UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

BRUNA CZERWINSKI

O USO DE JOGOS DE TABULEIRO PARA A APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Porto Alegre
2023

BRUNA CZERWINSKI

O USO DE JOGOS DE TABULEIRO PARA A APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Trabalho de Conclusão de Curso da Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre
2023

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de matemática

O uso de jogos de tabuleiro para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros

Bruna Czerwinski

Banca examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Dr. Anuar Daian de Morais
Colégio de Aplicação da UFRGS

Prof.ª Dra. Fernanda Wanderer
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

Á minha mãe, meu padrasto, minhas irmãs, meu noivo, meu pai e meus avós, por todo suporte, apoio e incentivo.

Aos meus amigos do curso, por vivenciarem comigo cada etapa e estarem sempre presentes.

Ao meu orientador, por toda ajuda e ensinamentos.

Aos professores da banca, por aceitarem o convite e por todas as contribuições.

Ao Colégio de Aplicação da UFRGS, que possibilitou a produção dos dados utilizados e a todos os alunos que aceitaram fazer parte desta pesquisa.

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso apresenta uma pesquisa feita no segundo semestre de 2022 sobre o uso de jogos de tabuleiro para a aprendizagem de operações com números positivos e negativos. A pergunta diretriz que orientou todo o processo investigativo foi: quais as potencialidades do uso de jogos de tabuleiro para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros? Para respondê-la, foi realizada uma prática no Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em uma turma de trinta alunos do sétimo ano do ensino fundamental. Os alunos já tinham sido introduzidos à ideia de números negativos, mas ainda não haviam operado com eles. Após a aplicação de cada jogo, os alunos recebiam um questionário com perguntas referentes ao jogo para refletirem e fazerem relações entre o respectivo jogo e a matemática. Para a análise dos dados coletados, foram utilizados aspectos da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, discípulo de Piaget, que usou como base para sua teoria o conceito piagetiano de esquema. Os resultados da pesquisa apontam que os jogos de tabuleiro, além de serem uma forma dinâmica e interativa de apresentar o conteúdo, contribuem para a aprendizagem à medida que apresentam situações que permitem que os alunos construam as invariantes de cada operação.

Palavras-chave: Jogos de tabuleiro. Operações com inteiros. Campos conceituais. Esquema.

ABSTRACT

This final paper presents a research made in the second semester of 2022 about the utility of board games for learning positive and negative numbers. The guideline question that oriented the entire investigative process was: which are the potentialities of the use of board games in learning integers operations of addition, subtraction and multiplication? To reach the answer, a practical period was carried out at the College of Application of the Federal University of Rio Grande do Sul, in a class of thirty students, equivalent to the 7th grade of american middle school. The students had already been introduced to the idea of negative numbers, but they had not operated with them. After applying each game, the students received a questionnaire referring to the game, in order to reflect and establish relations between the mentionated game and mathematics. To analise the collected data, aspects of Theory of Conceptual Fields were used, theory that was developed by Gerard Vergnaud, a disciple of Piaget, who used the Piagetian concept of schema as the basis of his theory. The search results indicate that board games are not only a dynamic and interactive way of presenting the subject, but also contribute to learning,while they present situations that allows students to build the invariants of each operation.

Key-words: Board games. Integer operation. Conceptual Fields. Schema.

Lista de figuras

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Nos tempos de escola, posso[1] dizer que praticamente não tive dificuldades no aprendizado dos conceitos matemáticos apresentados nas aulas. Em particular, lembro-me de ter “entendido” o que nos foi apresentado referentes às operações com números positivos e negativos.

Digo “entendido”, pois anos depois quando parei para pensar sobre isso e relembrar como haviam sido as aulas que tive sobre o assunto, percebi que nunca refleti sobre o significado desses números e operações e que, na verdade, só havia decorado uma tabelinha que ensinava as “regrinhas de sinais”. A professora era muito boa e sua preocupação com o aprendizado da turma – não só neste conteúdo mas em todos os outros – era visível, o que me faz pensar que, talvez, nas melhores das intenções, ela pensou que esta seria uma forma eficaz de fazer com que aprendêssemos e não errássemos os cálculos propostos.

Quando iniciei a disciplina de Estágio em Educação Matemática II, recebi a notícia de que eu trabalharia os números inteiros com os alunos. Num primeiro momento, achei que seria algo fácil de ensinar, porém, em uma conversa com alguns colegas, compartilhei o conteúdo que eu ensinaria e pelas respostas deles percebi que talvez não fosse tão simples quanto eu esperava. Foi nesse momento que parei, de fato, para refletir e todas as dúvidas vieram à tona.

Realmente, quando paramos para pensar no que significa o que estamos fazendo percebemos que não é fácil operar com números inteiros. Não queria somente que os alunos decorassem as regras de sinais sem antes entenderem o que estavam fazendo, e foi isso que me levou a escolher esse assunto para meu trabalho de conclusão de curso.

Sá e Anjos (2011, p.02) colocam que:

> Os números surgiram pela necessidade de contagem e medidas ou por necessidades internas da própria matemática, sendo os números inteiros um exemplo desta última necessidade

1 Esta primeira seção foi escrita em primeira pessoa por trazer aspectos da trajetória pessoal da autora.

Assim, olhando para a história percebemos que os números negativos não foram tão facilmente aceitos. A matemática era definida como a ciência das quantidades e os negativos constituíram um problema conceitual enquanto grandezas e números não foram separados epistemologicamente (SCHUBRING, 2007). Consequentemente, operar com eles era um grande desafio, pois "implicava operar com um outro conceito de número que não aquele subjacente às operações comumente assumidas como geralmente válidas na aritmética" (SCHUBRING, 2007, p.02).

Sá e Anjos (2011) ainda explicam que os negativos surgiram de uma necessidade algébrica e não para resolver algum problema da vida prática e cotidiana. Sendo assim, faz sentido esperar que os alunos tenham certas dificuldades ao aprender estes conceitos, já que parecem estar desassociados de situações reais e lhes faltam "referências" concretas.

Glaeser (apud Neto 2010, p. 17) pontua os seguintes obstáculos que de certo modo justificam a dificuldade encontrada pelos alunos na compreensão dos números inteiros:

1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas;
2. Dificuldades em dar um sentido a quantidades negativas isoladas;
3. Dificuldades em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas;
4. A ambiguidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem;
5. Dificuldade de afastar-se de um sentido "conceito" atribuído aos seres numéricos: fixação no estágio das operações concretas por oposição ao formal;
6. Desejo de um modelo unificador: utilização de um modelo aditivo para o campo multiplicativo, ao qual não se aplica.

Vemos que estes obstáculos, assim como foi afirmado por Neto (2010), estão diretamente relacionados às operações onde se faz necessário o uso de regras para a comparação dos inteiros. Além disso, a má compreensão ou a utilização incorreta das ditas regras de sinais também corroboram para a dificuldade no ensino e aprendizagem dos inteiros. O mesmo autor ainda diz que

> o não domínio dos conceitos para efetuar multiplicações e divisões, a não execução dos procedimentos corretos para resolver expressões numéricas, como eliminar parênteses, colchetes e chaves e a sequência das

> operações, são os fatores que geram confusão por parte dos alunos na hora de operar com os números inteiros (NETO, 2010, p.17)

Frente a isso, este trabalho busca responder a seguinte pergunta: “*Quais as potencialidades do uso de jogos de tabuleiro para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros?”*

Com isso, o jogo apresenta-se como uma forma dos alunos experimentarem de uma forma concreta esses conceitos de modo que isso ajude posteriormente na formalização do conteúdo. Assim os alunos teriam uma referência que os auxiliasse na compreensão, uma situação real – como as que eles resolvem jogando – para servir de exemplo quando eles tentarem visualizar o que está acontecendo quando somam, subtraem ou multiplicam números com diferentes sinais.

Apoiado em aspectos da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, a presente pesquisa tem como objetivo analisar as potencialidades da contribuição dos três jogos de tabuleiro escolhidos, que serão apresentados posteriormente, para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros.

Esta é uma pesquisa de caráter qualitativo, que pretende analisar os dados obtidos durante a realização da disciplina de Estágio em Educação Matemática II em uma turma de 30 alunos do sétimo ano no Colégio de Aplicação da UFRGS. Em seis aulas foram propostos três jogos de tabuleiro diferentes, cada um com o objetivo de ensinar alguma das operações de adição, subtração ou multiplicação. Todos os materiais utilizados para a produção dos jogos escolhidos estão descritos na metodologia.

No próximo capítulo, apresentamos os referenciais teóricos escolhidos. Ele está dividido em duas seções: a primeira apresenta algumas contribuições do uso de jogos para a aprendizagem; a segunda, alguns aspectos da teoria de Vergnaud que serviram de base para a análise dos dados, bem como uma breve explicação sobre o campo aditivo e sobre o campo multiplicativo.

No capítulo três consta a metodologia da pesquisa. Nele apresentamos o contexto no qual ela foi realizada e os recursos utilizados. Além disso, a seção 3.1 traz a descrição de cada um dos jogos, mostrando as regras e os materiais necessários para os mesmos.

No quarto capítulo apresentamos as perguntas realizadas tanto nos questionários quanto nas entrevistas. Ele está dividido em três seções, sendo a 4.1 destinada ao jogo da adição, a 4.2 ao da subtração e a 4.3 ao jogo da multiplicação.

No capítulo cinco, trouxemos o desenvolvimento da pesquisa. Ele foi dividido em três seções: 5.1 Jogo da adição, 5.2 Jogo da subtração e 5.3 Jogo da multiplicação. Cada uma dessas seções foi dividida em outras três subseções, sendo a primeira reservada para a descrição da primeira aula, a segunda para a descrição da segunda aula e a terceira para a análise de dados.

No sexto e último capítulo apresentamos as conclusões. Nele retomamos os indícios vistos durante a análise que auxiliam na resposta da pergunta diretriz.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo será exposta a abordagem teórica para esta pesquisa. De modo geral, serão apresentados referenciais que tratam da contribuição dos jogos para a aprendizagem dos alunos. Além disso, serão trazidos aspectos referentes à Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud que posteriormente servirão de embasamento teórico para a análise dos dados.

2.1 Jogos

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)[2] enfatizam que

> [...] o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (BRASIL, 1998, p.26)

Nesse sentido, o uso de Jogos na Educação Matemática aparece como uma alternativa para facilitar a assimilação e compreensão da matéria, incentivando a participação dos alunos. Eles servem não só como uma forma de entretenimento, mas também podem ter como consequência o desenvolvimento de habilidades e de conceitos, auxiliando no processo de ensino e aprendizagem, conforme observado por Baumgartel (2016).

Além disso, com formulação de aulas prazerosas que favorecem o maior interesse do aluno, é possível evidenciar também que ao se deparar com situações lúdicas, se o estudante entender a estrutura lógica do jogo, também entenderá a estrutura matemática presente. Assim, conforme Grando (2000, p.17) “As posturas, atitudes e emoções demonstradas pelas crianças, enquanto se joga, são as mesmas desejadas na aquisição do conhecimento escolar”.

2 Os PCNs são utilizados como referência curricular desde 1997 no Brasil e, apesar de não terem o mesmo caráter de obrigatoriedade da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), continuam servindo para este fim. Em relação ao uso de jogos, a BNCC também reconhece a sua contribuição para a aprendizagem.

Em outro aspecto, é possível que o professor tenha uma melhor percepção acerca do conhecimento do aluno ao observar as estratégias e ações realizadas por ele durante o jogo. No entanto, é aconselhável que o erro de tática do estudante durante o jogo não seja destacado pelo docente, mas sim discutido por com outro colega, pois:

> [...] próprio da natureza do jogo é o seu caráter social que possibilita à criança expor suas ideias e analisar pontos de vista de outros colegas, refletir sobre as jogadas realizadas pelo grupo e as do adversário e tomar decisões sobre qual melhor jogada deve realizar, podendo entender que a opinião de um colega pode ser melhor que a própria ou que juntos podem encontrar soluções mais interessantes. (CABRAL, AURÉLIO, 2006, p. 23)

Vemos que com o uso de jogos o aluno está sempre em ação, fazendo efetivamente parte do seu processo de aprendizagem. Na próxima seção apresentaremos a teoria que tem o sujeito em ação como principal objeto de sua investigação e que servirão de base para a análise dos dados coletados nesta pesquisa.

2.2 Teoria dos Campos Conceituais

Gerard Vergnaud é um psicólogo francês que formulou uma teoria pedagógica que “procura investigar o sujeito do conhecimento em resposta a uma situação de ensino” (CARVALHO, AGUIAR, 2008). Assim, sendo o sujeito-em-ação o objeto principal de análise, a Teoria dos Campos Conceituais busca responder à pergunta de como o sujeito aprende em diferentes situações. Para Vergnaud, campo conceitual é

> [...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1998, apud CARVALHO, AGUIAR, 2008).

A base desta teoria está no conceito piagetiano de esquema. Piaget denomina esquema de ação aquilo que existe em comum entre diversas repetições ou aplicações de uma mesma ação (PIAGET, 1967, p. 16, apud VERGNAUD, 2001, p. 110). Vergnaud dá a este conceito uma definição mais precisa e o define como “uma organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada”

(VERGNAUD, 1993). Ele ainda especifica que a conduta não é invariante, já que um esquema traz diferentes formas de conduta conforme as características particulares de cada situação.

Segundo Vergnaud (1993, p.), um campo conceitual (C) pode ser definido como uma trinca de conjunto, sendo

C=(S,I,R), onde

"S" é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito (referência)

No presente trabalho, cada um dos jogos apresentados aos alunos tem como objetivo apresentar diferentes situações que auxiliem na compreensão do conceito a ser trabalhado. Além disso, ressaltamos que outros conceitos necessários para a resolução de problemas do campo aditivo e multiplicativo também foram utilizados, já que quando tratamos de um conceito outros estão envolvidos,

"I" é o conjunto das invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado)

Todas as operações envolvidas no jogo, bem como as suas respectivas propriedades, constituem este conjunto de invariantes. É esperado que os alunos percebam e relacionem essas propriedades para que consigam usá-las na resolução de problemas de mesma classe.

"R" é o conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante)

Os questionários e demais tarefas referentes a cada jogo dão espaço para que os alunos façam suas próprias relações entre o respectivo jogo e o conceito a ser estudado. As representações das propriedades, situações e resoluções descobertas pelos alunos são abertas, permitindo que eles utilizem diferentes formas de linguagem (incluindo desenhos e demais formas de expressão que não utilizam, necessariamente, palavras).

Segundo Moro (2004),

> o conceito de esquema permite a Vergnaud entender as relações e as defasagens entre saberes em atos e saberes teóricos, quando esses saberes permitem a ação em domínios onde a teoria é pobre ou inexistente, defendendo que a ação pode alimentar-se da teoria e viceversa. (MORO, 2004, p. 252)

Dessa forma, acreditamos que não é possível atingir os objetivos desejados como educadores sem antes criar oportunidades para que os estudantes experimentem os conceitos envolvidos nos exercícios propostos nas aulas. Segundo Vergnaud (1991):

> Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino. É através de situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança (VERGNAUD, 1991, p.156)

Nesse sentido, os jogos propostos nesta pesquisa se mostram como situações que oferecem aos alunos essa oportunidade de experimentar o conceito antes da teorização e de dar sentido a ele. Além disso, Vergnaud considera que o desenvolvimento cognitivo consiste na aquisição de um vasto repertório de esquemas e os esquemas necessariamente se referem às situações (MOREIRA, 2002, p.12), mostrando, mais uma vez, a necessidade de criarmos tais oportunidades.

A proposta didática apresentada no próximo capítulo se enquadra no campo aditivo e multiplicativo. Para o campo das estruturas aditivas, o conjunto de situações precisa de uma adição, uma subtração, ou um conjunto dessas duas operações (VERGNAUD, 1993, p.9), sendo os dois primeiros jogos propostos inseridos nisso. Já o terceiro, está relacionado com o campo de estruturas multiplicativas no qual o conjunto de situações requer uma multiplicação, uma divisão ou um conjunto dessas operações (ibid).

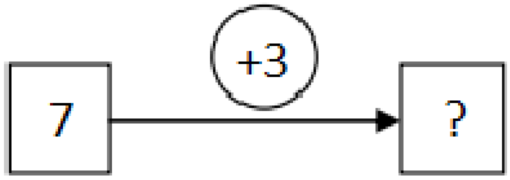
2.2.1 Campo aditivo

Embora a adição e subtração sejam operações distintas, segundo Vergnaud, conforme explicado por Morais (2010), “ambas referem-se à relação parte/todo e é esse invariante conceitual que relaciona soma e subtração a uma mesma estrutura de raciocínio, o raciocínio Aditivo”. Segundo o autor, parte/todo refere-se a uma relação onde conhece-se as partes e pretende-se conhecer o todo ou, conhecendo o todo e uma das partes, pretende-se descobrir a outra.

No campo aditivo, por exemplo, encontramos questões do seguinte tipo:

- Helena tinha 7 bonecas e ganhou 3. Com quantas bonecas ela ficou?

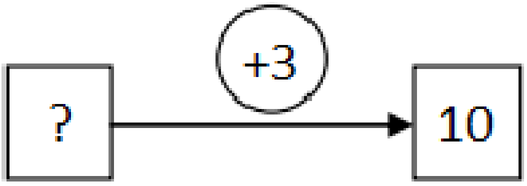
Figura 1: exemplo de transformação direta no campo aditivo



Fonte: elaboração própria

- Helena ganhou 3 bonecas, ficando com um total de 10. Quantas bonecas ela possuía antes?

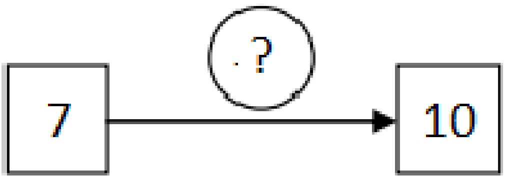
Figura 2: exemplo de transformação indireta no campo aditivo



Fonte: elaboração própria

- Helena tinha 7 bonecas; após ganhar algumas de presente ficou com 10. Quantas bonecas ela ganhou?

Figura 3: exemplo de comparação entre medidas



Fonte: elaboração própria

Vemos que a escolha da operação a ser utilizada para a resolução geralmente depende do local da incógnita. Além disso, mesmo que os dois últimos exemplos sejam de subtração, cada um pertence a uma categoria diferente, sendo o segundo referente a uma transformação e o terceiro a uma comparação.

Percebemos que todos os problemas apresentados possuem graus de dificuldade diferentes. Como o segundo e terceiro exigem que a criança realize uma operação inversa da que foi utilizada no primeiro (onde era necessário somente fazer a contagem), é possível que ela encontre maiores dificuldades em suas respectivas resoluções.

Mesmo que seja um desafio, é necessário que o professor ofereça situações que entrem em conflito com os conhecimentos já obtidos pelos alunos. Dessa forma, eles terão a oportunidade de, assimilando esses novos conhecimentos, aumentar seu conjunto de recursos para a resolução de problemas em geral (COSTA, 2011).

Em seu livro “A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar”, Vergnaud apresenta seis tipos de problemas que envolvem o campo aditivo e comenta sobre os tipos diferentes de números: os naturais e os relativos. O primeiro corresponde a medida; o segundo, as transformações (perda ou ganho) e por isso possuem sinais positivos e negativos. Ou seja, “os números naturais representam medidas dos conjuntos de objetos isoláveis. Os números relativos representam as transformações que essas medidas sofrem.” (VERGNAUD, 2009, p.199).

Os problemas apresentados pelo autor são:

1. Duas medidas de compõem para resultar em uma terceira medida;
2. Uma transformação opera sobre uma medida para resultar em uma (outra) medida;
3. Uma relação liga duas medidas;
4. Duas transformações se compõem para resultar em uma transformação;
5. Uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo (transformação de uma relação);
6. Dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo (composição de duas relações).

2.2.2 Campo multiplicativo

Conforme já apresentado anteriormente, o campo multiplicativo é composto por um conjunto de situações e problemas que envolvem tanto a multiplicação quanto a divisão. Como para esta pesquisa foi utilizada somente a multiplicação, vamos nos ater mais em suas definições e propriedades, ainda que a divisão esteja diretamente relacionada.

Morais, utilizando as ideias de Vergnaud, afirma que “a multiplicação e a divisão são definidas como operações irmãs, já que dizem respeito à mesma relação fixa, onde uma é a operação inversa da outra” (MORAIS, 2010, p.73-74). O quadro abaixo exemplifica uma transformação direta e outra inversa de problemas no campo multiplicativo.

<table>
<tr><th>Transformação direta</th><th>Transformação inversa</th></tr>
<tr><td>Comprei 3 pacotes de suco. Cada pacote contém 5 garrafas. Quantas garrafas de suco eu tenho no total?

<table>
<tr><th></th><th>Pacote</th><th>Garrafa</th><th></th></tr>
<tr><td rowspan="2">x3</td><td>1</td><td>5</td><td rowspan="2">x3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>X</td></tr>
</table>
</td><td>Comprei 3 pacotes de suco e no total fiquei com 15 garrafas. Se todos os pacotes possuem a mesma quantidade de garrafas, quantas garrafas têm em cada pacote?

<table>
<tr><th></th><th>Pacote</th><th>Garrafa</th><th></th></tr>
<tr><td rowspan="2">:3</td><td>1</td><td>X</td><td rowspan="2">:3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>15</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Fonte: elaboração própria

Com isso, vemos que problemas deste campo envolvem relações quaternárias, ou seja, duas medidas de um tipo e duas de outro, diferente das relações ternárias que encontramos na adição. Por esse motivo, em seu livro “A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar”, Vergnaud afirma que a multiplicação não é adequadamente representada pela escrita habitual a x b = c, já que só comporta três termos.

No mesmo livro, Vergnaud (2009, p.240) afirma que um mesmo problema de dificuldades diferentes pode ser representado por um mesmo esquema que torna mais visível a relação entre as quatro quantidades envolvidas. Esse esquema nada mais é do que um tipo de tabela/quadro que mostra a correspondência entre duas espécies de quantidades (ex: os pacotes e as garrafas (referente ao quadro anterior)).

Usando, ainda, o mesmo exemplo de transformação inversa das garrafas de suco e pacotes, podemos perceber dois tipos de relação: a relação vertical e a relação horizontal. As relações verticais são para grandezas de um mesmo tipo e a utilizamos quando pensamos “para saber a quantidade de garrafas em um pacote, divido o número de garrafas contidas em 3 pacotes, que é 15 por 3”. Segundo Vergnaud (2009, p.244), “os operadores verticais são operadores sem dimensão, ou escalares, que permitem passar de uma linha à outra na mesma categoria de medidas”. Já os horizontais, nesse exemplo expressos por “x5”, segundo o mesmo autor, “representam funções e expressam a passagem de uma categoria de medidas à outra”.

Relação vertical

	Pacote		Garrafa	
x3	1	:3	X	:3
	3		15	

Relação horizontal

Pacote		Garrafa
1	x5	X
3	:5	15

Fonte: elaboração própria

Ainda quando a multiplicação é estendida para os números inteiros, teremos relações quaternárias. A diferença é que tanto as variáveis quanto os operadores poderão ter sinais distintos.

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa tem por intuito responder a seguinte pergunta: “Quais as potencialidades do uso de jogos de tabuleiro para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros?”.

Bogdan e Biklen (1994, p.47-50) comentam algumas características que configuram uma pesquisa como qualitativa:

> 1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. (p. 47).
> 2. A investigação qualitativa é descritiva. (p. 48).
> 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados do produto. (p. 49).
> 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar seus dados de forma indutiva (p. 50).
> 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (p. 50).

Dessa forma, como a atual pesquisa apresenta consonância com estas cinco características descritas, podemos considerar que foi utilizada uma abordagem qualitativa. Além disso, entende-se como qualitativa uma pesquisa onde, Goldenberg (2004), “a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc.”

A prática foi realizada no Colégio de Aplicação da UFRGS com uma turma de 30 alunos do sétimo ano (alunos do projeto Amora), com idades entre 12 e 13 anos, durante a disciplina de Estágio em Educação Matemática II realizada em 2022/1. O detalhamento das ações realizadas estão presentes na seção 3.1 Para utilizar os dados coletados, será solicitada a autorização dos pais e dos alunos por meio dos termos de consentimento e de assentimento (Apêndice 1 e 2).

As tarefas propostas foram desenvolvidas em seis aulas, cada uma composta por dois períodos de quarenta minutos, que ocorreram uma vez por semana durante os horários destinados às aulas de Matemática, para serem analisadas. Nelas, foram propostos três jogos de tabuleiro diferentes, cada um com o objetivo de trabalhar uma das operações. As regras e descrições de cada um deles serão dadas na próxima seção.

Após o jogo, os alunos responderam um questionário com questões referentes a diferentes situações que podemos encontrar durante o jogo e à própria operação estudada, justificando cada resposta dada. Vale ressaltar que os alunos já tinham sido introduzidos aos números negativos, à reta numérica e aos conceitos de módulo e oposto, mas esta foi a primeira vez que tentaram operar com eles.

Os materiais necessários para os jogos foram, em sua maioria, feitos pela autora – excetuando as cartas e peões do jogo da multiplicação que já faziam parte do material da escola. Eles consistem em: um tabuleiro que possua “casinhas” tanto positivas quanto negativas, sendo o zero o ponto de partida; peões para cada jogador; dados e cartas.

Os dados utilizados para a análise foram os que a pesquisadora coletou durante o estágio, por meio de observações escritas, de tabelas que os alunos preencheram enquanto jogavam, de um questionário para ser respondido após o jogo e de entrevistas. As entrevistas ocorreram com cada dupla individualmente em uma sala vazia disponibilizada pela escola. Nelas os alunos foram convidados a jogar mais algumas partidas enquanto perguntas eram feitas sobre o entendimento que eles tinham do jogo e sobre situações hipotéticas. Todas estas entrevistas foram gravadas em áudio.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 173):

> Se você escolher registar e transcrever as entrevistas, uma boa regra a seguir é "curto”. [...] Arranje um número razoável de sujeitos e gaste um conjunto de tempo em cada entrevista que faça sentido em termos do trabalho envolvido na sua transcrição. Você não quer que o respondente divague por diversos campos, mas que se centre numa área particular.

Considerando isso, a ideia para as entrevistas era utilizar um número reduzido de duplas. Toda a turma foi convidada e como apenas alguns tinham disponibilidade (já que a mesma foi realizada no turno inverso às aulas dos estudantes) e demonstraram interesse, não foi necessário fazer uma seleção mais criteriosa.

Os dados foram analisados à luz do referencial teórico buscando indícios que respondam a pergunta diretriz.

3.1 Descrição dos jogos

3.1.1 Jogo da adição

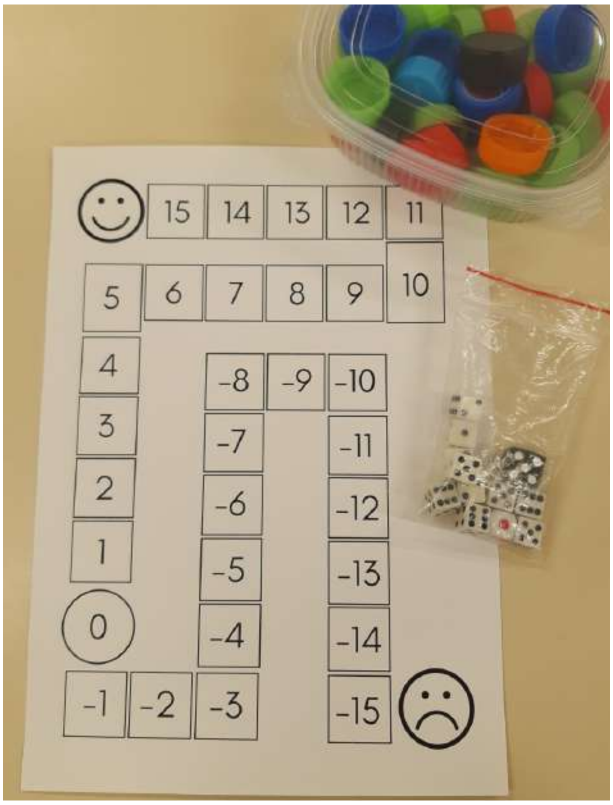
Para este jogo, é necessário que os alunos formem duplas. Cada dupla recebe um tabuleiro, dois marcadores e dois dados. O ponto de partida será o número zero do tabuleiro e, na sua vez, cada jogador deverá jogar o dado e andar o número de casas marcado. O primeiro dado indica o número de casas a serem andadas para frente; o segundo, a quantidade a ser andada para trás.
Quem chegar ao menor número do tabuleiro será eliminado. O jogo termina quando resta apenas um jogador ou quando alguém chegar ao maior número.

Enquanto jogam, os alunos devem preencher a seguinte tabela, registrando suas jogadas:

	Quanto andei para frente?	Quanto andei para trás?	Qual o meu deslocamento em relação a casinha que eu estava? Use os sinais para determinar a direção.
1º			
2º			
…			

O tabuleiro foi criado pela pesquisadora e impresso em uma folha de desenho. Como marcadores foram usadas tampinhas de garrafa de cores diferentes, conforme a figura 1.

Figura 4: materiais utilizados no jogo da adição



Fonte: arquivo pessoal

3.1.2 Jogo da subtração

Os alunos devem formar duplas e cada dupla recebe um tabuleiro (o mesmo do jogo anterior), cartas e dois peões. O jogo possui dois tipos de cartas diferentes que devem ser dispostas em duas pilhas separadas. A primeira pilha é formada por cartas contendo números positivos e negativos que indicam a quantidade de passos dados pelo jogador; a segunda é composta por cartas dizendo “volte x casas” ou “avance x casas”, sendo x uma quantidade positiva ou negativa.

O ponto de partida é o número zero. Os alunos devem ser instruídos a pegar uma carta de cada uma das pilhas. Primeiro devem andar a quantidade de casas indicada na carta da primeira pilha, na direção indicada – se o número for positivo, o jogador anda para frente; se for negativo, para trás, e se for zero ele não se move.

Depois, caso a carta retirada da segunda pilha diga “volte”, o peão deverá inverter o lado, ou seja, virar a frente para o lado negativo do tabuleiro e, logo após, andar a quantidade de casas indicada – novamente, se o número for positivo, o jogador anda para frente; se for negativo, para trás. Concluída a jogada, o peão deve ser virado de frente para o lado dos números positivos. Se a carta retirada da segunda pilha for “avance”, o peão deve ser movido conforme indicado na carta, sem antes mudar a direção.

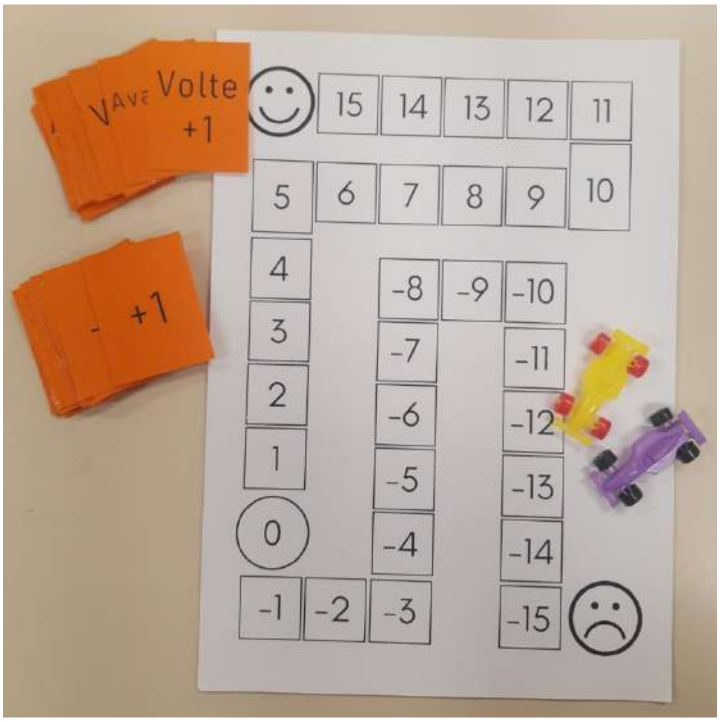
Quem chegar no menor número do tabuleiro é eliminado. Existem três formas de ganhar o jogo: chegando primeiro ao maior número; permanecendo por último no tabuleiro; estando mais a frente quando o tempo destinado para o jogo chegar ao fim.

Enquanto jogam, os alunos devem preencher a seguinte tabela, registrando suas jogadas:

	Em qual casa eu estava?	Qual carta retirei na primeira pilha?	Qual carta retirei na segunda pilha?	Em qual casa parei?	Qual foi meu deslocamento em relação a casinha que eu estava?
1º					
2º					
…					

Para a confecção das cartas, primeiro foram feitas tabelas com os números e escritos que deveriam constar em cada carta. Depois, estas tabelas foram impressas em folhas coloridas, plastificadas com papel contact, para maior durabilidade, e recortadas. Para peões poderão ser utilizados qualquer marcador, desde que tenham a indicação de qual é a frente. Nesse caso, foram utilizados carrinhos de plástico, conforme a Figura 2.

Figura 5: materiais utilizados no jogo da subtração



Fonte: arquivo pessoal

3.1.3 Jogo da multiplicação

Segundo Rosa,

> O jogo Bota de muitas léguas é um jogo adaptado de outra atividade muito utilizada, nos anos iniciais do ensino fundamental, para ensinar um dos aspectos da operação de multiplicação no conjunto dos números naturais: a adição de parcelas iguais. Nesta situação o primeiro número representa a quantidade de vezes que o segundo número será repetido. (ROSA, 2019, p. 12)

O jogo utilizado na sala de aula seguiu os mesmos princípios do “Botas de muitas léguas”, mudando apenas algumas características das peças que o compõem.

Este jogo pode ser jogado de duas a quatro pessoas ou também uma dupla contra a outra. Ele é composto por: um tabuleiro numerado de 9 a -9 que possui um ponto de partida no meio e dois pontos de chegada, um na esquerda e outro na direita; peões que permitam que os jogadores identifiquem a frente e as costas; e 50 cartas.

Cada carta é dividida em duas partes sendo elas a “bota” e o “pulo”. A primeira possui números positivos ou negativos que indicam quantos passos deve-se dar e qual a direção – se o número for positivo, o jogador deve virar para a direita; se for negativo, para a esquerda. A segunda indica o tamanho do passo e se será dado de frente ou de costas – se o número for positivo, o jogador deve andar de frente; se for negativo, de costas.

Inicia-se o jogo com todos os peões no ponto de partida e ganha o que primeiro chegar em um dos pontos de chegada. Faz-se um sorteio para decidir quem começa e a jogada segue com o jogador que estiver à esquerda do iniciante. A cada rodada o jogador compra uma carta e a coloca na mesa para executar seu movimento. Os adversários devem conferir o movimento e, caso ele tenha sido realizado de maneira equivocada, o jogador perde sua vez.

A carta da Figura 3, por exemplo, indica que a bota deve ser virada para os números negativos e dar dois passos de tamanho quatro para frente.

Figura 6: carta do jogo da multiplicação

Fonte: arquivo pessoal

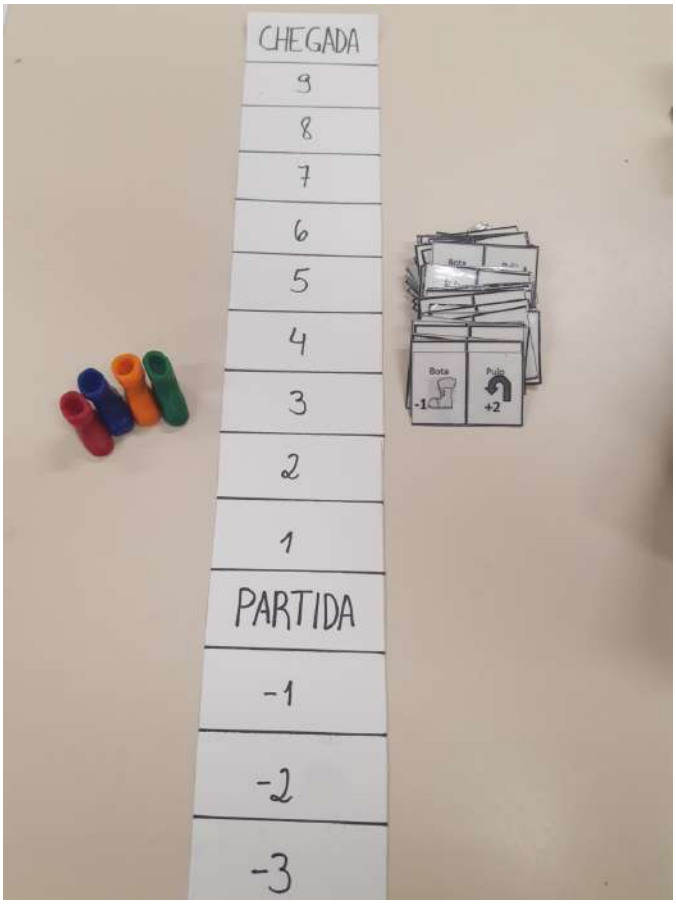
Enquanto jogam, os alunos devem preencher a seguinte tabela, registrando suas jogadas:

	Em qual casa eu estava?	Qual carta retirei?	Em qual casa parei?	Qual foi meu deslocamento em relação a casinha que eu estava?
1º				
2º				

	Em qual casa eu estava?	Qual carta retirei?	Em qual casa parei?	Qual foi meu deslocamento em relação a casinha que eu estava?
1º				
...				

Na Figura 4 vemos os materiais necessários para o jogo. Conforme dito anteriormente, as cartas e peões já faziam parte dos materiais da escola e o tabuleiro foi confeccionado pela autora. Para isso, foram utilizadas cartolinas para que o tabuleiro pudesse ter um tamanho maior, canetinha e régua para fazer as marcações.

Figura 7: materiais utilizados no jogo da multiplicação



Fonte: arquivo pessoal

4. QUESTIONÁRIOS E ENTREVISTAS

Conforme mencionado anteriormente, após cada jogo os alunos responderam um questionário com situações referentes ao jogo. O primeiro respondido por eles, sobre o jogo da adição, foi realizado em duplas. Já os demais foram feitos individualmente por ser constatado que nem todos os alunos estavam de fato ajudando suas duplas, o que poderia atrapalhar no entendimento.

As entrevistas foram gravadas no turno inverso às aulas, no mesmo dia em que o respectivo jogo foi realizado. A maior parte delas foi em duplas, com exceção daquelas em que um dos componentes da dupla não pode comparecer.

4.1 Jogo da adição

4.1.1 Questionário

1) Suponha que você tenha tirado 4 nos dois dados. Com base nisso, responda:

a) Em qual direção você irá andar? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha +5, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

2) Em outra rodada, você tirou 6 no primeiro dado e 2 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em qual direção você irá andar? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha do zero, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

3) Imagine que em uma rodada você tirou 3 no primeiro dado e 5 no segundo. Com base nisso, responda:

a) Em qual direção você irá andar? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha do zero, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.
c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

4) Abaixo temos duas continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo?
a) 3 + (-1)
b) 4 + (-5)

5) Pensando no jogo, resolva as seguintes continhas explicando como resolveu e o porquê do sinal encontrado na resposta final:
a) 5 + (-5) =
b) -6 + 4 =
c) 3 + (-1) =

4.1.2 Entrevista

1. Se você fosse explicar para um amigo que não conhece o jogo como se joga, o que você diria?
2. Como vocês explicariam o modo de preencher a tabela do jogo?
3. Em uma rodada uma colega anotou que andou 3 casinhas para frente, 3 para trás e que o deslocamento em relação a casinha que ela estava era 6. Faz sentido essa resposta? Por quê?
4. Dois colegas de vocês não faziam o movimento com as peças, colocavam direto na posição final. Como vocês acham que eles faziam isso?
5. Vocês acham que esse jogo tem alguma relação com o conteúdo que estamos estudando nas aulas de matemática? Se sim, qual?
6. Se eu pedisse que vocês relacionassem a continha 5+(-3) com as anotações referentes ao jogo, como fariam isso? Tem como resolver 3+(-6) usando o jogo?

4.2 Jogo da subtração

4.2.1 Questionário

1) Suponha que você tenha tirado a carta -1 no primeiro baralho e a carta avance +3 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

2) Imagine que em uma rodada você tirou +5 no primeiro baralho e a carta volte +2 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

3) Em outra rodada, você tirou +4 no primeiro baralho e a carta volte -4 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

4) Numa última rodada, você tirou -1 no primeiro baralho e a carta volte -3 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado?

a) (+3) + (+1)=

b) (+5) + (-6)=

c) (-4) - (+5)=

d) (+2) - (-1)=

4.2.2 Entrevista

1. Se você fosse explicar para um amigo que não conhece o jogo como se joga, o que você diria?
2. Como vocês explicariam o modo de preencher a tabela do jogo?
3. O que está acontecendo nesta situação: primeira carta +2, segunda carta “avance +1”? Como vocês a representariam matematicamente?
4. O que está acontecendo nesta situação: primeira carta +2, segunda carta “volte +1”? Como vocês a representariam matematicamente?
5. Existe diferença na representação do volte e do avance? Por quê?
6. Vocês acham que esse jogo tem alguma relação com o conteúdo que estamos estudando nas aulas de matemática? Se sim, qual?
7. Se eu pedisse que vocês relacionassem a continha (+5)+(-3) com as anotações referentes ao jogo, como fariam isso? E a continha (+4) - (-2)?
8. Tem como resolver (+10) - (+6) usando o jogo?

4.3 Jogo da multiplicação

4.3.1 Questionário

1) Suponha que você tenha tirado a carta “bota +1, pulo +2”. Com base nisso, responda:

a) Em qual direção você andou? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

2) Imagine que em uma rodada você “bota -2, pulo +2”. Com base nisso, responda:

a)Em qual direção você andou? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

3) Em outra rodada, você tirou “bota -1, pulo -3”. Com base nisso, responda:

a)Em qual direção você andou? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

4) Numa última rodada, você tirou “bota +3, pulo -4”. Com base nisso, responda:

a)Em qual direção você andou? Por quê?

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado?

a) (+1) x (+2)=

b) (+3) x (-6)=

c) (-4) x (+2)=

d) (-5) x (-6)=

4.3.2 Entrevista

1. Se você fosse explicar para um amigo que não conhece o jogo como se joga, o que você diria?
2. Como vocês explicariam o modo de preencher a tabela do jogo?
3. O que está acontecendo nesta situação: bota +3, pulo +2? Como vocês a representariam matematicamente?
4. O que está acontecendo nesta situação: bota +2, pulo -3? Como vocês a representariam matematicamente?
5. Se eu tirar a carta “bota +2 e pulo -4”, em que direção eu andaria? Por quê?
6. Se eu tirar a carta “bota -2 e pulo +4”, em que direção eu andaria? Por quê?
7. Se eu tirar a carta “bota -2 e pulo -4”, em que direção eu andaria? Por quê?
8. Vocês acham que esse jogo tem alguma relação com o conteúdo que estamos estudando nas aulas de matemática? Se sim, qual?
9. Se eu pedisse que vocês relacionassem a continha (+1) x (-3) com as anotações referentes ao jogo, como fariam isso? E o cálculo (-4) x (-2)?
10. Tem como resolver (-10) x (-5) usando o jogo?

5. RELATOS DAS AULAS E EXPERIÊNCIAS DOS ALUNOS

Neste capítulo estão descritos os registros das experiências dos alunos com cada um dos jogos e seus respectivos questionários, a forma como foram ministrados e alguns comentários da autora. Além disso, serão apresentadas as análises onde os alunos participantes serão denominados pelas suas iniciais a fim de manter o sigilo dos dados e não identificar os sujeitos da pesquisa.

A pesquisa foi realizada com base nos dados coletados durante as aulas ministradas para a disciplina de Estágio em Educação Matemática II e foram necessárias duas aulas para finalizar cada jogo e questionário. Vale ressaltar que as aulas aconteciam uma vez por semana e eram compostas por dois períodos de 40 minutos cada.

5.1 Jogo da adição

5.1.1 Aula 1

No último período de aula, após uma tarefa anterior ter sido finalizada, pedi para que os alunos se organizassem em duplas e entreguei os materiais para o jogo (tabuleiro, tampinhas e dados). Expliquei o objetivo, as regras do jogo e a forma como deveriam preencher a tabela de registro e a turma iniciou a dinâmica.

No momento do jogo os alunos estavam muito agitados e a maioria teve dificuldade para preencher uma das colunas da tabela. Sendo assim, passei em cada dupla explicando, dando exemplos e conversando sobre a forma que eles estavam preenchendo. Alguns, em vez de anotar o deslocamento, estavam anotando a casa que paravam. Outros somavam a quantidade de casinhas andadas para frente e a quantidade andada para trás, mas, como ainda não sabiam usar as regras de sinais, acabavam chegando em resultados errados (ex: uma aluna andou três casinhas para frente e três para trás e no deslocamento colocou que andou 6. Entendemos que para ela a ideia seria do deslocamento total – porque de fato ela andou em 6 casinhas – mas a ideia era que anotassem o deslocamento com base na casinha que estavam inicialmente).

Num primeiro momento, uma aluna não queria jogar pois não estava com vontade de formar duplas. Eu estava explicando algumas coisas sobre o jogo e pedi para que ela esperasse e, terminada a explicação, eu pensaria em uma solução. Minutos depois, quando voltei para falar com ela vi que já estava sentada em dupla com um outro colega. Já havia notado em outras aulas que ambos apresentavam certa dificuldade em algumas matérias, mas com o jogo demonstraram muita facilidade. Entenderam rapidamente como marcar a tabela e poucos minutos depois de terem começado a jogar já nem mexiam a tampinha uma quantidade para frente e outra para trás, mas, “de cabeça”, calculavam a quantidade que deveria ser andada e em qual direção.

Cada aluno teve uma forma diferente de fazer seu registro na tabela. Uns colocaram a casinha que estavam e onde pararam; outros anotaram somente a casa que pararam; outros anotaram o deslocamento total, contando quantas casinhas andaram pra frente e para trás; alguns fizeram as continhas corretamente e marcaram somente o deslocamento em relação a casinha em que estavam; outros fizeram o mesmo, mas erraram algumas continhas no meio do caminho ou deixaram de colocar os sinais.

5.1.2 Aula 2

Iniciei a aula perguntando se a turma lembrava do jogo que havia sido passado na última aula. Um dos alunos não só disse que lembrava mas começou a fazer uma espécie de explicação, então pedi que ele falasse mais alto e explicasse para a turma como jogar. Logo após, complementei a fala dele dando ênfase para as regras e retomando como deveria ser feito o preenchimento da tabela. Feito isso, o material do jogo foi entregue e as duplas tiveram alguns minutos para jogar.

Passados alguns minutos, entreguei para cada dupla a primeira folha com as três questões iniciais referentes ao jogo. Percebi que no início a principal dificuldade dos alunos foi com a interpretação da questão b), pois os alunos não identificaram que os números dos dados que deveriam ser usados para responder a questão já estavam escritos no enunciado e por isso não tinham sido repetidos em cada item.

Os itens a) e b) da primeira questão foram respondidos com facilidade pela maioria das duplas, sendo o c) o que mais gerou dúvidas. Cada aluno encontrou uma forma diferente para representar matematicamente a situação apresentada: uns usaram retas, outros fizeram desenhos e outros, ainda, fizeram cálculos.

No item c), dentre as escritas das duplas que usaram cálculos houve diferentes formas de escrita. Algumas escreveram usando módulo; outras escreveram como uma subtração; outras escreveram coisas do tipo 0+4=4-4=0 para representar que estavam no 0, andaram 4 para frente, depois 4 para trás e continuaram no mesmo lugar inicial; e outras registravam 0+6-2, usando a mesma lógica descrita anteriormente.

Conforme os alunos terminavam esta primeira parte das tarefas, foi entregue a segunda folha com mais dua questões. Como na primeira parte eles já haviam pensado mais sobre o jogo, a maioria teve facilidade em encontrar os resultados da segunda folha, mas ainda mostravam certa resistência para justificar a resposta dada.

Figura 8: Alunos jogando o jogo da adição

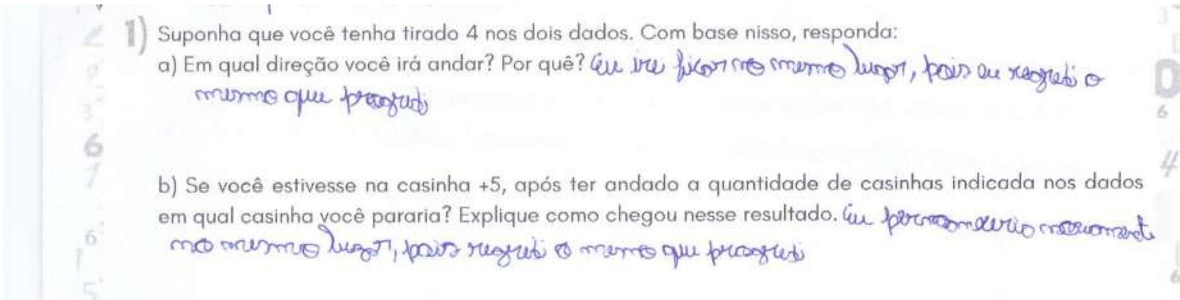
Fonte: arquivo pessoal

5.1.3 Análise de dados

Para facilitar a leitura e o entendimento, separamos as cinco questões propostas em dois grupos, sendo o grupo 1 composto pelas três primeiras e o grupo 2, pelas duas últimas. Tal separação se deve ao fato da semelhança entre o tipo de questão proposta.

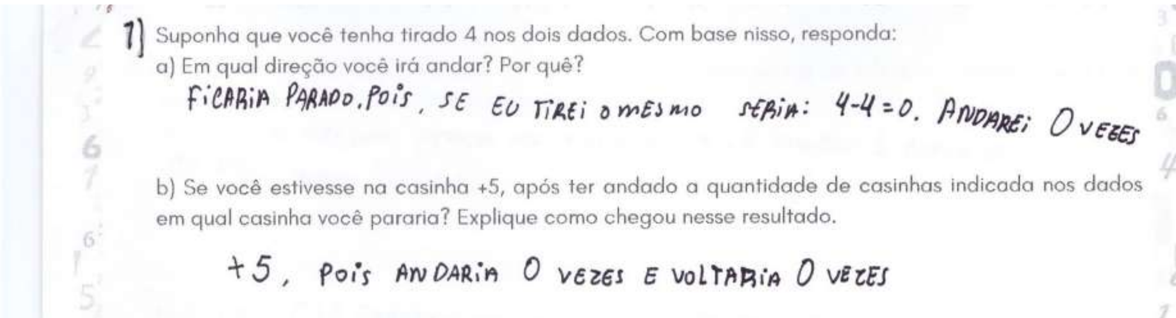
Olhando para as respostas obtidas nas questões do grupo 1, percebemos que todos conseguiram chegar no resultado correto. Entretanto, quando pedimos para que justifiquem as respostas obtidas, diferentes estratégias são utilizadas. Se tratando dos itens a) e b) das questões, podemos criar três categorias onde as respostas apresentam semelhanças entre si, sendo elas: uso da linguagem escrita; combinação do texto com alguma conta matemática; utilização de desenhos. Vemos nas Figuras 9, 10 e 11 produções que representam cada uma dessas categorias.

Figura 9: registro dos alunos H e B


1) Suponha que você tenha tirado 4 nos dois dados. Com base nisso, responda:
a) Em qual direção você irá andar? Por quê? Eu irei ficar no mesmo lugar, pois eu regredi o mesmo que progredi
b) Se você estivesse na casinha +5, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado. Eu permaneceria novamente no mesmo lugar, pois regredi o mesmo que progredi

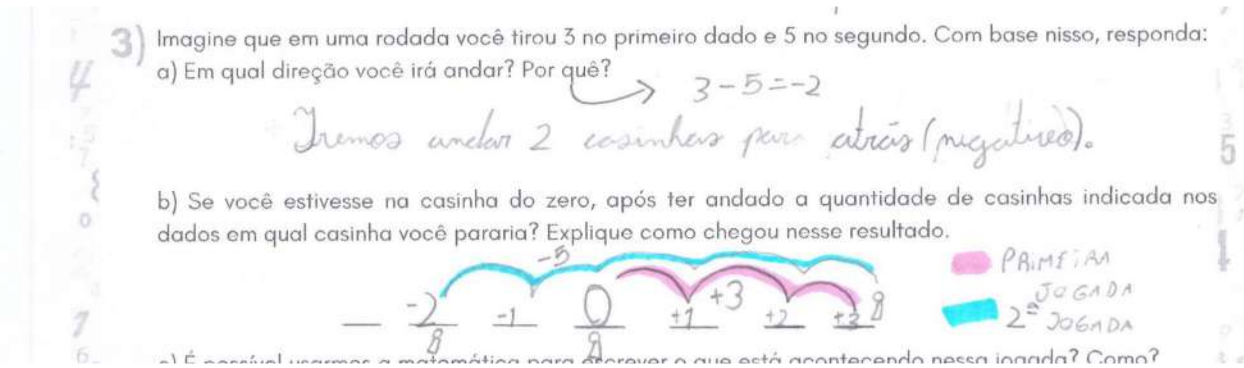
Fonte: arquivo pessoal

Figura 10: registro dos alunos M e L


1) Suponha que você tenha tirado 4 nos dois dados. Com base nisso, responda:
a) Em qual direção você irá andar? Por quê?
FICARIA PARADO. POIS, SE EU TIREI O MESMO SERIA: 4-4=0. ANDAREI: 0 VEZES
b) Se você estivesse na casinha +5, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.
+5, POIS ANDARIA 0 VEZES E VOLTARIA 0 VEZES

Fonte: arquivo pessoal

Figura 11: regitsro das alunas MF e J

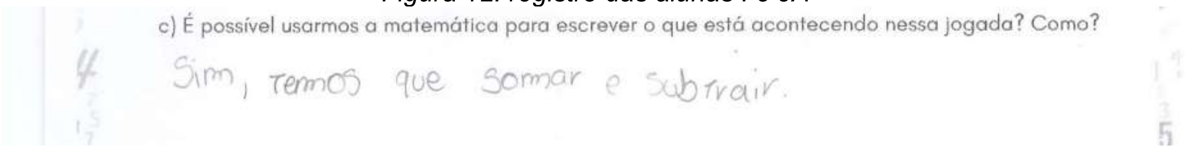

3) Imagine que em uma rodada você tirou 3 no primeiro dado e 5 no segundo. Com base nisso, responda:
a) Em qual direção você irá andar? Por quê? → 3-5=-2
Iremos andar 2 casinhas para atrás (negativo).
b) Se você estivesse na casinha do zero, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

c) É possível usarmos a matemática para descrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

Fonte: arquivo pessoal

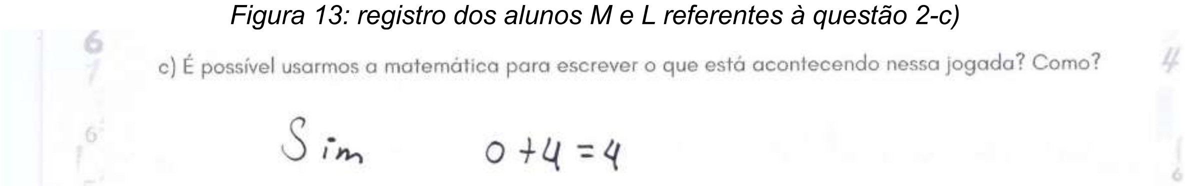
No item c) das questões do grupo 1, encontramos maior variedade de respostas. Algumas duplas apenas anunciavam as operações que utilizavam para chegar no resultado (Figura 12); outras apresentavam cálculos, mas observamos dois padrões nessas representações: uns faziam uma soma ou subtração usando a casa de partida (0) e o resultado obtido nos dados (Figura 13) e outros acrescentavam a casa de partida nesses mesmos cálculos (Figura 14); outras, ainda, utilizavam desenhos ou representações da reta numérica (Figura 15).

Figura 12: registro das alunas I e JA



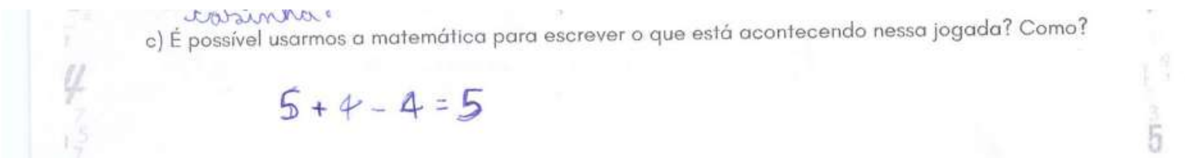
Fonte: arquivo pessoal

Figura 13: registro dos alunos M e L referentes à questão 2-c)



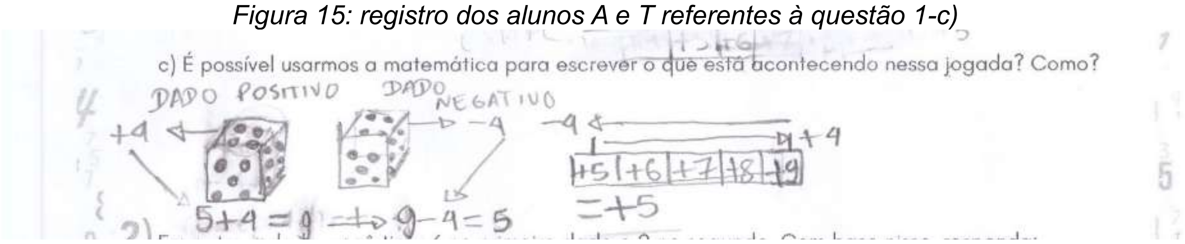
Fonte: arquivo pessoal

Figura 14: registro dos alunos C e F referentes à questão 1-c)



Fonte: arquivo pessoal

Figura 15: registro dos alunos A e T referentes à questão 1-c)



Fonte: arquivo pessoal

Olhando para a Figura 15, vemos que os alunos A e T utilizam duas representações diferentes para responder um mesmo item: representação da reta numérica e operações de adição e subtração. No item c) das demais questões do grupo 1, eles usam somente a reta numérica como resposta, mas, em compensação, nos demais itens, as contas que no item 1-c) apareciam separadas (primeiro realizam a adição partindo da casa que estavam e depois a subtração com o valor tirado no dado dos negativos) começam a aparecer simultaneamente quando a questão traz o zero como casinha de partida. Além disso, o aluno A ao participar da entrevista e ser perguntado sobre os colegas que faziam apenas um movimento para chegar na casinha final disse o seguinte:

> **A:** Eles faziam a conta na cabeça, que é o que eu faço. Tipo (joga os dados), 6. Vou andar 6 pra frente e depois vou voltar 3. Não. Eu só, sei la, faço que, se esse aqui (apontando pro dado que deu 6) é 2 vezes maior ou 3 mais (em relação ao 3), então eu iria direto pro -1 (ele partiu da casinha -4 do tabuleiro).

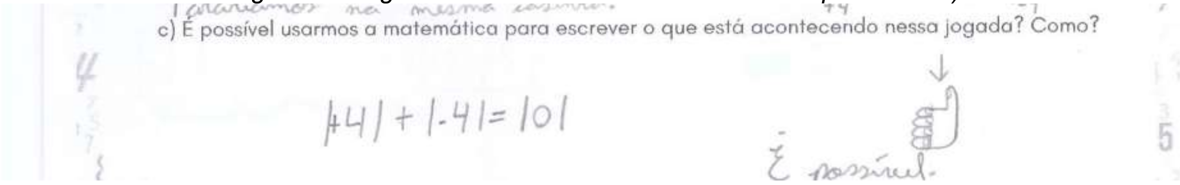
Outros alunos participantes da entrevista responderam de modo semelhante, dando exemplos e mostrando como resolveriam determinada situação do jogo “de cabeça”, sem necessariamente mover o peão para frente e depois para trás para saber qual o deslocamento em relação à casinha em que estavam. A fim de compreender se esse movimento de fazer as contas diretamente foi algo imediato, foi-lhes perguntado se desde o início já jogavam desta forma, conforme os trechos transcritos abaixo.

> **Y**: No início de cabeça é mais difícil, mas depois fica mais fácil porque a gente guarda na nossa cabeça que os cálculos são mais diferentes do que os cálculos normais que a gente faz (se referindo a contas com somente números positivos).
>
> **MF**: A gente começou jogando do jeito “certo” (aspas colocadas pela aluna), só que depois a gente percebeu que era mais prático fazer a conta direto.
> **Pesquisadora**: Como vocês tiveram essa ideia?
> **J**: Acho que foi com o tempo, a gente acabou percebendo.

Tais respostas nos trazem indícios de que os alunos já estão aos poucos construindo as invariantes contidas na operação de adição com os números inteiros. Apesar de ainda não terem total domínio das propriedades, já demonstram facilidade no uso de algumas, mesmo que por enquanto isto esteja restrito a situações do jogo. O reconhecimento das invariantes faz parte da trinca de conjuntos que definem um campo conceitual.

Uma das duplas apresentou uma resposta diferente de todas as outras para o item c), conforme vemos na Figura 16.

Figura 16: registro das alunas MF e J referente à questão 1-c)



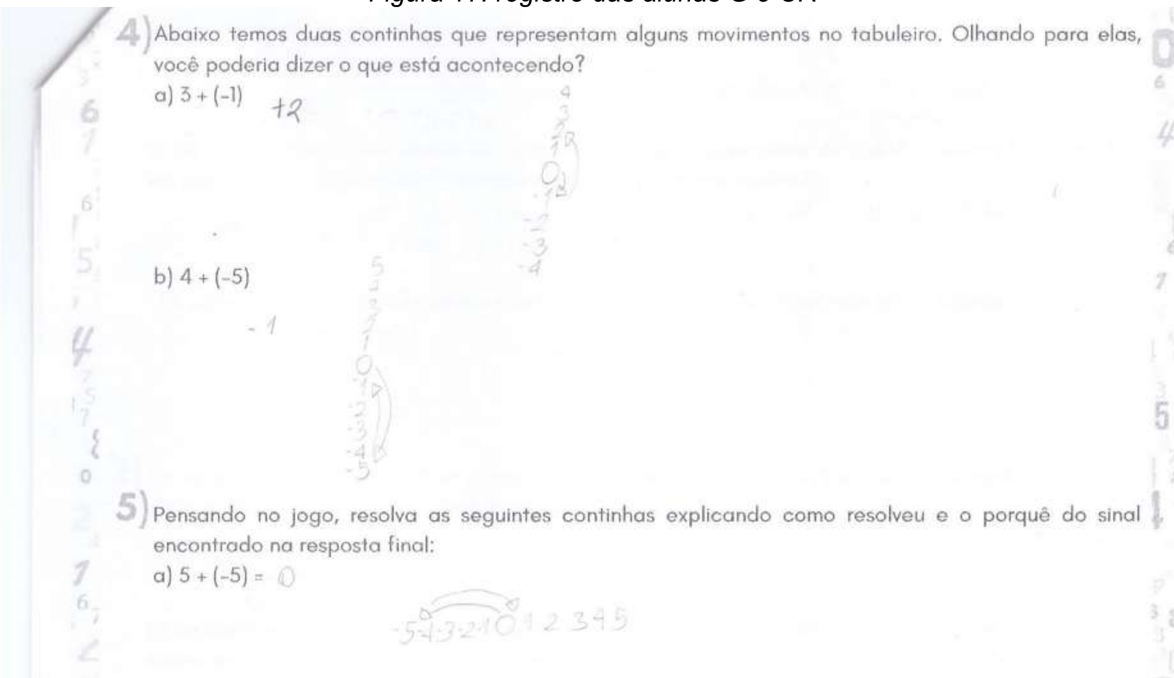
Fonte: arquivo pessoal

As alunas sentiram a necessidade de separar o sinal da conta do sinal do número e, como ainda não haviam tido contato com os parênteses nessas situações, utilizaram a notação de módulo para este fim. Quando perguntadas sobre isso na entrevista, deram as seguintes respostas:

> **MF**: Ali (na primeira folha) tem a questão pra gente responder a questão anterior com a matemática. Dai quando eu vi essa segunda folha eu vi como se fazia mesmo aqui (aponta pra segunda folha) e eu tava fazendo desse jeito aqui (aponta pra resposta dela).
> **Pesquisadora**: Desse jeito aqui usando os módulos?
> **MF**: Sim. Só que quando eu vi a folha percebi meio como funciona. Os negativos tu coloca entre parênteses e os positivos não. Porque fica meio confuso né, se a gente colocar mais e menos…
> **Pesquisadora**: E o que vocês pensaram para usar o módulo?
> **MF**: É que o módulo é o valor absoluto né, é a distância até o zero.

As respostas das questões 4 e 5 que compõem o grupo 2 foram as que menos tiveram justificativa, mas, em geral, todas as duplas chegaram ao resultado correto para os cálculos. Algumas duplas fizeram desenhos que os ajudavam a chegar nas respostas, o que também funciona como uma justificativa, como é o caso dos registros contidos na Figura 17 e Figura 18.

Figura 17: registro das alunas G e CR



4) Abaixo temos duas continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo?

a) 3 + (-1) +2

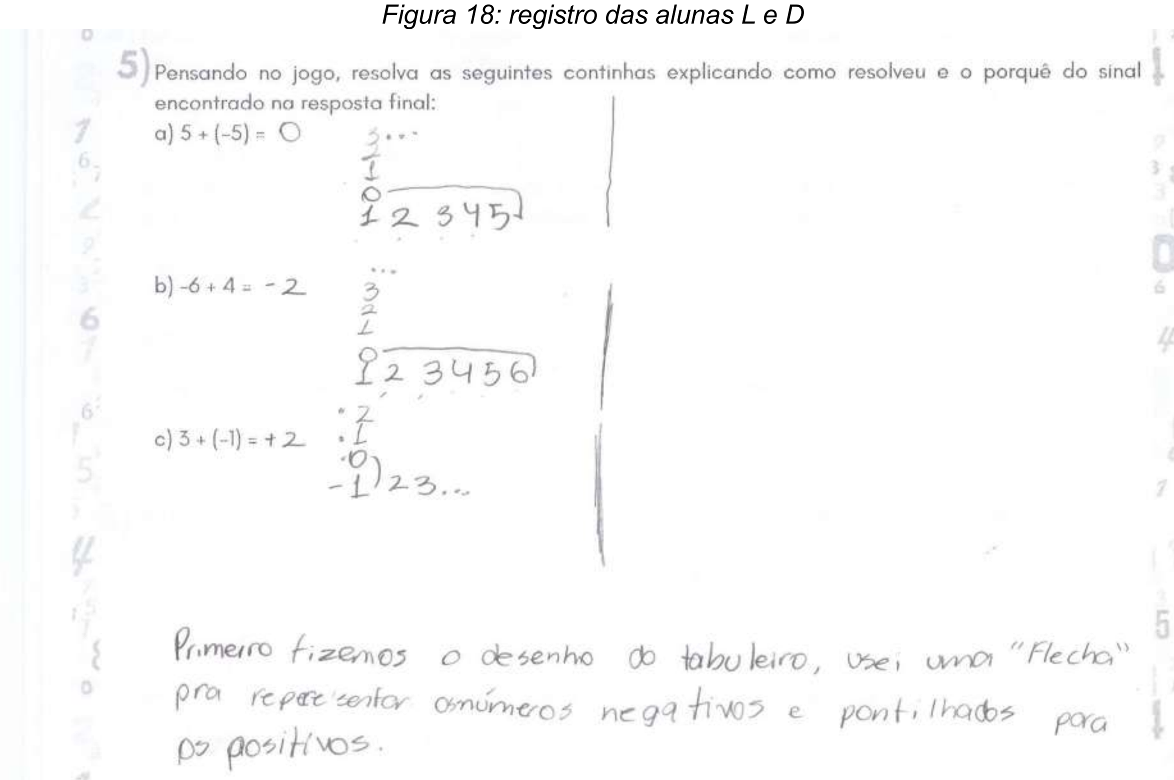
b) 4 + (-5) - 1

5) Pensando no jogo, resolva as seguintes continhas explicando como resolveu e o porquê do sinal encontrado na resposta final:

a) 5 + (-5) = 0

Fonte: arquivo pessoal

Figura 18: registro das alunas L e D



5) Pensando no jogo, resolva as seguintes continhas explicando como resolveu e o porquê do sinal encontrado na resposta final:

a) 5 + (-5) = 0

b) -6 + 4 = -2

c) 3 + (-1) = +2

Primeiro fizemos o desenho do tabuleiro, usei uma "Flecha" pra repre sentar os números negativos e pontilhados para os positivos.

Fonte: arquivo pessoal

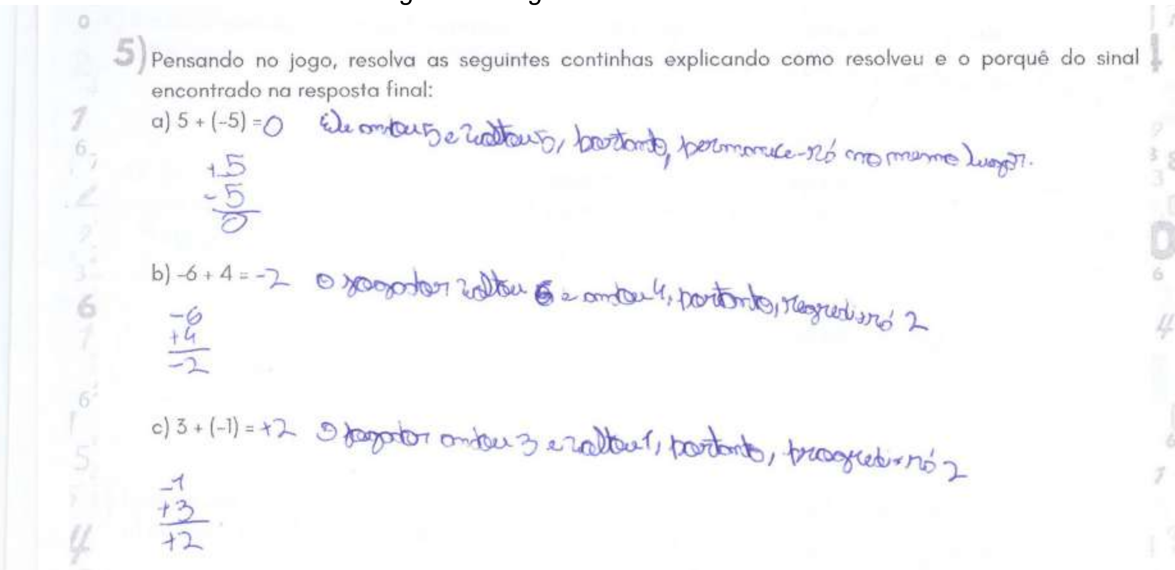
Olhando para as descrições feitas anteriormente, percebemos que diferentes representações (verbais e gráficas) foram utilizadas pelos alunos. Todas elas mostram a tentativa dos estudantes de representar simbolicamente o conceito e (em alguns casos) as propriedades que estão aos poucos identificando nas situações presentes no jogo, o que, novamente, está diretamente relacionado a um dos conjuntos que, segundo Vergnaud, definem um campo conceitual.

Uma conclusão comum entre alguns alunos foi de que os parênteses contidos nas contas significava que aquele número (sendo positivo ou negativo) estava representando a primeira jogada feita. Ou seja, o número contido entre parênteses seria o resultado do primeiro dado jogado. Esta ideia inicialmente partiu de um dos alunos que, por curiosidade, estava pesquisando em casa sobre expressões numéricas. Como nesse conteúdo os parênteses indicam a ordem das operações, ele imaginou que o mesmo aconteceria naqueles cálculos. Podemos perceber tal conclusão com base no trecho da entrevista transcrito abaixo.

> **Pesquisadora**: Como resolveriam 3+(-6) usando o jogo?
> **A**: Eu começaria pelos parênteses. Eu to no 0 dai eu volto 6. Tô na casa -6 e iria 3 pra frente. Saí do 0 e fui pro -3 então o resultado seria -3.
> **Pesquisadora**: A gente precisa necessariamente partir do zero pra ter o resultado do nosso deslocamento?
> **A**: Não, pode ser de qualquer número. Tipo agora eu to no 7. Joguei os dados e tirei um 5 positivo e um 2 negativo. Aí no papel tá 5 mais -2, só que no -2 tem parênteses. Então eu iria do 7 pro 5 e depois mais 5 pra frente. Dai eu saí da 7 e parei na 10.

A maioria das duplas que explicaram suas respostas usavam como justificativa para o resultado encontrado as situações do jogo. O registro dos alunos H e B contido na Figura 19 são um exemplo disso. Além disso, essa dupla buscou resolver os cálculos usando o algoritmo da adição de números naturais, o que mostra a possível tentativa de “ampliar” para os números negativos um esquema que já possuíam anteriormente.

Figura 19: registro dos alunos H e B


5) Pensando no jogo, resolva as seguintes continhas explicando como resolveu e o porquê do sinal encontrado na resposta final:

a) 5 + (-5) = 0 Ele andou 5 e voltou 5, portanto, permanecerá no mesmo lugar.

+5
-5
0

b) -6 + 4 = -2 O jogador voltou 6 e andou 4, portanto, regredirá 2

-6
+4
-2

c) 3 + (-1) = +2 O jogador andou 3 e voltou 1, portanto, progredirá 2

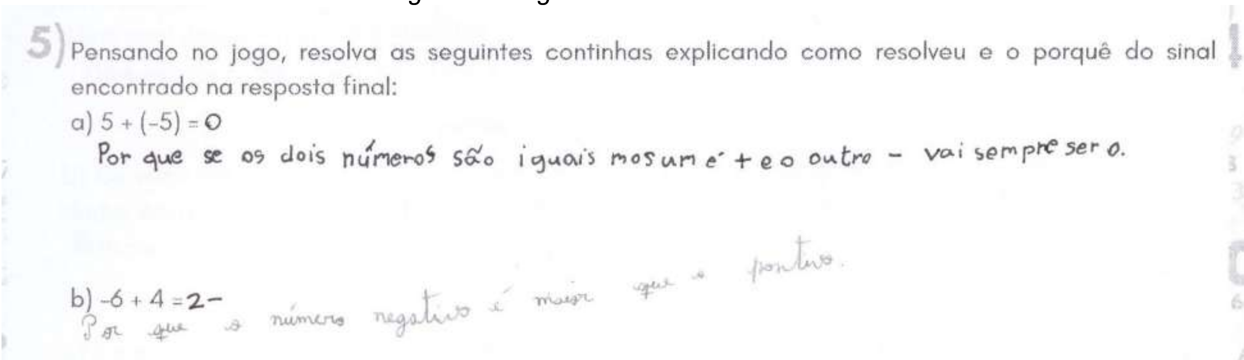
-1
+3
+2

Fonte: arquivo pessoal

Dentre todas as respostas e justificativas dadas pelas duplas, duas delas foram as que mais chamaram atenção pelo fato de serem mais gerais. Ambas podem ser um indício da obtenção de um esquema, já que servirão para diferentes situações de uma mesma classe. Aos poucos, os alunos parecem começar a construir propriedades da adição de inteiros, o que fica evidente quando falam que o sinal do resultado depende do número que é maior (inconscientemente eles usam o conceito de valor absoluto para tal comparação). No trecho da entrevista transcrito abaixo e na Figura 20 vemos exemplos disso.

Pesquisadora: Qual o resultado dessa aqui (3+(-6))?
J: -3.
Pesquisadora: E dessa (5+(-3)?
MF: Essa dai é 2.
Pesquisadora: Positivo ou negativo?
MF e J: Positivo.
Pesquisadora: Por que é positivo?
J: Porque o número positivo é maior do que o negativo então não tem como o resultado dessa conta ser negativo.
MF: Já a outra não. Na outra o negativo é maior do que o positivo então seria negativo (o resultado).

Figura 20: registro dos alunos MC e HG



5) Pensando no jogo, resolva as seguintes continhas explicando como resolveu e o porquê do sinal encontrado na resposta final:

a) 5 + (-5) = 0

Por que se os dois números são iguais mosum é + e o outro – vai sempre ser 0.

b) -6 + 4 = 2-

Por que o número negativo é maior que o positivo.

Fonte: arquivo pessoal

Outro exemplo de tentativa de simplificação dos cálculos propostos são encontrados no registro de uma das duplas que concluem que 3+(-1) é o mesmo que 3-1. A mesma dupla ao participar da entrevista falou sobre "ignorar" os parênteses para resolver, o que mostra que possivelmente elas ainda não têm consciência de que na verdade estão fazendo uso das regras de sinais.

> **MF (falando sobre a conta anterior (3+(-6)):** Quando tem essas continhas assim é só tu ignorar o mais dos parênteses e fazer 3 – 6 que dá 3. Só que dai tu teria que colocar o negativo né.
> **Pesquisadora**: E se fosse 3 + (+6)? Dava pra ignorar os parênteses?
> **MF**: Dava. É só fazer a conta normal: 3+6.

5.2 Jogo da subtração

5.2.1 Aula 1

Iniciei a aula com o jogo de introdução à subtração de números inteiros. Diferente de outra aula, dessa vez optei por explicar o jogo antes de pedir que formassem duplas e fazer a entrega dos materiais. Dessa forma percebi que os alunos prestaram mais atenção e se mostraram mais dispostos para compreender as regras do jogo.

Como o jogo possuía mais regras do que o anterior, num primeiro momento, vários alunos ficaram perdidos e disseram não ter compreendido como se joga. Expliquei novamente e isso ajudou a esclarecer algumas dúvidas, mas percebi que só entenderiam realmente quando estivessem com o material em mãos e tentassem iniciar a rodada. Assim também surgiram outras dúvidas sobre como prosseguir em diferentes situações, dependendo de quais cartas retirassem do baralho.

Percebi que alguns alunos não entenderam que o peão só deveria ser mudado de direção quando a segunda carta retirada fosse “volte”, pois alguns deles faziam esse movimento também com o “avance”. Além disso, alguns não viravam o peão para o lado original após a jogada, o que interferia nos resultados dos próximos movimentos.

Apesar dessas dificuldades e dos enganos referentes às regras do jogo, a maior parte da turma respondeu de forma positiva ao jogo, preenchendo corretamente a tabela. Após o jogo, foi feito o questionário que trazia algumas situações encontradas no jogo para que ele fosse relacionado com o conteúdo estudado. Alguns alunos – aqueles que tiveram dificuldades com as regras ou ficaram desatentos na execução dos movimentos – não conseguiram chegar nas relações esperadas, o que fez-me refletir que talvez fosse interessante repetir o jogo por alguns minutos, já que para aqueles que estavam atentos ele foi de grande valia.

Desta vez o questionário foi respondido individualmente. Para que eles focassem em cada questão e não ficassem se distraindo enquanto respondiam, optei por entregar cada questão separadamente. Os alunos que iam terminando entregavam a questão feita e pegavam a próxima.

Como o jogo era um pouco mais complexo que o anterior, optei por deixá-los jogar por mais tempo, mesmo que dessa forma não fosse possível finalizar todo o questionário no mesmo dia.

5.2.2 Aula 2

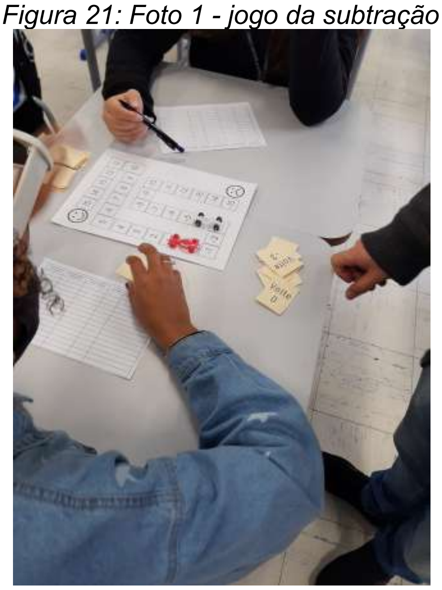
Iniciei a aula retomando as regras do jogo para ajudá-los a continuar resolvendo o questionário proposto na aula anterior. Para isso, projetei no quadro o tabuleiro do jogo e levei um carrinho maior para representar o peão. Percebi que utilizar destes recursos auxiliou tanto na compreensão dos alunos quanto a atenção que eles deram ao momento.

Feita esta revisão nas regras, entreguei as questões para serem resolvidas. Foi interessante que, como deixei o tabuleiro projetado durante quase toda aula e o carrinho estava à disposição dos alunos, alguns deles vinham ao quadro manuseá-lo a fim de resolver alguma dúvida sua ou auxiliar um colega.

Quando todos os alunos entregaram a tarefa pronta, coloquei algumas contas de subtração e outras de adição no quadro e pedi que relacionassem com alguma situação do jogo. Inicialmente, nem todos tinham a ideia clara de que poderíamos usar a adição para representar as situações com o “avance” e a subtração para representar as com o “volte”. Após um colega falar sobre isso, perguntei ao restante da turma se fazia sentido e todos falaram que sim pois “o avance dá a ideia de avançar e isso significa andar para frente, então vamos somar casinhas” e o “volte dá a ideia de ir para trás”.

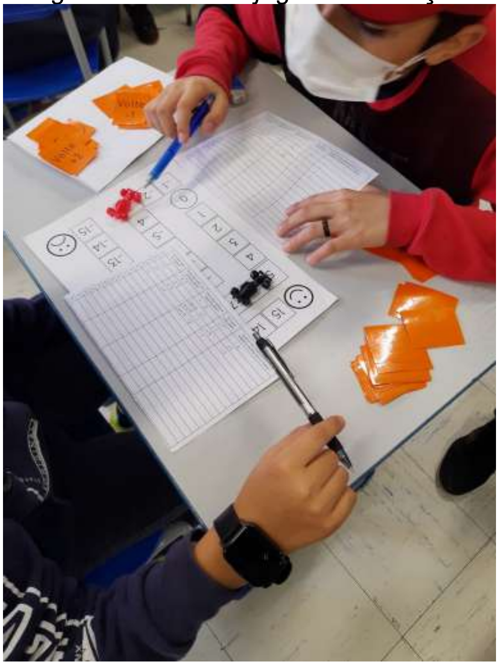
Com essas respostas, perguntei se em todas as situações o avance realmente nos levaria para frente e volte, para trás. Alguns disseram que sim, mas a maioria disse que não necessariamente pois no avance vai depender se o número andado era positivo ou negativo. Para justificar as situações em que o “volte” andava para frente foi mais complicado e eles tiveram mais dificuldade. Mostrei o movimento que o carrinho fazia quando retirava uma cartinha “volte -x” a fim de que eles compreendessem que o carrinho estaria virado de frente para os negativos e andando de ré, o que justificava ele estar avançado em direção aos positivos.

Figura 21: Foto 1 - jogo da subtração



Fonte: arquivo pessoal

Figura 22: Foto 2 - jogo da subtração



Fonte: arquivo pessoal

5.2.3 Análise de dados

OBS: em algumas questões, o item b) foi copiado incorretamente e remete ao uso dos dados em vez do movimento exigido pelas cartas. Esse erro foi conversado com os alunos logo no início do questionário e a questão correta foi escrita no quadro. Sendo assim, apesar desse erro de digitação, a resolução não foi prejudicada.

O objetivo principal deste jogo era introduzir a subtração de números inteiros, mas também servia para exercitar a adição. Apesar de cada questão ter suas particularidades, optamos novamente por dividir o questionário em dois grupos, sendo o grupo 1 composto das questões 1, 2, 3 e 4 e o grupo 2 da questão 5. Tal separação fundamenta-se no fato de termos encontrado justificativas semelhantes nos conjuntos de respostas que compõem cada um dos grupos e, desse modo, foi possível criar categorias que os subdividem.

As categorias criadas para as justificativas contidas no grupo 1 são semelhantes às do jogo anterior, sendo elas: uso da linguagem escrita, descrevendo situações do jogo ou falando do movimento do carrinho; somente contas; combinação de texto com alguma conta; utilização de desenhos. Vemos nas produções mostradas nas Figuras 23, 24, 25 e 26 representações de cada uma dessas categorias.

Figura 23: registro do aluno HH

Numa última rodada, você tirou -1 no primeiro baralho e a carta volte -3 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê? Eu andei na direção positiva. A regra diz que quando você tira a carta volte, o caminho é invertido

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado. Eu estaria na casinha +2, pois, regredi 1 e "avancei" 3.

Fonte: arquivo pessoal

Figura 24: registro da aluna M

4) Numa última rodada, você tirou -1 no primeiro baralho e a carta volte -3 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê? Positivo

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

+2

$$\begin{array}{r} 0 \\ -1 \\ \hline -1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -1 \\ +3 \\ \hline +2 \end{array}$$

Fonte: arquivo pessoal

Figura 25: registro da aluna J

1) Suponha que você tenha tirado a carta -1 no primeiro baralho e a carta avance +3 no segundo. Com base nisso, responda: (vou supor que estou na casa 0)

a) Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê?

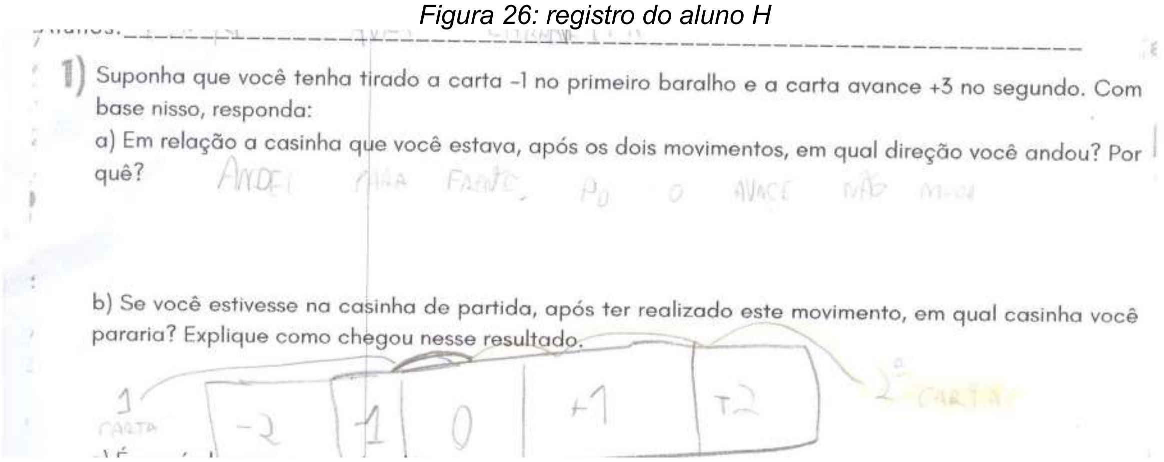
Eu andei em direção aos números positivos. Pois +3 é maior que -1, então (+3)+(-1)= +2. Então, andarei 2 casas positivas.

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

Eu pararia na casinha +2. Já que o número de casas no "Avance +3" é maior que o número de casas que andei no primeiro baralho (-1) então o número de casinhas que andei é o resultado do cálculo (+3)+(-1) = +2

Fonte: arquivo pessoal

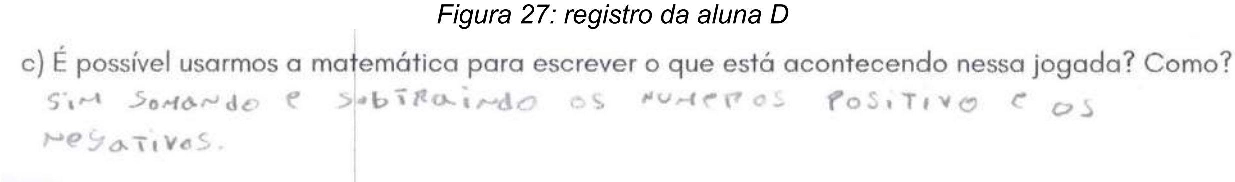
Figura 26: registro do aluno H



Fonte: arquivo pessoal

Em relação ao grupo 1, a maioria obteve os resultados corretos, sendo a questão 3 a que mais gerou divergência entre as respostas. No item c), quando é pedido que usem a matemática para representar a situação da questão, a maioria utiliza da adição mesmo quando retiram cartas com “volte +x” ou “volte -x”, o que mostra que poucos fizeram a relação desse comando com a subtração de fato. Para muitos, isso só foi evidenciado durante as conversas com a turma após o questionário e entrevistas. Outros ainda parecem não relacionar com contas, mas entendem que algo de adição e subtração está sendo usado mesmo que não consigam identificar ou justificar, conforme vemos na Figura 27 que exemplifica isso, sendo que outras respostas semelhantes a esta também foram recebidas.

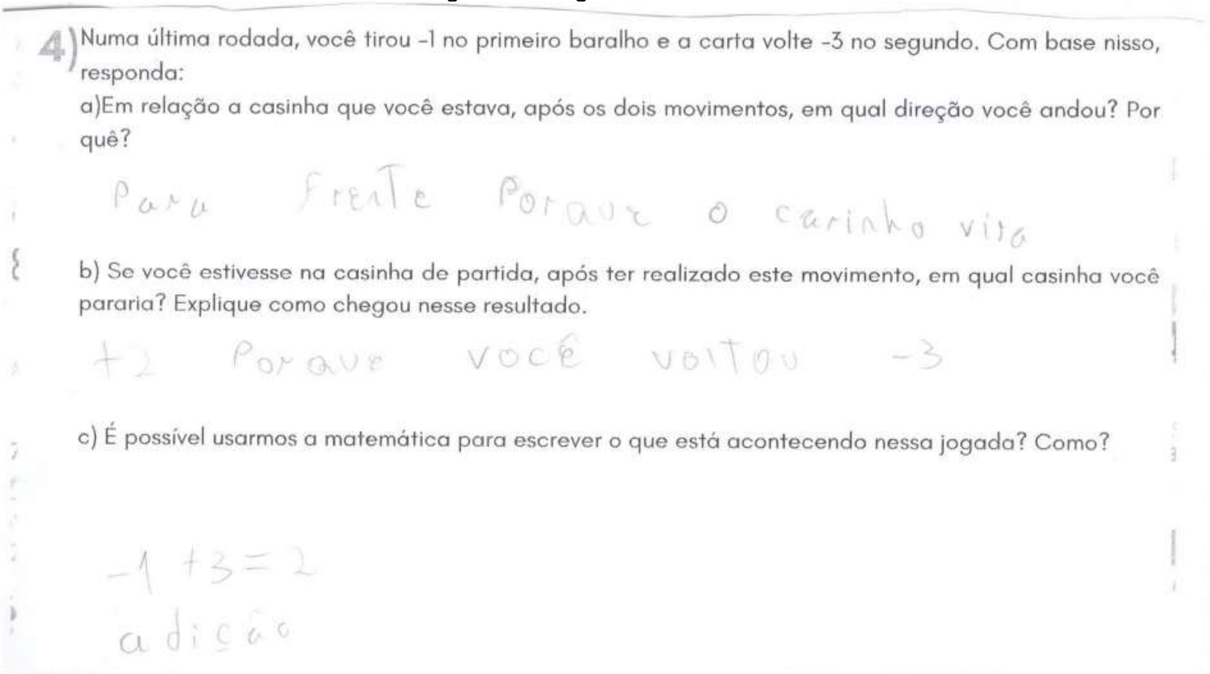
Figura 27: registro da aluna D



Fonte: arquivo pessoal

As respostas dos alunos geralmente estão corretas. Inicialmente, o esperado era que escrevessem os cálculos relacionando o volte com a subtração e o avance com a adição. Porém, o que a maioria dos alunos fez foi já direto aplicar a regra de sinais da subtração nas situações onde eram apresentados cartas de “volte +x” ou “volte -x”. Vemos isso nas Figuras 28 e 29, que mostram registros de um mesmo aluno em questões que apresentam situações diferentes com a carta “volte”.

Figura 28: registros do aluno T



4) Numa última rodada, você tirou -1 no primeiro baralho e a carta volte -3 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê?

Para frente porque o casinho vita

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

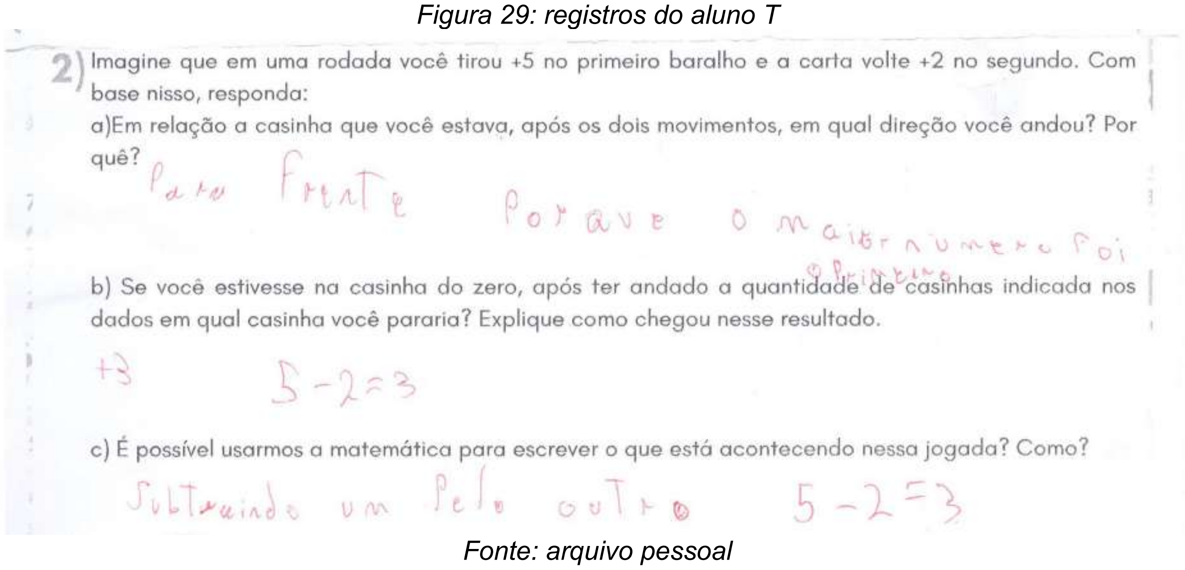
+2 porque você voltou -3

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

-1 +3 = 2
adição

Fonte: arquivo pessoal

Figura 29: registros do aluno T



2) Imagine que em uma rodada você tirou +5 no primeiro baralho e a carta volte +2 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê?

Para frente porque o maior numero foi o primeiro

b) Se você estivesse na casinha do zero, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

+3 5-2=3

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

Subtraindo um pelo outro 5-2=3

Fonte: arquivo pessoal

Acreditamos que, apesar de possivelmente não saberem que estão fazendo isso, o jogo está contribuindo para a criação de um esquema que ainda está em desenvolvimento, já que alguns alunos sabem aplicar a regra mas a veem de forma confusa, como fica evidenciado pela fala do aluno A durante a entrevista.

> **A:** O jogo é como se fosse um gráfico que vai de 15 a -15. É como se fosse uma linha de números dividido pelo portal do mundo invertido que vai pro menos. Daí seria a mesma coisa mas meio que ao contrário. Esse jogo é um desafio a mais por causa das cartas do volte e do avance que no

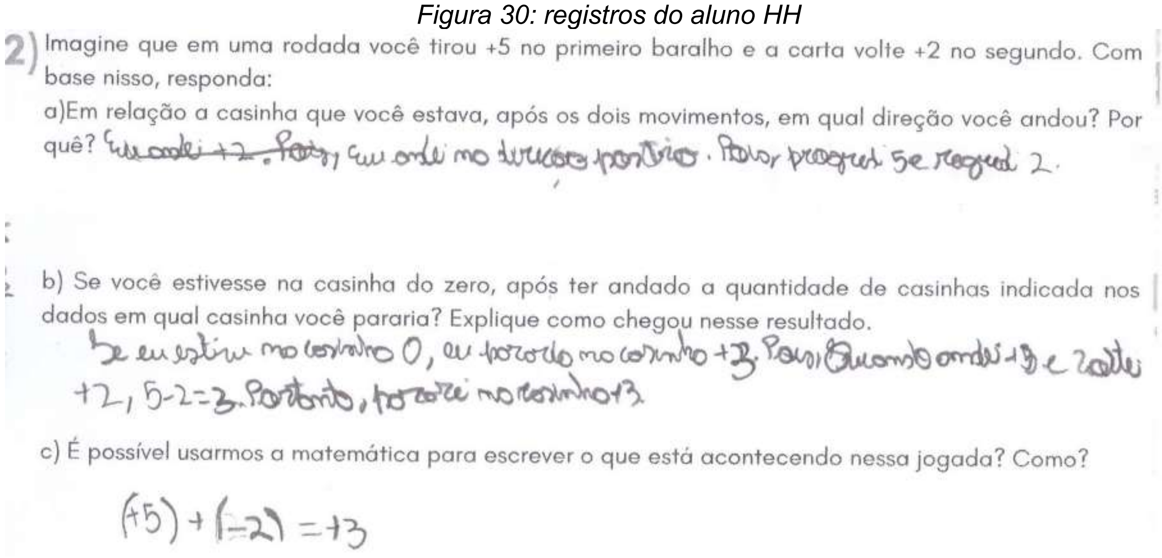
começo é bem confuso. Na verdade é muito estranho pro volte porque tu vira e dai tudo que tu pensou na verdade as vezes tá errado porque é o contrário.

O "mundo invertido" citado pelo aluno é referente a uma série muito popular entre a turma e que surgiu em discussões anteriores sobre a reta numérica. Nessa série, os personagens usam um portal para ir para outro mundo, semelhante ao deles, que é chamado de "mundo invertido". Para os alunos, o zero da reta numérica seria esse portal, os números positivos seriam o mundo real e os negativos, após passarem pelo portal do zero, seriam o mundo invertido.

O fato de alguns estudantes aplicarem as regras da subtração mesmo que possivelmente não saibam disso dá-nos indícios de que estão gradativamente construindo as invariantes contidas na subtração com números inteiros. O reconhecimento das invariantes faz parte da trinca de conjuntos que, segundo Vergnaud, definem um campo conceitual.

Alguns alunos, entretanto, parecem tentar usar sempre a adição mas acabam se confundindo na troca de sinais necessária, mesmo que cheguem no resultado correto. Esse é o caso do aluno HH que, conforme mostram as Figuras 30 e 31, acerta a troca de sinais em algumas situações mas escreve incorretamente as contas em outras.

Figura 30: registros do aluno HH



2) Imagine que em uma rodada você tirou +5 no primeiro baralho e a carta volte +2 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê? ~~Eu andei +2. Pois~~, eu andei na direção positiva. Pois, progredi 5 e regredi 2.

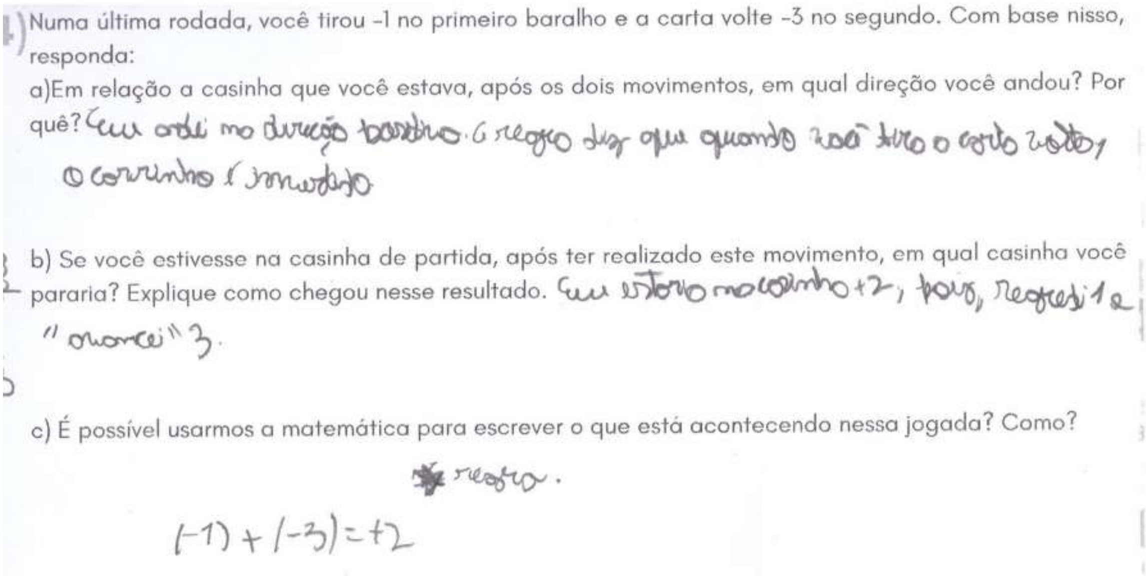
b) Se você estivesse na casinha do zero, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.
Se eu estive na casinha 0, eu pararia na casinha +3. Pois, quando andei +5 e voltei +2, 5-2=3. Portanto, pararei na casinha +3.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

$(+5)+(-2)=+3$

Fonte: arquivo pessoal

Figura 31: registros do aluno HH



1) Numa última rodada, você tirou -1 no primeiro baralho e a carta volte -3 no segundo. Com base nisso, responda:

a) Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê? Eu andei na direção bastro. A regra diz que quando você tira a carta volte, o caminho é invertido

b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado. Eu estaria na casinha +2, pois, regredi 1 e "avancei" 3.

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

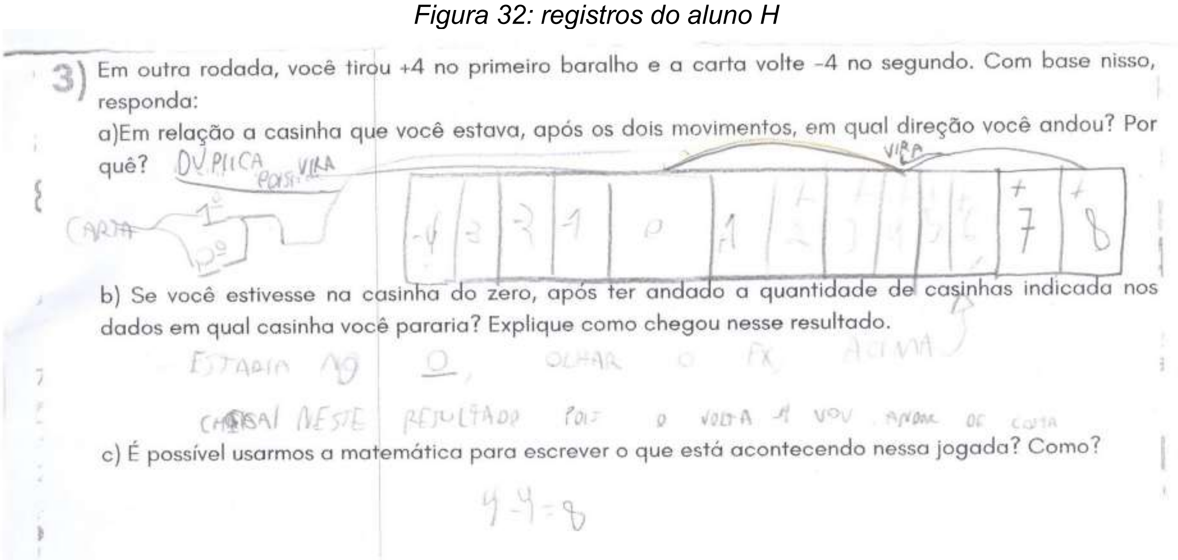
regra.

$(-1) + (-3) = +2$

Fonte: arquivo pessoal

Outros alunos, ainda, montam contas incorretas ou colocam justificativas equivocadas mesmo acertando o resultado, o que mostra que provavelmente eles sabem o resultado por utilizar o jogo mas não compreendem como chegar ou representar matematicamente. Tais produções mostram indícios de que o jogo pode servir como uma referência para que resolvam os cálculos, mas provavelmente os alunos ainda não possuem as estruturas necessárias para fazer relações e representações coerentes, o que é totalmente compreensível já que alguns podem precisar de mais tempo que outros para isso. Vemos um exemplo disso nos registros da Figura 32.

Figura 32: registros do aluno H



3) Em outra rodada, você tirou +4 no primeiro baralho e a carta volte -4 no segundo. Com base nisso, responda:

a) Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê? DUPLICA POSIT. VIRA

b) Se você estivesse na casinha do zero, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

ESTARIA NO 0, OLHAR O EX ACIMA

CHEGAI NESTE RESULTADO POIS O VOLTA 4 VOU ANDAR DE COSTA

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

$4-4=8$

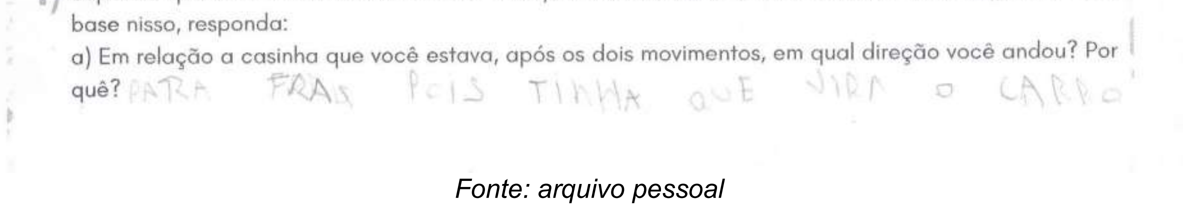
Fonte: arquivo pessoal

É possível notar que o aluno fez um desenho que o ajudou a concluir em que casinha do tabuleiro ele pararia após realizar os movimentos descritos no enunciado. Mesmo sabendo onde pararia, no item b) ele afirma que continuaria no 0 e ainda escreve para que olhemos para o exemplo acima, sendo que este mostra justamente o contrário. Ainda, no item c) ele escreve uma conta que daria o resultado encontrado por ele no item b) mas coloca o resultado que encontrou no item a), quando fez a representação da jogada. Com isso, podemos perceber que esse aluno está em uma situação de conflito que, quando superado, tem potencial de conduzir a novas construções.

Percebemos, olhando para as descrições e registros anteriores, que diferentes representações foram usadas pelos alunos. Todas elas mostram a tentativa de representar simbolicamente o conceito com o qual o jogo se associa, o que, novamente, relaciona-se com um dos conjuntos que definem um campo conceitual, segundo Vergnaud.

Diferente do jogo anterior, este possui mais regras e exige maior atenção dos alunos ao realizar cada movimento. Com isso, alguns tiveram dificuldade em compreender determinadas regras, o que fez com que chegassem a resultados diferentes e fosse, de certo modo, impossível fazer as relações esperadas com a subtração. Os equívocos referentes às regras foram descritos no relato das aulas e, apesar de várias duplas terem as mesmas dúvidas, foi possível resolver a maioria delas já no início do jogo. Os registros que pretendemos trazer e analisar aqui são de alunos que, mesmo após os devidos esclarecimentos, continuaram jogando de outra forma, o que reflete diretamente nas respostas dadas por eles nos questionários e na entrevista. Vemos essa confusão no registro do aluno M contido na Figura 33. O aluno continua jogando como se fosse necessário virar o carrinho tanto no volte quanto no avance, e não apenas no volte como mandam as regras.

Figura 33: registros do aluno M


1) Suponha que você tenha tirado a carta -1 no primeiro baralho e a carta avance +3 no segundo. Com base nisso, responda:

a) Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê? PARA FRAS POIS TINHA QUE VIRA O CARRO

Fonte: arquivo pessoal

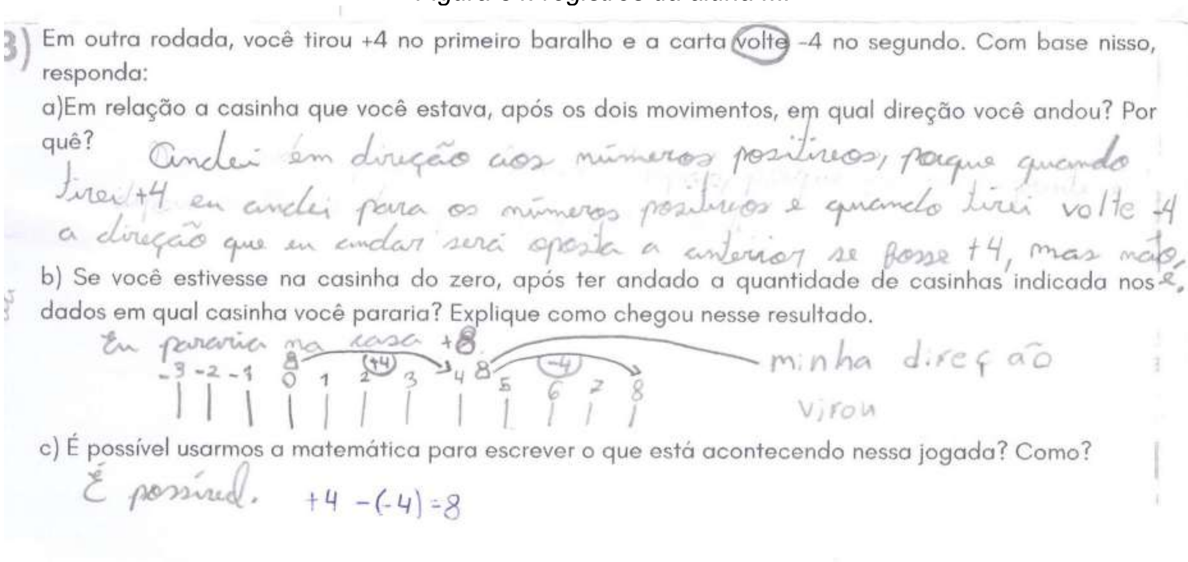
Em uma das entrevistas foi possível evidenciar o importante papel que os jogos pode ter na aprendizagem, já que, conforme mencionado no Capítulo 2.1, eles possibilitam que o aluno esteja sempre em ação e dão espaço para que a criança exponha suas ideias e possa refletir sobre suas jogadas com outros colegas. Foi o que vimos acontecer durante a entrevista de uma das duplas. Foi-lhes perguntado como representariam uma situação onde tivessem tirado as cartas “+2” e “volte +1” e cada uma teve uma resposta diferente. A partir disso, a aluna que discordou da resposta da colega usou o jogo para mostrar onde ela pararia e explicou como faria, ajudando a colega a entender o que estava acontecendo. O diálogo transcrito abaixo mostra como foi essa troca entre as estudantes.

> **J**: Poderia ser +2 + (+1), usando os parênteses.
> **MF**: Só que dai ele pararia na 3, né. Eu acho que eu faria +2 - (+1).
> **J:** Que dai ficaria 1.
> **MF**: Ficaria 1, porque é como es ele tivesse ganhado dinheiro mas perdeu esse dinheiro.

Em outros momentos a aluna MF também faz essa relação das contas com situações cotidianas, sendo elas normalmente relacionadas a ganhar dinheiro, aumentar ou diminuir alguma dívida. Isso mostra que a aluna já consegue fazer algumas relações que vão além das situações do jogo. Além disso, a aluna foi uma das únicas a escrever corretamente contas usando a subtração e chegar num resultado correto. Vemos exemplos de ambas as coisas na resposta transcrita abaixo e no registro contido na Figura 34.

> **Pesquisadora**: O que diriam que está acontecendo em cada uma dessas contas?
> **MF**: (sobre o 5 + (-3)) ele estaria aumentando a dívida, então daria 2. Já nesse aqui (+4-(-2)) ele estaria diminuindo a dívida, ou seja, +6. É como se ele tivesse uma dívida aqui mas ele pagou.

Figura 34: registros da aluna MF


3) Em outra rodada, você tirou +4 no primeiro baralho e a carta volte -4 no segundo. Com base nisso, responda:

a)Em relação a casinha que você estava, após os dois movimentos, em qual direção você andou? Por quê? Andei em direção aos números positivos, porque quando tirei +4 eu andei para os números positivos e quando tirei volte -4 a direção que eu andar será oposta a anterior se fosse +4, mas não.

b) Se você estivesse na casinha do zero, após ter andado a quantidade de casinhas indicada nos dados em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

Eu pararia na casa +8

c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

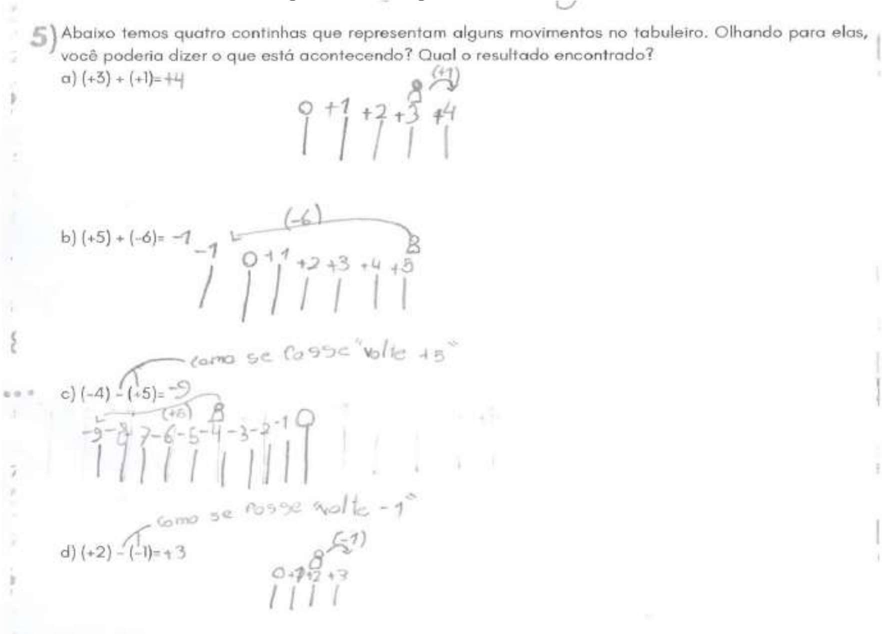
É possível. $+4-(-4)=8$

Fonte: arquivo pessoal

Olhando, agora, para a questão 5 que compõe o grupo 2, vemos que a maioria dos alunos tiveram facilidade nos itens a) e b) que traziam contas de adição mas apresentam dificuldades nos itens de subtração. Acreditamos que isso se deve ao fato da representação usada por esses alunos nas questões anteriores terem sido, em quase todos os casos, diferentes da que é encontrada nos itens 5c) e 5d) e eles ainda não possuem esquemas suficientes para generalizar ou relacionar as diferentes representações. Olhando para as respostas contidas nestes itens, percebemos que o erro na resolução é sempre o mesmo: os alunos resolvem as subtrações usando a mesma regra que aprenderam na adição com inteiros.

Alguns alunos colocam apenas respostas diretas e geralmente só acertam os itens de adição. Dentre as justificativas encontradas pelos demais alunos, podemos subdividi-las em três categorias, sendo elas: uso de desenhos; uso da escrita, relacionando a conta com o avance e o volte; uso das regras de adição. Nas Figuras 35, 36 e 37 vemos registros que exemplificam, respectivamente, cada uma dessas categorias.

Figura 35: registros da aluna MF



5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado?

a) (+3) + (+1)= +4

b) (+5) + (-6)= -1

como se fosse "volte +5"

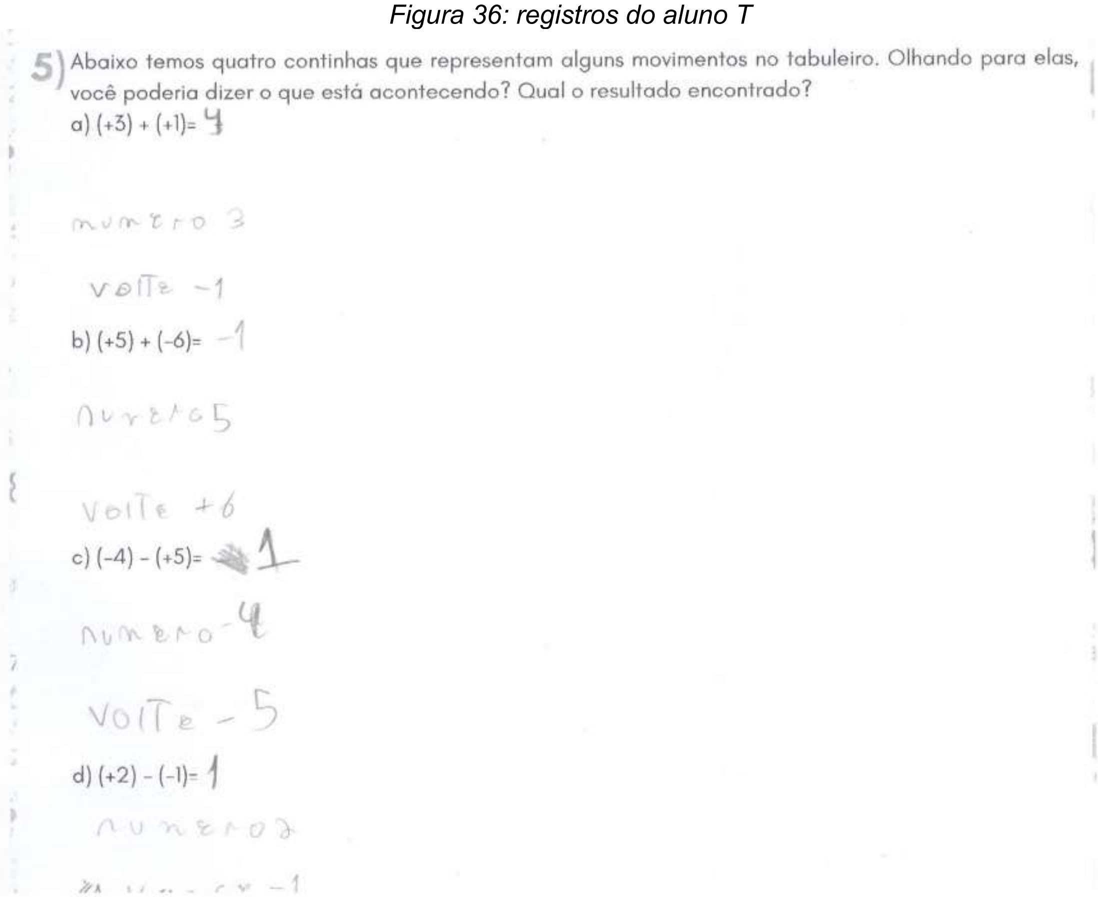
c) (-4) - (+5)= -9

como se fosse "volte -1"

d) (+2) - (-1)= +3

Fonte: arquivo pessoal

Figura 36: registros do aluno T



5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado?

a) (+3) + (+1)= 4

numero 3

volte -1

b) (+5) + (-6)= -1

numero 5

volte +6

c) (-4) - (+5)= 1

numero -4

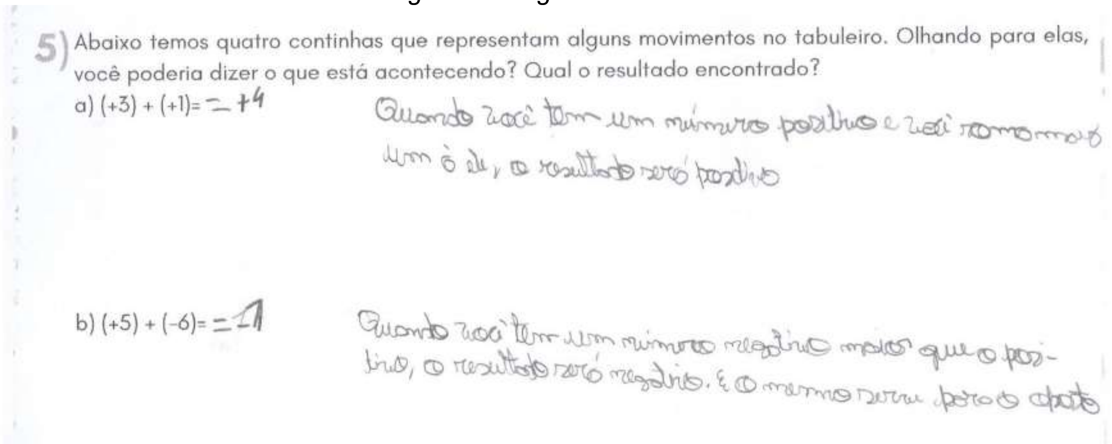
volte -5

d) (+2) - (-1)= 1

numero 2

Fonte: arquivo pessoal

Figura 37: registros do aluno HH


5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado?

a) (+3) + (+1)= = +4

Quando você tem um número positivo e você soma mais um à ele, o resultado será positivo

b) (+5) + (-6)= = -1

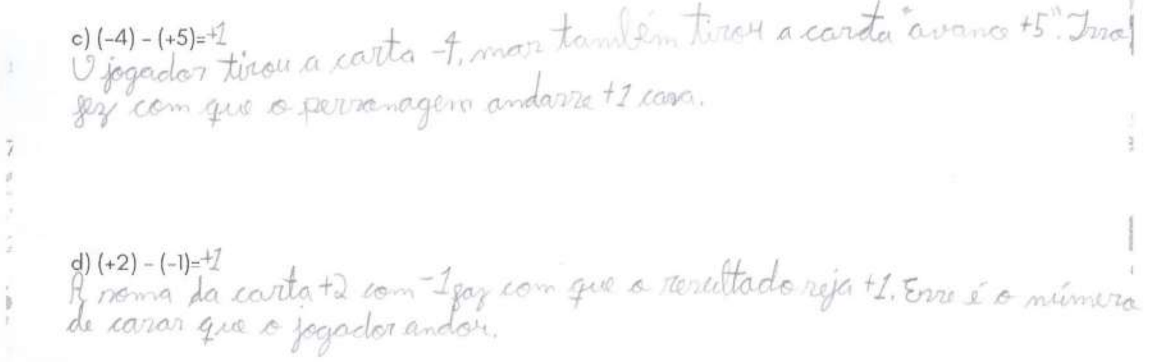
Quando você tem um número negativo maior que o positivo, o resultado será negativo. E o mesmo serve para o [illegible]

Fonte: arquivo pessoal

Na Figura 37 vemos a tentativa de usar a regra da adição para justificar a resposta encontrada. Outro aluno também faz o mesmo e tenta usar o que entendeu das regras referentes à adição de números inteiros para justificar, inclusive, as contas de subtração, o que faz com que ele encontre resultados diferentes dos esperados. Com isso vemos uma possível tentativa desses alunos de "ampliar" para os números negativos um esquema que possuíam e que é referente a adição com estes mesmos números.

Na Figura 36, vemos o aluno T relacionando todas as questões com a carta volte, mesmo as de adição. Isso não é um problema já que ele parece relacionar corretamente a mudança de sinais, porém vemos que fazer essa relação não parece ser o suficiente para que o aluno entenda a situação e consiga resolver os cálculos de subtração corretamente. Temos também o exemplo de outra aluna que tenta relacionar todas as contas com a carta avance e também acaba se confundindo nos itens c) e d), conforme vemos na Figura 38.

Figura 38: registros da aluna J


c) (-4) - (+5)=+1

O jogador tirou a carta -4, mas também tirou a carta "avance +5". Isso fez com que o personagem andasse +1 casa.

d) (+2) - (-1)=+1

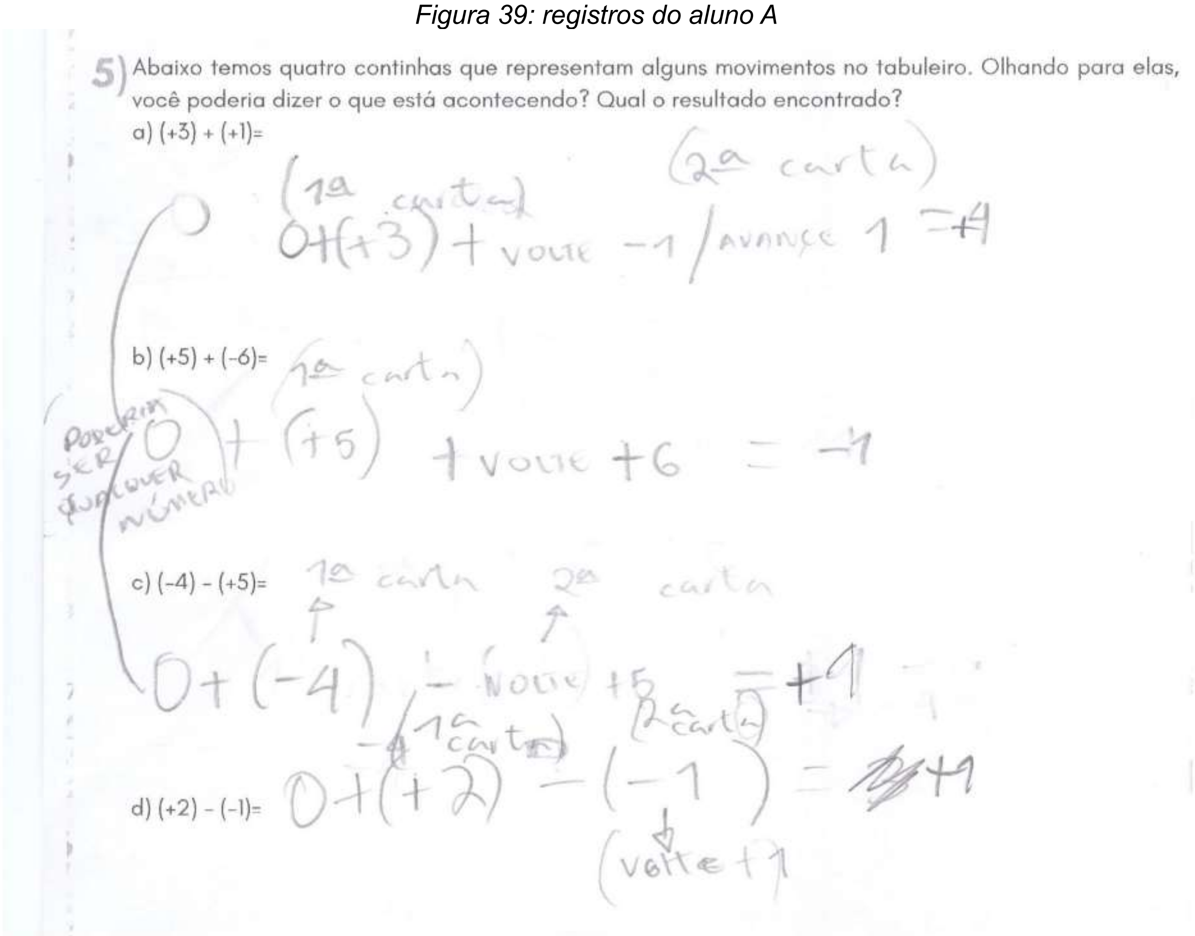
A soma da carta +2 com -1 faz com que o resultado seja +1. Esse é o número de casas que o jogador andou.

Fonte: arquivo pessoal

Outro aluno fazia a relação dos cálculos tanto de adição quanto de subtração com ambas as cartas. Esse aluno conseguiu fazer relações gerais mudando o sinal de cada item e identificando diferentes situações com “volte” ou “avance”, indo, de certa forma, além da identificação do “volte” como subtração e “avance” como adição. O aluno parece relacionar o sinal do número como indicativo do “volte” ou “avance”. Apesar disso, este aluno também teve dificuldade de realizar os cálculos de subtração. Na Figura 39 vemos registros que mostram isso, assim como no trecho da entrevista transcrito abaixo.

> (sobre a conta +4 - (-2))
> **A**: tu tiraria o 4 na primeira carta e na segunda tu tiraria ou o avance -2 ou o volte +2

Figura 39: registros do aluno A



Fonte: arquivo pessoal

Inicialmente, conforme dito anteriormente, o esperado era que os alunos relacionassem o “avance” com a adição e o “volte” com a subtração. Porém, como já mostramos, os alunos acabaram fazendo diferentes relações no questionário e só pensaram nesse tipo de relação durante as entrevistas e conversas com a turma depois dos questionários. Aqueles que conseguiram, mesmo de forma incompleta, fazer essa relação, ao explicar fazem afirmações que dão a entender que o “avance” sempre vai levar para frente e o “volte” só para trás, conforme vemos no trecho transcrito abaixo.

> **Pesquisadora**: Por que relacionam o avance com adição e o volte com subtração?
> **J:** Porque o avance tu tá indo pra frente, a adição, como o próprio nome diz, adiciona alguma coisa. Então faz mais sentido usar a adição pro avance.
> **MF**: Dai voltar tu estaria retrocedendo, estaria diminuindo, dai é subtração.

Entretanto, a aluna MF em outros momentos anteriores fez outras afirmações que mostram que ela entente que isso do “volte” sempre ir para trás e o “avance” sempre para frente não é verdade em todos os casos. Nas conversar após os questionários, na semana posterior ao jogo, outros alunos também tiveram falas parecidas com o trecho da entrevista transcrito abaixo.

> **Pesquisadora**: Vocês acham que esse jogo tem alguma relação com o que estamos vendo em aula? Se sim, qual?
> **MF**: Acho que esse jogo tem a ver com a subtração, enquanto da outra vez foi com a adição. Porque dessa vez a gente tem o volte. É mais divertido desse jeito, porque antes era mais simples. Também tu pode tirar um volte +1 mas não necessariamente esse +1 é bom porque ele pode ir pro negativo, e nem sempre o negativo é ruim porque dependendo se for pro volte ele pode ser…
> **J**: Positivo.
> **MF**: É.

Alguns alunos justificam essa afirmação em aula usando os movimentos do carrinho. Eles falam que o volte nem sempre anda para trás porque viramos o carrinho e ele pode andar de ré e assim andaria para frente no tabuleiro, em direção aos positivos. Outros continuavam defendendo a ideia de que o avance sempre iria para frente. Esse é o caso da aluna I, que no momento de discussão com a turma disse que se tirássemos a carta “+2” e “avance +1” iriamos andar para frente porque estamos falando em avance. Perguntei para a turma se o avance era sempre para frente e, para ajudá-los, falei para pensarem caso a carta fosse “avance -3”. Foi consenso entre a turma de que o carrinho andaria para trás. As justificativas dadas para isso foram de que seria para trás porque o 3 é maior do que o 2 e de que a quantidade andada para trás seria maior do que a quantidade andada para frente. Essas discussões são mais um exemplo das potencialidades do uso de jogos na aprendizagem dos alunos, pois dão espaço para que apresentem suas ideias e conversem sobre seus diferentes pontos de vista com os colegas.

Durante outras aulas posteriores que ainda tratavam da subtração de inteiros, percebemos que muitos alunos usam o jogo como referência para resolver os cálculos propostos. Assim como faziam na questão 5 do questionário, eles continuam desenhando o tabuleiro e relacionando as parcelas da conta com cartas do jogo.

Em uma conversa com a turma, foi escrito no quadro uma conta de subtração e os alunos foram perguntados sobre como resolveriam. A primeira coisa que alguns perguntaram era em qual casinha do tabuleiro estavam, o que mostra que ainda seguiam na ideia de que ao armar a conta era necessário colocar a casinha onde estavam (ex: se estavam na casinha 0 e retirassem as cartas +2 e avance 3, escreviam como 0+2+(-3), ou 0+2-3). Expliquei que a casinha da qual partiram não fazia diferença para encontrar o resultado, já que é como se estivéssemos marcando a última coluna da tabela do jogo onde pedia somente o deslocamento. Dei alguns exemplos e mostrei para esses alunos que o deslocamento final não muda, apenas mudaria a nossa posição final.

Essa relação direta que os alunos fizeram de qualquer conta em outro contexto com o jogo mostra como ele serviu de referência para a resolução dos cálculos. Dessa forma, temos indícios de que de certo modo ele contribui para o processo de generalização do conteúdo, o que está diretamente relacionado com o conceito de esquema dado por Vergnaud (“uma organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada” (VERGNAUD, 1993)).

5.3 Jogo da multiplicação

5.3.1 Aula 1

Após uma tarefa referente a outro conteúdo, iniciamos o jogo da multiplicação. Projetei no quadro o tabuleiro e usei um peão para explicar as regras e como jogar. Novamente optei por mostrar tudo antes que se separassem nos grupos. Como o jogo tinha várias regrinhas, nem todos compreenderam tudo e foi necessário passar em cada grupo para ajudá-los. Diferente dos outros jogos, este foi realizado em grupos de quatro.

Logo no início do jogo, alguns alunos já falavam diretamente que estavam realizando uma multiplicação. Os números contidos nas cartas geralmente davam como resultado um valor maior do que o tabuleiro que ia somente do 9 ao -9. Porém, a fim de conduzi-los à multiplicação, pedi que registrassem na tabela não só que haviam chegado na casinha de “chegada”, mas que colocassem em qual casinha parariam caso o tabuleiro fosse “infinito”. Isso foi positivo e fez com que eles não só fossem contanto cada uma das casinhas mas pensassem em maneiras de chegar no resultado diretamente.

5.3.2 Aula 2

Iniciei a aula pedindo que os alunos se juntassem com o mesmo grupo da aula anterior. Feito isso, solicitei que uma pessoa por grupo viesse até a mesa para buscar os materiais necessários para o jogo, a fim de economizar tempo e melhorar na organização. Como alguns alunos haviam faltado na semana anterior, pedi que formassem um grupo entre si e expliquei as regras do jogo.

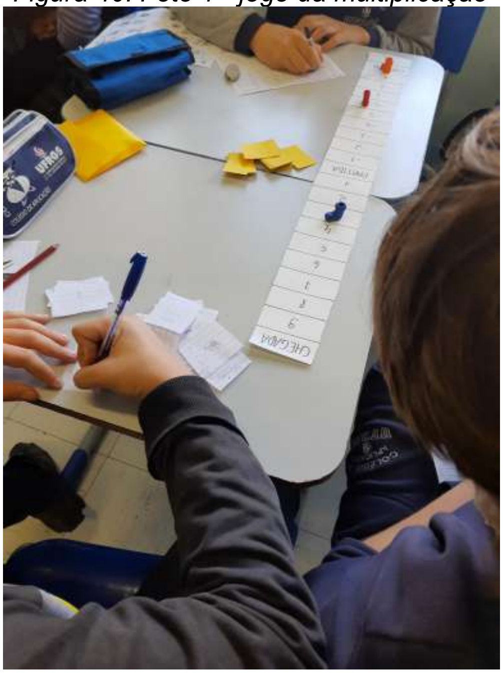
Enquanto jogavam, passei nas mesas para ver se todos lembravam das regras e também corrigir possíveis jogadas incoerentes com o que havia sido explicado. Aproveitei esse momento para perguntar sobre as percepções que estavam tendo sobre o jogo e se estavam relacionando com algum conteúdo. Nem todos já haviam relacionado com a multiplicação, mas quando eu perguntava qual operação usavam para saber em qual casinha parariam em determinada jogada, a maioria dizia que era necessário “multiplicar o número da bota pelo do pulo”.

A partir dessa resposta, eu perguntava como eles saberiam em qual sentido deveriam andar e eles respondiam que só era preciso “ver os sinais da bota e do pulo, o sinal da bota indicaria para onde eles olhariam e o do pulo diria se deveriam andar de frente ou de ré”.

Após alguns minutos, pedi que recolhessem o jogo e voltassem aos lugares para iniciar a resolução do questionário. Como da outra vez, fui entregando uma questão por vez e, à medida que terminavam, entregavam e pegavam a próxima.

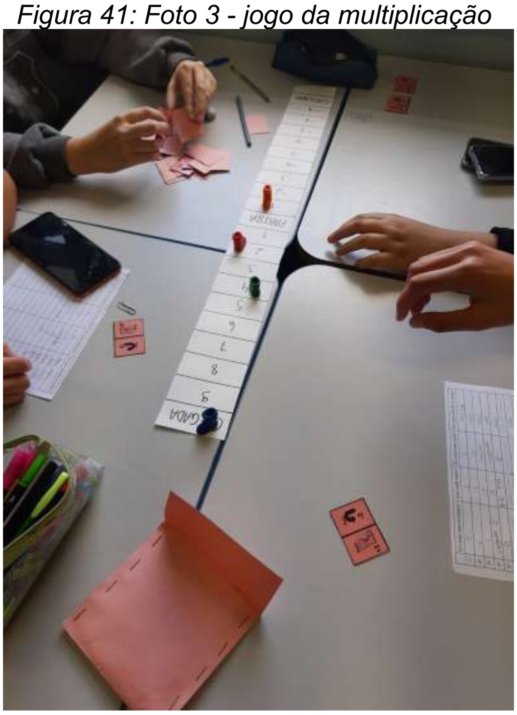
Os alunos se mostraram mais focados e acredito que parte disso se deu por já estarem familiarizados com essa dinâmica do jogo e, logo após, resolução de um questionário relacionado a ele.

Figura 40: Foto 1 - jogo da multiplicação



Fonte: arquivo pessoal

Figura 41: Foto 3 - jogo da multiplicação



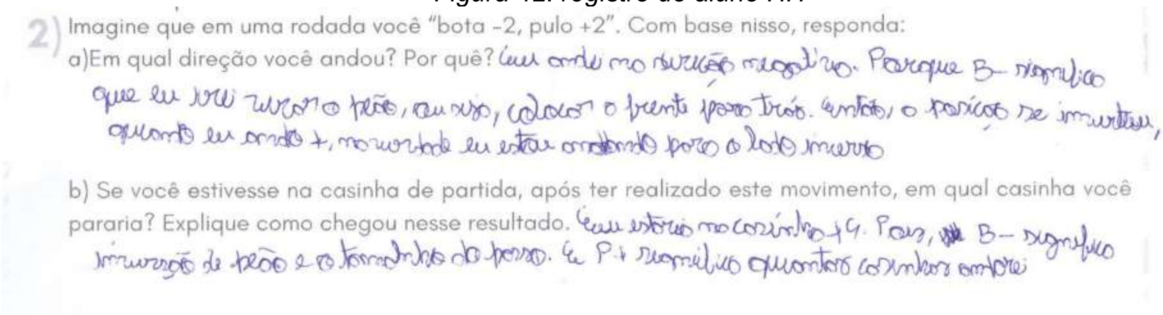
Fonte: arquivo pessoal

5.3.3 Análise de dados

Novamente, a fim de facilitar a leitura, separamos as cinco questões que compõem o terceiro questionário em dois grupos. O grupo 1 é formado pelas 4 primeiras questões que são referentes a situações do jogo. Já a questão 5, que apresenta de forma mais direta a multiplicação de inteiros, compõe o grupo 2.

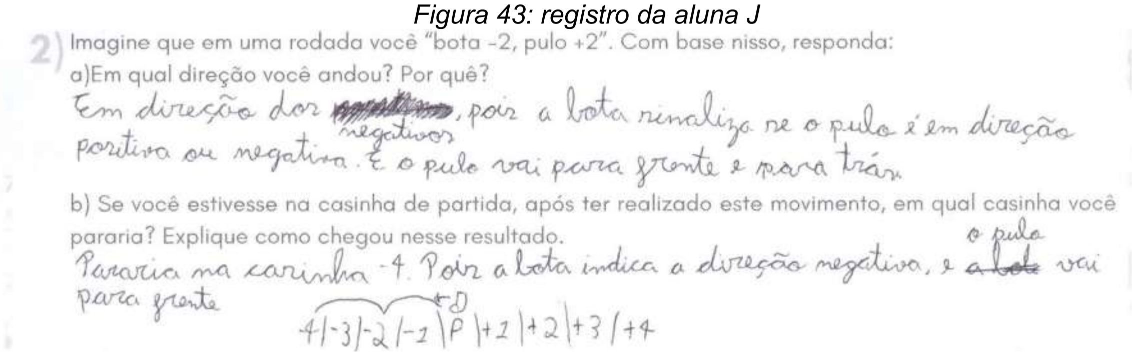
As respostas dos itens a) e b) de cada uma das questões do grupo 1 foram separadas em 5 categorias. O critério de separação se dá pela semelhança entre as justificativas e explicações dadas pelos alunos. As categorias são semelhantes às dos jogos anteriores, sendo elas: uso da linguagem escrita, explicando as regras do jogo ou o movimento do peão; linguagem escrita combinada com desenhos; contas combinadas com alguma escrita; contas diretas; utilização de desenhos. Vemos nas Figuras 42, 43, 44, 45 e 46 produções que representam cada uma dessas categorias.

Figura 42: registro do aluno HH



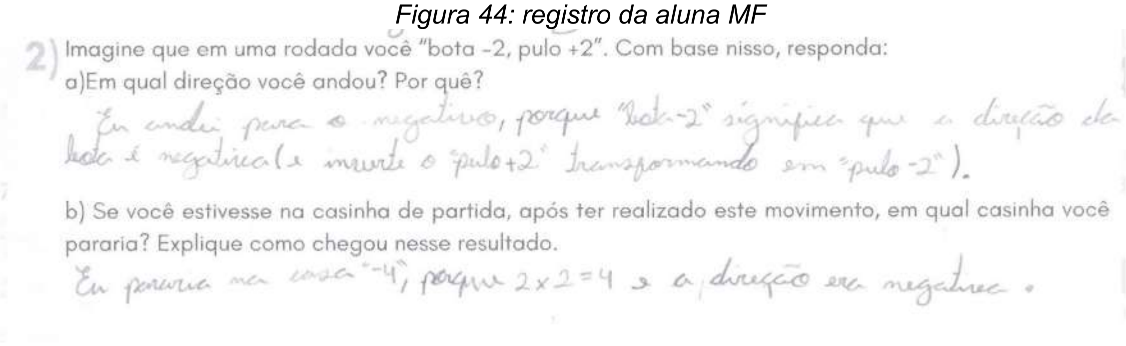
Fonte: arquivo pessoal

Figura 43: registro da aluna J



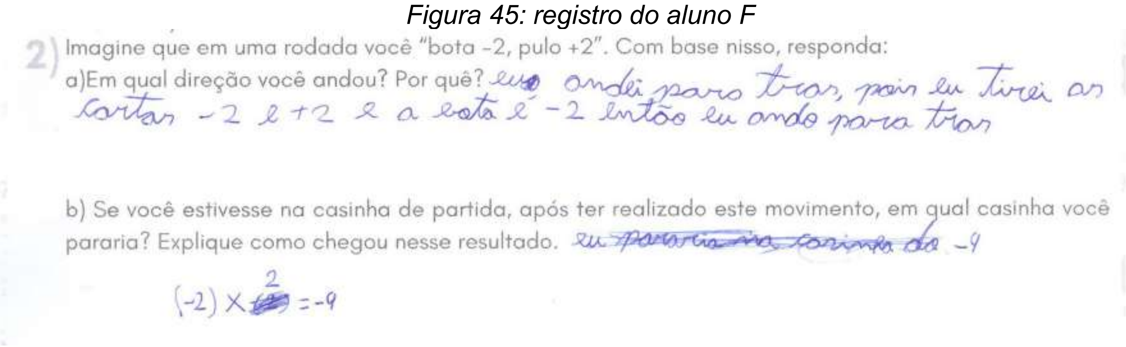
Fonte: arquivo pessoal

Figura 44: registro da aluna MF


2) Imagine que em uma rodada você "bota -2, pulo +2". Com base nisso, responda:
a)Em qual direção você andou? Por quê?
Eu andei para o negativo, porque "bota-2" significa que a direção da bota é negativa (e inverte o "pulo+2" transformando em "pulo-2").
b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.
Eu pararia na casa "-4", porque 2x2=4 e a direção era negativa.

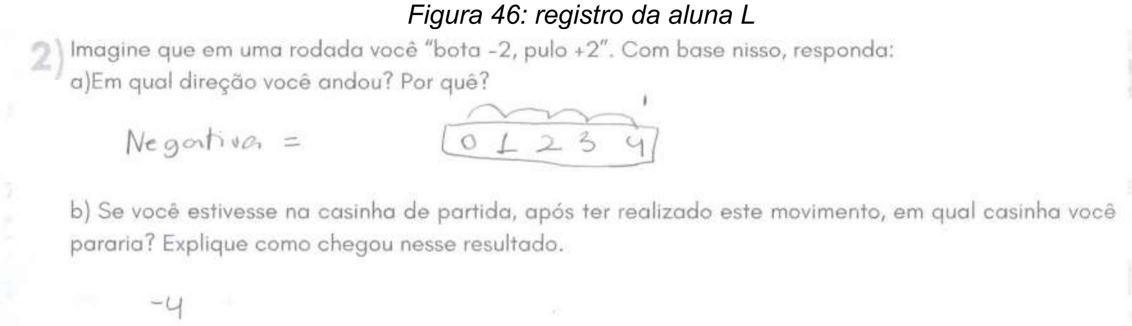
Fonte: arquivo pessoal

Figura 45: registro do aluno F


2) Imagine que em uma rodada você "bota -2, pulo +2". Com base nisso, responda:
a)Em qual direção você andou? Por quê? ~~eu~~ andei para trás, pois eu tirei as cartas -2 e +2 e a bota é -2 então eu ando para trás
b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado. eu ~~pararia na casinha da~~ -4
$(-2) \times 2 = -4$

Fonte: arquivo pessoal

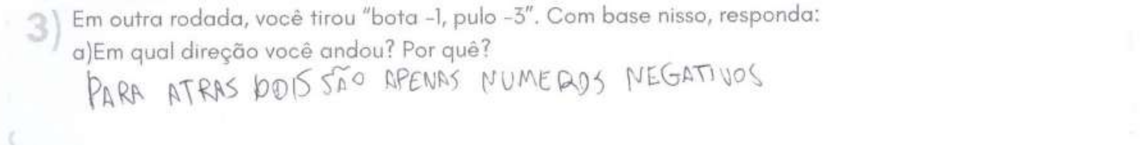
Figura 46: registro da aluna L


2) Imagine que em uma rodada você "bota -2, pulo +2". Com base nisso, responda:
a)Em qual direção você andou? Por quê?
Negativa = 0 1 2 3 4
b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.
-4

Fonte: arquivo pessoal

Além de usar jogadas ou explicações das regras e cartas do jogo na categoria dos que usam a linguagem escrita, também encontramos algumas respostas que falam do sinal do número com compõe a carta retirada. Na questão 1, por exemplo, onde ambos os números da bota e do pulo são positivos, alguns alunos justificaram que andariam para o lado dos positivos porque os demais números também são positivos. Tal justificativa faz com que os poucos que pensam assim achem que o mesmo vale para os negativos como é o caso do aluno G, conforme podemos ver no registro da Figura 47.

Figura 47: registro do aluno G


3) Em outra rodada, você tirou "bota -1, pulo -3". Com base nisso, responda:
a)Em qual direção você andou? Por quê?
PARA ATRAS POIS SÃO APENAS NUMEROS NEGATIVOS

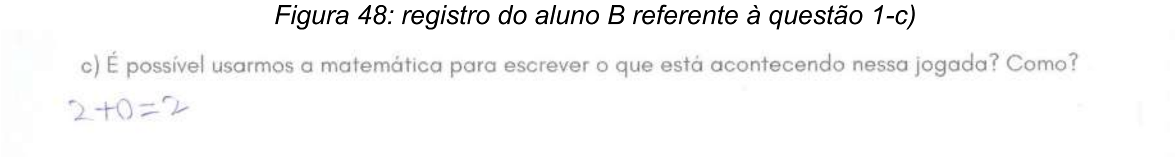
Fonte: arquivo pessoal

Alguns dos alunos que tentam usar o jogo para explicar suas respostas acabam se confundindo no uso de algumas regras. Como, segundo a regra, o sinal da bota indica o lado para o qual o peão deve virar antes de andar, alguns escrevem que o sinal do resultado encontrado é devido ao sinal da bota. Entretanto, respostas assim são encontradas somente nas questões 1 e 2 nas quais isso de fato ocorre. Já na 3, onde a jogada é dada por dois números negativos, explicam sobre o pulo para justificar o motivo de andarem para frente.

Conforme visto nas figuras anteriores, os alunos utilizam diferentes representações. Assim como nos outros jogos, percebemos a tentativa de representar simbolicamente o conceito e até mesmo as propriedades que identificam nas situações do jogo da multiplicação. Isso está diretamente relacionado a um dos conjuntos da trinca que, segundo Vergnaud, definem um campo conceitual.

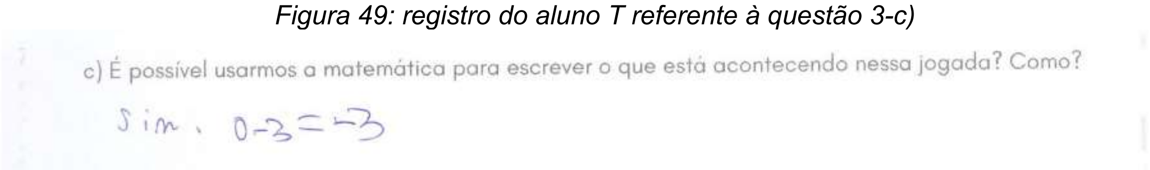
No item c) de todas as questões que compõem o grupo 1, vemos diferentes tipos de respostas que também podem ser divididas em outras quatro categorias, sendo elas: uso da adição; uso da subtração; combinação de operações; uso da multiplicação. Nas Figuras 48, 49, 50 e 51 vemos exemplos dessas categorias.

Figura 48: registro do aluno B referente à questão 1-c)


c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?
2+0=2

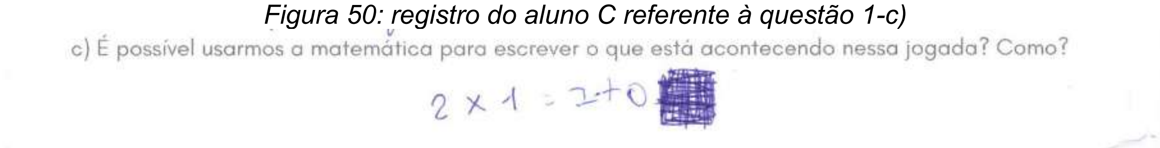
Fonte: arquivo pessoal

Figura 49: registro do aluno T referente à questão 3-c)


c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?
Sim. 0-3=-3

Fonte: arquivo pessoal

Figura 50: registro do aluno C referente à questão 1-c)


c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?
2 x 1 = 2+0

Fonte: arquivo pessoal

Figura 51: registro da aluna MF referente à questão 3-c)


c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

(-1) x (-3) = +3

Fonte: arquivo pessoal

Dentre os que tentam usar a adição, vemos que geralmente escrevem apenas a casinha de partida (zero) somada à quantidade de casas andadas. Por exemplo, na questão 1 a situação era dada por uma carta onde a bota era +1 e o pulo +2. Como os alunos sabiam, usando o jogo, que pararia na casinha +2, eles representavam a jogada somando 0+2.

Alguns usam a adição para somar os valores das cartas, principalmente na questão 2. Acreditamos que essa seja uma entre outras tentativas de chegar no valor que encontraram no tabuleiro, mesmo que a conta feita para isso não pareça fazer sentido. Vemos exemplos disso na Figura 52, onde o aluno M somou os valores das cartas e colocou o resultado que encontrou no tabuleiro mesmo que a conta não chegue nesse mesmo valor, e na Figura 53 que mostra a tentativa da aluna I de chegar ao resultado obtido na jogada da questão 1.

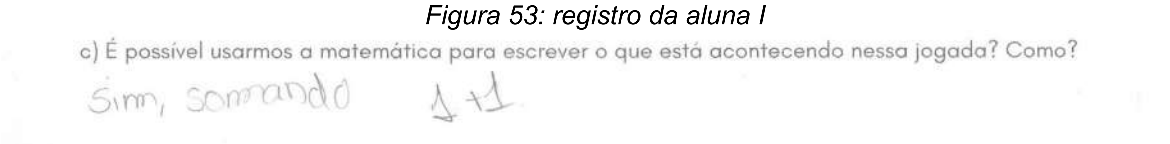
Figura 52: registro do aluno M referente à questão 2-c)


c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

(-2) +2= -4

Fonte: arquivo pessoal

Figura 53: registro da aluna I


c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

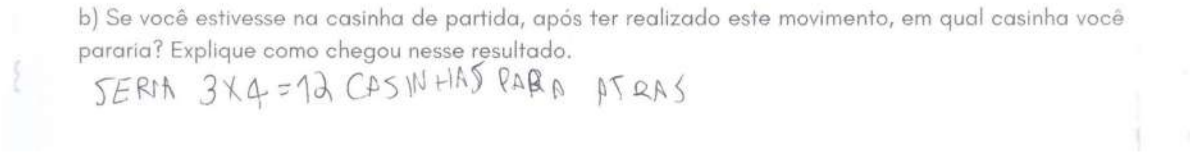
Sim, somando 1+1

Fonte: arquivo pessoal

Tanto entre os alunos que falam em adição quanto entre os que falam em subtração encontramos respostas diretas, sem explicações ou exemplos de como usariam essas operações. Os que escreveram algo realmente usando a subtração também foram ao encontro com o que já foi relatado sobre o uso da adição: em todos os casos só utilizaram para tentar chegar no resultado obtido no tabuleiro.

A maior parte da turma conseguiu identificar que era possível resolver cada situação usando a multiplicação de inteiros, até mesmo alguns que inicialmente representaram situações usando adição ou subtração. Porém, encontramos formas diferentes de escrita da conta mesmo usando a mesma operação. Muitos desconsideravam o sinal para resolver, mas ao final indicavam qual seria a direção que deveriam andar, como é o caso do G cujo registro vemos na Figura 54.

Figura 54: registro do aluno G referente à questão 4-b)


b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.

SERIA 3X4=12 CASINHAS PARA ATRAS

Fonte: arquivo pessoal

Outros alunos fazem o mesmo descrito anteriormente, porém não esclarecem para qual lado andaram. Acreditamos que isso ocorra pela falta de esquemas necessários para tal representação, já que os mesmos alunos indicaram corretamente nos itens anteriores para qual lado iriam e em qual casinha parariam. Alguns, entretanto, conseguiram chegar numa representação que não desconsiderava o sinal dos números das cartas e conseguiram chegar no mesmo resultado que obtiveram no tabuleiro. Para a aluna MF que está entre esses alunos, isso foi desenvolvido ao longo da resolução do questionário. Percebemos vendo nas Figuras 55 e 56 registros da mesma aluna em diferentes questões.

Figura 55: registro da aluna MF referente à questão 1-c)


c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

$0+2=2$

Fonte: arquivo pessoal

Figura 56: registro da aluna MF referente à questão 2-c)


c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?

$(-2)\times 2 = -4$

Fonte: arquivo pessoal

Além disso, a mesma aluna comenta que foi vendo os outros colegas jogando e conversando com o seu grupo que ela percebeu que poderia usar a multiplicação de inteiros para realizar seus movimentos. Com isso, vemos uma das potencialidades dos jogos no processo de aprendizagem, pois, segundo Aurélio e Cabral (2006), eles permitem que a criança reflita e analise os pontos de vista (também as conclusões e percepções, nesse caso) de outros colegas.

> **Pesquisadora**: Desde o início do jogo tu já relacionou com a multiplicação?
> **MF**: Não, eu tava bem em dúvida do que isso teria a ver com o próximo conteúdo dai eu comecei a ver com os colegas que eles estavam fazendo direto em vez de fazer assim (mexe com o peão). Eles faziam vezes direto. Dai percebendo que eles faziam que eu relacionei com a multiplicação.

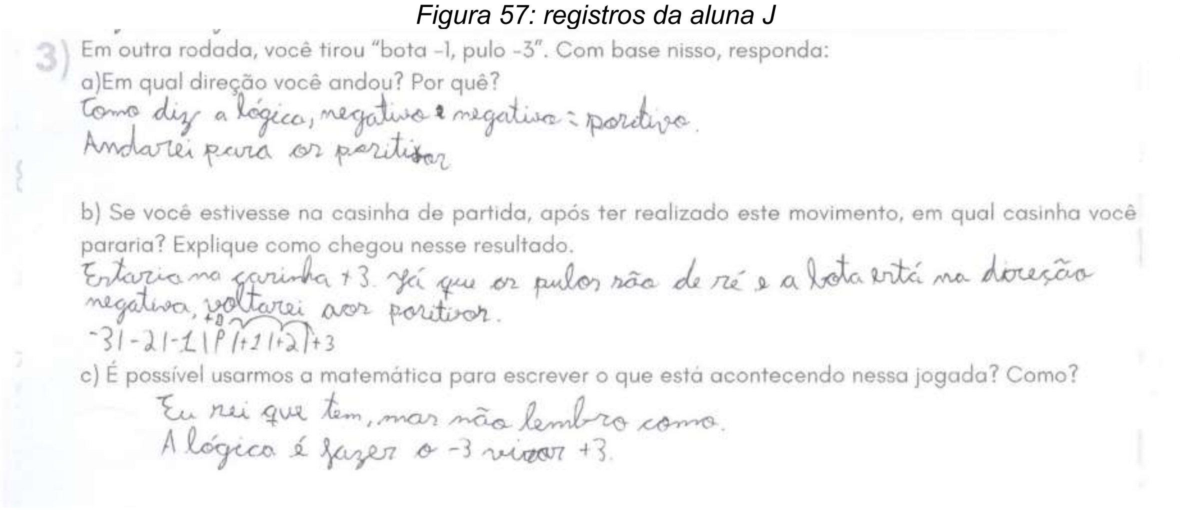
Durante as entrevistas, encontramos indícios da tentativa dos alunos de construir as invariantes da multiplicação de inteiros. O aluno A, inicialmente, tentava relacionar os sinais dos resultados encontrados usando as invariantes referentes à adição de inteiros. Ele acreditava que o sinal do resultado seria sempre o do maior número (em módulo), mas, percebendo que em algumas situações isso era falso, começou a pensar que este sinal dependeria do primeiro número escrito na conta. Olhando para outra situação, também acabou percebendo que não poderia tomar essa afirmação por regra e demonstrou sua curiosidade dizendo que ainda não entendia a fórmula e que, apesar de ter facilidade no jogo, gostaria de saber como entender isso matematicamente. Tal comportamento mostra a criação de hipóteses por parte do aluno que podem levar à construção de invariantes.

A aluna J parecia já ter conhecimento prévio das regras de sinais envolvidas nessa operação, porém, não sabendo explicá-las, tentava, inicialmente, usar a adição e subtração para representar as situações pedidas. Usando o jogo como gabarito (o que muitos estudantes pareceram fazer em suas resoluções), ela percebeu que não estava chegando no resultado esperado, mas ainda não sabia ao certo como realizar a multiplicação de inteiros. O trecho da entrevista transcrito abaixo exemplifica isso.

> **Pesquisadora**: Tirando a carta “bota+2” e “pulo -3”, teria como chegar na casinha do resultado fazendo apenas um movimento?
> **J**: Daria pra fazer um cálculo entre +2 e -3, que acabaria parando na casa 6 negativo. Poderia fazer uma multiplicação de números inteiros. É que a gente não aprendeu multiplicação com número negativo, né?
> **Pesquisadora**: Ainda não, mas tu acha que tem alguma relação?
> **J**: É que se fizer uma multiplicação 2 positivo vezes 3 negativo talvez desse 6 negativo.

A mesma aluna demonstra essa dúvida de como usar uma informação já internalizada anteriormente nas suas respostas do questionário. Em todos os itens ela escreve que representaria usando a multiplicação de inteiros, mas apenas escreve a conta na situação em que os dois números envolvidos são positivos. Na questão 3, onde os números tanto da bota quanto do pulo são negativos, ela acerta o resultado, diz que a multiplicação de negativos dá um resultado positivo, mas escreve que não sabe como “fazer o -3 virar +3”. Vemos na Figura 57 o registro que contém as respostas da aluna.

Figura 57: registros da aluna J



3) Em outra rodada, você tirou “bota -1, pulo -3”. Com base nisso, responda:
a)Em qual direção você andou? Por quê?
Como diz a lógica, negativo x negativo = positivo.
Andarei para os positivos
b) Se você estivesse na casinha de partida, após ter realizado este movimento, em qual casinha você pararia? Explique como chegou nesse resultado.
Estaria na casinha +3. Já que os pulos são de ré e a bota está na direção negativa, voltarei aos positivos.
-3|-2|-1|P|+1|+2|+3
c) É possível usarmos a matemática para escrever o que está acontecendo nessa jogada? Como?
Eu sei que tem, mas não lembro como.
A lógica é fazer o -3 virar +3.

Fonte: arquivo pessoal

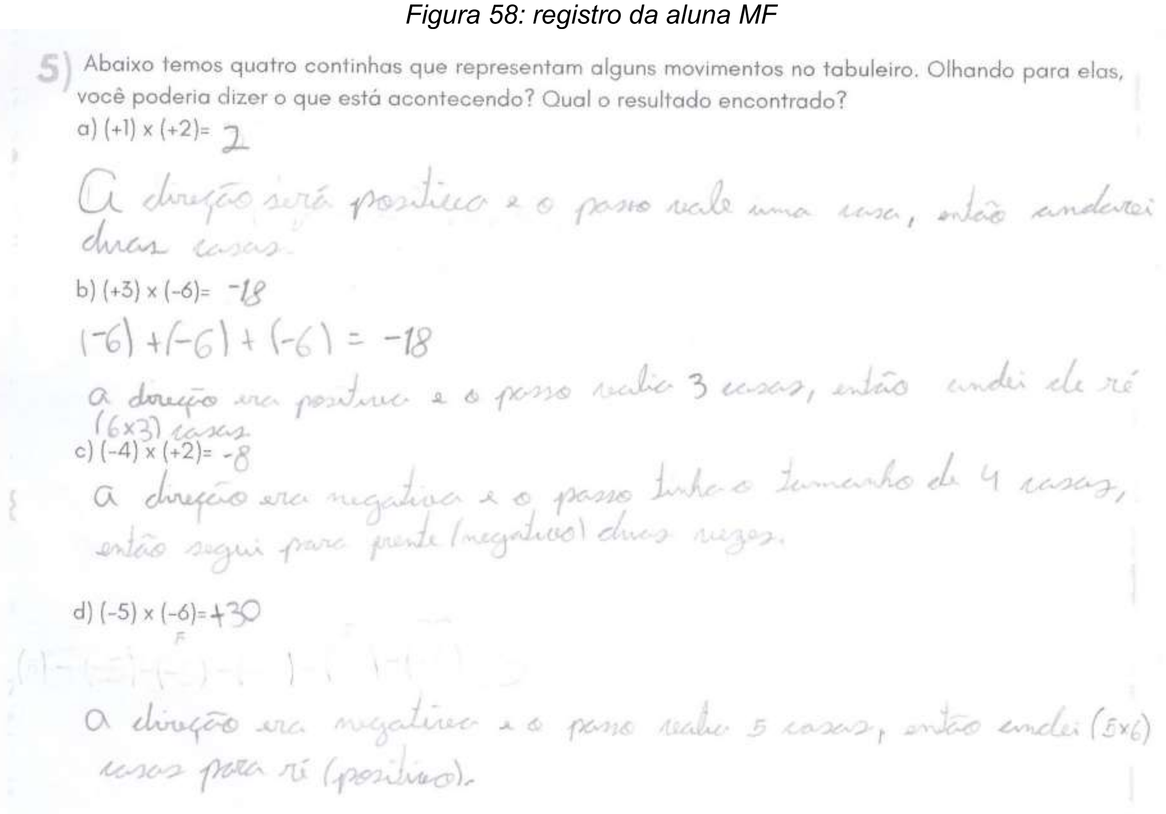
No item c) da questão 4, alguns alunos trocavam o sinal da bota e escreviam uma representação incorreta, mesmo que chegassem no resultado esperado. Acreditamos que, novamente, essa seja uma tentativa de usar as invariantes da adição e “expandi-las” para a multiplicação, já que para alguns deles ambos os números devem ser negativos para chegar num resultado também negativo. Essa é mais uma ilustração da afirmação de Vergnaud (1993, p.5) de que o funcionamento cognitivo do sujeito baseia-se no repertório dos esquemas disponíveis formados anteriormente. O mesmo padrão de resposta foi utilizado pelo aluno A durante a entrevista, conforme vemos no trecho transcrito abaixo.

> **Pesquisadora**: Como podemos representar uma situação onde a bota é +2 e o pulo -3?
> **A**: (-2)x(-3)
> **Pesquisadora**: Por que tu colocaria o menos nos dois?
> **A**: Porque é como se eu multiplicasse a dívida que eu tenho de 3 por 2
> **Pesquisadora**: E quanto daria esse resultado no jogo?
> **A**: -6? Saindo da casa 0.

Vemos esse comportamento em uma questão onde a situação apresentada envolvia dois números com sinais diferentes. Entretanto, percebemos que isso não ocorre na questão 2 na qual os números possuem sinais diferentes mas, dessa vez, é a bota que é positiva. Acreditamos que isso ocorra pela relação que os alunos fazem entre o movimento exigido pelo sinal da bota e pela carta “volte” do jogo da subtração: ambos exigem que o peão mude sua direção. Sendo assim, como no jogo anterior esses mesmos alunos escreviam as contas mudando o sinal do número contido na carta “volte” e escreviam uma adição em vez de uma subtração, é possível que tenham usado o mesmo raciocínio para a multiplicação, ou seja, se aquilo faz mudar a direção do peão então ao armar a conta é preciso inverter o sinal.

Olhando, agora, para o grupo 2, composto pela questão 5, conseguimos separar as respostas por semelhança em quatro categorias, sendo elas: uso da linguagem escrita; respostas diretas; desenhos; contas armadas. Os registros contidos nas Figuras 58, 59, 60 e 61 exemplificam, respectivamente cada uma delas.

Figura 58: registro da aluna MF



5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado?

a) (+1) x (+2)= 2

A direção será positiva e o passo vale uma casa, então andarei duas casas.

b) (+3) x (-6)= -18

(-6) + (-6) + (-6) = -18

a direção era positiva e o passo valia 3 casas, então andei de ré (6x3) casas.

c) (-4) x (+2)= -8

a direção era negativa e o passo tinha o tamanho de 4 casas, então segui para frente (negativo) duas vezes.

d) (-5) x (-6)= +30

a direção era negativa e o passo valia 5 casas, então andei (5x6) casas para ré (positivo).

Fonte: arquivo pessoal

Figura 59: registros do aluno F

5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado?

a) (+1) x (+2)= 2

b) (+3) x (-6)= -18

c) (-4) x (+2)= -8

d) (-5) x (-6)= 30

Fonte: arquivo pessoal

Figura 60: registros da aluna J

5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado?

a) (+1) x (+2)= 1x2 = 2

B→

|-2|-1| P/0|+1|+2|+3|

b) (+3) x (-6)= 3 x -6 = -18

|-18|-17|-16|-15|-14|-13|-12|-11|-10|-9|-8|-7|-6|-5|-4|-3|-2|-1|0 B→

c) (-4) x (+2)= -4 x 2 = -8

-8|-7|-6|-5|-4|-3|-2|-1|0 +8 |+1|+2|+3|

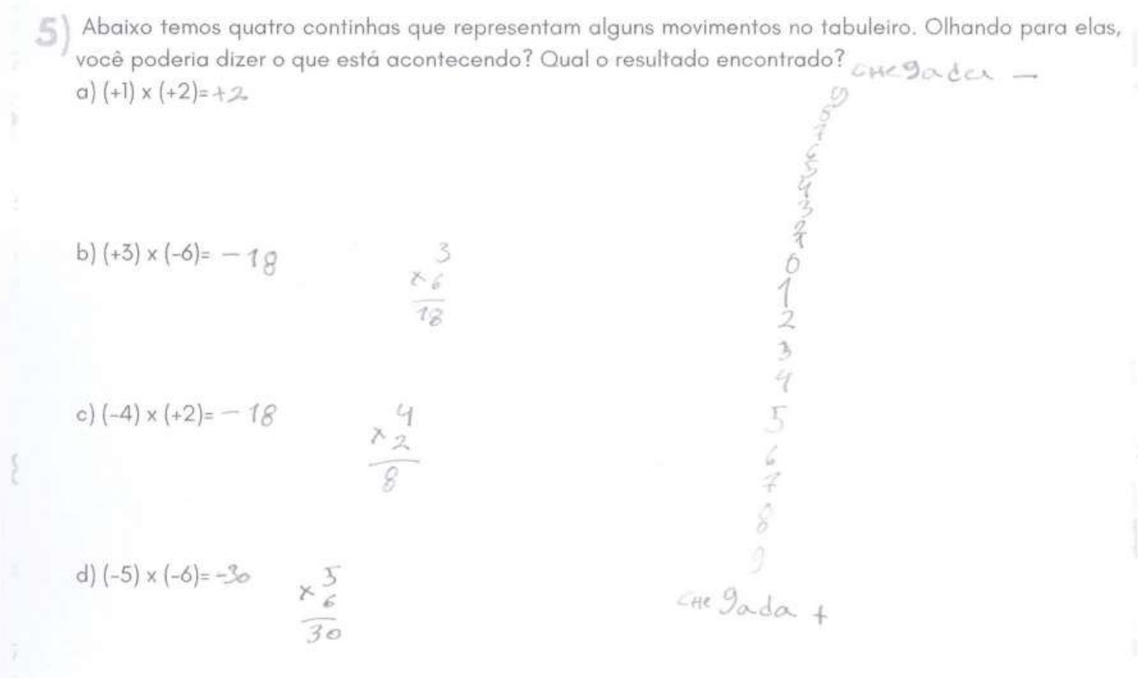
d) (-5) x (-6)= -5 x -6 = -30

-30|-29|-28|-27|-26|-25|-24|-23|-22|-21|-20|-19|-18|-17|-16|-15|-14|-13|-12|-11|-10|-9|-8|-7|-6|-5|-4|-3|

-2|-1|0 +8

Fonte: arquivo pessoal

Figura 61: registros da aluna D



5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado? chegada –

a) (+1) x (+2)= +2

b) (+3) x (-6)= – 18

c) (-4) x (+2)= – 18

d) (-5) x (-6)= -30

chegada +

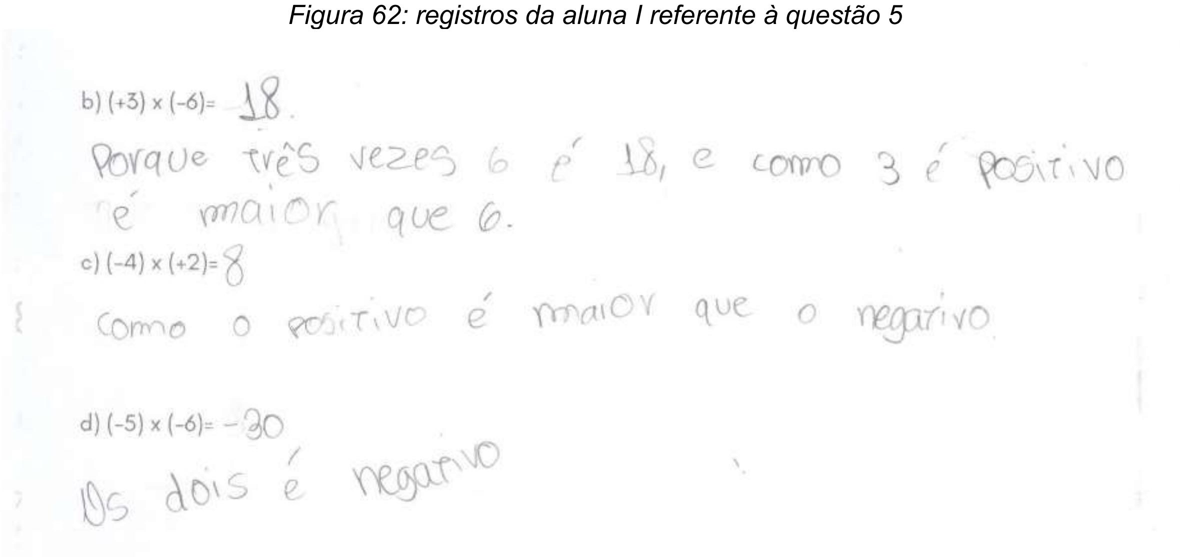
Fonte: arquivo pessoal

Analisando as respostas nos questionários, é possível perceber que a maioria dos alunos consegue utilizar corretamente quase todas as regras de sinais referentes à multiplicação de inteiros, o que dá indícios da construção das invariantes dessa operação. Os que ainda não possuem isso claro, geralmente demonstram dificuldade apenas na multiplicação de dois números negativos, como podemos observar inclusive nas figuras acima.

Acreditamos que essa dificuldade esteja relacionada à tentativa dos alunos de utilizar as invariantes da adição de números inteiros, conforme já mencionado anteriormente. Para eles, apesar de conseguirem visualizar no jogo que o resultado será positivo, não faz sentido que possamos obter um número positivo multiplicando dois negativos. Isso, de fato, não é algo natural e nesse sentido o jogo funciona como uma referência para os alunos.

Encontramos exemplos que demonstram a confusão que os alunos podem fazer entre as invariantes de diferentes operações nas respostas dos alunos HG e I. Ambos parecem fazer uma "adaptação" da regra de sinais da adição, onde o sinal do resultado é dado pelo número que possui maior módulo. Os alunos tentaram seguir essa mesma lógica, mas, em vez de considerarem o maior em módulo, concluem que na multiplicação de dois números com sinais opostos o resultado será positivo pois os números positivos são maiores que os negativos. A Figura 62 mostra registros dessa conclusão.

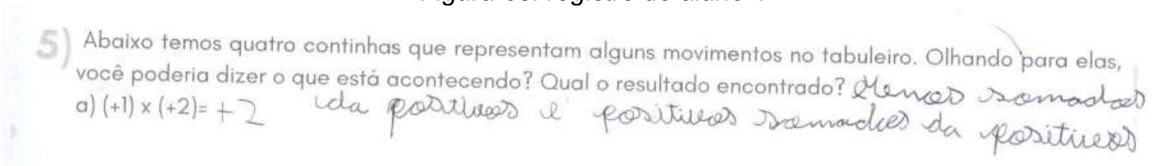
Figura 62: registros da aluna I referente à questão 5



Fonte: arquivo pessoal

Dos poucos alunos que apresentaram justificativas para suas respostas, encontramos dois que tentaram resumir uma "regra" para a multiplicação de inteiros. Um deles escreveu relacionando com a soma, mas pelas respostas anteriores acreditamos que seja apenas uma confusão de linguagem já que nas demais questões esse mesmo aluno fez uso da multiplicação. Na Figura 63 vemos o registro desse aluno.

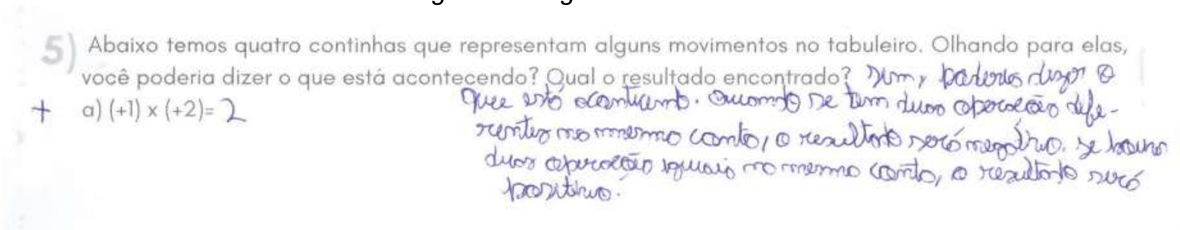
Figura 63: registro do aluno Y



Fonte: arquivo pessoal

O aluno HH descreveu todas as regras de sinais que devemos considerar na multiplicação de inteiros. Olhando para o exemplo tanto dele quanto do aluno Y, temos indícios mais concretos do desenvolvimento de esquemas, já que, segundo Vergnaud (1993, p.5), o reconhecimento das invariantes é a chave para a generalização de um esquema. Vemos na Figura 64 a explicação dada por esse aluno.

Figura 64: registro do aluno HH



5) Abaixo temos quatro continhas que representam alguns movimentos no tabuleiro. Olhando para elas, você poderia dizer o que está acontecendo? Qual o resultado encontrado? Sim, podemos dizer o que está acontecendo. Quando se tem duas operações diferentes no mesmo conto, o resultado será negativo. Se houver duas operações iguais no mesmo conto, o resultado será positivo.

\+ a) (+1) x (+2)= 2

Fonte: arquivo pessoal

Muitos outros alunos fizeram corretamente os cálculos da questão 5 e escreveram expressões utilizando a multiplicação nas questões do grupo 1. Esses também podem ser indícios de que houve a criação de esquemas por parte desses alunos. Entretanto, apesar de saber qual operação utilizar e chegar no resultado esperado, alguns alunos ainda parecem não ter conhecimentos suficientes para utilizar o que aprenderam em diferentes situações, o que dá indícios de que ainda estão no processo para o desenvolvimento desse esquema.

6. CONCLUSÃO

Na presente pesquisa, com o objetivo de responder a pergunta: "*Quais as potencialidades do uso de jogos de tabuleiro para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros?"*, buscamos identificar elementos que mostrem quais as contribuições destes jogos para a aprendizagem de matemática.

Para isso, utilizamos a modalidade de pesquisa qualitativa e procuramos nas falas dos alunos durante as entrevistas e nas respostas dos questionários indícios de elementos que, de acordo com o referencial teórico, mostram se houve ou não alguma contribuição para a aprendizagem destes conteúdos. Trinta alunos de uma turma de 7º ano do ensino fundamental do Colégio de Aplicação da UFRGS participaram dos questionários e, dentre eles, oito se voluntariaram para participar das entrevistas.

A partir dos dados coletados durante a pesquisa e à luz do referencial teórico, podemos perceber e identificar o processo de construção do conteúdo por parte dos alunos, bem como algumas dificuldades e confusões que podem fazer parte deste desenvolvimento.

Acreditamos que os jogos de tabuleiro analisados possuem potencial para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números positivos de negativos. Conforme mostrado na análise de dados, em todos os três jogos encontramos indícios da contribuição dos mesmos para a construção de invariantes que, segundo Vergnaud, são a chave para a generalização de um esquema.

Os jogos de adição e multiplicação se mostraram mais úteis e eficazes para a aprendizagem. O jogo da subtração trouxe suas próprias contribuições ajudando, inclusive, a exercitar algumas invariantes já conhecidas da adição. Ele possuía mais regras e era, em comparação com o primeiro (jogo da adição), mais complicado. Entretanto, acreditamos que o fato deste jogo exigir maior atenção para compreender e utilizar corretamente todas as regras pode ter contribuído para a melhor compreensão do jogo da multiplicação, já que este também exigia muito dos alunos e a maioria demonstrou facilidade no cumprimento das regras propostas.

Em vários casos, principalmente nas questões inicias do questionário, vemos que de fato os jogos serviram como uma referência para que os alunos compreendessem o que estava acontecendo em cada situação apresentada. Durante o desenvolvimento do questionário, conforme iam avançando e pensando mais sobre cada situação apresentada, podemos notar o processo de construção dos alunos com relação às invariantes de cada operação.

Além disso, até mesmo os alunos que demonstravam mais dificuldade em usar contas para representar as situações propostas nas primeiras questões conseguiram, em muitos casos, chegar nos resultados para os cálculos propostos na última questão. Com isso, acreditamos que esses alunos aproveitaram os jogos e puderam aprender a realizar os cálculos por meio deles, mesmo que ainda não consigam generalizar esse conhecimento para outras situações.

Outro indício que nos faz acreditar que os jogos de tabuleiro realmente contribuem para a aprendizagem da adição, subtração e multiplicação de números inteiros é o fato dos alunos utilizarem deles como referência para resolver os cálculos propostos. Muitos, mesmo em outras tarefas que não necessariamente tinham relação com o jogo, faziam uso do mesmo para pensar nas suas soluções. Para isso, eles desenhavam o tabuleiro em seus cadernos e usavam os dedos ou borrachas como os peões. Em alguns casos esse tabuleiro servia para resolver a conta desde o início e, em outros, apenas como um gabarito.

Foi muito interessante poder observar os alunos neste processo de construção das invariantes contidas em cada operação. Por meio do item c) de cada questionário, que pedia para que tentassem representar matematicamente as situações apresentadas em cada questão, foi possível evidenciar o processo individual de cada aluno e ver o desenvolvimento dos mesmos. Em diferentes casos vimos exemplos de alunos que iniciavam utilizando uma operação que não levava ao resultado e mudavam suas representações à medida que avançavam nas questões.

Inclusive, as diferentes representações e tentativas de chegar nos resultados que eram obtidos no tabuleiro também foi algo que chamou atenção. Esse também é um indício do desenvolvimento desses alunos já que, para Vergnaud, as representações fazem parte da trinca de conjuntos que definem um campo conceitual. Principalmente nos primeiros questionários, quando os alunos ainda não estavam acostumados com essa dinâmica de jogar e depois responder um questionário tentando justificar o que pensaram e concluíram durante as suas jogadas, todos buscavam uma forma de representar o que estava em suas cabeças, mesmo que inicialmente não ficasse muito claro para nós esse raciocínio.

Por fim, acreditamos que esse trabalho cumpriu seu objetivo de analisar as potencialidades dos jogos de tabuleiro para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de inteiros. Estes três jogos apresentados mostraram-se um ótimo recurso para introduzir o ensino dessas operações de forma dinâmica e interativa, dando espaço para que cada aluno, no seu tempo, fizesse as relações necessárias. O próprio contato e a troca de ideias com os colegas foi de grande valia para a construção destes conhecimentos, e esses são atitudes que, conforme apresentamos no capítulo 2.1, são característicos do uso de jogos para o ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BAUMGARTEL, P. **O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática**. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Curitiba, 2016.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

CABRAL, M. A. **A utilização de jogos no ensino de matemática.** (Curso de Matemática – Habilitação em Licenciatura) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

COSTA, J. F. S. da. Oficina de números positivos e negativos: possibilidades para aprender matemática. 2011. 102 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/37109. Acesso em: 13 jul. 2022.

GOLDENBERG, M. **A Arte de Pesquisar.** Ed. Record, São Paulo, 8ª edição, 2004.

GRANDO, R.C. **O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula.** 2000. 239 f. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

MORAIS, A. D. de. **Fórmula (-1)**: desenvolvendo objetos digitais de aprendizagem para as operações com números positivos e negativos. 2010. 223 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/31426. Acesso em: 12 jul. 2022.

ROCHA NETO, F. T. Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental. 81f. (Dissertação de Mestrado Profissional no Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, 2010.

ROSA, M. B. da. Números Inteiros: Desafios e possibilidades para uma aprendizagem significativa. *In:* II CONFERÊNCIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - I ENCONTRO NACIONAL DO PIBID/RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA/MATEMÁTICA - FACCAT - VII JORNADA PEDAGÓGICA DE MATEMÁTICA DO VALE DO PARANHANA - XXV ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DO SUL., 2019, Taquara. Disponível em: https://www2.faccat.br/portal/sites/default/files/58%20OF.pdf. Acesso em: 02 ago. 2022.

SÁ, P. F.; ANJOS, L. J. S. **Números negativos: Uma Trajetória Histórica.** 2011. Trabalho apresentado no IX Seminário Nacional de História da Matemática, Aracajú, 2011.
SCHUBRING, G. Um Outro Caso de Obstáculos Epistemológicos: o princípio de permanência. **Bolema**, Rio Claro, v. 20, n. 28, p. 1-20, 2007. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1527. Acesso em: 9 ago. 2022.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. p. 1-26.

VERGNAUD, G. Piaget visité par la didactique. Intellectica, v.33, p.107-123, 2001.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. 3. ed. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009. 322 p.

APÊNDICES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE ASSENTIMENTO

Eu, ____, R.G. _______________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **JOGOS DE TABULEIRO PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS**, desenvolvida pela pesquisadora Bruna Czerwinski. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo professor Doutor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (51) xxxxxxxx ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Investigar as potencialidades da utilização de jogos de tabuleiro para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas por mim será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial do meu nome e pela idade.

A minha colaboração se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que serei observado(a) e minha produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre o ensino e aprendizagem de números inteiros, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no telefone (51) xxxxxxxxx ou e-mail czerwinski1@hotmail.com.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como email etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do(a) aluno(a):
Assinatura do(a) pesquisador(a):
Assinatura do Orientador da pesquisa:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno (a) ____, da turma _________, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **JOGOS DE TABULEIRO PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS**, desenvolvida pela pesquisadora Bruna Czerwinski. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo professor Doutor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (51) xxxxxxxx ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Investigar as potencialidades da utilização de jogos de tabuleiro para a aprendizagem das operações de adição, subtração e multiplicação de números inteiros.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial do seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre o ensino e aprendizagem de números inteiros, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no telefone (51) xxxxxxxxx ou e-mail czerwinski1@hotmail.com.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como email etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do Responsável:
Assinatura do(a) pesquisador(a):
Assinatura do Orientador da pesquisa: