

FADIGRAF – UM PROGRAMA DE ANÁLISE DE FADIGA

Michael Bressel

Orientador: Prof. Dr. Eng. Wilson João Batista

Área de Concentração: Projeto e Fabricação

RESUMO

Componentes mecânicos, quando submetidos a solicitações cíclicas e variáveis, são propensos a falha por fadiga. Como o método dos elementos finitos é cada vez mais utilizado no projeto desses componentes, e parte dos programas comerciais de elementos finitos não dispõem de uma ferramenta para análise quanto a fadiga, constatou-se a necessidade de uma ferramenta que, aproveitando os recursos desses programas, auxiliasse na avaliação dos componentes em relação as tensões de fadiga.

O programa Fadigraf, desenvolvido neste trabalho, utiliza dados extraídos dos resultados de análises estáticas de tensões ou simulações de eventos mecânicos, realizadas por programas comerciais da Algor Inc. e da ANSYS Inc., que, aliados a informações prestadas pelo usuário quanto a tensões e fatores redutores da tensão de fadiga, permitem ao programa gerar os diagramas de fadiga do tipo Haigh, Soderberg e Smith-Goodman para o componente analisado.

Após diversos testes realizados tendo como referência resultados obtidos por métodos analíticos, verificou-se que, resultados coerentes e o considerável ganho de tempo são indicativos positivos do uso desse programa. Apesar de algumas simplificações adotadas, tanto para o funcionamento do programa como para o método de análise, o mesmo apresenta grande utilidade como ferramenta de projeto no que se refere à análise de fadiga em vida infinita.

ABSTRACT

FADIGRAF – A FATIGUE ANALYSIS PROGRAM

Mechanical components, when subjected to a cyclical and variable loading are inclined to fatigue failure. Since the finite elements method is more and more used to project these components and a some of commercial finite elements software do not have a tool for fatigue analysis, was verified the necessity of a tool, that using these software's resources, would assist in the fatigue tensions evaluation of components.

The Fadigraf program developed in this work use data extracted from static stress analysis or a mechanical event simulation, processed in commercial software from Algor Inc. and from ANSYS. These data plus other's regarding stress limits and fatigue stress reduction

factors entered by the user allows the program to generate the fatigue diagrams for the component analyzed.

After several tests having as reference results obtained by analytical methods, it was verified that coherent results and an appreciable amount of time gain are positive indicators of the use of this program. Despite some simplifications adopted in the program for workability as well in the analysis method, it presents great utility as project tool in fatigue analysis.

PALAVRAS CHAVE

Fadiga, Elementos Finitos, Tensões, Vida Infinita, Diagramas de Haigh, Soderberg e Smith-Goodman.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	2
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	3
2.1 FADIGA	3
2.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	6
3. ANÁLISE DE FADIGA POR ELEMENTOS FINITOS.....	7
3.1 MÉTODO TRADICIONAL.....	8
3.2 USANDO O PROGRAMA FADIGRAF.....	9
4. VALIDAÇÃO DO PROGRAMA.....	10
4.1 TESTE ENVOLVENDO CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES.....	10
4.2 VIGA BI-APOIADA.....	14
4.3 VIGA À TORÇÃO.....	18
5. CONCLUSÕES.....	21
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	22

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho trata do desenvolvimento de um programa computacional para ser utilizado em projeto e análise de peças e componentes sujeitos a carregamentos que provocam fadiga do material. Sua finalidade é auxiliar no pós processamento de uma análise de tensões por elementos finitos, através da interpretação e apresentação dos resultados dessa análise de forma gráfica.

Não está nos objetivos do programa a determinação de uma curva de fadiga do

componente, e sim mostrar o quão próximo este componente se encontra das tensões que podem provocar falha por fadiga.

De um modo geral, as rotinas utilizadas no programa nada mais são do que uma automação dos passos realizados no cálculo analítico dos coeficientes de segurança à fadiga.

Como vantagem do programa, pode-se dizer que é a utilização de resultados de análises por elementos finitos na determinação das tensões, o que permite considerar os efeitos dinâmicos sobre o componente além de fornecer a distribuição de tensões na peça de uma forma mais precisa que no método analítico.

Para verificar a funcionalidade do programa, realizou-se uma série de testes, que serão comentados no capítulo 4 – Validação.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 FADIGA

Conforme Arrivabene, 1994, denominamos fadiga ao fenômeno do decréscimo da resistência de um material proveniente da aplicação de tensões que variam com o tempo.

Pode-se dizer que as principais características da fadiga são:

- Existir um número diferente de inversões que produzem ruptura para cada valor de tensão aplicada.
- Os valores de tensão que produzem ruptura para um determinado número de ciclos diferem de material para material, sendo que em alguns como os aços, os valores que produzem ruptura se aproximam assintoticamente de um valor σ_f (tensão de fadiga). Outros materiais, como o duralumínio não apresentam tensão abaixo da qual não ocorre ruptura por fadiga.
- A tensão de fadiga se altera para cada tipo de sollicitação, isto é, apresenta valores diferentes em ensaios de flexão plana, tração – compressão, flexão alternada e torção.

Por sua origem experimental, as características acima podem ser representadas, sob forma de curvas em um diagrama de tensões (σ) por número de ciclos (N), conhecido como diagrama de Wöhler (fig. 2.1).

Para uma tensão que varia entre σ_{\max} (tensão máxima na peça) e σ_{\min} (tensão mínima na peça) pode-se definir:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (1)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (2)$$

Onde σ_a é a tensão alternada e σ_m é a tensão média.

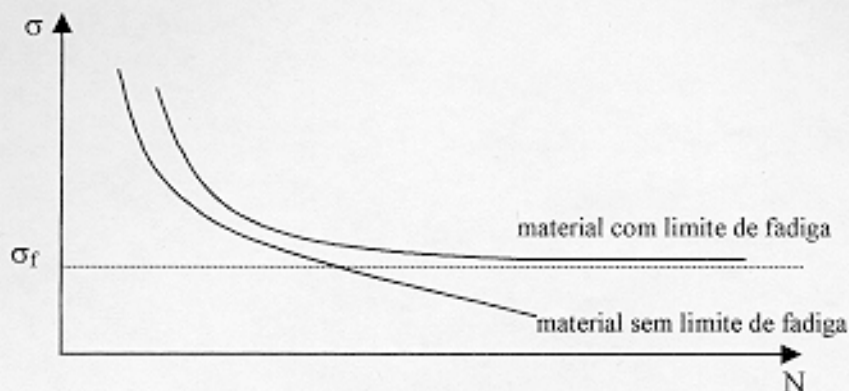


Fig. 2.1 – Diagrama de Wöhler

Dessa forma pode-se ter os seguintes tipos característicos de cargas cíclicas aplicadas a um componente (fig. 2.2):

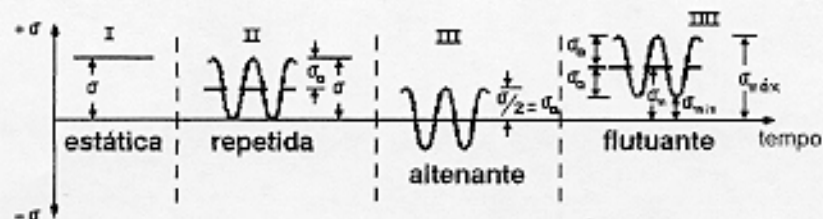


Fig. 2.2 – Tipos característicos de cargas

Segundo Arrivabene, 1994, a forma particular da função periódica $\sigma = f(t)$ parece não ter influência sensível na resistência do material.

No projeto de peças sujeitas à fadiga, na maioria das vezes, o objetivo é dimensioná-las para o limite de fadiga, isto é, para que estas peças jamais venham a se romper por fadiga. Para tanto pode-se utilizar um gráfico que forneça, em função da tensão média, a curva de tensões máximas e mínimas para as quais não ocorre mais a ruptura. Este gráfico é conhecido como o diagrama de Smith-Goodman.

Como as curvas limite superior e inferior do diagrama de Smith-Goodman são parábolas muito suaves, sendo possível realizar-se uma simplificação substituindo-as por retas (fig. 2.3). Os erros devido a esta simplificação, conforme Stemmer, 1980, são pequenos e a favor da segurança.

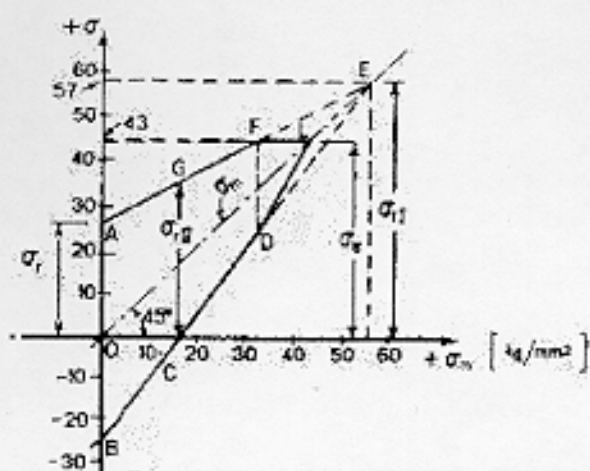


Fig. 2.3 – Diagrama de Smith-Goodman simplificado

É possível uma simplificação ainda maior do diagrama de Smith-Goodman através de uma rotação de 45° do diagrama, fazendo com que a linha OE coincida com o eixo das abscissas, resultando no diagrama de Haigh (fig. 2.4).

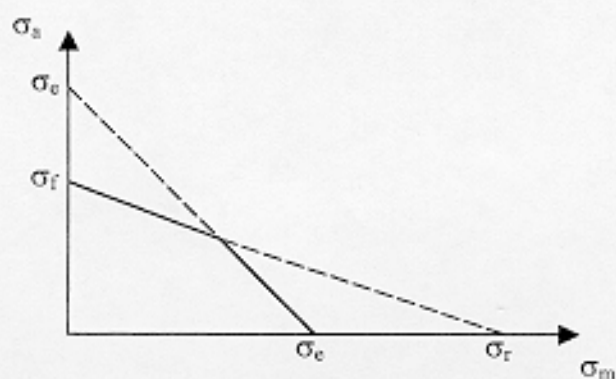


Fig. 2.4 – Diagrama de Haigh

Onde σ_r é a tensão de ruptura estática e σ_e a tensão de escoamento do material.

Uma terceira simplificação é possível, e esta se deve a Soderberg. Ao invés da pequena quebra, na interseção das retas $\sigma_r\sigma_f$ e $\sigma_e\sigma_e$, utiliza-se apenas uma reta $\sigma_f\sigma_e$ (fig. 2.5). Segundo Stemmer, 1980, os erros decorrentes desta simplificação são novamente a favor da segurança.

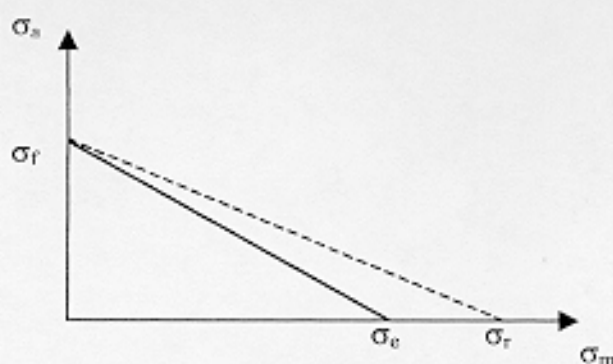


Fig. 2.5 – Diagrama de Soderberg

Na medida em que as curvas de resistência a fadiga foram determinadas experimentalmente, com corpos de prova normalizados, seu uso exige fatores de correção no momento de sua aplicação a peças. Uma série de fatores contribui para reduzir a resistência à fadiga, os principais, conforme Arrivabene, 1994, são:

k_a : fator de acabamento superficial. Corresponde a uma relação do acabamento superficial da peça em relação aos corpos de prova utilizados para levantar os dados da curva de fadiga, os quais são polidos para evitar qualquer concentração de tensões.

k_b : fator tamanho. Como os corpos de prova possuem um diâmetro de 10 mm, para diâmetros maiores de peças a tensão de fadiga deve ser multiplicada por k_b .

k_c : fator confiabilidade. Corresponde a um intervalo de confiança nos resultados obtidos experimentalmente na determinação da curva de fadiga do material.

k_d : fator temperatura. Acima de 71° C, a temperatura tem efeito redutor na tensão de fadiga, dada pela fórmula:

$$k_d = \frac{344,4}{273,3 + t} \quad (3)$$

Onde t é a temperatura em graus centígrados.

k_e : fator de concentração de tensões. É um fator que está ligado ao coeficiente efetivo de concentração de tensões, o qual é uma relação entre as tensões de fadiga de um corpo de prova liso e um com entalhe semelhante ao da peça analisada. Também pode ser expresso como uma função do coeficiente teórico de concentração de tensões e do coeficiente de sensibilidade ao entalhe do material.

k_f : outros fatores a serem considerados, como tensões residuais, características direcionais de operação (laminação e estampagem), endurecimento superficial, revestimentos metálicos (cromagem, niquelagem, etc.).

A aplicação destes fatores à tensão de fadiga é dada pela seguinte equação:

$$\sigma_{fp} = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot k_f \cdot \sigma_f \quad (4)$$

Onde σ_{fp} é a tensão de fadiga da peça

Vale ressaltar que os valores de qualquer um desses fatores oscila entre 0 e 1.

2.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Segundo Knitth, 1993, o método dos elementos finitos é um método numérico para solucionar um sistema de equações governantes sob domínio de um sistema físico contínuo. O

método é aplicável a diversos campos dentro da engenharia e da ciência, mas focalizando apenas suas aplicações para a mecânica estrutural pode-se dizer que as equações governantes são provenientes da mecânica dos meios contínuos e da teoria da elasticidade.

Ainda segundo Knitht, 1993, a base do método dos elementos finitos pode ser sintetizada da seguinte forma: pequenas partes chamadas elementos subdividem o domínio de uma estrutura sólida. Estes elementos se interconectam aos demais através de um número finito de pontos, em cada elemento, sendo denominados nós. Este conjunto de nós e elementos constituem o modelo da estrutura sólida. No domínio de cada elemento assume-se uma solução genérica simples das equações governantes, de forma que a solução específica para cada elemento seja função dos valores da solução desconhecida nos nós. A aplicação da solução genérica para todos os elementos resulta em um conjunto finito de equações algébricas a ser resolvido para os valores nodais desconhecidos.

Nesse método, pelo menos duas fontes de erros são aparentes. Uma é o fato que a solução suposta para o elemento é raramente a solução exata, e o erro é a diferença entre essa solução e a solução exata. A magnitude desse erro depende do tamanho dos elementos, geralmente a formulação dos elementos faz o resultado convergir para a solução correta com a redução do tamanho dos elementos. A segunda fonte de erros é a precisão da solução da equação algébrica, que é função da exatidão do computador, do algoritmo computacional, do número de equações.

Em teoria, todas as estruturas sólidas contínuas podem ser modeladas com elementos tridimensionais contínuos. Para reduzir os esforços computacionais, estas estruturas podem ser simplificadas, resultando em alguma perda de precisão, o que pode ser aceitável ou não para a estrutura analisada.

Como o método dos elementos finitos é um método para solução de equações diferenciais, os tipos de elementos utilizados representam elementos para a solução destas equações, que podem ser as equações diferenciais da elasticidade em 2D ou 3D no caso de elementos sólidos por exemplo ou equações diferenciais de teorias estruturais (que são simplificações das E.D. da elasticidade) sendo o caso das barras e das cascas entre outros.

3. ANÁLISE DE FADIGA POR ELEMENTOS FINITOS

O programa Fadigraf é uma automação das rotinas realizadas a nível de projeto para a avaliação de tensões de um componente em relação as tensões de vida infinita do material. Seu princípio de funcionamento baseia-se na comparação das tensões existentes no componente analisado com a tensão de fadiga do material. Em nenhum momento cogitou-se a hipótese de

determinar as curvas de fadiga do componente, pois a utilização do programa está voltada a projeto de componentes com vida infinita em relação à fadiga.

3.1 MÉTODO MANUAL

Quando se utiliza o método dos elementos finitos, uma das formas de se avaliar um determinado componente em relação a tensão de fadiga (vida infinita), é a criação de um modelo parametrizado, utilizando um carregamento unitário. Uma vez analisado este modelo, obtém as tensões de cada carregamento multiplicando-se os resultados pelos valores das cargas atuantes em cada carregamento, dessa forma pode-se obter o resultado para diversos carregamentos e materiais com apenas uma análise, o que reduz muito o esforço computacional em relação ao método a seguir.

Também pode-se gerar dois modelos (modelo 1 e modelo 2) idênticos para análise estática por elementos finitos, de forma a diferenciarem-se apenas nos carregamentos, os quais representam as situações extremas das alternâncias de cargas (fig. 3.1).

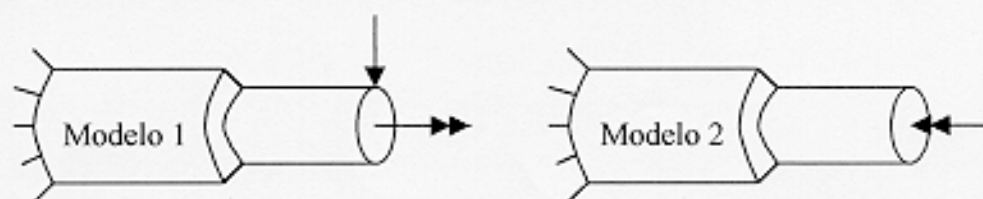


Fig. 3.1 – Exemplo de modelos representando a alternância de cargas

Após a análise por elementos finitos dos dois modelos, procuramos nos resultados obtidos (fig. 3.2) para o modelo 1 as tensões máximas principais (σ_{mp1}) e o nó correspondente a essas tensões (N_1). Passamos então para os resultados do modelo 2, onde buscamos as tensões principais (σ_{p1}) no nó equivalente a N_1 . Nesses mesmos resultados, buscamos as tensões máximas principais (σ_{mp2}) e o nó correspondente a essas tensões (N_2). Retornando aos resultados do modelo 1, buscamos as tensões principais (σ_{p2}) no nó correspondente a N_2 .

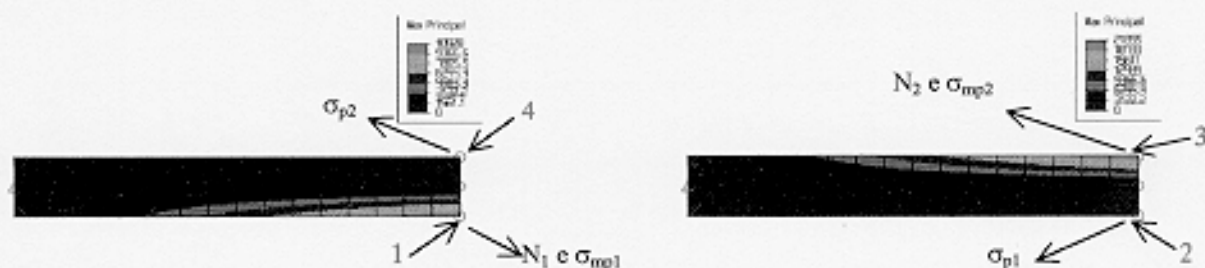


Fig. 3.2 – Método de coleta manual das tensões para cálculo de fadiga

Como resultado do procedimento acima temos as tensões σ_{mp1} , σ_{mp2} , σ_{p1} e σ_{p2} , de forma que o par σ_{mp1} , σ_{p1} correspondente as tensões principais máxima e mínima no nó N_1 e o par σ_{mp2} , σ_{p2} correspondente as tensões principais máxima e mínima no nó N_2 .

A partir das tensões acima, aliadas as tensões características do material e os fatores redutores da tensão de fadiga podemos traçar os diagramas de fadiga.

Por este último processo, caso decida-se realizar alguma alteração geométrica, de materiais ou de carregamentos temos que repetir todo o processo acima citado.

3.2 USANDO O PROGRAMA FADIGRAF

Para a utilização do programa Fadigraf, podemos construir os dois modelos idênticos e realizar as análises estáticas por elementos finitos em ambos os modelos como no método tradicional, ou podemos criar um modelo de simulação de eventos (análise transiente), permitindo uma análise dinâmica (considerando os efeitos de inércia) do componente. Caso seja feita a simulação de eventos, o usuário terá que descobrir os dois instantes em que ocorrem os extremos de tensões, gerando então os arquivos de tensões nodais para estes dois instantes.

No caso específico de cargas repetidas, só é necessário gerar um modelo, pois a segunda situação de carregamento não possui carga.

A partir desse ponto, passamos a utilizar o programa, informando os nomes das análises dos modelos bem como as tensões de ruptura, de escoamento e de fadiga, além dos fatores de redução da tensão de fadiga. De posse destes dados o programa realiza uma varredura nos arquivos das análises, calculando a tensão média e a tensão alternante de cada nó. São armazenados os nós que apresentarem as combinações de tensão média e tensão alternante mais elevadas, em ordem decrescente e na quantidade especificada pelo usuário (até 10 nós). Finalizada esta etapa de processamento dos arquivos, o programa passa a apresentar os resultados sob forma dos diagramas de Smith-Goodman, de Haigh ou de Soderberg, indicando os nós mais solicitados, graficamente, através de seu posicionamento dentro dos diagramas. Também são apresentados os resultados na forma de texto, sendo feita uma listagem dos nós mais solicitados, com suas tensões máximas, mínimas, média e alternante. E são listados os valores das tensões limites do material, os fatores de redução da tensão de fadiga e a tensão de fadiga corrigida para o componente.

O fluxograma simplificado do programa encontra-se na figura 3.3.

A rotina de funcionamento do programa permite que seja utilizado com qualquer programa de elementos finitos, bastando o usuário criar um no formato de arquivo ASCII e fornecer informações ao programa onde deverão se lidos os dados pertinentes.

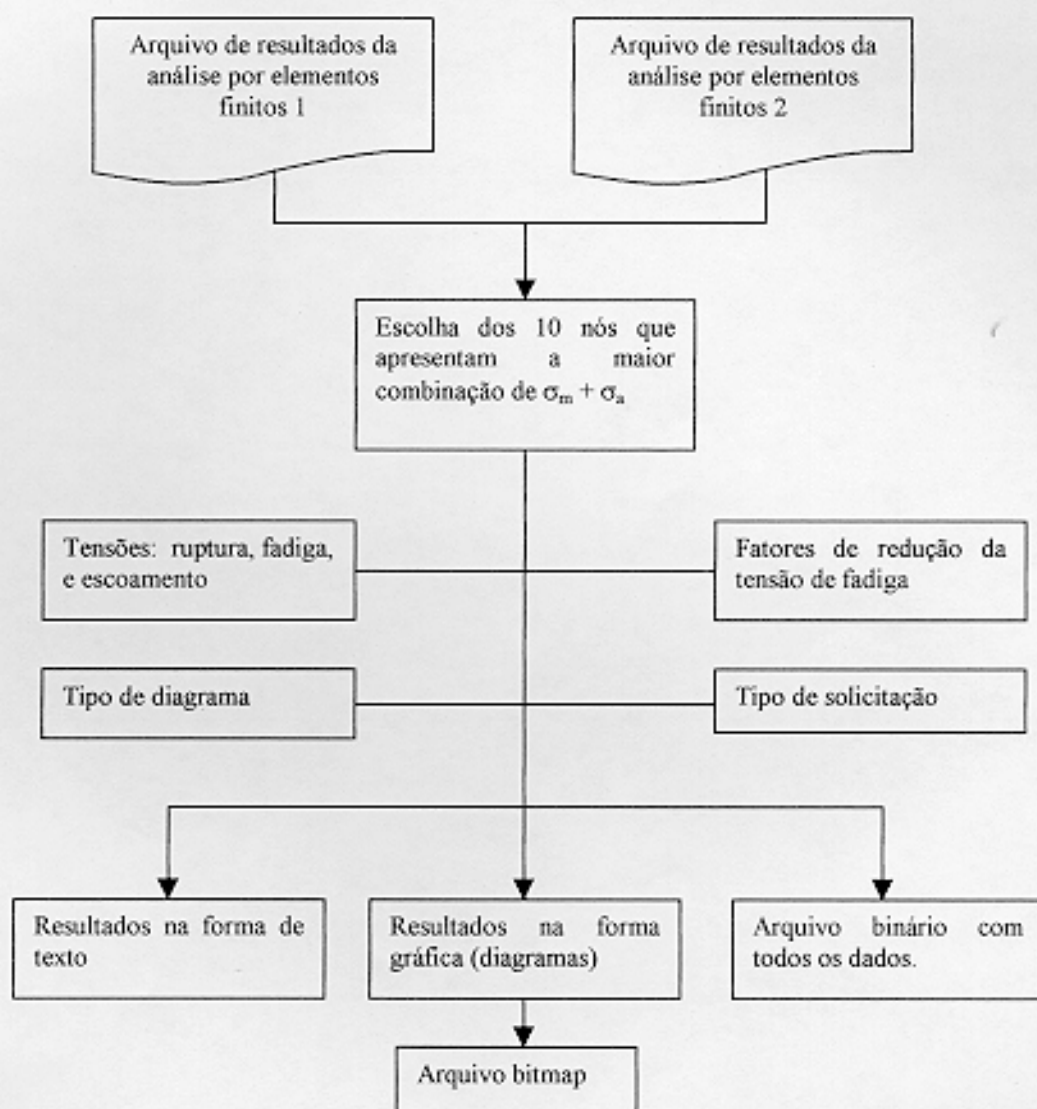


Fig. 3.3 – Fluxograma do programa Fadigraf

4. VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

A fim de confirmar o funcionamento correto do programa, foram efetuados uma série de testes, tomando como base exemplos já solucionados encontrados na literatura sobre fadiga.

Para cada modelo utilizou-se um tipo diferente de elemento na análise por elementos finitos.

4.1 TESTE ENVOLVENDO CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

Para este teste, utilizou-se o seguinte problema (em estado plano de tensões):

Dada a barra chata da figura 4.1 abaixo, considerar um carregamento variável em ambas as extremidades, com $P_{\min} = 0$ N e $P_{\max} = 300$ N. Materiais: aço SAE 1020 e SAE 1045 com as propriedades dadas na tabela 4.1. Fator de concentração de tensões devido ao acabamento $k_a = 0,7$. Verificar quanto a fadiga para uma confiabilidade de 95% ($k_c = 0,869$).

Dados:

Diâmetro do furo (d) = 4 mm

Comprimento (l) = 20 mm

Largura (w) = 10 mm

Espessura (h) = 1 mm

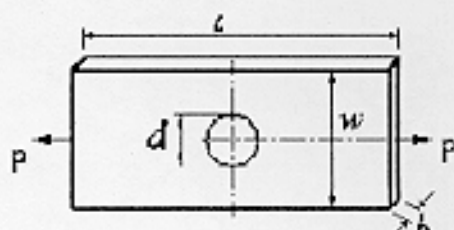


Fig. 4.1 – Peça a ser avaliada

Tabela 4.1 – Propriedades dos materiais

Propriedade	SAE 1020	SAE 1045
Módulo de elasticidade	2.07×10^5	2.07×10^5
Coefficiente de Poisson (ν)	0.3	0.3
σ_r	379.2 MPa	570 MPa
σ_e	206.9 MPa	430 MPa
σ_f	170,7 MPa	270 MPa

Pelo método analítico:

do gráfico de k_t (fig. 4.2) : para $d/w = 0.4 \rightarrow k_t = 2.25$

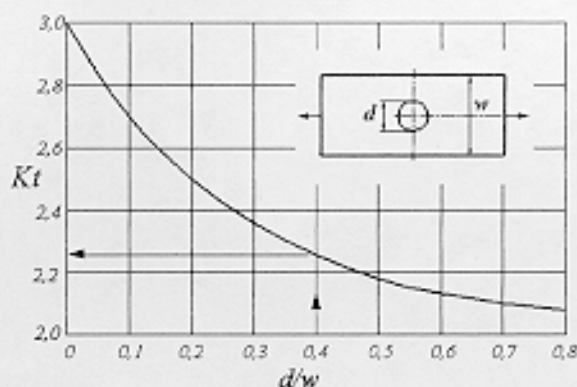


Fig. 4.2 – Diagrama de k_t para o problema

aplicando-se nas equações abaixo:

$$\sigma_{\max} = k_t \cdot \sigma_n = \frac{P_{\max} \cdot k_t}{(w-d) \cdot h} \therefore \sigma_{\max} = 112,5 \text{ MPa} \quad (5)$$

$$\sigma_{\min} = k_t \cdot \sigma_n = \frac{P_{\min} \cdot k_t}{(w-d) \cdot h} \therefore \sigma_{\min} = 0 \text{ MPa} \quad (6)$$

$$C_{\text{Soderberg}} = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{\sigma_{fp}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_c}} \quad (7)$$

$$C_{\text{Goodman}} = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{\sigma_{fp}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_r}} \quad (8)$$

Utilizando-se equações (1) e (2) com os valores acima, obtiveram-se: $\sigma_m = 56.25$ MPa e $\sigma_a = 56.25$ MPa. A tensão de fadiga de peça, utilizando-se a equação (4), é de 100,2 MPa. Das equações (7) e (8) resultaram nos coeficientes de segurança à fadiga de Soderberg e de Goodman respectivamente. Os valores para cada material se encontram na tabela 4.2 abaixo.

Tabela 4.2 – Coeficientes de segurança a fadiga

	SAE 1020	SAE 1045
Soderberg	$c = 0.867$	$c = 1.444$
Goodman	$c = 0.981$	$c = 1.515$

Utilizando Elementos Finitos e o programa Fadigraf:

Considerando a simetria da peça, modelou-se apenas 1/4 da mesma, O modelo inicial apresentou uma malha com 407 nós. Este modelo foi analisado utilizando-se o programa Algor R12 em análise estática de tensões, usando elementos do tipo 2D (fig. 4.3). Um modelo com 809 nós (fig. 4.4) e outro com 1663 (fig. 4.5) nós também foram analisados a fim de verificar-se a convergência dos resultados.

Os arquivos dos resultados desta análise foram utilizados no programa fadiga, que junto com os dados fornecidos sobre tensões e fatores de redução da resistência a fadiga traçou os diagramas e calculou os coeficientes de segurança.

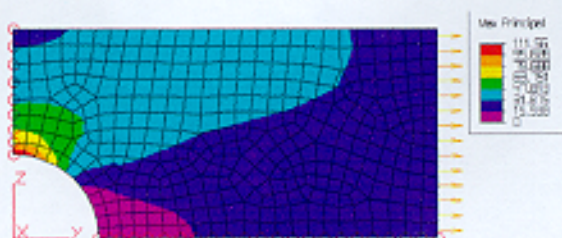


Fig. 4.3 – Mapa de tensões (MPa)
Modelo com 407 nós - Algor

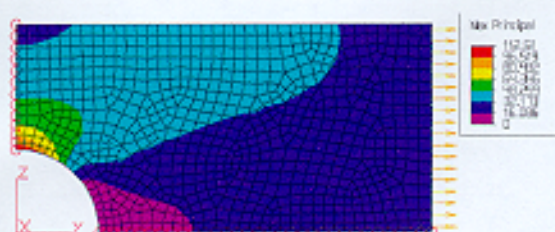


Fig.4.4 – Mapa de tensões (MPa)
Modelo com 809 nós - Algor

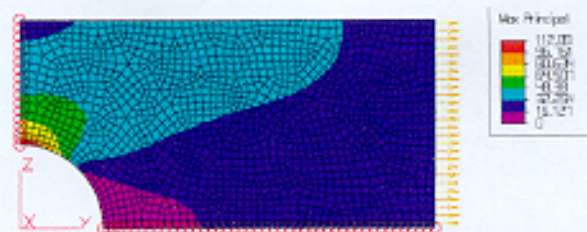


Fig. 4.5 – Mapa de tensões (MPa)
Modelo com 1663 nós - Algor

A partir dos valores fornecidos de σ_a e σ_m , utilizando as equações (7) e (8) resultaram nos coeficientes de segurança à fadiga de Soderberg e de Goodman respectivamente. Os valores para cada material se encontram na tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Coeficientes de segurança a fadiga por elementos finitos

	SAE 1020	SAE 1045
Soderberg - Malha1	c = 0.874	c = 1.456
Goodman - Malha1	c = 0.979	c = 1.527
Soderberg - Malha2	c = 0.866	c = 1.443
Goodman - Malha2	c = 0.970	c = 1.513
Soderberg - Malha3	c = 0.864	c = 1.439
Goodman - Malha3	c = 0.968	c = 1.510

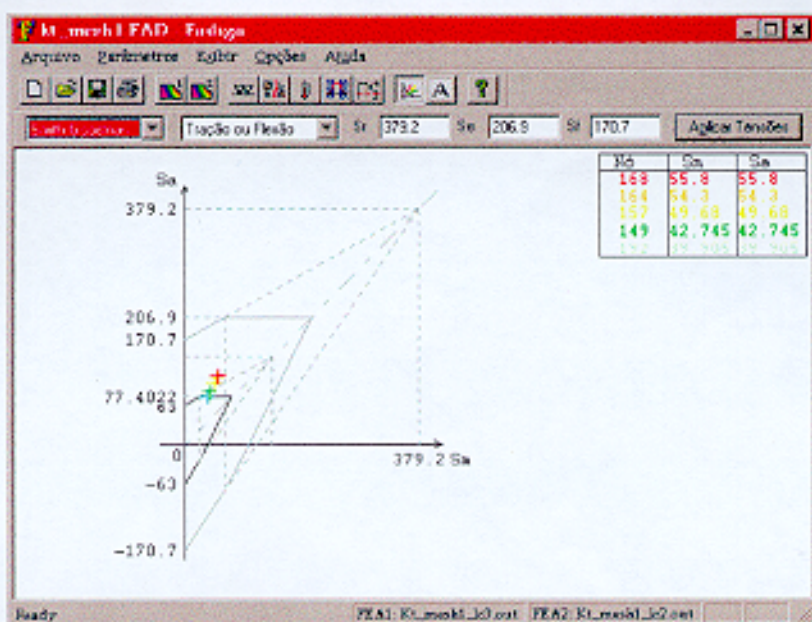


Fig. 4.6 – Programa Fadigraf – Diagrama de Goodman – peça em SAE 1020

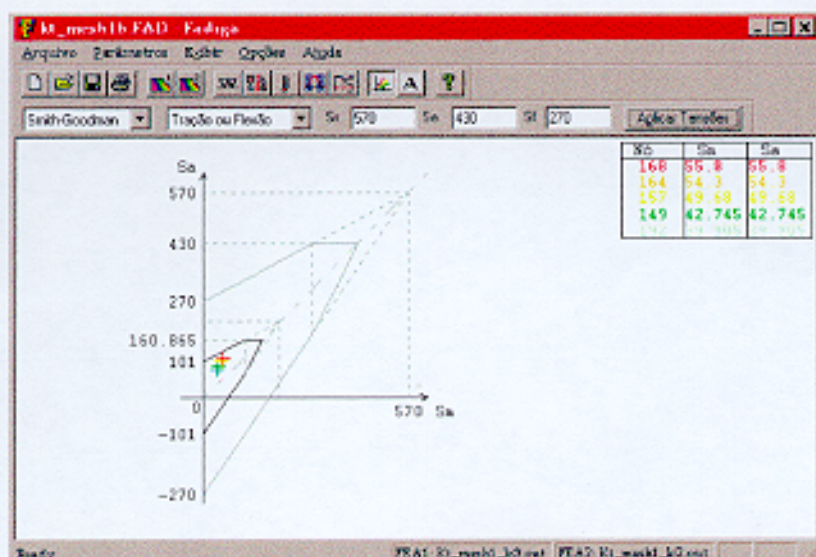


Figura 4.7 – Programa Fadigraf – Diagrama de Goodman – Peça em SAE1045

Os dados quanto a convergência dos resultados da análise por elementos finitos se encontram na tabela 4.4 e na figura 4.8. Os demais dados referentes à análise por elementos finitos se encontram na tabela 4.5.

Tabela 4.4 – Erros percentuais no primeiro teste

	nós	elementos	σ_{\max}	σ_{\max} analítico	erro (%)
Malha1	407	365	111,56	112,5	0,842
Malha2	809	749	112,51	112,5	0,008
Malha3	1663	1580	112,89	112,5	0,346

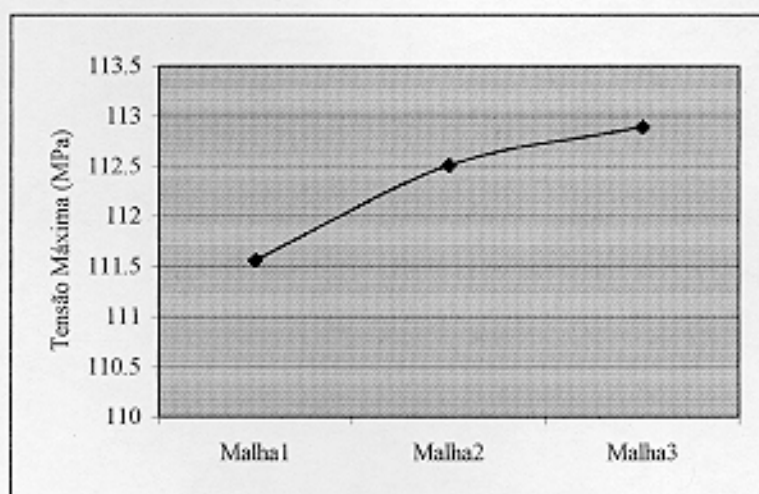


Fig. 4.8 – Gráfico da convergência dos resultados

Tabela 4.5 – Dados da análise por elementos finitos do teste 1

Software	Algor (R) Linear Static Stress Versão 12.01b – WIN 26-MAR-1999
Elemento	2D – elemento de 3 ou 4 nós
Número de elementos	Malha1 = 407 Malha2 = 809 Malha3 = 1663
Tipo de análise	Análise linear de tensões
Modelo do material	Linear elástico isotrópico
Modo deslocamento	Incompatível
Propriedades do material	Módulo de Young (E) = 2.1000E+5 Coef. de Poisson (ν) = 3.0000E-1 Módulo de cisalhamento (G) = 8.0769E+4

4.2 VIGA BI-APOIADA

Tomando-se como base um problema de viga curta engastada apresentada em Forrest, 1972, idealizou-se o seguinte problema: uma viga bi-apoiada (fig. 4.9), de seção retangular, em aço AISI 4130 é submetida a uma carga flutuante aplicada na metade do seu comprimento, com os valores de 4000 lbf e 12000 lbf.

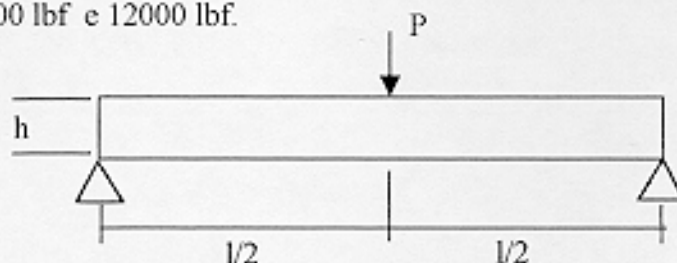


Fig. 4.9 – Esquema do problema

Dados:

Comprimento (l) = 60 in

Largura (w) = 2 in

Altura (h) = 4 in

$\sigma_y = 81000 \text{ lbf/in}^2$

$\sigma_c = 52000 \text{ lbf/in}^2$

$\sigma_t = 40000 \text{ lbf/in}^2$

Pelo método analítico:

$$I = \frac{w \cdot h^3}{12} \therefore 10,667 \text{ in}^4 \quad (9)$$

onde I é momento de inércia da seção.

O momento fletor (M) na viga é dado por:

$$M = \frac{P \cdot l}{4} \quad (10)$$

onde P é a carga aplicada. Dessa forma para P_{\min} temos $M_{\min} = 60000 \text{ lbf}\cdot\text{in}$ e para P_{\max} temos $M_{\max} = 180000 \text{ lbf}\cdot\text{in}$. A tensão na viga é dada por:

$$\sigma = \frac{M \cdot z}{I} \quad (11)$$

onde z é a distância das fibras externas à linha neutra.

Substituindo os valores temos para M_{\min} uma tensão $\sigma_{\min} = 11249,7 \text{ lbf/in}^2$ e para M_{\max} uma tensão $\sigma_{\max} = 33748,94 \text{ lbf/in}^2$.

Pela equação (4) obtém-se $\sigma_{fp} = \sigma_t$. Utilizando-se estes valores nas equações (7) e (8), obtemos os coeficientes de segurança a fadiga apresentados na tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Coeficientes de segurança pelo método analítico

	Coeficiente de segurança
Soderberg	1,4
Goodman	1,788

Utilizando Elementos Finitos e o programa Fadigraf:

Considerando a simetria da peça, modelou-se metade da mesma. O modelo inicial apresentou uma malha com 32 elementos do tipo Shell. Este modelo foi analisado utilizando-se o programa Algor R12 no módulo de simulação de eventos mecânicos, seguindo uma curva de

carregamento apresentada na figura 4.10. A figura 4.11 apresenta o modelo e as restrições nodais.

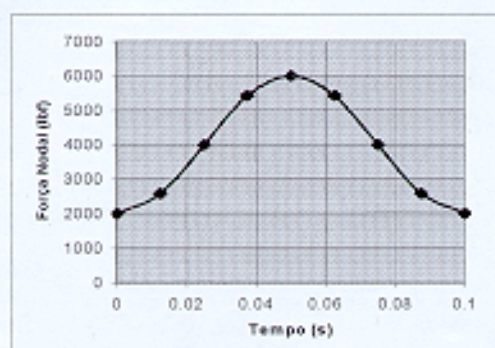


Fig. 4.10 – Curva de carregamento

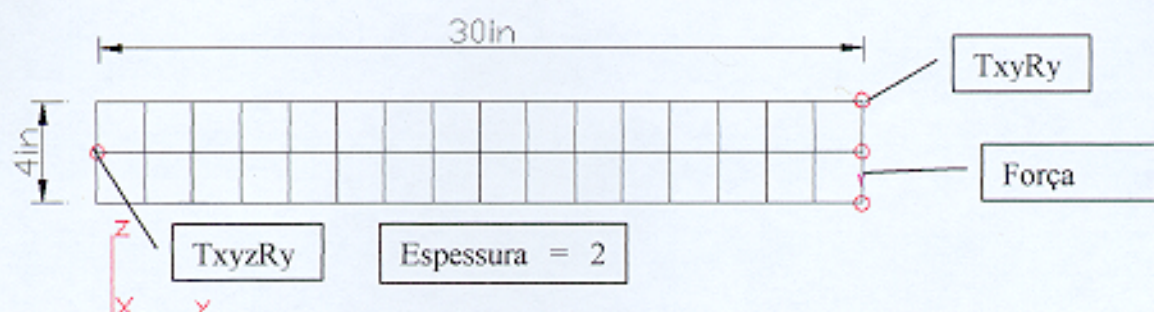


Fig. 4.11 – Modelo de 32 elementos representando $\frac{1}{2}$ viga, com as condições de contorno

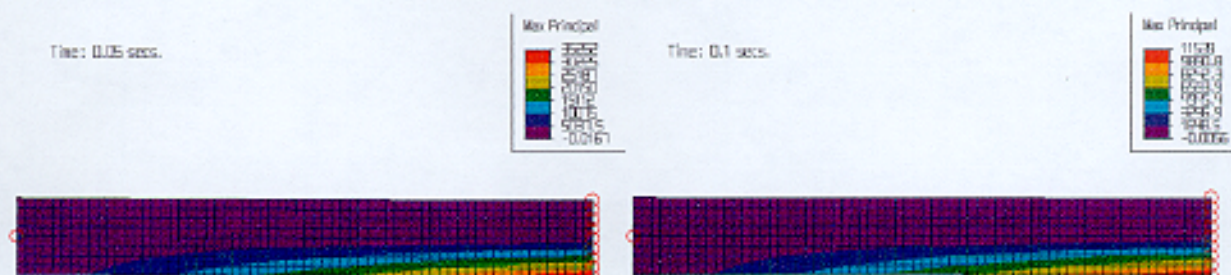


Fig. 4.12 – Mapa de tensões (lbf/in^2) da simulação de evento mecânico pelo Algor.

Este mesmo problema foi modelado também no ANSYS ED 5.2, com uma malha de 128 elementos. Realizou-se uma análise estática de tensões, considerando os dois extremos da curva de carregamento acima mencionada. A figura 4.13 apresenta os resultados desta análise. Os coeficientes de segurança quanto a fadiga são dados na tabela 4.7. As figuras 4.14 e 4.15 mostram os resultados do Fadigraf para estas análises.

Tabela 4.7 – Coeficientes de segurança à fadiga

	Algor – MES – malha de 512 elementos	ANSYS – malha de 128 elementos
Soderberg	1,340	1,414
Goodman	1,709	1,805

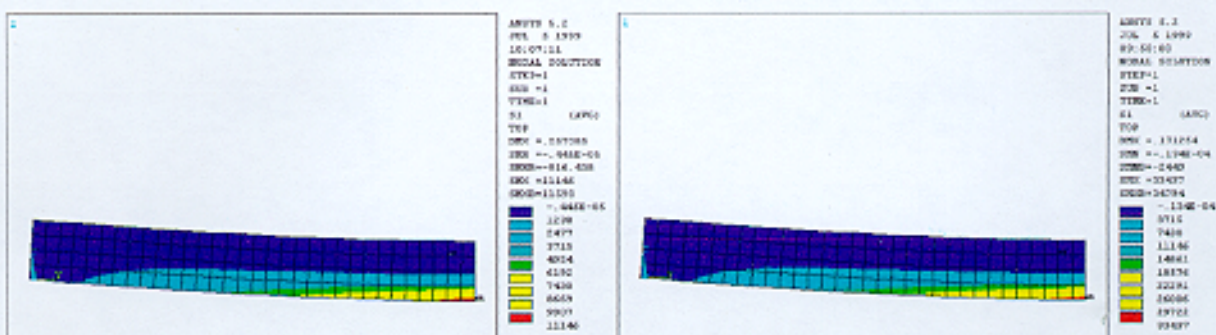


Fig. 4.13 – Mapa de tensões(lbf/in²) da análise estática pelo ANSYS.

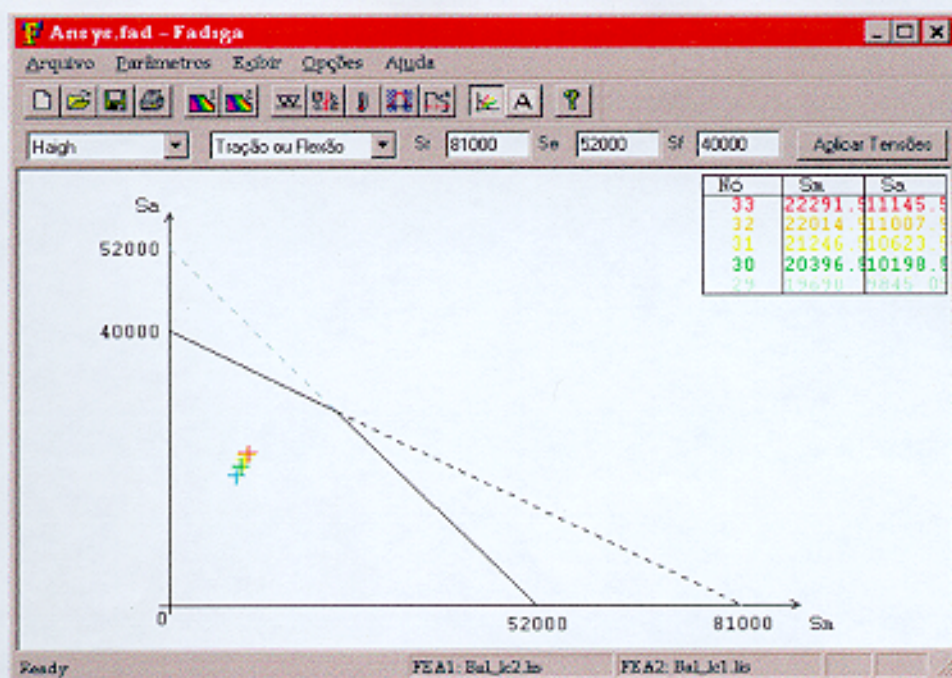


Fig. 4.14 – Programa Fadigraf – Resultados do ANSYS

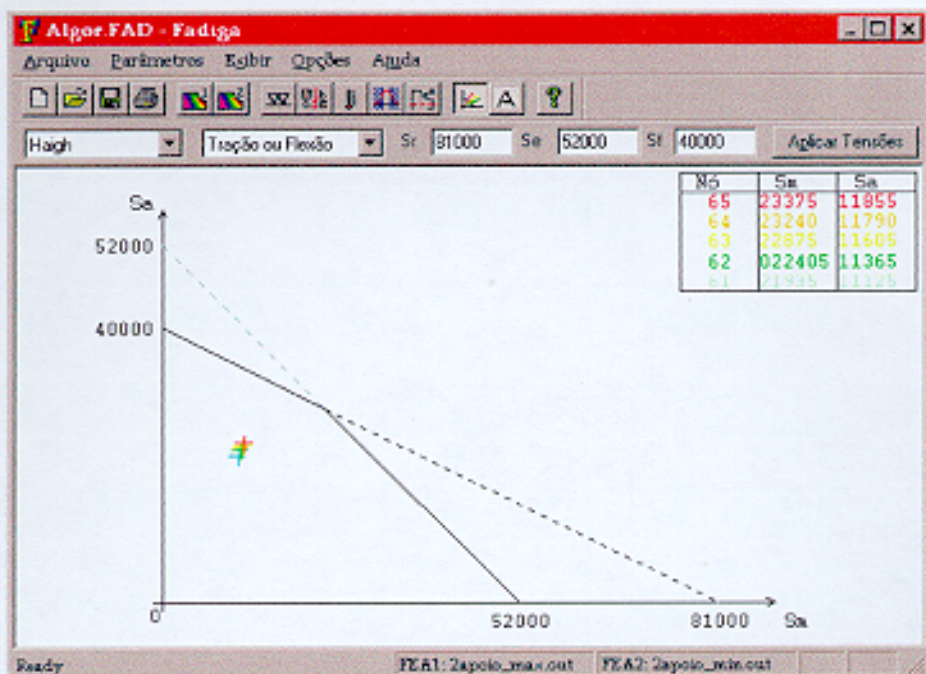


Fig. 4.15 – Programa Fadigraf – Resultados do Algor

O modelo analisado no Algor teve sua malha refinada, resultando em um modelo com 128 elementos e outro com 512 elementos, para verificação da convergência dos resultados da análise por elementos finitos. A tabela 4.8 apresenta a avaliação desses erros e figura 4.16 o gráfico da convergência dos resultados apresentados pela análise por elementos finitos. Os demais dados da análise são apresentados na tabela 4.9.

Tabela 4.8 - Erros percentuais no segundo teste, modelos do Algor

	nós	elementos	σ_{\max}	σ_{\max} analítico	erro (%)
Malha1	407	32	10927,7	11249,7	2,946
Malha2	165	128	11145,7	11249,7	0,933
Malha3	585	512	11292,5	11249,7	0,380

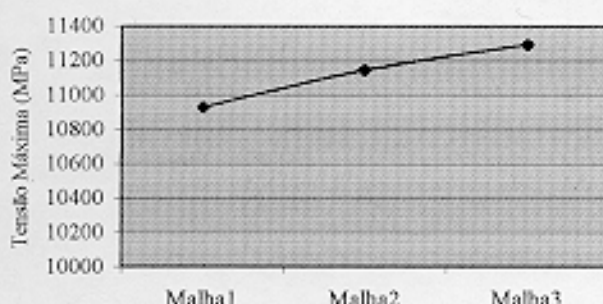


Fig. 4.16 - Convergência dos resultados

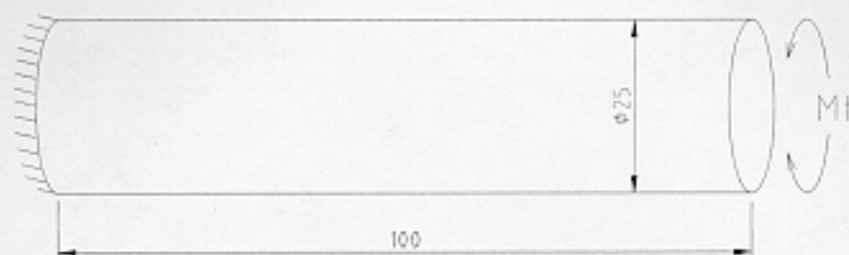
Tabela 4.9 – Propriedades da simulação de eventos mecânicos

Software	Algor (R) Accupak/VE Mechanical Event Simulation (MES) Version 12.05a-WIN 26-MAR-1999
Elemento *	Alta ordem (8 nós) 3-D Definição de elemento de casca (Tipo 26)
Número de elementos	Malha1 : 32 Malha2 : 128 Malha3 : 512
Tipo de análise **	Formulação Lagrangiana total,
Método iterativo de solução não linear	Método de Newton modificado total combinado com busca de linha
Critério de convergência para iterações de equilíbrio	Apenas deslocamento
Coefficientes de amortecimento de Rayleigh	Alpha . . . = 0.5000E-01 Beta . . . = 0.5000E-01
Número de frações de tempo	10
Incremento das frações de tempo	0.1000E-01
Tolerância na convergência do deslocamento	0.100E-14
Ordem de integração para matriz de rigidez dos elementos	Direção R = 3 Direção S = 3 Direção T = 3
Modelo de material	Isotrópico elástico linear
Propriedades do material	Densidade de massa = 7.3450E-04 Módulo de Young (E) = 3.0000E+07 Coeficiente de Poisson (ν) . . . = 3.0000E-01 Shear Shape Factor (Fs) = 1.2000E+00 Módulo de cisalhamento (G) . = 1.1538E+07

* Utilizou-se elementos de casca para mostrar o compatibilidade do Fadigraf com diversos tipos de elementos.

** É inerente a simulação de eventos mecânicos da Algor, mesmo se tratando de um problema linear.

4.3 VIGA À TORÇÃO



Dados:

$$M_t = 150000 \text{ N.mm}$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Poisson } (\nu) = 0,3$$

$$\sigma_r = 380 \text{ MPa}$$

$$\sigma_e = 210 \text{ MPa}$$

$$\sigma_f = 152 \text{ MPa}$$

Cálculo analítico das tensões devidas ao Momento Torçor:

Tensão tangencial máxima:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t \cdot R}{J_o} \quad (12)$$

Onde:

$\tau_{\text{máx}}$ = tensão tangencial máxima

M_t = Momento torçor (N.mm)

R = raio (mm)

J_o = Momento de inércia polar = $\pi \cdot R^4 / 2$ (para cilindro)

para $d = 25 \text{ mm}$: $\tau_{\text{máx}} = 48,8924 \text{ N/mm}^2$

Substituindo este valor e nas equações (7) e (8), obtemos um coeficiente de segurança $c = 3,108$ para $\sigma_f = 100 \text{ MPa}$.

Utilizando Elementos Finitos e o programa Fadigraf:

Para esta análise, modelou-se a viga em elementos sólidos do tipo brick. O modelo inicial apresenta 1600 elementos, e os demais modelos 4368 elementos e 10240 elementos respectivamente (fig. 4.18).

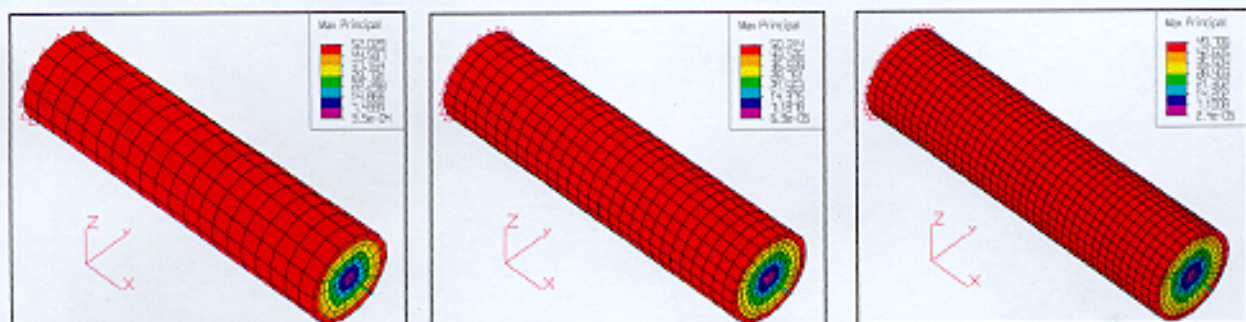


Fig. 4.18 – Malha dos modelos de viga sujeita a torção

Os resultados da análise com 10240 elementos foram utilizados no programa Fadiga, resultando no diagrama da figura 4.19. Utilizando-se as equações (7) e (8), os coeficientes de segurança, tanto por Soderberg quanto por Goodman para este modelo em elementos finitos, são $c = 3,025$, pois como as tensões são iguais mas em direções opostas, $\sigma_m = 0$.

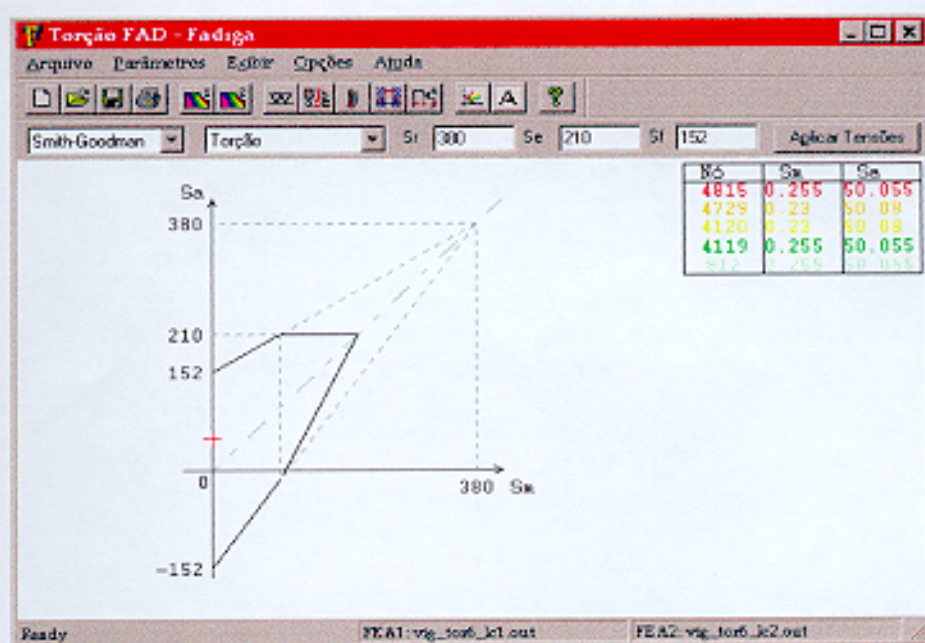


Fig.4.20 – Programa Fadigraf – Diagrama de Goodman

A tabela 4.10 fornece uma comparação das tensões encontradas na análise por elementos finitos com a tensão calculada analiticamente e a figura 4.20 representa graficamente a convergência dos resultados das análises.

Maiores detalhes desta análise por elementos finitos podem ser vistos na tabela 4.11.

Tabela 4.10 – Comparação das tensões

	elementos	$\sigma_{\text{máx}}$	$\sigma_{\text{máx}}$ analítico
Malha1	1600	52,0293	48,8924
Malha2	4368	50,314	48,8924
Malha3	10240	49,7057	48,8924

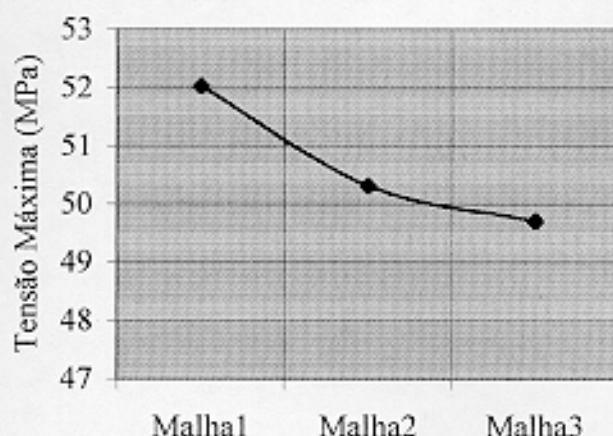


Fig.4.20 – Convergência dos resultados

Tabela 4.11 – Propriedades da análise

Software	Algor (R) Linear Static Stress Version 12.01b-WIN 26-MAR-1999
Elemento	Baixa ordem (8 nós) 3-D Definição de elemento solido (Tipo 5)
Número de elementos	Malha 1 = 1600 Malha 2 = 4368 Malha 3 = 10240
Tipo de análise	Análise de tensões lineares
Ordem de integração	Segunda ordem
Modo deslocamento	Incompatível
Modelo de material	Isotrópico linear estático
Propriedades do material	Módulo de elasticidade (E) . . = 2.1000E+05 Coeficiente de Poisson (ν) . . = 3.0000E-01 Módulo de cisalhamento (G) . . . = 8.0769E+04

5. CONCLUSÕES

O programa Fadigraf é um excelente apoio gráfico ao projeto à fadiga de componentes utilizando elementos finitos para o cálculo das tensões. A automação de algumas tarefas repetitivas na análise à fadiga permite um aumento significativo da produtividade no projeto.

Com a utilização do método dos elementos finitos, especificamente a análise transiente, podemos avaliar melhor a magnitude das tensões de origem dinâmica, o que resulta em maior segurança no que se refere a vida em fadiga.

O programa não se limita aos softwares comerciais da Algor e do ANSYS, permitindo que seja utilizado com qualquer programa de elementos finitos, bastando o usuário criar uma rotina de conversão de dados do seu programa para o formato de arquivo ASCII do Algor (*.out) ou do ANSYS (*.lis).

Como aprimoramentos podemos citar o aumento dos número de softwares comerciais lidos diretamente, a adição de métodos de predição de vida para projetos de componentes com vida limitada (método S-N) e a adição de uma biblioteca de materiais com suas propriedades à fadiga.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Algor, 1999. "**Algor Docutech Rel. 12.00**", Algor Inc., Pittsburg, PA, USA
- ANSYS, 1995. "**ANSYS® Help System, Rev. 5.2**", ANSYS Inc., Canonsburg, PA, USA
- Arrivabene, V., 1994. "**Resistência do Materiais**", Makron Books, São Paulo.
- Forrest, P. G., 1972. "**Fatiga de los Metales**", Urmo Ediciones, Spain.
- Knight Jr, C. E., 1993. "**The Finite Element Method in Mechanical Design**", PWS-KENT Publishing Company, Boston.
- Stemmer, C. E., 1980. "**Manual de Tecnologia Eletromecânica**", Vol. 4, Editora Globo, Porto Alegre.

Formulário de aprovação das correções

Aluno: Michael Bressel

Observações: O conceito será o já atribuído pela Banca no momento da Defesa

Correções satisfatórias: , sim , não

Data: 29/Julho/19 Professor: R.J. Marceak

Assinatura: 

Correções satisfatórias: , sim , não

Data: _____ Professor: _____

Assinatura: _____

Correções satisfatórias: , sim , não

Data: _____ Professor: _____

Assinatura: _____

Correções satisfatórias: , sim , não

Data: _____ Professor: _____

Assinatura: _____

Correções satisfatórias: , sim , não

Data: _____ Professor: _____

Assinatura: _____