

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

Investigando o equilíbrio térmico local nos estágios iniciais das colisões de íons pesados no regime de acoplamento fraco e o alargamento nuclear de momento transversal*

(Investigating local thermal equilibrium in the first stages of heavy ion collisions in the weak coupling picture and nuclear broadening of transverse momentum)

Felipe Gregoletto Ben

Tese realizada sob a orientação do Prof. Dr. Magno V. T. Machado, apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Física.

Porto Alegre
2022

* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

“Of course it is happening inside your head, Harry, but why on earth should that mean it is not real?”

– Albus Percival Wulfric Brian Dumbledore

J.K. ROWLING, Harry Potter and the Deathly Hallows

Agradecimentos

A seção de agradecimentos de livros e trabalhos acadêmicos sempre me fascinou. Me parece uma pequena oportunidade de espiar a pessoa por trás do autor.

Em primeiro lugar, eu gostaria de agradecer ao meu orientador, Prof. Dr. Magno V. T. Machado, pela proposição do tema, orientação e compreensão com meu ritmo de trabalho fora do Modelo Padrão.

Agradeço também a todos os amigos que compartilharam comigo uma pequena porção do espaço-tempo, em especial nestes últimos quatro anos, dividindo risadas e frustrações. Talvez nunca tivesse ficado tão claro para mim as mudanças que minha vida passou nesses últimos tempos até eu reler os agradecimentos que escrevi para a dissertação do mestrado, em busca de inspiração. A todas as pessoas próximas que foram e às que ficaram, meu muito obrigado.

São igualmente indispensáveis os agradecimentos à Júlia, que sempre me apoiou, incentivou e compreendeu os finais de semana passados ao lado de íons pesados; aos amigos da vida de professor, que prefiro não nomear, especialmente pelo medo das duras críticas que iria receber caso esquecesse de alguém; e ao apoio das gatas Lily e Entropia – que, claro, foi fundamental, embora ainda suspeito que motivado pelo interesse em ganhar mais ração. Peixe, plantas e robô aspirador de pó recebem também uma menção honrosa, in memoriam, nem que seja para divertir o meu eu do futuro ao reler este trabalho.

Por fim, agradeço à minha família, por ter sempre me apoiado, além de ter me proporcionado uma educação de qualidade sem a qual eu definitivamente não entenderia este trabalho. Trabalho que, por sinal, tem a pequena torcida de que minha irmã Anna continue me achando legal, apesar do meu título longo e com palavras difíceis talvez indicar o contrário. Agradeço em especial à minha vó Martha, pela constante dedicação comigo e pessoa sem a qual eu certamente não seria quem sou hoje. Obrigado.

Resumo

Este trabalho estuda a termalização da matéria formada nos instantes iniciais de uma colisão ultra-relativística de íons pesados e o ganho de momento transversal de um parton que se desloca pelo meio nuclear. Diferentes etapas de uma colisão de íons pesados apresentam graus de liberdade diferentes, e podem ser descritas por diferentes teorias efetivas. O sucesso da teoria hidrodinâmica em descrever algumas propriedades globais da matéria formada após a colisão indica, em especial, que o plasma de quarks e glúons (QGP) recém formado atinge um equilíbrio térmico local em tempos muito pequenos, da ordem de $\tau \sim 1$ fm/c. O estudo de como essa termalização acontece tem sido um dos temas centrais na comunidade de íons pesados nos últimos anos. No cenário de acoplamento fraco, essa termalização ocorre “de baixo para cima”: os partons iniciais de alta energia irradiam glúons de menor energia, que se equilibram entre si e formam um banho térmico, que então termaliza os partons mais energéticos restantes. Dentro deste cenário, desenvolvemos um modelo para descrever, de maneira analítica e numérica, como a distribuição de glúons evolui durante a termalização, incluindo, especialmente, os efeitos de expansão e aquecimento do meio. Isso é obtido através de um modelo probabilístico que trata as diferentes emissões do parton dentro de um meio denso como independentes e governadas pelo espectro BDMPS-Z. As propriedades de transporte do meio foram modeladas para incluir a variação de temperatura do meio durante a expansão, que ocorre como consequência do próprio depósito de energia no banho térmico. Além disso, analisamos o ganho de momento transversal de um parton em colisões pA no regime do LHC, através da abordagem de dipolos de cor. As previsões para o alargamento nuclear de momento transversal, usando diferentes modelos fenomenológicos, foram comparadas entre si e com dados experimentais.

Abstract

This work studies how hot QCD matter formed in the first instants after a ultrarelativistic heavy ion collision reaches local thermal equilibrium, and the increase in transverse momentum of a high-energy parton that travels through nuclear matter. Different stages of a heavy ion collision present different degrees of freedom, and therefore may be described by different effective theories. The success of hydrodynamic theory shows, in particular, that the recently formed Quark Gluon Plasma (QGP) reaches local thermal equilibrium in very short times, of order $\tau \sim 1 \text{ fm}/c$. The study of how this thermalization occurs has been one of the central topics in the heavy ion community in the past years. In the weak coupling picture, this thermalization occurs from “the bottom up”: high energy partons, formed early in the collision, radiate low energy gluons which then procede to equilibrate among themselves, forming a thermal bath that brings the high energy sector to equilibrium. In this scheme, we present a model to describe how the high energy gluon distribution evolves during the last stages of thermalization. Medium expansion and heating, in particular, have been included in the analysis. This is achieved through a probabilistic model, in which different emissions of a high-energy parton in a dense QCD medium are treated as independent and subject to the BDMPS-Z spectrum. Medium transport properties were modeled in order to include how the medium temperature varies during expansion. Also, we study how transverse momentum of a parton increases in pA collisions in the LHC regime, through the color dipole approach. Predictions for nuclear broadening of transverse momentum, using different phenomenological models, were compared with each other and with experimental data.

Resumo simplificado (Press Release)

A física de partículas é uma busca pela resposta de um dos questionamentos mais antigos da humanidade: “do que somos feitos?”. A ideia de que há um conjunto de blocos que se combinam de várias maneiras para constituir tudo que nos cerca data ainda da Grécia antiga, mas a descrição destes blocos evoluiu tremendamente, desde as primeiras propostas de átomos indivisíveis, até a física de partículas moderna, que explica o mundo em termos de quarks (as partículas que formam os prótons e nêutrons), léptons (como o elétron) e bósons (como o fóton). O Modelo Padrão da física de partículas, nossa descrição atual do mundo em termos dessas partículas elementares, é provavelmente um dos maiores feitos da física moderna. Avançamos muito nas últimas décadas, muitas perguntas foram respondidas e novas foram feitas.

A investigação dos constituintes da matéria é ao mesmo tempo sofisticada e rudimentar. De certa forma, é semelhante a jogar um computador contra a parede e, pelas peças que caem no chão, tentar descobrir como ele funciona. A diferença é que no mundo microscópico as peças que sobram nem sempre são peças que estavam lá em primeiro lugar. No meio das grandes engenhosidades que a humanidade desenvolveu para estudar a si mesma – afinal, no fundo, somos um punhado de átomos tentando entender outro – estão os aceleradores de partículas. Com o advento do RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*, desde 2000) e do LHC (o *Large Hadron Collider*, que começou a operar em 2008) a nossa busca por respostas entrou em uma nova era: as energias disponíveis para colidir partículas umas contra as outras e entendê-las melhor se tornaram suficientes para que novas formas de matéria possam se formar e ser estudadas nos colisores.

Dentre esses avanços, foi descoberto que colisões de altíssimas energias de grandes núcleos (íons pesados) parecem formar, durante um breve momento logo após a colisão, um estado extremo da matéria, formado não pelos prótons e nêutrons que estamos acostumados, mas por uma sopa dos quarks e glúons que formam essas partículas. Esse estado da matéria é conhecido como o Plasma de Quarks e Glúons (QGP, do inglês *Quark Gluon Plasma*). Ao que tudo indica, esse plasma também estava presente no Universo em seus momentos iniciais de vida, durante os primeiros microssegundos após o Big Bang. Os dados coletados ao longo dos últimos anos, contudo, levantam um dilema interessante: o QGP que se forma na colisão

de íons pesados é extremamente denso e desequilibrado, mas parece ser capaz de redistribuir energia rapidamente, competindo com sua rápida expansão e formando praticamente *uma gota de um líquido* – talvez a gota mais quente e menos viscosa que a humanidade já presenciou. Entender como essa matéria fantástica produzida na colisão rapidamente se equilibra e forma um fluido tem sido um dos objetivos centrais da comunidade de íons pesados por um bom tempo. Embora uma descrição completa ainda não esteja disponível, um progresso significativo tem acontecido. São anos e anos de estudo dedicados a menos de 10^{-23} segundos.

Esta tese se destina justamente a estudar os instantes iniciais após uma colisão de íons pesados, com foco no chamado problema da termalização. Como estes núcleos se comportam de sua colisão até se tornarem um fluido (atingindo o chamado regime hidrodinâmico), e como a temperatura se comporta conforme isso acontece? Sabemos hoje que a matéria nuclear passa por diferentes etapas durante a colisão, que são descritas de maneiras diferentes. Em altas energias, o número de glúons dentro dos prótons e nêutrons cresce muito, e os núcleos sofrem contração por causa de efeitos relativísticos. Logo antes e logo após a colisão, podemos pensar nos núcleos como panquecas formadas principalmente por glúons, que carregam carga de cor – esse estado da matéria é conhecido como um condensado de vidro de cor (CGC, do inglês *color glass condensate*). Essas panquecas se atravessam e interagem, formando um emaranhado que rapidamente expande e agora pode ser descrito por quarks e glúons praticamente soltos, mas que interagem fortemente em função da alta densidade. O comportamento desses quarks e glúons soltos, conhecidos coletivamente como *pártons*, é descrito pela teoria cinética.

A partir daí, glúons de grande energia emitem mais e mais glúons de energia menor, que interagem entre si e formam um banho térmico: o sistema pode ser pensado como um conjunto de poucos pártons de grande energia (que ainda carregam a maior parte da energia do sistema), viajando por uma piscina de um grande número de pártons de menor energia. Esses poucos glúons mais energéticos vão perdendo energia conforme viajam pelo meio, depositando essa energia no meio e fazendo ele aquecer, até que todo o sistema se torne um fluido quente. Nesta tese, foi proposta uma abordagem analítica para descrever como esses glúons mais energéticos perdem energia durante sua viagem pelo meio, com o objetivo de entender melhor este processo. Para isso, mostramos que é importante levar em conta como o meio aquece durante a sua expansão. A Fig. ?? a seguir apresenta como a distribuição dos glúons mais energéticos se comporta conforme ela viaja por diferentes meios, conforme o tempo passa. A linha azul cheia representa um glúon viajando por um meio estático (que não expande e não esquenta). A linha verde representa o glúon viajando por um meio que expande, mas sem ser aquecido de maneira significativa (o que na realidade faria o meio esfriar conforme expande). O ponto chave é que, em um meio que é aquecido durante a expansão (linha pontilhada laranja), a distribuição “morre” mais rapidamente: nossa análise confirma que o aquecimento do meio torna o processo de redistribuição de energia mais rápido.

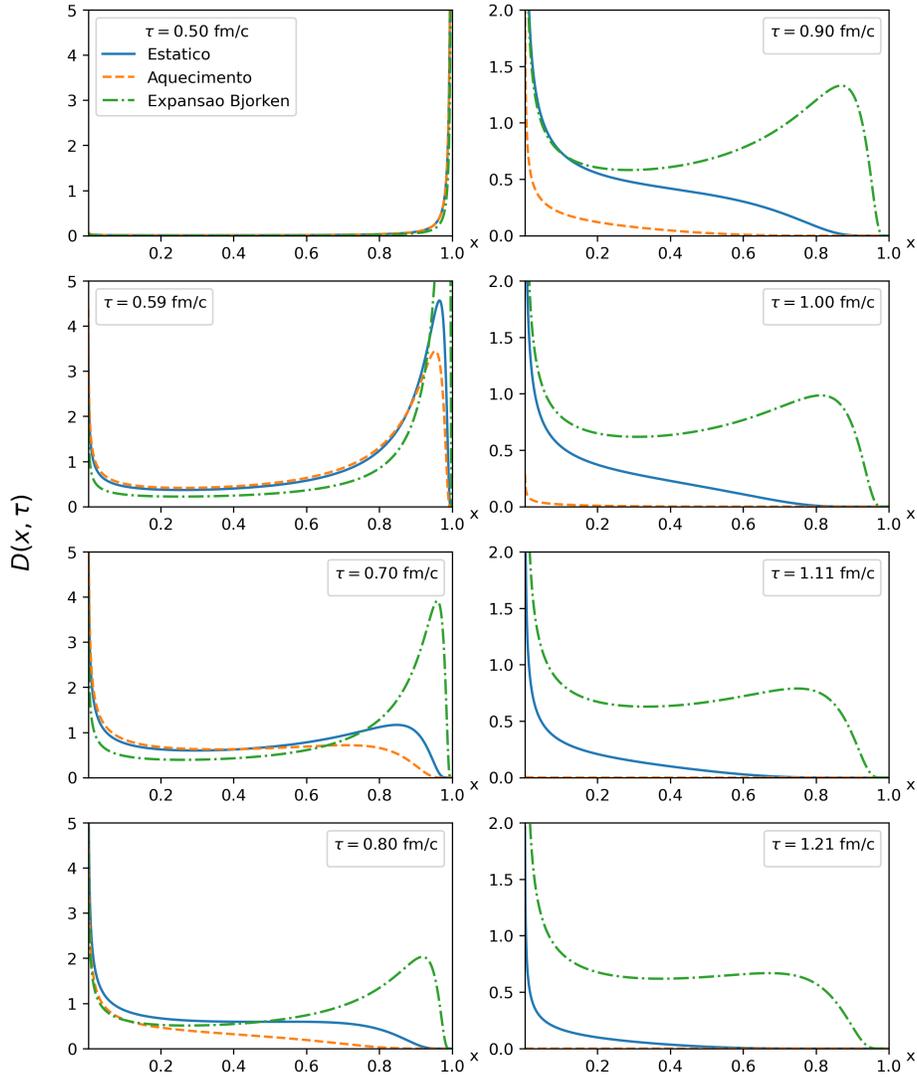


Fig. A: Distribuição de glúons hard em vários instantes de tempo τ (fm/c), considerando meios com diferentes características. A distribuição de glúons de energia ω e energia inicial E está inicialmente acumulada em $\omega/E = 1$ e se propaga para $\omega/E \rightarrow 0$ conforme é amortecida. Em um meio com expansão longitudinal uniforme (expansão de Bjorken) a evolução é mais lenta que em um meio estático. Contudo, considerando também que o meio é aquecido pela energia depositada nele conforme ele expande, a evolução se torna mais rápida do que em um meio estático.

No modelo simplificado que apresentamos, também foi possível estimar como ocorre a produção de entropia durante a colisão – que não só é enorme como é incrivelmente rápida: a maior parte da entropia é produzida logo durante os instantes iniciais da colisão, antes do início do regime hidrodinâmico. O comportamento líquido do QGP então se mantém durante um tempo, conforme o plasma expande e esfria, até que a densidade de energia fica tão pequena que o fluido se desfaz em um gás de hádrons (conjuntos de quarks e glúons), que colidem algumas vezes entre si e depois viajam livremente até os detectores.

Explicar como um sistema praticamente equilibrado de quarks e glúons se forma tão rapidamente, a partir do estado inicial fora do equilíbrio formado na colisão, tem sido um dos temas centrais da comunidade de íons pesados nos últimos tempos. Um progresso tremendo aconteceu nos últimos anos, e agora extensas e custosas simulações computacionais estão disponíveis para descrever as diferentes etapas da evolução. Uma descrição completa e realista de toda essa evolução, contudo, ainda está em aberto, mas esperamos que nosso trabalho nos deixe um pouco mais perto desse objetivo.

Lista de artigos relacionados

- F. G. Ben, M. V. T. Machado, “Hard gluon evolution in warming medium”, *The European Physical Journal C* **82** (2022), [arXiv:2103.04135]
- F. G. Ben, M. V. T. Machado, “Hard gluon evolution in the last stage of the bottom-up thermalization”, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **49** (2022), [arXiv:2012.06407]
- F. G. Ben, A. V. Giannini, M. V. T. Machado, “Nuclear transverse momentum imbalance in the color dipole approach at the LHC regime”, *arXiv preprint arXiv:2201.13432* (2022), [arXiv:2201.13432]

Conteúdo

Introdução

A física de partículas é uma busca pela resposta de um dos questionamentos mais antigos da humanidade: “do que somos feitos?”. A ideia de um conjunto de blocos que se combinam de várias maneiras para constituir tudo que nos cerca data ainda da Grécia antiga, mas a descrição destes blocos evoluiu tremendamente desde as primeiras propostas de átomos indivisíveis até os modernos aceleradores de partículas que nos levaram ao Modelo Padrão, com seus quarks, léptons e bósons. A investigação dos constituintes da matéria é ao mesmo tempo sofisticada e rudimentar. De certa forma, é semelhante a jogar um computador contra a parede e, pelas peças que caem no chão, tentar descobrir como ele funciona. A diferença é que no mundo microscópico as peças que sobram nem sempre são peças que estavam lá em primeiro lugar.

No meio das grandes engenhosidades que a humanidade desenvolveu para estudar a si mesma – afinal, no fundo, somos um punhado de átomos tentando entender outro – estão os aceleradores de partículas. Com o advento do RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*, desde 2000) e do LHC (o *Large Hadron Collider*, que começou a operar em 2008) a nossa busca por respostas entrou em uma nova era: as energias disponíveis para colidir núcleos e nucleons uns contra os outros e entendê-los melhor se tornaram suficientes para que novas formas de matéria possam se formar e ser estudadas nos colisores. O Modelo Padrão da física de partículas, nossa descrição atual do mundo na escala mais fundamental de todas – isto é, na escala de partículas elementares – é provavelmente um dos maiores feitos da física moderna, com destaque para a descoberta do bóson de Higgs. Avançamos muito nas últimas décadas, muitas perguntas foram respondidas e novas foram feitas.

Dentre esses avanços foi descoberto que colisões ultra-relativísticas de íons pesados parecem formar, durante um breve momento logo após a colisão, um estado extremo da matéria conhecido como o Plasma de Quarks e Glúons (QGP, do inglês *Quark Gluon Plasma*). Esse novo estado também estava presente no Universo em seus momentos iniciais de vida, durante os primeiros microssegundos após o Big Bang. Os dados coletados ao longo dos últimos anos, contudo, levantam um dilema interessante: o QGP que se forma logo após uma colisão de íons pesados é extremamente denso e desequilibrado, mas parece ser capaz de atingir um equilíbrio térmico local rapidamente, competindo com sua rápida expansão e formando praticamente *uma gota de um líquido* – talvez a gota mais quente e densa que a humanidade já presenciou. Entender como essa matéria fantástica produzida na colisão

rapidamente se equilibra tem sido um dos objetivos centrais da comunidade de íons pesados por um bom tempo. Embora uma descrição completa ainda não esteja disponível, um progresso significativo tem acontecido, tanto em cenários de acoplamento forte e fraco. São anos e anos de estudo dedicados a menos de 10^{-23} segundos.

Este trabalho se destina em grande parte justamente a revisar e discutir os instantes iniciais de uma colisão de íons pesados (HIC, do inglês *heavy ion collision*), com foco no chamado problema da termalização. O Capítulo 1 apresenta uma revisão geral da física de partículas relevante para este trabalho, com ênfase na descrição das interações fortes e nos estágios iniciais de uma colisão de íons pesados. O leitor que já estiver familiarizado com a área pode passar por este capítulo mais rapidamente ou até pular diretamente para a última seção, que introduz o problema da termalização. O Capítulo 2, por sua vez, apresenta as principais teorias e ferramentas usadas na análise das colisões de íons pesados. Um destaque especial é dado ao sucesso da teoria hidrodinâmica (e as implicações disso). Além disso, são apresentados os principais paradigmas enfrentados atualmente. O Capítulo 3, por fim, traz uma análise quantitativa, com a introdução de um modelo para descrever a distribuição de glúons durante o último estágio da termalização. Não conhecemos na literatura, até o momento, uma aplicação deste modelo diretamente ao problema da termalização. O Capítulo 4 muda o foco para discutir outro fenômeno que ocorre durante a viagem de quarks e glúons por um meio: conforme os quarks e glúons atravessam o meio, além da troca de energia ocorre também troca de momento. Este problema foi analisado no regime do LHC, e os resultados usando diferentes modelos foram comparados entre si e com dados experimentais. O capítulo final, de conclusão, se destina a revisar os principais resultados obtidos neste trabalho.

Capítulo 1

A Cromodinâmica Quântica e a termalização

Conteúdo

1.1	Interações Fundamentais	3
1.2	QCD, liberdade assintótica e confinamento	8
1.2.1	A Lagrangiana da QCD	10
1.3	Descrição dos Hádrons	11
1.4	Colisões de íons pesados e o QGP	15
1.5	Evolução do QGP	18
1.6	O problema da termalização	21

Neste capítulo é apresentada uma visão geral da física de partículas pertinente a este trabalho, começando por uma descrição das interações fortes e suas principais características. Em seguida é feita uma descrição qualitativa de uma colisão de íons pesados, com foco especial nos paradigmas envolvendo a descrição dos estágios iniciais dessa colisão, que serão o tema central desta tese.

1.1 Interações Fundamentais

Atualmente, os fenômenos da natureza são explicados por quatro *interações*, ou *forças*, fundamentais: forte, eletromagnética, fraca e gravitacional. É interessante que praticamente todos os fenômenos do nosso dia-a-dia envolvem apenas duas dessas forças: na nossa experiência diária encontramos somente a interação gravitacional, que mantém o sistema solar unido e eu e você em cima da superfície da Terra enquanto ela gira, e a interação eletromagnética, que não só mantém os elétrons negativos próximos aos núcleos positivos dos

átomos como, indiretamente, é a responsável pela força que a superfície de uma mesa faz para segurar uma xícara de café.

As outras interações, *forte* e *fraca*, existem praticamente apenas no interior do núcleo atômico. A força nuclear fraca é a responsável por alguns processos de decaimento radioativo (o chamado *decaimento beta*). A força nuclear forte, por sua vez, atua na estrutura interna dos prótons e nêutrons e também é a responsável por compensar a grande repulsão elétrica entre os prótons no núcleo e mantê-lo unido – o que motivou o nome de que é uma força *forte*. Neste trabalho, onde iremos estudar a estrutura interna de prótons, a força forte será a interação relevante. Curiosamente, a mais fraca das forças fundamentais em geral é a gravidade¹. Pode parecer surpreendente quando observamos o sistema solar, com suas grandes massas, mas em comparação a outras forças a gravidade costuma ficar em segundo plano: um pequeno ímã puxando uma moeda, por exemplo, é capaz de superar a atração gravitacional do planeta Terra inteiro e puxar a moeda para si. Uma comparação das forças é apresentada na Tabela ?? e na discussão que a segue.

A linguagem moderna para descrever matematicamente essas interações fundamentais é a da *teoria quântica de campos* (QFT, do inglês *quantum field theory*). De modo geral, QFT combina a mecânica quântica e a relatividade especial. Enquanto a mecânica quântica descreve o comportamento de sistemas pequenos, a relatividade especial é o estudo da física de alta energia, envolvendo sistemas e partículas com velocidades próximas à da luz. As funções de onda, tradicionais da mecânica quântica, são elevadas ao status de campos – operadores que podem criar e aniquilar novas partículas. A cada força fundamental está associada uma teoria quântica de campos diferente. Embora não exista, no momento, uma descrição satisfatória de uma teoria quântica de gravidade, em geral os efeitos gravitacionais são assumidos desprezíveis entre partículas elementares, em virtude de sua pequena massa [?]. A descrição das demais interações é o que constitui o chamado *Modelo Padrão*.

Neste cenário, as interações eletromagnéticas são bem descritas em QFT pela Eletrodinâmica Quântica (QED), elaborada por Feynman, Tomonaga e Schwinger, na década de 1940. As interações fracas são de certa forma diferentes manifestações da força eletrofraca, descritas pela teoria de Glashow-Weinberg-Salam (GWS). A interação forte, por fim, é descrita pela *Cromodinâmica Quântica* (QCD), desenvolvida em meados de 1970. Cada interação é mediada por uma partícula chamada de bóson de calibre². As forças na natureza são então interpretadas como resultado da troca desses bósons mediadores entre as partículas elementares. Para cada interação há um campo, e os bósons de calibre são os quanta deste campo.

¹ Em termos microscópicos, a interação gravitacional é também a mais incompreendida de todas as interações. Embora no mundo macroscópico a gravidade seja bem descrita pela Relatividade Geral de Einstein, não há no momento uma teoria quântica de gravidade bem sucedida.

² Sendo um bóson, as partículas que “carregam” a força possuem spin inteiro. Os bósons de calibre para as interações eletromagnética, fraca e forte são partículas de spin 1. Se a gravidade é quantizada, o bóson mediador (chamado *gráviton*) é teorizado como uma partícula de spin-2.

De maneira mais técnica, a QCD, assim como as demais descrições quânticas das interações fundamentais, pertence à classe das chamadas *teorias de calibre*, onde os campos são representações de um grupo abstrato de simetria e suas interações são mediadas por bósons que transportam informação, energia e momento entre as partículas interagentes. Estes bósons são induzidos pelo requerimento de que a Lagrangiana seja invariante em relação a transformações locais arbitrárias nos campos (chamadas transformações de calibre). É interessante ressaltar que as diferentes teorias de calibre são caracterizadas por diferentes grupos de simetria: a teoria eletromagnética é caracterizada por um grupo U(1), as interações fracas entre férmions levógiros por um grupo SU(2) e as interações fortes por um grupo de simetria SU(3) [?].

Interação	Potencial aprox.	Parâmetro	Intensidade relativa
forte	$\frac{12\pi/3}{Q^2 \ln(Q^2/\Lambda^2)}$	$\Lambda \approx 0,2 \text{ GeV}$	1
eletromagnética	$\frac{\alpha_{em}}{Q^2}$	$\alpha_{em} \approx \frac{1}{137}$	$1,4 \times 10^{-2}$
fraca	$\frac{\alpha_{em}}{Q^2 - M_W^2}$	$M_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$	$2,2 \times 10^{-6}$
gravitacional	$\frac{G_N m_1 m_2}{Q^2}$	$G_N \approx \frac{6,7 \times 10^{-39}}{\text{GeV}^2}$	$1,2 \times 10^{-38}$

Tab. 1.1: Comparação qualitativa das forças fundamentais, com intensidade relativa calculada para $Q = 1 \text{ GeV}$. Tabela retirada de [?].

Uma comparação qualitativa das forças é apresentada na Tabela ???. O potencial que media a interação está escrito em função da transferência de momento Q entre as cargas e pode ser usado como uma medida da intensidade das forças. A tabela também resume algumas características importantes da visão atual do Modelo Padrão da física de partículas. As interações eletromagnética e fraca são unificadas, no sentido de que em grandes energias ambas se tornam similares, com intensidades proporcionais a α_{em} . Em baixas energias as interações fracas são suprimidas pelo termo M_W^2 , devido à grande massa dos bósons da interação. Já na QCD se observa um crescimento da interação para energias mais baixas com uma divergência no termo $\ln(\frac{Q^2}{\Lambda^2})$, o que implica que próximo e abaixo de um certo parâmetro de energia Λ a expressão apresentada não descreve mais a física de interações fortes. Por outro lado, a intensidade do acoplamento decresce com Q^2 e se aproxima do valor unificado da interação eletrofraca no escopo das teorias de grande unificação.

No Modelo Padrão, então, as partículas são representadas por campos e suas interações fundamentais (negligenciando a força gravitacional) mediadas pelos respectivos bósons de calibre. Os campos atualmente conhecidos são os quarks e léptons, que são férmions de spin-1/2, e bósons de calibre de spin-1, como o glúon (g), o fóton (γ) e os bósons W^\pm e

Z , que mediam as forças forte, eletromagnética e fraca, respectivamente. Um resumo das diferentes partículas e suas características é apresentado na Tabela ??.

Enquanto a QED, por exemplo, descreve a interação entre partículas que apresentam carga elétrica, a QCD descreve a propagação e interação entre partículas que apresentam *carga de cor*. Há três possíveis estados de cor: vermelho (R), verde (G) e azul (B). Os quarks apresentam tanto carga elétrica quanto cor³, e, portanto, participam tanto da interação eletromagnética quanto da forte – isto é, interagem com fótons e glúons⁴. Os léptons, por sua vez, não possuem cor e então não sofrem ação força forte, embora os léptons carregados, é claro, também interajam eletromagneticamente. Além disso, todos os quarks e léptons estão sujeitos à interação fraca.

Campo	Massa (MeV/ c^2)	Spin	Carga (e)	Estados de cor
d	3 – 9	1/2	-1/3	3
u	1 – 5	1/2	+2/3	3
s	75 – 170	1/2	-1/3	3
c	1150 – 1350	1/2	+2/3	3
b	4000 – 4400	1/2	-1/3	3
t	174300	1/2	+2/3	3
e^-	0,511	1/2	-1	0
ν_e	< 0.000003	1/2	0	0
μ^-	105,66	1/2	-1	0
ν_μ	< 0,19	1/2	0	0
τ^-	1777	1/2	-1	0
ν_τ	< 18,2	1/2	0	0
γ	0	1	0	0
W^\pm	80419	1	± 1	0
Z	91188	1	0	0
g	0	1	0	8
H	> 114000	0	0	0
G	0	2	0	0

Tab. 1.2: Campos do Modelo Padrão mínimo. O primeiro grupo contém os quarks, o segundo os léptons e o último os bósons. As cargas são dadas em unidades da carga do pósitron. Tabela adaptada de [?].

³ Os antiquarks apresentam anti-cor. Assim como as cargas opostas + e – “se cancelam”, um par de cor e sua anti-cor formam um conjunto neutro “branco”, ou “sem cor”. A combinação RGB também é neutra.

⁴ Na linguagem da física de partículas, “acoplam com fótons e glúons”.

Essencialmente, todos os fenômenos eletromagnéticos podem ser reduzidos ao vértice fundamental $e \rightarrow e + \gamma$, onde uma partícula carregada emite ou absorve um fóton, representado na Figura ??.

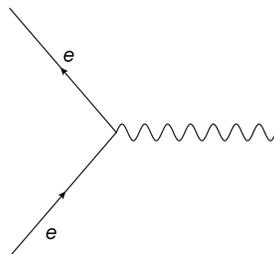


Fig. 1.1: *Vértice fundamental da QED.*

Na QCD, a cor desempenha o papel da carga e o processo fundamental é quark \rightarrow quark + glúon, apresentado no primeiro diagrama da Figura ??. Entretanto, ao contrário do que acontece com a carga elétrica durante a emissão de um fóton, a cor do quark pode se alterar durante o acoplamento. Um quark vermelho, por exemplo, pode ser convertido em um quark azul. A cor (como a carga elétrica) é conservada no processo, o que significa que o glúon nesse caso deve “levar embora” a diferença de cores — no caso, deve carregar vermelho e anti-azul. O segundo diagrama da Figura ?? apresenta esquematicamente o fluxo de cor no processo.

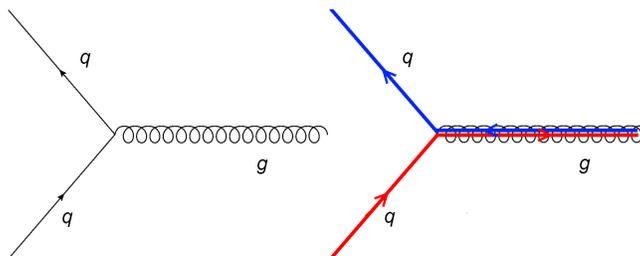


Fig. 1.2: *Vértice fundamental da QCD e fluxo de cor no processo.*

É interessante ressaltar que, enquanto o fóton é eletricamente neutro e, então, não interage com outros fótons, o glúon é *bicolor* (carrega cor e anticor), e portanto pode acoplar com outros glúons. Isso pode se dar na forma de vértices com três ou quatro glúons, conforme a Figura ??. Essa diferença está no cerne de importantes distinções entre a QED e a QCD, a serem discutidas a seguir, como a *liberdade assintótica* e o *confinamento*. De modo geral, enquanto força eletromagnética enfraquece com a distância, a interação forte se comporta como uma mola – quando afastamos as partículas a intensidade da força tende a crescer. Isso leva a um comportamento surpreendente: em experimentos de altas energias, onde conseguimos chegar a distâncias muito pequenas dos quarks e glúons, as

partículas se comportam praticamente como se estivessem livres. Neste regime de altas energias os cálculos em QCD se tornam muito mais acessíveis – as ferramentas de análise perturbativa da QCD se justificam apenas nestas situações. Esse fato estimula a realização de experimentos em altas energias, onde os dados podem ser confrontados com as previsões da QCD, uma vantagem do regime dos grandes aceleradores de partículas como o RHIC e o LHC. A próxima seção se destina a discutir em mais detalhes este e outros aspectos particulares da QCD.

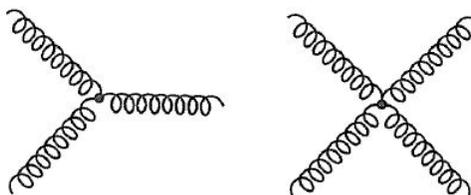


Fig. 1.3: *Acoplamento entre glúons, consequência da natureza não-abeliana da simetria $SU(3)$ da QCD.*

1.2 QCD, liberdade assintótica e confinamento

Por trás do tema desta tese está o estudo da estrutura de hádrons, como o próton ou o nêutron. Hádrons são partículas compostas por quarks e glúons, que são as partículas fundamentais cuja interação é governada pela cromodinâmica quântica. A QCD é uma teoria de calibre não-Abeliana (de certa forma, é como uma versão do eletromagnetismo em que os “fótons” – os glúons, na QCD – podem interagir entre si), com duas características importantes: a liberdade assintótica e o confinamento.

Primeiro, a constante de acoplamento da interação forte, α_s , que mede a intensidade da interação, não é realmente uma constante, mas sim uma função da escala de transferência de momento no processo sendo estudado. Para grandes transferências de momento, α_s é pequeno, o que significa quarks e glúons pouco interagentes. No regime de altas energias, quarks e glúons então são “quase livres” – a liberdade assintótica – e técnicas perturbativas de cálculo, que dependem de um acoplamento fraco (isto é, pequeno α_s) podem ser utilizadas. A restrição ao uso de QCD perturbativa (pQCD) é puramente prática e reflete nossa inabilidade de lidar com cálculos muito complexos em QCD no limite de forte acoplamento $\alpha_s \approx 1$. Qualitativamente, um glúon mais energético interagindo com um quark “percebe” uma carga de cor menor. No regime contrário, quando há pequenas transferências de momento, o acoplamento é forte, isto é, α_s é grande e o cálculo perturbativo falha. Infelizmente, muita informação sobre a estrutura dos hádrons está “escondida” na região não-perturbativa da QCD.

A segunda característica da QCD é o confinamento: enquanto diversas partículas livres na natureza apresentam carga elétrica, por exemplo, partículas que possuem cor nunca foram observadas isoladas. Experimentalmente, quarks ficam confinados em pacotes sem cor de dois (mésons) ou três (bárions) membros. Mésons e bárions são chamados coletivamente de *hádrons*. De fato, para baixas energias (e grandes distâncias) a constante de acoplamento α_s cresce. Nestas situações, os quarks, então, não podem ser tratados como livres, o que parece indicar a tendência de quarks ficarem confinados em hádrons em estado “neuro” de cor.⁵ Esta é uma característica única da interação forte, descoberta por Wilson em 1974 [?]. Este comportamento divergente é conhecido como *escravidão infravermelha* [?]. Como consequência, também, grande parte da massa de hádrons como o próton não advém da massa de seus constituintes, mas sim da energia associada à interação entre quarks e glúons no interior do hádron. A previsão teórica para dependência de α_s com a transferência de momento Q foi testada experimentalmente e é apresentada na Figura ??.

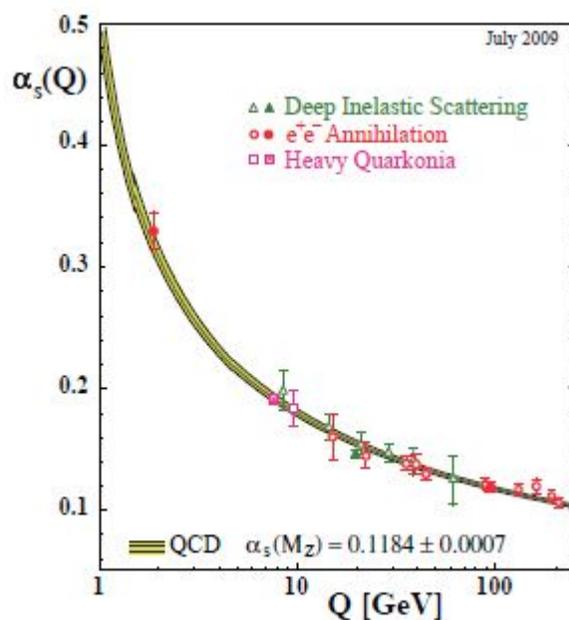


Fig. 1.4: Sumário de medições de α_s em função de Q . As curvas são as previsões da QCD para as médias globais de α_s . Figura retirada de [?].

⁵ Rigorosamente falando, o confinamento estabelece que somente partículas em um estado invariante perante rotações no espaço de cor podem ser observadas livres. Embora bem estabelecido experimentalmente, uma descrição matemática adequada do confinamento dentro da teoria quântica de campos é na verdade um problema em aberto e parte de um dos *Millenial Problems*, sujeito a um prêmio de um milhão de dólares. Veja por exemplo em [?].

1.2.1 A Lagrangiana da QCD

Esta seção é um pouco mais técnica e procura resumir a descrição Lagrangiana da QCD. A Lagrangiana se torna importante, entre outros fatores, porque simetrias deixam sua forma invariante. Recomenda-se que o leitor mais interessado consulte a literatura pertinente, como a Ref. [?]. A teoria de campos para interações fortes, a QCD, é bem descrita por uma teoria de calibre de Yang-Mills [?]. A cor, originalmente proposta apenas como um requerimento para quarks obedecerem ao Princípio de Exclusão de Pauli em estados ligados de três quarks idênticos (bárions), é entendida como a geradora do campo de cor, da mesma maneira que a carga elétrica é a geradora do campo eletromagnético. A interação mediada por este campo aparentemente une (em inglês, *glues*) os quarks uns aos outros para formar os hádrons, motivando o nome glúons para os quanta do campo. A forma da Lagrangiana é [?]

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_q \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu D_\mu - m_q)_{ij} \psi_j, \quad (1.1)$$

onde está implícita a soma sobre índices repetidos. As quantidades ψ e A_μ representam os campos para os quarks e glúons, respectivamente, e o índice q representa os seis diferentes sabores de quark, cada um com massa m_q . Mais precisamente,

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_{red} \\ \psi_{green} \\ \psi_{blue} \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

onde cada elemento ψ_i é um spinor de Dirac de quatro componentes, operado pelas matrizes de Dirac γ^μ .

O tensor de intensidade do campo $F_{\mu\nu}^a$ e a derivada covariante D_μ são dados pelas seguintes expressões:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.3)$$

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu + ig T_{ij}^a A_\mu^a, \quad (1.4)$$

$$(m_q)_{ij} = m_q \delta_{ij}, \quad (1.5)$$

onde g é a constante de acoplamento, f^{abc} são as constantes de estrutura e T_{ij}^a os geradores do grupo de Lie que define a simetria de calibre da teoria. Os parâmetros livres da teoria são os termos de massa e a constante de acoplamento g . Dados estes parâmetros, a única informação adicional para determinar a Lagrangiana é o grupo de simetria para as cargas fundamentais — SU(3), no caso da QCD. Para o SU(3) há oito geradores $T^a = \lambda_a/2$, onde λ_a são as matrizes de Gell-Mann [?]. As constantes de estrutura do grupo, $f^{abc} = f_{abc}$, são definidas pela relação de comutação

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c. \quad (1.6)$$

As constantes de estrutura não nulas são uma importante diferença em relação à QED, fazendo da QCD uma teoria de calibre não-abeliana. O último termo de (??) marca essa diferença fundamental entre as duas teorias. Considerando a quantidade $F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$ no primeiro termo de (??), ela leva a um termo de campo livre e dois termos de interação onde glúons acoplam com glúons — os vértices de três e quatro glúons apresentados na Figura ???. Este termo é característico de uma teoria onde os bósons carregam a carga da interação, e portanto podem se acoplar entre si. A parte restante da Lagrangiana é uma soma sobre todos os sabores de quark, novamente levando a um termo de campo livre e um termo para o acoplamento entre quark e glúon. O acoplamento quark-glúon e o acoplamento entre três glúons são proporcionais a g , enquanto o acoplamento de quatro glúons é proporcional a g^2 . Além disso, as amplitudes associadas com cada acoplamento dependem da estrutura do grupo de simetria. As cores dos quarks são indexadas por $i, j = 1, 2, 3$, cores de glúons por $a, b, c, \dots = 1, 2, \dots, 8$. O acoplamento entre glúons em estado de cor a, b e c é proporcional a f^{abc} , e o acoplamento entre dois quarks de cor i e j com um glúon de tipo a é proporcional ao elemento de matriz T_{ij}^a .

É talvez não evidente da Lagrangiana, e dos valores numéricos das constantes de estrutura e matrizes de Gell-Mann, que existe uma completa simetria em todas as cores nos resultados físicos. A probabilidade de um glúon ser emitido é a mesma para quarks de todas as cores, a probabilidade de um glúon se separar em um par quark-antiquark é a mesma para todos os estados de glúon, bem como a probabilidade de um glúon se separar em glúons secundários. A probabilidade de um glúon ser emitido por um glúon, contudo, é predita pela QCD como 2,25 vezes maior do que a probabilidade de um glúon ser emitido por um quark [?]. Isto pode ser relacionado ao estado “bicolor” dos glúons, que faz com que sua carga de cor seja cerca do dobro daquela de um quark. Esta proporção é característica do grupo de simetria escolhido para a Lagrangiana e sua medição, então, fornece uma maneira de verificar experimentalmente a estruturação teórica da interação.

1.3 Descrição dos Hádrons

Para entender o cenário físico em que a QCD se aplica, é importante apreciar que a descrição mais adequada da estrutura de um hádron, como o próton, depende da resolução e do referencial usados para avaliá-la (o mesmo vale para os núcleos que iremos discutir nas próximas seções, mas podemos começar descrevendo um único próton por simplicidade). Um próton em repouso é formado por três quarks (2 *up* e 1 *down*), chamados “quarks de valência”, que estão confinados em um estado de singlete de cor (conforme a Seção ??) — estão “presos” uns aos outros. Este confinamento se dá através da troca de glúons, que por sua vez podem gerar pares adicionais efêmeros de quark-antiquark, formando um “mar” de

partículas virtuais.⁶ Uma representação deste cenário é apresentada na Figura ?? a seguir.

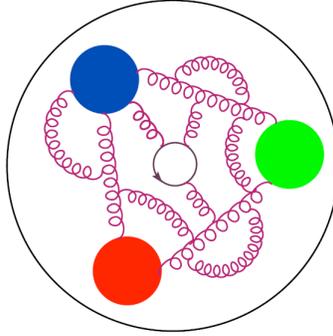


Fig. 1.5: Um desenho representando a estrutura de um próton em seu referencial de repouso. Figura adaptada de [?].

Estes pares são virtuais e têm momento e energias tipicamente da ordem de Λ , visto que esta é a escala onde o acoplamento da QCD se torna da $\mathcal{O}(1)$ e a ligação é mais eficaz [?]. Estas flutuações, portanto, são não-perturbativas. Além disso, Λ também é a escala típica de energia e momento para flutuações do vácuo. Pelo princípio da incerteza, estas flutuações têm tempo médio de vida e tamanhos da ordem⁷ de $1/\Lambda$ — a mesma ordem de grandeza do tamanho do próton. Nestas condições, então, as flutuações hadrônicas são efêmeras e deslocalizadas, indistinguíveis das flutuações do vácuo. Em seu referencial de repouso (RF, *rest frame*) o próton tem quadrimomento $p = (M, 0, 0, 0)$.

Considere agora a situação onde o próton é observado em um referencial onde está em movimento ao longo do eixo z , com quadrimomento $p = (p, 0, 0, p)$ e fator de Lorentz $\gamma \gg 1$ em relação ao RF.⁸ Este referencial é normalmente denominado “referencial de momento infinito” (IMF, em inglês). No IMF, o tempo de vida das flutuações hadrônicas é aumentado pela dilatação de Lorentz

$$\Delta t_{IMF} = \gamma \Delta t_{RF} \sim \frac{\gamma}{\Lambda}, \quad (1.7)$$

enquanto as flutuações do vácuo continuam com tempo de vida $\sim 1/\Lambda$, já que o vácuo é invariante. Este tempo de vida é muito maior do que a duração típica de um processo de colisão [?], de maneira que para os propósitos de um espalhamento de alta energia as flutuações hadrônicas podem ser vistas como quanta independentes e livres. As flutuações se formaram muito antes da colisão acontecer e irão desaparecer muito após a colisão, de

⁶ Em escalas de tempo muito pequenas, o princípio da incerteza implica que existem flutuações muito grandes na energia, suficientes para criar um par de partículas durante um pequeno intervalo de tempo.

⁷ Iremos adotar ao longo deste trabalho unidades naturais $\hbar = c = k_B = 1$, de modo que não há fator de \hbar no princípio da incerteza. O fator poderá ser restaurado em algumas expressões para fins de clareza.

⁸ O eixo z foi escolhido arbitrariamente, e usou-se a notação $p_z = p$, com $E = \sqrt{p^2 + M^2} \approx p$.

modo que podem ser tratadas como parte da estrutura do próton. Neste cenário o próton pode ser pensado como um conjunto de quarks e glúons pontuais que não interagem entre si, chamados coletivamente de *pártons*. A Figura ?? a seguir apresenta esquematicamente esta situação. Note que a estrutura do próton depende do referencial em que ele é observado. Isso significa, também, que o cenário físico muda de um referencial para outro: a interação de um próton em repouso deve ser explicada em termos de três quarks que interagem fortemente entre si, enquanto a interação de um próton de grande momento envolve um grande número de quarks e glúons essencialmente livres. Enquanto os observáveis físicos devem ser invariantes, o cenário físico adequado para descrever a interação é, de certa forma, uma questão de ponto de vista.

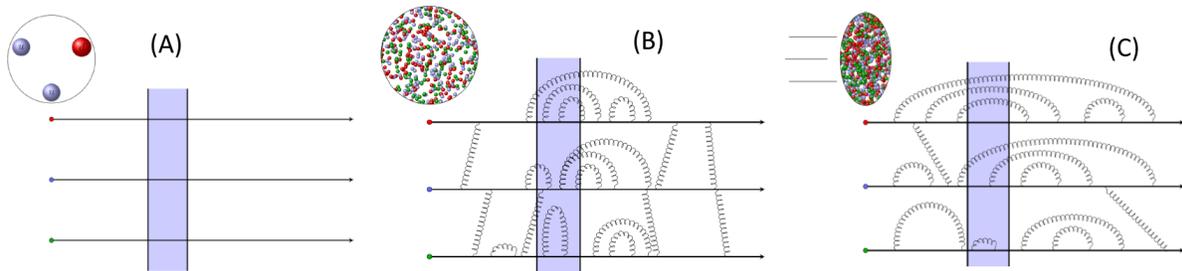


Fig. 1.6: A interação de um próton com um agente externo em diferentes cenários. (A) Um próton em repouso interage durante um tempo finito, representado pela faixa azul. Apenas os três quarks de valência são visíveis. (B) Um próton de alta energia, irradiando glúons. Alguns dos glúons parecem livres para a duração da interação. (C) Mais glúons parecem livres, e o próton é contraído na direção do movimento por contração de Lorentz. Figura adaptada de [?].

Para entender a mudança drástica na estrutura do próton em diferentes referenciais é instrutivo imaginar um próton sendo acelerado do repouso até atingir grandes velocidades. Um próton em repouso é composto basicamente pelos quarks de valência. Estes quarks interagem fortemente entre si, estão confinados uns aos outros e não podem ser observados isoladamente. Imagine agora que o próton é acelerado: os quarks de valência, dotados de alta energia, podem irradiar glúons por *bremstrahlung*, de maneira semelhante ao que acontece com partículas carregadas eletricamente que emitem fótons quando aceleradas. Estes glúons podem então interagir com os quarks, ou mesmo flutuar em um par de partículas virtuais, e são rapidamente reabsorvidos. Em energias moderadas, a maior parte dos glúons é absorvida e reemitida durante a escala de tempo de uma interação – e portanto não parecem ser partículas livres.

Conforme o próton é acelerado, efeitos relativísticos de dilatação temporal começam a se tornar cada vez mais relevantes: o tempo de vida destes glúons e suas flutuações é aumentado, o suficiente para que seu tempo de vida seja muito maior que a duração típica

de uma interação. Estes glúons parecem livres, e os glúons de maior momento parecem congelados no tempo. Em alta energia, mais e mais glúons podem ser irradiados pelos quarks - como consequência, a estrutura de um próton de alta energia é formada principalmente por glúons. Ainda por efeitos relativísticos, o próton sofre contração na direção do movimento, de modo que do ponto de vista de uma interação ele se aproxima cada vez mais de uma “panqueca” composta por uma infinidade de quarks e glúons (pártons). A Figura ??, a seguir, mostra a composição da função de onda do próton em diferentes escalas de energia. A variável x , conhecida como variável de Bjorken⁹, representa a fração do momento do próton carregada por um dado párton, e é inversamente proporcional à energia. De modo geral, em altas energias o momento do próton está distribuído entre seus muitos constituintes, de forma que alta energia implica em pequenos valores de x .

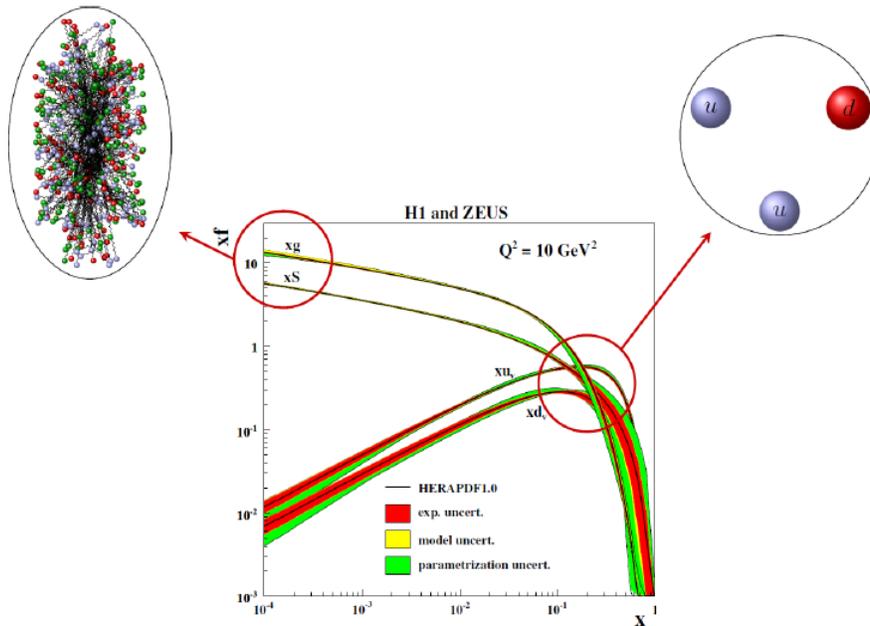


Fig. 1.7: Funções de distribuição de pártons para os glúons xg , quarks de mar xS , quarks up de valência xu_v e quark down de valência xd_v . Figura de [?], adaptada de dados de [?].

Neste cenário de pártons, a interação do próton pode ser *fatorizada*, isto é, descrita como o produto de *funções de distribuição de pártons*, que descrevem a probabilidade de encontrar um párton com uma dada cinemática dentro do próton, e de *seções de choque partônicas*,

⁹ A variável de Bjorken tem origem no chamado escalamento de Bjorken [?], cujas violações motivaram o estudo da evolução dos pártons em diferentes escalas de energia. O uso da variável como descrito aqui foi introduzido em estudos de espalhamento inelástico profundo (DIS). Veja por exemplo as Refs. [?, ?].

que descrevem o espalhamento entre pártons do próton e do que estiver interagindo com o mesmo. Se o momento transferido na colisão for grande o bastante, a liberdade assintótica indica que as seções de choque partônicas podem ser calculadas por teorias perturbativas.

1.4 Colisões de íons pesados e o QGP

Conforme discutido nas seções anteriores, por motivos puramente práticos a QCD é melhor entendida no regime de altas energias. Os grandes aceleradores, como RHIC e o LHC, são capazes de atingir escalas de energia grandes o bastante para colidir nucleons em um regime de acoplamento fraco (quando α_s é pequeno o bastante para justificar os cálculos perturbativos). A Fig. ?? ilustra a situação. Os experimentos realizados nestes aceleradores colidem prótons e núcleos entre si com a finalidade de entender melhor a QCD e as demais interações fundamentais. Eles são acelerados em feixes com velocidades próximas à da luz, produzindo mais de um bilhão de colisões por segundo. O restante deste capítulo procura responder o que aprendemos com esses estudos até agora, e quais as grandes questões que eles podem iluminar no futuro. Uma introdução bastante pedagógica a estas questões pode ser encontrada na Ref. [?], de onde foram retiradas as estimativas numéricas apresentadas a seguir.

Vamos começar com uma descrição qualitativa da sequência de eventos que ocorre quando dois núcleos ultra-relativísticos colidem, no referencial do centro de massa (o referencial do experimento em um colisor). Cada núcleo incidente é um disco, contraído por contração Lorentz. Para núcleos grandes, como Pb ou Au, o diâmetro do disco é cerca de 14 fm, com uma espessura da ordem de $14/\gamma$. Nas maiores energias disponíveis atualmente no RHIC e no LHC, $\gamma \sim 100$ e $\gamma \sim 2500$, respectivamente. Cada disco possui muitos quarks e anti-quarks (com três quarks a mais do que antiquarks por nucleon). Pares $q\bar{q}$ adicionais surgem como flutuação da função de onda inicial e podem ser tratados como parte “quase real” da estrutura dos nucleons, como consequência da dilatação do tempo. Estes quarks e anti-quarks também servem como fontes de campos de cor fortes e quase completamente transversais, cujos quanta são os glúons que também carregam cor. A distribuição espacial destes pártons não é uniforme na área do disco, e sua densidade superficial aumenta com a velocidade do núcleo.

Quando os dois discos se sobrepõem e colidem, a maior parte dos pártons incidentes perde alguma energia mas não é espalhada em um ângulo significativo – os núcleos praticamente “se atravessam”. A maior parte das interações é dita *soft*, o que significa que elas envolvem pouca troca de momento transversal. A troca de cor entre as partículas que se atravessaram é refletida na formação de campos longitudinais entre os discos atravessados. Estes campos vão ficando mais intensos, reduzindo a energia nos discos, e então gradualmente decaem em pares $q\bar{q}$ e glúons. Apenas uma pequena porção dos pártons incidentes sofre interações perturbativas *hard*, isto é, envolvendo grande transferência de momento, que levam uma

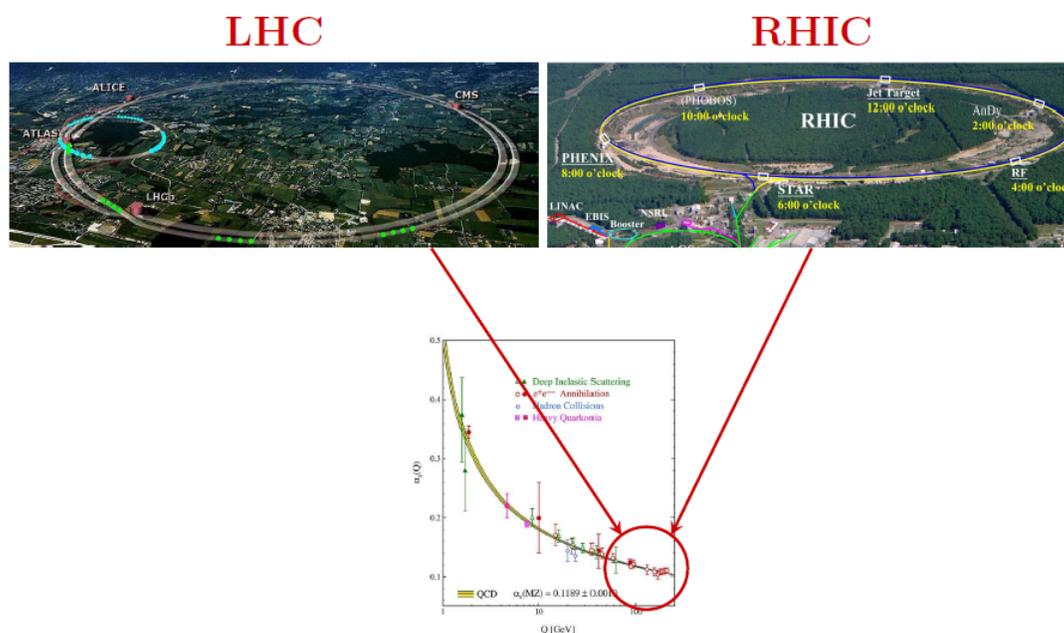


Fig. 1.8: Escala de acoplamento α_s que o RHIC e o LHC tentam atingir. Atualmente o LHC atinge $\alpha_s \sim 0,1$ – nesta escala cálculos se justificam apenas marginalmente. Figura adaptada da Ref. [?].

produção importante mas relativamente pouco provável de partículas de grande momento transversal.

Na colisão de íons pesados de alta energia, a densidade de energia máxima ocorre assim que os núcleos colidem (é quando a energia está distribuída no menor volume). Mesmo pouco tempo após a colisão, a densidade de energia se mantém relativamente alta. No LHC, para colisões de $\gamma \sim 1400$, a energia transversal total em partículas com velocidade longitudinal $-0,46 < v < 0,46$ foi medida em torno de $1,64 \pm 0,1$ TeV. Cerca de 1 fm/c após a colisão, quando os núcleos estão separados por 2 fm, a densidade de energia média é maior que $1,65 \text{ TeV}/(\pi(7 \text{ fm})^2(0,92 \text{ fm})) = 12 \text{ GeV}/\text{fm}^3$, mais de 10 vezes a densidade de energia de um hádron. Neste regime, os quarks e glúons produzidos na colisão não podem ser descritos como uma coleção de hádrons distintos. De fato, há evidências que a matéria partônica entre os núcleos exibe novos comportamentos, coletivos e não-lineares, formando um novo estado da matéria conhecido como o plasma de quarks e glúons (QGP, do inglês *Quark Gluon Plasma*). A propriedade da liberdade assintótica significa que estas estruturas de alta densidade são fracamente acopladas e portanto, a princípio, poderiam ser estudadas via pQCD. Contudo, os estudos têm se mostrados desafiadores: precisamente por causa de sua alta densidade, o QGP exibe comportamentos não-lineares cuja descrição matemática foge da teoria perturbativa tradicional.

É interessante que os quarks e glúons no QGP estão longe de serem independentes. A alta densidade faz com que eles interajam fortemente, e após cerca de 1 fm/c (medido no seu referencial de repouso) o QGP flui quase como um líquido ideal, com uma viscosidade surpreendentemente baixa (as evidências por trás disso serão discutidas ao longo das próximas seções). Mesmo que a velocidade transversal do fluido seja inicialmente pequena, a expansão provocada por gradientes de pressão rapidamente provoca velocidades transversais da ordem de metade da velocidade da luz. Outra característica é que a entropia produzida nestas colisões também é enorme: antes da colisão a entropia é essencialmente zero, enquanto o estado final contém algo da ordem de 30 000 partículas e, portanto, uma entropia gigantesca. Curiosamente, iremos ver ao longo deste trabalho que a maior parte desta entropia é produzida rapidamente, nos instantes iniciais após a colisão.

Uma das evidências experimentais para a formação do QGP vem da detecção de jatos energéticos produzidos na colisão, formados por partículas de alta energia. Estes jatos são produzidos logo nos primeiros instantes após a colisão, pela interação dos componentes mais energéticos nos núcleos, como os quarks de valência. Considere, por exemplo, a produção de dois jatos hadrônicos em sentidos opostos (e, portanto, detectados a 180° um do outro). Se esses jatos forem produzidos no centro do QGP, os jatos percorrem caminhos similares e atingem o detector com energias semelhantes. Mas, quando os jatos são produzidos na periferia do QGP, temos um comportamento diferente: um dos jatos terá que atravessar apenas uma pequena região no QGP antes de atingir os detectores, enquanto o outro jato irá atravessar quase todo o QGP. Caso haja a formação de um meio como o QGP, é esperado que o jato que teve grande interação com o meio perca mais energia (fenômeno conhecido como *jet quenching*, veja por exemplo as Refs. [?, ?, ?, ?]). Neste caso deveríamos observar eventualmente, em colisões de íons pesados, jatos correlacionados, detectados a 180° um do outro, mas com energias diferentes. Uma das análises feitas pelo experimento CMS, no LHC, é apresentada na Fig. ??, e confirma a predição teórica¹⁰.

Após sua produção, cada pequena porção do QGP expande em todas as direções. De maneira global, ele se comporta como uma gota de fluido, cuja pressão inicial governa seu movimento, expansão e resfriamento. Esse cenário hidrodinâmico se mantém até que a densidade de energia local fique abaixo da densidade de energia de um hádron, e o fluido se desfaz em um gás de hádrons que colidem algumas vezes entre si e depois se propagam livremente até os detectores. Enquanto isso, os restos dos núcleos originais (que perderam cerca de 85% de sua energia) se propagam na direção longitudinal. Esse sistema rico em quarks também expande e forma um QGP hidrodinâmico, após um tempo de 1 fm/c no seu referencial de repouso (cerca de 330 fm/c no referencial do laboratório). Após a expansão, ele também decai em uma nuvem de hádrons. A detecção experimental dessa matéria que se propaga primariamente na direção longitudinal é complicada (por motivos puramente

¹⁰ É importante ressaltar que a formação do QGP é algo estabelecido por uma coleção de evidências do comportamento coletivo da matéria formada após a colisão, e não *apenas* pela assimetria na distribuição de energia e momento dos jatos hadrônicos.

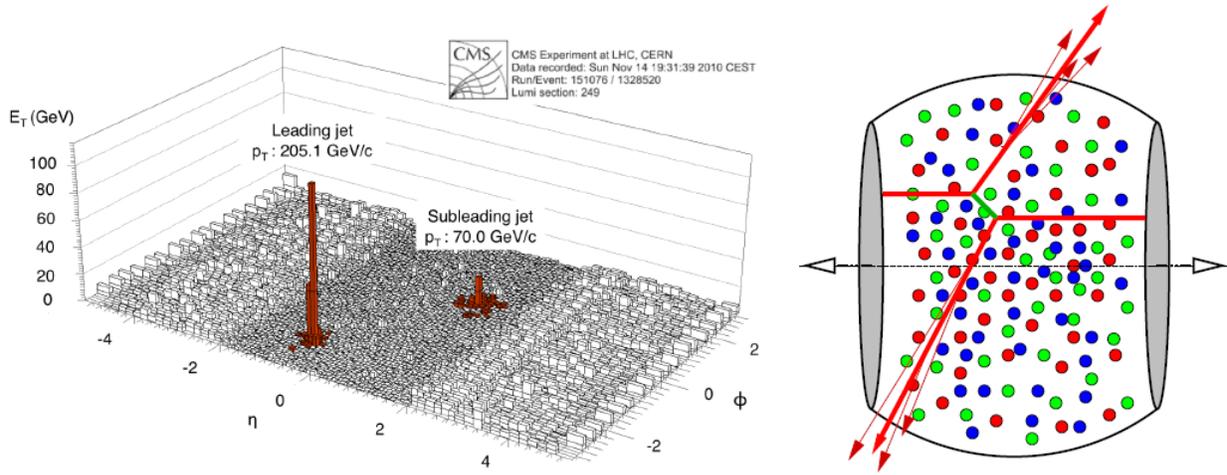


Fig. 1.9: *Esquerda: Um evento altamente assimétrico em colisões Pb+Pb no LHC, conforme medido pelo grupo CMS. Direita: Ilustração de um espalhamento assimétrico em colisões A + A [?]. O espalhamento duro produzindo os jatos ocorre na periferia do meio. Um dos jatos deixa o meio logo após a sua formação, enquanto o outro atravessa o QGP e é fortemente modificado por ele.*

práticos, como posicionamento dos detectores), o que significa que este QGP de grande densidade bariônica não foi, ainda, estudado adequadamente.

Até agora nossa descrição tratou a colisão essencialmente como “central”, isto é, como se os núcleos se sobrepussem completamente na colisão. No caso de colisões não-centrais, na região de sobreposição o processo é o mesmo que o descrito até o momento, com a diferença de que a região de colisão tem um formato que não é circular. Na realidade, a distribuição de nucleons dentro dos núcleos faz com que a densidade de energia se distribua de maneira não uniforme no QGP, mesmo em colisões perfeitamente centrais. Essas anisotropias iniciais (devido a não-centralidade da colisão ou a flutuações de densidade nos núcleos) levam a anisotropias na pressão do fluido, que provocam taxas de expansão diferentes em diferentes direções, o que faz com que haja uma anisotropia na distribuição de momento azimutal das partículas que chegam aos detectores. Veremos ao longo das próximas seções que um dos maiores sucessos da teoria hidrodinâmica foi, justamente, descrever com precisão essa distribuição final de momento das partículas.

1.5 Evolução do QGP

Pela introdução na seção anterior, é possível perceber que o QGP formado na colisão de íons pesados (HIC, do inglês *heavy ion collision*) evolui rapidamente, desde sua formação

até sua transformação nas partículas que chegam aos detectores, passando por diferentes estágios, que são caracterizados por graus de liberdade diferentes. Estas diferentes fases são ilustradas na Fig. ?? e descritas qualitativamente a seguir, recapitulando de maneira mais técnica os pontos da seção anterior, conforme a abordagem da Ref. [?].

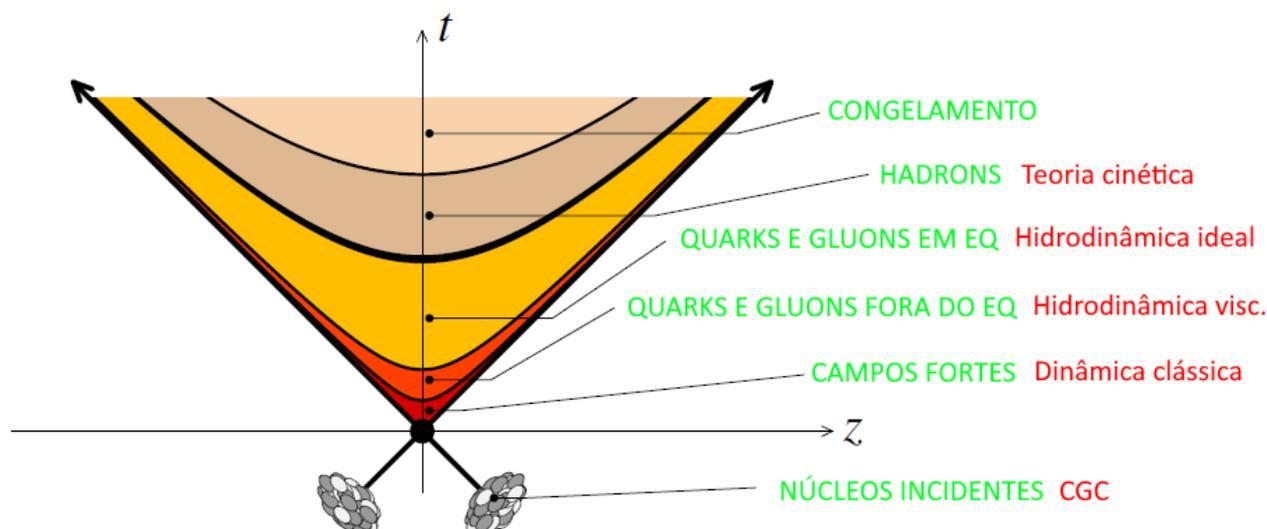


Fig. 1.10: Representação esquemática dos estágios de uma HIC como uma função do tempo t e da coordenada longitudinal z (tomado como sendo o eixo onde ocorre a colisão). A variável temporal na discussão que segue é o tempo próprio τ , constante ao longo das hipérbolas separando os estágios na figura. A figura e a enumeração dos estágios que segue foram adaptados de [?].

1. Logo antes da colisão, no referencial do centro de massa¹¹ os íons se aproximam em alta velocidade (por exemplo, ao longo do eixo z). Um fator de Lorentz da ordem de $\gamma \sim 100 - 2500$ faz com que seu comprimento seja contraído na direção do movimento, de modo que os pártons estão distribuídos praticamente em um plano, transversal ao eixo da colisão. Estes íons são formados por uma estrutura densa de pártons, composta primariamente por glúons que carregam uma fração muito pequena $x \ll 1$ do momento longitudinal do núcleo “pai”, conforme a Fig. ?. É como se os íons fossem *panquecas de glúons multicoloridos*. Este estado de matéria glúônica, denso e de pequeno acoplamento, é conhecido como *Color-Glass Condensate* (CGC, em inglês – condensado de vidro de cor).
2. Acontece a colisão no tempo próprio $\tau = 0$ e os núcleos passam um pelo outro praticamente sem frear, deixando para trás restos de matéria altamente excitados que

¹¹ No LHC e no RHIC o referencial do centro de massa é o referencial do experimento.

continuam a expandir longitudinalmente. As primeiras interações começam a se desenvolver. Os processos ditos *hard*, que envolvem grandes transferências de momento $Q \gtrsim 10$ GeV, ocorrem primeiro¹², e em geral envolvem os quarks de valência (pois estes são os que carregam a maior parte do momento do núcleo pai). Estes processos são responsáveis pela produção das partículas com momento da ordem de Q , como jatos hadrônicos, mésons vetoriais, fótons diretos e quarks pesados, que normalmente formam os ingredientes mais marcantes do estado final.

3. Em um tempo $\tau \sim 0,2$ fm/c, correspondente a um momento da ordem $Q \sim 1$ GeV, a maior parte dos pártons (principalmente os glúons que formam o CGC) são liberados pela colisão. Estes pártons irão passar por uma evolução complexa e então hadronizar, sendo responsáveis por gerar a maior parte das partículas que chegam aos detectores. Ao serem liberados, eles formam um meio denso, cuja densidade de energia é 10 vezes maior que a da matéria nuclear¹³. Conforme será discutido mais adiante, o QGP neste estágio está *fora do equilíbrio*, e é algumas vezes referido como *glasma* nos estágios iniciais da colisão.
4. Caso os pártons produzidos não interagissem entre si, ou caso estas interações fossem desprezíveis, as partículas iriam se separar umas das outras e evoluir (através de fragmentação e hadronização) independentemente para produzir o estado final. Este parece ser o cenário no caso de colisões próton + próton. Contudo, dados experimentais indicam que o cenário em HIC é diferente: efeitos coletivos se mostram presentes (como a anisotropia na distribuição de momento das partículas, identificada no RHIC e no LHC [?]), o que indica que os pártons interagem fortemente entre si. De fato, os dados são consistentes com um cenário onde o equilíbrio térmico local é atingido rapidamente, com um tempo de termalização $\tau \sim 1$ fm/c. Isto é de certa forma surpreendente: a interação é capaz de competir com a expansão do meio e redistribuir energia e momento entre os pártons apesar do fato de que eles se separam rapidamente uns dos outros. Cálculos perturbativos via CGC em ordem dominante, considerando um pequeno acoplamento α_s , por exemplo, não são capazes de explicar um tempo de termalização tão curto. Este paradigma será discutido em mais detalhes em seções posteriores e será o tema central deste trabalho.
5. Os dados experimentais indicam que o QGP que resulta da termalização é bem descrito como um *fluido*, inicialmente viscoso e depois ideal. Como veremos nas seções posteriores, isso impõe grandes restrições ao processo de termalização. Esta fase da matéria é, ao que tudo indica, a gota mais quente e densa produzida pela humanidade. O estudo do QGP é um dos principais tópicos dos programas de HIC do RHIC

¹² Pelo princípio da incerteza, ocorrem em um intervalo $\tau \sim 1/Q$.

¹³ A densidade de energia em colisões Pb + Pb no LHC é estimada em $\epsilon \geq 15$ GeV/fm³, cerca de 10 vezes maior que a densidade de energia da matéria nuclear e 3 vezes maior que em colisões Au + Au no RHIC [?].

e do LHC. A sua existência, contudo, é efêmera – a matéria continua expandindo e esfriando até que os quarks e glúons se agrupam em partículas sem cor (um processo conhecido como “hadronização”). A hadronização ocorre quando a temperatura local se torna da ordem da temperatura crítica para o desconfinamento, que via cálculos em QCD na rede é estimada em $T_C \approx 150 \sim 180$ MeV. Em colisões Pb + Pb no LHC isso é estimado em um tempo $\tau \sim 10$ fm/c [?].

6. Conforme o tempo passa, o sistema hadrônico continua relativamente denso, e trocas de energia e momento entre seus constituintes garantem a manutenção de um equilíbrio térmico local. O sistema é um *gás de hádrons*, quente e denso. A temperatura e densidade continuam a reduzir até que em $\tau \sim 20$ fm/c a densidade é tão pequena que os hádrons param de interagir entre si e se propagam de maneira independente até chegarem aos detectores. A transição do estado fluido para o de partículas independentes é conhecido como *freeze-out*, ou *congelamento*. As partículas que chegam aos detectores podem ser bem descritas por distribuições estilo Maxwell-Boltzmann, o que parece ser coerente com a hipótese de equilíbrio térmico – é esperado que a distribuição de momento entre as partículas livres seja a mesma que a do fluido nos estágios finais da expansão¹⁴.

A Fig. ?? a seguir apresenta uma ilustração da evolução do QGP na colisão, conforme as etapas recém enumeradas.

1.6 O problema da termalização

Fica evidente da discussão nas seções anteriores que colisões de alta energia de íons pesados são complexas e formadas por vários estágios distintos, cada um analisando diferentes aspectos da QCD. Cada um desses estágios também é caracterizado por graus de liberdade diferentes e pode ser descrito por teorias efetivas diferentes.¹⁵ Logo antes da colisão e nos seus estágios iniciais, por exemplo, as densidades são muito altas, o que leva a comportamentos coletivos que são melhor descritos por campos do que por partículas. A teoria efetiva melhor sucedida nesta descrição tem sido o CGC, mencionado anteriormente. Conforme a matéria continua a expandir o conceito de partícula se torna significativo novamente.

Os estágios intermediários da colisão, por sua vez, têm sido descritos com muito sucesso pela *hidrodinâmica relativística*, isto é, como um fluido viscoso ou ideal. Esta é uma teoria

¹⁴ Apesar de soar como um argumento em favor da termalização, é preciso manter em mente que o próprio mecanismo de hadronização poderia levar a uma distribuição aparentemente térmica. De fato, a temperatura de congelamento extraída das distribuições de partículas no RHIC parece ser a mesma (em torno de 170 MeV) para colisões Au+Au e p+p, mas não é esperado que haja formação de QGP no caso diluído p+p [?].

¹⁵ Uma discussão interessante sobre a distinção entre uma teoria efetiva e um modelo pode ser encontrada na pág. 5 da Ref. [?].

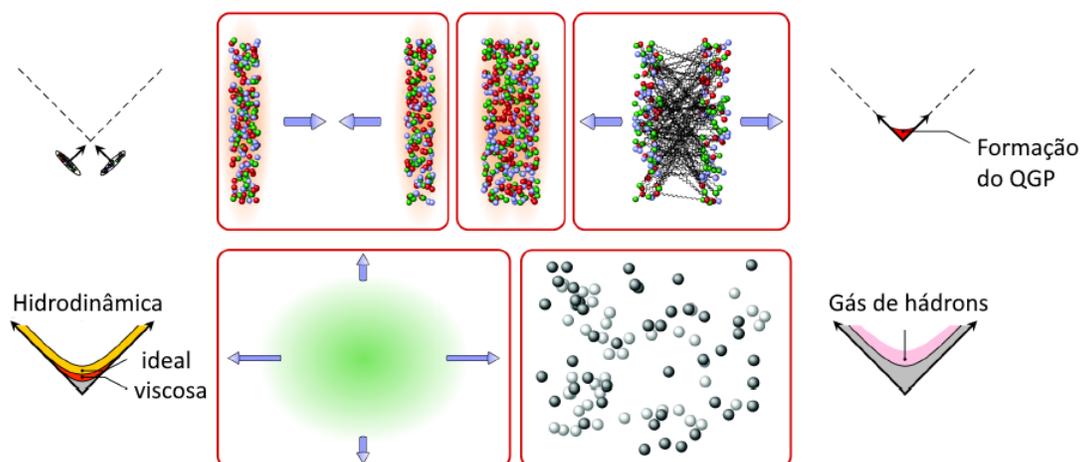


Fig. 1.11: Fases da colisão e evolução do QGP. Dois íons pesados se aproximam em uma velocidade próxima à da luz e colidem, formando o chamado QGP. Inicialmente o QGP está em um estado desequilibrado, conhecido também como glasma. O sucesso da teoria hidrodinâmica implica que o QGP atinge o equilíbrio térmico local rapidamente, e os produtos da colisão podem ser descritos por um fluido que irá expandir e, então, hadronizar, isto é, formar as partículas que chegam aos detectores. Figura adaptada da Ref. [?].

macroscópica baseada em leis gerais de conservação, como energia e momento, que descreve o sistema a partir de poucos parâmetros, como densidade de energia, pressão e velocidade. Alguns comportamentos coletivos das partículas que chegam aos detectores foram explicados com sucesso nos últimos anos a partir desta teoria [?].

Conforme será apresentado no próximo capítulo, acontece que a hidrodinâmica tem sido tão bem sucedida em descrever as propriedades macroscópicas observadas nos experimentos que isso apresenta um problema: a hidrodinâmica só é uma descrição válida para sistemas que estejam muito próximos de um equilíbrio térmico local. Simulações hidrodinâmicas são bem sucedidas para descrever dados do LHC desde tempos muito curtos após a colisão, da ordem de $\tau \sim 1$ fm/c, o que parece indicar que nesta escala de tempo o sistema já deve estar próximo do equilíbrio térmico local. Contudo, modelos microscópicos para os estágios iniciais da colisão, baseados em princípios fundamentais da QCD, falham em prever um tempo de termalização tão curto.

Explicar como um sistema equilibrado de quarks e glúons se forma tão rapidamente a partir de um estado inicial fora do equilíbrio (o *glasma* mencionado anteriormente) tem sido um dos temas centrais da comunidade de íons pesados nos últimos tempos, e a análise deste processo é o cerne deste trabalho. Conforme destacado na Ref. [?], o estudo da termalização em uma teoria não-abeliana como a QCD é também de profundo interesse

teórico e vai muito além das necessidades experimentais. O Capítulo 2, a seguir, se destina a detalhar os modelos atuais usados na descrição das diferentes etapas da colisão e a revisar o cenário atual de pesquisa no problema da termalização.

Capítulo 2

Teorias Efetivas

Conteúdo

2.1 Hidrodinâmica	24
2.1.1 Hidrodinâmica viscosa relativística	25
2.1.2 O sucesso experimental da teoria hidrodinâmica	27
2.2 Saturação e o CGC	32
2.2.1 O Color Glass Condensate (CGC)	36
2.3 Teoria Cinética	38
2.4 O processo de termalização	39
2.4.1 Graus de liberdade na rota para o equilíbrio	40
2.4.2 Limitações dos modelos atuais	46
2.5 Conclusão	48

Neste capítulo, são apresentadas as principais ferramentas teóricas utilizadas na descrição dos estágios iniciais de uma colisão de íons pesados. Um destaque especial é dado ao sucesso da teoria hidrodinâmica em descrever algumas propriedades globais do fluido. Conforme mencionado no capítulo anterior, isso impõe importantes restrições às etapas iniciais da colisão, entre elas um curto tempo de termalização. O capítulo termina com uma descrição mais detalhada deste processo de termalização, com ênfase nos dilemas enfrentados atualmente.

2.1 Hidrodinâmica

Um ponto chave e surpreendente das colisões de íons pesados e da interpretação dos dados obtidos nos colisores é que, logo após o impacto e antes do processo de hadronização, o sistema forma um líquido quase perfeito (de viscosidade específica extremamente baixa).

Nesta seção iremos discutir tecnicamente o que é este comportamento hidrodinâmico e sua relação com o que é observado nos colisores.

A hidrodinâmica é uma teoria que descreve um fluido de maneira macroscópica – isto é, ela não busca descrever os detalhes microscópicos do sistema, mas alguns parâmetros globais, como densidade de energia, pressão e velocidade. De modo geral, as equações da hidrodinâmica são baseadas em leis de conservação que envolvem parâmetros que dependem da natureza do fluido (e a princípio poderiam ser calculados por teorias microscópicas).

Por comparação, a *termodinâmica* descreve um grande conjunto de elementos em equilíbrio térmico *global*, cujas propriedades intensivas (como temperatura, pressão e potencial químico) são independentes do tempo e uniformes ao longo do volume do sistema. A hidrodinâmica, por sua vez, pode ser vista como uma generalização deste cenário na direção de um equilíbrio térmico *local*. As quantidades intensivas podem variar no tempo e no espaço, mas de maneira lenta o suficiente para que o equilíbrio térmico seja garantido localmente. Os gradientes de pressão naturalmente levam a um fluxo, com uma velocidade local que também varia no tempo e no espaço.

2.1.1 Hidrodinâmica viscosa relativística

Do ponto de vista teórico moderno, a hidrodinâmica é vista como uma teoria efetiva para baixas energias da QFT fundamental [?]. As equações da hidrodinâmica são simplesmente as leis de conservação relevantes para energia, momento e outras correntes:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad \partial J_B^\mu = 0, \quad \dots \quad (2.1)$$

onde $T^{\mu\nu}$ é o tensor de energia-momento, J_B^μ é a densidade de corrente bariônica¹, e os pontos indicam demais cargas conservadas. Estas densidades dependem de quantidades intensivas (locais) que descrevem o estado do fluido: a densidade de energia $\epsilon = E/V$, a pressão P , a quadrivelocidade $u^\mu = \gamma(1, \mathbf{v})$, com $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2}$, e uma série de coeficientes de *viscosidade*, que representam as propriedades dissipativas do meio.

A relação entre as quantidades conservadas e as intensivas é obtida através de expansões em torno do valor de $T^{\mu\nu}$ no equilíbrio térmico, em termos de gradientes dos campos de velocidade [?]. Para variações suficientemente suaves, apenas os primeiros termos da expansão são necessários – formando a teoria hidrodinâmica². É importante ressaltar que esta expansão não é válida no caso de um sistema muito anisotrópico, então, se as pressões em diferentes direções espaciais não forem iguais, elas também não devem ser muito diferentes. A expansão em ordem zero (isto é, sem correções) leva à *hidrodinâmica ideal*, no sentido de

¹ A integral de volume de J_B^0 é a diferença entre o número de bárions e de antibárions.

² Se os gradientes forem grandes o sistema não é descrito por hidrodinâmica. De modo geral a expansão é feita em potências de ℓ/R , onde R é uma dimensão característica do sistema, como o tamanho transversal da região de interação em uma HIC, e ℓ é o livre caminho médio das partículas que formam o fluido.

que não há efeitos dissipativos. A estrutura do tensor $T^{\mu\nu}$ neste caso vem diretamente da hipótese de equilíbrio térmico local. No referencial de repouso (RF) local de um elemento de fluido, $u_{RF} = (1,0,0,0)$, o tensor de energia-momento tem a forma diagonal familiar da termodinâmica:

$$T_{RF}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Em um referencial onde a quadrivelocidade do fluido é u^μ isto leva a

$$T_{ideal}^{\mu\nu} = (\epsilon + P)u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu}, \quad (2.3)$$

onde $g^{\mu\nu}$ é o tensor métrico de Minkowski³. O lado direito da Eq. (??) envolve 5 quantidades independentes: ϵ , P , e as três componentes de v^i . Sua evolução no espaço e no tempo é determinada pela lei de conservação respectiva na Eq. (??), que leva a 4 equações, e mais uma equação de estado, que especifica a relação entre a densidade de energia e a pressão, $\epsilon = f(P)$. A equação de estado não é deduzida dentro da hidrodinâmica e normalmente entra na teoria como um postulado⁴.

É interessante reparar que a hidrodinâmica ideal ignora dissipação e corresponde a uma situação de *forte acoplamento*. Isso pode parecer contraintuitivo à primeira vista, mas do ponto de vista microscópico pode ser entendido: pela teoria cinética, a viscosidade é uma consequência da difusão de momento na direção perpendicular à velocidade do fluido, entre camadas que se movem com diferentes velocidades. Entre as colisões pode haver trocas de partículas entre as camadas, de modo que a taxa de transferência de momento (que leva à viscosidade) é proporcional ao livre caminho médio entre as partículas, que é inversamente proporcional ao acoplamento [?].

Os efeitos dissipativos entram na teoria como o próximo termo da expansão, levando à equação de Navier-Stokes:

$$T_{visc}^{\mu\nu} = T_{ideal}^{\mu\nu} + \Pi^{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

onde $\Pi^{\mu\nu}$ é o tensor viscoso⁵, proporcional à viscosidade η do fluido e ao gradiente de u^μ . Embora as correções de primeira ordem sejam suficientes para descrever a dissipação em um fluido não-relativístico, esta forma das equações leva a problemas de causalidade no caso relativístico. Neste caso se torna necessário o uso de termos de segunda ordem, que inclui termos quadráticos na expansão em gradientes (o que constitui a teoria de Israel-Stewart).

³ No caso, $g^{\mu\nu} = \text{diagonal}(1, -1, -1, -1)$.

⁴ Para um gás ideal de partículas sem massa, por exemplo, $\epsilon = 3P$.

⁵ Veja, por exemplo, as Ref. [?, ?] para a forma completa do tensor.

Para implementar numericamente a evolução hidrodinâmica, além das equações, são necessários alguns parâmetros adicionais: o tempo τ_{hidro} em que a evolução hidrodinâmica se inicia (ou seja, quando foi atingido o equilíbrio térmico local assumido pela teoria), as condições iniciais neste instante e os valores para os parâmetros dissipativos como a viscosidade η . Nas simulações numéricas, τ_{hidro} e as viscosidades são tratados como parâmetros livres, fixados através da comparação das simulações de hidrodinâmica no instante do “congelamento” com os resultados experimentais. É importante perceber o papel de τ_{hidro} nos resultados: a hidrodinâmica evolui o sistema desde τ_{hidro} até o congelamento. Se isso ocorrer muito tarde, a hidrodinâmica não é capaz de evoluir o sistema até um ponto onde a distribuição de partículas no estado final esteja de acordo com os resultados experimentais.

2.1.2 O sucesso experimental da teoria hidrodinâmica

Durante a última década a hidrodinâmica relativística tem sido bem sucedida em descrever colisões de íons pesados, desde o início do RHIC até o LHC. Inicialmente isso foi uma surpresa: conforme visto anteriormente, logo nos instantes iniciais da colisão a densidade de energia do sistema atinge valores maiores que o valor típico para hádrons, indicando que o sistema deve ser descrito em termos dos próprios quarks e glúons. Pela propriedade da liberdade assintótica, era esperado que nessas altas energias a interação dos pártons fosse tão fraca que um estado de equilíbrio térmico nunca fosse atingido. Contudo, hoje em dia sabemos que um sistema que é formado por matéria de QCD aquecido a alguns trilhões de graus, da ordem de 10^{12} K, é na verdade um líquido: os quarks e glúons interagem uns com os outros fortemente o bastante para se comportarem como um fluido.

Um dos principais sucessos experimentais da teoria hidrodinâmica foi reproduzir correlações na distribuição de partículas que chegam aos detectores, observadas inicialmente no RHIC. Medições nas colisões A+A no RHIC e no LHC mostram uma estrutura de picos, visível na Fig. ??, como uma função do ângulo azimutal ϕ . Podemos observar máximos em $\Delta\phi = 0$ e $\Delta\phi = \pi$. Esse fenômeno é conhecido como fluxo elíptico, ou transversal. Essa estrutura pode ser parametrizada como

$$\left\langle \frac{dN}{d\Delta\phi} \right\rangle \propto v_2^2 \cos(2\Delta\phi), \quad (2.5)$$

onde v_2 é tomado como uma medida da magnitude do fluxo elíptico⁶.

O fluxo elíptico representa a anisotropia de momento no plano transversal ao eixo da colisão e é na verdade um reflexo da anisotropia espacial inicial. Qualitativamente, se o sistema fosse um gás de quarks e glúons fracamente acoplado, espalhamentos seriam raros e as direções de movimento das partículas seriam aleatórias. Qualquer anisotropia espacial

⁶ De maneira mais técnica, o coeficiente v_2 é definido como o coeficiente do segundo harmônico na expansão em série de Fourier da distribuição azimutal de momento.

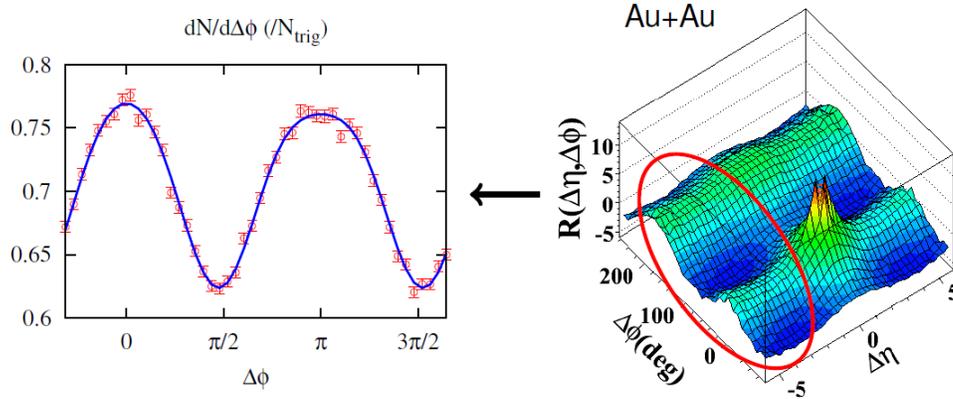


Fig. 2.1: Picos característicos do fluxo elíptico: dois máximos em $\Delta\phi = 0$ e $\Delta\phi = \pi$ que se estendem por um grande intervalo de rapidez $\Delta\eta$. Figura retirada da Ref. [?].

inicial na distribuição de partículas é apagada pelo movimento aleatório, e a distribuição azimutal de partículas no estado final é praticamente isotrópica. Contudo, se os quarks e glúons formam um líquido fortemente acoplado cedo o bastante, enquanto a distribuição na densidade de energia da colisão continua anisotrópica, essa gota de líquido vai expandir de acordo com as leis da hidrodinâmica, expandindo de maneira mais rápida nas direções em que os gradientes de pressão são mais acentuados. Em outras palavras, a hidrodinâmica converte anisotropias espaciais em anisotropias de momento [?]. A Fig. ?? ilustra essa diferença. Para colisões perfeitamente circulares essa distinção não seria relevante, mas no regime hidrodinâmico é esperado uma anisotropia cada vez maior no espectro de partículas final conforme analisamos colisões menos centrais.

É interessante comentar que o fluxo elíptico não é o único fenômeno coletivo observado [?]. Olhando para as colisões mais centrais, onde v_2 é relativamente pequeno, a decomposição em harmônicos dos sinais revelam vários modos de Fourier com diferentes intensidades. A física desses modos é normalmente associada a flutuações na distribuição de nucleons na região de interação: embora a região de interação tenha um formato elíptico, a matéria dentro dessa região não é homogênea nem distribuída necessariamente de maneira elíptica, devido a flutuações na distribuição de partículas. O fato de que a geometria inicial da interação possa ter complicações não é exatamente uma surpresa, o que é notável é que o sistema consiga transmitir essas flutuações na distribuição final de partículas, conforme previsto pela teoria hidrodinâmica.

De fato, medições do parâmetro v_2 são consistentes com o comportamento previsto pela teoria hidrodinâmica para um fluido de viscosidade não-nula, porém de pequeno valor relativo, medida pela razão η/s , onde s é a densidade de entropia⁷ (em unidades naturais

⁷ Esta razão é uma medida natural do quanto o fluido se desvia da hidrodinâmica ideal. Veja por exemplo

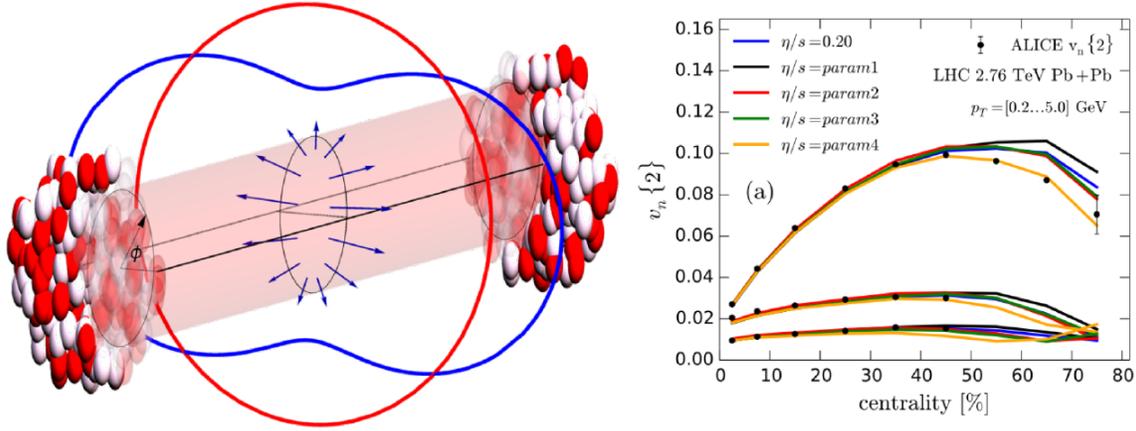


Fig. 2.2: (Esquerda) Uma colisão não-central produz uma região aproximadamente elíptica. Um gás de partículas não interagentes iria produzir uma distribuição de partículas praticamente isotrópica (vermelho), enquanto um fluido leva a uma distribuição anisotrópica (em azul), devido à diferença nos gradientes de pressão em diferentes direções. (Direita) Simulações hidrodinâmicas são comparadas com medidas do fluxo elíptico, os coeficientes v_n da expansão de Fourier da distribuição azimutal de momento, para diferentes classes de centralidade, onde 0% corresponde a uma colisão central. Os grandes valores dos coeficientes indicam a importância da evolução hidrodinâmica. Figura retirada da Ref. [?].

esta razão se torna adimensional, mas em geral tem dimensão de \hbar). Conforme apresentado na Fig. ??, os dados são bem modelados por simulações hidrodinâmicas com valores de $\eta/s \sim 0,08 - 0,20$. As diferentes linhas coloridas representam simulações hidrodinâmicas com diferentes valores de η/s e os pontos pretos dados experimentais.

Este pequeno valor de η/s é especialmente interessante. Para um acoplamento fraco, esta razão é proporcional à razão entre o livre caminho médio e a distância média entre as partículas: uma razão maior significa que o momento pode ser transportado por distâncias maiores, facilitando a dissipação de energia em calor. No caso de acoplamento forte, contudo, cada volume do fluido está preso tão fortemente aos seus vizinhos que pouco momento é transferido entre as camadas, o que significa que gradientes de velocidade não se dissipam e a viscosidade específica é pequena. Isso significa que os pequenos valores da viscosidade específica são mais condizentes com um meio formado por partículas altamente interagentes. Curiosamente, outro ponto interessante vem da conjectura AdS/CFT, uma teoria que usa uma correspondência entre teorias de calibre supersimétricas (o que não é o caso da QCD)

a Seção 4.2 da Ref. [?].

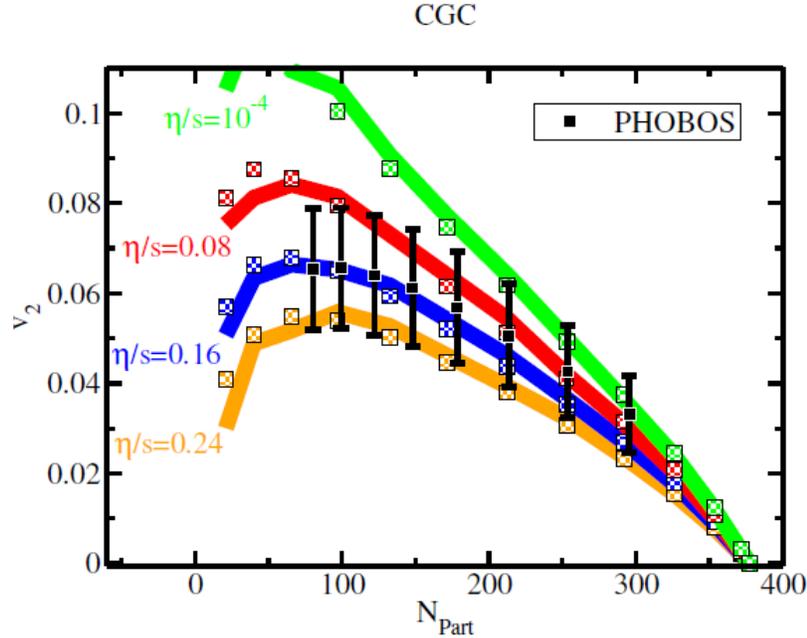


Fig. 2.3: Fluxo elíptico v_2 em função do número de participantes na colisão. Os dados experimentais são bem reproduzidos por simulações hidrodinâmicas com pequenos valores de η/s . Resultados da Ref. [?].

e teoria das cordas em um espaço curvo de anti-de Sitter⁸ para estudar uma teoria de campos fortemente acoplada mais simétrica do que a QCD. Neste formalismo, no limite de acoplamento forte o valor de η/s tem um limite mínimo teórico de $\hbar/4\pi \sim 0,08$ [?] – bastante próximo ao valor medido.

Além disso, para que a evolução hidrodinâmica seja condizente com os resultados experimentais, ela deve ser iniciada desde um tempo $\tau_{hidro} \sim 1$ fm/c [?]. Isso significa que o estado inicial formado em $\tau = 0$, inicialmente longe do equilíbrio, deve ser capaz de suavemente atingir um comportamento hidrodinâmico (o que implica na existência de um equilíbrio térmico local) em uma escala de tempo curta. Com isso em vista, o sucesso da teoria hidrodinâmica em descrever as correlações observadas nas partículas que chegam aos detectores se torna um problema: como a matéria formada logo após a colisão é capaz de se tornar um fluido quase ideal tão rápido? Isso também levanta a pergunta de como o sistema deve ser descrito durante esse estágio pré-hidrodinâmico, e quais são as condições iniciais em que o regime hidrodinâmico assume? Os pré-requisitos para a hidrodinâmica são bem estabelecidos:

⁸ No limite onde o acoplamento efetivo se torna infinito a teoria das cordas se reduz à relatividade geral, de modo que o cálculo das quantidades de interesse se dá através das equações de Einstein.

1. É necessária uma equação de estado $\epsilon = f(P)$;
2. ϵ e P devem ser conhecidos no instante inicial τ_{hidro} ;
3. Os parâmetros adicionais que caracterizam o fluido, como η/s , devem ser conhecidos em todos os instantes de tempo. Em particular, η/s deve ser pequeno;
4. O tempo de inicialização da teoria deve ser pequeno. Em simulações reproduzindo dados do LHC, $\tau_{hidro} \sim 0,5 - 1$ fm/c;
5. No instante inicial τ_{hidro} e durante a evolução do sistema a anisotropia do tensor de momento deve ser pequena.

Como consequência dos pontos 4 e 5, o sistema deve evoluir do estado inicial em $\tau = 0$ até um estado de pequena anisotropia de momento local (equilíbrio térmico local) rapidamente. Esta dinâmica entre a colisão e a termalização é chamada de evolução *pré-termal*, ou pré-equilíbrio. O requisito mínimo para qualquer modelagem da evolução pré-termal é que ela deve suavemente e automaticamente levar aos pré-requisitos da teoria hidrodinâmica. Neste caso, os resultados físicos devem se tornar independentes da escolha de tempo τ_{hidro} , atualmente fixado por comparação com dados experimentais. Este, contudo, não é o caso da maior parte das implementações atuais, onde a evolução pré-termal é negligenciada ou modelada de tal maneira que não contém a física adequada para atingir o regime hidrodinâmico. O problema não é apenas fenomenológico: “do ponto de vista teórico, a falha em atingir o comportamento adequado é um sinal da falha em determinar a física dominante” [?].

De fato, nenhum dos pré-requisitos da hidrodinâmica é fácil de ser justificado a partir do ponto de vista da QCD. Atualmente cálculos em ordem dominante via CGC (o modelo que descreve as condições iniciais da colisão), considerando um QGP fracamente acoplado, não são capazes de satisfazer os itens 1 – 5. É possível que teorias que lidam com acoplamento fraco não sejam capazes de descrever o QGP – neste caso é preciso estudar um QGP de forte acoplamento, como é o caso de abordagens envolvendo a correspondência AdS/CFT [?]. Nesta abordagem sistemas fora do equilíbrio de fato termalizam rapidamente até o regime hidrodinâmico, mas estes resultados não podem ser rigorosamente aplicados a QCD. Outra opção é analisar uma versão de hidrodinâmica onde os postulados possam ser “relaxados”, como é o caso de estudos de hidrodinâmica anisotrópica (veja por exemplos as Refs. [?, ?]).

A estratégia complementar tem sido continuar analisar a evolução em QCD dentro do regime de acoplamento fraco (apesar do fracasso em utilizar o CGC em ordem dominante), onde técnicas perturbativas se tornam disponíveis. Neste regime, as condições iniciais são bem entendidas pela física de saturação. A abordagem adotada na Ref. [?], por exemplo, explora o papel de correções NLO dentro do modelo do CGC e sua contribuição para a termalização. Alguns progressos recentes, contudo, foram feitos na direção de que uma teoria efetiva intermediária possa assumir a dinâmica entre os instantes iniciais da colisão, descritos pelo CGC, e levar o sistema para a termalização (onde o regime hidrodinâmico se

torna válido), através de teorias clássicas de campos e uma teoria cinética efetiva. A essência dessas abordagens é perceber que diferentes graus de liberdade podem ser identificados durante a evolução pré-termal, o que faz com que ela possa ser descrita em vários estágios envolvendo cenários físicos diferentes. As principais teorias relevantes para a evolução pré-termal serão apresentadas nas próximas seções. A Seção ??, por sua vez, fornece uma descrição geral do processo de termalização e de resultados de simulações recentes.

2.2 Saturação e o CGC

Esta seção se destina a dar uma visão geral da física de saturação e do CGC, utilizados na descrição dos hádrons nos instantes iniciais da colisão. Conforme discutido na Seção ??, a estrutura relevante de um hádron depende do referencial de Lorentz e da resolução em que ele está sendo avaliado. Em geral esta descrição é feita em termos da *virtualidade* Q^2 , que representa o momento transferido na interação, e da variável de Bjorken x , que no regime de altas energias pode ser escrita como

$$x \approx \frac{Q^2}{s}, \tag{2.6}$$

onde s é o quadrado da energia do sistema no referencial do centro de massa, e x representa a fração de momento do hádron “pai” carregado pelo parton interagente no IMF do hádron.

A evolução de partons em QCD perturbativa ocorre via *bremsstrahlung* - os partons podem irradiar glúons, que por sua vez podem flutuar em pares quark-antiquark ou ainda emitirem novos glúons. O processo mais simples de evolução é ilustrado na Fig. ??, onde um parton (um quark ou um glúon) com momento longitudinal p_z emite um glúon com fração $x = k_z/p_z$ do momento longitudinal do parton “pai”.

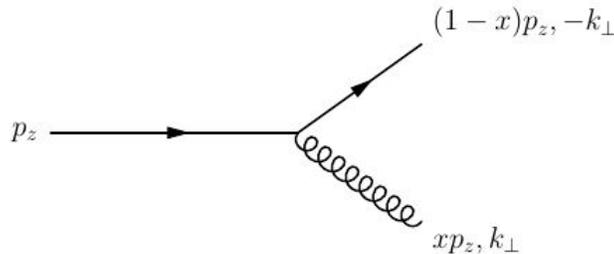


Fig. 2.4: Um parton de momento longitudinal p_z emite um glúon de momento longitudinal xp_z .

Para $x \ll 1$ e na aproximação de primeira ordem em α_s , a probabilidade diferencial de

ocorrer a emissão do glúon é proporcional a [?]

$$dP_{brems} \propto \alpha_s(k_{\perp}^2) \frac{d^2 k_{\perp}}{k_{\perp}^2} \frac{dx}{x}, \quad (2.7)$$

onde $k = (\sqrt{k_{\perp}^2 + k_z^2}, k_{\perp}, k_z = xp_z)$ é o quadrimomento do párton emitido e $k_{\perp} = |\vec{k}_{\perp}|$. A consequência imediata da Equação (??) é que o *bremsstrahlung* favorece a emissão de glúons colineares ($k_{\perp} \rightarrow 0$) que carregam uma pequena fração de momento longitudinal x . Para⁹ $k_{\perp}^2 < Q^2$, o princípio da incerteza implica que esses glúons ocupam uma área transversal $\sim 1/Q^2$. É interessante destacar que, caso o párton emitido fosse um quark ao invés de um glúon, não haveria o crescimento da probabilidade devido a x . Essa assimetria é uma consequência do spin-1 do glúon e implica que a parte com $x \ll 1$ da estrutura de um hádron é composta primariamente por glúons.

O espaço de fase disponível para a emissão é proporcional a $\ln(Q^2/\Lambda^2)$ para a emissão de um quark ou glúon com momento transversal $k_{\perp} \ll Q$ e a $\ln(1/x)$ para glúons com fração de momento longitudinal ξ dentro da faixa $x \ll \xi \ll 1$. Note que a Equação (??) implica que a evolução partônica é suprimida pelo termo $\alpha_s(k_{\perp}^2)$, que é pequeno para $k_{\perp} \gg \Lambda$ (conforme a liberdade assintótica). Essa supressão, contudo, pode ser compensada por um grande espaço de fase disponível, de maneira que para $Q^2 \gg \Lambda^2$ e/ou $x \ll 1$ esses processos radiativos não são inibidos. Tanto a evolução de glúons com Q^2 quanto com x levam a um aumento do número de pártons com pequenos valores de x , mas as consequências físicas são diferentes nos dois casos.

A evolução com Q^2 é descrita pelas equações DGLAP¹⁰. Qualitativamente, ao aumentar Q^2 os pártons emitidos ocupam uma menor área transversal $\sim 1/Q^2$, conforme a Fig. ???. Essa diminuição em área é muito maior do que o aumento no número de pártons [?], o que significa que o conjunto partônico fica cada vez mais diluído e os pártons podem ser tratados como independentes – de acordo com a visão tradicional dos pártons, que se aplica para Q^2 suficientemente grande para um dado x .

A evolução com o decréscimo de x para um valor fixo de Q^2 , porém, leva a um cenário diferente. Neste caso, é favorecida a emissão de glúons com pequenas frações de momento longitudinal mas que ocupam essencialmente a mesma área transversal (veja a Figura ??). A densidade de glúons no conjunto partônico aumenta e o *overlap* dos glúons leva a um cenário onde os pártons não podem mais ser tratados como independentes. A evolução dos pártons com x é descrita pelas equações BFKL¹¹. Qualitativamente, a partir de um dado valor de x os glúons podem interagir entre si e se *recombinar* em processos $gg \rightarrow g$. Esse efeito não-linear pode compensar as emissões via *bremsstrahlung* e eventualmente leva a uma

⁹ Embora o tempo de vida destas flutuações seja muito curto, desde que $k_{\perp}^2 < Q^2$ este tempo é maior que a duração típica da interação e a flutuação contribui para o processo [?].

¹⁰ Desenvolvidas por Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi.

¹¹ Devido a Balitsky, Fadin, Kuarev e Lipatov.

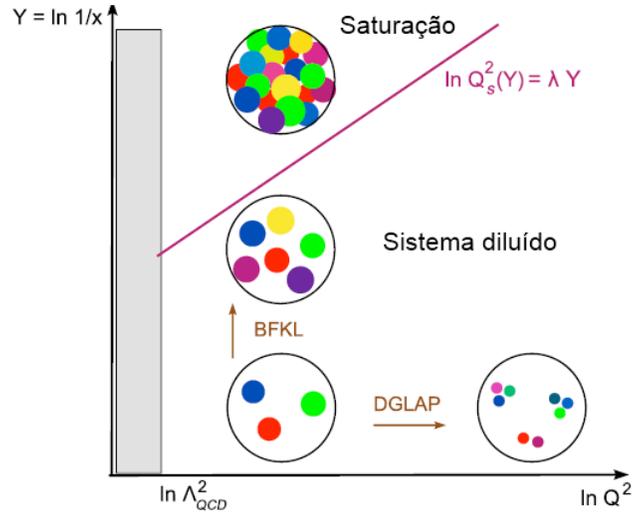


Fig. 2.5: A evolução de páttons em QCD; cada ponto colorido representa um pátton de área transversal $\sim 1/Q^2$ e momento longitudinal $k_z = xp_z$. A reta representada é a linha de saturação, que separa o regime diluído e o de saturação. Figura modificada de [?].

saturação da densidade de glúons no sistema partônico — em outras palavras, a densidade de glúons pára de crescer. Esse regime é chamado de *regime de saturação*.

A densidade de páttons no interior do hádron pode ser avaliada pelo *número de ocupação* n , que pode ser estimado como o número de páttons com um dado valor de x , vezes a área transversal ocupada por cada pátton, divididos pela área transversal do hádron. Para um glúon temos que

$$n(x, Q^2) \approx \frac{xg(x, Q^2)}{Q^2 R^2}, \quad (2.8)$$

onde R é o raio transversal do hádron em seu RF, tal que sua área transversal é πR^2 em qualquer referencial, e $xg(x, Q^2)$ é a função de distribuição de glúons. Enquanto n é pequeno, $n \ll 1$, o sistema é diluído e as interações entre os glúons são desprezíveis. Quando $n \sim \mathcal{O}(1)$ os glúons começam a se sobreporem mas suas interações ainda são fracas, uma vez que são suprimidas por $\alpha_s \ll 1$. O efeito destas interações só se torna importante quando o número de ocupação se torna grande o bastante para compensar a supressão do termo α_s , isto é, quando temos $n \sim \mathcal{O}(1/\alpha_s)$ [?]. A partir deste ponto os efeitos de recombinação de glúons compensam as novas emissões e a distribuição não cresce mais com a diminuição de x .

O regime de saturação introduz também uma nova escala de momento transversal no problema, o *momento de saturação* $Q_s(x)$. Este é definido através da Equação (??) junta-

mente com a condição de que $n \sim 1/\alpha_s$:

$$n(x, Q^2 = Q_s^2(x)) \sim \frac{1}{\alpha_s}, \quad (2.9)$$

$$Q_s^2(x) \approx \alpha_s \frac{xg(x, Q_s^2(x))}{R^2}. \quad (2.10)$$

O lado direito da Equação (??) representa a densidade de glúons por unidade de área (multiplicada por α_s) para glúons que ocupam uma área transversal $\sim 1/Q_s^2(x)$, o que implica que $Q_s(x)$ cresce com $1/x$, já que este é o comportamento da distribuição de glúons. Glúons que possuem $k_\perp \leq Q_s(x)$ estão no regime de saturação: suas áreas transversais $\sim 1/\Delta k_\perp^2$ são tais que o correspondente número de ocupação é alto, $n \sim 1/\alpha_s$, mas não cresce mais se x diminui. Glúons com $k_\perp \gg Q_s(x)$ ainda estão em um regime diluído: seu número de ocupação é baixo mas cresce rapidamente com $1/x$ via a evolução descrita pela equação BFKL. A separação entre os dois regimes é representada pela *linha de saturação* na Figura ??.

A parametrização fenomenológica usual para Q_s é o celebrado modelo de Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [?]:

$$Q_s^2(x) = Q_0^2(x/x_0)^{-\lambda}, \quad (2.11)$$

onde λ e x_0 são constantes que na prática são tratadas como parâmetros livres a serem ajustados a partir de dados experimentais, com $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$. Originalmente os parâmetros foram ajustados a dados do HERA como $\lambda = 0,288$ e $x_0 = 3,04 \times 10^{-4}$, e uma versão revisada destes ajustes pode ser encontrada na Ref. [?]. Embora $Q_0 \sim \Lambda$, $Q_s(x)$ aumenta conforme x diminui e a transição para a saturação ocorre quando Q_s se torna comparável a Q . Quanto maior for Q^2 , menor deve ser x para atingir o regime de saturação.

Apesar da saturação ser atingida apenas para $Q_s \sim Q$, os observáveis físicos já se tornam sensíveis a escala de saturação em uma região mais ampla $\Lambda \ll Q_s \ll Q$ [?]. Uma das consequências surpreendentes é a propriedade de *escalamento geométrico*, em que as seções de choque em processos de espalhamento inelástico profundo (lépton-próton e lépton-núcleo) se tornam uma função de uma única variável $\tau = Q^2/Q_s^2(x)$. Embora inicialmente descoberto para a seção de choque total [?, ?], os dados são consistentes com escalamento geométrico também para as seções de choque difrativa e para a produção exclusiva de mésons vetoriais [?, ?].

A ocupação de glúons é amplificada se ao invés de um hádron consideramos um núcleo com número atômico $A \gg 1$. A distribuição de glúons correspondente $xg_A(x, Q^2)$ é proporcional a A , uma vez que glúons podem ser irradiados por qualquer um dos $3A$ quarks de valência. O raio nuclear escala com $R_A \sim A^{1/3}$, de modo que a Eq. (??) implica que $Q_{s,A}^2 \propto A^{1/3}$ no caso nuclear:

$$Q_{s,A}^2(x) \simeq Q_0^2 A^{1/3} (x/x_0)^{-\lambda} = A^{1/3} Q_{s,p}^2, \quad (2.12)$$

onde $Q_{s,p}^2$ é a escala de saturação no caso de um próton, definido pela Eq. (??). Para $x = 10^{-5}$ temos $Q_{s,p} \simeq 1$ GeV para um próton enquanto $Q_{s,A} \simeq 3$ GeV para Pb no LHC – em um núcleo grande os efeitos de saturação se tornam relevantes para valores ainda maiores de x que para um próton¹². Além disso, 3 GeV é uma escala suficiente para justificar cálculos perturbativos, mostrando a utilidade de uma colisão de íons pesados como laboratório para estudos de efeitos de saturação.

2.2.1 O Color Glass Condensate (CGC)

A matéria partônica formada por glúons saturados que compõe os estágios iniciais de uma colisão de íons pesados pode ser descrita pela teoria efetiva do CGC. De maneira resumida, o CGC é uma generalização não-linear da evolução BFKL. O ingrediente principal da teoria é que os glúons de grande momento $x' \gg x$ apresentam maior tempo de vida – são formados desde muito antes da interação ocorrer e reabsorvidos muito depois – e para os propósitos de uma interação podem ser tratados como fontes de cor “congeladas no tempo” e estáticas¹³. Os glúons de pequeno x e grande ocupação $n \sim 1/\alpha_s$ podem ser tratados de maneira semi-clássica em ordem dominante em α_s – no CGC eles são representados por campos clássicos de cor $A_a^\mu(x)$ irradiados por fontes de cor J_a^μ , que representam os glúons de maior momento $x' \gg x$. Esta distinção entre campos clássicos (isto é, os glúons de pequeno x para os quais a teoria efetiva é estruturada) e suas “fontes” (os glúons de grande momento integrados na construção da teoria) é apresentada na Fig. ??.

A estrutura matemática do CGC será apenas descrita brevemente e uma introdução pedagógica pode ser encontrada nas Ref. [?, ?, ?]. A distribuição de cargas de cor ρ_a que dá origem às correntes J^μ é aleatória, uma vez que os glúons de grande momento podem estar “congelados” por dilatação temporal de Lorentz em qualquer uma das configurações quânticas produzidas ao longo da evolução do sistema [?]. É preciso estabelecer então a probabilidade de encontrar uma dada configuração ρ_a de densidade de cargas de cor. Esta probabilidade é um funcional, conhecida como *função peso do CGC*, denotada por $W_Y[\rho]$, com $Y = \ln 1/x$. Os observáveis de interesse para um espalhamento de um glúon de pequeno x são representados por operadores construídos a partir do campo clássico A_a^μ . Seja $O[A]$ um destes operadores, o valor esperado é obtido fazendo a média sobre todas as configurações de ρ possíveis com o peso do CGC:

$$\langle O[A] \rangle_Y = \int W_Y[\rho] O[A[\rho]] d\rho, \quad (2.13)$$

¹² Na verdade dados do HERA para pequeno x indicam uma dependência $Q_{s,A}^2 \simeq A^{4/9} Q_{s,p}^2$, indicando que a saturação nuclear escala de maneira mais rápida que a hipótese usual $Q_{s,A}^2 \simeq A^{1/3} Q_{s,p}^2$ [?].

¹³ A distribuição aleatória de fontes de cor, congeladas em pequenas escalas de tempo mas fluida em escalas de tempo maiores, é o que motiva o nome de um *vidro multicolorido*, considerado um *condensado* pelos grandes números de ocupação que levam a efeitos coerentes. Um estado quântico coerente de grande ocupação pode ser descrito por um *campo clássico* em primeira aproximação.

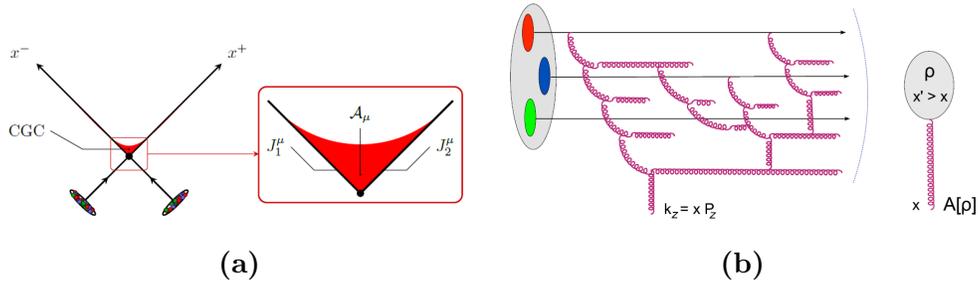


Fig. 2.6: (a) Representação esquemática do CGC. Os glúons de pequeno momento são representados por campos A^μ , enquanto os de grande x são descritos pelas fontes J^μ . (b) Um glúon com pequena fração de momento longitudinal $x \ll 1$ é emitido pelo campo de glúons $A^\mu[\rho]$ formado pelos glúons de $x' \gg x$. Figuras adaptadas das Ref. [?, ?], respectivamente.

onde o peso W_Y evolui de acordo com

$$\frac{\partial W_Y}{\partial Y} = H_{JIMWLK} \left[\rho, \frac{\partial}{\partial \rho} \right] W_Y[\rho]. \quad (2.14)$$

O Hamiltoniano $JIMWLK$ ¹⁴, H_{JIMWLK} , é não-linear em ρ em todas as ordens. Há uma escala de separação de momento Λ_{CGC} que separa os graus de liberdade de correntes e campos. Os observáveis físicos não devem depender desta escala, que é de certa forma arbitrária, e $W[\rho]$ deve depender de Λ_{CGC} de tal maneira a cancelar a dependência em Λ_{CGC} nestes observáveis. No regime diluído, onde os efeitos não-lineares são desprezíveis, H_{JIMWLK} pode ser expandido em ordem quadrática em ρ e, então, descreve a evolução BFKL. Para grandes números de ocupação, contudo, os efeitos não lineares embutidos no H_{JIMWLK} impedem a emissão de novos glúons – a saturação de glúons ocorre. Para fins de cálculo, o CGC pode ser visto como uma teoria efetiva de Yang-Mills acoplada a uma corrente externa $J_1^\mu + J_2^\mu$ (cada termo correspondendo a um dos projéteis). No regime de saturação, estas correntes são proporcionais a $\alpha_s^{-1/2}$ [?]. Em ordem dominante, os observáveis físicos são obtidos da solução das equações de Yang-Mills clássicas.

A solução é conhecida analiticamente nas regiões 0, 1 e 2 da Fig. ?? e deve ser obtida numericamente na região 3 – os resultados serão discutidos na Seção ?. Aproximações de campo médio levam a um sistema fechado de equações não-lineares, como a equação Balitsky-Kovchegov (BK), que pode ser resolvido explicitamente. As condições iniciais não são determinadas pela teoria efetiva em si, fazendo com que algum modelo se torne necessário. Para um núcleo grande e $Y_0 \sim 4$ (correspondendo a $x_0 \sim 0,01$), uma condição inicial razoável é fornecida pelo modelo McLerran-Venugopalan [?], que trata as fontes de

¹⁴ De Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Weigert, Leonidov e Kovner.

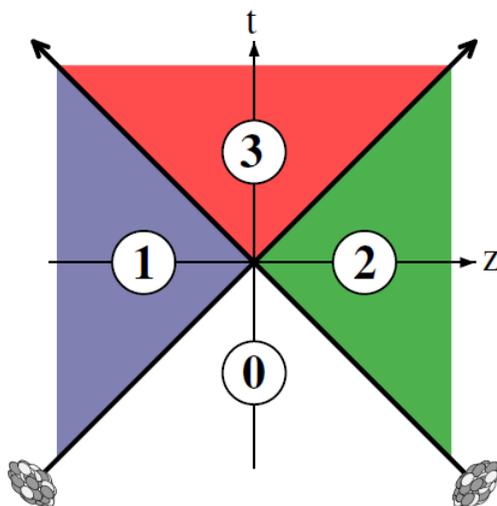


Fig. 2.7: Divisão das regiões do espaço tempo para resolver as equações de Yang-Mills.

cor iniciais como sendo os $3A$ quarks de valência, que irradiam de maneira independente (uma vez que estão confinados dentro de nucleons diferentes). A função peso correspondente é uma gaussiana em ρ_a .

2.3 Teoria Cinética

Enquanto o CGC descreve o sistema a partir de *campos semi-clássicos*, a teoria cinética trata o sistema como um conjunto de *partículas* que podem interagir de diversas formas, elásticas ou inelásticas. Esta descrição se torna válida em sistemas razoavelmente diluídos. Nesta teoria as quantidades relevantes são descritas a partir de densidades de partículas no espaço de fase, uma quantidade adimensional definida como sendo o número de partículas de uma dada espécie por unidade do espaço de fase e dividida pelo número de escolhas para cada grau de liberdade discreto possível¹⁵. No caso da distribuição de glúons, por exemplo, a densidade de glúons no espaço de fase¹⁶ é dada por

$$f \equiv \frac{1}{2(N_c^2 - 1)} \frac{dN_g}{d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{p}}, \quad (2.15)$$

¹⁵ Essencialmente, o número médio de partículas por unidade de volume no espaço de fase.

¹⁶ Esta quantidade é uma definição mais rigorosa do número de ocupação estimado na Eq.(??), de maneira que deste ponto em diante ao mencionar o *número de ocupação* estaremos nos referindo à definição na Eq.(??).

onde $2(N_c^2 - 1)$ é o fator de degenerescência de glúons – há 2 possibilidades de spin e $(N_c^2 - 1) = 8$ cores de glúons, de modo que $f(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{p}$ representa o número médio de glúons dentro do volume $d^3\mathbf{x}$ em torno do ponto \mathbf{x} com momento entre \mathbf{p} e $\mathbf{p} + d\mathbf{p}$ em um dado instante de tempo t .

A teoria tem como hipótese que o sistema seja diluído o bastante para que as interações sejam descritas por partículas que se propagam livremente em sua camada de massa entre as interações. Na QCD, por exemplo, isso requer $f \ll 1/\alpha_s$ – isto é necessário uma vez que do contrário o tempo entre as interações é curto demais para que o uso de partículas em sua camada de massa seja válida. Além disso, é considerado que não haja modos de grande comprimento de onda (comparado ao livre caminho médio), caso contrário eles devem ser considerados de maneira adequada [?]. A evolução no tempo da distribuição destas partículas é descrita pela Equação de Boltzmann, que de forma geral pode ser escrita como

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_p \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{F}_{ext} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right) f(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) = C[f], \quad (2.16)$$

onde f é a densidade no espaço de fase dos constituintes do QGP (primariamente glúons), $\mathbf{v}_p = \mathbf{p}/E_p$ é a velocidade dos glúons (de magnitude unitária em unidades naturais) e \mathbf{F}_{ext} é uma força externa genérica. As diversas interações entre os glúons são representadas pelo *termo de colisão* $C[f]$ (veja, por exemplo, as Refs. [?, ?] para a forma explícita dos coeficientes associados a cada interação relevante). Em especial, recomenda-se a Ref. [?] e as referências lá apresentadas para uma discussão sobre a derivação da equação cinética a partir da teoria quântica de campos fundamental.

2.4 O processo de termalização

Uma das questões mais importantes na física de colisões de íons pesados é a do processo de termalização. Recapitulando alguns pontos da discussão anterior, o sucesso da teoria hidrodinâmica em descrever quantidades macroscópicas associadas a uma HIC implica que o glasma formado nos instantes iniciais da colisão, inicialmente fora do equilíbrio, rapidamente termaliza até uma situação de equilíbrio térmico local. Diferentes técnicas foram empregadas na tentativa de descrever este processo, mas cada uma com suas limitações.

Com métodos holográficos, como a correspondência AdS/CFT, tornou-se possível acompanhar sistemas fora do equilíbrio até uma rápida termalização em matéria supersimétrica, mas os resultados não podem ser diretamente aplicados a QCD. A estratégia complementar é o estudo da evolução pré-termal em QCD no regime de $\alpha_s \rightarrow 0$ (no limite $\sqrt{s} \rightarrow \infty$) onde técnicas perturbativas são possíveis. Neste regime as condições iniciais são entendidas dentro de modelos de saturação e do CGC. Diversos modelos de acoplamento fraco têm sido usados em fenomenologia, mas sem completo sucesso quantitativo. O objetivo desta seção é

revisar os progressos recentes na área e o cenário atual da física de termalização no regime de pequeno α_s .

2.4.1 Graus de liberdade na rota para o equilíbrio

De acordo com o cenário estabelecido pelo CGC, a matéria nuclear nos estágios iniciais da colisão está em um estado superocupado, na escala típica de saturação Q_s . Conforme a discussão na Seção ??, isto implica um número de ocupação da ordem

$$f \sim \frac{1}{\alpha_s}, \quad (2.17)$$

na escala de momento dominante Q_s . Nestes instantes iniciais de alta densidade, o sistema é melhor descrito em termos de campos do que partículas, onde um denso campo de glúons de alta energia serve como fonte para glúons de menor energia. Durante a colisão os pártons *duros* (de maior momento) se atravessam enquanto os campos interagem entre si, formando o glasma descrito anteriormente.

É instrutivo visualizar o par de núcleos pós-colisão como um capacitor de placas paralelas, onde os campos de glúons fazem o papel de campos cromo-elétricos e -magnéticos entre as “placas”. De fato, a solução das equações de Yang-Mills para os campos de glúons A_a^μ antes da colisão é de certa forma simples: a cada núcleo podemos associar campos \mathbf{E}_a e \mathbf{B}_a , análogos aos campos elétricos e magnéticos no caso de eletrodinâmica [?]. Estes campos possuem apenas componentes transversais E_a^i e B_a^i , com $i = 1, 2$, ortogonais ao eixo da colisão (tomado aqui como sendo $x^3 = z$). Além disso, eles são ortogonais entre si, $\mathbf{E}_a \cdot \mathbf{B}_a = 0$ (para cada um dos $N_c^2 - 1 = 8$ valores do índice de cor a), e têm mesma magnitude:

$$\mathbf{E}_a \perp \mathbf{B}_a \perp x^3, \quad |\mathbf{E}_a| = |\mathbf{B}_a|. \quad (2.18)$$

Já a solução em $\tau > 0$, para o glasma, apresenta (além dos campos *transversais* dos núcleos que estão se separando) campos *longitudinais*, E_a^3 e B_a^3 , que se estendem ao longo do eixo da colisão. Estes campos formam *tubos de fluxo de cor*, como “molas” com pontas nos núcleos que se atravessaram, e raio transversal $\sim 1/Q_s$. Logo após a colisão estes campos são relativamente fortes, $E^3 \sim B^3 \sim 1/\alpha_s$, uma vez que eles carregam a maior parte da energia dos campos originais do CGC. A Figura ?? ilustra esta situação. É interessante comparar as diferentes escalas de distância com $c\tau_{hidro}$, que fornece uma estimativa da distância de propagação causal na rota para o equilíbrio. Em geral é assumido que $c\tau_{hidro}$ é pequeno em relação ao raio nuclear, $c\tau_{hidro} \ll R_A$, de modo que a evolução em direção ao equilíbrio acontece de maneira localizada no espaço em células de tamanho $c\tau_{hidro}$.

A rota para o equilíbrio térmico é prejudicada pela anisotropia do estado inicial. Além da assimetria da colisão (que leva a fenômenos como o fluxo elíptico), há uma anisotropia na expansão do meio (primariamente longitudinal). Os tubos de fluxo de cor descritos

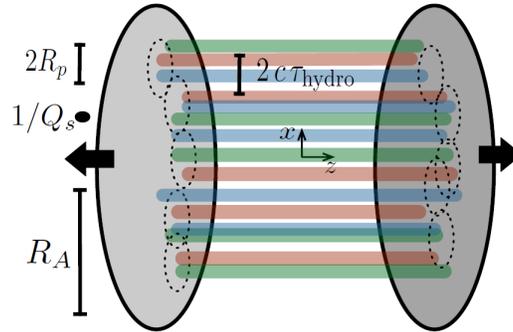


Fig. 2.8: Ilustração dos núcleos atravessando um ao outro. Campos longitudinais cromoeletrícos e -magnéticos intensos se formam na região entre os núcleos, cuja magnitude cai em uma escala de tempo $\sim Q_s$. Figura da Ref. [?].

possuem uma tensão interna que se opõe à sua extensão longitudinal, como molas. Como consequência a componente longitudinal do tensor de energia momento é *negativa*, $T^{\mu\nu} = \text{diag}(\epsilon, \epsilon, \epsilon, -\epsilon)$, levando a pressões longitudinais negativas nos instantes iniciais da colisão e um estado inicial altamente anisotrópico, como esperado.

Com a expansão do meio, a densidade do sistema cai, e consequentemente a intensidade dos campos. Após um tempo $\tau \sim 1/Q_s$ as magnitudes de todas as componentes dos campos se tornam de ordem ~ 1 , indicando que agora estes campos podem ser representados por superposições coerentes de partículas [?]. Estas partículas podem interagir entre si em função da alta densidade, que diminui conforme o tempo passa.

Um sistema em equilíbrio térmico, por sua vez, tem ocupações de ordem $f \sim 1$ na escala dada pela temperatura T [?]. O desafio é entender como o sistema completamente fora do equilíbrio formado em $\tau = 0$ atinge o equilíbrio. Os dois efeitos – as interações entre as partículas e a expansão do meio – têm papéis distintos na evolução do sistema. As interações inicialmente trabalham no sentido de levar o sistema para um estado menos ocupado. De fato, na ausência de expansão, a rota para o equilíbrio seria direta e as interações iriam reduzir as ocupações e anisotropia do meio diretamente para um estado de equilíbrio térmico [?]. A Fig. ?? ilustra a situação. A razão P_L/P_T entre as pressões nas direções longitudinal e transversal (respectivamente) é uma medida da anisotropia do meio – lembre-se que a teoria hidrodinâmica requer P_L/P_T igual ou muito próximo a 1 (origem do gráfico).

A expansão do meio, contudo, deixa o sistema mais anisotrópico. Mesmo que as distribuições iniciais sejam localmente isotrópicas, a expansão rapidamente separa as partículas de acordo com suas velocidades: apenas as partículas com velocidades iniciais praticamente paralelas permanecem juntas, se opondo à isotropia, conforme ilustrado na Fig. ?. As interações entre as partículas, então, devem ser capazes de continuamente randomizar suas direções de movimento. Embora isso pareça possível apenas em um regime de grande cons-

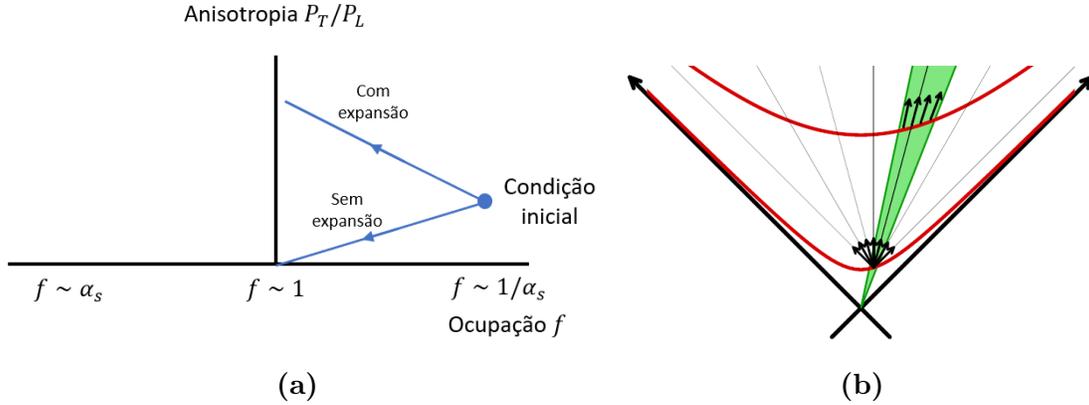


Fig. 2.9: (a) Diagrama mostrando a evolução da anisotropia P_T/P_L e da ocupação do meio. Na ausência de expansão longitudinal, a rota para o equilíbrio seria direta. A expansão do meio, contudo, contribui para aumentar a anisotropia do sistema. Figura inspirada no diagrama apresentado na Ref. [?]. (b) Ilustração da expansão do meio. A expansão longitudinal tende a colimar partículas próximas, se opondo à evolução em direção a isotropia. Figura da Ref. [?].

tante de acoplamento α_s , há mecanismos que permitem um cenário semelhante mesmo para pequenos valores de α_s , como *instabilidades de plasma (Weibel)* e o papel de flutuações quânticas nos estados iniciais [?]. A possibilidade de formação de condensados de Bose-Einstein (BEC, do inglês *Bose-Einstein condensate*) transientes também foi levantada (ainda em pequeno α_s) [?], embora estudos recentes pareçam indicar que esta formação de CBE é altamente improvável [?].

O efeito combinado das interações entre as partículas com a expansão faz com que o sistema evolua até um estado subocupado, conforme detalhado no trabalho apresentado na Ref. [?]. Uma vez que o sistema se torna subocupado, o cenário físico muda drasticamente, e esta mudança eventualmente permite que o sistema atinja o equilíbrio térmico [?]. É interessante perceber que os diferentes estágios da evolução da matéria nuclear, caracterizados por números de ocupação de escalas diferentes, implicam que diferentes graus de liberdade podem ser identificados durante a termalização. Enquanto o sistema está superocupado, $f \gg \alpha_s$, ele pode ser descrito em termos de teorias clássicas de campos de Yang-Mills. Correções quânticas aparecem em virtude do valor não-nulo de α_s (uma teoria puramente clássica requer $\alpha_s = 0$) e das ocupações finitas $\mathcal{O}(f^{-2})$ [?]. Quando as ocupações se tornam menores, as correções quânticas se tornam mais significativas e a descrição clássica não é mais válida.

De fato, a teoria do CGC em ordem dominante¹⁷ não é capaz de atingir o equilíbrio com

¹⁷ Trabalhos recentes exploram o papel de correções NLO no CGC na rota para o equilíbrio, veja por

$f \sim 1$. A Fig. ?? a seguir ilustra este cenário. A razão P_L/P_T tem um comportamento diferente do esperado pela hidrodinâmica. Nos instantes iniciais após a colisão, P_L é exatamente oposta a P_T (uma característica geral de campos longitudinais \mathbf{E} e \mathbf{B} [?]), e em seguida cresce até se tornar positiva, mas permanecendo menor que P_T indefinidamente.

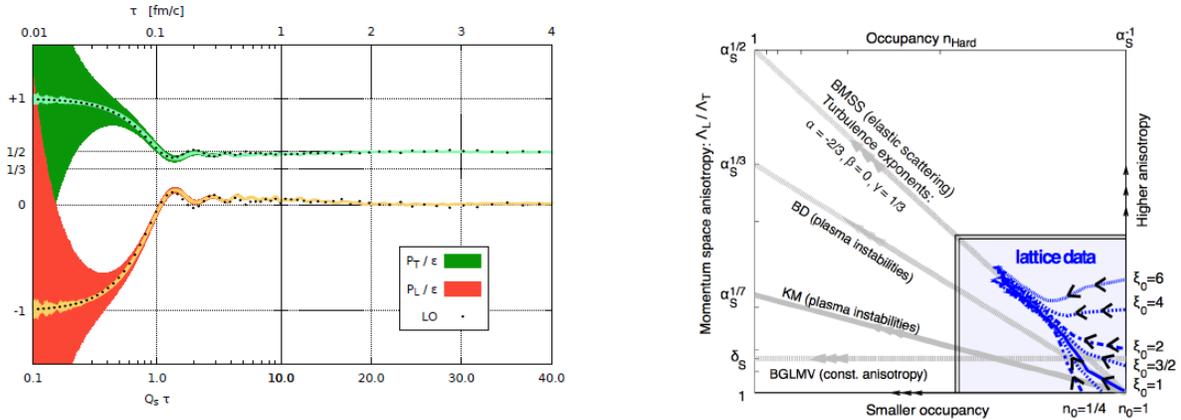


Fig. 2.10: *Evolução clássica do sistema. (Esquerda) Evolução ao longo do tempo dos componentes do tensor de energia-momento em uma simulação com condições iniciais via CGC. O sistema se torna ainda mais anisotrópico com o passar do tempo. (Direita) Simulações clássicas em um plano de anisotropia e ocupação para diferentes condições iniciais. As trajetórias se tornam mais anisotrópicas e menos diluídas em todos os casos. O Yang-Mills clássico nunca fica térmico ou isotrópico. Figura da Ref. [?].*

Todavia, uma vez que o sistema se torna subocupado ele pode ser descrito em termos de partículas pela teoria cinética. A teoria cinética requer $\alpha_s f \ll 1$, e então é válida para sistemas diluídos e nas proximidades do equilíbrio térmico, mas não nas condições iniciais de $f \sim 1/\alpha_s$ [?]. Nenhuma das descrições sozinha é capaz de descrever a rota do sistema até o equilíbrio. Contudo, enquanto a evolução passa por

$$1 \ll f \ll 1/\alpha_s, \quad (2.19)$$

tanto a descrição em termos de campos clássicos quanto pela teoria cinética é válida. Uma estratégia que se apresenta, então, é a de iniciar o sistema via CGC, capaz de descrever um sistema saturado, e, na região em que ambas descrições são válidas, fazer a transição de uma teoria efetiva para a outra, de modo que os estágios finais da termalização são descritos pela teoria cinética, que então pode trazer o sistema para o equilíbrio.

A Figura ?? ilustra o procedimento. Nos estágios iniciais o sistema é descrito por uma teoria de Yang-Mills clássica, que rapidamente dilui o sistema até ocupações $f \ll 1/\alpha_s$.

exemplo a Ref. [?].

Em um instante de tempo arbitrário τ_{TC} enquanto $1 \ll f \ll 1/\alpha_s$ o sistema pode passar a ser evoluído pela teoria cinética. Espera-se que o resultado seja independente de τ_{TC} em primeira ordem. A descrição em termos da teoria cinética segue um caminho diferente daquela por campos clássicos quando $f \sim 1$, levando eventualmente o sistema até o equilíbrio térmico local em um tempo τ_{hidro} – a partir deste instante, simulações hidrodinâmicas podem assumir.

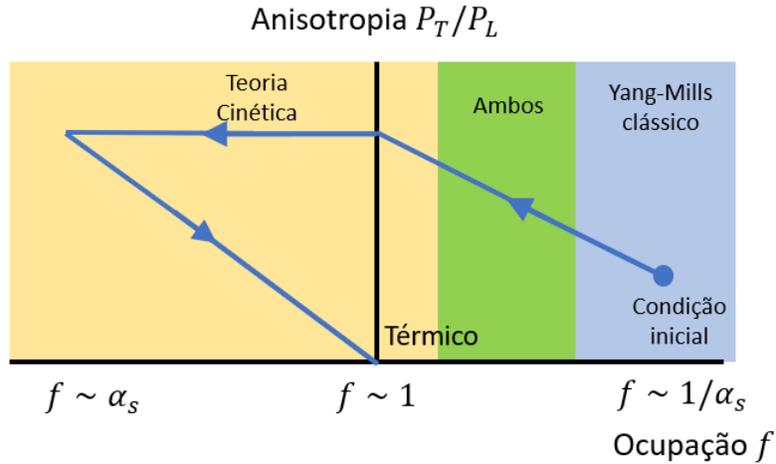


Fig. 2.11: Figura ilustrando a evolução do CGC até o equilíbrio térmico em função da ocupação e anisotropia. Inicialmente as interações não são suficientes para equilibrar a expansão e o sistema se torna mais anisotrópico e diluído. Uma vez que a ocupação se torna pequena a física dominante muda e a anisotropia do sistema para de crescer. Eventualmente efeitos de irradiação de glúons levam o sistema na direção do equilíbrio térmico. Uma descrição de campos clássicos é satisfatória na região de grande ocupação, enquanto a teoria cinética se mostra mais adequada na região de ocupação pequena. Ambas as teorias são válidas na região de transição. Figura adaptada da Ref. [?].

As Ref. [?, ?] apresentam resultados recentes de simulações via teoria cinética, reproduzidos na Fig. ???. As condições iniciais vêm de uma parametrização de uma simulação de Yang-Mills clássico, conforme o procedimento descrito no parágrafo anterior, onde foi usado um tempo de transição $\tau_{TC} = 1/Q_s$. O caso $\alpha_s \rightarrow 0$ corresponde à evolução clássica, que nunca termaliza e leva o sistema para um estado mais anisotrópico. Para valores finitos de α_s , a mudança de comportamento é visível na linha marcada por “bottom up” (em alusão ao trabalho apresentado na Ref. [?]). Quando $f \sim 1$, a evolução via teoria cinética se desvia do limite clássico e leva o sistema para estados térmicos, representados por uma cruz.

A evolução via teoria cinética é comparada com a evolução hidrodinâmica na Fig. ??, também resultado do trabalho na Ref. [?]. Os resultados são apresentados para $\alpha_s \approx 0,03$

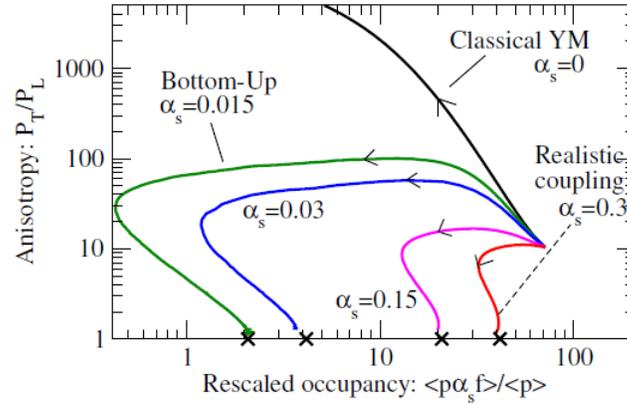


Fig. 2.12: Trajetórias em direção ao equilíbrio na evolução via teoria cinética para diversos valores da constante de acoplamento. As condições iniciais são dadas por uma simulação utilizando Yang-Mills clássico. O caso $\alpha_s \rightarrow 0$ corresponde à evolução clássica, que nunca termaliza e leva o sistema para um estado mais anisotrópico. Para valores finitos de α_s a evolução via teoria cinética leva o sistema para estados térmicos, representados por uma cruz. Imagem da Ref. [?].

(esquerda) e $\alpha_s \approx 0,3$ (direita). Na hidrodinâmica ideal $(1/3)\epsilon = P_L = P_T \propto \tau^{-4/3}$, de modo que os valores no eixo vertical foram normalizados por $\tau^{4/3}$ (fazendo com que linhas horizontais correspondam ao caso de hidrodinâmica ideal). A linha pontilhada azul representa a hidrodinâmica viscosa, que deve ser capaz de descrever o sistema conforme ele se aproxima da hidrodinâmica ideal. Para um acoplamento pequeno $\alpha_s \approx 0,03$ a teoria cinética concorda com a hidrodinâmica em tempos muito grandes, $\tau \sim 5000/Q_s$. A simulação com um acoplamento mais realista $\alpha_s \approx 0,3$ tem um comportamento similar, mas concorda com a hidrodinâmica para tempos $\tau \sim 10/Q_s$, que para $Q_s \approx 2$ GeV fornece um tempo $\tau_{hidro} \sim 2$ fm/c [?]. É interessante reparar que a hidrodinâmica assume quando a anisotropia ainda é relativamente grande, $P_L/P_T \sim 0,2$. Vale ressaltar, também, que os resultados são rigorosamente válidos somente no regime de pequeno α_s , e o resultado para α_s realista é apenas uma extrapolação.

A evolução pré-termal do tensor de energia-momento também foi analisada numericamente via teoria cinética no trabalho apresentado na Ref. [?], conforme reproduzido na Fig. ??, e representa um importante progresso na física dos instantes iniciais de uma colisão de íons pesados. O código $K\phi MP\phi ST$, disponível publicamente, evolui o tensor de energia-momento desde um instante $\tau \sim 0,1$ fm/c até $\tau_{hidro} \sim 1$ fm/c, conectando o glasma descrito pelo CGC até o regime hidrodinâmico, através da teoria cinética, e fornecendo condições iniciais que podem ser incorporadas a simulações hidrodinâmicas.

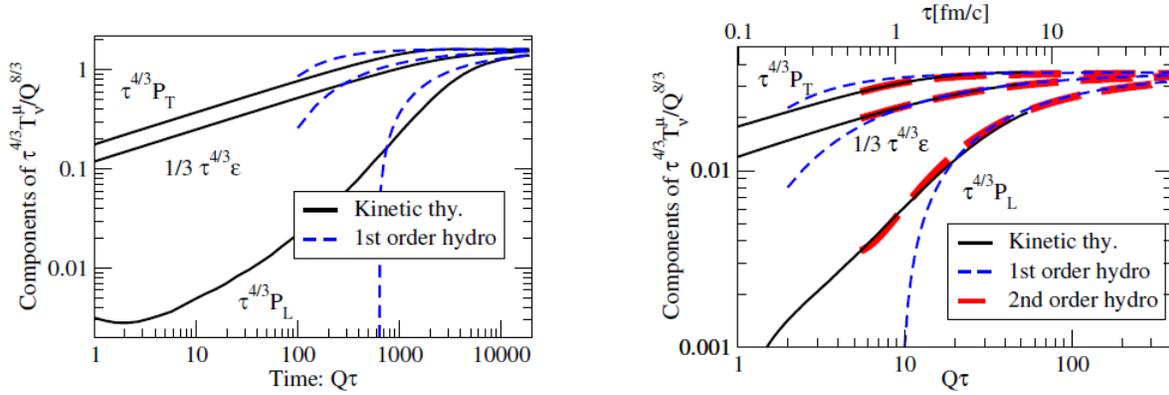


Fig. 2.13: Evolução das componentes do tensor energia-momento em simulações usando teoria cinética, com $\alpha_s \approx 0,03$ (esquerda) e $\alpha_s \approx 0,3$ (direita). Os fatores multiplicando o eixo vertical fazem com que hidrodinâmica ideal corresponda a linhas horizontais. Figura da Ref. [?].

2.4.2 Limitações dos modelos atuais

Apesar dos significativos avanços que ocorreram na última década em estudar a termalização no regime perturbativo, alguns pontos ainda precisam ser ajustados antes que uma fenomenologia mais realista possa ser implementada. As condições iniciais via Yang-Mills clássico, por exemplo, são extrapoladas de um modelo $(2D + 1)$ – uma condição inicial mais realista ainda não está disponível e esta ignorância é implementada variando alguns dos parâmetros nos instantes iniciais (veja, por exemplo, a Fig. ??, à esquerda). Além disso, as instabilidades de plasma (Weibel) mencionadas anteriormente desempenham um papel significativo na evolução, influenciando (de maneira ainda incerta) na análise de efeitos de blindagem anisotrópica. Nas simulações atuais estes efeitos são tratados de maneira isotrópica, levando a correções em ordem logarítmica na constante de acoplamento para os estágios mais anisotrópicos da colisão [?]. O papel dos férmions também não é levado em conta. Por mais que o princípio de exclusão de Pauli limite a ocupação de estados fermiônicos, a termalização de férmions é crucial em alguns processos [?]. Por fim, a implementação atual de teoria cinética não leva em conta a dinâmica transversal.

É também importante ressaltar que, na prática, tanto o RHIC quanto o LHC não operam no limite $\sqrt{s} \rightarrow \infty$. Até que ponto os resultados podem ser extrapolados para $\alpha_s \approx 0,3$ é, também, ainda incerto. Uma estratégia complementar, ainda a ser explorada, é usar os resultados para grande α_s em conjunto com as simulações de pequeno α_s para restringir o cenário físico (veja, por exemplo, a Ref. [?]).

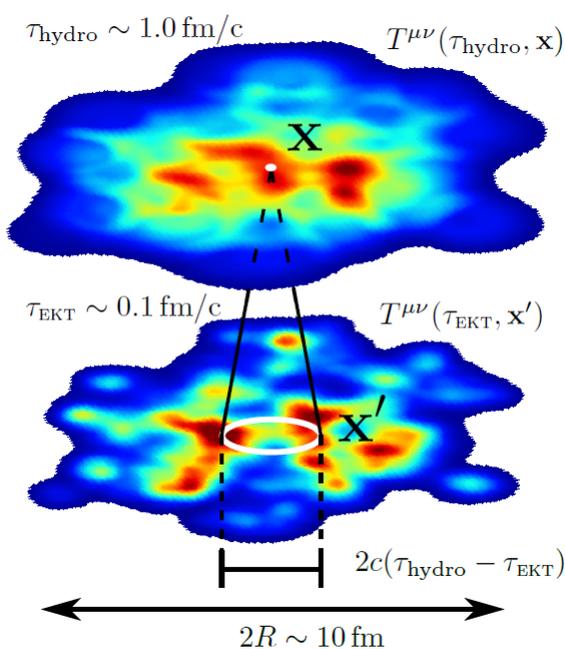


Fig. 2.14: *Evolução do perfil de energia transversal calculado via teoria cinética através do framework numérico $K\phi MP\phi ST$, apresentado na Ref. [?], desde um instante $\tau \sim 0,1 \text{ fm}/c$ até $\tau_{\text{hidro}} \sim 1 \text{ fm}/c$. O tensor de energia-momento em cada ponto \mathbf{x} no plano transversal recebe contribuição causal do plano de fundo local. O passado causal do ponto \mathbf{x} é indicado pelo círculo branco. Figura retirada da Ref. [?].*

2.5 Conclusão

Este capítulo se destinou a revisar qualitativamente o estado da arte na descrição dos primeiros instantes de uma HIC. Foi apresentado no capítulo anterior que um estado de quarks e glúons desconfinados se forma no encontro dos núcleos. Alguns observáveis experimentais, notadamente o fluxo elíptico, indicam um comportamento próximo ao equilíbrio térmico local e isotrópico desde um tempo da ordem $\tau_{hidro} \sim 1 \text{ fm}/c$, o que faz com que algumas propriedades globais da matéria formada possam ser bem descritas como um fluido ideal. Entender como o estado inicial anisotrópico e fora do equilíbrio, o *glasma*, rapidamente termaliza é, talvez, o maior tema em aberto no estudo de HIC de alta energia.

Embora algumas evidências apontem na direção de um QGP fortemente acoplado (como o pequeno valor de η/s), cálculos neste cenário são pouco práticos e os resultados atuais não podem ser aplicados diretamente em QCD. O estudo da termalização em acoplamento fraco, contudo, tem tido resultados promissores na última década, apresentados na última seção deste capítulo. Em particular, a descrição de diferentes etapas da interação por diferentes teorias efetivas tem se mostrado frutífera. As condições iniciais são descritas por campos semi-clássicos, no modelo do CGC, mas conforme o sistema evolui a dinâmica é assumida por uma teoria cinética, que então leva o sistema para o regime hidrodinâmico. O objetivo desta tese é avançar o conhecimento nesta área. O próximo capítulo se destina a uma análise quantitativa da termalização no cenário perturbativo. Em especial, é proposta uma abordagem analítica para a análise da termalização em plasmas fracamente acoplados através de resultados obtidos recentemente na física de jatos hadrônicos.

Capítulo 3

Termalização

Conteúdo

3.1	Termalização de baixo para cima	50
3.1.1	Instantes iniciais: $1 \ll Q_s \tau \ll \alpha_s^{-3/2}$	50
3.1.2	Segundo estágio: $\alpha_s^{-3/2} \ll Q_s \tau \ll \alpha_s^{-5/2}$	53
3.1.3	Terceiro estágio: $Q_s \tau \gg \alpha_s^{-5/2}$	54
3.1.4	Estimativas revisitadas	59
3.2	Um modelo para a distribuição de glúons na rota para o equilíbrio	60
3.2.1	Equação de evolução	61
3.2.2	Meio estático	63
3.2.3	Meio com expansão e aquecimento	66
3.2.4	Propriedades do meio	76

Este capítulo se destina a expandir as ideias desenvolvidas ao final do capítulo anterior. A primeira seção explora algumas estimativas na rota para o equilíbrio térmico, enquanto a seção seguinte parte para uma análise mais quantitativa. É desenvolvido um modelo para descrever como a distribuição inclusiva de glúons de alta energia varia conforme estes glúons viajam por um meio que é aquecido conforme expande.

3.1 Termalização de baixo para cima

Esta seção é largamente baseada no trabalho seminal¹ apresentado na Ref. [?] e tem como objetivo estimar parametricamente o comportamento do número de ocupação f durante a termalização do sistema, no regime $\alpha_s \ll 1$. A evolução é tomada como sendo homogênea no espaço transversal (tomando o eixo z como o eixo da colisão, a evolução é independente das coordenadas x e y) e na rapidez espaço-temporal $\eta_s = \frac{1}{2} \ln \frac{t+z}{t-z}$. Estas simplificações fazem com que as coordenadas físicas dependam unicamente² da variável de tempo τ . Flutuações em escalas $c\tau_{hidro}$ fazem com que a hipótese de espaço homogêneo não seja perfeita [?], e limitações desta aproximação serão discutidas em seções posteriores. Veremos que a evolução passa por três cenários distintos, com $Q_s\tau \sim \alpha_s^{-3/2}$, $\alpha_s^{-5/2}$ e $\alpha_s^{-13/5}$ servindo de escala para marcar a transição nos diferentes regimes. As diferentes etapas são ilustradas esquematicamente na Fig. ?? a seguir.

3.1.1 Instantes iniciais: $1 \ll Q_s\tau \ll \alpha_s^{-3/2}$

Logo após a colisão o sistema está em um estado superocupado, $f \sim 1/\alpha_s$, formado primariamente por glúons. Estes glúons têm momento típico $p \sim Q_s$, com $\langle p_\perp^2 \rangle \sim Q_s^2$ e $\langle p_z^2 \rangle \ll \langle p_\perp^2 \rangle$ [?]. Apesar do pequeno acoplamento os glúons interagem fortemente devido à grande ocupação, de modo que sua descrição é mais apropriada em termos de campos. Em um tempo $\tau \sim 1/Q_s$ estes campos se tornam lineares, e é possível interpretar os glúons como partículas em sua camada de massa (a descrição via teoria cinética se torna possível). Estes glúons produzidos durante os primeiros instantes da colisão serão referidos como glúons *hard* (“duros”, em tradução livre), de grande momento, como uma maneira de diferenciar de glúons *soft* (“macios”), de menor momento, que serão produzidos durante os próximos estágios.

Conforme a Eq. (??), a distribuição de glúons é proporcional a $Q_s^2 R_A^2 / \alpha_s$. O volume do meio $\sim R_A^2 \tau$ aumenta com a expansão unidimensional na direção longitudinal, de modo que o número de glúons hard por unidade de volume, n_h , pode ser estimado como

$$n_h = \frac{Q_s^2}{\alpha_s \tau}. \quad (3.1)$$

Estes glúons interagem entre si. Inicialmente a maior parte das interações são espalhamentos elásticos envolvendo pequena troca de momento $q \ll Q_s$ – isto é, espalhamentos de pequeno

¹ No título original em inglês, o processo é descrito como *termalização “bottom-up”*, aqui traduzido livremente como “de baixo para cima”. O título faz alusão ao fato de que os glúons de menor momento termalizam primeiro e levam à termalização dos glúons de momento maior, conforme será descrito ao longo da seção.

² O fato dos campos que formam o glasma dependerem de τ mas não de η_s é uma consequência geral das simetrias da colisão, embutidas nas equações de campo clássicas [?].

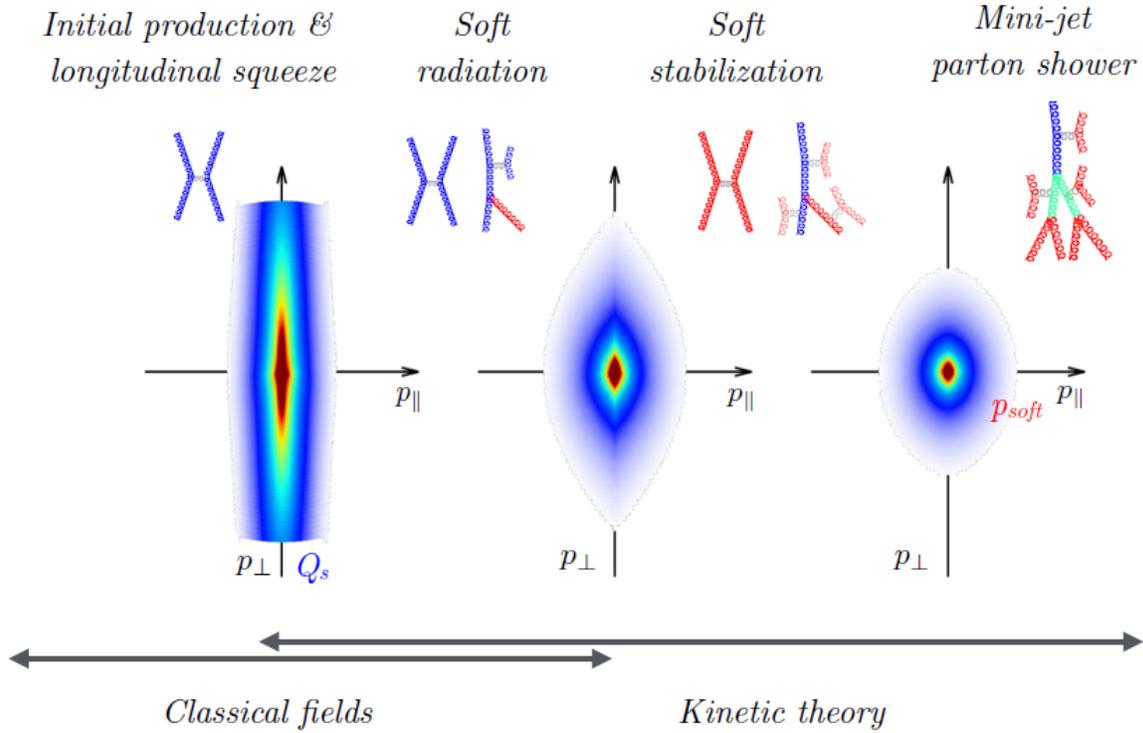


Fig. 3.1: Representação esquemática do processo de termalização “bottom-up” no espaço de momento baseada em simulações via teoria cinética. Os diferentes regimes correspondem a $\tau/\tau_{hidro} \approx 0,1; 0,5; 1$ com $\alpha_s \approx 0,3$. Figura de [?].

ângulo. Os espalhamentos têm um efeito de difusão de momento longitudinal, alargando a distribuição de p_z . Falando disso de outra forma, as interações “espalham os glúons no espaço de fase”, reduzindo o número de ocupação

$$f \approx \frac{n_h}{\Delta p_{\perp}^2 \Delta p_z}. \quad (3.2)$$

A menor troca de momento entre os glúons é dada pela *massa de Debye* [?], determinada como

$$m_D^2 \sim \frac{\alpha_s n_h}{Q_s}. \quad (3.3)$$

Uma vez que $m_D \ll p_z$ (conforme será demonstrado a seguir), as interações modificam lentamente a distribuição de momento e os glúons não se afastam muito da região do espaço de fase onde o número de ocupação é grande. A frequência de colisões típica é aumentada por um *fator de Bose*, levando a

$$\frac{dN_{col}}{d\tau} \sim \sigma n_h (1 + f_h) \sim \frac{\alpha_s n_h}{m_D^2 p_z \tau}, \quad (3.4)$$

onde $\sigma \sim n_h/m_D^2$ é a seção de choque e foi assumido $f_h \sim n_h/(Q_s^2 p_z) \gg 1$ para a ocupação de glúons hard na última aproximação. Após um número de interações $N_{col} \sim \frac{\alpha_s n_h}{m_D^2 p_z}$ podemos estimar

$$p_z^2 \sim N_{col} m_D^2 \sim \frac{\alpha_s n_h}{p_z}, \quad (3.5)$$

$$p_z \sim \frac{Q_s}{(Q_s \tau)^{1/3}}. \quad (3.6)$$

Juntamente com $p_\perp^2 \sim Q_s^2$, a Eq. (??) nos permite avaliar o número de ocupação para os glúons hard nesta primeira etapa:

$$f_h \sim \frac{n_h}{Q_s^2 p_z} \sim \frac{1}{\alpha_s} \frac{1}{(Q_s \tau)^{2/3}}. \quad (3.7)$$

Repare que $f_h \sim 1$ para $Q_s \tau \sim \alpha_s^{-3/2}$, indicando a escala de tempo na transição para um regime de baixa ocupação.

Durante esta primeira etapa também ocorrem interações inelásticas, onde glúons soft de menor momento são emitidos via processos irradiativos. A emissão favorece glúons de pequeno momento $k_s \ll Q_s$, da ordem de m_D . Estes glúons soft, contudo, interagem elasticamente com a distribuição hard e rapidamente têm seu momento típico aumentado até uma escala de pelo menos $k_s \sim p_z \sim Q_s/(Q_s \tau)^{1/3}$, enquanto a ocupação f_h não é modificada significativamente. A densidade de glúons soft n_s com momento k_s produzidos até o instante τ pode ser estimado da fórmula de Bethe-Heitler [?]

$$n_s \sim \tau \frac{\alpha_s^3}{m_D^2} n_h^2 (1 + f_h)^2 \sim \frac{Q_s^3}{\alpha_s (Q_s \tau)^{4/3}}, \quad (3.8)$$

onde novamente foi assumido $f_h \gg 1$.

Uma vez produzidos, os glúons soft irão se manter. É importante perceber que $n_s/k_s \sim n_h/Q_s$, de modo que é esperado que a distribuição soft tenha uma contribuição similar à distribuição hard na massa de Debye na Eq. (??), que é melhor expressa como:

$$m_D^2 \sim \frac{\alpha_s n_h}{Q_s} + \frac{\alpha_s n_s}{k_s}. \quad (3.9)$$

Na escala de tempo $Q_s \tau \sim \alpha_s^{-3/2}$ a ocupação de glúons hard cai e, embora a distribuição de glúons soft continue a ser uma fração desprezível do número total de glúons, a contribuição da parte soft em m_D se torna dominante, conforme será analisado a seguir.

3.1.2 Segundo estágio: $\alpha_s^{-3/2} \ll Q_s \tau \ll \alpha_s^{-5/2}$

As estimativas de grande f_h feitas na seção anterior deixam de ser válidas quando $f_h \sim 1$. A taxa de colisões, por exemplo, agora pode ser estimada como

$$N_{col} \sim \tau \sigma n_h (1 + f_h) \sim \tau \sigma n_h \sim \frac{\alpha_s Q_s^2}{m_D^2}, \quad (3.10)$$

de modo que

$$p_z^2 \sim N_{col} m_D^2 \sim \alpha_s Q_s^2. \quad (3.11)$$

Neste caso, o número de ocupação agora escala como

$$f_h \sim \frac{n_h}{Q_s^2 (\alpha_s Q_s)^{1/2}} \sim \frac{1}{\alpha_s^{3/2} (Q_s \tau)}. \quad (3.12)$$

Note que f_h se torna pequeno $f_h \sim \alpha_s$ para $Q_s \tau \sim \alpha_s^{-5/2}$. A partir deste ponto também temos que $n_s \sim n_h$ (conforme será visto a seguir), o que faz com que o comportamento físico mude significativamente.

A distribuição de glúons soft nesta etapa pode ser estimada da Eq. (??) com $(1 + f_h)^2 \sim 1$:

$$n_s \sim \frac{\alpha_s Q_s^4}{m_D^2 \tau}, \quad n_s \ll n_h. \quad (3.13)$$

Além disso, agora $k_s^2 \sim p_z^2 \sim \alpha_s Q_s^2$. Observando que, para $Q_s \tau \gg \alpha_s^{-3/2}$, temos $n_s/k_s \gg n_h/Q_s$, embora a distribuição de glúons soft seja pequena, $n_s \ll n_h$, ela forma a contribuição dominante para a massa de Debye na Eq. (??), que então pode ser escrita como:

$$m_D \sim \left(\frac{\alpha_s n_s}{k_s} \right)^{1/2} \sim \frac{\alpha_s^{3/8} Q_s}{(Q_s \tau)^{1/4}}. \quad (3.14)$$

É interessante reparar que n_s cai mais lentamente que n_h . Qualitativamente, enquanto a densidade de glúons hard cai com a expansão do meio, a densidade de glúons soft cai com a expansão mas é em parte repopulada pelas emissões.

Combinando as Equações (??) e (??), podemos estimar a distribuição de glúons soft em função do tempo neste regime,

$$n_s \sim \frac{\alpha_s^{1/4} Q_s^3}{(Q_s \tau)^{1/2}}, \quad (3.15)$$

o que implica que $n_s \sim n_h$ para $Q_s \tau \sim \alpha_s^{-5/2}$. Uma vez que $n_s/k_s \gg n_h/Q_s$ para $Q_s \tau \gg \alpha_s^{-3/2}$, e $n_s \ll n_h$ para $Q_s \tau \ll \alpha_s^{-5/2}$, as aproximações aqui apresentadas são válidas no regime $\alpha_s^{-3/2} \ll Q_s \tau \ll \alpha_s^{-5/2}$.

3.1.3 Terceiro estágio: $Q_s \tau \gg \alpha_s^{-5/2}$

Na escala de tempo $Q_s \tau \sim \alpha_s^{-5/2}$ o número de glúons soft passa a superar o número de glúons no setor hard, $n_s \gg n_h$. As interações elásticas entre esses glúons soft se tornam cada vez mais frequentes, fazendo com que eventualmente eles atinjam o equilíbrio térmico entre si. Neste cenário, podemos considerar que o setor soft forma um banho térmico de temperatura T , que está variando com o tempo. É importante perceber que o sistema como um todo ainda não está em equilíbrio, com grande parte da energia ainda carregada por um pequeno número de glúons hard que são espalhados constantemente pelos glúons soft, transmitindo energia para o banho térmico. A visão geral é que a partir deste ponto o meio pode ser descrito por partículas de alta energia se deslocando em um banho térmico denso.

A evolução de um párton de alta energia se movendo através de um meio formado por “matéria de cor” tem sido estudado nos últimos anos nos mais diversos contextos, principalmente com a finalidade de analisar os jatos hadrônicos formados nos instantes iniciais da colisão. Os diferentes graus de liberdade que governam o processo de termalização levam a diferentes mecanismos para essa perda de energia. Nos estágios iniciais, em que a ocupação de glúons soft era desprezível, os processos de emissão de novos glúons soft eram dominados por processos a la *bremstrahlung*: os glúons hard eram constantemente acelerados por colisões elásticas com outros glúons hard do meio, sendo levados a um estado instável e então emitindo o excesso de energia em glúons soft de acordo com a relação de Bethe-Heitler (??). Este cenário é ilustrado na Fig. ???. Conforme o número de glúons soft se torna proporcionalmente mais numeroso, contudo, os espalhamentos elásticos hard-soft se tornam mais frequentes. Estes espalhamentos estimulam a produção de radiação adicional e difusão de momento, por provocar novas acelerações. Além disso, o espaço de fase disponível para a emissão de radiação é suprimido, um fenômeno conhecido como supressão de Landau-Pomeranchuk-Migdal (LPM)³, a ser descrito a seguir. A Figura ?? ilustra esquematicamente a interação de um párton energético com um banho soft.

O processo de emissão de um glúon, em termos práticos, não é *local*, uma vez que é necessário um tempo para que o glúon formado perca a coerência com o quark pai. Logo que o glúon é emitido sua função de onda se sobrepõe a do quark, fazendo com que os dois sejam indistinguíveis. Com o passar do tempo os dois se distanciam, fazendo com que a coerência quântica diminua. Considere, por exemplo, que um glúon de energia ω e momento \mathbf{k} , com $\omega = |\mathbf{k}|$, é emitido por um quark energético se propagando ao longo do eixo z . O glúon é tipicamente emitido em um pequeno ângulo $\theta \simeq k_\perp/\omega$. O glúon pode ser considerado “completamente emitido” quando a separação transversal entre ele e o quark pai, da ordem de

$$b_\perp = v_\perp \Delta t_{FORM} = \left(\frac{k_\perp}{\omega}\right) \Delta t_{FORM},$$

é maior que o comprimento de onda de DeBroglie $\lambda = 1/k_\perp \simeq 1/(\omega\theta)$. Esta condição é

³ O efeito é análogo ao que ocorre no fenômeno de jet-quenching. Veja, por exemplo, a Seção 4 da Ref. [?].

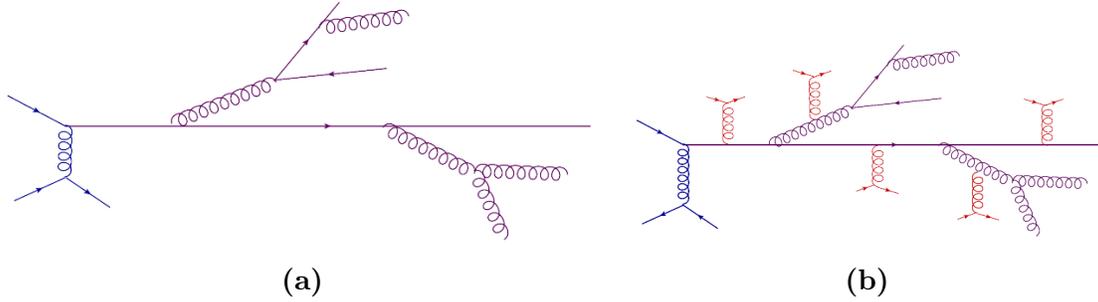


Fig. 3.2: (a) Representação esquemática de um parton sofrendo um espalhamento de alta energia e subsequentemente evoluindo por emissões de glúons de menor energia. (b) Em um meio denso o parton evolui também por colisões com os constituintes do meio, que estimulam a produção de radiação adicional e transferência de momento. Além disso o meio suprime o espaço de fase disponível para a emissão, conforme discutido no texto.

atingida após um tempo

$$\Delta t_{FORM} \simeq \frac{2\omega}{k_{\perp}^2} \simeq \frac{2}{\omega\theta^2} \quad (3.16)$$

(o fator de 2 é inserido por convenção). Esta relação é geral (se aplica tanto para emissão de radiação em um meio ou no vácuo) e pode ser motivada também pelo princípio da incerteza [?].

Quando a taxa de interações se torna muito elevada (tipicamente em um meio muito denso), o tempo de formação do glúon é grande o bastante para que diversas colisões do quark pai contribuam coerentemente para a emissão de um único glúon. De maneira qualitativa, o que acontece é que no cenário LPM um único glúon acumula considerável momento transversal por sofrer múltiplas interações com o meio durante sua formação. Este momento é da ordem de

$$k_{\perp}^2 \gtrsim m_D^2 \frac{\Delta t_{FORM}}{\ell}, \quad (3.17)$$

onde ℓ é o livre caminho médio, $\ell^{-1} \sim n_s \sigma$ [?]. A massa de Debye m_D^2 é a transferência de momento quadrado típica a cada interação, conforme discutido anteriormente, e $(c\Delta t_{FORM})/\ell$ é uma estimativa do número de interações durante a formação do glúon. Isto é, k_{\perp}^2 dado por (??) é *no mínimo* o momento adquirido pelo glúon durante sua formação.

Repare que no cenário de Bethe-Heitler que dominava os estágios iniciais da termalização ocorria o oposto: em um sistema diluído o tempo de formação de um glúon é muito menor que o livre caminho médio, de tal maneira que os espalhamentos podem ser tratados de maneira independente e a emissão ocorre com a probabilidade apresentada na Eq. (??), produzindo o espectro de radiação induzida pelo meio apresentado na Eq. (??). Quando o tempo de formação se torna maior que o livre caminho médio, contudo, há interferência

quântica entre os espalhamentos, levando a uma supressão do espaço de fase do espectro de radiação em relação ao previsto na Eq. (??) – este é o efeito LPM.

É instrutivo, neste ponto, resumir o que foi discutido até aqui. Nos estágios iniciais o meio era diluído, e os glúons hard essencialmente interagiam entre si via colisões elásticas. Estas colisões elásticas estimulam a emissão de glúons via bremsstrahlung, que favorece a emissão de glúons soft ($\omega \ll E$) e colineares. Os glúons soft se tornam mais numerosos e termalizam entre si. Deste ponto em diante a evolução dos glúons hard se deslocando pelo meio soft é análoga ao que acontece no fenômeno de jet quenching. O meio soft é considerado em equilíbrio numa temperatura T e interage com os glúons hard via espalhamentos elásticos. Os glúons hard são constantemente acelerados por interações com o meio, que levam a um aumento no p_{\perp}^2 médio e estimulam a emissão de radiação adicional.

A perda de energia de um párton por radiação induzida pelo meio foi analisada no trabalho seminal de Baier, Dokshitzer, Mueller, Peigné, Schiff [?] e Zakharov [?] (BDMPS-Z). A probabilidade diferencial de uma emissão induzida pelo meio por unidade de espaço de fase e por unidade de tempo é dada por

$$\frac{dP}{d\omega d^2\mathbf{k} dt} = \bar{\alpha} \frac{1}{\omega} \frac{1}{t_c(\omega)} \frac{1}{\sqrt{2\hat{q}\omega}} e^{-\frac{k_{\perp}^2}{\sqrt{2\hat{q}\omega}}}, \quad (3.18)$$

onde $\bar{\alpha} = \alpha_s N_c / \pi$, $t_c(\omega) \equiv \sqrt{2\omega/\hat{q}}$ e \hat{q} é um parâmetro que depende das propriedades do meio⁴. Mais formalmente, \hat{q} representa a taxa de difusividade de momento transversal $\hat{q} \equiv dk_{\perp}^2/dt$, que pode ser interpretada como a transferência de momento média por unidade de tempo, $\hat{q} \sim k_{\perp}^2/\Delta t_{FORM} \sim m_D^2/\ell$. Pela distribuição BDMPS-Z, $\langle k_{\perp}^2 \rangle \equiv \hat{q} t_c = \sqrt{2\hat{q}\omega}$.

Enquanto as emissões no vácuo (na ausência de um meio) favorecem $k_{\perp} \rightarrow 0$, no meio um limite mínimo é induzido em k_{\perp} (deve ser no mínimo o momento acumulado durante a formação do glúon), tal que $k_{\perp}^2 \gtrsim \hat{q}\Delta t_{FORM}$, conforme (??). Juntamente com a Eq. (??) isso implica

$$\Delta t_{FORM} \lesssim \sqrt{\frac{2\omega}{\hat{q}}} = t_c(\omega), \quad (3.19)$$

de modo que $t_c(\omega)$ representa um limite máximo para o tempo de formação de um glúon de energia ω . Além disso, a Eq. (??) é válida no regime

$$\ell < \Delta t_{FORM} \leq L,$$

onde L é a escala de tamanho do meio. Isso implica um limite máximo em ω

$$\omega \leq \omega_c \equiv \frac{1}{2}\hat{q}L^2, \quad (3.20)$$

isto é, glúons podem ser irradiados com ω até um valor máximo ω_c .

⁴ Em estudos de jet quenching \hat{q} é denominado “parâmetro de jet quenching”.

Embora ω_c represente a máxima emissão, a perda de energia será governada por emissões de menor energia $\omega \ll \omega_c$. Isso acontece porque emissões de alta energia $\omega \sim \omega_c$ são pouco prováveis e, portanto, pouco frequentes. De fato, pela Eq. (??) (integrada em t e k_\perp) temos

$$\omega \frac{dP}{d\omega} \simeq \bar{\alpha} \frac{L}{t_c(\omega)} \simeq \bar{\alpha} \sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}}, \quad (3.21)$$

de modo que emissões com $\omega \sim \omega_c$ ocorrem com probabilidade $\mathcal{O}(\bar{\alpha})$. A emissão mais provável – ou seja, o ω típico – ocorre para $\omega \frac{dP}{d\omega} \gtrsim 1$, que para um dado ω_c requer

$$\omega \lesssim \bar{\alpha}^2 \omega_c \equiv \omega_{br}, \quad (3.22)$$

que alternativamente implica $L \gtrsim t_c(\omega)/\bar{\alpha} \equiv t_{br}(\omega)$. Falando isso de outra maneira, glúons com $\omega \sim \omega_{br}$ são emitidos com alta probabilidade, o que significa que são esperadas múltiplas emissões⁵ com $\omega \sim \omega_{br}$. A distância típica entre duas emissões deste tipo é $t_{br} = t_c/\bar{\alpha}$. Como $t_{br} \gg t_c$, as emissões sucessivas não se sobrepõem e podem ser tratadas como independentes. Pela Eq. (??) a emissão de glúons soft $\omega \ll \omega_c$ implica em pequenos tempos de formação e grandes ângulos⁶.

Em um evento típico, então, um glúon hard emite com probabilidade $\mathcal{O}(1)$ glúons soft de $\omega \sim \omega_{br}$. Esse glúon inicial tende a gerar minijatos através de sucessivas divisões democráticas (onde o glúon se divide em glúons de momento semelhante), depositando a energia inicial no banho térmico de glúons soft de $\omega \sim T < \omega_{br}$. Estas divisões secundárias podem ser entendidas da seguinte maneira: Considere que um párton de energia E emite um glúon de energia ω . Essa emissão primária não é democrática, uma vez que são favorecidos glúons de $\omega_{br} \ll E$. Este glúon primário pode ter sua virtualidade aumentada por interações com o meio e se dividir em glúons de energia $z\omega$ e $(1-z)\omega$ com probabilidade (??)

$$P(z\omega, L) \simeq \frac{L}{t_{br}(z\omega)} \simeq \bar{\alpha} \sqrt{\frac{\omega_c}{z\omega}}. \quad (3.23)$$

Para $\omega \sim \omega_{br} = \bar{\alpha}^2 \omega_c$ temos $P(z\omega, L) \sim 1$ independente de z , o que implica que nas emissões subsequentes não é favorecido nenhum z em particular (enquanto originalmente era favorecido $z \ll 1$). Os glúons soft primários, então, geram minijatos via sucessivas divisões democráticas que eventualmente despejam toda energia ω_{br} no banho térmico, conforme ilustrado na Figura ??.

O tempo de emissão para um glúon de momento (e energia) ω_{br} é dado por $t_{br} \sim t_{FORM}/\alpha_s$ com $t_{FORM} \sim \omega_{br}/k_\perp^2$. Conforme (??), o glúon adquire um momento $k_\perp^2 \sim$

⁵ No inglês este cenário é conhecido como *branching*, motivando o subíndice “br”.

⁶ Compare novamente com a emissão via bremsstrahlung no vácuo, que favorece a emissão de glúons colineares. Na radiação induzida pelo meio, são favorecidos glúons soft emitidos em um grande ângulo em relação à direção do párton original.

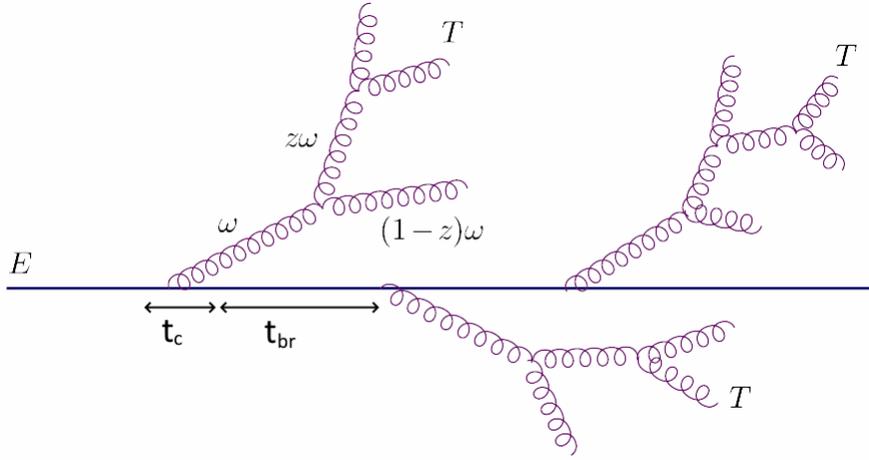


Fig. 3.3: Um párton de energia E despeja energia em um banho térmico de temperatura T através de uma emissão típica que é seguida de múltiplas emissões democráticas. As emissões típicas têm energia $\omega \sim \omega_{br}$ e ocorrem em intervalos de tempo da ordem $\sim t_{br}$.

$m_D^2 t_{FORM}/\ell$. Usando $\ell^{-1} \sim n_s \sigma \sim n_s \alpha_s^2/m_D^2$ [?] podemos obter

$$\frac{1}{t_{br}} \sim \frac{\alpha_s^2 n_s^{1/2}}{\omega_{br}^{1/2}}. \quad (3.24)$$

Para que um glúon hard emita um glúon de momento ω_{br} em um tempo da ordem de τ podemos equacionar $t_{br} \sim \tau$. Isso significa que os glúons de ω_{br} são produzidos em uma taxa proporcional a $1/t_{br}$ e proporcional ao número de “fontes” n_h . Neste caso o número de glúons de ω_{br} produzidos por unidade de tempo e por unidade de volume pode ser estimado como

$$\frac{dn(\omega_{br})}{d\tau} \sim \frac{n_h}{t_{br}} \sim \frac{\alpha_s^2 n_s^{1/2} n_h}{\omega_{br}^{1/2}} \sim \frac{Q_s^2}{\alpha_s \tau^2}, \quad (3.25)$$

onde $t_{br} \sim \tau$ foi utilizado no último termo, seguindo a estimativa da Ref. [?].

Usando que $n_s \sim T^3$, onde T é a temperatura do banho térmico soft⁷, a taxa com que flui energia do setor hard para o soft pode ser estimada então por

$$\omega_{br} \frac{dn(\omega_{br})}{d\tau} \sim \alpha_s^3 Q_s^2 T^3. \quad (3.26)$$

⁷ Esta relação vem da hipótese de um gás de partículas relativísticas em equilíbrio térmico. Veja, por exemplo, a Ref. [?].

Este fluxo de energia aumenta a densidade de energia $\epsilon \sim T^4$ do banho térmico e portanto deve ser proporcional a $d(T^4)/d\tau$, levando a

$$T \sim \alpha_s^3 Q_s^2 \tau. \quad (3.27)$$

Repare que a temperatura do banho térmico soft aumenta linearmente com o tempo mesmo durante a expansão do sistema, devido aos glúons hard que servem como fonte de energia [?]. Quando o banho começa a se formar, $Q_s \tau \sim \alpha_s^{-5/2}$, a temperatura é da ordem de $\alpha_s^{1/2} Q_s$.

O crescimento de T acaba quando os glúons hard perdem toda sua energia, o que ocorre para $\omega_{br} \sim Q_s$. Neste ponto $\tau = \tau_{hidro}$ e então

$$\tau_{hidro} \sim \alpha_s^{-13/5} Q_s^{-1}, \quad (3.28)$$

onde a temperatura atinge um valor máximo da ordem de $\alpha_s^{2/5} Q_s$. A partir deste momento a temperatura passa a reduzir com $\tau^{-1/3}$, uma vez que $n_s \sim 1/\tau$ devido à expansão unidimensional do meio e $T^3 \sim n_s$. Para $Q_s \approx 2$ GeV e $\alpha_s \approx 0,3$ temos que o equilíbrio térmico é estimado em $\tau_{hidro} \sim \alpha_s^{-13/5} Q_s^{-1} \approx 2$ fm/c.

É interessante notar que a análise do sistema levando em conta apenas interações elásticas na equação de Boltzmann também leva ao equilíbrio, mas em um tempo relativamente longo ($\sim \exp(\alpha_s^{-1/2}) Q_s^{-1}$) [?]. Isso acontece porque a maior parte dos espalhamentos elásticos são de pequeno ângulo e transferência de momento, e portanto leva bastante tempo para que eles sejam capazes de mudar a distribuição de partículas consideravelmente.

3.1.4 Estimativas revisitadas

O cenário de termalização “de baixo para cima” discutido aqui é uma extensão do trabalho original na Ref. [?], que tem sido a fundação da descrição microscópica de como o equilíbrio se desenvolve no regime de acoplamento fraco. Embora as estimativas apresentadas sejam apenas paramétricas, i.e., de ordens de grandeza, a análise é bastante robusta. Contudo, até agora descrevemos apenas plasmas isotrópicos. Quando a distribuição é anisotrópica, uma análise quantitativa da evolução se torna significativamente mais complicada devido à presença de instabilidades no plasma. Estas instabilidades podem mudar qualitativamente os mecanismos de blindagem no plasma e complicar significativamente as taxas de emissão. É sabido que as instabilidades de plasma na QCD, todavia, são menos importantes que em plasmas da QED, uma vez que o caráter não linear e não abeliano das equações de campo limitam o crescimento das instabilidades. Conforme apresentado na Ref. [?], é esperado que as instabilidades desempenhem um papel importante pelo menos nos estágios iniciais da termalização. Em particular, uma análise detalhada destas instabilidades mostra que a termalização não pode ocorrer mais rápido do que $Q_s \tau \sim \alpha_s^{-7/3}$ [?]. Note que a Eq. (??) está dentro do limite, estimando uma termalização mais lenta. Isso acontece porque a energia

só deixa efetivamente o setor hard nos estágios finais, e é esperado que as instabilidades de plasma acelerem o processo de equilíbrio [?].

As estimativas paramétricas da Ref. [?] original foram revisadas, incluindo também as instabilidades de plasma, na Ref. [?]. O resultado inclui muitas das características qualitativas já discutidas, com pequenas modificações nos expoentes. O setor soft passa a dominar a dinâmica formando um banho quasi-térmico já a partir de $Q_s\tau \sim \alpha_s^{-12/5}$, que passa a dominar a energia em um tempo $Q_s\tau \sim \alpha_s^{-5/2}$. A partir deste instante o QGP é aproximadamente isotrópico e térmico. Simulações numéricas via teoria cinética, na ausência de instabilidades de plasma, parecem indicar um comportamento do tipo $\tau_{hidro} \sim \alpha_s^{1/3}(\eta/s)^{4/3}/Q_s$ para valores realistas de α_s , de modo que o escalamento (??) parece estar limitado a acoplamentos significativamente menores [?]. Seria importante para a implementação de uma fenomenologia mais quantitativa que a estimativa paramétrica fosse transformada em uma estimativa numérica através de uma determinação mais cuidadosa da constante C em $\tau_{hidro} = C\alpha_s^{-5/2}$. É esperado que isso exija apenas o estudo do estágio final da termalização, onde felizmente as instabilidades de plasma desempenham um papel secundário, uma vez que todos os outros estágios levam parametricamente menos tempo [?].

Outra limitação da descrição atual é que a maioria dos estudos de dinâmica pré-equilíbrio, até o momento, focam no equilíbrio cinético de glúons, ignorando a dinâmica de férmions na análise. Em um nível conceitual, é igualmente importante entender a transição de um estado inicial, fortemente dominado por glúons, para um estado de equilíbrio químico, onde uma fração significativa da densidade de energia é carregada por quarks. Em particular, é argumentado na Ref. [?] que a inclusão da dinâmica de quarks representaria um passo importante no cálculo da produção de fótons de diléptons pré-equilíbrio, e em questões envolvendo o equilíbrio de sabores pesados. Apesar de algumas iniciativas recentes, um estudo completo em ordem dominante ainda não está disponível atualmente. No que segue neste trabalho, iremos nos ater ao cenário isotrópico formado primariamente por glúons.

3.2 Um modelo para a distribuição de glúons na rota para o equilíbrio

Gostaríamos agora de descrever de maneira mais quantitativa como os glúons hard evoluem na rota para o equilíbrio térmico. Para fazer isso, vamos utilizar uma nova abordagem que parte de uma equação de evolução probabilística, desenvolvida no estudo de jatos hadrônicos. Conforme descrito no início do capítulo, no cenário de acoplamento fraco, a evolução pré-termal do plasma passa por três estágios distintos “de baixo para cima”: primeiro, glúons hard de alta energia irradiam glúons soft de menor energia por bremsstrahlung. Esses glúons soft carregam apenas uma pequena fração da energia dos seus glúons pai, mas rapidamente crescem em número e se equilibram entre si. Por fim, o sistema agora é formado por um pequeno número de glúons hard, que ainda carregam a maior parte da

energia do sistema e viajam por um banho térmico de glúons soft. A interação desses glúons de alta energia com o meio é responsável por depositar a energia do setor hard no banho térmico, trazendo o sistema (localmente) para um estado de equilíbrio térmico. Como a maior parte da transferência de energia para o meio ocorre nesta última etapa, é esperado que ela seja a contribuição dominante na escala de tempo para a termalização e no estudo da rota para o equilíbrio.

Historicamente, o problema de um párton de alta energia se deslocando por um plasma formado por matéria de cor foi motivado pelo estudo dos jatos hadrônicos de alta energia que se formam nos aceleradores, em especial o fenômeno de *jet quenching* mencionado na Seção ???. Uma série de trabalhos recentes [?, ?], baseados em QCD perturbativa, estabeleceu o formalismo para descrever de maneira probabilística a propagação de um glúon hard por um QGP denso. Em sua formulação original, o plasma foi considerado homogêneo e estático. Trabalhos subsequentes discutiram como essa formulação podia ser aplicada a um meio em expansão [?, ?, ?], usando uma taxa de emissão modificada ou mapeando o meio em expansão a um meio estático efetivo. Essa descrição probabilística de um párton energético viajando pelo meio será nosso ponto de partida para desenvolver um modelo quantitativo da evolução dos glúons hard no terceiro estágio da termalização.

O principal empecilho para nosso objetivo é que os resultados presentes na literatura atual, em geral focados na descrição de jatos hadrônicos, presumem que os partons de alta energia viajando pelo meio não alteram a temperatura T do meio de maneira significativa. Essa hipótese é válida no contexto da termalização? Conforme as seções anteriores, acontece que durante o último estágio da termalização a temperatura do meio soft aumenta linearmente com o tempo, mesmo durante a expansão do meio, por causa da energia depositada no meio pelos glúons hard. Precisamos, então, estender o formalismo desenvolvido nas Ref. [?, ?, ?] para conseguir descrever um párton que viaja por um plasma cuja temperatura T varia (linearmente) no tempo.

O restante do capítulo está organizado da seguinte maneira: inicialmente iremos apresentar o formalismo desenvolvido na Ref. [?] e suas aplicações em um meio estático. Em seguida, vamos estender o formalismo para o caso de um meio com expansão e aquecimento, e então ver como este se compara com os outros cenários. Por fim, vamos usar algumas restrições experimentais e fenomenológicas, juntamente com termodinâmica, para analisar algumas propriedades do meio conforme ele se aproxima do regime hidrodinâmico.

3.2.1 Equação de evolução

Considere o problema de um pequeno número de glúons de alta energia, de energia inicial E , viajando por um plasma denso governado por QCD. Por enquanto, vamos supor que o plasma é homogêneo, estático e possui uma temperatura uniforme T . Para um párton de grande momento viajando neste meio, é bem estabelecido que o principal mecanismo de perda de energia é a irradiação por bremsstrahlung no meio, sujeita à supressão LPM,

que leva à distribuição BDMPS-Z. Em um meio em equilíbrio térmico, esse mecanismo foi analisado de maneira quantitativa na Ref. [?], que confirmou que a distribuição final é dominada pelos poucos pártons de maior energia que atravessam o meio.

Vamos focar no espectro de glúons hard, $D(x, \tau) \equiv x \frac{dN_g}{dx}$, onde N_g é o número de glúons de energia inicial E . Podemos representar a energia ω de um dado glúon pela fração de energia $x \equiv \omega/E$. Nesse cenário, vimos que o glúon irá irradiar energia por sucessivas emissões democráticas. Primeiramente, emite um glúon de pequena energia $\omega_{br} \ll E$ que percente à região do espaço de fase da supressão LPM, de tal maneira que irá se subdividir dois glúons de momento parecido. Esses glúons filhos irão continuar a se dividir, depositando sua energia no banho térmico de energia $x \sim T/E$. Sendo t_{br} a escala de tempo típica entre emissões sucessivas de energia $\omega \sim \omega_{br}$, o tempo pode ser expresso pela variável adimensional

$$\bar{\tau} \equiv \bar{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{q}}{E}} \tau = \frac{\tau}{t_{br}(E)}. \quad (3.29)$$

Para os nossos objetivos, a difusividade de momento transversal $\hat{q} \equiv dk_{\perp}^2/dt$ caracteriza completamente as interações dos pártons de alta energia com o meio. Em outras palavras, iremos pressumir que \hat{q} contém toda a informação relevante sobre o meio e sua evolução. Em um meio estático, $\hat{q} = \hat{q}_0$ é uma constante, mas isso deve ser modificado em diferentes cenários. A distribuição hard $D(x, \bar{\tau})$ inicial está acumulada na energia inicial $E \sim Q_s$, com $x = \omega/E = 1$, isto é, $D(x, 0) = \delta(1 - x)$. Além disso, a distribuição está normalizada como $\int D(x, 0) dx = 1$.

Estamos interessados na evolução temporal de $D(x, \bar{\tau})$. Técnicas para evoluir um párton que passa por sucessivas divisões foram estabelecidas na Ref. [?] e podem ser usadas para motivar uma equação cinética para $D(x, \bar{\tau})$. Seja $\hat{\mathcal{K}}(z, \mathbf{p}, \bar{\tau})$ a probabilidade de um glúon de energia $|\mathbf{p}| = E$ se dividir, entre os instantes $\bar{\tau}$ e $\bar{\tau} + d\bar{\tau}$, em dois glúons de fração de energia z e $(1 - z)$ do glúon inicial, podemos escrever

$$\frac{\partial D(x, \bar{\tau})}{\partial \bar{\tau}} = \int 2\hat{\mathcal{K}}(z, \frac{x}{z}\mathbf{p}, \bar{\tau})D(\frac{x}{z}, \bar{\tau}) - \hat{\mathcal{K}}(z, x\mathbf{p}, \bar{\tau})D(x, \bar{\tau}) dz. \quad (3.30)$$

O primeiro termo do integrando na Eq. (??) pode ser interpretado como um termo de “ganho”: ele representa um aumento no número de glúons de fração de energia x , vindos de glúons de maior energia. Note que a função $D(x, \bar{\tau})$ é definida apenas na região $0 \leq x \leq 1$, de modo que a integral em z no primeiro termo é limitada à região $x < z < 1$. Qualitativamente, o fator de 2 aparece porque, para um dado z , novos glúons de fração de momento x podem se originar de duas maneiras, tanto de glúons de fração de momento x/z quanto $x/(1 - z)$. O segundo termo representa um termo de “perda”, descrevendo a redução no número de glúons de x devido ao seu decaimento em glúons de energia menor. Essa relação é apresentada de maneira esquemática na Figura ??.

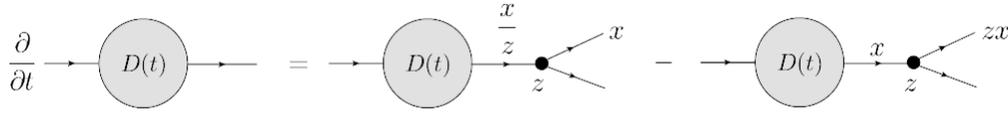


Fig. 3.4: Representação diagramática da equação de evolução (??) para a distribuição de glúons inclusiva. Figura adaptada de [?].

De modo a reescrever a Eq. (??) na forma mais tradicional encontrada na literatura, podemos usar as propriedades $\hat{\mathcal{K}}(z, a\mathbf{p}, \bar{\tau}) = \frac{1}{\sqrt{a}}\hat{\mathcal{K}}(z, \mathbf{p}, \bar{\tau})$ e $\int \hat{\mathcal{K}} dz = 2 \int z\hat{\mathcal{K}} dz$ [?], juntamente com $\mathcal{K}(z, \bar{\tau}) \equiv 2\hat{\mathcal{K}}(z, \mathbf{p}, \bar{\tau})$, para escrever

$$\frac{\partial D(x, \bar{\tau})}{\partial \bar{\tau}} = \int \mathcal{K}(z, \bar{\tau}) \left[\sqrt{\frac{z}{x}} D\left(\frac{x}{z}, \bar{\tau}\right) - \frac{z}{\sqrt{x}} D(x, \bar{\tau}) \right] dz, \quad (3.31)$$

que é a forma apresentada nas Ref. [?, ?]. A forma funcional de $\mathcal{K}(z, \bar{\tau})$ está relacionada com o espectro de emissão $I(z, \bar{\tau})$ do párton,

$$\bar{\alpha}\mathcal{K}(z, \bar{\tau}) = \frac{dI}{dzd\bar{\tau}},$$

e irá depender do meio e sua evolução⁸.

3.2.2 Meio estático

A Equação (??), no caso de um meio estático, foi analisada na Ref. [?]. Para um meio homogêneo e estático, a função $\mathcal{K}(z, \bar{\tau})$ é independente de $\bar{\tau}$ e dada por

$$\mathcal{K}(z) = \frac{f(z)}{[z(1-z)]^{3/2}} = \mathcal{K}(1-z), \quad (3.32)$$

$$f(z) = [1-z(1-z)]^{5/2}, \quad (3.33)$$

válida no limite $z \ll \bar{\tau}^2$. Note que a conexão da Eq. (??) com as propriedades do meio, neste caso, ocorre apenas através do mapeamento de $\bar{\tau}$ ao tempo “físico” τ .

Com a simplificação adicional $\mathcal{K}(z) = \mathcal{K}_0(z) = 1/[z(1-z)]^{3/2}$, isto é, tomando $f(z) = 1$, a equação pode ser resolvida analiticamente via transformada de Laplace [?], levando a

$$D_0(x, \bar{\tau}) = \frac{\bar{\tau}}{\sqrt{x(1-x)^{3/2}}} e^{\frac{-\pi\bar{\tau}^2}{1-x}}. \quad (3.34)$$

⁸ Veja a Ref. [?] para a derivação de uma expressão surpreendentemente simples e geral para dI/dz em diversos contextos. O fator de $\bar{\alpha}$ foi extraído a fim de tornar a notação utilizada neste trabalho consistente com a apresentada no artigo.

A evolução da solução analítica $D_0(x, \bar{\tau})$, em função do tempo re-escalado $\bar{\tau}$, pode ser observada na Fig. ?? (linha cheia). O espectro composto por glúons (inicialmente) hard está acumulado em torno de $x = 1$ no instante inicial, e os modos com $0 < x < 1$ são populados conforme o tempo passa, com a distribuição eventualmente tendendo a zero – qualitativamente, a evolução lembra uma onda que começa como um pulso em $x = 1$ e se propaga de maneira amortecida em direção a $x = 0$. De modo geral, nosso sistema pode ser visto como uma fonte localizada em $x \lesssim 1$ que alimenta os modos de menor energia e eventualmente desaparece, absorvida pelo espectro que se move em direção a $x = 0$ nos instantes finais.

É interessante perceber que, no limite de pequeno x , a Eq. (??) tem um escalamento $D_0 \sim 1/\sqrt{x}$. Conforme será visto a seguir, esta parece ser uma característica bastante geral do espectro, que se mantém mesmo sem a simplificação $f(z) = 1$ e em meios não estáticos. Esta propriedade de escalamento é apresentada para a solução analítica na Fig. ??, em que $\sqrt{x}D_0(x, \bar{\tau})$ é plotada como uma função de x para diferentes valores de $\bar{\tau}$. Para pequenos valores de $\bar{\tau}$, na região de pequeno x , temos um comportamento do tipo $D_0 \sim \bar{\tau}/\sqrt{x}$. De fato, podemos observar na figura que, para pequeno $\bar{\tau}$, a amplitude de $\sqrt{x}D_0(x, \bar{\tau})$ aumenta linearmente com $\bar{\tau}$.

Outra característica geral e interessante da dinâmica descrita é que a energia contida no espectro (ou seja, nos glúons inicialmente hard conforme eles evoluem entre $0 < x < 1$) decresce conforme o tempo passa. Para a solução analítica temos

$$\mathcal{E}_0(\bar{\tau}) \equiv \int_0^1 D_0(x, \bar{\tau}) dx = e^{-\pi\bar{\tau}^2}, \quad (3.35)$$

o que implica que a energia decresce exponencialmente e não se conserva no espectro. Formalmente, esta violação está relacionada com a singularidade em $x = 0$ – o ponto $x = 0$ pode ser interpretado como um “dreno” onde a energia dos modos maiores é depositada, formando um condensado. Como observado na Ref. [?], isso está de acordo com a propriedade de escalamento para pequeno x : o fato de que o espectro mantém a forma em pequenos valores de x , conforme o tempo passa, indica que a energia não está sendo acumulada em nenhum modo em particular com $x > 0$. A conservação de energia não é rigorosamente violada, uma vez que podemos considerar que a energia perdida pelo espectro está sendo transferida para o banho térmico com $x \sim T/Q_s$. Em $\bar{\tau} = 1$ a energia contida no espectro já é inferior a 0,05 vezes do valor inicial e o banho térmico caracteriza as propriedades do sistema. Qualitativamente, o sistema pode ser dito como térmico uma vez que toda a energia do setor hard tenha sido depositada no meio, isto é, $\mathcal{E}(\tau = \tau_{hidro}) \approx 0$.

Também resolvemos numericamente a Eq. (??) para o caso da função $\mathcal{K}(z)$ completa na Eq. (??). A solução é apresentada na Fig. ??, juntamente com a solução analítica (que corresponde à simplificação adicional $f(z) = 1$). Podemos perceber que, usando a função completa, o amortecimento do espectro se torna mais lento. De fato, tomar $f(z) = 1$ superestima a taxa de emissão para valores intermediários de z , de modo que a função completa

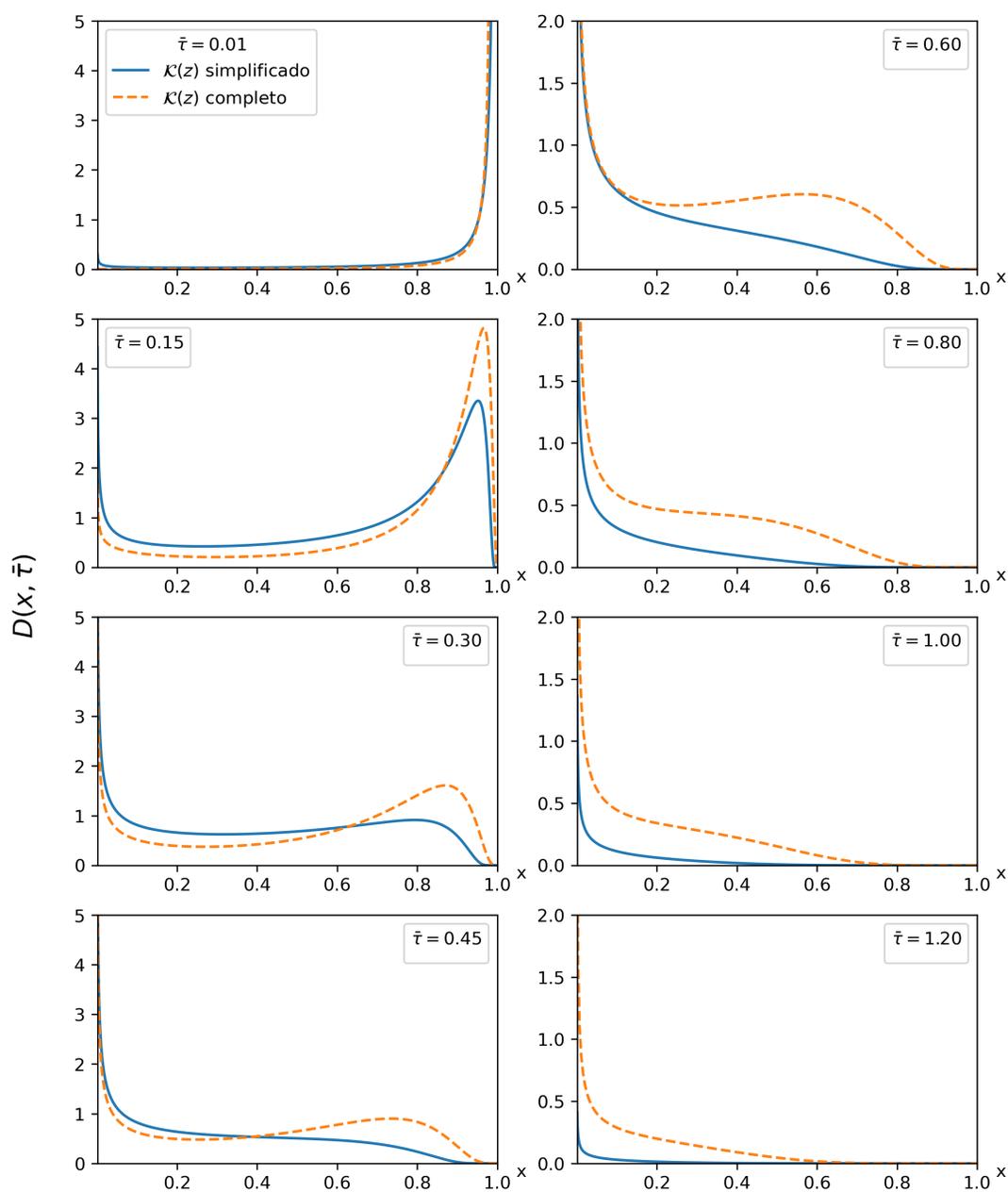


Fig. 3.5: Gráfico de $D(x, \bar{\tau})$ em um meio estático, com $D_0(x, \bar{\tau})$ dado pela solução analítica na Eq. (??) usando $\mathcal{K}(z)$ simplificado, para vários valores de $\bar{\tau}$ (linha cheia), juntamente com a solução no caso da função $\mathcal{K}(z)$ completa (linha pontilhada).

leva a uma evolução mais demorada. É interessante notar, contudo, que o escalamento

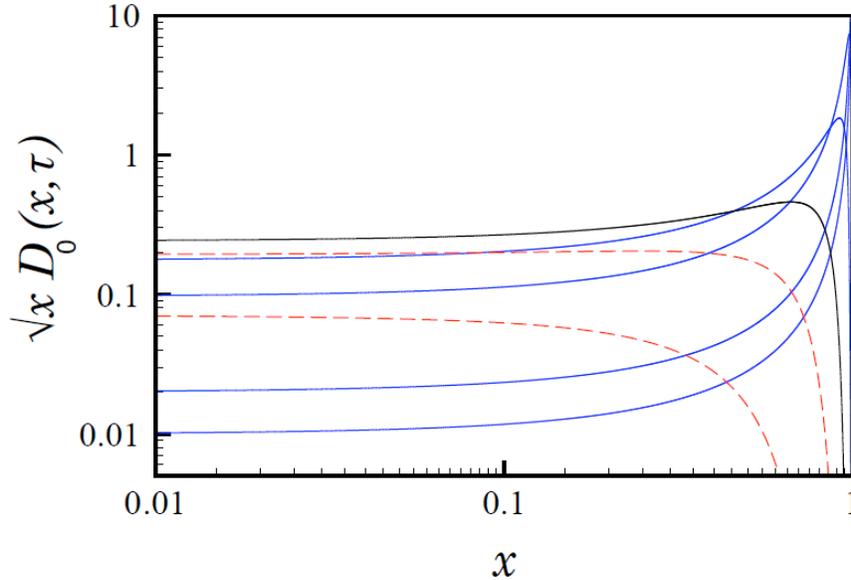


Fig. 3.6: Gráfico de $\sqrt{x}D_0(x,\bar{\tau})$, com D_0 dado pela Eq. (??), como uma função de x para vários valores de $\bar{\tau}$ (linhas cheias de baixo para cima: $\bar{\tau} = 0.01; 0.02; 0.1; 0.2; 0.4$; linhas pontilhadas de cima para baixo: $\bar{\tau} = 0.6; 0.9$). Figura retirada de [?].

$D \sim 1/\sqrt{x}$ se mantém na região de pequeno x , conforme pode ser observado na Fig. ?? a seguir, que mostra $\sqrt{x}D(x,\bar{\tau})$ como uma função de x para alguns instantes $\bar{\tau}$. Para fins de comparação, a Fig. ?? apresenta $\sqrt{x}D(x,\bar{\tau})$ para o caso completo juntamente com a solução analítica, para diversos valores de $\bar{\tau}$.

3.2.3 Meio com expansão e aquecimento

Nosso objetivo agora é ir além de um meio estático. De modo geral, em um meio não-estático a difusividade de momento \hat{q} passa a ser uma função do tempo $\hat{q}(\tau)$, que deve ser modelada de acordo com a evolução do meio (veja, por exemplo, a Ref. [?] para uma discussão abrangente). Neste caso, rigorosamente $\mathcal{K}(z,\bar{\tau})$ se torna uma função complicada que irá depender de $\hat{q}(\tau)$ através de uma equação diferencial [?].

O caso de um meio em expansão longitudinal uniforme, por exemplo, foi analisado de maneira completa nas Ref. [?, ?]. Neste modelo, inicialmente proposto por Bjorken [?], o meio é considerado em expansão no eixo z , com uma distribuição uniforme de velocidade, e \hat{q} passa a ser uma função do tempo dada por

$$\hat{q}(\tau) = \hat{q}(\tau_0) \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^\beta, \tag{3.36}$$

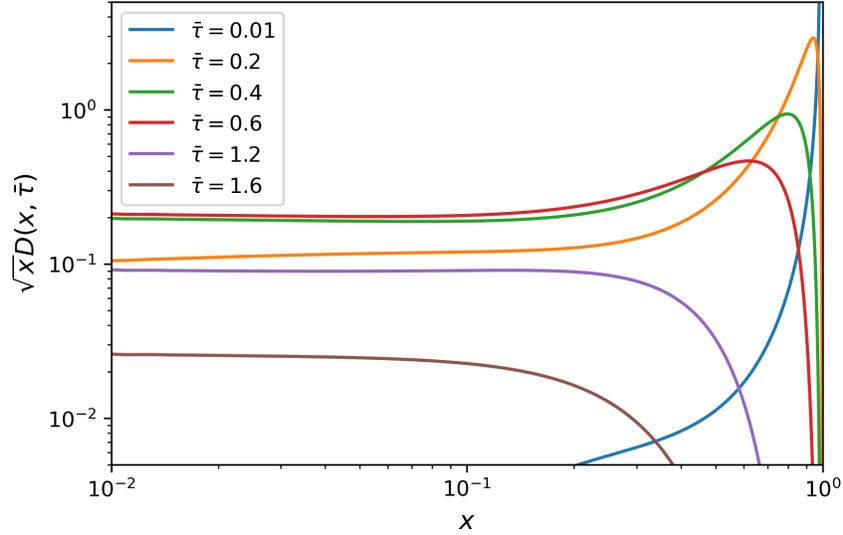


Fig. 3.7: Gráfico de $\sqrt{x}D(x, \bar{\tau})$ no caso de $\mathcal{K}(z)$ dado pela Eq. (??), sem a simplificação adicional $f(z) = 1$.

onde $\tau = \tau_0$ marca o início da expansão uniforme, com β próximo a (mas estritamente menor que) 1, sendo que o limite $\beta \rightarrow 1$ corresponde a um gás ideal.

Neste caso, \mathcal{K} é dado por

$$\bar{\alpha}\mathcal{K}(z, \bar{\tau}) = \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{gg}(z)\kappa(z) \sqrt{\frac{\tau_0}{\tau + \tau_0}} \operatorname{Re} \left[(1 - i) \frac{J_\nu(z_0)Y_{\nu-1}(z_L) - Y_\nu(z_0)J_{\nu-1}(z_L)}{J_\nu(z_L)Y_{\nu-1}(z_L) - Y_\nu(z_L)J_{\nu-1}(z_L)} \right], \quad (3.37)$$

onde $P_{gg}(z) = 2N_c[1 - z(1 - z)]^2/z(1 - z)$ é a função de Altarelli-Parisi,

$$\kappa(z) \equiv \sqrt{\frac{1 - z(1 - z)}{z(1 - z)}},$$

J_ν e Y_ν representam as funções de Bessel de primeiro e segundo tipo, respectivamente, e

$$\nu \equiv \frac{1}{2 - \beta}, \quad (3.38)$$

$$z_0 = \nu(1 - i)\kappa(z)\bar{\tau}_0, \quad (3.39)$$

$$z_L = \nu(1 - i)\kappa(z)\bar{\tau}_0 \left(\frac{\bar{\tau} + \bar{\tau}_0}{\bar{\tau}_0} \right)^{1/2\nu}, \quad (3.40)$$

onde $L \sim \tau$ foi considerado como escala de tamanho do meio. É usual adotar $\beta = 1$, implicando em $\nu = 1$. É interessante perceber que a função $\mathcal{K}(z, \bar{\tau})$ agora também é uma

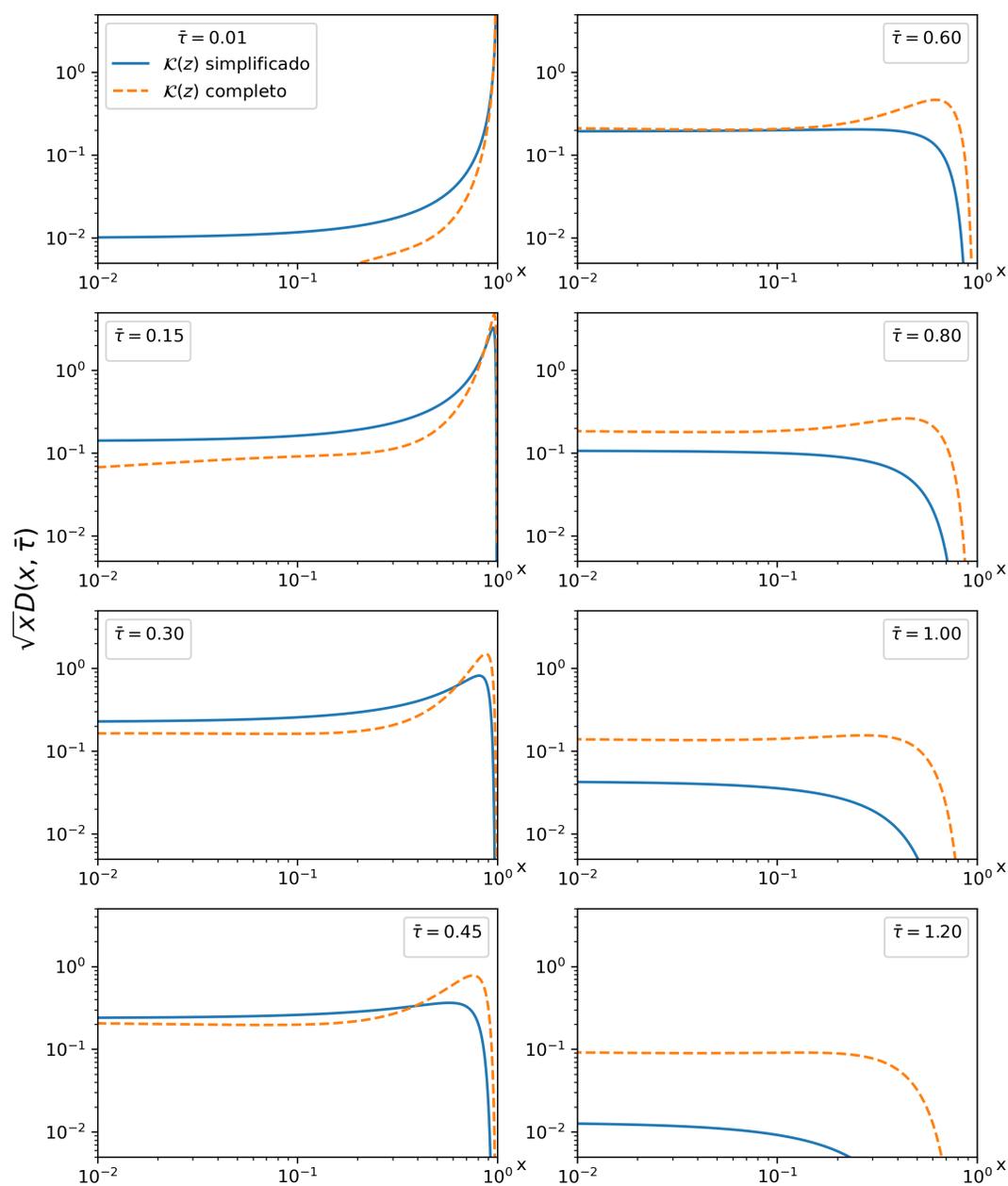


Fig. 3.8: Gráfico de $\sqrt{x}D(x, \bar{\tau})$ em função de x para vários valores de $\bar{\tau}$, em um meio estático, tomando $f(z) = 1$ (linha cheia) e usando a função $\mathcal{K}(z)$ completa (linha pontilhada). Para pequenos valores de x o gráfico de $\sqrt{x}D(x, \bar{\tau})$ é constante, indicando um escalamento $D(x, \bar{\tau}) \sim 1/\sqrt{x}$.

função de um tempo inicial $\bar{\tau}_0$ onde se inicia a dinâmica da expansão. A solução da Eq. (??) evidentemente se torna computacionalmente mais custosa. Obter uma expressão apropriada e completa para $\mathcal{K}(z, \bar{\tau})$, considerando meios com outras características, se torna um problema ainda mais complexo.

Neste trabalho, contudo, iremos seguir uma abordagem diferente para modelar o meio de maneira mais geral, que é uma descrição fiel apenas para emissões de relativamente baixa energia. Estas emissões apresentam um tempo de formação muito curto, o que implica que elas podem ser tratadas como instantâneas e independentes umas das outras. Neste caso, a taxa de emissão para um meio não-estático pode ser tomada como a mesma que a taxa de emissão em um meio estático, substituindo \hat{q} por um valor instantâneo $\hat{q}(\tau)$ no instante da emissão [?]. De maneira qualitativa, iremos pensar no párton que percorre um meio não-estático como percorrendo sucessivas camadas de meios estáticos, cada um de diferentes propriedades, representadas por um dado \hat{q}_i , em intervalos de tempo $\Delta\tau_i$. Pela Eq. (??),

$$\Delta\bar{\tau} = \sum_i \bar{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{q}_i}{E}} \Delta\tau_i, \text{ de modo que vamos redefinir } \bar{\tau} \text{ como}$$

$$\bar{\tau} \equiv \int_{\tau_0}^{\tau} \bar{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{q}(\tau)}{E}} d\tau. \quad (3.41)$$

A principal característica desta abordagem, baseada naquela apresentada na Ref. [?], é que a hipóteses de emissões soft de $\omega \ll \omega_c$, com a variável de escalamento $\bar{\tau}$ dada pela Eq. (??), implica que $\mathcal{K}(z)$ ainda é dado pela Eq. (??), independente do tempo. Violações deste escalamento, devido a emissões de maior energia, não serão consideradas neste momento. Note que, com isso, a solução da Eq. (??), em termos da variável $\bar{\tau}$, é independente de $\hat{q}(\tau)$. As soluções diferem em termos do tempo físico τ apenas através do mapeamento de $\bar{\tau}$ para τ . Para ser mais preciso, $D(x, \bar{\tau})$ é obtido pela Eq. (??), e então $D(x, \tau) = D(x, \bar{\tau}(\tau))$, com $\bar{\tau}(\tau)$ dado pela Eq. (??).

O comportamento de $\hat{q}(\tau)$ com o tempo codifica a evolução do meio. Lembre-se que, durante a sua emissão no meio, um glúon adquire momento transversal $k_{\perp}^2 \sim n_s \alpha_s^2 \Delta t_F$. Disso, podemos estimar $\hat{q} \sim k_{\perp}^2 / \Delta t_F \sim \alpha_s^2 n_s$. Usando que $n_s \sim T^3$, em geral \hat{q} tem um comportamento $\hat{q} \sim n_s \sim T^3$. Para um meio estático, segue que $\hat{q} = \hat{q}_0$ é uma constante. No modelo de expansão de Bjorken, onde $n_s \sim 1/\tau$ (já que o volume cresce linearmente no tempo), temos $\hat{q}(\tau) \sim 1/\tau$, motivando a Eq. (??). No problema da termalização, contudo, estamos interessados em um cenário diferente, onde $T \sim \tau$. Isso sugere uma relação do tipo

$$\hat{q}(\tau) = \frac{\hat{q}_0}{\tau_0^3} \tau^3, \quad (3.42)$$

onde τ_0 representa o tempo inicial e $\hat{q}_0 = \hat{q}(\tau_0)$. Para os nossos propósitos, τ_0 representa o instante em que a dinâmica do terceiro estágio da termalização é iniciada. Tomando $\tau = 0$ no momento da colisão, τ_0 é algum instante de tempo no intervalo $0 \lesssim \tau_0 < \tau_{hidro}$.

Fenomenologicamente, τ_0 pode ser tratado como um parâmetro livre a ser variado nas simulações, sujeito a $\tau_{hidro} \sim 1$ fm/c. Além disso, \hat{q}_0 pode ser tratado como outro parâmetro livre ou ser determinado pela imposição $\hat{q}_0\tau_0 \approx Q_s^2$, como na Ref. [?]. De modo a manter o número de graus de liberdade o menor possível, iremos tomar $\hat{q}_0 = Q_s^2/\tau_0$ no que segue.

A forma de $\bar{\tau}(\tau)$ vem da Eq. (??) e vai ficar diferente em cada caso. Para um meio estático,

$$\bar{\tau}_{EST} = \bar{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{q}_0}{E}} (\tau - \tau_0), \quad (3.43)$$

enquanto para a expansão de Bjorken nós temos

$$\bar{\tau}_{BJ} = \bar{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{q}_0\tau_0}{E}} \ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right), \quad (3.44)$$

e para \hat{q} dado pela Eq. (??) ficamos com

$$\bar{\tau}_T = \bar{\alpha} \frac{2}{5\tau_0^{3/2}} \sqrt{\frac{\hat{q}_0}{E}} (\tau^{5/2} - \tau_0^{5/2}). \quad (3.45)$$

A Fig. ?? mostra a relação entre o tempo re-escalado $\bar{\tau}$ e o tempo “físico” τ em cada cenário.

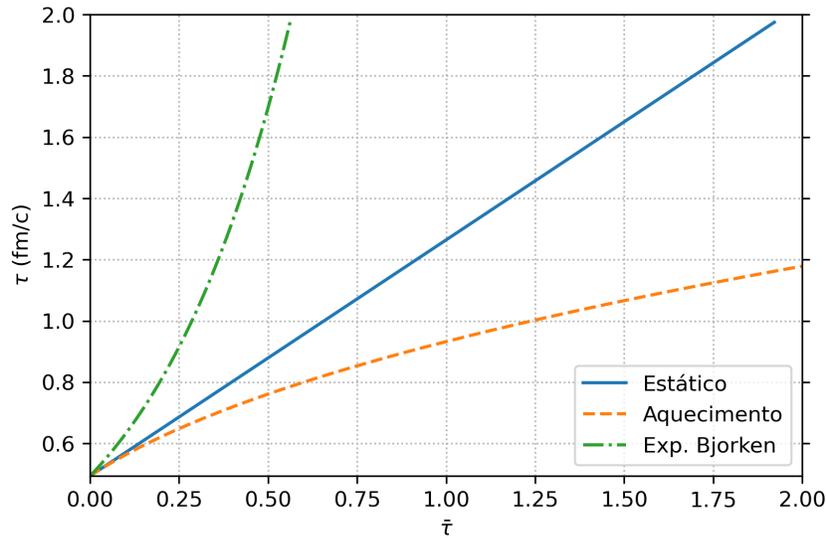


Fig. 3.9: Relação entre a variável adimensional $\bar{\tau}$ e o tempo “físico” τ em cada cenário. A distribuição $D(x,\tau)$ pode ser obtida a partir de $D(x,\bar{\tau})$, usando a relação $\bar{\tau}(\tau)$ em cada caso para transpor a solução para o tempo físico τ .

Vamos começar nossa discussão comparando os diferentes cenários com a simplificação $f(z) = 1$, que leva à solução analítica $D_0(x, \bar{\tau})$ apresentada na Eq. (??). A partir desta solução, podemos obter a distribuição em termos do tempo físico τ em cada caso usando a relação $\bar{\tau}(\tau)$ adequada. Para fazermos estimativas realistas, iremos tomar $E \sim Q_s = 2$ GeV (uma vez que os glúons hard ainda carregam uma energia de ordem Q_s no início do processo) e $\tau_0 = 2,5 \text{ GeV}^{-1} \approx 0,5 \text{ fm}/c$. Por enquanto, o leitor pode pensar nisso como sendo apenas um valor numérico para permitir a comparação entre os diferentes meios, mas a motivação física por trás desta escolha será explicada no decorrer da seção. O espectro $D(x, \tau)$ é apresentado na Fig. ?? em vários instantes de tempo para os três casos: meio estático, meio em expansão de Bjorken e um meio em que a temperatura T cresce de maneira linear durante a expansão.

Primeiramente, repare que algumas características da distribuição $D(x, \tau)$ são gerais: o comportamento sempre remete a uma fonte, inicialmente localizada em $x = 1$, que é amortecida conforme o espectro se propaga na direção de $x \rightarrow 0$. Comparando o espectro em diferentes instantes de tempo, note que, embora a expansão livre de Bjorken torne a evolução mais lenta que no caso de um meio estático (afinal os glúons hard se deslocariam por um meio cada vez menos denso), ao levarmos em conta que o meio é aquecido durante a expansão vemos que a evolução se torna mais rápida. Isso faz sentido, uma vez que $\hat{q} \sim T^3$. O aumento na temperatura sugere que o efeito dos glúons que atuam como fonte de energia no meio é capaz de compensar a diluição causada pela expansão. O resultado é interessante por si só, no problema geral de pártons se deslocando por um meio, mas especialmente no caso da termalização: o aquecimento do meio é capaz de compensar os efeitos de expansão e faz com que a energia seja drenada do setor hard mais rapidamente. Além disso, é interessante perceber que o remapeamento do tempo adimensional $\bar{\tau}$ para o tempo físico τ não altera a dependência em x de $D(x, \bar{\tau})$, o que implica que o escalamento $D(x, \tau) \sim 1/\sqrt{x}$ se mantém mesmo no caso de meios não estáticos. De fato, podemos perceber na Fig. ?? que $\sqrt{x}D(x, \tau)$ é constante para pequenos valores de x em todos os cenários.

A fração da energia inicial contida no espectro hard é dada por

$$\mathcal{E}(\tau) = \int_0^1 D(x, \tau) dx = \int_0^1 x \frac{dN_g}{dx} dx. \quad (3.46)$$

O sistema pode ser tratado como térmico uma vez que \mathcal{E} tenda a zero, isto é, é esperado $\mathcal{E}(\tau = \tau_{hidro}) \approx 0$. Para a solução analítica $D_0(x, \bar{\tau})$, a fração de energia em termos de $\bar{\tau}$ apresenta um decréscimo exponencial, conforme a Eq. (??). Em termos do tempo físico τ a queda de energia do espectro acontece em diferentes taxas, de acordo com a relação entre τ e $t\bar{b}$ em cada caso. Na Fig. ?? podemos ver uma comparação de $\mathcal{E}(\tau)$ em termos do tempo τ para os mesmos casos apresentados nas Fig. ?? e ??. Repare que, como esperado pelo comportamento de $D(x, \tau)$, em um meio com expansão longitudinal uniforme, sem levar em conta os efeitos de aquecimento, a energia do párton cai de maneira mais lenta que em um meio estático. O aquecimento do meio durante a expansão, contudo, acelera

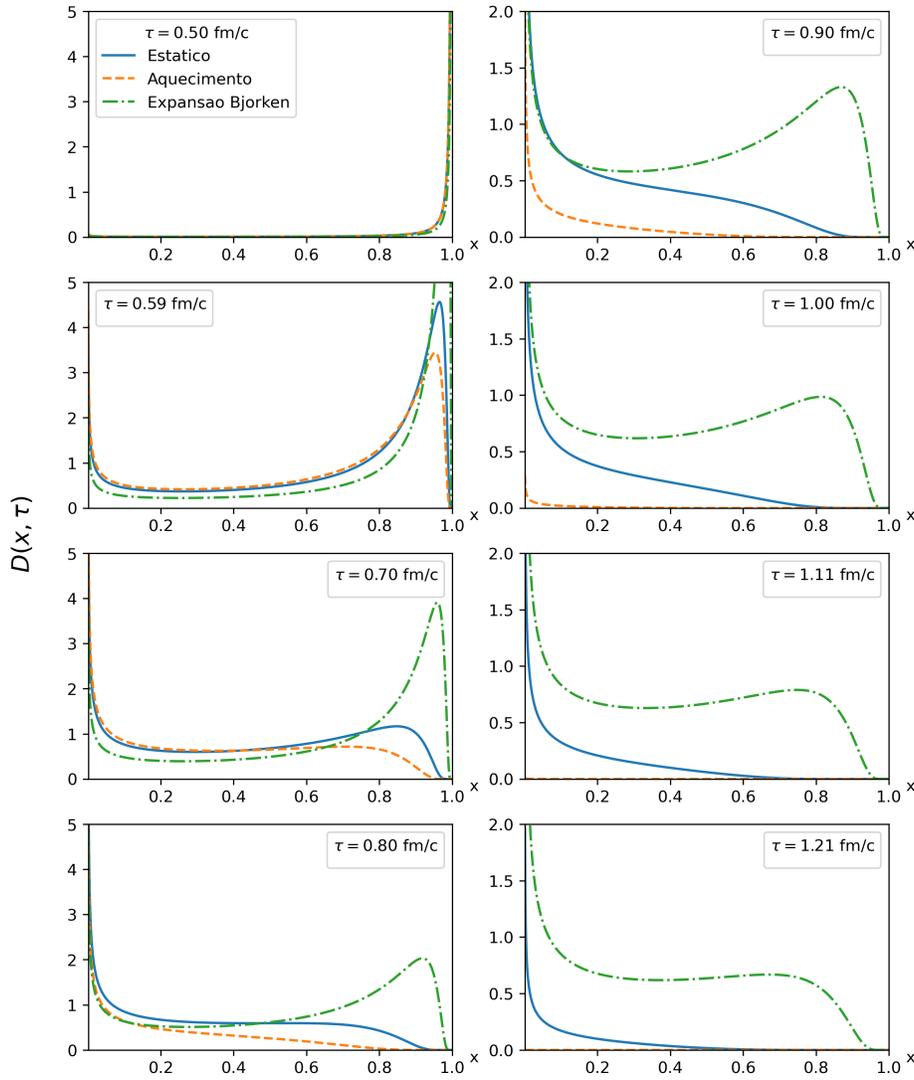


Fig. 3.10: Distribuição de glúons hard $D(x, \tau)$ em função de x em vários instantes de tempo τ (fm/c), para glúons de energia inicial $E \sim Q_s$, considerando meios com diferentes características. A distribuição está inicialmente acumulada em $x = 1$ e se propaga para $x \rightarrow 0$ conforme é amortecida. Em um meio com expansão longitudinal uniforme (expansão de Bjorken) a evolução é mais lenta que em um meio estático. Contudo, considerando também que o meio é aquecido pela energia depositada nele conforme ele expande, a evolução se torna mais rápida do que em um meio estático.

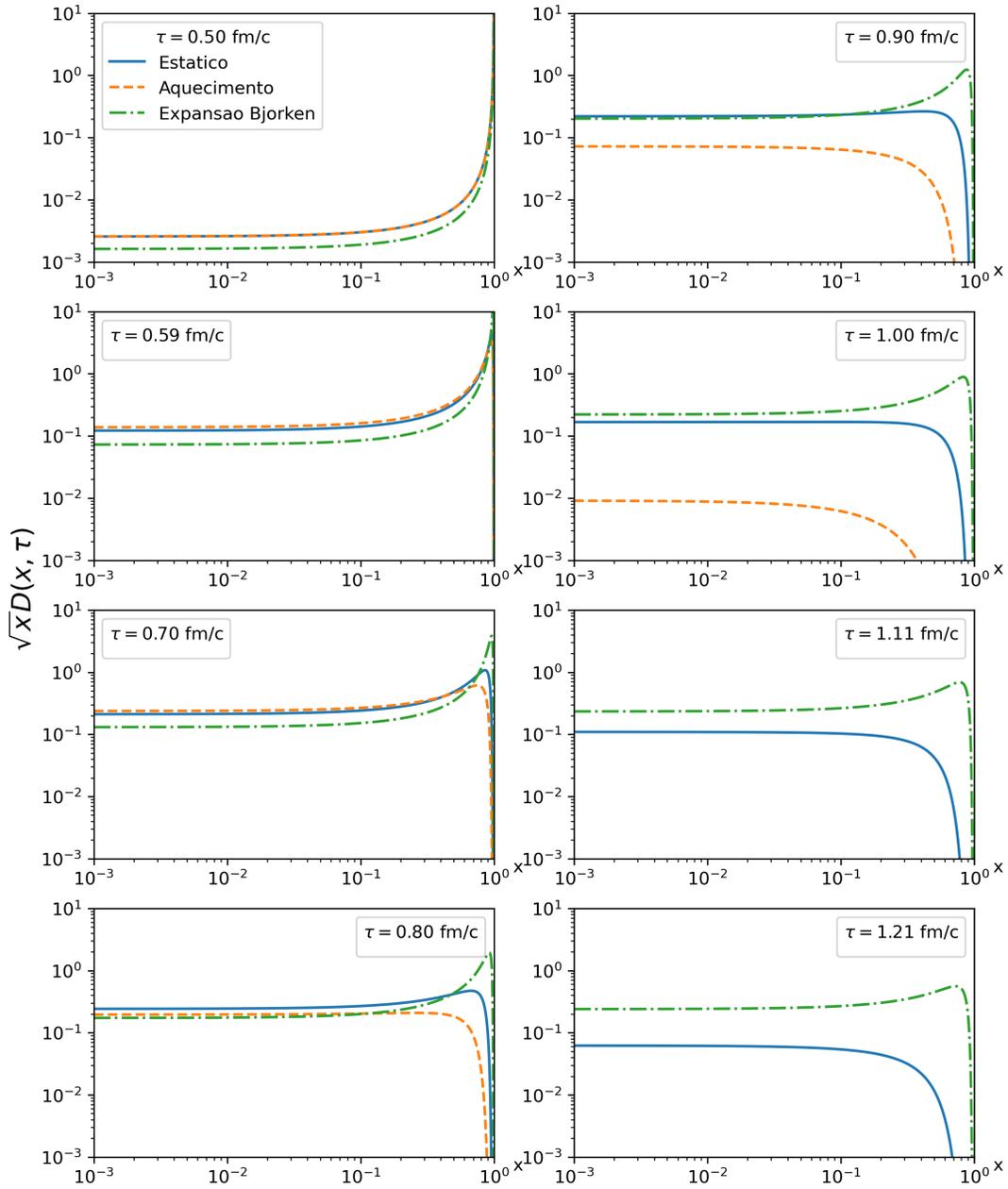


Fig. 3.11: Gráfico de $\sqrt{x}D(x,\tau)$ em vários instantes de tempo τ , em diferentes cenários. Para pequenos valores de x o gráfico de $\sqrt{x}D(x,\bar{\tau})$ é constante, indicando um escalamento geral $D(x,\bar{\tau}) \sim 1/\sqrt{x}$.

de maneira significativa a queda de energia do setor hard. O valor de τ_0 foi tomado como

$\tau_0 = 2,5 \text{ GeV}^{-1} \approx 0,5 \text{ fm}/c$ de modo a obter $\mathcal{E}(\tau_{hidro} = 1 \text{ fm}/c) \approx 0$ no caso de um meio com aquecimento (que é o nosso modelo para o processo de termalização em HIC). Uma outra abordagem possível seria tratar τ_0 como um parâmetro livre a ser variado nas simulações, tratado como uma incerteza sistemática. Fisicamente, esta escolha significa que, neste modelo simplificado, nossa dinâmica deve ser iniciada cerca de $\tau_0 = 0,5 \text{ fm}/c$ após a colisão para que o sistema atinja um estado térmico em $\tau_{hidro} = 1 \text{ fm}/c$.

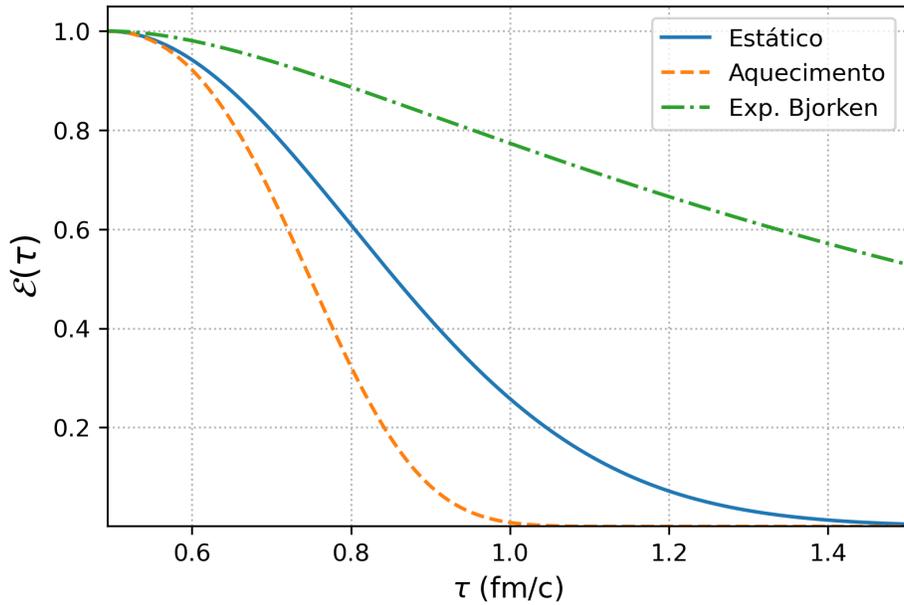


Fig. 3.12: Gráfico de $\mathcal{E}(\tau)$, ao longo do tempo físico τ (fm/c), em diferentes cenários. Iniciando a dinâmica em $\tau_0 \approx 0,5 \text{ fm}/c$ a fração de energia contida no setor hard tende a zero no meio com aquecimento linear para $\tau \approx \tau_{hidro} = 1 \text{ fm}/c$.

A fração de energia também foi calculada resolvendo a Eq. (??) numericamente, usando a função $\mathcal{K}(z)$ completa na Eq. (??). Uma comparação com a solução analítica (que presume a simplificação adicional $f(z) = 1$) é apresentada na Fig. ?? para o caso do meio com aquecimento linear. Todos os parâmetros numéricos foram mantidos com os mesmos valores que nos gráficos anteriores para comparação. Note que, como esperado, com o uso do $\mathcal{K}(z)$ completo, a energia do setor hard cai mais lentamente. Verificamos que isso iria alterar a estimativa de τ_0 para $\tau_0 = 2 \text{ GeV}^{-1}$ de modo a manter $\mathcal{E}(\tau_{hidro} = 1 \text{ fm}/c) \approx 0$. Isso ocorre porque, conforme mencionado anteriormente, a hipótese de $f(z) = 1$ superestima a taxa de emissão do espectro para valores intermediários de z , o que significa que a taxa de emissão completa leva a uma termalização mais lenta, que então requer que a dinâmica do estágio final entre em ação um pouco antes para que a termalização ocorra na mesma escala de tempo.

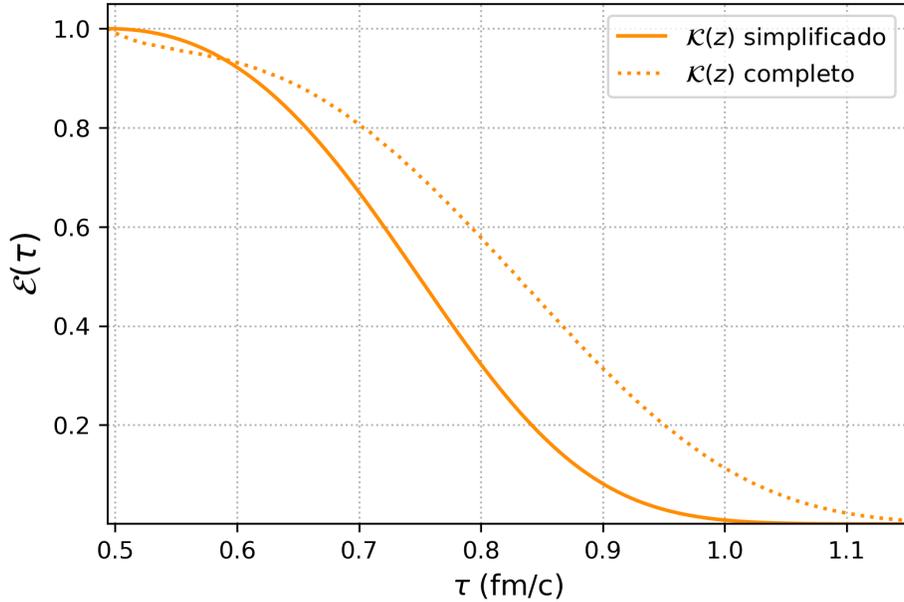


Fig. 3.13: Gráfico da fração da energia inicial $\mathcal{E}(\tau)$ contida no setor hard, ao longo do tempo físico τ (fm/c), para um glúon se deslocando pelo meio com aquecimento durante a expansão, usando a função $\mathcal{K}(z)$ simplificada e completa.

Como algumas das ideias centrais desta tese foram desenvolvidas nesta seção, é instrutivo recapitular os pontos principais do que foi discutido até o momento: a perda de energia de um párton que se desloca por um meio denso formado por matéria de QCD é de interesse teórico e prático. Em especial, resultados recentes no contexto da física de jatos hadrônicos mostraram que a perda de energia de um párton que se desloca por um plasma fracamente acoplado pode ser descrita analiticamente usando uma abordagem probabilística. Um cenário similar ocorre no problema da termalização em colisões de íons pesados, em que, logo nos instantes iniciais, ocorre a formação de um banho térmico por onde pártons de maior energia se deslocam e depositam sua energia, levando rapidamente a um equilíbrio térmico local. A análise do processo de termalização, em suma, passa pela análise de como pártons energéticos depositam sua energia no meio. Um importante resultado é que a temperatura do meio aumenta linearmente na rota para o equilíbrio, mesmo durante a expansão, devido aos glúons hard que servem como fonte de energia. Nesta seção, aplicamos estas ferramentas recentes ao problema da termalização, em especial para descrever como os glúons de alta energia evoluem na rota para o equilíbrio térmico. Na modelagem do meio, adaptamos o cenário de um meio estático para levar em conta o aumento da temperatura durante a expansão, algo que não estava presente na literatura até a data deste trabalho, e achamos que essa dinâmica, correspondente ao terceiro estágio da termalização

“bottom-up”, deve ser iniciada cerca de $\tau_0 \sim 2 - 2,5 \text{ GeV}^{-1} \approx 0,5 \text{ fm}/c$ após a colisão para que a termalização seja alcançada em $\tau_{hidro} = 1 \text{ fm}/c$ [?].

3.2.4 Propriedades do meio

Nesta seção, gostaríamos de mudar um pouco a perspectiva para descrever como algumas propriedades gerais do plasma de quarks e glúons evoluem neste modelo simplificado. No cenário que estabelecemos, os glúons ditos hard viajam através de um QGP de temperatura uniforme T , cujo valor aumenta linearmente com o tempo conforme estes glúons depositam sua energia no meio. Em particular, estamos interessados em como a densidade de entropia s do QGP evolui conforme o sistema se aproxima do estado hidrodinâmico. A maioria dos observáveis experimentais em uma colisão de íons pesados não é muito sensível aos detalhes da evolução pré-termal, o que significa que os detalhes de como a termalização ocorre produzem poucas assinaturas que possam ser verificadas experimentalmente, mas a produção de entropia é uma exceção notável [?]: por causa da pequena viscosidade específica nos modelos que descrevem o QGP, pouquíssima entropia é produzida durante a expansão hidrodinâmica, ou seja, uma vez que o sistema é descrito por hidrodinâmica ideal, a expansão se torna praticamente isentrópica. Isso significa que a produção de entropia em uma colisão de íons pesados deve acontecer principalmente na etapa pré-hidrodinâmica. Em outras palavras, uma medição da entropia no estado final nos dá uma estimativa da densidade de entropia no instante τ_{hidro} .

Para analisarmos a termodinâmica do meio, é instrutivo partirmos do chamado limite de Stefan-Boltzmann, em que o meio é formado por um gás de quarks e glúons sem massa e que não interagem entre si. Pela liberdade assintótica, é esperado que a termodinâmica da QCD atinja este limite para $\alpha_s \rightarrow 0$ conforme $T \rightarrow \infty$. No equilíbrio térmico o sistema forma um ensemble gran-canônico, onde o número de ocupação para um estado de energia E é dado por

$$n = \frac{g}{e^{(E-\mu)\beta} \pm 1}, \quad (3.47)$$

com $\beta \equiv 1/k_B T$ e potencial químico μ . O sinal positivo no denominador é para uma distribuição de férmions (distribuição de Fermi-Dirac), enquanto o sinal negativo é para uma distribuição de bósons (distribuição de Bose-Einstein). O fator g representa a degenerescência – para glúons, com 8 estados de cor e 2 de spin, $g_G = 8 \times 2 = 16$. Já no caso de quarks e anti-quarks podemos usar $g_Q = g_{quark} + g_{anti-quark} = 2g_{quark}$. Daí, considerando a contribuição de 3 sabores de quark (u, d, s), 3 estados de cor e 2 de spin, temos $g_Q = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$.

O número de estados com momento entre p e $p + dp$, em um volume V , é $dN = V 4\pi p^2 / h^3 dp$. Para um gás de glúons não interagentes ($\mu = 0$, $m_{gluon} = 0 \rightarrow E = p$ e

$\hbar = k_B = 1$), a densidade média de glúons fica então

$$n_g = \frac{1}{V} \int n dN = g_G \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dE \frac{E^2}{e^{E/T} - 1} = \frac{g_G}{\pi^2} \zeta(3) T^3. \quad (3.48)$$

A densidade de energia, por sua vez, é dada por

$$\epsilon_g = \frac{1}{V} \int n E dN = g_G \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dE \frac{E^3}{e^{E/T} - 1} = g_G \frac{\pi^2}{30} T^4. \quad (3.49)$$

A densidade de entropia pode então ser calculada a partir da capacidade térmica $C_V = (\partial U / \partial T)_V = (V \partial \epsilon / \partial T)_V$ usando

$$s_g(T) \equiv S(T)/V = \frac{1}{V} \int_0^T \frac{C_V(T')}{T'} dT' = \frac{2g_G \pi^2}{45} T^3. \quad (3.50)$$

Para um gás formado por quarks e anti-quarks não interagentes, sem massa e com $\mu = 0$, podemos seguir de maneira análoga para obter

$$s_q(T) = \frac{7}{8} \frac{2g_Q \pi^2}{45} T^3, \quad (3.51)$$

de modo que em um gás de pártons (não interagentes, sem massa e com $\mu = 0$) a densidade de entropia total pode ser escrita como

$$s(T) = \frac{2\pi^2}{45} \nu T^3, \quad (3.52)$$

onde $\nu \equiv g_G + (7/8)g_Q$. Para um gás ideal de glúons e 3 sabores de quarks + anti-quarks, $\nu = 47,5$.

Contudo, a termodinâmica da QCD não descreve o plasma de quarks e glúons como um gás ideal, exceto em temperaturas infinitas. Cálculos via QCD na rede mostram que, para temperaturas finitas, o número de graus de liberdade $\nu = \nu(T)$ na verdade varia dentro de um grande intervalo. O que acontece é que em temperaturas da ordem de $T \approx 150$ MeV o sistema passa por uma transição contínua de um gás de hádrons, em temperaturas mais baixas, para um QGP cada vez mais próximo do limite de Stefan-Boltzmann, em temperaturas mais altas. A razão $s/T^3 \sim \nu(T)$, que no caso ideal é constante, na verdade cresce com a temperatura como uma manifestação direta da transição do sistema de hádrons para o QGP, que possui mais graus de liberdade por causa do desconfinamento (veja a Fig. ??). Considerando a temperatura crítica $T_c = 170 \pm 10$ MeV, que representa a escala de temperatura onde os quarks e glúons deixam de estar confinados em hádrons, no intervalo $2T_c < T < 5T_c$ nós temos que $\nu(T)$ está entre 70% e 80% do valor de um QGP ideal, isto é, $33 < \nu < 38$ [?], enquanto para $T \approx 200$ MeV nós temos $\nu \approx 25$. Para o que segue, iremos tomar $25 < \nu < 38$ e tratar ν como uma incerteza teórica.

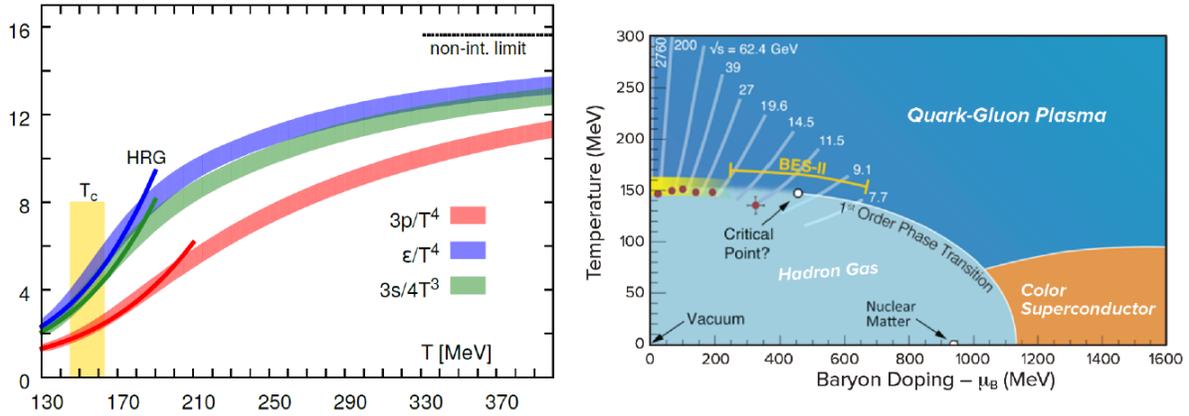


Fig. 3.14: Os diferentes graus de liberdade da matéria quente de QCD com a temperatura. (Esquerda) Cálculo via QCD na rede da pressão p , densidade de energia ϵ e densidade de entropia s para um sistema em equilíbrio térmico na temperatura T . Na faixa de temperatura $T_c \approx 150$ MeV vemos uma transição de um gás de hádrons (HRG) para o plasma de quarks e glúons. O limite de Stefan-Boltzmann é a linha horizontal indicada no gráfico. O aumento em s/T^3 é uma consequência direta do aumento do número de graus de liberdade com o desconfinamento de cor. (Direita) Um rascunho das características esperadas atualmente no diagrama de fases da QCD como uma função da temperatura e do potencial químico bariônico μ_B , que é uma medida do excesso de quarks em relação a anti-quarks. Os cálculos em QCD na rede no diagrama da esquerda foram feitos para $\mu_B = 0$. Para uma densidade de bárions maior, é esperado que a transição para o QGP passe por um ponto crítico. Um dos objetivos centrais em aceleradores de partículas para o futuro é determinar se esse ponto crítico de fato existe na região do diagrama que pode ser explorada em colisões de íons pesados. Figura retirada da Ref. [?].

Inclusive, o estudo de como os graus de liberdade da QCD variam em um plasma quente em equilíbrio térmico, a diferentes temperaturas, é um dos principais objetivos de estudo em colisões de íons pesados. É esperado que essas colisões nos ensinem sobre o diagrama de fases da QCD, como uma função tanto da temperatura quanto da densidade de número bariônico. A densidade de número bariônico é uma medida do excesso de quarks em relação a anti-quarks, normalmente caracterizada pelo potencial químico bariônico μ_B . Até o momento estamos considerando $\mu_B = 0$, o que descreve um sistema com densidades iguais de quarks e anti-quarks. Isso é uma excelente aproximação para a matéria produzida em rapidez média no LHC, que será responsável pela maior parte do que chega aos detectores, e também uma boa aproximação para a matéria formada nos instantes iniciais após o Big Bang. Nestes casos, a matéria hadrônica se forma de maneira contínua conforme o QGP expande e esfria. Contudo, uma das questões em aberto é se, acima de um certo valor de μ_B , essa transição contínua se torna uma transição de primeira ordem, passando por um ponto crítico, conforme apresentado na Fig. ???. Uma opção para futuros aceleradores é, curiosamente, analisar colisões com energias cada vez menores, em que o número de bárions presente nos núcleos iniciais tenha uma contribuição cada vez maior para a matéria formada na colisão – uma menor energia de colisão aumenta μ_B , explorando novas regiões do diagrama de fases. A Ref. [?] apresenta uma excelente introdução sobre o tema e as perspectivas futuras.

É interessante também que, aumentando a densidade bariônica, mesmo em baixas temperaturas, chegamos a uma região nova no diagrama de fases. Matéria suficientemente densa, mesmo fria, não pode ser formada por nucleons separados quando eles são espremidos uns contra os outros. Por causa da atração entre quarks, é esperado que a matéria nuclear densa e fria forme um fluido supercondutor. Embora analisar essa região do diagrama de fases seja um desafio experimental, há uma chance de que esse tipo de estado da matéria se forme no centro de estrelas de nêutrons. O avanço da detecção de ondas gravitacionais pode ser, inclusive, um caminho promissor para aprender sobre a estrutura destas estrelas. Se confirmado que elas apresentam núcleos densos de quarks, observações sobre a maneira como estrelas de nêutrons esfriam podem fornecer, no futuro, informações sobre as propriedades de transporte da matéria de quarks fria e densa.

Voltando para o nosso problema inicial, o QGP na rota para a termalização, uma vez que a densidade de entropia é acessível experimentalmente (lembre-se que a entropia do estado final é essencialmente a entropia no momento da termalização), podemos usar a Eq. (??) para estimar a temperatura T do banho térmico no momento da termalização. O trabalho na Ref. [?] determinou a entropia produzida por unidade de rapidez em colisões Pb-Pb no LHC, e estimou que, para as colisões 0% - 10% mais centrais com energia $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV, a densidade de entropia fica de ordem de $s_h = s(\tau_{hydro}) = 82,3 \text{ fm}^{-3}$. Com isso, teríamos

$$T_h = T(\tau_{hydro}) \approx 350 \text{ MeV},$$

próximo ao valor de $T \approx 340$ MeV obtido na Ref. [?] via QCD na rede.

É instrutivo analisar como esses valores são atingidos durante $\tau_0 < \tau \lesssim \tau_{hidro}$. Como neste intervalo $T \sim \tau$, segue da Eq. (??) que $s(\tau) \sim T^3 \sim \tau^3$, com o valor $s(\tau_{hidro}) = s_h$. No intervalo $\tau_0 < \tau < \tau_{hidro}$, isso é apenas um limite inferior para a entropia do sistema como um todo, uma vez que não está sendo levada em conta a contribuição (provavelmente pequena) do setor hard. As Fig. ?? e ?? a seguir apresentam a densidade de entropia e a temperatura do meio como uma função do tempo. A variação de T com $\nu(T)$ é representada como uma banda de incerteza no gráfico. Note também que a densidade de entropia em τ_0 é menos de um terço do valor final – o que significa que a maior parte da entropia que estará presente no estado final, em uma colisão de íons pesados, é produzida no banho térmico durante a termalização, entre $\tau \approx 0,5$ fm/c e $\tau \approx 1$ fm/c.

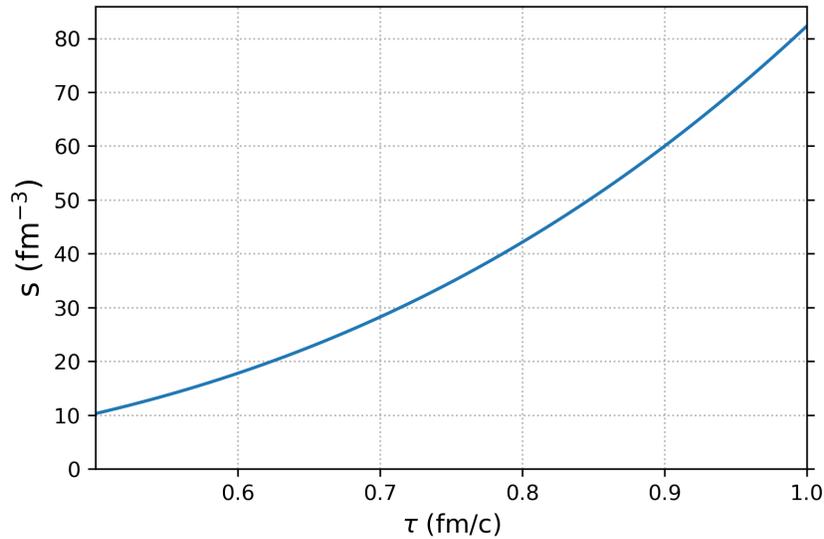


Fig. 3.15: Densidade de entropia do banho térmico como uma função do tempo, assumindo um sistema ideal em que $s \sim T^3$. É determinado experimentalmente que a densidade de entropia típica da matéria que chega aos detectores, nas colisões PbPb mais centrais no LHC, é da ordem de $s \sim 80$ fm⁻³, o que implica que $s(\tau_0) \sim 10$ fm⁻³ no início da termalização, isto é, a maior parte da entropia presente no estado final é gerada conforme o setor hard deposita sua energia no meio.

De modo geral, a produção de entropia em uma colisão de íons pesados passa por duas etapas distintas, no curto intervalo de tempo $0 \lesssim \tau \lesssim \tau_{hidro}$. As funções de onda que descrevem os núcleos logo antes da colisão são dadas pelo CGC, causado pela saturação dos glúons, em que uma aproximação de campos (semi)clássicos é válida. O estado quântico desse campo de glúons inicial é essencialmente um estado coerente de entropia nula. Nos instantes iniciais após a colisão, este campo passa por um processo de decoerência e passa

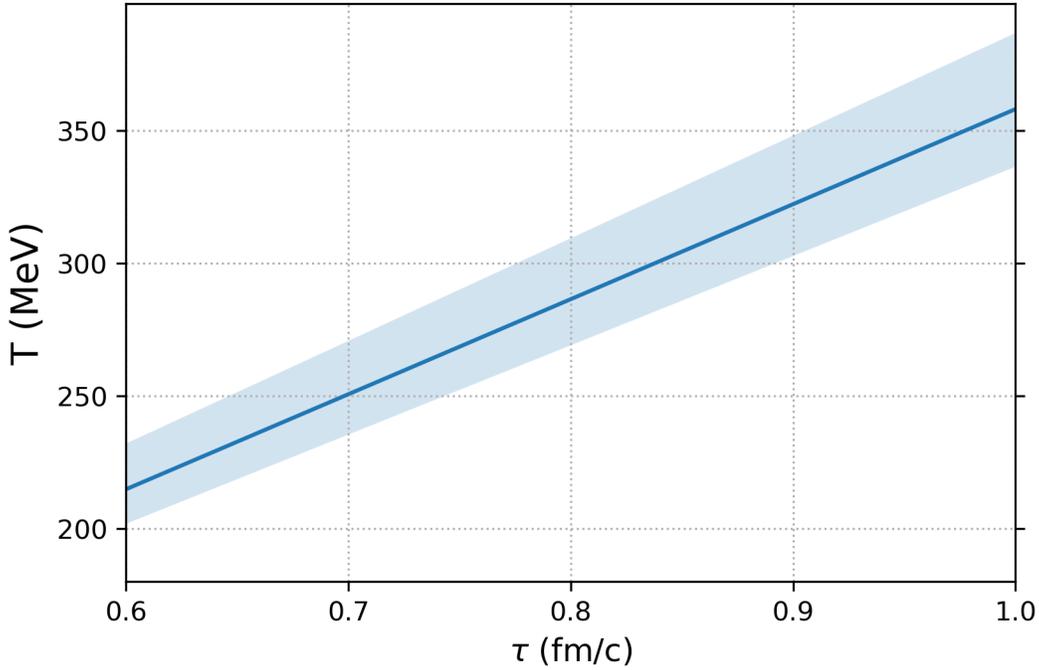


Fig. 3.16: *Temperatura média do meio como uma função do tempo, na rota para o equilíbrio, obtida a partir da densidade de entropia. A banda representa a incerteza teórica no número de graus de liberdade $25 < \nu(T) < 38$.*

a ser descrito como uma coleção de partículas de entropia S_{dec} . Na Ref. [?], é estimado que, em ordem dominante, a escala de tempo de decoerência dos campos iniciais é $\tau_{\text{dec}} \sim 1/Q_s$. Também foi estimada a quantidade de entropia produzida durante a decoerência, pelo número de partículas produzidas por cada domínio coerente, e foi achado que a entropia produzida na decoerência é cerca de um terço da entropia medida na distribuição final de hádrons. Posteriormente, as Ref. [?, ?, ?] estimaram, a partir de condições iniciais do glasma, que essa densidade de entropia produzida pelo processo de decoerência, numa escala de tempo $0 < \tau \leq 2$ fm/c, é cerca de $s_{\text{dec}} \approx 15 \text{ fm}^{-3}$ – coerente com a nossa estimativa de limite inferior para a densidade de entropia inicial do sistema $s(\tau_0)$. O restante da entropia, então, é produzido durante o processo de termalização, conforme o sistema expande e é aquecido.

Capítulo 4

Alargamento Nuclear de Momento Transversal no Regime do LHC

Conteúdo

4.1	Alargamento Nuclear de Momento Transversal na Abordagem de Dipolos	83
4.1.1	Ganho de Momento Transversal na Abordagem de Dipolos	84
4.1.2	Modelos fenomenológicos para o cálculo de $C_{\mathcal{R}}$	86
4.2	Comparação de diferentes modelos	87
4.2.1	Dependência de $C_{\mathcal{R}}(0,s)$ com a energia	88
4.2.2	Comparação com dados experimentais para Δp_T^2	89
4.3	Conclusões	93

Pártons altamente energéticos, viajando através do plasma de quarks e glúons, não só trocam energia com o meio como também sofrem um aumento em seu momento linear transversal, devido às múltiplas interações durante seu percurso. Enquanto os capítulos anteriores focaram na troca de energia, e sua relação com o estabelecimento de um regime hidrodinâmico, neste capítulo iremos mudar o foco para a análise do momento transversal adquirido pelo párton. Em alguns casos, esse aumento no momento transversal do párton é refletido diretamente no momento transversal da partícula que chega aos detectores, fazendo com que previsões sobre a troca de momento do párton possam ser comparadas com dados experimentais. Isso significa que o ganho de momento transversal de um párton pode ser um importante termômetro para acessar experimentalmente como um párton interage com o meio, conforme será explorado neste capítulo.

A primeira seção começa com uma descrição da abordagem de dipolos, que será usada no restante do capítulo. Diferentes modelos fenomenológicos serão utilizados dentro desta abordagem para obter valores numéricos que podem ser comparados com os dados obtidos

nos detectores. No restante do capítulo, as previsões usando diferentes modelos são então comparadas entre si e com dados experimentais.

4.1 Alargamento Nuclear de Momento Transversal na Abordagem de Dipolos

Um párton (quark ou glúon) energético viajando pelo meio nuclear troca momento devido a sucessivas interações com o campo de cor do núcleo. O ganho de momento transversal é maior em colisões próton-núcleo (pA) do que em colisões próton-próton (pp), e o aumento no valor médio do quadrado do momento transversal de uma partícula produzida em uma colisão pA , comparada com colisões pp , é definida como alargamento nuclear, ou desbalançamento nuclear de momento transversal (em tradução livre do inglês *nuclear broadening*, ou *nuclear transverse momentum imbalance*):

$$\Delta p_T^2 \equiv \langle p_T^2 \rangle_{pA} - \langle p_T^2 \rangle_{pp}, \quad (4.1)$$

onde p_T^2 é o quadrado do momento transversal da partícula produzida.

Este fenômeno tem a vantagem de poder ser medido experimentalmente em alguns processos, permitindo acessar informações sobre as interações do párton com o meio que são difíceis de obter de outras formas. No processo de Drell-Yan (DY)¹, o par de léptons produzidos carrega diretamente a informação do momento transversal dos quarks “pai” até os detectores, uma vez que os léptons não interagem com um meio formado essencialmente por glúons. Da mesma maneira, a produção de um quarkônio pesado como o J/ψ a partir da combinação de glúons² pode medir o Δp_T^2 dos glúons “pai”. As interações do J/ψ após sua formação (chamadas de interações de estado final) podem ser negligenciadas, uma vez que sua seção de choque elástica é muito pequena [?].

Diferentes abordagens têm sido utilizadas para descrever esse fenômeno nas últimas décadas. Em particular, temos a abordagem de dipolos [?, ?], bem como a abordagem de Baier et al. [?, ?], que tratam a viagem do párton pelo meio como uma caminhada aleatória, em que Δp_T^2 é proporcional ao tamanho médio do meio atravessado pelo párton L . De fato, conforme apresentado na Ref. [?] as duas abordagens são equivalentes e descrevem a mesma física. Além disso, abordagens via CGC [?, ?] e expansões matriciais [?, ?, ?] também têm sido exploradas. Embora todas as abordagens dependam de valores não-perturbativos, que devem ser extraídos dos experimentos, a abordagem de dipolos de cor tem a vantagem de

¹ O processo de Drell-Yan ocorre em interações de hádrons de alta energia, em que um par $q\bar{q}$ se aniquila produzindo um par de léptons carregados. O processo foi sugerido pela primeira vez em 1970 por Sidney Drell e Tung-Mow Yan [?].

² Quarkônios são estados ligados de um quark e seu próprio anti-quark, formando um méson neutro e incolor. Os exemplos mais usuais são o J/ψ , que é o estado fundamental do *charmônio* $c\bar{c}$, e o bottomônio ($b\bar{b}$) Υ .

dependem de uma fenomenologia bem estabelecida em choques inelásticos profundos. Isso faz com que os parâmetros não perturbativos que entram no cálculo de Δp_T^2 via modelo de dipolos possam ser obtidos de modelos fenomenológicos já bem estabelecidos e independentes do processo de alargamento nuclear do momento transversal. Esta será a abordagem adotada neste trabalho.

4.1.1 Ganho de Momento Transversal na Abordagem de Dipolos

Vamos começar resumindo os principais resultados da literatura para o cálculo de Δp_T^2 na abordagem de dipolos de cor. O trabalho da Ref. [?] propôs em 1988 a explicação de que os valores de p_T^2 obtidos na produção de J/ψ em colisões pA eram o resultado de interações de estado inicial: isto é, o momento transversal do J/ψ se deve principalmente às interações do glúon “pai” antes da produção do méson. Essa hipótese é corroborada pela observação de Δp_T^2 também no processo de DY, em que o par de léptons produzido não interage com o meio após sua formação. Para altas energias, a produção de J/ψ é dominada pela fusão de glúons ($gg \rightarrow c\bar{c}$). Em uma colisão pA , o glúon do próton “projétil” pode ser espalhado por um ou vários nucleons do núcleo alvo antes de se fundir com um glúon do alvo e produzir o méson J/ψ , acumulando momento transversal no processo. De modo geral, podemos escrever que uma partícula produzida no ponto $\mathbf{x} = (\mathbf{b}, z)$ possui

$$\langle p_T^2 \rangle_{J/\psi}(\mathbf{b}, z) = \langle p_T^2 \rangle_{pp} + \langle p_T^2 \rangle_{gN} \sigma_{gN} \int_{-\infty}^z \rho(\mathbf{b}, z') dz'. \quad (4.2)$$

O glúon projétil se move com parâmetro de impacto \mathbf{b} ao longo do eixo z . O primeiro termo na Eq. (4.2) é a contribuição da produção de $c\bar{c}$ que ocorreria em um vértice isolado em uma colisão pp , enquanto o segundo termo representa o ganho de momento do glúon conforme ele viaja pelo meio nuclear, devido a múltiplos espalhamentos, até sua fusão em $z' \leq z$, conforme a Fig. 4.1. Este termo de espalhamento depende da seção de choque para a interação de um glúon com um nucleon σ_{gN} , do momento transversal médio adquirido em cada colisão gN e da densidade de nucleons ρ . A análise da Ref. [?] também mostrou que o termo representado pela seção de choque é proporcional ao fator de cor, fazendo com que seja esperado que $\langle p_T^2 \rangle$ para um glúon seja 9/4 do valor esperado para um quark, em uma dada escala de energia.

Essencialmente, a Eq. (4.2) nos mostra que o ganho de momento transversal é proporcional ao tamanho do caminho percorrido pelo párton e à densidade do meio, isto é, $\Delta p_T^2 \propto \int \rho(z) dz$, com constante de proporcionalidade $\langle p_T^2 \rangle_{gN} \sigma_{gN}$. Subsequentemente, a Ref. [?] mostrou que a constante de proporcionalidade podia ser obtida via modelo de dipolos. Para o cálculo do momento transversal adquirido por um quark em uma colisão pA , foi considerado que o próton projétil é composto de um quark cercado por uma nuvem de pártons que devem carregar a cor oposta, em virtude da propriedade do confinamento. Neste cenário, a nuvem de pártons em volta do quark projétil pode ser tratada como um

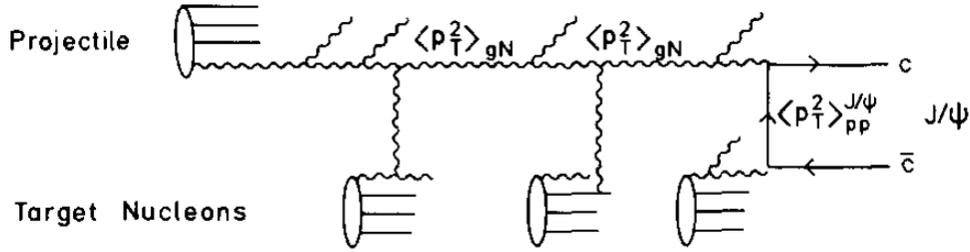


Fig. 4.1: Representação esquemática de múltiplos espalhamentos de um glúon antes da produção de um charmônio $c\bar{c}$. Um glúon do próton colide com vários nucleons do núcleo alvo, trocando momento transversal e então produzindo $c\bar{c}$ por fusão de glúons. Figura retirada da Ref. [?].

antiquark \bar{q} , e a interação dos nucleons que formam o alvo se dá com esse dipolo, conforme a Fig. ??.

O trabalho foi estendido nas Ref. [?, ?] para incluir a dependência da constante de proporcionalidade com s , o quadrado da energia no referencial do centro de massa. De modo geral, pode-se escrever que

$$\Delta p_T^2 = C_{\mathcal{R}}(0,s)\langle T_A \rangle, \quad (4.3)$$

onde $T(\mathbf{b})$ é a função de espessura nuclear no parâmetro de impacto \mathbf{b} , $T_A(\mathbf{b}) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\mathbf{b},z) dz$, e $\langle T_A \rangle = (1/A) \int T_A^2(\mathbf{b}) d^2b$ seu valor médio³. Assumindo uma densidade nuclear uniforme, uma aproximação boa para núcleos grandes, $\langle T_A \rangle = 2\rho L$, onde $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ é a densidade nuclear, $L = 3R_A/4$ é a distância média que o párton projétil atravessa no meio nuclear e R_A é o raio nuclear. O índice \mathcal{R} representa o párton projétil, em que iremos adotar a notação $\mathcal{R} = \mathcal{F}$ para um quark e $\mathcal{R} = \mathcal{A}$ para um glúon.

A constante de proporcionalidade $C_{\mathcal{R}}(0,s)$ parametriza a física não perturbativa e está relacionada com a seção de choque $\sigma_{q\bar{q}}$ para a interação do dipolo $q\bar{q}$ com um nucleon. No caso de um quark q acompanhado pelo antiquark \bar{q} , com separação transversal r_T , a troca de momento está diretamente relacionada com $\sigma_{q\bar{q}}$, que para $r_T \rightarrow 0$ pode ser escrita como $\sigma_{q\bar{q}} \approx C_{\mathcal{F}} r_T^2$ [?]. No caso de um glúon viajando pelo meio, o ganho de momento transversal

³ De modo geral, o valor médio de uma função sobre o núcleo, ponderada pela densidade de nucleons, pode ser definida como

$$\langle f \rangle = \frac{1}{A} \int f(\mathbf{b},z) \rho(\mathbf{b},z) d^2b dz.$$

Se f for independente de z , a expressão se reduz a

$$\langle f \rangle = \frac{1}{A} \int f(\mathbf{b}) \left[\int \rho(\mathbf{b},z) dz \right] d^2b = \frac{1}{A} \int f(\mathbf{b}) T_A(\mathbf{b}) d^2b.$$

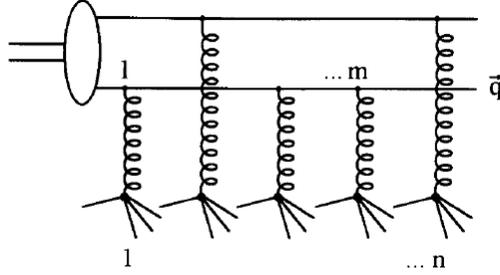


Fig. 4.2: A interação de um quark q e um antiquark \bar{q} com n nucleons do núcleo alvo. Figura retirada da Ref. [?].

quadrático é acentuado por um fator de $9/4$, levando a

$$C_{\mathcal{F}}(0,s) = \left. \frac{d}{dr_T^2} \sigma_{q\bar{q}}(r_T,s) \right|_{r_T \rightarrow 0} \quad (4.4)$$

$$C_{\mathcal{A}}(0,s) = 9C_{\mathcal{F}}(0,s)/4. \quad (4.5)$$

Também é demonstrado na Ref. [?] que $C_{\mathcal{F}}(0,s)$, conforme definido na Eq. (??), pode ser escrito diretamente em termos da distribuição de glúons não integrada,

$$C_{\mathcal{F}}(0,s) = \frac{\pi}{3} \int d^2k \frac{\alpha_s(k^2)k^2}{k^4} \mathcal{F}(x,k^2), \quad (4.6)$$

onde $\mathcal{F}(x,k^2) = \partial G(x,k^2)/\partial(\ln k^2)$ e $G(x,Q^2) = xg(x,Q^2)$ é a distribuição de glúons.

4.1.2 Modelos fenomenológicos para o cálculo de $C_{\mathcal{R}}$

A vantagem é que diferentes modelos fenomenológicos para a seção de choque de dipolo, $\sigma_{q\bar{q}}$, foram apresentados nas últimas décadas. De posse de um modelo para a seção de choque, e das Eq. (??), (??) e (??), é possível obter uma estimativa numérica para Δp_T^2 . Vamos agora apresentar alguns destes modelos para a seção de choque e comparar suas previsões para $C_{\mathcal{F}}$ e $C_{\mathcal{A}}$. Começamos com a parametrização de Kopeliovich, Schäfer e Tarasov (KST) [?], que possui uma forma saturada da seção de choque de dipolo, ajustada a dados de espalhamento inelástico profundo (DIS):

$$\sigma_{q\bar{q}}(r_T,s) = \sigma_0(s) \left[1 - \exp\left(-\frac{r_T^2}{R_0^2(s)}\right) \right], \quad (4.7)$$

na qual uma dependência explícita na energia é introduzida através de

$$\sigma_0(s) = \sigma_{\text{tot}}^{\pi p}(s) \left(1 + \frac{3R_0^2(s)}{8\langle r_{ch}^2 \rangle_{\pi}} \right), \quad (4.8)$$

onde $\sigma_{\text{tot}}^{\pi p}(s) = 23,6 \times (s/s_0)^{0,08}$, $\langle r_{ch}^2 \rangle_{\pi} = 0,44 \pm 0,01 \text{ fm}^2$, e $R_0(s) = 0,88 \text{ fm} \times (s/s_0)^{-\lambda/2}$ com $\lambda = 0,28$ e $s_0 = 1000 \text{ GeV}^2$ é o raio dependente da energia. Os resultados desta parametrização concordam bem com dados até $k^2 \sim 10 \text{ GeV}^2$, o que será suficiente para o nosso intervalo. Usando a Eq. (??), isso leva a

$$C_{\mathcal{F}}^{\text{KST}}(0,s) = \frac{\sigma_0(s)}{R_0^2(s)}. \quad (4.9)$$

Em um modelo diferente, por Schildknecht, Surrow e Tentyukov (SST) [?,?], nós temos

$$\sigma_{q\bar{q}}(r_T,s) = \sigma^{(\infty)} \frac{1}{24} r_T^2 \Lambda^2(s), \quad (4.10)$$

onde $\Lambda^2(s) = C_1(s + W_0^2)^{C_2}$, $\sigma^{(\infty)} = 48 \text{ GeV}^{-2} = 18,7 \text{ mb}$, $C_1 = 0,34 \pm 0,05$ and $C_2 = 0,27 \pm 0,01$. O modelo SST fornece expressões analíticas simples para as funções de estrutura do próton, F_2 e F_L , assim como para a seção de choque de fotoabsorção. Os resultados já foram comparados com uma análise global de todos os dados experimentais disponíveis, e a concordância é muito boa. Aplicando a Eq. (??) em Eq. (??), achamos que

$$C_{\mathcal{F}}^{\text{SST}}(0,s) = \frac{\sigma^{(\infty)}}{24} \Lambda^2(s). \quad (4.11)$$

Conforme a Eq. (??), o coeficiente $C_{\mathcal{F}}(0,s)$ também pode ser obtido diretamente da distribuição de glúons não integrada. Usando esta relação, iremos incluir na nossa análise um modelo recente de Moriggi, Peccini e Machado (MPM) [?], em que $\mathcal{F}(x,k^2)$ é modelada como

$$\mathcal{F}^{\text{MPM}}(x,k^2) = \frac{3\sigma_o}{4\pi^2\alpha_s} \frac{1 + \delta n}{Q_s^2} \frac{k^4}{(1 + \tau)^{2+\delta n}}, \quad (4.12)$$

com $Q_s^2 = 1 [\text{GeV}^2] \times (x/x_o)^{0,33}$ e $\delta n = a\tau^b$, onde $\tau = k^2/Q_s^2$. Os parâmetros σ_o , x_o , a e b foram ajustados usando dados de DIS para $x < 0,01$ (veja a Ref. [?] para mais detalhes). Este modelo é baseado na propriedade de escalamento geométrico e foi construído de maneira a descrever simultaneamente dados de DIS e o espectro de p_T de hádrons produzidos em colisões pp de alta energia. O modelo foi estendido para colisões pA e AA na Ref. [?]. A fim de calcular a dependência em energia de $C_{\mathcal{F}}(0,s)$, neste modelo, é necessário o valor de x . Iremos seguir a abordagem da Ref. [?] e usar o mínimo valor de x permitido pela cinemática, $x = 4k^2/s$, na integral na Eq. (??). O valor de $C_{\mathcal{F}}^{\text{MPM}}(0,s)$ correspondente será então um limite superior para $C_{\mathcal{F}}$ neste modelo.

4.2 Comparação de diferentes modelos

Nesta seção, vamos comparar as estimativas para Δp_T^2 , conforme dado pela Eq. (??), usando os diferentes modelos fenomenológicos apresentados para o cálculo de $C_{\mathcal{F}}(0,s)$.

4.2.1 Dependência de $C_{\mathcal{R}}(0,s)$ com a energia

Iremos começar comparando o coeficiente $C_{\mathcal{F}}(0,s)$, em função da energia \sqrt{s} , obtido por cada modelo. É interessante ressaltar que a escala de energia relevante na abordagem de dipolos não é a do centro de massa do sistema próton-núcleo, mas sim a energia do sistema pártion-alvo [?]. Considere o cenário de um próton projétil de quadrimomento p_1 em direção a um alvo nuclear de quadrimomento p_2 , e que o pártion projétil carrega uma fração x_1 do quadrimomento do próton “pai”. A energia no referencial do centro de massa (c.m.) do sistema pártion-alvo pode ser expressa em termos da energia do c.m. hádron-alvo usando

$$s = (x_1 p_1 + p_2)^2 = x_1^2 p_1^2 + p_2^2 + 2x_1 p_1 \cdot p_2.$$

No limite de alta energia, onde as massas do próton e do alvo podem ser negligenciadas, $p_1^2 = p_2^2 \approx 0$ e

$$s \approx 2x_1 p_1 \cdot p_2 = x_1 s_h,$$

onde $s_h = (p_1 + p_2)^2$ é o quadrado da energia total no referencial do c.m. do sistema pA .

A Fig. ?? apresenta $C_{\mathcal{F}}(0,s)$ como uma função da energia \sqrt{s} usando os diferentes modelos. Apesar das previsões não serem idênticas, na média todos os modelos apresentam um comportamento similar em que $C_{\mathcal{F}}$ cresce com a energia. Como $C_{\mathcal{A}}(0,s)$ difere de $C_{\mathcal{F}}(0,s)$ apenas por um fator de $9/4$, o mesmo comportamento é obtido para $C_{\mathcal{A}}$. Isso significa, pela Eq. (??), que é esperado um aumento de Δp_T^2 com a escala de energia relevante.

Além dos modelos KST, SST e MPM discutidos no texto, também é apresentado na figura $C_{\mathcal{F}}(0,s)$ obtido por modelos de dipolo que são soluções da equação de Balitsky-Kovchegov (BK) com acoplamento variável (rcBK, do inglês *running coupling BK*), conforme o trabalho na Ref. [?]. Os modelos fenomenológicos utilizados neste trabalho (KST, SST e MPM) parametrizam a evolução com a energia a partir de considerações particulares, que podem não incluir características compatíveis com o CGC. Uma abordagem alternativa, dentro do CGC (ainda assumindo uma geometria nuclear simplificada e negligenciando efeitos de estado final), seria usar as soluções da rcBK, que descreve a evolução com energia da amplitude de espalhamento de dipolo na representação fundamental. A solução da equação rcBK envolve a escolha de condições iniciais, e diferentes condições podem levar a diferentes seções de choque. Nos valores apresentados na figura, foram utilizadas seções de choque de dipolo evoluídas via rcBK com condições ajustadas a dados do HERA, fornecidas pela colaboração AAMQS. São apresentados os resultados usando condições iniciais ajustadas de duas maneiras diferentes, denominadas “fit GBW” [?] e “fit MV γ ” [?]. O cálculo de $C_{\mathcal{F}}(0,s)$ via rcBK foi realizado pelo colaborador A.V.G. e os detalhes podem ser encontrados na Ref. [?].

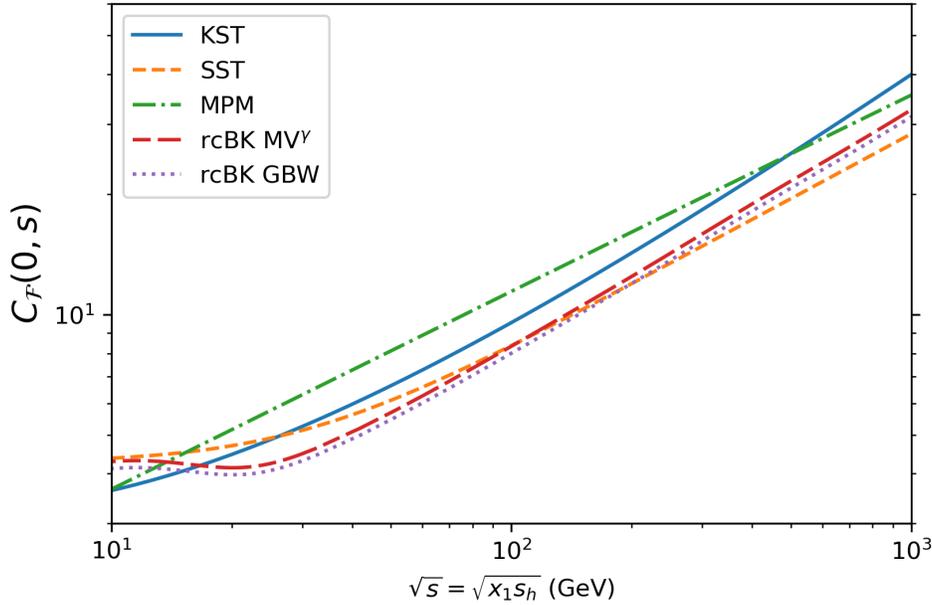


Fig. 4.3: Coeficiente $C_{\mathcal{F}}(0, s)$, usando os modelos *KST*, *SST* e *MPM*, bem como os cálculos via *rcBK* com diferentes condições iniciais, como uma função de \sqrt{s} . O coeficiente para glúons, $C_{\mathcal{A}}(0, s)$ é dado por $(9/4)C_{\mathcal{F}}$.

4.2.2 Comparação com dados experimentais para Δp_T^2

Vamos agora calcular Δp_T^2 utilizando estes modelos e comparar os resultados com dados recentes. Dados para Δp_T^2 na produção de J/ψ em colisões pPb estão disponíveis⁴, extraídos de dados do LHCb e ALICE, na Ref. [?]. A Tabela ?? apresenta os valores experimentais para Δp_T^2 em cada caso (divididos por região de rapidez y), na coluna denominada “ Δp_T^2 Exp.”. As demais colunas apresentam as previsões para Δp_T^2 usando os diferentes modelos para $C_{\mathcal{R}}(0, s)$ discutidos até agora, calculados conforme explicado a seguir.

A rapidez y é definida como

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right), \quad (4.13)$$

onde E e p_z são os valores medidos de energia e componente z do momento de uma dada

⁴ No regime de energias do LHC, conforme explicado na Ref. [?], a seção de choque para DY é afetada por interferências, e o alargamento de momento transversal das partículas produzidas não reflete mais o alargamento de momento do quark projétil, fazendo com que a produção de J/ψ se torne um candidato melhor. Em experimentos em que a energia do alvo é fixa estes efeitos de interferência são desprezíveis, e então dados experimentais para a produção de DY podem ser comparados com o valor estimado para quarks [?].

Experimento	Intervalo y	Δp_T^2 Exp.	Δp_T^2 KST	Δp_T^2 SST	Δp_T^2 MPM	Δp_T^2 GBW	Δp_T^2 MV $^\gamma$
LHCb	$-4.5 < y < -2.5$	0.79 ± 0.12	0.84	0.81	1.01	0.46	0.48
	$2 < y < 4$	2.05 ± 0.12	3.90	2.81	3.54	2.94	3.08
ALICE	$-4.46 < y < -2.96$	0.68 ± 0.33	0.70	0.72	0.82	0.40	0.42
	$2.03 < y < 3.53$	1.91 ± 0.42	2.91	2.22	2.85	2.27	2.37

Tab. 4.1: Valores de Δp_T^2 dos experimentos LHCb e ALICE, da Ref. [?], para Δp_T^2 de J/ψ em $\sqrt{s_h} = 8,16$ TeV e $\sqrt{s_h} = 5,02$ TeV, respectivamente (nomeado ‘ Δp_T^2 Exp.’). As colunas restantes apresentam Δp_T^2 calculado usando os modelos KST, SST, e MPM, bem como os cálculos via rcBK com diferentes condições iniciais. Todos os valores de Δp_T^2 estão em GeV^2 .

partícula. Em um cenário de altas energias, onde a massa é pequena comparada com a energia, $p_z \approx E \cos \theta$, onde θ é o ângulo em relação ao eixo z . Nestes casos a rapidez y pode ser aproximada como

$$y \approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) = -\ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right) \equiv \eta,$$

de modo que a pseudo-rapidez η pode ser usada no lugar da rapidez y quando a massa pode ser negligenciada.

Conforme mencionado anteriormente, Δp_T^2 para J/ψ é igual ao Δp_T^2 para glúons (desprezando efeitos de estado final). Neste caso, Δp_T^2 pode ser obtido pela Eq. (??), com $C_{\mathcal{R}} = C_{\mathcal{A}}(0,s)$ dado pela Eq. (??), e com $A = 208$ representando o núcleo Pb . O valor de $s = x_1 s_h$ relevante para cada região de rapidez é obtido através da relação [?]

$$x_1 = \frac{M}{\sqrt{s_h}} e^y,$$

com $M = 3,096$ GeV/ c^2 a massa do méson J/ψ , usando o valor médio de y em cada linha na Tab. ???. O cenário físico é de que um glúon, carregando uma fração de momento longitudinal x_1 do próton incidente, acumula momento transversal e então se funde com um glúon de fração de momento $x_2 = e^{-y} M / \sqrt{s_h}$ do alvo, produzindo a partícula J/ψ . A região de grande rapidez $y > 0$ corresponde a grandes valores de x_1 e pequenos valores de x_2 , explorando uma região em que o alvo tem pequeno x . De maneira análoga, a região de $y < 0$ corresponde a pequenos valores de x_1 . O regime do LHCb e do ALICE explora $C_{\mathcal{R}}(0,s)$ na região $22 < \sqrt{s} = \sqrt{x_1 s_h}$ (GeV) < 34 .

Seguindo o que é apresentado nas Ref. [?, ?, ?, ?], estimativas para $C_{\mathcal{R}}(0,s)$ na verdade devem ser corrigidas pelo fenômeno de sombreamento nuclear. Este fenômeno consiste na redução do número pártons livres por nucleon no caso nuclear, para $x \lesssim 0,01$, em comparação com o nucleon livre. Esta supressão está relacionada com o fato de que o espectro de radiação em espalhamentos múltiplos está sujeito à supressão LMP discutida

Centralidade	Δp_T^2 ALICE	Δp_T^2 KST	Δp_T^2 MPM	Δp_T^2 MV $^\gamma$
2-10%	2.15 ± 0.51	2.82	2.75	2.40
10-20%	2.38 ± 0.51	2.65	2.59	2.26
20-40%	2.08 ± 0.49	2.30	2.25	1.95
40-60%	1.70 ± 0.49	1.71	1.67	1.45
60-80%	0.94 ± 0.49	1.03	1.01	0.88
80-100%	0.72 ± 0.52	0.51	0.50	0.43

Tab. 4.2: Valores de Δp_T^2 na produção de J/ψ em colisões pPb com $\sqrt{s_h} = 5,02$ TeV do experimento ALICE, com $2,03 < y < 3,53$, da Ref. [?], como uma função da centralidade. Também apresentamos o cálculo de Δp_T^2 usando os modelos KST, MPM e rcBK com condições iniciais MV. Todos os valores de Δp_T^2 estão em GeV^2 .

nos capítulos anteriores: quando o livre caminho médio entre espalhamentos do quark se torna pequeno o suficiente, interferências suprimem a radiação em relação ao esperado tradicionalmente (que seria o cenário dado pela descrição de Bethe-Heitler). No referencial de momento infinito do núcleo, o fenômeno é conhecido como sombreamento da densidade de glúons para pequeno x , e pode ser entendido como uma consequência da fusão de glúons no regime de saturação. De modo qualitativo, apenas a parte mais rápida da nuvem de pártons de cada nucleon está sujeita à contração de Lorentz, mas os pártons de pequeno x , isto é, que carregam apenas uma pequena fração de momento, podem estar espalhados pela região longitudinal, fazendo com que pártons que se originam de diferentes nucleons, em um dado parâmetro de impacto, possam interagir e se fundir [?]. Isso leva a uma redução do número de pártons para pequeno x . Como consequência, as distribuições de glúons, que originam as expressões para a seção de choque de dipolo nos modelos apresentados, devem ser corrigidas por um fator de sombreamento $S(x, k^2)$ [?]. A Ref. [?] apresenta uma estimativa para a supressão devido a este fenômeno no regime do LHC em colisões pPb , levando a um fator de supressão de 0,7 para $y \sim 3$ (que corresponde a pequenos valores de $x_2 \sim 10^{-5}$, a fração de momento x relevante para o núcleo), e uma correção desprezível para $y < 0$ (correspondente a $x_2 \sim 10^{-2}$). Para fazer uma estimativa numérica simples, os valores apresentados na tabela incluem uma mesma correção de 0,7 nas regiões de $y > 0$.

Podemos reparar, pelos valores na Tab. ??, que todos os modelos levam a previsões similares para Δp_T^2 no regime do LHC para $y < 0$. Na região de $y > 0$, contudo, o modelo SST parece ter um desempenho levemente melhor que os demais. É interessante lembrar que os valores via MPM, da maneira como foram estimados, representam um limite superior para Δp_T^2 neste modelo. Os valores via rcBK ficam entre os obtidos via SSP e MPM para a região de $y > 0$, mas são bem diferentes na região de $y < 0$, que corresponde a grandes valores de x_2 – o que significa um núcleo pouco saturado, onde a descrição via rcBK se

torna questionável.

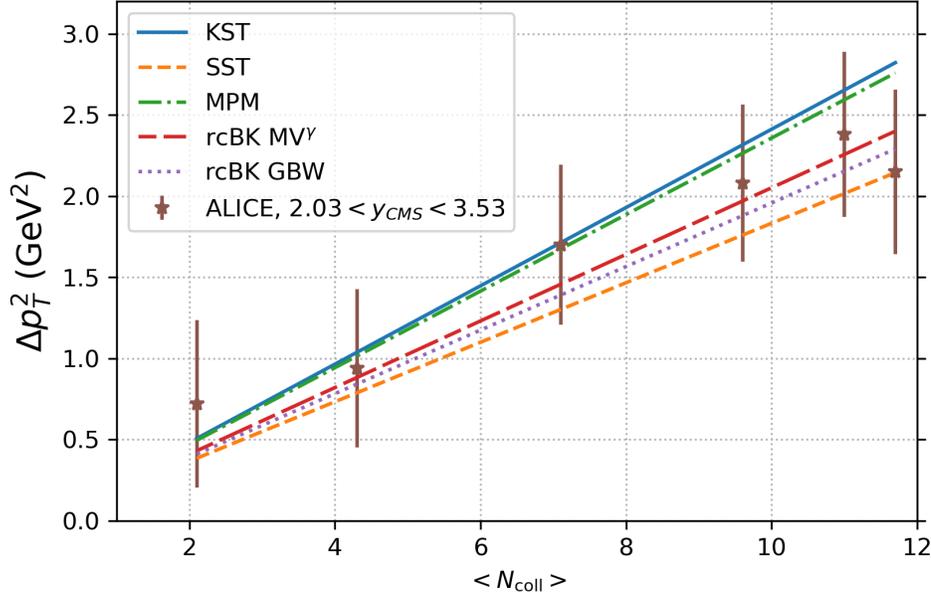


Fig. 4.4: Δp_T^2 como uma função do número médio de colisões binárias $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ na produção de J/ψ em colisões pPb com $\sqrt{s_h} = 5,02$ TeV. Pontos representam os valores extraídos do ALICE, com $2,03 < y < 3,53$, da Ref. [?]. As linhas representam Δp_T^2 usando os modelos KST, SST e MPM, bem como via rcBK com diferentes condições iniciais AAMQS.

Os dados para Δp_T^2 na produção de J/ψ em colisões pPb no ALICE, com $\sqrt{s_h} = 5,02$ TeV, também estão disponíveis na Ref. [?] como uma função da centralidade, para $2,03 < y < 3,53$. Para o cálculo de Δp_T^2 em diferentes centralidades foi assumido $\langle T_A \rangle$ igual ao valor médio da função de sobreposição nuclear $\langle T_{pPb}^{\text{mult}} \rangle$ (veja a Tab. 1 da Ref. [?]), com $C_A(0,s)$ calculado como na tabela anterior. A Tab. ?? apresenta os valores de Δp_T^2 extraídos de dados do ALICE neste regime, bem como os valores calculados pelos modelos KST, MPM e rcBK, respectivamente. O mesmo regime é apresentado na Fig. ??, em que os valores para Δp_T^2 são apresentados como uma função do número médio de colisões binárias $\langle N_{\text{coll}} \rangle$, juntamente com os valores extraídos dos dados do ALICE. Vemos que todos os modelos apresentam um aumento de Δp_T^2 com $\langle N_{\text{coll}} \rangle$, como esperado: mais colisões levam a uma maior transferência de momento. É interessante que, embora alguns dos modelos analisados tenham décadas de idade (como KST e SST), enquanto outros são mais novos e robustos (MPM, rcBK), todos os modelos apresentam resultados bastante similares. O modelo SST continua com uma boa aderência aos resultados experimentais dentro da margem de erro.

Resultados via rcBK com condições iniciais GBW apresentam um desempenho bastante similar. Os outros modelos, contudo, não podem ser excluídos, dadas as grandes incertezas experimentais.

4.3 Conclusões

O ganho de momento transversal de um párton viajando pelo meio é experimentalmente acessível em alguns cenários, fazendo com que o cálculo de Δp_T^2 seja uma importante ferramenta para explorar as interações partônicas com a matéria nuclear. Embora diferentes abordagens para o cálculo de Δp_T^2 tenham sido apresentadas na literatura ao longo das últimas décadas, a abordagem de dipolos tem a vantagem de ter parâmetros não perturbativos que podem ser descritos por modelos fenomenológicos já bem estabelecidos em outros experimentos, permitindo estimar valores de Δp_T^2 que podem, então, ser comparados com os experimentos. Neste trabalho, comparamos o desempenho de diferentes modelos fenomenológicos em descrever Δp_T^2 no regime do LHC. É interessante ressaltar que os resultados obtidos neste trabalho, usando o modelo KST, são consistentes com os valores calculados na Ref. [?]: $\Delta p_T^2(-4,46 \leq y \leq -2,96) = 0,35$, $\Delta p_T^2(-1,37 \leq y \leq -0,43) = 0,73$ and $\Delta p_T^2(2,03 \leq y \leq 3,53) = 2,27 \text{ GeV}^2$ com $\sqrt{s} = 5,02 \text{ TeV}$.

Concluimos que, embora os modelos KST, SST e MPM cheguem a valores de Δp_T^2 que concordam razoavelmente com os experimentos, o modelo SST leva a resultados melhores. Resultados obtidos via seção de choque de dipolos evoluída pela equação rcBK são bastante similares aos do modelo SST para $y > 0$. A dependência de Δp_T^2 com a centralidade observada no ALICE também parece ser corretamente descrita por todos os modelos. É importante manter em mente, contudo, que as incertezas nos valores extraídos são grandes, o que significa que a concordância com os resultados experimentais deve ser interpretada com cuidado. As grandes incertezas experimentais não permitem distinguir de forma clara o desempenho dos diferentes modelos entre si – mesmo modelos desenvolvidos com décadas de diferença apresentam desempenho similar e não podem ser excluídos. Medições mais precisas deste observável se mostram importantes para o melhor entendimento da QCD de altas energias e para poder avaliar, não só o desempenho dos diferentes modelos, como a validade das hipóteses físicas por trás de cada um.

Conclusão

De modo geral, este trabalho estudou como pártons trocam energia e momento com o meio. O desenvolvimento dos modernos aceleradores, como o RHIC e o LHC, inaugurou uma nova era na física de partículas: as energias disponíveis se tornaram altas o bastante para que novos estados da matéria se tornem possíveis neste processo. Uma dessas descobertas foi que, quando íons pesados colidem em energias altas o suficiente, a matéria que se forma na expansão rapidamente forma uma gota de um líquido, inicialmente viscoso e depois ideal.

As diferentes etapas que ocorrem durante a colisão de íons pesados são caracterizadas por graus de liberdade diferentes, o que faz com que cada etapa possa ser descrita por uma teoria efetiva diferente. Nos instantes iniciais e logo após a colisão a matéria está em um estado de alta ocupaao, bem descrito pela teoria do CGC – essencialmente uma teoria que combina campos clássicos com condioes iniciais quânticas. Conforme o meio evolui e expande, contudo, os números de ocupaao se tornam menores e, ao invés de descrever o meio em termos de campos semi-clássicos, a descriao do meio em termos de partículas governadas pela Teoria Cinética se torna possível.

A partir de um certo instante, a teoria hidrodinâmica teve um sucesso surpreendente em descrever algumas propriedades globais do fluido, desde muito cedo na colisão. Este sucesso, contudo, levanta um dilema: para a teoria hidrodinâmica funcionar é necessário que o *glasma* formado logo após a colisão atinja um estado de equilíbrio térmico local em tempos muito curtos, da ordem de $\tau_{hidro} \sim 1$ fm/c. Estudar a maneira como as interaoes do meio conseguem competir com a expansão e produzir as condioes necessárias para a hidrodinâmica, em um tempo tão curto, tem sido um dos principais objetivos na área de íons pesados nos últimos anos, e foi o foco dos capítulos iniciais deste trabalho.

No cenário de acoplamento fraco, a termalizaao ocorre “de baixo para cima”: quando a descriao do meio em termos de partículas se torna possível, o meio é formado por glúons de alta energia $E \sim Q_s$. Estes glúons colidem elasticamente uns com os outros, e conforme sua virtualidade é aumentada eles irradiam glúons de menor energia, que crescem em número e rapidamente termalizam entre si, formando um banho térmico de glúons soft. A ocupaao reduz em funao da expansão, chegando a $f \sim \alpha_s$. A partir daí o meio é constituído por um pequeno número de glúons de energia ainda da ordem $\sim Q_s$ – que carregam a maior parte da energia do meio – se deslocando por um QGP térmico em expansão formado pelos glúons soft. A perda de energia dos pártons mais energéticos, ao se deslocar pelo banho

térmico, é governada por emissões que podem ser tratadas como independentes.

Neste trabalho apresentamos um modelo para descrever, de maneira analítica e/ou numérica, como a distribuição de glúons hard evolui e perde energia durante a etapa final da termalização. O problema de um párton de alta energia se deslocando por um meio formado por matéria de QCD é de interesse teórico por si só, mas especialmente importante no contexto da física de termalização. Para o modelo, foram utilizadas técnicas que têm sido empregadas recentemente na física de jatos hadrônicos, de origem probabilística. A descrição da física de um párton energético se deslocando por um banho térmico estático, de temperatura uniforme e constante no tempo (disponível na literatura), foi adaptada para descrever um párton que se desloca por um meio que não só expande de maneira longitudinal mas é aquecido (linearmente) durante a expansão, devido à energia depositada no meio. Até a data da publicação deste trabalho, não foi encontrada uma aplicação similar na literatura. É possível observar que o aquecimento do meio é essencial para explicar a rápida termalização: o aquecimento do meio durante a expansão, e sua influência nas propriedades de transporte do mesmo, fazem com que a taxa de troca de energia seja mais acentuada, inclusive, do que em um meio estático [?]. Esta análise permite estimar, junto com algumas considerações simples sobre a termodinâmica da QCD, como algumas propriedades do banho térmico evoluem durante a termalização. Em especial, a maior parte da entropia produzida na colisão é gerada justamente na etapa final do processo de termalização, conforme os glúons hard depositam sua energia no meio. Embora atualmente extensas simulações computacionais estejam disponíveis para descrever algumas propriedades dos estágios iniciais de uma colisão de íons pesados, acreditamos que o modelo apresentado ilumine aspectos importantes da física de termalização, através de uma abordagem até mesmo analítica.

Por fim, o capítulo final mudou o foco para estudar também o ganho de momento transversal de um párton que viaja pelo meio. Em especial, em alguns casos o momento transversal que um quark ou glúon acumula devido a múltiplos espalhamentos com nucleons pode ser comparado com o momento transversal das partículas que eles eventualmente formam e que chegam aos detectores, permitindo checar nosso entendimento sobre as interações a nível partônico. Utilizando a abordagem de dipolos de cor, diferentes modelos fenomenológicos disponíveis na literatura foram utilizados para calcular Δp_T^2 na produção do méson J/ψ em colisões pA no regime do LHC. As previsões usando os diferentes modelos foram então comparados com dados experimentais. Observamos que todos os modelos descrevem de maneira adequada o comportamento observado nos detectores, mas as grandes incertezas experimentais não permitem distinguir de forma clara o desempenho dos modelos entre si [?].

Bibliografia

- [1] GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.
- [2] DISSERTORI, G.; KNOWLES, I. G.; SCHMELLING, M. *Quantum chromodynamics*. [S.l.]: Oxford Univ. Press, 2002.
- [3] JAFFE, A.; WITTEN, E. Quantum yang-mills theory. *The millennium prize problems*, Clay Mathematics Institute Cambridge, MA, n. 1, p. 129, 2006.
- [4] WILSON, K. G. Confinement of quarks. *Physical review D*, APS, v. 10, n. 8, p. 2445, 1974.
- [5] KRONFELD, A. S.; QUIGG, C. Resource letter QCD-1: Quantum chromodynamics. *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 78, n. 11, p. 1081–1116, 2010.
- [6] BETHKE, S. The 2009 world average of α_s . *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, Springer, v. 64, n. 4, p. 689–703, 2009.
- [7] GREINER, W.; SCHRAMM, S.; STEIN, E. *Quantum chromodynamics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007.
- [8] YANG, C.; MILLS, R. L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Physical Review*, APS, v. 96, n. 1, p. 191, 1954.
- [9] IANCU, E. Qcd in heavy ion collisions. *arXiv preprint arXiv:1205.0579*, 2012.
- [10] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quark & Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.
- [11] EPELBAUM, T. Approach to equilibrium in high energy heavy ion collisions; approche de l'équilibre dans les collisions hadroniques a haute energie. 2014.
- [12] BJORKEN, J. D. Asymptotic sum rules at infinite momentum. *Physical Review*, APS, v. 179, n. 5, p. 1547, 1969.

- [13] GRIBOV, V.; LIPATOV, L. Deep inelastic electron scattering in perturbation theory. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 37, n. 1, p. 78–80, 1971.
- [14] ALTARELLI, G.; PARISI, G.; PETRONZIO, R. Transverse momentum in drell-yan processes. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 76, n. 3, p. 351–355, 1978.
- [15] AARON, F. D. et al. Combined measurement and qcd analysis of the inclusive $e\pm p$ scattering cross sections at hera. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2010, n. 1, p. 109, 2010.
- [16] BUSZA, W.; RAJAGOPAL, K.; SCHEE, W. V. D. Heavy ion collisions: the big picture and the big questions. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 68, p. 339–376, 2018.
- [17] BJORKEN, J. D. Rapidity gaps and jets as a new-physics signature in very-high-energy hadron-hadron collisions. *Physical Review D*, APS, v. 47, n. 1, p. 101, 1993.
- [18] CASALDERREY-SOLANA, J.; SALGADO, C. A. Introductory lectures on jet quenching in heavy ion collisions. *arXiv preprint arXiv:0712.3443*, 2007.
- [19] BAIER, R. et al. Radiative energy loss of high energy quarks and gluons in a finite-volume quark-gluon plasma. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 483, n. 1-2, p. 291–320, 1997.
- [20] BAIER, R. et al. Radiative energy loss and pt-broadening of high energy partons in nuclei. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 484, n. 1-2, p. 265–282, 1997.
- [21] JIA, J. et al. Measurement of elliptic and higher order flow from atlas experiment at the lhc. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 38, n. 12, p. 124012, 2011.
- [22] HEINZ, U.; SNELLINGS, R. Collective flow and viscosity in relativistic heavy-ion collisions. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 63, p. 123–151, 2013.
- [23] SCHLICHTING, S.; TEANEY, D. The first fm/c of heavy-ion collisions. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 69, 2019.
- [24] KURKELAA, A. Initial state of heavy-ion collisions: Isotropization and thermalization. *Nuclear Physics A*, v. 956, p. 136–143, 2016.
- [25] BAIER, R. et al. Relativistic viscous hydrodynamics, conformal invariance, and holography. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2008, n. 04, p. 100, 2008.
- [26] OLLITRAULT, J.-Y. Relativistic hydrodynamics for heavy-ion collisions. *European Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 29, n. 2, p. 275, 2008.

- [27] POLICASTRO, G.; SON, D. T.; STARINETS, A. O. From ads/cft correspondence to hydrodynamics. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2002, n. 09, p. 043, 2002.
- [28] LUZUM, M.; ROMATSCHKE, P. Conformal relativistic viscous hydrodynamics: applications to rhic results at s nn= 200 gev. *Physical Review C*, APS, v. 78, n. 3, p. 034915, 2008.
- [29] CHESLER, P. M.; YAFFE, L. G. Horizon formation and far-from-equilibrium isotropization in a supersymmetric yang-mills plasma. *Physical review letters*, APS, v. 102, n. 21, p. 211601, 2009.
- [30] MARTINEZ, M.; STRICKLAND, M. Dissipative dynamics of highly anisotropic systems. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 848, n. 1-2, p. 183–197, 2010.
- [31] MARTINEZ, M.; STRICKLAND, M. Non-boost-invariant anisotropic dynamics. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 856, n. 1, p. 68–87, 2011.
- [32] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low q^2 and its implications on diffraction. *Physical Review D*, APS, v. 59, n. 1, p. 014017, 1998.
- [33] GOLEC-BIERNAT, K.; SAPETA, S. Saturation model of dis: an update. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2018, n. 3, p. 102, 2018.
- [34] IANCU, E.; ITAKURA, K.; MCLERRAN, L. Geometric scaling above the saturation scale. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 708, n. 3-4, p. 327–352, 2002.
- [35] STAŚTO, A.; GOLEC-BIERNAT, K.; KWIECIŃSKI, J. Geometric scaling for the total $\gamma^* p$ cross section in the low x region. *Physical Review Letters*, APS, v. 86, n. 4, p. 596, 2001.
- [36] ARMESTO, N.; SALGADO, C. A.; WIEDEMANN, U. A. Relating high-energy lepton-hadron, proton-nucleus, and nucleus-nucleus collisions through geometric scaling. *Physical review letters*, APS, v. 94, n. 2, p. 022002, 2005.
- [37] MARQUET, C.; SCHOEFFEL, L. Geometric scaling in diffractive deep inelastic scattering. *Phys. Lett. B*, v. 639, n. hep-ph/0606079, p. 471–477, 2006.
- [38] BEN, F. G.; MACHADO, M. V. T.; SAUTER, W. K. Parton saturation scaling function for exclusive production of vector mesons and deeply virtual compton scattering. *Physical Review D*, APS, v. 96, n. 5, p. 054015, 2017.

- [39] IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. The colour glass condensate: An introduction. In: *QCD perspectives on hot and dense matter*. [S.l.]: Springer, 2002. p. 73–145.
- [40] GELIS, F. et al. The color glass condensate. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 60, p. 463–489, 2010.
- [41] GELIS, F. Color glass condensate and glasma. *International Journal of Modern Physics A*, World Scientific, v. 28, n. 01, p. 1330001, 2013.
- [42] GELIS, F. Initial state in relativistic nuclear collisions and color glass condensate. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 931, p. 73–82, 2014.
- [43] MCLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. *Physical Review D*, APS, v. 49, n. 5, p. 2233, 1994.
- [44] MATHIEU, V.; MUELLER, A.; TRIANTAFYLLOPOULOS, D. The boltzmann equation in classical yang–mills theory. *The European Physical Journal C*, Springer, v. 74, n. 5, p. 2873, 2014.
- [45] KURKELA, A.; ZHU, Y. Isotropization and hydrodynamization in weakly coupled heavy-ion collisions. *Physical review letters*, APS, v. 115, n. 18, p. 182301, 2015.
- [46] KURKELA, A.; MOORE, G. D. Bjorken flow, plasma instabilities, and thermalization. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2011, n. 11, p. 120, 2011.
- [47] BLAIZOT, J.-P. et al. Bose-einstein condensation and thermalization of the quark-gluon plasma. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 873, p. 68–80, 2012.
- [48] LENKIEWICZ, R. et al. Kinetic approach to a relativistic bec with inelastic processes. *Physical Review D*, APS, v. 100, n. 9, p. 091501, 2019.
- [49] BAIER, R. et al. “bottom-up” thermalization in heavy ion collisions. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 502, n. 1-4, p. 51–58, 2001.
- [50] KURKELA, A. et al. Matching the nonequilibrium initial stage of heavy ion collisions to hydrodynamics with qcd kinetic theory. *Physical Review Letters*, APS, v. 122, n. 12, p. 122302, 2019.
- [51] KEEGAN, L. et al. Weak and strong coupling equilibration in nonabelian gauge theories. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2016, n. 4, p. 31, 2016.
- [52] ZAKHAROV, B. Radiative energy loss of high-energy quarks in finite-size nuclear matter and quark-gluon plasma. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, Springer, v. 65, n. 8, p. 615–620, 1997.

- [53] SCHROEDER, D. V. *An introduction to thermal physics*. [S.l.]: American Association of Physics Teachers, 1999.
- [54] ARNOLD, P.; LENAGHAN, J.; MOORE, G. D. Qcd plasma instabilities and bottom-up thermalization. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2003, n. 08, p. 002, 2003.
- [55] ARNOLD, P.; LENAGHAN, J. Abelianization of qcd plasma instabilities. *Physical Review D*, APS, v. 70, n. 11, p. 114007, 2004.
- [56] BLAIZOT, J.-P.; IANCU, E.; MEHTAR-TANI, Y. Medium-induced qcd cascade: democratic branching and wave turbulence. *Physical review letters*, APS, v. 111, n. 5, p. 052001, 2013.
- [57] BLAIZOT, J.-P. et al. Probabilistic picture for medium-induced jet evolution. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2014, n. 6, p. 75, 2014.
- [58] ADHYA, S. P. et al. Medium-induced cascade in expanding media. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2020, n. 7, p. 1–27, 2020.
- [59] CAUCAL, P.; IANCU, E.; SOYEZ, G. Jet radiation in a longitudinally expanding medium. *arXiv preprint arXiv:2012.01457*, 2020.
- [60] BEN, F.; MACHADO, M. Hard gluon evolution in the last stage of the bottom-up thermalization. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 49, n. 2, p. 025005, 2022.
- [61] JEON, S.; MOORE, G. D. Energy loss of leading partons in a thermal qcd medium. *Physical Review C*, APS, v. 71, n. 3, p. 034901, 2005.
- [62] CVITANOVI, P.; HOYER, P.; ZALEWSKI, K. Parton evolution as a branching process. *Nuclear physics B*, Elsevier Science, v. 176, n. 2, p. 429–448, 1980.
- [63] ARNOLD, P. Simple formula for high-energy gluon bremsstrahlung in a finite, expanding medium. *Physical Review D*, APS, v. 79, n. 6, p. 065025, 2009.
- [64] IANCU, E.; TAEELS, P.; WU, B. Jet quenching parameter in an expanding qcd plasma. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 786, p. 288–295, 2018.
- [65] BJORKEN, J. D. Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region. *Physical review D*, APS, v. 27, n. 1, p. 140, 1983.
- [66] BEN, F. G.; MACHADO, M. V. T. Hard gluon evolution in warming medium. *The European Physical Journal C*, Springer, v. 82, n. 1, p. 1–7, 2022.

- [67] KARSCH, F. Lattice qcd at high temperature and density. In: *Lectures on quark matter*. [S.l.]: Springer, 2002. p. 209–249.
- [68] HANUS, P.; REYGERS, K.; MAZELIAUSKAS, A. Entropy production in p p and pb-pb collisions at energies available at the cern large hadron collider. *Physical Review C*, APS, v. 100, n. 6, p. 064903, 2019.
- [69] FRIES, R. J.; MÜLLER, B.; SCHÄFER, A. Decoherence and entropy production in relativistic nuclear collisions. *Physical Review C*, APS, v. 79, n. 3, p. 034904, 2009.
- [70] IIDA, H. et al. Time evolution of gluon coherent state and its von neumann entropy in heavy-ion collisions. *arXiv preprint arXiv:1410.7309*, 2014.
- [71] TSUKIJI, H. et al. Entropy production from chaoticity in Yang-Mills field theory with use of the Husimi function. *Phys. Rev. D*, v. 94, n. 9, p. 091502, 2016.
- [72] TSUKIJI, H. et al. Entropy production and isotropization in Yang-Mills theory using a quantum distribution function. *PTEP*, v. 2018, n. 1, p. 013D02, 2018.
- [73] DRELL, S. D.; YAN, T.-M. Massive lepton-pair production in hadron-hadron collisions at high energies. *Physical Review Letters*, APS, v. 25, n. 5, p. 316, 1970.
- [74] JOHNSON, M.; KOPELIOVICH, B.; TARASOV, A. Broadening of transverse momentum of partons propagating through a medium. *Physical Review C*, APS, v. 63, n. 3, p. 035203, 2001.
- [75] DOLEJŠÍ, J.; HÜFNER, J.; KOPELIOVICH, B. Colour screening, quark propagation in nuclear matter and the broadening of the momentum distribution of drell-yan pairs. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 312, n. 1-2, p. 235–239, 1993.
- [76] BAIER, R. et al. Medium-induced radiative energy loss; equivalence between the bdmpps and zakharov formalisms. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 531, n. 1-3, p. 403–425, 1998.
- [77] RAUFEISEN, J. Relating different approaches to nuclear broadening. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 557, n. 3-4, p. 184–191, 2003.
- [78] DUMITRU, A.; JALILIAN-MARIAN, J. Scattering of gluons from the color glass condensate. *Phys. Lett. B*, v. 547, p. 15–20, 2002.
- [79] REZAEIAN, A. H. CGC predictions for p+A collisions at the LHC and signature of QCD saturation. *Phys. Lett. B*, v. 718, p. 1058–1069, 2013.
- [80] KANG, Z.-B.; QIU, J.-W. Transverse momentum broadening of vector boson production in high energy nuclear collisions. *Phys. Rev. D*, v. 77, p. 114027, 2008.

- [81] KANG, Z.-B.; QIU, J.-W. Nuclear modification of vector boson production in proton-lead collisions at the LHC. *Phys. Lett. B*, v. 721, p. 277–283, 2013.
- [82] KANG, Z.-B. et al. Multiple scattering effects on heavy meson production in p+A collisions at backward rapidity. *Phys. Lett. B*, v. 740, p. 23–29, 2015.
- [83] HÜFNER, J.; KURIHARA, Y.; PIRNER, H. Gluon multiple scattering and the transverse momentum dependence of j/ψ production in nucleus-nucleus collisions. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 215, n. 2, p. 218–222, 1988.
- [84] JOHNSON, M. et al. Nuclear broadening of transverse momentum in drell-yan reactions. *Physical Review C*, APS, v. 75, n. 3, p. 035206, 2007.
- [85] KOPELIOVICH, B.; SCHÄFER, A.; TARASOV, A. Nonperturbative effects in gluon radiation and photoproduction of quark pairs. *Physical Review D*, APS, v. 62, n. 5, p. 054022, 2000.
- [86] SCHILDKNECHT, D.; SURROW, B.; TENTYUKOV, M. Scaling in γ^* p total cross-sections, saturation and the gluon density. *Modern Physics Letters A*, World Scientific, v. 16, n. 28, p. 1829–1839, 2001.
- [87] SCHILDKNECHT, D. Color-dipole picture versus hard pomeron in deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, v. 104, n. 1, p. 014009, 2021.
- [88] MORIGGI, L. S.; PECCINI, G. M.; MACHADO, M. V. T. Investigating the inclusive transverse spectra in high-energy p p collisions in the context of geometric scaling framework. *Physical Review D*, APS, v. 102, n. 3, p. 034016, 2020.
- [89] MORIGGI, L. S.; PECCINI, G. M.; MACHADO, M. V. T. Role of nuclear gluon distribution on particle production in heavy ion collisions. *Phys. Rev. D*, v. 103, n. 3, p. 034025, 2021.
- [90] RAUFEISEN, J. Heavy quark production and gluon shadowing at rhic and lhc. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 30, n. 8, p. S1159, 2004.
- [91] BEN, F.; GIANNINI, A.; MACHADO, M. Nuclear transverse momentum imbalance in the color dipole approach at the lhc regime. *arXiv preprint arXiv:2201.13432*, 2022.
- [92] ALBACETE, J. L. et al. Non-linear QCD meets data: A Global analysis of lepton-proton scattering with running coupling BK evolution. *Phys. Rev. D*, v. 80, p. 034031, 2009.
- [93] ALBACETE, J. L. et al. AAMQS: A non-linear QCD analysis of new HERA data at small-x including heavy quarks. *Eur. Phys. J. C*, v. 71, p. 1705, 2011.

-
- [94] KOPELIOVICH, B. et al. Nuclear effects in the drell-yan process at very high energies. *Physical Review C*, APS, v. 67, n. 1, p. 014903, 2003.
- [95] ARLEO, F.; NAIM, C.-J. Nuclear p_{\perp} -broadening of Drell-Yan and quarkonium production from SPS to LHC. *JHEP*, v. 07, p. 220, 2020.
- [96] ADAM, J. et al. Centrality dependence of inclusive J/ψ production in p-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV. *JHEP*, v. 11, p. 127, 2015.
- [97] KOPELIOVICH, B. Z.; SCHMIDT, I.; SIDDIKOV, M. Suppression versus enhancement of heavy quarkonia in pA collisions. *Phys. Rev. C*, v. 95, n. 6, p. 065203, 2017.