

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS, METALÚRGICA E DE
MATERIAIS (PPGEM)**

BRUNO CÉSAR DE DEUS AFONSECA

**GEOESTATÍSTICA NÃO-LINEAR APLICADA À MODELAGEM E ESTIMATIVA DE
RECURSOS RECUPERÁVEIS EM MINERALIZAÇÃO AURÍFERA ESTRUTURALMENTE
COMPLEXA**

Porto Alegre
2021

BRUNO CÉSAR DE DEUS AFONSECA

**GEOESTATISTICA NÃO-LINEAR APLICADA À MODELAGEM E ESTIMATIVA DE
RECURSOS RECUPEÁVEIS EM MINERALIZAÇÃO AURÍFERA ESTRUTURALMENTE
COMPLEXA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e dos Materiais – PPGEM como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Porto Alegre

2021

AFONSECA, BRUNO CÉSAR DE DEUS

GEOESTATÍSTICA NÃO-LINEAR APLICADA À MODELAGEM E ESTIMATIVA DE RECURSOS RECUPERÁVEIS EM MINERALIZAÇÃO AURÍFERA ESTRUTURALMENTE COMPLEXA / BRUNO CÉSAR DE DEUS AFONSECA... - 2021

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Tese (mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia de Minas, Metalurgia e de Materiais., Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e dos Materiais, Porto Alegre, BR-RS, 2021.

1. Geoestatística; 2. Modelagem geológica; 3. Krigagem; 4. Condicionamento uniforme

BRUNO CÉSAR DE DEUS AFONSECA

**GEOESTATISTICA NÃO-LINEAR APLICADA À MODELAGEM E ESTIMATIVA DE
RECURSOS RECUPEÁVEIS EM MINERALIZAÇÃO AURÍFERA ESTRUTURALMENTE
COMPLEXA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Coordenador do PPGEM: Prof. Dr. Afonso Reguly

Aprovado em: 25/01/2021

BANCA EXAMINADORA:

Prof Dr. Diego Machado Marques

Prof. Dr. Marcel Antônio Acari Bassani

Dr. Victor Miguel Silva

AGRADECIMENTOS

Sinceros agradecimentos ao Professor João Felipe Coimbra Leite Costa, pela oportunidade, orientação e disponibilidade durante todo o processo de desenvolvimento e aprendizado.

Aos colegas de AngloGold Ashanti, em especial ao Alessandro Henrique Medeiros Silva, pela contribuição dada a esta dissertação.

À minha família, em especial, à Érica, pela paciência e carinho irrestritos.

RESUMO

Previamente à avaliação técnica e financeira de depósitos minerais, as propriedades geológicas que influenciam na mineralização devem estar entendidas e espacialmente representadas. Tradicionalmente, a modelagem de corpos de minério é feita pela interpolação de contatos manualmente interpretados a partir de seções. Mais recentemente, softwares dedicados vêm disponibilizando rotinas semiautomáticas de modelagem implícita. Embora permitam modelagem mais ágil, modelos implícitos demandam módulos específicos de software e, assim como as técnicas convencionais, os resultados refletem decisões algumas vezes subjetivas do modelador. Esta dissertação propõe a modelagem por probabilidade de indicadores combinada à técnica de anisotropia dinâmica para definir os contornos geológicos de um depósito de ouro cuja mineralização é controlada por fatores estruturais. A partir dos domínios geológicos definidos, a dissertação avalia a aplicabilidade do condicionamento uniforme e condicionamento uniforme localizado na previsão de recursos recuperáveis a partir de uma base de dados exploratória. O estudo compara resultados das técnicas não lineares aos resultados obtidos por krigagem ordinária. Os modelos de recurso obtidos foram reconciliados a cenários de referência simulados a partir do conjunto de dados mais completo disponível no depósito. Em seguida, o nível de sensibilidade dos métodos à configuração amostral foi testado através de estimativas feitas com variados espaçamentos da malha e os resultados reconciliados aos modelos de referência. O modelo probabilístico dos indicadores mostrou ser capaz de reproduzir com qualidade os contornos da mineralização, sobretudo nas regiões com maior disponibilidade de dados. A anisotropia dinâmica permitiu capturar com qualidade os contornos estruturais de macroescala, produzindo pseudo-probabilidades estimadas consistentes com a expectativa geológica. Resultados mostraram que as estimativas obtidas pelas técnicas não lineares reproduziram de forma mais acurada a distribuição de probabilidade e recursos recuperáveis dos modelos de referência. Entretanto, previsões feitas por condicionamento uniforme apresentaram menor eficiência na reprodução local dos teores se comparadas à krigagem ordinária.

Palavras-chave: Geoestatística. Modelagem geológica. Krigagem. Condicionamento uniforme

ABSTRACT

Prior to resource assessment and mine planning, the geometry and other relevant geological properties of the deposit must be spatially represented through tridimensional models. Traditionally, the modeling process is manually made by interpolating contact lines interpreted from cross-sections. Recently, mining industry has been implementing semi-automatic implicit modeling routines. Although it provides agility to the process, implicit models demand specific software packages and as well as traditional modeling approaches, the results often reflect geomodeler's subjective assumptions. This thesis proposes an indicator probability modeling approach combined to dynamic anisotropy technique to define the geological domains of a structurally complex gold deposit. From the geological models, this work evaluates the appropriateness of uniform conditioning and localized uniform conditioning techniques on prediction of recoverable resource from exploratory sampling. The study compares the resource models from non-linear techniques to results obtained from ordinary kriging. The results were reconciliated to reference models created from the most detailed sampling set available. In addition, the methods were tested for the sensitivity level to the drilling pattern and the results compared to the reference models. The indicator probability models proved able to efficiently reproduce the ore outlines specially at the most detailed areas. The using of dynamic anisotropy allowed a better representation of the major folded geometries. The estimates by non-linear methods showed better results on reproducing the de distribution and recoverable resources of the reference models. Nevertheless, these techniques yielded worse results on representing locally the grades.

Keywords: Geostatistics. Geological modeling. Kriging. Uniform conditioning

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fluxograma de métodos utilizados nos estudos. À esquerda, as etapas relacionadas à modelagem probabilística de minério. À direita, processos de estimativa, análises e validações.	20
Figura 2 - Comparação dos histogramas e padrões de continuidade espacial para 3 cenários simulados (ABZALOV, 2016).	24
Figura 3 - Esboço de uma distribuição hipotética de teores ao longo de um vetor. Em (a), dois domínios com médias muito diferentes. Embora de maneira global não possam ser considerados estacionários, os subdomínios de alto e baixo teores apresentam condições de estacionariedade. Em (b), não existe estacionariedade em escala global, mas pode aparecer se a média for analisada em intervalos curtos, i.e. estacionariedade local (ABZALOV, 2016).	25
Figura 4 - Esquema ilustrando o comportamento das estimativas de OK e SK em função da média e localização dos dados (ABZALOV, 2016).	31
Figura 5 - Exemplo de violação da relação de ordem (pontos z_2 e z_3) e correção aplicada, envolvendo correção pela média das interpolações por cima e por baixo (CARVALHO; DEUTSCH, 2017).	35
Figura 6 - Exemplo de interpolação da probabilidade dos indicadores por meio da cdf global (CARVALHO; DEUTSCH, 2017).	36
Figura 7 - Representação gráfica da transformação de quantis da variável original Z em uma gaussiana padrão - modificado de Barnett (2011).	38
Figura 8 - Exemplo esquemático da relação volume-variância em dados originais, escala de SMUs e painéis - modificado de Rossi e Deutsch (2014).	39
Figura 9 - Exemplo do ranqueamento dos SMUs inseridos no painel (ABZALOV, 2006). Os índices mais baixos correspondem aos maiores valores krigados. Em cinza aparece o painel de UC e os números correspondem aos SMUs ranqueados conforme resultado da krigagem.	45
Figura 10 - Exemplo da atribuição do teor médio para 16 SMUs. (a) apresenta a definição das classes de teores (G_{Ci}) a partir dos resultados do UC.; (b) definição dos teores médios (M_i) para cada classe; (c) correspondência entre os teores médios e os índices de ranqueamento dos SMUs - modificado de Azbalov (2006).	46
Figura 11 - Exemplo de modelo geológico originado a partir do método de seções paralelas. À esquerda, as seções interpretadas a partir de dados de sondagem. À direita, o resultado da interpolação das seções interpretadas.	48

Figura 12 - Esquema do valor da função distância assinalada (esquerda) em exemplo de um intervalo de carvão em furo de sondagem. À direita a superfície de isovalor separando distâncias assinaladas positivamente e negativamente (Radtke, 2017).	50
Figura 13 - Minério em zona de cisalhamento. Vênulas de quartzo encaixadas em filitos.....	52
Figura 14 - Representação simplificada do padrão deformacional predominante no depósito e principais estruturas associadas.	53
Figura 15 - Estatísticas das amostras categorizadas de acordo com o grau de intemperismo. Histogramas e estatísticas do minério oxidado (A) e sulfetado (B), qq-plot (C) do ouro oxidado contra sulfetado e swathplot (D) dos teores médios de ouro em função da profundidade relativa.	54
Figura 16 - Localização dos domínios estruturais e amostras de minério. Superfície topográfica da cava (cinza).	55
Figura 17 - Amostras de minério do depósito e contorno estrutural interpretado (A). Superfície representando o trend estrutural do setor (B) e discos com atitude do minério representando a nuvem de pontos utilizados para orientar a elipse de busca no setor (C).....	56
Figura 18 - Vista no plano XY dos dados de amostragem obtidos via sondagem (esq.) e via canais (dir.).....	57
Figura 19 - Histogramas (A e C) e curvas de frequência acumulada (B e D) para dados de canais e furos.	60
Figura 20 - Esquema ilustrativo do processo de transformação de coordenadas. A superfície original (esq.) é transformada (dir) por unfolding (GARRIDO et al., 2016).....	61
Figura 21 - Exemplo de atuação da ferramenta de anisotropia dinâmica. As direções da elipse são ajustadas ponto a ponto conforme a tendência da superfície.....	62
Figura 22 - Mapa variográfico (esq.) produzido no plano XY evidenciando a maior continuidade na direção NE. Variogramas experimentais (dir.) associados às quatro direções destacadas no mapa.....	63
Figura 23 - Variogramas direcionais modelados para os domínios de teor marginal (acima) e alto teor (abaixo).....	64
Figura 24 - Mapa de espessura média de minério a partir de amostras de canais. À esquerda, as espessuras do minério marginal; à direita, as espessuras do minério de alto teor.....	66
Figura 25 - Histograma de espessura do minério marginal (esq.) e alto teor (dir.) a partir das compostas dos respectivos indicadores.....	67
Figura 26 - Definição do comprimento e rotação dos blocos de acordo com o domínio de estimativa. Eixo X corresponde à direção do variograma de maior continuidade, Y à direção intermediária e Z à direção de menor continuidade.	67

Figura 27 - Esquema ilustrando a diferença de resolução obtida pela utilização de grids rotacionados (acima) e regulares (abaixo).....	68
Figura 28 - Exemplo bidimensional do string effect. Do lado esquerdo, a posição das amostras de um furo hipotético. À direita, os pesos atribuídos a cada uma das amostras utilizando variogramas isotrópicos no plano XY com diferentes contribuições de pepita. Software E{z}-Kriging (Dennis Walvoort, 2002).	70
Figura 29 - Artefatos produzidos por string effect em zonas estimados com apenas um furo. As imagens mostram o grid filtrado por valores de probabilidade. Claramente, os indicadores 0 de topo e base recebem mais peso criando artificialidades nas estimativas no interior da elipse de busca.	71
Figura 30 - Mapas de probabilidade do indicador de alto teor. Seção 1: Setor Oeste (alto grau de deformação). Seção 2: Setor Leste (nível moderado de deformação).	73
Figura 31 - Resultado da aplicação de limites crescentes de probabilidades no setor Oeste. ...	74
Figura 32 - Resultado da aplicação de limites crescentes de probabilidades no setor Leste.	75
Figura 33 – Seção horizontal evidenciado os benefícios da utilização da anisotropia dinâmica guiada por medidas estruturais. À esquerda, mapa de probabilidade considerando anisotropia global (igual ao plunge médio do minério). À direita o mapa de probabilidades com anisotropia local.	76
Figura 34 – Formas de elemento estruturante disponíveis no software Isatis®. A morfologia matemática considera o centro do elemento (em cinza) como origem durante a leitura da imagem.....	78
Figura 35 - Comparativo dos resultados da dilatação morfológica utilizando diferentes tipos de elemento estruturante (setor Oeste).....	78
Figura 36 - Seção comparativa das envoltórias de iso-valor geradas a partir do grid original (linha preta) e dilatados (sombreado amarelo)	79
Figura 37 - Resultado da modelagem probabilística dos domínios. Em A, a envoltória gerada para o minério de teor marginal; em B, a envoltória do domínio de alto teor.....	80
Figura 38 - Envoltória do minério de alto teor. Em destaque as regiões dobradas do setor Leste.	81
Figura 39 - Fluxograma da metodologia aplicada. Modelos de OK e LUC obtidos a partir de dados de exploração serão reconciliados aos modelos de referência exaustivos.	82
Figura 40 - Distribuição dos teores verdadeiros e estimados em suporte v - modificado de Journel e Huijbregts (1978).....	84

Figura 41 - Diagrama mostrando a regressão dos valores reais e estimados. Quadrantes II e IV corretamente classificados como minério e estéril, respectivamente, I e III erroneamente classificados (VANN et al., 2003).....	86
Figura 42 - Realização 10 da simulação em grid 1x1x1 (acima) e regularizado para suporte de SMU (abaixo). Seção de orientação Az= 131, Dip=-35 no setor Leste.	89
Figura 43 - Variogramas da variável Au nas direções leste, norte e vertical. As linhas pretas representam os variogramas das realizações em grid 1x1x1. As linhas espessas verde, vermelha e azul representam os variogramas dos dados.....	90
Figura 44 - Teor médio para diversos cut-off's (esq.) e curva teor x tonelagem (dir.) As realizações de SGS estão representadas em linhas cinzas tracejadas e o histograma dos dados em vermelho.	90
Figura 45 - Seção horizontal mostrando o arranjo geométrico dos painéis e SMUs utilizados no condicionamento uniforme.....	92
Figura 46 - Histograma do comprimento das amostras de furos exploratórios no domínio de alto teor. 95% dos dados originais apresentam comprimentos menores ou iguais a 1m.	93
Figura 47 - Histograma dos dados tratados. Este conjunto de dados de exploração será utilizado nas estimativas.....	94
Figura 48 - Variograma ao longo do furo para definição do efeito pepita utilizado nos variogramas com dados exploratórios. O sill do variograma é 21.83.....	95
Figura 49 - Variogramas direcionais das amostras no domínio de alto teor. Acima estão representados os variogramas calculados com dados de exploração e abaixo, com os dados adensados de curto prazo.....	96
Figura 50 - Representação espacial dos blocos estimados em cada uma das passadas (SMUs à esquerda e painéis à direita).....	98
Figura 51 - Swathplots dos modelos estimados por krigagem ordinária. À esquerda, os gráficos dos SMUs; à direita, os gráficos dos painéis.	99
Figura 52 - Distribuição de valores estimados correspondentes a dois conjuntos de amostras. D^{2**} representa a variância da estimativa com dados de grade control e D^{2*} a variância da estimativa obtida com dados exploratórios - modificado de Journel e Huijbregts (1978).....	100
Figura 53 - Histogramas dos SMUs krigados a partir de dados de grade control (dir.) e amostras de exploração (esq.).....	101
Figura 54 - Histograma das variâncias de krigagem dos teores dos SMUs resultantes da estimativa com amostras de exploração (esq.) e de grade control (dir.).	102
Figura 55 - Seções em planta (acima) e vertical (abaixo) mostrando o padrão final de amostragem no depósito.	103

Figura 56 - Variância de dispersão calculada a partir de diferentes grids de discretização no SMU 2x2x4.	104
Figura 57 - Curvas de parametrização dos histogramas dos dados originais (preto), modelos de correção de suporte sem (vermelho) e com efeito de informação (verde).	106
Figura 58 - Seção ortogonal ao plunge da mineralização comparando as estimativas por LUC (acima) e krigagem ordinária (abaixo).	108
Figura 59 - QQ plot das distribuições das estimativas feitas por LUC (esq.) e OK (dir.) contra realizações da simulação sequencial gaussiana.	110
Figura 60 - Curva teor x tonelagem comparando os modelos de OK, LUC e modelos de referência (esq.) Os resultados de tonelagem total são expressos em porcentagem dos SMUs totais. À direita a curva de teor médio x cut-off.	112
Figura 61 - Curva metal contido x tonelagem total. Tonelagem expressa em porcentagem dos SMU totais.	112
Figura 62 - Scatterplots dos blocos estimados por LUC e OK contra o E-type das 20 realizações.	114
Figura 63 - Diferenças percentuais da tonelagem estimada por LUC e OK. As diferenças se apresentam categorizadas por nível de informação e cut-off.	116
Figura 64 - Etapas da metodologia empregada para avaliar a sensibilidade dos métodos à configuração amostral. Os modelos simulados são amostrados em diferentes níveis de detalhamento. As malhas amostradas são utilizadas nas estimativas no OK e LUC. Os resultados são comparados quanto à reprodução das tonelagens e representação local de teores.	118
Figura 65 - Malhas extraídas dos grids 1x1x1 simulados. Cada ponto amostrado contém valores correspondentes a 10 realizações. Os espaçamentos das malhas estão referenciados ao alcance (range) do variograma.	119
Figura 66 - Curvas teor-tonelagem comparando as estimativas de LUC e OK obtidas a partir das malhas simuladas. Cada janela corresponde aos resultados de uma realização.	122
Figura 67 - Contagem dos blocos classificados incorretamente por OK (acima) e LUC (abaixo) para cada malha simulada.	125
Figura 68 - Q-Q plots comparado duas distribuições estimadas ao modelo de referência da realização 2. À esquerda o gráfico correspondente ao modelo de LUC; à direita o modelo de krigagem ordinária, ambos estimados com a malha 10x10x1m (0.5x).	126
Figura 69 - Erros quadráticos médios de tonelagem das estimativas por LUC e OK realizadas com diferentes malhas. Média dos dez cenários de referência.	128
Figura 70 - Diferenças percentuais de tonelagem das estimativas por LUC e OK realizadas com diferentes malhas. Resultados expressam as médias dos cut-offs espaçados de 0.2g/t.	128

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Sumário estatístico das compostas desagrupadas considerando valores superiores ao background de 0.08g/t.....	59
Tabela 2 – Parâmetros de modelagem dos variogramas direcionais para os indicadores do minério marginal e minério de alto teor.....	64
Tabela 3 - Parâmetros da elipse de busca utilizada na krigagem dos indicadores	71
Tabela 4 - Atributos das wireframes de minério marginal e alto teor	80
Tabela 5 - Sumário estatístico das realizações em suporte de ponto e dados desagrupados da variável Au utilizados na SGS	91
Tabela 6 – Comparativo de média e conteúdo metálico dos dados brutos e regularizados.....	93
Tabela 7 - Sumário estatístico dos dados brutos e tratados.....	94
Tabela 8 - Parâmetros utilizados na modelagem dos variogramas direcionais utilizando amostras de exploração e grade control. As estruturas dos variogramas das amostras de exploração estão proporcionalizadas à variância total dos dados (20.52).	97
Tabela 9 - Parâmetros de busca empregados na krigagem ordinária dos SMUs e painéis.	97
Tabela 10 - Proporções de blocos estimados em cada passada.	98
Tabela 11 – Estatísticas da krigagem ordinária em diferentes passadas.....	99
Tabela 12 - Estatísticas dos modelos de LUC, OK, e realizações de SGS como modelos "verdadeiros".	111
Tabela 13 - Número de amostras contidas em cada malha simulada.	120
Tabela 14 - Média e variância das malhas simuladas para cada uma das 10 realizações utilizadas no estudo.	120
Tabela 15 – Comparativo de blocos classificados incorretamente a partir das estimativas por LUC e OK. As porcentagens foram calculadas individualmente para cada realização, malha simulada e método de estimativa	124

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVOS	18
1.2	METODOLOGIA	19
1.2.1	Geomodelamento – abordagem probabilística	20
1.2.2	Aplicabilidade de estimativas lineares e não lineares	21
1.3	ORGANIZAÇÃO DA TESE	21
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	ESTACIONARIEDADE	23
2.1.1	Variável regionalizada e função aleatória	23
2.1.2	Hipótese intrínseca	25
2.2	GEOESTATÍSTICA LINEAR	26
2.2.1	Krigagem simples	27
2.2.2	Krigagem ordinária	29
2.3	GEOESTATÍSTICA NÃO LINEAR	31
2.3.1	Krigagem dos indicadores	32
2.3.2	Condicionamento uniforme e localização	36
3	GEOMODELAMENTO E ABORDAGEM PROBABILÍSTICA	47
3.1	MODELAGEM GEOLÓGICA – MÉTODOS CONVENCIONAIS E IMPLÍCITOS	47
3.2	ASPECTOS GEOLÓGICOS	51
3.3	MODELO DE PROBABILIDADE DOS INDICADORES	56
3.3.1	Base de dados	57
3.3.2	Classes de indicadores	58
3.3.3	Modelo de anisotropia	61
3.3.4	Espaçamento do <i>grid</i>	64
3.3.5	Krigagem dos indicadores	69
3.3.6	Pós-processamento	77
3.3.7	Resultados	79
4	RECURSOS RECUPERÁVEIS	82
4.1	VIÉS CONDICIONAL E SELETIVIDADE	82
4.2	MODELO EXAUSTIVO DE REFERÊNCIA	86
4.3	CONDICIONAMENTO UNIFORME	91
4.3.1	Preparação dos dados	92
4.3.2	Continuidade espacial	95

4.3.3 Estimativa dos SMUs e painéis.....	97
4.3.4 Efeito de informação e correção de suporte	99
4.4 RANKEAMENTO E LOCALIZAÇÃO	106
4.5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	108
5 SENSIBILIDADE À DENSIDADE AMOSTRAL.....	117
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	130
6.1 RECOMENDAÇÕES.....	132
REFERÊNCIAS	134
ANEXO A – MAPEAMENTO GEOLÓGICO.....	137
ANEXO B – CONVENÇÃO E ROTAÇÃO DE EIXOS.....	139
ANEXO C – <i>SCRITPS</i>, IMAGENS E PLANILHAS DE DADOS.....	140

1 INTRODUÇÃO

A lavra e o processamento eficiente dos recursos minerais estão diretamente relacionados ao bom entendimento das propriedades geológicas do depósito. No contexto da indústria de mineração, a etapa de modelagem tem como objetivo a reprodução tridimensional de características geométricas definidas pelo controle e gênese da mineralização. O modelo representa a consolidação de todo o conhecimento geológico oriundo de dados de campo ou laboratoriais e, posteriormente, apoiará o processo de estimativa de recursos e operação de mina (HARTMAN, 1992).

A definição de padrões estruturais, domínios geoquímicos, arranjos litológicos e estratigráficos é fundamental, pois tais características podem definir unidades geológicas com propriedades estatísticas particulares. Desse modo, previamente às avaliações geoestatísticas, é fundamental que os dados estejam categorizados conforme os diferentes domínios geológicos, implicando nas decisões de estacionariedade. Isto significa que os teores de cada domínio devem pertencer a populações específicas, caracterizadas por funções de distribuição, continuidade espacial e momentos estatísticos particulares (MCLENNAN, 2007). Sendo assim, a utilização de técnicas de inferência geoestatística, avaliação das incertezas e parâmetros técnicos de lavra se tornam extremamente sensíveis às características geométricas do minério.

Modelos tridimensionais de minério são produzidos através de ferramentas computacionais variadas. Embora os softwares utilizem algoritmos distintos, a metodologia de modelagem segue quase sempre a rotina: os contornos da mineralização são inferidos com base em seções transversais para um determinado teor de corte produzindo linhas de contato entre minério/estéril. Os contatos delineados em seções são em seguida integrados para produzir formas tridimensionais (HARTMANN, 1992; ABZALOV, 2016). Alternativamente, versões mais recentes de softwares fornecem soluções computacionais para agilizarem o processo de digitalização. Por esse motivo, técnicas de modelagem implícita vêm ganhando popularidade entre os usuários (COWAN, 2003).

Os modelos geológicos criados explicitamente por técnicas convencionais além de demandar extremo esforço laboral, comumente apresentam interpretações baseadas em

critérios subjetivos ou convicções do modelador. Uma alternativa para reduzir o grau de subjetividade nas interpretações é a utilização de modelos quantitativos fundamentados nas probabilidades de um ponto no espaço pertencer a um determinado domínio. A abordagem estudada define o domínio geológico baseada em modelos probabilísticos de indicadores estimados a partir das funções que descrevem a conectividade espacial dos dados. Essa técnica além de otimizar o tempo na construção de envoltórias, por se embasarem em relações matemáticas parametrizadas, seus resultados podem ser facilmente auditados e reproduzidos por terceiros por meio de códigos computacionais.

Abzalov (2016) menciona que a abordagem de modelamento por indicadores vem sendo implementada com êxito em diversos depósitos de cobre, ouro e níquel de elevada complexidade. Sobretudo em ocorrências de ouro descontínuas e de natureza estrutural complexa, a modelagem geológica e estimativa de recursos minerais podem se tornar atividades extremamente desafiadoras. Para isso, técnicas geoestatísticas são utilizadas na regionalização das pseudo-probabilidades. Dentre as diversas ferramentas de interpolação de teores descritas na literatura científica, a krigagem ordinária (MATHERON, 1963) precursora de várias outras técnicas implementadas ao longo dos últimos quase 50 anos, é, sem dúvida, a mais popular devido à ampla aplicabilidade, robustez matemática e acessibilidade para fins de modelagem de recursos.

Além da complexidade de modelamento, depósitos de mineralização descontínua, com intercalações entre zonas de alto teor e estéril, podem apresentar complicações de reconciliação. Isso decorre da dificuldade da operação em garantir seletividade da lavra compatível com corpos de alta variabilidade a curtas distâncias. A utilização de um modelo de blocos que contemple as bordas de estéril e, também, teores marginais não planejados pela operação podem melhorar consideravelmente a reconciliação dos teores entre o modelo de recursos e a massa lavrada. Métodos não lineares como o Condicionamento Uniforme (REMACRE, 1984) que consideram nos cálculos a relação entre o suporte e variância, podem ser utilizados para lidar com a questão da seletividade do modelo sobretudo quando a disponibilidade de dados é incipiente.

Diante da oportunidade de reduzir a utilização de critérios subjetivos de modelagem e avaliar o impacto de diferentes técnicas de interpolação nas envoltórias geradas, esta dissertação revisa a abordagem probabilística para modelagem geológica e reconcilia os

recursos estimados por técnicas lineares e não-lineares a cenários simulados de referência, que em última análise irão representar a distribuição real dos teores no depósito.

Como estudo de caso, esse trabalho lida com um depósito de ouro arqueano do tipo Greenstone Belt. A mineralização se manifesta sob a forma de lentes delgadas e descontínuas, extremamente perturbadas por dobramentos e corredores de cisalhamento. A abordagem utilizada para esse tipo de depósito passa pela modelagem tridimensional dos domínios usando um modelo de probabilidades. A ferramenta de anisotropia dinâmica será empregada com o propósito de honrar localmente feições estruturais importantes. Em seguida serão construídos modelos de teor utilizando diferentes técnicas de estimativa e os resultados avaliados a partir de realizações de simulação estocástica.

Em respeito à política de confidencialidade da empresa detentora dos dados, as informações que fazem referência ao posicionamento geográfico do depósito serão ocultadas em imagens, mapas e referências bibliográficas deste trabalho.

1.1 OBJETIVOS

Em função da dificuldade em prever-se o contorno geológico de corpos descontínuos e deformados, esta dissertação tem como objetivo avaliar técnicas alternativas de modelagem geológica. O método visa conferir agilidade e reprodutibilidade na etapa de construção de modelos tridimensionais de teor. Por se tratar de um depósito de mineralização descontínua, com intercalação de zonas de estéril e minério, o processo de reconciliação de teores se torna tarefa desafiadora. Este trabalho também pretende avaliar as condições de aplicabilidade do condicionamento uniforme dadas diferentes condições de densidade amostral. Os impactos na reconciliação de teores serão avaliados a partir das relações teor-tonelada.

Para isso, os seguintes objetivos específicos estão estabelecidos:

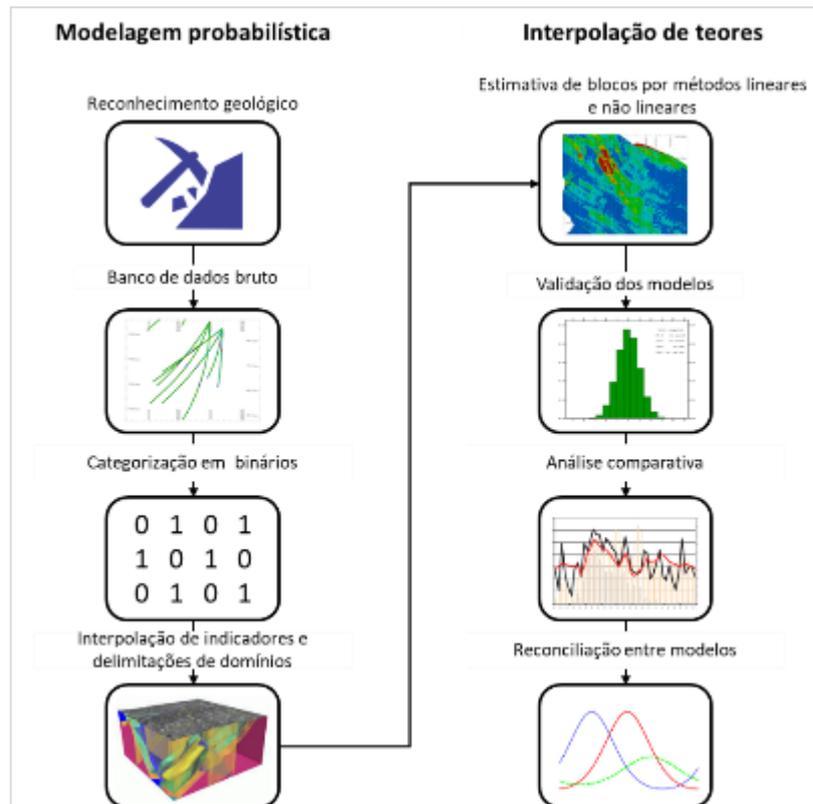
- Criar envoltórias de minério a partir de modelos de probabilidade de indicadores. Os modelos devem honrar as gradações químicas e estruturais observadas em campo e a metodologia deve permitir reprodutibilidade e automatização em rotinas computacionais.

- Dimensionar os benefícios da anisotropia dinâmica aplicada ao modelo de indicadores na reprodução das macroestruturas da mineralização.
- Discutir as implicações da utilização do condicionamento uniforme localizado e métodos de estimativa linear sob a ótica de avaliação de recursos minerais e operação de mina.
- Medir a sensibilidade dos resultados de krigagem ordinária e condicionamento uniforme frente à densidade amostral.

1.2 METODOLOGIA

Para atender aos objetivos propostos, esse trabalho contou com etapas preliminares de campo visando mapear principalmente os controles estruturais da mineralização. Os dados coletados no mapeamento foram usados para ajustar os parâmetros de modelagem de forma que as envoltórias respeitassem as características estruturais da mineralização. Como foco, o estudo apresenta os aspectos que envolveram a modelagem geológica, análises estatísticas e modelos de teor. A Figura 1 organiza etapas da metodologia em forma de fluxograma:

Figura 1 - Fluxograma de métodos utilizados nos estudos. À esquerda, as etapas relacionadas à modelagem probabilística de minério. À direita, processos de estimativa, análises e validações.



1.2.1 Geomodelamento – abordagem probabilística

A alternativa proposta incorpora uma abordagem geoestatística na modelagem geológica. Para isso, modelos de probabilidades de indicadores serão obtidos para classes relevantes de teor. Parâmetros-chave que controlam o comportamento da envoltória probabilística são: dimensões do grid de estimativa, intervalos de teor para os indicadores, variogramas, valores de pseudo-probabilidade estimada e a forma com que os pontos estimados são contornados para produzir sólidos geométricos. Sabendo que a forma do minério apresenta forte controle estrutural, a definição dos parâmetros de estimativa irá considerar localmente medições estruturais na estimativa dos indicadores.

1.2.2 Aplicabilidade de estimativas lineares e não lineares

Com os domínios geológicos estabelecidos, modelos de teor são estimados por métodos lineares e não lineares. As metodologias empregadas serão krigagem ordinária (MATHERON, 1963), condicionamento uniforme (REMACRE, 1984) e condicionamento uniforme localizado (ABZALOV, 2006). Nessa parte do estudo, serão utilizados apenas dados de exploração. As amostras obtidas com finalidade de controle de teor, sondagem *infill* e canais, serão removidas do banco de dados para as estimativas. Os dados de detalhamento de malha serão posteriormente readicionados ao conjunto para construir cenários de referência. Os cenários obtidos por simulação estocástica irão balizar a performance das técnicas de estimativa avaliadas. Os resultados serão analisados por meio de comparativos e reconciliação entre modelos estimados e as realizações exaustivas de referência.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Os próximos capítulos deste trabalho estão organizados da seguinte forma:

Capítulo 2 – Revisa conceitos fundamentais da geoestatística e fundamentação teórica dos métodos aplicados. O capítulo apresenta métodos de krigagem linear, não linear e aspectos da estacionariedade na modelagem geoestatística.

Capítulo 3 – Contextualiza a modelagem geológica de minérios revisando técnicas convencionais e quantitativas. Apresenta elementos da geologia do depósito tratado no estudo de caso. Revisa a cadeia de processos que envolve a abordagem probabilística na construção de domínios geológicos. Cria os sólidos de minério que suportarão as estimativas do capítulo seguinte.

Capítulo 4 – Apresenta metodologia detalhando com a forma de criação e validação da modelagem geoestatística. Os métodos de estimativas são comparados pela qualidade na reprodução local e global dos teores. Discute a forma de criação dos cenários de referência abordando de forma breve conceitos de simulação estocástica.

Capítulo 5 – Desenvolve um estudo sobre o grau de sensibilidade das técnicas comparadas ao espaçamento amostral. As técnicas do capítulo 4 serão repetidas para diferentes malhas de diferente espaçamento. Os resultados serão reconciliados aos cenários de referência.

Capítulo 6 – Seção que encerra a dissertação e traz as discussões finais e as conclusões mais relevantes. Avalia os aspectos mais importantes sobre a implementação das técnicas apresentadas, possíveis benefícios na utilização dos métodos. Propõe oportunidades de trabalhos complementares no que se refere à modelagem de minério e estimativa de recursos no depósito em questão.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ESTACIONARIEDADE

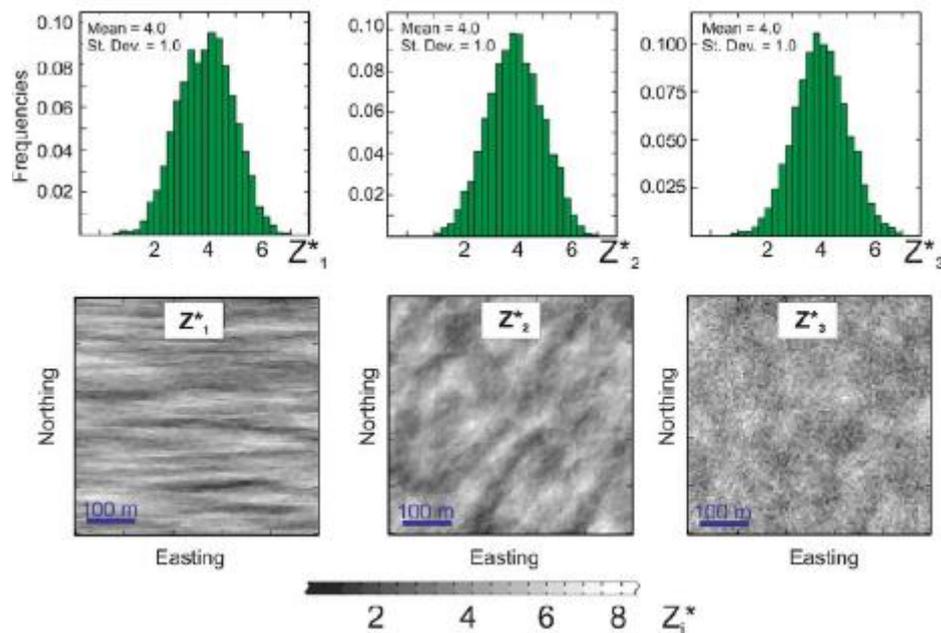
Em se tratando de avaliação de recursos minerais, a qualidade das previsões está associada à decisão de estacionariedade definida a partir da modelagem geológica. Esta seção apresenta os conceitos de variável regionalizada, função aleatória e estacionariedade (MATHERON, 1963).

2.1.1 Variável regionalizada e função aleatória

A teoria das variáveis regionalizadas foi inicialmente proposta por Matheron (1963). A disponibilidade de informações a respeito de características físicas e/ou químicas de um depósito mineral é restrita na maioria dos casos. Isso torna necessária a utilização de modelos teóricos para a previsão dessas propriedades em lugares não amostrados. Neste sentido, a utilização de técnicas da estatística clássica se mostra ineficiente uma vez que elas não refletem padrões espaciais. A Figura 2 demonstra como a estatística clássica falha ao capturar padrões de continuidade espacial. Conjuntos de dados com características estatísticas semelhantes podem representar depósitos minerais completamente distintos.

A geoestatística, diferente dos métodos estatísticos clássicos, incorpora as informações de conectividade espacial. Um fenômeno natural, tal como a forma de ocorrência dos teores ao longo de um depósito mineral, apresenta continuidade em diferentes escalas no espaço, associadas à processos primários e secundários na formação ou alteração do mesmo. As variáveis que representam propriedades espaciais de um fenômeno natural são denominadas variáveis regionalizadas.

Figura 2 - Comparação dos histogramas e padrões de continuidade espacial para 3 cenários simulados (ABZALOV, 2016).



Isaaks e Srivastava (1989) descrevem a variável aleatória (RV) como um valor aleatoriamente gerado a partir de algum mecanismo probabilístico. É chamada aleatória, pois o valor amostrado pode ser qualquer um dentre os possíveis valores. Um exemplo clássico é o lançamento de um dado que produz seis valores randomicamente equiprováveis a partir do conjunto das faces 1 a 6. Em linhas gerais, a variável aleatória é aquela que pode ser obtida a partir da amostragem de um modelo de probabilidades.

A função aleatória (RF) é definida como um conjunto de RVs correlacionadas e tomadas dentro do mesmo domínio A , $\{Z(u), u \in A\}$ quando u varia. A RF pode ser denominada de forma mais simples como $Z(u)$. Localmente, no ponto u_i , $Z(u_i)$ é uma variável aleatória enquanto $Z(u)$ é uma RF. Para cada par de pontos separados de h metros no espaço, as variáveis aleatórias u_i e $u_i + h$ são correlacionadas por uma função de estruturação espacial que não depende da localização de u , mas sim do vetor de distância h .

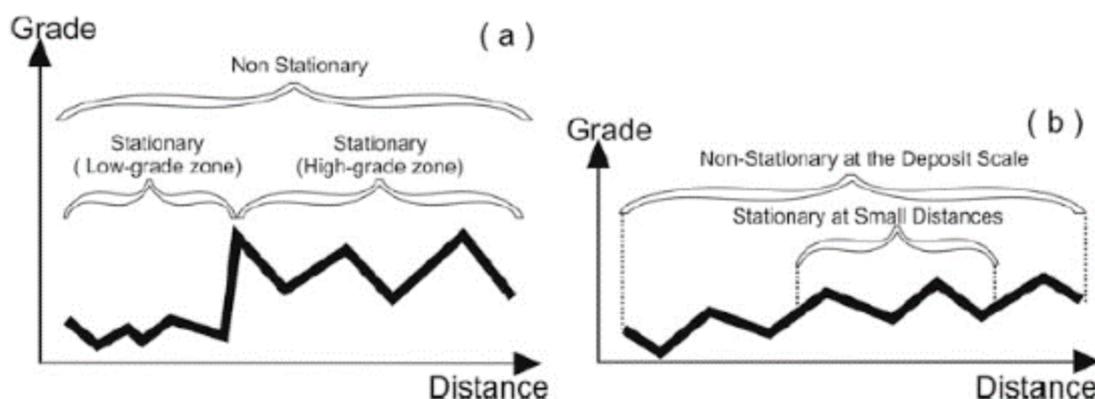
A distribuição de teores associada a um evento de mineralização é considerada uma única realização de uma função aleatória. O desafio, então, passa a ser reproduzir as características de variabilidade da RF para inferir o comportamento de variáveis regionalizadas em regiões não amostradas. Repetindo a analogia do lançamento de dados, é impossível a partir de um único lançamento inferir a lei de probabilidade que rege a função

aleatória de lançamento dos dados. Portanto, é necessário estabelecer premissas quanto às propriedades espaciais das RF. A independência da RV quanto à localização das variáveis aleatórias e a dependência exclusiva do vetor de distância h devem estabelecer certo nível de homogeneidade espacial. Essa suposição é conhecida como hipótese da estacionariedade.

2.1.2 Hipótese intrínseca

Uma variável é dita estacionaria quando inferências de propriedades estatísticas da sua distribuição independem da localização dos seus elementos. Exemplos claros são as funções variograma e covariância que dependem apenas da separação e orientação entre os dados. A Figura 3 apresenta esquematicamente situações de estacionariedade e não estacionariedade de acordo com a magnitude e escala de uma variável aleatória.

Figura 3 - Esboço de uma distribuição hipotética de teores ao longo de um vetor. Em (a), dois domínios com médias muito diferentes. Embora de maneira global não possam ser considerados estacionarios, os subdomínios de alto e baixo teores apresentam condições de estacionariedade. Em (b), não existe estacionariedade em escala global, mas pode aparecer se a média fora analisada em intervalos curtos, i.e. estacionariedade local (ABZALOV, 2016).



Para pares de pontos separados de h no espaço $\{z(u), z(u+h)\}$, a RF independe da localização dos pares. Os valores de $z(u)$ e $z(u+h)$ representam realizações distintas da função aleatória $Z(u)$, assim como o resultado de lançamentos de um dado. Sob ponto de vista prático, fenômenos geológicos para serem considerados estacionários precisam conservar média e covariância. Essa é a chamada estacionariedade de segunda ordem (ABZALOV, 2016).

O formalismo da estacionariedade de segunda ordem estabelece as seguintes condições:

$$E \{Z(u)\} = m, \quad \forall u \quad (1)$$

$$C(h) = E\{Z_u Z_{u+h}\} - m^2, \quad \forall u \quad (2)$$

As igualdades 1 e 2 impõem que uma RF é estacionária de segunda ordem quando sua esperança matemática e a covariância dentro do domínio independem da posição de u .

Assumindo a condição de estacionariedade num determinado domínio, pode-se dizer que a variância de $Z(u)$ e $Z(u+h)$ é a mesma e se conserva em todo domínio. A partir de tal suposição, a relação entre funções variograma e covariância pode ser definida:

$$\begin{aligned} 2\gamma(h) &= [E\{Z^2(u)\}] + [E\{Z^2(u+h)\}] - 2 \cdot [E\{Z(u) \cdot Z(u+h)\}] \\ 2\gamma(h) &= \text{Var}\{Z(u)\} + \text{Var}\{Z(u+h)\} - 2 \cdot C(h) \\ 2\gamma(h) &= 2[C(0) - C(h)] \\ C(h) &= C(0) - \gamma(h) \end{aligned} \quad (3)$$

A hipótese de estacionariedade da média e variância em um determinado domínio é conhecida como estacionariedade intrínseca e permite a inferência de relações importantes na geoestatística como a demonstrada pela equação 3. Embora a estacionariedade de segunda ordem implique na hipótese intrínseca, o contrário nem sempre é verdadeiro, podendo haver variáveis intrínsecas que não atendam às premissas da estacionariedade de segunda ordem.

2.2 GEOESTATÍSTICA LINEAR

Na década de 1960, o professor Georges Matheron, da Escola Superior de Minas de Paris, apresentou uma série de publicações que, pela importante contribuição científica, o distinguiu como o idealizador da geoestatística. O trabalho de Matheron promoveu mudanças

conceituais importantes na forma como os cientistas estavam habituados a prever o comportamento de fenômenos georreferenciados. O conceito das variáveis regionalizadas (MATHERON, 1963) incorporou a correlação espacial entre pontos separados no espaço como fator decisivo na resolução de problemas que envolvem estimativas de variáveis dessa natureza.

Nesta seção, serão revisados os aspectos teóricos dos métodos de krigagem linear mais amplamente utilizados na mineração para estimativa variáveis geoposicionadas (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989; ROSSI; DEUTSCH, 2005; e ABZALOV, 2016).

2.2.1 Krigagem simples

A krigagem simples (SK) é um estimador linear que exige o conhecimento *a priori* do valor da média da variável de interesse. A média (m) é tida como estacionária (independe da localização), sendo utilizada em complemento aos dados para estimar posições não amostradas do domínio.

O estimador de krigagem simples é definido como:

$$Z^*(u) = \sum_i^n \lambda_i \cdot [z(u_i) - m] + m \quad (4)$$

onde $z(u_i)$ são os valores conhecidos e $Z^*(u)$ é o valor da estimativa no local u . A média m é sabida e constante em todo o domínio e λ são os pesos atribuídos às amostras na vizinhança de u .

Note que na equação 4 o estimador de SK trabalha os resíduos dos dados, ou seja, valores filtrados pela média. Dessa forma, o valor da média é subtraído das amostras e readicionado após a estimativa dos resíduos. Sendo Y a variável resíduo, o erro da estimativa é expresso como uma combinação linear de $Y_{sk}^*(u) - Y(u)$. A variância do erro é, portanto, estabelecida:

$$\sigma_{erro}^2 = E \{[Y^*(u) - Y(u)]^2\}$$

$$\sigma_{erro}^2 = E \{[Y^*(u)]^2\} - 2E\{Y^*(u) \cdot Y(u)\} + E\{[Y(u)]^2\}$$

O resíduo estimado Y^* pode ser escrito em função dos pesos conforme a equação 4 e, por definição, a covariância se expressa pela esperança matemática do produto $Y(u) \cdot Y(u + h)$. Assim sendo, a equação da variância do erro fica definida como uma combinação linear da covariância das amostras e seus respectivos pesos (5):

$$\sigma_{erro}^2 = \sum_i^n \lambda_i \sum_j^n \lambda_j E\{Y(u_i) \cdot Y(u_j)\} - 2 \cdot \sum_i^n \lambda_i E\{Y(u) \cdot Y(u_i)\} + C(0)$$

$$\sigma_{erro}^2 = \sum_i^n \lambda_i \sum_j^n \lambda_j C(u_i, u_j) - 2 \cdot \sum_i^n \lambda_i C(u, u_i) + C(0) \quad (5)$$

Percebe-se, que a variância do erro é escrita em termos dos pesos usados na estimativa (λ), variância das amostras ($C(0)$), covariância dos dados ao ponto estimado ($C(u, u_i)$) e da covariância entre todos os pares de dados ($C(u_i, u_j)$). As covariâncias exigidas pela igualdade são acessadas a partir dos modelos variográficos e da relação expressa pela equação 3.

Os pesos ótimos de SK, que minimizam a variância do erro, podem ser obtidos igualando a zero as derivadas parciais da equação 5 em relação aos pesos (6). Por consequência, a igualdade produz um sistema de equações com n incógnitas e n pesos, sendo n equivalente ao número de amostras utilizadas pelo estimador:

$$\frac{\partial \sigma_{erro}^2}{\partial \lambda_i} = 2 \cdot \sum_{j=1}^n \lambda_j C(u_i, u_j) - 2 \cdot C(u, u_i) = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C(u_i, u_j) = C(u, u_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

Isaaks e Srivastava (1989) apresentam o sistema de krigagem simples em notação matricial:

$$[C] \cdot [w] = [D]$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10} \\ \vdots \\ C_{n0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

A matriz C carrega as covariâncias dos dados entre si, a matriz w apresenta os pesos como incógnitas do sistema e a matriz D registra as covariâncias entre dados e ponto estimado. Analiticamente, a variância de estimativa, ou variância de krigagem, minimizada pelas derivadas parciais é escrita então:

$$\sigma_{SK}^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i C(u, u_i) \quad (8)$$

Note que a igualdade 7 independe da magnitude dos dados. A variância de krigagem decorre apenas das covariâncias das informações usadas na estimativa.

O sistema de SK expresso pela equação 6 é um interpolador exato uma vez que garante que a estimativa nos pontos conhecidos ($u=u_0$) seja correspondente ao valor da amostra $z=u_0$. Além disso, a krigagem simples é por construção um estimador não enviesado, partindo do pressuposto que a média é estacionária. Como a ocorrência de variáveis plenamente estacionárias é raramente observada na natureza, outros interpoladores oferecem alternativas, como a técnica de krigagem ordinária revisada na sequência.

2.2.2 Krigagem ordinária

Dentre a variedade de métodos geoestatísticos para estimativa de recursos minerais, a krigagem ordinária (OK) é a mais utilizada dada sua ampla aplicabilidade e robustez. Diferentemente da SK, a OK não exige o conhecimento prévio da média. Dessa forma, o estimador de OK deriva da krigagem simples, porém, com a média calculada localmente,

definida a partir da vizinhança da estimativa ponto a ponto. O estimador da krigagem ordinária é definido como:

$$Z^*(u) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(u_i) + \left[1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right] \cdot m \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (9)$$

A krigagem ordinária faz uma segunda imposição, representada pela igualdade dada pela equação 9. A condição de não viés garantida pelo somatório da equação 9 elimina o peso dado à média no sistema da krigagem ordinária. A krigagem ordinária se encarrega de reestimar em cada local o valor da variável e a média. Uma vez que OK é usualmente aplicada por meio de vizinhanças móveis em diferentes conjuntos de amostras quando se varia o ponto a ser estimado, logo, o valor da média é constantemente recalculado. Portanto, o estimador de OK representa uma variação da SK onde a média estacionária é substituída por uma média local m_{ok}^* (ROSSI; DEUTSCH, 2014). A restrição imposta aos pesos faz necessária a utilização de uma variável adicional (μ) para que o sistema de equações tenha solução única. A variância do erro obtida, assim como em SK, é minimizada tomando as derivadas parciais em relação aos pesos e à variável Lagrangiano (μ). Dessa forma, o sistema de krigagem ordinária (10) e variância da estimativa (11) são expressos da seguinte forma:

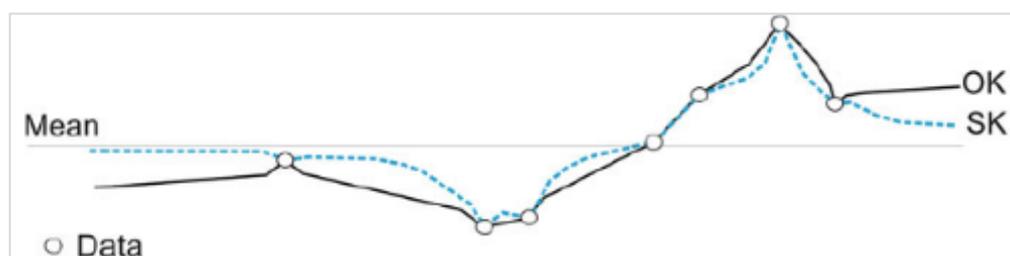
$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j C(u_i, u_j) - \mu = C(u, u_i) \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (10)$$

$$\sigma_{OK}^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i C(u, u_i) - \mu \quad (11)$$

A figura 4 mostra em um cenário hipotético a diferença de resultados produzidos por estimativas feitas por SK e OK. A krigagem simples tende a forçar a estimativa em direção à

média. Em regiões onde a variável apresenta leituras abaixo da média, OK produz resultados mais conservadores que SK. De maneira oposta, em zonas de altos valores da variável, OK fornece estimativas mais elevadas. Note que a diferença entre as estimativas Z_{sk}^* e Z_{ok}^* aumenta quanto mais distantes estiverem os dados (ABZALOV, 2016). Este efeito é a clara manifestação do peso atribuído à média.

Figura 4 - Esquema ilustrando o comportamento das estimativas de OK e SK em função da média e localização dos dados (ABZALOV, 2016).



Na mineração, a krigagem ordinária é preferencialmente utilizada na estimativa de teores por não exigir estacionariedade da média por todo o depósito, reproduzindo melhor as heterogeneidades de teor. Comparada às técnicas convencionais de interpolação, a maior autoridade da krigagem se dá pela incorporação do conceito da interdependência espacial que pode ser medida em funções como variogramas. Adicionalmente, OK fornece uma medida de erro da estimativa por meio da variância de krigagem. Embora as propriedades da krigagem ordinária a torne especialmente prestigiada, a técnica pode apresentar limitações que motivaram seu desdobramento em outras classes de métodos. A geoestatística não linear apresenta alternativas e algumas delas serão mostradas na sequência.

2.3 GEOESTATÍSTICA NÃO LINEAR

As técnicas de estimativa que utilizam dados não linearmente transformados são agrupadas sob a denominação métodos não lineares. Diferentemente das técnicas descritas anteriormente, a abordagem utilizada pelos métodos abordados nesta seção emprega funções de probabilidade (cdf's) como forma de prever funções probabilidade das variáveis em um ponto.

Embora pertençam a outra categoria de estimadores, os métodos de geostatística não linear se beneficiam de toda construção matemática da krigagem ordinária, apresentada na seção anterior. As transformações aplicadas nos dados são classificadas como paramétricas ou não paramétricas. Este trabalho utilizará tanto transformações paramétricas, tal como a transformada gaussiana, definida por sua média e variância, quanto transformações não paramétricas, onde não há conhecimento prévio da forma da distribuição.

Nos tópicos que se seguem, serão abordadas as técnicas de krigagem dos Indicadores (IK), condicionamento uniforme (UC) e condicionamento uniforme localizado (LUC). Dentre os métodos de estimativas geoestatísticas disponíveis na literatura, a abordagem dos indicadores se apresenta como dos mais adequados para a solução de problemas que envolvem modelagem geológica. IK fornece funções de ajuste com limites de confiança que auxiliam o geomodelador na interpretação dos domínios. Condicionamento uniforme será utilizado para estimar recursos recuperáveis no estudo de caso. Diferentemente dos métodos de SK e OK, as estimativas via condicionamento uniforme podem ser aplicadas para incorporar uma correção de suporte nos teores e tonelagem acima de um determinado *cut-off* (ROSSI; DEUTSCH, 2014).

2.3.1 Krigagem dos indicadores

Os objetivos principais da krigagem dos indicadores são dar uma tratativa adequada para fenômenos naturais altamente variáveis e estimar localmente uma distribuição de probabilidade em cada ponto não amostrado, fornecendo uma quantificação de incerteza por meio do histograma (JOURNEL, 1983). Cada ponto estimado será representado por uma curva de frequência acumulada.

Depósitos em que a variável de estudo apresenta distribuição fortemente assimétrica, é natural que altos e baixos teores apresentem continuidades distintas no espaço. A avaliação de depósitos dessa natureza, por meio de modelos de continuidade espacial únicos, pode produzir resultados geologicamente inconsistentes em função da simplificação da variabilidade do depósito. Como vantagem, a abordagem proposta por Journel (1983) permite considerar heterogeneidade na distribuição das variáveis dadas as diferentes classes de teor.

A krigagem dos indicadores se utiliza da construção matemática da krigagem para estimar variáveis transformadas, denominadas indicadores. Os indicadores são resultantes de transformações não paramétricas que definem um conjunto de dados binário.

Abzalov (2016) defende que a escolha das classes de indicadores dependa dos intervalos de teor. Na porção de baixo teor do histograma, os limites de classe devem ser escolhidos de forma que agrupem quantidades equivalentes de dados em cada classe. Para a cauda superior da distribuição, deve-se considerar intervalos que produzam quantidades equivalentes de metal. Uma variável indicadora $I(u, Z_c)$ na posição u para o *cut-off* Z_c assumirá valores de 0 e 1 de acordo com as seguintes condições:

$$I(u, Z_c) \begin{cases} 0 & \text{para } z \leq Z_c \\ 1 & \text{para } z > Z_c \end{cases}$$

Os dados categorizados são krigados por métodos como OK e SK. Assim como na aplicação dos estimadores lineares, na maioria das situações a krigagem simples é preterida na estimativa dos indicadores em função da premissa de estacionariedade da média. Assim sendo, as probabilidades podem ser obtidas pelo sistema de krigagem resolvido com o modelo de covariância dos indicadores:

$$E \{I(u, Z_c)\}^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i (u, Z_c) I(u_i, Z_c) \quad (12)$$

onde $I(u, Z_c)$ é o indicador da posição u para um *cut-off* Z_c , λ são os pesos ótimos de krigagem ordinária. A transformação em indicadores e posterior estimativa, pode ser repetida para diversos *cut-offs* a fim de obter-se uma curva de probabilidade local, onde no eixo X estão os valores de cada indicador e no eixo Y a proporção de ocorrência de cada classe. Essa construção é denominada krigagem de múltiplos indicadores (MIK).

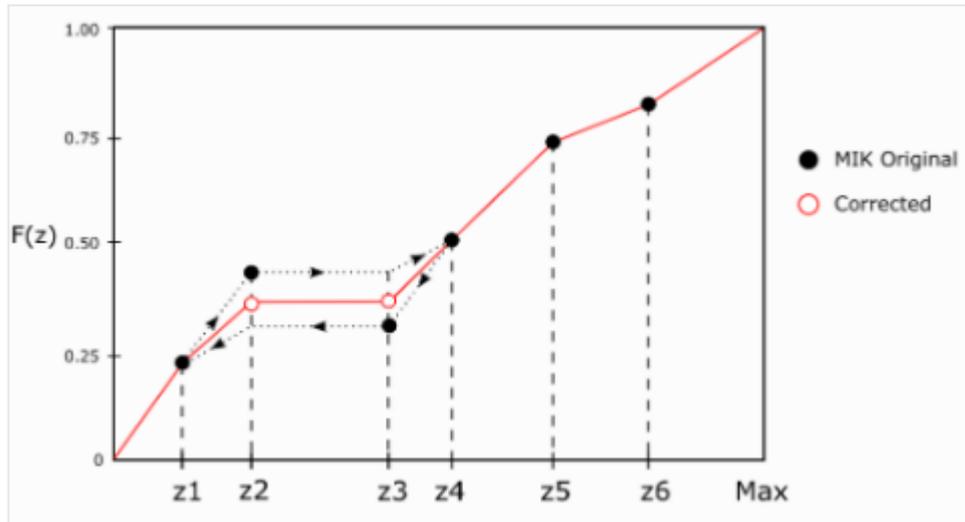
A média dessa função pode ser estimada multiplicando a probabilidade de ocorrência de cada classe por seu valor central, somando todos os produtos resultantes de cada uma das classes.

Deutsch e Journel (1997) chamam esse somatório de *E-type*:

$$Z_{MIK}^* = \sum_{i=1}^{K+1} z_i^{CLASSE} \{Prob^*[Z(u) \leq Z_i] - Prob^*[Z(u) \leq Z_{i-1}]\} \quad (13)$$

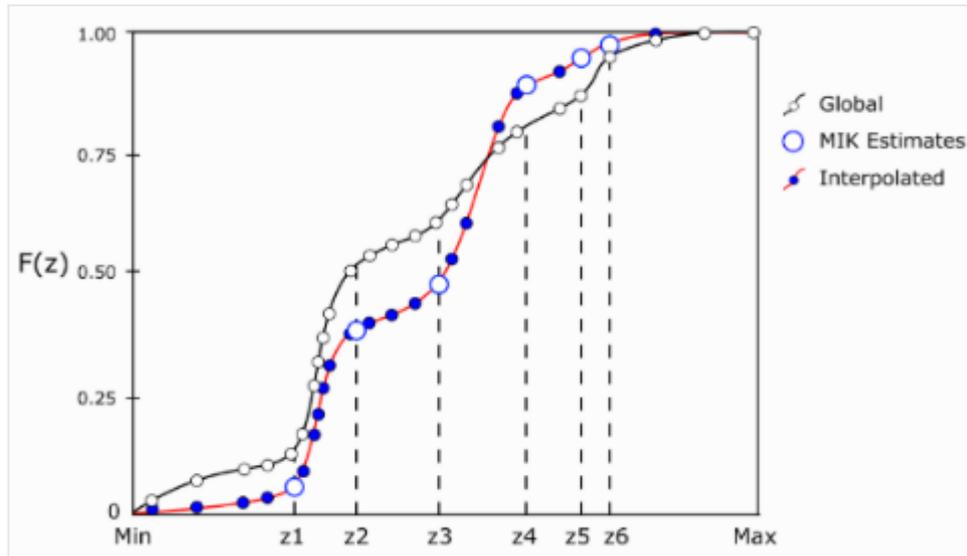
Embora forneça boa resolução para interpolação de pontos da *cdf*, a estimativa de uma quantidade excessiva de classes pode resultar em violação nas relações de ordem. Estas são perturbadas quando para um determinado *cut-off* a probabilidade condicional estimada é inferior à da classe anterior (Figura 5). Segundo Carvalho e Deutsch (2017), as relações de ordem podem apresentar inconsistência devido à má modelagem dos variogramas, estratégia de krigagem inadequada e à quantidade incipiente de informações para um *cut-off* específico. O procedimento para correção de relação de ordem é tomar a média entre a *cdf* interpolada por baixo e por cima (interpolações representadas pelas setas na Figura 5) (DEUTSCH; JOURNEL, 1998).

Figura 5 - Exemplo de violação da relação de ordem (pontos z_2 e z_3) e correção aplicada, envolvendo correção pela média das interpolações por cima e por baixo (CARVALHO; DEUTSCH, 2017).



Após as correções das relações de ordem, é necessário fazer a interpolação entre as probabilidades estimadas das classes para se obter uma distribuição completa. Para isso podem ser utilizados modelos de interpolação lineares, potência e hiperbólicos. Carvalho e Deutsch (2017) sugerem utilizar a distribuição global desagrupada para ajustar a interpolação entre os pontos e nas extremidades. A Figura 6 exemplifica como a distribuição global pode ser utilizada para preencher os vazios entre pontos. A forma da distribuição original para cada intervalo é preservada, porém reescalada à probabilidade correta da estimativa (pontos azuis).

Figura 6 - Exemplo de interpolação da probabilidade dos indicadores por meio da cdf global (CARVALHO; DEUTSCH, 2017).



A possibilidade de se tratar separadamente diferentes classes de teor coloca a krigagem dos indicadores como uma alternativa eficiente para estimar teores em depósitos com histograma fortemente assimétrico ou cuja mineralização passa por controles geológicos mais complexos. Além de IK, existem outras opções para estimativa de probabilidades condicionais. A seção a seguir apresenta os métodos de condicionamento uniforme (UC) e condicionamento uniforme localizado (LUC).

2.3.2 Condicionamento uniforme e localização

Antes de introduzir o método, serão definidas a anamorfose gaussiana, a relação suporte e variância e a correção de suporte. Os conceitos apresentados são parte essencial da rotina de UC e LUC.

2.3.2.1 Anamorfose Gaussiana

Os desafios enfrentados na modelagem geoestatística passam por encontrar a melhor tratativa para lidar com valores extremos e distribuições fortemente assimétricas que

impactam diretamente o cálculo dos modelos de covariância e a qualidade das previsões de metal. Como alternativa, modelos gaussianos podem ser utilizados nesses casos por conta da maior possibilidade de tratamento matemático. A apresentação da teoria da transformação gaussiana está baseada nas referências Barnett (2011) e Pycrz e Deutsch (2018).

A forma da curva normal é expressa em função dos parâmetros μ e σ , respectivamente a média e variância(14).

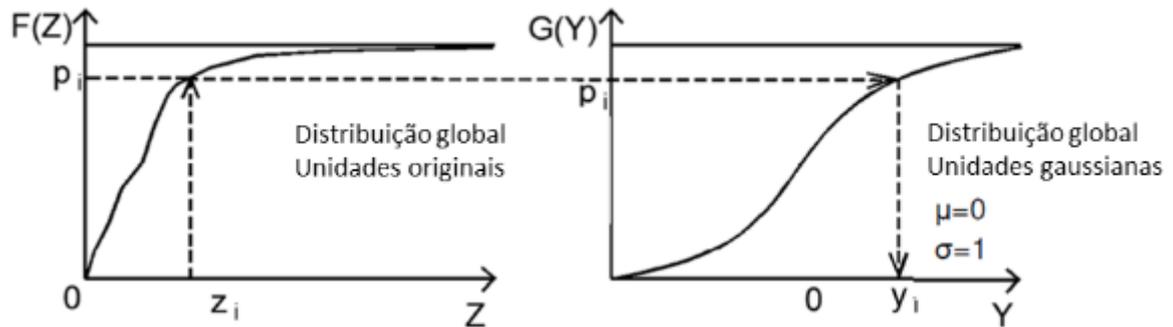
$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (14)$$

A anamorfose gaussiana é processada por meio da correspondência automática entre quantis da função de distribuição da variável original $F(Z)$ e de uma gaussiana padrão $G(Y)$, como ilustra a Figura 7. Barnett (2011) pontua os passos da transformação:

1. Definir a função de probabilidade acumulada (*cdf*) $F(Z)$ da variável original Z .
2. Definir a *cdf* $G(Y)$ da distribuição gaussiana padrão.
3. Determinar o intervalo de probabilidade de acordo com $F(z_i) = p_i$ para quantos forem os valores de i e em seguida fazer a correspondência entre as probabilidades de acordo com $G^{-1}(p_i)$. A equação final se reduz a:

$$y_i = G^{-1} [F(z_i)] \quad (15)$$

Figura 7 - Representação gráfica da transformação de quantis da variável original Z em uma gaussiana padrão - modificado de Barnett (2011).



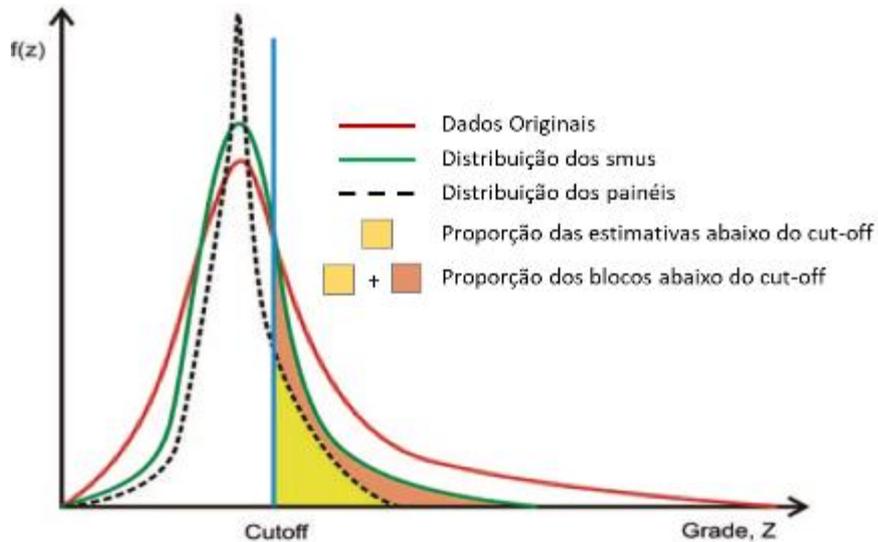
A retrotransformação é uma reversão de sentido da figura 7 e uma inversão da equação 15 resultando em:

$$z_i = F^{-1} [G(y_i)] \quad (16)$$

2.3.2.2 Correção Suporte-Variância

Tanto para o planejamento de operação de mina quando para a avaliação de recursos minerais, o efeito do suporte assume papel importante. A estimativa de recursos recuperáveis via métodos não lineares é baseada na conversão da distribuição de probabilidades em suporte de amostra pontuais para distribuição em escala volumétrica (blocos). Negligenciar o efeito do suporte pode resultar em previsões equivocadas no volume de minério e conteúdo metálico. A figura 8 ilustra bem a relação entre o volume, variância e a quantidade de recurso potencialmente recuperável. Nota-se que a variância diminui à medida que o volume aumenta. O conceito dessa relação torna-se bastante intuitivo se trazido para um contexto prático. Toma-se, por exemplo, uma operação de mina. A medida de erro ou variância em tentar prever o teor médio da produção diária é maior que as previsões feitas para escalas semestrais ou anuais.

Figura 8 - Exemplo esquemático da relação volume-variância em dados originais, escala de SMUs e painéis - modificado de Rossi e Deutsch (2014).



Idealmente, a melhor maneira de lidar com essa relação é utilizar dados que tenham o mesmo suporte do volume que se pretende estimar. Como isso é raramente possível, são necessárias correções baseadas em modelos teóricos de como a distribuição se varia à medida que o volume também se altera (ISAACS; SRIVASTAVA, 1989). Existem diferentes formas para se ajustar a relação suporte-variância. Como referências clássicas dos métodos de *Affine Correction* e *Indirect Lognormal* pode-se citar Journel e Huijbregts (1978) e Isaacs e Srivastava (1989). A aplicação do condicionamento uniforme aplica a correção volume-variância pelo Modelo Gaussiano Discreto (DGM) (RIVOIRARD, 1994).

Rivoirard (1994) e Abzalov (2016) definem três condições necessárias para o modelo de mudança de suporte possa ser empregado. A primeira parte da premissa de que o teor médio é independente do suporte:

$$E[Z(v)] = E[Z(V)] = m$$

onde v e V representam a mesma variável medida em suportes distintos. A segunda condição é a garantia de que a dependência entre volume e variância seja consistente com a relação de aditividade de Krige (equação 17). A última condição deriva da relação de Cartier que estabelece que a esperança matemática para qualquer ponto x aleatoriamente escolhido num bloco de suporte v deve ser equivalente ao teor do bloco:

$$E[Z(x)|Z(v)] = E[Z(v)]$$

A relação volume variância derivada da relação de Krige, pode ser matematicamente expressa:

$$\sigma^2(v|D) = \sigma^2(.|D) - (.|v) = \sigma^2(.|D) - \bar{\gamma}(v) \quad (17)$$

onde $\sigma^2(v|D)$ é a variância de dispersão de blocos de tamanho (v) distribuídos no domínio (D), $\sigma^2(.|D)$ é a variância dos pontos no domínio (D) e $(.|v)$ representa a variância dos pontos distribuídos nos blocos de suporte (v). A propriedade aditiva das variâncias em diferentes suportes é conhecida como relação de Krige e foi experimentalmente demonstrada por Danie Krige, na década de 1950. A variância de dispersão quantifica a redução da variância para aumentos específicos de volume. A equação abaixo mostra a variância de dispersão expressa em função das funções variograma.

$$\begin{aligned} \sigma^2(.|v) &= \bar{\gamma}(v) \\ \sigma^2(v|V) &= \bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v) \end{aligned} \quad (18)$$

onde $\sigma^2(.|v)$ representa a variância dos pontos no suporte v e $\sigma^2(v|V)$ corresponde à variância de v no domínio V . $\bar{\gamma}$, comumente denominada gamma-bar, armazena a variância média em um dado volume e independe da localização.

2.3.2.3 Condicionamento uniforme e localização

O condicionamento uniforme é utilizado para calcular a tonelagem (T_v) e o teor médio (M_v) de recursos recuperáveis em um painel de mina utilizando o teor médio do painel e modelos de mudança de suporte. Basicamente, o condicionamento uniforme se dedica a estimar as curvas de probabilidade de grandes painéis de forma que a variância dessa distribuição represente o suporte de lavra. Partindo do pressuposto de que o teor do painel é conhecido, então, a distribuição das unidades de lavra (SMU) também o será.

Neufeld (2005) organiza o condicionamento uniforme em cinco etapas:

- i. Estimativa dos teores nos painéis.
- ii. Ajuste do modelo gaussiano discreto aos dados.

- iii. Determinação dos coeficientes de mudança de suporte em escala de SMU e painel.
- IV. Transformação do histograma dos painéis em SMU usando a função de anamorfose.
- v. Cálculo da quantidade de metal acima de cada *cut-off*.

- *Estimativa dos teores nos painéis*

A estimativa dos painéis pode ser obtida por meio da aplicação das equações de krigagem simples ou krigagem ordinária. Tratando-se de uma distribuição gaussiana, o histograma dos SMUs pode ser obtido pelos parâmetros média e variância (equação 14), em que a média é o valor krigado do painel e a variância é recalculada pelos fatores de mudança de suporte ajustando o modelo gaussiano discreto (DGM).

- *Ajuste do modelo gaussiano discreto aos dados*

A anamorfose gaussiana é alcançada por meio do ajuste dos polinômios de Hermite aos dados originais:

$$Z(v) = \phi_v Y(v) = \sum_{n=0}^{np} \phi_n H_n Y(v) \quad (19)$$

onde Z são os valores originais em suporte de ponto, Y são valores gaussianos, ϕ_n são os coeficientes de ajuste para cada termo, np o número de expansões do polinômio de Hermite H_n para cada valor de Y . O ajuste é feito calculando o somatório de todos os coeficientes dos np polinômios para cada valor de Y . O primeiro coeficiente é:

$$\phi_0 = E [Z(v)] \quad (20)$$

ou o valor esperado de $Z(v)$. Os coeficientes de ordem mais alta podem ser calculados da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\phi_p &= E[Z(v) H_p Y(v)] = \int \phi(y(v)) \cdot H_p(y(v)) \cdot g(y(v)) \cdot dy(v) \\ &= \sum_{\alpha=2}^n (z(v_{\alpha-1}) - z(v_{\alpha})) \cdot \frac{1}{\sqrt{p}} H_{p-1}(y(v_{\alpha})) \cdot g(y(v_{\alpha}))\end{aligned}\quad (21)$$

onde $g(y(v_{\alpha}))$ é o valor de probabilidade de y correspondente a uma distribuição gaussiana padrão. Neufeld (2015) define que para um ajuste adequado, os coeficientes devem satisfazer a seguinte igualdade:

$$\text{Var } Z(v) = \sum_{n=0}^{np} \phi_n^2 \quad (22)$$

Ou seja, o somatório dos coeficientes ϕ deve ser igual à variância de Z .

- *Determinação dos coeficientes de mudança de suporte*

O método de condicionamento uniforme demanda o cálculo dos coeficientes de mudança de suporte. O primeiro corresponde à mudança do suporte de ponto para o volume v ou SMU e pode ser obtido por meio da inclusão do coeficiente r na equação 19:

$$Z(v) = \phi_v Y(v) = \sum_{n=0}^{np} r^n \phi_n H_n Y(v) \quad (23)$$

O histograma dos teores em suporte de SMU pode ser determinado calculando o coeficiente r . O cálculo do coeficiente exige conhecimento da variância em suporte de SMU. Para isto, Neufeld (2005) estabelece que a variância de dispersão em suportes de SMU pode ser estimada a partir dos modelos de variograma definidos no suporte de ponto:

$$\sigma_v^2 = \sigma_u^2 - \overline{\gamma_{vv}} \quad (24)$$

onde σ_v^2 representa a variância do volume em suporte de SMU, σ_u^2 é a variância dos dados em suporte ponto e $\overline{\gamma_{vv}}$ é o variograma médio dos pontos dentro do SMU. Partindo da equação 24 e da condição estabelecida pela igualdade 22 é possível calcular o valor do coeficiente r:

$$\begin{aligned} Var Z(v) &= \sigma_u^2 - \overline{\gamma_{vv}} \\ &= \sum_{n=1}^{np} r^{2n} \phi_n^2 \end{aligned} \quad (25)$$

onde $Var Z(v)$ é a variância de Z no suporte de SMU. O segundo coeficiente de mudança de suporte (s) corresponde à anamorfose dos painéis:

$$Z(V) = \phi_V Y(V) = \sum_{n=0}^{np} \phi_n s^n H_n Y(V) \quad (26)$$

De maneira análoga, o coeficiente de mudança de suporte dos painéis pode ser calculado a partir da variância dos painéis:

$$Var Z(V) = \sigma_V^2 = \sum_{n=1}^{np} s^{2n} \phi_n^2 \quad (27)$$

A implementação do ajuste dos polinômios de Hermite e o cálculo dos coeficientes das anamorfozes são disponibilizados em softwares geoestatísticos. Os desenvolvimentos algébricos podem ser encontrados em referências como Journel e Huijbregts (1978).

- *Anamorfose gaussiana da estimativa dos painéis e cut-offs*

Se as estimativas forem feitas nas unidades originais dos dados, elas podem ser transformadas para seus correspondentes gaussianos de acordo com os modelos de anamorfose definidos pelas equações 23 e 26.

- *Cálculo da tonelagem, quantidade de metal e teor médio acima de cada cut-off*

Com base nas equações do modelo gaussiano discreto (23 e 26), Abzalov (2006) e Neufeld (2005) calculam a tonelagem (T) e conteúdo metálico (Q) para qualquer *cut-off* (z_c):

$$T_v(z_c) = E[I_{Z(v) \geq z_c} | Z^*(V)] = 1 - G \left\{ \frac{y_c - \frac{S}{r} Y^*(V)}{\sqrt{1 - \left(\frac{S}{r}\right)^2}} \right\} \quad (28)$$

$$Q_v(z_c) = E[Z(v) I_{Z(v) \geq z_c} | Z^*(V)] \\ = \sum_{n=0}^n \left(\frac{S}{r}\right)^n H_n(Y^*(V)) \sum_{p=0}^n \Phi_p r^p \int_{y_c}^{+\infty} H_n(y) H_p(y) g(y) dy \quad (29)$$

onde $Y^*(V) = \Phi_V^{-1}(Z^*(V))$ e $y_c = \Phi_V^{-1}(z_c)$. Por fim, o teor médio (M) dos blocos para o *cut-off* z_c é definido por:

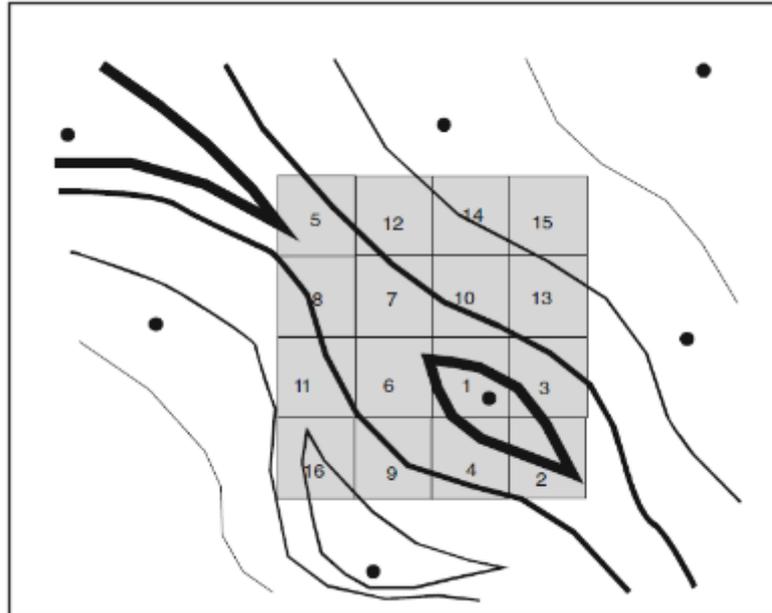
$$M_{v(z_c)} = \frac{Q_v(z_c)}{T_v(z_c)} \quad (30)$$

Condicionamento uniforme localizado (LUC)

A principal fragilidade do condicionamento uniforme é a incapacidade de posicionar espacialmente os teores nos blocos de lavra. Até o momento é sabido apenas o histograma dos painéis compostos por vários blocos. Entretanto, a operação de mina demanda o conhecimento da distribuição espacial para decisões de planejamento, geologia de curto prazo e geometurgia. Tais limitações do UC motivaram Abzalov (2006) a desenvolver o método de LUC, que permite atribuir aos blocos (SMUs) teores baseados nos histogramas dos painéis de UC.

O processo de localização calcula os teores médios para diversas classes de teor do UC. Uma classe qualquer corresponde à proporção do painel cujo teor é maior que um determinado *cut-off* (z_c), porém menor que o próximo *cut-off* (z_{c+1}). Em seguida, os SMUs inseridos nos painéis são ranqueados em ordem crescente de teor (Figura 9). O ranqueamento dos blocos pode ser acessado de forma prática por métodos de estimativa, como a krigagem ordinária, em que o SMU de menor valor krigado recebe o primeiro índice e o SMU de maior valor krigado recebe o índice mais alto. Dessa forma, o teor médio de cada classe é atribuído aos SMUs de forma que a classe com o teor mais alto corresponda ao primeiro SMU do ranking.

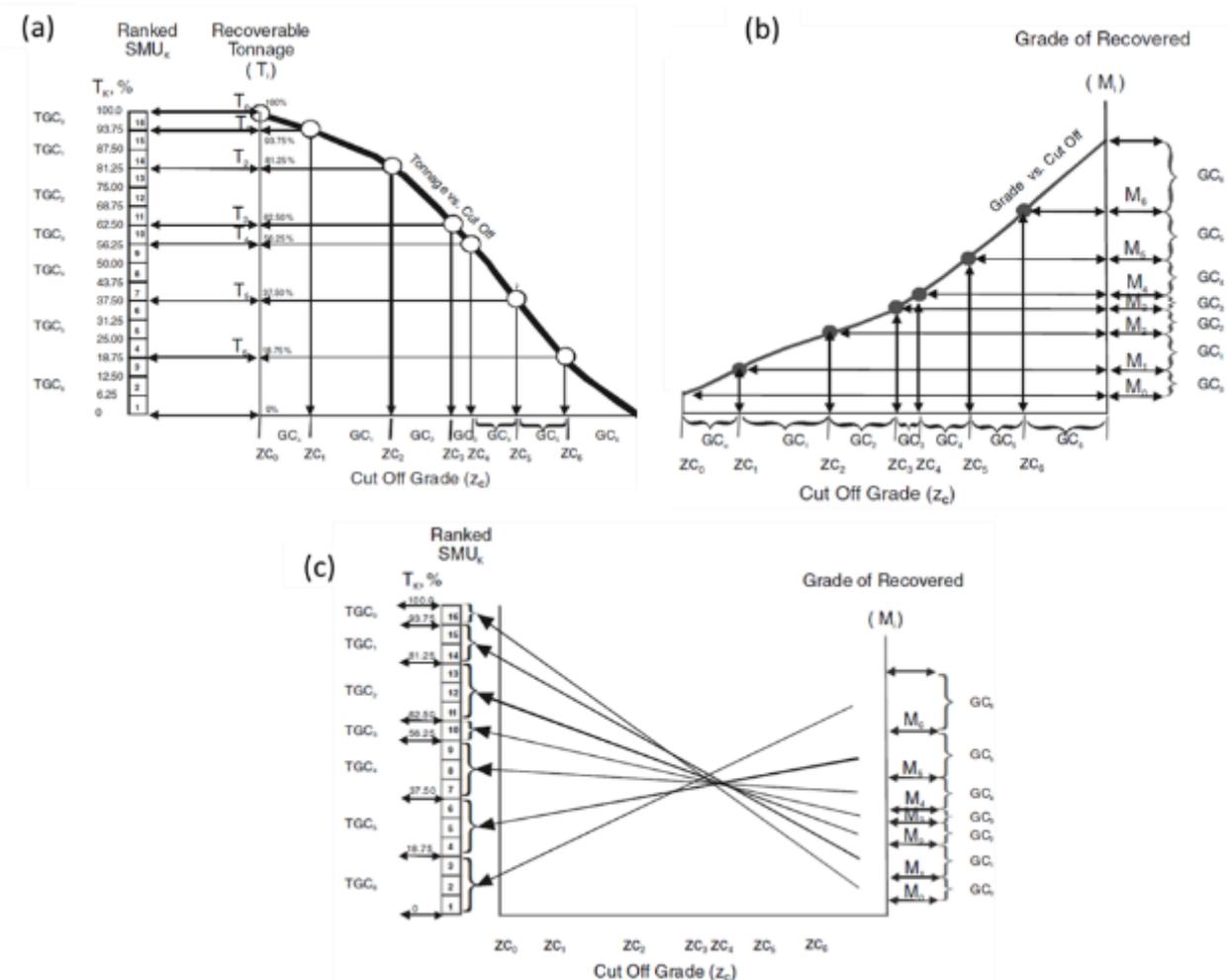
Figura 9 - Exemplo do ranqueamento dos SMUs inseridos no painel (ABZALOV, 2006). Os índices mais baixos correspondem aos maiores valores krigados. Em cinza aparece o painel de UC e os números correspondem aos SMUs ranqueados conforme resultado da krigagem.



Em cada painel, a localização dos teores é obtida a partir das relações tonelada versus *cut-off* e teor médio versus *cut-off* estimadas por UC. A Figura 10 sintetiza os passos do LUC. Na primeira etapa (Figura 10a) são definidas as classes de teor (GC_i) a partir da relação entre tonelagem (T_i) e *cut-off* (z_{C_i}). As GC_i classes de teor representam a proporção do painel cujo teor é maior que o *cut-off* z_{C_i} e menor que o *cut-off* $z_{C_{i+1}}$. Cada classe é definida pelo intervalo de *cut-offs* $z_{C_i} - z_{C_{i+1}}$ e por suas tonelagens correspondentes $T_i(z_{C_i})$ e $T_i(z_{C_{i+1}})$.

Em seguida (Figura 10b), os teores médios de cada classe são obtidos a partir da curva dos teores do painel em relação aos *cut-offs* z_{C_i} . Essa etapa tem o objetivo de associar um teor médio (M_i) a cada uma das classes GC_i definidas. Por fim, o teor médio M_i de cada classe é transferido para os SMUs (Figura 10c) de forma que os índices i das classes de teor sejam coincidentes em T e M (MGC_i com TGC_i). Esse último passo atribui aos SMUs já ranqueados os teores médios também ordenados conforme as classes de teor.

Figura 10 - Exemplo da atribuição do teor médio para 16 SMUs. (a) apresenta a definição das classes de teores (GCi) a partir dos resultados do UC.; (b) definição dos teores médios (Mi) para cada classe; (c) correspondência entre os teores médios e os índices de ranqueamento dos SMUs - modificado de Azbalov (2006).



A exatidão da estimativa local depende da qualidade do ranqueamento dos SMUs. Quando o ranqueamento é feito por krigagem sobre os blocos, a distribuição é apenas aproximada. A qualidade da localização se deteriora quando o variograma do metal é caracterizado por um efeito pepita alto (ABZALOV, 2014). Fatores que podem impactar a qualidade das localizações serão discutidas adiante.

Os temas revisados neste capítulo constituem a base conceitual da metodologia desenvolvida na tese. Adiante os métodos serão abordados de forma prática com o propósito de modelar tridimensionalmente e estimar a quantidade de recursos recuperáveis em um depósito de ouro.

3 GEOMODELAMENTO E ABORDAGEM PROBABILÍSTICA

Este capítulo descreve as etapas da criação do modelo tridimensional de minério. Inicialmente, são apresentadas as técnicas de modelagem geológica mais utilizadas na mineração e feita a contextualização dos aspectos geológicos mais marcantes do depósito. A segunda metade do capítulo é dedicada ao fluxo da modelagem geoestatística e anisotropia local. Por fim, discute-se elementos chave da modelagem e como eles afetam a envoltória de indicadores.

3.1 MODELAGEM GEOLÓGICA – MÉTODOS CONVENCIONAIS E IMPLÍCITOS

Hartman (1992) define o modelo geológico como o resultado da compilação de dados de geologia, observações de campo e estudos disponíveis no momento, que devem ser combinados de forma que expliquem tanto empiricamente quanto teoricamente a realidade que se pretende representar. A interpretação tridimensional do minério é essencial uma vez que suporta decisões tomadas nas etapas de avaliação dos recursos, metalurgia, planejamento e operação de mina.

Modelos de minério incorporam informações e conceitos que incluem (SINCLAIR; BLACKWELL, 2002):

- i. Extensão e forma da unidade mineralizada (e.g. tabular, lenticular, sistema de veios, zonas de alteração).
- ii. Natureza dos contatos entre minério e estéril (e.g., brusco, gradacional).
- iii. Forma de ocorrência física do minério (e.g., maciço, disseminado).
- iv. Zonamento mineral (e.g., perfis de alteração intempérica).
- v. Relação de aspectos controladores da mineralização (e.g., controles estruturais, litológicos).

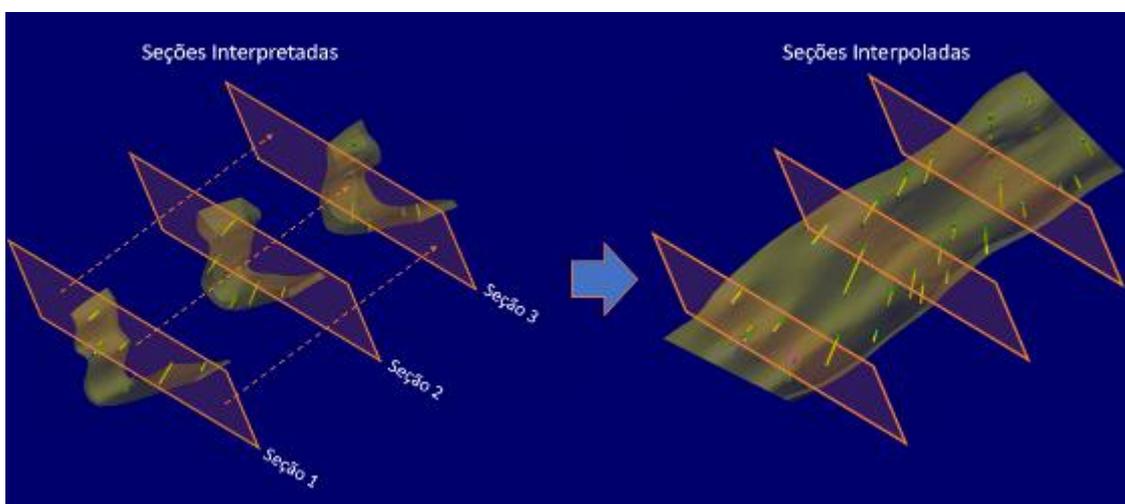
É comum que os limites definidos pelo modelo geológico sejam individualizados como domínios de estimativa. Em última análise, os domínios de estimativa são equivalentes às

zonas de estacionariedade geoestatística e definidos por um volume de rocha representado de maneira razoavelmente homogênea (ROSSI; DEUTSCH, 2014). Apesar de tal associação, há casos em que domínios definidos por alguma característica geológica podem conter mais de um domínio de estimativa. Por exemplo, espécies químicas distintas podem ter níveis variados de concentração sob efeitos de supergênese, mesmo caso o evento de mineralização seja único. Nesses situações, as avaliações devem ser feitas individualmente para cada domínio. Dessa forma, a modelagem geológica passa pelo conhecimento das características estatísticas do fenômeno.

Os modeladores contam com o auxílio da computação para produzir as envoltórias de minério. Softwares dedicados permitem a geração de sólidos geológicos de forma dinâmica a partir de várias fontes de informação. A capacidade dos softwares em exibir diferentes visadas tridimensionais agiliza as revisões de modelo e reduz o risco de erros de interpretação.

Entre os métodos convencionais de modelagem, o procedimento de interpolação por seções paralelas é a mais utilizada. A mineralização é interpretada a partir de uma série de seções verticais (Figura 11) ou horizontais em que um determinado *cut-off* é definido como contato entre o domínio mineralizado e o estéril (ABZLOV, 2016). Além das variáveis geoquímicas, os critérios para definição de domínios podem incluir características litológicas, aspectos geomecânicos, hidrogeológicos, entre outros.

Figura 11 - Exemplo de modelo geológico originado a partir do método de seções paralelas. À esquerda, as seções interpretadas a partir de dados de sondagem. À direita, o resultado da interpolação das seções interpretadas.



A orientação das seções verticais, geralmente, acompanha o alinhamento da malha de sondagem. Furos dispostos em malhas razoavelmente regulares auxiliam a interpretação por seções uma vez que maximizam a quantidade de informações exibidas na visada. Seções horizontais, por sua vez, são geradas em determinados níveis ou cotas, de acordo com o que se pretende visualizar. (SINCLAIR; BLACKWELL, 2002).

A modelagem manual de domínios geológicos, como realizada através da interpretação de seções paralelas, pode se tornar um processo demorado e trabalhoso, principalmente, em depósitos estruturalmente complexos ou com grande quantidade de dados. Além disso, essa forma de modelagem costuma carregar certa subjetividade, produzindo diferentes resultados dependendo da experiência do modelador e da disponibilidade de dados. Por conta disso, versões mais atuais de softwares oferecem alternativas de modelagem por procedimentos automatizados de modelagem implícita.

Nesse tipo de método, algoritmos são responsáveis por calcular valores de funções implícitas nos pontos amostrais e interpolar para todo o espaço de forma que o sólido ou a superfície gerada represente o mesmo valor da função interpolada (iso-superfície).

A modelagem implícita tem seu início nos anos 1990, na área de ciências médicas. Cowan em 2002 introduz a aplicação dessa técnica no campo das geociências e desde então há cada vez mais apelo por parte dos modeladores. Rolo (2017) revisa o conceito de função implícita e revisa os princípios dos interpoladores RBF (funções de bases radiais) utilizados em boa parte dos softwares que disponibilizam a modelagem implícita.

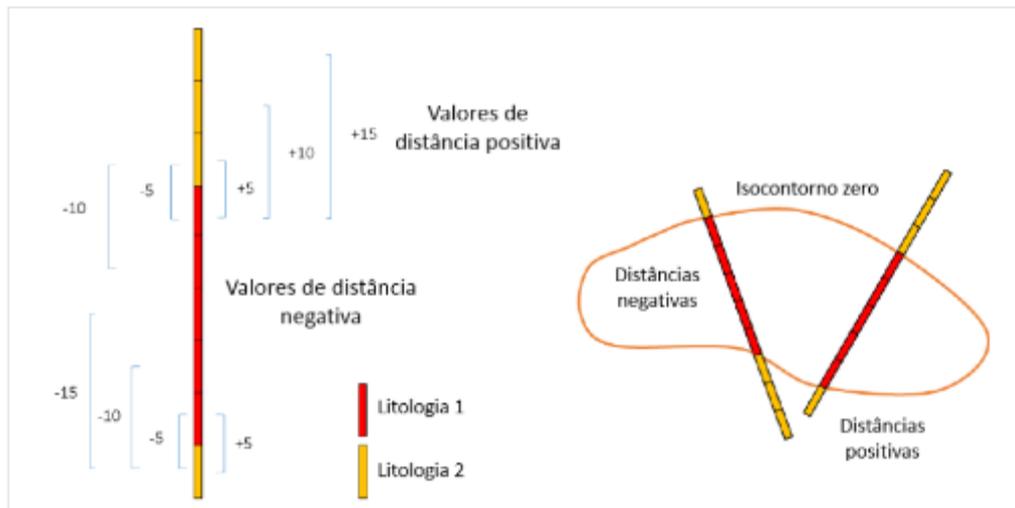
Na matemática, uma função implícita é definida como $\Phi(f, x) = 0$, em que Φ é expressa em f e x , ou seja, utiliza apenas constantes, funções anteriormente definidas e as variáveis f e x . Esta igualdade é interpretada como $f = f(x)$. Uma função explícita determina um valor de saída em termos de um valor de entrada, como $y = f(x)$, já nas funções implícitas, o valor de saída y é obtido resolvendo-se uma equação do tipo $R(x, y) = 0$. Genericamente, a função é dita implícita (31) quando não se consegue obter o valor das variáveis em função dos termos de forma isolada (32):

$$F(x, y) = yx^2 - e^x \ln y - 3xy = 0 \quad (31)$$

$$y = f(x) \mid x = g(y) \quad (32)$$

Os algoritmos de modelagem podem interpolar diferentes tipos de funções implícitas para gerar as iso-superfícies. Radtke (2017) descreve a função distância assinalada como um subconjunto das funções implícitas cuja construção é baseada no resultado da interpolação das distâncias de dados condicionantes. A Figura 12 ilustra a metodologia: para cada amostra, a distância entre ela e a amostra mais próxima de outro domínio é calculada e assinalada. A interface que separa as regiões é determinada pelo sinal da estimativa das distâncias assinaladas. A função distância assinalada é puramente paramétrica e não aplicável às características geológicas. Embora a ideia central seja a mesma, algumas adaptações devem ser feitas para aplicação da técnica sob uma perspectiva geológica.

Figura 12 - Esquema do valor da função distância assinalada (esquerda) em exemplo de um intervalo de carvão em furo de sondagem. À direita a superfície de isovalor separando distâncias assinaladas positivamente e negativamente (Radtke, 2017).



Para ganho de eficiência computacional, softwares utilizam funções de base radiais (RBF) como estimador das funções implícitas (SPRAGG, 2013). As RBFs utilizam simplificações das equações de krigagem. Enquanto SK e OK usam funções covariância para determinar os pesos dados às amostras, as RBF usam funções básicas pré-definidas (e.g linear, esferoidal).

Costa *et al.* (2000) e Bagheri *et al.* (2017) se aprofundam nos interpoladores RBF comparando estimativas obtidas por RBF às feitas por krigagem.

Independentemente da técnica de modelagem, a interpretação não é livre de aspectos subjetivos. A definição de interfaces estéril-minério, domínios estruturais e parâmetros de contorno dos interpoladores implícitos são decisões que podem variar de acordo com a experiência do modelador e qualidade das informações disponíveis. Interpretações equivocadas podem ter implicações graves uma vez que as tonelagens e os teores estimados refletem o domínio modelado.

As principais fontes de incerteza na modelagem são (HARTMAN,1992, ROSSI & DEUTSCH, 2014) :

- i) Utilização de um número muito limitado de informações geológicas.
- ii) Imprecisão na aquisição dados (erros analíticos, problemas de amostragem, dados incompletos, má locação topográfica).
- iii) Falta de entendimento geológico (mapeamento inconsistente, mistura de populações, mal entendimento do controles da mineralização).

A metodologia de modelagem apresentada na dissertação considerou as práticas listadas e incorporou elementos estruturais e estatísticos na criação dos domínios.

3.2 ASPECTOS GEOLÓGICOS

Apenas o bom entendimento das características da mineralização permite fazer uma análise crítica da realidade interpretada. Sendo assim, o mapeamento geológico visou garantir que aspectos geológicos que influenciam na geometria da mineralização fossem entendidos e representados.

O mapeamento contou com 686 estações de campo produzindo registros fotográficos, descrições litológicas, medições estruturais e amostragem de campo. Genericamente, o minério ocorre em sistemas de veios estirados ao longo da direção NE-SW. O ouro aparece preferencialmente associado à sulfetação sendo raras as ocasiões em que se manifesta na forma nativa. Uma intercalação de xistos e filitos deformados hospeda os veios (Figura 13).

Em campo não foi notada evidência que justifique considerar a litologia como critério para individualização de domínios.

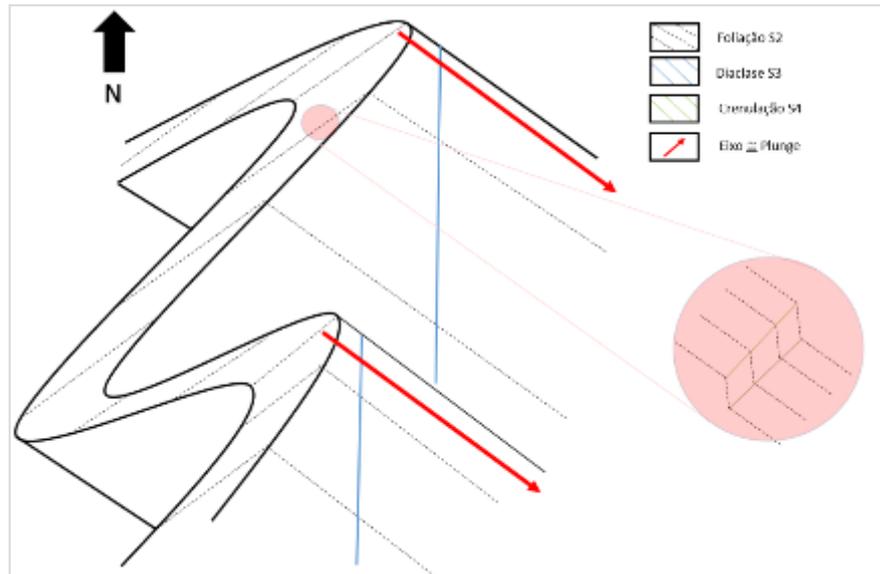
Por outro lado, o padrão estrutural tem participação importante na posição dos corpos. A deformação mais relevante aparece pela transposição do acamamento original. A foliação principal S2 (Figura 14) é plano axial do sistema de dobras cujo eixo tem mergulho variando entre 35 e 55 graus para NE. As dobras são os principais elementos que controlam o aparecimento dos veios, sendo os eixos, na maior parte das observações, coincidentes ao *plunge* do minério.

Figura 13 - Minério em zona de cisalhamento. Vênulas de quartzo encaixadas em filitos.



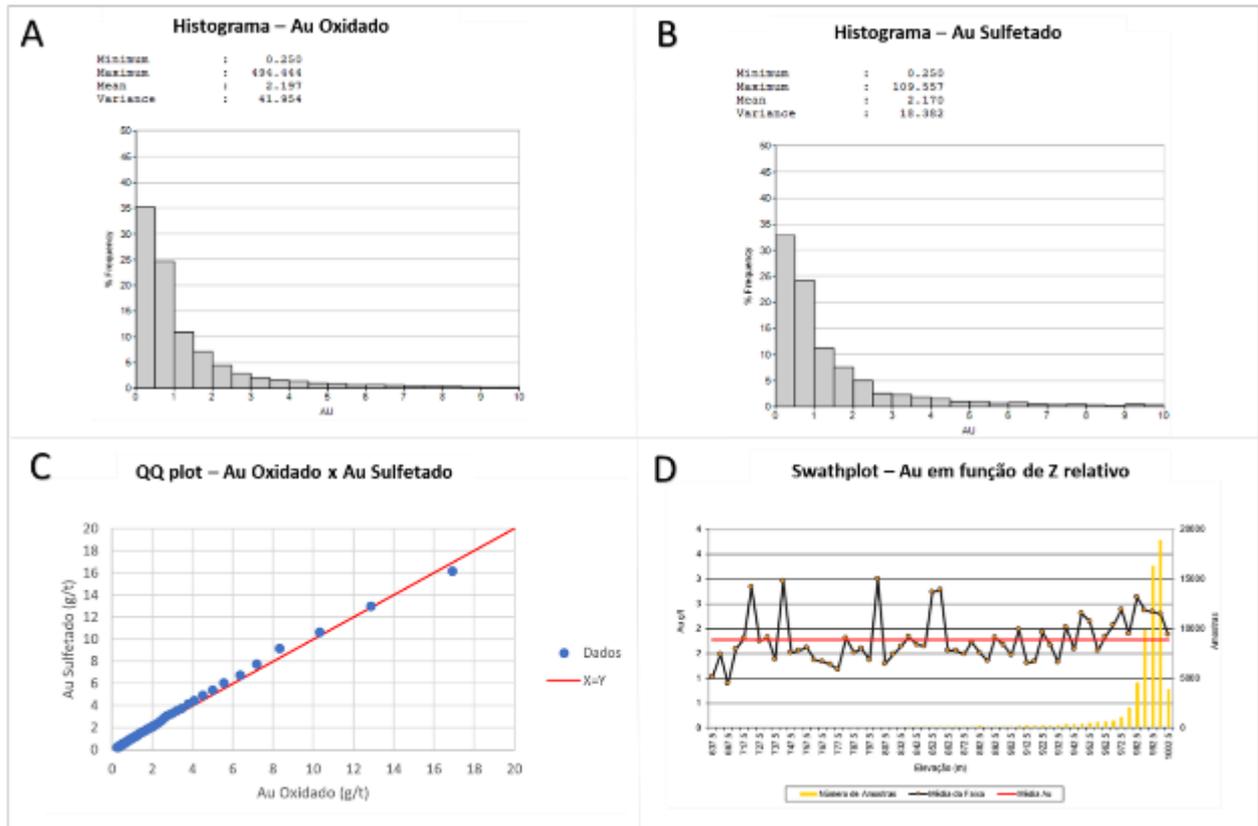
Estruturas relacionadas a eventos de deformação mais jovens sobrepõem localmente a foliação principal. Diaclases S3 (Figura 14) verticais de orientação aproximadamente N-S são espaçadas e de ocorrência restrita. A relação de corte mostra que a foliação de crenulação S4 (Figura 14) é a estrutura mais jovem. Em escala de mapeamento, as mais recentes estruturas mapeadas (S3 e S4) não parecem exercer controle relevante na posição dos veios. A Figura 14 representa de forma simplificado as estruturas mapeadas.

Figura 14 - Representação simplificada do padrão deformacional predominante no depósito e principais estruturas associadas.



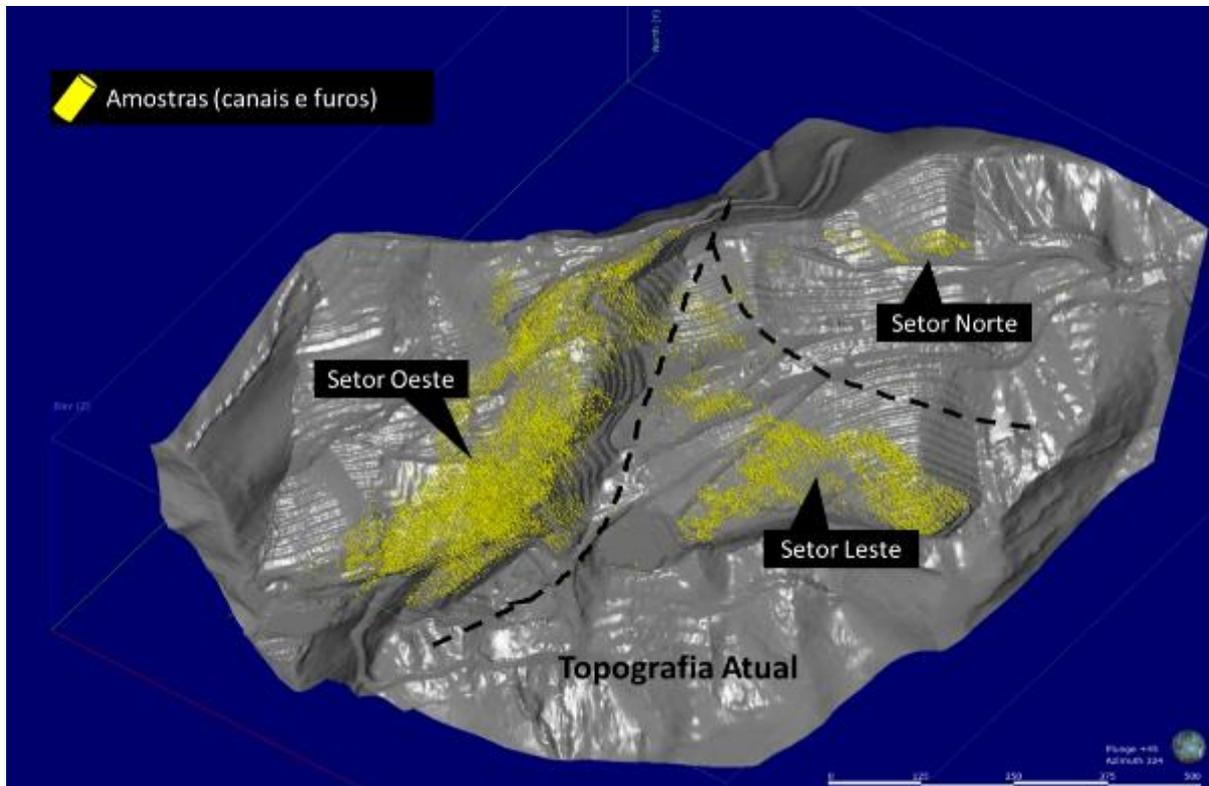
Para garantir uma representação correta de domínios, os dados foram categorizados e analisados de acordo com o tipo de intemperismo (oxidado e sulfetado). A Figura 15 apresenta estatísticas comparando os teores de ouro por tipo de alteração. O *swathplot* vertical não evidenciou tendência de teor em profundidade (Figura 15-D). Para a construção do *swathplot*, o *collar* dos furos precisou ter as cotas rebatidas para filtrar efeitos de topografia. Percepções de campo e análises químicas utilizadas neste estudo não permitem afirmar que processos supergênicos atuaram na reconcentração do ouro. Portanto, assumiu-se que comportamento de minério independe do perfil de alteração.

Figura 15 - Estatísticas das amostras categorizadas de acordo com o grau de intemperismo. Histogramas e estatísticas do minério oxidado (A) e sulfetado (B), qq-plot (C) do ouro oxidado contra sulfetado e swathplot (D) dos teores médios de ouro em função da profundidade relativa.



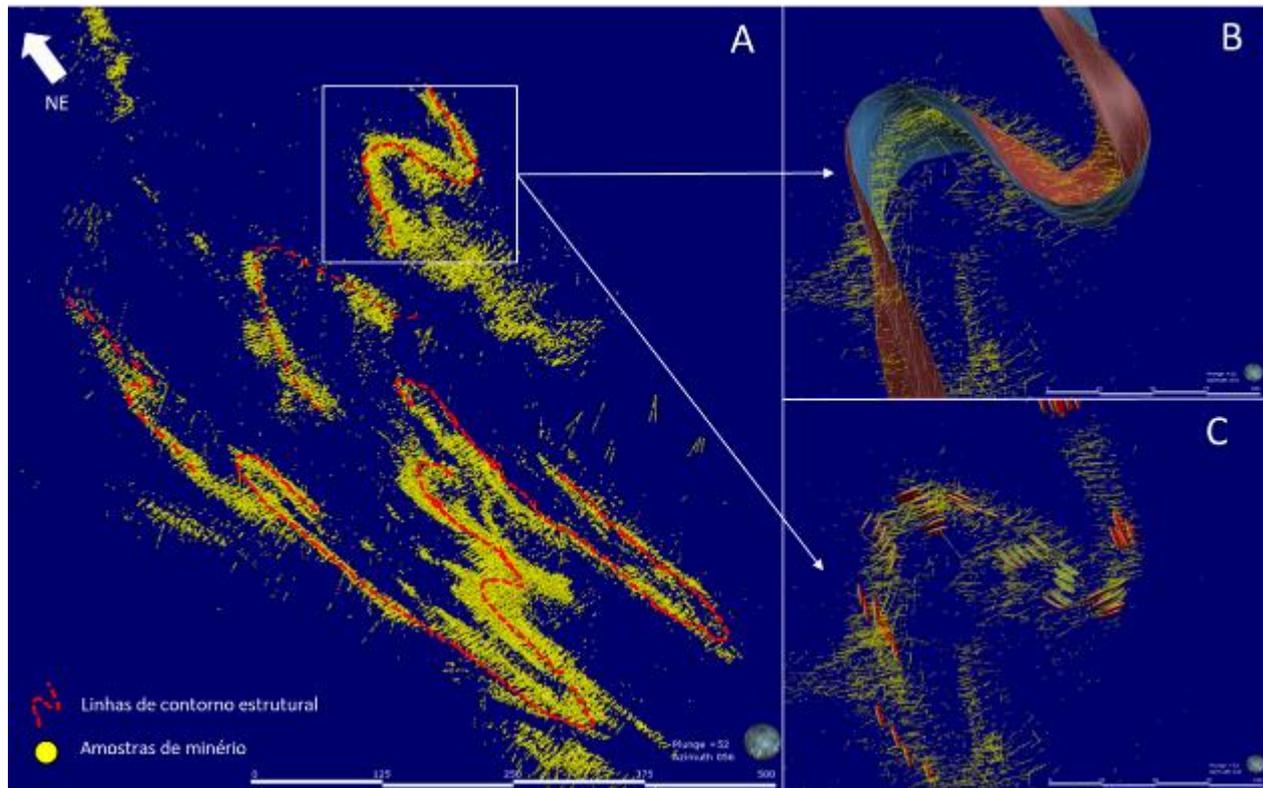
O depósito foi dividido em três compartimentos estruturais: Leste, Oeste e Norte. A Figura 16 ilustra o posicionamento de cada um dos setores em relação às amostras disponíveis. Existe no depósito uma gradação Leste-Oeste na intensidade de deformação. A porção Leste é caracterizada por forte estiramento e transposição das estruturas primárias. As rochas hospedeiras aparecem sob forma de dobras apertadas com veios estirados e descontínuos. A porção Oeste exhibe deformação mais branda, sendo possível distinguir com mais clareza o contorno dos dobramentos. O distanciamento geográfico e interação com intrusões permitiu a individualização de um terceiro setor denominado Norte.

Figura 16 - Localização dos domínios estruturais e amostras de minério. Superfície topográfica da cava (cinza).



Utilizando levantamentos de campo e banco de dados geológico, foi criada uma nuvem de pontos a partir dos contornos estruturais interpretados (Figura 17-A). A nuvem contém as altitudes aproximadas do contorno do minério em pontos específicos do depósito. A Figura 17-B destaca o padrão estrutural interpretado no setor Oeste e os pontos de altitude resultantes (Figura 17- C). Essas direções serão posteriormente utilizadas para orientar as vizinhanças de estimativa localmente.

Figura 17 - Amostras de minério do depósito e contorno estrutural interpretado (A). Superfície representando o trend estrutural do setor (B) e discos com atitude do minério representando a nuvem de pontos utilizados para orientar a elipse de busca no setor (C).



3.3 MODELO DE PROBABILIDADE DOS INDICADORES

A qualidade do modelo de indicadores e sua capacidade de representar as características geométricas da mineralização dependem essencialmente dos parâmetros de entrada definidos pelo modelador. Abzalov e Humphreys (2003) definem os cinco principais fatores que influenciam no resultado do modelo de probabilidades:

- i) Intervalos de teor que definem as classes dos indicadores.
- ii) Dimensões do grid de estimativa.
- iii) Modelos variográficos.
- iv) Limites de probabilidades aceitáveis.
- v) Método para unir pontos que atendem à tolerância de probabilidade.

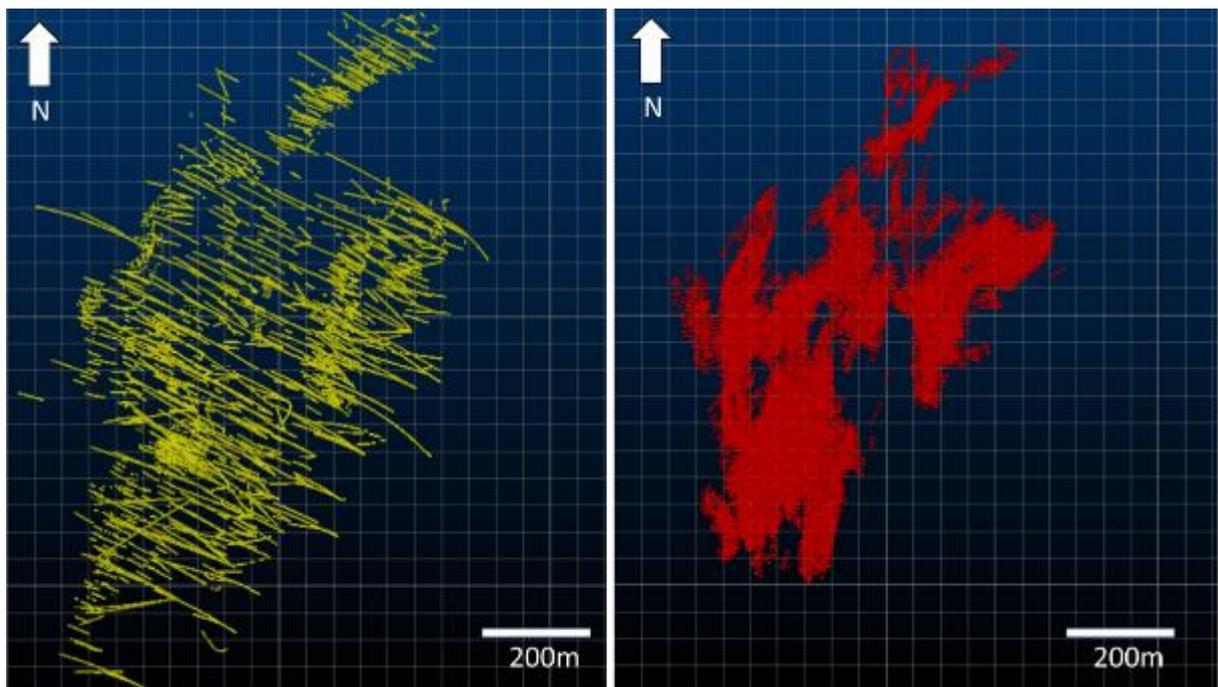
As seções adiante discutem os parâmetros-chave, expondo os critérios avaliados para definição de cada um.

3.3.1 Base de dados

Por questões de confidencialidade, informações que localizem geograficamente o alvo deste estudo de caso serão ocultadas de imagens, mapas, citações e demais referências.

A base de dados disponível conta com 309.966 análises químicas, sendo 119.777 obtidas por amostragem de furos de sondagem e 190.189 por amostras de canais. A amostragem do depósito se estende aproximadamente 1,4 km ao longo do *strike* do minério (sentido NE) e 550 m na direção do *dip* (Figura 18).

Figura 18 - Vista no plano XY dos dados de amostragem obtidos via sondagem (esq.) e via canais (dir.).



Os furos, em sua maioria obtidos em campanhas exploratórias, são preferencialmente orientados de SE para NW. Adicionalmente, para controle de teor, a operação de mina realiza canais de orientação perpendicular à exposição do minério nas bermas.

Por se tratar de um depósito já em estágio maduro, a base de dados vêm sendo atualizada ao longo dos anos de operação. Em particular, os dados de sondagem reúnem amostras obtidas sondagem rotativa diamantada, sondagem a trado e circulação reversa.

Além dos diferentes métodos de amostragem, o distanciamento em tempo entre as campanhas não permite assegurar um grau de homogeneidade na qualidade dos dados. Isso ocorre uma vez que o controle e a garantia de qualidade (QAQC) das diversas campanhas de amostragem nem sempre seguiram os mesmos protocolos e rotinas hoje estabelecidas.

Isto posto, por inviabilidade de tratamento dos dados históricos, as campanhas foram combinadas e analisadas em conjunto.

3.3.2 Classes de indicadores

Os intervalos de teor que definem as classes de indicadores têm implicação direta na envoltória geológica e, conseqüentemente, na massa de minério estimada. Na prática, a decisão na escolha do *cut-off* que restringe a zona mineralizada envolve uma série de fatores que incluem aspectos geológicos, estatísticos e operacionais. O principal desafio é selecionar as classes de forma que representem de maneira consistente a continuidade dos teores e não violem condições de estacionariedade dos domínios resultantes.

O valor de *cut-off* que define interface minério-estéril precisa ser suportado pelo entendimento geológico, dados disponíveis e experiência do modelador em relação às características do depósito.

Embora essa decisão não esteja completamente livre de aspecto subjetivos, boas práticas endossam decisões baseadas em aspectos técnicos. Como ponto de partida, a análise exploratória fornece uma primeira fotografia dos dados. Sumários estatísticos, histogramas e curvas de frequência podem apontar comportamentos que muitas vezes refletem feições geológicas importantes ou até mesmo evidenciar erros de medição. Por exemplo, há casos em que pontos de inflexão nas curvas de frequência são claras manifestações de mistura de populações estatisticamente distintas. Neste tópico, a análise exploratória considerou individualmente os dados oriundos de sondagem e canais. Em ambos os casos, as amostras foram regularizadas a intervalos de 1 m para garantir comprimentos equivalentes.

Previamente à análise, os dados foram desagrupados para remover eventuais distorções associadas à amostragem preferencial em partes do depósito. Para isso foi utilizado

o método de células, disponível em softwares que contam com ferramentas geoestatísticas. O desagrupamento atribui a cada dado da célula um peso que é inversamente proporcional ao número de dados contidos na célula e à quantidade de células preenchidas. Isaaks e Srivastava (1989) detalham o método e revisam outras técnicas de desagrupamento.

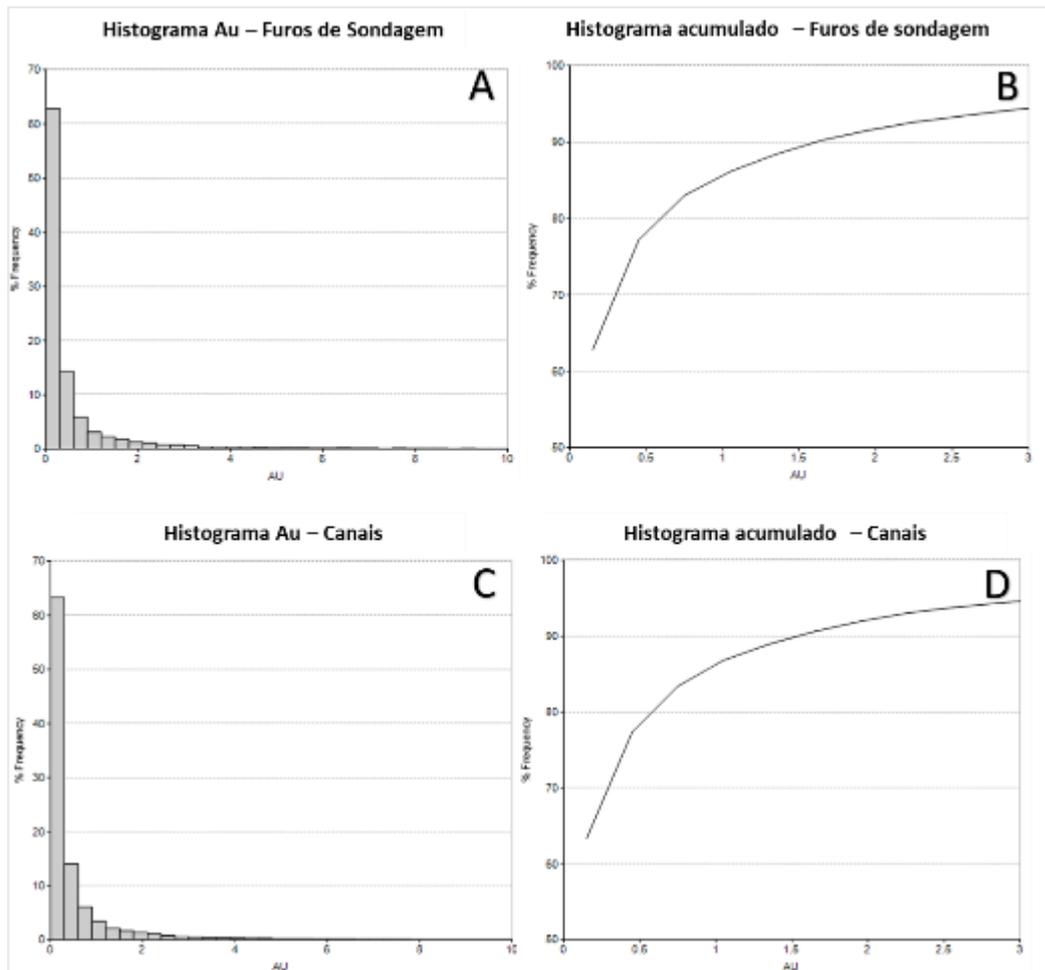
A base de dados em sua totalidade contém mais de 300 mil análises, parte delas sem qualquer interação com a zona mineralizada e outras abaixo do limite de detecção analítico. Para tornar mais eficiente e menos ruidosa a análise dos dados, foram removidas amostras abaixo de 0.08g/t. O sumário estatístico das amostras é discriminado por tipo de amostragem na Tabela 1.

Tabela 1 - Sumário estatístico das compostas desagrupadas considerando valores superiores ao *background* de 0.08g/t.

Base de dados	Amostras	Mínimo	Máximo	Média	Variância	Desvio Padrão
Furos	39059	0.08	94.23	0.86	6.57	2.56
Canais	91335	0.08	499.50	0.91	13.97	3.74
Total	130394	0.08	499.50	0.89	11.61	3.41

Os limites superiores dos histogramas acumulados(Figura 19 - B e D) foram truncados em 3 g/t para permitir melhor resolução da transição dos teores que potencialmente individualizem a interface estéril-minério. Em ambos os tipos de amostragem, as curvas exibem pelo menos duas quebras evidentes. A primeira aparece em aproximadamente 0.4 g/t, seguida por outro ponto de inflexão em torno de 0.7 g/t.

Figura 19 - Histogramas (A e C) e curvas de frequência acumulada (B e D) para dados de canais e furos.



Historicamente, os geólogos da unidade consideram a 0.3 g/t como cut-off marginal da mineralização. Teores superiores a 0.8 g/t são tratados como minério de alto teor. A conformidade entre a interpretação da análise exploratória e os inputs operacionais suportaram a decisão de se utilizar os valores de 0.3 g/t como limite entre o estéril e minério marginal (minério de baixo teor). Além disso, o valor de 0.8 g/t será utilizado para diferenciar o minério marginal do minério de alto teor. A decisão sobre as classes de teor que definem os contatos é um processo dinâmico e pode sofrer alterações conforme o conhecimento sobre o depósito se desenvolve. Sobretudo para mineralizações descontínuas e estruturalmente complexas, a escolha dos limites de teor pode ser obtida via iteração caso os resultados se mostrem geologicamente inconsistentes.

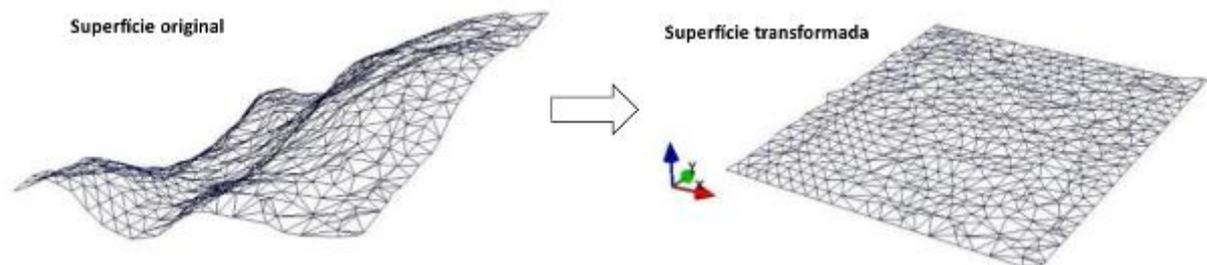
3.3.3 Modelo de anisotropia

A ocorrência de estruturas como dobras e falhas interfere diretamente na continuidade da mineralização e tem implicações importantes na organização dos teores. Negligenciar feições estruturais durante a estimativa pode resultar em avaliações econômicas incorretas e perdas financeiras significativas (ABZALOV, 2016).

Para lidar com esse complicador nas estimativas, existem algumas técnicas para atenuar impactos de geometrias complexas. Os processos genericamente denominados de *unfolding* utilizam operações vetoriais de translação nas coordenadas originais dos dados de forma que superfícies irregulares sejam projetadas em plano (Figura 20). O tema foi inicialmente abordado por McArthur (1988) que utilizou transformação de coordenadas cartesianas em coordenadas estratigráficas em um depósito de urânio. Trabalhos mais recentes discutem alternativas e resultados da transformação de coordenadas para simplificar geometrias complexas de minério (DEUTSCH, 2005; ABZALOV, 2016; GARRIDO *et al.*, 2016).

A estimativa é realizada utilizando o domínio e amostras com coordenadas transformados, eliminando os efeitos de dobras e ondulações. Em seguida, o volume estimado é restaurado à posição original pela aplicação da função inversa de transformação de coordenadas. A Figura 20 mostra o resultado da transformação de coordenadas processada em uma superfície.

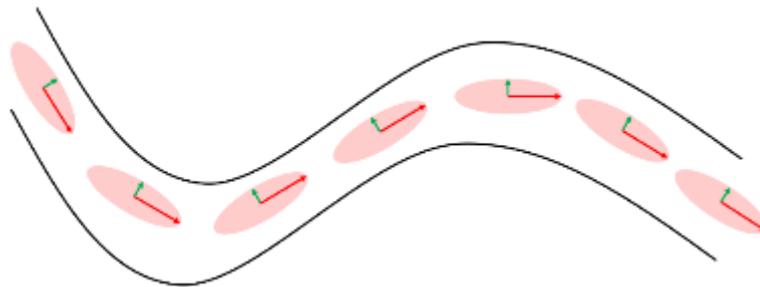
Figura 20 - Esquema ilustrativo do processo de transformação de coordenadas. A superfície original (esq.) é transformada (dir) por unfolding (GARRIDO et al., 2016).



Adicionalmente, para lidar com feições dobradas, alguns softwares dispõem de ferramentas de anisotropia dinâmica aplicadas ao processo de estimativa. A anisotropia

dinâmica permite que as direções da elipse de busca e variogramas sejam atualizadas em cada ponto do grid a ser estimado. A utilização dessa funcionalidade garante que a elipse siga tendências definidas pelo modelador, reproduzindo de maneira suave as feições morfológicas dobradas (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**).

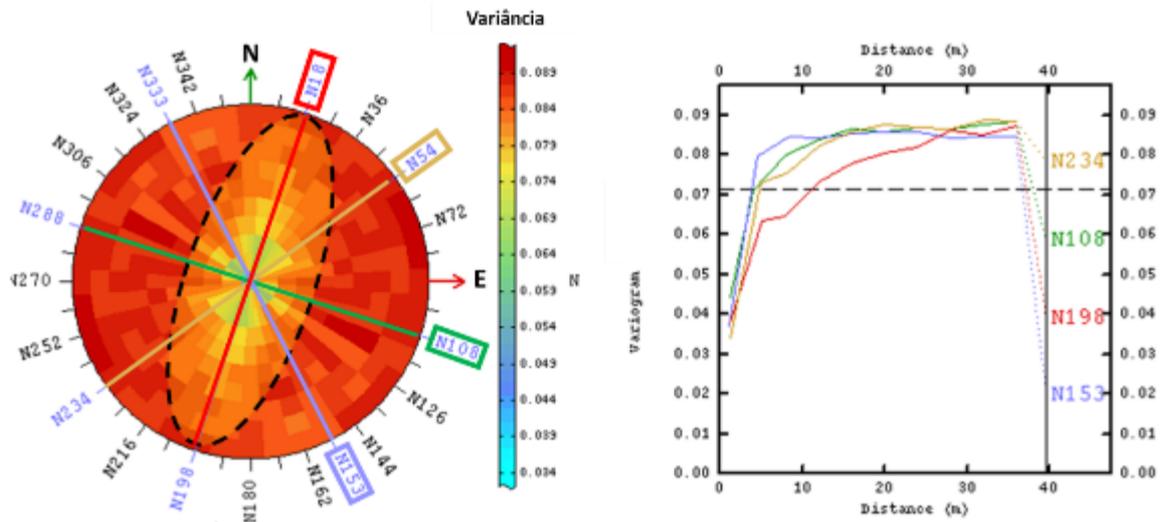
Figura 21 - Exemplo de atuação da ferramenta de anisotropia dinâmica. As direções da elipse são ajustadas ponto a ponto conforme a tendência da superfície.



A krigagem dos indicadores utilizou uma anisotropia guiada pela nuvem de pontos estruturais. As orientações locais foram transferidas para o grid de estimativa de forma que a cada novo ponto estimado, a krigagem atualiza as direções de variogramas e elipse. Na prática, cada registro do grid está associado a ângulos de rotação em torno dos eixos Norte-Leste-Vertical.

Globalmente, a distribuição do ouro no depósito apresenta continuidade bem marcada na direção N20E acomodada pela deformação. O mapa variográfico em planta ressalta a tendência mapeada da mineralização (Figura 22). O mapa é uma alternativa gráfica de representar a função variograma, exibindo o valor calculado de γ para todos os lags e direções no plano definido. A Figura 22 apresenta o mapa calculado no plano XY destacando quatro azimutes (18°, 54°, 108°, 153°) associados aos respectivos variogramas. A continuidade é máxima ao longo da direção N18 (*strike*) e decresce até a direção N153.

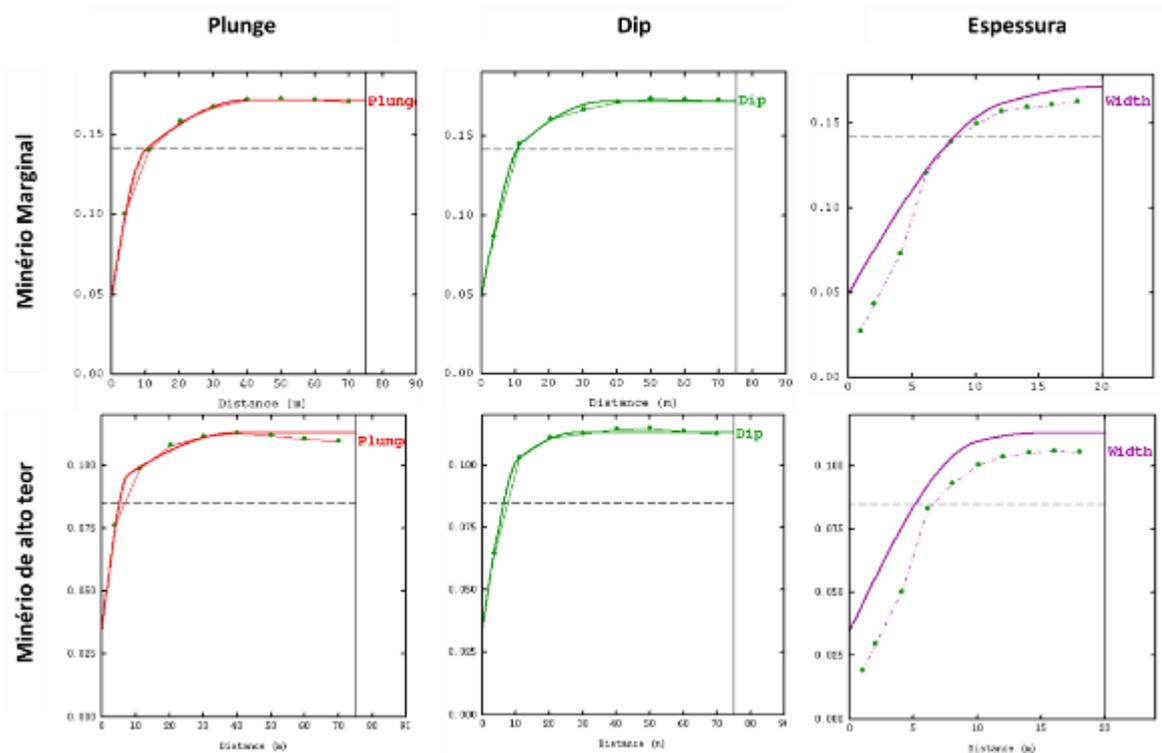
Figura 22 - Mapa variográfico (esq.) produzido no plano XY evidenciando a maior continuidade na direção NE. Variogramas experimentais (dir.) associados às quatro direções destacadas no mapa.



Embora NE-SW seja a direção de maior continuidade no plano horizontal, o conjunto de veios que compõe o contorno de minério apresenta um *plunge* médio de orientação N30 e mergulho variando entre 35° e 55°.

A Figura 23 apresenta os variogramas modelados para os indicadores correspondentes ao minério marginal e ao minério de alto teor. Para estimativa, a maior continuidade foi definida ao longo do *plunge*, o alcance intermediário corresponde ao dip e a menor continuidade se dá na espessura dos veios de mineralizados. A anisotropia foi definida pela rotação de 27°, 49° e 34° em torno dos eixos Z, X, e Y respectivamente.

Figura 23 - Variogramas direcionais modelados para os domínios de teor marginal (acima) e alto teor (abaixo).



Os parâmetros de ajuste dos variogramas são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros de modelagem dos variogramas direcionais para os indicadores do minério marginal e minério de alto teor.

Variável	Rotação dos eixos (Z-X-Y)	Pepita	Estrutura	Contribuição da estrutura	Alcance (Plunge)	Alcance (Dip)	Alcance (Espessura)
Indicador minério marginal	27/49/34	0.05	Spherical	0.07	10	12	12
			Spherical	0.049	40	36	20
Indicador minério alto teor		0.035	Spherical	0.055	8	11	10
			Spherical	0.023	40	28	15

3.3.4 Espaçamento do *grid*

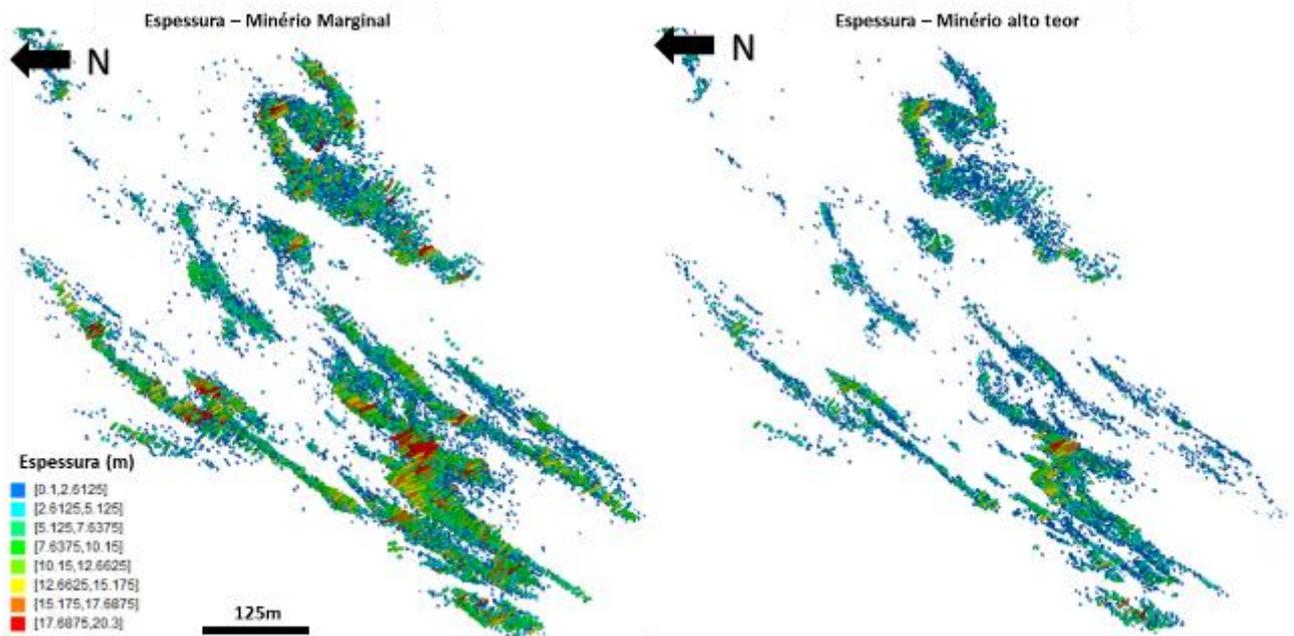
Diferentemente das técnicas convencionais de modelagem geológica, a abordagem por indicadores requer um *grid* de pontos com as probabilidades estimadas. A decisão sobre o tamanho adequado dos *grids* é normalmente suportada pela combinação de aspectos práticos e premissas geostatísticas que podem ser avaliadas, por exemplo, por meio de análises quantitativas da vizinhança de estimativa.

A literatura sugere que os critérios para definição do espaçamento do grid sejam avaliados sob o ponto de vista geoestatístico a fim de se obter uma estimativa com o menor viés condicional (RIVOIRARD, 1987; VANN *et al.*, 2003; DEUTSCH *et al.*, 2014). A inclinação da reta de regressão entre os teores verdadeiros e estimados deve ser igual a 1 para uma estimativa não enviesada. Uma vez que teores reais não são conhecidos, a inclinação é obtida em função da variância e das covariâncias da estimativa no ponto. Avaliações que envolvem a proporção de pesos negativos, peso da média de SK e eficiência de krigagem podem ser utilizadas para auxiliar na escolha de vizinhança de estimativa e dimensões do grid.

Para essa decisão, Vann e Guibal (2001) propõem uma abordagem mais prática, definindo o grid de estimativa como proporção do espaçamento amostral ou um melhor ajuste à morfologia do minério. Uma vez que essa parte do estudo não pretende medir performances das vizinhanças de estimativa, a definição de espaçamento priorizou a forma da mineralização em vez da argumentação geoestatística.

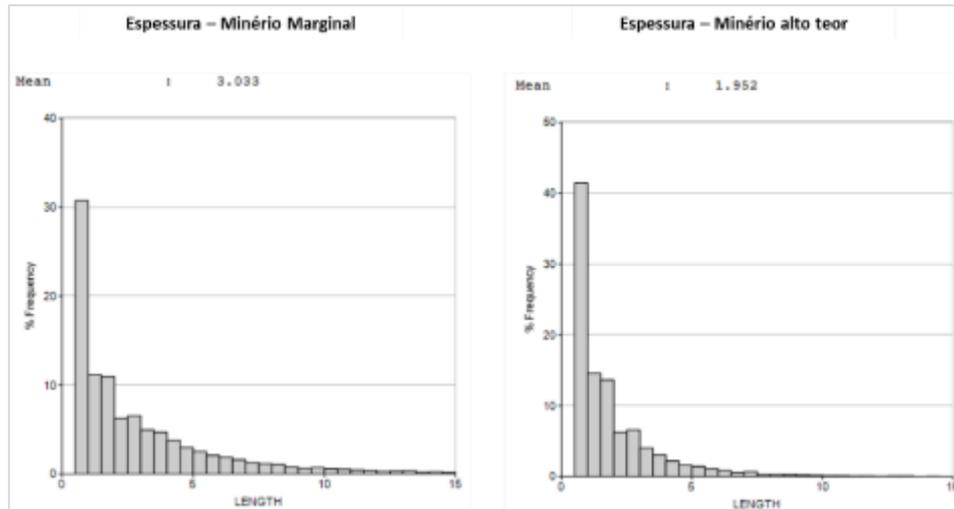
O grid de estimativa considerou a espessura média das zonas de minério de alto teor e minério marginal inferida a partir de amostras de canal (Figura 25). Uma vez que os canais são preferencialmente escavados perpendicularmente, eles fornecem a melhor aproximação da espessura do minério projetada no plano horizontal. A Figura 24 apresenta o mapa de espessura dos indicadores definidos para o minério (0.8 g/t) e minério marginal (0.3 g/t).

Figura 24 - Mapa de espessura média de minério a partir de amostras de canais. À esquerda, as espessuras do minério marginal; à direita, as espessuras do minério de alto teor.



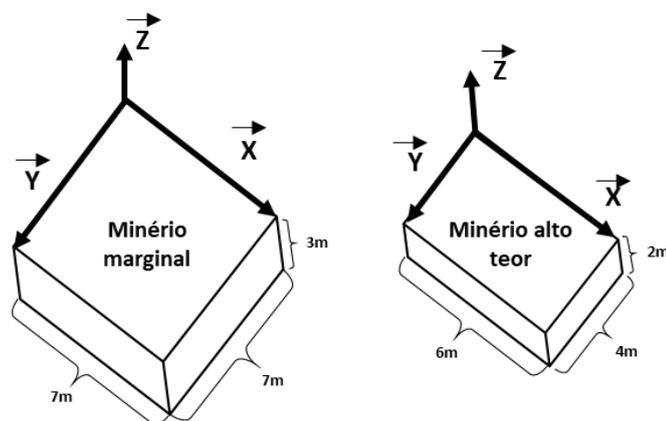
A decisão sobre o espaçamento entre pontos deve ser coerente com as características do minério, caso contrário, formas geologicamente incoerentes resultarão das probabilidades estimadas. A combinação entre as espessuras do minério e a anisotropia dos indicadores foi o critério para a definição do espaçamento do *grid*.

Figura 25 - Histograma de espessura do minério marginal (esq.) e alto teor (dir.) a partir das compostas dos respectivos indicadores.



Um *grid* rotacionado (Figura 26) foi produzido ao longo das direções do variograma de forma que o maior espaçamento do *grid* fosse coincidente com a direção de maior continuidade (*plunge*), sendo menor dimensão correspondente à direção de alcance mais curto do variograma (espessura). O espaçamento em Z equivale à espessura média de cada indicador (Figura 25). No plano XY o espaçamento é definido pela proporção da magnitude de anisotropia nas respectivas direções.

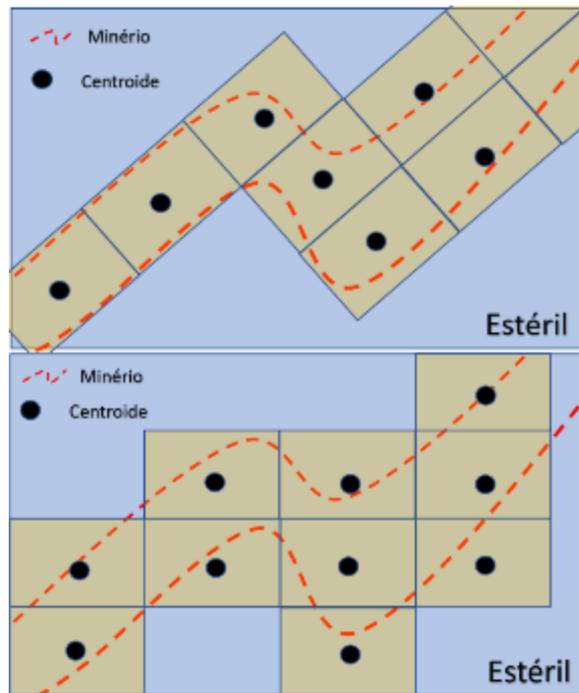
Figura 26 - Definição do comprimento e rotação dos blocos de acordo com o domínio de estimativa. Eixo X corresponde à direção do variograma de maior continuidade, Y à direção intermediária e Z à direção de menor continuidade.



Para o depósito em particular, a utilização de um *grid* rotacionado ao invés de *grids* convencionalmente orientados nas direções Norte-Sul-Vertical oferece melhor resolução e

aderência à continuidade geológica. Como os veios mineralizados são estreitos e oblíquos à direção Norte-Sul, grids orientados permitem definir contatos com melhor resolução (Figura 27).

Figura 27 - Esquema ilustrando a diferença de resolução obtida pela utilização de grids rotacionados (acima) e regulares (abaixo).



Uma vez que a krigagem dos indicadores estima probabilidades no mesmo suporte dos dados, a estimativa não poderia ser aplicada a volumes sem o devido ajuste de variabilidade por métodos de correção de suporte. Operacionalmente, para garantir o espaçamento desejado entre os nós do grid, foram utilizados blocos com as dimensões definidas e, em seguida, estimados os respectivos centroides para compor a nuvem de pontos com as probabilidades utilizadas na definição dos contornos.

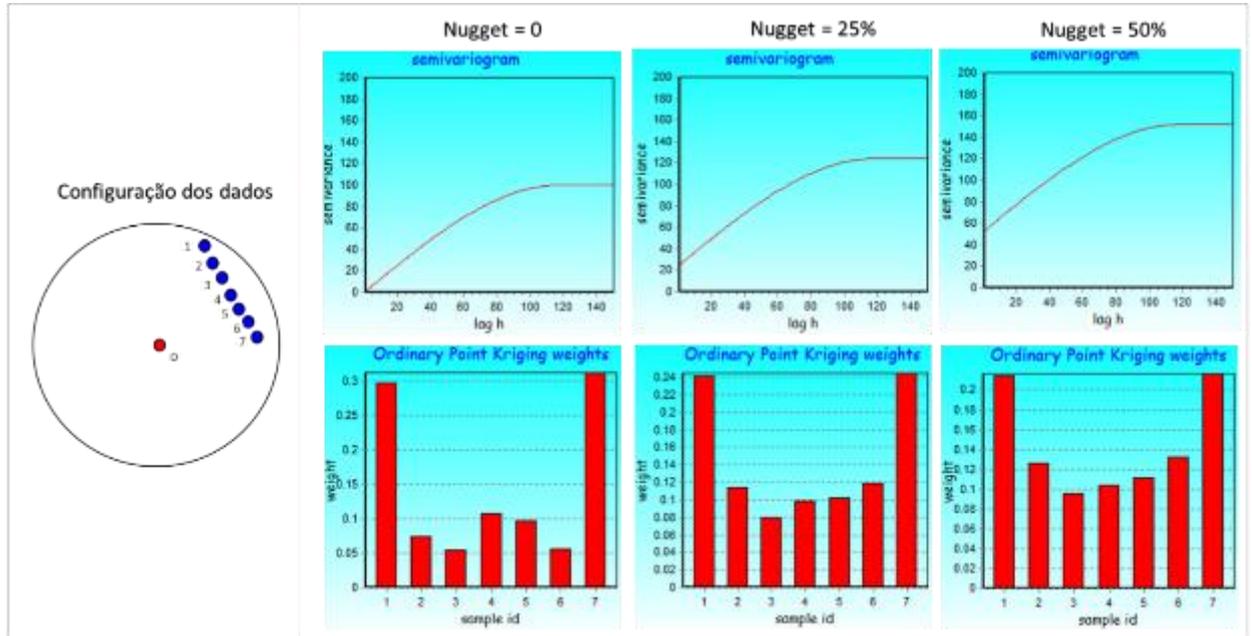
3.3.5 Krigagem dos indicadores

As estimativas foram feitas individualmente para os domínios de minério marginal e alto teor utilizando os respectivos indicadores, variogramas e grid de pontos. Os parâmetros de busca tiveram papel importante nas probabilidades estimadas. Em regiões de malha muito aberta, foram notados artefatos (Figura 29) nas probabilidades estimadas em função do *string effect* (JOURNEL, 1983, BABAK; DEUTSCH, 2006).

O *string effect* é um caso particular do denominado *screen effect*. Isaaks e Srivastava (1989, p. 303) e Goovaerts (1987) descrevem o *screen effect*: o efeito é observado em casos em que uma amostra em particular está posicionada entre o ponto estimado e uma segunda amostra. O impacto dessa configuração amostral é a atribuição de um peso muito baixo ou até mesmo negativo para a amostra eclipsada. O baixo peso é reflexo da multiplicação da matriz dos pesos pela matriz de covariâncias (C) que se encarrega do desagrupamento na equação de krigagem.

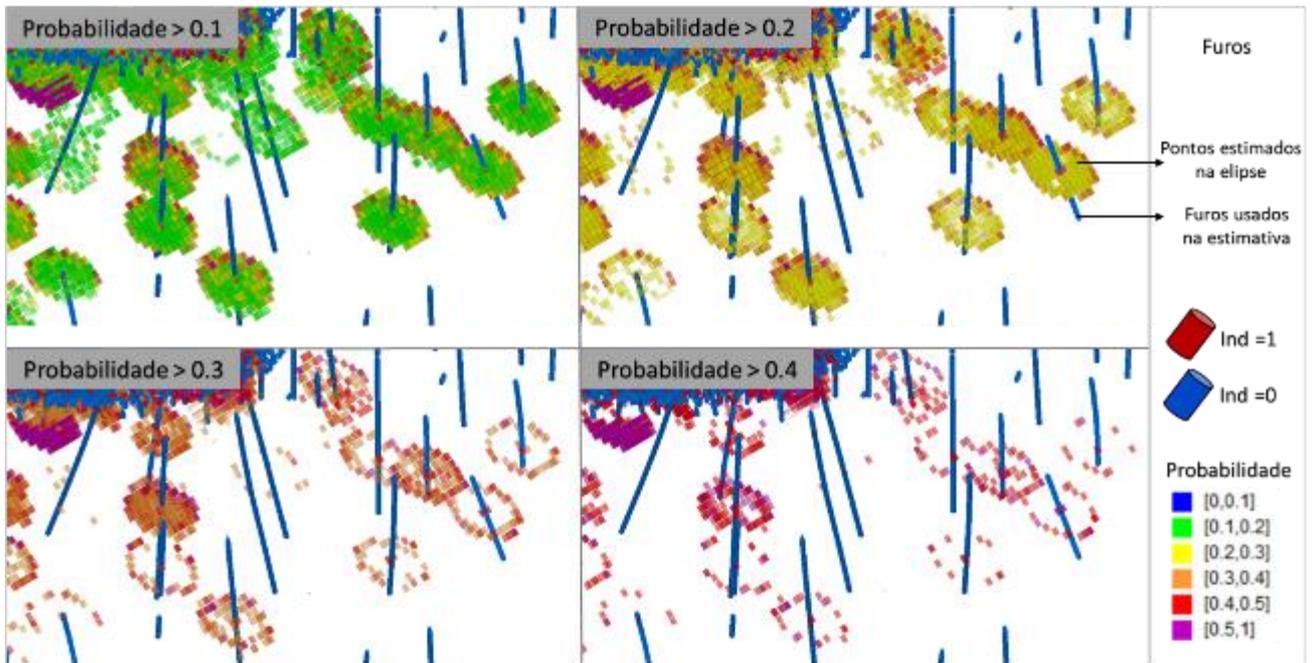
Um exemplo bidimensional hipotético foi criado para ilustrar impactos do *string effect* associado a diferentes efeitos pepita (Figura 28). Os pontos numerados de 1 a 7 representam as amostras de um furo e 0 o ponto a ser estimado. Note que apesar das amostras 2 a 6 estarem mais próximas do ponto a ser estimado, são as amostras dos extremos (1 e 7) que recebem mais de 60% dos pesos de krigagem.

Figura 28 - Exemplo bidimensional do string effect. Do lado esquerdo, a posição das amostras de um furo hipotético. À direita, os pesos atribuídos a cada uma das amostras utilizando variogramas isotrópicos no plano XY com diferentes contribuições de pepita. Software E{z}-Kriging (Dennis Walvoort, 2002).



O fenômeno ilustrado pelo arranjo hipotético foi notado pontualmente nas estimativas. Isso fica claro quando as probabilidades não refletem a expectativa geológica produzindo artefatos em forma de halos como os apresentados na Figura 29. É possível notar que os maiores valores estimados se posicionam nas bordas da elipse de busca, enquanto pontos centrais, mais próximo da amostra de minério, tendem a receber valores baixos de probabilidade em função altos pesos atribuídos às amostras da extremidade, assim como ocorrido os pontos 1 e 7 do exemplo.

Figura 29 - Artefatos produzidos por string effect em zonas estimados com apenas um furo. As imagens mostram o grid filtrado por valores de probabilidade. Claramente, os indicadores 0 de topo e base recebem mais peso criando artificialidades nas estimativas no interior da elipse de busca.



Para mitigar esse efeito, a estratégia de busca forçou uma seleção de amostras de forma mais difusa, evitando a utilização excessiva de amostras de um único furo ou setor. Para isso a estimativa contou com um sólido de busca setorizado, garantindo um número equivalente de amostras em cada setor. Embora a estratégia de busca não resolva por completo o problema de string effect, é possível diminuir o peso atribuído às amostras da extremidade. Deutsch (1994) e Delhomme (1976) propõe outras abordagens para tratar o *screen effect* através da modificação da configuração dos dados e função de covariância. A tabela 3 apresenta os parâmetros de busca utilizados na krigagem dos indicadores.

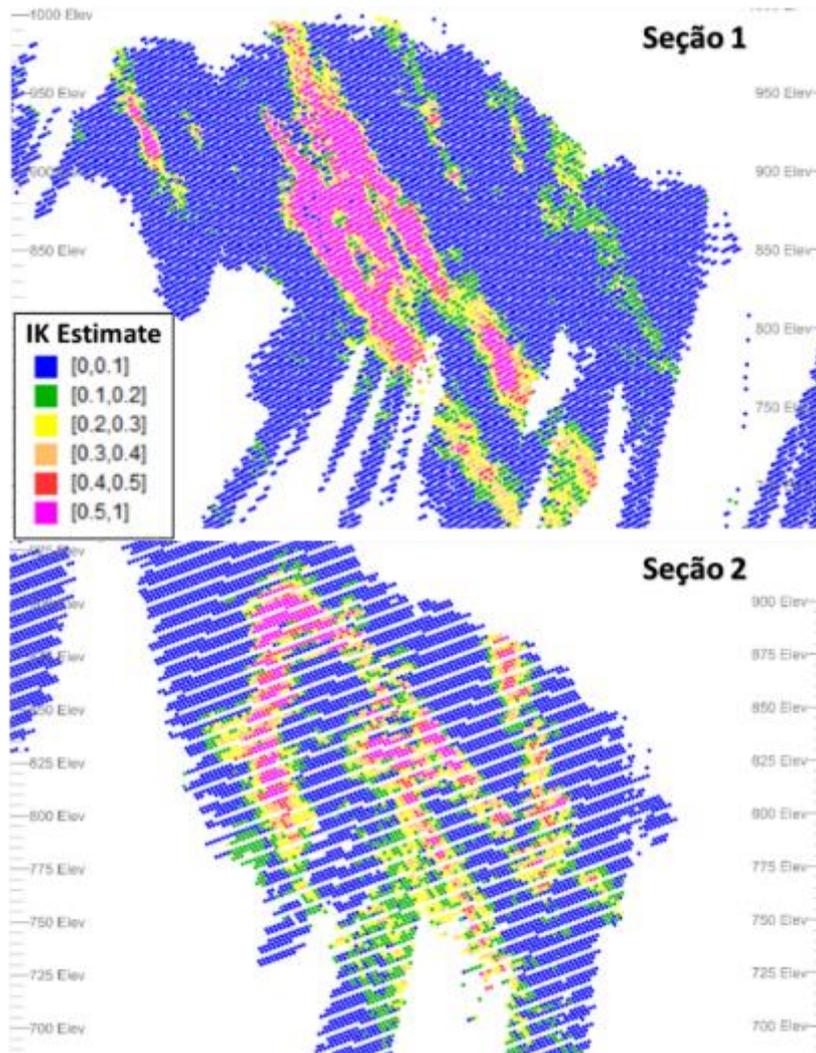
Tabela 3 - Parâmetros da elipse de busca utilizada na krigagem dos indicadores

Domínio	Rotação da elipse (Z-X-Y)	Dimensões da elipse	Mín amostras	Máx amostras	Setores	Mín/Setor	Máx/Setor	Máx/Furo
Marginal	27/49/34	20/40/36	8	30	4	2	10	4
Alto teor	27/49/34	15/40/28	8	30	4	2	10	4

Um aspecto-chave da modelagem por indicadores é a decisão sobre os limites aceitáveis de probabilidade estimada para agrupar os pontos em domínios. Os valores devem ser escolhidos de forma que o contorno reproduza da melhor forma as feições que se deseja modelar. Limites demasiadamente altos de probabilidade resultarão em continuidades artificialmente expandidas e previsões exageradas do volume de minério. Por outro lado, limites muito restritivos irão mascarar a continuidade natural do fenômeno, produzindo pequenos subdomínios isolados espacialmente. Abzalov e Humphreys (2003) sugerem definir os intervalos de probabilidade a partir das regiões mais pesquisadas do depósito. As estimativas truncadas pelo limite de probabilidade devem ser reconciliadas aos dados. O valor escolhido será aquele capaz de representar com melhor definição as características geométricas do minério.

Com esse propósito, duas regiões tipo foram selecionadas. Além de contarem com boa disponibilidade de dados, essas regiões representam domínios estruturais distintos em termos de gradiente de deformação. A Figura 30 mostra os mapas de probabilidade dos indicadores de alto teor no setor Oeste e Leste.

Figura 30 - Mapas de probabilidade do indicador de alto teor. Seção 1: Setor Oeste (alto grau de deformação). Seção 2: Setor Leste (nível moderado de deformação).



A decisão sobre o limite adequado de probabilidades para caracterizar os domínios foi tomada por iteração. Os mapas de probabilidade foram repetidamente truncados em alguns valores. Dessa forma os resultados puderam ser visualmente reconciliados aos dados até que a aderência geológica fosse satisfatória. As Figuras 31 e 32 mostram seções verticais dos dois setores com os resultados da aplicação de limites crescentes de probabilidade.

Figura 31 - Resultado da aplicação de limites crescentes de probabilidades no setor Oeste.

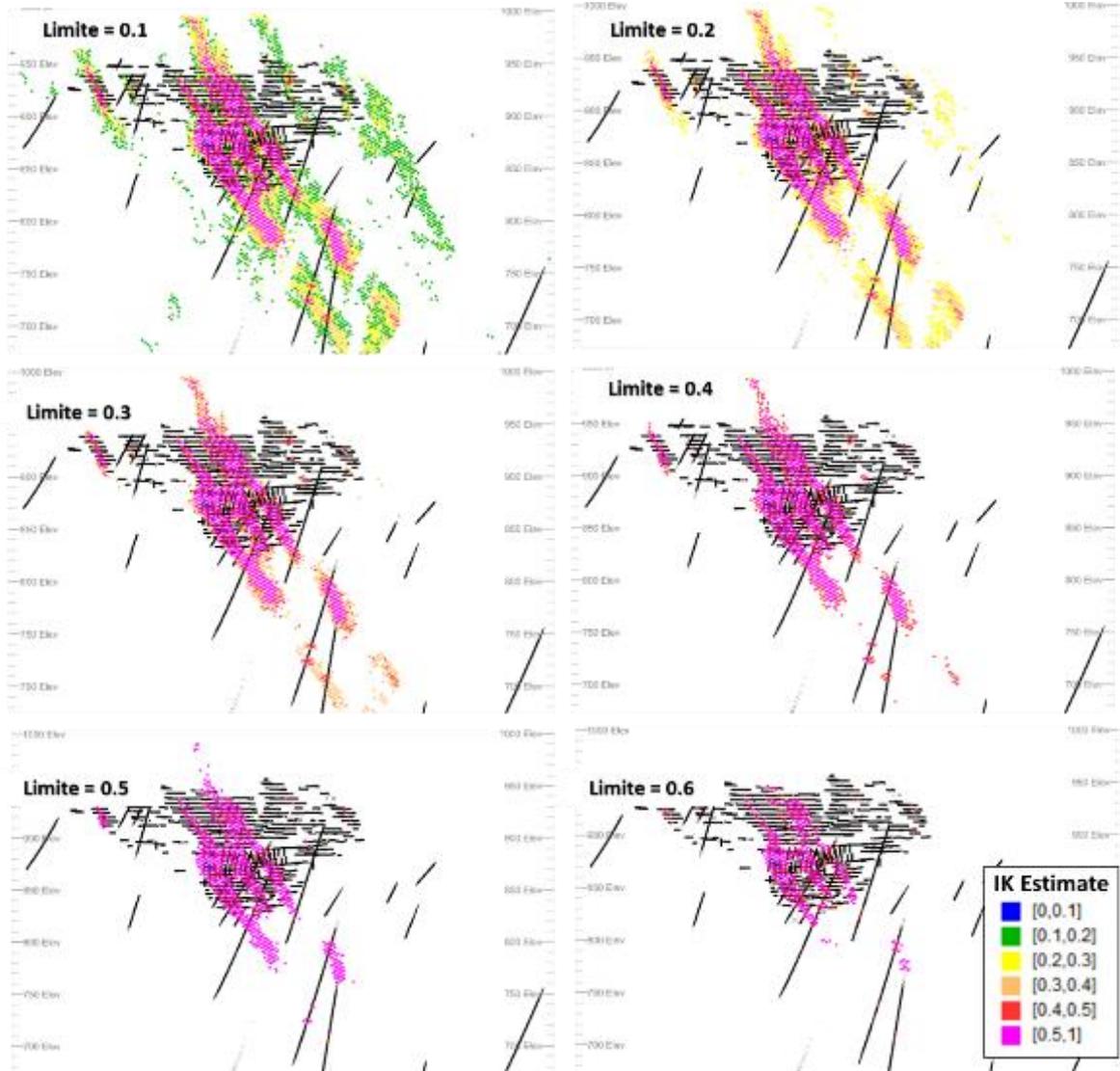
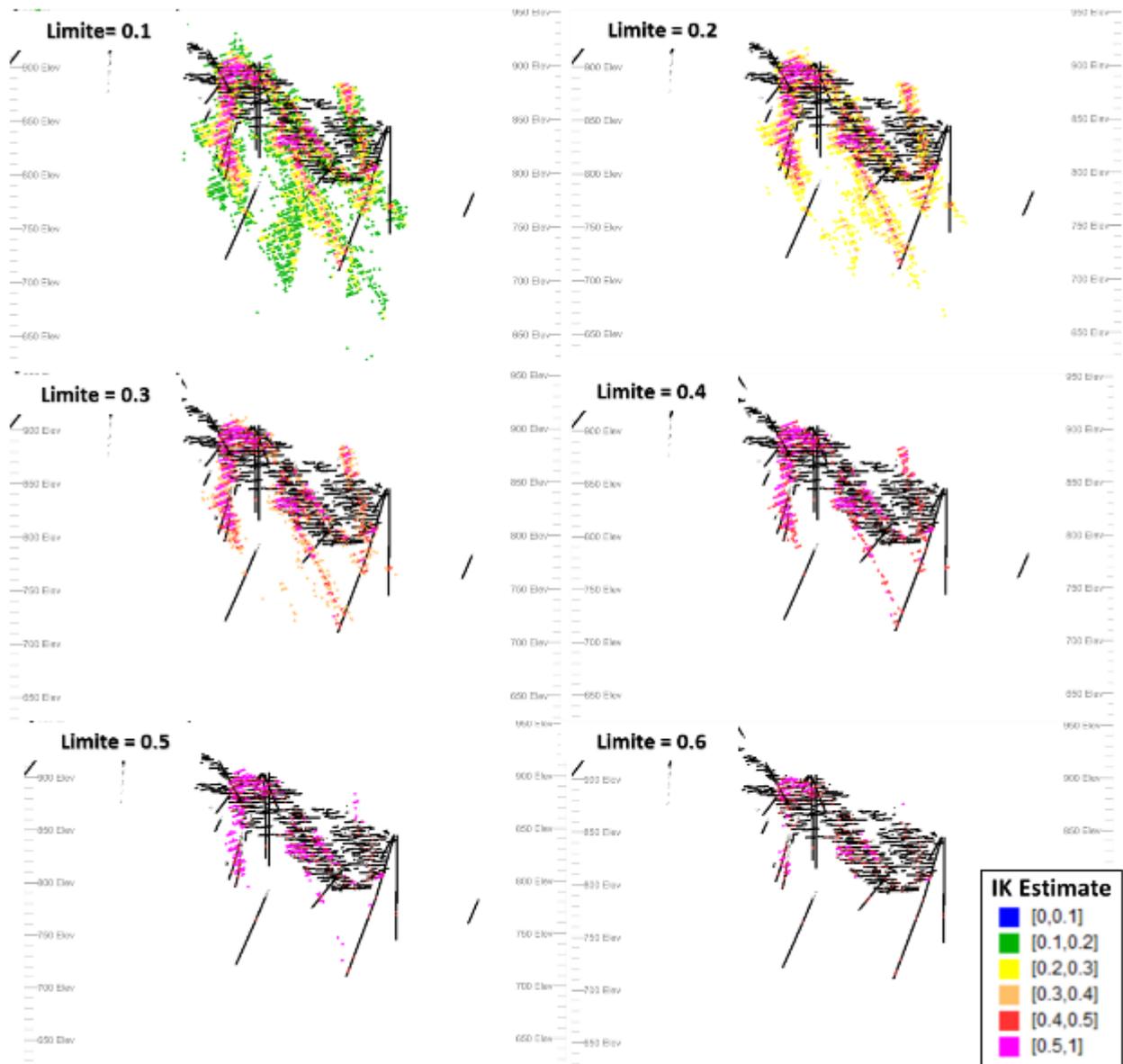


Figura 32 - Resultado da aplicação de limites crescentes de probabilidades no setor Leste.

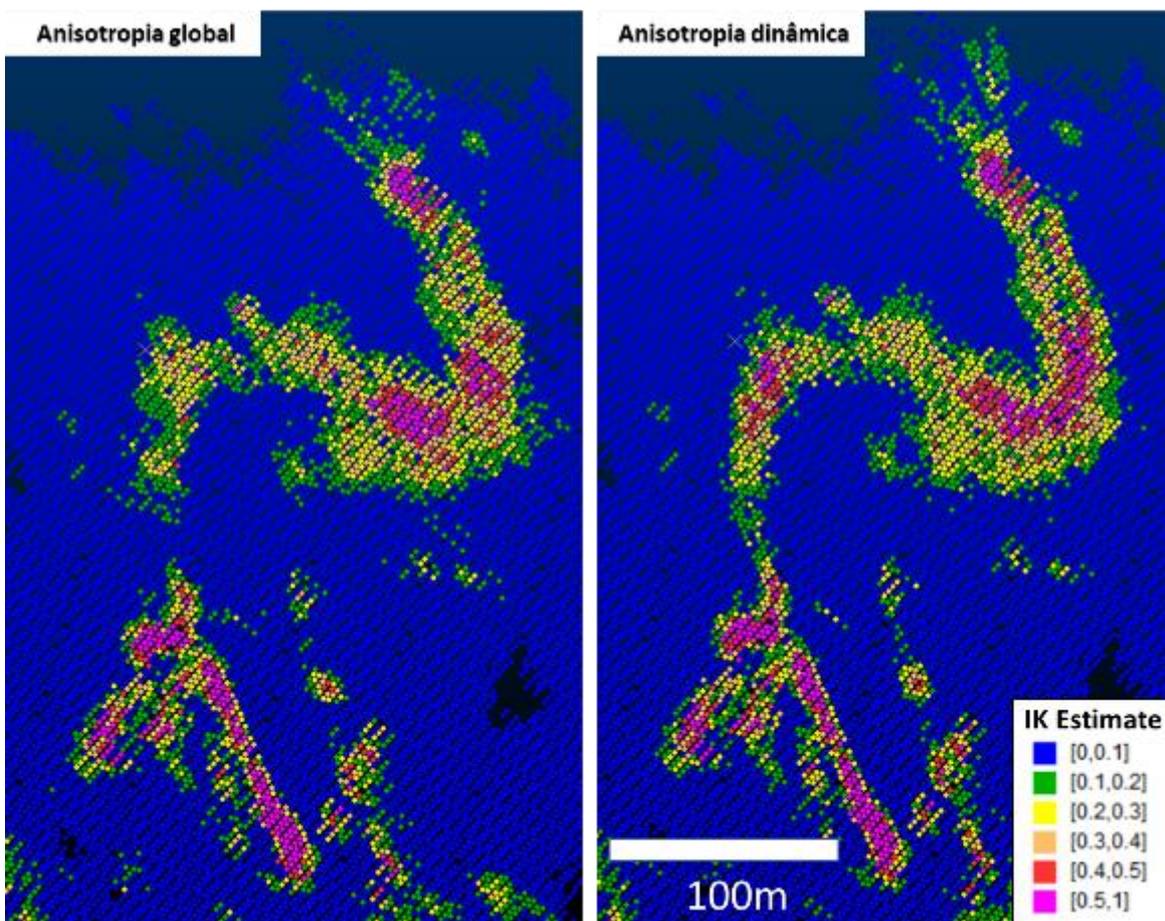


A reconciliação entre as amostras e as estimativas truncadas suportou a escolha 0.4 como limite de probabilidade. Em ambos os setores, o limite aplicado resultou na melhor reprodução dos contornos geológicos por parte do modelo de indicadores. As espessuras da mineralização foram bem representadas sem que houvesse criação exagerada de subdomínios isolados.

As vantagens de se utilizar informações de mapeamento para orientar a vizinhança de krigagem foram evidentes. A figura 33 compara os resultados da estimativa obtida com elipse orientada por medidas estruturais aos resultados de uma estimativa feita com anisotropia

global. Nota-se que, sobretudo, nas zonas de charneira a forma e contorno da mineralização foi consideravelmente melhor representado pelas estimativas com anisotropia dinâmica. Além das perdas pontuais de continuidade, a estimativa que considera uma anisotropia global produziu espalhamento lateral das probabilidades estimadas, que resultaria em contornos de minério mais expandidos que a realidade. Em regiões com alto grau de deformação, os benefícios da anisotropia dinâmica são menos nítidos. A deformação progressiva tende a transpor as variações locais de geometria reposicionando os veios de forma quase paralela. Nesses casos, o modelo global de anisotropia orientado pelas direções do cisalhamento produziu resultados semelhantes aos modelos de anisotropia dinâmica.

Figura 33 – Seção horizontal evidenciando os benefícios da utilização da anisotropia dinâmica guiada por medidas estruturais. À esquerda, mapa de probabilidade considerando anisotropia global (igual ao *plunge* médio do minério). À direita o mapa de probabilidades com anisotropia local.



3.3.6 Pós-processamento

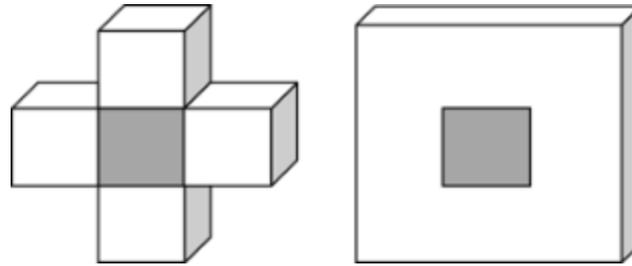
Na prática, diversas etapas da cadeia de mineração demandam sólidos geométricos que representem espacialmente o minério. Como o grid de indicadores é composto por pontos, às vezes irregularmente distribuídos, algumas etapas de pós-processamento são necessárias para dar ao grid de probabilidades um formato que possa ser utilizado nas rotinas de geologia e planejamento de mina.

A primeira etapa de processamento consiste em preencher eventuais vazios criados entre pontos. O objetivo é recuperar continuidades localmente perdidas no processo de estimativa. Intervalos vazios entre pontos consecutivos podem aparecer quando a estimativa não atende às premissas da busca (e.g. mínimo de amostras, furos, setores da elipse) ou quando o valor estimado está fora do limite de probabilidade estabelecido. Neste trabalho, o tratamento do grid usou princípios de morfologia matemática desenvolvida em parceria por Georges Matheron e Jean Serra nos anos 1960 (SERRA, 1982).

O conceito do procedimento é basicamente percorrer uma imagem como um elemento estruturante (Figura 34) e verificar a maneira como ele se encaixa ou não na imagem. Dessa forma, é possível fazer processamentos da imagem como aumentar a qualidade da resolução, restaurar pontos perdidos, detectar falhas e analisar formas. Os aspectos teóricos do método de morfologia matemática são tratados com detalhes em referências como Serra (1982; 1988) e Heijmans (1994).

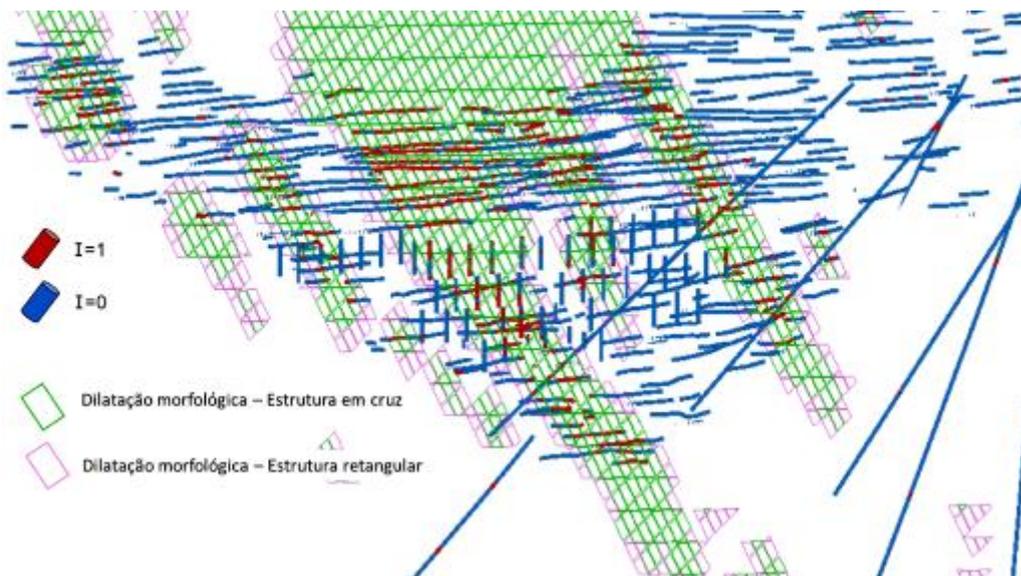
Uma aplicação particular entre os métodos de morfologia matemática é a dilatação e erosão morfológica (BLEINÈS, 2010). O processo de dilatação percorre o mapa estimado preenchendo vazios nas células do elemento estruturante sempre que sua origem (centro) coincidir com um ponto não vazio. De maneira oposta, a erosão morfológica remove pontos sempre que vazios da imagem coincidirem com o ponto de origem do elemento estruturante. No software Isatis®, o elemento estruturante é diferenciado pela forma e pode assumir tanto a geometria de cruz quando de retângulo (Figura 34).

Figura 34 – Formas de elemento estruturante disponíveis no software Isatis®. A morfologia matemática considera o centro do elemento (em cinza) como origem durante a leitura da imagem.



Para a dilatação morfológica foi utilizado o elemento em cruz com apenas um ponto em cada direção. Bem como a decisão sobre os limites de probabilidades, a escolha do tipo e dimensão do elemento estruturante foi feita com base na aderência dos resultados aos dados e ao mapa de krigagem. Observou-se que a dilatação por elementos retangulares resultou em envoltórias mais expandidas, enquanto o elemento em forma de cruz garantiu maior seletividade nos contornos de cada domínio. A Figura 35 compara o resultado da dilatação para o domínio de alto teor utilizando diferentes geometrias de elemento estruturante.

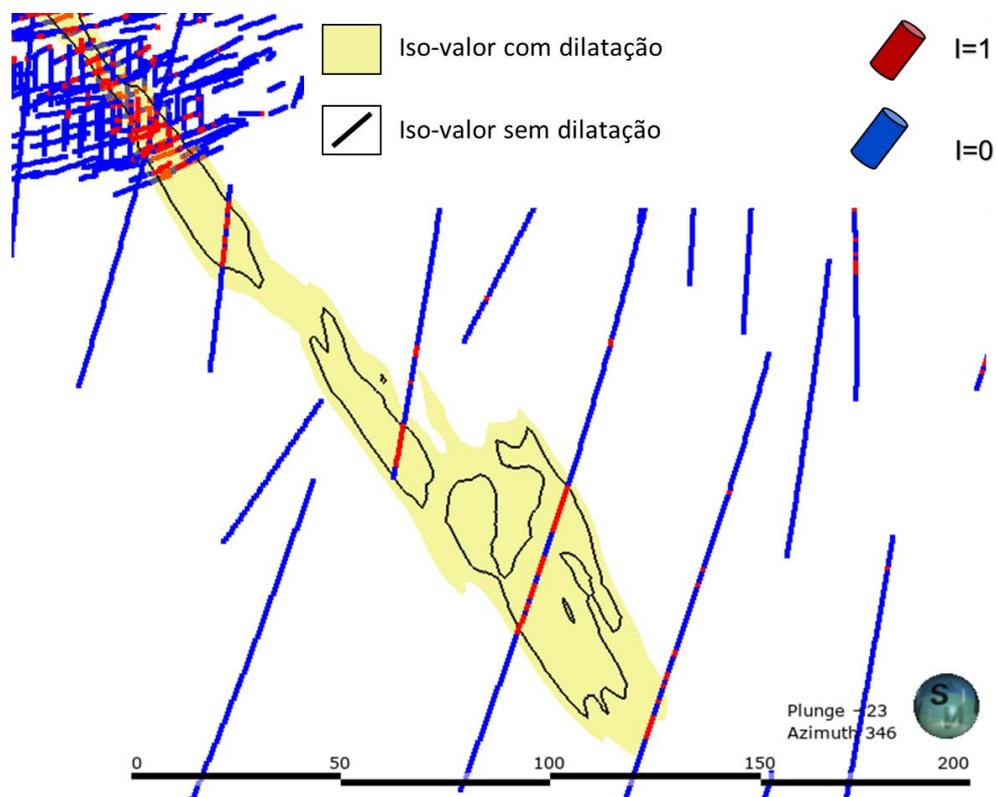
Figura 35 - Comparativo dos resultados da dilatação morfológica utilizando diferentes tipos de elemento estruturante (setor Oeste).



O último procedimento de modelagem é produzir o contorno dos pontos de dilatação morfológica. A Figura 36 ilustra como a dilatação morfológica atua na restauração das

continuidades. Note que o ganho volumétrico em se utilizar a dilatação é inversamente proporcional à densidade amostral. As continuidades recuperadas sobretudo nas áreas de malha mais aberta, produziram um ganho de volume de 100% na envoltória final. Softwares dedicados fornecem soluções variadas para construção de *wireframes*. A maioria deles utiliza métodos de modelagem implícita ou técnicas mais simples de interpolação que são ajustáveis às premissas do usuário. Este trabalho aplicou um algoritmo simples de isosuperfícies para contornar os grid de dilatação morfológica.

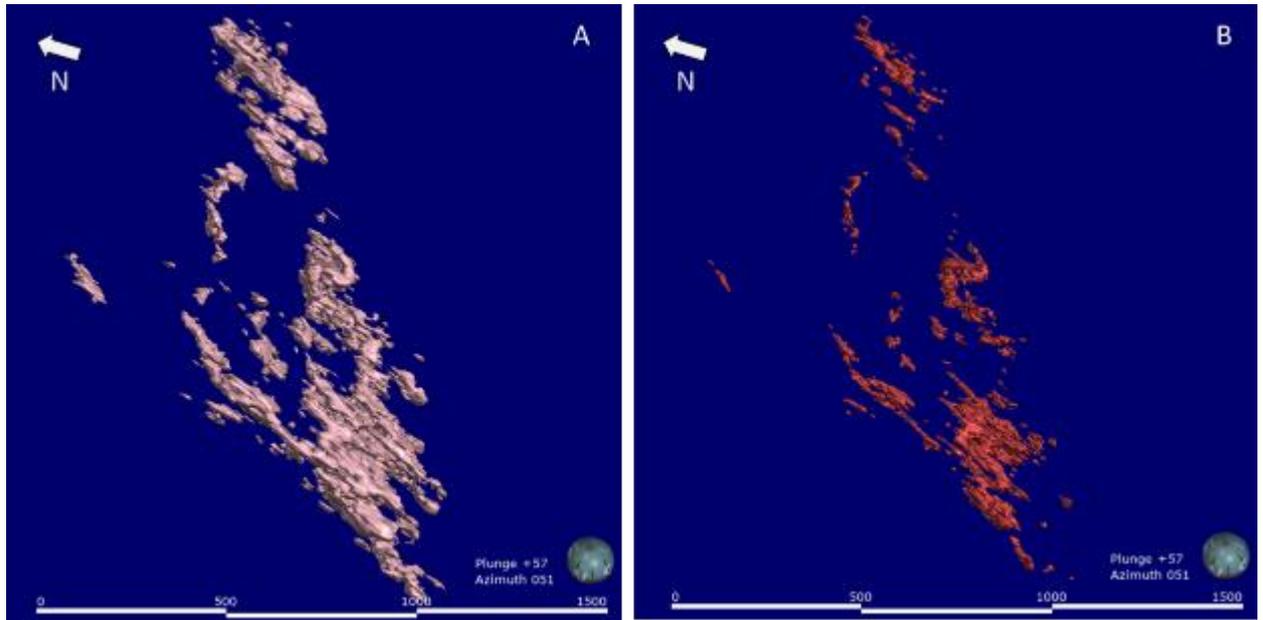
Figura 36 - Seção comparativa das envoltórias de iso-valor geradas a partir do grid original (linha preta) e dilatados (sombreado amarelo)



3.3.7 Resultados

A Figura 37 mostra as envoltórias de teor geradas a partir da krigagem dos indicadores dos domínios de minério marginal e alto teor.

Figura 37 - Resultado da modelagem probabilística dos domínios. Em A, a envoltória gerada para o minério de teor marginal; em B, a envoltória do domínio de alto teor



Embora a vizinhança de busca tenha sido definida para minimizar efeitos do agrupamento de amostras sobre as probabilidades estimadas, algumas regiões ainda apresentaram pequenos volumes esparsamente distribuídos. Sólidos isolados ou com continuidade restrita foram removidos para volumes inferiores a 750m³. A tabela 4 detalha algumas propriedades das envoltórias produzidas.

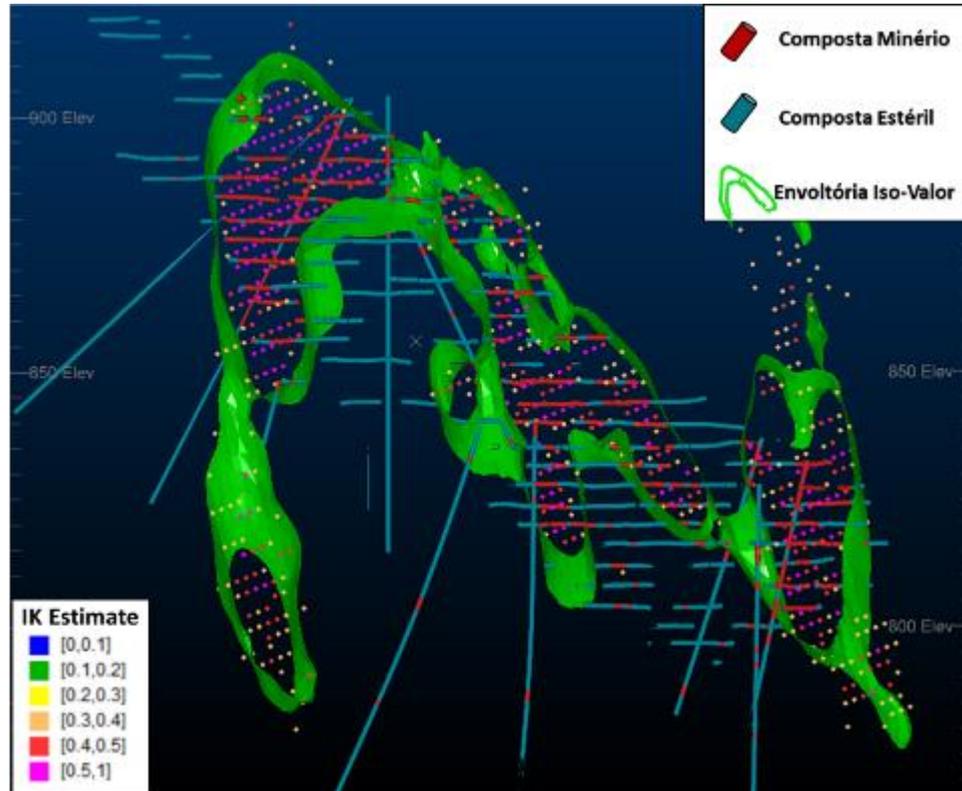
Tabela 4 - Atributos das *wireframes* de minério marginal e alto teor

Domínio	<i>Cut-off</i>	Volume (Milhões m ³)	Superfície total (Milhões m ²)	Extensão Dip	Extensão Strike	Sólidos
Marginal	0.3g/t	22.9	2.8	768m	1837m	83
Alto teor	0.8g/t	4.8	1.07	691m	1666m	72

De maneira geral, as feições estruturais foram capturadas pelo modelo de probabilidades. Isso fica claro quando analisamos seções características dos padrões deformacionais do depósito (Figura 38). A utilização da anisotropia dinâmica teve papel fundamental na reprodução das feições estruturais de grande escala. Além de melhor representar as características geométricas, seu uso permitiu que os diferentes setores, com continuidades levemente distintas, pudessem ser estimados em conjunto. Ainda assim, é

importante destacar que o modelo de probabilidade de indicadores perde gradualmente a capacidade de prever comportamentos estruturais de curto alcance à medida que a disponibilidade de dados se deteriora.

Figura 38 - Envoltória do minério de alto teor. Em destaque as regiões dobradas do setor Leste.



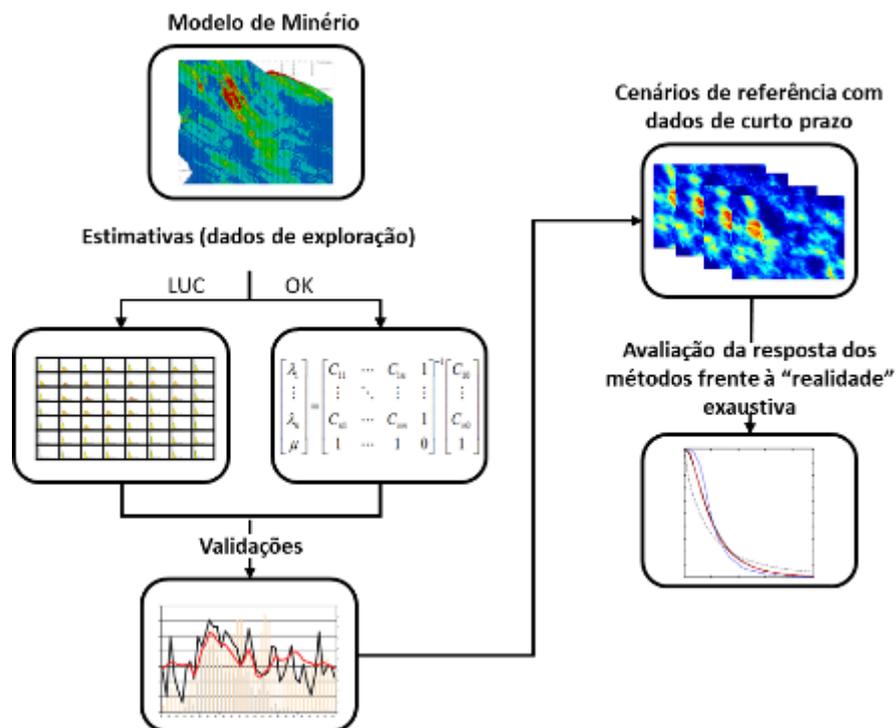
A proposta inicial de um modelo geológico livre de aspectos subjetivos foi apenas parcialmente atendida. Modelos de probabilidade, como o apresentado nesta seção, demandaram uma série de avaliações e etapas de processamento para garantir uma envoltória consistente com a geologia do depósito. Parâmetros como limites de probabilidades, espaçamento do grid e estruturas de dilatação são decisões particulares e devem ser suportadas pelo entendimento.

A abordagem dos indicadores se provou aplicável para a modelagem de depósitos deformados, reproduzindo com qualidade as principais características geológicas do minério. As envoltórias produzidas neste capítulo serão utilizadas na sequência para testar a aplicabilidade de UC e LUC. Serão discutidas vantagens e desvantagens dos métodos de estimativa e a sensibilidade dos resultados diante da disponibilidade de dados.

4 RECURSOS RECUPERÁVEIS

Definidas as envoltórias de minério, o depósito será avaliado quanto à aplicabilidade dos métodos de UC e LUC para estimativa de recursos recuperáveis. O esquema da Figura 39 ilustra as etapas da metodologia empregada.

Figura 39 - Fluxograma da metodologia aplicada. Modelos de OK e LUC obtidos a partir de dados de exploração serão reconciliados aos modelos de referência exaustivos.



4.1 VIÉS CONDICIONAL E SELETIVIDADE

Previamente ao desenvolvimento do estudo, faz sentido discutir o viés condicional, seletividade e as implicações desses conceitos nas etapas de avaliação e planejamento de mina.

Devido à variabilidade natural dos teores, fatores operacionais e econômicos a totalidade de recursos de um depósito não será exatamente recuperada conforme as previsões feitas na modelagem geostatística. Enquanto os recursos *in-situ* são definidos pelos aspectos geológicos, a quantidade de metal recuperado depende não somente das

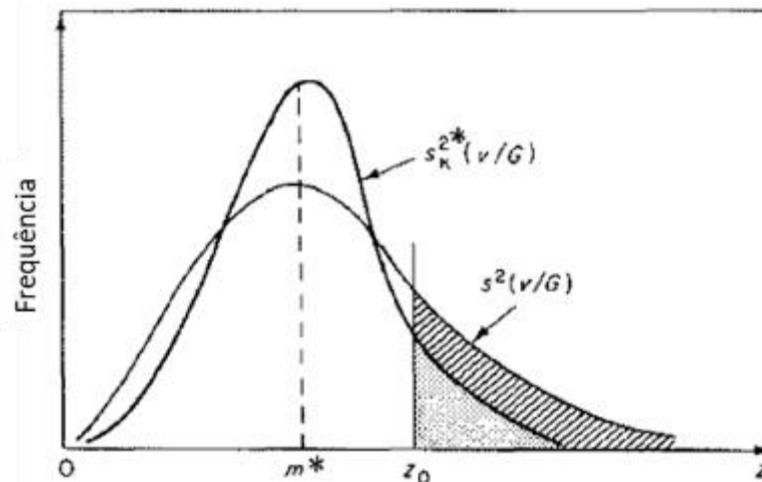
características do minério (variabilidade espacial, mineralogia, morfologia), mas também de parâmetros técnicos e econômicos do projeto. Journel e Huijbregts (1978) listam pontos-chave que impactam nas previsões de recursos recuperáveis:

- i) Critérios de seleção, como maximização de funções benefício e fatores de mercado.
- ii) Teor de corte, valor escolhido para atender à seleção de lavra baseada em aspectos econômicos.
- iii) Limitadores tecnológicos, como métodos de lavra e dimensionamento de equipamentos.
- iv) Suporte da unidade de lavra, significativamente maior que os dados amostrais.
- v) Informação disponível no momento da lavra. A seleção é, geralmente, feita sobre os valores estimados, porém valores reais são lavrados.

O nível de seletividade e viés condicional têm associação direta com os respectivos itens *iv* e *v*. Nesse particular, elementos da geoestatística (e.g. variância de dispersão, efeito de suavização) são especialmente sensíveis a critérios como suporte de lavra e quantidade de informação disponível para as etapas de estimativa.

Para exemplificar essa relação, considere o histograma da Figura 40 que representa a distribuição de teores no domínio G . A variância dos teores reais no suporte v é definida por $s^2(v/G)$, a dispersão dos teores estimados é dada por $s_k^{2*}(v/G)$, m^* é a média experimental assumida igual à média dos dados e z_0 um *cut-off* econômico qualquer.

Figura 40 - Distribuição dos teores verdadeiros e estimados em suporte v - modificado de Journal e Huijbregts (1978).



Note que a área pontilhada correspondente à quantidade de metal recuperado a partir da estimativa ($Z_v^* > z_0$) difere da área hachurada que representa a seleção sob os teores verdadeiros ($Z_v > z_0$). Essa diferença se torna mais importante à medida que os desvios entre o estimado Z_v^* e o real Z_v aumentam, i.e., à medida que a variância de estimativa $E\{[Z_v - Z_v^*]^2\}$ se torna maior (JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978).

A diferença na recuperação dos teores superiores a z_0 a partir de Z_v e Z_v^* , pode ser expressa matematicamente pela equação 26 denominada “relação de suavização”:

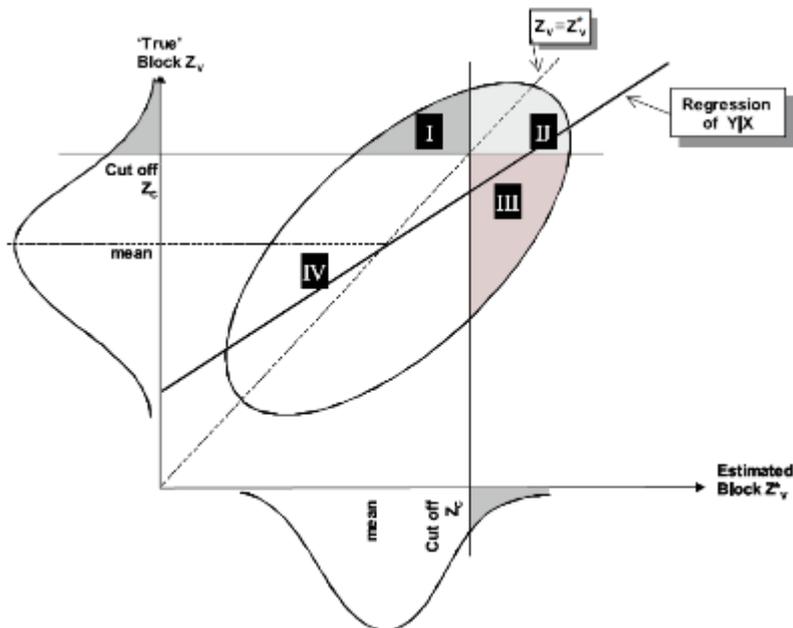
$$D^2(v/G) \cong D_k^{2*}(v/G) + \overline{\sigma_{kv}^2} - 2\bar{\mu} \quad (26)$$

onde $\overline{\sigma_{kv}^2}$ e $\bar{\mu}$ são, respectivamente, os valores médios da variância de krigagem e parâmetro Lagrange usados no sistema de krigagem; D^2 e D_k^{2*} são as dispersões dos valores reais e estimados nessa ordem. A relação mostra que quanto maior a variância média de krigagem, menor será a dispersão dos teores estimados, isto é, quanto mais erro a estimativa apresentar, menos dispersão terá o histograma dos valores estimados. A prova da relação de suavização expressa pela equação 26 é desenvolvida por Journal e Huijbregts (1978) no capítulo 6.

Como demonstrado, a relação de suavização é consequência direta da variância de krigagem que, por sua vez, é função, dentre outros fatores, do suporte estimado. Essa relação de causalidade pode ser derivada da equação da variância de krigagem (equação 11), que em última análise, mede o erro da estimativa. Se estimada em suporte muito grande, a distância média do bloco aos dados é pequena, resultando em uma covariância $C(u, u_i)$ grande e variância de estimativa consequentemente menor. De maneira oposta, grids de estimativa excessivamente pequenos produzirão variâncias de krigagem elevadas em decorrência da subtração de valores baixos de covariância. A relação de suavização expressa pela equação 26 e a variância de krigagem dada pela igualdade 11, mostram algebricamente como o nível de seletividade impacta a dispersão D_k^{2*} da estimativa.

O viés condicional aparece como consequência da redução da variabilidade natural. Esse tipo de viés é dito condicional pelo fato de o sinal e o valor do viés dependerem da classe de teor (ABZALOV, 2016). Uma vez que a massa é recuperada com base nos teores estimados, o efeito prático do viés condicional é a classificação equivocada de blocos de estéril e minério. A Figura 41 ilustra como problemas de classificação decorrem da diferença entre teores estimados e reais. Considerando $f(z)$ a regressão dos teores reais (Z_v) e estimados ($Z_v^* = z$) para todo z , o processo é dito livre de viés quando a condição $E\{Z_v|Z_v^* = z\} = z$ é garantida. Em outras palavras, quando a inclinação da regressão de $f(z)$ for igual a 1.

Figura 41 - Diagrama mostrando a regressão dos valores reais e estimados. Quadrantes II e IV corretamente classificados como minério e estéril, respectivamente, I e III erroneamente classificados (VANN et al., 2003).



A estimativa de recursos sempre busca a melhor inclinação da regressão entre os teores estimados e reais. Na prática, a krigagem em blocos pequenos geralmente é feita para representar suportes lavráveis pela operação. Sobretudo com malha de sondagem ampla, a introdução do viés condicional levará à má classificação de parte dos recursos. De maneira oposta, a estimativa de blocos grandes melhora consideravelmente a inclinação da regressão. Como desvantagem, suportes grandes irão atenuar a variabilidade dos teores, mascarando heterogeneidades locais que são importantes para decisões de lavra. Como alternativas para tentar obter o melhor de cada cenário, existem técnicas geoestatísticas que permitem que a estimativa seja feita em volumes grandes com uma correção de suporte visando restaurar parte da variabilidade perdida.

4.2 MODELO EXAUSTIVO DE REFERÊNCIA

A melhor aproximação que pode ser feita a respeito da variabilidade de teores que serão de fato recuperados em suporte operacional é obtida utilizando amostragem de *grade control*. Dados de exploração e geologia curto prazo foram combinados para produzir modelos exaustivos que servirão de referência para avaliar a qualidade das previsões.

Com esse propósito, o método simulação condicional foi adotado em vez da krigagem. Como se pretende prever a quantidade de recursos recuperáveis, a simulação tende a ser mais adequada uma vez que apresenta ganho em precisão global em detrimento da precisão local (DEUTSCH; JOURNAL, 1998; YAMAMOTO & LANDIM, 2013). As técnicas de simulação conseguem preservar características naturais do fenômeno modelado através da reprodução das covariâncias e do histograma original das variáveis. Essas propriedades tornam os métodos de simulação especialmente interessantes, sobretudo, sob a perspectiva operacional onde a heterogeneidade de teores tem influência sobre a seletividade da lavra. Por não se tratar dos objetivos específicos desta tese, aspectos teóricos dos métodos de simulação estocástica serão abordados apenas de forma superficial. A fundamentação dos diversos métodos de simulação pode ser consultada em referências como Journal e Huijbregts (1978), cap. VII; Rossi e Deutsch (2014), cap. X; Chilès e Delfiner (1999) cap. VII.

A covariância entre os pontos estimados por krigagem simples e as amostras pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Cov [Z^*(u), Z(u_i)] &= \sum_{\beta=1}^n \lambda_j E [Z(u_j) \cdot Z(u_i)] \\ &= \sum_{\beta=1}^n \lambda_j Cov(u_i, u_j) = Cov(u, u_j) \end{aligned}$$

onde u_j, u_i e u são, respectivamente, amostras nos locais i e j e a estimativa em u . A igualdade acima mostra que a covariância entre o ponto estimado e as amostras equivale à covariância das amostras entre si multiplicadas pelos pesos de krigagem. Sendo assim, a equação de krigagem simples garante que a covariância entre bloco e amostra reproduza corretamente a covariância das amostras entre si. Algoritmos de simulação garantem as covariâncias corretas fazendo com que pontos previamente simulados sejam incorporados aos dados para simular os pontos seguintes.

A variância original do fenômeno no suporte de ponto é reproduzida na simulação por meio da adição de uma componente de erro ao valor krigado. Essa componente deve ter média zero, para não gerar viés, e variância equivalente à variância perdida:

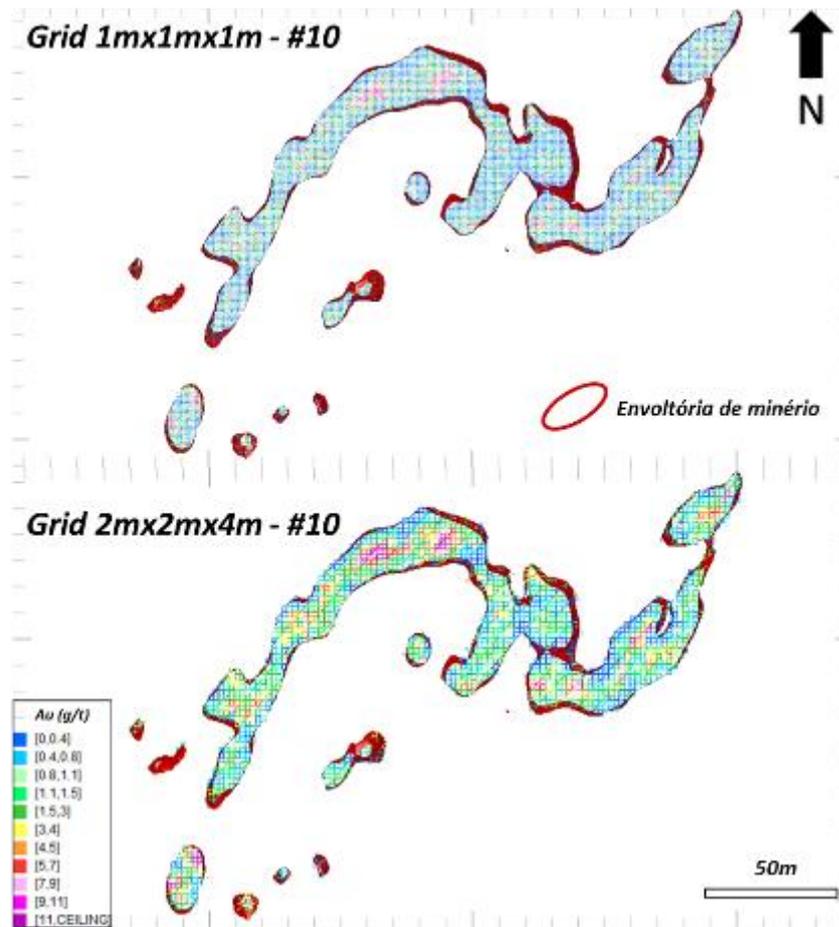
$$Z_{S_u} = Z_u^* + R_u$$

onde Z_s é o valor simulado, Z^* o valor krigado e R o resíduo de média zero e variância de krigagem no ponto u . O resíduo com média zero preserva a covariância correta dos pontos simulados Z_{S_u} :

$$Cov Z_s(u), Z(u) = \sum_{\beta=1}^n \lambda_j Cov(u_i, u_j) = Cov(u, u_j)$$

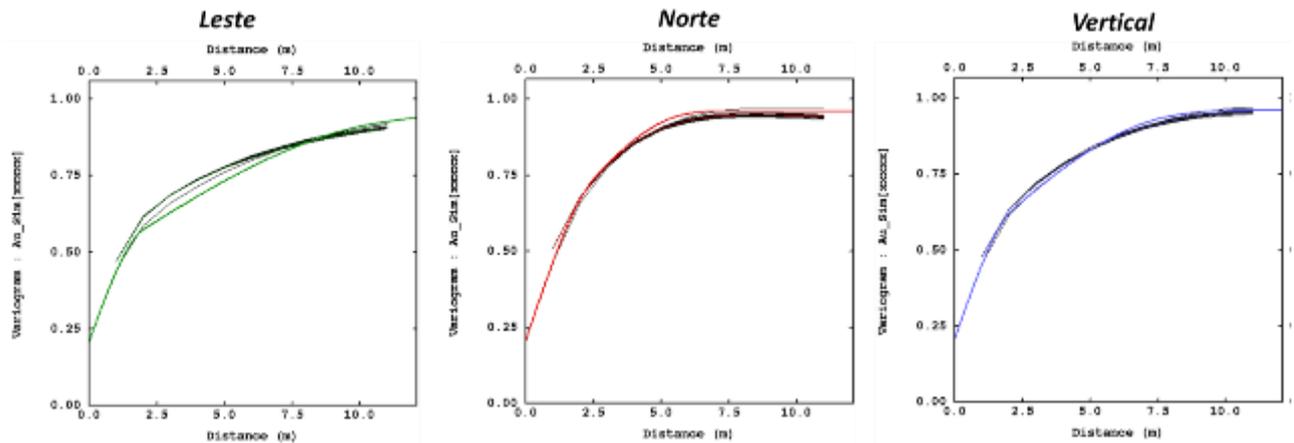
O modelo de referência foi obtido por simulação sequencial gaussiana (SGS) (ISAACS, 1990). Foram geradas 20 realizações em grid de 1m x 1m x 1m e, posteriormente, expandidas (“*upscaling*”) para o suporte de SMU (2m x 2m x 4m). A figura 42 mostra o mapa da décima realização em suportes de ponto e suporte SMU.

Figura 42 - Realização 10 da simulação em grid 1x1x1 (acima) e regularizado para suporte de SMU (abaixo). Seção de orientação Az= 131, Dip=-35 no setor Leste.



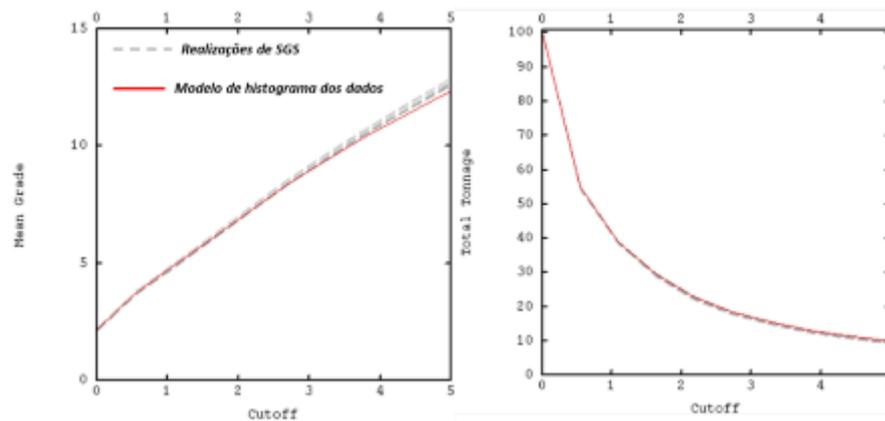
As 20 realizações geradas como modelo de referência reproduziram de forma satisfatória as propriedades estatísticas do ouro. Como validação da reprodução das covariâncias, a figura 43 compara os variograma dos *grids* simulados aos modelos variográficos dos dados.

Figura 43 - Variogramas da variável Au nas direções leste, norte e vertical. As linhas pretas representam os variogramas das realizações em grid 1x1x1. As linhas espessas verde, vermelha e azul representam os variogramas dos dados.



A figura 44 mostra que as realizações reproduziram adequadamente os dados para diferentes classes de teor. Nota-se que o espaço de incerteza definido pelas flutuações das realizações foi bastante reduzido. A pequena variabilidade é consistente com a grande quantidade de dados de *grade control*. A malha de amostragem de curto prazo (1x7x5m) impõe forte condicionamento ao algoritmo de simulação limitando as flutuações dos valores simulados.

Figura 44 - Teor médio para diversos cut-off's (esq.) e curva teor x tonelagem (dir.) As realizações de SGS estão representadas em linhas cinzas tracejadas e o histograma dos dados em vermelho.



O sumário estatístico das 20 realizações e dos dados é apresentado na tabela 5.

Tabela 5 - Sumário estatístico das realizações em suporte de ponto e dados desagrupados da variável Au utilizados na SGS

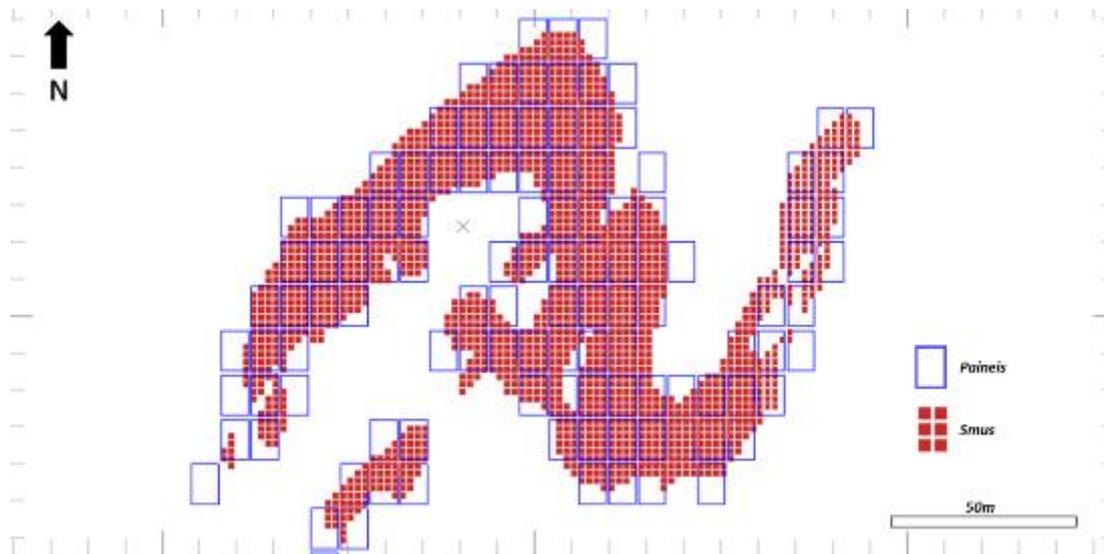
Variável	Mn	Máx	Média	Desv. Padrão	Variância	CV	P20	P40	P60	P80
Realização 1	0	54	2.2	4.83	23.32	2.2	0.18	0.44	1.06	2.54
Realização 2	0	54	2.14	4.64	21.55	2.17	0.18	0.44	1.06	2.51
Realização 3	0	54	2.11	4.6	21.19	2.18	0.18	0.44	1.04	2.47
Realização 4	0	54	2.12	4.66	21.75	2.2	0.18	0.43	1.04	2.47
Realização 5	0	54	2.12	4.63	21.4	2.19	0.18	0.44	1.04	2.47
Realização 6	0	54	2.1	4.59	21.04	2.18	0.18	0.43	1.03	2.46
Realização 7	0	54	2.1	4.58	21	2.18	0.18	0.43	1.03	2.46
Realização 8	0	54	2.12	4.6	21.15	2.17	0.18	0.44	1.05	2.48
Realização 9	0	54	2.15	4.68	21.89	2.18	0.18	0.44	1.05	2.51
Realização 10	0	54	2.12	4.63	21.43	2.18	0.18	0.43	1.04	2.48
Realização 11	0	54	2.11	4.61	21.25	2.18	0.18	0.43	1.04	2.47
Realização 12	0	54	2.14	4.65	21.63	2.18	0.18	0.44	1.05	2.5
Realização 13	0	54	2.12	4.63	21.39	2.19	0.18	0.43	1.04	2.47
Realização 14	0	54	2.12	4.64	21.54	2.19	0.18	0.43	1.04	2.48
Realização 15	0	54	2.12	4.62	21.36	2.18	0.18	0.44	1.04	2.48
Realização 16	0	54	2.11	4.6	21.12	2.18	0.18	0.43	1.04	2.47
Realização 17	0	54	2.15	4.72	22.32	2.19	0.18	0.44	1.05	2.5
Realização 18	0	54	2.08	4.56	20.82	2.2	0.17	0.43	1.02	2.42
Realização 19	0	54	2.1	4.59	21.04	2.18	0.18	0.43	1.04	2.46
Realização 20	0	54	2.1	4.58	21	2.18	0.18	0.43	1.03	2.46
Au declust.	0	54	2.14	4.48	20.09	2.09	0.17	0.5	1.12	2.59

Assim como as covariâncias, a tabela 2 mostra que as propriedades estatísticas dos dados também foram reproduzidas pelas realizações de SGS.

4.3 CONDICIONAMENTO UNIFORME

Operacionalmente, a frota permite seletividade de lavra de 2m x 2m x 4m, sendo as duas primeiras as dimensões em XY e a terceira correspondente à altura da bancada. Esse suporte do modelo de recursos é trabalhado pela engenharia na otimização e sequenciamento de mina e será referido como SMU (*selective mining unit*). Para os painéis, 72 SMUs foram agrupados para compor células de dimensões 8x12x12m (Figura 45).

Figura 45 - Seção horizontal mostrando o arranjo geométrico dos painéis e SMUs utilizados no condicionamento uniforme.

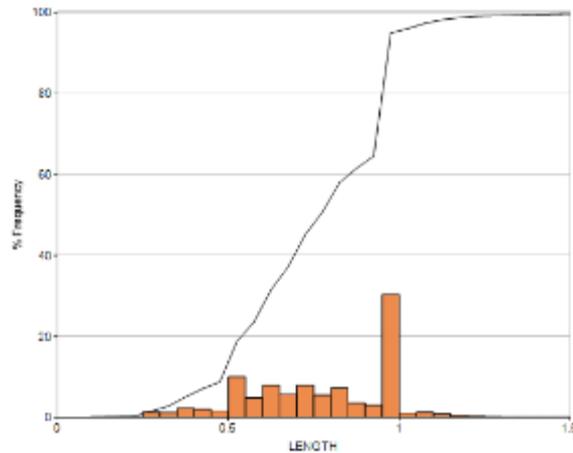


Uma vez que o domínio de minério marginal proporcionalmente hospeda uma quantidade menos expressiva de metal economicamente lavrável, os estudos desta seção dedicam-se exclusivamente ao domínio de alto teor.

4.3.1 Preparação dos dados

O processo de regularização padroniza as amostras garantindo suportes equivalentes para as etapas de estimativa. A regularização de intervalos longos em compostas mais curtas não é recomendada, pois cria uma suavização exagerada na distribuição espacial refletindo em continuidades irreais (ABZALOV, 2016). Neste tópico, a análise exploratória considerou individualmente os dados oriundos de sondagem e canais. Em ambos os casos, as amostras foram regularizadas a intervalos de 1 metro. O valor escolhido corresponde à moda estatística e garante que 95% dos dados originais possuam comprimentos menores ou iguais ao intervalo definido de composta (Figura 46).

Figura 46 - Histograma do comprimento das amostras de furos exploratórios no domínio de alto teor. 95% dos dados originais apresentam comprimentos menores ou iguais a 1m.



Abzalov (2016) menciona que o comprimento de regularização amostral não deve alterar significativamente (>5%) a média dos teores e o conteúdo metálico dos dados originais. A tabela 6 mostra que o intervalo de 1m preservou as características das amostras primárias.

Tabela 6 – Comparativo de média e conteúdo metálico dos dados brutos e regularizados.

Variável	Média (g/t)	Metal (g/t*m)
Au	2.27	18773
Au regularizado	2.26	18799
Diferença (%)	-0.44%	-0.14%

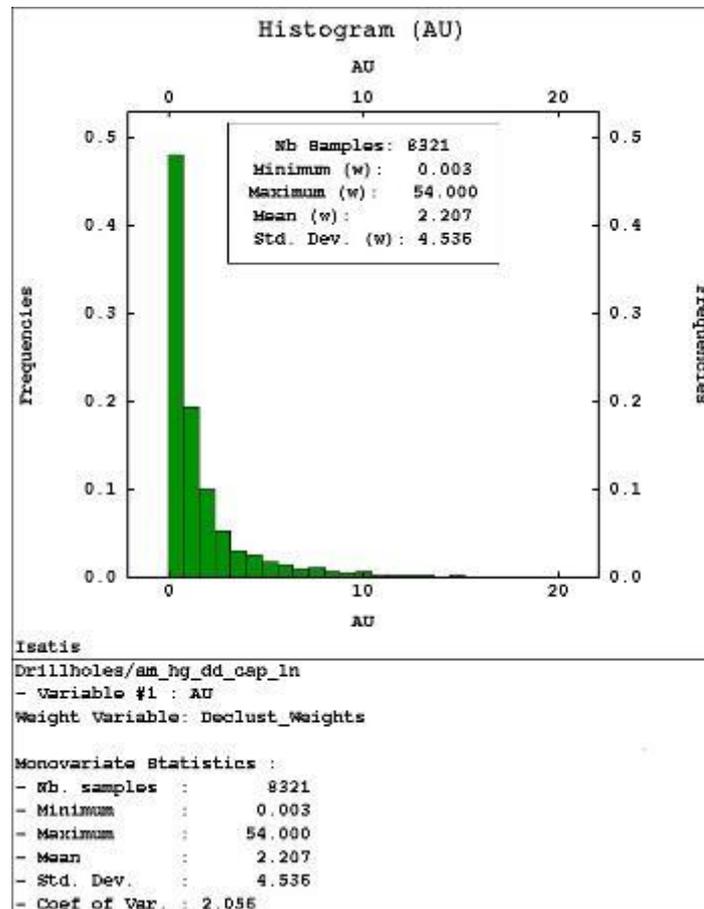
Estimativas de variáveis fortemente assimétricas positivas como o ouro apresentam risco de sobrestimativas pontuais associadas ao espalhamento exagerado dos altos teores. Especialmente estimativas baseadas em amostras dispostas esparsamente, teores anômalos podem ter representatividade potencializada. Uma abordagem comum para mitigar esse tipo de problema é aplicar um truncamento na cauda superior do histograma. Esse procedimento é denominado “*capping*” ou “*top-cutting*”. De maneira geral, não existe um critério genérico para definição do teor de *capping*. O valor adequado para a definição do teor de *capping* deve ser definido empiricamente por meio das validações das estimativas e conhecimento do depósito. Baseado no conhecimento prévio do depósito, estimativas e validações de modelos de curto prazo, este trabalho considerou um teor de *capping* igual a 54 g/t, equivalente ao

percentil 98 %. O sumário estatístico dos dados após tratamento é apresentado pela tabela 7 e histograma (Figura 47).

Tabela 7 - Sumário estatístico dos dados brutos e tratados.

Variável	Desagrupamento Célula (m)	Mín	Máx	Média	Desv. Padrão	Variância	CV
Au original	-	0.025	210.57	2.27	5.7	32.52	2.51
Au "capping"	40x40x40	0.025	54	2.20	4.53	20.52	2.06

Figura 47 - Histograma dos dados tratados. Este conjunto de dados de exploração será utilizado nas estimativas.

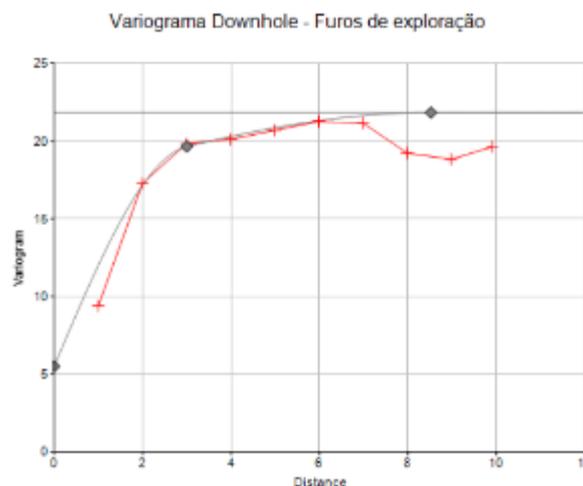


4.3.2 Continuidade espacial

Os variogramas experimentais do ouro no domínio de alto teor foram calculados utilizando os dados tratados. Assim como na estimativa dos indicadores abordada no capítulo 3, as direções foram definidas considerando uma anisotropia média do depósito, embora variações locais sejam impostas pelos fatores estruturais.

A contribuição de efeito pepita foi medida pelo variograma ao longo dos furos (Figura 48). Como os dados estão regularizados a comprimentos de 1m, esse foi o *lag* aplicado para o cálculo do efeito pepita.

Figura 48 - Variograma ao longo do furo para definição do efeito pepita utilizado nos variogramas com dados exploratórios. O sill do variograma é 21.83.

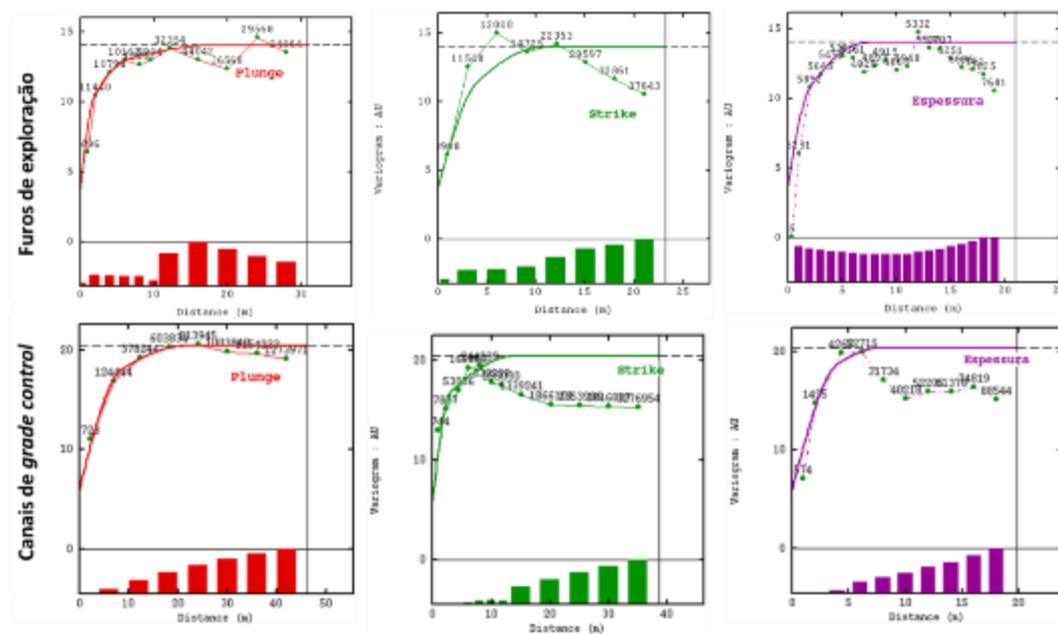


Especialmente em fenômenos descontínuos e de curto alcance, capturar a continuidade espacial pode ser tarefa difícil. Sobretudo em campanhas de exploração, há partes do depósito que apresentam malha mais aberta que o range do fenômeno. Nesses casos, ajustar os espaçamentos dos *lags* e tolerâncias angulares pode auxiliar consideravelmente a capturar as continuidades do fenômeno. O nível de resolução da envoltória de indicador criada no capítulo anterior permitiu que localmente amostras nas bordas fossem incorporadas pelo sólido. Para reduzir o aparecimento de ruídos e reproduzir melhor a continuidade do minério de alto teor, foram desconsiderados no cálculo dos variogramas valores iguais aos limites de detecção do método analítico (0.025g/t). Por esse razão, o sill dos variogramas da Figura 49 é mais baixo que a variância exibida na tabela 7 que contempla os dados totais. Para a estimativa, os variograma modelado a partir dos dados

filtrados teve suas estruturas e efeito pepita proporcionalizados à variância total dos dados (tabela 8).

As amostras com finalidade de *grade control* poderiam ser utilizadas para auxiliar o ajuste dos variogramas direcionais, sobretudo nos ranges mais curtos. Todavia, para reproduzir exatamente as condições de utilização dos dados, foram considerados no cálculo dos variogramas apenas as amostras de exploração. Para efeito de comparação, foram calculados também os variogramas com informações de curto prazo (Figura 49).

Figura 49 - Variogramas direcionais das amostras no domínio de alto teor. Acima estão representados os variogramas calculados com dados de exploração e abaixo, com os dados adensados de curto prazo.



O comparativo dos variogramas mostra que as funções obtidas com dados exploratórios reproduzem razoavelmente bem a continuidade modelada a partir do banco de dados mais completo. A tabela 8 apresenta os parâmetros de ajuste dos variogramas calculados para domínio de alto teor.

Tabela 8 - Parâmetros utilizados na modelagem dos variogramas direcionais utilizando amostras de exploração e grade *control*. As estruturas dos variogramas das amostras de exploração estão proporcionalizadas à variância total dos dados (20.52).

Variável	Rotação dos eixos (Z-Y-X)	Pepita	Estrutura	Sill da estrutura	Alcance (Plunge)	Alcance (Strike)	Alcance (Espessura)
Au - Dados exploratórios	44/41/46	5.5	<i>Sph</i>	6.9	2	4	2
			<i>Sph</i>	5.05	6	10	6.5
			<i>Sph</i>	3.07	18	12	8
Au - Canais GC		6	<i>Sph</i>	9.1	8.5	3	4
			<i>Sph</i>	5.3	22	14	8

4.3.3 Estimativa dos SMUs e painéis

A implementação do condicionamento uniforme (UC) requer a estimativa dos painéis para obtenção dos histogramas com variância corrigida. Posteriormente, a localização dos teores (LUC) demandará que os SMUs contenham valores estimados para ordenar as classes de teor obtidas por UC.

Os dois suportes no domínio de alto teor foram estimados por krigagem ordinária utilizando os variogramas definidos na seção anterior e parâmetros de busca conforme tabela 9:

Tabela 9 - Parâmetros de busca empregados na krigagem ordinária dos SMUs e painéis.

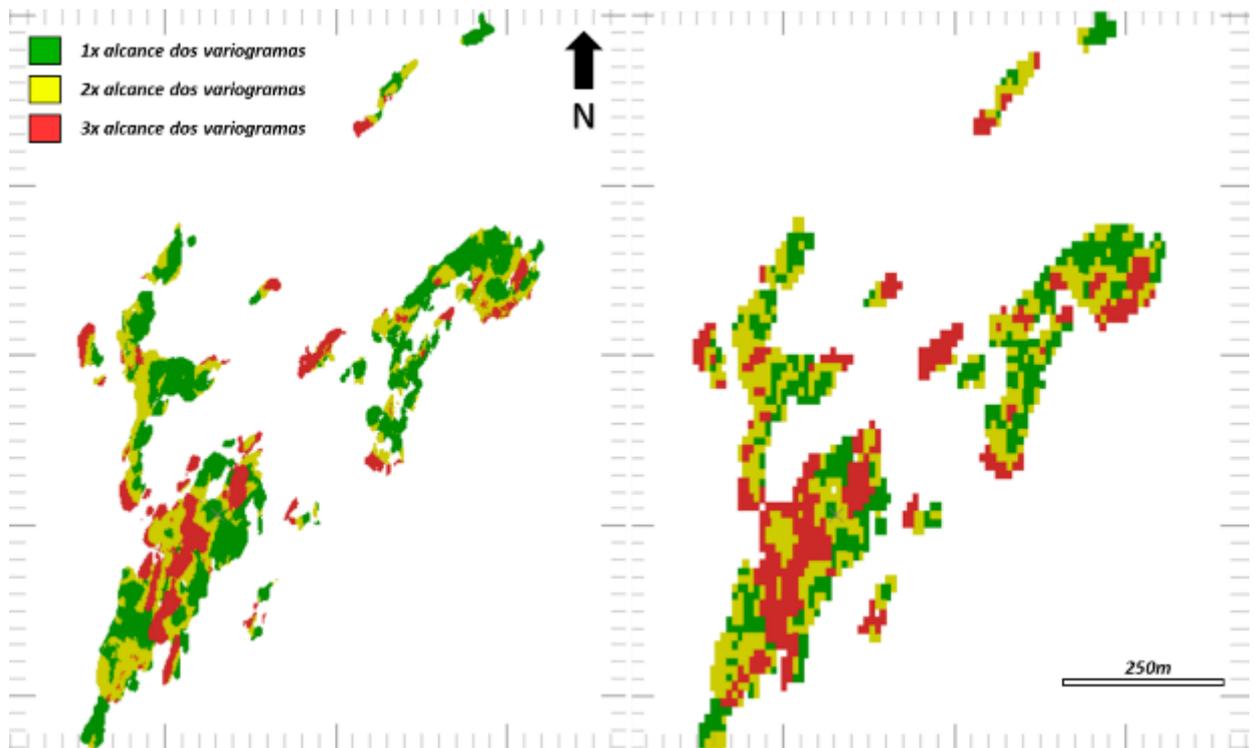
Suporte	Rotação da elipse (Z-X-Y)	Dimensões da elipse	#mín amostras	#opt amostras	Octantes	Discret (X,Y,Z)
SMU	27/49/34	18/12/8	6	12	4	2x2x4
Painel	27/49/34	18/12/8	6	12	4	8x12x12

Foi utilizada uma estratégia de múltiplas passadas expandindo o elipsoide de busca em até 3x o alcance dos variogramas. Essa é uma prática bastante utilizada na avaliação de depósitos e tem como objetivo reduzir o número de blocos não interpolados. A figura 50 posiciona espacialmente os blocos estimados em cada uma das rodadas. As proporções estão apresentadas na tabela 10.

Tabela 10 - Proporções de blocos estimados em cada passada.

Suporte	1x ranges do variograma	2x ranges do variograma	3x ranges do variograma
SMU	63%	28%	9%
Painel	50%	37%	13%

Figura 50 - Representação espacial dos blocos estimados em cada uma das passadas (SMUs à esquerda e painéis à direita).

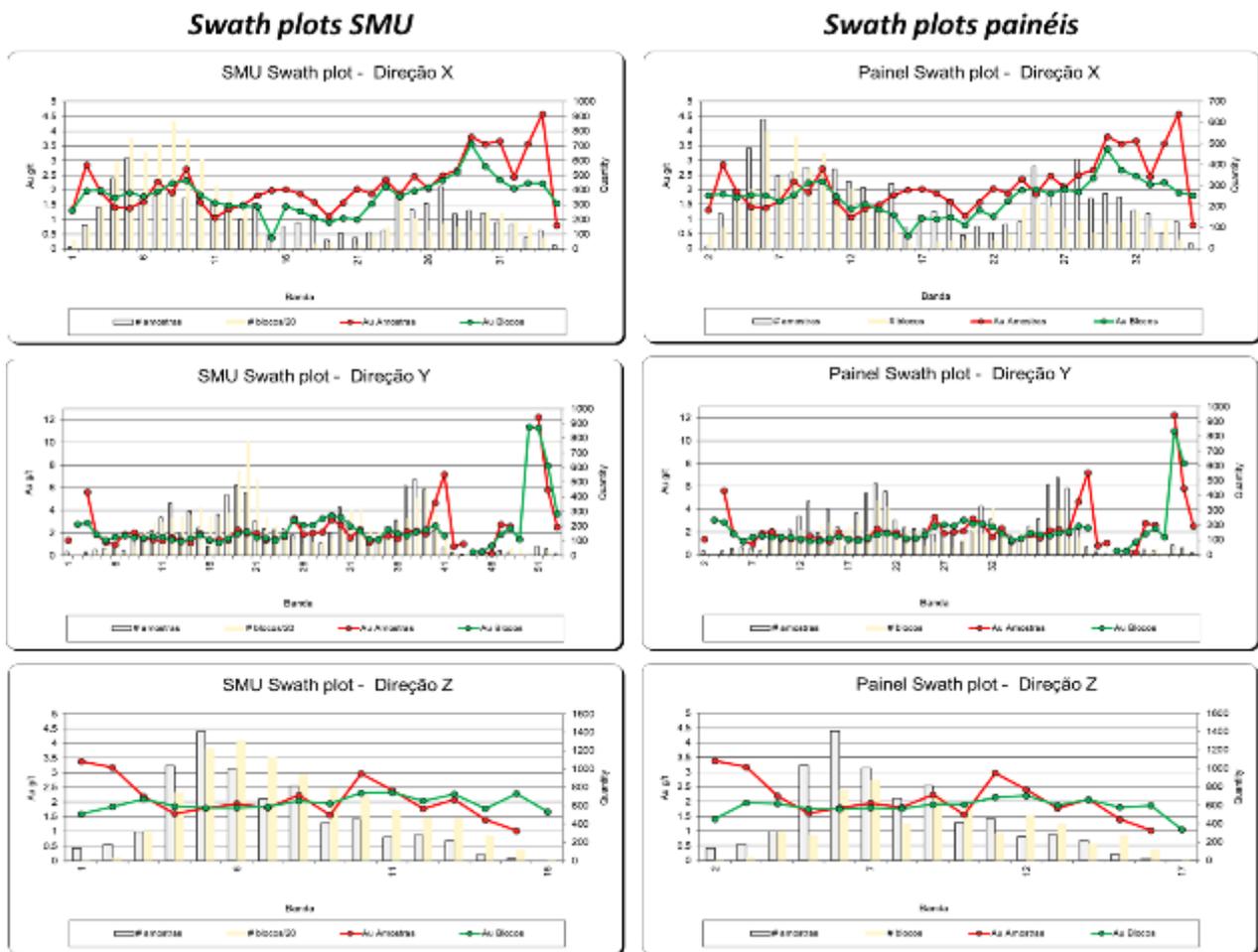


A figura 51 mostra a análise de deriva dos blocos estimados e amostras nas direções X,Y e Z. As médias locais foram calculadas em bandas de 20 metros. Nota-se que a aderência das estimativas às amostras é tão melhor quanto a quantidade de dados disponíveis (barras em cinza). Em zonas pobremente amostradas, caracterizadas por blocos estimados na última passada, existe tendência de subestimativa e redução significativa na variabilidade dos teores (tabela 11).

Tabela 11 – Estatísticas da krigagem ordinária em diferentes passadas.

Suporte	Passada 1		Passada 2		Passada 3		Passadas 1,2,3	
	Média	Variância	Média	Variância	Média	Variância	Média	Variância
SMU	2.16	4.76	1.74	1.76	1.43	0.83	1.97	3.62
Painel	2.06	4.07	1.77	2.01	1.49	0.72	1.88	2.92

Figura 51 - Swathplots dos modelos estimados por krigagem ordinária. À esquerda, os gráficos dos SMUs; à direita, os gráficos dos painéis.



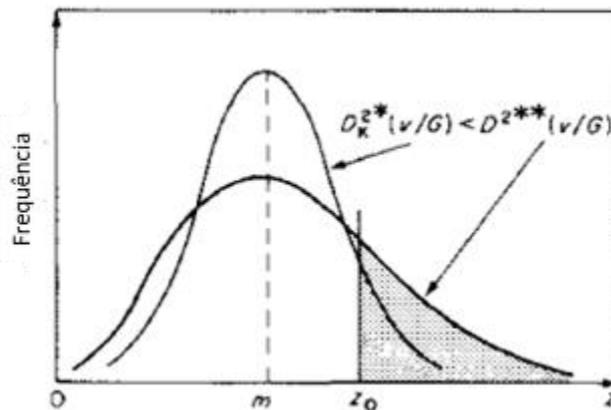
4.3.4 Efeito de informação e correção de suporte

É comum encontrar situações em que a quantidade de informações utilizadas na estimativa difere substancialmente do volume de dados disponíveis no momento da lavra. Isso significa que a distribuição de teores, sobre a qual será feita a seleção dos blocos de minério, não será aquela estimada com dados esparsos, mas sim a partir de uma malha

adensada pela amostragem de curto prazo. Como consequência, as duas variâncias de estimativa, $E\{[Z_v - Z_v^*]^2\}$ e $E\{[Z_v - Z_v^{**}]^2\}$, poderão ser consideravelmente distintas, sendo Z_v^* a estimativa com dados de exploração e Z_v^{**} estimativa com a disponibilidade final dos dados.

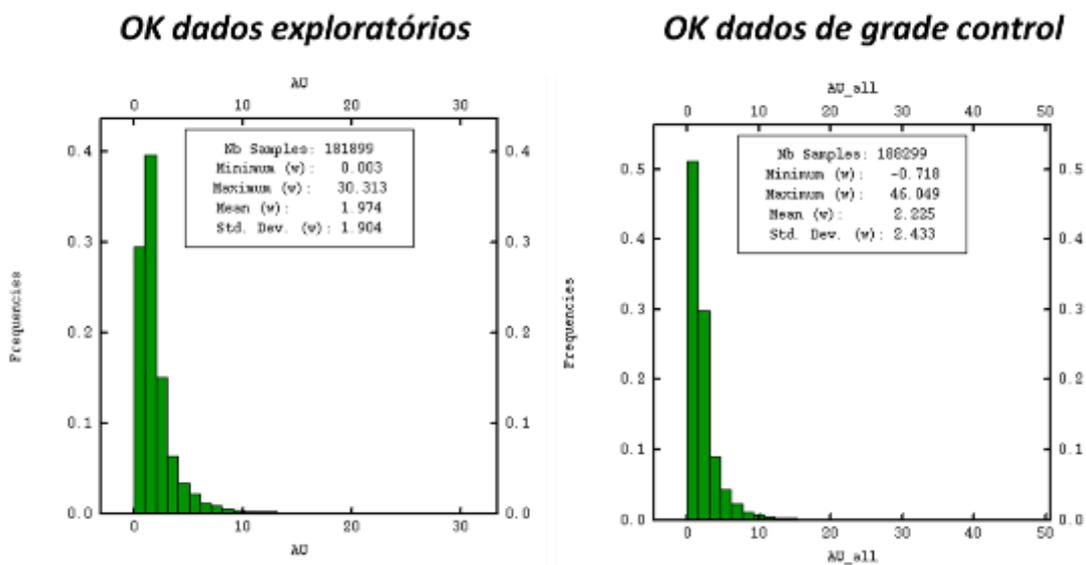
Ilustrando o impacto do nível de informação, a figura 52 mostra distribuições hipotéticas de duas estimativas realizadas a partir de diferentes disponibilidades de informação. A dispersão $D^{2**}(v/G)$ da estimativa com a amostragem final (Z_v^{**}) tende a ser maior que a dispersão $D^{2*}(v/G)$ correspondente à estimativa realizada com dados exploratórios (Z_v^*).

Figura 52 - Distribuição de valores estimados correspondentes a dois conjuntos de amostras. D^{2**} representa a variância da estimativa com dados de grade control e D^{2*} a variância da estimativa obtida com dados exploratórios - modificado de Journel e Huijbregts (1978).



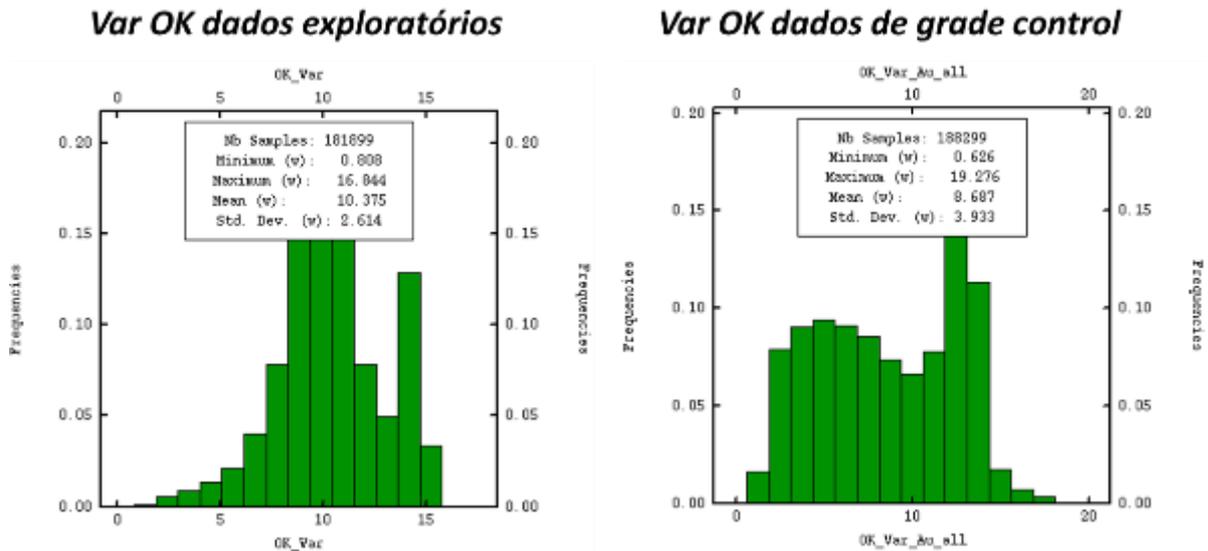
O efeito ilustrado na figura 52 é observado na prática com dados reais do depósito. A Figura 53 mostra estatísticas de duas estimativas feitas no domínio de alto teor utilizando os mesmos parâmetros (variogramas e vizinhança de busca). A estimativa a partir dos dados esparsamente distribuídos produziu erro de estimativa (Figura 54) maior e, conseqüentemente, uma variância externa (entre blocos) reduzida. O comparativo evidencia um aspecto relevante na correção de suporte, o efeito de informação.

Figura 53 - Histogramas dos SMUs krigados a partir de dados de grade control (dir.) e amostras de exploração (esq.).



O efeito de informação deve ser considerado no cálculo dos coeficientes de mudança de suporte uma vez que afeta a variabilidade das previsões, (ROSSI; DEUTSCH, 2014; JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978). Levando-se em conta que a seleção futura dos blocos será realizada sobre estimativas com a malha final de amostragem, as tonelagens devem ser calculadas assumindo uma variância que considere a disponibilidade final de amostragem.

Figura 54 - Histograma das variâncias de krigagem dos teores dos SMUs resultantes da estimativa com amostras de exploração (esq.) e de grade control (dir.).



No momento da avaliação, duas dispersões são conhecidas, a das amostras ($D^2(c/G)$) e a dos teores krigados ($D_k^{2*}(v/G)$). A correção que considera o efeito de informação infere a dispersão da estimativa com dados finais, a partir das duas variâncias já conhecidas. Para isso, Journel e Huijbregts (1978) estabelecem a seguinte rotina:

- I) Prever qual será o nível de informação que estará disponível no momento da lavra e calcular a variância de krigagem média correspondente ($\overline{\sigma_{kv}^{2**}}$). A variância de krigagem é uma propriedade dependente exclusivamente dos modelos de covariância, podendo, portanto, ser aproximada para o grid final de amostragem.
- II) Usar as relações de suavização (equação 26) para deduzir a dispersão $D^{2**}(v/G)$ da estimativa final Z_v^{**} :

$$D^2(v/G) \cong D_k^{2**}(v/G) + \overline{\sigma_{kv}^{2**}}$$

a variância $D^{2**}(v/G)$ é escrita da seguinte forma:

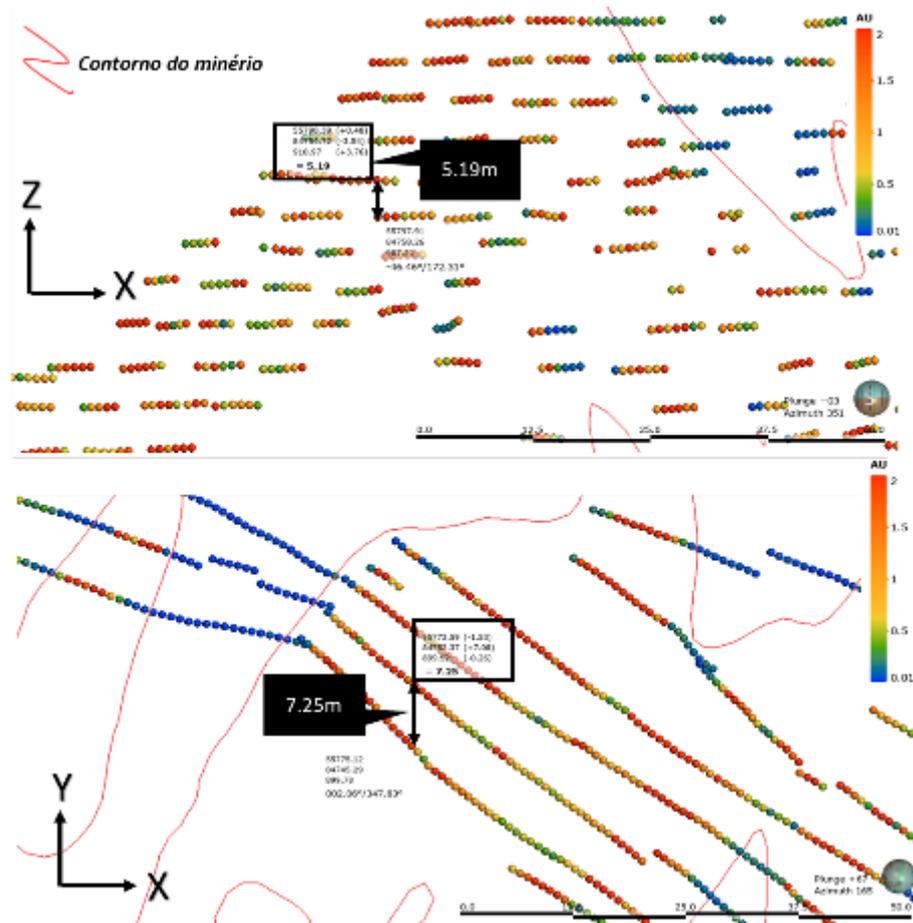
$$D^{2**}(v/G) \cong D_k^{2*}(v/G) + [\overline{\sigma_{kv}^{2*}} - \overline{\sigma_{kv}^{2**}}]$$

- III) Inferir o histograma de Z_v^{**} a partir do histograma experimental de Z_{kv}^* com a variância corrigida assumindo a lei de conservação de Cartier.

Essa aproximação parte da premissa de que a correção de suporte assume que a mudança de volume dos dados altera a variância da distribuição original, mas não altera a forma do histograma. Essa premissa é denominada lei da conservação (ROSSI; DEUTSCH, 2014; JOURNAL; HUIJBREGTS, 1978; ABZALOV, 2016).

Para considerar efeito de informação na mudança de suporte, a malha final de sondagem foi aproximada pelo espaçamento médio dos canais nas direções X,Y e Z (figura 55). Foi utilizado o espaçamento de 1mx7mx5m em X,Y e Z respectivamente.

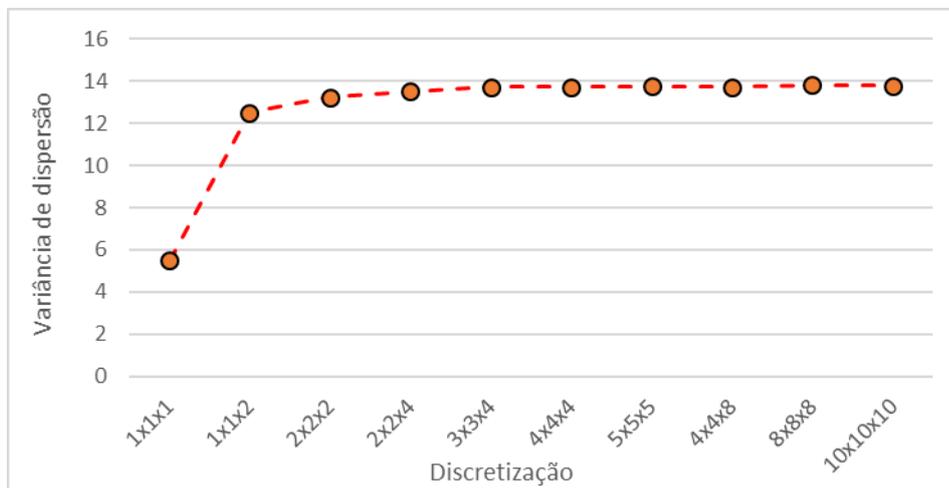
Figura 55 - Seções em planta (acima) e vertical (abaixo) mostrando o padrão final de amostragem no depósito.



Para correção de suporte é necessário calcular a variância de dispersão dos pontos dentro dos blocos $D^2(c/v)$. Essa variância é obtida através da discretização dos SMUs de

suporte v em diversos pontos. Em seguida é calculado do o variograma médio entre todos os possíveis pares que podem ser formados com os pontos de discretização. Para definir a quantidade de pontos, Rossi e Deutsch (2014) sugerem calcular a variância de dispersão para vários grids de discretização e representar graficamente os resultados. A Figura 56 mostra a variância média calculada para 10 arranjos de discretização. Note que a variância média se estabiliza após a utilização de uma quantidade razoável de pontos. A correção de suporte utilizou um grid discretizado de 4 pontos em X,Y e Z.

Figura 56 - Variância de dispersão calculada a partir de diferentes grids de discretização no SMU 2x2x4.



Considere $VarZ_v^*$ a variância dos SMUs estimados e $VarZ_v^{**}$ a variância dos SMUs estimados com o espaçamento final de amostragem. A partir dessas variâncias, a correção do suporte ponto-SMU informa dois fatores de correção: r e s , sendo o primeiro associado à $VarZ_v^*$ e o segundo à $VarZ_v^{**}$. Os fatores de redução de variância obtidos foram $r = 0.70$ para $VarZ_v^*$ e $r^* = 0.61$ para $VarZ_v^{**}$. É natural que o coeficiente aproximado para uma malha final de amostragem seja menor, uma vez que a dispersão dos teores estimados com esse conjunto de dados também tende a ser mais elevada, conforme mostrado nas figuras 52 e 53. Um fator de redução próximo de 1 implica que a variância dos pontos no domínio $\sigma^2(\cdot|G)$ e a variância dos blocos no domínio $\sigma^2(v|G)$ são muito semelhantes.

Os coeficientes de mudança de suporte que consideram o efeito de informação podem ser calculados a partir de modificações feitas nas equações do modelo gaussiano discreto (EMERY, 2005):

$$\begin{aligned} Var Z_v^* &= Var \text{ pontos} - \gamma(v, v) \\ Var Z_v^* &= \sum \phi_n^2(r)^{2n} \end{aligned} \quad (26)$$

os teores nos suporte de blocos são obtidos com os polinômios e o fator de correção obtido.

$$Z_v = \phi_v(Y_v) = \sum \phi_n(r)^n H_n(Y_v) \quad (27)$$

Como não é conhecida a distribuição final dos dados, o modelo de correção de suporte que considera o efeito de informação demanda a estimativa de dois parâmetros, a variância dos blocos krigados ($Var Z^*$) e a covariância entre blocos krigados e verdadeiros ($Cov Z, Z^*$), que devem ser aproximados com base na previsão de como será o espaçamento final de amostragem. Como $Var Z^*$ é uma propriedade que depende exclusivamente do variograma, ela pode ser aproximada para qualquer espaçamento de dados.

$$\left\{ \begin{array}{l} Var Z_v^* = \sum \phi_n^2(r^*)^{2n} \\ Cov(Z_v, Z_v^*) = \sum \phi_n^2(r r^* r_v)^{2n} \end{array} \right.$$

Onde r^* e r_v representam os coeficientes de correlação dos pares gaussianos $\{Y_0 | Y_v^*\}$ e $\{Y_v | Y_v^*\}$. Essas igualdades permitem especificar:

- Estimativa Z_v^* com base na expansão dos polinômios de Hermite:

$$Z_v^* = \phi_v^*(Y_v^*) = \sum \phi_n(r^*)^n H_n(Y_v^*) \quad (28)$$

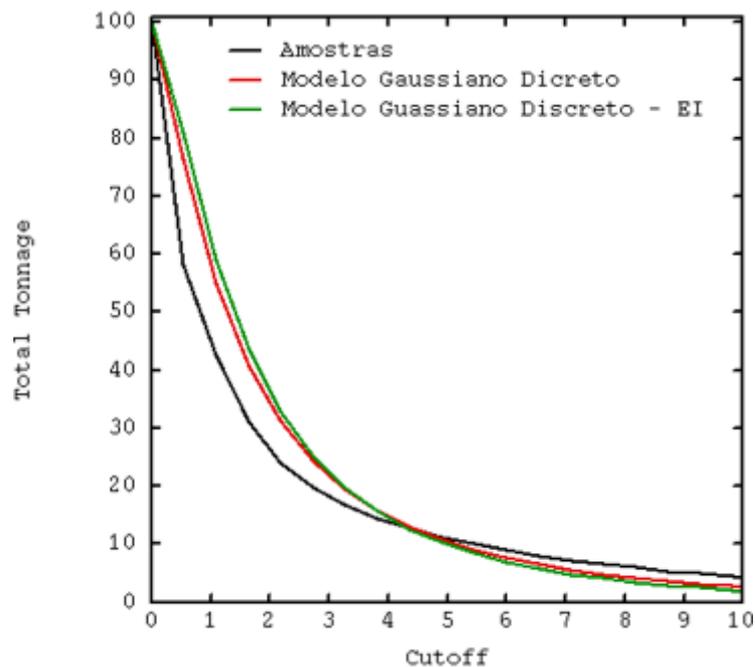
- Regressão entre teores estimados Z_v^* e verdadeiros Z_v :

$$E \{Z_v^* | Z_v\} = \sum \phi_n(r r_v)^n H_n(Y_v^*) \quad (29)$$

Na prática, a equação 29 que considera o efeito de informação, desempenha o mesmo papel da equação original do modelo gaussiano discreto (27). Emery (2005) destaca que o não enviesamento reside na condição $r^* = rr_v$.

A Figura 57 apresenta as curvas de parametrização dos dados originais e dos modelos gaussianos discretos com e sem o efeito de informação. Como esperado, o modelo que incorpora a variabilidade de uma campanha final de amostragem (curva verde) se diferencia mais dos dados originais (curva preta) do que o modelo de correção de suporte tradicional (curva vermelha).

Figura 57 - Curvas de parametrização dos histogramas dos dados originais (preto), modelos de correção de suporte sem (vermelho) e com efeito de informação (verde).



4.4 RANKEAMENTO E LOCALIZAÇÃO

Uma crítica feita aos métodos não lineares, incluindo o condicionamento uniforme, é que os resultados são expressos por histogramas de probabilidade. Eles não representam espacialmente os teores no depósito como técnicas de OK, SK e simulações estocásticas.

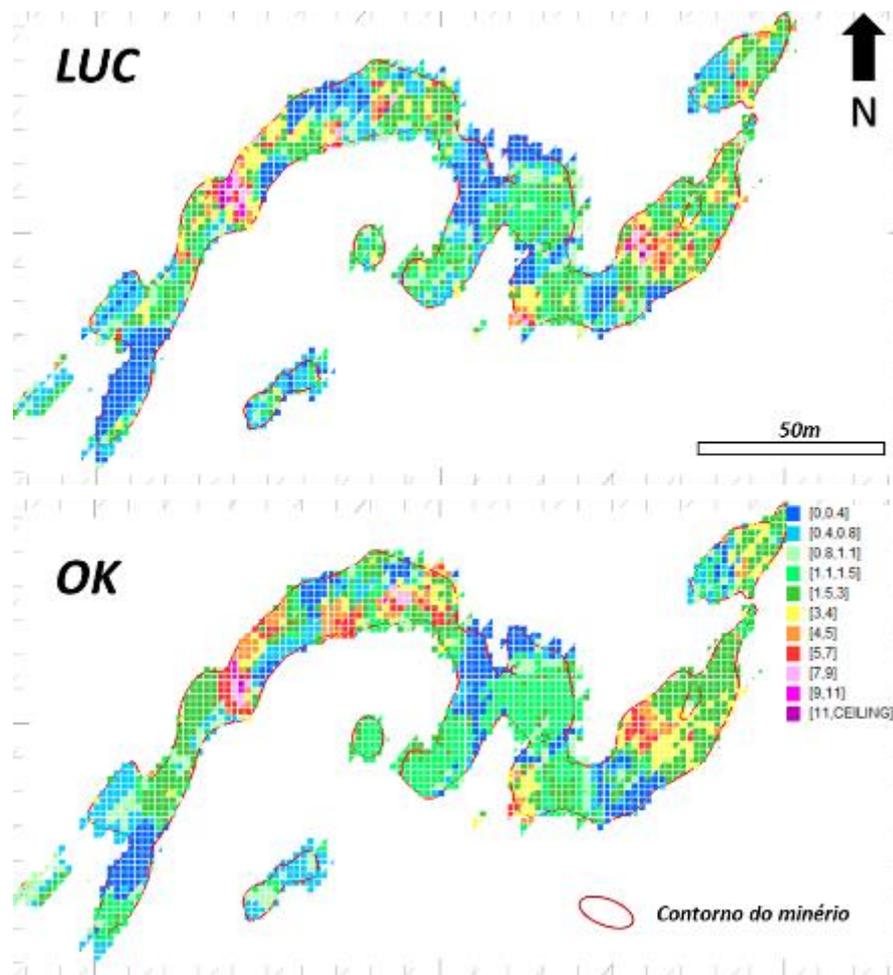
A seção 2.3 introduziu a metodologia proposta por Abzalov (2006) para regionalizar os resultados do condicionamento uniforme. A técnica chamada condicionamento uniforme

localizado (LUC) foi aplicada nos painéis com suporte corrigido para SMU, utilizando os SMUs estimados por krigagem ordinária.

A implementação da rotina é feita por meio da segmentação das tonelagens contidas nos painéis em diversos *cut-offs*. A tonelagem correspondente a cada *cut-off* é atribuída aos SMUs de acordo com o ranking do teor estimado. Isto significa que o conteúdo metálico correspondente ao *cut-off* mais alto do painel é atribuído ao SMU de maior valor krigado. O processo segue até que todas as classes de teor estejam representadas nos SMUs que compõem o painel.

A Figura 58 compara a distribuição dos teores nos blocos estimados por OK aos teores localizados por LUC. Embora ambos os modelos reproduzam as zonas de baixo e alto teor, a transição dos teores no modelo estimado por OK aparece de forma mais suave, enquanto modelo de LUC mostra variações bruscas, consequência da maior variabilidade dos teores estimados.

Figura 58 - Seção ortogonal ao plunge da mineralização comparando as estimativas por LUC (acima) e krigagem ordinária (abaixo).



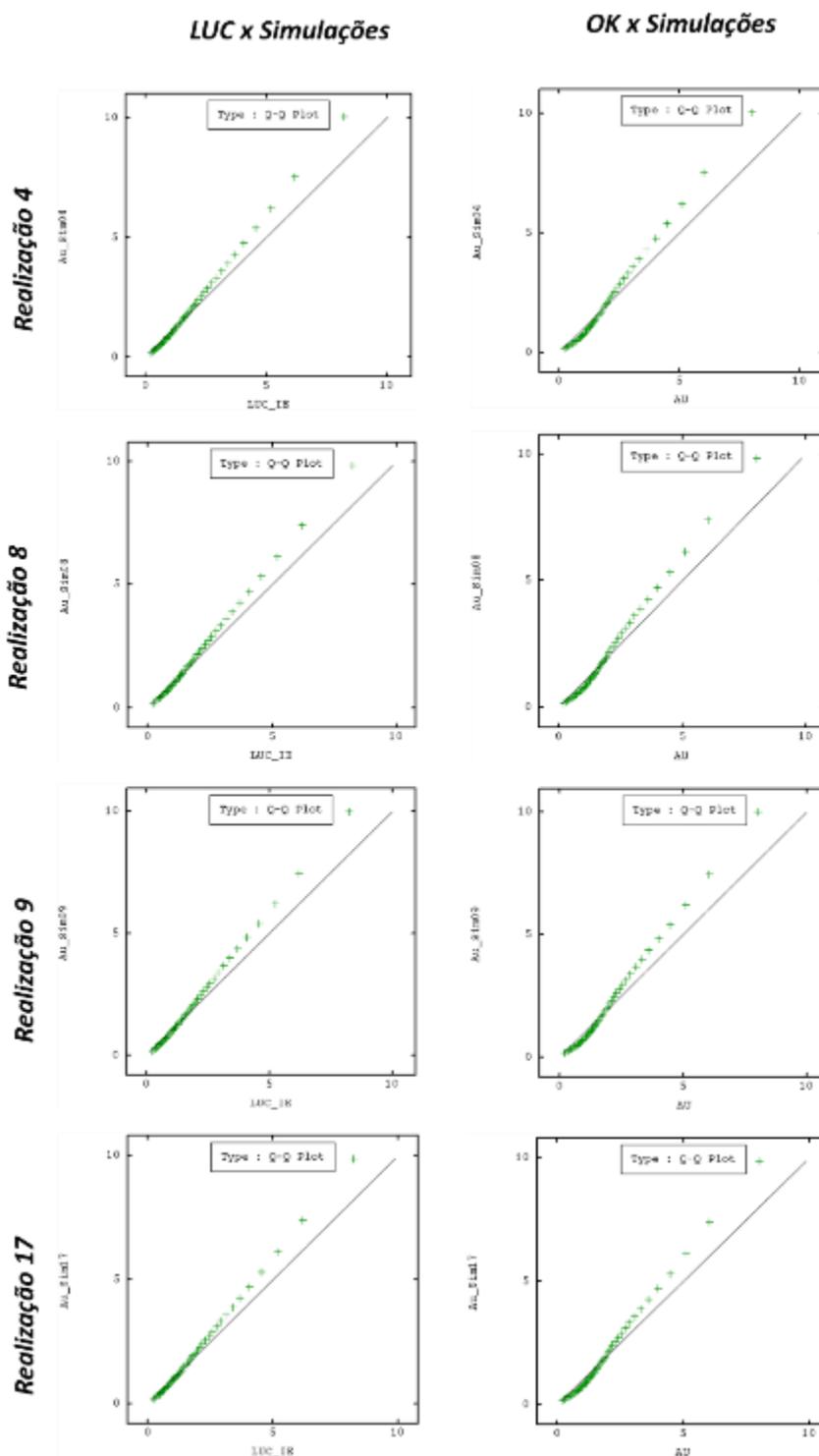
4.5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os dados de canais e furos de curto prazo (*infill*) são a última e mais detalhada campanha de amostragem do depósito. A melhor aproximação que pode ser feita de teor e tonelagem pré-lavra é obtida a partir de estimativas utilizando esse conjunto de dados. Por isso, os modelos simulados da seção 4.2 serviram de referência para discutir a performance dos métodos LUC e OK no depósito.

Ambos os métodos apresentaram subestimativa global dos teores mais fortes que as os próprios modelos simulados. Geograficamente, a validação das médias mostrou que essa tendência se concentra nas regiões de malha esparsa. A aderência à média dos dados se deteriora à medida que a distância à vizinhança de estimativa é expandida (tabela 11). As distribuições das estimativas por LUC e OK foram comparadas às realizações do modelo

simulado através da construção de *qq-plots* (Figura 59). Foram selecionadas aleatoriamente quatro realizações para o comparativo. Os gráficos mostram que o modelo de LUC reproduz de forma mais consistente as distribuições dos modelos de referência do que as estimativas por OK.

Figura 59 - QQ plot das distribuições das estimativas feitas por LUC (esq.) e OK (dir.) contra realizações da simulação sequencial gaussiana.



Adicionalmente, o modelo de LUC foi capaz de prever com maior qualidade a variabilidade dos teores ditos “verdadeiros”. A utilização do modelo discreto gaussiano para correção da variância dos painéis restaurou parte da variabilidade perdida pela suavização da

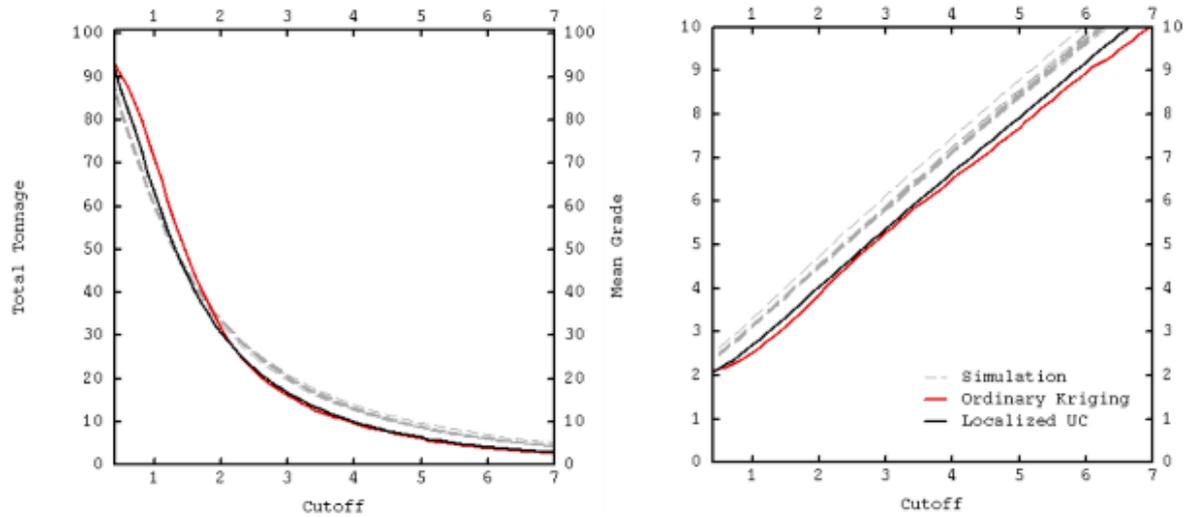
krigagem ordinária dos painéis. Pelas medidas de dispersão (tabela 12), o LUC aproximou melhor a variância dos modelos de referência.

Tabela 12 - Estatísticas dos modelos de LUC, OK, e realizações de SGS como modelos "verdadeiros".

Modelo	Mín	Máx	Média	Variância	Desv. Padrão	CV
LUC	0.01	32.24	1.93	4.24	2.06	1.06
OK	0.01	30.31	1.97	3.61	1.90	0.96
Realização 1	0.03	50.44	2.19	8.05	2.84	1.29
Realização 2	0.03	46.41	2.13	6.63	2.58	1.21
Realização 3	0.03	45.28	2.11	6.54	2.56	1.21
Realização 4	0.03	48.27	2.12	6.86	2.62	1.24
Realização 5	0.03	45.87	2.11	6.59	2.57	1.22
Realização 6	0.03	43.49	2.09	6.52	2.55	1.22
Realização 7	0.03	53.97	2.10	6.39	2.53	1.20
Realização 8	0.03	54.00	2.11	6.51	2.55	1.21
Realização 9	0.03	44.11	2.14	6.87	2.62	1.22
Realização 10	0.03	46.47	2.10	6.43	2.54	1.21
Realização 11	0.03	49.11	2.11	6.58	2.56	1.21
Realização 12	0.03	48.10	2.11	6.59	2.57	1.22
Realização 13	0.03	47.20	2.13	6.71	2.59	1.22
Realização 14	0.03	45.85	2.11	6.68	2.59	1.23
Realização 15	0.03	42.89	2.11	6.72	2.59	1.23
Realização 16	0.03	45.76	2.11	6.58	2.56	1.21
Realização 17	0.03	47.42	2.10	6.49	2.55	1.21
Realização 18	0.03	49.51	2.15	7.09	2.66	1.24
Realização 19	0.03	45.99	2.07	6.43	2.54	1.22
Realização 20	0.03	46.10	2.09	6.43	2.53	1.21

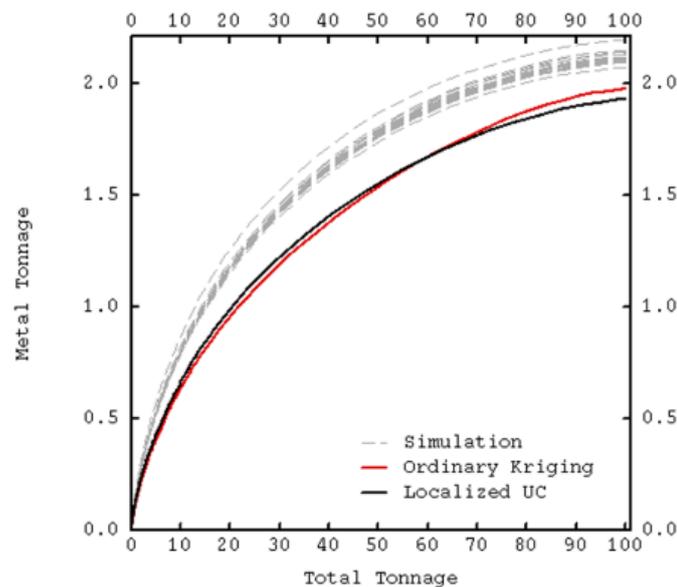
Em complemento às medidas de variabilidade, as curvas de parametrização (Figura 60), mostram que o condicionamento uniforme reduziu globalmente a suavização da krigagem, aproximando-se dos modelos de referência, sobretudo, nos *cut-offs* inferiores à média. Para *cut-offs* até o teor médio, a krigagem ordinária prevê a recuperação de mais toneladas a teores mais baixos. Já nos *cut-offs* altos, ambos os modelos subestimam levemente a massa recuperada. Sob o ponto de vista prático, esse efeito pode ocasionar impactos financeiros na lavra. Considerando que o *cut-off* econômico do depósito é próximo de 0.5g/t, o resultado mostra que uma seleção de lavra baseada na curva vermelha, resultará em uma aproveitamento menos seletivo. Isso significaria diluição de porção considerável de minério economicamente lavrável e superestimativa da tonelagem.

Figura 60 - Curva teor x tonelagem comparando os modelos de OK, LUC e modelos de referência (esq.) Os resultados de tonelagem total são expressos em porcentagem dos SMUs totais. À direita a curva de teor médio x cut-off.



Em relação ao conteúdo metálico total, os modelos produziram resultados muito semelhantes (Figura 61). Entretanto, as proporções de metal recuperado em relação à tonelagem variaram. Isso significa que apenas na exaustão do recurso, os modelos convergiram em quantidade de metal produzido. Nesse sentido, o modelo de LUC também apresentou vantagens em relação à OK em termos de planejamento de mina visto que a relação metal x tonelagem se aproxima mais dos cenários de referência.

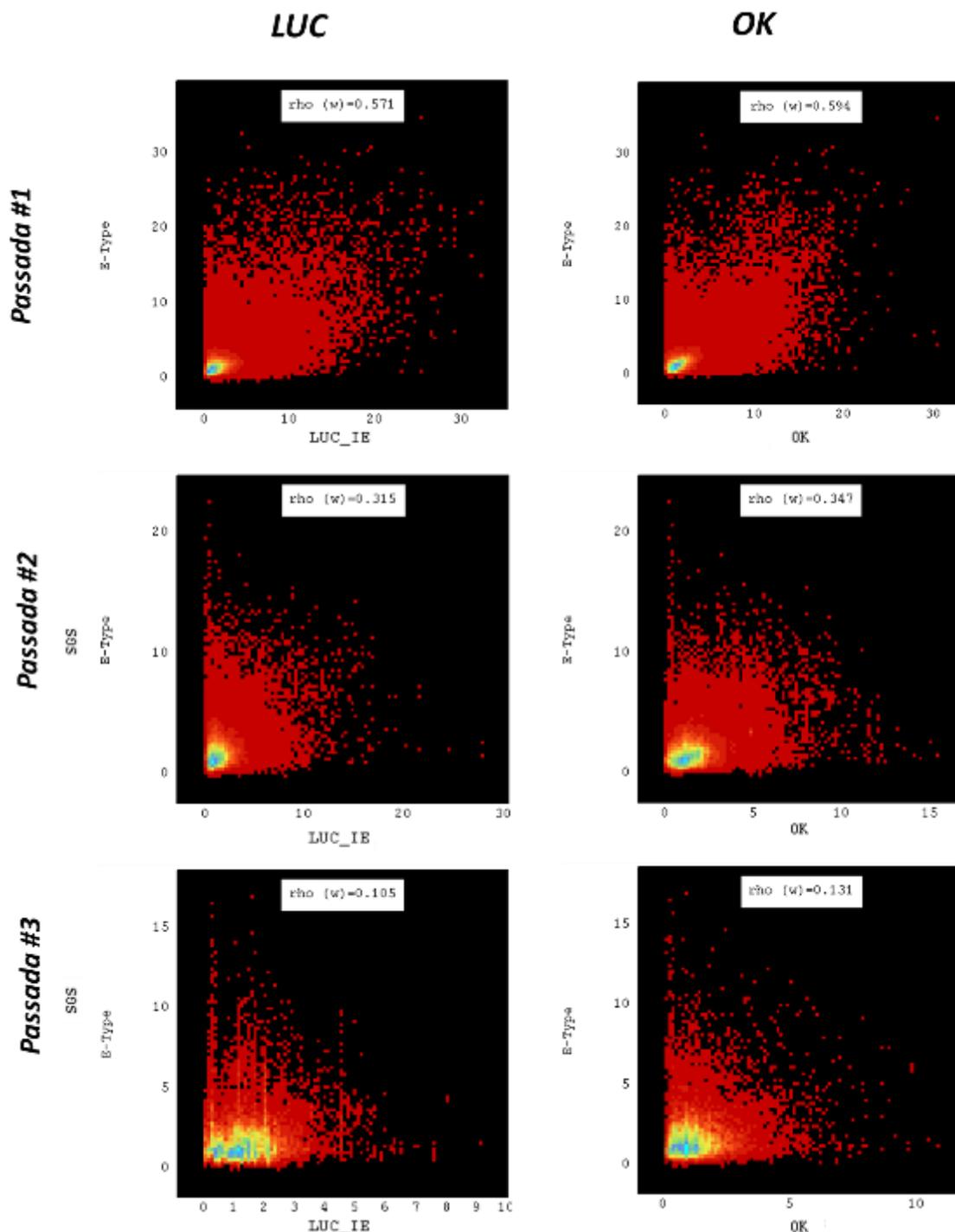
Figura 61 - Curva metal contido x tonelagem total. Tonelagem expressa em porcentagem dos SMU totais.



Embora os dados expostos atestem a maior eficácia do LUC em relação à OK na estimativa de recursos recuperáveis a partir de dados exploratórios, o modelo de LUC apresenta ineficiência na representação local dos teores. O condicionamento uniforme prioriza a precisão global em detrimento da precisão local. Este aspecto fica evidenciado quando se avalia a representação local dos teores. Bloco a bloco, o modelo estimado por krigagem ordinária apresentou melhor aderência aos teores “verdadeiros”.

Para demonstrar o impacto na precisão local, foram produzidos *scatterplots* dos blocos estimados por LUC e OK contra os teores do modelo de referência (Figura 62). Nesse comparativo, plotou-se o modelo com o teor médio das realizações (*E-Type*) com dados de curto prazo contra as estimativas de OK e LUC obtidos com dados de exploração.

Figura 62 - Scatterplots dos blocos estimados por LUC e OK contra o E-type das 20 realizações.



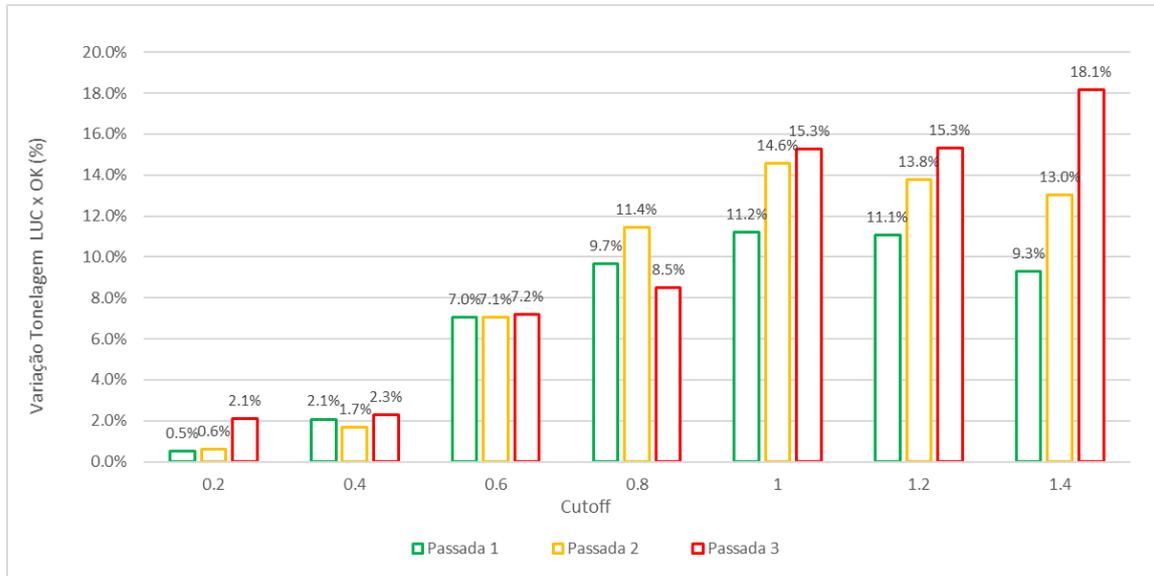
Para reduzir ruídos, os *scatterplots* foram produzidos considerando as passadas de krigagem ordinária. Em última análise, os coeficientes de correlação (*rho*) mostram que as estimativas por OK pontualmente se assemelharam mais às medias dos modelos de referência.

Abzalov (2006) e Maritz (2017) reiteram que a presença de efeito pepita alto e continuidades espaciais curtas podem resultar em localização inadequada dos teores nos painéis estimados por UC. Ainda afirmam que o espaçamento médio entre as amostras exercem papel essencial na qualidade das localizações. Os *scatterplots* sugerem que a malha utilizada, embora tenha produzido resultados satisfatórios na previsão dos recursos recuperáveis globais, é insuficiente para uma localização aceitável dos teores. Por isso se faz tão necessária uma amostragem de detalhamento previamente à lavra.

Os comparativos permitem medir de forma indireta como as estimativas por UC e OK se comportam na presença de diferentes disponibilidades de amostras. Nesse sentido, o modelo foi setorizado conforme a passada em que foi estimado. Blocos estimados na primeira passada configuram zonas mais amostradas que regiões dos blocos estimados na segunda passada, que por sua vez, são zonas mais detalhadas que as zonas estimadas na última passada. Esses setores foram classificados como 1, 2 e 3 e avaliados individualmente.

Os modelos de OK e LUC tiveram suas tonelagens comparadas para diversos *cut-off's*. Os comparativos consideraram as zonas categorizadas conforme a disponibilidade de dados. A Figura 63 apresenta as diferenças percentuais entre as tonelagens estimadas pelas duas metodologias. As barras verdes representam as diferenças percentuais de tonelagem em regiões relativamente mais detalhadas do depósito, as barras amarelas representam as diferenças em zonas com nível intermediário de informação e as barras vermelhas as diferenças nas porções menos estudadas do depósito.

Figura 63 - Diferenças percentuais da tonelagem estimada por LUC e OK. As diferenças se apresentam categorizadas por nível de informação e cut-off.



De forma geral, o comparativo da figura 63 sugere que a variação entre previsões feitas pelas metodologias é sensível à disponibilidade de amostras. As estimativas feitas por OK e LUC são tão distintas quanto for o espaçamento médio das amostras utilizadas na modelagem. Esse comportamento demonstrado graficamente é comentado por Isaaks e Davis (1999) quando afirmam que se o planejamento de mina é feito sobre um modelo de *grade control* usando dados de *blast holes*, o viés condicional é irrelevante. Nesses casos, métodos não lineares como UC perdem sua prerrogativa em relação à krigagem ordinária.

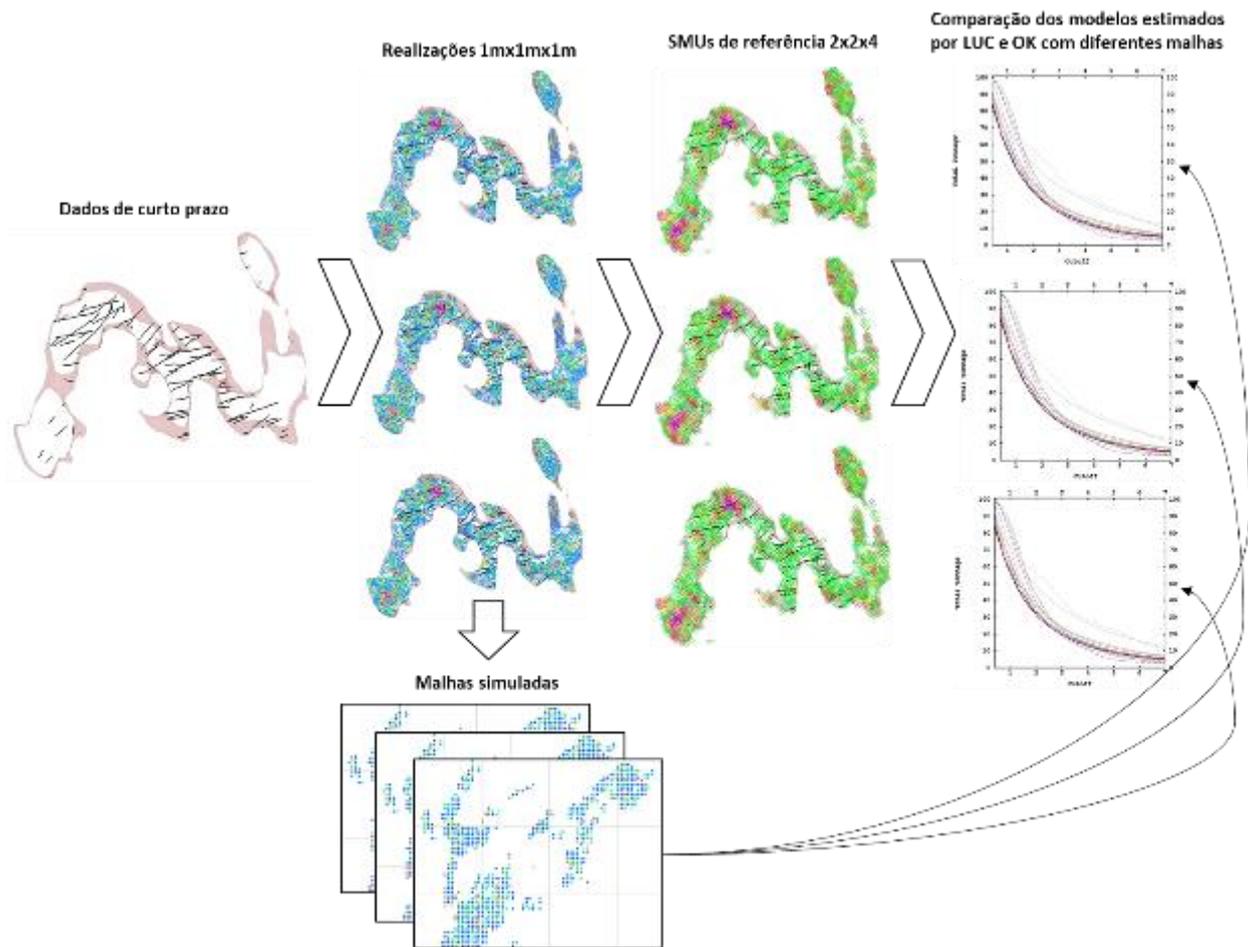
Dada a evidência de que os benefícios do UC sobre a OK se limitam à medida que a disponibilidade de dados aumenta, o próximo capítulo se dedica a avaliar o grau de sensibilidade das estimativas quanto à disposição das amostras.

5 SENSIBILIDADE À DENSIDADE AMOSTRAL

Conforme avaliado no capítulo anterior, a diferenciação dos resultados obtidos por krigagem ordinária e condicionamento uniforme localizado tende a ser tão maior quanto mais espaçados forem os dados utilizados nas estimativas. O presente capítulo analisa a relação entre a disposição amostral e os resultados das diferentes técnicas sob a perspectiva da reprodução global das tonelagens e representatividade local de teores.

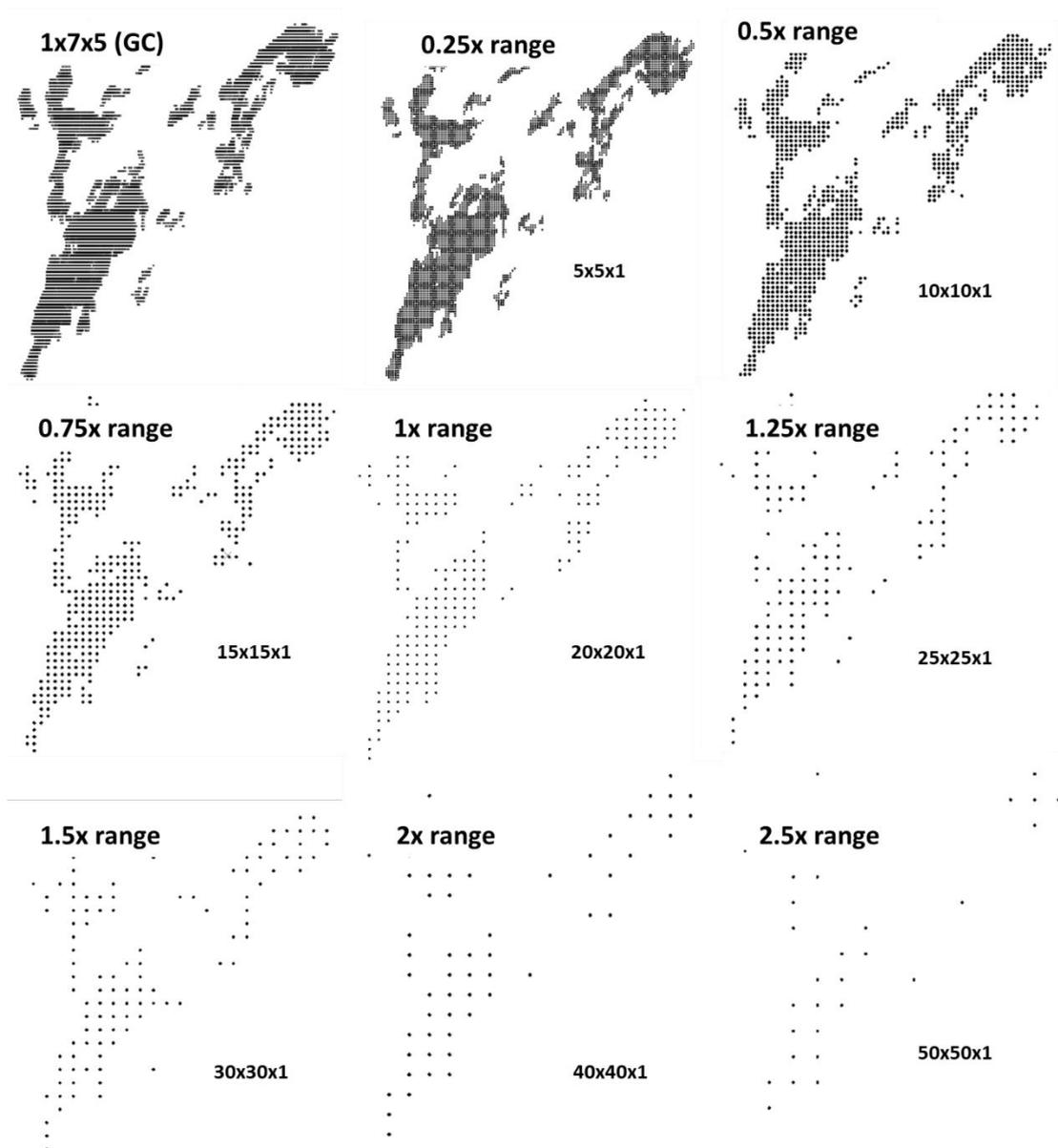
O fluxo consiste em amostrar o grid simulado exaustivo em padrões regulares de acordo com os espaçamentos de malhas que se deseja criar. Diferentes bases de dados geradas a partir das realizações serão utilizadas nas estimativas por OK e LUC e os resultados comparados entre si e aos modelos de referência. Os teores dos SMUs e painéis de referência correspondem às médias dos 16 (2x2x4) e 1152 (8x12x12) pontos simulados contidos no volume. A figura 64 ilustra o fluxo da metodologia utilizada.

Figura 64 - Etapas da metodologia empregada para avaliar a sensibilidade dos métodos à configuração amostral. Os modelos simulados são amostrados em diferentes níveis de detalhamento. As malhas amostradas são utilizadas nas estimativas no OK e LUC. Os resultados são comparados quanto à reprodução das tonelagens e representação local de teores.



Do modelo exaustivo foram amostrados alguns conjuntos de dados com espaçamentos variados para as realizações 1 a 10. A amostragem mais detalhada corresponde ao espaçamento 5x5x1m seguida pela malha de curto prazo, aproximadamente 1mx7mx5m nas direções X, Y e Z, nesta ordem. Adicionalmente, foram selecionados pontos de forma a se obter configurações que repliquem malhas de 10x10x1m, 15x15x1m, 20x20x1m, 25x25x1m, 30x30x1m, 40x40x1m e 50x50x1m (Figura 65). O espaçamentos mencionados serão a partir deste ponto referidos como proporções da anisotropia (range do variograma). Por questões de praticidade e operacionalização em software, os furos simulados foram criados verticalmente, diferente da amostragem original do depósito que é preferencialmente ortogonal ao plano de maior continuidade da mineralização.

Figura 65 - Malhas extraídas dos grids 1x1x1 simulados. Cada ponto amostrado contém valores correspondentes a 10 realizações. Os espaçamentos das malhas estão referenciados ao alcance (range) do variograma.



As tabelas 13 e 14 apresentam respectivamente a quantidade de amostras contidas em cada malha e valores de média e variância dos dados.

Tabela 13 - Número de amostras contidas em cada malha simulada.

Malha	0.25x	GC	0.5x	0.75x	1x	1.25x	1.5x	2x	2.5x
#Amostras	118623	84607	29617	13177	7410	4548	3039	1696	1022

Tabela 14 - Média e variância das malhas simuladas para cada uma das 10 realizações utilizadas no estudo.

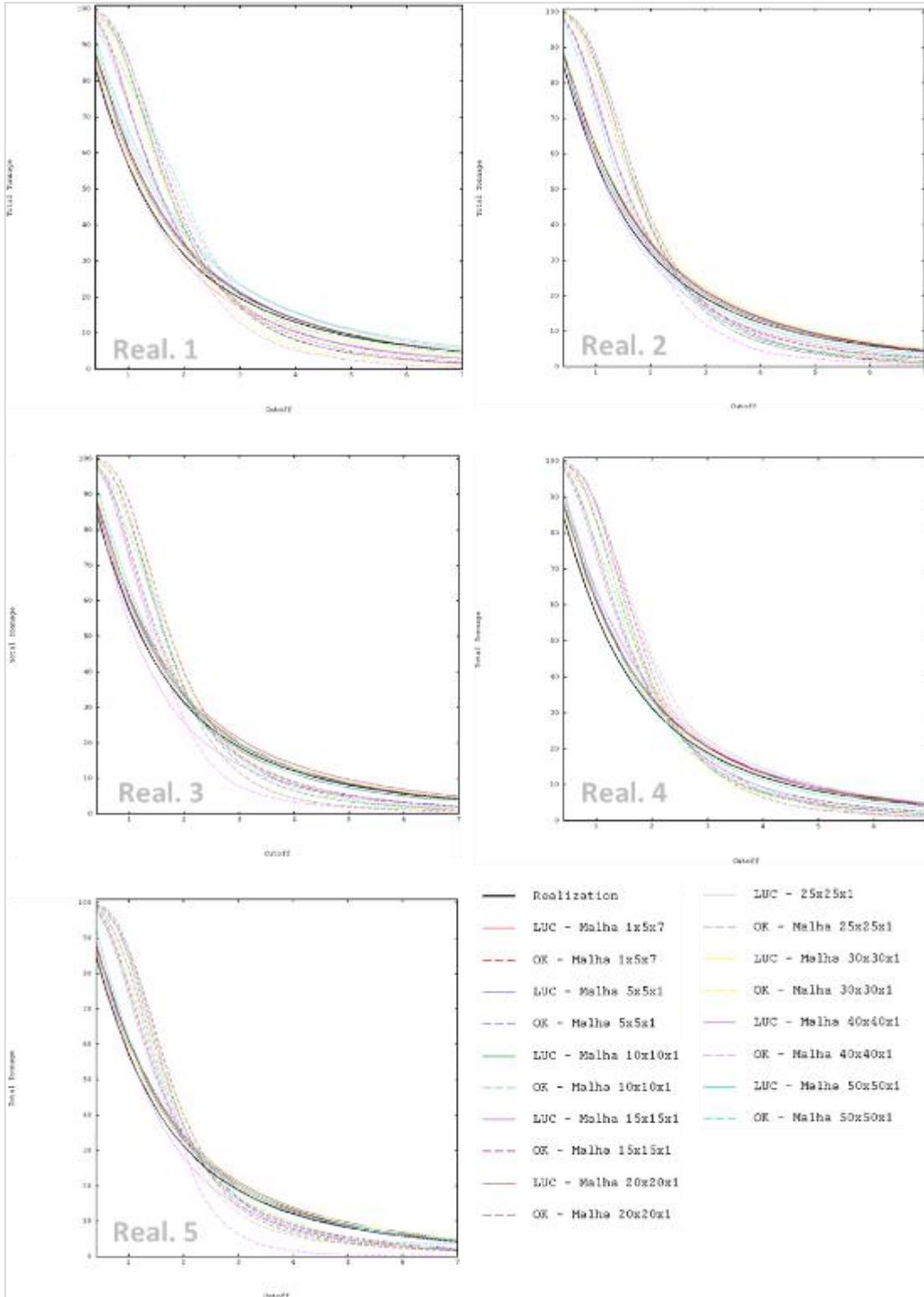
Malha		Real. 1	Real. 2	Real. 3	Real. 4	Real. 5	Real. 6	Real. 7	Real. 8	Real. 9	Real. 10
GC		2.20	2.17	2.12	2.15	2.14	2.11	2.09	2.11	2.15	2.10
0.25x		2.20	2.14	2.09	2.14	2.10	2.12	2.10	2.13	2.14	2.11
0.5x		2.15	2.18	2.04	2.12	2.12	2.09	2.09	2.11	2.11	2.09
0.75x		2.19	2.19	2.19	2.14	2.20	2.10	2.18	2.15	2.20	2.14
1x	Média	2.20	2.13	1.94	2.14	2.08	2.01	2.06	2.09	2.12	2.09
1.25x		2.33	2.11	2.11	2.19	2.01	2.03	2.06	2.10	2.13	2.20
1.5x		2.05	2.27	2.17	2.09	2.22	2.10	2.03	2.15	2.16	2.04
2x		2.05	1.98	1.72	2.20	1.80	1.86	2.05	2.22	1.86	1.98
2.5x		2.64	2.14	2.07	2.02	2.29	2.23	2.25	2.15	2.06	2.36
GC		23.61	22.29	21.26	22.01	21.88	21.51	21.02	21.08	21.50	20.83
0.25x		23.56	21.56	20.82	22.09	21.02	21.44	21.29	21.20	21.93	21.21
0.5x		21.81	22.99	19.23	21.92	21.82	20.93	21.19	21.00	20.92	20.87
0.75x		22.27	22.48	23.65	21.77	24.12	20.71	22.34	22.06	21.96	22.01
1x	Var	25.10	22.43	17.05	20.48	21.08	20.51	22.39	20.87	22.49	20.83
1.25x		27.24	22.32	22.43	22.31	21.12	18.66	21.45	20.30	22.81	24.46
1.5x		19.45	26.97	22.88	21.79	25.86	21.59	18.27	21.04	21.80	19.16
2x		19.29	17.75	12.62	20.28	14.60	13.93	19.49	24.04	16.26	14.18
2.5x		36.08	27.23	22.08	19.79	27.56	27.92	25.92	21.71	22.40	31.97

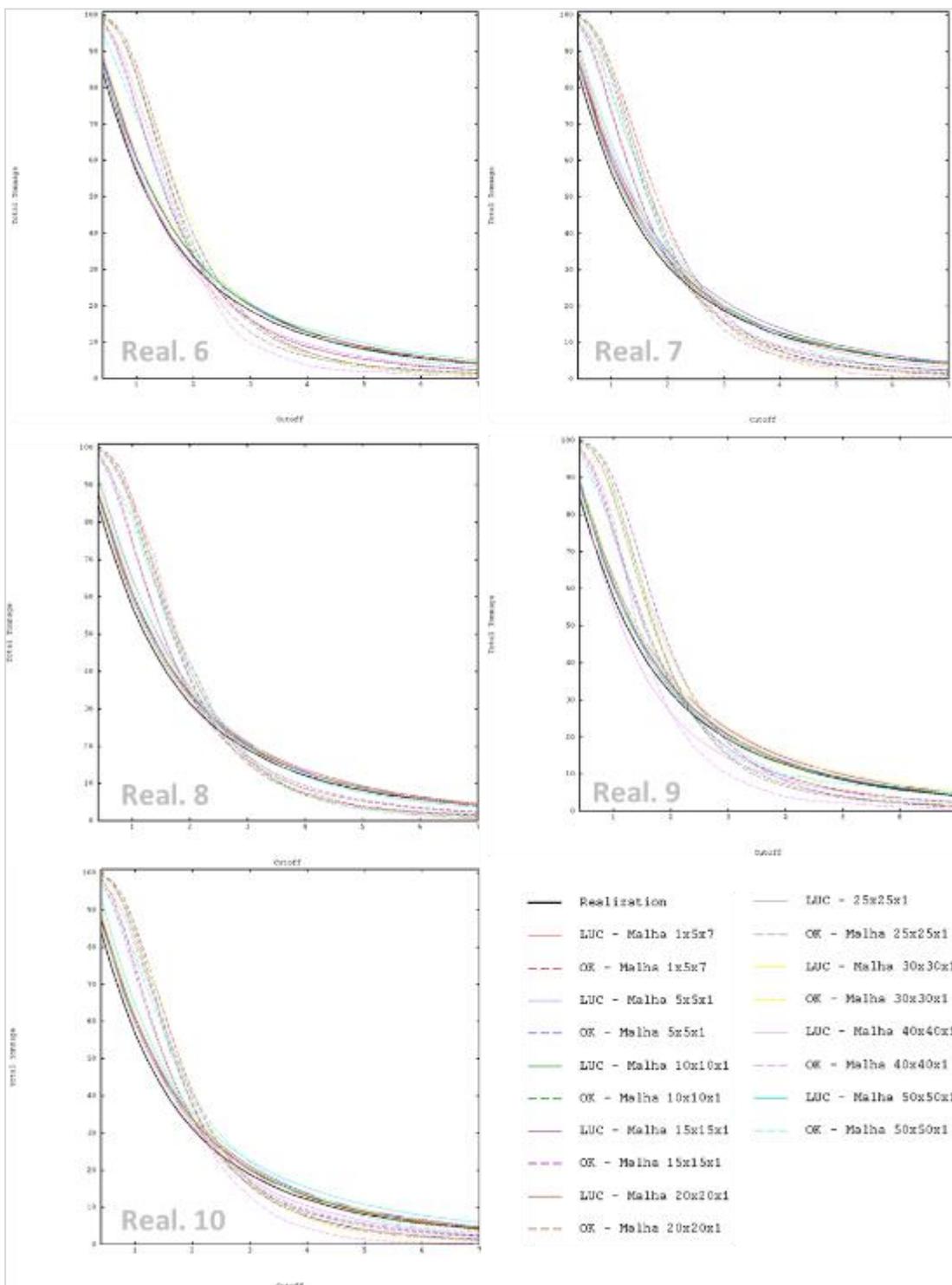
As estimativas dos painéis e SMUs a partir das diversas malhas simuladas utilizaram os mesmos parâmetros do estudo realizado no capítulo anterior. As relações teor-tonelada das estimativas por LUC e OK estão apresentadas na Figura 66. Cada janela da imagem apresenta as estimativas correspondentes a uma única realização de referência. As curvas pontilhadas representam as estimativas por OK enquanto as curvas cheias mostram os modelos de LUC obtidos para as diferentes malhas. A curva preta mais espessa corresponde ao SMU simulado de referência. Os resultados mostram recorrentemente uma maior seletividade obtida pelos modelos de LUC independentemente do espaçamento de dados. Isto significa previsões iniciais de uma menor quantidade de massa a teores mais altos. O padrão se inverte após o *cut-off* 2.5g/t.

Comparando-se aos modelos de referência, as distribuições dos teores obtidos por LUC são significativamente menos suavizadas, mesmo para as malhas mais abertas. Em termos da relação teor-tonelada, as estimativas obtidas por OK se mostraram mais sensíveis à

disponibilidade de amostras. De maneira oposta, as previsões feitas por LUC preservaram com consistência a relação teor-tonelada do modelo de referência. Nota-se que as curvas de OK (pontilhadas) para diferentes malhas apresentam maior dispersão entre si, enquanto as curvas de LUC (cheias) para diferentes malhas são mais similares entre si.

Figura 66 - Curvas teor-tonelagem comparando as estimativas de LUC e OK obtidas a partir das malhas simuladas. Cada janela corresponde aos resultados de uma realização.





O estudo com amostras das malhas simuladas confirmaram os resultados obtidos no capítulo 4. Todos os espaçamentos de malha produziram modelos de LUC com variabilidade mais semelhante ao modelo de referência. Em contrapartida, a localização dos teores foi obtida com melhor qualidade nos modelos krigados. Diferentemente do capítulo anterior, a qualidade da reprodução local dos teores não foi medida a partir de gráficos de dispersão contra o modelo de referência. A verificação foi feita contabilizando a frequência com que os

SMUs foram incorretamente classificados como minério ou estéril. Um SMU de referência foi considerado minério quando seu teor simulado for maior ou igual a 0.4g/t. Teores abaixo de 0.4g/t foram definidos como estéril.

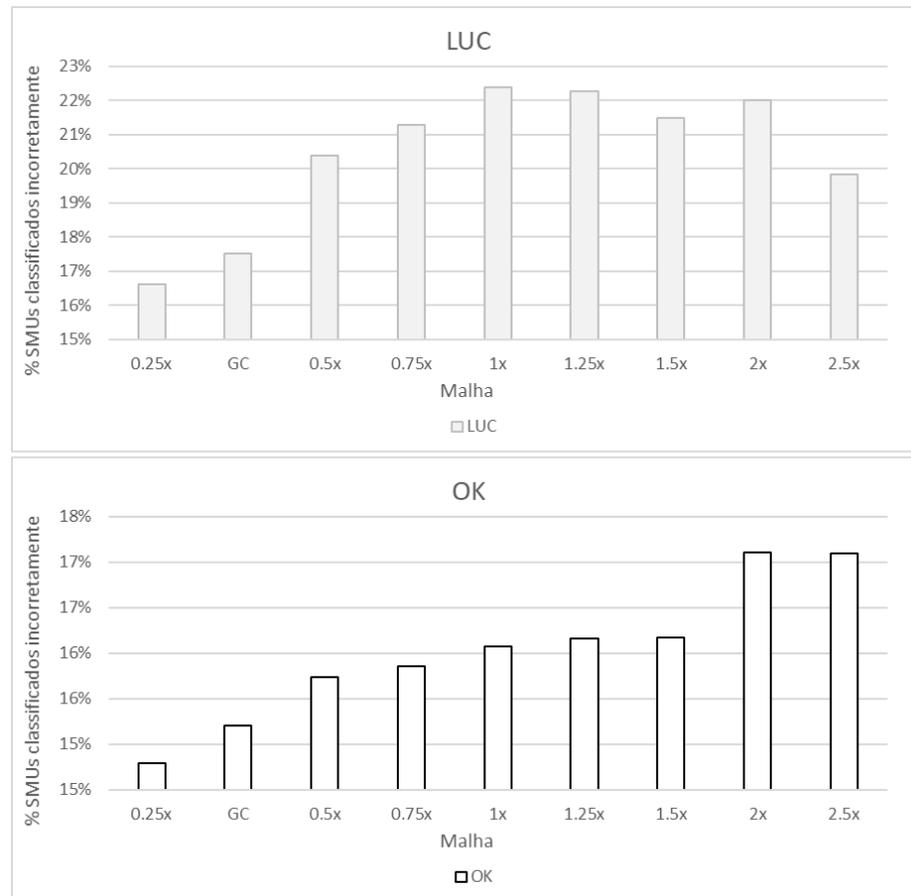
A contagem da frequência de blocos incorretamente classificados considerou erros relacionados à diluição (estéril estimado como minério) e perda (minério estimado como estéril). A tabela 15 apresenta as porcentagens dos blocos incorretamente classificados para cada malha em cada uma das 10 realizações utilizadas.

Tabela 15 – Comparativo de blocos classificados incorretamente a partir das estimativas por LUC e OK. As porcentagens foram calculadas individualmente para cada realização, malha simulada e método de estimativa

Realização	Método	Contagem de blocos incorretamente classificados								
		0.25x	GC	0.5x	0.75x	1x	1.25x	1.5x	2x	2.5x
#1	LUC	16.8%	17.8%	20.8%	21.9%	23.0%	21.8%	23.2%	25.4%	20.4%
	OK	15.4%	15.9%	16.5%	16.8%	17.2%	16.9%	17.0%	20.1%	18.5%
#2	LUC	16.3%	17.1%	19.7%	21.0%	21.9%	22.6%	21.2%	22.0%	20.6%
	OK	14.4%	14.7%	15.3%	15.4%	15.7%	15.6%	15.3%	16.3%	16.7%
#3	LUC	16.3%	17.6%	20.8%	21.4%	22.6%	22.8%	20.9%	23.1%	19.1%
	OK	14.8%	15.2%	15.7%	15.8%	15.9%	16.8%	15.9%	17.2%	17.2%
#4	LUC	16.8%	17.3%	20.4%	21.8%	21.4%	20.9%	22.2%	19.7%	20.1%
	OK	14.7%	15.1%	15.6%	15.7%	15.9%	15.9%	16.0%	16.2%	16.6%
#5	LUC	16.6%	17.2%	20.5%	21.0%	22.6%	23.2%	22.6%	21.6%	18.7%
	OK	14.6%	15.0%	15.5%	15.6%	15.8%	15.8%	16.1%	15.9%	15.8%
#6	LUC	16.6%	17.8%	20.6%	21.6%	23.4%	22.2%	21.4%	22.1%	22.9%
	OK	14.9%	15.3%	15.9%	16.0%	16.4%	16.0%	16.5%	17.4%	19.0%
#7	LUC	16.7%	17.7%	20.8%	21.0%	22.4%	23.3%	20.4%	21.0%	18.9%
	OK	14.9%	15.3%	15.8%	15.9%	16.1%	16.6%	16.5%	17.2%	16.3%
#8	LUC	16.6%	17.6%	20.2%	21.5%	22.3%	22.0%	20.6%	20.0%	18.8%
	OK	14.7%	15.1%	15.6%	15.7%	15.7%	15.9%	15.8%	16.5%	16.6%
#9	LUC	16.4%	17.5%	19.8%	20.3%	21.7%	21.8%	21.4%	23.6%	20.3%
	OK	14.6%	15.0%	15.5%	15.6%	15.9%	16.0%	16.0%	17.4%	17.1%
#10	LUC	16.9%	17.7%	20.4%	21.3%	22.8%	22.1%	21.0%	21.8%	18.6%
	OK	15.0%	15.4%	15.9%	16.1%	16.2%	16.2%	16.5%	16.8%	17.1%

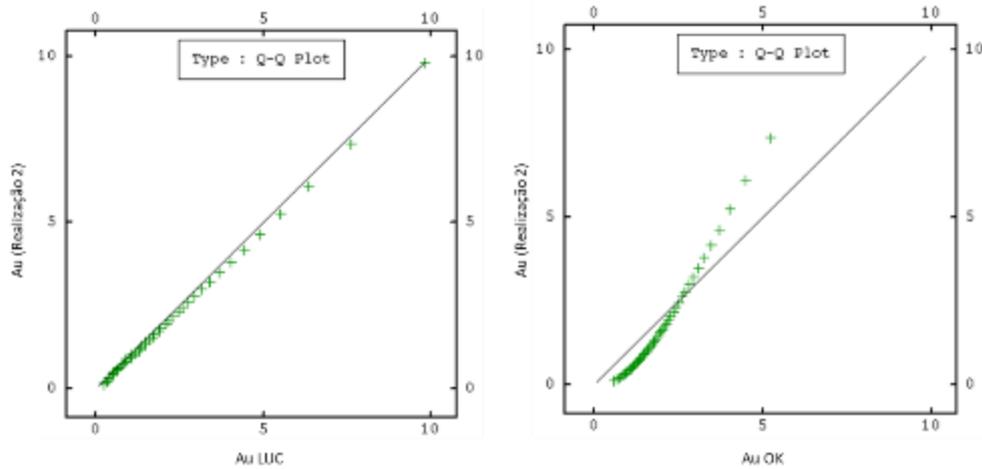
A Figura 67 combina os números da tabela de forma que cada barra represente os valores médios das 10 realizações. Independentemente do espaçamento das amostras, os resultados mostram que a krigagem ordinária é sempre mais eficiente na reprodução local dos teores, isto é, classificou incorretamente uma quantidade menor de blocos.

Figura 67 - Contagem dos blocos classificados incorretamente por OK (acima) e LUC (abaixo) para cada malha simulada.



A figura 68 confirma que distribuição global dos teores de ouro é melhor reproduzida pelos modelos de LUC. A figura apresenta os qq-plots dos modelos de LUC e OK contra a realização de referência número 2. Os gráficos da imagem representam estimativas realizadas com a malha de espaçamento 0.5x. O mesmo comportamento observado na figura 68 se manifesta nas estimativas das demais realizações e malhas.

Figura 68 - Q-Q plots comparado duas distribuições estimadas ao modelo de referência da realização 2. À esquerda o gráfico correspondente ao modelo de LUC; à direita o modelo de krigagem ordinária, ambos estimados com a malha 10x10x1m (0.5x).



As curvas da figura 66 mostram que mesmo para a malha mais adensada (0.25x), os modelos de LUC e OK ainda exibem relações teor-tonelada bem distintas. Por conta disso, foram criadas malhas adicionais de espaçamento ainda mais reduzido para avaliar se existe alguma configuração de dados cujas estimativas por OK e LUC sejam razoavelmente equivalentes em termos da relação teor-tonelada. As análises foram repetidas para malhas de espaçamento 1x1x1 (0.05x), 2x2x1 (0.1x), 3x3x1 (0.15x) e 4x4x1 (0.2x) e os resultados avaliados por duas métricas. A primeira considerou os erros dos modelos estimados em relação às realizações de referência. A segunda comparou as variações percentuais nas toneladas previstas para cada *cut-off* entre os diferentes métodos. A primeira mede quão errado estão os modelos e a segunda quão diferentes eles são entre si.

As toneladas de OK e LUC para todas as malhas simuladas foram obtidas em intervalos de 0.2g/t e o erro calculado da seguinte forma:

$$Erro = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - r_i)^2}{n}}$$

sendo n o número de *cut-offs* espaçados de 0.2g/t, t_i e r_i as toneladas correspondentes ao *cut-off* i das estimativas e modelo de referência nessa ordem. Os gráficos da figura 69

apresentam os erros médios calculados para cada método de estimativa, espaçamento de malha e cenário de referência.

Os resultados plotados nos gráficos destacam tendência do aumento do erro quadrático médio com a abertura da malha nos modelos estimados por OK. Os erros médios são crescentes até um espaçamento próximo ao alcance do fenômeno. A partir desta abertura de malha observa-se a estabilização das medidas de erro e um certo carácter de aleatoriedade.

A tendência de incrementado de erro com abertura da malha é muito mais sutil nos modelos estimados por LUC. Novamente, os resultados obtidos por condicionamento uniforme se mostraram muito menos sensíveis às variações de malha. Grande parte dos erros flutuam entre 1 e 2.

É interessante observar que nas malhas mais adensadas (0.05x e 0.1x) o comportamento se inverte. As krigagens realizadas com esse conjunto de dados produziram erros menores que os modelos de LUC. Nesse sentido, seriam necessárias malhas mais adensadas que 0.15x para convergir os resultados de OK e LUC no depósito alvo deste estudo. Isso significa que as previsões de recursos recuperáveis a partir de modelos LUC e OK, irão convergir em casos onde a malha disponível é igual ou inferior a 0.15x o alcance do fenômeno.

Os gráficos da figura 70 comparam as diferenças percentuais médias de tonelagem entre as estimativas por OK e LUC para várias malhas e cenários de referência. Os valores expressos consideram as médias das diferenças de tonelagem calculadas para cada *cut-off* espaçado de 0.2g/t. Como os erros quadráticos médios dos modelos de LUC são muito mais uniformes independente das malhas amostrais, as diferenças percentuais da figura 70 são influenciadas, principalmente pela sensibilidade dos resultados OK com diferentes malhas.

Figura 69 - Erros quadráticos médios de tonelagem das estimativas por LUC e OK realizadas com diferentes malhas. Média dos dez cenários de referência.

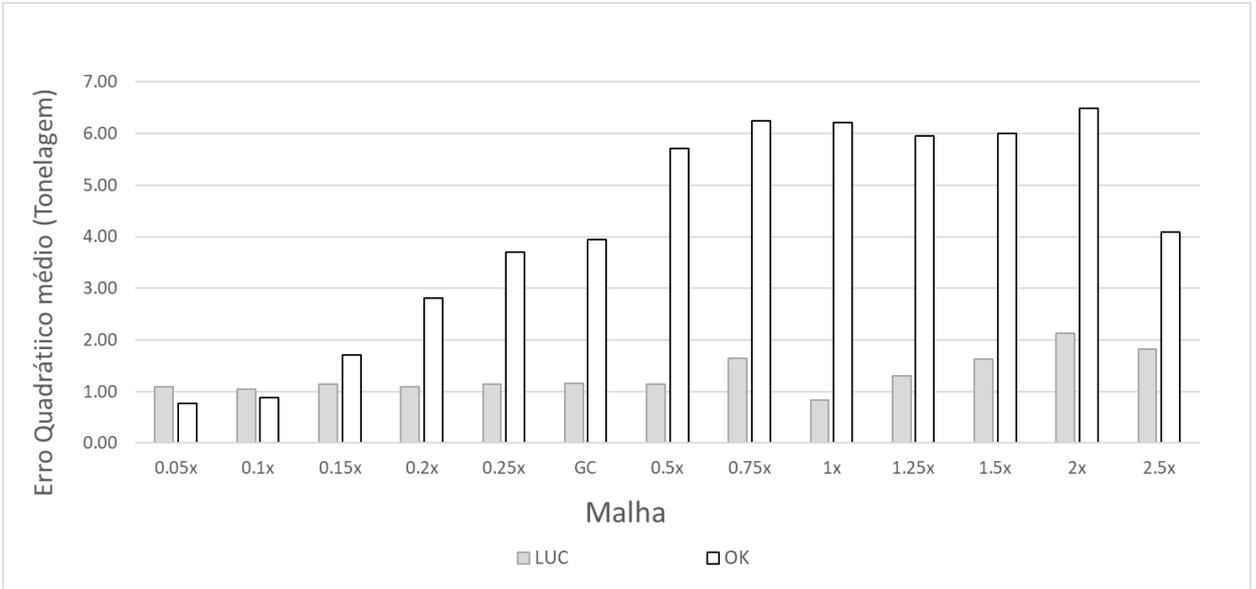
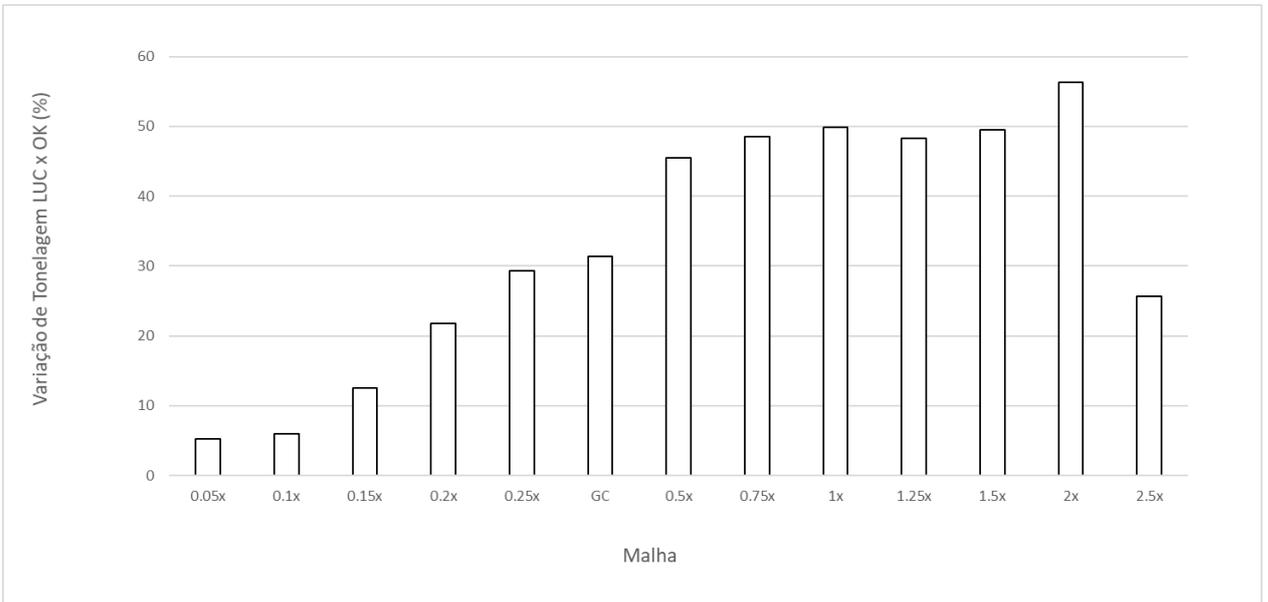


Figura 70 - Diferenças percentuais de tonelagem das estimativas por LUC e OK realizadas com diferentes malhas. Resultados expressam as médias dos cut-offs espaçados de 0.2g/t.



É evidente que malhas tão adensadas quanto as utilizadas neste estudo são economicamente e operacionalmente inviáveis. O custo de amostragem que envolve preparação e análises laboratoriais, além do intervalo de tempo entre amostragem e liberação das frentes de lavra, seriam consideravelmente mais expressivos. Apesar da inviabilidade prática em se obter tais espaçamentos, eles foram teoricamente reproduzidos com o objetivo

de entender como os resultados de diferentes técnicas de estimativa se comportariam sob tais condições.

Os resultados deste capítulo mostraram que o LUC é consistentemente mais eficaz na representação global das classes de teor (curvas teor x tonelagem). As tonelagens correspondentes aos *cut-offs* foram melhor reproduzidas por modelos de LUC desde malhas com espaçamento de 3x3x1m até a malha mais ampla testada. Por outro lado, a krigagem ordinária provou ser capaz de melhor reproduzir localmente os teores estimados.

Com base nos gráficos das Figuras 69 e 70, é possível afirmar que, de maneira geral, seriam necessárias malhas mais adensadas que 3x3x1m (0.25x) para que a quantidade de recursos recuperáveis estimados por LUC e OK seja equivalente. Além disso, atenta-se ao fato que a partir do alcance do variograma, as malhas produzem diferenças percentuais e erros médios estáveis, passando a ter comportamento aleatório.

É importante destacar que os resultados obtidos nesta seção consideram o depósito em sua integralidade. Possivelmente, em regiões mais contínuas do depósito, ou com menores contribuições de pepita, as variações percentuais na tonelagem de LUC e OK sejam correspondentes em malhas até mais abertas. Além disso, o estudo desconsiderou nas análises possíveis erros de amostragem e vieses em função da utilização de várias técnicas de amostragem na construção dos cenários simulados.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho propôs como metas investigar a aplicabilidade da geoestatística não linear na modelagem geológica e nas previsões de teor em um depósito de ouro real, caracterizado por mineralização descontínua e sob forte grau de deformação. Para isso foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Avaliar a abordagem quantitativa quanto à sua aplicabilidade na modelagem dos corpos de minério em operação de mina utilizando modelos probabilísticos de indicadores para delimitação dos domínios.
- Dimensionar os benefícios da anisotropia dinâmica aplicada ao modelo de indicadores na reprodução das macroestruturas da mineralização.
- Discutir as implicações da utilização do condicionamento uniforme localizado e métodos de estimativa linear sob a ótica de avaliação de recursos minerais e operação de mina.
- Avaliar a sensibilidade dos métodos de krigagem ordinária e condicionamento uniforme quanto à disponibilidade de dados.

O capítulo 3 se dedicou à construção da envoltória de minério utilizando as técnicas de krigagem dos indicadores e anisotropia dinâmica. A metodologia mostrou-se eficiente na reprodução das principais feições geológicas da mineralização alvo desta tese. Os modelos probabilísticos foram capazes de definir com relativa precisão os contornos da mineralização, sobretudo nas porções mais detalhadas por amostragem no depósito. Entretanto, em resultados nas áreas de malha amostral mais ampla, o método apresentou limitações. Estimativas a partir de uma quantidade insuficiente de informações tendem a mascarar a continuidade natural da mineralização através da fragmentação das envoltórias de indicador em pequenos subdomínios. Especialmente em regiões fortemente deformadas, a utilização de dados estruturais de mapeamento é bastante recomendável. A aplicação da anisotropia dinâmica guiada por medidas estruturais melhorou consideravelmente a qualidade da representação das formas dobradas. A abordagem dos indicadores na modelagem geológica, embora não substitua geomodeladores experientes, mostrou algumas vantagens em relação aos métodos convencionais. Os modelos probabilísticos permitem uma modelagem mais

rápida, reprodutível e com menor grau de subjetividade. Adicionalmente, permite avaliar indiretamente incertezas de modelagem que podem ser úteis para suportar decisões de sondagem exploratória e de curto prazo.

O estudo de caso do capítulo 4 avaliou a aplicabilidade dos métodos de UC, LUC e OK que foram comparados aos modelos de referência. Tais modelos representam realizações equiprováveis obtidas por técnicas de simulação condicional e consideraram o banco de dados mais completo disponível no depósito. As estimativas por UC/LUC e OK foram então reconciliadas aos modelos de referência. Os dados utilizados nas estimativas desconsideraram todas as amostras de curto prazo. Os resultados mostraram que a relação teor-tonelada global obtida pelo condicionamento uniforme foi mais aderente aos modelos simulados com dados completos. Por se tratar de um depósito de teor relativamente baixo, 70% dos recursos se encontram em faixas de teor inferiores a 2g/t. Rigorosamente, essa faixa foi a que apresentou maiores diferenças entre os métodos. Nessa faixa, as previsões feitas por krigagem ordinária foram menos seletivas, isto é, estimaram uma maior massa de recurso a teores mais baixos. Considerando as classes mais altas de teor, a tonelagem de recurso estimado entre os métodos foi quase idêntica. Uma premissa básica da aplicação do condicionamento uniforme é que as posições do minério e estéril dentro dos painéis são desconhecidas. O método de LUC utiliza o histograma teórico de UC ranqueando as classes de teor e atribuindo aos blocos valores do histograma correspondendo à sua posição no ranking. Entretanto, a qualidade da localização depende exclusivamente da variável utilizada no ranqueamento. Os resultados mostraram que a malha utilizada no estudo não foi suficiente para localizar os teores UC com a mesma qualidade da OK. Os gráficos de dispersão entre os modelos de referência e as estimativas mostraram que, apesar da menor reprodução global da variabilidade do depósito, a krigagem ordinária garante mais qualidade à estimativa local. O estudo conduzido no capítulo 5 confirmou esses resultados.

O último capítulo de desenvolvimento da tese utilizou diversos espaçamentos de malha extraída de 10 realizações de referência para medir o grau de sensibilidade das técnicas aos padrões amostrais. Este estudo foi idealizado com base em averiguações do capítulo 4 que apontaram para o fato de que os métodos de OK e LUC produzem resultados tão diferentes quanto for o espaçamento dos dados utilizados. Os resultados mostraram que os erros de previsão da relação teor-tonelada são consideravelmente mais expressivos na

krigagem ordinária. Além disso, os erros de previsão são crescentes à medida que o espaçamento aumenta até a abertura de 20x20x1m. Para espaçamentos mais abertos, observa-se que a redução na disponibilidade de amostras já não produz incremento no erro de OK em relação aos modelos de referência. O mesmo ocorre com as diferenças percentuais de tonelagem entre LUC e OK. De acordo com os cenários simulados, seriam necessárias malhas de espaçamento menores que 3x3x1, operacionalmente inviáveis, para que a relação teor-tonelada dos métodos se torne equivalente. O estudo com as malhas simuladas confirmou a melhor capacidade da krigagem ordinária em reproduzir localmente os teores. Isso foi avaliado por meio da contagem de blocos classificados incorretamente como estéril ou minério favoráveis à OK.

Para o depósito alvo deste estudo, a utilização de técnicas de UC e LUC provou-se capaz de reproduzir com qualidade as relações globais de teor-tonelada dos cenários de referência. Entretanto, apresentaram importantes limitações na acuracidade das estimativas locais dos teores. Para previsões com propósitos puramente exploratórios, em que curvas teor-tonelada e conteúdo metálico global são suficientes, as técnicas não lineares aplicadas neste estudo forneceram as melhores aproximações independentemente da malha disponível. Para fins de desenho e sequenciamento de lavra, a acuracidade da estimativa com a correta localização dos teores é fator fundamental. Nestes casos, a utilização de UC/LUC exige mais cautela e não se mostrou recomendável considerando o espaçamento de sondagem de *grade control*.

6.1 RECOMENDAÇÕES

Como recomendações para continuidade do trabalho:

- Avaliar formas de incorporar informações secundárias, como dados geofísicos, na abordagem geoestatística de modelagem geológica.
- Utilizar técnicas de simulação para avaliar a incerteza associada aos contatos das envoltórias de minério.
- Elaborar análises de contato para refinar os domínios e interfaces estéril-minério.
- Estudar os aspectos que afetam a qualidade das localizações dos teores de UC e suas magnitudes. Replicar o estudo para subdomínios do depósito que apresentem

diferentes continuidades, efeito pepita e padrão de amostragem.

- Avaliar a reprodução local dos teores com base no percentual de blocos incorretamente classificados para diferentes *cut-offs*. Entender se existe diferenciação da qualidade da estimativa local de teores em função das classes de teor.
- Reproduzir os estudos para a envoltória de minério marginal.
- Utilizar de modelos de UC como referência para calibrar parâmetros de krigagem. As dimensões do *grid* de estimativa e parâmetros de OK podem ser testados por iteração a fim de obter relações teor-tonelada semelhantes aos modelos de UC.
- Utilizar dados de produção para reconciliar as previsões obtidas pelos diferentes métodos de estimativa em bases trimestrais e anuais.

REFERÊNCIAS

- ABZALOV, M. Localised Uniform Conditioning (LUC): a new approach for direct modelling of small blocks. In: **Mathematical Geology**, v38, No.4, p.393-411, 2006.
- ABZALOV, M. Localized Uniform Conditioning (LUC): method and application case studies, University of Western Australia. In: **The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, 2014.
- ABZALOV, M. Applied Mining Geology, Modern Approaches. In: **Earth Sciences 12**. Springer International Publishing, Switzerland, 2016.
- ABZALOV, M.; HUMPHREYS, M. Resource estimation of structurally complex and discontinuous mineralization using non-linear geostatistics: Case study of a mesothermal gold deposit in northern Canada. In: **Explor. Mining Geol.**, vol. 11, p 1-4. Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum, 2003.
- BABAK, O.; DEUTSCH, C.V. Estimation in a Finite Domain: fixing the String effect, Center for Computational Geostatistics (CCG). In: **Report 8**, 2006.
- BAGHERI, R.B.F. et al. Proc.,27. In: **Workshop Computational Intelligence**, Dortman, 2017.
- BARNETT, R. M. Tools for Multivariate Geostatistical Modeling. Center for Computational Geostatistics (CCG). In: **Guidebook Series**, vol. 13, 2011.
- CARVALHO, D; DEUTSCH, C. V. An Overview of Multiple Indicator Kriging. In: J. L. DEUTSCH (Ed.). **Geostatistics Lessons**, 2017. Disponível em: <http://www.geostatisticslessons.com/lessons/mikoverview>. Acesso em: 14 mai. 2018.
- CHILÈS, J.P.; DELFINER, P. **Geostatistics: Modelling spatial uncertainty**. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- COWAN, E. et al. Rapid geological modelling. **Applied Structural Geology for Mineral Exploration and Mining, International Symposium**, 2002.
- COSTA, J.P. et al. **A comparison between kriging and radial basis function networks for nonlinear prediction**. In: Nonlinear Signal and Image Processing, 2000.
- DELHOMME J.P. **Application de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau**. Thesis Doctore University of Paris VI – Fontainebleau. 1976
- DEUTSCH, A. Practical unfolding for geostatistical modeling of vein type and complex tabular mineral deposits. In: DESSUREAULT S.; GANGULI R.; KEKOJEVIC, D. (Ed.). **Proceedings of the 32nd international APCOM symposium**. Taylor and Francis Group, London: p. 197–202. 2005.
- DEUTSCH, C.V.; JOURNEL, A.G. **GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide**. Oxford University Press: New York, 1998.
- DEUTSCH, C.V. Kriging with strings of data. **Math Geol** 26, 623–638. 1994.

DEUTSCH, J.L. et al. Checks and measures of performance for kriging estimates. In: **J. S. Afr. Inst. Min. Metall.** vol.114 n.3 Johannesburg, 2014.

EMERY, X; TORRES, J. **Models for Support and Information Effects**: a comparative study. *Mathematical Geology*, Vol. 37, No. 1, 2005.

GEOVARIANCES. **ISATIS Technical References**. Versão 10. BLEINÈS, C. et al., 2010. [Software].

GOOVAERTS P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. Oxford University Press: New York, 1987.

GARRIDO, MAURÍCIO et al. Resource assessment with unfolding methodology: a case study. In: **Gecamin Conference for Mining**. 2016.

HARTMAN, H.L. **SME Mining Engineering Handbook**. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, 1992.

HEIJMANS, H. **Morphological Image Operator**. Academic Press: New York, NY, 1994.

ISAAKS, E.H. **The application of Monte Carlo methods to the analysis of spatially correlated data**. USA: Stanford University, 1990.

ISAAKS, E.H.; DAVIS, B. The Kriging oxymoron. **Society of mining engineers annual conventopn**, Denver, 1999.

ISAAKS, E.H.; SRIVASTAVA, R.M. **An Introduction to Applied Geostatistics**. Oxford University Press: New York, 1989.

JOURNEL, A. G. Non-parametric estimation of spatial distributions. In: **Journal of International Association for Mathematical Geology**, v.15, No.3 The indicator approach to estimation of spatial distributions, 1983. p. 445-468.

JOURNEL, A.G.; HUIJBREGTS, C. **Mining geostatistics**. New York: Academic Press, 1978.

MARITZ, E. **The appropriateness of the Localised Uniform Conditioning technique for high-nugget Birimian-style gold deposits**, 2017. Dissertação (Masters of Science in Engineering). University of the Witwatersrand, Johannesburg, 2017.

MATHERON, G. Principles of Geostatistics. **Economic Geology**, v. 58, 1963.

MCARTHUR, G. J. Using Geology to Control Geostatistics in the Hellyer Deposit. **Mathematical Geology**, v. 20(4), p. 343-366. 1988.

MCLENNAN, J. A. **The decision of stationarity**. Tese (Doutorado) — University of Alberta, 2007.

NEUFELD, C. **Uniform Conditioning Centre for Computational Geostatistics**, University of Alberta, 2005.

PYRCZ, M.J., DEUTSCH, C.V. Transforming Data to a Gaussian Distribution. In: J. L. Deutsch (Ed.). **Geostatistics Lessons**. Disponível em: www.geostatisticslessons.com/lessons/normalscore. 2018.

RADTKE, R. **Modelagem geológica implícita através de simulações de funções distância assinaladas**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

REMACRE, A.Z. **L'estimation du récupérable local**: le conditionnement uniforme. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1984.

RIOVOIRARD, J. Two key parameters when choosing the kriging neighbourhood. In: **Mathematical Geology**, 19: 1987.

RIVOIRAD, J. **Introduction to disjunctive kriging and non-linear geostatistics**. Oxford Press: Clearedon, 1994.

ROLO, R.M; Modelagem geológica implícita com funções distância assinaladas. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

ROSSI, M.E.; DEUTSCH, C.V.. **Mineral Resource Estimation**. London: Springer; 2014.

SERRA, J. Image **Analysis and Mathematical Morphology**. Academic Press: London, 1982.

SERRA, J. Image Analysis and Mathematical Morphology. In: **Volume 2: Theoretical Advances**. Academic Press: New York, 1988.

SINCLAIR, A.J; BLACKWELL; G.H, **Applied Mineral Inventory Estimation**. Cambridge University Press: Cambridge, 2002.

SPRAGG, K. **Leapfrog interpolation basics**. 2013. Disponível em: <<http://blog.laepfrog3d.com/2013/05/08/leapfrog-interpolation-basics>>. Acesso em 23 nov. 2016.

VANN, J. et al. Quantitative Kriging Neighbourhood Analysis for the Mining Geologist – A Description of the Method With Worked Case Examples. In: **5th International Mining Geology Conference**. Bendigo, Victoria, Australia, 2003.

VANN, J; GUIBAL, D. Beyond ordinary kriging - An overview of non-linear estimation. In: **Mineral Resource and Ore Reserve Estimation - The AusIMM Guide to Good Practice**. Australasian Institute of Mining and Metallurgy, p. 249-256. 2001.

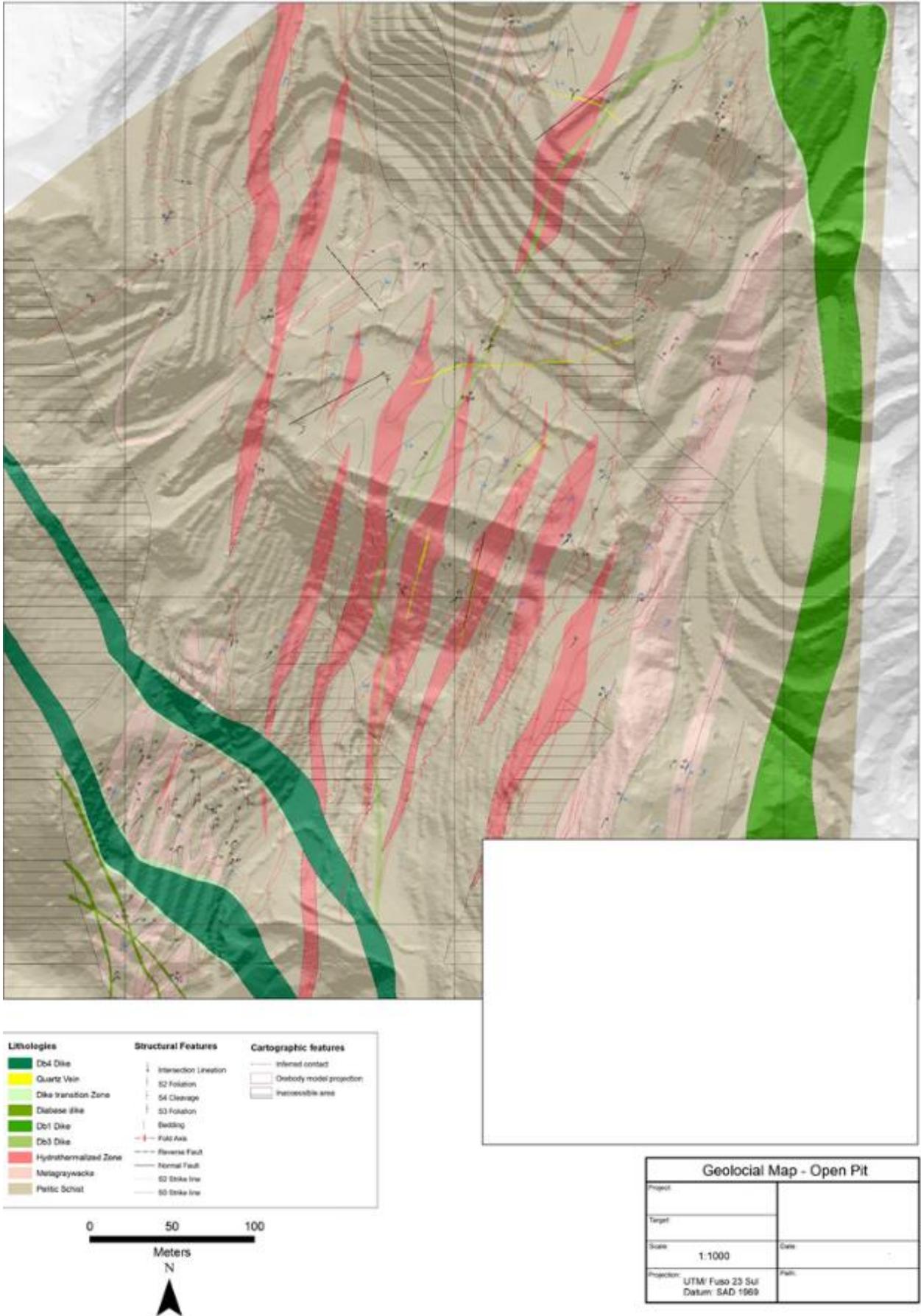
WALVOORT, D. Wakeningen University and Research Center. **EZ Kriging**. Versiom 0.2 [Software]. 2002.

YAMAMOTO, J.K.; LANDIM, P.M.B. **Geoestatística: conceitos e aplicações**. São Paulo: Oficina de textos, 2013.

ANEXO A – MAPEAMENTO GEOLÓGICO

A partir do Capítulo 3, os resultados apresentados foram consequência dos modelos de minério consolidados a partir de extensa campanha de reconhecimento geológico de campo e consolidação de dados históricos do depósito. A figura a seguir apresenta o mapa geológico do setor Oeste, marcado pela maior intensidade de deformação mapeada. Por respeito à política de confidencialidade da empresa detentora dos dados, as informações que localizem geograficamente o depósito foram omitidas do mapa.

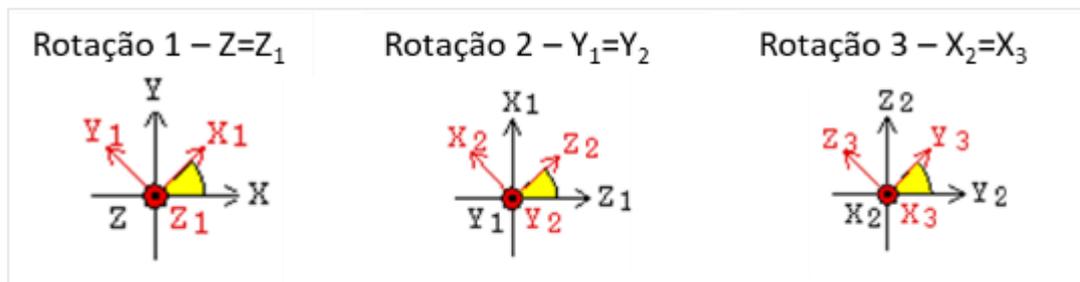
Figura A-1 – Mapa geológico do setor oeste do depósito



ANEXO B – CONVENÇÃO E ROTAÇÃO DE EIXOS

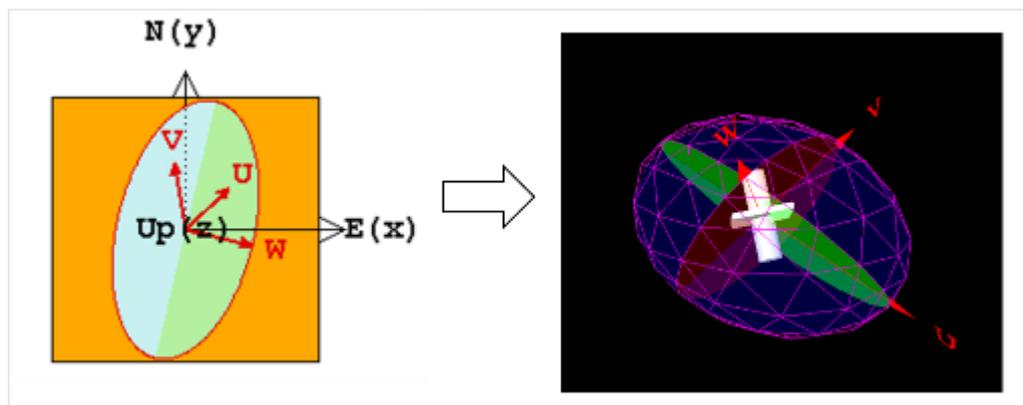
As anisotropias aplicadas aos variogramas e estimativas foram definidas no *software* Isatis®. A orientação da anisotropia foi definida pela rotação sucessiva em torno dos eixos Z, depois Y e, por fim, em X, positivamente no sentido anti-horário de Leste para Norte (+Z+Y+X). Essa notação é denominada “Mathematician” no *software* e a operação de rotação dos eixos X-Y-Z é ilustrada na figura abaixo:

Figura B-1 – Exemplo da convenção de rotação. Os eixos X,Y,Z representam os eixos geográficos leste, norte e vertical. Os eixos X_1, Y_1, Z_1 são os eixos após a primeira rotação em torno de Z. Os eixos X_2, Y_2 e Z_2 são os eixos após a segunda rotação em Y. Os eixos X_3, Y_3, Z_3 são os eixos rotacionados que representam a anisotropia pretendida



Os eixos rotacionados que representam a anisotropia pretendida são denominados U,V,W correspondendo, respectivamente, às direções de maior continuidade, continuidade intermediária e menor continuidade:

Figura B-2 – Visualização em plano (esq.) e tridimensional (dir.) da convenção de rotação para definição da orientação da anisotropia



ANEXO C – *SCRITPS*, IMAGENS E PLANILHAS DE DADOS

O estudo de caso deste trabalho teve apresentação e implementação a partir de rotinas em ambiente Isatis e Studio RM. Os resultados foram obtidos pela execução de algoritmos internos dos *softwares* que disponibilizam bibliotecas de rotinas geoestatísticas. *Scripts* em Javascript, HTML e linguagem específica dos softwares foram desenvolvidos para combinar diversos processos e automatizar as rotinas no trabalho.

O presente anexo disponibiliza as *scripts* utilizadas, com definição das rotinas em ordem de execução e parâmetros de entrada. Além disso, o anexo apresenta conjunto de dados relevantes, figuras, gráficos e tabela de dados a partir dos quais foram feitas as análises, interpretações e a geração de figuras.

A tabela a seguir lista os arquivos contidos no anexo C classificados por tipo e com as respectivas descrições:

Tabela C-1 - Lista de descrição dos arquivos disponibilizados em mídia digital

Item	Arquivo	Tipo	Cap	Descrição
1	estruturas_rslpt	Tabela	3	Pontos de medida estrutural utilizados para na anisotropia dinâmica do modelo de indicadores
2	journal_kriging_smu.ijnl	Script	4	Krigagem ordinária dos SMUs com implementação em journal do Isatis
3	journal_kriging_panel.ijnl	Script	4	Krigagem ordinária dos painéis com implementação em journal do Isatis
4	Correção de suporte.jpeg	Imagem	4	Parâmetros calculados em Isatis da correção de suporte por modelo gaussiano discreto. Descrição dos parâmetros conforme manual do usuário do software.
5	qtm_calculation_cap4.csv	Tabela	4	Cálculo de tonelagem (T), teor médio (M) e metal (Q) em relação ao cutoff dos modelos de OK, LUC e realizações de SGS
6	Cria_malha.html	Script	5	Rotina implementada em Studio RM para a criação das diversas malhas simuladas
7	journal_kriging_smu_malhas.ijnl journal_kriging_smu_malhas_fechadas.ijnl	Script	5	Loop de krigagem ordinária dos SMUs com as diversas malhas para 10 realizações
8	journal_kriging_panel_malhas.ijnl journal_kriging_panel_malhas_fechadas.ijnl	Script	5	Loop de krigagem ordinária dos painéis com as diversas malhas para 10 realizações
9	LUC_malha.ijnl LUC_malha_fechada.ijnl	Script	5	Loop para execução do condicionamento uniforme e localização das estimativas com as diversas malhas para 10 realizações
10	qtm_malhas_A.xlsx qtm_malhas_B.xlsx	Tabela	5	Cálculo de tonelagem (T), teor médio (M) e metal (Q) em relação ao <i>cut-off</i> para as 10 realizações e malhas simuladas. Os dados da parametrização teor x tonelada foram utilizados nos cálculos do item 12. Planilha "A" contém resultados das malhas 1x1x1 a 4x4x4. Planilha "B" contém os cálculos das malhas de grade <i>control</i> até 50x50x50
11	Erros_malha.xlsx	Tabela/Figura	5	Planilha Excel comparando as 10 realizações de referência aos teores estimados por OK e LUC com diversas malhas. As abas estão numeradas de 1 a 10 e representam resultados de cada realização. Os erros estão categorizados como 1 ou 2. Erro 1 corresponde a minério estimado como estéril. Erro 2, estéril estimado como minério.
12	GT_Malhas.xlsx	Tabela/Figura	5	Planilha Excel comparando estimativas de LUC e OK às 10 realizações de referência. A tabela calcula o erro quadrático médio da tonelagem para várias classes de teor e a variação percentual de massa entre OK e LUC. Cada aba na planilha corresponde a uma realização. A última apresenta os resultados médios, considerando todas as 10 realizações.