, e R e D são escalares associados ao endurecimento plástico isotrópico e dano, respectivamente.

A variável de dano contínuo D pode ser interpretada como uma medida indireta da densidade de micro-defeitos y micro-fissuras (Leckie & Onat, 1981). Neste modelo proposto é assumido que os defeitos microscópicos estão isotropicamente distribuídos e estão refletidos na degradação do módulo de elasticidade do material. O valor crítico do dano D_c é um parâmetro determinado experimentalmente e define a iniciação de uma macro-fissura (Lemaitre & Chaboche, 1990).

Assumindo uma decomposição aditiva da função de energia livre, pode ser escrita:

$$\psi = \psi^{ed}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, D) + \psi^p(R) \quad (5.2)$$

Onde $\psi^{ed}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, D)$ e $\psi^p(R)$ são, respectivamente, a contribuição elástica-dano e plástica da função energia livre.

5.1.2. Potencial Elástico com Dano:

O potencial elástico com dano tem a seguinte forma:

$$\bar{\rho}\psi^{ed}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, D) = \frac{1}{2}(1 - D)\boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (5.3)$$

Onde \mathbf{D}^e é o tensor de elasticidade isotrópico. Da última equação pode-se obter a expressão:

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} = (1 - D)\mathbf{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (5.4)$$

Por outra parte, a tensão efetiva (para a configuração sem dano) pode-se escrever da seguinte forma:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (5.5)$$

Tendo em conta a hipótese considerada, onde $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \boldsymbol{\varepsilon}^e$, onde $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$ é a deformação elástica efetiva.

Consequentemente, podemos escrever a seguinte relação entre a tensão e a tensão efetiva

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{1 - D}\boldsymbol{\sigma} \quad (5.6)$$

São definidas também as forças termodinâmicas associadas às variáveis internas R y D do seguinte modo:

$$\kappa = \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial R} \quad (5.7)$$

$$Y = \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial D} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (5.8)$$

Escrevendo a relação elástica linear em forma inversa, temos:

$$Y = \frac{-q^2}{6G(1 - D)^2} - \frac{p^2}{2K(1 - D)^2} \quad (5.9)$$

Onde G e K são as propriedades elásticas do material, p é a parte hidrostática do tensor de tensões e q é a tensão equivalente de von Mises. A expressão Y corresponde à variação da

densidade da energia interna devido ao crescimento do dano a tensão constante, e é chamada de taxa de liberação de energia por dano.

5.1.3. Potencial de fluxo:

O potencial de fluxo é definido da seguinte forma:

$$\Psi = \Psi^p + \Psi^d \quad (5.10)$$

Onde $\Psi^d(D) = \frac{r}{(1-D)(s+1)} \left(\frac{-Y}{r}\right)^{s+1}$, r e s são constantes que dependem do material (Lemaitre & Chaboche, 1990).

Desta forma está definida a evolução do dano e da deformação plástica através do potencial de fluxo:

$$\dot{D} = -\dot{\gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = \frac{\dot{\gamma}}{1-D} \left(-\frac{Y}{r}\right)^s \quad (5.11)$$

e

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (5.12)$$

5.1.4. Função de fluência: Modelo Drucker-Prager com dano.

$$f(\boldsymbol{\sigma}, c) = \frac{1}{1-D} (\sqrt{J_2} + \eta \cdot p) - \xi c \quad (5.13)$$

Onde $p = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$; $\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} - p\mathbf{I}$; $J_2 = \frac{1}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{S}^2)$, as constantes η e ξ são escolhidas de forma a obter uma boa aproximação com o critério de Mohr-Coulomb, D é o valor do dano do material. Finalmente c é a coesão.

Quando a superfície de Mohr-Coulomb está inscrita na superfície de Drucker-Prager (cone de compressão), os valores de η e ξ podem ser escritos da seguinte forma:

$$\eta = \frac{6 \cdot \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}; \quad \xi = \frac{6 \cdot \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)},$$

onde ϕ é o ângulo de fricção do material.

A equação (5.13) pode ser escrita da seguinte forma (e.g. Abaqus Theory Manual)

$$f(\boldsymbol{\sigma}, d) = q + \tan \beta \cdot p - d \quad (5.14)$$

Onde $q = \sqrt{3J_2}$, β é o ângulo de fricção (de Drucker-Prager) e d é a coesão (de Drucker-Prager). Por comparação com a equação (5.13) pode ser obtido os valores de β e d , utilizando os valores de ϕ e c , obtidos geralmente em forma experimental.

5.1.5. Regra de fluxo:

Definindo o potencial

$$g(\boldsymbol{\sigma}, d) = \frac{1}{1-D} (\sqrt{J_2} + \bar{\eta} \cdot p) \quad (5.15)$$

onde $\bar{\eta}$ depende do ângulo de dilatância ψ , dependendo da forma em que é realizada a aproximação à lei de Mohr-Coulomb. Quando a superfície de Mohr-Coulomb está inscrita na superfície de Drucker-Prager (cone de compressão) $\bar{\eta} = \frac{6 \cdot \sin \psi}{\sqrt{3}(3 - \sin \psi)}$.

A regra de fluxo pode ser escrita:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\gamma} \mathbf{N} \quad (5.16)$$

onde na porção suave da superfície de fluência f , o vetor de fluxo está dado por

$$\mathbf{N} = \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{1-D} \left(\frac{1}{2\sqrt{J_2}} \mathbf{S} + \frac{\bar{\eta}}{3} \mathbf{I} \right) \quad (5.17)$$

No ápice do cone (vértice) o potencial g é singular, o vetor de fluxo então está contido no cone complementar como está ilustrado na seguinte figura.

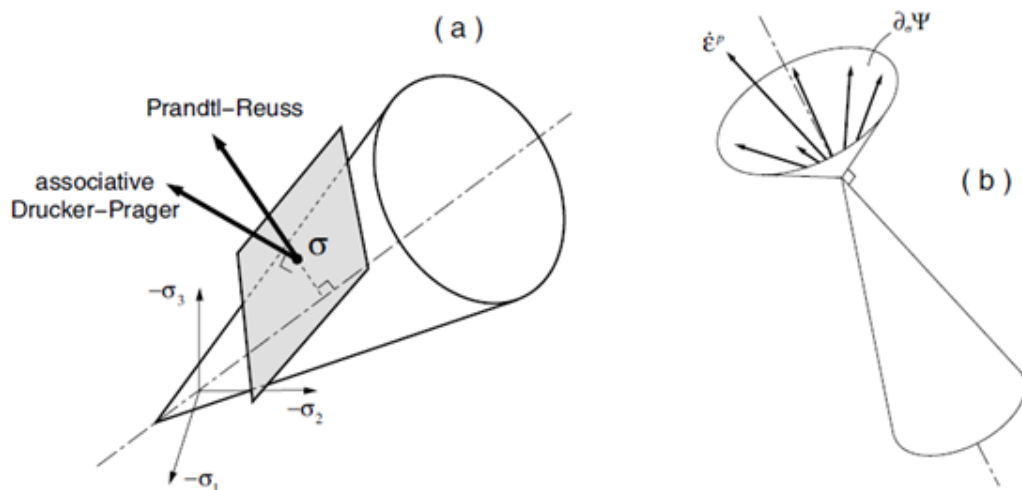


Figura 5.1- Vetor de fluxo de Drucker-Prager; (a) superfície do cone, (b) Vértice do cone.

(de Souza Neto, E.; Péric, D. & Owen, D.R.J., - 2008)

Adotando uma lei de endurecimento associativa (i.e. $f=g$) e fazendo $c = c(R)$, se tem:

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{\dot{\gamma}\xi}{1-D}, \dot{R} = \dot{\gamma}\xi \quad (5.18)$$

Além disso, existe para o vértice do cone a seguinte relação:

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{\xi}{\bar{\eta}(1-D)} \dot{\varepsilon}_v^p, \dot{R} = \frac{\xi}{\bar{\eta}} \dot{\varepsilon}_v^p \quad (5.19)$$

5.1.6. Evolução do dano do material.

A evolução do dano do material é descrita com o seguinte **Algoritmo de integração (implícito) do modelo Drucker-Prager com dano**:

Primeiramente é assumido que a deformação é totalmente elástica e se tem:

$$\sigma_{n+1}^{trial} = (1 - D_n) D^e \varepsilon_{n+1}^{e trial} \quad (5.20)$$

Neste caso:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n+1}^{e trial} &= \varepsilon_n^e + \Delta \varepsilon \\ \varepsilon_{n+1}^{p trial} &= \varepsilon_n^p \\ D_{n+1} &= D_n \end{aligned} \quad (5.21)$$

E também se tem:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{n+1}^{trial} &= (1 - D_n) 2G \varepsilon_{n+1}^{e trial} \\ p_{n+1}^{trial} &= (1 - D_n) K \varepsilon_{v n+1}^{e trial} \end{aligned} \quad (5.22)$$

No caso de que seja verificado que $f(\sigma, c) \leq 0$, então se tem $(\cdot)_{n+1} = (\cdot)_{n+1}^{trial}$. No caso contrário é aplicado o algoritmo do retorno, este algoritmo tem duas partes: retorno à parte suave do cone e o retorno ao ápice (vértice) do cone.

Parte a. Retorno à parte suave do cone:

As deformações reais e as tentativas (trial) estão relacionadas como segue:

$$\varepsilon_{n+1}^e = \varepsilon_{n+1}^{e trial} - \frac{\Delta \gamma}{1 - D_{n+1}} \left(\frac{1}{2\sqrt{J_2(\mathbf{S}_{n+1})}} \mathbf{S}_{n+1} + \frac{\bar{\eta}}{3} \mathbf{I} \right) \quad (5.23)$$

Dividindo o tensor de deformações em uma parte desviadora e uma parte volumétrica têm-se:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial} - \frac{\Delta\gamma}{1 - D_{n+1}} \frac{1}{2\sqrt{J_2(\mathbf{S}_{n+1})}} \mathbf{S}_{n+1} \quad (5.24)$$

e

$$\varepsilon_{v\,n+1}^e = \varepsilon_{v\,n+1}^{e\,trial} - \frac{\Delta\gamma\bar{\eta}}{1 - D_{n+1}} \quad (5.25)$$

Onde

$$\boldsymbol{\varepsilon}_d = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3}\varepsilon_v\mathbf{I}, \quad e \quad \varepsilon_v = tr(\boldsymbol{\varepsilon}).$$

E também

$$\mathbf{S}_{n+1} = (1 - D_{n+1})2G\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^e \quad (5.26)$$

E obtêm-se:

$$\mathbf{S}_{n+1} = (1 - D_{n+1})\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial} - \frac{\Delta\gamma G}{\sqrt{J_2(\mathbf{S}_{n+1})}} \mathbf{S}_{n+1} \quad (5.27)$$

Onde $\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial} \equiv 2G\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial}$.

Da equação 5.27 verifica-se que $\frac{\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial}}{\sqrt{J_2(\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial})}} = \frac{\mathbf{S}_{n+1}}{\sqrt{J_2(\mathbf{S}_{n+1})}}$, de onde pode-se escrever:

$$\mathbf{S}_{n+1} = (1 - D_{n+1} - \frac{\Delta\gamma G}{\sqrt{J_2(\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial})}})\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial} \quad (5.28)$$

A parte hidrostática do tensor de tensões pode-se escrever como segue:

$$p_{n+1} = (1 - D_{n+1})k\varepsilon_{v\,n+1}^e \quad (5.29)$$

Ou ainda

$$p_{n+1} = (1 - D_{n+1})\bar{p}_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma\bar{\eta}K \quad (5.30)$$

Sendo $\bar{p}_{n+1}^{trial} \equiv k\varepsilon_{v\,n+1}^{e\,trial}$.

Utilizando a consistência, i.e. $f_{n+1} = 0$, se tem:

$$f_{n+1}(\Delta\gamma, D_{n+1}) = \frac{1}{1 - D_{n+1}} \left[(1 - D_{n+1}) \sqrt{J_2(\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial})} - \Delta\gamma G \right. \\ \left. + \eta \left((1 - D_{n+1}) \bar{p}_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma \bar{\eta} K \right) \right] - \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma) = 0 \quad (5.31)$$

Por outra parte, integrando a lei de evolução do dano obtém-se:

$$D_{n+1} = D_n + \frac{\Delta\gamma}{1 - D_{n+1}} \left(\frac{-Y(\Delta\gamma, D_{n+1})}{r} \right)^s \quad (5.32)$$

Onde

$$-Y(\Delta\gamma, D_{n+1}) = \frac{(q_{n+1})^2}{6G(1 - D_{n+1})^2} + \frac{(p_{n+1})^2}{2K(1 - D_{n+1})^2} \quad (5.33)$$

Ou ainda

$$-Y(\Delta\gamma, D_{n+1}) = \frac{\left((1 - D_{n+1}) \bar{q}_{n+1}^{trial} - \sqrt{3} \Delta\gamma G \right)^2}{6G(1 - D_{n+1})^2} + \frac{\left((1 - D_{n+1}) \bar{p}_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma \bar{\eta} K \right)^2}{2K(1 - D_{n+1})^2} \quad (5.34)$$

As equações (5.31), (5.32) e (5.34) podem ser reduzidas a uma única equação dependendo de uma única variável $\Delta\gamma$. Para facilitar a escritura é definida:

$$w_{n+1} \equiv 1 - D_{n+1} \quad (5.35)$$

Desta maneira, da equação (5.31) obtém-se:

$$w(\Delta\gamma) = \frac{\Delta\gamma(G + \eta \bar{\eta} K)}{\sqrt{J_2(\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial})} + \eta \bar{p}_{n+1}^{trial} + \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma)} \quad (5.36)$$

A equação (5.34) tem a forma:

$$-Y(\Delta\gamma) = \frac{\left[\sqrt{J_2(\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial})} \eta \bar{\eta} K - G \eta \bar{p}_{n+1}^{trial} - G \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma) \right]^2}{2G(G + \eta \bar{\eta} K)^2} \\ + \frac{\left[\bar{p}_{n+1}^{trial} G - \sqrt{J_2(\bar{\mathbf{S}}_{n+1}^{trial})} \bar{\eta} K - \bar{\eta} K \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma) \right]^2}{2K(G + \eta \bar{\eta} K)^2} \quad (5.37)$$

Finalmente, é obtida a função a ser determinada, a qual depende da única variável $\Delta\gamma$:

$$F(\Delta\gamma) = w(\Delta\gamma) - w_n + \frac{\Delta\gamma}{w(\Delta\gamma)} \left(\frac{-Y(\Delta\gamma)}{r} \right)^s = 0 \quad (5.38)$$

Esta equação não linear é resolvida pela aplicação do método de Newton-Raphson.

Parte b. Retorno ao vértice do cone:

Mediante a consistência, a função de fluência é como segue :

$$f_{n+1} = f_{n+1}(\Delta\varepsilon_v^p, D_{n+1}) = \frac{\eta}{1 - D_{n+1}} [(1 - D_{n+1})\bar{p}_{n+1}^{trial} - K\Delta\varepsilon_v^p] - \xi c \left(R_n + \frac{\xi}{\bar{\eta}} \Delta\varepsilon_v^p \right) = 0 \quad (5.39)$$

Sendo
$$R_{n+1} = R_n + \frac{\xi}{\bar{\eta}} \Delta\varepsilon_v^p.$$

A evolução do dano dependente da parte volumétrica da deformação e está dada pela expressão:

$$D_{n+1} = D_n + \frac{\Delta\varepsilon_v^p}{\bar{\eta}(1 - D_{n+1})} \left(\frac{-Y(\Delta\varepsilon_v^p, D_{n+1})}{r} \right)^s \quad (5.40)$$

Finalmente, a taxa de liberação de energia por dano, $-Y$, tem a seguinte forma:

$$-Y(\Delta\varepsilon_v^p, D_{n+1}) = \frac{[(1 - D_{n+1})\bar{p}_{n+1}^{trial} - K\Delta\varepsilon_v^p]^2}{2k(1 - D_{n+1})^2} \quad (5.41)$$

Introduzindo a variável $w_{n+1} \equiv 1 - D_{n+1}$, da equação (5.39) tem $w_{n+1} = w(\Delta\varepsilon_v^p)$, onde:

$$w(\Delta\varepsilon_v^p) = \frac{\eta K \Delta\varepsilon_v^p}{\eta \bar{p}_{n+1}^{trial} - \xi c \left(\bar{\varepsilon}_n^p + \frac{\xi}{\bar{\eta}} \Delta\varepsilon_v^p \right)} \quad (5.42)$$

E também:

$$-Y(\Delta\varepsilon_v^p) = \frac{\xi^2}{2\eta^2 K} c^2, c = c \left(\bar{\varepsilon}_n^p + \frac{\xi}{\bar{\eta}} \Delta\varepsilon_v^p \right) \quad (5.43)$$

Estas duas últimas equações permitem escrever a evolução do dano dependendo apenas de uma variável é esta dado pela seguinte equação:

$$F(\Delta\varepsilon_v^p) = w(\Delta\varepsilon_v^p) - w_n + \frac{\Delta\varepsilon_v^p}{\bar{\eta} w(\varepsilon_v^p)} \left(\frac{-Y(\Delta\varepsilon_v^p)}{r} \right)^s = 0 \quad (5.44)$$

Esta equação não linear é resolvida pelo método de Newton-Raphson.

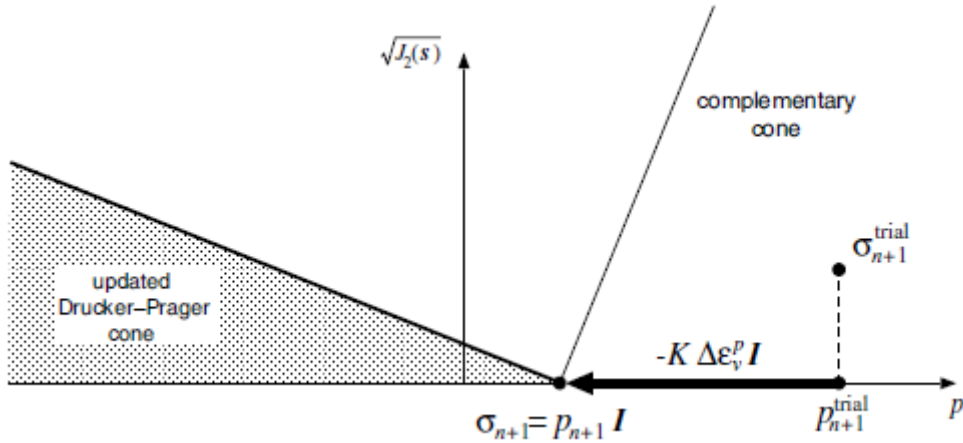


Figura 5.2. Retorno ao vértice do cone. (de Souza Neto, E.; Péric, D. & Owen, D.R.J.,2008)

Operador tangente consistente para o modelo Drucker-Prager com dano:

Para garantir a convergência quadrática do método de Newton-Raphson usado no esquema de integração implícito é necessário obter o Jacobiano tangente elastoplástico. Este operador é usado quando há plastificação e, conseqüentemente, o algoritmo de retorno é adotado. Há duas possibilidades: que o retorno corresponda à parte suave do cone ou que o retorno corresponda ao vértice do cone.

Possibilidade 1. Tangente consistente com a porção suave do retorno:

Dividindo-se o tensor de tensões em uma parte desviadora e uma parte hidrostática pode ser escrito:

$$\mathbf{s}_{n+1} = \left(1 - D_{n+1} - \frac{\Delta\gamma G}{\sqrt{J_2(\bar{\mathbf{s}}_{n+1}^{trial})}} \right) \bar{\mathbf{s}}_{n+1}^{trial} \quad (5.45)$$

Esta expressão pode ser escrita como:

$$\mathbf{s}_{n+1} = \left(w_{n+1} - \frac{\Delta\gamma G}{\sqrt{J_2(\bar{\mathbf{s}}_{n+1}^{trial})}} \right) 2G \boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial} \quad (5.46)$$

Ou ainda

$$\mathbf{s}_{n+1} = \left(w_{n+1} - \frac{\Delta\gamma}{\sqrt{2} \|\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial}\|} \right) 2G \boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial} \quad (5.47)$$

Onde

$$w_{n+1} = \frac{\Delta\gamma(G + \eta\bar{\eta}K)}{\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\| + \eta K\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)}$$

Isto indica que a parte desviadora do tensor de tensões depende de três variáveis:

$$\mathbf{S}_{n+1} = \mathbf{S}_{n+1}(\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}, \Delta\gamma, \varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}})$$

Aplicando a regra da cadeia, obtemos o seguinte diferencial:

$$d\mathbf{S}_{n+1} = \frac{\partial\mathbf{S}_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}} d\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}} + \frac{\partial\mathbf{S}_{n+1}}{\partial\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}}} d\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} + \frac{\partial\mathbf{S}_{n+1}}{\partial\Delta\gamma} d\Delta\gamma \quad (5.48)$$

Esta última equação pode ser escrita como segue:

$$\begin{aligned} d\mathbf{S}_{n+1} = & 2G \left[\frac{-\sqrt{2}G\Delta\gamma(G + \eta\bar{\eta}K)\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|}{[\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\| + \eta K\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)]^2} + \frac{\Delta\gamma}{\sqrt{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|} \right] \mathbf{D} \quad (5.49) \\ & \otimes \mathbf{D}. d\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}} + 2G \left[w_{n+1} - \frac{\Delta\gamma}{\sqrt{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|} \right] d\varepsilon_{dn+1}^{e\text{ trial}} \\ & + 2G \frac{-\Delta\gamma\eta K(G + \eta\bar{\eta}K)\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|}{[\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\| + \eta K\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)]^2} \mathbf{D} d\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} \\ & + 2G \left[(G + \eta\bar{\eta}K) \frac{\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\| + \eta K\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma) + \Delta\gamma\xi^2 H}{[\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\| + \eta K\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)]^2} \right. \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|} \right] \|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\| \mathbf{D} d\Delta\gamma \\ = & [a1 + a2] \mathbf{D} \otimes \mathbf{D}. d\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}} + a3 d\varepsilon_{dn+1}^{e\text{ trial}} + a4 \mathbf{D} d\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} + a5 \mathbf{D} d\Delta\gamma \end{aligned}$$

Onde

$$\mathbf{D} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}}{\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|}$$

$$a1 = \frac{-2\sqrt{2}G^2\Delta\gamma(G + \eta\bar{\eta}K)\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|}{[\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\| + \eta K\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)]^2},$$

$$a2 = \frac{2G\Delta\gamma}{\sqrt{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|},$$

$$a3 = 2G \left[w_{n+1} - \frac{\Delta\gamma}{\sqrt{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|} \right],$$

$$a4 = 2G \frac{-\Delta\gamma\eta K(G + \eta\bar{\eta}K)\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\|}{[\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{dn+1}^{e\text{ trial}}\| + \eta K\varepsilon_{vn+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)]^2},$$

$$a5 = 2G \left[(G + \eta\bar{\eta}K) \frac{\sqrt{2}G \|\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}\| + \eta K \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma) + \Delta\gamma \xi^2 H}{[\sqrt{2}G \|\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}\| + \eta K \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma)]^2} - \frac{1}{\sqrt{2} \|\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}\|} \right] \|\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}\|$$

Similarmente, para a parte hidrostática do tensor de tensões têm-se:

$$p_{n+1} = k w_{n+1} \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} - \Delta\gamma \bar{\eta} k \quad (5.50)$$

Isto indica que a parte hidrostática do tensor de tensões depende de três variáveis:

$$p_{n+1} = p_{n+1}(\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}, \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}}, \Delta\gamma)$$

Aplicando a regra da cadeia, obtemos o seguinte diferencial:

$$dp_{n+1} = \frac{\partial p_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}} d\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}} + \frac{\partial p_{n+1}}{\partial \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}}} d\varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} + \frac{\partial p_{n+1}}{\partial \Delta\gamma} d\Delta\gamma \quad (5.51)$$

Esta última equação pode ser escrita como segue:

$$\begin{aligned} dp_{n+1} &= K \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} \frac{-\sqrt{2}G \Delta\gamma (G + \eta\bar{\eta}K)}{[\sqrt{2}G \|\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}\| + \eta K \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma)]^2} \mathbf{D} d\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}} \quad (5.52) \\ &+ K \left[\frac{-\Delta\gamma \eta K (G + \eta\bar{\eta}K) \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}}}{[\sqrt{2}G \|\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}\| + \eta K \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma)]^2} \right. \\ &\left. + w_{n+1} \right] d\varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} + \left[k \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} \frac{\partial w_{n+1}}{\partial \Delta\gamma} - \bar{\eta} K \right] d\Delta\gamma \\ &= a11 \mathbf{D} d\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}} + a12 d\varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} + a13 d\Delta\gamma \end{aligned}$$

Onde

$$a11 = K \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} \frac{-\sqrt{2}G \Delta\gamma (G + \eta\bar{\eta}K)}{[\sqrt{2}G \|\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}\| + \eta K \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma)]^2},$$

$$a12 = K \left[\frac{-\Delta\gamma \eta K (G + \eta\bar{\eta}K) \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}}}{[\sqrt{2}G \|\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}\| + \eta K \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} - \xi c(R_n + \xi \Delta\gamma)]^2} + w_{n+1} \right],$$

$$a13 = k \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} \frac{\partial w_{n+1}}{\partial \Delta\gamma} - \bar{\eta} K,$$

$$\begin{aligned} \Delta\gamma &= -\frac{1}{\frac{\partial F}{\partial \Delta\gamma}} \left[\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}}} d\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}} + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}}} d\varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}} \right] \\ &= a6[(a7\mathbf{D} + a8\mathbf{D} + a9\mathbf{D})d\boldsymbol{\varepsilon}_d^{e\text{ trial}} + a10d\varepsilon_{v n+1}^{e\text{ trial}}] \end{aligned}$$

Sendo

$$a6 = -\frac{1}{\frac{\partial F}{\partial \Delta\gamma}},$$

$$a7 = \frac{-2G\Delta\gamma(G+\eta\bar{\eta}K)}{[\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial}\| + \eta K \varepsilon_{v\,n+1}^{e\,trial} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)]^2},$$

$$a8 = \frac{\sqrt{2}G}{G+\eta\bar{\eta}K} \left(-\frac{Y(\Delta\gamma)}{r}\right)^s,$$

$$a9 = \frac{\Delta\gamma}{w_{n+1}} \frac{s}{r} \left(-\frac{Y(\Delta\gamma)}{r}\right)^{s-1} \frac{\sqrt{2}G\bar{\eta}K}{(G+\eta\bar{\eta}K)^2} [\eta (\sqrt{2}\eta\bar{\eta}K\|\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial}\| - \eta K \varepsilon_{v\,n+1}^{e\,trial} + \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)) - (G\varepsilon_{v\,n+1}^{e\,trial} - \sqrt{2}G\bar{\eta}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial}\| + \bar{\eta}\xi c(R_n + \xi\Delta\gamma))],$$

$$a10 = \frac{-\Delta\gamma\eta K(G + \eta\bar{\eta}K)}{[\sqrt{2}G\|\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial}\| + \eta K \varepsilon_{v\,n+1}^{e\,trial} - \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma)]^2} + \frac{\eta K}{G + \eta\bar{\eta}K} \left(-\frac{Y(\Delta\gamma)}{r}\right)^s + \frac{\Delta\gamma}{w_{n+1}} \frac{s}{r} \left(-\frac{Y(\Delta\gamma)}{r}\right)^{s-1} \frac{GK}{(G + \eta\bar{\eta}K)^2} [- (\sqrt{2}\eta\bar{\eta}K\|\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial}\| - \eta K \varepsilon_{v\,n+1}^{e\,trial} + \xi c(R_n + \xi\Delta\gamma))\eta + (G\varepsilon_{v\,n+1}^{e\,trial} - \sqrt{2}G\bar{\eta}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{d\,n+1}^{e\,trial}\| + \bar{\eta}\xi c(R_n + \xi\Delta\gamma))]$$

Por outro lado, o operador tangente pode ser escrito como segue:

$$\mathbf{D}^{ep} = \frac{d\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\,trial}} = \frac{d\mathbf{S}_{n+1}}{d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\,trial}} + \mathbf{I} \otimes \frac{dp_{n+1}}{d\varepsilon_{n+1}^{e\,trial}} \quad (5.53)$$

Onde

$$\frac{d\mathbf{S}_{n+1}}{d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\,trial}} = [a1 + a2]\mathbf{D} \otimes \mathbf{D} : \mathbf{I}_d + a3\mathbf{I}_d + a4\mathbf{D} \otimes \mathbf{I} + a5\mathbf{D} \otimes \frac{d\Delta\gamma}{d\varepsilon_{n+1}^{e\,trial}} \quad (5.54)$$

E a derivada correspondente à parte hidrostática fica escrita como segue:

$$\mathbf{I} \otimes \frac{dp_{n+1}}{d\varepsilon_{n+1}^{e\,trial}} = a11\mathbf{I} \otimes \mathbf{D} : \mathbf{I}_d + a12\mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + a13\mathbf{I} \otimes \frac{d\Delta\gamma}{d\varepsilon_{n+1}^{e\,trial}} \quad (5.55)$$

Finalmente:

$$\mathbf{D}^{ep} = [a1 + a2 + a5a6(a7 + a8 + a9)]\mathbf{D} \otimes \mathbf{D} + [a4 + a5a6a10]\mathbf{D} \otimes \mathbf{I} + [a11 + a13a6(a7 + a8 + a9)]\mathbf{I} \otimes \mathbf{D} + (a12 + a13a6a10)\mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \quad (5.56)$$

Possibilidade 2. Tangente consistente com o vértice do retorno:

Tendo em conta que:

$$\Delta R = \frac{\xi}{\bar{\eta}} \Delta \varepsilon_v^p \quad (5.57)$$

Obtém-se

$$R_{n+1} = R_n + \frac{\xi}{\bar{\eta}} \Delta \varepsilon_v^p \quad (5.58)$$

Tendo em conta que apenas é considerada a parte hidrostática do tensor de tensões, a expressão:

$$p_{n+1} = w_{n+1} k \varepsilon_{v n+1}^{e \text{ trial}} - k \Delta \varepsilon_v^p \quad (5.59)$$

mostra que $p_{n+1} = p_{n+1}(\varepsilon_{v n+1}^{e \text{ trial}}, \Delta \varepsilon_v^p)$

o que dá o diferencial

$$dp_{n+1} = \frac{\partial p_{n+1}}{\partial \varepsilon_{v n+1}^{e \text{ trial}}} d\varepsilon_{v n+1}^{e \text{ trial}} + \frac{\partial p_{n+1}}{\partial \Delta \varepsilon_v^p} d\Delta \varepsilon_v^p \quad (5.60)$$

Que gera a seguinte expressão

$$dp_{n+1} = a^* d\varepsilon_{v n+1}^{e \text{ trial}} + b^* d\Delta \varepsilon_v^p \quad (5.61)$$

Além disso, a derivada total da parte hidrostática em relação à deformação gera a expressão:

$$\frac{dp_{n+1}}{d\varepsilon_{n+1}^{e \text{ trial}}} = a^* I + b^* c^* I \quad (5.62)$$

Onde

$$a^* = \frac{\partial p_{n+1}}{\partial \varepsilon_{v n+1}^{e \text{ trial}}},$$

$$b^* = \frac{\partial p_{n+1}}{\partial \Delta \varepsilon_v^p},$$

$$c^* = -\frac{1}{\frac{\partial F}{\partial \Delta \varepsilon_v^p}} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{v n+1}^{e \text{ trial}}}$$

O que dá finalmente a expressão analítica para o operador tangente:

$$D^{ep} = I \otimes \frac{dp_{n+1}}{d\epsilon_{n+1}^{e\ trial}} = (a^* + b^* c^*) I \otimes I \quad (5.64)$$

5.2. IMPLEMENTAÇÃO DA LEI CONSTITUTIVA.

Para a implementação da lei constitutiva elastoplástica com dano isotrópico desenvolvida foi codificado o algoritmo de integração implícito do modelo Drucker-Prager com dano na linguagem de programação FORTRAN. O algoritmo codificado está colocado no APÊNDICE 1 do presente trabalho.

A codificação do algoritmo foi realizada baseada nos seguintes fluxogramas:

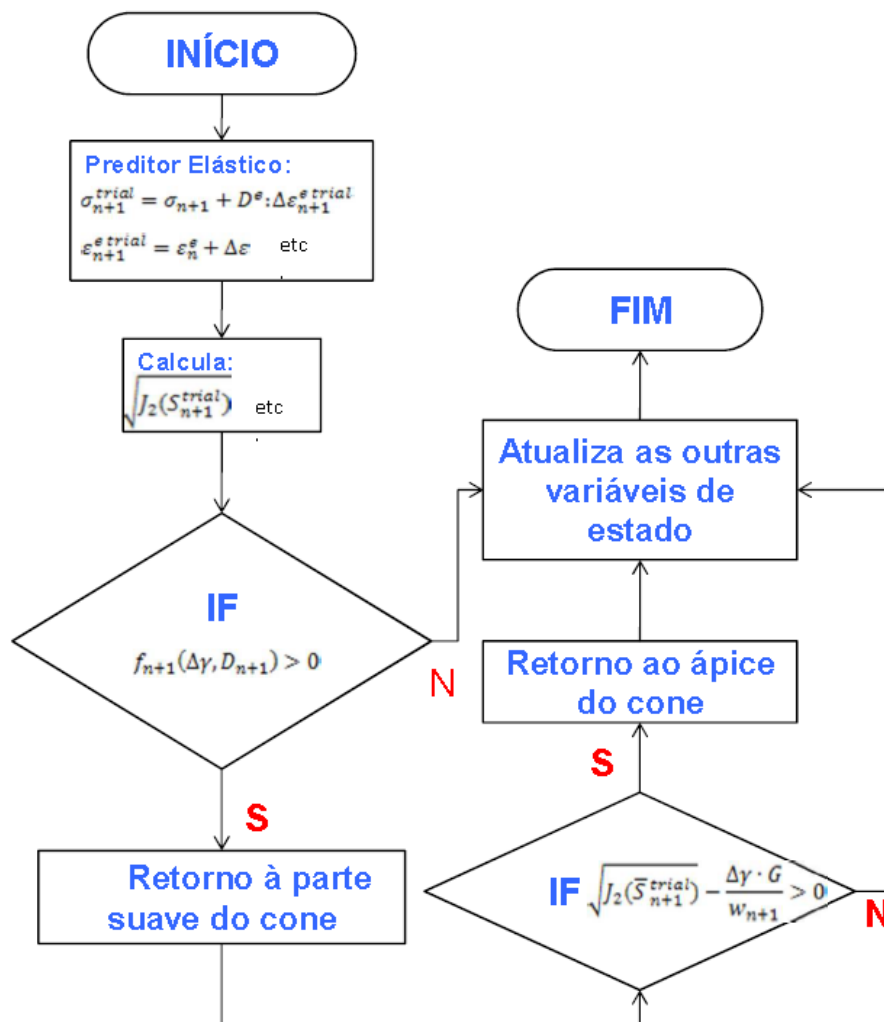


Figura 5.3. Fluxograma descritivo do algoritmo Drucker-Prager com dano implementado

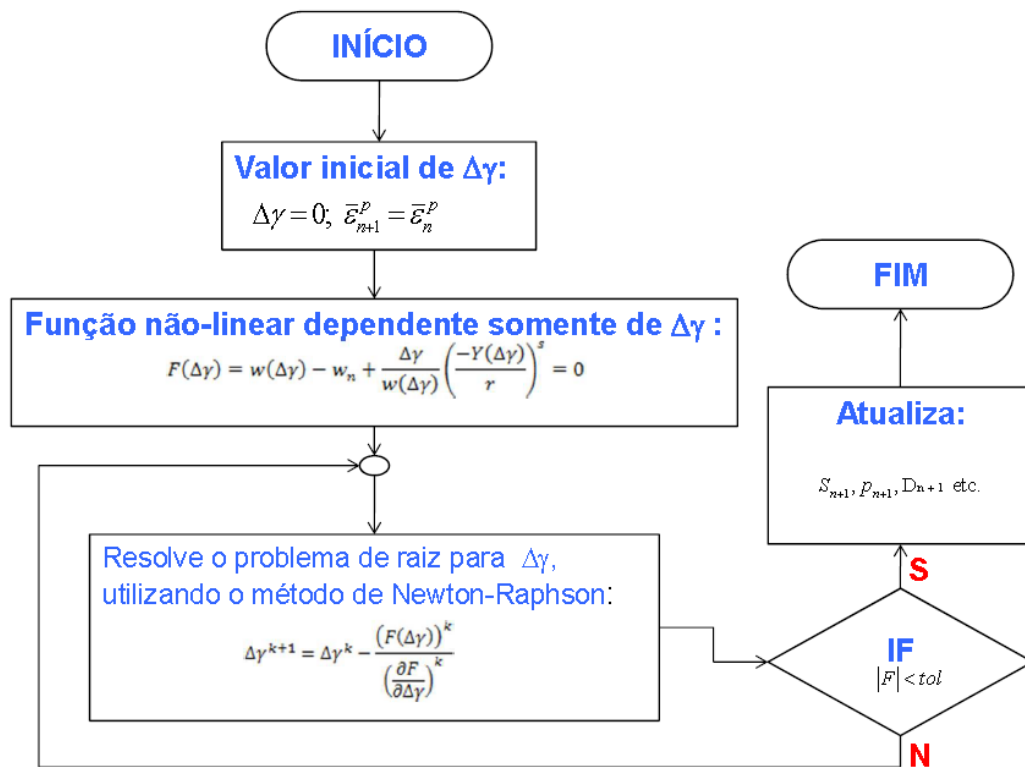


Figura 5.4. Fluxograma descritivo do algoritmo de retorno à porção suave do cone

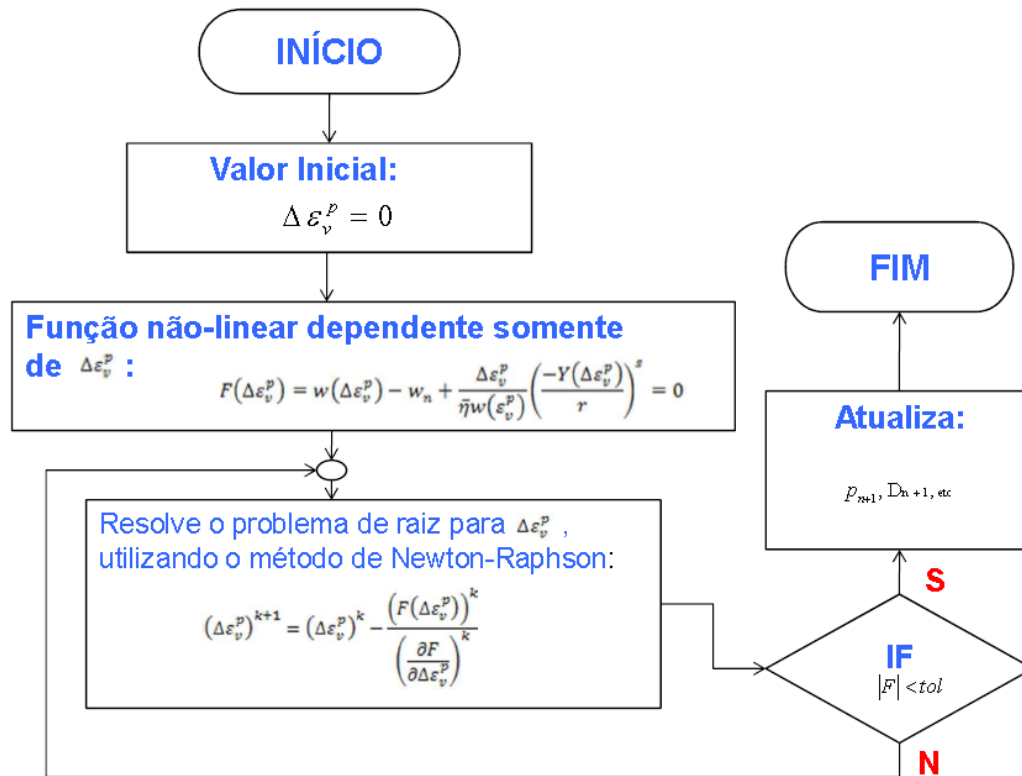


Figura 5.5. Fluxograma descritivo do algoritmo de retorno ao ápice do cone

Para a aplicação do algoritmo a um caso real, é necessário incluir ensaios experimentais para a caracterização das propriedades do solo reforçado com fibras na medida que é verificado o avanço do mecanismo de deterioração, obter os parâmetros estabelecidos no modelo e finalmente quantificar a evolução do dano na modelação computacional verificando o efeito do mesmo nas demais propriedades mecânicas do material.

A partir dos dados experimentais, é necessário obter os parâmetros “r” e “s” que foram introduzidos no algoritmo para a sua utilização no momento do processamento de cálculo do modelo associado ao projeto geotécnico. A determinação dos parâmetro “r” e “s” estão em função da variabilidade do módulo de elasticidade nos ciclos de carga-descarga-recarga do material, e também está associado como o avanço das deformações elásticas e plásticas em cada ciclo.

Também é necessário obter os parâmetros associados à evolução da deformação plástica em função das tensões desenvolvidas (curva de endurecimento), que é necessário para inserir no módulo.

5.2.1. Caracterização experimental dos parâmetros de dano do solo reforçado com fibras.

O programa experimental estabelecido tem como objetivo principal investigar e identificar a evolução do dano no solo reforçado com fibras, para a obtenção dos parâmetros de dano necessários para a implementação da lei constitutiva na modelação computacional de projetos geotécnicos.

Os materiais utilizados na pesquisa, a preparação das amostras, os detalhes relevantes da execução dos ensaios de compressão triaxial em ciclos de carga-descarga-recarga e os equipamentos são descritos.

5.2.1.1. Variáveis investigadas.

O presente trabalho se restringe ao estudo do mecanismo de deterioração do compósito através da medição do módulo de elasticidade inicial e os seguintes módulos de elasticidade para cada ciclo de descarga-recarga. A medição do módulo de elasticidade foi realizado através de ensaios de compressão triaxial em vários ciclos de carga-descarga-recarga e para várias tensões de confinamento.

O módulo de elasticidade é medido diretamente pela tangente inicial à curva tensão-deformação axial no início do carregamento. Para analisar estas variáveis foram realizados ensaios triaxiais cíclicos de carga-descarga-recarga para três tensões de confinamento (20 kPa, 50 kPa e 100 kPa).

5.2.1.2. Materiais utilizados.

Areia

A areia utilizada provem de uma jazida localizada no município de Osorio – RS. O material caracteriza-se por ser uma areia fina (NBR 6502 – ABNT, 1995; ASTM D 2487, 1993), limpa e de granulometria uniforme. A presença de matéria orgânica não é observada. A granulometria do material é indicada na Figura 5.6. Os índices físicos do material são determinados e apresentados na Tabela 5.1.

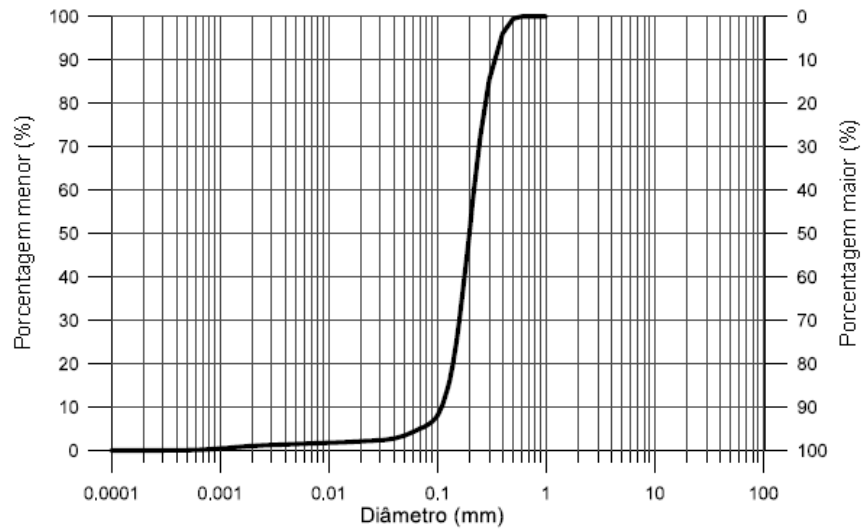


Figura 5.6 Curva granulométrica da areia de Osório.

Tabela 5.1. Índices físicos da areia de Osório

Índices Físicos	Areia de Osório
Massa específica real dos grãos (γ_s)	26,2 kN/m ³
Coefficiente de uniformidade, C_u	2,0
Coefficiente de curvatura, C_c	1,1
Diâmetro efetivo, D_{10}	0,11 mm
Diâmetro médio, D_{50}	0,20 mm
Índice de vazios mínimo, e_{min}	0,6
Índice de vazios máximo, e_{max}	0,9

Fibra

As fibras utilizadas como elemento de reforço são poliméricas de polipropileno e estão disponíveis no mercado em forma de pequenos filamentos. Apresentam características uniformes e bem definidas, por serem inertes quimicamente e estão disponíveis no mercado. As fibras utilizadas possuem título de 100dtex, correspondente ao diâmetro de 0,100 mm. São utilizadas fibras com um comprimento de 50 mm. Foram escolhidas estas fibras por ser as mesmas que foram utilizadas em um ensaio de arrancamento (Consoli et al, 2012) que foi modelado na implementação computacional da lei constitutiva desenvolvida.

A Tabela 5.2 apresenta as principais características, definidas pelo fabricante das fibras utilizadas.

Tabela 5.2. Propriedades mecânicas da fibra de polipropileno

Propriedades mecânicas	Fibra de polipropileno
Espessura	0,100 mm
Densidade	0,91
Módulo de Elasticidade	3 GPa
Resistencia a tração última	120 Mpa
Deformação na ruptura	80 %

Tabela 5.3. Propriedades mecânicas da placa e cabo de aço

Propriedades mecânicas	Placa e cabo de aço
Módulo de Elasticidade	3 GPa
Coefficiente de Poisson	0,3
Densidade	7850 kg/m ³

5.2.1.3.. Resultados dos ensaios triaxiais de compressão.

A continuação na figura 5.7. é mostrado o resumo dos resultados obtidos nos ensaios de compressão triaxiais em ciclos de carga-descarga-recarga realizados.

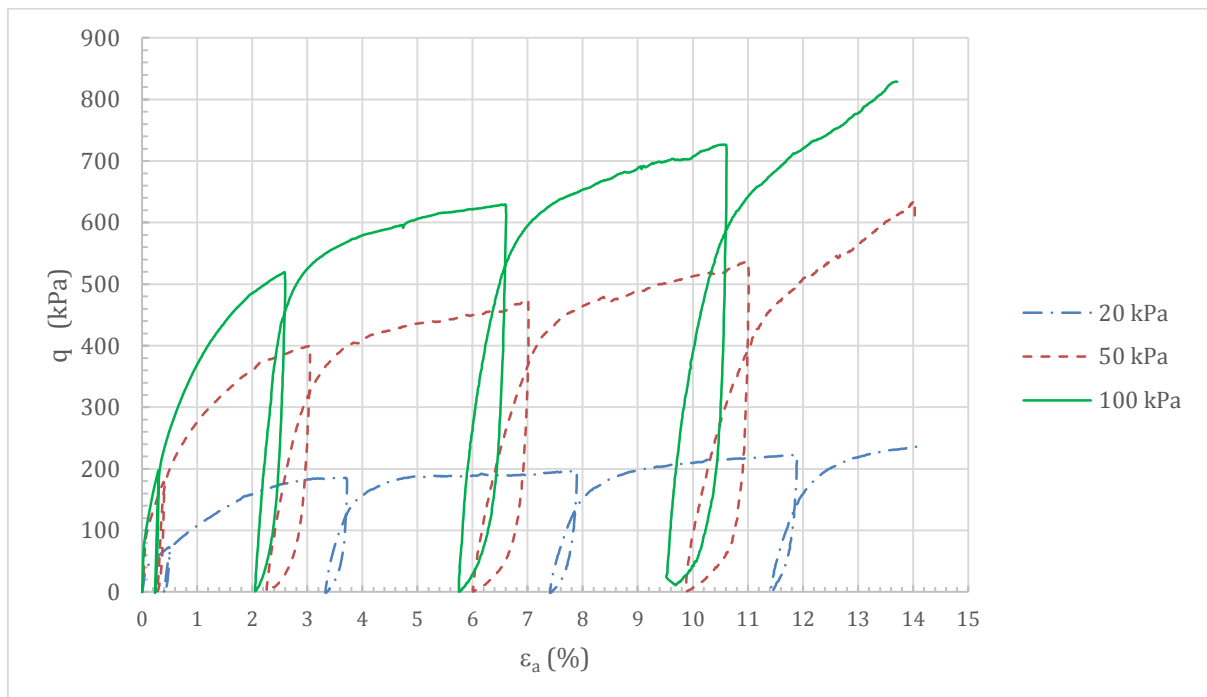


Fig. 5.7. Resultados da relação entre a tensão vertical e a deformação axial no ensaio triaxial de carga-descarga-recarga com pressões de confinamento de 20, 50 e 100 kPa.

5.2.2. Determinação dos Módulos de Elasticidade.

A partir dos resultados obtidos no ensaio triaxial de carga-descarga-recarga foram determinados o valor do módulo de elasticidade inicial e os valores dos módulos de elasticidade associados a cada ciclo de descarga-recarga.

Os resultados calculados do módulo de elasticidade inicial e dos módulos de elasticidade associados aos ciclos de descarga-recarga para a tensão de confinamento de 20 kPa são apresentados a continuação na tabela 5.4 e a figura 5.8.

Tabela 5.4 – Valores de Módulo de Elasticidade para cada ciclo (20 kPa).

ϵ_a (%)	Módulo de Elasticidade (MPa)	
0,000	E_0	57,901
0,397	E_1	54,275
3,330	E_2	50,900
7,409	E_3	39,054
11,423	E_4	29,180

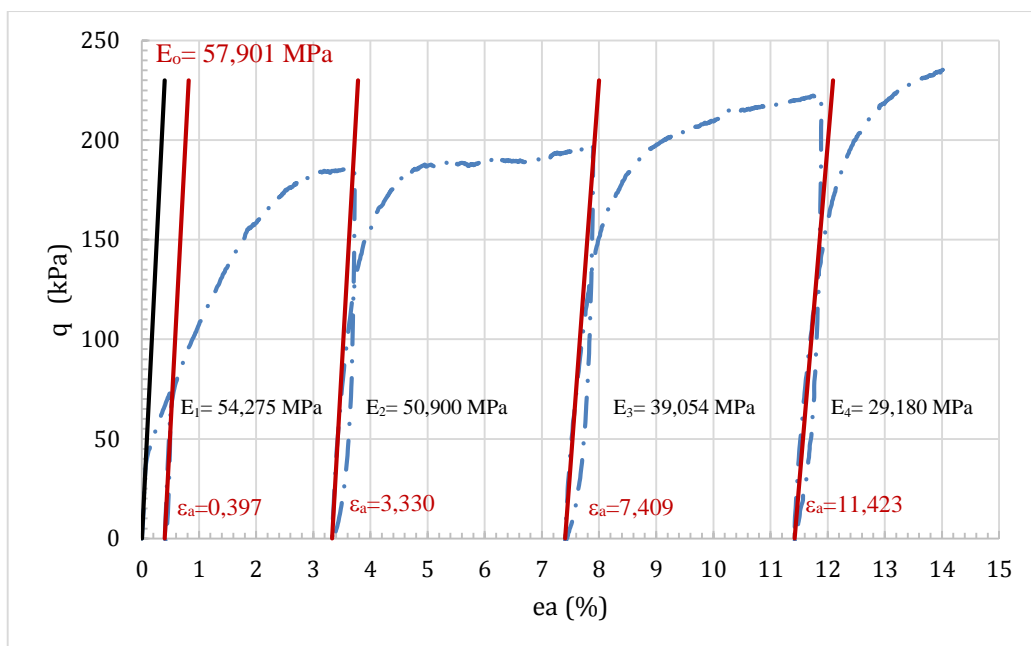


Fig. 5.8. Variação do Módulo de Elasticidade medido para os diferentes ciclos de carga-descarga-recarga com pressão de confinamento de 20 kPa.

Os resultados calculados do módulo de elasticidade inicial e dos módulos de elasticidade associados aos ciclos de descarga-recarga para a tensão de confinamento de 50 kPa são apresentados a continuação na tabela 5.5 e a figura 5.9.

Tabela 5.5 – Valores de Módulo de Elasticidade para cada ciclo (50 kPa).

ϵ_a (%)	Módulo de Elasticidade (MPa)	
0,000	E_0	78,064
0,275	E_1	75,475
2,264	E_2	67,254
6,016	E_3	62,950
9,868	E_4	58,646

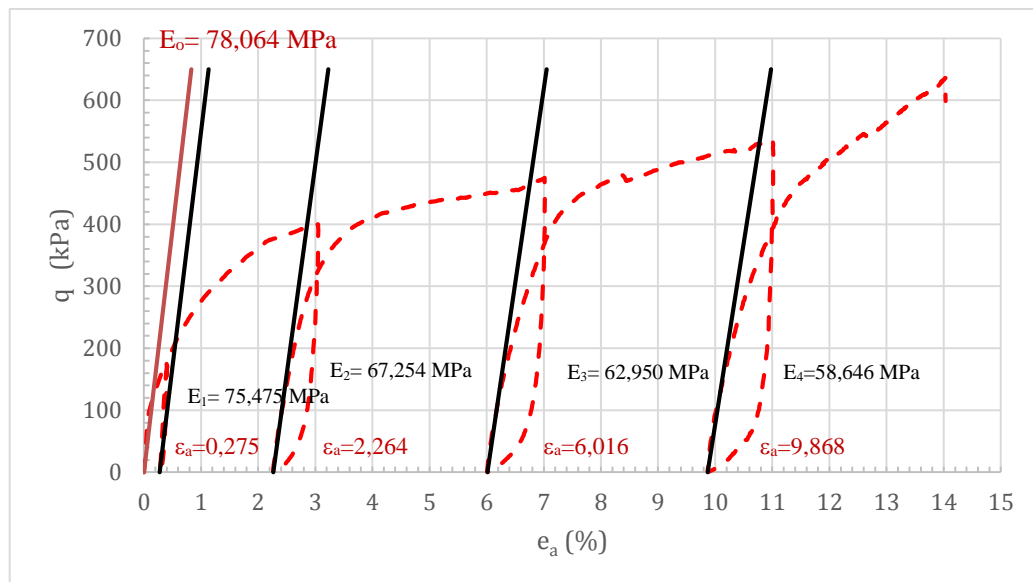


Fig. 5.9. Variação do Módulo de Elasticidade medido para os diferentes ciclos de carga-descarga-recarga com pressão de confinamento de 50 kPa.

Los resultados calculados do módulo de elasticidade inicial e dos módulos de elasticidade associados aos ciclos de descarga-recarga para a tensão de confinamento de 100 kPa são apresentados a continuação na tabela 5.6 e a figura 5.10.

Tabela 5.6 – Valores de Módulo de Elasticidade para cada ciclo (100 kPa).

ϵ_a (%)	Módulo de Elasticidade (MPa)	
0,000	E_0	151,250
0,236	E_1	142,587
2,052	E_2	128,873
5,753	E_3	110,865
9,525	E_4	92,863

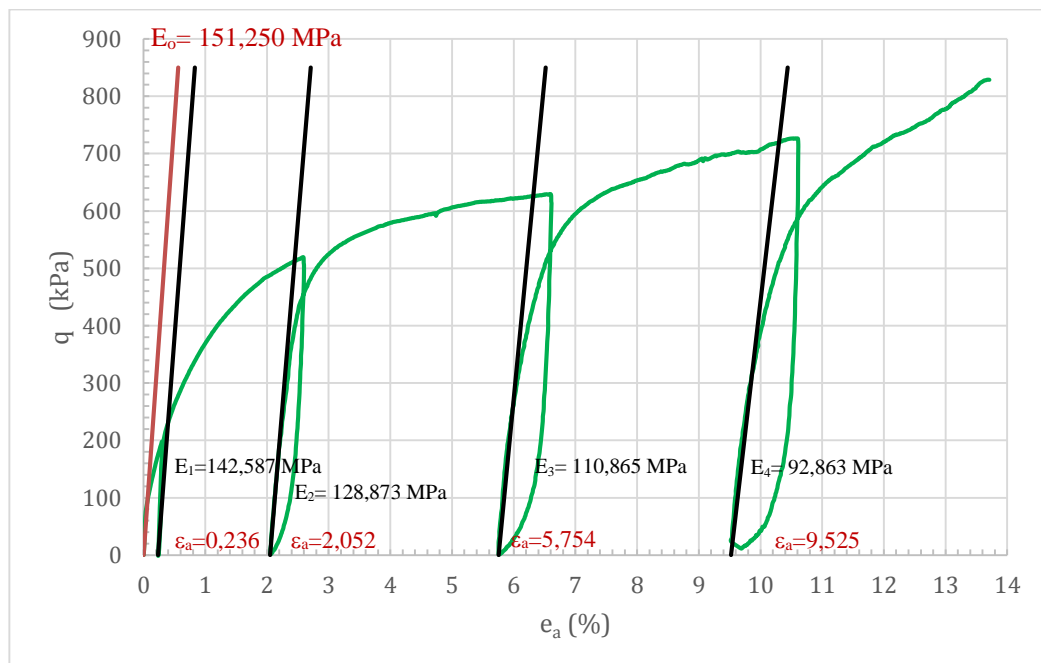


Fig. 5.10. Variação do Módulo de Elasticidade medido para os diferentes ciclos de carga-descarga-recarga com pressão de confinamento de 100 kPa.

Na avaliação dos valores calculados de módulo de elasticidade está evidenciada a dependência do valor inicial e os valores posteriores para cada ciclo de descarga-recarga em função da pressão de confinamento.

Para obter a relação do módulo de elasticidade em função da pressão de confinamento foi utilizada a seguinte relação empírica.

$$E_o = a. (\sigma_3)^b$$

Graficando a relação de $\log(a)$ em função do $\log(\sigma_3)$, como é mostrada na Figura 5.14, podemos calcular posteriormente a relação ficando da seguinte forma:

$$E_o = 9423,23(\sigma_3)^{0,5825}$$

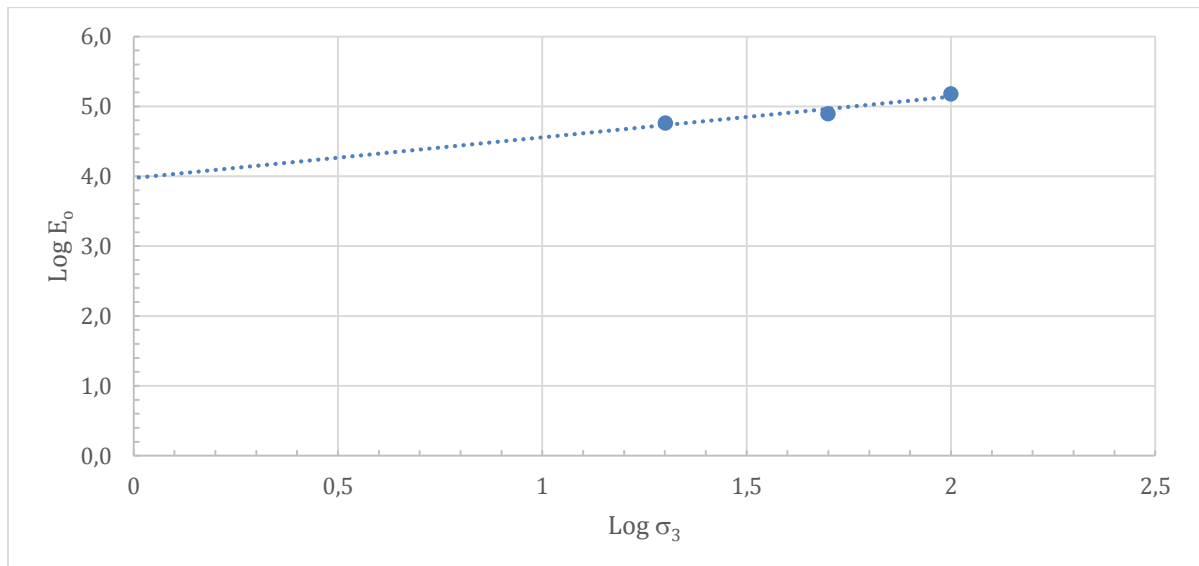


Fig. 5.11. Variação logarítmica do Módulo de Elasticidade Inicial E_o em função da variação logarítmica da pressão de confinamento σ_3

5.6. VALIDAÇÃO DO MODELO

Para validar o modelo é necessário reproduzir os efeitos mais importantes do dano no material. Macroscopicamente, o dano provoca uma diminuição do módulo de elasticidade e consequentemente uma diminuição da tensão (softening), e ao mesmo tempo uma diminuição da deformação plástica. Além disso, a tensão de fluência diminui antes e após do endurecimento (plastificação com endurecimento). Além disso, ocorre uma redução da resistência elétrica, da densidade e da velocidade de propagação das ondas através do material. Vários desses efeitos são apresentados a seguir, por meio de simulações utilizando a lei constitutiva desenvolvida.

5.6.1 Obtenção dos parâmetros iniciais da equação de Drucker-Prager com dano:

Para utilizar a equação (5.14) (função que determina a plastificação do material)

$$f(\sigma, d) = q + \tan\beta \cdot p - d$$

é necessário obter os parâmetros β e d dos valores experimentais disponíveis. Onde β é o ângulo de fricção interna do modelo Drucker-Prager com dano e d a coesão do mesmo modelo constitutivo. É importante lembrar que o ângulo de fricção interna do modelo Drucker-Prager não é igual ao ângulo de fricção interna do modelo Mohr-Coulomb ϕ , utilizado frequentemente na mecânica do solo.

Com efeito, utilizando os valores experimentais obtidos Figuras 5.7-5.10, obtêm-se os parâmetros da forma seguinte. Se escolhem os pontos das curvas tensão-deformação obtidas com diferentes valores de confinamentos (1 ponto por cada curva), os valores podem ser obtidos considerando um nível determinado de plastificação do material (Fig. 5.12). Como resultado de este procedimento, obtêm-se a superfície de escoamento no plano meridional, i.e. no plano determinado pelos eixos q-p (Fig. 5.13).

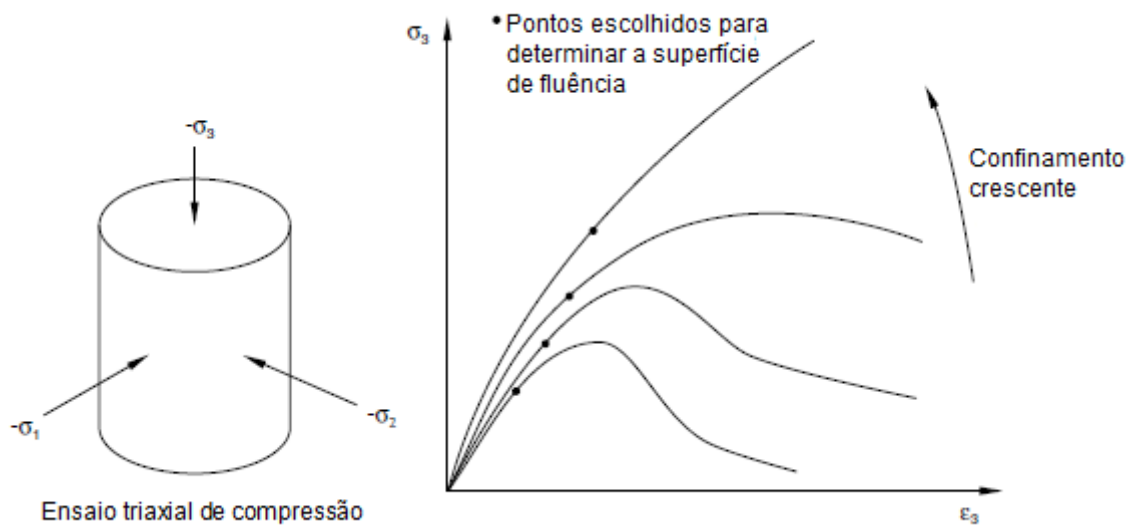


Fig. 5.12. Ensaio triaxial com curvas tensão-deformação para diferentes valores de pressão de confinamento ($-\sigma_1 = -\sigma_2$). Hibbit et al (2010).

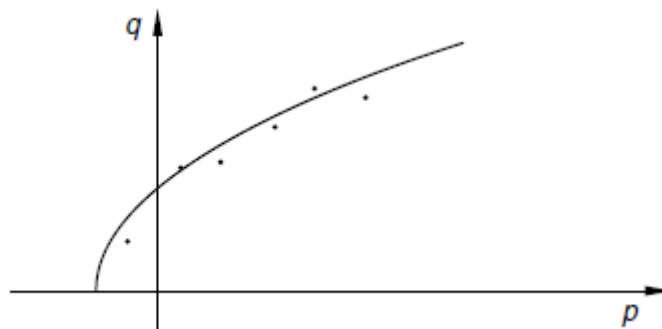


Fig. 5.13. Superfície de fluência no plano meridional. Hibbit et al (2010).

Fazendo uma interpolação linear utilizando o método dos mínimos quadrados, obtêm-se finalmente os parâmetros β e d (Fig. 5.14).

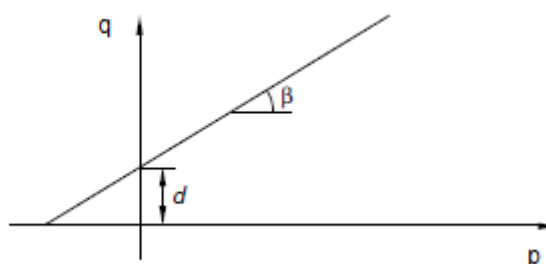


Fig. 5.14. Obtenção dos parâmetros β e d no plano meridional. Hibbit et al (2010).

A Tabela 5.7 foi obtida dos resultados mostrados nas Figuras 5.7 – 5.10, posteriormente, aplicando o método dos mínimos quadrados, usando uma interpolação linear, obtêm-se os valores de β e d . Fazendo a conversão de unidade $\beta \cong 48,59^\circ$ y $d = 34\,305$ Pa.

Tabela 5.7 Obtenção dos parâmetros β e d no plano meridional dos resultados (Valores em Pa).

q	T33	T22	T11	p	tan(beta)	beta (rad)	d
75 000	20 000	20 000	95 000	45 000	1,1342	0,8482	34 305
180 000	50 000	50 000	230 000	110 000			
220 500	100 000	100 000	320 500	173 500			

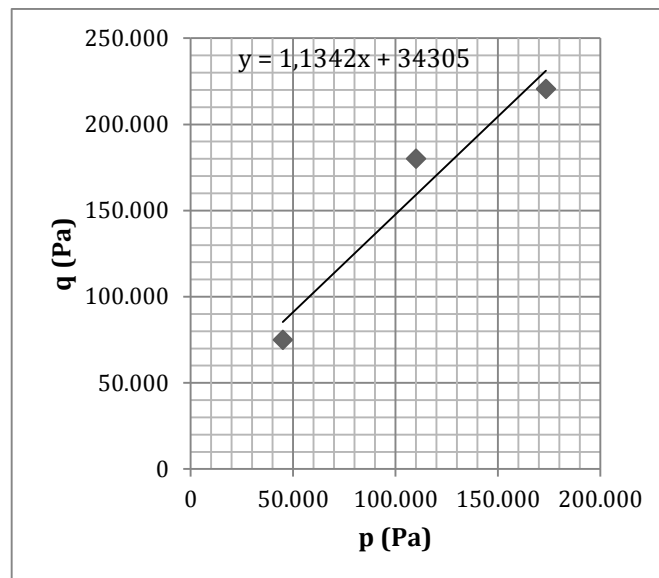


Fig. 5.15. Obtenção dos parâmetros β e d no plano meridional pelo método dos mínimos quadrados.

5.6.2 Endurecimento (encruamento) do material:

A curva de encruamento do material é obtida dos valores da Figura 5.10 (curva tensão-deformação). Tendo em conta que o modelo assume uma decomposição aditiva da deformação (i.e. $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$), a curva de encruamento é obtida da curva tensão-deformação tendo em conta que no caso unidimensional $\sigma = E\varepsilon^e$, sendo portanto $\varepsilon^p = \varepsilon - \varepsilon^e$.

Tabela 5.8 Curva de encruamento do solo.

Curva de encruamento do Solo	
Tensão (Pa)	ε^p
5 000,000	0,00000000
84 059,703	0,00040870
102 379,670	0,00048290
150 853,910	0,00075240
200 357,710	0,00113630
300 979,270	0,00263680
400 047,670	0,00554471
550 233,710	0,01499540
650 771,150	0,04546040
880 075,890	0,20019660

5.6.3 Obtenção dos parâmetros do dano do material:

Nesta abordagem, os parâmetros do dano (r e s) são obtidos da variação do módulo elástico do material. Tendo em conta que o modelo assume a hipótese da deformação equivalente entre as configurações com e sem dano, se obtém a relação $D_n = 1 - \frac{E_n}{E_0}$. Neste caso o dano representa o deterioro do material (diminuição do módulo elástico do material, Figura 5.10).

Tabela 5.9 Evolução do dano do material com a variação do módulo elástico.

P (100kPa)			
ε_a (%)	E_i	E(MPa)	D_i
0,000	E0	151,250	0,000
0,236	E1	142,587	0,057
2,052	E2	128,873	0,148
5,753	E3	110,865	0,267
9,525	E4	92,863	0,386

Utilizando os dados da Tabela 5.9 e integrando a equação 5.11, são obtidos os valores $s = 0,05$ e $r = 1 Pa$, que são introduzidos na Equação 5.38 ou 5.44, segundo corresponda ao retorno na parte suave ou no vértice do cone da superfície de Drucker-Prager com dano.

5.6.4 Outras propriedades do material:

Adicionalmente, foram utilizados os valores da densidade e do módulo de Poisson segundo a tabela seguinte:

Tabela 5.10 Propriedades do material.

Propriedade do material	Valor
ρ	$1\,770 \frac{kg}{m^3}$
ν	0,3

5.6.4 Representação do protótipo ensaiado:

Para a simulação foi desenhada uma geometria cilíndrica de 100 mm de diâmetro e 200 mm de comprimento, correspondente ao protótipo que originou a curva tensão-deformação da Figura 5.10. A discretização da geometria foi feita utilizando um elemento sólido tridimensional hexaédrico quadrático (C3D20) com um esquema de integração completo. Devido a que nas simulações não se observaram concentração de tensões, foi utilizado um malhado homogêneo.

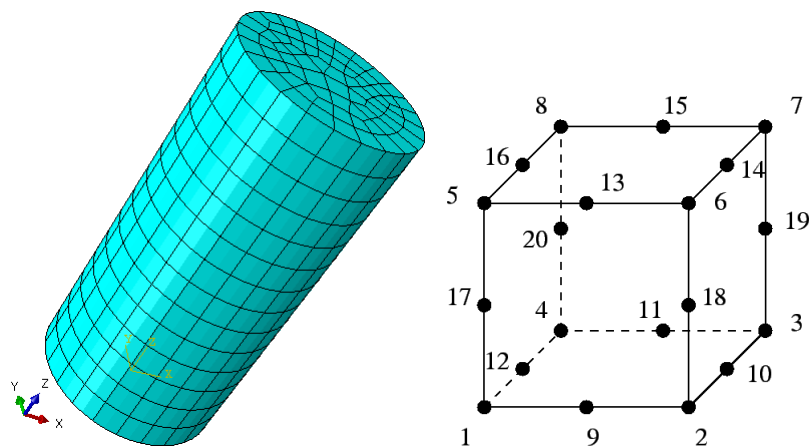


Fig. 5.16. Discretização do modelo utilizando elementos do tipo C3D20.

As condições de contorno aplicados no modelo consistiu em restringir o deslocamento axial num dos extremos do corpo cilíndrico, para representar o apoio do protótipo durante o ensaio triaxial.

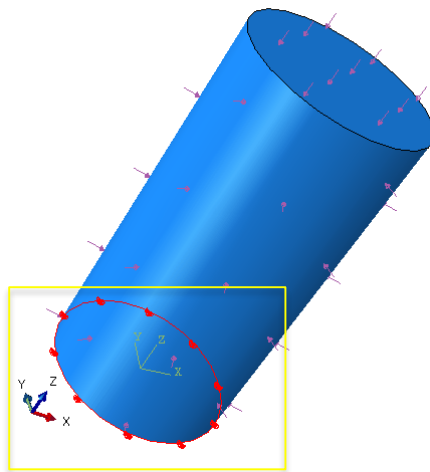


Fig. 5.17. Condições de contorno da peça ensaiada, restrição do apoio do protótipo no ensaio triaxial.

Foi aplicada uma pressão de 100 kPa, para simular a presença de uma pressão de confinamento no protótipo.

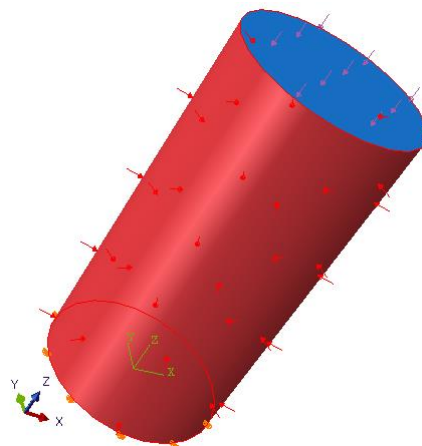


Fig. 5.18. Pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial.

Uma vez aplicada a pressão de confinamento, foram aplicados carregamentos de acordo ao ensaio cujos resultados são mostrados na Figura 5.10. Estes carregamentos axiais são forças distribuídas na superfície segundo a Figura 5.19.

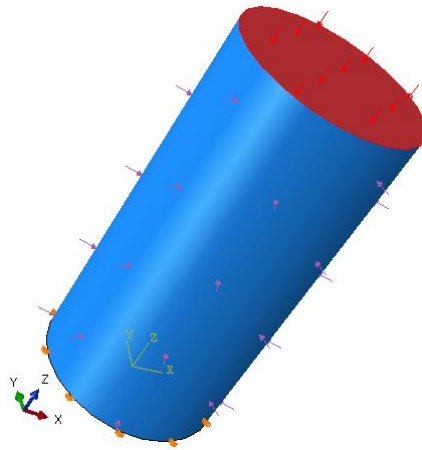


Fig. 5.19. Força axial, aplicado no protótipo no ensaio triaxial.

5.6.5 Resultados obtidos:

Na Figura 5.20 se pode ver uma comparação dos valores obtidos experimentalmente e os obtidos numericamente. Os valores numéricos são obtidos fazendo $q = T_{33} - T_{11}$, sendo T_{33} a tensão axial e T_{11} a tensão de confinamento do protótipo simulado. No eixo horizontal, a deformação total corresponde à deformação axial ($\varepsilon = \varepsilon_a = \varepsilon^e + e^p$), onde $\varepsilon^e = \frac{\sigma}{E}$ de acordo com o modelo linear elástico adotado, enquanto que ε^p é obtida segundo a regra de fluxo (integração da Equação 5.16, seguindo um esquema de integração implícito descrito anteriormente).

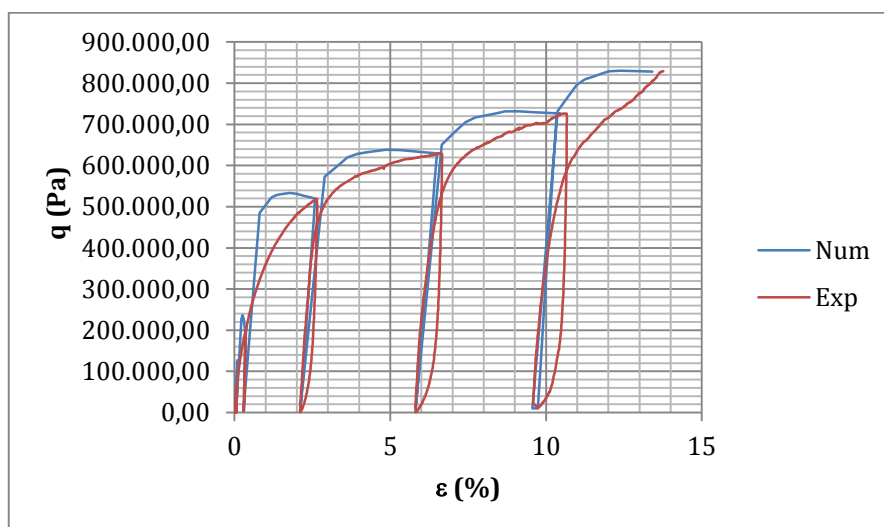


Fig. 5.20. Comparação dos resultados experimentais e numéricos para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial.

Na figura seguinte (Figura 5.21) podem-se ver os valores da tensão equivalente de Von Mises que correspondem ao primeiro carregamento-descarregamento simulado, para representar ao experimento realizado cujos valores estão na Figura 5.10. Os valores das tensões das Figuras 5.21-5.27 estão em Pascal (Pa).

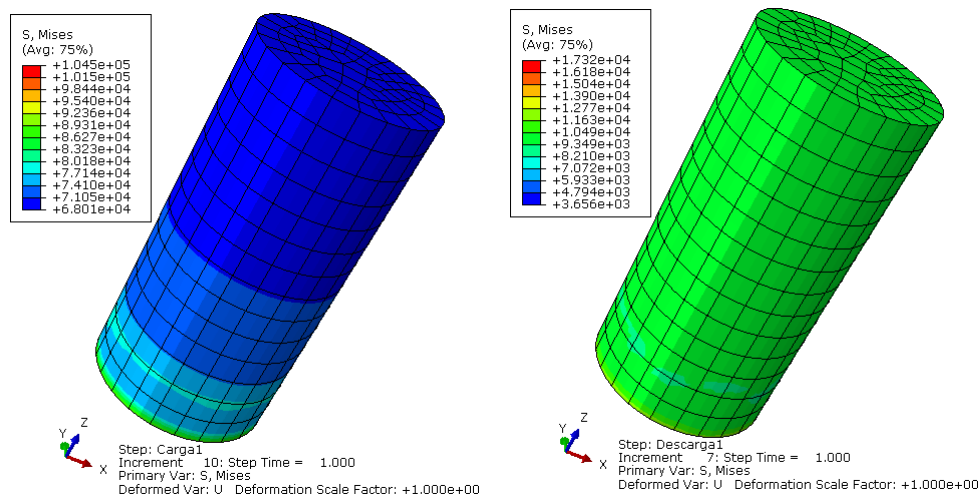


Fig. 5.21. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Primeiro ciclo de carga.

Na Figura 5.22 se observam os valores da Tensão de Von Mises que correspondem ao segundo ciclo de carregamento-descarregamento aplicado. Os valores dos carregamentos aplicados vão aumentando, conforme aumenta o número de ciclos realizado.

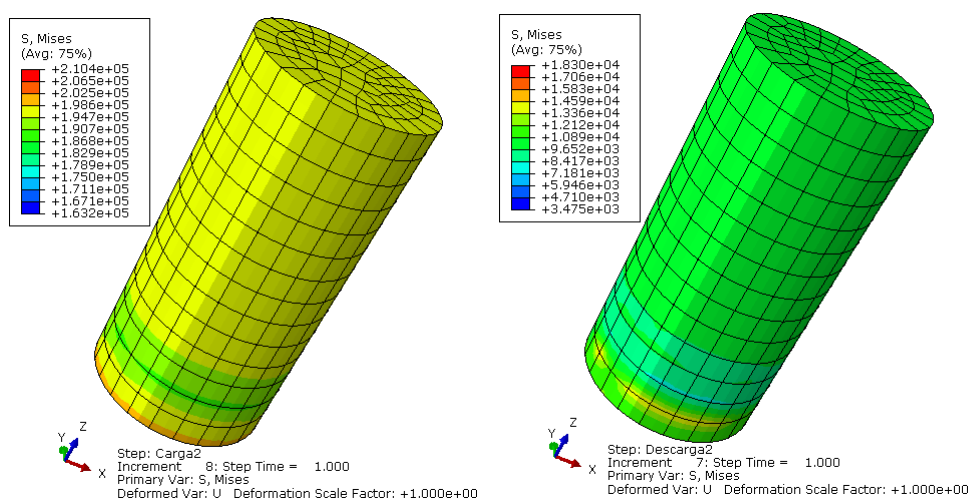


Fig. 5.22. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Segundo ciclo de carga.

As tensões de Von Mises do terceiro ciclo de carregamento são observados na Figura 5.23, se pode verificar que os valores correspondem ao nível de tensão observado na Figura 5.10, correspondente a este ciclo de carga, ainda que, como se sabe, os valores da tensão de Von Mises e os axiais não necessariamente são iguais, sempre são comparáveis.

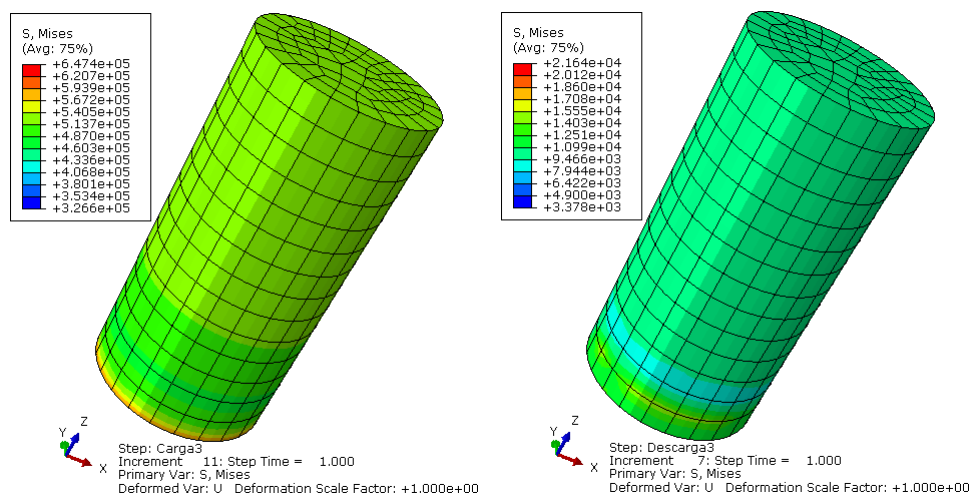


Fig. 5.23. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Terceiro ciclo de carga.

É importante ter em conta que, devida à regularidade geométrica e de carga, a distribuição de tensões são bastante uniformes. Na Figura 5.24 se observam as tensões de Von Mises que correspondem ao quarto ciclo de carregamento.

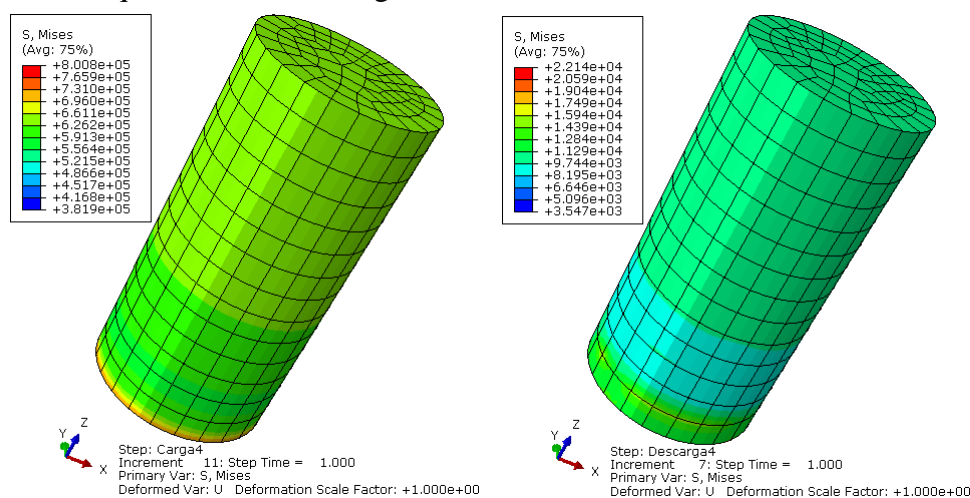


Fig. 5.24. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Quarto ciclo de carga.

Na Figura 5.25 se pode observar a concentração de tensões na região onde foi aplicada a restrição, fato também observado para os outros ciclos de carregamento, isso acontece devido a que esta região é ligeiramente mais rígida que as outras regiões devido a esta restrição aplicada. A leitura das tensões para a Figura 5.20, porém, foi realizada fora de esta região para garantir a representabilidade das tensões obtidas numericamente daquelas obtidas em forma experimental.

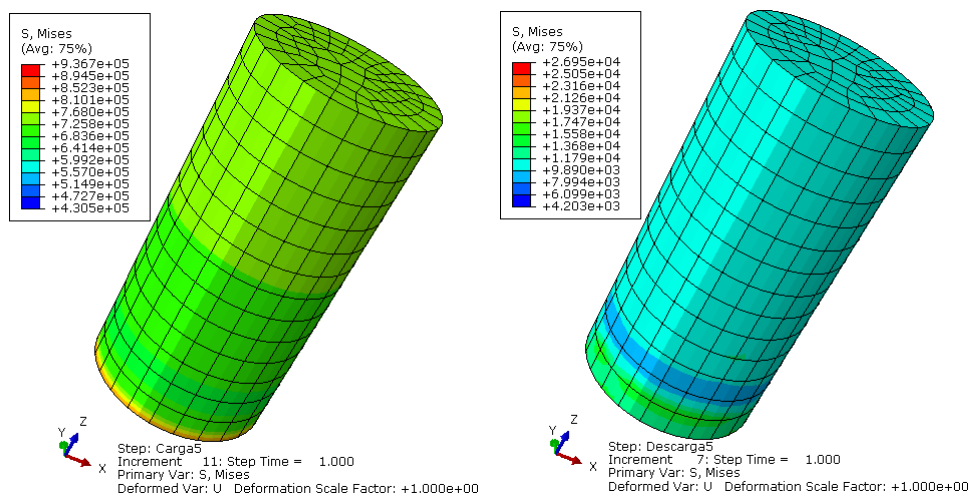


Fig. 5.25. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Quinto ciclo de carga.

Neste último ciclo de carga simulado também se observam valores de tensões comparáveis com as mostradas nas Figura 5.20. A curva experimental é aproximada pelos valores numéricos devido ao amolecimento (softening) característico de uma lei constitutiva com dano. Este amolecimento se produz devido ao deterioro do material representado pela diminuição do módulo elástico do material analisado.

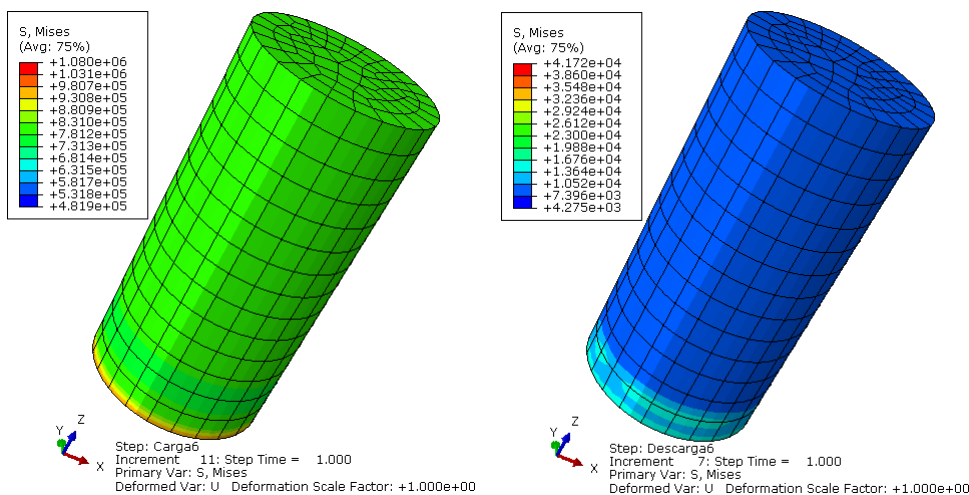


Fig. 5.26. Tensões de Von Mises para uma pressão de confinamento de 100 kPa, aplicado no protótipo no ensaio triaxial. Sexto ciclo de carga.

Na Figura 5.27 são mostrados os valores da tensão axial e de confinamento correspondentes ao sexto ciclo de carga. Estes valores (tensão axial e de confinamento) foram utilizados para a obtenção da tensão de corte q , tal como foi explicado anteriormente nesta seção. Se pode verificar que os valores obtidos correspondem ao nível de tensão mostrado na Figura 5.26. Os valores negativos das tensões correspondem a carregamentos de compressão aplicados ao protótipo simulado.

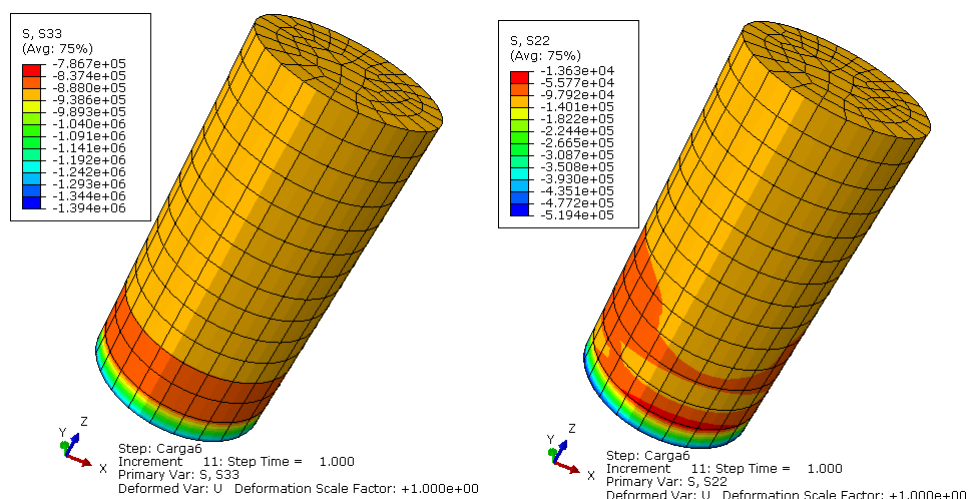


Fig. 5.27. Valores das tensões: axial e de confinamento no sexto ciclo de carga.

Os valores dos deslocamentos axiais (em metros) obtidos vão de valores pequenos até valores que correspondem a deformações da ordem do 10%. Os valores dos deslocamentos da Figura 5.28 se correspondem aos valores de deformações axiais mostrados na Figura 5.20.

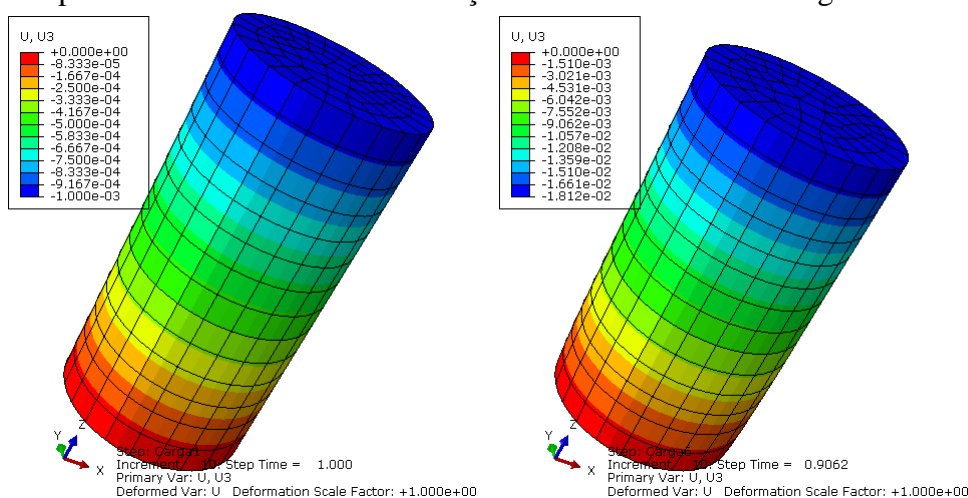


Fig. 5.28. Deslocamentos no primeiro e sexto ciclo de carregamento, respectivamente.

A Figura 5.29 mostra a evolução do dano no material, os valores do dano foram obtidos num ponto com tensões regulares, não próximo à restrição aplicada, para que seja significativa. A evolução do dano é compatível com os valores da Tabela 5.9.

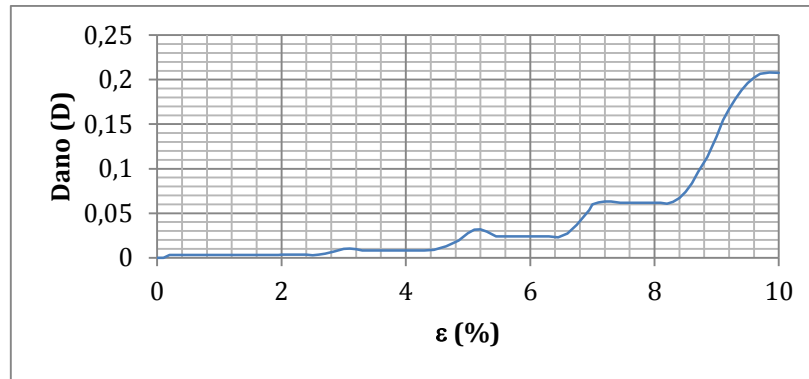


Fig. 5.29. Evolução do dano do material.

5.7. APLICAÇÃO DA LEI CONSTITUTIVA A UM ENSAIO DE ARRANCAMENTO.

Nesta seção são apresentados os resultados da aplicação da lei constitutiva desenvolvida a um ensaio de arrancamento aplicado a solos reforçados com fibras (Consoli et. al. 2012).

O ensaio de arrancamento foi realizado com uma placa de aço embebida em areia misturada com fibra para valores de relação da profundidade de embutimento (H) em função do diâmetro da placa (D) de $H/D=2,0$, $H/D=1,5$ e $H/D=1,0$.

Para o modelo do preenchimento com areia e fibra são utilizados dois tipos de solo: o solo natural e o solo reforçado com fibras, como é mostrada na figura 5.30.

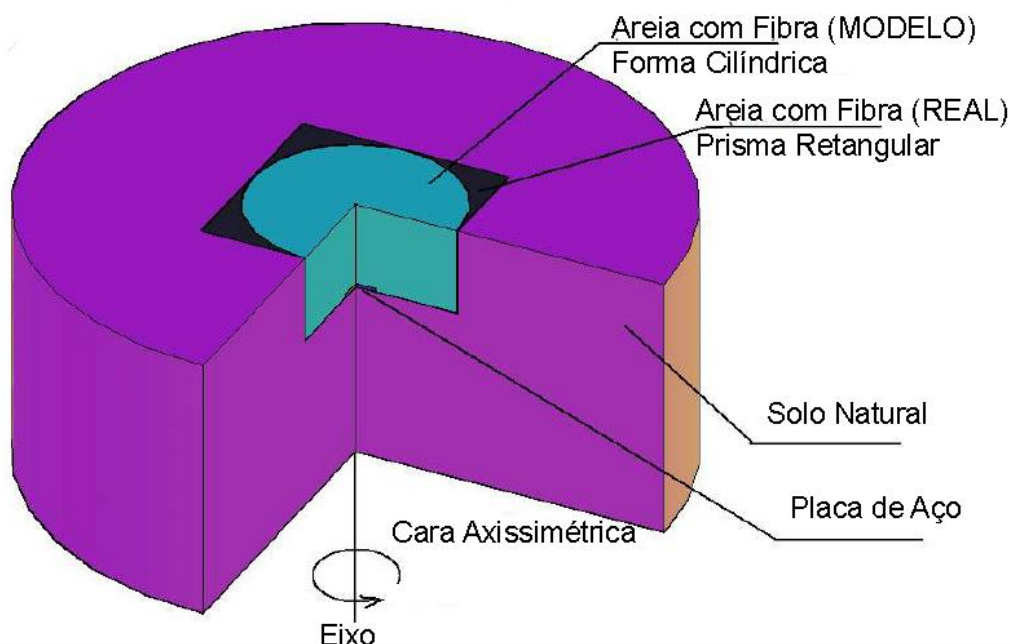


Figura 5.30. Esquema do Modelo de Simulação para o Solo Reforçado com Fibras

Placa e cabo de aço: uma placa circular de aço de 30 cm de diâmetro e 1 polegada de espessura unida a um cabo de aço vertical. A placa tem uma profundidade de fundação de -0,6 m, -0,45 m e -0,30 m para as relações $H/D=2$, $H/D=1,5$ e $H/D=1,0$ respectivamente.

Solo natural: volume cilíndrico de areia, de 4,5 m de diâmetro, com um nível de 0,60 m por cima do nível superior da placa, e 1,8 m abaixo do mesmo.

Areia reforçada com fibra: volume cilíndrico de areia e fibra, de 1,5 m de diâmetro e altura de 0,60 m, 0,45 m e 0,30 m para as relações de $H/D=2$, $H/D=1,5$ e $H/D=1,0$, respectivamente.

5.7.1. Propriedades dos Materiais

Areia

A areia utilizada provem de uma jazida localizada no município de Osório – RS. O material caracteriza-se por ser uma areia fina (NBR 6502 – ABNT, 1995; ASTM D 2487, 1993), limpa e de granulometria uniforme. A presença de matéria orgânica não é observada. A granulometria do material é indicada na Figura 5.31. Os índices físicos do material são determinados e apresentados na Tabela 5.11.

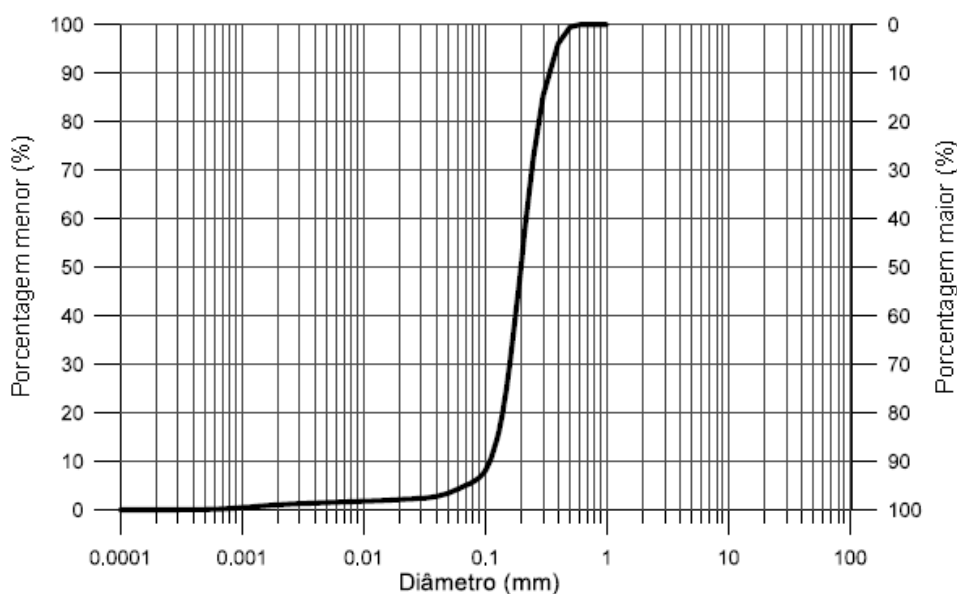


Figura 5.31. Curva granulométrica da areia de Osório.

Tabela 5.11. Propriedades da areia de Osório

Propriedades	Areia de Osório
Massa específica real dos grãos (γ_s)	26,2 kN/m ³
Coefficiente de uniformidade, C_u	2,0
Coefficiente de curvatura, C_c	1,1
Diâmetro efetivo, D_{10}	0,11 mm
Diâmetro médio, D_{50}	0,20 mm
Índice de vazios mínimo, e_{\min}	0,6
Índice de vazios máximo, e_{\max}	0,9

Fibra

As fibras utilizadas como elemento de reforço são poliméricas de polipropileno e estão disponíveis no mercado em forma de pequenos filamentos. Apresentam características uniformes e bem definidas, por serem inertes quimicamente e estão disponíveis no mercado. As fibras utilizadas possuem título de 100dtex, correspondente ao diâmetro de 0,100 mm. São utilizadas fibras com um comprimento de 50 mm. Foram escolhidas estas fibras por ser as mesmas que foram utilizadas no ensaio de arrancamento (Consoli et al, 2012).

A Tabela 5.12. apresenta as principais características, definidas pelo fabricante das fibras utilizadas.

Tabela 5.12. Propriedades da fibra de polipropileno

Propriedades mecânicas	Fibra de polipropileno
Espessura	0,100 mm
Densidade	0,91
Módulo de Elasticidade	3 GPa
Resistencia a tração última	120 Mpa
Deformação na ruptura	80 %

Tabela 5.13. Propriedades mecânicas da placa e cabo de aço

Propriedades mecânicas	Placa e cabo de aço
Módulo de Elasticidade	3 GPa
Coefficiente de Poisson	0,3
Densidade	7850 kg/m ³

Solo Natural e Solo com Fibra:

Material Elastoplástico

Lei Constitutiva: Drucker Prager Hardening

Tabela 5.14. Parâmetros dos solos utilizados

Parte Elástica		
	Solo Natural	Solo com Fibras
Densidade	1770 kg/m ³	1770 kg/m ³
Módulo de Elasticidade, E	20 000kPa	37 910 kPa
Coefficiente de Poisson, v	0.3	0.3
Parte Plástica		
Ângulo de Fricção Φ	36,7°	53°
Taxa de tensão de fluência para ensaio triaxial (Flow stress ratio)	1	1
Ângulo de Dilatância Ψ	10°	53°
Tensão de Fluência σ	7.000 Pa	23 249 Pa

5.7.2. Condições de contorno e cargas aplicadas.

As condições de contorno consistem em fixações nos eixos perpendiculares no lado escolhido, na parte inferior e a parte lateral do modelo.

O modelo tem no lado esquerdo o eixo de simetria, na parte inferior permite deslocamentos horizontais e tem restrições para deslocamentos verticais e na parte direita permite deslocamentos verticais e tem restrições para deslocamentos horizontais.

No topo do cabo de aço é aplicado um deslocamento vertical.

5.7.3. Contato

Define-se o contato entre a placa de aço e solo, sendo a superfície máster a placa e o escravo o solo.

O comportamento tangencial consiste numa lei de fricção de Coulomb com coeficiente de atrito de 0,2, direcionalidade isotrópica, e a formulação utilizada é penalidade pura.

Enquanto ao comportamento normal, a força normal de contato atua se existe penetração entre os corpos e permite a separação entre as superfícies. Nesta direção também é utilizado um algoritmo baseado na penalidade pura.

5.7.4. Família de Elementos e Malha

Placa e Cabo de Aço: Contínuo, axissimétrico, de 8 nós, quadrilátero, bi-quadrático.

Solo de Fundação: Contínuo, axissimétrico, de 8 nós, quadrilátero, bi-quadrático.

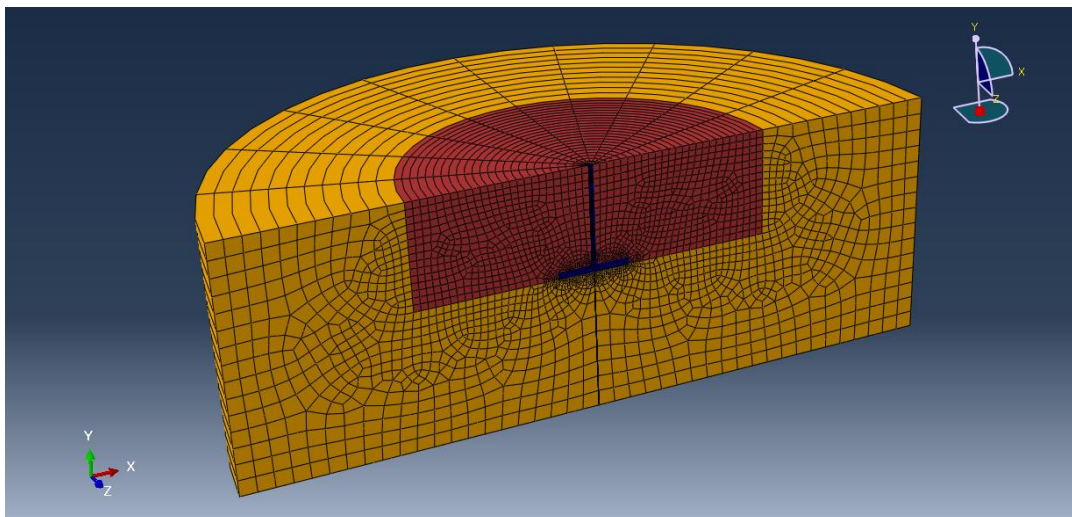


Figura 5.32. Malhado do conjunto. Imagem expandida em 3D.

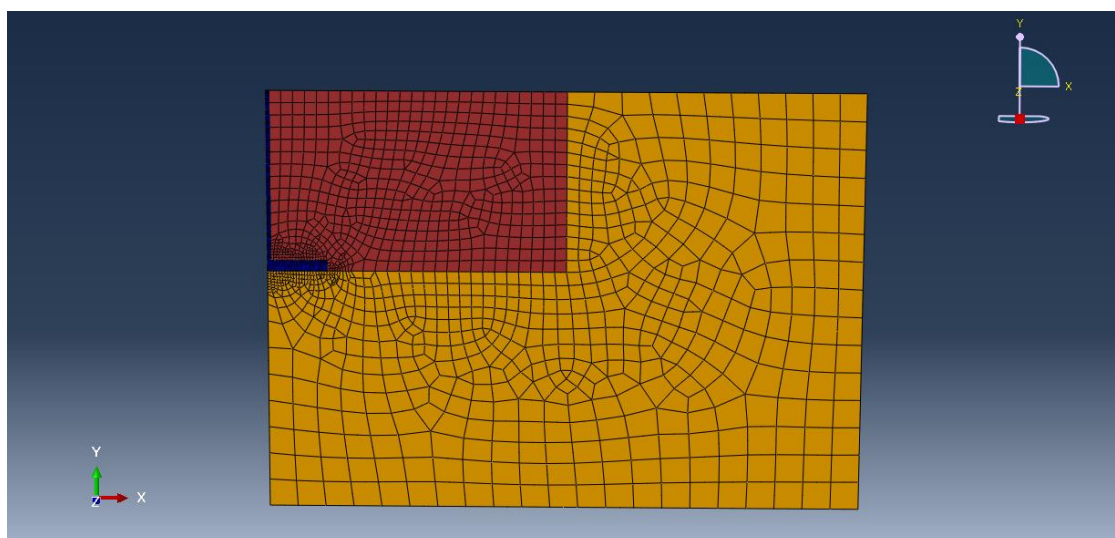


Figura 5.33. Malha do conjunto em 2D.

5.7.5. Resultados da simulação do ensaio de arrancamento.

Para a realização da simulação do ensaio de arrancamento foram calculados os parâmetros do material em função dos resultados experimentais.

A) Simulação do ensaio de arrancamento para a relação $H/D = 1$.

Os parâmetros do material utilizados para a relação $H/D = 1$ são os seguintes:

Tabela 5.15 – Propriedades do solo reforçado com fibra para $H/D = 1$

Constante	Valor
E	$3,21 \times 10^7$ Pa
ν	0,3
R	1,0 Pa
S	0,04

Tabela 5.16– Endurecimento do solo reforçado com fibra para $H/D = 1$

Tensão de fluência (Pa)	Deformação plástica
11 189	0
29 920	0,00876
48 060	0,01795
53 133	0,03758

A continuação são apresentados os resultados da evolução do deslocamento (U), a deformação plástica equivalente (SVD9) e variável de dano (SVD10) para deslocamentos de 0,025 mm, 0,05 mm, 0,1438 mm, 0,5445 mm, 1 mm, 1,5 mm e 1,9 mm.

A.1. Resultados para a relação $H/D = 1$ e deslocamento de 0,025 mm.

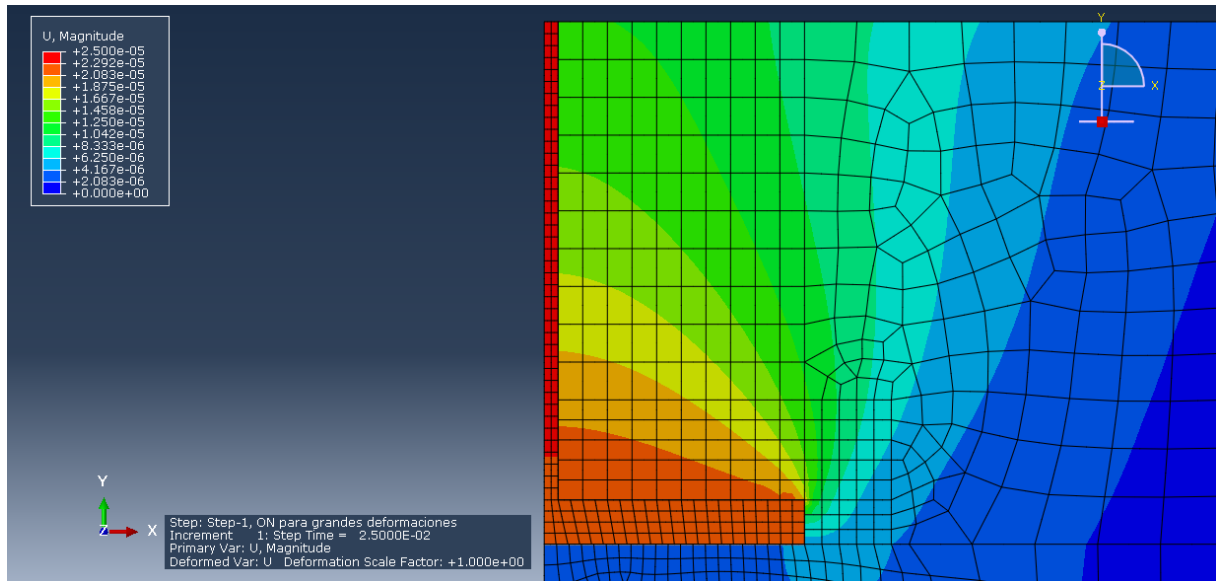


Figura 5.34. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,025$ mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

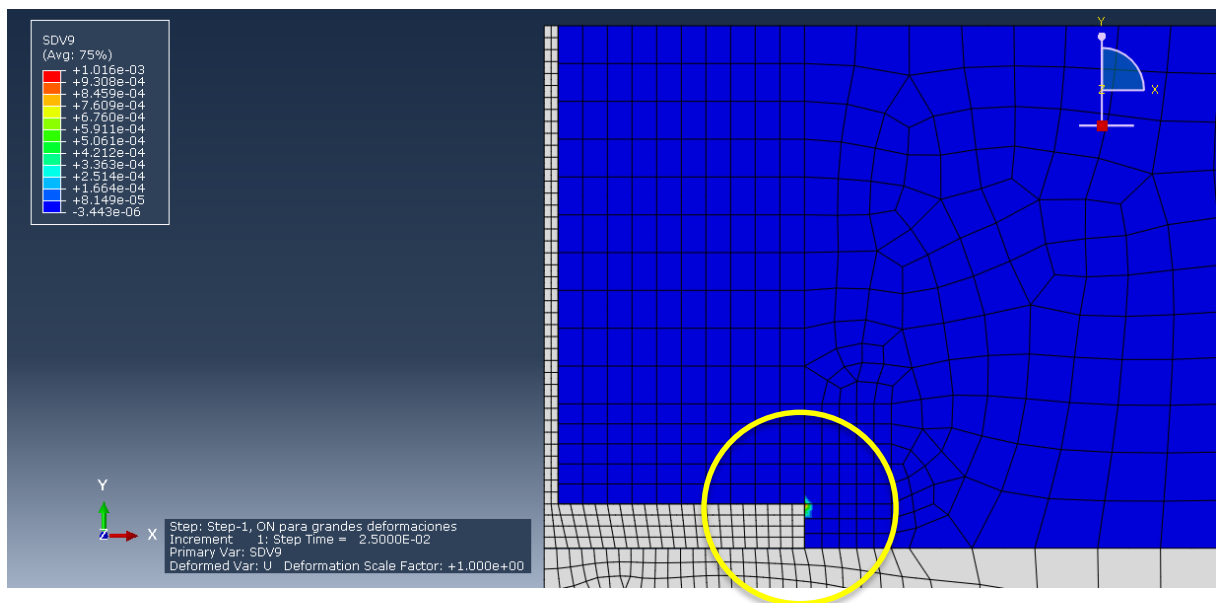


Figura 5.35. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

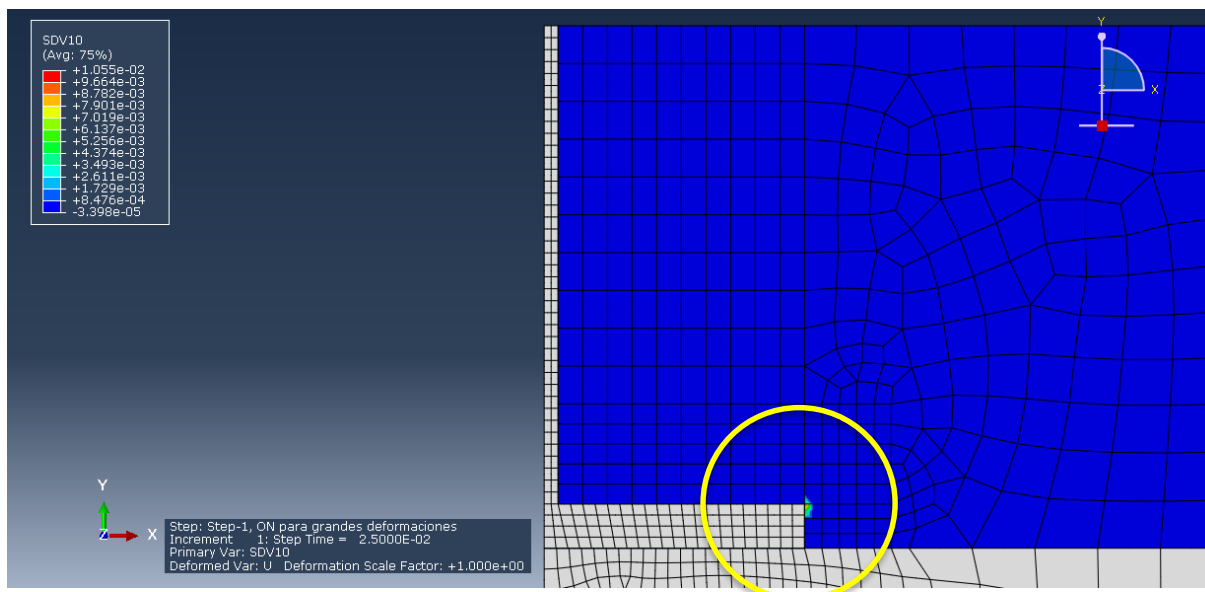


Figura 5.36. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

A figura 5.34 mostra que para um pequeno deslocamento de 0,025 mm no topo do cabo de aço já inicia a movimentar uma massa importante de solo.

A figura 5.36 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra que dano iniciou-se nessa região e que evidencia uma inter-relação com o setor que apresenta valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.35).

Desta forma pode ser identificado o lugar crítico do modelo onde o processo de fissuração se inicia.

A.2. Resultados para a relação $H/D = 1$ e deslocamento de 0,05 mm.

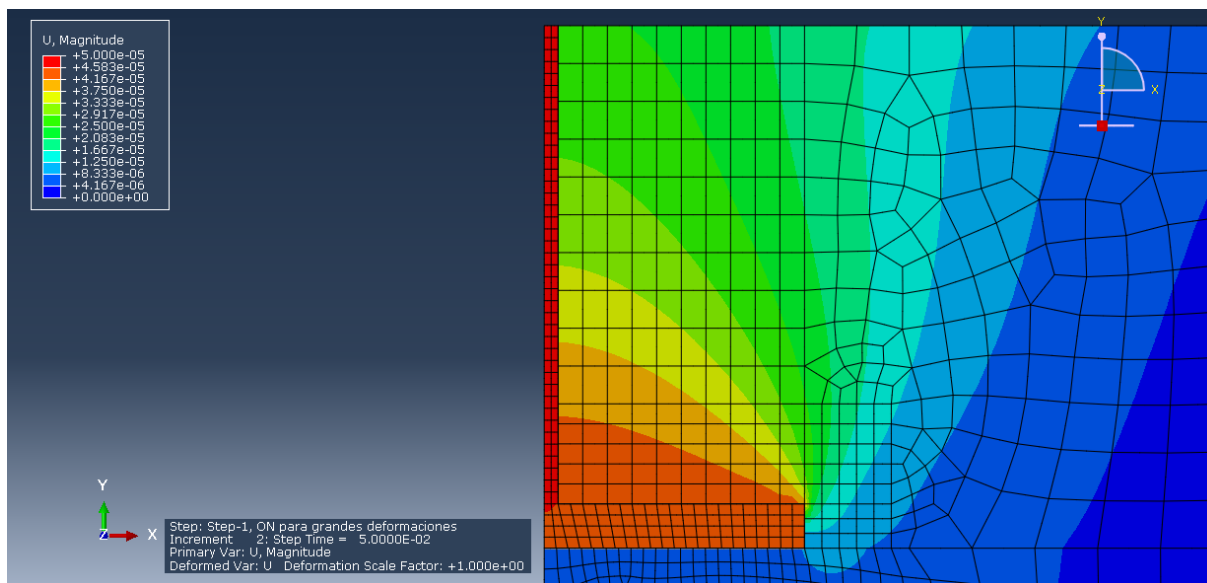


Figura 5.37. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,05$ mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

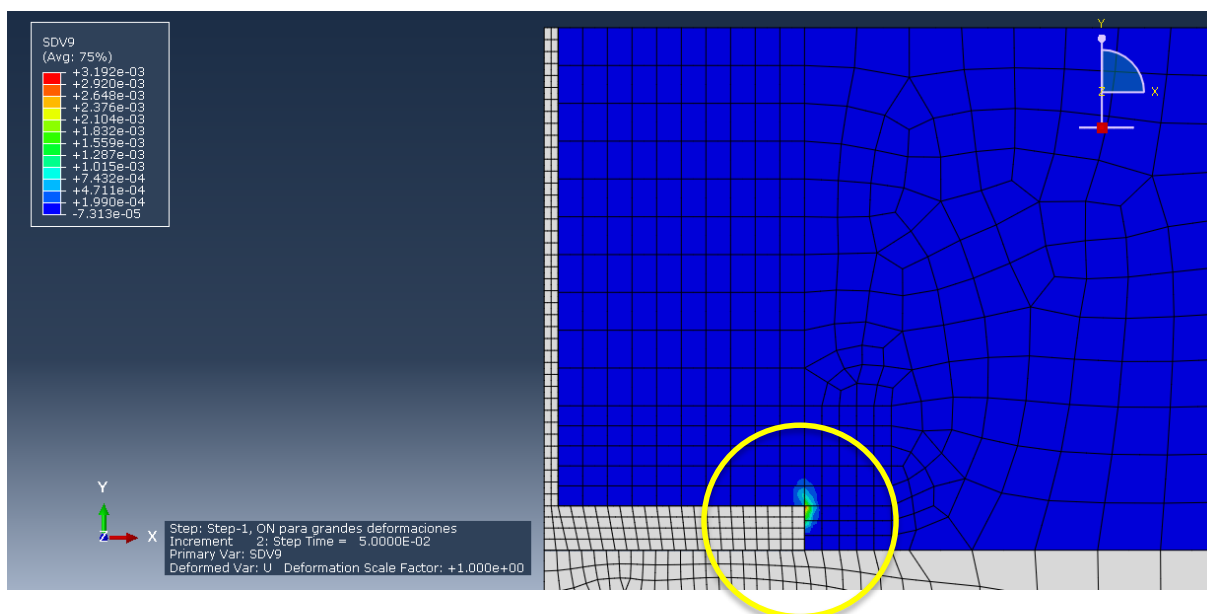


Figura 5.38. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

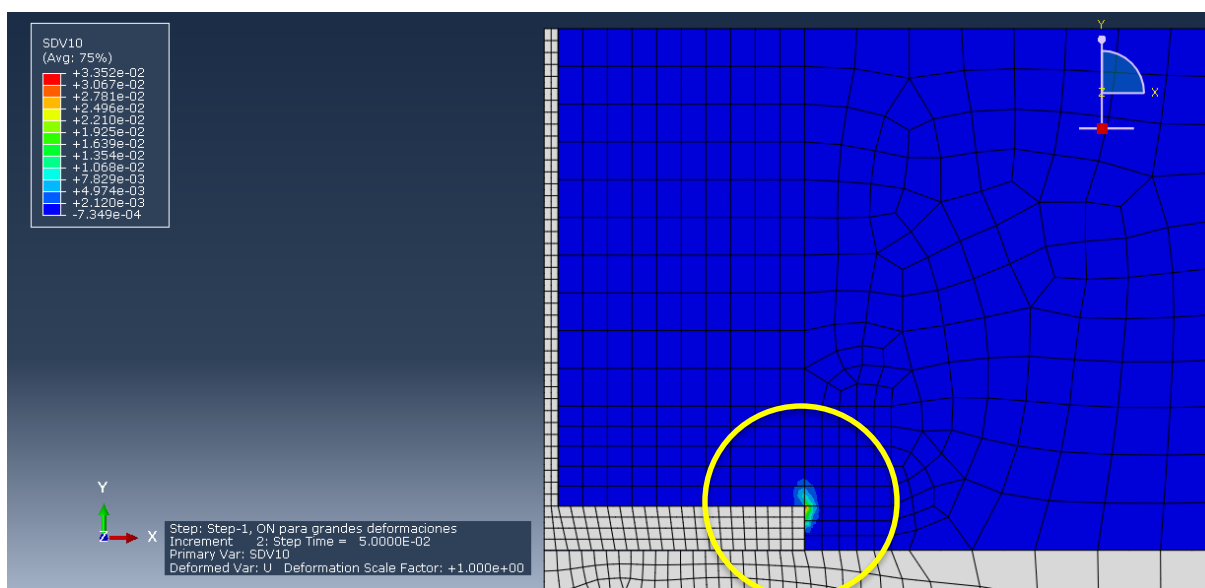


Figura 5.39. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

A figura 5.37 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,05 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.39 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.38).

Desta forma também pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração vai evoluir.

A.3. Resultados para a relação $H/D = 1$ e deslocamento de 0,1438 mm.

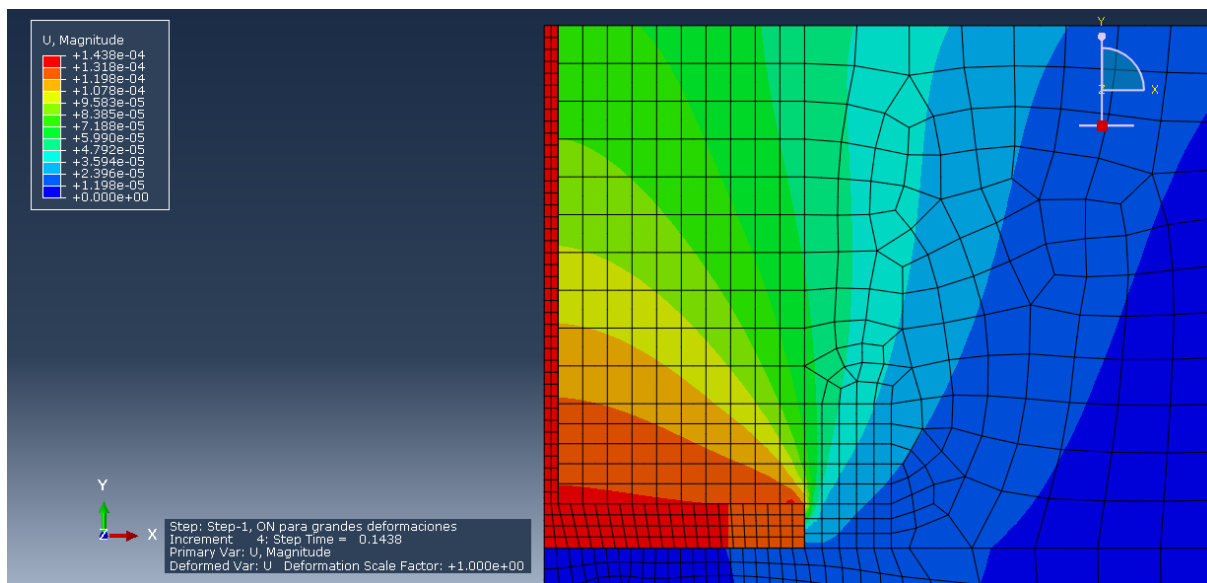


Figura 5.40. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,1438$ mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

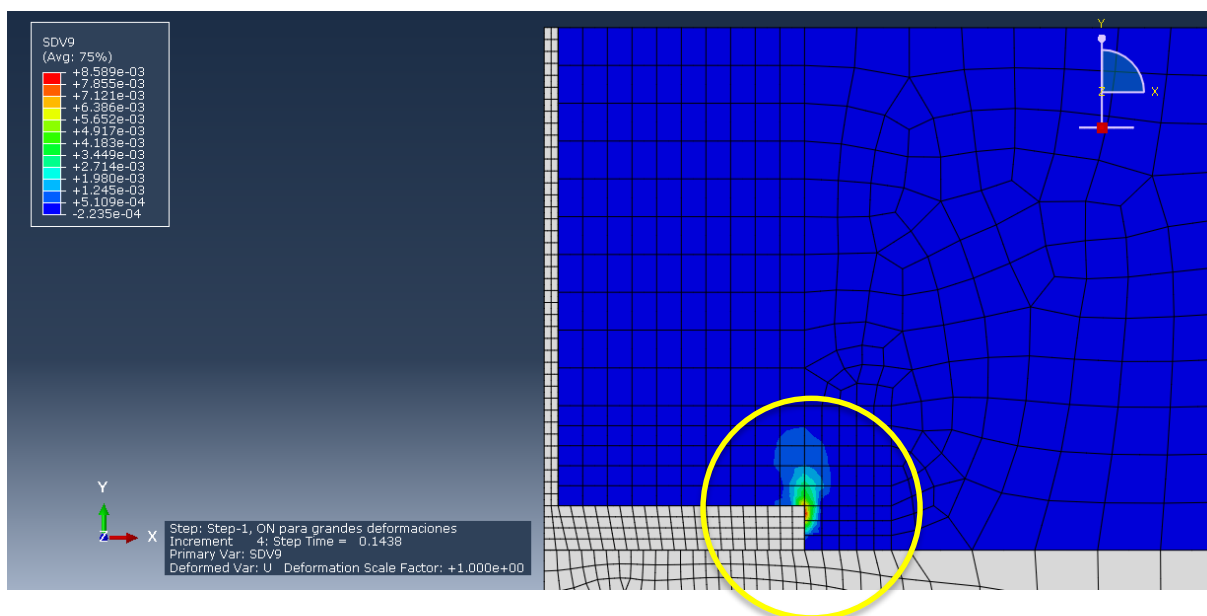


Figura 5.41. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

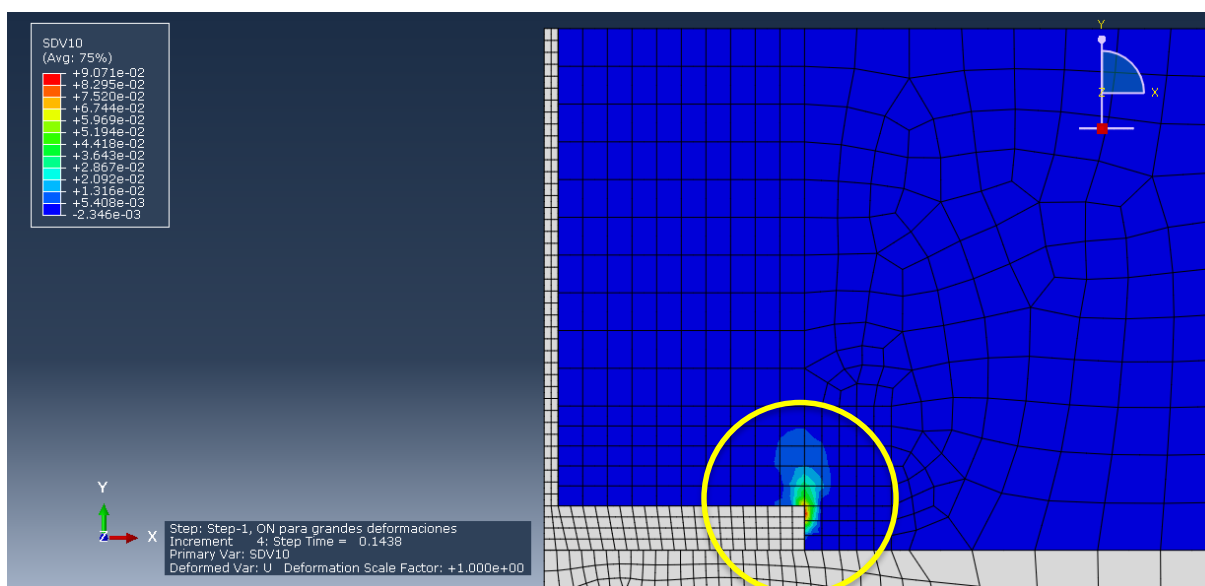


Figura 5.42. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

A figura 5.40 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,1438 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.42 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.41).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

A.4. Resultados para a relação $H/D = 1$ e deslocamento de 0,5445 mm.

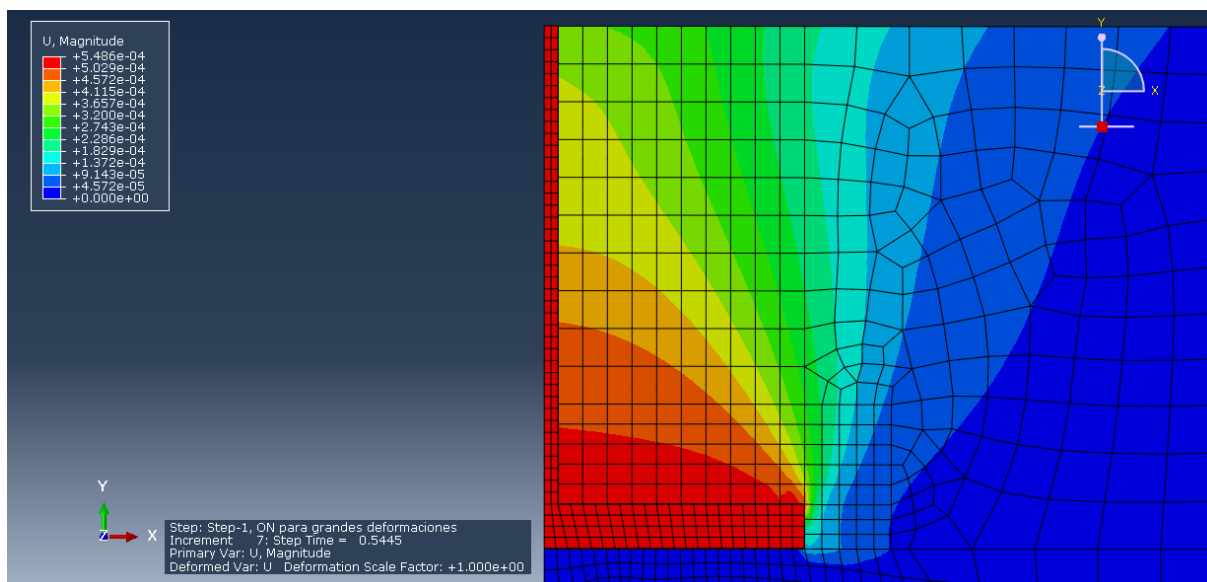


Figura 5.43. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,5445$ mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

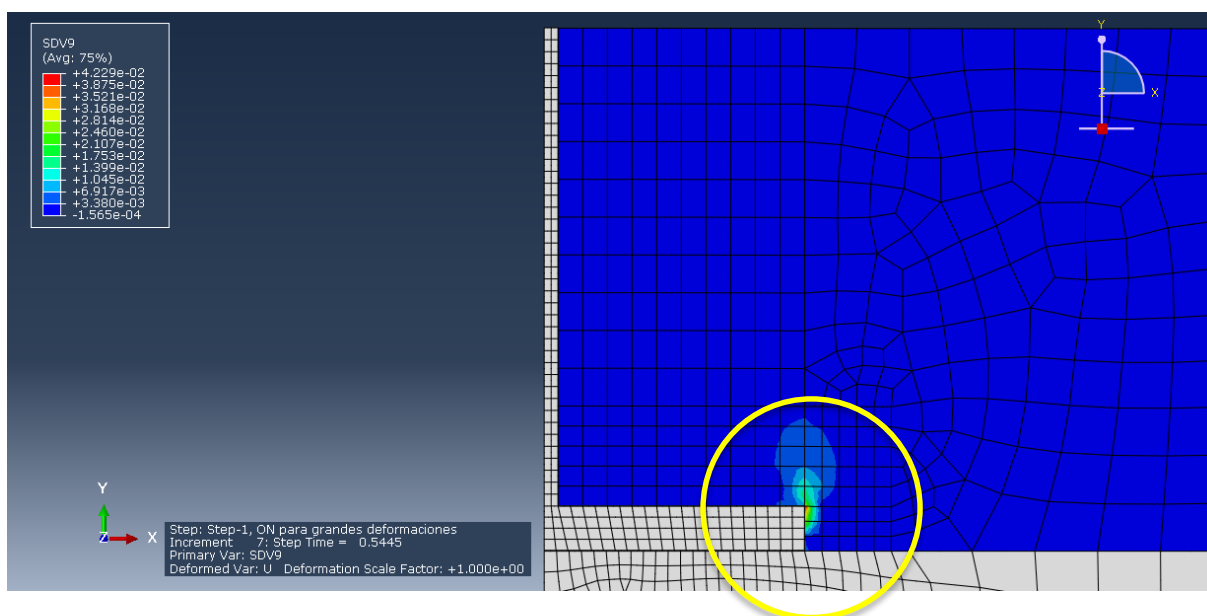


Figura 5.44. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

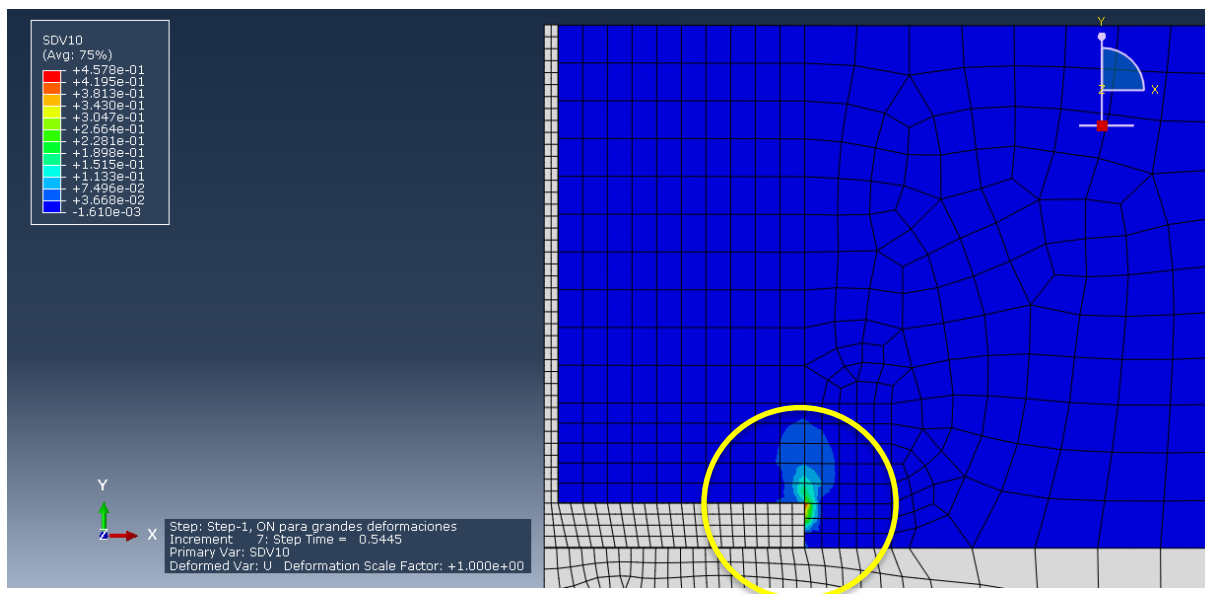


Figura 5.45. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

A figura 5.43 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,5445 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.45 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.44).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

A.5. Resultados para a relação $H/D = 1$ e deslocamento de 1 mm.

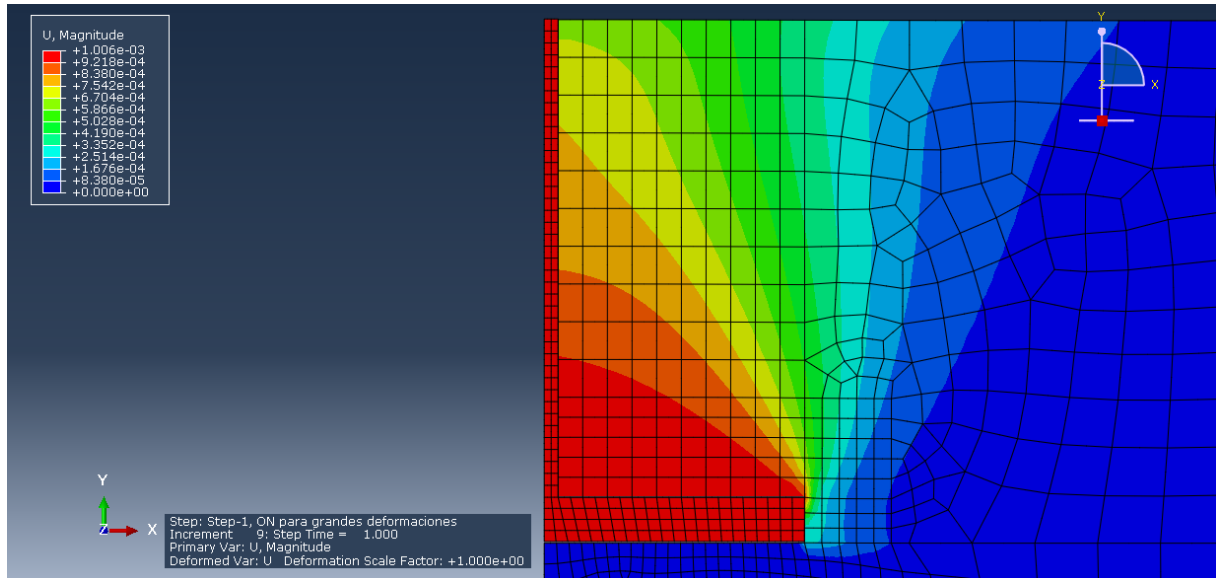


Figura 5.46. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 1$ mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

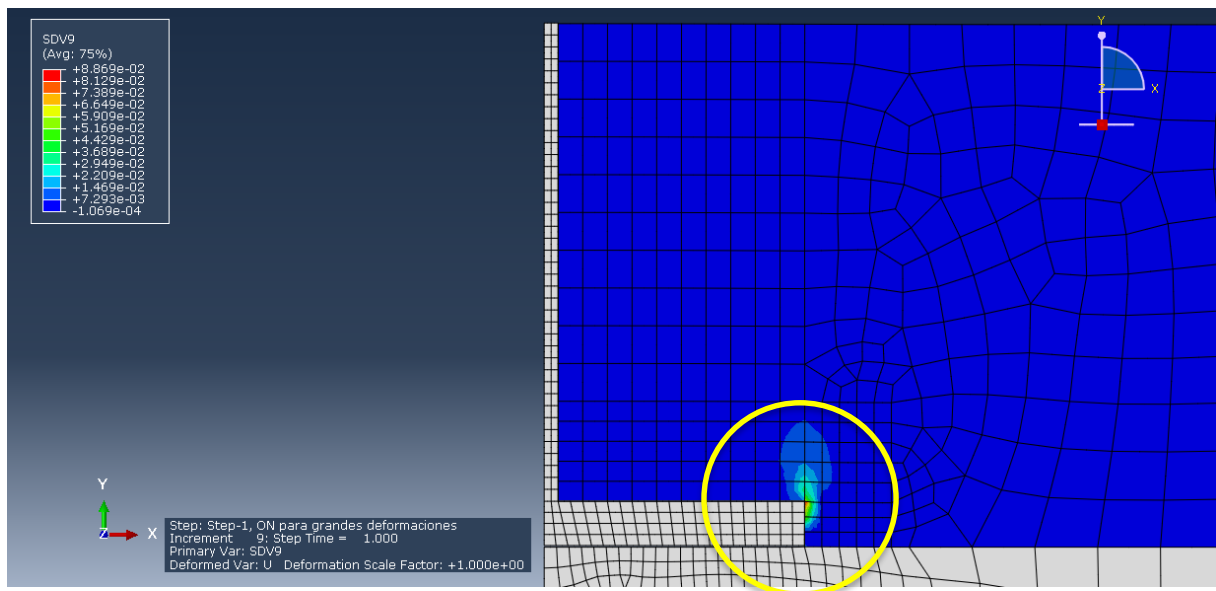


Figura 5.47. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

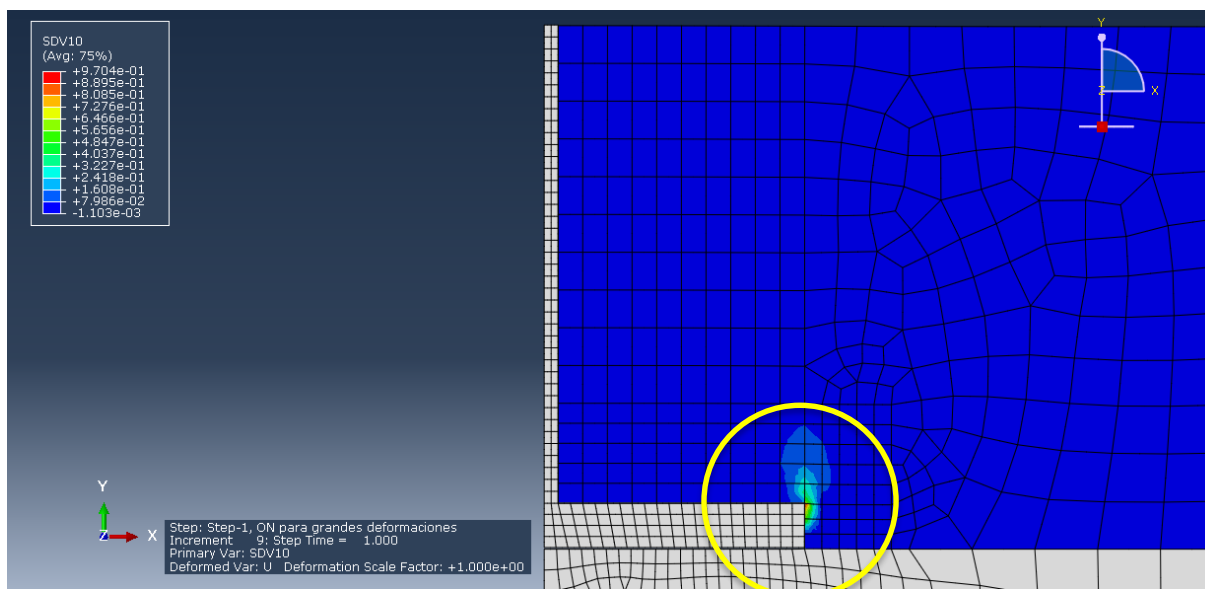


Figura 5.48. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

A figura 5.46 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 1 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.48 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores da deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.47).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

A.6. Resultados para a relação $H/D = 1$ e deslocamento de 1,5 mm.

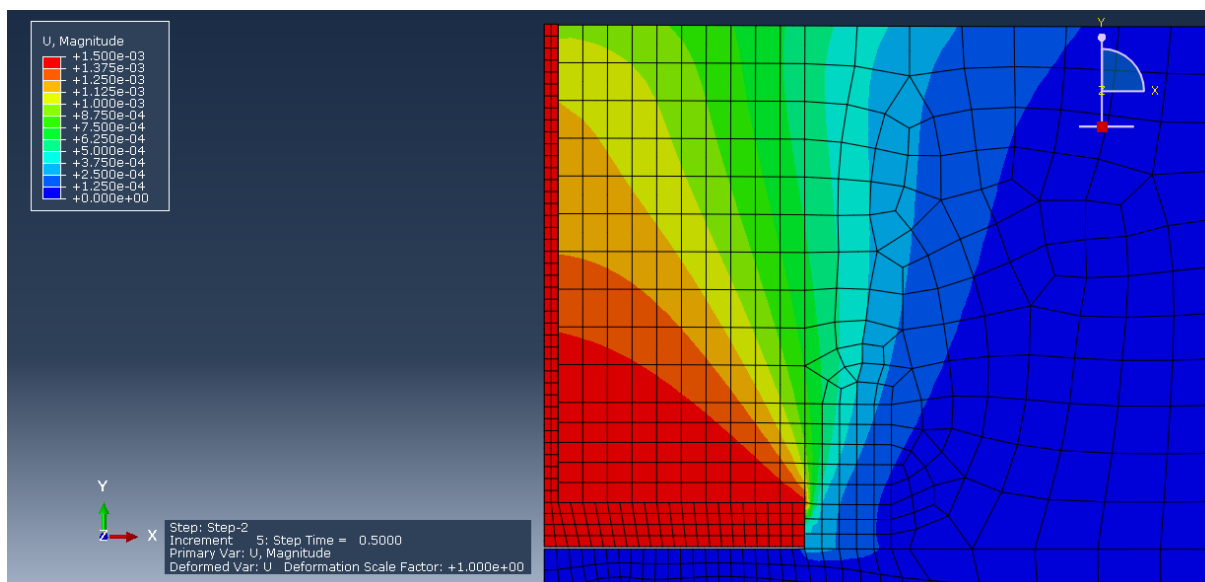


Figura 5.49. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 1,5$ mm. (Step 2 – Step Time 0,50).

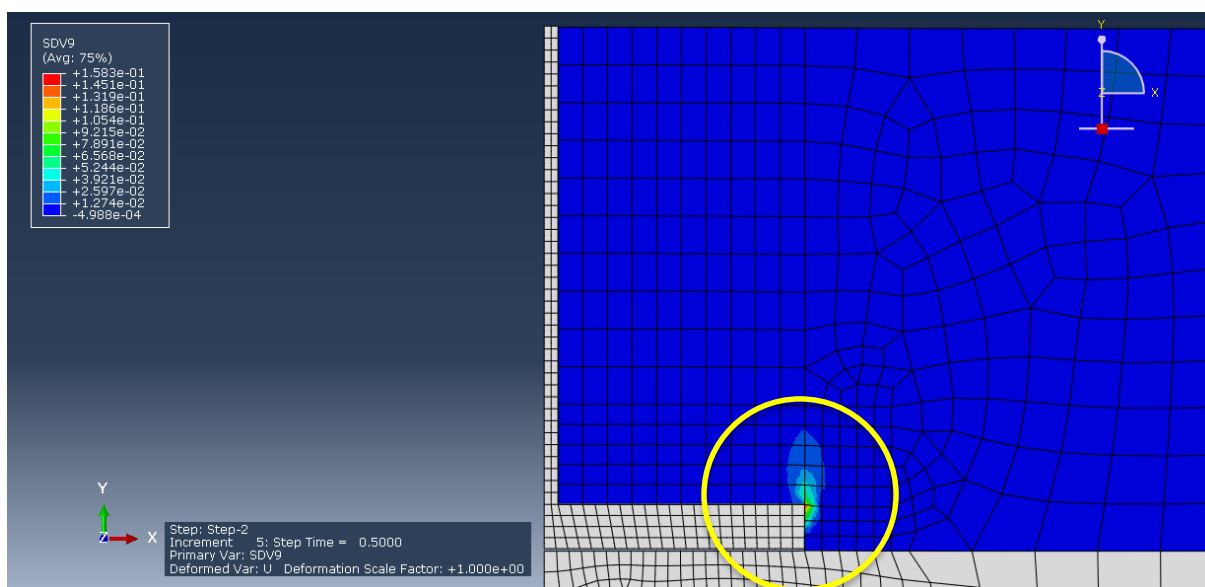


Figura 5.50. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).

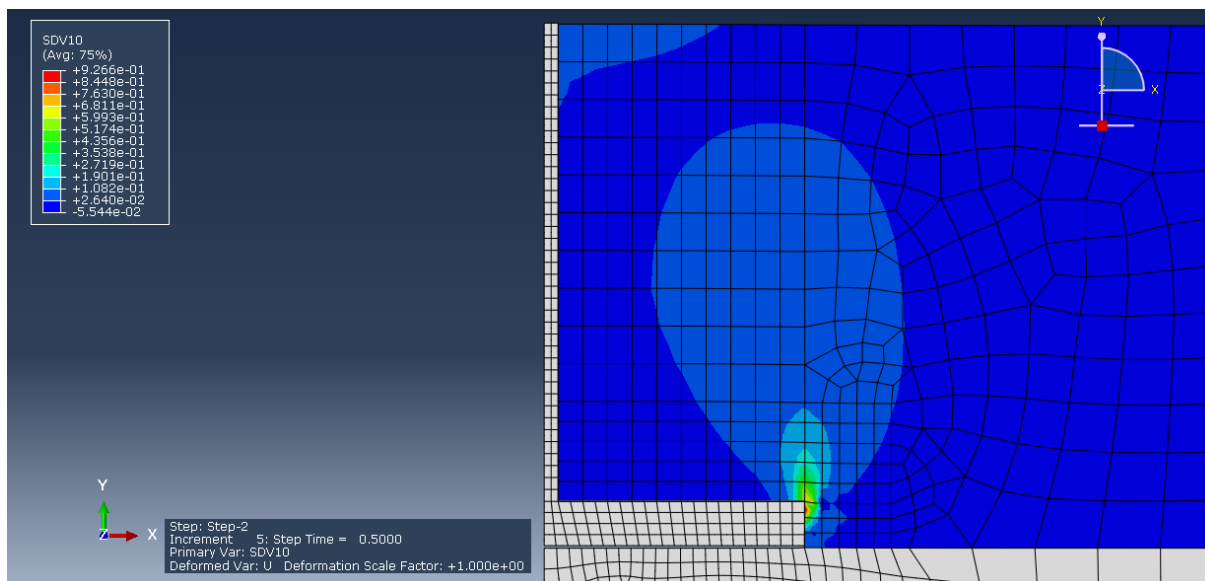


Figura 5.51. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).

A figura 5.49 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 1,5 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.51 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.50).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

A.7. Resultados para a relação $H/D = 1$ e deslocamento de 1,9 mm.

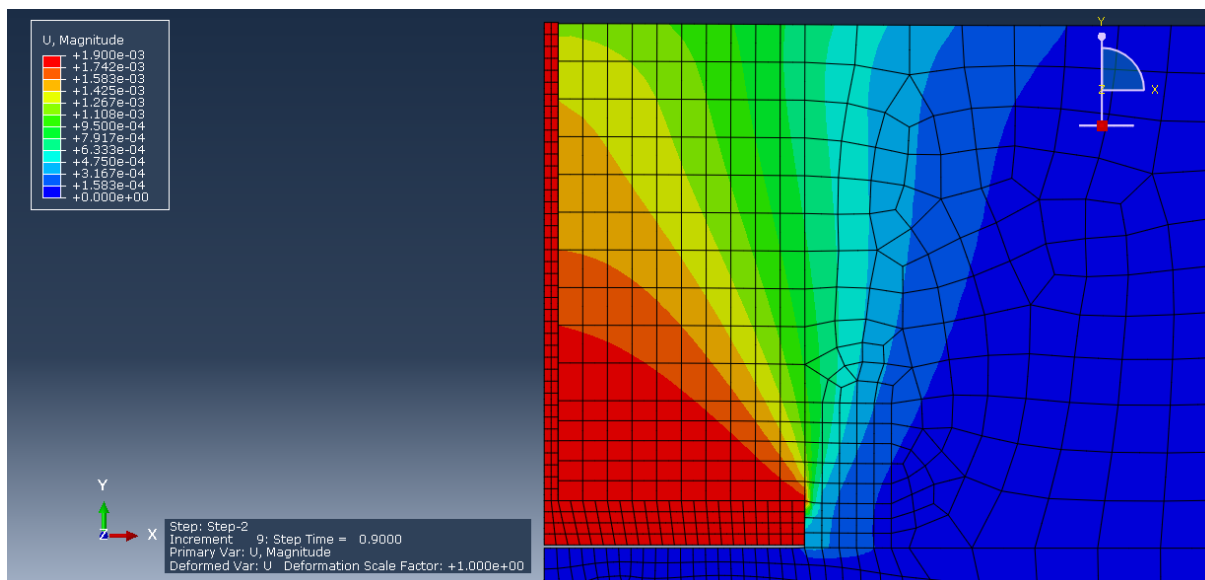


Figura 5.52. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 1,9$ mm. (Step 2 – Step Time 0,90).

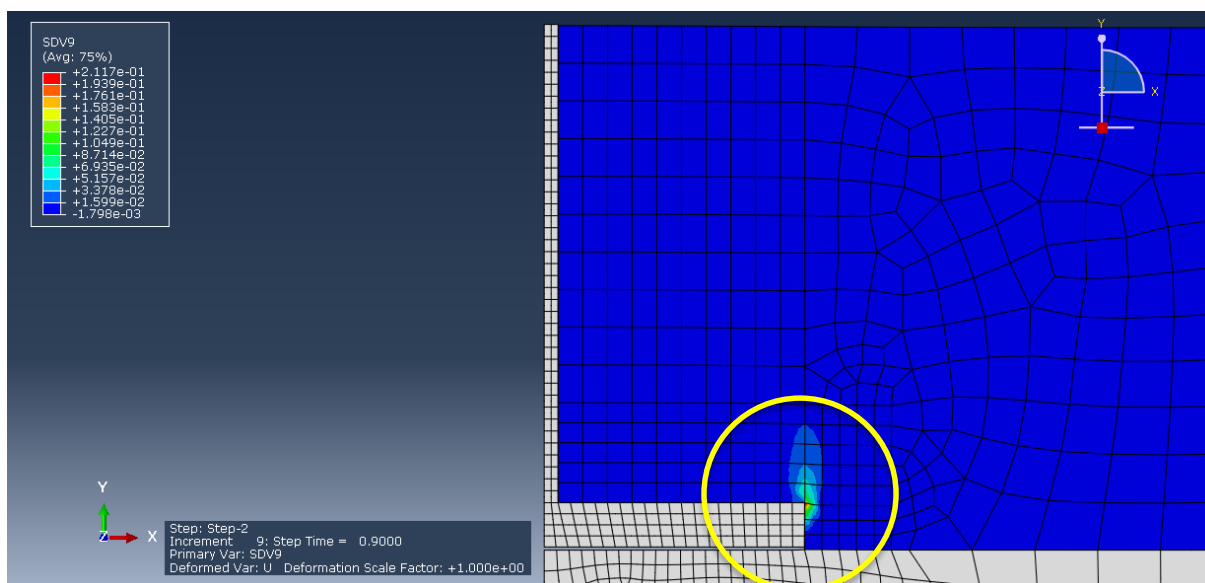


Figura 5.53. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,9 mm. (Step 2 – Step Time 0,9).

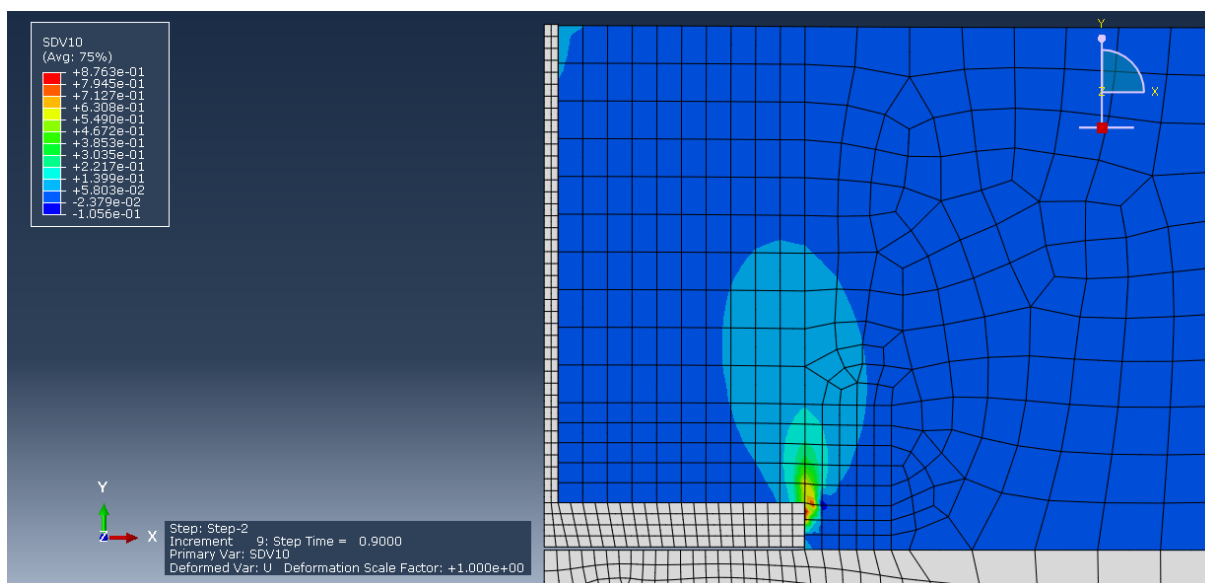


Figura 5.54. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,9 mm. (Step 2 – Step Time 0,9).

A figura 5.52 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 1,9 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.54 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.53).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

Para valores superiores ao deslocamento de 1,9 mm problemas de convergência do algoritmo com dano implementado foram observadas.

B) Resultados para o ensaio de arrancamento para a relação $H/D = 1,5$.

Os parâmetros do material utilizados para a relação $H/D = 1,5$ são os seguintes:

Tabela 5.17. Propriedades do solo reforçado com fibra para $H/D = 1,5$

Constante	Valor
E	$3,21 \times 10^7$ Pa
ν	0,3
R	1,0 Pa
S	0,08

Tabela 5.18. Endurecimento do solo reforçado com fibra para $H/D = 1,5$

Tensão de fluência (Pa)	Deformação plástica
18 340	0
40 050	0,00868
68 085	0,01769
78 097	0,03716

A continuação são apresentados os resultados da evolução do deslocamento (U), a deformação plástica equivalente (SVD9) e variável de dano (SVD10) para deslocamentos de 0,025 mm, 0,05 mm, 0,1438 mm, 0,5445 mm, 1 mm, 1,5446 mm e 2,115 mm.

B.1. Resultados para a relação $H/D = 1,5$ e deslocamento de 0,025 mm.

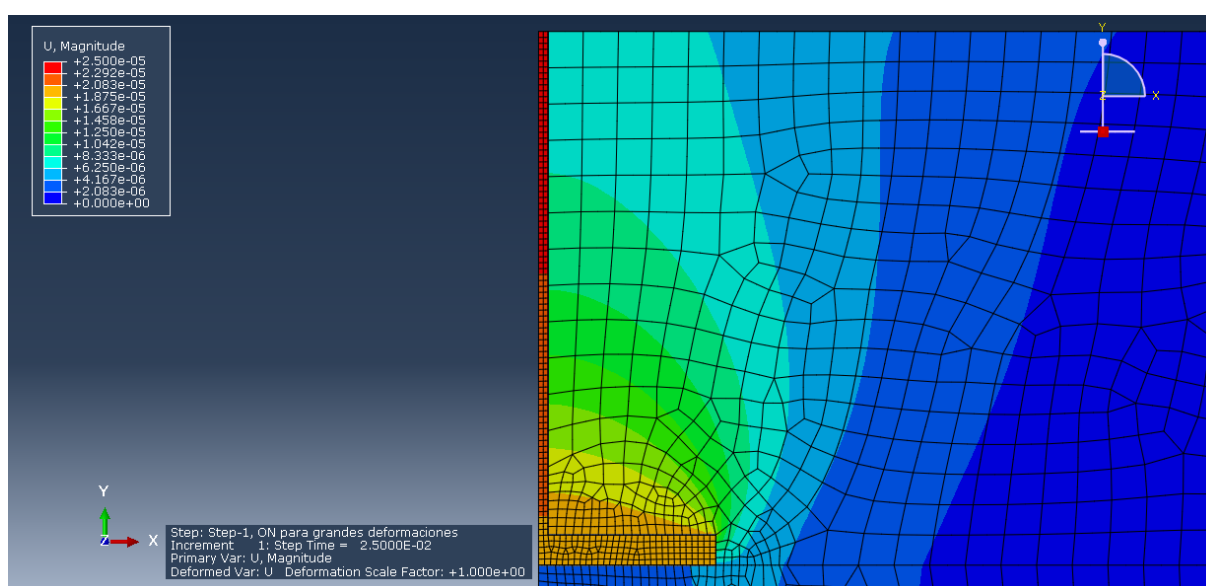


Figura 5.55. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,025$ mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

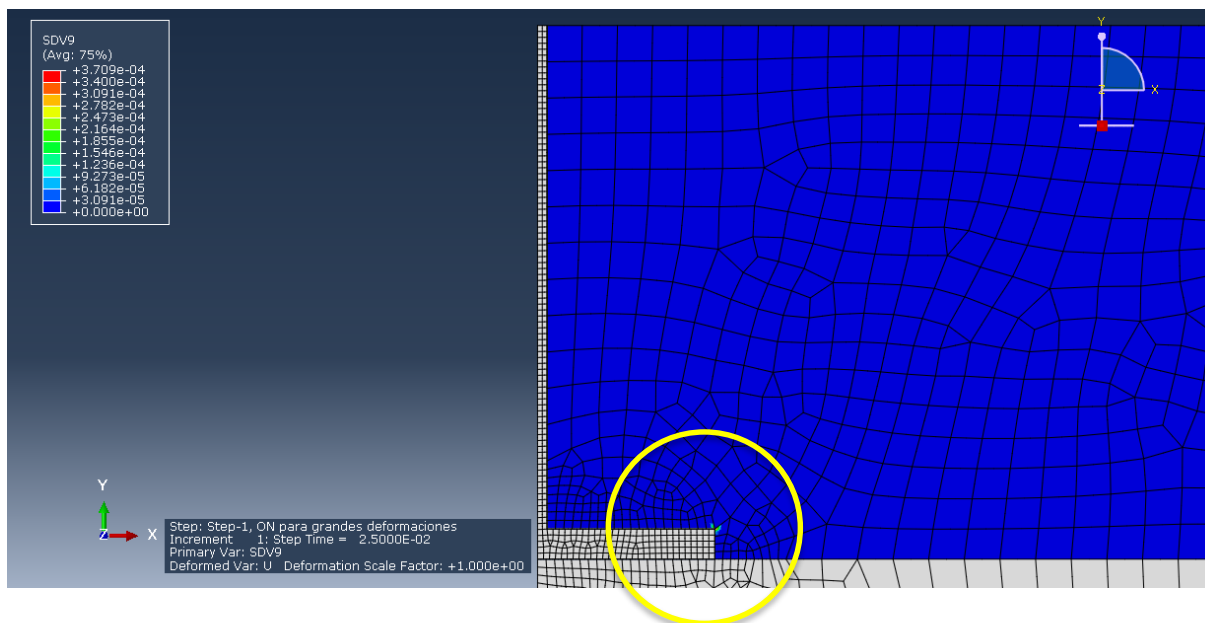


Figura 5.56. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

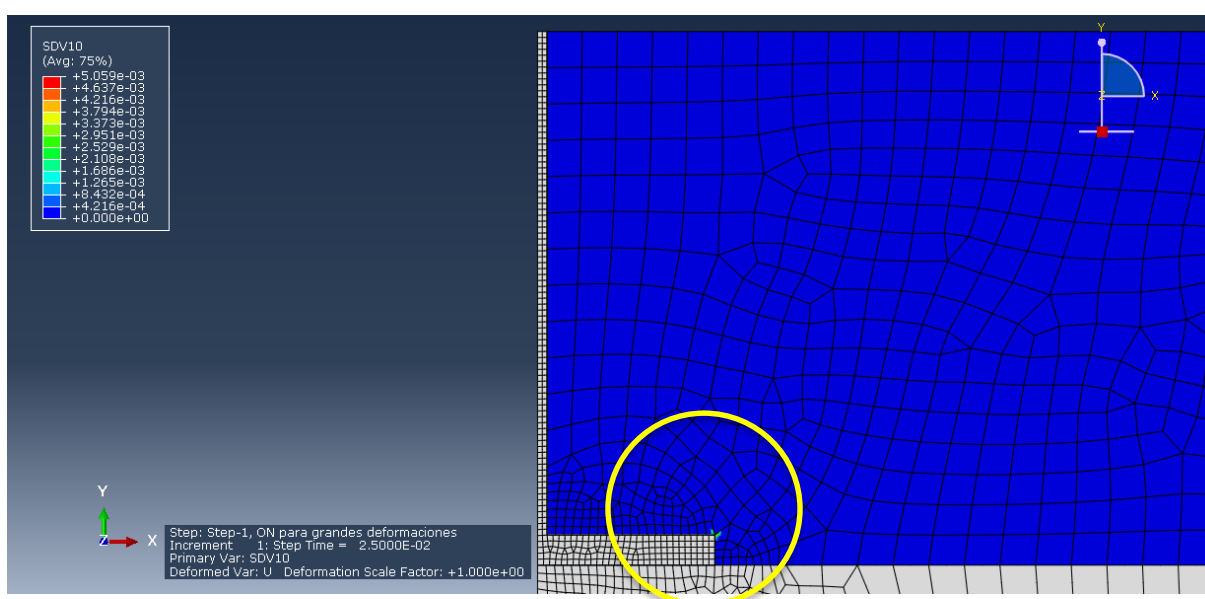


Figura 5.57. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

A figura 5.55 mostra que para um pequeno deslocamento de 0,025 mm no topo do cabo de aço já inicia a movimentar uma massa importante de solo.

A figura 5.57 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra que o dano iniciou-se nessa região e que evidencia uma inter-relação com o setor que apresenta valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.56).

Desta forma pode ser identificado o lugar crítico do modelo onde o processo de fissuração se inicia.

B.2. Resultados para a relação $H/D = 1,5$ e deslocamento de 0,05 mm.

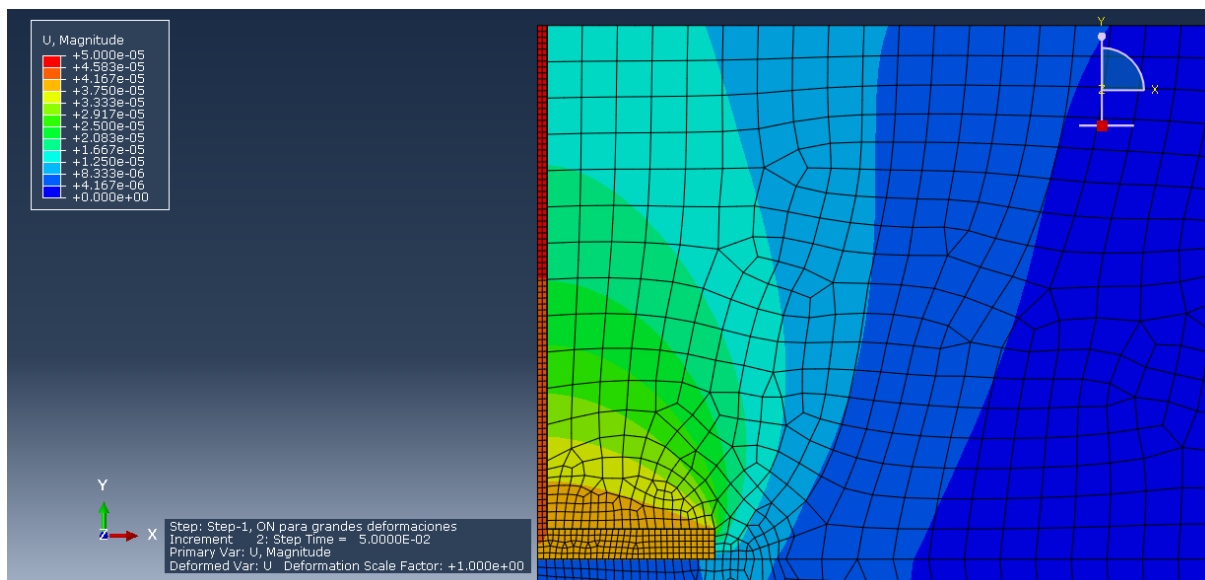


Figura 5.58. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,05$ mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

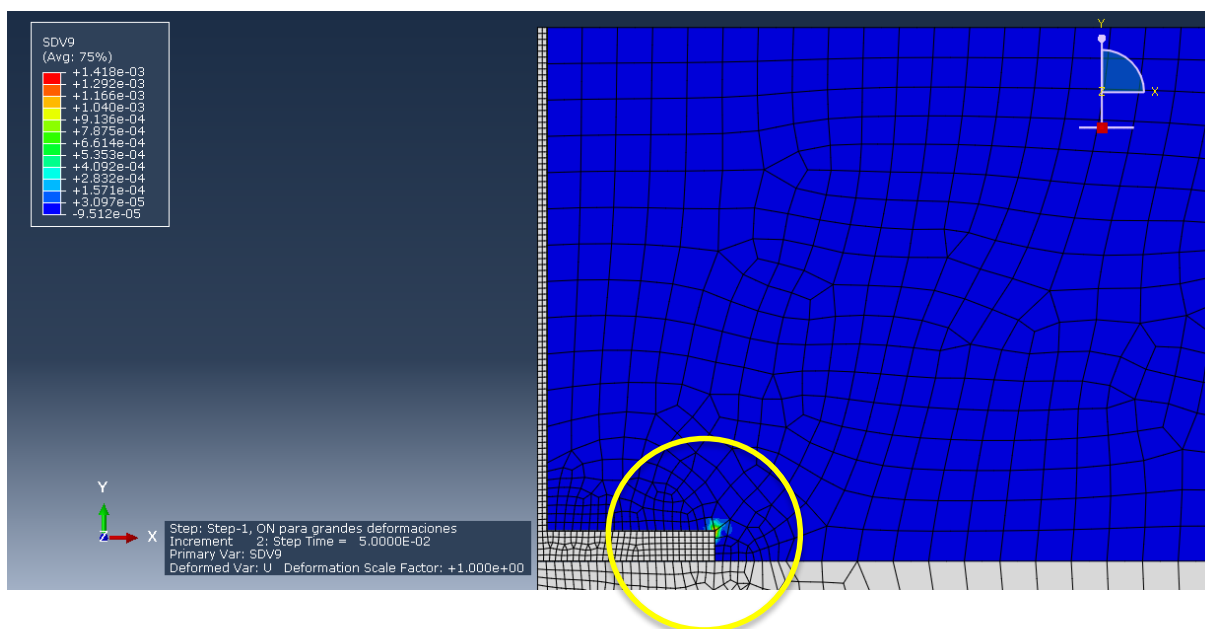


Figura 5.59. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

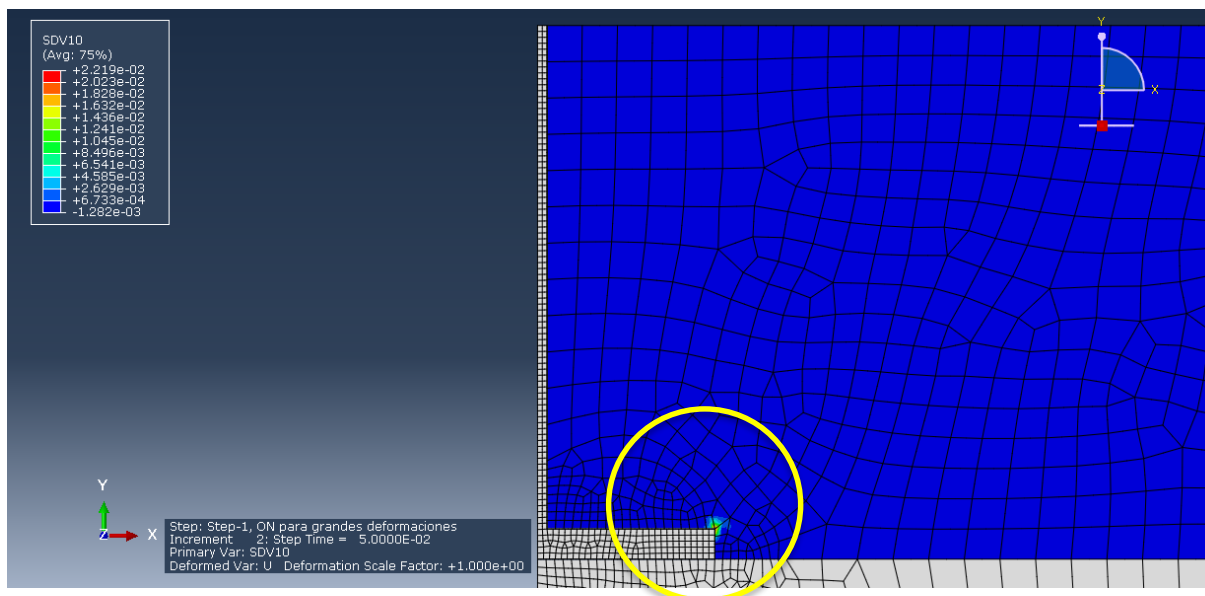


Figura 5.60. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

A figura 5.58 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,05 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.60 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.59).

Desta forma também pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração vai evoluir.

B.3. Resultados para a relação $H/D = 1,5$ e deslocamento de 0,1438 mm.

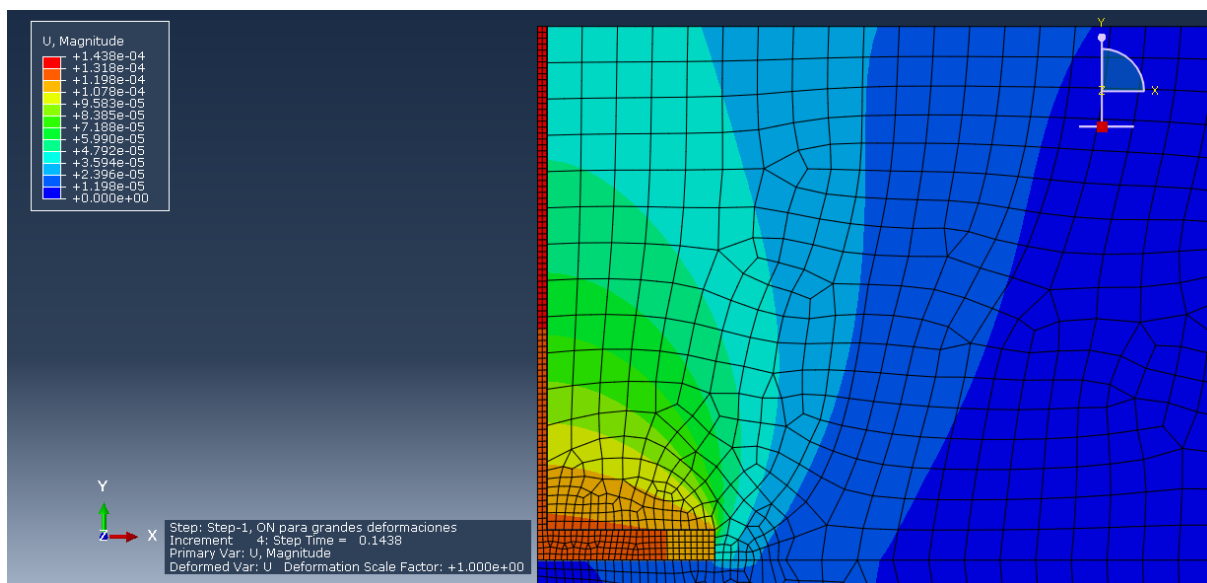


Figura 5.61. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,1438$ mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

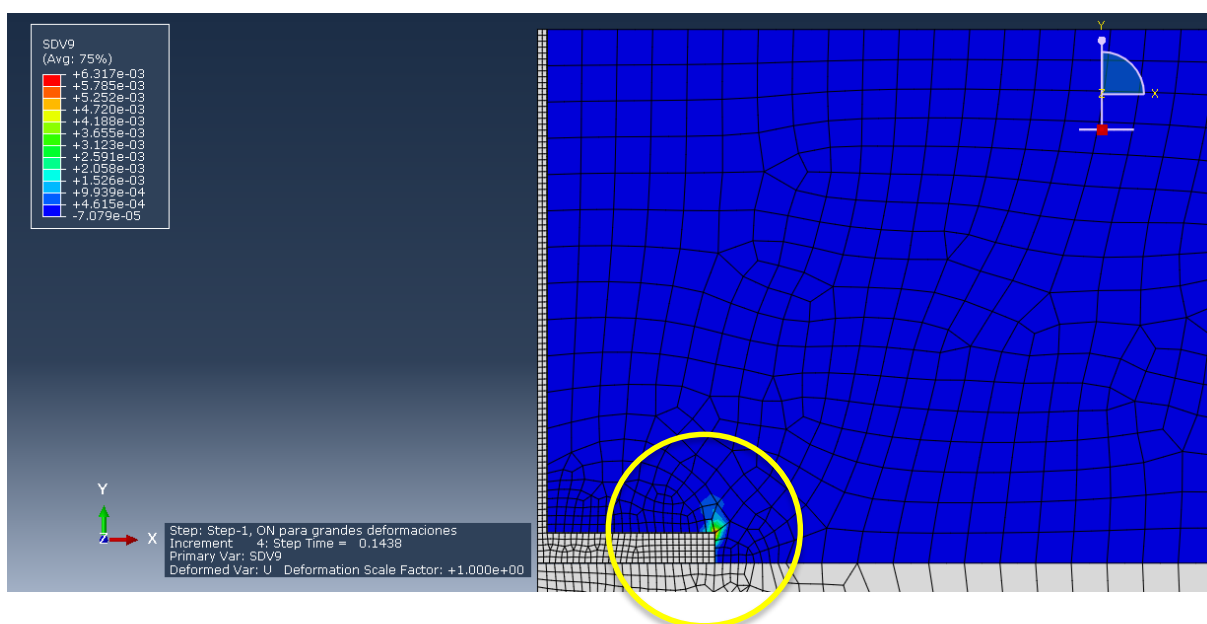


Figura 5.62. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

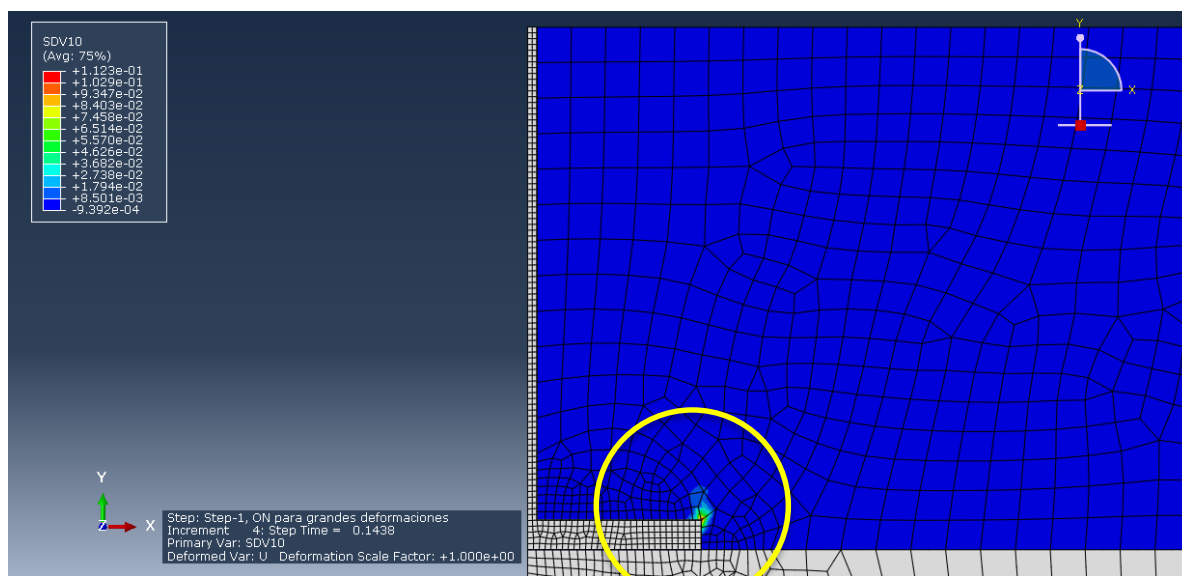


Figura 5.63. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

A figura 5.61 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,1438 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.63 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores da deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.62).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

B.4. Resultados para a relação $H/D = 1,5$ e deslocamento de 0,5445 mm.

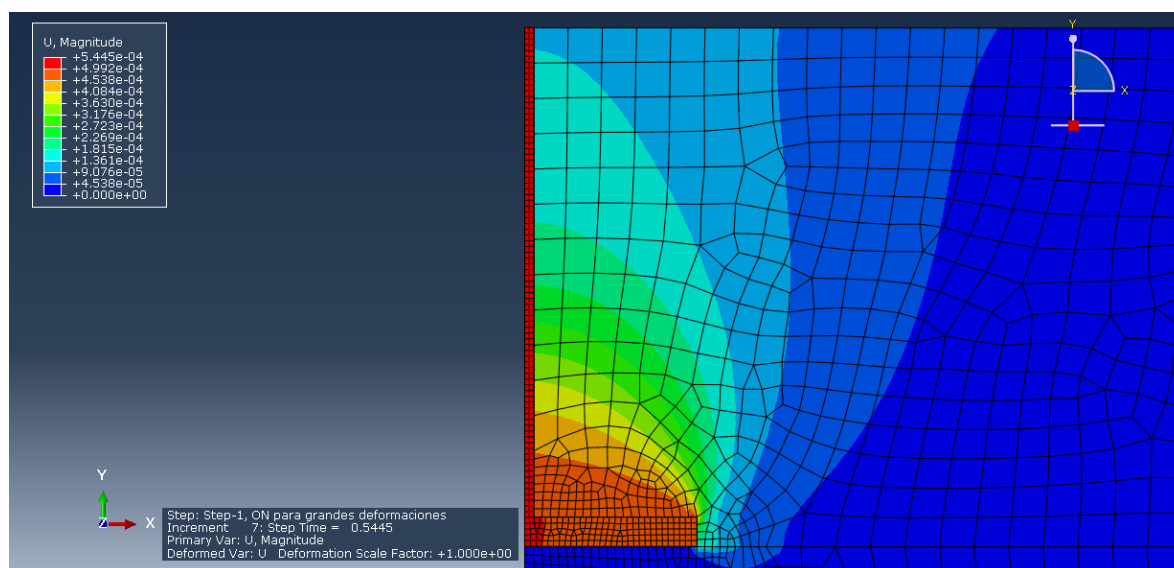


Figura 5.64. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,5445$ mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

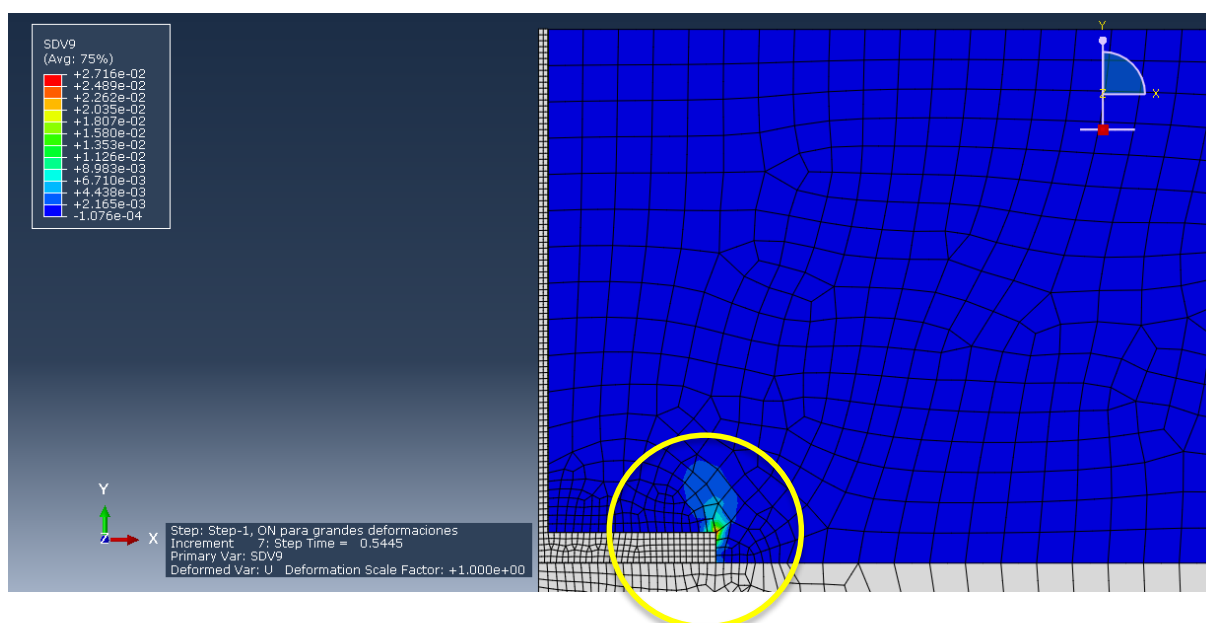


Figura 5.65. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

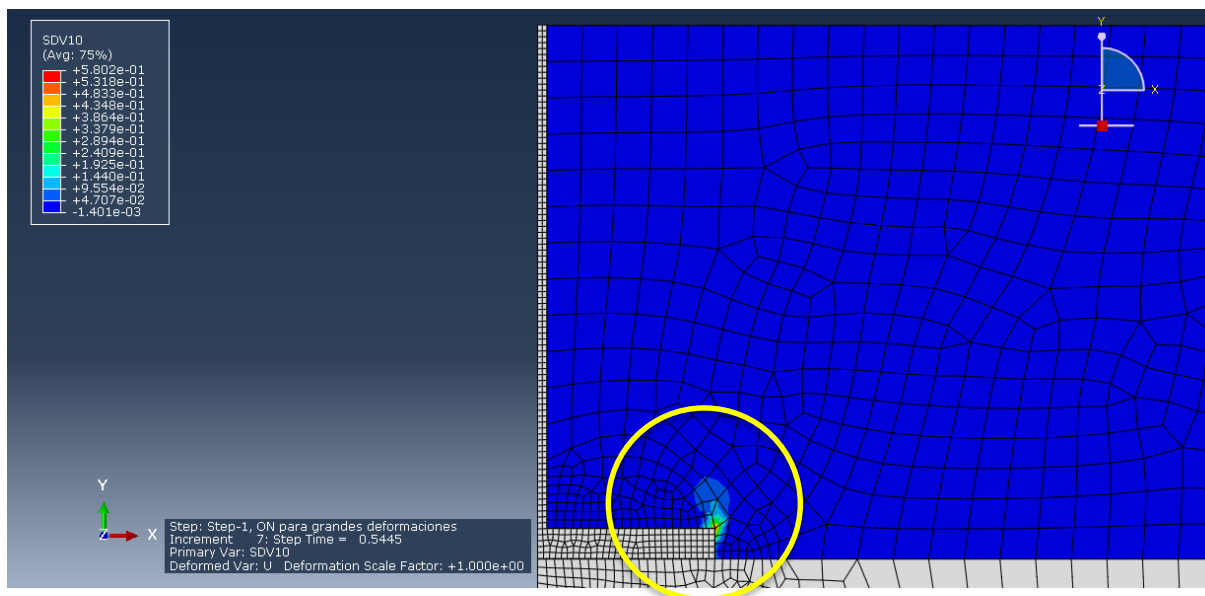


Figura 5.66. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

A figura 5.64 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,5445 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.66 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.65).

B.5. Resultados para a relação $H/D = 1,5$ e deslocamento de 1 mm.

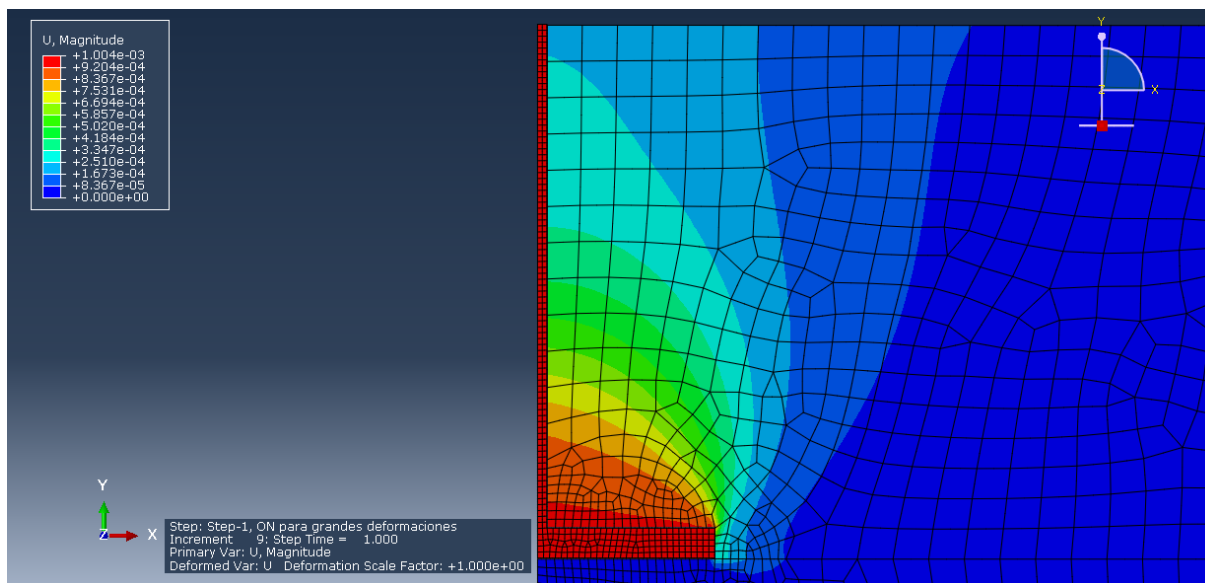


Figura 5.67. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 1$ mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

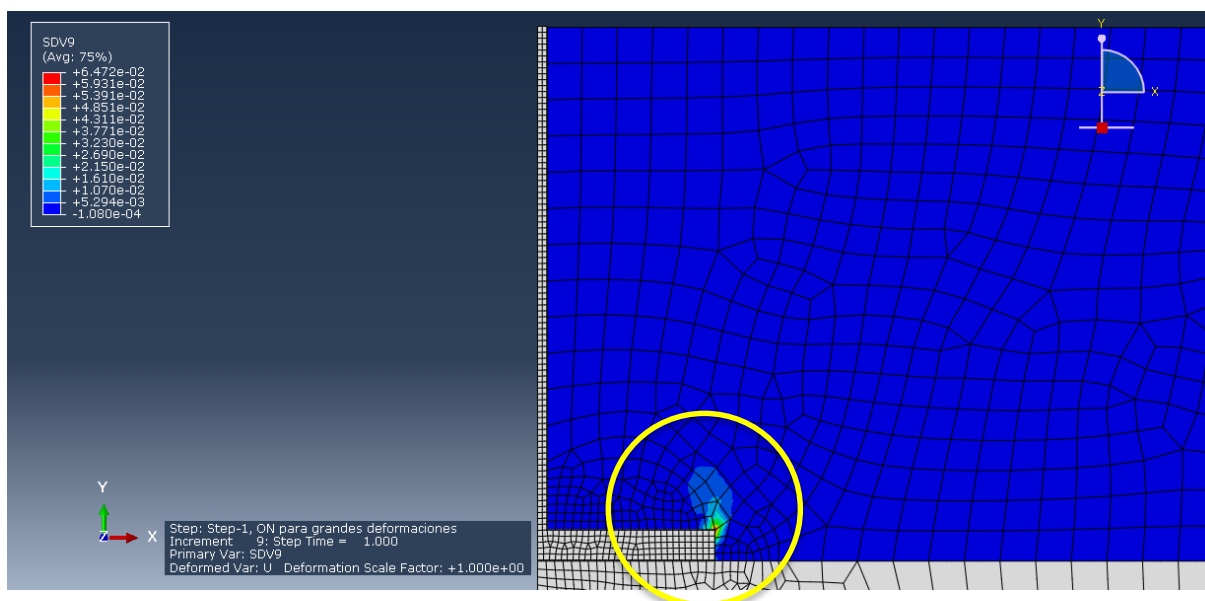


Figura 5.68. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

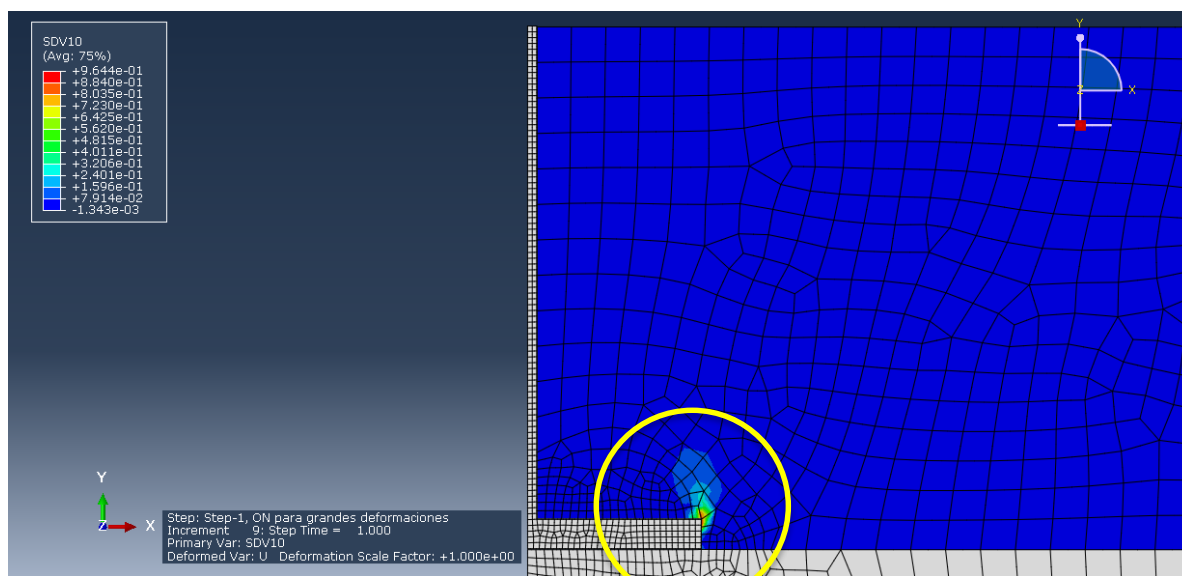


Figura 5.69. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

A figura 5.67 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 1 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.69 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores da deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.68).

B.6. Resultados para a relação $H/D = 1,5$ e deslocamento de 1,5436 mm.

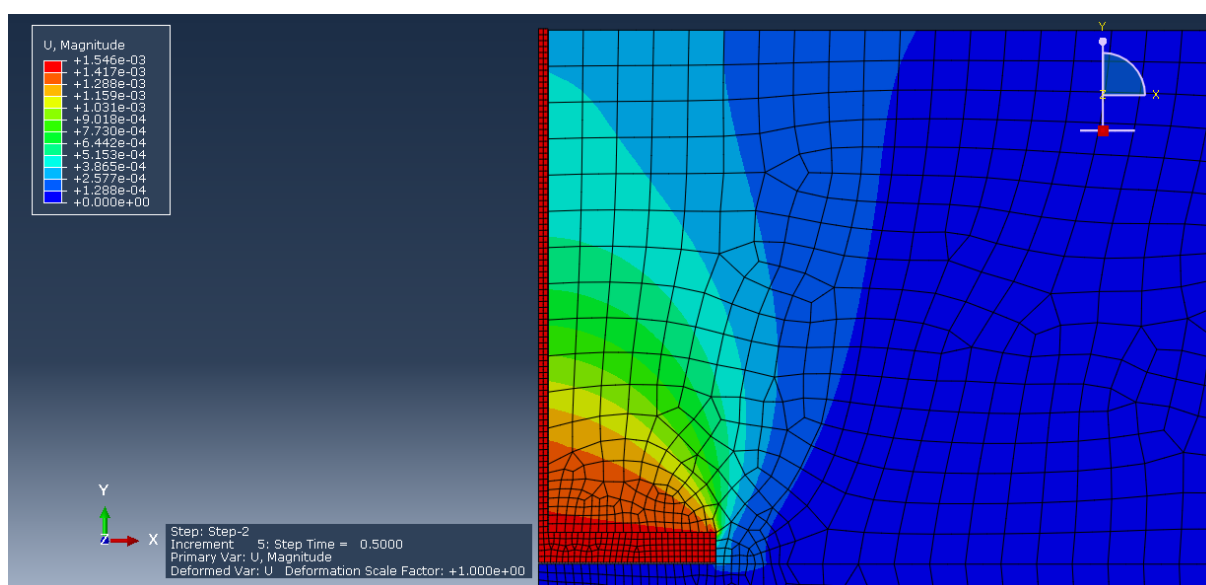


Figura 5.70. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 1,5446$ mm. (Step 2 – Step Time 0,50).

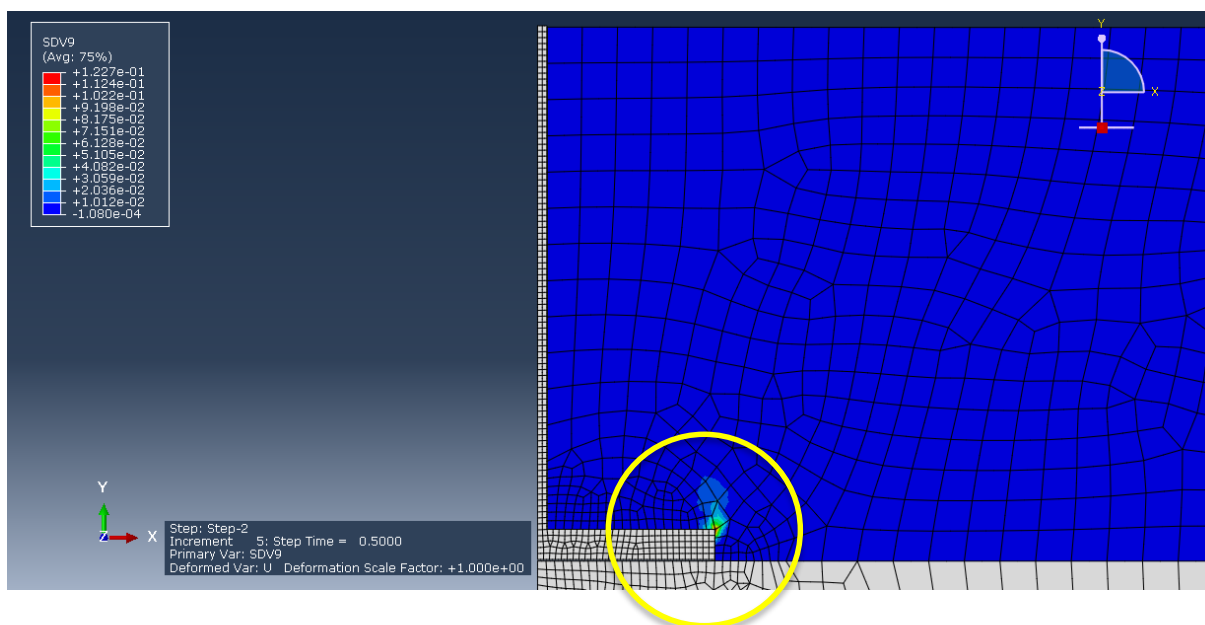


Figura 5.71. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,5446 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).

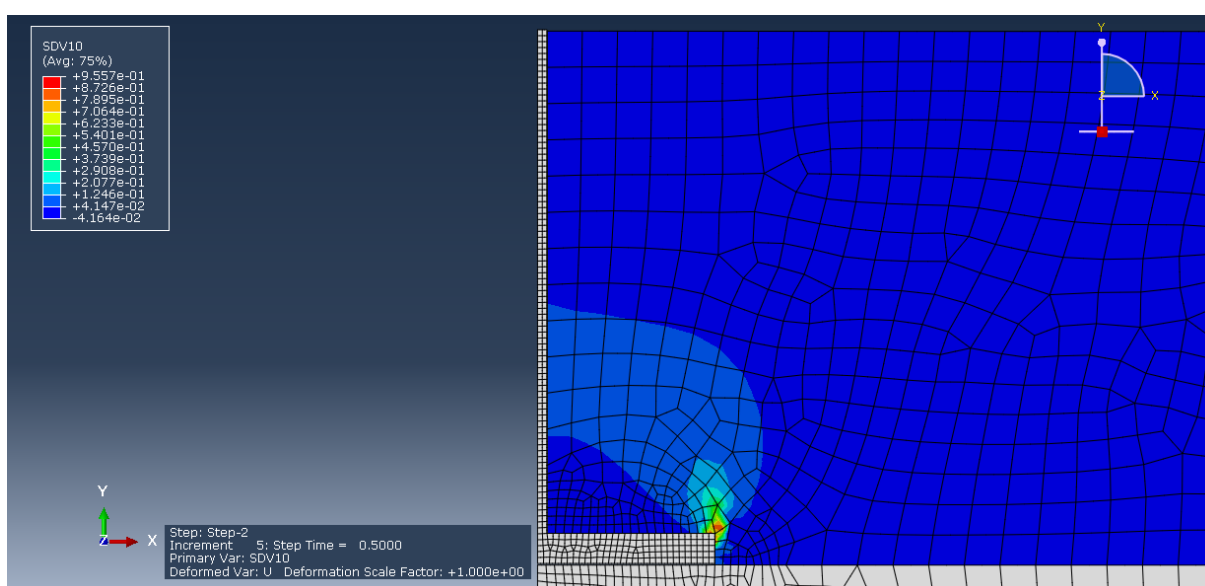


Figura 5.72. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,5446 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).

A figura 5.70 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 1,5446 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.72 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.71).

B.7. Resultados para a relação $H/D = 1,5$ e deslocamento de 2,115 mm.

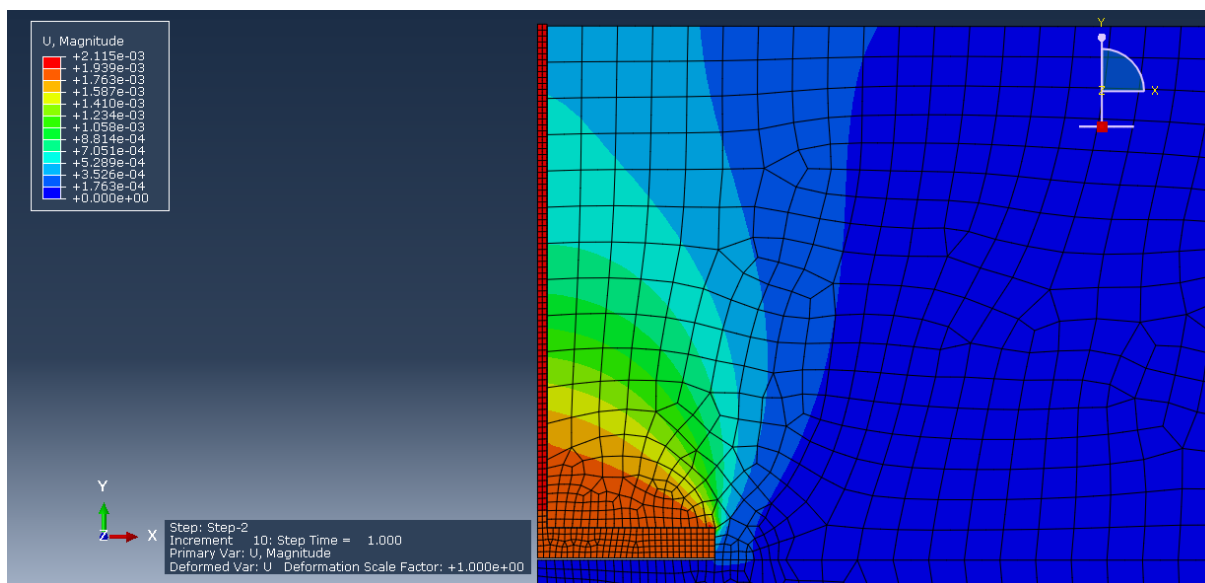


Figura 5.73. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 2,115$ mm. (Step 2 – Step Time 0,50).

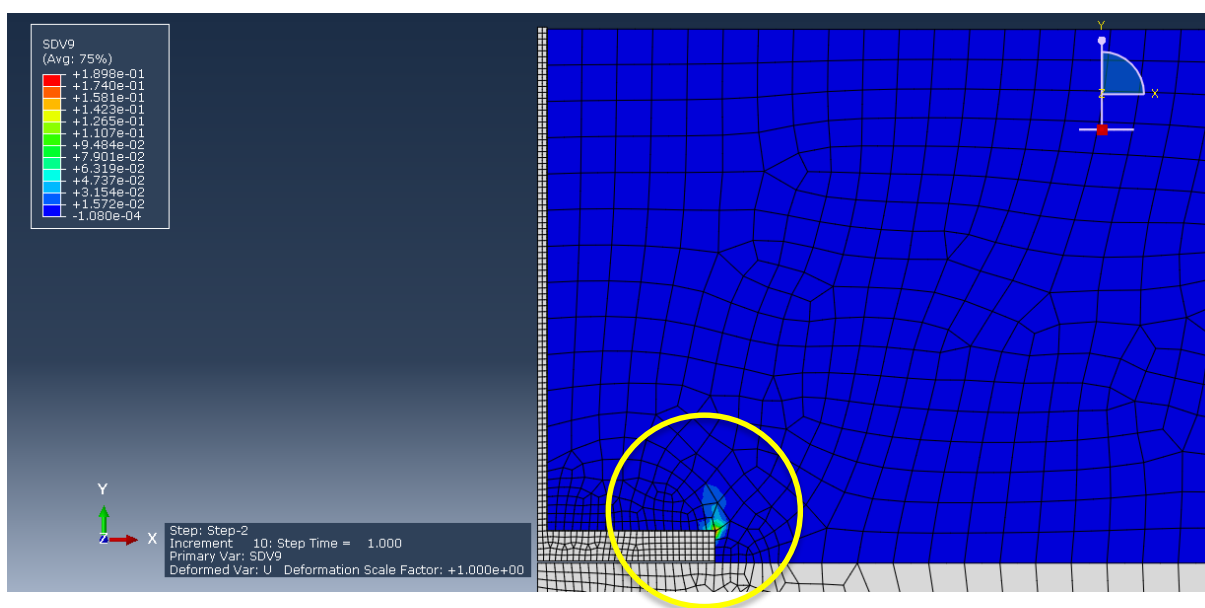


Figura 5.74. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 2,115mm. (Step 2 – Step Time 0,5).

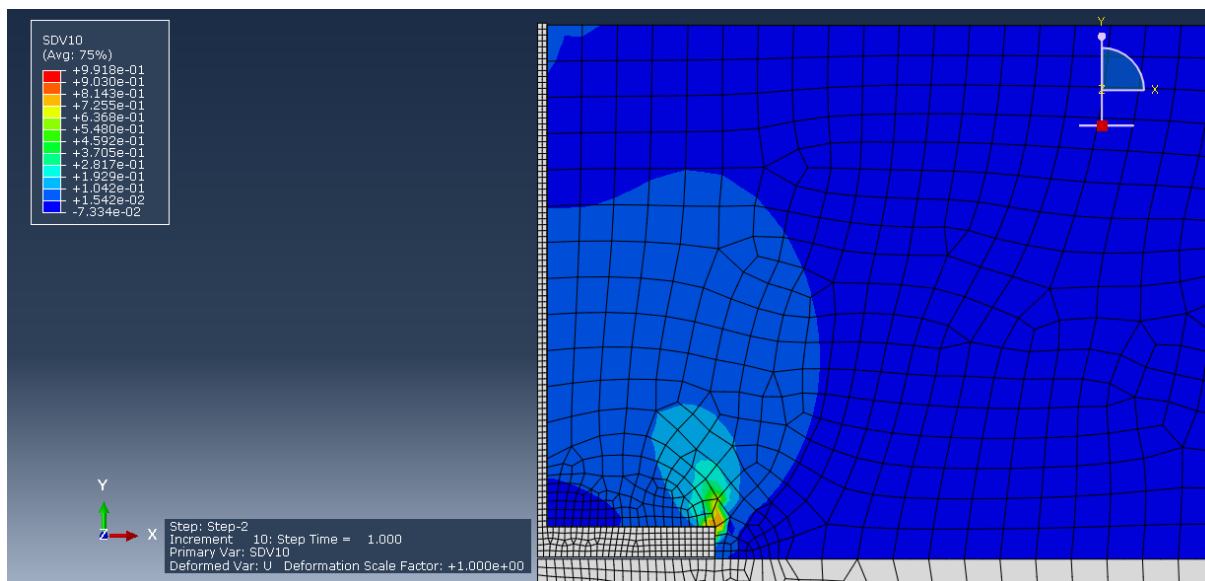


Figura 5.75. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 2,115 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).

A figura 5.73 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 2,115 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.75 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.74).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

Para valores superiores ao deslocamento de 2,115 mm problemas de convergência do algoritmo com dano implementado foram observadas.

C) Resultados para o ensaio de arrancamento para a relação $H/D = 2$.

Os parâmetros do material utilizados para a relação $H/D = 2$ são os seguintes:

Tabela 5.19. Propriedades do solo reforçado com fibra para $H/D = 2$

Constante	Valor
E	$3,21 \times 10^7$ Pa
ν	0,3
R	1,0 Pa
S	0,1

Tabela 5.20. Endurecimento do solo reforçado com fibra para $H/D = 2$

Tensão de fluência (Pa)	Deformação plástica
31 929	0
57 138	0,00841
85 440	0,01754
101 460	0,03684

A continuação são apresentados os resultados da evolução do deslocamento (U), a deformação plástica equivalente (SVD9) e variável de dano (SVD10) para deslocamentos de 0,025 mm, 0,05 mm, 0,1438 mm, 0,5445 mm, 1 mm, 1,5 mm e 1,95 mm.

C.1. Resultados para a relação $H/D = 2$ e deslocamento de 0,025 mm.

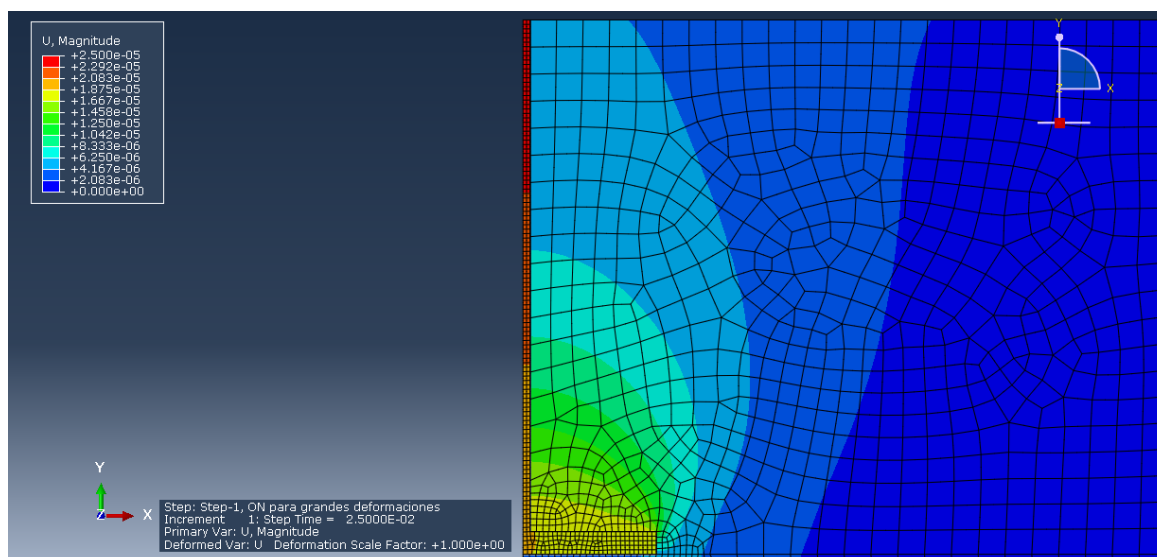


Figura 5.76. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,025$ mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

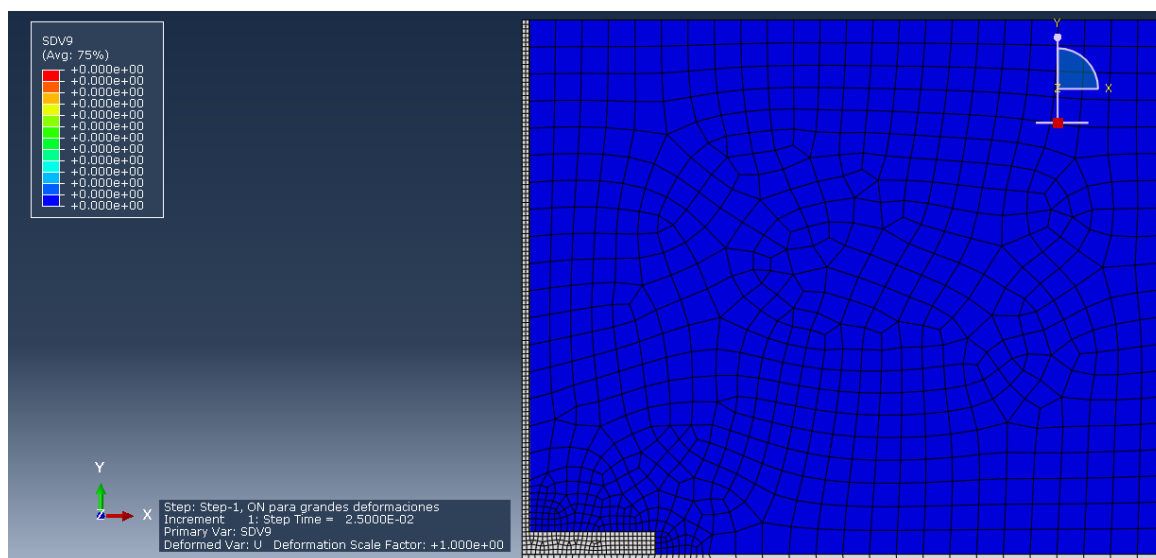


Figura 5.77. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

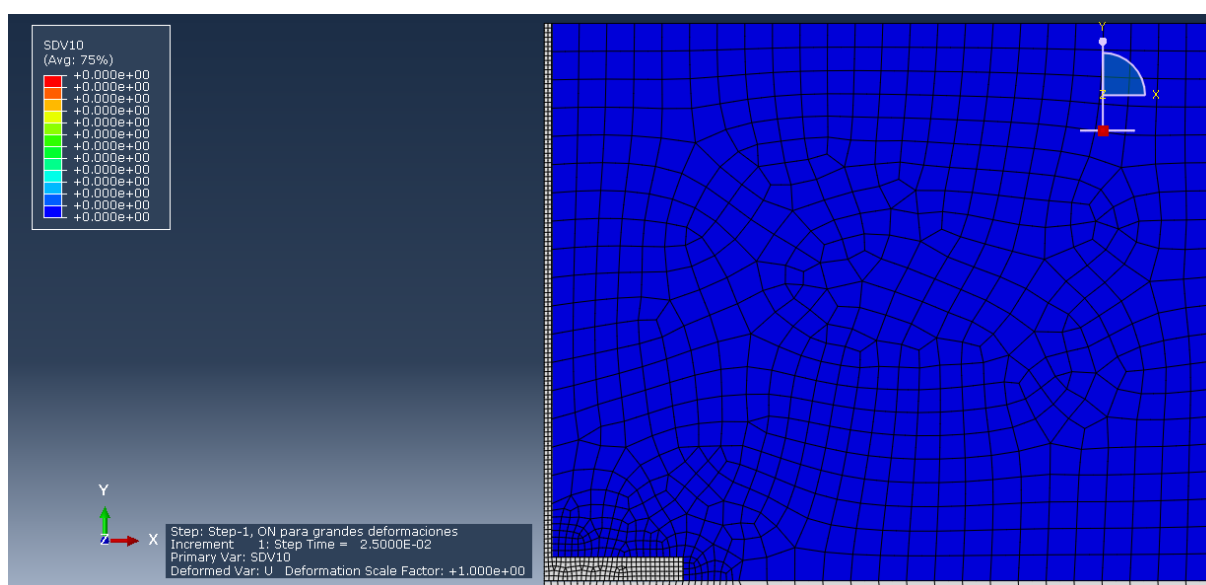


Figura 5.78. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,025 mm. (Step 1 – Step Time 0,025).

A figura 5.76 mostra que para um pequeno deslocamento de 0,025 mm no topo do cabo de aço já inicia a movimentar uma massa importante de solo.

A figura 5.78 mostra que a variável de dano (SDV10) tem todos os seus valores iguais a zero, o que também mostra que o dano ainda não iniciou-se e também evidencia a inter-relação com as deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.77) que também são iguais a zero.

C.2. Resultados para a relação $H/D = 1,5$ e deslocamento de 0,05 mm.

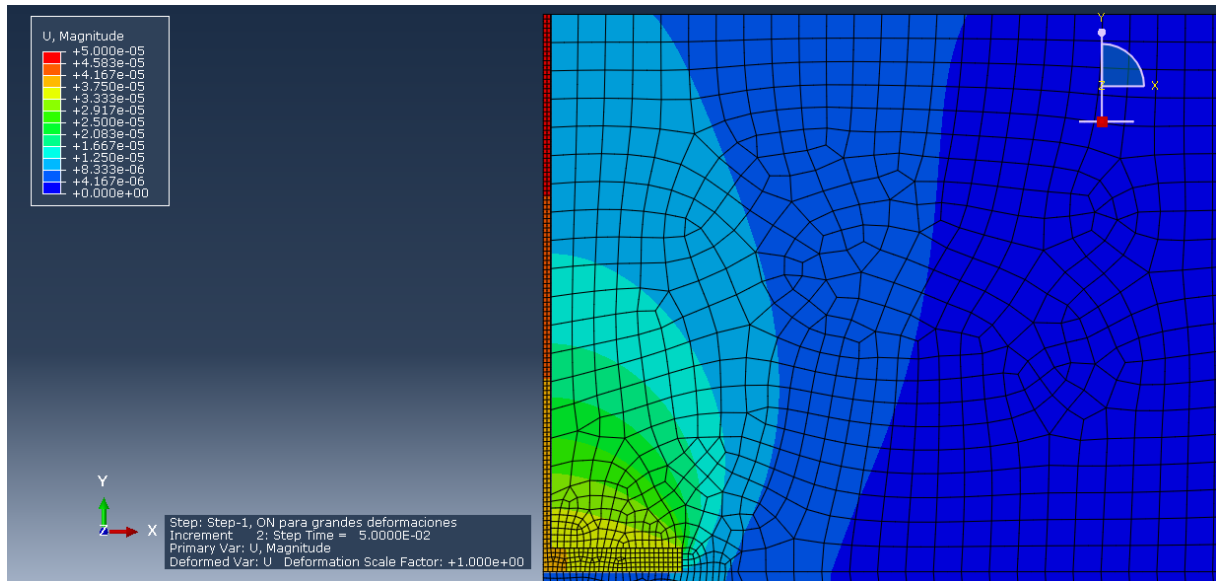


Figura 5.79. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,05$ mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

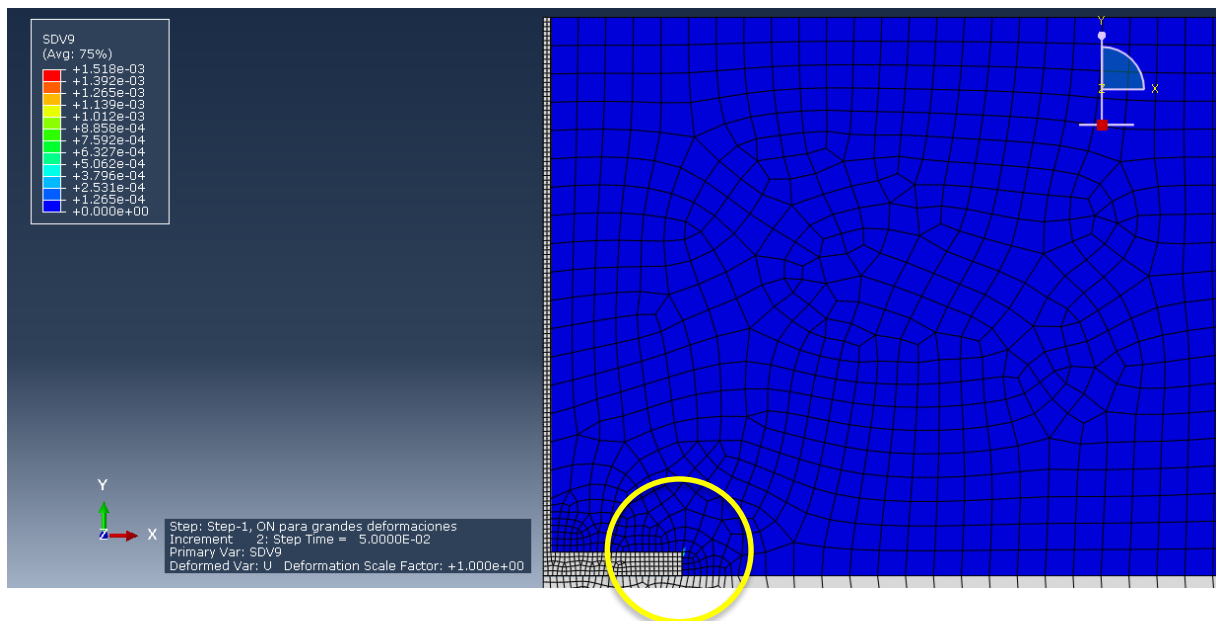


Figura 5.80. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

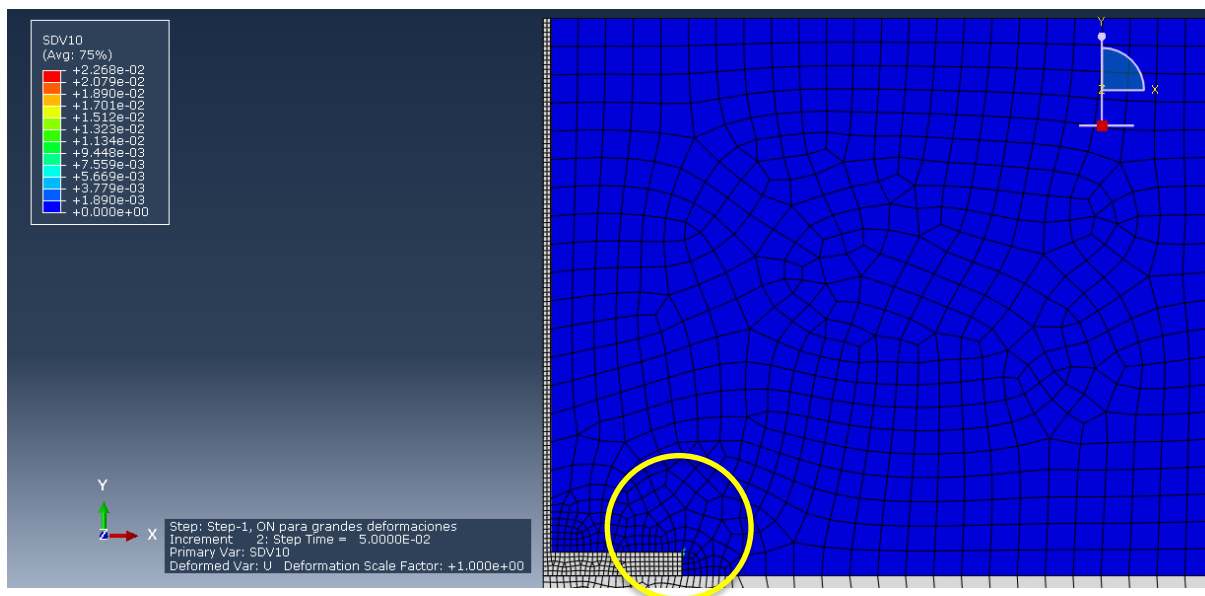


Figura 5.81. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,05 mm. (Step 1 – Step Time 0,05).

A figura 5.79 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,05 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.81 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra que o dano iniciou-se nessa região e que evidencia uma inter-relação com o setor que apresenta valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.80).

Desta forma pode ser identificado o lugar crítico do modelo onde o processo de fissuração se inicia.

C.3. Resultados para a relação $H/D = 2$ e deslocamento de 0,1438 mm.

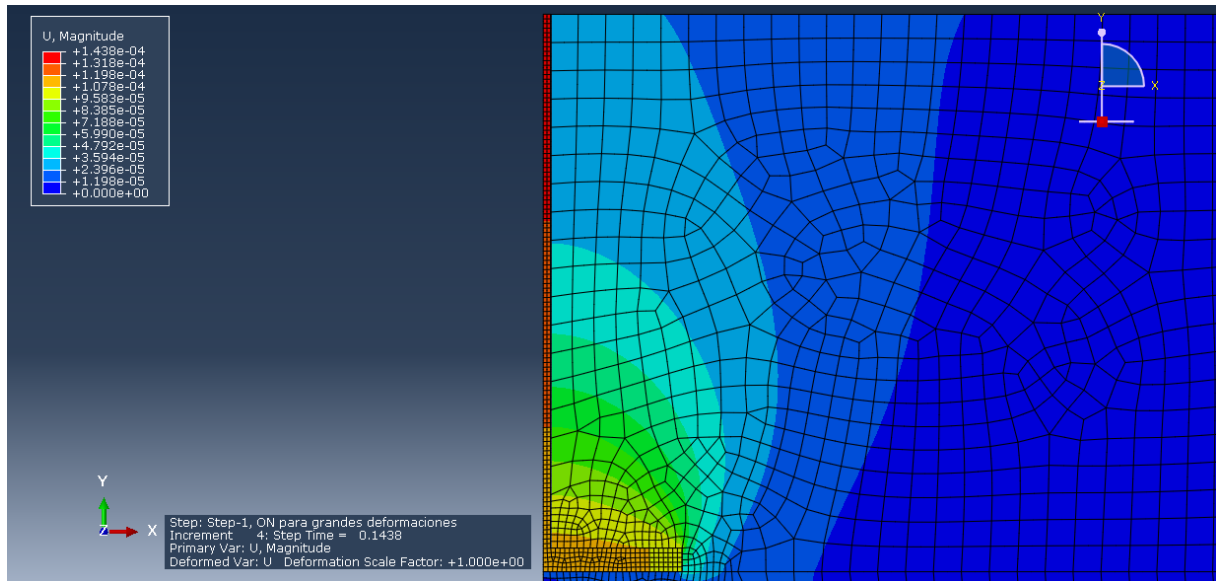


Figura 5.82. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,1438$ mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

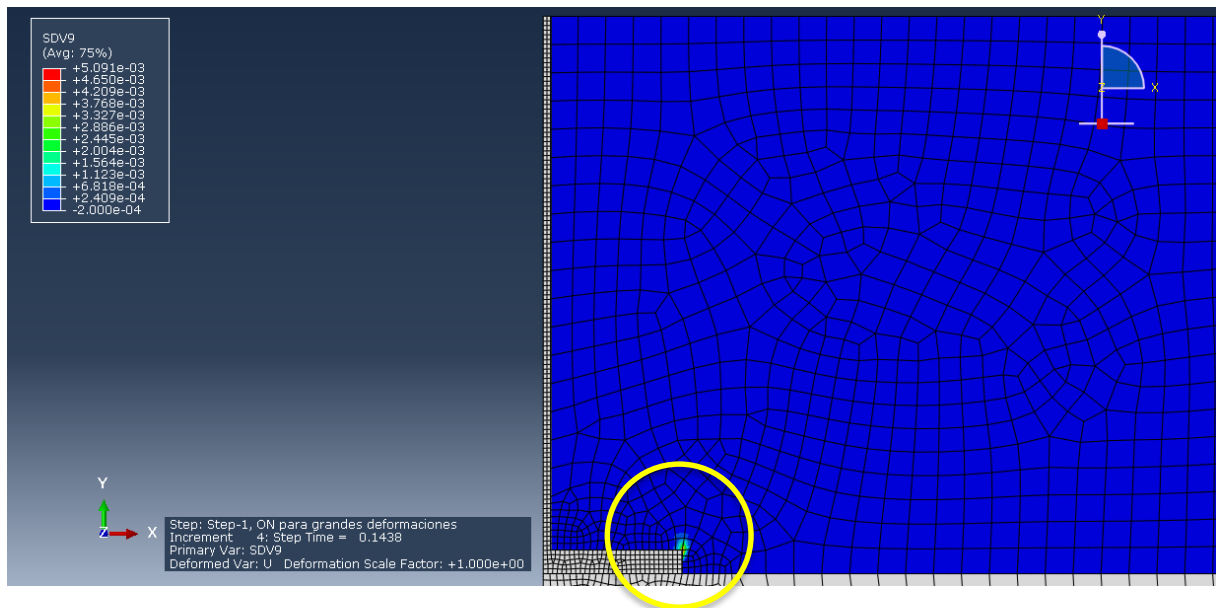


Figura 5.83. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

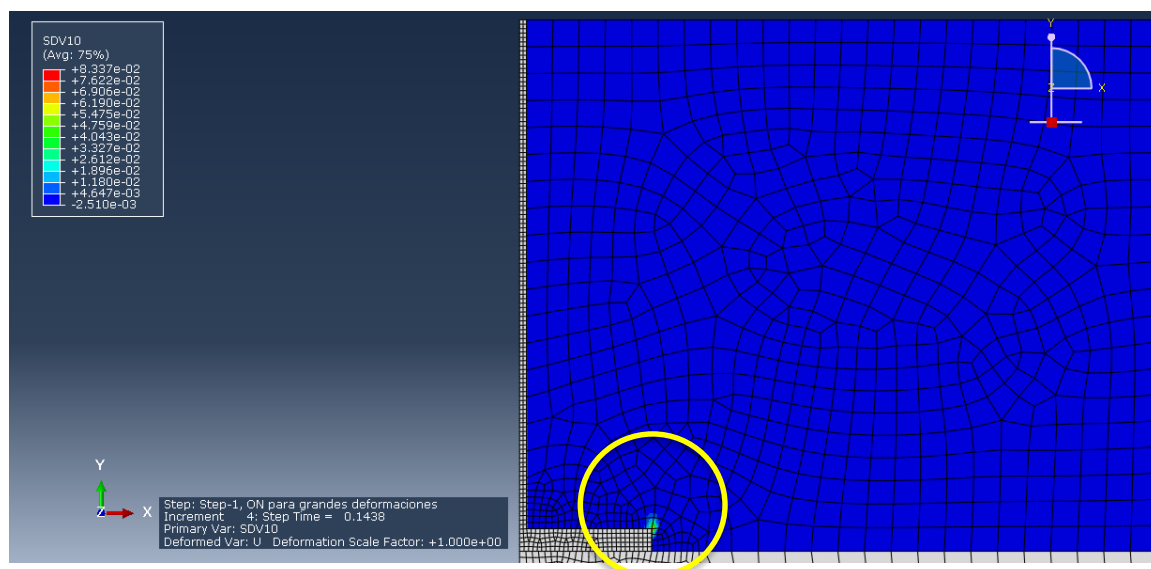


Figura 5.84. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,1438 mm. (Step 1 – Step Time 0,1438).

A figura 5.82 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,1438 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.84 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores da deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.83).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

C.4. Resultados para a relação $H/D = 2$ e deslocamento de 0,5445 mm.

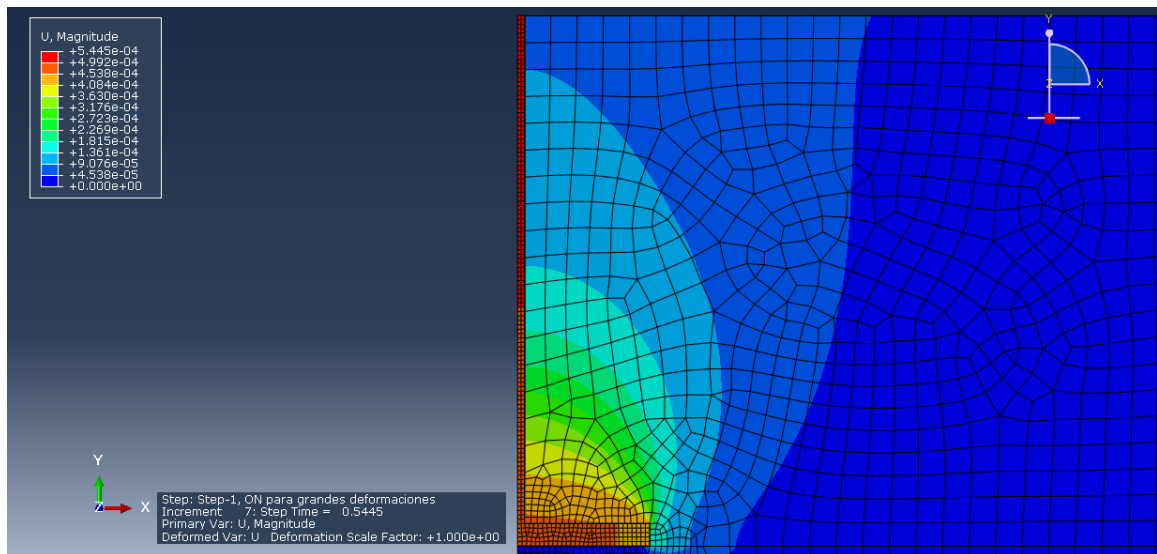


Figura 5.85. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 0,5445$ mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

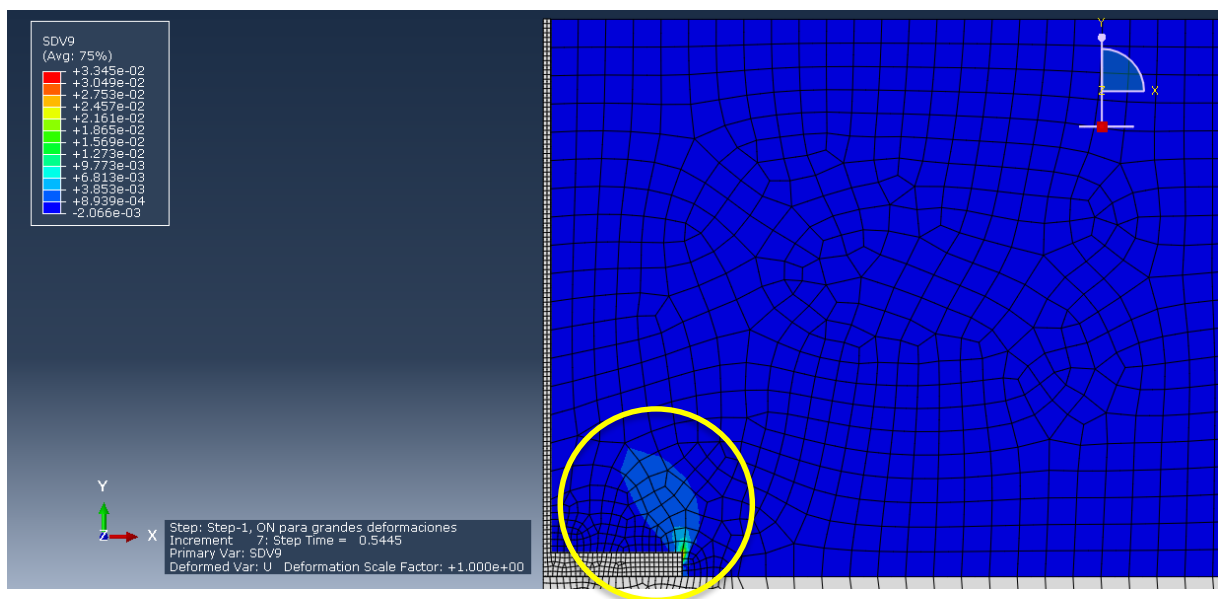


Figura 5.86. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

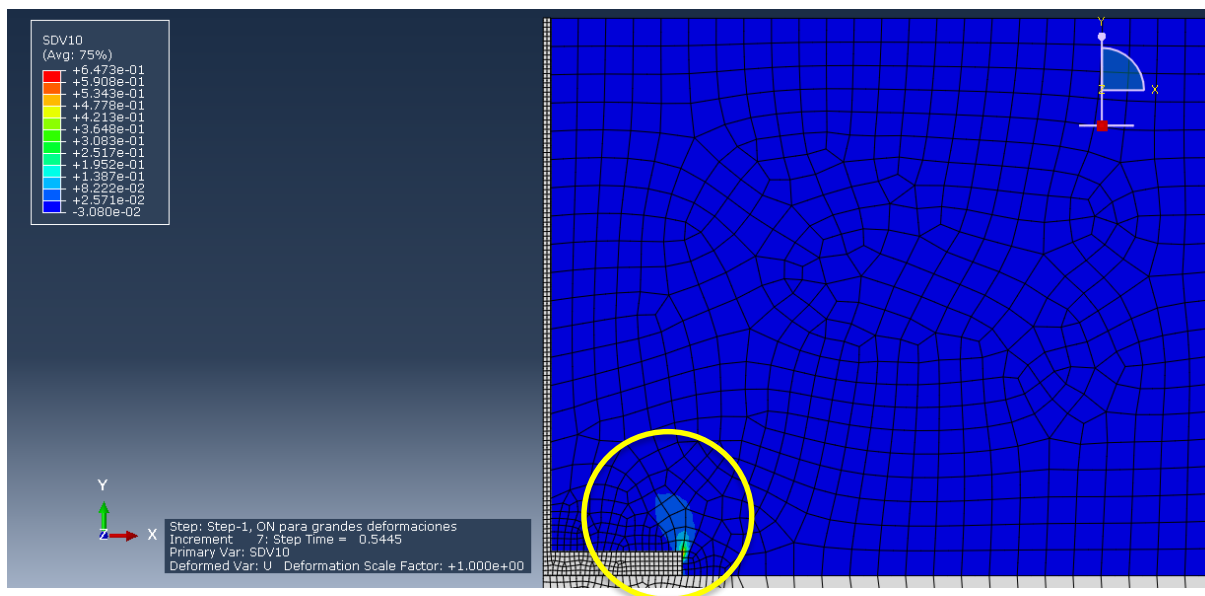


Figura 5.87. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 0,5445 mm. (Step 1 – Step Time 0,5445).

A figura 5.85 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 0,5445 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.87 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.86).

C.5. Resultados para a relação $H/D = 2$ e deslocamento de 1 mm.

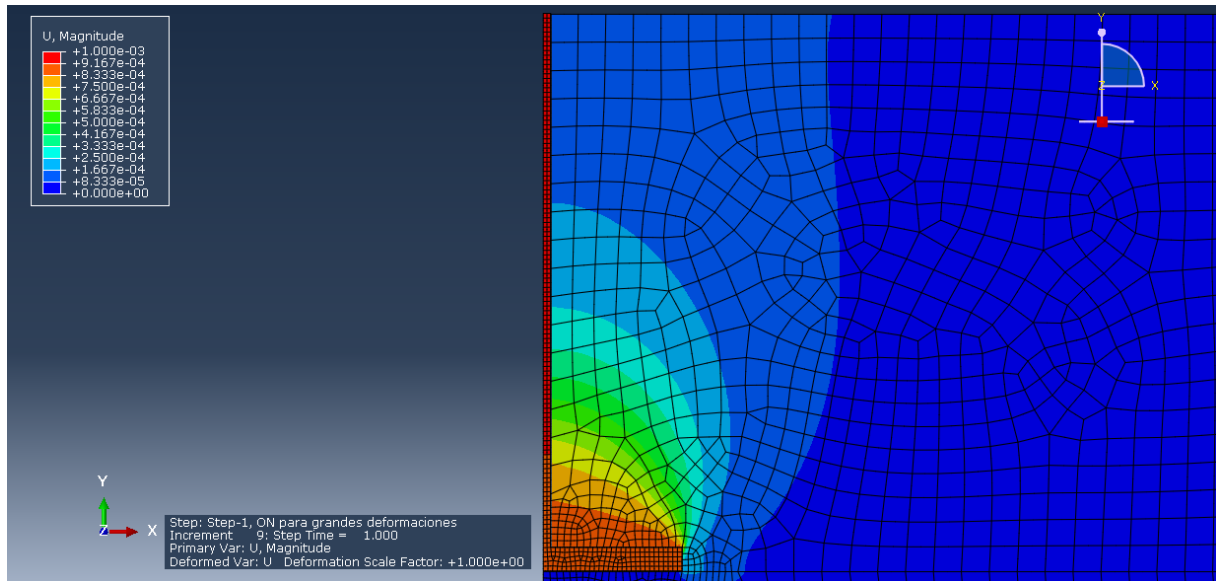


Figura 5.88. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 1$ mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

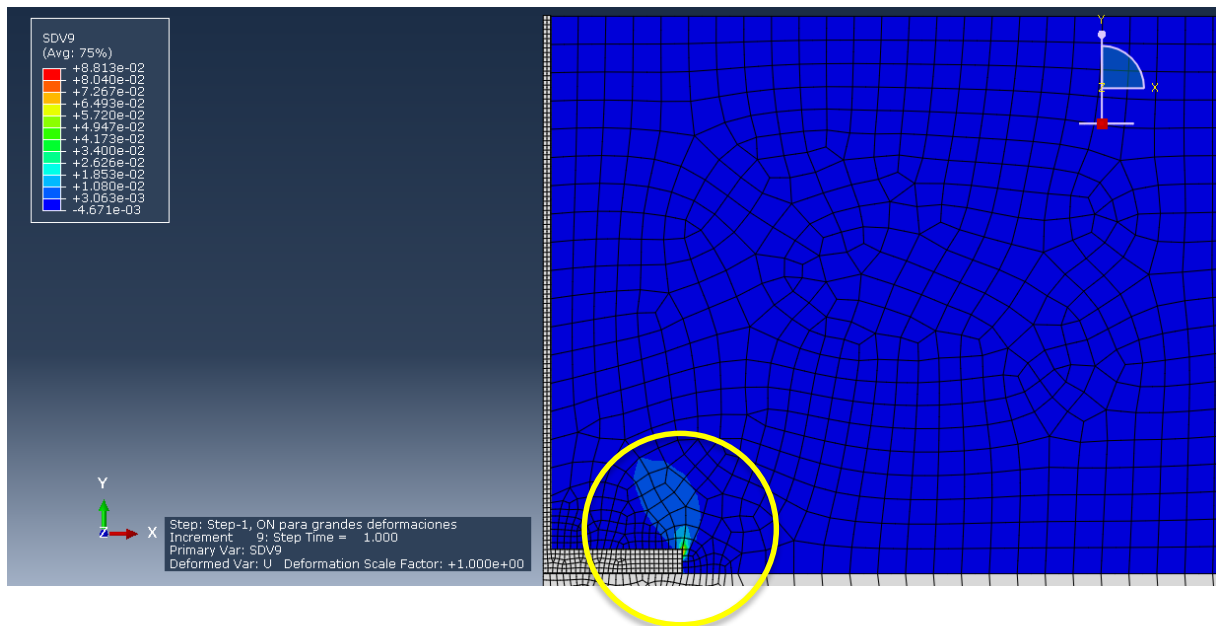


Figura 5.89. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

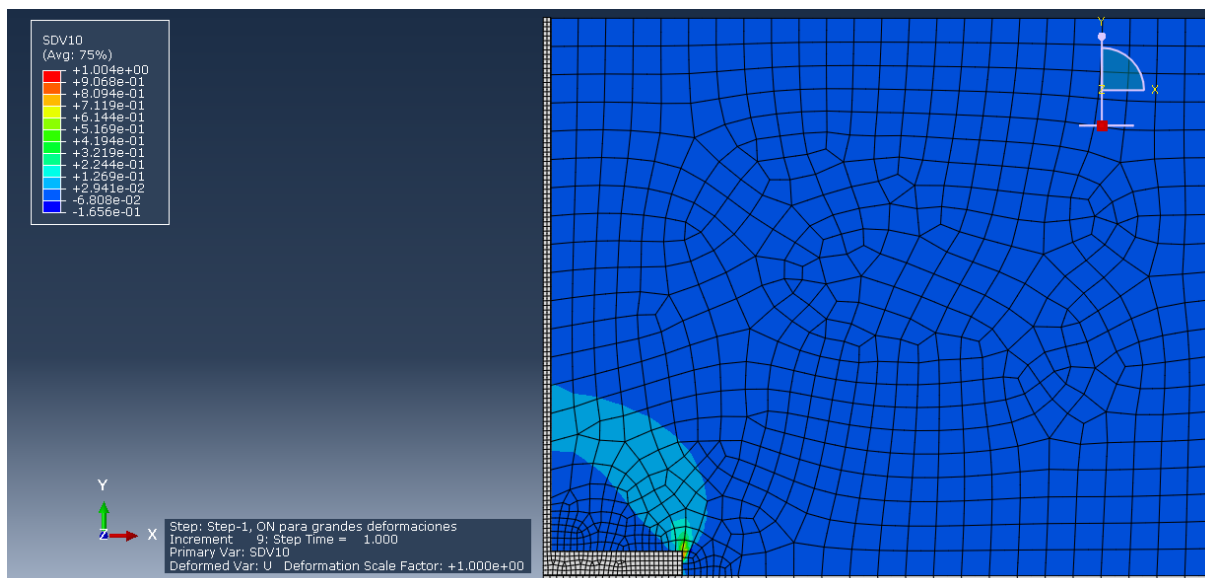


Figura 5.90. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1 mm. (Step 1 – Step Time 1,0).

A figura 5.88 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 1 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.90 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.89).

C.6. Resultados para a relação $H/D = 2$ e deslocamento de 1,5 mm.

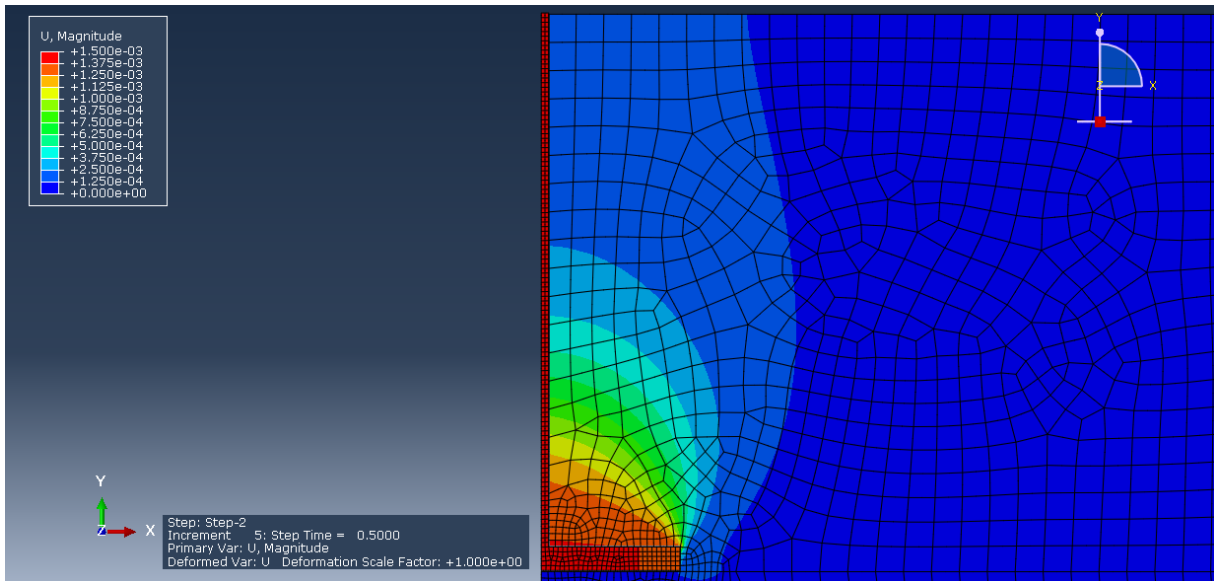


Figura 5.91. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 1,5$ mm. (Step 2 – Step Time 0,50).

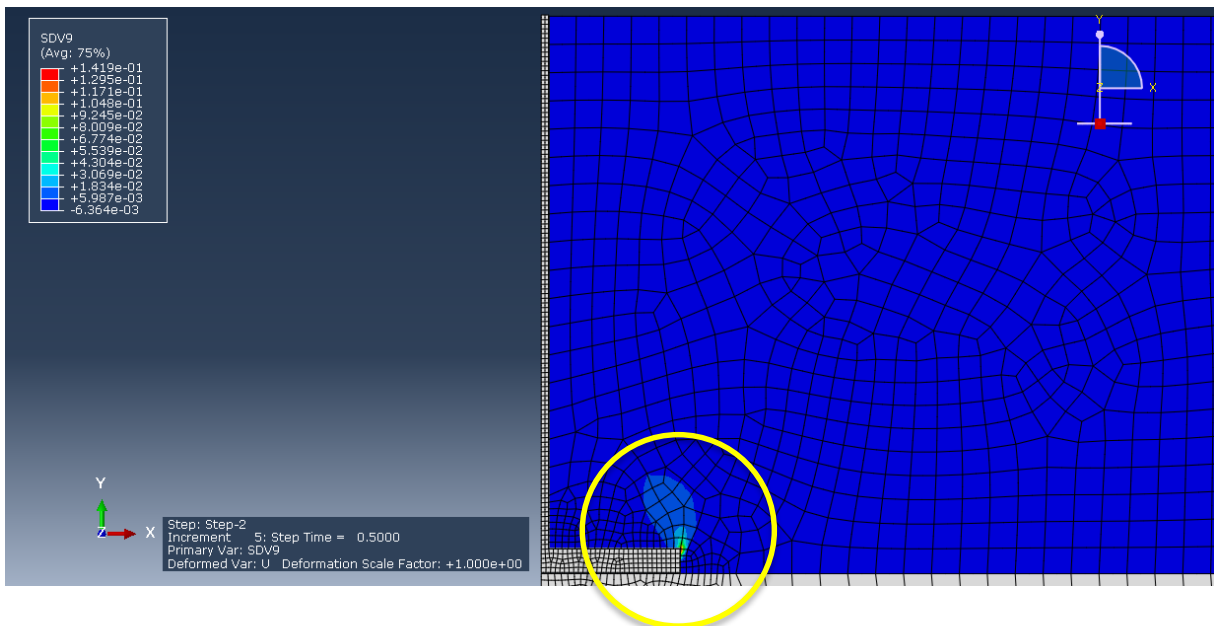


Figura 5.92. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).

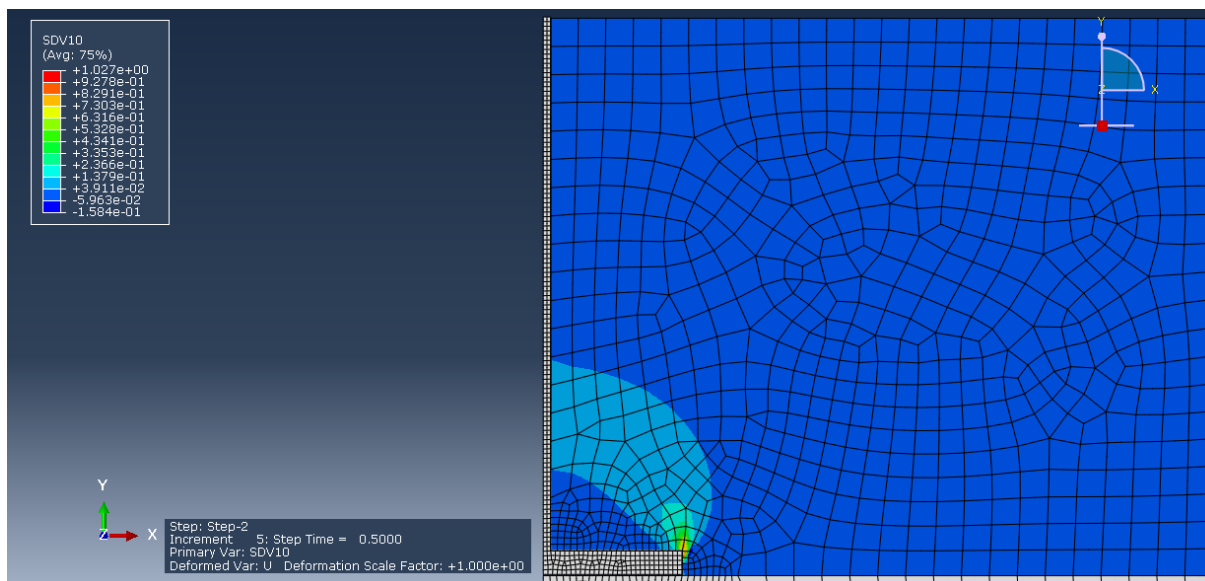


Figura 5.93. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,5 mm. (Step 2 – Step Time 0,5).

A figura 5.91 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 1,5 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.93 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.92).

C.7. Resultados para a relação $H/D = 2$ e deslocamento de 1,95 mm.

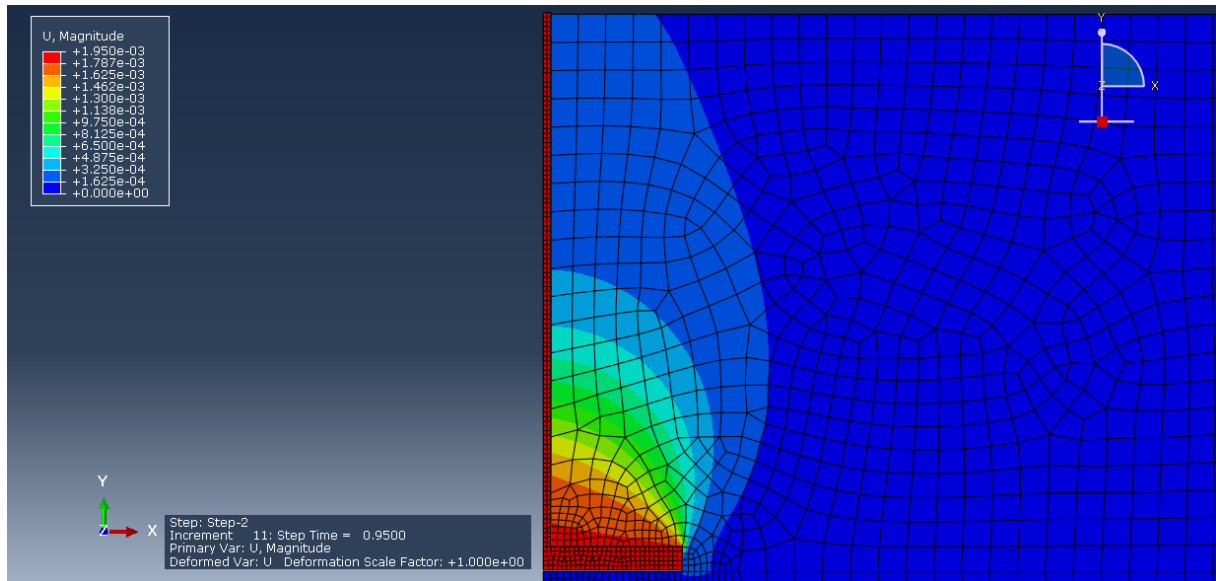


Figura 5.94. Deslocamento (U) da barra submetida a arrancamento para $U = 1,95$ mm. (Step 2 – Step Time 0,95).

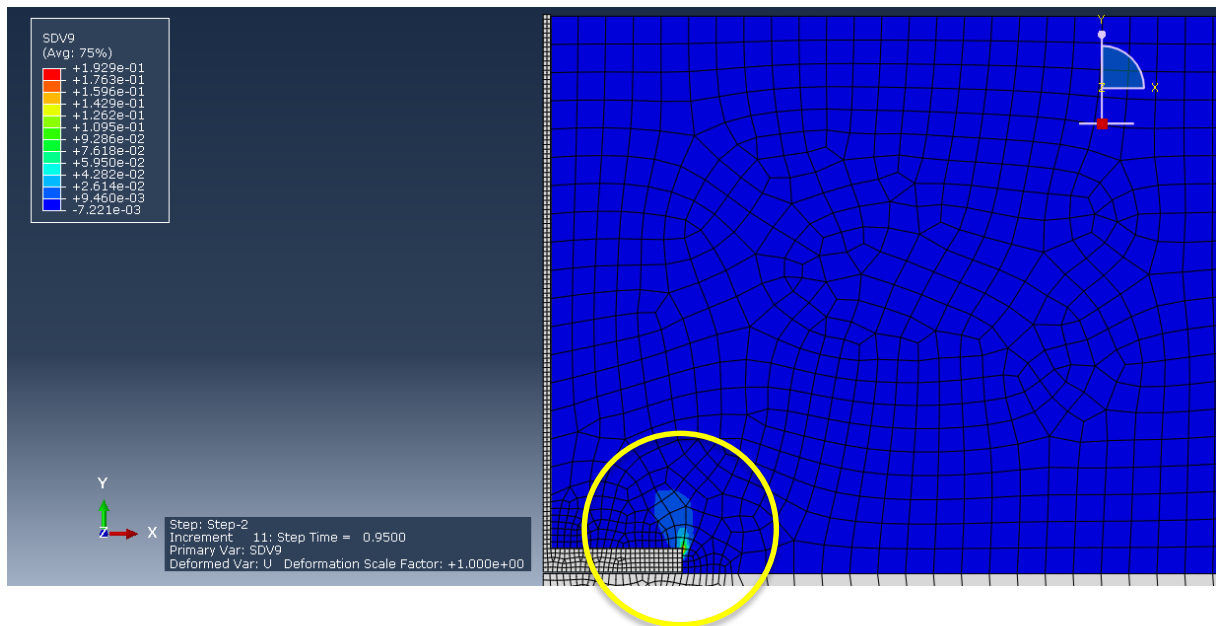


Figura 5.95. Deformação plástica equivalente (SDV9) associada a um deslocamento U de 1,95 mm. (Step 2 – Step Time 0,95).

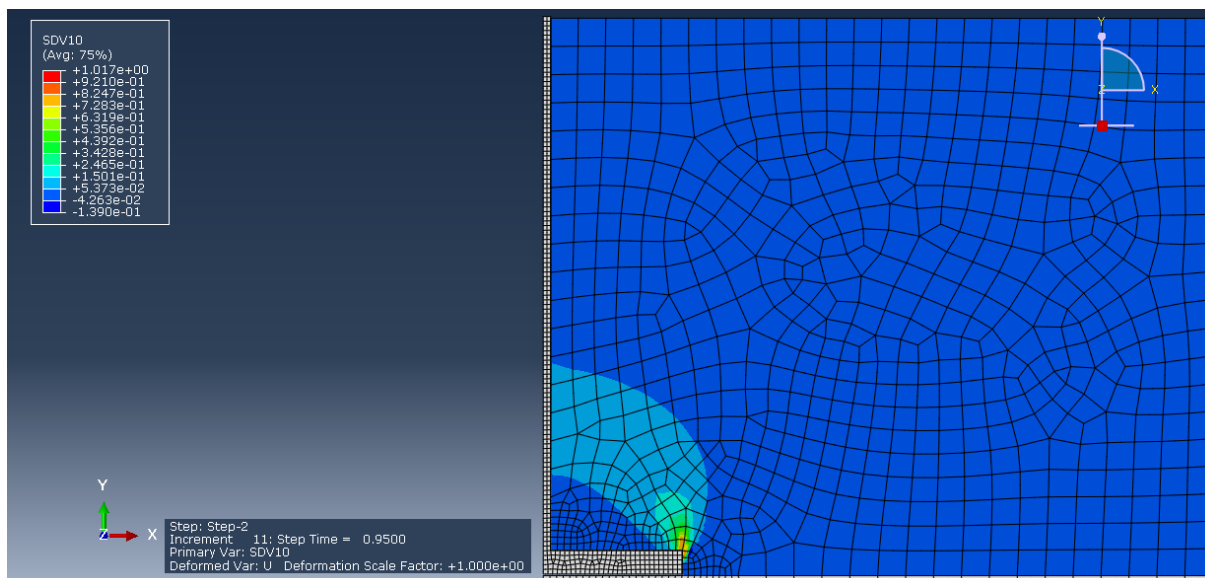


Figura 5.96. Variável de dano (SDV10) associada a um deslocamento U de 1,95 mm. (Step 2 – Step Time 0,95).

A figura 5.94 mostra a massa de solo que é movimentada para um deslocamento de 1,95 mm no topo do cabo de aço e indica como vai evoluindo os deslocamentos dessa massa de solo em relação aos deslocamentos iniciais.

A figura 5.96 mostra onde a variável de dano (SDV10) tem valores diferentes de zero, o que também mostra como o dano vai evoluindo nessa região e que continua a inter-relação com os setores que apresentam valores maiores das deformações plásticas equivalentes (Fig. 5.95).

Desta forma pode ser visualizado a tendência de como o processo de fissuração está evoluindo.

Para valores superiores ao deslocamento de 1,95 mm problemas de convergência do algoritmo com dano implementado foram observadas.

5.7.6. Comparação dos resultados obtidos numericamente com e sem dano com os resultados experimentais.

Para analisar o comportamento da lei constitutiva e oferecer informações a nível macroscópico associado a projetos geotécnicos comparamos os resultados experimentais com os resultados obtidos com um modelo elastoplástico com a incorporação do dano e sem dano, respectivamente.

Para isso foram realizados modelados computacionais com as mesmas geometrias, as mesmas propriedades dos materiais, os mesmos contatos, a mesma malha, somente alterando o modelo elastoplástico (i.e. com a presença do dano e sem dano, respectivamente).

A continuação são apresentados os gráficos comparativos destes resultados. As simulações numéricas sem a presença do dano corresponde a um modelo Drucker-Prager sem a evolução do dano.

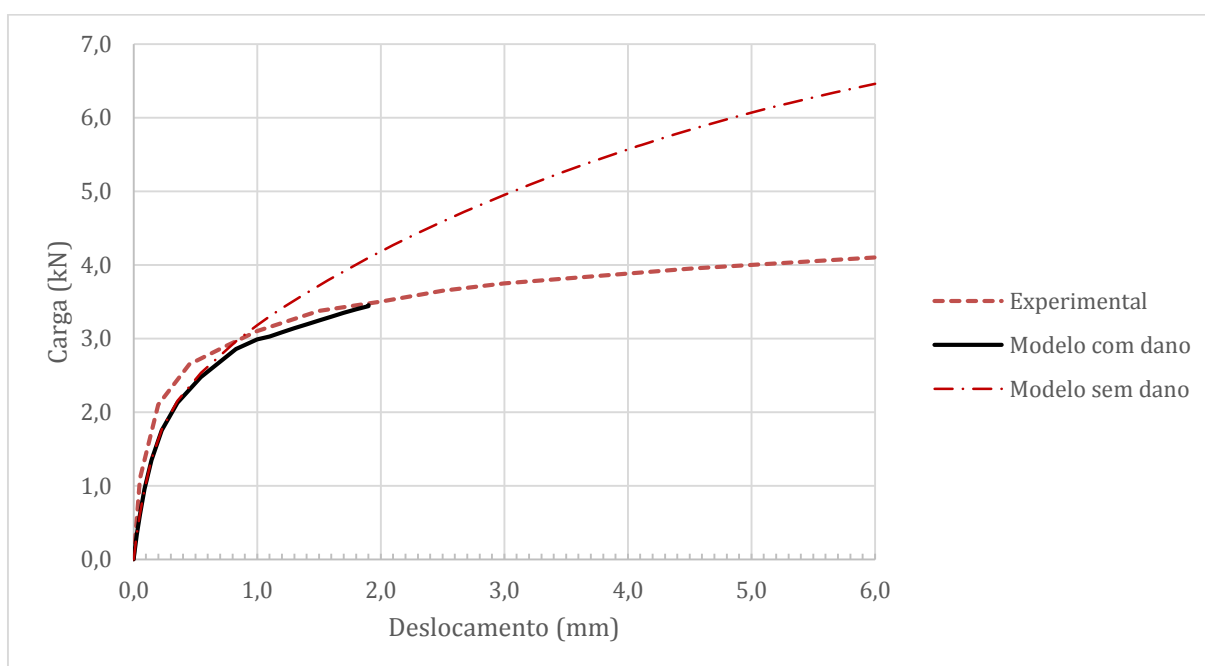


Figura 5.97. Deslocamentos obtidos com o modelo desenvolvido comparados com os deslocamentos obtidos experimentalmente e com os deslocamentos obtidos com um modelo sem dano para a geometria correspondente a relação $H/D = 1$.

Na Figura 5.97 é apresentada a curva carga-deslocamento obtida com o modelo elastoplástico com dano desenvolvido para um embutimento de $H/D = 1$ e comparado com a curva carga-deslocamento obtida com um modelo Drucker-Prager sem a evolução do dano e também é comparada com a curva carga-deslocamento obtida experimentalmente (Consoli et al, 2012).

As curvas numéricas com dano e sem dano apresentam uma boa aproximação à curva experimental no início. Ambas apresentam uma menor inclinação no trajeto inicial o que indicaria que deve ser estudada com maior profundidade os valores associados aos módulos de elasticidade inicial.

Posteriormente, a curva numérica com dano apresenta uma melhor aproximação à curva experimental.

Claramente é observado que a curva do modelo com dano apresenta um softening em relação à curva do modelo Drucker-Prager sem dano. A tendência da curvatura indicaria que o processo de dano influencia no comportamento macroscópico do solo reforçado com fibras desde pequenos deslocamentos para um embutimento de $H/D = 1$.

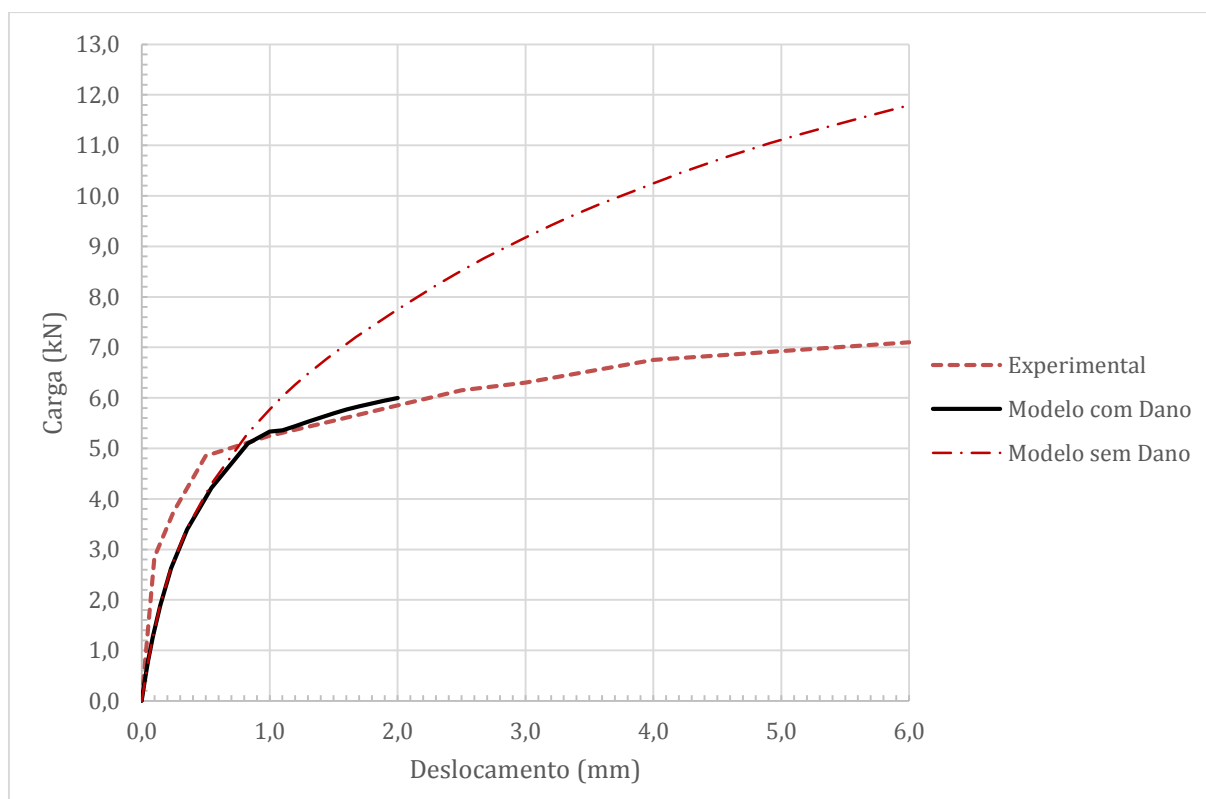


Figura 5.98. Deslocamentos obtidos com o modelo desenvolvido comparados com os deslocamentos obtidos experimentalmente e com os deslocamentos obtidos com um modelo sem dano para a geometria correspondente a relação $H/D = 1,5$.

Na Figura 5.98 é apresentada a curva carga-deslocamento obtida com o modelo elastoplástico com dano desenvolvido para um embutimento de $H/D = 1,5$ e comparado com a curva carga-

deslocamento obtida com um modelo Drucker-Prager sem a evolução do dano e também é comparada com a curva carga-deslocamento obtida experimentalmente (Consoli et al, 2012).

A diferença do caso anterior, as curvas numéricas com dano e sem dano não apresentam uma boa aproximação à curva experimental no início. Ambas apresentam uma maior diferença na inclinação no trajeto inicial o que indicaria que a metodologia para obter os valores associados ao módulo de elasticidade inicial precisam de ajustes.

Posteriormente, a curva numérica com dano apresenta uma melhor aproximação à curva experimental.

Também é observado que a curva do modelo com dano apresenta um softening em relação à curva do modelo Drucker-Prager sem dano similar ao caso de $H/D=1$. A tendência da curvatura também indicaria que o processo de dano influencia no comportamento macroscópico do solo reforçado com fibras desde pequenos deslocamentos para o embutimento de $H/D = 1,5$.

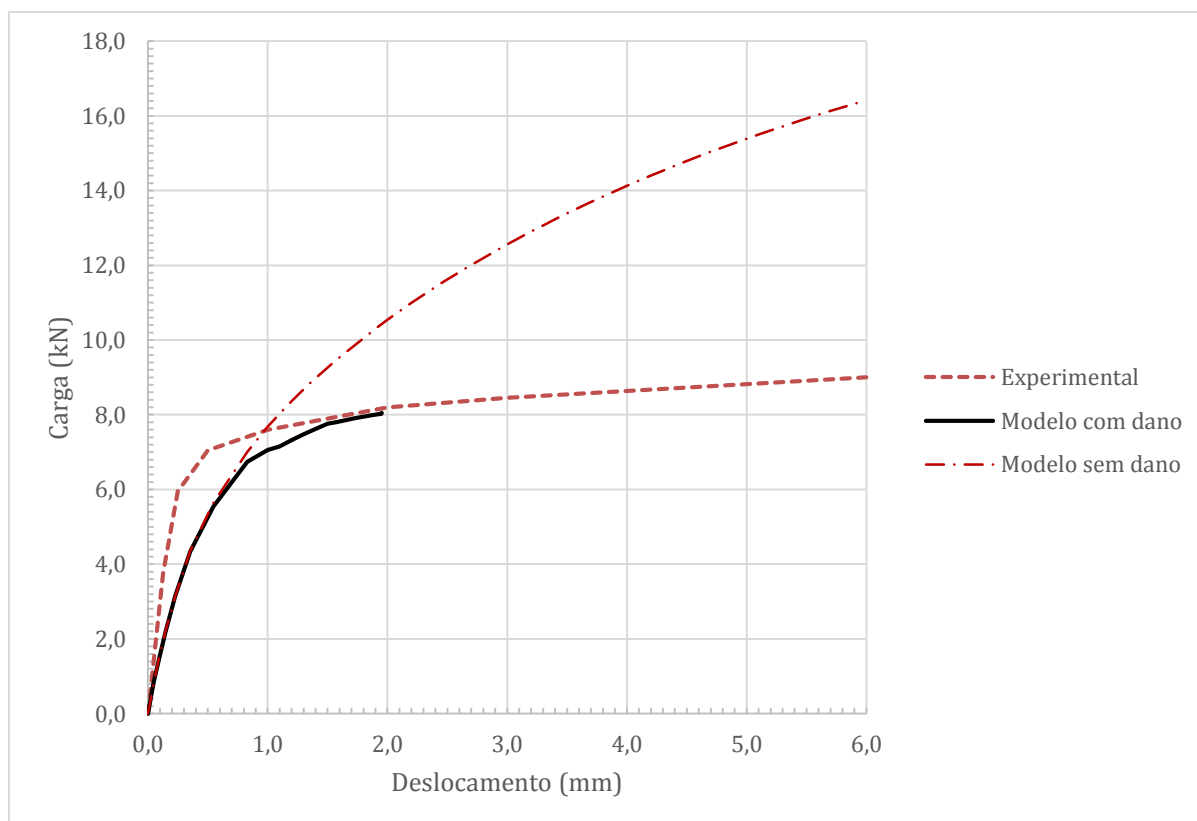


Figura 5.99. Deslocamentos obtidos com o modelo desenvolvido comparados com os deslocamentos obtidos experimentalmente e com os deslocamentos obtidos com um modelo sem dano para a geometria correspondente a relação $H/D = 2$.

Na Figura 5.99 é apresentada a curva carga-deslocamento obtida com o modelo elastoplástico com dano desenvolvido para um embutimento de $H/D = 2$ e comparado com a curva carga-deslocamento obtida com um modelo Drucker-Prager sem a evolução do dano e também é comparada com a curva carga-deslocamento obtida experimentalmente (Consoli et al, 2012).

Similar ao caso do embutimento $H/D=1,5$, as curvas numéricas com dano e sem dano não apresentam uma boa aproximação à curva experimental no início. Ambas apresentam uma maior diferença na inclinação no trajeto inicial o que indicaria que a metodologia para obter os valores associados ao módulo de elasticidade inicial precisam de ajustes.

Posteriormente, a curva numérica com dano apresenta uma melhor aproximação à curva experimental.

Também é observado que a curva do modelo com dano apresenta um softening em relação à curva do modelo Drucker-Prager sem dano similar aos casos anteriores. A tendência da curvatura também indicaria que o processo de dano influencia no comportamento macroscópico do solo reforçado com fibras desde pequenos deslocamentos para o embutimento de $H/D = 2$.

Em todos os casos é evidenciado que o modelo elastoplástico com dano é útil para identificar as regiões críticas de início das fissuras, para ter uma tendência da evolução e propagação das fissuras e a nível macroscópico para ter uma aproximação melhor ao comportamento real da massa do solo reforçado com fibras em função dos deslocamentos no interior da massa de solo produto da aparição das fissuras e o deterioro do material.

5.8. DISCUSSÃO

Baseados no resultados obtidos são realizados os seguintes comentários relacionados com a lei constitutiva desenvolvida.

- **Em relação às limitações do modelo:**

A hipótese da deformação equivalente adotada no trabalho possui certas limitações (e.g. Zhao and Yu, 2000) como ser a não variação do módulo de Poisson, e que as constantes de Lamé são proporcionais ao dano. Infelizmente esta inferência não é totalmente consistente com observações na escala micro-mecânica (Tang, et al., 2001). Ademais, pode ser mostrado que a hipótese da deformação equivalente é um caso especial de uma teoria mais geral (Gao et al, 1996, apud Tang et al., 2001). Mais precisamente, é uma aproximação de primeiro ordem de uma teoria mais geral. Adicionalmente, a adoção de um valor escalar para o dano dificulta a determinação da direção de propagação das micro-fissuras e ainda a descrição da anisotropia induzida pelo dano. Por outra parte, a localização do dano exige a consideração de abordagens não-locais (através de uma equação integral ou por meio de teorias de gradientes na macro escala) para ter um panorama geral da evolução das falhas em toda a estrutura analisada.

Todas estas considerações sugerem a realização mais de ensaios experimentais e de simulações utilizando o modelo, para compreender melhor o grau de correlação da teoria adotada e o material estudado. Adicionalmente, o estudo paralelo dos fenômenos tanto na micro-escala como na meso-escala no material analisado será de grande utilidade para a sua compreensão.

- **Em relação à convergência da implementação:**

A introdução do dano na lei constitutiva através da hipótese da deformação equivalente pode derivar na perda de simetria da matriz de rigidez global. Isso dificulta a solução do sistema de equações não lineares produzindo inclusive matrizes não-definidas positivas, i.e. com autovalores negativos. Nesta implementação se observou uma dificuldade maior de convergência à medida que o dano adotava valores maiores, próximo dos valores críticos (0,8 aproximadamente). Nesse sentido, foram adotados soluções com a matriz de rigidez completa (i.e. soluções não-simétricas) e soluções considerando a matriz de rigidez simétrica, para compreender melhor o mecanismo de solução. Também foi realizada soluções com e sem o Jacobiano Consistente, verificando a importância da introdução do Jacobiano Consistente, na convergência da implementação.

- **Em relação à dependência da malha:**

A adoção do tipo de elemento (e.g. linear, quadrático) modificam consideravelmente os resultados obtidos. Ademais a adoção do tamanho do elemento nas regiões de maior concentração do dano influencia também o resultado obtido. Com efeito, se sabe que o amolecimento (softening) é controlado pela variação da interação na micro-estrutura. Conseqüentemente, a escala da micro-estrutura tem um rol fundamental na formação da escala da região do dano. No modelo de dano contínuo, o amolecimento pode causar a perda local de elipticidade das equações diferenciais quando a escala de observação é próxima da escala da micro-estrutura (Li and Xingwen, 2010). Neste caso a descrição matemática se torna mal-posta e as soluções numéricas são dependentes do tamanho dos elementos da malha. Foi observado que utilizando tamanho de elementos na ordem do Elemento de Volume Representativo (10,5 mm aproximadamente) os resultados não apresentaram variações importantes.

- **Em relação a outros métodos numéricos disponíveis:**

É possível adotar outro método numérico para realizar as simulações de solos, em especial o referente a propagação de fissuras no mesmo. Nesse sentido, existe um desenvolvimento recente denominado Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM) que permite simular a propagação de fissuras em forma eficiente. Ademais, o método dos elementos discretos (DEM) consegue modelar com eficiência a interação de partículas. Estes dois métodos mencionados podem ser considerados em desenvolvimentos posteriores para a modelação de solos com propagação de fissuras internas.

- **Em relação à obtenção dos parâmetros da evolução de dano:**

Os parâmetros da evolução do dano r e S foram obtidos segundo a equação 5.11, considerando a interpretação física da taxa de liberação de energia por dano ($-Y$). Foi realizada uma integração implícita desta equação e foram utilizados os resultados experimentais disponíveis e que estão descritos na seção 5.2.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões relacionadas com o projeto de pesquisa desenvolvido, e as recomendações para projetos futuros relacionados com aspectos tanto experimentais como aspectos de desenvolvimento numérico, necessários para a modelagem computacional através da mecânica de dano contínuo associado a novos geomateriais utilizados em projetos geotécnicos.

A pesquisa sobre a inclusão da mecânica de dano contínuo a solos reforçados com fibras é inédita. Também pela primeira vez, são realizados ensaios de compressão triaxiais em ciclos de carga-descarga-recarga para solos melhorados com fibras. A avaliação desta metodologia para a medição do início e propagação do dano em um solo reforçado com fibras nunca havia sido estudado e constitui uma alternativa válida para seu uso em outros materiais geotécnicos.

6.1. CONCLUSÕES

Nos projetos de engenharia são relevantes e fundamentais conhecer os valores limites de resistência dos materiais, assim como os tipos de falha dos mesmos. Geralmente os valores limites são finalmente utilizados para desenvolver as metodologias de cálculo aplicáveis a projetos de engenharia.

Neste projeto se está contribuindo a compreender melhor o mecanismo de início do processo de deterioração do material, desde a aparição das microfissuras e como ele avança até chegar às macro fissuras.

Esta pesquisa contribui para aprofundar o conhecimento em relação aos parâmetros e variáveis que caracterizam o mecanismo de deterioração dos solos melhorados com fibras.

Baseados nos resultados obtidos no trabalho, é possível concluir que:

- A teoria da Mecânica de Dano Contínuo é aplicável ao estudo do comportamento no estado elastoplástico com dano dos solos reforçados com fibras;
- A lei constitutiva elastoplástica com dano desenvolvida baseada na hipótese de deformação equivalente entre as configurações com dano e efetiva, demonstrou sua aplicabilidade para modelar o fenômeno associado a projetos geotécnicos e pode oferecer informações adicionais ao engenheiro geotécnico para analisar e estudar cenários possíveis de início e propagação das fissuras utilizando ferramentas computacionais que utilizam o Método dos Elementos Finitos.
- A lei constitutiva desenvolvida nesta pesquisa foi aplicada a problemas envolvendo solos melhorados com fibras, eventualmente este modelo constitutivo poderia ser utilizado para outros tipos de materiais com comportamento similar (e.g. solo arenoso cimentado, solo arenoso misturado com cimento e fibras).
- O modelo não é adequado para a modelação de fadiga de alto ciclo.
- A medida do dano do solo reforçado com fibra está baseado na variação do módulo elástico em diferentes estados de tensões do material e esta medição pode ser realizada utilizando ensaios triaxiais cíclicos de carga-descarga-recarga. A adoção desta metodologia de medição permite ter uma medida macroscópica de dano que facilita a utilização do modelo em projetos geotécnicos devido à disponibilidade de equipamentos para realizar as medições requeridas. A limitação desta metodologia, que está baseada na medição dos módulos de elasticidade é que a mesma precisa de ajustes dos valores dos módulos de elasticidade em função da pressão de confinamento.
- A linguagem de programação FORTRAN permite a codificação da lei constitutiva desenvolvida para sua implementação computacional em softwares baseados no Método dos Elementos Finitos.
- Este modelo incorpora características micro mecânicas (início de fissuras e propagação) no desenho e modelação computacional de projetos geotécnicos. Para

a aplicação do modelo requer um cuidado com o tamanho do elemento utilizado. A aplicação do modelo demonstrou que um tamanho adequado para um EVR (Elemento de Volume Representativo) está em torno de 10 a 11 mm. Esta dependência do resultado obtido com a malha adotada deve ser considerada no momento da concepção do modelo.

- A sub-rotina UMAT do software ABAQUS® fornece a possibilidade de implementar a lei constitutiva de novos materiais geotécnicos, que normalmente não são encontrados nos softwares comerciais que utilizam o Método dos Elementos Finitos aplicáveis a projetos geotécnicos.
- O algoritmo desenvolvido mostrou-se robusto, detectando-se um aumento significativo no número de iterações à medida que o dano cresce, sendo necessário a utilização do jacobiano consistente na implementação implícita adotada neste trabalho. Para outros tipos de problemas envolvendo deformações maiores que as estudadas neste trabalho ou velocidades de cargas maiores (e.g. carga de impacto) uma implementação explícita pode ser adotada.

6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.

Algumas sugestões para a ampliação do conhecimento e a continuação dos estudos na caracterização experimental e numérica do mecanismo de início e propagação de fissuras em solos melhorados com fibras e outros geomateriais, são citadas:

- Programa experimental de ensaios de compressão triaxiais em vários ciclos de carga-descarga-recarga, com ampliação do número de pressões de confinamento para o estudo com maior aproximação de um modelo analítico que defina a relação dos valores de módulo de elasticidade com as pressões de confinamento e também a determinação das tensões de fluência e da curva de endurecimento do material.
- Programa experimental de ensaios de compressão triaxiais em vários ciclos de carga-descarga-recarga, para a avaliação desta metodologia como ferramenta de medição do deterioro de outros geomateriais.

- Programa experimental de ensaios dinâmicos, para a avaliação de outras metodologias como ferramentas de medição do deterioro do solo reforçado com fibras e outros geomateriais.
- Desenvolvimento de uma lei constitutiva elastoplástica com dano baseada na hipótese de energia de deformação equivalente entre as configurações com dano e efetiva, que incluía os algoritmos, a codificação e implementação computacional.
- Desenvolvimento de um algoritmo explícito da presente lei constitutiva desenvolvida que poderia ser utilizada para outros tipos de problemas envolvendo deformações maiores que as estudadas neste trabalho ou velocidades de cargas maiores (e.g. carga de impacto).

REFERÊNCIAS

AL-SHAYEA, N. & MOHIB, K., (2011) **Parameters for an Elasto-Plasto-Damage Model for the Stress-Strain Behavior of Dense Sand**. International Journal of Damage Mechanics.

AL-SHAYEA, N. & MOHIB, K., (2012) **Parameters for an Elasto-Plasto-Damage Model for the Stress Behavior of Cohesive Soils**. International Journal of Damage Mechanics.

AL-REFEAI, T.O. (1991) **Behaviour of granular soils reinforced with discrete randomly oriented inclusions**. Journal of Geotextiles and Geomembranes, 10(4), 319-333

ALVES, M. **Some comments on material damage**. (1998) Preprint submitted to Engineering Fracture Mechanics.

ANDERSLAND, O.B. & KHATTAK, A.S. (1979). **Shear strength of kaolinite / fibre soil mixtures**. Proc. 1st Int. Congress on Soil Reinforcement, Vol. 1, Paris, 11-16

BASSETT, R.H., & LAST, N.C. (1978). **Reinforcing earth below footings and embankments**. Proceeding: Symposium on Earth Reinforcement, Pittsburgh, p. 202-231.,

CAROL, I., RIZZI, E., WILLAM, K. (2001a), **On the formulation of anisotropic elastic degradation , part I: theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate**, International Journal of Solids and Structures. v.38, n.4, p. 491-518.

CAROL, I., RIZZI, E., WILLAM, K. (2001b), **On the Formulation of Anisotropic Degradation II. Generalized Pseudo Rankine Model for Tensile Damage**, International Journal of Solids and Structures v38, p.519-543.

CASAGRANDE, M.D.T. **Estudo do comportamento de um solo reforçado com fibras de polipropileno visando o uso como base de fundações superficiais**. Porto Alegre, 2001. 95p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS

CASAGRANDE, M.D.T. **Comportamento solos reforçados com fibras submetidos a grandes deformações**. Porto Alegre, 2005. 217p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS

CASAGRANDE, M.D.T., COOP, M.R. & CONSOLI, N.C., (2006) **Behavior of a Fiber Reinforced Bentonite at Large Shear Displacements** Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, New York, v.132, p. 1505-1508, 2006

CHABOCHE, J. L. (1990). **Continuum Damage Mechanics: Part I: General Concepts and Part II: Damage Growth, Crack Initiation and Crack Growth**. J.Appl.Mech.,55,59-72.

CHABOCHE, J.L. (1992), **Damage Induced Anisotropy: On the Difficulties Associated with Active/Passive Unilateral Condition**, International Journal of Damage Mechanics, v.1, n. 2, p. 148-171.

CHABOCHE, J. L. (1993), **Development of Continuum Damage Mechanics for Elastic Solids Sustaining Anisotropic and Unilateral Damage**, International Journal of Damage Mechanics, v.2, p.311-329.

CHABOCHE, J. L.(1995), **A Continuum Damage Theory with Anisotropic and Unilateral Damage**, La Recherche Aérospatiale, n.2, 139-147.

CHANDRA, S., VILADKAR, M.N. & NAGRALE, P.P. (2008). **Mechanistic Approach for Fibre-Reinforced Flexible Pavements**.Journal of Transportation Engineering, v. 134, n. 1. P. 15-23, 2008

CHARAN, H. D. (1995). **Probabilistic analysis of randomly distributed fibre-reinforced soil**. Tese de Doutorado. I.I.T. Roorkee, Roorkee, India

CHEN, C-W. (2007). **A Constitutive Model for Fiber-reinforced Soils**.Tese de Doutorado. University of Missouri-Columbia, USA

CONSOLI, N.C., ULBRICH, L.A. & PRIETTO, P.D.M. **Engineering behavior of randomly distributed fiber-reinforced cement soil**.In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON RECENT DEVELOPMENTS IN SOIL AND PAVEMENT MECHANICS, 1997, Rio de Janeiro. Proceedings... Rotterdam: A.A. Balkema, p. 481-486, 1997

CONSOLI, N.C., PRIETTO, P.D.M. & ULBRICH, L.A. (1998).**Influence of fibre and cement addition on behavior of sandy soil**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 129(1), 95-101

CONSOLI, N.C., PRIETTO, P.D.M. & ULBRICH, L.A. (1999). **The behavior of a fiber-reinforced cemented soil.** Ground Improvement, ISSMGE, v.3 n.3, p. 21-30, 1999

CONSOLI, N.C., MONTARDO, J.P., PRIETTO, P.D.M. & PASA, G. (2002). **Engineering behavior of a sand reinforced with plastic waste.** Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, New York, v. 128, n. 6, p. 462-472, 2002

CONSOLI, N.C., VENDRUSCOLO, M.A. & PRIETTO, P.D.M. (2003a). **Behaviour of plate load tests on soil layers improved with cement and fibre.** Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 129(1), 95-101

CONSOLI, N.C., CASAGRANDE, M.D.T., PRIETTO, P.D.M. & THOME, A. (2003b) **Plate load test on fibre-reinforced soil.** Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 129(10), 951-955

CONSOLI, N.C., CASAGRANDE, M.D.T. & COOP, M.R. (2005) **The effect of fiber-reinforcement on the isotropic compression behavior of a sand.** Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, New York, v.131, 2005

CONSOLI, N.C. ; FESTUGATO, L. & HEINECK, K.S. (2009) **Strain-hardening behaviour of fibre-reinforced sand in view of filament geometry.** Geosynthetics International, v. 16, p. 109-115, 2009.

CONSOLI, N.C. ; CORTE, M.B. & FESTUGATO, L. **Key parameters for tensile and compressive strength of fiber-reinforced soil-lime mixtures.** Geosynthetics International, v. 19, p. 409-414, 2012.

CONSOLI, N.C., MORAES, R.R. & FESTUGATO, L (2011) **Split tensile strength of monofilament polypropylene fiber-reinforced cemented sandy soils.** Geosynthetics International, v. 18, p. 57-62, 2011

CONSOLI, N.C., RUVIER, C.A., GIRARDELLO, V., FESTUGATO, L. & THOME, A. (2012) **Effect of polypropylene fibers on the uplift behavior of model footings embedded in sand.** Journal of Geosynthetics International, Volume 18, Issue 1, 79-84

CORDEBOIS, J. P. & SIRODOFF, F. (1979), **Damage-Induced Elastic Anisotropy**, in **Mechanical Behavior of Anisotropic Solids**, Colloque Euromech 115 (J.P.Boehler, Ed., Villard de Lans, Martinus Nijhoff, Dordrecht, The Netherlands, 761-774.

DE SOUZA NETO, E.; PÉRIC, D. & OWEN, D.R.J., (2008) **Computational methods for plasticity**: Theory and applications. John Wiley & Sons Ltd. Chichester, West Sussex, UK.

DING, D. & HARGROVE, K. (2006) **Nonlinear Stress-Strain relationship of Soil Reinforced with Flexible Geofibers**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, New York, v.132, n.6. 2006

DRAGON, A.& MROZ, Z. (1979). **A continuum model for plastic brittle behavior of rock and concrete**. International Journal of Engineering Science,17, p.121-137.

FEUERHARMEL, M.R. **Comportamento de solos reforçados com fibras de polipropileno**. Porto Alegre, 2000. 131p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS

FESTUGATO, L.. **Análise do comportamento de um solo micro-reforçado com fibras de distinto índice aspecto**. Porto Alegre, 2008. 145p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS

FESTUGATO, L., CONSOLI, N. C. & FOURIE, A. (2015). **Cyclic shear behaviour of fibre-reinforced mine tailings**. Geosynthetics International. 22(2), 196-206.

GAO, Y., ZHENG, Q. & YU, S. (1996) **Double-Scalar formulation of isotropic elastic damage**. Acta Mechanica Sinica, 28 (5), 542 - 549.

GRAY, D.H. (1974). **Reinforcement and stabilization of soil by vegetation**. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 100(6), 695-699.

GRAY, D.H. (1978). **Role of woody vegetation in reinforcing soils and stabilizing slope**. Proc. Symposium Soil Reinforcing and Stabilizing Techniques. Sydney, Australia, 253-306

GRAY, D.H. & OHASHI, H. (1983). **Mechanics of fibre reinforcing in sand**. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 109(3): 335-353

GRAY, D.H. & AL-REFEAI, T. (1986) **Behaviour of fabric-versus fibre reinforced sand** Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 112(8): 804-820

HEINECK, K.S., COOP, M. R., & CONSOLI, N.C. (2005) **Effect of micro-reinforcement of soils from very small to large shear strains.** Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, New York, v.131, 2005

HIBBIT ET AL (2010), **Abaqus Analysis User's Manual, Volume III**, Dassault Systemes.

JANG, E., JUNG, Y. & CHUNG, C. (2013) **Statistical Determination of Representative Volume Element of Dense Granular Soils in Plane-strain Experiments.** KSCE Journal of Civil Engineering, Springer, 17(6), 68-76.

JOUBE, P., BOUZINI, R., & RIOU, Y. (1995). **Resolution of elastoplastic constitutive relations application to the fiber reinforced sand.** Journal of Computers and Geotechnics, 17(3), 327-347

JU, J. W. (1989) **On energy-based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects**, International Journal of Solid Structures. 25(7), 803-833.

KACHANOV, L. M. (1958), **Time of the rupture process under creep conditions.** IVZ Akad Nauk - S.S.R. - Otd Tech Nauk 8.

KONDO et al. (2008), **Constitutive modeling of soils and rocks**, Editorial Wiley..

KUMAR, S. & TABOR, E. (2003). **Strength characteristics of silty clay reinforced with randomly oriented nylon fibres.** Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 8 (B).

KRAJCINOVIC, D.& FONSEKA, U. (1981), **The Continuous Damage Theory of Brittle Materials**, Part I and II, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol.48, 809-824.

LA BORDERIE, C., BERTHAUD, I.& PIJAUDIER-CABOT, G (1990), **Crack Closure Effects in Continuum Damage Mechanics. Numerical implementation.** In Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures (Edited by Bicanic and H. Mang), Pineridge Press, Zell-am-See, 975-986.

LECKIE, F.A.&ONAT, E.T..(1981), **In IUTAM Symp.Physical /Nonlinearities in Structures. Springer, Senlis**, p. 140.

LEMAITRE, J. & CHABOCHE, J.L. (1978), **Aspecta Phenoménologique de la Rupture par Endommagement**, Journal of Mecanique Théorique et Apliquée, (1978) 317-365.

LEMAITRE,J. (1985).**A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture**.J.Engng.Mat.Tech.107,83-89

LEMAITRE, J.& CHABOCHE, J.L. (1994)**Mechanics of Solid Materials**.Cambridge Press, Cambridge, UK, 1994.

LEMAITRE, J.& CHABOCHE, J.L.(2000), **Mechanics of Solids Materials**, Cambridge University Press, 2000.

LEMAITRE, J. & DESMORAT, R. (2005).**Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures**.2005, Springer.

LI, F. & XINGWEN, D. (2010) **Mesh-dependence of Material with Softening Behavior**, Chinese Journal of Aeronautics 23. 46-53.

LUCCIONI, B., OLLER, S.&DANESI, R. (1996), **Coupled Plastic-Damaged Model**, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 129, p.81-89.

LUCCIONI, B. & OLLER, S. (2002), **Modelo de daño direccionado para materiales anisótrpos**, Mecánica Computacional.Vol XXI, p.739-754.

MACHADO, S.L., CARVALHO, M. F., & VILAR, O.M. (2002) **Constitutive model for municipal solid waste**.Journal of the Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 128 (11), 940-951

MAHER, M.H. & HO, Y.C. (1994).**Mechanical properties of kaolinite / fibre soil composite**. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 116(11), 1661-1677

MAHER, M.H. & GRAY, D.H. (1990).**Static response of sand reinforced with randomly distributed fibres**. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 116(11), 1661-1677

- MAHER, M.H. & WOODS, R.D. (1990). **Dynamic response of sand reinforced with randomly distributed fibres**. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 116(7), 116-131
- MAZARS, J. & PIAUDIER-CABOT, G. (1989), Continuum Damage Theory – application to concrete. Journal of Engineering Mechanics. ASCE 115, 354-365.
- McGOWN, A., ANDRAWES, K.Z., HYTIRIS, N. & MERCER, F.B. (1985) **Soil strengthening using randomly distributed mesh elements**. Proc. 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco, 3, 1735-1738
- MICHALOWSKI, R.L. & CERMAK, J. (2002). **Strength anisotropy of fibre reinforced sand**. Computational Geotechnics 29, N° 4, 279-299
- MICHALOWSKI, R.L. & CERMAK, J. (2003). **Triaxial compression of sand reinforced with fibres**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 122(3), 226-234
- MICHALOWSKI, R.L. & ZHAO, A. (1996). **Failure of fibre-reinforced granular soils**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 129(2), 125-136
- MONTARDO, J.P. **Comportamento mecânico de compósitos solo-cimento-fibra: estudo do efeito das propriedades dos materiais constituinte**. Porto Alegre, 1999. 130p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS
- MOREL, J.C. & GOURC, J.P. (1997). **Mechanical behavior of sand reinforced with mesh elements**. Geosynthetics International, Minnesota, v.4, n.5, p. 481-508.
- MURAKAMI, S., OHNO, N. (1981), **A Continuum Theory of Creep and Creep Damage**, 3° IUTAM Symposium on Creep in Structure.
- ORTIZ, M. (1985), **A Constitutive Theory for the Inelastic Behaviour of Concrete**, Mechanics of Materials 4 (1985), p.67-93.
- PRISCO, C.D., & NOVA, R. (1993). **A constitutive model for soil reinforced by continuous threads**. Geotextiles and Geomembranes, 13(8), 555-565

- RANJAN, G., VASAM, R.M. & CHARAN, H.D. (1994). **Behaviour of plastic-fibre-reinforced sand**. Geotextiles and Geomembranes, 13, 555-565
- RANJAN, G., VASAM, R.M. & CHARAN, H.D. (1996). **Probabilistic analysis of randomly distributed fibre-reinforced soil**. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 122(6): 419-426
- RANJAN, G., VASAM, R.M. & CHARAN, H.D. (1999). **Experimental study of soft clay reinforced with sand fibre core**. Indian Geotechnical Journal, 29(4): 281-291
- SANTONI, R.L., TINGLE, J.S. & WEBSTER, S.L. (1999). **Engineering properties of sand-fibre mixtures for road construction**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 127(3): 258-268
- SANTOS, A.P.S. **Comportamento de misturas solo-cimento-fibra sob compressão confinada com medição de tensão lateral**. Porto Alegre, 2004. 125p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS
- SARAN, S. **Reinforced Soil and Its Engineering Applications**. New Delhi, 2da. Edição. I K International Publishing House. 425 p., 2010
- SETTY, K.R.N.S. & RAO, S.V.G. (1987) .**Characteristics of fibre reinforced lateritic soil**. Indian Geotechnical Conference, Bangalore, 1, 329-333
- SIMO, C. & JU, J. (1987a), **Stress and Strain Based Continuum Damage Models: I. Formulation**. International Journal of Solids and Structures, 23, 821-840.
- SIMO, C. & JU, J. (1987b), **Stress and Strain Based Continuum Damage Models: II. Computational Aspects**. International Journal of Solids and Structures, 23, 841-869.
- SHEWBRIDGE, E. & SITAR, N. (1989) .**Deformation characteristics of reinforced sand in direct shear**. Journal of Geotechnical Engineering, New York, v. 115, n.8, p. 1134-1147.
- SPECHT, L.P. **Comportamento de misturas de solo-cimento-fibra submetidos a carregamentos estáticos visando à pavimentação**. Porto Alegre, 2000. 130p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS

SUMARAC, D. & KRAJCINOVIC, D. (1987). "**A Self-consistent Model for Microcrack-weakened Solid**," *Mechanics of Materials*, Vol. 6, No.4, 1987, pp. 39-52

TANG, X., JIANG, C. & ZHENG J. , (2001). **General expressions of constitutive equations for elastic damaged materials**, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol 22, No 12., Published by Shanghai University, Shanghai , China.

ULBRICH, L.A. **Aspectos do comportamento mecânico de um solo reforçado com fibras**. Porto Alegre, 1997. 122p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS

VALANIS, K. C. (1991), **A Global Damage Theory and the Hyperbolicity of the Wave Problem**, *Journal of Applied Mechanics*. ASME 58, p. 311-316.

VIDAL, H. (1966). "**La Terre Armee**". *Aunals de l Institut Technique du Batiments et des Travaux Publics*. Paris, France.

VOYIADJIS, G.Z.& DELIKTAS, B.(2000), **A Coupled Anisotropic Damage Model for the Inelastic Response of Composite Materials**, *Computational Methods and Applied Mechanical Engineering*. 183, 159-199.

WALDRON, L.J. (1977) **The shear resistance of root-permeated homogeneous and stratified soil**. *Soil Science Society of American Journal*, 41(3), 843-849

WU, T.H., BEAL, P.E. & LAN, C. (1988). **In situ shear test of soil-root system**. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 114 (12), 1376-1394

YANG, Q. ZHOU, W.Y. & SWOBODA, G.(1999), **Micromechanical identification of anisotropic evolution laws**, *International Journal of Fracture*, 98, p. 55-76.

ZHAO, A. & YU, J. (2000) **The overall elastic moduli of orthotropic composite and description of orthotropic damage of materials**, *International Journal of Solids and Structures*. 37 (2000), p. 6755-6771

ZHU, Y. & CESCOTTO, S..(1995). **A fully coupled elasto-visco-plastic damage theory for anisotropic materials**. *International J. of Solids and Structures*, 32:1607-1641.

ZORNBERG, J.G. (2005). **Geosynthetic Reinforcement in Landfill Design: US Perspectives**. International Perspectives on Soil Reinforcement Applications ASCE, Geotechnical Special Publication N° 141, Zornberg & Bowders (Editos), January 2005, Austin, Texas.

APÊNDICE A

```

C *****
C                               Modelo Drucker-Prager com dano
C Associativo para a parte suave do cone de fluência e vértice do cone.
C Parte elástica linear.
C *****
C
C   SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSDD, SSE, SPD, SCD,
1  RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT, STRAN, DSTRAN,
2  TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, CMNAME, NDI, NSHR, NTENS,
3  NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT, CELENT,
4  DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, KSTEP, KINC)
C
C   INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
C   CHARACTER*80 CMNAME
C   DIMENSION STRESS (NTENS), STATEV (NSTATV), DDSDD (NTENS, NTENS),
1  DDSDDT (NTENS), DRPLDE (NTENS), STRAN (NTENS), DSTRAN (NTENS),
2  PREDEF (1), DPRED (1), PROPS (NPROPS), COORDS (3), DROT (3, 3),
3  DFGRD0 (3, 3), DFGRD1 (3, 3)
C
C
C
C   MATRIZES LOCAIS
C -----
C   EELAS  - ELASTIC STRAIN
C   EPLAS  - PLASTIC STRAIN
C   SNP1T  - DEVIATORIC (TRIAL) STRESS
C   SNP1   - DEVIATORIC STRESS
C -----
C
C   DIMENSION EELAS (NTENS), EPLAS (NTENS), SNPU (NTENS),
1  EDNPUT (NTENS), SNPUTB (NTENS), D (NTENS),
2  DxD (NTENS, NTENS), ISxU (NTENS), IxI (NTENS, NTENS), DxI (NTENS, NTENS),
3  IxD (NTENS, NTENS), ISxS (NTENS, NTENS), Id (NTENS, NTENS)
C
C -----
C   VARIAVEIS
C   REAL EVNPUT, SEDNPUT, PNPUB, SJDTB, SJDT, PNPUB, FNPUS, DFNPU, MY, DNPU,
1  WDGAMMA, FNPUB, DFNPU, MYV, DNPUB, WV, DEV, PNPUB, WVERE, AS, DWV, BS, MYVRS,
2  DFEP, DEVW, EV, SR, DMYV, MYVR, DFV, CS, COEF, DEQPLE, DENOM, DENOM2, MYE1,
3  MYE2, MYE, DMYDGE1, DMYDGE2, DMYDGE, MYER, MYERS, DGWE, DGDWE, WDGAMMAE,
4  a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7, a8, a9, a10, a91, a92, a93, a101, a102, a103, a104,
5  a105, a11, a12, a13, COEF1, COEF2, COEF3, COEF4, COEF5
C -----
C   PARAMETER (ZERO=0.D0, ONE=1.D0, TWO=2.D0, THREE=3.D0, SIX=6.D0,
1  ENUMAX=.4999D0, NEWTON=50, TOLER=1.0D-6, R=1.0D0,
2  S=0.1, VALUE=1.0D-10, DMAX=8.0D-1)
C

```

```

C -----
C   UMAT PARA ELASTICIDADE ISOTRÓPICA E PLASTICIDADE DO TIPO DRUCKER-
C   PRAGER
C   COM FLUXO PLÁSTICO ASSOCIATIVO. NÃO PODE SER USADA PARA
C   ESTADO PLANO DE TENSÃO (PLANE STRESS)
C -----
C   PROPS (1) - E
C   PROPS (2) - NU
C   PROPS (3) - BETA (EM RADIANS)
C   PROPS (4..) - DADOS DE COESÃO E ENCRUAMENTO
C   CALLS AHARD FOR CURVE OF COHESION VS. PLASTIC STRAIN
C -----
C
C   -----
C   PROPRIEDADES ELÁSTICAS
C   -----
C   IF (ABS (DN) .GT. DMAX) THEN
C     EMOD=VALUE
C   ELSE
C     EMOD=PROPS (1)
C   END IF
C
C   ENU=MIN (PROPS (2) , ENUMAX)
C   EBULK3=EMOD / (ONE-TWO*ENU)
C   EG2=EMOD / (ONE+ENU)
C   EG=EG2/TWO
C   EG3=THREE*EG
C   ELAM= (EBULK3-EG2) /THREE
C   BETA=PROPS (3)
C
C   EBULK=EBULK3/THREE
C   ETA=tan (BETA) /sqrt (THREE)
C
C   XI=ONE
C   ETA2=ETA**2
C   CONST=EG+EBULK*ETA2
C   CONST2=CONST**2
C   XI2=XI**2
C
C   -----
C   RIGIDEZ ELÁSTICA: DDSDE
C   -----
C   DO K1=1, NDI
C     DO K2=1, NDI
C       DDSDE (K2, K1) =ELAM
C     END DO
C     DDSDE (K1, K1) =EG2+ELAM
C   END DO
C   DO K1=NDI+1, NTENS
C     DDSDE (K1, K1) =EG
C   END DO
C -----
C   RECUPERA AS DEFORMAÇÕES ELÁSTICA E PLÁSTICA E ROTACIONA PARA A FRENTE
C   (VARIÁVEIS DE ESTADO 1-12, PARA MODELOS 3D).
C   TAMBÉM RECUPERA A DEFORMAÇÃO PLÁSTICA EQUIVALENTE
C   (VARIÁVEL DE ESTADO 13, PARA MODELOS 3D) E O DANO
C   (VARIÁVEL 14, PARA MODELOS 3D).
C   NDI= VALORES AXIAIS PARA OS TENSORES
C   NSHR=VALORES DE CORTE PARA OS TENSORES
C   NTENS=NDI+NSHR
C   PARA MODELOS 3D: NDI=NSHR=3, NTENS=6

```

```

C     PARA MODELOS AXISIMÉTRICOS: NDI=3, NSHR=1, NTENS=4
C     -----
C     CALL ROTSIG (STATEV (1), DROT, EELAS, 2, NDI, NSHR)
C     CALL ROTSIG (STATEV (NTENS+1), DROT, EPLAS, 2, NDI, NSHR)
C     EQPLAS=STATEV (1+2*NTENS)
C     DN=STATEV (2+2*NTENS)
C     -----
C     PREDITOR ELÁSTICO: SUPÕE QUE NÃO HÁ DEFORMAÇÃO PLÁSTICA
C     -----
C     DO K1=1, NTENS
C       DO K2=1, NTENS
C         STRESS (K2)=STRESS (K2) + (ONE-DN) *DDSDDE (K2, K1) *DSTRAN (K1)
C       END DO
C     EELAS (K1)=EELAS (K1) +DSTRAN (K1)
C     END DO
C
C     CALCULA A PARTE VOLUMÉTRICA DA DEFORMAÇÃO ELÁSTICA (TRIAL)
C
C     EVNPUT=0.0
C     EVNPUT=EELAS (1) +EELAS (2) +EELAS (3)
C
C     CALCULA A PARTE DESVIADORA DA DEFORMAÇÃO ELÁSTICA (TRIAL)
C
C     DO K1=1, NDI
C       EDNPUT (K1)=EELAS (K1) -EVNPUT/THREE
C     END DO
C     DO K1=NDI+1, NTENS
C       EDNPUT (K1)=EELAS (K1)
C     END DO
C
C     CALCULA O MÓDULO DA PARTE DESVIADORA DA DEFORMAÇÃO ELÁSTICA (TRIAL)
C
C     SEDNPUT=0.0
C     DO K1=1, NDI
C       SEDNPUT=SEDNPUT+EDNPUT (K1) **2
C     END DO
C     DO K1=NDI+1, NTENS
C       SEDNPUT=SEDNPUT+TWO*EDNPUT (K1) **2
C     END DO
C     SEDNPUT=SQRT (SEDNPUT)
C
C     CALCULA A PARTE HIDROSTÁTICA DA TENSÃO (TRIAL BARRA)
C
C     PNPOTB=0.0
C     PNPOTB=EBULK*EVNPUT
C
C     CALCULA A PARTE DESVIADORA DA TENSÃO (TRIAL BARRA)
C
C     DO K1=1, NTENS
C       SNPUTB (K1)=TWO*EG*EDNPUT (K1)
C     END DO
C
C     CALCULA A RAIZ DE J2 (TRIAL BARRA) : SQRT (J2TB) =SJ2TB
C
C     SJDTEB=0.0
C     DO K1=1, NDI
C       SJDTEB=SJDTEB+SNPUTB (K1) **2
C     END DO
C     DO K1=NDI+1, NTENS
C       SJDTEB=SJDTEB+TWO*SNPUTB (K1) **2
C     END DO

```



```

SJD TB=SJD TB/TWO
SJD TB=SQRT (SJD TB)
C
C  CALCULA A RAIZ DE J2 (trial): SQRT (J2T)=SJ2T
C
SMISES=(STRESS (1)-STRESS (2))**2+(STRESS (2)-STRESS (3))**2
1  + (STRESS (3)-STRESS (1))**2
DO K1=NDI+1, NTENS
SMISES=SMISES+SIX*STRESS (K1)**2
END DO
SJD T=SQRT (SMISES/SIX)
C
C  CALCULA A PARTE HIDROSTÁTICA DA TENSÃO (TRIAL)
C
PNPUT=(STRESS (1)+STRESS (2)+STRESS (3))/THREE
C
C  OBTÉM O VALOR DA COHESÃO DA CURVA DE ENCRUAMENTO (AHARD)
C
NVALUE=(NPROPS-1)/2-1
CALL AHARD (SYIELD, HARD, EQPLAS, PROPS (4), NVALUE)
7
*****
*****
C
C  DETERMINA SE HÁ DEFORMAÇÃO PLÁSTICA
C
IF ((SJD TB+ETA*PNPUTB).GE.(SYIELD*XI)) THEN
C  IF (SQRT (THREE)* (SJ2TB+ETA*PNP1TB).GE.(SYIELD*XI)) THEN
C
=====
C  RETORNO SOBRE A PARTE SUAVE DO CONE: RESOLVE PARA A
C  DEFORMAÇÃO PLÁSTICA EQUIVALENTE USANDO O MÉTODO DE NEWTON
C  =====
C
SYIELD=SYIELD
DEQPL=0.0
DO KEWTON=1, NEWTON
1  FNPUS=SJ2TB-EG*DEQPL/XI+ETA*(PNPUTB-ETA*EBULK*DEQPL/XI)
- XI*SYIELD
DFNPU=-EG/XI-ETA2*EBULK/XI-XI*HARD
DEQPL=DEQPL-FNPUS/DFNPU
CALL AHARD (SYIELD, HARD, EQPLAS+DEQPL, PROPS (4), NVALUE)
IF (ABS (FNPUS).LT.(TOLER*SYIELD)) GOTO 10
END DO
C
C  WRITE WARNING MESSAGE TO THE .MSG FILE
C
WRITE (7,2) NEWTON
2  FORMAT (//,30X,'***WARNING - DAMAGE SMOOTH ALGORITHM DID NOT ',
1  'CONVERGE AFTER ',I3,' ITERATIONS')
10 CONTINUE
MY=(SQRT (THREE)*SJD TB-SQRT (THREE)*EG*DEQPL/XI)**2/(SIX*EG)+
1  (PNPUTB-ETA*EBULK*DEQPL/XI)**2/(TWO*EBULK)
DNPU=DN+DEQPL*(MY/R)**S/XI
WDGAMMA=ONE-DNPU
C
C  *****
C  RETORNO AO VÉRTICE DO CONE: RESOLVE PARA A PARTE VOLUMÉTRICA
C  DA DEFORMAÇÃO PLÁSTICA USANDO O MÉTODO DE NEWTON
C  *****

```

```

C
C
C   GOTO 500
IF ((SJDTB-EG*DEQPL/WDGAMMA) .LT. ZERO) THEN
C
C
C   DEV=ZERO
SYIELD=SYIEL0
DEQPL=ZERO
DO K1=1, NEWTON
  FNPUV=ETA*(PNPUTB-EBULK*ETA*DEQPL/XI)-XI*SYIELD
  DFNPUV=-ETA2*EBULK/XI-XI*HARD
  DEQPL=DEQPL-FNPUV/DFNPUV
  CALL AHARD(SYIELD,HARD,EQPLAS+DEQPL,PROPS(4),NVALUE)
  IF(ABS(FNPUV) .LT. (TOLER*SYIEL0)) GOTO 11
C   IF(ABS(FNPIV) .LT. (0.1)) GOTO 11
  END DO
C
C   WRITE WARNING MESSAGE TO THE .MSG FILE
C
C   WRITE (7,3) NEWTON
3   FORMAT (//,30X,'***WARNING - the VERTEX ALGORITHM DID NOT ',
1   'CONVERGE AFTER ',I3,' ITERATIONS')
11  CONTINUE
C
MYV=(PNPUTB-EBULK*ETA*DEQPL/XI)**2/(2*EBULK)
DNPUV=DN+DEQPL*(MYV/R)**S/XI
WV=ONE-DNPUV
DEV=ETA*WV*DEQPL/XI
PNPU=WV*PNPUTB-EBULK*DEV
EQPLAS=EQPLAS+DEQPL
DO K1=1,NDI
  STRESS(K1)=PNPU
  EPLAS(K1)=EPLAS(K1)+DEV/(THREE*WV)
  EELAS(K1)=EELAS(K1)-DEV/(THREE*WV)
END DO
DO K1=NDI+1,NTENS
  STRESS(K1)=ZERO
  EPLAS(K1)=EPLAS(K1)
  EELAS(K1)=EELAS(K1)
END DO
C
C   CALCULA A DISSIPACÃO PLÁSTICA
C
C   SPD=DEV*(SYIEL0+SYIELD)/(TWO*ETA)
C
C   JACOBIANO TANGENTE PARA O VÉRTICE DO CONE
C
C   DDSDE=(as+bs*cs)*IxI
C
C   -----
C   OBTENÇÃO DO VETOR I(6x1)
C   -----
C   DO K1=1, NDI
  ISxU(K1)=ONE
  END DO
DO K1=NDI+1, NTENS
  ISxU(K1)=ZERO
  END DO
C   -----

```

```

C      MATRIZ IxI=IxI^T
C      -----
C      DO K1=1, NTENS
C          DO K2=1, NTENS
C              IxI (K1, K2) = ISxU (K1) * ISxU (K2)
C          END DO
C      END DO

C      WVERE=-ETA2*DEV*EBULK**2 / (ETA*PNPUTB-XI*SYIELD) **2
C      AS=WVERE*PNPUTB+EBULK*WV
C      DWV=ETA*PNPUTB-XI*SYIELD+XI2*DEV*HARD/ETA
C      DWV=DWV / (ETA*PNPUTB-XI*SYIELD) **2
C      DWV=DWV*ETA*EBULK
C      BS=PNPUTB*DWV-EBULK
C      MYVRS= (MYV/R) **S
C      DFEP=WVERE+MYVRS/ETA
C      DEVW=-XI2*HARD / (ETA*ETA2*EBULK)
C      EV= (ETA*PNPUTB-XI*SYIELD) / (ETA2*EBULK)
C      SR=S/R
C      DMYV=XI2*XI*HARD / (TWO*ETA2*ETA*EBULK)
C      MYVR=MYV/R
C      DFV=DWV+DEVW*MYVRS+EV*SR*DMYV*MYVR** (S-1)
C      CS=-DFEP/DFV
C      COEF=AS+BS*CS
C      DN=DNPUV

C      -----
C      Jacobiano consistente: DDSDE
C      -----
C      DO K1=1, NTENS
C          DO K2=1, NTENS
C              DDSDE (K1, K2) =ZERO
C          END DO
C      END DO

C      DO K1=1, NTENS
C          DO K2=1, NTENS
C              DDSDE (K1, K2) =DDSDE (K1, K2) +COEF*IxI (K1, K2)
C          END DO
C      END DO
C      GOTO 20

C
C      ENDIF

C
C      xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
C      Fim do IF do vértice do cone
C      xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
C
C      500      CONTINUE
C      CONTINUE

C
C      ATUALIZA O DANO DO MATERIAL
C
C      DN=DNPU
C      DN=TWO*EQPLAS
C
C      ATUALIZA A TENSÃO HIDROSTÁTICA
C
C      PNPU=WDGAMMA*PNPUTB-DEQPL*ETA*EBULK
C
C      ATUALIZA A TENSÃO DESVIADORA
C

```

```

DO K1=1, NTENS
SNPU(K1)=(WDGAMMA-DEQPL*EG/SJDTB)*SNPUTB(K1)
END DO

C
C ATUALIZA A TENSÃO
C

DO K1=1, NDI
STRESS(K1)=SNPU(K1)+PNPU
END DO
DO K1=NDI+1, NTENS
STRESS(K1)=SNPU(K1)
END DO

C
C ATUALIZA A DEFORMAÇÃO
C

DO K1=1, NDI
EPLAS(K1)=EPLAS(K1)+DEQPL*(SNPUTB(K1)/(SJDTB*2.0)+ETA/THREE)
1 /WDGAMMA
EELAS(K1)=EELAS(K1)-DEQPL*(SNPUTB(K1)/(SJDTB*2.0)+ETA/THREE)
1 /WDGAMMA
END DO
DO K1=NDI+1, NTENS
EPLAS(K1)=EPLAS(K1)+DEQPL*(SNPUTB(K1)/(SJDTB*2.0))/WDGAMMA
EELAS(K1)=EELAS(K1)-DEQPL*(SNPUTB(K1)/(SJDTB*2.0))/WDGAMMA
END DO

C
C ATUALIZA A DEFORMAÇÃO PLÁSTICA EQUIVALENTE
C

EQPLAS=EQPLAS+DEQPL

C
C CALCULA A DISSIPACÃO PLÁSTICA
C

SPD=DEQPL*(SYIEL0+SYIELD)/TWO

C
C -----
C JACOBIANO CONSISTENTE: DDSDE
C
C Dep=COEF1*Id+COEF2*DxD+COEF3*DxI+COEF4*IxD+COEF5*IxI
C
C Ver Jacobiano consistente (parte suave do cone)
C
C -----

DEQPLE=DEQPL
SQ2=SQRT(TWO)
DENOM=SJDTB+ETA*PNPUTB-XI*SYIELD
DENOM2=DENOM**2
SR=S/R
MYE1=EBULK*ETA2*SJDTB-EG*ETA*PNPUTB+EG*XI*SYIELD
MYE1=MYE1**2
MYE1=MYE1/(TWO*EG*CONST2)
MYE2=EG*PNPUTB-ETA*EBULK*SJDTB+ETA*EBULK*XI*SYIELD
MYE2=MYE2**2
MYE2=MYE2/(TWO*EBULK*CONST2)
MYE=MYE1+MYE2
DMYDGE1=ETA2*EBULK*SJDTB-ETA*EG*PNPUTB+XI*SYIELD*EG
DMYDGE2=(EG*PNPUTB-ETA*EBULK*SJDTB+ETA*EBULK*XI*SYIELD)*ETA
DMYDGE=DMYDGE1+DMYDGE2
DMYDGE=DMYDGE*XI2*HARD/CONST2
DWDDGE=(DENOM+DEQPLE*XI2*HARD)*CONST
DWDDGE=DWDDGE/DENOM2
MYER=MYE/R

```

```

MYERS=MYER**S
DGWE=DENOM/CONST
DGDWE=-XI2*HARD/CONST
DFDGE=DWDDGE+DGDWE*MYERS+DGWE*SR*MYER** (S-1) *DMYDGE
WDGAMMAE=DEQPLE*CONST/DENOM
C
a1=DEQPLE*CONST*SJDTB/DENOM2
a1=-a1*TWO*EG
a2=TWO*EG**2*DEQPLE/SJDTB
a3=TWO*EG* (WDGAMMAE-DEQPLE*EG/SJDTB)
a4=- (TWO*DEQPLE*ETA*EBULK*CONST*SJDTB) / (SQ2*DENOM2)
a5=CONST* (DENOM+DEQPLE*XI2*HARD) /DENOM2
a5=a5-EG/SJDTB
a5=a5*TWO*SJDTB/SQ2
a6=-ONE/DFDGE
a7=-SQ2*EG*DEQPLE*CONST/DENOM2
a8=SQ2*EG*MYERS/CONST
a91=DGWE*SR*MYER** (S-1) *SQ2*EG*ETA*EBULK/CONST2
a92=ETA* (ETA2*EBULK*SJ2TB-ETA*EG*PNPUTB+XI*EG*SYIELD) /EG
a93=- (EG*PNPUTB-ETA*EBULK*SJDTB+ETA*EBULK*XI*SYIELD) /EBULK
a9=a91* (a92+a93)
a101=-DEQPLE*ETA*EBULK*CONST/DENOM2
a102=ETA*EBULK*MYERS/CONST
a103=DGWE*SR*MYER** (S-1) *EG*EBULK/CONST2
a104=-ETA* (ETA2*EBULK*SJDTB-ETA*EG*PNPUTB+XI*EG*SYIELD) /EG
a105= (EG*PNPUTB-ETA*EBULK*SJDTB+ETA*EBULK*XI*SYIELD) /EBULK
a10=a101+a102+a103* (a104+a105)
a11=-PNPUTB*DEQPLE*CONST*SQ2*EG/DENOM2
a12=- (DEQPLE*ETA*CONST*PNPUTB) /DENOM2+WDGAMMAE
a12=a12*EBULK
a13=PNPUTB*DWDDGE-ETA*EBULK
C
COEF1
COEF1=a3
C
COEF2
COEF2=a1+a2+a5*a6* (a7+a8+a9)
C
COEF3
COEF3=a4+a5*a6*a10
C
COEF4
COEF4=a11+a13*a6* (a7+a8+a9)
C
COEF5
COEF5=a12+a13*a6*a10
C
-----
C
C
OBTENÇÃO DO VETOR D (6X1)
C
-----
C
DO K1=1, NTENS
D (K1) =SNPUTB (K1) / (SJDTB*SQ2)
END DO
C
DO K1=1, NTENS
D (K1) =EDNPUT (K1) /SEDNPUT
END DO
C
-----
C
C
MATRIZ DxD=DxD^T
C
-----
C
DO K1=1, NTENS
DO K2=1, NTENS
DxD (K1, K2) =D (K1) *D (K2)
END DO
END DO
C
-----
C
OBTENÇÃO DO VETOR I (6x1)

```

```

C -----
DO K1=1, NDI
ISxU(K1)=ONE
END DO
DO K1=NDI+1, NTENS
ISxU(K1)=ZERO
END DO

C -----
C MATRIZ IxI=IxI^T
C -----
DO K1=1, NTENS
DO K2=1, NTENS
IxI(K1, K2)=ISxU(K1) * ISxU(K2)
END DO
END DO

C -----
C MATRIZ DxI=DxI^T
C -----
DO K1=1, NTENS
DO K2=1, NTENS
DxI(K1, K2)=D(K1) * ISxU(K2)
END DO
END DO

C -----
C MATRIZ IxD=IxD^T
C -----
DO K1=1, NTENS
DO K2=1, NTENS
IxD(K1, K2)=ISxU(K1) * D(K2)
END DO
END DO

C -----
C OBTENÇÃO DA MATRIZ I (6X6)
C -----
DO K1=1, NTENS
DO K2=1, NTENS
IF (K2.EQ.K1) THEN
ISxS(K1, K2)=ONE
ELSE
ISxS(K1, K2)=ZERO
ENDIF
END DO
END DO

C -----
C OBTENÇÃO DE Id=I66-1/3*IxI
C -----
DO K1=1, NTENS
DO K2=1, NTENS
Id(K1, K2)=ISxS(K1, K2) - IxI(K1, K2) / THREE
END DO
END DO

C -----
C Jacobiano consistente (DDSDDE(6,6))
C -----
DO K1=1, NTENS
DO K2=1, NTENS
DDSDDE(K1, K2)=ZERO
END DO
END DO

DO K1=1, NTENS

```

```

DO K2=1, NTENS
  DDSDE (K1, K2) = DDSDE (K1, K2) + COEF1 * Id (K1, K2)
END DO
END DO
C
DO K1=1, NTENS
  DO K2=1, NTENS
    DDSDE (K1, K2) = DDSDE (K1, K2) + COEF2 * DxD (K1, K2)
  END DO
END DO
C
DO K1=1, NTENS
  DO K2=1, NTENS
    DDSDE (K1, K2) = DDSDE (K1, K2) + COEF3 * DxI (K1, K2)
  END DO
END DO
C
DO K1=1, NTENS
  DO K2=1, NTENS
    DDSDE (K1, K2) = DDSDE (K1, K2) + COEF4 * IxD (K1, K2)
  END DO
END DO
C
DO K1=1, NTENS
  DO K2=1, NTENS
    DDSDE (K1, K2) = DDSDE (K1, K2) + COEF5 * IxI (K1, K2)
  END DO
END DO
C
C
ENDIF
C
=====
C Fim da IF (parte suave do cone)
C
=====
20 CONTINUE
C
-----
C GUARDA AS DEFORMAÇÕES ELÁSTICAS, PLÁSTICAS, PLÁSTICA EQUIVALENTE
C E O DANO NA MATRIZ DE VARIÁVEIS DE ESTADO
C
-----
DO K1=1, NTENS
  STATEV (K1) = EELAS (K1)
  STATEV (K1+NTENS) = EPLAS (K1)
END DO
STATEV (1+2*NTENS) = EQPLAS
STATEV (2+2*NTENS) = DN
C
RETURN
END
C
-----
C END DO PROGRAMA
C
-----
C
-----
C INICIO DE LA SUB-ROTINA AHARD PARA O ENCRUAMENTO PLÁSTICO
C ISOTRÓPICO
C
-----
C
SUBROUTINE AHARD (SYIELD, HARD, EQPLAS, TABLE, NVALUE)
C
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'

```

```

C
C   DIMENSION TABLE(2, NVALUE)
C
C   PARAMETER (ZERO=0.D0)
C
C   SET YIELD STRESS TO LAST VALUE OF TABLE, HARDENING TO ZERO
C
C   SYIELD=TABLE(1, NVALUE)
C   HARD=ZERO
C   IF MORE THAN ONE ENTRY, SEARCH TABLE
C
C   IF(NVALUE.GT.1) THEN
C     DO K1=1, NVALUE-1
C       EQPL1=TABLE(2, K1+1)
C       IF(EQPLAS.LT.EQPL1) THEN
C         EQPL0=TABLE(2, K1)
C         IF(EQPL1.LE.EQPL0) THEN
C           WRITE(7, 1)
1           FORMAT(//, 30X, '***ERROR - PLASTIC STRAIN MUST BE ',
1             'ENTERED IN ASCENDING ORDER')
C           CALL XIT
C         ENDIF
C       ENDIF
C     END DO
C
C     CURRENT YIELD STRESS AND HARDENING
C
C     DEQPL=EQPL1-EQPL0
C     SYIEL0=TABLE(1, K1)
C     SYIEL1=TABLE(1, K1+1)
C     DSYIEL=SYIEL1-SYIEL0
C     HARD=DSYIEL/DEQPL
C     SYIELD=SYIEL0+(EQPLAS-EQPL0)*HARD
C     GOTO 10
C   ENDIF
C END DO
10 CONTINUE
C ENDIF
C RETURN
C END

```