



Instituto de
MATEMÁTICA
E ESTATÍSTICA

UFRGS



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

**CONTRIBUIÇÕES DO JOGO CATAN PARA O DESENVOLVIMENTO DE
SABERES MATEMÁTICOS**

RAFAEL EDUARDO FERRONATTO FONTANELLA

Porto Alegre
2023

RAFAEL EDUARDO FERRONATTO FONTANELLA

**CONTRIBUIÇÕES DO JOGO CATAN PARA O DESENVOLVIMENTO DE
SABERES MATEMÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora:
Prof^a Dr^a Cristina Cavalli Bertolucci

Porto Alegre
2023

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de matemática

**CONTRIBUIÇÕES DO JOGO CATAN PARA O DESENVOLVIMENTO DE
SABERES MATEMÁTICOS**

Rafael Eduardo Ferronato Fontanella

Banca examinadora:

Professora Doutora Cristina Cavalli Bertolucci
Faculdade de Educação da UFRGS

Professora Doutora Andréia Dalcin
Faculdade de Educação da UFRGS

Professora Doutora Débora da Silva Soares
Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço às três pessoas que estiveram comigo em cada momento de minha vida, me apoiando e participando ativamente na construção da pessoa que sou hoje: minha mãe Márcia, meu pai Valdecir e meu irmão Henrique. Também aos meus queridos avós Maria, Pedro, Silfrena e Victor. Obrigado por tudo!

Ao meu grande amigo Emanuel, que me inspira todos os dias a ser um bom professor e uma boa pessoa. Obrigado por me acompanhar nessa jornada, tanto no curso, como na vida.

A todas as amizades que a UFRGS me proporcionou, em especial: Matheus, Amanda, Thef, Luís, Thomaz, Pedro, Anna, Júlia, Anderson, Bryan, Sabrina, Nathalie, Cláudio, Bruno, Isaías e Érica.

A todos os integrantes do Programa Laboratórios de Matemática em Escolas Públicas, pela oportunidade de qualificar minhas aprendizagens como docente, e em particular, à minha colega e amiga Juliana, pelas tardes me ensinando a recortar e colar, e pela ajuda na produção deste TCC.

Agradeço à professora Cristina, minha orientadora, por apoiar as minhas ideias, por oferecer suporte sempre que precisei, e por ser parte fundamental da criação deste trabalho, mesmo em momentos nos quais a vida parece acumular todas as responsabilidades do mundo.

Às professoras Andréia e Débora, por aceitarem participar da banca examinadora, e por participarem em etapas essenciais de minha formação. Espero ser um professor tão bom quanto vocês são.

Também dedico um agradecimento especial aos participantes dessa pesquisa, pelo entusiasmo e pela parceria que demonstraram durante todo o tempo que trabalhamos juntos. Também à professora Cíntia Michele de Souza, por apoiar a realização da pesquisa e disponibilizar o espaço para que eu pudesse aplicar as oficinas.

“It turns out life isn’t a puzzle that can be solved one time and it’s done. You wake up every day, and you solve it again.”

Chidi Anagonye (The Good Place)

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo investigar possíveis contribuições na produção de saberes matemáticos de estudantes propiciadas pela construção e utilização do jogo Pindorama. Com base em The Settlers of Catan, Pindorama é um jogo criado em conjunto com os participantes da pesquisa por meio de uma proposta pedagógica. Os objetivos específicos do estudo são: o desenvolvimento de uma prática que possibilita a criação, em sala de aula, de ambientes favoráveis ao estudo da Matemática por meio da aplicação do jogo; a análise das potencialidades dessa prática para a criação de estratégias e a compreensão de conceitos de Probabilidade, como noções sobre espaço amostral, eventos e cálculo de probabilidades, além da percepção da aleatoriedade, que podem ser exploradas através de mecânicas do jogo, como o lançamento de dados para determinar a produção de recursos; a promoção da aprendizagem Matemática pela investigação, por meio de etapas de Modelagem Matemática aliadas ao jogo. O trabalho é desenvolvido sob uma perspectiva de pesquisa qualitativa, com a produção de dados através de oficinas realizadas em oito encontros, no Laboratório de Matemática de uma escola estadual de Porto Alegre, com estudantes de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. O referencial teórico que sustenta este estudo é estruturado em quatro eixos principais: Modelagem Matemática, Jogos na Educação Matemática, Resolução de Problemas e Pensamento Probabilístico. Pelos dados analisados, é observado que a prática possibilita situações de aprendizagem matemática, em particular com relação ao pensamento estratégico e probabilístico, como no momento de determinar a posição das vilas, cidades e estradas no tabuleiro com base nas chances de produção de recursos. Também são percebidos cenários de competição e cooperação entre os jogadores, através de elementos como as trocas comerciais no jogo, além da possibilidade de momentos de investigação sobre acontecimentos e fatos do mundo, como nas buscas por dados sobre a produção de certos produtos brasileiros. Destaca-se a possibilidade que o jogo oferece para a valorização da criação de pensamentos autônomos e diversos na resolução de situações que desafiam o jogador.

Palavras-chave: Jogos. Pensamento estratégico. Probabilidade. Resolução de Problemas. Modelagem Matemática.

ABSTRACT

This research aims to investigate possible contributions on the production of mathematical knowledge of students made possible by the construction and use of the game Pindorama. Based on The Settlers of Catan, Pindorama is a game created with the participants of the research through a pedagogical proposal. The specific purposes of the study are: the development of practice that allows the creation of favorable environments to the study of math through the game; the analysis of the potentialities of this practice to the creation of strategies and the understanding of Probability concepts, such as the sample space, events and probability calculation, in addition to the perception of randomness, which can be explored through the mechanics of the game, like the dice roll to determine the production of resources; the promotion of mathematical learning with investigation, through stages of Mathematical Modeling allied to the game. The work is developed from a qualitative research perspective, with the data production through workshops held in eight meetings, at the Mathematics Laboratory of a public school in Porto Alegre, with students from the 9th grade of elementary school. The theoretical references that sustain this research are structured on four main axes: Mathematical Modelling, Games in Mathematical Education, Problem Solving and Probability Thinking. Through the data analyzed, it is observed that the practice allows situations of mathematical learning, particularly about strategic and probability thinking, like in the moment of determining the position of settlements, cities and roads on the board based on the chances of resource production. There are also scenarios of competition and cooperation between the players, through elements like the commercial trades in the game, in addition to the possibility of moments of investigation about world facts, such as the research for data on the production of certain Brazilian products. The possibility that the game offers to valuing the creation of autonomous and diverse thoughts in the solving of situations that challenge the player is highlighted.

Keywords: Games. Strategic Thinking. Probability. Problem Solving. Mathematical Modelling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Código QR para o manual do jogo.....	12
Figura 2 - Registro de uma partida de The Settlers of Catan jogada pelos estudantes.....	33
Figura 3 - Tabuleiro original de Catan.....	37
Figura 4 - Cenário de uma partida do jogo Catan.....	41
Figura 5 - Registro do espaço amostral de uma situação criado pelo participante E6.....	44
Figura 6 - Cartas de evento criadas pelos participantes durante as oficinas....	47
Figura 7 - Registro feito por um dos jogadores.....	55
Figura 8 - Registro de uma das pesquisas na internet feita pelos estudantes..	60
Figura 9 - Cartas de recursos e custos das construções em Catan.....	61
Figura 10 - Cartas de recurso e seus valores em Pindorama.....	62

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	13
2.1 Modelagem Matemática.....	14
2.2 Jogos na educação matemática.....	16
2.3 Resolução de Problemas.....	20
2.4 Pensamento Probabilístico.....	23
3 METODOLOGIA.....	27
3.1 Considerações sobre a metodologia da pesquisa.....	27
3.2 Descrição da prática.....	30
4 ANÁLISE DOS DADOS.....	36
4.1 Compreensão das noções de espaço amostral, eventos, e cálculo de probabilidades.....	36
4.2 Comparação de diferentes probabilidades e reconhecimento de eventos mais e menos prováveis.....	40
4.3 Compreensão do fator aleatório e o papel que ele desempenha no jogo.....	44
4.4 Competitividade e cooperação com outros jogadores.....	48
4.5 Pensamento estratégico nas jogadas.....	51
4.6 Investigações sobre recursos produzidos no Brasil e tradução matemática de resultados da “realidade” para o jogo.....	59
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	63
REFERÊNCIAS.....	67
APÊNDICE A - MANUAL DE REGRAS DO JOGO PINDORAMA.....	69
APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	78
APÊNDICE C - TERMO DE ASSENTIMENTO.....	81
APÊNDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA.....	83

1 INTRODUÇÃO

“A autonomia, enquanto amadurecimento do ser para si, é processo, é vir a ser”.

(Paulo Freire)

Ao reconhecer que cada profissão possui sua devida relevância e complexidade, eu¹ gostaria de iniciar este texto exaltando a beleza única e inigualável do trabalho do professor. Porém, já que “beleza” se trata de um conceito subjetivo, e cada ser humano que vive neste planeta possui visões próprias, ressalto que, ao longo dos capítulos deste trabalho, apresento percepções sobre a educação, em particular sobre o Ensino de Matemática, e elementos que tornam, em minha visão particular, a profissão do educador maravilhosa. Afinal, cursar Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul é estar constantemente refletindo sobre as ações de ensinar e aprender, vivenciando experiências, transformando ideias e buscando ser um bom professor.

Nesta monografia, destacamos os jogos, em particular The Settlers of Catan² e Pindorama³, como elementos potencializadores na produção da aprendizagem de conceitos matemáticos, estratégias e pensamento probabilístico. Desde minha infância, tive uma conexão particularmente importante com jogos, e durante uma aula da disciplina de Estágio de Docência em Educação Matemática III, aprendi que tudo aquilo que existe fora da sala de aula, incluindo passatempos e atividades de lazer, têm espaço no ambiente escolar e podem participar da produção de saberes. Considerando isso, decidi realizar uma pesquisa sobre os jogos como um elemento educacional.

Durante meus anos como aluno do ensino básico, frequentei um colégio particular na cidade de Farroupilha, na Serra Gaúcha, e nesse período fui aquilo que as escolas tradicionais costumam considerar um “bom estudante”, conseguindo boas notas, principalmente em Matemática. Por se tratar de um conteúdo com o qual eu tinha certa facilidade, acabei me convencendo de que eu realmente gostava da Matemática, e sempre que pensava sobre a minha futura profissão, imaginava que a

¹ Para a escrita da parte inicial deste capítulo, foi utilizada a primeira pessoa do singular, pois trata-se de uma narrativa pessoal.

² Jogo de tabuleiro, criado pelo alemão Klaus Teuber, que envolve estratégia e gestão de recursos.

³ Nome escolhido pelos estudantes para o jogo desenvolvido na prática pedagógica, com base no jogo The Settlers of Catan. Este nome faz referência ao nome dado por um grupo indígena às terras brasileiras.

minha escolha deveria envolver essa área do conhecimento. Além disso, apesar de ter frequentado durante todo o meu ensino básico uma escola com um viés tradicional, eu pude ter o prazer de ser ensinado por alguns professores que me proporcionaram experiências espetaculares. Essas vivências despertaram em mim uma vontade que eu ainda não conhecia, a vontade de possibilitar que outros sintam o que eu senti nessas aulas, vontade de ser para alguém aquilo que esses professores foram para mim: pessoas que me ajudaram a compreender um pouco melhor alguns aspectos da vida e do mundo misterioso em que vivemos.

Dessa forma, tomei uma das decisões mais importantes da minha vida, escolhendo seguir o caminho para me tornar professor. E já que eu possuía uma relação carinhosa com a Matemática, optei por cursar Licenciatura em Matemática. Um pouco mais tarde, logo em meu primeiro semestre do curso na UFRGS, acabei percebendo que aquela Matemática que eu gostava, a qual estudei em meu ensino básico em uma escola tradicional, é completamente diferente da Matemática do Ensino Superior, a que eu devo aprender e compreender para praticar de forma adequada minha profissão. Isso resultou em uma mudança radical, mas fundamentalmente positiva, na maneira com que eu me relaciono com essa área do conhecimento, desenvolvendo algumas noções que hoje considero essenciais para um professor de Matemática, como a ideia de que a compreensão da lógica de um procedimento, o porquê de ele funcionar, é mais produtivo do que simplesmente atingir um resultado final esperado, ou a ideia de que existem várias Matemáticas, desenvolvidas e utilizadas de maneiras distintas, mas sempre relevantes. Ainda assim, mesmo resultando em uma mudança de visão positiva, estudar a Matemática em nível superior foi, e continua sendo, um dos maiores desafios de minha vida. Penso que uma das principais causas de minhas dificuldades seja exatamente o fato de que, durante muitos anos, fui ensinado a apenas buscar resultados, e mesmo reconhecendo que minha relação com a Matemática deva mudar, e está mudando, não significa que esse processo de mudança de pensamento é livre de dificuldades. Além disso, é necessário ressaltar o fato de se tratar de uma área de conhecimento complexa e profunda.

Com essas dificuldades, aliadas a um ambiente que, por diversos motivos, costuma ser desfavorável para professores no Brasil, em muitos momentos de minha trajetória acadêmica, considerei seriamente a ideia de trocar de curso e buscar outra opção de carreira profissional. Entretanto, a minha relação com a

Matemática não foi a única transformação de pensamento que o curso e a UFRGS me proporcionaram. Em diversas disciplinas da Faculdade de Educação, minhas percepções sobre a escola e sobre a educação foram ampliadas, e a importância dos educadores foi ficando cada vez mais clara para mim. Também percebi que as dificuldades, as dúvidas e incertezas, bem como a necessidade de estudos e dedicação constante e contínua, fazem parte do lindo desafio que é ser professor. Assim, minha empolgação e vontade de seguir adiante neste caminho foram sendo restauradas, e hoje sinto cada vez mais que fiz a escolha certa.

No início de 2022, tive a oportunidade de ingressar, como bolsista de extensão, em um projeto chamado “Laboratório de Matemática em Escolas Públicas”⁴, que constituiu vivências importantes para minha formação. Nesse projeto, além de contribuir com escritas e apresentações em eventos, pude ampliar meu contato com os jogos em ambientes escolares, trabalhando na confecção de materiais e na aplicação de oficinas envolvendo diversos jogos, e com o desenvolvimento desses trabalhos, fui percebendo a existência de potencialidades nesse recurso para a Educação Matemática. Tudo isso aliado ao fato de que, particularmente, sempre tive uma atração por jogos, e desde que iniciei minha trajetória como educador, desejei unir esse gosto pessoal às minhas práticas docentes, optei por essa temática para minha pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso. A aplicação da prática e a construção do jogo investigado foram realizadas no Laboratório de Matemática de uma escola pública de Porto Alegre, com estudantes de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental.

Ainda, é importante ressaltar que cada pessoa possui interesses próprios e se relaciona de uma maneira particular com os jogos, porém é razoável destacar que o jogar é uma ação com a qual nós, humanos, estamos familiarizados, mesmo que em níveis diferentes. Contudo, compreender aquilo que alguns autores clássicos definem como jogo, bem como a associação dessa prática às culturas humanas, não se trata de uma tarefa trivial, e é um ponto a considerar neste trabalho.

Considerando todos esses aspectos, apresentamos⁵ neste texto uma pesquisa sobre as contribuições de jogos, em particular os jogos *The Settlers of Catan* e *Pindorama*, na construção do pensamento matemático e aprendizagem de

⁴ Para conhecer o projeto de extensão Laboratórios de Matemática em Escolas Públicas, o leitor pode acessar o site disponível em: <https://laboratoriomatufrgs.wixsite.com/labmatufrgs>.

⁵ A partir desse momento da escrita, utilizamos a primeira pessoa do plural, pois vemos a pesquisa como uma ação cooperativa entre todos os contribuintes, incluindo orientadora e grupo de pesquisa.

conceitos de probabilidade, por meio de etapas de Modelagem Matemática na construção e aplicação do jogo, e com uma perspectiva de Resolução de Problemas durante o momento de jogar. A pergunta diretriz que guia o trabalho é: “Quais contribuições a construção e aplicação do jogo Pindorama podem propiciar para a aprendizagem de matemática?”. Buscando respostas para este questionamento, realizamos a presente investigação, que está estruturada neste Trabalho de Conclusão de Curso por meio de cinco capítulos. Além da introdução, o leitor encontrará o referencial teórico, no segundo capítulo, onde são apresentadas as bases teóricas para o estudo. Em seguida, há um capítulo dedicado para a descrição da metodologia de pesquisa utilizada, destacando e justificando a escolha pela pesquisa qualitativa, e descrevendo os métodos usados para a realização da proposta didática e produção de dados. No quarto capítulo, apresentamos a análise dos dados, com base nos referenciais teóricos e com nossas percepções sobre a prática, e por último, no quinto capítulo, manifestamos as considerações finais sobre esta investigação.

Recomendamos ao leitor que, antes de prosseguir a leitura deste trabalho, acesse o link⁶ abaixo para ser encaminhado a uma página contendo um manual completo de Pindorama (APÊNDICE A), bem como um vídeo ensinando a jogar The Settlers of Catan. Consideramos importante que o leitor conheça os jogos investigados para que possa mergulhar em nossa pesquisa.

Figura 1 - Código QR para o manual do jogo



Fonte: A pesquisa

⁶ Disponível em: <https://trite-dugout-79a.notion.site/Pindorama-f141087b593543a6a8c8af564c062f37>

2 REFERENCIAL TEÓRICO

“Quem ensina aprende ao ensinar. E quem aprende ensina ao aprender”.

(Paulo Freire)

Nossa proposta de estudo para este trabalho está centrada na ideia da investigação sobre as potencialidades de jogos no desenvolvimento de saberes matemáticos, com foco particular no jogo The Settlers of Catan, por meio de cenários de Resolução de Problemas, e de etapas de Modelagem Matemática na construção de um jogo. Com relação aos jogos de tabuleiro na Educação Matemática, Krohl et. al. (2021) apresentam reflexões sobre o potencial criativo desse recurso no ensino da matemática. “Esses são capazes de envolver os mais amplos aspectos, desde os físicos, afetivos, cognitivos e aqueles que estão ligados à moralidade” (Krohl et. al., 2021, p. 161). Além disso, os autores trazem algumas propostas de jogos que podem ser aproveitados em aulas envolvendo conceitos de probabilidade, e entre as opções citadas, destaca-se The Settlers of Catan. Segundo os autores, “[...] o jogo pode ser usado para explorar muitos aspectos da matemática, seja em nível universitário ou básico de uma forma inovadora e divertida” (Krohl et. al., 2021, p. 172).

Ainda, com relação a esse mesmo jogo, os autores Chappin, Bijvoet e Oei (2017) destacam um potencial para o levantamento de reflexões e discussões sobre importantes temáticas sociais por meio do jogo. Especificamente, abordam noções relacionadas ao modo como jogos de entretenimento podem contribuir para o ensino de sustentabilidade e do estudo sobre consequências ambientais, sociais e econômicas da produção do petróleo.

Um jogo de entretenimento com conceitos de sustentabilidade integrados é Catan: Cenário das Fontes de Óleo. Nós mostramos que as características do jogo se encaixam no propósito de pesquisa deste artigo, pois conceitos chave de sustentabilidade são abordados e a popularidade do jogo apresenta potencial para um grande alcance (CHAPPIN; BIJVOET; OEI, 2017, p. 4, tradução nossa).

Nesse sentido, percebemos nesse jogo a possibilidade de aulas de matemática envolvendo temas contextualizados, indicando uma possível aproximação com ideias envolvendo Modelagem Matemática.

Ainda, em sua dissertação de mestrado, Pinheiro (2019) faz uma análise sobre ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática pautados por cenários para investigação e Jogos, buscando compreender os potenciais de um jogo, criado pelo autor enquanto graduando, e dos registros criados e analisados pelos estudantes, na construção de conceitos de probabilidade. Investigando e refletindo sobre os registros dos participantes de sua pesquisa, Pinheiro (2019, p. 83) argumenta:

Muitas vezes a Modelagem Matemática é vinculada com a construção/criação de modelos, haja vista que há autores que defendem que a construção/criação de modelos não seja uma obrigatoriedade, mas sim, uma decorrência do ato de fazer Modelagem Matemática. Neste sentido, questionamos: **os registros feitos pelos colegas são, de fato, modelos?** [...] Baseado no fato de que os registros serviram de exemplos para outros alunos, julgamos que estes podem ser definidos como modelos.

Desse modo, em seu trabalho de pesquisa, o autor relaciona uma prática pedagógica baseada em um jogo com a construção de modelos, em uma perspectiva de Modelagem Matemática.

Após estas breves considerações sobre outras obras, na sequência deste capítulo, apresentamos a base teórica desta pesquisa, a partir da qual realizamos a análise dos dados e desenvolvemos percepções acerca de nosso estudo, e buscamos aqui destacar quatro eixos fundamentais para o embasamento teórico deste trabalho. Primeiramente, fazemos uma breve abordagem sobre a Modelagem Matemática e a sua relevância para o ensino e aprendizagem, apresentando-se também como uma metodologia de ensino. Em seguida, debatemos sobre o uso de jogos na educação matemática, tratando de algumas noções elementares sobre jogo e suas potencialidades no campo da educação. Também, falamos sobre a Resolução de Problemas e a relação dessa tendência com os jogos. Por fim, abordamos noções sobre a Teoria das Probabilidades e o pensamento probabilístico.

2.1 Modelagem Matemática

Como identificamos nos jogos investigados nesse estudo a possibilidade de abordagem de noções matemáticas partindo de situações contextualizadas, decidimos utilizar, como uma das bases para a pesquisa, conceitos da tendência

Modelagem Matemática (MM)⁷, propondo a integração de etapas de MM em certos momentos das oficinas. Assim, apresentamos nesta seção algumas características da MM, bem como a sua relevância no cenário da Educação Matemática.

De um modo geral, uma percepção de modelagem pode ser caracterizada como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2004, p. 3). Sendo assim, pode-se dizer que este é um caminho para a aprendizagem de matemática por meio da observação e investigação de situações do mundo em que vivemos, podendo estar associadas a diversos contextos sociais.

Barbosa (2004) também apresenta reflexões sobre três casos possíveis de Modelagem, salientando que tarefas baseadas nessa tendência podem possuir tanto um perfil direcionado pelo professor, quanto um perfil aberto com participação ativa dos estudantes na criação das etapas.

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. [...] Já no caso 2, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas. [...] E, por fim, no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos (BARBOSA, 2004, p. 4-5).

Percebemos que, em cada um desses casos, os papéis do professor e dos estudantes têm níveis diferentes de ação, embora em todos, os estudantes tenham participação importante. Sobre isso, Pinheiro (2019, p. 22) diz que “em todos os casos acima o professor é um co-participante na investigação dos alunos, tendo o papel de dialogar acerca dos processos escolhidos pelos discentes para a investigação, simplificação, representação e/ou resolução da proposta”. Nesta pesquisa, a proposta pedagógica que analisamos parece se aproximar do caso 2, já que houve uma sugestão do pesquisador sobre a temática a ser investigada, mas a condução da busca por informações foi realizada pelos estudantes.

⁷ Para evitar repetições na escrita do texto, em alguns momentos será utilizada a abreviação MM para Modelagem Matemática.

Além disso, como descrito por Meyer et. al. (2019), o procedimento de Modelagem Matemática pode ser caracterizado por três passos principais: “o da formulação, o do estudo de resolução (ou, em muitos casos – aliás, a maioria – o de resolução aproximada) e o de avaliação” (MEYER et. al., 2019, p. 16). Ainda, os autores acrescentam:

Vale lembrar que, na parte de formulação – que inclui tanto a proposição de um problema matemático quanto sua simplificação em termos de hipóteses significativamente intervenientes e uma consequente formulação em linguagem do universo matemático –, é possível considerar que estamos num passo que inclui a “leitura do mundo” e, dialogicamente, sua expressão matemática (MEYER et. al., 2019, p. 17).

Nesse sentido, identificamos que alguns momentos de nossa proposta pedagógica se aproximam dessas noções de MM. Ressaltamos e comentamos percepções sobre esses momentos em nossa análise dos dados produzidos.

2.2 Jogos na educação matemática

Quando pensamos em jogo, existe um amplo panorama de reflexões a serem feitas sobre a forma como esta prática se insere nas nossas vidas e em nossas interações com o mundo. Isso se deve ao fato de o “jogar” ser uma ação humana carregada de subjetividades, podendo constituir estudos profundos sobre o porquê de nós jogarmos, o que os jogos significam, e em particular, de que forma eles podem ser integrados em práticas educativas.

Nesse sentido, pensamos ser um passo importante dessa pesquisa a análise sobre uma possível interpretação do que é o jogo, para então podermos entender as suas potencialidades educativas, com foco no Ensino de Matemática. Considerando isso, destacamos algumas percepções apresentadas pelo filósofo Johan Huizinga, que reflete sobre a natureza e o significado do jogo.

Resumindo as características formais do jogo, poderíamos considerá-lo uma atividade livre, conscientemente tomada como "não-séria" e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total (Huizinga, 2019, p. 34).

Além disso, ele argumenta que o jogo não se trata de uma ação unicamente humana, já que animais também brincam, seguindo determinadas regras. Portanto,

segundo este autor, o jogo precede a cultura, e esta surge a partir dele (HUIZINGA, 2019). Esta noção ressalta a ideia de que os jogos são objetos culturais (GRANDO, 2007), existindo uma diversidade considerável de jogos desenvolvidos em diferentes culturas. Também, em Grandó (2007) é destacado que as atividades lúdicas são diretamente influenciadas pelo contexto sócio-cultural na qual estão inseridas, reforçando o pensamento de que o jogo é objeto cultural que exerce um papel importante em nossas vidas.

Nesse sentido, destaca-se a existência de um potencial lúdico na prática do jogar em sala de aula, possibilitando situações pedagógicas por meio da brincadeira. “Por sua dimensão lúdica, o jogar pode ser visto como uma das bases sobre a qual se desenvolve o espírito construtivo, a imaginação, a capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente” (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 10). Logo, enquanto joga, a pessoa está realizando uma série de ações que são possibilitadas pelo caráter lúdico do jogo, por meio da criação de situações que favorecem a criatividade, o raciocínio e a interação com outras pessoas.

Ainda, um aspecto a se observar está relacionado com a ideia de que os jogos costumam ser vistos simplesmente como uma forma de diversão e relaxamento, sendo, por vezes, completamente dissociados de ambientes e momentos de aprendizagem. Como apontado pelas autoras Smole, Diniz e Milani (2007, p.10),

O jogo na escola foi muitas vezes negligenciado por ser visto como uma atividade de descanso ou apenas como um passatempo. Embora esse aspecto possa ter lugar em algum momento, não é essa a ideia de ludicidade sobre a qual organizamos nossa proposta, porque esse viés tira a possibilidade de um trabalho rico, que estimula as aprendizagens e o desenvolvimento de habilidades matemáticas por parte dos alunos.

Ou seja, o jogo na escola pode ser abordado de modos diversos, além de apenas um meio para o entretenimento dos estudantes. Como também reforça Grandó (2007), a justificativa para o aproveitamento de jogos em sala de aula não deve ficar restrita ao caráter motivacional. O jogar trata-se de uma prática que envolve dinamicidade de ideias, situações problema a serem solucionadas, e criação de estratégias para que um objetivo seja alcançado. Portanto, pensar em formas de aproveitar o potencial criativo deste recurso em ações educativas caracteriza uma possibilidade de descobertas relevantes para o ensino da matemática.

Sobre os jogos de tabuleiro, os autores Giordani e Ribas (2016) argumentam que a incorporação deles em práticas escolares pode contribuir para o surgimento de aprendizagens importantes. “Os jogos lógicos de tabuleiro [...] se apresentam como um instrumento pedagógico de grande potencial e valia pelos inúmeros benefícios associados ao raciocínio lógico e à interação interpessoal” (GIORDANI; RIBAS, 2016, p. 31). Embora o foco da pesquisa desses autores seja em jogos abstratos de estratégia, como Xadrez, Damas e Jogo-da-Velha, consideramos essas afirmações válidas também para jogos de estratégia em geral. Ainda, complementando essa ideia, os autores afirmam que:

[...] a promoção dos jogos lógicos de tabuleiro em processos de escolarização retoma a concepção de que o raciocínio lógico pode ser desenvolvido e estimulado através de brincadeiras, desafios, enigmas, quebra-cabeças, entre outras atividades que exigem certo exercício mental. Este exercício tem impacto direto no aprendizado de conteúdos que requerem associações lógicas, não apenas relacionados à área das exatas, como matemática, física e química, mas com outras disciplinas talvez menos evidentes que, por sua vez, também possuem uma relação lógica bem definida entre seus tópicos, como observamos com português e história (GIORDANI; RIBAS, 2016, p. 36).

Portanto, argumenta-se que, mesmo não havendo, necessariamente, um conteúdo específico sendo abordado diretamente por meio de um jogo, uma aula com esse recurso pode promover ganhos no desenvolvimento do pensamento em diversas áreas do conhecimento.

Com relação ao uso de jogos em aulas de matemática, é razoável afirmar que este recurso pode propiciar diferentes formas de aprendizagem, favorecendo a construção de conceitos e noções matemáticas. É importante observar que:

O uso de jogos como recursos para o ensino de matemática difere da simples manipulação de materiais. [...] O jogo tem regras que necessitam ser respeitadas durante toda a partida, é necessário ficar claro quem é o vencedor ou se há um empate, tem um movimento (começo, meio e fim) e isso lhe garante uma ordem, além de ser uma atividade voluntária (GRANDO, 2015, p. 398).

Dessa forma, quando pensamos em jogos no ensino de matemática, não estamos lidando apenas com uma tarefa manipulativa, mas com uma prática que envolve determinadas regras, e uma disputa entre os participantes. Além disso, a mesma autora defende a ideia de que uma maneira interessante, do ponto de vista do interesse dos estudantes, de se aproveitar os jogos em sala de aula é

caracterizada pela exploração de jogos que foram desenvolvidos para fins de entretenimento, e a partir desses jogos, investigar a própria matemática, pensando em possibilidades e estratégias para melhorar a atuação no jogo. “Esse jogo é mais interessante [...] – porque é um jogo de entretenimento que faz parte de uma cultura lúdica - e porque os alunos atribuem um sentido à aprendizagem matemática: jogar bem” (GRANDO, 2015, p. 399). Ou seja, a matemática pode ser um caminho para a formação de procedimentos que resultarão em melhores jogadas, um propósito concreto inserido na prática.

Além disso, salientamos algumas noções sobre jogos na educação apresentadas por Constance Kamii e Rheta DeVries (1991), envolvendo a questão da competição. Segundo essas autoras, usualmente, a ideia de competição é interpretada de forma negativa no meio educacional, causando preocupações ligadas ao provocamento de sentimentos de rivalidade, fracasso e rejeição. Embora essas preocupações sejam justas, Kamii e DeVries (1991, p.269) apontam que esses possíveis efeitos negativos são resultados de abordagens inadequadas sobre a competitividade, e que, com atenção e cuidados, os jogos desse tipo podem produzir efeitos positivos.

O primeiro cuidado que educadores devem ter com os jogos em contextos pedagógicos é com a glamourização da vitória.

Alguns adultos reforçam o sentimento de superioridade da criança, dando prêmios, dizendo ‘Bravo!’ e geralmente valorizando o fato de ganhar. Os adultos devem lidar com a competição mais naturalmente, para que a criança também veja o fato de ganhar como nada mais do que ganhar (KAMII; DEVRIES, 1991, p. 272).

Ou seja, um possível caminho para evitar os aspectos negativos da competitividade entre as crianças e adolescentes é por meio do esclarecimento de que não há superioridade por parte de quem vence em relação a quem perde, e pela desmistificação da ideia de que o vencedor deve ser exaltado. Desse modo, o ambiente torna-se favorável para o aprofundamento das partes positivas da competição.

Outro ponto fundamental para o estudo da questão da competição é a compreensão de que a competitividade presente nos jogos não é a mesma que enfrentamos na sociedade.

Pelo menos de três maneiras a competição em um sistema socioeconômico difere da competição em jogos, pois num sistema socioeconômico: (1) o objetivo é um ganho material, (2) os competidores tentam se eliminar permanentemente, e (3) os competidores não concordam com regras antes de entrar na competição. Numa corrida por recursos naturais, por exemplo, os competidores não concordam de antemão em começar ao mesmo tempo, do mesmo lugar, e cobrir a mesma distância. Num jogo, não existem ganhos materiais ou acumulação de riqueza, e a eliminação ou ganho tem efeito somente durante determinados períodos de tempo. Aqueles que não jogam honestamente são constantemente rejeitados pelo grupo e nem mesmo têm a chance de competir (KAMII; DEVRIES, 1991, p. 278-279).

Essa ideia nos indica que as regras de jogos diferem das regras sociais. Sendo assim, o desenvolvimento da competição em um jogo não implica na criação de uma característica competitiva no estudante que será carregada para as vivências em sociedade. Mas, pode potencializar aspectos positivos da competição. E quais aspectos são esses?

As principais vantagens dessa característica de alguns jogos estão relacionadas com a elaboração e o cumprimento de regras, bem como a cooperação entre jogadores. “A elaboração de regras estimula tanto o desenvolvimento social quanto o intelectual. [...] Quando as crianças percebem a necessidade de cumprir as regras, aceitam voluntariamente as imposições”. (KAMII; DEVRIES, 1991, p. 282). Desse modo, os estudantes participam ativamente, tomam decisões, e agem, em uma situação de disputa sob leis estabelecidas. “Os jogos competitivos também motivam a criança a pensar de modo particularmente ativo, como pode ser visto nas estratégias por elas elaboradas” (KAMII; DEVRIES, 1991, p. 281).

Portanto, considerando todas essas ideias, acreditamos que os jogos possuem potencial para investigações no campo do Ensino de Matemática, embasando parte essencial de nossa pesquisa. Na sequência, abordamos a noção de resolução de problemas, que também se relaciona com práticas envolvendo jogos.

2.3 Resolução de Problemas

Desenvolvemos esta pesquisa sobre as potencialidades de jogos na Educação Matemática sob a perspectiva de que o jogo pode ser um recurso pedagógico por meio da problematização. Para isso, no entanto, consideramos importante uma compreensão clara sobre o que é um problema, de que forma ele se apresenta em jogos, e como ele está relacionado com a matemática.

Nessa perspectiva, destacamos inicialmente que a determinação do que é um problema é carregada de subjetividades. Conforme apontado por Vianna (2002, p. 401), “para que eu possa pensar em uma situação como problemática eu preciso ter consciência dela, preciso ter a necessidade de responder às questões... eu preciso saber”. Essa visão destaca o caráter relativo do problema, já que este envolve o interesse particular, um desejo de resolver a questão. Ainda, buscando se aproximar de uma definição para o que é um problema, esse autor apresenta algumas ideias:

1. Um sujeito está diante de um problema quando se confronta com uma questão à qual não sabe dar resposta ou quando está diante de uma situação que não sabe resolver usando os conhecimentos de que já dispõe.
2. Um sujeito está diante de um problema quando:
 - a) tem uma questão para resolver;
 - b) quer ter uma resposta para essa questão;
 - c) não tem, previamente, uma resposta para essa questão.
3. Um problema é uma situação em que um sujeito é solicitado a realizar uma tarefa para a qual não possui um método de resolução determinado. Se a realização da tarefa não for desejada pelo sujeito a situação não pode ser considerada um problema.
4. É problema tudo o que, de uma maneira ou de outra, implica da parte do sujeito a construção de uma resposta ou de uma ação que produza um certo efeito. A noção de problema não tem sentido se o sujeito puder aplicar um sistema de respostas inteiramente constituído (VIANNA, 2002, p. 402-403).

Considerando essas percepções, podemos trabalhar com a visão de que, para que uma situação seja um problema para alguém, ela não pode ser rotineira, e a resposta não pode ser conhecida previamente pela pessoa, além de, como mencionado anteriormente, haver a necessidade do envolvimento da vontade de encontrar uma solução. Nesse sentido, caracteriza-se a ideia de que os jogos estão ligados à resolução de problemas, pois estes apresentam, constantemente, situações que despertam a demanda de ideias para lidar com adversidades, e a busca de maneiras, que não são óbvias de início, para alcançar um objetivo: vencer o jogo.

Com relação à resolução de problemas, Allevalo e Onuchic (2021) afirmam que é recente a atenção dada pelos educadores matemáticos a essa perspectiva, embora seja uma prática presente em diversos momentos da história antiga. Elas também destacam três maneiras distintas de realização de trabalhos, em aulas de Matemática, fundamentadas na resolução de problemas. A primeira é o ensino sobre resolução de problemas:

O ensino sobre resolução de problemas corresponde a considerá-la como um novo conteúdo. São abordados temas relacionados à resolução de problemas e percebe-se uma forte ênfase nas heurísticas como forma de orientar os alunos na resolução de problemas, com regras e processos gerais (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 41);

Nesse caso, o foco dos trabalhos está voltado para técnicas de como resolver um problema. Ou seja, pratica-se um ensino sobre a resolução de problemas, sobre como a pessoa pode lidar com problemas de forma sistemática.

A segunda concepção apontada é o ensino para a resolução de problemas, ou como as autoras preferem chamar, ensino de Matemática para a resolução de problemas.

Essa mudança quer destacar o fato de que o eixo de sustentação dessa abordagem não está mais na Resolução de Problemas, como ocorre com o ensino sobre resolução de problemas, mas na Matemática, tendo a resolução de problemas como um apêndice, um acessório. Nessa visão, a Matemática é considerada utilitária de modo que, embora a aquisição de conhecimento matemático seja de primordial importância, o propósito principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 42).

Nessa perspectiva, os principais objetivos das atividades estão voltados para a aplicação de conceitos matemáticos, estudados previamente de forma teórica, em situações problematizadas. Em outras palavras, é dada uma maior importância para a utilização das noções matemáticas em contextos práticos, e uma menor importância para a aprendizagem desses saberes, embora ela não seja ignorada.

Já a terceira maneira apresentada é o ensino de Matemática através da resolução de problemas. Sobre essa concepção, as autoras dizem que “[...] a expressão “através” – significando “ao longo”, “no decurso” – enfatiza o fato de que ambas, Matemática e resolução de problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 41). Além disso, explicam que “nessa metodologia, o problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 51). Nesse sentido, as atividades baseadas no ensino de Matemática através da resolução de problemas têm como princípio a produção de saberes matemáticos a partir de situações problematizadas.

Ainda, as autoras salientam:

[...] as ideias socioconstrutivistas de aprendizagem, que sustentam as orientações atuais para o trabalho com Matemática em sala de aula, partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 46).

Considerando essas colocações, percebemos que, em jogos de estratégia no ensino de matemática, são realizadas etapas de elaboração de ideias, levantamento de hipóteses, problematização de situações, e testes para a validação das resoluções criadas, que são procedimentos comuns na resolução de problemas e no pensamento matemático. Em outras palavras, no jogo de estratégia, as pessoas estão constantemente solucionando problemas, e a matemática está na construção dessas soluções. “Ele representa uma situação-problema determinada por regras, em que o indivíduo busca a todo o momento, elaborando estratégias, procedimentos e reestruturando-os, vencer o jogo, ou seja, resolver o problema” (GRANDO, 2015, p. 399-400), criando oportunidades para o pensamento matemático.

Com relação ao ensino de Matemática através da resolução de problemas, Allevato e Onuchic (2021) sugerem dez etapas para a organização das atividades baseadas nessa metodologia. Embora as atividades problematizadoras com jogos que propomos nessa pesquisa não sigam todas essas etapas, consideramos que a perspectiva de resolução de problemas se faz relevante no desenvolvimento de nossa pesquisa.

2.4 Pensamento Probabilístico

Nesta seção do texto, mencionamos brevemente algumas noções relacionadas à Teoria das Probabilidades, apresentando conceitos de probabilidade e do pensamento probabilístico que identificamos em nossa proposta pedagógica, e que consideramos relevantes para o desenvolvimento de estudantes que pensam criativa e criticamente.

Segundo Morgado et. al. (1991, p. 119), “a Teoria das Probabilidades é o ramo da Matemática que cria, desenvolve e em geral pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios”. Nessa área de

estudo, são feitas investigações sobre situações incertas, das quais não podemos fazer previsões com precisão, pela existência do fator aleatório.

Na vida cotidiana, diariamente, temos contato com eventos aleatórios. Com relação a essas situações, Bryant e Nunes (2012) afirmam que elas são menos previsíveis, em comparação com alguns eventos certos, pois acontecem aleatoriamente.

Podemos, no entanto, raciocinar logicamente sobre eventos aleatórios. Esse raciocínio nos permite calcular a probabilidade de resultados particulares, e por meio disso entender os riscos e possíveis benefícios de agir de uma maneira ao invés de outra (BRYANT; NUNES, 2012, p. 3, tradução nossa).

Esses autores também afirmam que a compreensão das implicações da aleatoriedade está no centro de todo o pensamento estatístico, além de se fazer importante no pensamento científico. Argumentos nesse sentido reforçam a relevância da aprendizagem de conceitos probabilísticos no contexto escolar, já que “a probabilidade e a estatística desempenham papel fundamental para a sociedade, pois auxiliam na resolução de problemas que envolvem incerteza e aleatoriedade, presentes em fenômenos de diversas naturezas” (HERZOG et. al., 2019, p. 2).

Para que essas aprendizagens aconteçam, entretanto, faz-se necessária a compreensão de alguns aspectos sobre as noções probabilísticas. Bryant e Nunes (2012, p. 3-4) argumentam que o processo para a produção de saberes sobre probabilidade acontece a partir de quatro demandas cognitivas: (1) entender a aleatoriedade, (2) identificar o espaço amostral, (3) comparar e quantificar probabilidades, e (4) entender as relações entre eventos.

Sobre o primeiro aspecto, os autores salientam a importância do entendimento da natureza e das consequências de eventos aleatórios em nossas vidas cotidianas. Além disso, argumentam que um erro comum entre crianças e adultos é o descuido com o fato de que eventos aleatórios são independentes, e que essa é uma compreensão essencial para o pensamento probabilístico (BRYANT; NUNES, 2012).

Com relação a identificação do espaço amostral, os autores explicam que se trata de um passo fundamental para a resolução de qualquer problema envolvendo probabilidades. O espaço amostral é definido como o conjunto completo de possibilidades em um problema probabilístico, e a sua compreensão se faz

necessária para uma interpretação clara daquilo que está sendo investigado. Sobre esse conceito, os autores também afirmam que “para identificar o espaço amostral, a criança precisa imaginar o futuro de uma forma particular, e precisa pensar em todos os possíveis eventos que podem ocorrer em um contexto particular” (BRYANT; NUNES, 2012, p. 6, tradução nossa). Ainda, apresentam um exemplo de situação na qual este conceito é explorado, e trata-se, também, de um cenário que podemos observar em nossa prática.

Por exemplo, se você lança dois dados ao mesmo tempo, há 36 possíveis resultados equiprováveis (1,1; 1,2; 1,3 etc.). Mas, se você registrar os resultados em termos da soma dos dois números lançados, há apenas 11 possíveis resultados para as somas, que são do 2 ao 12, e eles não são equiprováveis: um total de sete é duas vezes mais provável do que um total de quatro, por exemplo, pois apenas três dos 36 possíveis pares somam quatro, enquanto seis deles somam sete. Portanto os resultados individuais são equiprováveis, porém os resultados agregados não são (BRYANT; NUNES, 2012, p. 6, tradução nossa).

Este exemplo de situação evidencia o papel da compreensão do espaço amostral em problemas probabilísticos, já que, para a identificação das diferenças entre os dois casos propostos, é necessária a reflexão sobre quais são todos os possíveis resultados em cada um deles.

Sobre a terceira demanda cognitiva, Bryant e Nunes (2012) mencionam que a quantificação e comparação de probabilidades podem ser um desafio para crianças. Os autores definem a probabilidade como uma quantidade, baseada em proporções, e que usualmente é expressa como um número decimal, uma porcentagem ou uma razão. Além disso, afirmam que “a solução para a maioria dos problemas probabilísticos se baseia no cálculo de uma ou mais proporções, porém alguns podem ser solucionados com base em simples relações como ‘maior’ ou ‘menor’” (BRYANT; NUNES, 2012, p. 6, tradução nossa). Nesse sentido, entendemos que o raciocínio comparativo entre proporções se trata de uma habilidade fundamental para o pensamento probabilístico.

Já a última demanda, que envolve o entendimento das relações entre eventos, ou correlações, está ligada a situações em que dois eventos ocorrem simultaneamente. Tais eventos podem ocorrer aleatoriamente, ou ser resultado de uma relação. Sobre essas relações, os autores destacam:

Já que a maioria das relações são imperfeitas (pessoas mais altas usualmente são mais pesadas do que pessoas mais baixas, mas algumas pessoas baixas pesam mais do que o esperado e algumas pessoas altas pesam menos do que o esperado), nós devemos identificar se as imperfeições da associação se deve a aleatoriedade ou a uma relação regular com exceções. Portanto, o pensamento correlacional depende, ao menos em partes, de uma compreensão da aleatoriedade (BRYANT; NUNES, 2012, p. 8, tradução nossa).

Dessa forma, percebemos que o discernimento das associações entre fatos contribui para o pensamento probabilístico, pois envolve reflexões sobre possíveis causas e consequências dos eventos investigados, e permite uma análise de probabilidades com base nessas reflexões.

Ainda, registramos aqui a definição para o cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento que utilizamos durante esta pesquisa. Morgado et. al. (1991, p. 121) definem:

$$\textit{Probabilidade} = \frac{\textit{número de casos favoráveis}}{\textit{número de casos possíveis}}$$

Esses conceitos, apresentados nesta seção, foram utilizados durante a proposta pedagógica e a análise dos dados produzidos. Na sequência, apresentamos os procedimentos metodológicos de nossa pesquisa.

3 METODOLOGIA

“Precisamos dar espaço à criança durante seu processo de aprendizado. Lá na frente, não basta abrir a porta da gaiola. Se ela não praticou, não saberá voar.”

(Ubiratan D’Ambrosio)

Neste capítulo do trabalho, discutimos a abordagem metodológica adotada para esta pesquisa, que está inserida na temática “Relações entre a prática pedagógica e a pesquisa em Educação Matemática”⁸. A investigação tem como objetivo identificar as potencialidades apresentadas pela criação e aplicação do jogo Pindorama, desenvolvido com base no jogo The Settlers of Catan, em aulas de matemática. Buscamos, por meio disso, observar as estratégias e o pensamento matemático desenvolvido pelos estudantes no decorrer das tarefas. Sendo assim, na sequência deste capítulo, apresentamos a pergunta diretriz que orientou a pesquisa, considerações e justificativa para a escolha de uma pesquisa qualitativa, objetivos e justificativas para a realização desta investigação, além do contexto da realização da prática pedagógica e habilidades a serem desenvolvidas por meio dela. Em seguida, descrevemos detalhadamente os procedimentos desenvolvidos na proposta, além dos recursos utilizados para a produção de dados.

3.1 Considerações sobre a metodologia da pesquisa

O estudo foi norteado pela seguinte pergunta: “Quais contribuições a construção e aplicação do jogo Pindorama podem propiciar para a aprendizagem de matemática?”. Partindo desse questionamento, buscamos compreender e identificar etapas da construção de um jogo que podem propiciar momentos de aprendizagem matemática, por meio de elementos de criatividade, discussão de ideias, estabelecimento em conjunto de regras e de novas características a serem inseridas na situação que os estudantes estão vivenciando. Também tentamos identificar ensinamentos matemáticos que o próprio jogar possibilita, em particular no jogo Pindorama.

Sendo assim, consideramos adequado que a metodologia deste trabalho seja caracterizada sob o viés da pesquisa qualitativa, pois há um interesse particular nos

⁸ Temática segundo o Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul

processos realizados pelos estudantes, de forma que seja buscada, principalmente, “a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos participantes da investigação” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16). Dessa forma, a prática e os estudos realizados nesta investigação procuram considerar “[...] procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida” (BORBA, 2004, p.2). Ou seja, o foco da análise está em compreender quais são os saberes matemáticos que surgem por meio das investigações e descobertas dos estudantes durante a prática proposta.

O objetivo geral da pesquisa é identificar potencialidades na aprendizagem matemática de estudantes propiciadas pela construção e utilização do jogo Pindorama, adaptado de The Settlers of Catan, por meio de etapas de Modelagem Matemática, em oficinas realizadas em aulas de matemática. Como objetivos específicos do estudo, podem ser elencados:

- Criar em sala de aula, por meio da aplicação do jogo, ambientes favoráveis ao estudo da Matemática;
- Analisar as potencialidades do jogo Pindorama para a construção de estratégias e do pensamento probabilístico;
- Possibilitar a aprendizagem matemática pela investigação, utilizando etapas de Modelagem Matemática aliadas ao jogo.

Com base nesses objetivos, estabelecemos a pergunta diretriz e, a partir deste questionamento, desenvolvemos o estudo buscando analisar os movimentos dos estudantes na realização das tarefas propostas para compreender os saberes que podem surgir por meio das etapas de Modelagem Matemática, da criação do jogo, e do jogar, bem como as estratégias e pensamentos matemáticos apresentados pelos estudantes. Além disso, foi observado o aspecto da colaboração entre os estudantes, tanto na construção do jogo, quanto no momento de jogar.

Justificamos este estudo considerando que o jogar trata-se de uma prática que envolve dinamicidade de ideias, situações problema a serem solucionadas, e criação de estratégias para que um objetivo seja alcançado. Ainda, no Caderno do PNAIC: Jogos na Alfabetização Matemática, afirma-se que:

[...] Além dos conceitos, os alunos podem desenvolver a capacidade de organização, análise, reflexão e argumentação, uma série de atitudes como

o aprender a ganhar e a lidar com o perder, o aprender a trabalhar em equipe, respeitar regras, dentre outras. (BRASIL, 2014, p. 5)

Portanto, pensar em formas de aproveitar o potencial criativo deste recurso em ações educativas caracteriza uma possibilidade de descobertas relevantes para o ensino da Matemática. Em particular, o jogo *The Settlers of Catan* envolve elementos de estratégia e gestão de recursos, além de noções de probabilidade.

Dessa forma, percebemos que aliar este jogo com etapas de Modelagem Matemática pode ser um caminho para que surjam ainda mais potencialidades na aprendizagem matemática dos estudantes, possibilitando o estudo da matemática em situações cotidianas por meio da investigação. Sendo assim, tanto as etapas de construção do jogo, quanto a de jogar, são estruturadas em pesquisas e reflexões contextualizadas, que podem favorecer descobertas sobre aspectos pertinentes nas vidas das crianças e adolescentes, e sobre a maneira como a matemática se insere neste cenário.

Com relação ao contexto da pesquisa, esta foi desenvolvida em uma escola estadual de Porto Alegre, com estudantes de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. Para a realização das tarefas propostas, foi aproveitado o ambiente do Laboratório de Matemática da escola, que consiste em uma sala dedicada à aprendizagem de matemática, na qual costumam ser aplicadas oficinas com jogos e outros materiais.

O fato de nós, autor e orientadora deste TCC, participarmos do projeto Laboratório de Matemática em Escolas Públicas contribuiu para a decisão de utilizar esse espaço, e as potencialidades que ele oferece, como um elemento importante no desenvolvimento deste estudo. Consideramos o espaço do Laboratório de Matemática um ambiente ideal para a realização desta prática pedagógica, pois, como apontado por Dalcin, Bertolucci e Silva (2020), trata-se de “uma sala-ambiente propícia à construção coletiva de conhecimentos matemáticos”, o que vai ao encontro dos objetivos que determinamos para o estudo. Ainda, “proporciona a construção, com compreensão, de conceitos e procedimentos matemáticos, além de desenvolver habilidades específicas, estimulando também o espírito investigativo e a autonomia de estudantes e professores” (DALCIN; BERTOLUCCI; SILVA, 2020, p. 28). Nesse sentido, as ideias de construir um jogo e investigar as noções matemáticas envolvidas nele estão alinhadas com os propósitos e potencialidades do laboratório.

Neste contexto, os saberes matemáticos que buscamos abordar nas tarefas propostas envolvem noções elementares de probabilidade, estratégia, gestão de recursos e pensamento matemático. Assim, elencamos as seguintes habilidades a serem desenvolvidas durante a prática:

- Compreender a noção de espaço amostral;
- Identificar e compreender o que são eventos;
- Calcular a probabilidade de ocorrência de um evento;
- Comparar diferentes probabilidades e reconhecer eventos mais e menos prováveis;
- Compreensão do fator aleatório e o papel que ele desempenha no jogo;
- Pensar estrategicamente as jogadas, buscando resultados favoráveis que levem à vitória no jogo;
- Perceber possíveis vantagens e desvantagens de cooperar com outros jogadores;
- Conhecer itens comerciais produzidos nas cinco regiões do Brasil, e compreender procedimentos e funcionamento dessas produções;
- Identificar resultados da “realidade” e traduzir matematicamente para o jogo.

Por meio desses elementos, acreditamos que a nossa proposta possa gerar investigações relevantes no contexto da educação matemática. Na sequência deste capítulo, fazemos um relato detalhado sobre as tarefas desenvolvidas e a produção de dados.

3.2 Descrição da prática

Quadro 1 - Panorama dos encontros realizados durante a prática

Encontro	Ações realizadas
1º	Apresentação do jogo aos participantes, introdução das regras, momento para jogar pela primeira vez, e definição de uma situação a ser investigada.
2º	Discussão de ideias sobre como criar o nosso jogo, com base em The Settlers of Catan.
3º	Definição dos novos recursos para o jogo e investigação sobre

	cada um desses itens, escolhidos pelos participantes. Discussões sobre novas regras para o jogo.
4º	Continuação das investigações sobre os recursos, por meio de buscas na internet.
5º	Construção das peças de Pindorama (tabuleiro, cartas).
6º	Momento para jogar Pindorama.
7º	Momento para jogar Pindorama.
8º	Momento para jogar Pindorama e discutir as aprendizagens proporcionadas pelas oficinas realizadas.

Fonte: elaboração própria

Como parte do desenvolvimento desta pesquisa, foi realizada uma prática pedagógica, envolvendo jogos e Modelagem Matemática, com estudantes de uma turma de nono ano da Escola Estadual de Ensino Médio Anne Frank, localizada em Porto Alegre. Esse público alvo foi escolhido por se tratar de um grupo de pessoas de uma faixa etária semelhante e que, até então, teve pouco contato com noções de probabilidade. Além disso, alguns desses estudantes, em situações anteriores, demonstraram interesse em trabalhar com criação de jogos. Como o jogo *The Settlers of Catan* é indicado para três ou quatro jogadores, planejamos a realização das tarefas com a participação de seis a oito estudantes, de modo que eles pudessem jogar em dois grupos. No entanto, durante a aplicação das tarefas, os grupos acabaram se juntando e formando um único grupo composto por seis estudantes. Identificamos esses participantes como: **E1, E2, E3, E4, E5 e E6**.

Também é relevante ressaltar o período no qual a proposta foi desenvolvida, pois se tratava de um momento de final de ano letivo, no qual todo o conteúdo matemático do ano já havia sido estudado, restando apenas algumas entregas de trabalhos e atividades de recuperação. Ao conversar sobre esta pesquisa com a professora de matemática desses estudantes, ela sugeriu que a proposta fosse apresentada para toda a turma de 9º ano do Ensino Fundamental, e que aqueles estudantes que desejassem participar se manifestassem. Os demais estudantes que não participaram da pesquisa continuaram fazendo atividades com a professora em sala de aula, enquanto os participantes da pesquisa foram convidados a ir para o Laboratório de Matemática da escola, local onde as tarefas propostas aconteceram.

Ainda, um aspecto importante a ser destacado com relação aos participantes da pesquisa, bem como a metodologia qualitativa em geral, é o fato de que, conforme apontado por Goldenberg (2004), o *bias* dos pesquisadores interferem na investigação científica. Ou seja, não há como existir uma total neutralidade no trabalho do pesquisador, já que a própria maneira como a investigação é conduzida pode impactar nos resultados.

Cientistas sociais como Max Weber, Pierre Bourdieu e Howard Becker acreditam ser fundamental a explicitação de todos os passos da pesquisa para evitar o *bias* do pesquisador. Recusam a suposta neutralidade do pesquisador quantitativista e propõem que o pesquisador tenha consciência da interferência de seus valores na seleção e no encaminhamento do problema estudado. A tarefa do pesquisador é reconhecer o *bias* para poder prevenir sua interferência nas conclusões (GOLDENBERG, 2004, p. 44, 45).

Neste sentido, a opção por trabalhar com participantes que querem estar envolvidos, tendo interesse genuíno em participar do estudo, tem impactos significativos no desenvolvimento das tarefas, e isso é reconhecido e considerado em nossas análises dos dados e considerações.

Dando sequência para o panorama da prática aplicada, destacamos as ações principais que ocorreram em cada um dos encontros. Em linhas gerais, a proposta consistiu na realização de oficinas em 8 encontros, nos quais os participantes foram convidados a explorar um jogo, pesquisar informações na internet, discutir esses dados, e criar uma nova versão desse jogo, com algumas regras e propriedades únicas, utilizando as informações encontradas.

No primeiro encontro, os participantes do estudo tiveram o primeiro contato com o jogo The Settlers of Catan: inicialmente, foi apresentado um vídeo curto⁹ que explica, de forma resumida, as regras e as principais noções sobre o jogo, e em seguida os estudantes foram convidados a iniciar uma partida, colocando em prática aquilo que havia sido mostrado no vídeo, e tirando dúvidas e aprendendo enquanto jogavam.

The Settlers of Catan é um jogo de tabuleiro no qual os jogadores exploram e criam civilizações em uma ilha repleta de recursos. Nessa ilha, há cinco regiões, com diferentes terrenos, e cada uma delas produz um tipo de recurso. Por meio desses recursos, é possível criar construções, realizar trocas comerciais, e progredir rumo à vitória. Os jogadores devem pensar estrategicamente no momento de

⁹ Disponível em: <https://youtu.be/l-l1smWldbg>

escolher os locais para posicionar suas construções, assim como nas trocas e alianças a serem feitas com outros jogadores, pois esses costumam ser elementos determinantes para o sucesso no jogo. Além disso, também há o envolvimento do fator sorte, já que a determinação de quais recursos serão produzidos na ilha é feita por meio do lançamento de dois dados ao acaso, porém isso não diminui a importância do pensamento estratégico e matemático no jogo.

Diante desse panorama, em princípio, Catan pode parecer um jogo difícil de ser compreendido, entretanto, é comum as pessoas apresentarem facilidade para jogar após o entendimento das regras, o que não significa que o jogo não possui complexidades. Em nossa prática, os estudantes não apresentaram dificuldades para aprender a jogar, apenas fazendo alguns questionamentos eventuais durante a partida. Ao final desse encontro, sugeri a ideia de construirmos um jogo personalizado com base nesse original, dando um direcionamento para a ideia de criarmos uma versão brasileira do jogo, pesquisando recursos produzidos nas cinco regiões do país. Desse modo, o primeiro encontro teve como foco a exploração do jogo e a definição de uma situação a ser investigada.

Figura 2 - Registro de uma partida de The Settlers of Catan jogada pelos estudantes



Fonte: A pesquisa

Após esse momento introdutório, o segundo encontro foi dedicado para a discussão e troca de ideias sobre possíveis alterações em nosso jogo, a ser produzido, em relação ao Catan¹⁰. Aqui, consideramos importante destacar que, ao término do encontro anterior, foi criado um grupo no aplicativo WhatsApp entre os participantes da oficina e o pesquisador, o que permitiu algumas interações fora do horário oficial das atividades. Esses diálogos podem ser interpretados como encontros virtuais assíncronos, já que em diversos momentos, contribuíram para o avanço do trabalho. Em uma das conversas ocorridas na noite entre o primeiro e o segundo encontro presencial, alguns estudantes apresentaram ideias sobre possibilidades de recursos a serem pesquisados e incorporados em Pindorama. Sendo assim, durante o segundo encontro, essas ideias que surgiram no encontro virtual assíncrono foram apresentadas novamente e discutidas, buscando consensos sobre quais aspectos deveriam ser implementados em Pindorama, e por quê. Nesse momento, foram definidos os novos recursos, bem como a adição de um sexto recurso, o petróleo, que seria produzido nas áreas de oceano, que no jogo original não produzem recursos. Também foram definidas algumas novas regras, e algumas questões relacionadas à temática definida para o Pindorama, que é diferente da temática medieval de Catan. Ainda, foi determinado que o processo da criação artística, como os desenhos nas cartas e no tabuleiro, recortes e colagens, seria realizado pelos estudantes, uma ideia que partiu deles e não dos pesquisadores.

Na sequência das oficinas, em nosso terceiro encontro, as ações principais consistiram na investigação sobre os recursos escolhidos, por meio de buscas na internet, e na discussão de alguns aspectos do jogo que ainda não estavam bem definidos. Nesse momento, foram abordadas questões envolvendo os números das casas no tabuleiro e as probabilidades de esses números serem sorteados quando dois dados são lançados ao acaso. A partir disso, foram feitas reflexões sobre quais números e quais tipos de dados deveríamos utilizar para que o jogo tivesse um bom equilíbrio. Após essa discussão, convidei os estudantes a iniciarem as buscas por informações na internet sobre os produtos escolhidos, procurando compreender funcionamentos e processos da produção desses itens, além de quantidades

¹⁰ Utilizaremos o apelido “Catan” quando estivermos nos referindo ao jogo original “The Settlers of Catan”, e o nome “Pindorama” quando estivermos nos referindo ao jogo criado pelos participantes da pesquisa, com base no original.

médias, para que pudéssemos construir as cartas desses recursos e as cartas de eventos.

Dando sequência para a oficina, o quarto encontro teve como principal movimento a continuação das pesquisas e coletas de informações, iniciadas anteriormente, e a criação de cartas de recurso e de eventos com base nos resultados das buscas. Essas cartas criadas, além de caracterizarem um novo elemento no jogo, apresentam desafios e situações matemáticas a serem resolvidas durante o jogar.

O quinto encontro, diferentemente dos anteriores que tinham sido realizados em horário de aula, aconteceu no turno inverso. Esse momento da oficina foi dedicado para o início dos trabalhos manuais e artísticos da criação de Pindorama. Novamente, o ambiente e os materiais do Laboratório de Matemática foram aproveitados, o que possibilitou a construção do jogo pelos participantes. Foram confeccionadas as peças que compõem o tabuleiro, além das cartas de recursos e de eventos.

Com a criação de Pindorama praticamente concluída, foi iniciada a etapa final da oficina, que tratava-se do momento de jogar o nosso jogo. Assim, nos três encontros finais de nossa prática, os participantes puderam jogar algumas partidas do jogo construído, além de discutir aspectos sobre o desenvolvimento das tarefas, a matemática envolvida no jogo, e aprendizagens proporcionadas pela proposta. No capítulo de análise dos dados, apresentamos nossas percepções sobre essas aprendizagens.

Ainda, com relação aos dados para a pesquisa, estes foram produzidos por meio de registros, que foram solicitados aos estudantes, bem como filmagens durante os encontros. Além disso, durante todo o desenvolvimento da investigação, foram produzidos diários de campo com percepções próprias do pesquisador sobre o andamento das tarefas e sobre as ações dos estudantes. Assim, buscou-se cumprir os objetivos estabelecidos e responder a pergunta diretriz.

4 ANÁLISE DOS DADOS

*“O jogo é um tipo de atividade particularmente poderosa para o exercício da vida social e da atividade construtiva da criança.”
(Jean Piaget)*

Neste capítulo, apresentamos a análise dos dados produzidos, com nossas considerações sobre momentos relevantes da prática pedagógica aplicada para a compreensão das potencialidades dos jogos investigados na produção de saberes matemáticos. As análises foram realizadas com base nos referenciais teóricos apresentados anteriormente, e a estrutura do capítulo foi organizada por meio dos objetivos que determinamos para a pesquisa.

Lembramos que os participantes da pesquisa são identificados, nesta escrita, como: **E1**, **E2**, **E3**, **E4**, **E5** e **E6**. Quando houver diálogos com o professor pesquisador, este será identificado como **P**.

4.1 Compreensão das noções de espaço amostral, eventos, e cálculo de probabilidades

Durante o desenvolvimento das tarefas propostas, houve momentos nos quais alguns elementos probabilísticos foram debatidos, sendo interpretados como componentes importantes do jogo investigado. Devido ao fato de Catan utilizar um sistema de recompensas baseado no lançamento de dois dados cúbicos, no qual a geração dos recursos do jogo é determinada pela soma dos dois números sorteados nos dados, é possível notar que a probabilidade é um fator determinante no desenvolvimento das partidas desse jogo. Conforme destacam Krohl et. al (2021), Catan se trata de um jogo que possibilita a exploração de vários aspectos da Matemática, tanto em nível universitário quanto básico, de forma inovadora e divertida. Sendo assim, pensamos que o entendimento de alguns conceitos básicos sobre probabilidade seriam pertinentes para um estudo envolvendo este jogo.

Tanto no momento de jogar Catan, quanto na construção do jogo personalizado, observamos a presença de noções importantes do pensamento probabilístico, e nessa seção do trabalho, destacamos aquilo que percebemos sobre a compreensão dos conceitos de espaço amostral, eventos, e o cálculo de probabilidades por parte dos participantes do estudo. Também ressaltamos que, conforme descobrimos durante a aplicação das oficinas, o primeiro contato que os

estudantes tiveram com alguns desses conceitos aconteceu exatamente durante as nossas tarefas propostas, o que nos indica que a aplicação deste jogo também pode servir como introdução para tais conceitos.

Em particular, durante a criação de Pindorama, foram realizadas reflexões sobre a melhor forma de construirmos um tabuleiro adequado para cinco ou seis jogadores, que foi uma das ideias levantadas pelos participantes enquanto jogavam uma partida entre cinco pessoas, e foi percebido que o tamanho do tabuleiro original era pequeno para essa quantidade de jogadores. Dessas reflexões, o participante **E2** sugeriu que construíssemos um tabuleiro maior, com mais terrenos, aumentando o espaço para as construções. Nesse momento, um dos questionamentos manifestados pelos estudantes foi: o que fazer com os números nos terrenos do tabuleiro?

Figura 3 - Tabuleiro original de Catan



Fonte: Catan Universe

Como o tabuleiro original de Catan é formado por dezenove terrenos, e dezoito desses são numerados, para um possível aumento de tamanho desse tabuleiro, seria necessário aumentar a quantidade de terrenos. Além disso, essas

novas áreas também deveriam ser numeradas de modo que a mecânica de produção de recursos continuasse funcionando.

Dessa forma, fez-se necessário pensar sobre a numeração atribuída para os terrenos no novo tabuleiro a ser construído, já que uma numeração aleatória poderia prejudicar o balanceamento do jogo. Buscando criar um tabuleiro adequado e que mantivesse o equilíbrio da economia do jogo, foi feita uma análise sobre as probabilidades de cada possível resultado ao serem lançados dois dados ao acaso. Para isso, o pesquisador questionou se os estudantes já estavam familiarizados com o cálculo de probabilidade de um evento, ao qual eles responderam que não. Portanto, nesse momento, foram introduzidos aos participantes, pelo pesquisador, os conceitos de evento, casos possíveis e casos favoráveis, espaço amostral, além do procedimento utilizado para o cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento.

Isso foi feito a partir de um exemplo vivenciado no jogo: o lançamento de um dado ao acaso. Inicialmente, foi discutido quais são todas as possibilidades ao ser lançado um dado cúbico, e isso foi definido como espaço amostral. Em seguida, foi apresentada a ideia do que é um evento em probabilidade, que pode ser entendido como uma situação, ou um grupo de resultados específicos que escolhemos para analisar. Para reforçar essa ideia, foram utilizados alguns exemplos de eventos, como a obtenção de um número par ao ser lançado um dado. Ainda, foram abordadas as ideias de casos favoráveis, que são os casos que satisfazem a ocorrência do evento investigado, e casos possíveis, que é o espaço amostral. Com isso, foi apresentada a relação que fornece a probabilidade de ocorrência de um determinado evento, dada por

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

onde m é o número de elementos do evento A , e n é o número de elementos do espaço amostral (MORGADO et. al., 1991). Tanto os exemplos, quanto a relação, foram escritos no quadro do Laboratório de Matemática.

A compreensão desses conceitos permitiu que os estudantes avançassem nas ideias sobre quais números deveriam aparecer no tabuleiro, e com qual frequência. No jogo original, os dois números com menor probabilidade de serem sorteados no lançamento de dois dados cúbicos (dois e doze) aparecem, cada um, em apenas um terreno do tabuleiro, enquanto os demais resultados (com exceção

do número sete) aparecem duas vezes cada. Dessa forma, há um equilíbrio na distribuição dos números associados aos terrenos. Pensando em manter esse balanceamento, os participantes pensaram no seguinte esquema para a distribuição dos números:

Quadro 2 - Distribuição dos números designados para os terrenos de Pindorama

Número	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	15	16
Quantidade de terrenos	2	2	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	2	2

Fonte: elaboração própria

Uma observação pertinente aqui é com relação à decisão dos estudantes de utilizarmos dados diferentes dos cúbicos usados em Catan. Durante a troca de ideias sobre a configuração do novo tabuleiro, os participantes **E2** e **E3** sugeriram o uso de “dados de RPG¹¹”, fazendo referência a dados com mais faces, já que pretendíamos expandir o tamanho do tabuleiro. Com isso, foi determinada a utilização de dois dados d8¹². Para essa determinação, no entanto, foram necessárias algumas discussões. Em um determinado momento, os participantes e o professor pesquisador estavam ponderando sobre as opções de se utilizar dois dados d8, ou um dado d6¹³ e um dado d10¹⁴.

P: Se a gente fizesse desse jeito (um dado d6 e um dado d10), a gente não teria um único número com mais probabilidade que os outros, a gente teria cinco.

E2: Isso seria bom por um lado, e por outro seria ruim. Seria mais fácil de conseguir certos recursos, mas talvez ficasse muito fácil.

E6: Na verdade, como aumentou o espaço amostral, não só adiciona mais números com maior probabilidade, como também diminui a probabilidade do 7, conseqüentemente, porque agora tem mais números.

(Áudio de 01/12/2022)

Nessa situação, foi discutido um problema probabilístico, no qual observamos a segunda demanda cognitiva apontada por Bryant e Nunes (2012), que é a identificação do espaço amostral. Sobre isso, esses autores afirmam que para que a criança possa identificar o espaço amostral, ela precisa imaginar o futuro de uma

¹¹ RPG é uma abreviação para Role Playing Game.

¹² D8 é um dado de oito faces, com formato de um octaedro regular.

¹³ D6 é um dado de seis faces, com formato cúbico.

¹⁴ D10 é um dado de dez faces, com formato de um decaedro regular.

forma particular, além de pensar em todos os possíveis eventos que podem ocorrer em um contexto particular (BRYANT; NUNES, 2012, p. 6). Nesse caso, embora os possíveis valores das somas dos resultados dos dois dados fosse o mesmo, as quantidades de combinações que resultam em cada número são diferentes para o lançamento de dois dados d8 e para o lançamento de um dado d6 e um dado d10. A partir dessas reflexões, os participantes escolheram utilizar dois dados d8.

Desse modo, conforme mostrado na tabela anterior, foi pensada pelos estudantes essa distribuição dos possíveis resultados no lançamento de dois dados d8 para os terrenos de Pindorama, considerando as probabilidades de ocorrência de cada resultado.

Sendo assim, os elementos probabilísticos mencionados nesta seção ajudaram na construção de partes importantes do jogo. Além disso, tais noções se mostraram úteis, também, durante as partidas, auxiliando no pensamento matemático e estratégico para as jogadas. Identificamos, portanto, que a compreensão desses conceitos básicos de probabilidade teve relevância no desenvolvimento das tarefas, especialmente no momento de criar o novo jogo.

4.2 Comparação de diferentes probabilidades e reconhecimento de eventos mais e menos prováveis

Ao serem introduzidas aos participantes da pesquisa as regras e o funcionamento do jogo Catan, por meio da apresentação de um vídeo rápido e de algumas explicações feitas pelo pesquisador durante o primeiro encontro, não houve inicialmente um aprofundamento na discussão sobre conceitos de probabilidade envolvidos na dinâmica do jogo. A ideia por trás disso era identificarmos se os estudantes, em algum momento da partida, trariam algumas dessas noções para o debate, o que de fato aconteceu.

Após algumas rodadas da primeira partida jogada pelos participantes, começaram a surgir questionamentos relacionados à abundância de alguns recursos e escassez de outros. O seguinte diálogo aconteceu entre os participantes **E5** e **E3**:

E5: Só vocês dois estão ganhando recursos.
[alguns instantes]

E5: Sor, eu não entendi uma coisa: como faz pra ganhar recursos? Porque só eu não estou ganhando.

E3: Tem que cair o teu número...

E5: Impossível cair o 2.

(Áudio de 24/11/2022)

Ou seja, os jogadores identificaram um fato que estava influenciando no andamento do jogo, ao perceberem que a produção de determinados recursos estava acontecendo com uma frequência menor em relação a outros, e essa percepção deu início para as discussões sobre noções probabilísticas. Nesse momento, o professor pesquisador direcionou o foco dos estudantes para o fato de que cada terreno no tabuleiro possui um número associado, conforme observado na figura 4, mas que esses números não possuem necessariamente as mesmas chances de serem sorteados quando dois dados são lançados e os valores obtidos são somados. Por exemplo, na imagem a seguir, há um cenário de Catan no qual existe um terreno de floresta com o número 10, que produz madeira quando este número é sorteado nos dados, e uma área de pasto com o número 8, a qual produz lã caso este seja o número sorteado.

Figura 4 - Cenário de uma partida do jogo Catan



Fonte: Catan Universe

Como há cinco combinações de números no lançamento de dois dados que resultam em 8 ($2 + 6$, $3 + 5$, $4 + 4$, $5 + 3$, $6 + 2$), enquanto há apenas três combinações que resultam em 10 ($4 + 6$, $5 + 5$, $6 + 4$), as chances do terreno de pasto com o número 8 produzir recursos são maiores do que as chances da área de floresta com o número 10 produzir recursos. Sendo assim, dependendo da configuração dos números nos terrenos do tabuleiro, pode haver diferenças

significativas na quantidade de recursos produzidos durante o jogo, fato que traz consequências para o desenvolvimento da partida.

Essa questão foi discutida entre os estudantes, com alguns apontamentos sendo realizados pelo pesquisador. Em um certo momento, os participantes **E2**, **E3** e **E4** discutiram:

E4: Eu fiz aqui, os números mais difíceis de cair é... 12 né, óbvio, 11 e 10. O 10 tem só três chances, e o 11 só duas.

E2: Na verdade, os mais difíceis de cair são 2 e 3... não, 2 e 12.

E3: É, eu ia falar que é o 1, mas nem dá pra cair (risadas).

(Áudio de 25/11/2022)

Aqui, percebemos que os estudantes estavam fazendo uso da habilidade de comparar e quantificar probabilidades, uma das demandas cognitivas descritas por Bryant e Nunes (2012). Isso estava sendo feito por meio da comparação da quantidade de possibilidades de resultados nos dados para cada número.

Na sequência, também foi mencionado, pelo professor pesquisador, o fato de que, abaixo de cada número no tabuleiro, há bolinhas que indicam a quantidade de combinações nos dados que resultam naquele número, o que ajuda na compreensão de quais números têm chances maiores de serem sorteados. Ao perceberem essa existência de diferentes chances para os resultados nos dados, alguns dos jogadores solicitaram que a partida fosse reiniciada, para que pudessem mudar as posições de suas construções iniciais, considerando esse aspecto recém descoberto. Observando as mudanças no posicionamento das construções, notamos que, a partir do que foi discutido, as escolhas, em geral, foram feitas buscando a ocupação dos terrenos com maiores chances. Aqui, identificamos um dos momentos da atividade com jogos de tabuleiro que, como descrito por Giordani e Ribas (2016), proporciona o desenvolvimento do raciocínio lógico através de brincadeiras, enigmas, e outras tarefas que exigem certo exercício mental. Realizando esse exercício mental, os estudantes puderam raciocinar utilizando uma lógica e percebendo um caminho para ter um melhor desempenho na partida.

Sendo assim, observamos que as situações propostas pelo jogo incentivaram o desenvolvimento da habilidade de comparação das chances de ocorrência de diferentes eventos e identificação de quais são os mais prováveis. Esse raciocínio, quando aplicado em partidas de Catan e Pindorama, pode melhorar o desempenho do jogador, que potencialmente terá uma maior produção de recursos por possuir

construções em terrenos com maiores chances de sorteio nos dados. Contudo, também é válido ressaltar que o fato de um jogador possuir uma produção de recursos mais alta não significa, necessariamente, que este jogador está em vantagem no jogo, pois os tipos de recurso que cada um possui, bem como a gestão dessas posses, também são aspectos estratégicos importantes do jogo. Desse modo, observamos que a ideia de ter uma grande produção de itens é geralmente benéfica para o jogador, mas não se trata do único elemento determinante do desempenho no jogo. Quando é aliada a outros pensamentos estratégicos, costuma gerar bons resultados.

Além disso, outra observação que julgamos relevante para esta pesquisa está relacionada ao fato de que, nos momentos em que os estudantes estavam jogando, a habilidade de reconhecimento de eventos mais e menos prováveis estava sendo constantemente utilizada, embora eles não estivessem calculando a probabilidade de cada evento por meio da relação estudada. Notamos que, após compreenderem quais números possuem mais chances de serem sorteados, os participantes passaram a fazer suas escolhas de forma intuitiva, sem a realização de cálculos para descobrirem as probabilidades específicas de cada número. Isso vai ao encontro do que foi explicado por Bryant e Nunes (2012, p. 6) sobre a possibilidade de as pessoas compararem probabilidades através de relações simples como a identificação de “maiores” ou “menores” chances. Ou seja, uma vez que os estudantes perceberam que a ocorrência de um evento é mais provável quando esse evento tem mais chances de acontecer em relação a outros, e no caso do sorteio de números nos dados, isso se caracteriza quando um número possui mais combinações que resultam nele em comparação a outros números, esta noção tornou-se intuitiva e passou a ser usada com frequência no jogo. A indicação visual das chances de sorteio de cada número no tabuleiro também pode ter facilitado este processo.

Desse modo, percebemos que, para as estratégias desenvolvidas pelos participantes nas partidas jogadas durante as oficinas, a identificação de eventos mais prováveis de forma intuitiva foi suficiente para as ideias e objetivos por eles estabelecidos. No entanto, saber as probabilidades exatas em diferentes situações do jogo também pode ser importante para estratégias mais avançadas, e o jogador que souber utilizar essa habilidade pode ser beneficiado. Assim como no caso do xadrez, do poker e de outros jogos populares, Catan pode ser um jogo

extremamente competitivo, havendo campeonatos nacionais e internacionais nos quais os jogadores devem utilizar táticas avançadas para desempenhar melhor que seus oponentes em busca da vitória. Portanto, percebemos que há diferentes níveis em que o pensamento matemático pode ser útil para melhorar as jogadas, e diferentes habilidades que os jogos Catan e Pindorama podem desenvolver.

Também destacamos que a habilidade de comparação de diferentes probabilidades fez-se necessária no momento de criação de Pindorama pois, a partir da decisão de expandir o tabuleiro e mudar os dados para dois d8, surgiu a necessidade de pensar em uma nova configuração para o jogo que mantivesse um equilíbrio, como apontado na seção anterior. Sendo assim, os estudantes refletiram e desenvolveram alguns procedimentos para descobrir e comparar as probabilidades de cada resultado, e utilizaram essas descobertas como base para a nova configuração criada. Um desses procedimentos realizados foi a criação de um registro, conforme visualizado na figura 5, com todas as possibilidades de resultado ao serem lançados dois dados d8, observando os números que aparecem mais vezes, e comparando com outras situações, como explicado na seção anterior.

Figura 5 - Registro do espaço amostral de uma situação criado pelo participante E6

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11	12	13
6	7	8	9	10	11	12	13	14
7	8	9	10	11	12	13	14	15
8	9	10	11	12	13	14	15	16

Fonte: A pesquisa

4.3 Compreensão do fator aleatório e o papel que ele desempenha no jogo

Ao longo dos encontros, nos quais diversas partidas de Catan e de Pindorama foram jogadas, as características particulares desses jogos foram se

tornando mais claras para os envolvidos. Aspectos como o posicionamento das construções, as trocas a serem feitas com outros jogadores, e as escolhas de quais objetivos perseguir para conseguir os dez pontos mais rapidamente são alguns dos elementos determinantes no progresso das partidas. Por meio dessas características, identificamos nesses jogos aquilo que Smole, Diniz e Milani (2007, p.10) interpretam como uma base para o desenvolvimento do espírito construtivo, da imaginação, da capacidade de sistematizar e abstrair, e de interagir socialmente. Entretanto, há outro aspecto que assume um papel importante nesses jogos investigados, que é o fator sorte.

Quando estudamos conceitos de probabilidade, uma noção importante é a de que estamos lidando com a incerteza, em situações nas quais não podemos prever os resultados com exatidão. Sendo assim, a análise de eventos em probabilidade envolve a interpretação das chances de ocorrência e de não ocorrência de uma determinada situação.

Isso significa que, mesmo que a probabilidade de ocorrência de um evento seja alta, é preciso considerar a possibilidade de que ele não ocorra. Há inúmeras situações cotidianas nas quais temos que lidar com a incerteza, casos em que não podemos prever com certeza aquilo que acontecerá e que, mesmo que possamos trabalhar para aumentar as chances de ocorrência do evento, as chances de que ele não aconteça continuam existindo, e devem ser respeitadas. Na Matemática, esses casos são denominados experimentos aleatórios, e a Teoria das Probabilidades trata-se do ramo da Matemática que estuda tais casos (MORGADO et. al., 1991).

Experimentos aleatórios também são vivenciados com frequência em Catan e Pindorama, já que algumas das principais mecânicas desses jogos são baseadas nos resultados de lançamento de dados. Ou seja, há nesses jogos momentos em que os lances são imprevisíveis, de modo que as táticas planejadas pelos jogadores podem acabar sendo, aleatoriamente, frustradas ou bem sucedidas. A antecipação das jogadas, que é uma habilidade usualmente aproveitada pelas pessoas em jogos de estratégia, não pode ser feita com precisão em algumas situações que são dependentes dos resultados dos sorteios nos dados.

Com relação a essa questão, o participante **E1** relatou uma percepção que teve enquanto jogava a primeira partida de Catan. Ele comentou:

O jogo não se baseia puramente em estratégia, como também em sorte. Um exemplo que posso dar foi a minha primeira partida de Catan. Eu havia colocado minhas casas na maioria dos recursos que possuíam um número vermelho, o qual tem a maior probabilidade de cair no dado, porém mesmo assim eu consegui muitos poucos recursos comparado aos outros jogadores.

(Relato do estudante **E1**, enviado em 07/01/2023)

O exemplo relatado por **E1** nos ajuda a compreender que, de fato, a presença da aleatoriedade é perceptível em certas ocasiões nos jogos investigados, de modo que a sorte pode ser determinante para o sucesso ou fracasso de algumas estratégias. Entretanto, a imprevisibilidade não elimina a possibilidade de se pensar matematicamente e estrategicamente nas jogadas, e a compreensão desse fator aleatório e do papel que ele desempenha em Catan e em Pindorama pode, também, ser uma habilidade útil. O próprio reconhecimento de situações que dependem apenas de sorte é importante e pode trazer benefícios, pois indica que o jogador possui uma boa compreensão das mecânicas do jogo, e o ajuda planejar objetivos considerando a possibilidade de os eventos ocorrerem de diversas formas. Como argumentam Bryant e Nunes (2012, p. 4), a compreensão da aleatoriedade é a primeira demanda cognitiva para o pensamento probabilístico.

Nesse sentido, a antecipação das jogadas pode ser pensada de uma forma mais aberta, na qual são considerados vários cenários diferentes, com base nos distintos acontecimentos possíveis, dependendo do número sorteado nos dados e das ações dos demais jogadores. Ressaltamos, contudo, que esta é uma habilidade que possui níveis de aprofundamento, e a sua utilização, em certas situações nesses jogos, requer saberes avançados. Ainda assim, há momentos em que esse recurso pode ser aproveitado mesmo por jogadores iniciantes. Um exemplo disso, que foi vivenciado pelos participantes da pesquisa, é a tentativa de prever qual será a localização do ladrão em uma rodada futura. Este é um evento que depende, primeiramente, do sorteio do número sete nos dados, em Catan, e do número nove em Pindorama, e em seguida, depende da escolha do jogador que sorteou esse número. Essa escolha pode ser determinada por fatores como: a presença de vilas ou cidades adversárias em um determinado terreno, a probabilidade de geração de recursos daquela área, ou mesmo a relação pouco ou muito amigável entre os jogadores durante a partida. Ou seja, como podemos perceber, tratam-se de eventos dos quais não podemos prever os resultados com exatidão, porém é possível

considerar os diferentes cenários e, com base nas percepções próprias sobre o andamento do jogo, estar preparado para as múltiplas alternativas.

Ainda, destacamos um elemento que foi criado para o jogo Pindorama, e que trouxe situações interessantes para a pesquisa, que são as cartas de evento. Trata-se de uma nova regra que foi criada pelos estudantes e implementada no jogo desenvolvido, e que consiste em uma nova ação quando o número nove é sorteado nos dados (número com maior probabilidade de ser sorteado na soma dos resultados de dois dados d8, e que também ativa o ladrão). O jogador que sortear esse número deve, além de escolher uma nova posição no tabuleiro para o ladrão, retirar uma carta, aleatoriamente, do monte de cartas de evento, e o efeito da carta retirada será ativado.

Figura 6 - Cartas de evento criadas pelos participantes durante as oficinas



Fonte: A pesquisa

Em princípio, as cartas de evento caracterizam um elemento do jogo que é totalmente aleatório, já que os jogadores não têm nenhum controle sobre qual evento é ativado, nem sobre o momento que isso acontece. Contudo, mesmo que a ocorrência de um desses eventos seja imprevisível, os efeitos que eles trazem para

o jogo alteram significativamente a dinâmica das partidas, o que possibilita novas estratégias, mudanças de objetivos e alterações de prioridades dos jogadores.

Um exemplo da influência dessa nova mecânica, observado durante as oficinas, aconteceu quando um dos jogadores (**E2**) sorteou o número nove nos dados e ativou a carta “Azar, é verão”¹⁵. Isso fez com que a produção da cana-de-açúcar, um dos recursos de Pindorama, fosse dobrada, o que proporcionou a esse jogador uma produção abundante desse recurso. Nesse momento, **E2** percebeu que seria vantajoso construir diversas estradas, já que ele passou a ter cana-de-açúcar suficiente para isso, e tentar construir a maior estrada do tabuleiro, em busca da carta bônus “Freeway”¹⁶, que fornece dois pontos. Ou seja, a ocorrência de um evento aleatório, a qual os jogadores não conseguiam prever, propiciou a exploração de novas estratégias.

Sendo assim, observamos na prática que a habilidade de interpretar e saber lidar com os eventos aleatórios é essencial para o pensamento probabilístico (BRYANT; NUNES, 2012). Reconhecer que certos eventos são imprevisíveis é importante, e pode auxiliar na construção de estratégias em cenários nos quais esses eventos são determinantes. Ainda, mesmo que não seja possível garantir a ocorrência de um evento, há ações que podemos tomar para maximizar as chances de que aquilo que nos interessa aconteça. No caso do jogo, criar construções em terrenos com maiores probabilidades aumenta as chances do jogador conseguir os recursos que deseja, e assim, alcançar seus objetivos.

4.4 Competitividade e cooperação com outros jogadores

Em geral, os jogos possuem diversas características que permitem que eles se tornem um poderoso recurso pedagógico. Um desses atributos, que ressaltamos nesta seção do trabalho, é criação de situações semelhantes àquelas que ocorrem na vida cotidiana das pessoas, possibilitando que os jogadores reflitam e elaborem respostas para cenários no jogo, que também podem ser encontrados fora dele, embora de formas diferentes. Como descrito por Krohl et. al (2021), os jogos podem

¹⁵ Expressão usada quando alguém decide não se preocupar com algo. No contexto do jogo, foi escolhida como título de uma das cartas de evento pela relação do efeito da carta com a estação climática.

¹⁶ Carta que premia com dois pontos o primeiro jogador que constrói um caminho composto por, no mínimo, cinco estradas consecutivas. No Apêndice A, disponibilizamos um manual no qual o leitor encontrará informações detalhadas sobre cada mecânica de Pindorama.

envolver os mais amplos aspectos, desde os físicos, afetivos, cognitivos e aqueles que estão ligados à moralidade.

Um exemplo disso pode ser observado nos jogos que analisamos nessa pesquisa, nos quais, dentre diversos elementos que os caracterizam, destaca-se um aspecto que costuma ser essencial nas partidas. O aspecto ao qual nos referimos é a interação entre os jogadores. Assim como acontece em vários jogos, em Catan e em Pindorama os jogadores não jogam sozinhos, mas competem com outras pessoas que também estão tentando vencer. Como apontado por Smole, Diniz e Milani (2007), os jogos permitem o desenvolvimento da habilidade de interagir socialmente. Durante o momento em que estão jogando Catan e Pindorama, as pessoas envolvidas têm interações entre si, proporcionadas pelas mecânicas dos jogos, que envolvem, por exemplo, o compartilhamento de um espaço em comum (o tabuleiro), além de certos objetivos.

É claro que, no caso de um jogo competitivo, as principais metas dos jogadores costumam ser conflitantes, de forma que há, ao final de uma partida, uma distinção clara entre aqueles que conseguiram a meta principal, que são os vencedores, e os demais, que não conseguiram. Contudo, em Catan e Pindorama, mesmo havendo uma meta bem definida e inconfundível para todos os jogadores, que é a de alcançar dez pontos, há inúmeros caminhos que podem ser traçados para que esse grande objetivo seja alcançado, o que costuma resultar na estipulação de várias missões intermediárias por cada jogador. Nesse sentido, podem surgir diversos interesses distintos, de modo que o sucesso de um jogador em uma determinada missão não implica, necessariamente, no fracasso de outro jogador.

Sobre esse ponto, consideramos importante salientar um pensamento envolvendo o sucesso e o fracasso no jogo. Como apontado por Kamii e DeVries (1991, p. 280), “o professor tem um papel importante no desenvolvimento na postura de que ganhar um jogo não é nada mais do que ganhar um jogo. Não significa que quem perde seja inferior, incompetente e mereça rejeição”. Ou seja, quando se trabalha com jogos na educação, é preciso deixar clara a distinção entre o jogo e o que está fora dele. Nem todos os aspectos da competitividade na sociedade acontecem nos jogos, havendo semelhanças e diferenças. Desse modo, a competitividade criada a partir deles deve ser um potencializador de aprendizagens, por meio da elaboração e cumprimento de regras, que podem ser semelhantes às

regras sociais, mas estão inseridas em um contexto particular. Assim, a competitividade pode contribuir para o desenvolvimento do estudante.

Nesse sentido, também destacamos a noção de que as aprendizagens socioeducacionais não acontecem, necessariamente, pelo fato de o jogo ser semelhante ao cotidiano. Conforme abordamos na seção 2.2 do capítulo de referencial teórico, as autoras Kamii e DeVries (1991) argumentam que há diferenças entre as regras sociais e as regras criadas para uma atividade específica, em um determinado momento, por tempo limitado, e sem recompensas materiais. Mesmo que o estudante aprenda a seguir as regras de um jogo, esse fato não implica, necessariamente, que ele aprenderá a seguir regras sociais.

Ainda assim, é possível a produção de aprendizagens socioeducacionais, principalmente por meio da forma como os jogadores criam regras, e concordam em jogar seguindo essas determinações, além da maneira como eles interagem e se comunicam durante as partidas. Mesmo não sendo uma reprodução exata das interações que acontecem fora do jogo, há o desenvolvimento de aspectos sociais e morais dentro da situação estabelecida, o que pode ser um caminho para questões que surgem na vida em sociedade.

Considerando essas ideias, e ainda com relação ao aspecto colaborativo, destacamos que ambos os jogos estudados têm como princípio a criação e o desenvolvimento de civilizações em uma determinada área compartilhada entre todos os jogadores, e os recursos produzidos nessas áreas podem ser comercializados, já que todos necessitam desses recursos para progredirem no jogo. Dessa forma, surge espaço para que as pessoas negociem e realizem trocas, ou até mesmo formem alianças, buscando benefícios em situações que podem favorecer mais de um jogador ao mesmo tempo. Essas características permitem que esses jogos se tornem um recurso educacional por meio da criação de contextos nos quais os estudantes são convidados a experimentar cenários de convivência e de trabalho em equipe, mesmo que estejam buscando a vitória individualmente.

Um exemplo onde isto é visível foi manifestado pelos participantes da pesquisa, logo nas primeiras partidas de Catan que jogaram. Após terem jogado pela primeira vez, e compreendido as mecânicas e a dinâmica do jogo, algumas ideias começaram a surgir. No início de uma partida, a primeira ação de cada jogador é escolher as posições para suas primeiras vilas e estradas, e isso determina os primeiros recursos que cada um possui nos estágios iniciais do jogo.

Ao compreender isso, e considerando a importância de cada recurso para o desenvolvimento das jogadas, o participante da pesquisa **E3** teve a ideia de todos combinarem de construir ao menos uma vila em cada uma das cinco regiões do mapa, para que sempre houvesse a possibilidade de produção de todos os recursos. “Acho que é bom todo mundo pegar um recurso, e depois a gente troca” (Áudio de 24/11/2022). Ou seja, por meio de uma combinação entre os jogadores, que optaram por trabalhar em equipe nesse momento específico, foi possível garantir que todos os recursos pudessem ser produzidos e, assim, todos teriam acesso aos itens necessários para as estratégias pensadas, diretamente pela produção própria, ou negociando trocas com os demais.

Portanto, notamos que o jogo proporciona um ambiente favorável para o desenvolvimento da habilidade de cooperar, e a utilização desse recurso é fundamental em um contexto que coloca várias pessoas em um espaço compartilhado. Ainda, ressaltamos que, nas situações vivenciadas no jogo, também é importante a percepção dos momentos e das maneiras adequadas de cooperar com os demais jogadores, de forma que os resultados da colaboração sejam positivos para ambas as partes, e tomando o cuidado para que o adversário não tenha uma grande vantagem. Afinal, uma das partes essenciais do pensamento estratégico em jogos competitivos é ter em mente as ações dos oponentes, tentando impedir que eles alcancem a vitória.

Considerando isso, percebemos que há vários raciocínios envolvidos nessa mecânica, e as habilidades de cooperação, de lidar com a competitividade, e do aproveitamento do pensamento matemático auxiliam o jogador a refletir e realizar as trocas comerciais de modo eficiente. Sendo assim, consideramos que essas aprendizagens, além de contribuírem para um bom desempenho no jogo, também têm contribuições em situações externas aos jogos e que envolvem a convivência em sociedade e o diálogo com outras pessoas.

4.5 Pensamento estratégico nas jogadas

Todas as questões expostas e argumentadas até este ponto no trabalho nos ajudam a compreender quais são as aprendizagens matemáticas que podem surgir a partir de práticas envolvendo os jogos investigados na pesquisa. Porém, há ainda uma habilidade fundamental presente em diversas etapas da proposta estudada.

Embora ela já tenha sido mencionada em alguns espaços neste trabalho, consideramos que ela também deve ser observada de forma detalhada, pois identificamos a possibilidade de aprendizagens importantes a partir dela. Portanto, este é o momento no qual lançamos um olhar atento para a parte da investigação que envolve o pensamento estratégico dos participantes, e como esse pensamento pode contribuir para a produção de saberes matemáticos.

A ideia de realização de uma pesquisa sobre as potencialidades de Catan na Educação Matemática surgiu, inicialmente, com base no fato de se tratar de um jogo de estratégia. Conforme abordamos no capítulo sobre o referencial teórico que fundamenta nossa pesquisa, ressaltamos que, particularmente nos jogos de estratégia, identificamos potencial para o desenvolvimento, de maneira prática, do pensamento matemático. Defendemos essa ideia com base em algumas características elementares desse tipo de jogo, como as necessidades de pensar criativamente para a resolver problemas, de tomar de decisões, de analisar e antecipar jogadas dos adversários.

Ou seja, vemos o jogo de estratégia como uma atividade humana que pode ser aproveitada em contextos educacionais, já que proporciona um cenário no qual as pessoas podem criar ideias para resolver os desafios que são apresentados durante as partidas. Como apontado por Grandó (2022)¹⁷, a estratégia se trata de um lugar criativo. Na ação de desenvolver estratégias, as pessoas criam, estabelecem relações, observam erros, procuram entender como acertar, e moldam caminhos em busca de objetivos. Sendo assim, pensando estrategicamente, as pessoas jogam aprendendo.

Em particular, consideramos que o jogo Catan tem contribuições nesse sentido. Como argumentamos anteriormente, mesmo havendo um nível de influência da sorte no jogo, Catan é um jogo que permite a criação de táticas e o pensar matematicamente. Logo, a prática que propusemos foi pensada considerando esses aspectos, e com o objetivo de verificarmos as suas potencialidades.

Durante a realização da proposta, pudemos observar alguns movimentos feitos pelos participantes com relação ao ato de pensar estrategicamente. Destacamos, inicialmente, que nenhum dos métodos para alcançar a vitória no jogo foi ensinado aos estudantes, apenas foram apresentadas as regras e as mecânicas

¹⁷ Fala de Grandó durante uma transmissão ao vivo realizada em 14/07/2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=PF8yF-2ga9Y>

de como jogar. A partir disso, as ideias de como conseguir os pontos necessários para ganhar foram pensadas apenas pelos jogadores, ressaltando a noção de que a estratégia é um lugar criativo. Além disso, salientamos que as situações que descrevemos nesta seção podem ser percebidas como problemas a serem resolvidos durante o jogo, por apresentarem as características apontadas por Vianna (2002) que representam problemas: o desconhecimento de uma resposta, o caráter não rotineiro, a possibilidade de diversas resoluções, e o desejo de encontrar soluções.

A primeira tática que observamos, e que também se trata de uma das usualmente mais exploradas em partidas de Catan, é a da análise das probabilidades. Conforme discutimos no subcapítulo sobre a compreensão das noções de espaço amostral, eventos, e cálculo de probabilidades, o tabuleiro possui terrenos com números associados a cada um. Tais números determinam a produção de recursos dos terrenos, por meio do lançamento de dois dados cúbicos ao acaso, e a soma dos dois números sorteados indica as regiões que produzem recursos naquela rodada. Contudo, as probabilidades de sorteio dos números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 no lançamento de dois dados cúbicos ao acaso não são iguais. Sendo assim, terrenos associados aos números 2 e 12 costumam produzir menos recursos em comparação a terrenos associados aos números 5 e 9, por exemplo. Isso se deve ao fato de a probabilidade de sorteio dos números 2 e 12 ser de aproximadamente 2.78% para cada um, enquanto a probabilidade dos números 5 e 9 é de aproximadamente 11.11% cada.

Quadro 3 - Probabilidade aproximada de sorteio de cada número no lançamento de dois dados cúbicos

Número	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilidade	2.78%	5.56%	8.83%	11.11%	13.89%	16.67%	13.89%	11.11%	8.83%	5.56%	2.78%

Fonte: elaboração própria

Desse modo, no momento em que os jogadores perceberam essas diferenças, pensaram na estratégia de posicionar as construções em terrenos com maiores probabilidades de produção de recursos. Trata-se de uma ideia lógica e que faz sentido no contexto do jogo, já que aumentar as chances de possuir recursos

implica em um aumento nas chances de conseguir os recursos necessários para o progresso de cada um na partida.

Em um breve questionário realizado após o final das oficinas, o professor pesquisador perguntou para que os participantes descrevessem algumas das estratégias que adotaram enquanto jogavam.

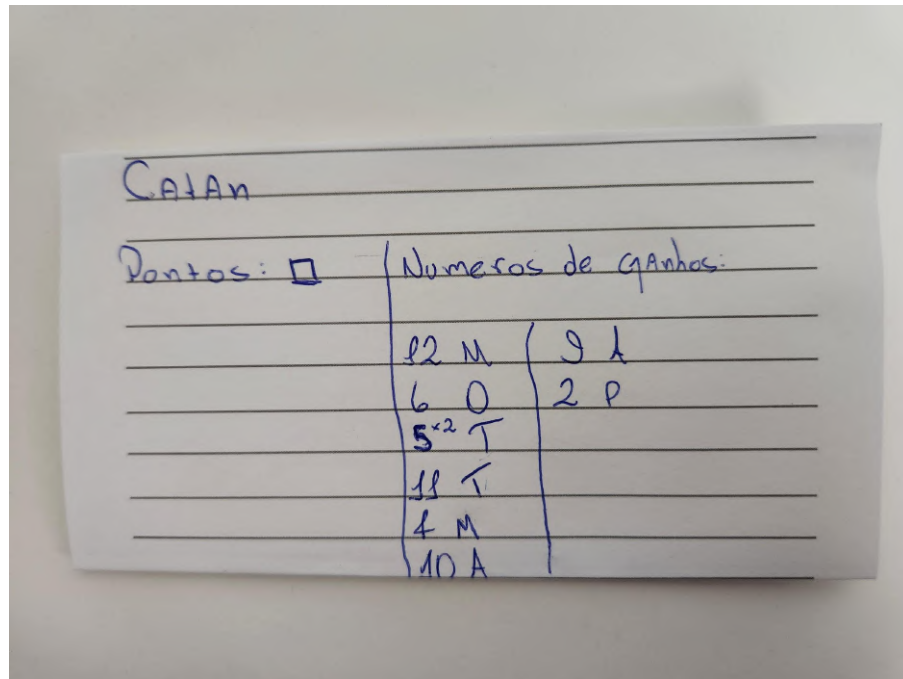
E1: Eu sempre tentava colocar minhas casas nos lugares os quais possuíam o número com a maior probabilidade de girar no dado. Além disso, eu pegava a maior quantidade de casas de um material, para que eu conseguisse trocá-lo por outro que eu precisasse.

E3: Pegar uma área de cada recurso, e fazer desenrolo pra sair na vantagem com a carta de mais exército e mais estrada;
(Relato dos estudantes **E1** e **E3**, enviados em 07/01/2023)

Aqui, vemos que **E1** buscava centrar suas estratégias nas probabilidades de resultados nos dados, enquanto **E3** criou uma ideia diferente, buscando ter construções em terrenos de todos os recursos.

Destacamos, também, que sempre posicionar as construções nos lugares com as maiores chances não é a única estratégia que pode surgir a partir da análise das probabilidades. Em uma das partidas analisadas durante a realização da prática, o jogador **E2** pensou em uma ideia diferente para tentar conseguir mais recursos. No tabuleiro original de Catan (Figura 3), há dez números que, quando sorteados nos dados, fazem com que recursos sejam produzidos pelos respectivos terrenos (os números de 2 a 12, com exceção do 7). Ou seja, quando alguém lança os dados, o jogador que possuir construções nos terrenos numerados com o resultado obtido nos dados ganhará algum recurso. Pensando nisso, o jogador teve a ideia de construir o máximo possível de vilas ou cidades em terrenos com números distintos.

Figura 7 - Registro feito por um dos jogadores



Fonte: A pesquisa

Essa se trata de uma estratégia desenvolvida com base em fundamentos matemáticos, pois teve como principal objetivo um aumento nas chances de que o jogador, em cada rodada, produza algum recurso. Esse aumento de fato ocorreu, pois, se analisarmos a anotação feita pelo participante, indicando que ele ganhará determinado recurso caso algum dos números registrados seja sorteado, percebemos que há oito resultados favoráveis (2, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12), e apenas três desfavoráveis (3, 7, 8). Assim, para descobrirmos a probabilidade de que, nesse cenário, o jogador receba algum recurso, somamos as probabilidades de ocorrência de cada um dos resultados que nos interessam. Assim, temos que:

$$P(A) = \frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{23}{36} = 0.6388 \approx 63.88\%$$

Lembrando que, para a realização desse cálculo, consideramos todas as possibilidades ao lançarmos dois dados cúbicos, que são trinta e seis, e tomamos como casos favoráveis as vinte e três possibilidades que resultam em um dos números que fazem com que haja a produção de algum item para o jogador. Agora, suponhamos que a tática pensada fosse a de concentrar as construções apenas nos terrenos com as maiores probabilidades. Supondo, por exemplo, que ao invés de

distribuir oito construções em lugares com números distintos, o participante optasse por posicionar duas construções no terreno com o número 6, outras duas no número 5, duas no número 8, e mais duas no número 9. Nesse caso, a probabilidade de que ele ganhasse algum recurso em uma rodada seria dada por:

$$P(B) = \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} = \frac{18}{36} = 0.5 = 50\%$$

Nesse caso, notamos que as chances de produção de algum item são menores em relação ao caso anterior, mesmo com um posicionamento de construções em áreas com probabilidades maiores. Sendo assim, notamos que o jogador desenvolveu uma solução criativa para o problema, que se apresentou no jogo, de encontrar uma forma de aumentar as chances de conseguir recursos em cada rodada. Ao invés de apenas serem posicionadas as vilas e cidades nos terrenos que visivelmente possuíam as maiores chances de produção, foi pensada uma outra maneira de maximizar essa probabilidade. Situações como esta nos indicam que o jogo possibilita o confronto de concepções (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021) que resultam em resoluções criativas para os problemas que surgem. Ressaltamos, ainda, que o jogador não realizou os cálculos que apresentamos durante a partida, o que não invalida a lógica da estratégia pensada.

Além disso, é importante destacar que, particularmente nos jogos Catan e Pindorama, o uso dessa estratégia de aumentar a probabilidade de obtenção de algum recurso não é, necessariamente, o melhor método para vencer todas as partidas. Em alguns casos, táticas baseadas na produção de recursos específicos podem ser mais bem sucedidas, dependendo dos objetivos estabelecidos pelo jogador. Também é importante perceber que os recursos não possuem sempre o mesmo valor no contexto do jogo, pois cada um possui utilidades específicas, além do fato de a obtenção de cada um ter níveis de dificuldade diferentes, dependendo da configuração dos terrenos no tabuleiro. Por exemplo, na disposição apresentada na Figura 3, é provável que o trigo (produzido pelos terrenos amarelos numerados com 3, 4 e 10) seja um item menos abundante na partida em comparação aos outros, o que pode fazer com que os jogadores valorizem mais a posse desse recurso.

Outra situação possível do jogo na qual o valor de certos itens é diferente dos demais é quando um jogador determina algum objetivo que depende do uso de recursos específicos. Por exemplo, quando alguém pensa em uma tática baseada na construção de várias cidades, trigo e minérios (soja e ferro em Pindorama) são essenciais para o funcionamento dessa estratégia, o que torna esses itens mais valiosos para esta pessoa. Nesse caso, priorizar construções em terrenos que produzem esses dois recursos pode ser mais eficaz do que maximizar a produção de recursos em geral.

Portanto, observamos que a probabilidade de produção de cada recurso não é o único fator considerado pelos jogadores no desenvolvimento das estratégias, já que há também uma dinamicidade nos valores de cada item, para cada jogador, em cada partida. Logo, a habilidade de tomada de decisão dos jogadores é colocada em prática com frequência nesses jogos, que apresentam problemas a serem resolvidos constantemente.

Um caso que destacamos relacionado a essa ideia ocorreu em uma das primeiras partidas de Pindorama que os participantes jogaram. Nesse jogo, o Petróleo é um recurso produzido em áreas que possuem plataformas de petróleo, que ficam no mar. Ao criarem as regras, os participantes decidiram que esse recurso teria uma utilidade específica, que seria permitir a compra de “cartas de desenrola”¹⁸. Isso significa que, para os jogadores que estivessem em busca dessas cartas para o desenvolvimento de suas táticas, o Petróleo se apresentava como um recurso mais valioso do que outros.

E4: Eu vi que tu tem umas canas aí. Seguinte, duas canas por um petróleo.

E5: Eu quero ferro.

E4: Não, ferro eu não tenho. Só tenho petróleo, que é o recurso mais valioso do jogo...

E5: Petróleo tu só usa pro desenrola né.

E4: Desenrola é bom, eu construí duas estradas de graça com o desenrola.
(Áudio de 14/12/2022)

Nessa conversa, percebemos que, para o jogador **E5**, o Petróleo não possuía um valor tão alto, pois a sua única utilidade era na compra de cartas de desenrola, o que não era sua prioridade. Já para o jogador **E4**, este era o recurso mais valioso do jogo, pois ele considerava a compra das cartas uma boa estratégia.

¹⁸ Cartas que podem ser compradas com recursos do jogo e que trazem algum benefício surpresa. Em Catan, são chamadas de “cartas de desenvolvimento”.

Também, um ponto de destaque em nossa investigação envolve a análise das possibilidades nas jogadas. A habilidade de examinação dos possíveis cenários é mais um dos aspectos que podem ser aprimorados pelos estudantes por meio do jogo, e constitui um elemento fundamental para o pensamento matemático. Reflexões sobre o as consequências de cada decisão, além de melhorarem as jogadas, promovem a autonomia da pessoa que está jogando, fazendo escolhas lógicas e com objetivos particulares.

Um exemplo dessa habilidade em prática foi observado em algumas das partidas de Pindorama jogadas pelos participantes da pesquisa, especialmente nas ações de **E4**. Em um certo momento, **E4** tinha um objetivo estabelecido: conseguir Petróleo para poder comprar cartas de desenrola. Para isso, estava oferecendo outros recursos aos demais jogadores, em busca de trocas comerciais, e o jogador **E2** comentou que aceitaria Borracha em troca do Petróleo. Entretanto, **E4** percebeu que se aceitasse essa troca e entregasse a Borracha ao seu adversário, então **E2** ficaria muito próximo de conseguir construir uma vila e obter o último ponto que precisava para vencer a partida. Analisando esse possível cenário e considerando as consequências, **E4** tomou a decisão de não efetivar a troca comercial, dando prosseguimento ao jogo e impedindo que seu adversário vencesse naquele momento. Ou seja, por meio da análise das possibilidades, o jogador agiu de forma lógica para que não perdesse o jogo.

Ainda, uma outra questão, relacionada ao pensamento estratégico, que destacamos é a dos registros feitos pelos jogadores enquanto jogavam. Percebemos que alguns dos participantes, voluntariamente, criavam anotações durante as jogadas (Figura 7). Nos registros que observamos, havia principalmente informações sobre os resultados nos dados necessários para a obtenção de cada recurso. Não nos aprofundamos na investigação sobre os impactos desses registros nas estratégias e nas tomadas de decisão dos jogadores, contudo, consideramos válido apontar que essas anotações foram criadas partindo apenas do desejo deles, de forma autônoma, sem influência dos pesquisadores. Isso nos indica que, possivelmente, essa ação contribuiu para a organização do pensamento dessas pessoas enquanto jogavam. Este pode ser um ponto a ser aprofundado em futuras aplicações da prática.

4.6 Investigações sobre recursos produzidos no Brasil e tradução matemática de resultados da “realidade” para o jogo

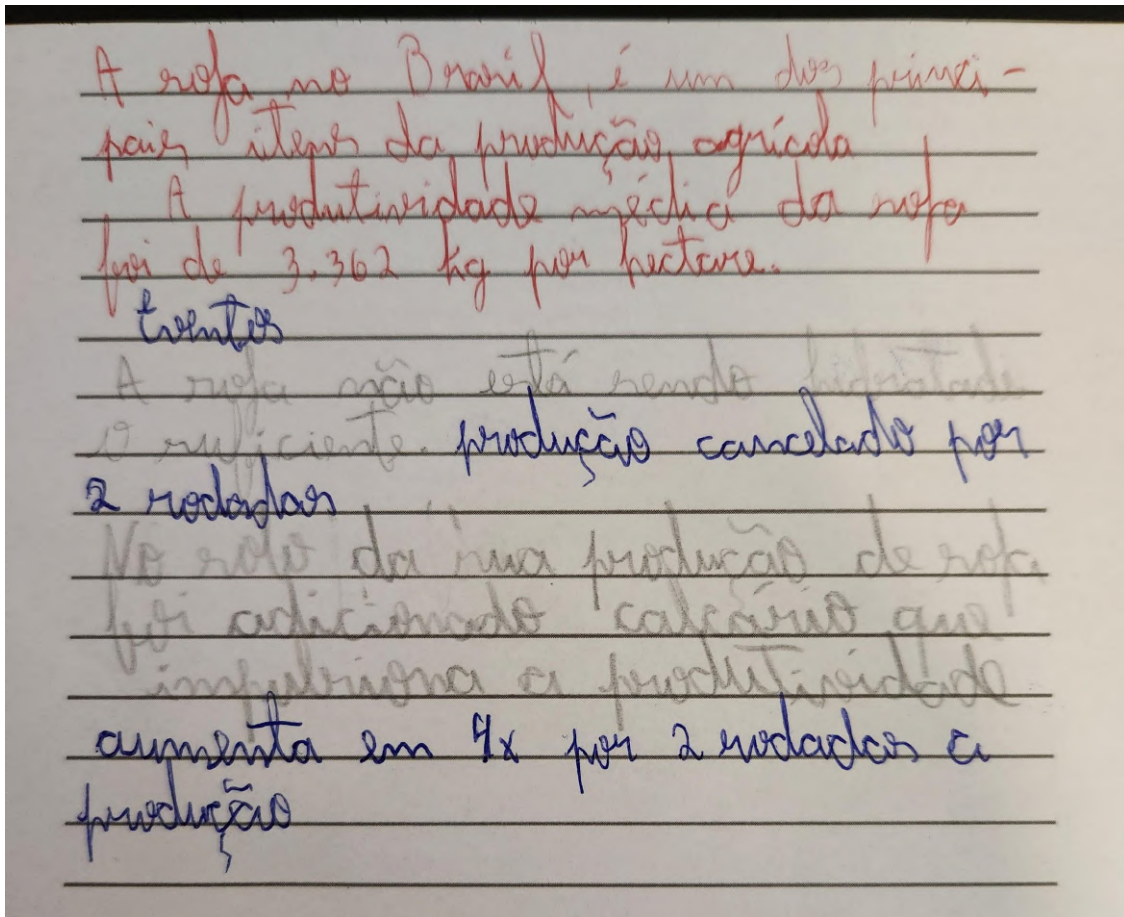
Uma das etapas que foram fundamentais na proposta didática aplicada para esta pesquisa foi a etapa de criação de um jogo baseado nas mecânicas de Catan, mas com uma temática contextualizada. Já no primeiro encontro realizado, o professor pesquisador propôs aos participantes a criação de um jogo personalizado a partir do sistema de Catan, e os estudantes logo mostraram interesse na ideia.

Como o jogo original possui cinco regiões, e cada uma tem um tipo de terreno que produz um recurso específico, o professor pesquisador sugeriu que fosse criada uma “versão brasileira” do jogo, na qual as cinco regiões seriam as regiões Nordeste, Norte, Centro-Oeste, Sul e Sudeste do Brasil. Com base nessa ideia, foi proposta a situação a ser investigada pelos estudantes, que consistiu na busca por dados e informações sobre recursos produzidos nas regiões do país, e no uso desses resultados para a criação de elementos para o nosso jogo. Identificamos esta como a etapa de formulação (MEYER et. al., 2019).

O primeiro passo da investigação consistiu na busca por informações na internet sobre quais são os recursos mais produzidos em cada uma das cinco regiões do país. Além disso, foi solicitado que os estudantes selecionassem um recurso de cada região para fazer parte de Pindorama, e em seguida, buscassem informações sobre o funcionamento da produção desses recursos, procurando elementos que pudessem ser incorporados ao jogo.

Uma nova mecânica que foi desenvolvida para Pindorama a partir dessas investigações foram as cartas de evento, que não existem em Catan. A ideia dessas cartas é adicionar ao jogo acontecimentos baseados nos procedimentos da produção dos recursos escolhidos, bem como situações que podem influenciar nessas produções. As cartas criadas podem ser observadas na Figura 6. Também foram realizados, pelos participantes, registros dos resultados encontrados nas investigações, como visualizado na Figura 8, contendo informações sobre os procedimentos utilizados na produção e criação dos itens estudados, além de ideias sobre possíveis aplicações dessas novas descobertas no jogo, por meio da mecânica das cartas de evento.

Figura 8 - Registro de uma das pesquisas na internet feita pelos estudantes



Fonte: A pesquisa

Ainda, um outro aspecto da “realidade” que foi incorporado no jogo, por meio do estudo da situação proposta, foi o valor atribuído para as cartas de recursos. Em Catan, cada carta de recurso equivale a uma unidade daquele item. Por exemplo, cada carta de Minérios tem o valor de uma unidade desse recurso, e se o jogador desejar construir uma cidade, precisará de três unidades de Minérios, ou seja, três cartas. Na Figura 9, há uma representação de como as cartas de recursos são utilizadas em Catan, além dos custos de cada construção, que indicam a quantidade de cartas de cada recurso que o jogador deve possuir para poder realizar a ação desejada.

Figura 9 - Cartas de recursos e custos das construções em Catan



Fonte: Catan Universe

Em Pindorama, no entanto, cada carta de recurso possui um valor determinado pelos resultados das buscas por informações realizadas pelos participantes. Os valores escolhidos para cada item foram encontrados quando os estudantes buscavam por dados sobre as médias de produção dos recursos investigados, e esses números da “realidade” foram traduzidos para o jogo como um elemento. Na Figura 10, podem ser observadas as cartas de recurso criadas para o jogo Pindorama, destacando que, diferentemente das cartas de Catan, estas possuem valores numéricos associados a cada uma.

Além disso, destacamos que todos os aspectos artísticos das cartas, como os desenhos e as pinturas, foram criados por um dos participantes da pesquisa: **E3**.

Figura 10 - Cartas de recurso e seus valores em Pindorama



Fonte: A pesquisa

Consideramos que estes momentos de investigação e de incorporação de elementos da “realidade” para o jogo podem ser interpretados como a etapa de resolução aproximada (MEYER et. al., 2019) da MM. Além disso, percebemos que estas tarefas se aproximam daquelas que, segundo Meyer et. al. (2019), propiciam um passo de leitura do mundo em diálogo com a Matemática.

Salientamos que a nossa proposta didática não contemplou todas as etapas que usualmente caracterizam uma atividade de MM. Entretanto, ainda consideramos que as etapas identificadas possibilitaram momentos de aprendizagem sobre a Matemática e como ela pode ser usada para interpretar acontecimentos cotidianos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

“If we give our children sound self-love, they will be able to deal with whatever life puts before them.”

(Bell Hooks)

Esta pesquisa teve como objetivo a análise das algumas potencialidades de jogos, em particular Catan e Pindorama, em aulas de matemática que ocorreram no Laboratório de Matemática da escola. A pergunta que norteou a pesquisa é: “Quais contribuições a construção e aplicação do jogo Pindorama podem propiciar para a aprendizagem de matemática?”.

O referencial teórico da pesquisa foi estruturado em quatro eixos principais: Modelagem Matemática, Jogos na Educação Matemática, Resolução de Problemas e Pensamento Probabilístico. Sobre a Modelagem Matemática, nos apoiamos na concepção de Barbosa (2004), que caracteriza a MM como um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes problematizam e investigam, por meio da matemática, situações da “realidade”. Também nos baseamos nas ideias de Meyer et. al. (2019), que apontam que a MM pode se dar por meio de três passos principais: o da formulação, o do estudo de resolução, e o de avaliação.

Já com relação aos Jogos na Educação Matemática, destacamos as concepções de Huizinga (2019), Grando (2007, 2015, 2022), Smole, Diniz e Milani (2007), Giordani e Ribas (2016) e Kamii e DeVries (1991), argumentando que os jogos são objetos culturais que podem se tornar recursos educacionais, sendo não necessariamente apenas atividades lúdicas visando puramente a diversão, mas possíveis potencializadores para o pensamento estratégico e matemático, e podendo contribuir para a produção de aprendizagens socioeducacionais.

Sobre a Resolução de Problemas, nos fundamentamos nas concepções de Vianna (2002) e Allevato e Onuchic (2021), interpretando o problema como uma situação aberta, para a qual a resposta é inicialmente desconhecida, e há um sentimento de desejo pela busca por uma solução. A partir desses problemas, e através da resolução deles, surgem aprendizagens de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos.

Ainda, no quarto eixo de nossa base teórica, abordamos as noções da Teoria das Probabilidades que estão envolvidas em nossa proposta pedagógica, além de aspectos sobre o pensamento probabilístico. Bryant e Nunes (2012) apresentam quatro demandas cognitivas, a partir das quais o pensamento probabilístico é

desenvolvido: (1) entender a aleatoriedade, (2) identificar o espaço amostral, (3) comparar e quantificar probabilidades, e (4) entender as relações entre eventos. Tais ideias nos auxiliaram em nossa análise dos dados produzidos.

Para a produção dos dados da pesquisa, foi proposta uma prática, aplicada no Laboratório de Matemática da Escola Estadual de Ensino Médio Anne Frank. A prática consistiu em oito encontros, nos quais os participantes foram convidados a jogar e explorar Catan, bem como construir um jogo personalizado com base neste. Essa criação se deu a partir da definição de uma situação a ser investigada, seguida da busca por informações e respostas para a questão colocada. Além disso, os estudantes desenvolveram algumas novas regras e mecânicas para o jogo que eles chamaram de Pindorama. Após essa construção, os participantes foram convidados a jogar e discutir os elementos envolvidos no novo jogo.

Na sequência da pesquisa, analisamos os dados produzidos, com suporte das ideias estudadas no referencial teórico. Nesse momento, apresentamos nossas percepções sobre as tarefas desenvolvidas, buscando identificar possíveis potencialidades no ensino da matemática. Observamos algumas habilidades que puderam ser estimuladas pelos jogos estudados, como: a compreensão da aleatoriedade, por meio da mecânica de lançamento de dados para a coleta de recursos, e de outros acontecimentos imprevisíveis, como o posicionamento do ladrão; a visualização de espaços amostrais em diferentes casos, em momentos como o da análise dos possíveis resultados nos dados, e na elaboração de táticas considerando a disponibilidade de recursos nos terrenos do tabuleiro; a quantificação e a comparação de probabilidades, tanto na criação das peças de Pindorama, com escolhas específicas e bem planejadas para cada número presente no tabuleiro, quanto durante a ação de jogar, na busca pela ocupação de terrenos com maiores chances de produção; a cooperatividade e a habilidade de lidar com cenários competitivos, por meio das interações entre os jogadores durante as partidas, como as trocas comerciais, alianças, e tomadas de decisão estratégicas considerando as jogadas dos adversários; a interpretação de situações contextualizadas, do mundo fora da escola, através das buscas por informações na internet, em vídeos e notícias.

Considerando todos os aspectos que abordamos neste trabalho, identificamos que a prática proposta, envolvendo os jogos Catan e Pindorama, apresenta contribuições para o desenvolvimento de saberes matemáticos. Em

particular, no âmbito da Teoria das Probabilidades, sendo um possível recurso pedagógico para a introdução e aprofundamento de conceitos como espaço amostral, eventos, cálculo de probabilidades, e compreensão da aleatoriedade. Além disso, as tarefas propiciam, por meio dos jogos, cenários em que a competitividade e a cooperação entre os estudantes são praticadas, bem como a criatividade e o pensamento estratégico. Ainda, as etapas de Modelagem Matemática que fizeram parte de algumas das oficinas possibilitam leituras de situações da “realidade” por meio de investigações e interpretações matemáticas.

Destacamos que, por ter sido aplicada com estudantes que escolheram participar da pesquisa, a prática se desenvolveu de maneira fluida e com diversos resultados positivos. Nesse sentido, em uma nova aplicação das oficinas, é possível que os resultados observados sejam diferentes, porém isso não diminui as potencialidades da prática.

Também pensamos que, em futuras novas investigações sobre este tema e essa prática, mais aspectos podem ser explorados. As etapas de Modelagem Matemática podem ser elaboradas de outras maneiras, e podem ser mais aprofundadas no desenvolvimento das oficinas, a partir de outros problemas. É possível, por exemplo, criar cenários de investigação sobre questões ambientais, ou outras questões sociais, e aplicar os resultados obtidos no jogo. Além disso, outras mecânicas para o jogo podem ser elaboradas, proporcionando novos problemas a serem resolvidos pelos jogadores durante as partidas.

Sendo assim, confiamos que a nossa pesquisa é relevante para a Educação Matemática, e atividades envolvendo a criação e aplicação de jogos nas escolas pode ser um caminho para descobertas e aprendizagens matemáticas. Além de constituírem elementos culturais, os ambientes envolvidos pelos jogos têm as suas portas abertas para a criatividade, convidando estudantes para que entrem e vivenciem experiências que podem, ao mesmo tempo, ser lúdicas e educacionais.

Na realização de cada etapa deste trabalho, houve incertezas, reflexões, discussões de ideias e elaboração de caminhos diversos para as descobertas. Durante toda essa jornada, a produção de novos saberes não foi praticada apenas pelos estudantes que participaram da pesquisa. Aprender que, para os problemas que enfrentamos diariamente, na vida, não existe apenas uma solução, foi um dos fundamentos para o desenvolvimento deste trabalho, que em todo momento buscou valorizar os diferentes pensamentos. Reconhecer a inexistência de uma resposta

única que seja aplicável a problemas vivenciados por cada pessoa se trata de uma lição valiosa desta pesquisa. E, a partir dessa lição, torna-se mais clara a ideia de que estamos sempre em processo de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas?. *In: Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. São Paulo: Paco e Littera, 2021. p. 40-62.
- BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari K. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto Editora, 1994.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BORBA, Marcelo. **A pesquisa qualitativa em educação matemática**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, XXVII, 2004, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2004. p. 1-18. CD-ROM.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: Jogos na Alfabetização Matemática** / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. --Brasília: MEC, SEB, 2014. 72 p.
- BRYANT, Peter; NUNES, Terezinha. **Children's understanding of probability. A literature review** (full report). Londres: Nuffield Foundation, 2012.
- CHAPPIN, Emile JL; BIJVOET, Xanna; OEI, Alexander. **Teaching sustainability to a broad audience through an entertainment game—The effect of Catan: Oil Springs**. Journal of cleaner production, v. 156, p. 556-568, 2017.
- DALCIN, Andréia; BERTOLUCCI, Cristina Cavalli; SILVA, Talessa Reis. **Laboratório de matemática: uma parceria entre UFRGS e escolas públicas de Porto Alegre**. REVISTA DA EXTENSÃO DA UFRGS, v. 1, p. 26-32, 2020.
- GIORDANI, Liliane Ferrari; RIBAS, Renato Perez. **Jogos Lógicos de Tabuleiro: imersão no território escolar**. Revista Didática Sistemica, v. 17, p. 29-42, 2016.
- GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8 ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GRANDO, Regina Célia. **Concepções quanto ao uso de jogos no ensino da Matemática.** Revista de Educação Matemática, v. 10, p. 45-52, 2007.

GRANDO, Regina Célia. **Conversando sobre Jogos na Educação Matemática.** Youtube. Jul. 2022. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=PF8yF-2ga9Y>>. Acesso em: fev. 2023.

GRANDO, Regina Célia. **Recursos didáticos na Educação Matemática: jogos e materiais manipulativos.** Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica, v. 05, p. 393-416, 2015.

HERZOG, Rodrigo Castelo Branco *et al.* **Probabilidade na Educação Básica: uma proposta de jogo como recurso didático.** Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, [s. l.], v. 10, n. 2, 2019.

HUIZINGA, Johan. **Homo ludens: o jogo como elemento de cultura.** 9. ed. São Paulo: Perspectiva, 2019.

KAMII, Constance; DEVRIES, Rheta. **Jogos em Grupo na educação infantil: Implicações da Teoria de Piaget.** 1 ed. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.

KROHL, Diego Ricardo; POTRIKUS, Bruno Henrique Prado; ARAUJO, Kennedy Ferreira; OLIVEIRA, Lucas; DUTRA, Taynara Cerigueli. **Aprendizagem baseada em jogos: reflexões sobre o uso de jogos de tabuleiro durante período de isolamento social na educação matemática.** REVISTA ELETRÔNICA DEBATES EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, v. 11, p. 155-180, 2021.

MEYER, João F. C. A.; CALDEIRA, Ademir D.; MALHEIROS, Ana P. S. **Modelagem em Educação Matemática.** 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. E-book.

MORGADO, Augusto César de Oliveira. *et al.* **Análise Combinatória e Probabilidade.** 1 ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, v. 1, 1991.

PINHEIRO, Gabriel de Souza. **Ensino de Probabilidade: um jogo e as contribuições dos registros das partidas.** 2019. 99 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

SCHMITT ZANELLA, Marlí; KATO, Lilian Akemi. **O desenvolvimento de competências a partir da Modelagem Matemática: um estudo com alunos da quarta série da escola primária alemã.** Educere et Educare, [S. l.], v. 12, n. 24, 2017.

APÊNDICE A - MANUAL DE REGRAS DO JOGO PINDORAMA

Pindorama

Manual de Regras

Esta página é um manual do jogo Pindorama! Aqui você encontra todas as regras e informações sobre o nosso jogo, criado com base em "The Settlers of Catan".






O nome "Pindorama" foi sugerido pelos estudantes que participaram da construção desse jogo, e foi escolhido por ser o nome dado ao Brasil por algumas culturas indígenas

O Jogo

Os jogadores exploram a ilha de Pindorama, construindo estradas, vilas e cidades. Em cada rodada, os dados são lançados para determinar quais recursos a ilha produz. Os jogadores coletam esses recursos para construir suas civilizações, chegar a 10 pontos de vitória e ganhar o jogo.

O **objetivo** do jogo é ser a primeira pessoa a conseguir **10 pontos**. Os pontos são obtidos através de construções, cartas de desenvolvimento, além de dois bônus específicos.

Pontuações

Vila	Cidade	Ponto Turístico	Palácio da Polícia	Freeway
				
1 Ponto	2 Pontos	1 Ponto	2 Pontos	2 Pontos

As Vilas e Cidades são construídas com recursos, e os Pontos Turísticos são um tipo de Carta de Desenvolvimento, que também podem ser compradas com recursos. Já as cartas de Palácio da Polícia e Freeway são pontuações bônus:

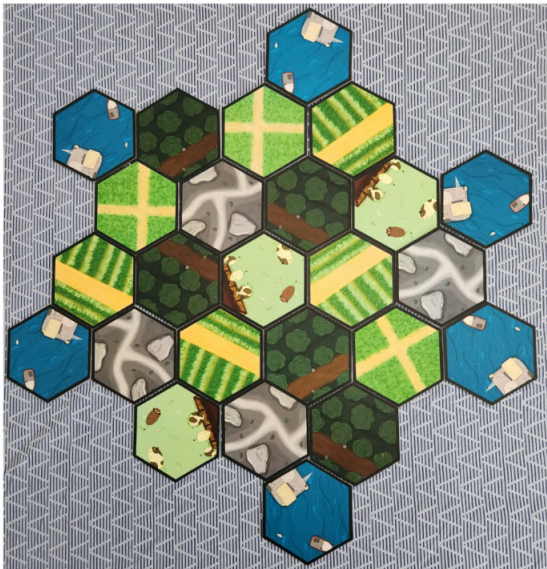
Palácio da Polícia: O primeiro jogador que jogar três cartas de Brigadiana recebe esse bônus. Se outro jogador conseguir jogar mais cartas de Brigadiana do que o possuidor da carta especial, o Palácio da Polícia muda de dono.

Freeway: O primeiro jogador a construir uma estrada constituída por, pelo menos, cinco estradas consecutivas (excluindo as bifurcações) e que não esteja interrompida por uma vila ou cidade de outro jogador, obtém a carta Freeway. Porém, se outro jogador conseguir construir uma estrada maior do que a do possuidor da carta especial, a Freeway muda de dono.

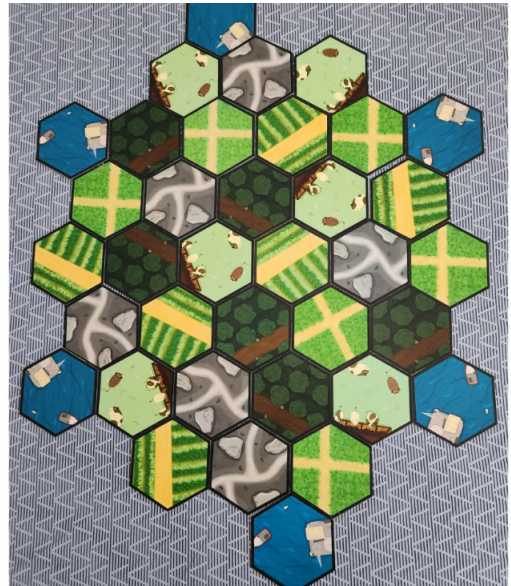
Tabuleiro

O tabuleiro de Pindorama é formado por vários pequenos hexágonos, de forma que os jogadores podem montá-lo de diversas maneiras distintas. Recomendamos que esses pequenos hexágonos sejam posicionados no formato representado nas imagens abaixo. Criamos duas versões de tamanho de tabuleiro: a versão **regular**, formada por 25 hexágonos (19 formando um grande hexágono + 6 oceanos), e a versão **expandida**, formada por 36 hexágonos (30 formando um grande hexágono + 6 oceanos).

Versão Regular



Versão Expandida



Cada hexágono possui um número (de 2 a 12 na versão normal, e de 2 a 16 na versão expandida), e um tipo de terreno. No total, há 6 tipos de terrenos diferentes, e cada terreno produz um tipo de recurso.

Além disso, na versão **regular**, o número 7 não aparece no tabuleiro, pois trata-se do número que, quando sorteado nos dados, ativa o ladrão e os eventos. No caso da versão **expandida**, esse número é o 9.

Terrenos e Recursos

Cada região de Pindorama foi pensada com base nas Regiões do Brasil, e os recursos foram escolhidos pelos estudantes por meio de buscas por informações sobre *commodities* produzidas em cada uma das 5 Regiões. Sendo assim, os terrenos e os recursos do jogo são:



Recursos

Os recursos são cartas importantes, pois podem ser utilizadas para a realização de construções no tabuleiro (como bases, cidades e estradas), compra de cartas de desenrola, ou trocas com outros jogadores. Há 6 tipos de recursos:

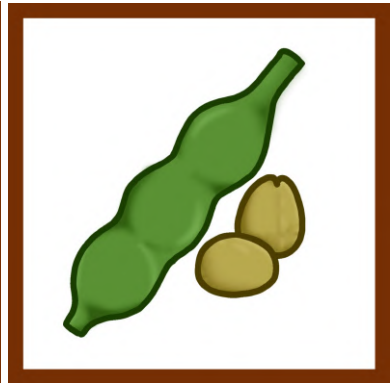
Cana-de-açúcar



Borracha



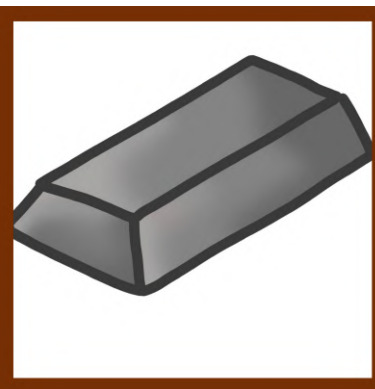
Soja



Carne Bovina



Ferro



Petróleo



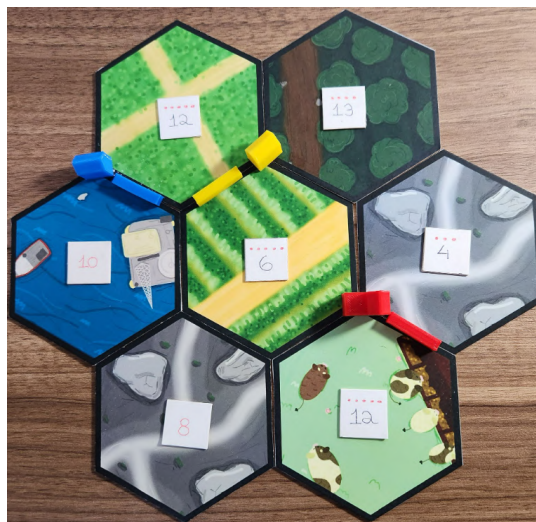
Construções e Cartas

Em Pindorama, os jogadores utilizam seus recursos para comprar **construções** e **cartas de desenrola**. Há 3 tipos de construções: **vilas, cidades e estradas**.

Bases e cidades, além de fornecerem pontos de vitória, servem para a produção de recursos. Quando alguém lança os dados, os hexágonos que possuem o número sorteado produzirão recursos. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1:

Neste cenário, se alguém tirar o número 6 nos dados, os donos das azul e vermelha ganham 1 carta de Cana-de-açúcar. Todos os jogadores que possuem uma vila naquele hexágono ganham o recurso produzido. Se houver uma cidade, o seu dono ganha 2 cartas ao invés de 1.

Exemplo 2:

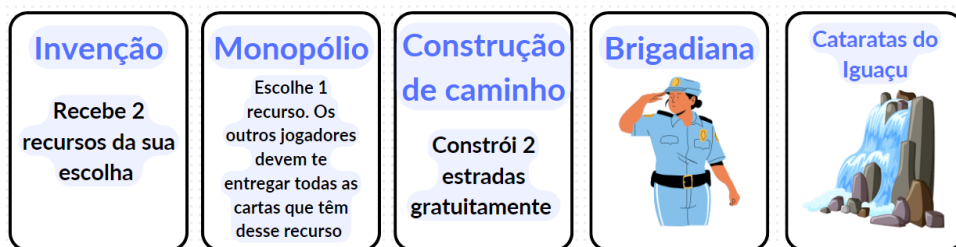
Neste cenário, se alguém tirar o número 12 nos dados, o jogador vermelho recebe 2 cartas de Carne bovina, pois possui uma cidade naquela região, e os jogadores azul e amarelo recebem 1 carta de soja.

Estradas

As **estradas** são construções que servem para a expansão do território do jogador. Todas as vilas e cidades devem estar conectadas a uma estrada. As estradas também podem fornecer pontos, caso o jogador consiga obter a carta “Freeway”.

Cartas de Desenrola

São cartas que os jogadores podem comprar e que trazem algum benefício. Há 5 tipos de cartas de desenrola:



Cartas de Invenção: permitem que o jogador escolha 2 recursos do banco à sua escolha.

Cartas de Monopólio: permitem que o jogador escolha 1 recurso, e os demais jogadores devem entregar todas as cartas que tiverem desse recurso.

Cartas de Construção de Caminho: permitem que o jogador construa 2 estradas imediatamente e sem gastar recursos.

Cartas de “Brigadiana”: permitem que o jogador mova o ladrão.

Cartas de Ponto Turístico: valem 1 ponto

Custos das Construções

Estrada: 72000 Kg de Cana-de-Açúcar + 23000 Kg de Borracha

Vila: 72000 Kg de Cana-de-Açúcar + 23000 Kg de Borracha + 3500 Kg de Soja + 56 Kg de Carne Bovina

Cidade: 7000 Kg de Soja + 5400 Kg de Ferro

Carta de Desenrola: 40000 Barris de Petróleo + 56 Kg de Carne Bovina

Comércio entre os jogadores

Um aspecto importante do jogo são as trocas de recursos entre os jogadores. Durante a sua rodada, você pode oferecer trocas aos demais jogadores.

Por exemplo: 56 Kg de Carne Bovina por 20000 Barris de Petróleo, 46000 Kg de Borracha por 1800 Kg de Ferro, etc.

✨ Muitas vezes, as trocas podem beneficiar ambos os jogadores.

Comércio com o Banco

Além de trocar com outros jogadores, também é possível realizar trocas com o banco. Para isso, há uma taxa de 4 cartas para 1. Ou seja, para fazer uma troca com o banco, você precisa dar 4 cartas de um mesmo recurso, e pode escolher 1 carta de outro recurso do banco.

O ladrão

Toda vez que alguém tira o número 7, na versão regular, e o número 9 na versão expandida, o ladrão entra em ação.

Trata-se de um elemento importante no desenvolvimento do jogo. Quando ele é ativado, o jogador que tirou o número 7 (ou 9 na versão expandida) nos dados escolhe um terreno para ser ocupado pelo ladrão. Um terreno ocupado pelo ladrão não produz recursos.

Armazenamento

Além do ladrão, há outros acontecimentos quando o número 7 (ou 9) é sorteado nos dados. Todos os jogadores que possuem mais do que 3 cartas do mesmo recurso devem armazenar metade dessas cartas, ou se não houver espaço de armazenamento disponível, devolvê-las ao banco. Cada vila possui capacidade para armazenar 1 carta de cada recurso, e cada cidade possui capacidade para 2 cartas de cada recurso. Os recursos armazenados poderão ser utilizados novamente pelos jogadores na próxima vez que o número 7 (ou 9) for sorteado.

Cartas de Evento

Ainda, um terceiro acontecimento quando o número 7 (ou 9) é tirado nos dados é a ativação de uma carta de evento. O jogador que tirou o número nos dados retira

aleatoriamente uma carta do baralho de cartas de evento, e o evento descrito na carta é ativado. Os possíveis eventos são:



Jogando

Cada jogador começa o jogo posicionando 2 vilas e 2 estradas no tabuleiro. A ordem para a construção de cada jogador é definida nos dados, quem sortear o número mais alto começa, e a ordem segue em sentido horário. O jogador que sortear o número mais alto posiciona sua primeira vila e estrada, e passa a vez ao próximo. Quando todos tiverem construído suas primeiras vilas e estradas, a ordem para a construção da segunda vila e estrada é invertida, ou seja, o último jogador a construir a primeira vila será o primeiro a construir a segunda, e assim por diante, até que o jogador que sortear o número mais alto nos dados finalize as construções iniciais. Nesse momento, cada jogador recebe seus recursos iniciais, que serão aqueles recursos produzidos pelas regiões nas quais a segunda vila foi posicionada.

As vilas sempre devem estar conectadas a pelo menos 1 estrada, e não podem ser construídas em um vértice do hexágono adjacente à outra base (deve haver um espaço de 1 vértice entre 2 bases).

Em cada rodada, o jogador começa lançando os dados, e as casas com o número sorteado produzem os recursos. Em seguida, o jogador pode, se desejar, realizar trocas, fazer construções, e comprar e/ou usar cartas de desenvolvimento. A ordem

dessas ações pode ser feita à escolha do jogador. Quando encerrar sua rodada, o jogador passa a vez ao próximo, e o jogo continua até que alguém obtenha 10 pontos de vitória!

Vídeo tutorial

Abaixo, disponibilizamos um vídeo ensinando a jogabilidade de The Settlers of Catan, que é o jogo no qual Pindorama foi baseado. Sendo assim, diversas mecânicas são semelhantes.



APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301
 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br



Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) Sr(a). _____,

O(A) aluno(a) _____, está

sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa **Contribuições do Jogo Catan para o Desenvolvimento de Saberes Matemáticos**. Ele(a) foi escolhido(a) por fazer parte do público alvo da pesquisa, o qual é composto por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental na E. E. E. M. Anne Frank.

A pesquisa está sendo desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) **Rafael Eduardo Ferronato Fontanella**, o qual é estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Cristina Cavalli Bertolucci, a quem você poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (xx)xxxxxxxxx ou e-mail xxxxxxxxxxxxxx@xxxx.com.

O objetivo desta pesquisa é identificar potencialidades na aprendizagem matemática de estudantes propiciadas pela construção e utilização do jogo Catan, por meio de etapas de Modelagem Matemática.

Para isto, solicitamos a especial colaboração do(a) aluno(a) na participação da pesquisa, a qual ocorrerá por meio de entrevista/questionário escrito e/ou por meio de participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que seu trabalho, suas discussões com os colegas e suas produções serão analisadas, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. Estima-se que sejam investidas 10 horas para a realização das tarefas propostas.

O uso das informações decorridas de sua participação (produção escrita e em vídeo/caderno de campo) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas por um código alfanumérico. No caso de fotos e filmagem obtidas durante sua participação, elas também serão utilizadas exclusivamente em

atividades acadêmicas, sem identificação. Todas as informações fornecidas pelo(a) aluno(a) serão armazenadas sob responsabilidade do(a) pesquisador(a) por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Com relação aos riscos da pesquisa, alguns alunos podem sentir-se desconfortáveis com a proposta por não estarem acostumados a práticas do tipo, com caráter aberto. Ao mesmo tempo, o(a) aluno(a) receberá todo o apoio do(a) professor(a)/pesquisador(a) no sentido de minimizar estes riscos, tais como a resposta a dúvidas e o incentivo para superar essa adaptação.

Já com relação aos benefícios da pesquisa, o(a) aluno(a) terá a oportunidade de investigar e construir noções matemáticas por meio de um jogo, relacionar esses novos saberes com situações cotidianas, e perceber diferentes formas com que a Matemática pode nos ajudar a interpretar o mundo.

A participação do(a) aluno(a) não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária. O(A) aluno(a) poderá recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para ele(a) se essa for sua decisão. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por você assinado.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a qualquer momento, pelo telefone (xx)xxxxxxxxx ou e-mail xxxxxxxxxxxx@xxxx.com. Terei o prazer em prestar informações adicionais.

Caso tenha dúvidas acerca de procedimentos éticos, você também poderá contatar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Obrigado pela sua colaboração.

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Contribuições do Jogo Catan para o Desenvolvimento de Saberes Matemáticos**, desenvolvida pelo pesquisador **Rafael Eduardo Ferronato Fontanella**.

Porto Alegre, ____ de _____ de ____.

Assinatura do Responsável: _____

Assinatura do(a) Pesquisador(a): _____

Assinatura do(a) Orientador(a): _____

APÊNDICE C - TERMO DE ASSENTIMENTO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301
 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br



Termo de Assentimento Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) Aluno(a),

Você está sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa **Contribuições do Jogo Catan para o Desenvolvimento de Saberes Matemáticos**. Você foi escolhido(a) por fazer parte do público alvo da pesquisa, o qual é composto por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental na E. E. E. M. Anne Frank.

A pesquisa está sendo desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) **Rafael Eduardo Ferronato Fontanella**, o qual é estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Cristina Cavalli Bertolucci, a quem você poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (xx)xxxxxxxxx ou e-mail xxxxxxxxxxxxxx@xxxx.com.

O objetivo desta pesquisa é identificar potencialidades na aprendizagem matemática de estudantes propiciadas pela construção e utilização do jogo Catan, por meio de etapas de Modelagem Matemática.

Para isto, solicitamos sua especial colaboração na participação da pesquisa, a qual ocorrerá por meio de entrevista/questionário escrito e/ou por meio de participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que seu trabalho, suas discussões com os colegas (gravação em áudio) e suas produções serão analisadas, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. Estima-se que sejam investidas 10 horas para a realização das aulas referentes às tarefas propostas.

O uso das informações decorridas de sua participação (produção escrita e em vídeo/cadernos de campo) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas por um código alfanumérico. No caso de fotos e filmagem obtidas durante sua participação, elas também serão utilizadas exclusivamente em atividades acadêmicas, sem identificação. Todas as informações fornecidas por você serão

armazenadas sob responsabilidade do(a) pesquisador(a) por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Com relação aos riscos da pesquisa, alguns alunos podem sentir-se desconfortáveis com a proposta por não estarem acostumados a práticas do tipo, com caráter aberto. Ao mesmo tempo, o(a) aluno(a) receberá todo o apoio do(a) professor(a)/pesquisador(a) no sentido de minimizar estes riscos, tais como a resposta a dúvidas e o incentivo para superar essa adaptação.

Já com relação aos benefícios da pesquisa, o(a) aluno(a) terá a oportunidade de investigar e construir noções matemáticas por meio de um jogo, relacionar esses novos saberes com situações cotidianas, e perceber diferentes formas com que a Matemática pode nos ajudar a interpretar o mundo.

Sua participação não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária. Você poderá recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para você se essa for sua decisão. Sua colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por você assinado.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a qualquer momento, pelo telefone (xx)xxxxxxxxx ou e-mail xxxxxxxxxxxx@xxxx.com. Terei o prazer em prestar informações adicionais.

Caso tenha dúvidas acerca de procedimentos éticos, você também poderá contatar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Obrigado pela sua colaboração.

Porto Alegre, ____ de _____ de ____.

Assinatura do(a) Aluno(a): _____

Assinatura do(a) Pesquisador(a): _____

Assinatura do(a) Orientador(a): _____

APÊNDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL
Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301
e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br



TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA

A Escola Estadual de Ensino Médio Anne Frank, escola da rede pública estadual de ensino, neste ato representada pela direção por intermédio do presente instrumento, autoriza Rafael Eduardo Ferronato Fontanella, brasileiro, estudante, CPF xxx.xxx.xxx-xx, a aplicar a proposta de ensino: “Contribuições do Jogo Catan para o Desenvolvimento de Saberes Matemáticos” nas turmas dos anos finais do Ensino Fundamental. A Escola está ciente de que a referida proposta de ensino é base para a elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso do graduando Rafael Eduardo Ferronato Fontanella, o qual é uma exigência parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e que é orientado pela Profa. Dra. Cristina Cavalli Bertolucci.

O autorizado, por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes da escola que participarão da aplicação da proposta de aula.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.