

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Instituto de Física

Naturalidade, Quebra de Simetria de Isospin  
e a Estrutura Interna das Estrelas de  
Nêutrons<sup>†</sup>

Moisés Razeira

*Tese realizada sob a orientação do Dr. César A. Z. Vasconcellos, apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento final dos requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Ciências.*

*Porto Alegre, 2008*

---

<sup>†</sup>Trabalho parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq.



# Agradecimentos

- Em primeiro lugar agradeço ao meu orientador, Dr. César Augusto Zen Vasconcellos, pela orientação, amizade e paciência, muita paciência.
- À minha tia Lila Razeira e ao meu Pai Dante Razeira por terem me criado com tanto sacrifício.
- Agradeço à minha tia, Zélia Razeira, por todo o apoio; sem ela certamente eu não conseguiria acabar esta tese.
- Agradeço aos meus amigos: Mesquita, Ricardo, Henrique, Fabio Rocha, Jose Eduardo (Edu), Antonio, e tantos outros.
- Aos meus colegas da antiga sala M202 pela ótima convivência: Cassio, Werner, Douglas, Job e Karim.
- Aos funcionários do IF: Lucinha, Nara, Nico, Pedro, Xuxa, Batista, ... pela boa convivência e amizade. Em especial ao Valdomiro por sempre quebrar aquele galho com as impressões em cima da hora.
- Ao povo Brasileiro por ter custeado o meu estudo.

## Resumo

Nesta tese, desenvolvemos um modelo efetivo para a matéria nuclear, com vistas à descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares, por meio de uma formulação lagrangeana que busca *exaurir o espaço de fase* dos campos mesônicos por meio de um tratamento perturbativo que apresente alto grau de consistência com o conceito de *naturalidade*, de modo a aprimorarmos as previsões dos tratamentos teóricos mais convencionais. Uma versão preliminar deste modelo efetivo, que contempla a presença, no setor bariônico, somente dos campos dos núcleons, é inicialmente apresentada, juntamente com a abordagem dos temas da naturalidade, da anomalia Nolen-Schiffer e da quebra de simetria de isospin na matéria nuclear. Ainda, com base na conservação de simetria quiral, apresentamos a previsão da existência de um estado ressonante mesônico no setor escalar-isovetorial leve, estado este representado pelo campo  $\varsigma$ . E então, baseados no conceito de *naturalidade*, desenvolvemos o modelo efetivo para a matéria nuclear supra mencionado. A versão do modelo efetivo inicialmente desenvolvido contempla acoplamentos entre os campos dos núcleons e dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$ . Então apresentamos as previsões do modelo para a anomalia Nolen-Schiffer e discutimos os resultados obtidos. Os resultados obtidos neste trabalho apresentam expressivo aprimoramento na descrição da anomalia Nolen-Schiffer quando comparados aos correspondentes resultados do modelo MRWY desenvolvido recentemente por outros autores. Em primeiro lugar porque nossos resultados apresentam percentuais de melhoramento na descrição da anomalia Nolen-Schiffer que variam entre 80% e 320%. Em segundo lugar porque o ordenamento dos resultados obtidos em nosso trabalho está em conformidade com o ordenamento dos dados experimentais, diferentemente dos resultados apresentados no trabalho supra mencionado. Em especial, nossas previsões para o ordenamento dos dados experimentais da anomalia Nolen-Schiffer ( $\Delta_{ANS}$ ) contemplam o conhecido *crescimento anômalo*, ou seja, que  $\Delta_{ANS}$  não cresce necessariamente com o número de massa, pois  $\Delta_{ANS}$  é menor para os núcleos  $^{39}\text{Ca} - ^{39}\text{K}$  em comparação aos núcleos  $^{17}\text{F} - ^{17}\text{O}$ . Introduzimos também uma versão estendida do modelo anteriormente apresentado em que consideramos acoplamentos de natureza não-linear envolvendo o octeto fundamental bariônico e os campos dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\varsigma$ ,  $\delta$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$ . Denominamos esta formulação como modelo ZM modificado, adotando a sigla ZMM para caracterizá-lo. Utilizando procedimentos padrões da teoria quântica de campos, obtivemos então para o modelo ZMM a equação de estado para a matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  e em equilíbrio  $\beta$  generalizado. Os resultados obtidos indicam que a presença do méson  $\delta$  implica na diminuição da assimetria de isospin no setor dos núcleons da estrela de nêutrons, ou seja, na diminuição da diferença do número de nêutrons e prótons do sistema. A inclusão do méson  $\varsigma$  leva a uma diminuição da assimetria de isospin ainda maior, ou seja, sua presença é equivalente à uma *amplificação* da amplitude do méson  $\delta$ . Os resultados obtidos para o modelo ZMM indicam que a inclusão do méson  $\delta$  e do estado ressonante  $\varsigma$  no formalismo modifica os valores da massa máxima e do raio das estrelas de nêutrons. Finalmente derivamos uma formulação relativística para descrever o chamado *processo Urca direto* em matéria bariônica

degenerada. Nossos resultados indicam que estrelas de nêutrons com massas superiores a  $M_{EN} \sim 0,9 M_{\odot}$ , — que representa a *massa estelar crítica*, ou seja, a massa da estrela de nêutrons cuja densidade bariônica central atingiu a densidade crítica —, seriam resfriadas eficientemente e estariam fora da possibilidade de detecção por radiação térmica em poucos anos.

Em suma, as seguintes propostas e resultados apresentados nesta tese contém elementos de originalidade:

- uma nova formulação, no âmbito da simetria quiral, para o lagrangeano de interação entre os bárions, que contém dois campos mesônicos subsidiários, diferentemente da formulação quiral  $\sigma - \pi$  convencional;
- a introdução de um novo estado ressonante no setor dos campos dos mésons leves, representado pelo símbolo  $\varsigma$ , de natureza escalar-isovetorial, cuja viabilidade quiral é demonstrada pela nova formulação supra mencionada;
- uma extensão da formulação da teoria quântica de campos com acoplamento derivativo, conhecida como modelo ZM, com a inclusão, nesta formulação, do novo estado ressonante supra mencionado, bem como do octeto bariônico fundamental completo e dos campos dos mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$  que se acoplam exclusivamente aos campos dos híperons; denominamos a versão estendida do modelo acima mencionado como ZMM, ou seja, modelo ZM modificado; nesta formulação os espaços de fase bariônico e mesônico contemplam respectivamente os campos  $N, P, \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^{\pm}, \Xi^0, \Xi^-, \Omega^-, \sigma, \omega, \varrho, \delta, \varsigma, \sigma^*$  and  $\phi$ ;
- a aplicação do modelo supra mencionado ZMM, — reduzindo o espaço de fase dos campos bariônicos e mesônicos aos graus de liberdade  $N, P, \sigma, \omega, \varrho, \delta$  e  $\varsigma$  —, na descrição da anomalia Nolen-Schiffer; os resultados obtidos neste trabalho apresentam um expressivo aprimoramento na descrição da anomalia Nolen-Schiffer quando comparados aos resultados correspondentes obtidos por outros autores; em especial, nossas previsões teóricas para o ordenamento dos dados experimentais da anomalia Nolen-Schiffer contemplam o resultado experimental conhecido como *crescimento anômalo*, ou seja, que a anomalia não cresce necessariamente com o número de massa nuclear, previsão teórica esta, segundo quanto sabemos, ainda não conhecida na literatura;
- ainda a imposição de uma nova ressonância de caráter escalar-isovetorial ao tratamento teórico do problema da anomalia Nolen-Schiffer que possibilita, por um lado, o aprimoramento das correspondentes previsões teóricas, como acima referido e, de outro, possibilita, na aproximação de campo médio, uma formulação que é equivalente à amplificação do méson  $\delta$ , demonstrando a consistência formal da suposição em foco;

- a introdução de novas equações de estado correspondentes ao modelo ZMM e a um modelo com *acoplamento ajustável* (versão preliminar apresentada nas conclusões da tese);
- uma confirmação, embora ainda não absolutamente conclusiva, de nossas previsões no que se refere à íntima conexão entre o critério de naturalidade e a ampliação do escopo de modelos efetivos por meio da exaustão do espaço de fase dos campos dos mésons; este aspecto, importante na análise do critério de naturalidade em teorias efetivas, é confirmado pelos resultados apresentados na tese que indicam que o grau de naturalidade dos coeficientes dos termos de interação da teoria efetiva ZMM se amplia à medida em que outros campos mesônicos são incluídos no formalismo; neste ponto, é importante ressaltar que a introdução de graus de liberdade mesônicos escalares-isovetoriais, como é o caso do estado ressonante  $\varsigma$ , contribui para incrementar o grau de *naturalidade* do modelo efetivo;
- a aplicação do modelo ZMM no estudo do arrefecimento de estrelas de nêutrons, cujos resultados mostram a amplificação da emissividade de neutrinos no processo URCA, que corresponde por sua vez ao aceleração do resfriamento destas estrelas; nossos resultados indicam ainda que estrelas de nêutrons com massa superior a  $M_{EN} \sim 0,9 M_{\odot}$ , — que representa a *massa estelar crítica*, ou seja, a massa da estrela de nêutrons cuja densidade bariônica central atingiu a densidade crítica —, seriam resfriadas eficientemente por meio de processos URCA e estariam fora da possibilidade de detecção por radiação térmica em poucos anos;
- a introdução de uma forma generalizada da energia de simetria (apêndice C), ainda não conhecida na literatura, até onde sabemos, usando o modelo com acoplamento ajustável acima mencionado.

## Summary

In this thesis we developed an effective model for nuclear matter, with a view to the description of the properties of neutron stars and pulsars, using a lagrangean formulation which exhausts the phase space of the meson fields through a treatment that presents high level of consistency with the concept of naturalness, in order to improve the predictions of more conventional theoretical treatments. A preliminary version of this effective model, which includes the presence, in the baryon sector, only of the nucleon fields is initially presented and then we make a study on the themes of naturalness, Nolen-Schiffer anomaly and the broken symmetry of the nuclear isospin. Still, based on the conservation of chiral symmetry, we present the predictions for a new resonant meson state in the scalar-isovectorial sector, this state represented by the symbol  $\varsigma$ . And then, based on the concept of naturalness, we developed the effective model for nuclear matter we mentioned above. The version of the effective model originally developed presents couplings between the fields of the nucleons and the  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  and  $\varsigma$  meson fields. Then we present the predictions of the model for the Nolen-Schiffer anomaly and discuss the results. The results of this study show significant improvements in the description of the Nolen-Schiffer anomaly when compared to the corresponding results of the MRWY model developed recently by other authors. Firstly, because our results show a relevant improvement in the description of the Nolen-Schiffer anomaly that vary between 80 and 320 percent. Secondly, because the achievements of our work are in good accordance with experimental data, unlike the results presented in the work mentioned above. In particular, our predictions for the Nolen-Schiffer anomaly ( $\Delta_{NSA}$ ) include the known anomalous growth, namely that  $\Delta_{NSA}$  does not necessarily grows with the nuclear mass, because  $\Delta_{NSA}$  is lower for the nuclei  $^{39}\text{Ca}$ – $^{39}\text{K}$  compared to the  $^{17}\text{F}$ – $^{17}\text{O}$  nuclei. We have also introduced an extended version of the model previously presented involving the fundamental baryon octet and the  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\varsigma$ ,  $\delta$ ,  $\sigma^*$ , and  $\phi$  meson fields. We call this formulation as ZM modified model, adopting the acronym ZMM to characterize it. Using standard procedures of the quantum field theory, then we use the ZMM model to describe the equation of state for nuclear matter in  $\beta$  and generalized  $\beta$  equilibrium. The results of our approaches indicate that the presence of the  $\delta$  meson increases the isospin asymmetry in the nucleon sector of the neutron star, this way reducing the difference in the number of neutrons and protons in the system. The inclusion of the resonant state  $\varsigma$  leads to an increase of the asymmetry of isospin even greater, that is, their presence is equivalent to an amplification of the magnitude of  $\delta$  meson. The results for the ZMM model indicate that the inclusion of the  $\delta$  and  $\varsigma$  meson states in the formalism modifies the values of the mass and radius of the neutron stars. Finally, we derive a relativistic formulation to describe the so called *direct Urca process* in barionic degenerated matter. Our results indicate that the neutron stars with mass greater than  $M_{NE} \sim 0.9M_{\odot}$ , which represents the stellar critical mass (the mass of the neutron star whose baryon central density reached the critical density) would be cooled efficiently and be outside the possibility of detection by heat radiation in a few years.

In summary, the following proposals and results presented in this thesis contains elements of originality:

- a new formulation in the context of chiral symmetry for the Lagrangian of interaction between baryons, which contains two subsidiary meson fields, unlike the conventional chiral formulation  $\sigma - \pi$ ;
- the introduction of a new resonant state in the scalar-isovectorial light mesons sector, represented by the symbol  $\zeta$ , whose chiral feasibility is demonstrated by the new formulation mentioned above;
- an extension of the formulation of quantum theory of fields with derivative couplings, known as the ZM model, with the inclusion in this extended formulation, of the new resonant state above indicated, the fundamental baryon octet and the  $\sigma^*$  and  $\phi$  meson fields which couples exclusively to the hiperons fields, adopting the acronym ZMM to characterize it; in this formulation the relevant baryon and meson fields are:  $N, P, \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^\pm, \Xi^0, \Xi^-, \Omega^-, \sigma, \omega, \varrho, \delta, \zeta, \sigma^*$  and  $\phi$ ;
- the application of the ZMM model above in the description of the Nolen-Schiffer anomaly; in this study, the relevant baryon and meson fields are:  $N, P, \sigma, \omega, \varrho, \delta$ , and  $\zeta$ ; the results of this study show a significant improvement in the description of the Nolen-Schiffer anomaly when compared to the corresponding results obtained by other authors; in special, our predictions for the Nolen-Schiffer anomaly ( $\Delta_{NSA}$ ) include the known *anomalous growth*, namely that  $\Delta_{NSA}$  does not necessarily grows with the nuclear mass, because  $\Delta_{NSA}$  is lower for the nuclei  $^{39}\text{Ca} - ^{39}\text{K}$  compared to the  $^{17}\text{F} - ^{17}\text{O}$  nuclei;
- returning to the new light meson resonant state, we have obtained, in the mean field approximation, a new formulation which combines the  $\delta$  and  $\zeta$  meson fields, that is equivalent to the amplification of the  $\delta$  meson, showing the consistency of the formal assumption in focus;
- the introduction of new equations of state for the ZMM model and also for a model with adjustable couplings (a preliminary version may be found in the conclusions of the thesis);
- a confirmation, although still not absolutely conclusive, in our predictions regarding the intimate connection between the criterion of naturalness and the expansion of the scope of effective models through the exhaustion of the phase space of mesons fields; this aspect, important in the analysis of the criterion of naturalness in effective theories, is confirmed by the results presented in the thesis that indicate the degree of naturalness of the coefficients of the interaction terms in the ZMM effective model; it is important to emphasize that the introduction of scalar-isovectorial meson degrees of freedom, such as the  $\zeta$  resonant state, helps to increase the degree of naturalness of the effective model;

- a relativistic formulation to describe the so called *direct Urca process* in baryon degenerated matter; our results indicate that the neutron stars with mass greater than  $M_{NE} \sim 0.9M_{\odot}$ , which represents the stellar critical mass (the mass of the neutron star whose baryon central density reached the critical density), would be cooled efficiently and be outside the possibility of detection by heat radiation in a few years;
- the introduction of a widespread expression for the symmetry energy (Appendix C), not yet known in the literature, to our knowledge, using the model with adjustable couplings above.



# Sumário

|          |                                                                              |           |
|----------|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>                                                            | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Modelos Nucleares de Estrelas de Nêutrons</b>                             | <b>17</b> |
| 2.1      | Matéria Nuclear . . . . .                                                    | 17        |
| 2.2      | Modelo do Gás de Férmis Relativístico para Núcleons e Elétrons . . . . .     | 24        |
| 2.2.1    | Equação de Estado da Matéria Nuclear . . . . .                               | 26        |
| 2.3      | Modelos da Hidrodinâmica Quântica para a Matéria Nuclear . . . . .           | 30        |
| 2.4      | Modelo Zimanyi Moszkowski – ZM . . . . .                                     | 32        |
| 2.4.1    | Lagrangiano do Modelo ZM . . . . .                                           | 32        |
| 2.4.2    | Equações de Movimento . . . . .                                              | 33        |
| 2.4.3    | Conservação da Corrente Bariônica . . . . .                                  | 34        |
| 2.4.4    | Tensor Energia-Momentum . . . . .                                            | 35        |
| 2.4.5    | Teoria de Campo Médio . . . . .                                              | 36        |
| 2.4.6    | Formulação Hamiltoniana . . . . .                                            | 39        |
| 2.4.7    | Equação de Estado da Matéria Nuclear . . . . .                               | 41        |
| 2.4.8    | Constantes de Acoplamento . . . . .                                          | 44        |
| 2.4.9    | Graus de Liberdade de Isospin . . . . .                                      | 47        |
| 2.4.10   | Octeto Bariônico Fundamental . . . . .                                       | 51        |
| 2.4.11   | Equação de Estado da Matéria Nuclear . . . . .                               | 53        |
| <b>3</b> | <b>Naturalidade, Anomalia Nolen-Schiffer e Quebra de Simetria de Isospin</b> | <b>61</b> |
| 3.1      | Naturalidade e Teoria Efetiva . . . . .                                      | 61        |
| 3.2      | Anomalia Nolen-Schiffer - I . . . . .                                        | 69        |
| 3.3      | Função Nuclear de Distribuição de Prótons e Nêutrons . . . . .               | 70        |
| 3.4      | Função de Onda de Núcleons de Valência . . . . .                             | 71        |
| 3.5      | Estado Ressonante no Setor Escalar-Isovetorial Mesônico Leve . . . . .       | 75        |
| 3.5.1    | Simetria Quiral Global na Transformação $U(1)$ . . . . .                     | 75        |
| 3.5.2    | Simetria Quiral Global no Espaço de Isospin . . . . .                        | 78        |
| 3.5.3    | Estado Ressonante no Setor Escalar-Isovetorial Mesônico Leve . . . . .       | 79        |
| 3.5.4    | Estimativa da Massa do Estado Ressonante $\varsigma$ . . . . .               | 84        |
| 3.6      | Anomalia Nolen-Schiffer - II . . . . .                                       | 85        |
| 3.6.1    | Densidade Lagrangeana . . . . .                                              | 85        |

|          |                                                                                                                            |            |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.6.2    | Estado Ressonante $\zeta$ e Anomalia Nolen-Schiffer . . . . .                                                              | 87         |
| 3.6.3    | Resultados . . . . .                                                                                                       | 88         |
| <b>4</b> | <b>Naturalidade e a Estrutura Interna das Estrelas de Nêutrons</b>                                                         | <b>95</b>  |
| 4.1      | Densidade Lagrangeana: modelo ZM modificado . . . . .                                                                      | 95         |
| 4.1.1    | Equações de Movimento . . . . .                                                                                            | 97         |
| 4.1.2    | Teoria de Campo Médio . . . . .                                                                                            | 99         |
| 4.1.3    | Equação de Estado da Matéria Nuclear . . . . .                                                                             | 101        |
| 4.1.4    | Constantes de Acoplamento . . . . .                                                                                        | 102        |
| 4.2      | Modelo Efetivo e Naturalidade . . . . .                                                                                    | 109        |
| 4.3      | Aplicações à Matéria Nuclear: equilíbrio $\beta$ e equilíbrio $\beta$ generalizado .                                       | 117        |
| 4.3.1    | Matéria Nuclear em Equilíbrio- $\beta$ . . . . .                                                                           | 117        |
| 4.3.2    | Resultados . . . . .                                                                                                       | 119        |
| 4.3.3    | Matéria Nuclear em Equilíbrio- $\beta$ Generalizado . . . . .                                                              | 124        |
| 4.3.4    | Estado Ressonante $\zeta$ na Matéria Nuclear . . . . .                                                                     | 126        |
| 4.3.5    | Resultados . . . . .                                                                                                       | 130        |
| 4.3.6    | Modelo Efetivo, Incertezas nas Predições de Grandezas Nucleares<br>Fundamentais e a Massa do Pulsar Hulse-Taylor . . . . . | 137        |
| <b>5</b> | <b>Processo URCA em Estrelas de Nêutrons</b>                                                                               | <b>143</b> |
| 5.1      | Processo Urca e Emissividade de Neutrinos . . . . .                                                                        | 143        |
| 5.2      | Emissividade em Processos URCA . . . . .                                                                                   | 145        |
| 5.3      | Cinemática . . . . .                                                                                                       | 148        |
| 5.4      | Emissividade de Neutrinos no Processo URCA . . . . .                                                                       | 148        |
| 5.5      | Resultados . . . . .                                                                                                       | 151        |
| <b>6</b> | <b>Conclusões e Perspectivas</b>                                                                                           | <b>157</b> |
| 6.1      | Conclusões . . . . .                                                                                                       | 158        |
| 6.2      | Perspectivas Futuras . . . . .                                                                                             | 164        |
| <b>A</b> | <b>Notação, Unidades e Tabelas</b>                                                                                         | <b>175</b> |
| A.1      | Notação . . . . .                                                                                                          | 175        |
| A.2      | Constantes Físicas . . . . .                                                                                               | 175        |
| <b>B</b> | <b>Estrelas de Nêutrons</b>                                                                                                | <b>177</b> |
| B.1      | Uma breve história das Estrelas de Nêutrons . . . . .                                                                      | 177        |
| B.2      | Propriedades Observacionais dos Pulsares . . . . .                                                                         | 180        |
| B.3      | Pulsares e Supernovas . . . . .                                                                                            | 183        |
| B.4      | Estrelas Compactas e Estrelas de Nêutrons . . . . .                                                                        | 184        |
| B.5      | Modelos Clássicos de Estrelas de Nêutrons . . . . .                                                                        | 189        |
| B.5.1    | Modelos Clássicos de Estrelas: estrelas politrópicas . . . . .                                                             | 189        |
| B.5.2    | Estrelas de Nêutrons Newtonianas . . . . .                                                                                 | 191        |
| B.5.3    | Equilíbrio e Estabilidade de Estrelas . . . . .                                                                            | 193        |

|          |                                                                     |            |
|----------|---------------------------------------------------------------------|------------|
| B.5.4    | Natureza da Massa Limite de Estrelas de Nêutrons . . . . .          | 194        |
| B.6      | A Neutralidade de Carga . . . . .                                   | 197        |
| B.7      | O Equilíbrio Químico na Estrela . . . . .                           | 198        |
| B.8      | Equações de Einstein e Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff . . . | 201        |
| <b>C</b> | <b>Energia de Simetria</b>                                          | <b>207</b> |
| C.1      | Energia de Simetria . . . . .                                       | 207        |
| C.2      | Energia de Simetria . . . . .                                       | 223        |
|          | <b>Referências Bibliográficas</b>                                   | <b>225</b> |



# Capítulo 1

## Introdução

A origem e a composição do Universo, bem como sua evolução durante os primeiros instantes da criação, representam mistérios que ainda parecem insondáveis. Na busca pela compreensão destes mistérios, cientistas têm realizado experiências envolvendo a colisão de íons pesados para produzir estados exóticos da matéria que somente teriam existido, de forma natural, nos primeiros instantes após a Grande Explosão Primordial (*Big Bang*) [1].

Uma das metas mais recentes da comunidade científica é a criação de um novo estado da matéria, o plasma de quarks e glúons (PQG) [2]. O PQG é uma formação de quarks e glúons, em estado de *liberdade assintótica*, que teria existido nos primeiros instantes de vida do Universo, em um período ainda indeterminado, mas anterior a 1 segundo após a Grande Explosão Primordial, ou seja, anterior ao resfriamento que teria levado à formação de prótons e nêutrons, que são os constituintes bariônicos do núcleo atômico e denominados genericamente de núcleons. O estudo da composição, formação e evolução do PQG poderá levar os cientistas a uma melhor compreensão sobre a origem do Universo e a responder a indagações que têm ocupado a mente humana desde os primórdios da civilização.

Estimativas recentes [3, 4], obtidas por meio de reações com íons pesados, indicam que temperaturas da ordem de alguns bilhões de graus Celsius são necessárias para a formação deste novo estado da matéria. Experimentos envolvendo temperaturas desta ordem de grandeza tornaram-se possíveis mais recentemente graças à construção de imensos e caros aceleradores de partículas, como o Colisionador de Íons Pesados Relativísticos (*Relativistic Heavy Ion Collider, RHIC*) desenvolvido no Laboratório Nacional de Brookhaven [3, 4], nos Estados Unidos, bem como o Laboratório Europeu para a Física de Partículas (*European Laboratory for Particle Physics, CERN*) [5], o maior laboratório desta natureza criado pelo homem.

No estudo do PQG uma alternativa importante a projetos desta magnitude, cujo custo operacional se mostra bem mais reduzido, é o estudo da composição, formação e evolução de Estrelas de Nêutrons, Pulsares e Estrelas Exóticas. Condições físicas especiais tornam estes objetos estelares excelentes laboratórios para testarmos as leis da Física em condições extremas de pressão, densidade de energia e temperatura, não

encontradas na Terra. Em tais condições extremas, os quarks, os constituintes fundamentais dos núcleons, libertam-se da interação forte de natureza confinante, fazendo com que os núcleons percam sua identidade elementar e a matéria nuclear adquire então uma liberdade única, a de explorar regiões de estabilidade caracterizadas por diferentes combinações de cor e de cargas de cor (as cargas responsáveis pela interação forte), combinações estas não permitidas pelo confinamento de quarks e glúons em condições *normais*, formando então o PQG.

## Estrelas de Nêutrons

Estrelas de nêutrons são corpos celestes supermassivos, ultracompactos e com gravidade extremamente alta. A partir de estudos teóricos e observações astronômicas sabe-se hoje que a densidade no centro destas estrelas é da ordem de  $10^{15} \text{ g/cm}^3$ . Devido à alta gravidade superficial, feixes de luz que passem próximos às estrelas de nêutrons podem ser desviados, ocasionando distorções visuais, aberrações cromáticas ou o efeito chamado lente gravitacional. Estrelas de nêutrons são um dos possíveis estágios finais na vida de uma estrela. Elas são criadas quando estrelas com massas maiores do que oito vezes a massa do Sol esgotam sua energia nuclear e passam por uma explosão de supernova. Essa explosão ejeta as camadas mais externas da estrela, formando um remanescente de supernova. Instantes antes da explosão a região central da estrela primordial se contrai com a gravidade, fazendo com que prótons e elétrons se combinem para formar nêutrons, e daí vem o nome "estrela de nêutrons".

A noção de estrelas de nêutrons foi concebida por L. Landau [6, 7], em 1932, — ano da descoberta do nêutron por J. Chadwick [8] —, ao analisar as condições de equilíbrio termodinâmico de um gás hipotético de nêutrons, contido em um volume extenso, à temperatura nula.

Considerando-se o modelo de gás de Fermi de partícula independente, e condições de contorno que simulam os efeitos de contenção de um sistema de muitos bárions em um volume extenso devido à presença do campo gravitacional, ao integrar-se as equações de Einstein da Relatividade Geral, configurações estáveis, denominadas de estrelas de nêutrons, podem ser obtidas [6] (considera-se, nos cálculos, a equação paramétrica de estado do gás; esta equação descreve um sistema eletricamente neutro e em equilíbrio químico).

É possível estabelecer-se, adicionalmente, utilizando-se considerações da Mecânica Estatística, que estas estrelas possuem uma massa máxima e um número crítico de bárions. Consideramos aqui, para efeito de uma análise preliminar, ainda o modelo do gás de Fermi livre, para caracterizar o movimento cinético interno das partículas da estrela e a formulação de Newton, para caracterizar a contração gravitacional. Neste contexto, a adição de bárions ao sistema faz com que ocorra aumento da contração espacial associada à energia gravitacional (pressão gravitacional) e, simultaneamente, acréscimo na pressão interna do gás, associada ao aumento correspondente na energia

cinética das partículas do sistema<sup>1</sup>. Esta pressão interna pode contrabalançar a pressão gravitacional evitando o colapso da estrela. Entretanto, estas quantidades não crescem na mesma ordem de grandeza no que diz respeito ao número de bárions por unidade de volume (densidade bariônica,  $\rho_B$ ): no modelo de Newton a pressão gravitacional é proporcional a  $\rho_B$  enquanto que no modelo do gás de Fermi a pressão cinética o é a  $\rho_B^{2/3}$ ; por isso, à medida em que a densidade cresce, pode atingir um valor para o qual este equilíbrio pode cessar e a gravidade produzir o colapso da estrela. Deve-se ressaltar que modelos mais realísticos para descrever o balanço de pressão e energia cinética acima descrito levam a resultados similares, como veremos nesta tese. O número crítico de bárions,  $A$ , em uma estrela, é atingido quando, ao acréscimo de um único bárion ao sistema de muitos corpos, ocorre um acréscimo correspondente em sua energia gravitacional tal que seu valor absoluto seja maior do que o ganho correspondente na energia estatística da distribuição (energia cinética). Neste caso, cessando o equilíbrio entre a pressão gravitacional exterior e a pressão cinética interior, a estrela pode então colapsar. O número crítico de bárions é denominado de máximo e é da ordem de  $10^{58}$  [6, 7, 9, 10, 11].

Em 1939, de maneira independente, R.C. Tolman [12] e J.R. Oppenheimer e G.M. Volkoff [13], empregando a Teoria Geral da Relatividade, determinaram uma massa máxima para uma estrela de nêutrons de aproximadamente 0,76 massas solares, para uma densidade central igual a  $3,8 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$  e um raio máximo de 9,42 km.

## Formação de Estrelas de Nêutrons

Antes disso, em 1934, W. Baade e F. Zwicky [14] já haviam concebido as noções básicas sobre a formação de estrelas de nêutrons em suas investigações sobre evolução estelar e explosões de supernovas, considerando-as como estrelas auto gravitantes.

Estrelas auto-gravitantes formam-se a partir de uma gigantesca nuvem composta basicamente de hidrogênio atômico, pois o Universo é composto, no que se refere aos elementos químicos, de 90% de H e 9% de He, em número de partículas<sup>2</sup>. Todos os outros elementos químicos foram formados nos núcleos das estrelas, e constituem aproximadamente 1% da matéria do Universo. Retornando à questão da nuvem primordial, devido à atração gravitacional, os átomos colapsam em direção ao centro da nuvem, formando uma *protoestrela*. A contração gravitacional causa aumento da agitação térmica destes átomos, iniciando, por fim, processos de fusão termonucleares. Estas reações nucleares de fusão no interior da estrela, que transmutam hidrogênio em hélio e estes gradativamente em elementos mais pesados, liberam a energia que impede o colapso da estrela. Enquanto ocorre a fusão nuclear, há um equilíbrio entre a energia gravitacional, responsável pela pressão externa que produz a contração da estrela e a energia liberada nas reações nucleares, que ocasiona uma pressão térmica interior à

---

<sup>1</sup>Devido à sua energia de movimento, as partículas originam uma pressão cinética interna do gás.

<sup>2</sup>As teorias cosmológicas modernas afirmam que o Universo é composto em cerca de 73% de energia escura, 23% de matéria escura e 4% de bárions.

estrela. O processo de fusão dos elementos mais leves não dura eternamente e, quando chega ao fim este “combustível” nuclear, a estrela volta a contrair e pode colapsar.

Em contraposição, devido à agitação térmica, se a massa inicial da estrela for maior do que 0,45 massas solares, a contração gravitacional gera energia suficiente para o início de novos processos de fusão termonucleares, transformando gradativamente quatro átomos de hidrogênio em hélio, nas camadas acima do núcleo da estrela, 3 átomos de He em carbono e um átomo de carbono e um de hélio em oxigênio, no núcleo da estrela. Gradativamente, outros processos de transmutação de elementos mais leves em elementos mais pesados vão ocorrendo à medida em que ocorre o processo de evolução da estrela. Mas estes processos não se repetem indefinidamente, já que reações de fusão deixam de liberar energia para certas composições atômicas (estas reações deixam então de serem exotérmicas e dão lugar a processos de fusão de natureza endotérmica). Isto ocorre durante a formação do elemento ferro, pois a própria natureza da interação nuclear torna os elementos do grupo isotópico Fe nos mais energéticos. Átomos mais massivos que o ferro tendem a se romper em átomos mais leves, liberando energia.

Para estrelas com massa inicial acima de 10 massas solares, forma-se um núcleo de ferro. Estrelas menos massivas nunca atingem a temperatura necessária para queimar o  $C, O, Ne, Mg$  formados pela captura de partículas alfa, após a transformação  $3He \rightarrow C$ . Quando o ferro é formado, a estrela atinge o estágio final de sua evolução termonuclear, com uma região mais interior contendo predominantemente ferro e regiões mais exteriores contendo elementos atômicos mais leves. É claro que a queima destes elementos não ocorre nas partes mais externas da estrela por serem mais frias e, portanto, na superfície da estrela encontram-se, neste estágio, átomos de hidrogênio que não foram ainda queimados. Porém, quando o processo de fusão chega a um nível extremo de formação do ferro, a contração da estrela faz com que as camadas mais externas de matéria colapsem sobre as camadas mais interiores, pois já não há mais liberação de energia termonuclear em quantidade suficiente para sustar essa contração gravitacional. Isto faz com que elétrons presentes no núcleo da estrela, como efeito decorrente do Princípio de Heisenberg, adquiram valores expressivos de energia, tornem-se relativísticos originando uma pressão que desacelera o processo de contração e ocasionando, devido ao acréscimo de energia cinética destes elétrons, os assim denominados processos beta inversos (a absorção de elétrons por prótons formando nêutrons e neutrinos). Estes processos originam a chamada *neutronização* do sistema, importante mecanismo para produzir mais tarde a neutralidade de carga da estrela remanescente e seu equilíbrio hidrostático.

O colapso gravitacional inicia uma rápida implosão do gás e produz ondas de choque com formação de uma zona de acréscimo de matéria. Nestas condições, neutrinos térmicos transportam energia para a zona de acréscimo de matéria causando finalmente a ejeção do envelope de supernova; diferentes ramos de evolução estelar levam assim à formação das chamadas estrelas compactas: anãs brancas, estrelas de nêutrons e buracos negros.

Os cientistas representam as estrelas de nêutrons como compostas, fundamental-

mente, por porções macroscópicas da assim denominada matéria nuclear assimétrica e infinita, designação associada a uma concepção idealizada de sistemas de muitos bárions interagentes. Apesar de aparentemente inusitado, o termo “infinito” se aplica, na prática, bastante bem a uma estrela de nêutrons, já que estes sistemas contém cerca de  $10^{58}$  bárions.

As propriedades fundamentais de uma estrela de nêutrons são descritas pela sua equação de estado, um tipo de equação paramétrica que relaciona a densidade de energia da estrela com sua pressão interna. A determinação da equação de estado da matéria nuclear representa um dos maiores desafios da física neste milênio, merecendo freqüentemente de pesquisadores a expressiva menção *cálice sagrado da física contemporânea*.

## Quarks e Glúons, os Constituintes do PQG

A fase desconfinada da matéria (o PQG) tem despertado nos físicos de partículas, astrônomos, astrofísicos e astrofísicos nucleares, enorme interesse científico: nas primeiras frações de segundos após sua formação, o Universo teria passado, presumivelmente, por esta fase, crucial para a determinação de sua evolução. Ademais, as condições físicas no interior de estrelas de nêutrons são tais que a matéria hadrônica ordinária, na qual quarks são confinados em hádrons, é convertida, devido às altas pressões, em um tipo de matéria exótica para os padrões usuais encontrados na natureza: um caroço de quarks e glúons desconfinados e uma manta externa formada por hádrons, denominação genérica para bárions e mésons. Objetos estelares com esta composição são denominados de Estrelas Híbridas. Essas estrelas seriam constituídas, neste contexto, pela matéria primordial do Universo, a matéria que deu origem a tudo que conhecemos, uma espécie de *testemunha* da história da evolução do Universo. Por tal razão, a matéria contida no interior desses objetos estelares mereceu de alguns autores a menção *matéria fóssil do Universo*.

A história do estudo sobre os constituintes do PQG, os quarks e os glúons, inicia em 1961, quando Murray Gell-Mann [15] propôs um esquema de classificação e ordenamento da, já então, extraordinária quantidade de bárions e mésons conhecidos na natureza, esquema este denominado de Método dos Octetos (*Eightfold Way*). Este método, baseado na teoria matemática do Grupo de Simetria SU(3) (o S significando *Special*, o U unitária e o número 3 designando a quantidade de elementos básicos da teoria), tinha como propósito o de descrever a estrutura intrínseca das partículas suscetíveis à interação forte então conhecidas em termos de entidades fundamentais, as quais constituiriam blocos elementares de construção de mésons e bárions.

Alguns anos mais tarde, Gell-Mann denominou estes blocos elementares por *quarks*, adotando o termo após a leitura de um trecho do romance *Finnegans Wake*, de James Joyce (1882-1941) [16]. Na proposta, um quark tinha carga elétrica  $2/3$  da carga do próton e os outros dois  $-1/3$ .

Entre 1967 e 1973, usando o Acelerador Linear de Stanford, Jerome Isaac Friedman,

Henri W. Kendall e Richard E. Taylor [17] notaram que o espalhamento de elétrons por prótons e nêutrons indicava que estas partículas eram compostas por entidades elementares ainda menores, com valores para suas cargas elétricas consistentes com a teoria dos quarks. Os três receberam o prêmio Nobel de Física, em 1990, pela descoberta.

M. Gell-Mann então identificou na teoria de grupos  $SU(3)$  o elemento três com o número de *sabores* dos quarks fundamentais e se buscou à época confirmar, de maneira indireta, através de operações lógicas envolvendo esta teoria, a existência dos quarks: com aquela identificação do papel dos quarks como elementos do grupo  $SU(3)$ , tornou-se possível, através da atribuição *a priori* de algumas propriedades físicas fundamentais aos quarks (como por exemplo cargas fracionárias, caráter fermiônico entre outros) a determinação de propriedades físicas dos hádrons então conhecidos a partir da composição aditiva das respectivas propriedades de seus elementos constituintes. Por exemplo, o caráter fermiônico atribuí aos quarks spins intrínsecos semi-inteiros; a partir da adição vetorial dos spins de três quarks constituintes é possível determinar-se o spin do hádron correspondente. Através de procedimentos desta natureza e da comparação das predições físicas com os dados experimentais de propriedades intrínsecas aos hádrons, o número de quarks e algumas de suas propriedades, como por exemplo suas massas, puderam ser então inferidas.

M. Gell-Mann postulou então que havia três *sabores* de quarks na natureza, designados  $u$ ,  $d$  e  $s$ , com cargas elétricas fracionárias. Os quarks  $u$  e  $d$  compõem a matéria ordinária (formada por prótons e nêutrons) enquanto que os quarks  $s$  compõem, por exemplo, o méson *kaon*, bem como uma enorme quantidade de outras partículas de vida curta encontradas nos raios cósmicos ou produzidas em reações a altas energias. A letra  $s$  designa, na nomenclatura inglesa, a palavra *strangeness*, e foi introduzida para caracterizar o fato, não-usual, que certas partículas, como o *kaon*, são produzidas em reações envolvendo a interação forte mas só decaem através de processos que envolvem a interação fraca, mesmo que nestes processos de decaimento sejam produzidos hádrons, as únicas partículas da natureza que interagem através da interação forte. De maneira independente, e no mesmo ano, G. Zweig [18] desenvolveu uma teoria similar à de M. Gell-Mann e denominou os elementos fundamentais da teoria de azes (assim como três azes formam uma trinca no jogo de pôquer, três quarks formariam um triado elementar no interior de um bárion).

A presença da cor originou uma teoria que apresenta similaridades, em muitos aspectos, com a teoria do eletromagnetismo. Nesta última, a presença de partículas eletricamente carregadas origina uma interação mediada por partículas neutras, de massa nula, denominadas de fótons. Similarmente, a interação entre os quarks se dá através da troca de partículas, também de massa nula, que carregam cor e anti-cor, bem como carga de cor, denominadas de glúons (da palavra inglesa *glue* = cola). O leitor iniciante neste tema não deve porém se deixar confundir com estas denominações: cor e carga de cor são nomenclaturas que não têm nada a ver com as cores do espectro eletromagnético. Estes nomes estão associados a um tipo de carga forte cuja natureza, embora

ainda não bem compreendida, apresenta algumas características especiais: quarks e glúons são, aparentemente, absolutamente confinados no interior dos bárions e mésons em condições *normais*: jamais foram observados como partículas livres na natureza, independentemente da intensidade da interação externa utilizada para isolá-los. Apenas para exemplificar, prótons e nêutrons, constituídos por três quarks elementares, fazem parte da família dos bárions, enquanto os mésons, do qual o pión é a partícula mais conhecida, são constituídos de pares quark-antiquark.

A denominação cor, como conhecemos hoje, foi dada por M. Gell-Mann [19] em 1972, apesar de que a ideia de número quântico de cor ter sido originalmente proposta em 1965 por M. Hann e Y. Nambu [20]. Assim, quarks poderiam possuir uma de três cores fundamentais, vermelho, verde e azul e as suas antipartículas, os anti-quarks, as anti-cores menos-vermelha (ou ciano), menos-verde (ou magenta) e menos-azul (ou amarelo). Estas designações são utilizadas para caracterizar o fato de que, devido ao confinamento, a propriedade da cor não é observada quando mésons e bárions são tratados como partículas elementares; similarmente à cor branca, formada pelas três cores fundamentais do espectro eletromagnético, as cores de três quarks, formando um bárion elementar, ou de um par quark-antiquark, formando um méson elementar, se recombinariam originando uma cor neutra para os bárions e os mésons; neutros em cor, bárions e mésons elementares não seriam suscetíveis à troca de glúons.

Os diferentes tipos (*sabores*) de quarks hoje conhecidos são representados pelas letras u, d, c, s, t, b, para designar, na nomenclatura inglesa, as palavras: up (u), down (d), charm (c), strange (s), top (t) e botton (b). Os quarks t e b são também denominados de truth (verdade) e beauty (beleza). Quarks são assim partículas com sabor, charme, estranheza, beleza, verdade e cor. Novamente, o leitor iniciante nestes temas não deve se deixar confundir com esta nomenclatura.

A existência destes quarks é inferida através de experiências especiais, como por exemplo em processos de colisões de elétrons altamente energéticos com prótons ou nêutrons e que envolvem, neste caso, a observação da distribuição angular dos elétrons espalhados. Os resultados experimentais são compatíveis, nestes casos, com a presença, no interior dos prótons e nêutrons, de três centros pontuais de espalhamento. Em síntese, em nível sub-nuclear, prótons e nêutrons revelam assim ricas estruturas interiores, sendo constituídos então por três quarks que carregam cores e cargas de cor, e interagem através da troca de glúons.

## Quarks e Glúons, e a Fenomenologia dos Constituintes do PQG

Em 1969, um dos experimentos realizados no SLAC, e que auxiliaram na confirmação da existência dos quarks e dos glúons, consistia do espalhamento elétron-próton profundamente inelástico (*deep inelastic scattering*)  $e + p \rightarrow e' + X$  com energias incidentes entre 7 e 25 GeV.

A energias menores do que 7 GeV, o espectro dos elétrons espalhados apresenta, nestes processos, tipicamente, um pico acentuado à energia  $E = 4.5$  GeV correspon-

dente ao espalhamento elástico  $ep$ , e picos menos acentuados, a energias mais baixas, associados a excitações inelásticas do próton-alvo. Estes picos correspondem a estados internamente excitados do núcleon-alvo e são denominados de estados ressonantes. Os estados ressonantes produzidos nestas reações inelásticas têm vida curta ( $\tau \sim 10^{-22}s$  a  $10^{-24}s$ ) e valores fixos de massa e de outros números quânticos como, por exemplo, momentum angular. Por esta razão estes estados físicos são denominados de partículas ressonantes (ou *ressonâncias*). A *largura à meia altura* destes estados ressonantes ( $\Gamma \sim 4 - 150MeV$ ) é *típica* de estados produzidos através de processos envolvendo a interação forte. Os estados assim produzidos têm os mesmos números quânticos do fóton virtual envolvido na interação  $ep$ . Estas ressonâncias são por isto interpretadas como estados ligados  $q\bar{q}$  cujas massas são iguais à energia total da reação no sistema centro de massa e por esta razão são denominados de mésons vetoriais.

A seção de choque do processo por outro lado, normalizada à seção de choque de Mott, na região correspondente aos dados, i.e. na região que descreve o espalhamento elástico  $ep$  e a produção de estados ressonantes do núcleon (espalhamento inelástico), e em especial a região que caracteriza o chamado espalhamento profundamente inelástico, decresce rapidamente em função do momentum linear quadrático transferido  $Q^2 = -q^2$ . A seção de choque de Mott, segundo sua definição, vê por exemplo [21], descreve, a energias relativísticas, o espalhamento de um elétron incidente por uma partícula elementar (portanto sem estrutura interna), eletricamente carregada, levando-se em conta, na descrição do processo, os spins do elétron e da partícula-alvo.

A seção de choque do processo  $ep$ , apresentava, entretanto, nesta região, um comportamento considerado, à época da realização das primeiras experiências deste tipo, surpreendente pois: a) o número de contagens de eventos no espalhamento era expressivamente maior do que aquele esperado tendo em vista os resultados conhecidos do espalhamento  $ep$  a energias mais baixas e em processos de excitação de ressonâncias do núcleon, sendo a mais importante destas a ressonância  $\Delta^+$ , revelando que a *partícula alvo* se comportaria na realidade como um conjunto de centros espalhadores; b) a seção de choque do processo, normalizada à seção de choque de Mott era, em boa aproximação, constante nesta região sendo, portanto, praticamente independente de  $Q^2$ , revelando portanto que o processo de colisão do elétron incidente ocorreria com uma *partícula alvo* puntual. Ademais, para corroborar este resultado, as funções de estrutura que caracterizam a seção de choque do processo dependiam, para valores fixos da *variável de escala de Bjorken*,  $x$ , fracamente em  $Q^2$  e a razão entre estas funções de estrutura, multiplicada por  $2x$ , era consistente com a unidade (relação de Callan-Gross<sup>3</sup>[22]). A dinâmica do processo de espalhamento profundamente inelástico pode

---

<sup>3</sup>Em um processo inelástico como este deveria haver duas variáveis independentes — a energia transferida e o momentum linear transferido. Ao invés disso, na região de energia considerada, a seção de choque depende somente da variável  $x$ , sendo portanto independente de escala, uma vez que a variável de escala da Bjorken é uma quantidade invariante de Lorentz ( $x \equiv Q^2/2Mc\nu$ ). Assim,  $x$  representa uma medida da *inelasticidade* de um determinado processo de espalhamento. No espalhamento elástico  $ep$ , admitindo que um próton seja constituído por 3 quarks idênticos,  $x_p = \sum_{i=1,2,3} x_i = 3x = 1$ ,

ser descrita, de uma forma similar ao que ocorre em processos elásticos, em termos de fatores de forma. No caso inelástico os correspondentes fatores de forma, representados na expressão abaixo por  $F_1(x, Q^2)$  e  $F_2(x, Q^2)$ , são conhecidos, na literatura, como *funções ou fatores de estrutura*. A seção de choque diferencial do processo  $ep$  é expressa na forma

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} \right) = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \left[ \frac{1}{\nu} F_2(x, Q^2) + \frac{2}{Mc^2} F_1(x, Q^2) \tan^2(\theta/2) \right],$$

onde  $\theta$  representa o ângulo de espalhamento no sistema laboratório,  $M$  denota a massa do próton,  $\nu = E - E'$  é a energia transferida pelo fóton virtual do elétron para o próton e  $(d\sigma/d\Omega)_{Mott}$  é a seção de choque de Mott. Os fatores de estrutura  $F_1$  e  $F_2$  descrevem respectivamente, as propriedades elétricas e magnéticas intrínsecas do núcleon-alvo e, portanto, as propriedades elétricas e magnéticas de seus constituintes elementares.

Estes e outros resultados experimentais foram analisados utilizando-se o modelo de *partons*<sup>4</sup> de R.P. Feynman [23, 24] e J.D. Bjorken [25, 26] e indicam que, nesta região de energia, os elétrons incidentes são espalhados por constituintes elementares do núcleon, os quarks, partículas eletricamente carregadas com spin semi-inteiro<sup>1</sup>.

## Cromodinâmica Quântica, a Teoria das Interações Fortes

A Cromodinâmica Quântica (CDQ), uma teoria relativística de campos de calibre não-abeliana tornou-se, a partir de 1973, na principal candidata para uma teoria fundamental da interação forte. D.J. Gross, F. Wilczek [27] e H.D. Politzer [28] descobriram, neste ano, que teorias de calibre não-abelianas são *assintoticamente livres*, i.e. que as constantes de acoplamento nestas teorias decrescem no limite de curto alcance da interação; isto faz com que os quarks comportem-se como partículas livres (na realidade,

---

ou seja  $x = 1/3$ , e no processo  $ep$  profundamente inelástico  $0 < x < 1$ . Este resultado indica que o elétron incidente é espalhado elasticamente por uma das três partículas constituintes do próton-alvo, de natureza puntual, livre (na realidade quase-livre), que carrega uma fração,  $x$ , do quadrivetor momentum linear do próton. Esta propriedade de invariância de escala da seção de choque é denominada de *escalamento de Bjorken* uma vez que nenhuma escala de energia ou de comprimento governa, nesta região, o comportamento da seção de choque. Assim, nesta região,

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} \rightarrow \sim \text{constante} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott}.$$

Segundo este resultado, o elétron incidente é espalhado elasticamente então por uma partícula-alvo sem estrutura interna.

<sup>4</sup>Em um sistema referencial movendo-se a velocidades ultrarelativísticas, a contribuição dos momentos lineares transversais à direção do movimento bem como da massa de um próton pode ser desprezada na descrição da dinâmica do processo. A estrutura do próton é então descrita, em uma primeira aproximação, pelos momentos longitudinais de seus constituintes, denominados, neste modelo, de *partons*. Presentemente, os partons são identificados com os quarks e os glúons. Neste modelo, decompondo-se o próton em *partons* propagando-se livremente, a interação do elétron com o próton em um processo  $ep$  profundamente inelástico pode ser vista como uma soma incoerente de termos que descrevem a interação do elétron com os *partons* individuais.

quase-livres) na região de muito curto alcance de interação.

Uma vez que a CDQ é baseada em um princípio de calibre não-abeliano, tal aspecto é consistente com a suposição de que os glúons bem como os quarks carregam carga de cor. Assim, do mesmo modo que os quarks podem emitir glúons virtuais, os glúons, por terem carga de cor, podem emitir glúons virtuais secundários. Na interação entre dois quarks, quanto maior a sua distância de separação, maior é a probabilidade de emissão de glúons secundários e portanto maior será o número de glúons, primários e secundários, trocados entre os quarks. Inversamente, quanto menor a distância de separação entre os quarks, menor será a probabilidade de emissão de glúons secundários e portanto menor será o número de glúons trocados entre os quarks. Supondo-se que a intensidade da interação seja proporcional ao número de glúons trocados, então a interação forte cresce com o aumento da distância de separação entre os quarks (caracterizando o que convencionalmente denominamos de confinamento) e decresce com a diminuição de sua separação (caracterizando o regime de liberdade assintótica). Devido à emissão de glúons secundários, teorias de perturbação somente podem ser aplicadas na descrição de fenômenos nos quais os quarks interagem fracamente a curtas distâncias (como por exemplo no limite de troca de um glúon).

Assim, a CDQ prediz, como vimos, que a interação forte apresenta, adicionalmente ao confinamento, uma característica única na natureza, a liberdade assintótica. Esta predição da CDQ, experimentalmente confirmada, indica que os quarks são assintoticamente livres para grandes valores de momentum transferidos ou, equivalentemente, quando muito próximos uns dos outros. A interação forte em nível sub-nuclear, envolvendo portanto cargas de cor, é uma das quatro interações fundamentais encontradas na natureza juntamente com as interações gravitacional, fraca e eletromagnética.

A nomenclatura inglesa (universal) é comumente usada para caracterizar as predições da CDQ correspondentes aos números quânticos das cargas de cor: carga vermelha menos verde (R-G), verde menos azul (G-B) e azul menos vermelha (B-R). A convenção utilizada na teoria de propagadores de Feynman aplicada à CDQ é: setas representam os propagadores de Feynman de partículas carregando cargas de cor e cor (setas dirigidas para cima) e de anti-partículas carregando anti-cargas de cor e anti-cor (setas dirigidas para baixo). Ademais, setas dirigidas para cima, indicam propagação no sentido do crescimento do tempo (futuro) e setas dirigidas para baixo: propagação no sentido inverso do crescimento do tempo (passado). Neste contexto, as anti-partículas propagam-se para o passado dos eventos.

As composições utilizadas na literatura mostram que as diferenças de cor (e anti-cor) correspondem a múltiplos inteiros de  $1/2$ . Isto significa dizer que, diferentemente da eletrodinâmica quântica (EDQ), onde fótons podem ser absorvidos por partículas com quaisquer quantidades de cargas elétricas, na CDQ partículas com carga de cor só podem interagir via troca de glúons, se as cargas de cor destas partículas forem separadas por múltiplos de  $1/2$  o que assegura que a teoria é quantizada. Os glúons por sua vez têm números quânticos que correspondem aos de um par quark-antiquark. Isto não quer dizer que um glúon seja na realidade formado por pares quark-antiquark.

Esta é apenas uma forma de representação, cuja finalidade é mostrar que os glúons, os portadores elementares da interação forte, alteram as cargas de cor (e portanto as cores) dos quarks quando por eles emitidos ou absorvidos. Com esta representação, tudo se passa como se, ao absorver um glúon verde menos vermelho, um quark vermelho por exemplo se transforme em um quark verde, pois a componente menos vermelho do glúon aniquila a cor vermelha do quark original enquanto a componente verde do glúon é cedida ao quark.

Como anteriormente mencionado, os glúons ocupam um papel na interação forte similar ao papel desempenhado pelos fótons na interação eletromagnética. Entretanto, diferentemente dos fótons que não possuem carga elétrica e portanto não interagem entre si, glúons, como vimos, carregam carga de cor, podendo interagir com seus similares. Esta característica, que difere fundamentalmente as interações forte e eletromagnética, seria responsável pelo efeito de confinamento: correntes de quarks emitem e absorvem glúons; estes por sua vez interagem com outros glúons e de maneira indireta apresentam componentes de auto-interação, pois produzem nuvens de glúons virtuais secundários (flutuações do vácuo quântico) que decaem em pares virtuais que podem interagir com os glúons primários, responsáveis pela sua produção, uma vez que carregam carga de cor; a presença de termos de auto-interação entre os glúons produziria interações atrativas de extraordinária intensidade que faria com que as cargas de cor permanecessem confinadas no interior dos núcleons. Entretanto, confinamento não é ainda uma propriedade predita pela CDQ, sendo um dos mais importantes desafios teóricos da física moderna.

### **Equação de Estado e Transição de Fase para o PQG**

O estudo da equação de estado da matéria nuclear em reações envolvendo íons pesados é o principal objetivo do colisionador de íons pesados desenvolvido no RHIC e anteriormente citado neste texto. A motivação para a construção deste aparato experimental reside no fato da ciência enfrentar a falta de dados experimentais confiáveis que possam confirmar as previsões da CDQ. Esta teoria tem uma estrutura formal relativamente simples a altas energias, devido ao fenômeno da liberdade assintótica. Neste regime, como os quarks são praticamente livres, métodos de tratamento teórico denominados de perturbativos, sobre os quais a ciência tem domínio expressivo, podem ser então utilizados e previsões sobre o comportamento de sistemas complexos, como as estrelas de quarks ou uma estrela contendo um PQG no seu interior, podem ser obtidas.

No entanto, para as escalas de energias mais baixas, aquelas relevantes para a compreensão do fenômeno do confinamento dos quarks, bem como para o entendimento da fase hadrônica de estrelas de nêutrons, pulsares e estrelas protoneutrônicas, a complexidade formal da CDQ, devido à presença de termos de acoplamento não lineares entre os campos dos quarks e dos glúons em altas ordens, praticamente inviabiliza tratamentos analíticos. Neste caso, torna-se necessário lançar mão de abordagens não-perturbativas

devido aos valores altamente expressivos que a constante de acoplamento da teoria adquire neste regime. O problema é tão sério que os melhores e mais confiáveis resultados para esta faixa de energias provêm de simulações numéricas, através de uma técnica não-perturbativa conhecida como cromodinâmica quântica na rede [29]. O termo ‘na rede’ é utilizado porque o ambiente teórico onde os algoritmos computacionais são estruturados, compreende uma rede espaço-temporal discreta. Uma alternativa, porém dispendiosa de realizar-se numericamente estes cálculos, é através da utilização de supercomputadores. Apesar de poderosa, esta abordagem está limitada por dois fatores principais: o tempo de processamento de dados costuma ser altíssimo, levando à severas simplificações de algoritmos computacionais; além disso, de forma inerente ao tratamento formal, encontram-se ainda dificuldades teóricas, já que o desenvolvimento formal dos algoritmos teóricos encontra-se ainda em uma fase em que predominam aspectos conceituais.

A forma alternativa de pesquisa da matéria nuclear que abordamos neste texto é o estudo das estrelas de nêutrons e dos pulsares por meio de teorias efetivas da matéria nuclear. Pulsares, que são estrelas de nêutrons em rotação, giram em torno de si mesmos a frequências muito altas ( $\sim 1$ /milissegundo), podem atingir níveis muito intensos de campo magnético ( $\sim 10^{15}$  gauss, comparado com o campo magnético médio do sol, de 1 gauss e que chega a 3000 gauss nas manchas solares) e são constituídos predominantemente de nêutrons.

Além destas partículas, estrelas de nêutrons e pulsares são compostos por prótons, híperons e léptons entre outras. Ademais, podem apresentar fenômenos de superfluidez, condensação de *kaons* e *pions*, e mais importante, podem ser o palco de uma transição de fase da matéria hadrônica para o plasma de quarks e glúons (PQG) no seu interior.

Há modelos esquemáticos simples para a composição de uma estrela de nêutrons e a formação no seu interior do PQG. Nestes modelos, a estrela é representada por um *núcleo hipotético gigante*, submetido às forças forte e à compressão gravitacional. À medida em que esta última cresce em níveis extremos para os padrões encontrados na Terra em condições normais, os núcleons no centro da estrela são comprimidos a um extremo tal que os quarks no seu interior são desconfinados, formando o PQG. A descrição correta desta transição é de primordial importância para o estabelecimento da equação de estado da matéria nuclear. Como todas estas facetas da composição das estrelas de nêutrons influenciam diretamente na predição teórica da massa e do raio da estrela, através da introdução da equação de estado na equação de equilíbrio hidrostático relativística desenvolvida por Tolman-Oppenheimer-Volkoff, as medidas experimentais destas grandezas estelares constituem fortes restrições às várias possíveis equações de estado existentes na literatura. Pode-se mostrar que, se tivermos uma relação massa-raio precisa o suficiente, poderemos determinar bi-univocamente a equação de estado para a matéria nuclear[30]. Desta forma, uma coerente descrição formal dos dados de estrelas de nêutrons e pulsares já existentes é um excelente caminho na busca da correta compreensão das interações fortes a altas densidades.

## Modelos Efetivos para a Equação de Estado da Matéria Nuclear

A mencionada extrema complexidade formal da CDQ, devido à presença de termos de auto-acoplamentos, não-lineares, entre os campos dos glúons, tem levado os físicos nucleares teóricos e experimentais à busca de modelos alternativos, como já mencionamos, para a descrição de propriedades da matéria nuclear baseados em formulações efetivas.

Entre estas destaca-se a formulação proposta por J.D. Walecka[31] que representa uma teoria relativística<sup>5</sup> na qual se considera os núcleons como campos efetivos (sem graus internos de liberdade) interagindo entre si através da troca de mésons escalares e vetoriais, sem considerar-se portanto, explicitamente, a presença dos quarks. O modelo é linearizado através da utilização da aproximação de campo médio e, neste modelo, mésons escalares-isoescalares  $\sigma$  simulam a presença de componentes atrativas de longo alcance da força nuclear enquanto mésons vetoriais-isoescalares  $\omega$  correspondem às componentes repulsivas de curto alcance da força nuclear. Este modelo, conhecido como *Hadrodinâmica Quântica* (QHD), possui duas constantes de acoplamento, determinadas de modo que a teoria possa reproduzir propriedades da matéria nuclear *em bruto*, a energia de ligação nuclear (energia de saturação) e a densidade de saturação do núcleo.

A QHD é uma *teoria efetiva*, já que a influência do meio de muitos corpos bem como dos graus de liberdade mais elementares (quarks) é considerada de maneira implícita nas parametrizações das constantes de acoplamento da teoria e nos valores da massa (efetiva) dos núcleons e de outras propriedades globais da matéria nuclear. A teoria está em muito bom acordo com resultados experimentais que caracterizam, por exemplo, propriedades de partícula única de núcleos finitos, como distribuição de carga elétrica e interação spin-órbita; a teoria está também em bom acordo com a fenomenologia no que se refere à descrição das propriedades de saturação da matéria nuclear. Nesta teoria, porém, algumas propriedades nucleares não estão em bom acordo com as previsões e expectativas experimentais como, por exemplo, valores para a incompressibilidade da matéria nuclear e para a massa efetiva do núcleon no meio nuclear.

Modelos alternativos ao modelo de Walecka, também conhecidos na literatura como modelos do tipo QHD, tem sido propostos com o objetivo de sanar estas deficiências. Estes modelos seguem porém a mesma filosofia. Dentre estes citamos o modelo não-linear de Boguta-Bodmer [35], que introduz termos de auto-acoplamento do méson escalar-isoescalar  $\sigma$  na formulação lagrangiana da teoria. Outro modelo interessante no qual foi proposta a substituição do acoplamento mínimo de Yukawa entre o méson escalar e o núcleon, como introduzido no modelo de Walecka, por um *acoplamento derivativo* foi apresentado por J. Zimanyi e S. A. Moszkowski [36] (modelo ZM).

Além dos trabalhos citados, é importante mencionar o modelo de N.K. Glendenning [37, 38, 39, 40, 41, 42] que desenvolveu um formalismo bastante completo para a matéria nuclear [10, 11]. Neste modelo, o autor descreve a matéria existente nas

---

<sup>5</sup>Literatura importante sobre a temática pode ser encontrada nas referências [32, 33, 34].

estrelas de nêutrons como composta também por *híperons* (bárions com estranheza não nula mais massivos que os núcleons); para tanto, utilizou a versão não-linear da teoria de Walecka de modo a incluir outras partículas como as do octeto bariônico fundamental ( $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^0$ ) e léptons ( $e^-$ ,  $\mu^-$ ). Através desta abordagem, o autor tornou possível a determinação das distribuições radiais de partículas nestas estrelas bem como valores para *redshift* gravitacional, número bariônico, proporção híperon/núcleon, entre outras propriedades estelares. Seus resultados para massa máxima de uma sequência de estrelas de nêutrons estão em bom acordo com as massas de *pulsares* já medidas.

Finalmente, um modelo mais recente desenvolvido por A.R. Taurines, C.A.Z. Vasconcellos e colaboradores[43, 44] também deve ser citado por apresentar algumas características importantes na descrição da matéria nuclear densa, na medida em que este modelo representa uma generalização dos formalismos lagrangeanos da QHD.

Modelos do tipo QHD mostram-se bastante apropriados para a descrição da matéria em estrelas de nêutrons e em pulsares, uma vez que seu formalismo é covariante (portanto, a causalidade é respeitada) e a *aproximação de campo médio*, a mais adequada formalmente para estes modelos, é tanto mais válida quanto maior a densidade do sistema, em especial, para aquelas densidades encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares.

O estudo de estrelas de nêutrons é, como vimos, fundamental para nossas investigações sobre o comportamento da equação de estado da matéria nuclear para densidades maiores do que a densidade de saturação nuclear e para o desenvolvimento de modelos teóricos que possam descrever de maneira apropriada as propriedades globais e intrínsecas das estrelas de nêutrons e pulsares. É importante salientar que os pulsares somente puderam ser identificados como estrelas de nêutrons altamente magnetizadas em rotação devido à prévia existência de modelos teóricos sobre aqueles objetos. Alterações no período de rotação dos pulsares têm representado indicações da existência nestas estrelas da tão buscada transição de fase de matéria hadrônica para um PQG [45].

## Organização da tese

### Capítulo 2

No capítulo 2 deste trabalho é apresentada uma síntese dos principais modelos relativísticos de estrelas de nêutrons: modelo do gás de Fermi, modelos efetivos da hadrodinâmica quântica (QHD) e modelos de Zimanyi-Moszkowski (ZM). Neste capítulo são discutidos os mais relevantes aspectos formais associados a estes modelos e são deduzidas, em especial, as expressões correspondentes para a equação de estado da matéria nuclear.

### Capítulo 3

Neste ponto, é importante ressaltar que o propósito desta tese é desenvolver um modelo efetivo para a matéria nuclear, com vistas à descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares, por meio de uma formulação lagrangeana relativística que

busca *exaurir o espaço de fase* dos campos mesônicos e que apresente assim alto grau de consistência com o conceito de *naturalidade*, de modo a aprimorarmos as previsões dos tratamentos teóricos mais convencionais. Uma versão preliminar deste modelo efetivo, que contempla a presença, no setor bariônico, somente dos campos dos núcleons, é apresentada no capítulo 3 desta tese, juntamente com a abordagem dos temas da naturalidade, da anomalia Nolen-Schiffer e da quebra de simetria de isospin na matéria nuclear. Neste capítulo, com base na conservação de simetria quiral, apresentamos a previsão da existência de um estado ressonante mesônico no setor escalar-isovetorial leve, estado este representado pelo campo  $\varsigma$ . E então, baseados no conceito de *naturalidade*, desenvolvemos o modelo efetivo para a matéria nuclear supra mencionado. A versão do modelo efetivo desenvolvido neste capítulo contempla acoplamentos entre os campos dos núcleons e dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$ . Por fim, apresentamos neste capítulo as previsões do modelo para a anomalia Nolen-Schiffer e discutimos os resultados obtidos.

#### Capítulos 4 e 5

No capítulo 4, o escopo do modelo efetivo para a matéria nuclear apresentado no capítulo 3 é ampliado de modo que o tratamento formal contemple a presença do octeto bariônico fundamental completo e dos campos dos *mésons estranhos*  $\sigma^*$  e  $\phi$ . Este modelo é utilizado, ainda no capítulo 4, no estudo de propriedades globais estáticas de estrelas de nêutrons e de pulsares e, no capítulo 5, no estudo de processos de arrefecimento destes objetos estelares por meio do chamado efeito Urca direto; os resultados correspondentes são então discutidos ao fim dos capítulos mencionados.

#### Capítulo 6

Por fim, o capítulo 6 apresenta as conclusões da tese e as perspectivas de continuação do trabalho desenvolvido neste tese.

#### Apêndices

No Apêndice A apresentamos a notação utilizada nesta tese. No Apêndice B deste trabalho apresentamos uma breve história do estudo das estrelas de nêutrons a partir dos estudos de L. D. Landau [7]. Posteriormente, discutimos sua correlação aos eventos de supernovas descritos por W. Baade e F. Zwicky [14] (1934) e a formulação teórica desenvolvida por J. R. Oppenheimer e G. W. Volkoff [13] (1939) com vistas à determinação de propriedades globais de estrelas de nêutrons, com base na Teoria da Relatividade Geral[46]. Apresentamos também, neste apêndice, um breve sumário das propriedades observacionais dos pulsares, bem como analisamos sua associação com os eventos de supernovas e apresentamos características em geral de estrelas de nêutrons. Por fim, neste apêndice são discutidos aspectos relevantes envolvendo estrelas newtonianas e estrelas relativísticas. No Apêndice C apresentamos a dedução da energia de simetria da matéria nuclear.



# Capítulo 2

## Modelos Nucleares de Estrelas de Nêutrons

Neste capítulo é apresentada uma síntese dos principais modelos relativísticos de estrelas de nêutrons: modelos do gás de Fermi, da hadrodinâmica quântica (HDQ) e de Zimanyi-Moszkowski (ZM). Neste capítulo ainda são discutidos os mais relevantes aspectos formais associados a estes modelos e, em especial, são deduzidas as expressões correspondentes para a equação de estado da matéria nuclear.

### 2.1 Matéria Nuclear

Estrelas de nêutrons são estados ligados de muitos corpos (bárions, mésons e léptons), em equilíbrio hidrostático e cuja energia de ligação é devida, fundamentalmente, a um balanço delicado entre a força da gravidade, a força nuclear e a pressão quantum-mecânica de degenerescência. Neste sentido, como afirmamos anteriormente, a força nuclear, por si só, não poderia produzir a ligação destes sistemas, embora seja a força de maior intensidade encontrada na natureza, exatamente devido ao seu caráter de curto alcance (da ordem de poucos fermi). A força gravitacional, embora de menor intensidade do que a força forte nuclear, tem longo alcance e é composta ademais somente por componentes atrativas atuando em sistemas massivos, diferentemente da força forte nuclear que apresenta componentes atrativas (de mais longo alcance,  $\sim 1 - 2$  fermi) e repulsivas (de mais curto alcance,  $\leq 0,4$  fermi). E se a força nuclear por si só é insuficiente para *sustentar* a pressão gravitacional em uma estrela de nêutrons, menos ainda a pressão quantum mecânica de degenerescência o é, como veremos mais adiante na descrição do modelo do gás de Fermi relativístico.

Estimativas da energia por núcleon devido à presença da gravidade em estrelas de nêutrons resultam em valores para a energia gravitacional estelar da ordem de 160 MeV/A enquanto a energia de ligação nuclear por núcleon na matéria nuclear é uma ordem de grandeza menor, ou seja, aproximadamente igual a 16 MeV/A.

Mas este não é, porém, o aspecto mais relevante a diferenciar o papel destas forças

ao se analisar a estabilidade de uma estrela de nêutrons. A compressão gravitacional em estrelas de nêutrons produz, como vimos, uma espécie de *empacotamento* dos núcleons de forma que somente as componentes repulsivas da interação nuclear, de mais curto alcance são, nestas condições, realmente relevantes para a estabilidade estelar, em contraposição à contribuição das componentes atrativas de mais longo alcance da interação forte. Evidentemente, o empacotamento dos núcleos origina também uma pressão de degenerescência que atua ademais, como discutido anteriormente, juntamente com as componentes repulsivas da interação forte nuclear, em contraposição à compressão gravitacional.

Como também vimos anteriormente, mesmo quando consideramos o caso limite, idealizado, de uma estrela composta por *matéria nuclear incompressível*, portanto, com densidade uniforme, a estrutura das equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff impõe um limite em sua massa, acima da qual ocorre colapso gravitacional. Utilizando-se o jargão típico da área, uma equação de estado é dita mais ou menos *rígida* ou menos ou mais *suave*. Por exemplo, uma equação de estado,  $A$ , é mais rígida do que outra,  $B$ , se a pressão interna associada a  $A$ , para qualquer valor de densidade, for maior do que a pressão interna correspondente a  $B$ . Evidentemente, quando consideramos duas estrelas de nêutrons,  $A$  e  $B$ , cujas estruturas sejam descritas respectivamente pelas equações de estado  $A$  e  $B$ , a equação de estado da estrela  $A$  corresponde a uma maior pressão interna em comparação à pressão interna da estrela  $B$ , para qualquer valor de densidade. Dotada de uma maior pressão interna, a estrela  $A$  pode suportar uma maior compressão gravitacional do que a estrela  $B$  e portanto a primeira deve ter uma massa maior do que a segunda, uma vez que a intensidade da força gravitacional está diretamente associada à massa estelar. Utilizando-se novamente o jargão típico da área, dizemos que a estrela  $A$  pode *suportar* maior massa do que  $B$ .

Mencionamos a seguir dois casos extremos de predição das massas de estrelas de nêutrons. O primeiro corresponde à equação de estado do modelo HDQ-I, que será visto mais adiante neste capítulo, que combina o maior grau de rigidez com a obediência ao Princípio da Causalidade, como vimos, matematicamente caracterizado pela expressão  $\frac{\partial p}{\partial \epsilon} \leq 1$ . O valor correspondente da massa limite obtida é  $3M_{\odot}$ . O segundo caso se refere à mais suave equação de estado, que é obtida a partir do modelo do gás de Fermi livre composto por prótons, nêutrons e elétrons, em equilíbrio, caso este que também será apresentado neste capítulo. Neste caso, os efeitos quantum mecânicos de degenerescência fornecem a pressão que sustenta a compressão gravitacional. O valor da massa limite obtida neste caso é igual a  $0,7M_{\odot}$ . O que se espera então é que os casos mais realísticos, que consideram aspectos físicos mais complexos, tanto no que se refere à composição quanto à contribuição da força forte nuclear, levem a valores intermediários entre estes dois limites, tendo em vista que a densidade central de uma estrela de nêutrons, que corresponde à massa máxima, é tão alta que as componentes de curto alcance da interação forte devem predominar sobre as componentes de longo alcance.

E sabendo assim que a massa limite de uma estrela de nêutrons depende do grau

de *rigidez* da correspondente equação de estado, uma pergunta se impõe: quais são os aspectos físicos que contribuem para que uma equação de estado apresente maior ou menor grau de *rigidez*?

Neste sentido, embora existam outros aspectos a serem considerados, as componentes repulsivas da interação forte nuclear representam, como vimos, um elemento essencial na determinação da *rigidez* de uma equação de estado nuclear. É importante salientar que a maior rigidez de uma equação de estado implica, como anteriormente salientado, em uma maior massa de uma seqüência de estrelas de nêutrons. E, portanto, apesar de seu caráter microscópico, a interação nuclear contribui de maneira importante na composição de uma das grandezas macroscópicas mais importantes destes objetos estelares, sua massa.

A energia de ligação por núcleon para a maior parte dos núcleos encontrados na tabela periódica encontra-se em torno de 7-8 MeV. Este resultado, combinado com o dado anteriormente apresentado da energia de ligação por núcleon da matéria nuclear (16 MeV/A), demonstra que a energia de ligação depende *fracamente* do *número de massa*  $A$  de um núcleo. Por esta razão, fórmulas semi-empíricas de massa, têm sido desenvolvidas, com o intuito de descrever a energia de ligação ou, equivalentemente, a massa nuclear, bem como outras propriedades, de uma ampla gama de núcleos da tabela periódica, por meio de formulações simples que dependam de poucos parâmetros. A formulação correspondente mais conhecida é a chamada fórmula semi-empírica de massa de Weiszacker[47]. E como o próprio nome sugere, essa formulação combina fundamentação teórica com predições de natureza empírica. A base teórica da formulação é o conhecido modelo da gota líquida do qual origina-se a maior parte dos termos e as estimativas dos valores dos coeficientes que a compõem. A fórmula de Weiszacker fornece uma boa aproximação para os valores das massas e da energia de ligação nucleares, além de outros efeitos, mas não explica, por exemplo, o aparecimento dos números mágicos e do desdobramento spin-órbita de energia, bem como outros aspectos, de natureza mais complexa, da estrutura nuclear.

Na expressão que define a fórmula de Weiszacker, a energia de ligação de um núcleo com  $Z$  prótons e  $N$  nêutrons é determinada por meio de

$$B(Z, N) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z(Z - 1)A^{-1/3} - a_A (Z - N)^2 A^{-1} - \delta(Z, N), \quad (2.1)$$

sendo os seguintes os parâmetros livres da fórmula (a serem determinados fenomenologicamente):  $a_V$ , termo de volume;  $a_S$ , termo de superfície;  $a_C$ , termo Coulombiano;  $a_A$ , termo de assimetria e  $\delta$ , termo de pareamento.

Utilizando-se a definição da energia de ligação nuclear,  $B(Z, N)$ , de um núcleo com massa  $M(Z, N)$

$$M(Z, N) = ZM_p + NM_n - B(Z, N), \quad (2.2)$$

onde  $M_p$  e  $M_n$  representam as massas dos prótons e dos nêutrons, podemos expressar

a fórmula semi-empírica na forma

$$M(Z, N) = ZM_p + NM_n - a_V A + a_S A^{2/3} + a_C Z(Z-1)A^{-1/3} + a_A (A-2Z)^2 A^{-1} + \delta(Z, N). \quad (2.3)$$

O significado físico dos distintos termos desta expressão pode ser sintetizado no que segue. Os dois primeiros termos descrevem o fato de que a massa nuclear consiste, primordialmente, da soma das massas de seus constituintes, os prótons e os nêutrons. Evidentemente, os termos adicionais da fórmula semi-empírica devem caracterizar correções às predições teóricas dos termos precedentes, correções estas devidas aos efeitos da ligação nuclear.

A explicação da presença do terceiro termo da fórmula,  $a_V A$ , conhecido como *termo de volume*, é baseada na observação de que a densidade nuclear ( $\rho = A/V$ ), em uma primeira aproximação, é praticamente independente do número de massa,  $A$ . Isto indicaria que a densidade nuclear obedece à relação aproximada

$$\rho = \frac{A}{V} \sim \text{constante}, \quad (2.4)$$

que leva a  $V \sim A$ . Ao considerarmos, por simplicidade, um núcleo esférico de raio  $R$ , então seu volume seria dado por  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ . Combinando-se esta equação com a anterior, que expressa o fato da densidade nuclear ser aproximadamente constante, obtem-se a relação a seguir para o raio nuclear em função do número de massa  $A$ :

$$\rho = \frac{A}{V} \sim A \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right)^{-1} \sim \text{constante} \rightarrow R \sim r_0 A^{1/3}, \quad (2.5)$$

em que  $r_0$  é uma grandeza que independe de  $A$ . Neste contexto, o núcleo comportar-se-ia como um gás incompressível de partículas nucleares. O termo  $a_V$  caracteriza assim o fato de que, quanto maior o número de partículas no sistema, maior o número de interações (ligações) possíveis entre elas e, conseqüentemente, maior o valor da energia de ligação do sistema<sup>1</sup>. E uma vez que o número de partículas do sistema é aproximadamente proporcional ao volume nuclear, a contribuição deste termo é proporcional a  $A$ . Por outro lado, como visto anteriormente, quanto maior o valor absoluto da energia de ligação nuclear, menor a massa do sistema. Por esta razão, este termo aparece com o sinal negativo na fórmula semi-empírica.

A contribuição seguinte, dada pelo termo de superfície, indica que os núcleons

---

<sup>1</sup>É importante ressaltar que, se cada núcleon interagisse com cada um dos demais núcleons do sistema, este termo deveria depender de  $A$  na forma  $A(A-1)$ , ou seja deveria ser proporcional ao número de pares de núcleons do sistema. Ao adotar-se a expressão para o termo de volume na forma  $a_V A$ , é feita a suposição, fenomenologicamente observada, de que a força nuclear apresenta caráter de *saturação*, o que implica que cada núcleon interage somente com seus mais próximos vizinhos. É também importante observar que o caráter de saturação independe do fato da força forte nuclear ser considerada uma força de curto alcance. Isto porque a região que define o volume de saturação nuclear tem dimensões menores do que aquele que corresponde à região que caracteriza o alcance da força nuclear.

situados na superfície do núcleo apresentam uma contribuição menos relevante para a energia de ligação nuclear, sendo esta redução parametrizada pelo *termo de superfície*  $a_S A^{2/3}$  (a área superficial nuclear  $S$  obedece a relação  $S \sim A^{2/3}$ ). Isto porque, um núcleon situado na superfície nuclear interage, na média, com uma quantidade menor de núcleons do que outro localizado na parte mais interna do núcleo.

Então segue-se o quinto termo, que caracteriza a presença da repulsão coulombiana entre os prótons nucleares, que também reduz a energia de ligação, ocasionando com isto a elevação da massa nuclear, contribuição esta parametrizada pelo *termo Coulombiano*<sup>2</sup>  $a_C Z(Z - 1)A^{-1/3}$ .

A contribuição do termo seguinte indica um efeito puramente quantum mecânico: de que o sistema nuclear é tanto mais estável quanto mais próximo estiver da situação perfeitamente simétrica em termos do número de partículas, isto é,  $N = Z$ . Este termo, parametrizado na forma  $a_A(A - 2Z)^2 A^{-1}$ , é conhecido como *termo de assimetria*, e sua origem tem como base o Princípio de Exclusão de Pauli, que estabelece, como vimos anteriormente, que dois férmions não podem ocupar simultaneamente os mesmos estados quânticos de energia. Assim, segundo o Princípio de Pauli, à medida em que núcleons são adicionados a um sistema nuclear, estas partículas devem ocupar os estados de energia não ocupados por outras. Os distintos níveis de energia em um núcleo vão sendo assim ocupados progressivamente, à medida em que cresce o número de núcleons, dos estados nucleares caracterizados por valores mais baixos de energia àqueles com valores mais altos. Prótons e nêutrons, sendo tipos diferentes de partículas, ocupam distintos estados quânticos de energia, tal que se pode identificar distintas estruturas de níveis de energia, uma para os prótons,  $E_p$ , e outra para os nêutrons,  $E_n$ . No caso em que houver uma quantidade significativamente maior de nêutrons do que de prótons em um núcleo, alguns dos nêutrons ocuparão estados de energia mais altos do que os níveis de energia disponíveis aos prótons. Assim, se pudermos transformar alguns dos nêutrons em prótons, transferindo as partículas correspondentes do sistema de níveis  $E_n$  para a configuração de níveis  $E_p$ , a energia fundamental do sistema sofreria expressivo decréscimo. Esta é então a origem do *termo de assimetria*.

E por fim, o último termo,  $\delta$ , denominado de *termo de pareamento*, que caracteriza a observação empírica de que um sistema par de prótons ou nêutrons é mais estável do que um sistema composto por quantidades ímpares destas partículas. Esta observação empírica parametriza os efeitos do acoplamento spin-órbita nuclear. Devido ao Princípio de Exclusão de Pauli, os estados orbitais de energia são minimizados no caso em que o número de prótons com *spin up* for igual ao número de prótons com *spin down*. O mesmo raciocínio é válido para os nêutrons. Por fim, é importante salientar que uma fórmula semi-empírica, pela sua própria concepção, onde predominam aspectos de natureza mais universal, descreve apenas comportamentos médios de determinadas grandezas nucleares. Neste sentido, seria de se esperar a ocorrência, e assim tem sido,

---

<sup>2</sup>É importante notar, neste caso, que o *termo Coulombiano* é proporcional ao número de pares de prótons do sistema nuclear,  $Z(Z - 1)$ .

| $a_V$     | $a_S$     | $a_C$     | $a_A$    | $\delta(N, Z)$            |
|-----------|-----------|-----------|----------|---------------------------|
| 15,68 MeV | 18.56 MeV | 0,717 MeV | 28,1 MeV | $34 A^{-3/4}$ Impar-Impar |
|           |           |           |          | 0 Impar-Par               |
|           |           |           |          | $-34 A^{-3/4}$ Par-Par    |

Tabela 2.1: Parâmetros da fórmula semi-empírica de massa[48].

de desvios sistemáticos importantes em suas previsões. Ainda assim, a fórmula semi-empírica de massa tem seu lugar assegurado no estudo de características globais da matéria nuclear pela sua simplicidade formal aliada ao fato de possibilitar avaliações preliminares de grandezas nucleares relevantes. Evidentemente, a determinação mais precisa destas grandezas torna necessária a adoção de modelos mais consistentes, tanto do ponto de vista formal quanto fenomenológico<sup>3</sup>.

Uma outra grandeza relevante para caracterizar a rigidez ou suavidade de uma equação de estado da matéria nuclear é o módulo de compressibilidade, definido na forma  $K$ [49]:

$$K = \left[ k^2 \frac{d^2}{dk^2} \left( \frac{\varepsilon}{\rho} \right) \right]_{k=k_F}, \quad (2.6)$$

que caracteriza a *resistência* do sistema nuclear a uma compressão externa de caráter uniforme.

Evidentemente, uma melhor compreensão da natureza da compressibilidade nuclear de uma estrela de nêutrons pressupõe o entendimento dos pontos de contacto entre os modelos que descrevem propriedades de núcleos finitos e o conceito de matéria nuclear. Isto porque, como veremos a seguir, o conceito de matéria nuclear é um conceito abstrato construído a partir de uma situação limite imposta a modelos de núcleos finitos. Neste sentido, torna-se importante lembrar inicialmente que, desprezando-se efeitos de auto-interação, a energia coulombiana de um sistema de prótons e nêutrons confinados em um núcleo esférico, *incompressível*, de raio  $R$ , uniformemente carregado, é dada por

$$\frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{r_0 A^{1/3}}. \quad (2.7)$$

Ao se comparar esta expressão com o termo de volume que representa a contribuição preponderante dentre as correções devidas à energia de ligação apresentadas na fórmula semi-empírica de massa, o limite de estabilidade nuclear deve satisfazer a desigualdade

$$\frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{r_0 A^{4/3}} < 15,68 \text{ MeV}. \quad (2.8)$$

<sup>3</sup>Maiores detalhes sobre a fórmula semi-empírica de massa podem ser encontrados na Ref.[21]. Mas um conjunto importante de valores dos parâmetros da fórmula semi-empírica pode ser encontrado, por exemplo, na Ref. [48].

Utilizando-se o valor experimental  $r_0 = 1,07 \text{ fm}$ , obtemos, desta condição

$$\frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} < 25. \quad (2.9)$$

Este resultado foi o motivador da criação de um modelo que descreve um sistema hipotético, a assim denominada *matéria nuclear*, que corresponde a considerar -se o limite  $A \rightarrow \infty$  na fórmula semi-empírica de massa. Assim, matéria nuclear refere-se a um sistema hipotético que contempla uma quantidade infinita de núcleons — nêutrons e prótons — em que somente a interação nuclear está presente, sendo portanto a interação coulombiana *desligada* no limite  $A \rightarrow \infty$  (o termo coulombiano da fórmula semi-empírica de massa é nulo neste limite). Ademais, as massas dos nêutrons e dos prótons tornam-se, nestas condições, idênticas, de acordo com as previsões da Eletrodinâmica Quântica em que a carga é o fator responsável pela diferença de massa destas partículas. E como citamos anteriormente na introdução deste trabalho, os cientistas representam as estrelas de nêutrons como compostas, fundamentalmente, por porções macroscópicas da *matéria nuclear assimétrica e infinita*, designação associada a essa concepção idealizada de sistemas de muitos bárions interagentes. Apesar de aparentemente inusitado, o termo *infinito* se aplica, na prática, bastante bem a uma estrela de nêutrons, já que estes sistemas contém cerca de  $10^{58}$  bárions.

Utilizando-se o modelo da gota líquida, pode-se escrever, de maneira similar à fórmula semi-empírica de massa, uma formulação, também de caráter semi-empírico, para a compressibilidade de sistemas nucleares finitos na forma

$$K = K_v + K_s A^{-1/3} + K_c Z(Z-1)A^{-4/3} + K_a (Z-N)^2, \quad (2.10)$$

onde o significado dos termos é similar ao caso da fórmula semi-empírica de massa, levando-se em conta, nesta expressão, que o termo de superfície,  $K_s A^{-1/3}$ , caracteriza a *resistência* do sistema nuclear finito à tensão superficial. No limite em que  $A \rightarrow \infty$ , a formulação semi-empírica de compressibilidade possibilita, similarmente ao que ocorre com a fórmula semi-empírica de massa, a descrição de propriedades globais estáticas da matéria nuclear. No caso em que consideramos, em uma primeira aproximação, a descrição de propriedades de um núcleo finito com densidade constante (*incompressível*), a *resistência* deste núcleo à compressão externa seria *infinita*. O mesmo aconteceria no caso de adotarmos, como uma primeira aproximação na descrição de propriedades globais de estrelas de nêutrons, um sistema com densidade bariônica ou densidade de energia constante. Evidentemente, casos realísticos correspondem a sistemas nucleares com graus finitos de compressibilidade.

E para visualizarmos, ainda que de forma sintetizada, algumas das principais previsões teóricas com vistas à descrição de propriedades da matéria nuclear e de estrelas de nêutrons, apresentamos a seguir alguns dos principais modelos clássicos relativísticos que descrevem a dinâmica de sistemas nucleares de muitos corpos com aplicações a estrelas de nêutrons.

## 2.2 Modelo do Gás de Férmí Relativístico para Núcleons e Elétrons

Consideramos, nesta seção, um modelo simples de estrelas de nêutrons, o modelo de gás de Fermi ideal, supondo a estrela composta apenas por nêutrons (n), prótons (p) e elétrons (e). Apesar de sua simplicidade, este modelo possibilita a ilustração de vários aspectos estruturais importantes destes objetos estelares.

A Relatividade Especial representa o referencial teórico para a descrição da equação de estado do modelo de gás de Fermi ideal. Neste modelo, cada uma das partículas do sistema (n,p,e) contribui para a composição da densidade de energia total  $\varepsilon$ , da pressão  $p$  e da densidade bariônica  $\rho$  de acordo com

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F,i}} \sqrt{k^2 + m_i^2} k^2 dk, \\ p_i &= \frac{1}{3} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F,i}} \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m_i^2}} k^2 dk, \\ \rho_i &= \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F,i}} k^2 dk,\end{aligned}\tag{2.11}$$

em que  $i = n, p, e$ , os termos  $k_{F,i}$  representam os momenta de Fermi de cada uma das partículas e  $\gamma$  denota o grau de degenerescência, em função dos estados de momenta lineares, do sistema. É importante salientar porém, que a suposição de que o sistema em foco pode ser descrito por um modelo de gás degenerado, é válida apenas a baixas temperaturas; essa suposição se aplica bastante bem para um estrela de nêutrons tendo em vista que, do ponto de vista das escalas nucleares, uma estrela de nêutrons pode ser considerada *fria* ( $T_{estrela} \sim [10^5 - 10^9] K$ ), embora seja a estrela ainda *quente* em relação à temperatura da radiação cósmica de fundo de aproximadamente  $3K$ . É importante também ressaltar que as expressões da densidade de energia e da pressão interna do gás acima apresentadas obedecem a Primeira Lei da Termodinâmica

$$p = \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\varepsilon}{\rho} \right),\tag{2.12}$$

conferindo ao modelo, apesar de sua simplicidade, consistência termodinâmica. E, tendo em vista que o conhecimento da equação de estado (EoS) do gás permite a predição teórica de propriedades globais estáticas da estrela bem como aspectos que configuram sua evolução, ao integrar-se as expressões acima para a equação de estado

encontramos

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_i &= \frac{1}{8\pi^2} \left[ \mu_i k_{F,i} (2k_{F,i}^2 + m_i^2) + m_i^4 \ln \left| \frac{m_i}{\mu_i + k_{F,i}} \right| \right], \\
 p_i &= \frac{1}{24\pi^2} \left[ \mu_i k_{F,i} (2k_{F,i}^2 - 3m_i^2) + 3m_i^4 \ln \left| \frac{\mu_i + k_{F,i}}{m_i} \right| \right], \\
 \rho_i &= \frac{k_{F,i}^3}{3\pi^2}, \quad (i = n, p, e)
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

onde  $\mu_i = \sqrt{k_{F,i}^2 + m_i^2}$  caracteriza a energia de Fermi de cada uma das partículas do sistema. Deste modo, obtivemos a EoS do modelo em foco na forma de uma equação paramétrica que relaciona a pressão e a densidade de energia do gás:

$$p(\rho) = p(\varepsilon(\rho)). \tag{2.14}$$

Procedemos a seguir à minimização da densidade de energia total do gás; este procedimento permite a obtenção de uma propriedade muito importante, o seu equilíbrio químico

$$\varepsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) = \varepsilon(\rho_n) + \varepsilon(\rho_p) + \varepsilon(\rho_e), \tag{2.15}$$

para uma dada densidade bariônica total fixa

$$\rho(n, p, e) = \rho_n + \rho_p + \rho_e. \tag{2.16}$$

Ademais, a condição de neutralidade de carga do gás pode ser expressa em termos das densidades dos prótons e elétrons na forma

$$\rho_p = \rho_e. \tag{2.17}$$

Essas condições podem ser tecnicamente implementadas no formalismo por meio do método de *multiplicadores de Lagrange*, como veremos a seguir, que consiste, em uma primeira etapa, em definir-se uma função, que incorpora as expressões acima enumeradas multiplicadas por coeficientes, no caso representados pelos símbolos  $\alpha$  e  $\beta$ ,

$$F(\rho_n, \rho_p, \rho_e) \equiv \varepsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) + \alpha(\varepsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) - \rho_n - \rho_p) + \beta(\rho_e - \rho_p); \tag{2.18}$$

em uma segunda etapa do procedimento, impomos a esta função, para variações arbitrárias das densidades envolvendo os três tipos de partículas do sistema, a condição adicional:

$$\frac{\partial F}{\partial \rho_n} = \frac{\partial F}{\partial \rho_p} = \frac{\partial F}{\partial \rho_e} = 0. \tag{2.19}$$

E da expressão de densidade de energia obtemos

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_i} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \rho_i} = \sqrt{k_i^2 + m_i^2}, \quad (i = n, p, e). \tag{2.20}$$

Combinando-se essas equações com a *função de Lagrange*  $F(\rho_n, \rho_p, \rho_e)$ , a etapa seguinte do procedimento permite expressarmos os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  (*multiplicadores de Lagrange*) em termos dos potenciais químicos das partículas do sistema:

$$\begin{aligned}\alpha &= \sqrt{k_n^2 + m_n^2} \equiv \mu_n, \\ \alpha + \beta &= \sqrt{k_p^2 + m_p^2} \equiv \mu_p, \\ -\beta &= \sqrt{k_e^2 + m_e^2} \equiv \mu_e.\end{aligned}\tag{2.21}$$

Ao eliminarmos destas equações os *multiplicadores de Lagrange*  $\alpha$  e  $\beta$ , concluímos que

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e,\tag{2.22}$$

portanto, que o sistema obedece à condição de neutralidade de carga elétrica. De maneira subjacente a esta condição, o preenchimento dos níveis de energia das partículas do sistema é realizado de maneira consistente com a condição de equilíbrio termodinâmico e estatístico, correspondendo portanto a sua energia total a um estado de mínima. Estas condições implicam que energia adicional não pode ser extraída do gás por meio de um processo em que um nêutron sofra decaimento beta ou por meio de um processo em que um próton sofra decaimento beta inverso.

É importante ressaltar que no estudo da evolução de estrelas de nêutrons, quando nos referimos ao equilíbrio termodinâmico estelar, consideramos que a estrela é caracterizada por um único valor de temperatura; nos referimos portanto ao conceito de temperatura global e supomos que tanto as partículas massivas quanto aquelas não-massivas da estrela (fótons e neutrinos) tenham idênticos valores de temperatura. Esta suposição não é estritamente correta, na medida em que diferentes camadas estelares apresentam temperaturas distintas, sendo as temperaturas das camadas mais internas mais expressivas do que aquelas das mais externas. Esta suposição apresenta no entanto, na prática, expressivo grau de validade na medida em que o livre caminho médio dos fótons na matéria estelar,  $\lambda_f$ , é muito menor do que o espaçamento típico das regiões onde ocorre variações expressivas da temperatura estelar,  $\lambda_f \ll T_{estrela}/|\partial_x T_{estrela}|$ .

### 2.2.1 Equação de Estado da Matéria Nuclear

Mostramos a seguir os procedimentos adotados no cálculo da equação de estado da matéria nuclear, considerando-se o modelo do gás de Fermi.

Ao minimizarmos a energia total do sistema e considerarmos a condição de neutralidade de carga, para uma dada densidade fixa, resultam as seguintes equações envolvendo a densidade bariônica total e os momenta de Fermi das partículas do sistema:

$$\begin{aligned}\frac{1}{3\pi^2}(k_n^2 + k_p^2) &= \rho, \\ k_p &= k_e.\end{aligned}\tag{2.23}$$

E, ao combinarmos estas equações com a condição de equilíbrio químico entre os componentes do gás de Fermi, obtemos

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e. \quad (2.24)$$

Podemos determinar, para cada valor de densidade bariônica do sistema, que representa a variável livre do tratamento em foco, valores para os momenta de Fermi das partículas do gás e, em conseqüência, a sua equação de estado. Para ilustrar este procedimento, consideremos o caso em que  $k_p = k_e = 0$ , obtendo-se então a condição

$$\begin{aligned} (\mu_p = \mu_n - \mu_e)_{k_p=k_e=0} &\rightarrow (\sqrt{k_p^2 + m_p^2} = \sqrt{k_n^2 + m_n^2} - \sqrt{k_e^2 + m_e^2})_{k_p=k_e=0} \\ &\rightarrow m_p = \sqrt{k_n^2 + m_n^2} - m_e \rightarrow k_n^2 = (m_p + m_e)^2 - m_n^2 < 0. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Neste caso, não existe solução real e concluímos assim que  $k_p$  é sempre finito. Consideremos agora o caso realístico em que  $k_n = 0$ . Então encontramos

$$k_p^2 = \left( \frac{m_p^2 + m_n^2 - m_e^2}{2m_n} \right) - m_e^2 = 1,4269 \text{ MeV}^2 = 3,6644 \times 10^{-5} \text{ fm}^{-2}, \quad (2.26)$$

caso este que corresponde ao menor valor de  $k_p$  para o qual  $k_n$  é finito. Assim, concluímos que, abaixo do valor correspondente da densidade bariônica

$$\rho = \frac{k_p^2}{3\pi^2} = 7,4919 \times 10^{-9} \text{ fm}^{-3}, \quad (2.27)$$

ou então, abaixo da densidade de energia

$$\varepsilon \sim \rho m_p = 3,56 \times 10^{-8} \text{ fm}^{-4} = 1,25 \times 10^7 \text{ g/cm}^3, \quad (2.28)$$

o gás de Fermi em equilíbrio químico e eletricamente neutro corresponde a uma mistura de proporções iguais de prótons e elétrons sem a presença de nêutrons. Assim, abaixo do limiar para a produção de nêutrons, temos que

$$k_p = (3\pi^2\rho)^{1/3}; \quad k_e = k_p; \quad k_n = 0, \quad (2.29)$$

de forma que a densidade de energia e a pressão podem ser computadas das expressões contidas em (2.13).

Acima do limiar de produção de nêutrons, podemos escrever

$$k_n = (3\pi^2\rho - k_p^3)^{1/3}. \quad (2.30)$$

Esta expressão, juntamente com a equação de neutralidade de carga elétrica,  $k_p = k_e$ , e com a condição de equilíbrio químico (2.24) nos permite escrever

$$\sqrt{k_p^2 + m_e^2} + \sqrt{k_p^2 + m_p^2} = \sqrt{(3\pi^2\rho - k_p^3)^{2/3} + m_n^2}. \quad (2.31)$$

Ao variarmos a densidade bariônica total, utilizando-a como uma variável livre, valores para  $k_p$  podem então ser obtidos e ao combinarmos estes valores com a expressão anterior a esta, valores para  $k_n$  podem ser também obtidos sendo então a equação de estado numericamente determinada.

Apresentamos, na figura (2.1), o comportamento da EoS e, por meio da integração das equações de equilíbrio hidrostático (TOV) [12, 13], valores para a massa<sup>4</sup>, o raio e a densidade central da estrela de nêutrons. Os valores limites para essas grandezas são, respectivamente, raio máximo =  $9,3 \text{ km}$ , massa máxima =  $0,7 M_\odot$ , densidade central =  $15,600 \text{ g cm}^{-3}$ . Valores para a massa bariônica e para a energia de ligação gravitacional são mostrados na figura (2.2). A massa limite predita por este modelo,

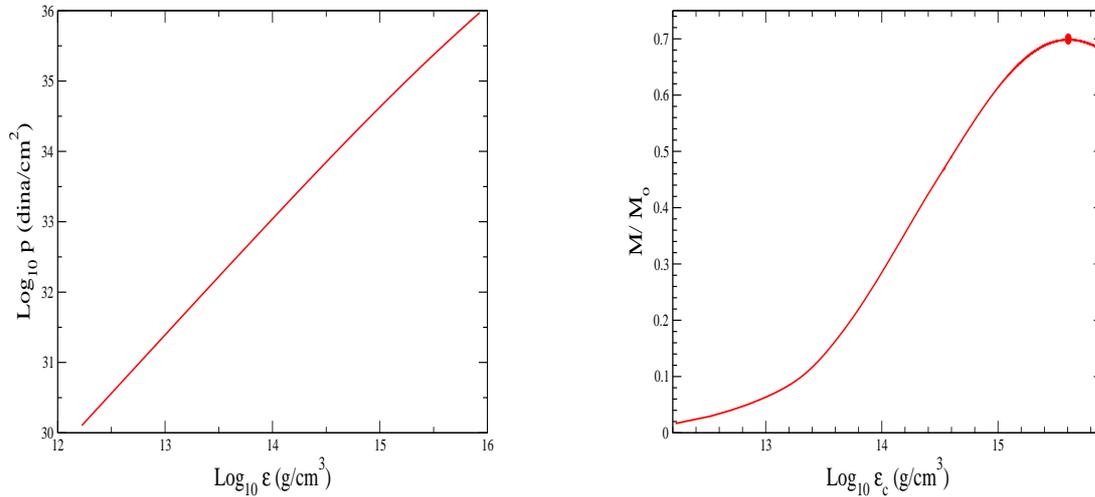


Figura 2.1: Comportamento da matéria nuclear em *equilíbrio beta* no modelo do gás de Fermi relativístico ideal. O painel da esquerda apresenta, em escala logarítmica, o comportamento da equação de estado enquanto que o painel da direita mostra o resultado da integração das equações TOV. O ponto assinalado na figura indica o valor da massa gravitacional máxima,  $0,7 M_\odot$ , com o valor correspondente à densidade de energia central,  $\text{Log}_{10} \varepsilon_c = 15,600 \text{ g cm}^{-3}$ .

$0,7 M_\odot$ , é excessivamente baixa, quando comparada com a massa observada do pulsar Hulse-Taylor,  $\sim 1,44 M_\odot$ . Neste ponto da descrição do modelo do gás de Fermi ideal relativístico, torna-se importante lembrar o que afirmamos anteriormente, ou seja, que a força nuclear, por si só, não poderia produzir a ligação de estrelas de nêutrons, embora seja a força de maior intensidade encontrada na natureza, exatamente devido

<sup>4</sup>A energia de ligação gravitacional da estrela de nêutrons é dada pela expressão

$$E_B = (M - M_A)c^2,$$

onde  $A$  representa o número bariônico total; nesta expressão, usamos como aproximação  $M_A = AM_n$ , em que  $M_n$  denota a massa do nêutron ( $940 \text{ MeV}$ ).

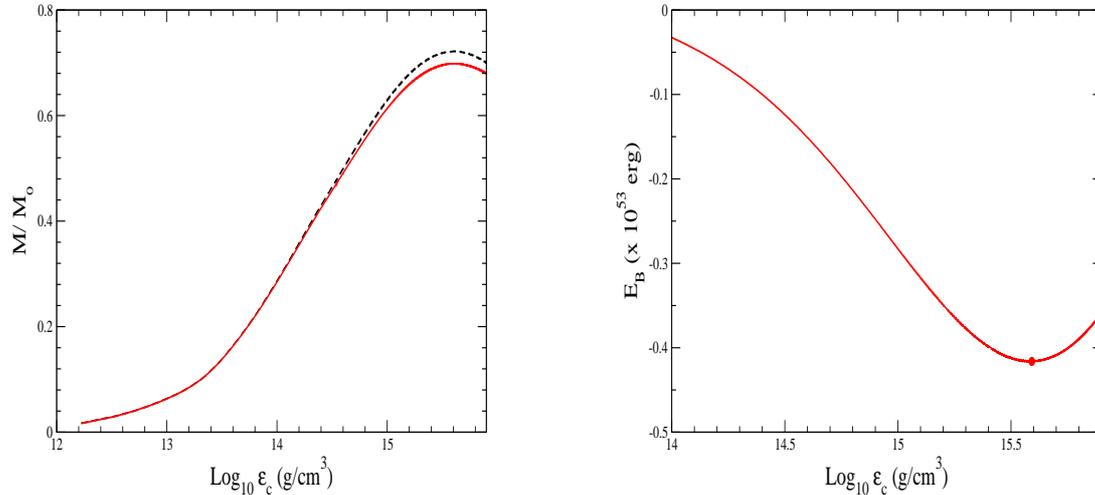


Figura 2.2: Comportamento da matéria nuclear em *equilíbrio beta* no modelo do gás de Fermi relativístico ideal. O painel da esquerda representa o comportamento da massa gravitacional,  $M$  (linha cheia) e da massa bariônica,  $M_A$  (linha tracejada) em função da densidade de energia central. O painel da direita mostra o comportamento da energia de ligação gravitacional. O ponto assinalado na figura indica o valor da densidade de energia central para a estrela de máxima massa gravitacional,  $0,7 M_\odot$  com a correspondente energia de ligação gravitacional,  $E_B = -0,41 \times 10^{53} \text{ erg}$ .

ao seu caráter de curto alcance (da ordem de poucos fermi). Por outro lado, embora a força gravitacional tenha menor intensidade do que a força forte nuclear, ela tem longo alcance e caráter puramente atrativo, diferentemente da força forte nuclear que apresenta componentes atrativas (de mais longo alcance,  $\sim 1 - 2$  fermi) e repulsivas (de mais curto alcance,  $\leq 0,4$  fermi). Ademais, a força nuclear, por si só, é insuficiente para *sustentar* a pressão gravitacional em estrelas de nêutrons, que correspondem a estados ligados de muitos corpos (bárions, mésons e léptons), em equilíbrio hidrostático e cuja energia de ligação é devida, fundamentalmente, a um balanço delicado entre a força da gravidade, a força nuclear e a pressão quantum-mecânica de degenerescência. O modelo do gás de Fermi relativístico ideal contempla a presença de nêutrons, prótons e elétrons, sem a presença da interação nuclear, não se mostrando portanto adequado, do ponto de vista da fenomenologia, na medida em que a pressão da matéria que *equilibra* a pressão gravitacional é devida, neste modelo simplificado, unicamente aos efeitos de degenerescência de natureza quantum mecânica; e como vimos, uma pressão desta natureza apenas não se mostra suficiente para gerar, por meio das equações TOV de equilíbrio hidrostático, um valor de massa estelar condizente com a fenomenologia. É ainda importante ressaltar que, de acordo com as predições das equações TOV de equilíbrio hidrostático, a pressão interna do gás é também, diferentemente do caso clássico, fonte de gravidade. Torna-se então necessário levar em conta a interação

nuclear, e mais apropriadamente, as componentes repulsivas da força forte, que são predominantes às densidades esperadas na região interior das estrelas de nêutrons. Nas próximas seções veremos como podemos superar estes aspectos, reportando-nos à discussão de modelos nucleares para sistemas relativísticos de muitos corpos.

## 2.3 Modelos da Hadrodinâmica Quântica para a Matéria Nuclear

O modelo que consideraremos a seguir é denominado de Hadrodinâmica Quântica I (HDQ-I) e relaciona um campo bariônico para os prótons e os nêutrons, representado por  $\psi$ , um campo mesônico escalar neutro,  $\sigma$ , que se acopla à densidade escalar bariônica  $\bar{\psi}\psi$  e um campo mesônico quadri-vetorial neutro,  $\omega^\mu$ , que se acopla ao quadri-vetor corrente bariônica,  $i\bar{\psi}\omega^\mu\psi$ . As motivações para o modelo são as seguintes. Em primeiro lugar, na medida em que desejamos descrever propriedades globais estáticas da matéria nuclear, estes campos e acoplamentos descrevem, da forma mais simples possível, os comportamentos médios da interação nuclear. Em segundo lugar, as componentes mais expressivas da amplitude de espalhamento núcleon-núcleon, observadas em uma análise invariante de Lorentz, são devidas às contribuições de mésons escalares e vetoriais neutros. E, em terceiro lugar, no limite estático em que se considera fontes bariônicas *infinitamente pesadas*, estes acoplamentos dão origem à interação núcleon-núcleon efetiva:

$$V(r) = \frac{g_v^2}{4\pi} \frac{e^{-m_v r}}{r} - \frac{g_e^2}{4\pi} \frac{e^{-m_e r}}{r}. \quad (2.32)$$

Escolhas apropriadas das constantes de acoplamento,  $g_e$  e  $g_v$ , e das massas,  $m_e$  e  $m_v$ , associadas respectivamente aos mésons escalar e vetorial, possibilitam a descrição, ao menos de modo qualitativo, de algumas das principais características da interação núcleon-núcleon.

A densidade lagrangeana do modelo, desenvolvido por J. D. Walecka [31, 32] em 1974, é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & + \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} M \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi + g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi, \end{aligned} \quad (2.33)$$

onde  $\psi(x)$  representa o campo dos núcleons de massa  $M$ ,  $\sigma(x)$  denota o campo do méson isoescalar-escalar de massa  $m_\sigma$ ,  $\omega^\mu(x)$  o campo do méson isoescalar-vetorial de massa  $m_\omega$  e  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu$  o tensor totalmente antisimétrico, que descreve a energia cinética do méson  $\omega^\mu$ . E, apesar desse modelo ser muito bem sucedido em descrever aspectos importantes da interação nuclear, como por exemplo seu caráter de saturação, as predições do modelo não contemplam, de maneira apropriada, pelo menos duas grandezas muito importantes na determinação de propriedades de sistemas nucleares de muitos corpos, a massa efetiva dos núcleons e a incompressibilidade da

matéria nuclear:

- o modelo prediz, à densidade nuclear de saturação, o valor  $M^* = 470$  MeV para a massa efetiva do núcleon, que não se insere no intervalo de valores para esta grandeza obtidos experimentalmente,  $564 \text{ MeV} \leq M^* \leq 658 \text{ MeV}$ .
- o modelo prediz, para a incompressibilidade da matéria nuclear, à densidade de saturação,  $K = 550$  MeV, que também está fora do intervalo correspondente de valores experimentais,  $200 \text{ MeV} \leq K \leq 300 \text{ MeV}$ .

Em 1977, J. Boguta e A. R. Bodmer[35] desenvolveram um modelo com o intuito de descrever de maneira mais apropriada as grandezas supra mencionadas, introduzindo na densidade lagrangeana do modelo HDQ-I (2.33) um termo de auto-interação entre os mésons isoescalares-escalares[39]

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} b M (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4, \quad (2.34)$$

onde  $b$  e  $c$  são constantes<sup>5</sup> ajustadas para reproduzirem, de maneira independente, a massa efetiva do núcleon e a incompressibilidade da matéria nuclear em equilíbrio. Este modelo, o qual denominaremos nesta tese de não-linear (NL), apesar de um amplo sucesso na descrição de propriedades globais estáticas da matéria nuclear, apresenta também algumas características que devem ser aprimoradas. Em particular, o modelo leva às seguintes predições que não apresentam concordância com as concepções predominantes no estudo da matéria nuclear:

- ocorrência de valores negativos para o parâmetro  $c$  e em conseqüência a existência de *cúspides* na densidade de energia, ou seja, a possibilidade de ocorrência de dois valores distintos de massa efetiva do núcleon para uma mesma densidade bariônica;
- comportamento *acausal* da teoria, em que a velocidade do som no meio é maior do que a velocidade da luz[50];
- independência, do ponto de vista formal, da incompressibilidade da matéria nuclear e da massa efetiva do núcleon, grandezas estas que comprovadamente são correlacionadas no meio nuclear.

Há um outro aspecto crítico importante que deve ser assinalado quando consideramos os modelos HDQ-I e NL: a densidades e temperaturas altas, ambos os modelos predizem que a massa efetiva do núcleon<sup>6</sup> sofre expressivos decréscimos devido à presença do

<sup>5</sup>A massa do núcleon,  $M$ , foi introduzida na definição acima do potencial  $U(\sigma)$  de forma que as constantes  $b$  e  $c$  sejam adimensionais.

<sup>6</sup>Definimos a massa efetiva do núcleon como a massa de um núcleon livre *revestida* pelas componentes escalares da interação forte que, por sua vez, refletem a presença do sistema de muitos corpos na matéria nuclear.

sistema de muitos corpos nucleares, podendo assumir até mesmo valores negativos. Esta expressiva variação na massa efetiva dos núcleons traz sérias implicações na produção de novas partículas tanto em colisões de íons pesados [36] quanto em propriedades da matéria nuclear fria de estrelas de nêutrons. Para solucionar este problema, em 1990 J. Zimanyi e S. A. Moszkowski[36] propuseram um modelo, denominado de modelo ZM, que apresenta como característica fundamental a presença de um *acoplamento derivativo* envolvendo os núcleons e os mésons escalares-isoescalares.

## 2.4 Modelo Zimanyi Moszkowski – ZM

### 2.4.1 Lagrangeano do Modelo ZM

No modelo ZM[36], o acoplamento entre os campos dos mésons escalares-isoescalares,  $\sigma(x)$ , e o dos campos dos núcleons,  $\psi(x)$ , é dado pelas densidades lagrangeanas de interação:

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{g_\sigma \sigma}{M} \bar{\psi} \gamma_\mu i \partial^\mu \psi, \quad (2.35)$$

e

$$\mathcal{L}_{\sigma\omega} = -\frac{g_\sigma \sigma}{M} g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu. \quad (2.36)$$

A densidade lagrangeana completa proposta por J. Zimanyi e S. A. Moszkowski [36] é então:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & + \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M}\right) (\bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu) - \bar{\psi} M \psi. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Este Lagrangeano, com um acoplamento derivativo, é invariante de Lorentz, uma vez que o termo  $\gamma_\mu \partial^\mu$  corresponde a um escalar de Lorentz. Este modelo não é, entretanto, renormalizável. Os campos dos bárions podem ser reescalados na forma[36]

$$\psi \rightarrow (1 + g_\sigma \sigma / M)^{-\frac{1}{2}} \psi, \quad (2.38)$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} (1 + g_\sigma \sigma / M)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.39)$$

procedimento este que possibilita obter-se uma forma mais simples, embora equivalente, para a formulação lagrangeana do modelo ZM:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & + \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} M m^* \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu, \end{aligned} \quad (2.40)$$

onde

$$m^* \equiv \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M}\right)^{-1}. \quad (2.41)$$

Expandindo o *lagrangeano reescalonado* (2.40) em uma série de potências em termos do *parâmetro*  $\sigma$  obtemos, em primeira ordem de aproximação, o lagrangeano do modelo HDQ-I [31], onde

$$m^* = 1 - \frac{g_\sigma \sigma}{M}, \quad (2.42)$$

que anula-se quando  $\sigma = M/g_\sigma$ .

O lagrangeano reescalonado, que é equivalente como vimos ao lagrangeano derivativo do modelo ZM, contempla acoplamentos entre os núcleons e os mésons escalares de ordens mais altas, em termos do *parâmetro*  $\sigma$ , do que o modelo HDQ-I,

$$\mathcal{L}_{int} = g_\sigma \sigma \bar{\psi}\psi - \frac{(g_\sigma \sigma)^2}{M} \bar{\psi}\psi + \frac{(g_\sigma \sigma)^3}{M^2} \bar{\psi}\psi \dots \quad (2.43)$$

Consideremos a seguir o efeito de cada um destes *termos de muitos corpos* no formalismo. O primeiro, um termo de acoplamento do tipo de Yukawa, representa uma componente atrativa na interação entre os núcleons; o efeito do termo subsequente, de segunda ordem em sua dependência no *parâmetro*  $\sigma$ , é oposto ao do primeiro, representando assim uma componente repulsiva da interação nuclear; o termo de terceira ordem, resulta novamente em uma componente atrativa e assim sucessivamente[51]. Recentemente S. Shu e J. Li [51] analisaram a influência de cada uma destas componentes no comportamento da massa efetiva dos núcleons na matéria nuclear à temperatura finita, concluindo que a transição de fase que ocorre no modelo HDQ-I à alta temperatura ( $\sim 200 \text{ MeV}$ ) é suprimida no modelo ZM.

## 2.4.2 Equações de Movimento

As equações de movimento dos campos são derivadas do princípio de mínima ação (Princípio de Hamilton)

$$\delta \int \mathcal{L} dt = \delta \int \mathcal{L} \left( q, \frac{\partial q}{\partial x_\mu}; t \right) d^4x = 0, \quad (2.44)$$

onde  $q$  representa uma variável de campo,  $\mathcal{L}$  a densidade lagrangeana para o campo  $q(\mathbf{x}, t)$ , e  $t$  e  $\mathbf{x}$  definem variáveis de integração em híper-superfícies associadas ao híper-volume  $V$ . O campo  $q(\mathbf{x}, t)$  é a quantidade variada no Princípio de Hamilton de acordo com  $q(\mathbf{x}, t) \rightarrow q(\mathbf{x}, t) + \varepsilon(\mathbf{x}, t)$  considerando-se condições de contorno físicas apropriadas para  $\varepsilon$ .

As equações de Euler-Lagrange, obtidas a partir da aplicação deste princípio à densidade lagrangeana, são expressas na forma<sup>7</sup>

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial q_i / \partial x^\mu)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \quad (2.45)$$

<sup>7</sup>Estas equações são covariantes se  $\mathcal{L}$  for uma densidade escalar de Lorentz.

onde as variáveis  $q_i$  representam *coordenadas generalizadas (coordenadas funcionais)* da teoria de campos e, quando considerada a densidade lagrangeana (2.40), correspondem, respectivamente, a

$$q_i = (\omega_\mu; \sigma; \bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0) .$$

Aplicando-se estas equações à densidade lagrangeana (2.40) obtemos as seguintes equações de campo:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma m^* \bar{\psi} \psi , \quad (2.46)$$

que representa uma equação do tipo de Klein-Gordon para o campo do méson escalar  $\sigma$  com uma fonte escalar de Lorentz, a densidade escalar bariônica  $\bar{\psi} \psi$ ;

$$\partial_\alpha F^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega^\nu = g_\omega \bar{\psi} \gamma^\nu \psi , \quad (2.47)$$

que denota uma equação na forma da equação de Proca massiva (que é a forma relativística da equação de Maxwell porém com *fótons massivos*), para o campo vetorial  $\omega^\nu$ , contendo uma fonte vetorial de Lorentz representada pela corrente bariônica conservada  $B^\nu = \bar{\psi} \gamma^\nu \psi$ ;

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - Mm^* - g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu) \psi = 0 , \quad (2.48)$$

que representa uma equação (modificada) de Dirac para o campo bariônico  $\psi$  com *acoplamento mínimo* escalar-vetorial.

### 2.4.3 Conservação da Corrente Bariônica

A corrente quadrivetorial bariônica, definida como

$$B^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi , \quad (2.49)$$

é conservada, como veremos, no modelo ZM, assim como o é no modelo HDQ-I.

A equação do campo  $\bar{\psi}$  pode ser obtida diretamente da equação (2.48) ou então por meio da aplicação das equações de Euler-Lagrange à densidade lagrangeana do modelo, considerando-se que o operador  $\partial_\mu$  atue à esquerda dos campos dos núcleons e ainda que  $q = \psi$ :

$$\bar{\psi} (i\gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu + Mm^* + g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu) = 0 . \quad (2.50)$$

A conservação de corrente quadrivetorial bariônica pode ser então estabelecida:

$$\partial_\mu B^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu [\overrightarrow{\partial}_\mu + \overleftarrow{\partial}_\mu] \psi = 0 . \quad (2.51)$$

Combinando-se esta lei de conservação com a equação (2.47) e o caráter de antissimetria do tensor  $F_{\mu\nu}$ , obtemos

$$\partial_\mu \omega^\mu = 0 , \quad (2.52)$$

que representa a lei de conservação do campo associado ao méson vetorial e pode ser identificada com o *calibre* de Lorentz.

### 2.4.4 Tensor Energia-Momentum

Na mecânica de sistemas contínuos, o tensor energia-momentum é definido na forma

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \frac{\partial q_i}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial q_i/\partial x_\mu)}, \quad (2.53)$$

onde  $g_{\mu\nu}$  representa o tensor métrico e índices repetidos indicam somas com respeito às coordenadas generalizadas. As equações de Euler-Lagrange asseguram que o tensor  $T_{\mu\nu}$  é conservado, satisfazendo portanto

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} T_{\mu\nu} \equiv \partial^\mu T_{\mu\nu} = 0; \quad (2.54)$$

resulta então, desta expressão, que o quadrivetor  $P_\nu = \int d^3x T_{0\nu}$  é uma constante de movimento.

Utilizando-se as expressões que definem o Tensor Energia-Momentum (2.53) e a densidade lagrangeana (2.40), obtemos, no modelo ZM:

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{ZM} &= \frac{1}{2}[-\partial_\lambda \sigma \partial^\lambda \sigma + m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} F_{\lambda\eta} F^{\lambda\eta} - m_\omega^2 \omega_\lambda \omega^\lambda] g_{\mu\nu} \\ &+ i\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi + \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma + \partial_\nu \omega^\lambda F_{\lambda\mu}; \end{aligned} \quad (2.55)$$

considerando-se um fluido ideal uniforme, o tensor energia-momentum *observado* deve ter a forma

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + p) u_\mu u^\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (2.56)$$

onde  $\varepsilon$  é a densidade de energia do sistema,  $p$  a pressão e  $u$  é o quadrivetor velocidade do fluido, que apresenta as seguintes propriedades  $u_\mu^2 = 1$  e (em repouso)  $u_\mu = (1, \mathbf{0})$ .

A abordagem que adotaremos neste trabalho, considerando-se um modelo cuja *aparência* é a de um *fluido ideal*, será justificada pela simplificação formal que a *aproximação de campo médio* possibilita, como veremos a seguir. Neste caso, o tensor energia-momentum é semelhante ao de um gás de Fermi ideal, embora com as massas e os momenta lineares dos núcleons reescalados<sup>8</sup>. Adicionalmente, nesta aproximação

---

<sup>8</sup>A aproximação de campo médio permite a incorporação, nas massas e nas energias dos núcleons, das propriedades dinâmicas do sistema de muitos corpos, de um modo tal que os graus de liberdade responsáveis por parte expressiva desses efeitos dinâmicos possam ser tratados como constantes, quando consideramos o espaço de configuração, embora não sejam constantes no espaço recíproco de energia e momentum linear. Isto faz com que as equações dinâmicas do modelo apresentem uma estrutura similar à do modelo do gás de Fermi ideal, embora o tratamento no caso idealizado seja fundamentalmente distinto do caso que consideramos, na medida em que nesse a interação forte se faz presente. A aproximação de campo médio pode ser sintetizada na seguinte forma. Quando a densidade bariônica da matéria nuclear aumenta ao ponto de atingir densidades da ordem de grandeza daquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, o número de quanta trocados entre os núcleons cresce de maneira tal que as flutuações quânticas dos campos mesônicos podem ser desprezadas: essas partículas comportam-se então como se fossem campos clássicos. Os núcleons, por sua vez, propagam-se como se fossem partículas independentes, embora interagindo por meio de um campo médio comum a

ocorrem apenas termos diagonais na formulação lagrangeana, o que é um indicador da ausência de efeitos dissipativos como *cisalhamento* ou *viscosidade* e de *compressão viscosa*.

Podemos então proceder à identificação

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle , \quad (2.57)$$

para a densidade de energia e

$$p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle , \quad (2.58)$$

para a pressão interna do sistema.

### 2.4.5 Teoria de Campo Médio

As equações de campo (2.46)-(2.48) são não-lineares e suas soluções tornam-se viáveis, devido à complexidade do formalismo, apenas por meio de procedimentos numéricos [11, 10, 32, 34, 33]. As constantes de acoplamento  $g_\sigma$  e  $g_\omega$ , são determinadas de modo que os modelos efetivos descrevam propriedades globais estáticas de sistemas nucleares à densidade de saturação. Neste procedimento, estas constantes adquirem valores maiores que a unidade, indicando que métodos perturbativos não são aplicáveis, *a priori*, aos formalismos em foco.

A aproximação de campo médio, por sua vez, quando aplicada a formalismos lagrangeanos efetivos que descrevem sistemas nucleares de muitos corpos, torna-se tanto mais válida à medida em que cresça a densidade do sistema. Considerando-se um sistema uniforme de  $B$  bárions em uma caixa de volume  $V$ , à medida em que a densidade bariônica cresce, também cresce de maneira proporcional a intensidade das fontes dos mésons escalares e vetoriais, caracterizadas pela contribuição da densidade escalar bariônica e pela corrente quadrivetorial bariônica, cujas expressões aparecem no lado direito das equações (2.46) e (2.47). E, à medida em que as amplitudes dos termos de fonte tornam-se muito expressivos comparativamente a suas variações temporais e espaciais, devido à ocorrência de densidades altas como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, atingimos o domínio de validade da aproximação de campo

---

todos os núcleons. Com isto, o problema de muitos corpos reduz-se a um problema de um corpo sob a influência de um potencial efetivo. No modelo utilizado, os observáveis são os núcleons, enquanto os mésons são partículas virtuais, e isso implica na inexistência de correntes mesônicas. Por isso, os campos dos mésons não são quantizados, sendo então substituídos como vimos por campos médios, que não dependem dos graus de liberdade do espaço-tempo, mas são dependentes da densidade bariônica.

médio, sintetizada nas seguintes expressões:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma m^{*2} \bar{\psi} \psi \rightarrow m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle = g_\sigma m^{*2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle; \quad (2.59)$$

$$\langle \partial_\mu \partial^\mu \sigma \rangle \ll g_\sigma m^{*2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle; \quad \sigma(x) \rightarrow \langle \sigma(x) \rangle \equiv \sigma_0; \quad (2.60)$$

$$\partial_\alpha F^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega^\nu = g_\omega \bar{\psi} \gamma^\nu \psi; \quad (2.61)$$

$$\omega_\mu(x) \rightarrow \langle \omega_\mu(x) \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0. \quad (2.62)$$

Para um sistema estático e uniforme as quantidades  $\sigma$  e  $\omega_0$  tornam-se então, a altas densidades, grandezas constantes no espaço de configuração e, portanto, independentes de  $x_\mu$ . Invariância rotacional implica que o valor esperado do operador de campo do méson isoescalar vetorial, por sua vez,  $\langle \omega(x) \rangle$ , desaparece. Os valores constantes deste mésons constituem então, no jargão típico da área, o que denominamos de *condensados mesônicos*.

As equações para os campos mesônicos (2.47) e (2.46) podem ser resolvidas, obtendo-se:

$$g_\sigma \sigma_0 = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \equiv \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \rho_s; \quad (2.63)$$

e

$$g_\omega \omega_0 = \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \langle \psi^\dagger \psi \rangle \equiv \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B. \quad (2.64)$$

Os campos clássicos  $\sigma_0$  e  $\omega_0$ , condensados e constantes (no espaço de configuração) são, como vimos, diretamente relacionados com as fontes bariônicas e são grandezas dependentes da densidade do sistema. Podemos obter todas as propriedades sobre  $\omega_0$  por meio da solução das equações de movimento relacionando esta grandeza com a corrente bariônica. O méson escalar está relacionado por sua vez à densidade escalar de Lorentz  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$  que é uma quantidade dinâmica. Esta quantidade pode ser determinada por meio da solução das equações de campo dos bárions.

Uma condição que deve ser satisfeita para a consistência do modelo é a conservação do número bariônico, definido como:

$$B \equiv \int_V d^3x B^0 = \int_V d^3x \bar{\psi} \gamma^0 \psi = \int_V d^3x \psi^\dagger \psi. \quad (2.65)$$

Substituindo-se as expressões de  $\sigma$  e  $\omega_0$  na equação (modificada) de Dirac (2.48), obtemos a equação linear:

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - Mm^*)\psi = 0, \quad (2.66)$$

que pode ser resolvida diretamente. De uma forma similar ao tratamento no caso de partículas livres, buscamos soluções do tipo estado estacionário para esta equação, na forma:

$$\psi = \psi(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon(k)t}, \quad (2.67)$$

onde  $\psi(\mathbf{k}, \lambda)$  representa o *spinor* de Dirac com quatro componentes e  $\lambda$  denota as componentes de polarização dos spins com relação à direção de movimento da partícula.

Definimos a massa efetiva do núcleon como

$$M^* = Mm^* = \frac{M}{1 + \frac{g_\sigma \sigma_0}{M}}. \quad (2.68)$$

Assim, o efeito da presença do campo *condensado* escalar  $\sigma$  é o de *deslocar* a massa de repouso do núcleon, ou seja, seu efeito se manifesta como uma espécie de *empuxo nuclear*.

Podemos escrever a equação de Dirac na forma:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M^*) \psi(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon(k) - g_\omega \omega_0] \psi(\mathbf{k}, \lambda), \quad (2.69)$$

onde  $\boldsymbol{\alpha}$  e  $\beta$  representam as matrizes spin de Pauli. Desta expressão, vemos ainda que o campo *condensado* vetorial  $\omega_0$  *desloca* a energia (ou frequência) das soluções, obtendo-se a equação de autovalores

$$\epsilon(k) \equiv \epsilon^{(\pm)}(k) = g_\omega \omega_0 \pm \sqrt{k^2 + M^{*2}} \equiv g_\omega \omega_0 \pm E^*(k). \quad (2.70)$$

Os espinores correspondentes são:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M^*) U(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon^{(+)}(k) - g_\omega \omega_0] U(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) U(\mathbf{k}, \lambda); \quad (2.71)$$

e

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} - \beta M^*) V(\mathbf{k}, \lambda) = -[\epsilon^{(-)}(k) - g_\omega \omega_0] V(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) V(\mathbf{k}, \lambda). \quad (2.72)$$

Destas equações resulta, ao multiplicarmos à esquerda por  $\beta$  e pelo espinor adjunto  $\bar{\psi}$ , e após multiplicarmos as equações adjuntas correspondentes à direita por  $\beta$  e pelo espinor  $\psi$  e adicionarmos então as equações resultantes<sup>9</sup>:

$$M^* U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) \bar{U}(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda); \quad (2.73)$$

e

$$M^* V^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda) = -E^*(k) \bar{V}(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda). \quad (2.74)$$

A solução geral da equação linear (modificada) de Dirac é dada pela expressão:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left[ A_{\mathbf{k}\lambda} U(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon^{(+)}(k)t} + B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon^{(-)}(k)t} \right]. \quad (2.75)$$

---

<sup>9</sup>Os espinores são normalizados na forma  $U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda') = V^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda') = \delta_{\lambda\lambda'}$ , seguindo a convenção de Bjorken e Drell [52]

Na aproximação de campo médio, a densidade Lagrangeana tem a forma:

$$\mathcal{L}_{MFT} = \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - M^*) \psi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2. \quad (2.76)$$

Assim, a única variável de campo que resta nas equações é  $\psi$ . O tensor energia-momento adquire então a forma:

$$\begin{aligned} (T_{\mu\nu})_{MFT} &= -g_{\mu\nu} \mathcal{L}_{MFT} + \frac{\partial \psi}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}_{MFT}}{\partial (\partial \psi / \partial x_\mu)}, \\ &= i\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi - \left( \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 \right) g_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Por meio da combinação desta expressão com (2.57) e (2.58), a densidade de energia e a pressão interna do sistema podem ser expressas, respectivamente, na forma

$$\varepsilon = \psi^\dagger [-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\nabla} + \beta M^* + g_\omega \omega_0] \psi - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2, \quad (2.78)$$

e

$$p = \frac{1}{3} \psi^\dagger (-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\nabla}) \psi + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2; \quad (2.79)$$

estas equações caracterizam no modelo a equação de estado para a matéria nuclear.

## 2.4.6 Formulação Hamiltoniana

Em analogia com a mecânica clássica, o momento conjugado a  $\psi$  é definido como:

$$\Pi_\psi \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi / \partial t)}. \quad (2.80)$$

Utilizando-se o Lagrangeano (2.40) obtemos:

$$\Pi = i\psi^\dagger(\mathbf{x}). \quad (2.81)$$

Definindo-se o momento canônico  $\Pi$ , consideramos um sistema quantum-mecânico substituindo-se as variáveis dinâmicas  $\psi(\mathbf{x}, t)$  e  $\Pi(\mathbf{x}, t)$  em cada ponto do espaço-tempo por operadores Hermitianos que satisfazem as relações de anticomutação

$$\{\psi_\alpha(\mathbf{x}), \Pi_\psi(\mathbf{x}')_\beta\} = i\delta_{\alpha\beta} \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (2.82)$$

e

$$\{\hat{\psi}_\alpha(\mathbf{x}), \hat{\psi}_\beta^\dagger(\mathbf{x}')\} = \delta_{\alpha\beta} \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (2.83)$$

Obtemos ademais relações similares a estas para as amplitudes de *modo normal* ao

utilizarmos a equação geral de partícula livre e sua conjugada<sup>10</sup>:

$$\{A_{\mathbf{k}\lambda}, A_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\} = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\delta_{\lambda\lambda'} = \{B_{\mathbf{k}\lambda}, B_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\}, \quad (2.84)$$

e

$$\{A_{\mathbf{k}\lambda}, B_{\mathbf{k}'\lambda'}\} = 0 = \{A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger, B_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\}. \quad (2.85)$$

As propriedades dessas relações de anticomutação nos permitem transpor a formulação para o ambiente da segunda quantização interpretando estas amplitudes como operadores característicos de *criação* e de *aniquilação* de partículas. Podemos calcular o Hamiltoniano do sistema por meio do tensor de energia-momentum já que podemos defini-lo como:

$$\hat{H} = \int_V d^3x \langle T_{00} \rangle = \int_V d^3x \varepsilon. \quad (2.86)$$

Utilizando-se a condição de normalização e ortogonalidade dos espinores, e a identidade

$$\frac{1}{V} \int_V d^3x e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}} = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \quad (2.87)$$

e substituindo a densidade de energia  $\varepsilon$  na expressão do Hamiltoniano do sistema, obtemos:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{k^2 + M^{*2}} \left( A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} - B_{\mathbf{k}\lambda} B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger \right) + g_\omega \omega_0 \hat{B} - \frac{1}{2} V (m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma^2). \quad (2.88)$$

No cálculo do número bariônico devemos levar em conta algumas considerações adicionais. Um aspecto importante é que as medidas de quantidades físicas de sistemas nucleares são realizadas em relação ao vácuo. Isto significa dizer que o número bariônico medido deve ser identificado com a diferença entre a densidade de probabilidade associada às soluções das equações dinâmicas dos bárions no espaço considerado e o seu valor esperado no estado de vácuo. Isto deve ser feito para que sejam levados em conta, de maneira consistente, os estados de energia negativa completamente preenchidos do *mar de Dirac*. Assim, podemos escrever para o número bariônico:

$$\hat{B} = \int_V d^3x \hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left( A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} + B_{\mathbf{k}\lambda} B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger \right) \equiv \int_V d^3x [\hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} - \langle 0 | \hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} | 0 \rangle], \quad (2.89)$$

onde  $|0\rangle$  representa o estado de vácuo não interagente<sup>11</sup>. Combinando-se as expressões (2.84), (2.85) e (2.89) obtemos

$$\hat{B} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left( A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} - B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}\lambda} \right), \quad (2.90)$$

<sup>10</sup>É importante notar que isto significa que estamos considerando que os campos  $\hat{\psi}$  podem ser tratados, nesta formulação, como campos *livres*.

<sup>11</sup>Ao considerarmos o vácuo não interagente, não levamos em conta efeitos de polarização do vácuo.

ou seja, esta equação mostra que  $\hat{B}$  representa a diferença entre o número de ocupação dos bárions e o número de ocupação dos antibárions no sistema.

Este argumento implica em que devemos utilizar o mesmo procedimento para o cálculo da energia do sistema, subtraindo-se então seu valor esperado do vácuo, subtração esta que deve ser realizada à densidade bariônica igual a zero. Desta forma, o Hamiltoniano efetivo do sistema tem a forma:

$$\hat{H} - \langle 0 | \hat{H} | 0 \rangle = \hat{H}_{MFT} + \delta\hat{H}, \quad (2.91)$$

onde

$$\hat{H}_{MFT} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{k^2 + M^{*2}} \left( A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} + B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}\lambda} \right) + g_\omega \omega_0 \hat{B} - \frac{1}{2} V \left( m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma^2 \right), \quad (2.92)$$

$$\delta H = - \sum_{\vec{k}\lambda} \left( \sqrt{k^2 + M^{*2}} - \sqrt{k^2 + M^2} \right). \quad (2.93)$$

O termo  $\delta\hat{H}$  representa a contribuição para a energia dos estados preenchidos de energia negativa e  $\hat{H}_{MFT}$  representa o Hamiltoniano do modelo na teoria de campo médio. E no caso em que o Hamiltoniano é diagonal, o problema pode ser resolvido exatamente. Do ponto de vista físico,  $\hat{H}_{MFT}$  pode ser interpretado como descrevendo a dinâmica de propagação dos bárions e antibárions em um meio condensado e uniforme de mésons escalares e vetoriais  $\sigma$  e  $\omega$ . Ao contrário do campo  $\omega_0$ , que pode ser expresso como vimos em termos da densidade bariônica conservada, o campo escalar constante  $\sigma_0$  deve ser calculado auto consistentemente, pelo fato de ser uma quantidade dinâmica. Existem duas maneiras de determiná-lo; ou usando a equação já comentada

$$g_\sigma \sigma_0 = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \rho_s(\sigma), \quad (2.94)$$

ou utilizando o argumento termodinâmico de que um sistema fechado com número fixo de partículas e volume constante, à temperatura zero, minimizará sua energia:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} E(B, V; \sigma) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{\varepsilon(\rho_B; \sigma)}{\rho_B} \right] = 0. \quad (2.95)$$

### 2.4.7 Equação de Estado da Matéria Nuclear

O estado fundamental do Hamiltoniano anteriormente considerado é caracterizado por estados quânticos em que todos os níveis da *esfera de Fermi* são completamente preenchidos, ou seja, as partículas do sistema têm vetores de onda que obedecem a condição  $\mathbf{k} \leq \mathbf{k}_F$  ( $k_F$  é o vetor de onda na superfície de Fermi) e com degenerescência de spin-isospin representada por  $\gamma$ . Para matéria nuclear uniforme e simétrica,  $\gamma = 4$  e para matéria de nêutrons,  $\gamma = 2$ .

A densidade bariônica pode ser escrita na forma:

$$\rho_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3. \quad (2.96)$$

Utilizando-se a identidade [32]:

$$U^\dagger \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} U = U^\dagger (\sqrt{k^2 + M^{*2}} - \beta M^*) U = \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} = \frac{k^2}{E^*(k)}, \quad (2.97)$$

podemos escrever as equações para a densidade de energia  $\varepsilon$  e para a pressão  $p$ :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \sqrt{k^2 + M^{*2}}, \quad (2.98)$$

$$p = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (2.99)$$

É importante notar a similaridade entre as equações acima expostas e aquelas que descrevem um gás de Fermi relativístico ideal (expressões (2.11)). Percebe-se que as equações (2.98) e (2.99) descrevem um gás de Fermi relativístico de núcleons *pseudo livres*, pois a interação nuclear modifica as suas massas e auto-energias, isto é,  $M \rightarrow M^*$  e  $E \rightarrow E^*$ . É importante notar ademais que a densidade escalar difere da densidade bariônica pelo fator  $M^*/E^*(k)$  (ver expressão (2.97)) que representa o efeito relativístico da contração de Lorentz. Nas expressões acima os termos adicionais representam a contribuição dos campos dos mésons cujos valores esperados médios são dados pelas expressões (2.63) e (2.64). As integrais representam a *soma contínua* de todos os estados ocupados de momentum linear dos núcleons, de acordo com o princípio de exclusão de Pauli. Estas integrais podem ser resolvidas analiticamente – como foi feito na seção (2.2) – e, então, as expressões (2.98) e (2.99) podem ser reescritas com a ajuda das equações (2.63) e (2.64) na forma

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*4} \rho_s^2 \\ &+ \frac{\gamma}{16\pi^2} \left[ k_F E_F^* (2 k_F^2 + M^{*2}) + M^{*4} \ln \left| \frac{M^*}{E_F^* + k_F} \right| \right], \end{aligned} \quad (2.100)$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*4} \rho_s^2 \\ &+ \frac{\gamma}{48\pi^2} \left[ k_F E_F^* (2 k_F^2 - 3 M^{*2}) + 3 M^{*4} \ln \left| \frac{E_F^* + k_F}{M^*} \right| \right]. \end{aligned} \quad (2.101)$$

Esta é a equação de estado da matéria nuclear que obedece a forma paramétrica  $\varepsilon = \varepsilon(\rho_B)$  e  $p = p(\rho_B)$ , sendo que  $k_F$  e  $\rho$  são também expressos em função de  $\rho_B$ .

Um aspecto importante da teoria é que as constantes de acoplamento aparecem

sempre em razões com as massas dos mésons. Este aspecto se verificará para todos os modelos tratados nesta tese, de modo que, no formalismo, basta determinar o valor destas razões, não sendo necessário o conhecimento explícito das massas e das respectivas constantes de acoplamento dos mésons de maneira independente. Este aspecto da teoria será relevante mais adiante, quando introduziremos um novo grau de liberdade para a matéria nuclear [53, 54, 55]. E para a determinação destas razões torna-se necessário, como vimos, conhecer o comportamento da equação de estado, descrita na forma paramétrica pelas expressões (2.101), como será visto a seguir.

Minimizando a densidade de energia, equação (2.98), em relação a  $\sigma$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \sigma} \varepsilon(m^*(\sigma), k_F) \right]_{k_F} = 0, \quad (2.102)$$

obtemos a relação auto-consistente:

$$g_\sigma \sigma_0 = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (2.103)$$

A integral desta equação pode ser calculada analiticamente, originando uma equação auto-consistente transcendental do tipo

$$g_\sigma \sigma_0 = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \frac{\gamma}{4\pi^2} \left( M^* k_F E_F^* + M^{*3} \ln \left| \frac{M^*}{k_F + E_F^*} \right| \right), \quad (2.104)$$

para o condensado do méson isoescalar-escalar em função da variável independente  $k_F$ , sendo

$$E_F^* \equiv \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}. \quad (2.105)$$

A massa efetiva do núcleon pode ser escrita, ao combinarmos as equações (2.68) e (2.104), na forma:

$$M^* = \frac{M}{1 + \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*3} \frac{\gamma}{4\pi^2} \left[ k_F E_F^* + M^{*2} \ln \left( \frac{M^*}{k_F + E_F^*} \right) \right]}. \quad (2.106)$$

A equação da pressão interna do sistema, por outro lado, é dada por:

$$p = \rho_B^2 \frac{\partial}{\partial \rho_B} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right); \quad (2.107)$$

note-se que, ao procedermos à substituição  $\rho_B = B/V$ , a equação (2.107) caracteriza a primeira lei da termodinâmica,  $p dV = -dE$ , ou seja, esta expressão confere ao modelo consistência termodinâmica.

Ainda em continuação à introdução de elementos conceituais relevantes do formalismo, nos referimos ao potencial químico (energia de Fermi) dos bárions, que é

identificado como a sua *auto-energia* [39], e é dado por

$$\mu_B = g_\omega \omega_0 + \sqrt{k_{FB}^2 + M_B^{*2}} . \quad (2.108)$$

### 2.4.8 Constantes de Acoplamento

Determinamos nesta seção as constantes de acoplamento do modelo, utilizando as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear simétrica ( $\gamma = 4$ ).

A energia de ligação da matéria nuclear é dada por [36]

$$\left( \frac{E - BM}{B} \right)_{\rho_B = \rho_0} = \left( \frac{\varepsilon}{\rho_0} - M \right)_{\rho_B = \rho_0} = -16,0 \text{ MeV} , \quad (2.109)$$

onde

$$\rho_0 = 0,16 \text{ fm}^{-3} , \quad (2.110)$$

é a densidade bariônica de saturação, que corresponde ao valor do momentum de Fermi  $k_0 = 1,333 \text{ fm}^{-1}$ ; é importante ressaltar que, para esta densidade, que corresponde também ao mínimo da energia de ligação nuclear, a pressão interna do sistema é nula,  $p(k_0) = 0$ .

Combinando as equações (2.101) com as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear (4.31), obtém-se

$$\left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 = 7,496 \text{ fm}^2 ; \quad \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 = 2,617 \text{ fm}^2 ; \quad (2.111)$$

para estes valores das razões entre as constantes de acoplamento e as massas dos mésons escalar e vetorial, a matéria de nêutrons ( $\gamma = 2$ ) apresenta um mínimo na energia de ligação para a qual não há nenhuma evidência experimental [39]

$$\frac{E - BM}{B} = -3,5 \text{ MeV} , \quad (2.112)$$

mínimo este próximo a  $\rho_B \sim 0,6 \rho_0$ . Obtemos ainda, na densidade de saturação, valores para a incompressibilidade da matéria nuclear

$$K = 225,0 \text{ MeV} \quad (2.113)$$

e para a massa efetiva do núcleon

$$M^* = 0,85 M = 798,2 \text{ MeV} . \quad (2.114)$$

Obtemos ademais valores dos potenciais escalar e vetorial de Lorentz, respectivamente,

para a matéria nuclear simétrica, na densidade de saturação

$$S \equiv -m^* g_\sigma \sigma_0 = -140,85 \text{ MeV} , \quad (2.115)$$

e

$$V \equiv g_\omega \omega_0 = 82,63 \text{ MeV} . \quad (2.116)$$

O coeficiente da energia de simetria, por sua vez, está relacionado com a densidade de energia na forma [11]:

$$a_4 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2(\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right)_{t=0} \quad (2.117)$$

onde  $t \equiv (\rho_n - \rho_p)/\rho$ . Combinando-se as equações (2.98) e (2.117) obtemos

$$a_4 = \frac{k_0^2}{6\sqrt{k_0^2 + M^{*2}}} ; \quad (2.118)$$

e utilizando-se os resultados anteriores para a massa efetiva do núcleon  $M^* = 798,2 \text{ MeV}$  bem como para o momentum linear  $k_0 = 1,333 \text{ fm}^{-1}$ , da expressão acima temos

$$a_4 = 13,7 \text{ MeV} , \quad (2.119)$$

valor este que não está em bom acordo com os correspondentes resultados experimentais para esta grandeza [39]; os resultados mais recentes para o coeficiente de simetria indicam que  $a_4 \sim 30 \text{ MeV}$ . Na seção seguinte veremos como este problema pode ser superado.

Os resultados obtidos no modelo ZM, ao serem comparados com os resultados correspondentes ao modelo HDQ-I, demonstram a importância dos efeitos não-lineares associados ao acoplamento derivativo do campo  $\sigma$  ao campo dos núcleons. A figura (2.3) mostra algumas previsões do modelo ZM. Pode-se notar que existe um estado fracamente ligado para a matéria de nêutrons no modelo ZM, enquanto no modelo HDQ-I a curva para a energia de ligação por núcleon para a matéria de nêutrons tem apenas valores positivos [31]. Outro aspecto importante do modelo é a presença de uma transição de fase do tipo líquido-gás, para a matéria nuclear *fria*. Esta transição de fase é devida à presença de uma *pressão negativa*<sup>12</sup> como mostra a figura. O modelo

---

<sup>12</sup>Embora o termo *pressão negativa* faça pouco sentido em situações idealizadas, tal denominação pode ser muito útil em outros contextos. Em geral, o termo *pressão negativa* é utilizado quando dois sistemas, por exemplo, dois fluidos, estejam submetidos a diferentes pressões, mas separados por um envólucro, ou uma membrana ou algo similar. O termo descreve, nesta situação, a diferença de pressões entre os dois sistemas e busca antever as conseqüências, em termos da pressão resultante, quando ocorre a remoção do elemento de separação entre os sistemas em foco. Na física teórica, o termo *pressão* pode se referir, em princípio, a uma designação abstrata que emerge, no tratamento formal de um sistema particular de muitos corpos, quando uma equação dinâmica se assemelha à equação de um gás, ideal ou não, e então se possa *identificar*, por grau de semelhança, tal correspondência. Este procedimento possibilita lidar com processos físicos de alta complexidade formal, utilizando nossa compreensão intuitiva de sistemas e processos que ocorrem em situações mais usuais. E em tais casos,

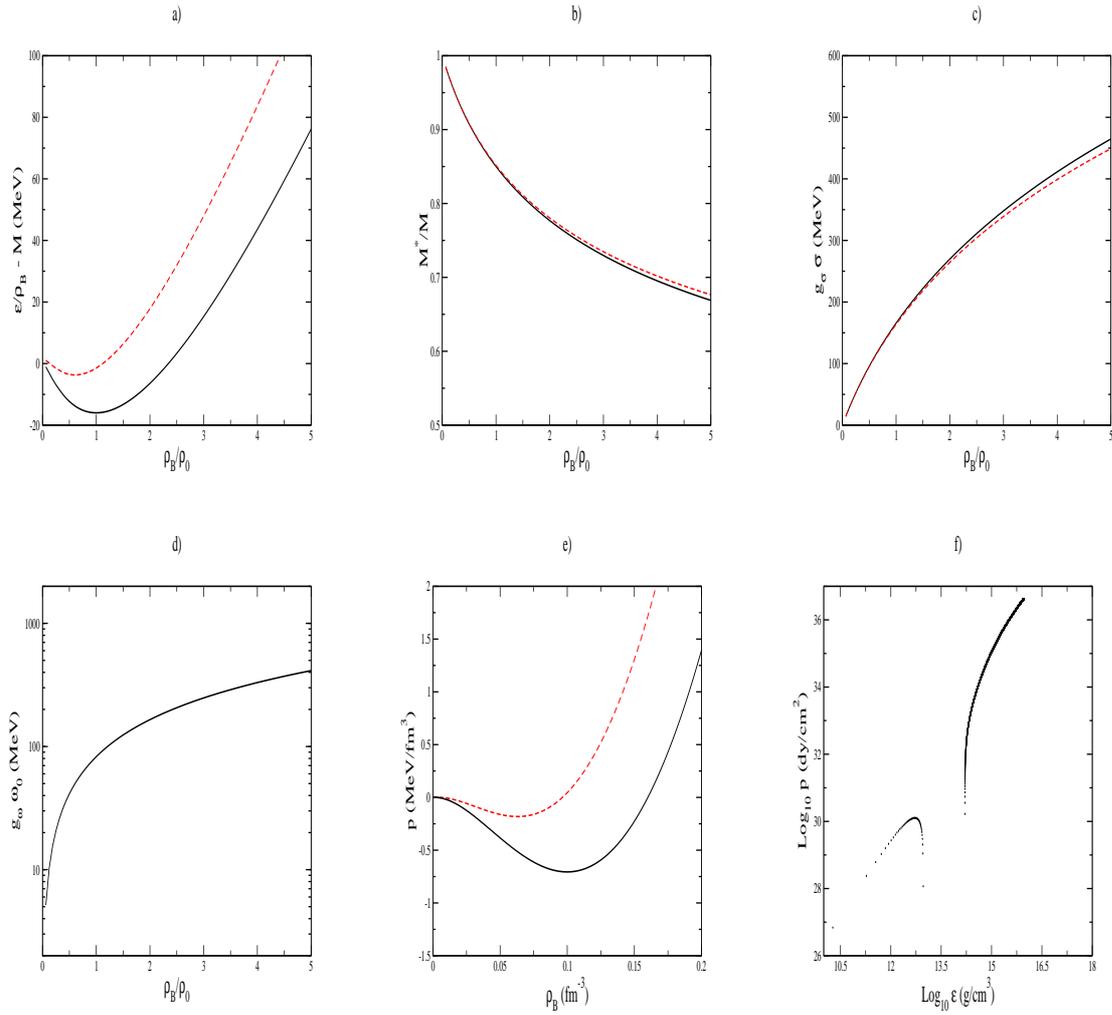


Figura 2.3: Predições do modelo ZM para o comportamento da energia de saturação (a), da massa efetiva do núcleon (b), do condensado escalar (c), do condensado vetorial (note a escala logarítmica) (d), da pressão (e) e da equao de estado (f) para a matéria de nêutrons. Linhas cheias representam os resultados para a matéria nuclear simétrica e as tracejadas para a matéria de nêutrons.

HDQ-I apresenta esta mesma transição de fase. Veremos, na próxima seção, que esta transição de fase desaparece quando o méson  $\varrho$  é incluído no formalismo.

### 2.4.9 Graus de Liberdade de Isospin

Na seção anterior discutimos resultados de propriedades globais estáticas da matéria nuclear originadas pelos modelos ZM e HDQ-I e vimos que as previsões do modelo ZM para a incompressibilidade da matéria nuclear, no ponto de saturação, estão próximas ao limite inferior experimental, enquanto que as previsões desta formulação, para a energia de simetria, correspondem a um fator que é cerca de duas vezes menor do que aquele que é *determinado* empiricamente. E, em vista do fato de que os modelos HDQ-I e o ZM exploram apenas o setor isoescalar de acoplamento entre os núcleons e os mésons, a inclusão de graus de liberdade mesônicos isovetoriais ao formalismo possibilita a superação destas limitações, como veremos a seguir. Deve-se levar em conta ademais, que a extrapolação de uma formulação da equação de estado da matéria nuclear simétrica para outra formulação que possibilite a descrição, de maneira consistente, de matéria nuclear com expressiva *assimetria de isospin*, como a encontrada em estrelas de nêutrons e pulsares, torna necessário que o coeficiente de energia de simetria seja determinado de uma maneira que apresente alto grau de coerência com os correspondentes dados experimentais [10, 39].

A seguir, consideramos a introdução, no formalismo, do campo mesônico isovetorial  $\varrho^\mu$ , que representa o *tripleto mesônico* carregado  $\varrho^0, \varrho^\pm$ , os quais apresentam idênticos valores de spin e de paridade do méson  $\omega$ . Desta forma, o tripleto de mésons  $\varrho^\mu$  pode ser representado por campos vetoriais de Lorentz, na forma

$$\varrho^\mu \equiv (\varrho^1, \varrho^2, \varrho^3). \quad (2.120)$$

O passo seguinte no tratamento teórico corresponde à introdução da densidade lagrangeana que descreve a propagação *livre* do campo  $\varrho^\mu$ , e que corresponde a uma formulação do tipo de Proca [32]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\varrho_{\mu\nu} \cdot \varrho^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\varrho_\mu \cdot \varrho^\mu, \quad (2.121)$$

onde  $\varrho_{\mu\nu} = \partial_\mu\varrho_\nu - \partial_\nu\varrho_\mu$ . As correspondentes equações de Euler-Lagrange para  $\varrho^\mu$  são

$$\partial_\mu\varrho^{\mu\nu} + m_\rho^2\varrho^\nu = 0. \quad (2.122)$$

Essa densidade lagrangeana apresenta idêntica invariância de fase àquela obedecida por campos escalares complexos construídos com dois dos três campos acima citados, por

---

o termo matemático correspondente, que é identificado, na equação em foco, como uma *pressão*, pode assumir valores negativos.

exemplo, os campos 1 e 2:

$$\varrho_{\pm}^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varrho_1^{\mu} \pm i\varrho_2^{\mu}). \quad (2.123)$$

E de maneira equivalente, essa densidade lagrangeana é invariante frente a uma rotação em torno do eixo de quantização do espaço de isospin, ou seja, o eixo 3. Essa densidade lagrangeana é ainda *manifestamente invariante*, no espaço de isospin, frente à transformação que conjuga os três campos enfocados:

$$\boldsymbol{\varrho}_{\mu} \rightarrow \boldsymbol{\varrho}_{\mu} + \boldsymbol{\Lambda} \times \boldsymbol{\varrho}_{\mu}, \quad (2.124)$$

onde  $\boldsymbol{\Lambda}$  é um vetor de componentes infinitesimais que parametriza a rotação isoespino-rial.

A partir da expressão geral para a corrente de Noether

$$J_j^{\mu} \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi_i)} F_i^j, \quad (2.125)$$

onde  $F_i^j$  representa uma transformação interna, infinitesimal e contínua do campo  $\phi_i$ , obtemos a corrente quadrivetorial de Lorentz associada à invariância (2.124)

$$\mathbf{I}^{\nu} = \boldsymbol{\varrho}_{\mu} \times \boldsymbol{\varrho}^{\nu\mu}. \quad (2.126)$$

O lagrangeano de Dirac para prótons e nêutrons livres

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\psi}_p(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - M)\psi_p + \bar{\psi}_n(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - M)\psi_n, \\ &= \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - M)\psi, \end{aligned} \quad (2.127)$$

onde  $\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix}$ , é invariante frente a uma transformação contínua do grupo de simetria SU(2) representada por

$$\psi \rightarrow e^{-i\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\Lambda}/2}\psi, \quad (2.128)$$

onde  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  são as matrizes de isospin de Pauli e  $\boldsymbol{\Lambda}$  é novamente um vetor infinitesimal no espaço de isospin. A invariância local da simetria SU(2) implica em uma corrente vetorial-isovetorial bariônica que é conservada no espaço de isospin, quando consideramos rotações em torno do eixo 3 de quantização:

$$\mathbf{I}^{\mu} = \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\boldsymbol{\tau}\psi. \quad (2.129)$$

A corrente quadrivetorial  $\mathbf{I}$  conjuga contribuições bariônicas e mesônicas

$$\mathbf{I}^{\nu} = \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^{\nu}\boldsymbol{\tau}\psi + \boldsymbol{\varrho}_{\mu} \times \boldsymbol{\varrho}^{\nu\mu} + 2g_{\rho}(\boldsymbol{\varrho}^{\nu} \times \boldsymbol{\varrho}^{\mu}) \times \boldsymbol{\varrho}_{\mu}. \quad (2.130)$$

A imposição de invariância frente à transformação  $SU(2)$  impõe que, ao considerarmos, na formulação de Dirac, a presença do campo  $\varrho$ , a lagrangeana de interação é dada por

$$\mathcal{L}_\varrho = -g_\rho \boldsymbol{\varrho}_\nu \cdot \mathbf{I}^\nu, \quad (2.131)$$

modificação esta que implica no acréscimo do termo  $-(g_\rho/2)\gamma_\nu \boldsymbol{\varrho}^\nu \cdot \boldsymbol{\tau}\psi$  à equação de Dirac e de uma equação de campo para o méson  $\varrho$  na forma

$$\partial_\mu \boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu}(x) + m_\rho^2 \boldsymbol{\varrho}^\nu(x) = g_\rho \mathbf{I}^\nu(x). \quad (2.132)$$

Em suma, a imposição da simetria  $SU(2)$  implica na introdução ao formalismo de um termo de acoplamento entre a densidade de corrente vetorial-isovetorial bariônica e o campo vetorial-isovetorial  $\varrho$ , dado por  $-(g_\rho/2)\gamma_\nu \boldsymbol{\varrho}^\nu \cdot \boldsymbol{\tau}\psi$ , que altera os auto-valores da equação de uma maneira análoga à modificação introduzida pela presença do méson vetorial-isoescalar omega ( $\omega$ ).

A presença de termos de *auto-acoplamento* dos campos  $\varrho$  no formalismo é resultante da natureza da álgebra não-comutativa dos operadores de isospin e traz uma complexidade adicional quando da busca de soluções analíticas às equações dinâmicas, devido ao seu caráter não-linear. Afortunadamente, de maneira similar às abordagens das seções anteriores, o presente tratamento teórico da matéria nuclear permite, no regime de densidades elevadas, a adoção de aproximações, enumeradas a seguir, que apresentam elevado grau de validade e, ao mesmo tempo, expressiva simplificação formal. Dentre estas aproximações, destacamos as seguintes. Consideramos que a matéria nuclear é uniforme e isotrópica. Supomos ademais que a matéria nuclear pode ser representada por um estado estacionário, ou seja, um estado físico em que os números quânticos dos bárions não são modificados, de forma que possíveis alterações nos números quânticos de isospin dos núcleons, devidos à interações dessas partículas com os mésons  $\varrho^{+-}$ , se compensam e podem ser portanto descartadas; os efeitos de isospin são contemplados no formalismo pela presença do campo  $\varrho_3^\mu$ , que corresponde ao méson neutro  $\varrho_0$ . Ademais, na medida em que cresce a densidade da matéria nuclear, decrescem as flutuações quânticas envolvendo os campos mesônicos, de modo que o comportamento dinâmico dos mésons  $\varrho$  pode ser representado por meio de campos médios:  $\varrho: \varrho_3^\mu(x) \rightarrow \langle \varrho_3^\mu \rangle$  resultando daí:

$$g_\rho \varrho_3^0 = \frac{1}{2} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \langle \bar{\psi} \gamma^0 \tau_3 \psi \rangle = \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \frac{1}{2} (\rho_p - \rho_n), \quad (2.133)$$

$$g_\rho \varrho_3^k = \frac{1}{2} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \langle \bar{\psi} \gamma^k \tau_3 \psi \rangle = 0. \quad (2.134)$$

A equação dinâmica para os bárions assume, na aproximação de campo médio, de maneira similar ao caso anterior, quando consideramos a interação nuclear mediada

pelos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , uma forma semelhante a de um *gás de férmions pseudo-livres*

$$\gamma_0 \left( \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + g_\omega \gamma_0 \omega_0 + \frac{1}{2} g_\rho \gamma_0 \tau_3 \varrho_{03} + M^* \right) \psi(k) = k_0(k) \psi(k), \quad (2.135)$$

com os autovalores da equação dados por

$$e_{I_3}(k) \equiv k_0(k) = g_\omega \omega_0 + g_\rho \varrho_{03} I_3 + \sqrt{k^2 + M^{*2}}, \quad (2.136)$$

onde  $\frac{1}{2} \tau_3 \psi \equiv I_3 \psi$  ( $I_3 = +1/2$  para o próton e  $-1/2$  para o nêutron). O méson  $\varrho$ , em contraste aos casos anteriores, altera a degenerescência de isospin dos bárions, deslocando-a para um valor superior ou inferior de acordo com o sinal do termo  $g_\rho \varrho_{03} I_3$ , para uma dada espécie bariônica. O sinal deste termo, por sua vez, é determinado pelas equações de Euler-Lagrange.

A contribuição dos campos médios mesônicos ( $\langle \sigma \rangle, \langle \omega \rangle, \langle \varrho \rangle$ ) se manifesta, na aproximação de campo médio, de modo similar ao modelo  $\sigma - \omega$ , ou seja, na forma de *deslocamentos* dos valores para a densidade de energia e para a massa bariônica, correspondentemente ao caso não-interagente. Adicionalmente, o valor esperado do lagrangeano deve levar em consideração os termos que caracterizam a propagação dos campos mesônicos  $\sigma, \omega, \varrho$  na forma

$$\langle \mathcal{L} \rangle = -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2. \quad (2.137)$$

As densidades bariônicas de prótons e nêutrons, por sua vez, são dadas em termos dos momenta de Fermi:

$$\rho_p = 2 \int_0^{k_{F,p}} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} = \frac{k_{F,p}^3}{3\pi^2}; \quad \rho_n = \frac{k_{F,n}^3}{3\pi^2}. \quad (2.138)$$

A densidade total bariônica é a soma da densidade de prótons e nêutrons  $\rho = \rho_p + \rho_n$ .

A densidade de energia e a pressão do sistema podem ser expressas na forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \left[ \int_0^{k_{F,p}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M^{*2}} + \int_0^{k_{F,n}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M^{*2}} \right]; \end{aligned} \quad (2.139)$$

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 \\ &+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \left[ \int_0^{k_{F,p}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} + \int_0^{k_{F,n}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} \right], \end{aligned} \quad (2.140)$$

onde as constantes  $(g_\sigma/m_\sigma)^2$  e  $(g_\omega/m_\omega)^2$  correspondem aos valores anteriormente determinados para matéria nuclear simétrica.

A razão ao quadrado entre a constante de acoplamento e a massa do méson  $\varrho$ ,

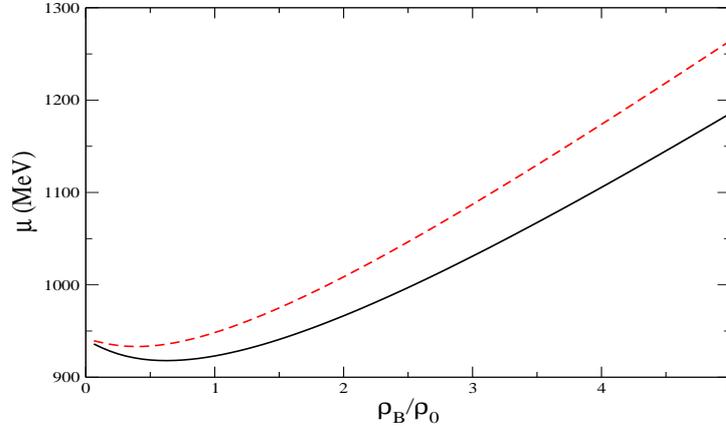


Figura 2.4: A figura mostra o comportamento do potencial químico bariônico no modelo com a presença do méson  $\rho$ . As linhas cheia e tracejada têm o mesmo significado daquele apresentado na figura (2.3), ou seja, correspondem a matéria nuclear simétrica e assimétrica (estrela de nêutrons).

$(g_\rho/m_\rho)^2$ , pode ser determinada por meio da definição do coeficiente de assimetria

$$a_4 \equiv \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 (\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right]_{t=0}, \quad (2.141)$$

onde,  $t = (\rho_n - \rho_p)/\rho$  é a assimetria de isospin entre o nêutron e o próton. A expressão analítica para o coeficiente de assimetria (2.141) é

$$a_4 = \frac{k_F^3}{12\pi^2} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 + \frac{k_F^2}{6\sqrt{k_F^2 + M^*{}^2}}; \quad (2.142)$$

o valor *empírico* para  $a_4 = 33,0 \text{ MeV}$  leva a:

$$\left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 = 4,888 \text{ fm}^2. \quad (2.143)$$

### 2.4.10 Octeto Bariônico Fundamental

O propósito desta seção é o de apresentar uma teoria relativística, para a matéria nuclear densa, cuja equação de estado obedeça aos Princípios da Causalidade e de Le Chatelier ( $dp/d\varepsilon \geq 0$ ). Evidentemente, à medida em que cresce a densidade do sistema, cresce também a energia de Fermi (ou nível do mar de Fermi) do sistema, de tal forma a exceder, em um determinado limite, até mesmo a massa de bárions mais massivos do que os núcleons, como é o caso dos híperons, por exemplo. O jargão típico deste campo de estudo refere-se então a *abertura de novos mares de Fermi*. Isso faz com que

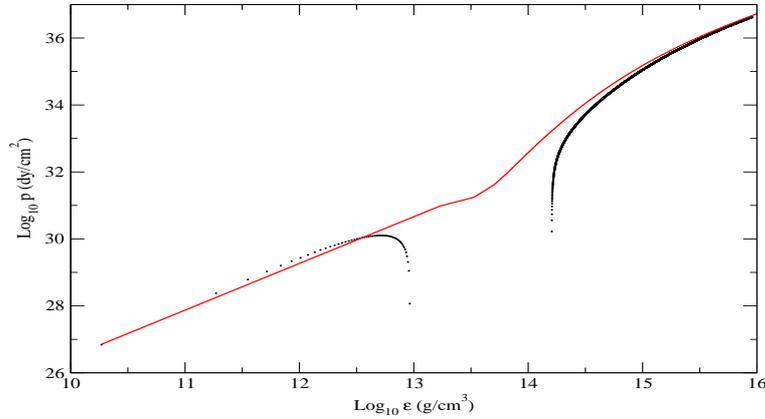


Figura 2.5: A figura mostra o comportamento da equação de estado para a matéria de nêutrons no modelo com a presença do méson  $\rho$ . A linha cheia representa os resultados correspondentes à constante de acoplamento  $g_\rho \neq 0$ , enquanto que a linha tracejada caracteriza o resultado em que  $g_\rho = 0$ .

a energia e a pressão do sistema diminuem de intensidade, pela conversão dos bárions originais em outras espécies (novamente no jargão típico, ocorre então *escoamento de férmions para outros mares*, não preenchidos), e cujo estado resultante se constitui então em um estado físico preferencial.

Uma generalização da teoria relativística de campo médio inclui a presença de outros bárions, além dos prótons e nêutrons. Os bárions a serem considerados são aqueles de menor massa, que constituem o chamado *primeiro octeto bariônico*, composto pelas partículas:  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$  e a ressonância  $\Omega$ ; suas propriedades fundamentais são mostradas na tabela 2.2. E, como na descrição da matéria estelar, a neutralidade de carga elétrica e a simetria de isospin devem ser levadas em conta, torna-se necessário estabelecer a distinção das partículas citadas no que se refere às suas cargas elétricas e aos seus números quânticos de isospin. Estas partículas serão distingüidas, doravante, por um índice,  $B$ .

O lagrangeano (2.40) pode ser então generalizada para incluir os campos do octeto barionico fundamental e dos léptons

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \\
 & + \sum_B \left[ \bar{\psi}_B \gamma_\mu i \partial^\mu \psi_B - g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \omega^\mu \psi_B - \frac{1}{2} g_{\rho B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \psi_B - \bar{\psi}_B M_B^* \psi_B \right] \\
 & + \sum_l \bar{\psi}_l (i \gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l,
 \end{aligned} \tag{2.144}$$

onde

$$M_B^* \equiv M_B \left( 1 + \frac{g_{\sigma B} \sigma}{M_B} \right)^{-1} \equiv M_B m^*, \tag{2.145}$$

representa a massa efetiva do bárion  $B$ . Na seção seguinte determinamos a equação de

Tabela 2.2: Propriedades físicas do octeto bariônicos dos bárions de mais baixa massa, onde Y:hipercarga; J:spin; I:isospin;  $I_{3B}$ :terceira componente de isospin; S: estranheza; Q:carga elétrica, sendo que  $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$  (relação de Gell-Mann-Nishijima).

| Bárion    | Massa(MeV) | Y  | J   | I   | $I_3$ | S  | Q  |
|-----------|------------|----|-----|-----|-------|----|----|
| N         | 940        | +1 | 1/2 | 1/2 | +1/2  | 0  | +1 |
|           |            |    |     |     | -1/2  | 0  | 0  |
| $\Lambda$ | 1116       | 0  | 1/2 | 0   | 0     | -1 | 0  |
| $\Sigma$  | 1193       | 0  | 1/2 | 1   | +1    | -1 | +1 |
|           |            |    |     |     | 0     | -1 | 0  |
|           |            |    |     |     | -1    | -1 | -1 |
| $\Xi$     | 1318       | -1 | 1/2 | 1/2 | +1/2  | -1 | 0  |
|           |            |    |     |     | -1/2  | -1 | -1 |
| $\Omega$  | 1672       | -2 | 3/2 | 0   | 0     | -1 | -1 |

estado para este modelo nuclear.

### 2.4.11 Equação de Estado da Matéria Nuclear

A determinação da equação de estado do presente modelo nuclear pode ser realizada de modo similar àquele adotado nas seções anteriores. Desta forma, obtem-se as seguintes expressões para a densidade de energia

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2}; \end{aligned} \quad (2.146)$$

e para a pressão do sistema

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} \\ &+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + m_l^2}}. \end{aligned} \quad (2.147)$$

Neste tese, para a determinação da estrutura interna das estrela de nêutrons, serão considerados distintos modelos para descrever as diferentes regiões estelares caracterizadas por variados valores de densidade, ou faixas de densidade. Cada uma destas regiões será descrita por um modelo específico de equação de estado, na forma listada na tabela 2.3.

A determinação da equação de estado nuclear é realizada por meio da resolução

Tabela 2.3: Equações de estado para cada faixa de densidades consideradas neste trabalho[11].

| Região | Densidade ( $g\text{ cm}^{-3}$ )             | Tipo de matéria                                                         | Referência         |
|--------|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| I      | $2 \times 10^3 < \rho < 1 \times 10^{11}$    | cristalina; metais leves,<br>gás de elétrons                            | Harrison e Wheeler |
| II     | $1 \times 10^{11} < \rho < 2 \times 10^{13}$ | cristalina; metais pesados,                                             | Negele e Vautherin |
| III    | $2 \times 10^{13} < \rho < 3 \times 10^{14}$ | núcleons relativísticos<br>e léptons;<br>gás de elétrons relativísticos | Este trabalho      |
| IV     | $3 \times 10^{14} < \rho < 5 \times 10^{15}$ | núcleons, híperons e<br>léptons relativísticos                          | Este trabalho      |

numérica de um sistema de 10 equações integro-diferenciais não-lineares acopladas. O método utilizado nesta tese para resolução destas equações é o chamado *método modificado de Newton*. Na resolução destas equações consideramos a *condição de aparecimento das espécies de bárions*

$$\mu_n - q_B \mu_e \geq g_{\omega B} m_B^* \omega_0 + g_{\rho B} m_B^* \rho_{03} I_{3B} + M_B - g_{\sigma B} m_B^* \sigma_0. \quad (2.148)$$

Nas figuras seguintes são apresentados os resultados correspondentes ao modelo em foco, para propriedades da matéria nuclear e de estrelas de nêutrons. Este modelo, que contempla a inclusão do octeto bariônico, será denominado, genericamente, de modelo ZM.

| Matéria                                              | $\text{Log}_{10} \varepsilon_c$<br>( $g/cm^3$ ) | M<br>( $M_\odot$ ) | R<br>(km) | $\rho_B/\rho_0$ | z    | $N_B$<br>( $\times 10^{58}$ ) | $M_N^*/M_N$ | K<br>(MeV) |
|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------|-----------|-----------------|------|-------------------------------|-------------|------------|
| n                                                    | 15,393                                          | 1,90               | 10,82     | 6,53            | 0,44 | 0,26                          | 0,85        | 225        |
| N, $e^-$ , $\mu^-$                                   | 15,501                                          | 1,67               | 9,81      | 8,31            | 0,42 | 0,23                          | 0,85        | 225        |
| N, $\Lambda$ , $\Sigma$ ,<br>$\Xi$ ; $e^-$ , $\mu^-$ | 15,532                                          | 1,47               | 9,47      | 9,15            | 0,36 | 0,20                          | 0,85        | 225        |

Tabela 2.4: A figura mostra resultados do modelo ZM para a estrela com maior massa gravitacional dentre as demais da *família* de estrelas de nêutrons considerada neste trabalho. Estão indicado na figura, também, a massa efetiva e a compressibilidade da matéria nuclear simétrica, onde  $N \equiv n, p$ .

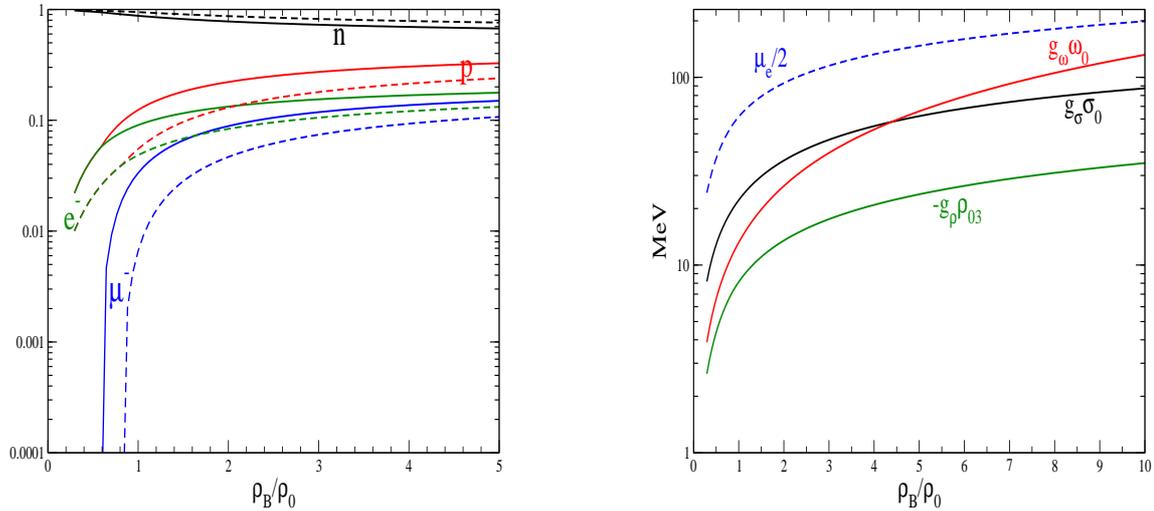


Figura 2.6: A figura mostra resultados do modelo ZM, para matéria nuclear em equilíbrio beta. No painel da esquerda são apresentados resultados para a população relativa das espécies de partículas enquanto que no painel da esquerda é apresentado o comportamento dos *condensados* mesônicos e leptônicos.

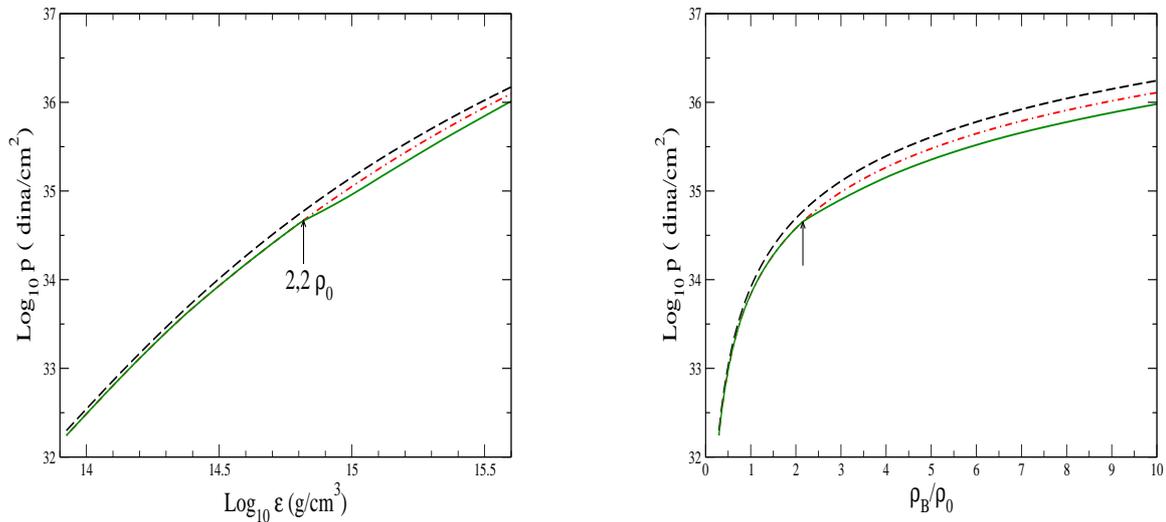


Figura 2.7: A figura mostra resultados do modelo ZM. No painel da esquerda é mostrado o comportamento da equação de estado enquanto que no painel da direita é apresentado o comportamento da pressão interna da matéria nuclear. Nestas figuras, as linhas tracejadas correspondem a matéria de nêutrons, as linhas ponto-tracejadas a nêutrons, prótons, elétrons e múons, em equilíbrio beta e as linhas cheias a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. As setas indicam nos gráficos o ponto onde aparece o primeiro híperon,  $\Sigma^-$ , e a respectiva densidade bariônica.

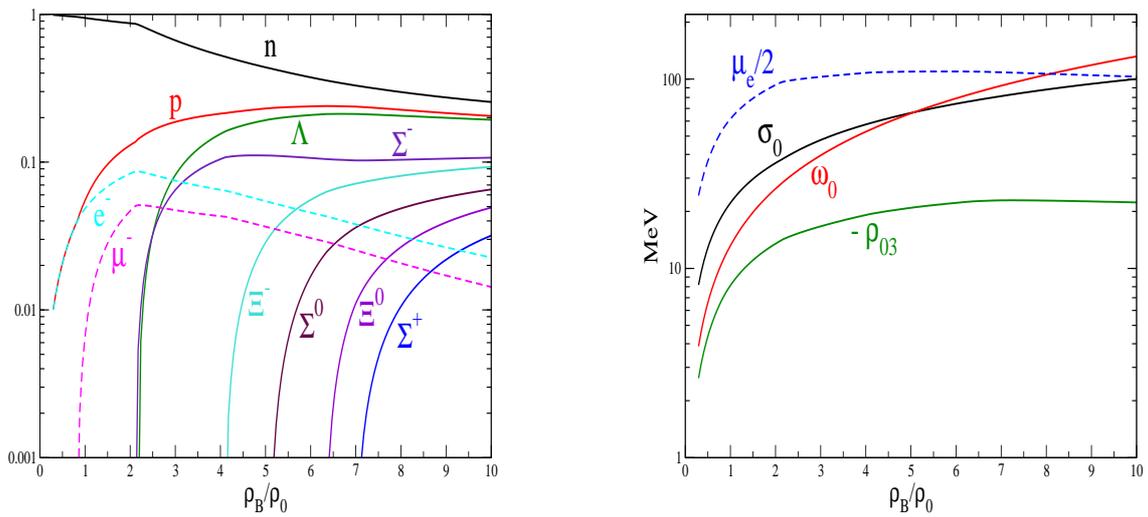


Figura 2.8: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra a população relativa para as espécies de partículas enquanto que o painel da direita mostra o comportamento dos *condensados*.

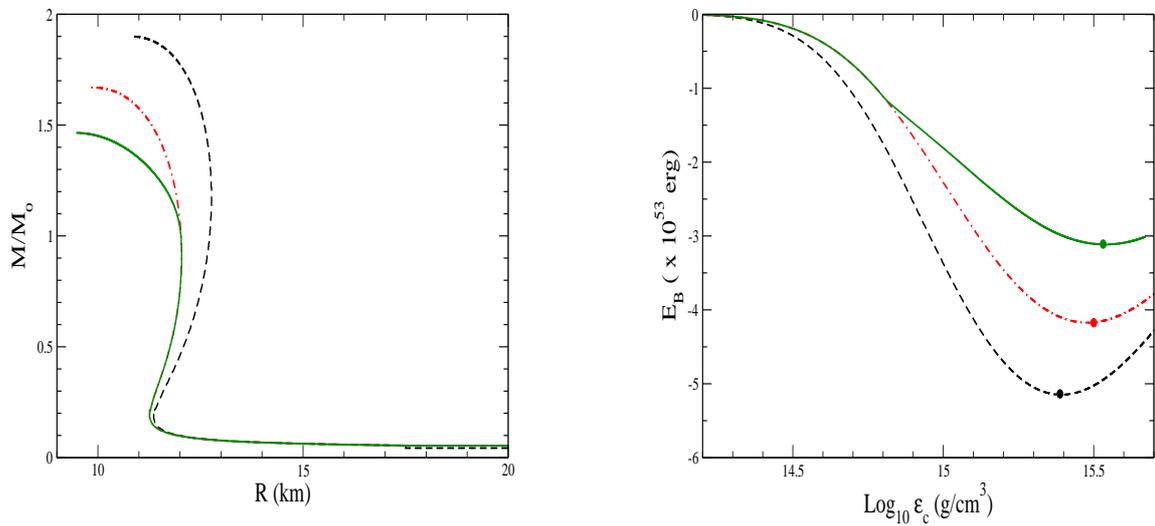


Figura 2.9: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra a relação entre a massa e o raio estelar enquanto que o painel da direita mostra o comportamento da energia de ligação gravitacional. Nas figuras, as linhas tracejadas correspondem a matéria de nêutrons, as linhas ponto-tracejadas a matéria nuclear em equilíbrio beta e as linhas cheias a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. Os pontos, no gráfico, indicam o valor da densidade de energia central,  $\epsilon_c$ , para a estrela de nêutrons de massa máxima.

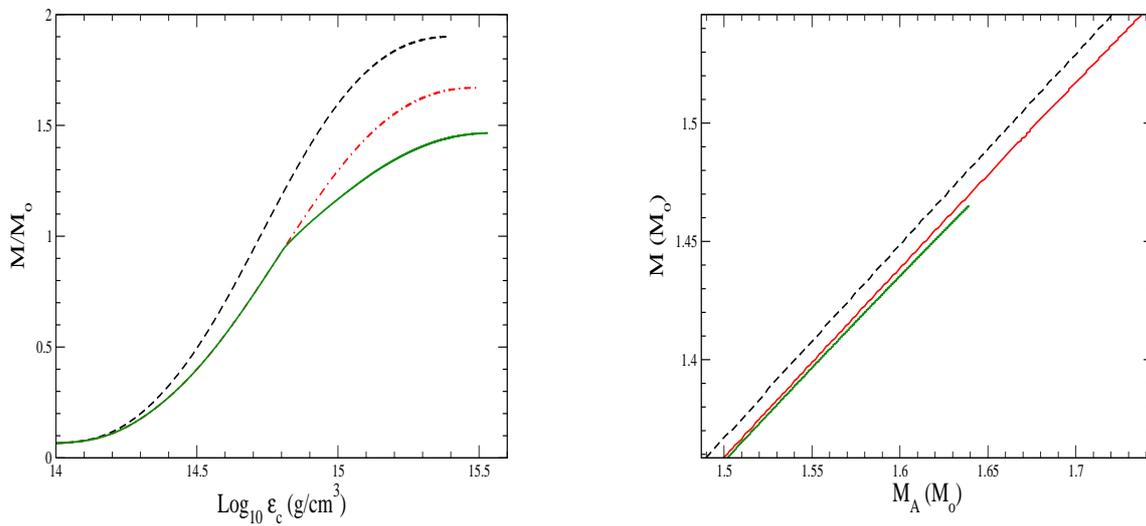


Figura 2.10: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado com *coplamento universal*. O painel da esquerda mostra os resultados da integração das equações TOV enquanto que o painel da dsquerda mostra o comportamento da massa estelar gravitacional máxima,  $M$ , em função da massa estelar bariônica,  $M_A$ . Na figura, as linhas tracejadas correspondem a matéria de nêutrons, as linhas ponto-tracejadas a matéria nuclear em equilíbrio beta e as linhas cheias a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado.

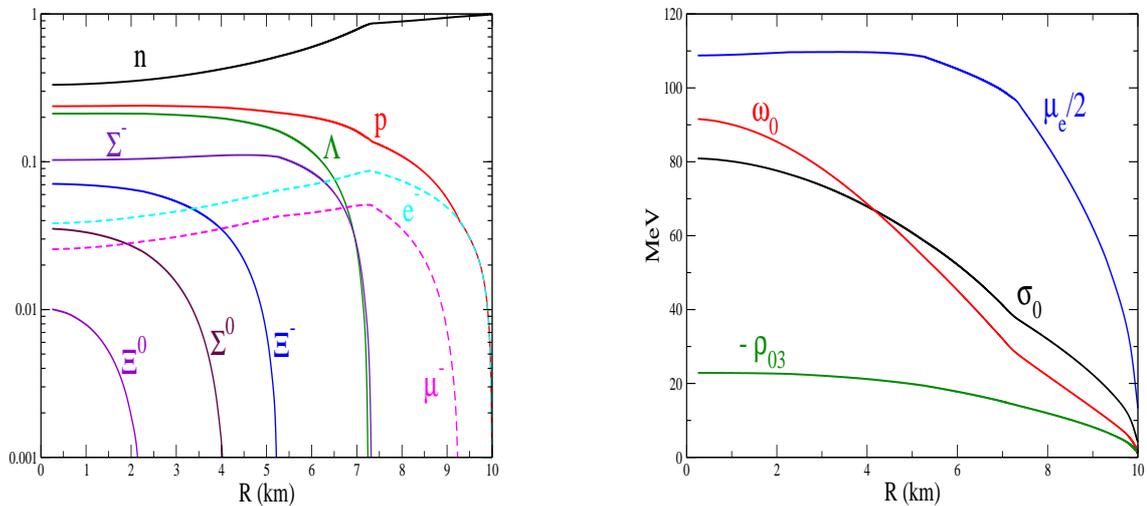


Figura 2.11: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra a população relativa das espécies em função do raio estelar, para uma estrela de nêutrons de massa gravitacional  $1,44 M_\odot$  e raio estelar  $\sim 10,0 \text{ km}$ , enquanto que o painel da direita mostra o comportamento do *condensado* de mésons.

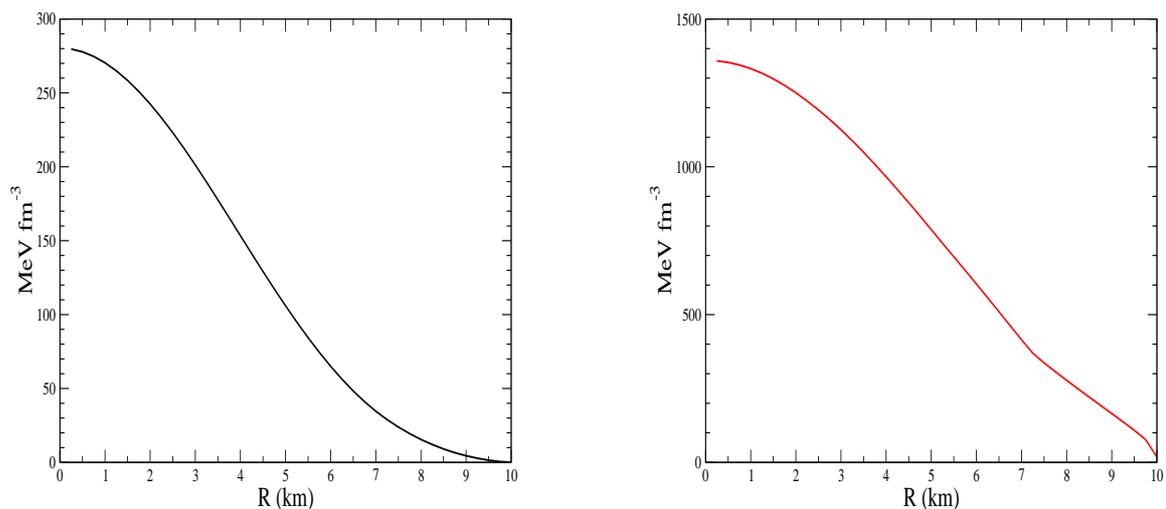


Figura 2.12: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra o comportamento da pressão em função do raio estelar, para uma estrela de nêutrons de massa gravitacional  $1,44 M_\odot$  e raio estelar  $\sim 10,0 \text{ km}$ , enquanto que o painel da direita mostra o comportamento da densidade de energia.



## Capítulo 3

# Naturalidade, Anomalia Nolen-Schiffer e Quebra de Simetria de Isospin

O propósito desta tese, como vimos na introdução, é desenvolver um modelo efetivo para a matéria nuclear, com vistas à descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares, por meio de uma formulação lagrangeana que busca *exaurir o espaço de fase* dos campos mesônicos por meio de um tratamento perturbativo que apresente alto grau de consistência com o conceito de *naturalidade*, de modo a aprimorarmos as previsões dos tratamentos teóricos mais convencionais. Uma versão preliminar deste modelo efetivo, que contempla a presença, no setor bariônico, somente dos campos dos núcleons, é apresentada neste capítulo, juntamente com a abordagem dos temas da naturalidade, da anomalia Nolen-Schiffer e da quebra de simetria de isospin na matéria nuclear. Neste capítulo ainda, com base na conservação de simetria quirial, apresentamos a previsão da existência de um estado ressonante mesônico no setor escalar-isovetorial leve, estado este representado pelo campo  $\varsigma$ . E então, baseados no conceito de *naturalidade*, desenvolvemos o modelo efetivo para a matéria nuclear supra mencionado. A versão do modelo efetivo desenvolvido neste capítulo contempla acoplamentos entres os campos dos núcleons e dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$ . Por fim, apresentamos neste capítulo as previsões do modelo para a anomalia Nolen-Schiffer e discutimos os resultados obtidos. A seguir descrevemos os fundamentos da *naturalidade* e consideramos os elementos conceituais que servirão de guia neste processo de construção formal.

### 3.1 Naturalidade e Teoria Efetiva

Na CDQ [56], a intensidade da interação forte entre os quarks e os glúons depende, como vimos anteriormente, das distâncias que separam os quarks interagentes: pouco intensa para pequenas distâncias de separação e extremamente intensa para grandes distâncias de separação. E entre estas, coexiste uma região caracterizada por *distân-*

*cias críticas*, cuja ordem de grandeza é equivalente às dimensões características dos hádrons. A ordem de grandeza da região de *distâncias críticas* pode ser dimensionada ao considerarmos o valor do parâmetro de escala da CDQ,  $\Lambda = 200 \text{ MeV}$  ou, em *unidades naturais*  $\Lambda \sim 1 \text{ fm}^{-1}$ , e compararmos esta grandeza com o valor característico do raio de um hádron,  $R$ , que corresponde *exatamente* a 1 fm. Na física de hádrons a baixas energias, podemos expressar o momentum linear transferido,  $Q$ , devido à troca de glúons entre os quarks constituintes dos bárions, na forma  $Q \simeq 1/R$ . No caso em que  $R \simeq 1 \text{ fm}$ , então o momentum linear transferido na interação forte é da mesma ordem de grandeza de  $\Lambda$ , indicando assim que a física dos quarks, enquanto partículas constituintes dos hádrons, deve ser permeada por efeitos não perturbativos<sup>1</sup>[57]. Ainda assim, cálculos perturbativos em altas ordens da constante de acoplamento da CDQ têm sido realizados, com apreciável sucesso, na descrição das propriedades de sistemas físicos complexos como, por exemplo, em reações de aniquilação  $e^+ e^-$ [58], em processos de decaimento de estados  $q\bar{q}$  (denominados de *quarkonia*[59]), em processos Drell-Yan[60], e na produção de hádrons em processos  $e^+ e^-$ . Estes resultados dependem, entretanto, de maneira crucial, dos diferentes *esquemas* de renormalização adotados nos cálculos. Este último aspecto representa uma importante limitação conceitual da CDQ, dificul-

---

<sup>1</sup>*Teorias de perturbação* representam, em sua essência, tratamentos aproximados para problemas quantum mecânicos que, por apresentarem alto grau de complexidade formal, praticamente inviabilizam, por meio de formulações convencionais, a obtenção de soluções consistentes. A teoria de perturbação representa assim uma forma *alternativa* de tratamento de sistemas físicos complexos, e sua realização depende da *transformação* ou da *substituição* da formulação original, de modo que a descrição resultante apresenta alguns elementos de similaridade com o problema original mas ao mesmo tempo menor grau de complexidade formal. A idéia básica consiste na substituição por exemplo do problema original, em geral fortemente interagente, por um sistema mais simples, não-interagente; após, gradualmente, ocorre a incorporação das forças relevantes ao sistema por meio de um mecanismo que simula o acionamento e a intensificação da interação, mecanismo este representado por um hamiltoniano ou lagrangeano de perturbação e, portanto, de fraca intensidade. E em sendo pouco expressiva a intensidade desta interação, é possível gerar soluções de primeira ordem para um dado problema físico, soluções estas que descrevam auto-estados e soluções de energia do sistema simplificado. Posteriormente, de uma forma similar ao funcionamento do *dial* de intensidade de volume em um equipamento radio-transmissor, a interação perturbativa é progressivamente intensificada, de modo que soluções mais adequadas para o problema original enfocado sejam continuamente geradas a partir das soluções que descrevem o sistema simplificado. Na CDQ a baixas energias, a interação entre os quarks e os glúons não poderia ser tratada de maneira perturbativa, porque as constantes de acoplamento, que caracterizam os parâmetros de expansão da teoria, são da ordem da unidade o que implica portanto em não-convergência das soluções perturbativas. Formulações perturbativas da CDQ são porém possíveis no regime de *liberdade assintótica* que corresponde à região de altas energias ou equivalentemente de altas densidades, como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, onde a constante de acoplamento da CDQ,  $\alpha_s$ , obedece a condição  $\alpha_s \rightarrow 0$ . Em geral, podemos expressar a constante de acoplamento  $\alpha_s(Q^2)$  da CDQ, para valores de momentum transferido que obedecem a condição  $Q^2 \gg \Lambda^2$ , como

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)},$$

onde  $N_f$  representa o número de sabores considerados. Se  $R \sim 0,5 \text{ fm}$ ,  $Q \sim 0,4 \text{ GeV}$  e  $N_f = 3$ , então  $\alpha_s \sim 1$  o que demonstra os *riscos* da adoção de cálculos perturbativos de propriedades hadrônicas nesta região.

tando o estabelecimento e a interpretação, de uma forma consistente e, portanto, sem ambiguidades, das predições físicas baseadas em cálculos perturbativos.

Adicionalmente a estas considerações, a CDQ apresenta expressiva complexidade formal devido à presença, no lagrangeano da teoria, de termos de acoplamento altamente não-lineares. Estes aspectos têm motivado o desenvolvimento de modelos fenomenológicos, que incorporam propriedades fundamentais da CDQ, na descrição das propriedades internas dos hádrons e de sistemas hadrônicos a altas densidades.

No que diz respeito à Física Nuclear em particular, quando consideramos valores de energia baixos e médios, os quais caracterizam a maior parte dos fenômenos nucleares observados, os *hádrons*, nomenclatura genérica que caracteriza os *bárions* e os *mésons*, representam eficientes e convenientes graus de liberdade de núcleos e da matéria nuclear a altas densidades.

Poderíamos citar, como exemplo, para corroborar estes aspectos, modelos que simulam propriedades da interação forte entre dois núcleons, ou seja, processos  $NN$  envolvendo a troca de mésons. Estes modelos descrevem de maneira acurada algumas propriedades de sistemas de poucos núcleons ligados (como o deutério, por exemplo), suas energias de ligação, a magnitude dos desdobramentos *spin-órbita* de seus estados nucleares ou ainda algumas de suas propriedades magnéticas. Um outro exemplo interessante refere-se aos modelos relativísticos da Hadrodinâmica Quântica, descritos no capítulo anterior, e que representam teorias efetivas[34] que descrevem propriedades globais estáticas de núcleos finitos e da matéria nuclear com aplicações importantes às estrelas de nêutrons e aos *pulsares*.

Consideramos a seguir os aspectos conceituais mencionados na introdução deste capítulo com vistas à formulação de uma teoria efetiva para a matéria nuclear. Os conceitos aqui apresentados referem-se, exclusivamente, a sistemas nucleares relativísticos de muitos corpos, embora alguns dos conceitos apresentados tenham validade em outros campos de estudo da física.

O primeiro elemento conceitual que consideramos é representado pelo expressivo grau de consistência formal da teoria quântica de campos. Este aspecto fica particularmente evidenciado na medida em que essa formulação incorpora, de maneira consistente com as simetrias fundamentais e as correspondentes leis de conservação, propriedades físicas relevantes de sistemas nucleares relativísticos de muitos corpos, tais como naturalidade, analiticidade, unitaridade, causalidade, entre outras.

O segundo elemento conceitual diz respeito a um tipo de procedimento padronizado, que é comumente adotado no tratamento dos diferentes termos que compõem a teoria quântica de campos, e que consiste em suma em classificar cada um desses termos, por meio de critérios específicos, que serão melhor elucidados neste capítulo, e cujo objetivo primordial é o de possibilitar a expansão, em uma forma que denominaríamos de *controlada*, da densidade lagrangeana da teoria em termos de parâmetros dinâmicos. E no caso específico do estudo da matéria nuclear, os valores esperados destes parâmetros dinâmicos contemplam escalas características da Cromodinâmica Quântica (CDQ)[56].

Ao restringirmos o escopo do problema a um determinado domínio da interação

forte, os fenômenos físicos relevantes descritos pela teoria são em geral dominados pela presença de graus específicos de liberdade de longo-alcance, os quais correspondem, no caso do núcleo e da matéria nuclear, aos graus físicos de mésons menos massivos, enquanto que a dinâmica de curto-alcance, que corresponde aos graus de liberdade de mésons mais massivos, é explicitamente desconsiderada, sendo seus efeitos implicitamente absorvidos pelos parâmetros de acoplamento da teoria.

Estes argumentos indicam que a teoria efetiva contempla, em princípio, uma quantidade infinita de termos de interação. Existem porém fortes evidências, oriundas de estudos sobre a matéria nuclear a densidades características de saturação,  $\rho \sim \rho_0 = 0,16 fm^{-3}$ , que ao manter-se apenas termos de auto-acoplamento de ordens cúbica e quártica de mésons escalares-isoescalares  $\sigma$ , de modo a simular a presença de forças nucleares de muitos corpos [34], uma descrição apropriada de propriedades globais estáticas da matéria nuclear pode ser obtida com grau elevado de convergência formal[2]. Ainda assim, deve-se considerar que uma extensão de modelos deste tipo que possibilitem uma expansão *controlada* do lagrangeano da teoria de modo a descrever-se propriedades da matéria nuclear a mais altas densidades ( $\rho \geq 5\rho_0$ ) é desejável. Estes aspectos impõem que um ordenamento dos coeficientes de expansão da teoria seja estabelecido.

Neste contexto, a busca por um procedimento formal que faça com que *aquela física considerada de maneira implícita nos parâmetros da teoria seja explicitada*, tornando assim a teoria mais eficaz e suas predições mais transparentes, torna-se absolutamente desejável. Neste caso, razões de consistência formal impõem que, ao expandirmos a densidade lagrangeana de um modelo efetivo considerando-se as mais diferentes ordens dos termos de interação, devemos supor que os coeficientes de expansão da teoria sejam *naturais*<sup>2</sup>, i.e. que sejam iguais a — ou, na prática, da ordem da — unidade. Ocorre porém que este procedimento exige a consideração explícita da dinâmica subjacente, um procedimento que, na maioria das vezes, é extremamente complexo do ponto de vista formal. E, sem sendo os parâmetros de expansão da teoria iguais à unidade, é possível então somar-se os diferentes termos da expansão em uma forma *fechada*, obtendo-se assim uma formulação compacta que expressa, de maneira consistente e *palpável*, o papel das contribuições dinâmicas do lagrangeano considerando-se as mais diferentes ordens de expansão.

E neste sentido, o primeiro passo na busca de tal modelo envolve a seguinte questão: qual é o grau de explicitação da dinâmica do problema que possibilite uma descrição, ao mesmo tempo, mais elaborada sem que este procedimento acarrete em uma tal complexidade formal que torne o problema, do ponto de vista prático, não-solúvel.

---

<sup>2</sup>O conceito de *naturalidade* foi introduzido em 1979 por Steven Weinberg[61]. Na física de partículas, a imposição da condição de *naturalidade* implica em que os coeficientes dos termos operatoriais da ação efetiva de uma teoria que busca preservar simetrias fundamentais, devem ser *naturais*. Um coeficiente natural obedece a forma geral  $\mathcal{L}_i = \tilde{c}\Lambda^{4-d}$ , onde  $d$  representa a dimensão do correspondente operador,  $\Lambda$  denota a escala inferior de corte em energia, acima da qual a teoria perde validade, e  $\tilde{c}$  é um coeficiente da ordem da unidade.

Evidentemente, como estamos operando com uma teoria efetiva, não existe, em princípio uma formulação única e precisa para esta questão.

Uma outra questão que se impõe é: como atribuir escalas de dimensão apropriadas para cada contribuição da densidade lagrangeana de forma a manter-se as várias constantes de acoplamento da teoria adimensionais e *naturais*? Neste processo torna-se necessário identificarmos parâmetros de expansão apropriados que possibilitem a convergência das séries perturbativas consideradas. Novamente, devido à natureza da teoria efetiva, não existe em princípio uma formulação única e precisa para esta segunda questão.

Ademais, há outros aspectos a serem considerados. Por exemplo, há diferentes esquemas de *organização dos coeficientes da teoria*. E, ao focar nossa análise na presença de graus de liberdade de quarks, escalas fundamentais na CDQ são o parâmetro invariante de renormalização  $\Lambda_{QCD} \sim 200 MeV$ , ou o número de cores dos quarks,  $N_c$ , remanescente do grupo de simetrias  $SU(3)$  da CDQ.

Ao focarmos nossa análise em graus de liberdade efetivos de mésons e bárions — cuja realização ocorre equivalentemente no limite  $N_c \rightarrow \infty$  como resultado da quebra da simetria quiral — escalas apropriadas são os parâmetros quirais de baixa energia da CDQ, a constante de decaimento fraco do pión,  $f_\pi = 93 MeV$  ou, de modo equivalente, o *parâmetro quiral*  $\Lambda_\chi \sim 1 GeV \leq 4\pi f_\pi$ .

Do ponto de vista matemático, há muitos esquemas de organização destes coeficiente que possibilitam uma soma compacta das séries perturbativas. No estudo a seguir estabelecemos as idéias que concebem a noção de naturalidade em teorias efetivas aplicando ao modelo a ser desenvolvido no capítulo seguinte as concepções da assim denominada *análise dimensional naïve* proposta por Manohar e Georgi[62]. E com este objetivo, no tratamento da matéria nuclear, buscamos estabelecer uma escala específica e proceder à escolha dos parâmetros de expansão da teoria efetiva. Para tanto devemos notar que os valores esperados médios dos campos dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  praticamente exaurem, na densidade de saturação, a parte mais relevante da interação efetiva  $NN$ , possibilitando a utilização destes valores médios divididos pela massa nua do núcleon,  $M, \sigma/M$  e  $\omega/M$ , explicitamente, como parâmetros de expansão da formulação efetiva.

A *análise dimensional naïve*, quando aplicada à formulação de um modelo para a densidade lagrangeana que descreva propriedades de sistemas de muitos corpos, mais precisamente bárions e mésons, pode ser sintetizada na seguinte forma:

- As amplitudes dos campos mesônicos tornam-se adimensionais quando divididas pela constante do decaimento fraco do pión  $f_\pi$ .
- De modo a obter-se a dimensão correta em energia (energia<sup>4</sup>) da densidade lagrangeana, uma escala de normalização dada por  $f_\pi^2 \Lambda_\chi^2 \simeq f_\pi^2 M^2$ , com  $M$  representando a *massa nua do núcleon*, deve ser introduzida no formalismo.
- Finalmente, fatores de normalização, cada um deles na forma  $1/n!$  para cada contribuição de campo mesônico do tipo  $\phi^n$ , devem ser também introduzidos no

formalismo.

Ao considerarmos estas suposições, o lagrangeano da teoria efetiva QHD-I, por exemplo, pode ser escrito na forma geral

$$\begin{aligned} L_{eff} &= \sum_{i,k} \frac{c_{i,k}}{i!k!} \left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right)^i \left(\frac{\omega}{f_\pi}\right)^k \left(\frac{\partial \text{or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda^2 \\ &\rightarrow \sum_{i,k} \frac{\tilde{c}_{i,k}}{i!k!} \left(\frac{g_\sigma \sigma}{M}\right)^i \left(\frac{g_\omega \omega}{M}\right)^k \left(\frac{\partial \text{or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda^2, \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde, na segunda equação, utilizamos, para eliminar o fator  $f_\pi$  desta expressão:

- a relação de Goldberger-Treiman[63]

$$g_\sigma f_\pi \sim M; \quad (3.2)$$

- a relação de Kawarabayashi-Suzuki-Riazuddin-Fayyazuddin[64]

$$m_\omega^{*2} = 2g^2 f_\pi^{*2} \quad (3.3)$$

com  $g$  representando uma constante de acoplamento especial (*hidden-gauge coupling constant*) e  $f_\pi^* \sim f_\pi$ , a constante de decaimento fraco do pión na matéria nuclear e tal que

$$m_\omega^{*2} = \frac{8}{9} g_\omega^2 f_\pi^{*2}, \quad (3.4)$$

sendo  $g/2 = g_\omega/3$  (Ref.[65]);

- e finalmente

$$|m_\omega^*|_{\rho_0} = |m_\omega - M + M^*|_{\rho_0} \sim M/2, \quad (3.5)$$

onde  $\rho_0$  representa a densidade de saturação nuclear.

Consideramos então, como *prótipo* de teoria efetiva, o modelo da Hadrodinâmica Quântica QHD-I[66]

$$L_{eff} = \sum_{i,k} \frac{c_{i,k}}{i!k!} \left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right)^i \left(\frac{\omega}{f_\pi}\right)^k \left(\frac{\partial \text{or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda^2, \quad (3.6)$$

onde  $\psi$  representa os campos bariônicos,  $\Gamma$  denota matrizes de Dirac, e  $\sigma$  e  $\omega$  os campos dos mésons escalares-isoescalares e vetoriais-isoescalares, respectivamente.

Apresentamos então, com base nesta teoria efetiva, alguns exemplos de escolha dos coeficientes de expansão que correspondem a determinados *esquemas de organização* das séries perturbativas. Deste modelo resulta, por exemplo, no caso em que a escolha

dos coeficientes de expansão da teoria é  $c_{i,k} = (i+1)(k+1)$ [66]

$$L_{eff}(c_{i,k} = (i+1)(k+1)) \quad (3.7)$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell \left(1 + \frac{\sigma}{f_\pi}\right) \exp\left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right) \left(1 + \frac{\omega}{f_\pi}\right) \exp\left(\frac{\omega}{f_\pi}\right) \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) f_\pi^2 \Lambda^2.$$

Procedendo por outro lado à escolha  $c_{i,k} = i!k!$ , temos[66]

$$L_{eff}(c_{i,k} = i!k!) \quad (3.8)$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell \frac{1}{(1 - (\sigma/f_\pi))} \frac{1}{(1 - (\omega/f_\pi))} \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) f_\pi^2 \Lambda^2.$$

Finalmente, com a escolha destes coeficientes na forma natural, i.e.  $c_{i,k} = 1$ , obtemos[66]

$$L_{eff}(c_{i,k} = 1) = \sum_{i,k} \frac{1}{i!k!} \left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right)^i \left(\frac{\omega}{f_\pi}\right)^k \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda^2 \quad (3.9)$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell \exp\left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right) \exp\left(\frac{\omega}{f_\pi}\right) \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) f_\pi^2 \Lambda^2.$$

Esta última expressão corresponde ao limite *natural* da teoria efetiva QHD-I, originando acoplamentos de natureza exponencial. Deve-se notar, ao restringirmos a discussão a esta formulação, que somente neste limite a densidade lagrangeana correspondente pode ser considerada, no sentido estrito do termo, como sendo natural.

A condição de *naturalidade* aplicada à formulação teórica em foco pode ser então sintetizada na forma que segue.

- Em sendo válida a suposição de *naturalidade*, à medida em que a escala dimensional característica da teoria é identificada e extraída da formulação por meio da aplicação da *análise dimensional naïve*, os demais coeficientes remanescentes da teoria são adimensionais e devem ser da ordem da unidade. Neste contexto, a formulação lagrangeana pode ser expandida em uma série perturbativa a qual pode ser *truncada* de maneira *controlada*. É importante ressaltar que, embora não exista uma prova geral da propriedade de *naturalidade*, uma vez que não sabemos como derivar o lagrangeano efetivo nuclear a partir da CDQ, estudos fenomenológicos indicam a validade da *naturalidade* e das regras de contagem de potências na forma *naïve*. Os coeficientes da expressão acima (constantes de expansão  $\tilde{c}_{i,k}$ , de natureza global), após a extração dos fatores dimensionais e dos fatores de contagem (normalização), são então da ordem de  $\mathcal{O}(1)$  no limite *natural*, levando a acoplamentos do tipo exponencial

$$L_{eff}(c_{i,k} = 1) \longrightarrow \exp\left(\frac{g_\sigma \sigma}{M}\right) \exp\left(\frac{g_\omega \omega}{M}\right) \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda^2. \quad (3.10)$$

E como expressamos anteriormente, o propósito desta tese é desenvolver um modelo efetivo para a matéria nuclear, com vistas à descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares, por meio de uma formulação lagrangeana que busca *exaurir o espaço de fase* dos campos mesônicos e que apresente assim alto grau de consistência com o conceito de *naturalidade*, de modo a aprimorarmos as previsões dos tratamentos teóricos mais convencionais. É importante ressaltar, como também vimos, que os valores esperados dos campos dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  praticamente exaurem, na densidade de saturação, a parte mais relevante da interação efetiva  $NN$ . Ainda assim, uma generalização desta formulação, mesmo que esteja restrita, particularmente, à região de densidades em que ocorre a saturação nuclear, deve considerar, em bom acordo com a condição de naturalidade, os campos  $\rho$  e  $\delta$ . Ademais, ao considerarmos um modelo para a matéria nuclear a mais altas densidades em presença do octeto bariônico fundamental, que descreva de maneira consistente a estrutura de estrelas de nêutrons e de pulsares, devemos incorporar adicionalmente os mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$ , procedimento este que será realizado no próximo capítulo.

Na parte final deste capítulo apresentamos o resultado de um estudo que recentemente realizamos em que descobrimos uma nova forma de realização da simetria quiral no setor de interação  $\pi NN$  que induz a presença de um novo estado ressonante  $\pi\pi$  de natureza escalar-isovetorial. O modelo proposto engloba e expande, como veremos, o escopo do modelo  $\sigma$  linear convencional. Este novo estado ressonante se comporta por sua vez como um *membro da família do méson  $\sigma$* , portanto com valor de massa da ordem de  $600\text{MeV}$  *levantando a degenerescência de isospin* deste *ramo da família*. Neste sentido, a partir desta descoberta, discutimos a possibilidade da existência dessa nova ressonância na matéria nuclear que resultaria da composição quiral de dois píons, com números quânticos equivalentes aos do méson  $\delta$ , ou seja uma ressonância que corresponderia, como dissemos, a uma *componente escalar-isovetorial* no setor mesônico cujo valor de massa seria porém da ordem da massa do méson  $\sigma$ .

A motivação para esta descoberta está fundamentada em dois aspectos. O primeiro diz respeito a um dilema associado à anomalia Nolen-Schiffer, cuja solução, ainda que em nível parcial, indicaria ou a existência de um estado ressonante leve (da ordem da massa do méson  $\sigma$ ), de natureza escalar-isovetorial, ou a amplificação da amplitude do próprio méson  $\delta$ . A razão do dilema reside porém no fato de que, embora do ponto de vista da experimentação, a anomalia Nolen-Schiffer parece indicar tal realização, um estado ressonante com as características acima descritas bem como a amplificação da amplitude do méson  $\delta$  não foram jamais observados. Além disso, contribui para tal interpretação, também, a inexistência de previsões teóricas, baseadas em uma transformação quiral convencional, que demonstrem a viabilidade de um estado ressonante com tais características.

E neste ponto abordamos então o segundo aspecto de motivação supra mencionado na medida em que desenvolvemos uma formulação alternativa, portanto não-convencional, de transformação quiral, cujas previsões mostram a viabilidade de uma ressonância píon-píon de natureza escalar-isovetorial e cuja massa seria da ordem de

grandeza da massa do méson  $\sigma$ . Evidentemente, esta parte da tese contém elementos que se inserem no contexto do que denominariamos de *suposição científica*. Christian de Duve, prêmio nobel de biologia, em sua obra *Poeira Vital*, ao se referir à temática da *suposição na ciência*, nos ensina: *a verdadeira questão é se há evidência inquestionável para fundamentar uma suposição científica*. E ao examinarmos os dilemas acima apresentados, nos parece inquestionável que há evidências que sustentam suposições como aquelas apresentadas neste trabalho. E como veremos mais adiante, a imposição de uma nova ressonância de caráter escalar-isovetorial ao tratamento teórico do problema da anomalia Nolen-Schiffer possibilita, por um lado, o aprimoramento das correspondentes previsões teóricas e, de outro, possibilita, na aproximação de campo médio, uma formulação que é equivalente à amplificação do méson  $\delta$ , demonstrando a consistência formal das suposições em foco e unificando-as. O tratamento adotado apresenta, portanto, resultados promissores no que diz respeito a uma melhor compreensão da anomalia Nolen-Schiffer.

A seguir, discutimos a anomalia Nolen-Schiffer e a possibilidade da existência de um nova ressonância escalar-isovetorial.

## 3.2 Anomalia Nolen-Schiffer - I

A anomalia Nolen-Schiffer (ANS) [67], conhecida também como anomalia Okamoto-Nolen-Schiffer [68], representa um dos mais conhecidos e fascinantes problemas da física nuclear, e se refere à discrepância entre as previsões teóricas e os resultados experimentais para as diferenças nas massas, ou equivalentemente, nas energias de ligação, de *núcleos espelho*.

Dados dois núcleos espelho,  ${}^A_{Z+1}M$  e  ${}^A_ZM$ , que diferem em uma unidade em suas cargas elétricas,  $Z_2 - Z_1 = 1$ , esta diferença nas massas nucleares pode ser escrita na forma

$$\Delta M \equiv {}^A_{Z+1}M - {}^A_ZM = \Delta E_{EM} - \Delta M_{np}^*, \quad (3.11)$$

onde  $\Delta E_{EM}$  é a diferença de energia Coulombiana dos núcleos considerados, enquanto a quantidade  $\Delta M_{np}^*$  representa a diferença nas massas efetivas dos prótons e dos nêutrons<sup>3</sup>. Inúmeras investigações tem sido realizadas para determinação do termo  $\Delta E_{EM}$ , considerando a inclusão de correções devidas, por exemplo, a termos de troca e de centro de massa, bem como a efeitos da distribuição finita da carga dos prótons e da *dimensão finita* dos prótons e dos nêutrons, a correlações de curto alcance para dois corpos, à polarização do vácuo, à interação spin-órbita eletromagnética, entre outras. A origem da anomalia reside no fato de que, ao consideramos que  $\Delta M_{np}^*$  é uma constante e igual ao seu valor no *espaço livre*,  $\Delta M_{np}^* = \Delta M_{np}^0 = 1,293MeV$ , a igualdade da expressão (3.11) não será satisfeita. O comportamento da anomalia Nolen-Schiffer,

---

<sup>3</sup>Lembramos que definimos a quantidade  $M^*$  como a massa de um núcleon livre *revestida* pelas componentes escalares da interação forte que, por sua vez, refletem a presença das demais partículas do sistema nuclear.

em vista de que as medidas experimentais das grandezas  $\Delta M$  e  $\Delta E_{EM}$  podem ser realizadas com alto grau de acuro (em torno de 1% de precisão), apresenta persistência em seus resultados quando consideramos a tabela periódica dos elementos; estas discrepâncias variam entre algumas centenas de  $keV$ , para os núcleos mais leves, a cerca de  $1MeV$  para os núcleos mais pesados. Um caminho possível para a resolução deste problema, que se fundamenta no comportamento dos dados experimentais, tem como pressuposto que a quantidade  $\Delta M_{np}^*$  decresce com o aumento do número de massa  $A$ , de modo que a anomalia pode ser representada por

$$\Delta_{ANS} = \Delta M_{np}^0 - \Delta M_{np}^* . \quad (3.12)$$

Na seção seguinte, como ilustração, apresentamos um cálculo da diferença de massa efetiva dos núcleons de valência no setor de quebra de simetria de isospin, ou seja, da anomalia Nolen-Schiffer, por meio do conhecimento da distribuição de prótons e nêutrons em núcleos espelho.

### 3.3 Função Nuclear de Distribuição de Prótons e Nêutrons

No cálculo da diferença de massa efetiva dos núcleons de valência, apresentamos uma formulação, recentemente desenvolvida por U.G. Meissner, A.M. Rakhimov, A. Wirzba e U.T. Yakhsiev (MRWY) [69], que descreve propriedades de partícula única do estado fundamental, a baixas energias, de núcleos espelho, utilizando o modelo de Skyrme. Os autores consideram, neste cálculo, núcleos cujo preenchimento dos níveis de energia de partícula única, devidos à interação entre os núcleons e os píons, corresponde a uma *camada quase fechada*, e em alguns casos, os autores consideram particularmente *núcleos quase-mágicos*. Essas condições permitem a utilização da *aproximação de simetria esférica* para a função de distribuição dos núcleons no interior do núcleo atômico.

Assim, a densidade de prótons e nêutrons em um núcleo, ao considerarmos a aproximação de simetria esférica, pode ser parametrizada na forma [69]:

$$\rho_{p,n} = (Z, A - Z) \frac{3}{4 \pi r_{p,n}'^3} \left( 1 + \frac{\pi^2 a_{p,n}'^2}{r_{p,n}'^2} \right)^{-1} \frac{1}{1 + \exp\{(r - r_{p,n}')/a_{p,n}'\}} ; \quad (3.13)$$

na expressão acima, os parâmetros  $r_{p,n}'$  e  $a_{p,n}'$  levam em conta a dependência de isospin dos núcleons

$$\begin{aligned} r_{p,n}' &= r_{p,n}^{(0)} A^{\frac{1}{3}} + r_{p,n}^{(1)} + r_{p,n}^{(2)} \lambda ; \\ a_{p,n}' &= a_{p,n}^{(1)} + a_{p,n}^{(2)} \lambda , \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde  $\lambda = (A - 2Z)/A$  é o parâmetro de assimetria nuclear de isospin. É importante

ressaltar que as expressões (3.13) estão apropriadamente normalizadas

$$\int_0^\infty \rho_p(r) 4\pi r^2 dr = Z, \quad (3.15)$$

$$\int_0^\infty \rho_n(r) 4\pi r^2 dr = A - Z. \quad (3.16)$$

$$(3.17)$$

Os parâmetros que aparecem nas funções de distribuição (3.13), por sua vez, são obtidos por meio da consideração de uma interação do tipo de *Skyrme efetiva* na descrição de propriedades de núcleos finitos [69, 70]:

$$\begin{aligned} r_p^{(0)} &= 1,2490 \text{ fm}; & r_n^{(0)} &= 1,2131 \text{ fm}; \\ r_p^{(1)} &= -0,5401 \text{ fm}; & r_n^{(1)} &= -0,4415 \text{ fm}; \\ r_p^{(2)} &= -0,9582 \text{ fm}; & r_n^{(2)} &= 0,8931 \text{ fm}; \\ a_p^{(1)} &= 0,4899 \text{ fm}; & a_n^{(1)} &= 0,4686 \text{ fm}; \\ a_p^{(2)} &= -0,1236 \text{ fm}; & a_n^{(2)} &= 0,0741 \text{ fm}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Uma questão importante a ser considerada no cálculo das propriedades efetivas de partícula-única nucleares é a definição da *densidade nuclear de fundo*. Os autores, no exemplo apresentado, consideram um modelo para a *densidade nuclear de fundo* em que um *núcleon de valência* interage com um *caroço nuclear rígido* esférico constituído pelos demais núcleons, que constituem então uma camada nuclear fechada [69]. Assim, a adição de um nêutron ou de um próton a um núcleo esférico, como por exemplo o  $^{16}\text{O}$ , de modo a obter-se os nuclídeos  $^{17}\text{O}$  ou  $^{17}\text{F}$ , respectivamente, não alteraria, de maneira apreciável, a estrutura do núcleo  $^{16}\text{O}$ , sendo as propriedades do sistema nuclear resultante descritas fundamentalmente pela partícula de valência.

### 3.4 Função de Onda de Núcleons de Valência

No modelo de camadas [71, 72, 73, 74, 75, 76], utilizando-se um potencial do tipo de Woods-Saxon [77], a função de onda dos núcleons de valência em um núcleo de massa  $A = A_{\text{mágico}} \pm 1$ , pode ser descrita, de maneira consistente com dados experimentais, por uma função do tipo *Gaussiano*, na forma

$$\psi_A^{(n,p)}(r) = \left( \frac{(b_A^{(n,p)})^3 (b_A^{(n,p)} r)^{2n_A}}{2\pi \Gamma(3/2 + n_A)} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left[ -\frac{(b_A^{(n,p)} r)^2}{2} \right], \quad (3.19)$$

onde

$$\begin{aligned}
 b_{15}^{(p)} &= 0,871 m_\pi; & b_{15}^{(n)} &= 0,886 m_\pi; & n_{15} &= 1; \\
 b_{17}^{(p)} &= 0,843 m_\pi; & b_{15}^{(n)} &= 0,860 m_\pi; & n_{17} &= 2; \\
 b_{39}^{(p)} &= 0,785 m_\pi; & b_{39}^{(n)} &= 0,804 m_\pi; & n_{39} &= 2; \\
 b_{41}^{(p)} &= 0,774 m_\pi; & b_{15}^{(n)} &= 0,794 m_\pi; & n_{41} &= 3;
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

sendo  $m_\pi = 134,977 \text{ MeV}$  o valor médio da massa de repouso do méson  $\pi$ . As funções de onda (3.19) estão normalizadas tal que

$$\int_0^\infty \psi_A^{\dagger(n,p)}(r) \psi_A^{(n,p)}(r) d^3r = 1. \tag{3.21}$$

O valor esperado para o raio do núcleon de valência é determinado através de

$$R_A^{(n,p)} \equiv \langle r_A^{(n,p)} \rangle = \int_0^\infty \psi_A^{\dagger(n,p)}(r) r \psi_A^{(n,p)}(r) d^3r. \tag{3.22}$$

Assim

$$\begin{aligned}
 R_{15}^{(p)} &= 2,525 \text{ fm}; & R_{15}^{(n)} &= 2,482 \text{ fm}; \\
 R_{17}^{(p)} &= 3,131 \text{ fm}; & R_{17}^{(n)} &= 3,069 \text{ fm}; \\
 R_{39}^{(p)} &= 3,362 \text{ fm}; & R_{39}^{(n)} &= 3,283 \text{ fm}; \\
 R_{41}^{(p)} &= 3,897 \text{ fm}; & R_{41}^{(n)} &= 3,799 \text{ fm}.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

A diferença de massa efetiva média entre o nêutron e o próton de valência é

$$\Delta \langle M_{np}^* \rangle = \langle M_n^* \rangle - \langle M_p^* \rangle, \tag{3.24}$$

onde

$$\langle M_{np}^* \rangle \equiv \int \psi^{\dagger(n,p)}(r) M_{np}^* \psi^{(n,p)}(r) d^3r. \tag{3.25}$$

Definindo-se a diferença nas densidades de probabilidade dos nêutons e prótons de valência, na forma

$$\Delta \psi_{n,p}^{(2)}(r) \equiv \psi^{\dagger(n)}(r) \psi^{(n)}(r) - \psi^{\dagger(p)}(r) \psi^{(p)}(r), \tag{3.26}$$

podemos escrever a equação (3.24) como

$$\begin{aligned}
 \Delta \langle M_{np}^* \rangle &\approx \int (\Delta \psi_{n,p}^{(2)}(r) M_p^* + \psi^{\dagger(p)}(r) \psi^{(p)}(r) \Delta M_{np}^*) d^3r, \\
 &\equiv \Delta \langle M_{np}^{*(1)} \rangle + \Delta \langle M_{np}^{*(2)} \rangle,
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Tabela 3.1: Resultados para a anomalia Nolen-Schiffer utilizando-se o modelo MRWY. Todas as quantidades estão em unidades de  $MeV$ .

| Núcleos               | $\langle M_p^* \rangle$ | $\Delta \langle M_{np}^{*(1)} \rangle$ | $\Delta \langle M_{np}^{*(2)} \rangle$ | $\langle \Delta_{ANS} \rangle$ | $\langle \Delta_{ANS-exp} \rangle$ [69] |
|-----------------------|-------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------|
| $^{15}O$ - $^{15}N$   | 767,45                  | -4,27                                  | 1,56                                   | 4,02                           | $0,16 \pm 0,04$                         |
| $^{17}F$ - $^{17}O$   | 812,35                  | -5,53                                  | 1,52                                   | 5,33                           | $0,31 \pm 0,04$                         |
| $^{39}Ca$ - $^{39}K$  | 724,78                  | -8,11                                  | 1,67                                   | 7,75                           | $0,22 \pm 0,08$                         |
| $^{41}Sc$ - $^{41}Ca$ | 771,71                  | -9,74                                  | 1,62                                   | 9,44                           | $0,59 \pm 0,08$                         |

onde o termo  $\int \Delta \psi_{n,p}^{(2)}(r) \Delta M_{np}^* d^3r$  foi desprezado. Assim, a anomalia Nolen-Schiffer para um par de núcleos espelho de número de massa  $A$  pode ser escrita como

$$\langle \Delta_{ANS} \rangle = \Delta M_{np} - (\Delta \langle M_{np}^{*(1)} \rangle + \Delta \langle M_{np}^{*(2)} \rangle). \quad (3.28)$$

Os resultados do modelo recentemente desenvolvido por U.G. Meissner, A.M. Rakhimov, A. Wirzba e U.T. Yakhsiev (MRWY) [69] para a dependência da anomalia Nolen-Schiffer no número de massa  $A$  são apresentados na tabela (3.1). As predições do modelo MRWY podem ser consideradas consistentes, quando examinadas do ponto de vista qualitativo, pois os valores correspondentes à anomalia Nolen-Schiffer apresentam crescimento gradativo à medida em que cresce o número de massa  $A$ . Porém, quando examinadas do ponto de vista quantitativo, uma ordem de grandeza separa as predições teóricas dos correspondentes valores experimentais. Ademais, à medida em que cresce o número de massa  $A$ , e damos como exemplo o caso do núcleo  $^{17}O$ , a massa efetiva do próton na densidade de saturação é igual  $M_p^* = 812,35 MeV$ , o que corresponde a uma redução em seu valor no espaço livre da ordem de  $125 MeV$ , valor este excessivamente alto quando comparado à energia de ligação por núcleon na matéria nuclear ( $\sim 10 MeV$ ).

Em suma, os resultados indicam que a anomalia NS depende fundamentalmente das diferenças dos valores médios das massas efetivas dos núcleons de valência em núcleos espelho, como pode ser visto por meio da expressão (3.28).

Sabemos [78, 79], por outro lado, que a inclusão, no tratamento de sistemas nucleares finitos e da matéria nuclear, de graus de liberdade de mésons de natureza escalar-isovetorial modifica, de maneira assimétrica, a *massa nua* dos núcleons. Utilizando-se o jargão da área, mésons desta natureza *levantam a degenerescência de isospin* no setor do núcleon. Este é o caso, por exemplo, do méson  $a_0(980 MeV)$ , um grau de liberdade escalar-isovetorial, conhecido na literatura como méson  $\delta$ . Espera-se, então, que mésons desta natureza, quando levados em conta na interação nuclear, modifiquem a diferença de massa efetiva média dos núcleons de valência e, conseqüentemente as predições para a anomalia NS.

Esta seria sem dúvida uma forma elegante e precisa de solucionarmos, ao menos de forma parcial, esta anomalia; porém, a inclusão do méson  $\delta$  à formulação mostra-se

insuficiente para superação da anomalia Nolen-Schiffer. As predições teóricas por outro lado são aprimoradas por meio da inclusão, como citamos anteriormente, de um estado ressonante leve (da ordem da massa do méson  $\sigma$ ), de natureza escalar-isovetorial, ou, equivalentemente, por meio da amplificação da amplitude do méson  $\delta$ , cujas realizações não foram porém ainda observadas experimentalmente. Este dilema, que tem acompanhado os físicos nucleares por muito tempo, persiste ainda na atualidade.

Afortunadamente, alguns dos elementos conceituais que levaram à concepção do méson escalar-isoescalar  $\sigma$  apresentam expressivo grau de similaridade com a presente situação. E por isso, neste ponto da discussão convém lembrarmos alguns destes aspectos que fundamentaram o modelo *invariante quiral*  $\sigma$  linear. O méson  $\sigma$ , conhecido na literatura desde 1987 [80], foi originalmente concebido por R. Machleidt, K. Holinde and C. Elster, como um estado ressonante resultante de correlações de médio e longo alcance entre dois píons virtuais no canal escalar-isoescalar, sendo considerado durante muito tempo um *méson fictício*. A realização física do *méson*  $\sigma$  abriu novas perspectivas no estudo da estrutura nuclear, na medida em que possibilitou a descrição, entre outras, das propriedades de saturação da força nuclear. Correlações entre dois píons no canal escalar isovetorial, em particular, tem sido também consideradas na determinação de propriedades do méson  $\delta$ , não se mostrando porém, tal abordagem, como vimos, suficiente aos propósitos de superação das limitações das predições da anomalia Nolen-Schiffer.

Nesta tese propomos uma abordagem alternativa para a conservação da simetria quiral na interação forte. Esta abordagem, diferentemente das formulações convencionais, prevê a possibilidade da existência de uma ressonância pión-pión, no canal escalar-isovetorial, com massa de repouso da ordem de  $600MeV$ , contemplando assim uma possível resolução do dilema associado à anomalia Nolen-Schoffer. O novo grau de liberdade escalar-isovetorial possui os mesmos números quânticos do méson  $\delta$ . Como não sabemos a intensidade absoluta da interação deste estado coerente com os núcleons, e portanto o correspondente valor da constante de acoplamento associada a esta interação, utilizamos nesta tese um estudo da anomalia ONS com vistas a sua determinação. Lembramos porém que o propósito desta tese não é o de buscar uma solução para o problema da anomalia Nolen-Schiffer, e sim desenvolver um modelo para a matéria nuclear, que busca exaurir o espaço de fase de quebra de simetria de isospin, de maneira consistente com a concepções da naturalidade. Neste sentido, buscamos apenas estimar a intensidade deste acoplamento tendo como hipótese de trabalho que o modelo de interação nuclear utilizado é adequado para a descrição das propriedades básicas da interação nuclear.

## 3.5 Estado Ressonante no Setor Escalar-Isovetorial Mesônico Leve

Lembramos a seguir, a formulação original que concebeu o méson  $\sigma$ , tendo como base a imposição de invariância quiral da interação forte.

### 3.5.1 Simetria Quiral Global na Transformação $U(1)$

Uma transformação quiral global infinitesimal do campo de um férmion é definida na forma

$$\psi'(x) = \left(1 - i\epsilon_\alpha \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2}\right) \psi(x), \quad (3.29)$$

onde as grandezas (*ângulos*)  $\epsilon_\alpha$  são independentes das coordenadas do espaço de configuração,  $x$ , e  $\alpha = 1, 2, 3$ . No caso em que houvesse uma dependência em  $x$  destas grandezas a transformação teria natureza local.

No caso em que a transformação não é infinitesimal, podemos escrever

$$\psi'(x) = \exp\left(-i\gamma_5 \theta_\alpha \frac{\tau^\alpha}{2}\right) \psi(x) = \exp\left(-i\gamma_5 \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}\right) \psi(x), \quad (3.30)$$

onde  $\boldsymbol{\theta}$  tem três componentes no espaço de isospin.

De modo a reduzir a álgebra do problema ao mínimo, é comum nesta etapa de cálculo ignorar-se a presença de isospin, considerando-se a transformação quiral  $U(1)_A$  (que não representa, no mundo real, uma *boa* simetria de uma teoria quantizada, devido à assim chamada anomalia quiral a ela associada), considerando-se então

$$\psi' = \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \psi(x), \quad (3.31)$$

e

$$\bar{\psi}' = \bar{\psi}(x) \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right). \quad (3.32)$$

Apresentamos a seguir, como exemplo, a transformação quiral global  $U(1)$  aplicada ao lagrangeano de Dirac de uma sacola no modelo MIT [81]

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} [\bar{\psi}(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) - (\partial_\mu \bar{\psi}(x)) \gamma^\mu \psi(x)] \theta_V(x) - \frac{1}{2} \bar{\psi}(x) \psi(x) \Delta_s(x). \quad (3.33)$$

O termo  $\bar{\psi}(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi(x)$  desta equação se transforma, sob transformação quiral, como

$$\bar{\psi}'(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi'(x) = \bar{\psi}(x) \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \gamma^\mu \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \partial_\mu \psi(x). \quad (3.34)$$

Deve-se notar, por outro lado, que

$$\exp\left(-i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) = 1 - \gamma_5\frac{\theta}{2} - \frac{1}{2!}\left(\frac{\theta}{2}\right)^2 + i\gamma_5\frac{1}{3!}\left(\frac{\theta}{2}\right)^3 - \dots = \cos\frac{\theta}{2} - i\gamma_5\text{sen}\frac{\theta}{2}, \quad (3.35)$$

e que

$$\gamma^\mu \exp\left(-i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) = \gamma^\mu \left(\cos\frac{\theta}{2} - i\gamma_5\text{sen}\frac{\theta}{2}\right) = \left(\cos\frac{\theta}{2} + i\gamma_5\text{sen}\frac{\theta}{2}\right) \gamma^\mu = \exp\left(i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) \gamma^\mu. \quad (3.36)$$

Destas expressões resulta

$$\exp\left(i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) \gamma^\mu \exp\left(i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) = \gamma^\mu, \quad (3.37)$$

de forma que

$$\bar{\psi}'(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi'(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x). \quad (3.38)$$

Portanto, este termo da densidade lagrangeana do modelo de sacolas do MIT é invariante frente à transformação quiral.

O termo seguinte  $\bar{\psi}(x)\psi(x)\Delta_s(x)$ , porém, não é invariante frente à transformação quiral, pois, ao aplicá-la a este termo, obtemos

$$\bar{\psi}'(x)\psi'(x)\Delta_s(x) = \bar{\psi}(x)\exp\left(i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right)\psi(x)\Delta_s(x). \quad (3.39)$$

Neste ponto do formalismo, o procedimento teórico usual de manter-se a invariância da simetria quiral é a de modificar este termo da densidade lagrangeana, introduzindo-se a presença de um campo pseudoescalar *subsidiário*, representado por  $\phi$ , tal que a densidade lagrangeana resultante descreva agora a interação entre os campos dos férmions com este campo subsidiário que contém, como se verá, distintas componentes:

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x)\exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi\right)\psi(x)\Delta_s(x). \quad (3.40)$$

E como veremos a seguir, é por meio da introdução deste campo subsidiário que a teoria contempla a presença do méson escalar-isoescalar  $\sigma$ . Nesta expressão,  $f_\pi$  representa uma constante, com dimensões idênticas ao do campo subsidiário  $\phi$  (na realidade,  $f_\pi$  é a constante de decaimento fraco do méson  $\pi$ ).

Aplicamos a transformação quiral à nova densidade lagrangeana introduzida, supondo que, frente a esta transformação, o campo subsidiário  $\phi$  se transforma como

$\phi \rightarrow \phi'$ . Obtemos então

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{int} &= -\frac{1}{2}\bar{\psi}'(x) \exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi'\right) \psi'(x)\Delta_s(x) \\ &= -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x) \exp\left(-i\gamma_5\frac{\theta}{2} + \frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi' - i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) \psi(x)\Delta_s(x).\end{aligned}\quad (3.41)$$

A condição para que o lagrangeano considerado permaneça invariante é dada por

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{int} &= -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x) \exp\left(-i\gamma_5\frac{\theta}{2} + \frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi' - i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) \psi(x)\Delta_s(x) \\ &\rightarrow -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x) \exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi\right) \psi(x)\Delta_s(x).\end{aligned}\quad (3.42)$$

Ou seja, esta condição leva a

$$\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi = -i\gamma_5\frac{\theta}{2} + \frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi' - i\gamma_5\frac{\theta}{2},\quad (3.43)$$

ou ainda a

$$\phi' = \phi + f_\pi\theta.\quad (3.44)$$

Com esta condição, a densidade lagrangeana interagente introduzida é invariante frente à simetria quiral. Nesta expressão,  $\theta/f_\pi$  é comumente denominado de *ângulo quiral*.

Apesar de invariante frente à transformação quiral, a densidade lagrangeana introduzida apresentava, à época de sua dedução, um problema adicional, que se refletia na dificuldade prática de realização de cálculos numéricos: seu caráter estritamente não-linear. Modernamente, com o desenvolvimento de computadores e de algoritmos computacionais sofisticados, este aspecto não representaria um empecilho tão grave à realização de cálculos numéricos. Tanto isto é verdade que há modelos de natureza quiral cuja realização é basicamente não-linear. Ainda assim, de modo a superar este aspecto, à época indesejável, buscou-se a linearização desta densidade lagrangeana, através da introdução de novos campos associados ao campo original subsidiário  $\phi$ . Mostramos a seguir as principais etapas deste procedimento.

Uma vez que

$$\exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi\right) = \cos\left(\frac{\theta}{f_\pi}\right) + i\gamma_5\text{sen}\left(\frac{\theta}{f_\pi}\right),\quad (3.45)$$

é possível obter-se uma forma linear da densidade lagrangeana considerada, definindo-se um campo escalar ( $\sigma$ )

$$\sigma \equiv f_\pi\cos\left(\frac{\theta}{f_\pi}\right),\quad (3.46)$$

e um campo pseudoescalar ( $\pi$ )

$$\pi \equiv f_\pi\left(\frac{\theta}{f_\pi}\right).\quad (3.47)$$

Desta forma obtemos, para a densidade lagrangeana,

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2f_\pi} \bar{\psi}(x) (\sigma + i\gamma_5 \pi) \psi(x) \Delta_S(x), \quad (3.48)$$

sendo os campos  $\sigma$  e  $\pi$  sujeitos à condição

$$\sigma^2 + \pi^2 = f_\pi^2. \quad (3.49)$$

Esta condição define o chamado *círculo quiral* e caracteriza o fato de que a transformação quiral representa, por meio da *realização* dos mésons  $\sigma$  e  $\pi$ , uma rotação em torno de um círculo de raio  $f_\pi$  considerando-se o plano subtendido por  $(\sigma - \pi)$ . Neste contexto, estes campos não são independentes, sendo vinculados pela condição acima exposta.

Embora existam muitas dúvidas sobre a realização do méson  $\sigma$ , discussão esta que está fora do escopo desta tese, é interessante observar-se que, pelas razões acima expostas, acredita-se que o méson  $\sigma$  representaria a combinação da troca de dois mésons  $\pi$  pseudoescalares-isovetoriais. Neste modelo, a interação entre os férmions bariônicos seria então mediada por um méson pseudoescalar-isovetorial,  $\pi$ , e um méson escalar-isoescalar,  $\sigma$ . A seguir apresentaremos uma extensão deste formalismo para o espaço de isospin.

### 3.5.2 Simetria Quiral Global no Espaço de Isospin

A extensão da transformação quiral ao espaço de isospin implica em

$$\psi'(x) = \left( 1 - i\epsilon_\alpha \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} \right) \psi(x), \quad (3.50)$$

como vimos anteriormente. Se a transformação não for infinitesimal, podemos escrever

$$\psi'(x) = \exp \left( -i\gamma_5 \frac{\boldsymbol{\theta}}{2} \cdot \boldsymbol{\tau} \right) \psi(x). \quad (3.51)$$

Neste caso podemos generalizar o tratamento anterior, linearizando-se a densidade lagrangeana correspondente na forma

$$\bar{\psi}(x) \exp \left( \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi} \right) = \frac{1}{f_\pi} \bar{\psi}(x) (\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}) \psi(x). \quad (3.52)$$

O campo escalar-isoescalar  $\sigma$  é definido de forma similar ao caso anterior

$$\sigma \equiv f_\pi \cos \left( \frac{\theta}{f_\pi} \right), \quad (3.53)$$

enquanto que o campo pseudoescalar-isovetorial  $\boldsymbol{\pi}$  é definido na forma

$$\boldsymbol{\pi} \equiv f_\pi \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{f_\pi} \right), \quad (3.54)$$

onde  $\hat{\boldsymbol{\phi}}$  é um vetor unitário no espaço de isospin que especifica a direção de  $\boldsymbol{\phi}$ . Similarmente ao caso anterior,

$$\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = f_\pi^2, \quad (3.55)$$

define a esfera quirial. Embora os campos mesônicos introduzidos sejam vinculados pela condição acima, há tratamentos formais que consideram estes campos como linearmente independentes (modelos sigma lineares).

Na obtenção destas expressões, é importante notar que, no caso de uma simetria quirial global no espaço de isospin,

$$\begin{aligned} \exp \left( \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi} \right) &= 1 + \left( i \gamma_5 \frac{\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} \right) - \frac{1}{2!} \left( i \gamma_5 \frac{\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} \right)^2 - \frac{1}{3!} \left( i \gamma_5 \frac{\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} \right)^3 + \dots \\ &= 1 + i \gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \left( \frac{\phi}{f_\pi} \right) - \frac{1}{2!} \left( \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \right)^2 \left( \frac{\phi}{f_\pi} \right)^2 - \frac{1}{3!} \left( \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \right)^3 \left( \frac{\phi}{f_\pi} \right)^3 + \dots \\ &= \cos \frac{\theta}{2} - i \gamma_5 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Na obtenção destas expressões usamos as identidades

$$(i \gamma_5)^m = 1 \quad , \quad \left( \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \right)^m = 1, \quad (3.57)$$

com  $m = \text{par}$  e

$$(i \gamma_5)^m = (i \gamma_5) \quad , \quad \left( \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \right)^m = \left( \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \right), \quad (3.58)$$

para  $m = \text{ímpar}$ . Ademais, nestas expressões,  $\boldsymbol{\phi} = \hat{\boldsymbol{\phi}} \phi$ .

### 3.5.3 Estado Ressonante no Setor Escalar-Isoscalar Mesônico Leve

No tratamento considerado na seção anterior, o méson  $\sigma$  representaria a combinação da troca de dois mésons  $\boldsymbol{\pi}$  pseudoescalares-isoscalares, podendo *decair* como

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow \pi^0 + \pi^0; \\ &\rightarrow \pi^- + \pi^+. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Evidentemente, razões de simetria levam à questão: não seria possível a existência de um estado ressonante de natureza escalar-isoscalar leve que representaria um *parceiro quirial* do méson pseudoescalar-isoscalar  $\boldsymbol{\pi}$ , cuja realização estivesse associada aos estados ressonantes  $\pi^0\pi^+$  ou  $\pi^0\pi^-$ ? Isto levaria à questão adicional: sua existência seria

plausível com a conservação de simetria quirial? A existência de tal estado ressonante representa um dos mais interessantes tópicos de estudo no campo da CDQ, tendo como base a concepção de quebra espontânea de simetria quirial. As predições teóricas da CDQ, fundamentadas nessa concepção, indicam a existência de um estado ressonante, de natureza escalar-isovetorial[82, 83], estado este que apresentaria degenerescência em massa correspondentemente ao méson  $\sigma$ , de uma forma similar à degenerescência em massa apresentada pelos mésons  $\omega$  e  $\rho$ . A existência deste méson estaria associada, segundo as predições, ao bóson de Higgs, cuja verificação experimental por sua vez tem se mostrado muito elusiva<sup>4</sup>. Nesta tese, não pretendemos apresentar argumentos definitivos sobre a existência ou não deste novo estado ressonante. Consideraremos porém, no estudo a seguir, este estado ressonante como equivalente à presença de um méson real de natureza escalar-isovetorial. Nossa intenção neste trabalho é, como vimos, desenvolver um modelo efetivo para a matéria nuclear, com vistas à descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares, por meio de uma formulação lagrangeana que busca *exaurir o espaço de fase* dos campos mesônicos e que apresente assim alto grau de consistência com o conceito de *naturalidade*. Evidentemente, a presença deste méson também contribui para este propósito de exaurir esse espaço de fase, especialmente no que se refere ao setor mesônico mais leve e à quebra de simetria de isospin. Ainda assim, mostramos a seguir, por meio de um tratamento formal similar àquele apresentado anteriormente, *argumentos de plausibilidade* para a existência de um estado com esta natureza.

Neste sentido, tendo como base o tratamento anterior, propomos uma nova formulação para o lagrangeano de interação entre os bárions, expressão esta que contém, diferentemente do caso anterior, dois campos subsidiários, representados por  $\chi$  e  $\phi$ :

$$\bar{\psi}(x) \exp \left[ -\frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\chi}) \cdot (\boldsymbol{\chi} \times \boldsymbol{\phi}) \right] \psi(x) = \bar{\psi}(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\boldsymbol{\chi} \times \boldsymbol{\tau}) \cdot (\boldsymbol{\chi} \times \boldsymbol{\phi}) \right] \psi(x). \quad (3.60)$$

Usando a identidade vetorial

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{c}) = a^2 (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}), \quad (3.61)$$

podemos escrever a expressão anterior do lagrangeano de interação na forma

$$\bar{\psi}(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi^2 (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}) (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right] \psi(x). \quad (3.62)$$

---

<sup>4</sup>O bóson de Higgs é uma partícula elementar escalar maciça hipotética cujas predições são fundamentais para validar o chamado *modelo padrão* das partículas elementares. É a única partícula do modelo padrão ainda não observada. Sua existência por outro lado representa a *chave* para explicar a origem da massa das demais partículas elementares.

Esse lagrangeano de interação se transforma, frente à transformação quiral, como

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{int} &= \bar{\psi}'(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')) \right] \psi'(x) \\ &= \bar{\psi}(x) \exp \left[ -i\gamma_5 \frac{\boldsymbol{\theta}}{2} \cdot \boldsymbol{\tau} + \left( \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')) \right) - i\gamma_5 \frac{\boldsymbol{\theta}}{2} \cdot \boldsymbol{\tau} \right] \psi(x).\end{aligned}\quad (3.63)$$

Esta formulação permanece invariante frente à transformação quiral, se

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{int} &= \bar{\psi}(x) \exp \left[ -i\gamma_5 \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau} + \left( \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')) \right) \right] \psi(x) \\ &\rightarrow \mathcal{L}_{int} = \bar{\psi}(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi})(\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right] \psi(x),\end{aligned}\quad (3.64)$$

o que leva à condição

$$\left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi})(\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right] = \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 ((\chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')) \right] - i\gamma_5 \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau}.$$

Podemos reescrever esta expressão na forma

$$i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \left[ \frac{1}{f_\pi} (\chi'^2 \boldsymbol{\phi}' - \boldsymbol{\chi}'(\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')) - \boldsymbol{\theta} \right] = i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \left[ \frac{1}{f_\pi} (\chi^2 \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right], \quad (3.65)$$

levando à condição abaixo para que a simetria quiral seja satisfeita

$$\chi'^2 \boldsymbol{\phi}' - \boldsymbol{\chi}'(\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}') = f_\pi \boldsymbol{\theta} + \chi^2 \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi}). \quad (3.66)$$

É interessante notar que, sendo as condições abaixo satisfeitas

$$\chi^2 \rightarrow 1, \quad \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi} = 0, \quad (3.67)$$

esta expressão se reduz à forma usual da transformação quiral global no espaço de isospin.

Escrevemos o lagrangeano de interação na forma

$$\mathcal{L}_{int} = \bar{\psi}(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 \chi^2 (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) \right] \exp \left[ -\frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi})(\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi}) \right] \psi(x). \quad (3.68)$$

O primeiro termo exponencial desta expressão pode ser expandido como

$$\begin{aligned}\exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi^2 (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi})) \right] &= 1 + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \left( \frac{\chi^2 \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2!} \left( \frac{\chi^2 \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} \right)^2 - \frac{1}{3!} i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \left( \frac{\chi^2 \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} \right)^3 + \dots \\ &= \cos \left( \frac{\chi^2 \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} \right) + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\chi^2 \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} \right).\end{aligned}\quad (3.69)$$

O segundo termo exponencial da expressão do lagrangeano de interação se reduz a

$$\begin{aligned} \exp \left[ -\frac{i}{f_\pi} \gamma_5 ((\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi})(\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right] &= 1 + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2!} \left( \frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi} \right)^2 - \frac{1}{3!} i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \left( \frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi} \right)^3 + \dots \\ &= \cos \left( \frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi} \right) + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi} \right), \end{aligned} \quad (3.70)$$

onde  $\boldsymbol{\chi} = \hat{\boldsymbol{\chi}}\chi$  e  $\phi_\chi = \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi}$ . Definimos os campos mesônicos

$$\begin{aligned} \sigma_a &\equiv f_\pi^{1/2} \cos \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right); & \boldsymbol{\pi}_a &\equiv f_\pi^{1/2} \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right) \\ \sigma_b &\equiv f_\pi^{1/2} \cos \left( \frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi} \right); & \boldsymbol{\pi}_b &\equiv f_\pi^{1/2} \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi} \right). \end{aligned} \quad (3.71)$$

Combinando estas expressões, juntamente com a identidade vetorial

$$(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\tau})(\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\tau}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i \boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}), \quad (3.72)$$

e, fazendo as seguintes identificações

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_a \sigma_b - \boldsymbol{\pi}_a \cdot \boldsymbol{\pi}_b, \\ \boldsymbol{\pi} &= \sigma_a \boldsymbol{\pi}_b + \sigma_b \boldsymbol{\pi}_a, \\ \boldsymbol{\varsigma} &= -\boldsymbol{\pi}_a \times \boldsymbol{\pi}_b = \boldsymbol{\pi}_b \times \boldsymbol{\pi}_a. \end{aligned} \quad (3.73)$$

obtemos o lagrangeano de interação, em uma forma não linear e invariante quiral no espaço de isospin, representado na forma

$$\bar{\psi}(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\boldsymbol{\chi} \times \boldsymbol{\tau}) \cdot (\boldsymbol{\chi} \times \boldsymbol{\phi}) \right] \psi(x) = \frac{1}{f_\pi} \bar{\psi}(x) (\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma}) \psi(x). \quad (3.74)$$

Este resultado demonstra a *viabilidade quiral* da existência de um méson escalar-isovetorial leve, com massa da ordem da massa do méson sigma. Na realidade, estes resultados demonstrariam a possibilidade adicional da existência de dois mésons escalares-isoescalares. Consideramos neste texto, evocando razões de consistência, que o campo do méson escalar-isoescalar  $f_0(600)$  encontrado na literatura[84] corresponde a uma composição entre os campos dos estados  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$ ,  $\boldsymbol{\pi}_a$  e  $\boldsymbol{\pi}_b$ . Um aspecto interessante a ser ressaltado é que podemos escrever as expressões que definem os campos mesônicos

$\sigma$ ,  $\boldsymbol{\pi}$  e  $\boldsymbol{\varsigma}$  na forma

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_a \sigma_b - \boldsymbol{\pi}_a \cdot \boldsymbol{\pi}_b = f_\pi \left( \cos\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) - \hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right); \\ \boldsymbol{\pi} &= \sigma_a \boldsymbol{\pi}_b + \sigma_b \boldsymbol{\pi}_a = f_\pi \left( \hat{\boldsymbol{\chi}} \cos\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) + \hat{\boldsymbol{\phi}} \cos\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \right); \\ \boldsymbol{\varsigma} &= -\boldsymbol{\pi}_a \times \boldsymbol{\pi}_b = \boldsymbol{\pi}_b \times \boldsymbol{\pi}_a = f_\pi \hat{\boldsymbol{\chi}} \times \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right).\end{aligned}\quad (3.75)$$

E em sendo as condições abaixo satisfeitas

$$\chi^2 \rightarrow 1 ; \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi} = 0 ; \phi_\chi = \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi} = 0 , \quad (3.76)$$

esta expressão se reduz à forma usual da transformação quirial global no espaço de isospin:

$$\sigma = f_\pi \cos\left(\frac{\phi}{f_\pi}\right) ; \boldsymbol{\pi} = \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{f_\pi}\right) ; \boldsymbol{\varsigma} = 0 . \quad (3.77)$$

Da expressão (3.75), obtemos

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= f_\pi^2 \left( \cos^2\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos^2\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) - 2\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right. \\ &\quad \left. \times \cos\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}^2\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right); \end{aligned}\quad (3.78)$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\pi}^2 &= f_\pi^2 \left( \cos^2\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}^2\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) + 2\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right. \\ &\quad \left. \times \cos\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos^2\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right).\end{aligned}\quad (3.79)$$

$$(3.80)$$

Destas expressões resulta que, similarmente ao caso anterior:

$$\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = f_\pi^2 . \quad (3.81)$$

Esta condição, como vimos, que define o chamado *círculo quirial*, caracteriza o fato de que a transformação quirial representa, por meio da *realização* dos mésons  $\sigma$  e  $\boldsymbol{\pi}$ , uma rotação em torno de um círculo de raio  $f_\pi$  considerando-se o plano subentendido por  $(\sigma - \boldsymbol{\pi})$ . Neste contexto, como afirmamos anteriormente, estes campos não são independentes, sendo vinculados pela condição acima exposta. Por outro lado, o novo campo escalar-isovetorial introduzido nesta formulação,  $\boldsymbol{\varsigma}$ , é ortogonal ao plano  $(\sigma - \boldsymbol{\pi})$ . Portanto, à medida em que os campos  $\sigma$  e  $\boldsymbol{\pi}$  rotam em torno do círculo caracterizado pela condição  $\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = f_\pi^2$ , realizando assim a simetria quirial, a amplitude do *novo campo mesônico* permanece também invariante.

### 3.5.4 Estimativa da Massa do Estado Ressonante $\varsigma$

A massa do pión, no limite em que a simetria quiral é exatamente satisfeita, é nula. O valor de sua massa física representa uma medida característica da quebra de simetria quiral. O mesmo argumento pode ser utilizado para a massa do quark constituinte do setor não-estranho

$$\hat{m} = \frac{(m_u + m_d)}{2} = 337,5 \text{ MeV} , \quad (3.82)$$

em que  $m_u = 335,5 \text{ MeV}$  ;  $m_d = 339,5 \text{ MeV}$ .

A massa do quark constituinte  $\hat{m}$  pode ser decomposta por sua vez em uma parte dinâmica,  $m_{din}$ , associada com a interação forte combinada com a simetria quiral e uma parte, menos relevante, denominada de *massa de corrente*,  $m_{corr}$ , associada à quebra de simetria quiral no setor eletrofraco, tal que

$$\hat{m} = m_{din} + m_{corr} . \quad (3.83)$$

A massa dinâmica do quark constituinte pode ser equivalentemente estimada por meio das relações [85]:

- $m_{din} \sim \frac{M}{3} = 313 \text{ MeV}$ , onde  $M$  representa a massa do núcleon;
- $m_{din} \sim \frac{\hbar c}{r_\pi^q} = 313 \text{ MeV}$ , onde  $r_\pi^q = 0,63 \text{ fm}$  é o raio de carga do pión no limite quiral;
- $m_{din} = [\alpha_s(\Lambda) \frac{4\pi}{3} \langle -\bar{q}q \rangle]^{1/3} \sim 313 \text{ MeV}$ , usando a CDQ na *região do infravermelho*,  $\alpha_s = 0,5$ , para  $\Lambda = 1 \text{ GeV}$  e ainda o valor  $\langle -\bar{q}q \rangle \sim (245 \text{ MeV})^3$  para o condensado de quarks.

O valor da massa de corrente presentemente adotado pelo *Particle Data Group* [84] é dado por

$$m_{corr} = \frac{(f_\pi m_\pi)^2}{2 \langle -\bar{q}q \rangle} \sim 5,5 \text{ MeV} . \quad (3.84)$$

Estabelecemos a seguir uma estimativa para a massa do méson  $\varsigma$ . Neste sentido, lembramos inicialmente que uma estimativa da massa do méson  $\sigma$  é dada, no contexto da quebra espontânea de simetria quiral, por [82]

$$m_\sigma = 2 \times m_{din} \sim 616 \text{ MeV} . \quad (3.85)$$

Posteriormente, partimos do pressuposto que a constituição do méson  $\varsigma$ , do tipo  $\bar{q}q$ , contempla estados de quarks que podem ser decompostos, como vimos, em uma parte caracterizada por uma massa dinâmica,  $m_{din}$ , e outra por uma massa de corrente,  $m_{corr}$ . Obtemos assim, a partir dos resultados anteriores para  $m_{din}$  e  $m_{corr}$ :

$$\varsigma = 2 \times \hat{m} = 2 \times (m_{din} + m_{corr}) = 637 \text{ MeV} ; m_{din} = 313 \text{ MeV} ; m_{corr} = 5,5 \text{ MeV} . \quad (3.86)$$

O passo seguinte nesta formulação visa estabelecermos um modelo lagrangeano relativístico que contemple a inclusão do méson escalar-isovetorial  $\varsigma$  e calcularmos, a partir daí, a massa efetiva dos núcleons, o que será realizado na próxima seção, comparando-se então as previsões correspondentes com os resultados acima descritos na determinação da anomalia Nolen-Schiffer.

## 3.6 Anomalia Nolen-Schiffer - II

### 3.6.1 Densidade Lagrangeana

Nesta seção estudamos as implicações da presença de um estado ressonante de natureza escalar-isovetorial leve, representado pelo *campo mesônico*  $\varsigma$ , na descrição da anomalia Nolen-Schiffer. E propomos, em nossa investigação, uma formulação dinâmica, cuja densidade lagrangeana de interação é dada por

$$\mathcal{L}_{int} = \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right) \bar{\psi}_B \Gamma \psi_B, \quad (3.87)$$

onde os operadores  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  e  $\Gamma$  representam, respectivamente, as matrizes de isospin de Pauli e um escalar de Lorentz (por exemplo  $\Gamma = i\gamma_\mu \partial^\mu$ ). Maiores detalhes da formulação apresentada nesta seção poderão ser encontrados no capítulo seguinte. Em particular, as propriedades dos campos considerados nesta formulação são apresentadas na tabela 4.1.

O princípio da mínima ação aplicado à densidade lagrangeana do modelo, possibilita a obtenção das equações de movimento dos campos dos mésons, dos bárions e dos léptons, similarmente ao que vimos no capítulo anterior. Particularmente, mostramos abaixo as equações de movimento correspondentes aos mésons  $\boldsymbol{\varsigma}$  e  $\boldsymbol{\delta}$ :

$$\partial_\mu \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} + m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma} = \frac{1}{2} \sum_B g_{\varsigma_B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau} \psi_B; \quad (3.88)$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \boldsymbol{\delta} + m_\delta^2 \boldsymbol{\delta} = \frac{1}{2} \sum_B g_{\delta_B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau} \psi_B, \quad (3.89)$$

onde cada uma das três componentes dos campos dos mésons  $\boldsymbol{\varsigma}$  e  $\boldsymbol{\delta}$  obedece a uma equação do tipo de Klein-Gordon com um termo de fonte de natureza escalar-isovetorial de Lorentz,  $\bar{\psi}_B \tau_i \psi_B$ .

Antecipamos a seguir detalhes dos cálculos que serão apresentados no capítulo seguinte:

- na aproximação de campo médio, podemos introduzir as seguintes definições,

para a amplitude de um *méson efetivo* que será representado por  $\delta^*$

$$\frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta_3^{*2} \equiv \frac{1}{2}m_{\delta}^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_{\zeta}^2\zeta_3^2, \quad (3.90)$$

que representa o efeito de amplificação do méson  $\delta$  que antecipamos neste capítulo,

- e para a constante de acoplamento efetiva correspondente:

$$\left(\frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}}\right)^2 = \left(\frac{g_{\delta}}{m_{\delta}}\right)^2 + \left(\frac{g_{\zeta}}{m_{\zeta}}\right)^2; \quad (3.91)$$

- a massa efetiva dos núcleons é dada neste modelo por

$$M_N^* \equiv M_N m_N^* = M_N \left(1 + \frac{g_{\sigma}\sigma_0 + I_{3_N} g_{\delta}^* \delta_3^*}{M_N}\right)^{-1}, \quad (3.92)$$

onde o índice  $N = p, n$  refere-se a prótons e a nêutrons,  $I_{3_N}$  representa a terceira componente de isospin do núcleon,  $I_{3_p} = 1/2$  e  $I_{3_n} = -1/2$ , e as massas de repouso dos prótons e dos nêutrons são respectivamente:  $M_p = 938,272 \text{ MeV}$  e  $M_n = 939,566 \text{ MeV}$ ;

- os condensados mesônicos que compõem a expressão acima são dados, na aproximação de campo médio, por:

$$\begin{aligned} g_{\sigma} \sigma_0 &= f_{\sigma} \left( \frac{m_p^{*2}}{\pi^2} \int_0^{k_{F_p}} \frac{M_p^* k^2 dk}{\sqrt{k^2 + M_p^{*2}}} + \frac{m_n^{*2}}{\pi^2} \int_0^{k_{F_n}} \frac{M_n^* k^2 dk}{\sqrt{k^2 + M_n^{*2}}} \right), \\ g_{\delta^*} \delta_3^* &= f_{\delta^*} \left( \frac{1}{2} \frac{m_p^{*2}}{\pi^2} \int_0^{k_{F_p}} \frac{M_p^* k^2 dk}{\sqrt{k^2 + M_p^{*2}}} - \frac{1}{2} \frac{m_n^{*2}}{\pi^2} \int_0^{k_{F_n}} \frac{M_n^* k^2 dk}{\sqrt{k^2 + M_n^{*2}}} \right), \end{aligned} \quad (3.93)$$

onde  $k_{F_p}$  e  $k_{F_n}$  representam os momenta de Fermi dos prótons e dos nêutrons, respectivamente;

- as constantes de acoplamento correspondentes são representadas por

$$f_{\sigma} = \left(\frac{g_{\sigma}}{m_{\sigma}}\right)^2, \quad f_{\delta^*} = \left(\frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}}\right)^2. \quad (3.94)$$

Como veremos no capítulo seguinte

$$f_{\delta^*} = f_{\delta} + f_{\zeta} = \left(\frac{g_{\delta}}{m_{\delta}}\right)^2 + \left(\frac{g_{\zeta}}{m_{\zeta}}\right)^2, \quad (3.95)$$

onde  $g_{\delta}$ ,  $g_{\zeta}$ ,  $m_{\delta}$  e  $m_{\zeta}$  são as constantes de acoplamento dos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  com suas respectivas massas de repouso. Na equação acima adotamos para a constante de acoplamento  $f_{\delta}$  o valor  $2,5 fm^2$ , obtido através do potencial de Bonn. A razão  $f_{\sigma}$

é determinada, de modo padrão, por meio do ajuste das propriedades de equilíbrio da matéria nuclear simétrica [32, 34, 39], enquanto a razão  $f_{\delta^*}$  é determinada por meio da descrição da anomalia NS.

### 3.6.2 Estado Ressonante $\varsigma$ e Anomalia Nolen-Schiffer

Consideramos então no cálculo da anomalia Nolen-Schiffer, que o estado ressonante  $\varsigma$  representa uma amplificação da amplitude do méson  $\delta$  incorporando seus efeitos neste último e introduzindo como vimos um *novo* méson representado por  $\delta^*$ .

Na determinação da correspondente constante de acoplamento  $f_{\delta^*}$  utilizamos o seguinte algoritmo:

1. fixamos um determinado par de núcleos espelho com um número de massa  $A$ ;
2. determinamos a variação da densidade de prótons e nêutrons com o raio nuclear por meio da expressão (3.13);
3. escolhemos um *valor de entrada* para  $f_{\delta^*}$ ;
4. determinamos os valores dos *condensados mesônicos* em função do raio nuclear, ou seja,  $\sigma_0 = \sigma_0(r)$  e  $\delta_3^* = \delta_3^*(r)$ ;
5. calculamos a massa efetiva dos núcleons para cada valor do raio nuclear;
6. determinamos o valor da anomalia NS;
7. retornamos ao item 3.

Utilizando este algoritmo determinamos como a anomalia NS varia com  $f_{\delta^*}$  e repetimos o mesmo procedimento para os outros pares de núcleos espelho. Após, determinamos o valor de  $f_{\delta^*}$  que melhor ajusta os resultados experimentais por meio da função  $\chi$ -quadrado [34]

$$\chi^2 = \sum_X \left( \frac{X_{\text{teórico}} - X_{\text{experimental}}}{W X_{\text{experimental}}} \right)^2, \quad (3.96)$$

onde  $X$  representa um determinado observável e  $W$  a correspondente função peso.

Na expressão (3.96) o simbolo  $X_{\text{teórico}}$  representa o valor para a anomalia Nolen-Schiffer determinado teoricamente por meio do modelo ZMM e  $X_{\text{experimental}}$  o seu respectivo valor experimental. Utilizando-se o algoritmo descrito acima foi possível determinarmos uma forma funcional, por meio de um ajuste de curvas; a função assim obtida descreve, para cada par de núcleos espelhos, identificados pelo número de massa  $A$ , o valor da anomalia NS em função do parâmetro  $f_{\delta^*}$ . Definimos então uma função  $X_A^{th} = X_A^{th}(f_{\delta^*})$ , que representa o valor teórico da anomalia NS para um par de

Tabela 3.2: Resultados para a anomalia Nolen-Schiffer utilizando-se o modelo desenvolvido nesta tese (todas as quantidades estão em unidades  $MeV$ ).

| Núcleos                         | $\langle M_p^* \rangle$ | $\Delta \langle M_{np}^{*(1)} \rangle$ | $\Delta \langle M_{np}^{*(2)} \rangle$ | $\langle \Delta_{MRWY}^{ANS} \rangle$ | $\langle \Delta_{tese}^{ANS} \rangle$ | $\langle \Delta_{exp}^{ANS} \rangle$ |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| $^{15}\text{O}-^{15}\text{N}$   | 857,267                 | -1,9855                                | 2,1152                                 | 4,02                                  | 1,1826                                | $0,16 \pm 0,04$                      |
| $^{17}\text{F}-^{17}\text{O}$   | 879,993                 | -2,7074                                | 0,1821                                 | 5,33                                  | 3,8494                                | $0,31 \pm 0,04$                      |
| $^{39}\text{Ca}-^{39}\text{K}$  | 846,302                 | -3,2882                                | 1,5585                                 | 7,75                                  | 3,0575                                | $0,22 \pm 0,08$                      |
| $^{41}\text{Sc}-^{41}\text{Ca}$ | 866,168                 | -4,2752                                | 0,6971                                 | 9,44                                  | 4,9109                                | $0,59 \pm 0,08$                      |

núcleos espelho de número de massa  $A$ , em função do parâmetro  $f_{\delta^*}$ . Assim, os nossos resultados podem ser sintetizados como:

$$\begin{aligned}
 X_{15}^{th} &= 1,98101 \text{ MeV} - 0,16426 \text{ MeV fm}^{-2} f_{\delta^*}, & X_{15}^{exp} &= 0,16 \text{ MeV}, \\
 X_{17}^{th} &= 2,77073 \text{ MeV} + 0,22145 \text{ MeV fm}^{-2} f_{\delta^*}, & X_{17}^{exp} &= 0,31 \text{ MeV}, \\
 X_{39}^{th} &= 3,31514 \text{ MeV} - 0,05328 \text{ MeV fm}^{-2} f_{\delta^*}, & X_{39}^{exp} &= 0,22 \text{ MeV}, \\
 X_{41}^{th} &= 4,33541 \text{ MeV} + 0,11745 \text{ MeV fm}^{-2} f_{\delta^*}, & X_{41}^{exp} &= 0,59 \text{ MeV}; \quad (3.97)
 \end{aligned}$$

nestas expressões  $X_A^{exp}$  representa o valor experimental da anomalia NS. Substituindo-se estas expressões na equação (3.96) e determinando o seu valor mínimo, obtemos o valor para  $f_{\delta^*}$  que melhor ajusta os dados experimentais com os teóricos (ver a figura (3.5)).

### 3.6.3 Resultados

Apresentamos a seguir os resultados obtidos para a anomalia Nolen-Schiffer utilizando o modelo que propomos nesta tese. Os parâmetros escolhidos para este modelo, que descreve as propriedades de núcleo finito por meio de uma formulação da matéria nuclear simétrica, são os seguintes:  $f_\sigma = 7,118 \text{ fm}^2$ ; massa efetiva do núcleon,  $M^* = 0,85M_N$ ; módulo de incompressibilidade,  $K = 225 \text{ MeV}$ . O valor

$$f_{\delta^*} = 4.8 \text{ fm}^2, \quad (3.98)$$

é o que melhor ajusta os resultados experimentais. A tabela (3.2) apresenta os resultados obtidos para a anomalia NS com o modelo desenvolvido nesta tese. As figuras (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) e (3.5) mostram os resultados obtidos com o modelo desenvolvido nesta seção para o comportamento das seguintes grandezas: momentum de Fermi (fig. (3.1)), condensado de mésons  $\delta$  (fig. (3.2)), condensado de mésons  $\sigma$  (fig. (3.3)) e diferença entre as massas efetivas dos nêutrons e dos prótons (fig. (3.4)), em função do raio nuclear para os núcleos espelho considerados neste trabalho, função  $\chi^2$  em função de  $f_{\delta^*}$  (fig. (3.5)). É importante salientar que, para o valor  $f_{\delta^*} = 0$  dessa constante, não há contribuição de mésons isovetoriais-escalares ao sistema; para  $f_{\delta^*} = 2,5 \text{ fm}^2$  somente o mésons  $\delta(980 \text{ MeV})$  contribui para a *dinâmica* do sistema; finalmente, para

$f_{\delta^*} > 2,5 fm^2$ , ocorrem contribuições do méson  $\delta(980 MeV)$ .

Em nossa breve abordagem do problema da anomalia Nolen-Schiffer, é importante ressaltarmos que a descrição teórica que utilizamos é baseada no modelo de matéria nuclear. Criado nos anos 50 e discutido no capítulo anterior, o modelo da matéria nuclear representa até hoje uma das mais importantes formulações no estudo de núcleos e de estrelas de nêutrons. Nesse modelo nuclear hipotético, basicamente constituído por uma fração fixa de prótons e nêutrons, não há, no limite  $A \rightarrow \infty$ , superfície nuclear e a interação de Coulomb entre os prótons é nele desconsiderada. Originalmente criado de forma a simplificar a descrição de sistemas físicos de muitos corpos fortemente interagentes, o modelo da *matéria nuclear infinita* representa uma excelente aproximação para a física de estrelas de nêutrons, que contém cerca de  $10^{57}$  partículas, e na física que descreve as reações de núcleos pesados. Embora possa parecer surpreendente, a concepção de matéria nuclear infinita aplicada ao estudo de núcleos finitos apresenta resultados, algumas vezes, em bom acordo com a fenomenologia.

Este é o caso da presente descrição da anomalia Nolen-Schiffer por meio do modelo proposto nesta seção. Os resultados obtidos neste trabalho, apesar das limitações do modelo considerado, como vimos, apresentam um expressivo aprimoramento na descrição da anomalia Nolen-Schiffer quando comparados aos correspondentes resultados do modelo desenvolvido recentemente (no ano de 2008) por U.G. Meissner, A.M. Rakhimov, A. Wirzba e U.T. Yakhsiev (MRWY) [69]. Em primeiro lugar porque nossos resultados apresentam percentuais de melhoramento na descrição da anomalia Nolen-Schiffer que variam entre 80% e 320%. Em segundo lugar porque o ordenamento dos resultados obtidos em nosso trabalho está em conformidade com o ordenamento dos dados experimentais, diferentemente dos resultados obtidos pelos autores supra mencionados. Em especial, nossas previsões para o ordenamento dos dados experimentais da anomalia Nolen-Schiffer contemplam o conhecido *crescimento anômalo*, ou seja, que  $\Delta_{ANS}$  não cresce necessariamente com o número de massa, pois  $\Delta_{ANS}$  é menor para os núcleos  $^{39}Ca - ^{39}K$  em comparação aos núcleos  $^{17}F - ^{17}O$ .

Evidentemente, não é demais reafirmar, que o modelo proposto nesta tese necessita aprimoramentos com vistas à descrição da anomalia Nolen-Schiffer, na medida em são os núcleons de valência que efetivamente contribuem para sua realização. E em um modelo como o proposto, em que consideramos a descrição de propriedades de núcleos finitos utilizando o conceito de matéria nuclear, em que prótons e nêutrons são comprimidos ao ponto de formarem um gás de Fermi, a região superficial nuclear ocupa, como salientamos anteriormente, papel de menor relevância em comparação às demais regiões nucleares. Em realidade, o propósito do modelo que consideramos nesta tese era de avaliar, ainda que de maneira preliminar, a consistência, do ponto de vista da descrição da anomalia Nolen-Schiffer, da presença de um campo mesônico leve de natureza escalar-isovetorial. Neste sentido, é nossa compreensão que duas propriedades concorrem simultaneamente para a melhoria dos resultados obtidos na presente descrição da anomalia Nolen-Schiffer. A primeira se deve ao comportamento das densidades dos núcleos considerados neste trabalho, que são, em boa aproximação, constantes, ex-

ceto por uma região delgada que caracteriza o raio nuclear. E a segunda, relacionada à primeira, se deve ao fato de que é praticamente nesta região que os efeitos *dinâmicos* dos mésons  $\delta$  e  $\sigma$  se materializam. Portanto, na prática e em boa aproximação, as limitações intrínsecas ao modelo de matéria nuclear se revelam, no tratamento dos núcleos considerados neste trabalho, menos relevantes. Ainda assim, embora fora do escopo primordial desta tese, acreditamos que uma formulação mais condizente com a natureza de núcleos finitos deve ser adotada com vistas a superação das limitações das formulações mais tradicionais.

No capítulo seguinte, estimulados pelos resultados apresentados nesta seção, e dando prosseguimento aos propósitos destas tese, ampliamos o escopo do modelo efetivo para a matéria nuclear apresentado nesse capítulo, de modo que o tratamento formal contemple a presença do octeto bariônico fundamental completo e dos campos dos *mésons estranhos*  $\sigma^*$  e  $\phi$ . Este modelo *estendido* é utilizado então no estudo de propriedades globais estáticas de estrelas de nêutrons e de pulsares.

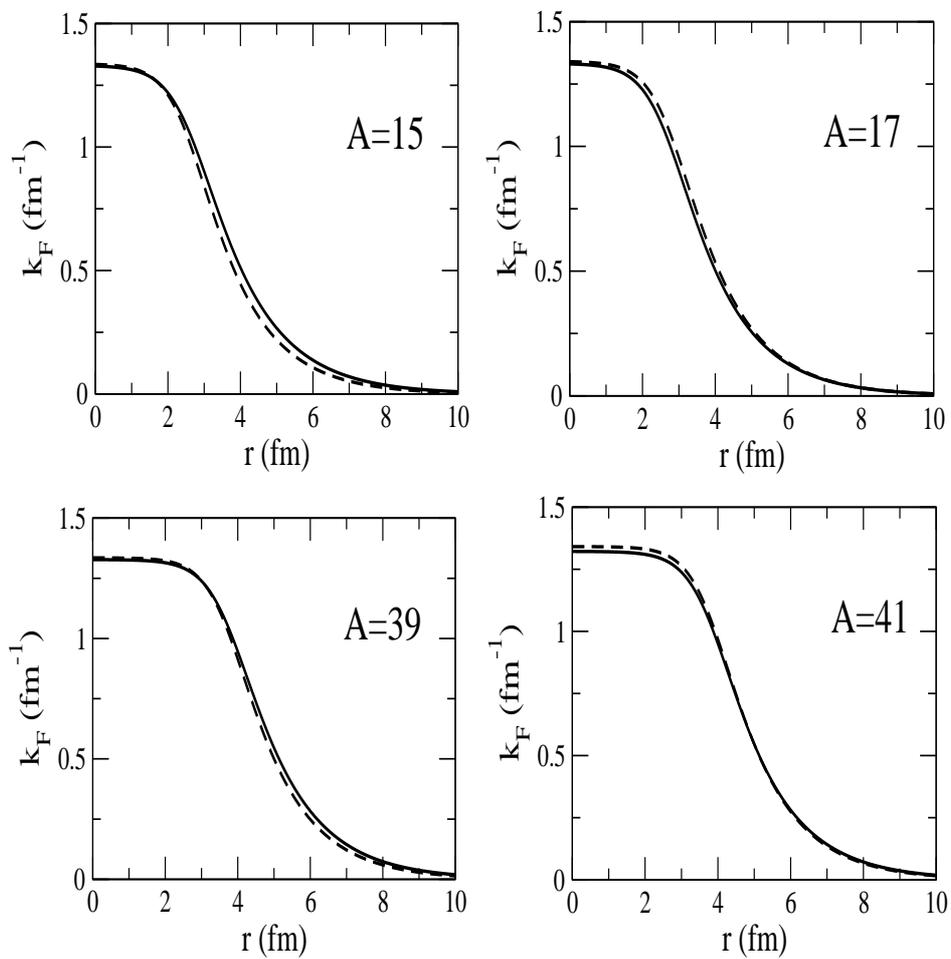


Figura 3.1: Momentum de Fermi em função do raio nuclear para os diferentes núcleos-espelho considerados neste trabalho (linhas cheias representam os prótons de valência e as pontilhadas os nêutrons de valencia).

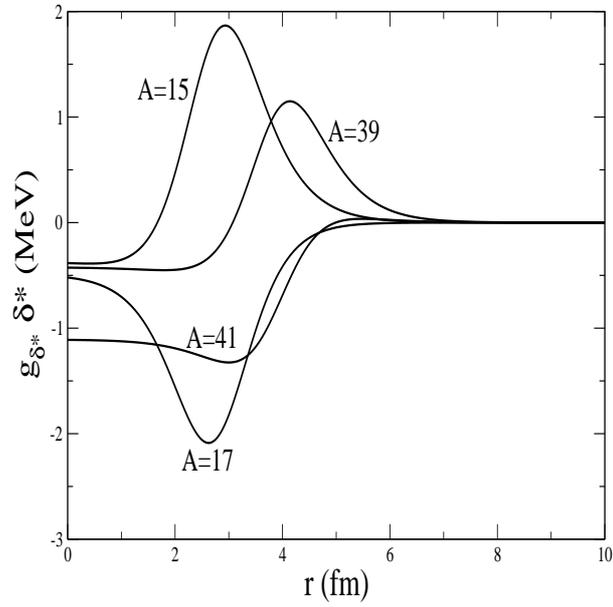


Figura 3.2: Condensado dos mésons  $\delta^*$  em função do raio nuclear para os diferentes núcleos-espelho considerados neste trabalho.

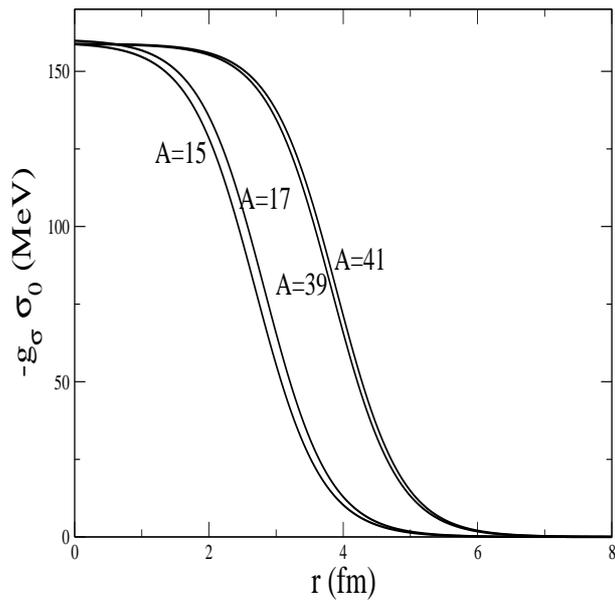


Figura 3.3: Condensado dos mésons  $\sigma$  em função do raio nuclear para os diferentes núcleos-espelho considerados neste trabalho.

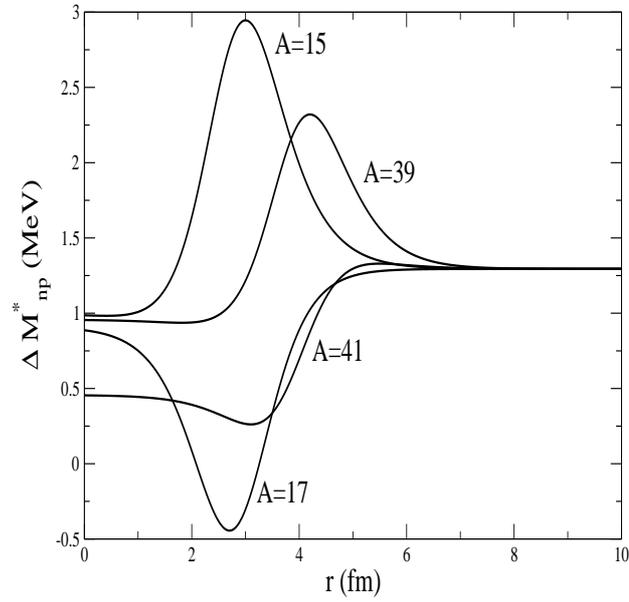


Figura 3.4: Diferença entre as massas efetivas dos nêutrons e a dos prótons de valência em função do raio nuclear para os diferentes núcleos-espelho considerados neste trabalho.

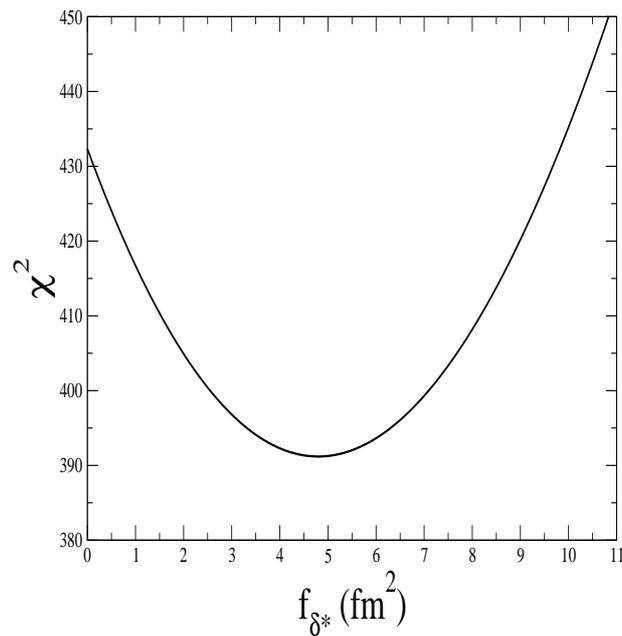


Figura 3.5: Função  $\chi^2$  em função de  $f_{\delta^*}$ .



# Capítulo 4

## Naturalidade e a Estrutura Interna das Estrelas de Nêutrons

O propósito desta tese, como vimos anteriormente, é realizar um estudo da matéria nuclear, com vistas à descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares, por meio de uma formulação lagrangeana que busca *exaurir o espaço de fase* dos campos bariônicos e mesônicos e que apresente desta forma consistência com a idéia de *naturalidade*, de modo a aprimorarmos a descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares. Nos modelos que desenvolvemos a seguir, consideramos acoplamentos de natureza não-linear envolvendo o octeto fundamental bariônico e os campos dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\varsigma$ ,  $\delta$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$ .

### 4.1 Densidade Lagrangeana: modelo ZM modificado

No capítulo anterior discutimos a possibilidade teórica da existência de um estado ressonante cujos números quânticos são equivalentes à presença de um méson escalar-isovetorial leve, representado por  $\varsigma$ . Nesta seção estudamos as implicações deste campo mesônico hipotético nas propriedades da matéria nuclear e das estrelas de nêutrons utilizando um modelo com acoplamento derivativo cuja densidade lagrangeana de interação é definida como:

$$\mathcal{L}_{int} = \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B^*} \sigma^* + g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right) \bar{\psi}_B \Gamma \psi_B, \quad (4.1)$$

onde os operadores  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  representam as matrizes de isospin de Pauli. Denominaremos esta formulação como modelo ZM modificado; nesta tese adotaremos a sigla ZMM para caracterizar este modelo. Nesta expressão, o escalar de Lorentz  $\Gamma$  contempla os seguintes termos

$$\Gamma = i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\phi_B} \gamma_\mu \phi^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho_B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu - g_{\omega_B} \gamma_\mu \omega^\mu - M_B. \quad (4.2)$$

Tabela 4.1: Propriedades fundamentais dos campos considerados na formulação lagrangeana (4.1).

| Campos        | Partículas                 | Constantes de acoplamento | Massa (MeV)              |
|---------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------|
| $\psi_B$      | Bárions                    | $N, \Lambda, \Sigma, \Xi$ | 939, 1116, 1193, 1318    |
| $\psi_l$      | Léptons                    | $e^-, \mu^-$              | 0,5, 106                 |
| $\sigma$      | Méson Isoescalar-Escalar   | $\sigma$                  | $g_{\sigma_B}$<br>550    |
| $\varsigma$   | Méson Isovetorial-Escalar  | $\varsigma$               | $g_{\varsigma_B}$<br>600 |
| $\delta$      | Méson Isovetorial-Escalar  | $a_0$                     | $g_{\delta_B}$<br>980    |
| $\omega_\mu$  | Méson Isoescalar-Vetorial  | $\omega$                  | $g_{\omega_B}$<br>782    |
| $\varrho_\mu$ | Méson Isovetorial-Vetorial | $\rho$                    | $g_{\varrho_B}$<br>770   |
| $\sigma^*$    | Meson Isoescalar-Escalar   | $f_0$                     | $g_{\sigma^*B}$<br>975   |
| $\phi_\mu$    | Meson Isoescalar-Vetorial  | $\phi$                    | $g_{\phi_B}$<br>1020     |

As propriedades dos campos considerados nessa formulação são apresentadas por sua vez na tabela (4.1).

A densidade lagrangeana relativística completa do modelo é dada por

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \sum_B \Lambda_B (\bar{\psi}_B i \gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - g_{\phi_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \phi^\mu - \frac{g_{\varrho_B}}{2} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \psi_B - g_{\omega_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \omega^\mu - \bar{\psi}_B M_B \psi_B) \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2}) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\varsigma} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} - m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma}^2) \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\delta} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta} - m_\delta^2 \boldsymbol{\delta}^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \\
 & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\varrho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \boldsymbol{\varrho}_\mu \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \\
 & + \sum_l \bar{\psi}_l (i \gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \tag{4.3}
 \end{aligned}$$

onde os índices  $B$  e  $l$  representam respectivamente as diferentes espécies bariônicas e leptônicas (elétrons e múons livres). Na expressão acima definimos

$$\Lambda_B = \sum_B \left[ \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B^*} \sigma^* + g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right) \right]. \tag{4.4}$$

É importante salientar que os mésons isoescalares são relacionados com a álgebra da teoria de grupos  $U(1)$ , enquanto os mésons isovetoriais são relacionados com a álgebra não comutativa da teoria de grupos  $SU(2)$ ; este aspecto é o responsável pela presença adicional de termos de auto-acoplamento dos mésons  $\varrho$  na expressão acima da densidade lagrangeana (4.3), termos estes que caracterizam interações de muitos corpos.

Introduzimos a seguir uma mudança de escala dos campos dos bárions, na forma

$$\psi_B \rightarrow \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B^*} \sigma^* + g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right)^{-1/2} \psi_B. \quad (4.5)$$

Utilizando esta mudança de escala, obtemos a expressão

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2}) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\varsigma} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} - m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma}^2) \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\delta} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta} - m_\delta^2 \boldsymbol{\delta}^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \\ & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \sum_B [\bar{\psi}_B i \gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - \bar{\psi}_B M_B m^* \psi_B - g_{\phi_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \phi^\mu \\ & - \frac{1}{2} g_{\rho_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \boldsymbol{\rho}^\mu \psi_B - g_{\omega_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \omega^\mu] + \sum_l \bar{\psi}_l (i \gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde

$$m_B^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma + g_{\sigma_B^*} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right)^{-1}. \quad (4.7)$$

A densidade lagrangeana resultante obtida ao substituírmos a definição (4.5) na equação (4.3), é fisicamente equivalente à formulação original. A introdução desta modificação implica porém em um reordenamento dos termos de interação da densidade lagrangeana que possibilita, por um lado, uma comparação mais direta com os modelos mais conhecidos da HDQ e, de outro, a utilização de metodologias convencionais da teoria de campos na solução do problema de muitos corpos em foco. Uma densidade lagrangeana alternativa para a descrição da matéria nuclear, contendo, de maneira similar ao formalismo introduzido nesta seção, um grau de liberdade de natureza escalar-isovetorial no *setor leve* dos mésons, e igualmente proposta pelo autor desta tese e colaboradores, pode ser encontrada na referência [53].

### 4.1.1 Equações de Movimento

Aplicando o princípio da mínima ação à densidade lagrangeana (4.6) obtemos as equações de movimento para os campos dos mésons, dos bárions e dos léptons. Estas equações são sintetizadas a seguir:

- mésons escalares-isovetoriais:

$$\partial_\mu \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} + m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma} = \frac{1}{2} \sum_B g_{\varsigma_B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau} \psi_B; \quad (4.8)$$

e

$$\partial_\mu \partial^\mu \boldsymbol{\delta} + m_\delta^2 \boldsymbol{\delta} = \frac{1}{2} \sum_B g_{\delta_B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau} \psi_B, \quad (4.9)$$

onde cada uma das três componentes dos campos dos mésons escalares-isovetoriais obedece a uma equação do tipo de Klein-Gordon com um termo de fonte escalar-isovetorial de Lorentz,  $\bar{\psi}_B \tau_i \psi_B$ ;

- mésons escalares-isoescalares:

$$\partial_\mu \partial^\mu \sigma + m_\sigma^2 \sigma = \sum_B g_{\sigma_B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \psi_B; \quad (4.10)$$

e

$$\partial_\mu \partial^\mu \sigma^* + m_\sigma^2 \sigma^* = \sum_{B \neq n,p} g_{\sigma_B^*} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \psi_B, \quad (4.11)$$

onde cada uma das equações dos campos escalares-isoescalares são do tipo Klein-Gordon com uma fonte escalar de Lorentz, a densidade escalar bariônica  $\bar{\psi}_B \psi_B$  (note-se que o méson *estranho*  $\sigma^*$  acopla-se apenas ao campo dos híperons);

- mésons vetoriais-isoescalares:

$$\partial_\nu \omega^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = \sum_B g_{\omega_B} \bar{\psi}_B \gamma^\mu \psi_B; \quad (4.12)$$

e

$$\partial_\nu \phi^{\nu\mu} + m_\phi^2 \phi^\mu = \sum_{B \neq n,p} g_{\phi_B} \bar{\psi}_B \gamma^\mu \psi_B, \quad (4.13)$$

que representam equações do tipo Proca massivas (forma relativística da equação de Maxwell com *fótons massivos*) com uma fonte vetorial de Lorentz, a corrente bariônica conservada  $B^\mu = \bar{\psi}_B \gamma^\mu \psi_B$  (note-se novamente que o campo do méson *estranho*  $\phi^\mu$  acopla-se apenas aos campos dos híperons);

- méson vetorial-isovetorial:

$$\partial_\nu \varrho^{\nu\mu} + m_\varrho^2 \varrho^\mu = \frac{1}{2} \sum_B g_{\varrho_B} \bar{\psi}_B \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi_B, \quad (4.14)$$

que representa, para cada uma das três componentes do campo  $\varrho_i^\mu$ , uma equação do tipo Proca massiva com uma fonte vetorial-isovetorial de Lorentz,  $\bar{\psi}_B \gamma^\mu \tau_i \psi_B$ ;

- bárions (núcleons e híperons):

$$\gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - g_{\omega_B} \gamma_\mu \omega^\mu \psi_B - \frac{1}{2} g_{\varrho_B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \psi_B - M_B^* \psi_B = 0, \quad (4.15)$$

que representa uma equação de Dirac, modificada, com uma massa efetiva bariônica  $M_B^* \equiv M_B m_B^*$ ;

- léptons (elétrons e múons):

$$\gamma_\mu \partial^\mu \psi_l - m_l \psi_l = 0, \quad (4.16)$$

que representa uma equação de Dirac, com uma massa leptônica  $m_l$ .

### 4.1.2 Teoria de Campo Médio

As equações de campo acima apresentadas são não-lineares e suas soluções tornam-se viáveis, devido à complexidade do formalismo, apenas por meio de procedimentos numéricos [10, 11, 32, 33, 34]. As constantes de acoplamento por sua vez, como vimos anteriormente, são determinadas de modo que os modelos efetivos descrevam propriedades globais estáticas de sistemas nucleares à densidade de saturação. Neste procedimento, estas constantes adquirem valores maiores que a unidade, indicando que métodos perturbativos não são aplicáveis, *a priori* a estas formulações.

Afortunadamente, como vimos anteriormente, a validade da aproximação de campo médio, quando aplicada a formalismos lagrangeanos efetivos que descrevem sistemas nucleares de muitos corpos, torna-se mais expressiva à medida em que cresce a densidade do sistema. Considerando-se um sistema uniforme de  $B$  bárions em uma caixa de volume  $V$ , à medida em que a densidade bariônica cresce, também cresce de maneira proporcional a intensidade das fontes dos mésons escalares-isoescalares, escalares-isovetoriais, vetoriais-isoescalares e vetoriais-isovetoriais. A altas densidades, como aquelas encontradas em estrelas de nêutron e pulsares, à medida em que as amplitudes dos termos de fonte tornam-se muito expressivas, comparativamente às suas flutuações temporais, bem como às flutuações temporais dos campos dos mésons, atingimos o domínio de validade da aproximação de campo médio, sintetizada nas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \varsigma &\rightarrow \langle \varsigma \rangle \equiv \delta_{i3} \varsigma_3; & \sigma &\rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0; \\
 \delta &\rightarrow \langle \delta \rangle \equiv \delta_{i3} \delta_3; & \sigma^* &\rightarrow \langle \sigma^* \rangle \equiv \sigma_0^*; \\
 \omega_\mu &\rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0; & \varrho_\mu &\rightarrow \langle \varrho_\mu \rangle \equiv \delta_{i3} \delta_{\mu 0} \varrho_{03}; \\
 \phi_\mu &\rightarrow \langle \phi_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \phi_0;
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

combinando estas expressões com as equações (4.9), (4.10), (4.12) e (4.14), obtemos:

$$\begin{aligned}
 m_\varsigma^2 \varsigma_3 &= \sum_B g_{\varsigma B} m_B^{*2} \langle \bar{\psi}_B \tau_3 \psi_B \rangle; & m_\sigma^2 \sigma_0 &= \sum_B g_{\sigma B} m_B^{*2} \langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle; \\
 m_\delta^2 \delta_3 &= \sum_B g_{\delta B} m_B^{*2} \langle \bar{\psi}_B \tau_3 \psi_B \rangle; & m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^* &= \sum_B g_{\sigma^* B} m_B^{*2} \langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle; \\
 m_\omega^2 \omega_0 &= \sum_B g_{\omega B} \langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle; & m_{\varrho}^2 \varrho_{03} &= \sum_B g_{\varrho B} \langle \psi_B^\dagger \tau_3 \psi_B \rangle; \\
 m_\phi^2 \phi_0 &= \sum_B g_{\phi B} \langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle.
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

As equações (4.18) podem ser expressas em termos da densidade escalar,

$$\langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle = \rho_{sB} = \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{FB}} \frac{M_B^*}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} k^2 dk; \quad (4.19)$$

e da densidade bariônica,

$$\langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle = \rho_B = \frac{2J_B + 1}{6\pi^2} k_{FB}^3, \quad (4.20)$$

onde  $J_B$  representa o número quântico de spin dos bárions, na forma:

$$\begin{aligned} m_\zeta^2 \zeta_3 &= \sum_B g_{\zeta B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB}; & m_\sigma^2 \sigma_0 &= \sum_B g_{\sigma B} m_B^{*2} \rho_{sB}; \\ m_\delta^2 \delta_3 &= \sum_B g_{\delta B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB}; & m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^* &= \sum_B g_{\sigma^* B} m_B^{*2} \rho_{sB}; \\ m_\omega^2 \omega_0 &= \sum_B g_{\omega B} \rho_B; & m_\varrho^2 \varrho_{03} &= \sum_B g_{\varrho B} I_{3B} \rho_B; \\ m_\phi^2 \phi_0 &= \sum_B g_{\phi B} \rho_B. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Note-se que as expressões para os condensados dos mésons  $\zeta$ ,  $\varrho$  e  $\delta$  dependem do grau de assimetria de isospin dos bárions<sup>1</sup> (devido à terceira componente bariônica de isospin,  $I_{3B}$ ).

A equação de Dirac modificada, que descreve o comportamento de bárions *pseudo-livres*, é dada por

$$i\gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - g_{\omega B} \gamma^0 \omega_0 \psi_B - g_{\phi B} \gamma^0 \phi_0 \psi_B - \frac{1}{2} g_{\varrho B} \gamma^0 \tau_3 \varrho_{03} \psi_B - M_B^* \psi_B = 0, \quad (4.22)$$

onde

$$M_B^* = M_B \left( 1 + \frac{g_{\sigma B} \sigma_0 + g_{\sigma^* B} \sigma_0^* + I_{3B} g_{\zeta B} \zeta_3 + I_{3B} g_{\delta B} \delta_3}{M_B} \right)^{-1}, \quad (4.23)$$

representa como vimos a massa efetiva das diferentes espécies de bárions.

A condição de invariância translacional no espaço-tempo da matéria nuclear, aplicada às equações dinâmicas, possibilita que as soluções de partícula única da equação (4.22) possam ser escritas na forma de uma onda plana

$$\psi_B = \psi_B(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon(k)t}, \quad (4.24)$$

onde  $\psi_B(\mathbf{k}, \lambda)$  representa o *espinor* de Dirac com quatro componentes. A correspondente expressão do *complexo conjugado* da função de onda (4.24) (*função adjunta*) é representada por

$$\psi_B^\dagger = \psi_B^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + i\epsilon(k)t}, \quad (4.25)$$

<sup>1</sup>Lembramos que  $(1/2) \tau_3 |p\rangle = (1/2) |p\rangle$  e  $(1/2) \tau_3 |n\rangle = -(1/2) |n\rangle$ .

onde  $\lambda$  representa as componentes de polarização de isospin dos bárions.

Combinando as expressões (4.24) e (4.25) com (4.22), obtemos, para  $\psi_B(\mathbf{k}, \lambda)$ , a equação de movimento:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M_B^*) \psi_B(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon(k) - g_{\omega_B} \omega_0 - g_{\phi_B} \phi_0 - g_{\rho_B} I_{3B} \rho_{03}] \psi_B(\mathbf{k}, \lambda); \quad (4.26)$$

uma equação equivalente a essa é obtida para  $\psi_B^\dagger(\mathbf{k}, \lambda)$ .

Ao considerarmos o valor esperado da expressão acima e ao substituirmos, no lado esquerdo da equação (4.26), a matriz operatorial  $(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M_B^*)$  pelos correspondentes autovalores  $\pm \sqrt{k^2 + M_B^{*2}}$ , obtemos a relação de dispersão

$$\begin{aligned} \epsilon_B(k) &\equiv \epsilon_B^{(\pm)}(k) = g_{\omega_B} \omega_0 + g_{\phi_B} \phi_0 + g_{\rho_B} I_{3B} \rho_{03} \pm \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} \\ &\equiv g_{\omega_B} \omega_0 + g_{\phi_B} \phi_0 + g_{\rho_B} I_{3B} \rho_{03} \pm E_B^*(k), \end{aligned} \quad (4.27)$$

que caracteriza o potencial químico dos bárions. Nesta expressão, os mésons  $\omega$ ,  $\phi$  e  $\rho$  contribuem para a modificação da energia dos bárions enquanto que os mésons  $\sigma$ ,  $\sigma^*$ ,  $\varsigma$  e  $\delta$  contribuem para a modificação de sua massa de repouso, como pode ser observado na expressão (4.23):

$$M_B^* = M_B \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma_0 + g_{\sigma^*_B} \sigma_0^* + I_{3B} g_{\varsigma_B} \varsigma_3 + I_{3B} g_{\delta_B} \delta_3}{M_B} \right)^{-1}.$$

### 4.1.3 Equação de Estado da Matéria Nuclear

A densidade lagrangeana completa do modelo, na aproximação de campo médio, pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^{*2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \frac{1}{2} m_\varsigma^2 \varsigma_3^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 \\ &+ \sum_B \left[ \bar{\psi}_B (i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega_B} \gamma^0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_{\rho_B} \gamma^0 \tau_3 \rho_{03} - M_B^*) \psi_B \right] \\ &+ \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l. \end{aligned} \quad (4.28)$$

A equação de estado correspondente pode ser sintetizada na forma

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^{*2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \frac{1}{2} m_\varsigma^2 \varsigma_3^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2}; \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned}
 p = & -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 - \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 - \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2 - \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 \\
 & + \frac{1}{3}\frac{1}{\pi^2}\sum_B\int_0^{k_{F,B}}\frac{k^4dk}{\sqrt{k^2+M_B^{*2}}} + \frac{1}{3}\frac{1}{\pi^2}\sum_l\int_0^{k_{F,l}}\frac{k^4dk}{\sqrt{k^2+m_l^2}}. \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

A equação (4.30) mostra em particular que os mésons  $\sigma$ ,  $\sigma^*$ ,  $\zeta$  e  $\delta$  contribuem, por meio dos termos  $\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2$ ,  $\frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2}$ ,  $\frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2$ ,  $\frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2$ , para a diminuição da intensidade da pressão interna da matéria nuclear, na medida em que os termos acima descritos contribuem com sinal negativo para a referida expressão. No entanto, estes mésons contribuem também para a modificação na massa efetiva dos bárions, como vimos na expressão (4.23). Além disso, a introdução paulatina de mésons ao sistema implica em alterações nos valores das constantes de acoplamento dos mésons precedentes, na medida em que as escolhas destes parâmetros implicam na reprodução, por parte do modelo, de propriedades observáveis da matéria nuclear. Neste sentido, apenas como exemplificação, a inclusão dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$  ao sistema, cujos termos *cinéticos* acima descritos aparecem com sinal negativo na equação (4.30), tem implicações nos valores das constantes de acoplamento associadas aos demais mésons, alguns deles contribuindo com seus termos cinéticos com sinal positivo para o valor da pressão do sistema. Estes aspectos conferem maior grau de complexidade à análise da intensificação ou não da pressão devido à presença destes mésons. Posteriormente, voltaremos à discussão destes aspectos.

#### 4.1.4 Constantes de Acoplamento

##### Constantes de acoplamento: interação $NN$

As constantes de acoplamento do modelo são determinadas, como vimos no capítulo 3, utilizando-se as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear simétrica ( $\gamma = 4$ ). Relembramos a seguir os passos adotados para determinação das constantes de acoplamento dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  e posteriormente apresentamos a determinação das constantes de acoplamento correspondentes aos demais mésons considerados nesta tese.

A energia de ligação da matéria nuclear é dada por [36]

$$\left(\frac{E - BM}{B}\right)_{\rho_B=\rho_0} = \left(\frac{\varepsilon}{\rho_0} - M\right)_{\rho_B=\rho_0} = -16,0 \text{ MeV}, \quad (4.31)$$

onde

$$\rho_0 = 0,17 \text{ fm}^{-3}, \quad (4.32)$$

representa a densidade bariônica de saturação, que corresponde ao valor do momentum de Fermi  $k_0 = 1,36 \text{ fm}^{-1}$ ; é importante ressaltarmos novamente que, para esta densidade, que corresponde também ao mínimo da energia de ligação nuclear, a pressão interna do sistema é nula,  $p(k_0) = 0$ .

Combinando-se a equação de estado do modelo com as propriedades de equilíbrio

da matéria nuclear simétrica, obtém-se

$$\left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 = 7,118 \text{ fm}^2; \quad \left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 = 2,432 \text{ fm}^2. \quad (4.33)$$

Obtemos ainda, na densidade de saturação, valores para a incompressibilidade da matéria nuclear

$$K = 225,0 \text{ MeV} \quad (4.34)$$

e para a massa efetiva do núcleon

$$M^* = 0,85 M = 798,2 \text{ MeV}. \quad (4.35)$$

Obtemos ademais valores dos potenciais escalar e vetorial de Lorentz, respectivamente, para a matéria nuclear simétrica, na densidade de saturação

$$S \equiv -m^* g_\sigma \sigma_0 = -142 \text{ MeV}, \quad (4.36)$$

e

$$V \equiv g_\omega \omega_0 = 82 \text{ MeV}. \quad (4.37)$$

Os mésons isovetoriais do sistema (escalar-isovetorial  $\delta$ , escalar-isovetorial  $\varsigma$ , vetorial-isovetorial  $\varrho$ ) acoplam-se aos bárions por meio de correntes isovetoriais as quais resultam, na aproximação de campo médio, em termos de fonte nas equações de movimento que dependem da assimetria em isospin da matéria nuclear. Assim, estes mésons não contribuem para as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear simétrica.

Estrelas de nêutrons e pulsares apresentam altas taxas de assimetria em isospin. A quebra desta simetria na matéria nuclear está por sua vez relacionada à presença de mésons de natureza isovetorial. A razão ao quadrado entre a constante de acoplamento e a massa do méson  $\varrho$ ,  $(g_\varrho/m_\varrho)^2$ , pode ser determinada, como vimos no capítulo 3, por meio da definição do coeficiente de assimetria da matéria nuclear

$$a_4 \equiv \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2(\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right]_{t=0} = 33,2 \text{ MeV}, \quad (4.38)$$

onde,  $t = (\rho_n - \rho_p)/\rho$  representa a assimetria de isospin entre os nêutrons e os prótons.

As constantes de acoplamento dos demais mésons isovetoriais são determinadas da maneira a seguir. Iniciamos pela razão

$$\left(\frac{g_\delta}{m_\delta}\right)^2 = 2,5 \text{ fm}^2, \quad (4.39)$$

que foi fixada utilizando-se dados consistentes com o comportamento das seções de

choque de espalhamento núcleon-núcleon,  $NN$  [78, 79, 86, 87, 88]. A razão

$$(g_\zeta/m_\zeta)^2 = 2,3 fm^2, \quad (4.40)$$

por sua vez, foi fixada por meio do estudo da anomalia Nolen-Schiffer[67, 68], realizada no capítulo anterior. Finalmente, a razão  $(g_\rho/m_\rho)^2$  foi fixada por meio da determinação da energia de simetria[10, 11]) da matéria nuclear. É importante ressaltar que, apesar das razões  $(g_\delta/m_\delta)^2$  e  $(g_\zeta/m_\zeta)^2$  serem aproximadamente iguais, as constantes de acoplamento diferem expressivamente, pois para  $m_\delta = 980 MeV$  e  $m_\zeta \sim 600 MeV$ , as respectivas constantes de acoplamento resultam em  $g_\delta = 7,853$  e  $g_\zeta = 4,611$ , o que representa uma diferença percentual de  $\sim 70\%$  nas intensidades dos acoplamentos dos campos desses mésons com os campos dos núcleons. Esta poderia ser uma explicação para o fato da *assinatura* experimental do méson  $\zeta$  não ter sido ainda identificada em processos de espalhamento  $NN$ .

A energia de simetria, na densidade de saturação da matéria nuclear[10, 11], é definida como

$$E_{sim} = \frac{1}{2} \rho_B \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \right)_{\rho_3=0}, \quad (4.41)$$

onde  $\rho_3 = \rho_p - \rho_n$ .

Substituindo-se a equação (4.29) na expressão (4.41) obtemos, para a energia de simetria,

$$\begin{aligned} E_{sim}(\rho_0) &= \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \rho_0 \\ &- \frac{1}{8} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 m^{*4} \frac{M^{*2} \rho_0}{(k_F^2 + M^{*2}) [1 + (g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2 m^{*4} I(k_F, M^*)]}, \end{aligned} \quad (4.42)$$

onde

$$I(k_F, M^*) \equiv \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + M^{*2})^{3/2}} k^2 dk, \quad (4.43)$$

e

$$\left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 = \left( \frac{g_\delta}{m_\delta} \right)^2 + \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2. \quad (4.44)$$

A dedução desta expressão é apresentada no apêndice (C.1). Nesta dedução apenas os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\zeta$  foram levados em conta no formalismo. A generalização da expressão apresentada no apêndice (C.1), com a inclusão do méson  $\delta$ , pode ser obtida por meio da substituição  $(g_\zeta/m_\zeta)^2 \rightarrow (g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2$ . O resultado da equação (4.44) mostra mais uma vez o efeito da presença do méson  $\zeta$  ao formalismo originando uma espécie de amplificação do méson  $\delta$ , como vimos anteriormente. Como conseqüência, a contribuição dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$  pode ser substituída por um méson efetivo  $\delta^*$  originando resultados equivalentes à formulação original que contempla de maneira explícita a presença desses campos mesônicos ( $\delta$  e  $\zeta$ ).

Tabela 4.2: Constantes nucleares, fixadas de modo que o modelo ZMM reproduza as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear, a energia de ligação nuclear por núcleon,  $-16,0 \text{ MeV}$ , e a energia de simetria,  $33,2 \text{ MeV}$ , na densidade bariônica de saturação,  $0,17 \text{ fm}^{-3}$  (cada linha representa um conjunto de constantes).

| $(g_\sigma/m_\sigma)^2$<br>$\text{fm}^2$ | $(g_\omega/m_\omega)^2$<br>$\text{fm}^2$ | $(g_\rho/m_\rho)^2$<br>$\text{fm}^2$ | $(g_\varsigma/m_\varsigma)^2$<br>$\text{fm}^2$ | $(g_\delta/m_\delta)^2$<br>$\text{fm}^2$ |
|------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------|
| 7,118                                    | 2,432                                    | 4,514                                | 0,000                                          | 0,000                                    |
| 7,118                                    | 2,432                                    | 5,527                                | 2,300                                          | 0,000                                    |
| 7,118                                    | 2,432                                    | 5,601                                | 0,000                                          | 2,500                                    |
| 7,118                                    | 2,432                                    | 6,505                                | 2,300                                          | 2,500                                    |

Ao integrarmos a equação (4.43) obtemos

$$I = \frac{3}{4\pi^2} \left[ \frac{k_F^3}{3\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{k_F M^{*2}}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + M^{*2} \ln \left( \frac{M^*}{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \right) \right]. \quad (4.45)$$

E, ao combinarmos esta equação com a definição da densidade escalar

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} k^2 dk, \\ &= \frac{1}{\pi^2} \left[ k_F M^* \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} + M^{*3} \ln \left( \frac{M^*}{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.46)$$

que também pode ser escrita na forma

$$M^{*2} \ln \left( \frac{M^*}{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \right) = \frac{\rho_s}{M^*} \pi^2 - k_F \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}, \quad (4.47)$$

obtemos

$$I(k_F, M^*) = \frac{3}{4} \left( \frac{\rho_s}{M^*} - \frac{\rho_0}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \right); \quad (4.48)$$

na determinação dessa expressão utilizamos  $\rho_0 = 2k_F^3/3\pi^2$ . Ao combinarmos a expressão (4.48) com a equação (4.42), obtemos uma importante relação entre a energia de simetria e a densidade escalar da matéria nuclear, como veremos a seguir.

O parâmetro de simetria  $a_4$  é definido, utilizando-se a expressão (4.42) na forma

$$a_4 = E_{sim}(\rho_0). \quad (4.49)$$

Esta relação possibilita fixarmos a razão  $(g_\rho/m_\rho)^2$ , como pode ser visto da expressão (4.42). O valor de  $(g_\rho/m_\rho)^2$  que reproduz o valor empírico da energia de simetria,

$a_4 = 33,2 \text{ MeV}$ , fixando-se  $(g_\zeta/m_\zeta)^2 = 2,3 \text{ fm}^2$  e  $(g_\delta/m_\delta)^2 = 2,5 \text{ fm}^2$ , é apresentado na tabela 4.2. É importante ressaltar que, quando incluímos o méson  $\zeta$  ao formalismo, a intensidade da constante  $(g_\rho/m_\rho)^2$  aumenta em  $\sim 22\%$ ; por outro lado, quando o méson  $\delta$  é considerado no tratamento teórico, a intensidade da referida constante aumenta em  $\sim 24\%$  e quando ambos os mésons são incluídos no formalismo, o aumento correspondente na constante supra mencionada é de  $\sim 44\%$ . Estes resultados podem ser melhor compreendidos quando examinamos a composição da expressão (4.42) para a energia de simetria em que as razões  $(g_\rho/m_\rho)^2$  e  $(g_\delta/m_\delta)^2$  aparecem com sinais contrários. Assim, para que a igualdade da equação (4.49) seja satisfeita à medida em que os mésons  $\zeta$  e  $\delta$  são incluídos no formalismo, o valor da fração  $(g_\rho/m_\rho)^2$  deve se alterar de modo a compensar a inclusão dos demais termos.

É importante notar que os valores da razão  $(k_F/M^*)$  mostram-se menores do que a unidade, a baixas densidades. Por exemplo, na densidade de saturação da matéria nuclear, que corresponde a  $\rho_0 = 0,17 \text{ fm}^{-3}$  e  $k_F = 1,36 \text{ fm}^{-1}$ , a massa efetiva do núcleon é  $M^* = 4,04 \text{ fm}^{-1}$  e  $k_F/M^* = 0,337$ . Podemos, portanto, reescrever a integral (4.43) como uma expansão em série de potências em função de  $(k_F/M^*)$ , e assim evidenciar o papel dos mésons escalares-isovetoriais, — responsáveis pela quebra de simetria de isospin na matéria nuclear —, na composição da energia de simetria  $E(\rho_0)$ :

$$\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \left[ M^{*2} \left( \frac{k^2}{M^{*2}} + 1 \right) \right]^{-\frac{3}{2}} k^4 dk = \frac{1}{2\pi^2 M^{*3}} \int_0^{k_F} \left[ \left( \frac{k}{M^*} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{3}{2}} k^4 dk. \quad (4.50)$$

A expansão em série de potências do integrando da expressão acima

$$\left[ \left( \frac{k}{M^*} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{3}{2}} = 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{k}{M^*} \right)^2 + \frac{15}{8} \left( \frac{k}{M^*} \right)^4 - \frac{35}{16} \left( \frac{k}{M^*} \right)^6 + \mathcal{O} \left[ \left( \frac{k}{M^*} \right)^8 \right], \quad (4.51)$$

combinada com a integral (4.50), resulta na expressão

$$\begin{aligned}
 I &\approx \frac{1}{2\pi^2 M^{*3}} \int_0^{k_F} k^4 \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{k}{M^*} \right)^2 + \frac{15}{8} \left( \frac{k}{M^*} \right)^4 - \frac{35}{16} \left( \frac{k}{M^*} \right)^6 + \dots \right] dk \\
 &\approx \frac{1}{2\pi^2 M^{*3}} \left[ \frac{1}{5} k_F^5 - \frac{3}{14} \frac{k_F^7}{M^{*2}} + \frac{15}{72} \frac{k_F^9}{M^{*4}} - \frac{35}{176} \frac{k_F^{11}}{M^{*6}} + \dots \right]. \quad (4.52)
 \end{aligned}$$

Podemos agora ordenar os termos da expressão (4.52) na seguinte forma

$$I = \frac{3}{4} \frac{\rho_0}{M^*} \left[ \frac{1}{5} \left( \frac{k_F}{M^*} \right)^2 - \frac{3}{7} \left( \frac{k_F}{M^*} \right)^4 + \frac{5}{36} \left( \frac{k_F}{M^*} \right)^6 - \frac{35}{88} \left( \frac{k_F}{M^*} \right)^8 + \dots \right], \quad (4.53)$$

onde novamente utilizamos  $\rho_0 = 2k_F^3/3\pi^2$ .

Assim, próximo à densidade de saturação da matéria nuclear, podemos utilizar uma

expressão aproximada para a energia de simetria

$$\lim_{\rho \rightarrow \rho_0} E_{sim}(\rho) = \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 - m^{*4} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \left( \frac{M^{*2}}{k_F^2 + M^{*2}} \right) \right] \rho_0, \quad (4.54)$$

evidenciando deste modo o efeito dos mésons escalares-isovetoriais,  $\delta$  e  $\zeta$ , na composição dessa importante propriedade da matéria nuclear assimétrica. Na expressão (4.54), o sinal do segundo termo no interior do colchete é negativo enquanto os demais termos têm sinais positivos. Concluímos então que, à medida em que os mésons  $\zeta$  e  $\delta$  são incluídos no formalismo, sua presença contribui para a diminuição do valor global da energia de simetria. Deste modo, como vimos anteriormente, para mantermos inalterado o valor original da energia de simetria, torna-se necessário, simultaneamente, que a razão  $g_\sigma/m_\sigma$  seja incrementada. Ademais, no limite  $(g_{\delta^*}/m_{\delta^*}) \rightarrow 0$ , a equação (4.54) reproduz, como esperado, os resultados da expressão (2.142), demonstrando assim a consistência formal do modelo.

### Constantes de acoplamento: interação $NH$

Colisões de íons pesados evidenciam que, em certas condições, ocorre o surgimento de novos bárions, mais massivos do que os núcleons, chamados de híperons<sup>2</sup>. Em um nível mais fundamental, não abordado pelos modelos da HDQ, o surgimento desses bárions deve-se ao aparecimento de um novo quark chamado *estranho*, que não aparece na composição dos núcleons. Condições especiais de densidade, como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, determinam sua inclusão no tratamento formal desenvolvido nesta tese.

Quando consideramos a descrição de propriedades do estado fundamental da matéria nuclear, para densidades próximas da densidade de saturação, as constantes de acoplamento dos híperons não são relevantes, na medida em que a densidade dominante é muito baixa para a produção destes bárions. Neste caso, os parâmetros que descrevem a interação  $NN$  são escolhidos de modo a reproduzirem as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear, ou seja, a energia de ligação, o módulo de compressibilidade e a energia de simetria [10, 11].

Informações a respeito das constantes de acoplamento dos híperons podem ser obtidas por meio do estudo da interação núcleon-híperon,  $NH$ , utilizando-se por exemplo o espectro de energia de hipernúcleos [89]. A intensidade do acoplamento dos mésons escalares com os híperons pode ser obtida por meio da determinação da *profundidade*

---

<sup>2</sup>Híperons têm spin semi-inteiro; obedecem portanto a estatística de Fermi-Dirac e pertencem assim à classe dos férmions. Os híperons interagem por meio da força forte e pertencem portanto às categorias dos hádrons e dos bárions. Em sua composição interna, os híperons contém três quarks, sendo ao menos um deles um *quark estranho*. Híperons podem decair por meio da interação fraca, que não conserva paridade, com tempos típicos de decaimento  $10^{-10}s, 10^{-11}s$ . São os seguintes os tipos de híperons correspondentes ao octeto bariônico fundamental:  $\Lambda, \Sigma^0, \Sigma^\pm, \Xi^0, \Xi^-$  e  $\Omega^-$ .

do potencial de interação dos híperons com os núcleons na matéria nuclear saturada,

$$U_H^N(\rho_0) = -m_H^* g_{\sigma_H} \sigma_0 + g_{\omega_H} \omega_0, \quad (4.55)$$

onde  $H = \Lambda, \Sigma, \Xi$  e

$$g_{\sigma_N} \sigma_0 = \left( \frac{g_{\sigma_N}}{m_\sigma} \right)^2 m_N^{*2} \rho_s, \quad (4.56)$$

$$g_{\omega_N} \omega_0 = \left( \frac{g_{\omega_N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0. \quad (4.57)$$

Ao combinarmos estas expressões obtemos:

$$U_H^N(\rho_0) = -m_H^* \chi_{\sigma_H} \left( \frac{g_{\sigma_N}}{m_\sigma} \right)^2 m_N^{*2} \rho_s + \chi_{\omega_H} \left( \frac{g_{\omega_N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0, \quad (4.58)$$

onde

$$\chi_{\sigma_H} \equiv \frac{g_{\sigma_H}}{g_{\sigma_N}}, \quad \chi_{\omega_H} \equiv \frac{g_{\omega_H}}{g_{\omega_N}}. \quad (4.59)$$

A seguir apresentamos os dados de potenciais de hipernúcleos que serão adotados nesta tese.

- A intensidade do potencial de interação  $N\Lambda$ , obtido por meio da análise dos níveis de energia de hipernúcleos- $\Lambda$ , na matéria nuclear [90], é igual a  $-U_\Lambda^N(\rho_0) = (27 - 28) \text{ MeV}$ .
- Dados experimentais dos hipernúcleos- $\Sigma$  são escassos e ambíguos devido ao decaimento forte  $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$  [91]. No entanto, experimentos recentes [92, 93] indicam um potencial repulsivo no interior do núcleo,  $U_\Sigma^N(\rho_0) = (20 - 30) \text{ MeV}$ .
- Em experimentos com feixes de *kaons* de carga elétrica negativa,  $K^-$ , somente alguns eventos são atribuídos a formação de hipernúcleos- $\Xi$  [91]. Análises dos dados obtidos do espectro de hipernúcleos- $\Xi$  indicam uma profundidade para o potencial nuclear da ordem de  $-U_\Xi^N(\rho_0) = 18 \text{ MeV}$ .

Escolhemos para as intensidades dos potenciais nucleares de interação  $NH$  os seguintes valores:

$$U_\Lambda^N(\rho_0) = -28 \text{ MeV}, \quad U_\Sigma^N(\rho_0) = +20 \text{ MeV}, \quad U_\Xi^N(\rho_0) = -18 \text{ MeV}. \quad (4.60)$$

As constantes de acoplamento  $\sigma H$  são dadas por:

$$g_{\sigma_\Lambda} = 3,97, \quad g_{\sigma_\Sigma} = 1,58, \quad g_{\sigma_\Xi} = 2,09, \quad (4.61)$$

ou, em termo das razões  $\chi_{\sigma H}$ :

$$\chi_{\sigma\Lambda} \equiv \frac{g_{\sigma\Lambda}}{g_{\sigma N}} = 0,53, \quad \chi_{\sigma\Sigma} \equiv \frac{g_{\sigma\Sigma}}{g_{\sigma N}} = 0,21, \quad \chi_{\sigma\Xi} \equiv \frac{g_{\sigma\Xi}}{g_{\sigma N}} = 0,28. \quad (4.62)$$

As constantes de acoplamento  $\omega H$  por sua vez são determinadas por meio da simetria SU(3) [90]:

$$\chi_{\omega\Lambda} = \chi_{\omega\Sigma} = \frac{2}{3}, \quad \chi_{\omega\Xi} = \frac{1}{3}, \quad (4.63)$$

$$\chi_{\varrho\Sigma} \equiv \frac{g_{\varrho\Sigma}}{g_{\varrho}} = 2, \quad \chi_{\varrho\Xi} \equiv \frac{g_{\varrho\Xi}}{g_{\varrho}} = 1, \quad \chi_{\varrho\Lambda} \equiv \frac{g_{\varrho\Lambda}}{g_{\varrho}} = 0. \quad (4.64)$$

Os dados experimentais da interação  $HH$  por sua vez são escassos [89]. Por este motivo as constantes de acoplamento  $\phi H$  e  $\sigma^* H$  são também determinadas por meio da simetria SU(3) [90, 94]:

$$\chi_{\phi\Sigma} = \chi_{\phi\Lambda} = \frac{2\sqrt{2}}{6}; \quad \chi_{\phi\Xi} = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \quad \chi_{\sigma^*\Sigma} = \chi_{\sigma^*\Lambda} = \frac{2\sqrt{2}}{6}; \quad \chi_{\sigma^*\Xi} = \frac{2\sqrt{2}}{3}. \quad (4.65)$$

É importante lembrar que os campos dos *mésons estranhos* não se acoplam aos campos dos núcleons. As constantes de acoplamento associadas aos campos dos híperons e dos mésons isovetoriais-escalares são dadas por:

$$\chi_{\delta\Sigma} \equiv \frac{g_{\delta\Sigma}}{g_{\delta}} = 2, \quad \chi_{\delta\Xi} \equiv \frac{g_{\delta\Xi}}{g_{\delta}} = 1, \quad \chi_{\delta\Lambda} \equiv \frac{g_{\delta\Lambda}}{g_{\delta}} = 0, \quad (4.66)$$

e

$$\chi_{\varsigma\Sigma} \equiv \frac{g_{\varsigma\Sigma}}{g_{\varsigma}} = 2, \quad \chi_{\varsigma\Xi} \equiv \frac{g_{\varsigma\Xi}}{g_{\varsigma}} = 1, \quad \chi_{\varsigma\Lambda} \equiv \frac{g_{\varsigma\Lambda}}{g_{\varsigma}} = 0. \quad (4.67)$$

A seguir investigamos se a condição de naturalidade é satisfeita pela formulação lagrangeana introduzida neste trabalho.

## 4.2 Modelo Efetivo e Naturalidade

Nesta seção analisamos o modelo nuclear descrito pela densidade lagrangeana (4.6) em relação ao critério de *naturalidade*. Em uma teoria efetiva *natural*, como vimos, o lagrangeano de interação pode ser expandido em uma série de potências, cujos coeficientes de expansão, depois de suprimidas as escalas de dimensionalidade e os fatores de contagem, são da ordem da unidade. Este procedimento permite truncarmos as séries perturbativas, de maneira consistente, em uma dada ordem desejada.

Os ingredientes fundamentais, em uma análise da densidade lagrangeana no que se refere à condição de *naturalidade* são, como sabemos, as constantes de acoplamento da

teoria. No tratamento utilizado nesta tese, por meio do modelo ZMM, fixamos como vimos o valor das constantes de acoplamento correspondentes aos graus de liberdade dos mésons ( $m$ ) e dos núcleons ( $N$ ),  $g_{mN}$ , de modo que o formalismo reproduza as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear, na densidade de saturação,  $0,17 \text{ fm}^{-3}$ , ou seja, a energia de ligação por núcleon,  $-16 \text{ MeV}$ , e a energia de simetria,  $33,2 \text{ MeV}$  da matéria nuclear. As densidades mais altas, as constantes de acoplamento correspondentes aos graus de liberdade dos mésons e dos híperons ( $H$ ),  $g_{mH}$ , foram fixadas utilizando o procedimento mostrado na seção anterior, em que expressamos os parâmetros  $g_{mH}$  em função das constantes  $g_{mN}$ , cujos valores, determinados na densidade de saturação, permanecem fixados para densidades mais altas da matéria nuclear. Neste sentido, as constantes de acoplamento correspondentes aos graus de liberdades dos núcleons ocupam papel fundamental para o exame da naturalidade. E assim, por este motivo, concentramos nossa análise sobre os aspectos da *naturalidade* apenas no setor dos núcleons do modelo ZMM. Ademais, em vista que investigamos, nesta tese, aspectos relacionados com a quebra de simetria de isospin, aspectos estes essenciais para a configuração da massa máxima de uma estrela de nêutrons, concentramos nossa análise no setor escalar-isovetorial dos campos mesônicos, setor este que contempla, em particular, a presença do campo ressonante escalar-isovetorial  $\varsigma$ . A constante de acoplamento  $\varsigma N$  foi determinada, ao combinarmos este parâmetro com a correspondente constante de acoplamento  $\delta N$ , por meio da substituição  $g_\delta, g_\varsigma \rightarrow g_{\delta^*}$  e dos campos  $\delta, \varsigma \rightarrow \delta^*$ , no estudo da anomalia Nolen-Schiffer. Posteriormente, ao inserirmos  $g_{\delta^*}$  e  $m_{\delta^*}$  na expressão da energia de simetria

$$E_{sim}(\rho) \simeq \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 - m^{*4} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \frac{M^{*2}}{k_F^2 + M^{*2}} \right] \rho_0, \quad (4.68)$$

sendo que (ver expressão (4.7))

$$m^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma N} \sigma + g_{\sigma_N^*} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma N} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta N} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_N} \right)^{-1},$$

a constante de acoplamento  $g_{\rho N}$  pode ser também fixada; para isso consideramos o valor  $E_{sim}(0,17 \text{ fm}^{-3}) = 33,2 \text{ MeV}$ . Assim, um aspecto importante em nossa análise do critério de *naturalidade* aplicado ao modelo ZMM é o estudo das implicações da presença do estado ressonante  $\varsigma$ , devido ao seu caracter escalar-isovetorial, no setor do lagrangeano de interação que envolve os campos dos núcleons e do méson  $\rho$ . Isto porque, devido a sua natureza isovetorial, os campos  $\delta, \varsigma$ , — ou, equivalentemente, o campo  $\delta^*$  —, e o campo  $\rho$ , desempenham um papel de competição na configuração da estrutura formal da energia de simetria da matéria nuclear, como vimos anteriormente na expressão (4.42).

O lagrangeano de interação da HDQ, por sua vez, ao considerarmos os campos dos

núcleons e dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\varrho$ , pode ser escrito de maneira geral da seguinte maneira:

$$\mathcal{L} \sim g \frac{1}{m! n! p!} \left( \frac{\bar{\psi} \Gamma(\tau/2) \psi}{f_\pi^2 \Lambda} \right)^l \left( \frac{\sigma}{f_\pi} \right)^m \left( \frac{\omega}{f_\pi} \right)^n \left( \frac{\varrho}{f_\pi} \right)^p (f_\pi \Lambda)^2; \quad (4.69)$$

acima,  $\Lambda \sim 1 \text{ GeV}$  representa o *fator de escala de grande massa (large-mass scale)* da CDQ, que indica, aproximadamente, a região de transição entre dois conjuntos de graus de liberdade: quarks e glúons *versus* núcleons e píons. Se a condição de naturalidade da teoria efetiva é satisfeita, então:

$$g \sim 1. \quad (4.70)$$

Investigações envolvendo modelos nucleares parecem sugerir que os coeficientes em teorias efetivas de muitos corpos são naturais[95, 96, 97, 98, 99].

A verificação da condição de *naturalidade* aplicada ao modelo ZMM tem como pressuposto a comparação de cada termo de interação do lagrangeano com o termo equivalente determinado pela prescrição da expressão (4.69). A análise no setor escalar, por exemplo, pode ser realizada por meio de uma expansão em série de potências do termo  $\bar{\psi} M m^* \psi$ . No entanto, como vimos, este procedimento leva a uma série infinita na qual os fatores que multiplicam cada termo da expansão são maiores do que a unidade (ver por exemplo a expressão (2.43)); e não poderíamos, neste contexto, truncar a série na medida que cada fator da expansão é mais relevante que o fator precedente. Sob esta condição, a análise da condição de naturalidade da teoria envolveria um número infinito de termos, tornando-a inexequível. Para contornar este prolema, procedemos ao *reescalonamento* dos campos dos mésons escalares de Lorentz, obtendo assim uma forma funcional mais adequada à uma expansão em série cujos coeficientes adquirem valores menores do que a unidade. Assim, podemos truncar a série em uma ordem desejada e verificar a condição de *naturalidade* considerando um número finito de termos.

O lagrangeano<sup>3</sup> (4.6) pode ser escrito, considerando-se apenas o setor dos núcleons, na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \boldsymbol{\delta}^* \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta}^* - m_{\boldsymbol{\delta}^*}^2 \boldsymbol{\delta}^{*2}) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ &- \frac{1}{4} \boldsymbol{\varrho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \boldsymbol{\varrho}_\mu \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu + \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} M \psi + g_\sigma \bar{\psi} m^* \sigma \psi + \frac{1}{2} g_{\boldsymbol{\delta}^*} \bar{\psi} m^* \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^* \psi \\ &- \frac{1}{2} g_\varrho \bar{\psi} \boldsymbol{\gamma}_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \boldsymbol{\gamma}_\mu \psi \omega^\mu, \end{aligned} \quad (4.71)$$

sendo que

$$\bar{\psi} \left( M - m^* g_\sigma \sigma - \frac{1}{2} m^* g_{\boldsymbol{\delta}^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^* \right) \psi \rightarrow \bar{\psi} M m^* \psi. \quad (4.72)$$

Os termos de interação da densidade lagrangeana (4.71) associados aos campos dos

---

<sup>3</sup>Note-se que omitimos os subíndices  $N$  no campo dos núcleons, assim como o somatório em  $N$ , ficando os mesmos subentendidos.

núcleons e dos mésons escalares, procedendo à substituição dos campos  $\delta$  e  $\varsigma$  por  $\delta^*$ , podem ser escritos, equivalentemente, na forma

$$\mathcal{L}_{N\sigma} = \frac{\bar{\psi}g_{\sigma}\sigma\psi}{1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M}}; \quad (4.73)$$

e

$$\mathcal{L}_{N\delta^*} = \frac{\bar{\psi}g_{\delta^*}\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*\psi}{1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M}}. \quad (4.74)$$

Evidentemente, no tratamento acima devemos lembrar que estamos lidando com formas operatoriais. Partimos do pressuposto, portanto, que os termos nos denominadores das expressões acima apresentadas correspondem a formas operatoriais inversas existentes.

Introduzimos as seguintes definições<sup>4</sup>

$$\varphi \equiv \frac{\sigma}{1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M}}; \quad (4.75)$$

e

$$\boldsymbol{\delta}^{*'} \equiv \frac{\boldsymbol{\delta}^*}{1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M}}. \quad (4.76)$$

Utilizando as definições acima e partindo do pressuposto da existência, no domínio de validade do modelo, das formas operatoriais que envolvem os campos dos mésons  $\sigma$  e  $\delta^*$ , bem como das correspondentes formas operatoriais inversas, podemos escrever as expressões acima em uma forma apropriada para uma expansão em série de potência:

$$\sigma = \varphi \left( 1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M} \right); \quad (4.77)$$

$$\boldsymbol{\delta}^* = \boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M} \right). \quad (4.78)$$

Combinamos as equações (4.77) e (4.78) de maneira iterativa e autoconsistente. Obtemos, então:

$$\sigma = \varphi \left[ 1 + \frac{g_{\sigma}}{M}\varphi \left( 1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right], \quad (4.79)$$

e

$$\boldsymbol{\delta}^* = \boldsymbol{\delta}^{*'} \left[ 1 + \frac{g_{\sigma}}{M}\varphi \left( 1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_{\sigma}\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right]. \quad (4.80)$$

---

<sup>4</sup>Usando argumentos de simplicidade na notação, e concentrando assim nossa atenção aos aspectos essenciais do tratamento desenvolvido nesta seção, usamos  $\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau} \rightarrow \boldsymbol{\tau}$ .

Aplicamos às equações acima processos iterativos, obtendo em decorrência, por exemplo, para o campo  $\sigma$ ,

$$\begin{aligned}
 \sigma = & \varphi \left\{ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right. \right. \right. \\
 & + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \left. \left. \left. + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right. \right. \right. \right. \\
 & + \left. \left. \left. \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right] \right] \right] \\
 & + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right. \right. \\
 & + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \left. \left. + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right] \right] \right] \left. \right\}. \tag{4.81}
 \end{aligned}$$

A seguir, reorganizamos os termos da equação acima, obtendo

$$\begin{aligned}
 \sigma = & \varphi + \frac{g_\sigma}{M} \varphi^2 + \frac{g_\sigma^2}{M^2} \varphi^3 + \frac{g_\sigma^3}{M^3} \varphi^4 \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \\
 & + \frac{g_\sigma^2}{M^2} \varphi^3 \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) + \frac{g_\sigma}{M} \varphi^2 \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \\
 & + \frac{g_\sigma^2}{M^2} \varphi^3 \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) + \frac{g_\sigma}{M} \varphi^2 \frac{g_{\delta^*}^2}{M^2} (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^2 \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \\
 & + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \varphi + \frac{g_\sigma}{M} \varphi^2 \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \frac{g_\sigma^2}{M^2} \varphi^3 \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \\
 & + \frac{g_{\delta^*}^2}{M^2} (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^2 \frac{g_\sigma}{M} \varphi^2 \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) + \frac{g_{\delta^*}}{M} (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^2 \frac{g_\sigma}{M} \varphi \\
 & + \frac{g_{\delta^*}^2}{M^2} (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^2 \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) + \frac{g_{\delta^*}^3}{M^3} (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^3 \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right). \tag{4.82}
 \end{aligned}$$

Os valores esperados das razões  $\frac{g_\sigma \sigma}{M}$  e  $\frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M}$  obedecem a condição

$$\left\langle \frac{g_\sigma \sigma}{M} \right\rangle \ll 1 \quad \text{e} \quad \left\langle \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \right\rangle \ll 1, \tag{4.83}$$

de tal forma que podemos truncar a série dada pela expressão (4.82) em uma ordem desejada. Por exemplo, na aproximação de campo médio, para densidades bariônicas próximas a  $0,17 \text{ fm}^{-3}$ , destas expressões temos que  $\sigma_0 \sim 20 \text{ MeV}$  e  $\delta_3^* \sim 5 \text{ MeV}$ , tal que  $\langle g_\sigma \sigma / M \rangle \sim 0,15$  e  $\langle g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} / M \rangle \sim 0,05$ . Podemos então truncar a série no termo

de segunda ordem no fator de expansão da expressão (4.82) para o campo  $\sigma$ :

$$\begin{aligned}\sigma &= \varphi + \frac{g_\sigma}{M}\varphi^2 + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}\varphi + \mathcal{O}\left(\frac{g}{M}\right)^2 \\ &= \varphi \left(1 + \frac{g_\sigma}{M}\varphi + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \dots\right); \end{aligned} \quad (4.84)$$

e, de maneira análoga, obtemos, para o campo  $\delta^*$

$$\begin{aligned}\delta^* &= \boldsymbol{\delta}^{*'} + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\delta}^{*'}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \frac{g_\sigma}{M}\varphi\boldsymbol{\delta}^{*'} + \mathcal{O}\left(\frac{g}{M}\right)^2 \\ &= \boldsymbol{\delta}^{*'} \left(1 + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \frac{g_\sigma}{M}\varphi + \dots\right). \end{aligned} \quad (4.85)$$

Combinando estas expressões, podemos escrever

$$\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 = \frac{1}{2}m_\sigma^2\varphi^2 \left(1 + \frac{g_\sigma}{M}\varphi + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \dots\right)^2, \quad (4.86)$$

e

$$\frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta^{*2} = \frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\boldsymbol{\delta}^{*'}{}^2 \left(1 + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \frac{g_\sigma}{M}\varphi + \dots\right)^2, \quad (4.87)$$

cujas formas correspondem àquelas sugeridas por B.D. Serot e J.D. Walecka [34] para a densidade lagrangeana da matéria nuclear no modelo QHD. Assim, mantendo-se apenas termos até a ordem  $\mathcal{O}(g/M)^2$  nestas expressões, obtemos

$$S_\varphi = m_\sigma^2\varphi^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{g_\sigma\varphi}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} + \dots\right), \quad (4.88)$$

e

$$S_{\delta^*} = m_{\delta^*}^2\boldsymbol{\delta}^{*'}{}^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} + \frac{g_\sigma\varphi}{M} + \dots\right). \quad (4.89)$$

Destas expressões, vemos que as equações que descrevem os *potenciais generalizados*  $S_\varphi$  e  $S_{\delta^*}$  apresentam contribuições de termos de auto-interação entre os campos dos mésons bem como termos que envolvem interações entre os distintos campos mesônicos considerados na formulação.

A densidade lagrangeana (4.71), procedendo às substituições

$$\sigma \rightarrow \varphi \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\delta}^* \rightarrow \boldsymbol{\delta}^{*'},$$

pode ser então ser expandida em uma série de potências, cujos coeficientes de expansão, depois de suprimidas as escalas de dimensionalidade e os fatores de contagem, devem

ser, de acordo com o critério de *naturalidade*, da ordem da unidade<sup>5</sup>:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - m_\varphi^2\varphi^2) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\boldsymbol{\delta}^{*'} \cdot \partial^\mu\boldsymbol{\delta}^{*'} - m_{\delta^*}^2\boldsymbol{\delta}^{*'}{}^2) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \\
 & - \frac{1}{4}\boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \bar{\psi}i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - \bar{\psi}M\psi + \kappa_{10}\frac{\Lambda}{1!f_\pi}\bar{\psi}\varphi\psi + \eta_{10}\frac{\Lambda}{1!f_\pi}\bar{\psi}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}\psi \\
 & + \kappa_{30}\frac{\Lambda^2}{3!f_\pi}\varphi^3 + \kappa_{21}\frac{\Lambda^2}{2!f_\pi}\varphi^2\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \eta_{30}\frac{\Lambda^2}{3!f_\pi}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \eta_{21}\frac{\Lambda^2}{2!f_\pi}(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})\boldsymbol{\delta}^{*'}{}^2 \\
 & + \theta_{10}\frac{\Lambda}{1!f_\pi}\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu\psi + \epsilon_{10}\frac{\Lambda}{1!f_\pi}\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\omega^\mu + \mathcal{O}\left(\frac{g}{M}\right)^2, \tag{4.90}
 \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \kappa_{10} &= \frac{g_\sigma f_\pi}{\Lambda}, & \kappa_{21} &= \frac{2g_{\delta^*} m_\sigma^2 f_\pi}{M \Lambda^2}, & \kappa_{30} &= \frac{6g_\sigma m_\sigma^2 f_\pi}{M \Lambda^2}, \\
 \eta_{10} &= \frac{g_{\delta^*} f_\pi}{\Lambda}, & \eta_{21} &= \frac{2g_\sigma m_{\delta^*}^2 f_\pi}{M \Lambda^2}, & \eta_{30} &= \frac{6g_{\delta^*} m_{\delta^*}^2 f_\pi}{M \Lambda^2}, \\
 \theta_{10} &= -\frac{g_\rho f_\pi}{\Lambda}, & \epsilon_{10} &= -\frac{g_\omega f_\pi}{\Lambda}. \tag{4.91}
 \end{aligned}$$

Analisamos então se o critério de naturalidade se aplica aos coeficientes dos termos de interação da densidade lagrangeana (4.90), considerando alguns exemplos, embora representativos, da formulação desenvolvida na tese. Analisamos, por exemplo, o termo do potencial de interação que contém o campo  $\varphi$ , que corresponde ao *potencial generalizado* definido na expressão (4.75). De acordo com o critério de naturalidade, da expressão (4.69), no caso em que  $l = m = p = 0$  e  $n = 3$ , resulta então

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\varphi^3} &= \kappa_{30}\frac{1}{3!0!0!}\left(\frac{\varphi}{f_\pi}\right)^3(f_\pi\Lambda)^2 = \kappa_{30}\frac{\Lambda^2}{6f_\pi}\varphi^3 \\
 &= \kappa_{30}\varphi^3 1792, 11 \text{ MeV}, \tag{4.92}
 \end{aligned}$$

em que  $f_\pi \simeq 93 \text{ MeV}$ . A condição de *naturalidade* implica em que  $\kappa_{30} \sim 1$ . Comparando-se agora a expressão (4.92) com o termo equivalente do potencial generalizado, equação (4.88), obtém-se o termo de ordem  $\varphi^3$  no lagrangeano (4.90), sendo o coeficiente  $\kappa_{30}$  dado pela expressão (4.91). Usando os dados apresentados na tabela (4.2), obtemos

$$\kappa_{30} = \frac{m_\sigma^2 g_\sigma}{M} \frac{6 f_\pi}{\Lambda^2} = \frac{550^2 \times 7,436}{940} \frac{6 \times 93}{1000^2} = 1,335, \tag{4.93}$$

resultado este que mostra que o coeficiente  $\kappa_{30}$  é *natural*, na medida em que  $\kappa_{30} \sim 1$ . Assim, de maneira análoga obtém-se os coeficientes correspondentes aos demais termos de interação do nosso modelo, que podem ser vistos na tabela (4.3). Os resultados obtidos para os demais coeficientes indicam que o modelo desenvolvido nesta tese obe-

<sup>5</sup>Lembramos, novamente, ao leitor que  $\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau} \rightarrow \boldsymbol{\tau}$ .

Tabela 4.3: Coeficientes do lagrangeano do modelo ZMM. A primeira coluna indica os mésons presentes na matéria nuclear. Na última linha *ind.* significa indeterminado. Quando  $(g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2 = 2,5fm^2$ , dos mésons escalares-isovetoriais, apenas o méson  $\delta(980 MeV)$  foi incluído no formalismo ; quando  $(g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2 = 2,3fm^2$ , apenas a ressonância  $\zeta(600 MeV)$  é incluída no formalismo.

| Mésons                               | $\kappa_{10}$ | $\kappa_{21}$ | $\kappa_{30}$ | $\eta_{10}$ | $\eta_{21}$ | $\eta_{30}$ | $\theta_{10}$ | $\epsilon_{10}$ |
|--------------------------------------|---------------|---------------|---------------|-------------|-------------|-------------|---------------|-----------------|
| $\sigma, \omega, \varrho$            | 0,692         | —             | 1,335         | —           | —           | —           | -0,771        | -0,575          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \varsigma$ | 0,692         | 0,828         | 1,335         | 0,429       | 0,530       | 0,985       | -0,853        | -0,575          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta$    | 0,692         | 1,410         | 1,335         | 0,730       | 1,413       | 4,477       | -0,859        | -0,575          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$  | 0,692         | ind.          | 1,335         | ind.        | ind.        | ind.        | -0,926        | -0,575          |

dece ao critério de naturalidade. Estes resultados estão em muito bom acordo com as expectativas na medida em que análises semelhantes realizadas por outros autores indicam que modelos do tipo QHD, que apresentam expressivo grau de similaridade com o modelo desenvolvido nesta tese, estão em bom acordo com o critério de naturalidade.

O aspecto de novidade que apresentamos nesta tese é a confirmação, embora ainda não conclusiva, de nossas previsões no que se refere à íntima conexão entre o critério de naturalidade e a ampliação do escopo de modelos efetivos por meio da exaustão do espaço de fase dos campos dos mésons. Este aspecto, importante na análise do critério de naturalidade em teorias efetivas, é confirmado, por exemplo, pelos resultados apresentados na tabela (4.3), que indicam que o grau de naturalidade dos coeficientes dos termos de interação se amplia à medida em que outros campos mesônicos são incluídos no formalismo, com exceção do coeficiente  $\eta_{30}$ . É importante ressaltar que o grau de naturalidade do coeficiente correspondente ao termo de interação  $\theta_{10}$  se amplia à medida em que mais mésons isovetoriais-escalares são considerados no formalismo: o seu valor, no caso em que consideramos o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho$ , é igual a  $\theta_{10} = -0,771$ , enquanto que, para o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho, \delta$ , o valor correspondente é  $\theta_{10} = -0,859$ , e finalmente, quando consideramos o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$ , o valor destes coeficiente é  $\theta_{10} = -0,926$ . Assim, em síntese, os resultados da tabela (4.3) indicam que o modelo ZMM, com exceção do coeficiente  $\eta_{30}$ , obedece ao critério de *naturalidade* nos demais coeficientes, *pelo menos até a ordem de expansão considerada*. É possível observar também que a introdução de graus de liberdade escalares-isovetoriais como que *naturaliza* o modelo, pois o coeficiente  $\theta_{10}$  do termo de interação associado ao méson  $\varrho$  tende progressivamente à *unidade* à medida em que o espaço de fase dos campos mesônicos é ampliado.

O caso do coeficiente  $\eta_{30}$  por sua vez necessita uma análise muito particular. Isto porque, embora os campos  $\delta, \varsigma, \text{—}$  ou, equivalentemente, o campo  $\delta^* \text{—}$ , e o campo  $\varrho$ , desempenhem um papel de competição na configuração da estrutura formal da energia de simetria da matéria nuclear, como vimos anteriormente na expressão (4.42), há outro aspecto importante desta equação que lhes confere elementos adicionais de com-

plexidade. E este aspecto pode ser melhor elucidado quando examinamos as equações (4.68) e (4.7) abaixo:

$$E_{sim}(\rho) \simeq \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 - m^{*4} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \frac{M^{*2}}{k_F^2 + M^{*2}} \right] \rho_0,$$

sendo que

$$m^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma_N} \sigma + g_{\sigma_N^*} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma_N} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_N} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_N} \right)^{-1}.$$

Ou seja, a presença da *componente de massa efetiva*  $m^*$  no segundo termo da expressão da energia de simetria acima, — que depende das contribuições dos demais mésons de natureza escalar, e que se acoplam portanto ao potencial escalar de Lorentz da teoria, produz um efeito de *modulação* do coeficiente  $g_{\delta^*}$  e da massa do méson  $\delta^*$ ,  $m_{\delta^*}$  contribuindo assim para alterar o grau de competitividade entre os coeficientes supra mencionados,  $g_\sigma$  e  $g_{\delta^*}$ . Este resultado, que afeta o valor do parâmetro  $\eta_{30}$ , representa também uma novidade desta tese e necessita, para que seja melhor compreendido, um estudo mais aprofundado no futuro.

### 4.3 Aplicações à Matéria Nuclear: equilíbrio $\beta$ e equilíbrio $\beta$ generalizado

Investigamos a seguir a influência dos mésons escalares-isovetoriais nas propriedades da matéria nuclear e em estrelas de nêutrons considerando as seguintes condições:

- matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ , constituída de nêutrons, prótons, elétrons e múons em equilíbrio químico e neutralidade de carga elétrica;
- matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  generalizado, constituída de nêutrons, prótons, híperons, elétrons e múons em equilíbrio químico generalizado e neutralidade de carga elétrica,

que caracterizam dois tipos de composição da matéria nuclear de interesse astrofísico por serem as mais aceitas como *candidatas* para a constituição da estrutura interna de estrelas de nêutrons [9, 10, 11].

#### 4.3.1 Matéria Nuclear em Equilíbrio- $\beta$

Determinamos a seguir a equação de estado para a matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  constituída de nêutrons, prótons, elétrons e múons em equilíbrio químico e neutralidade de carga elétrica. O cálculo da correspondente equação de estado nuclear envolve a determinação dos momenta de Fermi  $k_{F_n}$ ,  $k_{F_p}$ ,  $k_{F_e}$ ,  $k_{F_\mu}$  das partículas e dos condensados  $\sigma_0$ ,  $\varsigma_3$  e  $\delta_3$ , para cada valor da densidade bariônica,  $\rho_B$ . Este conjunto de incógnitas e de equações independentes é sintetizado a seguir.

- As equações que relacionam as fontes e as correspondentes amplitudes dos condensados dos campos mesônicos são as seguintes:

$$\begin{aligned}
 m_\sigma^2 \sigma_0 - \sum_B g_{\sigma_B} m_B^{*2} \rho_{sB} &= 0 ; \quad m^2 \omega_0 - \sum_B g_{\omega_B} \rho_B = 0 \\
 m_\varsigma^2 \varsigma_3 - \sum_B g_{\varsigma_B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB} &= 0 ; \quad m_\varrho^2 \varrho_{03} - \sum_B g_{\varrho_B} I_{3B} \rho_B = 0 ; \\
 m_\delta^2 \delta_3 - \sum_B g_{\delta_B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB} &= 0 ; \quad (4.94)
 \end{aligned}$$

estas equações representam as condições termodinâmicas [32] de minimização da energia total:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial \sigma_0} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) &= 0 ; \quad \frac{\partial}{\partial \omega_0} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) = 0 ; \quad \frac{\partial}{\partial \varsigma_3} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) = 0 ; \\
 \frac{\partial}{\partial \varrho_{03}} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) &= 0 ; \quad \frac{\partial}{\partial \delta_3} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) = 0 . \quad (4.95)
 \end{aligned}$$

- A equação que descreve a densidade bariônica total,  $\rho_B$ , é dada por

$$\rho_p + \rho_n - \rho_B = 0 . \quad (4.96)$$

Na equação (4.94), o parâmetro  $m_B^*$ , originalmente definido como

$$m_B^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma_0 + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right)^{-1} , \quad (4.97)$$

para matéria nuclear em equilíbrio beta, é dado, na aproximação de campo médio, por

$$m_B^* = \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma_0 + I_{3B} g_{\varsigma_B} \varsigma_3 + I_{3B} g_{\delta_B} \delta_3}{M_B} \right)^{-1} . \quad (4.98)$$

- A condição de neutralidade de carga elétrica é caracterizada na forma:

$$\rho_p - \rho_e - \rho_\mu = 0 . \quad (4.99)$$

- Finalmente, a condição de equilíbrio- $\beta$  (equilíbrio químico) é dada pelas equações (ver capítulo 2):

$$\mu_p - \mu_n + \mu_e = 0 ; \quad \mu_e - \mu_\mu = 0 , \quad (4.100)$$

que representam a conservação das cargas bariônicas e elétricas.

As expressões (4.94), (4.96), (4.99) e (4.100) formam um sistema de equações não-lineares acopladas, cuja solução somente pode ser obtida por métodos numéricos. Utilizamos, para sua resolução, o método numérico de Newton-Raphson[100].

Neste caso, a massa efetiva dos bárions pode ser escrita na forma

$$M_B^* = M_B m_B^* = M_B \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma_0 + g_{\varsigma_B} \varsigma_3 + g_{\delta_B} \delta_3}{M_B} \right)^{-1}. \quad (4.101)$$

As frações  $\frac{g_{\sigma_B} \sigma_0}{M_B}$ ,  $\frac{g_{\varsigma_B} \varsigma_3}{M_B}$  e  $\frac{g_{\delta_B} \delta_3}{M_B}$ , por sua vez, obedecem as condições

$$\frac{g_{\sigma_B} \sigma_0}{M_B} \ll 1; \quad \frac{g_{\varsigma_B} \varsigma_3}{M_B} \ll 1; \quad \frac{g_{\delta_B} \delta_3}{M_B} \ll 1. \quad (4.102)$$

A equação (4.101) pode ser então expandida em uma série de Taylor. Usando  $g_{\sigma_B} = g_\sigma$ ,  $g_{\varsigma_B} = g_\varsigma$  e  $g_{\delta_B} = g_\delta$ , obtemos, desta equação, em primeira aproximação

$$M_B^* \sim M_B - 2g_\sigma \sigma_0 - I_{3B} g_\varsigma \varsigma_3 - I_{3B} g_\delta \delta_3. \quad (4.103)$$

As massas efetivas dos nêutrons e dos prótons podem ser escritas então, respectivamente, na forma

$$M_n^* \sim M_n - 2g_\sigma \sigma_0 + g_\varsigma \varsigma_3 + g_\delta \delta_3, \quad (4.104)$$

e

$$M_p^* \sim M_p - 2g_\sigma \sigma_0 - g_\varsigma \varsigma_3 - g_\delta \delta_3. \quad (4.105)$$

Destas equações resulta então, para o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons e dos prótons

$$\Delta_{np}^* \sim (M_n - M_p) + 2g_\varsigma \varsigma_3 + 2g_\delta \delta_3. \quad (4.106)$$

Estes resultados indicam que a presença dos mésons  $\varsigma_3$  e  $\delta_3$  no formalismo acentua o desdobramento das massas dos núcleons, contribuindo para o acréscimo da massa efetiva dos nêutrons e para a diminuição da massa efetiva dos prótons.

### 4.3.2 Resultados

A figura (4.1) mostra os resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . O painel da esquerda mostra o comportamento da fração de assimetria,  $f_a$ . A figura mostra, também, o comportamento de  $f_a$  quando  $g_{\varrho_N} = 0$ , isto é, quando a interação entre os nucleons e o méson  $\varrho$  é “desligada” – os núcleons interagem então apenas por meio de trocas dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ . O painel da direita mostra o comportamento da pressão da matéria nuclear para diferentes composições do setor dos mésons. A fração de assimetria para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  é definida como

$$f_a = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p} = \frac{\rho_n}{\rho_n + \rho_p} - \frac{\rho_p}{\rho_n + \rho_p} = x_n - x_p, \quad (4.107)$$

onde  $x_n$  e  $x_p$  representam, respectivamente, as frações de nêutrons e de prótons no sistema. A fração  $f_a$  assume os seguintes valores: *um* para matéria nuclear constituída apenas por nêutrons, *zero* para matéria nuclear simétrica e valores intermediários a

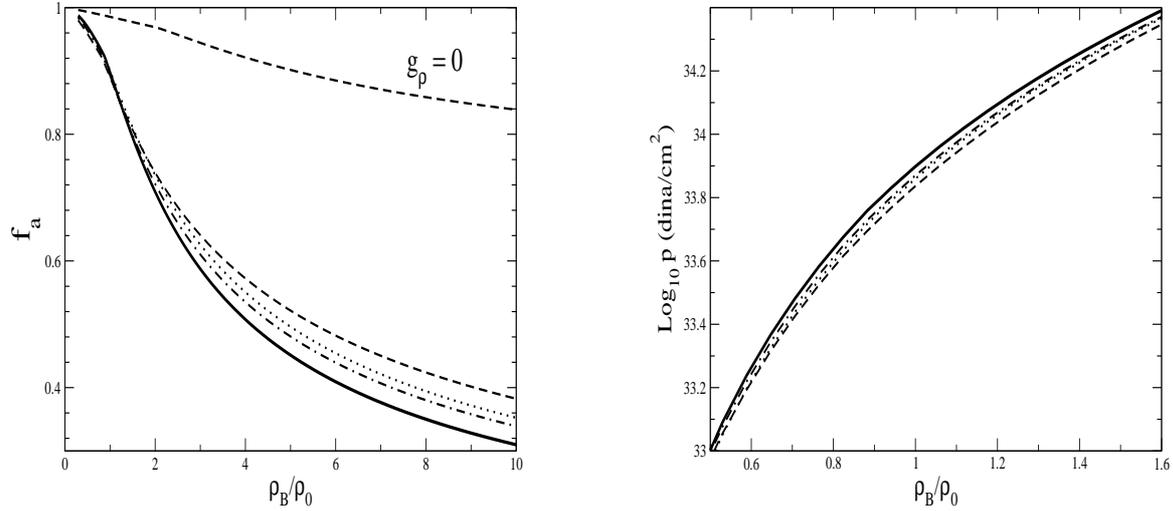


Figura 4.1: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . O painel da esquerda mostra o comportamento da fração de assimetria,  $f_a$ . A figura mostra, também, o comportamento de  $f_a$  quando  $g_{\rho N} = 0$ . O painel da direita mostra o comportamento da pressão da matéria nuclear. Em ambos os painéis as linhas cheias representam resultados com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\zeta$ , as tracejadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ , as ponto-tracejadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  e as pontilhadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\zeta$ .

estes para diferentes misturas do número de prótons e nêutrons do sistema. Investigações dos efeitos dos campos dos mésons escalares-isovetoriais na matéria nuclear *rica* em nêutrons [101, 102, 103] mostram que a presença destes mésons origina um aumento da fração de prótons e, simultaneamente, um decréscimo na fração de nêutrons. Os resultados da figura (4.1) são consistentes com estas investigações, na medida em que a presença do méson  $\delta$  faz com que  $f_a$  diminua de valor, indicando que sua presença implica na diminuição da assimetria de isospin no setor dos núcleons, ou seja, na diminuição da diferença do número de nêutrons e prótons do sistema. A inclusão do méson  $\zeta$  leva a uma diminuição de  $f_a$  ainda maior, ou seja, sua presença é equivalente à *amplificação* da amplitude do méson  $\delta$  anteriormente mencionada. Este resultado é esperado pois, como estes mésons acoplam-se à corrente isovetorial bariônica conservada, assim como o méson  $\rho$ , o estado de mínimo de energia do sistema ocorre quando a diferença no número de nêutrons e prótons diminua. Isto é, o estado de mínimo em energia da matéria nuclear tende a um estado simétrico de isospin ou, no jargão típico da área, a um estado *saturado em isospin*. O efeito do méson  $\rho$  também é mostrado na figura, para efeitos de comparação. E quando este méson é incluído no formalismo, novamente a fração de assimetria decresce. Este resultado pode ser melhor compreendido quando examinamos a curva que corresponde ao caso em que  $g_{\rho} = 0$  na figura (4.1) (painel da esquerda), ou seja, quando a interação entre os núcleons mediada pelo méson  $\rho$  é

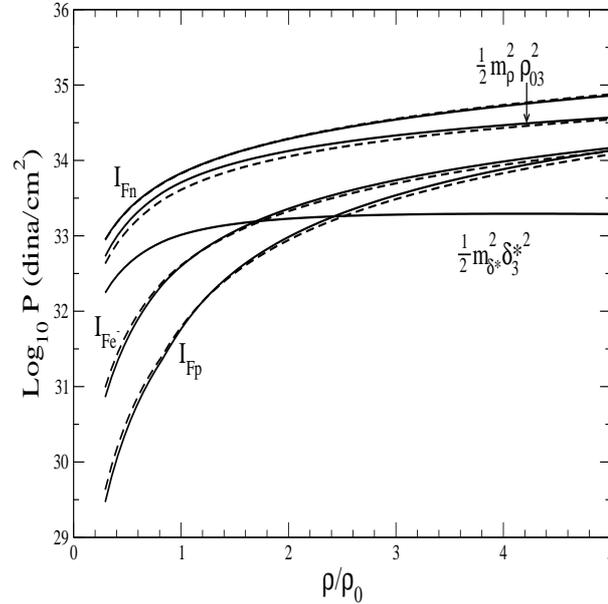


Figura 4.2: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . A figura apresenta o comportamento dos termos mais relevantes da expressão (4.30). As linhas tracejadas representam os resultados com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  e as cheias os resultados com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta^*$ .

“desligada”. A diminuição do valor de  $f_a$  deve-se então, unicamente, às condições de equilíbrio químico, expressa pelas equações (4.94), e de neutralidade de carga elétrica, ditada pela expressão (4.99). Este resultado demonstra assim a importância do méson vetorial-isovetorial  $\rho$  na descrição da estrutura interna de estrelas de nêutrons, objetos estelares compactos com alto grau de assimetria de isospin. A figura (4.1) mostra ainda, no painel da direita, o comportamento da pressão da matéria nuclear em função da densidade bariônica. É importante lembrar, como vimos ao analisarmos a equação (4.30), que os mésons  $\zeta$  e  $\delta$  contribuem, por meio dos termos  $-\frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2$  e  $-\frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2$ , para a diminuição da intensidade da pressão interna da matéria nuclear. No entanto, lembramos que estes mésons contribuem também para a modificação na massa efetiva dos bárions. Ademais, a introdução paulatina destes mésons ao sistema implica em alterações nos valores das constantes de acoplamento dos mésons precedentes, na medida em que as escolhas destes parâmetros visam a reprodução, por parte do modelo, de propriedades observáveis da matéria nuclear. Em particular, a presença dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$  tem implicações nos valores das constantes de acoplamento associadas aos mésons cujos termos cinéticos contribuem com sinal positivo para o valor da pressão do sistema. Como resultado, a presença destes mésons implica, como vemos da figura (4.1), no aumento da pressão do sistema. Há ainda um outro aspecto a ser ressaltado quando

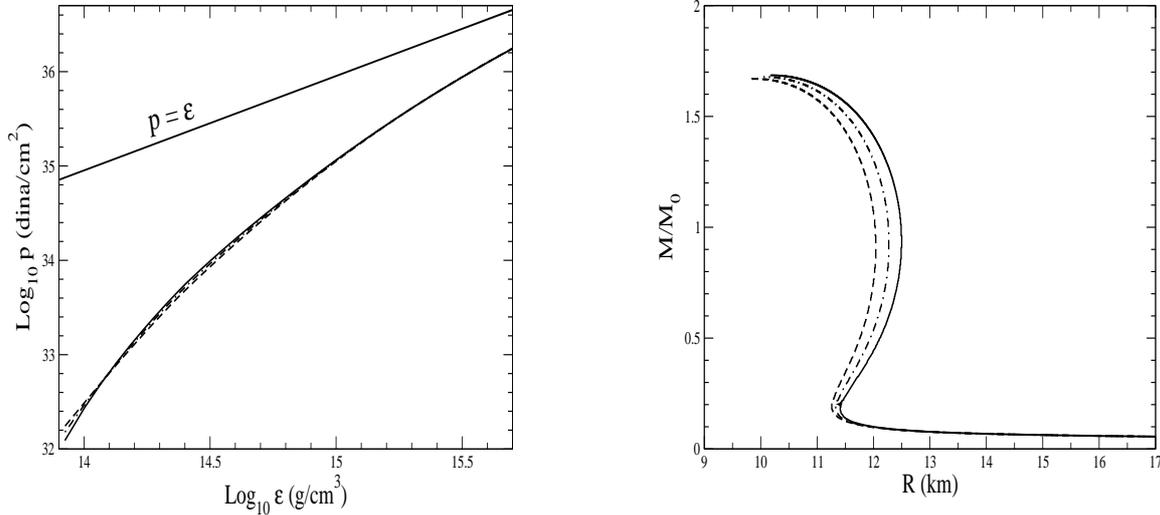


Figura 4.3: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . O painel da esquerda mostra o comportamento da equação de estado nuclear em função da densidade bariônica. A figura apresenta, também, para efeitos de comparação, a equação de estado nuclear mais rígida possível, consistente com a condição de causalidade,  $p = \varepsilon$ . O painel da direita mostra a relação massa-raio para a família de estrelas de nêutrons. Na figura, as linhas cheias representam os resultados com os méson  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta^*$ ; as linhas ponto-tracajadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  e as linhas tracejadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ ).

da inclusão destes mésons ao sistema. A figura (4.2) mostra que, quando os mésons  $\delta$  e  $\zeta$  estão presentes (na figura estes mésons estão representados por  $\delta^*$ ), as integrais de Fermi dos prótons e elétrons, na expressão (4.30), aumentam de valor na densidade de saturação nuclear,  $\rho \sim \rho_0$ ; o termo  $\frac{1}{2}m_\rho^2 \varrho_{03}^2$ , por sua vez, que contribui com sinal positivo para a expressão da pressão, aumenta de valor para qualquer intervalo de densidade bariônica. A integral de Fermi para os nêutrons não sofre alteração apreciável, apresentando uma leve diminuição de valor para densidades altas, ou seja  $\sim 4\rho_0$ . O efeito *global*, então, da inclusão dos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  é como mostrado, o de aumentar a pressão da matéria nuclear em equilíbrio beta.

A figura (4.2) mostra os resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . A figura apresenta o comportamento dos termos mais relevantes da expressão (4.30) da pressão da matéria nuclear em função da densidade bariônica. A análise desta expressão é realizada comparando-se, termo a termo, o efeito da inclusão dos mésons escalares-isovetoriais. Os símbolos  $I_{Fn}$ ,  $I_{Fp}$  e  $I_{Fe^-}$  referem-se respectivamente às integrais de Fermi:

$$\frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{K_{F,N}} k^4 dk (k^2 + M_N^{*2})^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.108)$$

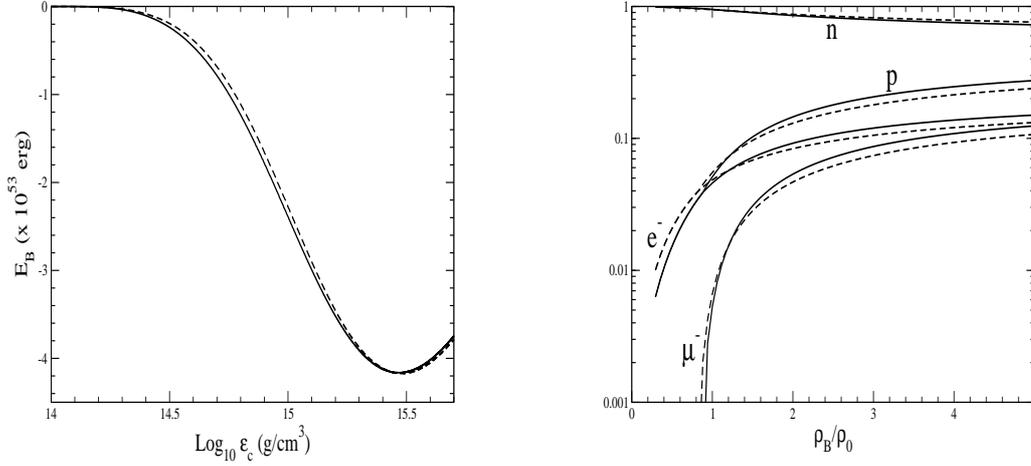


Figura 4.4: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . O painel a esquerda mostra o comportamento da energia de ligação gravitacional estelar,  $E_B$ , em função da densidade de energia central da estrela,  $\epsilon_c$ . Os pontos indicam a localização, no gráfico, da estrela de nêutrons com a massa máxima na família correspondente. O painel da direita mostra a população relativa das espécies de partículas em função da densidade bariônica. A representação das linhas são as mesmas das figuras anteriores.

para os núcleons e

$$\frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{K_{F,e^-}} k^4 dk (k^2 + m_{e^-}^2)^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.109)$$

para os elétrons. Os termos envolvendo os mésons  $\sigma$  e  $\omega$

$$\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2, \quad \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2, \quad (4.110)$$

não estão representados na figura, pois não sofrem alterações apreciáveis quando o méson  $\delta^*$  é incluído no formalismo.

A figura 4.3 mostra o comportamento da equação de estado da matéria nuclear (painel da esquerda) e a relação massa-raio ( $M - R$ ) (painel da direita) para as estrelas de nêutrons. Os resultados mostram que a presença do méson  $\delta^*$  ocasiona enrijecimento da equação de estado nuclear para altas densidades ( $10^{14} - 10^{15} \text{g/cm}^3$ ) bem como aumento da massa máxima e do raio das estrelas de nêutrons, como pode ser verificado na tabela (4.4).

A figura 4.4 mostra o comportamento da energia de ligação gravitacional em função da densidade de energia central da estrela e da *população relativa* das partículas do sistema em função da densidade bariônica. Os resultados mostram que a energia de ligação gravitacional diminui de intensidade quando os mésons escalares-isovetoriais são considerados no formalismo para estrelas cujas massas gravitacionais estão próximas

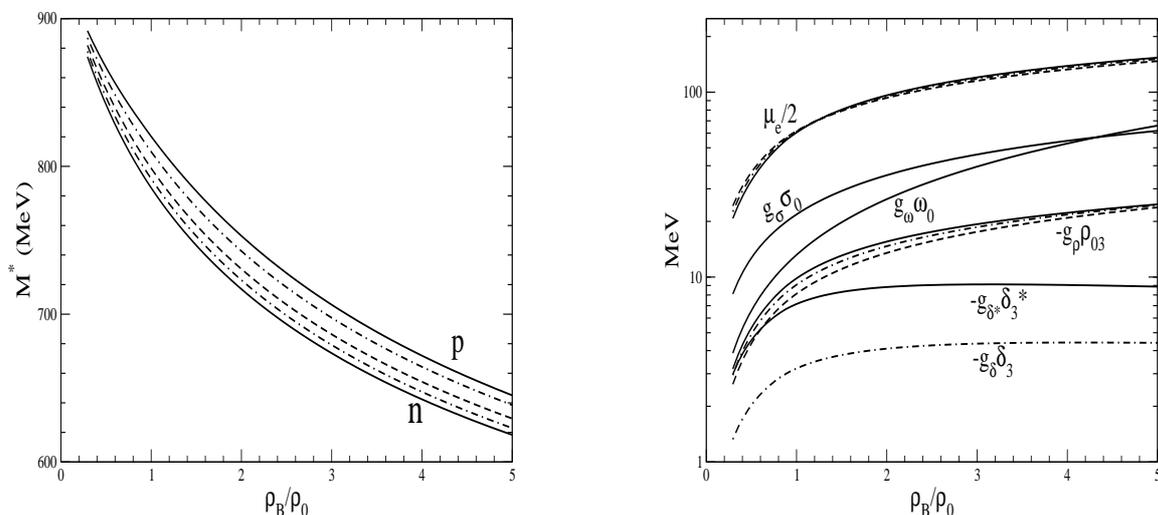


Figura 4.5: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . O painel à esquerda mostra o comportamento da massa efetiva dos nêutrons ( $n$ ) e a dos prótons ( $p$ ), em função da densidade bariônica. O painel da direita mostra o comportamento dos condensados de mésons em função da densidade bariônica. A representação das linhas são as mesmas das figuras anteriores.

ao mínimo valor da curva de energia de ligação gravitacional. É importante ressaltar que a energia de ligação gravitacional da estrela de nêutrons representa a fonte de energia em processos de explosão de supernova do tipo II. Assim, a determinação desta energia liberada poderia representar um vínculo importante com vistas a possíveis restrições dentre as distintas equações de estado da matéria nuclear e, do ponto de vista teórico, entre processos de explosão de supernovas e propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares. A figura (4.5) por sua vez mostra o comportamento da massa efetiva dos núcleons e dos condensados mesônicos em função da densidade bariônica. Os correspondentes resultados apresentados são consistentes com as observações anteriores.

### 4.3.3 Matéria Nuclear em Equilíbrio- $\beta$ Generalizado

A determinação das constantes de acoplamento  $NN$ , por meio das propriedades de equilíbrio da matéria nuclear, anteriormente realizada, possibilita a extrapolação da equação de estado para o regime de altas densidades bariônicas da matéria nuclear[39],  $\sim 6\rho_0$ . Para densidades da ordem de  $\sim 2\rho_0$  pode ocorrer, como vimos, o aparecimento de híperons na matéria nuclear. Prescrições para determinação das constantes de acoplamento  $NH$  e  $HH$ , como aquelas realizadas na seção anterior, tornam-se então absolutamente necessárias. No entanto, a determinação apenas das constantes de acoplamento mencionadas não se mostra suficiente para descrever o comportamento destas partículas na matéria nuclear. Neste sentido, outros aspectos igualmente relevantes,

Tabela 4.4: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . A primeira coluna indica os mésons que foram considerados na interação nuclear. As grandezas físicas, nas demais colunas são as seguintes:  $\varepsilon_c$  representa a densidade de energia central da estrela,  $M$  a massa estelar máxima,  $R$  o raio estelar,  $\rho_B$  a densidade bariônica (determinada no centro estelar),  $S$  o potencial escalar (determinado no centro estelar),  $f_s$  a fração de estranheza (determinada no centro estelar),  $z$  o avermelhamento gravitacional,  $N_B$  o número bariônico total.

| Mésons                               | $\text{Log}_{10} \varepsilon_c$<br>( $g/cm^3$ ) | M<br>( $M_\odot$ ) | R<br>(Km) | $\frac{\rho_B}{\rho_0}$ | $z$  | $N_B$<br>( $\times 10^{58}$ ) |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------|-----------|-------------------------|------|-------------------------------|
| $\sigma, \omega, \varrho$            | 15,501                                          | 1,67               | 9,81      | 8,31                    | 0,42 | 0,23                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \varsigma$ | 15,465                                          | 1,68               | 10,03     | 7,78                    | 0,41 | 0,23                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta$    | 15,467                                          | 1,68               | 10,05     | 7,80                    | 0,41 | 0,23                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$  | 15,459                                          | 1,69               | 10,17     | 7,68                    | 0,40 | 0,23                          |

enumerados a seguir, devem ser levados em consideração: a conservação de número bariônico e a neutralidade de carga.

- Número bariônico é conservado na interação forte [39], estabelecendo assim um vínculo entre as diferentes espécies bariônicas do sistema.
- A neutralidade de carga elétrica do sistema, para densidades menores do que  $2\rho_0$ , é mantida com a ajuda dos elétrons livres<sup>6</sup>. Quando o potencial químico dos elétrons for da ordem de  $\sim 100 \text{ MeV}$ , esta condição implica no possível aparecimento de múons livres na matéria nuclear, os quais devem estar em equilíbrio químico com os elétrons do sistema, devido à conservação de número leptônico. Para densidades maiores do que  $2\rho_0$ , o aparecimento de híperons no sistema torna-se energeticamente favorável. Híperons carregados são então criados de forma que sejam mantidas no sistema as condições de neutralidade de carga elétrica e de conservação de número bariônico.

Novamente, como na seção anterior, o cálculo da equação de estado nuclear requer a determinação dos momenta de Fermi  $k_{F_n}, k_{F_p}, k_{F_\Lambda}, k_{F_{\Sigma^+}}, k_{F_{\Sigma^-}}, k_{F_{\Sigma^0}}, k_{F_{\Xi^-}}, k_{F_{\Xi^0}}, k_{F_e}, k_{F_\mu}$  das diferentes espécies de partículas e dos *condensados*  $\sigma_0, \sigma_0^*, \varsigma_3$  e  $\delta_3$ , os quais são determinados por meio da solução do sistema de equações não-lineares acopladas,

<sup>6</sup>Os léptons na matéria nuclear estão sujeitos apenas à condição de equilíbrio químico e neutralidade de carga elétrica.

obtidas a partir da minimização da energia total do sistema:

$$\begin{aligned}
 m_\sigma^2 \sigma_0 - \sum_B g_{\sigma_B} m_B^{*2} \rho_{sB} &= 0 ; \quad m^2 \omega_0 - \sum_B g_{\omega_B} \rho_B = 0 ; \\
 m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^* - \sum_B g_{\sigma_B^*} m_B^{*2} \rho_{sB} &= 0 ; \quad m_\rho^2 \rho_{03} - \sum_B g_{\rho_B} I_{3B} \rho_B = 0 ; \\
 m_\zeta^2 \zeta_3 - \sum_B g_{\zeta_B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB} &= 0 ; \quad m_\delta^2 \delta_3 - \sum_B g_{\delta_B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB} = 0 ; \\
 m_\phi^2 \phi_0 &= \sum_B g_{\phi_B} \rho_B .
 \end{aligned} \tag{4.111}$$

A solução da equação de estado do sistema tem como pressuposto a condição

$$\rho_p + \rho_n + \rho_\Lambda + \rho_{\Sigma^0} + \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Sigma^+} + \rho_{\Xi^-} + \rho_{\Xi^0} - \rho_B = 0 ; \tag{4.112}$$

para a densidade bariônica do sistema, bem como a imposição de neutralidade de carga

$$\rho_p - \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Sigma^+} - \rho_{\Xi^-} - \rho_e - \rho_\mu = 0 ; \tag{4.113}$$

é considerada ainda a condição de equilíbrio- $\beta$  generalizado (equilíbrio químico generalizado):

$$\begin{aligned}
 \mu_p - \mu_n + \mu_e &= 0 ; \quad ; \mu_{\Sigma^+} - \mu_n + \mu_e = 0 ; \\
 \mu_{\Sigma^-} - \mu_n - \mu_e &= 0 ; \quad ; \mu_{\Xi^-} - \mu_n - \mu_e = 0 ; \\
 \mu_\Lambda - \mu_n &= 0 ; \quad ; \mu_{\Sigma^0} - \mu_n = 0 ; \\
 \mu_{\Xi^0} - \mu_n &= 0 ; \quad ; \mu_e - \mu_\mu = 0 .
 \end{aligned} \tag{4.114}$$

#### 4.3.4 Estado Ressonante $\zeta$ na Matéria Nuclear

Apresentamos a seguir os efeitos da presença do méson  $\zeta$  na matéria nuclear. Examinamos inicialmente o caso da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . Os potenciais nucleares associados aos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  podem ser escritos, na aproximação de campo médio, na forma:

$$\begin{aligned}
 g_\delta \delta_3 &= \left( \frac{g_\delta}{m_\delta} \right)^2 \left( \frac{1}{2} m_p^* \rho_{sp} - \frac{1}{2} m_n^* \rho_{sn} \right) , \\
 g_\zeta \zeta_3 &= \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2 \left( \frac{1}{2} m_p^* \rho_{sp} - \frac{1}{2} m_n^* \rho_{sn} \right) .
 \end{aligned} \tag{4.115}$$

Substituindo-se a expressão acima no termo  $\frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2$ , presente na equação de estado, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{g_\delta}{m_\delta} \right)^2 + \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2 \right] \left( \frac{1}{2}m_p^*\rho_{sp} - \frac{1}{2}m_n^*\rho_{sn} \right)^2, \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \left( \frac{1}{2}m_p^*\rho_{sp} - \frac{1}{2}m_n^*\rho_{sn} \right)^2, \end{aligned} \quad (4.116)$$

onde

$$\left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \equiv \left( \frac{g_\delta}{m_\delta} \right)^2 + \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2. \quad (4.117)$$

Introduzimos então a seguinte definição

$$\frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta_3^{*2} \equiv \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2, \quad (4.118)$$

que demonstra a consistência do resultado obtido na expressão (4.116). Assim, quando os híperons são incluídos no formalismo, o termo da equação de estado nuclear  $\frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2$  pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2 &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_\delta}{m_\delta} \right)^2 \left[ \frac{1}{2}m_p^*\rho_{sp} - \frac{1}{2}m_n^*\rho_{sn} + \chi_{\delta\Sigma} (m_{\Sigma^+}^*\rho_{s\Sigma^+} - m_{\Sigma^-}^*\rho_{s\Sigma^-}) \right. \\ &+ \left. \chi_{\delta\Xi} \left( \frac{1}{2}m_{\Xi^+}^*\rho_{s\Xi^+} - \frac{1}{2}m_{\Xi^-}^*\rho_{s\Xi^-} \right) \right]^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2 \left[ \frac{1}{2}m_p^*\rho_{sp} - \frac{1}{2}m_n^*\rho_{sn} \right. \\ &+ \left. \chi_{\zeta\Sigma} (m_{\Sigma^+}^*\rho_{s\Sigma^+} - m_{\Sigma^-}^*\rho_{s\Sigma^-}) + \chi_{\zeta\Xi} \left( \frac{1}{2}m_{\Xi^+}^*\rho_{s\Xi^+} - \frac{1}{2}m_{\Xi^-}^*\rho_{s\Xi^-} \right) \right]^2, \end{aligned} \quad (4.119)$$

ou ainda como

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2 &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \left[ \frac{1}{2}m_p^*\rho_{sp} - \frac{1}{2}m_n^*\rho_{sn} + \chi_{\delta\Sigma^*} (m_{\Sigma^+}^*\rho_{s\Sigma^+} - m_{\Sigma^-}^*\rho_{s\Sigma^-}) \right. \\ &+ \left. \chi_{\delta\Xi^*} \left( \frac{1}{2}m_{\Xi^+}^*\rho_{s\Xi^+} - \frac{1}{2}m_{\Xi^-}^*\rho_{s\Xi^-} \right) \right]^2 \equiv \frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta_3^{*2}, \end{aligned} \quad (4.120)$$

onde  $\chi_{\delta\Sigma} = \chi_{\zeta\Sigma} = \chi_{\delta\Sigma^*}$  e  $\chi_{\delta\Xi} = \chi_{\zeta\Xi} = \chi_{\delta\Xi^*}$ .

Os resultados obtidos anteriormente, indicam que podemos escrever um lagrangeano equivalente ao lagrangeano (4.28) por meio das seguintes substituições

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\delta} &\longrightarrow \boldsymbol{\delta}^*; \\ m_\delta &\longrightarrow m_{\delta^*}; \\ g_{\delta_B} &\longrightarrow g_{\delta_B^*}, \end{aligned} \quad (4.121)$$

excluindo assim a presença explícita dos méson  $\zeta$  e  $\delta$ , pois a contribuição de ambos por

ser considerada, de maneira equivalente, por meio da inclusão do campo efetivo  $\delta^*$ .

A formulação langrangeana correspondente pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eft} &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\varrho_{03}^2 + \frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta_3^{*2} \\ &+ \sum_B \left[ \bar{\psi}_B (i\gamma_\mu\partial^\mu - g_{\omega_B}\gamma^0\omega_0 - \frac{1}{2}g_{\varrho_B}\gamma^0\tau_3\varrho_{03} - M_B^*)\psi_B \right] \\ &+ \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu\partial^\mu - m_l)\psi_l, \end{aligned} \quad (4.122)$$

onde a massa efetiva dos bárions é então expressa, em termos do méson efetivo  $\delta^*$  na forma

$$M_B^* \equiv m_B^*M_B = \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B}\sigma_0 + g_{\sigma_B^*}\sigma_0^* + \frac{1}{2}g_{\delta_B^*}I_{3B}\delta_3^*}{M_B} \right)^{-1} M_B. \quad (4.123)$$

A altas densidades as frações  $\frac{g_{\sigma_B}\sigma_0}{M_B}$ ,  $\frac{g_{\sigma_B^*}\sigma_0^*}{M_B}$ ,  $\frac{g_{\delta_B^*}\delta_3^*}{M_B}$  obedecem as condições

$$\frac{g_{\sigma_B}\sigma_0}{M_B} \ll 1; \quad \frac{g_{\sigma_B^*}\sigma_0^*}{M_B} \ll 1; \quad \frac{g_{\delta_B^*}\delta_3^*}{M_B} \ll 1. \quad (4.124)$$

A equação (4.123) pode ser então expandida, em primeira aproximação, em uma série de Taylor:

$$M_B^* \sim M_B - 2g_\sigma\sigma_0 - 2g_{\sigma^*}\sigma_0^* - g_{\delta^*}I_3\delta_3^*. \quad (4.125)$$

As massas efetivas dos nêutrons e dos prótons, bem como dos híperons  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$  e  $\Xi^-$  podem ser escritas então, respectivamente, na forma

$$\begin{aligned} M_n^* &\sim M_n - 2g_\sigma\sigma_0 + g_{\delta^*}\delta_3^*; \\ M_p^* &\sim M_p - 2g_\sigma\sigma_0 - g_{\delta^*}\delta_3^*; \\ M_{\Lambda^0}^* &\sim M_{\Lambda^0} - 2g_{\sigma_\Lambda}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Lambda^*}\sigma_0^*; \\ M_{\Sigma^+}^* &\sim M_{\Sigma^+} - 2g_{\sigma_\Sigma}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Sigma^*}\sigma_0^* - 2g_{\delta_\Sigma^*}\delta_3^*; \\ M_{\Sigma^0}^* &\sim M_{\Sigma^0} - 2g_{\sigma_\Sigma}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Sigma^*}\sigma_0^*; \\ M_{\Sigma^-}^* &\sim M_{\Sigma^-} - 2g_{\sigma_\Sigma}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Sigma^*}\sigma_0^* + 2g_{\delta_\Sigma^*}\delta_3^*; \\ M_{\Xi^0}^* &\sim M_{\Xi^0} - 2g_{\sigma_\Xi}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Xi^*}\sigma_0^* - g_{\delta_\Xi^*}\delta_3^*; \\ M_{\Xi^-}^* &\sim M_{\Xi^-} - 2g_{\sigma_\Xi}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Xi^*}\sigma_0^* + g_{\delta_\Xi^*}\delta_3^*. \end{aligned} \quad (4.126)$$

Destas equações resulta então, para o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons,

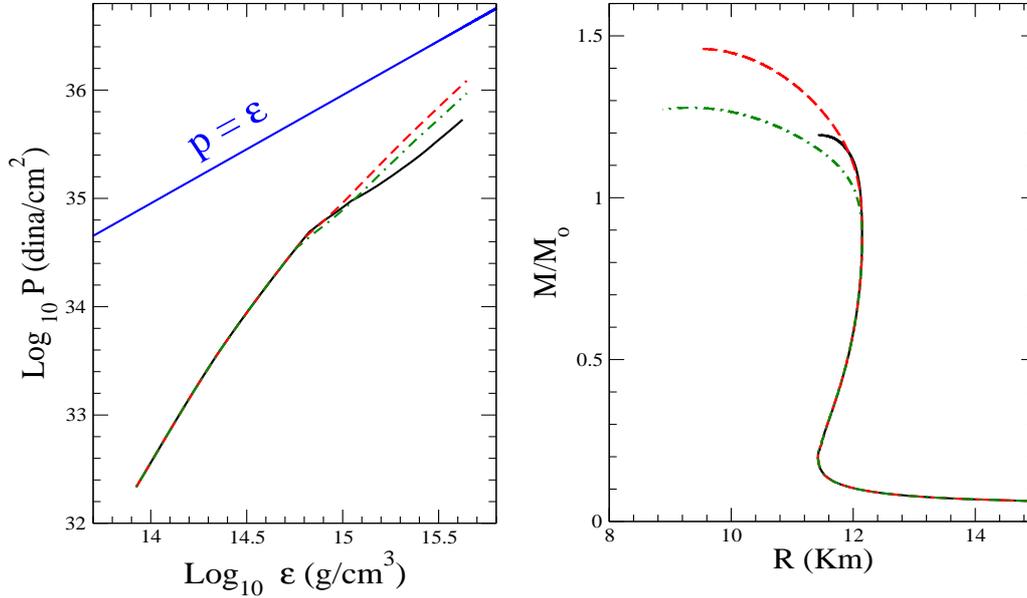


Figura 4.6: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel da esquerda mostra a equação de estado nuclear. O painel da direita a relação massa-raio. Os resultados incluem os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  apenas. As linhas cheias representam os resultados com o esquema  $SU(6)$  para as constantes de acoplamento dos híperons; as linhas tracejadas, os resultados com esquema de acoplamento universal, isto é,  $\chi_\sigma = \chi_\omega = \chi_\rho = 1$ ; e as ponto-tracejadas com o esquema,  $\chi_\sigma = \chi_\omega = \chi_\rho = \sqrt{2/3}$  [44].

dos prótons e dos híperons  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$  e  $\Xi^-$ :

$$\begin{aligned}
 \Delta_{np}^* &\sim (M_n - M_p) + 2g_{\delta^*} \delta_3^* ; \\
 \Delta_{\Sigma^0 \Sigma^+}^* &\sim (M_{\Sigma^0} - M_{\Sigma^+}) + 2g_{\delta_\Sigma^*} \delta_3^* ; \\
 \Delta_{\Sigma^0 \Sigma^-}^* &\sim (M_{\Sigma^0} - M_{\Sigma^-}) - 2g_{\delta_\Sigma^*} \delta_3^* ; \\
 \Delta_{\Xi^0 \Xi^-}^* &\sim (M_{\Xi^0} - M_{\Xi^-}) - 2g_{\delta_\Xi^*} \delta_3^* .
 \end{aligned} \tag{4.127}$$

Estes resultados indicam que a presença no formalismo dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$ , — ou equivalentemente do méson  $\delta^*$  —, acentua o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons, dos prótons e dos híperons  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$  e  $\Xi^-$ , contribuindo para o acréscimo das massas efetivas dos nêutrons e dos híperons  $\Sigma^-$  e  $\Xi^-$ , bem como para a diminuição das massas efetivas dos prótons e dos híperons  $\Sigma^+$  e  $\Xi^-$ . A inclusão no formalismo dos mésons  $\sigma$  e  $\sigma^*$ , acentua, de forma similar ao caso anterior, o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons, dos prótons e dos híperons  $\Sigma$  e  $\Xi$ ; no que diz respeito porem às massas efetivas de cada uma destas partículas, estes mésons contribuem sistematicamente para sua redução.

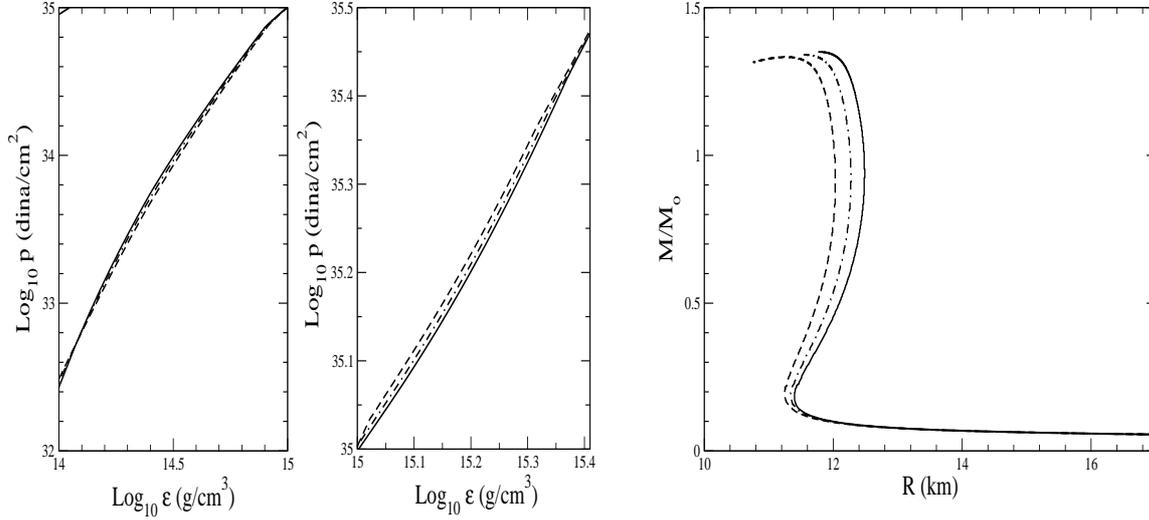


Figura 4.7: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. Os painéis à esquerda mostram o comportamento da equação de estado da matéria nuclear. O painel à direita mostra o comportamento da relação massa-raio para a família de estrelas de nêutrons correspondente à integração das equações TOV utilizando-se as equações de estado da matéria nuclear apresentadas nos painéis à esquerda. As linhas cheias representam os resultados com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta^*$ ; as ponto-tracejadas, os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  e as tracejadas, os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ .

### 4.3.5 Resultados

A figura (4.6) mostra os resultados do modelo ZMM para a equação de estado e para a relação massa-raio estelar, considerando-se matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  generalizado[104]. Os resultados indicam que a adoção do esquema  $SU(6)$  na determinação das constantes de acoplamento do sistema *suaviza* apreciavelmente a equação de estado da matéria nuclear.

Para uma melhor compreensão destes resultados apresentamos inicialmente uma síntese das relações que determinam as constantes de acoplamento por meio da simetria  $SU(6)$ . Uma vez fixados os valores de  $g_{\sigma N}$ ,  $g_{\omega N}$  e  $g_{\rho N}$ , as relações entre estes parâmetros e as demais constantes de acoplamento são as seguintes:

- para os acoplamentos entre os campos dos núcleons e dos híperons com os campos dos mésons escalares-isoescalares

$$\frac{1}{3} g_{\sigma N} = \frac{1}{2} g_{\sigma \Lambda} = \frac{1}{2} g_{\sigma \Sigma} = g_{\sigma \Xi}; \quad (4.128)$$

- para os acoplamentos entre os campos dos núcleons e dos híperons com os campos

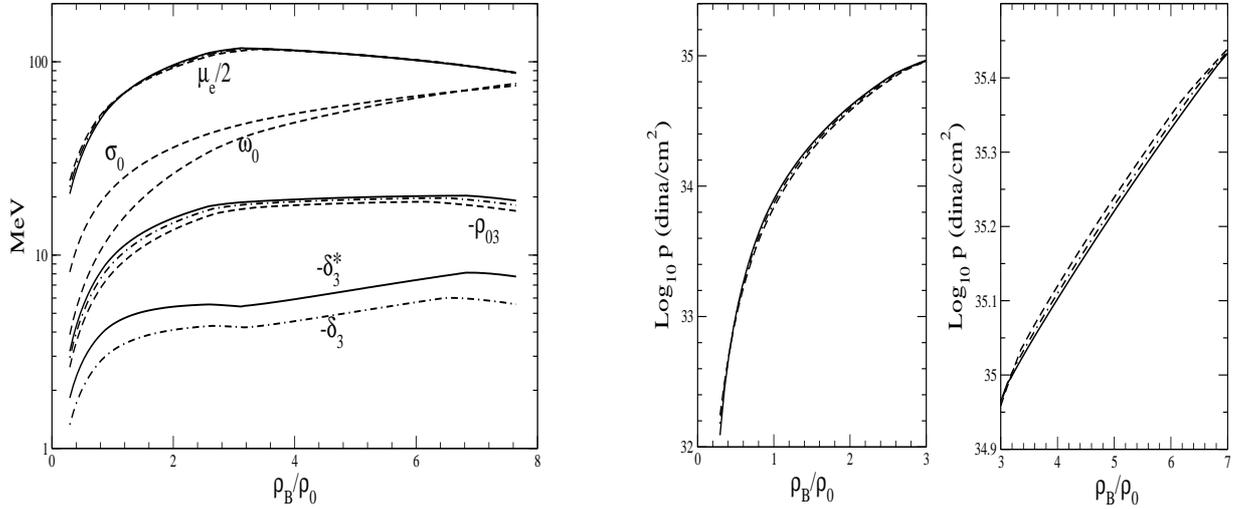


Figura 4.8: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel à esquerda apresenta o comportamento dos *condensados* dos mésons e do potencial químico dos elétrons em função da densidade bariônica. Os painéis à direita apresentam o comportamento da pressão nuclear em função da densidade bariônica. As linhas seguem a mesma representação da figura anterior.

dos mésons vetoriais-isoescalares e vetoriais-isovetoriais

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} g_{\omega_N} &= \frac{1}{2} g_{\omega_\Lambda} = \frac{1}{2} g_{\omega_\Sigma} = g_{\omega_\Xi}; \\ g_{\varrho_N} &= \frac{1}{2} g_{\varrho_\Sigma} = g_{\varrho_\Xi}; g_{\varrho_\Lambda} = 0. \end{aligned} \quad (4.129)$$

- para os acoplamentos entre os campos dos híperons com os campos dos mésons estranhos  $\phi$

$$2g_{\phi_\Lambda} = 2g_{\phi_\Sigma} = g_{\phi_\Xi} = \frac{2\sqrt{2}}{3} g_{\omega_N}, \quad g_{\phi_N} = 0; \quad (4.130)$$

- para os acoplamentos entre os campos dos híperons com os campos dos mésons estranhos  $\sigma^*$

$$2g_{\sigma^*_\Lambda} = 2g_{\sigma^*_\Sigma} = g_{\sigma^*_\Xi} = \frac{2\sqrt{2}}{3} g_{\sigma_N}, \quad g_{\sigma^*_N} = 0; \quad (4.131)$$

enfatizamos novamente que os campos dos mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$  não se acoplam com os campos dos núcleons,  $\psi_N$ .

Posteriormente, lembramos que, da condição de equilíbrio químico

$$\mu_B = n_B \mu_n - q_B \mu_e,$$

podemos obter, da equação (4.27), em vista de que  $\mu_B(k) = \epsilon_B(k)$ , no caso em que

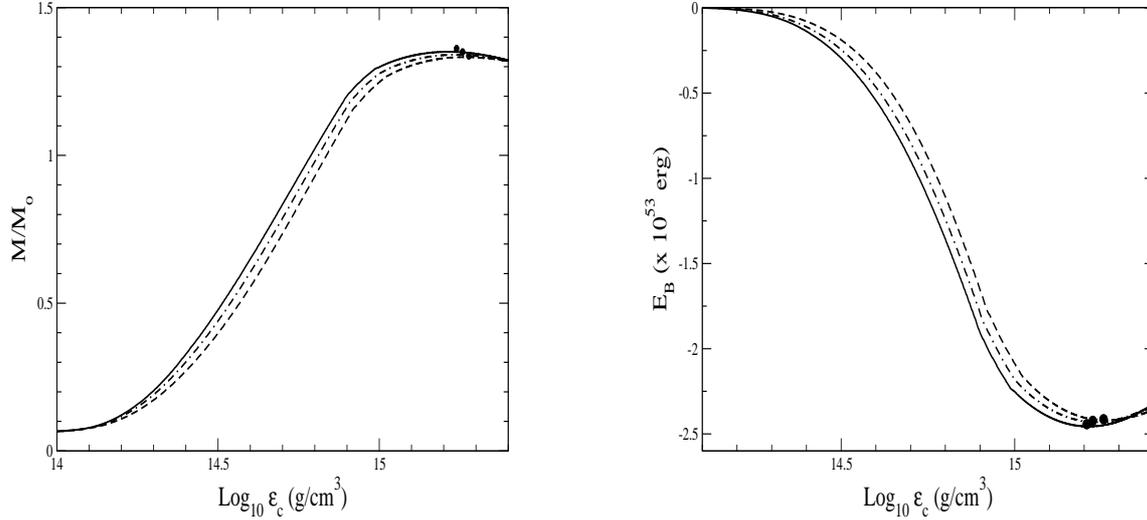


Figura 4.9: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel da esquerda mostra o comportamento da massa estelar em função da densidade de energia central da estrela,  $\varepsilon_c$ . O painel da direita mostra o comportamento da energia de ligação gravitacional em função da densidade de energia central. Os pontos em destaque indicam as posições, nos gráficos, que correspondem à estrela de massa máxima da família de estrelas de nêutrons do modelo. As linhas seguem a mesma representação da figura (4.7).

$n_B = 1$ , a condição limiar de aparecimento de bárions, dada pela equação

$$\mu_n - q_B \mu_e \geq g_{\omega_B} \omega_0 + g_{\phi_B} \phi_0 + g_{\rho_B} I_{3B} \rho_{03}(k) + M_B^*. \quad (4.132)$$

Da expressão (4.111), o sinal de  $\rho_{03}$  é determinado pela equação

$$m_\rho^2 \rho_{03} - \sum_B g_{\rho_B} I_{3B} \rho_B = 0.$$

Como vemos, o sinal de  $\rho_{03}$  depende da combinação de diferentes termos que correspondem, por sua vez, à contribuição de todos os bárions do sistema. Os resultados obtidos neste tese indicam que o sinal resultante do condensado dos mésons  $\rho_{03}$  é negativo (ver figura (4.12)). Na equação (4.132), o termo correspondente ao méson  $\rho$  determina se o aparecimento de uma dada espécie é favorecido ou não é favorecido no que se refere, particularmente, à dependência de isospin. Assim, uma dada espécie, cuja terceira componente de isospin não altera o sinal do termo  $g_{\rho_B} I_{3B} \rho_{03}(k)$ , é dita *favorecida em isospin*, como é o caso, por exemplo, do próton, enquanto que uma espécie, cujo valor de  $I_{3B}$  altera o sinal do termo referente ao méson  $\rho$ , é dita *não favorecida em isospin*. Evidentemente, de maneira geral, o limiar para o aparecimento de uma dada espécie depende, além do aspecto acima mencionado, também do valor da massa de repouso

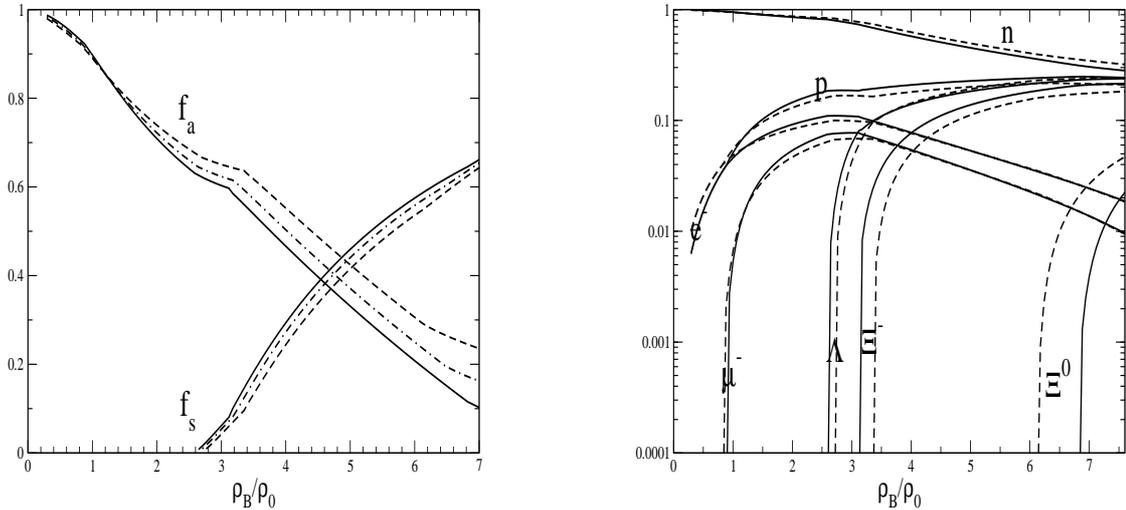


Figura 4.10: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel da esquerda mostra o comportamento do coeficiente de assimetria,  $f_a$ , e da fração de estranheza,  $f_s$  (definida na equação (4.133)), em função da densidade bariônica. O painel da direita mostra a população relativa das espécies em função da densidade bariônica. As linhas seguem a mesma representação da figura (4.7).

da espécie bem como dos valores das constantes de acoplamento associadas aos demais campos mesônicos do sistema.

E neste ponto de nossa análise retornamos à discussão dos resultados anteriores referentes ao modelo ZMM, que indicam que a adoção do esquema  $SU(6)$  na determinação das constantes de acoplamento do sistema *suaviza* apreciavelmente a equação de estado da matéria nuclear. Este resultado pode ser explicado a partir da análise da estrutura da equação (4.132), em vista de que tal escolha de esquema de acoplamento leva a valores dos parâmetros da teoria que são expressivamente menores do que os valores correspondentes associados a outros esquemas de acoplamento. Este aspecto faz com que o limiar para o aparecimento das espécies, mesmo para aquelas mais massivas, ocorra, no caso do modelo ZMM, a densidades expressivamente mais baixas do que nos casos anteriores. Conseqüentemente, a pressão de densidade correspondente é também mais baixa. E como também vimos anteriormente, uma equação de estado,  $A$ , é mais rígida do que outra,  $B$ , se a pressão interna associada a  $A$ , para qualquer valor de densidade, for maior do que a pressão interna correspondente a  $B$ . Dotada de uma maior pressão interna, a estrela  $A$  pode suportar uma maior compressão gravitacional do que a estrela  $B$  e portanto a primeira deve ter uma massa maior do que a segunda, uma vez que a intensidade da força gravitacional está diretamente associada à massa estelar. Utilizando-se o jargão típico da área, dizemos que a estrela  $A$  pode *suportar* maior massa do que  $B$  e que a equação de estado da estrela  $A$  é mais *rígida*

enquanto que a equação de estado da estrela  $B$  é mais *suave* (ou *menos rígida*). E como vimos então, que no caso em que considerarmos o esquema  $SU(6)$  para as constantes de acoplamento da teoria, ocorre uma *suavização* da correspondente equação de estado em contraposição à escolhas que adotam os demais esquemas de acoplamento vistos neste tese, as predições teóricas referentes ao modelo ZMM levam, conseqüentemente, a menores valores da massa máxima das estrelas de nêutrons no primeiro caso em comparação aos demais. Evidentemente, estes resultados estão associados aos esquemas de acoplamento escolhidos bem como à estrutura formal do modelo considerado nesta seção, ou seja, o modelo ZMM. Isto significa dizer que pode existir uma equação de estado mais rígida do que aquela associada ao modelo ZMM, mesmo que seja adotado nos cálculos de propriedades da matéria nuclear o esquema de acoplamentos  $SU(6)$ . Voltaremos à discussão destes aspectos na seção seguinte.

Os efeitos dos mésons  $\delta$  e  $\delta^*$  no comportamento da equação de estado nuclear e na relação massa-raio de estrelas de nêutrons são indicados na figura (4.7). A inclusão destes mésons no formalismo ocasiona acréscimo nos valores da massa máxima e do raio das estrelas de nêutrons, como pode ser comprovado na tabela (4.5).

Na figura (4.8) são apresentados os resultados do comportamento dos *condensados* dos mésons, do potencial químico dos elétrons e da pressão nuclear em função da densidade bariônica. É importante salientarmos nas figuras a modificação no comportamento do condensado do méson  $\delta$ , devido à inclusão do méson  $\varsigma$ , cujo efeito de amplificação anteriormente mencionado, quando se procede à substituição  $\delta \rightarrow \delta^*$ , torna-se expressivo.

A figura (4.9) mostra o comportamento da massa estelar e da energia de ligação gravitacional em função da densidade de energia central da estrela,  $\varepsilon_c$ . Os pontos em destaque indicam as posições, nos gráficos, correspondentes à estrela de massa máxima da família de estrelas de nêutrons do modelo. É importante notar novamente os efeitos nestas grandezas da inclusão do estado ressonante escalar-isovetorial  $\varsigma$ .

Investigamos também nesta tese o chamado *conteúdo de estranheza* da matéria nuclear, utilizando para isso a *fração de estranheza* [103]

$$f_s = \frac{\rho_\Lambda + \rho_\Sigma + 2\rho_\Xi}{\rho_B}, \quad (4.133)$$

cujá definição apresenta similaridades com a correspondente definição do coeficiente de assimetria da matéria nuclear  $f_a = (\rho_n - \rho_p)/\rho_B$ . A figura (4.10) mostra os resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. A figura mostra o comportamento do coeficiente de assimetria,  $f_a$ , da fração de estranheza e da população relativa das espécies em função da densidade bariônica. Os resultados indicam que a fração de estranheza cresce à medida em que a densidade bariônica cresce, em conseqüência da realização de *bárions estranhos*, que ocorre a altas densidades da matéria nuclear. O comportamento da fração de assimetria apresenta, no caso em que consideramos matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  generalizado, consistência com os resul-

tados correspondentes obtidos no caso da matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$ . Entretanto, a presença dos híperons no sistema, evidenciada pelo comportamento da fração de estranheza, altera de maneira expressiva o comportamento da fração de assimetria no caso da matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  generalizado, como esperado, na medida em que a produção de híperons modifica a fração de prótons e de nêutrons do sistema<sup>7</sup>.

Tabela 4.5: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. As grandezas representadas seguem o mesmo padrão apresentado na tabela (4.4).

| Mésons                                              | $\text{Log}_{10} \varepsilon_c$<br>( $g/cm^3$ ) | M<br>( $M_\odot$ ) | R<br>(km) | $\frac{\rho_B}{\rho_0}$ | z    | $N_B$<br>( $\times 10^{58}$ ) |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------|-----------|-------------------------|------|-------------------------------|
| $\sigma, \omega, \varrho$                           | 15,259                                          | 1,33               | 11,28     | 5,47                    | 0,24 | 0,17                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta$                   | 15,233                                          | 1,34               | 11,54     | 5,18                    | 0,23 | 0,18                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$                 | 15,210                                          | 1,35               | 11,77     | 4,93                    | 0,23 | 0,18                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi$           | 15,283                                          | 1,34               | 11,14     | 5,74                    | 0,25 | 0,18                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi, \delta$   | 15,254                                          | 1,35               | 11,42     | 5,40                    | 0,24 | 0,18                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi, \delta^*$ | 15,227                                          | 1,36               | 11,66     | 5,11                    | 0,24 | 0,18                          |

A figura (4.11) mostra os resultados do modelo ZMM para o comportamento da equação de estado da matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  generalizado e da relação massa-raio para a família de estrelas de nêutrons obtida a partir da integração das equações TOV. Os resultados para a massa máxima indicam que a inclusão do méson  $\varsigma$  (ou, equivalentemente, do méson  $\delta^*$ ) enrijece a equação de estado da matéria nuclear. O valor da massa máxima, quando os mésons  $\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi$  e  $\delta^*$  são incluídos no formalismo (ver tabela (4.5)), com a adoção do esquema de determinação das constantes de acoplamento dos híperons descrito anteriormente, corresponde a cerca de  $1,36M_\odot$ , valor este menor portanto do que o valor da massa do pulsar Hulse-Taylor[118] ( $M = 1,4411 \pm 0,0007 M_\odot$ ) bem como menor do que o valor médio para a massa das estrelas de nêutrons conhecidas atualmente: cerca de  $1,6 M_\odot$  [9]. Nesta tese consideramos uma estrela de nêutrons estática, isto é, não-rotante. No entanto, como se sabe, estrelas de nêutrons são objetos em rotação<sup>8</sup>; assim, os efeitos de rotação devem ser levados em conta no formalismo, na medida em que afetam as propriedades globais da estrela, como por exemplo a sua massa, o seu raio e a sua densidade central: a rotação estelar *induz* uma *força centrífuga* que contribui com um efeito de repulsão no balanço entre a *força gravitacional* atrativa e a *força nuclear* predominantemente repulsiva. Assim, a estrela pode *suportar*, no caso em que consideramos a rotação estelar, um valor de massa maior do que no caso não-rotante, aumentando, assim, o seu raio

<sup>7</sup>Exemplificadamente, as seguintes reações produzem híperons:  $\bar{p} + p \rightarrow \bar{\Lambda} + \Lambda$ ;  $K^- + p \rightarrow \Sigma^- + \pi^+$ ;  $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$ ;  $n + n \rightarrow n + K + \Lambda$ ;  $p + p \rightarrow p + K^+ + \Lambda$ ;  $n + n \rightarrow n + K^- + \Sigma^+$ ;  $n + p + \mu^- \rightarrow p + \Sigma^- + 2\gamma + 2\nu_\mu$ ;  $n + n + \mu^- \rightarrow n + \Sigma^- + 2\gamma + \nu_\mu$ .

<sup>8</sup>A distribuição dos períodos de rotação dos pulsares está no intervalo de  $1,56ms$  a  $10ms$ [11], com um período médio de rotação de  $0,7s$  (ver, por exemplo, N. Glendenning [11]).

equatorial e diminuindo o valor da sua densidade central. A variação destas grandezas é estimada[11] como sendo: aumento da ordem de  $\sim 10\%$  na massa estelar e de  $\sim 1,5$  a  $2$  km no raio equatorial,  $R_{eq}$ , e diminuição da ordem de  $\sim 20\%$  no valor da densidade central. Ao se levar estas estimativas em conta em nossos resultados obtemos:

$$M \sim 1,5 M_{\odot}, \quad R_{eq} \sim 13,16 - 13,66 \text{ km}, \quad \text{Log}_{10}\varepsilon_c \sim 12,182 \text{ g/cm}^3; \quad (4.134)$$

este valor para a massa estelar está dentro do intervalo de massas aceitável atualmente. Cabe lembrar que em uma estrela de nêutrons caracterizada por um período de rotação *lento*, como por exemplo a estrela EXO-0748-676, que possui uma frequência de rotação de  $47\text{Hz}$ , os efeitos de rotação podem ser desprezados. Estes resultados indicam a necessidade de introduzirmos futuramente uma nova abordagem teórica para a matéria nuclear de forma a superarmos estas limitações.

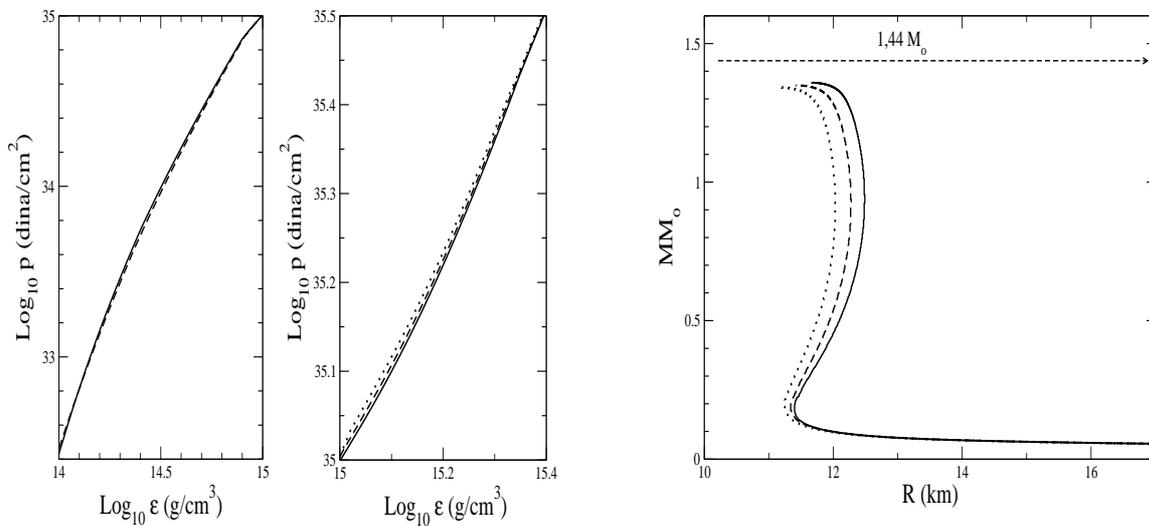


Figura 4.11: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel da esquerda apresenta a equação de estado nuclear. O painel da direita apresenta a relação massa-raio para a família de estrelas de nêutrons. A linha horizontal representa na figura o valor da massa do pulsar Hulse-Taylor. As linhas cheias representam resultados com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta^*$ , as tracejadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta$  e as pontilhadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$ .

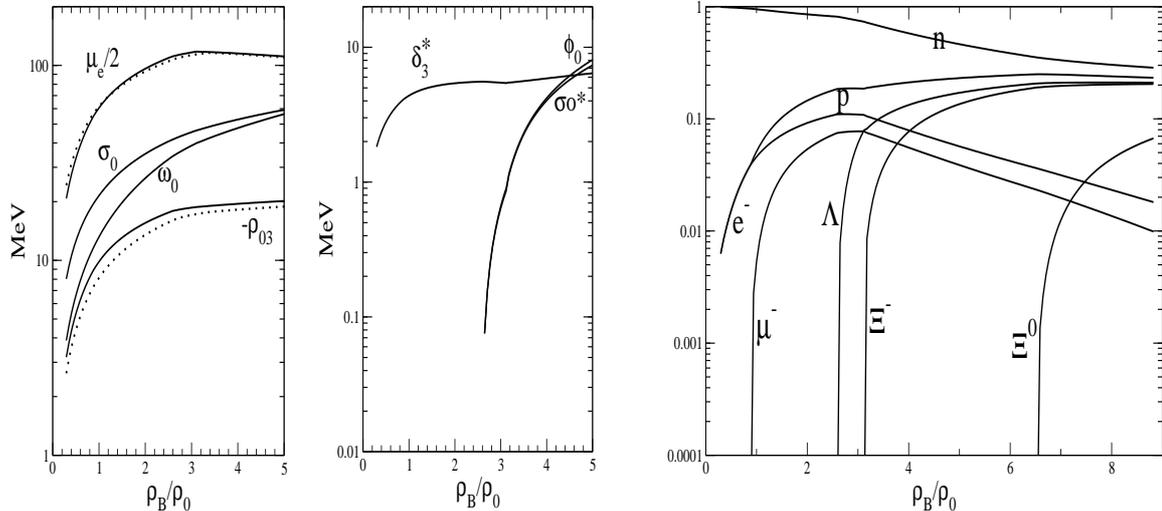


Figura 4.12: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. Os painéis da esquerda apresentam o comportamento dos condensados dos mésons *estranhos*  $\sigma^*$  e  $\phi$  e do *méson efetivo*  $\delta^*$ . O painel da direita apresenta o comportamento das populações relativas das espécies em função da densidade bariônica. As representação das linhas seguem a da figura (4.11).

#### 4.3.6 Modelo Efetivo, Incertezas nas Predições de Grandezas Nucleares Fundamentais e a Massa do Pulsar Hulse-Taylor

O modelo da matéria nuclear infinita, originalmente criado para simplificar a descrição de sistemas físicos de muitos corpos fortemente interagentes, representa, como vimos, uma excelente aproximação para a descrição de propriedades de estrelas de nêutrons, que contém cerca de  $10^{57}$  partículas, e de reações de núcleos pesados. E chega a ser surpreendente que a concepção de matéria nuclear infinita, quando aplicada ao estudo de núcleos finitos, apresente resultados, algumas vezes, bastante próximos da *realidade*. Evidentemente, estão fora do escopo dessa tese, as implicações físicas e filosóficas dessa constatação.

Ainda assim, uma pergunta se impõe: *como ir de um núcleo finito para a matéria nuclear infinita?* Esta pergunta reflete uma preocupação permanente da comunidade científica: *qual a nossa compreensão sobre os múltiplos caminhos que podem levar à extrapolações de propriedades e predições que pertencem ao domínio de sistemas nucleares finitos para a matéria nuclear infinita?* Ou então: *estas extrapolações podem ser realizadas de maneira consistente? Como?* Ou ainda: *há algum sentido em fixarmos algumas propriedades, como os valores das constantes de acoplamento que envolvem a interação entre os núcleons e os mésons, na densidade de saturação, e mantermos*

*estas grandezas fixas quando consideramos densidades extremas como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares? E por fim: faz sentido, do ponto de vista de consistência formal, determinarmos a equação de estado da matéria nuclear considerando um modelo no âmbito da Relatividade Especial e utilizarmos esta mesma equação de estado para descrevermos propriedades destes sistemas estelares no âmbito da Relatividade Geral? Estas indagações, é importante lembrar, dizem respeito a grandezas nucleares fundamentais: densidade, energia de ligação, densidade de saturação, energia de saturação e módulo de compressibilidade.*

Na busca de respostas a essas indagações, fórmulas semi-empíricas de massa e de energia de ligação nuclear foram criadas, com base no modelo da gota líquida. A mais antiga dessas fórmulas para a energia de um núcleo foi desenvolvida por Hans Bethe e Carl von Weizsäcker.

Apesar do sucesso de fórmulas semi-empíricas de massa na descrição de propriedades globais fundamentais de núcleos finitos, esses modelos apresentavam alguns problemas conceituais: eram formulações baseadas na física clássica, portanto sem a inclusão de aspectos quantum-mecânicos, essenciais para uma melhor compreensão do *mundo fenomenológico*, bem como não faziam alusão à existência e às propriedades das partículas nucleares e não continham ingredientes que pudessem descrever a imensa complexidade de um sistema fermiônico de muitos corpos fortemente interagente. Embora o coeficiente de Coulomb,  $a_3$ , especificasse a densidade nuclear na forma indireta  $a_3 = 0,6e^2/r_0$ , — pois o raio do núcleon, dado por  $r_0$ , e a densidade nuclear,  $\rho$ , são grandezas relacionadas, para núcleos finitos, na forma  $\rho = 3/(4\pi r_0^3)$  —, o modelo introduzia o famoso paradoxo do  $r_0$ : uma vez que tal relação não é adotada na formulação da matéria nuclear, os cálculos correspondentes levavam a valores menores para a densidade de núcleos pesados em comparação à densidade da matéria nuclear<sup>9</sup>. Havia argumentos para consolidar essa posição como, por exemplo, de que a presença da interação de Coulomb em fórmulas semi-empíricas de massa, mas não considerada nos modelos de matéria nuclear infinita, seria o elemento responsável por tais discrepâncias: a presença da repulsão de Coulomb entre os prótons faz com que exista uma tendência para o aumento do raio do núcleo. Isto fez com que houvesse uma mudança das concepções que levavam a adotar primeiramente os valores  $r_0 = 1,22fm$ , para núcleos finitos, o que corresponderia, para densidades da matéria nuclear, a  $r_0 = 1,12 - 1,13fm$ , passando-se mais tarde a adotar os valores  $\rho_\infty = 0,24fm^{-3}$ ,  $k_F = 1,52fm^{-1}$  e  $r_0 = 1,00fm$ , valores estes obtidos por meio de espalhamento de elétrons.

Posteriormente, investigações concluíram que a tensão superficial em um núcleo pesado pode aproximadamente contrabalançar a repulsão de Coulomb, de forma que os resultados acima obtidos através de espalhamento de elétrons, poderiam corresponder então aos valores destas grandezas para a matéria nuclear. Esse resultado foi contestado

---

<sup>9</sup>A densidade da matéria nuclear é a mesma para todos os núcleos. Seu valor corresponderia a uma média entre os valores das densidades nucleares, sendo portanto maior do que a densidade média de núcleos leves e menor do que a dos núcleos pesados.

subseqüentemente, através de cálculos de propriedades fundamentais da matéria nuclear infinita em um tratamento dependente de densidade na aproximação de Hartree-Fock, chegando-se aos valores  $\rho_\infty = 0,15 fm^{-3}$ ,  $k_F = 1,31 fm^{-1}$  e  $r_o = 1,16 fm$ . Hoje, é possível afirmarmos que a determinação dos valores empíricos das propriedades de saturação da matéria nuclear infinita é uma questão ainda em aberto, não estando portanto satisfatoriamente resolvida, não havendo ainda argumentos convincentes para a sua extrapolação para a descrição de propriedades da matéria nuclear infinita, a partir dos valores das propriedades correspondentes em núcleos finitos. E essas indeterminações se estendem para outras propriedades da matéria nuclear como o coeficiente de assimetria e o módulo de compressibilidade, uma propriedade fundamental da equação de estado da matéria nuclear.

As implicações destas incertezas na determinação dos parâmetros fundamentais da matéria nuclear podem ser avaliadas, por exemplo, por meio do procedimento a seguir apresentado. Consideramos, neste exemplo, o cálculo das constantes de acoplamento do modelo ZMM, adotando os mesmos valores para a energia de ligação nuclear por núcleon e para a energia de simetria anteriormente utilizados, ou seja,  $\varepsilon/A = -16,0 MeV$  e  $E_{sim} = 33,2 MeV$ , considerando porém, para a densidade de saturação, o valor  $\rho_0 = 0,15 fm^{-3}$ . Obtemos então

$$\left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 = 7,922 fm^2, \quad \left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 = 2,827 fm^2. \quad (4.135)$$

Para estes valores das constantes de acoplamento, a massa do núcleon é dada por  $M^* = 0,85 M$  e a compressibilidade da matéria nuclear assume o valor  $K = 224 MeV$ , na densidade de saturação da matéria nuclear simétrica. Utilizando-se o mesmo procedimento, recalculamos o valor para a constante

$$\left(\frac{g_\rho}{m_\rho}\right)^2 = 7,933 fm^2. \quad (4.136)$$

através da expressão (4.54).

As constantes de acoplamento nucleares associadas aos campos dos híperons são determinadas por meio da utilização da profundidade do potencial nuclear na matéria saturada e da simetria SU(3). Apresentamos a seguir somente os valores das constantes de acoplamento nucleares que dependem da profundidade do potencial de hipernúcleos, pois as restantes são obtidas diretamente dos parâmetros dados pelas equações (4.135) e (4.136):

$$g_{\sigma_\Lambda} = 0,55, \quad g_{\sigma_\Sigma} = 0,22, \quad g_{\sigma_\Xi} = 0,29. \quad (4.137)$$

A comparação dos resultados apresentados nas tabelas (4.3) e (4.6) mostra que a escolha do valor  $0,15 fm^{-3}$ , para a densidade de saturação da matéria nuclear, faz com que o modelo ZMM apresente maior grau de aprimoramento quanto ao quesito *naturalidade*, em comparação ao caso em que  $\rho_0 = 0,17 fm^{-3}$ .

Tabela 4.6: Coeficientes do modelo lagrangeano ZMM, calculados no caso em que a densidade de saturação nuclear é  $\rho_0 = 0,15 fm^{-3}$ . Na última linha *ind.* significa indeterminado. Quando  $(g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2 = 2,5 fm^2$ , dos mésons escalares-isovetoriais, apenas o méson  $\delta(980 MeV)$  foi incluído no formalismo ; quando  $(g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2 = 2,82 fm^2$ , apenas a ressonância  $\zeta(600 MeV)$  é incluída no formalismo.

| Mésons                               | $\kappa_{10}$ | $\kappa_{21}$ | $\kappa_{30}$ | $\eta_{10}$ | $\eta_{21}$ | $\eta_{30}$ | $\theta_{10}$ | $\epsilon_{10}$ |
|--------------------------------------|---------------|---------------|---------------|-------------|-------------|-------------|---------------|-----------------|
| $\sigma, \omega, \varrho$            | 0,730         | –             | 1,409         | –           | –           | –           | -0,844        | -0,620          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \varsigma$ | 0,730         | 0,917         | 1,409         | 0,475       | 0,559       | 1,091       | -0,943        | -0,620          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta$    | 0,730         | 1,410         | 1,409         | 0,730       | 1,491       | 4,477       | -0,933        | -0,620          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$  | 0,730         | ind.          | 1,409         | ind.        | ind.        | ind.        | -1,022        | -0,620          |

Adotamos então estes novos valores das constantes de acoplamento do modelo; recalculamos com estes parâmetros a equação de estado nuclear e integramos as equações TOV, sendo assim determinado o comportamento da relação massa-raio da estrela de nêutrons, cujos resultados são apresentados na figura (4.13). O valor para a massa máxima estelar é então igual a  $M_{max} = 1,44 M_{\odot}$ , correspondendo este resultado a um raio estelar dado por  $R = 12,30 km$  enquanto o valor do *avermelhamento gravitacional* é  $z = 0,24$ . Portanto, com estas modificações, o modelo ZMM prediz um valor para a massa máxima de estrelas de nêutrons igual à massa do pulsar Hulsen-Taylor.

É importante ressaltar que ao ocorrer a *saturação* da matéria nuclear para o valor de densidade  $\rho_0 = 0,15 fm^{-3}$ , portanto para um valor mais baixo do que no caso anterior, a componente atrativa do potencial nuclear se torna mais intensa do que no caso em que  $0,17 fm^{-3}$ . Isto faz com que a componente repulsiva da interação nuclear, por meio da condição de equilíbrio hidrostático imposta à equação de estado da matéria nuclear, também se torne mais intensa de modo a evitar o colapso nuclear. Este comportamento pode ser visto nos valores das constantes nucleares para os mésons  $\sigma$  (de carácter atrativo na região de médio e longo alcance) e  $\omega$  (de carácter repulsivo na região de curto alcance) (ver expressões (4.135)). É uma vez que o comportamento da equação de estado nuclear é basicamente dominado, do ponto de vista da física nuclear, pelas componentes repulsivas da interação nuclear residual, a sua *rigidez* aumenta no caso considerado, levando assim ao aumento da massa máxima das estrelas de neutrons. Este resultado é corroborado pelo comportamento da população das espécies de partículas em função da densidade bariônica (figura (4.14) ). É ademais importante notar que, no caso em que  $\rho_0 = 0,15 fm^{-3}$ , os híperons  $\Lambda$  e  $\Xi^-$  *aparecem mais tarde*, isto é, para valores de densidade bariônica maiores do que no caso em que  $\rho_0 = 0,17 fm^{-3}$ . Isto porque, como vimos anteriormente, para uma equação de estado nuclear, digamos  $A$ , mais *rígida* do que outra,  $B$ , os híperons *nascem* em  $B$  para valores da densidade bariônica mais expressivos do que em  $A$ . É interessante notar também que devido ao carácter repulsivo do potencial na matéria nuclear saturada, os híperons  $\Sigma^+, \Sigma^0$  e  $\Sigma^-$ , por estarem submetidos a um potencial cuja intensidade é  $U_{\Sigma}^N(\rho_0) = +20 MeV$ , são

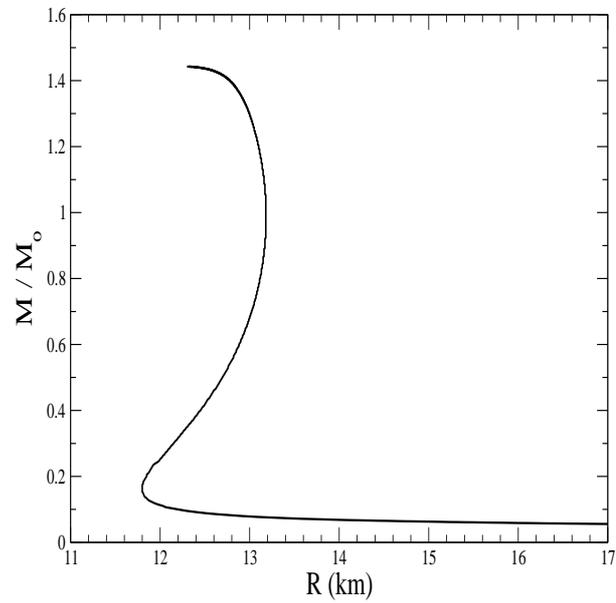


Figura 4.13: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado, para a densidade de saturação da matéria nuclear simétrica  $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^{-3}$ . Os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta^*$  estão incluídos no formalismo.

excluídos da matéria nuclear, pelo menos até  $\rho_B \sim 6 \rho_0$ .

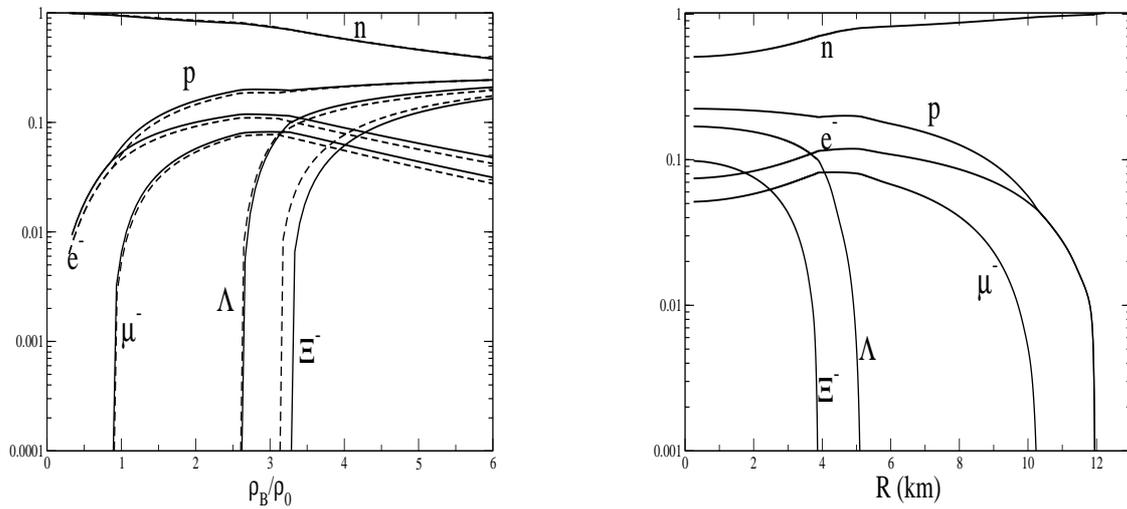


Figura 4.14: Resultados do modelo ZMM para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel da direita apresenta o comportamento das populações relativas das espécies de partículas em função da densidade bariônica. O painel da esquerda mostra a composição química para a estrela de nêutrons de massa  $M = 1,44 M_\odot$ , raio estelar  $R = 12,30 \text{ km}$  e densidade bariônica central de  $\rho_c = 5,16 \rho_0$ , para  $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^{-3}$ . As linhas cheias representam os resultados para  $\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^{-3}$  e as pontilhadas para  $\rho_0 = 0,17 \text{ fm}^{-3}$ . Os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta^*$  estão incluídos nos cálculos.

# Capítulo 5

## Processo URCA em Estrelas de Nêutrons

Neste capítulo, seguindo um procedimento similar ao desenvolvido por Lev B. Leinson e A. Pérez[105], derivamos uma formulação relativística para descrever o chamado *processo Urca direto* em matéria bariônica degenerada.

### 5.1 Processo Urca e Emissividade de Neutrinos

Na física de astropartículas, o efeito Urca está associado a um conjunto de reações de emissão de neutrinos que ocorrem em matéria nuclear altamente densa. Este efeito, que ocupa papel central na descrição dos processos de arrefecimento de estrelas de nêutrons, foi pela primeira vez estudado por George Gamow e Mario Schenberg<sup>1</sup>[106]. Processos Urca diretos representam a forma mais simples de emissão de neutrinos, e podem ser sintetizados como



onde  $B_1$  e  $B_2$  representam bárions,  $l$  um lépton, o elétron ou o múon, e  $\nu_l$  o neutrino associado ao lépton  $l$ . Os bárions podem ser núcleons, híperons, como por exemplo  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$ , ou ainda membros da família do isóbaro  $\Delta$ . No caso do próton e do nêutron os processos Urca correspondentes são dados por:



---

<sup>1</sup>Em 1940, Mário Schenberg e George Gamow criaram a concepção do efeito Urca para explicar o colapso estelar que dá origem ao processo explosivo nas estrelas chamadas novas e supernovas. O processo teve esta denominação porque, ao visitarem um cassino no bairro da Urca, na cidade do Rio de Janeiro, Gamow teria dito a Schenberg que *a energia desaparece no núcleo de uma supernova tão rapidamente quanto o dinheiro desaparecia na mesa da roleta*.

O papel relevante destas reações no processo de arrefecimento de estrelas de nêutrons foi ressaltado por J. Boguta[107]. J.M. Lattimer[108] e colaboradores por sua vez sugeriram uma formulação simples para descrever as perdas de energia por meio da emissividade de neutrinos na matéria nuclear degenerada em equilíbrio  $\beta$ . As predições de Lattimer indicam que, para que o processo ocorra, deve ser superado um limiar na concentração de prótons na matéria nuclear. A formulação de J.M. Lattimer e colaboradores tem como pressuposto que as partículas que participam do processo Urca são livres, não-relativísticas e que efeitos de recuo dos prótons podem ser desprezados. Estas aproximações não se justificam na medida em que:

- estudos mais recentes[105], considerando núcleons interagentes sob efeito da força forte e a substituição das massas bariônicas por seus valores efetivos, indicam que o limiar na concentração de prótons para a realização do processo Urca ocorre para densidades cujos momenta de Fermi correspondentes são da ordem de grandeza ou maiores do que as massas efetivas dos núcleons;
- no modelo do gás de Fermi relativístico não-interagente, as leis de conservação simultânea de energia e momentum nas reações envolvendo o processo Urca, somente seriam satisfeitas se a diferença entre as massas efetivas dos núcleons envolvidos no processo obedecesse a condição

$$\Delta_{np} = M_n^* - M_p^* \sim 10^2 MeV ; \quad (5.3)$$

resultado este que não é consistente com uma formulação não interagente;

- no regime relativístico o momentum linear do lépton do estado final é da ordem de grandeza da massa efetiva do próton, de modo que correções de recuo do próton são relevantes no processo Urca.

A conclusão a que chegamos é que uma descrição apropriada do efeito Urca tem como pressupostos fundamentais a inclusão:

- de um tratamento relativístico;
- de efeitos de recuo dos prótons e dos nêutrons;
- das diferenças, expressivas, entre as massas efetivas dos prótons e dos nêutrons, ocasionadas pelas correspondentes diferenças nas intensidades dos potenciais de natureza escalar destas partículas.

Neste trabalho propomos um estudo do arrefecimento em estrelas de nêutrons por meio da emissão de neutrinos em processos Urca diretos, utilizando o modelo lagrangeano relativístico proposto no capítulo anterior, concentrando nossa atenção no setor dos núcleons e dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\varsigma$  e  $\delta$ . Neste modelo os mésons escalares-isoescalares

e escalares-isovetoriais  $\sigma$ ,  $\varsigma$  e  $\delta$  ocupam papel fundamental, como vimos no capítulo anterior, na determinação das massas efetivas dos prótons e dos nêutrons:

$$\begin{aligned} M_n^* &\sim M_n - 2g_\sigma\sigma_0 + g_\varsigma\varsigma_3 + g_\delta\delta_3 ; \\ M_p^* &\sim M_p - 2g_\sigma\sigma_0 - g_\varsigma\varsigma_3 - g_\delta\delta_3 ; \\ \Delta_{np}^* &\sim (M_n - M_p) + 2g_\varsigma\varsigma_3 + 2g_\delta\delta_3 . \end{aligned}$$

## 5.2 Emissividade em Processos URCA

O lagrangeano de interação eletrofraco, para baixas energias, entre os campos dos bárions e o dos léptons pode ser escrito na aproximação de *interação puntual* como

$$\mathcal{L}_{fraco} = \frac{G_F C}{\sqrt{2}} j^\alpha J_\alpha , \quad (5.4)$$

onde o somatório sobre índices gregos repetidos é assumido e  $G_F = 1,436 \times 10^{-49} \text{ erg cm}^{-3}$  é a constante de acoplamento fraco de Fermi,  $C$  é o fator de Cabibo, que corresponde a  $C = \cos \theta_C = 0,973$ , no caso de uma variação na estranheza igual a  $\Delta S = 0$  e a  $C = \sin \theta_C$ , para uma variação na estranheza igual a  $\Delta S = 1$ .

Em processos URCA envolvendo neutrons e prótons

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e , \quad (5.5)$$

o decaimento  $\beta$ , as correntes fracas leptônicas,  $j^\alpha$  e bariônicas,  $J_\alpha$  podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned} j^\alpha &= \bar{\psi}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \psi_\nu , \\ J_\alpha &= \bar{\psi}_p \gamma_\alpha (C_V - C_A \gamma_5) \psi_n . \end{aligned} \quad (5.6)$$

Nesta expressão,  $\psi_p$  e  $\psi_n$  representam os campos dos prótons e dos nêutrons,  $C_V$  e  $C_A$  denotam as constantes de acoplamento vetorial e axial-vetorial, respectivamente. Consideramos, no presente tratamento teórico, neutrinos com massa nula cujas energias e momenta lineares são representados na forma  $q_\nu = (\omega_\nu, \mathbf{k}_\nu)$ , sendo  $\omega_\nu = k_\nu$ . A energia e o momentum linear do *lépton final* do processo, de massa  $m_e$ , é denotado por  $q_e = (\omega_e, \mathbf{k}_e)$ , sendo que  $\omega_e = \sqrt{k_e^2 + m_e^2}$ .

O elemento de matriz da reação é definido como

$$i\mathcal{M}_{fi} = -i \frac{G_F C}{\sqrt{2}} \bar{U}(k_e) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \mathcal{V}(-k_\nu) \bar{U}_p(P') \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) \bar{U}_n(P) , \quad (5.7)$$

onde  $\mathcal{U}$  representa o espinor de Dirac, sendo que os índices de *spin* estão subentendidos.

O valor quadrático da matriz da reação é dado, então, por

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}_{fi}|^2 &= \frac{G_F^2 C^2}{2} 64 [(C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^* (k_\nu k_e) + (C_A - C_V)^2 (k_\nu P_p) (k_e P_n) \\
 &+ (C_A + C_V)^2 (k_\nu P_n) (k_e P_p)] . \tag{5.8}
 \end{aligned}$$

A seção de choque por unidade de volume de matéria ou, equivalentemente, a *relação inversa* do livre caminho médio, isto é  $\lambda \sim 1/\sigma(\omega_\nu)$ , associada ao processo URCA, pode ser determinada a partir da chamada *regra de ouro de Fermi* na forma

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma(\omega_\nu)}{V} &= 2 \int \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_e}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(P_n - P_p - q_\nu - q_e) W_{fi} \\
 &\times f_n(\varepsilon_n)(1 - f_p(\varepsilon_p))(1 - f_e(\omega_e)) , \tag{5.9}
 \end{aligned}$$

onde  $P_i = (E_i - U_i, \mathbf{p}_i) = (\sqrt{p_i^2 + M_i^{*2}}, \mathbf{p}_i)$  denota o quadri-momentum linear do bárion representado pelo símbolo  $i$  e  $U_i$  a sua energia de interação (*potencial*). Nesta expressão,  $W_{fi}$  representa a matriz de transição do processo, apropriadamente escalonada:

$$W_{fi} = \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{2^4 \varepsilon_n \varepsilon_p \omega_\nu \omega_e} , \tag{5.10}$$

onde  $\varepsilon_i = \sqrt{p_i^2 + M_i^{*2}}$  é a energia cinética relativística do bárion envolvido no processo<sup>2</sup>.

A função  $f_i(\varepsilon_i)$  na expressão (5.9), por sua vez, representa a distribuição de probabilidade de Fermi-Dirac, considerando-se a condição de equilíbrio térmico

$$\begin{aligned}
 f_n(\varepsilon_n) &= \left[ 1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_n + U_n - \mu_n}{T}\right) \right]^{-1} , \\
 f_p(\varepsilon_p) &= \left[ 1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_p + U_p - \mu_p}{T}\right) \right]^{-1} , \\
 f_e(\omega_e) &= \left[ 1 + \exp\left(\frac{\omega_e - \mu_e}{T}\right) \right]^{-1} , \tag{5.11}
 \end{aligned}$$

onde o símbolo  $\mu$  representa o potencial químico das partículas.

A função que descreve a energia total emitida por unidade de volume e tempo,  $Q$ , ou seja, a função de emissividade total, devido aos processos  $\beta$  e  $\beta$ -inverso, que geram

---

<sup>2</sup>Como estamos considerando a energia total emitida por meio de neutrinos e antineutrinos, por unidade de volume e tempo, na matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ , a reação  $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ , que corresponde ao processo  $\beta$ -inverso, apresenta a mesma emissividade do processo (5.5); por esta razão o fator 2 na expressão (5.9).

neutrinos e antineutrinos, é definida pela expressão

$$\begin{aligned}
 Q &= \int \frac{d^3 k_\nu}{(2\pi)^3} \omega_\nu \frac{\sigma(\omega_\nu)}{V} \\
 &= 2 \int \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_e}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_\nu}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(P_n - P_p - q_\nu - q_e) W_{fi} \\
 &\times \omega_\nu f_n(\varepsilon_n)(1 - f_p(\varepsilon_p))(1 - f_e(\omega_e)). \tag{5.12}
 \end{aligned}$$

No cálculo desta expressão não são consideradas as contribuições dos potenciais químicos dos neutrinos e dos antineutrinos que escapam do sistema; os termos  $f_n(\varepsilon_n)(1 - f_p(\varepsilon_p))(1 - f_e(\omega_e))$  representam por sua vez *fatores de bloqueio de Pauli*.

Desprezando-se, então, o potencial químico dos neutrinos, que escapam, podemos escrever a condição de equilíbrio químico como

$$\mu_e = \mu_n - \mu_p. \tag{5.13}$$

Assim, pela condição de conservação de energia

$$\varepsilon_n + U_n = \varepsilon_p + U_p + \omega_e + \omega_\nu; \tag{5.14}$$

supondo que a energia total dos elétrons e antineutrinos é dada por  $\omega_e + \omega_\nu = \mu_e + \omega'$ , podemos reescrever o *fator de bloqueio de Pauli* na forma

$$f_n(\varepsilon_n)(1 - f_p(\varepsilon_p))(1 - f_e(\omega_e)) \equiv f_n(\varepsilon_n)(1 - f_n(\varepsilon_n - \omega'))(1 - f_e(\mu_e + \omega' - \omega_\nu)), \tag{5.15}$$

onde  $\omega' \sim T$ .

A energia dos antineutrinos é proporcional à temperatura,  $T$ , do sistema; assim  $\omega_\nu \sim T$ ; da mesma forma, o momentum linear dos antineutrinos é proporcional à temperatura do sistema:  $|\mathbf{k}_\nu| \sim T$ ; os valores dos momenta lineares dos antineutrinos é muito menor do que os valores correspondentes às demais partículas do sistema; por esta razão podemos desprezar a contribuição dos antineutrinos na função delta de Dirac. Obtemos então, de forma aproximada, a expressão

$$\delta^4(P_n - P_p - q_\nu - q_e) \simeq \delta(\varepsilon_n + U_n - \varepsilon_p - U_p - \omega_e) \delta(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_p - \mathbf{k}_e). \tag{5.16}$$

Podemos, assim, imediatamente realizar a integral em  $d^3 p_p$  na expressão (5.12), de modo que a condição  $\mathbf{p}_p = \mathbf{p}_n - \mathbf{k}_e$  seja satisfeita quando consideramos as demais integrais.

As trocas de energia na matéria nuclear *escalam* de maneira natural com a temperatura,  $\sim T$ , do sistema, que é, em estrelas de nêutrons, relativamente baixa quando comparada com as energias cinéticas das partículas que ocupam estados degenerados em energia. Assim, em todas as funções na expressão (5.12), os momenta lineares dos férmions no meio podem ser fixados aos seus valores correspondentes às *superfícies de*

*Férmí*. Por questões de simplicidade, esta condição ficará implícita na notação; ao final dos cálculos procederemos à substituição  $p_n \rightarrow k_{Fn}$ ,  $p_p \rightarrow k_{Fp}$  e  $p_e \rightarrow k_{Fe}$ .

### 5.3 Cinemática

Para computar o elemento de matriz é necessário escolher um sistema de referências. Adotamos neste trabalho um sistema de referências em que o eixo  $Z$  é paralelo com a direção do momentum linear do nêutron associado ao processo URCA, representado por  $\mathbf{p}_n$ :

$$\begin{aligned} q_\nu &= (\omega_\nu \sin \theta_\nu, 0, \omega_\nu \cos \theta_\nu, \omega_\nu) ; \\ q_e &= (k_e \sin \theta_e \cos \varphi_e, k_e \sin \theta_e \sin \varphi_e, k_e \cos \theta_e, \mu_e) ; \\ P_n &= (0, 0, p_n, \varepsilon_n) . \end{aligned} \quad (5.17)$$

O quadrivetor momentum linear final do próton associado ao processo URCA é determinado pela conservação de energia e momentum linear ( $\mathbf{p}_p = \mathbf{p}_n - \mathbf{k}_e$ ):

$$P_p = (-k_e \sin \theta_e \cos \varphi_e, -k_e \sin \theta_e \sin \varphi_e, p_n - k_e \cos \theta_e, \varepsilon_p) . \quad (5.18)$$

### 5.4 Emissividade de Neutrinos no Processo URCA

Em sendo determinada a cinemática de reação na forma proposta acima, passamos à determinação da emissividade de neutrinos no processo URCA, dada pela expressão (5.12). Substituindo-se as expressões (5.17) e (5.18) na equação do elemento de matriz (5.8), obtemos

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= 32 C^2 G_F^2 [(C_A - C_V) (C_A + C_V) M_n^* M_p^* (\mu_e \omega_\nu - p_e \omega_\nu \cos \theta_\nu \cos \theta_e \\ &- p_e \omega_\nu \cos \varphi_e \sin \theta_\nu \sin \theta_e) + (C_A - C_V)^2 (\varepsilon_n \mu_e - p_e p_n \cos \theta_e) \\ &\times (\varepsilon_p \omega_\nu - \omega_\nu \cos \theta_\nu (p_n - p_e \cos \theta_e) + p_e \omega_\nu \cos \varphi_e \sin \theta_\nu \sin \theta_e) \\ &+ (C_A + C_V)^2 (\varepsilon_n \omega_\nu - p_n \omega_\nu \cos \theta_\nu) (\varepsilon_p \mu_e - p_e \cos \theta_e (p_n - p_e \cos \theta_e) \\ &+ p_e^2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \theta_e + p_e^2 \sin^2 \theta_e \sin^2 \varphi_2)] . \end{aligned} \quad (5.19)$$

As integrais angulares referentes à contribuição dos léptons são então determinadas, iniciando pela integral em relação ao ângulo azimutal  $\varphi_e$  na expressão da emissividade

(5.12). Utilizando o elemento de matriz (5.19), obtemos

$$\begin{aligned}
 I_1 \equiv & \int_0^{2\pi} |\mathcal{M}|^2 d\varphi_e = 64 C^2 G_F^2 \pi \omega_\nu \{ [2(C_A^2 + C_V^2) \varepsilon_n \varepsilon_p + (C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^*] \mu_e \\
 & + (C_A + C_V)^2 \varepsilon_n p_e^2 - [(C_A + C_V)^2 \varepsilon_n + (C_A - C_V)^2 \varepsilon_p] p_e p_n \cos \theta_e \} \\
 & + 32 C^2 G_F^2 \pi \omega_\nu \cos \theta_\nu \{ -2p_e [(C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^* - (C_A - C_V)^2 \varepsilon_n \mu_e \\
 & - 2(C_A^2 + C_V^2) p_n^2] \cos \theta_e - p_n [2(C_A - C_V)^2 \varepsilon_n \mu_e + 2(C_A + C_V)^2 \varepsilon_p \mu_e \\
 & + (3C_A^2 + 2C_A C_V + 3C_V^2) p_e^2 + (C_A - C_V)^2 p_e^2 \cos 2\theta_e] \}. \quad (5.20)
 \end{aligned}$$

Na obtenção desta expressão, foi utilizada a expansão trigonométrica

$$\cos(\theta_\nu + 2\theta_e) = \cos \theta_\nu \cos^2 \theta_e - 2 \cos \theta_e \sin \theta_\nu \sin \theta_e - \cos \theta_\nu \sin^2 \theta_e,$$

e a identidade  $\sin^2 \theta_e + \cos^2 \theta_e = 1$ . Realizando a integração da equação (5.20) com respeito ao ângulo sólido do espaço de fase dos antineutrinos,  $d\Omega_\nu = \sin \theta_\nu d\theta_\nu d\varphi_\nu$ , obtemos

$$\begin{aligned}
 I_2 \equiv & \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_1 \sin \theta_\nu d\theta_\nu d\varphi_\nu \\
 = & 256 C^2 G_F^2 \pi \omega_\nu \{ [2(C_A^2 + C_V^2) \varepsilon_n \varepsilon_p + (C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^*] \mu_e \\
 & + (C_A + C_V)^2 \varepsilon_n p_e^2 - [(C_A + C_V)^2 \varepsilon_n + (C_A - C_V)^2 \varepsilon_p] p_e p_n \cos \theta_e \}. \quad (5.21)
 \end{aligned}$$

No cálculo da integral da expressão acima envolvendo o ângulo  $\theta_e$ , fazemos uso da função delta de Dirac:

$$\delta^4(P_n - P_p - q_e) = \delta(\varepsilon_n + U_n - \varepsilon_p - U_p - \omega_\nu - \omega_e) \delta(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_p - \mathbf{k}_e), \quad (5.22)$$

que pode ser escrita em uma forma mais adequada aos nossos cálculos, como veremos a seguir.

A energia cinética dos prótons pode ser escrita, por sua vez, como

$$\varepsilon_p = \sqrt{(\mathbf{p}_n - \mathbf{k}_e)^2 + M_p^{*2}} = \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}}, \quad (5.23)$$

onde  $\mathbf{p}_n = \mathbf{p}_p + \mathbf{k}_e$ . Desta forma, podemos escrever

$$\delta(\varepsilon_n + U_n - \varepsilon_p - U_p - \omega_e) = \delta\left(\varepsilon_n + U_n - U_p - \mu_e - \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}}\right),$$

onde identificamos  $\omega_e = \mu_e$ .

Uma vez que  $\mu_e = \mu_n - \mu_p$  onde  $\mu_p = \varepsilon_n + U_n$  e  $\mu_p = \varepsilon_p + U_p$ , vemos então que

$$\varepsilon_n + U_n - U_p - \mu_e = \varepsilon_n + (\mu_n - \varepsilon_n) - (\mu_p - \varepsilon_p) - \mu_e = \mu_n - \mu_p - \mu_e + \varepsilon_p = \varepsilon_p. \quad (5.24)$$

Deste modo, temos que

$$\begin{aligned} & \delta \left( \varepsilon_n + U_n - U_p - \mu_e - \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} \right), \\ & = \delta \left( \varepsilon_p - \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} \right). \end{aligned} \quad (5.25)$$

A seguir determinamos a derivada

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d(\cos \theta_e)} \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} = - \frac{p_n k_e}{\sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}}} \\ & = - \frac{p_n k_e}{\sqrt{(p_n - k_e)^2 + M_p^{*2}}} = - \frac{p_n k_e}{\sqrt{p_p^2 + M_p^{*2}}} = - \frac{p_n k_e}{\varepsilon_p}, \end{aligned} \quad (5.26)$$

e resolvemos a equação abaixo considerando a dependência angular na função  $\cos \theta_e$

$$p_p^2 + M_p^{*2} = p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}. \quad (5.27)$$

Finalmente obtemos

$$\begin{aligned} & \delta \left( \varepsilon_n + U_n - U_p - \mu_e - \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} \right) \\ & = \frac{\varepsilon_p}{p_n k_e} \delta \left( \cos \theta_e - \frac{k_e^2 + p_n^2 - p_p^2}{2 k_e p_n} \right), \end{aligned} \quad (5.28)$$

onde utilizamos a identidade

$$\delta(f(x) - f(x_0)) = \frac{1}{|f'(x_0)|} \delta(x - x_0). \quad (5.29)$$

Então, usando a função delta de Dirac (5.28), podemos integrar a emissividade dos neutrinos correspondente ao ângulo  $\theta_e$

$$\begin{aligned} I_3 & = \int_0^\pi I_2 \frac{\varepsilon_p}{p_n k_e} \delta \left( \cos \theta_e - \frac{k_e^2 + p_n^2 - p_p^2}{2 k_e p_n} \right) d(\cos \theta_e) \\ & = 256 C^2 G_F^2 \pi \omega_\nu \frac{\varepsilon_p}{p_n k_e} \{ [2(C_A^2 + C_V^2) \varepsilon_n \varepsilon_p + (C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^*] \mu_e \\ & + (C_A + C_V)^2 \varepsilon_n p_e^2 - \frac{1}{2} [(C_A + C_V)^2 \varepsilon_n + (C_A - C_V)^2 \varepsilon_p] (k_e^2 + p_n^2 - p_p^2) \}, \end{aligned} \quad (5.30)$$

onde foi utilizada a identidade  $\sin \theta_e d\theta_e = -d(\cos \theta_e)$ .

Procedemos, agora, ao cálculo da parte angular da integral envolvendo o espaço de

fase dos nêutrons, isto é,  $d^3p_n = p_n^2 dp_n d\Omega_n$

$$\begin{aligned}
 I_4 &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} I_3 \sin \theta_n d\theta_n d\phi_n \\
 &= 1024 C^2 G_F^2 \pi^2 \omega_\nu \frac{\varepsilon_p}{p_n k_e} \{ [2(C_A^2 + C_V^2) \varepsilon_n \varepsilon_p + (C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^*] \mu_e \\
 &\quad + (C_A + C_V)^2 \varepsilon_n p_e^2 - \frac{1}{2} [(C_A + C_V)^2 \varepsilon_n + (C_A - C_V)^2 \varepsilon_p] (k_e^2 + p_n^2 - p_p^2) \}.
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

Realizamos então a integral [105]

$$\begin{aligned}
 &\int d\omega_\nu \omega_\nu^3 d\omega' d\varepsilon_n f_n(\varepsilon_n) (1 - f_n(\varepsilon_n(\varepsilon_n - \omega')))(1 - f_e(\mu_e + \omega' - \omega_\nu)) \\
 &\simeq \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\omega'}{\exp \omega'/T - 1} \int_0^{\infty} d\omega_\nu \frac{\omega_\nu^3}{1 + \exp(\omega_\nu - \omega')/T} \\
 &= \frac{457}{5040} \pi^6 T^6,
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

onde foi utilizado que  $p_n dp_n = \varepsilon_n d\varepsilon_n$  e  $d\omega' = d\omega_e$ .

Combinando-se os resultados anteriores, obtemos a expressão para a emissividade total para o processo URCA, em ordem mais baixa do parâmetro  $T/\mu_l$  [105],

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{457 \pi}{10080} G_F^2 C^2 T^6 [C_V C_A ((E_{Fn} + E_{Fp}) k_{Fn}^2 - (E_{Fn} - E_{Fp})(k_{Fn}^2 - k_{Fp}^2)) \\
 &\quad + 2 C_A^2 \mu_e M_n^* M_p^* + (C_V^2 + C_A^2) (\mu_e (2E_{Fn} E_{Fp} - M_n^* M_p^*) + E_{Fn} k_{Fe}^2 \\
 &\quad - \frac{1}{2} (E_{Fn} + E_{Fp})(k_{Fn}^2 - k_{Fp}^2 + k_{Fe}^2))] \Theta(k_{Fe} + k_{Fp} - k_{Fn});
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

lembramos que  $p_n \rightarrow k_{Fn}$ ,  $p_p \rightarrow k_{Fp}$  e  $p_e \rightarrow k_{Fe}$ .

No limite não relativístico ( $k_B \ll M_B^*$ ;  $\mu_l \ll M_B^*$ ), onde o índice  $B$  refere-se aos bárions (nêutrons e prótons), a equação (5.33) se reduz a

$$Q_L = \frac{457 \pi}{10080} G_F^2 C^2 (C_V^2 + 3 C_A^2) M_n^* M_p^* \mu_e T^6 \Theta(k_{Fe} + k_{Fp} - k_{Fn}). \tag{5.34}$$

Estas são as expressões que utilizamos no cálculo da emissividade de neutrinos, a expressão relativística,  $Q$ , e a não-relativística,  $Q_L$  para efeito de comparação.

## 5.5 Resultados

No cálculo da emissividade de neutrinos consideramos o modelo da matéria nuclear desenvolvido no capítulo anterior e realizamos escolhas de parâmetros de uma forma similar às escolhas realizadas no tratamento anteriormente realizado, ou seja, de forma que o modelo reproduza as propriedades fundamentais globais da matéria nuclear: densidade de equilíbrio, energia de ligação por núcleon, energia de simetria, módulo de

compressibilidade e massa efetiva do núcleon na densidade de saturação.

Apresentamos, nas figuras (5.1) e (5.2), os resultados dos nossos cálculos para a emissividade de neutrinos. Na figura (5.2), em particular, apresentamos os resultados de nossos cálculos para a emissividade de neutrinos em comparação com os resultados correspondentes obtidos por Lev Leinson e colaboradores [105] e J.M. Lattimer [108] e colaboradores. As magnitudes das amplitudes apresentadas nas figuras foram normalizadas pelo valor da emissividade de neutrinos no limiar de processos URCA. No que se refere à densidade bariônica, o limiar de processos URCA diminui de valor quando os mésons escalares-isovetoriais são considerados no formalismo da matéria nuclear, como indica o painel da esquerda na figura (5.1). Este fato ocorre porque os mésons escalares-isovetoriais aumentam a proporção de prótons na matéria nuclear, ou seja, aumentam o momentum de Fermi dos prótons, pois estes mésons, como vimos, diminuem a assimetria de isospin da matéria nuclear (ver o painel da direita na figura (5.1)). Lembramos que a ocorrência de processos URCA está subordinada à condição *triangular*, no espaço de momentum linear:

$$p_{Fp} + p_{Fe} \geq p_{Fn}; \quad (5.35)$$

ao aumento dos momenta de Fermi dos prótons corresponde, devido às condições adicionais de equilíbrio químico e de neutralidade de carga elétrica, o aumento simultâneo dos momenta de Fermi dos elétrons, fazendo com que a condição (5.35) seja satisfeita para densidades bariônicas mais baixas. A tabela (5.1) mostra os resultados do efeito URCA para diferentes composições da matéria nuclear. A figura (5.3) mostra o comportamento da relação massa-raio para diferentes composições de matéria nuclear, sendo indicado no gráfico a posição correspondente aos valores da massa e do raio, para a estrela cuja densidade bariônica central atinge o valor crítico para ocorrência do efeito URCA.

O processo URCA não deve ocorrer para estrelas de nêutrons com massa no intervalo  $M \sim 1,0 - 1,5 M_{\odot}$  [109], pois como o processo URCA é eficiente no processo de resfriamento de estrelas de nêutrons, estrelas com massa neste intervalo que sofrerem resfriamento por processo URCA se tornaram invisíveis por detecção térmica em poucos anos [110]. E isto afetaria grande parte da população de estrelas de nêutrons conhecidas, pois o valor médio das massas das estrelas de nêutrons corresponde a  $M_{EN} \sim 1,6 M_{\odot}$ . Nossos resultados indicam que estrelas de nêutrons com massa superior a  $M_{EN} \sim 0,9 M_{\odot}$ , — que representa a *massa estelar crítica*, ou seja, a massa da estrela de nêutrons cuja densidade bariônica central atingiu a densidade crítica —, seriam resfriadas eficientemente e estariam fora da possibilidade de detecção por radiação térmica em poucos anos. Levando-se em conta efeitos de *superfluididez* dos núcleons que, como se sabe [109], inibem processos URCA, esta densidade crítica pode ter seu valor elevado. No entanto, mesmo levando-se em conta efeitos de superfluididez, a presença dos mésons escalares-isovetoriais na matéria nuclear faz com que a densidade crítica tenda a diminuir de valor. E talvez, indicando a existência de outro mecanismo físico, ainda

por descobrirmos, que seja mais eficiente para inibir processos URCA de arrefecimento de estrelas de nêutrons.

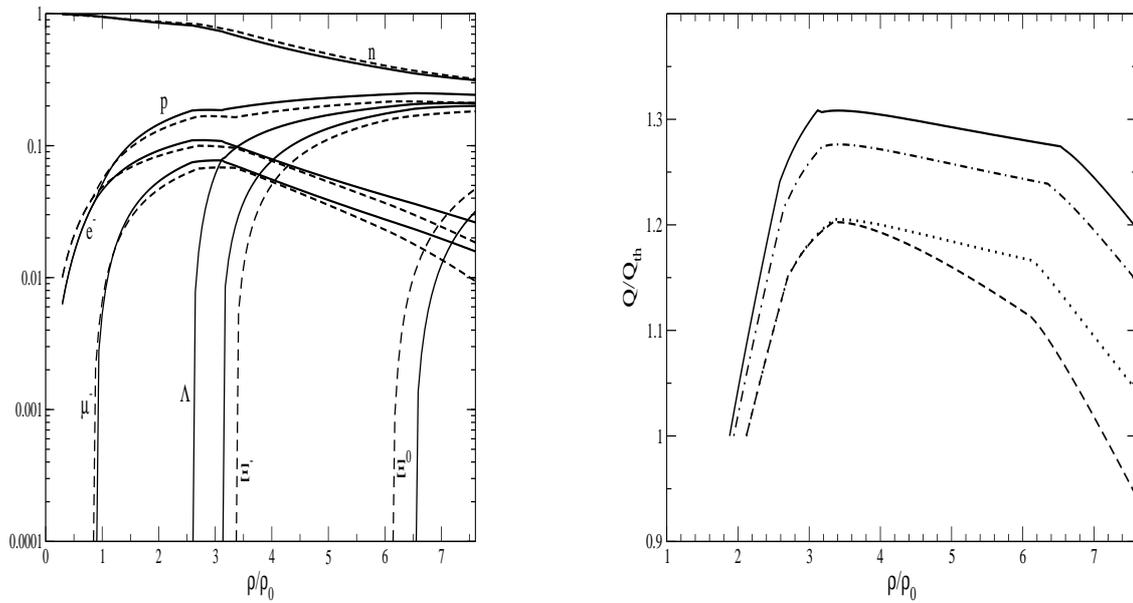


Figura 5.1: Resultados do Modelo ZMM para o efeito URCA. O painel da esquerda mostra o comportamento da população relativa das espécies de partículas em função da densidade bariônica na matéria nuclear. O painel da direita mostra o comportamento da emissividade de neutrinos,  $Q$ , em função da densidade bariônica. As linhas cheias representam resultados com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta^*$ ; as tracejadas, com os mésons padrão  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ ; as ponto-tracejadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta$ ; as pontilhadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$ .

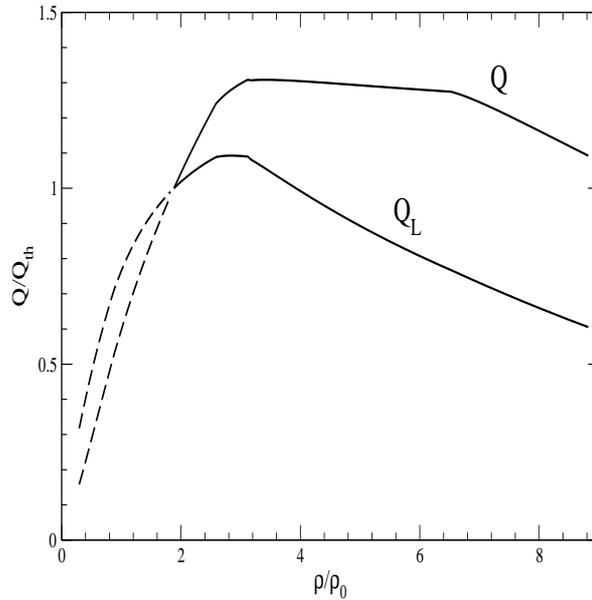


Figura 5.2: Resultados do Modelo ZMM para o efeito URCA. A figura mostra a emissividade de neutrinos em função da densidade bariônica. O símbolo  $Q$  representa os resultados para a emissividade considerando o tratamento relativístico e o símbolo  $Q_L$  os resultados correspondentes ao tratamento não-relativístico. Os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta^*$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$  são incluídos no formalismo. As linhas cheias representam a emissividade de neutrinos para valores da densidade bariônica acima do limiar, enquanto as linhas pontilhadas descrevem o seu comportamento para densidades bariônicas abaixo do limiar de produção de processos do tipo URCA. A densidade limiar é  $\rho_{limiar} = 1,85 \rho_0$ .

Tabela 5.1: Resultados do modelo ZMM para o efeito URCA. A primeira coluna indica os mésons que estão incluídos no formalismo da matéria nuclear,  $\rho_{limiar}$  representa a densidade bariônica crítica,  $\varepsilon_c$  a densidade de energia no centro estelar,  $M$  é a massa e  $R$  o raio da estrela de nêutrons.

| Mésons                                           | $\frac{\rho_{limiar}}{\rho_0}$ | $Log_{10} \varepsilon_c$<br>( $g/cm^3$ ) | $M$<br>( $M_\odot$ ) | $R$<br>( $km$ ) |
|--------------------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------|----------------------|-----------------|
| $\sigma, \omega, \rho$                           | 2,12                           | 14,80                                    | 0,94                 | 12,03           |
| $\sigma, \omega, \rho, \sigma^*, \phi$           | 2,12                           | 14,80                                    | 0,94                 | 12,04           |
| $\sigma, \omega, \rho, \sigma^*, \phi, \delta$   | 1,94                           | 14,76                                    | 0,91                 | 12,27           |
| $\sigma, \omega, \rho, \sigma^*, \phi, \delta^*$ | 1,88                           | 14,75                                    | 0,93                 | 12,49           |

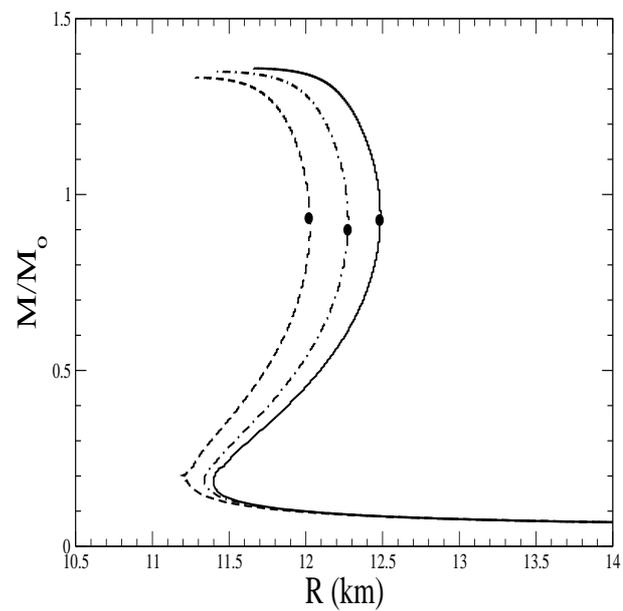


Figura 5.3: Resultados do Modelo ZMM para o efeito URCA. Os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta^*$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$  são incluídos no formalismo. Os pontos indicam o valor da massa e do respectivo raio da estrela cuja densidade bariônica central é igual a densidade limiar ou crítica. Estrelas com densidade acima de  $\rho_{limiar}$  serão eficientemente resfriadas pelo processo URCA. A representação das linhas segue o mesmo padrão da figura (5.1).



# Capítulo 6

## Conclusões e Perspectivas

As seguintes propostas e resultados apresentados nesta tese contém elementos de originalidade:

- uma nova formulação, no âmbito da simetria quiral, para o lagrangeano de interação entre os bárions, que contém dois campos mesônicos subsidiários, diferentemente da formulação quiral  $\sigma - \pi$  convencional;
- a introdução de um novo estado ressonante no setor dos campos dos mésons leves, representado pelo símbolo  $\varsigma$ , de natureza escalar-isovetorial, cuja viabilidade quiral é demonstrada pela nova formulação supra mencionada;
- uma extensão da formulação da teoria quântica de campos com acoplamento derivativo, conhecida como modelo ZM, com a inclusão, nesta formulação, do novo estado ressonante supra mencionado, bem como do octeto bariônico fundamental completo e dos campos dos mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$  que se acoplam exclusivamente aos campos dos híperons; denominamos a versão estendida do modelo acima mencionado como ZMM, ou seja, modelo ZM modificado; nesta formulação os espaços de fase bariônico e mesônico contemplam respectivamente os campos  $N, P, \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^\pm, \Xi^0, \Xi^-, \Omega^-, \sigma, \omega, \varrho, \delta, \varsigma, \sigma^*$  and  $\phi$ ;
- a aplicação do modelo supra mencionado ZMM, — reduzindo o espaço de fase dos campos bariônicos e mesônicos aos graus de liberdade  $N, P, \sigma, \omega, \varrho, \delta$  e  $\varsigma$  —, na descrição da anomalia Nolen-Schiffer; os resultados obtidos neste trabalho apresentam um expressivo aprimoramento na descrição da anomalia Nolen-Schiffer quando comparados aos resultados correspondentes obtidos por outros autores; em especial, nossas previsões teóricas para o ordenamento dos dados experimentais da anomalia Nolen-Schiffer contemplam o resultado experimental conhecido como *crescimento anômalo*, ou seja, que a anomalia não cresce necessariamente com o número de massa nuclear, previsão teórica esta, segundo quanto sabemos, ainda não conhecida na literatura;

- ainda a imposição de uma nova ressonância de caráter escalar-isovetorial ao tratamento teórico do problema da anomalia Nolen-Schiffer que possibilita, por um lado, o aprimoramento das correspondentes previsões teóricas, como acima referido e, de outro, possibilita, na aproximação de campo médio, uma formulação que é equivalente à amplificação do méson  $\delta$ , demonstrando a consistência formal da suposição em foco;
- a introdução de novas equações de estado correspondentes ao modelo ZMM e a um modelo com *acoplamento ajustável* (versão preliminar apresentada nas conclusões da tese);
- uma confirmação, embora ainda não absolutamente conclusiva, de nossas previsões no que se refere à íntima conexão entre o critério de naturalidade e a ampliação do escopo de modelos efetivos por meio da exaustão do espaço de fase dos campos dos mésons; este aspecto, importante na análise do critério de naturalidade em teorias efetivas, é confirmado pelos resultados apresentados na tese que indicam que o grau de naturalidade dos coeficientes dos termos de interação da teoria efetiva ZMM se amplia à medida em que outros campos mesônicos são incluídos no formalismo; neste ponto, é importante ressaltar que a introdução de graus de liberdade mesônicos escalares-isovetoriais, como é o caso do estado ressonante  $\varsigma$ , contribui para incrementar o grau de *naturalidade* do modelo efetivo;
- a aplicação do modelo ZMM no estudo do arrefecimento de estrelas de nêutrons, cujos resultados mostram a amplificação da emissividade de neutrinos no processo URCA, que corresponde por sua vez ao aceleração do resfriamento destas estrelas; nossos resultados indicam ainda que estrelas de nêutrons com massa superior a  $M_{EN} \sim 0,9 M_{\odot}$ , — que representa a *massa estelar crítica*, ou seja, a massa da estrela de nêutrons cuja densidade bariônica central atingiu a densidade crítica —, seriam resfriadas eficientemente por meio de processos URCA e estariam fora da possibilidade de detecção por radiação térmica em poucos anos;
- a introdução de uma forma generalizada da energia de simetria (apêndice C), ainda não conhecida na literatura, até onde sabemos, usando o modelo com acoplamento ajustável acima mencionado.

A seguir discutimos estes aspectos bem como perspectivas futuras para o trabalho desenvolvido nesta tese.

## 6.1 Conclusões

### Modelo Efetivo e Anomalia Nolen-Schiffer

O propósito desta tese, como vimos, é o de desenvolvermos um modelo efetivo para a matéria nuclear, com vistas à descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e

pulsares, cuja motivação primordial é a de aprimorarmos as predições dos tratamentos teóricos mais convencionais.

E com este objetivo, desenvolvemos uma formulação lagrangeana que busca *exaurir o espaço de fase* dos campos mesônicos por meio de um tratamento perturbativo que preserva as simetrias fundamentais da interação forte. E a abordagem deste problema pressupõe, como condição primordial de consistência formal, a preservação das dimensões em energia do sistema, usando como metodologia a *contagem de potências* dos diferentes termos que compõem a expansão perturbativa da formulação lagrangeana. E para que isso ocorra, os coeficientes de expansão da teoria devem ter dimensões naturais. Ou seja, deve haver uma escala de momentum linear (a escala natural  $\Lambda$ ), tal que os coeficientes apropriadamente normalizados da teoria são da ordem da unidade. O valor da escala  $\Lambda$  é por sua vez intimamente conectado ao raio de convergência da expansão perturbativa.

E assim, em sendo os parâmetros de expansão da teoria iguais à unidade, é possível então a obtenção de uma formulação compacta que expressa, de maneira explícita, o papel das contribuições dinâmicas da formulação lagrangeana considerando-se as mais diferentes ordens perturbativas. Em suma, este procedimento formal faz com que *aquela física considerada de maneira implícita nos parâmetros da teoria seja explicitada*, tornando assim a teoria mais eficaz e suas predições mais transparentes.

A concepção de *naturalidade* foi materializada neste tese por meio da *análise dimensional naïve*, combinada com a relação de Goldberger-Treiman[63] e da relação de Kawarabayashi-Suzuki-Riazuddin-Fayyazuddin[64].

Uma versão preliminar do modelo efetivo supra mencionado, que contempla a presença, no setor bariônico, somente dos campos dos núcleons, foi apresentada no capítulo 3, juntamente com um estudo da anomalia Nolen-Schiffer e da quebra de simetria de isospin na matéria nuclear.

Nesse capítulo, com base na conservação de simetria quiral, foi feita a predição da existência de um estado ressonante mesônico no setor escalar-isovetorial leve, estado este representado pelo campo  $\varsigma$ . A existência de tal estado ressonante representa um dos mais interessantes tópicos de estudo no campo da CDQ, tendo como base a concepção de quebra espontânea de simetria quiral. As predições teóricas da CDQ, fundamentadas nessa concepção, indicam a existência de um estado ressonante, de natureza escalar-isovetorial[82, 83], estado este que apresentaria degenerescência em massa de estados ressonantes correspondentes ao méson  $\sigma$ , de uma forma similar à degenerescência em massa apresentada pelos mésons  $\omega$  e  $\rho$ . A existência deste méson estaria associada, segundo as predições, ao bóson de Higgs, cuja verificação experimental tem se mostrado muito elusiva. Evidentemente, a presença deste novo estado ressonante também contribui para o propósito de exaurir o espaço de fase dos campos mesônicos, especialmente no que se refere ao setor mesônico mais leve e à quebra de simetria de isospin devido à sua natureza isovetorial.

E por meio de um tratamento formal similar aos tratamentos convencionais da simetria quiral, apresentamos neste tese *argumentos de plausibilidade* para a existência

de um estado com esta natureza. Obtemos então uma formulação lagrangeana de interação, em uma forma não linear e que é invariante quiral no espaço de isospin e que contempla ademais, como vimos, a presença do conhecido *círculo quiral*, que caracteriza o fato de que a transformação quiral representa, por meio da *realização* dos mésons  $\sigma$  e  $\pi$ , uma rotação em torno de um círculo de raio  $f_\pi$  considerando-se o plano subentendido por  $(\sigma - \pi)$ . Neste contexto, como afirmamos anteriormente, estes campos não são independentes, sendo vinculados pela condição acima exposta. Por outro lado, o novo campo escalar-isovetorial introduzido nesta formulação,  $\varsigma$ , é ortogonal ao plano  $(\sigma - \pi)$ . Portanto, à medida em que os campos  $\sigma$  e  $\pi$  rotam em torno do círculo caracterizado pela condição  $\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = f_\pi^2$ , realizando assim a simetria quiral, a amplitude do *novo campo mesônico* permanece também invariante. Posteriormente, partimos do pressuposto que a constituição do méson  $\varsigma$ , do tipo  $\bar{q}q$ , contempla estados de quarks que podem ser decompostos em uma parte caracterizada por uma massa dinâmica,  $m_{din}$ , e outra por uma massa de corrente,  $m_{corr}$ . Obtemos assim,  $\varsigma = 2 \times \hat{m} = 2 \times (m_{din} + m_{corr}) = 637 MeV$ , sendo  $m_{din} = 313 MeV$  e  $m_{corr} = 5,5 MeV$ .

O modelo efetivo para a matéria nuclear desenvolvido no capítulo 3 contempla acoplamentos entre os campos dos núcleons e dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e do estado ressonante  $\varsigma$ . Por fim, foram apresentadas neste capítulo as predições do modelo para a anomalia Nolen-Schiffer e discutidos os resultados obtidos.

Em nossa breve abordagem do problema da anomalia Nolen-Schiffer, é importante ressaltarmos que a descrição teórica que utilizamos foi baseada no modelo de matéria nuclear e que nesse modelo nuclear hipotético, basicamente constituído por uma fração fixa de prótons e nêutrons, não há, no limite  $A \rightarrow \infty$ , superfície nuclear e a interação de Coulomb entre os prótons é nele desconsiderada. Os resultados obtidos neste trabalho para a anomalia Nolen-Schiffer, apesar das limitações do modelo considerado, como vimos, apresentam um expressivo aprimoramento na descrição da anomalia Nolen-Schiffer quando comparados aos correspondentes resultados do modelo desenvolvido recentemente (no ano de 2008) por U.G. Meissner, A.M. Rakhimov, A. Wirzba e U.T. Yakhsiev (MRWY) [69]. Em primeiro lugar porque nossos resultados apresentam percentuais de melhoramentos na descrição da anomalia Nolen-Schiffer que variam entre 80% e 320%. Em segundo lugar porque o ordenamento dos resultados obtidos em nosso trabalho está em conformidade com o ordenamento dos dados experimentais, diferentemente dos resultados obtidos pelos autores supra mencionados. Em especial, nossas predições para o ordenamento dos dados experimentais da anomalia Nolen-Schiffer contemplam o conhecido *crescimento anômalo*, ou seja, que  $\Delta_{ANS}$  não cresce necessariamente com o número de massa, pois  $\Delta_{ANS}$  é menor para os núcleos  $^{39}Ca - ^{39}K$  em comparação aos núcleos  $^{17}F - ^{17}O$ .

### Modelo Efetivo e o Octeto Bariônico Fundamental: aplicações a estrelas de nêutron

No capítulo 4, propomos uma versão estendida do modelo apresentado no capítulo 3, em que consideramos acoplamentos de natureza não-linear envolvendo o octeto fundamental bariônico e os campos dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\zeta$ ,  $\delta$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$ . Denominamos esta formulação como modelo ZM modificado, adotando a sigla ZMM para caracterizá-lo. Utilizando procedimentos padrões da teoria quântica de campos, obtivemos então para o modelo ZMM a equação de estado para a matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  e em equilíbrio  $\beta$  generalizado.

Os resultados obtidos indicam que a presença do méson  $\delta$  implica na diminuição da assimetria de isospin no setor dos núcleons, ou seja, na diminuição da diferença do número de nêutrons e prótons do sistema. A inclusão do méson  $\zeta$  leva a uma diminuição da assimetria de isospin ainda maior, ou seja, sua presença é equivalente a uma *amplificação* da amplitude do méson  $\delta$ . Este resultado é esperado pois, como estes mésons acoplam-se à corrente isovetorial bariônica conservada, assim como o méson  $\rho$ , o estado de mínimo de energia do sistema ocorre quando a diferença no número de nêutrons e prótons diminui. Isto é, o estado de mínimo em energia da matéria nuclear tende a um estado simétrico de isospin ou, no jargão típico da área, a um estado *saturado em isospin*. E quando o méson  $\rho$  é incluído no formalismo, novamente a fração de assimetria decresce, devido às condições de equilíbrio químico e de neutralidade de carga elétrica,. Este resultado demonstra assim a importância do méson vetorial-isovetorial  $\rho$  na descrição da estrutura interna de estrelas de nêutrons, objetos estelares compactos com alto grau de assimetria de isospin.

E ademais, como vimos, o efeito *global* da inclusão dos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  é o de aumentar a pressão da matéria nuclear em equilíbrio beta. Os resultados mostram por outro lado que a energia de ligação gravitacional diminui de intensidade quando os mésons escalares-isovetoriais são considerados no formalismo para estrelas cujas massas gravitacionais estão próximas ao mínimo valor da curva de energia de ligação gravitacional. É importante ressaltar que a energia de ligação gravitacional da estrela de nêutrons representa a fonte de energia em processos de explosão de supernova do tipo II. Assim, a determinação desta energia liberada poderia representar um vínculo importante com vistas a possíveis restrições dentre as distintas equações de estado da matéria nuclear e, ainda do ponto de vista teórico, entre processos de explosão de supernovas e propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares.

Os resultados obtidos no caso da matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  generalizado são consistentes com os resultados obtidos no caso da matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$ . Os resultados indicam que a presença no formalismo dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$ , — ou equivalentemente do méson  $\delta^*$  —, acentua o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons, dos prótons e dos híperons  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$  e  $\Xi^-$ , contribuindo para o acréscimo das massas efetivas dos nêutrons e dos híperons  $\Sigma^-$  e  $\Xi^-$ , bem como para a diminuição das massas efetivas dos prótons e dos híperons  $\Sigma^+$  e  $\Xi^+$ . A inclusão no formalismo dos

mésons  $\sigma$  e  $\sigma^*$ , acentua, de forma similar ao caso anterior, o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons, dos prótons e dos híperons  $\Sigma$  e  $\Xi$ ; no que diz respeito porém às massas efetivas de cada uma destas partículas, estes mésons contribuem sistematicamente para sua redução.

Os resultados do modelo ZMM para a equação de estado e para a relação massa-raio estelar, considerando-se matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  generalizado, indicam que a adoção do esquema  $SU(6)$  na determinação das constantes de acoplamento do sistema *suaviza* apreciavelmente a equação de estado da matéria nuclear. Este resultado pode ser explicado em vista de que tal escolha de esquema de acoplamento leva a valores dos parâmetros da teoria que são expressivamente menores do que os valores correspondentes associados a outros esquemas de acoplamento. Este aspecto faz com que o limiar para o aparecimento das espécies, mesmo para aquelas mais massivas, ocorra, no caso do modelo ZMM, a densidades expressivamente mais baixas do que nos casos anteriores. Conseqüentemente, a pressão de densidade estelar correspondente é também mais baixa, ocasionando a *suavização* da correspondente equação de estado em contraposição a escolhas que adotam os demais esquemas de acoplamento vistos neste tese: as predições teóricas referentes ao modelo ZMM levam, conseqüentemente, a menores valores da massa máxima das estrelas de nêutrons no primeiro caso em comparação aos demais.

Os resultados obtidos para o modelo ZMM indicam que a inclusão dos mésons  $\delta$  e  $\delta^*$  no formalismo ocasiona acréscimo nos valores da massa máxima e do raio das estrelas de nêutrons.

Os resultados do modelo ZMM para o comportamento da equação de estado da matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  generalizado e da relação massa-raio para a família de estrelas de nêutrons obtida a partir da integração das equações TOV, indicam que a inclusão do méson  $\zeta$  (ou, equivalentemente, do méson  $\delta^*$ ) enrijece a equação de estado da matéria nuclear. O valor da massa máxima, quando os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta^*$  são incluídos no formalismo, com a adoção do esquema de determinação das constantes de acoplamento dos híperons que se utiliza das propriedades de hipernúcleos, corresponde a cerca de  $1,36M_{\odot}$ , valor este menor portanto do que o valor da massa do pulsar Hulse-Taylor ( $1,44M_{\odot}$ ) bem como menor do que o valor médio para a massa das estrelas de nêutrons conhecidas atualmente: cerca de  $1,6M_{\odot}$  [9]. Considerando porém, para a densidade de saturação, o valor  $\rho_0 = 0,15 fm^{-3}$ , e mantendo os mesmos valores para a energia de ligação nuclear por núcleon e para a energia de simetria anteriormente utilizados, ou seja,  $\varepsilon/A = -16,0 MeV$  e  $E_{sim} = 33,2 MeV$ , obtemos novos valores das constantes de acoplamento do modelo. Recalculamos com estes parâmetros a equação de estado nuclear e integramos as equações TOV, sendo assim determinado o comportamento da relação massa-raio da estrela de nêutrons. O valor para a massa máxima estelar reproduz então o valor  $M_{max} = 1,44M_{\odot}$ , correspondendo este resultado a um raio estelar dado por  $R = 12,30 km$  enquanto o valor do *avermelhamento gravitacional* é  $z = 0,24$ . Portanto, com estas modificações, o modelo ZMM prediz um valor para a massa máxima de estrelas de nêutrons igual à massa do pulsar Hulsen-Taylor.

## Teoria Efetiva e Naturalidade

O resultado mais relevante desta tese é a confirmação, embora ainda não conclusiva, de nossas previsões quanto à íntima conexão envolvendo a *naturalidade* de uma teoria efetiva e a ampliação do seu escopo por meio da exaustão do espaço de fase dos campos dos mésons. Este aspecto é confirmado, por exemplo, pelos resultados apresentados na tabela (4.3), que indicam que o grau de naturalidade dos coeficientes dos termos de interação se amplia à medida em que outros campos mesônicos são incluídos no formalismo, com exceção do coeficiente  $\eta_{30}$ . É importante ressaltar que o grau de naturalidade do coeficiente correspondente ao termo de interação  $\theta_{10}$  se amplia à medida em que mais mésons isovetoriais-escalares são considerados no formalismo: o seu valor, no caso em que consideramos o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho$ , é igual a  $\theta_{10} = -0,820$ , enquanto que, para o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho, \delta$ , o valor correspondente é  $\theta_{10} = -0,914$ , e finalmente, quando consideramos o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$ , o valor destes coeficiente é  $\theta_{10} = -0,985$ . Assim, em síntese, os resultados da tabela (4.3) indicam que o modelo ZMM, com exceção do coeficiente  $\eta_{30}$ , obedece ao critério de *naturalidade* nos demais coeficientes, *pelo menos até a ordem de expansão considerada*. É possível observar também que a introdução de graus de liberdade escalares-isovetoriais como que *naturaliza* o modelo, pois o coeficiente  $\theta_{10}$  do termo de interação associado ao méson  $\varrho$  tende progressivamente à *unidade* à medida em que o espaço de fase dos campos mesônicos é ampliado. O caso do coeficiente  $\eta_{30}$  por sua vez necessita uma análise muito particular. Isto porque, embora os campos  $\delta, \varsigma$ , — ou, equivalentemente, o campo  $\delta^*$  —, e o campo  $\varrho$ , desempenhem um papel de competição na configuração da estrutura formal da energia de simetria da matéria nuclear, como vimos anteriormente na expressão (4.42), há outro aspecto importante desta equação que lhes confere elementos adicionais de complexidade. Ou seja, a presença da *componente de massa efetiva*  $m^*$  no segundo termo da expressão da energia de simetria, — que depende das contribuições dos demais mésons de natureza escalar, e que se acoplam portanto ao potencial escalar de Lorentz da teoria —, produz um efeito de *modulação* do coeficiente  $g_{\delta^*}$  e da massa do méson  $\delta^*$ ,  $m_{\delta^*}$ , contribuindo assim para alterar o grau de competitividade entre os coeficientes supra mencionados,  $g_{\varrho}$  e  $g_{\delta^*}$ . Este resultado, que afeta o valor do parâmetro  $\eta_{30}$ , representa também uma novidade desta tese e necessita, para que seja melhor compreendido, um estudo mais aprofundado no futuro.

## Efeito URCA de Arrefecimento em Estrelas de Nêutron

No cálculo da emissividade de neutrinos consideramos o modelo da matéria nuclear desenvolvido nos capítulos 3 e 4 e realizamos escolhas de parâmetros de uma forma similar às escolhas realizadas no tratamento anteriormente realizado, ou seja, de forma que o modelo reproduza as propriedades fundamentais globais da matéria nuclear: densidade de equilíbrio, energia de ligação por núcleon, energia de simetria, módulo de compressibilidade e massa efetiva do núcleon na densidade de saturação.

Os resultados dos nossos cálculos mostram que o limiar de processos URCA dimi-

nui de valor quando os mésons escalares-isovetoriais são considerados no formalismo da matéria nuclear. Este fato ocorre porque os mésons escalares-isovetoriais aumentam a proporção de prótons na matéria nuclear, ou seja, aumentam o momentum de Fermi dos prótons, pois estes mésons, como vimos, diminuem a assimetria de isospin da matéria nuclear. A ocorrência de processos URCA por sua vez está subordinada à condição *triangular*, no espaço de momentum linear, envolvendo os graus de liberdade de prótons, nêutrons e elétrons. Ao aumento dos momenta de Fermi dos prótons corresponde, devido às condições adicionais de equilíbrio químico e de neutralidade de carga elétrica, o aumento simultâneo dos momenta de Fermi dos elétrons, fazendo com que a condição (5.35) seja satisfeita para densidades bariônicas mais baixas. O processo URCA não deve ocorrer para estrelas de nêutrons com massa no intervalo  $M \sim 1,0 - 1,5 M_{\odot}$  [109], pois como o processo URCA é eficiente no processo de resfriamento de estrelas de nêutrons, estrelas com massa neste intervalo que sofrerem resfriamento por processo URCA se tornam invisíveis por detecção térmica em poucos anos [110]. E isto afetaria grande parte da população de estrelas de nêutrons conhecidas, pois o valor médio das massas das estrelas de nêutrons corresponde a  $M_{EN} \sim 1,6 M_{\odot}$ . Nossos resultados indicam que estrelas de nêutrons com massa superior a  $M_{EN} \sim 0,9 M_{\odot}$ , — que representa a *massa estelar crítica*, ou seja, a massa da estrela de nêutrons cuja densidade bariônica central atingiu a densidade crítica —, seriam resfriadas eficientemente e estariam fora da possibilidade de detecção por radiação térmica em poucos anos. Levando-se em conta efeitos de *superfluididez* dos núcleons que, como se sabe [109], inibem processos URCA, esta densidade crítica pode ter seu valor elevado. No entanto, mesmo levando-se em conta efeitos de superfluididez, a presença dos mésons escalares-isovetoriais na matéria nuclear faz com que a densidade crítica tenda a diminuir de valor. E talvez, indicando a existência de outro mecanismo físico, ainda por descobrirmos, que seja mais eficiente para inibir processos URCA de arrefecimento de estrelas de nêutrons.

## 6.2 Perspectivas Futuras

### Anomalia Nolen-Schiffer

O modelo proposto nesta tese necessita aprimoramentos com vistas à descrição da anomalia Nolen-Schiffer, na medida em são os núcleons de valência que efetivamente contribuem para sua realização. E em um modelo como o proposto, em que consideramos a descrição de propriedades de núcleos finitos utilizando o conceito de matéria nuclear, em que prótons e nêutrons são comprimidos ao ponto de formarem um gás de Fermi, a região superficial nuclear ocupa, como salientamos anteriormente, papel de menor relevância em comparação às demais regiões nucleares. Em realidade, o propósito do modelo que consideramos nesta tese era de avaliar, ainda que de maneira preliminar, a consistência, do ponto de vista da descrição da anomalia Nolen-Schiffer, da presença de um campo mesônico leve de natureza escalar-isovetorial. Neste sentido, é nossa compreensão que duas propriedades concorrem simultaneamente para a melho-

ria dos resultados obtidos na presente descrição da anomalia Nolen-Schiffer. A primeira se deve ao comportamento das densidades dos núcleos considerados neste trabalho, que são, em boa aproximação, constantes, exceto por uma região delgada que caracteriza o raio nuclear. E a segunda, relacionada à primeira, se deve ao fato de que é praticamente nesta região que os efeitos *dinâmicos* dos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  se materializam. Portanto, na prática e em boa aproximação, as limitações intrínsecas ao modelo de matéria nuclear se revelam, no tratamento dos núcleos considerados neste trabalho, menos relevantes. Ainda assim, embora fora do escopo primordial desta tese, acreditamos que uma formulação mais condizente com a natureza de núcleos finitos deve ser adotada com vistas a superação das limitações das formulações mais tradicionais.

### Modelo Efetivo e Massa Estelar

Como vimos anteriormente, os resultados do modelo ZMM para a equação de estado e para a relação massa-raio estelar, considerando-se matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  generalizado, indicam que a adoção do esquema  $SU(6)$  na determinação das constantes de acoplamento do sistema *suaviza* de maneira apreciável a equação de estado da matéria nuclear. Como resultado, os valores correspondentes para a massa máxima das estrelas de nêutrons não estão em bom acordo com a fenomenologia. Estes resultados estão associados porém não somente aos esquemas de acoplamento escolhidos para determinação dos parâmetros da teoria mas também aos aspectos estruturais formais do modelo considerado nesta seção, ou seja, o modelo ZMM. Este resultado indica assim a necessidade de introduzirmos futuramente uma nova abordagem teórica para a matéria nuclear cuja equação de estado seja mais rígida do que aquela associada ao modelo ZMM, mesmo que seja adotado nos cálculos de propriedades da matéria nuclear o esquema de acoplamentos  $SU(6)$ , de modo a superarmos estas limitações.

### Modelo Efetivo e Constantes de Acoplamento

No tratamento utilizado nesta tese, por meio do modelo ZMM, fixamos como vimos o valor das constantes de acoplamento correspondentes aos graus de liberdade dos mésons ( $m$ ) e dos núcleons ( $N$ ),  $g_{mN}$ , de modo que o formalismo reproduza as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear, na densidade de saturação,  $0,17 \text{ fm}^{-3}$ , ou seja, a energia de ligação por núcleon,  $-16 \text{ MeV}$ , e a energia de simetria,  $33,2 \text{ MeV}$ . A densidades mais altas, as constantes de acoplamento correspondentes aos graus de liberdade dos mésons e dos híperons ( $H$ ),  $g_{mH}$ , ao serem fixadas, resultaram em relações em que esses parâmetros são expressos em função das constantes  $g_{mN}$ , cujos valores, determinados na densidade de saturação, permanecem fixados para densidades mais altas da matéria nuclear. Uma perspectiva futura de trabalho, com respeito a este tópico, envolve o estudo da consistência formal da adoção destes procedimentos de fixação das constantes de acoplamento, bem como sua extrapolação e, assim, a dependência em densidade dos parâmetros  $g_{\sigma N}$ ,  $g_{\omega N}$ ,  $g_{\rho N}$ ,  $g_{\delta N}$  e  $g_{\zeta N}$ . O caso acima descrito, do coeficiente  $\eta_{30}$ , que não obedece ao critério de *naturalidade*, pode estar condicionado à existência de

uma expressiva dependência em densidade do coeficiente  $g_{\delta^*}$ , por exemplo. Por outro lado, como vimos, a presença da *componente de massa efetiva*  $m^*$  no segundo termo da expressão da energia de simetria produz um efeito de *modulação* do coeficiente  $g_{\delta^*}$  e da massa do méson  $\delta^*$ ,  $m_{\delta^*}$  contribuindo assim para alterar o grau de competitividade entre os coeficientes  $g_\rho$  e  $g_{\delta^*}$ . Este efeito afeta o valor do parâmetro  $\eta_{30}$ , e necessita, para sua melhor compreensão, um estudo que envolve a análise da influência dos campos mesônicos escalares na determinação das constantes de acoplamento  $g_\rho$  e  $g_{\delta^*}$ .

### Quarks e mésons

Ao considerarmos um modelo que descreva propriedades da matéria nuclear para densidades extremas ( $\rho > 4\rho_0$ ), devemos levar em conta que os bárions e os mésons são na realidade constituídos de quarks e glúons e que a estrutura destas partículas, assim como ocorre com as demais, são expressivamente modificadas neste regime de densidades. Neste contexto, uma perspectiva importante de continuação do trabalho desenvolvido nestas tese compreenderia uma *extensão natural* dos modelos efetivos propostos nos capítulos anteriores, de modo a incorporarmos termos de acoplamento e de auto-acoplamento entre os próprios campos dos mésons, ampliando assim o espaço de fase do setor mesônico do sistema. Por exemplo, a massa do méson  $\omega$ , similarmente ao que ocorre no caso dos bárions, apresentaria, neste modelo, uma dependência com o campo do méson  $\sigma$ , ou seja o méson  $\omega$  teria uma massa efetiva  $m_\omega^*(\sigma)$ . Há, por outro lado, estudos[111, 112, 113] que indicam que, na matéria nuclear, a massa do méson  $\sigma$  adquire valores menores do que o valor correspondente no espaço livre de interações. Assim sendo, o próprio méson  $\sigma$  também apresentaria uma dependência de auto-interação que levaria a uma massa efetiva do tipo  $m_\sigma^*(\sigma)$ . Ademais, em vista de que o méson  $\sigma$  se acopla ao canal virtual, de natureza quiral e pseudoescalar  $2\pi$ , é importante considerarmos uma formulação que leve em conta, de maneira explícita, a conservação de simetria quiral no meio de muitos corpos, quando consideramos termos de auto-interação envolvendo o méson  $\sigma$ . Por fim, as constantes de acoplamento da teoria são afetadas, em princípio, por tais correlações de densidade, que podem ser parametrizadas, por exemplo, no que se refere particularmente ao méson  $\sigma$ , na forma  $g(\sigma)$ . Outras correlações de natureza similar devem ser consideradas em uma formulação efetiva da matéria nuclear para densidades extremas.

### Vínculos teóricos, experimentais e observacionais da equação de estado da matéria nuclear

Um dos aspectos mais importantes no estudo de estrelas de nêutrons e pulsares é o de estabelecer vínculos teóricos, experimentais e observacionais para as distintas equações de estado da matéria nuclear. Uma perspectiva interessante de trabalho no futuro envolveria um estudo aprofundado das distintas possibilidades de estabelecimento de tais vínculos. A seguir, listamos algumas destas possibilidades.

- Vínculos teóricos.

- Um dos mais rigorosos vínculos teóricos da equação de estado de matéria rica em nêutrons corresponde, no seu limite a baixas densidades, à propriedade chamada de *universalidade de gases de Fermi dilutos*, os quais apresentam, como característica peculiar, *comprimento de espalhamento infinito*[114]. Em suma, tal característica implica em que, neste limite de densidades, a única escala de energia relevante do sistema é a energia de Fermi,  $\varepsilon_F$ . Assim sendo, a energia por partícula do sistema de muitos corpos,  $E/N$ , deve ser vinculada, neste limite, à energia do gás de Fermi, a menos de uma constante, adimensional, de natureza universal,  $C$ , tal que

$$\frac{E}{N} = C \frac{3}{5} \varepsilon_F;$$

a constante  $C$  é por sua vez independente dos detalhes da interação de muitos corpos.

- Um outro importante vínculo teórico diz respeito ao *limite causal* do módulo de compressibilidade da matéria nuclear. Em vista de que nosso conhecimento da equação de estado da matéria nuclear é muito limitado, de modo a ampliarmos estes limites, é de suma importância a determinação, de forma mais acurada, do módulo de compressibilidade que representa, como vimos, uma medida da curvatura da equação de estado da matéria nuclear no ponto de saturação. Utilizando-se a fórmula da gota líquida, é possível construir uma expressão para a compressibilidade da matéria nuclear, similar à fórmula semi-empírica de massa, como vimos, onde os parâmetros da fórmula descrevem termos de volume, de superfície, coulombiano e de assimetria. Essa expansão apresenta porém problemas de convergência, uma vez que o número de dados experimentais é insuficiente para uma precisa determinação do módulo de compressibilidade a partir da correspondente fórmula semi-empírica. A conclusão que se chega é que não existe uma formulação consistente para a determinação da compressibilidade nuclear. Uma proposta de trabalho futuro seria a de estudar, por meio de uma formulação relativística de muitos corpos, o papel da compressibilidade nuclear a altas densidades e a conexão entre os regimes que caracterizam núcleos finitos e a matéria nuclear infinita assimétrica. Em especial, derivarmos uma expressão para a compressibilidade nuclear válida para todos os regimes de densidades nuclear, tendo como vínculo primordial o limite causal.
- Vínculos experimentais e observacionais. Uma perspectiva importante de trabalho visa utilizarmos os seguintes observáveis astronômicos de modo a fixarmos parâmetros teóricos dos modelos de estrelas de nêutrons e de pulsares:
  - expansão acelerada da nebulosa do Caraguejo; devido à incerteza na deter-

minação da massa da nebulosa do Caranguejo,  $M_{neb}$ , há dois valores para o limite inferior do momento de inércia do pulsar

$$\begin{aligned} M_{neb} = 4,6 M_{\odot} &\implies I_{Car,45} > 1,93, \\ M_{neb} = 6,4 M_{\odot} &\implies I_{Car,45} > 2,68; \end{aligned} \quad (6.1)$$

a dependência da grandeza  $I/(MR^2)$  em função de  $x \equiv M/R$ , para uma estrela de nêutrons, é dada pela expressão empírica

$$a_{EN}(x) = \begin{cases} x/(0,1 + 2x) & \text{se } x \leq 0,1; \\ \frac{2}{9}(1 + 5x) & \text{se } x > 0,1; \end{cases} \quad (6.2)$$

assim sendo, o valor do momento de inércia para uma estrela de nêutrons de massa gravitacional  $M$  e raio  $R$  pode ser representado por

$$I = a_{EN}MR^2; \quad (6.3)$$

- linhas de absorção no espectro de raios-X da estrela de nêutrons 1E1207,4–5209, resultando para o parâmetro  $z$ , que descreve *deslocamento para o vermelho*

$$z = 0,12 - 0,23; \quad (6.4)$$

- *deslocamento para o vermelho* no espectro de absorção, do binário de raios-X EXO0748 – 676, cujo valor é

$$z = 0,35; \quad (6.5)$$

- efeitos de *glitche* do Pulsar Vela: uma variação súbita no spin do pulsar caracteriza o chamado *glitche*<sup>1</sup>, comumente observado em pulsares isolados; este fenômeno ocorre devido à transferência de momentum angular orbital entre a crosta estelar (constituída basicamente do elemento <sup>56</sup>Fe) e o interior líquido dos pulsares[115]; neste cenário, à medida que a crosta diminui sua frequência de rotação, devido a ação do torque magnético, uma rotação diferencial, entre a crosta e uma porção do interior líquido do pulsar, então se desenvolve; a componente que possui a maior frequência de rotação atua como um *reservatório* de momentum angular, que ocasionalmente exerce um torque sobre a crosta, como consequência de instabilidade rotacional, aumentando assim a sua frequência de rotação[116] ; os *glitches* observados

---

<sup>1</sup>Glitches também são descritos na literatura científica como *pequenos estremotos*, que ocorrem na crosta dos pulsares, de modo equivalente aos *terremotos* que ocorrem em nosso planeta.

levam a uma relação entre a massa e o raio dos pulsares

$$R = 3,6 + 3,9 \frac{M}{M_\odot}. \quad (6.6)$$

Futuramente pretendemos utilizar estes vínculos observacionais como uma forma de seleção de modelos nucleares com aplicações a estrelas de nêutrons e pulsares. Um modelo nuclear *candidato* para descrever a estrutura interna de pulsares deverá apresentar compatibilidade com estes observáveis. Apresentamos a seguir um modelo que pretendemos estudar em futuro breve com vistas a analisarmos sua compatibilidade com os dados acima apresentados.

### Modelo de Acoplamento Ajustável

O modelo que utilizamos para descrever a dinâmica nuclear nesta tese, ZMM, apesar de possuir excelentes qualidades, não foi capaz de prever uma massa máxima para estrelas de nêutrons maior do que  $1,44 M_\odot$ . Para contornar este problema, mas mantendo as *qualidades* do modelo ZMM, como por exemplo não gerar uma massa efetiva negativa para o núcleon, propomos para um trabalho futuro o desenvolvimento de um modelo de acoplamento ajustável. Descreveremos, brevemente, algumas das principais características deste modelo e apresentaremos alguns resultados preliminares obtidos com esta formulação.

Sugerimos então a densidade lagrangeana, já estudada em outra oportunidade, porém em uma versão mais simplificada, — sem a presença dos mésons escalares-isovetoriais, os quais serão incluídos no tratamento a seguir apresentado —, por M. Razeira, C. A. Z. Vasconcellos e colaboradores [104]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B [i\gamma_\mu \partial^\mu - M_B - m_{B\alpha}^* g_{\sigma_B} \sigma - m_{B\alpha}^* g_{\sigma_B^*} \sigma^* - \frac{1}{2} m_{B\alpha}^* g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} - \frac{1}{2} m_{B\alpha}^* g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta} \\ & - m_{B\beta}^* g_{\omega_B} \gamma_\mu \omega^\mu - m_{B\beta}^* g_{\phi_B} \gamma_\mu \phi^\mu - \frac{1}{2} m_{B\gamma}^* g_{\boldsymbol{\rho}_B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu] \psi_B \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2}) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\varsigma} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} - m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma}^2) \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\delta} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta} - m_\delta^2 \boldsymbol{\delta}^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \\ & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \end{aligned} \quad (6.7)$$

sendo que a massa efetiva bariônica é definida na forma

$$m_{Bn}^* = \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma + g_{\sigma_B^*} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{n M_B} \right)^{-n}, \quad n = \alpha, \beta, \gamma, \quad (6.8)$$

e onde as grandezas  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros matemáticos que assumem valores reais.

É importante salientar novamente que os campos dos núcleons não se acoplam aos campos dos mésons ( $\sigma^*$  e  $\phi$ ), de forma que

$$g_{\sigma^*N} = g_{\phi N} = 0. \quad (6.9)$$

É também interessante observar que em alguns limites dos parâmetros matemáticos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , a densidade lagrangeana original se transforma em formulações análogas conhecidas na literatura [43, 44]. Em particular, no limite  $\alpha \rightarrow 1$  e  $\beta = \gamma = 0$ , obtemos para o primeiro termo do lagrangeano (6.7) a seguinte expressão

$$-\bar{\psi}_B(M_B - m_B^* g_{\sigma_B} \sigma - m_B^* g_{\sigma_B^*} \sigma^* - \frac{1}{2} m_B^* g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} - \frac{1}{2} m_B^* g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}) \psi_B \rightarrow -\bar{\psi}_B M_B m_B^* \psi_B. \quad (6.10)$$

Vemos então que a expressão (6.7) se reduz à forma da densidade lagrangeana (2.144), fazendo, evidentemente,  $g_{\sigma_B^*} = g_{\varsigma_B} = g_{\delta_B} = 0$ .

Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  podem assumir valores reais, caracterizando assim distintas classes de modelos:

- Classe Escalar =  $\{(\alpha, \beta, \gamma) \in \mathbb{R} : \alpha \geq 0 \wedge \beta = \gamma = 0\}$  ;
- Classe Vetorial =  $\{(\alpha, \beta, \gamma) \in \mathbb{R} : \alpha \geq 0 \wedge \alpha = \beta = \gamma\}$ .

A motivação para a definição destas duas classes de modelos, *Escalar* e *Vetorial*, reside no fato de que, ao analisarmos resultados referentes a propriedades da matéria nuclear obtidos por meio de formulações do tipo HDQ que apresentam elementos de similaridade ao modelo desenvolvido nesta seção [36, 43, 44], concluímos que tais formulações podem ser basicamente *categorizadas* nestas duas classes, Escalar e Vetorial, acima referidas. Por exemplo, o modelo ZM [36] *pertenceria*, segundo a análise que realizamos, à Classe Escalar acima referida, na medida em que, ao considerarmos na densidade lagrangeana desenvolvida nesta seção os limites  $\alpha \rightarrow 1$ ,  $\beta \rightarrow \gamma \rightarrow 0$ , e simultaneamente eliminarmos a presença dos mésons estranhos, a densidade lagrangeana do modelo ZM é recuperada. O mesmo vale para o modelo de J. D. Walecka [31], que é recuperado quando consideramos, na densidade lagrangeana desenvolvida nesta seção, o limite  $\alpha = \beta = \gamma = 0$  e concomitantemente eliminamos nesta formulação a presença dos mésons estranhos. O modelo de J. D. Walecka, em particular, *pertenceria* às classes Escalar e Vetorial, simultaneamente. Evidentemente, para outras escolhas dos parâmetros matemáticos do modelo, em que  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  podem corresponder a números reais positivos e negativos, a quantidades complexas e a formas funcionais, outras classes de modelos poderão ser definidas, ampliando assim o escopo do modelo. A análise destas possibilidades representa também uma perspectiva importante de trabalho.

No modelo de acoplamento ajustável, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  serão idênticos para os mésons escalares-isoescalares e vetoriais-isoescalares, evocando razões de consistência formal. Com este esquema, ao adotarmos para o parâmetro  $\alpha$  um valor real positivo,  $\beta$  e  $\gamma$  são imediatamente determinados pelas relações que definem as classes dos modelos.

Tabela 6.1: Parâmetros do modelo com acoplamento ajustável (Classe Escalar com  $\alpha = 0,05$ ), fixados de modo que o modelo reproduza as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear. Cada linha representa um conjunto de constantes. Se uma delas for nula, o respectivo méson não está incluído no formalismo da matéria nuclear. A componente escalar,  $-S(\rho_0)$ , e a vetorial,  $V(\rho_0)$ , do potencial nuclear, estão indicadas na figura. O valor  $(g_{\delta_N^*}/m_{\delta^*})^2 = 2,5 fm^2$  indica que apenas o méson  $\delta$  ( $980 MeV$ ) está incluído no formalismo. Um valor acima deste indica a contribuição da ressonância  $\zeta$ , conforme já explicado.

| $(g_{\sigma_N}/m_{\sigma})^2$<br>$fm^2$ | $(g_{\omega_N}/m_{\omega})^2$<br>$fm^2$ | $(g_{\rho_N}/m_{\rho})^2$<br>$fm^2$ | $(g_{\delta_N^*}/m_{\delta^*})^2$<br>$fm^2$ | $-S$<br>MeV | $V$<br>MeV |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------|-------------|------------|
| 12,32                                   | 6,97                                    | 3,76                                | 0,00                                        | 304         | 234        |
| 12,32                                   | 6,97                                    | 5,33                                | 2,50                                        | 304         | 234        |
| 12,32                                   | 6,97                                    | 9,29                                | 8,80                                        | 304         | 234        |

Assim, na apresentação dos resultados desta seção, indicamos a classe correspondente e o valor de  $\alpha$ , ficando os valores dos demais parâmetros subentendidos.

Para descrever a fenomenologia, em especial que a massa efetiva do núcleon é positiva, concluímos, ainda que em uma análise preliminar, que a classe escalar com  $\alpha = 0,05$  é a mais adequada, embora outras escolhas sejam possíveis, para a descrição da matéria nuclear no interior das estrelas de nêutrons. Por exemplo, este modelo tem como resultado para a massa efetiva dos núcleons e para a compressibilidade da matéria nuclear simétrica, na densidade de saturação,  $\rho_0 = 0,17 fm^{-3}$ , respectivamente,

$$M^* = 0,7 M \quad \text{e} \quad K = 281 MeV.$$

As constantes nucleares que reproduzem estes valores são apresentadas na tabela (6.1). Então, as constantes de acoplamento híperon-méson são:

$$g_{\sigma_\Lambda} = 5,74, \quad g_{\sigma_\Sigma} = 4,18, \quad g_{\sigma_\Xi} = 2,91. \quad (6.11)$$

ou em termos das razões

$$\frac{g_{\sigma_\Lambda}}{g_{\sigma_N}} = 0,59, \quad \frac{g_{\sigma_\Sigma}}{g_{\sigma_N}} = 0,43, \quad \frac{g_{\sigma_\Xi}}{g_{\sigma_N}} = 0,30. \quad (6.12)$$

Com este modelo, é possível calcularmos a massa e o raio das estrelas de nêutrons, através da integração das equações TOV; os resultados correspondentes podem ser vistos na tabela (6.2). Os observáveis listados, juntamente com a integração das equações TOV para o modelo de acoplamento ajustável da classe escalar ( $\alpha = 0,05$ ) são apresentados na figura (6.1) Os resultados apresentados na tabela (6.2) e na figura (6.1) estão em boa concordância com os observáveis de pulsares e também com as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear. Esta formulação para a dinâmica nuclear apresenta

Tabela 6.2: Resultados para o modelo de acoplamento ajustável (Classe Escalar com  $\alpha = 0,05$ ). As grandezas representadas seguem o mesmo padrão apresentado na tabela (4.4). As constantes de acoplamento da interação híperon-méson  $\sigma$  foram fixadas para que a profundidade do potencial nuclear deste híperons na matéria nuclear saturada fosse reproduzida.

| Mésons                                              | $Log_{10} \varepsilon_c$<br>( $g/cm^3$ ) | M<br>( $M_\odot$ ) | R<br>(km) | $\frac{\rho_B}{\rho_0}$ | z    | $N_B$<br>( $\times 10^{58}$ ) |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------|-----------|-------------------------|------|-------------------------------|
| $\sigma, \omega, \varrho$                           | 15,24                                    | 1,75               | 12,01     | 5,03                    | 0,32 | 0,24                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta$                   | 15,23                                    | 1,75               | 12,02     | 4,90                    | 0,32 | 0,24                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$                 | 15,17                                    | 1,74               | 12,63     | 4,40                    | 0,30 | 0,23                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi$           | 15,31                                    | 1,84               | 11,56     | 5,64                    | 0,38 | 0,25                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi, \delta$   | 15,29                                    | 1,84               | 11,72     | 5,43                    | 0,37 | 0,25                          |
| $\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi, \delta^*$ | 15,27                                    | 1,83               | 12,01     | 5,20                    | 0,35 | 0,25                          |

então uma boa perspectiva para futuras aplicação na física de pulsares e estrelas de nêutrons.

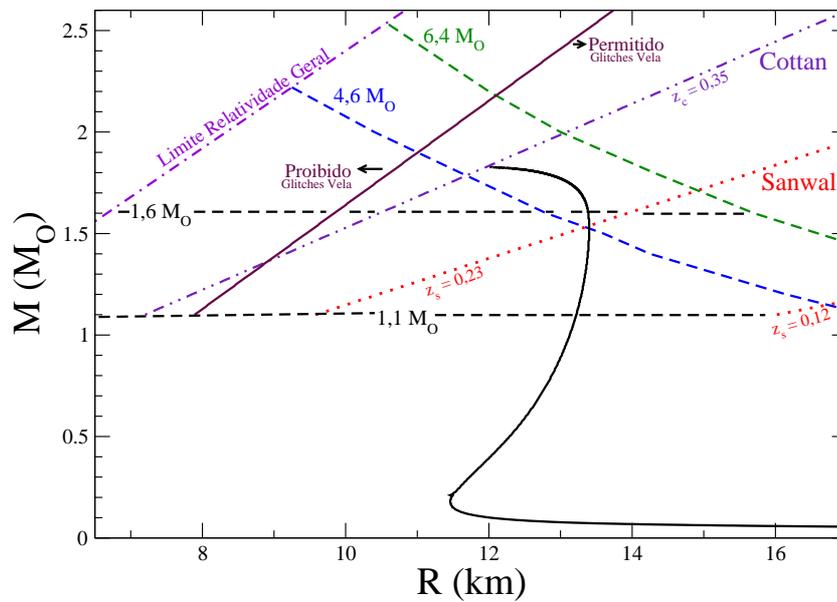


Figura 6.1: Resultados para o modelo de acoplamento ajustável (Classe Escalar com  $\alpha = 0,05$ ) – Massa gravitacional contra raio estelar. A relação massa-raio esta determinada com a inclusão dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta^*$ .



# Apêndice A

## Notação, Unidades e Tabelas

### A.1 Notação

Nesta tese

- vetores são representados, no espaço Euclidiano, por símbolos em negrito; por exemplo, o vetor  $\vec{a}$  é representado na forma  $\mathbf{a}$ , e o seu módulo por  $a$ ;
- quadri-vetores são representados na forma  $a^\mu$ ;
- a seguinte notação é empregada  $A \overleftrightarrow{\partial} B = A(\partial B) - (\partial A)B$  .

### A.2 Constantes Físicas

As constantes físicas utilizadas neste trabalho estão dispostas na tabela abaixo:

| Quantidade                   | Símbolo, equação         | Valor                                                      | Incerteza (ppm) |
|------------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------|
| Velocidade da luz no vácuo   | $c$                      | $299\,792\,458\, m\, s^{-1}$                               | Exata           |
| Constante de Planck reduzida | $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ | $1.054\,572\,66\,(63) \times 10^{-34}\, J\, s$             | 0.60            |
| Constante Gravitacional      | $G$                      | $6.672\,59\,(85) \times 10^{-11}\, m^3\, Kg^{-1}\, s^{-2}$ | 128             |

Tabela A.1: Constantes físicas.

Empregamos nos cálculos o sistema de unidades gravitacionais

$$c = G = 1. \tag{A.1}$$



# Apêndice B

## Estrelas de Nêutrons

Neste capítulo apresentamos uma breve história do estudo das estrelas de nêutrons e dos pulsares. Em especial, discutimos a possibilidade de existência de um sistema similar a um núcleo atômico de tamanho gigantesco, cujas dimensões são comparáveis às do Sol, composto principalmente por nêutrons, ou seja, a hipótese da existência destas fascinantes *reliquias* do Universo primordial, denominadas estrelas de nêutrons devido à natureza de sua composição predominante, hipótese esta pela primeira vez considerada por L. D. Landau [7], imediatamente após a descoberta do nêutron por J. Chadwick [8] (1932). Posteriormente, discutimos sua correlação aos eventos de supernovas descritos por W. Baade e F. Zwicky [14] (1934). E, na medida em que objetos de massas gigantescas se manifestam ao observador por meio de sua interação gravitacional, abordamos em síntese que este aspecto levou J. R. Oppenheimer e G. W. Volkoff [13] (1939) a elaborarem uma formulação teórica, com vistas à determinação de propriedades globais de estrelas de nêutrons, com base na Teoria da Relatividade Geral[46]. A existência de estrelas de nêutrons foi posteriormente confirmada por J. B. Bell e A. Hewish, que observaram um rádio pulsar [117], identificado como uma estrela de nêutrons em rotação rápida. Ainda, o primeiro sistema binário de rádio pulsares foi observado por R. A. Hulse e J. H. Taylor [118] (1975), cuja identificação representou ademais um teste crucial para a Teoria da Relatividade Geral. Apresentamos também, neste capítulo um breve sumário das propriedades observacionais dos pulsares, bem como analisamos sua associação com os eventos de supernovas e apresentamos características em geral de estrelas de nêutrons. Por fim, neste capítulo são discutidos aspectos relevantes envolvendo estrelas newtonianas e estrelas relativísticas.

### B.1 Uma breve história das Estrelas de Nêutrons

O ano de 1932, período em que o físico russo L. D. Landau [7] realizou predições teóricas sobre a existência de estrelas de nêutrons, às quais ele denominou de *esferas de nêutrons*, foi também o ano da descoberta, por J. Chadwick [8], de uma partícula essencial para uma melhor compreensão da natureza da força nuclear e da estrutura

atômica, o nêutron.

Dois anos após, em 1934, W. Baade e F. Zwicky [14] foram autores de um trabalho em que apresentavam a hipótese de que estrelas de nêutrons poderiam ser formadas em uma explosão de supernova, que ocorreria quando a massa do caroço de ferro de uma estrela massiva, ao final de sua vida evolutiva, excedesse o valor da chamada *massa limite* de Chandrasekhar, ocorrendo então o seu colapso. A grande quantidade de energia liberada no colapso, da ordem de  $\sim 10^{53}$  ergs, seria então vital para que ocorresse o processo de ejeção, do restante da estrela, para o espaço; os autores formularam ainda a hipótese de que o caroço estelar colapsado formaria então uma estrela de nêutrons. Apesar do expressivo impacto do trabalho de W. Baade e F. Zwicky, a procura por estes objetos estelares não se deu de maneira imediata, pois não se sabia, à época, pelo que procurar: quais seriam as assinaturas destas estrelas, perguntavam-se então os cientistas?

Algumas noções porém, a respeito de algumas de suas características, estavam já presentes na mente dos pesquisadores. Por exemplo, se acreditava, com base nas noções enumeradas neste trabalho, que uma estrela compacta dessa natureza, constituída por *nêutrons empacotados* devido à extraordinária pressão gravitacional, devia ser constituída por matéria *degenerada* em energia; ou seja, um tipo de matéria na qual uma fração importante da pressão que sustenta a compressão gravitacional provém do Princípio de Exclusão de Pauli, que estabelece que dois férmions não podem ocupar, simultaneamente, os mesmos estados quânticos de energia, estados estes caracterizados por distintos valores de *momenta* lineares. Assim, o que faz com que uma estrela de nêutrons não colapse devido à compressão gravitacional, é o efeito combinado da pressão de nêutrons degenerados e a pressão devida à ação repulsiva da interação forte entre os bárions que compõem tais objetos estelares. Estas restrições nos estados quânticos fazem com que muitas partículas apresentem a tendência de adquirirem valores de *momenta* lineares muito elevados, já que os estados quânticos correspondentes à região de baixos e médios valores destas grandezas são preferencialmente ocupados e aquelas partículas não encontram, na região de baixos e médios valores de *momenta* lineares, outras posições do espaço de fase de energia onde situar-se. Assim, em suma, a limitação à ocupação de estados quânticos de *momenta* lineares mais baixos, devido ao Princípio de Exclusão de Pauli, origina uma expansão do domínio do espaço de fase, constricto porém pelo Princípio de Causalidade no âmbito da Relatividade Especial limitando as velocidades máximas das partículas do sistema à velocidade da luz. A pressão *de Pauli* de matéria degenerada, de origem quântica como vimos, pode ser dominante sobre todas as demais contribuições, sendo ademais independente de temperatura e unicamente dependente da densidade. Tal *gás* não obedece assim às leis clássicas na qual a pressão de um gás é proporcional à sua temperatura e densidade. Ademais, como vimos, em uma estrela de nêutrons as atividades nucleares de natureza exotérmica cessaram, e portanto tal estrela não poderia gerar energia depois da sua formação, somente irradiar seu estoque de calor, remanescente, por milhões de anos, por meio de lentos processos de foto-difusão, similarmente ao que ocorre com estrelas

do tipo anã branca.

Em 1939, R. C. Tolman [12] e J. R. Oppenheimer e G. M. Volkoff [13], de maneira independente, se tornaram os primeiros pesquisadores que trataram a questão da estrutura dos objetos compactos propostos por L. Landau, W. Baade e F. Zwicky, ou seja, as estrelas de nêutrons, de maneira sistemática. Estes pesquisadores derivaram então equações relativísticas que descrevem a estrutura estelar destes objetos a partir das equações de campo de A. Einstein [46] descobrindo, também, a existência de um valor limite para a massa de uma estrela degenerada relativística. Os pesquisadores citados supuseram que a contribuição à energia cinética das partículas que compõem estes objetos estelares poderia ser descrita por um modelo do tipo gás de Fermi de nêutrons confinados em uma esfera sob efeito do campo gravitacional. R. C. Tolman, J. R. Oppenheimer e G. M. Volkoff estimaram assim o raio e a massa gravitacional máxima de uma estrela de nêutrons como sendo aproximadamente 10 Km e  $\frac{3}{4} M_{\odot}$ , respectivamente, e uma densidade central de  $\sim 6 \times 10^{15} g cm^{-3}$ . Para efeitos de comparação, a densidade da matéria nuclear no interior de núcleos pesados como, por exemplo, o  ${}^{208}_{82}Pb$ , é da ordem de  $\sim 0.17$  núcleons  $fm^{-3}$ ; isto é equivalente a  $\sim 10^{14} g cm^{-3}$ .

Em 1964, L. Woltjer [119] estimou, considerando a conservação do fluxo magnético<sup>1</sup> no processo de contração de uma estrela do tipo gigante vermelha para uma estrela de nêutrons, que a intensidade do campo magnético resultante nesta última é da ordem de  $\sim 10^{12}$  Gauss. Campos magnéticos desta ordem levaram F. Pacini [120, 121], em 1967, a formular a hipótese de que a fonte para a geração de energia para levar à expansão acelerada da nebulosa do Caranguejo era fornecida por uma estrela de nêutrons, altamente magnetizada, em rotação.

Neste meio tempo, o astrofísico A. Hewish, trabalhando na universidade de Cambridge, projetou um radio telescópio de resposta de tempo curto (*short time response telescope*) para estudar cintilações de fontes de rádio pontuais, tais como quasares. Este rádio telescópio não foi o primeiro a ser construído, mas sim o primeiro a dispor dos recursos tecnológicos cruciais para a descoberta que se seguiria. Aproximadamente um mês depois do início das atividades descritas, J. B. Burnel noticiou a primeira indicação de uma fonte de rádio persistente, situada no espaço estelar, com um período de precisamente 1.33731109 segundos, trinta e quatro anos depois de W. Baade e F. Zwicky terem formulado a hipótese de que a energia necessária para a explosão de uma supernova viria da energia de ligação de uma estrela de nêutrons. Então, em 1968, A. Hewish, J. B. Burnel, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, e R. A. Collins [117] publicaram um artigo com informações precisas a respeito da descoberta. Eles haviam detectado uma pequena fonte de rádio situada fora do sistema Solar, presumivelmente uma estrela condensada, uma anã branca ou uma estrela de nêutrons. O primeiro Pulsar tinha sido, então, descoberto. Em 1974, a Real Academia de Ciências da Suécia concedeu a

---

<sup>1</sup>A detecção de campos magnéticos estelares está vinculada à medida dos desdobramentos das linhas espectrais devido ao efeito Zeeman[11]. As estrelas possuem intensidades de campo magnético que variam desde alguns poucos Gauss a milhares de Gauss. Em anãs brancas, por exemplo, a intensidade de tais campos chega a  $10^8$  Gauss.

A. Hewish o prêmio Nobel de Física por sua contribuição para esta descoberta.

A interpretação dos dados então publicados pelos autores da descoberta apresentavam muito bom acordo com as suposições conceituais propostas em 1967, por F. Pacini [120] e, em 1968, por T. Gold [122], de que pulsares seriam estrelas de nêutrons altamente magnetizadas e em rotação. Pouco tempo depois, trabalhos publicados em 1969, por J. E. Gunn [123] e por J. P. Ostriker e por J. E. Gunn novamente [124, 125] deram forte suporte para esta interpretação. Muitos outros autores contribuíram com idéias para este tema: M. A. Ruderman [126], D. Pines e J. Shaham [127, 128], M. A. Alpar [129], entre outros. No ano de 1968 ainda, foi detectado o pulsar localizado na constelação do Caranquejo, um remanescente de supernova<sup>2</sup> confirmando assim a ligação entre pulsares e supernovas. Além de *observações diretas*, a detecção de neutrinos oriundos de processos gerados em supernovas como, por exemplo, neutrinos emitidos pela estrela identificada como SN1987A, com o detetor KAMIOKANDE II, abriram novas possibilidades de estudo sobre a formação de estrelas compactas. Iniciou-se, então, o esforço para melhor compreensão das estrelas de nêutrons.

Sob o ponto de visto teórico, houve outro avanço importante para a compreensão da natureza e da estrutura de objetos astrofísicos altamente densos. Logo após a publicação dos primeiros trabalhos sobre liberdade assintótica na CDQ [27, 28, 130, 131] foi aventada a possibilidade da existência de uma transição de fase entre a matéria nuclear e a de quarks e glúons no núcleo de uma estrela de nêutrons. Esta hipótese abriu novas e extremamente ricas possibilidades no estudo destes objetos estelares. Alguns anos mais tarde, E. Witten [45] propôs uma hipótese ainda mais complexa, a possibilidade da existência de uma estrela composta de *matéria estranha* como uma versão modificada de uma estrela de quarks e de matéria bariônica estável contendo estranheza. Até hoje, ainda não existe nenhuma evidência convincente para a existência de estrelas de quarks, porém observações e análises futuras devem decidir esta questão.

## B.2 Propriedades Observacionais dos Pulsares

Pulsares são corpos celestes que ocorrem naturalmente na natureza cuja característica fundamental é a emissão de pulsos de radiação eletromagnética de grande periodicidade. Para os pulsares conhecidos até o momento, os períodos destes pulsos variam dentro de um intervalo que vai de 1,4 ms até 11 s [132, 133, 134], sendo que o seu valor médio é de 0,7 s [11]. Estas pulsações têm origem, provavelmente, na emissão de um feixe de radiação eletromagnética, tipicamente na frequência do rádio, por uma estrela de nêutrons em rotação. Os pulsares são caracterizados, também, por possuírem um intenso campo magnético superficial que pode atingir valores da ordem de  $\sim 10^{15}$

---

<sup>2</sup>Além das supernovas identificadas na Via Láctea, foram identificadas ainda supernovas na constelação do Centauro, na constelação do Lobo e na constelação de Cassiopéia. Somente duas supernovas foram registradas em outras Galáxias do Grupo Local, a supernova de 1985 na Galáxia de Andrômeda (M31) e a de 1987 na Grande Nuvem de Magalhães [135].

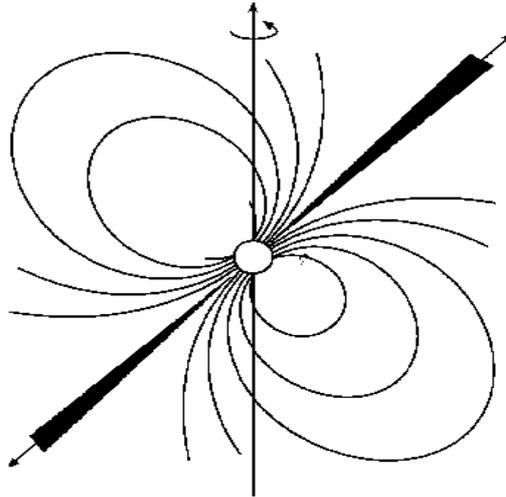


Figura B.1: Representação ilustrativa do modelo de farol para os pulsares. Onde é mostrado as linhas de campo magnético, o eixo de rotação, na vertical, e o feixe de radiação em negrito.

Gauss, os chamados *magnetares*. A elevada velocidade angular de rotação dos pulsares combinada com o seu intenso campo magnético fazem com que um também intenso campo elétrico, da ordem de  $\sim 10^{12}$  V/cm<sup>-1</sup>, seja originado próximo à sua superfície [132]. Partículas carregadas eletricamente são, então, aceleradas por efeito destes intensos campos eletromagnéticos até atingirem energias ultrarelativísticas, desencadeando neste momento uma *avalanche* de pares elétron-pósitron e feixes de radiação eletromagnética. A dinâmica do campo magnético dos pulsares e o mecanismo responsável pela emissão do feixe de radiação eletromagnética são, ainda, um tópico de intensa investigação. Apesar disto, as previsões de um modelo de pulsar em que o feixe de radiação emana dos pólos magnéticos para o exterior, com a direção de emissão de radiação paralela ao eixo magnético do pulsar, são corroboradas pelas propriedades observadas [136].

Um modelo de pulsar muito difundido na literatura é o modelo do *farol*. Este modelo pode ser descrito como segue. Partindo do pressuposto de que os pulsares são estrelas de nêutrons altamente magnetizadas rotando rapidamente, segundo o modelo, um feixe de radiação eletromagnética é emitido ao longo do seu eixo magnético, como nos mostra a figura (B.1), constituindo assim um cone, conhecido como *cone de emissão de luz*, com origem no pólo magnético do pulsar. Este cone de emissão de luz possui uma largura angular de aproximadamente  $\sim 10^\circ$  [11]. Ainda segundo o modelo, existindo uma separação angular entre o eixo de rotação da estrela e o seu eixo magnético, o comportamento da emissividade da estrela será análogo ao de um farol.

E quando o pulsar “iluminar”, com o seu cone de emissão de luz, a Terra, se observará uma fonte de radiação eletromagnética pulsada. As frequências que aparecem

nestes pulsos podem estar na faixa de rádio, do ótico, dos raios-X e dos raios- $\gamma$ . O pulsar do Caranguejo, por exemplo, emite radiação em uma grande faixa de frequências do espectro eletromagnético, estendendo-se desde a frequência do rádio até a do ótico e da frequência dos raios-X até a dos raios- $\gamma$ . No entanto, a maioria dos pulsares emite na faixa de frequências do rádio, como já foi dito. Apesar do período de pulsação de um pulsar ser muito estável, este período de rotação não é constante no tempo, pois os pulsares perdem energia ou por radiação do tipo dipolo magnético (radiação eletromagnética de frequência igual à da rotação da estrela), ou pelo “vento” de partículas eletricamente carregadas, resultando, assim, em uma gradual diminuição da energia rotacional da estrela e amentando, conseqüentemente, o seu período de rotação.

Medindo-se o período do pulsar,  $P$  e a sua variação temporal,  $\dot{P}$ , pode-se determinar a chamada idade característica ou idade dipolar do pulsar<sup>3</sup>,  $\tau_c$ , por meio de

$$\tau_c = \frac{P}{2\dot{P}}; \quad (\text{B.1})$$

e da mesma forma podemos determinar a intensidade do campo magnético superficial do pulsar por meio de

$$B = 3,2 \times 10^{19} (P\dot{P})^{1/2}, \quad (\text{B.2})$$

supondo-se, apenas, radiação do tipo de um dipolo magnético (ver, por exemplo, as referências [11, 132]).

Pode-se distinguir duas populações de pulsares [11], os “normais” com períodos rotacionais típicos de  $P \sim 1$  s, e os pulsares de milissegundo, com períodos menores do que  $P \lesssim 20$  ms. Um detalhamento das características destas duas populações pode ser visto na tabela (B.1).

Os pulsares normais são formados no processo de explosão de uma supernova do tipo II, onde o caroço de ferro de uma estrela supergigante colapsa. Os pulsares de milissegundo adquirem, provavelmente, seus curtos períodos rotacionais em um processo onde um *pulsar velho* encontra uma *estrela companheira* e neste processo uma parte da massa e do momentum angular da companheira são transferidos para o pulsar. O pulsar então sofre uma aceleração angular (*spin-up acceleration*) diminuindo assim o seu período rotacional.

Os pulsares são observados geralmente isolados, mas há casos em que constituem sistemas binários com outros corpos, anãs brancas, estrelas de nêutrons e estrelas com alta e baixa massa. Dependendo da natureza destes sistemas binários, eles recebem diferentes nomes, como por exemplo: sistemas binários de raios-X, binários de raios- $\gamma$  e binários repetidores de raios- $\gamma$  *suave*.

---

<sup>3</sup>A idade característica de um pulsar representa um limite superior para a sua *idade verdadeira*, pois é feita a suposição, para sua determinação, que o pulsar *nasce* com *frequência rotacional infinita* e que a perda de energia do pulsar é devida exclusivamente à emissão de radiação do tipo dipolo magnético (não incluindo-se portanto a emissão de partículas).

Tabela B.1: Características observacionais dos pulsares conhecidos, onde  $P$  representa o período rotacional,  $\dot{P}$  é a variação do período,  $\tau_c$  denota a idade característica e  $B$  o campo magnético superficial.

| População             | $P$<br>(s)      | $\dot{P}$<br>(s/s) | $\tau_c$<br>Anos      | $B$<br>Gauss             |
|-----------------------|-----------------|--------------------|-----------------------|--------------------------|
| Pulsar “Normal”       | $\sim 1$        | $\sim 10^{-15}$    | $\sim 10^6 - 10^7$    | $\sim 10^{12} - 10^{13}$ |
| Pulsar de Milisegundo | $\lesssim 0.02$ | $\leq 10^{-19}$    | $\sim 10^9 - 10^{10}$ | $\sim 10^8 - 10^9$       |

### B.3 Pulsares e Supernovas

Após a descoberta do primeiro pulsar por J. B. Burnell e A. Hewish, dois outros pulsares foram identificados, o pulsar do Caranguejo descoberto por D. H. Staelin e E. C. Reifenstein [137] em 1968 e, no mesmo ano, o pulsar de Vela descoberto por M. I. Large, A. F. Vaughan e B. Y. Mills [138]. Ambos foram identificados no interior de remanescentes de supernovas, respectivamente, a nebulosa do Caranguejo e a de Vela. Ambos tinham um período de rotação muito menor do que o primeiro pulsar observado. Os períodos correspondentes, de  $33ms$  e  $89ms$ , foram decisivos para identificar os pulsares como estrelas de nêutrons ao invés de anãs brancas.

A descoberta do primeiro pulsar em um sistema binário foi realizada como vimos por R. A. Hulse e J. H. Taylor [118], no Observatório de Arecibo, localizado em Porto Rico. Este pulsar, o PSR 1913+16<sup>4</sup>, possui uma estrela companheira não visível. O seu período orbital é de  $\sim 8$  horas. O avanço do seu *periastron* é de  $4,2^\circ$  por ano, que pode ser comparado com o de Mercúrio que é de  $43''$  por século. Este sistema representa a única evidência observada de emissão de radiação gravitacional cujo efeito é o de amortecer o movimento orbital do pulsar. Esta descoberta valeu o prêmio Nobel de Física para R. A. Hulse e J. H. Taylor no ano de 1993, por abrir novas possibilidades no estudo da gravitação.

Em 1982 o primeiro pulsar de milisegundos, PSR 1937+21, foi observado por D. C. Backer, S. R. Kulkarni, C. Heiles, M. N. Davis e W. M. Goss [139]. Este pulsar possui um período de  $1,56ms$ . Em 2005 ocorreu a confirmação da observação do pulsar com o menor período de rotação conhecido,  $1,40ms$  ( $716Hz$ ), localizado no aglomerado denominado Terzan 5 e denominado PSR J1748-2446ad pela equipe de J. W. T. Hessels[133, 140]; este pulsar possui uma estrela companheira que orbita em seu entorno a cada 26 horas e que passa sistematicamente à frente do pulsar,

<sup>4</sup>A abreviatura PSR vem de *pulsating source of radio*, 1921+21 representam coordenadas celestes.

eclipsando-o por aproximadamente  $\sim 40\%$  do tempo orbital. Até os dias de hoje estão contabilizados 33 pulsares de milisegundos detectados no aglomerado Terzan 5, localizado a aproximadamente  $\sim 28.000$  anos-luz da Terra, na constelação de Sagitário.

As estrelas de nêutrons nascem como vimos do colapso de estrelas com massas de aproximadamente  $8M_{\odot}$ . No entanto, torna-se difícil associar o local de nascimento dos pulsares pois os mesmos são observados se deslocando com grandes velocidades, tipicamente  $\sim 450\text{Km/s}$  podendo chegar a  $1200\text{km/s}$ , em relação ao seu lugar de nascimento. Conseqüentemente, pulsares velhos estão muito afastados do seu lugar de nascimento. A causa desta grande velocidade é desconhecida até o momento. Outra questão é que os remanescentes de supernovas velhos desaparecem, em uma escala de tempo da ordem de  $10^4$  a  $10^5$  anos. Isto dificulta o estabelecimento de uma conexão precisa entre os pulsares e as supernovas.

### B.4 Estrelas Compactas e Estrelas de Nêutrons

As estrelas compactas apresentam características peculiares quanto à sua estrutura interna e composição. De modo a demonstrarmos isso, apresentamos nesta seção, de forma esquemática, na figura B.2, informações que englobam distintas concepções sobre a estrutura interna e a composição de estrelas compactas, restringindo nossa descrição àquelas cujas massas são comparáveis à do sol

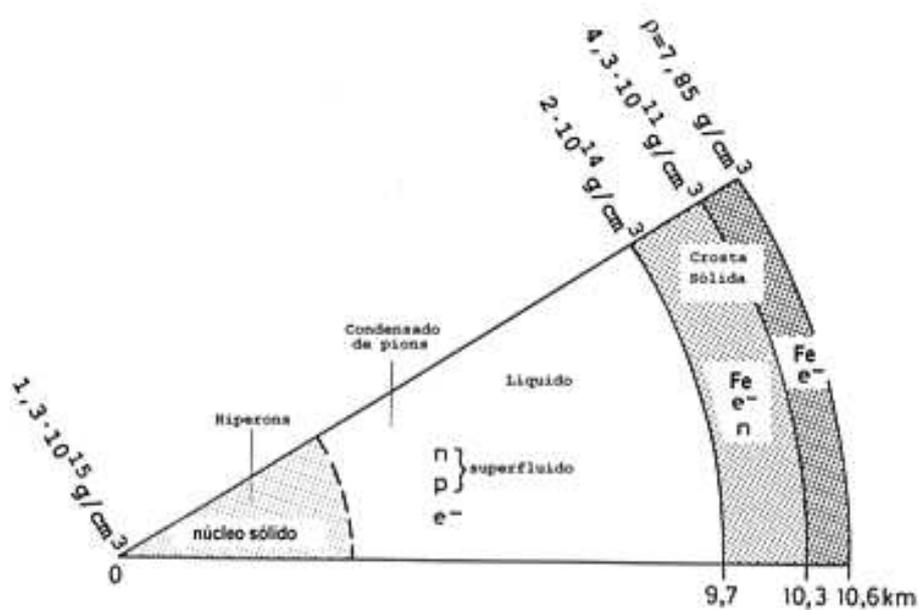


Figura B.2: Possível estrutura interna e composição de uma estrela de nêutrons.

O raio típico de uma estrela de nêutrons é de aproximadamente  $10km$ , e a sua massa gravitacional é comparável, como dito, à do sol,  $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{30}kg$ . Pelo fato que a interação forte não é capaz de formar um estado ligado de um sistema de nêutrons, a presença da interação gravitacional é essencial para dar origem à estrutura da estrela; estes sistemas são denominados também de *auto-gravitantes*; nestes sistemas, quando o raio estelar,  $R$ , cresce, também a massa da estrela,  $M$ , aumenta. A partir das medições de rádio-pulsares em sistemas binários, pode-se deduzir que as massas dos objetos compactos considerados neste texto se encontram no intervalo entre  $1 - 2M_{\odot}$  (veja B.3). A temperatura da superfície das estrelas de nêutrons, por outro lado, é menor do que

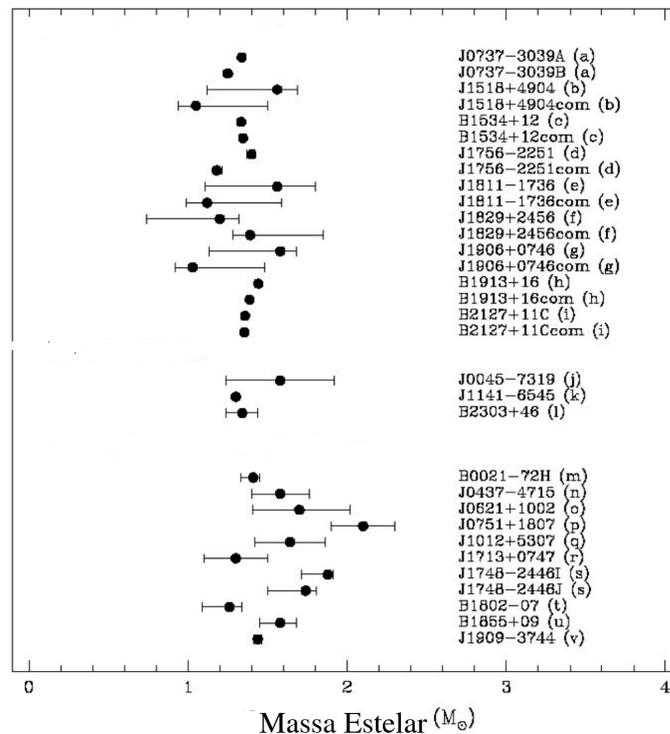


Figura B.3: Massas de estrelas de nêutrons determinadas por meio de medições, utilizado-se radiopulsares, da emissividade de sistemas binários .

$10^9K$  um ano após a sua formação. No estado inicial do estágio evolutivo da estrela, o processo de resfriamento ocorre por meio da emissão de neutrinos, enquanto nos estágios posteriores o esfriamento é devido à emissão de fótons a partir da superfície da estrela [141]. Não se pode excluir, contudo, processos *exóticos* de esfriamento oriundos da condensação de píons e de kaons ou na formação de um núcleo de quarks. A Figura B.4 mostra, como ilustração, os resultados de observações e de predições teóricas da luminosidade superficial de estrelas de nêutrons em função da sua idade.

A figura mostra que, para os pulsares conhecidos, as freqüências determinadas se encontram na faixa entre milisegundos até segundos. Quanto às intensidades de campo magnético, seus valores são tipicamente da ordem de  $10^{12}$  Gauss para os pulsares ditos

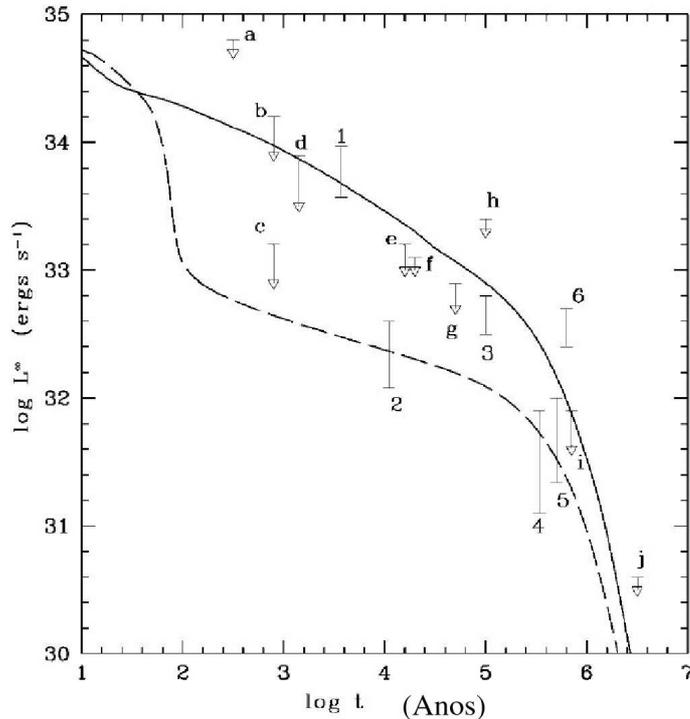


Figura B.4: Luminosidade superficial observada de uma variedade de estrelas de nêutrons como função da idade dos mesmos. As setas indicam limites superiores para os respectivos valores de luminosidade. A linha sólida representa a curva de resfriamento padrão, para  $M = 1,2 M_{\odot}$ , a curva tracejada vale para  $M = 1,4 M_{\odot}$  incluindo condensação de píons .

*comuns*, com período de rotação  $\tau \sim 1s$  e variação temporal do período de rotação da ordem de  $\frac{d\tau}{dt} \sim 10^{-15}$ ; os valores de intensidade de campo magnético dos pulsares variam entre  $10^{15}$  Gauss<sup>5</sup> e  $10^9$  Gauss.

A principal conjectura a respeito da origem do campo magnético de uma estrela de nêutrons, é baseada na concepção de que o seu interior consiste de um núcleo denso, formado basicamente por nêutrons e um número relativamente bem menor de prótons supercondutores. A baixas temperaturas, a presença dos prótons supercondutores, combinada com a alta velocidade de rotação da estrela, produziria um *efeito dínamo*, semelhante ao efeito responsável pela origem do campo magnético da Terra. Ao redor do núcleo da estrela encontra-se, como vimos, um manto de nêutrons, seguido por uma camada de núcleos de ferro e elétrons livres. Por outro lado, à medida em que a estrela vai perdendo energia, a matéria estelar é progressivamente comprimida em direção ao seu centro, tornando este sistema de muitos corpos cada vez mais denso. E quanto mais a matéria da estrela se move em direção ao seu centro, mais rapidamente ela gira.

<sup>5</sup>Pulsares com intensidades de campo magnético superficial da ordem de  $10^{15}$  Gauss são denominados *Magnetares*.

Qualquer estrela possui um campo magnético, que em geral é fraco comparativamente ao de um pulsar. Mas quando o núcleo de uma estrela é comprimido até a mesma se tornar um pulsar, o seu campo magnético também sofre compressão, e com isso as linhas de campo magnético ficam mais densas. Dessa forma, a compressão da matéria torna o campo magnético estelar muito intenso. E esse intenso campo magnético, combinado com a alta velocidade de rotação estelar, passa a produzir, de acordo com a Lei de Biot-Savart, intensas correntes elétricas na superfície da estrela. Então, os prótons e os elétrons que apresentem os menores valores de energia de ligação à região superficial da estrela fluem, pelas linhas de campo magnético, até os pólos norte e sul estelares. O eixo eletromagnético da estrela de nêutrons, como vimos, não está necessariamente alinhado ao eixo de rotação. Quando isso acontece, um pulsar se origina. Em síntese, essas estrelas possuem duas fontes de radiação eletromagnética, de naturezas distintas: a primeira delas é do tipo radiação de *sincrotron*, que não é de natureza térmica e que é emitida por partículas presas ao campo magnético dessas estrelas; a segunda é a radiação de origem térmica que é composta por raios-x, radiação ótica, entre outras. Essa radiação ocorre devido ao choque de partículas com a superfície estelar, junto à região dos pólos.

Em ocorrendo o desalinhamento entre o eixo magnético e o de rotação, a estrela emite grandes quantidades de radiação pelos pólos, radiação esta que varre diferentes direções no espaço. Essa radiação recebe o nome de *pulso*, como vimos, pois chega à Terra como uma série de pulsos eletromagnéticos: daí a origem do nome *pulsar*. O pulsar emite um fluxo de energia constante. Essa energia é concentrada em um fluxo de partículas eletromagnéticas. Quando a estrela gira, o feixe de energia é espalhado no espaço, como o feixe de luz emitido por um farol, como discutido anteriormente. Portanto, somente quando o feixe incide sobre a Terra é que podemos detectar os pulsares por meio de radiotelescópios. A luz emitida pelos pulsares no espectro visível é tão reduzida que não é possível observá-la a olho nú. Somente os radiotelescópios podem detectar a intensa energia que eles emitem.

Tem sido observado ademais, nos pulsares, um abrupto aumento do período de rotação da estrela, seguido por um relaxamento desse movimento; este fenômeno é chamado, utilizando-se a nomenclatura inglesa, de *glitch*. Embora uma explicação consistente para este fenômeno ainda inexista, as principais conjecturas sobre sua origem estão correlacionadas a duas hipóteses principais: a primeira delas é baseada em modificações na estrutura interna da estrela de nêutrons, por meio de transições de fase: por exemplo, para uma estrela de quarks ou estrela de matéria estranha, que alterando a natureza da composição estelar, modificariam em consequência o seu momento de inércia alterando, assim, o seu período de rotação; a segunda hipótese é baseada no fenômeno de acreção de matéria por parte de uma estrela de nêutrons em um sistema binário que também originaria variações no momento de inércia estelar e em seu período de rotação.

Uma estrela de quarks pode ser formada, como anteriormente discutimos, em um processo de transição de fase, a partir de uma estrela de nêutrons por meio de um

processo chamado *desconfinamento* que ocorre em consequência do aumento da compressão gravitacional da matéria nuclear. As condições físicas no interior de estrelas de nêutrons podem ser tais, como vimos na introdução deste trabalho, que a matéria hadrônica ordinária, na qual quarks são confinados em hádrons, é convertida, devido às altas pressões de origem gravitacional, em um tipo de matéria exótica para os padrões usuais encontrados na natureza: um caroço de quarks e glúons desconfinados e uma manta externa formada por hádrons, denominação genérica para bárions e mésons. Objetos estelares com esta composição são denominados também de Estrelas Híbridas. O processo de desconfinamento da matéria nuclear pode liberar imensas quantidades de energia. É possível que as grandes erupções de raios gama evidenciadas pela astronomia moderna tenham como origem tais processos estelares. Uma estrela de quarks situa-se entre as estrelas de nêutrons e os buracos negros em termos tanto da massa como de densidade estelar; e se suficiente massa adicional for somada à sua, ela colapsará em um buraco negro.

A origem de estrelas de nêutron em sistemas binários, e de processos de acreção, especula-se, poderia se dar no caso em que uma estrela supernova ocorresse em um sistema binário; neste caso, a estrela companheira da supernova poderia sofrer danos em suas camadas superficiais durante o processo explosivo que originou a segunda, e mesmo assim continuar sua vida evolutiva. Com isso, uma estrela de nêutrons seria formada próximo à outra estrela. Quando esta outra estrela evoluir para uma gigante vermelha, o seu gás poderia espiralar em direção à estrela de nêutrons, sendo tragado pela mesma, formando um espesso disco ao redor dela; tal disco é chamado de disco de acreção. O atrito que existe entre camadas de gás nas órbitas ao longo do disco de acreção leva à perda de seu momentum angular e a um movimento de queda das partículas do gás, em uma trajetória espiral, em direção à superfície da estrela de nêutrons: sua energia gravitacional original é então convertida em energia térmica no interior do disco de acreção. Na parte interna do disco de acreção, a energia gravitacional é liberada com maior intensidade, atingindo uma temperatura média de milhões de graus e gerando uma intensa fonte de energia e de radiação nessa região. A pressão interna na estrela de nêutrons pode sofrer então um grande aumento se o gás for transferido em quantidades relativamente altas do disco de acreção para a estrela de nêutrons; dessa forma, a energia fica acumulada e, eventualmente, o gás é expulso da estrela de nêutrons, fazendo com que surjam fortes correntes de gás em sua órbita.

É importante considerarmos ainda uma outra possibilidade em termos de composição interna, que alterando o momento de inércia estelar, poderia originar o fenômeno denominado de *glitch*: nos referimos ao fenômeno da *superfluidéz*. Pode-se conjecturar que, em sendo a casca externa de uma estrela de nêutrons sólida e composta de núcleos pesados, que formam uma rede Coulombiana num mar de elétrons degenerados, uma vez que a pressão e a densidade aumentam no sentido de fora para dentro da estrela, existe a tendência de que parte dos nêutrons, por meio de processos beta inversos, capturem elétrons. Adicionalmente, os nêutrons apresentam a tendência para se soltar dos núcleos, de forma que o sistema assim formado é composto por núcleos ricos em nêu-

trons num mar de fermi de nêutrons, prótons e elétrons. Com o aumento de densidade, os núcleos se dissociam constituindo um líquido, ou seja, um sistema de Fermi degenerado de nêutrons, superfluido, e uma fracção de prótons e elétrons. Quando a densidade bariônica se torna um múltiplo da densidade nuclear comum,  $2,8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ , espera-se ademais o aparecimento de composições ditas exóticas como, por exemplo, híperons, condensação de Bose-Einstein de píons ou kaons, ou matéria desconfiada de quarks.

Por fim, é importante salientar que uma estrela estranha é um tipo hipotético de estrela exótica, composta de matéria estranha. As teorias que descrevem a possibilidade de formação de matéria estranha partem do pressuposto de que esta fase da matéria de quarks, ultra-densa, se originaria no interior de estrelas de nêutrons muito massivas. De forma similar ao que ocorreria na formação de uma estrela de quarks, quando a matéria degenerada de nêutrons que compõe a estrela de mesmo nome sofre suficiente pressão gravitacional, tal que ocorra a *diluição* dos nêutrons originais em termos de seus constituintes fundamentais, o sistema formaria uma *sopa de quarks e gluons*; e à medida em que esta pressão gravitacional cresça ainda mais, alguns dos quarks *up* e *down* transformar-se-iam em quarks estranhos, *strange* na nomenclatura inglesa. A estrela transforma-se-ia então em uma estrela estranha, similarmente a um *hadron gigante*, composto por frações exatamente iguais, conforme as predições da teoria, dos quarks *u*, *d* e *s*. Tal estrela torna-se então primordialmente ligada pela força forte nuclear, de curto alcance, embora evidentemente, componentes gravitacionais estejam ainda presentes. É importante também ressaltar que matéria de quarks e matéria estranha são *candidatas* a descreverem a composição da *matéria escura* predita em distintas teorias cosmológicas.

## B.5 Modelos Clássicos de Estrelas de Nêutrons

### B.5.1 Modelos Clássicos de Estrelas: estrelas politrópicas

Denominamos *estrelas politrópicas*, ou equivalentemente *estrelas newtonianas*, aquelas que obedecem a uma equação de estado do tipo

$$p(\varepsilon) = K\varepsilon^\gamma, \quad (\text{B.3})$$

i.e., estrelas para as quais existe uma equação de estado que depende apenas de um índice, o assim denominado índice politrópico, aqui representado pela letra grega  $\gamma$ .

Formas politrópicas, embora representando em geral, na prática, uma descrição muito simplificada da estrutura de uma estrela real, são extremamente úteis pois possibilitam soluções analíticas da equação de estado estelar. A equação de equilíbrio hidrostático (B.86) aplicada a uma estrela politrópica pode ser escrita na forma simples

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{M(r)\varepsilon(r)}{r^2}, \quad (\text{B.4})$$

ou então, como

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{r^2 dp}{\varepsilon dr} \right) = -4\pi r^2 \varepsilon. \quad (\text{B.5})$$

Utilizando-se a mudança de variáveis

$$r = \left( \frac{K\gamma}{4\pi(\gamma-1)} \right)^{1/2} \varepsilon_c^{\frac{\gamma-2}{2}} \xi \quad ; \quad \varepsilon = \varepsilon_c \theta^{\frac{1}{\gamma-1}}, \quad (\text{B.6})$$

onde

$$\varepsilon_c = \varepsilon(0) \quad ; \quad \theta = \theta(\xi), \quad (\text{B.7})$$

sendo que  $\varepsilon_c$  representa a densidade central de energia da estrela, denominada genericamente de *densidade central*, obtemos uma equação politrópica de caráter universal que depende apenas do parâmetro politrópico  $\gamma$ , chamada de equação de *Lane-Emden* [142] de índice  $(\gamma-1)^{-1}$ :

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) + \theta^{\frac{1}{\gamma-1}} = 0. \quad (\text{B.8})$$

Esta é a equação que governa a estrutura de estrelas Newtonianas.

Para uma dada equação de estado, existe uma família de estrelas, comumente denominada de *sequência estelar*, para as quais a densidade central  $\varepsilon_c \equiv \varepsilon(0)$  representa uma forma conveniente de parametrizar a distribuição contínua de estrelas que pertencem à sequência especificada.

No limite  $r \rightarrow 0$ , a equação (B.8) mostra que, para  $\varepsilon(0)$  finito, a condição  $p' = 0$  deve ser satisfeita. Ademais, dada uma equação de estado politrópica,  $p' = \gamma(\varepsilon'/\varepsilon)p$ , o que leva a  $\varepsilon'(0) = 0$  de forma que a condição  $\varepsilon(0) \neq 0$  seja satisfeita. Assim, as condições iniciais a serem consideradas na resolução desta equação podem ser sintetizadas na forma:  $\theta(0) = 1$  e  $\theta'(0) = 0$  as quais estão associadas às condições de contorno  $\varepsilon_c = \varepsilon(0)$  e  $p'(0) = 0$ . Como veremos na próxima, seção, o *primeiro zero* de  $\theta(\xi)$ , representado por  $\xi_1$ , corresponde ao valor do *raio da estrela*, pois é neste ponto que a pressão estelar torna-se nula. Soluções da equação de Lane-Emden estão associadas assim a propriedades como o raio, a massa, a densidade de energia e a pressão da estrela. Soluções desta equação devem ser representadas, portanto, para uma estrela estática, por funções monotonicamente decrescentes à medida em que o raio estelar crescer. Ao integrar-se numericamente a equação de Lane-Emden observa-se, para vários valores de  $\gamma$ , que a função de Lane-Emden,  $\theta(\xi)$  somente obedece a esta condição nos casos em que  $\gamma > 6/5$ , condição esta que estabelece, para uma estrela estritamente Newtoniana, um limite inferior nos valores do índice politrópico.

### B.5.2 Estrelas de Nêutrons Newtonianas

O raio de uma estrela de nêutrons Newtoniana, usando as condições de contorno anteriores, pode ser expresso, a partir da equação de Lane-Endem, na forma

$$R_{\star} = \left( \frac{K\gamma}{4\pi(\gamma-1)} \right)^{1/2} \varepsilon_c^{\frac{\gamma-2}{2}} \xi_1. \quad (\text{B.9})$$

A massa da estrela é

$$\begin{aligned} M_{\star}(R_{\star}) &= \int_0^R 4\pi^2 \varepsilon(r) dr \\ &= 4\pi \varepsilon_c^{(3\gamma-4)/2} \left( \frac{K\gamma}{4\pi(\gamma-1)} \right)^{3/2} \int_0^{\xi_1} \xi^2 \theta^{\frac{1}{\gamma-1}} d\xi. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Usando a equação de Lane-Endem podemos determinar esta integral na forma

$$\int_0^{\xi_1} \xi^2 \theta^{\frac{1}{\gamma-1}} d\xi = - \int_0^{\xi_1} \frac{d}{d\xi} \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} d\xi = -\xi_1^2 \theta'(\xi_1). \quad (\text{B.11})$$

Destas expressões, a massa da estrela é dada por

$$M_{\star} = 4\pi \varepsilon_c^{(3\gamma-4)/2} \left( \frac{K\gamma}{4\pi(\gamma-1)} \right)^{3/2} \xi_1^2 |\theta'(\xi_1)|. \quad (\text{B.12})$$

Em geral podemos expressar a massa de uma seqüência politrópica na forma

$$R_{\star} \sim M_{\star}^{(\gamma-2)/(3\gamma-4)}, \quad (\text{B.13})$$

sendo a massa máxima de uma seqüência dada por

$$M_{\star}^{max} = 0.71 M_{\odot}; \quad R_{\star} = 9.5 \text{ km}; \quad \varepsilon_c = 5 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3. \quad (\text{B.14})$$

A equação de estado destas estrelas pode ser expressa na forma

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho) &= \frac{1}{2} \left[ \varepsilon_f - p_f + (\varepsilon_f + p_f) \left( \frac{\rho}{\rho_f} \right)^2 \right]; \\ p(\rho) &= \varepsilon(\rho) - \varepsilon_f + p_f, \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

$$\bar{p} = p/a, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon/a, \quad \bar{r} = \sqrt{ar}, \quad \bar{M} = \sqrt{a}M. \quad (\text{B.16})$$

Usando as seguintes definições,

$$R(a') = \sqrt{a/a'} R(a), \quad M(a') = \sqrt{a/a'} M(a), \quad (\text{B.17})$$

podemos representar o raio e a massa da estrela na forma

$$M = 3,14M_{\odot} \quad \text{e} \quad R = 13.4 \text{ km}. \quad (\text{B.18})$$

Uma grandeza importante na descrição de propriedades globais de estrelas de nêutrons é a *compressibilidade estelar*, também conhecido como *módulo de compressão*,  $K$ . Um dos casos mais interessantes no cálculo da compressibilidade envolve a escolha  $\gamma = 5/3$ , caso este considerado na análise da estabilidade de estrelas politrópicas, como veremos na seção seguinte e que corresponde à uma situação que contempla a condição  $\gamma > 4/3$ , condição esta necessária para a estabilidade de polítropos. Neste caso, temos, para a pressão

$$p = K\varepsilon^{\gamma}, \quad (\text{B.19})$$

e para a compressibilidade estelar

$$K = \frac{1}{15\pi^2 m_e} \left( \frac{3\pi^2}{m_N \nu} \right)^{\gamma}, \quad \gamma = 5/3. \quad (\text{B.20})$$

Para este valor de  $\gamma$ , da equação (B.8) resulta  $\xi_1^2 = 3.65$  e  $\theta'(\xi_1) = -0.2$ .

Considerando-se por simplicidade uma estrela de nêutrons politrópica constituída por nêutrons, prótons e elétrons, a massa estelar pode ser expressa em termos da densidade central na forma

$$M = 2.79\nu^{-2} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{m_N}} \right)^{1/2} M_{\odot}, \quad (\text{B.21})$$

onde  $\varepsilon_{m_N} = \rho_e m_N \nu$  e  $\rho_e = [m_e^3 / (3\pi^2)]$  representam a densidade de energia e de partículas que correspondem ao caso em que o momentum de Fermi dos elétrons é dado por  $k_{F,e} = m_e$ .

Uma idealização importante é a *estrela de densidade constante*. Para uma estrela de densidade constante  $\varepsilon_0$ , a sua massa será dada por (B.84):

$$M(r) = \frac{4\pi}{3} \varepsilon_0 r^3. \quad (\text{B.22})$$

Da equação de equilíbrio hidrostático resulta

$$\frac{p(r) + \varepsilon_0}{3p(r) + \varepsilon_0} = \sqrt{\frac{1 - 2M/R}{1 - 2Mr^2/R^3}}. \quad (\text{B.23})$$

Ao resolver esta equação obtemos a condição

$$\frac{2M}{R} < \frac{8}{9}, \quad (\text{B.24})$$

para uma estrela de nêutrons. Esta condição mostra que estrelas de nêutrons são

objetos essencialmente relativísticos.

Um aspecto importante no tratamento formal de estrelas politrópicas é que as condições de estabilidade da estrela dependem do valor parâmetro politrópico  $\gamma$ . A equação (B.12) da massa estelar revela que  $M$  é uma expressão que cresce com a densidade central, no caso em que  $\gamma > 4/3$ ,  $M$  é estacionária para  $\gamma = 4/3$  e  $M$  decresce em função da densidade central, no caso em que  $\gamma < 4/3$ . A condição necessária portanto de estabilidade nuclear é

$$\gamma > 4/3. \quad (\text{B.25})$$

O valor máximo de massa é conhecido como *massa limite*.

### B.5.3 Equilíbrio e Estabilidade de Estrelas

Soluções das equações de Oppenheimer-Tolman-Volkoff, como veremos mais adiante, correspondem a configurações estelares que encontram-se em equilíbrio hidrostático. Deve-se ressaltar, porém, que equilíbrio hidrostático não é equivalente à estabilidade hidrostática.

Configurações de sistemas físicos em equilíbrio correspondem à situação em Física em que a energia do sistema é um máximo ou um mínimo. No estudo de configurações de equilíbrio de sistemas físicos a altas densidades, cujas equações de estado satisfazem o princípio de Le Chatelier (condição de estabilidade microscópica)

$$\frac{dp}{d\rho} \geq 0 \quad (\text{B.26})$$

há duas regiões de densidades correspondentes a estrelas compactas cujas configurações de equilíbrio apresentam estabilidade, a região onde situam-se as anãs brancas e a região onde as estrelas de nêutrons estão situadas. Entre estas existe uma região de instabilidade em que as estrelas estão sujeitas a modos vibracionais de excitação que podem causar seu colapso. O equilíbrio hidrostático estelar é atingido à medida em que: (a) as reações de fusão na estrela original atingiram o ponto terminal para emissão de energia, e a energia gravitacional, convertida em neutrinos, foi em sua maior parte emitida; (b) a estrela não tem fontes adicionais de energia para a excitação de férmions; (c) a compressão gravitacional na estrela é sustentada pela pressão de Fermi dos bárions constituintes e pela repulsão de curto alcance da interação nuclear. Pode ocorrer também, no processo de explosão de supernova, que a concentração de matéria estelar remanescente seja tão alta que ocorra a formação de um buraco negro ao invés de uma estrela de nêutrons.

Segundo N. K. Glendenning [11], estrelas *constituídas* por fluídos perfeitos podem ultrapassar a linha de estabilidade, atingindo uma região de instabilidade com respeito a qualquer modo radial de oscilação, para um dado valor da densidade central, para o

qual a massa no ponto de equilíbrio é estacionária, ou seja

$$\frac{\partial M(\varepsilon_c)}{\partial \varepsilon_c} = 0. \quad (\text{B.27})$$

Esta seria, segundo o autor, a noção *chave* para discussão de estabilidade em estrelas compactas. Assim, uma condição necessária (mas não suficiente) para estabilidade estelar seria

$$\frac{\partial M(\varepsilon_c)}{\partial \varepsilon_c} > 0. \quad (\text{B.28})$$

No caso em que  $\gamma = 4/3$  temos

$$p = K\varepsilon^\gamma, \quad K = \frac{1}{12\pi^2} \left( \frac{3\pi^2}{m_N\nu} \right)^\gamma, \quad \gamma = 4/3. \quad (\text{B.29})$$

### B.5.4 Natureza da Massa Limite de Estrelas de Nêutrons

Em estrelas relativísticas, diferentemente de estrelas Newtonianas, a pressão, como veremos mais adiante, na discussão das equações de Oppenheimer-Tolman-Volkoff, é também fonte de campo gravitacional. Isto faz com que as predições teóricas de valores das massas limites das estrelas dependam da particular equação de estado.

Como afirmamos na introdução a este tese, é possível estabelecer-se, utilizando-se considerações da Mecânica Estatística, que estas estrelas possuem uma massa máxima e um número crítico de bárions. Como citado no capítulo 1 deste texto, usando-se o modelo do gás de Fermi livre, para caracterizar o movimento cinético interno das partículas da estrela e a formulação de Newton, para caracterizar a contração gravitacional, a adição de bárions ao sistema faz com que ocorra aumento da contração gravitacional e, simultaneamente, acréscimo na energia e pressão internas do gás, associadas à energia cinética das partículas do sistema. Esta pressão interna pode contrabalançar a pressão gravitacional evitando o colapso da estrela. Entretanto, como estas quantidades não crescem na mesma ordem de grandeza no que diz respeito ao número de bárions por unidade de volume (densidade bariônica), este equilíbrio pode cessar e a gravidade produzir colapso da estrela. Por exemplo, considerando-se um gás relativístico degenerado, as seguintes expressões para a densidade de energia e pressão podem ser obtidas [6, 11]

$$\varepsilon = f\rho^{1/3} \quad (\text{B.30})$$

e

$$p = g\rho^{4/3}, \quad (\text{B.31})$$

sendo a equação de estado dada por

$$3p = \varepsilon, \quad (\text{B.32})$$

a densidade nuclear por  $\rho = A/V$  e onde  $f$  e  $g$  representam quantidades que indepen-

dem da densidade bariônica  $\rho$ . Uma expressão similar pode ser obtida para a energia gravitacional, ao desprezar-se a energia de ligação do sistema

$$E_G = h\rho \quad (\text{B.33})$$

sendo  $h$  também é uma constante no espaço de densidades bariônicas. O número crítico de bárions,  $A$ , em uma estrela, é atingido quando, ao acréscimo de um único bárion ao sistema de muitos corpos, ocorre um acréscimo correspondente em sua energia gravitacional tal que seu valor absoluto seja maior do que o ganho correspondente na energia estatística da distribuição. Neste caso, cessando o equilíbrio entre a pressão gravitacional exterior e a pressão cinética interior, a estrela pode então colapsar [6, 11].

Uma forma alternativa mas equivalente de compreendermos a natureza da massa limite de uma estrela de nêutrons pode ser sintetizada no exemplo a seguir. Ao crescimento da massa de uma estrela degenerada corresponde a compactação da matéria interior à estrela até que a energia de Fermi do gás de nêutrons atinja o regime relativístico. Representando-se por  $A$  o número de nêutrons da estrela e por  $R$  o seu raio, a energia de Fermi pode ser expressa na forma

$$E_F = \frac{(\hbar k_F)^2}{2m_N} = \frac{\hbar^2}{2m_N} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3} \quad (\text{B.34})$$

com  $\rho = \frac{A}{V} = 2 \frac{k_F^3}{3\pi^2}$  para a matéria nuclear, de forma que

$$k_F = \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{1/3} = \left( \frac{3\pi^2 A}{2V} \right)^{1/3}. \quad (\text{B.35})$$

Combinando estas equações e supondo-se uma estrela esférica ( $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ ), obtemos

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_N} \left( \frac{9\pi^2 A}{8\pi R^3} \right)^{2/3} \quad (\text{B.36})$$

A energia gravitacional associada à interação de um nêutron de massa  $m_N$  situado na superfície da estrela é

$$|E_G| = \frac{GMm_N}{R} \sim \frac{GA m_N^2}{R}, \quad (\text{B.37})$$

onde  $G$  representa a constante gravitacional de Newton e consideramos por simplicidade que a energia de ligação estelar pode ser desprezada, i.e.  $M_\star \sim AM_N$ . Usando o modelo nuclear de esfera rígida aplicado à estrela, i.e., considerando a estrela como um *núcleo gigante*, então  $R \sim r_0 A^{1/3}$ , e o número crítico de nêutrons, a partir do qual a estrela se

torna instável é dado por

$$E_F - |E_G| \sim \frac{\hbar^2}{2m_N} \left( \frac{9\pi^2 A}{8\pi R^3} \right)^{2/3} - \frac{GAm_N^2}{R} \sim 0 \rightarrow A_c = \left( \left( \frac{9\pi}{8} \right)^{3/2} \frac{\hbar^2}{Gm_N^3 r_0} \right)^{3/2} \sim 10^{58}. \quad (\text{B.38})$$

O valor  $A_c$  corresponde ao número de massa crítico que leva à uma massa crítica. Em síntese, o argumento de Landau é que a massa máxima de uma estrela de nêutrons corresponde, no modelo de gás de Fermi degenerado de partículas relativísticas, a uma pressão cinética cujo valor corresponde ao limite máximo de sustentação da compressão gravitacional. Neste caso, o raio da estrela cresce, a energia de Fermi decresce com  $R_\star^{-2}$ , a energia gravitacional cresce com  $R_\star^{-1}$  e um equilíbrio estável será obtido para um valor finito de  $R_\star$ . Entretanto, devido à simplicidade do modelo, a massa máxima prevista por Landau era diferente do que os valores observados. Suas previsões porém, da existência de uma massa máxima para estrelas de nêutrons, foram confirmadas experimentalmente. Ademais, para que uma estrela de nêutrons seja formada, é necessário superar o limite de Chandrasekhar,  $M_\star \sim 1,4M_\odot$ .

Adicionalmente, um aspecto importante no estudo de estrelas de nêutrons se refere ao fato de que as componentes repulsivas de curto alcance da força nuclear são essenciais, como vimos anteriormente, para se compreender os valores limites de massa estelar. O caráter repulsivo de curto alcance da força nuclear *enrigece* a equação de estado quando comparada à equação de estado de um gás ideal: isto é, para uma dada densidade de energia, a pressão correspondente é maior quando comparada à pressão de uma equação idealizada de estado; no jargão da área de estudo, tal equação de estado é dita *mais suave* ou *menos rígida* do que aquela. O enrijecimento porém da equação de estado deve ser compatível, em um formalismo consistente do ponto de vista relativístico, com a noção de causalidade. A condição a ser obedecida pela equação de estado, neste caso, pode ser expressa matematicamente pelo vínculo causal

$$\frac{\partial p}{\partial \varepsilon} \leq 1. \quad (\text{B.39})$$

A equação de estado com maior grau de rigidez possível, que ao mesmo tempo descreva as propriedades de uma estrela de nêutrons e obedeça adicionalmente o Princípio da Causalidade, deve ter como limite superior para a velocidade do som no meio estelar, não se levando em conta efeitos de normalização, a velocidade da luz; a massa limite de tal estrela é aproximadamente igual a  $3M_\odot$ . Em suma, ao generalizarmos o conceito de *rigidez estelar*, uma equação de estado é dita *mais rígida* do que outra (*mais suave*) se a pressão interna<sup>6</sup>, para qualquer valor da densidade de energia (ou da energia por bárion) for maior para a primeira em comparação com a segunda. E a conclusão é

---

<sup>6</sup>Lembramos a origem das componentes da pressão interna da estrela de nêutrons: movimento cinético das partículas do gás, degenerescência devido ao Princípio de Pauli, e componentes repulsivas da força nuclear.

que quanto mais *rígida* for a equação de estado de uma estrela de nêutrons, maior será a massa que pode ser sustentada pela estrela sem que ocorra o seu colapso gravitacional. O modelo desenvolvido por Landau levou a um valor para a massa da estrela de nêutrons igual a  $0,7M_{\odot}$  pois representava exatamente o outro extremo dos limites de estabilidade e rigidez analisados, o da equação de estado mais *suave* encontrada na literatura. Neste caso, o Princípio de Pauli forneceria uma pressão, a chamada *pressão de degenerescência*, que poderia sustentar a compressão associada à presença do campo gravitacional.

## B.6 A Neutralidade de Carga

Em uma estrela contendo uma carga elétrica líquida,  $Z_{liquido}$ , pode-se determinar qual o valor limite desta carga para o qual uma partícula que repouse sobre a superfície da mesma, com uma carga elétrica de mesmo sinal, não seria expelida da estrela, como efeito da força de repulsão coulombiana em contraposição à atração gravitacional. A condição que a força coulombiana deve obedecer é dada por:

$$\frac{(Z_{liquido} e) e}{R^2} \leq \frac{G M m}{R^2} < \frac{G (A m) m}{R^2}, \quad (\text{B.40})$$

onde  $R$  e  $M$  representam, respectivamente, o raio e a massa da estrela, enquanto  $m$  e  $e$  caracterizam a massa e a carga elétrica do próton. E uma vez que a massa gravitacional da estrela deve ser menor do que a soma das massas dos bárions à separação infinita, o que leva à condição  $M < A m$ , então, em unidades gravitacionais

$$Z_{liquido}/A < (m/e)^2. \quad (\text{B.41})$$

A condição acima permite concluir que, em uma estrela com uma carga elétrica líquida maior do que a do valor acima, não será possível adicionarmos qualquer outra partícula com o mesmo sinal à estrela, e esta permanecer gravitacionalmente ligada à mesma.

Calculando-se a razão  $(m/e)^2$  para um próton

$$\left(\frac{m}{e}\right)^2 \sim \frac{(939 \text{ MeV})^2}{1.44 \text{ MeV fm}} \sim 10^{-36}, \quad (\text{B.42})$$

resulta então

$$Z_{liquido} < 10^{-36} A. \quad (\text{B.43})$$

Este é o valor limite para a condição acima referida, no caso de uma carga líquida positiva; no caso em que a estrela possuir uma carga elétrica líquida negativa, o limite acima será reduzido por um fator  $m_e/m$  onde  $m_e$  é a massa do elétron.

A conclusão a que chegamos é que a carga líquida por bárion em uma estrela de nêutrons deve ser muito pequena, essencialmente zero; por isto, quando nos referimos a tais objetos estelares, dizemos que os mesmos são neutros em carga elétrica. É

importante notarmos ainda que a condição de neutralidade de carga tem um caráter global (não local).

## B.7 O Equilíbrio Químico na Estrela

A compreensão da origem do equilíbrio químico estelar deve ter como pressuposto que, no processo evolutivo de uma estrela compacta, uma das possíveis configurações do estado fundamental de equilíbrio do sistema é aquela na qual uma estrela de nêutrons é criada. Por outro lado, podem ocorrer neste processo evolutivo muitas distintas reações envolvendo núcleos e partículas. No caso das reações que envolvem hadrons, determinados números quânticos ou números de partículas, como por exemplo, carga elétrica ou número bariônico, são conservados em uma escala de tempo longo comparativamente ao tempo de vida da estrela. Entretanto, quando kaons são produzidos em associação com hiperons, aquelas partículas geralmente decaem, por meio de processos eletrofracos (e portanto em uma escala de tempo típica de processos eletrofracos), transformando-se em léptons, fótons e neutrinos[11, 38]. Então, os neutrinos e os fótons sofrem um processo de difusão para a região superficial da estrela, e em sendo os valores de suas velocidades iguais ou maiores do que as velocidades de escape, as mesmas abandonam a estrela. Isto faz com que a energia total da estrela diminua, uma vez que as partículas que a abandonam carregam energia cinética e faz, ademais, com que seja originado um processo denominado de *bloqueio de Pauli* que atinge os hiperons remanescentes produzidos em associação com os kaons<sup>7</sup>, o que torna sua transformação em núcleons, por meio de reações com fótons e neutrinos pouco provável. Estes processos continuam a ocorrer até que a estrela atinja um estado global degenerado tal que, devido ao *bloqueio de Pauli*, a ocorrência de reações adicionais torne-se impossível. Ainda assim, *estranheza* é uma quantidade quantum-mecânica que não é conservada, mesmo que se considere escalas de tempo longas comparativamente aos processos eletrofracos. Isto porque, a *estranheza* carregada pelos hiperons persiste, na medida em que os processos que a restaurariam, tornam-se inacessíveis tendo em vista que os kaons necessários para que tais reações inversas aconteçam, ao terem escapado da estrela, inexistem no seu interior. Deste modo, uma *estranheza* líquida aparece na estrela, devido à presença dos hiperons e possivelmente uma *estranheza líquida* também pode aparecer no caso da geração de matéria de quarks. Os hiperons, ao não terem energia suficiente para a ocorrência de decaimentos e, também, na impossibilidade de poderem reagir com fótons e neutrinos para transformarem-se novamente em núcleons, começam a preencher os seus respectivos mares de Fermi: dizemos então, como visto

---

<sup>7</sup>O assim denominado *bloqueio de Pauli* é consequência do Princípio de Exclusão de Pauli, um princípio da mecânica quântica formulado por Wolfgang Pauli em 1925. O Princípio de Pauli afirma, como vimos anteriormente, que dois férmions idênticos não podem ocupar os mesmos estados quânticos simultaneamente. Uma forma mais rigorosa de enunciar este princípio é dizer que a função de onda total de um sistema composto por dois férmions idênticos deve ser anti-simétrica.

anteriormente, que os híperons estão *bloqueados* pelo princípio de Pauli. Neste estágio, a estrela pode ser considerada como *fria* ( $1 \text{ MeV} \sim 10^{10} \text{ K}$ ) em relação às escalas de temperatura de processos que envolvem a estrutura nuclear. A escala de tempo necessária para a estrela atingir este estágio é da ordem da escala de tempo de difusão dos neutrinos, que é de aproximadamente 10s [11, 143]. Embora *fria* do ponto de vista das escalas nucleares citadas, ( $T_{estrela} \sim 10^5 - 10^9 \text{ K}$ ), a estrela é ainda *quente* em relação à temperatura da radiação cósmica de fundo de aproximadamente  $3K$ . É por isso que haverá, ainda, na estrela, uma radiação residual *líquida* de neutrinos e fótons. Em particular, os processos de difusão de fótons continuam por milhões de anos [11].

Após esta breve discussão de caráter mais geral, apresentamos a seguir as equações de transformação e as equações termodinâmicas que caracterizam o estado de equilíbrio químico, em uma estrela de nêutrons, entre componentes bariônicas e leptônicas envolvidas nas reações estelares.

E para escrever a equação de transformação entre as partículas na forma de uma lei de conservação, agrupamos todos os termos da equação, que descrevem uma dada reação, no lado esquerdo da mesma:

$$\nu_i A_i = 0, \quad (\text{B.44})$$

onde a quantidade  $\nu_i$  pode representar um número, positivo ou negativo, não necessariamente inteiro como, por exemplo, em reações envolvendo quarks, e  $A_i$  denota o número de partículas do tipo  $i$  envolvidas na respectiva reação. Podemos substituir  $A_i$  pelo potencial químico da partícula  $i$

$$\nu_i \mu_i = 0. \quad (\text{B.45})$$

Por outro lado, o número de potenciais químicos independentes são iguais à quantidade de cargas conservadas. No caso das reações em uma estrela de nêutrons, há duas cargas conservadas, a bariônica e a elétrica. Em conseqüência, deve haver dois potenciais químicos independentes, os potenciais químicos dos elétrons e dos nêutrons,  $\mu_e$  e  $\mu_n$ , respectivamente. Apresentamos a seguir alguns exemplos com vistas à uma melhor compreensão da aplicação da condição de equilíbrio químico em uma estrela de nêutrons.

Consideremos inicialmente o caso em que a densidade estelar é maior do que a densidade de equilíbrio da matéria nuclear,  $\rho_0$ ; neste caso, o momentum de Fermi dos núcleons na matéria de nêutrons é alto o suficiente para que ocorra a reação



em que dois núcleons,  $NN$ , produzem, via interação forte, um híperon  $H$  e um méson  $M$ . Abaixo um exemplo de tal reação:



Um aspecto importante a ser considerado em reações que envolvem as partículas do gás é que a estranheza é conservada pela interação forte mas não o é pela interação fraca[38]; esse aspecto possibilita que ocorram, por exemplo, os seguintes processos de decaimento:

$$\begin{aligned} K^0 &\rightarrow 2\gamma; \\ K^- &\rightarrow \mu^- + \nu; \\ \mu^- + K^+ &\rightarrow \mu^- + \mu^+ + \nu \rightarrow 2\gamma + \nu. \end{aligned} \quad (\text{B.48})$$

A reação de equilíbrio beta  $n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  é descrita, por sua vez, como

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e, \quad (\text{B.49})$$

onde o potencial químico referente ao anti-neutrino é nulo. À medida em que cresce a densidade do sistema, cresce também o potencial químico dos elétrons; esta grandeza pode atingir assim o valor da massa de repouso do múon: é então que o mar de Fermi dos múons começa a ser populado. O equilíbrio químico com respeito à reação  $e^- \leftrightarrow \mu^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$  implica em que

$$\mu_{\mu^-} = \mu_e. \quad (\text{B.50})$$

No que diz respeito ao decaimento dos Kaons, resultam as seguintes equações de equilíbrio químico:

$$\begin{aligned} \mu_{K^0} &= 0 \\ \mu_{K^-} &= \mu_e, \end{aligned} \quad (\text{B.51})$$

e

$$\mu_{K^+} = -\mu_e. \quad (\text{B.52})$$

Para o decaimento  $K^0 \rightarrow \text{raios gama}$ , a correspondente expressão para o equilíbrio químico é dada por

$$\mu_\Lambda = \mu_n. \quad (\text{B.53})$$

Os potenciais químicos de outros híperons podem ser inferidos de maneira semelhante:

$$\mu_{\Sigma^+} = \mu_n - \mu_e, \quad (\text{B.54})$$

$$\mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0} = \mu_n, \quad (\text{B.55})$$

$$\mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_e. \quad (\text{B.56})$$

Apresentamos nesta seção apenas algumas reações envolvendo hadrons e léptons. De fato, somente o número suficiente de equações para determinarmos uma relação entre seus potenciais químicos em função dos potenciais químicos independentes,  $\mu_n$

e  $\mu_e$ . Em geral, o potencial químico de uma partícula pode ser expresso como uma combinação linear dos potenciais químicos  $\mu_n$  e  $\mu_e$  tendo como fatores da combinação linear respectivamente as cargas bariônica e elétrica da partícula:

$$\mu = b\mu_n - q\mu_e. \quad (\text{B.57})$$

## B.8 Equações de Einstein e Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff

Na Relatividade Geral, o tensor energia-momentum de um fluido perfeito pode ser escrito, usando-se o Princípio Geral da Covariância, na forma:

$$T^{\mu\nu} = (p + \varepsilon)u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu}; \quad (\text{B.58})$$

onde  $g^{\mu\nu}$  representa o tensor métrico (na forma contravariante),  $p$  denota a pressão,  $\varepsilon$  a densidade de energia e  $u^\mu \equiv dx^\mu/d\tau$  a quadri-velocidade local de um elemento do fluido. A pressão e a densidade de energia total do fluido são relacionadas pela equação de estado, uma equação escrita em forma paramétrica

$$p = p(\varepsilon). \quad (\text{B.59})$$

Apresentamos a seguir as equações diferenciais que caracterizam a estrutura de uma estrela de nêutrons relativística, estática e esfericamente simétrica. A métrica de K. Schwarzschild [144] é a mais apropriada para descrever, nestas condições, o espaço-tempo:

$$d\tau^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = e^{2\nu(r)} dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2. \quad (\text{B.60})$$

Nesta expressão, identificamos as componentes do tensor métrico:

$$g_{00} = e^{2\nu(r)}, \quad g_{11} = -e^{2\lambda(r)}, \quad g_{22} = -r^2, \quad g_{33} = -r^2 \sin^2 \theta. \quad (\text{B.61})$$

De modo a construirmos o tensor de Einstein, necessitamos do tensor de Ricci definido na forma

$$R_{\mu\kappa} = R^\lambda_{\mu\lambda\kappa}, \quad (\text{B.62})$$

Nesta expressão,  $R^\lambda_{\mu\nu\kappa}$  representa o tensor de curvatura, que pode ser considerado como o comutador da derivada covariante do vetor covariante de transporte paralelo:

$$[\nabla_\kappa, \nabla_\nu]v_\mu = R^\lambda_{\mu\nu\kappa}v_\lambda, \quad (\text{B.63})$$

A derivada covariante é definida por sua vez como

$$\nabla_\nu v_\mu = \partial_\nu v_\mu - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda v_\lambda, \quad (\text{B.64})$$

onde  $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$  representa a assim denominada *conexão afim*. Além disso, considerando  $\omega_{\mu\nu}$  como sendo um tensor covariante de ordem 2, vale a relação

$$\nabla_\kappa \omega_{\mu\nu} = \partial_\kappa \omega_{\mu\nu} - \Gamma_{\kappa\mu}^\eta \omega_{\eta\nu} - \Gamma_{\kappa\nu}^\eta \omega_{\mu\eta}. \quad (\text{B.65})$$

Nesta expressão, os dois termos correspondentes à *conexão afim* são devidos à dependência da grandeza  $\omega^{\mu\nu}$  em duas quadri-direções caracterizadas por  $\mu$  e  $\nu$ .

Efetuada os cálculos, obtém-se para o tensor de Rieman

$$R^\lambda_{\mu\nu\kappa} \equiv \frac{\partial \Gamma_{\mu\kappa}^\lambda}{\partial x^\nu} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\lambda}{\partial x^\kappa} + \Gamma_{\eta\nu}^\lambda \Gamma_{\mu\kappa}^\eta - \Gamma_{\eta\kappa}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\eta, \quad (\text{B.66})$$

e para o tensor de Ricci

$$R_{\mu\lambda\nu}^\lambda = R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\lambda}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda. \quad (\text{B.67})$$

As componentes temporal e espaciais do tensor de Ricci são dadas por

$$\begin{aligned} R_{00} &= \left( \nu'' - \lambda' \nu' + \nu'^2 + \frac{2\nu'}{r} \right) e^{2(\nu-\lambda)}; \quad R_{11} = -\nu'' + \lambda' \nu' - \nu'^2 + \frac{2\lambda'}{r}; \\ R_{22} &= (r\lambda' - r\nu' - 1)e^{-2\lambda} + 1; \quad R_{33} = R_{22} \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (\text{B.68})$$

A curvatura escalar é dada por

$$\begin{aligned} R &\equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \\ &= 2e^{-2\lambda} \left[ 1 + \frac{2}{r} \nu' + \nu'^2 + \left( \frac{2}{r} + \nu' \right) \lambda' + \nu'' \right] - \frac{2}{r^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.69})$$

Define-se o tensor de Einstein como sendo

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R. \quad (\text{B.70})$$

No caso da métrica de Schwarzschild, as únicas componentes não-nulas do tensor de Einstein são as seguintes:

$$\begin{aligned} G_{00} &= [(2r\lambda - 1)e^{-2\lambda} + 1] \frac{e^{2\nu}}{r^2}; \quad G_{11} = (2r\nu' + 1 - e^{-2\lambda}) \frac{1}{r^2}; \\ G_{22} &= \{ r [\nu' + r\nu'^2 - (1 + r\nu')\lambda' + r\nu''] \} e^{-2\lambda}; \quad G_{33} = G_{22} \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (\text{B.71})$$

As equações de Einstein em sua forma geral (ignorando-se porém uma possível

constante cosmológica não nula), são dadas pela expressão

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (\text{B.72})$$

sendo  $T_{\mu\nu}$  o tensor de energia-momentum.

As equações de Einstein para a região exterior à estrela, onde não há matéria presente ( $T_{\mu\nu} = 0$ ), obedecem à condição assintótica

$$G_{\mu\nu} = 0. \quad (\text{B.73})$$

Resolvendo-se este sistema de equações, obtém-se a solução de K. Schwarzschild [144] para a métrica do espaço-tempo, válida para a região exterior à estrela, onde  $M$  representa a massa estelar:

$$\begin{aligned} g_{00}(r) &= e^{2\nu(r)} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right); \\ g_{11}(r) &= -e^{2\lambda(r)} = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1}; \\ g_{22}(r) &= -r^2; \quad g_{33}(r, \theta) = -r^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (\text{B.74})$$

É importante salientar que a métrica de Schwarzschild é singular para o raio  $r = r_S = 2M$ . Isto não significa que o espaço-tempo seja singular para este valor de raio, mas sim que esta particular métrica o é. Esta métrica tem validade apenas na região exterior à estrela; no caso do interior da estrela, é preciso usar as equações de Einstein na forma  $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$ , não-singular, uma vez que  $r_S$  não tem significado algum nesta região, caso esta grandeza seja menor do que o raio da estrela.

Para uma estrela estática e isotrópica, resulta que:

$$u^m = 0, \quad (m = 1, 2, 3); \quad (\text{B.75})$$

$$u_\mu u^\mu = 1; \quad (\text{B.76})$$

$$u^0 = 1/\sqrt{g_{00}}; \quad (\text{B.77})$$

$$T_0^0 = \varepsilon, \quad T_m^m = p. \quad (\text{B.78})$$

As componentes temporal e espaciais do tensor de Einstein podem ser expressas na

forma (em unidades em que  $G = c = 1$ )

$$G_0^0 = \frac{1}{r^2} + e^{-2\lambda} \left( \frac{2\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2} \right) = 8\pi\varepsilon(r); \quad (\text{B.79})$$

$$G_1^1 = \frac{1}{r^2} - e^{-2\lambda} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{2\nu'}{r} \right) = 8\pi p(r); \quad (\text{B.80})$$

$$G_2^2 = e^{-2\lambda} \left( -\nu'' - \nu'^2 + \lambda'\nu' - \frac{\nu' + \lambda'}{r} \right) = 8\pi p(r); \quad (\text{B.81})$$

$$G_3^3 = G_2^2 = 8\pi p(r). \quad (\text{B.82})$$

Ao integrarmos a equação referente ao termo  $g_{00}$  das soluções de Schwarzschild, obtemos uma expressão que permite determinarmos a massa gravitacional da estrela:

$$e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{8\pi}{r} \int_0^r \varepsilon(r)r^2 dr. \quad (\text{B.83})$$

Assim, a massa gravitacional da estrela, interior à região esférica de raio  $r$ , é dada por

$$M(r) \equiv 4\pi \int_0^r \varepsilon(r)r^2 dr. \quad (\text{B.84})$$

enquanto a componente  $g_{11}$  da métrica, associada ao assim denominado *desvio estelar para o vermelho* (*stellar redshift*), é dada por

$$g_{11} = -e^{2\lambda(r)} = - \left( 1 - \frac{2M(r)}{r} \right)^{-1}. \quad (\text{B.85})$$

Finalmente obtemos também a equação diferencial

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{M(r)\varepsilon(r)}{r^2} \left( 1 + \frac{p(r)}{\varepsilon(r)} \right) \left( 1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{M(r)} \right) \left( 1 - \frac{2M(r)}{r} \right)^{-1}. \quad (\text{B.86})$$

As expressões acima, para  $M(r)$  e  $dp/dr$ , representam as chamadas equações de *Tolman-Oppenheimer-Volkoff* (TOV) [12, 13]. Estas equações devem ser integradas desde a origem, onde  $M(0) = 0$  e  $\varepsilon(0) \equiv \varepsilon_c$ , até que se atinja um valor para o raio estelar,  $R$ , em que a pressão é nula, o que define a superfície da estrela, e onde  $M(R)$  caracteriza a massa gravitacional estelar. Para cada equação de estado (ex.  $\varepsilon = \varepsilon(p)$ ) que introduzimos nas equações TOV, obtemos uma relação única entre a massa da estrela e sua densidade central.

As equações acima podem ser escritas ainda na forma alternativa

$$dM(r) = 4\pi r^2 \varepsilon(r) dr; \quad (\text{B.87})$$

$$4\pi r^2 dp = -\frac{M(r)dM(r)}{r^2} \left( 1 + \frac{p(r)}{\varepsilon(r)} \right) \left( 1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{M(r)} \right) \left( 1 - \frac{2M(r)}{r} \right)^{-1}. \quad (\text{B.88})$$

A interpretação física destas equações pode ser sintetizada na forma que segue. A primeira equação representa, como dissemos, a massa gravitacional da estrela contida em uma região volumétrica de raio  $r$ , imaginando-se uma estrela estática e esfericamente simétrica. O lado esquerdo da segunda equação representa a pressão interna exercida sobre uma casca esférica de raio  $r$  e espessura  $dr$  que contém uma massa  $dM(r)$ . O primeiro termo do lado direito desta equação descreve a atração que a massa gravitacional contida em  $r$  exerce sobre a casca esférica de raio  $r$ . Os demais termos entre parênteses representam correções relativísticas exatas à teoria Newtoniana, originárias da Relatividade Geral. Estas correções são todas positivas; isto garante que o gradiente da pressão seja sempre negativo, ou seja, tanto maior a pressão quanto mais nos aproximarmos do centro da estrela. Para estrelas como o nosso sol, por exemplo, estas correções relativísticas são desprezíveis pois, neste caso,  $p \ll \varepsilon$ ; assim, a descrição de propriedades deste astro permite um tratamento não relativístico e, portanto,  $p/\bar{\varepsilon} \ll M(r)/(4\pi r^3 \bar{\varepsilon}/3)$ , ou,  $4\pi r^3 \ll M(r)$ . É importante salientar ademais que, no caso de um tratamento relativístico, como a pressão aparece em ambos os lados da equação acima, em uma estrela relativística a pressão é também *fonte de campo gravitacional*, diferentemente do que ocorre em uma estrela newtoniana.



# Apêndice C

## Energia de Simetria

Neste apêndice deduzimos a expressão para a energia de simetria da matéria nuclear.

### C.1 Energia de Simetria

A energia de simetria [10, 11] é definida como

$$E_{sim} = \frac{1}{2} \rho_B \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \right)_{\rho_3=0}, \quad (C.1)$$

onde  $\rho_3 = \rho_p - \rho_n$ . Na determinação da expressão da energia de simetria é necessário determinar a derivada da massa efetiva dos núcleons em função do tempo. Em particular, a massa efetiva do núcleon no modelo de acoplamento ajustável é dada por

$$\begin{aligned} M_N^* &= M_N - m_{N\alpha}^* g_{\sigma N} \sigma_0 - m_{N\alpha}^* I_{3N} g_{\varsigma N} \varsigma_3, \\ &= M_N - m_{N\alpha}^* (g_{\sigma N} \sigma_0 + I_{3N} g_{\varsigma N} \varsigma_3); \end{aligned} \quad (C.2)$$

nesta expressão, no caso em que  $\beta = \gamma = 0$ , temos

$$m_{N\alpha}^* = \left( 1 + \frac{g_{\sigma N} \sigma_0 + I_{3N} g_{\varsigma N} \varsigma_3}{\alpha M_N} \right)^{-\alpha}; \quad (C.3)$$

$$-g_{\varsigma N} \varsigma_3 = \sum_N \left( \frac{g_{\varsigma N}}{m_\varsigma} \right)^2 I_{3N} \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \rho_{sN}; \quad (C.4)$$

e

$$-g_{\sigma N} \sigma_0 = \sum_N \left( \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \rho_{sN}. \quad (C.5)$$

Derivando então a expressão (C.2) em função do tempo obtemos

$$\frac{dM_N^*}{dt} = -\frac{dm_{N\alpha}^*}{dt} (g_\sigma \sigma_0 + I_{3N} g_\varsigma \varsigma_3) - m_{N\alpha}^* \left( g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} + I_{3N} g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} \right). \quad (C.6)$$

Consideramos a seguir as derivadas temporais dos distintos termos desta fórmula.

**Derivada do termo  $m_{N\alpha}^*$  em relação ao parâmetro de assimetria,  $t$ :**

$$\begin{aligned}
 \frac{dm_{N\alpha}^*}{dt} &= \frac{d}{dt} \left[ \left( 1 + \frac{g_{\sigma N} \sigma_0 + I_{3N} g_{\varsigma N} \varsigma_3}{\alpha M_N} \right)^{-\alpha} \right] \\
 &= -\alpha \left( 1 + \frac{g_{\sigma N} \sigma_0 + I_{3N} g_{\varsigma N} \varsigma_3}{\alpha M_N} \right)^{-\alpha-1} \frac{1}{\alpha M} \left( g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} + I_{3N} g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} \right), \\
 &= -\frac{1}{M} (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \left( g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} + I_{3N} g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} \right). \tag{C.7}
 \end{aligned}$$

**Derivada da massa efetiva do núcleon em relação ao parâmetro de assimetria,  $t$ :**

Substituindo-se, então, a equação (C.7) na expressão (C.6) obtém-se

$$\begin{aligned}
 \frac{dM_N^*}{dt} &= \frac{1}{M} (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \left( g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} + I_{3N} g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} \right) (g_\sigma \sigma_0 + I_{3N} g_\varsigma \varsigma_3) \\
 &\quad - m_{N\alpha}^* \left( g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} + I_{3N} g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} \right), \\
 &= \left[ \frac{1}{M} (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} (g_\sigma \sigma_0 + I_{3N} g_\varsigma \varsigma_3) - m_{N\alpha}^* \right] I_{3N} g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} \\
 &\quad + \left[ \frac{1}{M} (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} (g_\sigma \sigma_0 + I_{3N} g_\varsigma \varsigma_3) - m_{N\alpha}^* \right] g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt}. \tag{C.8}
 \end{aligned}$$

Desta expressão resulta então

$$\frac{dM_N^*}{dt} = \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \left( I_{3N} g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} + g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} \right); \tag{C.9}$$

a derivada  $\frac{d\sigma_0}{dt}$  anula-se, como veremos mais adiante, no limite  $t \rightarrow 0$ .

### Derivada do campo $\varsigma_3$ em relação ao parâmetro de assimetria, $t$ :

Derivando-se a expressão (C.4) em relação a  $t$ , obtemos

$$\begin{aligned}
-g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} &= \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha + 1) \frac{dm_{N\alpha}^*}{dt} - \alpha \frac{\alpha + 1}{\alpha} (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}-1} \frac{dm_{N\alpha}^*}{dt} \right] \rho_{sN} \\
&+ \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \frac{d\rho_{sN}}{dt}, \\
&= \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \rho_{sN} \frac{dm_{N\alpha}^*}{dt} \\
&+ \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \frac{d\rho_{sN}}{dt}, \tag{C.10}
\end{aligned}$$

onde  $f_\varsigma \equiv \left( \frac{g_{\varsigma N}}{m_\varsigma} \right)^2$ . Substituindo-se (C.7) em (C.10) temos

$$\begin{aligned}
-g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} &= - \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \rho_{sN} \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \\
&\times \left( g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} + g_\varsigma I_{3N} \frac{d\varsigma_3}{dt} \right) + \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \frac{d\rho_{sN}}{dt}. \tag{C.11}
\end{aligned}$$

Reescrevendo a equação acima, resulta então

$$\begin{aligned}
-g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} &= - \sum_N f_\varsigma I_{3N}^2 \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN} g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} \\
&- \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN} g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} \\
&+ \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \frac{d\rho_{sN}}{dt}. \tag{C.12}
\end{aligned}$$

Podemos escrever então a relação

$$\begin{aligned}
-g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} &\left\{ 1 - \sum_N f_\varsigma I_{3N}^2 \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN} \right\} \\
&= - \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN} g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} \\
&+ \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \frac{d\rho_{sN}}{dt}, \tag{C.13}
\end{aligned}$$

que será útil para a obtenção de uma expressão compacta da derivada temporal do campo mesônico  $\varsigma$ . Para isto, torna-se conveniente introduzirmos as seguintes definições:

$$A_\varsigma \equiv \sum_N f_\varsigma I_{3N}^2 \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN}; \quad (\text{C.14})$$

$$B_\varsigma \equiv - \sum_N f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN}; \quad (\text{C.15})$$

$$C_{\varsigma N} \equiv f_\varsigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right]. \quad (\text{C.16})$$

Destas expressões, resulta finalmente para a derivada temporal  $g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt}$

$$-g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} = \frac{1}{1 - A_\varsigma} \left( B_\varsigma g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} + \sum_N C_{\varsigma N} \frac{d\rho_{sN}}{dt} \right). \quad (\text{C.17})$$

### Derivada do campo $\sigma_0$ em relação ao parâmetro de assimetria, $t$ :

De maneira análoga ao anteriormente realizado, obtemos, para a derivada do campo  $\sigma_0$  em relação ao tempo:

$$-g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} = \frac{1}{1 - A_\sigma} \left( B_\sigma g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} + \sum_N C_{\sigma N} \frac{d\rho_{sN}}{dt} \right), \quad (\text{C.18})$$

onde

$$A_\sigma \equiv \sum_N f_\sigma \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN}; \quad (\text{C.19})$$

$$B_\sigma \equiv - \sum_N f_\sigma I_{3N} \left[ (\alpha - 1) - (\alpha + 1) (m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN}; \quad (\text{C.20})$$

$$C_{\sigma N} \equiv f_\sigma \left[ (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right]. \quad (\text{C.21})$$

### Desacoplamento das derivadas temporais dos campos $\varsigma_3$ e $\sigma_0$ :

Para desacoplar as derivadas temporais dos campos  $\varsigma_3$  e  $\sigma_0$ , substituímos, inicialmente, a expressão (C.18) em (C.17), obtendo-se

$$-g_\varsigma \frac{d\varsigma_3}{dt} = \sum_N \frac{1}{1 + \frac{B_\varsigma B_\sigma}{(1-A_\varsigma)(A_\sigma-1)}} \left[ \frac{B_\varsigma C_{\sigma N}}{(1-A_\varsigma)(A_\sigma-1)} + \frac{C_{\varsigma N}}{1-A_\varsigma} \right] \frac{d\rho_{sN}}{dt}; \quad (\text{C.22})$$

posteriormente, de maneira análoga ao caso anterior, combinamos as expressões (C.17) e (C.18), resultando então

$$-g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} = \sum_N \frac{1}{1 + \frac{B_\sigma B_\zeta}{(1-A_\sigma)(A_\zeta-1)}} \left[ \frac{B_\sigma C_{\zeta N}}{(1-A_\sigma)(A_\zeta-1)} + \frac{C_{\sigma N}}{1-A_\sigma} \right] \frac{d\rho_{sN}}{dt}. \quad (\text{C.23})$$

No limite  $t \rightarrow 0$ , os termos  $B_\zeta$  e  $B_\sigma$  tendem a zero,  $B_\zeta \rightarrow 0$  e  $B_\sigma \rightarrow 0$ . Por esta razão, eliminamos a contribuição destes termos nas expressões (C.22) e (C.23). Obtemos assim

$$-g_\zeta \frac{d\zeta_3}{dt} = \sum_N \frac{C_{\zeta N}}{1-A_\zeta} \frac{d\rho_{sN}}{dt}, \quad (\text{C.24})$$

e

$$-g_\sigma \frac{d\sigma_0}{dt} = \sum_N \frac{C_{\sigma N}}{1-A_\sigma} \frac{d\rho_{sN}}{dt}. \quad (\text{C.25})$$

A expressão (C.24) é então dada por

$$-g_\zeta \frac{d\zeta_3}{dt} = \frac{\sum_N f_\zeta I_{3N} \left[ (\alpha-1)m_{N\alpha}^* - \alpha(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \frac{d\rho_{sN}}{dt}}{1 - \sum_N f_\zeta I_{3N}^2 \left[ (\alpha-1) - (\alpha+1)(m_{N\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN}}. \quad (\text{C.26})$$

Substituindo-se a equação (C.26) na expressão (C.9) obtemos

$$\begin{aligned} \frac{dM_N^*}{dt} &= -I_{3N} \left[ (\alpha-1)m_{N\alpha}^* - \alpha(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \\ &\times \frac{\sum_{N'} f_\zeta I_{3N'} \left[ (\alpha-1)m_{N'\alpha}^* - \alpha(m_{N'\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \frac{d\rho_{sN'}}{dt}}{1 - \sum_{N'} f_\zeta I_{3N'}^2 \left[ (\alpha-1) - (\alpha+1)(m_{N'\alpha}^*)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \frac{(m_{N'\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}}{M} \rho_{sN'}}. \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$

O termo do somatório em  $N'$  no denominador da expressão (C.27) é muito menor do que a unidade, podendo assim ser desconsiderado na expressão acima; obtemos então:

$$\begin{aligned} \frac{dM_N^*}{dt} &\sim -I_{3N} \left[ (\alpha-1)m_{N\alpha}^* - \alpha(m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \\ &\times \sum_{N'} f_\zeta I_{3N'} \left[ (\alpha-1)m_{N'\alpha}^* - \alpha(m_{N'\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] \frac{d\rho_{sN'}}{dt}. \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

Podemos assim escrever a expressão para  $\frac{dM_N^*}{dt}$  na forma:

$$\begin{aligned} \frac{dM_N^*}{dt} &= -I_{3N} f_\zeta C_{\alpha N} \sum_{N'} C_{\alpha N'} I_{3N'} \frac{d\rho_{sN'}}{dt}, \\ &\rightarrow -I_{3N} f_\zeta C_{\alpha N} \left( C_{\alpha p} I_{3p} \frac{d\rho_{sp}}{dt} + C_{\alpha n} I_{3n} \frac{d\rho_{sn}}{dt} \right), \end{aligned} \quad (\text{C.29})$$

onde

$$C_{\alpha N} \equiv (\alpha - 1) m_{N\alpha}^* - \alpha (m_{N\alpha}^*)^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}. \quad (\text{C.30})$$

### Derivada temporal da densidade escalar:

Definimos as seguintes funções

$$f(k_p(t), M_p^*(t)) \equiv I_{3p} \rho_{sp}(k_p(t), M_p^*(t)), \quad g(k_n(t), M_n^*(t)) \equiv I_{3n} \rho_{sn}(k_n(t), M_n^*(t)), \quad (\text{C.31})$$

onde

$$k_p = k_F (1 - t)^{\frac{1}{3}}, \quad k_n = k_F (1 + t)^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{C.32})$$

as quais serão úteis para obtenção da derivada no tempo da densidade escalar. As derivadas em relação a  $t$  das funções  $f$  e  $g$  podem ser escritas como

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial k_p} \frac{dk_p}{dt} + \frac{\partial f}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt}, \quad (\text{C.33})$$

e

$$\frac{dg}{dt} = \frac{\partial g}{\partial k_n} \frac{dk_n}{dt} + \frac{\partial g}{\partial M_n^*} \frac{dM_n^*}{dt}. \quad (\text{C.34})$$

O primeiro termo da expressão (C.33) pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial k_p} \frac{dk_p}{dt} &= \frac{\partial}{\partial k_p} \left( \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_p} \frac{M_p^*}{\sqrt{k^2 + M_p^{*2}}} k^2 dk \right) \frac{d}{dt} \left[ k_F (1 - t)^{\frac{1}{3}} \right], \\ &= -\frac{1}{2\pi^2} \frac{M_p^*}{\sqrt{k_p^2 + M_p^{*2}}} k_p^2 \frac{1}{3} k_F (1 - t)^{-\frac{2}{3}}, \\ &= -\frac{1}{6\pi^2} \frac{k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1 - t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}}, \end{aligned} \quad (\text{C.35})$$

onde foi utilizada a expressão  $k_p = k_F (1 - t)^{\frac{1}{3}}$ . O segundo termo da equação (C.33) é dado por

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt} &= \frac{\partial}{\partial M_p^*} \left( \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_p} \frac{M_p^*}{\sqrt{k^2 + M_p^{*2}}} k^2 dk \right) \frac{dM_p^*}{dt}, \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left[ \int_0^{k_p} \frac{k^2 dk}{\sqrt{k^2 + M_p^{*2}}} + \int_0^{k_p} \left( -\frac{1}{2} \right) \frac{2M_p^{*2} k^2 dk}{(k^2 + M_p^{*2})^{\frac{3}{2}}} \right] \frac{dM_p^*}{dt} \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \frac{dM_p^*}{dt} \int_0^{k_p} \frac{k^2 (k^2 + M_p^{*2}) - M_p^{*2} k^2}{(k^2 + M_p^{*2})^{\frac{3}{2}}} dk, \\ &= \frac{dM_p^*}{dt} \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_p} \frac{k^2}{(k^2 + M_p^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk. \end{aligned} \quad (\text{C.36})$$

Assim, a derivada temporal da função  $f$  fica dada por

$$\frac{df}{dt} = -a_p + \frac{dM_p^*}{dt} I_p. \quad (\text{C.37})$$

E de maneira análoga obtemos

$$\frac{\partial g}{\partial k_n} \frac{dk_n}{dt} = \frac{1}{6\pi^2} \frac{k_F^3 M_n^*}{\sqrt{k_F^2 (1+t)^{\frac{2}{3}} + M_n^{*2}}}, \quad (\text{C.38})$$

e

$$\frac{\partial g}{\partial M_n^*} \frac{dM_n^*}{dt} = \frac{dM_n^*}{dt} \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_n} \frac{k^2}{(k^2 + M_n^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk. \quad (\text{C.39})$$

Desta forma, a derivada temporal da função  $g$  pode ser escrita na forma

$$\frac{dg}{dt} = a_n + \frac{dM_n^*}{dt} I_n. \quad (\text{C.40})$$

Na obtenção destas expressões utilizamos as seguintes definições:

$$I_p \equiv \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_p} \frac{k^2}{(k^2 + M_p^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk, \quad a_p \equiv \frac{1}{6\pi^2} \frac{k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}}, \quad (\text{C.41})$$

$$I_n \equiv \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_n} \frac{k^2}{(k^2 + M_n^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk, \quad a_n \equiv \frac{1}{6\pi^2} \frac{k_F^3 M_n^*}{\sqrt{k_F^2 (1+t)^{\frac{2}{3}} + M_n^{*2}}}. \quad (\text{C.42})$$

Podemos expressar então as derivadas no tempo das massas efetivas dos prótons e dos nêutrons como

$$\frac{dM_p^*}{dt} = -I_{3p} f_\zeta C_{\alpha p} \left[ C_{\alpha p} \left( I_p \frac{dM_p^*}{dt} - a_p \right) - C_{\alpha n} \left( I_n \frac{dM_n^*}{dt} + a_n \right) \right], \quad (\text{C.43})$$

$$\frac{dM_n^*}{dt} = -I_{3n} f_\zeta C_{\alpha n} \left[ C_{\alpha p} \left( I_p \frac{dM_p^*}{dt} - a_p \right) - C_{\alpha n} \left( I_n \frac{dM_n^*}{dt} + a_n \right) \right]. \quad (\text{C.44})$$

As seguintes definições serão úteis na determinação das derivadas no tempo das massas efetivas dos núcleons:

$$\begin{aligned} f_{\zeta p} &\equiv f_\zeta C_{\alpha p}, & a'_p &\equiv C_{\alpha p} a_p, & I'_p &\equiv C_{\alpha p} I_p, \\ f_{\zeta n} &\equiv f_\zeta C_{\alpha n}, & a'_n &\equiv C_{\alpha n} a_n, & I'_n &\equiv C_{\alpha n} I_n. \end{aligned} \quad (\text{C.45})$$

Utilizamos as definições acima para reescrever as equações (C.43) e (C.44) na forma

$$\frac{dM_p^*}{dt} = -\frac{1}{2} f_{sp} \left( I'_p \frac{dM_p^*}{dt} - a'_p - I'_n \frac{dM_n^*}{dt} - a'_n \right), \quad (\text{C.46})$$

$$\frac{dM_n^*}{dt} = +\frac{1}{2} f_{sn} \left( I'_p \frac{dM_p^*}{dt} - a'_p - I'_n \frac{dM_n^*}{dt} - a'_n \right), \quad (\text{C.47})$$

onde  $I_{3p} = +\frac{1}{2}$  e  $I_{3n} = -\frac{1}{2}$ .

### Determinação das derivadas $\frac{dM_p^*}{dt}$ e $\frac{dM_n^*}{dt}$ :

Reescrevendo a equação (C.46)

$$\frac{dM_p^*}{dt} \left( 1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p \right) = \frac{1}{2} f_{sp} \left( a'_p + a'_n + I'_n \frac{dM_n^*}{dt} \right), \quad (\text{C.48})$$

resulta então

$$\frac{dM_p^*}{dt} = \frac{f_{sp}}{2 D'_p} \left( a'_p + a'_n + I'_n \frac{dM_n^*}{dt} \right). \quad (\text{C.49})$$

De maneira análoga obtemos

$$\frac{dM_n^*}{dt} = \frac{f_{sn}}{2 D'_n} \left( I'_p \frac{dM_p^*}{dt} - a'_p - a'_n \right), \quad (\text{C.50})$$

onde definimos

$$D'_p \equiv 1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p, \quad D'_n \equiv 1 + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n. \quad (\text{C.51})$$

### Desacoplando as derivadas $\frac{dM_p^*}{dt}$ e $\frac{dM_n^*}{dt}$ :

As equações (C.49) e (C.50) são acopladas no que se refere às derivadas no tempo de  $M_p^*$  e  $M_n^*$ . Para desacoplar estas equações, inicialmente combinamos as equações (C.50) e (C.49), obtendo-se então:

$$\begin{aligned} \frac{dM_p^*}{dt} &= \frac{1}{2} \frac{f_{sp}}{D'_p} \left[ a'_p + a'_n + I'_n \frac{f_{sn}}{2 D'_n} \left( I'_p \frac{dM_p^*}{dt} - a'_p - a'_n \right) \right], \\ &= \frac{1}{4} f_{sp} f_{sn} \frac{I'_p I'_n}{D'_p D'_n} \frac{dM_p^*}{dt} - \frac{1}{4} f_{sp} f_{sn} \frac{I'_n (a'_p + a'_n)}{D'_p D'_n} + \frac{1}{2} f_{sp} \frac{a'_p + a'_n}{D'_p}. \end{aligned} \quad (\text{C.52})$$

Podemos então escrever a equação acima na forma

$$\begin{aligned} \frac{dM_p^*}{dt} \left( 1 - \frac{1}{4} f_{sp} f_{sn} \frac{I'_p I'_n}{D'_p D'_n} \right) &= \frac{1}{2} f_{sp} \left[ a'_p + a'_n - \frac{1}{2} f_{sn} \frac{I'_n (a'_p + a'_n)}{D'_n} \right] \frac{1}{D'_p}, \\ \rightarrow \frac{dM_p^*}{dt} \left( \frac{D'_p D'_n - \frac{1}{4} f_{sp} f_{sn} I'_p I'_n}{D'_p D'_n} \right) &= \frac{1}{2} f_{sp} \left[ a'_p + a'_n - \frac{1}{2} f_{sn} \frac{I'_n (a'_p + a'_n)}{D'_n} \right] \frac{1}{D'_p}. \end{aligned} \quad (\text{C.53})$$

Obtemos assim

$$\begin{aligned} \frac{dM_p^*}{dt} &= \frac{1}{2} f_{sp} \left[ a'_p + a'_n - \frac{1}{2} f_{sn} \frac{I'_n (a'_p + a'_n)}{D'_n} \right] \left( \frac{D'_n}{D'_p D'_n - \frac{1}{4} f_{sp} f_{sn} I'_p I'_n} \right), \\ &= \frac{1}{2} f_{sp} \left[ a'_p + a'_n - \frac{1}{2} f_{sn} \frac{I'_n (a'_p + a'_n)}{D'_n} \right] \\ &\times \left[ \frac{D'_n}{\left( 1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p \right) \left( 1 + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n \right) - \frac{1}{4} f_{sp} f_{sn} I'_p I'_n} \right], \end{aligned} \quad (\text{C.54})$$

e

$$\begin{aligned} \frac{dM_p^*}{dt} &= \frac{1}{2} f_{sp} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n} \left[ D'_n - \frac{1}{2} f_{sn} I'_n \right], \\ &= \frac{1}{2} f_{sp} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n} \left[ 1 + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n - \frac{1}{2} f_{sn} I'_n \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.55})$$

Finalmente, podemos escrever uma expressão desacoplada para a derivada no tempo da massa efetiva do próton:

$$\frac{dM_p^*}{dt} = \frac{1}{2} f_{sp} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n}. \quad (\text{C.56})$$

De maneira análoga, obtemos para a derivada no tempo da massa efetiva do nêutron:

$$\frac{dM_n^*}{dt} = -\frac{1}{2} f_{sn} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n}. \quad (\text{C.57})$$

Retornamos então às variáveis originais

$$\begin{aligned} \frac{dM_p^*}{dt} &= \frac{1}{2} f_\zeta C_{\alpha p} \frac{1}{6 \pi^2} \left( \frac{C_{\alpha p} k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}} + \frac{C_{\alpha n} k_F^3 M_n^*}{\sqrt{k_F^2 (1+t)^{\frac{2}{3}} + M_n^{*2}}} \right) \\ &\times \frac{1}{1 + \frac{1}{2} f_\zeta C_{\alpha p}^2 \int_0^{k_p} \frac{k^2}{(k^2 + M_p^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk + \frac{1}{2} f_\zeta C_{\alpha n}^2 \int_0^{k_n} \frac{k^2}{(k^2 + M_n^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk}, \end{aligned} \quad (\text{C.58})$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_n^*}{dt} &= -\frac{1}{2} f_\zeta C_{\alpha n} \frac{1}{6 \pi^2} \left( \frac{C_{\alpha p} k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}} + \frac{C_{\alpha n} k_F^3 M_n^*}{\sqrt{k_F^2 (1+t)^{\frac{2}{3}} + M_n^{*2}}} \right) \\ &\times \frac{1}{1 + \frac{1}{2} f_\zeta C_{\alpha p}^2 \int_0^{k_p} \frac{k^2}{(k^2 + M_p^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk + \frac{1}{2} f_\zeta C_{\alpha n}^2 \int_0^{k_n} \frac{k^2}{(k^2 + M_n^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk}. \end{aligned} \quad (\text{C.59})$$

As derivadas acima diferem pelo sinal e pelos termos  $C_{\alpha p}$  e  $C_{\alpha n}$ . Podemos então introduzir uma formulação compacta destas derivadas:

$$\frac{dM_p^*}{dt} \equiv +h_p(t), \quad \frac{dM_n^*}{dt} \equiv -h_n(t). \quad (\text{C.60})$$

### Derivada no tempo de $\frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2$ :

A derivada no tempo do potencial escalar-isovetorial é dada por

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{m_\zeta}{g_\zeta} \right)^2 \frac{d}{dt} (g_\zeta \zeta_3)^2, \quad (\text{C.61})$$

onde

$$-g_\zeta \zeta_3 = \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2 \left( C_{\alpha p} \frac{1}{2} \rho_{sp} - C_{\alpha n} \frac{1}{2} \rho_{sn} \right). \quad (\text{C.62})$$

Combinando-se as duas equações acima, obtemos

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{m_\zeta}{g_\zeta} \right)^2 \frac{d}{dt} \left( C_{\alpha p} \frac{1}{2} \rho_{sp} - C_{\alpha n} \frac{1}{2} \rho_{sn} \right)^2. \quad (\text{C.63})$$

Utilizando as definições da expressão (C.31), podemos escrever a equação (C.61) como

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) &= \frac{1}{2} f_\zeta \frac{d}{dt} [C_{\alpha p} f(t) - C_{\alpha n} g(t)]^2, \\ &= f_\zeta (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g) \frac{d}{dt} (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g). \end{aligned} \quad (\text{C.64})$$

A derivada de segunda ordem no tempo  $\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right)$  é dada por

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) &= f_\zeta \frac{d}{dt} (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g) \frac{d}{dt} (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g) \\ &+ f_\zeta (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g) \frac{d^2}{dt^2} (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g). \end{aligned} \quad (\text{C.65})$$

No limite  $t \rightarrow 0$ , o termo da expressão (C.65) referente à derivada segunda se anula. Obtemos então, ao desconsiderarmos este termo:

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = f_\zeta \frac{d}{dt} (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g) \frac{d}{dt} (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g). \quad (\text{C.66})$$

ou ainda

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (C_{\alpha p} f - C_{\alpha n} g) &= f \frac{dC_{\alpha p}}{dt} + C_{\alpha p} \frac{df}{dt} - g \frac{dC_{\alpha n}}{dt} - C_{\alpha n} \frac{dg}{dt}, \\ &= \left( f \frac{dC_{\alpha p}}{dt} - g \frac{dC_{\alpha n}}{dt} \right) + \left( C_{\alpha p} \frac{df}{dt} - C_{\alpha n} \frac{dg}{dt} \right). \end{aligned} \quad (\text{C.67})$$

O primeiro termo em parenteses na expressão acima é nulo no limite  $t \rightarrow 0$ ; logo, nos resta calcularmos a expressão

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = f_\zeta \left( C_{\alpha p} \frac{df}{dt} - C_{\alpha n} \frac{dg}{dt} \right)^2. \quad (\text{C.68})$$

As derivadas no tempo das funções  $f$  e  $g$  são dadas por

$$\frac{df}{dt} = I_p \frac{dM_p^*}{dt} - a_p, \quad (\text{C.69})$$

$$\frac{dg}{dt} = I_n \frac{dM_n^*}{dt} + a_n. \quad (\text{C.70})$$

Utilizando as definições contidas na expressão (C.60) obtemos

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = f_\zeta [C_{\alpha p} (h_p I_p - a_p) - C_{\alpha n} (a_n - h_n I_n)]^2. \quad (\text{C.71})$$

As definições da expressão (C.45) por sua vez permitem escrevermos

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = f_\zeta [(h_p I'_p - a'_p) - (a'_n - h_n I'_n)]^2. \quad (\text{C.72})$$

O termo da equação acima que apresenta uma potência de segunda ordem, pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned}
 [(h_p I'_p - a'_p)(a'_n - h_n I'_n)]^2 &= a_p'^2 - a'_p I'_p h_p + a'_p a'_n - a'_p I'_n h_n - I'_p h_p a'_p + I_p'^2 h_p^2 - I'_p h_p a'_n \\
 &+ I'_p I'_n h_n h_p + a'_n a'_p - a'_n I'_p h_p + a_n'^2 - a'_n I'_n h_n - I'_n h_n a'_p \\
 &+ I'_n h_n I'_p h_p - a'_n I'_n h_n + I_n'^2 h_n^2. \tag{C.73}
 \end{aligned}$$

No limite  $t \rightarrow 0$ , temos que

$$\begin{aligned}
 a'_p(t=0) &= a'_n(t=0) = a', & I'_p(t=0) &= I'_n(t=0) = I' \\
 h_p(t=0) &= h_n(t=0) = h, & M_p^* &= M_n^* = M^*. \tag{C.74}
 \end{aligned}$$

Resulta então, para a derivada segunda,  $\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right)$

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = f_\zeta 4 (a'^2 - 2 a' I' h + I'^2 h^2) = 4 f_\zeta (a' - I' h)^2, \tag{C.75}$$

sendo  $h$  dado por

$$h = \frac{1}{2} f_\zeta \frac{2 a'}{1 + \frac{1}{2} f_\zeta 2 I'} = f_\zeta \frac{a'}{1 + f_\zeta I'}. \tag{C.76}$$

Assim sendo, obtemos

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = 4 f_\zeta \left( a' - I' f_\zeta \frac{a'}{1 + f_\zeta I'} \right)^2 = 4 f_\zeta \left( \frac{a' (1 + f_\zeta I') - I' f_\zeta a'}{1 + f_\zeta I'} \right)^2, \tag{C.77}$$

ou ainda

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = 4 f_\zeta \frac{a'^2}{(1 + f_\zeta I')^2}. \tag{C.78}$$

Retornando às variáveis originais

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) = f_\zeta C_\alpha^2 \frac{k_F^6 M^{*2}}{9 \pi^4 (k_F^2 + M^{*2}) \left[ 1 + f_\zeta C_\alpha^2 \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + M^{*2})^{3/2}} k^2 dk \right]^2}, \tag{C.79}$$

podemos escrever

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) &= f_\zeta C_\alpha^2 \frac{3 \pi^2}{2 k_F^3} \frac{k_F^6 M^{*2}}{9 \pi^4 (k_F^2 + M^{*2})} \frac{1}{\left[ 1 + f_\zeta C_\alpha^2 \frac{1}{2 \pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + M^{*2})^{3/2}} k^2 dk \right]^2}, \\
&= f_\zeta C_\alpha^2 \frac{2 k_F^3}{3 \pi^2} \frac{M^{*2}}{4 (k_F^2 + M^{*2})} \frac{1}{\left[ 1 + f_\zeta C_\alpha^2 \frac{1}{2 \pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + M^{*2})^{3/2}} k^2 dk \right]^2}, \\
&= f_\zeta C_\alpha^2 \frac{\rho_0 M^{*2}}{4 (k_F^2 + M^{*2}) \left[ 1 + f_\zeta C_\alpha^2 \frac{1}{2 \pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + M^{*2})^{3/2}} k^2 dk \right]^2}.
\end{aligned} \tag{C.80}$$

## Derivada no tempo do termo de energia cinética:

Derivamos a seguir a contribuição do termo de energia cinética dos prótons para a energia de simetria. A derivação no caso dos nêutrons é semelhante; apresentaremos portanto somente o resultado final. Os termos de energia cinética dos prótons e dos nêutrons são respectivamente

$$F \equiv \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_p} k^2 \sqrt{k^2 + M_p^{*2}} dk, \tag{C.81}$$

$$G \equiv \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_n} k^2 \sqrt{k^2 + M_n^{*2}} dk; \tag{C.82}$$

nestas expressões,

$$F = F(k_p(t), M_p^*(t)), \quad G = G(k_n(t), M_n^*(t)). \tag{C.83}$$

Apresentamos a seguir o cálculo do termo

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial k_p} \frac{dk_p}{dt} + \frac{\partial F}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt}. \tag{C.84}$$

O primeiro termo da expressão acima resulta em

$$\frac{\partial F}{\partial k_p} \frac{dk_p}{dt} = -\frac{1}{3 \pi^3} \sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}, \tag{C.85}$$

onde foi utilizado que  $k_p = k_F(1-t)^{\frac{1}{3}}$ , enquanto o segundo termo da expressão (C.84) pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt} &= \left( \frac{dM_p^*}{dt} \right) \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_p} \frac{M_p^*}{\sqrt{k^2 + M_p^{*2}}} k^2 dk, \\ &= \left( \frac{dM_p^*}{dt} \right) \rho_{sp}. \end{aligned} \quad (\text{C.86})$$

Definindo-se a função

$$\mathcal{F} \equiv -\frac{1}{3\pi^3} \sqrt{k_F^2(1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}, \quad (\text{C.87})$$

podemos expressar a derivada segunda de  $F$  da seguinte forma

$$\frac{d^2 F}{dt^2} = \frac{d\mathcal{F}}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt} + \frac{d\rho_{sp}}{dt} \frac{dM_p^*}{dt} + \rho_{sp} \frac{d^2 M_p^*}{dt^2}. \quad (\text{C.88})$$

E, ao considerarmos a relação

$$\frac{d\rho_{sp}}{dt} = \frac{\partial \rho_{sp}}{\partial k_p} \frac{dk_p}{dt} + \frac{\partial \rho_{sp}}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt}, \quad (\text{C.89})$$

resulta então da expressão anterior

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F}{dt^2} &= \frac{d\mathcal{F}}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt} + \left( \frac{\partial \rho_{sp}}{\partial k_p} \frac{dk_p}{dt} + \frac{\partial \rho_{sp}}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt} \right) \frac{dM_p^*}{dt} + \rho_{sp} \frac{d^2 M_p^*}{dt^2}, \\ &= \frac{d\mathcal{F}}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt} + \frac{\partial \rho_{sp}}{\partial k_p} \frac{dk_p}{dt} \frac{dM_p^*}{dt} + \frac{\partial \rho_{sp}}{\partial M_p^*} \left( \frac{dM_p^*}{dt} \right)^2 + \rho_{sp} \frac{d^2 M_p^*}{dt^2}. \end{aligned} \quad (\text{C.90})$$

Calculamos separadamente as derivadas da expressão acima. O primeiro termo é dado por

$$\frac{d\mathcal{F}}{dt} = -\frac{1}{3\pi^2} k_F^3 \frac{1}{2} \frac{\frac{2}{3} k_F^2 (1-t)^{-\frac{1}{3}} (-1)}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}} = \frac{1}{9\pi^2} \frac{k_F^5 (1-t)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}}. \quad (\text{C.91})$$

O segundo termo é

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial M_p^*} \frac{dM_p^*}{dt} &= -\frac{1}{3\pi^2} \frac{k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}} \left( \frac{dM_p^*}{dt} \right), \\ &= -\frac{1}{6\pi^2} f_{sp} \frac{k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n}, \end{aligned} \quad (\text{C.92})$$

onde foi utilizada a expressão (C.56). O terceiro termo pode ser escrito como

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho_{sp}}{\partial k_p} \frac{dk_p}{dt} \frac{dM_p^*}{dt} &= -\frac{1}{\pi^2} \frac{k_p^2 M_p^*}{\sqrt{k_p^2 + M_p^{*2}}} \frac{1}{3} k_F (1-t)^{-\frac{2}{3}} \frac{dM_p^*}{dt}, \\
 &= -\frac{1}{3\pi^2} \frac{k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}} \left( \frac{dM_p^*}{dt} \right), \\
 &= -\frac{1}{6\pi^2} f_{sp} \frac{k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n}, \quad (C.93)
 \end{aligned}$$

onde foi utilizado, na primeira linha, que  $k_p = k_F (1-t)^{\frac{1}{3}}$ . Lembramos que

$$\frac{\partial \rho_{sp}}{dM_p^*} = \frac{1}{2} \int_0^{k_p} \frac{k^2}{(k^2 + M_p^{*2})^{\frac{3}{2}}} k^2 dk = 2 I_p, \quad (C.94)$$

logo

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho_{sp}}{dM_p^*} \left( \frac{dM_p^*}{dt} \right)^2 &= 2 I_p \left( \frac{dM_p^*}{dt} \right)^2 = 2 I_p \left( \frac{1}{2} f_{sp} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n} \right)^2, \\
 &= \frac{f_{sp}^2}{2} I_p \frac{(a'_p + a'_n)^2}{(1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n)^2}, \quad (C.95)
 \end{aligned}$$

segundo a definição (C.41). O último termo desta expressão, que corresponde à derivada segunda da massa efetiva, é nulo,  $\frac{d^2 M_p^*}{dt^2} = 0$ . Reunindo os resultados obtidos para a derivada segunda da função  $F$ , obtemos finalmente

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 F}{dt^2} &= -\frac{1}{3\pi^2} f_{sp} \frac{k_F^3 M_p^*}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n} \\
 &+ \frac{f_{sp}^2}{2} I_p \frac{(a'_p + a'_n)^2}{(1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n)^2} + \frac{1}{9\pi^2} \frac{k_F^5 (1-t)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt{k_F^2 (1-t)^{\frac{2}{3}} + M_p^{*2}}}. \quad (C.96)
 \end{aligned}$$

Para a função  $G$  obtemos, de maneira análoga

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 G}{dt^2} &= -\frac{1}{3\pi^2} f_{sn} \frac{k_F^3 M_n^*}{\sqrt{k_F^2 (1+t)^{\frac{2}{3}} + M_n^{*2}}} \frac{a'_p + a'_n}{1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n} \\
 &+ \frac{f_{sn}^2}{2} I_n \frac{(a'_p + a'_n)^2}{(1 + \frac{1}{2} f_{sp} I'_p + \frac{1}{2} f_{sn} I'_n)^2} + \frac{1}{9\pi^2} \frac{k_F^5 (1+t)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt{k_F^2 (1+t)^{\frac{2}{3}} + M_n^{*2}}}. \quad (C.97)
 \end{aligned}$$

No limite  $t \rightarrow 0$  obtemos, para a derivada segunda no tempo da função  $F$

$$\frac{d^2 F}{dt^2} = -\frac{2}{3\pi^2} \frac{f_\zeta C_\alpha^2 k_F^3 M^*}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \frac{a}{1 + f_\zeta C_\alpha^2 I} + 2 \frac{f_\zeta^2 C_\alpha^4 I a^2}{(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2} + \frac{1}{9\pi^2} \frac{k_F^5}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}; \quad (\text{C.98})$$

neste limite, obtemos também uma expressão equivalente para  $\frac{d^2 G}{dt^2}$ . Lembramos que  $M_p^* = M_n^* = M^*$  no limite  $t \rightarrow 0$ . Ademais, em vista de que

$$a = \frac{1}{6\pi^2} \frac{k_F^3 M^*}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}, \quad (\text{C.99})$$

resulta então

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F}{dt^2} &= -\frac{1}{9\pi^4} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{k_F^6 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)} + \frac{1}{18\pi^4} f_\zeta^2 C_\alpha^4 I \frac{k_F^6 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2} \\ &+ \frac{1}{9\pi^2} \frac{k_F^5}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}; \end{aligned} \quad (\text{C.100})$$

novamente, uma expressão semelhante à equação acima é obtida para  $\frac{d^2 G}{dt^2}$ .

Ao combinarmos então as contribuições correspondentes à derivada segunda dos termos de energia cinética, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} (F + G)_{t=0} &= \frac{2}{9\pi^2} \frac{k_F^5}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} - \frac{2}{9\pi^4} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{k_F^6 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)} \\ &+ \frac{2}{18\pi^4} f_\zeta^2 C_\alpha^4 I \frac{k_F^6 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2}. \end{aligned} \quad (\text{C.101})$$

Multiplicando-se a expressão acima por  $\frac{1}{\rho_0} = \frac{3\pi^2}{2k_F^3}$  obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} (F + G)_{t=0} &= \frac{3\pi^2}{2k_F^3} \frac{2}{9\pi^2} \frac{k_F^5}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} - \frac{3\pi^2}{2k_F^3} \frac{2}{9\pi^4} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{k_F^6 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)} \\ &+ \frac{3\pi^2}{2k_F^3} \frac{2}{18\pi^4} f_\zeta^2 C_\alpha^4 I \frac{k_F^6 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2}, \\ &= \frac{1}{3} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} - \frac{1}{2} \frac{2k_F^3}{3\pi^2} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)} \\ &+ \frac{1}{4} \frac{2k_F^3}{3\pi^2} f_\zeta^2 C_\alpha^4 I \frac{M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2}. \end{aligned} \quad (\text{C.102})$$

Finalmente, podemos escrever

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} (F + G)_{t=0} &= \frac{1}{3} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} - \frac{1}{2} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)} \\ &+ \frac{1}{4} f_\zeta^2 C_\alpha^4 I \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2}. \end{aligned} \quad (\text{C.103})$$

**Derivada de segunda ordem no tempo de  $\frac{1}{2}m_\varrho^2 \varrho_{03}^2$ :**

Consideramos o termo de potencial associado ao campo vetorial-isoescalar

$$g_\varrho \varrho_{03} = \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \frac{1}{2} (\rho_p - \rho_n). \quad (\text{C.104})$$

Derivamos então o termo

$$\frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 = \frac{1}{8} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 (\rho_p - \rho_n)^2; \quad (\text{C.105})$$

procedemos à mudança de variável

$$t = \frac{\rho_p - \rho_n}{\rho_0}, \quad (\text{C.106})$$

obtendo assim

$$\frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 = \frac{1}{8} f_\rho \rho_0^2 t^2, \quad (\text{C.107})$$

onde  $f_\rho \equiv (g_\rho/m_\rho)^2$ . Desta expressão resulta

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 \right)_{t=0} = \frac{1}{4} f_\rho \rho_0. \quad (\text{C.108})$$

## C.2 Energia de Simetria

Os resultados anteriormente obtidos possibilitam escrevermos

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right)_{t=0} + \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} (F + G)_{t=0} &= \frac{1}{4} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2} \\ \frac{1}{3} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} - \frac{1}{2} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)} &+ \frac{1}{4} f_\zeta^2 C_\alpha^4 I \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2}, \\ = \frac{1}{3} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{4} \frac{(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I) \rho_0 M^{*2} f_\zeta C_\alpha^2}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)^2} &- \frac{1}{2} \frac{\rho_0 M^{*2} f_\zeta C_\alpha^2}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)}. \end{aligned} \quad (\text{C.109})$$

Desta expressão, no limite  $t \rightarrow 0$  temos

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} (F + G) = \frac{1}{3} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} - \frac{1}{4} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)}. \quad (\text{C.110})$$

Ao combinarmos a equação (C.108) com a expressão acima resulta

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2 \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} (F + G) + \frac{1}{\rho_0} \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 \right) &= \frac{1}{3} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{4} f_\rho \rho_0 \\ &- \frac{1}{4} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)}. \end{aligned} \quad (\text{C.111})$$

Finalmente obtemos, para a energia de simetria

$$a_4 = \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} f_\rho \rho_0 - \frac{1}{8} f_\zeta C_\alpha^2 \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta C_\alpha^2 I)}. \quad (\text{C.112})$$

## Energia de simetria no modelo QHD-I

No modelo QHD-I ( $\alpha = 0$ ), temos que

$$C_0 = -1, \quad (\text{C.113})$$

de forma que a energia de simetria pode ser escrita na forma

$$a_4 = \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} f_\rho \rho_0 - \frac{1}{8} f_\zeta \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta I)}. \quad (\text{C.114})$$

## Energia de simetria no modelo ZM

No modelo ZM, ( $\alpha = 1$ ), temos que

$$C_1 = -m^{*2}, \quad (\text{C.115})$$

de modo que a energia de simetria é

$$a_4 = \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} f_\rho \rho_0 - \frac{1}{8} f_\zeta m^{*4} \frac{\rho_0 M^{*2}}{(k_F^2 + M^{*2})(1 + f_\zeta m^{*4} I)}. \quad (\text{C.116})$$

# Referências Bibliográficas

- [1] Weinberg, S. *Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity*, New York: Wiley, (1972).
- [2] Shuryak, E.V., *Phys. Rep.*, **61**, 71 (1980)
- [3] Back, B.B., Baker, M.D., Ballintijn, M., et alii, *Nucl. Phys.*, **A757**, 28 (2005)
- [4] Arsene, I., et alii, *Nucl. Phys.*, **A757**, 1 (2005)
- [5] Wiedemann, A., *AIP Conference Proceedings Particles and Nuclei: Seventeenth International Conference on Particles and Nuclei*, **842**, 11 (2006)
- [6] Landau, L.D., Lifshitz, E.M., *Statistical Physics, Vol 5*, Pergamon Press, 1980.
- [7] Landau, L.D., *Phys. Z. Sowjetunion*, **1**, 285, (1932)
- [8] Chadwick, J., *Nature*, **129**, 312 (1932)
- [9] Weber, F., *Proceedings of the VIII International Workshop on Hadron Physics 2002*, Ed. C. A. Z. Vasconcellos, V. Herscovitz, D. Hadjimichef, B. E. J. Bodmann, 73, World Scientific (2002)
- [10] Weber, F., *Pulsar as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics*, High Energy Physics, Cosmology and Gravitation Series, IOP, Publishing, Bristol, Great Britain (1999)
- [11] Glendenning, N.K., *Compact Stars*, Springer-Verlag (1997).
- [12] Tolman, R.C., *Phys. Rev.*, **55**, 364 (1939)
- [13] Oppenheimer, J.R., Volkoff, G.W., *Phys. Rev.*, **55**, 374 (1939)
- [14] Baade, W., Zwicky, F., *Phys. Rev.*, **45**, 138 (1934)
- [15] Gell-Mann, M., Levy, M., *Nuovo Cim.*, **16**, 705 (1960)

- [16] Joyce, J., *Finnicius Revem (Finnegans Wake)*, T. Schuler, D.; Atelie Editorial, Ed. 2004
- [17] Poucher, J.S., Breidenbach, M, Ditzler, J. I. Friedman, H. W. Kendall, H.W., Friedman, I., Kendall, H.W., Taylor, R. E., *Phys. Rev. Lett.*, **32**, 118 (1974)
- [18] Zweig, G., *CERN Report*, **8419/TH**, 412 (1963)
- [19] Gell-Mann, *Acta Phys. Austriaca Suppl.* **9**, 733 (1972)
- [20] Han, M., Nambu, Y., *Phys. Rev.*, **139B**, 1006 (1965)
- [21] Povh, B., Rith, K., Scholz, C., Zetsche, F., *Particles and Nuclei: An Introduction to the Physical Concepts*, Springer (1995)
- [22] Callan Jr., C.G., Gross, D.J., *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 156 (1969)
- [23] Feynman, R.P., *Phys. Rev. Lett.*, **23**, 1415 (1969)
- [24] Feynman, R.P., *Science*, **183**, 601 (1974)
- [25] Bjorken, J.D., *Phys. Rev.*, **179**, 1547 (1969)
- [26] Bjorken, J.D., Paschos, E.A., *Phys. Rev.*, **158**, 1975 (1969)
- [27] Gross, D.J., Wilczek, F., *Phys. Rev. Lett.*, **30**, 1343 (1973)
- [28] Politzer, H.D., *Phys. Rev. Lett.*, **30**, 1346 (1973)
- [29] Wilson, K.G., *Phys. Rev. D* **14**, 2455 (1974)
- [30] Lindblom, L., *Astrophys. J.*, **398**, 569 (1992)
- [31] Walecka, J.D., *Annals of Physics*, **83**, 491 (1974)
- [32] Walecka, J.D. *Theoretical nuclear and subnuclear physics*. New York: Oxford University Press (1995).
- [33] Serot, B.D., Walecka, J.D., *Adv. Nucl. Phys.*, **16**, 1 (1986)
- [34] Serot, B.D., Walecka, J. D., *Int. J. Mod. Phys. E*, **6**, 4, 515 (1997)
- [35] Boguta, J., Bodmer, A.R., *Nucl. Phys.*, **A292**, 413 (1977)
- [36] Zimanyi, J., Moszkowski, S.A., *Phys. Rev. C*, **42**, 1416 (1990)
- [37] Glendenning, N.K., *Phys. Lett.*, **114B**, 392 (1982)
- [38] Glendenning, N.K., *Astrophys. J.*, **293**, 470 (1985)

- [39] Glendenning, N.K., *Z. Phys. A*, **326**, 57 (1987)
- [40] Glendenning, N.K., *Z. Phys. A*, **327**, 295 (1987)
- [41] Glendenning, N.K., *Astrophys. J.*, **448**, 797 (1995)
- [42] Glendenning, N.K., P. Hecking, V. Ruck, *Ann. Phys.*, **149**, 22 (1983)
- [43] Taurines, A.R., *Dissertação de Mestrado, IF-UFRGS* (1999)
- [44] Taurines, A.R., Vasconcellos, C. A. Z., Malheiro, M., Chiapparini, M.; *Physical Review C*, **63**, 065801 (2001)
- [45] Witten, E., *Phys. Rev. D*, **30**, 272 (1984)
- [46] Einstein, E., *Annalen der Phys.*, **49**, 769 (1916)
- [47] Von Weiszäcker, C.F., *Z. Physik*, **96**, 431 (1935)
- [48] De-Shalit, A., Feshbach, H., *Theoretical nuclear physics: Nuclear structure*: Wiley-Interscience (1990).
- [49] Fetter, A. L., Walecka, J. D., *Quantum theory of many-particle systems* : Dover Publications (2003).
- [50] Waldhauser, B.M., Maruhn, J.A., Stocker, H., Greiner, W., *Phys. Rev. C*, **38**, 1003 (1988).
- [51] Shu S., Li, J., *Phys. Rev. C*, **66**, 062201 (2002).
- [52] Bjorken, J., Drell, S. D. *Relativistic quantum mechanics*. New York: McGraw-Hill (1964)
- [53] Lütz, E., Razeira, M., Vasconcellos, C.A.Z., Dillig, M., *Int. Jour. Mod. Phy. D*, **13**, 1255 (2004)
- [54] Lütz, E., Razeira, M., Bodmann, B.J., Vasconcellos, C.A.Z., Pilotto, F., *Int. Jour. Mod. Phy. D*, **16**, 325 (2006)
- [55] Lütz, E., Razeira, M., Bodmann, B.J., Vasconcellos, C.A.Z., *Int. Jour. Mod. Phy. D*, **16**, 373 (2006)
- [56] Muta, T. *Foundations of quantum chromodynamics*. Singapore: World Scientific (1987).
- [57] Preston, M. A., Bhaduri, R. K., *Structure of the nucleus*: Westview Press (1993).

- [58] Chetyrkin, K.G., Gorishnii, S.G., Kataev, A.L., Larin, S.A., Tkachov, F.V., *Phys.Lett.B*, **116**, 455 (1981).
- [59] Barbieri, R., d Emilio, E. *Nucl.Phys.*, **B154**, 535, (1979).
- [60] Altarelli, G., *Nucl.Phys.*, **B143**, 521 (1978).
- [61] Weinberg, S., *Physica*, **A96**, 327 (1979).
- [62] Manohar, A., Georgi, H., *Nucl. Phys.*, **B234**, 189 (1984)
- [63] Goldberger, M. L., Treiman , S. B., *Phys.Rev.*, **110**, 1478 (1958).
- [64] Kawarabayashi, K., Suzuki, M., *Phy. Rev. Lett.*, **16**, 225 (1966); Riazuddin, Fayyazuddin, *Phys.Rev.*, **147**, 1071 (1966).
- [65] van Kolck, U., Abu-Raddad, L. J., Cardamone, D. M., *New States os Matter for Hadronic Interactions* (PASI, 2002); AIP Conf. Procs. **631**, 191 (2002).
- [66] Maekawa, C., , Razeira, M., Lutz, E., Vasconcellos, C.A.Z., Dillig, M., *Int. J. Mod. Phys.*, **13**, 1223 (2004).
- [67] Nolem, J. A., Schiffer, J.P., *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **19**, 471 (1969)
- [68] Okamoto, K., *Phys. Lett.*, **11**, 150 (1964)
- [69] Meißner, U.-G, Rakhimov, A.M., Wirzba, A., Yakhshiev, U.T., *Eur. Phys. J.*, **A36**, 37 (2008)
- [70] Hofmann, F., Lenske, H., *Phy. Rev.*, **C57**, 2281 (1998)
- [71] Mayer, M.G., *Phy. Rev.*, **74**, 235 (1948)
- [72] Mayer, M.G., *Phy. Rev.*, **75**, 1969 (1949)
- [73] Mayer, M.G., *Phy. Rev.*, **78**, 22 (1950)
- [74] Mayer, M.G., Jensen, J.H.D., *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, Wiley, New York, 1955)
- [75] Haxel, O., Jensen, J.H.D., Suess, H.E., *Phy. Rev.*, **75**, 1766 (1949)
- [76] Feenberg, E., *Phy. Rev.*, **75**, 320 (1949)
- [77] Greiner, W., Maruhn, J.A., *Nuclear Models* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1996)
- [78] Kubis S., Kutschera, M., *Phy. Lett. B*, **399**, 191 (1997)

- [79] Liu, B, V. Greco, V., Baran, V., Colonna, M., Di Toro, M., *Phys. Rev. C*, **65**, 045201-1 (2002)
- [80] Machleidt, R., *Adv. Nucl. Phys.*, **19**, 189 (1989)
- [81] Chodos, A., Jaffe, R.L., Johnson, K., Thorn, C.B., Weisskopf, V *Phy. Rev. C*, **9**, 3471 (1974)
- [82] Scadron, M.D, Kleefeld, F., Rupp, G, *arXiv:hep-ph/0611084v1* (2006)
- [83] Faessler, A., *Acta Physica Polonica B*, **29**, 2367 (1998)
- [84] Particle Data Group, *Phys. Rev. D*, **66** 010001-89 (2002)
- [85] Scadron, M.D, Kleefeld, F., Rupp, G, *Europhys.Lett.*, **80**, 51001 (2007)
- [86] Schaffner, J., Mishustin, I. N., *Physical Review C* **53**, 1416 (1996)
- [87] Shen, H., *Physical Review C* **65**, 035802, (2002)
- [88] Menezes, D.P., Providência, C., *Phy. Rev. C*, **70**, 058801 (2004)
- [89] Schaffner, J., Dover, C. B., Gal, A., Millener, D. J., Greiner, C., Stöcker, H., *Ann. Phys.*, **235**, 35 (1994)
- [90] Dover C.B., Gal, A., *Ann. Phys.*, **A146**, 209 (1983)
- [91] Pal, S., Hanauske, M., Zakout, I., Stöcker, H., Greiner, C., *Phys. Rev. C*, **60**, 015802 (1999)
- [92] Batty, C.J., Friedman, E., Gal, A., *Phys. Lett. A*, **335**, 273 (1994)
- [93] Bart S., et alli, *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 5238 (1999)
- [94] Shen, H., *Phys. Rev. C*, **65**, 35802 (2002)
- [95] Friar, J. L., Madland, D. G., Lynn, B. W., *Phys. Rev. C*, **53**, 3085 (1996)
- [96] Ordonez, O., van Kolck, U., *Phys. Lett.*, **B291**, 459 (1992)
- [97] Ordonez, O., Ray, L., van Kolck, U., *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 1982 (1994)
- [98] van Kolck, U., *Phys. Rev. C*, **49**, 2932 (1994)
- [99] van Kolck, U., Friar, J. L., Goldman, T., *Phys. Lett.*, **B371**, 169 (1996)
- [100] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., *Numerical recipes 3rd Edition: the art of scientific computing* : Cambridge University Press (2007).

- [101] Kubis S., Kutschera, M., *Phy. Lett. B*, **399**, 191 (1997)
- [102] Liu, B., Di Toro, M., Greco, V., Shen, C. W., Zhao, E. G., Sun, B. X., *Phys. Rev. C*, **75**, 048801 (2007)
- [103] Bednarek, I., Keska, M., Manka, R., *Phys. Rev.C*, **68**, 035805 (2031)
- [104] Razeira, M., Bodmann, B.J., Vasconcellos, C.A.Z., Mesquita, A., *Int. Jour. Mod. Phy. D*, **16**, 347 (2007)
- [105] Leinson, L. B., Perez, A., *Phys. Lett.* , **B518**, 15 (2001); Erratum, *Phys. Lett.* , **B522**, 358 (2001)
- [106] Gamow, G., Schoenberg, M., *Phys. Rev.*, **59**, 539 (1941)
- [107] Boguta, J., *Phys.Lett.*, **B106**, 255 (1981)
- [108] Lattimer, J.M., Pethick, C. J., Prakash, M., Haensel, P., *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 2701 (1991).
- [109] Klahn, T., Blaschke, D., Typel, S., van Dalen, et alli, *Physical Review C* **74**, 035802 (2006)
- [110] Blaschke, D., Grigorian, H., Voskresensky, D., *Astron. Astrophys.*, **424**, 979 (2004)
- [111] Nambu, Y., Jona-Lasinio, G., *Phys. Rev.*, **122**, 345 (1961)
- [112] Walecka, J. D., *Annals of Physics*, **83**, 491 (1974)
- [113] Brown, G. E., Rho, M., *Phys. Rev, Lett.*, **66**, 2720 (1991)
- [114] Piekarewicz, J., *The Nuclear Physics of Neutron Stars*, *arXiv:0802.4029*, **nucl-th**, Fevereiro (2008)
- [115] Anderson P.W., Itoh, N., *Nature*, **256**, 25 (1975)
- [116] Link, B., Epstein, R.I, Lattimer, J.M., *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 3362 (1999).
- [117] Hewish, A., Burnell, J.B., Pikinton, J.D.H., P.F. Scott, P.F., Collins, R.A., *Nature*, **217**, 709 (1968)
- [118] Hulse R.A., Taylor, J.H., *Astrophys. J.*, **201**, L55 (1975)
- [119] Woltjer, L., *Astrophys J.*, **140**, 1309 (1964)
- [120] Pacini, F., *Nature*, **216**, 567 (1967)
- [121] Pacini, F., *Nature*, **219**, 146 (1968)

- [122] Gold, T., *Nature*, **218**, 731 (1968)
- [123] Gunn, J.E., Ostriker, J.P., *Nature*, **221**, 455 (1969)
- [124] Ostriker, J.P., Gunn, J.E., *Astrophys. J.*, **157**, 1395 (1969)
- [125] Gunn J.E., Ostriker, J.P., *Astrophys. J.*, **160**, 979 (1970)
- [126] Ruderman, M.A., *Nature*, **223**, 597 (1969)
- [127] Pines D., Shaham, J., *Nature Phys. Sci.*, **235**, 43 (1972)
- [128] Shaham, J., *Astrophys. J.*, **310**, 780 (1986)
- [129] M. A. Alpar, M.A., Anderson, P.W., Pines, D., Shaham, J., *Astrophys. J. Lett.*, **249**, L29 (1981)
- [130] t Hooft, G., *Nucl. Phys. B*, **35**, 167 (1971)
- [131] t Hooft, G., *Nucl. Phys. B*, **254**, 11 (1985)
- [132] Manchester, R.N., *Science*, **304**, 542 (2004)
- [133] Hessels, W.T., Ransom, S.M., Stairs, I.H., Freire, P.C.C., Kaspi, V.M., Camilo, F., *astro-ph 0601337*, (2006)
- [134] Taylor, Manchester, Lyne, *Ap. J. Suppl.*, **88**, 529 (1993)
- [135] Students for the Exploration and Development of Space, <http://www.seds.org/>
- [136] Radhakrishnan V., Cooke, D.J., *Astrophys. Lett.*, **3**, 255 (1969)
- [137] Staelin, D.H., Reifenstein, E.C., *Science*, **162**, 1481 (1968)
- [138] Large, M.I., Vaughan A.F., Mills, B.Y., *Nature*, **220**, 340 (1968)
- [139] Backer, D.C., Kulkarni, S.R., Heiles, C., Davis, M.N., Goss, W.M., *Nature*, **300**, 615 (1982)
- [140] Hessels, W.T., Ransom, S.M., Stairs, I.H., Freire, P.C.C., Kaspi, V.M., Camilo, F., *Science*, publicação *Science Express*, on line 6 de Janeiro (2006)
- [141] Santos, S.M., Razeira, M., Vasconcellos, C.A.Z., Leinson, L., *Int. J. Mod. Phys.*, **13**, 1477 (2004)
- [142] Chandrasekhar, S., *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **95**, 207 (1935)
- [143] Lattimer, J. M., Prakash, M., *Science*, **304**, 536 (2004)
- [144] Schwarzschild, K., *Sitzber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin*, **189** (1916)