

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

LILIANE CRISTINE CHAVES SANTOS

**UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE CRITICIDADE E EMPODERAMENTO DOS
ALUNOS VIA DISCUSSÃO DE QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO ENEM**

Porto Alegre

Dezembro de 2021

LILIANE CRISTINE CHAVES SANTOS

UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE CRITICIDADE E EMPODERAMENTO DOS ALUNOS
VIA DISCUSSÃO DE QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO ENEM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para a obtenção do título de Mestra em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Elisabete Zardo Búrigo

Porto Alegre

Dezembro de 2021

LILIANE CRISTINE CHAVES SANTOS

UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE CRITICIDADE E EMPODERAMENTO DOS ALUNOS
VIA DISCUSSÃO DE QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO ENEM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para a obtenção do título de Mestra em Ensino de Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Elisabete Zardo Búrigo (Orientadora)

Profa. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana (IME- UFRGS)

Profa. Dra. Maria Cecília Bueno Fischer (IME – UFRGS)

Profa. Dra. Suelen Assunção Santos (UFRGS)

Porto Alegre

Dezembro de 2021

RESUMO

Este trabalho apresenta uma investigação com alunos do terceiro ano do Ensino Médio, de uma escola pública de Porto Alegre, que foram convidados a discutir e resolver questões da prova de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), e incentivados a questionar, argumentar e avaliar a validade de diferentes resoluções. A investigação baseia-se nas elaborações sobre Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, na ideia de que a Matemática pode ser usada como ferramenta de empoderamento para compreender, criticar e mudar a realidade, e de que o estudo da Matemática pode auxiliar os alunos para que passem de leitores de informações para sujeitos ativos e questionadores. Foi realizado um estudo sobre o ENEM, e o processo de elaboração da sua prova. Adotamos os eixos de análise de Carlos Eduardo da Silva Ferreira sobre a estrutura e os estilos das questões da prova de matemática do ENEM de 2019. As discussões com os estudantes foram desenvolvidas por mensagens de texto e áudio em um grupo do aplicativo *WhatsApp*. Para a discussão de cada questão, optamos por não indicar um caminho, mas formular perguntas e provocações, para incentivá-los a argumentar, desenvolver ou verbalizar um raciocínio. Ao final do trabalho, foram realizadas entrevistas com os participantes. Os relatos das discussões trazem extratos das mensagens de texto e transcrições das mensagens de áudio. Na interpretação dos diálogos, identificamos indícios de pensamento reflexivo e de criticidade. Também verificamos que houve um empoderamento desses alunos, que se mostraram, ao longo dos encontros, mais seguros e com mais autonomia para ler, interpretar, persistir e resolver as questões do exame.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica; ENEM; Ensino Médio

ABSTRACT

This work presents an investigation with third-year high school students, from a public school in Porto Alegre, who were invited to discuss and solve questions on the Mathematics test of the National High School Examination (ENEM), and encouraged to question, argue. And assess the validity of different resolutions. The investigation is based on the elaborations on Critical Mathematics Education by Ole Skovsmose, on the idea that Mathematics can be used as an empowerment tool to understand, criticize and change reality, and that the study of Mathematics can help students to move from readers of information to active subjects and inquisitors. A study was carried out on the ENEM, and the process of preparing its test. We adopted Carlos Eduardo da Silva Ferreira's axes of analysis on the structure and styles of the questions in the 2019 ENEM math test. Discussions with students were developed by text and audio messages in a group using the WhatsApp application. For the discussion of each question, we chose not to indicate a path, but to formulate questions and provocations, to encourage them to argue, develop or verbalize a reasoning. At the end of the work, interviews were conducted with the participants. Discussion reports contain extracts from text messages and transcripts from audio messages. In interpreting the dialogues, we identified signs of reflective and critical thinking. We also verified that there was an empowerment of these students, who proved, throughout the meetings, more secure and with more autonomy to read, interpret, persist and solve the exam questions.

Keywords: Critical Mathematics Education; ENEM; High School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Primeiro resultado da pesquisa	19
Figura 2 – Segundo resultado da pesquisa	20
Figura 3 – Resultado.....	28
Figura 4 – Questão 165 do Enem 2019 no estilo nominalizador	49
Figura 5 – Questão 174 do ENEM no estilo explica-e-pergunta.....	50
Figura 6 – Questão 137 do ENEM 2019 no estilo Interrogativo-explicito.	51
Figura 7 – Questão 145 do ENEM 2019 no estilo Afirmativo de escolhas, fazendo uso de é/são/será/foi.....	52
Figura 8 – Questão 144 do ENEM 2019 no estilo afirmativo de escolhas, fazendo uso de outras formas preposicionadas.....	53
Figura 9 – Questão 150 do ENEM 2019 na forma composicional construção textual exclusivamente verbal.	54
Figura 10 – Questão 146 do ENEM 2019 na forma composicional verbo-imagética-ilustrativa	55
Figura 11 – Questão 180 do ENEM 2019 na forma composicional verbo-visual- integrante.	56
Figura 12 – Questão 178 do ENEM 2019 com contextualização no cotidiano dos sujeitos.....	57
Figura 13 – Questão 148 da prova do ENEM 2019 contextualizada na forma interdisciplinar.....	58
Figura 14 – Questão 179 do ENEM 2019 contextualizada na Matemática por ela mesma. ..	58
Figura 15 – Questão 148 do ENEM 2019 classificada como Interdisciplinaridade fragmentária.....	59
Figura 16 – Questão 162 do ENEM 2019 classificada como Interdisciplinaridade Integrada.....	60
Figura 17 – Questão 136 do ENEM 2019 classificada como semirrealidade	61
Figura 18 – Questão 161 da prova do ENEM de 2019 classificada como realidade	62
Figura 19 – Quadro de eixos cognitivos da matriz de referência.	65
Figura 20 – Competências da área 1.....	66
Figura 21 – Competências da Área 2.	66
Figura 22 – Questão 147 da prova do ENEM 2019	68
Figura 23 – Questão 168 da prova de Matemática do ENEM 2019.....	69

Figura 24 – Questão 140 da prova de Matemática do ENEM 2019.....	70
Figura 25 – Questão 152 da prova de matemática do ENEM 2019	71
Figura 26 – Captura de tela do momento inicial do grupo.....	73
Figura 27 – Captura de tela da questão 1 enviada aos alunos	74
Figura 28 – Questão 1 da discussão com os alunos	75
Figura 29 – Resolução 1 apresentada por um aluno.....	78
Figura 30 – Resolução 2 apresentada por um aluno.....	79
Figura 31 – Resolução 3 apresentada por um aluno.....	84
Figura 32 – Resolução 4 apresentada por um aluno.....	85
Figura 33 – Resolução 5 apresentada por um aluno.....	85
Figura 34 – Questão 2 da discussão com os alunos	88
Figura 35 – Resolução apresentada por um aluno.....	90
Figura 36 – Questão 3 da discussão com os alunos	95
Figura 37 – Questão 4 da discussão com os alunos	101
Figura 38 – Resolução 1 apresentada pelo aluno	107
Figura 39 – Resolução 2 apresentada pelo aluno.	108
Figura 40 – Questão 5 da discussão com os alunos	115
Figura 41 – Questão 6 da discussão com os alunos	119
Figura 42 – Questão 7 da discussão com os alunos	123
Figura 43 – Esboço enviado aos alunos	128
Figura 44 – Questão 8 da discussão com os alunos	130
Figura 45 – Questão 9 da discussão com os alunos.	133
Figura 46 – Esquema enviado pela aluna Sigma.....	135
Figura 47 – Esquema enviado pelo aluno Alfa	137
Figura 48 – Questão 10 da discussão com os alunos	139
Figura 49 – Imagem enviada pelo aluno	146
Figura 50 – Questão 11 da discussão com os alunos.	151
Figura 51 – Questão 12 da discussão com os alunos	155
Figura 52 – Resolução enviada pela aluna	161

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Dissertações e teses encontradas no Banco de Teses e Dissertações da CAPES.....	20
Quadro 2 - Classificação.....	24
Quadro 3 – Temáticas.	25
Quadro 4 - Distribuição dos temas na prova de Matemática do ENEM 2019	48
Quadro 5 – Estilos dos enunciados da prova de Matemática do ENEM 2019.....	51
Quadro 6 – Questões no estilo Afirmativo de Escolhas.	52

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1 Questão de Pesquisa	12
1.2 Apresentação da estrutura do texto.....	14
2. REFERENCIAL TEÓRICO: A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA.....	15
2.1 Pesquisa Bibliográfica.....	19
3. METODOLOGIA E A PESQUISA DE CAMPO.....	31
3.1 Metodologia de Pesquisa.....	31
3.3 Organização da discussão com os estudantes.....	32
4. SOBRE O ENEM.....	39
4.1 Histórico.....	39
4.2 Banco Nacional de Itens (BNI).....	41
4.3 Elaboração da Prova.....	42
4.4 A Teoria de Resposta ao Item	43
4.5 A prova do ENEM na pandemia do Covid-19	45
4.6 Discussão sobre o estilo de questões do ENEM.....	47
4.6.1 Eixo 1 – <i>Conteúdo Temático</i>	48
4.6.2 Eixo 2 – <i>Estilo</i>	49
4.6.3 Eixo 3 – <i>Forma Composicional</i>	54
4.6.4 Eixo 4 – <i>Contextualização e interdisciplinaridade: relações com a realidade</i>	57
4.7 Habilidades e Competências	64
4.7.1 Habilidades e Competências nas questões do ENEM.....	65
5. DISCUSSÕES COM O GRUPO.....	73
5.1 O grupo	73
5.2 Relato	74
5.2.1 Questão 1.....	76
5.2.2 Questão 2.....	89
5.2.3 Questão 3.....	95
5.2.4 Questão 4.....	101
5.2.5 Questão 5.....	115
5.2.6 Questão 6.....	120
5.2.7 Questão 7.....	123
5.2.8 Questão 8.....	130

5.2.9	Questão 9.....	134
5.2.10	Questão 10.....	139
5.2.11	Questão 11.....	152
5.2.12	Questão 12.....	156
6.	SOBRE AS DISCUSSÕES.....	170
6.1	Conversa com os estudantes.....	175
6.2	Eixos de Análise das questões discutidas.....	179
7.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	182
	REFERÊNCIAS.....	186
	ANEXO 1.....	189
	ANEXO 2.....	190
	ANEXO 3.....	191

1. INTRODUÇÃO

Como professora de matemática de escola pública há sete anos, vejo a maneira recorrente como meus alunos se referem ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), expressando medo e dúvidas sobre sua capacidade de resolver as questões da prova de Matemática. Para o INEP, há uma lista de habilidades e competências necessárias para a resolução da prova, e o seu desenvolvimento já bastaria para obter sucesso no exame. Mas acreditamos que, mais do que desenvolver essas habilidades e competências, é preciso desenvolver a criticidade e o raciocínio, e principalmente, que os estudantes conheçam a prova e se sintam confiantes para enfrentá-la. Nesse sentido, consideramos que é necessário promover um empoderamento dos estudantes em relação ao exame. Esse empoderamento pode ser traduzido como “tornar-se poderoso”, mas não com a ideia de superioridade, e sim como um movimento de emancipação, uma espécie de domínio sobre a própria vida. Skovsmose (2001) traz o conceito de *empowerment*, que significa dar poder, ativar a potencialidade criativa, dinamizar a potencialidade do sujeito. Neste trabalho, ir em direção ao empoderamento envolve um processo de desenvolvimento da autonomia de cada estudante, de modo que sintam mais confiança na sua capacidade de resolução das questões, superando essa insegurança e medo da prova.

Na escola em que trabalho como docente, percebi, ao lecionar para turmas de Ensino Médio, que quando o assunto é o futuro após o término da Escola Básica, a maioria dos alunos dizem não saber o que fazer, pois poucos cogitam o ingresso na Universidade, seja pública ou particular. Pública, porque acreditam ser muito difícil conseguir aprovação; e particular, porque não têm renda suficiente para arcar com os custos das mensalidades. Logo, para muitos desses alunos, do ponto de vista deles, o trabalho sem formação universitária acaba sendo o caminho mais fácil a ser escolhido. A maioria deles, ao chegarem ao Ensino Médio, sequer sabe as características dos exames de seleção para o ensino superior, como os vestibulares ou o ENEM. Eles não entendem a dinâmica da prova, se é objetiva ou dissertativa, se podem fazer uso de materiais de consulta ou calculadora, o nível de dificuldade das questões ou os conteúdos solicitados e, quando trago para a sala de aula questões desses exames, não são raros os comentários de que são muito difíceis, antes mesmo de lerem o enunciado. As questões dos exames de seleção, em especial do ENEM, são vistas por estes alunos como algo que se distancia muito do tipo de questão que eles estão acostumados a resolver em sala de aula. E esta é uma observação relatada não apenas sobre as aulas de Matemática, mas sobre os outros

componentes curriculares também, o que mostra que os professores, inclusive eu, tratamos pouco desta realidade dos exames com os alunos.

Meu intuito com este trabalho é trazer para mais próximo dos alunos as questões de matemática do ENEM, e que as discussões de seus enunciados e possíveis soluções colaborem para um processo de empoderamento destes alunos frente ao exame e, compreendendo melhor a estrutura da prova e das questões, que se sintam mais confiantes em relação à prova de Matemática, aumentando suas chances de ingressar, se assim desejarem, em uma Universidade. Não entendo como obrigatoriedade que os alunos tenham vontade de ingressar em um curso superior, pois existem muitas outras opções diferentes para as suas trajetórias, que podem satisfazê-los da mesma forma. Mas entendo que, para os alunos que têm o desejo, é fundamental que se apresentem opções e que sejam discutidas mais veementemente as suas chances e capacidades.

1.1 Questão de Pesquisa

Skovsmose (2001) chama de competência democrática um conjunto de conhecimentos que os cidadãos precisam ter em uma democracia, para garantir o seu funcionamento. Ele afirma que essa competência precisa ser desenvolvida, principalmente no contexto atual, onde o desenvolvimento da tecnologia se encontra em um patamar tão elevado. A Educação Matemática tem um papel fundamental no desenvolvimento das competências democráticas nos estudantes na nossa sociedade tecnológica; afinal, a Matemática exerce uma função social, tornando-se necessária e insubstituível. De acordo com Skovsmose (2001), na nossa sociedade altamente tecnológica, a Matemática teria um caráter de poder, em que algumas pessoas, as ditas capazes, serão responsáveis por gerenciar os problemas tecnológicos, enquanto as ditas incapazes aprenderão a se tornar servis em relação à tecnologia e conseqüentemente, servis em relação às pessoas que dominam esse meio tecnológico. Logo, o domínio desse conhecimento determina um poder nesse tipo de sociedade.

Para a Educação Crítica, Skovsmose (2001) afirma que a relação entre professor e aluno tem um papel importante. Se o intuito é desenvolver atitudes democráticas por meio da educação não é aceitável que apenas o professor tenha um papel decisivo, e sim que o processo educacional seja visto como um diálogo, no qual os estudantes podem identificar assuntos relevantes e participar da construção do currículo: “se uma educação pretende desenvolver uma competência crítica, tal competência não pode ser imposta aos estudantes, deve sim ser desenvolvida com base na capacidade já existente.” (SKOVSMOSE, 2001, p. 18).

O termo *crítica*, utilizado na expressão “educação crítica” é definido como uma demanda sobre autorreflexões, reflexões e reações, pois tem a ver com a identificação de condições para a obtenção do conhecimento, a identificação dos problemas sociais e sua avaliação e a reação a situações sociais problemáticas (SKOVSMOSE, 2001, p. 101). No nosso trabalho, pretendemos também desenvolver a criticidade dos estudantes, no sentido de promover o pensamento reflexivo nos estudantes em relação à prova do ENEM, de modo que se percebam capazes não somente de pensar sobre as questões, mas também de questionar a natureza e organização da prova. Que possam construir uma leitura reflexiva dos enunciados, se perguntar sobre como a prova é montada, porque tem esse formato, como são as questões, e não apenas que mal olhem para as perguntas e já as considerem difíceis, como acontece usualmente, e que assim possam se empoderar para enfrentar, resolver e criticar o exame.

Skovsmose (2000) traz que a educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício, no qual a aula é dividida em duas partes: primeiro há a exposição do professor sobre algum conteúdo e depois os alunos se envolvem em aplicar o recém visto em questões pré-selecionadas. Esses exercícios fornecem informações necessárias e suficientes para que a resposta exata e absoluta seja encontrada sem a exigência de qualquer pensamento crítico ou criativo complementar, já que “...a premissa central do paradigma do exercício e que existe uma, e somente uma, resposta correta.” (SKOVSMOSE, 2000, p. 66). Desse modo, os alunos se empenham a apenas encontrá-la, e principalmente, não a questionar. Essa maneira como estruturamos a nossa sala de aula não colabora para o processo de empoderamento dos estudantes. As práticas comuns, de resolução de exercícios de forma mecanizada, sem argumentação, sem questionamento, sem utilizar um pensamento crítico podem ser rompidas com a utilização de práticas diferenciadas.

É dito que os estudos matemáticos tendem a melhorar as habilidades dos estudantes na estruturação e resolução de problemas lógicos, porém, o que vemos nas aulas ditas tradicionais, é o que Skovsmose chama de “rituais da educação matemática”, são estudantes aprendendo a seguir prescrições, receitas previamente estabelecidas como “revolva a equação...”, “Ache a medida de...”, “Calcule o valor de...”. Ele explica que, dessa maneira, a educação matemática tem muito mais em comum com “instruções e regulamentações com as quais muitas pessoas nos processos de rotina de trabalho se confrontam”. (Skovsmose, 2001, p. 45).

A sala de aula de matemática não precisa ser um treinamento a partir de resolução de exercícios, é possível trazer para a escola uma forma diferente de resolver essas questões, e acreditamos que, inclusive, as questões de matemática do ENEM podem ser resolvidas de uma forma menos automática e mais reflexiva.

Assim, percebendo a importância da Matemática na sociedade e trazendo também a perspectiva da Educação Matemática Crítica, construímos a questão norteadora desta pesquisa: *Como a resolução e a discussão de questões do Exame Nacional do Ensino Médio podem contribuir para o empoderamento e desenvolvimento da criticidade dos alunos?*

1.2 Apresentação da estrutura do texto

Este trabalho é composto de oito capítulos, além da introdução (Cap. 1). No capítulo 2 apresentamos as ideias de Skovsmose na perspectiva da Educação Matemática Crítica, que é nosso principal referencial teórico. Skovsmose argumenta que a Matemática pode ser usada como ferramenta para compreender e transformar a sociedade.

O capítulo 3 é dedicado a explicitarmos a metodologia escolhida para o desenvolvimento desse trabalho, com a caracterização do tipo de pesquisa que iremos desenvolver, as abordagens escolhidas e a forma como foram coletados os dados.

O capítulo 4 é dedicado ao Exame Nacional do Ensino Médio, no qual realizamos um apanhado teórico sobre vários aspectos que compõem o exame, desde seu histórico de criação até o formato da prova. Falamos também sobre como foi realizado o exame de 2020, durante a pandemia do Novo Coronavírus, e implantação do ENEM digital. Está incluída também nesse capítulo uma discussão teórica sobre o estilo das questões da prova de Matemática do ENEM do ano de 2019. Também é composto de uma discussão sobre os conceitos de habilidades e competências, e sua implantação como referência para avaliação na prova do ENEM. Também trazemos como essas habilidades e competências se relacionam, do meu ponto de vista, com algumas questões da prova de Matemática do ENEM de 2019.

No capítulo 5 falamos um pouco sobre a escola na qual realizamos a nossa pesquisa, e incluímos o relato com comentários sobre a discussão realizada com os alunos. No capítulo 6 procedemos a uma discussão sobre os diálogos coletados, ficando para o capítulo 7 as considerações finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO: A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Ole Skovsmose (2001) apresenta os principais elementos da Educação Crítica, afirmando ser preciso um patamar de igualdade na relação professor/aluno, pois não se pode pensar criticamente quando um deles é visto como inferior e apenas receptor de informações. A Matemática pode ser usada como ferramenta de empoderamento para compreender, criticar e mudar a realidade. Ela pode auxiliar os estudantes para que passem de meros leitores de informações para sujeitos ativos e questionadores. De acordo com Skovsmose (2001),

[...]a educação deve ser orientada para problemas, quer dizer, orientada em uma direção ‘fora’ da sala de aula. Essa orientação implica que também a dimensão do engajamento crítico deve ser envolvida na educação (SKOVSMOSE, 2001, p. 38).

Aulas ditas tradicionais ainda são muito comuns na escola básica, principalmente quando se trata da Matemática. E aqui, chamamos de aulas tradicionais aquelas nas quais o professor é o centro do processo: aulas expositivas, em que é apresentado o conteúdo seguido de alguns exemplos de aplicação e, após, resolução de listas de exercícios que muitas vezes têm como objetivo a memorização ou o desenvolvimento do “método de resolução”. Skovsmose (2001) argumenta que, nesse tipo de aula, o aluno é apenas receptor de informações e é treinado para resolver determinados tipos de exercícios, sem questionar sua forma, seus dados ou até mesmo outras formas de resolução diferentes daquela apresentada pelo professor. De acordo com Skovsmose (2014),

Exercícios desempenham um papel crucial no ensino de matemática tradicional. Ao longo de todo o período em que frequentam a escola, as crianças, em sua maioria, respondem a mais de 10 mil exercícios. Contudo essa prática não ajuda necessariamente a desenvolver a criatividade matemática (SKOVSMOSE, 2014, p. 18).

O que queremos propor, com este trabalho, é provocar o aluno a deixar essa posição de receptor de informações, e trazê-lo para um espaço em que se sinta motivado a questionar e pensar de forma crítica. Toda a publicidade - sites, jornais, revistas, televisão - está repleta de gráficos, tabelas e números. Tomamos sempre essas informações como inquestionáveis, precisas e corretas. Essa ação comum vem da “fama” que a Matemática tem na sociedade de ser exata e infalível. Mas essa fama nos remete a acreditar que só há uma verdade quando se trata de Matemática, uma única resposta correta, uma única maneira de resolver, o que pode não acontecer.

Quando os alunos leem um enunciado, após terem estudado determinado conteúdo, eles não tiram um momento para refletir sobre o enunciado da questão, se ele faz sentido, se é viável. Eles apenas a resolvem pelo método ensinado anteriormente. Isso acontece porque na relação professor-aluno estão implícitas algumas regras que funcionam como cláusulas de um contrato, o que autores da Didática da Matemática francesa chamam de *contrato didático*:

A prática mais comum em Matemática parece ser aquela em que o professor cumpre seu contrato dando aulas expositivas e passando exercícios aos alunos; em suas aulas ele deve selecionar partes do conteúdo que o aluno possa aprender e propor problemas cujos enunciados contenham os dados necessários e tão-somente esses, cuja combinação racional, aliada aos elementos da aula, permite encontrar a solução do problema. (SILVA, 1999, p. 45).

E o mesmo acontece com as questões de ENEM: muitas delas têm enunciados longos, com informações em excesso e desnecessárias para a resolução. Mas esses dados são sequer questionados, afinal se estão ali, segundo o contrato didático, devem ser utilizadas. E muitas vezes isso não é preciso. Dessa forma, propomos uma ruptura deste contrato ao solicitar que os alunos utilizem as questões do ENEM para refletir sobre seus enunciados e formas de resolução a ponto de questioná-los e dessa forma desenvolver seu senso crítico e empoderamento em relação ao exame. Skovsmose (2014) ressalta que, no ensino que ele denomina tradicional,

Toda informação contida no enunciado deve ser recebida como algo fechado, exato e suficiente. Ou, mais especificamente, as informações do exercício são compreendidas como necessárias e suficientes para resolvê-lo. Dada essa informação, é possível (e legítimo em aulas de matemática) calcular a solução correta. Os alunos não precisam buscar mais informações. O processo torna-se tão natural que a ideia de sair da sala para confirmar preços e pesos não ocorre a ninguém (SKOVSMOSE, 2014, p. 19).

No exercício, quando se trata da Matemática tradicional citada por Skovsmose, toda a informação está à disposição e os alunos podem permanecer quietos em suas carteiras os resolvendo. Cada exercício está fechado em si mesmo, no qual se busca uma única resposta correta partindo de uma única maneira de resolução (provavelmente já ensinada anteriormente). Esse método não contribui para o empoderamento dos alunos, visto que eles são treinados para apenas repetir sem questionar. E será que esta habilidade de cumprir regras sem questionar não acaba gerando “uma obediência cega que os habilita a participar de processos de produção em que a execução de ordens sem questionamento é um requisito essencial?” (SKOVSMOSE, 2014, p. 20). E então o papel do chamado ensino tradicional da Matemática seria justamente ajudar a estabelecer esta condição para o funcionamento dos postos de trabalho?

De acordo com o senso comum, o estudo de Matemática melhora a capacidade de raciocínio e resolução de problemas. Mas, muitas vezes, o que vemos são apenas alunos cumprindo tarefas da forma “Resolva a equação...”, “Ache a medida de...” Calcule o valor de...”. E, de acordo com Skovsmose (2001),

Isso não tem muito em comum com os processos reais de investigações ou maneiras criativa de estruturar problemas. Tem muito mais em comum com instruções e regulamentações com as quais muitas pessoas nos processos de rotina de trabalho se confrontam (SKOVSMOSE, 2001, p. 45).

Dessa forma, embora exista o forte discurso de que a Matemática tem função importante em relação ao desenvolvimento epistemológico do estudante, melhorando as habilidades de estruturação e resolução de problemas lógicos, a Matemática também caminha em uma direção bem diferente quando se torna a responsável pela inserção da força de trabalho na era tecnológica. Se pensarmos em tecnologia,

A educação, e em particular a Educação Matemática implementa uma atitude em relação à tecnologia. Os estudantes aprendem que algumas pessoas são capazes de gerenciar problemas tecnológicos e outras não são. Consequentemente, os estudantes ‘incapazes’ aprendem a ser tornar servis em relação às questões tecnológicas e tornam-se servis em relação àqueles que podem lidar com elas (SKOVSMOSE, 2001, p. 45).

Skovsmose (2001) diz que a Matemática domina o mundo, pelo desenvolvimento tecnológico. Existem muitas maneiras diferentes de o conhecimento matemático ser aplicado nas mais diversas situações do cotidiano. Quem consegue fazer bom uso destes conceitos matemáticos e tecnológicos acaba conseguindo um *status* superior aos que não desenvolveram esse conhecimento da mesma forma. Não é raro vermos profissões que se relacionam com a Matemática sendo muito reconhecidas em detrimento de outras. E estando imersos em uma sociedade tecnológica, que, segundo Skovsmose significa uma sociedade baseada em total integração de tecnologia da informação, acreditamos que o estudo da Matemática em sala de aula, quando é adotada uma dinâmica de discussão e criticidade, pode empoderar o estudante, encorajando-o a refletir sobre a sua realidade e com isso transformar o meio em que vive.

Segundo Skovsmose (2000), a matemática adquiriu o poder de projetar a realidade graças ao avanço da tecnologia, e com isso pode ser capaz de moldar o presente e o futuro. Muitas tomadas de decisões são realizadas tendo o estudo de modelos matemáticos como base, e dessa forma a matemática adquire um grande poder social e político, e como consequência, adquire a capacidade de moldar e condicionar procedimentos, comportamentos e ações. Com a

presença da matemática na nossa sociedade, o desenvolvimento do pensamento matemático ocupa um lugar considerável para a construção da cidadania.

Com a matemática formatando a sociedade, pode-se afirmar que nem todas as pessoas conseguirão compreender tudo o que acontece, e dessa forma a competência democrática é tida como um conhecimento necessário para que todos sejam capazes de perceber as questões da sociedade com uma postura mais crítica, e não necessariamente compreendendo todos as suas nuances. Temos como um bom exemplo de como o conhecimento matemático participa das decisões que nos impactam, a crise sanitária que estamos vivendo em tempos de pandemia da Covid-19. Muitas famílias tiveram que reorganizar por completo suas questões econômicas e financeiras, pois o Coronavírus se tornou muito mais do que uma ameaça à saúde. As medidas de contenção da doença, principalmente em virtude do necessário isolamento social, acabaram impactando a economia de um modo geral, o que levou a uma crise no mundo inteiro. No Brasil, a taxa de desemprego teve uma alta de 33,1%, no período mais crítico da pandemia segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)¹, e ainda hoje, embora tenha tido uma redução de 0,6%, ainda se mantém com 14,4 milhões de brasileiros que não estão empregados. Essa taxa se deu em virtude dos ajustes que as empresas foram obrigadas a realizar para continuarem se mantendo, já que houve mudanças e redução de horários de funcionamento e até mesmo, dependendo do ramo, o fechamento total de empresas e estabelecimentos, com suspensão das atividades. Aplicações financeiras, empréstimos, negociações de dívidas e até mesmo como calcular o valor de um desconto em determinado produto são exemplos de conhecimentos que envolvem a matemática e que são importantes na sociedade.

Na matemática escolar, é comum apresentarmos uma questão para nossos alunos em que todos os dados apresentados são relevantes e suficientes para a resolução. Há apenas uma resposta certa esperada pelo professor. Não há, ou não deveria haver, margem para discussão, já que bastaria utilizar os dados já selecionados e apresentados e calcular a resposta. Já para os problemas matemáticos encontrados no cotidiano, há diferentes situações que devem ser levadas em consideração, como por exemplo, segundo Knijnik (1998) “de cunho social, cultural, afetivo e econômico” (p. 123), e a essas variáveis muitas vezes não é dada a devida importância, fazendo com que a tentativa de aproximar os exercícios realizados em sala de aula com a matemática encontrada no cotidiano seja falha. Dessa forma, um sujeito pode lidar bem com números e operações nos diferentes aspectos da sua vida, mas quando esses conhecimentos

¹ Disponível em: <https://g1.globo.com/economia/noticia/2021/08/31/desemprego-fica-em-141percent-no-2o-trimestre-diz-ibge.ghtml>. Acesso em 22 de outubro de 2021.

são trazidos para a matemática escolar o que vemos são problemas “de verdade” transmutados em problemas fictícios, apenas uma paródia do cotidiano. (KNIJNIK, 1998, p.124).

A prova do ENEM é um instrumento de avaliação classificatória que se autoafirma como fazendo uso da contextualização, pretendendo aproximar o cotidiano do educando nas suas questões. No capítulo sobre o ENEM abordaremos com mais detalhes esse tema da contextualização presente na prova, por enquanto ressaltamos que ele é muito mais complexo do que se apresenta, e que ao apontarmos essa complexidade em transformar a matemática da “vida real” na matemática escolar, Knijnik reforça que

“[...] meu argumento não tem por objetivo defender um ensino de matemática asséptico, neutro, onde as contas "secas" sejam a tônica, de modo que não haja “qualquer risco” de ambiguidade. O ponto a ser destacado aqui é que não podemos ser ingênuos em pensar que basta trazer estas “contas secas” para um contexto que estaremos realizando um ensino de matemática menos tradicional, que produza outros efeitos sociais que não sejam os conectados com a reprovação e o fracasso escolar. (KNIJNIK, 1998, p. 123).

No nosso trabalho buscamos desenvolver o empoderamento e um olhar mais crítico em relação à prova de Matemática do ENEM. Quando buscamos uma posição mais crítica e empoderada de nossos estudantes em relação à prova, esperamos que eles consigam ter uma visão mais reflexiva do enunciado de cada questão, que percebam que, embora seja creditado à prova do ENEM um caráter de contextualização, muitas vezes essa contextualização é forçada e não condiz com a realidade do cotidiano. Gostaríamos que eles se sentissem capazes de resolver as questões e que percebessem que o insucesso não acontece apenas por falta de conhecimento matemático, e sim por diversos outros fatores, como a insegurança deles em relação à sua capacidade de resolução, o tempo inadequado para o número de questões, ambiguidades, excessos e faltas de informações nos enunciados, alternativas pensadas para capturar os possíveis erros dos estudantes, e o próprio caráter classificatório da prova, planejada para que haja acertos e, também, muitos erros.

2.1 Pesquisa Bibliográfica

Para conhecer o que já foi produzido em termos de Educação Matemática Crítica na escola, em especial em relação ao ENEM, e buscando compreender de que modo o tema foi abordado e com quais objetivos, desenvolvemos uma pesquisa de caráter bibliográfico. Essa pesquisa teve como base a exploração e leitura de dissertações de mestrado e teses de doutorado

no Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Para selecionar as teses e dissertações que interessassem ao nosso trabalho, seguimos os seguintes passos, tendo como base e adaptando para nossa pesquisa, os descritos por Prigol (2013):

- 1) Definição dos descritores para direcionar as buscas a serem realizadas;
- 2) Localização dos bancos de pesquisas, teses e dissertações;
- 3) Estabelecimento de critérios para a seleção do material;
- 4) Levantamento de teses e dissertações catalogadas;

Para iniciar nossa busca por trabalhos relacionados ao nosso, primeiramente selecionamos os descritores com as palavras-chave: ENEM e Criticidade. A expressão Educação Matemática será selecionada mais adiante em um dos filtros do *Banco de Teses e Dissertações da CAPES*, que foi nossa seleção para a etapa 2, podendo ser acessado no seguinte link:

<https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses>²

Em uma etapa inicial, digitamos nossos parâmetros e clicamos em “buscar”, obtendo o seguinte resultado:

Figura 1 - Primeiro resultado da pesquisa



Fonte: Capes

Apareceram muitos trabalhos, porém, ainda não havíamos selecionado nossa área de interesse. No filtro *Grande Área Conhecimento* selecionamos a opção *Multidisciplinar* e clicamos para refinar os resultados.

O próximo filtro selecionado foi *Área Conhecimento*, em que selecionamos a opção *Ensino de Ciências e Matemática*. Seguindo, chegamos à última especificação: *Área Concentração*, em que selecionamos *Ensino de Ciências e Matemática* e *Educação Matemática*.

² Acesso em: 05 de janeiro de 2020.

Ao aplicar o filtro, encontramos o resultado abaixo. Assim, foi possível realizar o levantamento de teses e dissertações catalogadas, com estes pré-requisitos (etapa 4) e iniciar a coleta do material de pesquisa, selecionado junto ao Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Figura 2 – Segundo resultado da pesquisa



Fonte: Capes

Os setenta e nove trabalhos resultantes da nossa busca foram publicados entre 2013 e 2019, sendo 14 delas Teses de Doutorado, e as restantes Dissertações de Mestrado. Os trabalhos são provenientes de 16 instituições federais, 4 instituições estaduais e 9 instituições privadas.

Como um dos filtros que utilizamos foi *Ensino de Ciências e Matemática*, alguns dos trabalhos encontrados estavam relacionados com o ensino de Física, Química e Biologia. Sentimos necessidade de filtrar ainda mais esse resultado, já que interessam ao nosso trabalho apenas as pesquisas relacionadas com a Educação Matemática. Após a exclusão desses trabalhos, restaram apenas 33 dissertações nessas condições, que trouxemos listadas na tabela abaixo, com suas informações principais.

Quadro 1 – Dissertações e teses encontradas no Banco de Teses e Dissertações da CAPES

Título	Autor	Ano de Defesa	Instituição	PPG
Currículo de Geometria Espacial do colégio 7 de setembro: Influências do vestibular da Universidade Federal do Ceará e do ENEM	Sílvia Henrique Araújo Mota	2015	Universidade Anhanguera de São Paulo	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Mestrado Acadêmico)
Significados e representações dos números racionais abordados no Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM	Fernanda Andreia Fernandes Silva	2013	Universidade Federal Rural de Pernambuco	Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências – PPGEC (Mestrado Acadêmico)
A utilização dos Tablets na Aprendizagem Ativa buscando o aprimoramento nas competências exigidas no ENEM	Wanderley Garcia Vichinsky	2014	Universidade Cruzeiro do Sul - SP	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado profissional)

Leitura, Interpretação e a Resolução de problemas em Matemática no contexto do Exame Nacional do Ensino Médio	Vania Gomes da Silva Ribeiro	2013	Universidade Luterana do Brasil – Canoas	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Acadêmico)
Competências e Habilidades Matemáticas no Ensino Médio e o novo ENEM: Estudando as escolas de Roraima	José Augusto Ximenes Neto	2013	Universidade Luterana do Brasil – Canoas	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Acadêmico)
Análise de Questões de Matemática do ENEM: Uma proposta de utilização do Geogebra na perspectiva Ausubeliana	Renata César Pinto	2016	Universidade Federal de Santa Maria	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (Mestrado Acadêmico)
A influência do cotidiano nas questões de função do Exame Nacional do Ensino Médio	Paulo Tadeu Gandra Campos	2014	Universidade Federal de Juiz de Fora	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Mestrado Profissional)
As práticas educativas dos professores de Matemática do Ensino Médio com Ênfase à nova concepção do ENEM: Um estudo na Rede Pública Estadual do Ceará	Célio de Mendonça Clemente	2017	Universidade Federal de Sergipe	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Acadêmico)
Panorama da Competência Estatística no Ensino Médio Brasileiro: Das ideias e práticas dos professores ao desempenho dos alunos no ENEM	Letícia Vieira Oliveira Giordano	2017	Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP	Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática (Doutorado Acadêmico)
A formação do leitor no ensino de matemática: a construção dos sentidos do texto para além do livro didático e do ENEM	Daniel Oliveira Silva Rodrigues	2017	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás	Programa de Pós-Graduação Em Educação para Ciências e Matemática (Mestrado Profissional)
Solução de problemas de Matemática: Um estudo sobre os procedimentos usados por estudantes universitários em questões baseadas no ENEM e	José Luciano Santinho Lima	2016	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita	Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência (Doutorado Acadêmico)

nos vestibulares da UNESP E FUVEST				
A percepção da Criticidade Financeira de alunos do Ensino Médio sob a ótica da Educação Matemática	José Anderson Silva	2018	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santos	Programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Mestrado Profissional)
Ensino e Aprendizagem da Matemática no Ensino Médio: Significado da Contextualização do Conhecimento Matemático	Luciene da Silva Pareira	2013	Universidade Luterana do Brasil - Canoas	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Acadêmico)
O uso de objetos de aprendizagem para o ensino e aprendizagem de Estatística no Ensino Médio	Maria das Mercês Coutinho Mota	2019	Universidade Federal de Juiz de Fora	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Mestrado Profissional)
Crenças de um professor de Matemática que emergem em suas interações com um livro didático do Ensino Médio	Cristiano da Silva dos Anjos	2014	Fundação Universidade Federal do Mato Grosso do Sul	Pós- Graduação em Educação Matemática (Mestrado Acadêmico)
Educação Financeira: Uma perspectiva da disciplina de matemática no Ensino Médio pela resolução de problemas	Clistenes Lopes da Cunha	2014	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Programa de Pós-Graduação em Ensino (Mestrado Profissional)
Sólidos e Superfícies de Revolução com o auxílio do software Geogebra	Dionatan de Oliveira Nadalon	2018	Universidade Franciscana – Santa Maria	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Acadêmico)
Sequências Didáticas envolvendo conceitos de Função do primeiro grau a partir das	Livia da Silva Hoyle	2017	Universidade Federal do Acre	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática (Mestrado Profissional)
Professores de matemática e o estudo de processos avaliativos que envolvem funções	Rosângela de Souza Jorge	2018	Universidade Anhangüera de São Paulo	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Doutorado Acadêmico)
O uso da calculadora científica na resolução de problemas matemáticos nas aulas de matemática do Ensino Médio: Investigando Concepções e explorando potencialidades	José Edivan Braz Santana	2015	Universidade Estadual da Paraíba	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Mestrado Acadêmico)

Introdução ao conceito de integral de Funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentais em princípios da Modelagem Matemática	Carlos Antônio da Silva	2013	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Doutorado Acadêmico)
Uma proposta de curso de serviço para a disciplina de matemática financeira: Mediada pela produção de significados dos estudantes de administração	Dejair Frank Barroso	2013	Universidade Federal de Juiz de Fora	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (mestrado profissional)
A construção do letramento estatístico em estratégias com o uso de tecnologias digitais em aulas de estatística de cursos de graduação	Anderson Anzai dos Santos	2019	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
O uso do jogo Awalé como possibilidade na educação matemática para a EJA	Joelma dos Santos Rocha Trancoso	2019	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Mestrado Profissional)
Um estudo das expectativas institucionais sobre a noção de polígono na transição entre os ensinos fundamental anos iniciais, fundamental anos finais e ensino médio	Anderson Brasil Silva Cavalcante	2018	Universidade Anhanguera de São Paulo	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Doutorado Acadêmico)
Dificuldades de Aprendizagem Matemática dos alunos ingressantes na Educação Superior nos trabalhos do X encontro Nacional de educação Matemática	Wilson de Jesus Masola	2014	Universidade Cruzeiro do Sul – São Paulo	Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado profissional)
A Educação Financeira nos anos finais da Educação Básica: Uma análise na perspectiva do livro didático	Lilian Brazile Trindade	2017	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Mestrado acadêmico)
Um estudo sobre a abordagem dos conteúdos estatísticos em cursos de licenciatura em	Amari Goulart	2015	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Doutorado Acadêmico)

matemática: uma proposta sob a ótica da ecologia do didático				
A linguagem Scratch como apoio ao Ensino de Matemática Financeira na perspectiva cidadã	Jane Maria da Silva	2018	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – IFES	Programa de Pós-graduação em Educação em Ciência e Matemática (Mestrado Profissional)
A utilização da Informática em aulas de Matemática na EJA com colaboração de sequências didáticas	Lisandra Senra Avancini Bendineli	2015	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – IFES	Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Mestrado profissional)
Educação Matemática Financeira por meio de Sequências didáticas: Duas aplicações cotidianas	Michelle Ribeiro Amorim	2014	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – IFES	Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Mestrado profissional)

Fonte: Elaborado pela autora

Percebemos que, dentre os resultados encontrados, alguns trabalhos não tinham relação com ENEM, e sim com o Ensino Médio. Pensamos que ao digitar no filtro a palavra-chave ENEM, o sistema pode ter apropriado também como descritor *Exame Nacional do Ensino Médio*. Mas optamos por analisar estes trabalhos também, pois achamos importante verificar como a criticidade está sendo abordada em sala de aula, mesmo que sem o uso do ENEM. Dessa forma, sentimos necessidade de separar os trabalhos em grupos, para um olhar mais cuidadoso.

Quadro 2 – Classificação

Trabalhos que abordam:	Quantidade
1) o ENEM	11
2) somente o Ensino Médio	9
3) somente Ensino Fundamental ou Superior	13

Fonte: Elaborado pela autora

Sobre os 11 trabalhos que têm como tema central o ENEM, encontramos diversas abordagens, mas pela leitura de trechos dos trabalhos concluímos que as dissertações

relacionadas não apresentam um olhar crítico sobre o ENEM. As pesquisas apenas usam o ENEM como plano de fundo, não desenvolvendo reflexão crítica sobre a prova em si. As seguintes temáticas foram encontradas nesses trabalhos

Quadro 3 - Temáticas

Título	Temática
Currículo de Geometria Espacial do colégio 7 de setembro: Influências do vestibular da Universidade Federal do Ceará e do ENEM	Análise do currículo de Geometria Espacial presente na prova do ENEM
Significados e representações dos números racionais abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM	Significados e representações dos números racionais a partir das questões de prova
A utilização dos Tablets na Aprendizagem Ativa buscando o aprimoramento nas competências exigidas no ENEM'	Uso de tablets
Leitura, Interpretação e a Resolução de problemas em Matemática no contexto do Exame Nacional do	Leitura e Interpretação de texto
Competências e Habilidades Matemáticas no Ensino Médio e o novo ENEM: Estudando as escolas de Roraima	Competências e Habilidades no Ensino Médio e o ENEM
Análise de Questões de Matemática do ENEM: Uma proposta de utilização do Geogebra na perspectiva Ausubeliana	Uso do Geogebra para questões de geometria do ENEM
Solução de problemas de Matemática: Um estudo sobre os procedimentos usados por estudantes universitários em questões baseadas no ENEM e nos vestibulares da UNESP E FUVEST	Procedimento de resolução dos alunos
A influência do cotidiano nas questões de função do Exame Nacional do Ensino Médio	Influência do cotidiano nas questões
As práticas educativas dos professores de Matemática do Ensino Médio com Ênfase à nova concepção do ENEM: Um estudo na Rede Pública Estadual do Ceará	Práticas educativas dos professores
Panorama da Competência Estatística no Ensino Médio Brasileiro: Das ideias e práticas dos professores ao desempenho dos alunos no ENEM	Panorama da competência estatística
A formação do leitor no ensino de matemática: a construção dos sentidos do texto para além do livro didático e do ENEM	Formação do leitor

Fonte: Elaborado pela autora

Destes trabalhos, escolhemos três que pareceram mais relevantes, embora ainda se distanciem do tipo de trabalho que iremos apresentar nesta dissertação. O primeiro trabalho escolhido foi uma dissertação de mestrado que tem como título “A influência do cotidiano nas questões de função do Exame Nacional do Ensino Médio” (CAMPOS, 2014).

Este trabalho trata sobre a influência das expressões do cotidiano nas questões do ENEM, e busca investigar se as questões contextualizadas são mais eficazes do que aquelas de aplicação direta, para a aprendizagem de Matemática. Nessa pesquisa, o autor afirma que a comunidade acadêmica pouco tem explorado o tema ENEM, fato observado devido ao baixo número de dissertações e teses encontradas. Como resultado da sua pesquisa, o autor conclui que questões que envolvem o cotidiano podem permitir ao estudante uma visão crítica da sociedade, no entanto, em seu trabalho, ele não apresenta argumentos para justificar essa sua conclusão, e reforça a importância de que se tenham mais pesquisas nessa área. Ressalta também que o sucesso na resolução só se dará caso o estudante tenha o conhecimento do objeto matemático envolvido na questão, caso contrário não fará diferença a questão ser contextualizada ou de aplicação direta.

O segundo trabalho que trazemos tem como título “Competências e Habilidades no Ensino Médio e o Novo Enem: estudando as escolas de Roraima” (NETO, 2013), e tem como objetivo investigar se as escolas de Ensino Médio proporcionam condições para que os alunos desenvolvam as habilidades e competências necessárias para serem bem-sucedidos na prova do ENEM. O autor traz um capítulo sobre habilidades e competências, no qual apresenta o ponto de vista de diversos autores sobre o tema, mas não traz, até então, nenhuma reflexão crítica sobre o desenvolvimento dessas habilidades relacionadas ao exame. Do ponto de vista do pesquisador, o ENEM é uma prova que rompe com o modelo da “educação bancária” pois, para o autor, a prova considera conhecimentos que os alunos adquiriram na escola, bem como sua experiência de vida, valorizando muito mais o raciocínio do que a mecanização. A investigação do trabalho é realizada sob a forma de questionários aplicados com os professores, alunos e o técnico responsável pelo currículo de matemática da secretaria de educação, e a conclusão a que se chega é a de que o ensino da matemática ainda não utiliza atividades e estratégias que favoreçam o desenvolvimento dessas habilidades e competências. De modo geral, entendem que o ensino da Matemática desenvolve competências, mas não as avaliadas no exame. Também, a maioria dos professores e o técnico entendem que os docentes não estão devidamente preparados para atuar no ensino com esse foco.

A última dissertação escolhida para comentários tem como título “Leitura, Interpretação e a resolução de problemas de Matemática no contexto do Exame Nacional do

Ensino Médio” (RIBEIRO, 2013), que teve como objetivo analisar o desenvolvimento das competências de leitura e interpretação de textos matemáticos, bem como identificar as dificuldades apresentadas no trabalho com esses textos, e evidenciou que os estudantes apresentaram dificuldades em compreender os textos matemáticos, pois, muitas vezes, não conseguiam entender o que cada texto informava ou solicitava, independentemente do conhecimento matemático específico a ser mobilizado para a solução. Embora a conclusão do trabalho tenha sido de que há muita dificuldade na interpretação dos enunciados, a autora não sinaliza qualquer crítica ao estilo das questões.

Passaremos agora aos nove trabalhos que têm como foco de pesquisa o Ensino Médio, sem nenhuma menção ao ENEM. Os assuntos que aparecem nesses trabalhos são:

- Contextualização do conhecimento matemático;
- Interação com o livro didático;
- Educação Financeira;
- Uso da calculadora;
- Função do 1º grau a partir de orientações curriculares nacionais;
- Criticidade Financeira de alunos do Ensino Médio.

Escolhemos para comentários, entre esses nove trabalhos, uma dissertação que trouxe a criticidade no seu título: “Percepção da criticidade financeira de alunos do Ensino Médio sob a perspectiva da Educação Matemática” (SILVA, 2018). O objetivo desse trabalho é verificar de que modo atividades sobre educação financeira contribuem para o desenvolvimento do pensamento crítico (em relação a decisões financeiras) com alunos do ensino médio. Assim como a nossa pesquisa, essa dissertação tem como principal referencial teórico a Educação Matemática Crítica, de Ole Skovsmose. O autor desenvolve sua pesquisa por meio de atividades e questionários, e conclui, a partir das produções e falas dos alunos, que houve desenvolvimento de pensamento crítico quando eles conseguiram identificar vantagens e desvantagens entre algumas promoções no estilo “compre 2 e leve 3”, e sobre juros em compras parceladas, por exemplo.

Com as observações feitas, percebemos que nenhum desses trabalhos se propõem a enxergar o ENEM pelo viés da Educação Matemática Crítica. Embora as pesquisas encontradas relatem dificuldades com a prova, em nenhum momento elas questionam a própria estrutura da prova, como os enunciados das questões. Não há também, dentre esses trabalhos, nenhuma análise das questões do ponto de vista da contextualização, da interdisciplinaridade, ou até

mesmo das informações em excesso presentes nos enunciados. Dessa forma, ressaltamos a necessidade de um outro olhar sobre a prova, e não somente a resolução das questões pelos alunos.

Após realizar esta pesquisa sobre dissertações e teses com as palavras-chave escolhidas, não encontramos trabalhos que pudessem colaborar de forma substancial para a nossa pesquisa, e pensamos que poderíamos fazer uma nova verificação escolhendo como palavra-chave a expressão *Educação Matemática Crítica* já no primeiro filtro, para ver se apareceriam mais resultados relevantes. Então assim fizemos, ao aplicar os mesmos filtros utilizados anteriormente e o resultado foi o da Figura 3.

Figura 3 - Resultado



Fonte: Capes

Destes trabalhos, nove são teses de doutorado, e 37 se referem a dissertações de mestrado. Do mesmo modo que na busca anterior, apareceram trabalhos com diversos enfoques, mas nenhum deles aborda o ENEM. Em virtude disso, resolvemos observar, nesses trabalhos, como foi o desenvolvimento da educação matemática crítica nas escolas.

Observando os 46 trabalhos encontrados, alguns deles eram revisões bibliográficas, ou estudos sobre alunos de séries iniciais do Ensino Fundamental. Ainda acreditamos que estes trabalhos não colaborariam com o nosso, por se afastarem muito do público-alvo. Também encontramos alguns trabalhos que, apesar do filtro, não se referiam à educação matemática crítica, tinham um enfoque maior em educação financeira. Estes também foram excluídos da análise. Dessa forma, após a seleção, restaram 16 trabalhos a serem revisados mais detalhadamente. Dentre estes, escolhemos dois cujos títulos nos chamaram a atenção por se relacionarem com a nossa pesquisa.

O primeiro trabalho escolhido tem como título “A inserção da Educação Matemática Crítica na escola pública: aberturas, tensões e potencialidades” (MIRANDA, 2015). Esta tese de doutorado traz a Educação Matemática crítica já no seu título, e embora não tenha como enfoque o ENEM, ela procura observar a inserção da Educação Matemática Crítica em uma escola pública, o que parece interessante para a nossa pesquisa. A autora afirma que, embora existam pesquisas sobre Educação Matemática Crítica, há muito poucas com abordagem em

sala de aula, havendo também pouca discussão no campo da educação matemática sobre como os professores podem criar condições para que os alunos usem a matemática como uma ferramenta para entender e começar a trabalhar contra condições injustas. Essa pesquisa buscou situações que retratam a realidade, mostrando formas de atuação capazes de despertar reflexões sobre o contexto da escola pública e a influência professor pesquisador utilizando a Ed. Matemática Crítica.

O aprendizado da Matemática pode ser relacionado ao empoderamento, dependendo dos contextos particulares dos alunos. Cada pessoa é um indivíduo diferente do outro e cada contexto, cada escola tem uma realidade particular conforme as características da sua comunidade. A autora conclui que os resultados foram positivos no sentido de despertar nos alunos o interesse por questões além do currículo formal e que cada estudo depende do contexto, da preparação e do conhecimento dos alunos e experiência do professor.

O próximo trabalho escolhido é intitulado “Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação” (SODRÉ, 2013). Trata-se de uma dissertação que tem como questão de pesquisa “que contribuições a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação possibilita para a matemática escolar?”. Escolhemos esse trabalho pois ele preocupa-se em verificar as contribuições da criticidade (usando a modelagem), para a matemática escolar. Apesar de não usar o ENEM como enfoque, ele apresenta dados de uma pesquisa em sala de aula, tomando como base teórica a Educação Matemática Crítica de Skovsmose.

Neste trabalho, os alunos de primeiro ano do Ensino Médio foram convidados a discutir sobre as suas resoluções e de seus colegas, sobre os modelos apresentados, comparando resultados, hipóteses e conclusões de forma crítica. O autor afirma que, em geral, a atividade escolar não abre possibilidades para discutir “rótulos” atribuídos ao ensino da matemática, sobretudo, para construção ou desconstrução de diferentes respostas produzidas. Mas nessa prática, o comportamento observado na conduta dos alunos em função do “contrato didático” vigente evidenciou a quebra da ideia de que em matemática, só existe uma resposta certa e a resistência dos alunos em confrontar a regra de que a exposição do conteúdo é uma responsabilidade exclusiva do professor.

3. METODOLOGIA E A PESQUISA DE CAMPO

Neste capítulo apresentaremos a metodologia adotada na nossa pesquisa de campo, e explicaremos como organizamos a discussão com os estudantes.

3.1 Metodologia de Pesquisa

Optamos por adotar nesta pesquisa uma abordagem qualitativa, em que o método de investigação tem como objetivo analisar toda a situação apresentada, e não somente o resultado do processo. Como estudamos as experiências individuais, nosso propósito não era contabilizar resultados, mas sim compreender e explorar o comportamento e a produção dos alunos envolvidos nas atividades.

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa possui cinco características, mas nem todas elas precisam estar presentes para que se configure uma investigação qualitativa. Para estes autores, a primeira característica é a de que “a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47). Esta característica vai ao encontro do nosso trabalho, em que vamos investigar o ambiente natural, utilizando para nossos registros anotações sobre as discussões, que foi nosso objeto de análise.

Como segunda característica da pesquisa qualitativa, os autores trazem que “A investigação qualitativa é descritiva.” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48). Os dados que recolhemos em nosso trabalho não são numéricos, e sim constituem-se de imagens e palavras. Nos resultados da nossa investigação, apresentaremos as construções que os alunos fizeram em um grupo de *WhatsApp*, imagens enviadas e transcrições de mensagens de áudio, além das nossas observações e das impressões da professora-pesquisadora sobre a prática. Também aparece, como terceira característica, que “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49). Esta característica também vai ao encontro da forma como conduzimos a nossa pesquisa, pois analisamos todo o processo das discussões das questões pelos alunos, suas resoluções, sugestões e narrativas, e não apenas se os alunos conseguiram chegar à resposta correta das questões propostas.

A quarta característica trazida pelos autores e que também corrobora o nosso trabalho é a de que “os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.”

(BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50). E, de fato, não recolhemos os nossos dados com o intuito de confirmar uma hipótese, afinal, não sabíamos o que iria acontecer no final do processo, não tínhamos uma hipótese a propor. E por fim, a quinta característica deste tipo de pesquisa é a de que “O significado é de importância vital na abordagem qualitativa” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 51). Na nossa pesquisa registramos as diferentes perspectivas, o que cada aluno estava experimentando, em uma espécie de diálogo entre pesquisadora e sujeito.

Organizamos o nosso trabalho, primeiramente, em quatro etapas, que são:

1 - Estudo da fundamentação teórica sobre Educação Matemática Crítica, e coleta de informações sobre a Matriz de Referência do INEP e as habilidades e competências relacionadas;

2 – Planejamento; escolha das questões a serem trabalhadas com os alunos; elaboração da sequência de atividades.

3 - Experimentação.

4– Análise dos resultados e redação da Dissertação.

3.3 Organização da discussão com os estudantes

Esta pesquisa foi pensada inicialmente para ser desenvolvida em uma turma de segundo ano do Ensino Médio, de uma Escola Pública da Rede Estadual no município de Porto Alegre no Rio Grande do Sul, na qual sou professora regente. Mas, devido a situações adversas causadas pela pandemia do Novo Coronavírus, realizamos a pesquisa com alunos do terceiro ano do Ensino Médio, dessa mesma escola.

Essa escola, situada na Zona Norte de Porto Alegre, é uma escola de grande porte, que atende estudantes diariamente, nos três turnos. No turno da manhã a escola dispõe de turmas de oitavo e nono ano do Ensino Fundamental, e as três séries do Ensino Médio. No turno da tarde são atendidos os alunos das Séries Iniciais, e do Ensino Fundamental até o sétimo ano. Também no turno da tarde atendemos turmas do Curso Normal – Magistério. No turno da noite são atendidos os alunos do Ensino Médio, do Aproveitamento de Estudos para o Magistério e dos cursos técnicos de Contabilidade e Administração.

Nossa escola, devido à sua localização, é caracterizada pela heterogeneidade de público, recebendo alunos de Porto Alegre e de outras cidades da região metropolitana, como Alvorada, Gravataí, Cachoeirinha, Viamão e Canoas.

A carga horária do Ensino Médio nesta escola é de 25 períodos semanais de 60 minutos cada, sendo que, destes, 3 períodos semanais são dedicados à disciplina de Matemática. Esta pesquisa foi pensada inicialmente para ser realizada de forma presencial nos períodos regulares da disciplina, e organizada de modo a não prejudicar o andamento do conteúdo previsto o ano.

Com o agravamento da pandemia do Novo Coronavírus e a suspensão das aulas, surgiu a necessidade de adaptar a prática para a forma remota, visto que estávamos com as escolas fechadas há mais de um ano, e sem previsão de retorno. Inicialmente, tínhamos organizado a discussão com os alunos para acontecerem em diferentes momentos, com diferentes dinâmicas. Iríamos iniciar com uma apresentação da proposta para os alunos, e o convite para a participação. Logo após faríamos a separação dos alunos em grupos por afinidade, e uma conversa informal sobre o ENEM, para verificar o que os alunos sabem, pensam e esperam a respeito do exame. Após, tínhamos planejado o manuseio e exploração de provas impressas do ENEM, para aproximar os alunos desse material e para observarem a composição física da prova. Então os alunos seriam convidados a resolver questões de provas anteriores e apresentar aos colegas, da maneira que considerassem mais conveniente. Após todos os grupos terem feito as apresentações, seria solicitado que refletissem sobre os enunciados das questões, analisassem as informações contidas nele, se são necessárias ou em excesso, uma análise sobre os comentários dos colegas. O encerramento do trabalho seria um encontro final para debatermos tudo o que aconteceu durante esses momentos, momento em que iríamos buscar encontrar, nas falas dos alunos, considerando toda a sua evolução durante o projeto, pistas sobre se a resolução das questões e as atividades, no modo como foram propostas, colaboraram para o desenvolvimento da sua criticidade e empoderamento, respondendo assim a nossa questão de pesquisa.

Como não foi possível que a investigação com os alunos fosse feita da forma descrita devido à suspensão das aulas sem previsão de retorno até aquele momento, foi necessária uma adaptação da atividade para a forma remota. Com a experiência de ensino remoto que tivemos durante o ano de 2020, percebemos que os alunos da nossa escola, em sua maioria, tiveram muitas dificuldades e entraves de adaptação para as aulas à distância. Muitos alunos queixaram-se de não ter bom acesso à tecnologia, devido à falta de recursos financeiros. A maioria dos alunos relata ter apenas o seu celular, não dispondo de computador ou notebook para acesso. Quando têm, geralmente é compartilhado com pais e irmãos. Quanto aos celulares, muito relataram a falta de *wi-fi* e de não disporem de pacote de dados suficiente para a realização de todas as atividades solicitadas ao longo do ano. A partir de pesquisa informal realizada pela escola, ficou acordado que o professor sempre enviaria material virtual em forma de texto, pois

dessa forma não eram necessários muitos dados de internet para *download* e que recursos como aulas ao vivo pelo *Google Meet* e até mesmo recomendação de vídeos, que consomem mais dados de internet, se dariam de forma não obrigatória, visando não prejudicar os alunos sem acesso.

Desse modo, repensando nossa pesquisa para o formato *online*, e para ter uma adesão maior dos alunos participantes, escolhemos como ideia inicial criar um grupo na rede social *Facebook*, para interação com os alunos participantes da pesquisa. Este formato de trabalho tinha sido escolhido pela familiaridade que os alunos já têm com a plataforma; além disso, a maioria dos pacotes de dados das operadoras de telefonia conta com acesso ilimitado a essa rede social, de modo que os alunos conseguiriam acessá-la a qualquer momento. Fizemos o convite aos alunos de quatro turmas do segundo ano do Ensino Médio, mas tivemos apenas seis manifestações de interesse para ingressarem no grupo, de um universo de quase 150 alunos. Após várias tentativas de aumentar esse número, mas sem sucesso, chegamos a um número de 11 integrantes, que embora estivessem no grupo, não interagiam nem respondiam aos meus questionamentos. Foram feitas diversas tentativas de contato, sem sucesso, até que optamos por encerrar o grupo. Da mesma forma, não obtivemos sucesso na segunda tentativa de aproximação, em que utilizamos a própria plataforma de aula, *Google Classroom*, para a interação. Imaginamos que esse desinteresse dos alunos fosse reflexo de toda essa situação que estamos vivendo, pois muitos deles estavam envolvidos ou sobrecarregados com outras demandas alheias à escola. Então, como opção, acabamos procurando um grupo que estivesse mais focado em exames de seleção, de modo que se interessassem pela atividade, e para isso convidei estudantes que haviam sido meus alunos nos anos anteriores à pandemia, que já haviam se formado no Ensino Médio e que ainda estariam buscando uma vaga na Universidade por meio de vestibulares e ENEM. Esse convite foi feito a partir da plataforma da rede social *Facebook*, onde eu os tenho entre meus contatos. Enviei uma mensagem individual para cerca de 150 ex-alunos, para saber quais deles ainda estavam nessa situação. Aos que me responderam, informei sobre a minha pesquisa e perguntei sobre o interesse na atividade. Consegui reunir um grupo de 10 ex-alunos, que haviam se formado no Ensino Médio entre os anos de 2014 e 2019. Esses alunos sugeriram que as discussões fossem realizadas pelo aplicativo de conversas *WhatsApp*. Segundo eles, o dinamismo do aplicativo contribuiria para a interação, visto que eles o utilizam com frequência. Enquanto se faziam os ajustes necessários para a criação do grupo para dar início às discussões, surgiu um momento inesperado. Estudantes do terceiro ano do Ensino Médio da escola, que foram meus alunos nos anos de 2019 (presencial) e 2020 (remoto), souberam da pesquisa e a representante da turma me enviou

uma mensagem, via *Facebook*, perguntando se poderiam participar, pois a turma tinha interesse. Como justificativa, relataram que estavam sentindo uma grande dificuldade nos conteúdos estudados, e também perceberam que alguns conteúdos previstos para o nível de ensino não foram abordados (alguns alunos estavam fazendo curso pré-vestibular) como consequência da adaptação ao ensino à distância. Como prestariam o próximo ENEM e relataram terem gostado muito das aulas que tivemos no modo presencial no primeiro ano do Ensino Médio, viram na pesquisa uma chance de revisar (e aprender) alguns conteúdos importantes. Como esses alunos estudam no terceiro ano, informei a professora de matemática regente da turma sobre o interesse e participação deles na pesquisa, como também comuniquei à direção da escola, e aceitei formar um grupo com eles também.

Após esses encaminhamentos, tínhamos agora dois grupos diferentes para a nossa discussão. Um grupo de alunos menores de idade, no 3º ano do Ensino Médio, em seu segundo ano de estudos à distância em virtude da pandemia. E um grupo de alunos maiores de idade, já formados, que tiveram todo o seu Ensino Médio realizado de forma presencial. Pensamos que seria mais interessante não juntar esses dois grupos, devido às suas peculiaridades, pois imaginamos que eles teriam visões bem diferentes sobre a prova e as questões, devido a sua diferença de idade, maturidade e, também com relação aos conteúdos, já que os alunos do ensino médio, em princípio, ainda não tinham tido contato com toda a matemática escolar prevista para a prova do ENEM. Optamos por organizar a prática com os dois grupos simultaneamente, cada um com a sua dinâmica, e sem qualquer intenção de comparar o andamento do trabalho ou os resultados nos dois grupos.

Foram criados dois grupos distintos no *WhatsApp*. Um nomeado de “ENEM - Alunos 3º ano” e o outro nomeado “ENEM – Ex-alunos”. No grupo do 3º ano, como eram menores de idade, enviamos um Termo de Assentimento, e nesse termo solicitamos o nome e o contato (e-mail ou celular) do responsável legal, que foi utilizado para entrar em contato com eles, explicar a pesquisa e enviar o Termo de Consentimento, autorizando os menores a participarem da pesquisa. No grupo dos ex-alunos foi postado apenas um Termo de Consentimento, visto que todos no grupo já eram maiores de idade.

Para interação nos grupos, comecei enviando uma questão da prova de 2020 (do exame regular), e fazendo uma pergunta aberta, provocando os alunos a interagirem e exporem seu ponto de vista. Ao realizar a primeira postagem, com a questão selecionada por mim, não obtive interação no grupo denominado ENEM- Ex-alunos, semelhante ao que acontecera com o grupo inicial do *Facebook*. Apenas uma aluna fez um comentário para a questão, e ao ser questionada não mais interagiu. Os demais membros não fizeram comentário algum. Dessa forma, após

várias tentativas de contato com os integrantes desse grupo, sem sucesso, acabamos por considerar apenas o grupo denominado ENEM- 3º ano para o desenvolvimento da pesquisa, encerrando o outro grupo.

A proposta da interação foi de que os alunos compartilhassem suas dúvidas, soluções e tentativas de soluções das questões. Entretanto, as respostas para cada questão estavam disponíveis no site do ENEM e havia muitas soluções que poderiam ser buscadas na internet. Como a interação era virtual, os alunos poderiam buscar essas respostas. Dessa forma, foi importante salientar que o intuito das discussões não era simplesmente resolver a questão, encontrando a resposta correta, mas sim que os estudantes fossem convidados a pensar e debater sobre ela, e a partir disso tentassem resolver a questão de forma mais autônoma. Para isso, organizei a dinâmica de modo que não fosse oferecido a eles, inicialmente, nenhum tipo de pista de como organizar o raciocínio ou planejar a resolução. Também, como estratégia, optei por não enfatizar erros ou acertos parciais, durante a discussão, de modo que eles não tivessem a minha confirmação sobre se estavam ou não seguindo um caminho frutífero. Também fez parte da minha estratégia incentivar que persistissem até concluir sobre uma solução e uma resposta corretas, ou seja, caso percebesse que estavam se desmotivando e desistindo, eu iria intervir, confirmando ou não algum raciocínio, ou oferecendo alguma dica de resolução. Os alunos seriam incentivados a desenvolver a sua argumentação, e para isso eu fazia perguntas que os encaminhassem a expor os seus raciocínios e refletir ou avaliar sobre os raciocínios dos colegas.

Para início da discussão, selecionamos uma questão e assim observamos a leitura e interpretação do enunciado e outros questionamentos, como por exemplo, se as informações contidas no enunciado estavam adequadas, bem explicadas, se todos os dados fornecidos eram úteis, e também sugestões de como resolver a questão: se era necessário algum esquema, desenho, se a questão poderia ser resolvida utilizando alguma fórmula ou se havia outra maneira. O intuito foi o de que essas questões surgissem espontaneamente nos questionamentos dos alunos, ou de que fosse necessário pouco estímulo para isso. Eles foram incentivados a argumentarem sobre as questões e exporem os seus raciocínios.

Passando esse momento inicial com a questão escolhida por mim, propus que os alunos escolhessem as próximas para a discussão. A única exigência era que fossem questões do exame de 2020 (aplicação regular ou digital). Para facilitar a organização e acesso dos alunos, realizei uma postagem com as duas provas, em formato PDF, e orientei que selecionassem questões de uma dessas provas, fazendo sua postagem no grupo, quando fossem solicitados. A postagem deveria informar os integrantes dos motivos da escolha. Dessa forma, conseguimos observar

quais critérios foram utilizados para isso, se foi uma escolha aleatória ou se baseada nas discussões anteriores relacionadas a primeira questão postada, se foi uma escolha por nível de dificuldade, por interesse no conteúdo envolvido ou curiosidade no tema. Nesse momento de análise e resolução da questão foi importante deixar os alunos interagirem, intervindo somente quando fosse realmente necessário, como por exemplo uma discussão que não se aprofundava ou quando solicitaram efetivamente minha participação.

No ano de 2020, esses alunos estavam cursando o segundo ano do Ensino Médio, mas, devemos salientar que esses alunos estavam há mais de um ano no ensino remoto, ou seja, não assistiam aulas presenciais, apenas recebiam atividades para serem entregues pela plataforma. Isso significa que houve uma discrepância entre o que estava planejado e o que de fato eles estudaram, pois o andamento do conteúdo nessa forma de ensino tende a ser mais lento do que o previsto para o ensino presencial, já que os alunos estavam estudando sozinhos e não tinham acesso ao professor com tanta facilidade. Os estudantes, em geral, relataram grande dificuldade em estudar longe da sala de aula não tendo aquele horário dedicado para o estudo, com o professor presente para incentivá-los e disponível para explicar o conteúdo novamente quando surgissem as dúvidas. Também relataram a dificuldade de acesso à plataforma utilizada para as aulas, a indisponibilidade ou restrição de internet para acesso aos materiais disponibilizados, a mudança na rotina, pois muitos alunos começaram a trabalhar durante a pandemia para ajudar nas despesas domésticas (tivemos relatos de muitos pais desempregados ou com salário reduzido), ou passaram a cuidar de seus irmãos menores que também estavam sem escola. No ensino presencial, na nossa escola, muitas vezes já não estudamos todos os tópicos previstos, no ensino remoto essa situação só se agravou.

Logo, era inevitável que surgissem questões que envolvessem algum conteúdo que eles ainda não tinham estudado na escola, como questões relacionadas aos conteúdos habitualmente estudados no terceiro ano do Ensino Médio, como Geometria Espacial e Geometria Analítica, e os conteúdos que não foram contemplados no segundo ano, como por exemplo a Análise Combinatória e boa parte do conteúdo de Probabilidade. Mas, mesmo sem terem visto esses conteúdos na escola, houve a possibilidade de resolução da questão de alguma outra forma, seja testando hipóteses, analisando as alternativas, construindo algum método que ajudasse. São questões interessantes que observamos nas nossas discussões.

Em contraponto, muitas questões encontradas na prova de Matemática do ENEM estão relacionadas com conteúdos vistos no ensino fundamental, como por exemplo, razão e proporção e regra de três. Também, havia aquelas questões sobre análise de gráficos e tabelas, não sendo necessário algum tópico específico da matriz curricular para sua resolução, somente

a habilidade de leitura e interpretação. Assim como havia questões que poderiam ser resolvidas por tentativas, testando os valores das alternativas ou até mesmo fazendo uso da intuição. Desse modo, embora houvesse essa diferença entre o planejamento curricular e a aprendizagem dos alunos em virtude da suspensão das aulas presenciais por mais de um ano, isso não foi impeditivo para que conseguissem discutir sobre as questões.

4. SOBRE O ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) tem como objetivo, além de avaliar o desempenho escolar ao final do Ensino Médio, regular o acesso ao ingresso no ensino superior. O Exame é realizado anualmente, desde 1998, embora tenha sofrido mudanças no seu formato e nas suas finalidades. O ENEM possibilita ao estudante o acesso ao ensino superior público, por meio do Sistema de Seleção Unificada (SISU), e privado, por meio do Programa Universidade para Todos (PROUNI), além de permitir o acesso ao Programa de Financiamento Estudantil (FIES). É possível utilizar a nota do ENEM para concorrer ao financiamento estudantil caso o candidato tenha realizado a prova a partir do ano 2000 e alcançado média mínima de 450 pontos, além de não ter zerado a redação³.

O ENEM é aplicado, atualmente, em dois domingos consecutivos, quando os participantes realizam provas das quatro áreas de conhecimento e uma prova de redação, na qual é solicitado que os candidatos elaborem um texto dissertativo-argumentativo a partir de uma situação-problema apresentada. As provas aplicadas no primeiro dia são de Linguagens, Códigos e Suas Tecnologias, Ciências Humanas e Suas Tecnologias e a prova de Redação. Já no segundo domingo de aplicação, os candidatos realizam a prova de Ciências da Natureza e Suas Tecnologias e Matemática e Suas Tecnologias, totalizando as 180 questões que envolvem o exame.

Em 2020 foi aplicado pela primeira vez o ENEM no formato digital, disponibilizado para 100 mil participantes, executado no domingo subsequente ao final da aplicação da versão impressa.

4.1 Histórico

O ENEM surge em 1998, registrando 115.575 participantes no dia da prova, que foi aplicada em 184 municípios brasileiros (INEP, 2019a). O exame tinha como objetivo avaliar o desempenho dos estudantes ao final da Educação Básica⁴. De acordo com Ferreira (2019), de 1998 a 2008, o exame apresentou questões que não estavam separadas por disciplinas, indicando uma intenção de serem contextualizadas e interdisciplinares.

³ Disponível em: <https://vestibular.brasilecola.uol.com.br/enemENEM/enemENEM-fies.htm>. >Acesso em 27/07/2020.

⁴ Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/enemENEM-sp-2094708791#:~:text=Criado%20em%201998%2C%20o%20Exame.ensino%20m%C3%A9dio%20em%20anos%20anteriores.>> Acesso em 27/07/2020.

Estruturava-se o ENEM por uma matriz de referências partindo de 5 competências que se operacionalizavam em 21 habilidades. Para cada habilidade havia 3 perguntas, razão pela qual o exame apresentava 63 itens, todos de múltipla escolha com 5 alternativas cada, sendo considerada apenas uma correta. (FERREIRA, 2019, p. 104).

Além da resolução dessas 63 questões, também era solicitado aos participantes a elaboração de uma redação no formato de texto dissertativo-argumentativo a partir de fragmentos de textos sobre um determinado tema proposto.

Em 2001, embora a estrutura do ENEM não tenha sido alterada, houve a implantação da isenção da taxa de inscrição aos estudantes da rede pública de ensino, o que acarretou um aumento expressivo no número de inscritos, que passou de 390.180 em 2000 para 1.624.131 no ano de 2001. Destes, 82% foram beneficiados com a isenção (INEP, 2019a).

O ENEM se popularizou com a criação, em 2004, do Programa Universidade para Todos (ProUni), que concede bolsas (integrais ou parciais) em instituições de ensino superior privadas, conforme a nota obtida no exame, mas

É importante marcar que, no quesito construção enunciativa das provas do ENEM, a entrada do ProUni não altera o estilo construtivo na Matemática, alteração esta que apenas se deu a partir do Novo ENEM em 2009, quando a vaga que estava em disputa pertence a uma instituição pública, e não privada como no ProUni (FERREIRA, 2019, p. 109).

Com a criação do Sistema Seleção Unificada (SISU), desde 2010, os alunos podem concorrer a uma vaga nas Instituições de Ensino Superior públicas usando a nota do ENEM, e com isso se abster de prestar o exame vestibular da instituição.

O novo modelo do ENEM foi proposto em 2009, chamado de Novo ENEM, em que as provas passaram a ser aplicadas em dois dias. O primeiro dia de prova, com duração máxima de 4h30min, é composto de 90 questões das áreas de Ciências da Natureza e suas tecnologias (Biologia, Química e Física) e Ciências Humanas e suas tecnologias (História, Geografia, Sociologia e Filosofia). No segundo dia, os candidatos realizam provas de Linguagens e suas tecnologias (Língua Portuguesa, Língua Estrangeira, Artes e Educação Física), Redação e Matemática e suas tecnologias, também compondo um total de 90 questões, mas com tempo máximo de prova de 5h30 devido à aplicação da Redação.

De acordo com Ferreira (2019), houve mudanças significativas no processo a partir de 2009, tais como o aumento significativo do número de questões, a mudança de um dia para dois dias de realização de provas, a possibilidade de obtenção da certificação de conclusão do Ensino

Médio (de 2009 até 2016) mediante as seguintes condições: ser maior de 18 anos até o dia da prova, ter indicado no formulário de inscrição a intenção de obter o certificado e ter obtido pontuação mínima de 450 em cada prova que compõe o ENEM, e nota mínima de 500 na redação, além da possibilidade de ingresso em instituições de ensino públicas e privadas. Até 2008 a prova era composta de 63 questões na sua totalidade, e era aplicada em um único dia, domingo. No ano de 2009 houve um aumento no número de questões, passando de 63 para 180 questões, e estas foram organizadas em áreas de conhecimento. Ainda em 2009, o exame passou a ser aplicado em um único final de semana, sendo no sábado as provas de Ciências Humanas e Ciências da Natureza e no domingo as provas de Linguagens, Matemática e Redação. A partir de 2017, a prova ganha a composição que se mantém até hoje, sendo aplicada em dois domingos consecutivos: no primeiro domingo, a prova de Ciências Humanas, Linguagens e Redação e, no segundo, a prova de Ciências da Natureza e Matemática.

No ano de 2020, tivemos pela primeira vez a aplicação da prova do ENEM no formato digital, em modelo piloto, como opção para os alunos. A implantação do ENEM digital será progressiva, e segundo o MEC, com previsão de consolidação em 2026. Para a realização da prova neste formato, os participantes tiveram a chance de escolher, no ato da inscrição, pela aplicação digital ou o formato tradicional em papel. Neste ano, a prova digital foi disponibilizada para 96 mil estudantes, em 99 municípios. A prova foi aplicada nos dois domingos subsequentes à prova tradicional impressa, sendo para isso utilizados os laboratórios de escolas e universidades previamente testados pelo INEP. Os computadores terão acesso somente à prova, não sendo possível acessar a internet. A prova de redação continua sendo escrita e entregue à mão na folha específica, como no ENEM impresso. Os participantes receberam folhas de rascunho para as provas de matemática e ciências da natureza, mas não tiveram folha de respostas, que deveriam ser marcadas diretamente no computador.

O INEP afirma que mesmo as questões sendo diferentes da prova do ENEM impresso, mas por utilizar a mesma ferramenta para sorteio das questões, as duas provas tiveram o mesmo nível de dificuldade.

4.2 Banco Nacional de Itens (BNI)

O Banco Nacional de Itens (BNI) é um repositório de questões criado pelo INEP, para servir de base para as diversas avaliações desenvolvidas por este Instituto. Segundo o INEP, (2020), o BNI assegura o acesso a itens (questões) que são elaborados e revisados para cada avaliação a ser realizada. A constituição desse banco de itens é realizada por meio de chamadas

públicas, que têm como objetivo criar uma rede de colaboradores com o interesse em elaborar e revisar questões para o BNI. Essa rede de colaboradores é chamada de Banco de Colaboradores do BNI.

As chamadas públicas são responsáveis, segundo o INEP, por aumentar a participação da comunidade acadêmica do Brasil nos processos de avaliação educacional abrangidos pelo Instituto, e desta forma ampliar a diversidade, melhorando a adequação dos instrumentos de avaliação. Para a composição da rede de colaboradores na Área da Matemática, que no edital é classificado como perfil 5, é solicitado que candidatos tenham titulação acadêmica obrigatória de Licenciatura Plena em Matemática, em curso reconhecido pelo MEC, e formação complementar de acordo com quadro de pontuação constante no Anexo 1.

Para o perfil 5, neste edital, há a classificação de 180 colaboradores, em ordem decrescente de pontuação. Após esta classificação, o selecionado é convidado a participar de capacitação assinando um Termo de Compromisso e Sigilo. As atividades realizadas na capacitação, segundo o edital, visam apresentar as normas e procedimentos técnicos exigidos para a elaboração e revisão de itens para os exames. Ainda segundo o edital, “A capacitação tratará de temas relativos a: (a) avaliações educacionais; (b) desenvolvimento de instrumentos e medidas; (c) matrizes de referência; (d) características e funções de um item; (e) elaboração de um item; e (f) avaliação de qualidade de um item.”

Cada um dos itens que vai compor a prova, passa, segundo o INEP, por várias etapas, que podem ter início até anos antes da prova ser elaborada. Essas questões fazem parte do Banco Nacional de Itens (BNI), que, como citado anteriormente, é um repositório de questões que ficam à disposição do INEP para elaboração do ENEM e de outras provas.

Para um item ser elaborado e integrar o BNI, ele passa por uma longa sequência de passos que visa garantir a qualidade técnica e pedagógica da questão; entre estas etapas estão a publicação de edital de chamada pública, capacitações das quatro áreas de conhecimento, revisão, validação dos itens, e pré-testagem. O texto integral, conforme site do INEP, está no Anexo 2 deste trabalho.

Segundo o INEP, os resultados obtidos no pré-teste são utilizados em análises estatísticas para calcular os parâmetros mencionados na etapa 7. entretanto menciona mais nenhum detalhe de como isso é feito, nem informações sobre esta pré-testagem. Assim, os itens que atenderem a todos os critérios predeterminados são incorporados ao BNI e ficam disponíveis para as próximas provas. Os itens reprovados são descartados ou enviados para aperfeiçoamento e reaplicação em um novo pré-teste.

4.3 Elaboração da Prova

O Exame Nacional do Ensino Médio é aplicado, atualmente, em dois domingos consecutivos, sendo constituído de quatro provas objetivas com 45 questões cada, e uma prova de redação. No primeiro domingo, são realizadas as provas de Linguagens, Ciências Humanas e Redação, e no segundo, as provas de Ciências da Natureza e Matemática.

A prova do ENEM é elaborada com as questões constantes no BNI, portanto, as questões constantes na prova podem ter sido elaboradas de meses até anos antes de serem utilizadas em alguma edição. Para a seleção das questões, que é feita por outra comissão de especialistas, são levados em conta fatores como a cobertura da Matriz de Referência, e a diversidade de temas, evitando questões que se pareçam com as utilizadas em edições anteriores.

A Matriz de Referência é uma lista de habilidades a serem contempladas em exames da larga escala e, segundo o INEP foi elaborada

[...] uma matriz com a indicação de competências e habilidades associadas aos conteúdos do ensino fundamental e médio que são próprias ao aluno na fase de desenvolvimento cognitivo, correspondente ao término da escolaridade básica. Tem como referência a LDB, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, a Reforma do Ensino Médio, bem como os textos que sustentam sua organização curricular em Áreas de Conhecimento, e, ainda, as Matrizes Curriculares de Referência para o SAEB (BRASIL, 2005, p. 2).

Há também a preocupação, segundo o INEP, com “uma distribuição em relação ao grau de dificuldade dos itens, de forma que a prova possa avaliar participantes posicionados em todos os níveis das escalas de proficiência” (INEP, 2019b).

Após os itens serem selecionados, a prova passa por processos que ocorrem no Ambiente Físico Integrado Seguro, um espaço de segurança máxima dentro do INEP, cujo acesso é restrito. As 180 questões que farão parte das quatro provas do ENEM são definidas no mesmo ano de aplicação do exame, ao fim do primeiro semestre. São elaboradas três provas distintas, mas de graus de dificuldade considerados equivalentes. São elas: a prova para aplicação regular, a prova para o Exame Nacional do Ensino Médio para Pessoas Privadas de Liberdade (ENEM PPL) e uma prova de emergência.

4.4 A Teoria de Resposta ao Item

A Teoria de Resposta ao Item, conhecida como TRI, é a metodologia de avaliação utilizada nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio, em que, segundo o Ministério da Educação (MEC), não são contabilizados apenas o número total de acertos na prova, já que “o

item é a unidade básica de análise. O desempenho em um teste pode ser explicado pela habilidade do avaliado e pelas características das questões (itens) (BRASIL, 2011).

Ainda segundo o MEC, há três parâmetros segundo os quais a TRI qualifica cada item:

- poder de discriminação, que é a capacidade de um item distinguir os estudantes que têm a proficiência requisitada daqueles que não a têm;
- grau de dificuldade;
- possibilidade de acerto ao acaso (chute).

Para o MEC, apenas com essas características é possível “estimar a habilidade de um candidato avaliado e de garantir que essas habilidades, medidas a partir de um conjunto de itens, sejam comparadas com outro conjunto na mesma escala, ainda que eles não sejam os mesmos e que haja quantidades diferentes de itens usados para o cálculo (BRASIL, 2011). Com a TRI não é possível comparar o número de acertos de provas de diferentes áreas de conhecimento, uma vez que o tipo de questão e o nível de dificuldade dos itens influenciam no cálculo do resultado final. Por exemplo, se o candidato acertar 30 questões em uma área não tem necessariamente proficiência menor do que em outra área em que acertou 40 questões. Assim como dois candidatos diferentes com o mesmo número de acertos em uma área de conhecimento não terão necessariamente a mesma nota na prova, pois seu escore vai depender do nível de dificuldade das questões que cada um acertou, segundo a estimativa do INEP.

O primeiro desconforto que surge a respeito das notas dos candidatos é o de que não há a divulgação posterior do nível de dificuldade estimado pelo INEP as questões aplicadas no exame, nem a maneira como a nota final é calculada. Desse modo, os candidatos apenas sabem o total de acertos e sua nota final, não tendo argumentos para contestá-la.

Ainda sobre o método utilizado na prova do ENEM, o MEC diz que a TRI pressupõe que um candidato em um certo nível de proficiência tende a errar as questões que estão em um nível acima da sua proficiência e acertar os itens que estão em um nível abaixo da sua proficiência, gerando um padrão de resposta que é levado em consideração no cálculo do desempenho final. Aqui percebemos outro incômodo, pelo menos no que diz respeito à prova de Matemática. Como é medida essa proficiência? Pois sendo esta ciência tão ampla, com conteúdos tão diversos e que requerem habilidades distintas, como medir por exemplo, o desempenho de um candidato que tem uma melhor destreza em questões que envolvem o pensamento geométrico? Ele tem mais chances de acertar uma questão sobre geometria considerada de nível difícil na prova, mas pode errar uma questão considerada de nível fácil que seja exclusivamente algébrica. As questões da prova do ENEM não são comparáveis dessa forma, o que de início já fere o pressuposto da unidimensionalidade dos itens.

A Teoria de Resposta ao Item é baseada em três pressupostos epistemológicos: *unidimensionalidade, independência local e qualidade e adequação dos itens*. De acordo com Tavares (2013), a primeira questão que surge, ao falarmos da unidimensionalidade, é o seguinte postulado: “Como garantir a unidimensionalidade quando todo comportamento humano é altamente complexo e multideterminado?” (TAVARES, 2013, p. 56). Segundo a autora, o desempenho humano é sempre multideterminado, pois para executar qualquer tarefa é necessário mais de uma habilidade. Como então uma avaliação se propõe a medir algo unidimensional em um indivíduo multidimensional? Toda a aprendizagem do ser humano é construída ao longo de sua vida em diferentes espaços de educação formal e não-formal, e para medir de forma unidimensional seria necessário supor que existe uma habilidade dominante, e seria esta que estaria sendo medida no exame (TAVARES, 2013, p. 67).

Como podemos observar, modelos unidimensionais da TRI não se aplicam ao ENEM, até mesmo pela constituição da prova, já que, como vimos anteriormente, ela é elaborada com base em uma matriz de cinco competências, e seus itens geralmente envolvem mais de uma habilidade para resolução.

4.5 A prova do ENEM na pandemia do Covid-19

Depois de um ano escolar bastante conturbado pelo fechamento das escolas e a implantação do ensino remoto em caráter emergencial, as provas da edição de 2020 do ENEM foram aplicadas dia 17 e 24 de janeiro de 2021. A prova que costumeiramente ocorre em novembro foi adiada para janeiro, e mesmo com o aumento dos casos de Covid-19 no Brasil, o INEP optou por não realizar um novo adiamento.

Ao todo, se inscreveram para esta edição 5.783.357 estudantes. Algumas medidas sanitárias foram tomadas, como o uso obrigatório de máscaras para estudantes e aplicadores, disponibilização de álcool gel nos locais de prova, salas de prova com capacidade máxima de 50% sua ocupação, idosos, gestantes e lactantes ficarão em salas com capacidade máxima de 25% da ocupação e a higienização das salas antes e depois do exame. Além, claro, da recomendação de distanciamento social do lado de fora das salas, que contarão com marcações no piso para marcar a distância.

Segundo Veiga (2011), a aplicação da prova, segundo o autor, deve diagnosticar o déficit de aprendizagem causado pela Covid-19 e refletir na exclusão dos estudantes mais vulneráveis. Isso porque, segundo os dados do INEP da última avaliação, 22,4% dos estudantes não tinham acesso a internet e 46% não tinham computador em casa, e com as escolas fechadas praticamente o ano inteiro, essa defasagem deve aparecer na prova. O autor afirma que os

estudantes das escolas privadas partirão com vantagem ainda maior em relação aos candidatos das escolas públicas, fazendo com que o que deveria ser um processo de democratização do ensino superior acabará sendo um agente de exclusão dos grupos com maior vulnerabilidade.

Também é importante ressaltar que o aspecto emocional dos estudantes neste ano atípico pode influenciar diretamente no desempenho desses candidatos na prova. Seja por não terem tido um ensino adequado neste ano ou até mesmo pelas dificuldades possivelmente enfrentadas como a restrição dos serviços, demissões (próprias ou de seus pais), dificuldades financeiras, casos de covid-19 na família e eventuais perdas, já que, segundo o Ministério da Saúde, são contabilizados por volta de 600.000 mortos por covid-19 até o início do ano de 2022.⁵

Ainda, o artigo cita que o desnível de aprendizado provavelmente será visto nas próximas edições do ENEM, pois contemplou todas as séries de ensino. Veiga (2021) cita que “[...] a revista científica *Educational Researcher* publicou uma pesquisa cravando que três meses de fechamento de escolas causam déficit de aprendizagem de 50% a 63% em matemática[...]”.

As provas do ENEM de 2020 foram aplicadas nos dias 17 e 24 de janeiro de 2021 (formato impresso) e 31 de janeiro e 7 de fevereiro de 2021 (formato digital). A prova impressa contou com a maior abstenção da história do exame, onde 55,3% dos candidatos ⁶ não compareceram para realizar a prova. A prova aconteceu em um cenário de pandemia, com aumento no número de mortos pelo novo coronavírus e com forte pressão para que fosse adiada novamente. E mesmo com a intenção de seguir protocolos rígidos para garantir a segurança dos participantes, foram registradas aglomerações em diversos locais de prova, além de salas que excediam o 50% da capacidade recomendada. Também houve relatos de estudantes que não puderam entrar para realizar a prova, pois sua sala designada já estava com a lotação esgotada, sendo orientados que entrassem em contato com o INEP. Os alunos que foram impedidos de realizar a prova tiveram nova oportunidade em uma reaplicação que ocorreu nos dias 23 e 24 de fevereiro, mesma data destinada a aplicação para pessoas privadas de liberdade.

Já a primeira edição do ENEM digital também contou com grande índice de abstenção, onde o total de candidatos ausentes chegou a 71,3%.⁷ Esta edição do exame teve uma questão de matemática anulada, pois a mesma questão já havia aparecido na prova para pessoas privadas de liberdade (PPL) em 2009.

⁵ Disponível em: <https://covid.saude.gov.br/>.

⁶ Disponível em: <https://www.correiobraziliense.com.br/cidades-df/2021/01/4902363-enem-2020-tem-a-maior-abstencao-da-historia-mais-de-50--nao-fizeram-a-prova.html> .

⁷ Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/enem/2020/noticia/2021/02/07/enem-digital-teve-abstencao-de-713percent.ghtml>.

4.6 Discussão sobre o estilo de questões do ENEM

Bakhtin (1997) afirma que toda a atividade humana está relacionada com a utilização da língua, e que essa utilização é feita na forma de enunciados orais e escritos que surgem dessas diferentes esferas. Esses enunciados refletem as condições específicas e as finalidades de cada uma dessas esferas, não só por seu conteúdo temático e seu estilo verbal, mas também por sua construção composicional. (p. 280). Para o autor,

Estes três elementos (conteúdo temático, estilo e construção composicional) fundem-se indissolivelmente no *todo* do enunciado, e todos eles são marcados pela especificidade de uma esfera de comunicação. Qualquer enunciado considerado isoladamente é, claro, individual, mas cada esfera de utilização da língua elabora seus *tipos relativamente estáveis* de enunciados, sendo isso que denominamos *gêneros do discurso*. (BAKHTIN, 1997, p. 280).

Ainda, é necessário ressaltar que os gêneros do discurso, tanto orais quanto escritos, têm caráter heterogêneo, pois sua riqueza e variedade são infinitas, já que assim também é a variedade da atividade humana. Dessa forma, o repertório de gêneros do discurso vai se diferenciando e se ampliando à medida que a própria esfera humana se desenvolve e fica mais complexa (BAKHTIN, 1997, p. 281).

Ferreira (2019) explica que os gêneros discursivos podem ser classificados em 5 ordens, que são: gêneros da ordem do narrar (contos de fada, fábulas, lendas, etc), gêneros da ordem do relatar (testemunhos, autobiografia, etc), gêneros da ordem do argumentar (diálogo, carta de leitor, etc), gênero da ordem do expor (seminário, conferência, etc) e gênero da ordem do instruir ou do prescrever (receitas, regras de jogo, bulas, etc). Mas, há uma necessidade de elaboração de um novo eixo para englobar vários outros gêneros que ficam de fora dessas cinco categorias, tais como as charadas, adivinhas, perguntas e questões de prova como as do ENEM. Ferreira (2019) afirma que falta um eixo de gênero da *ordem do perguntar* (p. 149).

Segundo Ferreira (2019), as questões das provas de Matemática do ENEM se enquadram no gênero prova de vestibular, que é um gênero discursivo específico pois,

[...] ocorre como uma atividade situada (avaliação); marca uma relação, de hierarquia/julgamento, frente a seus interlocutores; possui uma tradição sócio-histórica; é um agrupamento constituído por inúmeros outros gêneros discursivos sustentados pelo enquadramento semântico avaliativo; contém jeitos de dizeres típicos; define modos interativos com seus interlocutores; é relativamente estável e atualizada de acordo com determinados lugares de dizer. (FERREIRA, 2019, p. 150).

E essas questões variam quanto ao estilo dos enunciados, podendo ser analisadas a partir de quatro eixos: “1- conteúdo temático, 2- estilo, 3- forma composicional e 4- contextualização e interdisciplinaridade: relações com a realidade.” (FERREIRA, 2019, p. 175).

Utilizamos para nossa análise a prova de Matemática do ENEM de 2019, em que alguns dos formatos citados são bem marcantes. Para Ferreira (2019),

As entradas tipologizadas nestes quatro grupos corroboram a compreensão do enunciado de prova enquanto gênero do discurso. Ainda que catalogados em domínios, estes eixos se inter-relacionam e um fator interdepende de outro, dialogam entre si organizando o gênero. (FERREIRA, 2019, p. 175)

4.6.1 Eixo 1 – *Conteúdo Temático*

De acordo com Ferreira (2019), o conteúdo temático é uma noção mais ampla, que se liga a um conjunto de forças sociais e ideológicas que ajudam a definir o enunciado em uma esfera de circulação, colaborando para o estabelecimento de um projeto de dizer típico do ENEM, quando é comparado com outros exames de seleção (vestibulares) do país. A noção de conteúdo temático não é o assunto em si, mas sim temas típicos do dizer em um determinado lugar. A prova do ENEM permeia os mais diversos temas, cuja escolha depende da finalidade e dos objetivos a serem alcançados. Ferreira (2019) explica a noção de conteúdo temático usando uma metáfora utilizada por Fiorin (2008), que são as cartas de amor. Elas apresentam como conteúdo temático as relações amorosas, mas cada uma contém um aspecto específico, com um determinado recorte temático.

O vestibular tem capacidade de introduzir mudanças no sistema de ensino formal, como por exemplo, o que aconteceu com assuntos como o Cálculo, que era comumente cobrado nos vestibulares da década de 70, segundo Ferreira (2019), e hoje não aparece nos exames de seleção. Tal desaparecimento poderá ter acarretado a irrelevância desse estudo no Ensino Básico, ficando delegado ao Ensino Superior. Ainda de acordo com Ferreira (2019), o mesmo pode acontecer com outros conteúdos, como operações com Números Complexos, sua forma trigonométrica, Teorema do Resto, Relações de Girard, dispositivo prático de Briot-Ruffini, que embora estejam na matriz curricular do terceiro ano do Ensino Médio, e sejam cobrados em outros vestibulares, não aparecem nas questões presentes na prova do ENEM.

Analisamos os enunciados das questões da prova de Matemática do ENEM de 2019, e elaboramos a seguinte tabela, que mostra a distribuição dos assuntos matemáticos (temas) presentes na prova do ENEM 2019. Para elaborar esta tabela, utilizamos os mesmos temas

utilizados por Ferreira (2019), e levamos em consideração apenas o conteúdo matemático principal da questão, pois muitas questões abordam mais de um tema. Foi realizada uma aproximação de uma casa decimal no cálculo do percentual de aparecimento, conforme quadro.

Quadro 4- Distribuição dos temas na prova de Matemática do ENEM 2019

Assunto	Questões	% (<i>aprox.</i>)
Gráficos e Tabelas	9	20%
Geometria	8	17,8%
Funções	6	13,3%
Escala, razão e proporção	6	13,3%
Porcentagem	4	8,9%
Estatística	3	6,7%
Análise Combinatória	2	4,4%
Probabilidade	2	4,4%
Matemática Financeira	2	4,4%
Notação Científica	1	2,2%
Matriz	1	2,2%
Sequências	1	2,2%

Fonte: Elaborado pela autora.

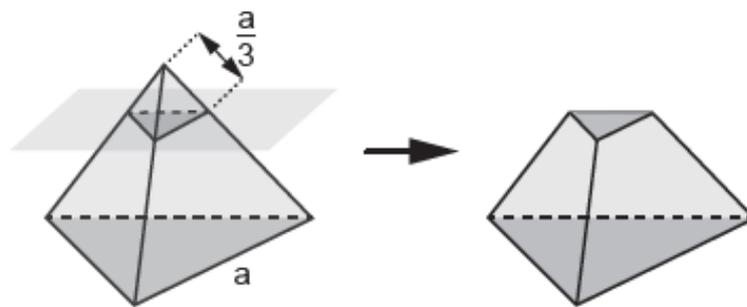
4.6.2 Eixo 2 – Estilo

De acordo com Ferreira (2019), há questões de Matemática no ENEM no estilo *nominalizador* e *explica-e-pergunta*. As que se enquadram no estilo *nominalizador* “são questões que colocam em cena uma verificação classificatória dos conteúdos matemáticos” (FERREIRA, 2019, p. 200). Geralmente essas questões são da temática Geometria, com nomeações de linhas, figuras e objetos, conforme exemplo na figura.

Figura 4- Questão 165 do Enem 2019 no estilo nominalizador

Questão 165

As luminárias para um laboratório de matemática serão fabricadas em forma de sólidos geométricos. Uma delas terá a forma de um tetraedro truncado. Esse sólido é gerado a partir de secções paralelas a cada uma das faces de um tetraedro regular. Para essa luminária, as secções serão feitas de maneira que, em cada corte, um terço das arestas seccionadas serão removidas. Uma dessas secções está indicada na figura.



Essa luminária terá por faces

- A 4 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.
- B 2 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.
- C 4 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.
- D 3 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.
- E 3 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

Fonte: INEP (2019)

No estilo *explica-e-pergunta*, segundo Ferreira (2019), é descrita uma situação que envolve uma situação do cotidiano, e a partir dela é colocada uma situação-problema. Ela tem caráter descritivo-instrucional, possuindo um enunciado mais extenso. Elas não são questões de contextualização, têm um caráter explicativo (para garantir que todos os candidatos tenham conhecimento sobre o tema), e após é feita a pergunta.

Figura 5 - Questão 174 do ENEM no estilo explica-e-pergunta.

Questão 174

O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, tempo de escolaridade e renda per capita, entre outros. O menor valor deste índice é zero e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor X , o segundo \sqrt{X} , o terceiro $X^{\frac{1}{3}}$, o quarto X^2 e o último X^3 . Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

- A O primeiro.
- B O segundo.
- C O terceiro.
- D O quarto.
- E O quinto.

Fonte: INEP (2019)

Nesta questão, primeiro há uma explicação sobre o que é o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), como ele é calculado e o seu intervalo de abrangência. Não era necessário que o candidato tivesse qualquer conhecimento sobre o tema, pois foi tudo explicado no enunciado. A interdisciplinaridade com a Geografia também se faz presente. Após, é lançada a pergunta. Dessa forma, segundo Ferreira (2019), o candidato se percebe aprendente enquanto é avaliado.

Ainda quanto ao estilo dos enunciados, segundo Ferreira (2019), podemos encontrar dois tipos de modo narrativo na maneira de se fazer a pergunta: “ora ele vem no *interrogativo explícito* e ora no *afirmativo de escolhas*” (FERREIRA, 2019, p. 216).

No modo interrogativo explícito, conforme exemplo na figura abaixo, as questões são marcadas pelo sinal gráfico de interrogação ao final do período.

Figura 6- Questão 137 do ENEM 2019 no estilo Interrogativo-explicito

Questão 137

Um casal planejou uma viagem e definiu como teto para o gasto diário um valor de até R\$ 1 000,00. Antes de decidir o destino da viagem, fizeram uma pesquisa sobre a taxa de câmbio vigente para as moedas de cinco países que desejavam visitar e também sobre as estimativas de gasto diário em cada um, com o objetivo de escolher o destino que apresentasse o menor custo diário em real.

O quadro mostra os resultados obtidos com a pesquisa realizada.

Pais de destino	Moeda local	Taxa de câmbio	Gasto diário
França	Euro (€)	R\$ 3,14	315,00 €
EUA	Dólar (US\$)	R\$ 2,78	US\$ 390,00
Austrália	Dólar australiano (A\$)	R\$ 2,14	A\$ 400,00
Canadá	Dólar canadense (C\$)	R\$ 2,10	C\$ 410,00
Reino Unido	Libra esterlina (£)	R\$ 4,24	£ 290,00

Nessas condições, qual será o destino escolhido para a viagem?

A Austrália.
B Canadá.
C EUA.
D França.
E Reino Unido.

Fonte: INEP (2019)

Na prova de Matemática do ENEM 2019, percebemos que esse estilo não é o mais comum, pois das 45 questões, apenas 13 delas apresentam a pergunta nesse formato.

Quadro 5- Estilos dos enunciados da prova de Matemática do ENEM 2019

Estilo	Número de questões
Interrogativo Explícito	13
Afirmativo de Escolhas	32

Fonte: elaborado pela autora

Já no estilo *afirmativo de escolhas*, “Há marcas explícitas mais recorrentes que introduzem este grupo. A mais prototípica, que antecipa as alternativas, vem expressa pelo uso de *é/são/será/foi (de/entre/com/por)*” (FERREIRA, 2019, p. 216). Na prova de Matemática do ENEM 2019, das 32 questões no estilo Afirmativo de Escolhas, 23 dessas fazem o uso de *é/são/será/foi (de/entre/com/por)*”.

Figura 7- Questão 145 do ENEM 2019 no estilo Afirmativo de escolhas, fazendo uso de *é/são/será/foi*.

Questão 145

A bula de um antibiótico infantil, fabricado na forma de xarope, recomenda que sejam ministrados, diariamente, no máximo 500 mg desse medicamento para cada quilograma de massa do paciente. Um pediatra prescreveu a dosagem máxima desse antibiótico para ser ministrada diariamente a uma criança de 20 kg pelo período de 5 dias. Esse medicamento pode ser comprado em frascos de 10 mL, 50 mL, 100 mL, 250 mL e 500 mL. Os pais dessa criança decidiram comprar a quantidade exata de medicamento que precisará ser ministrada no tratamento, evitando a sobra de medicamento. Considere que 1 g desse medicamento ocupe um volume de 1 cm³.

A capacidade do frasco, em mililitro, que esses pais deverão comprar é

A 10.
 B 50.
 C 100.
 D 250.
 E 500.

Fonte: INEP (2019)

As nove questões faltantes são estruturadas com inúmeras outras construções, fazendo uso de preposição tais como “igual a”, “expressa por”, “calculada por”, entre outros. Conforme o quadro 3.

Quadro 6 - Questões no estilo Afirmativo de Escolhas

Fazendo uso de	Número de questões
<i>é/são/será/foi</i> (de/entre/com/por)	23
Outras formas preposicionadas	9

Fonte: Elaborado pela autora

Na Figura 8, apresentamos um exemplo que questão que utiliza essas outras formas preposicionadas.

Figura 8- Questão 144 do ENEM 2019 no estilo afirmativo de escolhas, fazendo uso de outras formas preposicionadas

Questão 144

Uma pessoa, que perdeu um objeto pessoal quando visitou uma cidade, pretende divulgar nos meios de comunicação informações a respeito da perda desse objeto e de seu contato para eventual devolução. No entanto, ela lembra que, de acordo com o Art. 1 234 do Código Civil, poderá ter que pagar pelas despesas do transporte desse objeto até sua cidade e poderá ter que recompensar a pessoa que lhe restituir o objeto em, pelo menos, 5% do valor do objeto.

Ela sabe que o custo com transporte será de um quinto do valor atual do objeto e, como ela tem muito interesse em reavê-lo, pretende ofertar o maior percentual possível de recompensa, desde que o gasto total com as despesas não ultrapasse o valor atual do objeto.

Nessas condições, o percentual sobre o valor do objeto, dado como recompensa, que ela deverá ofertar é igual a

- A 20%
- B 25%
- C 40%
- D 60%
- E 80%

Fonte: INEP (2019)

4.6.3 Eixo 3 – Forma Composicional

Há três formas composicionais típicas: 1- *Construção Textual exclusivamente verbal*, 2- *Construção verbo-imagético-ilustrativa* e 3- *Construção verbo-visual-integrante*.

Para Ferreira (2019), a *construção textual exclusivamente verbal* é a que menos ocorre nas questões de Matemática do ENEM, já a *construção verbo-visual-integrante* é a forma composicional mais utilizada, na qual textos verbais e componentes imagéticos estão unidos, e caso um dos elementos seja retirado há um comprometimento na significação da questão. A construção verbo-imagética-ilustrativa tem como estrutura composicional tanto o texto verbal quanto o imagético, mas sua relação é apenas ilustrativa.

Em uma questão cuja construção textual seja *exclusivamente verbal*, não há a presença de figuras ou imagens, podendo ter como objetivo a avaliação de uma abstração.

Figura 9 - Questão 150 do ENEM 2019 na forma composicional construção textual exclusivamente verbal

Questão 150

Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo 6 m, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em 8 m, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m^2 de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para π .

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

- A** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 21 m^2 .
- B** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 24 m^2 .
- C** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 48 m^2 .
- D** não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 108 m^2 .
- E** não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 120 m^2 .

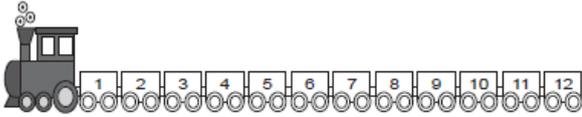
Fonte: INEP (2019)

As questões que têm como construção a forma *verbo-imagético-ilustrativa* são questões em que a imagem tem a função de contextualizar o assunto relacionado no enunciado. Se a imagem for retirada, não compromete a significação, mas a sua presença auxilia na produção dos sentidos.

Figura 10- Questão 146 do ENEM 2019 na forma composicional verbo-imagética-ilustrativa

Questão 146

Uma empresa confecciona e comercializa um brinquedo formado por uma locomotiva, pintada na cor preta, mais 12 vagões de iguais formato e tamanho, numerados de 1 a 12. Dos 12 vagões, 4 são pintados na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela. O trem é montado utilizando-se uma locomotiva e 12 vagões, ordenados crescentemente segundo suas numerações, conforme ilustrado na figura.



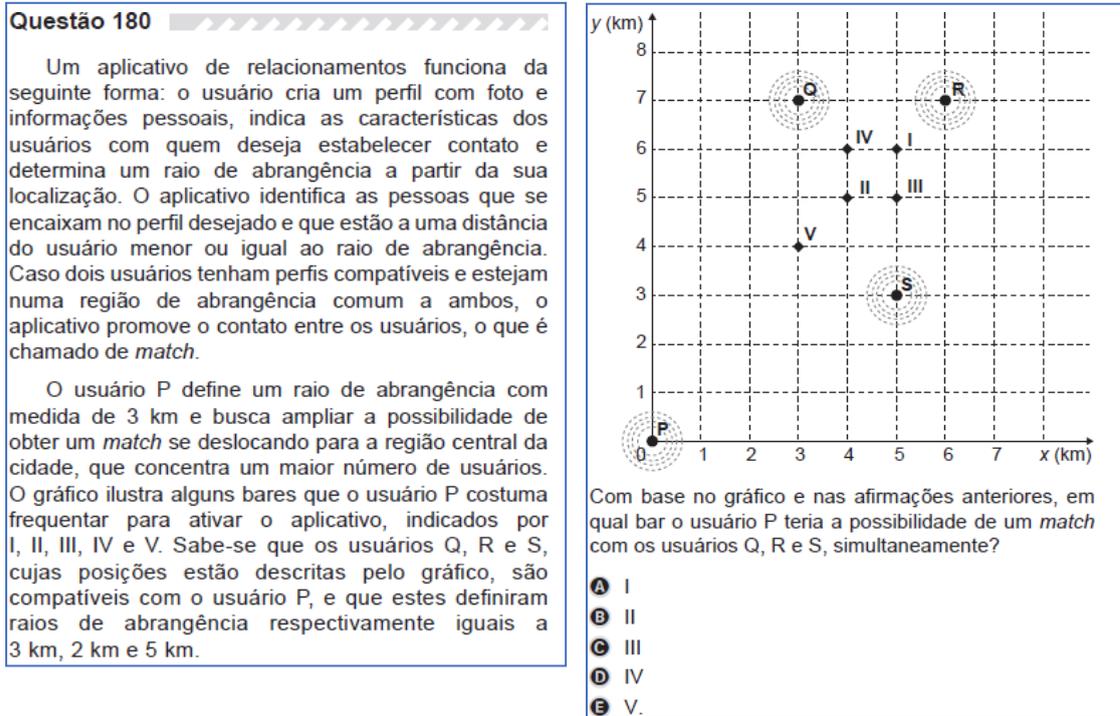
De acordo com as possíveis variações nas colorações dos vagões, a quantidade de trens que podem ser montados, expressa por meio de combinações, é dada por

A $C_{12}^4 \times C_{12}^3 \times C_{12}^3 \times C_{12}^2$
 B $C_{12}^4 + C_8^3 + C_5^3 + C_2^2$
 C $C_{12}^4 \times 2 \times C_8^3 \times C_5^2$
 D $C_{12}^4 + 2 \times C_{12}^3 + C_{12}^2$
 E $C_{12}^4 \times C_8^3 \times C_5^3 \times C_2^2$

Fonte: INEP (2019)

Por fim, na *construção verbo-visual-integrante*, há a necessidade de se analisar a figura expressa na questão, que pode servir de apoio à situação descrita no enunciado ou conter informações indispensáveis para a resolução, sendo sua interpretação obrigatória.

Figura 11- Questão 180 do ENEM 2019 na forma composicional verbo-visual-integrante



Fonte: INEP (2019)

4.6.4 Eixo 4 – Contextualização e interdisciplinaridade: relações com a realidade

Para o Eixo 4, Ferreira (2019), propõe três subclassificações. 1- Contextualização, 2- Interdisciplinaridade, 3- Exercícios mecânicos, semicontextualizados e contextualizados na relação com a realidade. Vamos desenvolver cada uma delas e ver como as questões da prova de Matemática de 2019 aparecem nessas classificações. Essa ideia de contextualização, para Ferreira, (2019),

[...] entra na pauta das políticas educacionais brasileiras com a reforma do Ensino Médio na decorrência da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB nº 9394/96), numa concepção que compreende que os conhecimentos se voltam para o uso cotidiano deles. (FERREIRA, 2019, p. 260)

Para Ferreira (2019), a Matemática pode estar contextualizada: 1- *no cotidiano dos sujeitos*, 2- *na sua história*, 3- *na forma interdisciplinar* e 4- *nela por si mesma*. Vejamos nas figuras abaixo, exemplos de questões da prova de 2019, que correspondem a esses estilos.

Ressaltamos que nessa prova não encontramos questões que, na nossa análise, se enquadrariam na contextualização 2- *na sua história*.

Figura 12 - Questão 178 do ENEM 2019 com contextualização no cotidiano dos sujeitos

Questão 178

Os alunos de uma turma escolar foram divididos em dois grupos. Um grupo jogaria basquete, enquanto o outro jogaria futebol. Sabe-se que o grupo de basquete é formado pelos alunos mais altos da classe e tem uma pessoa a mais do que o grupo de futebol. A tabela seguinte apresenta informações sobre as alturas dos alunos da turma.

Média	Mediana	Moda
1,65	1,67	1,70

Os alunos P, J, F e M medem, respectivamente, 1,65 m, 1,66 m, 1,67 m e 1,68 m, e as suas alturas não são iguais a de nenhum outro colega da sala.

Segundo essas informações, argumenta-se que os alunos P, J, F e M jogaram, respectivamente,

A basquete, basquete, basquete, basquete.
 B futebol, basquete, basquete, basquete.
 C futebol, futebol, basquete, basquete.
 D futebol, futebol, futebol, basquete.
 E futebol, futebol, futebol, futebol.

Fonte: INEP (2019)

Figura 13 - Questão 148 da prova do ENEM 2019 contextualizada na forma interdisciplinar

Questão 148

A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus *influenza*. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.

O vírus *influenza* é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm.

Disponível em: www.gripenet.pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado).

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus *influenza*, em mm, é

A $1,1 \times 10^{-1}$
B $1,1 \times 10^{-2}$
C $1,1 \times 10^{-3}$
D $1,1 \times 10^{-4}$
E $1,1 \times 10^{-5}$

Fonte: INEP (2019)

Figura 14- Questão 179 do ENEM 2019 contextualizada na Matemática por ela mesma

Questão 179

Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R\$ 1 000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R\$ 80,00 por dia trabalhado.

Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y, em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por

A $Y = 80X + 920$.
B $Y = 80X + 1\ 000$.
C $Y = 80X + 1\ 080$.
D $Y = 160X + 840$.
E $Y = 160X + 1\ 000$.

Fonte: INEP (2019)

Também, de acordo com Ferreira (2019), quanto ao conjunto de assuntos abordados as questões de Matemática do ENEM, elas podem ocorrer de seis maneiras diferentes: 1- Cotidiano, arte, lazer e cultura, 2- mundo do trabalho, da produtividade e do consumo,

3- soluções de problemas coletivos, 4- meio ambiente, recursos naturais e suas políticas, 5- saúde, 6- tecnocientificidade.

Para Ferreira (2019), há dois movimentos que formam o entendimento sobre o conceito de Interdisciplinaridade nos documentos oficiais do ENEM

1) um que sai dos conteúdos disciplinares que estão postos e os modela/encaixa na vida (visão tradicionalista, idealista); e 2) outro que parte do componente-base das situações de vida para assim ser tomada por campos do saber específicos. De um lado o caminho de peças estabilizadas para serem agrupadas e, de outro lado, a pluralidade a ser tomada por algum olhar. (FERREIRA, 2019, p. 279).

Na prova de Matemática do ENEM, Ferreira, 2019 identifica dois tipos diferentes de interdisciplinaridade: a *interdisciplinaridade fragmentária* e a *interdisciplinaridade integrada*. Nas questões classificadas como interdisciplinaridade fragmentária, o enunciado apresenta um elemento motivador mostrando uma relação entre as áreas, mas quando o problema é posto ele é tipicamente matemático, sendo pouco ou até mesmo nada relevante para a outra área do saber. Já nas questões classificadas como interdisciplinaridade integrada, o problema é gerado em um campo que não é o da Matemática, podendo haver um real interesse da outra área na resolução.

Figura 15 - Questão 148 do ENEM 2019 classificada como Interdisciplinaridade fragmentária

Questão 148

A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus *influenza*. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.

O vírus *influenza* é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm.

Disponível em: www.gripenet.pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado).

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus *influenza*, em mm, é

A $1,1 \times 10^{-1}$

B $1,1 \times 10^{-2}$

C $1,1 \times 10^{-3}$

D $1,1 \times 10^{-4}$

E $1,1 \times 10^{-5}$

Fonte: INEP (2019)

Podemos observar, que se trata de interdisciplinaridade fragmentária, pois, embora apresente um elemento motivador que sugere a interdisciplinaridade com a Biologia, a pergunta é meramente Matemática: transformar milímetros em notação científica. O diâmetro do vírus poderia ser facilmente substituído por qualquer outro objeto.

Figura 16- Questão 162 do ENEM 2019 classificada como Interdisciplinaridade Integrada

Questão 162

Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (M_s) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_s) ($\mu\text{m} \cdot \text{Hz}$)
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leq M_s \leq 4,9$
Moderado	$5,0 \leq M_s \leq 5,9$
Grande	$6,0 \leq M_s \leq 9,9$
Extremo	$M_s \geq 10,0$

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $M_s = 3,30 + \log(A \cdot f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro (μm) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de 2 000 μm e frequência de 0,2 Hz.

Disponível em: <http://oejarj.oeceij.edu.br>. Acesso em: 1 fev. 2015 (adaptado).

Utilize 0,3 como aproximação para $\log 2$.

De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

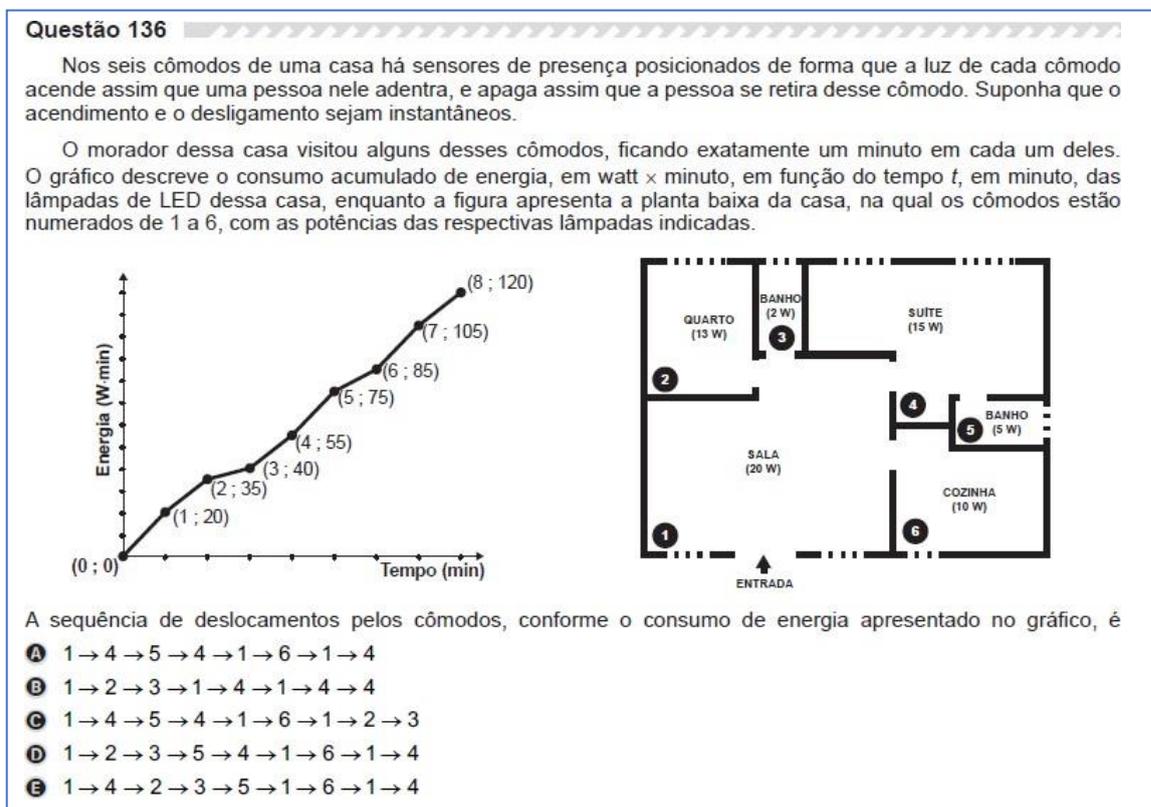
A Pequeno.
 B Ligeiro.
 C Moderado.
 D Grande.
 E Extremo.

Fonte: INEP (2019)

Já na questão da figura acima, podemos observar que se trata de interdisciplinaridade integrada, pois o problema é formulado em outra área, a geografia. Ele usa dados insubstituíveis, como os valores utilizados para a classificação de terremoto na escala Richter, e a pergunta é especificamente sobre a magnitude de um terremoto segundo esta escala. Não são dados meramente acessórios, como na questão anterior.

Neste eixo de análise *Exercícios Mecânicos, Semicontextualizados e Contextualizados em relação com a Realidade* trazido por Ferreira (2019), é considerada a classificação utilizada por Skovsmose (2000), na qual três grupos de questões se diferenciam quanto ao contexto: Matemática Pura, Semirrealidade e Realidade. As questões que se enquadram no contexto da Matemática pura são aquelas que se referem somente à Matemática. Quando temos uma questão que se trata de uma realidade construída, e não uma realidade de fato, dizemos que ela está situada na semirrealidade. Já as questões situadas na realidade são aquelas em que é possível trabalhar tendo como referência uma situação da vida real. Vejamos alguns exemplos retirados da prova de 2019.

Figura 17 - Questão 136 do ENEM 2019 classificada como semirrealidade



Fonte: INEP (2019)

Figura 18 - Questão 161 da prova do ENEM de 2019 classificada como realidade

Questão 161

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R\$ 1 250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi em 2010.

IBGE. Censo 2010. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

- A** R\$ 1 340,00.
- B** R\$ 1 349,00.
- C** R\$ 1 375,00.
- D** R\$ 1 465,00.
- E** R\$ 1 474,00.

Fonte: INEP (2019)

Não encontramos, na prova de 2019, questões que se encaixam na categoria de Matemática pura.

4.7 Habilidades e Competências

As discussões sobre currículo ganharam espaço nos últimos anos, principalmente com a implantação das reformas curriculares, que pretendem promover alterações significativas nos processos escolares. De acordo com Costa (2005) “[...] entre essas reformas podemos citar aquelas que defendem um currículo voltado para a construção de competências no aluno, com o argumento de que o ensino por competência é a mais nova palavra de ordem na educação brasileira.” (p. 29).

O principal instrumento de seleção de estudantes brasileiros, o ENEM, é formulado a partir desta ideia de avaliação de competências e não de avaliação por conteúdos, de modo que essa perspectiva acaba se refletindo nas escolas. A noção de competências busca um valor de uso para cada conhecimento, de acordo com Costa (2005). Os conteúdos, quando desvinculados das práticas sociais, são vistos como sem sentido. Nesse currículo por competências, o que importa não é a transmissão do conhecimento e sim a capacidade de utilizar este conhecimento em alguma ação prática do dia a dia, incluindo o mundo do trabalho. Segundo Costa (2005), a noção de competência muda a pergunta de “quais conteúdos vamos trabalhar” para “quais competências vamos desenvolver”, mas isso não significa que os conteúdos não são trabalhados e sim que eles são definidos com base nas competências. Para Costa (2005), “Os conteúdos ensinados subordinam-se à competência que deve ser desenvolvida, para que o aluno deixe de ser um depósito de informações, para tornar-se um efetivo usuário e processador dos conhecimentos adquiridos.” (p. 55)

Para Pacheco (2001), “a ‘pedagogia por competências’ é, numa perspectiva de ressignificação da linguagem educativa e das práticas curriculares, o prolongamento da ‘pedagogia por objectivos’” (p. 1). Para o autor, competência seria o que é necessário para percorrer um determinado caminho, e o objetivo é o resultado a ser alcançado no fim desse caminho. Neste sentido “Competência e objectivo dizem respeito a formas de ordenação do conhecimento ou a critérios para a selecção de estratégias que fundamentam a organização do processo ensino/aprendizagem, que têm em comum uma visão do culto da eficiência e uma noção instrumental de currículo.” (PACHECO, 2001, p. 3). O ensino por competências exige que não somente os conteúdos sejam aprendidos, mas também a sua aplicação prática, a sua contextualização, ou seja, a sua mobilização para resolver alguma situação cotidiana.

Pacheco (2001) argumenta que a educação absorveu esta noção de competências do mundo do trabalho, no qual “[...] o saber-fazer cognitivo do aprendente está dependente do contexto que lhe exige o *habitus* de agir em função dos problemas e situações a que se reporta”

(p. 5). Já Machado (2002) reforça que a instituição da lógica do ensino por competências é implantada a partir de reformas educacionais cujo objetivo é estabelecer um novo modelo do sistema educacional para adaptar os indivíduos à lógica empresarial, antes mesmo de sua entrada no mundo do trabalho. Para a autora, existe uma grande diferença entre ter o conhecimento e conseguir utilizá-lo de modo eficaz na realidade prática do trabalho e na vida social. Ela também questiona a viabilidade de se avaliar competências por uma prova.

4.7.1 Habilidades e Competências nas questões do ENEM

Segundo o INEP, há um conjunto de habilidades e competências relacionadas para a resolução da prova do ENEM, presentes na Matriz de Referência⁸. O termo matriz de referência, como já falamos anteriormente, é utilizado pelo INEP para indicar habilidades a serem avaliadas em cada etapa da escolarização e orientar a elaboração de questões. Também é utilizada para a construção de escalas de proficiência que definem o que e quanto o aluno conseguiu atingir. A prova do ENEM é elaborada tomando como base a Matriz de Referência das quatro áreas do conhecimento: Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Linguagens e Matemática. Esta Matriz é composta por cinco eixos cognitivos, que são comuns a todas as áreas de conhecimento.

⁸ <<http://portal.inep.gov.br/matriz-de-referencia>> Acesso em 01.08.20.

Figura 19 - Quadro de eixos cognitivos da matriz de referência

EIXOS COGNITIVOS (comuns a todas as áreas de conhecimento)	
I.	Dominar linguagens (DL): dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.
II.	Compreender fenômenos (CF): construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.
III.	Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
IV.	Construir argumentação (CA): relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.
V.	Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

Fonte: INEP

E para cada área do conhecimento há competências e habilidades a serem contempladas. Segundo o arrazoado do INEP, apenas o desenvolvimento dessas habilidades e competências já seria suficiente para uma boa resolução da prova. Afirmação com a qual não concordamos, como já mencionamos anteriormente.

Ressaltamos que, diferentemente do que ocorre nos principais vestibulares do país, não há especificamente uma lista de conteúdos obrigatórios para a prova do ENEM. O que consta na matriz de referência é uma lista de objetos de conhecimento, na qual aparecem alguns conteúdos que serão necessários, embora alguns conteúdos que não estão nesta listagem já tenham aparecido nas questões. Também há as listagens das competências desejáveis que os alunos tenham desenvolvido a partir de habilidades. Algumas dessas habilidades citam especificamente os conteúdos a que se referem, enquanto outras não. Dessa forma, o INEP sugere que apenas aqueles conteúdos presentes na Matriz e nos objetos de conhecimento serão cobrados, mas como mostraremos mais adiante, nem sempre é o que acontece.

Com a listagem de algumas habilidades mais genéricas, nas quais os conteúdos não são apresentados, o INEP consegue ter uma margem mais ampla de escolha, entre os conteúdos do Ensino Médio a serem incluídos na prova, já que dessa forma não há uma obrigatoriedade de contemplar conteúdos específicos.

Por exemplo, a primeira competência relativa a prova de Matemática é uma competência mais genérica, na qual não há um conteúdo específico relacionado com as habilidades. Vejamos na figura abaixo, a Competência 1, para a qual os itens H1, H2, H3, H4 e H5 são as habilidades a serem desenvolvidas.

Figura 20 - Competências da área 1

Competência de área 1 - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Fonte: INEP

Em contrapartida, na competência 2, observamos, que há a presença específica de conteúdos de Geometria Plana e Espacial.

Figura 21 - Competência da Área 2

Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

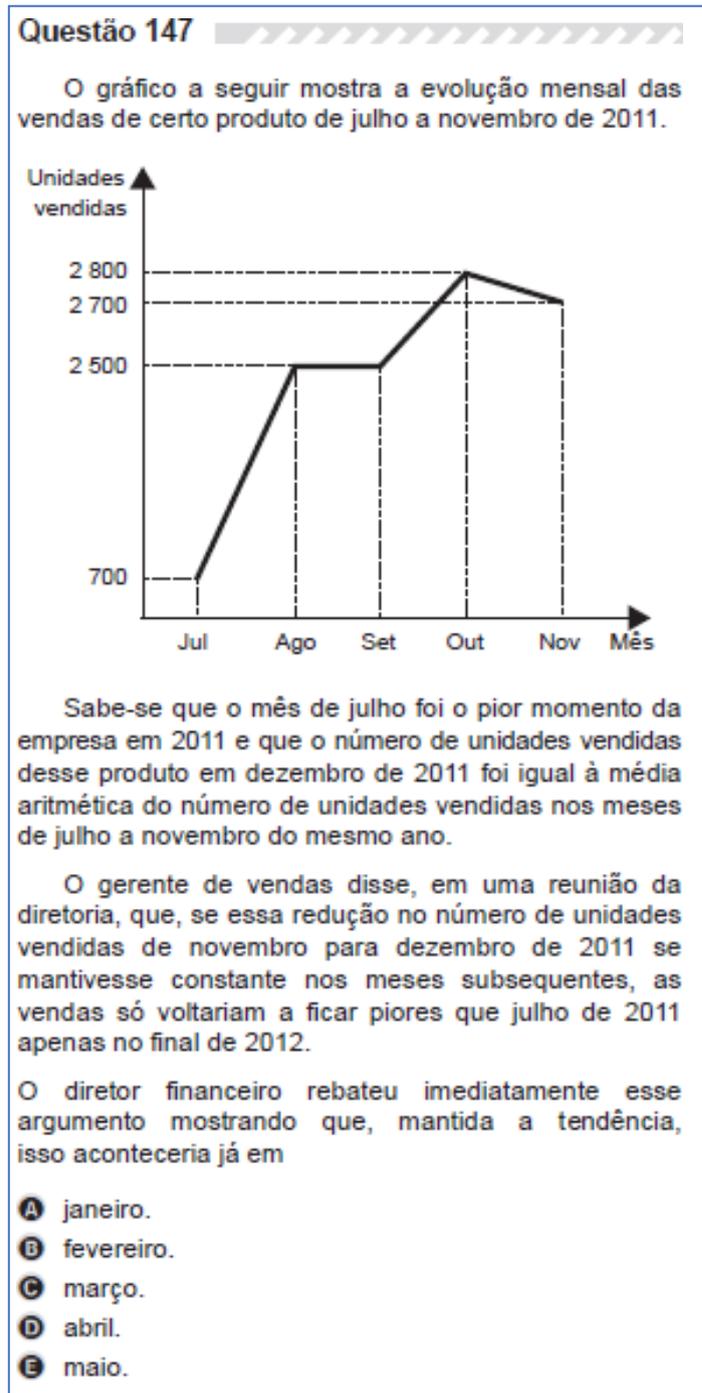
Fonte: INEP

Como alguns conteúdos presentes nas questões não aparecem na Matriz de Referência, não sabemos quais são os tópicos relevantes a serem estudados, já que não sabemos quais conteúdos estarão presentes na prova de Matemática do ENEM. Há diversos conteúdos que usualmente são estudados no Ensino Médio e que não são contemplados nos objetos de conhecimento nem na Matriz de Referência, como por exemplo Números Complexos e Matrizes.

Pela nossa análise da prova de Matemática do ENEM 2019, vemos que algumas habilidades são solicitadas repetidamente em questões diferentes, enquanto outras sequer aparecem na prova. Apesar de ser uma prova com grande número de questões, há muitas questões parecidas que aparentemente se propõem a avaliar as mesmas habilidades. Outro problema que encontramos são as contextualizações frágeis e forçadas, em que quase não há a utilização de contextos reais.

Vamos analisar as habilidades e competências necessárias para a resolução de três questões selecionadas, de acordo com a Matriz de Referência disponível no site do INEP. Começamos com a Questão 147 da prova de 2019.

Figura 22 - Questão 147 da prova do ENEM 2019



Fonte: INEP (2019)

Escolhemos esta questão pois, envolvendo análise gráfica, está relacionada a uma habilidade genérica, mas também exige que o candidato tenha conhecimento sobre média aritmética, pois sem esse conceito não é possível obter o valor para dezembro. Na nossa apreciação das questões, concluímos que primeiramente a questão estaria relacionada com a Competência da área 6, que é a seguinte: – “*Interpretar informações de natureza científica e*

social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.”

Ainda, após analisar as habilidades desta competência, identificamos que as habilidades H24, H25 e H26 estão relacionadas como necessárias para resolução desta questão. São elas:

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Porém, como explicamos anteriormente, nessa competência não é mencionado que o estudante precisa ter conhecimentos sobre medidas de tendência central, no caso, média aritmética, logo relacionamos esta questão também com a Competência da área 7: – *“Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística”*.

E, dentro dessa competência, relacionamos a habilidade H27:

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

Figura 23 - Questão 168 da prova de Matemática do ENEM 2019

Questão 168

Em um determinado ano, os computadores da receita federal de um país identificaram como inconsistentes 20% das declarações de imposto de renda que lhe foram encaminhadas. Uma declaração é classificada como inconsistente quando apresenta algum tipo de erro ou conflito nas informações prestadas. Essas declarações consideradas inconsistentes foram analisadas pelos auditores, que constataram que 25% delas eram fraudulentas. Constatou-se ainda que, dentre as declarações que não apresentaram inconsistências, 6,25% eram fraudulentas.

Qual é a probabilidade de, nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta?

A 0,0500
B 0,1000
C 0,1125
D 0,3125
E 0,5000

Fonte: INEP (2019)

Já a figura acima, é uma questão sobre probabilidade condicional, que se encaixa na Competência da área 7, que é uma competência que lista habilidades específicas sobre estatística e probabilidade: – *“Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos*

fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

Analisando as habilidades listadas para essa competência, percebemos que as habilidades H28 e H29 são necessárias para a resolução da questão. São elas:

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

Mas, podemos perceber que para esta questão também é necessário que o candidato disponha de conhecimentos de porcentagem, visto que os valores presentes na questão estão nesse formato, mas não há nenhuma habilidade na Matriz de Referência relacionada ao conhecimento específico de porcentagem.

Figura 24 - Questão 140 da prova de Matemática do ENEM 2019

Questão 140

Um grupo de engenheiros está projetando um motor cujo esquema de deslocamento vertical do pistão dentro da câmara de combustão está representado na figura.

O valor do parâmetro β , que é dado por um número inteiro positivo, está relacionado com a velocidade de deslocamento do pistão. Para que o motor tenha uma boa potência, é necessário e suficiente que, em menos de 4 segundos após o início do funcionamento (instante $t = 0$), a altura da base do pistão alcance por três vezes o valor de 6 cm. Para os cálculos, utilize 3 como aproximação para π .

O menor valor inteiro a ser atribuído ao parâmetro β , de forma que o motor a ser construído tenha boa potência, é

A função $h(t) = 4 + 4\text{sen}\left(\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ definida para $t \geq 0$ descreve como varia a altura h , medida em centímetro, da parte superior do pistão dentro da câmara de combustão, em função do tempo t , medido em segundo. Nas figuras estão indicadas as alturas do pistão em dois instantes distintos.

A 1.
B 2.
C 4.
D 5.
E 8.

Fonte: INEP (2019)

A figura 24 mostra uma questão que, em nossa análise, se enquadra na Competência 5: *Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.* E nesta competência, relacionamos a questão com a habilidade H21:

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

Agora observe a questão abaixo. Ela, em seu enunciado, evoca o conhecimento sobre Matrizes, embora a questão possa ser resolvida facilmente sem esse conhecimento, apenas interpretando os dados como uma tabela. Acreditamos que chamar de matriz não é o mais adequado, visto que não há nenhuma habilidade relacionada a este conteúdo, e também ele não aparece na listagem dos objetos de conhecimento. Caso o aluno não tenha o conhecimento sobre este conteúdo, ao se deparar com essa questão pode facilmente desistir de resolvê-la antes mesmo de terminar de ler o enunciado. Lembramos que, como o conteúdo específico de Matrizes não aparece na Matriz de Referência do Enem e nem nos objetos de conhecimento, há a possibilidade, como já falamos anteriormente, da sua exclusão dos conteúdos relacionados do Ensino Médio, caso a escola baseie seu conteúdo programático na Matriz do ENEM.

Figura 25 - Questão 152 da prova de matemática do ENEM 2019

Questão 152

Um professor aplica, durante os cinco dias úteis de uma semana, testes com quatro questões de múltipla escolha a cinco alunos. Os resultados foram representados na matriz.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz os elementos das linhas de 1 a 5 representam as quantidades de questões acertadas pelos alunos Ana, Bruno, Carlos, Denis e Érica, respectivamente, enquanto que as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, em que os testes foram aplicados.

O teste que apresentou maior quantidade de acertos foi o aplicado na

A segunda-feira.
 B terça-feira.
 C quarta-feira.
 D quinta-feira.
 E sexta-feira.

Fonte: INEP (2019)

5. DISCUSSÕES COM O GRUPO

Foram analisadas as discussões realizadas em no grupo de *WhatsApp* criado exclusivamente para esse fim, tendo como integrantes alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Ensino do Rio Grande do Sul, que se situa na Zona Norte do município de Porto Alegre.

5.1 O grupo

O grupo de *WhatsApp* denominado *ENEM 3º ano* foi constituído inicialmente com 17 alunos do terceiro ano do Ensino Médio, cujas idades variavam entre 16 e 17 anos, no dia 29 de abril de 2021. Foram incluídos alunos que manifestaram interesse em participar da pesquisa. Uma aluna ficou encarregada de elaborar uma lista com os números de telefone dos colegas e me enviar para que fosse feita a inclusão no grupo. Com o grupo criado, enviei um pequeno texto propondo algumas combinações importantes para o bom funcionamento do grupo. Entre essas combinações, estava a solicitação de que o grupo fosse utilizado exclusivamente para discussões sobre o ENEM em todos os seus aspectos; o pedido para que não apagassem as mensagens enviadas no grupo, pois todas as discussões realizadas eram importantes para a pesquisa e o lembrete de que eles estavam ali como voluntários e que poderiam se retirar da pesquisa a qualquer momento, caso assim desejassem. Além disso, foi pedido respeito aos colegas para que todos se sentissem à vontade para expressar seus pensamentos sem receio de julgamentos. Após ciência de todos os participantes, expliquei novamente que eles não seriam identificados com seu nome e/ou foto no meu trabalho, que a participação deles se daria somente pela utilização das mensagens escritas e de áudio (transcritas) enviadas no grupo, também como eventuais fotos de esquemas e resoluções das questões.

Foi enviado no grupo um link de um formulário *Google* contendo o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para os Estudantes, no qual eles declararam o seu aceite em participar da pesquisa e indicaram o contato do responsável legal (e-mail ou celular), meio pelo qual combinamos o envio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os Responsáveis, no qual esse responsável autorizaria o estudante menor de idade a participar da pesquisa. Após alunos e responsáveis assinarem os termos, começamos as discussões das questões no grupo. Os nomes dos alunos foram preservados neste trabalho, de modo que cada aluno está identificado pelo nome de uma letra grega, como pseudônimo. Optamos por manter os diálogos exatamente da forma como os alunos escreveram, com abreviações e expressões típicas da linguagem da internet, pois acreditamos que dessa forma é possível perceber com mais detalhes seus diálogos, emoções e a maneira como se expressam.

Figura 26 – Captura de tela do momento inicial do grupo

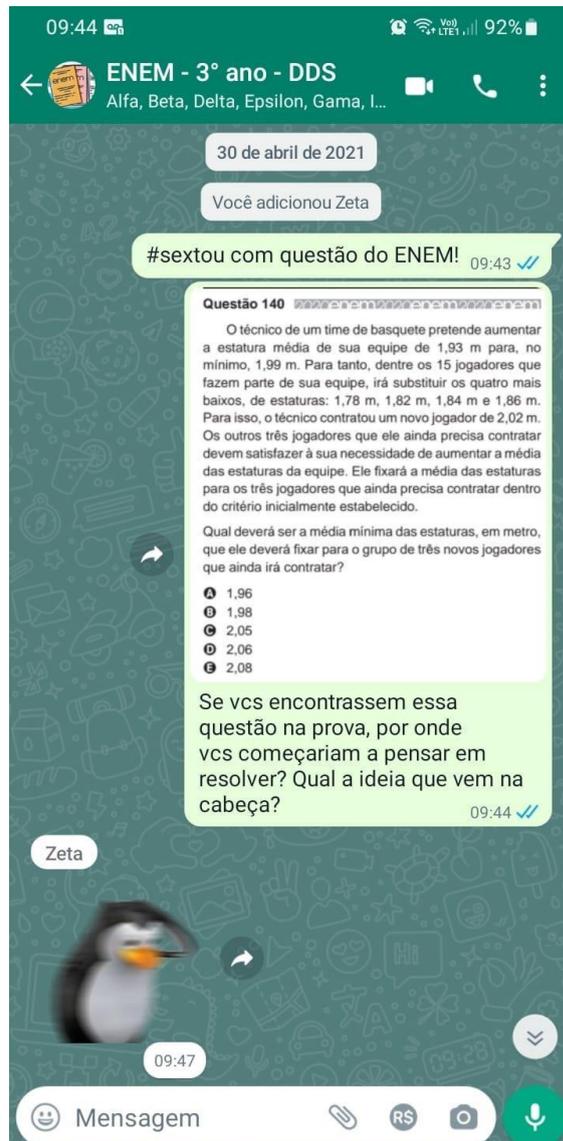


Fonte: Acervo pessoal

5.2 Relato

As questões a serem discutidas no grupo foram escolhidas das provas de Matemática do ENEM do ano de 2020 (aplicação regular e digital). Neste trabalho, quando me referir ao número das questões da prova impressa, aplicação regular, estou tomando como base a numeração da prova de cor rosa. Iniciamos a discussão com a primeira questão, que foi selecionada por mim, questão 140 da aplicação regular.

Figura 27 – Captura de tela da questão 1 enviada aos alunos



Fonte: Acervo pessoal

5.2.1 Questão 1

Figura 28 - Questão 1 da discussão com os alunos

Questão 140 

O técnico de um time de basquete pretende aumentar a estatura média de sua equipe de 1,93 m para, no mínimo, 1,99 m. Para tanto, dentre os 15 jogadores que fazem parte de sua equipe, irá substituir os quatro mais baixos, de estaturas: 1,78 m, 1,82 m, 1,84 m e 1,86 m. Para isso, o técnico contratou um novo jogador de 2,02 m. Os outros três jogadores que ele ainda precisa contratar devem satisfazer à sua necessidade de aumentar a média das estaturas da equipe. Ele fixará a média das estaturas para os três jogadores que ainda precisa contratar dentro do critério inicialmente estabelecido.

Qual deverá ser a média mínima das estaturas, em metro, que ele deverá fixar para o grupo de três novos jogadores que ainda irá contratar?

A 1,96
B 1,98
C 2,05
D 2,06
E 2,08

Fonte: INEP (2020)

Coloquei essa questão no grupo, no período da manhã (por volta de 10h), acompanhada da seguinte pergunta: “Se vocês encontrassem essa questão na prova, por onde vocês começariam a pensar em resolver?” Minha ideia era aguardar que os alunos comentassem a questão durante o dia, de modo que cada aluno pudesse interagir quando tivesse disponibilidade, com o mínimo possível de intervenção minha. Esperei alguns minutos e verifiquei que a maioria dos alunos já haviam visualizado a questão. Avaliei que já teria dado tempo suficiente para que respondessem, e ninguém havia se manifestado ainda. Assim, entendi que eles poderiam estar tentando resolver a questão, o que não era o objetivo ainda, e resolvi intervir escrevendo: “Lembrando que ninguém precisa resolver a questão ainda, só me falar a ideia inicial”. E assim, começaram a aparecer as ideias.

A primeira pessoa a comentar foi a aluna Gama, que disse “eu tinha pensado que era algo relacionado com probabilidade, mas não acho que é isso”. Em seguida, o aluno Ômega comenta que “a ideia que vem é de fazer uma média, entre os 4 jogadores, já vi uma matéria sobre isso, mas não sei.” Esses dois comentários iniciais transpareceram a ideia de que eles

estavam tentando primeiro identificar de qual conteúdo matemático a questão estava tratando, para depois pensar em como resolvê-la.

Zeta: Teria que fazer a média anterior e a que ele quer atualmente não? Tudo isso em cima dos 15 jogadores.

Ômega: Acho que fazendo a média dos 4 jogadores que vão sair e usando regra de 3 de pra fazer.

Sigma: Eu acho que começaria fazendo uma média entre os 15 jogadores, mas não deixaria de lado o critério estabelecido por ele no começo.

Lambda: A primeira coisa que pensaria: será que não dá pra aplicar regra de três?

Iota: Não sei como se aplicaria regra de três.

A aluna Zeta sugere fazer a média anterior, referente à altura do time antes da contratação dos novos jogadores, e a que ele quer atualmente, mas não percebe que essas duas informações já são dadas no enunciado da questão, de forma que não precisam ser calculadas. E o mesmo acontece com Sigma, cuja ideia inicial é fazer a média entre os 15 jogadores. E mesmo se fosse o caso, não era possível fazer esses cálculos, visto que não foram dadas as alturas de todos os jogadores. Ômega e Lambda trazem uma ideia diferente ao afirmarem que usariam a regra de três, e Ômega faria a regra de três usando a média dos quatro jogadores mais baixos que deixarão a equipe. O grupo continuou a receber mensagens e alguns alunos protagonizaram um diálogo mostrando sua insegurança ao afirmarem que “chutariam” a resposta.

Delta: “Primeiramente, eu teria visto que nesse momento eu teria um arrependimento de todos os meus pecados, assim, teria que ler essa questão pelo menos umas 5 vezes e por último (como fiz essa decisão) eu infelizmente chutaria a resposta mais próxima da minha lógica.”

Beta: Eu provavelmente chutaria, mas como não tem [limite de] tempo, tô quebrando a cabeça aqui tentando entender.

Gama: Bah, eu não saberia fazer. Usando estratégia de chute, chutaria na C ou D, mas não sei. Essa eu chutaria, não lembro de ter visto um exercício parecido com esse na escola.

Delta: Eu não funciona bem sob pressão, eu nunca entendo direito essas questões matemáticas.

Kappa: Também não kkk.

Delta: Eu tô me sentindo muito fora da casinha, o pessoal tá tentando resolver, e nem entendi direito o que eu tenho que fazer pra tentar achar a fórmula.

Beta: Eu tava tentando regra de 3. Mas deu um valor nada a ver com as respostas. Então deixa quieto. Kskdjdk

Sigma: Eu tentando decidir qual das alternativas eu iria chutar, e vendo que eu já começaria mal.

Nesse diálogo aparecem alguns pontos interessantes. Delta, embora tenha feito uma brincadeira para dizer que chutaria a resposta, mostra uma reação inicial que alguns alunos têm, e que já observei em minha experiência como docente, que é a de nem tentar, nem parar para refletir e já dizer que não sabe, apenas por se tratar de uma questão do ENEM, ou por ter um formato que não se reconhece de imediato como por exemplo, aplicar tal fórmula. No caso, Delta ao se deparar com a questão já afirma que chutaria. Sabemos que o “chute” é, muitas vezes uma alternativa para os alunos, mas deveria ser apenas considerada após alguma tentativa de resolução, e não como primeira opção. Delta também revela que se sente pressionada, provavelmente se referindo ao pouco tempo disponível para a resolução das questões no dia da prova, e mostra novamente o apego em identificar o conteúdo, e, além disso, em encontrar a fórmula necessária para a resolução. Muitas vezes, em sala de aula, observei esse mesmo hábito com relação às fórmulas. Muitas questões do ENEM não são resolvíveis a partir de fórmulas, e muitas outras, mesmo fazendo indicação à alguma fórmula matemática, podem contemplar outras formas de resolução, de modo que esse apego à fórmula pode não contribuir para o sucesso no desenvolvimento das questões. Gama afirma que utilizaria “estratégia de chute”. Perguntei como era essa estratégia, e falaremos sobre isso mais adiante.

Beta mostra que também como Ômega, pensou em utilizar a regra de três, mas desistiu ao se deparar com um valor que não aparecia entre as alternativas, e pensou em outra estratégia.

Beta: Tavam falando de média né. Daí fui pesquisar como calcula. Teria que somar os valores e dividir pelo número de elementos somados. Deu 1,82 que não tá nas alternativas.

Ômega: mas aí é a média dos jogadores que vão sair

Beta: humm

Ômega: Tu precisaria fazer uma média de altura dos 4 novos pra subir a média geral do time pra 1,99

Beta: Sim, mas aí teria que fazer a média entre os 15 jogadores e a média que ele quer nova, sabe

Ômega: Mas como seria feita a média dos 15 sendo que o único valor informado são dos 4 que vão sair?

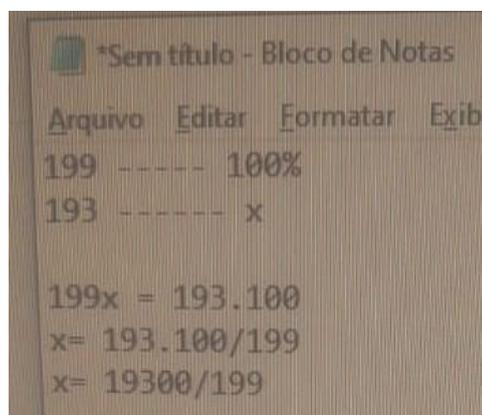
Novamente eles sugerem fazer a média das alturas dos 15 jogadores, sendo que essa informação está sendo dada no enunciado. Nesse momento a aluna Zeta reaparece na discussão, informando o colega Ômega que essa informação já está dada no enunciado: “Pq a média antiga

era 1,93 então teoricamente a gente já sabe né. E ele quer subir para 1,99. Então são duas médias.” Ao que Ômega responde: “na real, dá pra fazer uma regra de 3 e era isso, sempre funciona.”

E mais uma vez aparece, entre os diálogos, a sugestão de utilizar a regra de três. Esses alunos afirmam, ao serem questionados sobre isso, que a maioria das questões de Matemática do ENEM são possíveis de serem resolvidas utilizando esse método. Da minha experiência com essas questões, posso afirmar que essa informação não procede. Existem sim, algumas questões em que a regra de três vai funcionar, mas não são a maioria delas. E embora os alunos estejam afirmando que a resolução por meio da Regra de Três seria uma resolução fácil, eles demonstram que não tem bem formulado quando se pode ou não utilizar o método, pois a Regra de Três é utilizada quando estão envolvidas grandezas proporcionais, o que não se aplica a esta questão que está sendo discutida.

Nesse momento, eles começaram a tentar resolver a questão utilizando a regra de três, e embora eu soubesse que dessa forma não chegariam à resposta correta, optei por não intervir, esperando que eles mesmos concluíssem isso. Ômega envia uma foto de seu cálculo junto com a pergunta: “O que eu faço com isso?”

Figura 29 – Resolução apresentada por um aluno



Fonte: Acervo pessoal.

Percebo, pela foto, que Ômega tentou organizar seu raciocínio por meio de uma regra de três, em que considerou a média mínima desejada para a equipe como 100% e a média anterior como incógnita. Com isso, ele deveria ter chegado a um valor em porcentagem, o que não parece ajudar para a solução da questão.

Como sugestão, Zeta aparece com outra ideia que também parece não ajudar muito, mas novamente eu opto por não intervir e deixar as discussões livres.

Zeta: Teria que pegar estes 1,93 e multiplicar por 15 e fazer o mesmo com o 1,99

Ômega: Bom fiz aqui, juntando todos os jogadores teria que dar +- 29,85m". com isso eu concluo, que um australopithecus tem mais neurônios que eu.

Beta: "kkkkkkk. Ah não até tu, me dei mal então pq eu sei menos ainda."

Ômega: Eu tenho uma diferença de altura, teria que aumentar 0,9m na altura total do time. Agora a questão é, onde eu coloco isso?

Figura 30 – Resolução apresentada por um aluno

$$199 \times 15 = 29,85m$$

$$193 \times 15 = 28,95m$$

$$0,9m$$

$$1,78 \quad 1,82 \quad 1,84 \quad 1,86$$

$$| \quad 1,825m$$

Fonte: Acervo pessoal

Percebo que Ômega faz vários cálculos e sempre pergunta “onde eu coloco isso?” “O que eu faço com isso?”, que faz parecer que ele tem um raciocínio incompleto, pois chega a uma informação, sabe que é importante, mas não sabe como utilizar. Na imagem enviada por Ômega, ele faz o cálculo sugerido por Zeta de multiplicar a média anterior e a nova por 15, e com isso concluiu que teria que aumentar 0,9m na altura total do time. Também mostra na imagem os valores das alturas dos quatro jogadores mais baixos, que sairão do time, e o valor da média aritmética entre eles. Após, Ômega escreve: “ele não deixa explícito se é na ordem menor > maior que tá saindo.” Eu não compreendi em um primeiro momento o que o aluno quis dizer com essa afirmação, e pedi para ele me explicar melhor. “o que eu quis dizer foi na ordem que sai, se começa pelo de 1,78 e vai subindo. Pq aí na minha cabeça faz alguma diferença na conta.”, falou Ômega. Eu não consegui perceber que diferença faria, visto que estamos procurando a média mínima das estaturas dos três jogadores a serem contratados, e não um valor parcial que mudaria conforme forem saindo os jogadores um a um. Para explicar, falei ao aluno para pensar que todos os 4 jogadores sairiam da equipe ao mesmo tempo, abrindo 4 vagas no time.

No meio da discussão surge um diálogo paralelo entre alguns alunos.

Iota: Já pensou, a sora quer fazer a pesquisa com nós e a gnt não acerta nenhuma.

Ômega: É aquela coisa se ela der 4 questões a chance de acertar no chute é 25%.

Zeta: Eu não consigo prestar muita atenção, desculpa sora.

Iota: Somos a vergonha da professora.

Nesse momento achei importante intervir para tranquilizá-los sobre o real interesse e objetivo da pesquisa. Relembrei a eles que eu estava interessada nas discussões e não na simples resolução correta das questões. Falei que o debate estava interessante, que eles não precisavam se desculpar por não saberem resolver a questão, e estávamos no grupo também como uma oportunidade para revisar conteúdos e aprender.

Já passava das 14h da tarde, e eles ainda estavam discutindo sobre a questão e pareciam insistir sempre nas mesmas estratégias que não estavam colaborando para a resolução. Insistiam nos mesmos cálculos, e seguiam com a ideia de que uma regra de três funcionaria. Iota surgiu com uma ideia nova, mas ainda sim incompleta.

Iota: Se precisamos chegar a 1,99 e estamos em 1,93 precisamos de +6 de altura no total. Então os novos precisam atingir juntos +6 de altura na equipe

Liliane: Lembra que estamos falando de média!

Ômega: Então eu precisaria de mais 24 cm pra chegar nessa média? já que são 4 jogadores que mudaram.

Iota: Mais 17 não?

Ômega: Se são 4 jogadores que vão entrar e são mais 6cm na media.

Iota: A gente tem q pensar q precisa subir 6 cm em média..

Ômega: Logo 24

Iota: Mas os quatro q vão entrar não tem a msm altura

Ômega: Mas no total teria que ter 24 cm a mais”

Deixei de acompanhar o grupo por algum tempo, e quando retornei comecei a perceber que eles estavam se desmotivando, provavelmente pelo cansaço, já que estavam discutindo praticamente sem parar desde as 10h da manhã.

Sigma: Ai mds eu to confusa ksksks.

Lambda: Sora eu acho q nunca vi essa matéria, ou eu me esqueci de tudo q aprendi.

Iota: Q vergonha nunca vou passar no Enem.

Alfa: Pq tenho que saber exatas pra fazer humanas meu deus sagrado.

Novamente eles se sentem inseguros e isso fica visível nos diálogos seguintes, e começam a tentar encontrar desculpas para eles mesmos para o insucesso na resolução da questão, como por exemplo, a ideia de que precisam já ter visto a matéria na escola para conseguir resolver a questão. Sabemos que há algumas questões, embora poucas, que exigem conhecimentos muito específicos de algum conteúdo matemático, mas não era o caso dessa questão. Nessa questão, além da habilidade de interpretação, cálculo das operações básicas e resolução de equações, o único conhecimento indispensável era o conceito de média aritmética, que eles mesmos já haviam discutido sobre como se calculava nos diálogos anteriores.

Nesse momento eles percebem uma particularidade das questões de Matemática do ENEM, por meio do comentário de Beta:

Beta: Única conta que eu fiz q bateu com as alternativas foi $1,99 + 1,93 = 3,92 \div 2 = 1,96$.

Alternativa A. Tá certo? Não sei.

Alfa: Mas ai ele ta saindo da expectativa original de aumentar a media pra 1,99, não ? Como diz na questão, ele quer se manter no minimo dentro do criterio antes estabelecido.

Beta: Kkkkk. sim, não acho que tá certo, mas foi o que eu achei.

Alfa: Engraçado é que tem alternativa pra essa resposta errada.

Liliane: Porque será que tem alternativa?

Iota: Pra gente achar que tá certo.

Alfa: Não acredito que eles fazem isso de propósito.

Lambda: Eles são terríveis.

Beta: Claro q nao ia ser simples assim kkkk tem varias etapas. Mas quais, não sei.

Muitos dos erros cometidos pelos alunos estão incluídos entre as alternativas, de modo que os alunos pensem ter acertado a questão quando na verdade apenas cometeram um erro comum. Essa percepção do erro aconteceu também com outras questões que discutimos, como veremos mais adiante em outras questões.

Nesse momento resolvi intervir pois notei que a discussão não avançava e alguns alunos já não estavam tão ativos nas conversas. Resolvi apenas organizar os dados que já tínhamos, na tentativa de tentar não dar nenhuma pista da resposta.

Liliane: Vamos pensar uma coisa. São 15 jogadores. Temos a altura de 4 (os que vão embora).

Não temos a altura de 11 (os que vão ficar). Temos a altura de um novo contratado. E o que não temos no problema é: a altura dos 11 antigos e a altura dos 3 novos.

Alfa: Eu acho que a A e a B tão fora de questão, elas saem da média minima que ele já estabeleceu.

Liliane: No problema ele pede a altura mínima necessária!

Alfa: Sim sim, mas ainda assim o mínimo que ele tinha estabelecido é 1,99, não ? Talvez tenha interpretado errado.

Iota: Não, assim ó, a média que ele precisa chegar com todos os jogadores juntos é 1,99. O mínimo é nós que vamos estabelecer qual é o mínimo de altura que a gente precisa pra chegar nesse número. Ou seja, se a gente colocar um número menor que 1,99, por exemplo, 1,98, mas tiver alguém muito alto então, automaticamente a média vai subir pra mais de 1,98, eu imagino. [áudio transcrito].

Alfa: Aaa... agora entendi melhor a questão.

Liliane: Ele quer q o grupo com os 15 tenha no mínimo 1,99 de média (juntando a média dos 11 jogadores antigos, mais o de 2,02, mais os 3 novos).

Beta: Sera q tem equação?

Iota: Sora, e se a gnt pegasse número por número das alternativas e tentasse calcular com oq temos, talvez assim chegamos a algo

Liliane: Quer tentar fazer e ver se funciona?

Gama: Só fui entender agora a questão. Não tinha entendido nada ate agora.

O aluno Alfa, apesar de ter feito várias intervenções até aqui, mostrou nessa última fala que ainda não tinha entendido o objetivo da questão. Como o treinador queria que a média fosse 1,99m, o aluno concluiu inicialmente que a resposta não poderia ser a alternativa a) nem a b) pois ambas continham números menores que 1,99m. Após a explicação de Iota, ele conseguiu perceber que estava errando ao não considerar que a resposta final era a média de altura dos três jogadores novos, e não a altura propriamente dita. Como a questão pedia que a média do time fosse 1,99m, ele acreditava, erroneamente, que não poderia selecionar uma alternativa com um valor de altura menor que esse. O que foi corretamente explicado por Iota. Porém, a esta altura os alunos já não conversavam muito no grupo e começaram a tentar adivinhar a resposta, provavelmente pelo cansaço, e eu não pensei, no momento, de sugerir que terminássemos a questão em outro momento.

Alfa: Seguindo a estratégia do chute, eu chutaria d

Iota: Eu tô entre d ou b

Gama: Eu também

Alfa: Pq A e B n parecem certas, C é impar, e E parece alto demais

Gama: Chutaria a d

Iota: E assim a gente conclui que 99% da turma chutaria e não saberia responder a questão.

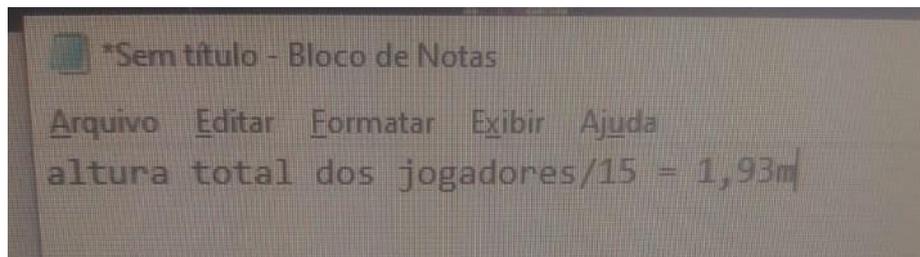
Gama: Ou seja, o ENEM não é pra nós.

Já desmotivados em continuar as discussões sobre estratégias de resolução, os alunos voltaram a falar sobre o “chute” que dariam nessa questão e a expressão “estratégia de chute” voltou a aparecer na conversa, sendo que Alfa me chamou a atenção dizendo que não chutaria na alternativa c) por ser ímpar. Ao ser questionado, ele prontamente respondeu que todas as outras alternativas eram números pares. As alternativas para essa questão eram a) 1,96; b) 1,98; c) 2,05; d) 2,06 e e) 2,08. Todas as alternativas continham números decimais, de modo que não podemos classificá-los entre par ou ímpar por não seguirem a definição de paridade (todo número par pode ser representado na forma $2K$, com $K \in \mathbb{Z}$.) Mas entendemos que o aluno, erroneamente, tomou como base para a sua definição de par ou ímpar, o algarismo da última casa decimal, que no caso da alternativa c) 2,05 era o algarismo 5, que é ímpar, enquanto todas as outras tinham como último dígito, número par. Segundo o aluno, essa alternativa destoava das demais, sendo considerada a “diferente”. Gama afirmou assistir um canal no *Youtube* onde essas “estratégias de chute” eram ensinadas.

Na tentativa de retomar a discussão sobre a resolução, fiz o seguinte questionamento: “O que é o número 1,93m? Como se chega nesse valor?”. Iota respondeu que era a soma das alturas de todos os jogadores do time, dividido por 15. Solicitei que ela escrevesse isso em um papel e me enviasse uma foto. Eu esperava receber algo na forma,

$$1,93 = \frac{1,78 + 1,82 + 1,84 + 1,86 + X}{15}$$

Pois assim, eu pretendia que eles percebessem que poderiam, isolando X, calcular o seu valor e encontrar a soma das alturas dos 11 jogadores que ficariam no time. A dificuldade parecia estar em pensar na soma como um número, para depois obter a média. Pensar nas duas etapas: se souber a soma, chego à média. Iota alegou estar lavando a louça no momento, sem acesso ao caderno para montar a equação. E Gama disse estar assistindo uma aula online, e não poderia também interromper. Demais alunos não se manifestaram. Um tempo depois recebi de Ômega a imagem mostrada na Figura 31.

Figura 31 – Resolução apresentada por um aluno

Fonte: Acervo pessoal

Minha intenção era a de que aparecesse uma incógnita representando os 11 jogadores restantes, e dessa forma como Ômega apresentou, não aparecia. Solicitei que ele reescrevesse matematicamente utilizando os valores que tínhamos na questão. E ele questionou: “mas aí eu divido os 4 jogadores por 15?”. Aqui percebi que embora o conceito de média aritmética estivesse formulado para esse aluno, para atender uma solicitação minha ele cogitou escrever uma incoerência, já que ao dividir apenas 4 valores por 15 ele não mais estaria fazendo a média desses valores. Falei que ele deveria encontrar um jeito para representar as alturas dos 15 jogadores na equação. Passou-se mais de uma hora e não houve nenhuma mensagem no grupo, então novamente tentei retomar com eles organizando o que já tínhamos encontrado até então. Enviei o seguinte esquema, com o seguinte questionamento, e apareceram algumas sugestões:

$$\frac{\textit{altura total dos jogadores}}{15} = 1,93$$

Liliane: Ômega montou assim. Mas sabemos que a altura total dos jogadores é a soma de todas as alturas. Como podemos escrever essa soma?

Beta: Eu estou tentando formar alguma coisa na minha mente sora, acho talvez agora fique mais fácil, pq antes não tinha entendido nada...

Iota: 1,78..1,82..1,84..1,86..... 2.02.

A aluna Iota escreveu os números das alturas que tínhamos, dos 4 jogadores que saíram, mas misturou com a altura do novo contratado, além do que não escreveu na forma de soma, conforme solicitado. Nesse momento, Ômega reapareceu com a resolução apresentada na Figura 32.

Figura 32 – Resolução apresentada por um aluno

Fonte: Acervo pessoal

Ômega: acredito que eu tenha chegado em algo. 21,65 m seria a altura dos outros 11 jogadores.

Liliane: O que os colegas acham disso que o Ômega fez? Entenderam?

Iota: Entendi o cálculo, mas então 21,65 é o número da soma dos outros 11 jogadores? Se for isso precisamos que os outros 3 jogadores juntos façam 8 ao todo.

Iota: Junto com o quarto que ficaria. E mais o de 2.02. Na vdd, a soma dos outros jogadores tem de ser 7,35, no mínimo.

E antes mesmo que eu pudesse chamar os colegas para a discussão, Ômega posta a resposta final da questão.

Figura 33 – Resolução apresentada por um aluno

Fonte: Acervo pessoal

Ômega: A resposta certa é a d. Meu cérebro tá crescendo aqui!

Iota: Aq tu add 2,02 e viu quanto dava. E oq sobrou dividiu pelos novos jogadores?

Ômega: Adicionei 2,02 nos 21 e dps subtrai os 23 dos 29. E dividi por 3 oq sobrou.

Iota: Nem foi tão difícil vendo assim né ksksks

Ômega: Tirando que a gente está desde as 9h tentando. eu diria que tá bom. agora vou pegar um lanche senão eu desmaio.

Assim, com a questão solucionada no grupo, perguntei aos demais colegas se tinham conseguido entender o que Ômega havia feito. Já passava das 17h, e Gama, Sigma, Beta, Lambda afirmaram que não tinham entendido a resolução. Ômega então se propôs a explicar seu raciocínio:

Lambda: Sora, não entendi o cálculo. Não entendi o 28,95.

Ômega: É a altura total do time com a média de 1,93

Lambda: Bem idiota o q vou perguntar. Mas como tu chegou no valor?

Ômega: Eu peguei a média de 1,93 e multipliquei pelo número de jogadores que é 15

Lambda: Nossaaa... Eu não tinha pensado nisso antes.

Perguntei novamente se agora todos tinham entendido, ao que prontamente responderam que sim. Mas a maioria afirmou que não conseguiriam resolver sozinhos a questão, e só entenderam por que o colega postou e explicou. Encerramos as discussões dessa questão por volta das 21 horas. Eles passaram esse primeiro dia praticamente 12 horas envolvidos com o grupo. E após a postagem da resolução eles não mais interagiram, e eu fiquei me perguntando se essa atitude era apenas pelo cansaço ou se tinham desistido de tentar compreender a questão. Pensei em conversar com eles em outro momento, pois a intenção não era de que ficassem com dúvidas ou até mesmo desmotivados.

No dia seguinte, como era sábado e havíamos discutido bastante no dia anterior, escrevi para eles somente para agradecer pelas discussões da questão 1, e perguntei o que eles tinham achado da questão, de forma geral, e obtive uma única resposta.

Iota: Eu achei q ficou bem notável q muitas coisas são feitas pra embaralhar a cabeça msm, que eles já devem ter em mente alguns jeitos errados q a pessoa pode fazer e daí colocam a resposta ali pra confundir. Mas foi legal fazer a questão sem pressão, se for pensar que em vários e em horas conseguimos a resolução imagina uma cabeça só em 3 minutos (por questão).

Na segunda-feira, ainda com intenção de retomar a questão anterior, refiz a pergunta de sábado, e complementei perguntando sobre o enunciado da questão, a opinião deles sobre a situação relatada na questão. Fiz isso pois percebi que em nenhum momento eles olharam para o enunciado com um olhar crítico, e sim apenas com a finalidade de interpretação da questão, e eu gostaria de chamar a atenção deles para os enunciados também.

Delta: Sei que nesse esporte é necessário que tenham pessoas altas. Mas não é só ter jogadores altos. Já que se eles não souberem jogar, não adianta nada. Mas acredito que isso possa acontecer na vida real.

Beta: Acredito que o técnico nem sempre vai tomar a decisão de contratar algum jogador somente pela altura, mas sim pela sua habilidade no jogo. Porém sempre vai haver algum que vai priorizar quem é um pouco mais alto que os outros jogadores.

Alfa: A altura é importante pra um esporte como basquete, mas não é tudo.

AC: Acho que seria meio difícil ele achar pessoas desse tamanho que joguem tão bem, já que provavelmente, essas pessoas são consideradas "ouro" ou seja, quem paga mais, leva.

Gama: Que nem já falaram, o técnico vai procurar pessoas mais altas pelo fato do esporte precisar disso, porém ele também tem que ver que as vezes os mais baixos que já estão na equipe podem jogar e se adaptar melhor, e isso pode acontecer muito na vida real.

A maioria dos alunos que manifestaram sua opinião sobre o enunciado da questão mostra que eles perceberam uma contextualização fora da realidade, pois em um time de basquete a altura importa, mas não é o único fator determinante para contratação de jogadores. Um exemplo disso é a ex-jogadora de basquete brasileira Hortência, considerada uma das maiores atletas nacionais, eleita a maior jogadora de copas do mundo em 2018 e tem 1,74m de altura. Se ela tivesse esse treinador da questão, teria sido cortada do time entre os quatro mais baixos.

Com isso, encerramos a questão 1 da nossa atividade, e passamos para a segunda, que deveria ter sido escolhida pelos alunos. Isso não aconteceu pois me senti insegura e com receio de que eles tinham se desmotivado por achar a questão 1 muito complicada. Então minha ideia foi selecionar uma questão que no meu ponto de vista seria mais divertida de resolver, que foi a questão 161 da aplicação regular, na tentativa de animá-los novamente.

5.2.2 Questão 2

Figura 34 – Questão 2 da discussão com os alunos

Questão 161 

Um hotel de 3 andares está sendo construído. Cada andar terá 100 quartos. Os quartos serão numerados de 100 a 399 e cada um terá seu número afixado à porta. Cada número será composto por peças individuais, cada uma simbolizando um único algarismo.

Qual a quantidade mínima de peças, simbolizando o algarismo 2, necessárias para identificar o número de todos os quartos?

- A** 160
- B** 157
- C** 130
- D** 120
- E** 60

Fonte: INEP (2020)

Postei essa questão no grupo, mas dessa vez no período da tarde, às 13h30. Junto com a questão, apresentei a mesma pergunta: “Qual a ideia inicial para começar a resolver essa questão?”. A primeira resposta obtida no grupo foi uma resolução por um método trabalhoso.

Lambda: Eu pensaria em escrever todos os números. Essa é a primeira coisa que eu pensaria, mas depois pensaria em algo mais prático.

Realmente, imagino que a vontade inicial fosse essa mesma, e até acho que seria possível, visto que para essa questão bastaria listar os números de 100 a 399, o que é possível de ser feito em um tempo razoável. E, com sorte, fazendo essa listagem eles poderiam perceber alguma regularidade no meio do caminho, e buscar “atalhos”. O grande problema disso é que a prova do ENEM é uma prova extensa, e matemática não é a única prova do dia, de modo que devemos sempre que possível otimizar o tempo de resolução das questões, visto que são cinco horas disponibilizadas para responder 90 questões (45 de matemática e 45 de Ciências da Natureza), o que confere uma média de três minutos e meio por questão. E com certeza, para escrever todos esses números e contá-los, os estudantes levarão mais tempo que isso.

Assim que viu a questão, Ômega se manifestou: “multiplicação e soma? A certa não é a b?”. A resposta correta não era a alternativa B, mas não informei isso para o aluno. “Porque tu achas que é a B? O que tu pensaste?”, perguntei a ele.

Ômega: Tendo em conta que o número 2 aparece 19x numa centena que não seja 200. Eu só fiz $19 \times 3 + 100$. E deu 157.

Percebi nessa fala de Ômega que embora o raciocínio parecesse correto, alguma parte ele estava esquecendo, pois a resposta não era 157 e sim 160, e não há 19 algarismos 2 em uma centena, e sim 20 (com exceção da centena de números de 200 a 299, em que o algarismo 2 aparece 120 vezes). Novamente aqui encontramos uma resposta dentre as alternativas, correspondente a um erro, pois a alternativa B é justamente 157. Na tentativa de entender o que Ômega pensou, e onde estava o erro, fiz um questionamento, em relação à operação $19 \times 3 + 100$. Lembrando que o aluno ainda acreditava que a sua resposta estava correta.

Liliane: “Ômega, explica porque tu fizeste 19×3 ? E porque somou 100?”

Ômega: “Já que é do 100 ao 399, são 3x esses 19 números 2, e soma 100 pq a centena do 200 tem 100x o número 2 no início do número.

O raciocínio estava correto, o único problema era o número 19, quando deveria ser 20, pois em cada centena temos 20 algarismos dois (por exemplo na centena de 100 a 199 temos: 102,112, 120, 121, 122,123,123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 132, 142, 152, 162, 172, 182, 192.) Ele estava esquecendo um algarismo 2 por centena, e eu estava tentando levá-lo a perceber isso.

Liliane: “Como tu fizeste pra encontrar que são 19 algarismos 2 por centena?”

Ômega: “eu só fui contando, a cada dezena aparece 1x e na do 20 aparecem 11x. São 8x nas dezenas normais e 11 na do 20. Logo, 19.”

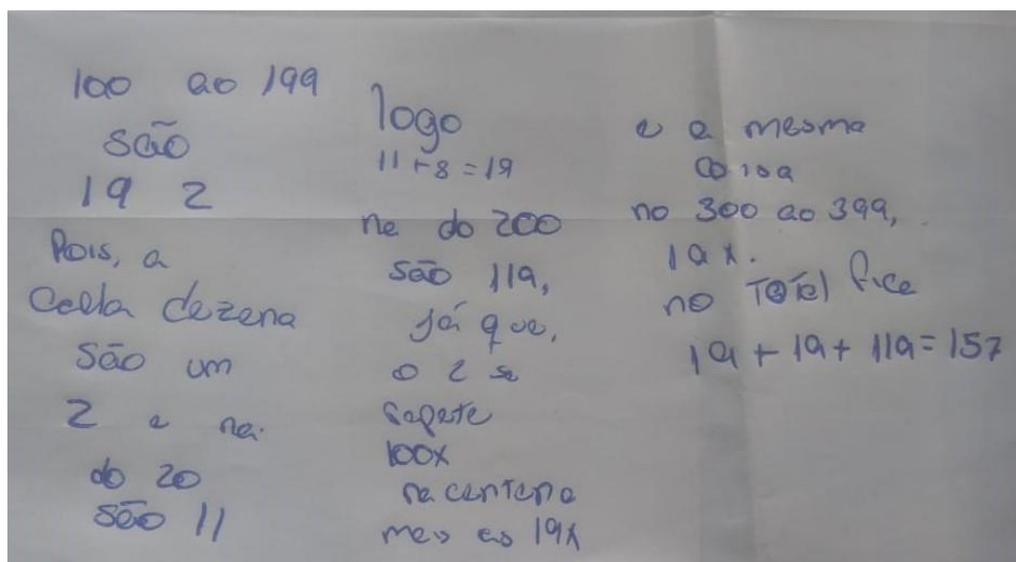
Liliane: “Como assim dezenas normais? O que são dezenas normais, me dá um exemplo.”

Ômega: Tipo, na do 10 ao 19, tem só 1x o número 2. Já na do 20 ao 29 tem 11 números 2.

Liliane: E quantas dezenas tu contaste?

Ômega: 8 por centena, tirando a do 20.” Eu escrevi pq fica melhor de entender.”

Figura 35 – Resolução apresentada por um aluno



Fonte: Acervo pessoal

Ao ser questionado sobre quantas dezenas ele contou, ele responde “8 por centena, tirando a do 20”. Nesse caso, o aluno está afirmando que em uma centena há 9 dezenas. Surpreendente ele não perceber o erro dele apenas nessa frase, pois deveria haver 10 dezenas em cada centena. Dessa forma, ele está desconsiderando três dezenas em todo o seu raciocínio. Eu suspeitava que Ômega não estava considerando as dezenas 0 ao 9 de cada centena (100-109, 200-209, 300-309) dessa forma, ficavam faltando três algarismos 2 no total (102, 202, 302), o que complementaria os 157 encontrados por Ômega.

Quando o aluno postou essa resolução, perguntei aos demais colegas o que achavam, se concordavam com a resolução de Ômega. Eles ainda não sabiam que a resolução estava incorreta, e começaram a escrever no grupo que tinham entendido, que era isso mesmo. O aluno Ômega é considerado pelos colegas o “mais inteligente da turma”, e dificilmente alguém discordaria de uma resolução dele, pois acreditam que ele “sempre sabe tudo”. Não houve nenhum comentário questionando a resolução de Ômega, até eu informar que a resolução não estava correta. Perguntei se alguém, ou o próprio Ômega conseguia encontrar o equívoco na questão. Nessa hora, o aluno Alfa que ainda não havia se manifestado surge afirmando que a resposta correta é 60, e dizendo que ia formular seu raciocínio para explicar o que pensou.

Alfa: De 0-100 sem contar 20. O 2 aparece 10 vezes. Mais 10 na área do 20. É só multiplicar isso considerando q vai até 399. Dá 60.

Ômega: Pera que eu acho que tu tá certo. Real. É 160. contei errado.

Alfa: Sora, pode adicionar a sua visão tbm? Falar se eu erreí ou acertei? Eu acho que na vdd erreí algo.

Ômega: Na real tá certo, pelo menos é o que faz sentido.

Alfa: O 2 aparece 9 vezes de 0-100 desconsiderando o 20. E aí na área do 20 tem 11. Ainda acaba em 60.

Ômega: Eu recontei e dá 20x por centena. Do 100 ao 399 daria 60. Desconsiderando o 200. Aí dps os 100 do 200 em si, dá 160.

Alfa: O Ômega tá certo. É 160. Pq tem que considerar que passa por 200. Então mais 100 números 2. Dá 160.

Pelo diálogo entre Alfa e Ômega, conseguimos perceber que Alfa inicialmente consegue chegar no valor de 60, e com isso provavelmente o aluno Ômega percebe que esqueceu de contar a dezena “do zero” (100-109, 200-209, 300-309), e afirma ter recontado chegando ao valor de 20 algarismos 2 por centena, excetuando-se o grupo do 200, que teria 100 algarismos 2 a mais. Ou seja, mesmo que a resposta inicial de Alfa não estivesse correta, ela deu pistas para Ômega perceber seu erro, mesmo sem o meu auxílio.

Eu ainda não havia confirmado para eles que a resposta correta era realmente 160 quando perguntei: “O que vocês acharam do enunciado da questão? Dá para entender fácil o que está pedindo?”. O aluno Alfa interpretou a minha pergunta como uma “indireta” para dizer que eles não haviam interpretado o enunciado da forma correta, e começou a dizer que achava que tinha entendido corretamente, mas que iria ler de novo e tentar achar onde foi a sua falha de interpretação. A aluna Lambda afirmou não ter entendido o que a questão pedia, e por isso nem tentou resolvê-la, pois não sabia por onde começar. Após alguns minutos, Alfa reaparece dizendo que não conseguiu encontrar seu erro na interpretação da questão, e “não acredito que a sora deixou a gente pensando errado todo esse tempo. Meu cérebro vai virar geleia.”. Em nenhum momento eu afirmei que não tinham interpretado a questão da forma correta, mas esse modo de agir de Alfa mostra que mesmo ele afirmando ter certeza da sua resposta, bastou uma intervenção minha para que ele já demonstrasse insegurança com o cálculo que havia feito. Mas basta Ômega reaparecer para Alfa mudar a sua postura.

Ômega: O que dá a entender é que pede o número de vezes que o número 2 aparece no intervalo de 100 a 399.

Alfa: E como cada número é individual nas placas, chegamos a 160. Pq são 20 números 2 por centena, mais 100 números 2 de todos no 200-299. 160. É isso.

Percebo a importância da validação do colega para a segurança do aluno Alfa. E a validação de Ômega parece ter mais peso ainda, por se tratar de um colega que eles já admiram pela desenvoltura que tem com a matemática. Ao serem questionados sobre como poderíamos reescrever a questão para uma maneira mais fácil de compreender, e que não gerasse insegurança, Alfa responde: “Diga quantas vezes o número dois aparece entre 100 e 399”. Alguns alunos que não participaram da discussão apareceram nesse momento falando que se a questão tivesse sido apresentada dessa forma, ficaria mais fácil de resolver.

Lambda: “Era só isso que tinha que fazer? Meu Deus, assim fica melhor pra entender,”

Beta: “Bah, facilitaria mais, vai direto ao ponto. Eu sempre tenho o costume de ler a questão várias vezes e acho que acabo perdendo muito tempo.”

Sigma: “Acho mais fácil ir direto ao ponto ainda mais que eu demoro pra entender um pouco as coisas, então quando vai direto ao ponto pra mim é mais fácil.”

Já o aluno Alfa tem uma opinião diferente dos colegas em relação à contextualização das questões, mas mesmo afirmando gostar da contextualização ele admite que pode confundir um pouco.

Alfa: Mas historinha é parte da matéria de matemática né. Eu não tenho problema com as historinhas, elas adicionam charme. Mas de vez em quando confundem um pouco, é informação demais. Aí quando tu vai fazer a questão tu nem sabe o que tu tem que fazer direito pq teu cérebro já fritou. Principalmente em prova tipo o enem, pq no pânico ficar lendo 1 questão por 1 minuto complica.

Perguntei por que eles achavam que as questões do ENEM não eram escritas dessa forma, mais direta, ou como eles disseram “indo direto ao ponto”. Eu esperava que respondessem que era para ficar mais difícil, já que se trata de um exame de seleção com bastante concorrência. Mas a única resposta que obtive no grupo foi: “eu acredito que todo professor de matemática é o Ratinho disfarçado, pq é só pegadinha nas questões”. O aluno faz referência ao apresentador de televisão Carlos Roberto Massa, conhecido como Ratinho, cujo programa humorístico apresenta, dentre seus quadros, “pegadinhas”, nas quais pessoas são enganadas em determinadas situações cotidianas, com objetivo de entretenimento. Então, há chance de que na visão do aluno, o objetivo da contextualização é somente enganar, (confundir) o aluno, e que o professor que elaborou a questão se diverte ou obtém algum prazer nisso.

Na discussão dessa questão 2, percebi que bem menos alunos participaram ativamente da discussão, ficando a cargo de Alfa e Ômega, basicamente. Em um primeiro momento não entendi por que isso acontecia, visto que no primeiro dia havia bem mais alunos ativos, e eles se mostraram bastante empolgados com a atividade, embora tenham desanimado após a longa discussão. Resolvi conversar com eles e perguntar o porquê de não terem interagido no grupo nessa questão 2 como interagiram na questão 1. Meu receio era de que eles desistissem de participar da atividade por não conseguirem resolver as questões. Embora eu tenha falado que o objetivo da pesquisa não era apenas resolver questões, e sim discutir sobre elas, percebi que ficam chateados quando não sabem, e muitas vezes inseguros de manifestar sua opinião no grupo. A aluna Lambda afirmou que se pudéssemos marcar um horário ficaria melhor para participar, pois aí eles reservariam o horário para a atividade e poderiam se dedicar mais. Sigma afirmou que dessa forma seria como uma aula mesmo, em que poderiam sentar e pegar seu caderno para tentar resolver a questão. Iota disse que sem horário específico eles estão envolvidos com outras atividades e acabam não conseguindo ou esquecendo de participar.

Todos que se manifestaram concordaram com a ideia de marcar um dia e horário específico para a discussão, o que me surpreendeu. Imaginei que sendo um grupo de *WhatsApp*, onde a comunicação acontece de forma mais dinâmica, eles se interessariam mais em ir conversando ao longo do dia, em vez da rigidez de um horário específico, como uma aula. Mas, como todos concordaram que seria melhor dessa forma, passamos a decidir quais dias e horários atenderiam a maioria dos participantes. Caso houvesse muita discrepância de horário, pensei em propor realizar as discussões em dois horários diferentes, para que todos que desejassem pudessem participar da melhor forma. Ao realizar uma enquete no grupo para verificar a disponibilidade de horário deles, a grande maioria dos alunos que se manifestou solicitou que fizéssemos a discussão após as 19 horas, (justamente o contrário do que eu havia proposto com as questões 1 e 2, em que utilizei os turnos manhã e tarde), e outros dois afirmaram não terem preferência, estando livres em qualquer horário, inclusive após as 19 horas. Os participantes afirmaram que no turno da manhã estão envolvidos com as atividades da escola e à tarde a maioria trabalha e dois deles fazem cursinho pré-vestibular. Combinamos então que nossas discussões ocorreriam todas as terças e quintas, às 19h15.

Resolvido essa questão da disponibilidade de horários, e para mudar um pouco a dinâmica da atividade, agora sim solicitei um voluntário do grupo para escolher a questão que trabalharíamos na próxima quinta-feira. Descobri que eles não estavam interagindo por organização de horário mesmo, e não por desmotivação, e isso me deixou mais tranquila. Ômega se propôs a escolher a questão, e para isso enviei no grupo um arquivo com a prova de

Matemática de 2020 da aplicação regular e, também, a prova de Matemática de 2020 da aplicação digital para que Ômega fizesse a sua escolha da questão. Percebi, após refletir a respeito, que talvez a solicitação da escolha da questão com antecedência poderia trazer algumas consequências, tais como: a consulta prévia da resolução da questão, e então o aluno poderia chegar na quinta-feira com a resolução já pronta, não oferecendo oportunidade para que os colegas discutissem, ou também o compartilhamento com os colegas da questão escolhida, possibilitando que os participantes pudessem refletir sobre a questão antes do encontro, e já vir com algumas suposições de modo que eu não poderia acompanhar o início do processo. Decidi manter dessa forma com a questão 3, já que assim tínhamos combinado, mas a partir da questão 4 decidi mudar a estratégia e solicitar que a escolha fosse feita no momento do encontro, e não com antecedência.

5.2.3 Questão 3

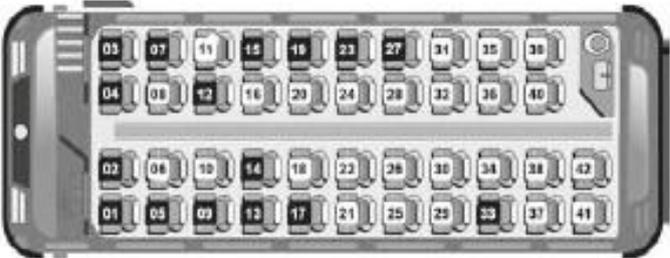
Na quinta-feira, chamei os alunos no grupo no horário combinado, e solicitei a Ômega que fizesse a postagem da questão que ele havia escolhido no grupo, e informasse aos colegas o porquê da sua escolha. Ômega escolheu a questão 180 da prova da aplicação regular. O aluno relatou que escolheu essa questão pois “na hora que eu vi pensei que usaria lógica pra responder, aí me interessei”. O aluno comentou que não chegou a pensar sobre a resolução dela, e que apenas se interessou a partir do seu enunciado.

Figura 36 – Questão 3 da discussão com os alunos

Questão 180

Uma empresa de ônibus utiliza um sistema de vendas de passagens que fornece a imagem de todos os assentos do ônibus, diferenciando os assentos já vendidos, por uma cor mais escura, dos assentos ainda disponíveis. A empresa monitora, permanentemente, o número de assentos já vendidos e compara-o com o número total de assentos do ônibus para avaliar a necessidade de alocação de veículos extras.

Na imagem tem-se a informação dos assentos já vendidos e dos ainda disponíveis em um determinado instante.



A razão entre o número de assentos já vendidos e o total de assentos desse ônibus, no instante considerado na imagem, é

A $\frac{16}{42}$
 B $\frac{16}{26}$
 C $\frac{26}{42}$
 D $\frac{42}{26}$
 E $\frac{42}{16}$

Fonte: INEP (2020)

A questão escolhida por Ômega é uma questão simples, considerando o meu ponto de vista. Para resolver a questão basta apenas realizar uma contagem dos assentos vendidos (os mais escuros na imagem), observar o total de assentos do ônibus e usando o conceito de razão, montar a fração correspondente. Eu imaginei que resolveriam a questão em segundos, e que pouca discussão poderia ser feita. Assim que Ômega postou a questão, a aluna Gama veio com seu relato.

Gama: Bah sora qnd eu fiz essa questão no Enem jurei q tinha acertado, dps vi q errei. Pq eu fui contando. Só q n deu mt certo.

Liliane: Foi contando como, M?

Gama: contei os assentos vendidos e os q estavam ainda disponíveis. A primeira coisa q veio na cabeça foi isso.

Beta: Eu faria a mesma coisa.

Sigma: Eu acabei de fazer isso. Mas acho que não é isso.

As alunas já iniciam a questão mostrando que não interpretaram corretamente o enunciado. Elas estão certas em contar o número de assentos vendidos, mas em nenhum momento é necessário a informação dos assentos ainda disponíveis, sendo que o enunciado pede justamente a razão vendidos por total de assentos do ônibus. E tendo essa informação na imagem, apenas precisavam realizar a contagem.

Alfa: Isso parece ser mais uma questão de lógica do que matemática.

Liliane: Explica isso, Alfa!

Alfa: É que não tem muito cálculo pra ser feito. O único caminho é ver tipo, quantos assentos foram tomados e quantos tem no total.

Alfa: São 16 de 42 assentos que estão em uso no ônibus. Eu sinto que tem algo a mais na questão. Mas olhando assim não consigo ver.

O aluno Alfa tinha acabado de explicar exatamente como deve ser feito e dar a resposta correta para a questão. Mas ele não consegue perceber que chegou ao resultado esperado. Provavelmente por considerar a questão fácil demais, o aluno acredita que a questão “tem algo a mais”. Isso é reflexo novamente da insegurança desse aluno em relação ao seu conhecimento matemático. Como ele ainda não apostava na sua resposta como sendo a certa, indaguei aos colegas o que achavam do raciocínio apresentado por Alfa, se achavam também que tinha “algo a mais.”

Sigma: Eu também tô sentindo isso ta parecendo fácil demais.

Gama: Simm.

Beta: Sim, eu tbm...

Zeta: Não é ver quais estão vagos e quais ja foram pegos?

E novamente surge a ideia inicial de que era necessário contar os assentos ainda disponíveis (vagos). Em nenhum momento a questão sugere isso, mas eles acreditam que falta algo para a resolução da questão. Após um tempo de silêncio no grupo, o aluno Alfa volta, e aí afirma, com certeza, a sua opinião, e parece estar confiante.

Alfa: 26 vagos. 16 pegos

Alfa: Matemática é conhecido por pega ratão. Eu acho que essa questão é pra deixar o pé atrás. E fazer a pessoa duvidar do próprio conhecimento. Não vejo outra explicação.

Alfa: Então digo alternativa A. 16/42.

Nesse momento, surgem outros alunos corroborando a resposta de Alfa. Novamente vemos como a validação de um colega é importante para a segurança dos demais.

Lambda: Acho que seria 16 assentos e o total 42

Delta: Ou é a A ou a B. Eu colocaria a A, mas ficaria me remoendo

Sigma: Eu tb skskskks

Alfa: É o que eu disse, essa questão parece ser mais um ataque psicológico do que uma questão de matemática

Beta: Kskskskskks

Sigma: Skskskksskks

Beta: Acho que eu iria na A

Alfa: Também

Gama: Tbm

Lambda: Tmb

Alfa: Acho que já chegamos a um consenso aqui sora.

Vendo que os alunos concordaram com a mesma resposta, alternativa a), que de fato estava correta, mas que ainda sim demonstravam não estarem seguros, resolvi fazer-lhes a indagação abaixo.

Liliane: Mas se for a alternativa a) então não tinha cálculo nenhum para fazer? Só contar os assentos?

Alfa: Contar os assentos é o jeito prático. Mas costuma ter um cálculo a ser feito. Talvez tenha. Nisso que entraria o Ômega. Mas ele sumiu desde que mandou a questão.

Beta: Pra mim parece mais uma questão de interpretação.

Delta: A sora tá fazendo eu duvidar da minha própria escolha, olha isso

Alfa: Professora de matemática, né, ela foi treinada pra isso.

Liliane: Hahahaha... Estou aqui para fazer vocês pensarem!

Delta: Cálculo tinha né, a questão é que não algum [cálculo] que precisa de muita fórmula. Só mais da lógica.

Interessante nesse diálogo é que embora Alfa afirme ter certeza da resposta que obteve somente contando os assentos, ele ainda afirma que existe a possibilidade de ter um “cálculo a ser feito”, pois é esse o padrão de todos os exercícios que fazem na escola. Ele simplesmente não acredita que uma questão do ENEM pode simplesmente não exigir uma “conta”. E ainda chama o colega Ômega, afirmando que ele provavelmente saberia o cálculo a ser feito. O aluno Ômega foi quem trouxe essa questão para a discussão, mas até aquele momento não havia interagido com o grupo. Novamente pergunto a resposta correta, e a discussão segue.

Liliane: Todo mundo ia na a) então? Na cara e na coragem?

Alfa: Eu dei a minha lógica antes. Essa questão parece ter sido muito fácil pra sacanear o aluno, e fazer ele gastar tempo. Ainda mais numa prova como o enem.

Delta: Precisei ler uma 3x pra entender a pergunta. Pq tinha “a razão entre” e achei q era uma espécie de conta

Lambda: Na primeira vez q eu li achei q era na B mas dps eu li dnv e vi q era o número total dos assentos e n os q sobraram

Alfa: Eu iria com tudo na A sora

Delta: Vou desmaiar no enem

Beta: Se for a B a gente sofre depois

Nesse momento eu estava quase dizendo a eles que a resposta correta era mesmo a alternativa a), mas o comentário de Beta me chamou a atenção. Ela ainda cogitava ser a resposta b) a correta. A alternativa b) $16/26$ representa a razão entre o total de assentos ocupados e o total de assentos ainda disponíveis, o que não condiz com a pergunta a ser respondida.

Liliane: Porque tu achas que poderia ser a b, Beta?

Sigma: Ai, eu vou chorar.

Beta: Quando eu li achei que era ela, Sora, eu contaria os assentos que estão vagos e os que já estão em uso

Lambda: Pois é, mas como eu disse ali, não seria a questão certa pq eles pedem o total

Alfa: Então $16/42$. Agora parece mais lógico e inteligente.

Beta: Concordo

Finalmente eu estava sentindo firmeza nas respostas, principalmente do aluno Alfa que parecia seguro, inclusive afirmando que depois de pensar mais, parecia mais “lógico e inteligente”. A aluna que cogitou ser a alternativa b) também pareceu mais segura agora, depois das reflexões dos colegas. Assim, perguntei: “Batemos o martelo na alternativa a)?” Todos os alunos que estavam participando começaram a escrever “sim”, concordando, mas de repente surge Gama: “Gente, agora pensando...” e logo após “esquece”. Fiquei curiosa para saber o que ela tinha pensado, já que não havia participado da discussão até o momento, e sua dúvida poderia ser relevante.

Gama: Pensei em tipo, como ali diz razão entre os números de assentos, eu pensei pq não fazer 16 q já estão vendidos - 42, q é o total. Aí daria 26.

Alfa: Que?

Liliane: 16 – 42?

Gama: Não, 42 que é o total, menos o 16.

Alfa: Mas a gente já tinha essa informação, tem 16 ocupados e 26 livres. Que o total acaba 42.

Gama: Ai pois é. Desculpa genteem

A aluna Gama pareceu perceber que sua resposta estava incorreta, ou não se sentiu à vontade para continuar sustentando seu ponto de vista, visto que todos os colegas afirmavam ser a alternativa a) a correta. Perguntei então mais uma vez: “É a alternativa a), então?”. E assim, todos concordaram que era a alternativa a), inclusive a aluna Gama. Confirmei para eles o gabarito correto, ao que todos escreveram diversas mensagens de comemoração. A discussão dessa questão, embora eles tenham chegado à resposta correta nos primeiros minutos da discussão, acabou se alastrando por mais de 1 hora e meia, somente pela insegurança de acreditarem que uma questão aparentemente fácil não pode estar em uma prova como a do ENEM.

Resolvi perguntar a eles o porquê de tanta insegurança com essa questão.

Liliane: Por que desconfiaram tanto da resposta?

Iota: Pq a gente é inseguro. Ksksksk

Sigma: Pq parecia fácil demais, sora!

Lambda: Sora pq semana passada eu fiz um simulado e não tinha nada de FÁCIL

Alfa: Eu confiei, sora. Bati o pé que era a A

Delta: Pq eu não me garanto em matemática.

Alfa: Isso parece tão simples, só pode ter sido feito pra confundir os jovens

Gama: Meu deus, eu sou mto burra. Tchau grupo

Alfa: Viveu seu proposito como questão de matemática maligna. Mas é, lendo a questão bem. Ela é só pra gastar tempo mesmo

Liliane: Mas eu não culpo vcs, a questão era fácil, a gente desconfia mesmo de que tem algo “faltando”.

Beta: Sim, sora, qualquer questão que eu sei q é do enem já fico desconfiada

Ao final da discussão, a aluna Lambda me perguntou quantas questões consideradas fáceis costumam aparecer nas provas. Essa informação não é divulgada pelo INEP. Sabemos que o INEP classifica suas questões como fáceis, médias e difíceis para a elaboração da pontuação relativa a cada acerto, usando o método da Teoria de Resposta ao Item, já visto no capítulo 4. Mas, em nenhum momento esses dados são divulgados, de modo que não sabemos quantas de cada tipo compõem a prova e, também, não sabemos como as questões são classificadas do ponto de vista dos elaboradores.

Ao serem questionados sobre o enunciado da questão, os alunos concordaram entre eles que estava muito confuso. No meu ponto de vista, nesse enunciado em específico não vejo isso. A pergunta é bem específica, “A razão entre o número de assentos já vendidos e o total de assentos desse ônibus, é”, e basta simplesmente olhar para a imagem e fazer a contagem entre assentos pretos (ocupados) e brancos (vazios). A meu ver, eles relataram achar o enunciado confuso por acreditarem que tinha algo a mais na questão, algo escondido, como um “pegaratação”, e como não o encontravam, julgaram estar havendo um erro de interpretação por parte deles. O aluno Alfa comenta que poderia ser suprimido todo o primeiro parágrafo da questão, e até mesmo a imagem, caso colocassem no enunciado as informações como o total de assentos do ônibus e os vendidos.

5.2.4 Questão 4

Na terça-feira, no horário combinado, chamei os alunos para a discussão da próxima questão. Quando percebi que a maioria dos alunos já estavam online, pedi um voluntário para a escolha da questão a ser desenvolvida. A aluna Delta se ofereceu para escolher a questão, “tomara q eu não pegue uma muito dificil”, ela disse, receosa. A questão escolhida por ela foi a questão 151 da aplicação regular.

Figura 37 – Questão 4 da discussão com os alunos

Questão 151 

Um grupo sanguíneo, ou tipo sanguíneo, baseia-se na presença ou ausência de dois antígenos, A e B, na superfície das células vermelhas do sangue. Como dois antígenos estão envolvidos, os quatro tipos sanguíneos distintos são:

- Tipo A: apenas o antígeno A está presente;
- Tipo B: apenas o antígeno B está presente;
- Tipo AB: ambos os antígenos estão presentes;
- Tipo O: nenhum dos antígenos está presente.

Disponível em: <http://saude.hsw.uol.com.br>. Acesso em: 15 abr. 2012 (adaptado).

Foram coletadas amostras de sangue de 200 pessoas e, após análise laboratorial, foi identificado que em 100 amostras está presente o antígeno A, em 110 amostras há presença do antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos está presente.

Dessas pessoas que foram submetidas à coleta de sangue, o número das que possuem o tipo sanguíneo A é igual a

A 30.
B 60.
C 70.
D 90.
E 100.

Fonte: INEP (2020)

Segundo Delta, essa questão foi escolhida por “parecer que tem relação com a biologia, q é a minha matéria preferida”. O enunciado trata de amostras de sangue de 200 pessoas, sendo que em 100 delas está presente o antígeno A, em 110 está presente o antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos está presente. A questão pergunta quantas dessas pessoas possuem o tipo sanguíneo A. Uma possibilidade de resolução seria organizar o pensamento por meio de um diagrama de Venn, representando os conjuntos das amostras com antígenos A e B e a intersecção entre eles, o tipo AB. As amostras do tipo O, como não apresentam antígenos, ficariam fora do diagrama. E com isso, por meio de equações algébricas, seria possível encontrar o tamanho do grupo de pessoas com o tipo sanguíneo AB, e daí, encontrar a informação sobre o tipo sanguíneo A, conforme resolução abaixo:

$$(100 - x) + x + (110 - x) = 180$$

$$210 - x = 180$$

$$x = 30$$

Agora, sabendo que $x = 30$, fazemos $A = 100 - 30 A = 70$, chegando à resposta como sendo a alternativa C. Para dar início à discussão, perguntei aos alunos como poderíamos começar a nos organizar para resolver a questão.

Alfa: Tava lendo aqui. 200 pessoas, com 100 A, 110 B e 20 com nenhum. E tem que chegar em quantas são A.

Alfa: Hmmm

Beta: Acho que tem alguma coisa escondida aí

Alfa: Como descobrir quais dessas 200 são puro A e não AB?

Alfa: Pq obviamente n da pra só falar q 100 são A. A soma não fecha

Alfa: Pq ai teria 110 B e 20 com nenhum. 230. De 200

Alfa: Tem que fazer algo a mais

Beta: Sim

Liliane: E tu viu q a alternativa e) é justamente 100?

Beta: Bah, sora, quem não se liga dessa soma, que dá 230, já cai direto

Alfa: Meu chute inicial seria 70, mas sinto que nessa chutar pode acabar errado. Mas que calculo q da pra usar pra descobrir quantos que são puro A?

Achei bem interessante a ideia inicial de Alfa, de realizar a soma de todos os valores apresentados e perceber que a resposta não era 100, e assim observar que há uma intersecção entre A e B, embora não tenha expressado dessa forma. Também, com esse raciocínio de Alfa foi possível chamar a atenção para o fato de haver a alternativa e), para essa resposta incorreta.

Beta: eu chutaria 60

Alfa: Pq 60 ?

Liliane: Me expliquem esses chutes aí... 70 e 60

Beta: Ai e agora skdkdk nao faço ideia qual seria a conta pra ver quais sao os puros

Beta: pera aí que eu vou fazer no pc

Alfa: Eu pensei 70 pq ai fica 10 AB, 20 O, 100 B e 70 A

Alfa: Caindo certinho em 200 pessoas. Mas o problema é que poderia ser 20 AB, 90 B, 60 A e 20 O

Alfa: Ou fazer algo parecido pra ficar 30

O aluno Alfa estava, a partir de tentativa e erro, tentando encontrar valores que encaixassem na soma total de 200 amostras. Mas dessa forma, ele estava encontrando mais de uma resposta correta, pois não estava considerando o fato de que, por exemplo, o enunciado diz

que há 100 amostras com antígeno A, e na sugestão de Alfa, 20 AB, 90 B, 60 A e 20 O, teríamos somente 80 amostras com antígeno A (20 AB + 60 A). Ele estava preocupado apenas em encaixar os números na soma total, 200 amostras. Então, o aluno Alfa escreve, afirmando ter certeza de que a resposta correta seria umas das alternativas a), b) ou c). Ao ser questionado do porquê de a resposta correta não poder ser a d) ou e), o aluno explicou:

Alfa: Pq na D, fazendo a soma total, 90 A, 100 B, 10 AB e 20 O, da 220. É mais pessoas do que fizeram o teste. E o mesmo vale para a e)

Liliane: Mas pq são 10 AB?

Alfa: Pq tem 110 Bs e 100 As. Então tem no mínimo 10 ABs.

Nesse momento, a aluna Delta que até então não tinha se manifestado, aparece com um cálculo pronto, e a resposta correta.

Delta: Eu acho q é a resposta C, na minha cabeça funciona assim ($200 - 20 = 180 - 110 = 70$). É isso?

Percebi que a resposta de Delta, 70, estava correta, mas em um primeiro momento não entendi o raciocínio que a aluna utilizou para resolver, e perguntei aos alunos: “o que acham disso que a Delta fez?”. Nesse momento, a aluna interpretou a minha pergunta como se eu estivesse falando que a resposta dela estava incorreta, e falou: “É q na minha lógica, n tem como saber os AB, então como perguntou dos A, eu tirei tudo que n era A, que vergonha.”. Com essa explicação, eu entendi o raciocínio da aluna: o total de amostras era 200. Ela fez primeiro a subtração $200 - 20$ para tirar as amostras com o tipo O. Resultando em 180. Desses 180, ela retirou 110 que era o total de amostras que, segundo o enunciado, continham o antígeno B. Restando apenas 70 amostras, que eram justamente as que continham somente o antígeno A. Estava perfeito, e resolvido de maneira muito mais simples do que a maneira que eu havia pensado, utilizando as equações oriundas do diagrama. Antes que eu pudesse dizer a Delta que o seu raciocínio estava correto, Alfa surgiu questionando sua resolução.

Alfa: É basicamente a lógica anterior. Mas acho que não tem como saber só com isso. Pq ainda da pra fazer algum cálculo assim e acabar com a A ou a B, não?

Alfa: Não tem como saber o número exato de ABs, e esse é o problema no caminho agora.

O aluno Alfa ainda está considerando as diferentes possibilidades de organização de A, B e AB, sem perceber que neste cálculo de Delta não vai importar a quantidade de amostras de AB. E desconsiderando a resposta da colega, pergunta aos demais “alguém tem mais alguma ideia?”.

Alfa: Mas ainda assim, eu acho que é A, B ou C.

Alfa: A C é a primeira que eu chutei, mas se for pensar na probabilidade disso tudo. Pode ter 20 ABs. Ou 50 ABs

Liliane: Então para ti, seria uma boa ideia achar primeiro o número de ABs?

Alfa: Sim, mas eu não sei descobrir essa porcentagem deles

Nessa hora surge a aluna Gama, que na discussão da questão 3 havia enviado um “tchau, grupo”, como despedida, por não estar conseguindo resolver, com uma ideia, ainda que vaga. E fiquei feliz de ver que ela não havia desistido de participar do grupo, e que estava ali junto acompanhando. Ela disse: “Teria q isolar o x e tal pra achar a quantidade de AB mas eu não sei como montar”. A aluna enxergou que poderia ser resolvido a partir de uma equação, representando AB como incógnita x. Mas, essa ideia de Gama parece ter lembrado os alunos da crença deles de que, como eles sempre dizem, “regra de três funciona sempre”, pois novamente trouxeram essa ideia para a discussão.

Delta: Ai meu deus, esqueci q pode fazer regra de 3 kjkjjkjkj

Alfa: Vai Delta, salva o dia!

Alfa: Acho q a regra de 3 pode funcionar mesmo

Ômega: falei que resolvia tudo

Alfa: Com X sendo AB. Meu deus

Ômega: entao seria, tipo 210 é 100%?

Alfa: Não, 100% é 200. São 200 pessoas

Ômega: Mas não seria 180? Já que os 20 são garantidos que são O

Alfa: Mas 100% das pessoas que fizeram o teste são 200

Liliane: Por que essas porcentagens?

Alfa: Eu não sei, mas chegamos a ideia de regra de três, no caso. Delta salvadora jogou na mesa.

Ômega: Agora, a sora mandar esse “pq porcentagem”, perdi a esperança. Tamo indo na contramão.

Liliane: Hahahaha... continuem, vamos ver se funciona!

A aluna Gama pergunta como que poderíamos montar a regra de três, que ela não estava conseguindo acompanhar. Prontamente o aluno Alfa faz:

$$100\% - 200$$

$$X - AB$$

O que não parece ajudar, visto que aparecem duas incógnitas, o X e o AB. Felizmente o aluno percebe, ao tentar desenvolver e logo retifica: “Não, não, nada a ver. Meu deus. Delta vem, salva o dia de novo”.

Delta: Seria 100% o 180, não? Já que a gente sabe que pelo menos 20 são O.

Alfa: Olha, já são 2 pessoas que me falaram isso. Então sim, sou minoria agora.

Beta: Calma, meus dois neurônios tão brigando aqui

Alfa: Acho q vcs tão certo. N tem pq jogar o O pro ringue

Delta: Vou tentar fazer

Ômega: eu tbm

Delta: Tu colocou porcentagem, aí fiquei perdida

Alfa: Coloquei?

Delta: Colocaram.

Liliane: Faz do jeito que tu tinhas pensado, Delta! Cada um faz do seu jeito e depois a gente vê.

A aluna Delta percebeu que colocar porcentagem nessa regra de três não parecia uma boa ideia, visto que não estávamos buscando uma resposta em percentual. O aluno Alfa, embora tendo começado com a ideia da porcentagem, nessa fala anterior tentou se “esquivar”, dizendo que não havia sido ele, ou não somente ele a pensar nisso. A discussão seguiu com eles tentando montar a equação.

Alfa: Eu tinha montado 100% - 180

$$X - AB$$

Ômega: Tá, mas tipo, como eu vou fazer, vai ficar $100 AB = 180 X$. E como que eu vou fazer isso? Não faz nenhum sentido pra mim. [áudio transcrito]

Alfa: É como eu tinha montado. Talvez errado.

Alfa: Provavelmente errado.

Beta: Acho que assim não tem como descobrir o valor do AB

Alfa: Mas o que mais da pra fazer?

Ômega: Nessa coisa que a gente montou, nada.

Alfa: A gente não sabe a porcentagem do AB. Nem o valor do AB. A gente sabe que 100% é 180. Mas não sabe aquelas outras duas informações. Se estamos tentando montar regra de 3, seria:

Nesse momento, o aluno Alfa mostra como, em sua visão, se organiza uma regra de três:

Alfa: Porcentagem total - Valor dela

Porcentagem que estamos tentando descobrir - Valor dela

Ou

Porcentagem total - Valor dela

Porcentagem - Valor que tem que descobrir

E explica:

Alfa: Mas a gente não tem a porcentagem de AB nem o valor de AB. Pelo menos como eu vejo, não tem muito como montar a regra de 3 aqui

Pela explicação do aluno Alfa de como montar a regra de três, podemos perceber que na sua concepção ele acredita sempre ser necessário incluir os valores em percentuais na organização dos dados. E sabemos que isso não procede, basta que tenhamos grandezas proporcionais, não necessariamente grafadas na forma de percentual. Provavelmente esse aluno, quando estudou sobre o método, se deparou com mais exemplos em que a porcentagem era envolvida, de forma que “memorizou” apenas esse caso. Mas de qualquer forma, esse método de resolução por regra de três não se aplica na questão, e eu seguia esperando que alguém chegasse a essa conclusão.

Ômega: Tá. A gente sabe que são 180 pessoas. Juntando A e B a gente tem 210 amostras. Eu acho que isso é alguma coisa. Porém, eu sou um troglodita, duvido que esteja certo. [áudio transcrito]

Gama: Tem que usar a conta q a Delta fez, eu acho. E aplicar na regra de três.

Alfa: Mas aí é sacanagem

Gama: Para de se rebaixar, Ômega. Te considero inteligente, se tu não se acha inteligente o que sobra pra mim? kkkkkk. Sou péssima em matemática e em raciocínio lógico.

O aluno Ômega é considerado pelos colegas um aluno inteligente com facilidade em matemática. Todos sempre buscam sua validação, e muitas vezes “desistem” de seus raciocínios

quando percebem não estar na mesma linha de pensamento do colega. No entanto, o aluno Ômega muitas vezes se coloca nessa posição de autocrítica, dizendo não ter certeza do que está fazendo, e se adjetivando como “troglodita”, no caso dessa questão, mas já apareceram também outros adjetivos como por exemplo, “australopithecus” na discussão da questão 1.

Seguindo a discussão, o aluno Ômega envia uma imagem de seu cálculo, no qual tentou resolver a regra de três de acordo com as discussões feita até então.

Figura 38 – Resolução apresentada pelo aluno

$$\begin{array}{l}
 116 \text{ pessoas} \\
 180 \text{ — } 100\% \\
 210 \text{ — } X \\
 \hline
 180x = 210 \cdot 100 \\
 x = \frac{21000}{180}
 \end{array}$$

Fonte: Acervo pessoal

E segue o diálogo:

Ômega: cheguei a isso. Não sei como. Mas cheguei. Pfv ngm fala do meu traço no desenho a 4 meses.

Alfa: Segundo o teu cálculo, seria 116 % e não pessoas. Pq o X tá na coluna do %

Gama: Pq vcs colocaram porcentagem?

Delta: É o que to me perguntando até agora

Ômega: cara, não to entendendo mais nada.

Beta: Tbm não entendi pq tem porcentagem.

Gama: Agora eu virei a sora, só faço perguntas. A diferença é que ela saber fazer. kkkkkk

A aluna Gama, ao afirmar “Agora eu virei a sora, só faço perguntas. A diferença é que ela sabe fazer. kkkk”, faz relação com a professora ao perceber que o papel desta nessa dinâmica é o de apenas “fazer perguntas”. Isso mostra a posição adotada por eles em relação à argumentação, a partir da qual buscam explicar e entender todo o raciocínio do colega, para

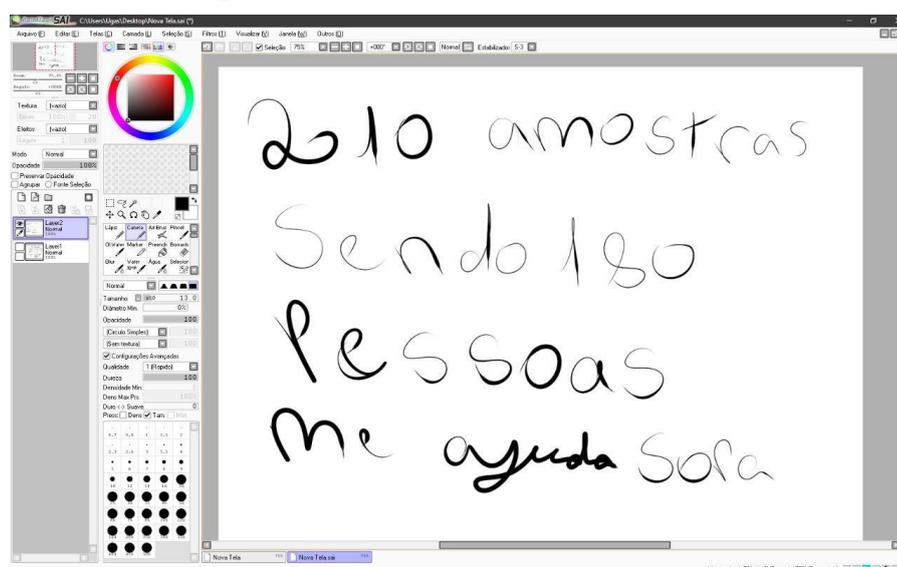
então se convencerem ou não da resolução. Eles não buscam apenas a resposta que “encaixa” e sim uma resolução correta e convincente.

Com o passar do tempo e o não avanço na resolução da questão (embora ninguém tenha percebido que a aluna Delta já havia resolvido a questão nos minutos iniciais), os alunos começam a desistir, e falar sobre “chutes”.

Alfa: Se fosse no Enem, eu tentaria um pouco e responderia C. Era meu chute inicial. Gastar 30 minutos nessa questão na prova não daria. E a gente já complicou a tal ponto que eu não sei onde estamos e o que fazer pra prosseguir: Então C

E recebo um apelo do aluno Ômega.

Figura 39 – Resolução apresentada pelo aluno



Fonte: Acervo pessoal

Liliane: Pessoal, alguém tem mais alguma ideia? Todo mundo pegou esse 210?

Alfa: meu cérebro já foi limpo de ideias.

Ômega: Tá, tem 200 pessoas, sendo que dessas 200, 20 é confirmado que são O. Então a gente tem 180. Vai ter q diminuir essas 210 amostras pra ver quantas tem AB. De 210 pra 180, na teoria tem no mínimo 30 AB. Com isso eu termino minha conclusão. [áudio transcrito].

Liliane: Por que no mínimo e não exatamente?

Ômega: Não faz pergunta difícil sora!!

O aluno Ômega tinha acabado de resolver essa parte corretamente, e encontrado o valor exato de amostras de AB. Sabendo que a intersecção entre A e B é 30, bastaria pegar o total de

amostras com antígeno A, que são 100, e diminuir 30, que são as amostras com sangue do tipo AB. Logo, chegaria a $100-30=70$, que são as amostras de sangue do tipo A, respondendo a questão com a alternativa correta, c). O aluno, apesar de encontrar a quantidade de amostras de AB, não conseguiu nesse momento continuar seu raciocínio para completar a questão.

Já passava das 20 horas e alguns alunos começam a pensar mais criticamente sobre o enunciado da questão, começando a cogitar algumas outras possibilidades que até então não tinham sido pensadas.

Gama: Mas o total tem que ser 200 né

Liliane: São 200 pessoas no total.

Gama: Pera. E se eles tiraram tipo várias amostras de cada pessoa?

Beta: Também pensei nisso.

Os alunos começam a cogitar que poderiam ter sido coletadas mais de uma amostra de sangue para cada pessoa, mas se assim fosse, chegaríamos a uma indeterminação.

Liliane: O que vocês acham disso que a Gama falou, de ter mais de uma amostra de sangue para cada pessoa?

Sigma: Eu acho q pode ter sora pq normalmente quando a gente faz exame se sangue eles tiram mais de uma amostra

Beta: Eu pensei isso tbm, pq acabou tendo mais amostras do que pessoas

Gama: Sim oq eu acho é que tem mais de uma amostra pra cada pessoa e a gente tem q achar o valor de AB

Gama: Como fazer isso? Não sei meus dois neurônios nao estão funcionando:)

Sigma: Será que tem que fazer o quanto tem de amostras a mais de pessoas?

Beta: Até quantas amostras uma pessoa pode ter?

Sigma: Acho q isso depende. Já vi pessoas q tiraram 4 amostras

Gama: Pse. Pensei isso mas eu travo pq não sei como calcular essas coisas

Gama: Pensei q sla cada uma podia ter 3

Sigma: Vamos deixar 3 pq acho q é mais comum

O aluno Alfa acaba interrompendo a discussão sobre ter mais de uma amostra para cada pessoa, com uma fala que merecia atenção.

Alfa: 10 AB, 100 B, 70 A e 20 O, aí a resposta é C

20 AB, 90 B, 60 A e 20 O, aí a resposta é B

50 AB, 100 B, 30 A e 20 O, aí a resposta é A

Alfa: qualquer um desses pode estar certo

Liliane: Mas segundo o Ômega, podem ser 30 AB. Aí não se encaixa em nenhuma das tuas opções.

Alfa: 30 AB, 20 O 80 B 70 A

Alfa: Da pra fazer tmb. Mas pq isso é mais certo que 10 AB, 100 B, 70 A e 20 O?

Alfa: Eu acho que não entendi

Alfa, ao elaborar as opções levando em conta apenas tentativas de encaixar o valor para AB, estava deixando de lado as informações contidas no enunciado sobre as outras amostras, como por exemplo que havia 100 amostras com antígeno A. Nas três opções que ele descreveu acima, em nenhuma delas essa condição se mantém, apenas na sugerida por Ômega, considerando 30 AB. Mas ele parecia não perceber isso, e resolvi intervir.

Liliane: Alfa, nessa opção aqui: 10 AB, 100 B, 70 A e 20 O, quantas amostras tem o antígeno A?

Alfa: 100? Eu acho.

Alfa: Pera

Alfa: meu deus

Alfa: Eu sou um acéfalo

Alfa: Sou um idiota

Alfa: É isso. Perdi. Deixo pro povo.

Ômega: Eu vou comer pinhão, depois eu volto.

Alfa: Toda luta já saiu da minha alma, sora. Depois dessa, então...

Com a desistência de Alfa e Ômega, Gama veio com uma ideia, voltando a sugestão de ter mais de uma amostra de sangue por pessoa.

Gama: $100 + 110 + 20 = 230$. Como o problema diz que tem 200 amostras, acho mesmo que tem mais de uma amostra por pessoa.

Gama: Cadê o Alfa? Salva nós

Sigma: Acho que por pessoa não porque teria q ser o dobro de 200 e não 230

Sigma: E se esses 30 a mais for do AB? Acho que tô viajando. askaskskaks

Sigma: Mas sora, acho que não tô viajando não, pq tem 30 amostras a mais que pessoas. E o único que não tem informação é o AB.

Beta: É mesmo

Sigma: Então só liguei uma coisa na outra. Mas não deve estar certo

Sigma: Essas 30 amostras pode ser tbm de pessoas que ficou confuso pra eles o tipo sanguíneo e tiveram que refazer

Beta: Temos 210 amostras com A e B. E se a gente tem q tirar as amostras AB desses 210 e depois as amostras só B e ai vai ter o A?

Alfa: Tô aqui, sora. Tão murcho quanto um balão que a criança desenroscou

Delta: Continuo achando que é a C

Gama: Eu não gosto de matemática

Alfa: Ela é dolorosa.

O interessante é que, ao mesmo tempo em que eles questionam a possibilidade de haver mais de uma amostra por pessoa, continuam tentando resolver a questão como se houvesse apenas uma amostra por pessoa. Embora no enunciado não fique explícito essa informação, caso fosse mais de uma amostra, seria necessário ter mais informações para que fosse possível a sua resolução. Após essa discussão, não tivemos mais interações no grupo. Já estávamos discutindo há duas horas, e provavelmente eles estavam cansados. Ainda tentei trazê-los de volta, mas sem sucesso. Com isso, propus que continuássemos a questão na próxima quinta, e com isso eles teriam um tempo a mais para refletir sobre o que já tínhamos resolvido e estratégias para continuar.

No dia combinado, chamei perguntando se alguém havia tido mais alguma ideia para resolver a questão, e o aluno Alfa se manifestou no grupo dizendo que não tinha “a mínima ideia de como encontrar o valor exato do AB”. A aluna Beta também se posicionou com a mesma condição, dizendo que não sabia, e que “chutaria na C”. “Essa questão destruiu a minha alma”, falou Alfa. Propus então, para nossa organização, trazer para a discussão alguns resultados importantes de terça-feira:

Liliane: Pessoal, vou trazer para cá algumas coisas. Começando com a resolução da Delta: “Eu acho q é a resposta C, na minha cabeça funciona assim ($200-20 = 180 - 110 = 70$)”

A minha ideia era insistir nessa resolução, de modo que eles percebessem que estava correta. Mas eles estavam focados na ideia de que tinham que encontrar o valor exato do número de amostras do tipo AB e insistiam muito nisso, sem perceber que nesse formato apresentado por Delta essa informação não era relevante.

Alfa: Pode ser A, B ou C, e eu acho que ninguém encontrou uma maneira de ter certeza na quantidade do AB. Então acho que é a C msm

Liliane: Olhem aquela resolução da AC, o que acham dela?

Alfa: Olha, eu concordo com o resultado final. Eu tinha achado de maneira diferente na primeira vez que fiz. Eu concordo com a resolução que é 70

Alfa: Mas eu não tenho a mínima ideia de como descobrir o valor exato do AB

Alfa: Só se fizer assim

Alfa: Seria 30 AB, 70 A, 80 B e 20 O. Pq tem 110 B e 100 A

Alfa: E pra fechar 200 precisa no minimo 30 ABs

Liliane: Pq no mínimo e não exatamente 30? Se são 200 amostras.

Alfa: 40 AB, 60 A, 20 O 80 B não funcionaria também?

O aluno Alfa, desde a terça-feira, está tendo dificuldade em montar suas opções de quantidades de amostras de maneira correta. Ele não leva em consideração a quantidade de amostras com antígenos A e antígenos B, e apenas o valor total. Nesse diálogo, ele insiste que são no mínimo 30 amostras de sangue AB, quando são exatamente 30. Na ideia sugerida acima pelo aluno, bastaria somar 40 AB + 80 B para perceber que isso resulta em 120 amostras que contêm antígeno B e não 110 como diz o enunciado.

Delta: Eu confio na minha conta. É isso.

Liliane: Delta, explica pro pessoal o que tu fez na tua conta?

Delta: Tenho que ir no mercado, sora, depois eu volto.

Alfa: Isso não funcionaria. Pq ai teria 20 Bs a mais que AB. Meu deus [se referindo a 40 AB, 60 A, 20 O, 80 B]

Alfa: Com isso conluo: é exatamente 30 AB.

Liliane: Certeza disso?

Alfa. Não, Eu tinha certeza do 10 AB antes, e fiquei a aula inteira sem me tocar no erro q tinha.

Liliane: Quero um veredicto!

Alfa: Mas tem que ser 30 ABs. Por que menos que isso pode não funcionar. E se for mais que 30 Fica com mais B do que pode ter.

Liliane: Então se forem 30 mesmo, como a gente continua pra achar o A?

Alfa: Aí é simples, é so adicionar o q a gente já tem

Sigma: Acho que diminui esses 30 do 100

Alfa: tbm funciona, eu ia fazer de outro jeito. Vendo as opções possíveis. E os dados q a gente já tem. 70 por exemplo. 70 As. Temos 30 ABs e 20 Os

Sigma: Sim

Alfa: Aí bota 70 A pra ver se fica certo. Dá 120. Tem 10 Bs a mais.

Alfa: O que tu fez é o que eu fiz só que muito mais rápido e pratico

Alfa: A soma acaba então. 30 ABs, 20 Os, 70 As e 80 Bs

Alfa: E da 200 certinho. A resposta é C sora. Bato meu martelo

Sigma: Eu tbm vou na C, sora

Beta: Vendo essas contas tbm acho que é a C

Liliane: Então a conta da Delta estava certa?

Alfa: Ela desconsidera o texto e contexto. Talvez eu esteja noiando. Ah, deixa sora, deve estar certo. A lógica já foi pro lixo.

Sigma: Acho que pode estar certa, mas ela fez de uma forma diferente.

Alfa: Quantos anos foram gastos nessa questão? 84 anos. Me sinto fisicamente mais velho. Meu corpo cansado e dolorido.

Liliane: A resposta da Delta está correta, e vocês mostraram outra maneira de resolver. E essas duas maneiras que vimos aqui ainda são diferentes da maneira como eu havia pensado em resolver essa questão. Muito bom!

Sigma: Tô me sentindo muito inteligente!

Alfa: Qual maneira tu tinha pensado, sora?

Beta: Então tinha várias maneiras de achar o resultado

Delta: A minha tava certa? Ai meu deus, vou chorar

Delta: Vcs não levaram fé em mim.

Alfa: Não levamos. Foi tipo Jesus e nós éramos os romanos.

Com isso, encerramos a discussão sobre essa questão, que foi a mais demorada até agora. Mostrei para eles a resolução por meio das equações oriundas do Diagrama de Venn, minha ideia inicial de resolução, e eles disseram que era uma maneira mais trabalhosa para fazer. Percebo que sempre que a questão envolve álgebra, eles rotulam como mais difícil, complicada, trabalhosa. Mas a resolução pelo Diagrama parece menos trabalhosa do que tudo isso que eles fizeram durante esses dois dias, com exceção da resolução da Delta, que foi mais direta.

Nesse momento, lembrei-me daquela dúvida de duas alunas sobre a quantidades de amostras coletadas para cada pessoa, e resolvi trazer novamente esse fato para a discussão:

Liliane: E aquele papo de que poderia ter mais de uma amostra de sangue para cada pessoa?

Alfa: Não lembro mais, meu cérebro fritou aquele dia;

Sigma: No enunciado não fala que tiraram só uma amostra de cada pessoa.

Alfa: Mas aí seria sacanagem

Sigma: Seria. Eles teriam que dizer que foi só uma por pessoa, mas não falaram

Delta: Vdd, abre espaço pra mais de uma interpretação

Assim, encerramos a discussão dessa questão. Fiquei curiosa se eles já haviam estudado sobre tipos sanguíneos na disciplina de Biologia, pois percebi confusão com os conceitos de antígeno e tipo sanguíneo. Perguntei para o professor de Biologia deles, que me informou que o conteúdo estava previsto para o terceiro ano, mas que até o momento dessa questão, não havia sido apresentado.

5.2.5 Questão 5

Para a próxima discussão, solicitei um voluntário para a escolha da questão, mas não obtive retorno. Apenas 2 alunos haviam respondido ao meu chamado, e nenhum deles se propôs a escolher a questão. Então, eu mesma selecionei a questão e fiz a postagem no grupo. Selecionei a questão 149 da aplicação regular.

Figura 40 - Questão 5 da discussão com os alunos

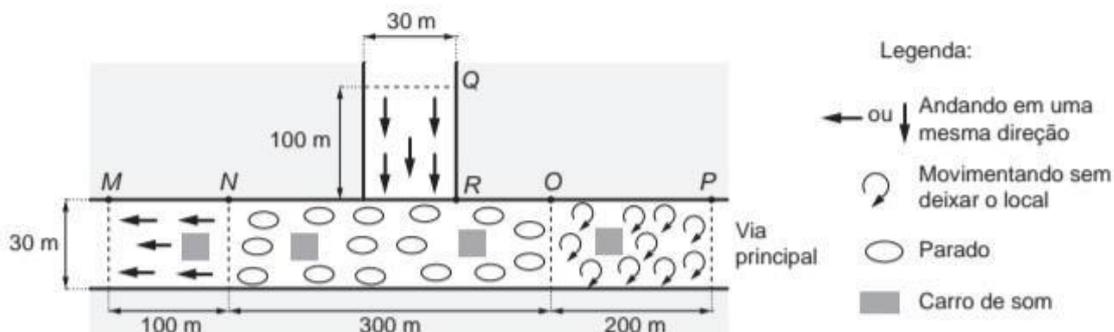
Questão 149

O fenômeno das manifestações populares de massa traz à discussão como estimar o número de pessoas presentes nesse tipo de evento. Uma metodologia usada é: no momento do ápice do evento, é feita uma foto aérea da via pública principal na área ocupada, bem como das vias afluentes que apresentem aglomerações de pessoas que acessam a via principal. A foto é sobreposta por um mapa virtual das vias, ambos na mesma escala, fazendo-se um esboço geométrico da situação. Em seguida, subdivide-se o espaço total em trechos, quantificando a densidade, da seguinte forma:

- 4 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem andando em uma mesma direção;
- 5 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem se movimentando sem deixar o local;
- 6 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem paradas.

É feito, então, o cálculo do total de pessoas, considerando os diversos trechos, e desconta-se daí 1 000 pessoas para cada carro de som fotografado.

Com essa metodologia, procederam-se aos cálculos para estimar o número de participantes na manifestação cujo esboço geométrico é dado na figura. Há três trechos na via principal: *MN*, *NO* e *OP*, e um trecho numa via afluente da principal: *QR*.



Obs.: a figura não está em escala (considere as medidas dadas).

Segundo a metodologia descrita, o número estimado de pessoas presentes a essa manifestação foi igual a

- A** 110 000.
- B** 104 000.
- C** 93 000.
- D** 92 000.
- E** 87 000.

Fonte: INEP (2020)

Essa questão trata de cálculo de estimativa de público em manifestações populares; ela explica, de maneira simplificada, como é feito esse cálculo a partir de imagens aéreas. Na questão, é apresentada uma figura, com muitos sinais gráficos, simbolizando pessoas em uma manifestação, e a metodologia aplicada para descobrir a quantidade de manifestantes. A questão pergunta, nessa imagem, qual o público estimado. A figura apresenta subdivisões e, ao observar a atuação das pessoas em cada retângulo, por meio dos sinais gráficos, e sabendo calcular a área do retângulo, é possível encontrar o número de pessoas multiplicando essa área pela concentração de pessoas.

Alfa: Meu cérebro derreteu só de olhar a imagem.

Beta: Nossa, o meu tbm

Sigma: O meu tbm, socorro sora

Iota: Ai, essa eu acertei no enem, mas n lembro mais o raciocínio

Lambda: Essa imagem é horrível

Gama: Parece aquelas coisas de química.

Parecia ser um consenso que essa imagem não agradou aos alunos. Acredito que tenha muita informação, símbolos, setas, deixando a figura poluída. A questão é relativamente simples, pois envolvia apenas cálculo de área de retângulo e multiplicação, mas os alunos já a classificaram como difícil em virtude da figura apresentada.

Iota: Acho q é mais ou menos assim. Multiplicar conforme o q pede cada símbolo pelos metros

Iota: Por exemplo, 4 pessoas a cada metro se estiverem andando na mesma direção, ent $4 \times 100\text{m}$, vai fazendo isso com cada parte e dps soma tudo

Iota: Eu achooo que é isso

Iota: Ah mas tem q contar q é metros quadrados e na área é 100m por 30m

A ideia inicial dos alunos estava correta, e nesse momento pensei que essa questão seria simples de ser resolvida, embora a imagem tenha assustado todos. Acredito que, se tivessem se deparado com essa questão no dia de sua prova do ENEM, provavelmente muitos teriam deixado de tentar resolver, apenas por julgarem-na complicada a partir da imagem.

Alfa: É por metros quadrados né. Então naquele primeiro espaço ali, de 30×100 , seria 300 metros quadrados. Se eu estou pensando certo. Tendo 4 por metro quadrado por estarem andando

Alfa: Então 4×300 .

Iota: Dá 1200

Sigma: 300? Não é 3000?

Alfa: 3000? Eu tinha pensado 300.

Lambda: É, mas tem q subtrair o carro de som

Sigma: Eu to confusa

Iota: menos 1000 o carro de som

Sigma: é 3000

Beta: acho que é 3000

Alfa: Eu to tentando seguir uma lógica pra ver se vai a algum lugar. Tava fazendo 100×3 basicamente. Só o que passou na minha cabeça

Liliane: Por que $\times 3$?

Alfa: To perdido. É só multiplicar lado por lado, não sei pq coloquei 3 em vez de 30. É 3000 tá certo.

Alfa: Ent 12K naquele quadradinho inicial

Iota: Mas subtrai 1000 do carro de som. Então 11000

Sigma: Tá, já sabemos o primeiro quadrante

Os alunos parecem estar seguros, e ter entendido o objetivo da questão. Estão utilizando as separações já dadas pela figura para os cálculos, e provavelmente farão uma soma com todos os valores encontrados ao final da questão.

Iota: Vamos fazer aquela parte de cima agora

Iota: Essa é mais fácil ainda. $100 \times 30 = 3000$. Aí faz $\times 4$. 12000. Não tem carro de som, então 12000.

Sigma: Isso. Pera q vou anotar

Iota: Agora a ponta lá do outro lado.

Sigma: Essa temos que fazer $\times 5$

Iota: $30 \times 200 = 6000$. $\times 5 = 30000$. Mas tem que tirar 1000 do carro de som.

Sigma: 29000?

Iota: acho que sim

Alfa: E o do meio é $300 \times 300 = 9000$. faz $\times 6$ e dá 54000. Tem duas caixas de som. Então 52K

Alfa: Agora é só somar tudo

Sigma: Primeiro quadrante: 11000

Segundo quadrante: 12000

Terceiro quadrante: 29000

Quarto quadrante 52000

Iota: o que dá 104000. letra B.

Sigma: Isso

Beta: Concordo

Sigma: Sora Lili, resolvemos

Iota: Essa foi fácil até

Alfa: Pse

Liliane: Todo mundo vai na B?

Sigma: Só parece complicada pq enrolam muito na historinha

Alfa: Ou será que são os nossos cérebros alargando com tanta matemática?

Beta: Acho que a imagem assusta

Iota: É pq é cheio de símbolos e formas diferentes

Sigma: Me sinto mais inteligente

Iota: Eu me sinto burra ainda

Alfa: Não fiz nada pra ajudar hj. Subi nas costas e fui carregado

Após terem respondido corretamente à questão, quis voltar a comentar a percepção que eles tiveram da imagem, e perguntei se eles achavam que durante o ENEM a imagem poderia impactar negativamente. As alunas Sigma e Beta afirmaram que com certeza. A aluna Iota afirmou não ter lido todo o enunciado, apenas as partes “importantes” que, no julgamento da aluna, eram a legenda e a informação sobre a quantidade de pessoas. Beta afirma ainda que, no momento da prova “a gente tá tão nervoso que não consegue nem ler as coisas direito, só passa o olho”. Sigma afirma que o primeiro parágrafo da questão não era necessário, e quando vê a imagem “estranha”, já desiste da questão.

Perguntei aos alunos se caso a imagem fosse retirada da questão, ainda sim seria possível resolvê-la?

Iota: Ia dar, mas ia ser mais difícil

Beta: A imagem facilita a resolução

Sigma: tbm acho q facilita

Liliane: Mas a imagem não era horrível? Se decidam!

Iota: É horrível

Sigma: Sim, sora, mas era necessária

Iota: Podia ser um desenho de pessoinhas, com uma ruazinha. Que nem quando eu tava no prezinho

Sigma: Tem coisas na vida que são horríveis, mas necessárias sora. Tipo a matemática. kkk

Iota: Dava pra dar uma limpada na imagem, por exemplo aquelas letras

Sigma: siiiiim, n precisava delas e só ficou poluída

Liliane: Eu também achei a imagem poluída. Adorei a ideia de pessoinhas.

Liliane: Valeu, pessoal, vocês foram muito bem!

Sigma: Obrigada sora, me sinto menos burra

Iota: Desse jeito até parece que podemos passar em medicina

Beta: kskskskksks

Sigma: Vdd

Liliane: Ué, se quiserem, podem!

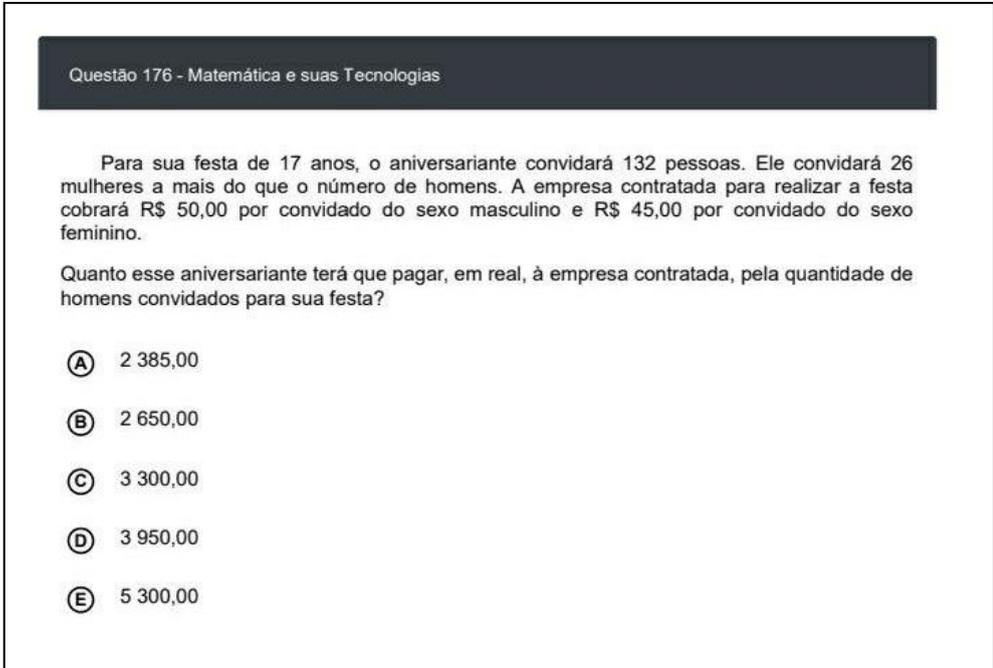
Essa última fala de Iota mostra exatamente a impressão que tenho sobre eles, e que me motivou também a realizar essa pesquisa: a visão que eles têm deles próprios, em que se rotulam

como incapazes de disputar uma vaga em um curso concorrido da universidade, como o curso de medicina, por exemplo.

5.2.6 Questão 6

Chamando os alunos para a participação na discussão da questão 6, e buscando um voluntário para a escolha da questão, a aluna Lambda se voluntaria para escolher a questão. Comentou que estava olhando a prova do ENEM digital, e que achou a questão 176 interessante, pois estava planejando também a sua festa de 17 anos para esse ano.

Figura 41 - Questão 6 da discussão com os alunos



Questão 176 - Matemática e suas Tecnologias

Para sua festa de 17 anos, o aniversariante convidará 132 pessoas. Ele convidará 26 mulheres a mais do que o número de homens. A empresa contratada para realizar a festa cobrará R\$ 50,00 por convidado do sexo masculino e R\$ 45,00 por convidado do sexo feminino.

Quanto esse aniversariante terá que pagar, em real, à empresa contratada, pela quantidade de homens convidados para sua festa?

- (A) 2 385,00
- (B) 2 650,00
- (C) 3 300,00
- (D) 3 950,00
- (E) 5 300,00

Fonte: INEP (2020)

A questão escolhida por Lambda é uma questão que podemos resolver por meio da organização de um sistema de equações com duas incógnitas. A questão trata da organização de uma festa para 132 pessoas, em que serão convidadas 26 mulheres a mais que homens. E apresenta os valores diferentes a serem pagos dependendo do sexo do convidado. Precisamos encontrar o valor a pagar pela quantidade de homens na festa, para isso precisamos primeiro encontrar a quantidade de homens que serão convidados. Eu havia pensado no seguinte sistema de equações para uma ideia de resolução, considerando H para número de homens e M para número de mulheres.

$$\begin{cases} H + M = 132 \\ M = H + 26 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, encontramos o valor de H, correspondente à quantidade de homens, e então bastaria fazer a multiplicação pelo valor cobrado por convidados do sexo masculino. Mas, os alunos já mostraram várias vezes, tanto nessa pesquisa como em sala de aula, que evitam ao máximo, ou muitas vezes não sabem como utilizar a álgebra. Não são raros os relatos de que a matemática “ficou mais difícil depois que colocaram letras nela”. Então, provavelmente eles resolveriam essa questão de outra forma, e eu estava curiosa pela resolução deles.

Liliane: Então, pessoal, como poderíamos começar a pensar sobre essa questão que a Lambda trouxe?

Lambda: Acho que temos que dividir e colocar mais 26

Liliane: Dividir o que?

Lambda: $132/2 + 26$

Beta: Eu acho que faria a mesma coisa, mas diminuiria o 26

As alunas Iota e Beta fazem uma sugestão interessante ao dividir a quantidade total de pessoas por dois, para uma suposta separação entre homens e mulheres, e após adicionar (ou subtrair) as 26 mulheres a mais, sem perceberem, inicialmente que isso não iria funcionar.

Beta: Acho que primeiro temos que descobrir quantos desses convidados são homens

Lambda: $132/2 + 26$ vai dar 92. Que são o número de mulheres

Beta: Então se tem 94 mulheres, tem quantos homens?

Lambda: Só fazer $132 - 92$

Beta: 40

Lambda: Então tem 40 homens

Lambda: Mas aí não fecha as 26 mulheres a mais. Teria que ter 66 homens e não 40. Acho que tá errado

Beta: Pois é.

A ideia inicial das alunas não funcionou. Interessante que elas mesmas se deram conta, não precisei intervir. O grupo ficou em silêncio por alguns minutos, e os chamei novamente perguntando se alguém tinha alguma outra sugestão para a resolução, ou mesmo apenas uma ideia inicial para começarmos a pensar.

Iota: Sora, não é só subtrair do número total de pessoas o número de mulheres e dps calcular o valor q cada um dos sexos pagará e somar?

Iota: Tipo $132-26=106$. Daí 106×50

Sigma: Mas não são só 26 mulheres

Iota: Eita. Li errado. Agora ficou difícil. kkkkk

Lambda: Como a gente descobre o número de homens?

Sigma: Acho q descobrindo o número de mulheres primeiro. Pq daí a gente tira 26 e dá o número de homens.

Sigma: Só não sei como fazer isso

Lambda: regra de três não dá: kkkkkkkkkkkkk Brincadeira

Liliane: Hahahaha... a famosa sempre aparece!

Se os alunos conseguissem enxergar a quantidade de homens como uma incógnita a ser descoberta, representada como um X, poderiam montar uma equação, e isolando essa incógnita, encontrar o seu valor. Mas percebo que em nenhum momento eles cogitam isso.

Lambda: Nossa eu li e achei fácil, fui tentar resolver e n entendi mais nada

Sigma: Parece bem fácil mesmo

Beta: Simm, eu tbm...

Sigma: Já sei

Liliane: Senti firmeza!

Sigma: Ai calma sora n cria esperança

Sigma: Da pra tirar 26 do 132 que fica 106 ai divide 106 por 2 que fica 53 ai fica dividido o número igual de homens e mulheres mas como tem 26 mulheres a mais soma $53+26$ que dá 79

Sigma: Acho q 79 é o número de mulheres e 53 o número de homens. Deixa eu conferir se fiz certo

Beta: Acho que tá certo, pq $79+53=132$

Sigma: Acho q é isso

Lambda: Nossa acho q tá certo pq se a gente dividisse 132 por 2, como a gente tinha feito lá no início, meio q seria essas 26 mulheres a mais na divisão tmb

Sigma: Agr é só multiplicar 53×50 , que da 2650,00

Sigma: Acho q é isso

Lambda: Mto bomm

Beta: É a B então?

Sigma: Sora, ta certo?? Acho q siiim

Falei para elas que a resposta estava correta, e que ela havia resolvido a questão de uma maneira completamente diferente da maneira como eu havia pensado, fazendo uso do sistema de equações. O comentário da aluna Sigma foi de como ela estava se sentindo inteligente por ter conseguido resolver. As alunas perguntaram então como eu havia pensado em resolver, e mostrei a elas a minha resolução e a aluna Sigma achou mais fácil, e a aluna Lambda achou a resolução anterior mais prática, pois “se coloca X complica tudo”.

Finalizando a discussão, a aluna Lambda lembrou do fato de que geralmente a resposta corresponde a uma alternativa para marcar mesmo quando a questão é resolvida de forma incorreta. E me perguntou se, no caso da primeira resolução dela, também teria. Lembrando que a ideia inicial dela era dividir 132 por dois, e somar 26.

Liliane: O que tu achas? Será que teria?

Lambda: Bahh sora n sei n, eu n sei pq tava acreditando q os 132 n eram o total incluindo as 26 mulheres. Por isso q viajei

Sigma: Pior que ia ter resposta, Lambda! Pq ia ser 106×50 . Que da 5300. Letra E

Lambda: Ah naooo, já teria largado a questão e ido pra próxima

Lambda: E tinha errado

Sigma: kkkkkkkk mta sacanagem

Liliane: Por isso que tem que ficar muito atenta!

Iota: Vdd q absurdo eles pensam em todas as maneiras pra nos prejudicarem.

5.2.7 Questão 7

A questão 7 foi um pedido da aluna Sigma, que entrou em contato comigo no intervalo entre os dias em que fizemos as discussões, pedindo para realizarmos a discussão sobre uma questão que envolvesse funções. Pedi que ela mesma escolhesse uma questão das provas de 2020, mas ela relatou não saber identificar quando uma questão tratava desse tema. Então, trouxe para eles a questão 141 da aplicação digital, que tratava sobre função quadrática.

Figura 42 - Questão 7 da discussão com os alunos

Questão 141 - Matemática e suas Tecnologias

Em um ano, uma prefeitura apresentou o relatório de gastos públicos realizados pelo município. O documento mostra que foram gastos 72 mil reais no mês de janeiro (mês 1), que o maior gasto mensal ocorreu no mês de agosto (mês 8) e que a prefeitura gastou 105 mil reais no mês de dezembro (mês 12). A curva que modela esses gastos é a parábola $y = T(x)$, com x sendo o número correspondente ao mês e $T(x)$, em milhar de real.

A expressão da função cujo gráfico é o da parábola descrita é

(A) $T(x) = -x^2 + 16x + 57$

(B) $T(x) = -\frac{11}{16}x^2 + 11x + 72$

(C) $T(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + \frac{381}{5}$

(D) $T(x) = -x^2 - 16x + 87$

(E) $T(x) = \frac{11}{16}x^2 - \frac{11}{2}x + 72$

Fonte: INEP (2020)

Essa questão buscava encontrar a função quadrática que descrevia aquele comportamento, considerando que o gráfico é uma parábola com eixo vertical. Para resolvê-la, teríamos que encontrar os coeficientes a , b e c e, após, montar a equação.

Partindo da função na forma genérica $T(x) = ax^2 + bx + c$, correspondente a uma parábola de eixo vertical, e da fórmula para a abscissa do vértice, $X_v = \frac{-b}{2a}$, e substituindo $x=1$ (referente ao mês 1) e $x = 12$ (referente ao mês 12) na fórmula da função e $x = 8$ (referente ao mês 8) na equação da abscissa do vértice - pois é ponto de máximo -, encontrar as seguintes equações:

$$a + b + c = 72$$

$$144a + 12b + c = 105$$

$$-16a = b$$

Como temos três equações com três incógnitas, ao realizarmos algumas manipulações nas equações e isolando a , b e c , encontramos os valores dos coeficientes. Também, alguns atalhos poderiam ser tomados, se percebêssemos, por exemplo, que essa parábola tem sua

concavidade virada para baixo, pois tem um ponto de máximo, então já saberíamos de antemão que as alternativas a serem consideradas são apenas as que tem o valor de a negativo. Para a resolução seriam necessários muitos algebrismos, e isso tudo parecia muito complexo para ser resolvido pelos alunos naquela discussão. Eu não via outra maneira de resolver essa questão, e estava curiosa para saber o que ia acontecer.

Liliane: Aqui está pessoal, a questão escolhida pela Sigma para a discussão de hoje. Como podemos começar?

Sigma: Chorando

Beta: Ksksksksksk

Sigma: Acho q eu ia começar separando as informações pra tentar me organizar

Sigma: Janeiro 72 mil reais gastos

Agosto maior gasto mensal

Dezembro 105 mil reais gastos

Sigma: Ai depois n sei o q eu ia fazer pq sou péssima nisso

Liliane: Alguém pra ajudar?

Sigma: É gente, me ajuda, nessa parte eu sou burra

Alfa: É função do segundo grau isso né. Eu não lembro como faz parábola honestamente

Beta: Eu tbm não to me lembrando

Liliane: A gente não vai precisar montar a parábola.

Esprei algum tempo, e não tive interações no grupo. Resolvi intervir pois percebi que se estavam quietos era porque realmente não sabiam o que fazer.

Liliane: Pessoal, lembram da cara da função do segundo grau?

Sigma: Eu sei que deve ter x. Sempre tem

Liliane: Tem.

Sigma: Viu, sempre tem

Liliane: Mas pra ser equação do segundo grau, como o x tem q ser?

Sigma: Não lembro, sora

Alfa: Sinto que grande parte do Enem vai no chute

Interessante esse comentário do aluno Alfa, pois até essa questão ele sempre se mostrara confiante e tentando resolver as questões, mas nessa por aparentemente não saber o que fazer, já classificou essa questão como sendo do nível de dificuldade da maioria das questões do ENEM, e que, portanto, teria que “chutá-las”.

Esprei por algum momento, e nenhum aluno falava comigo no grupo. Escrevi a função quadrática na sua forma genérica em um papel e mandei uma foto para eles, perguntando se poderíamos partir dali.

Beta: Não sei sora

Ômega: Lendária função de segundo grau

Liliane: Aee, Ômega, que bom que tu voltou a participar! Sentimos tua falta! Da uma mão nessa pro pessoal!

Alfa: Ah, então...

Ômega: Já começo a desenvolver, sora, to lavando a louça

Liliane: Senti a energia! Vamos Alfa!

Alfa: a (mês 1), b (mês 8) e c (mês 12)?

Alfa: Calma sora. Sem muita esperança

Sigma: Acho que é

Alfa: To tentando chegar em algo pra desenvolver

Sigma: Acho que o mês 8 é o A, sei lá, minha intuição tá dizendo

Alfa: Pelo silêncio da sora, imagino que errei. Deixo pro Ômega quando ele acabar a louça

Liliane: Alfa, tu disse que estava tentando chegar em algo pra desenvolver, eu estava esperando!

Vamos nós, mesmo sem o Ômega. Quando ele chegar, chegou.

Mais um longo período de silêncio no grupo. Minha esperança era o aluno Ômega começar a participar e que com isso o pessoal voltasse a interagir. Mas como o aluno não aparecia, resolvi intervir novamente.

Liliane: Pessoal, não desistam. Vamos conversar. Olhem o que diz a questão. que X é o mês e $T(x)$ é o dinheiro. Então quando $x = 1$, $T(x) = 72$. Continuem...

Alfa: Honestamente eu não tenho a mínima ideia. Exatas não é meu forte

Sigma: To arrependida de ter escolhido essa questão

Alfa: Vou esperar ver se o Ômega consegue fazer, eu to sem ideias

Alfa sempre foi um aluno bastante esforçado em matemática. Mas, com a dificuldade da questão, ele já está afirmando não ser “o forte” dele, sendo que ele sempre foi bem na matemática escolar. A autoestima deles em relação à matemática é muito frágil.

Liliane: Vocês entenderam que temos que encontrar o valor de a , b e c , para descobrirmos qual é a função? Vamos tentar substituir o $x = 1$ na equação para ver o que acontece?

Sigma: Substitui onde tem x na equação toda, sora?

Liliane: isso!

Sigma: $T(1) = a1^2 + b1 + c$

Sigma: Isso, sora?

Liliane: Isso, mas será que não conseguimos desenvolver mais?

Sigma: Eu não sei como

Liliane: Alguém sabe desenvolver essa equação da K um pouco mais?

Sigma: Tem que colocar alguma coisa no T, sora?

Liliane: O T (1) é o valor onde $x = 1$

Sigma: 72 então. Eu acho

Sigma: $72 = a1^2 + b1 + c$

Liliane: Isso, agora vamos continuar. Aquele 1 que tá elevado ao quadrado, podemos resolver. Quanto fica?

Sigma: 2?

Beta: 1

Liliane: 1 ao quadrado é 1×1 , Sigma!

Sigma: Então fica $72 = a1 + b1 + c$

Liliane: Quase lá! O que podemos fazer com esses 1 do lado das letras? O que eles estão fazendo ali?

Sigma: Não sei, sora

Liliane: Alguém sabe?

Esprei um tempo novamente, e ninguém falava comigo. Eu falava sozinha e parecia que eles tinham desistido. Eu já estava desistindo também, pois eles não estavam se mostrando abertos para essa questão, apenas a aluna Sigma, que provavelmente ainda estava falando comigo por ser a questão cuja temática ela própria havia escolhido.

Liliane: Pessoal, a1 significa a x 1. Sempre que tem um número e uma letra lado a lado, sem nenhum sinal operatório entre eles, significa que temos uma multiplicação.

Sigma: Então fica $72 = a + b + c$

Liliane: Isso! Agora vamos guardar essa equação e fazer a mesma coisa para o mês de dezembro, mês 12.

Sigma: Tá, peraí sora

Liliane: O resto do pessoal tá acompanhando? Ou morreram?

Beta: Tô acompanhando, sora

Alfa: Eu morri

Sigma: $105 = 144a + 12b + c$

Ômega: Agora teria que isolar letra por letra, pra saber o valor de cada uma

Liliane: Sim, Ômega, mas até agora temos duas equações e 3 letras. Precisamos de mais uma equação, senão não conseguimos resolver.

Beta: O mês de agosto!

Liliane: Bingo!

Sigma: Mas o mês de agosto não tem valor, só diz que é o mês de maior gasto

Beta: Só quero saber como fazer isso em 3 minutos

Ômega: Os gastos de agosto seria o C?

Liliane: Não. Vamos pensar no gráfico de uma parábola. Como ele é?

Ômega: Parece um U. Mas pode ser um U de cabeça para baixo tbm. Não lembro os nomes, mas é U pra cima ou U pra baixo

Liliane: Isso.

Ômega: E eu tbm não lembro o que define isso, se é pra cima ou pra baixo

Liliane: Olhando para esses dois U's, pra cima e pra baixo, onde vocês acham que está o ponto de maior gasto?

Ômega: Seria no centro do U. Onde tá mais baixo ou mais alto

Sigma: Vai ser bem no centro do U virado para baixo, pq aí o ponto vai estar lá em cima

Liliane: Ótimo. E o que é esse ponto bem no meio do U?

Sigma: Os gastos de agosto

Liliane: Sim, mas no gráfico, esse ponto no centro tem um nome. Alguém lembra?

Sigma: Isso eu não lembro sora

Ômega: Nome do centro da parábola google pesquisar

Liliane: hahahaha

Ômega: É o vértice

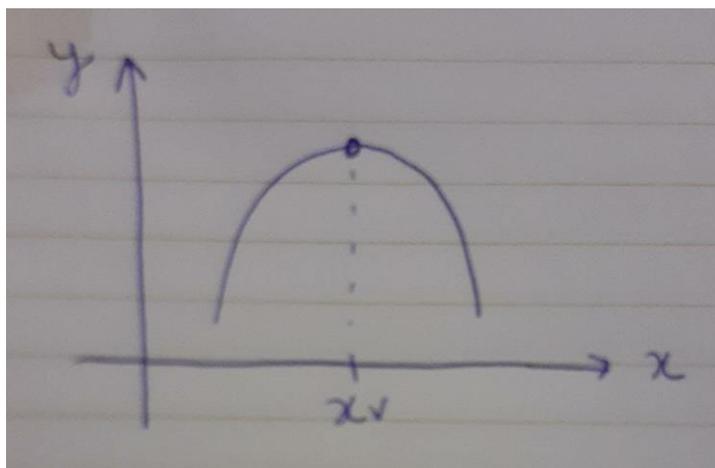
Liliane: Isso. Lembram do vértice da parábola?

Ômega: Não

Sigma: nada sora

A discussão dessa questão estava realmente muito complicada, eles não lembravam as características básicas do gráfico da equação do segundo grau, o que me deixou apreensiva pois trabalhei com eles esse conteúdo no primeiro ano do Ensino Médio. Mas, isso dois anos antes, e aparentemente não lembravam mais, talvez por não terem revisado esse conteúdo desde então, Eu me sentia resolvendo a questão sozinha, e uma grande vontade de encerrar a discussão ali mesmo. Mas precisava pelo menos apresentar a eles a resolução da questão, para que não ficasse essa lacuna. Enviei a eles o seguinte esboço.

Figura 43 – Esboço enviado aos alunos



Fonte: Acervo pessoal

Liliane: Aquele ponto que marquei no gráfico é a coordenada X do vértice, que chamamos simplesmente de x do vértice. E tinha uma fórmula para calcular essa coordenada, será que vocês lembram como era?

Não obtive resposta alguma dos alunos nos vinte minutos seguintes. Enviei mensagem no grupo, chamando novamente para a discussão.

Liliane: Como a gente calcula o x do vértice? Precisamos de uma equação para o gasto em agosto para juntar com as outras duas equações que já temos, e assim descobrir os coeficientes.

Sigma: mds que complicado, eu já tinha chutado e ido para a próxima chorando

Ômega: Tem uma fórmula né sora, acho que lembro que tinha mas não lembro dela

Liliane: Sim, Ômega, a fórmula é $X_v = \frac{-b}{2a}$. [enviei foto da fórmula escrita em um papel]

Ômega: Então no lugar do X_v a gente coloca 8. Pq é o mês de agosto. Aí fica $8 = \frac{-b}{2a}$.

Ômega: E aí tem que isolar o a ou o b né sora? Eu acho

Liliane: Isso, tanto faz qual vamos isolar.

Ômega: Acho que isolar o b parece mais fácil. Perai

Ômega: Vai ficar $b = -16a$

Liliane: Isso! Agora temos 3 equações com 3 incógnitas, que são as letras que queremos descobrir. Só substituir umas nas outras e ir achando cada uma delas.

Sigma: Que trabalhadeira, sora

Ômega: Desisto da vida

Liliane: Alguém faz esses cálculos? Da pra começar substituindo o b que encontramos na equação do vértice.

Esperei uns 15 minutos e os alunos sumiram e não mais interagiram. Resolvi fazer a resolução completa em um papel e enviar uma foto para eles, pois acreditei que não sairia mais nenhuma discussão sobre essa questão. Eles realmente não estavam dispostos. Enviei a foto da resolução, com toda a álgebra envolvida passo a passo, para que ficasse menos confuso para eles. Solicitei que olhassem a resolução, tentassem entender e depois enviassem algum comentário.

Sigma: Eu consegui entender só achei uma questão muito complicada e q leva muito tempo pra fazer. Eu com certeza iria chutar ou deixar pra fazer por último. Essa fórmula do X eu nem conhecia.

Alfa: Honestamente, eu ainda não entendi muito bem. Desculpa o sumiço. Tinha desistido e esperado que alguém fosse fazer. Talvez no 1º ano eu ainda conseguisse, mas essa matéria me sumiu total da mente.

Beta: Eu achei que essa foi uma das questões mais complicadas até agora, eu não me lembrava de nada desse conteúdo.

Com esses comentários finais, dei por encerrada a questão 7. Não achei interessante, naquele momento, retomar essa questão com eles, pois devido à dificuldade sentida, fiquei receosa de que se desmotivassem ao ponto de não mais participarem. Após, percebi que eu poderia ter tratado essa questão de forma diferente, apresentando-a de forma mais geométrica, como um deslocamento da função X^2 , explicando o vértice em $x = 8$ e sobre a concavidade ser voltada para cima, por ser um ponto de máximo, e não atrelar a questão exclusivamente ao uso das fórmulas, que eles não lembravam, como acabei fazendo.

5.2.8 Questão 8

Dando início às discussões da questão, e receosa de que os alunos tivessem desistido de participar do grupo depois da última questão, resolvi eu mesma escolher uma questão que não fosse tão complexa, do meu ponto de vista, para talvez motivá-los novamente. Tive a ideia de trazer uma questão que envolvesse a possibilidade de ser resolvida por regra de três, pois a ideia de usar esse método de resolução seguidamente aparecia, mas para questões em que não era possível utilizá-la. Será que pensariam também em utilizá-la em uma questão possível ser solucionada dessa forma? Ou será que conseguiriam resolvê-la de outro jeito?

Figura 44 - Questão 8 da discussão com os alunos

Questão 166 - Matemática e suas Tecnologias

Um agricultor sabe que a colheita da safra de soja será concluída em 120 dias caso utilize, durante 10 horas por dia, 20 máquinas de um modelo antigo, que colhem 2 hectares por hora. Com o objetivo de diminuir o tempo de colheita, esse agricultor optou por utilizar máquinas de um novo modelo, que operam 12 horas por dia e colhem 4 hectares por hora.

Quantas máquinas do novo modelo ele necessita adquirir para que consiga efetuar a colheita da safra em 100 dias?

(A) 7
(B) 10
(C) 15
(D) 40
(E) 58

Fonte: INEP (2020)

Essa questão envolve regra de três composta, na qual temos os componentes horas de trabalho, quantidade de máquinas, hectares colhidos por hora e dias de trabalho. A questão apresenta as características da colheita utilizando um determinado modelo antigo de máquinas, e fala que seu objetivo é diminuir esse tempo de colheita com o uso de máquinas de um novo modelo, e pergunta quantas máquinas novas serão necessárias.

Alfa: Acho que da pra começar vendo o rendimento do método atual

Alfa: 20 máquinas trabalhando 10 horas por dia e conseguindo 2 hectares por hora

Alfa: Então, 20 hectares por dia, levando 120 dias pra terminar a colheita

Alfa: Com ele coletando 2400 hectares, se eu não fiz nada errado

Alfa: 20×120 é o que eu fiz

Alfa: Então pra conseguir terminar a colheita em 100 dias só

Alfa: Pera. Eu não fiz algo

Alfa: Ok, já vi um erro nisso

O aluno Alfa começou a resolver a questão sem a utilização da regra de três. Talvez por ser composta, ele não enxergou as correspondências entre tantos elementos. Também percebi que sempre que eles utilizaram a regra de três nas questões, mesmo que de forma incorreta, acrescentavam informações com porcentagem, talvez acreditando que isso precise ser feito sempre com a regra de três. Após o aluno encontrar um erro na sua resolução, ele traz o seguinte questionamento.

Alfa: As máquinas antigas, elas coletam 2 hectares por hora individualmente ou como um todo?

Liliane: Vamos olhar de novo que diz o enunciado?

Fui reler a questão, para verificar essa informação que estava deixando o aluno Alfa com dúvidas, e percebi que essa informação não está explícita no enunciado, que diz: *a safra de soja será concluída em 120 dias caso utilize, durante 10 horas por dia, 20 máquinas de um modelo antigo, que colhem 2 hectares por hora*. Penso que deveria ser acrescentada ao final dessa frase a informação *cada uma ou no total*.

Alfa: A informação tá meio confusa, sora.

Liliane: Pois é, também acho. E agora, qual tua ideia?

Alfa: Pse. Isso dificulta um pouco. Da pra só fazer dos dois métodos q eu pensei. Se só 1 tiver certo eu iria nele. Se os 2 dessem certo, aí é sacanagem de quem escreveu.

Liliane: Provavelmente só um deles dará certo, pois a pessoa que elaborou a questão sabia o que estava querendo perguntar, só não escreveu direito.

Alfa: Justo. Então vou seguir na lógica anterior pra ver no q da, se nada dar certo faço dnv.

Alfa: Se alguém pensar em algo manda aí tbm.

Liliane: Pois é, cadê o povo pra ajudar?

Liliane: Alfa, tu vais considerar todas juntas ou individual?

Alfa: Eu fiz considerando todas juntas. Mas isso não vai dar certo.

Liliane: Por quê?

Alfa: Pq aí uma máquina só já tem uma produção maior que a safra inteira.

Alfa: Então deve ser cada uma. Então é só multiplicar 2400 por 20 então.

Alfa: Pela quantidade de máquinas antigas, 48000 hectares.

Alfa: E agora multiplicar a quantidade que aquelas outras máquinas mais potentes conseguem.

Alfa: No individual uma consegue 4800 hectares em 100 dias.

Após o aluno Alfa encontrar a informação de quanto cada máquina nova colhe em 100 dias, ele precisava descobrir quantas dessas máquinas são necessárias para colher os 48.000

hectares. Como cada máquina colhe 4.800 hectares, me pareceu meio imediato que o aluno fosse responder que precisaríamos de 10 máquinas para colher 48.000. Mas em vez disso o aluno sugere testar cada uma das alternativas para encontrar a resposta correta.

Alfa: Agora pra saber é só multiplicar pelas opções até uma dar certo.

Alfa: Se nenhuma der eu fiz algo errado.

Liliane: As alternativas, tu diz? Testar cada uma delas?

Alfa: Sim sora. Vou fazer aqui.

Alfa: A resposta é B. 10 máquinas fazendo 4800 hectares por 100 dias

Alfa: $10 \times 4800 = 48000$

Alfa: Certinho. Acho que é isso.

Após o aluno Alfa resolver a questão sozinho, de maneira correta, chamei no grupo as alunas Sigma e Beta que haviam se manifestado para a discussão, mas não deram contribuições. Perguntei se tinham entendido. Beta relatou que não tinha entendido no início, mas que conseguiu acompanhar o raciocínio de Alfa, compreendendo a questão. Sigma concordou com ela. Comentei com eles sobre a possibilidade de a questão ser resolvida utilizando o método da regra de três, e fiz uma brincadeira dizendo que “quando é pra usar vocês não usam”. A aluna Sigma disse que não imaginou que fosse possível, devido à quantidade de informações disponíveis na questão, e me pediu que mostrasse como se faria. Quando montei as duas linhas da regra de três com as informações dos modelos antigo e novo, e mostrei aos alunos, Alfa apareceu dizendo “realmente sora, dava pra ter feito assim. Mas como deu certo do outro jeito, tudo sob controle.” Mostrei a eles a resolução completa, usando a regra de três composta, e eles afirmaram terem achado muito complicado decidir quais grandezas eram diretamente ou inversamente proporcionais, e disseram preferir a maneira como o colega Alfa havia solucionado a questão, e assim encerramos a discussão da questão 8.

No dia combinado para resolvermos a questão 9, chamei os alunos no horário de costume e não obtive retorno de nenhum deles. Mais ou menos uma hora depois, Alfa apareceu pedindo desculpas, que havia se distraído e não viu a notificação do grupo. Os alunos Ômega, Beta, Iota e Sigma também apareceram, entre 19 horas e 21 horas, cada um com uma justificativa diferente para a ausência. Como já estava tarde, combinamos a discussão para outro dia.

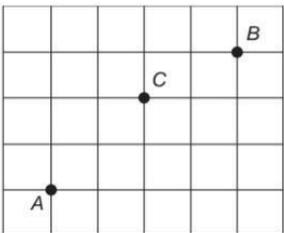
5.2.9 Questão 9

A questão 9 foi selecionada pelo aluno Alfa, tendo como justificativa “parece ser uma questão fácil, hoje eu tô cansado”.

Figura 45 - Questão 9 da discussão com os alunos

Questão 144 

Três amigos, André, Bernardo e Carlos, moram em um condomínio fechado de uma cidade. O quadriculado representa a localização das ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho nesse condomínio, em que nos pontos A, B e C estão localizadas as casas de André, Bernardo e Carlos, respectivamente.



André deseja deslocar-se da sua casa até a casa de Bernardo, sem passar pela casa de Carlos, seguindo ao longo das ruas do condomínio, fazendo sempre deslocamentos para a direita (\rightarrow) ou para cima (\uparrow), segundo o esquema da figura.

O número de diferentes caminhos que André poderá utilizar para realizar o deslocamento nas condições propostas é

A 4.
B 14.
C 17.
D 35.
E 48.

Fonte: INEP (2020)

Olhando a questão escolhida por Alfa, percebi duas maneiras distintas de resolver a questão. Eu acreditava que os alunos iriam contar os cominhos um a um, e provavelmente não pensariam em resolvê-la a partir do pensamento combinatório. O conteúdo de Análise Combinatória está previsto para o segundo ano do Ensino Médio, mas, devido aos inúmeros problemas que tivemos ano passado de adaptação para a forma remota de ensino, acabou não dando tempo de apresentar a eles essa parte da matéria.

Alfa: A primeira coisa que me veio em mente é fazer cada caminho um por um.

Sigma: Eu pensei isso tbm, tava até contando.

Alfa: Mas imagino que tenha uma maneira muito mais fácil.

Sigma: Com certeza tem alguma matéria que eu to esquecendo que seria perfeita nesse momento.

E de fato havia uma maneira mais fácil de resolver, mas usando o pensamento combinatório. A questão tratava de deslocamento sobre uma malha quadriculada, na qual desejamos ir do ponto A ao B, sem passar pelo C, atentando-se ao fato de que só eram permitidos movimentos para a direita ou para cima. Bastaria primeiro verificar todas as opções possíveis para ir de A a B, e após descontar as opções que passavam por C. Fazer isso utilizando permutações com repetição tornava a resolução muito simples. Bastava perceber que para ir de A à B podemos escolher um caminho como sendo DDDSSS (onde D significa ir para a direita e S subir). E para verificar quantas opções temos, poderíamos fazer a permutação dessas letras. Ou seja, permutação de 7 letras, sendo 4 delas repetidas, D, e 3 delas repetidas, S. Fazendo $P_7^{4,3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$. Esse era o número total de opções para ir de A até B. Agora precisaríamos calcular quantas dessas passam por C. Podemos fazer um caminho de A à C pensando em DDSS e realizar a permutação $P_4^{2,2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$. E fazendo um caminho de C até B, pensando em DDS, com a permutação $P_3^2 = 3$. Com isso temos 18 caminhos que passam por C (6×3). Fazendo $35 - 18 = 17$. E essa era a resposta correta para a questão. Mas sem terem estudado esse conteúdo, dificilmente resolveriam dessa forma.

Sigma: Vou chutar na regra de três. kkkkk

Beta: Ele pode fazer o caminho pela borda do quadriculado tbm?

Alfa: Vou pegar uma folha quadriculada.

Alfa: Pela borda?

Liliane: Será que pode?

Sigma: e u acho que não pq dai seria fora do condomínio né??

Sigma: Eu n tenho certeza de nada.

Beta: Pois é.

Beta: Kaksksksksks

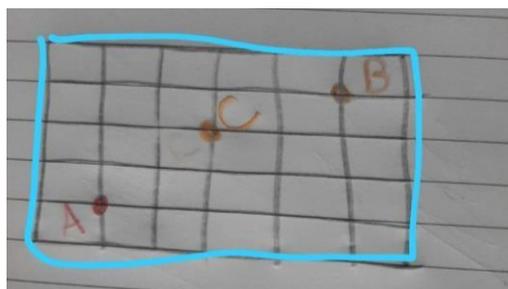
Alfa: Me sinto perdido.

Sigma: Eu tbm.

Liliane: Vocês estão tentando contar?

Alfa: Eu não entendi a borda do quadriculado. Onde é a borda do quadriculado?

Sigma: Aqui.

Figura 46 – Esquema enviado pela aluna Sigma

Fonte: Acervo pessoal

Bets: Sim, foi isso que pensei.

Alfa: Mas n teria como ir por aí, ele só consegue ir pra cima e pra direita, não?

Beta: Ah é mesmo!

Sigma: Eu vou fazer os caminhos aqui e contar sora. Peraí.

Alfa: Deixo contigo então, ia contar tmb. Enquanto isso tentar pensar em algo mais q dá pra fazer. Eu tenho certeza absoluta que já fiz questão assim antes. Mas eu n lembro o método. Aaaa

Sigma: Pera que to contando.

Alfa: Eu confio.

Sigma: kkkk coitado.

Alfa: Seria trapaça pesquisar "como descobrir número de rotas possíveis entre A e B"?

Liliane: Não, seria pesquisar. Pode ir.

Ômega: Opaaa... cheguei! Tava resolvendo umas parada.

Liliane: Oi Ômega! Dá uma olhada na questão e vê o que tu achas!

Alfa: Ômega, ajuda.

Ômega: Bom, so de ver a questão eu penso em multiplicação. Já monto a conta.

Sigma: Credo que rápido.

Liliane: Ômega chegou patrolando.

Sigma: Gente, eu contei e deu 14. Mas posso estar errada.

Beta: Tem essa opção de alternativa.

Sigma: Mas isso não quer dizer nada, sempre tem. kkkkk

O aluno Alfa relatou que pesquisou e que “tinha a ver com combinação”, mas que ele não estava conseguindo entender como se aplicava isso na questão, pois “não tinha números, e só um desenho”. Nesse momento, surge uma conversa informal sobre o contexto da questão.

Sigma: Gente mas qual o problema de passar na casa do Carlos, só pra complicar a vida.

Alfa: Ele não deve gostar do carlos.

Liliane: Pobre Carlos.

Alfa: Carlos, o excluído.

Alfa: Ele vai primeiro no Bernardo pra depois ter companhia pra poder aguentar o Carlos, pq sozinho não dá.

Alfa: Agora tamo só falando mal do Carlos pra ganhar tempo até o Ômega fazer alguma resolução

Sigma: Queria ser inteligente assim.

Alfa: Mas bah né. Esfriou...

Liliane: Vocês vão ficar aí esperando o Ômega?

Alfa: sim, sora, essa só ele pode resolver.

O colega Ômega surge dizendo que vai ligar o computador para resolver a questão. E Alfa diz que vai tentar contar os caminhos pra ver se encontra a mesma resposta que Sigma encontrou, 14 opções.

Sigma: Sora, ele não pode passar correndo pela casa do Carlos?

Beta: Não né, vai que o Carlos tá na janela e vê.

Sigma: Carlos é fofoqueiro igual as minhas vizinhas.

Ômega: oq eu consegui pensar até agora que talvez de um resultado foi: número de quadrado \times número de linhas, ai eu teria quantos trechos do caminho seriam possíveis

Ômega: so que aí entra um problema eu teria que subtrair todas as que são impossíveis pelo enunciado e todos os trechos que pegam a casa do carlos

Ômega: ou seja, ta muito complexo e a questão não deve ser tudo isso

Sigma: Socorro não entendi nada.

Ômega: cada pedaço de quadrado seria o trecho, pra descobrir quantos trechos tem eu usaria número de quadrados \times 4

Ômega: ja que um quadrado tem 4 lados, ai eu teria o número de trechos que toda a área tem. Desse número eu tiraria tudo que não pode ser usado, como os locais que pelo enunciado não podem ser usados e onde o Carlos mora.

Eu não consegui acompanhar o raciocínio de Ômega, e solicitei que ele fizesse os cálculos dessa solução que sugeriu para que nós pudéssemos analisar. Ele disse que não sabia como fazer. Nesse momento Alfa aparece com a sua contagem de possibilidades.

Alfa: Sora. Fiz assim.

Ômega: Eu tava servindo meu café e vendo o quão complexo oq eu pensei se tornaria. Agora estou num vazio existencial, eu apenas concordo com o Alfa.

Ômega: Todo mundo aqui concorda que o Alfa se tornou um ser supremo, amém.

Sigma: Sora, a gente fecha no 17. Todo mundo confia no Alfa.

Alfa: Bato meu martelo imaginário.

Afirmar para os alunos que a resolução deles estava correta, e comentei que a questão se resolveria mais rapidamente usando a Análise Combinatória, que era um conteúdo que ficou faltando no ano passado. Eles ficaram curiosos e me pediram para mostrar. Foi um pouco complicado, pois não tinham conhecimento algum sobre combinatória, nem mesmo sabiam o que era o fatorial. Expliquei como pude, enviei alguns áudios, e mostrei a resolução utilizando a permutação com repetição. Eles concordaram que dessa forma fica muito simples, e perguntaram o que mais tinha no conteúdo de Análise Combinatória pois queriam procurar videoaulas sobre.

5.2.10 Questão 10

No dia combinado para a realização da discussão da questão 10, os alunos custaram a atender o meu chamado no grupo. Eles começaram a se manifestar transcorridos uns 15 minutos da hora combinada. Nesse dia, resolvi eu mesma propor uma questão para o grupo.

Figura 48 - Questão 10 da discussão com os alunos**Questão 179**

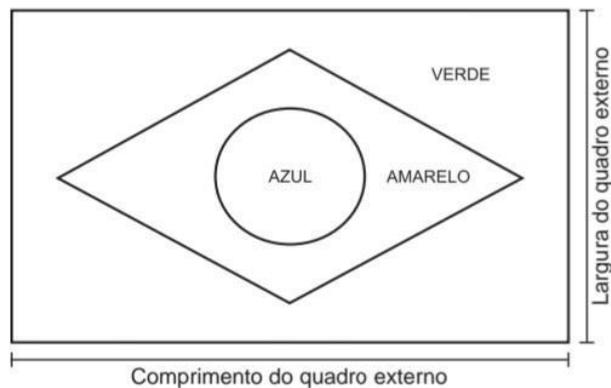
A fabricação da Bandeira Nacional deve obedecer ao descrito na Lei n. 5.700, de 1º de setembro de 1971, que trata dos Símbolos Nacionais. No artigo que se refere às dimensões da Bandeira, observa-se:

“Para cálculos das dimensões, será tomada por base a largura, dividindo-a em 14 (quatorze) partes iguais, sendo que cada uma das partes será considerada uma medida ou módulo (M). Os demais requisitos dimensionais seguem o critério abaixo:

- I. Comprimento será de vinte módulos (20 M);
- II. A distância dos vértices do losango amarelo ao quadro externo será de um módulo e sete décimos (1,7 M);
- III. O raio do círculo azul no meio do losango amarelo será de três módulos e meio (3,5 M).”

BRASIL. Lei n. 5.700, de 1º de setembro de 1971. Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 15 set. 2015.

A figura indica as cores da bandeira do Brasil e localiza o quadro externo a que se refere a Lei n. 5.700.



Um torcedor, preparando-se para a Copa do Mundo e dispondo de cortes de tecidos verde (180 cm x 150 cm) e amarelo (o quanto baste), deseja confeccionar a maior Bandeira Nacional possível a partir das medidas do tecido verde.

Qual a medida, em centímetro, do lado do menor quadrado de tecido azul que deverá ser comprado para confecção do círculo da bandeira desejada?

- A** 27
- B** 32
- C** 53
- D** 63
- E** 90

O objetivo dessa questão é fabricar uma bandeira do Brasil seguindo as proporções oficiais fornecidas na questão. A exigência é que seja confeccionada a maior bandeira possível, a partir das medidas do tecido de cor verde disponível. A questão pergunta qual o lado do menor quadrado de tecido azul que deve ser comprado para a confecção do círculo interno da bandeira. As dimensões da bandeira devem ser tomadas a partir da sua largura, que deve ser composta de 14 partes iguais, chamadas de módulos. A questão ainda fala que o comprimento dessa bandeira será de 20 módulos, e que o raio do círculo azul é de 3,5 módulos. As informações sobre o losango não são necessárias para a resolução da questão. Tendo essas informações, para resolver é necessário descobrir quantos centímetros equivalem a um módulo, usando as dimensões do tecido verde disponível. Para isso, sabendo que temos tecido verde de 180cm x 150cm, e como queremos a maior bandeira possível, tomamos a medida de 180 cm como o comprimento da bandeira a ser confeccionada. Ao dividirmos essa medida por 20 (pois temos 20 módulos no comprimento), encontramos 9cm. Ou seja, cada módulo equivale a 9cm, e com isso verificar que cabe na largura fazendo $9 \times 14 = 126\text{cm}$, que é menor que 150cm. Assim, sabendo que o raio do círculo deverá ser de 3,5 módulos, temos que seu diâmetro será 7 módulos, ou seja $7 \times 9\text{cm} = 63\text{cm}$. Assim, se cortarmos um quadrado de lado 63cm garantimos o círculo azul com as medidas necessárias.

Sigma: Ai senhor. Eu teria q ler de novo e de novo ai eu ia chutar pq n entendi.

Lambda: Nossa eu n entendi nada.

Sigma: Isso de calcular vértice e módulo eu sou burra.

Lambda: Eu chutaria.

Alfa: Mucho texto sora.

Alfa: N tenho a mínima ideia o q acabei de ler.

Alfa: Sua belezinha é um pouco complicada sora.

Liliane: Vamos ler de novo então, todo mundo, e tentar entender o que a questão está pedindo.

Como a questão é longa, de imediato as reações iniciais foram de “chutar” a resposta, apostando ser uma questão difícil. A aluna Sigma fala em calcular “vértice e módulo”, fazendo menção provavelmente a outros conceitos matemáticos não utilizados para resolver a questão. Aqui, módulo é apenas uma unidade de medida, que poderia ter qualquer outro nome.

Sigma: Acho q tem q multiplicar alguma coisa, mas n sei oq.

Alfa: É descobrir a medida em centímetros q precisa de tecido azul, isso eu entendi.

Alfa: Mas eu n lembro de módulos e essas coisas não.

Alfa: A bandeira é dividida em 14 partes iguais. E cada uma é um módulo.

O aluno Alfa fala que a largura da bandeira é composta de 14 partes iguais, e que cada uma é um módulo, mas que não lembra como calcular o “módulo”. Novamente eles estão pensando que esse “módulo” é um conhecimento matemático específico, que eles não lembram, e nesse momento senti necessidade de intervir e explicar que se tratava apenas de uma unidade de medida. Expliquei que o que a questão chama de módulo é apenas uma parte da largura da bandeira dividida em 14 partes iguais.

Alfa: Mas se a bandeira tem 14 partes.

Alfa: E cada parte é um modulo.

Alfa: Pq logo depois já fala q tem 20 módulos.

Sigma: Pois é n entendi isso tbm.

: A bandeira é 14 ou 20 módulos?

Liliane: Leiam de novo o que diz a questão. O comprimento tem 20 módulos e a largura 14 módulos.

Sigma: Aaata. Entendi.

Alfa: AAAAAAAAAA. Ok, entendi.

Liliane: Então vamos lá!

Tendo explicado a questão do módulo e das dimensões do retângulo verde, continuamos a discussão.

Alfa: Precisamos descobrir a medida em cm de tecido azul. Isso eu entendi.

Sigma: E o que precisamos pra descobrir isso?

Alfa: Acho que tem que considerar o tamanho da bandeira que o torcedor ta fazendo

Sigma: Tbm acho.

Alfa: 180 cm x 150 cm.

Nessa hora percebo que o aluno Alfa vai considerar as medidas informadas do tecido verde como sendo a medida final da bandeira. Ele não percebe que para manter a proporção de 20 módulos x 14 módulos, será necessário diminuir um pouco a largura. Se mantivermos a maior bandeira possível, de comprimento 180cm, a largura deverá ser menor que 150cm, e será necessário fazer um corte no tecido. Mas eu resolvo não intervir, esperando que em algum momento eles percebam isso.

Alfa: Já to sentindo que matemática vai me dar problema no enem.

Alfa: Tava tão confiante. Já ta desmoronando aqui.

Alfa: Isso é matéria do fundamental né?

Lambda: Eu n sei matemática básica. kkkkk

Alfa:Eu n lembro msm como faz. Ômega, vem cá.

Sentindo que não conseguiria resolver a questão, Alfa tenta justificar informando que não lembra dos conteúdos trabalhados no ensino fundamental, além de chamar o colega Ômega, que não estava presente, para a discussão. Provavelmente porque acredita que o colega saberia como resolver.

Alfa: Pera pera. Sora.

Alfa: O torcedor. Ele ta fazendo do mesmo tamanho seguindo as normas?

Alfa: Isso n é mencionado.

Nesse momento percebo que nossas discussões estão colaborando para que eles olhem para o enunciado de uma forma mais crítica; quando começamos eles não questionavam, como fez o aluno Alfa nessa questão. A questão não fala que o torcedor deverá fazer a bandeira seguindo as medidas oficiais, ela apenas explica como é confeccionada a bandeira. Isso está implícito na questão, e os alunos poderiam simplesmente tomar como verdade. Mas após as nossas discussões até aqui, eles estão sendo capazes de perceber essas “falhas”, e questioná-las, da mesma forma como aconteceu na questão das amostras de sangue, quando sugeriram poder haver mais de uma amostra por pessoa. Aqui é necessário que a bandeira seja confeccionada nas medidas oficiais, senão a bandeira poderia ter qualquer dimensão, e teríamos, em teoria, mais de uma resposta.

Sigma: Vdd, não fala nada.

Alfa: Mas acho que a gente tem que admitir q sim.

Sigma: Vdd. Senão não precisava ele dar todas aquelas medidas.

Alfa: Se a gente for admitir que ele vai fazer certinho, ajuda. Pq eu tava pensando “ele provavelmente não fez do tamanho certo”. ‘É brasileiro”.

Alfa: Então com isso da pra saber que 20 módulos é 180cm e 14 módulos são 150 cm.

Aqui o aluno Alfa insiste no erro de considerar o tecido inteiro como medida para a bandeira, ao falar erroneamente que “20 módulos é 180cm e 14 módulos são 150cm”. Mas

concordo que é difícil perceber que não é possível termos essa proporcionalidade, sem ter feito o cálculo antes, e deixei a discussão continuar.

Alfa: O círculo do meio é 3 módulos e meio.

Alfa: Ok, a gente tem essas informações em mão agora

Alfa: A primeira coisa que veio em mente era descobrir a conversão exata de módulo pra centímetro. Que com isso da pra ver quantos centímetros q seria 3,5 módulos.

Alfa: O comprimento é 20 módulos/180cm e a largura 14 módulos/150cm

Alfa: Diferença de 6 módulos e 30 cm

Alfa: Pra isso acho q da pra só multiplicar numeros por 20, até algum dar 180.

Alfa: E aí multiplicar por 14 e ver se da 150.

O raciocínio inicial está correto. Parece ser uma boa ideia descobrir a “conversão” de módulo para centímetros, para descobrir quantos centímetros são 3,5 módulos. O aluno afirma que o comprimento é de 20 módulos/ 180cm, e a largura 14 módulos/150. E sugere ao final “multiplicar números por 20 até algum dar 180”, e depois “multiplicar por 14 e ver se dá 150.” O aluno quer, basicamente encontrar um número x tal que $20x=180$ e $14x=150$. Não há resposta que satisfaça as duas equações, e imagino que ele esteja muito perto de perceber isso.

Liliane: Vamos fazer isso então. Vamos descobrir quanto vale 1 módulo.

Sigma: Vão multiplicando aí, vou encher pastel e já volto.

Liliane: Que fome.

Sigma: Eu tbm, sora.

Alfa: O cérebro funciona melhor de estômago cheio.

Sigma: Tenta fazer $20x8$. Eu fiz aqui de cabeça. Mas confere pra ver se tá certo.

Alfa: $20x8$ dá 160. $20x9$ da 180.

Sigma: é 9. Então descobrimos.

Liliane: O que descobrimos?

Alfa: Acho que essa lógica acabou de ir pro buraco.

Alfa: $9x20= 180$, mas $9x14= 126$.

Sigma: A gente achou que era o módulo, sora, mas parece q tá errado.

Liliane: Vocês acharam que 1 módulo é 9cm, isso?

Sigma: Não. Pq $9x14$ não da 150.

E justamente, não tem como a largura da bandeira ser 150cm pois não obedeceria às proporções oficiais. A largura de 126 cm resolveria a questão, bastaria cortar o tecido de 150cm. Eu esperava que alguém percebesse isso.

Liliane: Vamos ler de novo o que nos diz a questão?

Delta: No começo eu pensei q tinha que saber quantos módulos é metros, mas depois não entendi mais nada.

Sigma: sora, a largura do tecido que ele tem é 150cm. Mas será que ele não pode cortar o tecido?

Sigma: Vai ver ele comprou tecido a mais,

Alfa: Pera.

Alfa: Então o tecido não é equivalente a módulos? Eu achei que ele tinha comprado o tamanho exato.

Sigma: Acho que a bandeira tem que ter esses módulos, mas o tecido eu posso cortar pra deixar como eu quero.

Sigma: Normalmente quando a gente vai comprar tecido eles pedem o comprimento só.

Liliane: Boa! Porque é a largura é a largura do rolo né, já pronto. Eles só cortam o comprimento que a gente quer.

Sigma: Isso, sora!

Alfa: Eu achei que isso fosse questão de matemática, e não de lógica.

Alfa: Maldita matéria.

Sigma: Ok. Então vamos dizer que ele vai cortar o tecido e que um módulo é 9.

Liliane: Isso parece uma boa ideia.

Alfa: De vez em quando tem gente viajando de trem por 15 metros só, e de vez em quando eu tenho que saber sobre costura e venda de tecidos.

Liliane: hahahahahaha

Sigma: O básico né.

Alfa: Deveria ter aprendido a costurar com a minha vó.

Felizmente a aluna Sigma percebeu que poderia cortar o tecido, e com isso conseguir a proporção desejada para a bandeira. O aluno Alfa faz uma crítica sutil à contextualização da questão, na qual afirma ser necessário ter esse conhecimento sobre a forma da venda dos tecidos, sendo que essa informação não era realmente necessária. A questão não falava nada em ser preciso usar exatamente a medida do tecido disponível, e sim perguntava a medida da maior bandeira, desde que obedecesse às proporções oficiais. Mas, realmente, saber que o tecido é vendido em rolos de largura fixa ajudaria no raciocínio de porque temos tecido a mais na parte da largura.

Liliane: Vamos lá então. Sabemos que um módulo é 9cm. O que fazemos agora?

Sigma: Acho que multiplicamos por 3,5.

Alfa: Tem que ver quanto de tecido azul ele precisa. 3,5 módulos...

Alfa: Então $3,5 \times 9$. Dá pra fazer $3 \times 9 = 27$.

Alfa: E ai metade de 9... 4,5. Que dá 31,5.

Sigma: $3,5 \times 9 = 31,5$.

Alfa: E isso não é uma opção.

Os alunos fazem a multiplicação corretamente, mas encontram como opção um valor que não está nas alternativas. Eles não consideraram que o que mede 3,5 módulos é o raio do círculo, e não o diâmetro. Para saber o lado do quadrado é necessário o diâmetro. Uma maneira de resolver seria multiplicar o resultado encontrado por 2, pois sabemos que o diâmetro é o dobro do raio. Mas será que eles lembravam disso ou sabendo o que é o raio conseguiriam perceber apenas pensando na figura?

Alfa: Pera. Eu acho que a gente tá desconsiderando algo.

Sigma: Tbm acho.

Alfa: Ele n é uma reta. O raio dele é 3,5 módulos.

Sigma: O que é o raio?

Liliane: Então... o que é o raio?

Alfa: Ai sora, não faz isso comigo.

Alfa: Eu tenho tanto a viver ainda.

Sigma: A gente tem que calcular a circunferência?

Nesse momento, o aluno Alfa coloca no grupo uma imagem de uma circunferência, retirada da Wikipédia, em que mostra a localização de raio e diâmetro, bem como a explicação sobre ambos.

Figura 49 – Imagem enviada pelo aluno



Fonte: Wikipédia

Sigma: Aaahhhh entendi!

Sigma: A gente tem que calcular metade do círculo.

Alfa: O diâmetro é igual a 2x o raio? Eu legitimamente não lembro.

Sigma: Sim!

O aluno informa não lembrar a definição de diâmetro, embora a imagem que ele postou explica justamente esse ponto, “o raio é a metade do diâmetro de uma circunferência”. Ele provavelmente não percebeu que se o raio é a metade do diâmetro, então o diâmetro é o dobro do raio.

Alfa: Então, se é o dobro, $31,5 \times 2 = 63$.

Alfa: Que é uma opção.

Alfa: meu deus.

Sigma: ai senhor.

Liliane: hahahahaha

Sigma: A gente fez certo?

Alfa: Ai meu coração. Será que falta mais algo?

Sigma: Acho que tá errado.

Sigma: A sora deu uma risada que pareceu maligna.
 Alfa: Ai sora, não faz isso comigo.
 Sigma: Mas tbm pode ter dado a risada pra enganar a gente,
 Alfa: Meu coração
 Alfa: Professor de matemática é uma profissão para pessoas maléficas e calculistas.
 Alfa: Eles sabem mexer com o psicológico.
 Sigma: Tipo ela da risada pra gente achar q ta errado mas na vdd tá certo.
 Alfa: E trazer dúvida.
 Liliane: Tão em dúvida? Vamos analisar o que vocês fizeram então!
 Alfa: Agora tamo, né sora.
 Sigma: Sempre sora, tenho dúvida de tudo.

Embora os alunos tenham encontrado a resposta correta, não sinto que estão seguros quanto a ela. Eu apenas dei uma risada pelas exclamações “litúrgicas” que surgiram ao resolverem a questão (“Meu Deus”, “Senhor”, etc...) e já começaram a se questionar, pensando que eu estava debochando ou sendo “maligna”. Resolvi insistir um pouco mais até perceber mais confiança.

Liliane: Contem aí o que vocês fizeram.
 Sigma: O que é diâmetro mesmo, sora?
 Alfa: Diâmetro é a distância de uma ponta a outra.
 Alfa: Raio é a distância até o centro.
 Alfa: AAAAH
 Alfa: POR ISSO QUE DIÂMETRO É DUAS VEZES O RAIO!!!!!!
 Sigma: Faz sentido!
 Alfa: Genial. Meu cérebro tá expandindo.
 Liliane: Adoro ouvir o “plim” da ficha caindo.
 Sigma: Me sinto mais inteligente.
 Sigma: Minha cabeça ta doendo.
 Sigma: Acho q é meu cérebro crescendo.
 Liliane: Sim! Deve ser!
 Alfa: Essas aulinhas aqui tão fazendo eu lembrar de matéria do fundamental.

Nesse momento percebo que eles, de posse dos conceitos de raio e diâmetro, conseguiram entender e visualizar na circunferência sua relação. Agora, provavelmente ficará mais simples concluírem que o que fizeram até agora estava correto.

Sigma: Mas então, o que a gente fez tá certo?

Alfa: A gente sabe q o diâmetro é 63cm.

Alfa: E o raio 31,5.

Sigma: Siiim.

Alfa: Mas diâmetro é a distância de uma ponta a outra.

Alfa: Então 63cm seria o suficiente?

Alfa: Pra cobrir o círculo inteiro, ou só uma linha nele.

Sigma: Acho que n é suficiente.

Alfa: A única outra opção é 90 cm. Acima de 63.

Sigma: Tô confusa, calma.

Alfa: Maldita matéria.

Eles não estavam percebendo, ou não lembravam mais, que a pergunta da questão *é o lado do menor quadrado de tecido azul que deverá ser comprado para a confecção do círculo*, e que garantindo um quadrado de lado 63 cm, será possível cortar nele um círculo de 63 cm de diâmetro. Quando o aluno Alfa fala “ou só uma linha nele”, ele não está considerando um quadrado, e sim uma “tira” de tecido. Resolvi chamar a atenção para a pergunta novamente.

Alfa: 63 é importante, mas não sei se é a resposta mais.

Sigma: Será q tem q multiplicar o 63 pelo 3,5 q é o módulo??

Liliane: Olhem a pergunta de novo. Voltem lá e vejam o que ela diz.

Alfa: O lado do menor quadrado de tecido azul

Alfa: Eu não sei o que acabo de ler sora

Sigma: É isso

Sigma: Calma pera

Sigma: É ISSO

Alfa: Fiquei pra trás.

Alfa: meu deus

Alfa: Brilha!

Sigma: A gente só precisa saber o lado do menor quadrado do tecido

Sigma: Ai credo to nervosa

Sigma: Ele quer um quadradinho que caiba certinho a bola dentro.

Alfa: então...

Sigma: Ele só quer um quadrado pra fazer o círculo azul.

Sigma: Se eu fosse ele ia comprar o rolo todo de tecido pq com certeza eu ia cortar torto.

Alfa: Então 63 é a resposta? Ou 90.

Alfa: 63 né?

Sigma: Acho que 63.

Liliane: Não tô levando fé.

Alfa: 63 sora, olha

Sigma: Ai sora, credo.

Alfa: É 63 centímetros de uma ponta a outra.

Alfa: O círculo é menor q o quadrado se os 2 tem 63cm de diâmetro.

Alfa: Pq o círculo. É um círculo.

Alfa: E o quadrado. É um quadrado.

Alfa: Então 63cm caberia o círculo. Pq se for abaixo disso, o círculo ia ser maior. E ser for acima, vai sobrar muito espaço.

Sigma: Ele quer um quadrado pra por o círculo dentro onde ele tem q ficar certinho.

Agora percebo que eles estão seguros, conseguiram visualizar o quadrado e o círculo inscrito. Perguntei se tinham certeza então, de que a resposta correta era 63 cm.

Sigma: Eu vou no 63

Alfa: 63 é o melhor q ele consegue

Sigma: Eu confio na nossa tese

Alfa: Ent aqueles cantinhos ali q sobraram, é só cortar dps

Alfa: 63 sora

Alfa: Martelo batido

Sigma: Isso, 63 sora.

Os comentários que seguiram após eu informar que a resolução estava correta demonstraram muita felicidade e uma sensação de sucesso que eu não havia percebido ainda na finalização das outras questões.

Alfa: AEEEEEEEE

Liliane: Ótimas conclusões hoje.

Alfa: VITORIA TIME

Sigma: AAAAAEEEEEE

Alfa: SUCESSO

Liliane: Viram como vocês estão ótimos no raciocínio?

Alfa: Tocar tema de vitória do ayrton senna

Sigma: Quando voltar eu te levo pastel sora.

Liliane: Queroooo! Vou printar isso!

Liliane: No início todo mundo ia chutar, não tinham entendido nada...

Alfa: N tinha mesmo.

Sigma: Siiim. Pode printar sora, eu levo!

Liliane: E olha aí.

Alfa: Cerebro expandido com sucesso.

Liliane: Pessoal, hoje foi muito bom. Foi lindo ver vocês percebendo as coisas aos poucos.

Alfa: Mas depois que uma ideia tava certa, só continuou vindo ideia.

Sigma: O resto foi só sucesso.

Alfa: Hoje foi uma grande vitória

Alfa: E foi uma vitória colaborativa

Alfa: Ninguém carregou ninguém nas costas

Sigma: Me sinto muito inteligente

Sigma: Obrigada sora, obrigada colegas

Alfa: Colegas é um pouco demais né

Alfa: Tem só nós 2 aqui de aluno

Liliane: A Lambda até apareceu, mandou uma msg e sumiu.

Lambda: Aí sora já chorei por matemática hj dai n entendi a questão e resolvi sumir

Liliane: Mas não some, fica acompanhando que a ficha vai caindo. Ninguém tinha entendido nada no início

Liliane: Mas aí vamos discutindo e as ideias vão vindo

Lambda: ta bom sora

Liliane: A matemática é pra ser linda, não pra fazer a gente chorar. Se precisar de ajuda com alguma coisa pode me chamar, Lambda.

Alfa: Fazer chorar da né sora

Alfa: Calcular os gastos no fim de mês, ver as contas

Sigma: Tô aq fingindo a humilde mas na vdd tô pulando na cama pq acertei

Alfa: To escutando tema de vitoria do ayrton senna ainda

Lambda: Obrigada, sora

Sigma: Isso é vdd sora, mas só é linda depois do sofrimento

Liliane: Adrenalina. hahahaha... Nunca sofrimento.

Sigma: Akkaks!slsl

Sigma: Sofrimento sim sora a gente quase chorou antes do sucesso

Alfa: A adrenalina de finalmente acertar depois de quase uma hora.

Alfa: Mas enfim, grande dia! Conseguimos fazer a questão!

Sigma: ai ai, o sabor da vitória é algo maravilhoso.

Alfa: Só não vai ser melhor que o sabor da janta agora. To morrendo de fome.

5.2.11 Questão 11

Para a questão 11, foi escolhida uma questão que envolvia o cálculo de Probabilidades, que foi um conteúdo que vimos ano passado nas aulas remotas e que eles se interessaram bastante.

Figura 50 - Questão 11 da discussão com os alunos

Questão 169 - Matemática e suas Tecnologias

Um apostador deve escolher uma entre cinco moedas ao acaso e lançá-la sobre uma mesa, tentando acertar qual resultado (cara ou coroa) sairá na face superior da moeda.

Suponha que as cinco moedas que ele pode escolher sejam diferentes:

- duas delas têm "cara" nas duas faces;
- uma delas tem "coroa" nas duas faces;
- duas delas são normais (cara em uma face e coroa na outra).

Nesse jogo, qual é a probabilidade de o apostador obter uma face "cara" no lado superior da moeda lançada por ele?

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{3}{4}$

(E) $\frac{4}{5}$

Fonte: INEP (2020)

A questão 11 trata de calcular a probabilidade de se obter a face cara voltada para cima no lançamento de uma moeda escolhida ao acaso entre cinco moedas, sendo três delas não convencionais. A questão explica as características das cinco moedas, onde duas delas só têm face "cara", uma delas só tem face "coroa" e duas delas são moedas tradicionais, com "cara" de um lado e "coroa" do outro. Uma maneira de realizar esse cálculo é organizar as moedas e analisar as possibilidades. Vamos chamar C para cara e K para coroa:

Moeda 1: CC (duas possibilidades para sair cara)

Moeda 2: CC (duas possibilidades para sair cara)

Moeda 3: KK (nenhuma possibilidade para sair cara)

Moeda 4: CK (uma possibilidade para sair cara)

Moeda 5: CK (uma possibilidade para sair cara)

Como ele quer que a face cara saia voltada para cima, vemos que temos 6 possibilidades de a moeda escolhida sair com a face cara voltada para cima, enquanto temos um total de 10 possibilidades (pois são 5 moedas). Dessa forma, pela definição de probabilidade, e considerando que todas as 10 possibilidades têm a mesma chance de ocorrer, temos $P = \frac{6}{10} =$

$\frac{3}{5}$. Chegando à alternativa correta, letra C. Será que os alunos lembrariam do que estudamos e resolveriam a questão dessa forma?

Postei a questão para os alunos, seguida da pergunta: *Como poderíamos começar a pensar sobre essa questão?*

Iota: 4/5 não?

Iota: Pq tem 4 moedas que podem cair cara de 5 moedas.

Lambda: Eu iria pensar que o resultado certo é o q tem 5 em baixo ali.

Iota: Pse, pq no total são 5 chances de cair cara.

Alfa: 5?

Alfa: ah, eu tinha entendido errado o q vcs quiseram dizer.

Alfa: mas 4/5 acho q n é a probabilidade.

Alfa: 4/5 é o valor máximo.

Alfa: o mínimo é 2/5 que caiam cara.

A discussão começou de maneira confusa. A aluna Lambda afirma que o resultado correto deve ter 5 no denominador da fração, mas ela explica isso dizendo que são “5 chances de cair cara”, o que não é verdade se forem consideradas as duas faces das cinco moedas. Alfa afirma que esse valor não seria a probabilidade e sim o “valor máximo”, e ainda fala que o “mínimo é que 2/5 caiam cara”, mas não faz sentido falar em máximo e mínimo nessa questão, sendo que jogaremos apenas uma moeda.

Iota: Sim, isso. Pode sair 2 – 4 caras.

Alfa: Sim

Iota: Duas sempre vão cair de qualquer maneira.

Lambda: Eu só me liguei q o de baixo teria q ser 5 KKKKKK aí q confusão essa pergunta tenho q pensar

Eu não estava entendendo o que eles estão pensando. Resolvi deixar a conversa avançar um pouco mais para tentar compreender a linha de raciocínio deles, pois sempre que fazia alguma pergunta eles se comportavam de maneira a colocar em dúvida o que estavam pensando anteriormente.

Alfa: eu acho q a probabilidade é $3/5$, q é o meio termo

Alfa: como é 50/50 pras moedas de um lado de cada, ent uma provavelmente cairia coroa e a outra cara.

Iota: Faz sentido. Tipo 2 sempre vai cair e as outras duas fica 50/50.

Iota: Então pode ser $3/5$ mesmo.

Alfa: da pra cair 3 coroas e 2 caras ou 4 caras e 1 coroa

Alfa: duas são garantidas cara, 1 é garantida coroa e as outras são 50/50 cada uma

Alfa: ent seguindo a probabilidade, $3/5$.

O aluno Alfa explicou e agora eu comecei a entender a maneira como ele estava se organizando. Quando as alunas diziam que sairia de 2 a 4 caras, elas estavam se referindo às moedas em que existe a possibilidade de sair a face cara. Em duas moedas com certeza sairá, pois têm os dois lados com cara. E o aluno Alfa fala que em duas moedas há 50% de chance de sair a face cara em cada uma delas; eu ainda não entendi por que ele chegou à resposta $3/5$, que está correta, mas gostaria de entender o raciocínio.

Alfa: Pra mim é isso. Bato meu martelo. $3/5$.

Liliane: Pode me explicar melhor o que tu tá pensando?

Alfa: ó sora, 2 moedas sempre vão cair cara, 1 sempre vai cair coroa e 2 delas são 50/50 entre cara e coroa.

Iota: E as outras duas tem 50% de possibilidade de cair pra cada lado

Alfa: então seguindo essa chance de 50/50

Alfa: isso indicaria q uma cai coroa e a outra cara, seguindo só isso

Alfa: pq obviamente, poderia cair 2 coroas, ou 2 caras

Alfa: mas como é uma questão matemática, vamos nisso, ent $3/5$

Alfa: ficou melhor a explicação, sora?

Liliane: O 5 é pq são 5 moedas?

Alfa: sim, com 3 de 5 moedas caindo cara

Alfa: eu imagino q tenha um jeito matemático bonitinho com cálculo de chegar.

ota: E é isso? Skks

O aluno Alfa resolveu a questão utilizando um raciocínio diferente que custei a entender. Ele considerou que 3 moedas sempre cairão cara da seguinte forma: temos duas moedas que só tem faces caras, CC, logo, em duas das 5 moedas sempre cairá C. E considerando que temos duas moedas que têm face cara e coroa, CK, ele imaginou, considerando 50% de chance de cair cara em cada moeda, que tendo duas moedas com essa probabilidade, que uma delas cairia com a face cara voltada para cima. Totalizando 3 caras em 5 moedas. Os demais colegas estavam quietos, e resolvi perguntar o que achavam, e se tinham a mesma opinião de Alfa.

Liliane: O que o pessoal acha? Chegaram a mesma resposta do Alfa?

Iota: Ain sla ksks, eu acho q é 4/5.

Iota: Pq são 4 chances de cair cara.

Iota: E é isso só ksksks

Lambda: Na minha conta louca deu 3/5.

Beta: Eu acho que é 3/5.

Liliane: Iota, me explica por que são 4 chances de sair cara?

Iota: Tem 4 moedas com algum lado com cara, mas pensando bem, 3/5 faz mais sentido msm.

Iota: Pq se a gnt por pensar em cada lado, são 6 lados com cara, e 4 com coroa.

Iota: (tô falando de uma face só, não a moeda em seus dois lados)

Iota: Ent faz sentido ser 3/5, na minha cabeça ksks

Liliane: Porque faz sentido se tu tinha dito que eram 6 lados com cara?

Iota: Pq o 3 seria os 6 lados.

Iota: Ai sora, não sei explicar minha mente. asksaks

Iota: Mas pra mim faz sentido.

E nesse momento, a aluna Iota faz uma observação interessante, que achei válida.

Iota: Tipo digamos q as duas moedas com dois lados fossem trocadas e ficasse cada um com dois lados iguais.

Iota: Seria 3 moedas inteiras com cara KSKSKSK se é que isso faz sentido.

Iota: E duas moedas inteiras com coroa

Liliane: Tu DESMONTOU as moedas e montou de novo? isso?

Iota: ISSO! KKKKKKKKKK

Liliane: Amei.

Iota: Pelo menos a sora n achou q eu sou louca DKDKSKSK

O que a aluna fez foi simplesmente agrupar as caras e as coroas na mesma moeda, “confeccionando” moedas inteiras com cara e moedas inteiras com coroa, de modo que três moedas tenham face cara nos dois lados, e duas moedas face coroa nos dois lados. Como o total são cinco moedas, e cada moeda tem a mesma chance de ser sorteada, então há 3 possibilidades de moedas em cinco. O raciocínio está correto, considerando que cada face de cada moeda tem a mesma chance de ser sorteada que as demais, então tanto faz trocar as faces “de lugar”. Na maneira como eu resolvi, eu considerei todas as faces separadas, por isso encontrei 6, de um total de 10 faces. A aluna considerou, em vez de faces, moedas. Interessante a originalidade da solução apresentada pela Iota, o que mostra que de fato eles estavam engajados em buscar uma resposta para a questão. A aluna se mostrou convencida da sua resolução, pois embora não tenha dito, percebeu que cada face de cada moeda tinha a mesma chance de ocorrer.

5.2.12 Questão 12

E a última questão a ser discutida com o grupo foi a questão 172 da aplicação digital. Essa questão foi escolhida por mim, pois não tive voluntários para a escolha nesse dia. Neste dia, apenas dois alunos responderam ao meu chamado no grupo, de modo que perguntei se gostariam de realizar a discussão mesmo assim, só os dois, ou se achariam melhor deixar para o próximo dia. Eles se dispuseram, e então prosseguimos com a discussão.

Figura 51 - Questão 12 da discussão com os alunos

Questão 172 - Matemática e suas Tecnologias

Os tempos gastos por três alunos para resolver um mesmo exercício de matemática foram: 3,25 minutos; 3,4 minutos e 191 segundos.

O tempo gasto a mais, em segundo, pelo aluno que concluiu por último a resolução do exercício, em relação ao primeiro que o finalizou, foi igual a

- (A) 13.
- (B) 14.
- (C) 15.
- (D) 21.
- (E) 29.

Fonte: INEP (2020)

A questão escolhida para a discussão trata de conversão de unidades, de minutos para segundos. Escolhi essa questão pensando que ela seria resolvida em poucos minutos pelos alunos, pois bastaria converter o tempo de resolução do exercício de dois alunos, dado em minutos, para segundos, e de posse dos três valores, fazer a diferença entre o maior e o menor. Um dos alunos resolveu em 191 segundos, tempo já dado em segundos no enunciado, outro aluno resolveu em 3,25 minutos que corresponde a 3 minutos e 0,25 minutos, que convertendo para segundos por meio de uma regra de três, fica:

$$\begin{aligned} & \mathbf{1 \text{ minuto} - 60 \text{ segundos}} \\ & \mathbf{3,25 \text{ minutos} - x \text{ segundos}} \\ & \mathbf{x = 3,25 \cdot 60} \\ & \mathbf{x = 195 \text{ segundos}} \end{aligned}$$

E o outro aluno resolveu em 3,4 minutos, que, da mesma forma, convertendo para segundos, temos:

$$\begin{aligned} & \mathbf{1 \text{ minuto} - 60 \text{ segundos}} \\ & \mathbf{3,4 \text{ minutos} - x \text{ segundos}} \\ & \mathbf{x = 3,4 \cdot 60} \\ & \mathbf{x = 204 \text{ segundos}} \end{aligned}$$

Dessa forma, o primeiro a resolver foi o aluno de 191 segundos e o último o de 204. Resultando em uma diferença de 13 segundos, sendo a correta a alternativa A.

Enviei a questão a eles, seguida da pergunta de “*por onde começamos?*”.

Sigma: Acho q transformando aqueles 191 segundos em minutos

Sigma: Ai acho q depois diminui do primeiro e da o resultado

Sigma: Mas n sei

Alfa: Não, não pode ser só isso

Alfa: Convertendo os 191 segundos, fica 3 minutos e 11 segundos

Sigma: Isso

Alfa: Isso é menos que o primeiro demorou

Beta: Oi, boa noite! Desculpa a demora!

Sigma: Sim

Sigma: Então n sei

Liliane: Oi Beta!

Alfa: Eu acho que ali não ta exatamente em ordem de termino

Alfa: É só a ordem que fizeram a prova

Sigma: Então coloca em ordem do menor pro maior

Alfa: O primeiro demorando 3,25. O segundo demorando 3,4. E o terceiro 3,11.

Alfa: Mas, eu tenho uma dúvida.

Alfa: 3,4 é 3 minutos e 4 segundos, ou 3 minutos e 25 tmb?

Sigma: Q??

Beta: Eles tão contando os segundos tbm?

Alfa: É que tipo...

Sigma: 3,11 - 3,4 - 3,25

Alfa: Seria 3,04, não? Ou eu to na noia.

Sigma: Sim

Alfa: Então, eu pensei q poderia ser 4/10 de 60 segundos.

Beta: Agora que eu vi, eu me atrapalhei aqui...

Alfa: Talvez eu to pensando demais

Sigma: Eu n entendi ainda

Alfa: Hmm

Alfa: Calma ai

A primeira ideia dos alunos já foi diferente da minha. Eles estavam tentando transformar o valor de 191 segundos para minutos, e comparar os tempos utilizando essa unidade. Depois, teriam que converter em segundos para marcar a alternativa, já que a unidade da resposta está em segundos. Mas, quando o aluno converteu 191 segundos para minutos, provavelmente ele fez $60+60+60 = 180$ (3 minutos) + 11 segundos, obtendo: 3 minutos e 11 segundos. Mas logo após, ele escreve da forma 3,11, o que não está correto, e não seria possível comparar corretamente com os outros valores de 3,25 minutos e 3,4 minutos. Outra questão trazida pelo aluno Alfa foi um questionamento sobre escrever 3,4 como 3,04, sem perceber que esses são valores diferentes. Provavelmente o aluno estava tentando igualar as casas decimais para fazer a comparação entre os valores, mas então deveria grafar 3,40 e não 3,04. Percebi nesse momento que íamos conseguir uma discussão sobre números decimais.

Sigma: Eu acho q é 3 minutos e os segundos

Sigma: É oq faz mais sentido pra mim

Alfa: Eu pensei quando vi, que os tempos foram feitos de maneiras diferentes

Alfa: Eu tava pensando, que cada um talvez fosse diferente.

Alfa: 3 minutos e 25 segundos.

Alfa: 3 minutos e 4/10 de segundos

Alfa: E 191 segundos

Alfa: Que ai mudaria a resposta final, pq o que foi mais rápido, foi 3,11

Alfa: 14 segundos de diferença dos outros dois. Resposta B, seguindo o que eu pensei

Alfa: Mas tmb pode ser 3,4 segundos direto e simples. Ai esse seria o mais rápido.

Sigma: Ainda n entendi

Beta: Eu tbm não

Alfa: 21 segundos na frente. Resposta D

Alfa: Claramente quem fez a questão pensou nesse cenário q passou na minha cabeça tmb. Pq é uma das opções.

Aqui surge um questionamento interessante sobre o enunciado. Alfa traz a ideia de que os três tempos poderiam estar grafados de formas diferentes, e percebe também que pensando de duas maneiras diferentes, ele encontra alternativas correspondentes para assinalar. O que está dificultando a interpretação deles é o fato de acreditarem que a parte decimal dos números se refere aos segundos.

Alfa: Matemática faz o cérebro derreter.

Alfa: Tu entendeu o que eu quis dizer sora?

Alfa: Como eu cheguei na possibilidade de ser a B tmb.

Liliane: Entendi. Essa é a dificuldade da questão, saber transformar essas unidades corretamente.

Alfa: Eu achei o 3,4 estranho, ent fui nisso tmb

Sigma: Não entendi ainda.

Alfa: Eu n consegui explicar mt bem antes, mas vou tentar dnv

Alfa: Considerem o seguinte

Sigma: Ok

Alfa: Foi posto o tempo que os 3 demoraram assim

Alfa: 3,25 minutos, 3,4 minutos, e 191 segundos

Alfa: Poderia mt bem ser só isso

Alfa: Ent o que mais demorou, demorou 3 minutos e 25 segundos

Alfa: E o mais rápido 3,4 segundos. 25-4 da 21

Sigma: Ta

Alfa: Certo ?

Sigma: Sim

Alfa: Porém tem o seguinte, que foi como eu pensei

Alfa: A maneira que isso foi escrita é estranha

Alfa: Pq n tem o 0 antes do 4

Sigma: Sim

Alfa: Ele foi feito de maneira diferente do 3,25. Ent me levou a pensar

Alfa: Q os 3 são maneiras diferentes de ver os minutos

Alfa: Pq se fosse pra ser direto, 3,04 seria o certo

Sigma: Entendi

Gama: Acho q é a A

Alfa: Ent 3,4. Quanto é 40% de 60 segundos?

Gama: Skdndk várias conclusões do menino Alfa.

Alfa: Pra chegar nisso da pra só ver quanto é 50% de 60

Sigma: Pera

Alfa: 30

Gama: Eu so converti tudo pra segundo

Alfa: Ent 40% da 25

Sigma: Ok

Gama: E fiz 204-191

Alfa: Ficando 3,25 minutos

Alfa: Ent os dois primeiros demoraram 3,25 minutos

Alfa: E o mais rápido, demorou 3,11. 25-11 da 14

Alfa: Ent a resposta seria B

Sigma: Aaaaaah entendii

Alfa: Deu pra entender agora?

Sigma: Sim

O aluno Alfa, após uma explicação detalhada do seu raciocínio para a aluna Sigma, mostra acreditar que o número 3,4 seria igual a 3,04, apenas escrito de uma forma diferente. Enxergando esse número como 3 minutos + 40% de 60 segundos, chega à conclusão de que são 25 segundos (aqui errou o cálculo, pois de acordo com o raciocínio dele, seria 24). Com isso, teríamos dois alunos terminando seu exercício no mesmo tempo, 3,25 minutos. Enquanto Alfa explica seu pensamento para Sigma, a aluna Gama se manifesta no grupo com outra ideia, citando inclusive a resposta correta. Mas é ignorada pelos colegas que estavam concentrados na explicação de Alfa. Gama disse que apenas converteu tudo para segundos, e como deu como resposta a alternativa A, converteu corretamente. Resolvi esperar para ver se ela continuaria insistindo na sua resposta, e se tentaria convencer os colegas do seu modo de resolver. Enquanto

isso, resolvi trazer para a discussão a questão do 3,4 ser considerado por eles igual ao 3,04, e não 3,40.

Liliane: Porque vocês usaram 3,04 e não 3,40?

Alfa: Por causa da maneira que escreveram antes.

Alfa: Se ele fosse um número de 2 dígitos, seria 3,40, não 3,4.

Sigma: Acho q eles teriam colocado igual o 25

Sigma: Isso, ele explicou melhor.

Gama: Eu nao entendi. Nao tenho raciocinio logico que beleza

Realmente, Alfa acreditava que se o número 3,4 se referisse a 3,40 eles o teriam grafado dessa forma, e não sem o zero. Talvez ele tenha pensado que o zero à esquerda não mudaria nada, utilizando o mesmo raciocínio que fazemos com os números inteiros. Porque nesse caso podemos colocar um zero, e ainda entre os números, mas no caso do 3,40 não podemos? Parecia estar tudo muito confuso para os alunos. E o Alfa ainda conseguiu convencer a aluna Sigma disso. Resolvi retomar o pensamento sobre a conversão dos valores, acreditando que a aluna Gama o fez de forma correta, chamei ela para a discussão.

Liliane: Gama, como tu fez pra converter para segundos?

Alfa: Seria só transformar cada minuto em 60 segundos e ai somar, não?

$$3,25 = 60 + 60 + 60 + 25 = 205$$

$$3,4 \text{ [segundo como imagino q fez]} = 60 + 60 + 60 + 4 = 184$$

Sigma: Uma dúvida

Alfa: O menor seria 184 e o maior 205

Alfa: Ent 205 – 184 q da 21

Alfa: Acho q n fiz o mesmo q ela tinha feito

Sigma: Deixa já entendi

Sigma: Tbm acho pq a dela deu a A

Liliane: Gama, tá aí? Como tu fez? Pode explicar pra gente?

Gama: Regra de 3 smdnkffk

Liliane: Alfa encontrou letra D

Liliane: Gama letra A

Liliane: Sigma tá perdida?

Sigma: Sempre sora

Gama: Nao sei q outra maneira vcs tem em mente?

Sigma: Fazer um ritual??

Gama: Eu nao consegui pensar em outra

Beta: Kkkkkkkkkkk

Alfa: Mas como usaria regra de 3 nessa questão? Pode mostrar?

Nesse diálogo é possível perceber que o aluno Alfa está fazendo a conversão de forma incorreta. Ele diz q 0,25 são 25 segundos. Então ele considera a escrita decimal e confunde 25 centésimos de minuto com 25 segundos, e essa foi a diferença em relação à resposta da aluna Gama, já que ao afirmar utilizar regra de três, o seu cálculo estava correto. Nesse momento, a aluna envia uma foto da sua resolução, correta, utilizando regra de três.

Figura 52 – Resolução enviada pela aluna

Handwritten work showing calculations for converting minutes to seconds and finding the difference between two times.

3 alunos 3,25 3,4 191 segundos

m — 60

3,25 — x

x = 195 s (1)

1 — 60

3,4 — x

x = 204 s (2)

204 — 191

13 s (3)

(A) 013 segundos

Fonte: Acervo pessoal

Embora seus cálculos não estivessem muito organizados, conseguiu perceber que as conversões estavam feitas de maneira correta. 3,25 minutos são 195 segundos e 3,4 minutos são 204 segundos. E ela ainda mostra a subtração entre o maior valor e o menor, resultando em 13 segundos. Mas, ela enviou essa foto acompanhada da seguinte mensagem: “Fiz assim, mas acho q faz mais sentido o do Alfa”.

Liliane: Porque tu achas q faz mais sentido o dele? Olhem pessoal, a regra de três da Gama e digam o que acham.

Sigma: Eu fiquei confusa

Gama: Ai, vergonha de ter feito tudo errado e tudo mundo ver dkbckfknm

Alfa: Faz sentido o que ela fez

Alfa: Mas ela fez considerando que 3,4 é 3,40

Alfa: E n 3,4, diferente do q eu fiz

Sigma: Aii sora desculpa a lerdeza hj

Alfa: Por isso foi tão diferente

Sigma: Ta complicada a situação

Alfa: Mas faz sentido, mas ao mesmo tempo algo ta confuso

Gama: Eu acho q ta certo como tu fez la q deu 21

Embora os cálculos da Gama estivessem corretos, Alfa insistia em dizer que 3,4 não é 3,40, e considera que tem algo estranho na regra de três apresentada por Gama. E ela, talvez por não ter a validação dos colegas, nem a minha, no seu raciocínio, também já havia desistido e afirmado estar errado. Já estávamos discutindo havia mais de uma hora, e haviam aparecido muitas suposições e afirmações sobre quase todas as alternativas da questão, mas não chegavam a um consenso.

Liliane: Agora vcs tem q chegar a uma conclusão... Temos muitas respostas diferentes

Sigma: Eu iria chutar D de Deus

Gama: Ai mds sera q é 3,40, pq eles escreveram só o 4? Pra complica a vida?

Beta: Exatamente

Alfa: Mas tu n considerou 3,40 ali ? Pq se n, 3,04 seria o mais rápido.

Sigma: Acho q n. N tô sabendo mais de nda

Alfa: O mais lento seria 3,25. Ent 14 segundos

Gama: Eu fiz como ta ali dkckfkf

Alfa: Calma. Noiei.

Liliane: Respondam uma coisa pra mim. 3,40 e 3,4 são a mesma coisa?

Alfa: Meu cerebro derreteu. N sei mais o q to falando

Alfa: Acho que depende, sora.

Sigma: Acho q n sora

E para a minha surpresa, o aluno Alfa faz uma afirmação que mostra não ter uma compreensão correta da escrita decimal.

Alfa: Tem muitas maneiras de interpretar

Alfa: 3,4 pode ser 3,04

Alfa: ou 3,40

Alfa: Ou até 4/10 de 60 segundos

Alfa: Como eu pensei antes. Isso não é esclarecido

Alfa: Então basicamente tem 3 respostas diferentes q da pra chegar baseado nisso

Alfa: Bom, até 4 respostas diferentes

Alfa: Se 3,4 for 3,04, a resposta é D, 21

De acordo com o pensamento de Alfa, seria possível encontrar quatro respostas diferentes para a questão, baseado apenas na interpretação que se dá para o 3,4. Mas, esse número é um número que está bem definido, não há essa margem para diversas interpretações. A ideia de representar a parte decimal de 3,4 minutos como “4/10 de 60 segundos” está correta, mas quando ele faz esse cálculo ele encontra 25 e não 24 segundos como seria o correto. De qualquer forma há aqui um problema quanto à organização do pensamento, já que ele cogita que 3,4 pode ser 3,04, dependendo da interpretação. Eu não conseguia ver como eles iriam avançar na resolução da questão se não resolvêssemos essa concepção errada. Resolvi intervir.

Liliane: Existe a possibilidade desses dois números serem iguais? 3,4 e 3,04?

Alfa: Como assim?

Lili: Tu falaste que 3,4 pode ser 3,04.

Gama: Acho que não

Gama : Pq tem o 0 antes. E o 3,4 pode ter algo dps do 4. Não sei. Dkcnkdk

Liliane: Huumm... O que acham disso que a Gama falou?

Alfa: O que a Gama diz faz sentido

Beta: Eu fiquei em dúvida nisso, pq 3,4 e 3,40 dão o mesmo resultado da conta que a Gama fez...

Liliane: Então será q são iguais?

Gama: Tipo se tu calcula um número com virgula as vezes da o resultado 2,1933... Mas a gente põe só 2,1. Sla. Skdmkdkd

Liliane: Tô sentindo cheiro de cérebro queimado.

Alfa: Olha sora...

Sigma: É o meu sora, calma

Alfa: Antes eu tava todo confiante na minha resposta. De 3,4 era igual a 4/10. E q era a B. Mas depois disso, como não queimar...

Alfa: Eu joga a toalha, não sei de mais nada.

Gama: Sora explica dps o negocio do 3,4 q eu nao sei mais nada ksndmcnck

Gama: Falei ai oq eu acho. É isso amigs. Skxndk

Liliane: Gama, tu acha q 3,4 e 3,40 é a mesma coisa?

Gama: Acho q pode ser sim

Liliane: Tu usou 3,4 na tua conta né?

Gama: Sim

Liliane: O que tu acha de refazer essa parte usando 3,40? Para a gente ver quanto vai dar?

Gama: Deu a msm coisa, cora, 204

Alfa: Pera.

Alfa: Calma sora

Alfa: N sei mais o q to falando

Liliane: Gente, a Gama refez a conta com 3,40 e deu a mesma coisa que com 3,4. E agora? O q isso significa?

Gama: É a msm coisa skdncm

Beta: Acho que são a mesma coisa

Sigma: Tbm acho

Quando pedi para que Gama refizesse os cálculos dela utilizando o 3,40 no lugar do 3,4, eu imaginava que, ao se depararem com o mesmo resultado, concluíssem que eram duas representações de um mesmo número, o que de fato pareceu ter acontecido com Gama, Sigma e Beta. Mas Alfa ainda se mantinha confuso, parecia que o argumento que eu imaginava ser infalível, ainda não o tinha atingido.

Alfa: Meu cerebro já ta frito demais pra fazer alguma logica

Alfa: Eu to no trem

Alfa: O que acharem eu acho tmb

Sigma: Eu confio na Gama

Beta: Eu tbm

Gama: Plot twist, acertei uma questao do enem de matematica fazendo do meu jeito, um milagre aconteceu

Sigma: Sksjskks

Gama: Kkkkj

Beta: Kkkkkkkk

Liliane: Então se 3,4 é a mesma coisa q 3,40, temos: 3,25 minutos, 3,40 minutos e 191 segundos. E agora? Qual desses números é o maior?

Sigma: 3,40??

Beta: 3,40

Liliane: Quantos segundos tem em 3,40 minutos?

Gama: 220

Gama: Se considerar q é 3 min e 40 seg.

Liliane: Vocês acham que 3,40 min significa 3 minutos e 40 segundos?

Gama: Se nao faz tudo na regra de 3 que nem fiz ali skdjd dai é 204

Liliane: Te decide, é 220 ou 204? Não pode ser os dois!

Aqui eles chegaram a um impasse. Fazendo pela regra de três apresentada pela Gama, eles chegam à conversão de 3,40 minutos para 204 segundos, mas ao fazer sem a regra de três, como estão considerando 3,40 como 3 minutos e 40 segundos, chegam ao valor de 220 segundos. Houve nesse momento um silêncio de quase 10 minutos no grupo, ao que resolvi intervir para trazê-los de volta até que resolvêssemos esse impasse.

Liliane: Gente. Desistiram?

Sigma: Eu vou no 220

Liliane: Se for 220, qual a resposta da questão?

Sigma: Pera

Gama: Ai sora nao sei skjcjk

Beta: Eu acho que pode ser 204

Gama: Acho q é 220 tb

Liliane: Mas, Gama, tu não achou 204 na regra de três?

Gama: Pse sora mas dai seria considerando q é 3 min e 40 s

Gama: Resposta E

Sigma: 29

Liliane: E se for 204, qual a resposta?

Beta: 13

Gama: Kskdkdn ai mds

Alfa: Eu concordo com o que os outros decidirem

Gama: Se fizer na regra tudo dai da 204

Gama: Nao sou capaz de decidir

Beta: Eu já não sei mais qual é a certa

Liliane: Quais estão na roda? Letra A e letra E?

Sigma: Isso

Gama: Bah. Primeiro achei q era A. Daí o Alfa explicou la de ser segundos tb dai achei q era a D. Agr pode ser a E. Nao tenho certeza mais de nada. Qual meu nome?

Alfa: Fazendo o calculo certinho. Eu vi um erro. É 24. 40% de 60 é 24.

Liliane: Boa!

Alfa: Mas isso continuaria irrelevante pra logica q eu tinha feito

Liliane: Nada de irrelevante

O aluno Alfa se mostra um pouco contrariado, ele continuava insistindo que havia mais de uma resposta de acordo com a interpretação de 3,4.

Alfa: Eu achava que era a B

Alfa: A Gama achava que era a A

Alfa: Se 3,4 for 3,40

Alfa: É a E

Alfa: Se 3,4 for 3,04, é a D

Liliane: Isso a gente já descartou. Nós vimos que 3,4 é igual a 3,40.

Alfa: Ok

Liliane: 3,04 já é outro número.

Alfa: É a E então

Liliane: Se a resposta for a E, o q tem de errado na regra de três da Gama?

Alfa: Eu não sei

Alfa: Eu não li. Mas tem algo errado. Importa se a gente já sabe o certo? Da pra tentar descobrir, pra ver onde ela errou

Sigma: Então a gente fecha na E??

Liliane: Será q vcs sabem mesmo o certo?

Sigma: Ai sora

Sigma: Eu bato o martelo na E

Sigma: Se alguém não acha da pra gente continuar aqui

Liliane: Gama, q tu acha? Tá confiante com a tua regra de três?

Gama: Vou na E tbm

Liliane: Todo mundo fecha na E?

Sigma: Siim

Beta: Sim!

Liliane: A resposta da questão é letra A, e a regra de três da Gama tá perfeita.

Alfa: Perdemos

Gama: MKKKJKKKKKKKK

Alfa: Tirei a Gama do caminho da luz

Liliane: Gama, tem que ser mais confiante!

Gama: O PLOT TWIST É REAL

Beta: Kskkskskskks

Após eu informar aos alunos que a resposta correta era a alternativa A, e não a que eles tinham informado, e que, portanto, Gama estava certa na regra de três, a aluna mostra que se

convenceu tanto de que sua resposta estava errada que me perguntou por que estava correta, e eu resolvi explicar.

Gama: Ne eu acreditei. Porque q ta certo?

Sigma: Kkkkkkkkk socorro

Liliane: Hahahahahahahaah. Melhor pergunta

Liliane: Gente, vamos por partes

Sigma: Devia ter continuado confiando na Gama

Liliane: Olhem só

Beta: Sim. Q ódio

Gama: É q eu sou pessima em raciocinio logico e matemática. E eu fiz dessa forma pq foi o unico jeito q consegui pensar

Liliane: Foi a maneira que eu pensei para resolver essa questão tbm, Gama.

Gama: Eu tava jurando q eu errei pq nao considerei os segundos e sla oq

Liliane: Vamos falar um pouquinho sobre essa confusão da conversão

Sigma: Desculpa Gama.

Liliane: Mas aí q tá, pessoal. 3,25 tá tudo em minutos.

Sigma: Rainha incompreendida

Liliane: 3,25 minutis não significa 3 minutos e 25 segundos, e sim 3 minutos e 0,25 minutos. Tá tudo em minutos. Esse foi o problema. Quando tu fez a regra de três, tu usou como era mesmo, em minutos. O problema do pessoal foi na conversão disso pra segundos.

Liliane: Da para fazer sem regra de três, mas tem q converter certo. Olhem só

Alfa: Pera

Liliane: “Perei”

Sigma: Eu nem sabia disso mds akakakka

Alfa: Pera

Alfa: Pera

Liliane: “Perando”

M: Kkkkkkj te amo sora

Alfa: Então o que eu achei q tinha sido feito pra 3,4, na verdade era feito pra todos?

Liliane: Aquilo q tu tava fazendo da porcentagem funciona, Alfa.

Beta: Que coisa confusa

Liliane: Olha só $0,25 = 25/100$

Alfa: Eu vou estrangular quem fez essa questão. Eu juro. Essa questão era um pega ratão da confusão. Eu odeio matemática. Nunca perdoarei os matematicos

Liliane: Vamos pegar 3,25 minutos e converter pra segundos, pra vcs verem.

Liliane: 3,25 é 3 minutos + 0,25 minutos

Liliane: 3 minutos a gente sabe que são 180 segundos.

Liliane: Agora precisamos ver quantos segundos é 0,25 minutos. Cada minutos tem 60 segundos. Então temos 0,25 de 60. Dá pra multiplicar direto, $0,25 \cdot 60 = 15$

Alfa: 15 segundos, então o menor era 11 e o maior 24. Que dá 13 de diferença. Eu juro que vou pular de um prédio.

Liliane: O q da 195 segundos: $180 + 15$

Liliane: Mesma coisa pro 3,40. Fica 3 minutos + 0,40 (ou 0,4) minutos

Alfa: Eu não tava errado então, não completamente

Liliane: Aí faz $0,4 \times 60$

Liliane: Por isso q eu tava insistindo pra ti. Pq não tava errado, dava 24.

Alfa: Ai sora. Eu tava tão perto

Alfa: Matematica é mais jogo de palavra do que português. É imoral. Essa matéria é do mal

6. SOBRE AS DISCUSSÕES

O objetivo dessa pesquisa era verificar de que modo a resolução e a discussão das questões, sendo pensadas, debatidas e resolvidas de forma mais autônoma, poderiam colaborar para o empoderamento e desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

Ao longo das discussões das 12 questões apresentadas, observamos alguns pontos interessantes de serem comentados aqui, sendo que alguns deles podem ser caracterizados como indícios de um pensamento crítico, reflexivo por parte dos alunos e mostram também pistas de que uma maior autonomia foi se desenvolvendo ao longo das discussões.

Um traço observado na discussão das primeiras questões e que foi diminuindo ao longo do tempo foi a necessidade de identificação do conteúdo escolar a que cada questão se referia. Quando nos dispusemos a discutir sobre as questões do ENEM da forma como organizamos, não fizemos separações por conteúdos, como é usualmente feito na matemática escolar. Apenas olhamos para a questão e buscamos ideias de como resolvê-las. Nas primeiras discussões, os primeiros comentários dos alunos eram tentando descobrir de que conteúdo matemático escolar a questão estava tratando, talvez em uma tentativa de encontrar alguma pista de por onde começar a resolver a questão, pois, identificando o conteúdo poderiam identificar a “fórmula” para resolver a questão, tal qual a matemática escolar, onde o conteúdo é apresentado e seguido de exercícios de aplicação sobre aquele tema. Como por exemplo na questão 1, em que o primeiro comentário foi “eu tinha pensado que era algo relacionado com probabilidade, mas não acho que é isso”. E nessa mesma questão ainda, uma aluna afirma não saber qual “fórmula” usar para a resolução, fazendo menção, mesmo que indiretamente, ao fato de não saber de que conteúdo trata a questão. Esses comentários voltaram a aparecer em outras questões, mas não como requisito inicial, ou seja, eles foram percebendo, ao longo das discussões das questões, que não era necessário definir a que “matéria” a questão se referia para que tentassem uma resolução.

Os questionamentos a respeito do enunciado foram indícios de um pensamento mais reflexivo surgindo dos alunos. Segundo Skovsmose (2014), os estilos das redações das questões comumente apresentadas nas escolas “parecem tomar a forma de longas sequências de ordens”, como por exemplo, “resolva isso”, “calcule aquilo”. E os alunos apenas as executam, praticando uma “obediência cega que os habilita a participar de processos de produção em que a execução de ordens sem questionamento é um requisito essencial” (SKOVSMOSE, 2014, p. 19). Nas questões do ENEM, essa sequência de ordens acontece de forma mais implícita, pois a questão

traz o leitor para uma situação e propõe uma pergunta, e os alunos se mostraram instigados a pensar sobre o enunciado da questão antes de iniciar seus cálculos.

Na questão 1, questão do time de basquete, quando solicitei que os alunos expusessem suas impressões sobre o enunciado, eles mostraram perceber que a questão não refletia a realidade ao afirmar que o técnico do time de basquete estava selecionando jogadores para seu time baseado apenas na altura, e não em outros fatores também relevantes para o esporte. Fiz o questionamento sobre o enunciado dessa questão pois era a primeira que estávamos discutindo, e com isso pretendia chamar a atenção dos alunos para que questionassem não só a resolução das questões, mas também a maneira como a questão era formulada. Esperava que isso surgisse naturalmente nas outras questões, e de fato, em várias delas eles mostraram estar refletindo sobre esse aspecto mesmo sem serem questionados sobre isso.

Um exemplo em que esse questionamento surgiu espontaneamente na discussão foi na questão de número 3, que pedia a razão entre o número de assentos vendidos e o total de assentos do ônibus. Os alunos questionam o enunciado afirmando ter “algo escondido” pois entendiam a questão como sendo muito fácil para uma questão do ENEM. Ao não encontrarem um cálculo a fazer, questionaram se estavam interpretando a questão de forma correta, buscando informações que pudessem estar ocultas no enunciado. A questão que tratava dos grupos sanguíneos, questão 4, também foi passível de discussão sobre o seu enunciado, mas de uma forma bem interessante. Houve uma tentativa dos alunos de adequar a contextualização da questão à realidade, quando começaram a se questionar sobre a quantidade de amostras de sangue a serem retiradas de cada pessoa. Realmente, essa informação não era dada no enunciado, e acredito que seria inclusive passível de anulação, pois, caso admitíssemos mais de uma amostra de sangue a ser retirada para cada pessoa chegaríamos a uma indeterminação na busca pela solução da questão. Ao se questionarem sobre a quantidade de amostras, os alunos mostram estar refletindo sobre a situação descrita no enunciado, sem perceberem que não poderiam apenas admitir serem três amostras por pessoa. Ao mesmo tempo em que eles se mostraram críticos em relação ao enunciado, por não conter todas as informações que eles julgavam relevantes, eles se mostraram não preocupados com a aleatoriedade da sua suposição de serem três amostras.

Além de questionarem as formulações verbais, houve também um episódio de questionamento sobre a imagem trazida no enunciado da questão. Foi o caso da questão 5, sobre a composição de uma manifestação popular, em que precisávamos estimar o público presente. Disseram que a imagem dificultou muito a interpretação da questão, pois era uma imagem que continha “muitos símbolos e formas diferentes”, e que há o risco de que só ao olhar para a

imagem já desistam da questão. Mas, ao serem questionados, afirmaram que a imagem facilita a resolução, e que o problema foi o estilo da imagem que compunha a questão. Sugeriram aproximar o desenho da imagem com a realidade, com desenho de pessoas e ruas, e a não necessidade de alguns símbolos, como as letras utilizadas para as subdivisões dos espaços.

Na questão 8, questão sobre as máquinas para a colheita de soja, o questionamento sobre o enunciado aconteceu quando um aluno fez a seguinte pergunta: “As máquinas antigas, elas coletam 2 hectares por hora individualmente ou como um todo?”. Era uma informação relevante para a resolução da questão, e tive que voltar ao enunciado para verificar que realmente a informação não estava lá. O mesmo aluno que fez esse questionamento se propôs a pensar nas duas formas de resolução e depois analisar as respostas encontradas para verificar qual delas era mais coerente com a situação apresentada. Ele mesmo percebeu que se considerasse as máquinas todas juntas, “uma máquina só já tem uma produção maior que a safra inteira”, e, portanto, não estava correta essa interpretação.

A questão 10, sobre a confecção da bandeira nacional seguindo as normas técnicas, também suscitou debates sobre o enunciado e sua relação com o cotidiano. A primeira pergunta que surge é se precisamos confeccionar a bandeira seguindo as normas apresentadas, e de fato essa informação não está explícita no enunciado. Mas os alunos, ao invés de tomarem a informação como verdade, questionaram, afinal o enunciado apenas traz as informações das medidas oficiais, mas a princípio um torcedor de copa do mundo não teria a obrigação de ter uma bandeira do tamanho oficial, visto que esta seria apenas para entretenimento. Também, uma aluna começa a explicar como acontece a venda de tecidos, em rolos, quando o comprador solicita apenas a metragem do comprimento, sendo a largura fixa ao tamanho do rolo.

Esses questionamentos apresentados caracterizam indícios de pensamento crítico, pois Skovsmose (2000) explica que, geralmente, quando se trata de resolução de exercícios em sala de aula, todos os dados do exercício e seu enunciado são aceitos sem questionamento, assumindo que todas as informações enunciadas são suficientes para sua resolução. E no caso das discussões apresentadas, em vários momentos os alunos questionaram e formularam hipóteses além de buscarem elementos fora da questão, nas suas tentativas de resolução.

Um ponto interessante a se destacar é que os alunos admitem como uma verdade que se a questão for considerada fácil por eles, ou seja, caso eles saibam como resolver de imediato, provavelmente estarão pensando de forma incorreta, ou a questão tem algo escondido, como um “pega-ratão”. Essas afirmações surgiram bastante ao longo das discussões, mas ao final já era possível perceber eles próprios se questionando se a questão era fácil mesmo ou se eles já estavam acostumados a pensar sobre elas, e, portanto, com mais destreza nas resoluções. Essas

observações aconteceram por exemplo na questão 3, que pedia a razão entre o número de assentos vendidos e o total de assentos do ônibus. Bastaria fazer uma contagem nos assentos mostrados na imagem. Um aluno imediatamente falou “São 16 de 42 assentos que estão em uso no ônibus. Eu sinto que tem algo a mais na questão. Mas olhando assim não consigo ver.”. Ele deu a resposta correta, 16/42, mas por algum motivo não acreditava nela, provavelmente por pensar que encontrou a resposta de uma maneira muito fácil, e a crença deles é a de que as questões do ENEM são sempre mais complicadas de se resolver. Ao serem questionados, vários outros alunos concordaram que a questão não poderia ser “só isso”, quando na verdade era exatamente isso. E mesmo após os alunos se convencerem de que essa era a resposta correta para a questão, eles ainda seguiram afirmando que provavelmente havia “algum cálculo a ser feito”. O que mostra também um outro ponto interessante que podemos abordar, que é o de que os alunos sempre querem se convencer da resposta correta, ou seja, não basta apenas encontrá-la, eles querem estar convencidos dela. Falaremos sobre esse aspecto mais adiante. Já na questão 5, questão também julgada como fácil pelos alunos, eles se questionam se a questão era fácil mesmo, ou se eles estão “mais inteligentes” em virtude das discussões. Um aluno argumenta: “Essa foi fácil até.” Ao que outro responde: “Ou será que são os nossos cérebros alargando com tanta matemática?” e “Me sinto mais inteligente”. Essas colocações, expressões de boa autoestima, mostram que os alunos estão desenvolvendo uma segurança maior sobre seus raciocínios, e que já não desconfiam tanto de uma questão considerada “fácil”.

Mencionamos anteriormente que um dos pontos observados era que eles demonstravam estarem buscando não apenas a resposta correta, mas que desejavam estarem convencidos dessa resposta. Em muitos casos, quando um dos alunos afirmava ter chegado a uma resposta, uma conclusão, os demais não simplesmente acatavam, mas sim questionavam o colega, buscando entenderem e se convencerem da resposta encontrada. Isso aconteceu já na questão 1, do basquete, quando um aluno mostra a resposta que encontrou e outra aluna começa a questioná-lo para entender a resolução do colega: “aqui tu dividiu pelos novos jogadores?”. Eles não dão a questão por encerrada até que sejam feitas todas as explicações solicitadas pelos colegas. E o interessante é que eles não fazem esses questionamentos a mim, e sim aos colegas. E mesmo em alguns casos, quando direcionaram a mim a pergunta, ela geralmente foi respondida por outro colega antes mesmo de eu me envolver. Isso demonstra autonomia ao resolverem as questões sozinhos e conseguirem também explicá-las aos colegas, até que todos estejam convencidos. E essa foi uma atitude que partiu deles, eu não intervim para que funcionasse assim. A questão 4, dos tipos sanguíneos, foi a mais marcante nesse aspecto. Uma aluna deu a resposta correta logo nos primeiros minutos, mas não conseguiu convencer os colegas de que

estava correta, já que eles tinham optado ir por um caminho diferente para buscar a resolução. E eles, ao não se convencerem da resposta apresentada por ela, passaram mais de uma hora e meia discutindo uma questão que já estava solucionada. Isso mostra o quanto era importante para eles se convencerem da validade da resposta, e não apenas aceitá-la. Essa é uma reação diferente da observada em sala de aula, em que não costumava haver muitos questionamentos a respeito da resposta final de alguma questão apresentada.

Para todas as questões, há a presença forte da argumentação, e isso pode ser considerado um indício de um pensamento crítico e mais reflexivo por parte desses alunos. A argumentação é uma atividade utilizada na sociedade para sustentar um ponto de vista quando se deseja justificar ou refutar alguma ideia. Exige toda uma elaboração, organização e uma linha de raciocínio a ser seguida que vai culminar na sua validação. Na argumentação o aluno tem a chance de expor seu ponto de vista, conectando informações que julga serem relevantes para a validação da sua ideia. Quando escolhi que faria as discussões em um grupo de *WhatsApp*, um dos grandes receios que tive foi justamente perder dados pela ausência de argumentação, já que oralmente e presencialmente em sala de aula parecia-me muito mais fácil obter um diálogo mais proveitoso, do que mensagens de texto escritas. Mas percebi que eles estão tão acostumados com a ferramenta, que acabaram a utilizando para “pensar em voz alta”, pois em todas as questões eles apresentaram o seu raciocínio, o que pensaram, suas dúvidas e até piadas para descontrair de modo que a impressão que temos é de que estamos em uma roda de conversa, e não em um grupo de *WhatsApp*. Acredito também que o uso dessa ferramenta de comunicação facilitou a argumentação. E, essa argumentação bem estruturada apresentada pelos alunos é como um facilitador da percepção dos erros, pois muitas vezes, ao estarem debatendo sobre a questão e expondo seus argumentos, eles mesmos percebem que fizeram determinado passo erroneamente, e, caso não percebam, os colegas se encarregam dessa parte. Por poucas vezes foi necessária a minha intervenção nesse aspecto. Na questão 1, por exemplo, o próprio aluno mostra seu resultado e já conclui que está errado: “Bom fiz aqui, juntando todos os jogadores teria que dar +- 29,85m”. com isso eu concluo, que um *australopithecus* tem mais neurônios que eu”. Isso também aconteceu na questão 6, quando um aluno chega a uma conclusão e imediatamente já a refuta: “Então tem 40 homens. Mas aí não fecha as 26 mulheres a mais. Teria que ter 66 homens e não 40. Acho que tá errado”. Não precisou eu intervir para mostrar que não poderia, ele mesmo, ao refletir para escrever o seu raciocínio, já percebeu o erro. E do mesmo modo, na questão 8, o aluno nem chega a terminar seu raciocínio e já percebe seu erro, ao afirmar: “Então pra conseguir terminar a colheita em 100 dias só... Pera. Eu não fiz algo. Ok, já vi um erro nisso.”

Todos esses elementos presentes nas discussões que destacamos até aqui nos mostram indícios de que o modo como discutimos e resolvemos as questões colaboraram para o empoderamento e desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos, já que eles se mostram mais reflexivos com as suas resoluções e argumentações.

6.1 Conversa com os estudantes

Após as discussões das 12 questões escolhidas, ao informá-los do encerramento do trabalho, os alunos mais ativos mostraram-se chateados com a finalização do grupo, pois relataram estarem gostando muito das discussões, e que gostariam de continuar até o dia da prova do ENEM de 2021, para a qual eles haviam se inscrito. Expliquei a eles a minha demanda na Universidade, e que de repente não conseguiria estar tão disponível para conversar com eles, mas que poderíamos manter o grupo, informalmente, e que eles poderiam continuar o utilizando do modo como estávamos fazendo. Nos dias seguintes, eles mesmos trouxeram questões, mas agora de provas anteriores ao exame de 2020, e conversaram entre si sem a minha presença ativa. Essa atitude mostra que eles estavam mais confiantes, pois mesmo sem o meu auxílio, seguiram realizando as discussões. Desses momentos posteriores, um específico me chamou a atenção, e vale a pena comentá-lo mesmo não fazendo parte da discussão anterior. Eles haviam escolhido uma questão para a qual precisavam calcular o volume de um paralelepípedo. Após muito discutirem, o aluno Alfa escreve: “A gente não teve essa matéria ainda. Não aprendemos isso ainda, Iota.” Ao que Iota responde: “Tá, mas vamos tentar mesmo assim.”. Essa frase mostra que a aluna Iota se sente segura o suficiente para tentar pensar sobre a questão, mesmo sem, aparentemente, ter o pré-requisito. Nas primeiras questões que discutimos, o fato de eles perceberem que não tinham estudado o conteúdo relacionado com a questão já era motivo de desistência, então esse foi um hábito que mudou após as nossas discussões. O aluno Alfa comenta:

Alfa: É isso! Se tu vai, eu vou junto.

Iota: Idáí q não aprendemos, não nascemos colados na prof de matemática, podemos aprender.

Alfa: Bater a cabeça até algo dar certo.

Um tempo depois, quando olhei as mensagens no grupo e visualizei isso que tinha acontecido, comecei a olhar a discussão com mais calma e percebi que sim, eles estavam mais seguros, confiantes e autônomos! Essa questão foi solucionada, mesmo sem terem aprendido o

volume do paralelepípedo na escola. Enviei uma mensagem a eles, parabenizando-os, e eles na mesma hora começaram a mostrar o quanto estavam orgulhosos de si mesmos:

Alfa: Que vitória conseguir a resposta sem ter visto a matéria.

Alfa: Essas aulas estão ajudando mesmo!

Iota: Pior que sim, tão mesmo

Alfa: ENEM me aguarde!

Iota: É tudo meio que raciocínio né

Iota: Tipo, não precisa da fórmula perfeita se for montando o raciocínio certinho.

Como percebi essa mudança na maneira de agir deles em relação à sua capacidade de resolução das questões, senti a necessidade de conversar individualmente com cada aluno participante, mesmo aqueles não tão ativos, para colher impressões sobre a experiência que haviam vivenciado no nosso grupo. Para isso, enviei uma mensagem a eles, informando que eu entraria em contato individualmente, nos próximos dias para conversarmos um pouco. Trago alguns trechos dessa conversa posterior com os estudantes. A primeira pergunta foi sobre os motivos que os levaram a se interessar em participar das discussões, e o que acharam de ter participado.

Alfa: No começo eu estava interessado pra me preparar por ENEM e por curiosidade. Eu nunca fui bom com matemática, e com a quarentena acho que fiquei pior, mais difícil de entender e de guardar a matéria. Então o grupo parecia um bom lugar pra melhorar meu conhecimento. Acho que realmente me ajudou com a matéria e me trouxe bem mais confiança. E bom, foi divertido.

Ômega: Eu me interessei mais pra ver se eu estava no nível ENEM em matemática, mas também pra me divertir. Achei bem “da hora” mesmo não participando de todas.

Kappa: Eu me interessei em participar pois eu achei que poderia ser uma ótima experiência, e realmente foi. Poder conversar com pessoas que também vão realizar o ENEM e com uma professora de matemática que eu tenho muita confiança foram elementos essenciais que me ajudaram a ter uma ótima experiência, eu gostei bastante.

Lambda: Eu me interessei porque tenho dificuldade na matéria, principalmente agora por conta do ENEM. Achei muito legal as discussões porque dava pra ver outros jeitos diferentes de solucionar uma questão. Foi muito bom.

Sigma: Eu me interessei porque pensei que seria mais uma oportunidade de estudar e tirar dúvidas para o ENEM, sora. Adorei participar porque todos se ajudavam e iam aprendendo juntos. Foi bem divertido, sabe, não foi aquela coisa maçante “Meu Deus, tem questões de matemática”. Pra mim foi bem divertido.

Beta: Porque é a minha primeira vez fazendo o ENEM, nunca tive contato com a prova de matemática e era uma das minhas principais preocupações. Eu achei as discussões muito envolventes, bem explicadas e resolvidas. Foi uma forma de estudar que não colocava pressão.

Iota: Na verdade eu quis participar porque gosto muito de aprender matemática contigo, sora. Foi uma das únicas professoras que me fizeram aprender matemática. E também porque tá chegando o ENEM e achei que seria uma forma de exercitar o meu cérebro.

Delta: Tive interesse porque nunca fui boa em matemática e sei que é necessário começar de algum lugar, então achei que no grupo eu poderia ter uma noção melhor das questões do ENEM.

Zeta: Me interessei porque o nosso ensino não tá muito balanceado, e eu precisava muito de um apoio em matemática, ainda mais agora que estamos em EaD. Gostei muito das discussões, pena que das últimas não consegui participar. Mas sempre que chego em casa, olho o grupo e vou tentando responder sozinha acompanhando o desenvolvimento dos colegas, e com certeza me fez abrir os olhos.

Achei importante trazer as respostas dos alunos na íntegra, pois acredito que a motivação inicial dos alunos seja um fator importante para pensarmos a respeito de tudo o que aconteceu ao longo das discussões. Apenas esses nove alunos se dispuseram a conversar, que foram os mais ativos no grupo. Ao serem questionados sobre se as discussões aconteceram como eles haviam imaginado, tivemos um consenso. Todos eles afirmaram que imaginavam que teriam mais colegas ativos participando, mas que apesar de serem poucos, mesmo assim as discussões foram proveitosas. E essa é a mesma impressão que eu tive, pois eu também acreditava que seriam mais alunos envolvidos, pois a lista que me foi enviada com os alunos interessados contemplava em torno de 20 alunos. Mas mesmo com o pouco quórum, eles mostraram ter gostado de participar. Outro fator que apareceu nas respostas foi se sentirem à vontade para expressar seus pensamentos, pois estavam todos se ajudando e trabalhando juntos. Citaram também terem confiança na professora, e com isso se sentiram acolhidos e sem medo de julgamentos mesmo se falassem “alguma bobagem”.

A pergunta seguinte que fiz a eles foi sobre a visão deles em relação à prova, e se essa visão teve alguma mudança em relação a antes da participação no grupo e após. O aluno Alfa relatou que via a prova com muita ansiedade, e que é muito difícil perder essa ansiedade. Ele relata estar se sentindo mais confiante com a matemática, mas que isso não é suficiente para deter a ansiedade de realizar a prova e verificar o seu desempenho. Já a aluna Zeta, relata que “Eu tô um pouco mais tranquila, porque deu pra ter uma percepção de como são as questões. O grupo me tirou uma grande insegurança, porque mostrou o passo a passo de toda a resolução.”. A fala da Zeta deixa transparecer que as discussões do modo como foram propostas, colaboraram para a segurança da aluna em relação à prova. As alunas Delta e Lambda afirmaram se sentirem mais tranquilas agora pois sentem que conheceram “a fundo” o estilo das questões, e que muitas delas são fáceis apesar de não parecerem em um primeiro momento. E, de fato, esse foi um desempenho muito observado durante as discussões, pois muitas vezes eles se assustavam com uma questão em um primeiro momento, e no final já estavam dizendo que era uma questão fácil, depois da devida leitura e interpretação. A aluna Beta foi a única a afirmar que o que mudou em relação a visão da prova, foi que agora ela está levando a prova mais a sério, “não tem como chegar lá e só fazer, tem que estudar muito.”. A aluna Sigma afirma que a prova “deixou de ser um bicho de 7 cabeças”, e que não precisa se desesperar, basta ter calma e prestar atenção. Com base nas respostas dos alunos, e levando em consideração todo o contexto de proximidade que tenho com eles, acredito que, pelas falas, realmente algo mudou em relação à visão deles sobre a prova. Até mesmo porque muitos sequer conheciam o estilo de questões, e agora eles puderam ver a prova como um todo, pois as questões escolhidas contemplaram diferentes estilos e tipos de conhecimentos a serem evocados.

A próxima pergunta que fiz foi sobre as expectativas deles em relação à prova de matemática do ENEM. A aluna Zeta afirmou estar “80% mais tranquila”, e afirmou ter a impressão de que conseguirá acertar muitas questões. O aluno Alfa afirmou que vai fazer a prova “com os olhos bem mais abertos para não cair em pega-ratão”. As alunas Delta e Iota afirmam que só não vão se sair melhor na prova por conta do seu nervosismo, porque com certeza em relação às questões elas se sentem mais seguras, apesar de a aluna Delta ter a consciência de que “não é boa em matemática”. A aluna Beta afirma que “a prova de matemática não é mais tão temida, ela precisa ser compreendida e feita com calma.” E com a pergunta final eu gostaria de saber deles como se imaginam fazendo a prova, se tinham pensado em alguma estratégia para quando fossem resolver a prova, e as respostas, foram:

Alfa: Não pensei em nada específico, só ir lendo com calma e fazendo, e se fosse algo difícil demais ou que sentisse que ia demorar era melhor pular e voltar depois. Esse é o meu plano de ação.

Zeta: Eu sou muito nervosa, acho que vou passar um sufoquinho no início, mas tentar manter a calma.

Gama: Ganhar tempo, focando nas partes mais importantes. Tem bastante texto, então focar nas palavras-chave. Tenho que achar um meio termo entre pensar e tentar entender sem perder muito tempo, mas ao mesmo tempo não me deixar levar pela ansiedade de terminar a prova no tempo.

Delta: Grande parte das questões são historinhas gigantes pra fazer a gente perder tempo, então pensei em fazer as que parecerem mais fáceis, que eu teria mais facilidade, e deixar as que tenho mais dificuldades para último.

Iota: Na verdade eu tô estudando todo dia pra chegar maia preparada, e estratégia em si acho que não, vou fazer a prova na ordem bonitinho e ir cuidando o tempo pra não enrolar muito.

Beta: Eu sei que vou ficar nervosa, então a minha estratégia é fazer com calma e as questões que não entender deixar pra fazer depois. Também vou tentar ao máximo não chutar.

Sigma: Espero que eu vá bem na prova, já que eu me sinto mais preparada, então acho que vai dar certo. Pensei em organizar e separar as informações das questões, igual a gente fez no grupo, pra tentar resolver.

Lambda: Com bastante atenção aos detalhes, pensar no que ta realmente pedindo e focar nas mais fáceis.

Kappa: Eu me imagino um pouco mais confiante do que imaginava antes, e estou me preparando psicologicamente. Como estratégia acho que vou tentar eliminar as alternativas que tenho certeza de que são incorretas.

6.2 Eixos de Análise das questões discutidas

Retomando os eixos de análise de questões de Matemática do ENEM trazidas por Ferreira (2019), que expomos no capítulo 4, percebemos que as questões escolhidas para as discussões não contemplaram nenhuma que se enquadrasse no Estilo Nominalizador. As questões que discutimos no Estilo Explica e Pergunta, foram as questões número 4, dos tipos sanguíneos e a questão 5 sobre as manifestações populares. Na questão 4, a explanação inicial que a questão traz foi fundamental para a sua resolução, pois a maioria dos alunos do nosso grupo não tinha esse conhecimento sobre os tipos sanguíneos, pois, segundo eles, não haviam estudado ainda sobre isso na escola. O que foi confirmado pelo professor de Biologia regente da turma. Já no caso da questão sobre as manifestações populares, não sabemos se as informações trazidas ali sobre a contagem de manifestantes são feitas daquela forma, mas, mesmo assim, acreditamos que a questão se encaixa nesse estilo, já que traz uma explicação sobre o assunto para após fazer a pergunta.

Ferreira (2019) traz também que, ainda em se tratando do estilo das questões, elas podem ser do tipo interrogativo explícito (quando a pergunta é feita utilizando-se o sinal gráfico de interrogação) ou afirmativo de escolhas. Dentre as questões escolhidas, 6 delas são do estilo interrogativo explícito e 6 delas no estilo afirmativo de escolhas, e não percebemos qualquer diferença na postura dos alunos ao discuti-las, de modo que aparentemente essa diferença não foi percebida ou relevante para a discussão.

Em se tratando do eixo Forma Composicional trazido por Ferreira (2019), as questões podem se encaixar em três tipos: Construção Textual exclusivamente verbal, em que não há elementos gráficos na questão, Construção verbo-imagético-ilustrativa em que há elementos gráficos, mas não são fundamentais para a resolução da questão, apenas ilustrativos e a Construção verbo-visual-integrante, na qual a retirada do elemento gráfico impede a resolução da questão. Nas questões discutidas, a maioria das questões são do primeiro tipo, em que não havia uma figura ou imagem compondo a questão. São as questões de números 1, 2, 4, 6, 7, 8, 11 e 12. Questões sem interpretação de imagem são maioria nos livros didáticos que trabalhamos na nossa escola e, embora não sejam a maioria na prova do ENEM, acreditamos que por estarem acostumados a questões mais diretas, de aplicação, esse costume pode ter influenciado na escolha de questões mais curtas, sem imagens gráficas. Já a questão 10 é da forma verbo-imagética-ilustrativa, pois a ilustração trazida pela questão é um desenho da bandeira do Brasil, amplamente conhecida por todos, de modo que, caso fosse retirado, não inviabilizaria a resolução da questão. Nas questões restantes, de número 3, 5, 9 e 10, as imagens trazidas não podem ser retiradas, elas são fundamentais para o entendimento da questão, de modo que se encaixam no estilo verbo-visual-integrante. Esse tipo de questão se mostrou o tipo

mais difícil para os alunos, que demandou mais reflexão. Muitas vezes apenas a imagem já os “assustou”, como na questão das manifestações populares e em outras houve muita dificuldade na sua interpretação, como por exemplo na questão dos assentos dos ônibus.

Quanto à contextualização das questões, segundo Ferreira (2019), pode ser de quatro tipos: Contextualização no Cotidiano dos sujeitos, na História da Matemática, Interdisciplinar e na Matemática por ela mesma. Nas questões discutidas, não encontramos nenhuma que tivesse contextualização na sua história. As questões de números 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11 e 12 são classificadas, segundo minha análise, em questões contextualizadas no cotidiano, embora em situações hipotéticas e muitas vezes “forçadas”, como a maioria das questões do ENEM encontradas nas provas, ano após ano. Das questões discutidas, apenas a questão 4, dos tipos sanguíneos, traz elementos de outra área, Biologia, portando classificada como Interdisciplinar. E a questão 7, questão sobre a função quadrática, é classificada como uma contextualização na matemática por ela mesma, pois a resposta da questão (a expressão de uma função quadrática) não tem interpretação direta no cotidiano. Essa última questão foi a mais difícil de ser resolvida pelas estudantes, pois necessitava de um conhecimento matemático que eles não tinham ou não lembravam, diferente das questões classificadas como centradas no cotidiano, nas quais eles conseguiam ter uma visão mais ampla do problema, trazendo elementos de suas vivências para interpretar os enunciados.

Por fim, se tratando de Interdisciplinaridade, Ferreira (2019) traz que ela pode acontecer de dois modos: sendo Fragmentária ou Integrada. Em ambos os casos as questões trazem elementos de fora da matemática, o que difere uma da outra é o tipo de resultado esperado. Na interdisciplinaridade Fragmentária o resultado da questão é exclusivamente matemático, não tem uma aplicação direta na outra área abordada na questão. Já na interdisciplinaridade Integrada é possível interpretar o resultado dentro da área que traz o assunto da questão. Nas nossas discussões, apenas a questão 4 foi classificada como interdisciplinar, e por perguntar o número de pessoas que têm grupo sanguíneo A, acreditamos que podemos classificá-la como Interdisciplinaridade Fragmentária, pois a resposta da questão apesar de ser relevante para o contexto da Biologia, uma situação desse tipo, em que sabemos o tamanho de um conjunto e não sabermos o de outro não aconteceria.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muito aconteceu durante todo esse tempo de pesquisa, desde março de 2019, quando ingressei no mestrado até o presente momento. Estávamos com nosso cronograma pronto, e a pesquisa organizada para iniciarmos, de forma presencial em sala de aula, quando tivemos que ser flexíveis e resilientes com nossas ideias, e nos adaptar ao novo contexto mundial pandêmico. De imediato, uma insegurança tomou conta de todos nós. Foi uma situação nova, não sabíamos como agir ou como nos portar em um mundo com tantas limitações de contato, isolamento social, crise sanitária e econômica. Tivemos que lidar com negacionismo, a falta de verbas, a falta de máscaras, a falta de vacinas. E além de tudo, tinha uma pesquisa para realizar, que não combinava com as tantas limitações (necessárias) impostas.

Por um tempo, a sensação era de que teríamos que esperar todo esse contexto mudar, a pandemia acabar, e voltarmos ao nosso “normal”, para dar seguimento ao nosso trabalho. E por um tempo, ficamos estacionados, tentando imaginar o que aconteceria. Mas os meses foram passando, o cenário ficando cada vez mais complexo e começamos a pensar na possibilidade de adaptar a nossa pesquisa a essa nova realidade. E mais que isso, começamos a acreditar que poderia ser interessante, e uma chance única de fazer pesquisa em educação, nesse contexto tão diverso, tão diferente do que estávamos acostumados.

Eu relutei. Relutei porque acreditava que precisava dos estudantes ao vivo na minha frente, para desenvolver minha pesquisa. Achei que se perderiam muitos resultados fazendo de modo não-presencial. Aquela pesquisa, do modo como que eu havia idealizado inicialmente não funcionaria, mas um outro modo, diferente, poderia funcionar. E assim foi feito. De posse daquilo tudo que tínhamos idealizado, refletimos, adaptamos, reescrevemos, e chegamos em uma nova forma de fazer a nossa pesquisa. Que seria diferente, mas não menos interessante. Algumas dificuldades foram enfrentadas, como a não adesão dos alunos inicialmente convidados, devido a vários fatores. Muitos estavam desmotivados, outros trabalhando em turno integral (já que as aulas estavam acontecendo de forma remota, muitos optaram por começar a trabalhar para ajudar no orçamento de suas famílias), outros com dificuldade de acesso à internet, e até mesmo a falta de vínculo com a professora, que não conheciam pessoalmente. Podemos citar inúmeros motivos e particularidades que levaram esses alunos a não se sentirem motivados para integrar a nossa pesquisa.

Acabamos organizamos nosso grupo de *WhatsApp* com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, que tinham sido meus alunos de forma presencial antes da pandemia, e que manifestaram interesse em resolver questões de matemática do ENEM. Trabalhar com um

grupo interessado na temática e motivado foi muito interessante, e proveitoso. As questões foram escolhidas por eles, e por mim, tomando como base a prova mais recente, de 2020. As discussões aconteceram nas terças e quintas, sempre às 19 horas, entre os meses de abril a agosto de 2021, e ao todo discutimos sobre 12 questões. A ideia para as discussões era a de que não seriam dadas pistas sobre a resolução, nem informado a que conteúdo escolar a questão “pertencia”. Em um primeiro momento ficamos relutantes em deixar a escolha das questões sob responsabilidade deles, já que estavam havia mais de um ano no ensino remoto, e sabíamos que nem todos os conteúdos escolares tinham sido alcançados. Mas pensamos também que poderia ser um fator interessante verificar se conseguiriam resolver mesmo a princípio não tendo estudado sobre o assunto, ou se buscariam algum conhecimento necessário para a resolução na internet. E foi exatamente isso que aconteceu, pois em diversas questões eles mesmos tomaram a iniciativa de ir pesquisar, como na questão sobre combinatória e na questão da bandeira, que evocava os conceitos de raio e diâmetro, que eles aparentemente não sabiam ou não lembravam. Esse foi um fator muito interessante, pois percebemos o desenvolvimento da autonomia desses estudantes, que nas primeiras questões diziam não saber como fazer pois não haviam estudado, mas nas últimas já estavam buscando por eles mesmos, e inclusive falando “não nascemos grudados com a professora”.

Em sala de aula, muitas vezes não conseguimos tempo hábil para percorrer todo o conteúdo previsto, e mesmo sem um cenário de pandemia provavelmente alguns conteúdos também teriam sido excluídos da matriz curricular por falta de tempo. Devido a isso, é de suma importância que os alunos consigam desenvolver essa autonomia de buscarem os conhecimentos necessários, e não fiquem dependentes do que o professor traz para as aulas. E mais, acredito que mesmo com os conteúdos que eles veem na escola, seria interessante que mesmo assim eles pudessem buscar e aprofundar esses conhecimentos independente do professor ou da escola.

A todo momento, os alunos buscaram argumentar sobre o que estavam fazendo ou pensando, e mesmo quando ninguém solicitava, eles se mostravam interessados em explicar seu raciocínio, como se quisessem convencer os demais colegas da sua resolução, ou buscando sua validação. A postura que percebemos era de que eles estavam querendo não apenas saber a resposta, mas também se convencer da sua validade, pois não se satisfaziam com qualquer resolução.

A postura que geralmente adotamos na sala de aula dita tradicional não favorece esses dinamismos e essa autonomia. Em geral, não incentivamos os alunos a buscarem e a argumentarem, já que trazemos tudo praticamente pronto para eles, pois muitas vezes assim é

a maneira mais fácil, afinal, não precisamos sair da nossa zona de conforto. Essa pesquisa mostrou, ao me tirar da minha zona de conforto, que é possível trabalhar de outra forma com os estudantes. Mostrou que eles são capazes e que muitas vezes não creditamos a eles essa confiança. Em geral não há essas discussões com os estudantes, os exercícios trazidos fazem parte do conteúdo escolar que está sendo desenvolvido naquela aula, e eles apenas aplicam o que acabaram de aprender. Por isso o estranhamento quando trouxe questões “misturadas”, em uma dinâmica que não seguia esse roteiro de aula-expositiva e exercícios de aplicação.

O intuito das discussões não era simplesmente resolver a questão, encontrando a resposta correta, mas sim que os estudantes fossem convidados a pensar e debater sobre elas, e a partir disso tentassem resolver as questões de forma mais autônoma. Para que isso fosse possível, minha postura foi de não oferecer a eles pistas de como organizar o raciocínio ou planejar a resolução, também optei por não intervir em erros ou acertos parciais, esperando uma conclusão final para informá-los se o desenvolvimento estava correto ou não. Os alunos foram incentivados a desenvolverem a sua argumentação e interagirem e cooperar entre eles, e para isso eu fiz perguntas que os encaminhassem a expor os seus raciocínios e refletir ou avaliar sobre os raciocínios dos colegas.

A nossa questão de pesquisa era investigar de que maneira a resolução e discussão de questões do Exame Nacional do Ensino Médio poderia contribuir para o empoderamento e o desenvolvimento da criticidade dos alunos, e, ao analisar os diálogos, após as discussões com a estratégia adotada, encontramos pistas de um pensamento crítico, reflexivo e argumentativo por parte dos alunos, mostrando que a discussão realizada desse modo, colaborou para o desenvolvimento do empoderamento e criticidade desses estudantes.

Esse trabalho mostra que é possível trazer um novo olhar para a sala de aula, onde podemos desenvolver, a partir do diálogo, a autonomia e um pensamento mais reflexivo por parte dos estudantes. Temos a consciência de que cada sala de aula é única, e que esses resultados observados nessa pesquisa com certeza não vão acontecer da mesma forma com outros estudantes em outro contexto. Mas pensamos que um professor ao ter contato com esse trabalho possa se sentir motivado a tentar algo parecido em sua sala de aula, em que os alunos saem de uma posição de receptores para sujeitos mais ativos.

Finalizando essa pesquisa, e refletindo sobre tudo o que aconteceu durante esse período, pensamos que é necessário tentar outros movimentos em sala de aula, mesmo que isso no início possa nos deixar inseguros ou desconfortáveis. Os alunos dessa pesquisa foram os grandes responsáveis por todo o movimento, toda a interação. A postura que adotei para as discussões foi fundamental para que eles pudessem adotar um comportamento mais autônomo,

no qual ditaram o ritmo, conversaram, argumentaram, explicaram um aos outros, convenceram a si e aos colegas sobre as suas resoluções e pensamentos. E eu, lá no início acreditava que eles não conseguiriam fazer tanta revolução neles mesmos. Eu já conhecia esses alunos, ou melhor, achava que conhecia. Com as discussões, eu vi um lado deles que eu realmente nunca tinha visto. E sim, eu os vejo mais empoderados, e podemos verificar esse traço por meio das falas transcritas nesse trabalho. Acredito que o simples fato de eu ter mostrado que eles estariam aparentemente “sozinhos” nas resoluções, já gerou neles uma expectativa de empoderamento, um sentimento de “somos capazes”. E ao visualizarem as questões, esmiuçarem todos os aspectos que elas apresentam, eles conheceram o semblante da prova. O desconhecido gera insegurança, e agora a prova de Matemática ENEM já não é mais tão desconhecida para eles. Esses alunos foram trazidos para um ambiente diferente, em que foram convidados a pensar, argumentar e questionar, e é muito importante ressaltar que mesmo quando não chegaram à resposta correta para a questão, eles conseguiram atender ao que foi proposto, ao se dedicarem à discussão e não desistirem na primeira dificuldade ou fracasso. Eles perceberam que são, sim, capazes de resolver grande parte das questões, basta que se organizem para isso.

REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA BRASIL. *Presidente do INEP explica como será a primeira edição do ENEM digital*. Brasília: 2020. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2021-01/presidente-do-inep-explica-como-sera-primeira-edicao-do-enem-digital> Acesso em: 06 mar. 2021
- BAKHTIN, M. *Estética da criação verbal*. Trad. Maria Ermantina Galvão; rev. trad. Marina Appenzeller. 2.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1997.
- BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): fundamentação teórico-metodológica*. Brasília: 2005. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484421/ENEM+-+Exame+Nacional+do+Ensino+M%C3%A9dio+fundamenta%C3%A7%C3%A3o+te%C3%B3rico-metodo%C3%B3gica/449eea9e-d904-4a99-9f98-da804f3c91f5?version=1.1>. Acesso em: 20 ago. 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC). *Teoria de resposta ao item avalia habilidade e minimiza o “chute” de candidatos, 2011*. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/389-ensino-medio-2092297298>. Acesso em: 18 ago. 2020.
- CAMPOS, Paulo Tadeu Gandra. *A influência do cotidiano nas questões de função do Exame Nacional do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2014.
- FERREIRA, Carlos Eduardo da Silva. *A questão de Matemática: Uma análise dialógica de provas do ENEM*. Tese (Doutorado em Linguística e Língua Portuguesa) – Faculdade de Ciências e Letras, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Araraquara, 2019.
- FIORIN, José Luiz. *Introdução ao pensamento de Bakhtin*. São Paulo: Ática, 2008.
- INEP. *ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio): Documento Básico*. Brasília: MEC/Inep, 1998. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484421/Exame+Nacional+do+Ensino+M%C3%A9dio+-+ENEM++documento+b%C3%A1sico/e2cf61a8-fd80-45b8-a36f-af6940e56113?version=1.1> Acesso em: 18 ago. 2020.
- INEP. *Histórico*. Brasília: 2019a. Disponível em: <http://inep.gov.br/ENEM/historico>. Acesso em: 18 ago. 2020.
- INEP. *Saiba como é o processo de elaboração das provas e questões do ENEM*. Brasília: 2019b. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/>. Acesso em: 18 ago. 2020.
- INEP. *Banco Nacional de Itens*. Brasília: 2020. Disponível em: <http://inep.gov.br/banco-nacional-de-itens>. Acesso em: 20 ago. 2020

INEP. *Prova de Matemática do ENEM 2019*. Brasília: 2019. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 set. 2020

INEP. *Prova de Matemática do ENEM 2018*. Brasília: 2018. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 set. 2020

INEP. *Prova de Matemática do ENEM 2017*. Brasília: 2017. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 set. 2020

INEP. *Prova de Matemática do ENEM 2016*. Brasília: 2016. Disponível em <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 set. 2020

INEP. *Prova de Matemática do ENEM 2015*. Brasília: 2015. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 09 set. 2020

KNIJNIK, Gelsa. Educação matemática e os problemas da ‘vida real’. In: CHASSOT, Attico; OLIVEIRA, Renato. (Orgs.). *Ciência, ética e cultura na educação*. São Leopoldo: Editora Unisinos, 1998. p. 119-134.

MACHADO, L. A Institucionalização da lógica das competências no Brasil. *Pró-Posições*, Campinas, v. 13, n. 1, p. 92-110, jan./abr. 2002.

MIRANDA, Fabíola de Oliveira. *A inserção da Educação Matemática Crítica na escola pública: aberturas, tensões e potencialidades*. Tese (Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), São Paulo, 2015.

NETO, José Augusto Ximenes. *Competências e Habilidades Matemáticas no Ensino Médio e o Novo ENEM: estudando as escolas de Roraima*. Dissertação - (Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Boa Vista, 2013.

PACHECO, J. A. Competências curriculares: as práticas ocultas nos discursos das reformas. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24. Caxambu, 2001. *Anais [...]*. Caxambu: 2001. (Trabalho encomendado). p. 1 - 19.

PRIGOL, Edna Liz. Pesquisa Estado do Conhecimento: uma visão para a prática pedagógica e a formação de professores. In: EDUCERE - XI Congresso Nacional de Educação, Curitiba, PR, 23-26 Set. 2013. *Anais [...]*. Curitiba: 2013.

RIBEIRO, Vania Gomes da Silva. *Leitura, Interpretação e a resolução de problemas em Matemática no contexto do Exame Nacional do Ensino Médio*. (Dissertação). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Viamão, 2013.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de educação Matemática*, Rio Claro, v.13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Matemática e Democracia*. Campinas: Papirus, 2001

SKOVSMOSE, Ole. *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Campinas: Papirus, 2014.

SILVA, Anderson José. *Percepção da criticidade financeira de alunos do Ensino Médio sob a perspectiva da Educação Matemática*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Vitória, 2018.

SILVA, Benedito Antônio da. Contrato Didático. In: *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo, p. 43-64, 1999.

SODRÉ, Gleison de Jesus Marinho. *Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação*. Dissertação (Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, 2013.

TAVARES, C. Z. Teoria de resposta ao item: uma análise crítica dos pressupostos epistemológicos. *Estudos em Avaliação Educacional*, São Paulo, v. 24, n. 54, p. 56-76, jan./abr. 2013.

VEIGA, Edilson. Em meio a pandemia, ENEM deve escancarar desigualdades educacionais, 2021. *Deutsche Welle*. Disponível em: <https://p.dw.com/p/3nmAw>. Acesso em: 06 mar. 2021.

ANEXO 1

Para a composição da rede de colaboradores na Área da Matemática, perfil 5, é solicitada a seguinte titulação acadêmica, conforme edital número 2, de 2 de janeiro de 2020, intitulado: Seleção de professores para elaboração e revisão de itens dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio para o Banco Nacional de Itens das avaliações da Educação Básica BC-BNI, conforme quadro abaixo.

PERFIL 5:
Elaboradores e/ou revisores de itens para os Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio - Matemática.

REQUISITOS OBRIGATORIOS	
G Possuir graduação Licenciatura plena em Matemática reconhecido pelo MEC; G Alcançar pontuação mínima de 6 pontos nos requisitos complementares.	
REQUISITOS COMPLEMENTARES	PONTUAÇÃO
FORMAÇÃO ACADÊMICA (até 8 pontos)	
(Não cumulativo - pontuação apenas da titulação máxima de pós-graduação)	
Especialização na área de Educação ou Educação Matemática	4 pontos
Mestrado na área de Educação ou Educação Matemática	6 pontos
Doutorado na área de Educação ou Educação Matemática	8 pontos
EXPERIÊNCIA DOCENTE NOS ÚLTIMOS 10 ANOS (até 16 pontos)	
Docência nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio	4 pontos para cada ano completo de regência (até 16 pontos)
EXPERIÊNCIA EM ELABORAÇÃO E/OU REVISÃO DE ITENS (até 16 pontos)	
Elaboração e/ou revisão de itens de Matemática para a Educação Básica em avaliações ou exames promovidos pelo Inep.	4 pontos por experiência, limitado a 1 evento por ano.
Elaboração e/ou revisão de itens de Matemática para a Educação Básica em avaliações externas municipais, regionais ou estaduais.	2 pontos por experiência, limitado a 1 evento por ano.
PONTUAÇÃO MÁXIMA TOTAL	Pontos 40 pontos

Fonte:

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2020/legislacao/edital/edital_n2_de_02012020_bc-bni.pdf

ANEXO 2

Etapas para a elaboração de itens que constarão no Banco Nacional de Itens e serão aptos a serem utilizados nas provas:

As etapas são as seguintes, segundo o INEP⁹:

- 1) Publicação de um edital de chamada pública para seleção de colaboradores para produção de itens.
- 2) Equipes das quatro áreas de conhecimento avaliadas pelo ENEM capacitam os colaboradores, alinhando os critérios estabelecidos pelas matrizes de referência e pelo guia de elaboração e revisão de itens.
- 3) Os itens, como são chamadas as questões, são elaborados conforme os parâmetros do Inep.
- 4) O revisor técnico-pedagógico confere se os critérios foram atendidos, para avaliar a necessidade de modificações.
- 5) Especialistas das áreas de conhecimento são convidados para cancelarem ou não as modificações feitas pelo elaborador e revisor, sempre guiados pela ficha de revisão de itens.
- 6) Especialistas das áreas de conhecimento do Inep validam, ou não, o item elaborado para que ele passe a compor o Banco Nacional de Itens (BNI).
- 7) O pré-teste é a aplicação de um conjunto de itens a uma amostra populacional com características semelhantes à do público-alvo do ENEM. A pré-testagem é a forma empírica de avaliar parâmetros, tais como a dificuldade, o grau de discriminação e a probabilidade de acerto ao acaso da questão.
- 8) A partir das respostas são feitas análises psicométricas e pedagógicas. As questões que atendem a todos os critérios ficam disponíveis para a montagem de provas futuras. As demais são descartadas ou encaminhadas para melhoria.
- 9) O item finalizado passa a integrar o Banco Nacional de Itens, à disposição para uso em alguma prova do ENEM.
- 10) Durante a seleção dos itens para a composição de uma prova, são levados em conta os índices psicométricos obtidos no pré-teste. Também são considerados conteúdo abordado, temática e habilidade.

⁹ <<http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/presente>> Acesso em 20.06.20

ANEXO 3

Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias

Competência de área 1 - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Objetos de conhecimento

2. Matemática e suas Tecnologias

- Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.

- Conhecimentos geométricos: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.

- Conhecimentos de estatística e probabilidade: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.

- Conhecimentos algébricos: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

- Conhecimentos algébricos/geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.