

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Um Modelo Numérico para a Análise de Problemas de Interação  
Fluido-Estrutura Envolvendo escoamentos de Superfície Livre**

**Mateus Guimarães Tonin**

Porto Alegre  
2022

### CIP - Catalogação na Publicação

Tonin, Mateus Guimarães

Um Modelo Numérico para a Análise de Problemas de Interação Fluido-Estrutura Envolvendo Escoamentos de Superfície Livre / Mateus Guimarães Tonin. -- 2022. 182 f.

Orientador: Alexandre Luis Braun.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2022.

1. Estruturas Flutuantes. 2. Interação Fluido-Estrutura. 3. Escoamentos com Superfície Livre. 4. Método CBS. 5. Método de Elementos Finitos Posicional. I. Braun, Alexandre Luis, orient. II. Título.

MATEUS GUIMARÃES TONIN

**UM MODELO NUMÉRICO PARA A ANÁLISE DE  
PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA  
ENVOLVENDO ESCOAMENTOS DE SUPERFÍCIE LIVRE**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,  
como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em  
Engenharia.

Porto Alegre  
2022

**MATEUS GUIMARÃES TONIN**

**UM MODELO NUMÉRICO PARA A ANÁLISE DE  
PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA  
ENVOLVENDO ESCOAMENTOS DE SUPERFÍCIE LIVRE**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 20 de abril de 2022

Prof. Alexandre Luis Braun  
Dr. pelo PPGEC/UFRGS  
Orientador

Prof. Lucas Festugato  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Liércio André Isoldi**  
Dr. pelo PROMEC/UFRGS

**Prof. Álvaro Luiz De Bortoli**  
Dr. pelo POSMEC/UFSC

**Prof. Inácio Benvegno Morsch**  
Dr. pelo PPGEC/UFRGS

Dedico este trabalho à memória de meu pai,  
Enio Pedro Tonin.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Prof. Alexandre Luis Braun, orientador deste trabalho, pelo seu apoio, paciência, disposição e ensinamentos transmitidos ao longo de todo meu doutorado.

Agradeço a toda minha família e amigos, pela enorme compreensão e apoio incondicional.

Agradeço ao CNPQ e CAPES pela bolsa de estudos, que possibilitou a minha total dedicação aos meus estudos para poder terminar este trabalho.

Agradeço ao Núcleo Avançado de Computação de Alto Desempenho (NACAD/COOPE-UFRJ) e ao Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho em São Paulo (CENAPAD-SP) pela assistência e suporte técnico prestados e os recursos computacionais utilizados.

Finalmente, agradeço a Deus por ter me dado forças para continuar este trabalho até sua conclusão.

## RESUMO

TONIN, M. G. **Um Modelo Numérico para a Análise de Problemas de Interação Fluido-Estrutura Envolvendo escoamentos de Superfície**. 2022. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver ferramentas numéricas para a resolução de problemas de Interação Fluido-Estrutura (IFE) envolvendo corpos flutuantes sujeitos à ação de escoamentos multifásicos com superfície livre, onde a estrutura pode ou não estar ancorada através de cabos de amarração. Para o tratamento numérico de fluidos em escoamento incompressível, as equações de Navier-Stokes e da continuidade são discretizadas empregando-se uma versão semi-implícita do método CBS (*Characteristic-Based Split*) no contexto do Método dos Elementos Finitos, onde elementos tetraédricos lineares são utilizados. A turbulência é analisada através da Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*), utilizando os modelos sub-malha clássico e dinâmico de Smagorinsky, e para o tratamento de escoamentos multifásicos com superfície livre, utiliza-se o método *Level Set*. Na presença de estruturas móveis, as equações do escoamento são descritas através de uma formulação arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE) e um esquema numérico de movimento de malha é adotado. A estrutura é tratada através de uma abordagem de corpo rígido tridimensional e o cabo de amarração através de um modelo elástico com não linearidade geométrica e discretização pelo Método de Elementos Finitos Posicional (NPFEM – *Nodal Position Finite Element Method*). O sistema de equações de movimento pode ser discretizado temporalmente através dos métodos implícitos de Newmark e  $\alpha$ -Generalizado ou através dos métodos explícitos de Euler e Runge-Kutta. Para problemas de IFE, um esquema particionado de acoplamento forte é utilizado levando-se em conta os acoplamentos fluido-estrutura e cabo-estrutura. Os algoritmos que compõem o código numérico são primeiramente verificados usando-se problemas clássicos da Dinâmica de Fluidos Computacional e de IFE, além de aplicações envolvendo a análise dinâmica de cabos. Finalmente, problemas envolvendo corpos flutuantes com e sem ancoragem são simulados para demonstrar a aplicabilidade e a precisão do modelo numérico proposto.

Palavras-chave: Estruturas Flutuantes; Interação Fluido-Estrutura; Escoamentos com Superfície Livre; Método CBS; Método de Elementos Finitos Posicional.

## ABSTRACT

TONIN, M. G. **Um Modelo Numérico para a Análise de Problemas de Interação Fluido-Estrutura Envolvendo Escoamentos de Superfície Livre.** 2022. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The present work proposes the development of numerical tools capable of solving Fluid-Structure Interaction (FSI) problems involving rigid floating bodies subjected to the action of multiphase free-surface flows, where the structure may or may not be anchored through mooring cables. For the numerical treatment of the incompressible fluid flows, the Navier-Stokes and continuity equations are discretized using a semi-implicit version of the CBS (Characteristic-Based Split) method in the context of the Finite Element Method, using linear tetrahedral elements. Turbulence is analyzed using Large Eddy Simulation (LES) with the Smagorinsky's classic and dynamic sub-grid models. For the treatment of multiphase free-surface flows, the Level Set method is used. In the presence of moving structures, the flow equations are described through an arbitrary lagrangean-eulerian (ALE) formulation and a numerical scheme for mesh movement is adopted. The structure is treated using a three-dimensional rigid body approach and the mooring cable is modeled using an elastic material with geometric nonlinearity and the Nodal Position Finite Element Method (NPFEM). The system of equations of motion may be discretized in time using the implicit Newmark and  $\alpha$ -Generalized methods or the explicit Euler and Runge-Kutta methods. For FSI problems, a partitioned strong coupling scheme is adopted, taking in consideration the fluid-structure and cable-structure couplings. The algorithms constituting the numerical code are first verified using classical problems of Computational Fluid Dynamics and FSI, in addition to applications involving the dynamic analysis of cables. Finally, problems involving floating bodies with and without anchoring are simulated to demonstrate the applicability and accuracy of the proposed numerical model.

Key-words: Floating Structures; Fluid-Structure Interaction; Free-Surface Flows; Computational Fluid Dynamics; CBS Method; Nodal Position Finite Element Method.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Carregamentos ambientais atuantes.....	20
Figura 1.2: Tipos de plataformas para extração de petróleo: (a) plataforma flutuante de produção, armazenamento e descarga; (b) plataforma de pernas atirantadas.....	20
Figura 2.1: Interface do fluido representada por uma rede específica de nós que se move na mesma velocidade do escoamento sobre uma malha estática ou móvel.....	30
Figura 2.2: Reconstrução da interface pelo método VOF: a) Interface original; b) Técnica SLIC; c) Reconstrução proposta por Hirt e Nichols (1981); d) Técnica PLIC.....	31
Figura 2.3: Simulação numérica do impacto de ondas sobre um OWC.....	33
Figura 2.4: Resposta global sob uma carga estática.....	34
Figura 2.5: Estrutura flutuante com 6 graus de liberdade.....	45
Figura 2.6: Centro de carena (B) e forças de empuxo.....	45
Figura 2.7: Equilíbrios estável e instável.....	46
Figura 2.8: Condição de estabilidade e metacentro.....	47
Figura 2.9: Classificação do espectro de ondas oceânicas conforme o período de onda.	48
Figura 2.10: Definição das condições de contorno para o problema de difração linear..	51
Figura 2.11: Arrasto em um cilindro rígido estacionário.....	56
Figura 3.1: Função <i>Level Set</i> para identificar bolhas de gás ascendentes em um fluido.	63
Figura 3.2: Relação entre o sistema inercial XYZ e o sistema solidário local xyz.....	67
Figura 3.3: Corpo rígido vinculado à apoios elásticos.....	68
Figura 3.4: Esquema de um elemento de cabo reto com dois nós sob um movimento de corpo rígido.....	69
Figura 3.5: Esquema de cargas e sistemas de coordenadas do corpo rígido.....	79
Figura 3.6: Algoritmo para análise de problemas de interação fluido-estrutura através de um modelo particionado convencional.....	83
Figura 3.7: Nós da interface sólido-fluido.....	85
Figura 4.1: Algoritmo básico para o MGC Pré-condicionado.....	93

Figura 4.2: Esquema geral para a camada de esponja.....	99
Figura 5.1: Geometria e condições de contorno em uma cavidade 3D.....	102
Figura 5.2: Velocidades médias horizontais avaliadas em $X = 0,5$ m.....	103
Figura 5.3: Velocidades médias verticais avaliadas em $Z = 0,5$ m.....	104
Figura 5.4: Valores r.m.s de velocidades horizontais avaliadas em $X = 0,5$ m.....	105
Figura 5.5: Valores r.m.s de velocidades verticais avaliadas em $Z = 0,5$ m.....	106
Figura 5.6: Valores das tensões de Reynolds de velocidades avaliadas em $X = 0,5$ m...	107
Figura 5.7: Valores das tensões de Reynolds de velocidades avaliadas em $Z = 0,5$ m....	107
Figura 5.8: Comparação entre os passos de tempo reais de $5 \times 10^{-3}$ s e $2 \times 10^{-3}$ s.....	108
Figura 5.9: Geometria e malha da cavidade tridimensional.....	109
Figura 5.10: Linhas de velocidade $V_x$ médias no plano $Z = 0 - 100$ níveis entre $-0,4$ e $1,0$ : (a) Bouffanais et al. (2007); (b) Bianchin (2021); (c) e (d) Presente trabalho, sem considerar e considerando o critério de <i>backscatering</i> proposto por Khani e Waite (2015).....	110
Figura 5.11: Linhas de velocidade $V_y$ médias no plano $Z = 0 - 100$ níveis entre $-0,7$ e $0,2$ : (a) Bouffanais et al. (2007); (b) Bianchin (2021); (c) e (d) Presente trabalho, sem considerar e considerando o critério de <i>backscatering</i> proposto por Khani e Waite (2015).....	111
Figura 5.12: Perfis de velocidades (a) $V_x$ (direção $X$ ) média no plano $Z = 0$ na linha $X = 0$ ; (b) $V_y$ (direção $Y$ ) média no plano $Z = 0$ na linha $Y = 0$ .....	112
Figura 5.13: Velocidades cruzadas $V_x V_y$ flutuantes no plano $Z = 0$ : na linha $Y = 0$ (esquerda); na linha $X = 0$ (direita).....	113
Figura 5.14: Características geométricas e condições de contorno do problema aerodinâmico.....	114
Figura 5.15: Malha empregada para o problema aerodinâmico.....	114
Figura 5.16: Esquerda: linhas de corrente e campos de pressão para o número de Reynolds 40. Direita: dimensões características das zonas de recirculação.....	115
Figura 5.17: Coeficientes de pressão para o número de Reynolds 40.....	116
Figura 5.18: Linhas de corrente e campos de pressão para o número de Reynolds 100..	116
Figura 5.19: Histórico dos coeficientes de arrasto ( $C_D$ ) e sustentação ( $C_L$ ) para o número de Reynolds 100.....	117
Figura 5.20: Coeficientes de pressão para o número de Reynolds 100.....	118

Figura 5.21: Geometria e condições de contorno para o problema de escoamento em torno de um prisma retangular.....	119
Figura 5.22: Malha de elementos finitos para o escoamento sobre um prisma retangular.....	119
Figura 5.23: Movimento de malha próximo ao prisma.....	120
Figura 5.24: Deslocamentos, velocidades e acelerações angulares e verticais para análise do prisma retangular.....	121
Figura 5.25: Movimentação do cabo ao longo do tempo.....	122
Figura 5.26: Posições horizontal ( $X$ ) e vertical ( $Z$ ) para a ponta do cabo no problema de queda livre de um cabo flexível.....	123
Figura 5.27: Formas do cabo não amortecido ao longo do tempo: presente estudo (esquerda) e o apresentado por Ding et al. (2017). a) Formas do primeiro processo de balanço; b) Formas do segundo.....	123
Figura 5.28: Problema do pêndulo cônico flexível.....	124
Figura 5.29: Configurações do cabo para alguns instantes de tempo.....	125
Figura 5.30: Deslocamentos para a massa concentrada.....	126
Figura 5.31: Velocidades para a massa concentrada.....	126
Figura 5.32: Problema de arrasto sobre um cabo submerso.....	127
Figura 5.33: Configuração curvada para o problema de arrasto sobre um cabo.....	128
Figura 5.34: Tensões obtidas para o problema de arrasto sobre um cabo.....	128
Figura 5.35: Problema de um corpo rebocado por cabo: esquema geral.....	129
Figura 5.36: Comparação do estado estacionário do cabo com os resultados obtidos por Sun et al. (2011).....	130
Figura 5.37: Esquema do problema de pêndulo com IFE.....	131
Figura 5.38: Malha do problema de pêndulo com IFE.....	132
Figura 5.39: Movimento do pêndulo para alguns instantes de tempo: movimentação da malha (esquerda); campos de pressão e vetores de velocidade (direita).....	132
Figura 5.40: Comparação da rotação, velocidade e aceleração angular, e posições horizontal $X$ e vertical $Y$ para o pêndulo com IFE.....	133
Figura 5.41: Movimento de um corpo rígido livre de forças.....	134

Figura 5.42: Velocidades angulares em $x$ , $y$ e $z$ do problema de um corpo rígido livre de forças: soluções do presente trabalho comparadas com as soluções obtidas do manual do ABAQUS.....	135
Figura 5.43: Deslocamentos em $x$ e $y$ do problema de um corpo rígido livre de forças: soluções do presente trabalho comparadas com as soluções obtidas do manual do ABAQUS.....	137
Figura 5.44: Problema da instabilidade de Rayleigh-Taylor.....	138
Figura 5.45: Instabilidade de Rayleigh-Taylor: malhas empregadas para os números de Reynolds 28,3 e 283, respectivamente.....	139
Figura 5.46: Movimento da interface para a instabilidade de Rayleigh-Taylor para Reynolds 28,3: comparação entre os resultados de Kelecy e Pletcher (1997), na esquerda, e do presente trabalho, na direita.....	140
Figura 5.47: Movimento da interface para a instabilidade de Rayleigh-Taylor para Reynolds 283: comparação entre os resultados de Kelecy e Pletcher (1997), na esquerda, e do presente trabalho, na direita.....	140
Figura 5.48: Esquema geral do problema de rompimento de barragem.....	141
Figura 5.49: Malha bidimensional para o problema de rompimento de barragem.....	141
Figura 5.50: Malha tridimensional para o problema de rompimento de barragem.....	142
Figura 5.51: Posições da frente (esquerda) e altura remanescente (direita) para o problema de rompimento de barragem.....	142
Figura 5.52: Configurações de superfície livre para alguns instantes de tempo adimensionais: (a) $t = 0.432$ ; (b) $t = 1.129$ ; (c) $t = 1.641$ ; (d) $t = 1.941$ .....	143
Figura 5.53: Campos de pressão e vetores de velocidade para alguns instantes de tempo adimensionais: (a) $t = 0.432$ ; (b) $t = 1.129$ ; (c) $t = 1.641$ ; (d) $t = 1.941$ .....	143
Figura 5.54: Comparação de volume entre as simulações bi e tridimensional.....	144
Figura 5.55: Esquema geral do problema de oscilação de um cilindro flutuante.....	145
Figura 5.56: Malha número 3 do problema de oscilação de um cilindro flutuante.....	146
Figura 5.57: Resultados do problema de oscilação de um cilindro flutuante.....	147
Figura 5.58: Campos de superfície livre para o problema de oscilação de um cilindro flutuante. a) Instante $t = 3,72$ s; b) Instante $t = 4,28$ s; c) Instante $t = 5,06$ s.....	147
Figura 5.59: Campos de pressão para o problema de oscilação de um cilindro flutuante. a) Instante $t = 3,72$ s; b) Instante $t = 4,28$ s; c) Instante $t = 5,06$ s.....	147
Figura 5.60: Esquema geral do problema de rotação de um bloco flutuante.....	148

Figura 5.61: Malha empregada no problema de rotação de um bloco flutuante.....	149
Figura 5.62: Resultados obtidos no problema de rotação de um bloco flutuante.....	150
Figura 5.63: Campos de pressão, superfície livre, vetores de velocidade e configuração de malha para os instantes: 1,83s (esquerda) e 0,675s (direita).....	150
Figura 5.64: Esquema geral do problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.....	152
Figura 5.65: Histórico os ângulos de giro do gerador de ondas.....	152
Figura 5.66: Malha empregada para o problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.....	153
Figura 5.67: Histórico das elevações de para as regiões $X = 1,16$ m e $X = 2,66$ m.....	154
Figura 5.68: Histórico dos graus de liberdade de avanço, afundamento e jogo.....	154
Figura 5.69: Registros de superfície livre de alguns instantes de tempo para o problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.....	155
Figura 5.70: Registros de pressão de alguns instantes de tempo para o problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.....	155
Figura 5.71: a) Registros de vetores de velocidade e b) Configurações de malha de alguns instantes de tempo para o problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.....	156
Figura 5.72: Esquema geral do problema de bóia amarrada flutuante.....	157
Figura 5.73: Seção transversal da bóia.....	157
Figura 5.74: Malha empregada no problema de bóia amarrada flutuante. Em vermelho encontra-se o cabo de amarração (a espessura da cor não representa o diâmetro do cabo).....	158
Figura 5.75: Histórico de posição vertical no problema de bóia amarrada flutuante.....	159
Figura 5.76: Superfície livre no problema de bóia amarrada flutuante.....	159
Figura 5.77: Campos de pressão no problema de bóia amarrada flutuante.....	160

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Parâmetros adotados para o problema de cavidade tridimensional.....	102
Tabela 5.2: Malhas adotadas para o problema de cavidade tridimensional.....	103
Tabela 5.3: Parâmetros adotados para o problema de cavidade tridimensional.....	110
Tabela 5.4: Constantes físicas empregadas para o problema aerodinâmico.....	114
Tabela 5.5: Comparações entre as dimensões características e coeficientes de arrasto para um caso de escoamento através de um cilindro para o número de Reynolds 40.	115
Tabela 5.6: Coeficientes de arrasto, sustentação e número de Strouhal obtidos no presente trabalho para o número de Reynolds 100.....	117
Tabela 5.7: Parâmetros da análise aeroelástica.....	119
Tabela 5.8: Parâmetros do cabo rebocado.....	130
Tabela 5.9: Malhas usadas no problema de oscilação de um cilindro flutuante.....	146

## LISTA DE SIGLAS

IFE – Interação Fluido-Estrutura;

FPSO – *Floating Production Storage and Offloading*;

TLP – *Tension Leg Platform*;

TMS – *Taut Mooring System*;

CFD – *Computational Fluid Dynamics*;

ALE – Arbitrária Lagrangiana-Euleriana;

CBS – *Characteristics-Based Split*;

LES – *Large Eddy Simulation*;

MEF – Método dos Elementos Finitos;

NP-FEM – *Nodal Position Finite Element Method*;

VOF – *Volume of Fluid*;

SPH – *Smoothed Particle Hydrodynamics*;

MPS – *Moving Particle Semi-implicit*;

PFEM – *Particle Finite Element Method*;

RANS – *Reynolds-averaged Navier–Stokes*;

URANS – *Unsteady Reynolds-averaged Navier–Stokes*;

VLFS – *Very Large Fluctuating Structure*;

TEM – *Tension Element Method*;

CG – Centro de Gravidade;

MGC – Método dos Gradientes Conjugados;

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul;

R.m.s – *Root mean square*.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>18</b>
1.1 ASPECTOS GERAIS.....	18
1.2 OBJETIVOS E METODOLOGIA.....	22
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO.....	24
<b>2 ESTRUTURAS FLUTUANTES.....</b>	<b>26</b>
2.1 O PROBLEMA DAS ESTRUTURAS FLUTUANTES.....	26
2.1.1 Simulação de escoamentos com superfície livre.....	29
2.1.2 Aero e Hidroelasticidade.....	33
2.1.3 Interação fluido-estrutura.....	36
2.1.4 Estrutura e sistema de amarração.....	39
2.2 ANÁLISE DE ESTRUTURAS FLUTUANTES.....	44
2.2.1 Estabilidade.....	44
2.2.2 Cargas.....	47
2.2.2.1 Forças de onda em estrutura.....	48
2.2.2.2 Forças de vento em estrutura.....	53
2.2.2.3 Forças de corrente em estruturas.....	54
2.2.3 Dinâmica de estruturas flutuantes.....	57
2.2.4 Dinâmica de cabos.....	59
<b>3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....</b>	<b>61</b>
3.1 DINÂMICA DE FLUIDOS .....	61
3.1.1 Equações de conservação.....	61
3.1.2 Escoamentos Bifásicos – Método <i>Level Set</i> .....	62
3.1.2.1 Procedimento de reinicialização ou redistanciamento.....	64
3.1.2.2 Tensões superficiais.....	65
3.2 MECÂNICA DOS SÓLIDOS.....	66



3.2.1 Cinemática e Dinâmica de corpo rígido.....	66
3.3 ANÁLISE DE CABOS.....	69
3.3.1 Formulação do NP-FEM.....	71
3.3.1.1 Matriz de massa.....	73
3.3.1.2 Matriz de rigidez.....	73
3.3.1.3 Matriz de amortecimento.....	74
3.3.1.4 Vetores de forças fluido-dinâmicas.....	75
3.3.1.5 Vetor de forças nodais.....	78
3.3.1.6 Equação do movimento.....	78
3.4 ACOPLAMENTO CABO-CORPO RÍGIDO.....	79
3.5 INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA.....	82
3.5.1 Acoplamento para o corpo rígido.....	83
3.5.2 Acoplamento com o fluido.....	84
<b>4 MODELO NUMÉRICO PARA O FLUIDO.....</b>	<b>87</b>
4.1 APLICAÇÃO DO MÉTODO CBS SOBRE AS EQUAÇÕES DO FLUIDO.....	87
4.2 CONDIÇÕES DE ESTABILIDADE.....	92
4.3 FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS ADOTADOS.....	93
4.4 MODELO DE TURBULÊNCIA – SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS.....	95
4.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO – CAMADA DE ESPONJA.....	98
4.6 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA.....	99
<b>5 APLICAÇÕES NUMÉRICAS.....</b>	<b>101</b>
5.1 ESCOAMENTO EM UMA CAVIDADE.....	101
5.1.1 Cavidade 1: Reynolds 7.500.....	101
5.1.2 Cavidade 2: Reynolds 12.000.....	109
5.2 ANÁLISE AERODINÂMICA DE UM ESCOAMENTO SOBRE UM CILINDRO.....	113

5.2.1 Reynolds 40.....	114
5.2.2 Reynolds 100.....	116
5.3 ANÁLISE AEROELÁSTICA DE UM ESCOAMENTO SOBRE UM PRISMA RETANGULAR.....	118
5.4 QUEDA LIVRE DE UM CABO FLEXÍVEL.....	122
5.5 PÊNDULO CÔNICO FLEXÍVEL.....	124
5.6 ARRASTO SOBRE UM CABO SUBMERSO.....	127
5.7 CORPO REBOCADO POR CABO.....	129
5.8 PÊNDULO DE PEQUENAS OSCILAÇÕES COM IFE.....	131
5.9 MOVIMENTO DE UM CORPO RÍGIDO LIVRE DE FORÇAS.....	134
5.10 INSTABILIDADE DE RAYLEIGH-TAYLOR BIDIMENSIONAL..	137
5.11 ROMPIMENTO DE BARRAGEM BI E TRIDIMENSIONAL.....	141
5.12 OSCILAÇÃO TRANSIENTE DE UM CILINDRO FLUTUANTE...	145
5.13 ROTAÇÃO DE UM BLOCO FLUTUANTE.....	148
5.14 PACOTE DE ONDA INTERAGINDO COM UM CORPO FLUTUANTE.....	151
5.15 CORPO FLUTUANTE COM AMARRAÇÃO.....	156
<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS..</b>	<b>161</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>165</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Com o avanço observado nas últimas décadas na tecnologia de materiais e métodos construtivos, as chamadas estruturas flutuantes têm sido cada vez mais utilizadas em diferentes áreas da Engenharia. Desde embarcações para transporte de cargas e passageiros, passando por plataformas de extração de petróleo, até edificações, pontes e portos. Para uma adequada avaliação do comportamento destas estruturas, estudos experimentais e de campo são geralmente necessários, os quais apresentam custos elevados. Uma alternativa econômica seria o uso de simulação numérica através de um modelo que leve em conta as diferentes interações existentes entre a estrutura flutuante e os escoamentos de fluidos que a circundam, incluindo a ação do vento, das ondas e de correntes de água, além das próprias estruturas de ancoragem e fundação e sua interação com a água e o solo do leito, onde o sistema de ancoragem é fixado. Neste sentido, propõe-se neste trabalho o desenvolvimento de ferramentas numéricas de interação fluido-estrutura (IFE) para a análise de escoamentos multifásicos com superfície livre, onde a estrutura pode ou não estar ligada a cabos de ancoragem.

## 1.1 ASPECTOS GERAIS

Ao longo dos anos, diversos tipos de estruturas foram desenvolvidos sobre a terra para atender às diversas necessidades do homem, como moradia, geração de energia, entre outros (ver Wang e Tay, 2011). Mais recentemente, visando aproveitar os grandes espaços junto à costa marítima e em alto mar, estruturas flutuantes vêm sendo amplamente utilizadas na Engenharia, as quais são consideradas financeiramente econômicas, sendo construídas rapidamente e podendo ser facilmente expandidas ou removidas (ver, por exemplo, Wang et al., 2018). Outra grande vantagem das estruturas flutuantes é que não há o problema da consolidação do solo de aterro sob as estruturas de fundação, que levam em média de 2 a 5 anos para ocorrer. Assim, as estruturas podem ser ocupadas e utilizadas logo após sua montagem. Infelizmente, a construção deste tipo de estrutura ainda requer um alto nível de tecnologia, mão-de-obra qualificada e um maior conhecimento sobre os fenômenos físicos envolvidos, o que pode acabar tornando o projeto antieconômico em alguns casos (Wang e Wang, 2015).

A fixação desse tipo de estrutura normalmente utiliza estruturas de fundação mais simples, como as ancoragens por sistemas de cabos. O sistema de ancoragem permite o deslocamento vertical a fim de seguir as mudanças do nível de água, característica esta desejável para marinas, docas e cais de atracagem. Estruturas flutuantes também são imunes a terremotos (porém não a *tsunamis*), já que têm sua base isolada da terra (Wang e Wang, 2015).

Entende-se por estrutura flutuante uma estrutura cujo peso é suportado essencialmente pelo empuxo exercido pelo fluido sobre o qual ela flutua (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 2019). Uma estrutura flutuante pode estar tanto livre para movimentação, a exemplo de navios, como pode estar restrita por um sistema mecânico (sistema de ancoragem), como é o caso das plataformas *offshore* para extração de petróleo ou dos aerogeradores.

Em geral, as estruturas flutuantes estão sujeitas a carregamentos e efeitos de carga complexos (Karimirad et al., 2018). A maior parte das forças externas atuantes é devida às ações climáticas do vento, das ondas e da correnteza, conforme esquematiza a Figura 1.1. Além disso, também há a força de empuxo, que age nas superfícies imersas da estrutura, estabilizando os movimentos de elevação e oscilações causados pela gravidade e pelas cargas dinâmicas. Entretanto, cargas excêntricas e/ou momentos podem causar movimentos de inclinação ou deflexões na estrutura flutuante, com um dos seus lados girando mais profundamente na água. A possibilidade de ocorrência de desastres neste tipo de estrutura justifica muitas vezes a necessidade de implementação de dispositivos mecânicos de amarração, como cabos de ancoragem (Karimirad et al., 2018).

Estruturas flutuantes são encontradas em várias áreas da Engenharia. Na Engenharia do Petróleo, por exemplo, plataformas flutuantes e embarcações adaptadas são usadas como unidades de extração. Normalmente, essas estruturas podem ser definidas como suportadas pelo fundo ou flutuantes, conforme mostra a Figura 1.2. As estruturas flutuantes, por sua vez, são complacentes por natureza, podendo ser classificadas como de flutuabilidade neutra, como as Unidades Flutuantes de Armazenamento e Transferência (FPSO – *Floating Production Storage and Offloading*), ou de flutuabilidade positiva, como as Plataformas de Pernas Atirantadas (TLP – *Tension Leg Platform*) (Chakrabarti, 2005). As FPSO são particularmente eficazes em locais remotos ou em águas profundas, onde canalizações no fundo do mar não seriam rentáveis. Por outro lado, as TLP são plataformas complacentes verticalmente amarradas através de linhas chamadas de tendões. Suas amarrações permitem

restringir os movimentos verticais (afundamento) e as rotações (arfagem e jogo), ao mesmo tempo em que é complacente na direção horizontal, permitindo movimentos laterais (avanço e deriva), como demonstra Chakrabarti (2005).

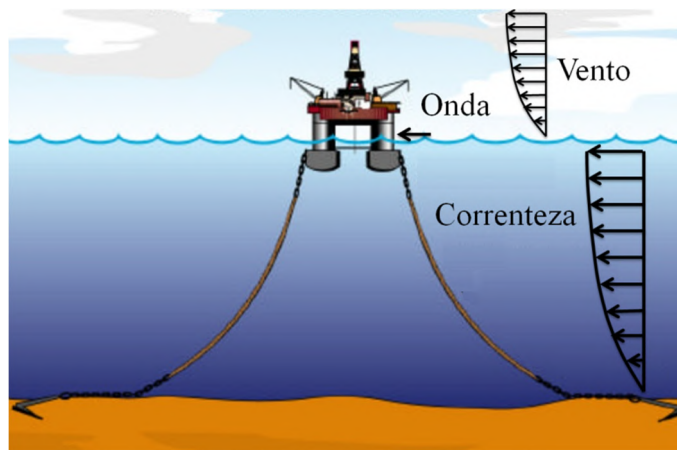


Figura 1.1: Carregamentos ambientais atuantes (baseado em Gonçalves e Costa, 2002).

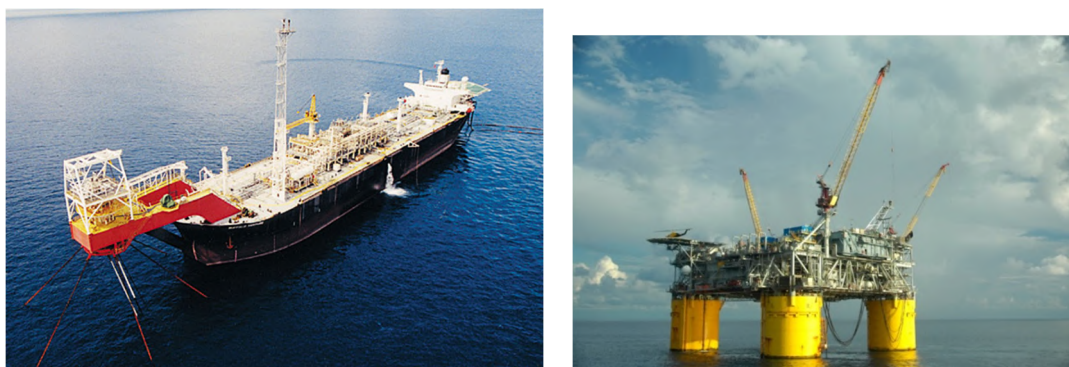


Figura 1.2: Tipos de plataformas para extração de petróleo: (a) plataforma flutuante de produção, armazenamento e descarga (MODEC, 2004); (b) plataforma de pernas atirantadas (Boutwell, 2016).

No campo da Engenharia Civil, mais precisamente, estruturas flutuantes têm sido utilizadas recentemente como uma alternativa para cidades costeiras com alto índice demográfico. Wang e Wang (2015) citam as várias alternativas existentes como, por exemplo, aldeias flutuantes, pontes flutuantes, portos, docas, e cais, assim como restaurantes, hotéis, palcos para shows, etc. Ilhas artificiais flutuantes também podem ser encontradas junto ao Lago Titicaca, na fronteira entre o Peru e a Bolívia (Hidalgo-Cordero e García-Navarro, 2018). Em locais como a Holanda, onde mais da metade do país está abaixo do nível do mar, casas flutuantes já vem sendo adotadas, com a possibilidade futura da criação de cidades flutuantes (Lamas-Pardo et al., 2015). Pontes flutuantes podem também ser construídas em águas profundas onde a construção de *piers* é muito cara, em locais com más propriedades de

fundação do leito, com efeitos de maré intensos e com sismicidade ativa intensa (Karimirad et al., 2018); além de também serem muito utilizadas para fins militares.

Os sistemas de amarração são um elemento importante para o controle do movimento das estruturas flutuantes frente a diferentes cargas ambientais (ondas, vento, corrente e gelo), mantendo as mesmas ancoradas em sua estação. Tanto Fitzgerald e Bergdahl (2008) como Garrett (2005) enfatizam a importância de uma análise acoplada do corpo flutuante e seu sistema de amarração. À medida que a profundidade da água aumenta, a massa e o amortecimento das linhas de amarração e *risers* tornam-se significativos e os movimentos da plataforma na superfície podem ser consideravelmente afetados por eles. Geralmente, as linhas de amarração são constituídas de uma combinação de correntes e cabos, podendo o sistema de amarração ser dividido em dois tipos básicos: catenária e retasado. No sistema em catenária a força de restauração produzida sobre a estrutura flutuante se dá pelo peso do segmento suspenso, cujo comprimento varia de acordo com a resposta dinâmica da estrutura flutuante. Para águas profundas, o sistema tradicional de ancoragem em catenária de aço é muito pesado, fazendo com que a capacidade de carga útil da plataforma seja significativamente reduzida. Uma solução alternativa para este problema é a utilização do sistema de amarração retasado (TMS – *Taut Mooring System*), usando poliéster ou fibras sintéticas. As linhas de amarração experimentam grandes movimentos e forças devido à interação com o fluido, com a ocorrência do fenômeno de vibração induzida por vórtices (VIV – *Vortex Induced Vibration*). O primeiro cabo sintético de poliéster TMS do mundo foi instalado em 1997 pela Petrobras no Brasil e a plataforma de produção ancorada mais profunda em operação foi estabelecida no ano de 2000 em lâmina d'água de 1853 m, perto da costa brasileira (Kreuzer e Wilke, 2002).

Atualmente, o projeto e a análise de Engenharia modernos não podem ser imaginados sem o uso intensivo de computadores e métodos numéricos. Para muitas das estruturas flutuantes há uma grande dificuldade para a obtenção de dados de campo ou para reproduzir em laboratório as condições reais, restando a simulação numérica como a única ferramenta viável para o estudo dos fenômenos físicos envolvidos (Calderer et al., 2014). Em geral, as ferramentas e técnicas usadas na simulação numérica devem ser cuidadosamente verificadas e validadas por meio de *benchmarks* estabelecidos, problemas conceituais e comparação com dados experimentais e monitoramento de campo. Com os recentes avanços na tecnologia dos computadores e nas técnicas de Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD – *Computational*

*Fluid Dynamics*), a modelagem numérica está se tornando cada vez mais eficiente em termos de custo e tempo, tornando-a mais confiável e atraente. No entanto, a simulação numérica de estruturas flutuantes constitui-se um problema de Engenharia bastante complexo, envolvendo uma forte interação entre estruturas que podem apresentar grandes deslocamentos e rotações e escoamentos de fluidos multifásicos com efeitos de superfície livre e turbulência.

## 1.2 OBJETIVOS E METODOLOGIA

Este trabalho visa ao desenvolvimento de ferramentas numéricas de IFE para a análise de estruturas sujeitas à ação de escoamentos com superfície livre. Como objetivo principal, pretende-se obter um modelo de acoplamento para futuros estudos sobre o comportamento de estruturas flutuantes submetidas a ações simultâneas de vento e interação da estrutura com a água, as quais podem ou não estar ancoradas através de cabos de amarração. Como objetivos específicos, têm-se os seguintes: investigar o comportamento da formulação ALE (arbitrária Lagrangiana-Euleriana) e do esquema de movimento de malha existentes em escoamentos de superfície livre; desenvolver um modelo numérico para análise dinâmica não linear de cabos; estender o modelo de acoplamento existente para incluir movimentos de corpo rígido tridimensionais e sua ligação a cabos de amarração; estender a formulação existente para análise de escoamentos de superfície livre tridimensionais; testar o modelo de acoplamento em problemas típicos de interação fluido-estrutura com corpos flutuantes, com e sem cabos de ancoragem.

No modelo numérico proposto para este trabalho, o sistema de equações fundamentais do escoamento é dado pelas equações de Navier-Stokes e pela equação de conservação de massa, o qual será discretizado a partir do método CBS (*Characteristics-Based Split*) considerando a abordagem semi-implícita. O método CBS já havia sido implementado anteriormente por Barroso (2019), porém em sua versão explícita, utilizando um modelo de compressibilidade artificial. Uma das contribuições do presente trabalho é o de adaptar esta formulação para uma versão semi-implícita, sem a utilização de parâmetros de compressibilidade artificial. Desta forma, é possível realizar simulações com passos de tempo maiores, eliminando-se a arbitrariedade na escolha de um coeficiente de compressibilidade adequado para a simulação.

Para o caso de escoamentos turbulentos, emprega-se a metodologia LES (*Large Eddy Simulation*), já implementada em estudos anteriores (como em Braun, 2002 e Braun, 2007, por exemplo), usando os modelos clássico (ver Smagorinsky, 1963) e dinâmico de

Smagorinsky (ver Germano et al., 1991; e Lilly, 1992) para as escalas inferiores à resolução da malha.

Para a discretização espacial do domínio, emprega-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizando elementos tetraédricos lineares. Para o tratamento de problemas envolvendo escoamentos com superfície livre, será implementado o método *Level Set*, considerando o escoamento como um meio fluido bifásico (ar e água). O método *Level Set* já havia anteriormente sido utilizado por Tonin (2017), porém em um contexto de Análise Isogeométrica, em simulações bidimensionais. Neste trabalho, será adaptado o método para um contexto de elementos finitos clássico, onde sua aplicabilidade será expandida para o caso tridimensional.

Para a análise de escoamentos na presença de corpos móveis, emprega-se uma formulação arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE) para descrever o movimento das partículas do fluido, com o auxílio de um esquema de movimento de malha proposto e implementado anteriormente por Teixeira (2001), o qual tem sido largamente empregado em trabalhos do PPGEC/UFRGS.

O corpo sólido é tratado neste trabalho através de uma abordagem de corpo rígido, considerando 6 graus de liberdade, extendendo o modelo bidimensional empregado em Braun (2002). A discretização temporal é realizada através dos métodos implícitos de Newmark e  $\alpha$ -Generalizado (ver Braun, 2007). Em especial, a rotação do corpo rígido nestes problemas também poderá ser resolvida pelos métodos explícitos de Euler e Runge-Kutta (este último de 2° e 3° ordens), implementados neste trabalho.

Para a análise de problemas de IFE, o modelo particionado explícito é empregado, inicialmente adotado por Braun (2002) e, após, implementado por Tonin (2017) no contexto da Análise Isogeométrica e com superfície livre. No presente trabalho, propõe-se adaptar o modelo existente utilizando o modelo CBS semi-implícito e elementos tetraédricos lineares para a simulação do escoamento.

Para a simulação numérica do cabo de ancoragem, neste trabalho será implementada uma nova ferramenta numérica, baseada no NP-FEM (*Nodal Position Finite Element Method*), a partir do trabalho de Zhu (2010). Este usa uma formulação de elementos finitos para a análise do cabo, mas trabalhando com posições como variáveis, ao invés de deslocamentos. Também



é implementado neste trabalho um esquema especial de acoplamento entre o cabo e o corpo rígido, baseado no trabalho de Sun et al. (2011). Neste sentido, o presente trabalho traz uma importante contribuição, uma vez que o modelo de Sun et al. (2011) foi desenvolvido para análises fluido-estrutura desacopladas e empregado em um outro contexto de aplicação.

A inovação apresentada pelo trabalho é, portanto, a união de diversas ferramentas numéricas, que tratam de escoamentos com superfície livre, de cabos submersos e de corpos rígidos, em um único código, a fim de obter-se um modelo de IFE para simular problemas de interação complexos de forma acoplada. Destaca-se o modelo de interação fluido-estrutura inédito, onde a estrutura de corpo rígido pode ser acoplada a cabos de ancoragem usando uma formulação NP-FEM. A integração de vários códigos, uns a serem implementados e outros já existentes, em um único código possibilita enxergar os modelos sob uma perspectiva mais ampla e precisa do que em análises isoladas, criando uma boa contribuição em uma área de aplicação complexa.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Neste capítulo é apresentada uma visão geral sobre os temas tratados neste trabalho, complementada com uma revisão bibliográfica que inclui os principais trabalhos e técnicas utilizadas em cada assunto.

No Capítulo 2 é apresentada uma abordagem teórica das estruturas flutuantes. O objetivo deste capítulo é familiarizar o leitor com os problemas a serem abordados no presente estudo. São apresentadas as teorias de: estabilidade de estruturas flutuantes, simulação de escoamentos com superfície livre, aero e hidroelasticidade, IFE, dinâmicas de cabos e sistemas de amarração.

O Capítulo 3 apresenta as formulações matemáticas empregadas na análise do escoamento, da estrutura, do acoplamento entre fluido e corpo rígido, e, por fim, do acoplamento do sistema fluido-corpo rígido-cabo. As equações da Dinâmica dos Fluidos são apresentadas, assim como o modelo de escoamentos bifásicos, pelo método *Level Set*. Na seção referente à Mecânica dos Sólidos, a abordagem de corpos rígidos é apresentada, assim como a formulação NP-FEM, adotada para o estudo de cabos, além do acoplamento entre cabo e corpo rígido. O capítulo termina com a seção sobre IFE, com as equações de acoplamento estabelecidas a partir da imposição das condições de compatibilidade e de equilíbrio na interface.

O Capítulo 4 apresenta o modelo numérico para o fluido, com os procedimentos de discretização das equações fundamentais do escoamento e do método *Level Set* a partir do modelo CBS, em sua versão semi-implícita. São apresentados critérios de qualidade dos resultados, tais como medidas de convergência e estabilidade numérica, assim como a formulação dos elementos tetraédricos. Também apresenta-se a metodologia de turbulência LES, empregada no trabalho, assim como condições de contorno de esponja para evitar a reflexão de ondas no domínio computacional. Por fim, o capítulo encerra com a implementação numérica dos modelos elaborados.

O Capítulo 5 destina-se às aplicações. São apresentados os resultados obtidos pelos modelos numéricos propostos, verificando e validando o código com referências disponíveis junto à comunidade acadêmica.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as considerações finais do trabalho, além de propostas para estudos futuros, visando à complementação do modelo proposto.

.

## 2 ESTRUTURAS FLUTUANTES

Neste capítulo é apresentada uma visão geral sobre estruturas flutuantes. Inicialmente, é feita a caracterização do problema das estruturas flutuantes, onde são expostos os principais fenômenos físicos envolvidos e os métodos e técnicas utilizadas para sua análise. Discute-se a simulação de escoamentos com superfície livre, onde são descritos os métodos mais comumente usados, como o MAC (*Marker and Cell*), VOF (*Volume of Fluid*) e o *Level Set*, proposto neste trabalho. Em seguida, é discutida a presença de corpos imersos em escoamentos de superfície livre, onde se pode adotar tanto uma abordagem em corpo rígido, como em corpo flexível, com base nas condições do problema a ser enfrentado. Em seguida, são discutidas as diferentes formas de acoplamento numérico fluido/sólido para o presente problema. Por fim, o capítulo aborda ainda algumas questões teóricas básicas sobre a análise de estruturas flutuantes, incluindo as condições de estabilidade para corpos flutuantes, a descrição das cargas atuantes e o modelo analítico usualmente empregado na análise dinâmica de cabos para o sistema de amarração.

### 2.1 O PROBLEMA DAS ESTRUTURAS FLUTUANTES

Do ponto de vista numérico, a análise de estruturas flutuantes é caracterizada essencialmente como um problema de interação fluido-estrutura. Entretanto, as dificuldades neste campo de aplicação são aumentadas consideravelmente pela presença de escoamentos bifásicos (água e ar) com uma dinâmica de interface dominada por fenômenos complexos, como turbulência, efeitos de superfície livre e quebra de ondas, além de estruturas que podem estar totalmente ou parcialmente submersas ao longo da simulação (Calderer et al., 2014).

A abordagem clássica para simular escoamentos ao redor de corpos em movimento é a formulação arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE). No caso de escoamentos bifásicos, para os quais a interface é a própria superfície livre, sua aplicabilidade é limitada a problemas onde há poucos movimentos de superfície livre (Zienkiewicz et al., 2014). Além disso, reduzir o problema a escoamento monofásico e, assim, negligenciar o efeito do ar sobre o movimento da estrutura flutuante, pode ser uma simplificação razoável em aplicações específicas. Porém, é importante observar que importantes mecanismos existentes em escoamentos de ar e água acoplados não podem ser explicados por esse tipo de abordagem, como aponta Calderer et al.

(2014). Iafrati et al. (2013), por exemplo, demonstraram que a dissipação da maior parte da energia induzida por quebra de onda ocorre através de estruturas complexas de vórtice que se desenvolvem na fase do ar. Portanto, o uso de um método de captura de interface se faz necessário.

Um desafio comum a todos os projetos de estruturas flutuantes é a capacidade de prever as respostas dinâmicas de carga sobre sistemas estruturais, que geralmente combinam cargas de vento e onda. No entanto, as características dinâmicas combinadas das componentes de carga ainda não são bem compreendidas, sendo muito difíceis de serem calculadas com precisão em razão dos complexos fenômenos multifísicos envolvidos em condições operacionais realistas (Tran e Kim, 2015).

Historicamente, a modelagem da interação entre onda e corpos rígidos foi desenvolvida baseada no método do tanque numérico de ondas (NWT – *Numerical Wave Tank*), usando a teoria de escoamento potencial (Longuet-Higgins e Cokelet, 1976), na qual uma equação de Poisson para o modelo não viscoso é resolvida numericamente pelo Método dos Elementos de Contorno a partir das equações fundamentais para um fluido invíscido (sem viscosidade) e escoamento irrotacional, que se reduzem à equação de Laplace. A teoria de potencial linear pode ser usada para estudar muitos efeitos importantes das ondas em grandes estruturas *offshore*, para as quais os efeitos viscosos e não lineares podem ser negligenciados, uma vez que as amplitudes das ondas incidentes e dos movimentos da estrutura são pequenas em relação às escalas de comprimento características da estrutura (ver Faltinsen, 1993; Kim et al., 2013). Neste caso, a análise de radiação e difração das ondas é importante (Sharma et al., 2012).

A teoria clássica das ondas estima que a maior parte da energia das ondas está concentrada na superfície livre. De fato, mais de 90% da energia total das ondas é distribuída dentro de uma profundidade que corresponde a três vezes a altura da onda abaixo da superfície livre (Gao, 2017). Observa-se também que o movimento das ondas de água é dominado pela ação da gravidade e pela ação do vento, sendo que em muitos casos, a viscosidade terá efeitos significativos somente após muitos períodos de onda, ou muitos comprimentos de onda, e na região do escoamento em torno de um corpo imerso de dimensões relativamente pequenas (Wu and Hu, 2004).

Soluções avançadas para a análise hidrodinâmica, incluindo fenômenos de superfície livre mais complexos, como quebra de ondas, jatos de água e efeitos da turbulência, exigem a solução das equações de Navier-Stokes em combinação com modelos de turbulência (Calderer et al., 2018). Além disso, interações não lineares das ondas com obstáculos, incluindo separação do escoamento, geração e desprendimento de vórtices, são difíceis de determinar satisfatoriamente usando a teoria de escoamento potencial. Muitas vezes, estruturas flutuantes são projetadas para operar em ambientes hostis, onde tanto a superfície livre quanto o corpo podem apresentar movimentos consideráveis. Neste caso, as hipóteses assumidas pela teoria linear tradicional (movimento linear da estrutura, ondas lineares ou fracamente não lineares e efeitos de amortecimento limitados) tornam-se também inválidas (Karimirad et al., 2018).

Ondas grandes e íngremes podem gerar uma carga de impacto significativa da água sobre a estrutura, podendo envolver quebra de ondas e água no convés do dispositivo. Nestas condições, os efeitos viscosos e os movimentos do corpo se tornam importantes e altamente não lineares. Além disso, a estrutura flutuante pode ficar totalmente submersa ou flutuando na superfície (Westphalen et al., 2014). Matematicamente, problemas de hidrodinâmica não linear só podem ser descritos precisamente pelas equações de Navier-Stokes com a incorporação de um método para descrição da superfície livre.

Com o rápido desenvolvimento das técnicas de computação de alto desempenho (HPC – *High Performance Computing*) e da Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD), as equações de Navier-Stokes podem ser resolvidas numericamente, fornecendo resultados muito mais precisos e informações detalhadas sobre as condições do escoamento, o que possibilita uma discussão mais aprofundada sobre os mecanismos físicos envolvidos. No caso do projeto de estruturas flutuantes, sofisticadas ferramentas de modelagem numérica que simulam o comportamento de toda a estrutura interagindo com escoamentos de água e ar devem ser desenvolvidas, verificadas e/ou validadas para permitir projetos mais aprimorados e eficientes (Cheng et al., 2019). Esforços recentes têm levado pesquisadores de CFD, que tradicionalmente preferiam a utilização do Método dos Volumes Finitos, a analisar problemas deste tipo através do Método dos Elementos Finitos (MEF), mais flexível, porém mais caro computacionalmente. Métodos sem malha têm-se tornado também populares nesta área, como os métodos SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) (ver, por exemplo, Colagrossi e Landrini, 2003) e MPS (*Moving Particle Semi-implicit*) (ver, por exemplo, Khayyer and Gotoh, 2012).

Uma revisão sobre a aplicação de CFD na análise hidrodinâmica de navios e estruturas flutuantes na última parte do século XX pode ser encontrada em Larsson et al. (1998). Desde os anos 90, os esforços têm-se concentrado na solução acoplada da equação de superfície livre com as equações do escoamento. Os desafios atuais na pesquisa encontram-se no desenvolvimento de métodos numéricos robustos, estáveis e eficientes em termos computacionais, capazes de capturar as diferentes escalas na análise de situações práticas (Sharma et al., 2012). Além disso, cálculos da resistência viscosa em casos práticos requerem malhas muito refinadas nas proximidades da estrutura, resultando em um número de elementos geralmente alto. Neste caso, esquemas de adaptação de malhas e modelos avançados de turbulência podem ter um papel crucial para uma simulação realista desses problemas. É importante lembrar que os métodos numéricos estão limitados ao número de Froude máximo que cada um pode modelar com precisão (Sharma et al., 2012).

### 2.1.1 Simulação de escoamentos com superfície livre

Problemas envolvendo escoamentos com superfície livre têm sido analisados matematicamente considerando o escoamento como um meio bifásico (água e ar). As dificuldades encontradas incluem a simulação efetiva do movimento de estruturas imersas e a descrição correta da "condição de salto" entre o ar e a água. Neste sentido, vários métodos numéricos têm sido propostos, onde a maioria pode ser categorizada como de rastreamento de interface, captura de interface ou métodos de partículas (Degroote et al., 2010).

Os métodos de rastreamento de interface descrevem a interface líquido-gás através de uma rede específica de nós, conforme mostra a Figura 2.1, e que se move na mesma velocidade do escoamento sobre uma malha estática ou móvel (Unverdi e Tryggvason, 1992). Os métodos de captura de interface usam uma malha que não se deforma devido ao movimento dos fluidos e algum tipo de marcador para determinar de que lado da interface a célula está localizada, o qual é transportado com o próprio escoamento (Olsson e Kreiss, 2005). Os métodos de partículas são métodos sem malha baseados em uma formulação Lagrangiana onde o domínio espacial do fluido é discretizado através de uma coleção de partículas (Liu e Liu, 2010).

Harlow e Welch (1965) desenvolveram o primeiro esquema numérico de rastreamento de interface capaz de resolver diretamente as equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis de fluidos viscosos com superfície livre em uma malha fixa, o chamado Método MAC (*Marker and Cell*). Infelizmente, o método não é adequado para casos em que a

superfície livre apresenta grande deformação. Uma variante dessa abordagem é encontrada no Método VOF de Hirt e Nichols (1981), no qual se emprega uma variável marcadora para armazenar a fração de volume da célula que é preenchida com uma dada fase. O esquema apresenta como principal vantagem a boa conservação de massa (Sussman et al., 1999), porém, uma separação não física da interface pode ocorrer e parcelas de fluido podem ser incorporadas pela superfície livre de maneira não realística (Lin et al., 2005) devido ao procedimento geométrico de reconstrução da interface. Olsson e Kreiss (2005) também consideram difícil obter alta ordem de precisão com este método para a advecção da função marcador. Melhorias foram propostas através da aplicação das técnicas PLIC (*Piecewise Linear Interface Calculation*), de Youngs (1982), e SLIC (*Simple Line Interface Calculation*), de Noh e Woodward (1976). No entanto, a técnica SLIC apresenta altos níveis de difusão numérica e precisão limitada, enquanto que a PLIC é difícil de implementar em três dimensões e em malhas com corpos imersos (Gopala e van Wachem, 2008). A Figura 2.2 apresenta um resumo das diferentes formas de reconstrução da interface pelo método VOF.

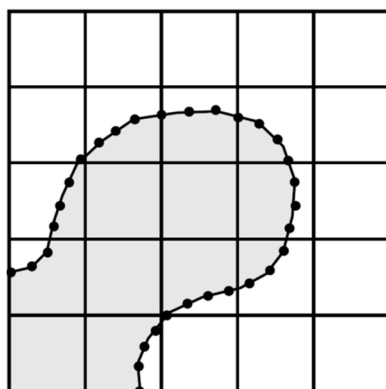


Figura 2.1: Interface do fluido representada por uma rede de específica de nós que se move na mesma velocidade do escoamento sobre uma malha estática ou móvel (Tryggvason et al., 2011).

Por outro lado, o método *Level Set*, proposto por Osher e Sethian (1988), consegue descrever a localização da interface através do nível zero de uma função distância suave. O movimento da interface é governado por uma equação diferencial de advecção, com os diferentes níveis movidos a partir do campo de velocidade local. Para manter a função *Level Set* como uma função de distância com sinal é necessário um processo de reinicialização regido por uma equação diferencial própria. O método consegue obter facilmente alta ordem de precisão, necessária para a quantificação de variáveis geométricas importantes, tais como a curvatura da interface. Por outro lado, o método é não conservativo, uma vez que perdas ou ganhos de massa podem ocorrer em escoamentos incompressíveis de duas fases, o que é fisicamente

incorreto. Além disso, a função de interface acaba distorcendo-se pela advecção induzida pelo campo de velocidade local. Para contornar esta dificuldade usa-se um procedimento de reinicialização da função *Level Set* em intervalos regulares a fim de mantê-la como uma função distância (ver, Sussman et al., 1994; Russo e Smereka, 2000).

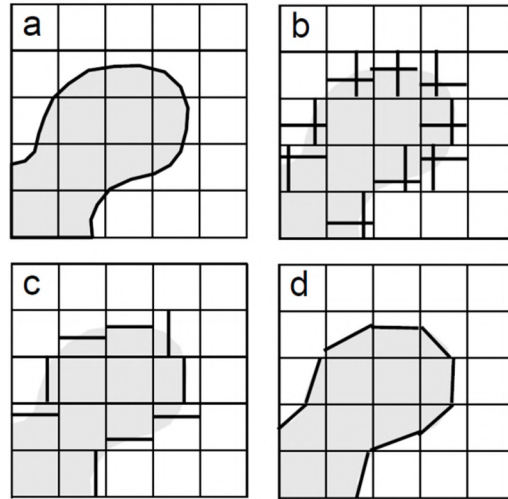


Figura 2.2: Reconstrução da interface pelo método VOF: a) Interface original; b) Técnica SLIC; c) Reconstrução proposta por Hirt e Nichols (1981); d) Técnica PLIC (Tryggvason et al., 2011).

Esquemas híbridos, combinando as vantagens dos métodos VOF e *Level Set*, podem ser encontrados, por exemplo, em Ménard et al. (2007) e Sun e Tao (2010). Entre esses, um método que se mostrou bastante promissor nos últimos anos é o método CLSVOF (*Coupled Level Set Volume of Fluid*) de Sussman e Puckett (2000), que demonstrou ter desempenho melhor em simulações de escoamentos práticos de Engenharia. Por outro lado, Enright et al. (2002) desenvolveram o método PLSM (*Particle Level Set Method*) usando um esquema de partículas Lagrangianas para reconstruir a interface em regiões de baixa resolução da malha.

Métodos de partículas têm sido cada vez mais utilizados para modelar a dinâmica de fluidos (Monaghan, 2012). Métodos como o PFEM (*Particle Finite Element Method*) (Oñate et al., 2004) e o SPH (Monaghan, 1994) se enquadram nessa categoria. Métodos Lagrangianos também foram usados por Hirt et al. (1970), Ramaswamy e Kawahara (1987) e Radovitzky e Ortiz (1998) para resolver problemas de escoamentos de fluidos com superfícies livres. Métodos arbitrários Lagrangiano–Euleriano (ALE) podem também ser encontrados em Hughes et al. (1981), Hirt et al. (1974), Oñate e García (2001), Navti et al. (1997) e Soulaïmani e Saad (1998). Tezduyar et al. (1992a,b) apresentaram o método DSD/ST (*Deforming Spatial Domain/Stabilized Space-time*) para o tratamento de interfaces em



movimento, o qual foi aplicado com sucesso tanto em problemas de escoamentos de superfície livre quanto em problemas de interação fluido-estrutura (ver Mittal e Tezduyar, 1992; Mittal e Tezduyar, 1995). Mais recentemente, alguns modelos numéricos combinando o método IB (*Immersed Boundary*) e o método VOF foram desenvolvidos. Sint Annaland van et al. (2006) e Shen e Chan (2008), por exemplo, aplicaram um método combinado para simular interações de ondas de superfície livre e corpos sólidos submersos em problemas 2D.

A superfície livre em um escoamento bifásico representa o limite entre os volumes de água e ar, a qual pode se deformar em função das condições instantâneas do escoamento local, incluindo influências da turbulência e da batimetria. As deformações devido à turbulência são geralmente pequenas quando comparadas a variações espaciais e temporais da posição média da superfície em razão da não uniformidade do leito, às ondas oceânicas e à presença de estruturas hidráulicas (McSherry et al., 2017). Quanto aos métodos numéricos usados na análise de escoamentos com superfície livre turbulentos, tem-se a simulação direta (DNS – *Direct Navier-Stokes*), com aplicação limitada a pequenos movimentos de superfície livre, e simulações usando as metodologias RANS (*Reynolds-averaged Navier-Stokes*) e URANS (*Unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes*), utilizados extensivamente na Engenharia Naval. Mais recentemente, a Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) tem sido mais utilizada a partir da disponibilidade de computadores com maior capacidade de processamento, já que esta formulação exige malhas mais refinadas. Uma boa revisão sobre o uso de modelos numéricos para a análise de escoamentos com superfície livre e turbulência pode ser encontrada no trabalho de McSherry et al. (2017).

Dentro do campo da Hidráulica, Yue et al. (2005) empregaram uma abordagem LES para a análise de um canal aberto com escoamento turbulento sobre dunas fixas em seu leito. Suh et al. (2011) apresentaram resultados para escoamento sobre um cilindro vertical semi-submerso usando a formulação LES. Kara et al. (2015) também empregaram a metodologia LES em simulações do escoamento sobre uma ponte submersa. Os resultados da simulação concordaram muito bem com as medições experimentais. Elhanafi et al. (2017) empregaram um modelo numérico baseado na metodologia RANS para estudos sobre impacto de ondas em um conversor de energia de ondas (WEC – *Wave Energy Converter*) do tipo Coluna de Água Oscilante (OWC – *Oscillating Water Column*), conforme mostra a Figura 2.3. Hu et al. (2017) analisaram o impacto de ondas sobre grandes plataformas *offshore* usando uma formulação baseada em URANS e Paik e Carrica (2014) estudaram o problema de Interação Fluido-

Estrutura (IFE) aplicado a escoamentos com superfície livre usando também a metodologia URANS.

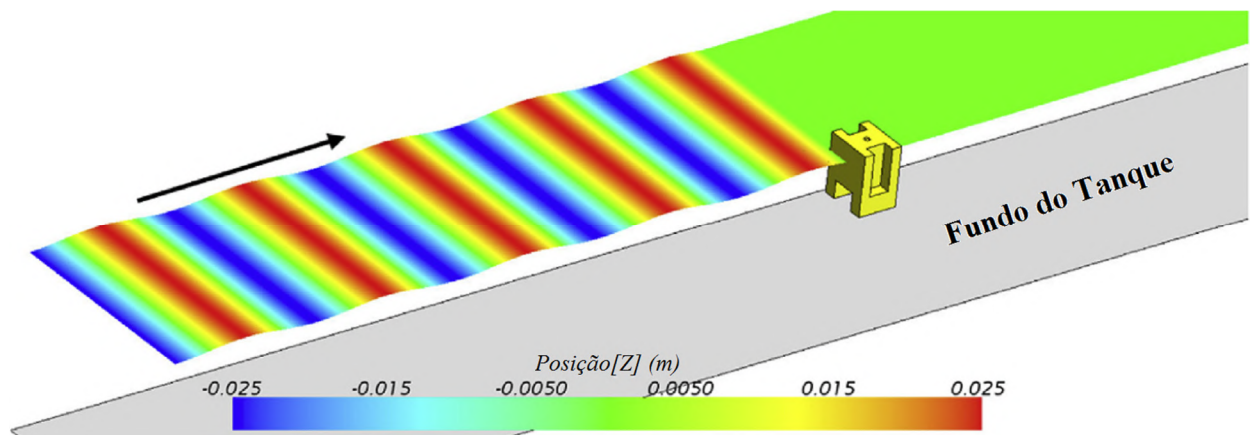


Figura 2.3: Simulação numérica do impacto de ondas sobre um OWC (baseado em Elhanafi et al., 2017).

### 2.1.2 Aero e Hidroelasticidade

A Hidroelasticidade trata da análise de corpos que se movem na água ou na superfície da água, onde as deformações causadas pelas excitações hidrodinâmicas modificam consideravelmente as próprias excitações. Matematicamente, problemas de Hidroelasticidade são descritos a partir de um sistema acoplado envolvendo uma ou mais estruturas e o meio fluido, sendo resolvido através de técnicas de IFE. Por sua vez, a Hidroelasticidade Computacional (CHE – *Computational Hydroelasticity*) refere-se essencialmente ao desenvolvimento de métodos de acoplamento e técnicas numéricas de CFD e dinâmica estrutural para análises de Hidroelasticidade (Liew et al. 2007).

Uma ferramenta para analisar a interação entre fluidos e grandes estruturas flutuantes foi desenvolvida originalmente por Bishop e Price (1979). As cargas induzidas pela ação de ondas eram calculadas assumindo a hipótese de corpo rígido para a estrutura flutuante. Com a carga hidrodinâmica obtida, empregava-se então um modelo tridimensional em elementos finitos da estrutura para realizar análises globais e locais de tensão e fadiga do material. Entretanto, como a natureza elástica da estrutura é ignorada nestes casos, resultados errôneos podem ser obtidos, especialmente para grandes estruturas flutuantes.

Neste contexto, Suzuki e Yoshida (1996) conseguiram identificar as diferenças entre a resposta elástica e a resposta de corpo rígido de um corpo flutuante pela razão entre o comprimento estrutural e um comprimento característico, função da rigidez da estrutura e da

rigidez de mola flutuante. De acordo com sua definição, um corpo flutuante é dominado pela resposta elástica se essa proporção for maior que a unidade. Os grandes navios e estruturas flutuantes, por exemplo, são relativamente mais flexíveis e suas frequências naturais podem cair na faixa das frequências de excitação do espectro marítimo comum. Portanto, análises hidroelásticas são essenciais para o projeto deste tipo de estrutura (Lamas-Pardo et al., 2015). A Figura 2.4 apresenta a diferença na resposta de um navio convencional e uma VLFS (*Very Large Fluctuating Structure*) sob a ação de uma carga concentrada. No trabalho de Chen et al. (2006), por exemplo, pode ser encontrada uma revisão sobre teorias de Hidroelasticidade existentes para análise global de estruturas marinhas.

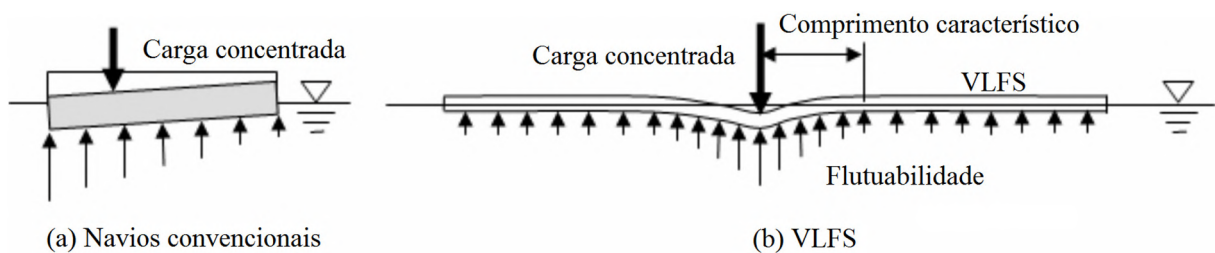


Figura 2.4: Resposta global sob uma carga estática (baseado em Suzuki et al., 2006).

Um dos problemas mais complexos envolvendo estruturas flutuantes está na avaliação das diferentes cargas atuantes, principalmente em decorrência das condições ambientais (Figura 1.1). Uma estrutura flutuante normalmente está sujeita às ações das marés, do vento e das correntes, além da haver possibilidade, ainda que pequena, de terremotos e colisões com navios, blocos de gelo, *piers*, ou ainda outras estruturas junto aos portos ou atracadouros.

As ações das marés costumam ser as mais importantes e, ao mesmo tempo, as mais difíceis de determinar (Muga e Wilson, 1970). Grande parte da complexidade está nas não-linearidades, características tridimensionais e um comportamento aparentemente aleatório (El-Reedy, 2012). Por outro lado, as ações do vento incidem diretamente sobre a superestrutura dos corpos flutuantes, o que, dependendo da altura do corpo, pode causar problemas de estabilidade (emborcamento) na estrutura. Em geral, quanto maior a profundidade das águas, maiores são os efeitos de arrasto causados pelo vento (Wilson, 2003).

As ações produzidas pela corrente ocorrem de forma similar às ações do vento, gerando forças de arrasto, sustentação e momento, assim como provocando o desprendimento de vórtices (El-Reedy, 2012). Estas três ações, além de serem de grande complexidade individualmente, também ocorrem de forma acoplada: o vento soprando sobre a superfície da água gera ondas,

que, por sua vez, geram corrente, e a própria corrente pode ser gerada a partir do vento, o que faz com que o problema se torne bastante não-linear e de difícil modelagem (Karimirad et al., 2018).

As ações dos ventos e correntes sobre a estrutura produzem uma resposta em deslocamentos e rotações, a qual altera o escoamento nas regiões vizinhas, podendo inclusive levar a fenômenos de instabilidade dinâmica devido a efeitos hidro e aeroelásticos, tais como drapejamento (*flutter*) e desprendimento de vórtices (*vortex induced vibration, lock-in*). Estes processos de influência mútua caracterizam-se como um típico problema de interação fluido-estrutura, onde o nível de complexidade é ainda maior devido à existência de escoamento multifásico e, principalmente, se a estrutura for muito móvel (complacente). Outra forma de interação possível ainda de ocorrer é a onda-estrutura, quando estruturas grandes (em relação ao comprimento de onda) alteram as ondas incidentes nas proximidades do corpo. (Chakrabarti, 1987).

A modelagem de estruturas em geral pode ser feita considerando-se as abordagens de corpo rígido ou de corpo deformável. A hipótese de corpo rígido é justificável quando os deslocamentos apresentados pelos corpos são bem superiores às deformações neles provocadas. No caso de estruturas flutuantes, pode-se adotar o parâmetro de rigidez adimensional  $S = EI/\rho_f g L^5$  (Lee e Newman, 2000; Newman, 2005) para avaliar a abordagem a ser usada, sendo que  $EI$  é a rigidez estrutural,  $\rho_f$  é a massa específica do fluido,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $L$  é um comprimento característico. O parâmetro de rigidez  $S$  representa a razão entre rigidez estrutural e a força de restauração hidrostática, onde  $S = \infty$  indica uma estrutura completamente rígida enquanto que  $S = 0$  denota uma estrutura completamente flexível. Supõe-se que a massa por unidade de comprimento  $m$  e a rigidez  $EI$  da estrutura sejam uniformes ao longo do comprimento.

Se apenas os movimentos de corpo rígido afetam significativamente o campo de pressão em torno do corpo flutuante, as análises hidrodinâmica e estrutural são pouco acopladas, podendo ser realizadas separadamente. Este fraco acoplamento implica que o corpo flutuante em consideração é rígido e as frequências devido a cargas de ondas de primeira ordem (lineares) são muito menores do que as frequências naturais de deflexão elástica. Além disso, a rigidez estrutural é muito maior que a restauração hidrodinâmica, o que significa que a contribuição do movimento elástico é insignificante para a carga hidrodinâmica. O acoplamento fraco

também significa que a análise hidrodinâmica dissociada pode ser realizada no domínio da frequência ou do tempo. Por outro lado, se a deformação estrutural afeta significativamente o campo de radiação no fluido, o problema hidrodinâmico e a dinâmica da estrutura estão totalmente acoplados e devem incluir os efeitos hidroelásticos (Kara, 2015). A análise hidroelástica implica que as frequências devidas às cargas de onda de primeira ordem caem no espectro das frequências naturais de deflexão elástica.

### 2.1.3 Interação fluido-estrutura

Ao considerar-se a inclusão de escoamentos de superfície livre, o nível de complexidade das simulações de IFE aumenta consideravelmente. Escoamentos multifásicos podem ser altamente transientes devido à geração e propagação de ondas e gotículas. Além disso, a interação entre escoamentos deste tipo e estruturas pode mudar abruptamente em razão do impacto da estrutura sobre a superfície livre ou de uma onda atingindo a estrutura. O problema de *slamming* (impacto d'água no casco do navio), por exemplo, é uma das questões mais críticas para estruturas flutuantes, sendo tão difícil de ser medido em testes de laboratório quanto simulá-lo adequadamente (Marcer et al., 2010).

Problemas de IFE são geralmente analisados numericamente usando modelos de acoplamento monolíticos ou particionados. Na abordagem monolítica, as equações fundamentais dos subproblemas (fluido e estrutura) são resolvidas simultaneamente no tempo usando um único sistema de equações que leva em conta a interação entre os diferentes meios durante o processo de solução. Por esta razão, o sistema é classificado como fortemente acoplado. Com isso, os métodos monolíticos são considerados eficazes para resolver problemas de interação fluido-estrutura com uma forte dependência entre o fluido e a estrutura (Liew et al., 2007). Entretanto, esta formulação em geral leva a um número significativo de graus de liberdade e a uma matriz de coeficientes mal condicionada para o sistema de equações acoplado, especialmente se a estrutura é muito rígida ou pesada em comparação com o fluido. Para superar esta dificuldade é necessário desenvolver pré-condicionadores apropriados para este tipo de aplicação (Liew et al., 2007).

Na abordagem particionada, os subsistemas são integrados sequencialmente, onde fluido e estrutura são resolvidos separadamente, com seus efeitos de interação transmitidos pelas interfaces através de um algoritmo de acoplamento com técnicas de sincronização (Braun, 2007). Neste caso, usam-se *solvers* distintos para cada um dos meios analisados. Os modelos

particionados podem ser divididos em esquemas explícitos (fracamente acoplados) e implícitos (fortemente acoplados). Em um método de acoplamento explícito, as equações do escoamento e da estrutura são resolvidas em sequência e apenas uma vez a cada passo de tempo. Os métodos implícitos impõem a condição de equilíbrio na interface por meio de iterações de acoplamento entre fluido e estrutura para cada passo de tempo, sendo as iterações de ponto fixo de Gauss-Seidel ou Jacobi (Küttler e Wall, 2008; Degroote, 2013) e métodos de Newton (Scheufele e Mehl, 2017) as técnicas mais usadas. Algoritmos com acoplamento sem iterações e usando iterações pelo método de Gauss-Seidel podem tornar-se instáveis quando há forte interação entre o escoamento e a estrutura.

Métodos explícitos funcionam bem para simulações aeroelásticas empregando a decomposição clássica Dirichlet-Neumann, mas podem ser instáveis para problemas envolvendo escoamento incompressível e massas específicas de fluido e sólido semelhantes. A instabilidade ocorre independentemente do tamanho do intervalo de tempo adotado e da discretização utilizada para as equações de cada subdomínio, sendo inerente ao método de acoplamento. A origem desta instabilidade está no efeito de massa adicionada, onde o fluido circundante atua como uma massa extra na dinâmica da estrutura durante seu movimento (Förster et al., 2007). Para qualquer método fracamente acoplado, existe uma razão de densidade limite além da qual o método sofreria problemas de instabilidade (Causin et al., 2005; Förster et al., 2007). Embora o efeito de massa adicionada cause instabilidade nos esquemas de acoplamento fraco, ele deteriora a convergência dos métodos fortemente acoplados. Do ponto de vista numérico, a estabilidade da análise de IFE depende de uma complexa interação entre as propriedades de estabilidade dos métodos de solução do escoamento, da estrutura e a massa adicionada artificial resultante de um acoplamento fraco. Para intervalos de tempo muito grandes, a simulação diverge por não conseguir resolver o movimento do corpo e do fluido nestas condições. Por outro lado, se o intervalo de tempo for muito pequeno, a divergência ocorrerá próximo ao ponto de aceleração de pico devido ao aumento da massa artificial adicionada associada ao uso de um passo de tempo pequeno (Förster et al., 2007).

Em razão do alto custo computacional associado aos métodos fortemente acoplados, várias alternativas para estabilização de métodos explícitos de acoplamento têm sido propostas (Burman e Fernández, 2009; Burman e Fernández, 2014), incluindo a aplicação de condições de interface de Robin (Gerardo-Giorda et al., 2010), métodos quase-Newton (Degroote et al.,

2009) e técnicas de Newton-Krylov (Michler et al., 2005; Matthies et al., 2006). Dois métodos quase-Newton promissores nesta área são os métodos QN-LS (*Quasi-Newton Least Squares*) (Vierendeels et al., 2007) e MVQN (*Multi-Vector iteratively updated Quasi-Newton*) (Bogaers et al., 2014).

Fernández et al. (2007) propôs um esquema de acoplamento chamado de semi-implícito. Nesta técnica, um método de projeção é utilizado para a solução das equações do escoamento, sendo que apenas a etapa de projeção é considerada fortemente no acoplamento. Dessa forma, o termo de pressão é segregado e fortemente acoplado à estrutura enquanto que os termos advectivo e difusivo, bem como as não linearidades geométricas (malha móvel), são tratados explicitamente, ou seja, fracamente acoplados. A justificativa para este procedimento é que o termo de pressão do fluido é o principal causador do efeito de massa adicionada e seu acoplamento explícito levaria ao surgimento de instabilidades (Causin et al., 2005). Além disso, como apenas o termo de pressão é acoplado fortemente, reduz-se significativamente o custo computacional. A segregação do termo de pressão pode ser alcançada naturalmente usando, por exemplo, o método clássico de projeção de Chorin-Temam (Chorin, 1968).

O uso de métodos semi-implícitos em problemas de IFE pode ser encontrado em Breuer et al. (2012), onde não linearidades geométricas são também consideradas implicitamente no acoplamento. Astorino et al. (2009) melhoraram a estabilidade do método proposto por Fernández et al. (2007) usando um tratamento de interface de Robin da parte explícita do acoplamento baseado do método de Nitsche. Outros métodos semi-implícitos semelhantes são encontrados em He (2016), He et al. (2017) e He et al. (2018), onde o escoamento é resolvido pelo método CBS.

Simulações numéricas de IFE com superfície livre foram realizadas anteriormente por Walhorn et al. (2005), que usaram elementos finitos para discretização do escoamento e da estrutura e o método *Level Set* para analisar o problema da quebra de barragem sobre um obstáculo elástico. Em Antoci et al. (2007) e Potapov et al. (2009), o método SPH é adotado para a análise do escoamento com superfície livre em problemas de IFE. Idelsohn et al. (2008) utilizaram o método PFEM para simular vários casos, entre os quais uma barragem com um obstáculo flexível, um objeto sólido impactando e flutuando na água e a interação entre uma estrutura flexível e o escoamento em um tanque móvel. Todos os trabalhos acima usam modelos de acoplamento monolíticos.

Martínez-Ferrer et al. (2018) utilizaram um esquema particionado em um estudo numérico de IFE com superfície livre considerando tanto o fluido quanto o sólido como discretizados através do MVF. Em Cerquaglia et al. (2019) foi analisado um problema de IFE com um esquema particionado totalmente Lagrangeano baseado no método IQN-ILS (*Interface Quasi-Newton Inverse Least Squares*), caracterizado pela presença de várias interfaces com grandes deformações e deslocamentos, além de fortes efeitos de massa adicionada. O fluido foi modelado através do método PFEM. Lim e Xiao (2016) realizaram um estudo numérico de uma estrutura de gravidade usando esquemas de acoplamento particionado forte e fraco. O modelo empregado adota uma formulação ALE para o escoamento, além de discretização mista usando o MEF e o MVF.

Kothe et al. (1992) utilizaram originalmente a idéia de fluxo bifásico para tratar problemas com interfaces sólidas. A interface de superfície livre foi modelada com o método VOF. De forma semelhante, He e Qiao (2011) realizaram um estudo de IFE com superfície livre usando um esquema completamente Euleriano usando o método *Solid Level Set* (SLS), onde um corpo sólido deformável é capturado por uma malha fixa e rastreado por quatro funções *Level Set*. Yang e Stern (2009) simularam um problema de IFE com escoamento bifásico turbulento empregando a metodologia LES e modelo dinâmico de Smagorinsky. O trabalho usa o método *Level Set/Ghost-fluid* para tratar as interfaces sólido/fluido e fluido/fluido, respectivamente.

Mais recentemente, o método de fronteiras imersas (IB – *Immersed Boundary*) tem sido aplicado na análise de IFE em estruturas flutuantes, como pode ser visto nos trabalhos Shen e Chan (2008), Xiang et al. (2016) e Liao et al. (2015).

#### 2.1.4 Estrutura e sistema de amarração

Nas estruturas flutuantes, muitas vezes a estrutura é rígida o suficiente para ser tratada como um corpo rígido. Neste caso, o movimento do corpo é usualmente descrito usando um modelo de corpo rígido de 6 graus de liberdade, expresso segundo um sistema de eixos Cartesianos inercial ou fixado no corpo, incluindo 3 graus de translação (*surge*, *sway* e *heave*) e 3 graus de rotação (*roll*, *pitch* e *yaw*). Análises considerando a abordagem de corpo rígido podem ser encontradas em vários trabalhos envolvendo escoamentos com superfície livre como, por exemplo, em Sanders et al. (2011), Akkerman et al. (2012) e Calderer et al. (2014).



Os corpos flutuantes flexíveis estão sujeitos a momentos de flexão e forças de cisalhamento que resultam de deformações ao se deslocarem. Uma estrutura flutuante do tipo VLFS, por exemplo, apresenta grandes dimensões horizontais, de tal forma que a estrutura acaba se comportando como uma grande placa flexível na água, onde a teoria clássica de placas finas de Kirchhoff pode ser adotada. No entanto, as resultantes de tensão (momentos de torção e forças de cisalhamento) não apresentam precisão suficiente, além de não satisfazerem as condições de contorno de borda livre. Além disso, os efeitos da deformação de cisalhamento e inércia de rotação se tornam significativos para altas frequências de vibração, sendo negligenciados na teoria clássica. Esses efeitos se tornam importantes quando o comprimento de onda é menor que vinte vezes a espessura da placa ou quando a razão espessura/comprimento é maior que 0,005 (Tay et al., 2007).

Muitas estruturas flutuantes existentes constituem, na verdade, um sistema estrutural multicomponente, formado pela plataforma, os cabos de amarração e a estrutura de ancoragem no leito. Com o objetivo de reduzir o custo computacional das análises, pode-se dividir o problema em partes, analisando a unidade flutuante, os cabos e sistema de ancoragem separadamente em um procedimento desacoplado (Pereira, 2016). Infelizmente, este tipo de abordagem, por envolver simplificações, não consegue reproduzir adequadamente as interações entre os componentes do sistema estrutural, principalmente em águas profundas (Farias, 2017).

Os cabos de amarração são um elemento importante para diminuir os movimentos da estrutura flutuante, sendo fundamental a determinação precisa do movimento da estrutura ancorada e das forças de tensão nos cabos. Se o movimento da estrutura flutuante for grande, a dinâmica da amarração poderá ter um impacto significativo na resposta da estrutura (Martin et al., 2019). O sistema de amarração está sujeito a uma variedade de forças não lineares ambientais como, forças de corrente, de ondas e forças de tração de segunda ordem. Em picos de carga durante eventos climáticos extremos, pode ocorrer uma rápida propagação de cargas de tensão ao longo da direção axial do cabo. Essas cargas rápidas e transitórias são, neste caso, um fator importante a considerar.

Devido à impraticabilidade de análises da ação de escoamentos tridimensionais usando modelos de CFD sobre estruturas esbeltas como cabos e *risers*, as forças de excitação e amortecimento do fluido usadas nas análises geralmente dependem de dados hidrodinâmicos obtidos em testes de laboratório. No trabalho de Wu et al. (2012) é apresentada uma revisão

sobre experimentos e simulações numéricas recentes envolvendo o fenômeno de vibração por despreendimento de vórtices em estruturas longas e delgadas.

As linhas de amarração experimentam, em geral, grandes movimentos e forças devido a interações com o fluido. Os movimentos dos cabos usualmente envolvem grandes rotações rígidas e pequenos alongamentos elásticos. Neste caso, a teoria de cabo linear não é adequada e a rigidez geométrica não-linear deve ser incluída para descrever não-linearidades devidas aos grandes deslocamentos e rotações experimentados (Howell, 1992). Muitos modelos existentes utilizados na análise dinâmica acoplada de cabos de ancoragem são limitados a pequenos alongamentos elásticos, os quais podem não ser apropriados para analisar linhas de poliéster (mais flexíveis) em águas profundas (Bhat et al., 2002).

Sistemas tradicionais de ancoragem com cabos em catenária são amplamente utilizados em estruturas flutuantes. No entanto, o peso do sistema de amarração torna-se excessivo para grandes profundidades d'água. Nestes casos, o sistema de ancoragem de catenária é geralmente substituído por um sistema de ancoragem esticada (*taut mooring*) usando cabos de fibra sintética, muito mais leves. Porém, sistemas de amarração esticada podem reduzir a segurança do sistema em condições climáticas extremas. Para compensar o peso das linhas de amarração, bóias podem ser também usadas em sistemas em catenária (Yuan et al., 2014). O princípio de funcionamento de um sistema de amarração esticada é totalmente diferente do sistema em catenária, onde a força restauradora é fornecida através de alongamento axial.

Dependendo do tamanho relativo de uma estrutura em comparação com o comprimento de onda, as estruturas hidrodinâmicas podem ser classificadas como compactas e transparentes. Uma estrutura esbelta, cujo diâmetro  $D$  é pequeno comparado ao comprimento de onda  $L$ , com uma razão  $D/L < 0,2$ , é chamada de estrutura hidrodinâmica transparente. Seu impacto no escoamento circundante é insignificante, ou seja, nenhum efeito de difração ou radiação pela presença da estrutura precisa ser considerado. Essas premissas são especialmente válidas para as linhas de ancoragem de sistemas de amarração de estruturas flutuantes (Kreuzer e Wilke, 2003). Neste sentido, Morison et al. (1950) propuseram uma formulação semi-empírica para determinar as forças de interação estrutura-fluido em cilindros delgados e alinhados verticalmente em relação às velocidades e acelerações do escoamento circundante. A formulação foi modificada por Östergaard e Schellin (1987) considerando uma abordagem vetorial para estruturas móveis transparentes de orientação arbitrária.

Por outro lado, para estruturas compactas pode-se adotar uma análise hidrodinâmica baseada na teoria potencial linear tratando o fluido como ideal e irrotacional, com comprimento de onda incidente grande em comparação com sua amplitude. O escoamento circundante é caracterizado por três componentes: o campo de onda incidente não perturbada, o campo de onda irradiada devido aos movimentos do corpo e o campo de onda difratado como resultado de uma perturbação da onda incidente (Kreuzer e Wilke, 2002). Neste caso, as equações de Morrison podem apresentar erros significativos na estimativa de cargas de interação e a teoria da difração deve ser usada.

Dependendo da velocidade relativa entre a estrutura e o fluido circundante e a influência da geometria da estrutura no escoamento, modelos numéricos em CFD ou formulações mais simplificadas podem ser utilizadas. De um modo geral, a análise dinâmica dos sistemas de cabos de amarração pode ser agrupada em quatro categorias: modelos analíticos (semi-empíricos), (2) modelos com parâmetros concentrados (massa concentrada), (3) modelos em diferenças finitas e (4) modelos em elementos finitos. Uma visão geral dos diferentes métodos de solução pode ser encontrada em Davidson e Ringwood (2017).

Com o objetivo de diminuir o imenso esforço computacional inerente a uma abordagem totalmente acoplada, forças de restauração em um corpo flutuante causadas pelo sistema de ancoragem são usualmente calculadas com base em formulações quase estáticas simplificadas considerando o equilíbrio estático apenas na linha de amarração. Neste caso, os efeitos devidos ao comportamento dinâmico não linear e à interação entre fluido e linha de ancoragem não são considerados, embora se saiba que o amortecimento causado pelo fluido circundante afeta o movimento geral e as forças de tensão da linha de amarração (Kreuzer e Wilke, 2003).

Modelos lineares de difração-radiação com termos de correção adicionais para efeitos não lineares têm sido usados (Palm et al., 2016), onde é incluída a força não linear de Froude-Krylov e/ou as forças de arrasto viscosas parametrizadas, mostrando resultados promissores. Porém, os termos de correção são baseados em uma parametrização das não linearidades do sistema. Assim, a amplitude instantânea de oscilação é obtida usando coeficientes de força, os quais são geralmente avaliados em testes experimentais usando cilindros rígidos submetidos a vibrações livres ou forçadas (Sarpkaya, 2004). Modelos simplificados também não consideram mudanças na parte da linha em contato com o solo no leito. Mesmo no caso

estático simples, não é possível encontrar uma solução fechada para o problema de contato no solo (Kreuzer e Wilke, 2002).

No método de massa concentrada elementos simples de treliça ou mola são empregados, onde se supõe que a força externa e o peso de qualquer segmento sejam agrupados e distribuídos nos nós finais, conectados por uma mola sem massa (Chai et al., 2002). A rigidez à flexão no cabo é negligenciada devido à grande relação comprimento/dimensão da seção transversal. Essa abordagem mostra bons resultados para problemas dinâmicos e estáticos, mas geralmente não consegue prevenir correlações não físicas entre tensões e deformações nos elementos. Uma forma de evitar isso é através da utilização do Método dos Elementos de Tensão (TEM – *Tension Element Method*) (ver Martin et al., 2019). O método é limitado a casos quase estáticos, apropriado para problemas em que o movimento exato do cabo não é de interesse. Deve-se notar ainda que a ausência de rigidez à flexão torna o problema da dinâmica de cabos mal colocado em condições de folga (Triantafyllou e Howell, 1994).

Modelos baseados no Método das Diferenças Finitas (MDF) aproximam as equações governantes de cabo por equações aproximadas ao longo da linha de amarração (Koh et al., 1999). Soluções de dinâmica de cabos usando diferenças finitas e o método de parâmetros concentrados são muito populares e predominam na análise dinâmica de sistemas de cabos devido à sua simplicidade matemática. No entanto, esta abordagem é específica do problema e não pode ser implementada em programas de análise de uso geral. Observa-se que uma solução geral para a dinâmica de sistemas de ancoragem deve ser encontrada numericamente devido à não linearidade das equações envolvidas.

Nos modelos baseados em elementos finitos, o cabo contínuo é discretizado em um número finito de elementos. Modelos de elementos finitos lineares foram utilizados por Aamo et al. (2000) e, mais recentemente, elementos finitos de ordem superior, incluindo splines cúbicos (Escalante et al., 2011) e elementos mistos (Montano et al., 2007). Palm et al. (2013) utilizaram o método descontínuo de Galerkin de ordem espacial arbitrária para modelar um cabo perfeitamente flexível, sem rigidez à flexão ou torção. O *software* MooDy é bastante usado na análise dinâmica de cabos na Engenharia Marítima, onde o método descontínuo local de Galerkin é empregado com funções de Legendre de ordem arbitrária. O modelo apresenta resultados coerentes com os dados experimentais disponibilizados (Palm et al., 2013).

Para a modelagem de contatos das linhas de amarração no leito, Azcona et al. (2017) propuseram a utilização de molas bi-lineares nos nós correspondentes. Bae et al. (2017) simula a linha de ancoragem no fundo do mar usando um modelo de mola quadrática e modelo de atrito longitudinal de Coulomb. Na maioria das análises dinâmicas de amarração supõe-se que as âncoras sejam fixas através de um ponto localizado no leito (Ghafari e Dardel, 2018), o qual é modelado como um plano rígido ou usando uma mola elástica. Recentemente, Braun et al. (2018) apresentaram uma formulação desacoplada baseada em elementos finitos incorporados para a análise da interação de cabos enterrados no leito marinho, onde o trecho submerso na água não é considerado.

## 2.2 ANÁLISE DE ESTRUTURAS FLUTUANTES

Nesta seção são apresentados alguns aspectos teóricos básicos referentes à análise de estruturas flutuantes. Aborda-se, inicialmente, a questão da estabilidade de corpos flutuantes, onde são apresentadas regras gerais de flutuabilidade, como as leis de Arquimedes e Stevin, além das diferentes condições de equilíbrio de um corpo flutuante. Em seguida, são descritas as cargas atuantes, onde é apresentada uma visão geral das diferentes ações que ocorrem em uma estrutura flutuante, como as ações dos ventos, marés e correntes. Finalmente, um modelo analítico para análise dinâmica de cabos é apresentado em caráter introdutório, uma vez que será empregada neste trabalho uma metodologia distinta, baseada em uma abordagem posicional em elementos finitos (NP-FEM), a ser apresentada na seção 3.3.

### 2.2.1 Estabilidade

Um corpo flutuante possui, em princípio, 6 graus de liberdade de movimento: 3 graus de translação e 3 de rotação (Figura 2.5). Esses graus de liberdade podem ser restringidos de acordo com o tipo de ancoragem utilizada. Neste sentido, quando uma estrutura flutuante é ancorada, a deriva, o avanço e a guinada podem ser efetivamente negligenciadas (Faltinsen, 1993). A força de empuxo agindo abaixo da estrutura estabiliza os movimentos de afundamento e as oscilações causadas pelas cargas de gravidade e cargas dinâmicas.

Cada um destes graus de liberdade deve apresentar condições satisfatórias de estabilidade, quando solicitados às diversas ações do ambiente. Inicialmente, o corpo flutuante está constantemente sob a influência de duas forças: peso e empuxo. Pelo princípio de Arquimedes, a intensidade do empuxo é equivalente ao volume deslocado pelo corpo (Biran e

López-Pulido, 2014). Sob este princípio, para que o corpo não imerja, é necessário que o empuxo seja no mínimo igual ao peso da estrutura flutuante, cumprindo assim a primeira lei de Newton (Biran e López-Pulido, 2014).

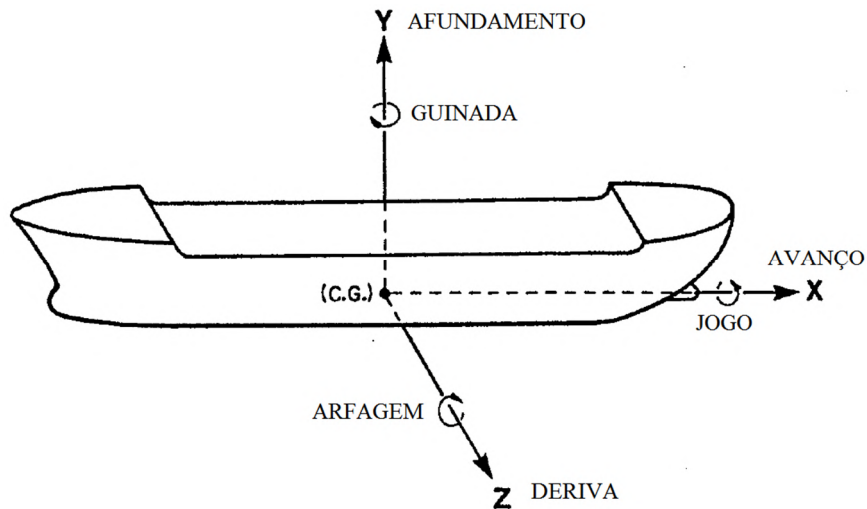


Figura 2.5 – Estrutura flutuante com 6 graus de liberdade (baseado em Chakrabarti, 1987).

Da mesma forma como as forças peso, as forças de empuxo também podem ser representadas por uma única força resultante, aplicada sobre um ponto conhecido como centro de carena (Figura 2.6).

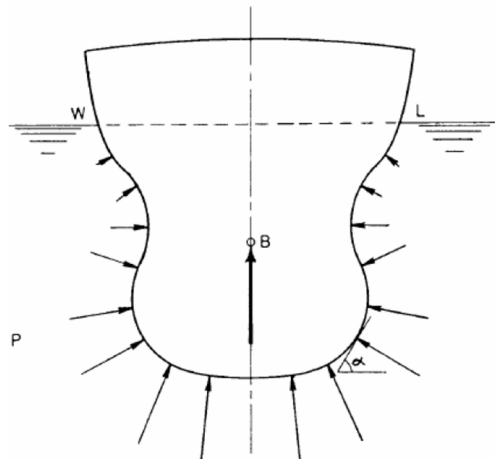


Figura 2.6: Centro de carena (B) e forças de empuxo (Lewis, 1988).

Pela lei de Stevin, também é necessário que a soma de todos os momentos atuantes sobre o corpo seja zero (Biran e López-Pulido, 2014). Momentos surgem na estrutura flutuante quando as linhas de ação das forças peso e empuxo não estão alinhadas na mesma vertical. Momentos podem também aparecer na estrutura flutuante por meio de alterações de carregamento provocadas por realocação, acréscimo ou retirada de peso, assim como a ação

de tensões de ancoragem e *risers* sobre a estrutura, por mudanças no empuxo causadas por avarias que produzem o embarque indesejado de água, ou ainda pela ação das marés e do vento (Lewis, 1988), mencionados nos próximos itens. Este tipo de movimentação altera a linha d'água da estrutura flutuante e, conseqüentemente, o centro de carena do corpo, provocando o aparecimento de um binário entre a força peso e o empuxo, o que gera, conseqüentemente, um ângulo de inclinação transversal (do inglês *heel*), levando a uma condição de equilíbrio estável, indiferente ou instável (Lewis, 1988).

Considerando uma força ou momento que cause uma pequena mudança na posição da estrutura flutuante, obtém-se o equilíbrio estável quando o corpo é capaz de retornar à sua posição original e instável quando a posição do corpo continua mudando (o que normalmente leva ao emborcamento) (Biran e López-Pulido, 2014). A Figura 2.7 ilustra as situações citadas.

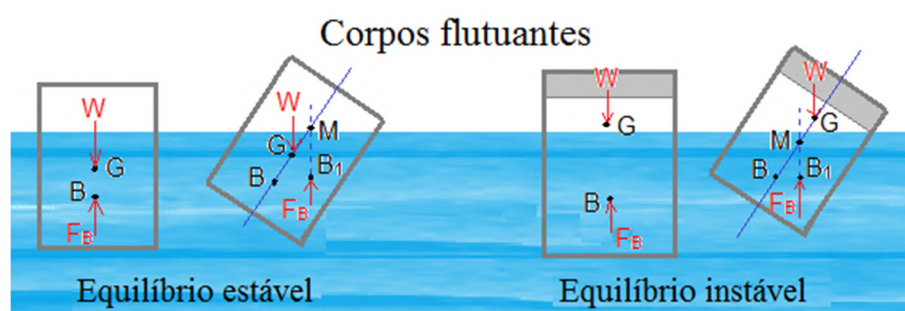


Figura 2.7: Equilíbrios estável e instável (baseado em Mecholic, 2018).

Quando o ângulo de inclinação transversal for pequeno e a estrutura flutuante está submetida somente a forças estáticas (desprezando, principalmente, as acelerações causadas pelas ondas) pode-se avaliar a sua condição de estabilidade através do conceito de metacentro ( $M_\phi$ ), que é um ponto formado através do encontro de duas retas: uma da linha de empuxo original (antes da perturbação, tracejada), e outra da linha de empuxo deslocada, conforme mostra a Figura 2.8 (obs: para a representação da rotação de um corpo flutuante, os autores inclinaram a linha d'água, ao invés do corpo) (Biran e López-Pulido, 2014).

O metacentro é considerado o centro de curvatura da curva formada pelos centros de carena. De uma maneira geral, para que ocorra o equilíbrio, é necessário que o ponto  $M_\phi$  esteja acima do Centro de Gravidade (CG) do corpo. Pode-se conseguir isto baixando a posição do CG

com o uso de dispositivos para as estruturas flutuantes, como, por exemplo, os patilhões (Biran e López-Pulido, 2014), e tanques de lastro de água.

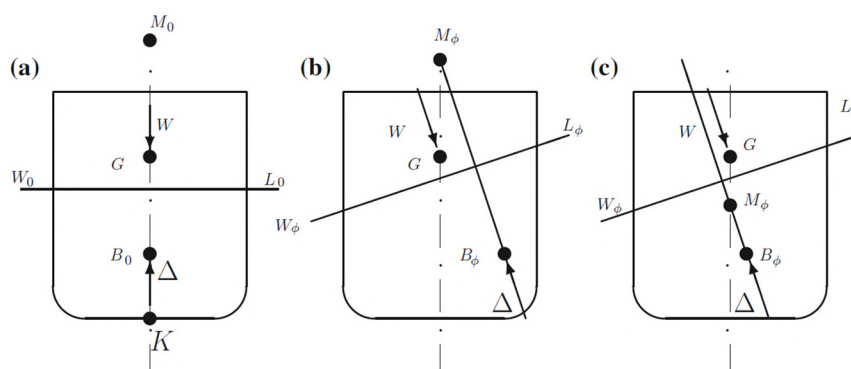


Figura 2.8: Condição de estabilidade e metacentro (Biran e López-Pulido, 2014).

### 2.2.2 Cargas

Normalmente, as cargas que costumam incidir sobre uma estrutura flutuante são (El-Reedy, 2012):

- Gravitacionais: incluem peso próprio dos corpos, como as estruturas e equipamentos instalados; assim como as cargas variáveis, como os usuários das estruturas flutuantes. Por fim, a própria força de empuxo ocorre devido à gravidade.
- De vento: uma das mais importantes, necessitando de estudos em túneis de vento ou modelos computacionais para a sua correta avaliação;
- De ondas: são cargas complexas e de difícil tratamento matemático por causa das não-linearidades, características tridimensionais e comportamento aparentemente aleatório;
- De correntes: podendo ser causadas pelo vento, marés, de turbidez (causadas pelo efeito de terremotos). Causam forças de arrasto, sustentação e momento, assim como também causam desprendimento de vórtices;
- De terremotos: para este tipo de carga, é recorrente o uso de históricos de cargas e análises espectrais. As estruturas projetadas devem apresentar ductilidade para evitar o colapso durante um terremoto de, no mínimo, 200 anos de período de retorno;



- Outras, como impacto por navios e cargas de gelo.

Chakrabarti (2005) ainda menciona que terremotos e tsunamis podem também ocorrer na água em algumas partes do mundo. Os próximos itens são dedicados a apresentar com maiores detalhes as ações ambientais mais frequentes, que são as ondas, as correntes e o vento.

### 2.2.2.1 Forças de onda em estruturas

As ondas são resultado do vento soprando sobre uma área de superfície fluida. Elas podem variar desde pequenas ondulações a ondas com mais de 30 m de altura, que viajam milhares de quilômetros no oceano. O período de ondas nos oceanos pode ser menor do que 1 s até alguns poucos minutos. De uma forma geral, as ondas que mais possuem aplicação na Engenharia *Offshore* possuem um período entre 1 e 30 s (Karimirad et al., 2018). A Figura 2.9 mostra uma classificação do espectro de ondas oceânicas de acordo com o período de onda.

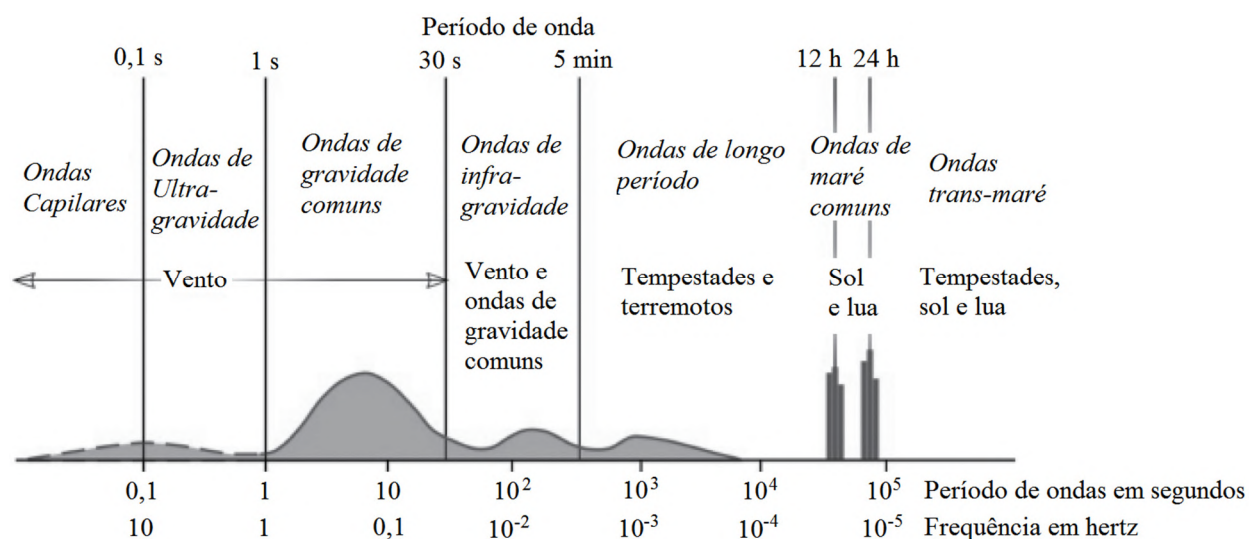


Figura 2.9: Classificação do espectro de ondas oceânicas conforme o período de onda (baseado em Munk, 1950).

Analisando de maneira analítica o problema, as forças de onda que atuam sobre uma estrutura podem ser avaliadas, classicamente, a partir de três métodos (Chakrabarti, 1987):

- Equação de Morison;
- Teoria de Froude-Krylov;
- Teoria da Difração.

### *Equação de Morrison*

A equação de Morrison assume que a força de onda é composta pelas componentes de inércia e arrasto, linearmente adicionadas (superposição de efeitos). As componentes envolvem um coeficiente de inércia (ou massa) e um coeficiente de arrasto, que devem ser determinados experimentalmente. A equação de Morrison é aplicável quando a componente de arrasto é significativa, o que normalmente ocorre nos casos onde a estrutura é pequena em comparação com o comprimento de onda d'água (Chakrabarti, 1987). Outra utilidade da equação de Morrison está no cálculo de forças hidrodinâmicas agindo sobre cabos de ancoragem. Em Kreuzer e Wilke (2002), a força derivada da interação entre fluido e cabo (ou estrutura cilíndrica) pode ser escrita em um vetor na forma:

$$d\mathbf{F} = \rho_f \frac{\pi D^2}{4} ds \frac{\partial \mathbf{v}_N}{\partial t} + C_a \rho_f \frac{\pi D^2}{4} ds \frac{\partial \mathbf{u}_{RN}}{\partial t} + C_d \frac{\rho_f}{2} D ds |\mathbf{u}_{RN}| \mathbf{u}_{RN} \quad (2.1)$$

Em que  $D$  é o diâmetro do cabo,  $\rho_f$  a massa específica do fluido,  $ds$  é o comprimento diferencial de um elemento de cabo,  $t$  designa o tempo,  $\mathbf{v}_N$  a velocidade normal e  $\mathbf{u}_{RN}$  a velocidade normal relativa entre o fluido e o cabo. Os coeficientes de massa adicionada e de arrasto são identificados por  $C_a$  e  $C_d$ , respectivamente. A primeira parte denota a componente de força de Froude-Krylov, explicada adiante, a segunda parte é uma força de inércia, função da velocidade relativa, e a terceira parte uma componente de arrasto, dependente do quadrado da velocidade relativa normal. A integração numérica ao longo do eixo do elemento resulta em forças e momentos agindo no centro de massa de cada corpo (Kreuzer e Wilke, 2002).

Para uma estrutura flutuante não muito pequena, como uma estrutura *offshore* fixa (como uma turbina eólica, por exemplo), as forças de onda sobre a estrutura podem ser consideradas como uma composição de forças devido às ondas não perturbadas, mais as forças que são induzidas por efeito de difração. O primeiro termo é chamado de força de Froude-Krylov, o qual é normalmente a maior componente da força de onda. O termo de difração também tem papel importante, especialmente em situações onde o comprimento característico da estrutura flutuante é grande comparado ao comprimento de onda (Karimirad et al., 2018). Ambos os termos são tratados nos próximos itens.

### *Método de Froude-Krylov*

Se nenhuma separação de superfície é apreciável na superfície da estrutura (quando a estrutura não é muito pequena em relação ao comprimento de onda), assim como não há nenhuma reflexão evidente (estrutura não muito grande em relação ao comprimento de onda), como é o caso de turbinas eólicas *offshore*, por exemplo (Karimirad et al., 2018), então a teoria de Froude-Krylov pode ser usada dentro do contexto da teoria potencial (Chakrabarti, 1987).

A teoria de Froude-Krylov afirma que as forças em uma estrutura podem ser calculadas por um método pressão-área, na qual a pressão devido às ondas incidentes é usada na superfície da estrutura. Neste caso, o cálculo da força na estrutura é realizado desprezando-se o efeito de interação com a estrutura. Por causa disso, esta abordagem possui aplicações práticas limitadas.

A teoria de Froude-Krylov não pode ser diretamente aplicada sem se fazer correções devido à mudança do escoamento em presença da estrutura. Se o escoamento for assumido irrotacional e os efeitos de difração forem pequenos, esta correção pode ser aplicada sob a forma de um coeficiente de força. Desta forma, assumindo um referencial  $xy$ , onde  $x$  é a coordenada horizontal e  $y$  é a vertical, tem-se:

$$F_x = C_H \int \int_S p n_x dS, \quad (2.2)$$

$$F_y = C_V \int \int_S p n_y dS, \quad (2.3)$$

Sendo que  $C_H$  e  $C_V$  são os coeficientes de força nas direções horizontal e vertical,  $n_x$  e  $n_y$  são as componentes do vetor normal segundo as direções  $x$  e  $y$ , respectivamente,  $p$  é a pressão exercida pelo fluido e  $dS$  é um elemento de área superficial na estrutura submersa. É importante salientar que  $C_H$  e  $C_V$  não são determinados pela teoria de Froude-Krylov, mas sim valores adotados para se obter as forças totais levando em consideração o fluido no entorno da estrutura.

É importante ressaltar que a obtenção de um único coeficiente para toda estrutura só pode ser usada para corpos simples, como cilindros, esferas e placas, com determinadas dimensões de corpo, onda e distância do corpo em relação ao fundo do oceano.

## Teoria da Difração

A teoria da Difração é recomendada para estruturas que são grandes em relação ao comprimento de onda, como é o caso de grandes estruturas *offshore* (Karimirad et al., 2018). Nestes casos, não se pode desprezar o efeito de difração que as ondas sofrem. Assuma inicialmente um escoamento oscilatório, incompressível e irrotacional de tal forma que a velocidade do fluido possa ser representada como o gradiente de um potencial escalar,  $\Phi$ . Usando a teoria potencial, o potencial total de velocidade  $\Phi$  é obtido como a soma dos potenciais incidente e dispersor. O potencial satisfaz a equação de Laplace, dada em um sistema retangular Cartesiano como (Chakrabarti, 1987):

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad (2.4)$$

considerada dentro da região do fluido, onde  $\Phi = \Phi(x,y,z,t)$  e  $(x,y,z)$  são as coordenadas de um ponto do fluido no qual o potencial  $\Phi$  é calculado no tempo  $t$ . As condições de contorno são apresentadas na Figura 2.10.

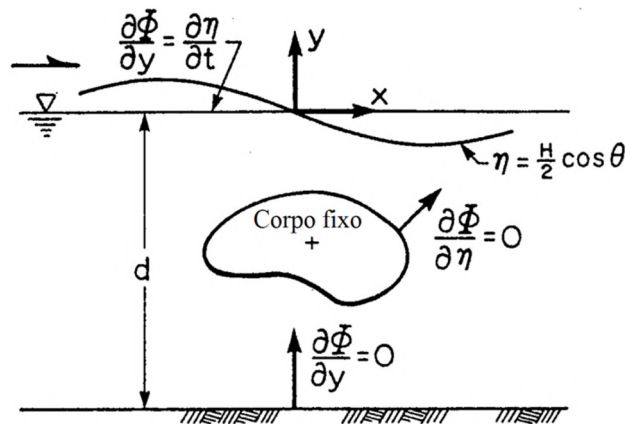


Figura 2.10: Definição das condições de contorno para o problema de difração linear (baseado em Chakrabarti, 1987).

Além destas condições, há também as condições de contorno de superfície livre. A condição de contorno dinâmica é dada por (Chakrabarti, 1987):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = g\eta + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \quad \text{em } y = \eta, \quad (2.5)$$

em que  $\eta$  é a elevação da superfície. Além disso, tem-se a condição de contorno cinemática, dada por (Chakrabarti, 1987):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad \text{em } y = \eta. \quad (2.6)$$

As componentes de velocidades do escoamento são definidas em termos do potencial  $\Phi$  na forma:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y}; \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (2.7)$$

Assim, o problema a ser resolvido consiste em avaliar o potencial de velocidade  $\Phi$ . Em um dado ponto do fluido no tempo  $t$ ,  $\Phi$  pode ser definido como (Chakrabarti, 1987):

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_s, \quad (2.8)$$

onde  $\Phi_0$  é o potencial de velocidade devido às ondas incidentes e  $\Phi_s$  o potencial de velocidade devido às ondas difratadas na superfície da estrutura. Observa-se que  $\Phi$ ,  $\Phi_0$  e  $\Phi_s$  são todos funções de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $t$ . Assim, a condição de contorno na superfície do corpo pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_s}{\partial n} \quad -d \leq y \leq \eta, \quad (2.9)$$

o que indica que na superfície do corpo a velocidade normal devido à onda incidente é equivalente e com sinal contrário à velocidade normal devido à onda difratada.

Por fim, uma última condição de contorno está localizada a uma distância longínqua (infinitamente) da estrutura, a qual está relacionada a  $\Phi_s$ . Esta condição afirma que o potencial de difração deve desaparecer de uma determinada forma a uma grande distância da estrutura. O problema é altamente não linear, especialmente por causa das condições de contorno da superfície livre, sendo que uma solução geral para  $\Phi$  não é possível, exceto para soluções assintóticas para alguns casos especiais (Chakrabarti, 1987).

Uma vez que  $\Phi$  seja conhecida, a pressão na superfície do corpo pode ser calculada. A parcela dinâmica da pressão de fluido é computada a partir da equação de Bernoulli (Chakrabarti, 1987):

$$p = \rho_f \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho_f (\nabla \Phi)^2. \quad (2.10)$$

Uma vez que as pressões na superfície do corpo sejam conhecidas, a força em uma direção particular é obtida a partir da integração da componente de pressão naquela direção sobre a superfície submersa. Assim:

$$F_j = \int \int_S p n_j ds, \quad (2.11)$$

sendo que  $F_j$  é força na direção  $j$ ,  $S$  é a superfície submersa e  $n_j$  é a componente do vetor normal na direção  $j$  de interesse (Chakrabarti, 1987).

### 2.2.2.2 Forças de vento em estruturas

Assim como as ondas, o vento também costuma ser uma das ações externas mais críticas para as estruturas flutuantes, principalmente por agir sobre sua parte emersa (também chamada de superestrutura). Conforme as estruturas vão sendo construídas em águas cada vez mais profundas, os efeitos do arrasto do vento se tornam cada vez maiores para o projeto (Wilson, 2003). Além das cargas geradas, a ação do vento sobre as componentes da estrutura também gera efeitos dinâmicos.

Inicialmente, o vento que passa sobre o mar ou sobre a terra pode ser considerado como um fluido passando sobre uma superfície, criando, portanto, uma região de camada limite. A velocidade do vento é igual a zero na superfície, e ela aumenta continuamente à medida que se afasta da superfície, até alcançar a velocidade máxima. Depois disso, o perfil de velocidades se torna praticamente constante (Karimirad et al., 2018).

Outra fórmula simples e popular para avaliar a velocidade do vento em função da altura é a fórmula da lei de potência, escrita na forma (Blessmann, 2013):

$$\frac{\bar{V}(z)}{V(z')} = \left( \frac{z}{z'} \right)^p, \quad (2.12)$$

onde  $V(z')$  é a velocidade na altura  $z'$ , onde os dados de vento estão disponíveis, sendo o parâmetro  $p$  dependente da rugosidade na superfície do terreno, fornecido de forma tabelada.

Em relação à estrutura, se a frequência natural não estiver próxima das frequências induzidas pelo vento, então uma análise estática do vento normalmente dá uma boa estimativa das forças. Neste caso, a força do vento em diferentes direções sobre a estrutura pode ser calculada por (Blessmann, 2011):

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \rho_{ar} u^2 C_s \mathbf{A}, \quad (2.13)$$

onde  $u$  é a velocidade média do vento,  $\rho_{ar}$  é a massa específica do ar,  $C_s$  é um coeficiente, função da geometria do corpo, encontrado, para geometrias mais simples, em tabelas, sendo  $\mathbf{A}$  um vetor com a magnitude da área projetada na direção normal à superfície. A direção normal segue a direção onde a força precisa ser calculada.

Por fim, vibrações adversas em um componente estrutural podem vir a ocorrer em ventos estacionários devido ao fenômeno de desprendimento de vórtices, se essas frequências de desprendimento estiverem em sintonia com as frequências naturais de vibração livre dos corpos envolvidos. Estes vórtices periódicos podem ser eliminados através do uso de dispositivos específicos, como arranjos helicoidais para o caso de membros tubulares, por exemplo (Wilson, 2003).

### 2.2.2.3 Forças de corrente em estruturas

Correntes podem ser consideradas como o movimento estável d'água. Existem muitas similaridades entre as cargas de vento e correntes, mesmo com água e ar tendo diferentes propriedades físicas e as velocidades típicas de correntes e vento diferirem significativamente em magnitude (Faltinsen, 1993).

Correntes podem ter diferentes fontes de geração possíveis. Elas podem ser geradas devido às marés, sendo então chamadas de correntes de maré. Outra fonte geradora é o vento: à medida que o vento sopra, energia é transferida à água e gera corrente. Uma terceira fonte possível é a diferença de densidade em diferentes partes do oceano. Esses tipos de corrente são normalmente desenvolvidos em uma escala global e suas velocidades são menores comparadas ao caso de marés e correntes geradas por ondas. Portanto, para propósitos de

Engenharia, as correntes geradas por marés e por vento são mais importantes (Karimirad et al., 2018).

A velocidade de corrente devido às marés  $u_t(z)$ , como função da profundidade d'água  $z$ , geralmente segue uma lei de potência, similar àquela usada pelo vento, sendo expressa na forma (Wilson, 2003):

$$u_t(z) = \left(1 + \frac{z}{d}\right)^{1/7} u_t(0), \quad (2.14)$$

onde  $d$  é a profundidade total d'água,  $z$  é a coordenada da velocidade da maré (um número negativo mensurado para baixo a partir da superfície do mar),  $u_t(0)$  é a velocidade da maré na superfície  $z = 0$ , e  $u_t(-d) = 0$  no fundo do mar.

A corrente causada pelo vento  $u_w(z)$ , por sua vez, pode ser aproximada como linear em relação à profundidade, com um valor máximo  $u_w(0)$  na superfície do oceano, e  $u_w(-d) = 0$  no fundo (Wilson, 2003), ou seja:

$$u_w(z) = \left(1 + \frac{z}{d}\right) u_w(0). \quad (2.15)$$

A magnitude de  $u_w(z)$  é geralmente de 1 a 5% da velocidade sustentada do vento.

Na ausência de desprendimento de vórtices, a força de arrasto por unidade de comprimento na profundidade  $z$  necessária para manter de maneira estacionária um cilindro completamente imerso sujeito a uma velocidade de escoamento livre é dada por (Wilson, 2003):

$$\bar{\mathbf{q}}_D = C_D \rho_f \frac{D}{2} |\mathbf{u}| \mathbf{u}, \quad (2.16)$$

onde  $C_D$  é o coeficiente de arrasto,  $\rho_f$  é a massa específica do fluido,  $D$  é o diâmetro do cilindro e  $\mathbf{u}$  é a velocidade de escoamento livre do fluido, conforme mostra a Figura 2.11 (Wilson, 2003).

O uso do valor absoluto para um dos termos de velocidade garante que  $\bar{\mathbf{q}}_D$  sempre vai se opor à direção de  $\mathbf{u}$  (Wilson, 2003).



Na fórmula (2.16),  $u$  (valor em módulo) é a soma das velocidades dadas em (2.14) e (2.15), mais a velocidade horizontal de partícula de onda,  $u_{wave}$  (Wilson, 2003):

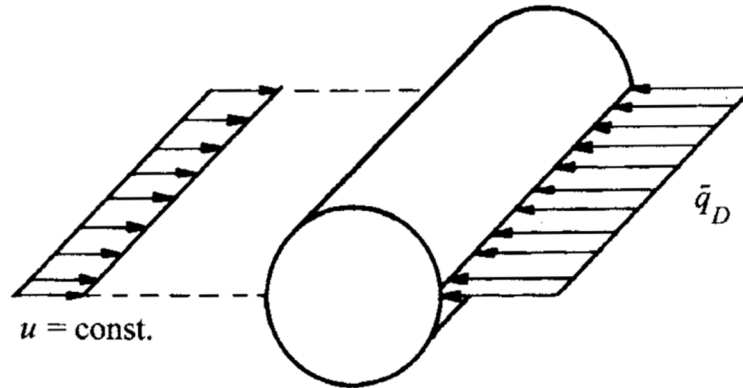


Figura 2.11: Arrasto em um cilindro rígido estacionário (Wilson, 2003).

$$u = \left(1 + \frac{z}{d}\right)^{1/7} u_t(0) + \left(1 + \frac{z}{d}\right) u_w(0) + u_{wave}. \quad (2.17)$$

Com os valores de projeto de  $u_t(0)$ ,  $u_w(0)$  e  $u_{wave}$ , e com o conhecimento da geometria de todos os membros estruturais tubulares cujos eixos longitudinais estejam perpendiculares à  $u$ , a força de arrasto horizontal total de todos os membros tubulares da estrutura é obtida a partir da Equação (2.17) e com a Equação (2.16), integrando-se o resultado sobre os membros tubulares (Wilson, 2003).

O efeito da corrente faz a estrutura gerar ondas, as quais por sua vez criam forças de difração. Entretanto, esses efeitos são negligenciáveis para valores realísticos de corrente agindo sobre membros reais da estrutura. A presença da corrente pode ser alternativamente levada em conta aumentando a altura das ondas em 10-15% e negligenciando a presença da corrente (Chandrasekaran, 2015).

Por fim, é importante destacar que a hipótese de escoamento irrotacional é violada na maior parte das aplicações práticas para escoamento na esteira dos corpos; por isso, a avaliação dos coeficientes de força normalmente é realizada através de estudos experimentais e/ou numéricos (Karimirad et al., 2018). Além disso, é preciso também salientar que as cargas de onda, vento e corrente estão normalmente correlacionadas entre si; portanto, simulações acopladas ou integradas levando em conta a ação simultânea das condições ambientais são necessárias para avaliar precisamente as respostas dinâmicas de estruturas flutuantes. Entre as

diferentes correlações de estados ambientais, onda e vento têm um relacionamento significativo, em particular para ondas geradas por vento (Karimirad et al., 2018).

### 2.2.3 Dinâmica de estruturas flutuantes

Conforme mencionado anteriormente, uma estrutura livre para flutuar na água possui 6 graus de liberdade distintos. Cada qual tem o seu próprio termo de massa adicionada e amortecimento. Além disso, existem os chamados termos cruzados: o movimento da estrutura em uma direção produz massa adicionada e amortecimento não só naquela direção, mas também em outras direções. Para pequenos movimentos, essas equações podem ser escritas como (Chakrabarti, 1987):

$$\sum_{k=1}^6 m_{jk} \ddot{x}_k + R_{jk} x_k = \int_{S_0} p_j n_j dS \quad j = 1, 2, \dots, 6, \quad (2.18)$$

onde  $m_{jk} = m \delta_{jk}$  (para  $j, k = 1, 2, 3$ ), sendo  $m$  a massa deslocada da estrutura flutuante,  $m_{jk} = I_{jk}$  (para  $j, k = 4, 5, 6$ ), onde  $I_{jk}$  é o tensor de inércia. Os componentes deste para  $j$  e  $k$  igual a 44, 55 e 66 são os momentos de inércia, e para 45, 46 e 56 são os produtos de inércia; o tensor de inércia é simétrico. Por fim,  $\delta_{jk}$  é o delta de Kronecker.

As componentes do vetor de acelerações são dadas por  $\ddot{x}_k$ ,  $R_{jk}$  são as forças e momentos de restauração da posição deslocada da estrutura em relação à sua posição de equilíbrio por unidade de deslocamento e  $x_k$  são as componentes do vetor de deslocamentos da estrutura. A integral do lado direito é realizada sobre a superfície molhada da estrutura,  $S_0$ , em sua posição de equilíbrio, apresentando um vetor de componentes de direção normal  $n_j$  em relação a sua superfície. As pressões  $p_j$  nas integrais são compostas por três partes: as pressões devidas a ondas incidentes, difratadas e irradiadas. As forças devidas às duas primeiras pressões dão a força externa, enquanto que o terceiro termo produz o termo de força inercial adicional e a força de amortecimento.

Desenvolvendo mais a Equação (2.18), o seguinte conjunto de seis equações diferenciais lineares acopladas pode ser escrito (Chakrabarti, 1987):

$$\sum_{k=1}^6 [(m_{jk} + M_{jk}) \ddot{x}_k + C_{jk} \dot{x}_k + (K_{jk} + R_{jk}) x_k] = F_j e^{i(\delta_j - \omega t)}, \quad j = 1, 2, \dots, 6, \quad (2.19)$$

onde  $K_{jk}$  é a matriz de constantes de mola da restrição acoplada (como cabos, por exemplo). Os coeficientes de massa e amortecimento nos 6 graus de liberdade são dados pelas matrizes  $M_{jk}$  e  $C_{jk}$ . As forças e momentos totais para os correspondentes ângulos de fase são  $F_j$  e  $\delta_j$ , respectivamente. Sob a hipótese de ondas de pequenas amplitudes e movimento da estrutura, todas as quantidades são lineares de primeira ordem (Chakrabarti, 1987).

As características tensão-deformação do sistema de ancoragem são frequentemente não-lineares. Esta característica depende muito da forma, do material e do carregamento hidrodinâmico. Entretanto, é permissível em alguns casos aproximar a curva carga-alongamento por uma linha reta dentro dos limites de aplicação (Chakrabarti, 1987).

Para um sistema linear, uma solução pseudo-dinâmica pode ser buscada para um dado conjunto de equações dinâmicas, expressas pela Equação (2.19). Substituindo (Chakrabarti, 1987):

$$x_k = X_k e^{i(\beta_k - \omega t)}, \quad (2.20)$$

onde  $X_k$  é a amplitude de movimento e  $\beta_k$  é o ângulo de fase, obtém-se:

$$\sum_{k=1}^6 \left[ -\omega^2 (m_{jk} + M_{jk}) - i\omega C_{jk} + (K_{jk} + R_{jk}) \right] X_k e^{i\beta_k} = F_j e^{i\delta_j} \quad j = 1, 2, \dots, 6, \quad (2.21)$$

a qual deve ser resolvida para  $X_k$  e  $\beta_k$  (Chakrabarti, 1987).

As aproximações realizadas nas análises anteriores podem parecer bastante restritivas. As forças na estrutura móvel são computadas a partir da hipótese de que a estrutura é mantida fixa. Além disso, as forças exercidas pela água com o movimento da estrutura são obtidas considerando-se oscilações de água calma e a estrutura em sua posição de equilíbrio. Os dois resultados são sobrepostos linearmente para determinar o efeito combinado.

É importante destacar que todos os detalhes descritos pela Eq. (2.19), referentes aos efeitos gerados na interação entre a estrutura flutuante e o fluido circundante, são automaticamente captados pelo modelo de acoplamento de IFE proposto para este trabalho.

### 2.2.4 Dinâmica de cabos

Nesta seção é descrita uma abordagem analítica, baseada em uma equação diferencial de onda não linear de segunda ordem para definição da posição instantânea do cabo, com a finalidade de apresentar uma introdução ao problema da dinâmica de cabos. É importante lembrar que neste trabalho será adotada outra formulação, usando o Método dos Elementos Finitos Posicional (NP-FEM) com elemento de barra.

Assumindo que os cabos de amarração das estruturas flutuantes são completamente flexíveis, a equação do movimento para a determinação da posição instantânea  $\mathbf{r}$  do cabo, expressa ao longo da abscissa  $s$  para o cabo não alongado, se reduz a um conjunto de equações de onda unidimensionais não lineares. A seguir, são dadas as equações de movimento para um cabo com material linear-elástico em sua forma adimensional (Palm et al., 2013):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial s} \left( c^2 \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) = \mathbf{f}, \quad (2.23)$$

$$c^2 = \frac{t_c^2 EA_0}{L_c^2 \gamma_0} \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}, \quad (2.24)$$

$$\varepsilon = \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right| - 1. \quad (2.25)$$

Aqui,  $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)$  é o vetor posição do cabo,  $\gamma_0$  é sua massa por unidade de comprimento,  $c$  representa a celeridade não-linear do cabo e  $\varepsilon$  é o seu alongamento longitudinal. Além disso, as notações  $L_c$  e  $t_c$  são os comprimentos característicos e escalas de tempo do problema usados para adimensionalizar  $\mathbf{r}$ ,  $s$  e o tempo  $t$ . A rigidez linear axial do cabo é dada por  $EA_0$ , onde  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do material e  $A_0$  a seção transversal inicial do cabo. Do lado direito,  $\mathbf{f} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \mathbf{f}_3 + \mathbf{f}_4$ , contém as forças externas agindo no segmento de cabo. Aqui,  $\mathbf{f}_1$  é a soma da gravidade mais o empuxo,  $\mathbf{f}_2$  é a força devida à massa adicionada, e as forças de arrasto tangenciais e normais são dadas como  $\mathbf{f}_3$  e  $\mathbf{f}_4$ .

Introduz-se o vetor unitário tangencial  $\mathbf{t}$ , definido como:

$$\mathbf{t} = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right|} = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}}{(1 + \varepsilon)}, \quad (2.26)$$

Com a decomposição de um vetor qualquer  $\mathbf{x}$  segundo as suas componentes tangencial e normal,  $\mathbf{x}_t = (\mathbf{x} \cdot \mathbf{t})\mathbf{t}$  e  $\mathbf{x}_n = \mathbf{x} - \mathbf{x}_t$ , as expressões para as forças externas do segmento de cabo ficam definidas por:

$$\mathbf{f}_1 = -\frac{\gamma_e t_c^2}{\gamma_0 L_c} \mathbf{g}, \quad (2.27)$$

$$\mathbf{f}_2 = C_M \frac{A \rho_w}{\gamma_0} \mathbf{a}_{rel,n} (1 + \varepsilon), \quad (2.28)$$

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{2} C_{Dt} \frac{\rho_w d L_c}{\gamma_0} |\mathbf{v}_{rel,t}| \mathbf{v}_{rel,t} (1 + \varepsilon), \quad (2.29)$$

$$\mathbf{f}_4 = \frac{1}{2} C_{Dn} \frac{\rho_w d L_c}{\gamma_0} |\mathbf{v}_{rel,n}| \mathbf{v}_{rel,n} (1 + \varepsilon), \quad (2.30)$$

sendo que  $\gamma_e = \left( (\rho_c - \rho_w) / \rho_c \right) \gamma_0$  é massa efetiva por unidade de comprimento para o cabo submerso e  $\rho_c$  e  $\rho_w$  são as massas específicas do cabo e do fluido, sendo  $\mathbf{g}$  o vetor de aceleração gravitacional e  $d$  o diâmetro do cabo. Os termos  $C_M$ ,  $C_{Dt}$  e  $C_{Dn}$  são os coeficientes hidrodinâmicos de massa adicionada e de arrasto tangencial e normal, respectivamente. As últimas três forças são funções da velocidade e aceleração relativa da água em relação ao cabo de ancoragem,  $\mathbf{v}_{rel}$  e  $\mathbf{a}_{rel}$ , dados por:

$$\mathbf{v}_{rel} = \mathbf{v}_w - \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}, \quad (2.31)$$

$$\mathbf{a}_{rel} = \mathbf{a}_w - \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2}, \quad (2.32)$$

sendo  $\mathbf{v}_w$  e  $\mathbf{a}_w$  os vetores velocidade e aceleração do fluido.

### 3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo são apresentadas as formulações utilizadas neste trabalho, referentes à análise do escoamento, da estrutura e aos acoplamentos fluido-corpo rígido e fluido-corpo rígido-cabo.

#### 3.1 MECÂNICA DOS FLUIDOS

Os escoamentos a serem tratados neste trabalho são incompressíveis, constituídos de fluidos newtonianos na condição isotérmica e sem transporte de massa ou energia. Portanto, são usadas, essencialmente, as equações de Navier-Stokes e o balanço de massa.

##### 3.1.1 Equações de conservação

As equações de Navier-Stokes são derivadas a partir um balanço de quantidade de movimento sobre um volume de controle previamente determinado (Schlichting e Gersten, 2017). Sua forma final, expressa em coordenadas cartesianas ortogonais e em uma descrição cinemática arbitrária lagrangiana-euleriana (ALE), é dada pela equação:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \quad (i, j, k = 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

sendo  $\rho_f$  a massa específica do fluido,  $v_i$  as componentes do vetor de velocidades do escoamento  $\mathbf{v}$ ,  $w_j$  as componentes do vetor velocidade de malha  $\mathbf{w}$ ,  $t$  o tempo,  $x_i$  as componentes do vetor posição  $\mathbf{x}$  segundo a direção dos eixos coordenados,  $g_i$  as componentes do vetor de aceleração da gravidade  $\mathbf{g}$ ,  $p$  a pressão termodinâmica,  $\delta_{ij}$  as componentes do delta de Kronecker e  $\nu$  o coeficiente de viscosidade cinemática.

Já a equação de conservação de massa pode ser expressa, considerando-se um fluido incompressível, pela equação abaixo:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (3.2)$$

Sobre as equações de Navier-Stokes e conservação de massa são impostas condições iniciais de velocidade  $v_{i0}$  e pressão  $p_0$  sobre todo o domínio  $\Omega$  no instante de tempo inicial  $t_0$ . Condições de contorno de Dirichlet  $v_i^*$  e  $p^*$  são aplicadas sobre os contornos  $\Gamma_v$  e  $\Gamma_p$  do domínio e condições de Neumann são aplicadas no contorno  $\Gamma_\sigma$ , sendo dadas na seguinte forma:

$$\frac{t_i}{\rho_f} = \left[ -\frac{p}{\rho_f} \delta_{ij} + \nu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] n_j \quad (i, j, k = 1, 2) \quad (\mathbf{x} \in \Gamma_\sigma), \quad (3.3)$$

onde  $t_i$  são as componentes do vetor de tensão  $\mathbf{t}$ , prescritas na direção  $x_i$  dos eixos coordenados e agindo sobre a região de contorno  $\Gamma_\sigma$ ,  $n_j$  são as componentes do vetor unitário normal em um ponto qualquer do contorno  $\Gamma_\sigma$  segundo a direção  $x_j$  dos eixos coordenados e  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade dinâmica. Por fim, o contorno  $\Gamma$  do domínio de análise é disposto de tal forma que  $\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_p + \Gamma_\sigma$ .

### 3.1.2 escoamentos Bifásicos – Método *Level Set*

Para escoamentos envolvendo mais de um fluido, existe uma grande variedade de métodos e formas de modelagem que podem ser adotadas (ver Tonin, 2017). Neste trabalho, adotou-se o método *Level Set*, onde é empregada uma função escalar de distância com sinal  $\phi$ , de maneira tal que a interface de separação entre fluidos é localizada nas posições onde  $\phi = 0$ . Desta forma, um dos fluidos assume valores  $\phi < 0$  e o segundo assume valores  $\phi > 0$ . Como ilustração, a Figura 3.1 mostra um exemplo envolvendo bolhas ascendentes em um fluido. A área total  $\Omega$  é preenchida por uma região líquida (onde se definiu  $\phi > 0$ ) e várias regiões gasosas ( $\phi < 0$ ), sendo a interface ( $\phi = 0$ ) representada pelas linhas  $\Gamma_F$  (Sussman et al., 1999).

A equação que descreve a evolução da função  $\phi$  ao longo do tempo é uma equação de advecção transiente, dada por (Sussman et al., 1999):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + v_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3), \quad (3.4)$$

a qual, uma vez resolvida, possibilita determinar a posição da partícula fluida em relação à posição da interface e, desta forma, identificar qual dos fluidos ocupa aquela posição. As

propriedades físicas do escoamento passam a ser definidas em função de  $\phi$ , como indicam as expressões abaixo (Yue et al., 2003):

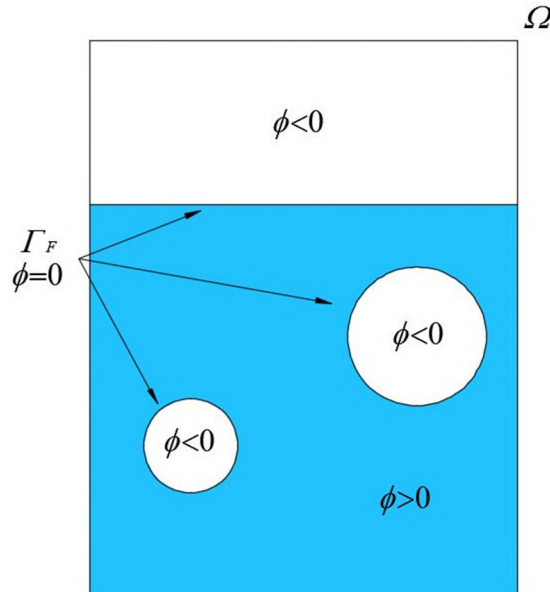


Figura 3.1: Função *Level Set* para identificar bolhas de gás ascendentes em um fluido (fonte: Pochet et al., 2013).

$$\rho_f(\phi) = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)H(\phi), \quad (3.5)$$

$$\mu(\phi) = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)H(\phi), \quad (3.6)$$

sendo  $\rho_1$  e  $\rho_2$  e  $\mu_1$  e  $\mu_2$  as massas específicas e as viscosidades dinâmicas nos fluidos 1 e 2, respectivamente. Portanto,  $\rho_f$  e  $\mu$  podem ser definidos tanto nos nós da malha como também nos próprios pontos de integração dos elementos. A zona de transição entre os fluidos junto à interface é representada teoricamente por uma função Heaviside  $H(\phi)$ . Entretanto, por conta da instabilidade numérica que uma função degrau gera, opta-se, na prática, por uma versão suavizada, dada por (Yue et al., 2003):

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & \text{para } \phi < -\varepsilon \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\phi}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi} \operatorname{sen} \left( \frac{\pi\phi}{\varepsilon} \right) \right] & \text{para } |\phi| \leq \varepsilon, \\ 1 & \text{para } \phi > \varepsilon \end{cases} \quad (3.7)$$



onde  $\varepsilon$  é o limite da zona de transição, normalmente definido como  $\varepsilon = \alpha_{LS} \cdot \Delta x$ , sendo  $\Delta x$  a dimensão característica de um elemento na região da interface e  $\alpha_{LS}$  um coeficiente, cujo valor usualmente adotado é função do tipo de problema a ser abordado. Desta forma, a “espessura” da superfície fica determinada por  $2\varepsilon$  ou  $2\alpha_{LS} \cdot \Delta x$ . Como  $\phi$  é uma função de distância à superfície livre com sinal, tem-se, na própria superfície, que  $\phi(\mathbf{x}, t) = 0$  (Yue et al., 2003).

### 3.1.2.1 Procedimento de reinicialização ou redistanciamento

Infelizmente a solução numérica da Equação (3.4) não garante que  $\phi$  permaneça como uma função de distância com sinal. Ao longo da análise, processos de união e separação de interfaces geram gradientes altos de  $\phi$  nestes locais, os quais podem fazer com que  $\phi$  não fique mais como uma função de distância com sinal. De forma a contornar isso, Sussman et al. (1994) propuseram um procedimento de reinicialização para  $\phi$ , impondo a condição de  $|\nabla\phi| = 1$  através da seguinte equação:

$$\frac{\partial\psi}{\partial\tau} + C_j \frac{\partial\psi}{\partial x_j} = S(\psi_0) \quad (j = 1, 2, 3), \quad (3.8)$$

sendo  $\psi$  uma função auxiliar e  $\tau$  uma variável artificial de tempo a partir da qual se pode definir o estado estacionário para  $\psi$  em cada instante de tempo  $t$  da análise do problema. O vetor  $C_j$  é definido como:

$$C_j = S(\psi_0) \frac{\nabla\psi}{|\nabla\psi|} \quad (j = 1, 2, 3), \quad (3.9)$$

onde  $S(\psi_0)$  é a chamada função suavizada, dada por:

$$S(\psi_0) = \frac{\psi_0}{\sqrt{\psi_0^2 + (|\nabla\psi_0| \varepsilon)^2}}, \quad (3.10)$$

sendo  $\psi_0$  a condição inicial da variável  $\psi$ , podendo ser definida por:

$$\psi_0(\mathbf{x}, \tau = 0) = \phi(\mathbf{x}, t), \quad (3.11)$$

e  $\varepsilon$  é a semi-espessura da interface, já definida anteriormente. Geralmente, o estado estacionário é obtido em até  $\varepsilon/\Delta\tau$  iterações (Lin et al., 2005). O passo de tempo  $\Delta\tau$  deve respeitar a seguinte expressão (Olsson e Kreiss, 2005):

$$\Delta\tau \leq \chi \frac{\Delta x^2}{\varepsilon}, \quad (3.12)$$

sendo  $\Delta x$  a dimensão característica do elemento na região da interface e  $\chi$  um coeficiente de segurança que assume valores entre 0 e 1.

### 3.1.2.2 Tensões superficiais

Na interface de separação entre os 2 fluidos, deve-se ainda considerar o efeito da tensão superficial. Para isso, conforme Brackbill et al. (1992) e Chang et al. (1996), pode-se adicionar um novo termo às equações de Navier Stokes, da seguinte forma:

$$\rho_f \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \frac{-\partial p}{\partial x_i} + \rho_f g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu D_{ij}) + \sigma \kappa(\phi) \delta(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial x_i}, \quad (3.13)$$

onde  $g_i$  são as componentes do vetor aceleração da gravidade,  $D_{ij}$  são as componentes do tensor taxa de deformação,  $\sigma$  é o coeficiente de tensão superficial, dado em unidade de força por unidade de comprimento, e  $\kappa(\phi)$  é a curvatura da superfície de interface, dada por:

$$\kappa(\phi) = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right). \quad (3.14)$$

Por fim,  $\delta(\phi)$  é uma função Delta de Dirac. Da mesma forma como foi feito com a função de Heaviside na Equação (3.7), a função Delta de Dirac também é suavizada, sendo dada por:

$$\delta(\phi) = \frac{dH(\phi)}{d\phi} = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) \right] & \text{para } |\phi| < \varepsilon \\ 0 & \text{para } |\phi| \geq \varepsilon \end{cases} \quad (3.15)$$

Obs: deve-se lembrar que  $\rho$  e  $\mu$  são também funções de  $\phi$ .

Finalmente, deve-se salientar que, nesta formulação, o termo de tensão superficial será uma força de volume com valores não nulos apenas para pontos de malha com elementos contidos na faixa de interface delimitada pela espessura  $2\varepsilon$ .

## 3.2 MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Neste trabalho, a análise dos corpos sólidos é realizada considerando uma abordagem de corpo rígido acoplado a cabos flexíveis. O seu sistema de equações governantes é obtido através do princípio de Hamilton.

### 3.2.1 Cinemática e Dinâmica de corpo rígido

Considerando um corpo rígido, as relações cinemáticas que regem seu movimento são dadas por:

$$\dot{\mathbf{U}}_S^I = \dot{\mathbf{U}}_S^{CM} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{CM,I}, \quad (3.16)$$

e

$$\ddot{\mathbf{U}}_S^I = \ddot{\mathbf{U}}_S^{CM} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{CM,I} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{CM,I}), \quad (3.17)$$

onde  $\dot{\mathbf{U}}$  e  $\ddot{\mathbf{U}}$  são os vetores de velocidade e aceleração lineares,  $\boldsymbol{\omega}$  e  $\boldsymbol{\alpha}$  são os vetores de velocidade e aceleração angulares e  $\mathbf{r}_{C_I}$  é o vetor posição relativa definido entre um ponto I qualquer da interface e o centro de massa CM da estrutura (Figura 3.2).

Pelo princípio de Hamilton, tem-se que (Meirovitch, 1970):

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(K - \pi) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_D dt = 0, \quad (3.18)$$

onde  $K$  é a energia cinética por unidade de volume, definida por:

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho_s \dot{\mathbf{U}} \cdot \dot{\mathbf{U}} dV + \frac{1}{2} \int_V \rho r^2 \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega} dV, \quad (3.19)$$

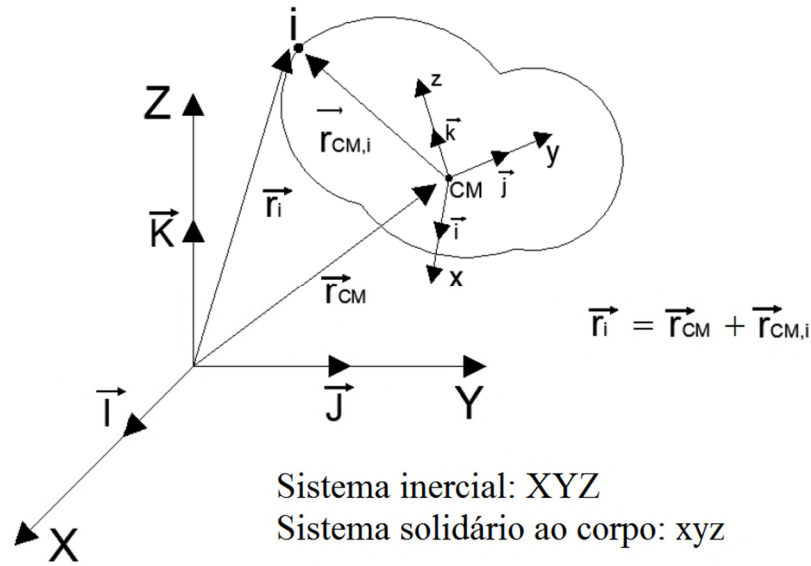


Figura 3.2: Relação entre o sistema inercial XYZ e o sistema solidário local xyz (baseado em Funez, 2019).

sendo  $\rho_s$  a massa específica do sólido e  $r$  a distância entre o diferencial de volume  $dV$  e o centro de massa do corpo. A energia potencial total  $\pi$  vem dada por (Washizu, 1975):

$$\pi = \int_V \Omega dV - W_{ext}, \quad (3.20)$$

onde  $\Omega$  é a energia de deformação específica (ou densidade de energia de deformação), dada por:

$$\Omega = \int \boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3.21)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}$  e  $\boldsymbol{\varepsilon}$  são os tensores de tensão e deformação, respectivamente, observando que esta energia é nula para o caso de corpos rígidos. Por outro lado,  $W_{ext}$  é o trabalho externo, dado por:

$$W_{ext} = \int_V \mathbf{U} \cdot \rho_s \mathbf{b} dV + \int_S \mathbf{U} \cdot \mathbf{t} ds, \quad (3.22)$$

sendo  $\mathbf{U}$  o vetor de deslocamentos,  $\mathbf{b}$  o vetor de forças de corpo por unidade de massa,  $\mathbf{t}$  o vetor de tensão e  $W_D$  é o trabalho realizado por forças dissipativas  $\mathbf{F}_D$ . Considerando um modelo de amortecimento viscoso, com constante de amortecimento  $\chi$ , tem-se:

$$W_D = -\int_V \mathbf{U} \cdot \mathbf{F}_D dV = -\int_V \mathbf{U} \cdot \chi \dot{\mathbf{U}} dV. \quad (3.23)$$

Para o caso de um corpo rígido vinculado a apoios elásticos, tem-se o esquema da Figura 3.3.

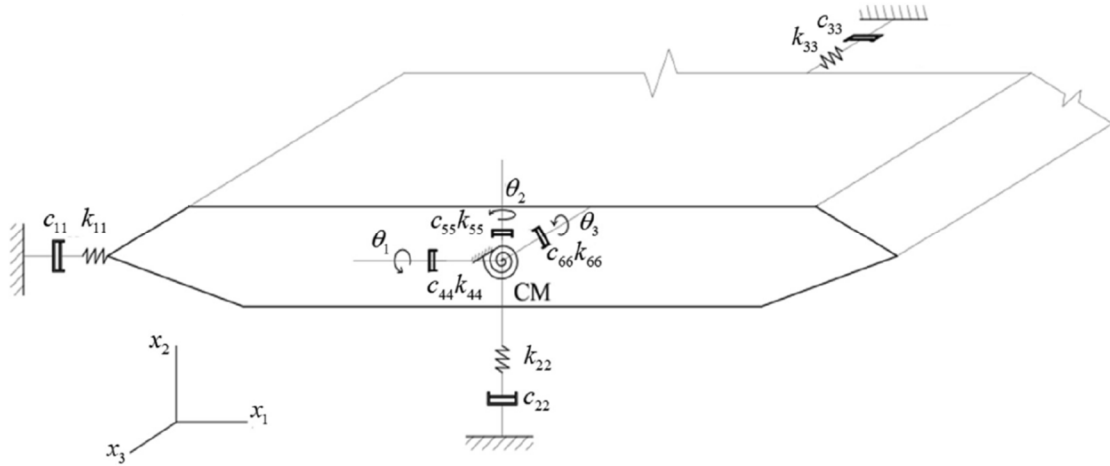


Figura 3.3: Corpo rígido vinculado a apoios elásticos (baseado em Sangalli, 2020).

Neste caso, acrescenta-se ao trabalho externo total o termo referente ao trabalho realizado pelas forças elásticas reativas:

$$\mathbf{f}_{el} = -\mathbf{K}\mathbf{U}_{CM}, \quad (3.24)$$

$$\mathbf{W}_{ext}^{f_{el}} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{U}_{CM} \cdot \mathbf{f}_{el})_i, \quad (3.25)$$

sendo  $\mathbf{K}$  uma matriz contendo as constantes elásticas das molas. Utilizando o referencial inercial para os graus de translação e um sistema local solidário ao corpo para os graus de rotação, integrando por partes o termo  $\delta \mathcal{K}$  e separando-o em componentes translacional e rotacional, obtém-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{CM} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_{CM} + \mathbf{K}\mathbf{U}_{CM} = \mathbf{Q}_{CM}, \quad (3.26)$$

$$\mathbf{I}_{CM}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}_{CM} = \mathbf{M}_{CM}, \quad (3.27)$$

onde  $\mathbf{I}_{CM}$  e  $\mathbf{H}_{CM} = \int_V \rho_s \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) dV$  são o tensor de inércia de massa e o vetor momento angular, ambos avaliados no centro de massa do corpo,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{K}$  são as matrizes de massa,

amortecimento e rigidez, respectivamente, e  $\mathbf{Q}_{CM}$  e  $\mathbf{M}_{CM}$  são os vetores de forças e momentos sobre o centro de massa. Particularizando para o caso de uma estrutura flutuante, podem-se desconsiderar os termos de amortecimento e rigidez da equação de equilíbrio nos graus de translação, obtendo-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{CM} = \mathbf{Q}_{CM} \cdot \quad (3.28)$$

### 3.3 ANÁLISE DE CABOS

Nesta seção é apresentada a formulação geral para o modelo de cabo implementado neste trabalho, assim como a sua vinculação com o corpo rígido.

Inicialmente, considera-se um elemento de cabo de dois nós, sob o efeito de rotação e translação de corpo rígido, conforme mostrado na Figura 3.4.

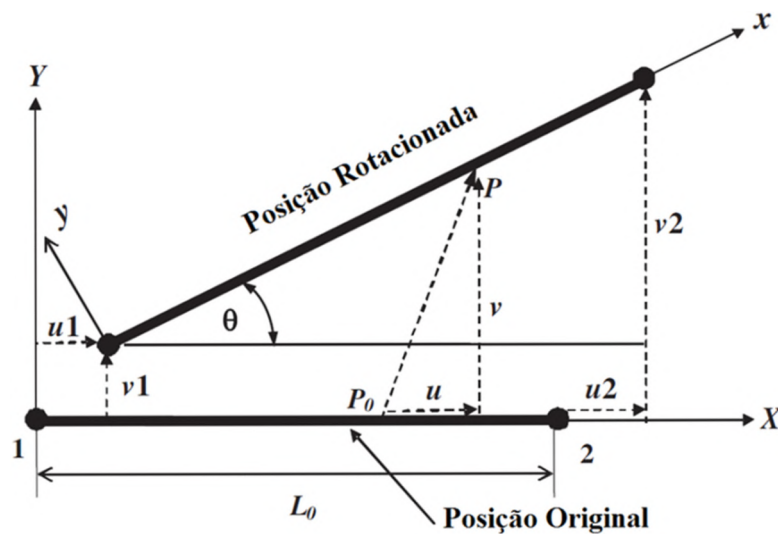


Figura 3.4: Esquema de um elemento de cabo reto com dois nós sob um movimento de corpo rígido (Baseado em Zhu, 2010).

As componentes de deslocamento de corpo rígido em qualquer ponto ao longo do elemento são dadas por:

$$u = u_1 + x(\cos \theta - 1), \quad v = v_1 + x \sin \theta. \quad (3.29)$$

Neste caso, a deformação de Green-Lagrange do elemento é calculada por:

$$\varepsilon = \varepsilon_L + \varepsilon_N = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right], \quad (3.30)$$

sendo:

$$\varepsilon_L = \frac{\partial u}{\partial x} = \cos \theta - 1, \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_N = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \left[ (\cos - 1)^2 + \text{sen}^2 \theta \right]. \quad (3.32)$$

A energia de deformação do elemento é então calculada como:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EA \varepsilon^2 ds = \frac{1}{2} \int_0^L EA (\varepsilon_L^2 + 2\varepsilon_L \varepsilon_N + \varepsilon_N^2) ds = 0, \quad (3.33)$$

onde o termo de alta ordem  $\varepsilon_N^2$  é normalmente ignorado, caso sejam admitidas pequenas deformações e rotações moderadas, de forma que (Sun et al., 2011):

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EA \varepsilon^2 ds = \frac{1}{2} \int_0^L EA (\varepsilon_L^2 + 2\varepsilon_L \varepsilon_N + \varepsilon_N^2) ds \approx \frac{1}{2} \int_0^L EA (\varepsilon_L^2 + 2\varepsilon_L \varepsilon_N) ds. \quad (3.34)$$

Substituindo a Equação (3.31) e a Equação (3.32) na Equação (3.34), obtém-se:

$$U \approx \frac{1}{2} \int_0^L EA (\varepsilon_L^2 + 2\varepsilon_L \varepsilon_N) ds = -\frac{1}{2} EAL (\cos \theta - 1)^2. \quad (3.35)$$

A Equação (3.35) indica que a aproximação em elementos finitos resultará em uma energia de deformação espúria quando se estiver lidando com uma rotação de corpo rígido. A energia de rotação se aproximará de zero apenas assumindo que a rotação de corpo rígido seja pequena, de tal forma que  $\cos \theta \approx 1$ .

Assim, a energia de deformação em (3.35) torna-se aproximadamente zero. Portanto, fica claro que esta aproximação em elementos finitos é válida apenas para pequenas rotações e pequenos incrementos quando a rotação de corpo rígido é analisada por uma solução incremental. Este pequeno erro de aproximação acumula-se a cada passo de tempo e pode

levar a resultados espúrios devido à violação da conservação de energia do modelo em elementos finitos (Simo et al., 1992).

De forma a contornar o problema, autores como Sun et al. (2011) desenvolveram formulações de elementos finitos baseadas em posições nodais, ao invés de deslocamentos. Assim, métodos como o NP-FEM, desenvolvido por Zhu (2010) e Sun et al. (2011), eliminam a necessidade de desacoplar a rotação de corpo rígido e a deformação elástica do elemento envolvendo grandes rotações de corpo rígido, além dos erros acumulativos resultantes do processo de solução numérica a cada passo de tempo.

### 3.3.1 Formulação do NP-FEM

O sistema resultante de equações para o cabo pode ser obtido a partir do princípio de Hamilton. Inicialmente, considere um elemento de cabo reto com dois nós em um espaço tridimensional, conforme mostrado na Figura 3.4. A geometria do elemento é descrita pelas coordenadas nodais  $(X_i, Y_i, Z_i)$  ( $i = 1, 2$ ) em um sistema de coordenadas global  $OXYZ$  e  $(x_i, y_i, z_i)$  ( $i = 1, 2$ ) em um sistema de coordenadas local  $x, y$  e  $z$ , onde o eixo  $x$  é definido ao longo do cabo e os eixos  $y$  e  $z$  são perpendiculares ao eixo  $x$ .

Assume-se que a posição, a velocidade e a aceleração de um ponto arbitrário ao longo do elemento de cabo podem ser expressas em termos de funções de interpolação do elemento e seus valores nodais correspondentes, na forma:

$$\mathbf{R} = \mathbf{N}\mathbf{X}_e, \quad \mathbf{v} = \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{N}\dot{\mathbf{X}}_e, \quad \mathbf{a} = \ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{N}\ddot{\mathbf{X}}_e, \quad (3.36)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 - \zeta & 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \zeta & 0 & 0 & \zeta & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \zeta & 0 & 0 & \zeta \end{bmatrix}, \quad (3.37)$$

$$\zeta = \frac{\sqrt{(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2 + (Z - Z_1)^2}}{\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2}}, \quad (3.38)$$

onde  $\mathbf{R} = \{X, Y, Z\}^T$ ,  $\mathbf{v} = \{v_x, v_y, v_z\}^T$  e  $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}^T$  são vetores de posição, velocidade e aceleração do ponto arbitrário no sistema de coordenadas global,



respectivamente,  $\mathbf{X}_e = \{X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2\}^T$  são as coordenadas globais nodais no tempo atual,  $\mathbf{N}$  é matriz de funções de forma do elemento e o ponto denota derivadas temporais. Na descrição lagrangiana total, o deslocamento do elemento de cabo é definido por (Zhu, 2010):

$$u = x - x_0, \quad (3.39)$$

onde  $x_0$  e  $x$  são as coordenadas de um ponto arbitrário ao longo do elemento de cabo antes e depois da deformação, respectivamente.

A deformação de Green-Lagrange do elemento é definida como (Zhu, 2010):

$$\varepsilon_x = \frac{L}{L_0} - 1 = \frac{X_2 - X_1}{L_0} \cos \theta_x + \frac{Y_2 - Y_1}{L_0} \cos \theta_y + \frac{Z_2 - Z_1}{L_0} \cos \theta_z - 1 = \mathbf{B}\mathbf{X}_e - 1, \quad (3.40)$$

onde  $L$  e  $L_0$  são o comprimento do elemento deformado e indeformado do elemento e os cossenos diretores são definidos como (Zhu, 2010):

$$\cos \theta_x = \frac{X_2 - X_1}{L}, \quad \cos \theta_y = \frac{Y_2 - Y_1}{L}, \quad \cos \theta_z = \frac{Z_2 - Z_1}{L}, \quad (3.41)$$

sendo  $\mathbf{B}$  o vetor de deformação, definido como (Zhu, 2010):

$$\mathbf{B} = \left[ -\frac{\cos \theta_x}{L_0}, -\frac{\cos \theta_y}{L_0}, -\frac{\cos \theta_z}{L_0}, \frac{\cos \theta_x}{L_0}, \frac{\cos \theta_y}{L_0}, \frac{\cos \theta_z}{L_0} \right]. \quad (3.42)$$

A matriz de deformação  $\mathbf{B}$  pode ser decomposta ainda no produto da matriz de deformação em coordenadas locais  $\mathbf{B}_0$  e matriz de transformação de coordenadas  $\mathbf{Q}$ , definida na forma (Zhu, 2010):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \mathbf{Q}, \quad (3.43)$$

onde:

$$\mathbf{B}_0 = \left[ -\frac{1}{L_0}, 0, 0, \frac{1}{L_0}, 0, 0 \right], \quad (3.44)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & \cos \theta_y & \cos \theta_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta_x & \cos \theta_y & \cos \theta_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.45)$$

Uma vez que a cinemática do elemento foi estabelecida, as matrizes de massa, rigidez e amortecimento do elemento, assim como o vetor nodal de força, podem ser derivados.

### 3.3.1.1 Matriz de massa

Pela energia cinética do elemento, tem-se (Zhu, 2010):

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_c A \dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{R}} dx = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}_e^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{X}}_e, \quad (3.46)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\rho_c A L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

onde  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa do elemento,  $\rho_c$  e  $A$  são a massa específica do material e a área da seção transversal do elemento de cabo, respectivamente. Deve ser notado que a matriz de massa do elemento é constante no sistema de coordenadas global se  $L \approx L_0$  e é a mesma matriz de massa consistente de elemento de cabo observada no MEF convencional (Sun et al., 2011).

### 3.3.1.2 Matriz de rigidez

A matriz de rigidez pode ser derivada a partir da energia de deformação do elemento, na forma (Sun et al., 2011):

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EA \varepsilon_x^2 dx = \frac{1}{2} \mathbf{X}_e^T \mathbf{K} \mathbf{X}_e - \mathbf{X}_e^T \mathbf{F}_k + \frac{1}{2} EAL, \quad (3.48)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do elemento de cabo,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez do elemento no sistema de coordenadas global e  $\mathbf{F}_k$  é o vetor de forças nodal equivalente resultante da elasticidade do cabo, definidos como (Sun et al., 2011):

$$\mathbf{K} = EAL(\mathbf{B}_0\mathbf{Q})^T \mathbf{B}_0\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T \mathbf{K}_0 \mathbf{Q}, \quad (3.49)$$

$$K_0 = \frac{EAL}{L_0^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_k = EAL\mathbf{Q}^T \mathbf{B}_0^T. \quad (3.50)$$

O NP-FEM tem um vetor extra de forças nodais elásticas  $\mathbf{F}_k$  que não existe no MEF clássico. Ele é resultado da transformação das variáveis de estado de deslocamentos nodais para posições nodais, sendo função apenas da rigidez do elemento  $EA/L$  e da sua orientação.  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{F}_k$  são altamente não-lineares e dependentes do tempo na medida que a matriz de transformação de coordenadas  $\mathbf{Q}$  é função da orientação do elemento de cabo e este, por sua vez, é função do tempo (Sun et al., 2011). Observe que a abordagem atual calcula a energia de deformação diretamente, comparando o novo comprimento do elemento com o seu comprimento indeformado usando a posição nodal. Assim, elimina-se a fonte dos erros de acumulação devido às grandes rotações de corpo rígido. Finalmente, é importante observar que não existe matriz de rigidez geométrica na formulação NP-FEM (Sun et al., 2011).

### 3.3.1.3 Matriz de amortecimento

A matriz de amortecimento  $\mathbf{C}$  é calculada usando-se o modelo de amortecimento de Rayleigh, tal que:

$$\mathbf{C} = \beta\mathbf{M} + \gamma\mathbf{K}, \quad (3.51)$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são os coeficientes de amortecimento de Rayleigh, respectivamente (Bathe, 1996).

### 3.3.1.4 Vetores de forças fluido-dinâmicas

Quando o cabo encontra-se submerso em um fluido, os efeitos fluido-dinâmicos do arrasto e da massa adicionada devem ser considerados, podendo ser expressos na seguinte forma (Zhu e Meguid, 2006):

$$\mathbf{f}_{dn} = -C_{dn}(\alpha) \frac{\rho_0 D}{2} V^2 \frac{\mathbf{V}_n}{|\mathbf{V}_n|}, \quad (3.52)$$

$$\mathbf{f}_{dt} = -C_{dt}(\alpha) \frac{\rho_0 D}{2} V^2 \frac{\mathbf{V}_t}{|\mathbf{V}_t|}, \quad (3.53)$$

$$f_a = -C_m \rho_0 A \dot{\mathbf{V}}_n, \quad (3.54)$$

$$\mathbf{V} = \dot{\mathbf{R}} - \mathbf{V}_c, \quad \mathbf{V}_t = (\mathbf{t}_0 \cdot \mathbf{V}) \mathbf{t}_0, \quad \mathbf{V}_n = \mathbf{V} - \mathbf{V}_t, \quad (3.55)$$

onde  $\mathbf{f}_{dn}$  e  $\mathbf{f}_{dt}$  são as forças de arrasto normal e tangente ao elemento,  $C_{dn}(\alpha)$  e  $C_{dt}(\alpha)$  são os coeficientes de carga normal e tangente, respectivamente,  $\alpha$  é o ângulo de ataque,  $\rho_0$  é a massa específica do fluido,  $D$  é o diâmetro do cabo,  $\mathbf{f}_a$  é a força inercial normal ao elemento, resultante da massa adicionada do fluido em torno do elemento,  $C_m$  é o coeficiente de massa adicionada do elemento,  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade,  $\mathbf{V}_c$  é a velocidade do fluido em uma região não perturbada (*free stream*) e  $\mathbf{t}_0$  é o vetor unitário ao longo do eixo do elemento (Zhu e Meguid, 2006; Sun et al., 2011).

O trabalho virtual realizado pela força inercial na massa adicionada é dado por (Zhu, 2010):

$$\delta W_a = \int_0^L \mathbf{f}_a \cdot \delta \mathbf{R} dx = -\delta \mathbf{X}_e^T \mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{X}}_e + \delta \mathbf{X}_e^T \mathbf{F}_a, \quad (3.56)$$

onde  $\mathbf{M}_a$  é a matriz de massa adicionada resultante do fluido no entorno do elemento e  $\mathbf{F}_a$  é o vetor de força inercial devido à massa de fluido no entorno do elemento, respectivamente.

Na equação acima, a matriz de massa adicionada e o vetor de forças inercial são dados por (Zhu, 2010):

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_a &= \frac{C_m \rho_0 AL}{6} (\mathbf{M}_{a0} - \mathbf{M}_{a1}), \quad \mathbf{F}_a = \mathbf{M}_a \dot{\mathbf{V}}_c^e \\
\mathbf{M}_{a0} &= \begin{bmatrix} 2\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & 2\mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{a1} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{m}_0 & \mathbf{m}_0 \\ \mathbf{m}_0 & 2\mathbf{m}_0 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{m}_0 &= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos \theta_x \cos \theta_z \\ \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos^2 \theta_y & \cos \theta_y \cos \theta_z \\ \cos \theta_x \cos \theta_z & \cos \theta_z \cos \theta_y & \cos^2 \theta_z \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{3.57}$$

com  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  sendo a matriz identidade e  $\dot{\mathbf{V}}_c^e = (\dot{V}_{cx1}^e, \dot{V}_{cy1}^e, \dot{V}_{cz1}^e, \dot{V}_{cx2}^e, \dot{V}_{cy2}^e, \dot{V}_{cz2}^e)^T$  é o vetor de aceleração do fluido nos nós do elemento. Deve ser notado que tanto a massa adicionada como o vetor de forças de inércia são altamente não-lineares e dependentes do tempo na medida em que as orientações dos elementos variam no tempo (Zhu, 2010).

As forças de arrasto são calculadas em coordenadas locais de elemento. Assim, assume-se que o sistema de coordenadas local é construído de tal forma que o eixo  $x$  esteja alinhado com o elemento de cabo, o eixo  $y$  esteja alinhado com o plano contendo o eixo  $x$  e o vetor relativo de velocidade do fluido, mas normal ao elemento, e a direção do eixo  $z$  seja resultado do produto vetorial entre  $x$  e  $y$ . Assim, a velocidade relativa do fluido no elemento em coordenadas locais pode ser expressa como (Zhu, 2010):

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{v}_c = (\dot{x} - v_{cx}, \dot{y} - v_{cy}, 0)^T, \tag{3.58}$$

onde  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{v}_c$  são os vetores posição de um ponto arbitrário ao longo do elemento de cabo e a velocidade do fluido em coordenadas locais, respectivamente. Considera-se que o vetor posição  $\mathbf{r}$  e a velocidade  $\mathbf{v}_c$  são interpolados pelas mesmas funções de forma do elemento da Equação (3.37), tal que (Zhu, 2010):

$$\mathbf{r} = \mathbf{N}\mathbf{x}_e, \quad \mathbf{v}_c = \mathbf{N}\mathbf{v}_c^e, \tag{3.59}$$

onde  $\mathbf{x}_e = (x_{e1}, y_{e1}, z_{e1}, x_{e2}, y_{e2}, z_{e2})^T$  é o vetor local de coordenadas nodais do elemento e  $\mathbf{v}_c^e = (v_{cx1}, v_{cy1}, v_{cz1}, v_{cx2}, v_{cy2}, v_{cz2})^T$  é o vetor de velocidade do fluido nos nós do elemento em coordenadas locais.

Das equações (3.52) e (3.53), o vetor força de arrasto em coordenadas locais pode ser expresso como (Zhu, 2010):

$$\mathbf{f}_d = \frac{\rho_0 D}{2} v^2 \{-C_{dt}(\alpha) \text{sign}(v_x), -C_{dn}(\alpha) \text{sign}(v_y), 0\}. \quad (3.60)$$

Portanto, o trabalho virtual realizado pelas forças de arrasto é dado por:

$$\delta W_d = \int_0^L \mathbf{f}_d \cdot \delta \mathbf{r} dx = -\delta \mathbf{x}_e^T \mathbf{f}_d^e, \quad (3.61)$$

onde  $\mathbf{f}_d^e$  são as forças de arrasto equivalentes nodais em coordenadas locais, tais que (Zhu, 2010):

$$\mathbf{f}_d^e = \begin{Bmatrix} C_{dt}(\alpha) \frac{\rho_0 D}{2} \text{sign}(v_x) f_1 \\ C_{dn}(\alpha) \frac{\rho_0 D}{2} \text{sign}(v_y) f_1 \\ 0 \\ C_{dt}(\alpha) \frac{\rho_0 D}{2} \text{sign}(v_x) f_2 \\ C_{dn}(\alpha) \frac{\rho_0 D}{2} \text{sign}(v_y) f_2 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (3.62)$$

$$f_i = \dot{\mathbf{x}}_e^T \mathbf{A}_i \dot{\mathbf{x}}_e - 2\dot{\mathbf{x}}_e^T \mathbf{A}_i \mathbf{v}_e + \mathbf{v}_e^T \mathbf{A}_i \mathbf{v}_e \quad (i = 1, 2)$$

$$A_1 = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}. \quad (3.63)$$

Observe que o vetor de força de arrasto é uma função não-linear de uma velocidade nodal desconhecida  $\dot{\mathbf{x}}_e$  do elemento (Zhu, 2010).

Finalmente, o vetor de força nodal equivalente em coordenadas globais é obtido através de uma transformação de coordenadas, tal que (Zhu, 2010):

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{T}\mathbf{f}_d^e$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_0 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & \cos \alpha_x & \cos \beta_x \\ \cos \theta_y & \cos \alpha_y & \cos \beta_y \\ \cos \theta_z & \cos \alpha_z & \cos \beta_z \end{bmatrix}, \quad (3.64)$$

onde  $\cos(\alpha_{x,y,z})$  e  $\cos(\beta_{x,y,z})$  são os cossenos diretores dos eixos  $y$  e  $z$  do sistema de coordenadas local em relação ao sistema de coordenadas global (Zhu, 2010).

### 3.3.1.5 Vetor de forças nodais

A força de gravidade é dada em coordenadas globais como:

$$\mathbf{f}_g = \{0, 0, -\rho_c g\}^T, \quad (3.65)$$

onde  $\rho_c$  é a massa específica do elemento e  $g$  é a aceleração devido a gravidade. O trabalho realizado por esta força é (Sun et al., 2011):

$$\delta W_g = \int_0^L A\mathbf{f}_g \cdot \delta \mathbf{R} dx = \delta \mathbf{X}_e^T \mathbf{F}_g, \quad (3.66)$$

onde  $\mathbf{F}_g$  é o vetor equivalente de forças nodais de gravidade, tal que:

$$\mathbf{F}_g = -\frac{LA\rho g}{2} \{0, 0, 1, 0, 0, 1\}^T. \quad (3.67)$$

Observa-se que a expressão do vetor equivalente de forças nodais é constante no sistema de coordenadas global (Sun et al., 2011).

### 3.3.1.6 Equação do movimento

A equação de movimento de um sistema de cabos é derivada a partir do princípio de Hamilton. O sistema de equações resultantes é definido como (Zhu, 2010):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_e + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_e + \mathbf{K}\mathbf{X}_e = \mathbf{F}_k + \mathbf{F}_g. \quad (3.68)$$

Verifica-se que a Equação (3.68) é altamente não-linear devido às matrizes de amortecimento e rigidez, além dos vetores de força, todos sendo funções da posição atual  $\mathbf{X}_e$ .

### 3.4 ACOPLAMENTO CABO-CORPO RÍGIDO

Neste trabalho, o corpo flutuante é modelado como um corpo rígido com seis graus de liberdade, definido pela sua posição do centro de gravidade (CG), descrito por  $(X_b, Y_b, Z_b)$  no sistema de coordenadas global, e também pela sua orientação usando os ângulos de Euler ( $\theta_x$  – jogo,  $\theta_y$  – arfagem,  $\theta_z$  – guinada) em um sistema de coordenadas local fixo  $(x, y, z)$  com origem no CG do corpo, como mostrado na Figura 3.5.

A ordem de transformação do sistema de coordenadas global para local é definida como: guinada, arfagem e jogo, sendo a matriz de transformação correspondente dada como (Sun et al., 2011):

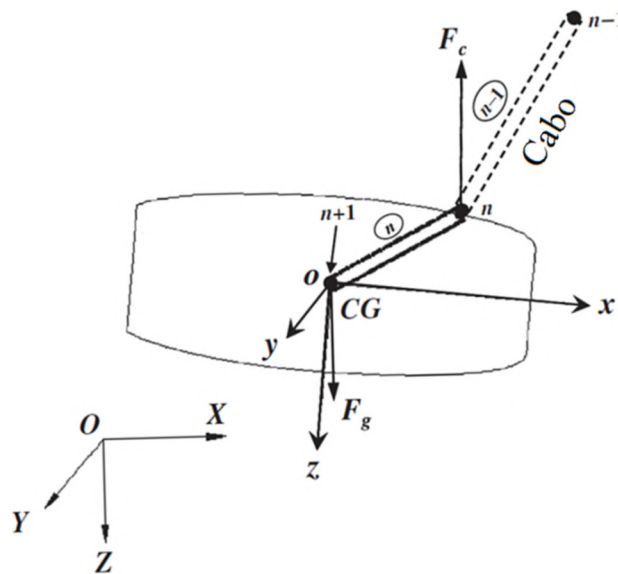


Figura 3.5: Esquema de cargas e sistemas de coordenadas do corpo rígido (baseado em Sun et al., 2011)

$$\mathbf{T}_{G2F} = \begin{bmatrix} \cos \theta_y \cos \theta_z & \cos \theta_y \sin \theta_z & -\sin \theta_y \\ -\cos \theta_x \sin \theta_z + \sin \theta_x \sin \theta_y \cos \theta_z & \cos \theta_x \cos \theta_z + \sin \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z & \sin \theta_x \cos \theta_y \\ \sin \theta_x \sin \theta_z + \cos \theta_x \sin \theta_y \cos \theta_z & -\sin \theta_x \cos \theta_z + \cos \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Uma vez que o sistema de coordenadas tenha sido definido, a equação do movimento translacional do corpo flutuante pode ser expressa no sistema de coordenadas globais, enquanto que a equação do movimento rotacional pode ser expressa no sistema de coordenadas locais, ou seja (Sun et al., 2011):



$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{X}}_b = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_g, \quad (3.70)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = \boldsymbol{\tau}_c + \boldsymbol{\tau}_b, \quad (3.71)$$

onde:

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix},$$

sendo  $m$  a massa do corpo flutuante,  $(I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}, I_{yz}, I_{zx})$  são as componentes do tensor de inércia de massa do corpo em relação ao CG e referidas ao sistema de coordenadas local,  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$  é o vetor de velocidades angulares do corpo no sistema de coordenadas local,  $\mathbf{F}_c$  e  $\mathbf{F}_g$  são forças devido à tensão no cabo e à gravidade, respectivamente,  $\boldsymbol{\tau}_c$  é o momento induzido pela tensão no cabo e  $\boldsymbol{\tau}_b$  é o momento induzido pelas forças na superfície do corpo. O ponto acima das variáveis denota a derivada no tempo.

Considera-se a relação entre a velocidade angular e as taxas dos ângulos de Euler, dada por (Sun et al., 2011):

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta_y \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \cos \theta_y \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \end{Bmatrix} = \mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\theta}}. \quad (3.73)$$

Derivando a Equação (3.73) no tempo, obtém-se (Sun et al., 2011):

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{B}, \quad (3.74)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} -\dot{\theta}_y \dot{\theta}_z \cos \theta_y \\ -\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y \sin \theta_x + \dot{\theta}_x \dot{\theta}_z \cos \theta_x \cos \theta_y - \dot{\theta}_z \dot{\theta}_y \sin \theta_x \cos \theta_y \\ -\dot{\theta}_y \dot{\theta}_x \cos \theta_x - \dot{\theta}_z \dot{\theta}_x \sin \theta_x \cos \theta_y - \dot{\theta}_z \dot{\theta}_y \cos \theta_x \sin \theta_y \end{Bmatrix}. \quad (3.75)$$

Substituindo a Equação (3.74) na Equação (3.71), obtém-se a equação do movimento rotacional do corpo flutuante em termos de ângulos de Euler (Sun et al., 2011):

$$\tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau}_c + \boldsymbol{\tau}_b - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} - \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{B}. \quad (3.76)$$

A Equação (3.76) é assimétrica, o que é inconveniente para um direto acoplamento com a equação do sistema de cabos, que é simétrica. Para eliminar a assimetria, ambos os lados da equação são pré-multiplicados por  $\mathbf{A}^T$  para obter-se uma equação simétrica (Sun et al., 2011).

$$\left(\mathbf{A}^T\tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}\right)\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{A}^T\left(\boldsymbol{\tau}_c + \boldsymbol{\tau}_b - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} - \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{B}\right). \quad (3.77)$$

O corpo rígido está conectado fisicamente ao cabo por um nó localizado em um ponto qualquer do corpo flutuante. Para acoplar a equação de movimento do cabo com a equação de movimento do cabo de ancoragem, um elemento de cabo rígido e sem massa é usado, ligando o CG do corpo flutuante até o ponto de conexão com o cabo, conforme é mostrado na Figura 3.5. O elemento de cabo rígido é um caso especial de elemento de cabo com uma rigidez de elemento  $EA/L$  considerada infinita (Sun et al., 2011). Na simulação, um valor muito alto de rigidez em relação ao elemento de cabo é usado. Uma vez que não há deformação no elemento rígido, o amortecimento do elemento rígido é fixado em zero. O sistema de equações da estrutura acoplada é dado então por (Sun et al., 2011):

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_c & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}^T\tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{X}}_C \\ \ddot{\mathbf{X}}_b \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\mathbf{M}_c + \gamma(\mathbf{K}_c + \tilde{\mathbf{K}}_r) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \beta\mathbf{M}_b + \gamma\mathbf{K}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \beta\mathbf{A}^T\tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A} \end{bmatrix} \\ & \times \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_C \\ \dot{\mathbf{X}}_b \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_c + \mathbf{K}_{rr} & \mathbf{K}_{cr} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{cr}^T & \mathbf{K}_{r2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_C \\ \mathbf{X}_b \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_c \\ \mathbf{F}_b \\ \boldsymbol{\tau}_b \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.78)$$

onde  $\mathbf{X}_c$  é um vetor  $3n \times 1$  contendo todas as coordenadas nodais do cabo,  $n$  é o número total de nós ao longo do cabo,  $\mathbf{X}_b$  e  $\boldsymbol{\theta}$  são dois vetores  $3 \times 1$  contendo a posição do CG do corpo e os ângulos de rotação, respectivamente.  $\mathbf{F}_c$  é o vetor de carga externa total agindo no cabo, enquanto  $\mathbf{F}_b$  e  $\boldsymbol{\tau}_b$  são os vetores de força e momentos externos sobre o corpo rígido, definidos a partir do lado direito das equações (3.70) e (3.77).  $\mathbf{M}_c$  é a matriz global do cabo e  $\mathbf{M}_b$  é a matriz de massa do corpo flutuante. Similarmente,  $\mathbf{K}_c$  é a matriz de rigidez global do cabo. As matrizes de rigidez do cabo rígido,  $\mathbf{K}_{r1}$ ,  $\mathbf{K}_{r2}$  e  $\mathbf{K}_{cr}$ , são construídas como (Sun et al., 2011):

$$\mathbf{K}_{6 \times 6}^{rigid} = \mathbf{Q}^T \mathbf{K}_0 \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{r1(3 \times 3)} & \mathbf{K}_{r0(3 \times 3)} \\ \mathbf{K}_{r0(3 \times 3)}^T & \mathbf{K}_{r2(3 \times 3)} \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad (3.79)$$

$$\mathbf{K}_{rr} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3(n-1) \times 3(n-1)} & \mathbf{0}_{3(n-1) \times 3} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 3)(n-1)} & \mathbf{K}_{r1(3 \times 3)} \end{bmatrix}_{3n \times 3n}, \quad \mathbf{K}_{cr} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3(n-1) \times 3} \\ \mathbf{K}_{r0(3 \times 3)} \end{bmatrix}_{3n \times 3}.$$

As condições de contorno para as equações acima serão prescritas em termos de posição ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) e orientação ( $\theta_x$ ,  $\theta_y$  e  $\theta_z$ ).

### 3.5. INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Este item trata sobre os esquemas de acoplamentos sólido-fluido utilizados neste trabalho, ou seja, trata de como se dá a transferência de informações entre os fluidos que atuam no sistema e as estruturas a serem analisadas. Conforme mencionado no primeiro capítulo, este trabalho utilizará um esquema particionado, analisando separada e sequencialmente o fluido e a estrutura.

Para que o acoplamento fluido-estrutura seja realizado corretamente, é necessário que na interface do corpo sejam respeitadas as condições de equilíbrio de forças e de compatibilidade de deslocamentos, dadas respectivamente por:

$$\boldsymbol{\sigma}_S \mathbf{n} = -p \mathbf{n} + \boldsymbol{\tau}_F \mathbf{n} \quad \text{em } \Gamma_{FS}, \quad (3.80)$$

$$\mathbf{u}_S = \mathbf{u}_F \quad \text{em } \Gamma_{FS}, \quad (3.81)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}_S$  é o tensor de tensões na estrutura,  $\boldsymbol{\tau}_F$  é o tensor de tensões viscosas do fluido,  $p$  é a pressão do fluido,  $\mathbf{n}$  é o vetor contendo as componentes do vetor normal sobre um ponto discreto do contorno da interface  $\Gamma_{FS}$  e  $\mathbf{u}_S$  e  $\mathbf{u}_F$  são os vetores de deslocamentos da estrutura e do fluido, respectivamente.

Além disso, também é necessário garantir a continuidade entre os movimentos das malhas relativas ao escoamento e à estrutura sobre a superfície de contato. Esta condição é matematicamente expressa por:

$$\mathbf{x} = \mathbf{u}_S \quad \text{em } \Gamma_{FS}, \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}_S}{\partial t} \quad \text{em } \Gamma_{FS}, \quad (3.83)$$

sendo  $\mathbf{x}$  o vetor de posição dos nós da malha do fluido (função da formulação do esquema de movimento de malha).

### 3.5.1 Acoplamento para o corpo rígido

Para a análise de corpos rígidos é usado o esquema de acoplamento particionado convencional, conforme é mostrado na Figura 3.6.

Os vetores  $\mathbf{U}$ ,  $\dot{\mathbf{U}}$  e  $\ddot{\mathbf{U}}$  representam o deslocamento, a velocidade e a aceleração relativos à estrutura,  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{v}$  são os vetores de pressão e de velocidade, de cada nó da malha, referentes ao fluido e  $\mathbf{x}$  representa o vetor posição da partícula de fluido. As expressões localizadas no topo da figura representam as equações de compatibilidade de deslocamentos, as quais são válidas apenas sobre a interface  $\Gamma_{FS}$ . O subscrito  $n$  designa a posição no domínio do tempo. Neste esquema, verifica-se que a posição da estrutura está sempre atrasada um passo de tempo em relação à posição do fluido, fazendo com que as condições de compatibilidade cinemática e de equilíbrio sejam impostas apenas de forma aproximada.

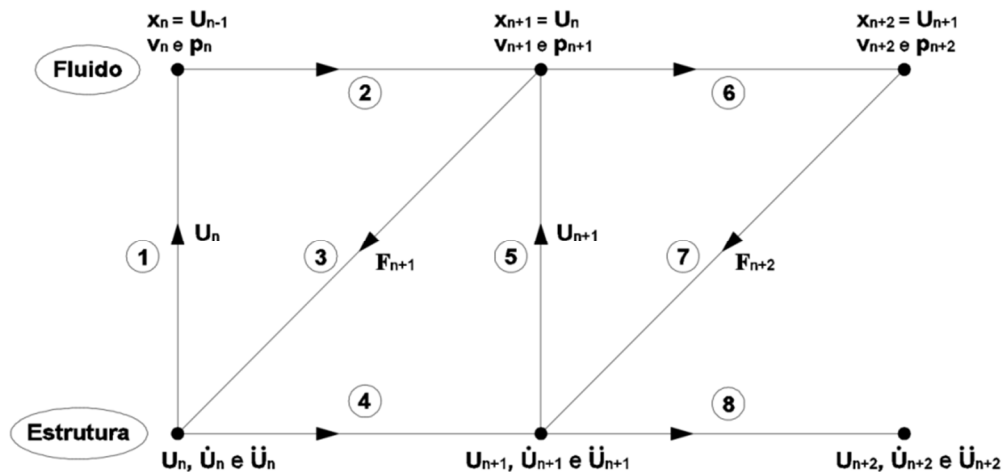


Figura 3.6: Algoritmo para análise de problemas de interação fluido-estrutura através de um modelo particionado convencional (Braun, 2007).

A forma matricial das relações cinemáticas de corpo rígido (ver Eqs. (3.16) e (3.17)) pode ser escrita como:

$$\dot{\mathbf{U}}_S^I = \mathbf{L} \dot{\mathbf{U}}_S^C, \quad (3.84)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_S^I = \mathbf{L}\ddot{\mathbf{U}}_S^C + \mathbf{L}\dot{\mathbf{U}}_S^C, \quad (3.85)$$

com:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_3 & -r_2 \\ 0 & 1 & 0 & -r_3 & 0 & r_1 \\ 0 & 0 & 1 & r_2 & -r_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.86)$$

$$\mathbf{L}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (\omega_2 r_2 + \omega_3 r_3) & -\omega_2 r_1 & -\omega_3 r_1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_1 r_2 & (\omega_1 r_1 + \omega_3 r_3) & -\omega_3 r_2 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_1 r_3 & -\omega_2 r_3 & (\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2) \end{bmatrix}, \quad (3.87)$$

onde  $\dot{\mathbf{U}}$  e  $\ddot{\mathbf{U}}$  são vetores contendo as velocidades e acelerações lineares e angulares da estrutura, respectivamente. Os superíndices  $I$  e  $C$  indicam pontos materiais na interface e no centro de massa do corpo rígido.

### 3.5.2 Acoplamento com o fluido

Com as hipóteses listadas, a equação de equilíbrio da estrutura pode ser expressa por:

$$\bar{\mathbf{M}}_S \ddot{\mathbf{U}}_S^C + \bar{\mathbf{C}}_S \dot{\mathbf{U}}_S^C + \mathbf{K}_S \mathbf{U}_S^C = \bar{\mathbf{Q}}_S, \quad (3.88)$$

onde  $\bar{\mathbf{M}}_S$  e  $\bar{\mathbf{C}}_S$  são as matrizes de massa e amortecimento equivalentes do sistema acoplado, as quais incluem termos referentes aos elementos de fluido na interface fluido-estrutura:

$$\bar{\mathbf{M}}_S = \left\{ \mathbf{M}_S + \rho_f \sum_{e=1}^{nel} \left( \mathbf{T}^{eT} \mathbf{M}_{II}^e \mathbf{T}^e \right) \right\}, \quad (3.89)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_S = \left\{ \mathbf{C}_S + \rho_f \sum_{e=1}^{nel} \left( \mathbf{T}^{eT} \mathbf{M}_{II}^e \mathbf{T}^{e'} + \mathbf{T}^{eT} \left( \mathbf{A}_{II}^e + \mathbf{D}_{II}^e \right) \mathbf{T}^{e'} \right) \right\}. \quad (3.90)$$

Além disso, o vetor de cargas  $\bar{\mathbf{Q}}_S$ , avaliado no CG do corpo rígido, é dado conforme a expressão a seguir:

$$\bar{\mathbf{Q}}_S = \left\{ \mathbf{Q} - \rho_f \sum_{e=1}^{nel} \left( \mathbf{T}^{eT} \mathbf{M}_{IF}^e \dot{\mathbf{v}}_F^e + \mathbf{T}^{eT} \left( \mathbf{A}_{II}^e + \mathbf{D}_{II}^e \right) \mathbf{v}_F^e - \frac{1}{\rho} \mathbf{T}^{eT} \mathbf{G}_I^e \mathbf{v}_I^e \right) \right\}, \quad (3.91)$$

onde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{G}$  são as matrizes de massa, advecção, difusão e gradiente do fluido referentes a um elemento  $e$  em contato com a interface fluido-estrutura,  $\mathbf{v}_F^e$  e  $\dot{\mathbf{v}}_F^e$  são os vetores nodais de velocidade e aceleração do escoamento em relação ao elemento  $e$ ,  $\mathbf{Q}$  são forças e momentos externos aplicados sobre o CG (excetuando-se as cargas de fluido),  $\rho$  é a massa específica do fluido e  $nel$  é o número total de elementos de fluido sobre a interface. Subscritos  $I$  e  $F$  indicam nós do fluido na interface e nós no interior do domínio do fluido, respectivamente, conforme mostra a Figura 3.7.

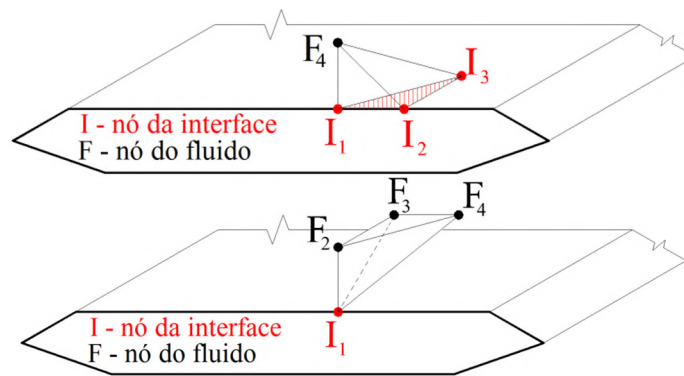


Figura 3.7: Nós da interface sólido-fluido.

As matrizes transpostas  $\mathbf{T}^T$  e  $\mathbf{T}'^T$  incluem todas as matrizes nodais de translação do elemento  $e$ ,  $\mathbf{L}$  e  $\mathbf{L}'$ .

$$\mathbf{T}^{eT} = \left[ \mathbf{L}_1 \quad \mathbf{L}_2 \quad \dots \quad \mathbf{L}_4 \right]_{(6 \times 12)} \quad \mathbf{T}'^{eT} = \left[ \mathbf{L}'_1 \quad \mathbf{L}'_2 \quad \dots \quad \mathbf{L}'_4 \right]_{(6 \times 12)}, \quad (3.92)$$

onde as matrizes de translação relacionadas aos nós no interior do domínio do fluido (subscrito  $F$ ) são nulas. Por fim, o acoplamento do sistema fluido-cabo-estrutura pode ser realizado pela seguinte equação, em nível global, obtida pela combinação das equações (3.78) e (3.88):

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \mathbf{M}_c & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_b + \bar{\mathbf{M}}_S^{TT} & \bar{\mathbf{M}}_S^{TR} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_S^{RT} & \mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{A} + \bar{\mathbf{M}}_S^{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{X}}_C \\ \ddot{\mathbf{X}}_b \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{Bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} \beta \mathbf{M}_c + \gamma (\mathbf{K}_c + \tilde{\mathbf{K}}_r) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\beta \mathbf{M}_b + \gamma \mathbf{K}_r) + \bar{\mathbf{C}}_S^{TT} & \bar{\mathbf{C}}_S^{TR} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}_S^{RT} & \beta \mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{A} + \bar{\mathbf{C}}_S^{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_C \\ \dot{\mathbf{X}}_b \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{Bmatrix} +, \quad (3.93) \\
& \begin{bmatrix} \mathbf{K}_c + \mathbf{K}_{rr} & \mathbf{K}_{cr} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{cr}^T & \mathbf{K}_{r2} + \mathbf{K}_S^{TT} & \mathbf{K}_S^{TR} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_S^{RT} & \mathbf{K}_S^{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_C \\ \mathbf{X}_b \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_c \\ \bar{\mathbf{Q}}_S^b \\ \bar{\mathbf{Q}}_S^\theta \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

onde  $\bar{\mathbf{M}}_S$  e  $\bar{\mathbf{C}}_S$  são, novamente, as matrizes de massa e amortecimento equivalentes (isto é, já acrescidas as devidas contribuições do fluido) do corpo rígido e  $\bar{\mathbf{Q}}_S$  é o vetor de cargas equivalente, contendo forças e momentos gerados pelo fluido, além das demais forças e momentos indicados na Equação (3.78). A matriz  $\bar{\mathbf{K}}_S$ , por sua vez, é a matriz de rigidez do corpo rígido, existente apenas quando o corpo está vinculado a apoios elásticos. Os superíndices  $T$  e  $R$  indicam graus de liberdade de translação e de rotação, respectivamente.

Uma vez resolvido o sistema (3.93), deve-se transformar as taxas dos ângulos de Euler em velocidades e acelerações angulares, usando, para isso, as equações (3.73) e (3.74). Neste trabalho, o sistema de equações pode ser resolvido no tempo empregando-se os métodos implícitos de Newmark e Alfa-generalizado, ou os métodos explícitos de Euler, de segunda ordem, e Runge-Kutta, de 2ª e 3ª ordens. Algoritmos de solução podem ser encontrados em Braun (2007) e Chapra e Canale (2016).

## 4 MODELO NUMÉRICO PARA O FLUIDO

Neste trabalho é utilizado o método numérico CBS, em sua versão semi-implícita, para a discretização das equações do escoamento. Os próximos itens apresentam detalhes da discretização, assim como as formas matriciais finais das equações de fluidos para o método.

### 4.1 APLICAÇÃO DO MÉTODO CBS SOBRE AS EQUAÇÕES DO FLUIDO

O modelo CBS consiste na aplicação de uma mudança de coordenadas ao longo de linhas características, removendo assim os termos advectivos das equações fundamentais do escoamento, tornando as equações auto-adjuntas. Isto faz com que a aplicação do método convencional de Galerkin (ou Bubnov-Galerkin) leve a um procedimento de discretização espacial otimizado (Nithiarasu, 2003).

Para problemas envolvendo escoamentos incompressíveis, pode-se empregar uma formulação mista (para as variáveis de pressão e velocidade) através do método da projeção (Chorin, 1968), onde a solução é obtida em 3 passos a partir da separação dos termos de pressão da equação de quantidade de movimento discretizada.

A fim de satisfazer a condição de Babuška-Brezzi para problemas incompressíveis (ver Babuška, 1973; Brezzi, 1974), formulações em elementos finitos devem ser desenvolvidas levando-se em conta que as funções de interpolação de pressão ( $N_{ip}$ ) e velocidade ( $N_{iv}$ ) devem ser escolhidas adequadamente. No entanto, se o método de projeção for aplicado de forma consistente, pode-se demonstrar que a formulação permitirá livremente a escolha das funções  $N_{ip}$  e  $N_{iv}$  (ver Zienkiewicz et al., 2014), sendo, neste caso, adotada geralmente a opção  $N_{ip} = N_{iv}$ .

Para a obtenção da forma discretizada das equações de dinâmica de fluidos, aplica-se inicialmente o método CBS sobre as equações de Navier-Stokes e de balanço de massa, assim como o procedimento de decomposição sobre as componentes de incremento de velocidade. Em seguida, aplica-se o método convencional de Galerkin no contexto do MEF sobre as equações, integrando por partes os termos de ordem 2, obtendo-se os 3 passos do método da projeção (maiores informações podem ser encontradas em Barroso, 2019). A versão do CBS



adotada neste trabalho é a semi-implícita, seguindo o modelo proposto por Lewis et al. (2004). Os três passos de projeção do método são dados na forma a seguir:

Passo 1 – velocidade intermediária: este passo é realizado removendo-se os termos de pressão da Equação (3.1), obtendo-se então (Lewis et al., 2004):

$$\frac{v_i^* - v_i^n}{\Delta t} = -\left(v_j^n - w_j^n\right) \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} + \mathbf{v} \left( \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \right)^n + g_i \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (4.1)$$

onde  $\Delta t$  é o incremento de tempo e  $v_i^*$  são componentes do vetor de velocidade intermediária.

Aplicando o método das características sobre a equação, tem-se (Lewis et al., 2004):

$$\begin{aligned} \frac{v_i^* - v_i^n}{\Delta t} &= -\left(v_j^n - w_j^n\right) \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} + \mathbf{v} \left( \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \right)^n \\ &+ \frac{\Delta t}{2} \left(v_k^n - w_k^n\right) \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left(v_j^n - w_j^n\right) \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} \right] + g_i \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Passo 2 – cálculo da pressão: o campo de pressão é calculado a partir de uma equação de pressão do tipo Poisson. Esta equação é derivada do fato de que as velocidades intermediárias do primeiro passo precisam ser corrigidas. Tomando a forma semi-discreta das equações de momentum sem a remoção dos termos de pressão, tem-se (Lewis et al., 2004):

$$\begin{aligned} \frac{v_i^{n+1} - v_i^n}{\Delta t} &= -\left(v_j^n - w_j^n\right) \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} + \mathbf{v} \left( \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \right)^n - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \\ &+ \frac{\Delta t}{2} \left(v_k^n - w_k^n\right) \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left(v_j^n - w_j^n\right) \frac{\partial v_i^n}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right] + g_i \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Subtraindo a Equação (4.2) da Equação (4.3), obtém-se (Lewis et al., 2004):

$$\frac{v_i^{n+1} - v_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{\Delta t}{2} \left(v_k^n - w_k^n\right) \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right] \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (4.4)$$

Desta equação, nota-se que se os termos de pressão puderem ser calculados por outra fonte, as velocidades intermediárias do Passo 1 poderão ser corrigidas usando-se a Equação (4.4). Entretanto, uma equação de pressão independente é necessária para poder substituir os valores

de pressão na Equação (4.4). Para fazer isso, termos  $v_i^{n+1}$  devem ser eliminados da equação. Isto pode ser realizado via equação da continuidade ao diferenciar-se a Equação (4.4) em relação a  $x$ . Assim, tem-se (negligenciando termos de terceira ordem) (Lewis et al., 2004):

$$\frac{\partial v_i^{n+1}}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i^*}{\partial x_i} = -\frac{\Delta t}{\rho_f} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right) \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (4.5)$$

Observa-se da equação da continuidade que:

$$\frac{\partial v_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0. \quad (4.6)$$

Substituindo a Equação (4.5) em (4.6), obtém-se:

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial v_i^*}{\partial x_i} \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (4.7)$$

Deve ser notado que não há termos transientes ou advectivos na presente forma. Embora esta equação não exija nenhum tratamento especial para estabilizar as oscilações, a ausência de um termo transiente leva a um procedimento de solução implícito. Em outras palavras, é necessário um método de solução matricial para obter-se uma solução para a equação acima.

Passo 3 – correção da velocidade: a correção da velocidade já foi derivada em um passo anterior (Equação (4.4)), a qual envolve os campos de pressão e velocidade, sendo escrita como (Lewis et al., 2004):

$$\frac{v_i^{n+1} - v_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{\Delta t}{2} (v_k^n - w_k^n) \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right] \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (4.8)$$

Os termos de alta ordem das equações anteriores podem ser negligenciados, uma vez que estes termos tem muito pouca influência na correção da velocidade (Lewis et al., 2004).

Aplicando o método convencional de Galerkin nas formas discretizadas acima, obtém-se o sistema matricial de equações do escoamento, expresso como segue:

Passo 1: campo de velocidades intermediário:

$$\mathbf{M} \frac{\Delta \mathbf{v}_i^*}{\Delta t} = -\mathbf{A} \mathbf{v}_i^n - \mathbf{D}_{ij}^\tau \mathbf{v}_j^n - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{S}^v \mathbf{v}_i^n + \mathbf{f}_i^n, \quad (4.9)$$

Passo 2: campo de pressão:

$$\frac{1}{\rho_f} \Delta t \mathbf{H} \mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{G}_i \mathbf{v}_i^*, \quad (4.10)$$

Passo 3: correção do campo de velocidades:

$$\mathbf{M} \mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{M} \mathbf{v}_i^* - \frac{\Delta t}{\rho_f} \mathbf{G}_i^T \mathbf{p} - \frac{\Delta t^2}{2\rho_f} \mathbf{S}_i^p \mathbf{p}, \quad (4.11)$$

Na sequência são apresentadas as definições das matrizes da formulação em nível de elemento:

$$\mathbf{M} = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega, \quad (4.12)$$

$$\mathbf{M}_D = \delta_{ii} \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n M_{ij} \right), \quad (4.13)$$

$$\mathbf{A} = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T (\mathbf{N} \mathbf{v}) \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega, \quad (4.14)$$

$$\mathbf{D}_{ij} = \int_{\Omega_e} v \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega, \quad (4.15)$$

$$\mathbf{f}_i^n = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T g_i d\Omega + \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T t_i d\Gamma - \frac{\Delta t}{2} \int \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_j} (\mathbf{N} \mathbf{v}_j^n) g_i d\Omega, \quad (4.16)$$

$$\mathbf{G}_i = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_i} \mathbf{N} d\Omega, \quad (4.17)$$

$$\mathbf{H} = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} d\Omega, \quad (4.18)$$

$$\mathbf{S}^v = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_k} (\mathbf{N} \mathbf{v}_k) (\mathbf{N} \mathbf{v}_j) \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega, \quad (4.19)$$

$$\mathbf{S}_i^p = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_k} (\mathbf{N} \mathbf{v}_k) \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} d\Omega. \quad (4.20)$$

onde  $\mathbf{v}_i$  e  $\mathbf{p}$  são vetores contendo valores nodais de componentes de velocidade e pressão,  $\mathbf{N}$  é uma matriz linha contendo as funções de interpolação do elemento finito utilizado. Neste trabalho, utilizam-se as matrizes de massa discreta  $\mathbf{M}_D$  e  $\mathbf{M}_D^p$  no lugar das matrizes de massa consistentes  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{M}^p$  para os termos de massa à esquerda da igualdade das equações discretizadas (4.9 a 4.11), a fim de obter-se um sistema de equações totalmente explícito e desacoplado.

Da mesma forma, pode-se aplicar o mesmo procedimento para a Equação (3.4):

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\phi}^{n+1} = \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}^n - \Delta t \left[ \mathbf{A}\boldsymbol{\phi}^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{S}^\phi \boldsymbol{\phi}^n \right], \quad (4.21)$$

onde  $\boldsymbol{\phi}$  é um vetor contendo os valores nodais da função *Level Set* e  $\mathbf{S}^\phi$  é a matriz de estabilização para a equação de *Level Set*, dada por:

$$\mathbf{S}^\phi = - \int_{\Omega_e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_k} (\mathbf{N} \mathbf{v}_k) (\mathbf{N} \mathbf{v}_j) \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} d\Omega. \quad (4.22)$$

Por fim, para a equação da reinicialização, tem-se a seguinte forma final:

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\Psi}^{n+1} = \mathbf{M}\boldsymbol{\Psi}^n - \Delta \tau \mathbf{G}_C \boldsymbol{\Psi}^n - \frac{\Delta \tau^2}{2} \mathbf{B}_\psi \boldsymbol{\Psi}^n + \frac{\Delta \tau^2}{2} \mathbf{b} \mathbf{d}_\psi \boldsymbol{\Psi}^n + \Delta \tau \mathbf{f}, \quad (4.23)$$

com:

$$\mathbf{G}_C = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} C_j^n d\Omega + \frac{\Delta \tau}{2} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} C_i^n \frac{\partial C_j^n}{\partial x_j} d\Omega, \quad (4.24)$$

$$\mathbf{B}_\psi = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_j} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} C_i^n C_j^n d\Omega, \quad (4.25)$$

$$\mathbf{bd}_\psi = \int_{\Gamma_e - \Gamma_{\psi_e}} \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_i} C_i^n C_j^n n_j d\Gamma, \quad (4.26)$$

$$\mathbf{f} = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T S_0 d\Omega - \Delta\tau \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T C_j^n \frac{\partial S_0}{\partial x_j} d\Omega. \quad (4.27)$$

Neste trabalho, para calcular os gradientes de  $S_0$  e o termo de divergente do vetor  $\mathbf{C}$ , os gradientes de  $\psi_0$  e  $\psi$  devem ser obtidos primeiramente nos nós a partir dos respectivos valores avaliados no centro dos elementos tetraédricos usando uma técnica de suavização baseada em mínimos quadrados (ver, por exemplo, Zienkiewicz et al., 2005). Nas equações (4.21) e (4.23) é também adotada a matriz de massa diagonal  $\mathbf{M}_D$ .

## 4.2 CONDIÇÕES DE ESTABILIDADE

Para a forma semi-implícita, é necessário que  $\frac{1}{2} \leq \theta_1 \leq 1$  e  $\frac{1}{2} \leq \theta_2 \leq 1$ . Este esquema também é condicionalmente estável, estando restrito aos seguintes limites:

$$\Delta t \leq \Delta t_u = \frac{h}{|\mathbf{u}|}, \quad (4.28)$$

$$\Delta t \leq \Delta t_v = \frac{h^2}{2\nu}. \quad (4.29)$$

No presente trabalho, o passo de tempo foi calculado automaticamente pelo próprio código, adotando sempre o menor valor entre as equações (4.28) e (4.29), e um terceiro valor mínimo, informado pelo próprio autor.

Por fim, o método semi-implícito gera um sistema de equações linear para o segundo passo do método, que é resolvido neste trabalho através do Método dos Gradientes Conjugados (MGC) com um pré-condicionador de Jacobi. O algoritmo pode ser resumido nos passos indicados na Figura 4.1, conforme trabalho desenvolvido por Alquati (1991).

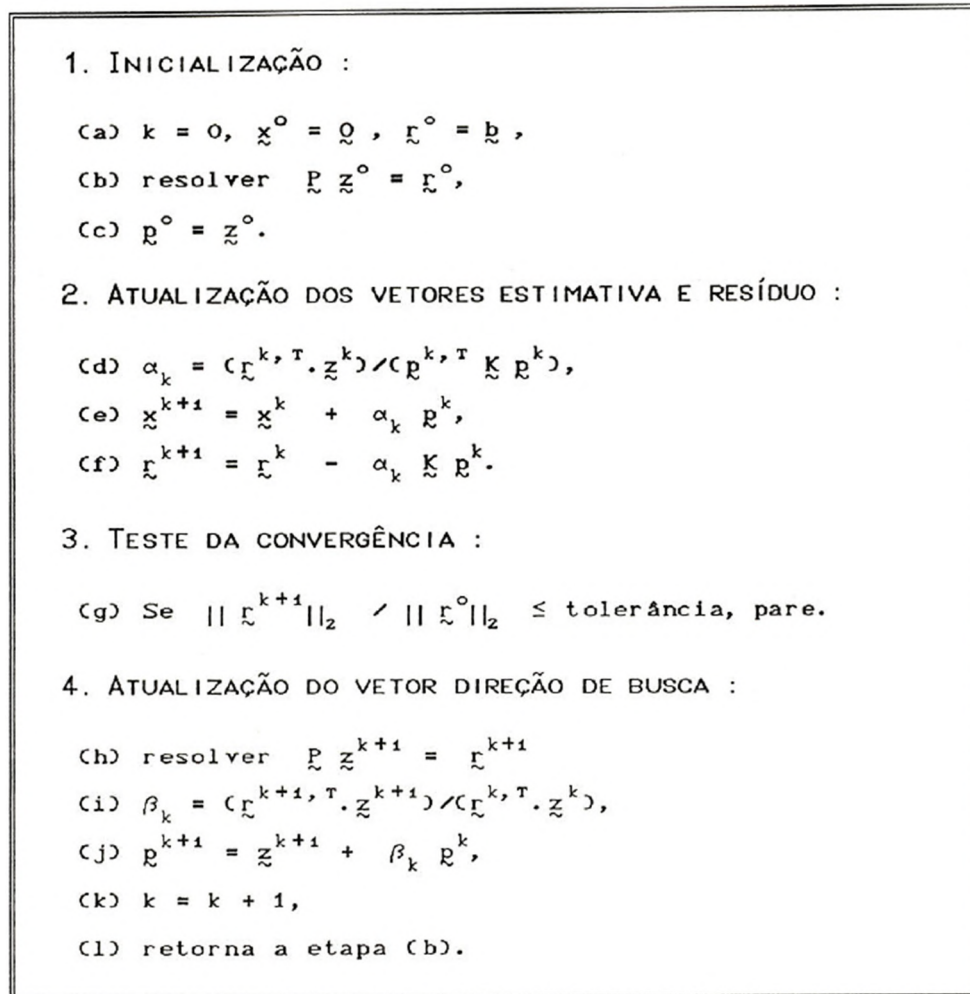


Figura 4.1: Algoritmo básico para o MGC Pré-condicionado (Alquati, 1991).

### 4.3 FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS TETRAÉDRICOS

Para o elemento tetraédrico linear, empregado neste trabalho, as coordenadas de um ponto qualquer no domínio do elemento ficam definidas pelas seguintes expressões (Zienkiewicz et al., 2005):

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i x_i, \quad (4.30)$$

$$y = \sum_{i=1}^4 N_i y_i, \quad (4.31)$$

$$z = \sum_{i=1}^4 N_i z_i, \quad (4.32)$$

com a seguinte condição imposta sobre as funções de interpolação:

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 1, \quad (4.33)$$

sendo:

$$N_i = \frac{1}{6\Omega_e} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z)$$

$$a_i = \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad b_i = - \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad c_i = - \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \\ x_l & 1 & z_l \end{vmatrix} \quad d_i = - \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_l & y_l & 1 \end{vmatrix}, \quad (4.34)$$

$(i, j = 1, 2, 3, 4)$

sendo que  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$  são coordenadas do nó  $i$  do elemento. Nas expressões acima, adota-se a permutação cíclica para os índices  $i, j, k, l$ .

O volume e área de face do elemento tetraédrico são designados por  $\Omega_e$  e  $A_e$ , respectivamente. As matrizes de elemento da formulação (Eqs. (4.12) a (4.20), (4.22) e (4.24) a (4.27)), envolvendo integrais de volume e de área, são resolvidas usando-se as seguintes soluções (Zienkiewicz et al., 2005):

$$\int_{\Omega_e} N_1^\alpha N_2^\beta N_3^\gamma N_4^\delta d\Omega = 6\Omega_e \frac{\alpha! \beta! \gamma! \delta!}{(\alpha + \beta + \gamma + \delta + 3)!}, \quad (4.35)$$

$$\int_{A_e} N_1^\alpha N_2^\beta N_3^\gamma dA = 2A_e \frac{\alpha! \beta! \gamma!}{(\alpha + \beta + \gamma + 2)!}. \quad (4.36)$$

As derivadas das funções de interpolação em relação aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do sistema de coordenadas de referência são obtidas facilmente a partir da Eq. (4.34). Observa-se que o elemento tetraédrico linear apresenta derivadas constantes no interior do elemento. O vetor de velocidades e o vetor de pressão do escoamento são definidos localmente usando as mesmas equações de interpolação utilizadas para a definição das coordenadas (Eqs. (4.30) a (4.32)).

#### 4.4 MODELO DE TURBULÊNCIA – SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS

Conforme mencionado no primeiro capítulo, este trabalho emprega o método LES para a simulação da turbulência, onde os grandes vórtices (ou grandes escalas da turbulência) do escoamento são resolvidos a partir da resolução de malha existente. Nos vórtices (ou escalas) inferiores à malha, empregam-se modelos de turbulência, sendo, no caso deste trabalho, adotados os modelos clássico e dinâmico de Smagorinsky.

No método LES, inicialmente aplica-se uma decomposição sobre as variáveis do problema em variáveis de grandes e de pequenas escalas (Leonard, 1974):

$$\begin{aligned} v_i &= \bar{v}_i + v'_i, \\ p &= \bar{p} + p', \end{aligned} \quad (4.37)$$

sendo  $v_i$  e  $p$  as componentes da velocidade segundo o eixo  $x_i$  e a pressão, respectivamente. O símbolo barra indica as grandes escalas e o símbolo apóstrofe indica as pequenas escalas.

Conforme Leonard (1974), a parcela de grandes escalas para uma variável  $f$  qualquer pode ser obtida através de:

$$\bar{f}(x_i) = \int G(x_i - x'_i) f(x'_i) dx'_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (4.38)$$

onde  $G(x_i)$  é uma função filtro, possuindo diferentes definições. A adotada neste trabalho é a função filtro do tipo “box”, proposta inicialmente por Findikakis e Street (1982):

$$G(x_i - x'_i) = \begin{pmatrix} \prod_{i=1}^n \frac{1}{\Delta_i} \text{ para } |x_i - x'_i| < \frac{\Delta_i}{2} \\ 0 \text{ para } |x_i - x'_i| > \frac{\Delta_i}{2} \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (4.39)$$

onde  $\Delta_i$  são as dimensões do filtro segundo a direção do eixo  $x_i$  e  $n$  é o número de dimensões do problema. Ao se utilizar o MEF, o próprio elemento constitui-se em um filtro “box”, de forma que a dimensão característica pode ser expressa através de:

$$\bar{\Delta} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}, \quad (4.40)$$



onde o produto  $\Delta x \Delta y \Delta z$  é o volume do elemento.

Aplicando a decomposição apresentada em (4.37) nas equações de Navier-Stokes, em uma descrição euleriana, resulta:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{v_i v_j})}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \right) \right\} = \frac{1}{\rho_f} \bar{X}_i \quad (i, j, k = 1, 2, 3), \quad (4.41)$$

Pode-se provar, sem grandes perdas (ver Petry e Awruch, 1997), que:

$$\overline{v_i v_j} = \left( \bar{v}_i \bar{v}_j + \overline{v'_i v'_j} \right). \quad (4.42)$$

Assim, a Equação (4.41) fica na forma:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial (\bar{v}_i)}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \right) + \bar{\tau}_{ij}^{SGS} \right\} = \frac{1}{\rho_f} \bar{X}_i \quad (i, j, k = 1, 2, 3), \quad (4.43)$$

onde  $\bar{\tau}_{ij}^{SGS}$  são as componentes do tensor de tensões submalha. Adotando um modelo de fechamento baseado na hipótese de Boussinesq (ver Schlichting e Gersten, 2017),  $\bar{\tau}_{ij}^{SGS}$  é expresso como:

$$\bar{\tau}_{ij}^{SGS} = \rho_f \left( \overline{v'_i v'_j} \right) = 2\mu_t \bar{S}_{ij}, \quad (4.44)$$

sendo  $\mu_t$  a viscosidade turbulenta e  $\bar{S}_{ij}$  as componentes do tensor taxa de deformação, expressas através de:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right). \quad (4.45)$$

Utilizando o modelo clássico de Smagorinsky (1963),  $\mu_t$  é obtida através da seguinte expressão:

$$\mu_t = \rho_f (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}|, \quad (4.46)$$

sendo:

$$|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2}, \quad (4.47)$$

com  $C_s$  a constante de Smagorinsky, assumindo valores entre 0,1 e 0,25 (ver Murakami, 1997), e  $\bar{\Delta}$  é a dimensão característica associada ao filtro empregado, dada em (4.40).

Já no modelo de Smagorinsky dinâmico, proposto inicialmente por Germano et al. (1991) e ajustado posteriormente por Lilly (1992),  $\mu_t$  é definida na forma:

$$\mu_t = \rho_f C(\mathbf{x}, t) \bar{\Delta}^2 |\bar{S}|, \quad (4.48)$$

sendo  $C(\mathbf{x}, t)$  o coeficiente dinâmico, dado por:

$$C(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}, \quad (4.49)$$

onde:

$$L_{ij} = \langle \bar{v}_i \bar{v}_j \rangle - \langle \bar{v}_i \rangle \langle \bar{v}_j \rangle, \quad (4.50)$$

e

$$M_{ij} = \langle \bar{\Delta} \rangle^2 |\langle \bar{S} \rangle| \langle \bar{S}_{ij} \rangle - \langle \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \rangle. \quad (4.51)$$

Neste modelo,  $C(\mathbf{x}, t)$  é calculado para cada nó da malha e, para a obtenção de  $\mu_t$  em nível local, é realizada uma média destes valores nodais. Se o denominador de (4.49) for nulo, então se assume  $C(\mathbf{x}, t) = 0$  no respectivo nó.  $L_{ij}$  é o tensor de Leonard Global e  $M_{ij}$  é um tensor que representa a parte anisotrópica das tensões submalha.

A Equação (4.51) utiliza um processo de dupla filtragem sobre as equações de conservação. A primeira é obtida através de uma discretização do espaço de análise, da mesma forma como no modelo clássico. Para a segunda filtragem, usa-se um filtro de dimensão característica superior ao do primeiro filtro, denominado filtro teste  $\langle \bar{\Delta} \rangle$ . As variáveis associadas a este segundo filtro são definidas pelo símbolo  $\langle \bullet \rangle$ . Conforme Padilla e Silveira-Neto (2003), para

uma variável genérica  $\bar{k}$ , correspondente às grandes escalas do primeiro filtro, o seu valor  $\langle \bar{k} \rangle$  associado ao segundo filtro, em um nó  $i$ , é obtido através da seguinte fórmula:

$$\langle \bar{k} \rangle^i = \frac{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\bar{k}^j}{d_i^j} \right)}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{d_i^j} \right)}, \quad (4.52)$$

sendo  $n$  o número de nós com conectividade direta ao nó  $i$ ,  $d_j^i$  a distância euclidiana entre os nós  $i$  e  $j$  e  $\bar{k}^j$  a variável associada ao primeiro filtro no nó  $j$ . A dimensão característica do filtro teste  $\langle \bar{\Delta} \rangle$ , referente a um nó  $i$ , é determinada por:

$$\langle \bar{\Delta} \rangle^i = \left( \sum_{p=1}^{NE} \Omega(p) \right)^{1/3}, \quad (4.53)$$

onde  $NE$  é o número de elementos comuns ao nó  $i$  e  $\Omega(p)$  o volume do elemento  $p$ .

Por fim, conforme sugerido por Zang et al. (1993), usa-se um limite inferior para as viscosidades, como mostrado abaixo:

$$\mu + \mu_t \geq 0. \quad (4.54)$$

#### 4.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO – CAMADA DE ESPONJA

Ondas podem ser simuladas numericamente através de condições de contorno na entrada do domínio. Ao trafegarem pelo domínio e atingirem a saída, ocorre um efeito de reflexão, onde elas passam então a trafegar em sentido contrário. Esta movimentação contrária pode causar uma interferência sobre as ondas recém criadas, que ainda não chegaram à saída do domínio. Para evitar esta sobreposição, é necessária a adoção de um modelo de amortecimento. Um destes modelos é o proposto por Larsen e Dancy (1983), que gera uma camada de esponja, na saída do domínio, adicionando um termo viscoso como termo fonte sobre as equações de *momentum*. O termo é dado por:

$$\mathbf{f}_s = -\rho_f \mu_s \mathbf{v}, \quad (4.55)$$

onde  $\mathbf{v}$  é o vetor de velocidades do escoamento e  $\mu_s$  é a viscosidade artificial, definida pela seguinte equação:

$$\mu_s = \begin{cases} \alpha_s \left( \frac{x - x_0}{L_s} \right)^2, & x > x_0, \\ 0, & x \leq x_0 \end{cases} \quad (4.56)$$

sendo  $\alpha_s$  uma quantidade adimensional definindo a intensidade de amortecimento para a camada de esponja,  $L_s$  representa o comprimento da camada de esponja e  $x_0$  é a posição que define o início da camada de esponja na direção de propagação da onda, como mostra a Figura 4.2.

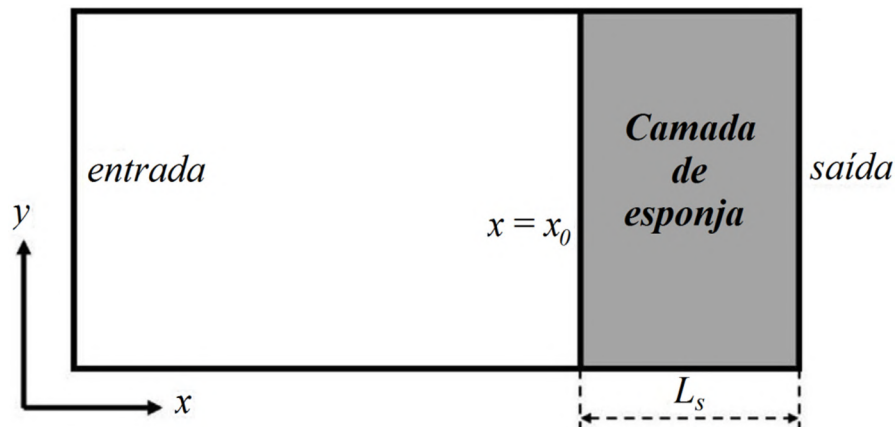


Figura 4.2: Esquema geral para a camada de esponja (baseado em Cheng et al., 2019).

Embora não tenha sido utilizado no trabalho, também poderia ser implementada uma condição de contorno não reflexiva, eliminando assim a necessidade de uma camada de esponja. Maiores informações podem ser encontradas nos trabalhos de Thompson (1987) e Thompson (1990).

## 4.6 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

O processo de análise de um problema numérico pode ser dividido em três etapas: pré-processamento, simulação numérica e pós-processamento. Para o presente trabalho, na etapa de pré-processamento, foi utilizado o *software* livre Gmsh para a modelagem da geometria, geração da malha e aplicação das condições de contorno.

Já a etapa de simulação numérica foi realizada através do uso de códigos, alguns elaborados pelo autor do presente trabalho e outros aproveitados de trabalhos anteriores, realizados no laboratório CEMACOM (Centro de Mecânica Aplicada e Computacional), da UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul). Para a redução do tempo de processamento computacional, implementou-se uma paralelização em memória compartilhada OpenMP em trechos críticos do código, como a movimentação ALE e a solução pelo MGC para o segundo passo do escoamento.

A etapa de pós-processamento foi realizada com o uso do *software* TECPLOT da AMTEC ENGINEERING INC.

Para a simulação numérica dos códigos desenvolvidos, utilizou-se os supercomputadores presentes no Centro Nacional de Supercomputação de Alto Desempenho em São Paulo (CENAPAD-SP) (Intel Xeon IBM P750 – 64Gb de memória RAM); assim como o Supercomputador Lobo Carneiro do Núcleo Avançado de Computação de Alto Desempenho (NACAD/COOPE-UFRJ) (Intel Xeon E5-2670v3 2.30GHz – 64 Gb de memória RAM).

## 5 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo são apresentados alguns exemplos para verificação das ferramentas numéricas implementadas neste trabalho. Os problemas estudados envolvem inicialmente análises de escoamento em cavidades para avaliação do código CBS em sua versão semi-implícita. Na sequência, a aerodinâmica de um cilindro submetido a escoamento monofásico é estudada para determinação de cargas produzidas pelo escoamento sobre corpos imersos. A análise de IFE de um prisma rígido sujeito a escoamento monofásico é então realizada a fim de verificar o algoritmo de interação fluido-estrutura proposto neste trabalho. Para a verificação do algoritmo para análise dinâmica de cabos, é estudado o comportamento de cabos isolados sob ação de cargas de peso e de forças induzidas pelo escoamento, seguindo-se com análises envolvendo seu acoplamento com corpos rígidos. Em seguida, são simulados escoamentos bifásicos de superfície livre para avaliação do método *Level Set*, onde o movimento induzido pelo escoamento em corpos flutuantes é também investigado com o objetivo de verificar o esquema de acoplamento fluido-estrutura aqui proposto em situações envolvendo escoamentos de superfície livre e ondas. Por fim, valida-se o esquema de acoplamento fluido-estrutura-cabo apresentado neste trabalho através da simulação de um ensaio experimental em tanque de água, onde o movimento de um corpo flutuante vinculado a um cabo de ancoragem é analisado.

### 5.1 ESCOAMENTO EM UMA CAVIDADE

Neste item são estudados dois problemas de recirculação de um fluido viscoso em uma cavidade tridimensional. O objetivo é a verificação e a validação do algoritmo CBS em sua versão semi-implícita, aplicado para a resolução das equações fundamentais do fluido.

#### 5.1.1 Cavidade 1: Reynolds 7.500

Para o primeiro problema, de número de Reynolds 7.500, usaram-se as características geométricas e as condições de contorno apresentadas na Figura 5.1.

Da Figura 5.1 é importante ressaltar que foi considerado um plano de simetria no escoamento em  $Y = 0,25$  m, simulando apenas a metade do domínio. Aproximações idênticas já haviam

sido realizadas por Petry (2002) e Barroso (2019), sem a geração de consequências negativas sobre os resultados obtidos.

A Tabela 5.1 apresenta uma relação das constantes físicas e geométricas do problema. Como condições iniciais, o problema apresenta velocidades e pressão nulas ao longo de todo o domínio. Foram testadas três malhas distintas, conforme mostra a Tabela 5.2 a seguir.

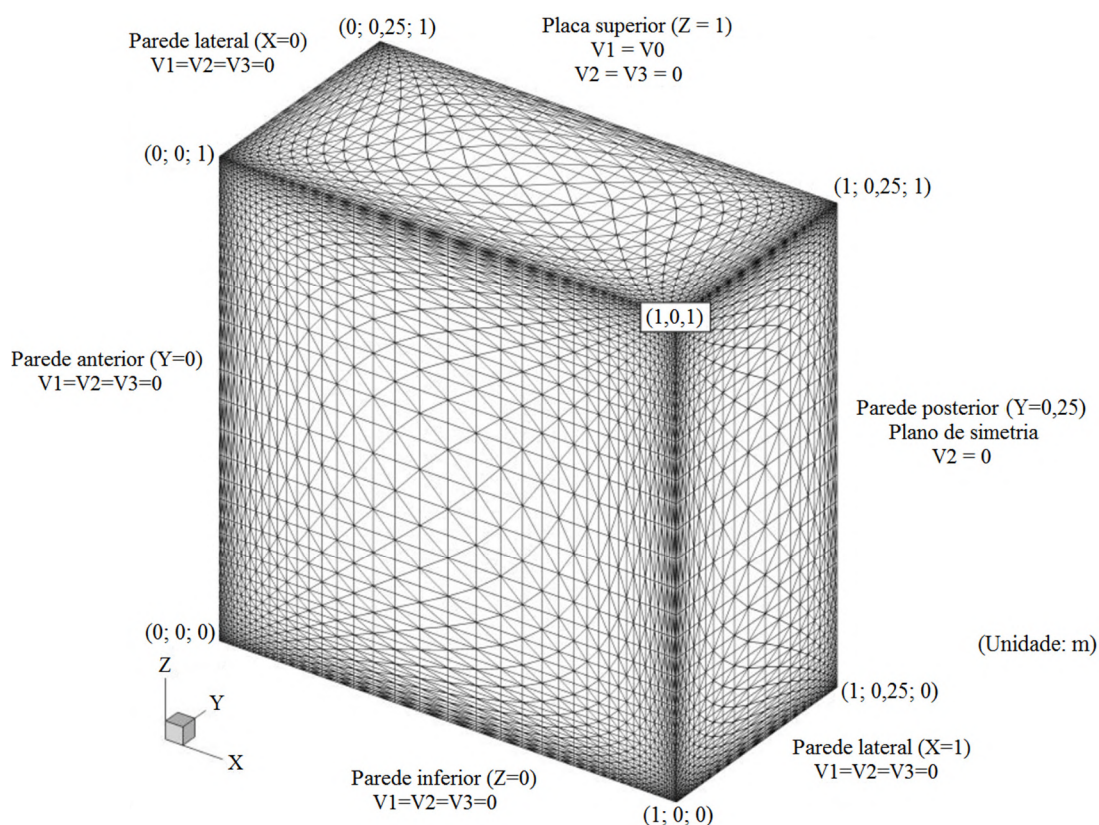


Figura 5.1: Geometria e condições de contorno em uma cavidade 3D (baseado em Barroso, 2019).

Tabela 5.1: Parâmetros adotados para o problema de cavidade tridimensional

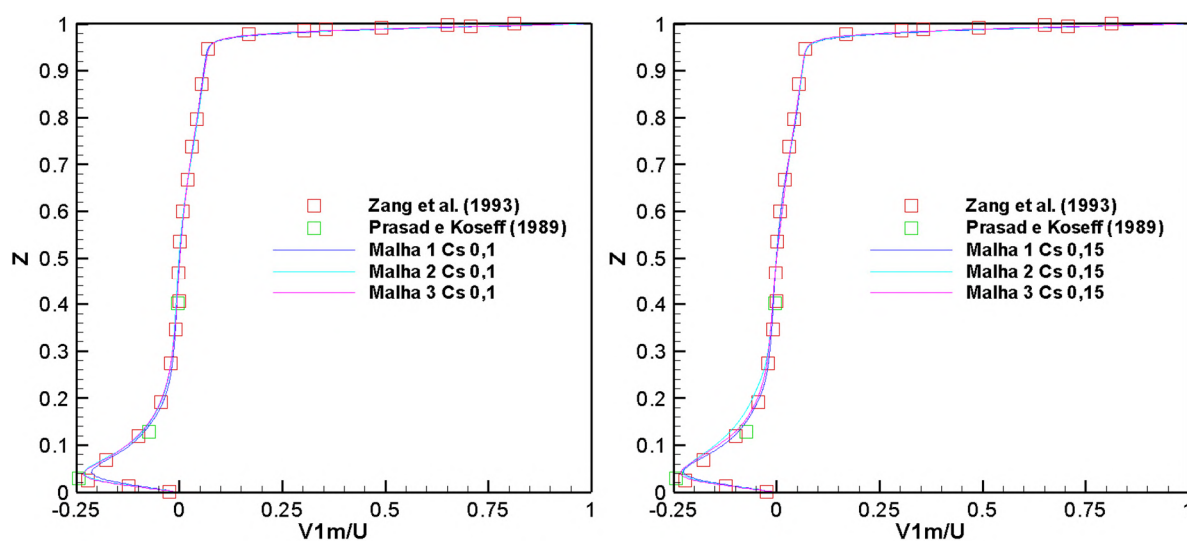
Massa específica - $\rho_f$	1,0 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidade dinâmica - $\mu$	0,01333 kg/m.s
Velocidade da placa superior - $V_0$	100,0 m/s
Constante de Smagorinsky - $C_s$	0,10; 0,15 e 0,20
Passo de tempo - $\Delta t$	0,005 e 0,002
Dimensão característica - $L$	1,0 m

Tabela 5.2: Malhas adotadas para o problema de cavidade tridimensional

Malha	1	2	3
Número de elementos	656100	672000	1250000
Número de nós	141204	144342	265226
Menor dimensão de malha	$8,0 \times 10^{-3}$	$5,0 \times 10^{-3}$	$4,0 \times 10^{-3}$

Os resultados aqui apresentados são para um plano (corte) localizado em  $Y = 0,25$  m (ver Figura 5.1). Foram analisados os resultados de velocidades média, flutuante (valor r.m.s) e tensões de Reynolds sobre cortes verticais localizados em  $X = 0,5$  m e sobre cortes horizontais localizados em  $Z = 0,5$  m. Os resultados levam em consideração as três malhas estudadas, para os três coeficientes de Smagorinsky propostos. Nas Figuras 5.2 a 5.7, os resultados de Zang et al. (1992 e 1993) são numéricos e os de Prasad e Koseff (1989) são experimentais. O estudo de Zang et al. (1992) utiliza o modelo de viscosidade turbulenta DSM (*Dynamic Subgrid-scale Model*), implementado inicialmente por Germano et al. (1991). Já o estudo de Zang et al. (1993) utiliza o modelo DMM (*Dynamic Mixed Model*), uma versão modificada do DSM, empregando o modelo misto de Bardina et al. (1983).

Dos resultados de velocidade média horizontal, na Figura 5.2, nota-se que não há uma diferença significativa de resultados para as três malhas. Para  $C_s = 0,1$ , os resultados da malha 2 estão um pouco mais próximos das referências do que os das outras malhas. Para  $C_s = 0,15$  e  $0,2$ , os melhores resultados são apresentados pela malha 1. De forma geral, os melhores resultados ficaram com a malha 1, considerando  $C_s = 0,1$ .



(continua na próxima página)



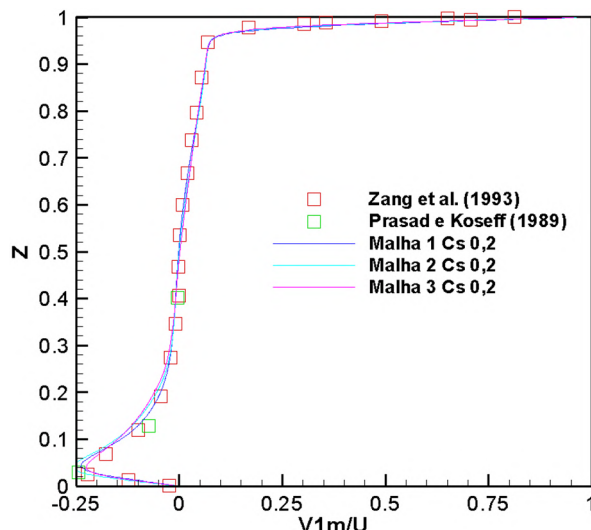
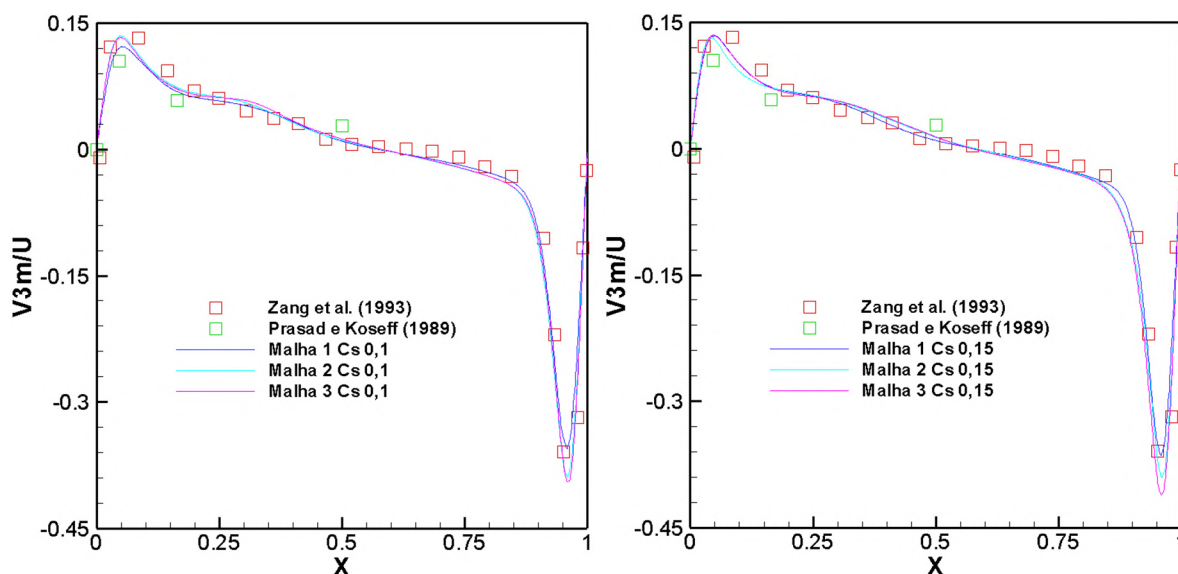


Figura 5.2: Velocidades médias horizontais avaliadas em  $X = 0,5$  m.

Dos resultados de velocidade média vertical, na Figura 5.3, nota-se novamente que há pouca diferença entre os resultados das malhas e as da referência. Para os três casos de  $Cs$ , a malha que melhor representou os resultados da referência foi a 1.

Dos resultados r.m.s para as velocidades horizontais, na Figura 5.4, constata-se inicialmente que há uma variação muito maior entre os resultados obtidos e as referências. Acredita-se que, em parte, esta discrepância ocorra por conta do passo de tempo, de  $5 \times 10^{-3}$  s, que se mostrou bastante alto para a captação de valores flutuantes. Dos resultados, nota-se que para  $Cs = 0,1$ , a malha 2 apresentou resultados mais próximos ao de Zang et al. (1993), um estudo numérico. Já para os valores de  $Cs = 0,15$  e  $0,20$ , a malha 3 apresenta os resultados próximos ao de Zang et al. (1993).



(continua na próxima página)

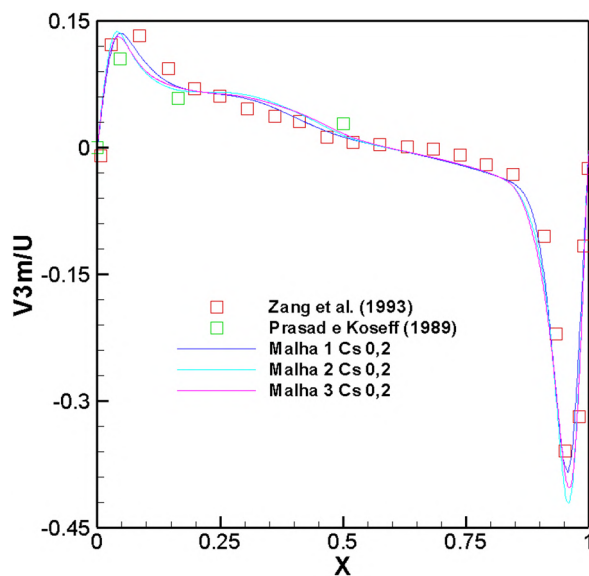


Figura 5.3: Velocidades médias verticais avaliadas em  $Z = 0,5$  m.

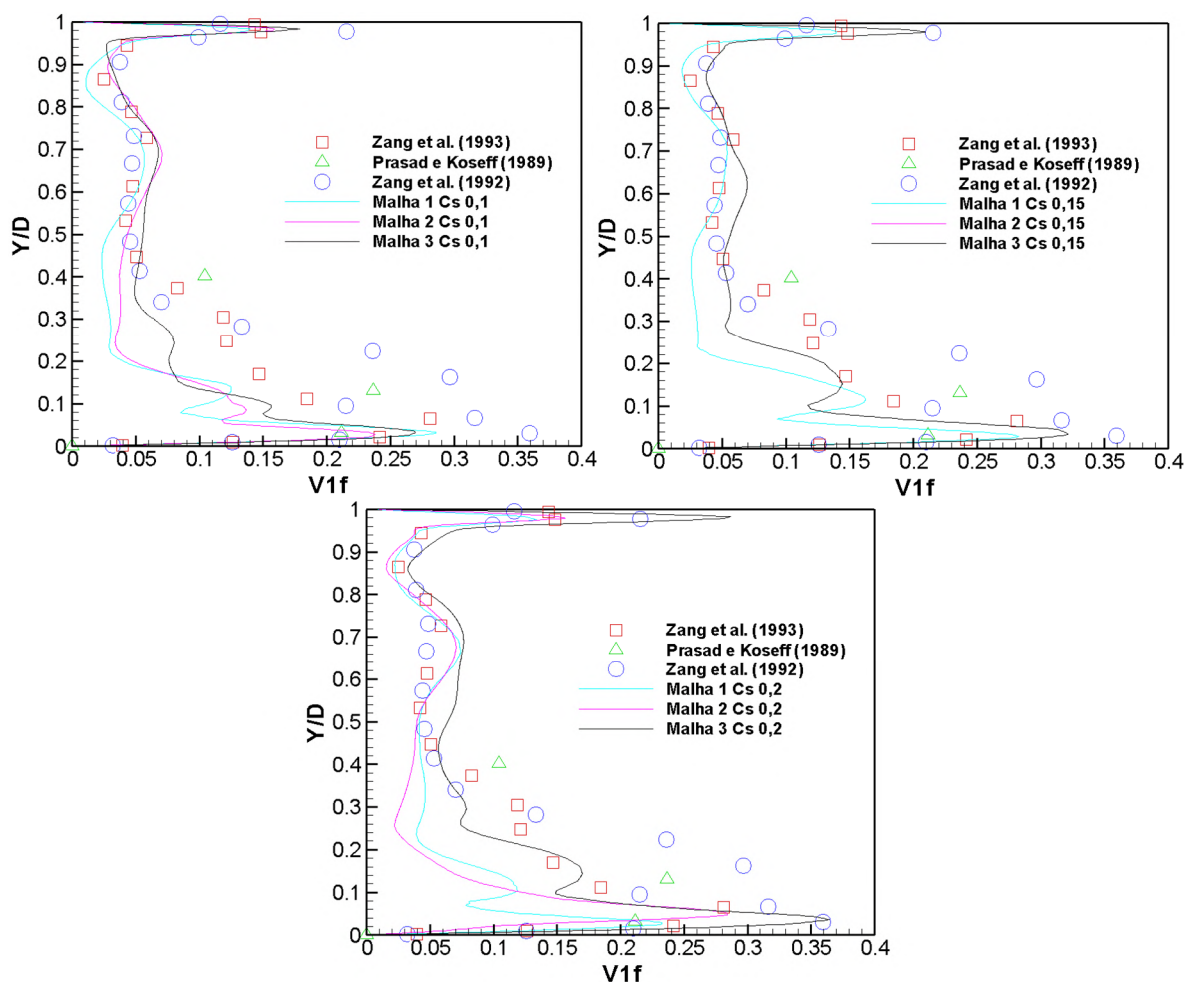


Figura 5.4: Valores r.m.s de velocidades horizontais avaliadas em  $X = 0,5$  m.

Dos resultados r.m.s para as velocidades verticais, na Figura 5.5, para  $Cs = 0,1$  observa-se que os resultados da malha 2 concordam bem com os resultados de Zang et al. (1992), um estudo

numérico. Para o valor de  $C_s$  de 0,15, tem-se que a malha 2 novamente concorda melhor com os resultados de Zang et al. (1992) e a malha 1 com os resultados de Zang et al. (1993). Por fim, para  $C_s = 0,2$ , a malha tem os resultados próximos ao de Zang et al. (1992).

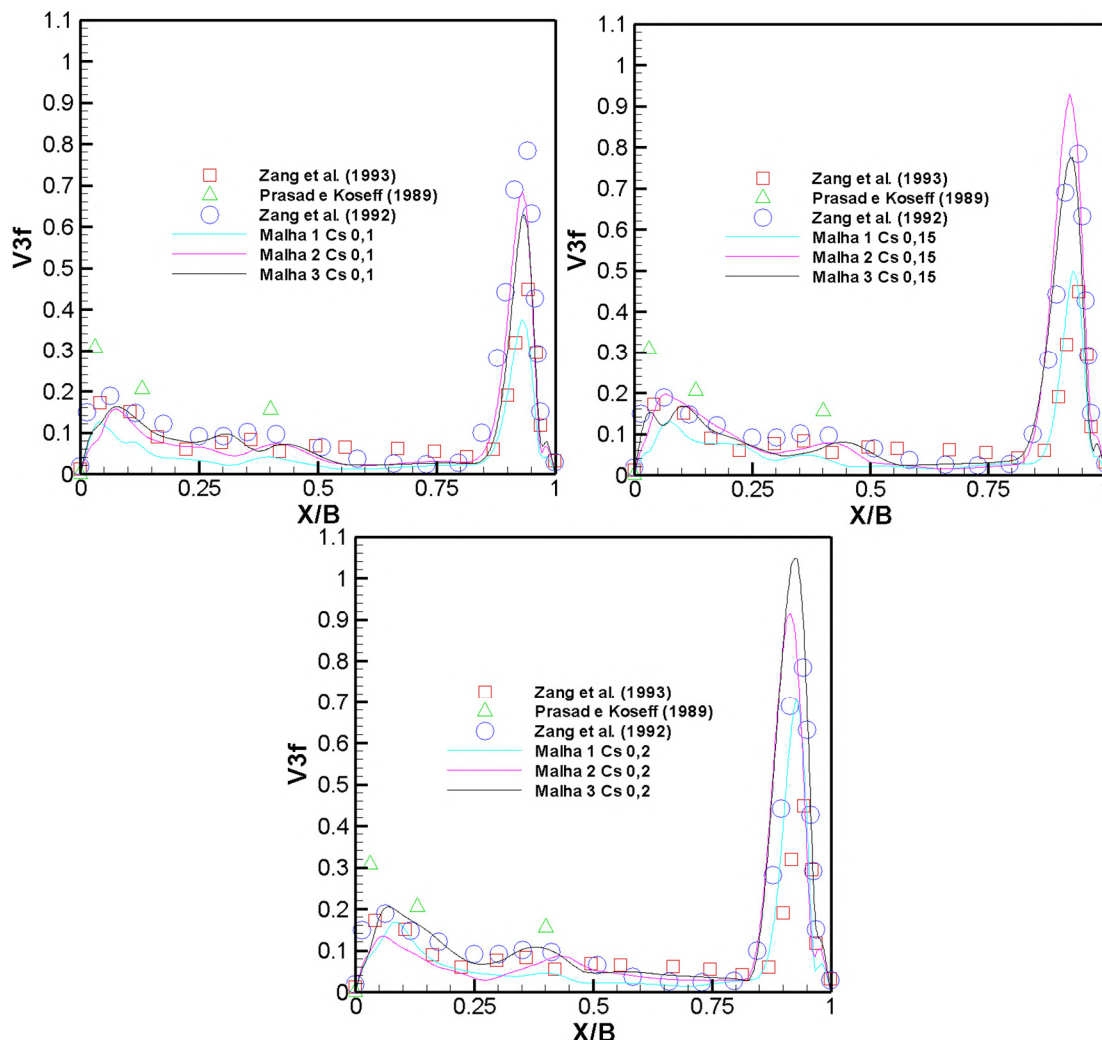


Figura 5.5: Valores r.m.s de velocidades verticais avaliadas em  $Z = 0,5$  m.

Para os valores de tensões de Reynolds, na Figura 5.6, realizando inicialmente um corte em  $X = 0,5$  m, nota-se que para  $C_s = 0,1$  os resultados da malha 2 concordam bem com as três referências listadas, sendo Prasad e Koseff (1989) um estudo experimental. Para  $C_s = 0,15$ , nota-se que a malha 3 apresentou os melhores resultados, principalmente em relação aos estudos de Zang et al. (1993). Por fim, considerando  $C_s = 0,2$ , a malha 2 apresentou resultados mais próximos ao estudo de Zang et al. (1993).

Realizando agora um corte em  $Z = 0,5$  m, na Figura 5.7, observa-se que a malha 1 apresentou os melhores resultados considerando os três valores de  $C_s$  estudados.

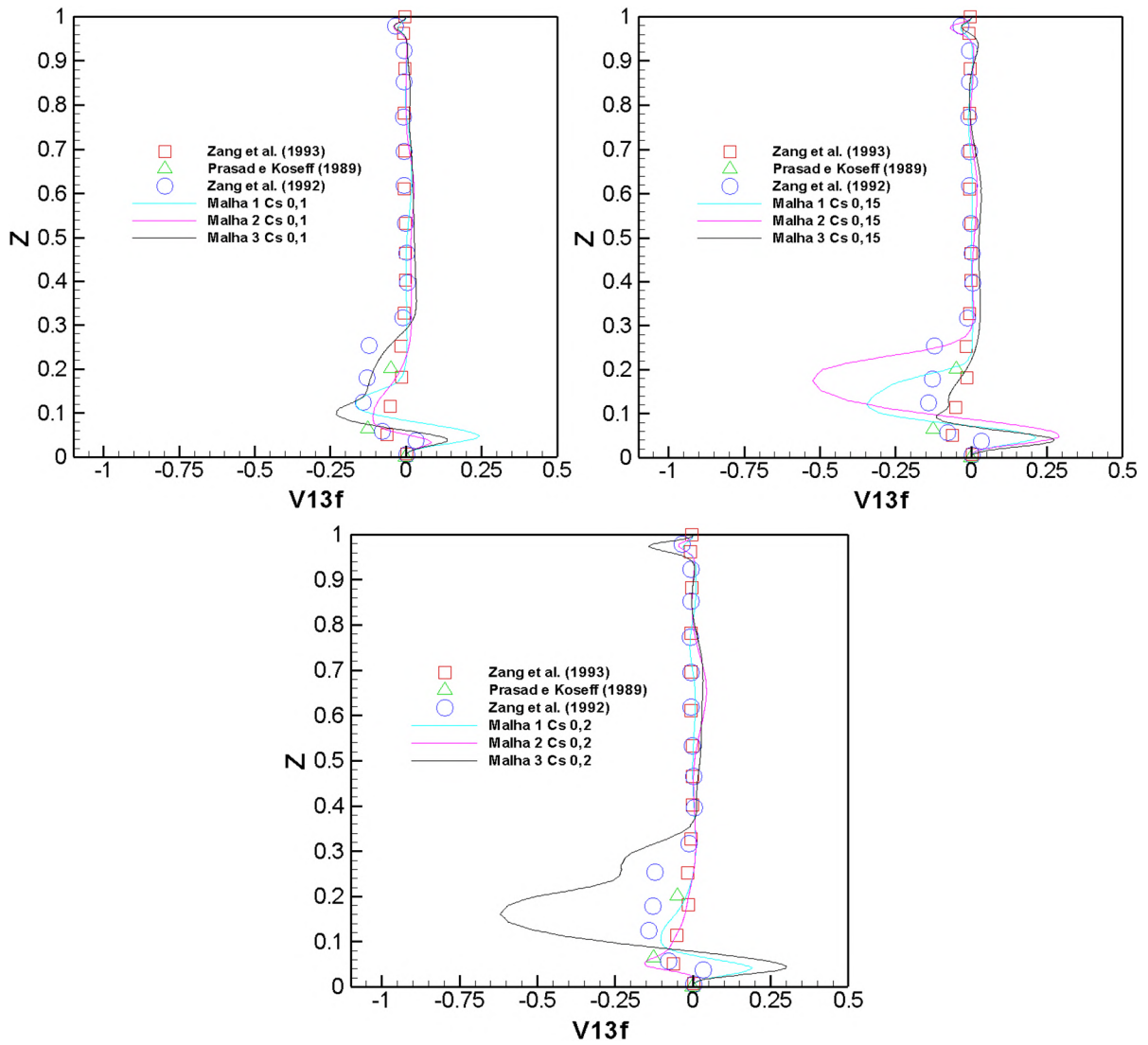
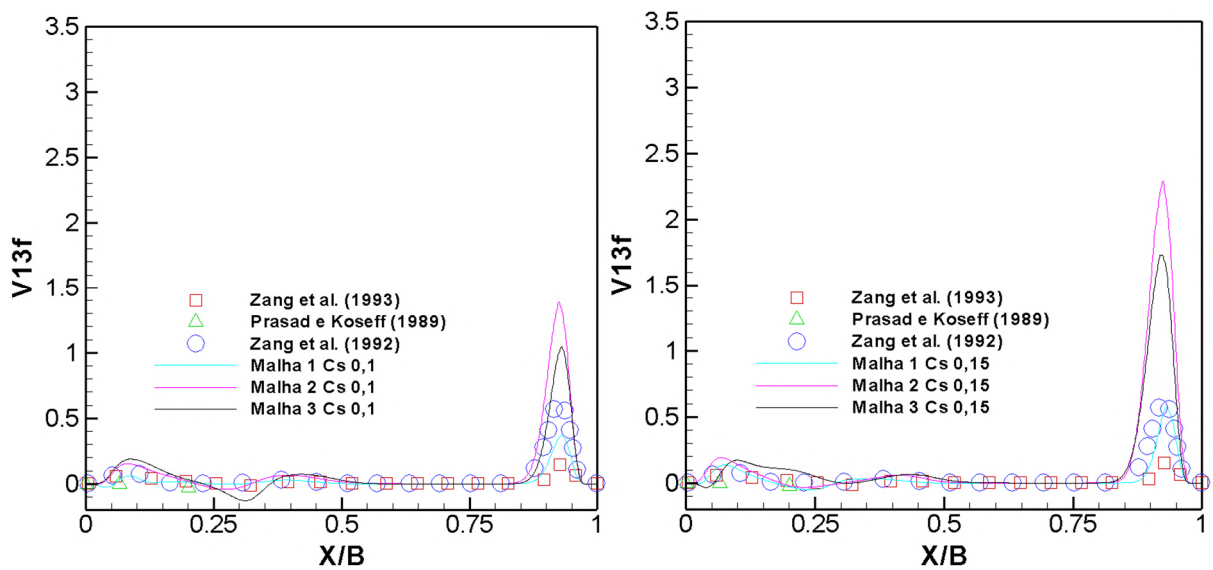


Figura 5.6: Valores das tensões de Reynolds de velocidades avaliadas em  $X = 0,5$  m.



(continua na próxima página)

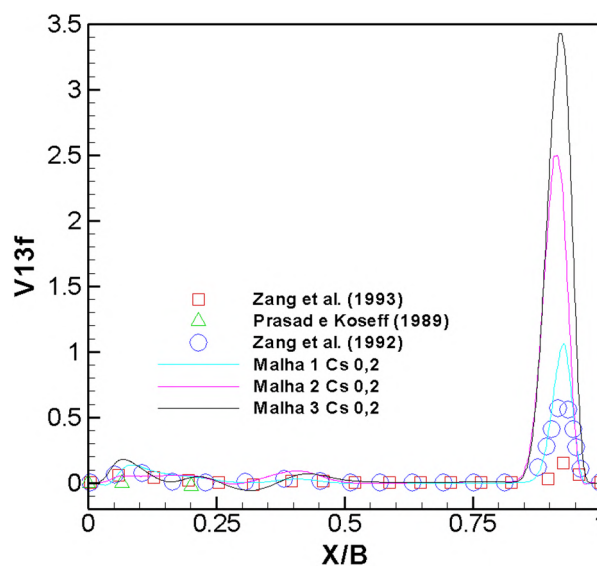
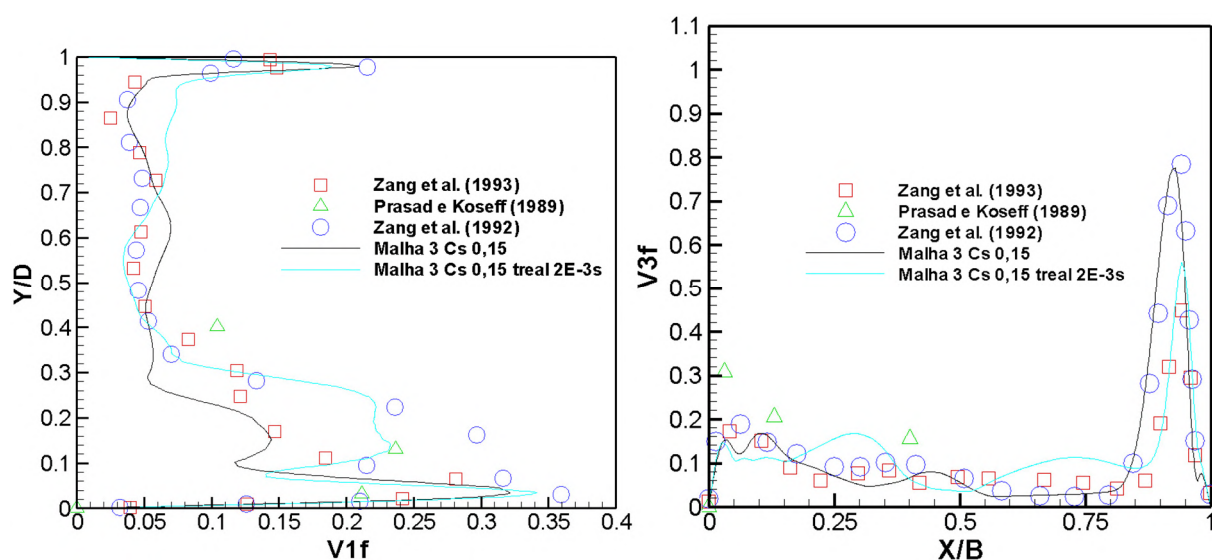


Figura 5.7: Valores das tensões de Reynolds de velocidades avaliadas em  $Z = 0,5$  m.

Como uma forma de tentar captar melhor os resultados para valores flutuantes (valores r.m.s e tensões de Reynolds), foi proposta a redução do valor de passo de tempo de  $5 \times 10^{-3}$  s para  $2 \times 10^{-3}$  s. Para isso, testou-se a malha 3 (por ser a mais refinada), com o valor de  $Cs = 0,15$ . Do estudo, concluiu-se que a redução do valor de passo de tempo melhorou os resultados das tensões de Reynolds para o corte horizontal, mas não para o corte vertical; ao mesmo tempo em que os resultados dos valores r.m.s de velocidades verticais se aproximaram mais dos resultados de Zang et al. (1993), mas se afastaram para a velocidades horizontais, como mostra a Figura 5.8. Por fim, seriam necessárias malhas ainda mais refinadas, assim como passos de tempo menores, para poder captar melhor os resultados dos valores flutuantes.



(continua na próxima página)

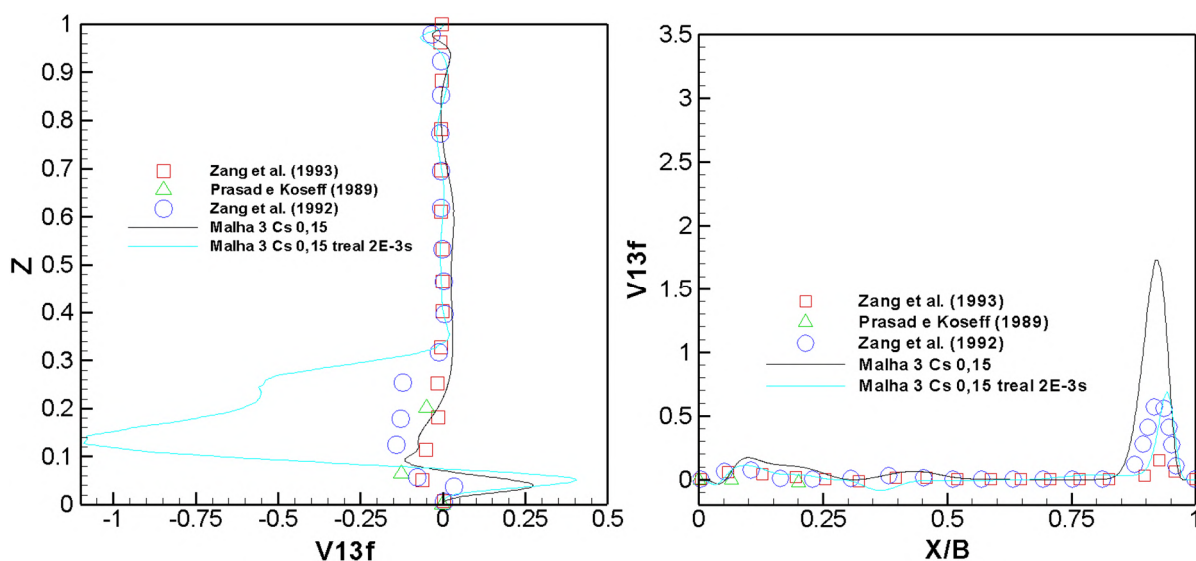


Figura 5.8: Comparação entre os passos de tempo reais de  $5 \times 10^{-3}$  s e  $2 \times 10^{-3}$  s.

### 5.1.2 Cavidade 2: Reynolds 12.000

O segundo problema, proposto inicialmente por Bouffanais et al. (2007), é uma cavidade cúbica, de dimensões  $2 \times 2 \times 2$  m, com um número de Reynolds 12.000. A malha usada como referência possui 1.572.864 elementos, 274.625 nós, dimensão do menor elemento na ordem de  $5,0 \times 10^{-4}$  m e está apresentada na Figura 5.9.

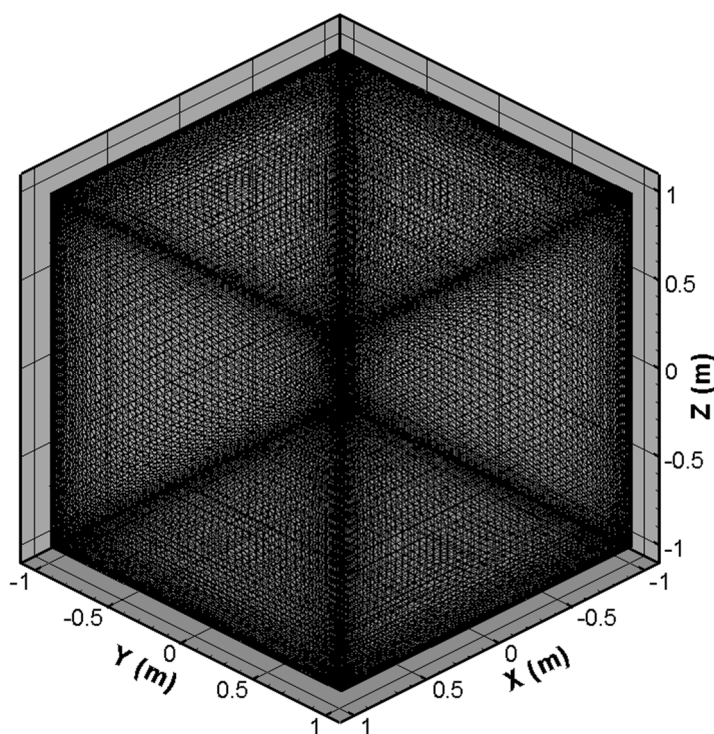


Figura 5.9: Geometria e malha da cavidade tridimensional (baseado em Bianchin, 2021).

A Tabela 5.3 apresenta uma relação das constantes físicas e geométricas do problema.

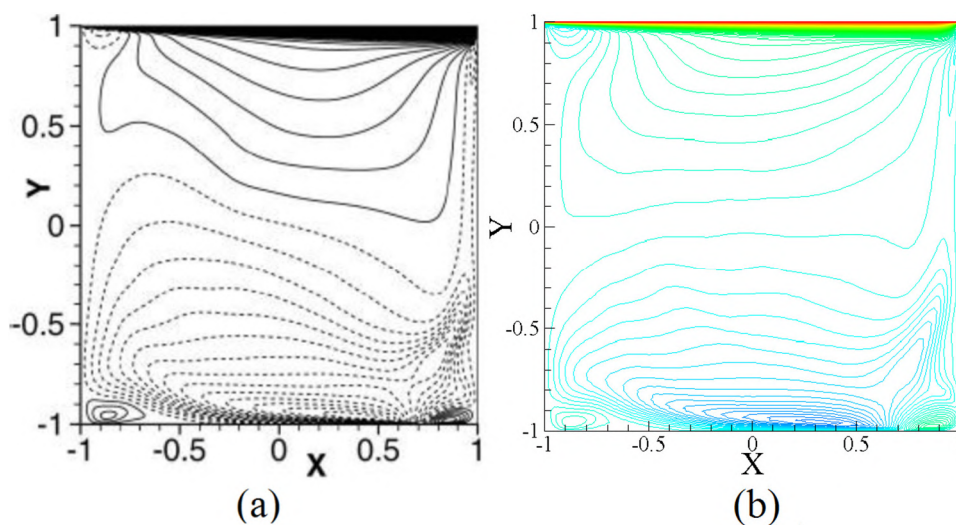
Tabela 5.3: Parâmetros adotados para o problema de cavidade tridimensional

Massa específica - $\rho_f$	1,0 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidade dinâmica - $\mu$	1,667 x 10 <sup>-3</sup> kg/m.s
Velocidade da placa superior - $V_0$	10,0 m/s
Dimensão característica - $L$	2,0 m

Neste caso, foi adotado o modelo de Smagorinsky dinâmico considerando simulações com e sem o modelo de prevenção de *backscattering* proposto por Khani e Waite (2015), que impõe o valor zero toda vez que o valor de  $C(\mathbf{x},t)$  fique negativo.

As linhas dos campos de velocidades médias nas direções  $X$  e  $Y$  são apresentadas nas Figuras 5.10 e 5.11, respectivamente, sendo comparadas com as referências. Dos resultados, observa-se que o modelo de *backscattering* de Khani e Waite (2015) consegue aproximar mais os resultados obtidos da referência de Bouffanais et al. (2007), principalmente para as velocidades médias em  $V_y$ . Nota-se também uma diferença de resultados um pouco maior na região mais do interior da cavidade, estando talvez relacionada a alguma deficiência de malha naquela região.

As linhas de velocidade média e de velocidades cruzadas flutuantes são apresentadas nas Figuras 5.12 e 5.13 para um plano que passa em  $Z = 0$ , considerando linhas de análise em  $X = 0$  e  $Y = 0$ .



(continua na próxima página)

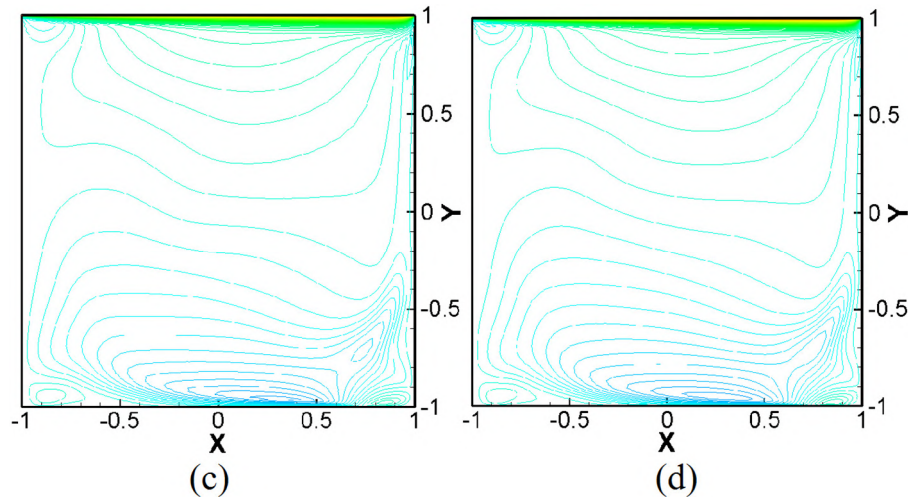
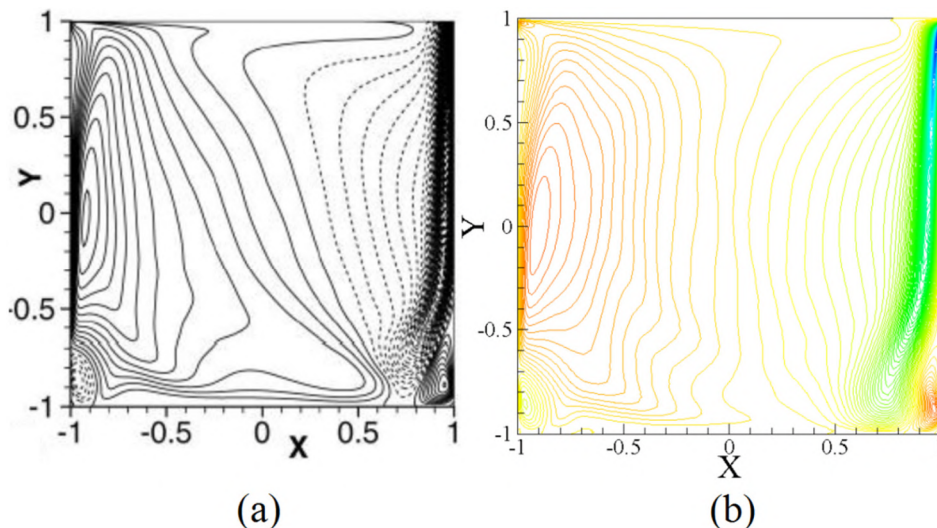


Figura 5.10: Linhas de velocidade  $V_x$  médias no plano  $Z = 0 - 100$  níveis entre  $-0,4$  e  $1,0$ : (a) Bouffanais et al. (2007); (b) Bianchin (2021); (c) e (d) Presente trabalho, sem considerar e considerando o critério de *backscatering* proposto por Khani e Waite (2015).

Dos resultados, nota-se que os valores de velocidade média dos quatro diferentes estudos concordam bastante entre si. Para as velocidades médias em  $x$ , em  $Y = -0,93$  m observa-se que o *backscatering* consegue reduzir o erro relativo de 11,68% para 8,76% em relação ao estudo de Bouffanais et al. (2007). Já para as velocidades médias em  $y$ , em  $X = 0,95$  m observa-se que o *backscatering* reduz o erro relativo de 15,87% para 10,74% em relação ao estudo de Bouffanais et al. (2007).



(continua na próxima página)



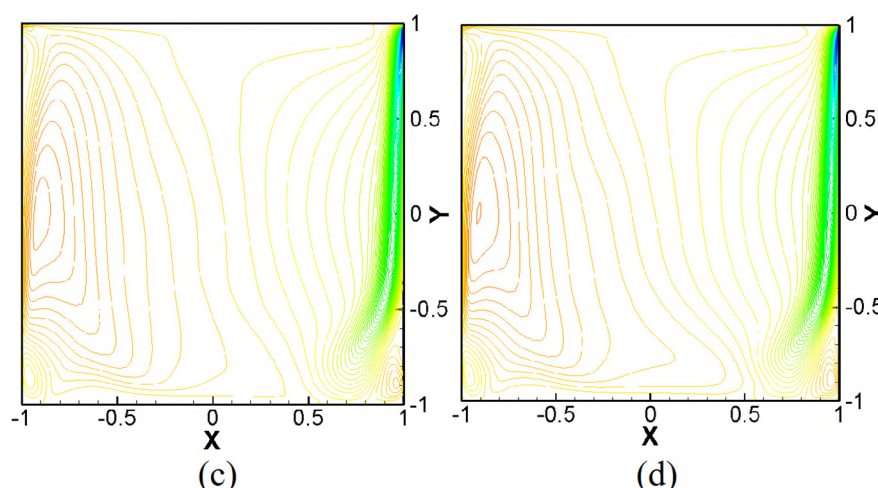


Figura 5.11: Linhas de velocidade  $V_y$  médias no plano  $Z = 0 - 100$  níveis entre  $-0,7$  e  $0,2$ : (a) Bouffanais et al. (2007); (b) Bianchin (2021); (c) e (d) Presente trabalho, sem considerar e considerando o critério de *backscattering* proposto por Khani e Waite (2015).

Já para a parte de velocidades cruzadas flutuantes, observa-se novamente que o modelo de *backscattering* proposto por de Khani e Waite (2015) consegue aproximar mais os resultados obtidos da referência de Bouffanais et al. (2007). Da Figura 5.13 para a linha em  $Y = 0$ , o presente trabalho apresentou um erro relativo de 14,65% em relação ao modelo experimental de Bouffanais et al. (2007), e de 4,94% em relação ao numérico de Bianchin (2021) para um avaliação em  $X = 0,9$  m. Para a linha em  $X = 0$ , na avaliação em  $Y = -0,7$  m obteve-se um erro relativo de 3,22% em relação aos resultados experimentais de Bouffanais et al. (2007), e de 5,59% em relação aos resultados numéricos do mesmo autor.

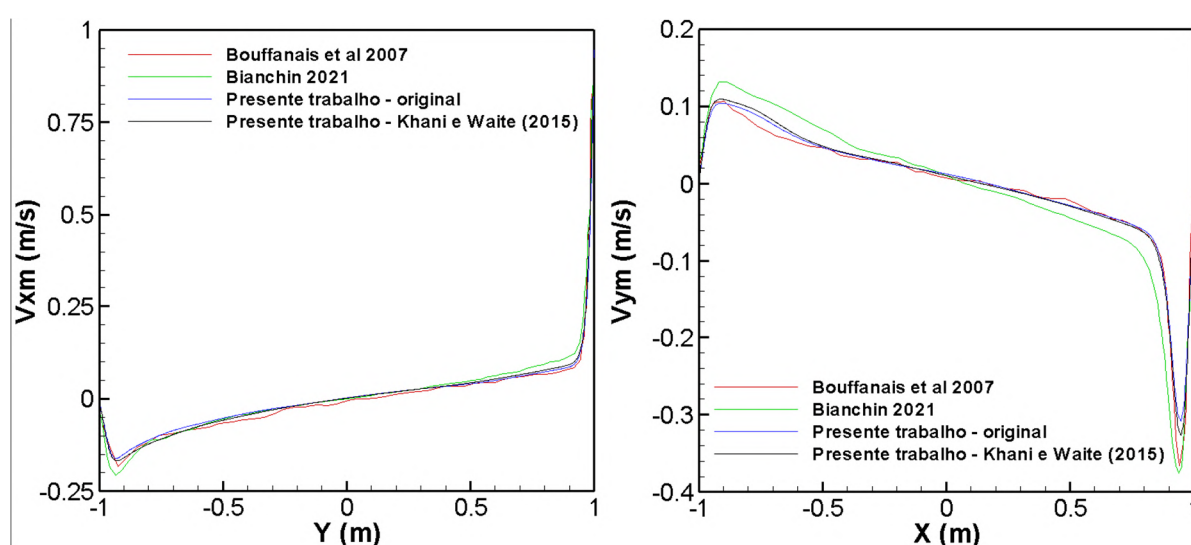


Figura 5.12: Perfis de velocidades:  $V_x$  (direção  $X$ ) média no plano  $Z = 0$  na linha  $X = 0$  (esquerda);  $V_y$  (direção  $Y$ ) média no plano  $Z = 0$  na linha  $Y = 0$  (direita).

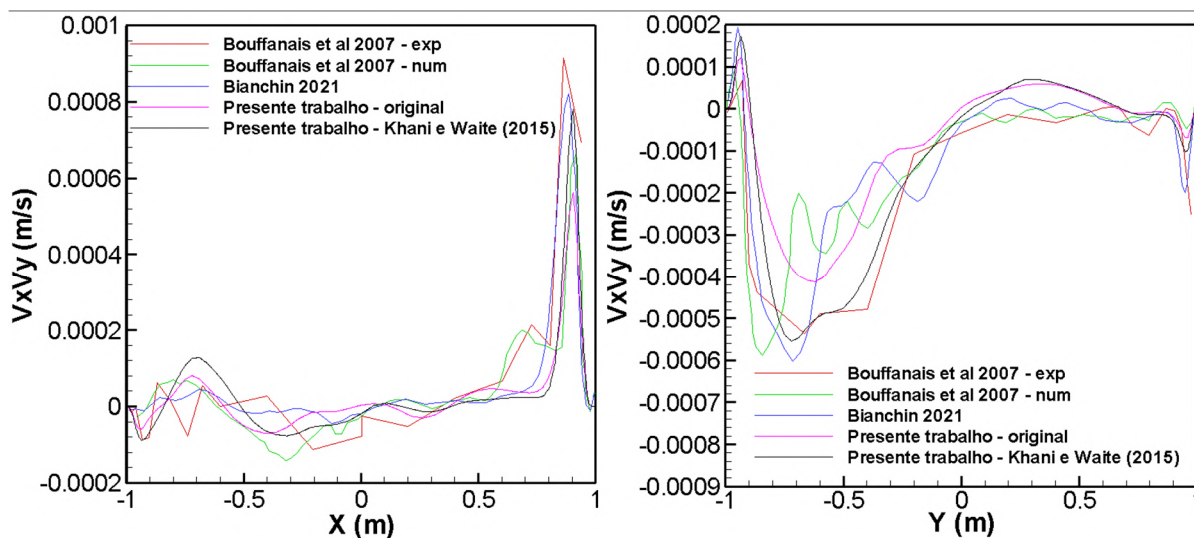


Figura 5.13: Velocidades cruzadas  $V_x V_y$  flutuantes no plano  $Z = 0$ : na linha  $Y = 0$  (esquerda); na linha  $X = 0$  (direita).

## 5.2 ANÁLISE AERODINÂMICA DE UM ESCOAMENTO SOBRE UM CILINDRO

Neste item é verificada a funcionalidade do algoritmo CBS em um problema simples de escoamento no entorno de um corpo cilíndrico. O objetivo é obter dados de forças de arrasto, sustentação e momento que o fluido exerce sobre o corpo, assim como os coeficientes de pressão e frequências de desprendimento de vórtices que se formam da interação entre o fluido e a estrutura.

Foram estudados os números de Reynolds 40 e 100. A Figura 5.14 mostra uma representação geométrica e as condições de contorno do problema. A malha usada para este problema é composta de 85.650 elementos tetraédricos e 29.084 nós, arranjados conforme mostra a Figura 5.15. A menor dimensão de elemento verificada em malha é da ordem de  $1,7 \times 10^{-2}$  m.

Por fim, na Tabela 5.4 são apresentadas as constantes físicas do problema. É importante salientar que os passos de tempo e parâmetros de incompressibilidade foram calculados automaticamente pelo algoritmo.

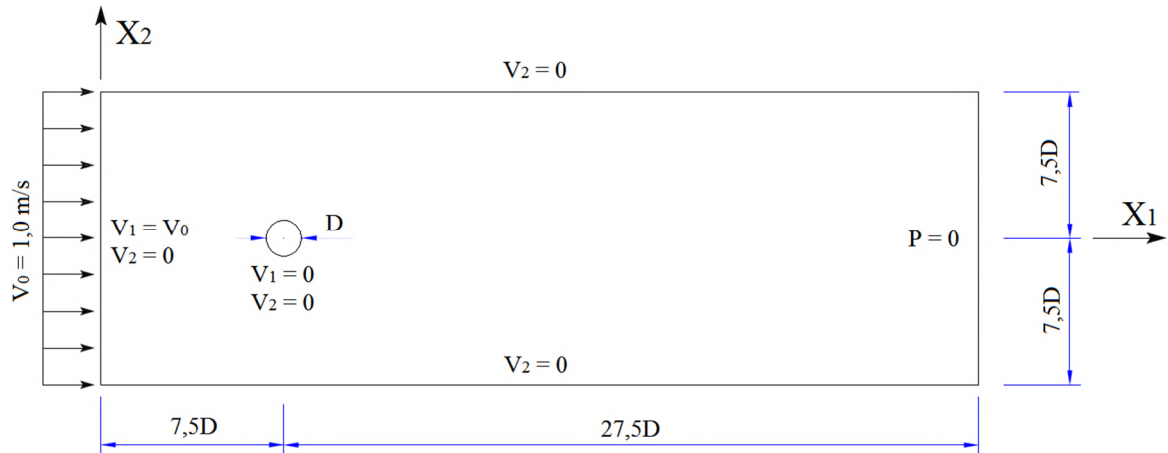


Figura 5.14: Características geométricas e condições de contorno do problema aerodinâmico.

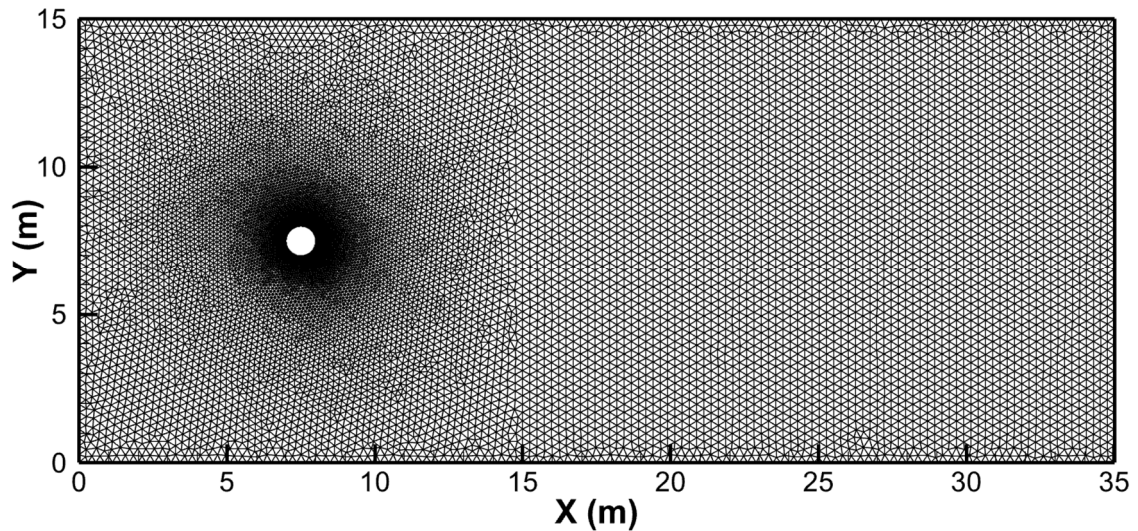


Figura 5.15: Malha empregada para o problema aerodinâmico.

Tabela 5.4: Constantes físicas empregadas para o problema aerodinâmico.

Massa específica - $\rho_f$	1 kg/m <sup>3</sup>
Velocidade característica - $V$	1 m/s
Dimensão característica - $D$	1 m
Viscosidade dinâmica Re 40 - $\mu$	0,025 Ns/m <sup>2</sup>
Viscosidade dinâmica Re 100 - $\mu$	0,010 Ns/m <sup>2</sup>

### 5.2.1 Reynolds 40

Após a simulação com o método CBS, observa-se, na Figura 5.16, a clássica formação das zonas de recirculação simétricas, a jusante do cilindro. As dimensões características das zonas de recirculação (apresentadas em Wanderley et al., 2008) mostraram-se próximas aos valores

normalmente encontrados na literatura científica, em trabalhos numéricos, conforme indicado na Tabela 5.5.

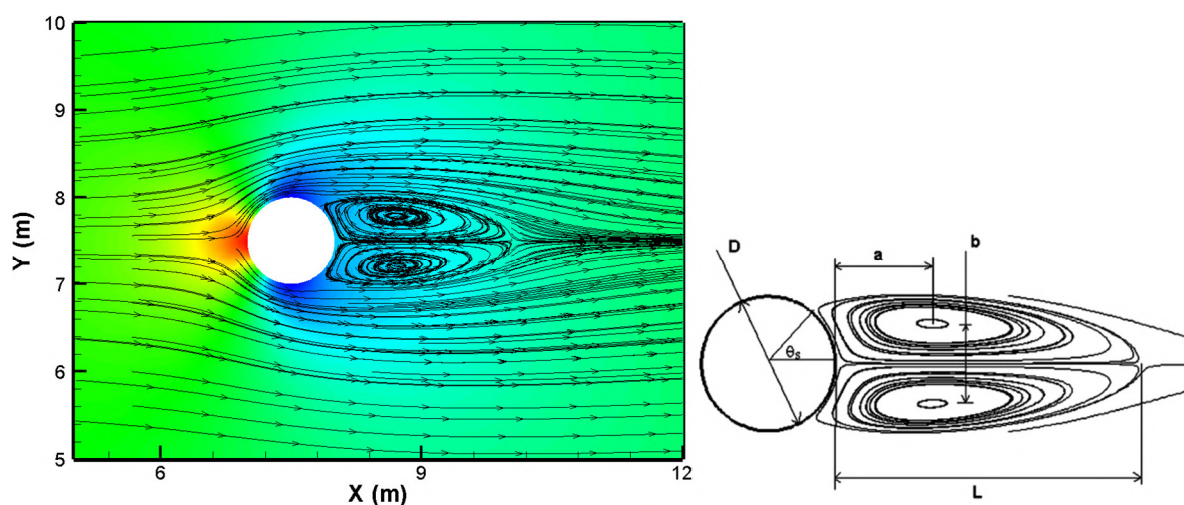


Figura 5.16: Esquerda: linhas de corrente e campos de pressão para o número de Reynolds 40. Direita: dimensões características das zonas de recirculação (Wanderley et al., 2008).

Na tabela também são apresentados os valores dos coeficientes de arrasto. Nota-se que os resultados, analisados comparativamente, mostram uma boa concordância, com um erro máximo de 10,48% para a razão  $L/D$  em relação ao estudo de Wanderley et al. (2008). Para este número de Reynolds, por não haver o fenômeno de desprendimento de vórtices, não são apresentados os históricos de sustentação, assim como o número de Strouhal.

Tabela 5.5: Comparações entre as dimensões características e coeficientes de arrasto para um caso de escoamento através de um cilindro para o número de Reynolds 40.

Grandeza	$L/D$	$a/D$	$b/D$	$CD$
Presente trabalho	2,05	0,70	0,58	1,65
Barroso (2019)	2,22	0,72	0,60	1,62
Braun (2007)	2,10	0,71	0,58	1,77
Wanderley et al. (2008)	2,29	0,73	0,60	1,56
Tonon (2016)	2,21	0,71	0,59	1,58

Por fim, a Figura 5.17 mostra o perfil de coeficiente de pressão obtido sobre a superfície do cilindro. Observa-se que os resultados encontrados aproximam-se mais dos de Braun (2007), onde foi encontrado o maior erro relativo da ordem de 10% para o ângulo de  $0^\circ$ .

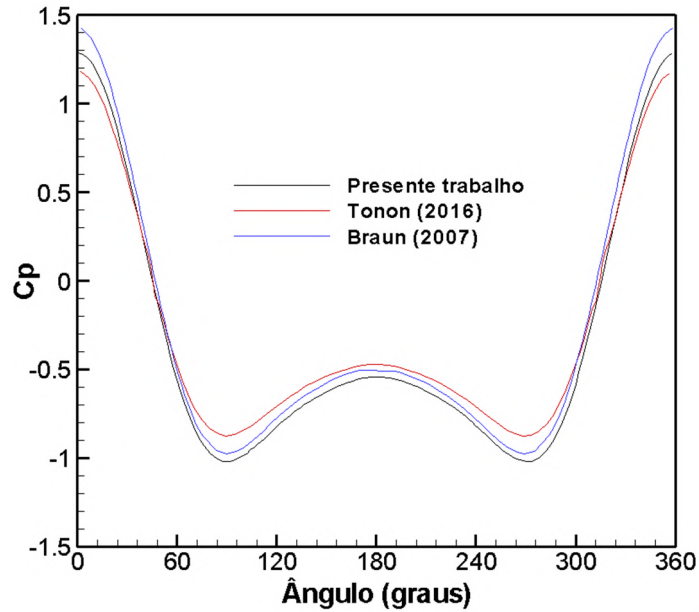


Figura 5.17: Coeficientes de pressão para o número de Reynolds 40.

### 5.2.2 Reynolds 100

Este número de Reynolds já é alto o suficiente para dar início ao fenômeno de desprendimento alternado de vórtices. A Figura 5.18 mostra que o código implementado consegue reproduzir corretamente o fenômeno (ver Schlichting e Gersten, 2017).

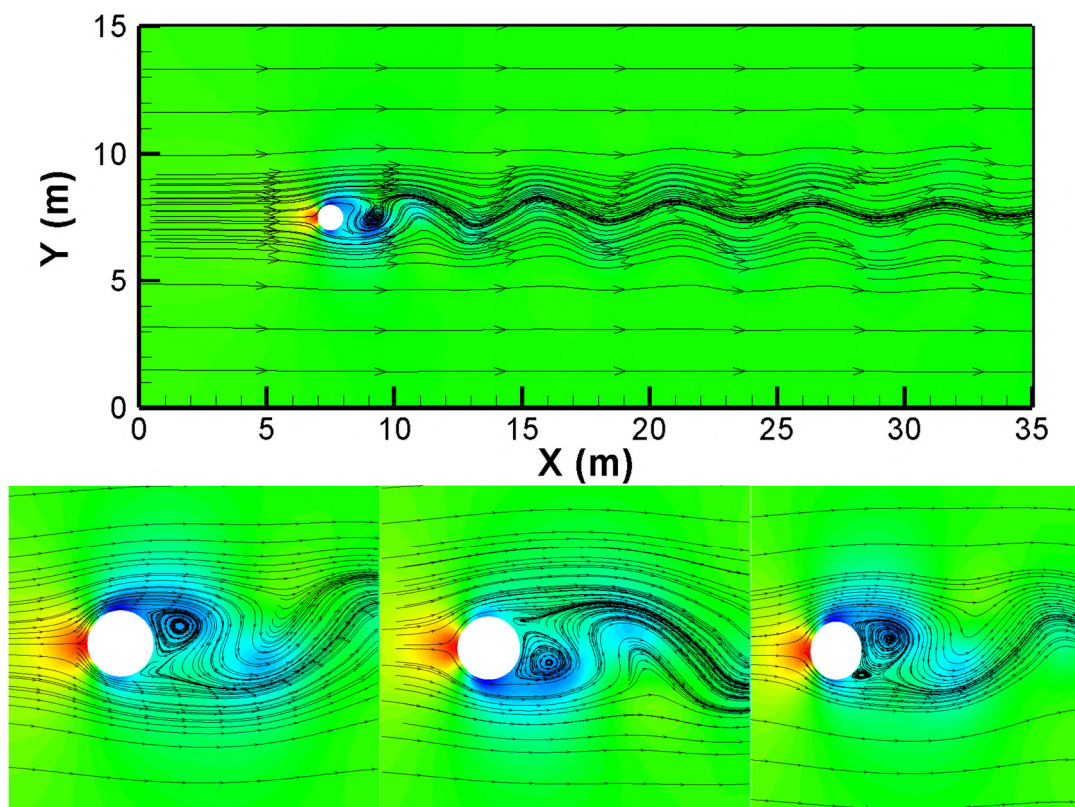


Figura 5.18: Linhas de corrente e campos de pressão para o número de Reynolds 100.

Com o desprendimento de vórtices, tem-se uma variação temporal dos coeficientes de arrasto e sustentação. A Figura 5.19 mostra os resultados referentes aos históricos dos coeficientes de força.

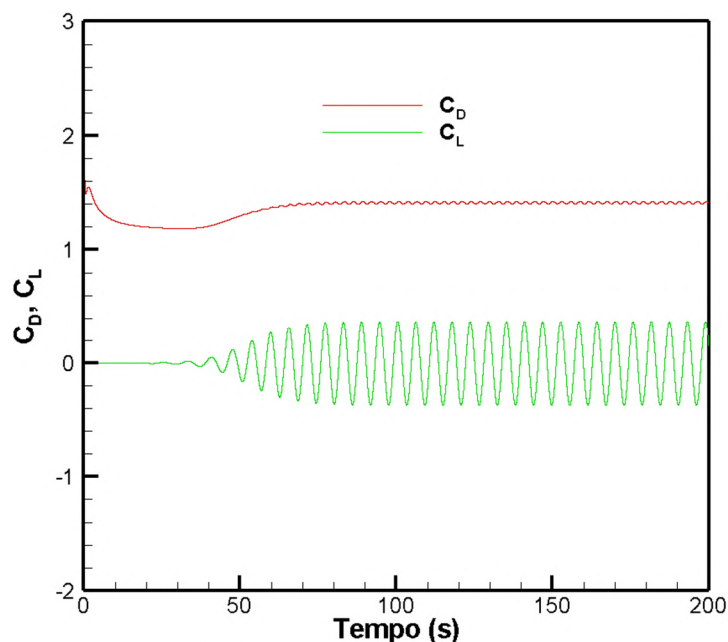


Figura 5.19: Histórico dos coeficientes de arrasto ( $C_D$ ) e sustentação ( $C_L$ ) para o número de Reynolds 100.

Dos resultados obteve-se um coeficiente de arrasto médio de 1,397. O valor r.m.s (*root mean square*) do coeficiente de sustentação é 0,248. Por fim, o número de Strouhal obtido é de 0,173. A Tabela 5.6 mostra os resultados comparando-os com previsões numéricas de outros autores. Dos resultados, nota-se um aumento de 1,97% no coeficiente de arrasto médio em relação ao trabalho de Tonon (2016); os resultados de coeficiente de sustentação praticamente equivalentes a esse mesmo trabalho e um aumento de 2,98% é observado no número de Strouhal em relação ao trabalho de Herjford (1995).

Tabela 5.6: Coeficientes de arrasto, sustentação e número de Strouhal obtidos no presente trabalho para o número de Reynolds 100.

Grandeza	$C_D$ médio	$C_L$ r.m.s	$St$
Presente trabalho	1,397	0,248	0,173
Henderson (1997)	1,360	-	0,167
Herjford (1995)	1,360	0,340	0,168
Tonon (2016)	1,370	0,249	0,165
Wanderley et al. (2008)	1,300	0,250	0,158

Por fim, são apresentados na Figura 5.20 os resultados dos coeficientes de pressão, onde se observa a similaridade de resultados entre o modelo em CBS proposto no trabalho, e o modelo proposto por Tonon (2016) (Análise Isogeométrica). Os maiores erros relativos encontrados são de 11% no ângulo de 0° e de 9,46% no ângulo de 279°.

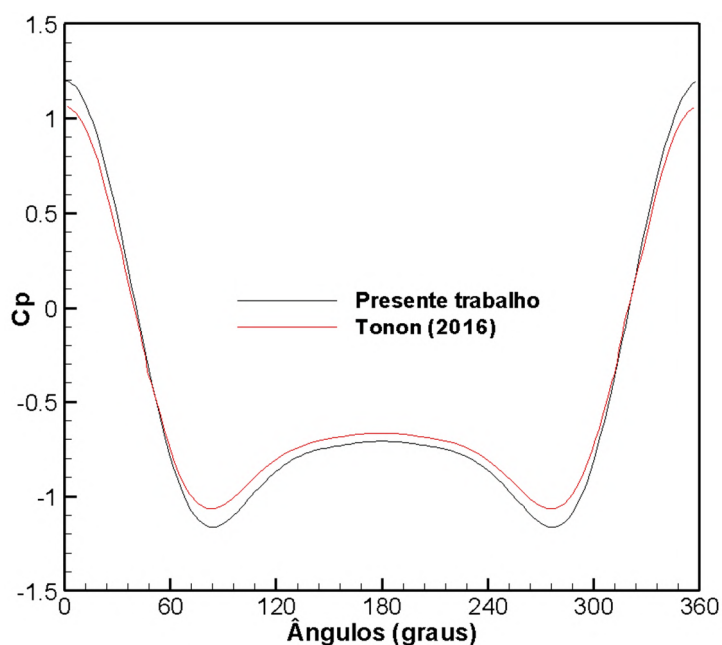


Figura 5.20: Coeficientes de pressão para o número de Reynolds 100.

### 5.3 ANÁLISE AEROELÁSTICA DE ESCOAMENTO SOBRE UM PRISMA RETANGULAR

Neste item é proposto um problema de IFE envolvendo a vibração de um corpo prismático sob a ação do escoamento. Proposto inicialmente por Sarrate et al. (2001), o problema é montado com a geometria e condições de contorno indicados na Figura 5.21. A Tabela 5.7 apresenta os parâmetros adotados para a análise.

A malha utilizada para analisar o problema possui 159.000 elementos tetraédricos com 64.280 nós. O menor tamanho de elemento encontrado na malha foi de  $1,25 \times 10^{-3}$  m, localizado sobre a interface do prisma, na direção do comprimento em  $X_1$ . A Figura 5.22 mostra a distribuição dos elementos no domínio computacional.

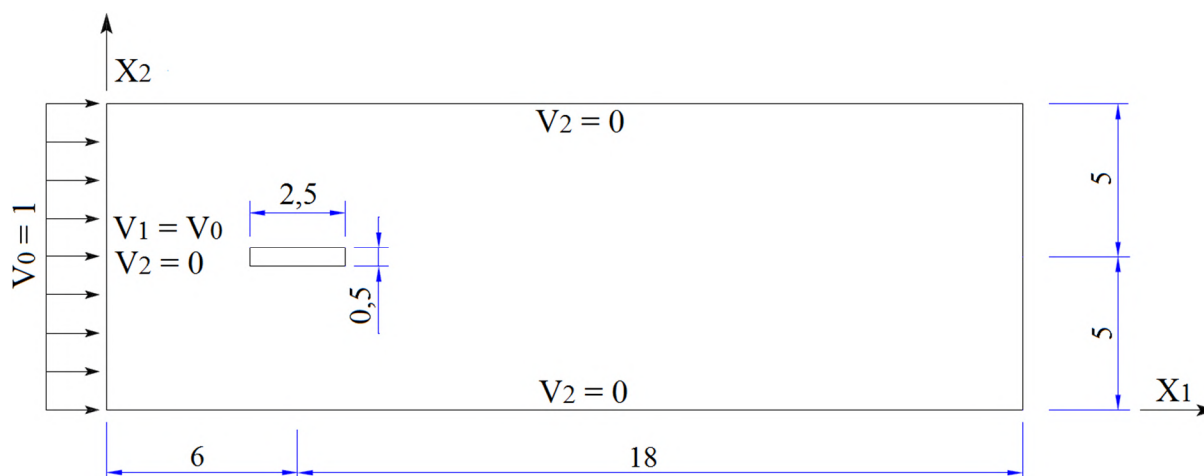


Figura 5.21: Geometria e condições de contorno para o problema de escoamento em torno de um prisma retangular (Braun, 2002).

Tabela 5.7: Parâmetros da análise aeroelástica.

<b>Constantes do fluido</b>	Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )	1
	Viscosidade cinemática (m <sup>2</sup> /s)	0,001
	Dimensão característica (m)	1
	Velocidade de entrada (m/s)	1
<b>Parâmetros adimensionais da estrutura</b>	Rigidez vertical	0,7864
	Rigidez angular	17,05
	Massa translacional	195,57
	Momento de inércia de massa	105,94
	Amortecimento Vertical	0,0325
	Amortecimento Angular	0

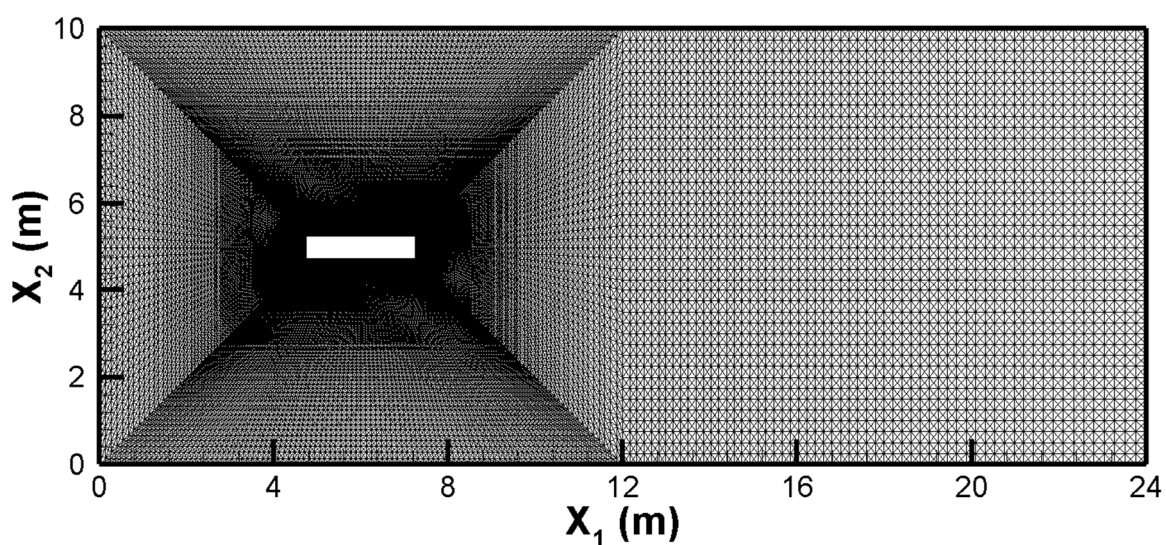


Figura 5.22: Malha de elementos finitos para o escoamento sobre um prisma retangular.



É importante destacar que o movimento da estrutura somente é liberado a partir do tempo adimensional  $t^* = 90$ , quando o escoamento está completamente desenvolvido. O movimento de malha que acompanha a estrutura é apresentado na Figura 5.23, onde são notados valores significativos de deslocamento e rotação da estrutura.

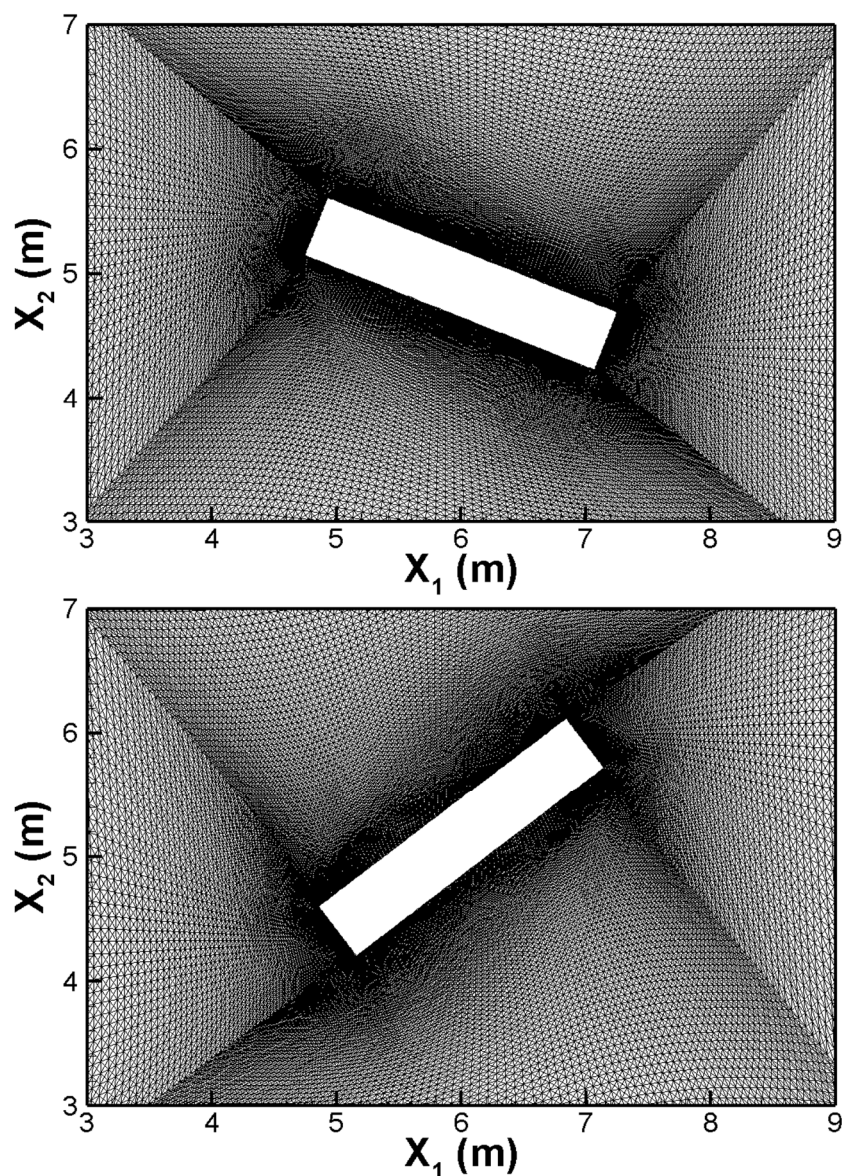


Figura 5.23: Movimento de malha próximo ao prisma.

A Figura 5.24 mostra os deslocamentos, velocidades e acelerações, tanto angulares quanto verticais, para o prisma retangular. Os movimentos apresentados estão próximos aos resultados numéricos obtidos por Funez (2019), obtidos com elementos finitos hexaédricos com integração reduzida. Os resultados da referência ficaram menores em termos de amplitude provavelmente por conta do método de Taylor-Galerkin de dois passos, empregado por Funez (2019), para a discretização das equações do escoamento.

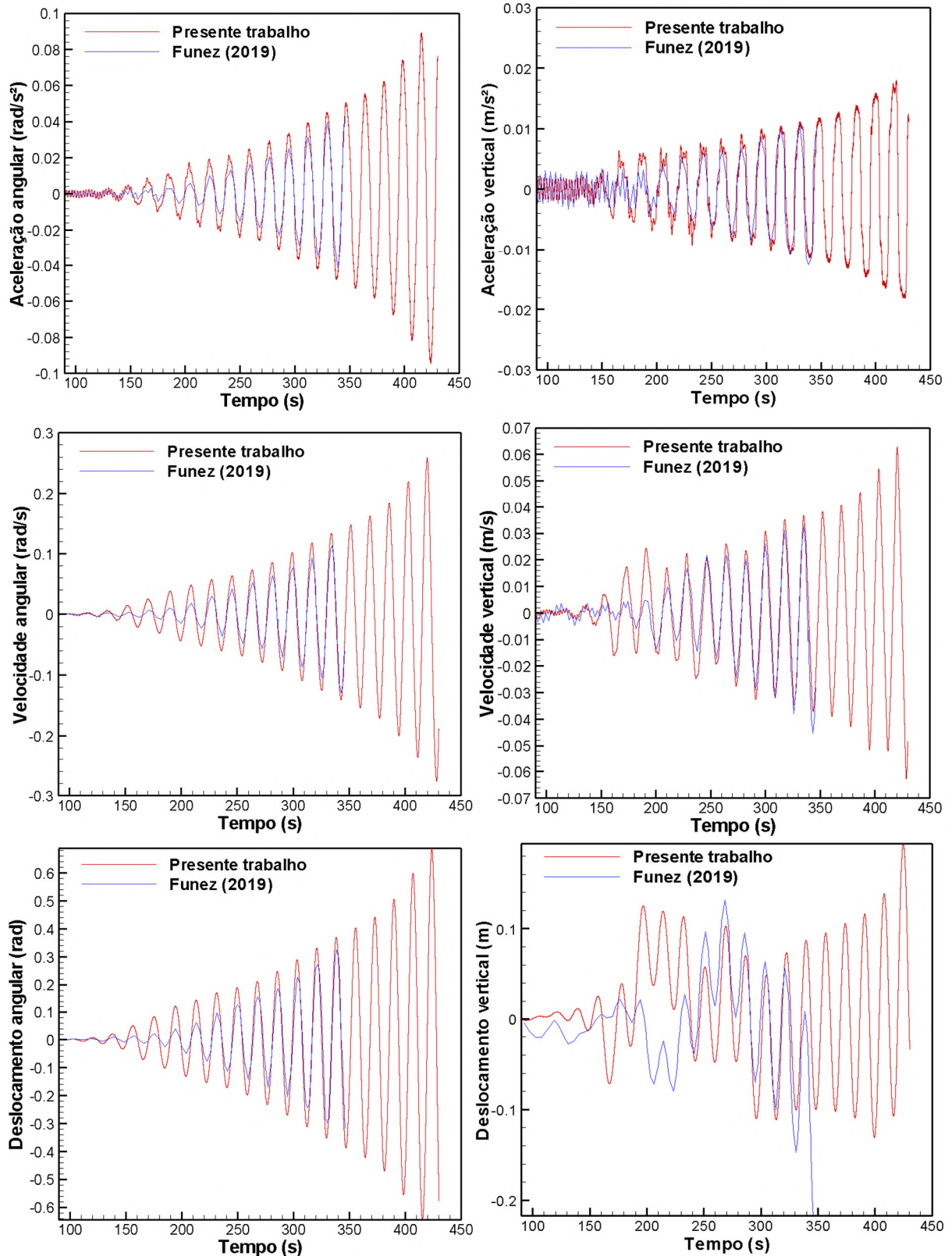


Figura 5.24: Deslocamentos, velocidades e acelerações angulares e verticais para análise do prisma retangular.

O método de Taylor-Galerkin normalmente possui uma dissipação numérica mais acentuada em comparação com o método CBS, além da necessidade de escolha de um parâmetro de

compressibilidade artificial adequado (ver Capítulo 1). Porém, em ambos os estudos, pode-se observar o comportamento de instabilidade dinâmica induzida pelo escoamento.

#### 5.4 QUEDA LIVRE DE UM CABO FLEXÍVEL

Neste item iniciam-se as verificações envolvendo cabos, usando a formulação NP-FEM. Este primeiro exemplo considera um cabo flexível suspenso entre dois pontos fixos, sendo repentinamente solto de um deles e se movimentando livremente em torno do outro apoio (Ding et al., 2017). As propriedades físicas são as seguintes: área da seção  $A = 1,962 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ , comprimento  $l = 1,713 \text{ m}$ , massa específica  $\rho_c = 7.800 \text{ kg/m}^3$ , módulo de elasticidade longitudinal  $E = 53 \text{ GPa}$ , massa  $m = 0,34 \text{ kg}$  e aceleração da gravidade  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . A Figura 5.25 mostra um exemplo da movimentação do cabo ao longo do tempo.

Da mesma forma como em Ding et al. (2017), o cabo foi modelado usando 24 elementos com um passo de tempo de  $2 \times 10^{-6} \text{ s}$ . O raio espectral do método  $\alpha$ -Generalizado foi fixado em 0,3. As condições de contorno e iniciais para este problema são as seguintes:  $X = Y = Z = 0$  no apoio fixo,  $V_x = V_y = V_z = 0$  e  $a_x = a_y = a_z = 0$ . O amortecimento não está sendo considerado neste problema.

Os resultados são apresentados na Figura 5.26, onde a posição da extremidade livre é apresentada ao longo do tempo. Como pode-se ver, os resultados concordam muito bem com os resultados obtidos por Ding et al. (2017) e com o *software* comercial LS-DYNA.

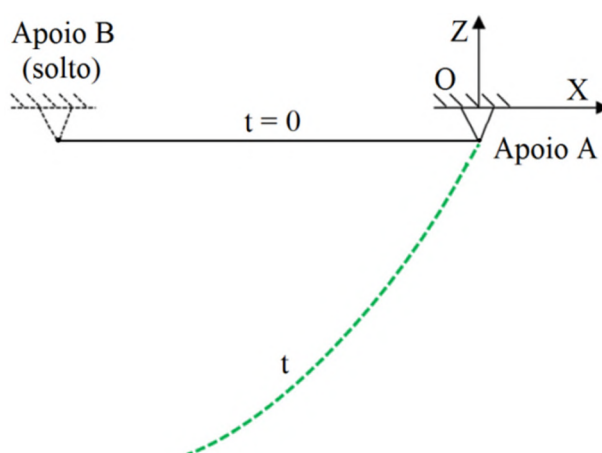


Figura 5.25: Movimentação do cabo ao longo do tempo (baseado em Ding et al., 2019).

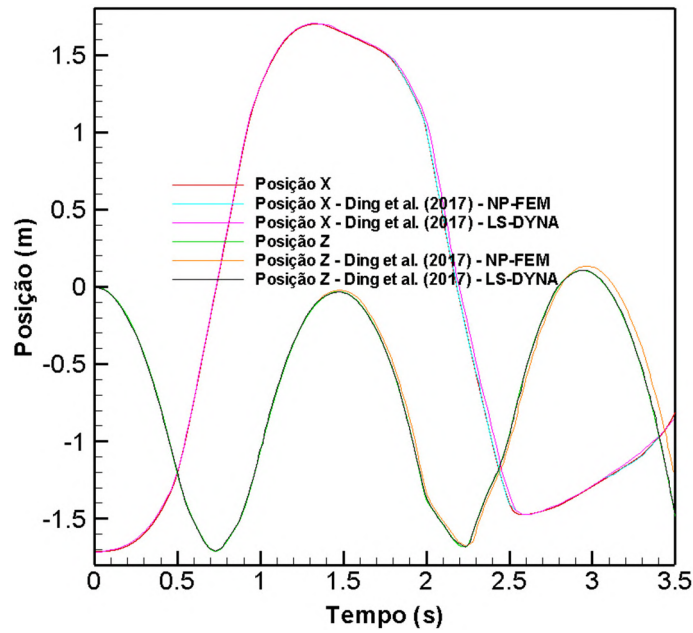
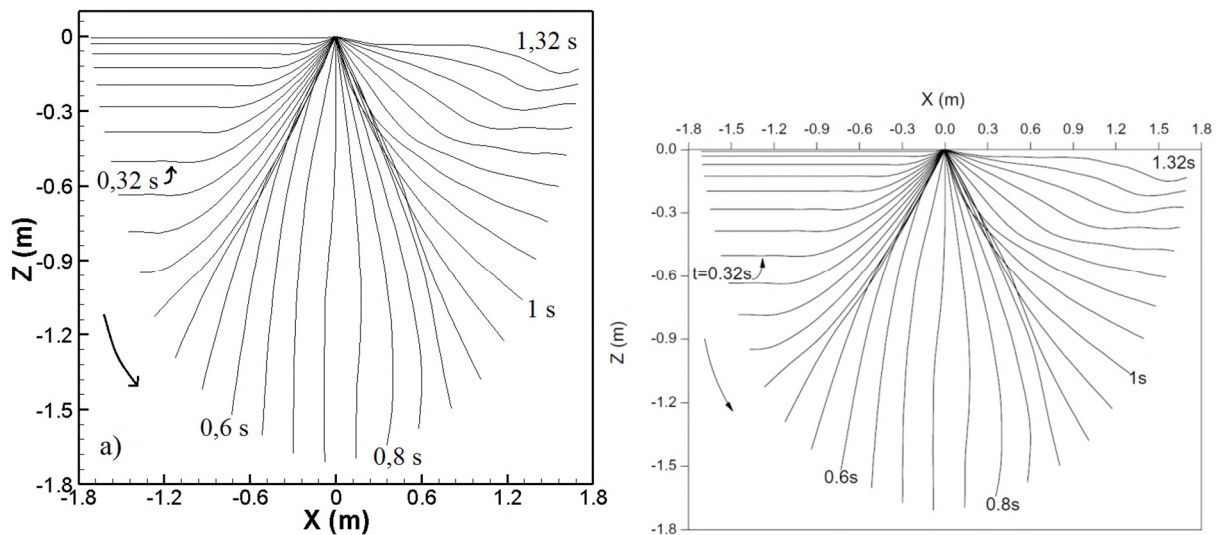


Figura 5.26: Posições horizontal ( $X$ ) e vertical ( $Z$ ) para a ponta do cabo no problema de queda livre de um cabo flexível.

A Figura 5.27 mostra algumas imagens do movimento do cabo ao longo do tempo  $t = 0$  s até 2,8 s, mostrando bastante similaridade com os resultados da referência. As configurações instantâneas do cabo mostram que um chicoteamento na extremidade livre ocorre nos instantes de tempo entre 1,3 e 1,6 s, o que indica que a tensão no cabo pode cair a zero neste intervalo de tempo.



(continua na próxima página)

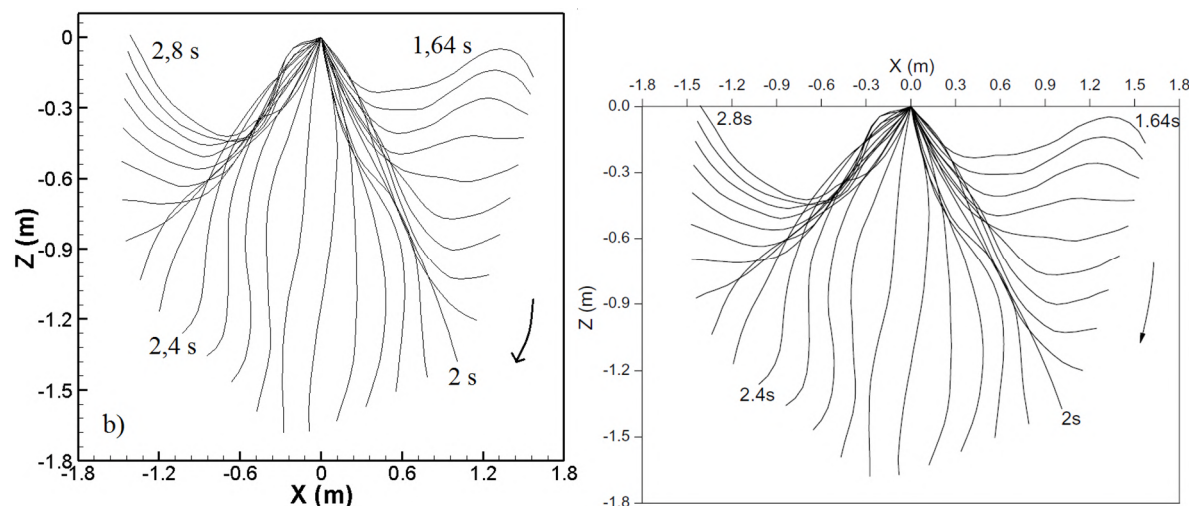


Figura 5.27: Formas do cabo não amortecido ao longo do tempo: presente estudo (esquerda) e o apresentado por Ding et al. (2017). a) Formas do primeiro processo de balanço; b) Formas do segundo.

## 5.5 PÊNDBULO CÔNICO FLEXÍVEL

O próximo exemplo mostra um pêndulo descrevendo um movimento circular, conforme mostrado na Figura 5.28.

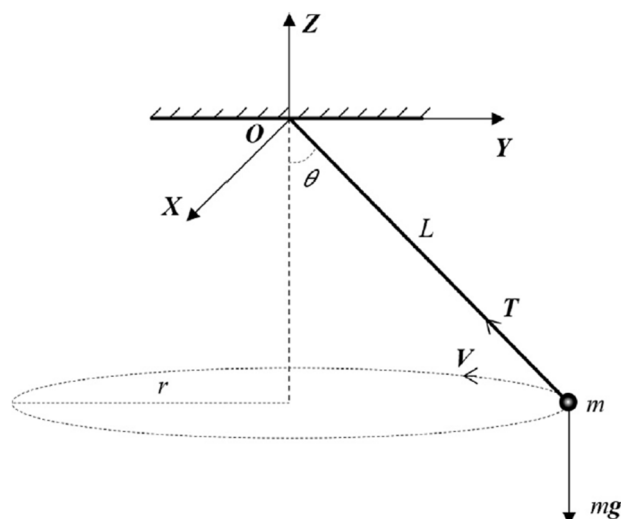


Figura 5.28: Problema do pêndulo cônico flexível (Ding et al., 2019).

O pêndulo possui uma massa  $m$  de 0,3 kg anexada à extremidade do cabo. A massa específica do pêndulo é de  $\rho_c = 1.300 \text{ kg/m}^3$ , módulo de elasticidade  $E = 7,8 \text{ MPa}$ , área da seção transversal  $A = 1 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ , comprimento  $L = 2,0 \text{ m}$  e aceleração da gravidade  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

A direção vertical do pêndulo é definida por  $\theta = \pi/3 \text{ rad}$  e o raio rotacional é  $r = \sqrt{3}/2 \text{ m}$ , ambos são mantidos constantes ao longo da simulação. O pêndulo é inicialmente colocado no

plano  $X = 0$ . A velocidade tangencial inicial da massa é  $V_0 = 5,42218$  m/s ao longo da direção positiva do eixo  $X$ . As condições de contorno para este problema são as seguintes:  $X = Y = Z = 0$  no apoio fixo.

O cabo do pêndulo é modelado com 10 elementos de mesmo comprimento. O passo de tempo adotado é  $2 \times 10^{-4}$  s, o raio espectral é 0,7 e o intervalo de simulação é 10 s.

A Figura 5.29 apresenta as configurações do cabo para alguns instantes de tempo. As Figuras 5.30 e 5.31 apresentam os históricos de deslocamento e velocidade da massa concentrada. Como pode ser visto, os resultados concordam bem com os de Ding et al. (2019), tanto para os modelos em HMSS (NP-FEM hamiltoniano de diferença simplética de segunda ordem) e em LS-DYNA (*software* comercial). Para os deslocamentos, foram avaliadas as amplitudes médias dos resultados, onde se observou que os resultados do presente trabalho em geral concordaram melhor com os resultados em LS-DYNA, apresentando erros relativos da ordem de 2% para  $X$  e 3% para  $Y$  em relação à referência. Para os deslocamentos em  $Z$  foram obtidos erros maiores, da ordem de 8,2%.

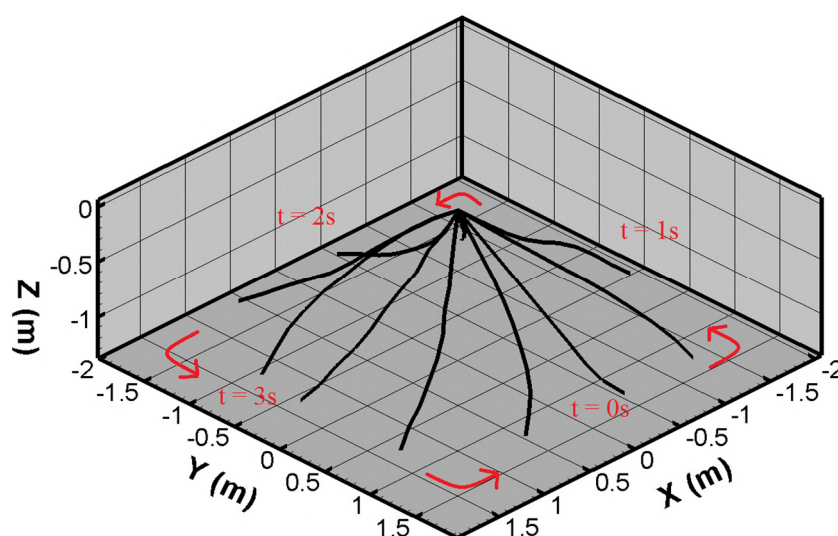


Figura 5.29: Configurações do cabo para alguns instantes de tempo.

Dos resultados de velocidade da massa concentrada, observa-se novamente uma maior proximidade dos resultados com a referência em LS-DYNA. Para as velocidades em  $X$  e  $Y$ , foram analisadas as amplitudes da resposta, onde se observou erros relativos máximos da ordem de 2% para  $X$  e 3% para  $Y$ . Para a velocidade em  $Z$ , observou-se uma discordância similar entre os resultados dos três estudos, com o presente modelo apresentando erros relativos da ordem de 5% em relação ao modelo LS-DYNA quando são comparados os resultados médios de amplitude.

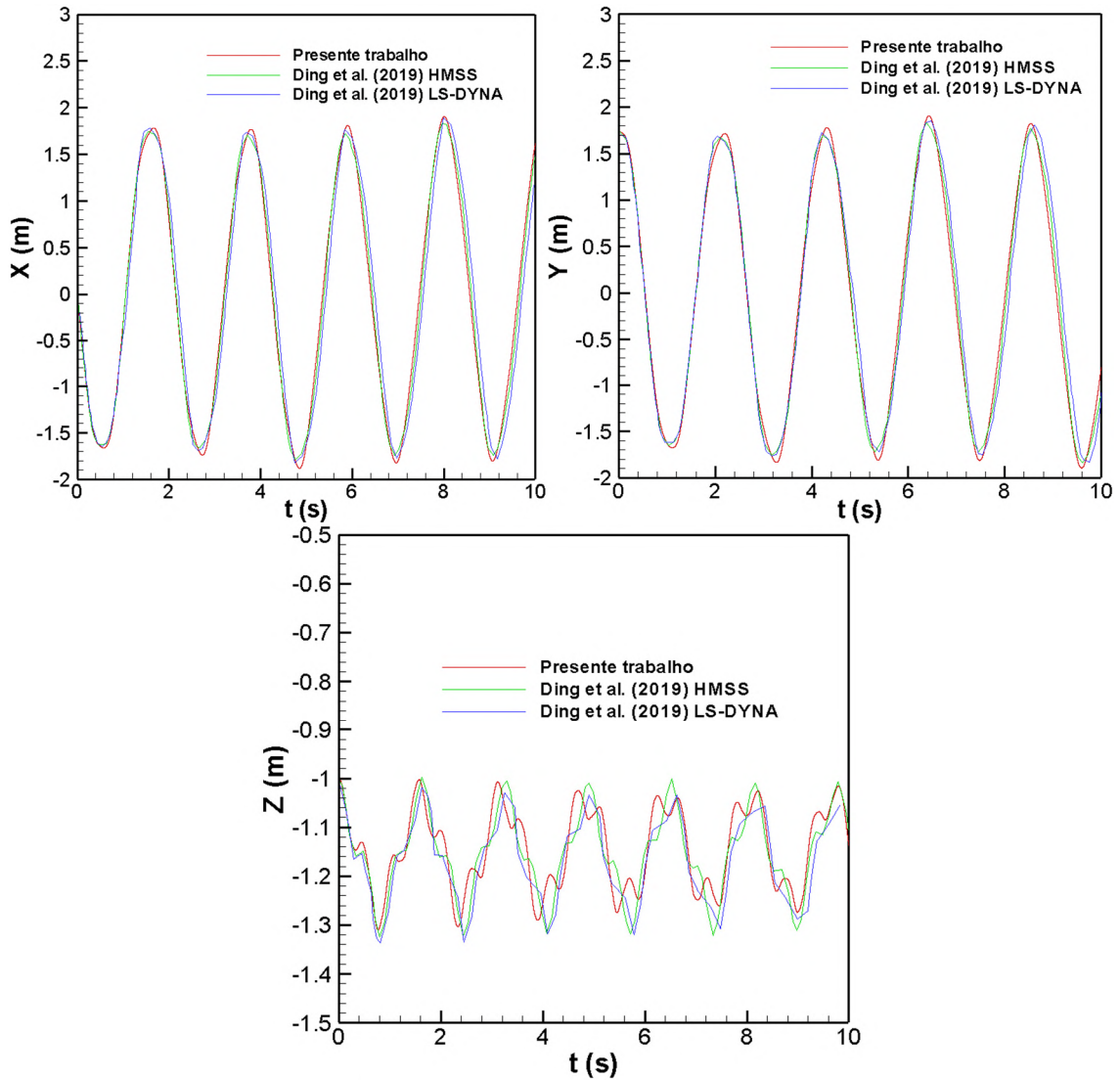
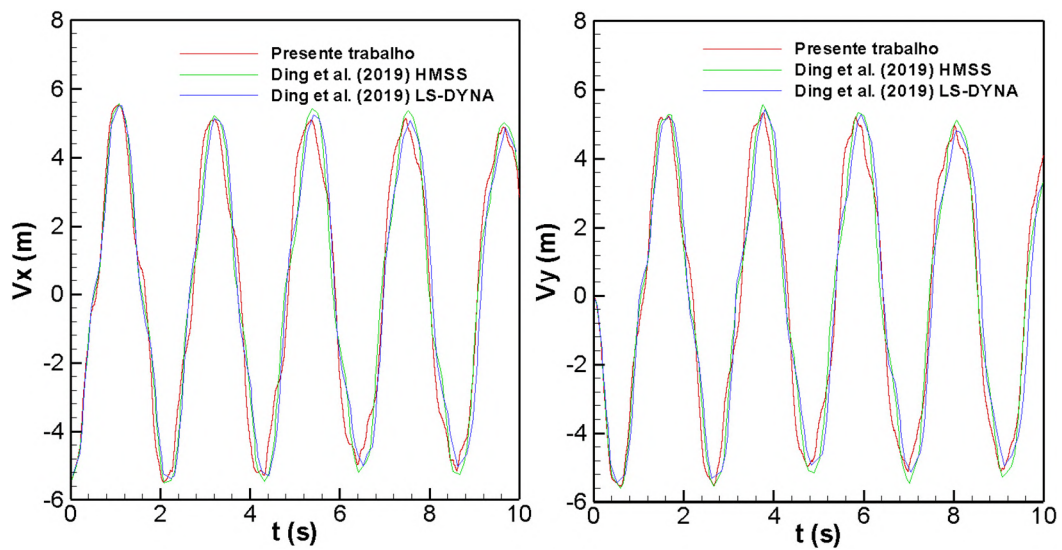


Figura 5.30: Deslocamentos para a massa concentrada.



(continua na próxima página)

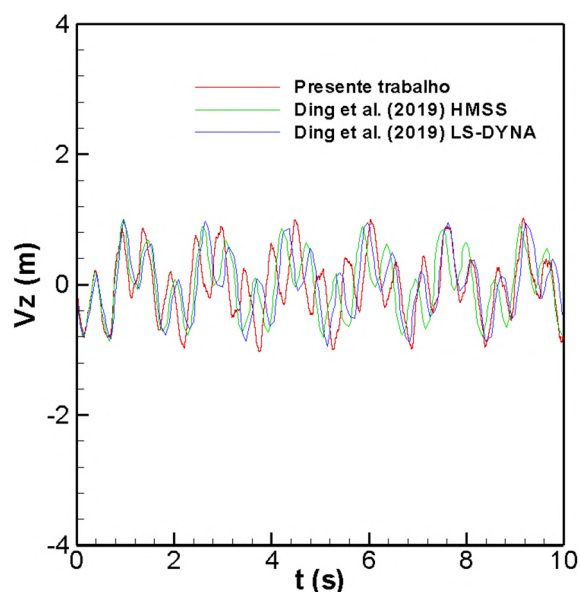


Figura 5.31: Velocidades para a massa concentrada.

## 5.6 ARRASTO SOBRE UM CABO SUBMERSO

Este exemplo tem como propósito verificar a parte de cálculo de arrasto do código de cabos desenvolvido. Proposto por Niewiarowski et al. (2018), tem-se um cabo de 4,5 m, fixo nos extremos por apoios de 2º classe, conforme mostra a Figura 5.32. Sobre o cabo é imposta uma velocidade de corrente de 2 m/s, deixando-o em uma configuração curvada.

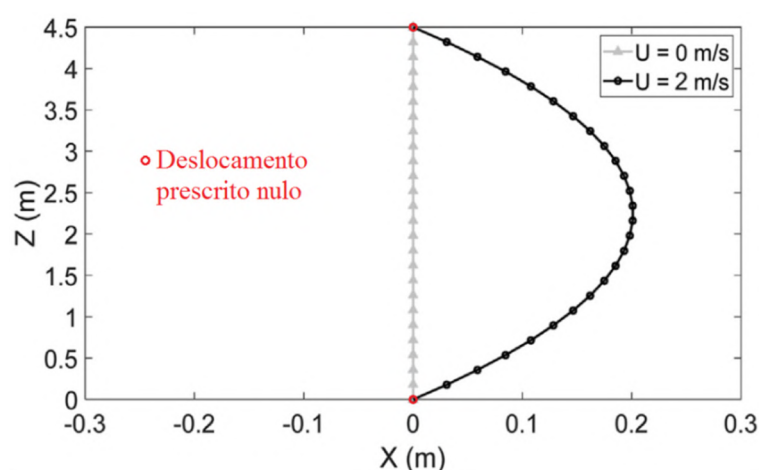


Figura 5.32: Problema de arrasto sobre um cabo submerso (Tsai et al., 2021).

O cabo possui diâmetro  $D = 0,014$  m, fator de rigidez  $EA = 1 \times 10^5$  N, coeficiente de arrasto normal  $C_n = 1,5$ , coeficiente de arrasto tangencial  $C_t = 0,05$ , coeficiente de massa adicionada  $C_a = 1$  e coeficiente de amortecimento linear  $C_c = 1.800$  Nm/s.



Para a modelagem do problema, foram usados 20 elementos de cabo, mesmo número de elementos adotado por Tsai et al. (2021). A Figura 5.33 apresenta a configuração curvada do cabo, obtida pelo presente estudo, comparada com a configuração obtida por Tsai et al. (2021). Nota-se que o presente resultado conseguiu reproduzir com bastante precisão a configuração curvada do cabo.

A Figura 5.34 apresenta uma comparação entre as tensões no cabo, obtidas no presente trabalho, com as obtidas por Niewiarowski et al. (2018), através do uso dos *softwares* comerciais ProteusDS e MATLAB. Nota-se que as tensões obtidas entre os três estudos concordam bastante entre si, tendendo a um valor de tensão de aproximadamente 535 N.

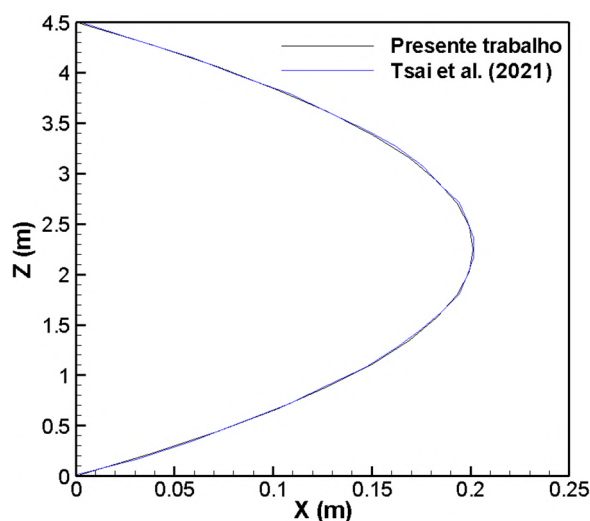


Figura 5.33: Configuração curvada para o problema de arrasto sobre um cabo.

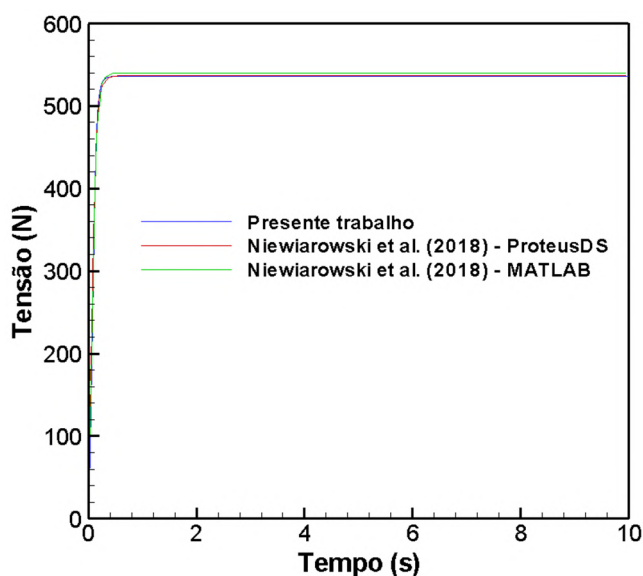


Figura 5.34: Tensões obtidas para o problema de arrasto sobre um cabo.

## 5.7 CORPO REBOCADO POR CABO

Proposto inicialmente por Sun et al. (2011), este exemplo estuda o caso do rebocamento de um corpo submerso por um cabo. O cabo rebocador, com um comprimento inicial de 460 m, disposto inicialmente em uma linha reta vertical, é puxado a uma velocidade constante de 5 nós (9,26 km/h) por um navio, conforme mostra a Figura 5.35. Com o tempo, o cabo deve adquirir uma configuração estacionária, a qual busca-se determinar numericamente neste exemplo empregando-se o modelo proposto neste trabalho para a análise dinâmica de cabos.

Da Figura 5.35, nota-se que o cabo é composto por duas seções transversais diferentes: uma desencapada, com 335 m de comprimento, e uma parte com carenagem, de 125 m de comprimento. A carenagem é empregada para reduzir o arrasto e conseguir uma profundidade maior com um cabo mais curto (Sun et al., 2011). A Tabela 5.8 apresenta informações sobre a geometria dos trechos de cabo, além das propriedades físicas e parâmetros hidrodinâmicos utilizados pelo modelo numérico. Por outro lado, o corpo rígido possui uma massa de 3.250 kg e comprimento longitudinal de 3,81 m, além dos seguintes valores de momentos de inércia de massa:  $I_{xx} = 3.804 \text{ kg.m}^2$ ,  $I_{yy} = 10.363 \text{ kg.m}^2$ ,  $I_{zz} = 8.375 \text{ kg.m}^2$ . O corpo rígido rebocado é modelado como uma massa concentrada na ponta, livre para rotacionar no eixo perpendicular ao plano de translação. Não há contato entre o corpo rígido e o solo.

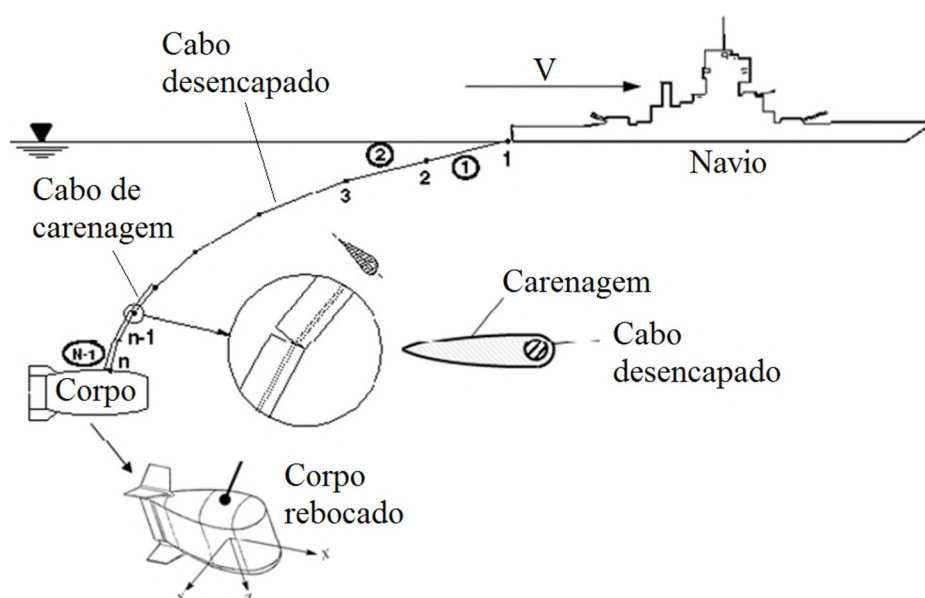


Figura 5.35: Problema de um corpo rebocado por cabo: esquema geral.

Tabela 5.8: Parâmetros do cabo rebocado.

Tipo de cabo	Diâmetro (m)	Massa linear (kg/m)	Coef. Arrasto	Coef. Massa adicionada	Fator de rigidez $EA$ (kN)
Desencapado	0,0411	5,2	1,8	1	$2,63 \times 10^4$
Carenagem	0,08	8,32	0,15	0,25	

Para a presente simulação, da mesma forma como foi proposto por Sun et al. (2011), foram usados 12 elementos de cabo: 9 elementos para o cabo desencapado e 3 elementos para o cabo com carenagem.

Os resultados da simulação, comparados aos resultados de Sun et al. (2011), são mostrados na Figura 5.36. O último elemento curto representa o elemento de cabo rígido que conecta o cabo de reboque ao CG do corpo rebocado. O último nó representa, portanto, a posição do CG do corpo rebocado. O ponto de origem na figura é o ponto de reboque ao nível do mar. O eixo  $X$  é a direção de rebocamento e o eixo  $Z$  é a profundidade. Pode-se notar que o cabo de carenagem faz com que o corpo rebocado mergulhe mais profundamente devido à massa pesada do corpo rebocado e o baixo arrasto das carenagens. Pode-se observar que o cabo desencapado sofreu uma maior resistência devido ao seu maior coeficiente de arrasto, fazendo com que o corpo rebocado fique mais afastado do navio rebocador. Em comparação ao estudo de Sun et al. (2011), observou-se um erro relativo máximo de 4% e médio de 3,66% na direção  $X$  e um erro relativo máximo de 5,6% e médio de 4,76% na direção  $Y$ .

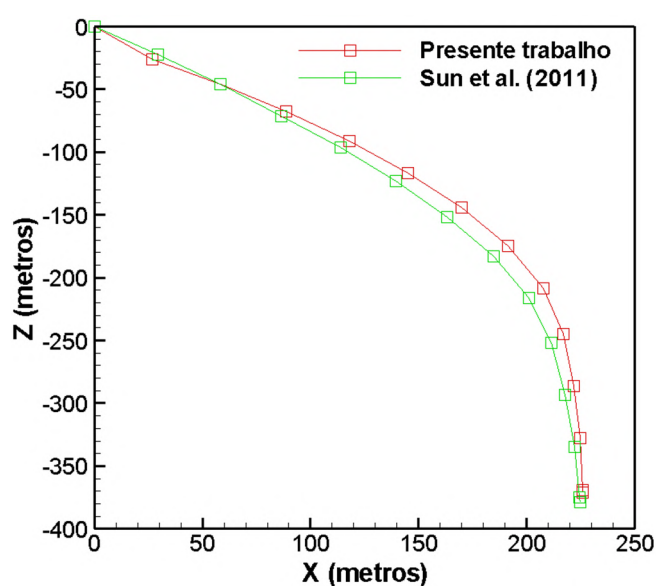


Figura 5.36: Comparação do estado estacionário do cabo com os resultados obtidos por Sun et al. (2011).

## 5.8 PÊNULO DE PEQUENAS OSCILAÇÕES COM IFE

Este exemplo tem como propósito acoplar a formulação de NP-FEM do cabo com a parte de IFE. Para isso, propõe-se um exemplo simples, de fácil verificação, envolvendo o movimento de um pêndulo. O esquema do problema é apresentado na Figura 5.37.

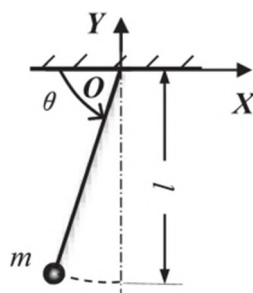


Figura 5.37: Esquema do problema de pêndulo com IFE.

O comprimento  $l$  do cabo é de 1,66 m, sua massa específica  $\rho_c$  é de 1.000 kg/m<sup>3</sup>, sua área de seção transversal  $A$  de  $7,45 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup> e módulo de elasticidade longitudinal  $E$  de  $5,3 \times 10^{10}$  Pa. O ângulo  $\theta$  a partir do qual o pêndulo é liberado é de 86°. O raio espectral adotado é de 0,4. A massa acoplada na extremidade é modelada como uma esfera rígida, de raio de 0,1 m, apresentando massa  $m$  de 100 kg e momento de inércia de massa  $I_m$  na direção Z de 0,4 kg.m<sup>2</sup>. O corpo rígido é solto com uma aceleração angular inicial  $\alpha_0$  de 0,388 rad/s<sup>2</sup>. Para o fluido, foi considerada uma massa específica  $\rho_f$  de 1,0 kg/m<sup>3</sup> e viscosidade cinemática  $\nu_f$  de  $2 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>/s.

A malha empregada apresenta 154.557 elementos e 52.072 nós, distribuídos de forma não-uniforme, conforme mostra a Figura 5.38. A menor dimensão de elemento é de  $4,06 \times 10^{-3}$  m, localizada na interface sólido-fluido. As condições de contorno são de parede de não-deslizamento nas arestas superior e inferior, além de condições de simetria nas duas arestas laterais.

A Figura 5.39 apresenta o movimento do pêndulo para alguns instantes de tempo. Do lado esquerdo, observa-se a movimentação da malha e, do lado direito, os respectivos campos de pressões e vetores de velocidade. Observa-se que o movimento de malha não sofreu grandes distorções, dado o movimento comportado do corpo. Dos vetores de velocidade, nota-se a formação de vórtices na parte de trás do corpo, principalmente quando ele adquire uma velocidade maior, na metade de sua amplitude máxima de movimento. Isto também fica

evidente pelos campos de pressão obtidos, alternando entre sobrepressão e sucção conforme o movimento do pêndulo.

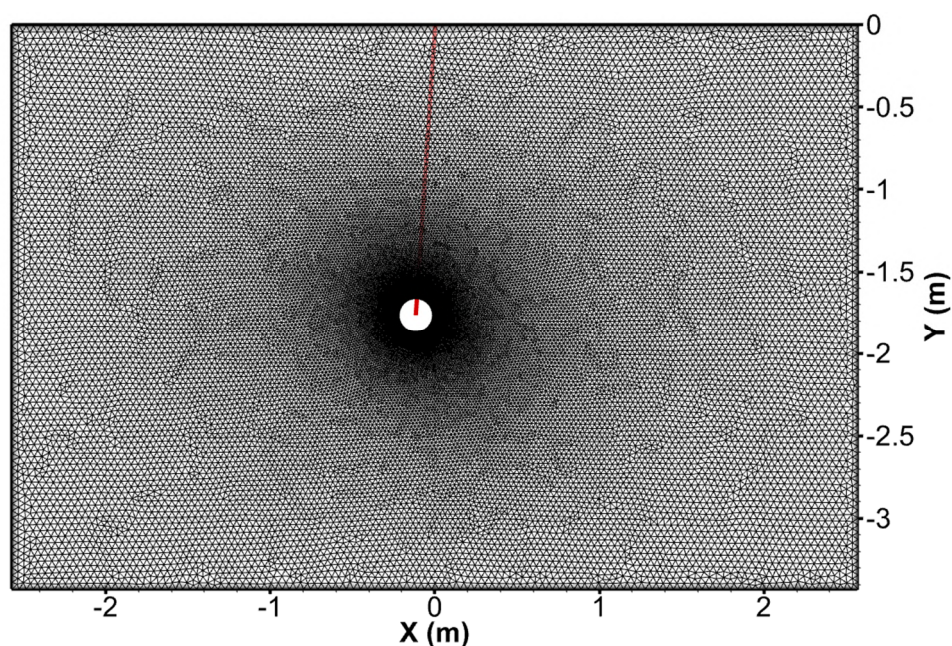
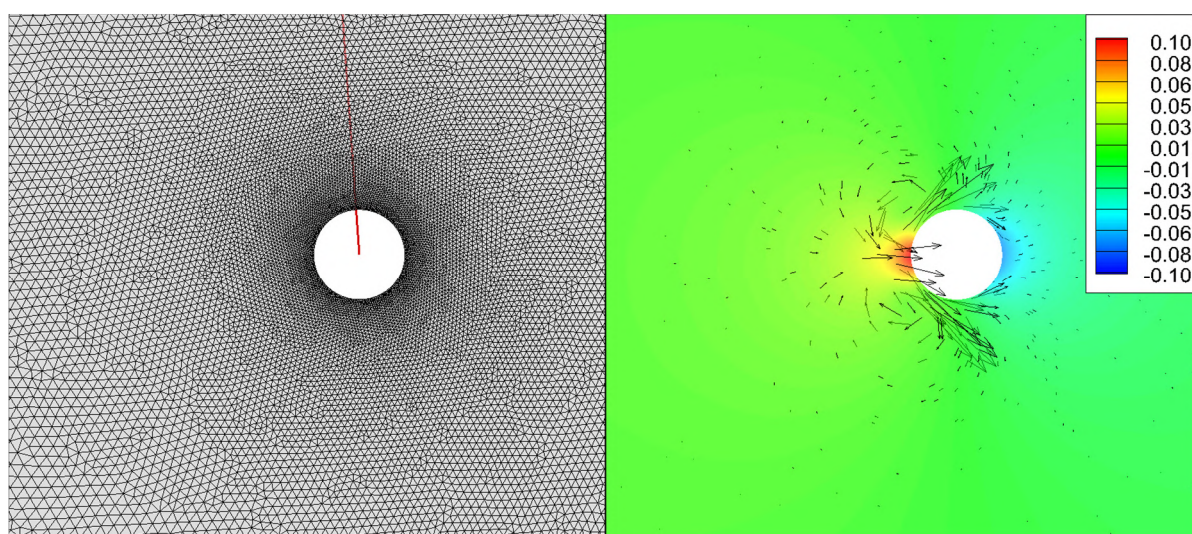


Figura 5.38: Malha do problema de pêndulo com IFE.

Os resultados numéricos foram verificados em comparação com os resultados clássicos analíticos para a solução de um pêndulo simples. Embora haja diferença entre os dois modelos (o pêndulo clássico não possui deformação do cabo, o corpo ser tratado como uma massa pontual e não haver interação com o fluido), os resultados se mostraram similares, conforme é mostrado na Figura 5.40 para o corpo rígido, tornando a comparação possível. Em relação às frequências, para a rotação observou-se um erro relativo da ordem de 2%; e para as posições em X e Y observaram-se erros relativos da ordem de 1% e 1,5%, respectivamente.



(continua na próxima página)

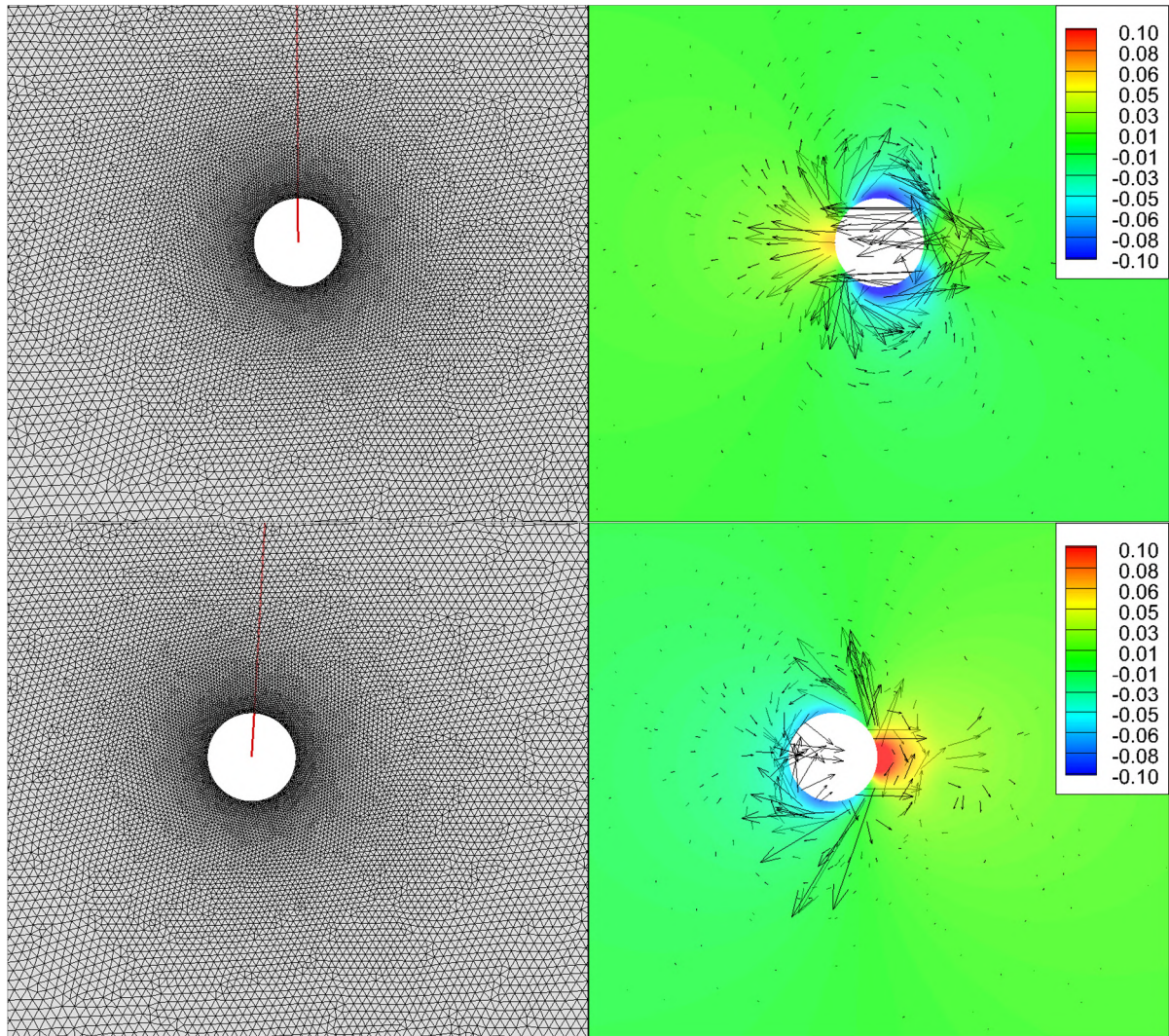
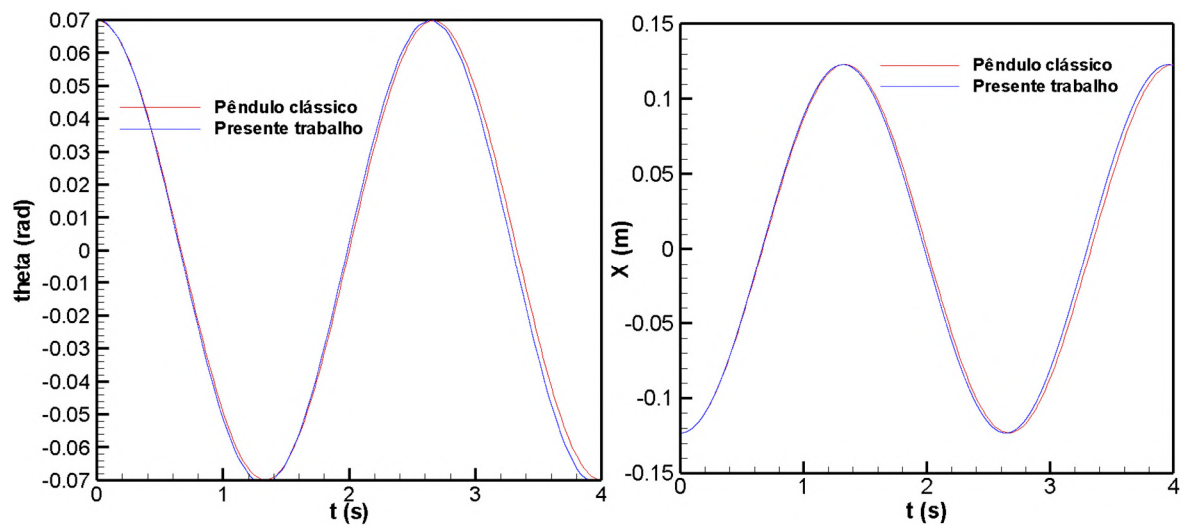


Figura 5.39: Movimento do pêndulo para alguns instantes de tempo: movimentação da malha (esquerda); campos de pressão e vetores de velocidade (direita).



(continua na próxima página)

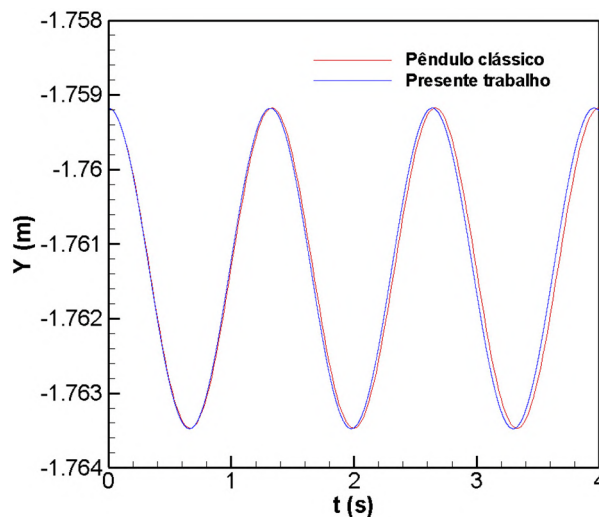


Figura 5.40: Comparação da rotação, velocidade e aceleração angular, e posições horizontal X e vertical Y para o pêndulo com IFE.

## 5.9 MOVIMENTO DE UM CORPO RÍGIDO LIVRE DE FORÇAS

Este exemplo, retirado do manual de *benchmarks* do ABAQUS, descreve um movimento de corpo rígido simétrico, livre de forças externas, girando em torno de seu próprio eixo. O problema possui solução analítica, descrita por Goldstein (1980). A Figura 5.41 descreve o problema.

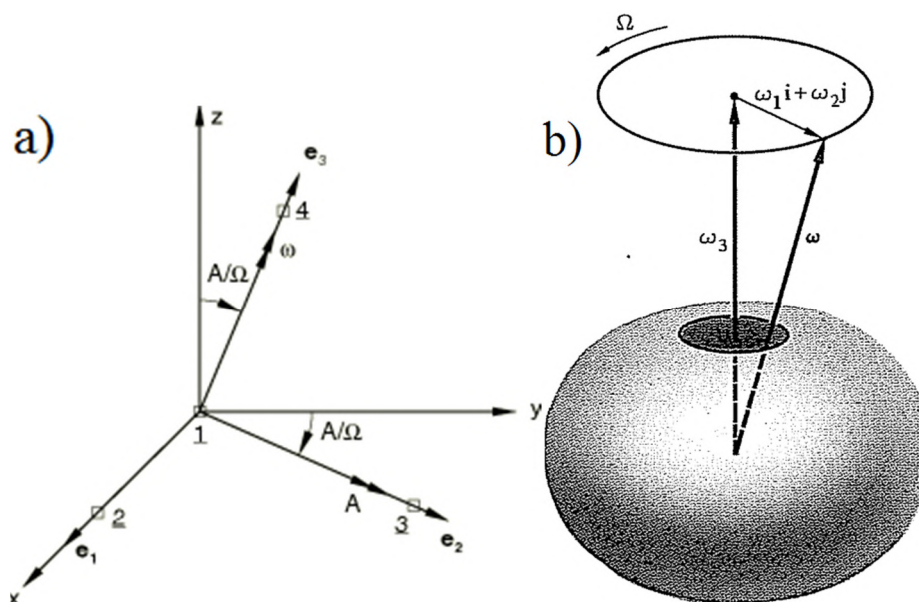
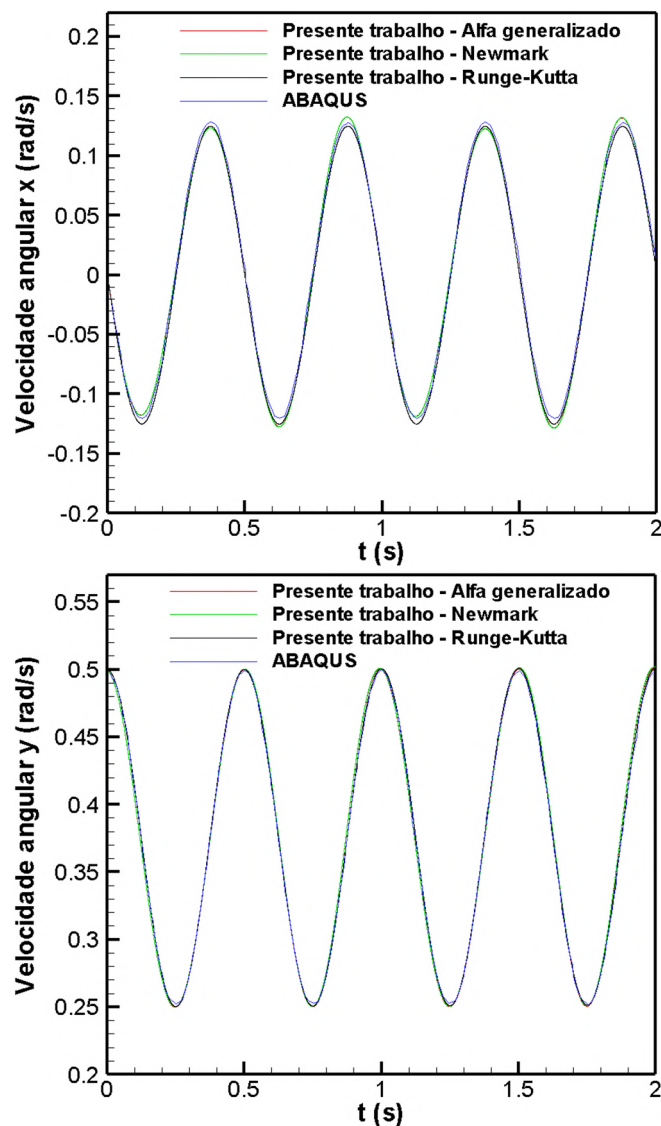


Figura 5.41: Movimento de um corpo rígido livre de forças: a) ABAQUS (2022); b) Goldstein (1980).

Os momentos principais de inércia de massa adotados são:  $I_{xx} = 1 \text{ kg.m}^2$ ,  $I_{yy} = 1 \text{ kg.m}^2$ ,  $I_{zz} = 2 \text{ kg.m}^2$ , sendo que o corpo rígido gira em torno do eixo  $z$ . As velocidades angulares iniciais

locais são definidas como:  $\omega_x = 0$ ,  $\omega_y = 0,25 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_z = 2\pi \text{ rad/s}$ . Os ângulos de Euler iniciais são:  $\phi = -\omega_y/\omega_z$ ,  $\theta = 0$  e  $\psi = 0$ . O ponto material de avaliação é localizado em  $X = 0$ ,  $Y = 0,0398 \text{ m}$  e  $Z = 0,9992 \text{ m}$ . O centro de massa é localizado em  $X_{cm} = 0$ ,  $Y_{cm} = 0 \text{ m}$  e  $Z_{cm} = 0 \text{ m}$ . O passo de tempo adotado é de  $1 \times 10^{-4} \text{ s}$ , com tempo final de  $2 \text{ s}$ .

A Figura 5.42 apresenta um comparativo entre as velocidades angulares nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  do presente trabalho, pelos métodos  $\alpha$ -Generalizado, Newmark e Runge-Kutta explícito de 3º ordem; e da solução disponível no manual do *software* comercial ABAQUS. Observa-se que são funções senoidais ao longo do tempo.



(continua na próxima página)



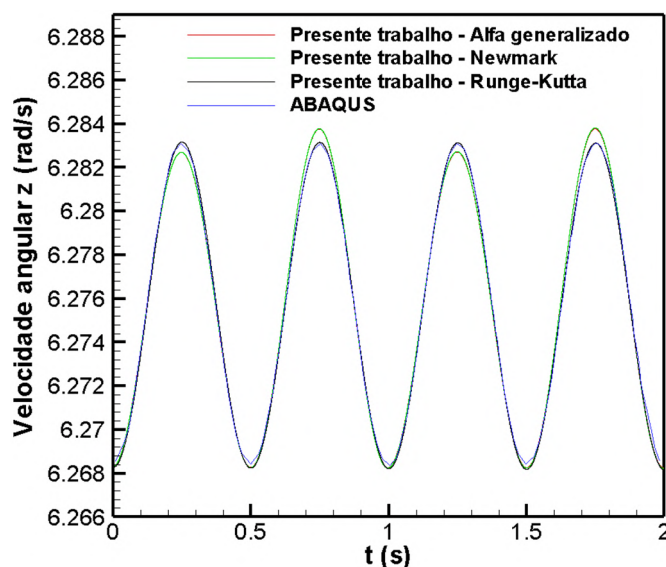


Figura 5.42: Velocidades angulares em  $x$ ,  $y$  e  $z$  do problema de um corpo rígido livre de forças: soluções do presente trabalho comparadas com as soluções obtidas do manual do ABAQUS.

Das velocidades angulares em  $x$ , a solução por Runge-Kutta aproximou-se mais da solução do ABAQUS, tendo um erro relativo máximo de 4,23% em  $t = 0,125$ s. Já as soluções por  $\alpha$ -Generalizado e Newmark apresentaram desvios maiores (da ordem de 6%) em relação à referência. Para as velocidades angulares em  $y$  e  $z$ , as três soluções do presente trabalho concordaram bem com a referência, apresentando erros relativos menores do que 1%.

Na Figura 5.43 observa-se a curva obtida pelo deslocamento em  $x$  e deslocamento em  $y$  (visto pelo eixo global  $z$ ). Este movimento é chamado de *presseção*. Observa-se uma boa concordância entre resultados, principalmente do método Runge-Kutta, que apresentou um erro relativo máximo de 2,9%, mas ainda há um desvio da ordem de 6% nas respostas para os esquemas  $\alpha$ -Generalizado e Newmark. Acredita-se, portanto, que métodos de mais alta ordem, como os de Runge-Kutta, conseguem contornar este problema.

Rotações são operações pertencentes a uma variedade não linear, conhecida como grupo de Lie ortogonal especial  $SO(3)$ . Como o grupo  $SO(3)$  não forma um espaço vetorial, algumas operações não são permitidas nele (como a interpolação, por exemplo). Para poder fazer os cálculos, trabalha-se com o espaço vetorial  $T_{\mathbf{R}}SO(3)$ , o espaço de incrementos de rotação em relação a uma dada rotação  $\mathbf{R}$ . A interpolação em  $SO(3)$  será então definida em termos de interpolação em  $T_{\mathbf{R}}SO(3)$  (Cardona, 1989). Isso explica os desvios obtidos em métodos linearizantes como os de Newmark e  $\alpha$ -Generalizado.

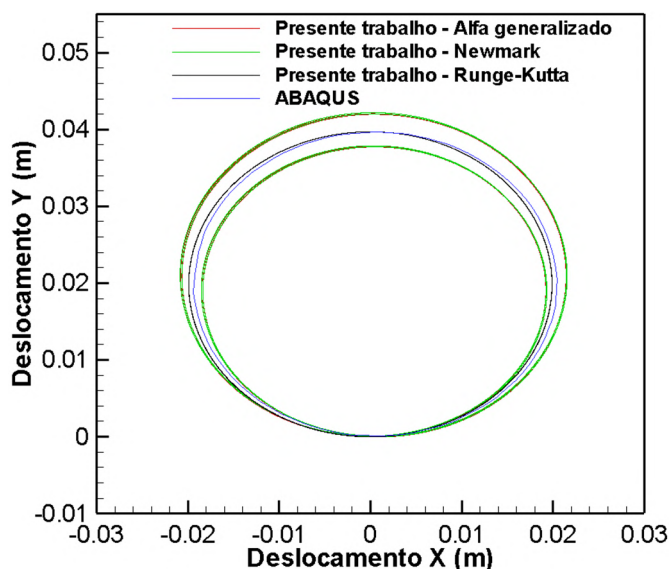


Figura 5.43: Deslocamentos em  $x$  e  $y$  do problema de um corpo rígido livre de forças: soluções do presente trabalho comparadas com as soluções obtidas do manual do ABAQUS.

## 5.10 INSTABILIDADE DE RAYLEIGH-TAYLOR BIDIMENSIONAL

Neste item iniciam-se as verificações envolvendo escoamentos bifásicos, com o esquema de advecção *Level Set*. No problema de Rayleigh-Taylor, uma camada de fluido mais pesado está situada acima de uma camada mais leve de fluido na presença de um campo gravitacional. A partir disso, uma dada perturbação é realizada na interface entre os dois fluidos e as forças de flutuação farão com que esta perturbação aumente com o tempo. A Figura 5.44 mostra maiores detalhes.

A altura do domínio é  $2H$  e sua largura é  $L$ . Sobre as laterais é imposta uma condição de contorno de simetria e sobre as arestas superior e inferior é colocada uma parede impermeável. A razão entre massas específicas de fluidos ( $\rho_1/\rho_2$ ) é igual a dois e ambos os fluidos possuem as mesmas viscosidades cinemáticas. Este problema foi estudado por diversos autores, entre eles, os estudos numéricos de Kelecy e Pletcher (1997) e Zhao et al. (2002). Os números de Reynolds estudados neste trabalho foram 28,3 e 283. A equação da perturbação é dada na forma:

$$\frac{u}{U_{ref}} = \begin{cases} \alpha \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \exp\left(-\frac{\pi |y|}{L}\right), & \frac{y}{L} > 0, \\ -\alpha \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \exp\left(-\frac{\pi |y|}{L}\right), & \frac{y}{L} < 0, \end{cases} \quad (5.1)$$

$$\frac{v}{U_{ref}} = \alpha \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \exp\left(-\frac{\pi|y|}{L}\right). \quad (5.2)$$

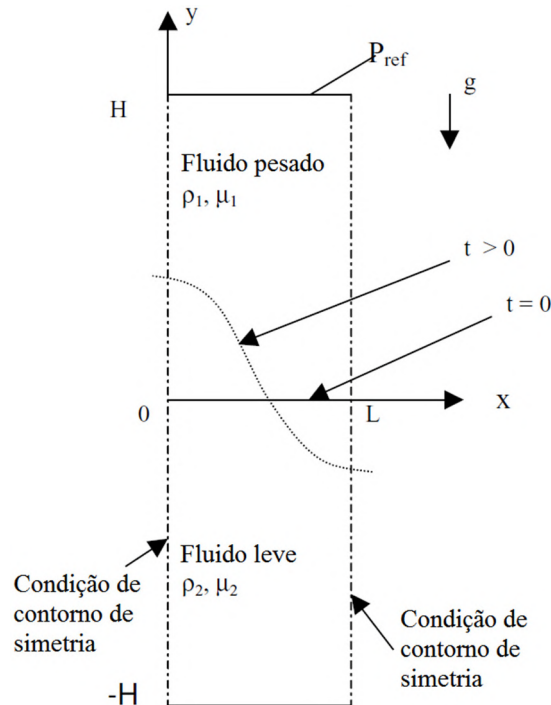


Figura 5.44: Problema da instabilidade de Rayleigh-Taylor (baseado em Zhao et al., 2002).

Em Kelecy e Pletcher (1997),  $\alpha$  foi avaliado conforme:

$$\alpha = \frac{\pi A \Delta y}{2U_{ref} L} \quad (5.3)$$

onde  $A$  é a amplitude da perturbação e  $\Delta y$  é um incremento de malha significativo na direção vertical. Por outro lado, Zhao et al. (2002) assumiram  $\alpha$  como 0,25, o qual foi também adotado neste trabalho.

Para o número de Reynolds 28,3, a malha empregada possui 40.500 elementos tetraédricos e 16.592 nós, distribuídos uniformemente sobre o domínio. Para o Reynolds 283, foram utilizados 395.000 elementos e 159.192 nós, distribuídos de maneira não-uniforme conforme mostra a Figura 5.45.

As Figuras 5.46 e 5.47 apresentam uma comparação entre os resultados obtidos por Kelecy e Pletcher (1997) e o do presente modelo CBS para os números de Reynolds 28,3 e 283,

respectivamente. Observa-se que os resultados obtidos estão bastante próximos ao estudo de Kelecy e Pletcher (1997).

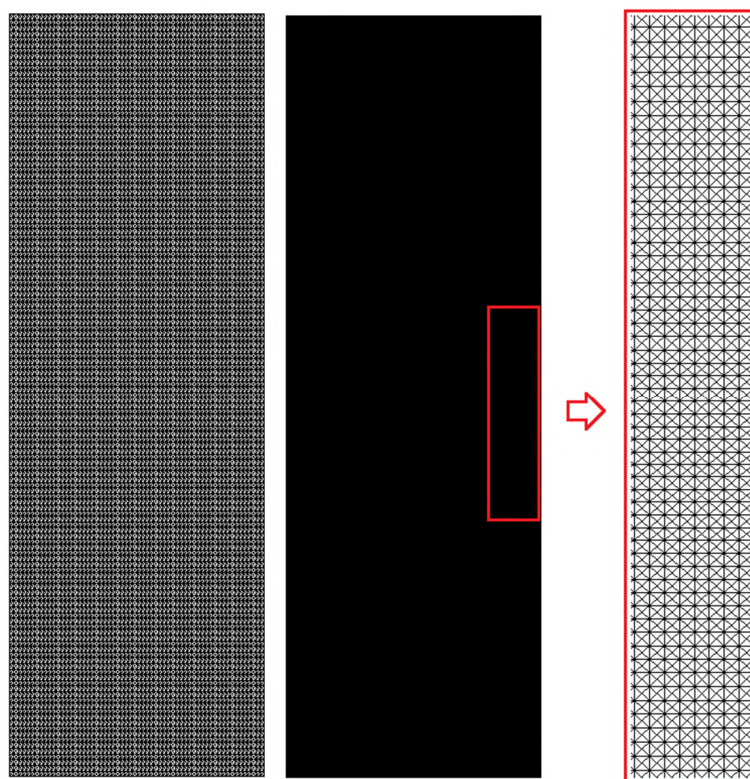


Figura 5.45: Instabilidade de Rayleigh-Taylor: malhas empregadas para os números de Reynolds 28,3 e 283, respectivamente.

Em ambos os números de Reynolds, a perturbação inicial faz com que o líquido mais leve suba ao longo do contorno esquerdo e o fluido mais pesado afunde ao longo do contorno direito. O deslocamento da interface é praticamente simétrico durante as etapas iniciais da instabilidade. À medida que a amplitude da instabilidade cresce, a forma característica de cogumelo aparece próxima do vórtice central (Kelecy e Pletcher, 1997).

Observa-se que o desenvolvimento da interface é mais pronunciado para o número de Reynolds maior, dado que a viscosidade neste caso é menor. Por fim, as paredes começam a influenciar mais a solução nos estágios finais da simulação, especialmente para o caso de Reynolds maior. Para permitir com que a interface desenvolva-se com menores perturbações de parede seria necessário um domínio computacional maior (Kelecy e Pletcher, 1997).

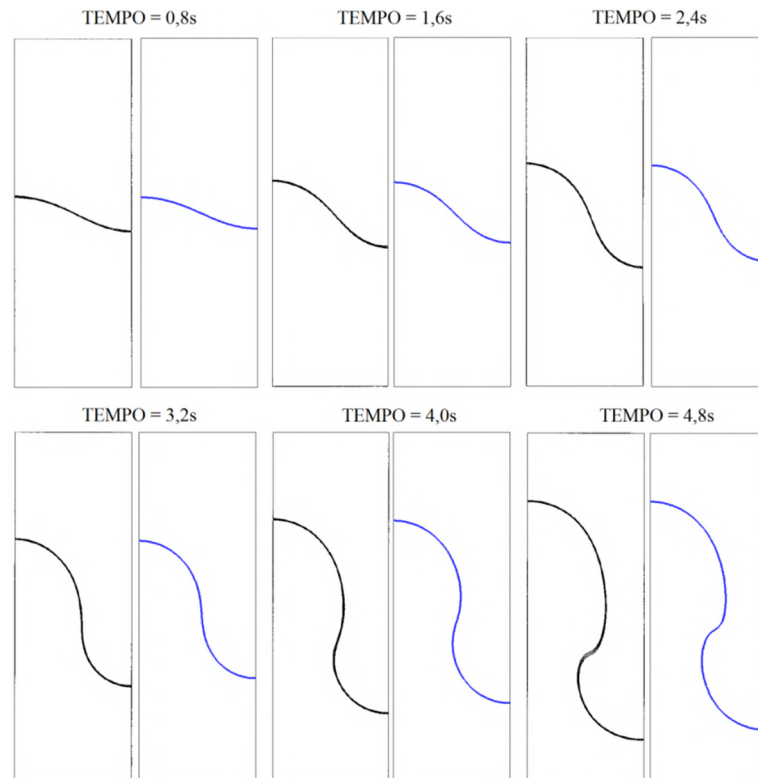


Figura 5.46: Movimento da interface para a instabilidade de Rayleigh-Taylor para Reynolds 28,3: comparação entre os resultados de Kelecy e Pletcher (1997), na esquerda, e do presente trabalho, na direita.

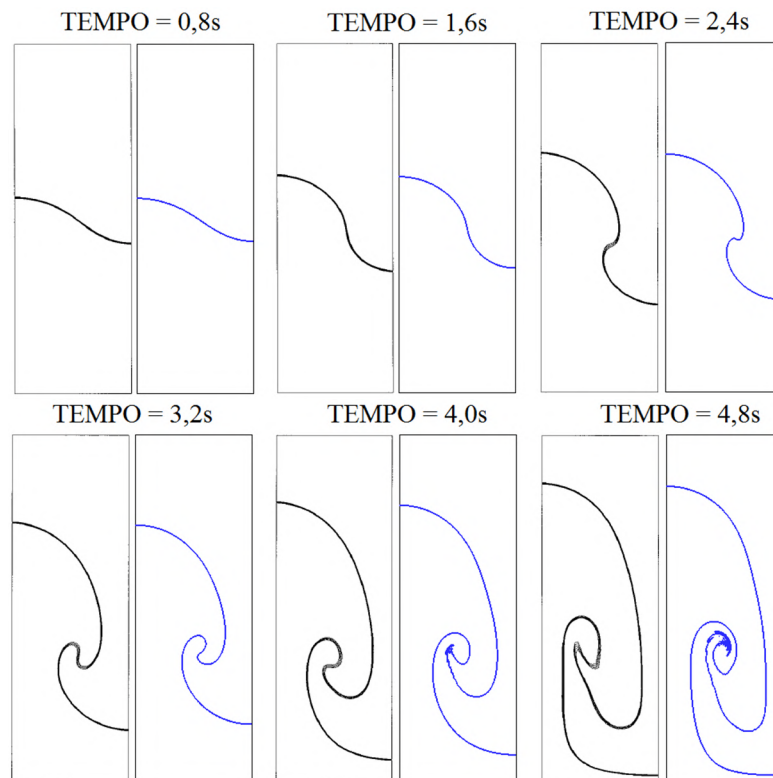


Figura 5.47: Movimento da interface para a instabilidade de Rayleigh-Taylor para Reynolds 283: comparação entre os resultados de Kelecy e Pletcher (1997), na esquerda, e do presente trabalho, na direita.

## 5.11 ROMPIMENTO DE BARRAGEM BI E TRIDIMENSIONAL

Esta aplicação foi primeiro estudada por Martin e Moyce (1952) usando técnicas experimentais. Neste problema, uma coluna d'água escoá sobre uma superfície plana horizontal. A Figura 5.48 apresenta um esquema geral do problema.

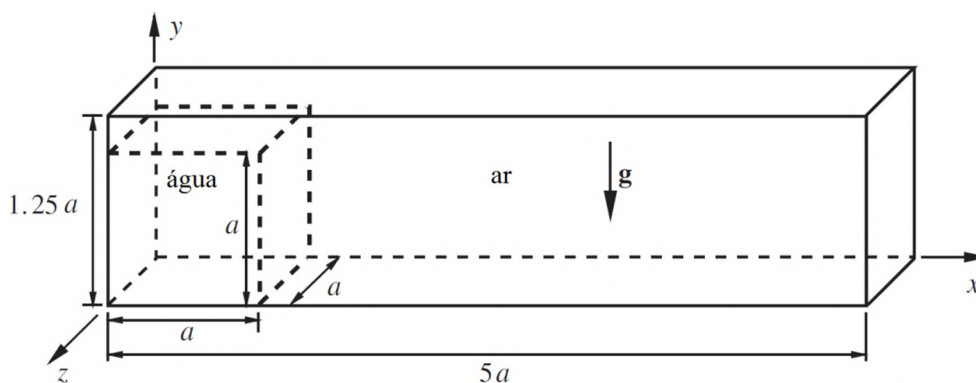


Figura 5.48: Esquema geral do problema de rompimento de barragem (baseado em Lin et al., 2005).

O tamanho do domínio computacional é  $5a \times 1,25a \times a$ , sendo  $a = 2,25 \text{ in} = 0,0571 \text{ m}$ , ao longo das direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.

A malha bidimensional empregada consiste em 40.500 elementos tetraédricos e 16.652 nós distribuídos de maneira uniforme, conforme mostrado na Figura 5.49. As condições de contorno usadas foram de parede de não-deslizamento em todas as faces. O menor elemento é orientado na direção  $Y$  e apresenta comprimento de  $1,5875 \times 10^{-3} \text{ m}$ .

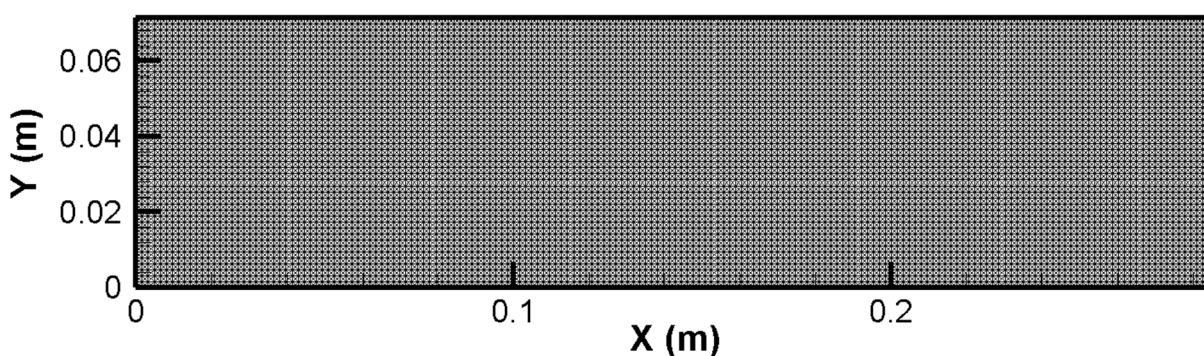


Figura 5.49: Malha bidimensional para o problema de rompimento de barragem (baseado em Lin et al., 2005).

A malha tridimensional empregada consiste em 1.377.120 elementos tetraédricos e 246.519 nós distribuídos de maneira não-uniforme, conforme mostrado na Figura 5.50. As condições de contorno usadas são de parede com não-deslizamento na superfície inferior e paredes com

deslizamento livre nas demais superfícies. O menor elemento, localizado próximo às paredes, apresenta um comprimento de  $3,94 \times 10^{-4}$  m.

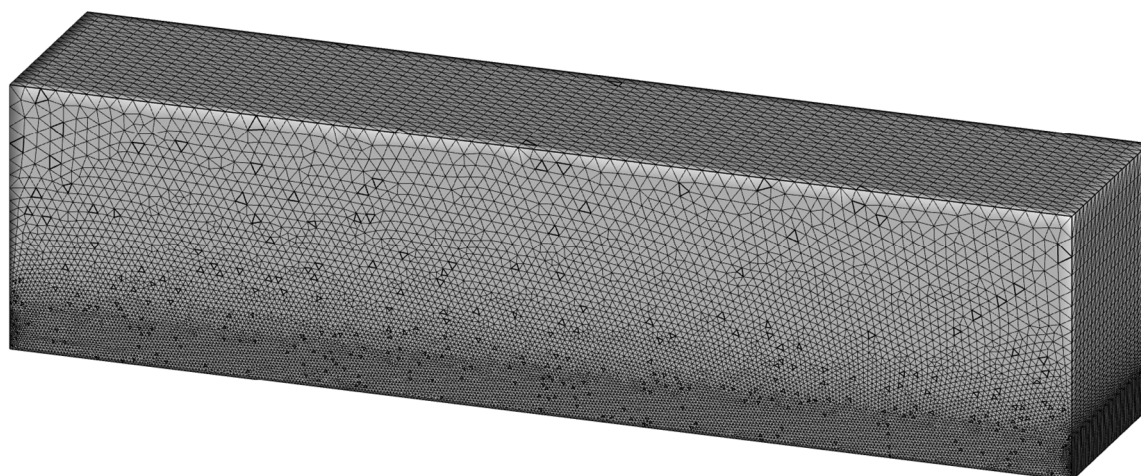


Figura 5.50: Malha tridimensional para o problema de rompimento de barragem (baseado em Lin et al., 2005).

A Figura 5.51 apresenta os resultados obtidos aqui em relação ao valor da frente  $s$  e da altura remanescente  $h$ , os quais são comparados com os resultados experimentais de Martin e Moyce (1952) e numéricos por Lin et al. (2005). Pode-se observar que uma boa concordância é obtida em relação aos resultados da referência. Para a posição da frente, observa-se um erro relativo da ordem de 8% em relação aos resultados experimentais. Em relação à altura de coluna  $h$ , o erro relativo é da ordem de 1,5%. Observa-se também a adoção de um passo de tempo adimensional  $t_g = (a/g)^{0.5}$  para ambos os gráficos.

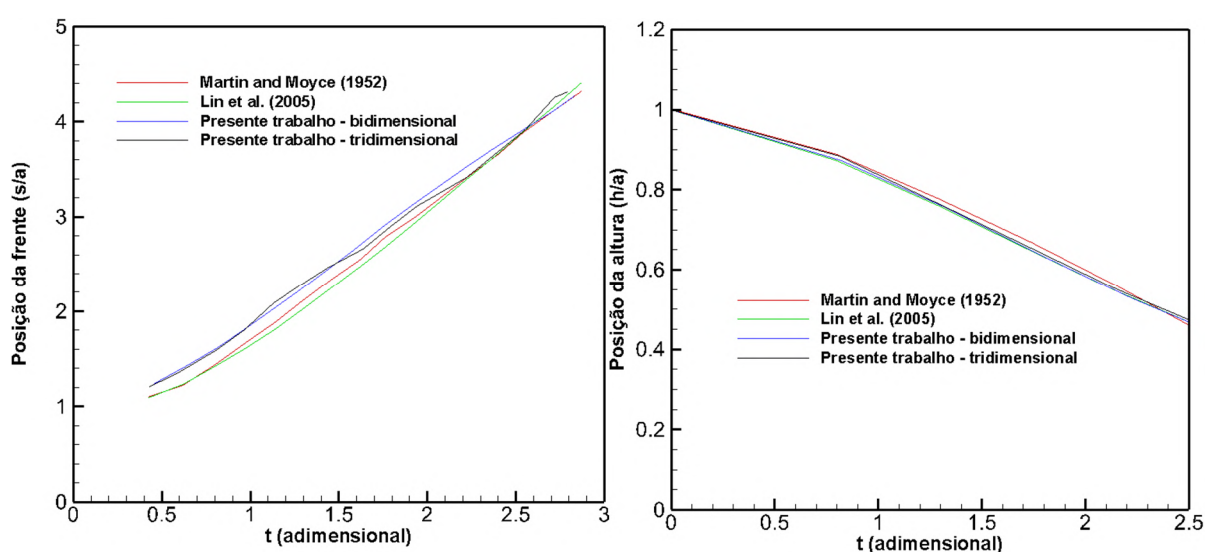


Figura 5.51: Posições da frente (esquerda) e altura remanescente (direita) para o problema de rompimento de barragem.

A evolução da superfície livre é mostrada na Figura 5.52 para alguns instantes adimensionais, onde se é observado que os aspectos físicos do escoamento são reproduzidos de maneira precisa.

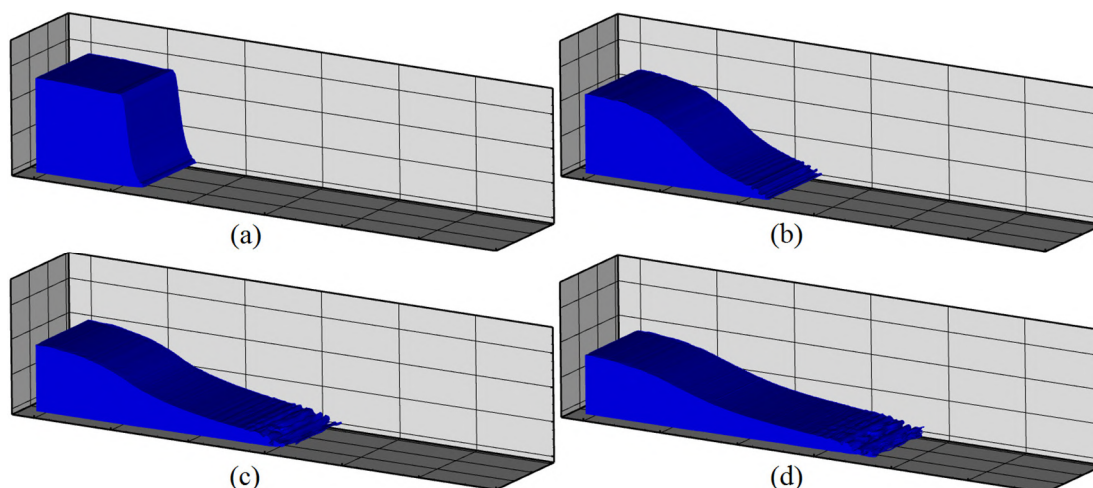
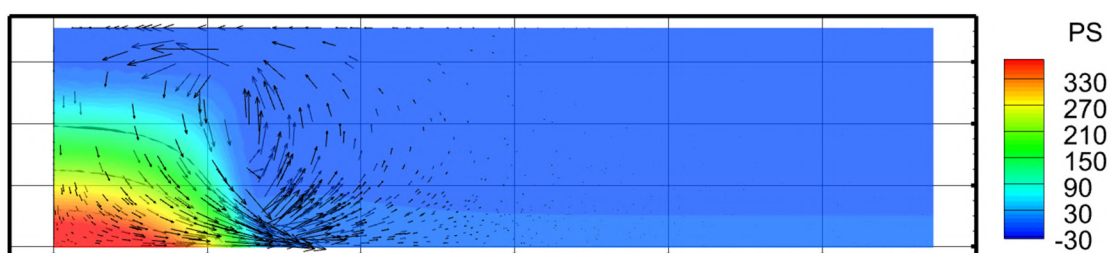


Figura 5.52: Configurações de superfície livre para alguns instantes de tempo adimensionais: (a)  $t = 0,432$ ; (b)  $t = 1,129$ ; (c)  $t = 1,641$ ; (d)  $t = 1,941$ .

A Figura 5.53 apresenta os campos de pressão e vetores de velocidade para alguns instantes adimensionais. Como se pode observar, inicialmente há uma diferença grande de pressão entre a camada de água e o ar adjacente (provocada pela alta massa específica d'água), o que provoca um grande gradiente de pressões na parte de baixo da barragem, acelerando o fluido naquela região (ver os vetores de velocidade para o instante  $t = 0,432$ ). Com o tempo, forma-se uma camada de fluido fina que escorre ao longo da parte de baixo do domínio (instantes  $t = 1,641$  e  $1,941$ ). Além disso, ao longo de toda a simulação, nota-se a formação de um grande vórtice ao longo da superfície livre.

Por fim, a Figura 5.54 apresenta uma comparação entre os volumes de água das simulações em domínios bi e tridimensionais. Nota-se que ambos os resultados possuem uma perda de volume na ordem de 3,7% em relação ao volume original.



(continua na próxima página)



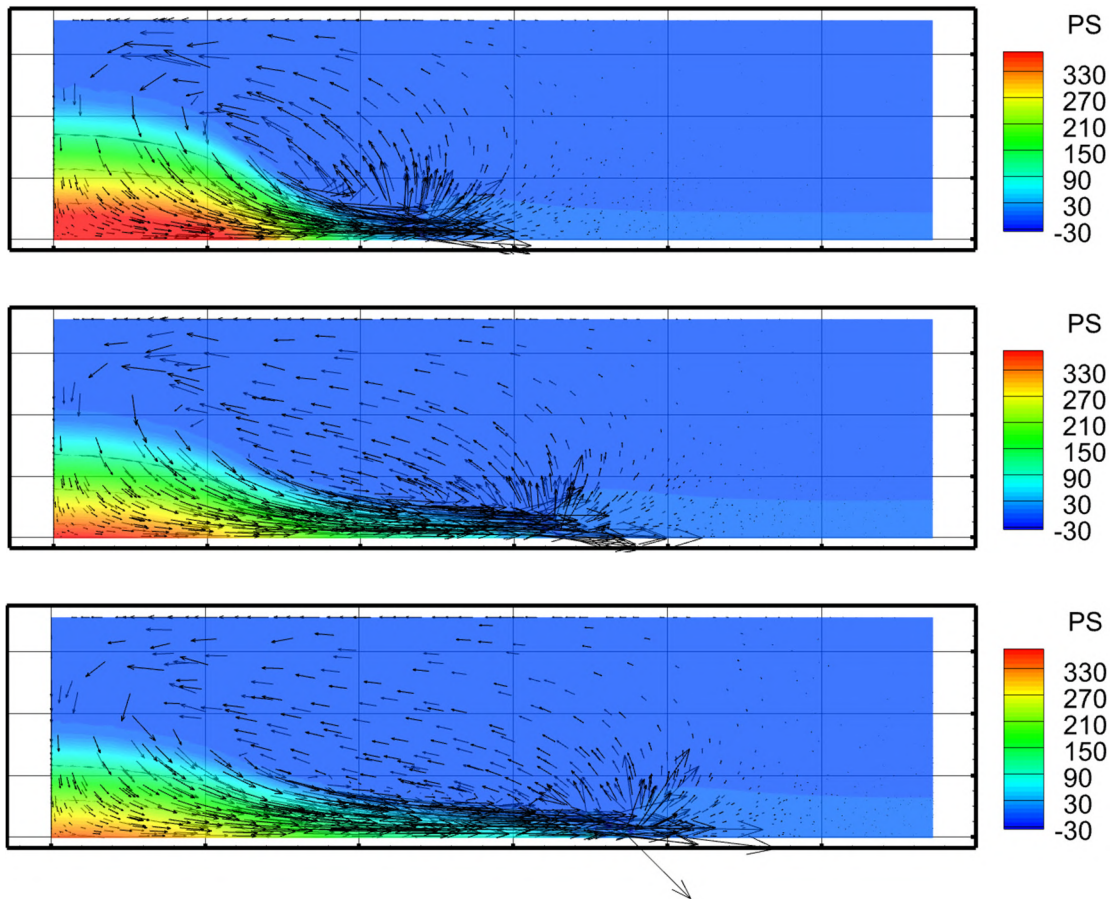


Figura 5.53: Campos de pressão e vetores de velocidade para alguns instantes de tempo adimensionais: (a)  $t = 0,432$ ; (b)  $t = 1,129$ ; (c)  $t = 1,641$ ; (d)  $t = 1,941$ .

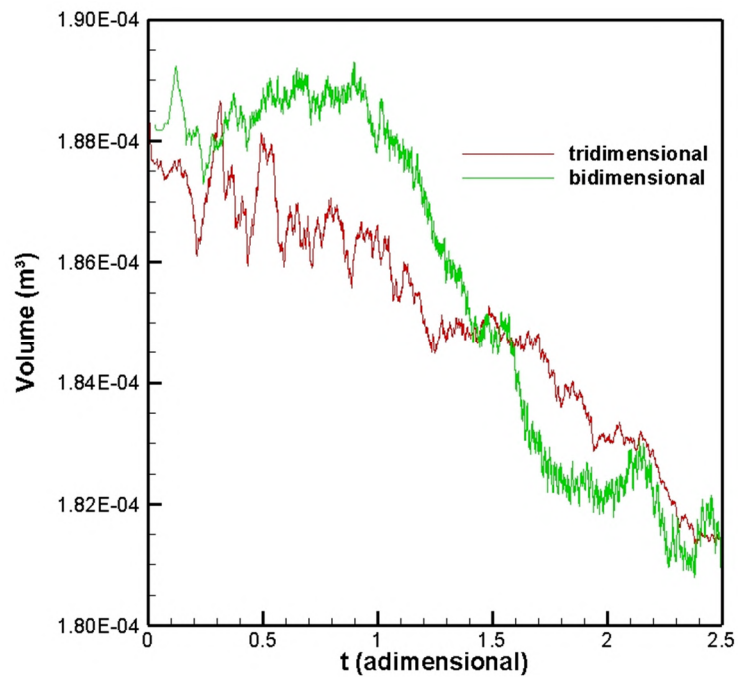


Figura 5.54: Comparação de volume entre as simulações bi e tridimensional.

## 5.12 OSCILAÇÃO TRANSIENTE DE UM CILINDRO FLUTUANTE

A oscilação de um corpo flutuante na superfície d'água é investigada na presente aplicação. Este problema foi proposto por Zandergen et al. (1993) e depois estudado por Donescu e Virgin (2001) e Sanders et al. (2011), onde um cilindro circular é considerado em um tanque d'água, tendo uma massa específica igual à metade da massa específica d'água, para que a posição de equilíbrio corresponda a uma configuração em que o corpo fique aproximadamente semi-submerso.

O cilindro apresenta um raio de 2 m, sendo solto a partir de uma posição inicial de 0,5 m em relação à superfície d'água no meio de um tanque com 100 m de comprimento e 4 m de profundidade. Condições de livre deslizamento são impostas como condições de contorno para todas as superfícies do domínio, assim como pressão nula para a superfície de topo. A Figura 5.55 apresenta um esquema geral do problema.

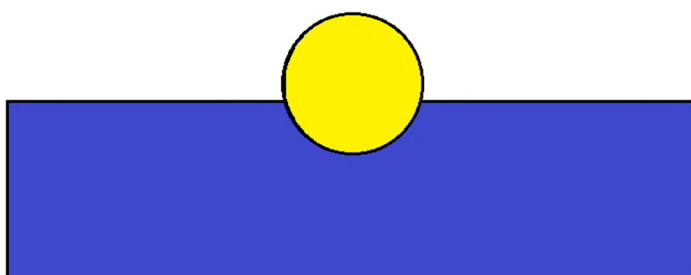


Figura 5.55: Esquema geral do problema de oscilação de um cilindro flutuante.

As propriedades físicas dos fluidos são as seguintes: para a fase líquida, tem-se uma massa específica  $\rho_l = 10^3 \text{ kg/m}^3$  e viscosidade dinâmica  $\mu_l = 10^{-3} \text{ kg/m.s}$ ; para a fase gasosa, tem-se uma massa específica  $\rho_g = 1 \text{ kg/m}^3$  e viscosidade dinâmica  $\mu_g = 2 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$ .

Informações sobre as malhas usadas neste trabalho estão listadas na Tabela 5.9, incluindo a menor dimensão do elemento (tetraédrico)  $\Delta x$ , localizada próxima da interface fluido-estrutura e da superfície do fluido. A Figura 5.56 apresenta maiores detalhes da malha número 3.

A Figura 5.57 apresenta a resposta obtida referente ao deslocamento vertical do cilindro, onde se pode notar que os resultados obtidos para as três malhas concordam bem com o resultados numéricos apresentados por Donescu e Virgin (2001), tendo a maior diferença (da ordem de 16%) apenas no tempo  $t = 1,7\text{s}$ , mas que ao longo do tempo reduz-se à valores menores que

3%. Do gráfico, pode-se notar que o movimento de oscilação do corpo decai rapidamente com o tempo, e o movimento tende a dissipar-se por completo. Isso mostra que o domínio de 100 m de comprimento é grande o suficiente para impedir o rebatimento das ondas junto aos contornos laterais do domínio.

Tabela 5.9: Malhas usadas no problema de oscilação de um cilindro flutuante.

Malha	$\Delta x$ (m)	Elementos
1	0,0264	406.317
2	0,022	494.073
3	0,0184	602.664

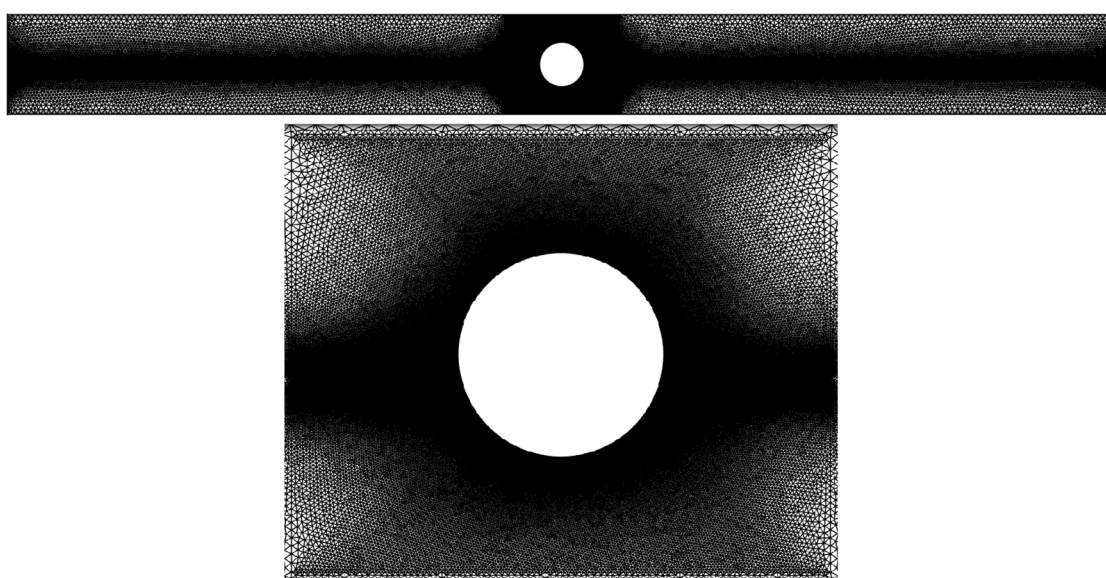


Figura 5.56: Malha número 3 do problema de oscilação de um cilindro flutuante.

As Figuras 5.58 e 5.59 apresentam os campos de superfície livre e de pressão de alguns instantes de tempo do problema. Nelas, observa-se a formação de uma onda na primeira descida do cilindro (instante  $t = 3,72$  s), que se propaga nas duas direções ao longo do tempo. Nota-se também, no instante  $t = 5,06$  s a influência do empuxo exercido pela água, deslocando o cilindro para cima novamente. Dos campos de pressões, observa-se que a maior parte da pressão continua na água devido à pressão hidrostática, e o movimento do cilindro pouco altera esta distribuição.

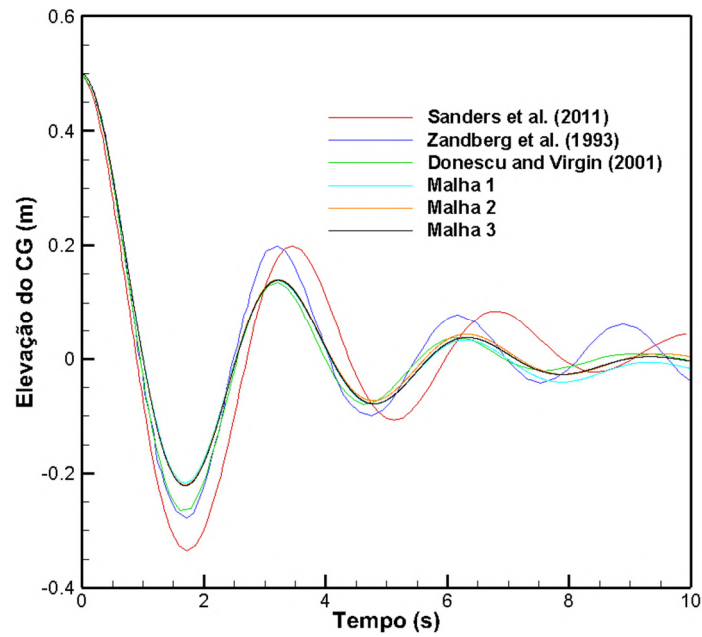


Figura 5.57: Resultados do problema de oscilação de um cilindro flutuante.

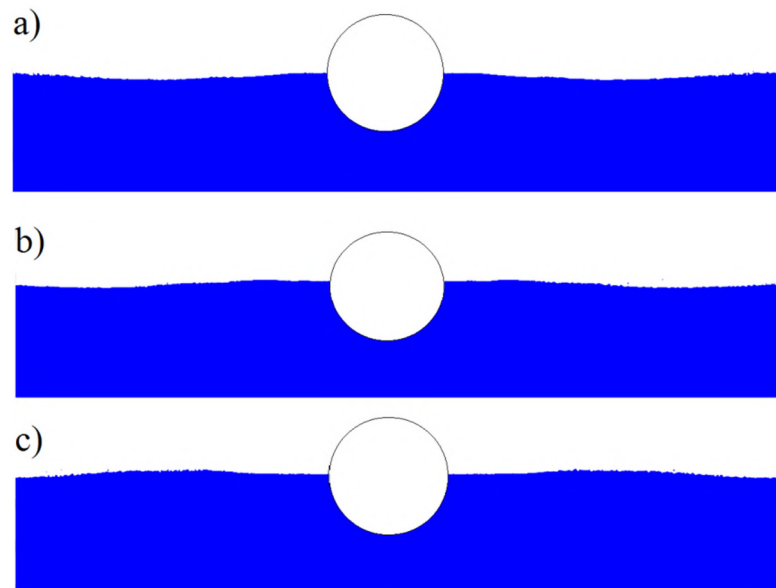
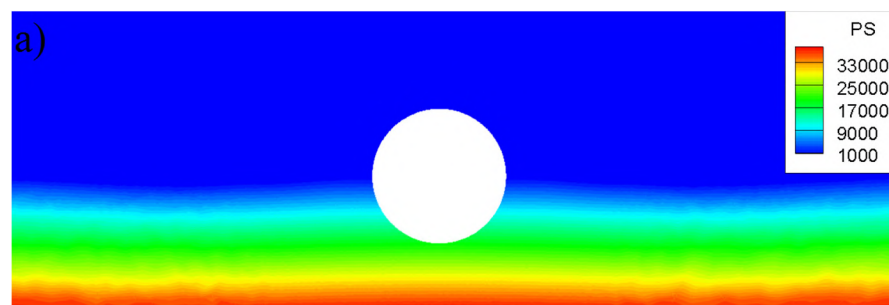


Figura 5.58: Campos de superfície livre para o problema de oscilação de um cilindro flutuante. a) Instante  $t = 3,72$  s; b) Instante  $t = 4,28$  s; c) Instante  $t = 5,06$  s.



(continua na próxima página)

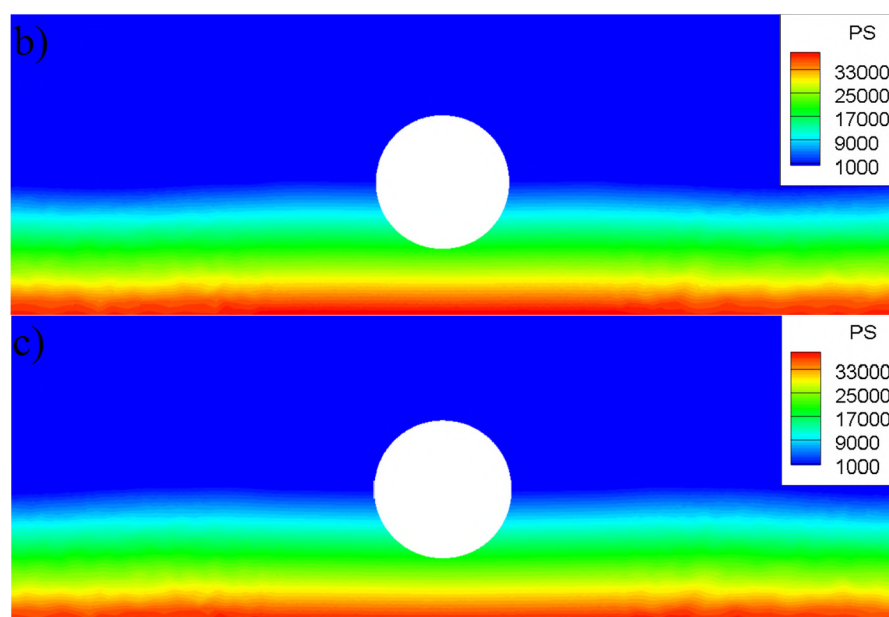


Figura 5.59: Campos de pressão para o problema de oscilação de um cilindro flutuante. a) Instante  $t = 3,72$  s; b) Instante  $t = 4,28$  s; c) Instante  $t = 5,06$  s.

### 5.13 ROTAÇÃO DE UM BLOCO FLUTUANTE

O presente exemplo é baseado em um estudo experimental conduzido por Jung et al. (2006), onde um corpo prismático com 0,3 m e 0,1 m de altura está parcialmente submerso em um tanque de água de 0,9 m de profundidade. O corpo é livre para se movimentar apenas no grau de liberdade de rotação em relação ao seu centro de massa, conforme é mostrado na Figura 5.60.

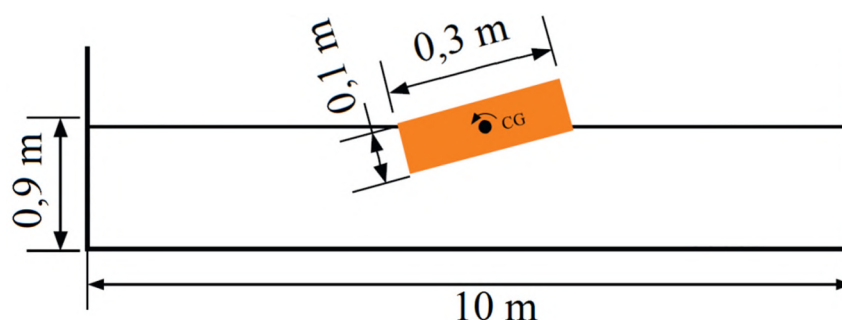


Figura 5.60: Esquema geral do problema de rotação de um bloco flutuante (Zhang e Wan, 2017).

O bloco prismático é solto a partir de uma inclinação inicial de  $15^\circ$  em relação à superfície d'água e o tanque possui 10 m de comprimento. A massa específica do bloco é de  $1.180 \text{ kg/m}^3$ . As condições de contorno usadas são de parede de livre deslizamento em todas as superfícies e pressão nula na superfície de topo.

A malha empregada possui 466.164 elementos tetraédricos e 156.198 nós; e a menor dimensão de elemento encontrada é de  $1,16 \times 10^{-3}$  m, localizada próxima da interface fluido-estrutura e ao longo da superfície livre. A Figura 5.61 apresenta maiores detalhes da malha empregada.

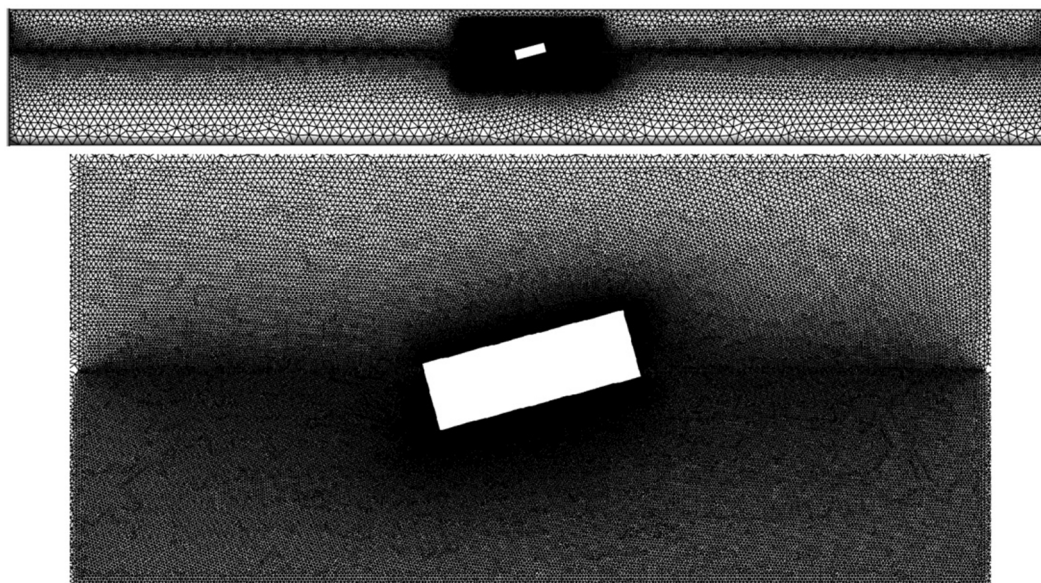


Figura 5.61: Malha empregada no problema de rotação de um bloco flutuante.

A Figura 5.62 mostra os resultados de ângulo de rotação medidos ao longo do tempo, onde os resultados obtidos no presente trabalho são comparados a outros estudos experimentais e numéricos. Pode-se observar que o presente resultado consegue reproduzir adequadamente o período do resultado experimental, mas a amplitude deste último decai de maneira mais rápida. Este comportamento também é observado em outros estudos, como os de Ghasemi et al. (2014) e Chen et al. (2016).

O presente trabalho também conduziu um teste utilizando o *software* comercial Fluent, usando uma malha de 192.370 elementos tetraédricos, 97.237 nós e menor dimensão de elemento de  $1,25 \times 10^{-3}$  m. Os resultados obtidos também se mostraram parecidos com os resultados numéricos anteriores.

Este amortecimento menor pode ser explicado devido ao fato de que nos resultados experimentais pode ter havido uma fricção extra causada pelos dispositivos físicos usados para fixação do corpo, o que causou um aumento em seu amortecimento (ver Chen et al., 2016). Outra explicação possível é a de que análises bidimensionais não conseguem

reproduzir adequadamente as dissipações viscosas turbulentas presentes em um estudo experimental (Ghasemi et al., 2014).

Em relação aos modelos numéricos, observa-se que os resultados do presente trabalho aproximam-se dos resultados de Ghasemi et al. (2014) nos três primeiros picos, com erros relativos de 2,87%, 2,73% e 7,78%, respectivamente.

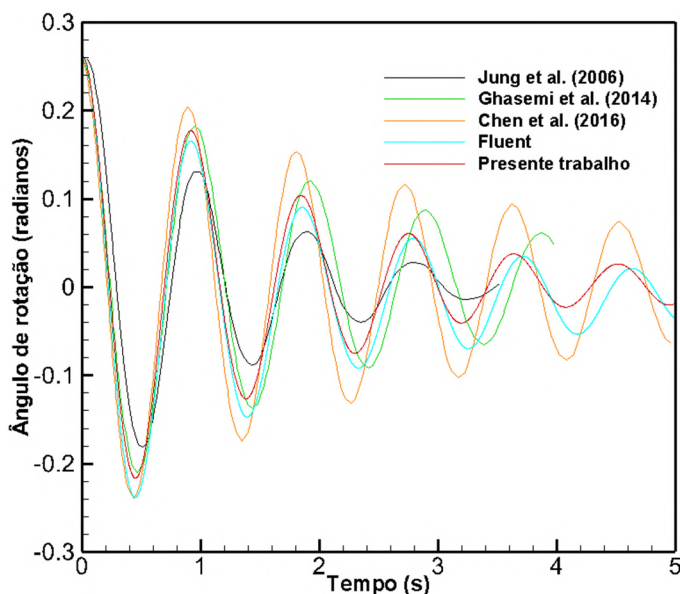
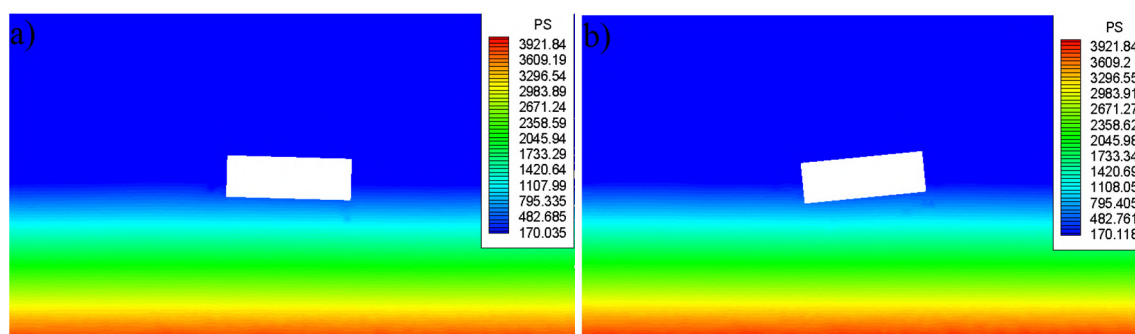


Figura 5.62: Resultados obtidos no problema de rotação de um bloco flutuante.

A Figura 5.63 mostra os resultados do campo de pressão, de superfície livre, vetores de velocidade perto do corpo, assim como configurações da malha para alguns instantes de tempo. Pode-se observar que há pouca variação de pressão durante a simulação, assim como do movimento da superfície livre. Dos vetores de velocidade, observa-se a separação do escoamento junto aos cantos da estrutura que, conforme Jung et al. (2006), tende a aumentar o movimento de rotação, ao invés de dissipar. Por fim, a movimentação de malha também se mostra bastante suave diante do movimento do corpo.



(continua na próxima página)

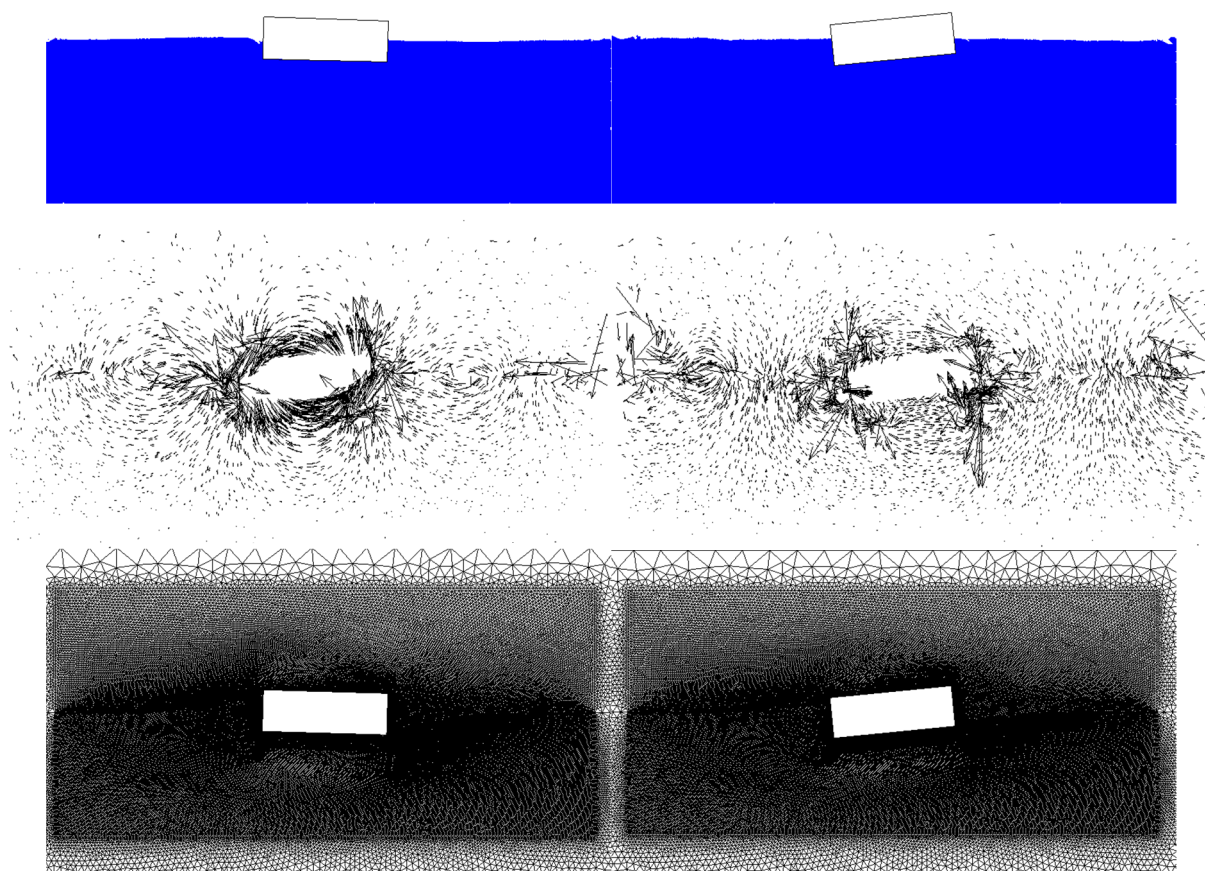


Figura 5.63: Campos de pressão, superfície livre, vetores de velocidade e configuração de malha para os instantes: a) 0,675 s ; b) 1,83 s.

#### 5.14 PACOTE DE ONDA INTERAGINDO COM UM CORPO FLUTUANTE

Proposto por Hadžić et al. (2005), o presente problema estuda a interação de um corpo flutuante sujeito a um pacote de onda (*wave packet*). Resultados experimentais, conduzidos na Universidade Técnica de Berlim, foram obtidos para um prisma retangular, possuindo 10 cm de comprimento, 5 cm de altura e 29 cm de espessura, com uma densidade relativa à água de 0,68 (Bouscasse et al., 2013). A Figura 5.64 apresenta um esquema geral para o problema.

Da Figura 5.64, observa-se uma distância de 2,11 m entre o gerador de ondas e o corpo flutuante. O corpo possui massa de 0,986 kg e momento de inércia de massa de  $1,4 \times 10^{-3}$  kg.m<sup>2</sup>. Dada a grande espessura do corpo, este problema pode ser tratado como bidimensional tendo, portanto, três graus de liberdade possíveis (translações horizontal e vertical, e rotação).



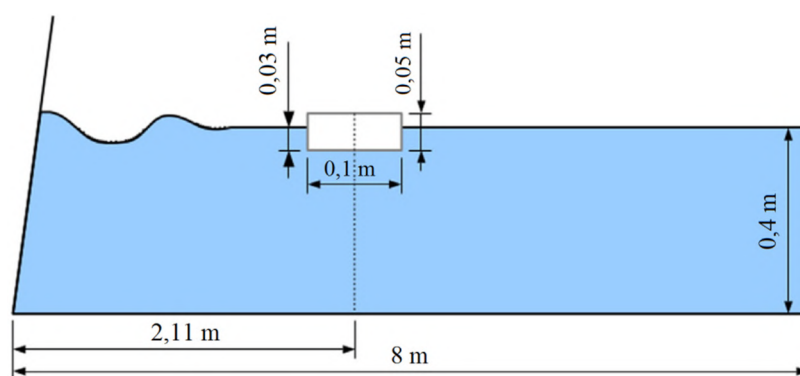


Figura 5.64: Esquema geral do problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante (baseado em Bouscasse et al., 2013).

Na aresta esquerda da Figura 5.64, pode-se observar o gerador de ondas, do tipo *flap*. A Figura 5.65 apresenta um histórico dos ângulos de giro do gerador para a criação do pacote de onda. A sua representação numérica neste trabalho é dada a partir de condições de contorno de velocidade.

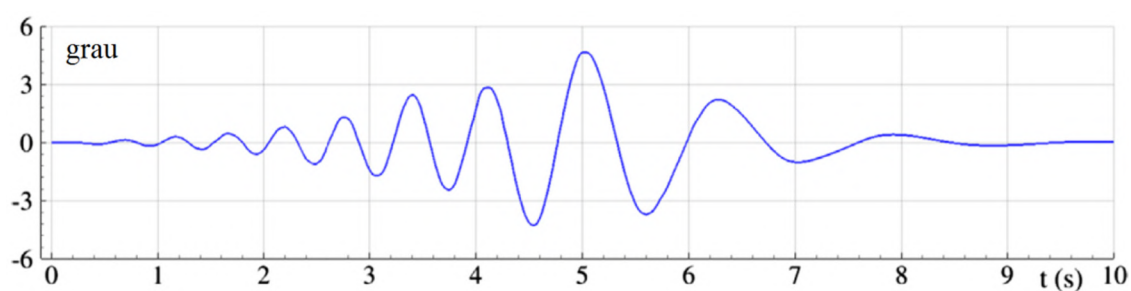


Figura 5.65: Histórico dos ângulos de giro do gerador de ondas (baseado em Bouscasse et al., 2013).

Para a simulação numérica, foi utilizada uma malha de 528.039 elementos tetraédricos e 176.634 nós distribuídos de forma não linear, conforme apresentado na Figura 5.66. A menor dimensão de elemento encontrada é de  $1,82 \times 10^{-3}$  m, localizada próxima da interface fluido-estrutura.

As condições de contorno empregadas são de livre deslizamento nas arestas da direita e inferior. A aresta superior tem apenas a pressão prescrita nula e a aresta esquerda apresenta as velocidades  $X$  e  $Y$  de entrada para a geração do pacote de onda até 0,6 m (um pouco acima do nível d'água). A partir da altura de 0,6 m, as velocidades  $X$  e  $Y$  são impostas como sendo nulas.

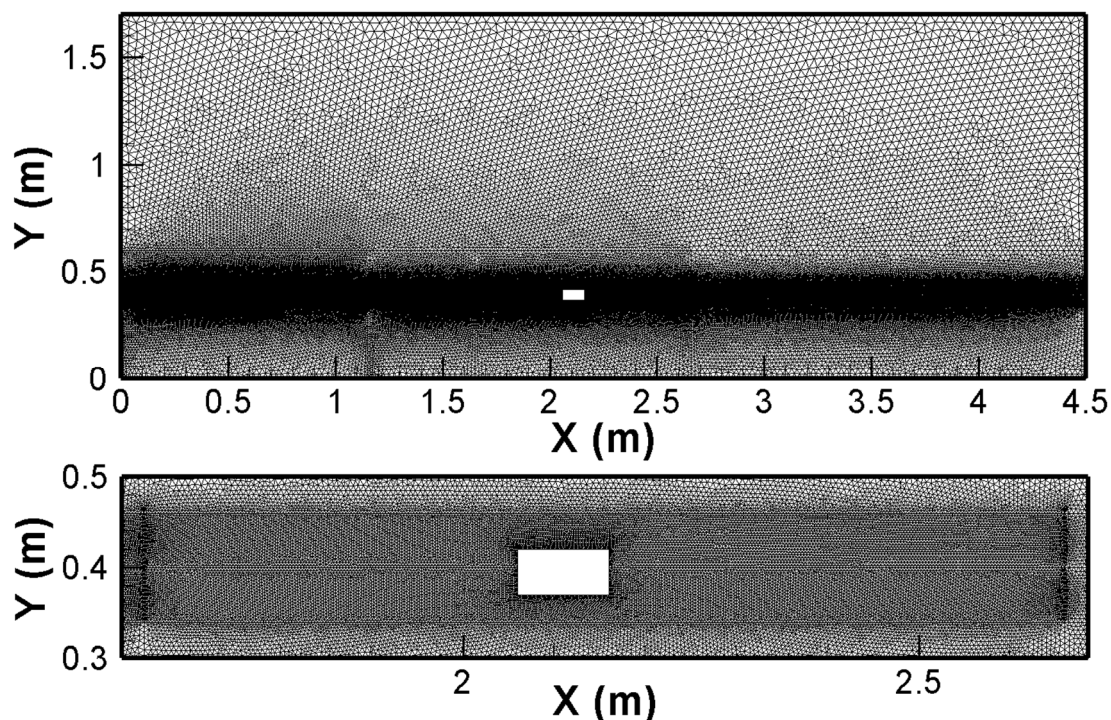


Figura 5.66: Malha empregada para o problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.

Durante a simulação, a elevação de onda foi registrada ao longo do tempo em duas regiões:  $X = 1,16$  m e  $X = 2,66$  m. A Figura 5.67 apresenta os resultados destas elevações, comparados aos estudos de outros autores. Observa-se que no presente modelo há uma pequena dissipação da elevação d'água, o que é natural em um modelo de escoamento bifásico usando apenas o método *Level Set*. Soma-se isso à formulação simplificada do tetraedro, que infelizmente só pode avaliar as derivadas de forma constante no elemento. Mesmo assim, os resultados mostram-se próximos aos obtidos pelas referências.

A Figura 5.68 apresenta os resultados obtidos para os graus de liberdade de avanço (translação em  $X$ ), afundamento (translação em  $Y$ ) e jogo (rotação em  $Z$ ) do corpo flutuante ao longo do tempo. Nota-se que os resultados mostram-se parecidos aos estudos experimental e numérico das referências, apesar do efeito de dissipação numérica, inerente ao método *Level Set*. Para o avanço, nota-se que as maiores diferenças de resultados ocorreram a partir do instante  $t = 7,5$ s, com um erro relativo de 12,67% neste instante em relação aos resultados experimentais de Hadžić et al. (2005). Para o afundamento, nota-se que mesmo em instantes avançados, como em  $t = 7,3$ s, a resposta do presente trabalho mostrou-se bastante parecida (erro relativo de 0,2%) aos experimentais de Hadžić et al. (2005); já em  $t = 7,7$ s os resultados aproximaram-se mais dos numéricos de Bouscasse et al. (2013), com um erro relativo de 7,78%. Para o jogo, observa-se que para os instantes  $t = 7,5$ s e 7,9s os resultados aproximam-

se mais dos experimentais de Hadžić et al. (2005), com 8,98% e 12% de erros relativos, respectivamente.

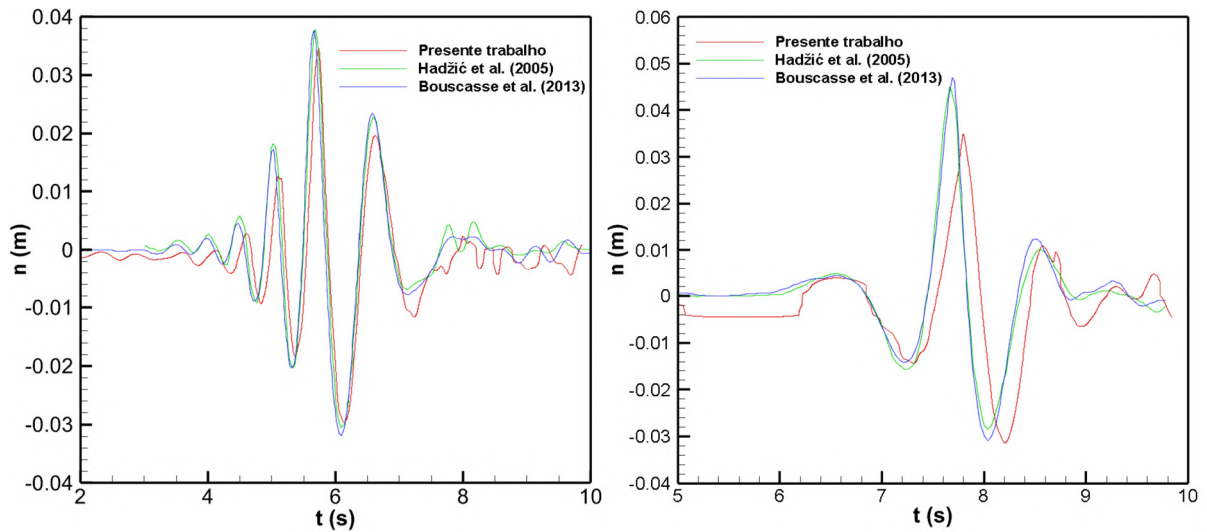


Figura 5.67: Histórico das elevações para as regiões  $X = 1,16$  m e  $X = 2,66$  m.

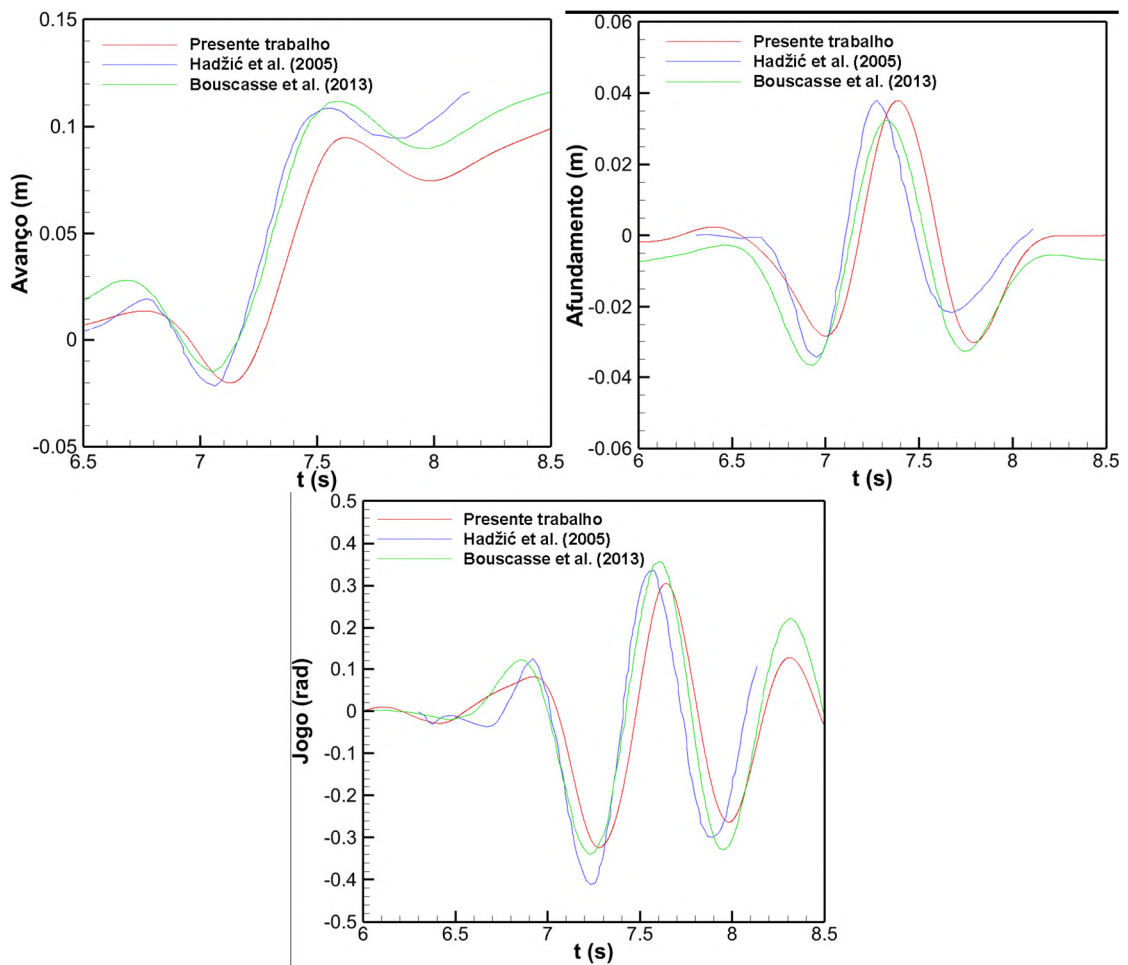


Figura 5.68: Histórico dos graus de liberdade de avançaço, afundamento e jogo.

A Figura 5.69 apresenta os registros de superfície livre para alguns instantes de tempo para este problema. Pode-se notar a passagem da onda pelo corpo ao longo do tempo. Próximo ao corpo, nota-se algumas irregularidades na superfície livre (ver também Figura 5.71), provavelmente devido à sua interação com o corpo rígido.



Figura 5.69: Registros de superfície livre de alguns instantes de tempo para o problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.

As Figuras 5.70 e 5.71 apresentam os campos de pressão e vetores de velocidade, junto com as configurações de malha do movimento do corpo. Pelos campos de pressão, pode-se observar de maneira bastante nítida o efeito da passagem da onda sobre o corpo. Observa-se também que o movimento de malha conseguiu acompanhar bem o movimento do corpo, sem gerar grandes distorções aos elementos.

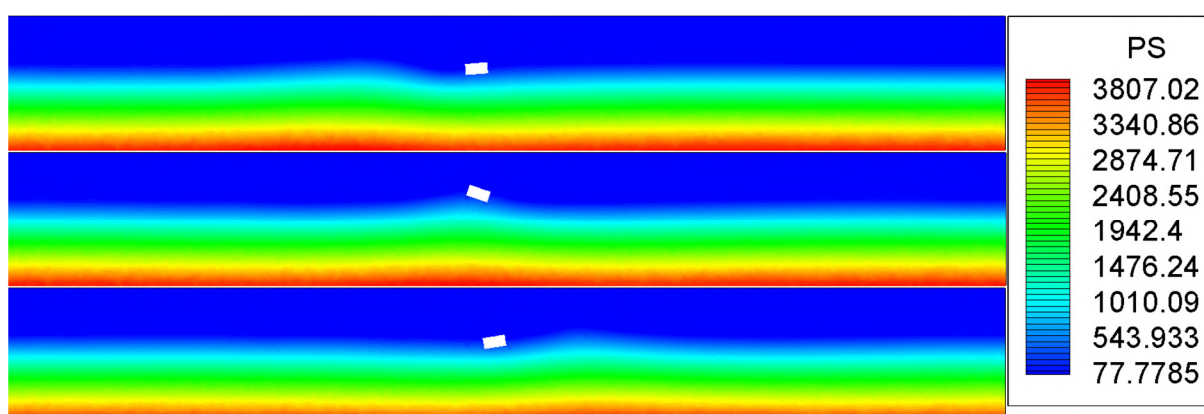


Figura 5.70: Registros de pressão de alguns instantes de tempo para o problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.

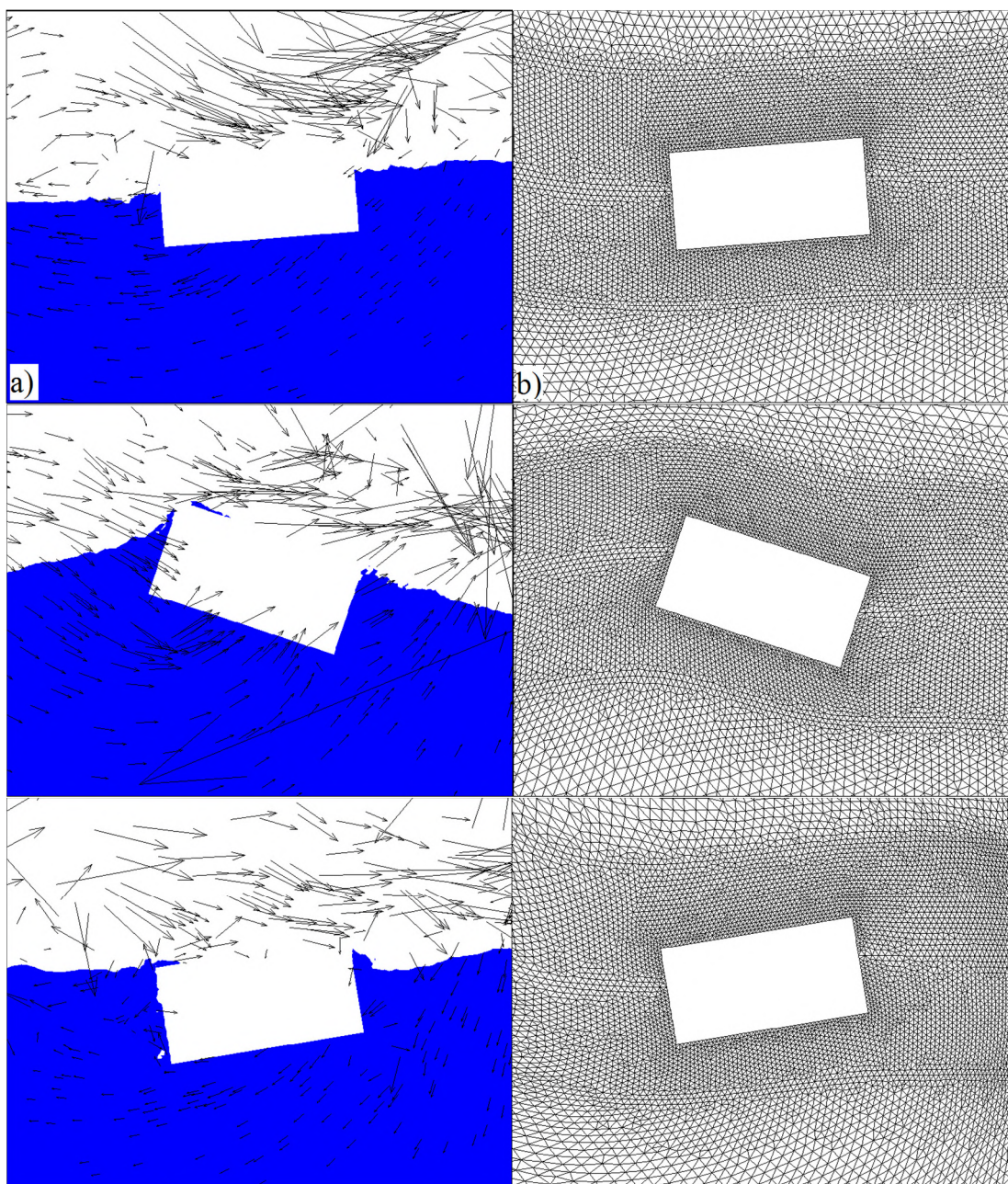


Figura 5.71: a) Registros de vetores de velocidade e b) Configurações de malha de alguns instantes de tempo para o problema de pacote de onda interagindo com um corpo flutuante.

### 5.15 CORPO FLUTUANTE COM AMARRAÇÃO

Este exemplo é usado para verificar o acoplamento entre o programa IFE, com superfície livre, e código de cabos em formulação NP-FEM. Proposto inicialmente por Gunn et al. (2018), o problema conta com uma bóia esférica ancorada por um cabo na vertical, conforme mostra o esquema na Figura 5.72. A bóia é originalmente submersa em 15 mm (em relação ao seu topo) e depois solta, onde passa a flutuar verticalmente até atingir um estado de equilíbrio.

A esfera apresenta uma massa de 1,745 kg e um raio de 101,5 mm. A bóia é feita a partir de uma esfera oca com poliestireno expandido de alta densidade (massa específica de 29,5 kg/m<sup>3</sup>) com 40 mm de espessura (Gunn et al., 2018). Para assegurar que o centro de massa esteja localizado abaixo do centróide (garantindo assim uma orientação estável na água) um disco de aço macio de 38 mm de espessura com raio de 40 mm foi colocado na metade inferior da bóia, o que permitiu baixar o centro de massa 27 mm em relação ao centróide (Gunn et al., 2018). A Figura 5.73 mostra a seção transversal da bóia. Os momentos de inércia de massa  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  são 1,7352 kg.m<sup>2</sup>, 1,7764 kg.m<sup>2</sup> e 1,7352 kg.m<sup>2</sup>, respectivamente.

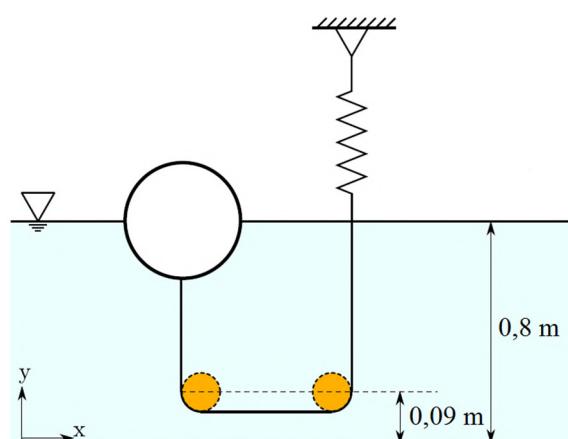


Figura 5.72: Esquema geral do problema de bóia amarrada flutuante (baseado em Gunn et al., 2018).

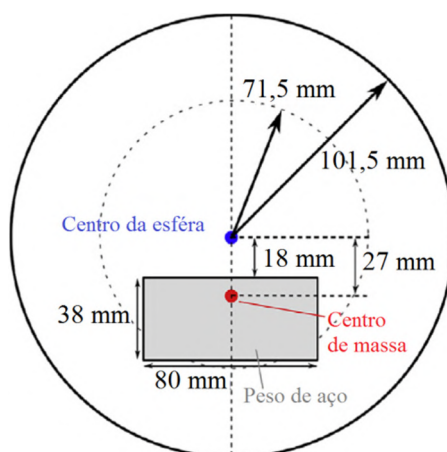


Figura 5.73: Seção transversal da bóia (baseado em Gunn et al., 2018).

O cabo de ancoragem apresenta um diâmetro de 1 mm. No estudo experimental, foi empregada uma mola para representar a rigidez do cabo de ancoragem. Para evitar amortecimentos em seus movimentos de expansão e contração, a mola foi colocada fora d'água. Sua rigidez, de 30,88 N/m, foi simulada numericamente neste trabalho escolhendo um módulo de elasticidade apropriado para o cabo.

Para o modelo numérico, foi adotado um domínio de 1 m de comprimento e 1 m de largura, baseando-se no mesmo modelo numérico de Gunn et al. (2018), e 1,6 m metro de altura. Para evitar o efeito de rebatimento de ondas, foi empregada uma camada de esponja (ver seção 4.5) de 0,15 m de comprimento  $L_s$  e 400 de intensidade de amortecimento  $\alpha_s$ . Foram empregadas duas malhas: a primeira possui 1.342.130 elementos, 240.423 nós e  $2 \times 10^{-3}$  m como menor dimensão de elemento; e a segunda possui 816.516 elementos, 142.047 nós e  $1 \times 10^{-2}$  m como menor dimensão de elemento. A Figura 5.74 apresenta a malha mais refinada empregada.

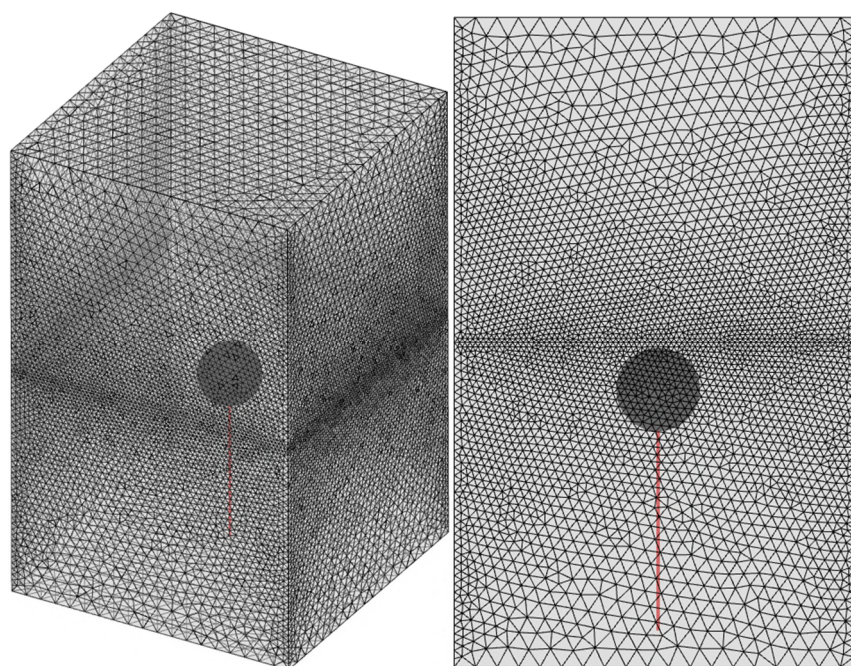


Figura 5.74: Malha empregada no problema de bóia amarrada flutuante. Em vermelho encontra-se o cabo de amarração (a espessura da cor não representa o diâmetro do cabo).

A Figura 5.75 apresenta o histórico de posições do cabo ao longo do tempo, comparado aos resultados experimentais obtidos por Gunn et al. (2018). Nota-se a proximidade entre ambos os resultados, embora o resultado obtido com o modelo proposto neste trabalho mostre um menor amortecimento ao longo do tempo. Para a malha número 1, observou-se um erro relativo médio da ordem de 2,5% em relação aos resultados da referência e um erro relativo máximo de 2,86% no instante  $t = 1,76$ s. Já para a malha número 2, observou-se um erro relativo médio da ordem de 1,5% em relação aos resultados da referência e o maior erro relativo de 4,26% no instante  $t = 0,33$ s.

Com o objetivo de tentar simular melhor o amortecimento causado pelo cabo e sua interação com as polias, testou-se novamente a simulação, com a malha 2, considerando uma razão de amortecimento crítico de 15%. Dos resultados, observa-se que a solução aproximou-se um

pouco mais do resultado experimental, com um erro relativo médio da ordem de 1% e maior erro relativo de 2,5% no instante  $t = 0,33s$ . Como o movimento vertical mostrou-se com uma atenuação bastante comportada ao longo do tempo, também se pode concluir que a esponja empregada está conseguindo evitar de maneira satisfatória o rebatimento de ondas no domínio.

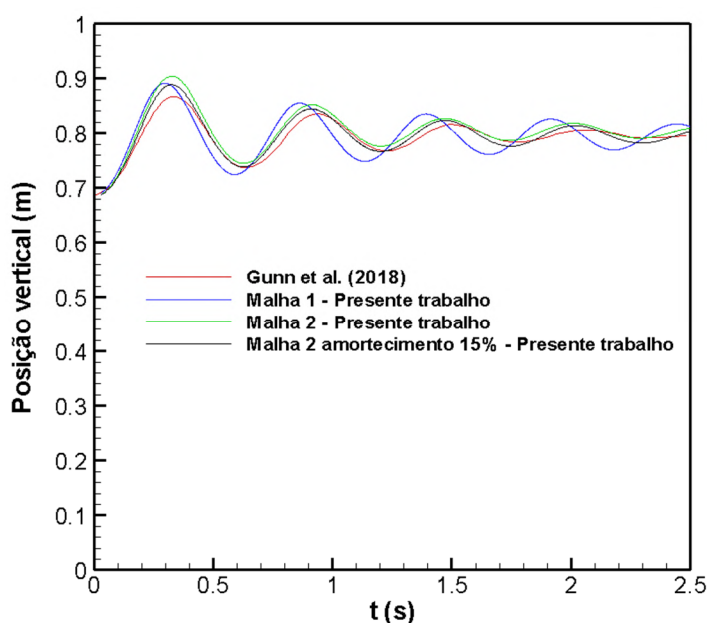
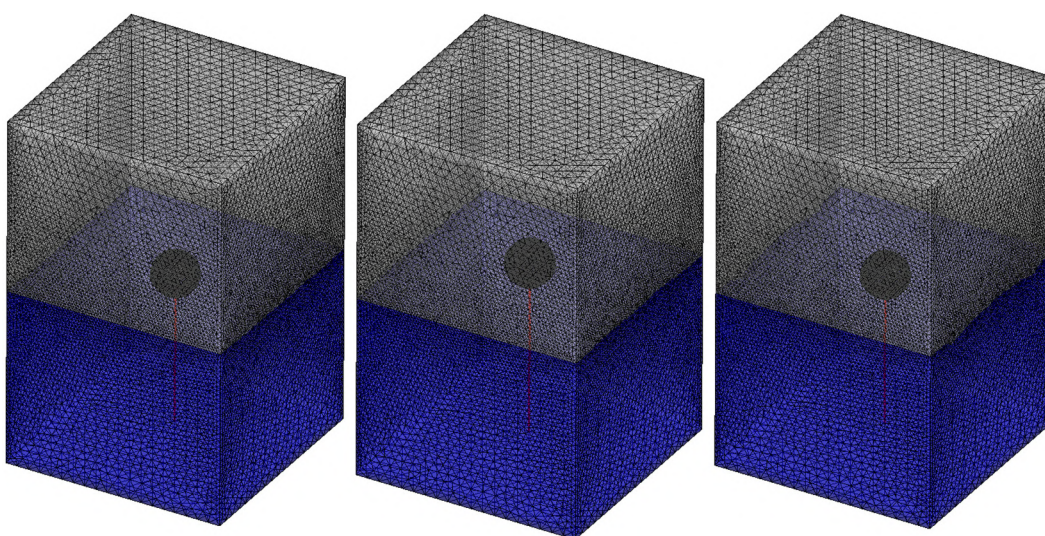


Figura 5.75: Histórico de posição vertical no problema de bóia amarrada flutuante.

As Figuras 5.76 e 5.77 apresentam os campos de superfície livre e de pressão para alguns instantes de tempo. Pode-se notar o movimento de subida e descida da bóia com o passar do tempo, assim como o movimento de onda causado.



(continua na próxima página)



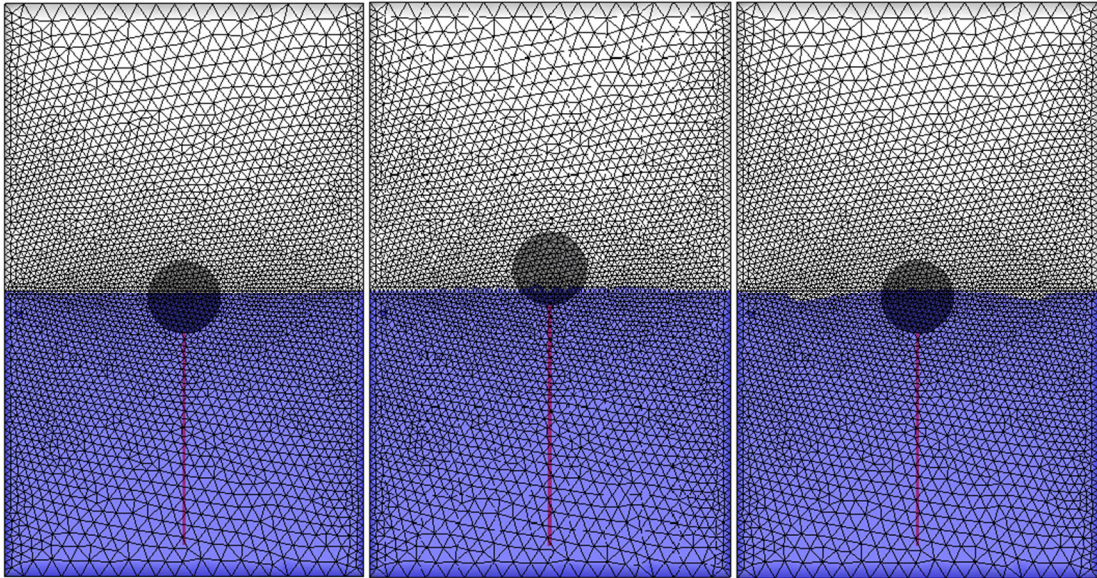


Figura 5.76: Superfície livre no problema de bóia amarrada flutuante.

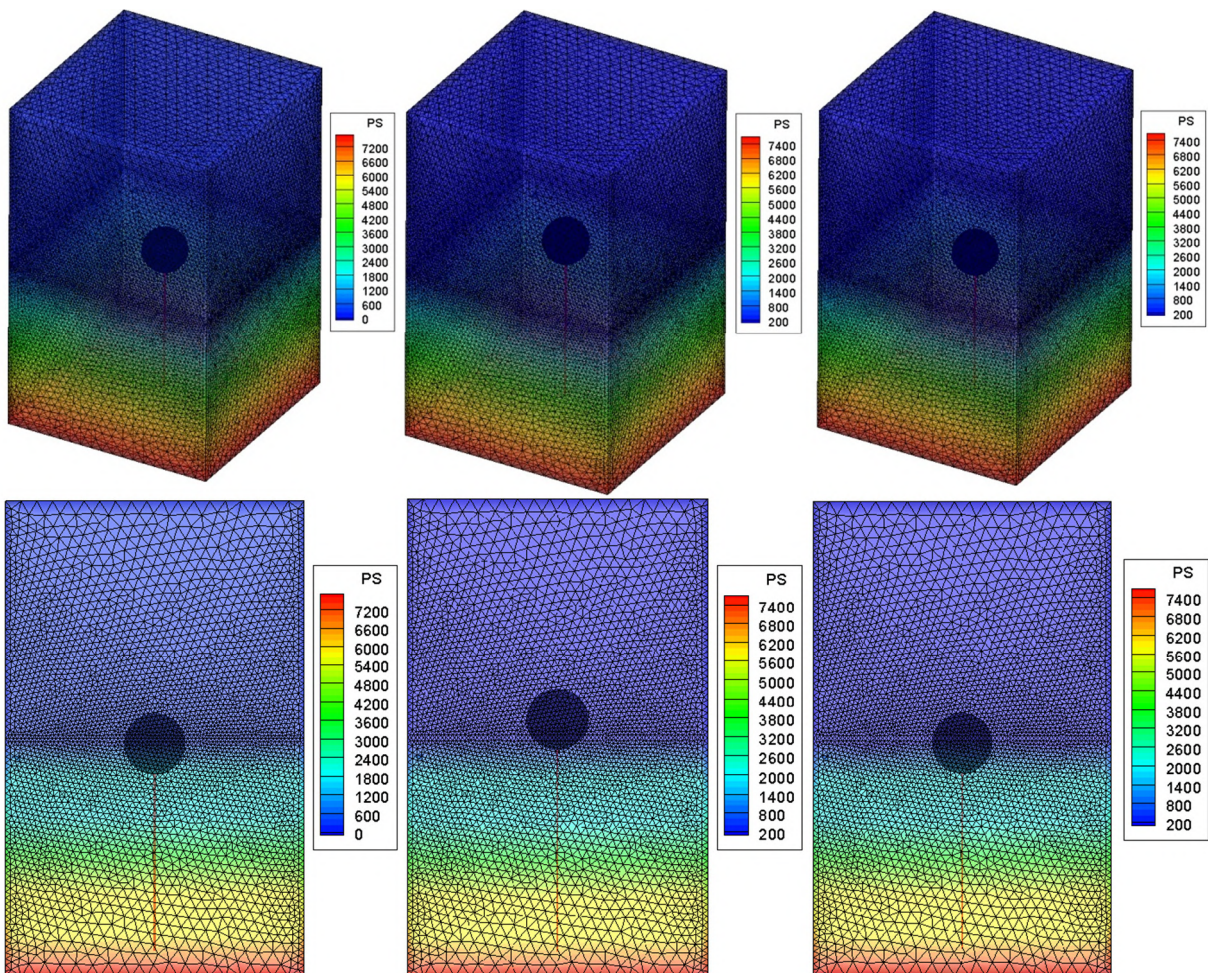


Figura 5.77: Campos de pressão no problema de bóia amarrada flutuante.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foram desenvolvidas ferramentas numéricas de IFE para a análise de estruturas sujeitas à ação de escoamentos com superfície livre. Com isso, cumpriu-se o objetivo de se criar um modelo de acoplamento para futuros estudos sobre o comportamento de estruturas flutuantes submetidas a ações simultâneas de vento e interação da estrutura com a água, as quais podem ou não estar ancoradas através de cabos de amarração.

O modelo CBS, em sua forma semi-implícita, foi verificado e validado através de exemplos clássicos da Mecânica de Fluidos, como escoamentos em cavidades tridimensionais e escoamentos aerodinâmicos sobre cilindros. Os resultados obtidos concordaram bem com as referências. O método semi-implícito mostrou-se bastante estável ao longo das simulações, assim como bastante flexível em relação aos passos de tempo adotados, mas ressalta-se a necessidade que se teve de prescrever pontos de pressão nula ao longo de determinadas faces ou arestas do domínio, de forma a facilitar a convergência para o cálculo do Método dos Gradientes Conjugados (MGC). O MGC também mostrou-se um método bastante oneroso quanto ao tempo de simulação numérico, sendo necessária sua paralelização em OpenMP para reduzir os custos de tempo computacional envolvidos.

Em seguida, o modelo foi expandido para lidar com problemas de IFE considerando corpos rígidos. Dos resultados, notou-se que o fenômeno de *flutter*, proposto no exemplo, foi adequadamente reproduzido pelo modelo implementado, confirmando sua validade. Concluiu-se que a transferência de energia que se dá entre o fluido calculado pelo método CBS e pela estrutura é realizado de forma bastante consistente, sem perdas de energia consideráveis ao longo do tempo. Ressalta-se aqui também a necessidade de um maior refinamento junto à interface fluido e corpo rígido para que a transferência de informações seja de melhor qualidade. Por fim, destaca-se que a formulação ALE de movimentação de malha também mostrou-se onerosa quanto ao tempo de processamento, também sendo de grande importância a sua paralelização em OpenMP para redução do tempo de simulação.

Em paralelo, foi criado um código capaz de calcular e reproduzir a movimentação de cabos flexíveis, em uma formulação relativamente nova, de NP-FEM. Através de um exemplo bidimensional de queda de um cabo flexível, assim como um exemplo tridimensional de movimentação de um pêndulo cônico, pode-se notar que a ferramenta criada consegue

reproduzir corretamente a movimentação dos cabos, com resultados bastante similares aos da referência. Por fim, a verificação da avaliação do arrasto e massa adicionada no cabo foi realizada através de um exemplo de arrasto sobre cabo submerso, de onde foram obtidos resultados bastante consistentes aos da referência. Por fim, nota-se que a formulação do cabo requer passos de tempo bastante baixos para que informações como acelerações e velocidades dos cabos sejam avaliados com maior precisão.

Em seguida, o modelo de cabo flexível foi implementado ao modelo de IFE com CBS, criando um único código capaz de resolver o escoamento, corpo rígido e cabo. A nova ferramenta numérica foi verificada através de um exemplo de pêndulo de pequenas oscilações, sem desprezar a interação do pêndulo com o ar. Do modelo, notou-se que o cabo necessitou de um passo de tempo menor (algo em torno de 100 vezes menor) do que os necessários para o fluido e para o corpo rígido, sinalizando a possível necessidade da criação de uma rotina de subciclos para o cabo em trabalhos futuros.

Com o propósito de estudar e de implementar formulações mais robustas de rotações em corpos rígidos, propôs-se um exemplo de rotação de um corpo rígido livre de forças, onde os três métodos de solução de sistemas disponíveis no trabalho ( $\alpha$ -Generalizado, Newmark e Runge-Kutta explícito de 3º ordem) foram testados com uma solução disponível pelo *software* comercial ABAQUS. Conclui-se que, dos métodos disponíveis, o de Runge-Kutta tem os resultados mais próximos aos obtidos pelo ABAQUS. Isto possivelmente ocorre porque rotações são objetos pertencentes à variedade não linear do grupo de Lie ortogonal especial  $SO(3)$ , que não admite interpolações, como as realizadas por métodos linearizantes como os de Newmark e  $\alpha$ -Generalizado, o que gera erros de aproximação em relação ao resultado analítico.

Em conjunto com os estudos anteriores, o modelo CBS semi-implícito também foi implementado e aplicado em problemas de superfície livre utilizando para isso o método *Level Set*. Foram testados exemplos clássicos como o de instabilidade de Rayleigh-Taylor (bidimensional) e rompimento de barragem (tridimensional). Observou-se que o modelo conseguiu reproduzir adequadamente a movimentação da superfície livre, sabendo separar adequadamente os dois fluidos. Observou-se ainda que o modelo CBS conseguiu conservar bem a massa (ou volume) ao longo do tempo, o que é uma característica importante para simulações envolvendo o método *Level Set*, onde perdas de massa podem ocorrer. Destaca-se

também a necessidade de um maior refinamento junto à superfície livre para poder capturar corretamente as movimentações dos dois fluidos naquela região.

Em seguida, a mesma ferramenta de superfície livre foi testada para casos de IFE envolvendo corpos rígidos. Os exemplos testados envolveram a oscilação transiente de um cilindro flutuante, a rotação de um bloco flutuante e a interação de um corpo flutuante sob o impacto de um pacote de onda. Mesmo no último exemplo, mais complexo, o código implementado conseguiu reproduzir corretamente a geração da onda e sua interação com o corpo em todos os seus graus de liberdade envolvidos. Aqui destaca-se a sensibilidade do método CBS semi-implícito quanto à convergência do MGC: foram necessários domínios com uma alta região de camada de ar para que se pudesse criar uma zona estável o suficiente para a aplicação das condições de contorno de pressão nula no topo do domínio, condição necessária para uma melhor convergência do MGC.

Por fim, o modelo CBS semi-implícito com IFE e superfície livre teve a formulação NP-FEM de cabos implementada, para a formação de um único código capaz de resolver problemas complexos de corpos flutuantes amarrados por cabos. Para verificação do código, foi proposto um exemplo de corpo flutuante com amarração, de onde se conclui que o código implementado conseguiu reproduzir adequadamente o fenômeno físico envolvido. Novamente destaca-se a necessidade de um bom refinamento, tanto junto à superfície livre quando na interface fluido-estrutura.

Como conclusão geral do exposto, nota-se que as ferramentas numéricas implementadas e já existentes conseguiram reproduzir satisfatoriamente os resultados de outras referências, mostrando a confiabilidade da ferramenta numérica adotada.

Por fim, ficam como sugestões para trabalhos futuros:

- a) Verificar o modelo de IFE para problemas com corpos flutuantes com vários cabos de amarração e grandes rotações tridimensionais;
- b) Analisar problemas de estabilidade em edificações flutuantes sob a ação do vento;
- c) Implementar um código de adaptação de malha para captar melhor as interfaces entre fluidos e fluido e estrutura;

- d) Implementar um modelo de estrutura com material deformável em elementos finitos para simular problemas de IFE com estruturas mais flexíveis;
- e) Estudar como o modelo NP-FEM do cabo comporta-se frente a um problema envolvendo estruturas flutuantes com cabos de amarração em configuração de catenária;
- f) Estudar problemas de IFE com cabo acoplado em situações que exigem grandes rotações por parte da estrutura;
- g) Implementar uma técnica de subciclos no acoplamento entre cabo e corpo rígido, permitindo assim trabalhar com passos de tempo menores para o cabo;
- h) Implementar uma formulação com elementos tetraédricos quadráticos, de forma a poder melhor capturar as movimentações da superfície livre;
- i) Implementar um modelo de ancoragem dos cabos de amarração no solo do leito aquático para levar em conta os efeitos de interação entre o solo, a estrutura de ancoragem e os cabos de amarração;
- j) Implementar uma versão do código usando programação CUDA/FORTRAN para processamento paralelo em placas gráficas.

## REFERÊNCIAS

- AAMO, O. M.; FOSSEN, T. I. Finite element modelling of mooring lines. **Mathematics and Computers in Simulation**, vol. 53, p. 415-422, 2000.
- ABAQUS. **Motion of a rigid body in ABAQUS/Standard**. Disponível em <<http://130.149.89.49:2080/v6.13/books/bmk/default.htm?startat=ch01s03ach25.html>>. Acesso em 3 Mar 2022.
- AKKERMAN, I.; BAZILEVS, Y.; BENSON, D. J.; FARTHING, M. W.; KEES, C. E. Free-surface flow and fluid-object interaction modeling with emphasis on ship hydrodynamics. **Journal of Applied Mechanics**, vol. 79, p. 1-11, 2012.
- ALQUATI, E. L. G. A. **Precondicionamento do Método dos Gradientes Conjugados numa Formulação Elemento-por-Elemento**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 1991.
- ANTOCI, C.; GALLATI, M. SIBILLA, S. Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH. **Computers and Structures**, vol. 85, p. 879-890, 2007.
- ASTORINO, M.; CHOULY, F.; FERNÁNDEZ, M. A. Robin based semi-implicit coupling in fluid-structure interaction: stability analysis and numerics. **SIAM Journal on Scientific Computing**, vol. 31, p. 4041-4065, 2009.
- AZCONA, J.; MUNDUATE, X.; GONZÁLEZ, L.; NYGAARD, T. A. Experimental validation of a dynamic mooring lines code with tension and motion measurements of a submerged chain. **Ocean Engineering**, vol. 129, p. 415-427, 2017.
- BABUŠKA, I. The finite element method with lagrangian multipliers. **Numerische Mathematic**, vol. 20, p. 179-192, 1973.
- BAE, Y. H.; KIM, M. H.; KIM, H. C. Performance changes of a floating offshore wind turbine with broken mooring line. **Renewable energy**, vol. 101, p. 364-375, 2017.
- BARDINA, J.; FERZIGER, J. H.; REYNOLDS, W. C. **Improved Turbulence Models Based on Large Eddy Simulation of Homogeneous, Incompressible, Turbulent Flows**. Tese de Doutorado, Department of Mechanical Engineering/Stanford University, Palo Alto, 1983.
- BARROSO, C. W. **Aplicação do Modelo CBS em Problemas da Engenharia do Vento Computacional**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2019.
- BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Prentice Hall, New Jersey, 1996.

BHAT, S. S.; CERMELLI, C. A.; LO, K. H. Polyester mooring for ultra-deepwater applications. In: **ASME 2002 21<sup>st</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, p. 513-518, Oslo, Norway, 2002.

BIANCHIN, G. P. **Análise Numérica da Ventilação e Mitigação de Cargas Aerodinâmicas em Edificações Baixas Usando Spoilers com Controle PID**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2021.

BIRAN, A.; LÓPEZ-PULIDO, R. **Ship Hydrostatics and Stability**. 2<sup>nd</sup>. ed. Butterworth-Heinemann, 2014.

BISHOP, R. E. D.; PRICE, W. G. **Hydroelasticity of ships**. Cambridge University Press, 1979.

BLESSMANN, J. **Aerodinâmica das construções**. 3. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2011.

BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural**. 2. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2013.

BOGAERS, A. E. J.; KOK, S.; REDDY, B.D.; FRANZ, T. Quase-Newton methods for implicit black-box FSI coupling. **Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 279, p. 113-132, 2014.

BOUFFANAIS, R.; DEVILLE, M. O.; LERICHE, E. Large-eddy simulation of the flow in a lid-driven cubical cavity. **Physics of Fluids**, vol. 19, p. 1-21, 2007.

BOUSCASSE, B.; COLAGROSSI, A.; MARRONE, S.; ANTUONO, M. Nonlinear water wave interaction with floating bodies in SPH. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 42, p. 112-129, 2013.

BOUTWELL, S. **U.S. 5<sup>th</sup> Circuit Affirms That Tension Leg Platforms (TLP's) Are Not Vessels**. Disponível em <<https://www.louisianalawblog.com/admiralty-and-maritime/u-s-5th-circuit-affirms-tension-leg-platforms-tlps-not-vessels/>>. Acesso em 21 Mar 2019.

BRACKBILL, J. U.; KOTHE, D. B.; ZEMACH, C. A continuum method for modeling surface tension. **Journal of Computational Physics**, vol. 100, p. 335-354, 1992.

BRAUN, A. L. **Um Modelo para a Simulação Numérica da Ação do Vento sobre Seções de Ponte**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2002.

BRAUN, A. L. **Simulação Numérica na Engenharia do Vento Incluindo Efeitos de Interação Fluido-Estrutura**. Tese de Doutorado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2007.

BRAUN, A. L.; BRÜCH, A. R.; MAGHOUS, S. A mixed 3D-1D finite element formulation for analysis of geomaterial structures with embedded curvilinear inclusions: application to

load transfer in mooring anchor systems. **Latin American Journal of Solids and Structures**, vol. 15, p. 1-36, 2018.

BREUER, M.; NAYER, G. D.; MÜNSCH, M.; GALLINGER, T.; WÜCHNER, R. Fluid-structure interaction using a partitioned semi-implicit predictor-corrector coupling scheme for the application of large-eddy simulation. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 29, p. 107-130, 2012.

BREZZI, F. On the existence, uniqueness and approximation of saddle-point problems arising from Lagrangian multiplier. **Publications Mathématiques et Informatiques de Rennes**, n. S4, p. 1-26, 1974.

BURMAN, E.; FERNÁNDEZ, M. A. Stabilization of explicit coupling in fluid-structure interaction involving fluid incompressibility. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 198, p. 766-784, 2009.

BURMAN, E.; FERNÁNDEZ, M. A. Explicit strategies for incompressible fluid-structure interaction problems: Nitsche type mortaring versus robin-robin coupling. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 97, p. 739-758, 2014.

CALDERER, A.; KANG, S.; SOTIROPOULOS, F. Level set immersed boundary method for coupled simulation of air/water interaction with complex floating structures. **Journal of Computational Physics**, vol. 277, p. 201-227, 2014.

CALDERER, A.; GUO, X.; SHEN, L.; SOTIROPOULOS, F. Fluid-structure interaction simulation of floating structures interacting with complex, large-scale ocean waves and atmospheric turbulence with application to floating offshore wind turbines. **Journal of Computational Physics**, vol. 355, p. 144-175, 2018.

CARDONA, A. **An Integrated Approach to Mechanism Analysis**. Tese de Doutorado, FSA/ULiège, Liège, 1989.

CAUSIN, P.; GERBEAU, J. F.; NOBILE, F. Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 194, p. 4506-4527, 2005.

CERQUAGLIA, M. L.; THOMAS, D.; BOMAN, R.; TERRAPON, V.; PONTHOT, J. -P. A fully partitioned Lagrangian framework for FSI problems characterized by free surfaces, large solid deformations and displacements, and strong added-mass effects. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 348, p. 409-442, 2019.

CHAI, Y.; VARYANI, K.; BARLTROP, N. Three-dimensional Lump-Mass formulation of catenary risers with bending, torsion and irregular seabed interaction effect. **Ocean Engineering**, vol. 29, p. 1503-1525, 2002.

CHAKRABARTI, S. K. **Hydrodynamics of offshore structures**. 1<sup>st</sup>. ed. WIT press, 1987.



CHAKRABARTI, S. K. **Handbook of Offshore Engineering**. 1<sup>st</sup>. ed. Elsevier, 2005.

CHANDRASEKARAN, S. **Dynamic Analysis and Design of Offshore Structures**. 1<sup>st</sup>. ed. New Delphi: Springer India, 2015.

CHANG, Y. C.; HOU, T. Y.; MERRIMAN, B.; OSHER, S. A level set formulation of eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows. **Journal of Computational Physics**, vol. 124, p. 449-464, 1996.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. 7<sup>th</sup> ed. Porto Alegre: McGraw-Hill Education, 2016.

CHEN, X.; WU, Y.; CUI, W.; JENSEN, J. J. Review of hydroelasticity theories for global response of marine structures. **Ocean Engineering**, vol. 33, p. 439-457, 2006.

CHEN, Q.; ZANG, J.; DIMAKOPOULOS, A. S.; KELLY, D. M.; WILLIAMS, C. J. K. A cartesian cut cell based two-way strong fluid-solid coupling algorithm for 2D floating bodies. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 62, p. 252-271, 2016.

CHENG, P.; HUANG, Y.; WAN, D. A numerical model for fully coupled aero-hydrodynamic analysis of floating offshore wind turbine. **Ocean Engineering**, vol. 173, p. 183-196, 2019.

CHORIN, A. J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. **Journal of Computational Physics**, vol. 2, p. 12-26, 1967.

CHORIN, A. J. Numerical solution of the Navier-Stokes equations. **Mathematics of Computation**, vol. 22, p. 745-762, 1968.

COLAGROSSI, A.; LANDRINI, M. Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. **Journal of Computational Physics**, vol. 191, p. 448-475, 2003.

DAVIDSON, J.; RINGWOOD, J. Mathematical modelling of mooring systems for wave energy converters – A review. **Energies**, vol. 10, p. 666-711, 2017.

DEGROOTE, J. Partitioned simulation of fluid-structure interaction. **Archives of Computational Methods in Engineering**, vol. 20, p. 185-238, 2013.

DEGROOTE, J.; BRUGGEMAN, J.; VIERENDEELS, J. A coupling algorithm for partitioned solvers applied to bubble and droplet dynamics. **Computers and Fluids**, vol. 38, p. 613-624, 2009.

DEGROOTE, J.; SOUTO-IGLESIAS, A.; PAEPEGEM, W. V.; ANNEREL, S.; BRUGGEMAN, P.; VIERENDEELS, J. Partitioned simulation of the interaction between an elastic structure and free surface flow. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 199, p. 2085-2098, 2010.

DING, H.; ZHU, Z. H.; YIN, L.; ZHANG, G. L.; HU, W. Hamiltonian Nodal Position Finite Element Method for Cable Dynamics. **International Journal of Applied Mechanics**, vol. 9, n. 8, pp. 1-20, 2017.

DING, H.; YIN, X.; ZHU, Z. H.; ZHANG, L. A high accurate Hamiltonian nodal position finite element method for spatial cable structures undergoing long-term large overall motion. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, vol. 70, p. 203-222, 2019.

DONESCU, P.; VIRGIN, L. N. An implicit boundary element solution with consistent linearization for free surface flows and non-linear fluid-structure interaction of floating bodies. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 51, p. 379-412, 2001.

ELHANAFI, A.; MACFARLANE, G.; FLEMING, A.; LEONG, Z. Experimental and numerical measurements of wave forces on a 3D offshore stationary OWC wave energy converter. **Ocean Engineering**, vol. 144, p. 98-117, 2017.

EL-REEDY, M. A. **Offshore Structures: Design, Construction and Maintenance**. 1<sup>st</sup>. ed. Gulf Professional Publishing, 2012.

ENRIGHT, D.; FEDKIW, R.; FERZIGER, J.; MITCHELL, I. A Hybrid Particle Level Set Method for Improved Interface Capturing. **Journal of Computational Physics**, vol. 183, p. 83-116, 2002.

ESCALANTE, M. R.; SAMPAIO, R.; ROSALES, M. B.; RITTO, T. A Reduced Model of a 3D Cable Using Proper Orthogonal Decomposition. **Mecânica Computacional**, vol. 30, p. 1143-1158, 2011.

FALTINSEN, O. M. **Sea Loads on Ships and Offshore Structures**. Cambridge University Press, 1993.

FARIAS, N. S. **Influência da Discretização de Espectros de Onda na Resposta de Movimento de Plataformas Flutuantes Offshore**. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2017.

FERNÁNDEZ, M. A.; GERBEAU, J. F. GRANDMONT, C. A projection semi-implicit scheme for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 69, p. 794-821, 2007.

FINDIKAKIS, A. N.; STREET, R. L. Mathematical description of turbulent flows. **Journal of Hydraulics Division – ASCE**, vol. 108, p. 887-903, 1982.

FITZGERALD, J. BERGDAHL, L. Including moorings in the assessment of a generic offshore wave energy converter: A frequency domain approach. **Marine Structures**, vol. 21, p. 23-46, 2008.

FÖRSTER, C.; WALL, W. A.; RAMM, E. Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible viscous flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 196, p. 1278-1293, 2007.

FUNEZ, M. L. **Um Modelo Numérico para a Simulação de Ensaios Aeroelásticos em Túneis de Vento**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2019.

GAO, Z. Recent research and development of floating breakwater (em Chinês). Disponível em [www.paper.edu.cn/download/downPaper/200604-85](http://www.paper.edu.cn/download/downPaper/200604-85). Acessado em 16 de maio de 2017.

GARRETT, D. L. Coupled analysis of floating production systems. **Journal of Ocean Engineering**, vol. 32, p. 802-816, 2005.

GERARDO-GIORDA L.; FABIO, N. CHRISTIAN, V. Analysis and optimization of robin-robin partitioned procedures in fluid-structure interaction problems. **SIAM Journal on Numerical Analysis**, vol. 48, p. 2091-2116, 2010.

GERMANO, M.; PIOMELLI, U.; MOIN, P.; CABOT, W. H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. **Physics of Fluids**, vol. A3, p. 1760-1765, 1991.

GHAFAARI, H.; DARDEL, M. Parametric study of catenary mooring system on the dynamic response of the semi-submersible platform. **Ocean Engineering**, vol. 153, p. 319-332, 2018.

GHASEMI, A.; PATHAK, A.; RAESSI, M. Computational simulation of the interactions between moving rigid bodies and incompressible two-fluid flows. **Computers & Fluids**, vol. 94, p 1-13, 2014.

GOLDSTEIN, H. **Classical Mechanics**. 2<sup>nd</sup>. ed. Addison-Wesley, 1980.

GOPALA, V. R.; VAN WACHEM. Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows. **Chemical Engineering Journal**, vol. 141, p. 204-221, 2008.

GUNN, D. F. **Using 3D SPH to Model the Interactions of Rogue Waves and Floating Tethered Bodies**. Tese de Doutorado, DMAE/Monash University, Melbourne 2017.

GUNN, D. F.; RUDMAN, M.; COHEN, R. C. Z. Wave interaction with a tethered buoy: SPH simulation and experimental validation. **Ocean Engineering**, vol. 156, p. 306-317, 2018.

HADŽIĆ, I.; HENNING, J.; PERIĆ, M.; XING-KAEDING, Y. Computation of flow-induced motion of floating bodies. **Applied Mathematical Modeling**, vol. 29, p. 1196-1210, 2005.

HARLOW, F. H.; WELCH, J. E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. **The Physics of Fluids**, vol. 8, p. 2182-2189, 1965.

HE, P.; QIAO, R. A full-Eulerian solid level set method for simulation of fluid-structure interactions. **Microfluidics and Nanofluidics**, vol. 11, p. 557-567, 2011.

HE, T. A cbs-based partitioned semi-implicit coupling algorithm for fluid-structure interaction using mcibc methods. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 298, p. 252-278, 2016.

HE, T.; ZHANG, K.; WANG, T. Ac-cbs based partitioned semi-implicit coupling algorithm for fluid-structure interaction using stabilized second-order pressure scheme. **Communications in Computational Physics**, vol. 21, p. 1449-1474, 2017.

HE, T.; YANG, J.; BANIOPOULOS, C. Improving the cbs-based partitioned semi-implicit coupling algorithm for fluid-structure interaction. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 87, p. 463-486, 2018.

HENDERSON, R. Nonlinear dynamics and pattern formation in turbulent wake transition. **Journal of Fluid Mechanics**, vol. 352, pp. 65-112, 1997.

HERJFORD, K. **A Study of Two-dimensional Separated Flow by a Combination of the Finite Element Method and Navier-Stokes Equations**. PhD thesis, The Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Norway, 1995.

HIDALGO-CORDERO, J. F.; GARCÍA-NAVARRO, J. Totota (*Schoenoplectus californicus* (C.A. Mey.) Soják) and its potential as a construction material. **Industrial Crops & Products**, vol. 112, p. 467-480, 2018.

HIRT, C. W.; AMSDEN, A. A.; COOK, J. L. An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. **Journal of Computational Physics**, vol. 14, p. 227-253, 1974.

HIRT, C. W.; COOK, J. L.; BUTLER, T. D. A lagrangian method for calculating the dynamics of an incompressible fluid with free surface. **Journal of Computational Physics**, vol. 5, p. 103-124, 1970.

HIRT, C. W.; NICHOLS B. D. Volume of fluid (VOF) methods for the dynamics of free boundaries. **Journal of Computational Physics**, vol. 39, pp. 201-225, 1981.

HOWELL, C. T. Numerical analysis of 2-D nonlinear cable equations with applications to low-tensions problems. **International Journal of Offshore and Polar Engineering**, vol. 2, p. 110-113, 1992.

HU, Z. Z.; MAI, T.; GREAVES, D.; RABY, A. Investigations of offshore breaking wave impacts on a large offshore structure. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 75, p. 99-116, 2017.

HUGHES, T. J. R.; LIU, W. K.; ZIMMERMANN, T. K. Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 29, p. 329-349, 1981.

IAFRATI, A.; BABANIN, A.; ONORATO, M. Modulational instability, wave breaking and formation of large scale dipoles in the atmosphere. **Physical review letters**, vol. 110, p. 1-5, 2013.

IDELSOHN, S.; MARTI, J.; LIMACHE, A.; OÑATE, E. Unified Lagrangian formulation for elastic solids and incompressible fluids: application to fluid-structure interaction problems via the PFEM. **Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 197, p. 1762-1776, 2008.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 19900: Petroleum and natural gas industries – General requirements for offshore structures**. Genebra, pg. 2, 2019.

JUNG, K. H.; CHANG, K.; JO, H. J. Viscous effect on the roll motion of a rectangular structure. **Journal of Engineering Mechanics**, vol. 132, n. 2, p. 190-200, 2006.

KARA, F. Time domain prediction of hydroelasticity of floating bodies. **Applied Ocean Research**, vol. 51, p. 1-13, 2015.

KARA, S.; KARA, M. C.; STOESSER, T.; STURM, T. W. Free-surface versus rigid-lid LES computations for bridge-abutment flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, vol. 141, p. 1-9, 2015.

KARIMIRAD, M.; MICHAILIDES, C.; NEMATBAKHS, A. **Offshore mechanics: structural and fluid dynamics for recent applications**. 1<sup>st</sup>. ed. John Wiley & Sons, 2018.

KELECY, F. J.; PLETCHER, R. H. The development of a free surface capturing approach for multidimensional free surface flows in closed containers. **Journal of Computational Physics**, vol. 138, pp. 939-980, 1997.

KHANI, S.; WAITE, M. L. Large eddy simulations of stratified turbulence: the dynamic Smagorinsky model. **Journal of Fluid Mechanics**, vol. 773, p. 327-344, 2015.

KHAYYER, A.; GOTOH, H. A 3D higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation in 3D MPS – based simulations. **Applied Ocean Research**, vol. 37, p. 120-126, 2012.

KIM, K. T.; LEE, P. S.; PARK, K. C. A direct coupling method for 3D hydroelastic analysis of floating structures. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 96, p. 842-866, 2013.

KOH, C. G.; ZHANG, Y.; QUEK, S. T. Low-tension cable dynamics: numerical and experimental studies. **Journal of Engineering Mechanics**, vol. 125, p. 347-354, 1999.

- KOTHE, D. B.; MJOLSNESS, R. C. RIPPLE - A new model for incompressible flows with free surfaces. **AIAA Journal**, vol. 30, p. 2694-2700, 1992.
- KREUZER, E.; WILKE, U. Mooring systems – A multibody dynamic approach. **Multibody System Dynamics**, vol. 8, p. 279-297, 2002.
- KREUZER, E.; WILKE, U. Dynamics of mooring systems in ocean engineering. **Archive of Applied Mechanics**, vol. 73, p. 270-281, 2003.
- KÜTTLER, U.; WALL, W. A. Fixed-point fluid-structure interaction solvers with dynamic relaxation. **Computational Mechanics**, vol. 43, p. 61-72, 2008.
- LAMAS-PARDO, M.; IGLESIAS, G.; CARRAL, L. A review of Very Large Floating Structures (VLFS) for coastal and offshore uses. **Ocean Engineering**, vol. 109, p. 677-690, 2015.
- LARSEN, J.; DANCY, H. Open boundaries in short wave simulations – a new approach. **Coastal Engineering**, vol. 7, p. 285-297, 1983.
- LARSSON, L.; REGNSTRÖM, B.; BROBERG, L.; LI, D. -Q.; JANSON, C. -E. Failures, fantasies, and feats in the theoretical/numerical prediction of ship performance. In: **Proceedings of the 22<sup>nd</sup> Symposium on Naval Hydrodynamics**, p. 11-32, 1998.
- LEE, C. -H.; NEWMAN, J. N. An assessment of hydroelasticity for very large hinged vessels. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 14, p. 957-970, 2000.
- LEONARD, A. Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent flows. **Advances in Geophysics**, vol. 18A, p. 237-248, 1974.
- LEWIS, E. V. Principles of naval architecture second revision, Volume I. **Jersey City: The Society of Naval Architects and Marine Engineers**, v. 601, p. 1-310, 1988.
- LEWIS, R. W.; NITHIARASU, P.; SEETHARAMU, K. N. **Fundamentals of the Finite Element Method for Head and Fluid Flow**. John Wiley and Sons, New York, 2004.
- LIAO, K.; HU, C.; SUEYOSHI, M. Free surface flow impacting on an elastic structure: Experiment versus numerical simulation. **Applied Ocean Research**, vol. 50, p. 192-208, 2015.
- LIEW, K. M.; WANG, W. Q.; ZHANG, L. X.; HE, X. Q. A computational approach for predicting the hydroelasticity of flexible structures based on the pressure Poisson equation. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 72, p. 1560-1583, 2007.
- LILLY, D. K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. **Physics of Fluids**, vol. A4, p. 633-635, 1992.

LIM, W. Z.; XIAO, R. Y. Fluid-structure interaction analysis of gravity-based structure (GBS) offshore platform with partitioned coupling method. **Ocean Engineering**, vol. 114, p. 1-9, 2016.

LIN, C.; LEE, H.; LEE, T.; WEBER, L. A level set characteristic Galerkin finite element method for free surface flows. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 49, p. 521-547, 2005.

LIU, M. B.; LIU, G. R. Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an Overview and Recent Developments. **Archives of Computational Methods in Engineering**, vol. 17, p. 25-76, 2010.

LONGUET-HIGGINS, M. S.; COKELET, E. D. The deformation of steep surface waves on water – I. A numerical method of computation. **Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences**, vol. 350, p. 1-26, 1976.

MARCER, R.; BERHAULT, C.; JOUËTTE, de C.; MOIROD, N.; SHEN, L. Validation of CFD Codes for Slamming. **Proceedings on 5th European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECCOMAS CFD)**, 2010.

MARTIN, T.; KAMATH, A.; BIHS, H. Modeling and simulation of moored-floating structures using the tension element method. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, vol. 142, p. 1-8, 2019.

MARTIN, J C.; MOYCE, W. J. An experimental study of collapse of liquid columns on a rigid horizontal plate. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A**, vol. 244, pp. 312-324, 1952.

MARTÍNEZ-FERRER, P.; QIAN, L.; MA, Z.; CAUSON, D. M.; MINGHAM, C. G. An efficient finite-volume method to study the interaction of two-phase fluid flows with elastic structures. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 83, p. 54-71, 2018.

MATTHIES, H. G.; NIEKAMP, R.; STEINDORF, J. Algorithms for strong coupling procedures. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 195, p. 2028-2049, 2006.

MCSHERRY, R. J.; CHUA, K. V.; STOESSER, T. Large eddy simulation of free-surface flows. **Journal of Hydrodynamics**, vol. 29, p. 1-12, 2017.

MECHOLIC. **Conditions of Equilibrium of Floating and Submerged Bodies**. Disponível em < <https://www.mecholic.com/2018/06/conditions-of-equilibrium-of-floating.html>>. Acesso em Mar 2 2022.

MEIROVITCH, L. **Methods of Analytical Dynamics**. 1<sup>st</sup>. ed. McGraw-Hill, 1970.

- MÉNARD, T.; TANGUY, S.; BERLEMONT, A. Coupling level set/VOF/ghost fluid methods: Validation and application to 3D simulation of the primary break-up of a liquid jet. **International Journal of Multiphase Flow**, vol. 33, p. 510-524, 2007.
- MICHLER, C.; BRUMMELEN, H. V.; BORST, R. D. An interface Newton-Krylov solver for fluid-structure interaction. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 47, p. 1189-1195, 2005.
- MITTAL, S.; TEZDUYAR, T. E. A finite element study of incompressible flows past oscillating cylinders and airfoils. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 15, p. 1073-1118, 1992.
- MITTAL, S.; TEZDUYAR, T. E. Parallel finite element simulation of 3D incompressible flows – fluid structure interaction. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 21, p. 933-953, 1995.
- MODEC. **FPSO “Buffalo Venture” Re-deployed for PEARL’s Jasmine Field**. Disponível em <[http://www.modec.com/news/2004/20041227\\_165.html](http://www.modec.com/news/2004/20041227_165.html)>. Acesso em Mar 21 2019.
- MONAGHAN, J. J. Simulating free surface flows with SPH. **Journal of Computational Physics**, vol. 110, p. 399-406, 1994.
- MONAGHAN, J. J. Smoothed particle hydrodynamics and its diverse applications. **Annual Review of Fluid Mechanics**, vol. 44, p. 323-346, 2012.
- MONTANO, A.; RESTELLI, M.; SACCO, R. Numerical simulation of tethered buoy dynamics using mixed finite elements. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 196, p. 4147-4129, 2007.
- MORISON, J. R.; JOHNSON, J. W.; SCHAAF, S. A. The force exerted by surface waves on piles. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 2, p. 149-154, 1950.
- MUGA, B. J.; WILSON, J. F. **Dynamic Analysis of Ocean Structures**. 1<sup>st</sup>. ed. Plenum press, 1970.
- MUNK, W. H. Origin and generation of waves. In: **Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Coastal Engineering, Long Beach, California**, p. 1-4, 1950.
- MURAKAMI, S. Current status and future trends in computational wind engineering. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, vol. 67&68, p. 3-34, 1997.
- NAVTI, S. E.; RAVINDRAN, K.; TAYLOR, C.; LEWIS, R. W. Finite element modelling of surface tension effects using a Lagrangian-Eulerian kinematic description. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 147, p. 41-60, 1997.



NEWMAN, J. N. Efficient hydrodynamic analysis of very large floating structures. **Marine Structures**, vol. 18, p. 169-180, 2005.

NIEWIAROWSKI, A.; ADRIAENSSENS, S.; PAULETTI, R. M.; ADDI, K.; DEIKE, L. Modeling underwater cable structures subject to breaking waves. **Ocean Engineering**, vol. 164, p. 199-211, 2018.

NITHIARASU, P. An efficient artificial compressibility (AC) scheme based on the characteristic based split (CBS) method for incompressible flows. **International Journal for Numerical Methods for Engineering**, vol. 56, p. 1815-1845, 2003.

NOH, W. F.; WOODWARD, P. SLIC (simple line interface calculation). In: **Proceedings of the fifth international conference on numerical methods in fluid dynamics**. Springer, Berlin, Heidelberg, p. 330-340, 1976.

OLSSON, E.; KREISS, G. A conservative Level Set method for two phase flow. **Journal of Computational Physics**, vol. 210, pp. 225–246, 2005.

OÑATE, E.; GARCÍA, J. A finite element method for fluid-structure interaction with surface waves using a finite calculus formulation. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, vol. 191, pp. 635-660, 2001.

OÑATE, E.; IDELSOHN, S. R.; PIN, F. D.; AUBRY, R. **The Particle Finite Element Method – An Overview**, vol. 1, p. 267-307, 2004.

OSHER, S.; SETHIAN, J. A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. **Journal of Computational Physics**, vol. 79, pp. 12-49, 1988.

ÖSTERGAARD, C.; SCHELLIN, T. E. Comparison of experimental and theoretical wave actions on floating and compliant offshore structures. **Applied Ocean Research**, vol. 9, p. 192-213, 1987.

PADILLA, E. L. M.; SILVEIRA-NETO, A. Influência de diferentes tipos de filtros para modelagem dinâmica em simulação de grandes escalas. In: **XXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE 2003**, Ouro Preto (MG), Brasil, p. 1-10, 2003.

PAIK, K.; CARRICA, P. M. Fluid-structure interaction for an elastic structure interacting with free surface in a rolling tank. **Ocean Engineering**, vol. 84, p. 201-212, 2014.

PALM, J.; PAREDES, G. M.; ESKILSSON, C.; PINTO, F. T.; BERGDAHL, L. Simulation of mooring cable dynamics using a discontinuous galerkin method. In: **5<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods in Marine Engineering**, Hamburg, Alemanha, p. 455-466, 2013.

- PALM, J.; ESKILSSON, C.; PAREDES, G. M.; BERGDAHL, L. Coupled mooring analysis for floating wave energy converters using CFD: Formulation and validation. **International Journal of Marine Energy**, vol. 16, p. 83-99, 2016.
- PEREIRA, V. M. S. **Metodologias analíticas para análise da configuração de Riser Suspenso e Ancorado por Amarras (RSAA)**. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2016.
- PETRY, A. P.; AWRUCH, A. M. Simulação de escoamentos turbulentos pelo método dos elementos finitos através da simulação direta de grandes vórtices. **In: ENIEF 97 – Mecânica Computacional**, E. Darli, C. Pedra e R. Saliba (eds.), San Carlos de Bariloche, Argentina, vol. XVIII, p. 113-122, 1997.
- PETRY, A. P. **Análise numérica de escoamentos turbulentos tridimensionais empregando o método dos elementos finitos e simulação de grandes escalas**. Tese de Doutorado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2002.
- POCHET, F.; HILLEWAERT, K.; GEUZAIN, P.; REMACLE, J.; MARCHANDISE, É. A 3D strongly coupled implicit discontinuous Galerkin level set-based method for modeling two-phase flows. **Computers and Fluids**, vol. 87, p. 144-155, 2013.
- POTAPOV, S.; MAUREL, B.; COMBESCURE, A.; FABIS, J. Modeling accident-type fluid-structure interaction problems with the SPH method. **Computers and Structures**, vol. 87, p. 721-734, 2009.
- PRASAD, A. K.; KOSEFF, J. R. Reynolds number and end-wall effects on a lid-driven cavity flow. **Physics of Fluids A Fluid Dynamics**, vol. 1, p. 208-218, 1989.
- RADOVITZKY, R.; ORTIZ, M. Lagrangian finite element analysis of newtonian fluid flows. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 43, p. 607-619, 1998.
- RAMASWAMY, B.; KAWAHARA, M. Lagrangian finite element analysis applied to viscous free surface fluid flow. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 7, p. 953-984, 1987.
- RUSSO, G.; SMEREKA, P. A remark on computing distance functions. **Journal of Computational Physics**, vol. 163, p. 51-67, 2000.
- SANDERS, J.; DOLBOW, J. E.; MUCHA, P. J.; LAURSEN, T. A. A new method for simulating rigid body motion in incompressible two-phase flow. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 67, p. 713-732, 2011.
- SANGALLI, L. A.; BRAUN, A. L. A fluid-structure interaction model for numerical simulation of bridge flutter using sectional models with active control devices. Preliminary results. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 477, p. 1-33, 2020.

SARPKAYA, T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 19, p. 389-447, 2004.

SARRATE, J.; HUERTA, A.; DONEA, J. Arbitrary lagrangian-eulerian formulation for fluid-rigid body interaction. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 190, pp. 3171-3188, 2001.

SCHEUFELE, K.; MEHL, M. Robust multiseccant quasi-Newton variants for parallel fluid-structure simulations-and other Multiphysics applications. **SIAM Journal on Scientific Computing**, vol. 39, p. 404-433, 2017.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. **Boundary-Layer Theory**. 7<sup>th</sup>. ed. Springer, 2017.

SHARMA, R.; KIM T. W.; STORCH, R. L.; HOPMAN, H. J.; ERIKSTAD, S. O. Challenges in computer applications for ship and floating structure design and analysis. **Computer-Aided Design**, vol. 44, p. 166-185, 2012.

SHEN, L.; CHAN, E. Numerical simulation of fluid-structure interaction using combined volume of fluid and immersed boundary method. **Ocean Engineering**, vol. 35, p. 939-952, 2008.

SIMO, J. C.; TARNOW, N.; WONG, K. K. Exact energy-momentum conserving algorithms and symplectic schemes for nonlinear dynamics. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 100, p. 63-116, 1992.

SINT ANNALAN VAN, M.; DEEN, N. G.; KUIPERS, J. A. M. Direct numerical simulation of complex gas-liquid-solid flows using a combined immersed boundary (IB) and volume of fluid (VOF) approach. In: **Euromech Colloquium 479, Numerical Simulation of Multi-phase Flow with Deformable Interfaces**, Scheveningen, Netherlands, August 14-16, 2006.

SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with primitive equations, I, the basic experiment. **Monthly Weather Review**, vol. 91, pp. 99-135, 1963.

SOULAIMANI, A.; SAAD, Y. An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for solving three-dimensional free surface flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 162, p. 79-106, 1998.

SUH, J.; YANG, J.; STERN, F. The effect of air-water interface on the vortex shedding from a vertical circular cylinder. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 27, p. 1-22, 2011.

SUN, D. L.; TAO, W. Q. A coupled volume-of-fluid and level set (VOSET) method for computing incompressible two-phase flows. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 53, p. 645-655, 2010.

SUN, F. J.; ZHU, Z. H.; LAROSA, M. Dynamic modeling of cable towed body using nodal position finite element method. **Ocean Engineering**, vol. 38, pp. 529-540, 2011.

SUSSMAN, M.; ALMGREN, A. S.; BELL, J. B.; COLELLA, P.; HOWELL, L. H.; WELCOME, M. L. An adaptive Level Set approach for incompressible two-phase flows. **Journal of Computational Physics**, vol. 148, p. 81-124, 1999.

SUSSMAN, M.; SMEREKA, P.; OSHER, S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. **Journal of Computational Physics**, vol. 114, p. 146-159, 1994.

SUSSMAN, M.; PUCKETT, E. G. A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3D and axisymmetric incompressible two-phase flows. **Journal of Computational Physics**, vol. 162, p. 301-337, 2000.

SUZUKI, H.; BHATTACHARYA, B.; FUJIKUBO, M.; HUDSON, D. A.; RIGGS, H. G.; SETO, H.; SHIN, H.; SHUGAR, T. A.; YASUZAWA, Y.; ZONG, Z. Very Large Floating Structures. In: **16<sup>th</sup> International Ship and Offshore Structures Congress**, Southampton, United Kingdom, p. 391-442, 2006.

SUZUKI, H.; YOSHIDA, K. Design flow and strategy for safety of very large floating structure. In: **Proceedings of International Workshop on Very Large Floating Structures**, Hayama, Japan, pp. 21-27, 1996.

TAY, Z. Y.; WANG, C. D.; WANG, C. M. Hydroelastic response of a box-like floating fuel storage module modeled using non-conforming quadratic-serendipity Mindlin plate element. **Engineering Structures**, vol. 29, p. 3503-3514, 2007.

TEIXEIRA, P. R. F. **Simulação numérica da interação de escoamentos tridimensionais de fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o Método dos Elementos Finitos**. Tese de Doutorado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2001.

TEZDUYAR, T. E.; LIOU, J.; BEHR, M. A new strategy for finite element computations involving moving boundaries and interfaces – the DSD/ST procedure: I. The concept and the preliminary numerical tests. **Computer Methods in Applied Mechanics Engineering**, vol. 94, p. 339-351, 1992a.

TEZDUYAR, T. E.; LIOU, J.; BEHR, M.; MITTAL, S. A new strategy for finite element computations involving moving boundaries and interfaces – the DSD/ST procedure: II. Computation of free-surface flows, two-liquid flows, and flows with drafting cylinders. **Computer Methods in Applied Mechanics Engineering**, vol. 94, p. 353-371, 1992b.

THOMPSON, K. W. Time-dependent boundary conditions for hyperbolic systems. **Journal of Computational Physics**, vol. 68, p. 1-24, 1987.

THOMPSON, K. W. Time-dependent boundary conditions for hyperbolic systems, II. **Journal of Computational Physics**, vol. 89, p. 439-461, 1990.

TONIN, M. G. **Análise isogeométrica aplicada a problemas de interação fluido-estrutura e superfície livre**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2017.

TONON, P. **Simulação numérica de escoamentos incompressíveis através da análise isogeométrica**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2016.

TRAN, T. T.; KIM, D. H. The coupled dynamic response computation for a semi-submersible platform of floating offshore wind turbine. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, vol. 147, pp. 104-119, 2015.

TRANTAFYLLOU, M. S.; HOWELL, C. T. Dynamic response of cables under negative tension: An ill-posed problem. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 173, p. 433-447, 1994.

TRYGGVASON, G.; SCARDOVELLI, R.; ZALESKI, S. **Direct Numerical Simulations of Gas-Liquid Multiphase Flows**. 1<sup>st</sup>. ed. Cambridge University Press, 2011.

TSAI, I.; LI, S.; HSIAO, S.; HSIAO, Y. Numerical simulation of 2-D fluid-structure interaction with a tightly coupled solver and establishment of the mooring model. **International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering**, vol. 13, p. 433-449, 2021.

UNVERDI, S. O.; TRYGGVASON, G. A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows. **Journal of Computational Physics**, vol. 100, pp. 25-37, 1992.

VIERENDEELS, J.; LANOYE, L.; DEGROOTE, J. VERDONCK, P. Implicit coupling of partitioned fluid-structure interaction problems with reduced order models. **Computers and Structures**, vol. 85, p. 11-14, p. 970-976, 2007.

WALHORN, E.; KÖLKE, A.; HÜBNER, B.; DINKLER, D. Fluid-structures coupling within a monolithic model involving free surface flows. **Computers and Structures**, vol. 83, p. 2100-2111, 2005.

WANDERLEY, J. B. V.; SOUZA, G. H. B.; SPHAIER, S. H.; LEVI, C. Vortex-induced vibration of an elastically mounted circular cylinder using an upwind TVD two-dimensional numerical scheme. **Ocean Engineering**, vol. 35, p. 1533-1544, 2008.

WANG, K.; ER, G.; IU, V. P. Nonlinear vibrations of offshore floating structures moored by cables. **Ocean Engineering**, vol. 156, p. 479-488, 2018.

WANG, C. M.; TAY, Z. Y. Very Large Floating Structures: applications, research and development. **Procedia Engineering**, vol. 14, p. 62-72, 2011.

WANG, C. M.; WANG, B. T. **Large Floating Structures: Technological Advances**. 1<sup>st</sup>. ed. Springer Singapore, 2015.

WASHIZU, K. **Variational Methods in Elasticity and Plasticity**. 2<sup>nd</sup> ed. Oxford: Pergamon Press, 1975.

WESTPHALEN, J. GREAVES, D. M.; RABY, A.; HU Z. Z.; CAUSON, D. M.; MINGHAM, C. G.; OMIDVAR, P.; STANSBY, P. K.; ROGERS, B. D. Investigation of wave-structure interaction using state of the art CFD techniques. **Open Journal of Fluid Dynamics**, vol. 4, p. 18-43, 2014.

WILSON, J. F. **Dynamics of Offshore Structures**. 1<sup>st</sup> ed. John Wiley & Sons, 2003.

WU, G. X.; HU, Z. Z. Simulation of nonlinear interactions between waves and floating bodies through a finite-element-based numerical tank. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, vol. 460 (2050), p. 2797-2817, 2004.

WU, X.; GE, F.; HONG, Y. A review of recent studies on vortex-induced vibrations of long slender cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, vol. 28, p. 292-308, 2012.

XIANG, P. Y. J.; FANG, F.; PAVLIDIS, D.; LATHAM, J. P.; PAIN, C. C. Modelling of fluid-structure interaction with multiphase viscous flows using an immersed-body method. **Journal of Computational Physics**, vol. 321, p. 571-592, 2016.

YANG, J.; STERN, F. Sharp interface immersed-boundary/level-set method for wave-body interactions. **Journal of Computational Physics**, vol. 228, p. 6590-6616, 2009.

YOUNGS, D. L. Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion. **Numerical Methods for Fluid Dynamics**, p. 273-285, 1982.

YUAN, Z.; INCECIK, A.; JI, C. Numerical study on a hybrid mooring system with clump weights and buoys. **Ocean Engineering**, vol. 88, p. 1-11, 2014.

YUE, W.; LIN, C.; PATEL, V. C. Numerical simulation of unsteady multidimensional free surface motions by level set method. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 42, pp. 853-884, 2003.

YUE, W.; LIN, C.; PATEL, V. C. Coherent structures in open-channel flows over a fixed dune. **Journal of Fluids Engineering**, vol. 127, p. 858-864, 2005.

ZANDERGEN, P. J.; BROEZE, J.; VAN DAALLEN, E. F. G. A panel method for the simulation of nonlinear gravity wave and ship motions. In: KANE, J. H.; MAIER, G.; TOSAKA, N.; ATLURI, S. N. **Advances in Boundary Element Techniques**. Springer: Berlin, p. 486-509, 1993.

ZANG, Y.; STREET, R. L.; KOSEFF, J. R. Application of a dynamic subgrid-scale model to turbulent recirculating flows. **Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, Stanford University/NASA**, 85, 1992.

ZANG, Y.; STREET, R. L.; KOSEFF, J. R. A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows. **Physics of Fluids A**, vol. 5, p. 3186-3196, 1993.

ZHANG, Y.; WAN, D. Numerical study of interaction between waves and free rolling body by IMPS method. **Computers and Fluids**, vol. 155, pp. 124-133, 2017.

ZHAO, Y.; TAN, H. H.; ZHANG, B. A high-resolution characteristics-based implicit dual time-stepping VOF method for free surface flow simulation on unstructured grids. **Journal of Computational Physics**, vol. 183, pp. 233-273, 2002.

ZHU, Z. H.; MEGUID, S. A. Elastodynamic Analysis of Aerial Refueling Hose Using Curved Beam Element. **AIAA Journal**, vol. 44, pp. 1317-1324, 2006.

ZHU, Z. H. Dynamic modeling of cable system using nodal position finite element method. **International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering**, vol. 26, pp. 692-704, 2010.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J.Z. **The finite element method: its basis and fundamentals**. Butterworth-Heinemann, 6th edition, 2005.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; NITHIARASU, P. **The finite element method for fluid dynamics**. Butterworth-Heinemann, 7th edition, 2014.