

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DESIGN CONSTRUTAL E OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO INTERNO
EM ESTRUTURAS EM FORMA DE ÁRVORE

por

Vinicius da Rosa Pepe

Tese para obtenção do Título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, dezembro de 2022

DESIGN CONSTRUTAL E OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO INTERNO
EM ESTRUTURAS EM FORMA DE ÁRVORE

Vinicius da Rosa Pepe
Mestre em Engenharia

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovada por:

Prof. Dr. Antonio Ferreira Miguel, Universidade de Évora

Prof^a. Dr^a. Flávia Schwarz Franceschini Zinani, PPGEM/UNISINOS

Prof^a. Dr^a. Adriane Prisco Petry, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Felipe Roman Centeno
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 14 de dezembro de 2022

AGRADECIMENTOS

Ao final desta longa etapa acadêmica, ressalto algumas pessoas importantes cujo agradecimento se traduz em um singelo e sincero muito obrigado.

Agradeço a minha família, pelo apoio incondicional, paciência, incentivos e compreensão principalmente nos momentos de ausência.

A minha companheira Maria Julia e nossos pequenos Zoeh e Pim, pelo amor incondicional, por compreender as minhas dificuldades, por entender os muitos momentos de ausência, irritação ou frustração e acima de tudo por me incentivar na realização e finalização deste trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha, por toda a dedicação, ensinamentos, incentivos e confiança.

Ao professor Dr. Antonio Ferreira Miguel, por todo apoio e dedicação para as publicações deste trabalho.

A professora, Dr^a. Flávia Schwarz Franceschini Zinani, por todo apoio e dedicação para as publicações deste trabalho.

A professora, Dr^a. Adriane Prisco Petry, por todos os ensinamentos durante as disciplinas cursadas, sugestões e críticas para a conclusão deste trabalho.

Aos professores, Prof. Dr. Mateus das Neves Gomes e Prof. Dr. Jeferson Avila Souza, por acreditarem e confiarem na conclusão desta etapa acadêmica.

Aos meus colegas de laboratório, pelos trabalhos realizados e pela amizade desenvolvida durante os anos de estudo e pesquisa.

Aos professores membros da banca, pelo tempo dispensado, sugestões e críticas apresentadas para a melhoria desta tese.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) por todo apoio prestado.

E a todos que direta ou indiretamente, colaboraram para a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como propósito investigar a validade da lei de Hess-Murray, através da experimentação numérica, aplicando o método do *Design Construtal* associado ao método de otimização da busca exaustiva, no escoamento interno em estruturas ramificadas em forma de árvore. O estudo proposto assume escoamento tridimensional, laminar, incompressível, regime permanente e propriedades fluidodinâmicas constantes, sendo o regime de escoamento governado pelo número de Reynolds (Re_D). O objetivo principal consiste em investigar numericamente o escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos no interior de uma estrutura dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação e com seção circular, com caminho livre e obstruído, visando à minimização das resistências ao escoamento e identificando a configuração geométrica que minimiza as irreversibilidades do sistema, ou seja, que melhor distribui as perdas, quando o volume ocupado pelos dutos em cada nível de ramificação (V_i) é mantido constante, variando-se as razões de diâmetros (a_D). As equações de conservação de massa e quantidade de movimento foram resolvidas através do método de volumes finitos. A geometria foi discretizada através de uma malha tridimensional. Como resultados obtiveram-se as estruturas ótimas que apresentaram a menor resistência ao escoamento e as estruturas que melhor distribuem as perdas ao longo do domínio, conforme as premissas da lei Construtal. Além disso, foi possível verificar o fenômeno do desbalanceamento do escoamento em uma estrutura simétrica, através dos isômeros, onde o tubo filho que está alinhado com o tubo avô transporta mais fluido que o tubo irmão. Pode-se afirmar que toda a obstrução gera um desequilíbrio na distribuição do escoamento, em maior ou menor intensidade, em comparação com a estrutura sem obstruções. Esta pesquisa avançou no presente estado da arte, pois se desenvolveu um modelo tridimensional, aplicado ao sistema de escoamento de fluidos em estrutura fluídica dicotômica, em forma de árvore, utilizando o método do *Design Construtal*, validando os resultados analíticos apresentados na bibliografia e apresentando novas referências que permitem ampliar a complexidade dos sistemas de escoamento bem como permitir a futura implementação de métodos de otimização mais avançados.

Palavras-chave: Hess-Murray; Bifurcações dicotômicas; Escoamento interno, *Design Construtal*.

ABSTRACT

This work investigates, through the numerical experimentation together with the Constructal Design method, the Hess-Murray Law in the internal flow in branched structures in the shape of a tree with a circular section for the laminar flow of Newtonian and non-Newtonian fluids, determining the optimal configurations that facilitate fluid flow or minimize flow resistance. The proposed study assumed three-dimensional, laminar, incompressible, permanent, and constant fluid dynamic properties being the flow regime governed by Reynolds number (Re_D). The Constructal Design method, associated with the exhaustive search, determines the global geometric constants, degrees of freedom, and objective function in the system's geometric evaluation. The numerical solution of the mass conservation and momentum equations is solved based on the finite volume method. The geometries and mesh of the computational domain are discretized through a three-dimensional. We obtained the optimal structures that showed the least resistance to flow and the structures that best distribute losses in the domain. Besides, it was possible to verify the flow asymmetry phenomena in a symmetrical structure through the isomer structure, where the child tube aligned with the grandfather tube carries more fluid than the sister tube. It was also observed that any obstruction generates an imbalance in the flow distribution, to a greater or lesser degree, depending on the obstruction location and geometric structure relationships. This work advanced in the present state of the art since it developed a three-dimensional model without simplifications, applied to the fluid flow system in branched structures in the shape of a tree structure using the Constructal Design method. The validation of the analytical results presented in the bibliography and presenting new references that allow for increasing the complexity of flow systems and the implementation of more advanced optimization methods.

Keywords: Hess-Murray; Tree shaped structure; Internal flow, Constructal Design.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Delineamento do Trabalho	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
2.1	Objetivos	34
2.1.1	Objetivos Gerais	35
2.1.2	Objetivos Específicos	36
3	A LEI DE HESS-MURRAY	37
4	ESCOAMENTO DE FLUIDO NEWTONIANO	47
4.1	Descrição do Problema	47
4.2	Modelo Matemático	48
4.3	Equações Fundamentais	52
4.4	Método do <i>Design</i> Construtal	54
4.5	Método de Otimização	54
4.6	Modelo Numérico	55
4.7	Discretização do domínio	57
4.8	Verificação do Modelo Matemático e Numérico	58
4.9	Resultados e Discussões	62
5	ISOMERIA ESTRUTURAL	74
5.1	Descrição do Problema	74
5.2	Método do <i>Design</i> Construtal	76
5.3	Método de Otimização	77
5.4	Modelo Numérico Padrão	78
5.5	Resultados e Discussões	81
5.5.1	Influências da Parametrização da Malha	81
5.5.2	Influências da Parametrização da Solução	83
5.5.3	Influências dos Níveis de Ramificação	85
5.6	Isomeria Estrutural	87
6	ESTRUTURAS OBSTRUÍDAS	95

6.1	Descrição do Problema	95
6.2	Método do <i>Design</i> Construtal	96
6.3	Método de Otimização	97
6.4	Modelo Numérico	99
6.5	Resultados e Discussões	101
7	ESCOAMENTO DE FLUIDO NÃO NEWTONIANO	111
7.1	Descrição do Problema	111
7.2	Modelo Matemático	112
7.3	Equações Fundamentais	113
7.4	Parâmetros Reológicos	115
7.5	Método do <i>Design</i> Construtal	116
7.6	Método de Otimização	117
7.7	Modelo Numérico	118
7.8	Discretização do domínio	119
7.9	Verificação do Modelo Matemático e Numérico	122
7.10	Resultados e Discussões	122
8	CONCLUSÕES	131
8.1	Propostas de Continuidade da Pesquisa	134
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	136
APENDICE A	Parâmetros geométricos	141
APENDICE B	Fator de Esbeltez ou <i>Svelteness Number</i>	142
APENDICE C	Trabalhos publicados	143
APENDICE D	Apresentação de trabalhos	144
APENDICE E	Projeto de iniciação científica	145
APENDICE F	Orientações e Supervisão	146
APENDICE G	Disciplinas Ministradas	148

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Sistemas de escoamento que envolvem correntes que se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa: (a) escoamento de água através da árvore; (b) descarga elétrica; (c) trânsito de automóveis e pessoas em uma cidade; (d) escoamento de lava em um vulcão; (e) escoamento de água em uma bacia hidrográfica e (f) escoamento de ar no sistema respiratório. Adaptado pelo autor	3
Figura 2.1	Ramificação generalizada das artérias, adaptado de Murray, 1926a	8
Figura 2.2	Representação esquemática dos 23 níveis do pulmão humano e padrão de dicotomia regular, adaptado de Weibel, 1963	10
Figura 2.3	Bifurcação das artérias cardiovasculares adaptado de Zamir et al., 1983	11
Figura 2.4	Ramificação da artéria carótida, adaptado de Rossitti e Jofgren, 1993	11
Figura 2.5	Cascata simétrica de bifurcações, adaptado de Andrade, Jr. et al., 1998	12
Figura 2.6	Ramificações, (a) estrutura em forma de T, (b) estrutura em forma de Y e (c) estrutura em forma de cruz, adaptado de Bejan. et al., 2000	13
Figura 2.7	Variáveis básicas na bifurcação arterial, adaptado de Zamir, 2001	13
Figura 2.8	Ramificação do sistema respiratório, adaptado de Zhang et al., 2002	14
Figura 2.9	Estrutura ramificada das vias aéreas, adaptado de Liu. et al., 2002	14
Figura 2.10	Condutores de transporte de xilema, adaptado de McCulloh et al., 2004	15
Figura 2.11	Árvore dicotômica e homotética, adaptado de Mauroy. et al., 2004	16
Figura 2.12	Esquema da árvore brônquica, adaptado de Reis et al., 2004	16
Figura 2.13	Modelo 3D da árvore brônquica, adaptado de Schmidt et al., 2004	17
Figura 2.14	Rede em forma de árvore com projeto circular com 24 portas na periferia, adaptado de Gosselin e Bejan, 2005	17
Figura 2.15	Coletor microfluídico biomiméticos, adaptado de Emerson et al., 2006	18
Figura 2.16	Estrutura em forma de T em duas dimensões (a) divisão (b) união, adaptado de Wechsato et al., 2006	19
Figura 2.17	Micro canais (a) modelo experimental (b) modelo numérico, adaptado de Yue et al. 2009	20
Figura 2.18	Estrutura em forma de T (a) seção transversal circular (b) seção transversal quadrada, adaptado de Serrenho et al., 2013	20
Figura 2.19	Árvore fluídica com paredes porosas, adaptado de Miguel, 2015	21

Figura 2.20	Árvore da artéria femoral idealizada dimensional, adaptado de Weddell et al., 2015	22
Figura 2.21	Bifurcação da artéria coronária, adaptado de Doutel et al., 2016	22
Figura 2.22	Bifurcação dicotômica simétrica, adaptado de Miguel, 2016	23
Figura 2.23	(a) Rede de escoamento em forma de árvore dicotômica (b) bifurcações simétricas e assimétricas, adaptado de Miguel, 2016a	24
Figura 2.24	Estrutura em forma de Y, adaptado de Sehn et al., 2017	25
Figura 2.25	Rede em forma de árvore de tubos capilares, adaptado de Miguel, 2017	25
Figura 2.26	Estrutura em forma de T com seção circular, adaptado de Pepe, 2018	26
Figura 2.27	Montagem dicotômica de tubos em forma de árvore e bifurcações simétricas, adaptado de Miguel, 2018	26
Figura 2.28	Modelo de bifurcação realística, adaptado de Amiri et al., 2019	27
Figura 2.29	Geometria da artéria com estreitamento e bifurcada, adaptado de Zain e Ismail, 2019	28
Figura 2.30	Vasos arteriais ramificados, adaptado de Nagargoje e Gupta, 2020	29
Figura 2.31	Estenose e ramificação em uma ponte de safena idealizada, adaptado de Dutra et al., 2020	29
Figura 2.32	Bifurcação vascular com escoamento de nanopartículas, adaptado de Liu et al., 2020	30
Figura 2.33	Rede em forma árvore, adaptado de Sauer Moser et al., 2020	30
Figura 2.34	Geometria da árvore brônquica humana, adaptado de Pradhan, et al., 2020	31
Figura 2.35	Árvore brônquica humana em modelo com geometria realística, adaptado de Dong, et al., 2020	31
Figura 2.36	(a) Bifurcação em Y, (b) esquema 15D, adaptado de Pellejero, et al., 2022 ...	32
Figura 2.37	Esquema das vias áreas para o escoamento na estrutura em forma de árvore, adaptado de Soni, et al., 2022	33
Figura 3.1	Vasos bifurcados de Hess, adaptado de Sciubba, 2016	38
Figura 3.2	Ramificação de Murray, adaptado de Murray (1926a)	44
Figura 4.1	Estrutura fluídica dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação e seção circular aplicada ao escoamento de fluido newtoniano	47

Figura 4.2	Representação esquemática de igual volume dos tubos em cada nível de ramificação: (a) nível 0, (b) nível 1, (c) nível 2 e (d) nível 3	48
Figura 4.3	Esquema da aplicação do Método Design Construtal para o escoamento de fluido newtoniano	54
Figura 4.4	Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva	55
Figura 4.5	Malha adotada para o conjunto de simulações: (a) detalhe da camada prismática no tubo 0A, (b) parede do tubo de entrada 0A e (c) tubos de saída 2B, 3C e 3D	58
Figura 4.6	Geometrias utilizadas para verificação do modelo computacional, (a) adaptado de Zhang et al. (2002), (b) adaptado de Y. Liu et al. (2002) e (c) modelo atual adaptado	59
Figura 4.7	Verificação do modelo computacional para o escoamento de fluido newtoniano através dos modelos de Zhang et al. (2002) e Y. Liu et al. (2002)	60
Figura 4.8	Comparação entre o modelo numérico e analítico ideal para uma rede de escoamento com três níveis de bifurcação	62
Figura 4.9	Campo de pressão estática, escoamento livre, escoamento de fluido newtoniano, relação de diâmetros (a_D) igual a (a) 1,00 (b) 0,80 e (c) 0,70	63
Figura 4.10	Campo de velocidades, $a_D = 0,80$: no plano central xz (a) 0A, 1B, 1B, 2A, 2B, 2C, 2D, no plano central yz tubos (b) 2A, 3A, 3B, (c) 2B, 3C, 3D, (d) 2C, 3E, 3F e (e) 2D, 3G, 3H, 3H ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$)	64
Figura 4.11	Campo de velocidades, $a_D = 0,80$: no plano central xz (a) 0A, 1B, 1B, 2A, 2B, 2C, 2D, no plano central yz tubos (b) 2A, 3A, 3B, (c) 2B, 3C, 3D, (d) 2C, 3E, 3F e (e) 2D, 3G, 3H, 3H ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$)	65
Figura 4.12	Razão de resistências (Equação 4.14) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds	66
Figura 4.13	Número de Euler (Equação 4.15) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds	68
Figura 4.14	Razão de resistências (R_i/R_T) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds (Re_D). igual (a) 10^2 , (b) $2,5 \times 10^2$, (b) 5×10^2 e (d) 10^3	68
Figura 4.15	Razão de divisão do escoamento (Equação 4.17) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds	70
Figura 4.16	Coefficiente de assimetria (Equações 4.18 a 4.20) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds (Re_D) igual (a) 10^2 , (b) $2,5 \times 10^2$, (b) 5×10^2 e (d) 10^3	71

Figura 4.17	Coeficiente de assimetria total (Equação 4.21) em função do coeficiente de esbeltez e número de Reynolds	71
Figura 4.18	Representação esquemática de um caminho, (a) caminho a formado pelos os tubos 0A, 1A, 2A, 3A e (b) caminho b formado pelos os tubos 0A, 1A, 2B, 3C	72
Figura 4.19	Número de Euler (Equação 4.15) em função da razão de comprimentos adimensional e número de Reynolds	73
Figura 5.1	Representação esquemática da isomeria estrutural: (a) isômero I, (b) isômero II, (c) isômero III, (d) isômero IV, e (e) isômero V	74
Figura 5.2	Esquema da aplicação do Método <i>Design Construtal</i> para a investigação do escoamento em estruturas isômeras	76
Figura 5.3	Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva para as redes em forma de árvore estruturalmente isômeras	77
Figura 5.4	Isômero I, estrutura fluídica dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação e seção circular definida como padrão para o estudo da isomeria estrutural	78
Figura 5.5	Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função parametrização da malha	82
Figura 5.6	Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função parametrização da solução	84
Figura 5.7	Representação esquemática dos níveis de ramificação: (a) $i = 1$, (b) $i = 2$ e (c) $i = 3$, isômero I	85
Figura 5.8	Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função da formação de cada nível de ramificação do isômero I	87
Figura 5.9	Número de Euler (Equação 4.15) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds (a) 10^2 , (b) $2,5 \times 10^2$, (b) 5×10^2 e (d) 10^3	89
Figura 5.10	Diferença da razão entre isômeros (Equação 5.1) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds	90
Figura 5.11	Razão de resistências (R_i / R_T) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds (Re_D) igual: (a) 10^2 , (b) $2,5 \times 10^2$, (b) 5×10^2 e (d) 10^3	91
Figura 5.12	Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds	93

Figura 6.1	Estrutura fluidica dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação e seção circular aplicada ao escoamento de fluido newtoniano com obstruções	95
Figura 6.2	Esquema da aplicação do Método <i>Design Construtal</i> para a investigação do escoamento em redes obstruídas	97
Figura 6.3	Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva para as redes em forma de árvore com obstruções	98
Figura 6.4	Detalhe da obstrução: (a) tubo 2A; (b) tubo 2B ou tubo 2C. (c) tubo 2C	99
Figura 6.5	Razão de resistências (R_i / R_T) em função da posição da obstrução do tubo, $a_D = 0,80$, $Re_D = 10^2$, estrutura obstruída e escoamento de fluido newtoniano e obstruções nos tubos (a) 1A, (b) 2A e 2B	100
Figura 6.6	Campo de pressão estática em função do local da obstrução e número de Reynolds, $a_D = 0,80$, escoamento de fluido newtoniano: obstruções nos tubos (a) sem obstrução, (b) 1A, (c) 2B, (d) 3C, (e) 2A e 2B, (f) 2A e 2C, (g) 2A e 2D e (h) 2B e 2C	103
Figura 6.7	Razão de resistências (Equação 4.14) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds	104
Figura 6.8	Razão global da estrutura obstruída (Equação 6.1) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds	105
Figura 6.9	Número de Euler (Equação 4.15) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds	106
Figura 6.10	Razão de resistências (R_i / R_T) para o escoamento de fluido newtoniano em função da razão de diâmetros (a_D), $Re_D = 10^2$ obstruções nos tubos: (a) sem obstrução, (b) 1A, (c) 2B, (d) 3C, (e) 2A e 2B, (f) 2A e 2C, (g) 2A e 2D e (h) 2B e 2C	107
Figura 6.11	Razão de resistências (R_i / R_T) para o escoamento de fluido newtoniano em função da razão de diâmetros (a_D), $Re_D = 10^3$ obstruções nos tubos: (a) sem obstrução, (b) 1A, (c) 2B, (d) 3C, (e) 2A e 2B, (f) 2A e 2C, (g) 2A e 2D e (h) 2B e 2C	108
Figura 6.12	Razão de resistências (R_i / R_T) para o escoamento de fluido newtoniano em função dos tubos obstruídos para razão de diâmetros (a_D) igual (a) 0,75 (b) 0,80, (c) 0,85	110
Figura 7.1	Esquema da aplicação do Método <i>Design Construtal</i> para o escoamento de fluido não newtoniano conforme modelo reológico de Carreau	117

Figura 7.2	Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva para o escoamento de fluido não newtoniano conforme modelo reológico de Carreau	118
Figura 7.3	Representação esquemática dos níveis de ramificação: (a) bifurcação em formato de Y adaptado de Pellejero (2020), (b) modelo atual adaptado	120
Figura 7.4	Campo de pressão estática em função do número de Reynolds e número de Carreau, $a_D = 0,80$	122
Figura 7.5	Razão de resistências (Equação 4.14) em função da razão de diâmetros e número de Carreau	123
Figura 7.6	Razão de resistências adimensional (Equação 7.3) em função do índice de esbeltez e número de Carreau	124
Figura 7.7	Número de Euler (Equação 4.15) em função da razão de diâmetros e número de Carreau	125
Figura 7.8	Razão de resistências (R_i / R_T) em função da razão de diâmetros, número de Reynolds (Re_D) e número de Carreau ($\tilde{\lambda}$): $Re_D = 10^2$ (a) $\tilde{\lambda} = 175, n = 0,35$ (b) $\tilde{\lambda} = 175, n = 0,60$ (c) $\tilde{\lambda} = 2917, n = 0,35$ (d) $\tilde{\lambda} = 2917, n = 0,60$ e $Re_D = 2,5 \times 10^2$ (e) $\tilde{\lambda} = 438, n = 0,35$ (f) $\tilde{\lambda} = 438, n = 0,60$ (g) $\tilde{\lambda} = 7292, n = 0,35$ (h) $\tilde{\lambda} = 7292, n = 0,60$	126
Figura 7.9	Razão de resistências (R_i / R_T) para o escoamento de fluido newtoniano em função dos tubos obstruídos para razão de diâmetros (a_D) igual (a) 0,70 (b) 0,75 e (c) 0,80	127
Figura 7.10	Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds ($Re_D = 10^2$)	129
Figura 7.11	Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds ($Re_D = 2,5 \times 10^2$)	130

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Teste de Qualidade de Malha para $Re_D = 10^3$	58
Tabela 4.2	Relações geométricas para verificação do modelo computacional	59
Tabela 4.3	Validação do modelo numérico, $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$	61
Tabela 4.4	Perdas por atrito e localizadas para $Re_D = 10^3$	73
Tabela 5.1	Teste de Qualidade de Malha Isômero I, $Re_D = 10^3$	80
Tabela 5.2	Validação do isômero I, $Re_D = 10^3$, $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$	80
Tabela 5.3	Experimentação na parametrização da malha	81
Tabela 5.4	Experimentação na parametrização da solução	83
Tabela 5.5	Experimentação dos níveis de ramificação	86
Tabela 5.6	Experimentação no alinhamento de tubos	88
Tabela 6.1	Perda de carga adimensional em função do local geométrico da obstrução	100
Tabela 6.2	Experimentação na localização da obstrução	102
Tabela 7.1	Faixa de parâmetros reológicos de Carreau para o modelo do sangue	116
Tabela 7.2	Experimentação na parametrização da malha	116
Tabela 7.3	Teste de Qualidade de Malha para $Re_D = 10^2$ e $\tilde{\lambda} = 175$	120
Tabela 7.4	Relações geométricas para verificação do modelo computacional	121
Tabela 7.5	Verificação do modelo numérico $Re_D = 3 \times 10^2$ e $\tilde{\lambda} = 150$, propriedades do fluido de Carreau, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_0 = 0,0015 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\eta_\infty = 0,0001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\lambda = 333333,33 \text{ s}$, $n = 0,35$	121

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CFD	Mecânica dos Fluidos Computacional
DEMEC	Departamento de Engenharia Mecânica
DOE	<i>Design of Experiments</i>
FMV	Método de Volumes Finitos
MFI	<i>Mass flow inlet</i>
MHD	Magnetohidrodinâmico
GCI	<i>Grid convergence index</i>
GGCB	<i>Green gauss cell-based</i>
GGNB	<i>Green gauss node-based</i>
LQCB	<i>Least squares cell-based</i>
OF	<i>Out flow</i>
PO	<i>Pressure outlet</i>
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UNISINOS
PROMECC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFRGS
SIMPLE	Semi implicit Linked Equations
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UNISINOS	Universidade do Vale do Rio dos Sinos
VE	<i>Velocity</i>
1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

<i>A</i>	Área	[m ²]
<i>a</i>	Razão de aspecto do domínio de Hess (1917)	[-]
<i>a_D</i>	Razão de diâmetros	[-]
<i>a_L</i>	Razão de comprimentos	[-]
<i>c_b</i>	Custo metabólico de Murray (1926)	[J/m ³]
<i>CNR</i>	Razão de resistências entre fluido de Carreau e fluido newtoniano	[-]
<i>D</i>	Diâmetro do tubo	[m]
<i>D</i>	Tensor taxa de deformação	[-]
<i>FRP</i>	Razão de divisão do escoamento	[-]
<i>GCI</i>	Índice de convergência da malha	[-]
<i>g</i>	Vetor da aceleração da gravidade	[m/s ²]
<i>h</i>	Altura do domínio de Hess (1917)	[m]
<i>HRM</i>	Razão de resistências de Hess-Murray	[-]
<i>k</i>	Coefficiente de consistência do fluido	[Pa.s]
<i>L</i>	Comprimento do tubo	[m]
<i>l</i>	Largura do domínio de Hess (1917)	[m]
<i>m</i>	Massa	[kg]
<i>ṁ</i>	Vazão mássica	[kg/s]
<i>N</i>	Número de volumes finitos	[-]
<i>n</i>	Índice de potência	[-]
<i>n</i>	Vetor normal	[-]
<i>OSR</i>	Razão da estrutura obstruída	[-]
<i>p</i>	Pressão	[Pa]
<i>p̃</i>	Pressão adimensional	[-]
<i>P</i>	Potência de bombeamento de Murray (1926)	[W]
<i>Q</i>	Vazão volumétrica	[m ³ /s]
<i>R</i>	Resistência ao escoamento	[Pa.s/kg]

Re_D	Número de Reynolds baseado no diâmetro	[-]
r	Raio do tubo	[m]
Sv	Índice de esbeltez ou <i>Svelteness Number</i>	[-]
t	Variável tempo	[s]
\mathbf{T}	Tensor tensão total	[Pa]
tr	Operador traço	[-]
u	Componente na direção x do vetor velocidade	[m/s]
v	Componente na direção y do vetor velocidade	[m/s]
\mathbf{v}	Vetor velocidade	[m/s]
V	Volume ocupado pelos dutos	[m ³]
w	Componente na direção z do vetor velocidade	[m/s]
X	Ângulo de bifurcação de Murray (1926a)	[°]
x	Coordenada cartesiana	[m]
Y	Ângulo de bifurcação de Murray (1926a)	[°]
y	Coordenada cartesiana	[m]
z	Coordenada cartesiana	[m]

Símbolos Gregos

α	Coeficiente de assimetria	[-]
β	Diferença da razão entre isômeros	[-]
$\dot{\gamma}$	Magnitude do tensor taxa de deformação	[1/s]
δ	Razão de raios	[-]
Δ	Operador diferença	[-]
ε	Erro relativo	[-]
η_c	Viscosidade característica	[kg/m.s]
η_0	Viscosidade à taxa de cisalhamento nula	[kg/m.s]
η_∞	Viscosidade à taxa de cisalhamento infinito	[kg/m.s]
θ	Ângulos formados pela a projeção dos tubos filhos	[°]
λ	Constante do tempo	[s]
$\tilde{\lambda}$	Número de Carreau	[-]
μ	Viscosidade dinâmica	[kg/m.s]

ρ	Massa específica	[kg/m ³]
$\boldsymbol{\tau}$	Tensor das tensões viscosas	[Pa]
∇	Operador nabra	[-]

Subscritos

0	Nível de ramificação zero
1	Nível de ramificação 1
2	Nível de ramificação 2
3	Nível de ramificação 3
0A	Tubo A no nível 0
1A	Tubo A no nível 1
1B	Tubo B no nível 1
2A	Tubo A no nível 2
2B	Tubo B no nível 2
2C	Tubo C no nível 2
2D	Tubo D no nível 2
3A	Tubo A no nível 3
3B	Tubo B no nível 3
3C	Tubo C no nível 3
3D	Tubo D no nível 3
3E	Tubo E no nível 3
3F	Tubo F no nível 3
3G	Tubo G no nível 3
3H	Tubo H no nível 3
$a_D = 0,80$	Árvore simulada numericamente e projetada conforme as relações $a_D = 0,80$
A	Resultado analítico
<i>atrito</i>	Energia dissipada por atrito
<i>caminho</i>	Caminho percorrido pelo o fluido no sistema entre a entrada e uma saída
<i>carreau</i>	Fluido conforme o modelo reológico de Carreau
<i>Hess-Murray</i>	Estrutura projetada conforme $a_D = 2^{-1/3}$
<i>i</i>	Nível de ramificação genérico

<i>j</i>	Índice que informa um caso específico
<i>localizada</i>	Energia dissipada nas junções
<i>N</i>	Resultado numérico
<i>newtoniano</i>	Fluido newtoniano
<i>obstruída</i>	Estrutura com obstruções
<i>ref</i>	Resultado oriundo de referência bibliográfica
<i>sem obstrução</i>	Estrutura sem obstruções
<i>tubo</i>	Generalização da estrutura fracionada
<i>T</i>	Total

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Ao observarmos os sistemas vivos, onde há escoamento, nos elementos do mundo, podemos verificar que são compostos de formas e padrões distintos, uma aparente infinidade e diversidade de arquiteturas, onde, muitas vezes, o artificial busca sua inspiração no natural.

Padrões e formas análogas em sistemas naturais são numerosos, desde a configuração do favo de mel nos tecidos e células, até a configuração em forma de árvore em raios, neurônios, raízes e galhos de plantas, sistemas circulatórios de sangue e bacias hidrográficas (Miguel; Rocha, 2018).

Desta forma, o estudo do escoamento interno de fluidos e, particularmente, sistemas de escoamento em forma de árvore têm sido objeto de inúmeras investigações, devido a sua importância na compreensão do comportamento dos sistemas naturais e para o projeto de sistemas artificiais [Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan, 2017].

Para um sistema de transporte de fluidos, a melhor configuração, que conecta um ponto-a-volume ou volume-a-ponto, é aquela em forma de árvore e uma razão ótima entre o duto grande (pai) e o pequeno (filho) é a incógnita a ser determinada [Bejan, 2000; Bejan, 2017; Miguel 2013].

Para o sistema vascular, assumindo que um escoamento de Hagen-Poiseuille flui através dos vasos, Hess, 1917, e Murray, 1926, afirmaram que a vazão volumétrica deve ser proporcional ao cubo do diâmetro em um duto otimizado para exigir o trabalho mínimo para conduzir e manter o escoamento de fluido. Portanto, a ramificação ideal é obtida quando o cubo do diâmetro de um vaso pai é igual à soma dos cubos dos diâmetros dos filhos. Para os vasos simétricos, a razão entre diâmetros de filhos e vasos parentais é $2^{-1/3}$ (lei de Hess-Murray).

Embora primeiramente derivada do princípio do trabalho mínimo, a lei de Hess-Murray pode ser obtida à luz da lei Construtal [Bejan, 2000; Bejan, 2017]. Esta lei baseia-se na ideia de que os sistemas onde há escoamento têm um propósito (o objetivo final é persistir) e são livres para se transformar no tempo (evoluir) sob restrições globais. A forma (estrutura) é o caminho construtal para transportar fluido, calor, massa, entre outros, para atingir sua finalidade.

As relações obtidas decorrentes da aplicação da lei Construtal dos arranjos em bifurcações foram derivadas com base na demanda de movimento facilitado, para conseguir um

maior acesso ao escoamento, através da geração de um determinado *design* (configuração). Bejan et al., 2000, mostraram que a maneira de conectar vasos grandes e pequenos requer uma razão entre diâmetros de tubos filhos e tubos parentais de $2^{-1/3}$ (lei Hess-Murray) e $2^{-3/7}$ para escoamentos laminares e turbulentos, respectivamente.

Apesar da sua onipresença na natureza, a lei de Hess-Murray como uma regra de razão entre os diâmetros igual a $2^{-1/3}$ apenas maximiza o acesso de fluidos newtonianos sob escoamentos laminares. Uma ressalva sobre estas regras de projeto, baseadas tanto no princípio do trabalho mínimo como na lei Construtal, estão baseadas em abordagens analíticas 1D e 2D. Sendo assim, estes estudos envolvem muitas suposições e simplificações, que se baseiam em justificativas e aproximações, relacionadas no estudo realizado por Pepe et al., 2017.

Os estudos de escoamentos em estruturas em forma de árvore também apresentam amplas aplicações de engenharia como a distribuição de água nas cidades, ventilação, refrigeração e aquecimento de edifícios, tubulações industriais, entre outros, além de aplicações na área médica biológica, que também têm relevância na verificação do calibre de veias, artérias e na distribuição de ar para os pulmões.

Desta forma, os esforços na engenharia buscam encontrar sistemas cada vez mais eficientes, ou seja, sistemas que alcancem seu objetivo através da minimização das perdas energéticas. Para que isso ocorra, sistemas de escoamento devem superar as resistências impostas às suas correntes, as quais geram um efeito negativo em seu desempenho fluidodinâmico. Um modo de se obter a máxima eficiência dos sistemas consiste na aplicação do método *Design Construtal*.

O método *Design Construtal* é baseado na Teoria Construtal, que afirma que a geometria dos sistemas de escoamento segue um princípio físico, que é a lei Construtal [Bejan e Lorente, 2008]. Desta forma, a lei Construtal não começou com observações experimentais, mas com a ideia de prever como ocorre a evolução dos sistemas, e assim representar a tendência geral das correntes escoarem mais facilmente [Bejan e Lorente, 2013].

A lei Construtal não é um enunciado de otimização, maximização, minimização ou qualquer outra forma de concepção de fim ou destino final. A lei Construtal trata sobre a direção, na qual a evolução ocorre, para gerar formas e estruturas que movem suas correntes mais facilmente. Conforme a lei Construtal, qualquer sistema onde há escoamento (movimento) com dimensões finitas persistirá, ao longo do tempo, evoluindo sua geometria para facilitar os

acessos de suas correntes internas [Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2006]. Assim, estes sistemas evoluem desenvolvendo sua geometria de forma a facilitar o acesso de suas correntes.

Sistemas de escoamento podem ser observados na natureza nas mais diferentes escalas, conforme mostrado na Figura 1.1 [Bejan e Lorente, 2006]. As árvores, raios, estradas, cidades, lava, bacias de rios e o sistema respiratório são exemplos de sistemas de escoamento que evoluem de modo a facilitar o acesso de suas correntes [Bejan, 2000; Bejan e Zane, 2012].

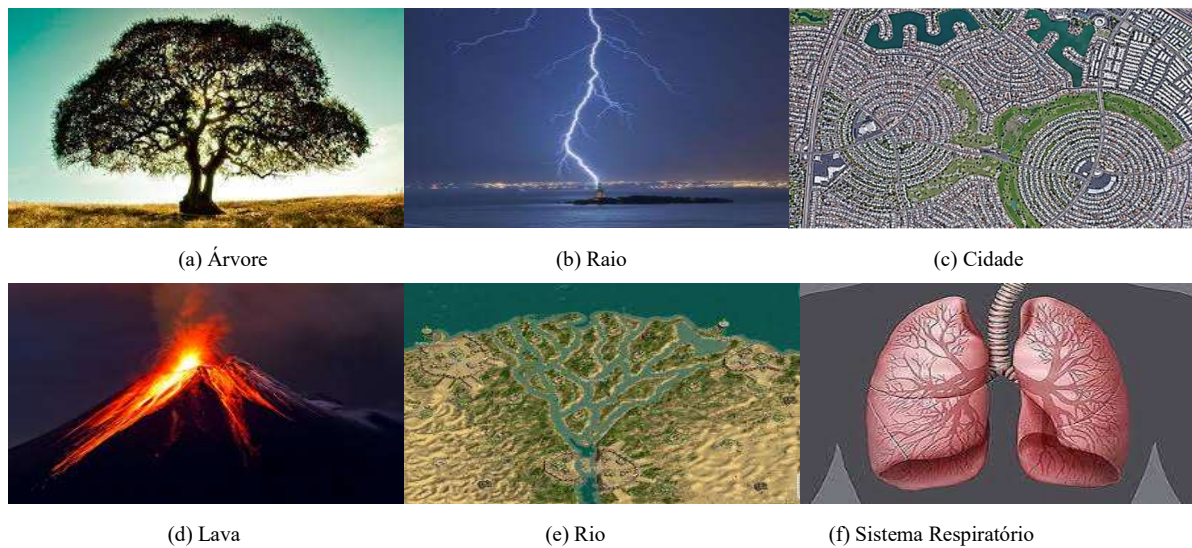


Figura 1.1 - Sistemas de escoamento que envolvem correntes que se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa: (a) escoamento de água através da árvore; (b) descarga elétrica; (c) trânsito de automóveis e pessoas em uma cidade; (d) escoamento de lava em um vulcão; (e) escoamento de água em uma bacia hidrográfica e (f) escoamento de ar no sistema respiratório. Adaptado pelo autor.

Em projetos de engenharia, os conceitos da Teoria Construtal são aplicados normalmente, através do método *Design Construtal* associado a um método de otimização, onde se definem os objetivos, constantes globais e graus de liberdade dos sistemas.

Desse modo, permite-se que os sistemas modifiquem sua geometria, visando obter a melhor distribuição do escoamento na estrutura geométrica. Nesse sentido, o método *Design Construtal* pode ser empregado no estudo de geometrias, em diversos equipamentos de engenharia, como equipamentos térmicos, dispositivos aeroespaciais, bioengenharia, dentre outros, e será empregado neste trabalho.

Para o desenvolvimento e análise dos sistemas de engenharias que envolvem o escoamento de fluidos, duas abordagens fundamentais são aplicadas, a experimentação em laboratório e o cálculo numérico, através da aplicação de métodos analíticos ou métodos numéricos.

Na abordagem experimental, a interação do escoamento com a estrutura real é uma grande vantagem. Entretanto, alguns fatores podem limitar a aplicação desta forma de análise, como a necessidade de fabricação de diversos componentes a serem estudados, limitações para a segurança da estrutura e das pessoas, assim como dificuldades na reprodução de condições reais, para estudos de escoamentos em grande escala, onde a construção de um túnel de vento, por exemplo, seria inviável [Maliska, 2004].

A aplicação de métodos analíticos também apresenta suas limitações, visto que problemas que envolvem o escoamento de fluidos são, na maioria das vezes, regidos por equações diferenciais parciais, o que torna a obtenção de soluções exatas para estas equações uma tarefa árdua ou até mesmo impossível. Além disso, escoamentos internos em bifurcações, em geral, envolvem dissipação viscosa entre o fluido e a estrutura, o que é difícil de tratar analiticamente. Diante disso, as aplicações de métodos analíticos se limitam normalmente a geometrias simples e a condições de contorno também simples [Maliska, 2004].

Os métodos de simulação numérica, praticamente, não apresentam restrições e auxiliam os pesquisadores a suprir a necessidade de diminuir os custos e realizar os estudos em escoamentos de grande complexidade. Entretanto um pesquisador que realiza experimentação numérica, deve estar ciente e ter atenção as restrições básicas dos métodos computacionais, como os sistemas de equações não convergentes, elevada demanda computacional e ausência de modelagem numérica validada.

Nesta metodologia, a solução das equações governantes é obtida a partir da conversão do domínio contínuo em um domínio discreto, gerando um sistema algébrico de equações com resolução computacional. Além disso, a generalidade e a versatilidade dos métodos numéricos para a resolução de problemas de engenharia, assim como a simplicidade de aplicação destas técnicas, são outros fatores motivadores para seu uso [Maliska, 2004].

Além de fornecer a possibilidade de testar parâmetros de projeto em uma grande variedade de valores, a modelagem numérica também oferece informações detalhadas sobre a forma como ocorre a interação da estrutura fluida e sólida.

Tendo em vista o que foi exposto, o presente estudo tem como propósito investigar numericamente, aplicando os conceitos da teoria Construtal, o comportamento do escoamento interno em uma estrutura fluídica dicotômica, em forma de árvore, com três níveis de ramificação com seção circular. Apesar de existirem múltiplos estudos experimentais, analíticos e numéricos sobre este fenômeno, o referido tema continua a ser um problema desafiador, pois, além de possuir ampla variedade de aplicações na engenharia, biologia e medicina, apresenta uma complexa fenomenologia fluidodinâmica, ainda pouco explorada.

Dentre as técnicas de aproximação das equações governantes, o método de volumes finitos (FVM - do inglês: *Finite Volume Methods*) foi empregado no presente trabalho de forma a obter novos conhecimentos sobre a dinâmica dos escoamentos newtonianos e não newtonianos nos dutos bifurcados em um modelo numérico 3D, ou seja, tridimensional.

1.2 Delineamento do Trabalho

Para uma melhor compreensão da estrutura textual, o presente trabalho será organizado da seguinte forma:

Capítulo 1: Introdução

Este capítulo introdutório apresentou a motivação e justificativas para a realização deste estudo.

Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, são expostos os estudos publicados na literatura que estão diretamente relacionados com o escopo desta pesquisa e os objetivos deste estudo, bem como a contribuição desta tese para o avanço do estado da arte.

Capítulo 3: Hess-Murray

No capítulo 3 é apresentada de forma simplificada, a lei de Hess-Murray, utilizando como base os artigos de Hess, 1917, e Murray, 1926. São adicionadas, também, algumas considerações de estudos atuais apresentados na literatura.

Capítulo 4: Escoamento de fluido newtoniano

No capítulo 4 é apresentada a descrição geral do problema original que motivou esta tese, bem como será descrita todas as diretrizes para a solução do problema numérico proposto. Por uma questão de fragmentação de conhecimentos, mostram-se os resultados para o escoamento de fluido newtoniano da forma mais ampla possível e as discussões pertinentes, dentro do próprio capítulo.

Capítulo 5: Isomeria estrutural

No capítulo 5 é exposto um desdobramento sobre os resultados gerais relacionados ao escoamento de fluido newtoniano. O foco é a investigação mais profunda sobre os efeitos assimétricos em uma estrutura simétrica. Algumas alterações, tanto na estrutura como no modelo computacional, foram necessárias. Buscou-se evidenciar estas alterações da forma mais clara possível ao leitor. Este é um capítulo ímpar no contexto científico, pois apresenta luz sobre antigas descobertas que estavam latentes. Por uma questão de fragmentação de conhecimentos, mostram-se os resultados para o escoamento de fluido newtoniano em estruturas isômeras da forma mais ampla possível e as discussões pertinentes, dentro do próprio capítulo.

Capítulo 6: Estrutura obstruída

No capítulo 6 é apresentada uma alteração da geometria em função de obstrução total, onde o escoamento de fluido newtoniano em estruturas obstruídas é o foco. Utilizam-se os modelos desenvolvidos no capítulo 4 e destacam-se as alterações realizadas para uma melhor fluidez do texto. Apresenta-se, assim, os resultados para o escoamento de fluido newtoniano em estruturas obstruídas da forma mais ampla possível e as discussões pertinentes, dentro do próprio capítulo.

Capítulo 7: Escoamento de fluido não newtoniano

No capítulo 7 mostram-se os resultados do problema original aplicado ao escoamento de fluido não newtoniano conforme o modelo reológico de Carreau. Todas as diretrizes para a solução do problema numérico proposto estão descritas ao longo do texto, bem como a apresentação dos resultados para o escoamento de fluido não newtoniano conforme o modelo reológico de Carreau da forma mais ampla possível e as discussões pertinentes, dentro do próprio capítulo.

Capítulo 8: Conclusões e Propostas Futuras

Por fim, neste último capítulo, ressaltam-se as conclusões a respeito dos estudos realizados nesta tese, bem como as propostas de continuidade e possíveis avanços para esta pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na primeira década do século XIX, Young (1809) começou a entender o arranjo dos vasos sanguíneos no organismo humano, a fim de estimar a resistência do sistema arterial. Com base nas medições anatômicas realizadas por James Keill em 1708, que sugeriu a relação entre os diâmetros do vaso pai e o vaso filho igual a $1 / 1,26$. Os resultados de Young foram confirmados mais de um século depois por Thoma (1901), Hess (1917) e Murray (1926).

Murray, 1926, determinou analiticamente a regra para a conexão entre vasos grandes e pequenos, com base na ideia da “economia de energia para o bombeamento da circulação sanguínea”, o que significa que o trabalho total da circulação sanguínea é mínimo, assumindo que o sangue é um fluido newtoniano, e o escoamento é laminar, permanente, incompressível e plenamente desenvolvido.

Murray, 1926a, desenvolveu relações para determinar o ângulo de ramificação das artérias, aplicando a premissa que o trabalho total da circulação é mínimo nas estruturas ramificadas conforme é ilustrado na Figura 2.1. Destaca-se o resultado onde a regra que o ângulo na bifurcação de uma artéria não deve ser menor que $74,9^\circ$. Conforme o autor, o resultado mais expressivo está na determinação do limite onde ocorre a maior parte das bifurcações nos sistemas biológicos, onde o ângulo teórico está compreendido entre 75° e 90° . Mesmo que ocorram numerosas e importantes ramificações que não concordam exatamente com a teoria desenvolvida, como o exemplo da bifurcação da artéria pulmonar faz um ângulo muito amplo e as artérias ilíacas nas quais o ângulo varia de 60° a 75° , preponderantemente o limite inferior para o ângulo teórico apresentado se faz válido.

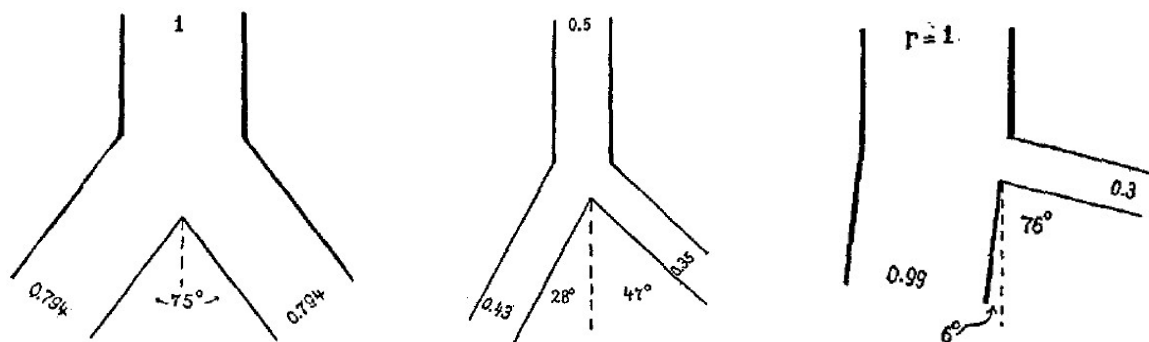


Figura 2.1 - Ramificação generalizada das artérias, adaptado de Murray, 1926a.

Murray, 1927, estudou as relações entre o perímetro e peso das árvores e a influência destes parâmetros nos ângulos de ramificação. O estudo fisiológico foi realizado através da observação e medição da anatomia vegetal em nove diferentes espécies de árvores. Para determinar os resultados, foi utilizada a premissa de que a ramificação é composta por um sistema de três pontos, onde a junção de caules e galhos requer o menor volume de madeira. A principal conclusão foi que o ângulo ótimo encontrado é igual a 75° , quando aplicada a lei do cubo dos diâmetros.

Horton, 1945, buscou desenvolver a codificação das bacias hidrográficas, utilizando três distintas bacias na Turquia. Os resultados demonstram que os canais de um rio, quando ordenados, têm escoamento e proporções de comprimento quase constantes. Ele estabeleceu as "leis da composição da rede de drenagem" deduzidas a partir da observação de mapas. A lei do número de fluxos de Horton sustenta que o escoamento diminui geometricamente com a ordem das ramificações. Por outro lado, a lei de Horton sobre os comprimentos dos fluxos afirma que o comprimento do escoamento de uma ordem específica aumenta geometricamente com a vazão.

Hack, 1957, investigou as bacias fluviais e o relevo adjacente, no Vale de Shenandoah no estado da Virgínia, EUA. Neste estudo geomorfológico e hidrológico, empiricamente estabeleceu-se que o comprimento da corrente principal de cada ordem e a área de uma bacia hidrográfica com correntes até essa ordem específica estão relacionados. Esta relação é denominada lei de Hack e vem sendo discutida amplamente na área de hidrologia e de geomorfologia até os dias atuais.

Weibel, 1963, analisou de forma quantitativa a morfologia do pulmão humano. Pode-se considerar dentre os resultados a derivação de modelos dimensionais e as suas principais correlações, em todas as regiões das vias aéreas, ou seja, da traqueia aos alvéolos. Destaca-se o desenvolvimento do modelo geométrico e dimensional de um pulmão humano, conforme ilustra a Figura 2.2, assumindo que as vias aéreas se multiplicam por dicotomia regular de modo que todos os elementos em uma dada geração possuem as dimensões idênticas. Nas conclusões, destaca-se a visão global sobre o trabalho de Weibel, 1963, que prediz que a linha de pesquisa promete descobertas muito mais significativas se for seguida com mais detalhes em uma variedade de parâmetros estruturais. Além disso, a imposição experimental de várias condições pode mostrar em que medida e por quais meios o aparelho respiratório pode se adaptar estruturalmente às exigências funcionais alteradas.

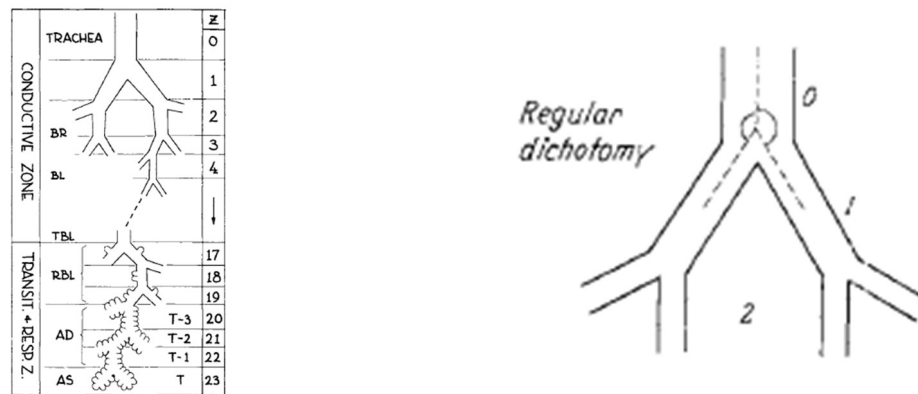


Figura 2.2 - Representação esquemática dos 23 níveis do pulmão humano e padrão de dicotomia regular, adaptado de Weibel, 1963.

Horsfield e Gunning, 1967, estudaram analiticamente o princípio do trabalho mínimo, que requer que as vias aéreas condutoras do pulmão humano tenham o diâmetro máximo para resistência mínima ao escoamento bem como a ocupação mínima do espaço preenchido pelos os dutos. Esses dois requisitos opostos foram investigados matematicamente. Os ângulos de ramificação e as relações de raios dos condutos pai e filhos foram derivados. A mudança na estrutura associada à mudança de função na transição da via aérea para a zona de difusão foi demonstrada. Os resultados concordam com as relações anteriormente apresentadas e confirmadas na prática, através da medição de um modelo anatômico da árvore brônquica de um pulmão humano.

Horsfield et al., 1976, investigou a morfologia, padrões e as inter-relações da ramificação na árvore brônquica. A razão de ramificação, razão de diâmetro e a razão de comprimento foram os principais fatores avaliados através do princípio do trabalho mínimo. Os resultados demonstram os motivos pelos quais o número de ramificações, o diâmetro médio e o comprimento médio aumentam em ordem sucessiva de ramificação. Os resultados teóricos foram comparados com os obtidos na medição de um molde humano e por um molde de seis brônquios de cães. Os valores obtidos no pulmão humano estão de acordo com os valores previstos, enquanto nos pulmões de cães a concordância é satisfatória.

Sherman, 1981, fez uma importante demonstração que a lei de Murray pode ser derivada para sistemas naturais e artificiais. A codificação de significados físicos e as devidas correlações para vazão em volume, velocidade média, perfil de velocidade, tensões de cisalhamento, número de Reynolds, gradiente de pressão, condutância e área da secção transversal, foram atribuídas conforme estabelece a lei de Murray. Entre os principais resultados, destacam-se os

sistemas que convergem com a lei de Murray, como a ramificação de sistemas elétricos e o escoamento turbulento.

Zamir et al., 1983, estudaram as bifurcações arteriais no sistema cardiovascular de um rato, utilizando moldes de resina para toda a árvore arterial. Em cada bifurcação, foram realizadas medições dos diâmetros dos três vasos envolvidos, os dois ângulos de ramificação e o ângulo que a artéria parental faz com o plano contendo os dois ramos filhos, conforme ilustra a Figura 2.3. Os resultados apresentados para a medição dos diâmetros e ângulo de ramificação apresentam um padrão que representa o compromisso entre os requisitos de volume mínimo de lúmen e o trabalho mínimo de bombeamento para direcionar o sangue através de uma bifurcação.

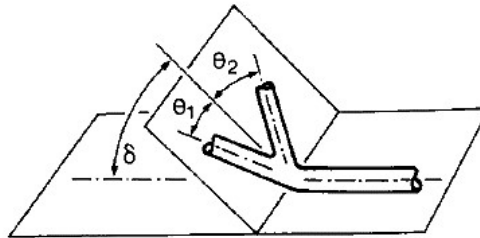


Figura 2.3 - Bifurcação das artérias cardiovasculares, adaptado de Zamir et al., 1983.

Rossitti e Jöfgren, 1993, investigaram se o sistema da artéria carótida interna obedece ao princípio do trabalho mínimo, conforme estabelece a lei de Murray. As medições dos raios foram realizadas em angiografias analógicas escolhidas aleatoriamente a partir de um conjunto classificado como normal. Os ângulos dos ramos foram medidos a partir de projeções laterais em bifurcações da artéria cerebral anterior, conforme ilustra a Figura 2.4. Entre os principais resultados e conclusões, é possível destacar que o processo de ramificação do sistema da artéria carótida interna obedece ao princípio do trabalho mínimo. O princípio do trabalho mínimo estabelece relações funcionais estritas entre a vazão volumétrica, velocidade média do escoamento e raio do vaso.

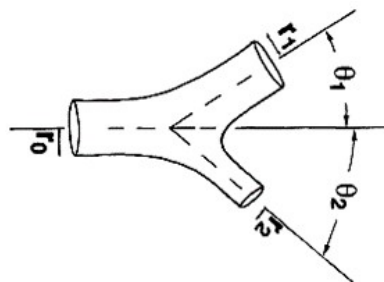


Figura 2.4 - Ramificação da artéria carótida, adaptado de Rossitti e Jofgren, 1993.

Andrade Jr. et al., 1998, investigaram o escoamento de ar nos pulmões, através de uma cascata simétrica de bifurcações, conforme ilustra a Figura 2.5. As equações de Navier-Stokes em duas dimensões são resolvidas através do método de simulação direta. Os resultados e conclusões mostraram que a distribuição do escoamento se torna significativamente heterogênea para um determinado número de Reynolds, sugerindo que o escoamento assimétrico que ocorre em estruturas ramificadas simétricas pode ser importante tanto para a morfogênese da árvore brônquica, quanto para o seu funcionamento durante a inspiração. Destaca-se que a assimetria do escoamento, devido a efeitos inerciais, é compensada pela assimetria estrutural da árvore traqueobrônquica, a qual é altamente assimétrica em relação aos ângulos e diâmetros dos ramos filhos e que o grau de assimetria é maior nos caminhos mais curtos em direção à periferia.

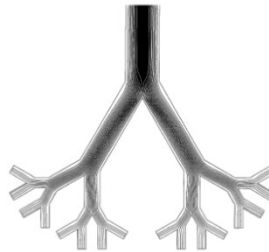


Figura 2.5 - Cascata simétrica de bifurcações, adaptado de Andrade, Jr. et al., 1998.

Bejan et al., 2000, apresentaram uma série de exemplos, nos quais o desempenho global da rede fluídica é otimizado. Os sistemas são montagens de dutos e canais em forma de T, Y e cruz, conforme ilustra a Figura 2.6. No escoamento de fluido, a maximização do desempenho é obtida minimizando a resistência ao escoamento global encontrada em um território de tamanho finito. Os exemplos mostram que a estrutura geométrica do sistema é resultante do princípio da maximização do desempenho global sujeito às restrições globais. A estrutura otimizada é robusta, em razão da mudança dos parâmetros do sistema. O estudo mostra como o método de otimização geométrica pode ser estendido para diversos campos de aplicação, como a distribuição hidráulica urbana e análise exergética. Os resultados mostram como as construções relativamente simples e as várias formulações do problema de maximização do desempenho global foram escolhidos intencionalmente para enfatizar as características importantes do método do *Design Construtal*. Algumas conclusões relevantes podem ser extraídas deste trabalho. A primeira é que a geometria é importante e sua seleção ideal (*design*, arquitetura) é a chave para alcançar um sistema com desempenho superior e a segunda é que o

desempenho global maximizado está relacionado com a distribuição ótima das imperfeições (resistências ao escoamento, irreversibilidades) de tal forma que todo o sistema execute bem seu propósito de acordo com as restrições que lhe são impostas.

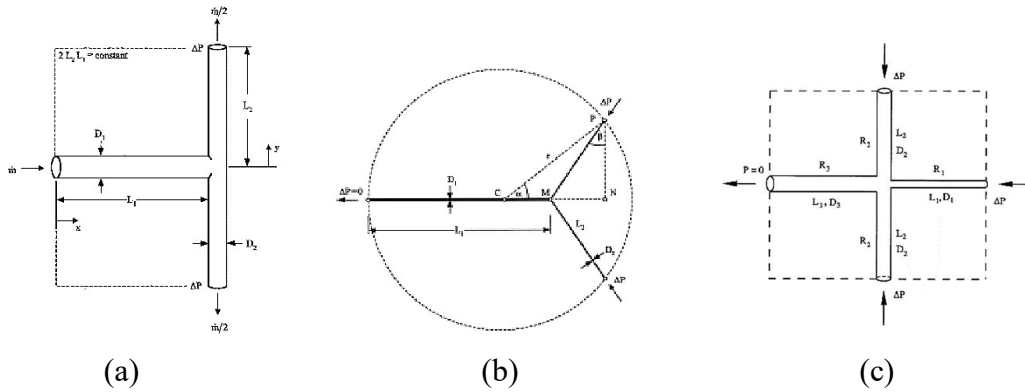


Figura 2.6 - (a) estrutura em forma de T, (b) estrutura em forma de Y e (c) estrutura em forma de cruz, adaptado de Bejan. et al., 2000.

Zamir, 2001, estudou os sistemas paramétricos Lindenmayer (sistemas L), os quais são formulados para gerar estruturas ramificadas que podem incorporar as leis fisiológicas das ramificações arteriais, conforme ilustra a Figura 2.7. As árvores geradas são de fato estruturas fractais e, com a escolha apropriada de parâmetros, elas podem ser feitas para exibir algumas das ramificações padrões de artérias, particularmente, aquelas com valor preponderante da razão de assimetria. Os resultados sugerem que os sistemas L paramétricos podem ser usados para produzir estruturas da árvore fractal, mas não com a variabilidade nos parâmetros de ramificação observados nas árvores arteriais. Esses parâmetros incluem a razão de assimetria, a relação da área, os diâmetros das ramificações e os ângulos de ramificação. A questão fundamental é que a fonte de variabilidade nesses parâmetros não é conhecida e, portanto, não pode ser reproduzida com precisão em um modelo. Entre as conclusões apresentadas neste trabalho, destaca-se que os sistemas L, com uma escolha aleatória de parâmetros, podem ser feitos para imitar algumas das variações observadas, mas a legitimidade dessa escolha não é clara.

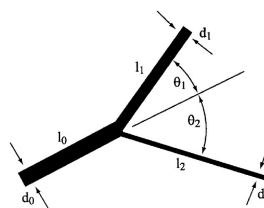


Figura 2.7 - Variáveis básicas na bifurcação arterial, adaptado de Zamir, 2001.

Zhang et al., 2002, estudaram as influências do perfil de velocidade na entrada do modelo tridimensional, conforme ilustra a Figura 2.8, utilizando um código CFD (*computational fluid dynamics*) baseado no método dos volumes finitos. O estudo é realizado para o escoamento de ar com números de Reynolds variando de 200 a 1600, para perfil de velocidade de entrada uniforme e parabólico. Os resultados ressaltam relações entre os padrões do escoamento e o perfil de velocidade de entrada além das características gerais do escoamento, como queda de pressão, vórtices de escoamento secundário e partição assimétrica do escoamento.

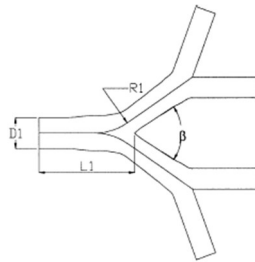


Figura 2.8 - Ramificação do sistema respiratório, adaptado de Zhang et al., 2002.

Liu et al., 2002, investigaram as características do escoamento em uma via aérea pulmonar de duas gerações, conforme ilustra a Figura 2.9, onde numericamente, através do método dos volumes finitos, o escoamento de ar no regime laminar foi resolvido utilizando as equações de Navier-Stokes tridimensionais. A via aérea em questão possui as dimensões aproximadas entre a quinta e sétima geração, conforme a morfometria do pulmão humano (Weibel, 1963). Dois modelos foram desenvolvidos: um, onde todos os ramos estão no mesmo plano e outro, quando não estão no mesmo plano. Entre os resultados, evidencia-se as relações entre o número de Reynolds e a queda de pressão dimensional na estrutura ramificada, sendo estas correlações válidas para número de Reynolds entre 200 a 1600. Nas conclusões apresentadas, destaca-se que a divisão do escoamento na estrutura plana é desequilibrada e que os ramos centrais transportam mais quantidade de fluido que os ramos laterais.

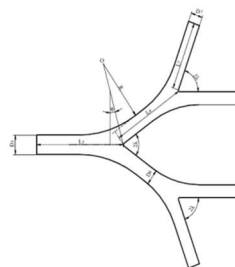


Figura 2.9 - Estrutura ramificada das vias aéreas, adaptado de Liu. et al., 2002.

McCulloh et al., 2004, testaram a hipótese da lei de Murray em condutos de xilema, que transportam água e não auxiliam na estrutura vegetal, conforme ilustra a Figura 2.10. A hipótese foi testada através da verificação funcional e anatômica da planta, onde o teste anatômico comparou a conservação da lei de Murray, entre os pontos de ramificação por medições diretas dos condutos, e o teste funcional comparou a condutividade hidráulica entre ramos de diferentes idades. Conforme previsto, a lei de Murray foi rejeitada em madeira de coníferas, onde a função hidráulica está acoplada ao suporte mecânico. Entretanto, para as angiospermas, houve um pequeno desvio da lei de Murray, especialmente para as estruturas do tipo anel-poroso. Para comparação dos resultados foram utilizados os dados referentes às folhas e trepadeiras compostas que mostraram concordância geral com a lei de Murray, conforme McCulloh et al., 2003.

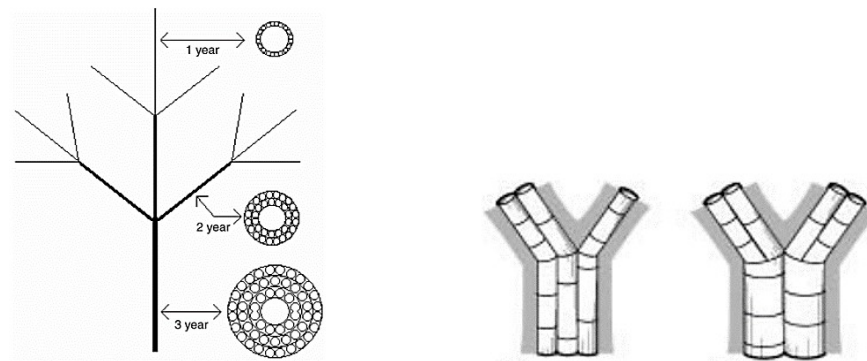


Figura 2.10 - Condutos de transporte de xilema, adaptado de McCulloh et al., 2004.

Mauroy et al., 2004, estudaram a compatibilidade entre otimização física e a constituição fisiológica no desenho da árvore brônquica humana, aplicando a lei de Hess - Murray para o projeto de estruturas fractais no sistema de escoamento de ar nos pulmões, conforme ilustra a Figura 2.11. Os resultados e conclusões mostram que a otimização física é crítica, no sentido de que pequenas variações na geometria induzem variações significativas no escoamento de ar nos pulmões. A sensibilidade morfológica do sistema respiratório e as pequenas diferenças entre os indivíduos podem induzir diferenças consideráveis no desempenho respiratório. Isso pode explicar por que atletas são particularmente sensíveis aos efeitos da asma ou broncoespasmos induzidos pelo exercício físico. Paradoxalmente, os resultados sugerem que o mau funcionamento brônquico relacionado à asma é uma consequência necessária para obter a eficiência otimizada na estrutura pulmonar. Desta forma, o *design* ideal da árvore respiratória seria perigoso a vida.

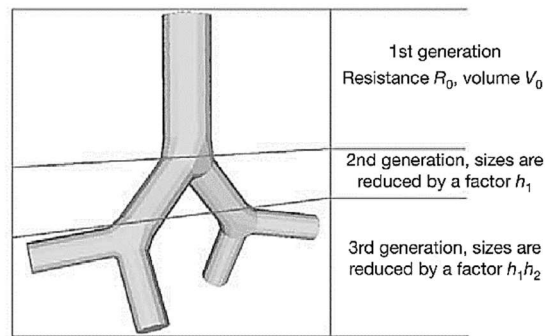


Figura 2.11 - Árvore dicotômica e homotética, adaptado de Mauroy. et al., 2004.

Reis et al., 2004, aplicaram os princípios da lei Construtal para explicar as razões pelas quais o sistema respiratório humano é formado por uma árvore brônquica com 23 níveis de bifurcações, conforme ilustra a Figura 2.12. O modelo fornece as dimensões do saco alveolar, o comprimento total das vias aéreas, a área total da superfície alveolar e a resistência total ao transporte de oxigênio na árvore respiratória. Entre os resultados e conclusões, é possível destacar que a aplicação dos princípios da lei Construtal, para a geração da configuração ótima da árvore respiratória, foi baseada na visão de que a natureza vem aperfeiçoando a estrutura do sistema respiratório ao longo do tempo e que os princípios da lei Construtal servem como base para prever sistemas de escoamento mais eficientes.

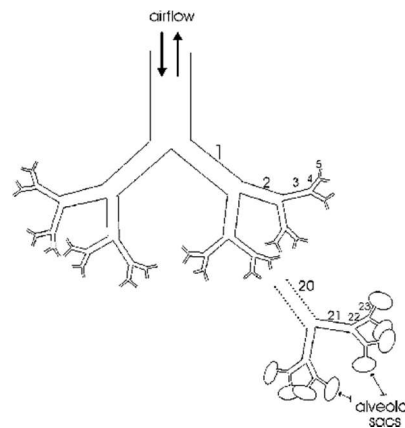


Figura 2.12 - Esquema da árvore brônquica, adaptado de Reis et al., 2004.

Schmidt et al., 2004, desenvolveram um molde in vitro do pulmão humano e combinaram técnicas de tomografia de alta resolução para derivar um modelo realístico e preciso do pulmão humano, conforme ilustra a Figura 2.13. Os resultados apresentam informações topológicas sobre coordenadas espaciais, conectividades, diâmetros e ângulos de

ramificação de 1453 brônquios até a 17ª ordem de Horsfield. Destaca-se que a árvore brônquica humana, pelo menos para as primeiras seis gerações, exhibe ramificações simétricas. Entretanto, padrões de ramificações assimétricas não podem ser negligenciados.

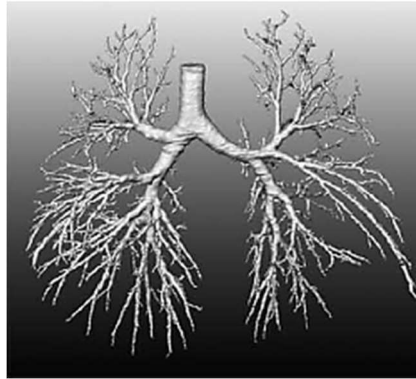


Figura 2.13 - Modelo 3D da árvore brônquica, adaptado de Schmidt et al., 2004.

Gosselin e Bejan, 2005, investigaram a distribuição do escoamento de um ponto para uma área em forma de disco, utilizando uma rede em forma de árvore com projeto circular, conforme ilustra a Figura 2.14. Nesta configuração, os consumidores estão igualmente espaçados de uma fonte de fluido que está localizada no centro do disco e, assim, buscando a minimização da demanda de energia para a distribuição do escoamento a todos os usuários. A principal conclusão elencada pelos autores é que a assimetria estrutural, ou seja, um desequilíbrio dimensional nos caminhos para chegar até aos usuários, surge como o resultado da otimização sob condições de restrição global do volume ocupado. A lei Construtal como ferramenta de predição leva a pensar que a assimetria de ramificação em árvores pode ser vista como uma necessidade por sua capacidade de fornecer escoamentos com distribuição uniforme.

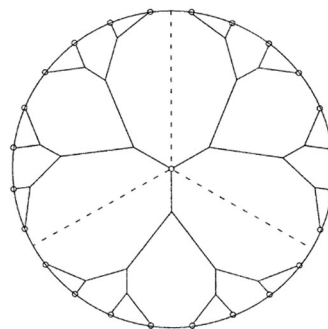


Figura 2.14 - Rede em forma de árvore com projeto circular com 24 portas na periferia, adaptado de Gosselin e Bejan, 2005.

Emerson. et al., 2006, pesquisaram, através de princípios biomiméticos e aplicação de uma versão generalizada da lei de Murray, o projeto de sistemas microfluídicos de seção retangular, conforme ilustra a Figura 2.15. O estudo concentra-se, especificamente, em variedades de sistemas microfluídicos compostos por canais de seção retangular com espessura constante e coletores trapezoidais que podem ser prontamente fabricados através das técnicas de micro fabricação padrão, como fotolitografia e gravação a seco ou úmido. Estes dispositivos são, frequentemente, utilizados em dispositivos *lab-on-a-chip*, que são sistemas micro analítico que integram as funções de laboratórios miniaturizados em um único chip micro processado, utilizando volume de fluidos na ordem de nanolitros a picolitros, e podem ser aplicados em diagnósticos clínicos e análise de reações químicas e bioquímicas. Os resultados demonstram estar em concordância com a análise teórica, confirmando que a versão generalizada da lei de Murray pode ser aplicada no projeto de dispositivos microfluídicos

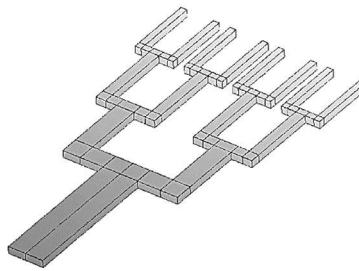


Figura 2.15 - Coletor microfluídico biomiméticos, adaptado de Emerson. et al., 2006.

Wechsato et al., 2006, desenvolveram um estudo fundamental do efeito das perdas de junção na geometria otimizada nos escoamentos em forma de árvore. Várias classes de escoamento são investigadas sistematicamente em uma construção em forma de T, com tamanho interno e externo fixos, escoamento laminar e turbulento em tubos com paredes lisas e rugosas e perdas na junção não negligenciável, conforme ilustra a Figura 2.16. Os resultados demonstram que em todos os casos onde $Sv^2 < 10$ as perdas na junção têm um efeito considerável na geometria otimizada. O parâmetro que quantifica o índice de esbeltez, chamado de *svelteness* (Sv), é definido como a razão da escala de comprimento externa sobre a escala de comprimento interna. Conclusões importantes são extraídas deste trabalho, como em geral, a esbeltez do duto diminui à medida que a arquitetura da árvore fluídica se torna mais fina e complexa. A miniaturização dos sistemas de escoamento leva não apenas para um sistema

menor, mais fino e mais complexo, mas também para o domínio no qual as perdas de junção devem ser levadas em conta na otimização da geometria.

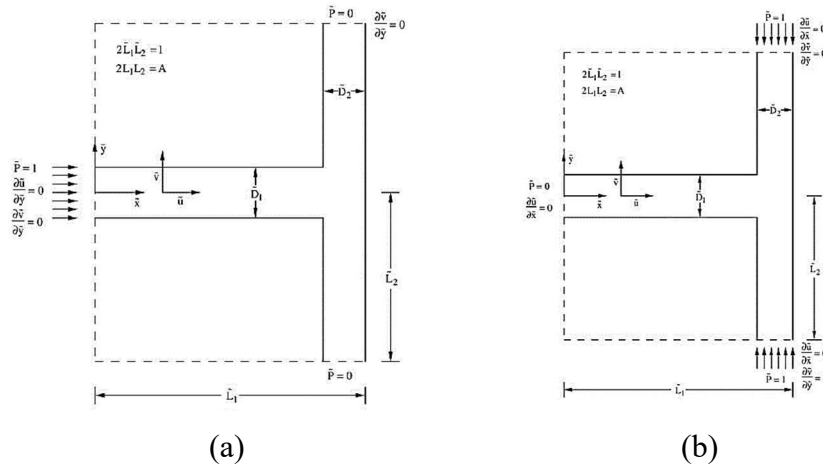
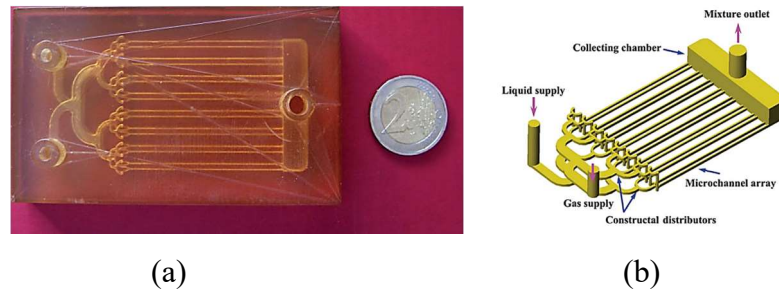


Figura 2.16 - Estrutura em forma de T em duas dimensões (a) divisão (b) união, adaptado de Wechsattel et al., 2006.

Revellin et al., 2009, desenvolveram uma generalização para a lei Hess-Murray, aplicado ao escoamento de fluidos não newtonianos, mais especificamente, ao caso do sangue. Para efeito de generalização, as razões foram tomadas para números arbitrários de tubos filhos. Foi demonstrado que para uma função de custo envolvendo o volume como limitação, a lei de Hess-Murray permaneceu válida, ou seja, independente do índice de potência. Porém, quando a função de custo envolveu a área de superfície como limitação, os valores ótimos para as variáveis estudadas foram dependentes do índice de potência. Também foi demonstrado que a entropia gerada nos dutos filhos é maior do que a entropia gerada no duto pai. Além disso, é mostrado que a diferença de geração de entropia entre os vasos pais e filhos é menor para um fluido não-newtoniano do que para um fluido newtoniano.

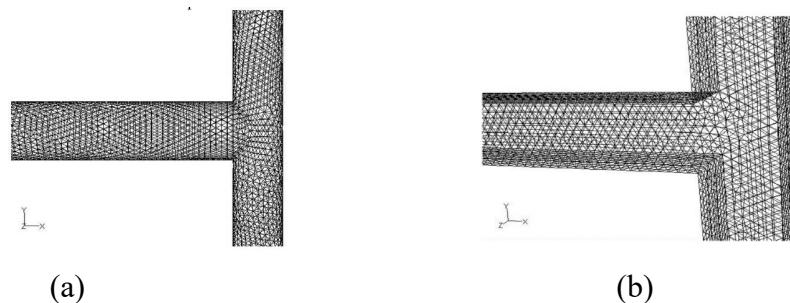
Yue et al., 2009, desenvolveram um protótipo de micro canais onde o projeto do mesmo seguiu as premissas da lei Construtal, com o objetivo de verificar o desempenho de integração gás e líquido em micro reatores, conforme ilustra a Figura 2.17. As propriedades de distribuição do escoamento bifásico e a eficiência geral da transferência de massa foram testadas nas experiências de absorção física de CO_2 na água e simulações computacionais. Os resultados numéricos mostram que o escoamento monofásico revelou separação da camada limite e por consequência escoamento assimétrico, atribuído à presença de arestas nas bifurcações.

Entretanto, uma distribuição quase uniforme nas condições normais de operação foi obtida na experimentação do escoamento bifásico.



(a) (b)
 Figura 2.17 - Micro canais (a) modelo experimental (b) modelo numérico, adaptado de Yue et al., 2009.

Serrenho et al., 2013, estudaram o transporte de partículas e o escoamento de fluidos em uma estrutura em forma de T simétrica formada por tubos com seção transversal circular e quadrada, conforme ilustra a Figura 2.18. O principal objetivo é comparar as resistências ao escoamento das geometrias e a eficiência da penetração das partículas suspensas, através da aplicação dos princípios da lei Construtal comparando com a lei alométrica proposta por Hess-Murray. A resistência ao escoamento e penetração de partículas foram estudadas nos regimes de escoamento laminar e turbulento. Os resultados apontam que as estruturas otimizadas demonstraram ter um melhor desempenho no escoamento de fluidos e um desempenho semelhante para o transporte de partículas. Entre as conclusões, convém destacar, que as estruturas em forma T projetadas conforme os princípios da lei Construtal, oferecem a menor resistência para a conexão de um ponto com uma infinidade de pontos (linha, área ou volume) e vice-versa e que as estruturas projetadas com seção transversal circular têm menor resistência ao escoamento do que a seção transversal quadrada.



(a) (b)
 Figura 2.18 - Estrutura em forma de T (a) seção transversal circular (b) seção transversal quadrada, adaptado de Serrenho et al., 2013.

Miguel, 2015, contribuiu com a pesquisa em curso sobre estruturas onde há escoamento na forma de árvore, com paredes porosas e escoamento de fluido laminar, onde modelos analíticos foram desenvolvidos para distribuição de pressão ao longo dos dutos da rede porosa, conforme ilustra a Figura 2.19. O método do *Design Construtal* foi utilizado para encontrar informações importantes sobre as relações geométricas dos segmentos e determinação da resistência hidráulica da rede. Entre os resultados apresentados, a distribuição do escoamento depende da relação de aspecto dos dutos de ramificação, bem como da permeabilidade da parede dos dutos. A eficiência para conectar segmentos de vasos sucessivos é homotética com uma razão de tamanho de $2^{-1/3}$ (lei de Hess-Murray) e fornece eficiência física máxima se os vasos forem impermeáveis. Para os vasos porosos, a mudança do tamanho, em cada nó de bifurcação, é descrita por razões homotéticas mais elevadas. Esses resultados podem explicar o motivo pelo qual os segmentos de vasos sucessivos, como a árvore respiratória, não são homotéticos com uma proporção única, mas apresentam diferentes valores que dependem da permeabilidade da parede. Diferentes índices homotéticos são consequências necessárias para conectar vasos grandes e pequenos juntos para alcançar o máximo de escoamento de fluido.

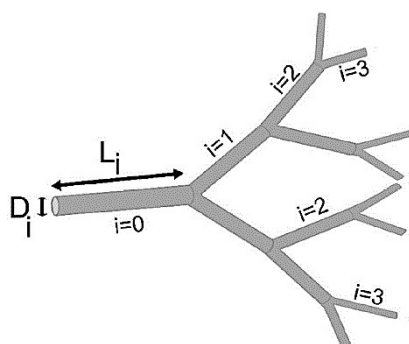


Figura 2.19 - Árvore fluidica com paredes porosas, adaptado de Miguel, 2015.

Weddell et al., 2015, desenvolveram um estudo numérico aplicado ao escoamento de fluidos não newtoniano utilizando da viscosidade em função da taxa de cisalhamento conforme o modelo reológico de Carreau-Yasuda, aplicado em uma estrutura em forma de árvore da artéria femoral idealizada, conforme ilustra a Figura 2.20. Dentre os principais resultados e conclusões, ressalva-se que o modelo idealizado tridimensional da árvore de artéria femoral pode ser utilizado como banco de ensaio para simulações hemodinâmicas e as geometrias são facilmente reproduzíveis. O modelo de escoamento newtoniano apresenta uma menor tensão

de cisalhamento da parede, menor queda de pressão e uma maior magnitude dos picos de velocidade quando comparado com o modelo não newtoniano.

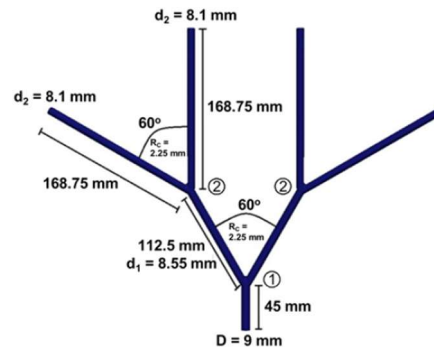


Figura 2.20 - Árvore da artéria femoral idealizada dimensional, adaptado de Weddell et al., 2015.

Doutel et al., 2016, estudaram os desvios da lei de Hess-Murray aplicado ao escoamento de sangue do sistema circulatório, mais especificamente para as bifurcações da artéria coronária. O escoamento de sangue nas bifurcações está relacionado ao desenvolvimento de patologias como a aterosclerose, que se desenvolve devido a regiões com baixa tensão de cisalhamento e alto índice de cisalhamento oscilatório. O principal objetivo deste trabalho está na avaliação das regiões com baixa tensão de cisalhamento, índices de cisalhamento oscilatórios e helicidade, com a variação dos diâmetros dos tubos pais e filhos e ângulos da bifurcação, conforme ilustra a Figura 2.21. Entre os resultados e conclusões, destaca-se que a lei de Murray não leva à minimização do risco de aterosclerose e os efeitos causados pelo o ângulo das bifurcações não reduzem as regiões com baixa tensão de cisalhamento. As razões de diâmetros menores que a proposta pela lei de Murray, originam gradientes de pressão adversa, que favorecem a separação da camada limite e regiões com baixa tensão de cisalhamento.

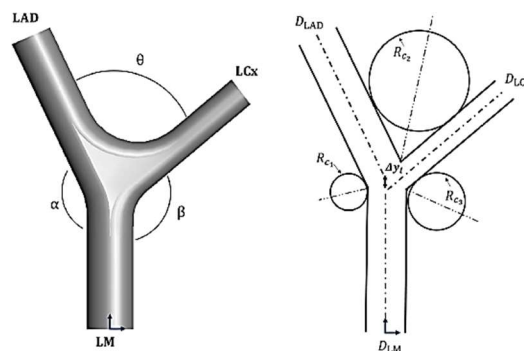


Figura 2.21 - Bifurcação da artéria coronária, adaptado de Doutel et al., 2016.

Stephenson e Lockerby, 2016, apresentaram uma lei generalizada válida para ramificação assimétrica, com seção transversal circular, retangular e triangular, para o escoamento laminar e turbulento e modelo fluídico newtoniano e não newtoniano. Entre os resultados e conclusões apresentados, a solução analítica usando um procedimento de otimização numérica mostrou que, para ramificação simétrica de um fluido newtoniano e escoamento laminar, a lei proposta é equivalente a lei de Murray. No entanto, quando aplicado a uma rede com ramificação assimétrica, a lei de Murray é menor do que o ideal, pois a otimização global de toda a rede não é igual à otimização local de cada canal individual, conforme a lei de Murray presume.

Miguel, 2016, apresentou uma abordagem analítica geral para o escoamento em uma ramificação dicotômica simétrica, conforme ilustra a Figura 2.22, onde a viscosidade do fluido não newtoniano depende da taxa de cisalhamento. Como restrição global, a geometria possui volume fixo. Os resultados apresentados enfatizam a ideia de que a lei de Hess-Murray para diâmetros e a regra de Bejan et al., 2000, para os comprimentos, somente é válida quando o sangue se comporta como um *continuum* homogêneo médio, ou seja, um fluido newtoniano.

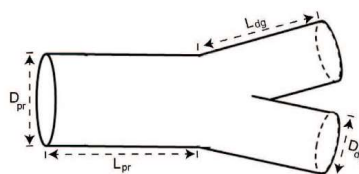


Figura 2.22 - Bifurcação dicotômica simétrica, adaptado de Miguel, 2016.

Miguel, 2016a, aplicou a lei Construtal no estudo analítico do escoamento de fluidos, newtonianos e não newtonianos, modelados conforme a lei da Potência, em uma rede com estrutura dicotômica simétrica e assimétrica, conforme ilustra a Figura 2.23. Entre os resultados, destaca-se, que para a rede formada por tubos e ramificação simétrica com escoamento de fluido newtoniano, o modelo reduz-se à lei de Hess-Murray. Outra descoberta interessante é a uniformidade da distribuição da resistência em todos os níveis de ramificação, para uma rede em forma de árvore binária construída para disponibilizar o maior acesso ao escoamento. Além disso, a resistência ao escoamento da bifurcação projetada de acordo com a relação homotética ideal demonstra que os tubos não dependem do fator de assimetria.

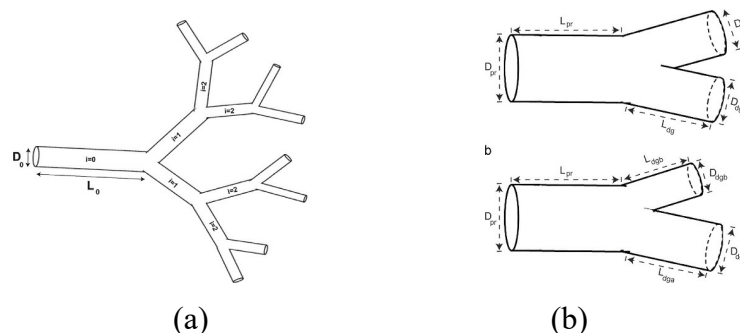


Figura 2.23 - (a) Rede de escoamento em forma de árvore dicotômica (b) bifurcações simétricas e assimétricas, adaptado de Miguel, 2016a.

Miguel, 2016b, investigou o grau de irreversibilidade, ou a não assimetria termodinâmica, em uma rede de escoamento em forma de árvore, com um fluxo de calor constante na parede. A rede é uma estrutura dicotômica e homotética, com um escoamento laminar totalmente desenvolvido de fluidos newtonianos e não newtonianos, onde a lei da Potência é assumida. Foram investigadas as características geométricas dos tubos que compõem a rede como a variação nas relações homotéticas de comprimento e diâmetros, a variação na permeabilidade da parede dos tubos, a existência de tubos obstruídos, as características do fluido e os efeitos de fricção e térmicos na geração de entropia. A partir dos resultados obtidos neste estudo, algumas conclusões principais são apresentadas: a proporção de entropia gerada em dois tubos consecutivos (pai e filhos) é independente das características do fluido, a geração de entropia para dutos feitos de materiais impermeáveis é maior do que dos tubos permeáveis e os números de Reynolds mais elevados causam um aumento na geração de entropia. A geração de entropia em redes de árvores varia de um máximo para menor razão de diâmetros (a_D) para um mínimo para maior razão de diâmetros (a_D). O incremento na razão de comprimentos (a_L) aumenta os valores de entropia gerada.

Pepe et al., 2017, estudaram, via experimentação numérica juntamente com o método *Design Construtal*, o escoamento de fluido em um conjunto de tubos em forma de T de paredes permeáveis. Vários escoamentos de fluidos newtonianos e razões geométricas são investigados em uma construção em forma de T, com área de ocupação e volume total dos tubos fixos e perdas nas paredes e junções não negligenciadas. Entre os resultados apresentados, destaca-se a ocorrência de escoamento assimétrico em uma estrutura em forma de T simétrica, e que a razão ótima entre os tamanhos dos tubos pai e filhos não é única com dependência da permeabilidade da parede.

Pepe et al., 2017a, investigaram os desvios da lei de Hess-Murray, através do estudo numérico aliado ao método do *Design Construtal*, no escoamento laminar de fluidos newtonianos e não newtonianos, em estruturas de escoamento em forma de T com diferentes proporções entre os tubos pai e filhos, onde as perdas nas paredes e junções estão consideradas. A partir das descobertas apresentadas neste estudo, os principais resultados e conclusões foram: a razão ótima entre os tamanhos dos tubos pai e filhos não é única e depende do índice de potência, as perdas na conexão de vasos grandes e pequenos não são negligenciáveis e a apresentação da equação que descreve a resistência equivalente para uma estrutura em forma de T.

Sehn et al., 2017, realizaram uma análise numérica com a aplicação do método *Design Construtal*, para investigar o escoamento laminar de fluidos newtonianos e não newtonianos, em estruturas de escoamento em forma de Y, conforme ilustra a Figura 2.24. A exploração geométrica aplicando diferentes razões entre os tamanhos dos dutos pai e filhos onde as perdas nas paredes e junções não são negligenciadas. Os principais resultados foram: a razão ótima entre os tamanhos dos tubos filhos e pai não é única e depende do índice da lei da Potência e o ângulo ótimo que proporciona o maior escoamento com a menor resistência ao escoamento.

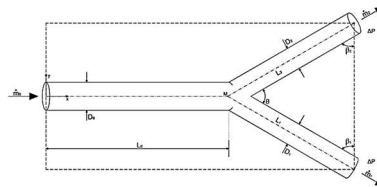


Figura 2.24 - Estrutura em forma de Y, adaptado de Sehn et al., 2017.

Miguel, 2017, combinou a formulação termodinâmica com as características geométricas da rede capilar fractal em forma de árvore, para descrever a pressão capilar de equilíbrio, conforme ilustra a Figura 2.25. O modelo proposto explica, além das propriedades físicas dos fluidos, a dimensão fractal, o fator de escala entre o tamanho dos tubos pai e filha e o nível de ramificação.

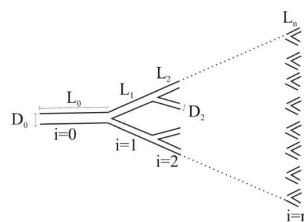


Figura 2.25 - Rede em forma de árvore de tubos capilares, adaptado de Miguel, 2017.

Pepe, 2018, investigou a validade da lei de Hess-Murray, através da experimentação numérica, aplicando o método do *Design Construtal* associado ao método de otimização da busca exaustiva, no escoamento interno em estruturas em forma de T com seção circular, conforme ilustra a Figura 2.26. A variação do número de Reynolds, o escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos e a estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e permeáveis foram as principais características avaliadas para confrontar a lei de Hess-Murray.

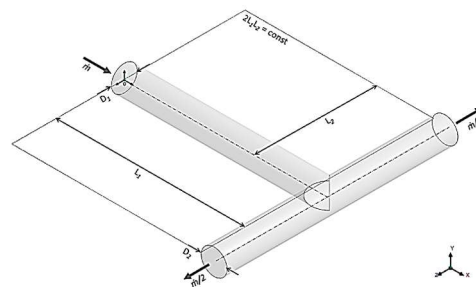


Figura 2.26 - Estrutura em forma de T com seção circular, adaptado de Pepe, 2018.

Miguel, 2018, estudou analiticamente as redes ramificadas de tubos circulares com escoamento de fluido e transferência de calor, conforme ilustra a Figura 2.27. O objetivo foi a busca pelas características estruturais dessas redes, principalmente nas relações dimensionais da bifurcação entre os tubos pais e filhos e os ângulos de ramificação. O processo de análise investigou os escoamentos, laminar e turbulento, fluidos newtonianos e não newtonianos modelados conforme a lei da Potência, escoamentos constantes e pulsáteis. Entre os resultados apresentados, inúmeras relações entre os parâmetros analisadas são apresentadas. Entretanto, destaca-se que para a rede com escoamento laminar e ausência de fluxo de calor, o ângulo ideal é uma constante ($74,93^\circ$) e concorda com o resultado proposto por Murray, 1926a, para o ângulo de bifurcação com base na hipótese de energia mínima.

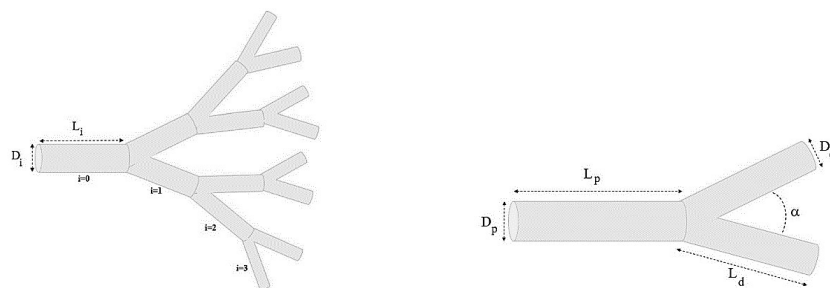


Figura 2.27 - Montagem dicotômica de tubos em forma de árvore e bifurcações simétricas, adaptado de Miguel, 2018.

Amiri et al., 2019, estudaram a interação fluido e estrutura no escoamento sanguíneo na artéria femoral com oclusões. Utilizando técnicas de tomografia computadorizada, para a obtenção de um modelo 3D realístico, conforme ilustra a Figura 2.28. Os vasos sanguíneos foram modelados como uma parede elástica isotrópica e escoamento pulsante ajustado conforme períodos do batimento cardíaco. As propriedades do escoamento sanguíneo são determinadas com o modelo reológico de Carreau. Entre os resultados destaca-se que as distribuições de velocidade, bem como as perturbações resultantes das oclusões, são significativamente dependentes do modelo reológico adotado para o sangue como um fluido não-newtoniano.

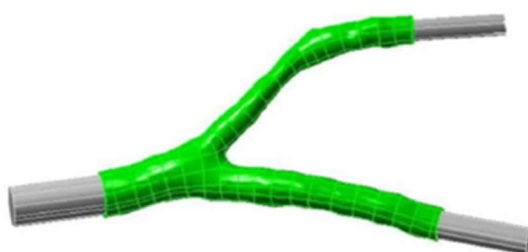


Figura 2.28 - Modelo de bifurcação realística, adaptado de Amiri et al., 2019.

Pepe et al., 2019, apresentou um estudo numérico explorando o desempenho de sistemas de ramificação de dutos, em forma de T, em termos de resistência total ao escoamento de fluido e distribuição de tensões de cisalhamento para fluidos newtonianos e não newtonianos no regime laminar. Entre os resultados, desvios e extensões da lei de Hess-Murray são amplamente identificados e discutidos.

Zain e Ismail, 2019, investigaram o escoamento sanguíneo através de uma artéria bifurcada com a presença de uma estenose sobreposta localizada no lúmen arterial sob a ação de um campo magnético externo uniforme, conforme ilustra a Figura 2.29. O sangue, que foi tratado como um fluido eletricamente condutor que exhibe o princípio da magnetohidrodinâmica (MHD), é caracterizado por um modelo de fluido newtoniano. A velocidade máxima e a queda de pressão foram os parâmetros avaliados e comparados com os resultados encontrados na literatura. Entre as principais conclusões, convém destacar os efeitos magnetohidrodinâmico que reduzem a pressão na parede, conforme aumenta o número de Reynolds. Nos ramos filhos, os efeitos do número de Reynolds são mais proeminentes que a influência do número de Hartmann. De alguma forma, os efeitos de MHD nos ramos filhos sem constrição são mais evidentes em comparação com a região com 40% de constrição na artéria pai. O incremento do

número de Reynolds promove a ocorrência de reversão, estagnação e vórtices que podem induzir a incidência de trombose.

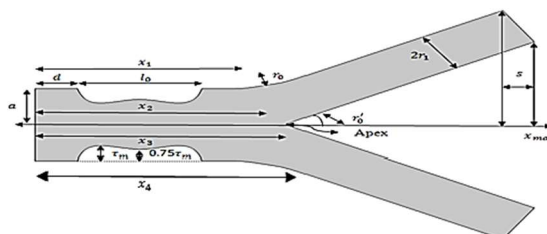


Figura 2.29 - Geometria da artéria com estreitamento e bifurcada, adaptado Zain e Ismail, 2019.

Miguel, 2019, apresentou abordagens analíticas que mostram explicitamente os papéis desempenhados pela estrutura da rede em forma de árvore, o número de caminhos obstruídos e o local geométrico em que ocorrem obstruções, nas características do escoamento de fluido. Escoamentos no regime laminar constante e pulsátil, através de redes dendríticas com a presença de oclusões no caminho, foram estudados. Os resultados apresentados para as redes desobstruídas mostram que as taxas de homotetia, que mantêm a forma geométrica alterando as dimensões, desempenham um papel fundamental nas características do escoamento. O fluxo de calor através da rede diminui a permeabilidade da mesma. Para redes obstruídas, a permeabilidade varia com o número de caminhos ocluídos e o local geométrico em que obstruções ocorrem. Cabe ressaltar que níveis mais baixos de ramificação são locais topológicos críticos, que causam significativa redução da permeabilidade quando comparados com obstruções nas últimas gerações.

Nagargoje e Gupta, 2020, pesquisaram sobre o escoamento em bifurcações arteriais e as principais características para a formação de placas nas paredes dos vasos e as suas implicações na saúde humana. Neste estudo hemodinâmico foi explorado o escoamento estável e pulsátil em uma bifurcação da artéria carótida idealizada com todos os vasos no mesmo plano para uma variedade de ângulos de bifurcação simétricas e assimétricas, conforme ilustra a Figura 2.30. Destaca-se entre os resultados e conclusões a significativa diferença entre os perfis de velocidade dos modelos estáveis e pulsátil, onde no modelo pulsátil, o perfil achatado está presente para todo o ciclo, favorecendo o surgimento de recirculações associadas com ângulos de abertura da bifurcação e assim ampliando o risco de doença aterosclerótica que está relacionado à baixa magnitude da tensão nas paredes do vaso.



Figura 2.32 - Bifurcação vascular com escoamento de nanopartículas, adaptado de Liu et al., 2020.

Sauermoser et al., 2020, estudaram o preenchimento do espaço com uma rede em forma de árvore, conforme ilustra a Figura 2.33, aplicada a células de combustível de eletrólito e polímero e a sua capacidade de distribuir os reagentes uniformemente pela área de membrana, evitando assim o excesso de polarização de concentração ou produção de entropia nos eletrodos. Entre os principais resultados e conclusões, destaca-se o efeito assimétrico encontrado nas ramificações. Entre as possíveis causas para esse efeito elencadas pelos os autores está o tempo insuficiente de desenvolvimento pleno do perfil hidrodinâmico ao longo dos ramos da rede fluídica.

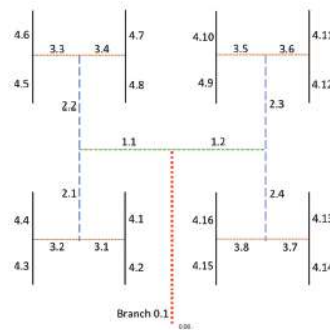


Figura 2.33 - Rede em forma árvore, adaptado de Sauermoser et al., 2020.

Pradhan, et al., 2020, estudaram o escoamento nos complexos caminhos tridimensionais de um modelo computacional da árvore brônquica, conforme ilustra a Figura 2.34. Entre os principais resultados, destaca-se a o escoamento assimétrico em uma estrutura simétrica, onde da dinâmica dos fluidos ressalta-se três características importantes: a curvatura do caminho do escoamento, a divisão do escoamento nas bifurcações e a inércia do escoamento. Uma síntese do presente estudo leva à formulação de um princípio genérico que, em ramificações dicotômicas, o ramo que está alinhado com sua avó recebe mais vazão mássica do que o seu

ramo irmão e o alinhamento exerce uma influência maior na disparidade da distribuição do escoamento quando os ramos-mãe são comparativamente curtos.

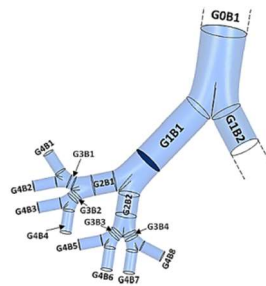


Figura 2.34 - Geometria da árvore brônquica humana, adaptado de Pradhan, et al., 2020.

Dong, et al., 2020, avaliaram a morfometria da artéria pulmonar, buscando as relações das leis de escala para comprimento e diâmetro com foco na região pré-acinar. Os dados morfométricos foram extraídos de todas as artérias pulmonares visíveis em diagnóstico por imagem por tomografia computadorizada ou ressonância magnética, conforme ilustra a Figura 2.35. O grupo focal foi de indivíduos saudáveis avaliados que possuem idade entre 1 e 51 anos. Os resultados são extensos e são apresentados e compilados por idade. Destacam-se as expressões para a predição do diâmetro e comprimento e a avaliação da lei de Hess-Murray, descrevendo os expoentes de escala ótimos. Dentre as conclusões preliminares ressalva-se que o esforço destes pesquisadores fornece uma compreensão inicial do desenvolvimento da artéria pulmonar na região pré-acinar de seres humanos saudáveis, que podem ser usadas em estudos de modelagem computacional e comparação com a anatomia da artéria pulmonar de doentes.

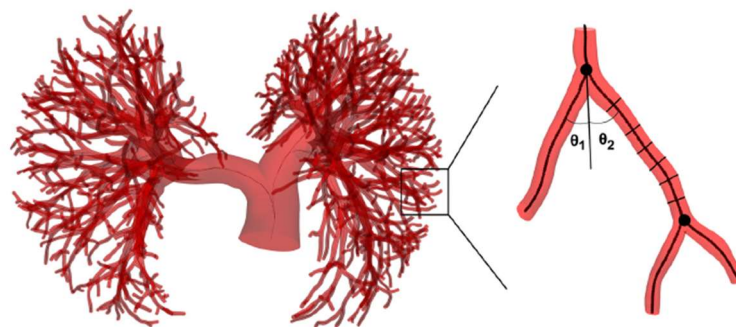


Figura 2.35 - Árvore brônquica humana em modelo com geometria realística, adaptado de Dong, et al., 2020.

Pellejero, et al., 2021, investigaram através do método *Design Construtal* o escoamento de fluidos não newtonianos pseudoplástico, utilizando o modelo reológico de Carreau, em uma estrutura bifurcada em forma de Y, conforme ilustra a Figura 2.36. Através da investigação numérica utilizando o método dos volumes finitos associado ao método *design of experiments* (DOE), o estudo analisa como o desempenho global é influenciado pela a reologia do fluido e os parâmetros dimensionais. Nos métodos, destaca-se a inovação de expandir os tubos em $15D$ de forma a reduzir as influências do perfil de velocidades na tomada dos resultados. Dentre os resultados, destaca-se que o parâmetro reológico índice de escoamento é a principal característica que influencia a configuração da geometria ótima. O efeito da razão de diâmetros sobre os demais parâmetros dimensionais foi o estatisticamente significativo conforme as avaliações apresentadas. Os autores ressaltam que a importância da análise reológica em sistema de escoamento com fluidos não newtonianos, para assim o sistema atingir o objetivo de facilitar os acessos, ou seja, melhorar o desempenho, expresso na forma da resistência global ao escoamento.

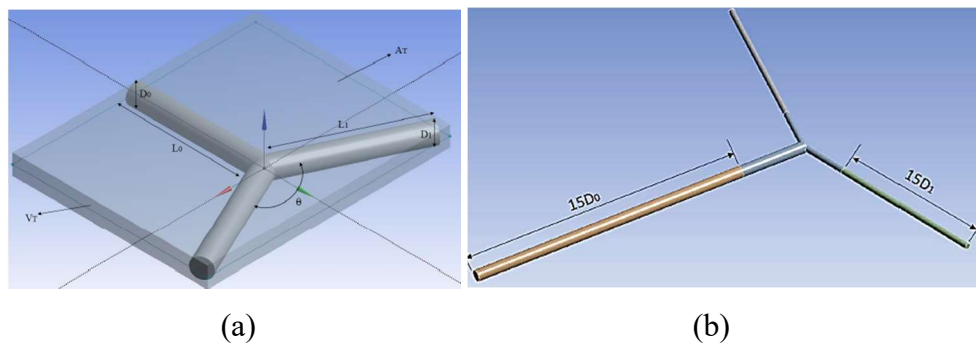


Figura 2.36 - (a) bifurcação Y, (b) esquema $15D$, adaptado de Pellejero, et al., 2021.

Miguel, 2022, estudou através de uma abordagem Construtal a geração de irreversibilidades do escoamento durante o processo de inspirar, expirar, aplicando o modelo da árvore traqueobrônquica. Além das características do transporte de fluidos associado ao atrito nas paredes e difusão nos alvéolos. A principal contribuição está associada a aplicação do modelo de elasticidade das vias aéreas bem como a avaliação dos efeitos devido às diferenças de temperatura entre ambiente e corpo humano. Dentre os resultados, destaca-se que para as árvores, simétrica e assimétrica, estudadas com variação dos graus de liberdade, relação entre diâmetros, $0 < a_D \leq 1$ e relação de comprimento, $0 < a_L \leq 1$, na otimização dos parâmetros, foram encontrados valores típicos de então perto, onde a_D e a_L respectivamente atendem a $2^{-1/3}$. Além da taxa de entropia gerada na árvore simétrica ser menor que na árvore assimétrica. Os

resultados que correlacionam a geração de entropia com os níveis de ramificação possuem o mesmo ponto de mínimo de 23 gerações no modelo simétrico como no modelo assimétrico. Dentre as conclusões destaca-se que um determinado nível de assimetria dimensional garante que todas as unidades terminais da árvore respiratória recebam a mesma quantidade de ar, aumentando a robustez da árvore contra a variabilidade de tamanho inerente associada à morfogênese. As quantidades de entropia geradas no processo de inspiração e expiração são desiguais, visto o propósito de cada corrente fluida. A sugestão que a estrutura da árvore respiratória possui um grau de assimetria que permite o benefício da distribuição igual de ar em detrimento de um incremento na taxa de geração de entropia encontrada em árvores simétricas ideais.

Soni, et al., 2022, desenvolveram uma abordagem transversal para avaliar o efeito de vias aéreas obstruídas, de forma parcial ou total, conforme ilustra a Figura 2.37. Através do desenvolvimento de um algoritmo onde foi aplicado o modelo de escoamento, unidirecional, incompressível e paredes impermeáveis, aplicando um modelo de impedância, para a determinação do escoamento. Os autores destacam a natureza desafiadora do estudo para a determinação simultânea da pressão e características da respiração em uma estrutura complexa. Os principais resultados são as características de impedância das vias aéreas, modelados conforme o modelo de Lumped equivalente, que correlaciona a razão da pressão dinâmica com a vazão. Dentre as conclusões destaca-se que a natureza não uniforme da distribuição da ventilação leva ao escoamento assimétrico mesmo no caso de topologia simétrica.

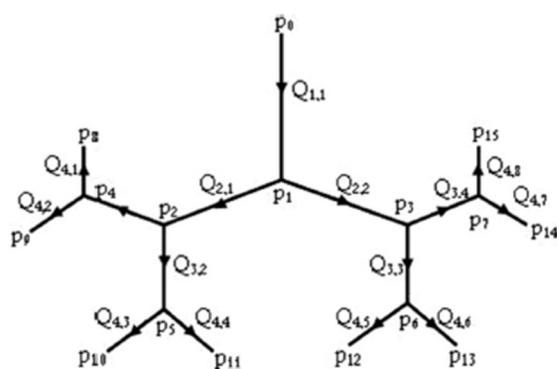


Figura 2.37 - Esquema das vias aéreas para o escoamento na estrutura em forma de árvore, adaptado de Soni, et al., 2022.

Seguindo o pensamento de Weibel, 1963, percebe-se que tal revisão bibliográfica converge com a predição do potencial de descobertas significativas para os pesquisadores que seguirem com mais detalhes os parâmetros geométricos e estruturais das redes de escoamento em forma de árvore, conforme o atual estudo de Miguel 2022. Assim, o assunto permanece com lacunas que ainda precisam ser respondidas.

Também é possível notar que a aplicação da lei Construtal tem tomado grandes proporções nos últimos 20 anos. Ao inspecionar as referências bibliográficas e autores que correlacionam a lei Construtal com escoamento em estruturas ramificadas, pode-se elencar Bejan. et al., 2000, como um trabalho pioneiro e norteador até a atualidade. Para a investigação do escoamento em estruturas ramificadas, Miguel, A. F. e toda a sua produção bibliográfica se destacam como um dos principais pesquisadores que impulsionam o tema, assim contribuindo e expandindo o conhecimento científico sobre esta linha de pesquisa.

De forma geral, pode-se destacar os esforços dos pesquisadores em avançar nesta área do conhecimento, com uma concentração de pesquisas envolvendo a Teoria Construtal e o escoamento em estruturas ramificadas, sendo uma maior densidade de trabalhos entre os anos de 2015 e 2022, o que demonstra o potencial a ser desenvolvido e explorado.

Para melhor ilustrar os avanços no estado da arte, este autor aponta a seguir as lacunas que serão preenchidas com futuras publicações dos resultados parciais e total desta pesquisa.

2.1 Objetivos

Face à ampla revisão bibliográfica realizada, salvo melhor juízo, pode-se concluir que o tema a ser abordado nesta tese é uma contribuição ao estado da arte para o estudo de fluidodinâmica, visto que lacunas ainda estão abertas no tema como:

- Predominância de estudos analíticos desenvolvidos com inúmeras simplificações;
- Escassez de resultados numéricos para a validação e verificação dos estudos analíticos ou experimentais;
- Reduzidos estudos numéricos utilizando três dimensões;
- Ausência de resultados utilizando métodos de otimização mais simples que sirvam de referência para a implementação de métodos de otimização mais avançados;

- Ausência ou reduzidos estudos numéricos aplicados a estruturas fluídicas que utilizam métodos de otimização que consumam menos tempo computacional que o método da busca exaustiva;
- Ausência de estudos numéricos aplicados a estruturas fluídicas com múltiplos ramos de bifurcação, aplicando modelos reológicos mais complexos como Carreau;
- Ausência de estudos numéricos aplicados a estruturas fluídicas com múltiplos ramos de bifurcação utilizando o método do *Design Construtal*.

Desta forma, até onde é de conhecimento deste autor, nenhum estudo foi publicado sobre a experimentação numérica do escoamento em estruturas complexas em forma de árvore aplicando as premissas da lei Construtal e avaliando os efeitos do *design* sobre o desempenho global do sistema ou avaliando os desvios em relação à distribuição assimétrica do escoamento em uma estrutura isômera e simétrica.

Isto posto, de forma geral, esta tese responderá as seguintes questões:

- A lei de Hess-Murray é válida para uma aplicação com a restrição geométrica de volume constante entre os níveis de ramificação?
- É suficiente avaliar o desempenho do escoamento em redes em forma de árvore apenas pela a minimização das resistências?
- Qual a influência do índice de esbeltez sobre o escoamento em estruturas ramificadas?
- Em estruturas simétricas pode ocorrer escoamento assimétrico ou desequilíbrio mássico?
- De que forma os parâmetros reológicos influenciam no escoamento de fluido não newtoniano em uma rede em forma de árvore?

Desta forma, este estudo irá contribuir para o estado da arte conforme os objetivos gerais e específicos que foram delimitados para o desenvolvimento desta tese de doutorado.

2.1.1 Objetivos Gerais

Este estudo tem como propósito investigar numericamente o escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos no interior de uma estrutura dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação com seção circular, com e sem obstruções, visando a minimização das resistências ao escoamento e identificando a configuração geométrica que minimiza as irreversibilidades do sistema, ou seja, que melhor distribui as perdas, quando o volume ocupado pelos dutos em cada nível de ramificação são mantidos constantes e variando-se as razões de diâmetros.

2.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Avaliar numericamente a validade da lei de Hess-Murray e a influência do número de Reynolds para o escoamento de fluido newtoniano;
- Avaliar numericamente a validade da lei de Hess-Murray e a influência do número de Reynolds e do número de Carreau para o escoamento de fluido não newtoniano;
- Avaliar numericamente a influência do índice de esbeltez para o escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos;
- Avaliar numericamente a distribuição do escoamento de fluido newtoniano ao longo de estruturas simétricas;
- Avaliar numericamente a influência da aplicação de elementos de obstruções total sobre o escoamento de fluido newtoniano;
- Identificar as configurações que facilitem o escoamento de fluido ou minimizem as resistências ao escoamento, conforme as premissas da lei Construtal.

3 A LEI DE HESS-MURRAY

Neste capítulo será revisitada a histórica lei de Hess-Murray, que é uma correlação entre os diâmetros de sucessivas bifurcações no escoamento. Pode-se considerar que as primeiras centelhas surgem formalmente a mais de 2 séculos com as palestras de Young e a derivação formal surge a praticamente 100 anos com Hess (1917) e Murray (1926), mesmo sendo enunciados antigos, a mesma permanece atual e a sua compreensão e interpretação leva a aplicações gerais e servindo como guia para o uso em sistemas complexos.

Não é objetivo deste capítulo discutir o mérito de quem foi o pioneiro ou fazer qualquer outro juízo de valor, mas sim apresentar de uma forma simplificada a lei que é constantemente confrontada nos estudos em sistemas de escoamento onde há ramificações ou bifurcações. Entretanto, o mínimo entendimento das origens e do contexto histórico se faz necessário.

O primeiro registro histórico e científico sobre a atual lei de Hess-Murray, surge com o pesquisador Thomas Young (1808), onde foi apresentada na *Croonian Lectures* a convite da *Royal Society*, onde o trabalho intitulado *On the Functions of the Heart and Arteries*, foi apresentado em forma de palestra, segundo os estudos de Sciubba, 2016, em uma redação bastante obscura e sem fornecer qualquer justificativa, foi declarada a lei da “raiz cúbica de 2”, ou seja, pode-se pensar que aí nasce talvez a primeira centelha para a lei de Hess-Murray.

Walter Rudolf Hess foi um médico fisiologista suíço que mais tarde compartilhou o Prêmio Nobel de Fisiologia em 1949, com também médico António Egas Moniz, pela pesquisa de aplicação de lobotomia em pacientes psiquiátricos, o que resultou nas descobertas do funcionamento do cérebro médio.

No início de sua carreira científica, com o foco em determinar o raio do vaso que demandava menor gasto energético pelo o organismo, Hess adotou uma moderna abordagem para o seu tempo, o princípio da minimização da energia, o que levou o mesmo a derivar a razão ótima de entre os raios de duas ramificações sucessivas no tecido vascular. Assim na versão final de sua tese o mesmo declarou:

(The optimal ratio) between the main and the secondary branch is reached when the tendency to control the blood flow is such that the regulatory action leads to the smallest possible reduction of the cross-section. This ratio is attained when the main- and secondary branch have the same effect on the resistance to the flow. (HESS, 1917. p.473, apud SCIUBBA, 2016)

Assim na livre tradução feita por este autor se resume,

(A razão ótima) entre o ramo principal e o secundário é alcançada quando a tendência de controlar a vazão de sangue é tal que a ação reguladora leva à menor redução possível da seção transversal. Esta razão é alcançada quando o ramo principal e o secundário têm o mesmo efeito sobre a resistência ao escoamento. (HESS, 1917. p.473)

Desta forma seguindo a formulação de Hess, é possível obter a razão ótima $2^{-1/3} = 0,7937$ tomando os seguintes passos conforme o domínio simétrico ilustrado na Figura 3.1, esta é uma reprodução autoral da figura original.

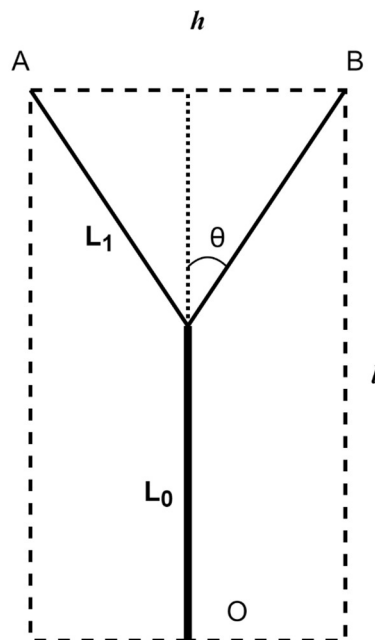


Figura 3.1 - Vasos bifurcados de Hess, adaptado de Sciubba, 2016.

Definindo as relações geométricas, conforme o domínio retangular apresentado na Figura 3.1.

$$a = \frac{h}{l} \quad (3.1)$$

onde, a é a razão de aspecto do domínio, l é a largura e h a altura do domínio.

$$a_{L_0} = \frac{L_0}{l} = 1 - \frac{a}{2 \tan \theta_1} \quad (3.2)$$

$$a_{L_1} = \frac{L_1}{l} = 1 - \frac{a}{2 \sin \theta_1} \quad (3.3)$$

onde, a_{L_0} e a_{L_1} são as razões de comprimentos dos tubos 1 e 2 respectivamente, a é a razão de aspecto do domínio e α o ângulo de divisão.

Assumindo que a vazão mássica que entra no sistema se divide igualmente na bifurcação, onde cada tubo filho transporta uma vazão mássica

$$\dot{m}_{i+1} = 0,5 \dot{m}_i \quad (3.4)$$

como

$$\dot{m}_i = 0,25 \pi r_i^2 u_i \rho_i \quad (3.5)$$

onde, \dot{m} é a vazão mássica, r o raio do tubo, ρ é massa específica e u a velocidade e os índices i e $i+1$ significam o duto pai e filhos respectivamente.

Tomando como o escoamento como incompressível, desta forma $\rho_i = \rho_{i+1}$, assim a Equação 3.4 se resume a

$$Q_{i+1} = 0,5 Q_i \quad (3.6)$$

logo

$$Q_i = A_i u_i = \pi r_i^2 u_i \quad (3.7)$$

onde, Q é a vazão volumétrica, A é a área da seção transversal do tubo, u a velocidade e r o raio do tubo.

Evocando a lei de Hagen-Poiseuille

$$Q_i = \frac{\Delta p_i \pi r_i^4}{8 L_i \mu} \quad (3.8)$$

onde, Q é a vazão volumétrica, Δp a queda de pressão do tubo, e r o raio do tubo, L_i é o comprimento do tubo e μ é a viscosidade dinâmica.

rearranjando para obter a resistência ao escoamento em cada tubo

$$R_i = \frac{\Delta p_i}{Q_i} = \frac{8 \pi L_i \mu}{A_i} \quad (3.9)$$

onde, R é a resistência ao escoamento no tubo, Q é a vazão volumétrica, Δp a queda de pressão do tubo.

Hess argumenta e define, para uma vazão fixa, para o escoamento isotérmico em regime laminar de um fluido newtoniano incompressível com propriedades constantes, o sistema ótimo é estabelecido quando as variações da vazão volumétrica e das resistências induzidas por uma variação infinitesimal na área do escoamento atingem o mesmo valor nas ramificações pais e nas ramificações filhas, ou seja, quando

$$\frac{d}{dA_i} \left(\frac{1}{A_i^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dA_{i+1}} \left(\frac{2}{2 A_{i+1}^2} \right) \quad (3.10)$$

onde A é a área da seção transversal do tubo.

Desde que a relação da Equação 3.10, seja uma verdade,

$$\frac{A_{i+1}}{A_i} = \left(\frac{r_{i+1}}{r_i} \right)^2 \quad (3.11)$$

obtem-se

$$\delta = \frac{r_{i+1}}{r_i} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad (3.12)$$

onde, δ é razão de raios, r o raio do tubo.

Desta forma Hess foi o primeiro cientista a fazer menção explícita sobre o transporte de sangue nos tecidos e órgãos, escrevendo “(*the bifurcation*) splits the blood flow delivered from the central system in such a way that the supply requested by the internal organs is ensured with the minimum possible flow volume of blood” (HESS, 1917. apud SCIUBBA, 2016), ou seja, na livre tradução feita por este autor, (a bifurcação) divide o escoamento de sangue proveniente do sistema central de tal forma que o suprimento de sangue solicitado pelos órgãos internos seja assegurado com a menor vazão em volume possível.

Atribui-se ao pesquisador Cecil D. Murray, fisiologista do *Bryn Mawr College*, a primeira argumentação que o transporte eficaz de fluido pode predizer a estrutura do sistema vascular humano, tomando como base as premissas de Young (1808).

Para Murray (1926), o design dos sistemas vasculares resulta do comprometimento entre duas tendências diferentes, assim em suas palavras

“If we examine the arterial system bearing in mind the question of economy, we find that there are two main antagonistic factors. If the vessels are too small, the work required to drive the blood through them becomes too great; if the volume of the vessels is too large, the volume of blood, being equally large, becomes a burden to the whole body.” (MURRAY, 1926. p. 209)

na livre tradução feita neste trabalho,

“Se examinarmos o sistema arterial tendo em vista a questão da economia, constatamos que há dois principais fatores antagônicos. Se os vasos são muito pequenos, o trabalho necessário para conduzir o sangue através deles se torna muito grande; se o volume dos vasos é muito grande, o volume de sangue, sendo igualmente grande, torna-se um fardo para todo o corpo”. (MURRAY, 1926. p. 209)

Desta forma, a solução para o problema está no princípio que rege o conceito de organização eficiente que declara que o custo de operação dos sistemas fisiológicos tende a ser mínimo.

Expressando a potência total envolvida na circulação do sangue como a soma de dois termos, onde o primeiro termo expressa a energia necessária para vencer as resistências do

escoamento devido ao atrito e o segundo corresponde ao esforço metabólico necessário para manter a vazão ao longo do sistema circulatório, a equação pode ser expressa por

$$P = Q \Delta p + c_b \pi r^4 L \quad (3.13)$$

onde, P é potência total de bombeamento, Q é a vazão volumétrica, Δp a queda de pressão, c_b o custo metabólico, r o raio e L é o comprimento do tubo.

Evocando a lei de Hagen-Poiseuille

$$Q = \frac{\Delta p \pi r^4}{8 L \mu} \quad (3.14)$$

rearranjando

$$\Delta p = \left(\frac{8\mu L}{\pi r^4} \right) Q = R Q \quad (3.15)$$

onde, Δp a queda de pressão, R é a resistência ao escoamento no tubo e Q é a vazão volumétrica.

Reorganizando a Equação 3.13 para obter o ponto de mínimo

$$\frac{dP}{dr} = Q \Delta p + c_b \pi r^4 L = 0 \quad (3.16)$$

rearranjando a Equação 3.16 para obter o custo metabólico

$$c_b = \frac{Q \Delta p}{\pi r^4 L} \quad (3.17)$$

após derivar a Equação 3.16, Murray argumenta que c_b , L e Q são constantes e proporcionais conforme

$$c_b \propto r^3 \quad (3.18)$$

$$L \propto r^3 \quad (3.19)$$

$$Q \propto r^3 \quad (3.20)$$

assim levando em consideração que o escoamento obedece a lei de Hagen-Poiseuille, logo a queda de pressão é proporcional

$$\Delta p \propto \frac{1}{r} \quad (3.21)$$

tomando como verdade as suposição das Equações 3.18 a 3.21, assim

$$\frac{\Delta p_{i+1}}{L_{i+1}} \frac{L_i}{\Delta p_i} = \frac{1}{\delta} = \sqrt[3]{2} \quad (3.22)$$

onde, δ é razão de raios, Δp a queda de pressão, L o comprimento do tubo.

Seguindo o mesmo raciocínio, para as escalas de velocidade e número de Reynolds

$$\frac{u_{i+1}}{u_i} = \delta = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad (3.23)$$

onde, δ é razão de raios e u a velocidade.

$$\frac{Re_{d_{i+1}}}{Re_{d_i}} = \delta^2 = \frac{1}{2^{\frac{2}{3}}} \quad (3.24)$$

onde, δ é razão de raios e Re_d é o número de Reynolds.

Partindo da regra da raiz cúbica dos raios de Murray (1926), foi expandida a avaliação dos parâmetros da ramificação que apresenta o mínimo trabalho de bombeamento com a apresentação de uma equação original para a derivação dos ângulos ótimos em Murray (1926a). O domínio é ilustrado na Figura 3.2. Esta é uma reprodução autoral da figura original de Murray (1926a).

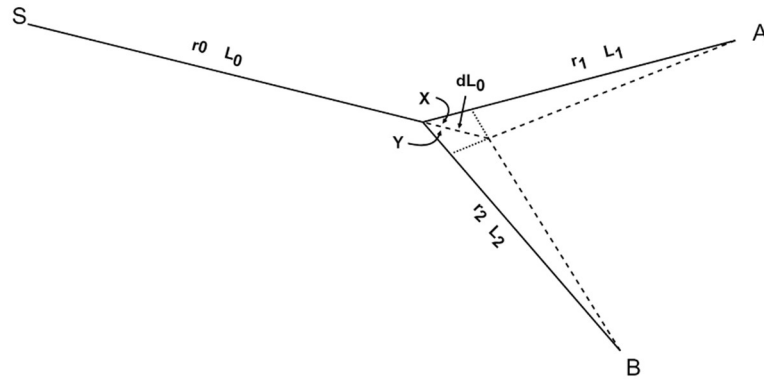


Figura 3.2 - Ramificação de Murray, adaptado de Murray (1926a).

$$\cos X = \frac{r_0^4 - r_1^4 - (r_0^3 + r_1^3)^{(4/3)}}{2 r_0^2 r_1^2} \quad (3.25)$$

$$\cos Y = \frac{r_0^4 - r_2^4 - (r_0^3 + r_2^3)^{(4/3)}}{2 r_0^2 r_2^2} \quad (3.26)$$

onde, r é o raio dos tubos, X e Y são os ângulos da bifurcação e os índices variam de 0 a 2 indicando cada tubo conforme a Figura 3.2

Tomando o caso de uma bifurcação simétrica onde

$$\cos X = \cos Y \quad (3.27)$$

$$r_1 = r_2 \quad (3.28)$$

$$L_1 = L_2 \quad (3.29)$$

assim

$$\delta = \frac{r_1}{r_0} = \frac{r_2}{r_0} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad (3.30)$$

onde, δ é razão de raios, r o raio dos tubos.

Desta forma o ângulo ótimo é igual a

$$\cos X = \cos Y = \frac{1 + \delta^4 - (1 - \delta^3)^{(4/3)}}{2 \delta^2} \quad (3.31)$$

logo

$$X = Y = 37,47 \cong 37,50 \quad (3.32)$$

Hess e Murray derivaram por abordagens distintas a regra da raiz cúbica de 2, conforme se verifica nas Equação 3.12 e 3.22. Desta forma, adota-se neste trabalho o termo lei de Hess-Murray em homenagem aos dois pioneiros que derivaram com clareza as relações para as ramificações ótimas.

Entretanto, não é de causar estranheza a um leitor mais perspicaz, que ao realizar uma ampla pesquisa com as palavras chaves lei de Hess, lei de Murray ou lei de Hess-Murray, surge, com muito mais facilidade, os resultados com o termo lei de Murray. Uma possível explicação é a facilidade em encontrar os manuscritos de Murray, os quais são de livre leitura, em relação aos manuscritos de Hess, os quais têm restrições de acesso. Note-se que esta é uma plausível explicação para a popularização de um termo em relação ao outro.

Indiferente do termo utilizado para denominar a lei de Hess-Murray, esta carrega em sua essência o princípio do mínimo trabalho e assim serve até a atualidade como importante marcador de desempenho. Porém, cabe elencar as suas delimitações, para não haver equívocos de interpretação de resultados.

Quando Hess (1917) e Murray (1926) evocam a lei de Hagen-Poiseuille, implicitamente, eles descreveram o escoamento de um fluido viscoso em regime laminar, além de carregar consigo as limitações mais óbvias como o escoamento de um fluido incompressível de baixa viscosidade através de um tubo de seção transversal circular constante.

Por outro lado, é possível realizar uma correlação entre a lei de Hagen-Poiseuille, para o escoamento de fluidos com a lei de Ohm para circuitos elétricos. Este conceito se torna útil para determinar as resistências ao escoamento devido ao atrito, ou comumente chamadas de perdas lineares. Deste modo, pode não ser perceptível a todos que os modelos de Hess (1917) e Murray (1926) desconsideraram as ligações entre os tubos, ou seja, as junções, desconsiderando assim as perdas localizadas. Outra sutil limitação que deve ser levada em consideração é que o escoamento ocorre em regime permanente com perfil de velocidade constante.

Nenhuma das limitações do modelo proposto para derivar a lei de Hess-Murray desmerece o esforço dos pioneiros em explicar de forma simples a predição das geometrias ramificadas ótimas. Entretanto, cabe entender as limitações no momento da aplicação de tal lei.

De maneira geral, ao seguir a lei de Hess-Murray, segue-se o princípio do mínimo trabalho ou dissipação mínima da natureza, onde os organismos mostram uma tendência a minimizar a energia como, por exemplo, a dissipação por atrito para um determinado escoamento de nutrientes fornecido para a manutenção da vida de um organismo. Nos sistemas artificiais, engenheiros podem seguir a mesma diretriz para projetar a rede de escoamento ideal para a distribuição de massa ou energia.

4 ESCOAMENTO DE FLUIDO NEWTONIANO

4.1 Descrição do Problema

A Figura 4.1 mostra uma rede de escoamento dendrítico com três níveis de ramificação dicotômica de tubos cilíndricos, aplicada ao estudo do escoamento de fluido newtoniano.

Para todos os casos estudados, o tubo 0A tem as mesmas dimensões. A razão $L_0 / D_0 = 6,77$ foi adotada levando em consideração que em sistemas naturais a relação L_0 / D_0 varia entre 6,3 e 7,0 (Miguel; Rocha, 2018). O ângulo entre os tubos é de 75° e foi escolhido porque proporciona menores perdas de pressão no regime laminar (Murray, 1926a).

Os diâmetros diminuem a cada geração como a razão de diâmetro, o comprimento dos tubos diminui para $a_D > 0,75$ e aumenta para $a_D \leq 0,75$, este comportamento ocorre devido à restrição de igual volume em cada nível de ramificação.

No último nível de ramificação, foi implementada uma rotação de 90° nos tubos, sendo necessária devido à sobreposição de tubos que ocorrem quando $a_D < 0,7$. Os tubos no nível 3 continuam simétricos, ou seja, possuem mesmos diâmetros e comprimentos, apenas o plano que os contém foi alterado.

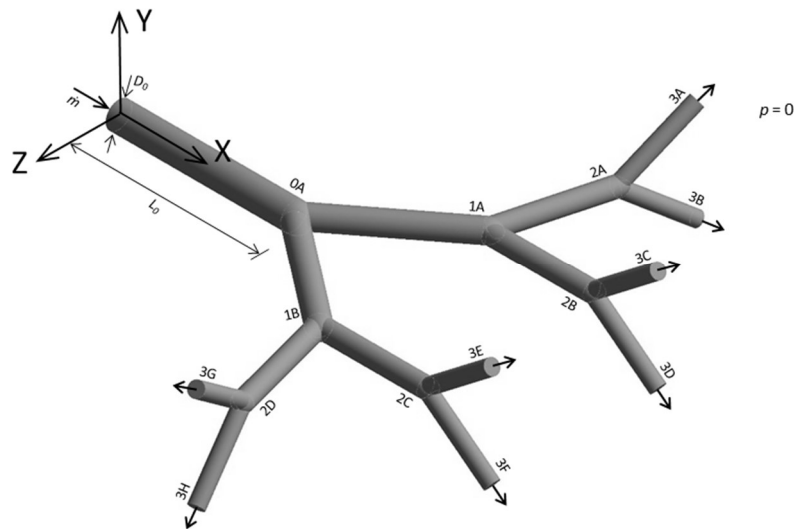


Figura 4.1 - Estrutura fluidica dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação e seção circular aplicada ao escoamento de fluido newtoniano.

O sistema possui a constante global geométrica, a qual é definida pelo volume ocupado pelos dutos em cada nível de ramificação (V_i) que é mantido fixo para os diferentes casos estudados, conforme ilustra a Figura 4.2. O grau de liberdade do sistema é definido pela razão entre o diâmetro dos dutos filhos e pai (a_D). Desse modo, a estrutura em forma de árvore simétrica será determinada como se segue:

$$V = V_i = \frac{\pi}{4} 2^i (D_i^2 L_i) = \text{const} \quad (4.1)$$

$$V_T = \sum_{i=0}^3 V_i = 4V \quad (4.2)$$

$$a_D = \frac{D_{i+1}}{D_i} \quad (4.3)$$

$$\theta = 75^\circ \quad (4.4)$$

onde D é o diâmetro, L é o comprimento, a_D a razão entre os diâmetros e os índices i e $i+1$ significam o duto pai e filhos respectivamente. O índice i pode variar de 0 a 3 e informa o nível da ramificação. Os índices maiores significam que a rede está mais ramificada.



Figura 4.2 - Representação esquemática de igual volume dos tubos em cada nível de ramificação: (a) nível 0, (b) nível 1, (c) nível 2 e (d) nível 3

4.2 Modelo Matemático

O regime do escoamento foi determinado pela vazão mássica (\dot{m}), que entra no sistema pela área transversal definida na entrada do duto de diâmetro D_0 , e escoam ao longo do domínio

dividindo-se na junção e saindo do sistema pela área transversal da saída dos dutos de diâmetro D_3 ,

$$\dot{m} = \int \rho u_0 dA \quad (4.5)$$

onde \dot{m} é a vazão mássica, ρ é massa específica e u_0 a velocidade desenvolvida no duto principal.

O estudo proposto é assumido tridimensional, laminar, incompressível, regime permanente e propriedades uniformes. A avaliação será feita para diferentes escoamentos, os quais são governados pelo grupo adimensional definido como número de Reynolds (Re_D).

Para os fluidos newtonianos o número de Reynolds é definido como

$$Re_D = \frac{\rho u_0 D_0}{\mu} \quad (4.6)$$

onde, ρ é massa específica, u_0 a velocidade, D_0 é o diâmetro do duto e μ é a viscosidade dinâmica.

A resistência ao escoamento em um determinado tubo é determinada por

$$R_T = \frac{\Delta p}{\dot{m}} \quad (4.7)$$

onde, R_T é resistência total ao escoamento, Δp a queda de pressão global do sistema e \dot{m} a vazão mássica na entrada do sistema.

Entretanto para uma avaliação por nível de ramificação é conveniente determinar a resistência ao escoamento para cada um dos tubos

$$R_{tubo} = \frac{\Delta p_{tubo}}{\dot{m}_{tubo}} \quad (4.8)$$

onde, Δp_{tubo} é a diferença de pressão estática entre o início e o final de um tubo e \dot{m}_{tubo} é a vazão mássica no tubo específico de análise. Estas variáveis são obtidas do modelo computacional, na etapa de pós-processamento.

A resistência para cada nível de ramificação é determinada pela associação das resistências de cada tubo em cada nível de ramificação

$$R_0 = R_{0A} \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_{1A}} + \frac{1}{R_{1B}} \quad (4.10)$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{2A}} + \frac{1}{R_{2B}} + \frac{1}{R_{2C}} + \frac{1}{R_{2D}} \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{3A}} + \frac{1}{R_{3B}} + \frac{1}{R_{3C}} + \frac{1}{R_{3D}} + \frac{1}{R_{3E}} + \frac{1}{R_{3F}} + \frac{1}{R_{3G}} + \frac{1}{R_{3H}} \quad (4.12)$$

onde, R é a resistência ao escoamento. Na composição da resistência equivalente por nível de ramificação o índice pode variar de 0 a 3 e informando respectivo nível, na resistência por tubo, esta é calculada conforme a Equação 4.8, sendo cada tubo identificado com o índice de dois caracteres 'N+L' e visualizado na Figura 4.1.

A resistência total é determinada por

$$R_T = R_0 + R_1 + R_2 + R_3 \quad (4.13)$$

Para uma melhor compreensão dos resultados e facilidade na comparação dos resultados é conveniente determinar algumas relações para avaliar os efeitos do escoamento na estrutura em forma de árvore.

A avaliação numérica da lei de Hess-Murray será verificada com a razão de resistências de Hess-Murray, sendo determinada por

$$HMR = \frac{R_T}{R_{aD=0,8}} \quad (4.14)$$

onde, HMR é a razão de resistências de Hess-Murray, R_T a resistência total ao escoamento definida como o somatório das resistências em cada nível de ramificação (Equação 4.13) e

$R_{aD=0,8}$ a resistência da estrutura em forma de árvore simulada numericamente e projetada conforme as relações geométricas $a_D = 0,80$.

A perda de carga adimensional pode ser obtida por meio do número de Euler que correlaciona as forças de pressão com as forças de inércia, descrevendo as perdas em um fluido em movimento, desta forma a mesma será expressa por

$$\Delta\tilde{p} = \frac{\rho A_{tubo} \Delta p}{\dot{m}} \quad (4.15)$$

onde, $\Delta\tilde{p}$ é a perda de carga adimensional, ou seja número de Euler, \dot{m} é a vazão mássica que entra no sistema e A_{tubo} é a área da seção transversal do tubo de entrada.

Para correlacionar as perdas lineares ocasionadas pelo o atrito do fluido com as paredes dos tubos e as perdas localizadas que são causadas pela a conexão dos tubos na bifurcação entre níveis, será adotado o índice de esbeltez ou *Svelteness* proposto no estudo desenvolvido por Wechsato et al., (2006), desta forma o índice de esbeltez é definido como a razão entre a escala de comprimento externa e interna

$$Sv = \frac{A^{1/2}}{V_T^{1/3}} \quad (4.16)$$

onde, Sv é o índice de esbeltez ou *Svelteness*, A área total ocupada pela a estrutura e V_T o volume total dos tubos na estrutura em forma de árvore (Equação 4.2).

Para identificar possíveis diferenças na distribuição da vazão mássica em cada um dos tubos da estrutura em forma de árvore, será adotada a mesma relação proposta no estudo numérico desenvolvido por Padran et al. (2020), a razão de divisão do escoamento, *FPR* (*flow partitioning ratio*), determinada por

$$FPR = \frac{\dot{m}_{tubo}}{\dot{m}} \quad (4.17)$$

onde, *FPR* é a razão de divisão do escoamento, \dot{m}_{tubo} é a vazão mássica que escoar em um tubo específico e \dot{m} é a vazão mássica que entra no sistema (Equação 4.5), ou seja a vazão mássica que flui ao longo do tubo 0A.

Visando a identificação e quantificação dos efeitos assimétricos, em uma estrutura em forma de árvore simétrica, os coeficientes de assimetria para cada nível de ramificação é determinado pelas equações

$$\alpha_1 = \left| \frac{\dot{m}_{1A} - \dot{m}_{1B}}{\dot{m}_{1A} + \dot{m}_{1B}} \right| \quad (4.18)$$

$$\alpha_2 = \left| \frac{(\dot{m}_{1A} + \dot{m}_{2C}) - (\dot{m}_{1B} + \dot{m}_{2D})}{\dot{m}_{2A} + \dot{m}_{2B} + \dot{m}_{2C} + \dot{m}_{2D}} \right| \quad (4.19)$$

$$\alpha_3 = \left| \frac{(\dot{m}_{3A} + \dot{m}_{3C} + \dot{m}_{3E} + \dot{m}_{3G}) - (\dot{m}_{3B} + \dot{m}_{3D} + \dot{m}_{3F} + \dot{m}_{3H})}{\dot{m}_{3A} + \dot{m}_{3B} + \dot{m}_{3C} + \dot{m}_{3D} + \dot{m}_{3E} + \dot{m}_{3F} + \dot{m}_{3G} + \dot{m}_{3H}} \right| \quad (4.20)$$

onde, α é o coeficiente de assimetria e o índice i pode variar de 0 a 3 informando o nível da ramificação, \dot{m} é a vazão mássica que escoar em um tubo específico que é identificado com o índice de dois caracteres 'N+L' e visualizado na Figura 4.1.

Assim como forma de quantificar os efeitos globais da assimetria, o coeficiente de assimetria total pode ser definido por

$$\alpha_T = \sum_{i=0}^3 \alpha_i \quad (4.21)$$

onde, α_T é o coeficiente total de assimetria

4.3 Equações Fundamentais

Um fluido newtoniano é definido como aquele que não apresenta qualquer tipo de memória, sendo puramente viscoso e tem viscosidade constante, exceto devido aos efeitos da temperatura e pressão. Suas propriedades não têm qualquer tipo de dependência do tempo ou do estado de deformação anterior.

Assim, o princípio de conservação de massa aplicado a um volume de controle, considerando o escoamento incompressível, ou seja, a sua massa específica do fluido é

independente tanto do espaço como do tempo, equação de conservação de massa pode ser reduzida à seguinte expressão:

$$\nabla \mathbf{v} = 0 \quad (4.22)$$

onde \mathbf{v} é o vetor velocidade.

Aplicando as hipóteses de Stokes, onde as componentes normais e cisalhantes no tensor deviatório são funções lineares da taxa de deformação, assumindo as condições de regime permanente, propriedades constantes e desconsiderando as forças de campo, a equação para quantidade de movimento, que descreve o escoamento de fluidos newtonianos do presente trabalho pode ser expressa por

$$\rho \mathbf{v}(\nabla \mathbf{v}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (4.23)$$

onde \mathbf{v} é o vetor velocidade.

As condições de contorno aplicadas na solução das equações 4.22 e 4.23 são:

i) na entrada do modelo

$$\begin{aligned} u &= u_0 \\ v &= 0 \\ w &= 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

ii) na saída do modelo

$$p = 0 \quad (4.25)$$

iii) nas superfícies das paredes

$$\mathbf{v} = 0 \quad (4.26)$$

ou seja, a condição de contorno de não deslizamento e não penetração é imposta.

4.4 Método do Design Construtal

O método *Design Construtal* vem sendo utilizado com frequência na busca de configurações que facilitem o acesso das correntes que fluem através dos sistemas de escoamento. Identificar as correntes e dar liberdade para que elas possam fluir mais facilmente, sujeitas as constantes locais ou globais, descobrindo como os sistemas podem evoluir na busca do melhor desempenho é a essência do *Design Construtal*. O método *Design Construtal*, aplicado ao estudo de fluido newtoniano, é apresentado através da Figura 4.3.

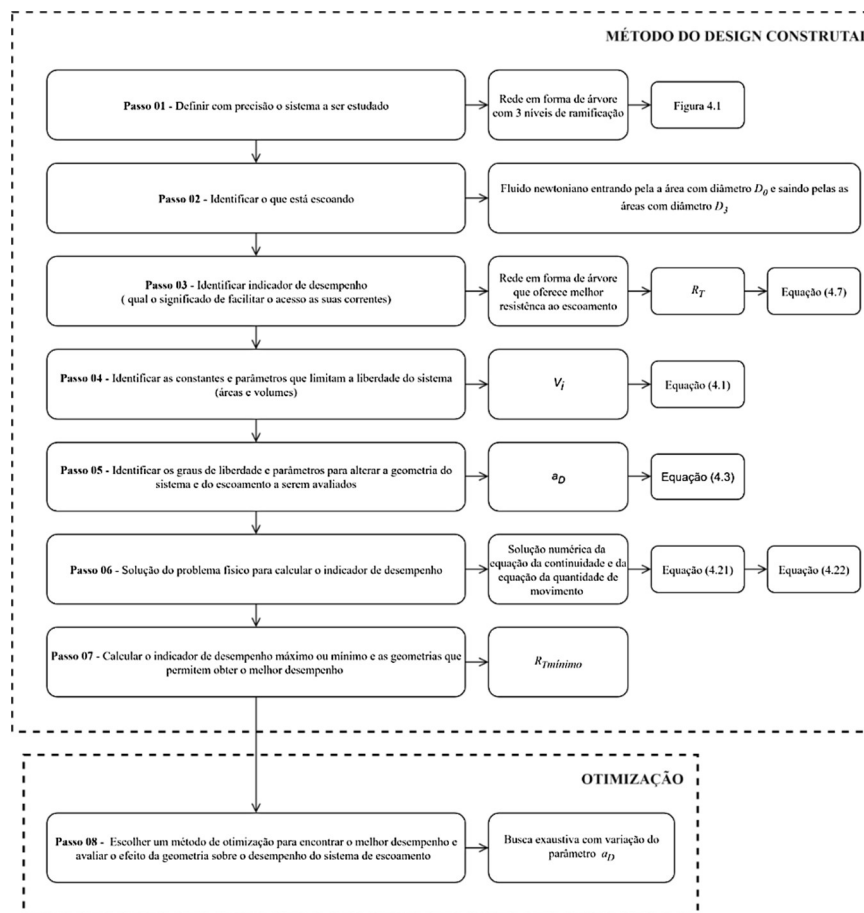


Figura 4.3 - Esquema da aplicação do Método *Design Construtal* para o escoamento de fluido newtoniano

4.5 Método de Otimização

O método de otimização da busca exaustiva é uma técnica de solução de problemas trivial, porém muito geral que consiste em enumerar todos os possíveis candidatos da solução e checar cada candidato para saber se ele satisfaz a função objetivo do problema. O método da busca exaustiva é tipicamente utilizado quando a simplicidade de implementação é mais

importante que a velocidade da solução. Este método também é útil como método de base para comparação de soluções com métodos de otimização mais complexos. Como desvantagem a quantidade de soluções cresce exponencialmente à medida que os parâmetros de entrada aumentam. Desta maneira, busca exaustiva é tipicamente usada quando o tamanho do problema é limitado, ou quando há estratégias específicas para a redução da coleção de possíveis soluções a um tamanho prático. O esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva, aplicado aos objetivos deste trabalho, é apresentado através da Figura 4.4. Com o objetivo de reduzir o tamanho da amostra e determinar os efeitos das variáveis sobre os resultados, adota-se um passo de 0,05 para a investigação do intervalo $0,60 \leq a_D \leq 0,85$ e um passo de 0,15 para a investigação do intervalo $0,85 \leq a_D \leq 1,00$.

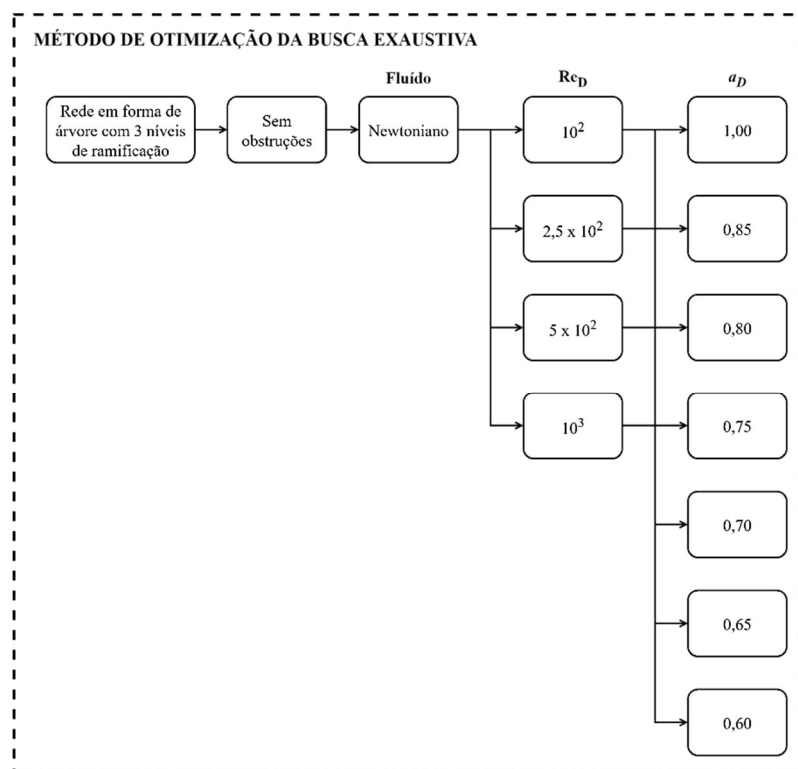


Figura 4.4 - Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva.

4.6 Modelo Numérico

Para obter a solução numérica de um problema, suas leis governantes devem ser expressas de forma algébrica [Patankar, 1980]. O modelo numérico aplicado na solução do problema proposto, consiste na aproximação do modelo por volumes finitos. Este tem sido a

metodologia mais empregada para a construção dos códigos CFD, disponíveis nos softwares comerciais, principalmente os que atendem as aplicações para a solução de problemas industriais [Maliska, 2004].

Pesquisas e estudos que utilizam a modelagem computacional como ferramenta para a obtenção de soluções e respostas, normalmente, se dividem em três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

No pré-processamento, tem-se a introdução do modelo matemático do problema físico no programa de CFD e a subsequente transformação destas informações em uma forma adequada para a solução do problema a ser estudado. Assim o pré-processamento é responsável pelos seguintes procedimentos: discretização do modelo geométrico (malha), seleção das equações de conservação, parametrização das propriedades fluidodinâmicas, especificação das condições iniciais e de contorno e determinação dos critérios de convergência.

No processamento, são resolvidas as equações que compõe o modelo do problema, através de um método numérico para a obtenção da solução das equações diferenciais que constituem o problema físico. Os métodos de solução, usualmente, seguem os seguintes passos: aproximação das variáveis de fluxo desconhecidas através de funções simplificadas, discretização das equações presentes no problema e solução das equações algébricas.

No pós-processamento, são coletados e analisados os resultados obtidos após a solução numérica. A análise dos dados pela plotagem de gráficos e topologias é frequentemente utilizada como forma de verificação da solução numérica, pela facilidade de observar o comportamento das variáveis de interesse no domínio computacional.

A condição de contorno de entrada é parametrizada como *mass flow inlet*, onde é possível especificar a vazão mássica, permitindo que a pressão total varie em resposta à solução. A condição de contorno de saída é parametrizada como *pressure outlet*, definida a pressão estática como zero em todas as saídas. Esta condição de contorno é utilizada para modelar a saída baseada na pressão estática do escoamento. Desta forma, os valores de velocidade são calculados a partir do interior do domínio com os gradientes das quantidades fixadas no valor zero.

A condição de contorno das superfícies dos tubos foi selecionada como *wall* com a condição de não deslizamento.

A solução das equações para a conservação da massa e da quantidade de movimento será através da solução acoplada, juntamente com a formulação *Pressure-Based* a qual é

aplicada para escoamentos de fluidos incompressíveis de baixa velocidade e o modelo de viscosidade laminar.

O acoplamento pressão-velocidade utiliza o algoritmo *SIMPLE* (*Semi IMplicit Linked Equations*) com os fatores de sub-relaxamento. O algoritmo *SIMPLE* usa uma relação de correção entre a velocidade e a pressão, garantindo que a conservação de massa é satisfeita. Neste trabalho, os fatores de sub-relaxamento, ajustados para a convergência da solução, foram parametrizados em 0,3 para a pressão, 1,0 para a densidade, 1,0 para as forças de campo e 0,7 para a quantidade de movimento.

Na discretização espacial das equações de transporte, o método *Green Gauss Node Based* é utilizado para a discretização dos gradientes, o esquema *Second Order* foi utilizado para a discretização da pressão e o esquema *Second Order Upwind* para a discretização dos termos advectivos.

As soluções numéricas foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa e quantidade de movimento nas direções x , y e z foram inferiores a 10^{-6} para todas as equações.

4.7 Discretização do domínio

A malha foi parametrizada para manter a proporcionalidade entre os tamanhos das células e os diâmetros dos tubos. A configuração tem um total aproximado de 2.788.063 a 5.526.358 células hexaédricas e com 10 camadas de células hexaédricas na parede do tubo, estas são necessárias para a exatidão o domínio computacional. O método *Grid Convergence Index* (*GCI*), de Roache (1997) e Celik et al. (2008), é aplicado para verificar a incerteza da malha. Este método é útil para calcular e relatar estimativas de erro de discretização em estudos de experimentação numérica com o uso de CFD onde os dados experimentais não estão disponíveis.

Para o teste de qualidade de malha, foi utilizada uma estrutura em forma de árvore com paredes impermeáveis e relação entre diâmetros variando entre 1,0 e 0,6. O escoamento é parametrizado com número de Reynolds igual a 10^3 e fluido newtoniano com propriedades $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Os resultados para a análise da qualidade da malha estão apresentados na Tab. 4.1.

Tabela 4.1 - Teste de Qualidade de Malha para $Re_D = 10^3$

a_D	1,00	0,85	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60
$\Delta\tilde{p}_{N1}$	0,496	0,766	1,149	2,940	6,326	17,939	72,258
$\Delta\tilde{p}_{N2}$	0,497	0,765	1,148	2,940	6,325	17,931	72,312
$\Delta\tilde{p}_{N3}$	0,470	0,740	1,134	2,924	6,383	18,441	95,718
$N1$	3057373	4293700	4589896	4614600	5290137	5591224	6307040
$N2$	2788063	3873024	4117050	4109958	4691485	4926738	5526358
$N3$	531438	762199	837684	859554	973490	1093821	1303078
GCI	2,06%	0,39%	0,52%	0,11%	0,34%	0,75%	1,22%

É importante observar que, com base na experiência e não na derivação formal, um valor máximo de GCI de 5% é considerado aceitável para este método. Observe que a geometria com menor razão de diâmetro e maior Re_D é o principal marcador de qualidade para o estudo do índice de convergência de malha (GCI) aplicado a uma rede dendrítica, pois requer células suficientemente pequenas e bem distribuídas para a convergência do modelo numérico. Vale notar que o número de células diminui à medida que a_D aumenta. Este fato é justificado devido ao aumento da área lateral dos tubos nos níveis de rede 1, 2 e 3 à medida que a_D diminui (Eq. 1 a 3).

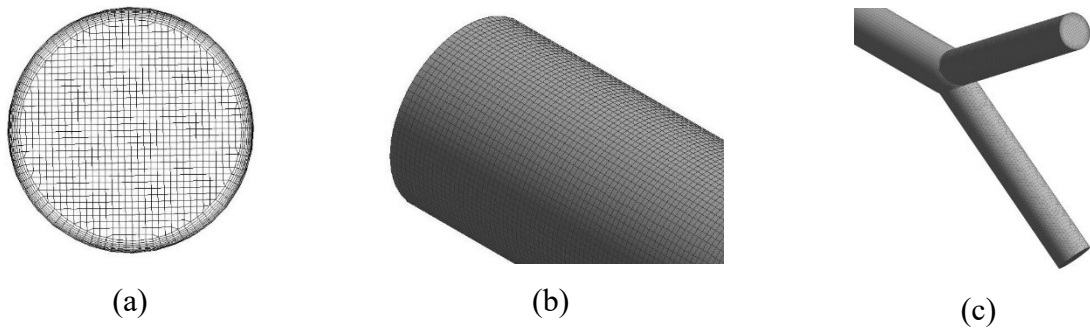


Figura 4.5 - Malha adotada para o conjunto de simulações: (a) detalhe da camada prismática no tubo 0A, (b) parede do tubo de entrada 0A e (c) tubos de saída 2B, 3C e 3D.

4.8 Verificação do Modelo Matemático e Numérico

Para a verificação do modelo matemático e numérico proposto foi realizada a comparação dos resultados com dois estudos que desenvolveram a investigação numérica 3D do escoamento em bifurcação com duas gerações. Visto que os estudos utilizados para a

comparação possuem menos níveis de ramificação, ou seja, uma estrutura com 4 saídas, e o modelo aplicado neste estudo possui 8 saídas, foi necessário adaptar geometricamente o modelo atual para obter a maior equivalência possível com os modelos de verificação. Para isto foi suprimido o terceiro nível de ramificação sem alterar as dimensões do modelo ou parametrização da malha. A Figura 4.6 apresenta as geometrias das redes em forma de árvore utilizadas para comparação do modelo computacional e os parâmetros dimensionais estão apresentados na Tab. 4.2.

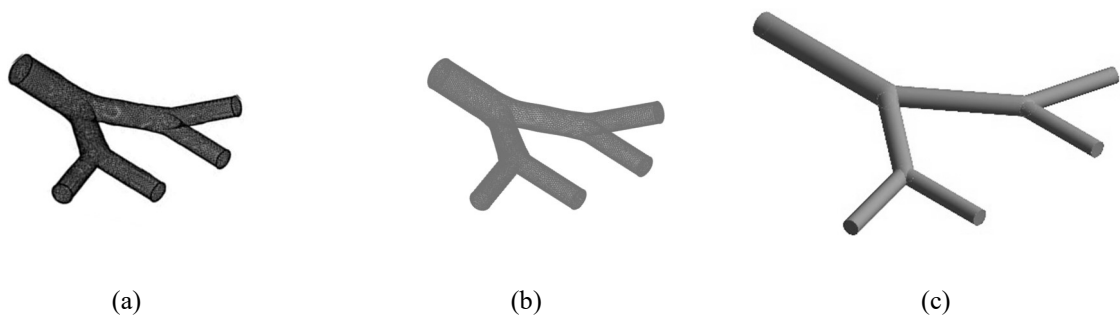


Figura 4.6 - Geometrias utilizadas para verificação do modelo computacional, (a) adaptado de Zhang et al. (2002), (b) adaptado de Y. Liu et al. (2002) e (c) modelo atual adaptado.

Tabela 4.2 – Relações geométricas para verificação do modelo computacional

a_D	C. H. Zhang et. al (2002)	Y. Liu et. al (2002)	Modelo adaptado com dois níveis de ramificação
L_0	0,0107	0,0107	0,1000
L_1	0,0090	0,0090	0,0781
L_2	0,0076	0,0076	0,0610
D_0	0,0035	0,0035	0,0150
D_1	0,0028	0,0028	0,0120
D_2	0,0023	0,0023	0,0096
L_0/D_0	3,01	3,01	6,67
L_1/D_1	3,21	3,21	6,51
L_2/D_2	3,30	3,30	6,36
θ	70°	70°	75°
a_D	0,78	0,78	0,80

Na Figura 4.7 é possível identificar que todas as curvas têm a mesma tendência de aumentar a pressão dimensional à medida que o número de Reynolds é aumentado. Também é possível observar que há uma diferença na ordem de grandeza das curvas neste trabalho com

os trabalhos de Zhang et al. (2002) e Y. Liu et al. (2002). Os estudos utilizaram fluido newtoniano com mesmas propriedades $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Apropriando-se das informações apresentadas na Tabela 4.2, observa-se uma relação semelhante a_D , porém os comprimentos do estudo atual são praticamente o dobro e os diâmetros são praticamente quadruplicados, o que justifica o modelo aplicado neste estudo ter uma maior perda de carga.

Para esta comparação foi utilizada a queda de pressão dimensional (ΔP^*) para uma entrada de velocidade uniforme, proposta por Zhang et al. (2002) expressa por

$$\Delta P^* = 0,00134 \cdot Re_D^{1,387} \quad (4.27)$$

onde, ΔP^* é a queda de pressão dimensional (Pa), Re_D é o número de Reynolds entre os limites $200 < Re_D < 1600$.

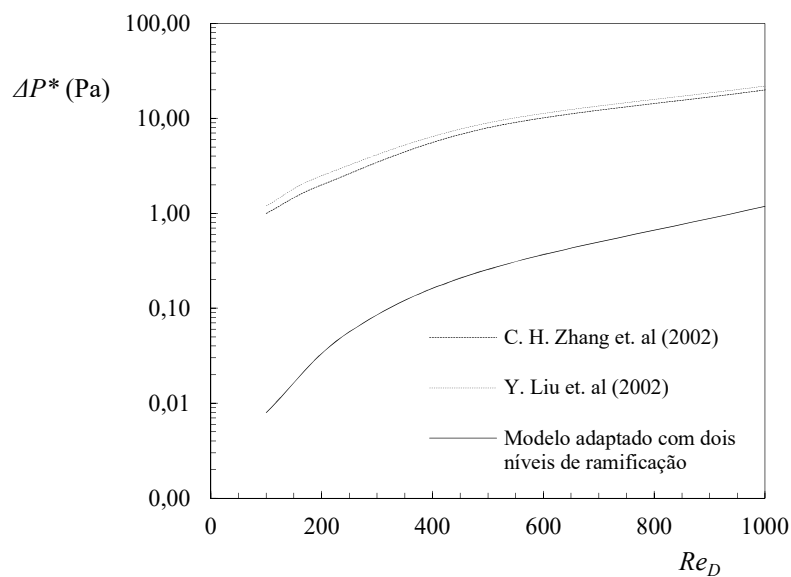


Figura 4.7 - Verificação do modelo computacional para o escoamento de fluido newtoniano através dos modelos de Zhang et al. (2002) e Y. Liu et al. (2002)

Outro ponto de verificação do modelo matemático e numérico proposto foi a comparação da estrutura com 3 níveis de ramificação (Figura 4.1) com o escoamento modelado de forma ideal utilizando o escoamento de Hagen - Poiseuille, conforme equação

$$\Delta p_A = \frac{64 L_0}{Re_D D_0} \frac{1 - \left(\frac{a_L}{a_D}\right)^{i+1}}{1 - \frac{a_L}{a_D^4}} \frac{\rho u_0^2}{2} \quad (4.28)$$

onde, Δp_A é perda de carga analítica, onde estão consideradas apenas as perdas lineares, Re_D o número de Reynolds, ρ a massa específica, a_D a razão entre os diâmetros, a_L a razão entre os comprimentos, u_0 a velocidade desenvolvida no duto principal, D_0 e L_0 são respectivamente o diâmetro e o comprimento do tubo de entrada, ou seja no tubo 0A.

Através da comparação da perda de carga total, é possível validar o modelo matemático e numérico proposto para o escoamento na estrutura complexa em forma de árvore com 3 níveis de bifurcação e escoamento parametrizado com $Re_D = 10^3$ e os resultados estão apresentados na Tab. 4.3. Os parâmetros utilizados para a validação constam nos anexos deste trabalho.

Tabela 4.3 - Validação do modelo numérico, $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

a_D	Sv	Resultados analítico	Resultado numérico	$\varepsilon = \left \frac{\Delta p_A - \Delta p}{\Delta p} \right $
		Δp_A (Pa)	Δp (Pa)	
1	3,62	0,070	0,297	0,225
0,85	5,52	0,238	0,364	0,345
0,80	6,61	0,501	0,764	0,344
0,75	8,11	1,259	1,941	0,352
0,70	10,27	3,720	5,804	0,359
0,65	13,49	12,750	20,111	0,366
0,60	18,52	50,460	83,897	0,399

A queda de pressão apresentada no modelo numérico é superior ao modelo analítico proposto. Esta diferença é atribuída à maior precisão do modelo numérico que contempla, além das perdas lineares, as perdas localizadas nas bifurcações, que aparentemente são mais significativas para $a_D < 0,80$ e a medida que a razão a_D diminui e a estrutura se torna mais esbelta. Observando a tendência e sobreposição dos resultados do modelo analítico simplificado equacionado conforme escoamento de Hagen Poiseuille, conclui-se que o modelo numérico proposto é robusto, conforme se verifica na da Figura 4.8.

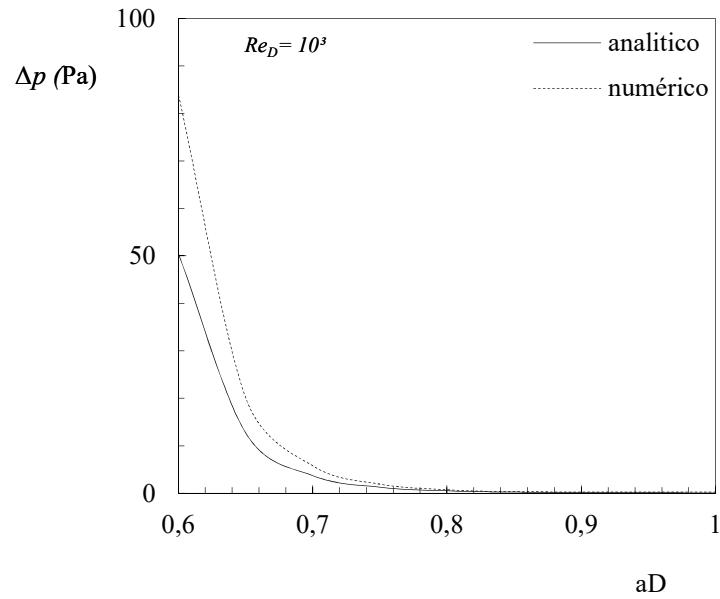


Figura 4.8 - Comparação entre o modelo numérico e analítico ideal para uma rede de escoamento com três níveis de bifurcação.

4.9 Resultados e Discussões

Os campos de velocidade e pressão foram resolvidos com o objetivo de determinar a estrutura simétrica em forma de árvore com três níveis de ramificação, que apresenta a menor resistência ao escoamento, ou seja, ela conduz a maximização da distribuição do escoamento.

Na estrutura simétrica em forma de árvore com três níveis de ramificação, a razão entre os diâmetros a_D foi estudada de acordo com o intervalo $0,6 \leq a_D \leq 1$. O índice de esbeltez é uma função da relação de diâmetros adotada e está entre o intervalo $3,62 \leq Sv \leq 18,52$, de forma que estas geometrias são caracterizadas de forma geral por serem pouco esbeltas. Para todas as configurações geométricas foram simulados diferentes valores de vazão mássica, os quais são determinados pelo número de Reynolds no intervalo $10^2 \leq Re_D \leq 10^3$.

Na Figura 4.9, apresenta-se a distribuição da pressão estática ao longo da estrutura em forma de árvore com três níveis de ramificação.

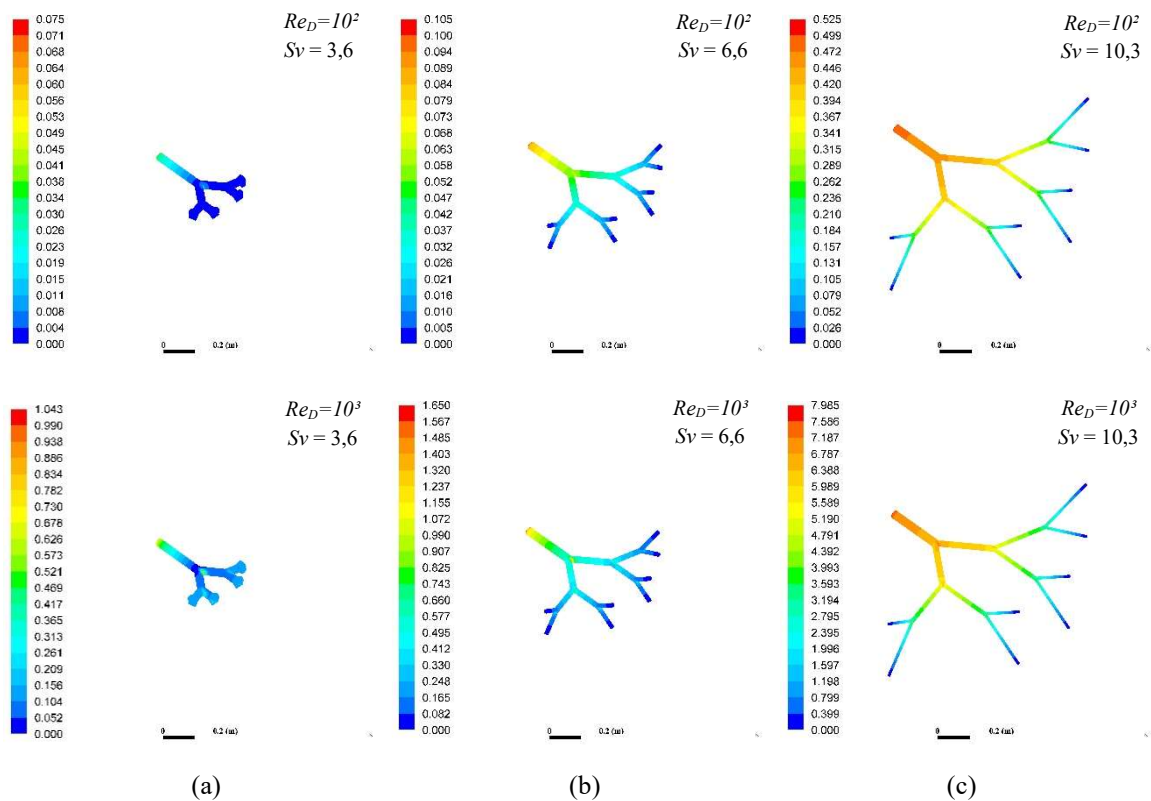


Figura 4.9 - Campo de pressão estática, escoamento livre, escoamento de fluido newtoniano, relação de diâmetros (a_D) igual a (a) 1,00 (b) 0,80 e (c) 0,70

É possível observar qualitativamente que, conforme ocorre a redução da razão de diâmetros, ocorre o incremento da queda de pressão total do modelo, esta mesma tendência é verificada com incremento do número de Reynolds e o incremento do índice de esbeltez.

Analisando os gradientes de pressão ao longo das estruturas, destaca-se que para $a_D = 1,00$ o gradiente de pressão é mais significativo no nível de ramificação zero, enquanto para $a_D = 0,70$ o gradiente de pressão é mais significativo no nível de ramificação 3. Na estrutura com $a_D = 0,80$ ocorre a distribuição mais homogênea dos gradientes.

Levando em consideração as premissas da lei Construtal, a geometria com razão $a_D = 1,00$, apesar de apresentar o menor o incremento da queda de pressão total do modelo, conceitualmente é a estrutura que mais se afasta do propósito sistemas de escoamento que envolvem correntes, que é deslocar o fluido de um ponto à uma área ou vice-versa, visto a reduzida dimensão dos tubos dos maiores níveis de ramificação.

Na Figura 4.10 é possível identificar as zonas de separação em todos os ramos ao longo da estrutura dendrítica. No perfil de velocidade estas são caracterizadas por regiões de

baixíssima velocidade próximas à parede que se estendem até a região central do tubo. Elas tendem a estar localizadas na parede oposta de onde ocorre o ponto de estagnação do escoamento na bifurcação. Como esperado, quanto maior o Re_D , maior a região de recirculação próxima às paredes na divisão do escoamento.

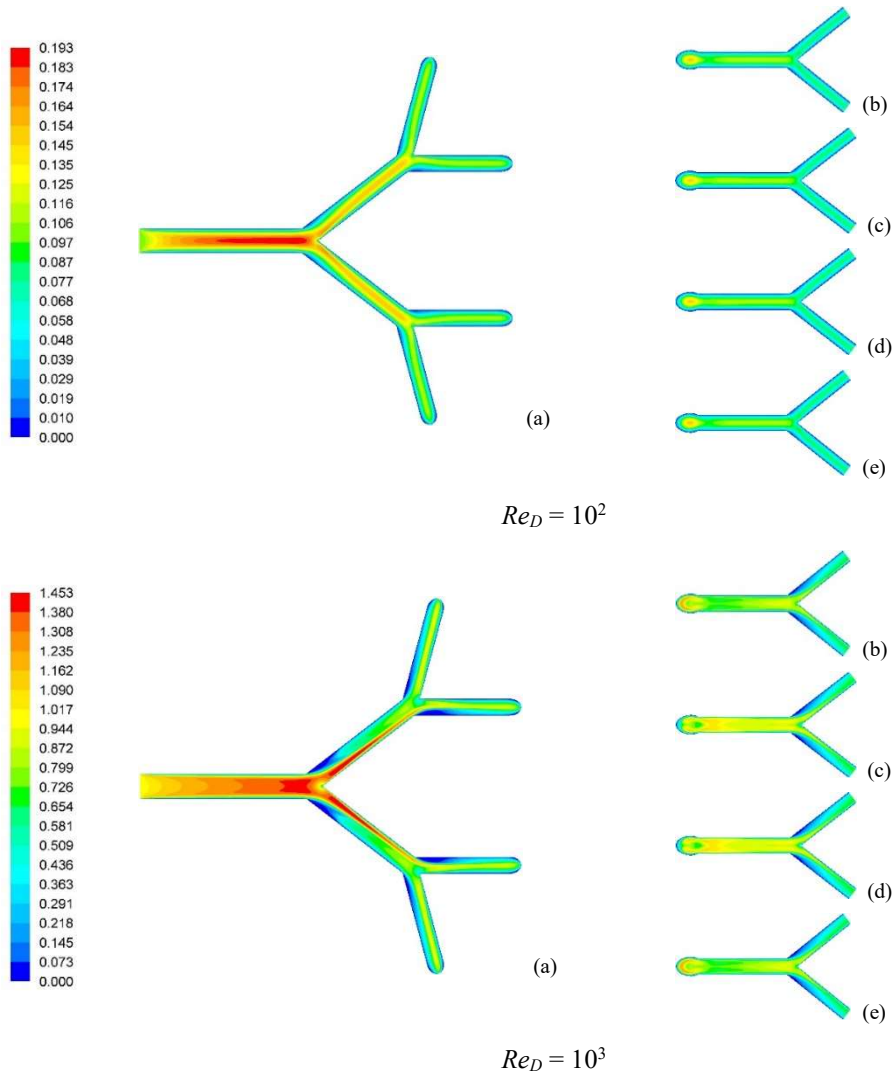


Figura 4.10 - Campo de velocidades, $a_D = 0,80$: no plano central xz (a) 0A, 1B, 1B, 2A, 2B, 2C, 2D, no plano central yz tubos (b) 2A, 3A, 3B, (c) 2B, 3C, 3D, (d) 2C, 3E, 3F e (e) 2D, 3G, 3H, 3H ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$)

Outra observação é a simetria do campo de velocidade, na região da divisão do escoamento. No ramo do nível 0 ao nível 1, há um campo simétrico, no ramo do nível 1 ao nível 2, há um campo assimétrico e no ramo do nível 2 ao nível 3 um campo simétrico. Nos ramos filhos do mesmo

nível existem diferenças e não são simétricas. Isso fica bastante claro quando observamos os ramos do nível 2 ao nível 3, onde aqueles localizados no caminho periférico são diferentes do caminho central.

Observações semelhantes são mostradas nas Figuras 4.11, onde podemos identificar mais facilmente a região de recirculação próxima à parede e a assimetria na região de bifurcação, onde as diferenças na distribuição do campo de pressão estática são destacadas quando o fluido escoava do nível 2 para o nível 3.

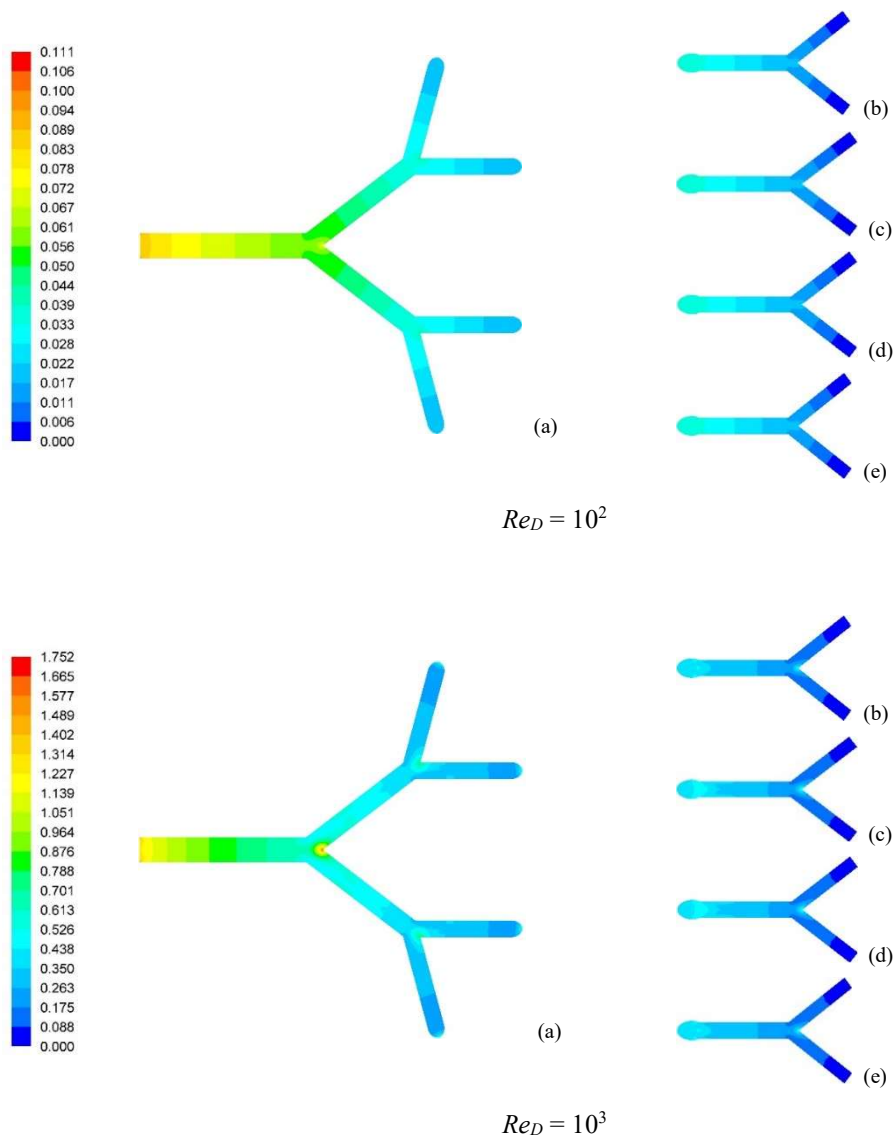


Figura 4.11 - Campo pressão estática, $a_D = 0,80$: no plano central xz (a) 0A, 1B, 1B, 2A, 2B, 2C, 2D, no plano central yz tubos (b) 2A, 3A, 3B, (c) 2B, 3C, 3D, (d) 2C, 3E, 3F e (e) 2D, 3G, 3H, 3H ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$)

As resistências das estruturas em forma de árvore com três níveis de ramificação são calculadas e comparadas com a resistência de uma rede projetada usando a lei de Hess-Murray (Equação 4.14). Os resultados são apresentados na Figura 4.12, em função da razão de diâmetros e número de Reynolds.

Observa-se que valores de $a_D < 2^{-1/3}$ obtém resultados de $HMR > 1$ e para valores de $a_D > 2^{-1/3}$ obtém resultados de $HMR < 1$. Isso significa que quando $a_D > 2^{-1/3}$, a resistência da rede é menor que a de uma rede construída usando o fator de redução homotética $a_D = 2^{-1/3}$, ou seja, lei de Hess-Murray. Também é possível observar que as curvas apresentam o ponto de mínimo em $a_D = 1$.

Estes fatos estão associados à restrição geométrica do modelo (Equação 4.1), onde o comprimento (L) diminui à medida que a_D aumenta. Fica evidente ao inspecionar a Figura 4.9 onde os comprimentos dos tubos reduzem para $a_D > 2^{-1/3}$ e aumentam para $a_D < 2^{-1/3}$.

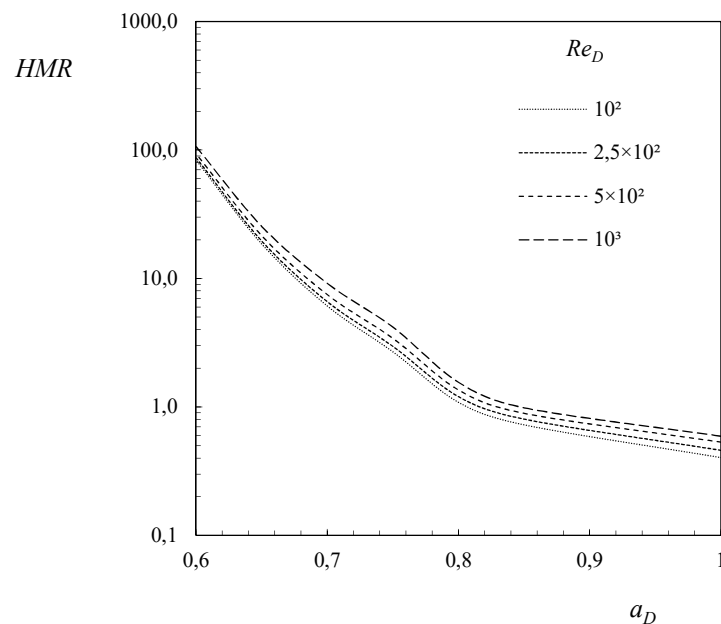


Figura 4.12 - Razão de resistências (Equação 4.14) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds

As perdas de carga adimensional, obtidas por meio do número de Euler (Equação 4.15), são apresentadas na Figura 4.13, em função da razão de diâmetros e número de Reynolds.

Os resultados mostram que o número de Euler aumenta conforme o número de Reynolds diminui. Além disso, o $\Delta\tilde{p}$ diminui conforme aumenta a razão de diâmetros, especialmente para

$a_D < 2^{-1/3}$. Seguindo o pensamento que o número de Euler representa a razão das forças de pressão para as forças de inércia, isso significa que um aumento significativo nas forças de inércia (em relação às forças de pressão) ocorre à medida que a_D aumenta, mas que esse incremento não é tão significativo para $a_D > 2^{-1/3}$.

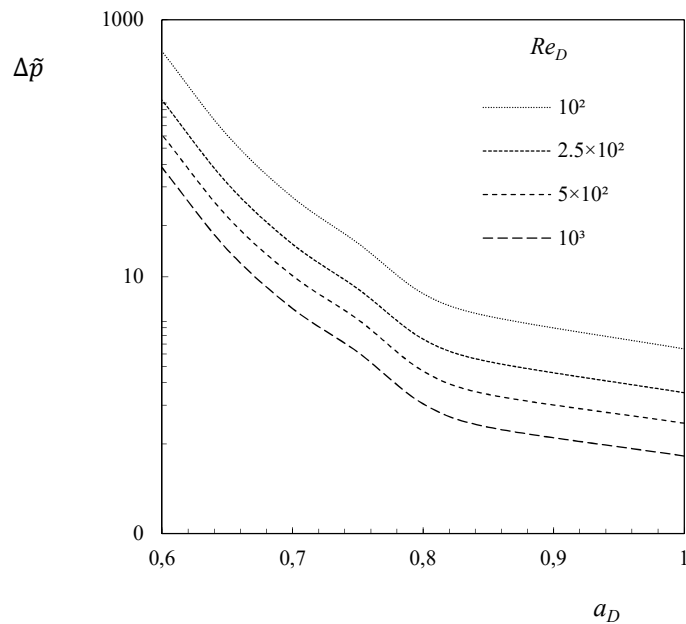


Figura 4.13 - Número de Euler (Equação 4.15) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds

Através da Figura 4.14, pode-se visualizar a distribuição da resistência em cada nível de ramificação em função da razão de diâmetros (a_D). Observa-se que para as relações de diâmetros 0,75 e 0,80 ocorre a distribuição homogênea da resistência ao escoamento entre todos os níveis de ramificação. Para números de Reynolds mais baixos, ou seja, $Re_D = 10^2$ e $2,5 \times 10^2$ as estruturas em forma de árvore com $a_D = 0,80$ têm a distribuição mais homogênea, enquanto redes com $a_D = 0,75$ têm melhor homogeneidade da distribuição de resistência para números de Reynolds mais elevados, ou seja, $Re_D = 5 \times 10^2$ e 10^3 . Observa-se, também, que o nível de ramificação 0 tem a maior resistência do escoamento para $a_D > 0,8$ e o nível de ramificação 3 para $a_D < 0,8$. Para os níveis de ramificação 0 e 1, a resistência adimensional aumenta com a_D , enquanto para os níveis de ramificação 2 e 3, diminui com a_D . A partir do exame apurado da Figura 4.14, é possível observar que o perfil de resistência apresentado pelos níveis de ramificação de 0 a 3 é independente do número de Reynolds.

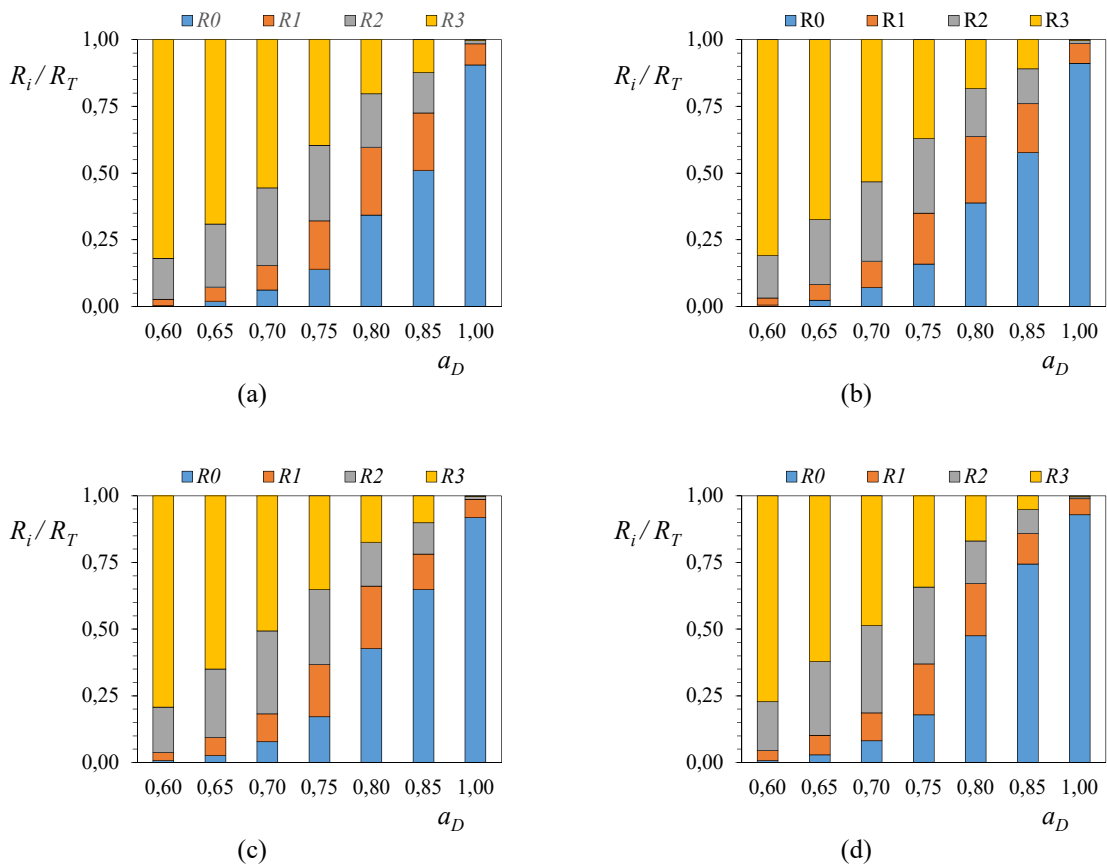


Figura 4.14 - Razão de resistências (R_i/R_T) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds (Re_D) igual (a) 10^2 , (b) $2,5 \times 10^2$, (c) 5×10^2 e (d) 10^3

Inicialmente, a assimetria do escoamento identificada na Figura 4.10 foi analisada sob dois pontos de vista, a vazão mássica transportada em cada um dos tubos e as diferenças entre o escoamento transportado pelos tubos filhos em cada nível de ramificação.

A Figura 4.15 mostra a vazão mássica adimensional que é transportada por cada tubo de acordo com a Equação 4.17. Ressalta-se que a assimetria do escoamento é dependente não apenas do número de Reynolds e da razão de diâmetro, mas também do nível de ramificação. Esta figura também mostra que os tubos localizados no segundo nível de bifurcação mais distante das margens apresentam a maior assimetria do escoamento, especialmente para $a_D > 0,70$ e $Re_D > 2,5 \times 10^2$. Relevantemente existem conexões entre o valor do índice de esbeltez e a presença da assimetria no escoamento. Assim, pode-se verificar que, para uma maior esbeltez, interliga-se um escoamento menos assimétrico entre os tubos filhos.

Examina-se a localização dos tubos na estrutura em forma de árvore, como um primeiro esforço para encontrar uma razão, ou causa, para as assimetrias observadas. Os tubos 2B e 2C,

alinhados com 0A, possuem um *FPR* maior, comparados aos tubos 2A e 2D, não alinhados com 0A. Observa-se, ainda, que a vazão mássica é maior em tubos alinhados. Isso significa que os tubos centrais transportam uma maior vazão mássica do que os tubos periféricos e isso pode ser resumido no princípio de escoamento: "O tubo no nível i , tubo que está alinhado com o nível do tubo $i-2$, transporta mais fluido do que o tubo no nível i , tubo que não está alinhado com um tubo no nível $i-2$ ". Esta simples observação concorda com os resultados obtidos por Andrade Jr. et al., 1998, Pradhan, et al., 2020 e Pepe et al., 2017.

Ainda em um esforço para identificar as diferenças no transporte de fluido pelos tubos em cada nível de ramificação, os coeficientes de assimetria (Equação 4.18 a 4.20) foram calculados para expressar as variações da vazão mássica conforme mostrados Figura 4.16.

De forma geral, o índice de assimetria (α) aumenta conjuntamente com o incremento da relação de diâmetros dos tubos filhos com os tubos pais. Também, se verifica que o índice de assimetria não é muito influenciado pelo número de Reynolds.

Concatenando para unir resultados e tendências apresentadas nas Figuras 4.15 e 4.16, o alinhamento entre os tubos no nível i com $i-2$ explica porque o coeficiente de assimetria é maior para o segundo nível de tubos de ramificação. O coeficiente de assimetria para o primeiro e terceiro níveis são praticamente semelhantes.

Avalia-se, ainda, como a esbeltez afeta a variação do escoamento de fluido ao longo da estrutura em forma de árvore. A Figura 4.17 apresenta, inequivocamente, como o índice de esbeltez está associado com o índice de assimetria da vazão mássica (α_T). A redução da assimetria no escoamento de fluido através da estrutura em forma de árvore é o resultado do incremento da esbeltez. Além disso, é importante notar que o coeficiente α_T aumenta com o número de Reynolds.

Verifica-se que os resultados da tendência geral da Figura 4.14 concordam com resultados de outros autores e os resultados das Figuras 4.15 a 4.17 trouxeram a luz novas correlações. Entretanto, conforme visto na revisão bibliográfica, face a escassez de trabalhos que abordam a distribuição assimétrica do escoamento em uma estrutura simétrica, este assunto será aprofundado no capítulo 5 desta tese, com o intuito de confrontar o princípio genérico dos alinhamentos entre tubos, bem como verificar outras possíveis influências que por ventura possam contribuir para tal fenômeno.

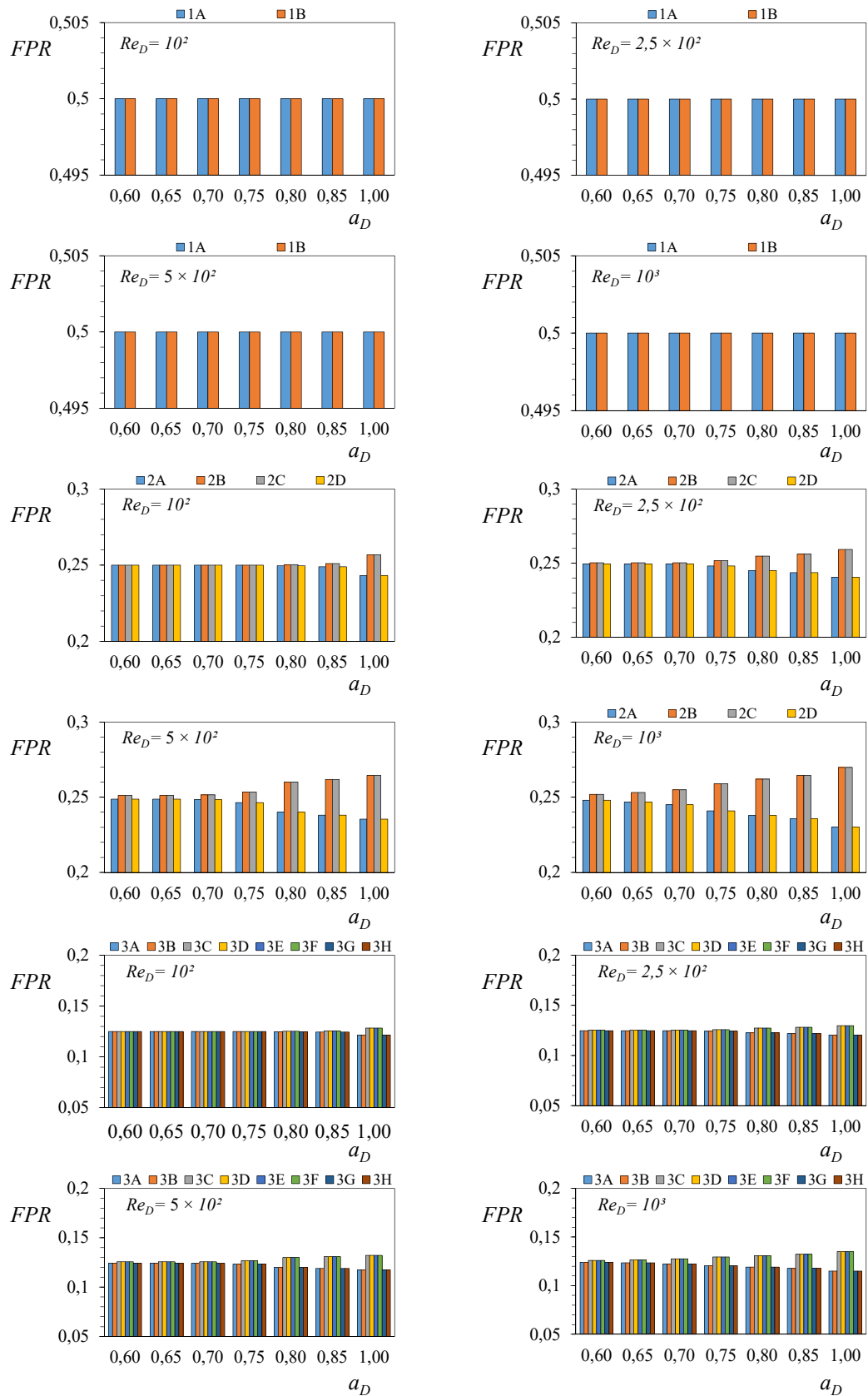


Figura 4.15 - Razão de divisão do escoamento (Equação 4.17) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds

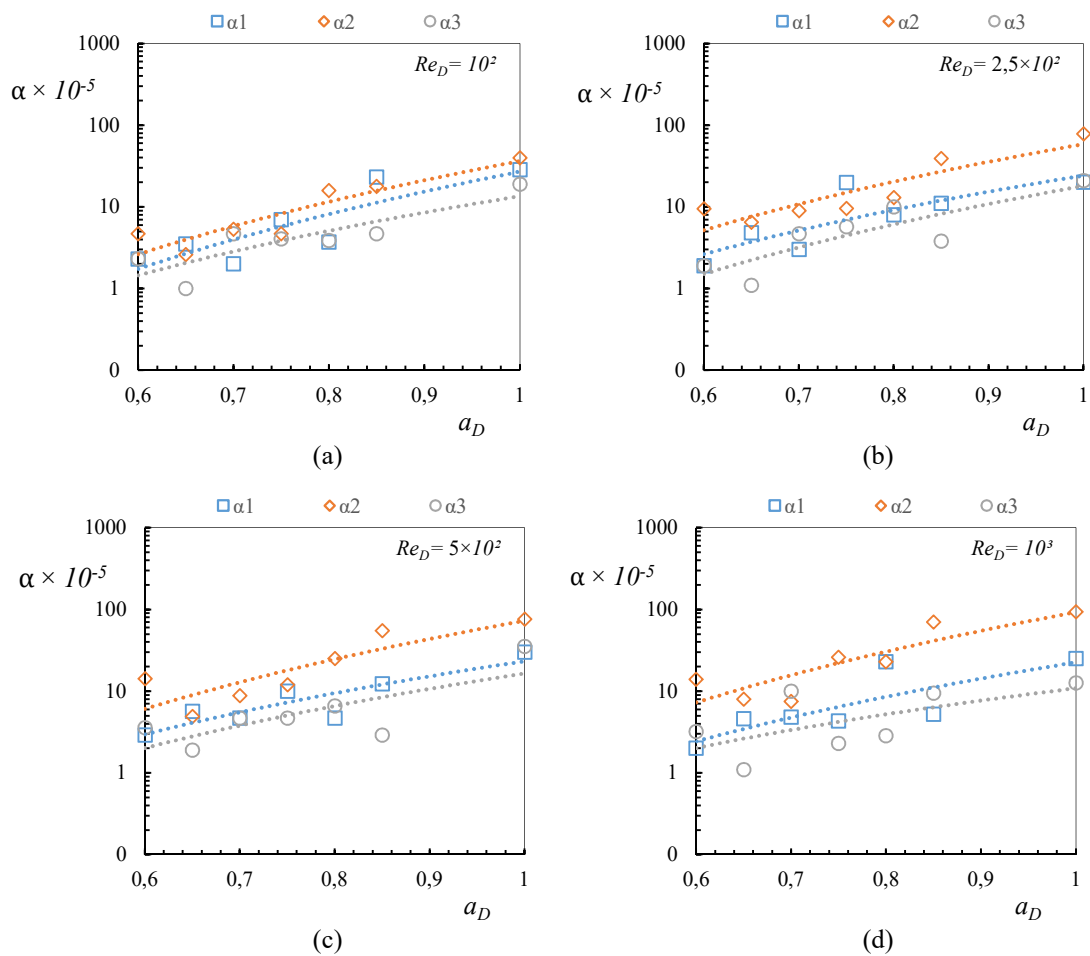


Figura 4.16 - Coeficiente de assimetria (Equações 4.18 a 4.20) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds (Re_D) igual (a) 10^2 , (b) $2,5 \times 10^2$, (c) 5×10^2 e (d) 10^3

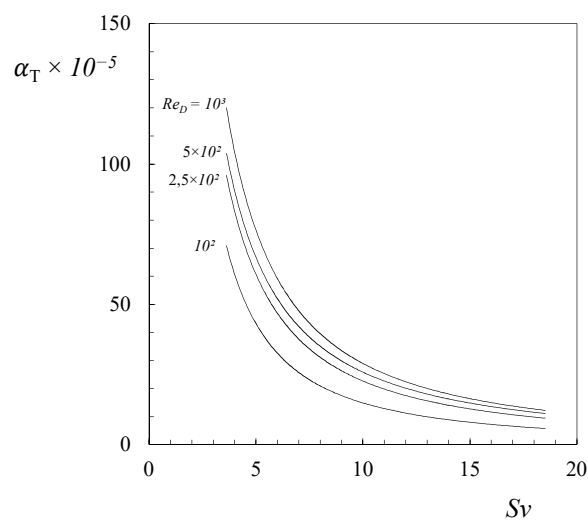


Figura 4.17 - Coeficiente de assimetria total (Equação 4.21) em função do coeficiente de esbeltez e número de Reynolds

Após as abordagens iniciais aplicadas na tentativa de identificar as causas da assimetria do escoamento, uma terceira abordagem foi desenvolvida. A avaliação dos caminhos percorridos pelo o fluido na estrutura em forma de árvore, o que maximizou disponibilidade, composto pelos tubos 0A, 1A, 2A e 3A, e o que minimizou a disponibilidade, composto por 0A, 1A, 2B e 3C, conforme identificado na Figura 4.18.

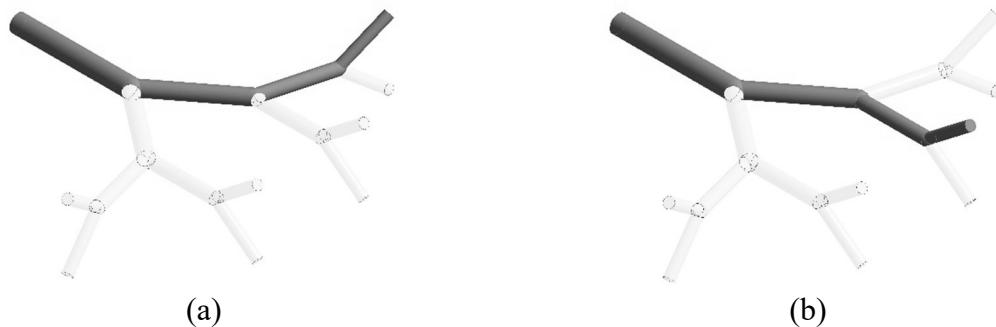


Figura 4.18 - Representação esquemática de um caminho, (a) caminho a formado pelos os tubos 0A, 1A, 2A, 3A e (b) caminho b formado pelos os tubos 0A, 1A, 2B, 3C

As perdas de carga adimensionais obtidas por meio do número de Euler (Equação 4.15) em função da distância adimensional (L_T/D_0), onde L_T é a soma dos comprimentos dos tubos ao longo do caminho e D_0 é o diâmetro do tubo de entrada, são apresentados na Figura 4.19.

Para o menor número de Reynolds estudado e esbeltez elevada, praticamente não há diferenças entre o número de Euler calculado para o caminho a e o caminho b. No entanto, para o maior número de Reynolds e esbeltez baixa, notam-se diferenças, apontadas no intervalo L_T/D_0 entre 12 e 17. Pode-se associar que este efeito é causado pelas perdas localizadas nas junções que são mais significativas para a baixa esbeltez e o alinhamento dos tubos do nível i para $i-2$.

Desta maneira, o fácil acesso do escoamento e a esbeltez podem estar associados a perda de pressão. Uma rede de escoamento com maior esbeltez tem menos perdas localizadas, e essas perdas são muito menores do que as perdas por atrito. Ambos os tipos de perdas foram calculados. Para isso, assumindo que o ponto inicial da bifurcação é $0,95 \times L_{i-1}$ e o ponto final da bifurcação é $0,05 \times L_i$. Evocando a resistência ao escoamento calculada pela Equação 4.8, o resumo das perdas localizadas e perdas por atrito estão apresentados na Tab. 4.4.

Tabela 4.4 - Perdas por atrito e localizadas para $Re_D = 10^3$

a_D	0.8		0.7		0.6	
Sv	6.61		10.27		18.52	
Caminho	a	b	a	b	a	b
$\Sigma R_{\text{atrito}} / R_{\text{caminho}}$	0,930	0,929	0,939	0,938	0,948	0,947
$\Sigma R_{\text{localizada}} / R_{\text{caminho}}$	0,070	0,072	0,060	0,062	0,051	0,053
$\Sigma R_{\text{localizada}} / \Sigma R_{\text{atrito}}$	0,075	0,078	0,064	0,066	0,054	0,056

À medida que a esbeltez aumenta, também aumenta a razão entre perdas localizadas e por atrito. Destaca-se que a relação perda por atrito sobre perda total do caminho é praticamente independente da esbeltez. Em resumo, um aumento na esbeltez produz uma árvore que se torna mais fina, ou seja, esbelta, e assim as perdas nas junções apresentam um efeito menor sobre a geometria. Estes resultados e pensamentos concordam com Wechsato et al., 2006.

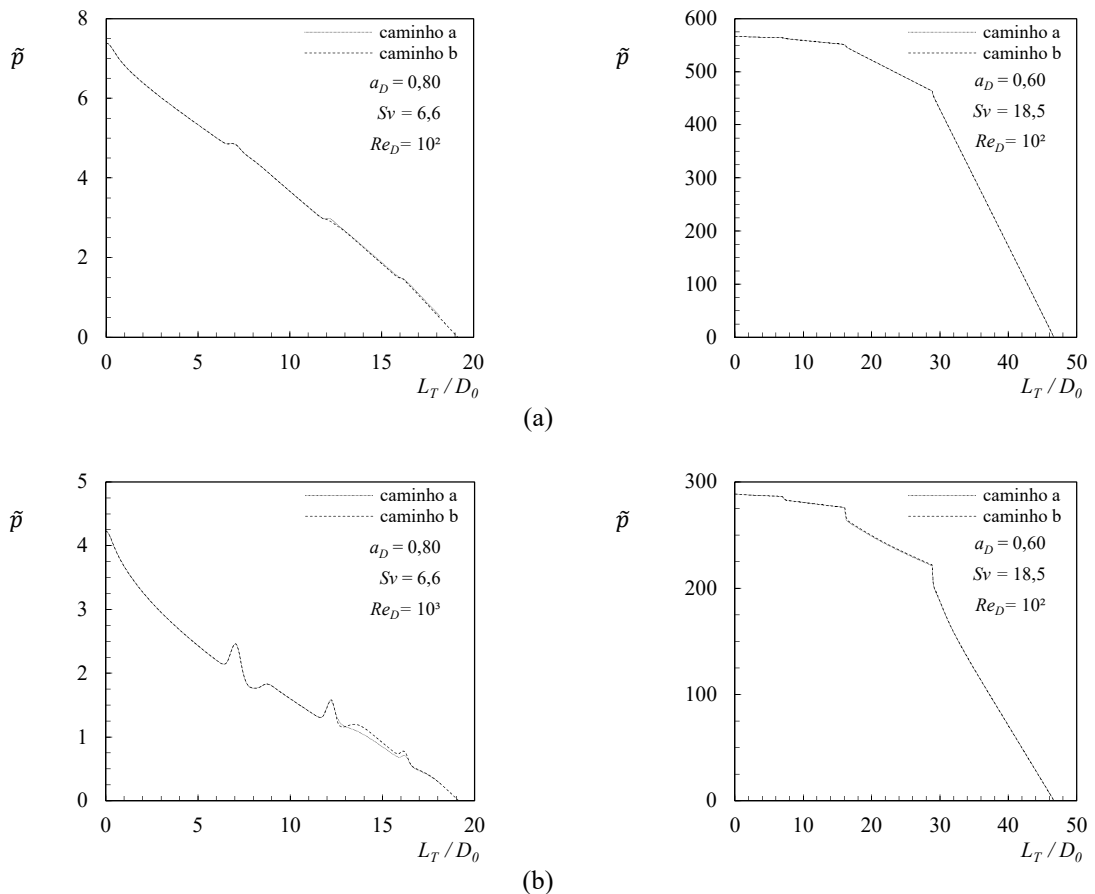


Figura 4.19 - Número de Euler (Equação 4.15) em função da razão de comprimentos adimensional e número de Reynolds

5 ISOMERIA ESTRUTURAL

5.1 Descrição do Problema

Inspirado na química, onde se conceitua isômeras como substâncias químicas diferentes que apresentam propriedades físicas e químicas diferentes, mas que possuem a mesma fórmula molecular, ou seja, a mesma quantidade de átomos de cada elemento químico.

Seguindo este pensamento, conceitua-se como isomeria estrutural, as redes de escoamento, que possuem mesmas características geométricas, como volumes, diâmetros, comprimentos e ângulos, porém apresentam comportamentos fluidodinâmico diferente, devido única e exclusivamente pelo o desenvolvimento da rede em planos distintos.

A estrutura apresentada agora é diferente daquela da Figura 4.1, onde apenas no último nível de ramificação foi implementa da uma rotação de 90° nos tubos, condição necessária ao sistema. Nesta etapa da investigação, os tubos nos níveis 0, 1, 2 e 3 continuam simétricos, ou seja, possuem mesmos diâmetros e comprimentos, apenas ocorrerá alteração do plano que os contém com o intuito de investigar os efeitos assimétricos na distribuição do fluido ao longo da estrutura. A Figura 5.1 mostra as redes de escoamento dendrítico com três níveis de ramificação dicotômica e estruturalmente isômeras, que serão estudas na investigação dos efeitos assimétricos.

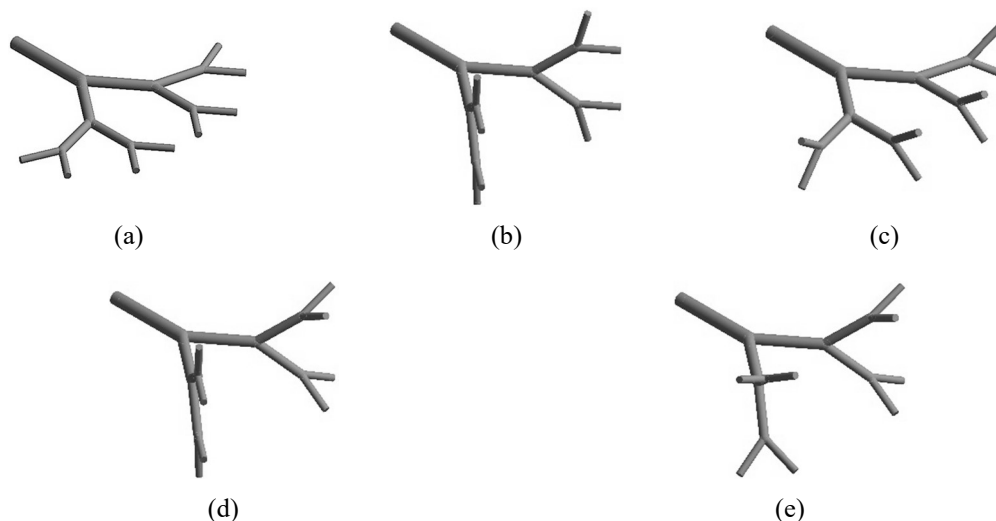


Figura 5.1 - Representação esquemática da isomeria estrutural: (a) isômero I, (b) isômero II, (c) isômero III, (d) isômero IV, e (e) isômero V.

Pelo o critério do alinhamento entre tubos de diferentes níveis de ramificação, foram elencadas cinco redes estruturalmente isômeras. Tipicamente, o isômero I é o de mais simples implementação pois todos os tubos estão no mesmo plano, esta característica planar carrega consigo a maior quantidade de alinhamentos entre os tubos de todos os níveis de ramificação, 0A e 2B, 0A e 2C, 1A e 3B, 1A e 3C, 1B e 3F, 1B e 3G.

O isômero II possui a característica de não ter alinhamentos entre os tubos do nível 0 com o nível 2, entretanto ainda possui os alinhamentos do nível 1 com o nível 3, nos tubos 1A e 3B, 1A e 3C, 1B e 3F, 1B e 3G.

O isômero III possui a característica de não ter alinhamentos entre os tubos do nível 1 com o nível 3, entretanto ainda possui os alinhamentos do nível 0 com o nível 2, nos tubos 0A e 2B, 0A e 2C, esta é a estrutura apresentada na Figura 4.1 e que serviu de base aos estudos do capítulo 4.

O isômero IV possui a característica de ser estruturalmente assimétrico, pois os caminhos que levam as saídas nos tubos 3A, 3B, 3C e 3D não têm nenhum tipo de alinhamento entre os tubos. Por outro lado, os caminhos que levam as saídas nos tubos 3E, 3F, 3G e 3H, possuem alinhamentos do nível 1 com o nível 3, nos tubos 1B e 3F, 1B e 3G.

O isômero V possui a característica de não ter nenhum tipo de alinhamento entre os tubos de todos os níveis de ramificação.

Para todos os casos estudados o tubo 0A tem as mesmas dimensões, a relação $L_0/D_0 = 6,77$ foi adotada levando em consideração as dimensões em sistemas naturais. O ângulo entre os tubos é de 75° , visto que este proporciona menores perdas de pressão no regime laminar. A relação de diâmetros adotada é fixa $a_D = 0,80$ visto que esta relação apresentou a distribuição de resistências mais homogênea.

A constante global geométrica, a qual é definida pelo o volume ocupado pelos dutos em cada nível de ramificação (V_i) que é mantido fixo para os diferentes casos estudados e o grau de liberdade do sistema é definido pela a rotação entre os planos que contém cada nível de ramificação, para a formação dos isômeros. Assim, a estrutura em forma de árvore simétrica será determinada através das Equações 4.1 a 4.4.

O modelo matemático determinado através das Equações 4.5 a 4.20 segue válido, visto que as alterações ocorrem na redução de alinhamentos implementados por rotações nas ramificações dos diferentes níveis da estrutura.

As equações fundamentais expressas pelas Equações 4.22 e 4.23 foram solucionadas de forma numérica com a aplicação das condições de contorno expressas pelas Equações 4.24 a 4.26.

5.2 Método do Design Construtal

O esquema de aplicação do método *Design Construtal*, aplicado ao estudo do escoamento de fluido newtoniano em redes estruturalmente isômeras, é apresentado através da Figura 5.2.

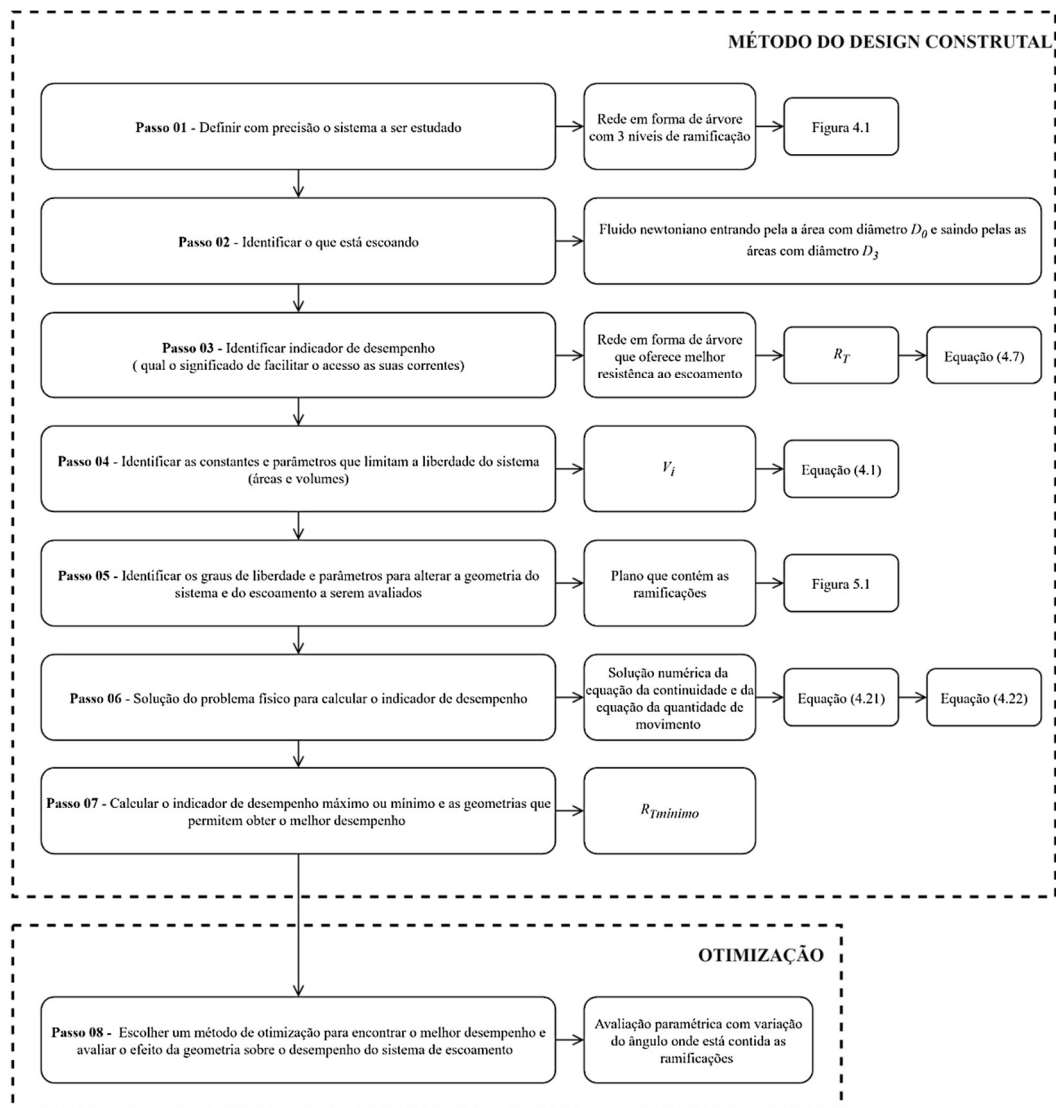


Figura 5.2 - Esquema da aplicação do Método *Design Construtal* para a investigação do escoamento em estruturas isômeras

5.3 Método de Otimização

O esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva, aplicado a investigação dos efeitos assimétricos no escoamento de fluido newtoniano em estruturas isômeras, é apresentado através da Figura 5.3.

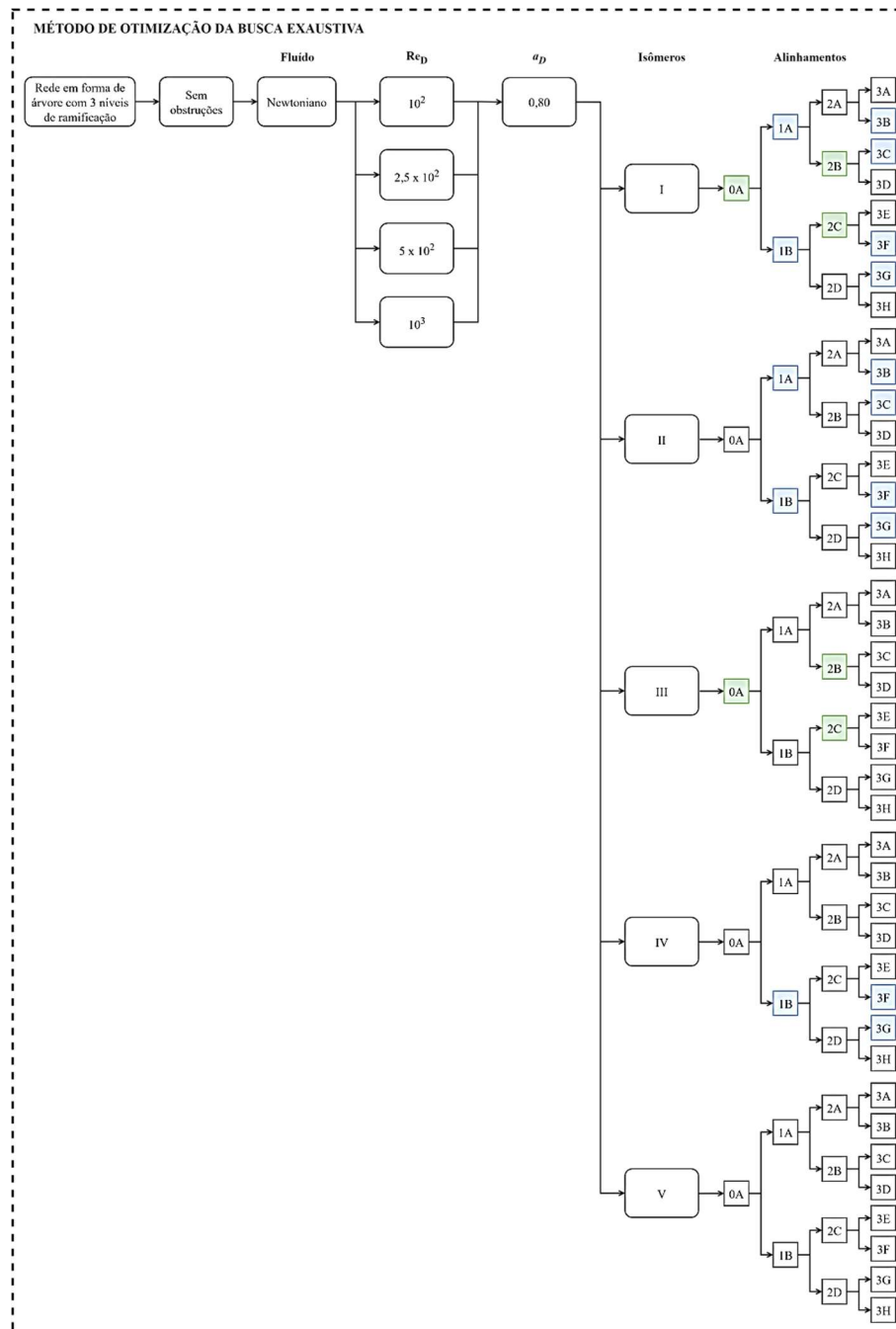


Figura 5.3 - Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva para as redes em forma de árvore estruturalmente isômeras.

Como forma de facilitar o entendimento e diferenciação dos isômeros, foram destacados da Figura 5.3 os alinhamentos que ocorrem entre os tubos do nível 0 com o nível 2, na cor verde, e os alinhamentos que ocorrem entre os tubos do nível 1 com o nível 3, na cor azul.

5.4 Modelo Numérico Padrão

Para mitigar os efeitos da assimetria do escoamento além dos isômeros propostos, também será desenvolvida uma abordagem de investigação numérica. Assim, é necessário determinar uma estrutura e uma parametrização da solução numérica como padrão para assim comparar os resultados e eliminar possíveis erros atribuídos a qualquer etapa da experimentação numérica.

A estrutura escolhida para servir como padrão será o isômero I visto que este é o único que possui alinhamentos em todos os níveis de ramificação e também por ser o de mais simples implementação e coleta dos campos de pressão e velocidades no plano central. A Figura 5.4 mostra os detalhes do isômero I.

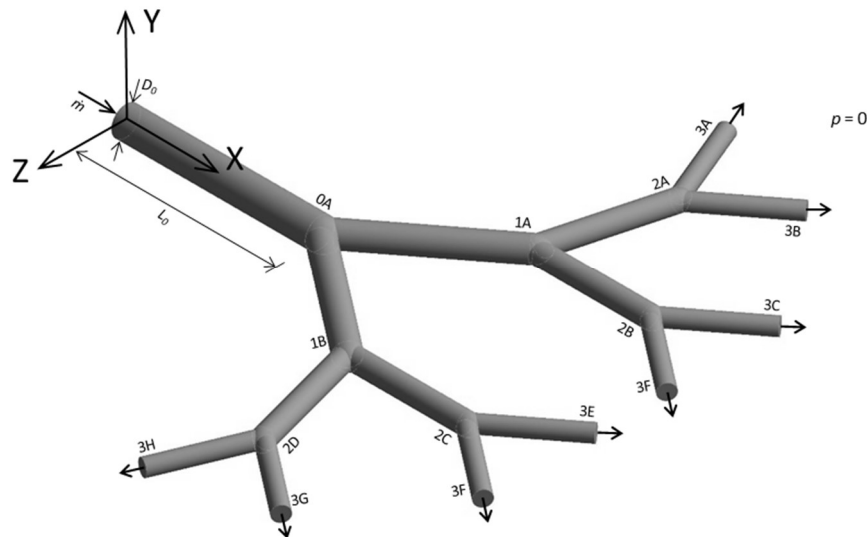


Figura 5.4 - Isômero I, estrutura fluídica dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação e seção circular definida como padrão para o estudo da isomeria estrutural.

A solução das equações para a conservação da massa e da quantidade de movimento será através da solução acoplada, juntamente com a formulação *Pressure-Based*. O acoplamento pressão-velocidade utiliza o algoritmo *SIMPLE* (*Semi Implicit Linked Equations*) com os fatores de sub-relaxamento, parametrizados em 0,3 para a pressão, 1,0 para a densidade, 1,0 para as forças de campo e 0,7 para a quantidade de movimento.

Na discretização espacial das equações de transporte, o método *Green Gauss Node Based* é utilizado para a discretização dos gradientes, o esquema *Second Order* foi utilizado para a discretização da pressão e o esquema *Second Order Upwind* para a discretização dos termos advectivos.

A condição de contorno de entrada é parametrizada como *mass flow inlet*, a condição de contorno de saída é parametrizada como *pressure outlet*, definida a pressão estática como zero em todas as saídas e a condição de contorno das superfícies dos tubos foi selecionada como *wall* com a condição de não deslizamento.

As soluções numéricas foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa e quantidade de movimento nas direções x , y e z foram inferiores a 10^{-6} para todas as equações.

A malha foi parametrizada para manter a proporcionalidade entre os tamanhos das células e os diâmetros dos tubos. Com tamanho de elementos igual a 0,0005, seleção do algoritmo de malha *CutCell* que gera uma malha hexaédrica, *relevance center* parametrizado com fino e *smoothing* com médio. A configuração tem um total aproximado de 4.228.068 células hexaédricas e com 10 camadas de células hexaédricas na parede do tubo que são necessárias para a exatidão o domínio computacional.

O método *Grid Convergence Index (GCI)* é aplicado para verificar a incerteza da malha. Para o teste de qualidade de malha, foi utilizado o isômero I. O escoamento é parametrizado com número de Reynolds igual a 10^3 e fluido newtoniano com propriedades $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Os resultados para a análise da qualidade da malha do isômero I estão apresentados na Tab. 5.1.

Tabela 5.1 - Teste de Qualidade de Malha Isômero I, $Re_D = 10^3$

Isômero	I
$\Delta\tilde{p}_{N1}$	1,147
$\Delta\tilde{p}_{N2}$	1,135
$\Delta\tilde{p}_{N3}$	1,115
$N1$	4228068
$N2$	838168
$N3$	207569
GCI	1,16%

Como o valor do GCI é inferior a 5% é possível considerar aceitável a qualidade da malha proposta. O limite superior do GCI aplicado ao escoamento em redes é baseado na experiência e não em referências formais.

Para comparação e validação do modelo numérico do isômero I serão utilizados os resultados da Tab. 4.3 para a relação entre os diâmetros igual a 0,8, visto que anteriormente já foi verificado e validado. Os resultados para a validação do isômero I estão apresentados na Tab. 5.2.

Tabela 5.2 - Validação do isômero I, $Re_D = 10^3$, $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Caso	Resultado analítico	Resultado numérico	$\varepsilon = \left \frac{\Delta p_A - \Delta p}{\Delta p} \right $
	Δp_A (Pa)	Δp (Pa)	
$a_D = 0,8$	0,501	1,229	0,592
Isômero I	0,501	1,332	0,623

Através da comparação da queda de pressão total, é possível validar o modelo numérico proposto para o isômero I. Este possui a mesma ordem de grandeza da estrutura apresentada na Figura 4.1, projetada conforme $a_D = 0,8$.

Conforme esperado, a queda de pressão apresentada no modelo numérico é superior ao modelo analítico proposto. Esta diferença é atribuída novamente à maior precisão do modelo numérico que contempla, além das perdas lineares, as perdas localizadas nas bifurcações.

5.5 Resultados e Discussões

5.5.1 Influências da Parametrização da Malha

As influências na parametrização da malha foram simuladas com o objetivo de identificar os possíveis erros associados que não foram previstos na parametrização da mesma. Endente-se que as malhas parametrizadas anteriormente são satisfatórias e apresentam uma incerteza coerente e quantificada pelo o método *Grid Convergence Index (GCI)*. Entretanto para mitigar as influências da parametrização da malha sobre os resultados e principalmente sobre os efeitos assimétricos em uma estrutura simétrica, apresenta-se a experimentação dos parâmetros de configuração da malha conforme a Tab. 5.3, onde o caso M1 possui a configuração padrão.

Tabela 5.3 - Experimentação na parametrização da malha

Caso	Tamanho do Elemento	Tipo de elemento	<i>Relevance center</i>	Camadas na parede	<i>smoothing</i>	Quantidade de elementos
M1	0,0005	hexaedros	fino	10	médio	4228068
M2	0,001	hexaedros	fino	10	médio	838168
M3	0,005	hexaedros	fino	10	médio	207569
M4	0,0005	tetraedros	fino	10	médio	4887386
M5	0,0004	tetraedros	fino	10	médio	9121056
M6	0,0005	hexaedros	médio	10	médio	1258082
M7	0,0005	hexaedros	grosso	10	médio	1226779
M8	0,0005	hexaedros	fino	20	médio	6647228
M9	0,0005	hexaedros	fino	30	médio	9066388
M10	0,0005	hexaedros	fino	10	alto	4228068
M11	0,0005	hexaedros	fino	10	baixo	4228068

A razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17), em função parametrização da malha, é apresentada na Figura 5.5.

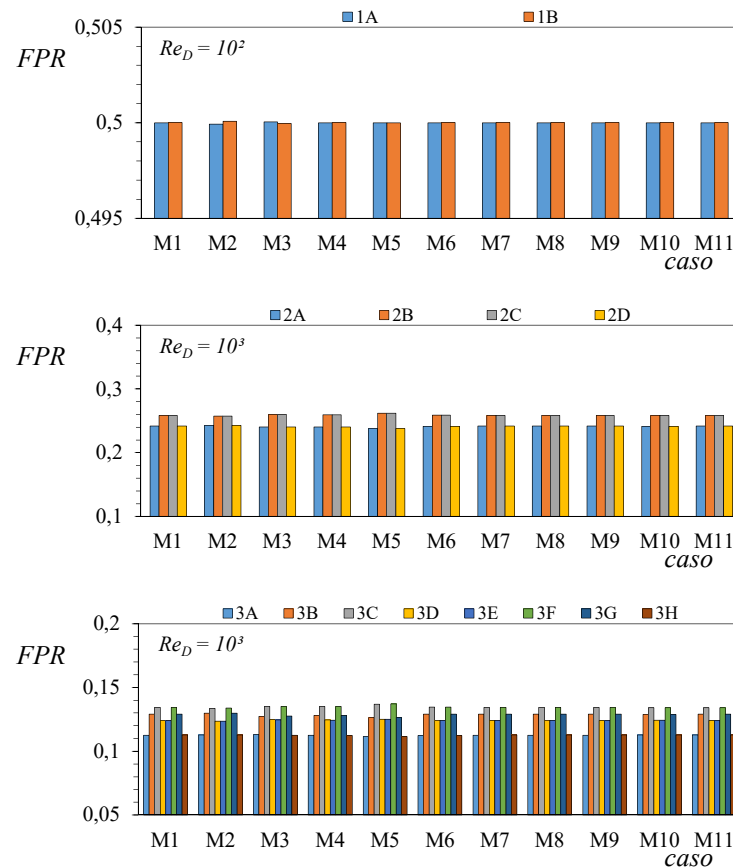


Figura 5.5 - Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função parametrização da malha.

A Figura 5.5 mostra a tendência global do FRP , para o primeiro nível de ramificação, $1A \approx 1B$, para o segundo nível de ramificação $2A < 2B$ e $2C > 2D$ e para o terceiro nível de ramificação $3A < 3B$, $3C > 3D$, $3E < 3F$ e $3G > 3H$. Expressando a tendência de uma forma visual nos tubos do nível 1 (--), nos tubos do nível 2 (- - -) e nos tubos do nível 3 (- - - - -).

Pequenos desvios assimétricos nos tubos do nível 1 podem ser identificados nos casos M2, M3, M6 e M7 onde o FRP $1A \neq 1B$. A parametrização da malha com uma quantidade insatisfatória de elementos é o principal fator identificado para a causa destes desvios.

Obviamente, nos casos M2 e M3, estes estão associados ao parâmetro do tamanho de elementos, pois quanto menor o tamanho mais elementos são utilizados para discretizar a geometria. Por outro lado, não tão óbvio assim, os casos M6 e M7, onde o parâmetro *Relevance center*, também impacta a quantidade de elementos, porém mesmo mantendo-se o tamanho de elemento em 0,0005, o ajuste grosso ou médio gera uma discretização da malha com quantidade insuficiente de elementos.

Nos demais casos, observa-se que a escolha do tipo de elemento, malha mais refinada, incremento no número de elementos prismáticos na parede dos tubos e suavização na junção dos elementos, não influenciam a tendência do escoamento assimétrico. Também se verifica novamente que o estudo de qualidade de malha pelo o método *Grid Convergence Index (GCI)* é satisfatório para que os resultados sejam malha independentes.

5.5.2 Influências da Parametrização da Solução

As influências na parametrização da solução foram simuladas com o objetivo de identificar os possíveis erros associados e que não foram previstos na parametrização da mesma. Endente-se que a solução parametrizada, anteriormente, é satisfatória e coerente, quanto à física do problema. Entretanto para mitigar as influências da parametrização da solução sobre os resultados e principalmente sobre os efeitos assimétricos em uma estrutura simétrica, apresenta-se a experimentação dos parâmetros de configuração da solução conforme a Tab. 5.4, onde o caso S1 possui a configuração padrão.

Tabela 5.4 - Experimentação na parametrização da solução

Caso	Fluido	Condição de contorno na entrada	Condição de contorno na saída	Esquema de solução	Discretização dos gradientes	Resíduos
S1	ar	MFI	PO	SIMPLE	GGNB	10^{-6}
S2	água	MFI	PO	SIMPLE	GGNB	10^{-6}
S3	glicerina	MFI	PO	SIMPLE	GGNB	10^{-6}
S4	sangue	MFI	PO	SIMPLE	GGNB	10^{-6}
S5	ar	VE	PO	SIMPLE	GGNB	10^{-6}
S6	ar	MFI	OF	SIMPLE	GGNB	10^{-6}
S7	ar	MFI	PO	SIMPLEC	GGNB	10^{-6}
S8	ar	MFI	PO	COUPLED	GGNB	10^{-6}
S9	ar	MFI	PO	SIMPLE	GGCB	10^{-6}
S10	ar	MFI	PO	SIMPLE	LQCB	10^{-6}
S11	ar	MFI	PO	SIMPLE	GGNB	10^{-8}
S12	ar	MFI	PO	SIMPLE	GGNB	10^{-10}

Na Tab. 5.4, as siglas utilizadas nos parâmetros são *mass flow inlet* (MFI), *velocity* (VE), *pressure outlet* (PO), *out flow* (OF), *Green Gauss Node-Based* (GGNB), *Green Gauss Cell-Based* (GGCB) e *Least Squares Cell-Based* (LQCB).

A razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função parametrização da solução é apresentada na Figura 5.6.

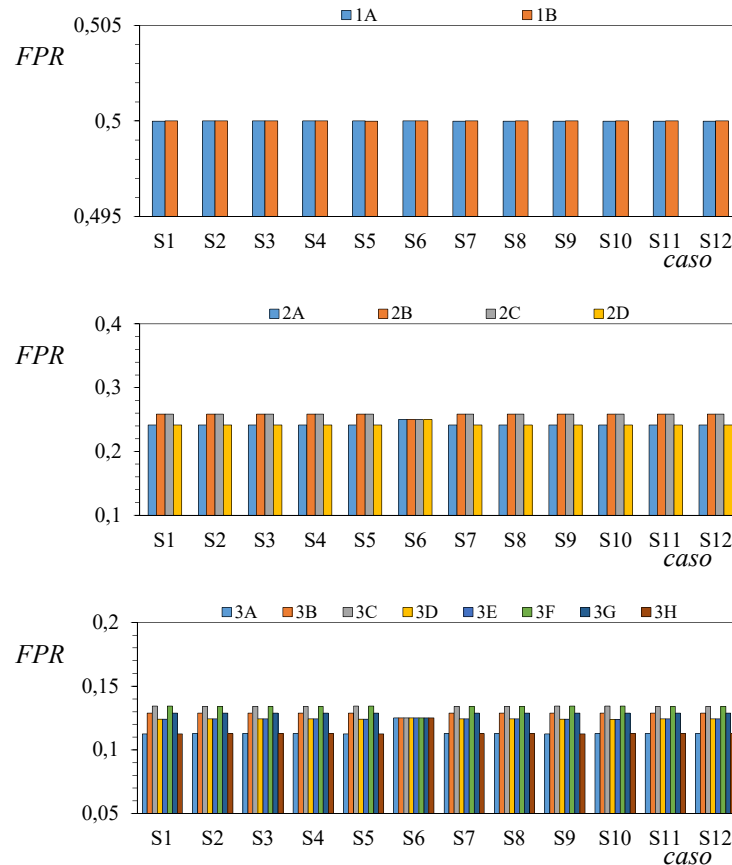


Figura 5.6 - Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função parametrização da solução

A Figura 5.6 mostra a tendência global do *FRP*, para o primeiro nível de ramificação, $1A \approx 1B$, para o segundo nível de ramificação $2A < 2B$ e $2C > 2D$ e para o terceiro nível de ramificação $3A < 3B$, $3C > 3D$, $3E < 3F$ e $3G > 3H$, expressando a tendência de uma forma visual nos tubos do nível 1 (--), nos tubos do nível 2 (- - -) e nos tubos do nível 3 (- - - - -).

Os resultados do caso S6 sugerem que a condição de contorno de saída é o principal parâmetro de influência nos efeitos do escoamento assimétrico, expressando de uma forma visual nos tubos no nível 1 (--), nos tubos do nível 2 (- - -) e nos tubos do nível 3 (- - - - -).

Um resultado que agrega robustez ao modelo é a semelhança do *FRP* para os diferentes fluidos. Como todos são modelados como fluido newtoniano não se poderia esperar resultado distinto para os casos S2, S3 e S4.

Uma importante consideração é que a redução da ordem de grandeza dos resíduos, apenas agrega maior tempo computacional para obtenção da solução e praticamente não influencia para minimizar os efeitos assimétricos, conforme os casos S11 e S12.

O caso S6 é o único que aparentemente desvia da tendência geral. Justificando a condição de contorno *outflow*, extrapola as respostas do modelo para o interior do escoamento. Com uma suposição de difusão nula, fisicamente adota as condições de escoamento plenamente desenvolvido e imutável na saída do domínio computacional.

Esta condição de contorno, apesar de ser uma opção viável para a parametrização da solução do problema, deve ser avaliada com cuidado, pois o modelo pode não representar fisicamente o que realmente ocorre na prática.

5.5.3 Influências dos Níveis de Ramificação

A influência na composição das redes com distintos níveis de ramificação foram simuladas para identificar como ocorre a propagação dos efeitos assimétricos na distribuição do escoamento com o incremento dos níveis de ramificação. A Figura 5.7 mostra as redes de escoamento dendrítico com diferentes níveis de ramificação até a composição do isômero I, que possui três níveis de ramificação, ou oito saídas. Vale ressaltar que todas as estruturas seguem as premissas elencadas na determinação da estrutura em forma de árvore simétrica conforme as Equações 4.1 a 4.4.

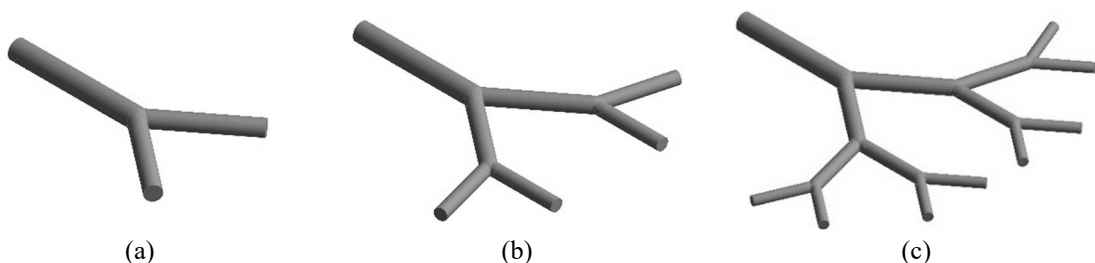


Figura 5.7 - Representação dos níveis de ramificação: (a) $i = 1$, (b) $i = 2$ e (c) $i = 3$, isômero I

Entretanto para mitigar as influências individuais de cada nível de ramificação sobre os efeitos assimétricos em uma estrutura simétrica, apresenta-se a experimentação nível a nível para a formação do isômero I conforme a Tab. 5.5, onde o caso L3 possui a configuração padrão.

Tabela 5.5 - Experimentação dos níveis de ramificação

Caso	Níveis de ramificação	Número de saídas
L1	1	2
L2	2	4
L3	3	8

A ausência de dados para os níveis 1 e 2 na Figura 5.8 ocorre justamente por não haver tubos para a respectiva estrutura no nível de análise.

De forma geral, ao analisar as tendências na Figura 5.8, os resultados sugerem que o fenômeno do escoamento assimétrico começa a ocorrer quando a estrutura possui mais de um nível de ramificação, pois para os casos L1, L2 e L3 o *FRP* dos tubos $1A \approx 1B$, para o segundo nível de ramificação para os casos L2 e L3 o *FRP* dos tubos $2A < 2B$ e $2C > 2D$ e para o terceiro nível de ramificação $3A < 3B$, $3C > 3D$, $3E < 3F$ e $3G > 3H$. Expressando de uma forma visual no nível 1 (--), no nível 2 (---) e no nível 3 (----).

Pode-se atribuir que o incremento de níveis de ramificação como importante variável, para justificar o escoamento assimétrico em estruturas em forma de árvore simétrica, comparando o caso L1 com caso L2, surgem alinhamentos dos tubos no nível 0 com os do nível 2, sugerindo que estes alinhamentos favorecem o transporte de fluido.

Seguindo o pensamento anterior para a avaliação do caso L3, além dos alinhamentos do nível 0 com os do nível 2, também ocorre alinhamentos do nível 1 com o nível 3.

Os maiores *FRP* estão na saída dos tubos 3C e 3F. Estes tubos compartilham alinhamentos do nível 0 com o nível 2 e os alinhamentos do nível 1 com o nível 3, justificando esse maior transporte de fluido quando comparado com os tubos 3B e 3G que possuem apenas do nível 1 com o nível 3.

Assim os resultados sugerem que além do incremento de níveis os alinhamentos são fatores importantes para os efeitos assimétricos, convergindo para os resultados encontrados no capítulo 4.

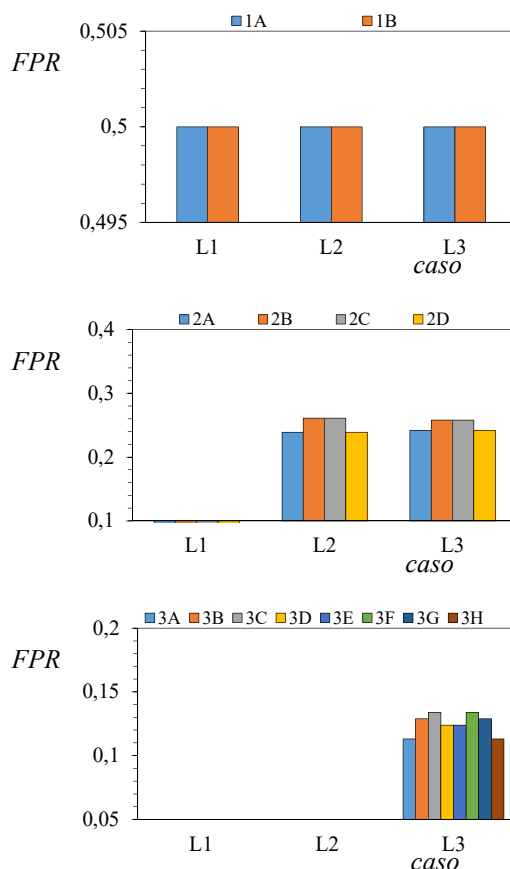

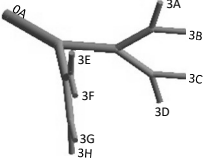
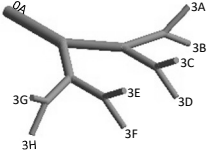
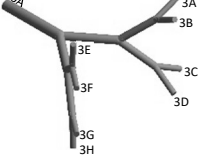
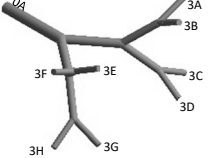


Figura 5.8 - Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função da formação de cada nível de ramificação do isômero I.

5.6 Isomeria Estrutural

A influência da formação de redes em forma de árvore estruturalmente isômeras, foi simulada para identificar como ocorre a propagação dos efeitos assimétricos na distribuição do escoamento devido aos sucessivos alinhamentos entre tubos de diferentes níveis de ramificação. Entretanto para identificar as influências dos alinhamentos sobre os resultados e principalmente sobre os efeitos assimétricos em uma estrutura simétrica, apresenta-se a estratégia de experimentação numérica na formação dos isômeros conforme a Tab. 5.6, onde o caso I1 possui a configuração padrão.

Tabela 5.6 - Experimentação no alinhamento de tubos

Caso	Isômero	Esquema	Alinhamento entre tubos do nível $i = 0$ com $i = 2$	Alinhamento entre tubos do nível $i = 1$ com $i = 3$
I1	I		0A // 2B 0A // 2C	1A // 3B 1A // 3C 1B // 3F 1B // 3G
I2	II		nenhum	1A // 3B 1A // 3C 1B // 3F 1B // 3G
I3	III		0A // 2B 0A // 2C	nenhum
I4	IV		nenhum	1B // 3F 1B // 3G
I5	V		nenhum	nenhum

A perda de carga adimensional, obtida por meio do número de Euler (Equação 4.15), é apresentada na Figura 5.9, em função dos alinhamentos entre tubos expresso pelos os casos I1 a I5 e do número de Reynolds.

Os resultados mostram que o número de Euler aumenta conforme o número de Reynolds diminui. Também é possível observar que conforme aumenta o número de Reynolds as diferenças entre os números de Euler diminuem, ou seja, ocorre um incremento significativo nas forças de inércia em relação às forças de pressão.

Em relação ao caso que possui a configuração padrão, caso I1, os casos I2, I3 e I4 apresentam menor perda de carga adimensional enquanto o caso I5 apresenta maior perda de carga adimensional.

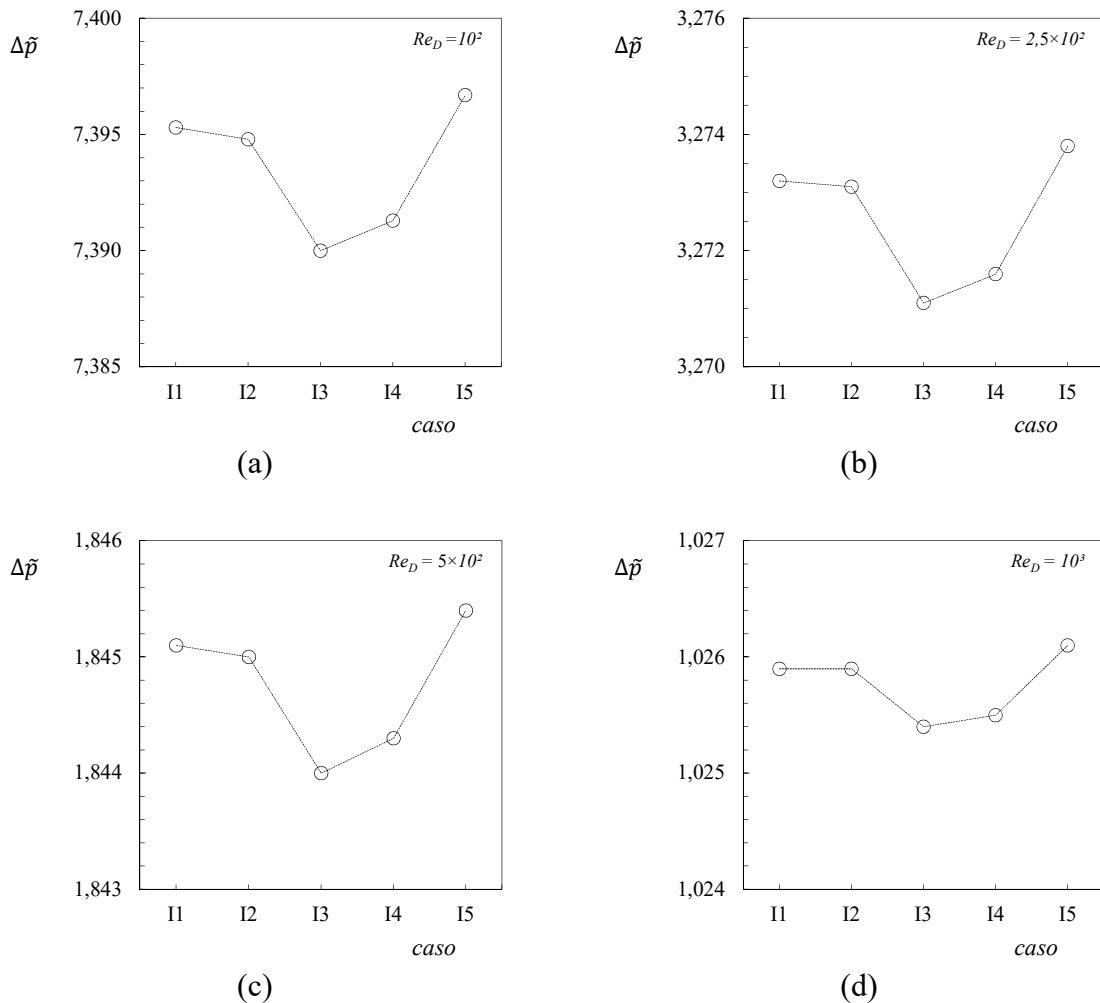


Figura 5.9 - Número de Euler (Equação 4.15) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds (a) 10^2 , (b) $2,5 \times 10^2$, (c) 5×10^2 e (d) 10^3

Para uma melhor compreensão global e facilidade na comparação dos resultados apresentados na Figura 5.9 é conveniente determinar um marcador de desempenho secundário para avaliar os efeitos da perda de carga adimensional nas redes em forma de árvores estruturalmente isômeras, a avaliação numérica será realizada através da diferença da razão entre isômeros, sendo determinada por

$$\beta = \left| 1 - \frac{\Delta\tilde{p}_{1j}}{\Delta\tilde{p}_{11}} \right| \quad (5.1)$$

onde β é diferença da razão entre isômeros e $\Delta\tilde{p}$ é a perda de carga adimensional. O índice j pode variar de 1 a 5 e informa o caso conforme a Tab. 5.6.

As diferenças da razão entre isômeros são apresentadas na Figura 5.10, em função dos alinhamentos entre tubos, expressos pelos casos I1 a I5 e do número de Reynolds.

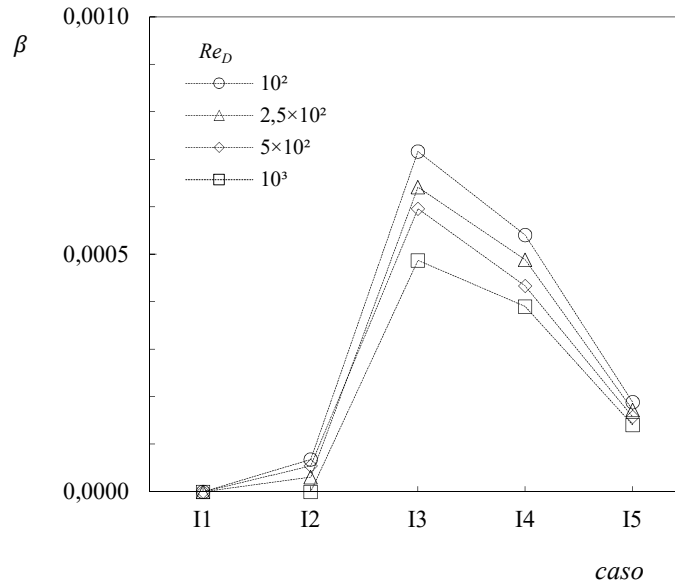


Figura 5.10 - Diferença da razão entre isômeros (Equação 5.1) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds

Os resultados mostram que os casos onde o número de Reynolds apresenta maior influência sobre as estruturas são os casos compreendidos com a diferença da razão entre isômeros (β) entre 4×10^{-5} e 7×10^{-5} , ou seja, caso I3 e caso I4. O caso que está mais próximo ao padrão é o caso I2 enquanto o caso I3 é o que mais se afasta. Por outro lado, os casos I4 e I5 são intermediários.

Através da Figura 5.11, pode-se visualizar a distribuição da resistência em cada nível de ramificação em função do alinhamento entre tubos de diferentes níveis da estrutura em forma de árvore.

No geral, o nível de ramificação 0 têm a maior razão de resistências. Esta aumenta conforme aumenta o número de Reynolds. Por outro lado, os níveis 1 e 2 são intermediários e o nível 3 têm a menor razão de resistências que diminui conforme aumenta o número de Reynolds.

Em um extremo, verificam-se entre os casos estudados as maiores razões entre as resistências, R_0 / R_T associada ao caso I2, R_1 / R_T associada ao caso I1, R_2 / R_T associada ao caso I3 e R_3 / R_T associada ao caso I3. No outro extremo, verificam-se as menores razões entre as

resistências, R_0/R_T associada ao caso I1, R_1/R_T associada ao caso I3, R_2/R_T associada ao caso I1 e R_3/R_T associada ao caso I1. Os casos 4 e 5 apresentaram razões entre as resistências intermediárias em todos os níveis de ramificação. Com estas observações dos resultados, sugere-se que estruturas isômeras possuem razões de resistências distintas que são influenciadas pelo o alinhamento entre tubos de diferentes níveis de ramificação.

Destaca-se o caso I1, onde os tubos se desenvolvem em um mesmo plano, possuindo o melhor desempenho em relação à resistência global ao escoamento. Entretanto, a razão de resistências (R_i/R_T) caracteriza-se por possuir máximos e mínimos em comparação com os demais casos analisados. Vale ressaltar que esta vantagem de desempenho global pode não fazer sentido para estruturas construídas com relações de diâmetros $a_D < 0,7$, visto a possibilidade de sobreposição de tubos que ocorre para os maiores níveis de ramificação.

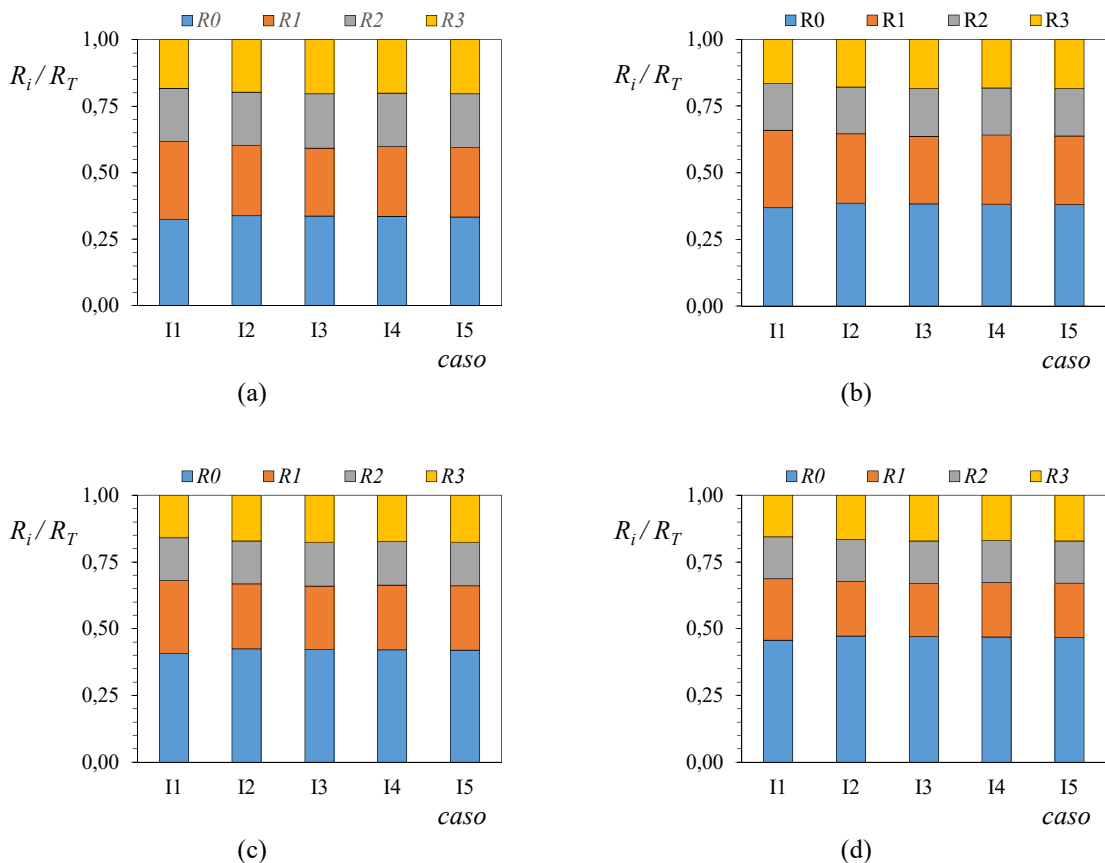


Figura 5.11 - Razão de resistências (R_i/R_T) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds (Re_D) igual: (a) 10^2 , (b) $2,5 \times 10^2$, (c) 5×10^2 e (d) 10^3

Salienta-se o caso I5, onde os tubos que formam a estrutura não possuem nenhum alinhamento entre os níveis de ramificação, com o pior desempenho em relação à resistência global ao escoamento, com um índice médio igual a 0,016% acima da estrutura com melhor desempenho, a razão de resistências (R_i / R_T) do caso I5, se caracteriza por possuir valores intermediários, sendo assim, não possuindo máximos e mínimos em comparação com os demais casos analisados. Isto evidencia esta estrutura como a que possui a melhor distribuição de resistências entre os níveis de ramificação. Aplicando os conceitos da Teoria Construtal, esta é a estrutura que melhor distribui as imperfeições.

A assimetria é analisada sob o ponto de vista do transporte de fluido em cada um dos tubos nos diferentes níveis de ramificação apresentados na Figura 5.12, em função dos alinhamentos entre tubos expressos pelos os casos I1 a I5 e do número de Reynolds.

Em geral, todas as configurações isômeras estudadas apresentam escoamento assimétrico. Para o escoamento com maior número de Reynolds, os efeitos ficam mais evidentes e significativos. Também se observa que a estratégia de modelar estruturas com diferentes alinhamentos proporcionou diferentes razões de distribuição do escoamento em cada um dos tubos da rede de escoamento em forma de árvore estruturalmente isômera.

Desta forma, consegue-se reforçar a sugestão que os alinhamentos entre tubos de diferentes níveis de ramificação é uma das causas do escoamento assimétrico em estruturas simétricas em forma de árvore.

No caso I2, onde apenas existe alinhamentos dos tubos do nível 1 com o nível 3, fica nítida a correlação “o tubo do nível i que está alinhado com um tubo do nível $i-2$ transporta mais fluido que o tubo do nível i que não está alinhado com um tubo do nível $i-2$ ”, visto que o $FRP\ 3A < 3B$, $3C > 3D$, $3E < 3F$ e $3G > 3H$. Esta observação concorda com os resultados obtidos por Andrade Jr. et al., 1998 e Pradhan, et al., 2020.

No caso I1, onde existem alinhamentos sucessivos dos tubos do nível 0 com o nível 2 e alinhamentos dos tubos do nível 1 com o nível 3, confirma-se a correlação dos alinhamentos. A correlação dos efeitos assimétricos, entretanto sugere-se, “o caminho preferencial tende a ocorrer através da cascata de alinhamentos sucessivos”, visto que $FRP\ 3B < 3C$ e $3F > 3G$. Esta observação concorda com os resultados obtidos por Andrade Jr. et al., 1998.

Com estas observações sobre o isômero I e isômero II, confirma-se os resultados obtidos no capítulo 4, o qual utilizou o isômero III para o desenvolvimento dos resultados. Apesar deste princípio geral ser conhecido através da bibliografia, o mesmo foi reavaliado e revalidado

através da abordagem da isomeria estrutural conjuntamente com a abordagem Construtal, ou seja, um olhar inédito até então.

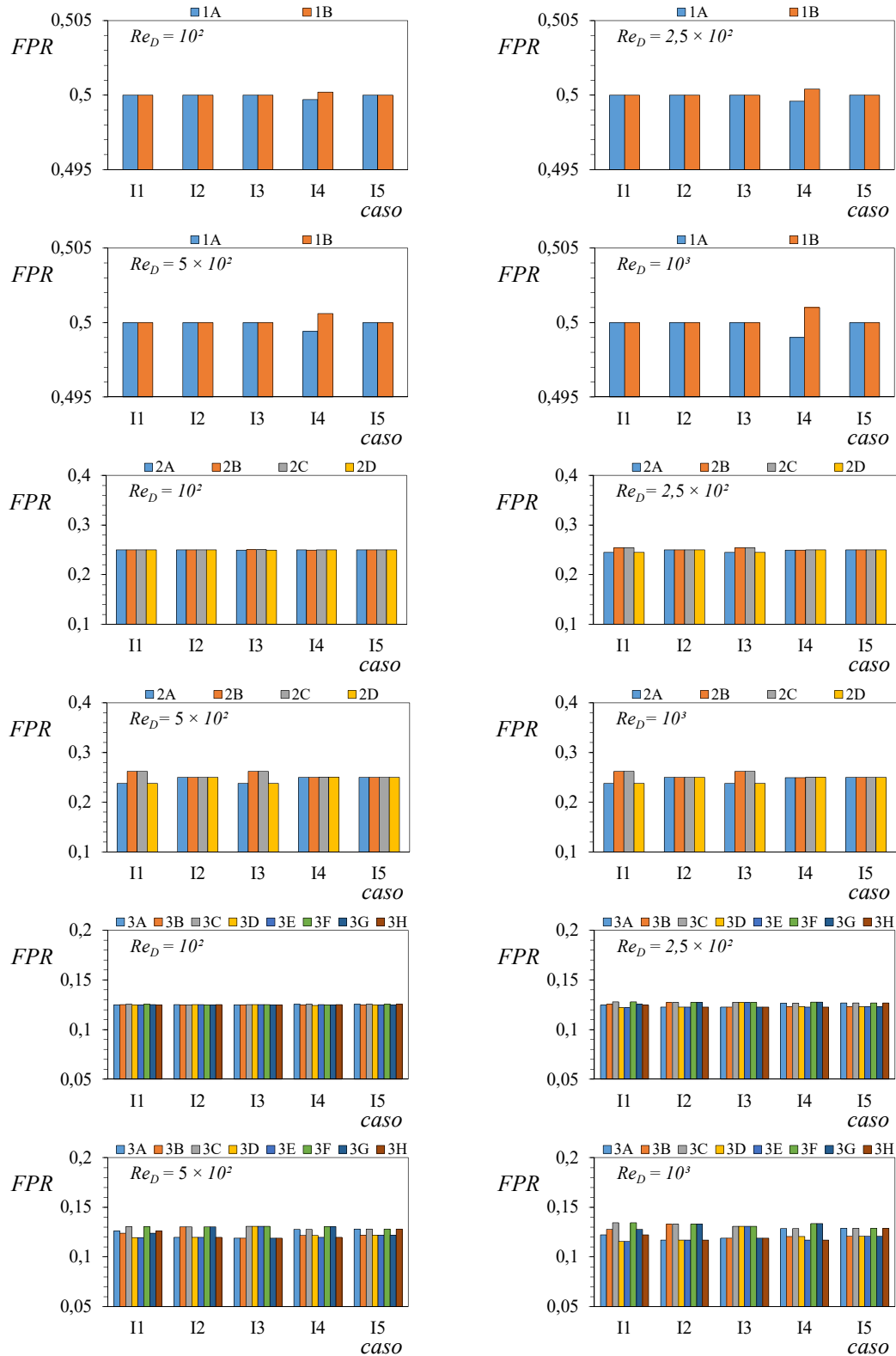


Figura 5.12 - Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds

Corroborando para mitigar sobre os efeitos assimétricos em estruturas simétricas, a avaliação dos resultados da Figura 5.12 nos sugere 3 novos princípios.

No caso I3, onde apenas existe alinhamentos dos tubos do nível 0 com o nível 2, confirma-se a correlação dos alinhamentos, pois o FRP dos tubos $2A < 2B$ e $2C > 2D$. Entretanto, sugere-se “o tubo do nível i que está alinhado com um tubo do nível $i-2$ causa efeitos assimétricos em $i+1$, mesmo que $i+1$ não esteja alinhado com $i-1$ ”, pois efeitos assimétricos são observados no nível 3 mesmo que não exista alinhamentos como nível 2, justificado através do FRP dos tubos $3C, 3D, 3E$ e $3F$ ser maior que os dos tubos $3A, 3B, 3G$ e $3H$.

No caso I4, onde existe um caminho sem alinhamentos e outro com alinhamentos dos tubos do nível 1 com o nível 3, confirma-se a correlação dos alinhamentos. A correlação dos efeitos assimétricos, entretanto, sugere que “caminhos que não possuem alinhamentos entre tubos de diferentes níveis de ramificação possuem uma melhor distribuição do escoamento que caminhos que possuem alinhamento entre tubos em diferentes níveis de ramificação”, visto que $FRP\ 3A < 3F$ e $3C < 3G$.

No caso I5, onde os caminhos não possuem alinhamentos entre os níveis, evidencia-se uma sensível redução dos efeitos assimétricos. Entretanto, sugere-se que “desalinhamentos sucessivos contribuem para uma melhor distribuição de fluido no escoamento, mas somente este parâmetro não é suficiente para obtenção da igualdade na distribuição do transporte de fluido”, visto que $FRP\ 3A > 3B, 3C > 3D, 3F > 3E$ e $3H > 3G$.

Ficou evidenciado que as estruturas isômeras possuem distintas características na dinâmica de fluidos. Os resultados foram apresentados sob os três pontos de vista, performance através da resistência ao escoamento (Equação 4.15), razão de resistências (R_i / R_T) e performance na destruição do escoamento (Equação 4.17). A assimetria em estruturas simétricas é dependente da configuração espacial da rede em forma de árvore. Assim, a estrutura que melhor distribuir as resistências tende a melhor distribuir o escoamento em todos os ramos.

6 ESTRUTURAS OBSTRUÍDAS

6.1 Descrição do Problema

A ocorrência de uma obstrução total de um ou mais tubos em estruturas ramificadas é um importante parâmetro na evolução dos sistemas. Estas obstruções podem ocorrer nas estruturas de escoamento em forma de árvore, através de um evento natural, como por exemplo, a quebra ou seção de um galho pela incidência do vento ou raios, bem como pela interação do homem com estes sistemas, por exemplo, nas práticas de manejo através das podas para estímulo do desenvolvimento vegetal, ou a abertura e fechamento de registros nas redes de distribuição de água nas cidades.

Seguindo este pensamento, é realizado o estudo da obstrução total em um ou mais tubos da rede de escoamento dendrítico com três níveis de ramificação dicotômica com seção transversal cilíndrica, conforme as premissas da estrutura apresentada na Figura 4.1.

A obstrução total é implementada através de um disco com diâmetro $1,25 D_i$ e espessura $0,05 D_i$, em tubos em diferentes níveis de ramificação selecionados. A influência da posição da implementação do disco obstrutor foi investigada explorando três posições distintas ao longo do tubo, $0,25 L_i$, $0,50 L_i$ e $1,00 L_i$. Por facilidade de execução, adotou-se que as obstruções ocorrem no local geométrico mais distante da entrada do fluido no tubo, ou seja $1,00 L_i$.

A Figura 6.1 mostra a rede de escoamento com obstrução nos tubos 2A e 2D, como forma de ilustrar a implementação das obstruções.

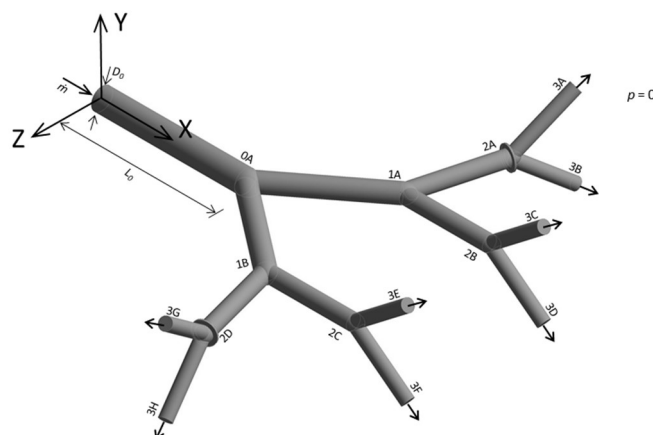


Figura 6.1 - Estrutura fluidica dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação e seção circular aplicada ao escoamento de fluido newtoniano com obstruções.

Para todos os casos estudados o tubo 0A tem as mesmas dimensões. A relação $L_0 / D_0 = 6,77$ foi adotada levando em consideração as dimensões em sistemas naturais. O ângulo entre os tubos é de 75° , visto que este proporciona menores perdas de pressão no regime laminar. A razão de diâmetros avaliados varia no intervalo $0,60 \leq a_D \leq 1,00$ sendo este o grau de liberdade adotado para a evolução do sistema. A constante global geométrica é definida pelo o volume ocupado pelos dutos em cada nível de ramificação (V_i) que é mantido fixo para os diferentes casos estudados.

A estrutura em forma de árvore simétrica será determinada através das Equações 4.1 a 4.4. O modelo matemático determinado através das Equações 4.5 a 4.20 segue válido e as equações fundamentais expressas pelas Equações 4.22 e 4.23 foram solucionadas de forma numérica com a aplicação das condições de contorno expressas pelas as Equações 4.24 a 4.26.

Para uma melhor compreensão global e facilidade na comparação dos resultados é conveniente determinar um marcador de desempenho para avaliar os efeitos entre as estruturas com obstruções em relação a estruturas livres de obstruções. A avaliação numérica será realizada através da razão de resistências da estrutura obstruída, sendo determinada por

$$OSR = \frac{R_{obstruída}}{R_{sem\ obstrução}} \quad (6.1)$$

onde, OSR é a razão de resistências da estrutura obstruída, $R_{obstruída}$ a resistência total ao escoamento da estrutura obstruída e $R_{sem\ obstrução}$ a resistência total ao escoamento da estrutura livre de obstruções, ambas definidas conforme Equação 4.7.

6.2 Método do Design Construtal

O esquema de aplicação do método *Design Construtal*, aplicado ao estudo do escoamento de fluido newtoniano em estruturas com obstruções, é apresentado através da Figura 6.2.

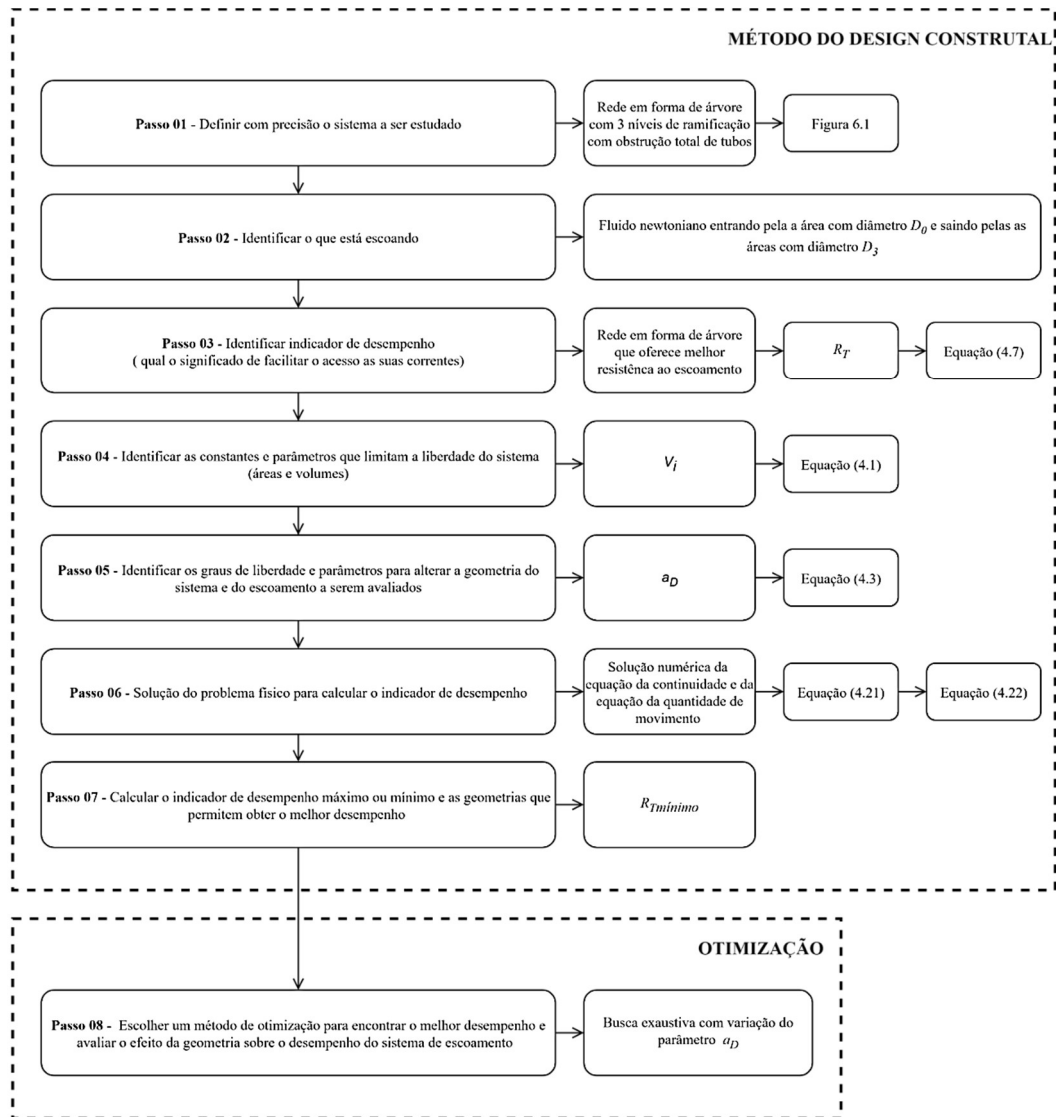


Figura 6.2 - Esquema da aplicação do Método *Design Construtal* para a investigação do escoamento em redes obstruídas

6.3 Método de Otimização

O esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva, aplicado a investigação dos efeitos da obstrução total ou bloqueio do escoamento de fluido newtoniano é apresentado através da Figura 6.3. Para facilitar o entendimento, estão destacados os caminhos com verde e vermelho, assim é possível diferenciar os tubos onde o escoamento se desenvolve e onde o escoamento está obstruído, respectivamente.

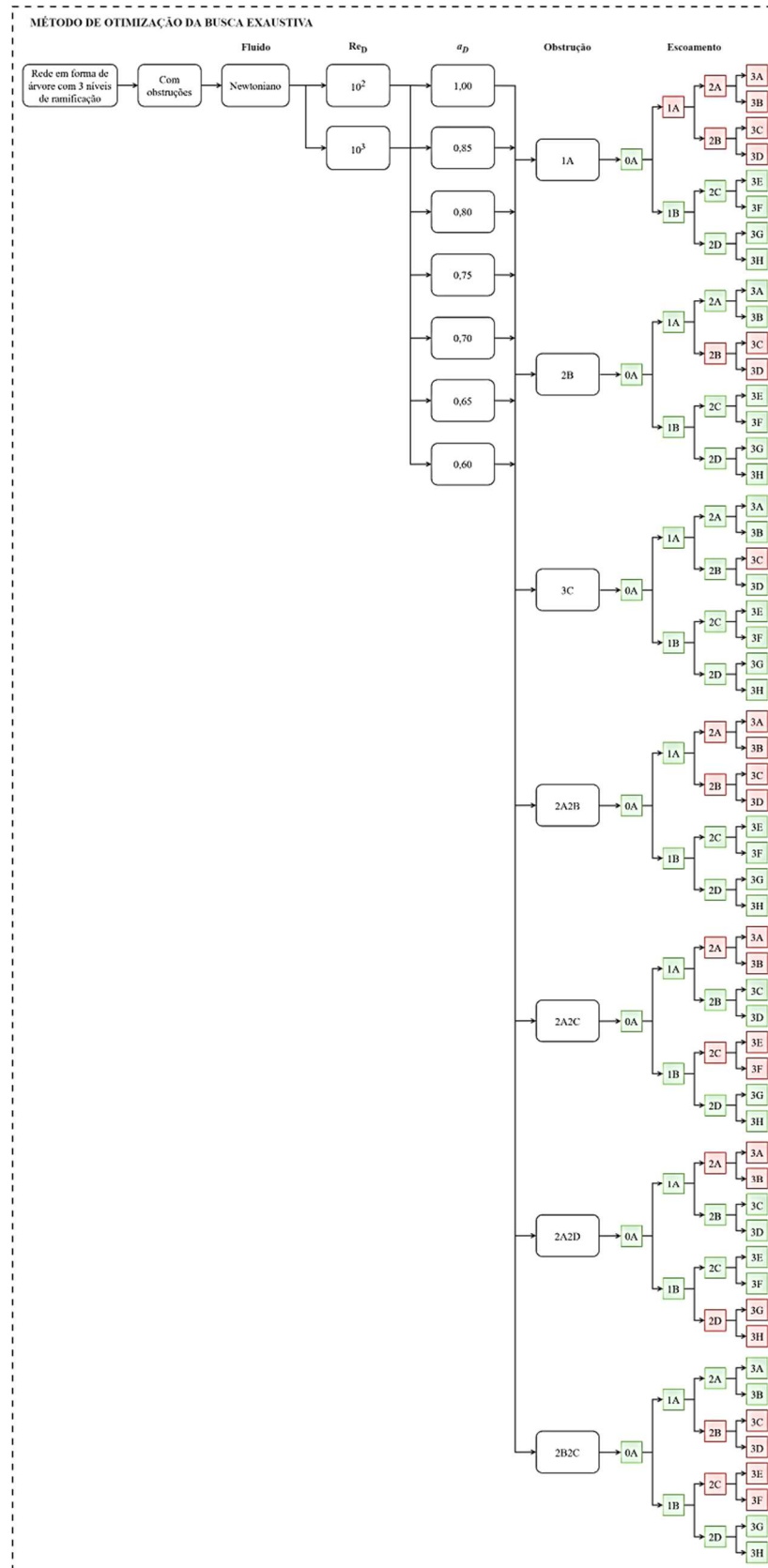


Figura 6.3 - Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva para as redes em forma de árvore com obstruções.

6.4 Modelo Numérico

O modelo numérico desenvolvido para o escoamento de fluido newtoniano e descrito na seção 4.6 se mostrou satisfatório na solução do escoamento em redes obstruídas. A alteração do modelo geométrico com a implementação dos elementos de obstrução do escoamento, traz implicitamente a necessidade de implementar uma condição de contorno adicional, ou seja, os elementos de obstrução juntamente com as superfícies dos tubos são parametrizados como *wall* com a condição de não deslizamento.

A malha foi configurada para manter a proporcionalidade entre os tamanhos das células e os diâmetros dos tubos, seguindo a mesma parametrização e tamanho de elementos atribuídos ao modelo de malha independente apresentado na seção 4.7. Através da Figura 6.4, pode-se visualizar características de construção da malha e dos elementos que formam a obstrução do escoamento.

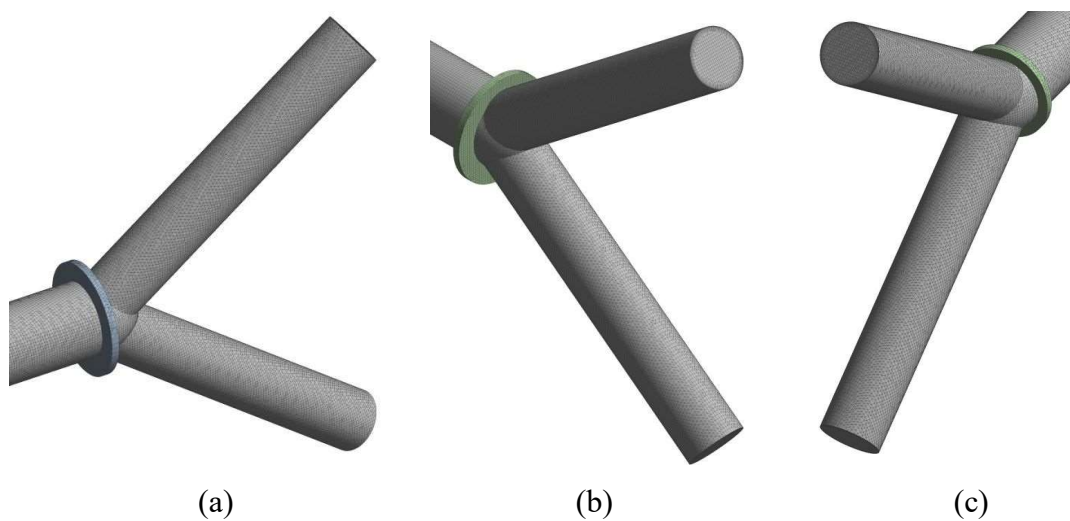


Figura 6.4 - Detalhe da obstrução: (a) tubo 2A; (b) tubo 2B ou tubo 2C. (c) tubo 2C

Para a verificação e validação do modelo numérico aplicado na solução do escoamento em redes obstruídas, entende-se que o modelo se mantém válido, visto que o modelo básico já foi comparado e validado conforme resultados apresentados na Tab. 4.3 e Figura 4.8.

Uma verificação adicional no modelo computacional se fez necessário para verificar a influência da resposta em função do local geométrico de aplicação dos elementos de obstrução. Três posições distintas foram avaliadas, $0,25 L_i$, $0,50 L_i$ e $1,00 L_i$, com uma única obstrução no nível 1 aplicada no tubo 1A e obstrução dupla aplicada nos tubos 2A e 2B.

Estrategicamente, a escolha da obstrução dos tubos 1A e 2A com 2B agrega a vantagem na avaliação do local de aplicação da obstrução, pois o escoamento se desenvolve ao longo dos mesmos tubos para ambos os casos avaliados. Para uma melhor percepção dos tubos por onde o escoamento se desenvolve, recomenda-se ao leitor uma verificação da Figura 6.3.

Uma estrutura com razão de diâmetros $a_D = 0,80$ foi adotada conjuntamente com um escoamento parametrizado com $Re_D = 10^2$ e fluido newtoniano com propriedades $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Os resultados da perda de carga adimensional calculada conforme Equação 4.15 estão apresentados na Tab. 6.1.

Tabela 6.1 - Perda de carga adimensional em função do local geométrico da obstrução

Posição	$\Delta\tilde{p}$	
	Obstrução em 1A	Obstrução em 2A e 2B
$0,25 \cdot L_i$	14,443	14,443
$0,50 \cdot L_i$	14,443	14,443
$1,00 \cdot L_i$	14,443	14,443

A verificação da distribuição da resistência em cada nível de ramificação em função da posição da obstrução pode ser verificada através da Figura 6.5.

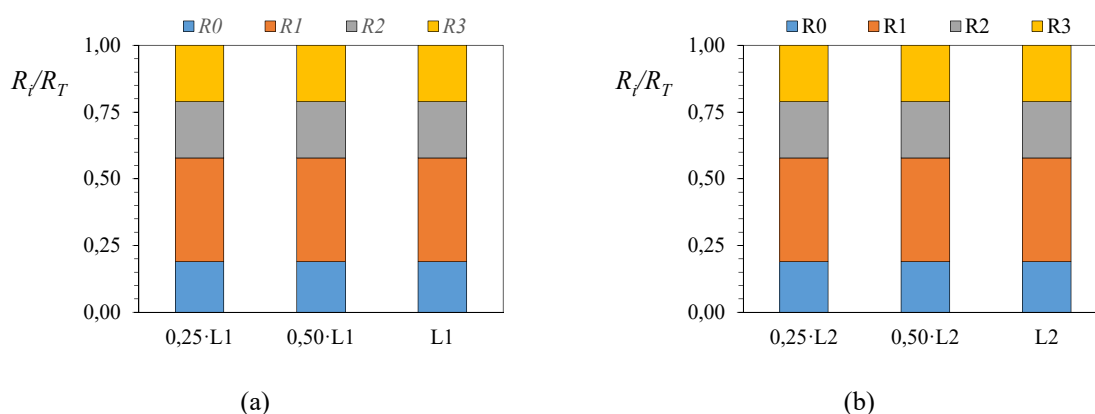


Figura 6.5 - Razão de resistências (R_i/R_T) em função da posição da obstrução do tubo, $a_D = 0,80$, $Re_D = 10^2$, estrutura obstruída e escoamento de fluido newtoniano e obstruções nos tubos (a) 1A, (b) 2A e 2B.

Por simples comparação, observa-se que existe uma semelhança na razão R_i / R_T , para a investigação da obstrução realizada nas três posições nos diferentes níveis de ramificação.

Numericamente, ocorre uma igualdade de resultados da razão da resistência parcial de cada nível, sendo $R_0 / R_T = 0,190$, $R_1 / R_T = 0,389$, $R_2 / R_T = 0,210$ e $R_3 / R_T = 0,211$ para todos os seis casos estudados.

A robustez do modelo proposto, novamente, pode ser verificada através da obstrução simples no nível 1 e com a obstrução dupla no nível 2, pois em ambos os casos o escoamento se desenvolve através dos mesmos tubos 0A, 1B, 2C, 2D, 3E, 3F, 3G e 3H.

Mediante ao progresso obtido com os resultados parciais apresentados sobre o local geométrico da aplicação do elemento de obstrução, conclui-se que o modelo numérico proposto é válido e permite sem mais ajustes o avanço das investigações sobre as interferências ocasionadas por uma obstrução total na rede de escoamento dendrítico com três níveis de ramificação dicotômica de tubos cilíndricos.

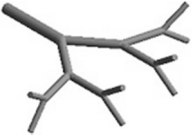
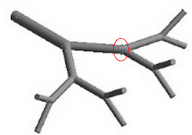
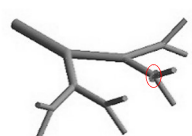

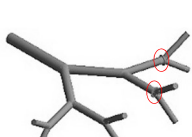
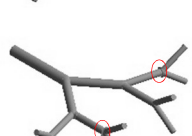
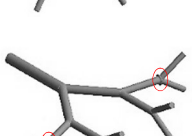
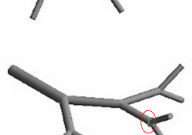
6.5 Resultados e Discussões

As influências da formação de redes em forma de árvore com oclusão total foram simuladas para identificar as influências sobre o escoamento em estruturas com elementos de obstrução nos diferentes níveis de ramificação. A estratégia de experimentação numérica foi aplicada conforme a Tab. 6.2, onde o caso O1 possui a configuração sem obstruções, resultados os quais serão o denominador da aplicação da Equação 6.1.

Os campos de velocidade e pressão foram simulados com o objetivo de determinar como ocorre a interação entre as obstruções e o escoamento na estrutura em forma de árvore. Desta forma, o intervalo da razão de diâmetros $0,6 \leq a_D \leq 1$ foi estudado. Para todas as configurações geométricas foram simulados diferentes valores de vazão mássica, os quais são determinados pelo número de Reynolds no intervalo $10^2 \leq Re_D \leq 10^3$.

Na Figura 6.6, apresenta-se a distribuição da pressão estática ao longo da estrutura em forma de árvore com três níveis de ramificação e obstrução total em níveis de ramificação distintos. Com o intuito de facilitar a comparação dos campos e pressão estática, adotaram-se escalas iguais para todas as estruturas com o mesmo número de Reynolds. O critério foi adotar a máxima pressão que ocorre na superfície de entrada do modelo, para uma estrutura com obstrução do tubo 1A.

Tabela 6.2 - Experimentação na localização da obstrução

Caso	Tubo obstruído	Esquema	Tubos com escoamento	Tubos sem escoamento
O1	nenhum		0A 1A 1B 2A 2B 2C 2D 3A 3B 3C 3D 3E 3F 3G 3H	nenhum
O2	1A		0A 1B 2C 2D 3E 3F 3G 3H	1A 2A 2B 3A 3B 3C 3D
O3	2B		0A 1A 1B 2A 2C 2D 3A 3B 3E 3F 3G 3H	2B 3C 3D
O4	3C		0A 1A 1B 2A 2B 2C 2D 3A 3B 3D 3E 3F 3G 3H	3C
O5	2A2B		0A 1A 1B 2C 2D 3E 3F 3G 3H	2A 2B 3A 3B 3C 3D
O6	2A2C		0A 1A 1B 2B 2D 3C 3D 3G 3H	2A 2C 3A 3B 3E 3F
O7	2A2D		0A 1A 1B 2B 2C 3C 3D 3E 3F	2A 2D 3A 3B 3G 3H
O8	2B2C		0A 1A 1B 2A 2D 3A 3B 3G 3H	2B 2C 3C 3D 3E 3F

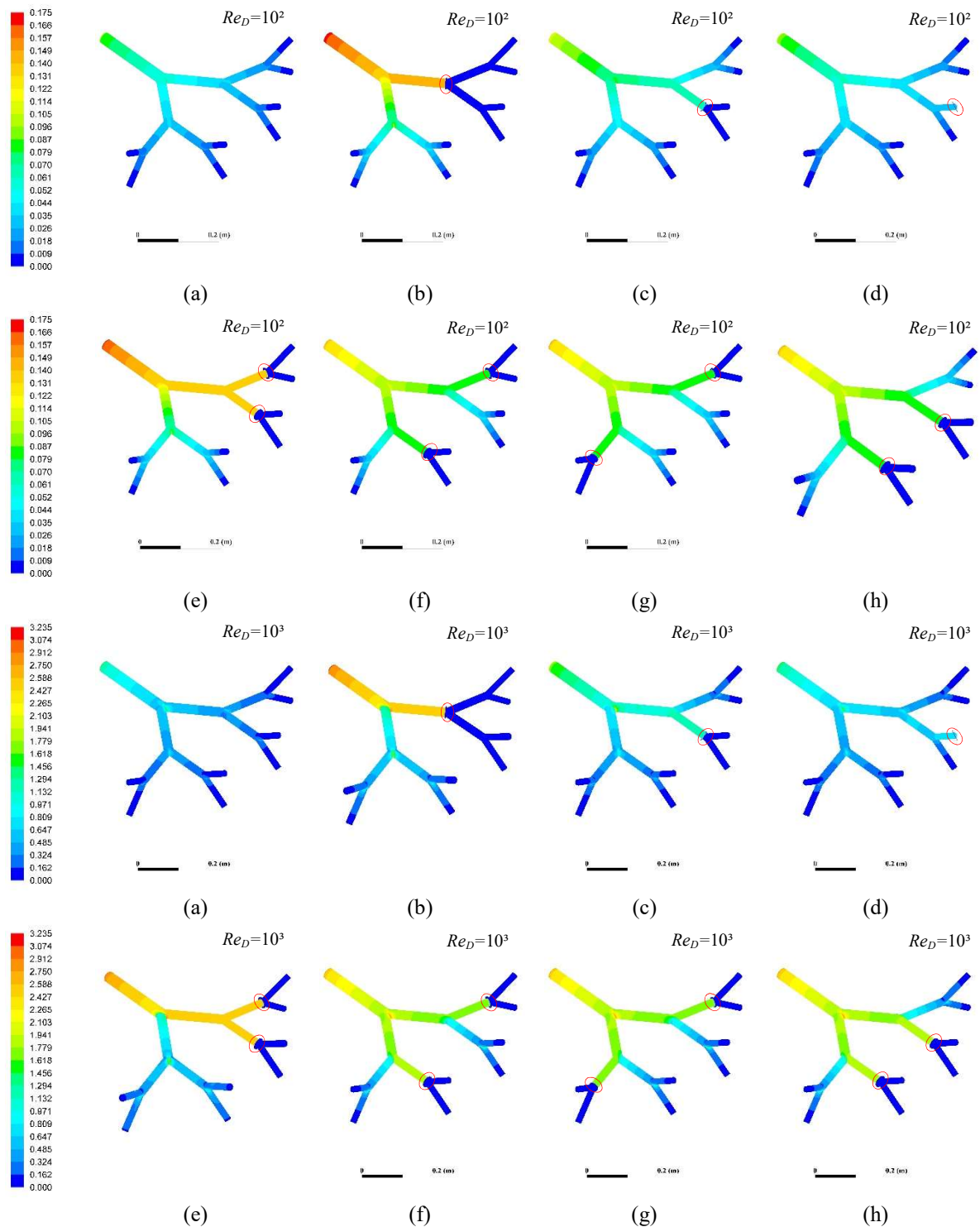


Figura 6.6 - Campo de pressão estática em função do local da obstrução e número de Reynolds, $a_D = 0,80$, escoamento de fluido newtoniano: obstruções nos tubos (a) sem obstrução, (b) 1A, (c) 2B, (d) 3C, (e) 2A e 2B, (f) 2A e 2C, (g) 2A e 2D e (h) 2B e 2C.

Observa-se que em uma estrutura obstruída, a resistência ao escoamento distingue-se conforme a aplicação do elemento de obstrução ao longo dos níveis de ramificação.

Analisando os gradientes de pressão estática na Figura 6.6, quando uma obstrução total é imposta ao sistema, ocorre um incremento da pressão necessária para superar as resistências ao escoamento. Comparando em relação a estrutura sem obstruções, destaca-se os casos O2 e O5, os quais são semelhantes, pois o sistema se reduz a 4 saídas, ocorrendo um incremento da pressão estática na ordem de 1,95 e 3,32 vezes, para o escoamento parametrizado com $Re_D = 10^2$ e 10^3 . Quando as obstruções ocorrem de acordo com a configuração dos casos O2 e O5 apresentam o máximo no incremento de pressão estática em comparação a uma estrutura sem obstrução.

As resistências das estruturas em forma de árvore com a aplicação dos elementos e obstrução são calculadas e comparadas com a resistência de uma rede projetada usando a lei de Hess-Murray (Equação 4.14). Os resultados são apresentados na Figura 6.7, em função da razão de diâmetros e número de Reynolds.

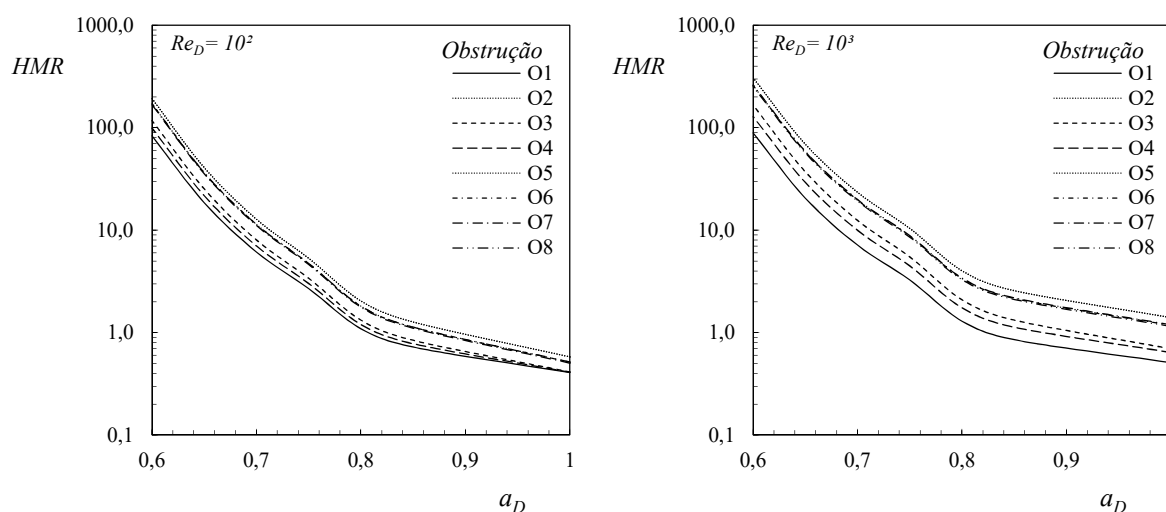


Figura 6.7 - Razão de resistências (Equação 4.14) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds

É possível observar na Figura 6.7, a mesma tendência apresentada na Figura 4.12. O ponto de mínimo ocorre em $a_D = 1$. Observa-se de forma geral que para valores de $a_D < 2^{-1/3}$ obtém-se resultados de $HMR > 1$ e para valores de $a_D > 2^{-1/3}$ obtém-se resultados de $HMR < 1$.

Desviam-se da tendência geral, as obstruções que ocorrem no nível 1, ou obstruções duplas no nível 2, para o maior número de Reynolds, onde os valores calculados de $HMR > 1$.

Associa-se a este desvio uma maior resistência distribuída, imposta no tubo do nível 1 que desenvolve o escoamento ao longo do sistema. Pode-se associar esta configuração de obstrução com um incremento de esbeltez da estrutura em forma de árvore, pois praticamente o tubo do nível 0 e do nível 1 tornam-se único e não ocorre divisão do escoamento.

As razões das resistências da estrutura obstruída (Equação 6.1) são calculadas e comparadas em função da razão de diâmetros e número de Reynolds, conforme Figura 6.8.

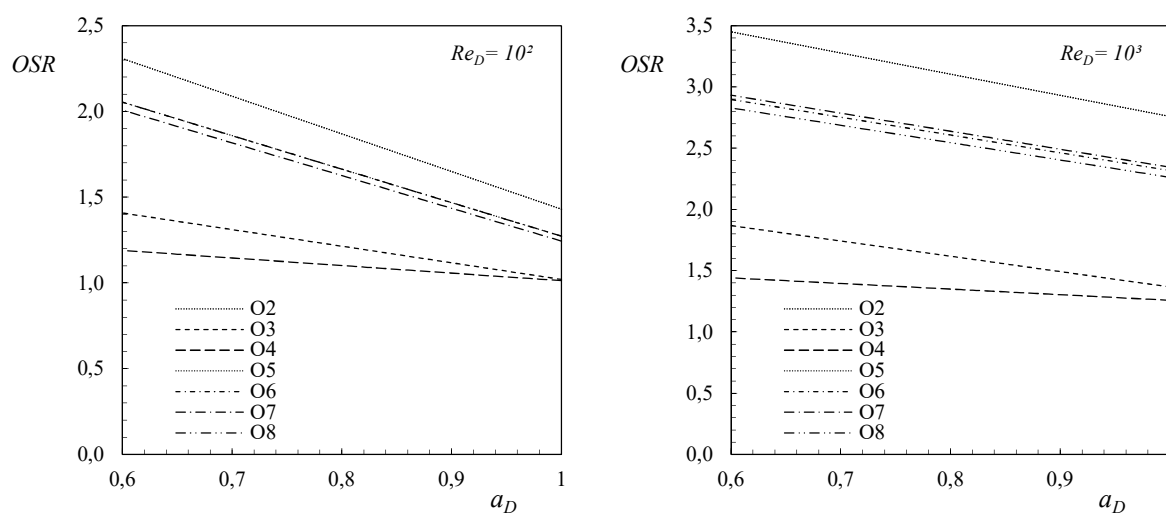


Figura 6.8 - Razão global da estrutura obstruída (Equação 6.1) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds

É possível observar qualitativamente que, conforme ocorre o incremento do índice de esbeltez ou a redução da razão de diâmetros ocorre o incremento da OSR . Esta mesma observação também é percebida com incremento do número de Reynolds.

Comparando as curvas, destaca-se que a obstrução no nível 1 possui a maior OSR para todas as relações de diâmetros, enquanto a obstrução no nível 3 possui a menor OSR .

Em um extremo, quando a obstrução ocorre no nível 1, a resistência ao escoamento é incrementada entre 1,45 a 2,43 vezes para $Re_D = 10^2$ e 2,41 a 3,00 vezes para $Re_D = 10^3$. No outro extremo, quando a obstrução ocorre no nível 3, a resistência é incrementada entre 1,08 a 1,30 vezes e 1,28 a 1,37 vezes, respectivamente para o menor e maior número de Reynolds.

Os valores de OSR para obstruções no nível 2 são intermediários entre o nível 1 e o nível 3. Porém, observa-se que quando dois tubos são obstruídos no nível 2, o valor de OSR é superior, quando comparado a um único tubo obstruído no mesmo nível de ramificação.

Desta forma com a análise dos resultados da Figura 6.8, a razão global da estrutura obstruída demonstra a proporcionalidade entre a quantidade de tubos obstruídos e a resistência global ao escoamento. Estes resultados complementam as avaliações elencadas para a Figura 6.6.

As perdas de carga adimensional, para as estruturas com obstruções, são obtidas por meio do número de Euler (Equação 4.15) e estão apresentados na Figura 6.9, em função da razão de diâmetros e número de Reynolds.

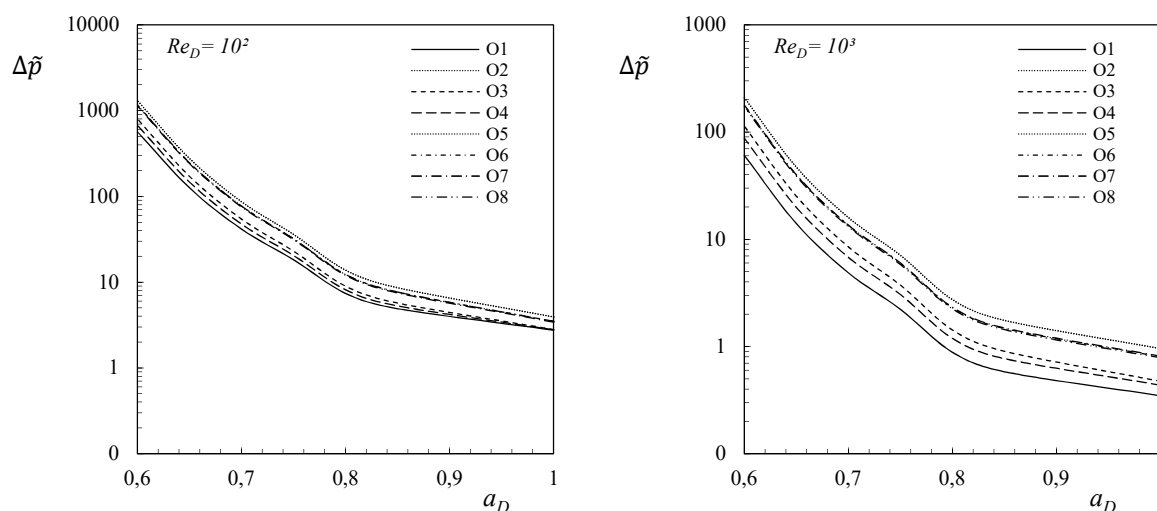


Figura 6.9 - Número de Euler (Equação 4.15) em função da razão de diâmetros e número de Reynolds

É possível observar na Figura 6.9, a mesma tendência apresentada na Figura 4.13, ou seja, o número de Euler aumenta conforme o número de Reynolds diminui, além de, diminuir conforme aumenta a razão de diâmetros ou redução do índice de esbeltez.

Novamente, seguindo o pensamento da representação física do número de Euler, ou seja, a razão das forças de pressão para as forças de inércia, quando uma obstrução ocorre em níveis de ramificação menos elevados, significa um incremento expressivo nas forças de inércia (em relação às forças de pressão) ocorrendo à medida que reduz a razão de diâmetros ou aumenta o índice de esbeltez. Por outro lado, este incremento não é tão expressivo para quando as obstruções ocorrem em níveis de ramificação mais elevados.

Através das Figuras 6.10 e 6.11, pode-se visualizar a distribuição da resistência em cada nível de ramificação em função da razão de diâmetros (a_D).

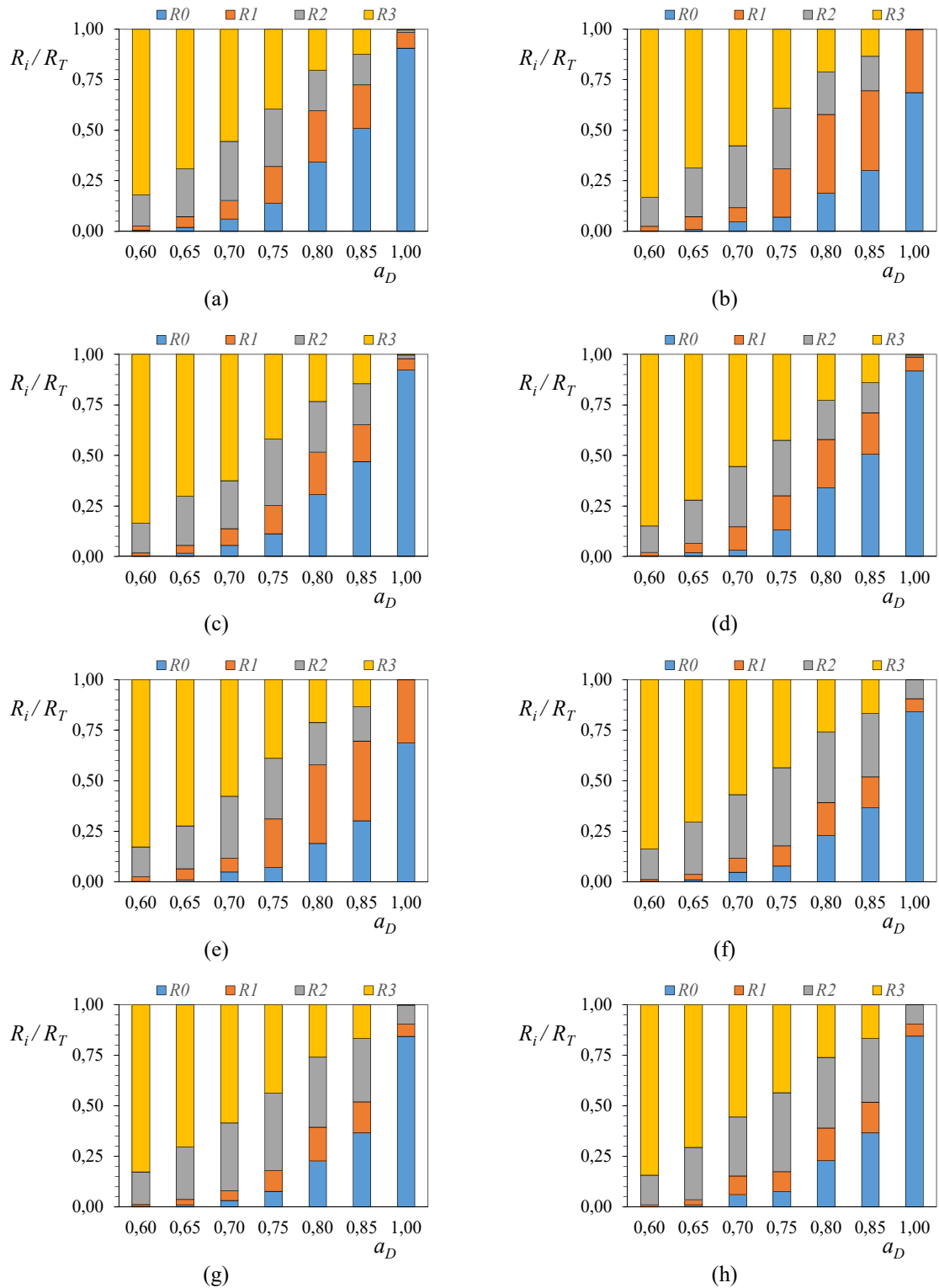


Figura 6.10 - Razão de resistências (R_i/R_T) para o escoamento de fluido newtoniano em função da razão de diâmetros (a_D), $Re_D = 10^2$ obstruções nos tubos: (a) sem obstrução, (b) 1A, (c) 2B, (d) 3C, (e) 2A e 2B, (f) 2A e 2C, (g) 2A e 2D e (h) 2B e 2C.

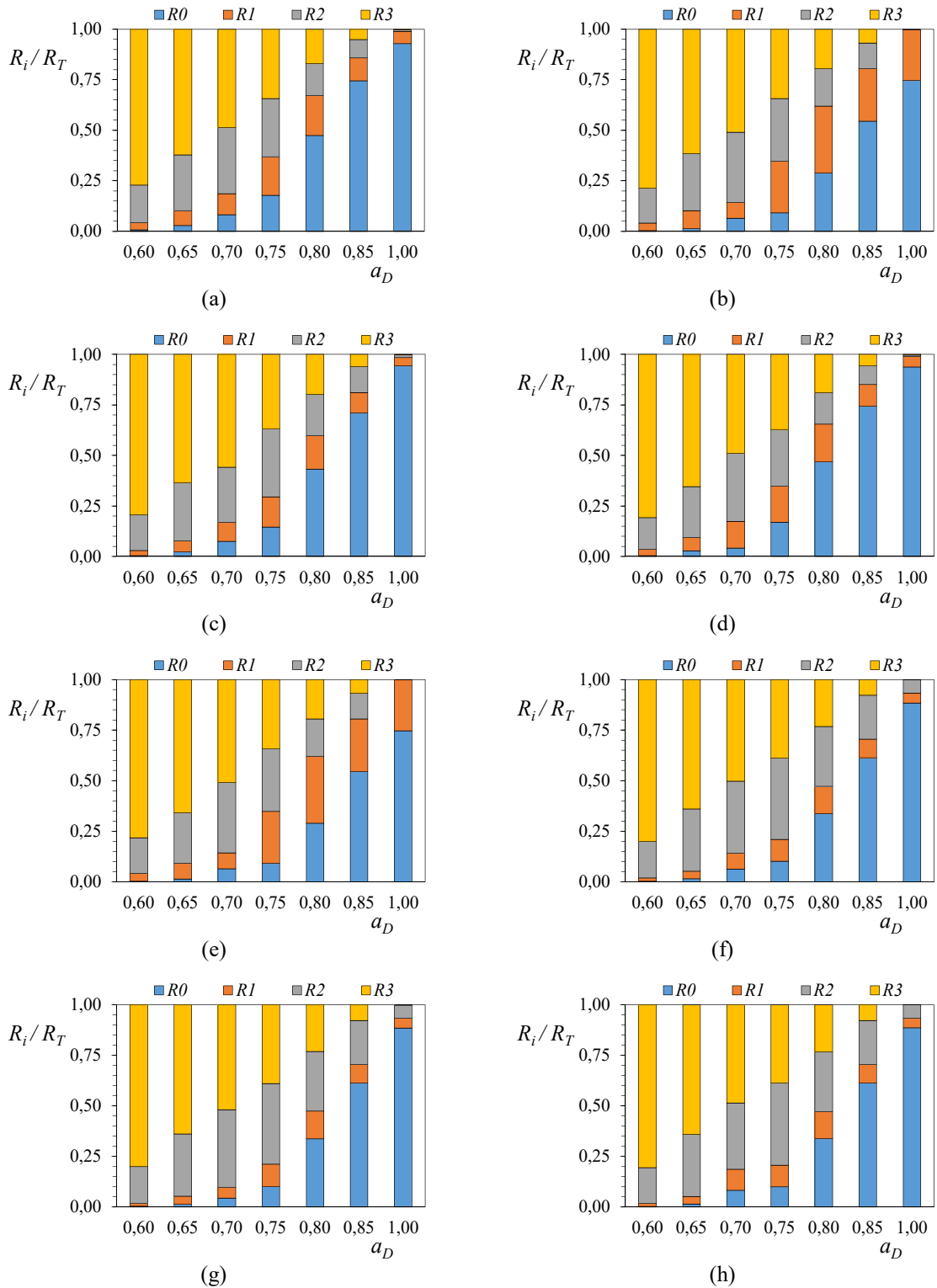


Figura 6.11 - Razão de resistências (R_i/R_T) para o escoamento de fluido newtoniano em função da razão de diâmetros (a_D), $Re_D = 10^3$ obstruções nos tubos: (a) sem obstrução, (b) 1A, (c) 2B, (d) 3C, (e) 2A e 2B, (f) 2A e 2C, (g) 2A e 2D e (h) 2B e 2C.

Observa-se que para as relações de diâmetros entre 0,75 a 0,85, ocorre a distribuição homogênea das resistências ao escoamento entre todos os níveis de ramificação. Seguindo a tendência da estrutura onde o escoamento se desenvolve sem obstruções, examina-se que nos níveis de ramificação 0 e 1, a resistência adimensional aumenta com a_D , enquanto para os níveis de ramificação 2 e 3, diminui com a_D . Deste modo a composição equivalente dos níveis 0 e 1 tende a ter a maior resistência ao escoamento para $a_D > 0,8$ e o nível de ramificação 3 para $a_D < 0,8$.

A distribuição de resistências é sensível principalmente a quantidade de tubos obstruídos e o nível onde é aplicado o elemento de obstrução. É possível associar um incremento na relação R_i/R_T de um determinado nível de ramificação com a aplicação do elemento de bloqueio, neste mesmo nível. Novamente, ressalva-se que obstruções nos primeiros níveis de ramificação, ou seja, mais próximos da entrada do sistema, provoca uma maior influência sobre o perfil de distribuição de resistências que obstruções aplicadas nos últimos níveis de ramificação, ou seja, mais próximo da saída do modelo.

Com o intuito de melhor identificar a geometria que proporciona a distribuição e resistências homogêneas, a Figura 6.12 permite observar o perfil de resistências apresentado pelos níveis de ramificação de 0 a 3 em função do número de Reynolds e do local de aplicação do elemento de obstrução, conforme os casos apresentados na Tab. 6.2.

Os resultados para o escoamento de fluido newtoniano em uma estrutura livre de obstruções mostrou que a distribuição mais homogênea das resistências é dependente do número de Reynolds. Entretanto, para o escoamento em uma rede em forma de árvore a distribuição homogênea está mais fortemente associada ao local de aplicação do elemento de obstrução. Porém, verifica-se uma tendência para razões de diâmetros $a_D < 0,80$.

Assim, entre os casos estudados, a estrutura com $a_D = 0,75$, aparentemente tem uma distribuição mais homogênea que a estrutura $a_D = 0,80$. Associa-se estes resultados da estrutura com a distribuição mais homogênea com o incremento do índice de esbeltez, pois uma rede com maior esbeltez tende que as perdas localizadas sejam muito menores que as perdas por atrito, conforme identificado nos resultados da Tab. 4.4.

Concatenando ideias e resultados, com a aplicação do elemento de obstrução, naturalmente os tubos sem obstruções, ou livres para o escoamento, tem um incremento da velocidade média e, por consequência, um incremento do número de Reynolds local. Seguindo o pensamento que o número de Reynolds representa a razão das forças de inércia para as forças

de atrito, isso significa que um aumento significativo nas forças de inércia (em relação às forças de atrito) ocorre à medida que o elemento de obstrução é aplicado na estrutura em forma de árvore.

A partir do exame apurado da Figura 6.12, é possível também destacar que o perfil de resistência apresentado pelos níveis de ramificação de 0 a 3 é independente do número de Reynolds.

Além da influência da aplicação de um elemento de obstrução ao longo dos níveis de ramificação, outro quesito relevante ao projeto e operação destes sistemas em forma de árvore, é o número de tubos da saída que tem escoamento nulo, devido à aplicação do elemento de obstrução. Assim, o máximo da relação R_i / R_T para o nível zero ocorre para uma estrutura sem obstruções, ou seja, máximo de saídas do modelo. Desta forma, observa-se a correlação que quanto mais tubos sem escoamento na saída do modelo, menor é a relação R_i / R_T deste nível.

Seguindo nesta mesma linha de raciocínio, é possível descrever um princípio geral, ao aplicar um elemento de obstrução em certo nível de ramificação i , a relação R_i / R_T do nível obstruído aumenta, para os níveis menores que i a relação R_i / R_T diminui e para os níveis maiores que i a relação R_i / R_T aumenta.

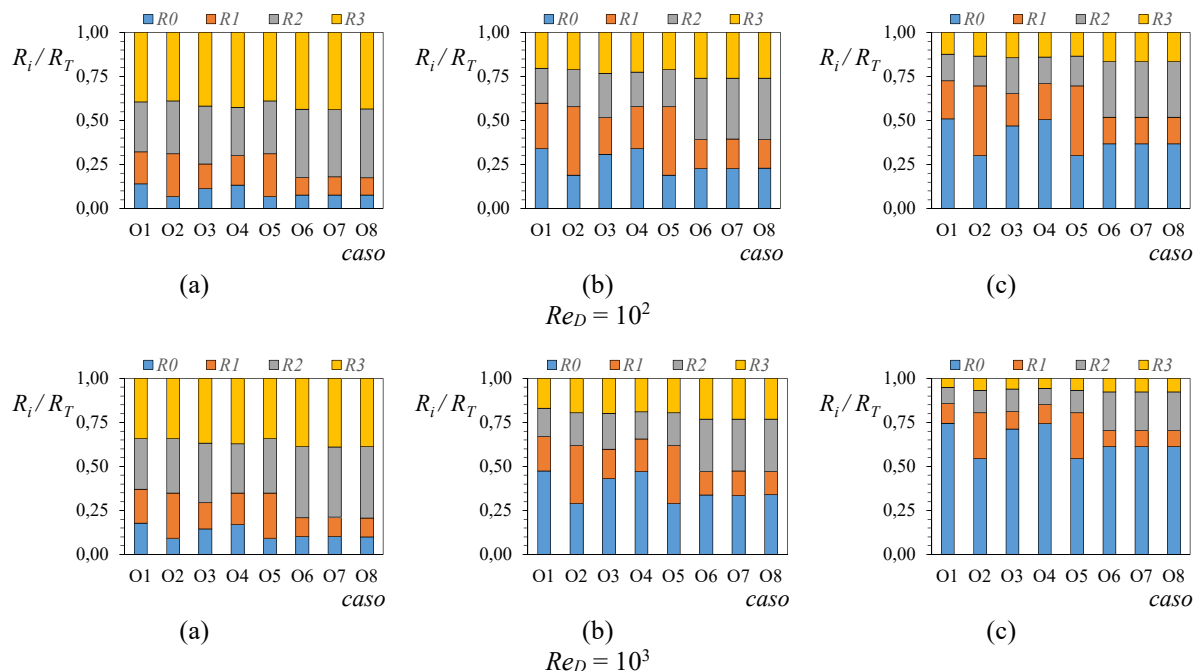


Figura 6.12 - Razão de resistências (R_i / R_T) para o escoamento de fluido newtoniano em função dos tubos obstruídos para razão de diâmetros (a_D) igual (a) 0,75 (b) 0,80, (c) 0,85

7 ESCOAMENTO DE FLUIDO NÃO NEWTONIANO

7.1 Descrição do Problema

Os fluidos para os quais a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional à taxa de deformação são fluidos newtonianos. Usualmente, a expressão *não newtoniano* é utilizada para classificar todos os fluidos onde a tensão cisalhante não é diretamente proporcional à taxa de deformação [Fox et al., 2010].

A definição de um fluido não newtoniano não é fácil devido às diversas características que estes apresentam. A definição mais simplista de um fluido não newtoniano é a negação da definição de fluido newtoniano, já que estes constituem um caso muito particular.

Os fluidos não newtonianos são estruturalmente complexos, incluem soluções poliméricas, polímeros fundidos, soluções de sabão, suspensões, emulsões, pastas e alguns fluidos biológicos e naturais. Geralmente eles são compostos por macromoléculas que impõem muitos graus liberdade em seu interior. Sua estrutura microscópica influencia no seu comportamento macroscópico e na resposta à aplicação de tensões.

Qualitativamente, existem diferenças no comportamento do escoamento de fluidos não newtonianos. Para caracterizar os fluidos não newtonianos, é necessário medir não apenas a viscosidade, mas as tensões normais e as suas respostas viscoelásticas, ou seja, determinar as propriedades do material que apresentam as características viscosas e elásticas ao sofrerem deformações.

Seguindo este pensamento a reologia é a ciência que estuda todos os aspectos da deformação e escoamento de fluidos não newtonianos. Diversas observações feitas por reologistas mostraram que a lei de Newton da viscosidade não descreve com exatidão o comportamento de escoamentos de muitos fluidos naturais ou sintéticos. Desta forma, alterações na lei de Newton da viscosidade, são propostas como forma de ajustar as variações da viscosidade com a taxa de deformação.

O estudo do escoamento de fluido não newtoniano, modelado conforme o modelo reológico de Carreau, será aplicado na rede de escoamento dendrítico com três níveis de ramificação dicotômica de tubos cilíndricos, conforme as premissas da estrutura apresentada na Figura 4.1 e será determinada através das Equações 4.1 a 4.4.

7.2 Modelo Matemático

O regime do escoamento foi determinado pela vazão mássica (\dot{m}), que entra no sistema pela área transversal definida na entrada do duto de diâmetro D_0 e escoam ao longo do domínio, dividindo-se na junção e saindo do sistema pela área transversal da saída dos dutos de diâmetro D_3 .

$$\dot{m} = \int \rho u_0 dA \quad (7.1)$$

onde \dot{m} é a vazão mássica, ρ é massa específica e u_0 a velocidade desenvolvida no duto principal.

O estudo proposto é assumido tridimensional, laminar, incompressível, regime permanente e propriedades uniformes. A avaliação será feita para diferentes fluidos, os quais são governados pelo grupo adimensional definido como Número de Reynolds (Re_D).

Para os fluidos não newtonianos o número de Reynolds é definido como

$$Re_D = \frac{\rho u_0 D_0}{\eta_c} \quad (7.2)$$

onde, ρ é massa específica, u_0 a velocidade, D_0 é o diâmetro do duto e η_c é a viscosidade característica.

Para uma melhor compreensão global e facilidade na comparação dos resultados é conveniente determinar um marcador de desempenho para avaliar os efeitos entre o escoamento de fluido não newtoniano modelado conforme Carreau e o escoamento de fluido newtoniano. A avaliação numérica será realizada através da razão de resistências, sendo determinada por

$$CNR = \frac{R_{Carreau}}{R_{newtoniano}} \quad (7.3)$$

onde, CNR é a razão de resistências, $R_{Carreau}$ a resistência total ao escoamento conforme parâmetros reológicos do modelo Carreau expressos na Tab. 7.2 e $R_{newtoniano}$ é a resistência total

ao escoamento de fluido newtoniano com propriedades $\rho = 1060 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 0,0035 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, ambas resistências definidas conforme Equação 4.7.

7.3 Equações Fundamentais

Para a solução das equações de balanço de conservação da massa e quantidade de movimento, aplicadas ao escoamento de fluido não newtoniano, assumindo as condições de regime permanente, propriedades constantes e desconsiderando as forças de campo, as equações para a conservação da massa e quantidade de movimento, para um fluido newtoniano generalizado, podem ser expressas respectivamente

$$\nabla \mathbf{v} = 0 \quad (7.4)$$

$$\rho \mathbf{v} \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \nabla \boldsymbol{\tau} \quad (7.5)$$

onde \mathbf{v} é o vetor velocidade e $\boldsymbol{\tau}$ o tensor das tensões. A equação constitutiva do tensor das tensões pode ser expressa por

$$\boldsymbol{\tau} = 2 \eta(\dot{\gamma}) \mathbf{D} \quad (7.6)$$

onde $\eta(\dot{\gamma})$ é a função viscosidade, e $\dot{\gamma}$ a magnitude do tensor taxa de deformação e \mathbf{D} é o tensor taxa de deformação. A magnitude do tensor taxa de deformação, pode ser expresso por

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr} \mathbf{D}} \quad (7.7)$$

onde tr é o operador traço (soma dos elementos da diagonal principal da matriz) e \mathbf{D} é o tensor taxa de deformação definido por

$$\mathbf{D} = \nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T \quad (7.8)$$

Visto que a lei de Newton para a viscosidade e as hipóteses de Stokes não são válidas para o escoamento de fluidos não newtonianos, se faz necessário definir uma função viscosidade para descrever com exatidão o comportamento do escoamento, o modelo empírico mais simples é expresso pela lei da potência de dois parâmetros

$$\eta(\dot{\gamma}) = k(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (7.9)$$

onde $\eta(\dot{\gamma})$ é a função viscosidade, k é o coeficiente de consistência do fluido e n o índice de potência, onde os dois últimos são os parâmetros empíricos de ajuste de curvas

Para um fluido dilatante, o índice de potência pode assumir valores entre 0 e 1. Quanto menor o valor de n , maior o grau de dilatação. Para um fluido pseudoplástico, o índice n será maior que a unidade. Quando $n = 1$, a equação descreve o comportamento de fluidos newtonianos, assim $\eta(\dot{\gamma})$ é constante e igual a μ .

A função viscosidade expressa através de dois parâmetros empíricos (Equação 7.9), apesar de ser relativamente simples, descreve a curva de viscosidade não newtoniana sobre a porção linear em um gráfico log-log da viscosidade em função da taxa de cisalhamento. Entretanto, para muitos materiais um melhor ajuste da curva pode ser obtido usando o modelo reológico de Carreau de quatro parâmetros, definido como

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty})[1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (7.10)$$

onde, η_0 é a viscosidade à taxa de cisalhamento nula, η_{∞} é a viscosidade à taxa de cisalhamento infinito, λ é constante do tempo, e n é o índice de escoamento. A forma adimensional deste modelo é:

$$\tilde{\eta} = \eta^* + (1 - \eta^*)[1 + (\lambda\dot{\gamma}^*)^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (7.11)$$

onde

$$\tilde{\eta} = \frac{\eta(\dot{\gamma})}{\eta_{\infty}} \quad (7.12)$$

$$\eta^* = \frac{\eta_0}{\eta_\infty} \quad (7.13)$$

$$\dot{\gamma}^* = \frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \quad (7.14)$$

Para escoamentos de fluidos pseudoplásticos, aplicados nos estudos de escoamento de fluidos não newtoniano, os grupos adimensionais para a similaridade dinâmica são o número de Reynolds (Equação 7.2) com $\eta_c = \eta_0$ e o número de Carreau definido como

$$\tilde{\lambda} = \frac{\lambda u_0}{D_0} \quad (7.15)$$

onde, $\tilde{\lambda}$ é o número de Carreau, λ é a constante do tempo, u_0 a velocidade, D_0 é o diâmetro do tubo.

As condições de contorno aplicadas na solução das Equações 7.4 e 7.5 são:

i) na entrada do modelo

$$\begin{aligned} u &= u_0 \\ v &= 0 \\ w &= 0 \end{aligned} \quad (7.16)$$

ii) na saída do modelo

$$p = 0 \quad (7.17)$$

onde \mathbf{n} representa a direção normal das superfícies de saída do modelo

iii) nas superfícies das paredes

$$\mathbf{v} = 0 \quad (7.18)$$

ou seja, a condição de contorno de não deslizamento e não penetração é imposta.

7.4 Parâmetros Reológicos

Utiliza-se as mesmas propriedades usadas por Dutra (2020), onde foi realizada uma ampla revisão dos parâmetros reológicos para o sangue, para uma investigação em uma ampla faixa de parâmetros reológicos de Carreau, conforme a Tab. 7.1.

Tabela 7.1 - Faixa de parâmetros reológicos de Carreau para o modelo do sangue

Parâmetro	Valores
η^*	15 - 1000
λ	3 - 50
n	0,35 - 0,60

Entretanto, para avançar na investigação sobre o estudo de fluidos não newtonianos em estruturas dicotômicas em forma de árvore, apresenta-se a estratégia de experimentação numérica com os parâmetros reológicos do modelo de Carreau aplicados nesta seção conforme a Tab. 7.2.

Tabela 7.2 - Experimentação na parametrização da malha

Caso	Re_D	$\tilde{\lambda}$	λ	η^*	n
C1	10^2	175	3	15	0,35
C2	10^2	175	3	15	0,60
C3	10^2	2917	50	15	0,35
C4	10^2	2917	50	15	0,60
C5	$2,5 \times 10^2$	438	3	15	0,35
C6	$2,5 \times 10^2$	438	3	15	0,60
C7	$2,5 \times 10^2$	7292	50	15	0,35
C8	$2,5 \times 10^2$	7292	50	15	0,60

7.5 Método do Design Construtal

O método *Design Construtal*, aplicado aos ao estudo de fluido não newtoniano utilizando o modelo reológico de Carreau, é apresentado através da Figura 7.1.

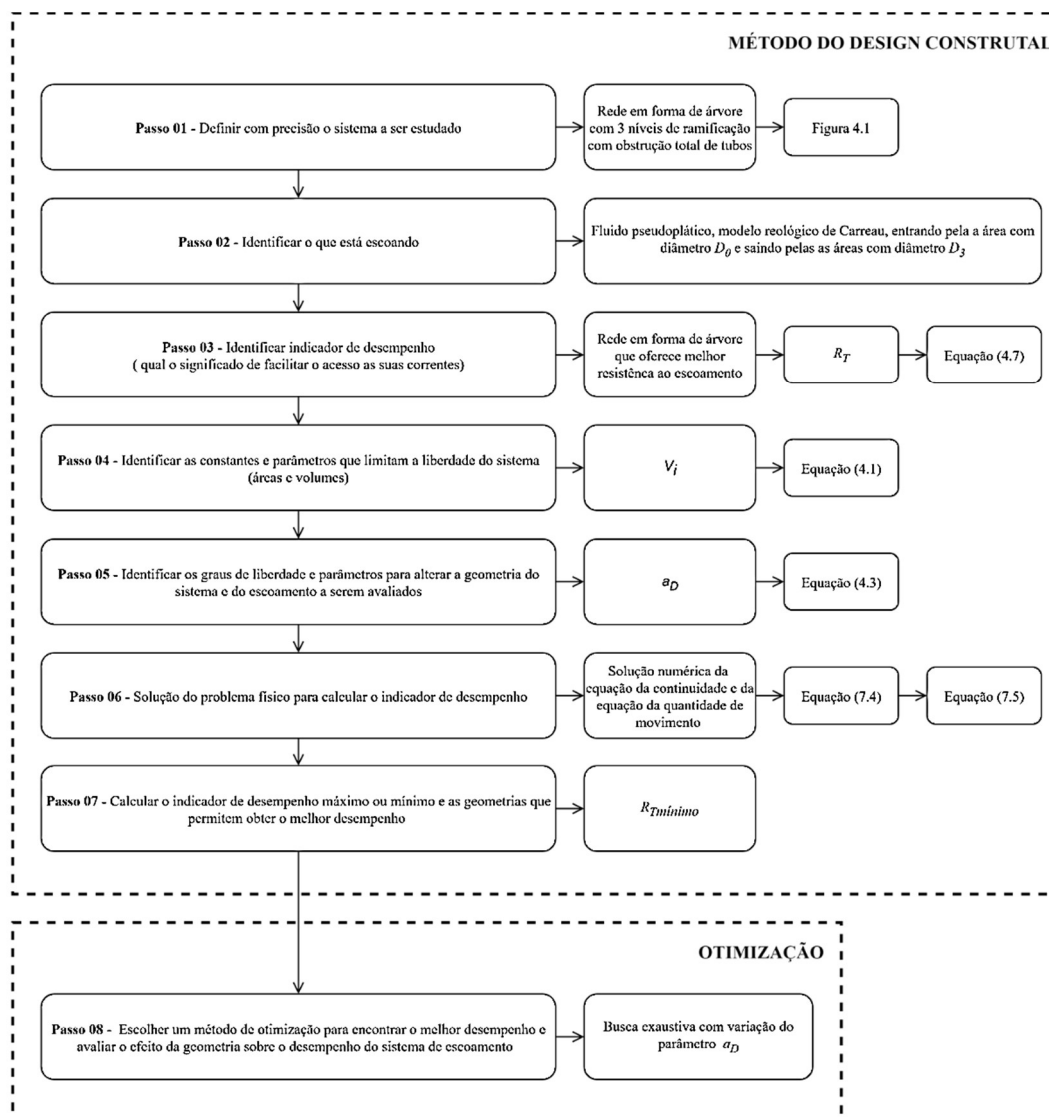


Figura 7.1 - Esquema da aplicação do Método *Design Construtal* para o escoamento de fluido não newtoniano conforme modelo reológico de Carreau

7.6 Método de Otimização

O esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva, aplicado aos objetivos deste trabalho, é apresentado através da Figura 7.2.

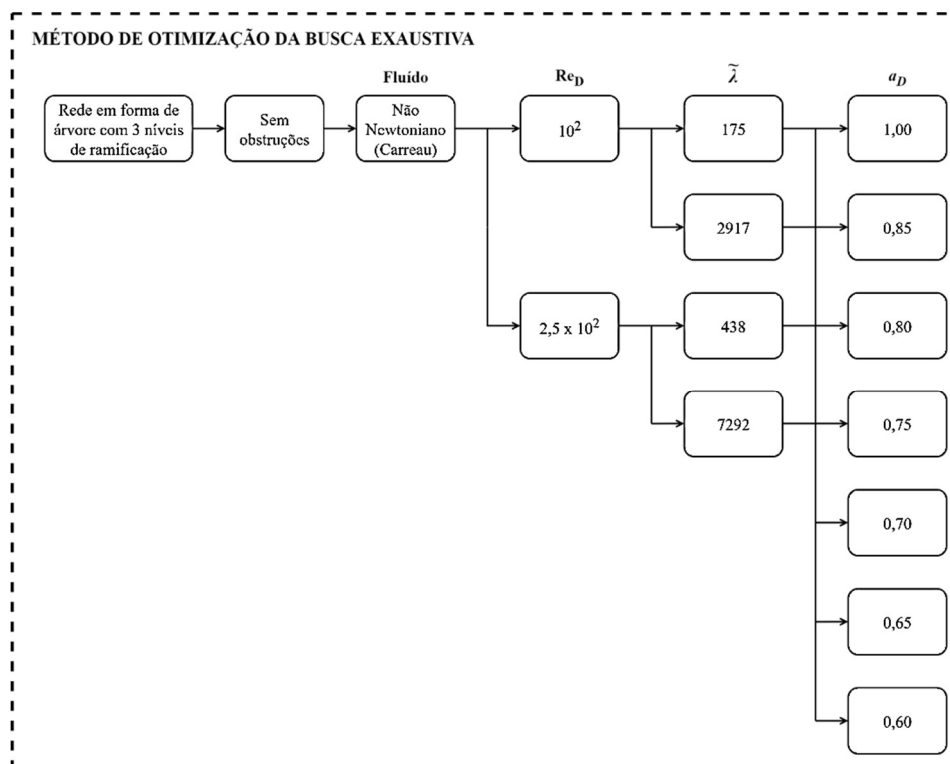


Figura 7.2 - Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva para o escoamento de fluido não newtoniano conforme modelo reológico de Carreau

7.7 Modelo Numérico

A condição de contorno da entrada do modelo é parametrizada como *mass flow inlet* e a condição de contorno de saída é parametrizada como *pressure outlet*, definida a pressão estática como zero em todas as saídas. As condições de contorno das superfícies dos tubos foram selecionadas como *wall* com a condição de não deslizamento.

A solução das equações para a conservação da massa e da quantidade de movimento será através da solução acoplada, juntamente com a formulação *Pressure-Based* e o modelo de viscosidade laminar.

O acoplamento pressão-velocidade foi através do algoritmo *Coupled* conjuntamente com algoritmo iterativo *Pseudo Transient* com o passo de tempo ajustado como automático. O algoritmo *Coupled* resolve as equações da continuidade baseadas em quantidade de movimento e pressão conjuntamente.

Neste estudo, os fatores de sub-relaxamento, ajustados para a convergência da solução, foram parametrizados em 0,5 para a pressão, 1,0 para a densidade, 1,0 para as forças de campo e 0,5 para a quantidade de movimento.

Na discretização espacial das equações de transporte, o método *Least Square Cell Based* é utilizado para a discretização dos gradientes, o esquema *Second Order* foi utilizado para a discretização da pressão e o esquema *Second Order Upwind* para a discretização dos termos advectivos.

As soluções numéricas foram consideradas convergidas quando os resíduos para as equações da conservação de massa e quantidade de movimento nas direções x , y e z foram inferiores a 10^{-6} para todas as equações.

Na parametrização dos materiais, o fluido não newtoniano foi selecionado com o modelo de Carreau e o método *Shear Rate Dependent*. As variáveis λ , a constante do tempo, n , o índice de escoamento, η_0 , a viscosidade à taxa de cisalhamento nula e η_∞ , a viscosidade à taxa de cisalhamento infinito, foram parametrizadas conforme estratégia de experimentação numérica com os modelos reológicos da Tab. 7.2.

7.8 Discretização do domínio

A malha segue parametrizada para manter a proporcionalidade entre os tamanhos das células e os diâmetros dos tubos. A configuração tem um total aproximado de 2.788.063 a 5.526.358 células hexaédricas e com 10 camadas de células hexaédricas na parede do tubo. O método *Grid Convergence Index (GCI)* é aplicado para verificar a incerteza da malha.

Para o teste de qualidade de malha, foi utilizada uma estrutura em forma de árvore com paredes impermeáveis e relação entre diâmetros variando entre 1,0 e 0,6. O escoamento é parametrizado com o número de Reynolds igual a 10^2 e número de Carreau 175, o fluido pseudoplástico modelado conforme Carreau com propriedades $\rho = 1060 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0,0035 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\lambda = 3 \text{ s}$, $n = 0,35$, $\eta_0 = 0,1391 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ e $\eta_\infty = 0,009275 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Os resultados para a análise da qualidade da malha estão apresentados na Tab. 7.3.

Tabela 7.3 - Teste de Qualidade de Malha para $Re_D = 10^2$ e $\tilde{\lambda} = 175$

a_D	1,00	0,85	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60
$\Delta\tilde{p}_{N1}$	0,357	0,502	0,811	2,291	5,051	14,066	56,916
$\Delta\tilde{p}_{N2}$	0,351	0,498	0,805	2,281	4,980	13,780	55,920
$\Delta\tilde{p}_{N3}$	0,346	0,488	0,789	2,261	4,966	13,746	55,584
$N1$	4.673.233	4.647.629	4.940.460	4.931.950	5.207.548	5.468.679	6.134.257
$N2$	2.788.063	3.873.024	4.117.050	4.109.958	4.691.485	4.926.738	5.526.358
$N3$	531.438	762.199	837.684	859.554	973.490	1.093.821	1.303.078
GCI	1,57%	1,40%	1,16%	1,13%	1,20%	1,19%	2,18%

É importante observar que, com base na experiência e não na derivação formal, um valor máximo de GCI de 5% é considerado aceitável para este método.

7.9 Verificação do Modelo Matemático e Numérico

A verificação do modelo matemático e numérico aplicado ao escoamento de fluido pseudoplástico, modelado conforme Carreau, foi realizada por comparação com uma estrutura bifurcada com menos níveis de ramificação, ou seja, uma estrutura com 2 saídas, e o modelo aplicado neste estudo possui 8 saídas, foi necessário adaptar geometricamente o modelo atual para obter a maior equivalência possível com os modelos de verificação, para isto foi suprimido o segundo e o terceiro nível de ramificação sem alterar as dimensões do modelo ou parametrização da malha. A Figura 7.3 apresenta as geometrias bifurcadas utilizadas para comparação do modelo computacional e os parâmetros dimensionais estão apresentados na Tab. 7.4.

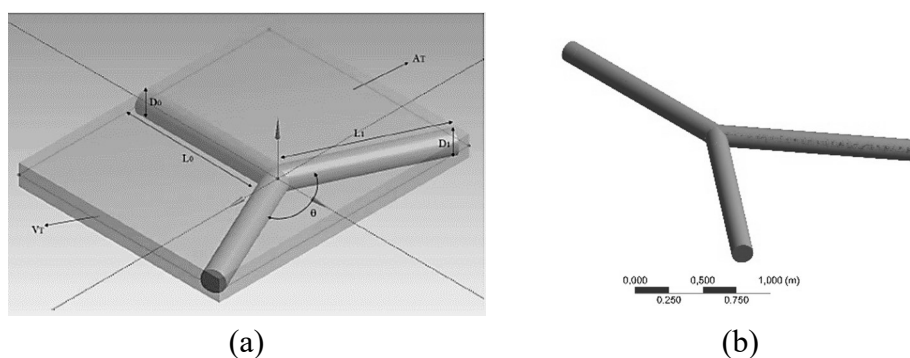


Figura 7.3 - Representação esquemática dos níveis de ramificação: (a) bifurcação em formato de Y adaptado de Pellejero (2020), (b) modelo atual adaptado.

Tabela 7.4 - Relações geométricas para verificação do modelo computacional

a_D	Pellejero (2020)	Modelo adaptado com um nível de ramificação
a_D	1,00	1,00
a_L	1,00	1,00
θ	135°	75°
V_T	1	1
V_D/V_T	0,1	0,1
Elementos de malha	4.588.271	4.288.949

As características do escoamento, as propriedades do fluido de Carreau utilizadas para a verificação do modelo computacional e o parâmetro de comparação R_{ref} foram obtidos do anexo I, arquivo 5, dos estudos de Pellejero (2020). Para a verificação do modelo matemático e numérico proposto foi realizada a comparação dos resultados que estão apresentados na Tab. 7.5.

Tabela 7.5 - Verificação do modelo numérico $Re_D = 3 \times 10^2$ e $\tilde{\lambda} = 150$, propriedades do fluido de Carreau, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_0 = 0,0015 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\eta_\infty = 0,0001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\lambda = 333333,33 \text{ s}$, $n = 0,35$

	R (Pa·s/kg)
Pellejero (2020)	0,019752721
Modelo adaptado com um nível de ramificação	0,021560961
$\varepsilon = \left \frac{R_{ref} - R}{R} \right $	0,083

Através da comparação da resistência total ao escoamento, é possível validar o modelo numérico computacional para o escoamento de fluido não newtoniano aplicando o modelo reológico de Carreau. Entende-se que o modelo numérico proposto é válido e permite o avanço dos estudos em estruturas em forma de árvore mais complexas.

Verifica-se a robustez do modelo proposto visto que ambos os resultados apresentam a mesma ordem de grandeza. Atribui-se como fontes para o erro relativo 8,3% as diferenças no ângulo de bifurcação e a expansão nos comprimentos de entrada e saída de 15 diâmetros, a qual não é aplicada no modelo adaptado com um nível de ramificação utilizado neste trabalho.

7.10 Resultados e Discussões

Os campos de velocidade e pressão foram simulados com o objetivo de determinar a estrutura simétrica em forma de árvore com três níveis de ramificação, que apresenta a menor resistência ao escoamento, ou seja, ela conduz a maximização da distribuição do escoamento.

Na Figura 7.4, apresenta-se a distribuição da pressão estática ao longo da estrutura em forma de árvore com três níveis de ramificação para o escoamento de fluido não newtoniano conforme o modelo reológico de Carreau. Para facilitar a comparação dos campos e pressão estática, adotaram-se escalas iguais para todas as estruturas com o mesmo número de Reynolds.

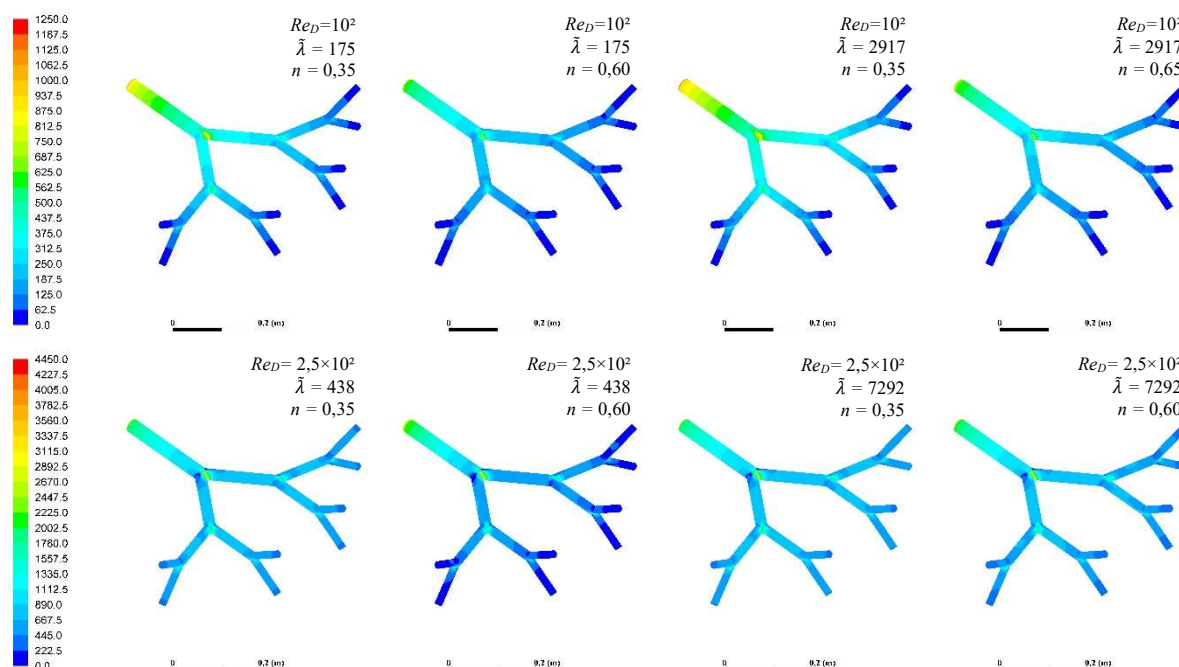


Figura 7.4 - Campo de pressão estática em função do número de Reynolds e número de Carreau, $a_D = 0,80$.

Comparando a influência dos parâmetros do escoamento sobre a variação de pressão dimensional, para o índice de escoamento (n) obtém-se uma relação de 1,103 a 1,429 vezes entre os casos semelhantes. Por outro lado, para a mesma comparação de semelhantes para a variação do número de Carreau obtém-se uma relação entre 1,030 a 1,311 vezes.

Desta forma, ao analisar os gradientes de pressão, aparentemente a variação do índice n apresenta uma maior influência sobre o escoamento, em relação aos demais parâmetros.

Avançando na investigação do comportamento do escoamento parametrizado conforme o modelo reológico de Carreau, as resistências das estruturas em forma de árvore com três níveis de ramificação são calculadas e comparadas com a resistência de uma rede projetada usando a lei de Hess-Murray (Equação 4.14). Os resultados são apresentados na Figura 7.5, em função da razão de diâmetros, número de Reynolds e número de Carreau, conforme os casos apresentados na Tab. 7.2.

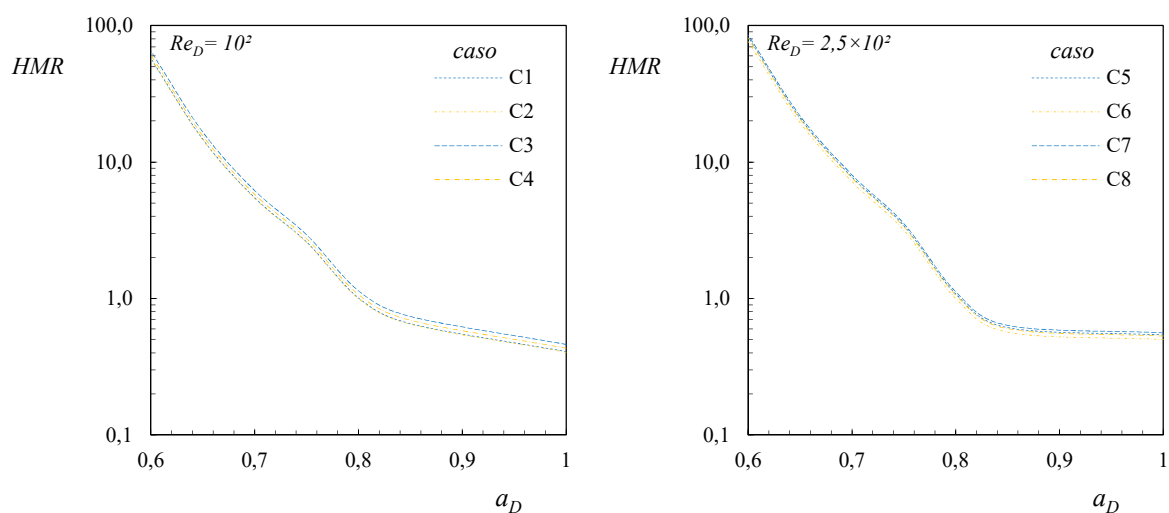


Figura 7.5 - Razão de resistências (Equação 4.14) em função da razão de diâmetros e número de Carreau

É possível observar na Figura 7.5, onde ocorre o escoamento de fluido não newtoniano conforme o modelo reológico de Carreau, a mesma tendência para o escoamento de fluido newtoniano, apresentada na Figura 4.12. O ponto de mínimo ocorre em $a_D = 1$. De forma geral, para valores de $a_D < 2^{-1/3}$ obtém resultados de $HMR > 1$ e para valores de $a_D > 2^{-1/3}$ obtém resultados de $HMR < 1$.

Complementando a avaliação da tendência geral, adiciona-se a influência dos parâmetros reológicos. Assim, quanto menor o índice de escoamento (n), maior é a razão de resistências, sendo que esta aumenta conforme se aumenta o número de Reynolds (Re_D) e o número de Carreau ($\tilde{\lambda}$).

Para correlacionar os resultados, o cálculo da razão de resistências adimensionais (Equação 7.3), em função do índice de esbeltez, número de Reynolds e número de Carreau, são apresentados na Figura 7.6.

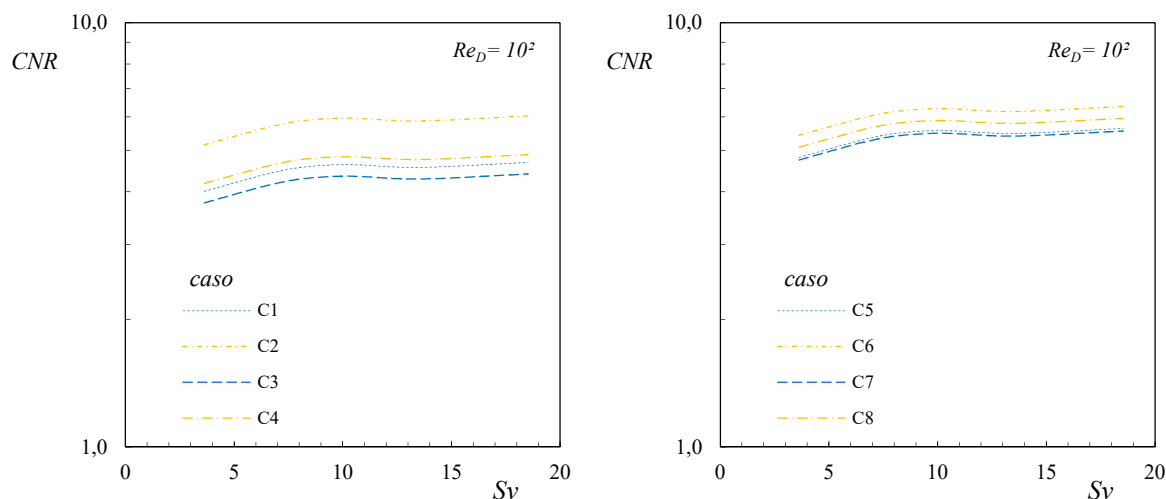


Figura 7.6 - Razão de resistências adimensional (Equação 7.3) em função do índice de esbeltez e número de Carreau

Avaliando como a esbeltez afeta a variação do escoamento de fluido ao longo da estrutura em forma de árvore, de forma geral, a razão de resistência adimensional (CNR) aumenta conforme aumenta o índice de esbeltez (Sv) da estrutura em forma de árvore ou redução da razão de diâmetros (a_D). Verifica-se, também, que a razão de resistências é influenciada pelo número de Reynolds.

As resistências ao escoamento, para o fluido parametrizado conforme o modelo reológico de Carreau, são superiores as resistências do escoamento de fluido newtoniano, em média é 4,753 vezes maior para $Re_D = 10^2$ e 5,580 vezes maior para $Re_D = 2,5 \times 10^2$. Para ambos os números de Reynolds, a menor razão de resistências adimensional é o caso C3 e a maior é o caso C2; os casos C1 e C4 são intermediários.

Destaca-se para $Sv < 10$ uma maior inclinação da curva, o que leva a entender que o escoamento em estruturas menos esbeltas estão mais sujeitas às alterações dos parâmetros reológicos, visto que para $Sv > 10$ esta inclinação é mais suave. Este pensamento converge para a relação de perdas localizadas e por atrito, visto que quando ocorre o aumento do índice de esbeltez, a estrutura em forma de árvore se torna mais fina, ou seja, esbelta, e, assim, as perdas localizadas apresentam um efeito menor sobre a geometria.

Observa-se o mesmo comportamento das curvas com a variação do número de Reynolds. De forma geral, as variações do CNR com o índice de escoamento (n) são mais significativas do que as variações com o número de Carreau ($\tilde{\lambda}$), complementando as

observações sobre a influência dos parâmetros reológicos no escoamento em redes em forma de árvore já verificada nos gradientes de pressão estática da Figura 7.4.

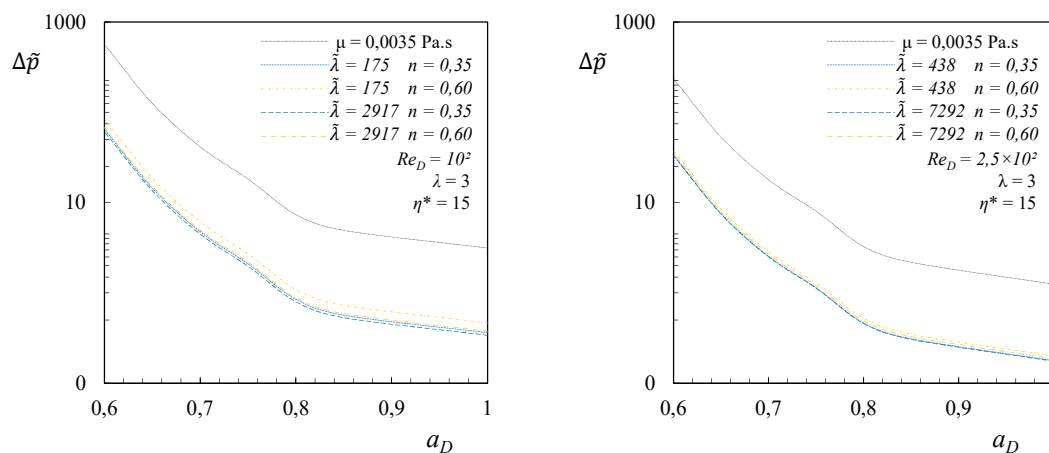


Figura 7.7 - Número de Euler (Equação 4.15) em função da razão de diâmetros e número de Carreau

É possível verificar na Figura 7.7 a mesma tendência apresentada na Figura 4.13, ou seja, o número de Euler aumenta conforme o número de Reynolds diminui, além de diminuir, conforme aumenta a razão de diâmetros ou redução do índice de esbeltez. De maneira geral, a diferença da perda de carga adimensional entre o escoamento de fluido newtoniano e o fluido não newtoniano de Carreau, é em média é 8,152 vezes menor para $Re_D = 10^2$ e 6,756 vezes menor para $Re_D = 2,5 \times 10^2$. Explicar com reologia

Seguindo o pensamento da representação física do número de Euler, um incremento expressivo nas forças de inércia (em relação às forças de pressão) ocorrendo à medida que reduz a razão de diâmetros ou aumenta o índice de esbeltez. Por outro lado, este incremento não é tão expressivo se observarmos a variação dos parâmetros reológicos para o escoamento com mesmo número de Reynolds. Defender ideia

Através da Figura 7.8, pode-se visualizar a distribuição da resistência em cada nível de ramificação em função da razão de diâmetros (a_D).

Observa-se que para as relações de diâmetros entre 0,70 a 0,80, ocorre a distribuição homogênea das resistências ao escoamento entre todos os níveis de ramificação. Complementa-se que o nível de ramificação 0 tem a maior resistência do escoamento para $a_D > 0,8$ e o nível de ramificação 3 para $a_D < 0,8$. Para os níveis de ramificação 0 e 1, a resistência adimensional aumenta com a_D , enquanto para os níveis de ramificação 2 e 3, diminui com a_D .

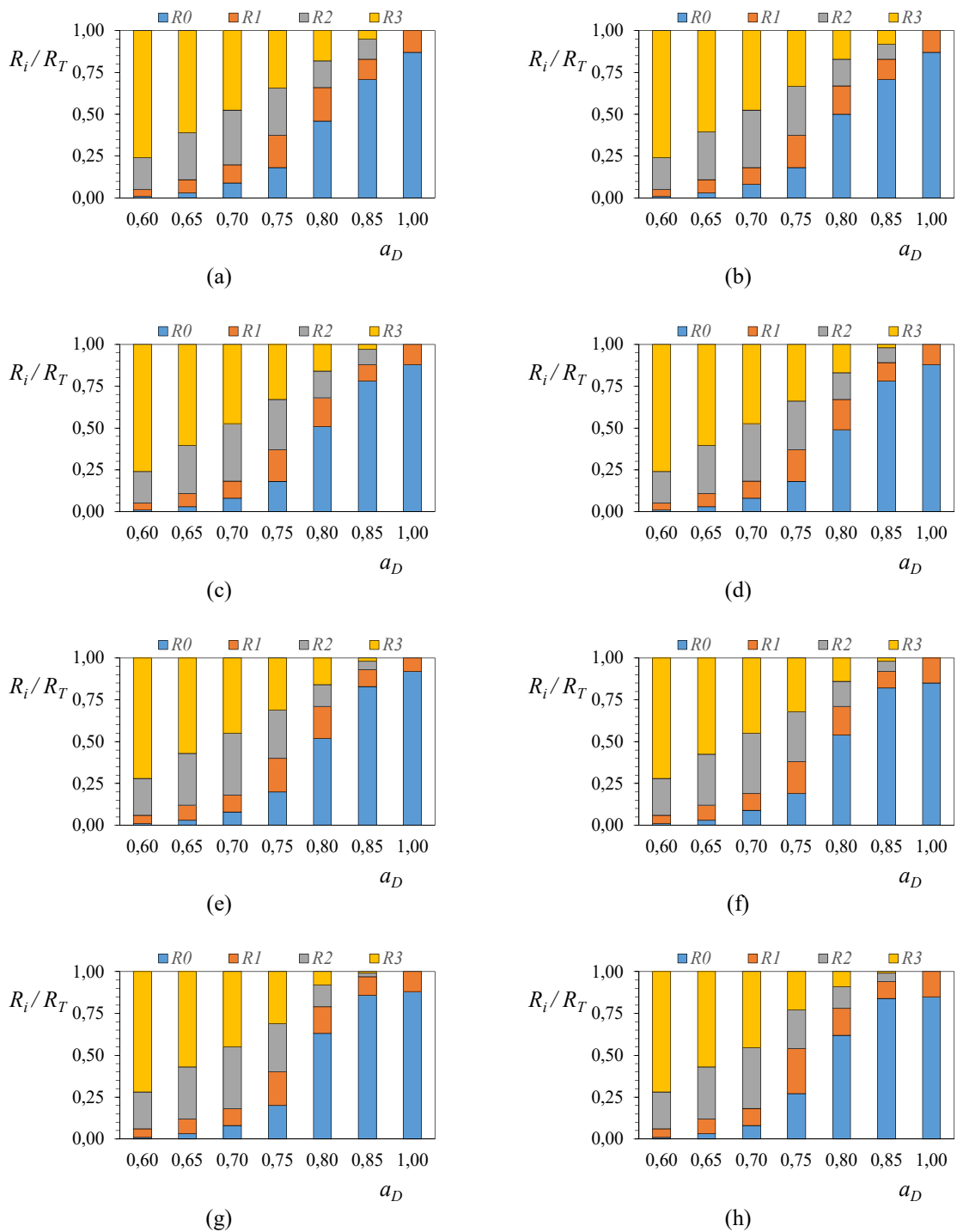


Figura 7.8 - Razão de resistências (R_i/R_T) em função da razão de diâmetros, número de Reynolds (Re_D) e número de Carreau ($\tilde{\lambda}$): $Re_D = 10^2$ (a) $\tilde{\lambda} = 175$, $n = 0,35$ (b) $\tilde{\lambda} = 175$, $n = 0,60$ (c) $\tilde{\lambda} = 2917$, $n = 0,35$ (d) $\tilde{\lambda} = 2917$, $n = 0,60$ e $Re_D = 2,5 \times 10^2$ (e) $\tilde{\lambda} = 438$, $n = 0,35$ (f) $\tilde{\lambda} = 438$, $n = 0,60$ (g) $\tilde{\lambda} = 7292$, $n = 0,35$ (h) $\tilde{\lambda} = 7292$, $n = 0,60$

Com a variação do número de Reynolds e do número de Carreau, percebem-se pequenas diferenças no perfil de distribuição de resistências, para uma dada relação de diâmetros. Assim, para melhor identificar a geometria que proporciona a distribuição e resistências homogêneas como a influência dos parâmetros reológicos. Assim, a Figura 7.9 permite observar o perfil de resistências apresentado pelos níveis de ramificação de 0 a 3 em função do número de Reynolds e dos parâmetros reológicos, conforme os casos apresentados na Tab. 7.2.

Para ampliar a avaliação e correlacionar os modelos, um caso adicional de escoamento de fluido newtoniano, caso N, foi simulado com as propriedades $\rho = 1060 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 0,0035 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, para ambos os números de Reynolds avaliados nesta seção.

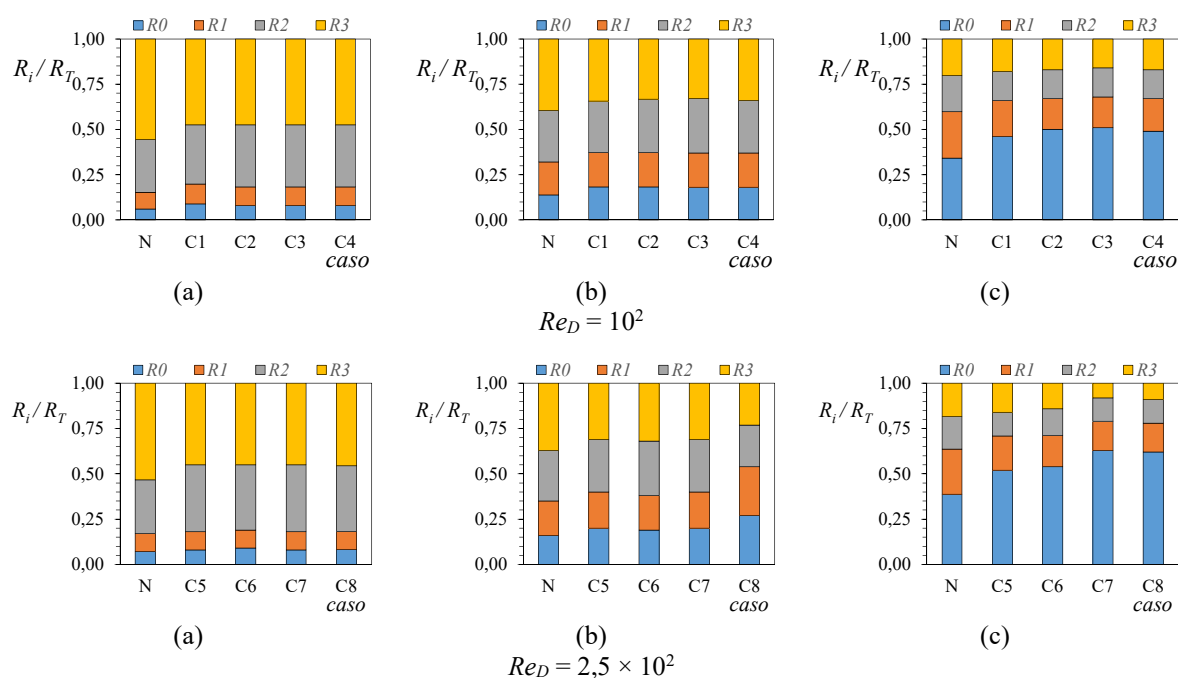


Figura 7.9 - Razão de resistências (R_i / R_T) para o escoamento de fluido newtoniano em função dos tubos obstruídos para razão de diâmetros (a_D) igual (a) 0,70 (b) 0,75 e (c) 0,80.

Notadamente, percebe-se uma semelhança de quase igualdade nas relações R_i / R_T entre os níveis de ramificação para o escoamento de fluido não newtoniano com mesmo número de Reynolds e mesmo número de Carreau. Quanto menor a razão de diâmetros ou maior o índice de esbeltez, mais semelhante são as relações R_i / R_T e menores são as influências dos parâmetros reológicos.

Visto os resultados para o escoamento de fluido newtoniano, onde a distribuição mais homogênea das resistências é dependente do número de Reynolds, assim conforme ocorre o

incremento das forças de inércia em relação às forças de atrito, as redes com melhor homogeneidade da distribuição de resistência tendem para razões de diâmetros $a_D < 0,80$.

Esta mesma tendência é verificada no escoamento de fluido não newtoniano de Carreau, pois para a relação de diâmetros $a_D = 0,75$, ocorre a distribuição homogênea das resistências ao escoamento entre todos os níveis de ramificação.

Comparando o escoamento de fluido não newtoniano com o escoamento de fluido newtoniano, ocorre incremento nas relações R_i / R_T em todos os níveis de ramificação. Verifica-se também que o nível de ramificação 0 tem a maior resistência do escoamento para $a_D > 0,8$ e o nível de ramificação 3 para $a_D < 0,8$, semelhantemente ao que ocorre com o escoamento de fluido newtoniano

As Figuras 7.10 e 7.11 mostram a vazão mássica adimensional que é transportada por cada tubo de acordo com a Equação 4.17. Ressalta-se que a assimetria do escoamento de fluido não newtoniano conforme modelo reológico de Carreau, segue a mesma tendência global da Figura 4.15.

Novamente, como existem alinhamentos dos tubos do nível 0 com o nível 2, e como verificado nos Capítulos 4 e 5, o *FRP* dos tubos $2A < 2B$ e $2C > 2D$, e os efeitos assimétricos são também observados no nível 3 mesmo que não existindo alinhamentos como nível 2, justificando através do *FRP* dos tubos 3C, 3D, 3E e 3F ser maior que os dos tubos 3A, 3B, 3G e 3H.

Além da dependência do número de Reynolds, da razão de diâmetro, do índice de esbeltez e dos alinhamentos entre os níveis de ramificação, é possível atribuir para o escoamento de fluido não newtoniano a dependência com os parâmetros reológicos. O escoamento com maior número de Carreau ($\tilde{\lambda}$) e menor índice de escoamento (n), tende a transportar menos fluido para os tubos periféricos. Este comportamento pode ser observado retomando a verificação da Figura 7.4, onde os campos de pressão estática dos tubos 2A e 2D são menores nos tubos 2C e 2B.

Entretanto, o escoamento de fluido não newtoniano com o modelo reológico de Carreau, em relação à homogeneidade do *FRP*, de modo semelhante ao escoamento de fluido newtoniano, conforme ocorre o incremento do índice de esbeltez ou redução da razão de diâmetros a distribuição do escoamento tende a ser mais homogênea.

Explicar “sim, isso tudo pode ser observado, mas teu trabalho é explicar porque, fisicamente.

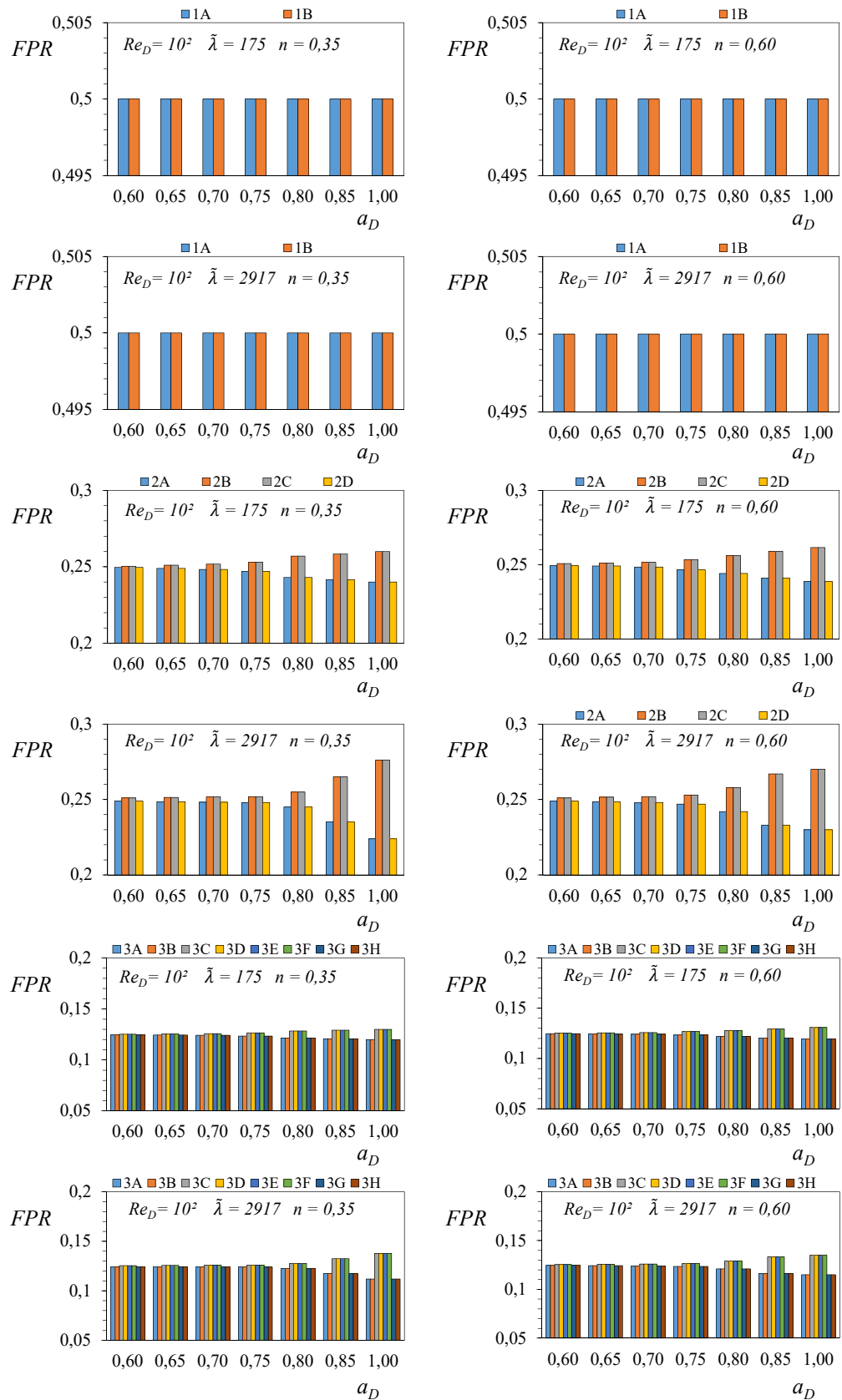


Figura 7.10 - Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds ($Re_D = 10^2$)

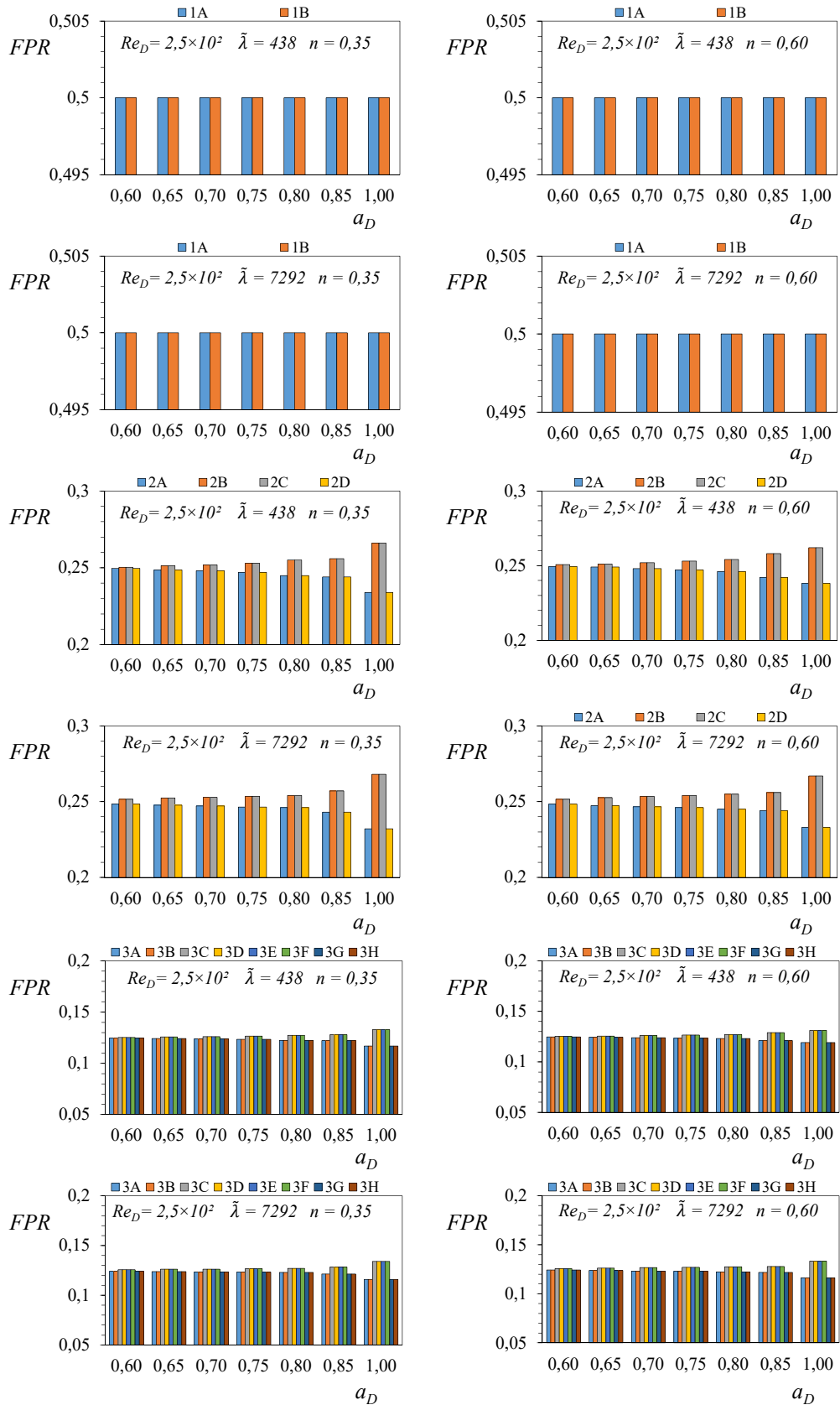


Figura 7.11 - Razão da distribuição do escoamento (Equação 4.17) em função dos alinhamentos dos tubos e do número de Reynolds ($Re_D = 2,5 \times 10^2$)

8 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram apresentadas as melhores configurações da estrutura fluídica dicotômica em forma de árvore com três níveis de ramificação com seção circular, para o escoamento laminar de fluidos newtonianos, não newtonianos conforme o modelo reológico de Carreau, em estruturas com e sem elementos de obstrução, através da experimentação numérica tridimensional, fundamentada no método do *Design Construtal*, associado ao método de otimização da busca exaustiva, visando à minimização das resistências e identificando a configuração geométrica que melhor distribui as perdas ao longo da estrutura fluídica, quando o volume ocupado pelos dutos em cada nível de ramificação (V_i) foram mantidos constantes, com a variação das razões de diâmetros (a_D) e variação do número de Reynolds (Re_D).

A elaboração do domínio computacional em três dimensões e a forma apresentada para a discretização através de volumes hexaédricos com camada refinada próxima à parede demonstrou desempenho satisfatório. A malha foi avaliada através do índice de convergência da malha (GCI), onde se verificou o comportamento da resistência total do escoamento (R_T) para malhas com diferentes números de volumes. A malha independente apresentou um índice de convergência inferior a 5%, justificando a aplicação na experimentação numérica, respaldada no estudo de Padran et al. (2020).

Apesar da complexidade da estrutura do sistema de escoamento em forma de árvore, o método de otimização da busca exaustiva se mostrou eficaz para a determinação de parâmetros que servem de referência, para a aplicação implementação de métodos de otimização mais avançados.

A modelagem computacional e solução numérica desenvolvida com o código de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), ANSYS® FLUENT, baseado no Método de Volumes Finitos, apresentou-se adequada do ponto de vista qualitativo e quantitativo.

As verificação e validação do modelo matemático e numérico foram realizadas por comparação direta com o modelo de escoamento de Hagen - Poiseuille. O erro relativo na ordem de grandeza de 30% não foi impeditivo para o avanço dos estudos numéricos, pois no modelo ideal as perdas nas junções não são contabilizadas.

Quanto ao uso de modelo computacional com menos níveis de ramificação para validar um modelo computacional com mais níveis de ramificação, este método é possível, desde que o modelo mais complexo seja adaptado para o mesmo número de ramificações ou saídas do

sistema menos complexo disponível na literatura. O uso de parâmetros globais como a queda de pressão ou resistência total ao escoamento se demonstrou satisfatório.

Assim, sobre a verificação do modelo numérico computacional com estudos presentes na literatura, conclui-se que os trabalhos de Zhang et al., 2002, e Y. Liu et al., 2002, foram fundamentais para a verificação do modelo onde escoo fluido newtoniano. De forma semelhante, o trabalho de Pellejero, 2020 foi referência para a verificação do modelo onde escoo fluido não newtoniano conforme o modelo reológico de Carreau. As tendências e resultados dos trabalhos de Andrade Jr. et al., 1998, Pradhan, et al., 2020 e Pepe et al., 2017, são fundamentais para sustentar o fenômeno do escoamento assimétrico em uma estrutura simétrica.

A lei de Hess-Murray é uma proposta de explicar a melhor forma de conexão entre tubos bifurcadores. Ela determina a razão ótima entre os diâmetros dos tubos pai e filhos. Entretanto, quando se desvia das premissas as quais a mesma foi derivada, a estrutura ramificada ótima não obedecerá a lei da raiz cúbica de 2.

Na avaliação do escoamento de fluidos newtonianos e não newtoniano, em estruturas sem obstruções, conclui-se que se mantendo a restrição geométrica da igualdade do volume ocupado pelos os tubos em cada nível de ramificação, a geometria com menor resistência não corresponde à relação proposta pela lei de Hess-Murray. Justifica-se este fato, pois ao manter a restrição da igualdade de volumes, os diâmetros diminuem a cada geração como a razão de diâmetro a_D , e o comprimento dos tubos diminui para $a_D > 0,75$ e aumenta para $a_D \geq 0,75$.

Ao avaliar as correlações do índice de esbeltez com a variação do escoamento de fluido ao longo da estrutura ramificada, conclui-se que o aumento na esbeltez produz uma árvore onde os ramos possuem menor diâmetro e maior comprimento, ou seja, mais fina ou esbelta. Desta forma, as perdas nas junções apresentam um efeito menor sobre a geometria. Estes resultados e pensamentos concordam com Wechsato et al., 2006.

Conceitualmente, mostrou-se importante o uso de redes em forma de árvore estruturalmente isômeras, como uma forma efetiva para a avaliação da influência no comportamento fluidodinâmico devido os alinhamentos entre tubos de diferentes níveis de ramificação.

De maneira global os resultados e pensamentos sobre os alinhamentos sucessivos concordaram com os obtidos por Andrade Jr. et al., 1998 e Pradhan, et al., 2020. Porém sobre este assunto, adicionam-se novas perspectivas e conclui-se que alinhamentos sucessivos entre

os níveis de ramificação favorecem o desequilíbrio do escoamento ao longo da estrutura em forma de árvore.

Seguindo este mesmo pensamento, outra importante conclusão deve ser elencada. Onde ocorrem desalinhamentos sucessivos, ocorre o favorecimento da distribuição balanceada de fluido. Porém, apenas este parâmetro é insuficiente para obtenção da igualdade na distribuição do transporte de fluido ao longo de uma estrutura em forma de árvore simétrica.

Ao aplicar obstruções totais em ramos da estrutura em forma de árvore, obteve-se a resposta fluidodinâmica. Logo, uma conclusão óbvia é que a estrutura que possui uma obstrução terá um desempenho inferior a uma estrutura sem obstrução e toda a obstrução gera um desequilíbrio na distribuição do escoamento, em maior ou menor intensidade, dependendo do local e das relações geométricas da estrutura.

Outra conclusão importante diz respeito ao local de aplicação da obstrução, onde quanto mais tubos livres na saída do sistema, melhor será o desempenho da estrutura em forma de árvore. Assim as obstruções nos níveis mais próximos da entrada do sistema são mais significativas para a redução do desempenho que as obstruções nos últimos níveis de ramificação, ou seja, mais próximos da saída do sistema.

Uma relevante conclusão sobre a aplicação de obstruções total na rede em forma de árvore pode ser atribuída ao princípio geral, ao aplicar um elemento de obstrução em um certo nível de ramificação i , a relação R_i / R_T deste nível aumenta, diminui para os níveis menores que i e aumenta para os níveis maiores que i .

Utilizando as premissas da lei Construtal, conclui-se que, para a identificação das configurações geométricas que facilitam o escoamento de fluido ou minimizam as resistências, estas devem ser avaliadas por mais de um critério de desempenho.

Ao verificar o desempenho pela a resistência global, para todos os casos estudados, identifica-se a estrutura com melhor desempenho aquela com razão $a_D = 1,00$. Este se justifica visto que esta estrutura, em particular, possui o maior diâmetro e o menor comprimento dos tubos ao longo dos níveis de ramificação e este fato tende a minimização das resistências. Por outro lado, esta não é a estrutura que melhor distribui as imperfeições, visto que esta é a mesma que possui maior diferença entre o transporte de fluido entre os tubos centrais e periféricos, além de possuir a maior relação entre as perdas lineares por atrito e localizadas nas junções.

Por outro lado, verifica-se o desempenho pela a distribuição simétrica do escoamento pelo o parâmetro da razão de divisão do escoamento (FRP). Para todos os casos estudados, identifica-se a estrutura com melhor desempenho aquela com razão $a_D = 0,60$. Este se justifica, visto que esta estrutura, em particular, possui o maior índice de esbeltez e, assim, possui a melhor relação das perdas por atrito pelas perdas nas junções e este fato leva a minimização das diferenças do transporte de massa nos tubos de saída. Por outro lado, esta é a estrutura que possui a maior resistência ao escoamento. Desta forma, esta é a estrutura que maximizou as perdas irreversíveis ou geração de entropia, fato que ocorre tipicamente devido distribuição das resistências entre níveis de ramificação possuírem máximos significativos em relação a geometrias menos esbeltas.

Seguindo o raciocínio, quando se verifica o desempenho pela a distribuição da razão de resistências (R_i / R_T) ao longo da estrutura fluídica em forma de árvore, as estruturas ótimas tendem aos parâmetros geométricos, conforme a lei de Hess-Murray, ou seja, convergem para o princípio do mínimo trabalho. Para o escoamento de fluido newtoniano em uma estrutura livre de obstruções, para $Re_D \leq 2,5 \times 10^2$ identifica-se a razão ótima como $a_D = 0,80$ e para $Re_D \geq 5 \times 10^2$ a razão ótima $a_D = 0,75$. Já, para a estrutura com obstruções, para $Re_D \leq 10^3$ a razão ótima $a_D = 0,75$. Para o escoamento de fluido não newtoniano conforme o modelo reológico de Carreau, em uma estrutura livre de obstruções, identifica-se a razão ótima $a_D = 0,75$.

Assim, de forma geral, conforme os casos estudados, conclui-se que a região onde a razão ótima está compreendida no intervalo $0,75 \leq a_D \leq 0,80$. Neste intervalo as geometrias conseguem distribuir melhor as imperfeições do escoamento, ou seja, não possuem mínimos ou máximos, da resistência global ao escoamento, da razão de divisão do escoamento (FRP) ou razão de resistências (R_i / R_T) ao longo de cada nível de ramificação.

Os resultados enfatizam que, dada a liberdade ao sistema de escoamento para este se transformar, ou seja, permitindo mudanças em seus graus de liberdade, ele irá melhorar o desempenho global do sistema de transporte de fluido. Isso corrobora o pensamento Construtal de que "a liberdade é boa para o design". Como consequência, todas as melhores configurações provaram ser as que melhor transportam o fluido entre um ponto-a-volume ou volume-a-ponto. Ambas as observações estão de acordo com a Teoria Construtal.

8.1 Propostas de continuidade da pesquisa

Como proposta de continuidade desta linha de pesquisa tem-se algumas sugestões para a ampliação do estado da arte do tema abordado nesta tese, como:

1. Explorar e avaliar aplicações de engenharia como a distribuição de água nas cidades, ventilação, refrigeração e aquecimento de edifícios, tubulações industriais, onde o escoamento ocorre no regime turbulento.
2. Explorar e avaliar o *design* das bifurcações e as redes aplicadas aos sistemas de climatização que utilizam vazão de refrigerante variável.
3. Explorar e avaliar redes com parâmetro dimensionais assimétricos para obter o balanceamento mássico uniforme na saída do modelo.
4. Explorar e avaliar redes com seção transversal quadrada, retangular, oblongada
5. Explorar e avaliar redes em forma de árvore com mais que três níveis de ramificação.
6. Explorar e avaliar o escoamento pulsátil em redes em forma de árvore.
7. Explorar e avaliar a formação de escoamentos secundários na região da bifurcação.
8. Explorar e avaliar a interação fluido estrutura em redes em forma de árvore com paredes flexíveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbasian, M., Shams, M., Valizadeh, Z., Moshfegh, A., Javadzadegan, A., e Cheng, S., Effects of different non-Newtonian models on unsteady blood flow hemodynamics in patient-specific arterial models with in-vivo validation. **Computer Methods and Programs in Biomedicine**, v. 186, p. 1-15, 2020.

Amiri. M. H., Keshavarzi. A., Karimipour. A., Bahiraei., M., Goodarzi. M., e Esfahani. J. A. A 3-D numerical simulation of non-Newtonian blood flow through femoral artery bifurcation with a moderate arteriosclerosis: investigating Newtonian/non-Newtonian flow and its effects on elastic vessel walls. **Heat and Mass Transfer**. v. 55, p. 2037 - 2047, 2019.

Andrade Jr, J. S., Alencar, A. M., Almeida, M. P., Mendes Filho, J., Buldyrev, S. V., Zapperi, S., Stanley, H. E., e Suki, B. Asymmetric Flow in Symmetric Branched Structures, **Phys. Rev. Let.**, v. 81, p. 926, 1998.

Bejan, A. Shape And Structure, From Engineering To Nature. **Cambridge University Press**, 2000.

Bejan, A. **Convection Heat Transfer**. John Wiley & Sons, 4th edition, 2013.

Bejan, A. Evolution in thermodynamics. **Applied Physics Reviews** **4**, 011305, 2017.

Bejan, A., e Lorente, S. Constructal Theory Of Generation Of Configuration In Nature And Engineering. **Journal of Applied Physics**. v. 100, N. 4, p. 041301, 2006.

Bejan, A., e Lorente, S. Design With Constructal Theory. **Wiley**, New Jersey, 2008.

Bejan, A., e Lorente, S. Constructal Law of Design And Evolution: Physics, Biology, Technology, And Society. **Journal Of Applied Physics**. v. 113, N. 15, p. 151301, 2013.

Bejan, A., e Zane, J. P. **Design In Nature**, Doubleday, New York. 2012.

Bejan, A., Rocha, L. A. O., e Lorente, S. Thermodynamic optimization of geometry: T and Y-shaped constructs of fluid streams. **Int. J. Therm. Sci.** v. 39, p. 949-960, 2000.

Celik, I. B., Ghia, U., e Roache, P. J. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications. *Journal of Fluids Engineering*. v.130, 2008.

Dong. M., Yang. W., Tamareisis. J. S., Chan. F. P., Zucker. E. J., Kumar. S., Rabinovitch. M., Marsden. A. L., e Feinstein. J. A. Imagebased scaling laws for somatic growth and pulmonary artery morphometry from infancy to adulthood. **Am J Physiol Heart Circ Physiol**. v. 319, p. 432 - 442, 2020.

Doutel, E., Pinto, S. I. S., Campos, J. B. L. M., e Miranda J. M. Link between deviations from Murray's Law and occurrence of low wall shear stress regions in the left coronary artery. **Journal of Theoretical Biology**. v. 402, p. 89-99, 2016.

Dutra, R. F., Zinani, F. S. F., Rocha, L. A. o., e Biserni, C. Construtal design of na arterial by-pass graft. **Heat Transfer**, p. 1-21, 2020.

Emerson, D. R., Cies'licki, K., Gu, X., e Barber, R. W. Biomimetic design of microfluidic manifolds based on a generalised Murray's law. **Lab Chip**. v. 6, p. 447-454, 2006.

Fox, R. W., Pritchard, P. J., McDonald, A. T., **Introduction to Fluid Mechanics**. John Wiley & Sons, 8th edition, 2010.

Gosselin. L., Bejan. A. Emergence of asymmetry in constructal tree flow networks. **Journal of Applied Physics** v. 98. p. 1- 7, 2005.

Hack, J. T. Studies of longitudinal profiles in Virginia and Maryland. **USGS Professional Papers**. v. 294-B, pp. 46-97, 1957.

Hess, W. R. Über die periphere Regulierung der Blutzirkulation. **Pflüger's Archiv für die gesamte Physiologie des Menschen und der Tiere**. v. 168, p. 439-490, 1917.

Horsfield, K., and G. Cumming. Angles of branching and diameters of branching in the human bronchial tree. **Bull. Math. Biophys.** v. 29, p. 245-259 1967.

Horsfield, K, Relea F. G., e Gumming, G. Diameter, length and branching ratios in the bronchial tree. **Respir. Physiol.** v. 26, p. 351-356, 1976.

Horton, R. E. Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology. **Geol. Soc. Amer. Bull.** v. 56, p. 275-370, 1945.

Liu, Y., So. R.M.C., e Zhang. C.H. Modeling the bifurcating flow in a human lung airway. **Journal of Biomechanics**, v. 35, p. 465 - 473, 2002.

Liu, Z. L., Clausen. J. R., Wagner, J. L., Butler, K, S., Bolintineanu, D, S. Lechman, J, B., Rao, R, R. e. Aidun, C.K. Heterogeneous partition of cellular blood-borne nanoparticles through microvascular bifurcations. **Physical review E**, v. 102, p. 1-12, 2020.

Maliska, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional: Fundamentos e Coordenadas Generalizadas**. Livros Técnicos e Científicos, 2004.

Mauroy, B., Filoche, M., Weibel, E. R., e Sapova, B. An optimal bronchial tree may be dangerous. **Nature**, v. 427, p. 633–636, 2004.

McCulloh, K. A., Sperry, J. S., e Adler, F. R. Water transport in plants obeys Murray's law. **Nature**. v. 421, p. 939-942, 2003.

McCulloh, K. A., Sperry, J. S. , Adler, F. R. Murray's law and the hydraulic vs mechanical functioning of wood. **Funct. Ecol.** v. 18, p. 931-938, 2004.

Miguel, A. F. Quantitative unifying theory of natural design of flow systems: emergence and evolution, in: Constructal Law and the Unifying Principle of Design. **Springer**, p. 21-38, 2013.

Miguel, A. F. Fluid flow in a porous tree-shaped network: Optimal design and extension of Hess–Murray’s law. **Physica A**, v. 423, p. 61-71, 2015.

Miguel, A. F. Scaling Laws and Thermodynamic Analysis for Vascular Branching of Microvessels. **International Journal of Fluid Mechanics Research**. v. 43, p. 390-4036, 2016.

Miguel, A. F. Toward an optimal design principle in symmetric and asymmetric tree flow networks. **Journal of Theoretical Biology**. v. 389, p. 101-109, 2016a.

Miguel, A. F. A study of entropy generation in tree-shaped flow structures. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 92, p. 349-359, 2016b.

Miguel, A. F. Pressure Model for Capillary Tree-Shaped Fractal Networks. **Defect and Diffusion Forum**, v. 379, p. 166-170, 2017.

Miguel, A. F. Constructal branching design for fluid flow and heat transfer. **International Journal of Heat and Mass Transfer**. v. 122, p. 204-211, 2018.

Miguel, A. F. Occlusions in dendritic flow networks. **Physica A**. v. 535, p. 1-11, 2019.

Miguel, A. F. An assessment of branching asymmetry of the tracheobronchial tree. **Scientific Reports**. v. 12, p. 1-6, 2022.

Miguel, A. F., e Rocha, L. A. O. **Tree-shaped fluid flow and heat transfer**, Springer, New York, 2018.

Murray, C. D. The physiological principle of minimum work. I. The vascular system and the cost of blood volume. **Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.** v. 12, p. 207-214, 1926.

Murray, C. D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. **J. Gen. Physiol.** v. 9, p. 835-841, 1926a.

Murray, C. D. A relationship between circumference and weight in trees and its bearing on branching angles. **J. Gen. Physiol.** v. 10, p. 725-729, 1927.

Nagargoje, M., e Gupta, R. Effect of asymmetry on the flow behavior in an idealized arterial bifurcation. **Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering**, v. 6, p. 232-247, 2020.

Patankar, S, V. **Numerical heat transfer and fluid flow**, McGraw-Hill, 1980.

Pradhan, K., Guha, A., e Halder, P. K. Characteristics of pressure drop, mass flow distribution and flow asymmetry in three-dimensional branching networks based on model human bronchial tree. **Z Angew Math Mech**. v. 100, p. 1-25, 2020.

Pellejero, D. C. Design construtal de bifurcações em forma de y para escoamentos de fluidos de carreau. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, **Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**, UNISINOS, 2020.

Pellejero. D. C., Mayer. R. V., Gotardo. M. Zinani, F. S. F., Rocha, L. A. O. Design construtal de bifurcações em forma de y para escoamentos de fluidos de carreau. **Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão**. Paranaguá. v.6, p. 335-01, 335-30, 2021.

Pepe, V. R., Rocha, L. A. O., e Miguel, A. F., Optimal branching structure of fluidic networks with permeable walls. **BioMed Research International**, 2017.

Pepe, V. R., Rocha, L. A. O., e Miguel, A. F. Is it the hess-murray law always valid?. **The Publishing House of the Romanian Academy**, p. 444 – 455, 2017a.

Pepe, V. R., Otimização numérica do escoamento interno em estruturas em forma de t aplicando o método design construtal. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, **Escola de Engenharia UFRGS**, 2018.

Pepe, V. R., Rocha, L. A. O., e Miguel, A. F. Optimality to flow and design of branching ducts. **The Publishing House of the Romanian Academy**, p. 243 – 248, 2018.

Pepe, V. R., Rocha, L. A. O., Zinani, F. S. F., e Miguel, A. F. Numerical Study of Newtonian Fluid Flows in T-Shaped Structures with Impermeable Walls. **Defect and Diffusion Forum**, v. 396, p. 177-186, 2019.

Pepe, V. R., Miguel, A. F., Zinani, F. S. F., e Rocha, L. A. O. New Insights into Creeping Fluid Flow Through Dendritic Networks: a Constructral View. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 139, p. 1 - 12, 2022.

Reis, A. H., Miguel, A. F., e Aydin, M. Constructral theory of flow architecture of the lungs. **Medical Physics**. v. 31, p. 1135-1140, 2004.

Revellin, R., Rousset, F., Baud, D., e Bonjour, J., Extension of Murray's law using a non-Newtonian model of blood flow. **Theor. Biol. Med. Model.** 2009.

Roache, P. J. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. **Annual Review of Fluid Mechanics**. v. 29 p. 123 - 160, 1997.

Rossitti, S. Löfgren, J. Vascular dimensions of the cerebral arteries follow the principle of minimum work. **Stroke**. v. 24, p. 371 - 377, 1993.

Sauermoser, M., Kjelstrup, S. Kizilova, N. Pollet, B., e Flekkøy E. G. Seeking minimum entropy production for a tree-like flow-field in a fuel cell. **Phys. Chem**. v. 22, p. 6993 - 7003, 2020.

Serrenho, A., e Miguel. A. F. Accessing the influence of Hess-Murray law on suspension flow through ramified structures. **Defect and Diffusion Forum**. v. 334, p. 322-328, 2013.

Sehn, A., Pepe, V. R., Miguel, A. F., Zinani, F. S. F., e Rocha L. A. O., Numerical study of non-newtonian fluid flows in y-shaped structures. XXXVIII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2017.

Schmidt, A., Zidowitz S., Kriete, A., Denhard, T., Krass, S., e Peitgen, H. A digital reference model of the human bronchial tree. **Computerized Medical Imaging and Graphics**. v. 28, p. 203–211, 2004.

Sherman, T. F. On connecting large vessels to small, The meaning of Murray's law. **J. Gen. Physiol.** v. 78, p. 431-453, 1981.

Sciubba. E. A Critical Reassessment of the Hess–Murray Law. **Entropy**. v. 18, p. 1- 17 2016.

Stephenson, D., e Lockerby, D. A. A generalized optimization principle for asymmetric branching in fluidic networks. **Proc. R. Soc. A**. v. 472, p. 1-16, 2016.

Soni, B., Nayak, A. K., Miguel, A. F. Gas Flow in Occluded Respiratory Tree: A New Matrix-Based Approach, **Journal of Fluids Engineering**. v. 144, p. 1 - 9, 2022.

Thoma, R. Über den verzweigungsmodus der arterien. **Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen**. v. 2, p. 352-413, 1901.

Wechsato, W., Lorente, S., e Bejan, A. Tree-shaped flow structures with local junction losses. **Int. J. Heat Mass Trans.**, v. 49, p. 2957-2964, 2006.

Weddell. J. C., Kwack. J., Imoukhuede. P. I., Masud. A. Hemodynamic Analysis in an Idealized Artery Tree: Differences in Wall Shear Stress between Newtonian and Non-Newtonian Blood Models. **PLoS ONE**. v. 10, p. 1 - 23, 2015.

Weibel, E.R., 1963. **Morphometry of the Human Lung**. Academic Press, Springer, NewYork, 1963.

Young, T. On the functions of the heart and arteries. *Philos. Trans. Royal Soc. Lond.* v. 99, p. 1-31, 1809.

Yue, J., Boichot, R., Luo, L., Gonthier, Y., Chen, G., e Yuan, Q. Flow Distribution and Mass Transfer in a Parallel Microchannel Contactor Integrated with Constructal Distributors. **AIChE Journal**. V. 56, p. 298-317, 2009.

Zain, N. M., e Ismail, Z. Hartmann and reynolds numbers effects in the newtonian blood flow of a bifurcated artery with an overlapping stenosis. **MATEMATIKA**, v. 35, p. 213-227, 2019.

Zamir, M., Wrigley, S. M., e Langille, B. L. Arterial Bifurcations in the Cardiovascular System of a Rat. **J. Gen. Physiol.**, v. 81, p. 325 - 335, 1983.

Zamir, M. Arterial Branching within the Confines of Fractal L-System Formalism. *J. Gen. Physiol.*, v. 118, p. 267–275, 2001

Zhang. C.H., Liu, Y., So. R.M.C., e Phan-Thien N. The influence of inlet velocity profile on three-dimensional three-generation bifurcating flows. **Computational Mechanics**. v. 29, p. 422 - 429, 2002.

APENDICE A - Parâmetros geométricos

Volumes (m ³)	
V_0	0,0000176714586764426
V_1	0,0000176714586764426
V_2	0,0000176714586764426
V_3	0,0000176714586764426

Comprimento e Diâmetros (m)								
a_{Di}	L_0	L_1	L_2	L_3	D_0	D_1	D_2	D_3
1	0,10000	0,05000	0,02500	0,01250	0,01500	0,01500	0,01500	0,01500
0,85	0,10000	0,06920	0,04789	0,03314	0,01500	0,01275	0,01084	0,00921
0,8	0,10000	0,07813	0,06104	0,04768	0,01500	0,01200	0,00960	0,00768
0,75	0,10000	0,08889	0,07901	0,07023	0,01500	0,01125	0,00844	0,00633
0,7	0,10000	0,10204	0,10412	0,10625	0,01500	0,01050	0,00735	0,00515
0,65	0,10000	0,11834	0,14005	0,16574	0,01500	0,00975	0,00634	0,00412
0,6	0,10000	0,13889	0,19290	0,26792	0,01500	0,00900	0,00540	0,00324

APENDICE B - Fator de Esbeltez ou *Svelteness Number*

$$Sv = \frac{A^{1/2}}{V_T^{1/3}} \quad (\text{B.1})$$

$$A = \left[L_0 + L_1 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + L_2 + L_3 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] \cdot 2 \left[L_1 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + L_2 \cos(90 - \alpha) + L_3 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos(90 - \alpha) \right] \quad (\text{B.2})$$

$$V_T = \frac{\pi}{4} (D_0^2 L_0 + 2D_1^2 L_1 + 4D_2^2 L_2 + 8D_3^2 L_3) \quad (\text{B.3})$$

a_{Di}	A (m ²)	V_T (m ³)	Sv
1	0,0224045175406086	0,0000706858347057704	3,6
0,85	0,0521351353220748	0,0000706858347057704	5,5
0,8	0,0746311108520472	0,0000706858347057704	6,6
0,75	0,1124875356138510	0,0000706858347057704	8,1
0,7	0,1803368931193290	0,0000706858347057704	10,3
0,65	0,3112168774432770	0,0000706858347057704	13,5
0,6	0,5863260002149090	0,0000706858347057704	18,5

APÊNDICE C - Trabalhos publicados

Título	Periódico	Autores	Ano
Numerical Study of Newtonian Fluid Flows in T-Shaped Structures with Impermeable Walls	Defect and Diffusion Forum	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha Flavia Schwarz Franceschini Zinani Antônio Ferreira Miguel	2019
A prática MSEP do professor pesquisador na Indústria 4.0	Redige	Carlos Eduardo Kroth Eduardo Grimm Thies Gustavo Urbano Kichler Jéferson Munhoz dos Santos Nobre Vinicius da Rosa Pepe Suzana Silveira de Almeida	2022
New insights into creeping fluid flow through dendritic networks: A constructal view	International Communications in Heat and Mass Transfer	Vinicius da Rosa Pepe Antônio Ferreira Miguel Flavia Schwarz Franceschini Zinani Luiz Alberto Oliveira Rocha	2022

APÊNDICE D – Apresentação de trabalhos

Título	Evento	Autores	Ano
Optimality to Flow and Design of T Shape Branching Ducts	VIII Brazilian Conference on Rheology	Vinicius da Rosa Pepe Alysson Sehn Luiz Alberto Oliveira Rocha Flavia Schwarz Franceschini Zinani Antônio Ferreira Miguel	2018
Numerical Study of Geometric Relationships for Bifurcated Flows with Newtonian and Power-Law Fluids	VIII Brazilian Conference on Rheology	Alysson Sehn Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha Flavia Schwarz Franceschini Zinani Antônio Ferreira Miguel	2018
Otimização do Design do Duto Ramificado em Forma de T com escoamento de Fluido Newtoniano e Paredes Impermeáveis	MCSUL	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha Flavia Schwarz Franceschini Zinani Antônio Ferreira Miguel	2018
Flow Simulation in 3-Dimensional Tree-Like Networks For Optimal Performance	Constructal Law & Second Law Conference	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha Flavia Schwarz Franceschini Zinani Antônio Ferreira Miguel	2018
Numerical study of newtonian fluid flow in Tree-shaped structures	12th Conference on Dynamical Systems Applied to Biology and Natural Sciences Virtual DSABNS	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha Flavia Schwarz Franceschini Zinani Antônio Ferreira Miguel	2021

APÊNDICE E – Projeto de iniciação científica

Título	Fonte de fomento	Autor	Período
Experimentação Numérica do Escoamento de Fluidos em Estruturas Bifurcadas Aplicando o Método do Design Construtal.	Programa Ânima de Iniciação Científica - Prociência	Vinicius da Rosa Pepe	2022 - 2023

APÊNDICE F - Orientações e Supervisão

Título Trabalho	Orientando	Instituição	Situação	Ano
Análise do procedimento de brasagem em tubos de cobre	Antônio Carlos Rauch dos Santos	PUCRS	Concluída	2021
Análise e estudo de atualização tecnológica do sistema de ventilação de um trocador de calor	Rogério Gomes de Oliveira	PUCRS	Concluída	2021
Análise e simulação termo-energética comparada a modelagem bim aplicada em projeto climatizado	Allan Giovanni dos Santos	PUCRS	Concluída	2021
Armazenagem de grãos a granel em silos com ar insuflado por aeração na temperatura ambiente e ar artificialmente resfriado	Giovani Alves Longhi	PUCRS	Concluída	2021
Chiller com recuperador de calor no aquecimento de água aplicado em hotéis na região sul	Alexandre Oliveira da Silveira	PUCRS	Concluída	2021
Conforto térmico para os trabalhadores em uma lavanderia hospitalar	Gilnei Pellizzoni	PUCRS	Concluída	2021
Estudo numérico sobre bifurcações aplicadas aos equipamentos vrf/vrv	Guilherme Pereira Araújo	PUCRS	Concluída	2021
Manutenção Preditiva Aplicada ao PMOC	Jefferson Augusto da Rosa	PUCRS	Concluída	2021
Os benefícios da ionização radiante catalítica em um ambiente hospitalar artificialmente climatizado	Vilson Luiz Almeida Machado	PUCRS	Concluída	2021

Análise da fonte de ruído de uma instalação de refrigeração comercial	Pedro Ungaretti Holsbach	PUCRS	Concluída	2022
O programa de gestão de Qualidade do Ar Interior e os sistemas de climatização	Mario Henrique Canale	PUCRS	Concluída	2022
Experimentação Numérica do Escoamento de Fluidos em Estruturas Bifurcadas Aplicando o Método do Design Construtal	Natã Douglas Couto Perfeito	UNIRITTER	Em andamento	2022 - 2023

APÊNDICE G – Disciplinas Ministradas

Disciplina	CH	Nível	Instituição	Período
Qualidade do ar interior	16	Especialização	PUCRS	2019/1
Refrigeração Comercial	45	Especialização	PUCRS	2019/2
Refrigeração Industrial	45	Especialização	PUCRS	2020/1
Qualidade do ar interior	16	Especialização	PUCRS	2020/2
Refrigeração Comercial	45	Especialização	PUCRS	2021/1
Refrigeração Industrial	45	Especialização	PUCRS	2021/2
Qualidade do ar interior	16	Especialização	PUCRS	2021/2
Máquinas hidráulicas	66	Graduação	UNIRITTER	2022/1
Termodinâmica	66	Graduação	UNIRITTER	2022/1
Gestão da Cadeia de Suprimentos	66	Graduação	UNIRITTER	2022/1
Refrigeração Comercial	45	Especialização	PUCRS	2022/1
Mecânica dos Fluidos	66	Graduação	UNIRITTER	2022/2
Termodinâmica	66	Graduação	UNIRITTER	2022/2
Sistemas térmicos	66	Graduação	UNIRITTER	2022/2
Refrigeração Industrial	45	Especialização	PUCRS	2022/2