

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Estudo comparativo do nível de confiabilidade obtido em vigas de concreto armado projetadas segundo as normas NBR 6118:2014 e ACI 318-19

Michael Lopes Honscha

Porto Alegre
2020

MICHAEL LOPES HONSCHA

**ESTUDO COMPARATIVO DO NÍVEL DE CONFIABILIDADE
OBTIDO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO
PROJETADAS SEGUNDO AS NORMAS NBR 6118:2014 E ACI
318-19**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Porto Alegre
2020

MICHAEL LOPES HONSCHA

**ESTUDO COMPARATIVO DO NÍVEL DE CONFIABILIDADE
OBTIDO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO
PROJETADAS SEGUNDO AS NORMAS NBR 6118:2014 E ACI
318-19**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 30 de novembro de 2020

Prof. Américo Campos Filho
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo
orientador

Prof^a. Paula Manica Lazzari
Dr^a. pela Universidade Federal do Rio Grande
do Sul
co-orientadora

Prof. Nilo Cesar Consoli
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Charlei Marcelo Paliga (UFPel)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Denise Bernaud Maghous (UFRGS)
Dr^a. pela École Nationale des Ponts et Chaussées

Prof. Mauro de Vasconcellos Real (FURG)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

CIP - Catalogação na Publicação

Honscha, Michael Lopes

Estudo comparativo do nível de confiabilidade obtido em vigas de concreto armado projetadas segundo as normas NBR 6118:2014 e ACI 318-19 / Michael Lopes Honscha. -- 2020.

171 f.

Orientador: Américo Campos Filho.

Coorientadora: Paula Manica Lazzari.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2020.

1. Confiabilidade estrutural. 2. Método dos Elementos Finitos. 3. Método da Superfície de Resposta. 4. Método de Confiabilidade de Primeira Ordem. I. Campos Filho, Américo, orient. II. Lazzari, Paula Manica, coorient. III. Título.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar aos meus pais Arnulf e Maria Regina por toda dedicação que tiveram por mim, não somente neste período, mas como ao longo de toda a minha vida. Sem o apoio de vocês nada disso teria sido possível. Agradeço também à Gisele por ser uma irmã tão companheira e por trazer meu tão querido sobrinho Johann para nossas vidas.

Agradeço à minha companheira e namorada Jéssica pelo suporte, companhia, carinho e por ter feito parte dessa caminhada, seja compartilhando as angústias ou comemorando as vitórias. Sou muito feliz e grato por te ter por perto.

Agradeço ao meu orientador Prof. Américo Campos Filho por compartilhar um pouco do seu vasto conhecimento, pelas orientações sempre precisas e pelas boas conversas que sempre tivemos nas reuniões.

Agradeço à Prof^a Paula Manica Lazzari por toda ajuda e disponibilidade durante a execução deste trabalho. Sou grato também pelo espaço cedido para o Estágio Docente nas suas aulas. A oportunidade de ministrar uma primeira aula como professor no Dia do Professor será um momento que guardarei para sempre.

Agradeço também aos demais professores e funcionários do PPGEC/UFRGS pelos ensinamentos passados durante minha passagem no Programa.

Agradeço aos colegas de Mestrado e pelos momentos que passamos juntos, sejam estudando (e muito) ou conversando sobre qualquer coisa. Igor, Raíza, “Bárbara’s”, Tiago, Piva, Rodri, Dani, Kellyn, obrigado por tudo! Em especial, agradeço ao Giancarlo, amigo que sempre esteve junto e foi praticamente minha dupla de estudos durante todo este período.

Agradeço também aos demais amigos que sempre estiveram por perto e contribuíram de alguma forma para que eu passasse por esta fase.

Agradeço ao Maílson Scherer pela disponibilidade e ajuda na realização deste trabalho.

Por fim, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro que possibilitou a elaboração e conclusão desta pesquisa.

RESUMO

HONSCHA, M.L. **Estudo Comparativo do Nível de Confiabilidade Obtido em Vigas de Concreto Armado Projetadas Segundo as Normas NBR 6118:2014 e ACI 318-19. 2020.**

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

A análise de estruturas é geralmente realizada com base em valores determinísticos adotados para as propriedades mecânicas dos materiais, propriedades geométricas dos elementos, carregamentos atuantes, entre outros parâmetros de projeto. Na prática, há sempre um grau de incerteza acerca dos valores que estes parâmetros assumem após a construção de uma determinada estrutura. Dessa forma, a resposta de uma estrutura frente a uma solicitação é, na realidade, uma função de diversas variáveis aleatórias que afetam seu comportamento. Sendo assim, a resposta da estrutura também se revela de forma aleatória. Uma forma de considerar as incertezas presentes na análise estrutural é tratar o problema com um caráter probabilístico. A análise probabilística, por intermédio de métodos de simulação e aproximação, torna-se uma ferramenta poderosa e racional de aferir a segurança e integridade das estruturas, em especial àquelas dimensionadas de acordo com os códigos nacionais e internacionais. Diante disso, o presente trabalho objetivou determinar e comparar os índices de confiabilidade para vigas de concreto armado, projetadas de acordo com as normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 318 (ACI, 2019) para o estado limite último de flexão. Adicionalmente, pretendeu-se avaliar a influência dos parâmetros de projeto na resposta dos elementos e nos níveis de segurança obtidos para ambas as normas, variando a resistência à compressão, a altura da seção transversal da viga e os carregamentos atuantes, bem como a relação entre as parcelas permanente e acidental da carga. A metodologia consiste na aplicação do Método da Superfície de Resposta para a obtenção da resistência através de um polinômio aproximador, sendo este ajustado através de resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos. Os índices de confiabilidade foram obtidos através do método de primeira ordem FORM. Observou-se, para as vigas de concreto armado avaliadas, uma tendência de obtenção de menores índices de confiabilidade para elementos dimensionados segundo o código americano ACI 318 (ACI, 2019) em relação aos projetados pela norma brasileira, quando a carga permanente é predominante em relação ao carregamento total. Além disso, foi constatado que o carregamento acidental é a variável que mais exerce influência sobre o nível de confiabilidade atingido pelas vigas, enquanto a resistência à compressão do concreto não altera significativamente o comportamento do nível de confiabilidade frente a sua variação. Visualizou-se que os coeficientes de ponderação das ações adotados pela NBR 6118 (ABNT, 2014) implicam em uma maior variação nos índices de confiabilidade obtidos, considerando a avaliação de vigas dimensionadas para uma mesma resistência à compressão do concreto. Por fim, por meio de estudo comparativo com dados de diferentes autores, foi possível verificar que a caracterização estatística das variáveis aleatórias do problema não altera somente os valores de índices de confiabilidade, mas também seus comportamentos em função destas variáveis.

Palavras-chave: *Confiabilidade estrutural; Método dos Elementos Finitos; Método da Superfície de Resposta; Método de Confiabilidade de Primeira Ordem.*

ABSTRACT

HONSCHA, M.L. **Comparative Study of the Reliability Level Obtained in Reinforced Concrete Beams Projected According to NBR 6118:2014 and ACI 318-19 Standards.** 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The structural analysis is usually carried out based on deterministic values adopted for the materials mechanical properties, geometric properties of elements, loads, among other design parameters. In practice, there is always an uncertainty degree about the values these parameters will assume after the construction of a given structure. Thus, the response of a structure to any load is a function of several random variables that affect its behavior. Hence the response of the structure also reveals itself randomly. Treating the problem with a probabilistic approach is an interesting way to consider the uncertainties present in the structural analysis. Probabilistic analysis, when applied with simulation and approximation methods, becomes a powerful and rational tool for assessing the safety and integrity of structures, especially those designed according to national and international codes. Therefore, the present work aimed to determine and compare the reliability indexes for reinforced concrete beams, designed according to the NBR 6118 (ABNT, 2014) and ACI 318 (ACI, 2019) standards. Additionally, it intended to assess the influence of design parameters on the response of the elements and on the safety levels obtained from both codes. The methodology consists in the application of the Response Surface Methodology to obtain the resistance through an approximation polynomial, which is adjusted through results calculated by the Finite Element Method. Reliability indexes are obtained by FORM. It is observed, for the reinforced concrete beams evaluated, a tendency to obtain lower reliability indexes for elements designed according to the American code ACI 318 (ACI, 2019) in relation to those calculated by the Brazilian standard when the permanent load is predominant in relation to the total load. Also, it was found that the live load is the variable that most influences the level of reliability achieved by the beams, while the compressive strength of concrete does not significantly change the behavior of the level of reliability in relation to its variation. It can be seen that the load factors applied to set the load combinations adopted by NBR 6118 (ABNT, 2014) imply a greater variation in the reliability indexes obtained, considering the valuation of beams for the same compressive strength of the concrete. Finally, through a comparative study with data from different authors, it was possible to verify that the statistical characterization of the random variables does not change only the values of reliability indexes, but also their behavior in function of these variables.

Key-words: *structural reability; Finite Element Method; Response Surface Methodology; First Order Reability Method.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 JUSTIFICATIVA	23
1.2 OBJETIVOS.....	24
1.2.1 Objetivo geral	24
1.2.2 Objetivos específicos.....	24
1.3 SÍNTESE DA METODOLOGIA EMPREGADA	24
1.4 TRABALHOS SOBRE CONFIABILIDADE NA ANÁLISE ESTRUTURAL.....	25
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	27
2 FUNDAMENTOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO.....	28
2.1 NBR 6118:2014: ASPECTOS GERAIS	28
2.1.1 Estádios de comportamento de seções de concreto armado submetidas à flexão ...	29
2.1.2 Combinação de ações no estado-limite último	29
2.1.3 Hipóteses de cálculo e generalidades	31
2.1.4 Domínios de deformação.....	32
2.2 NBR 6118:2014: PROCESSO DE DIMENSIONAMENTO.....	36
2.2.1 Armadura simples.....	36
2.2.2 Armadura dupla	38
2.2.3 Armadura longitudinal mínima	40
2.3 ACI 318-19: FATORES DE CARGA E COMBINAÇÕES	40
2.4 ACI 318-19: FUNDAMENTOS E PROCESSO DE DIMENSIONAMENTO	42
2.4.1 Armadura simples.....	42
2.4.2 Armadura dupla	46
2.4.3 Armadura mínima de flexão	48
2.4.4 Cálculo da armadura quando as dimensões da seção são conhecidas	49
2.5 COMPATIBILIZAÇÃO ENTRE NORMAS.....	49
3 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS	52
3.1 MODELO CONSTITUTIVO ELASTOPLÁSTICO PARA O CONCRETO	52
3.1.1 Modelo para o concreto comprimido.....	53
3.1.2 Modelo para o concreto tracionado	56
3.2 MODELO ELASTOPLÁSTICO PARA A ARMADURA PASSIVA.....	58
4 MODELAGEM COMPUTACIONAL	59

4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E O SOFTWARE ANSYS	59
4.2 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS	60
4.2.1 BEAM189.....	61
4.2.2 REINF264.....	63
4.3 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	64
4.3.1 Vigas de BEBER (1999).....	64
4.3.2 Vigas de Decanini e Grillo (1970) e Schegg e Decanini (1971)	67
5 CONFIABILIDADE NA ANÁLISE ESTRUTURAL.....	74
5.1 FUNDAMENTOS DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	75
5.2 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE CONFIABILIDADE.....	79
5.2.1 Método de Monte Carlo.....	79
5.2.2 Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM)	81
5.3 MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA	83
6 METODOLOGIA: CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO ...	85
6.1 CARACTERIZAÇÃO DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO.....	85
6.1.1 Resistência à compressão	87
6.1.2 Altura da seção transversal (h)	89
6.1.3 Razão de carregamento (r)	89
6.1.4 Carregamento total característico (p_k)	90
6.1.5 Identificação das vigas.....	90
6.2 CARACTERIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	90
6.2.1 Resistência à compressão do concreto (f_c).....	91
6.2.2 Tensão de escoamento da armadura (f_y)	93
6.2.3 Altura da seção transversal (h)	93
6.2.4 Distância da armadura tracionada à borda inferior da seção (d').....	93
6.2.5 Parcela permanente do carregamento	94
6.2.6 Parcela acidental do carregamento	94
6.2.7 Parâmetros de incerteza do modelo resistente e solicitante (θ_R e θ_S)	95
6.2.8 Características das variáveis aleatórias de Santos, Stucchi e Beck (2014)	95
6.3 FUNÇÃO PERFORMANCE	96
6.4 METODOLOGIA: MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA.....	97
6.5 FORM PARA OBTENÇÃO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE β	98
7 RESULTADOS E DISCUSSÕES: VIGAS DE CONCRETO ARMADO	101
7.1 VIGAS DE SCHERER (2018).....	101
7.1.1 Comparação dos índices de confiabilidade obtidos entre normas.....	105

7.1.2 Estudo paramétrico	106
7.1.3 Discussão preliminar dos resultados apresentados	116
7.2 SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS	118
7.2.1 Variação de β em função da resistência à compressão do concreto	120
7.2.2 Variação de β em função da altura da seção transversal	124
7.2.3 Discussão geral dos resultados	130
7.2.4 Efeito dos coeficientes de ponderação.....	133
7.2.5 Comparativo dos índices de confiabilidade a partir da caracterização das variáveis aleatórias de Scherer (2018) e Santos, Stucchi e Beck (2014)	135
8 CONCLUSÕES.....	140
REFERÊNCIAS	143
APÊNDICE A – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DE SCHERER (2018) SEGUNDO A NBR 6118 (ABNT, 2014)	148
APÊNDICE B – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DE SCHERER (2018) SEGUNDO O CÓDIGO ACI 318-19	149
APÊNDICE C – DIMENSIONAMENTO DO SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS PARA A NBR 6118 (ABNT, 2014)	151
APÊNDICE D – DIMENSIONAMENTO DO SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS PARA O ACI 318-19	152
APÊNDICE E – DIMENSIONAMENTO DO SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS PARA COMBINAÇÃO 1,2+1,6 (NBR)	154
APÊNDICE F – DIMENSIONAMENTO DO SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS PARA COMBINAÇÃO 1,4+1,4 (ACI)	156
APÊNDICE G – DIMENSIONAMENTO ACI PARA A CARACTERIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DE SANTOS, STUCCHI E BECK (2014).....	158
APÊNDICE H – <i>SCRIPT</i> EM LINGUAGEM APDL	160
APÊNDICE I – ALGORITMO FORM PARA <i>MATLAB</i>	168

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Variáveis aleatórias envolvidas no projeto estrutural (SCHERER, 2018)	22
Figura 2.1 Domínios de deformação (ABNT, 2014, p. 122).	33
Figura 2.2 Domínios possíveis para ruptura em flexão simples (Baseado em: ARAÚJO, 2014).	34
Figura 2.3 Distribuição de deformações e tensões em uma seção com armadura simples (Baseado em: ARAÚJO, 2014).	37
Figura 2.4 Distribuição de deformações e tensões em uma seção com armadura dupla (Adaptado de: ARAÚJO, 2014).	39
Figura 2.5 Variação de ϕ de acordo com a deformação da armadura tracionada (Adaptado de: ACI, 2019).	43
Figura 2.6 Distribuição de deformações em seções controladas por tração e por compressão (Adaptado de: WIGHT E MACGREGOR, 2012).	44
Figura 2.7 Modelo de distribuição de deformações, tensões e esforços para seção com armadura simples (Adaptado de: WIGHT E MACGREGOR, 2012).	45
Figura 2.8 Distribuições de deformações, tensões e esforços para o caso de armadura dupla (WIGHT e MACGREGOR, 2012, p. 146).	46
Figura 2.9 Resistência à compressão média do concreto f'_{cr} (Adaptado de: OLIVEIRA, 2018).	51
Figura 3.1. Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido (Adaptado de: FIB, 2012).	54
Figura 3.2. Diagrama tensão-deformação do concreto em tração uniaxial (Adaptado de: MARTINELLI, 2003).	57
Figura 3.3. Diagrama tensão-deformação para o aço das armaduras (SCHERER, 2018, p. 60).	58
Figura 4.1. Elemento BEAM189: geometria (ANSYS, 2016).	61
Figura 4.2. Indicação dos nós e pontos de integração na seção transversal do elemento (Adaptado de: ANSYS, 2009).	62
Figura 4.3. Sistema de coordenadas e geometria do elemento REINF264 (Adaptado de: ANSYS, 2009).	64
Figura 4.4. Geometria e condições de contorno das vigas ensaiadas (Adaptado de: BEBER, 1999).	65
Figura 4.5. Esquematização do modelo para as vigas de Beber (1999) (Elaborado	65

pelo autor, 2020).

Figura 4.6. Discretização das vigas de Beber (1999): (a) longitudinal; (b) seção transversal (Elaborado pelo autor, 2020).	66
Figura 4.7. Carga-deslocamento das vigas ensaiadas: comparativo entre experimental e numérico (Elaborado pelo autor, 2020).	67
Figura 4.8. Geometria e carregamento aplicado nas vigas de Decanini (REAL, 2000, p. 85).	68
Figura 4.9. Esquematização da discretização utilizada nas vigas de Decanini (Elaborado pelo autor, 2020).	68
Figura 4.10. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-075-1.	70
Figura 4.11. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-075-2.	70
Figura 4.12. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-075-3.	70
Figura 4.13. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-100-1.	71
Figura 4.14. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-100-2.	71
Figura 4.15. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-100-3.	71
Figura 4.16. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-200-1.	72
Figura 4.15. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-200-2.	72
Figura 4.16. Gráfico carga-deslocamento da viga RC-200-3.	72
Figura 5.1. Domínios possíveis para a função estado limite (SCHERER, 2018).	76
Figura 5.2. Função densidade de probabilidade dos esforços solicitantes e resistentes (ANG E TANG, 1984).	77
Figura 5.3. Função de densidade de probabilidade f_M (DAMAS, 2015).	77
Figura 5.4. Esquema do funcionamento do Método de Monte Carlo (Adaptado de: REAL, 2000).	80
Figura 5.5. Transformação do espaço normal para o espaço reduzido (PALIGA, 2008).	82
Figura 6.1. Caracterização do primeiro conjunto de vigas de concreto armado (SCHERER, 2018, p. 97).	85
Figura 6.2. Caracterização do segundo conjunto de vigas de concreto armado (Elaborado pelo autor, 2020)	86
Figura 6.3. Processo iterativo para determinação do ponto de projeto (Adaptado de	99

HALDAR; MAHEDEVAN, 2000).

Figura 7.1. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 15$ kN/m e $h = 40$ cm.	107
Figura 7.2. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 15$ kN/m e $h = 50$ cm.	107
Figura 7.3. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 15$ kN/m e $h = 60$ cm.	108
Figura 7.4. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 20$ kN/m e $h = 40$ cm.	108
Figura 7.5. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 20$ kN/m e $h = 50$ cm.	109
Figura 7.6. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 20$ kN/m e $h = 60$ cm	109
Figura 7.7. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 40$ cm	110
Figura 7.8. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 50$ cm	110
Figura 7.9. Gráfico f_c x β para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 60$ cm	111
Figura 7.10. h x β para um carregamento $p_k = 15$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 25$ MPa.	112
Figura 7.11. h x β para um carregamento $p_k = 15$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 35$ MPa.	112
Figura 7.12. h x β para um carregamento $p_k = 15$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 45$ MPa.	113
Figura 7.13. h x β para um carregamento $p_k = 20$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 25$ MPa.	113
Figura 7.14. h x β para um carregamento $p_k = 20$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 35$ MPa.	114
Figura 7.15. h x β para um carregamento $p_k = 20$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 45$ MPa.	114
Figura 7.16. h x β para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 25$ MPa.	115
Figura 7.17. h x β para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 35$ MPa.	115
Figura 7.18. h x β para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 45$ MPa.	116
Figura 7.19. f_c x β para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 45$ cm.	120
Figura 7.20. f_c x β para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 55$ cm.	121
Figura 7.21. f_c x β para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 65$ cm.	121

Figura 7.22. $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 30$ kN/m e $h = 45$ cm.	122
Figura 7.23. $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 30$ kN/m e $h = 55$ cm.	122
Figura 7.24. $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 30$ kN/m e $h = 65$ cm.	123
Figura 7.25. $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 35$ kN/m e $h = 45$ cm.	123
Figura 7.26. $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 35$ kN/m e $h = 55$ cm.	124
Figura 7.27. $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 35$ kN/m e $h = 65$ cm.	124
Figura 7.28. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 40$ MPa.	125
Figura 7.29. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 50$ MPa.	125
Figura 7.30. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 60$ MPa.	126
Figura 7.31. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 70$ MPa.	126
Figura 7.32. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 30$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 40$ MPa.	127
Figura 7.33. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 30$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 50$ MPa.	127
Figura 7.34. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 30$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 60$ MPa.	128
Figura 7.35. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 30$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 70$ MPa.	128
Figura 7.36. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 35$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 40$ MPa.	129
Figura 7.37. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 35$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 50$ MPa.	129
Figura 7.38. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 35$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 60$ MPa.	130
Figura 7.39. $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 35$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 70$ MPa.	130
Figura 7.40. Cossenos diretores para a viga V-50-45-0.50-25 dimensionada pela NBR 6118:2	133
Figura 7.41. Variações dos índices de confiabilidade para $f_c = 40$ MPa.	135

Figura 7.42. $r \times \beta$ para as vigas $V-50-45-r-25$.	138
Figura 7.43. $f_c \times \beta$ para as vigas $V-f_c-45-1.00-25$.	138
Figura 7.43. $h \times \beta$ para as vigas $V-f_c-45-1.00-25$.	139

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Coeficientes de ponderação para combinações últimas.	30
Tabela 2.2. Fatores de redução para combinações de ações.	31
Tabela 2.3. Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.	40
Tabela 2.4. Valores de espectro de	45
Tabela 3.1. Efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade.	54
Tabela 3.2. Propriedades mecânicas para concretos de resistência normal.	55
Tabela 3.3. Propriedades mecânicas para concretos de alta resistência.	56
Tabela 4.1. Propriedades geométricas das vigas de Decanini.	69
Tabela 4.2. Propriedades dos materiais utilizados nas vigas de concreto armado.	69
Tabela 4.3. Comparação entre as cargas de ruptura obtidas para os diferentes modelos.	73
Tabela 5.1. Índices de confiabilidade alvo para um período de 50 anos.	78
Tabela 5.2. Relação entre probabilidade de falha da estrutura e índice de confiabilidade.	79
Tabela 6.1. Parâmetros fixos e variáveis para as vigas de concreto armado.	87
Tabela 6.2. Compatibilização das resistências à compressão do concreto (conjunto 1)	89
Tabela 6.3. Compatibilização das resistências à compressão do concreto (conjunto 2)	89
Tabela 6.4. Caracterização das variáveis aleatórias.	91
Tabela 6.5. Cálculo do valor médio da resistência à compressão do concreto.	92
Tabela 6.6. Caracterização das variáveis aleatórias por Santos, Stucchi e Beck (2014).	96
Tabela 7.1. Resultados obtidos para as vigas $V-25-h-r-p_k$	101
Tabela 7.2. Resultados obtidos para as vigas $V-35-h-r-p_k$	103
Tabela 7.3. Resultados obtidos para as vigas $V-45-h-r-p_k$	104
Tabela 7.4. Índices de confiabilidade para as normas brasileira e americana para as vigas de Scherer (2018).	105

Tabela 7.5. Cossenos diretores para as variáveis aleatórias das vigas <i>V-25-40-r-15</i> .	117
Tabela 7.6. Índices de confiabilidade para o segundo conjunto de vigas (parte I).	118
Tabela 7.7. Índices de confiabilidade para o segundo conjunto de vigas (parte II).	119
Tabela 7.8. Diferença entre β_{NBR} e β_{ACI} a partir da variação de r .	120
Tabela 7.9. Cossenos diretores para as vigas <i>V-40-45-r-25</i> .	132
Tabela 7.10. Índices de confiabilidade para combinações de ações “invertidas”.	134
Tabela 7.11. Resistência à compressão equivalente para estudo comparativo.	135
Tabela 7.12. Índices de confiabilidade para caracterização das variáveis aleatórias de Santos, Stucchi e Beck (2014).	136
Tabela 7.13. Diferença relativa entre os índices de confiabilidade.	137

LISTA DE SIGLAS

ACI	<i>American Concrete Institute</i>
ANSYS	<i>Analysis Systems Incorporated</i>
APDL	<i>Ansys Parametric Design Language</i>
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
ELS	Estados-Limites de Serviço
ELU	Estados-Limites Últimos
FDP	Função Densidade de Probabilidade
FDPA	Função Distribuição de Probabilidade Acumulada
FORTRAN	<i>IBM Mathematical FORMula TRANslation System</i>
<i>fib</i>	<i>Fédération Internationale du Béton</i>
FORM	<i>First-Order Reliability Method</i>
JCSS	<i>Joint Committee on Structural Safety</i>
PDS	<i>Probabilistic Design System</i>
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
PRFC	Polímeros reforçados com fibras de carbono
P.T.	Presente Trabalho
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UPF	<i>User Programmable Features</i>
VA's	Variáveis Aleatórias

LISTA DE SÍMBOLOS

I – LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A_s	Área de aço da armadura tracionada
A_s'	Área de aço da armadura comprimida
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
E_{c1}	Módulo de elasticidade secante do concreto
E_{ci}	Módulo de elasticidade inicial do concreto
E_s	Módulo de elasticidade do aço
F_d	Valor de cálculo das ações
$F_{gi,k}$	Valor característico da ação permanente
F_{gk}	Valor característico das ações permanentes diretas
$F_{\varepsilon k}$	Ações indiretas
$F_{\varepsilon gk}$	Ações indiretas permanentes
$F_{\varepsilon qk}$	Ações indiretas variáveis
F_{q1k}	Valor característico da ação variável principal direta
F_{qk}	Valor característico da ação variável
L_r	Sobrecargas de cobertura ou equivalentes (ACI)
M_n	Momento resistente nominal
M_{Rd}	Momento resistente de cálculo
M_{Sd}	Momento solicitante de cálculo
M_u	Momento requerido atuante na viga
N_f	Número de resultados insatisfatórios obtidos via simulação
P_e	Carga última experimental
P_n	Carga última numérica
V_D	Coefficiente de variação da parcela permanente do carregamento (ACI)

$V_{d'}$	Coefficiente de variação da distância da armadura tracionada à borda inferior da seção
V_{Ec}	Coefficiente de variação do módulo de elasticidade do concreto
V_{fc}	Coefficiente de variação da resistência à compressão do concreto
V_{fct}	Coefficiente de variação da resistência à tração do concreto
V_{fy}	Coefficiente de variação da tensão de escoamento da armadura
V_g	Coefficiente de variação da parcela permanente do carregamento (NBR)
V_L	Coefficiente de variação da parcela acidental do carregamento (ACI)
V_q	Coefficiente de variação da parcela acidental do carregamento (NBR)
W_0	Módulo resistente da seção bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada
D	<i>Dead loads</i> (ACI); Ações desfavoráveis (NBR)
E	Ações devido ao peso e empuxo do solo, da água no solo, ou outros materiais (ACI)
F	Ações favoráveis (NBR)
G	Cargas permanentes em geral (NBR)
L	<i>Live loads</i> (ACI)
M	Variável correspondente à margem de segurança
N	Número total de simulações ou tamanho da amostra
$P(R>S)$	Probabilidade da Resistência ser maior que a Solicitação
$P(R<S)$	Probabilidade da Resistência ser menor que a Solicitação
R	Resistência do modelo
R	Ações devido à chuva (ACI)
S	Solicitação do modelo
S	Ações devido à neve (ACI)
T	Ações referentes à temperatura (NBR)
U	Força resistente mínima (ACI)
W	Ações devido ao vento

G	Vetor gradiente da função performance $g(\mathbf{X})$
U	Vetor de variáveis aleatórias equivalentes do sistema
X	Vetor de variáveis aleatórias básicas do sistema

II – LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

u'^*_k	Vetor com os pontos de projeto na iteração atual
u'^*_{k+1}	Estimativa do vetor com os pontos de projeto para a próxima iteração
a_0, a_i, a_{ij}	Coefficientes ajustados via regressão dos dados
f_c	Resistência à compressão do concreto
f'_c	Resistência à compressão do concreto (ACI)
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto
f_{cr}'	Resistência média à compressão do concreto (ACI)
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração do concreto
$f_{ctk,inf}$	Limite inferior da resistência característica à tração do concreto
$f_{ctk,sup}$	Limite superior da resistência característica à tração do concreto.
$f_R(r)$	Função Densidade de Probabilidade (FDP) da resistência
$f_S(s)$	Função Densidade de Probabilidade (FDP) da solicitação
f_y	Tensão de escoamento da armadura
f_{yd}	Resistência de cálculo ao escoamento da armadura
p_f	Probabilidade de falha do modelo
p_k	Carregamento característico total
X_i, X_j	Variáveis aleatórias no Método da Superfície de Resposta
X_{lim}	Profundidade limite da linha neutra
u*	Vetor com os pontos de projeto no espaço normal padronizado

d	Altura útil da seção transversal
$g(\mathbf{X})$	Função performance do sistema
h	Altura da seção transversal
k	Número plástico
m	Variável normal padronizada correspondente à margem de segurança
r	Razão de carregamento
s	Coordenada local
u, v, w	Deslocamentos na direção dos eixos locais x , y , e z , respectivamente
x	Profundidade da linha neutra
y	Superfície de resposta

III – LETRAS GREGAS

α_E	Coefficiente considerável em função do tipo de agregado
α_i	Cosseno diretor da variável i
β_{ACI}	Índice de confiabilidade obtido para vigas dimensionadas pelo ACI
β_{NBR}	Índice de confiabilidade obtido para vigas dimensionadas pela NBR
$\gamma_g, \gamma_q, \gamma_{eg}, \gamma_{eq}$	Coefficiente de ponderação das ações
ϵ_c	Deformação do concreto em compressão
ϵ_{cl}	Deformação correspondente à máxima tensão em compressão
ϵ_{cu}	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
ϵ_t	Deformação do concreto em tração
ϵ_{yd}	Deformação específica de cálculo de escoamento da armadura
η_i	Coefficiente de conformação da armadura considerada
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$	Rotações em torno dos eixos locais x , y , e z , respectivamente
μ_d'	Média da distância da armadura tracionada à borda inferior da seção
μ_D	Média da parcela permanente do carregamento (ACI)
μ_{Ec}	Média do módulo de elasticidade do concreto

μ_{fc}	Média da resistência à compressão do concreto
μ_{fct}	Média da resistência à tração do concreto
μ_{fy}	Média da tensão de escoamento da armadura
μ_L	Média da parcela variável do carregamento (ACI)
$\mu_{\theta R}$	Média do parâmetro de incerteza do modelo resistente
$\mu_{\theta S}$	Média do parâmetro de incerteza do modelo solicitante
μ_g	Média da parcela permanente do carregamento
μ_h	Média da altura da seção transversal
μ_q	Média da parcela acidental do carregamento
μ_R, μ_S, μ_M	Média das variáveis resistência, solicitação e margem de segurança
μ_X	Média da variável aleatória X
ξ_{3-4}	Posição relativa da linha neutra na transição do domínio 3 para o domínio 4
ξ_{lim}	Valor limite para a posição relativa da linha neutra
$\sigma_{d'}$	Desvio padrão da distância da armadura tracionada à borda inferior da seção
σ_{Ec}	Desvio padrão do módulo de elasticidade do concreto
σ_{fc}	Desvio padrão da resistência à compressão do concreto
σ_{fct}	Desvio padrão da resistência à tração do concreto
σ_{fy}	Desvio padrão da tensão de escoamento da armadura
$\sigma_{\theta R}$	Desvio padrão do parâmetro de incerteza do modelo resistente
$\sigma_{\theta S}$	Desvio padrão do parâmetro de incerteza do modelo solicitante
σ_c	Tensão no concreto em compressão
σ_{cd}	Tensão de cálculo atuante no bloco retangular de compressão do concreto
σ_g	Desvio padrão da parcela permanente do carregamento
σ_h	Desvio padrão da altura da seção transversal
σ_q	Desvio padrão da parcela acidental do carregamento

$\sigma_R, \sigma_S, \sigma_M$	Desvio padrão das variáveis resistência, solicitação e margem de segurança
σ_{si}	Tensão de tração no centro da armadura considerada, calculada no estágio II
σ_t	Tensão no concreto em tração
ϕ_i	Diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada
$\psi_{0j}, \psi_{0\epsilon}, \psi_{2j}$	Fatores de redução na combinação de ações
$\nabla g(\mathbf{x}^{*k})$	Gradiente da função performance avaliada na iteração atual
β	Índice de confiabilidade
μ	Momento fletor reduzido solicitante
ξ	Profundidade relativa da linha neutra
Φ	Função distribuição de probabilidade acumulada da variável normal padronizada
ϕ	Função densidade de probabilidade da variável normal padronizada
Φ	Fator de redução da resistência (ACI)

1 INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, engenheiros e projetistas vêm experimentando diversos avanços nos métodos de análise e projeto estrutural, bem como no desenvolvimento e emprego de novos materiais. Aliado aos progressos tecnológicos que impulsionaram a fabricação e desenvolvimento de computadores com cada vez maior capacidade de processamento, métodos numéricos como o método dos elementos finitos têm sido utilizados em larga escala para solução de problemas de engenharia.

O método dos elementos finitos permite, com boa precisão, representar o comportamento real de estruturas de concreto estrutural, sendo estes materiais heterogêneos que possuem comportamento bastante complexo. Podem ser analisados, dessa forma, fenômenos como o da não-linearidade da relação tensão-deformação dos materiais; a fissuração, a fluência e a retração do concreto; o comportamento das armaduras; não-linearidades geométricas; etc (REAL, 2000).

Esses avanços também são refletidos nas prescrições normativas para projetos e procedimentos de estruturas de concreto estrutural, tais como a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) e o código americano ACI 318 (ACI, 2019). A última edição da norma nacional trouxe, por exemplo, a introdução de recomendações referentes aos concretos de alta resistência, cuja resistência característica à compressão simples (f_{ck}) ultrapassa o valor de 50 MPa e pode chegar até 90 MPa. Anteriormente, as aplicações da NBR 6118 eram restritas apenas aos concretos com f_{ck} iguais ou inferiores a 50 MPa, conforme salienta Barbosa (2017). O código americano, por sua vez, apresentou alterações nas recomendações sobre os fatores de carga que majoram as ações atuantes nas estruturas de concreto a partir da versão publicada em 2011.

Contudo, a análise de estruturas é geralmente realizada com base em valores determinísticos adotados para as propriedades mecânicas dos materiais, propriedades geométricas dos elementos, carregamentos atuantes, entre outros parâmetros de projeto. Paliga (2008), dentre outros autores, destaca que usualmente são empregados valores médios, entre os diversos dados obtidos experimentalmente para as propriedades mecânicas dos materiais. Ainda cita

que, para as dimensões da estrutura, costuma-se utilizar valores nominais especificados em projeto.

Na prática, há sempre um grau de incerteza acerca dos valores que estes parâmetros assumem após a construção de uma determinada estrutura. Portanto, as resistências dos materiais e as dimensões da estrutura são, na realidade, variáveis aleatórias que possuem um determinado valor médio, uma certa medida de dispersão (variância ou desvio padrão) e uma distribuição de probabilidade (REAL, 2000).

Dessa forma, a resposta de uma estrutura frente a uma solicitação é uma função de diversas variáveis aleatórias que afetam seu comportamento. Sendo assim, a resposta da estrutura também se revela de forma aleatória, conforme representação da figura 1.

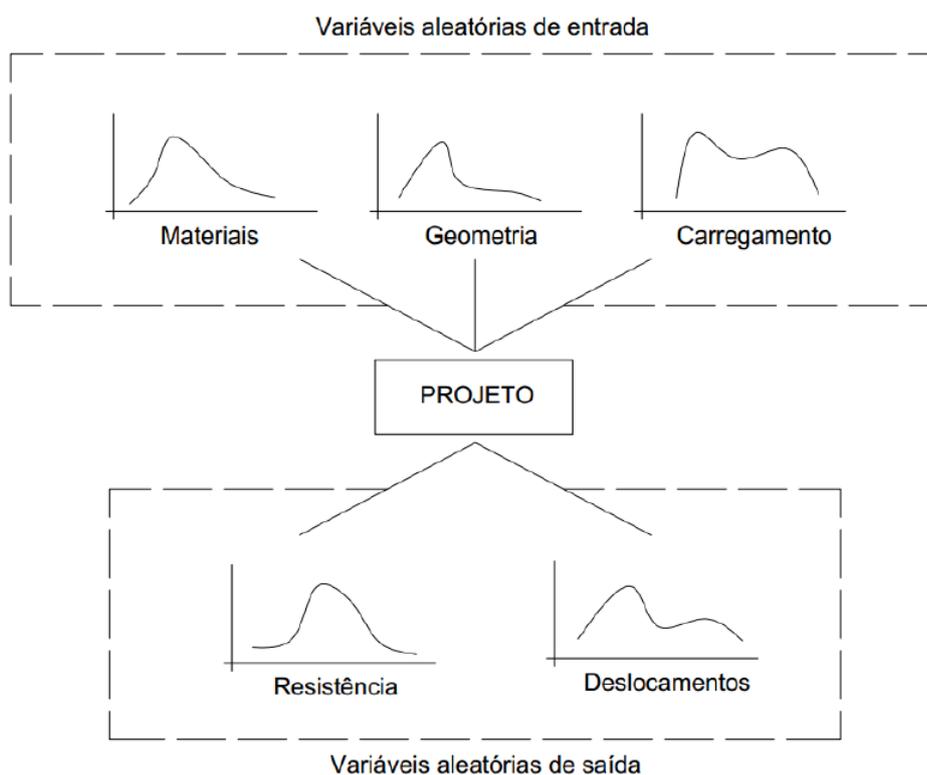


Figura 1.1: Variáveis aleatórias envolvidas no projeto estrutural (SCHERER, 2018).

Uma forma de considerar as incertezas presentes na análise estrutural é tratar o problema com um caráter probabilístico. A análise probabilística, por intermédio de métodos de simulação (por exemplo, Monte Carlo) e aproximação, torna-se uma ferramenta poderosa e racional de aferir a segurança e integridade das estruturas, em especial àquelas dimensionadas de acordo

com os códigos nacionais e internacionais. Nesta, a variabilidade dos parâmetros de projeto é considerada na avaliação da resposta das estruturas.

As teorias de confiabilidade estrutural são utilizadas, por exemplo, na calibração dos coeficientes parciais de segurança das normas de projeto para estruturas de edifícios na Europa e nos Estados Unidos. A NBR 6118 (ABNT, 2014) utiliza-se do método semi-probabilístico (método dos estados limites), onde as incertezas inerentes às ações e às propriedades dos materiais são consideradas indiretamente, através da aplicação de coeficientes parciais de segurança (SANTOS, STUCCHI e BECK, 2014). No entanto, para Beck e Souza Jr. (2010), tais coeficientes ainda carregam critérios subjetivos e adaptações baseadas em experiências de engenheiros e projetistas. Dessa forma, pouca informação se tem sobre o quão seguras são as estruturas projetadas de acordo com as normais nacionais.

1.1 JUSTIFICATIVA

Uma vez que normas como a NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 318 (ACI, 2019) são os principais documentos que regem os processos de dimensionamento de estruturas de concreto armado no Brasil e nos Estados Unidos, é de suma importância conhecer o nível de segurança fornecido a elementos estruturais projetados sob prescrições destes códigos. Uma abordagem no âmbito da confiabilidade permite, ainda, avaliar o efeito de cada parâmetro na resposta da estrutura.

A aplicação de métodos de análise probabilística na análise estrutural, aliada ao método dos elementos finitos, fornece quantitativamente, dados suficientes para prover uma discussão sobre a utilização destas normas no dia-a-dia de engenheiros e projetistas.

Ainda, justifica-se o estudo comparativo entre as normas citadas devido ao fato de que, de maneira geral, estas adotam diferentes fatores de majoração de cargas atuantes e coeficientes de minoração da resistência. Assim, o dimensionamento de um mesmo elemento é conduzido de maneira diferente para a NBR 6118 (ABNT, 2014) em comparação ao processo proposto pelo ACI 318 (ACI, 2019).

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos do presente trabalho podem ser divididos em gerais e específicos, conforme apresentados a seguir.

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo principal do trabalho é determinar e comparar os índices de confiabilidade para vigas de concreto armado projetadas de acordo com as normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 318 (ACI, 2019), aplicando modelos probabilísticos de análise estrutural através do método dos elementos finitos.

1.2.2 Objetivos específicos

Dentre os objetivos secundários, pode-se citar:

- a) verificar o comportamento do índice de confiabilidade de um conjunto de vigas projetadas de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) se estas tivessem seus coeficientes de segurança adaptados a partir do código ACI 318 (ACI, 2019);
- b) avaliar a influência dos parâmetros de projeto na resposta dos elementos e nos níveis de segurança obtidos para ambas as normas.;

1.3 SÍNTESE DA METODOLOGIA EMPREGADA

A metodologia adotada no presente trabalho para atingir os objetivos principais consistiu, primeiramente, nas revisões dos processos de dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples de acordo com as normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 318 (ACI, 2019), do Método dos Elementos Finitos, das ferramentas do *software* ANSYS, dos modelos que constituem os materiais empregados e da confiabilidade estrutural.

Após, foram elaboradas planilhas de dimensionamento e verificação para os conjuntos de vigas estudados, contemplando ambas as normas. As primeiras vigas de concreto armado analisadas foram as mesmas caracterizadas por Scherer (2018) e, após, o estudo foi ampliado para um novo conjunto de vigas, com valores diferentes dos parâmetros variáveis utilizados por Scherer (2018). O conjunto de vigas elaborado para o presente trabalho possui vão fixo de 6 m, base da seção transversal com 25 cm e há a variação da resistência à compressão do

concreto entre 40 e 70 MPa, além das variações de carregamento (carregamento total e razão de carregamento (r), dada pela divisão entre a parcela acidental do carregamento e permanente).

Posteriormente, o método dos elementos finitos foi aplicado para obtenção da capacidade resistente das vigas analisadas via ANSYS em sua plataforma APDL. Também foi utilizada a ferramenta *Probabilistic Design System* (PDS), onde através do Método da Superfície de Resposta foi possível analisar os dados estatísticos da resposta.

Os índices de confiabilidade foram obtidos aplicando o método de aproximação FORM, cujos algoritmos foram desenvolvidos em linguagem *Matlab* por Scherer (2018) para as vigas projetadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e adaptados para o presente trabalho. Os índices obtidos para os diferentes elementos para ambas as normas foram, então, comparados entre si e a um índice de confiabilidade alvo, correspondente ao estado-limite último de flexão.

Por fim, um estudo paramétrico foi realizado para avaliar a influência das variáveis aleatórias consideradas (propriedades mecânicas dos materiais, geometria dos elementos, carregamentos atuantes e incertezas do modelamento) no nível de segurança obtido.

1.4 TRABALHOS SOBRE CONFIABILIDADE NA ANÁLISE ESTRUTURAL

Esta seção visa destacar alguns trabalhos realizados na área de confiabilidade estrutural, especialmente os realizados dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Real (2000) realizou uma análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão e, dentre suas conclusões, constatou que o índice de confiabilidade β para pilares moderadamente esbeltos sofre um acréscimo de valor quando a esbeltez λ do pilar aumenta. Além disso, também foram realizados outros estudos paramétricos para avaliar a influência das propriedades geométricas e dos materiais no comportamento das estruturas.

Uma pesquisa sobre técnicas de avaliação de confiabilidade de estruturas de concreto armado foi desenvolvida por Gomes (2001). Foram comparados métodos de avaliação de confiabilidade tais como o FORM, Monte Carlo e Superfície de Resposta, presentes neste trabalho.

Paliga (2008) concluiu que a confiabilidade inicial de uma estrutura em concreto armado pode ser recuperada ou aumentada caso seja reforçada com PRFC (polímeros reforçados com fibras de carbono). San Martins (2014) realizou um estudo de confiabilidade em vigas pré-tensionadas de concreto protendido. Neste, foi verificado que a resistência à compressão do concreto tem pouca influência no cálculo do nível de confiabilidade. Entretanto, a relação entre o carregamento permanente e o carregamento total foi um dos fatores que mais influenciou o índice β , que indica o nível de confiabilidade de um elemento estrutural.

Damas (2015), Barbosa (2017) e Oliveira (2018) realizaram estudos de confiabilidade no projeto de pilares de concreto armado. Este último, inclusive, apresenta um estudo comparativo do nível de segurança obtido por elementos projetados segundo as normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e americana vigente na época do estudo. Em suas conclusões, o autor traz que os pilares dimensionados de acordo com o código americano obtêm maior nível de confiabilidade que os projetados pela norma brasileira que, por sua vez, apresentam resultados insatisfatórios perante um índice de confiabilidade alvo.

Silva (2017) realizou uma análise da confiabilidade da ligação laje-pilar interno sob punção de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014). Os resultados obtidos mostraram que as lajes lisas sem armadura de cisalhamento projetadas segundo a norma brasileira obtiveram, em sua maioria, índices de confiabilidade adequados. Porém, para as lajes lisas com armadura de cisalhamento, o índice de confiabilidade foi, em grande parte, menor que o índice de confiabilidade alvo adotado.

Outro trabalho que se destaca é o de Stucchi e Santos (2007) que, de forma pioneira, realizou um estudo de confiabilidade comparativo de vigas e lajes de concreto armado dimensionadas por diferentes normas. Sob condições de dimensionamento para armaduras mínimas e máximas para esforços de flexão e cisalhamento, os autores concluíram que os índices de confiabilidade obtidos para a norma brasileira se assemelham quando o fator de redução ϕ é considerado com valor de 0,75 para o efeito cortante em estruturas projetadas pelo código norte-americano. Além disso, constatam que o índice de confiabilidade obtido para lajes é sempre menor do que para vigas.

Por fim, diversos são os trabalhos que abordam o estudo dos coeficientes de segurança adotados pelas normas internacionais.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em oito capítulos. O **primeiro capítulo** visa contextualizar os fundamentos estudados, sintetizar a metodologia aplicada e apresentar os objetivos buscados ao término da pesquisa.

O **segundo capítulo** apresenta as generalidades e procedimentos das normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 318 (ACI, 2019) para dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples. No **capítulo 3** encontram-se os modelos constitutivos empregados para representação dos materiais concreto e aço. O **quarto capítulo** destina-se à apresentação dos fundamentos da modelagem computacional e a aplicação dos modelos através do *software* ANSYS, trazendo as ferramentas e elementos utilizados na sua utilização. Por fim, a validação do modelo numérico é realizada por meio de um estudo comparativo de resultados obtidos numericamente e experimentalmente.

Os fundamentos da confiabilidade na análise estrutural são apresentados no **quinto capítulo**, cujo conteúdo também contempla, resumidamente, a formulação do método de simulação de Monte Carlo, do FORM e do Método da Superfície de Resposta. O **sexto capítulo** é destinado a apresentar as metodologias utilizadas para obtenção dos índices de confiabilidade β .

No **sétimo capítulo**, os resultados obtidos são apresentados e discutidos, promovendo a comparação dos índices de confiabilidade entre normas, bem como da avaliação da influência das variáveis aleatórias envolvidas no problema.

Por fim, o **capítulo 8** apresenta algumas conclusões provenientes dos resultados obtidos e sugestões para pesquisas futuras. Na seção de **Apêndices**, encontram-se os dimensionamentos realizados para o conjunto de vigas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e pelo código ACI 318 (ACI, 2019), um exemplo de código APDL aplicado ao sistema ANSYS para obter os resultados de resistência para uma viga e o algoritmo FORM utilizado para cálculo do índice de confiabilidade β .

2 FUNDAMENTOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Neste capítulo são apresentados os fundamentos e procedimentos utilizados no dimensionamento e verificação de vigas em concreto armado submetidas à flexão simples, tanto pela norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) quanto pela norma americana ACI 318 (ACI, 2019).

2.1 NBR 6118:2014: ASPECTOS GERAIS

As estruturas de concreto armado e protendido projetadas em concordância com as preconizações das normas vigentes devem atender requisitos básicos de qualidade durante a construção e utilização, tais como: **capacidade resistente, durabilidade e bom desempenho em serviço**, conforme Araújo (2014).

No que se diz respeito à segurança, a estrutura deve suportar as ações às quais estarão submetidas durante sua vida útil, dentro de um nível de segurança pré-estabelecido. A estrutura também deve manter-se em condições plenas de utilização durante sua vida útil, sem apresentar danos que comprometam em parte ou totalmente o uso para o qual foi projetada. Além disso, Araújo (2014) salienta que um bom projeto estrutural deve considerar as condições arquitetônicas, funcionais e construtivas, a influência dos demais projetos (elétrico, hidráulico e outros) e exigências particulares.

De forma objetiva, as estruturas de concreto armado e protendido projetadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) devem satisfazer as condições trazidas pelos **Estados-Limites Últimos (ELU)** e os **Estados-Limites de Serviço (ELS)**. O primeiro refere-se à segurança das estruturas contra o colapso, enquanto o segundo está relacionado a condições de utilização (durabilidade, aparência, conforto, entre outros).

2.1.1 Estádios de comportamento de seções de concreto armado submetidas à flexão

O comportamento de peças fletidas de concreto armado passa, desde o carregamento inicial até a ruptura, basicamente, por três fases distintas: estágio I, estágio II e estágio III.

O estágio I corresponde ao início do carregamento e termina quando a seção fissura, não sendo adequado realizar um dimensionamento neste estágio. Aqui, as tensões normais que surgem são de baixa magnitude e, portanto, o concreto consegue resistir às tensões de tração (PINHEIRO, 2007).

No estágio II, o concreto não mais resiste à tração e a seção se encontra fissurada na região de tração. De acordo com Pinheiro (2007), o estágio II é utilizado para a verificação da peça em serviço e termina com o início da plastificação do concreto comprimido.

Para o dimensionamento de estruturas em concreto armado, a NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda que sejam adotadas as hipóteses de estágio III. Conforme Fonseca (2015, p. 19), “neste estágio, o concreto da região com deformação de encurtamento apresenta plastificação, alcançando sua máxima tensão de compressão resistente, que o leva à iminência da ruptura”.

2.1.2 Combinação de ações no estado-limite último

Como preconiza a NBR 6118 (ABNT, 2014), a verificação da segurança em relação ao estado-limite último deve ser realizada em função de combinações últimas de ações. Uma combinação última pode ser classificada como normal, especial (ou de construção) e excepcional. De acordo com Pinheiro (2007), o carregamento normal ocorre durante a vida útil da estrutura e decorre do uso previsto para a construção.

Assim sendo, o cálculo da solicitação última cuja combinação se dá para o esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado é representado pela expressão (2.1):

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + \gamma_q \left(F_{q1k} + \sum \psi_{oj} F_{qjk} \right) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{o\varepsilon} F_{\varepsilon qk} \quad (2.1)$$

Onde:

F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última;

F_{gk} representa as ações permanentes diretas (peso próprio, alvenaria, revestimentos, equipamentos fixos);

$F_{\varepsilon k}$ representa as ações indiretas permanentes como a retração $F_{\varepsilon gk}$ e variáveis como a temperatura $F_{\varepsilon qk}$;

F_{qk} representa as ações variáveis diretas das quais F_{q1k} é escolhida principal;

$\gamma_g, \gamma_{\varepsilon g}, \gamma_q, \gamma_{\varepsilon q}$ são coeficientes de ponderação das ações, conforme tabela 2.1;

$\psi_{oj}, \psi_{o\varepsilon}$ são fatores de redução na combinação de ações, de acordo com a tabela 2.2.

Os coeficientes de ponderação a serem utilizados para as combinações de ações referentes ao estado-limite último são encontrados na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Coeficientes de ponderação para combinações últimas.

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0,0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0,0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0,0	1,2	0,9	0,0	0,0

Fonte: Adaptado da tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014)

Com D e F sendo condições desfavoráveis e favoráveis, respectivamente. G indica cargas variáveis em geral e T é a temperatura.

Os coeficientes de redução nas combinações de ações são apresentados na tabela 2.2.

Tabela 2.2: Fatores de redução para combinações de ações.

Ações		Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Cargas acidentais em edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,7	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0,0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

Fonte: Adaptado da tabela 11.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Para o presente estudo, assim como Scherer (2018), somente as ações permanentes diretas F_{gk} e variáveis diretas F_{qk} são consideradas.

2.1.3 Hipóteses de cálculo e generalidades

Para a análise dos esforços resistentes de elementos lineares sujeitos a solicitações normais (flexão simples ou composta, normal ou oblíqua, e de compressão ou tração uniforme), são consideradas as seguintes hipóteses de cálculo no estado-limite último de ruptura ou de deformação plástica excessiva, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014):

- a) as seções transversais permanecem planas após a deformação;
- b) a deformação das barras passivas aderentes em tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno;

- c) no ELU, as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas;
- d) o diagrama parábola-retângulo do concreto comprimido, dado pelo item 8.2.10.1 da vigente norma pode ser substituído pelo retângulo de tensões de profundidade $y = \lambda x$, onde x é a altura da linha neutra.

O valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a 0,8 para $f_{ck} \leq 50$ MPa. Para concretos de classes de resistência à compressão superiores, toma-se (Equação (2.2)):

$$\lambda = 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} \quad (2.2)$$

A tensão constante atuante pode ser tomada conforme a equação (2.3) no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida. Em caso contrário, emprega-se a expressão dada por (2.4).

$$\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd} \quad (2.3)$$

$$\sigma_{cd} = 0,9\alpha_c f_{cd} \quad (2.4)$$

Sendo α_c definido em função da classe de resistência à compressão do concreto, conforme as expressões (2.5) e (2.6).

$$\alpha_c = 0,85 \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.5)$$

$$\alpha_c = 0,85[1,0 - (f_{ck} - 50)/200] \text{ para } C50 < f_{ck} \leq C90 \quad (2.6)$$

Por fim, a NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta que o estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios de deformação, estabelecidos no item 2.1.4 do presente trabalho. De acordo com Clímaco (2008), cada domínio de deformação de um elemento linear sob solicitações normais é identificado com um modo de ruptura, por sua vez associado ao tipo de solicitação, às dimensões da seção e à taxa e disposição das armaduras de aço.

2.1.4 Domínios de deformação

Segundo Fernandes (2006), as configurações possíveis do diagrama de deformações (Figura 2.1) correspondentes ao estado-limite último para uma seção submetida a solicitações normais

(que produzem tensões normais na seção transversal) sugerem a delimitação de regiões, chamadas domínios de deformação, onde poderá estar contido o diagrama de deformações referente a um determinado caso de solicitação normal, quando o estado-limite último for atingido.

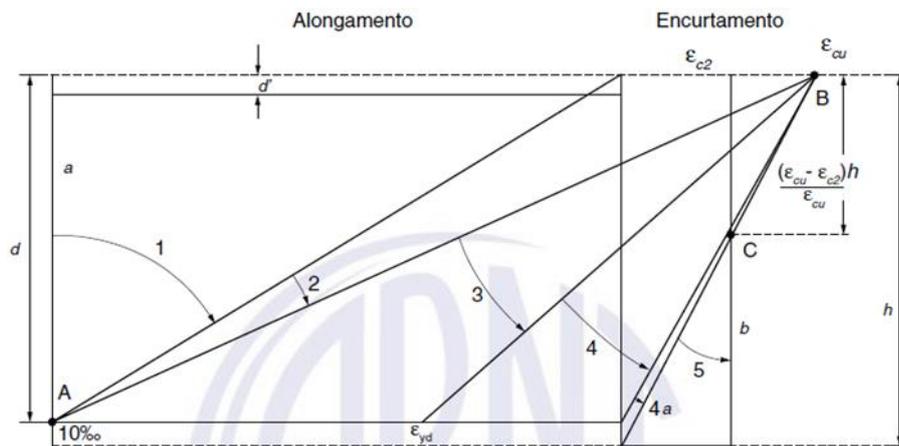


Figura 2.1: Domínios de deformação (ABNT, 2014, p. 122)

A **reta a** corresponde ao caso onde toda seção é tracionada de modo uniforme. O estado-limite último é atingido por deformação plástica excessiva da armadura caracterizado por um alongamento de 1%.

Tem-se os diagramas de deformação no intervalo do **domínio 1** quando há o caso de tração em toda a seção, porém não-uniforme. O estado limite-último, neste domínio, é caracterizado por deformação plástica excessiva da armadura de 1%. A seção resistente é composta apenas pelas armaduras.

O **domínio 2** abrange os casos de flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto. A ruína se dá por deformação plástica excessiva do aço, com a deformação máxima de 10‰ (ou 1%) e sem o esmagamento do concreto. Assim, a tensão normal de cálculo do aço é igual a resistência de cálculo de escoamento do aço. A deformação no concreto varia de 0 até ϵ_{cu} . De acordo com Fonseca (2015), neste domínio deve-se prevenir a ruptura frágil da peça na zona tracionada, característica das seções fracamente armadas, providenciando uma armadura mínima de tração.

O **domínio 3** corresponde aos casos em que o estado limite último é alcançado na borda comprimida da seção com o encurtamento ϵ_{cu} e o alongamento na armadura está

compreendido entre 1% e ε_{yd} , ou seja, o escoamento da armadura tracionada é acompanhado do esmagamento do concreto. Há, neste caso, o aproveitamento máximo dos materiais. Conforme apresenta Pinheiro (2007), a ruína ocorre com aviso, pois a peça apresenta deslocamentos visíveis e alto grau de fissuração.

No **domínio 4**, o encurtamento ε_{cu} é alcançado na borda comprimida da seção e o alongamento na armadura está situado entre ε_{yd} e 0. Neste caso, o estado-limite último é caracterizado pela ruptura do concreto comprimido sem que haja escoamento da armadura. Tem-se um modo de ruptura frágil, visto que há deslocamentos pequenos e pouca fissuração. O **domínio 4a**, de acordo com Pinheiro (2007), é uma situação somente possível no caso de flexo-compressão, onde o estado-limite último também é caracterizado pela ruptura do concreto com encurtamento ε_{cu} na borda comprimida.

No **domínio 5** tem-se a seção inteiramente comprimida, sem tração. É provocado o encurtamento máximo de ε_{cu} na fibra extrema mais próxima e tração nula na extremidade oposta.

Toda a seção é comprimida de modo uniforme na **reta b**. A deformação na seção é representada por uma reta paralela a face da seção. O estado-limite último é atingido por ruptura do concreto com o encurtamento ε_{c2} .

Segundo Pinheiro (2007), em um caso de flexão, onde a tração é resistida pela armadura, a linha neutra deve estar contida entre o intervalo 0 e d (domínios 2, 3 e 4), conforme figura 2.2.

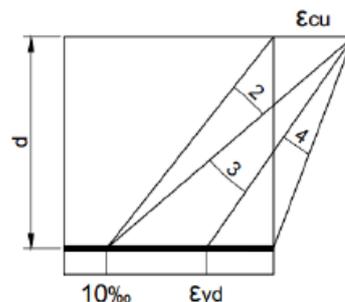


Figura 2.2: Domínios possíveis para ruptura em flexão simples (Baseado em: ARAÚJO, 2014).

Dessa forma, a ruína de uma seção transversal sob flexão simples fica caracterizada pelo esmagamento do concreto comprimido ou pela deformação excessiva da armadura tracionada (SCHERER, 2018).

Para garantir a condição de ductilidade em vigas, a NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece limites para a posição da linha neutra no ELU em função da resistência característica à compressão do concreto. A expressão (2.7) apresenta a relação limite para concretos de $f_{ck} \leq 50$ MPa. Para concretos de classe de resistência à compressão superiores, aplica-se a relação limite apresentada pela expressão (2.8). Em ambos os casos, desconsidera-se a redistribuição de momentos fletores.

$$\xi_{lim} = \left(\frac{x}{d}\right)_{lim} \leq 0,45 \quad (2.7)$$

$$\xi_{lim} = \left(\frac{x}{d}\right)_{lim} \leq 0,35 \quad (2.8)$$

Dessa forma, procura-se que a ruína da seção se estabeleça nos domínios de deformação 2 ou 3.

Os valores a serem adotados para os parâmetros ε_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e ε_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura) são definidos, para concretos de classes até C50 como $\varepsilon_{c2} = 2,0\%$ e $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$. Para concretos das classes C55 até C90, ε_{c2} e ε_{cu} são expressos por (2.9) e (2.10), respectivamente.

$$\varepsilon_{c2} = 2\% + 0,085\%(f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\% + 35\%[(90 - f_{ck})/100]^4 \quad (2.10)$$

A deformação específica de cálculo de escoamento da armadura ε_{yd} , para aço CA-50, tem valor de 2,07%. Assim, pode-se calcular a região limite entre os domínios 3 e 4, de acordo com a equação (2.11):

$$\xi_{3-4} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} \quad (2.11)$$

Ou seja, a posição da linha neutra x , para concretos do grupo I e aços da classe CA-50, corresponde ao valor de $0,628d$, por exemplo. Assim, tem-se que os valores limites da norma delimitam a utilização de apenas parte do domínio 3.

Essa condição, segundo Scherer (2018), resulta em deformações que ultrapassam significativamente a deformação correspondente ao início do escoamento na armadura, garantindo que a ruptura seja precedida de um nível intenso de fissuração, viabilizando a adoção de medidas de segurança.

2.2 NBR 6118:2014: PROCESSO DE DIMENSIONAMENTO

A seguir são apresentadas as expressões utilizadas no processo de dimensionamento das vigas utilizadas no presente estudo, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

Tem-se, na etapa de dimensionamento, a premissa de se encontrar um arranjo de barras de armadura para uma dada seção de concreto em que a capacidade resistente dessa configuração seja superior à solicitação imposta. No caso de vigas de concreto armado submetidas à flexão, essa condição pode ser expressa por (2.12):

$$M_{Rd} \geq M_{Sd} \quad (2.12)$$

Sendo M_{Rd} e M_{Sd} o momento resistente e o momento solicitante de cálculo, respectivamente.

O dimensionamento, conforme limitações em relação a posição da linha neutra apresentadas no item 2.1.4, conduzirá a arranjos com armadura simples ou dupla.

2.2.1 Armadura simples

A figura 2.3 apresenta a distribuição de esforços em uma seção retangular com armadura simples, sob flexão e no regime de ruptura.

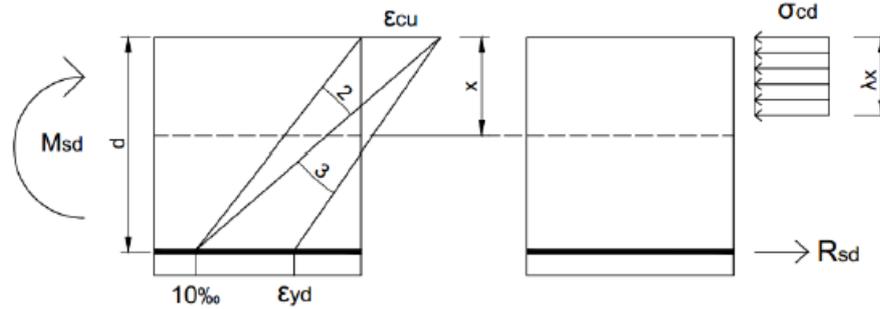


Figura 2.3: Distribuição de deformações e tensões em uma seção com armadura simples (Baseado em: ARAÚJO, 2014).

Para manter o elemento estrutural em equilíbrio, deve-se igualar as forças resultantes de compressão do concreto (R_c) com as forças resultantes de tração da armadura (R_{sd}), de modo que se mantenha válida a condição dada por $\sum F = 0$.

Na primeira etapa do presente trabalho, objetivou-se encontrar dimensionamento similar àquele encontrado por Scherer (2018) visto que será realizado um estudo comparativo com dados encontrados pelo autor. Por isso, o processo de dimensionamento adotado, respeitando as diretrizes da norma NBR 6118 (ABNT, 2014), seguirá os apresentados pelo autor supracitado. Assim, expandindo as equações de equilíbrio da seção em termos das forças resultantes nos materiais, obtêm-se as expressões (2.13) e (2.14).

$$\lambda b_w x \sigma_{cd} - A_s f_{yd} = 0 \quad (2.13)$$

$$M_{sd} - \lambda b_w x \left(d - \frac{\lambda}{2} x \right) \sigma_{cd} = 0 \quad (2.14)$$

Sendo:

b_w : largura da seção transversal;

x : profundidade da linha neutra;

σ_{cd} : tensão de cálculo atuante no bloco retangular de compressão do concreto;

A_s : área de aço tracionada;

f_{yd} : tensão de escoamento do aço, de cálculo;

d : altura útil da seção;

λ : parâmetro cujos valores são aplicados conforme item 2.1.3.

Isolando a profundidade da linha neutra na expressão (2.14), chega-se na equação dada por (2.15):

$$x = \frac{d}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{M_{Sd}}{bd^2\sigma_{cd}}} \right) \quad (2.15)$$

Por conveniência, trabalha-se com as variáveis adimensionais dadas pelas expressões (2.16) e (2.17).

$$\xi = \frac{1}{\lambda} (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \quad (2.16)$$

$$\mu = \frac{M_{Sd}}{bd^2\sigma_{cd}} \quad (2.17)$$

Sendo ξ a profundidade relativa da linha neutra e μ o momento fletor reduzido solicitante.

Se a condição $\xi \leq \xi_{lim}$ for satisfeita, a condição de ductilidade prescrita pela NBR 6118 (ABNT, 2014) é prontamente atendida e a área de aço tracionada é dada por (2.18).

$$A_s = \lambda \xi b_w d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (2.18)$$

2.2.2 Armadura dupla

Caso a condição de ductilidade $\xi \leq \xi_{lim}$ não seja satisfeita e não seja possível alterar os parâmetros iniciais de dimensionamento, há a possibilidade de utilizar-se armadura dupla (armadura colaborante à compressão) para garantir boas condições de ductilidade.

Analogamente aos equacionamentos para armadura simples, também é procurado o equilíbrio das forças resultantes no aço e no concreto. No caso de armadura dupla, soma-se à equação de equilíbrio a parcela de compressão proporcionada pelas área de aço comprimida. A figura 2.4 apresenta a distribuição de esforços para o caso de dimensionamento com armadura dupla.

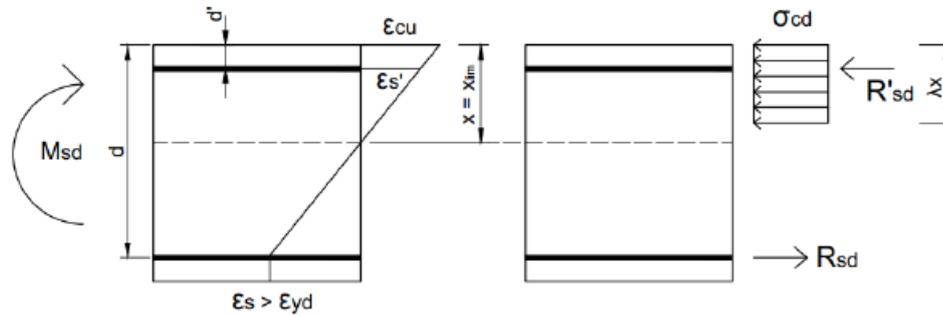


Figura 2.4: Distribuição de deformações e tensões em uma seção com armadura dupla (Adaptado de: ARAÚJO, 2014).

Assim, há a adição de uma nova variável (A_s') ao problema que, por sua vez, passa a ter duas equações de equilíbrio e três incógnitas (A_s' , A_s e ξ). Portanto, uma alternativa para solucionar o problema é fixar um valor para a profundidade relativa da linha neutra ξ . Usualmente, devido aos limites impostos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) quanto às condições de ductilidade de vigas, esse valor é fixado como sendo o máximo ξ_{lim} para a classe de resistência à compressão do concreto adotada.

A deformação na armadura colaborante é dada pela expressão (2.19), enquanto a tensão na armadura comprimida pode ser obtida pelas expressões (2.20) ou (2.21).

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \left(\frac{\xi_{lim} - d/d'}{\xi_{lim}} \right) \quad (2.19)$$

$$\sigma'_{sd} = E_s \varepsilon'_s; \quad \sigma'_{sd} \leq f_{yd} \quad (2.20)$$

$$\sigma'_{sd} = f_{yd}; \quad \sigma'_{sd} > f_{yd} \quad (2.21)$$

Com E_s sendo o módulo de elasticidade da armadura comprimida.

Assim, para satisfazer as condições de equilíbrio na seção solicitada, as áreas de armadura tracionada e comprimida devem ser, respectivamente, dadas por (2.22) e (2.23), de acordo com a formulação adaptada de Scherer (2018).

$$A_s = \left(\lambda \xi_{lim} + \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - d/d'} \right) b_w d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (2.22)$$

$$A'_s = \left(\frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - d/d'} \right) b_w d \frac{\sigma_{cd}}{\sigma'_{sd}} \quad (2.23)$$

2.2.3 Armadura longitudinal mínima

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que a armadura longitudinal de tração mínima para vigas deve ser calculada a partir do dimensionamento da seção sujeita a um momento fletor mínimo dado pela equação (2.24).

$$M_{d,mín} = 0,8W_0f_{ctk,sup} \quad (2.24)$$

Onde:

$M_{d,mín}$: momento fletor mínimo, em kN.cm;

W_0 : módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada, em cm³;

$f_{ctk,sup}$: resistência característica à tração superior do concreto, em kN/cm².

Alternativamente, a armadura mínima pode ser considerada atendida se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura da tabela 2.3.

Tabela 2.3: Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}^a$ ($A_{s,mín}/A_c$) [%]															
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256	

^a Os valores de $\rho_{mín}$ estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$.
Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{mín}$ deve ser recalculado.

Fonte: Adaptado de NBR 6118 (ABNT, 2014)

2.3 ACI 318-19: FATORES DE CARGA E COMBINAÇÕES

De acordo com a norma ACI 318 (ACI, 2019), a força resistente U deve ser ao menos igual aos efeitos dos fatores de carga e combinações de ações expressas pelas equações (2.25) à (2.31) apresentadas.

$$U = 1,4D \quad (2.25)$$

$$U = 1,2D + 1,6L + 0,5(L_r \text{ ou } S \text{ ou } R) \quad (2.26)$$

$$U = 1,2D + 1,6(L_r \text{ ou } S \text{ ou } R) + (1,0L \text{ ou } 0,5W) \quad (2.27)$$

$$U = 1,2D + 1,0W + 1,0L + 0,5(L_r \text{ ou } S \text{ ou } R) \quad (2.28)$$

$$U = 1,2D + 1,0E + 1,0L + 0,2S \quad (2.29)$$

$$U = 0,9D + 1,0W \quad (2.30)$$

$$U = 0,9D + 1,0E \quad (2.31)$$

Onde:

D: *dead loads* (ações permanentes ou esforços correspondentes, como o peso próprio);

L: *live loads* (sobrecargas; ações variáveis, ou esforços correspondentes);

L_r: sobrecargas de cobertura;

S: ações devido à neve, ou esforços correspondentes;

R: ações devido à chuva, ou esforços correspondentes;

W: ações devido ao vento;

E: ações devido ao peso e empuxo do solo, da água no solo, ou outros materiais.

Comparativamente, houve uma atualização do *American Concrete Institute* em relação às normas anteriores onde, por exemplo, a ACI 318 (ACI, 2008), em seu Apêndice C, apresentava uma combinação diferente para o caso de atuação somente de cargas permanentes e sobrecargas de maneira geral, conforme equação (2.32).

$$U = 1,4D + 1,7L \quad (2.32)$$

Contudo, para o presente trabalho, apenas as combinações apresentadas nas expressões (2.25) e (2.26) são utilizadas, visto que são as combinações que fornecem os resultados de maior interesse envolvendo cargas permanentes (*dead loads*) e variáveis (*live loads*) na atual norma vigente.

Ainda, o código apresenta especificações quanto às combinações de ações em itens subsequentes, como a consideração de efeitos de temperatura, sismos e a presença de elementos de protensão.

2.4 ACI 318-19: FUNDAMENTOS E PROCESSO DE DIMENSIONAMENTO

Neste item são apresentados os fundamentos e procedimentos para o dimensionamento de vigas em concreto armado submetidas à flexão simples conforme diretrizes da norma ACI 318 (ACI, 2019).

Assim como na NBR 6118 (ABNT, 2014), a norma ACI 318 (ACI, 2019) também permite, no dimensionamento de peças submetidas à flexão simples, a adoção de configuração com armadura simples ou dupla. De acordo com Wight e MacGregor (2012), as principais razões para a utilização de armadura de compressão em vigas são para a redução de flechas, aumento da ductilidade, mudança no modo de ruptura e auxílio para a colocação da armadura transversal.

A seguir são apresentados os procedimentos utilizados para dimensionamento das duas situações: armadura simples e armadura dupla.

2.4.1 Armadura simples

Para o dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas à flexão, o ACI 318 (ACI, 2019) determina que a condição expressa em (2.33) seja satisfeita.

$$\phi(M_n) \geq M_u \quad (2.33)$$

Onde:

ϕ : Fator de redução da resistência;

M_n : Momento resistente nominal da viga;

M_u : Momento requerido atuante na viga.

O fator de redução da resistência ϕ para momentos fletores, forças axiais ou pela combinação dos mesmos é obtido a partir do capítulo 21 da norma ACI 318 (ACI, 2019) e tem valores mínimos e máximos especificados como 0,65 e 0,90, respectivamente.

Para seções controladas por tração, cujo alongamento relativo da armadura positiva $\epsilon_t \geq \epsilon_{ty} + 0,003$, tem-se um fator de redução $\phi = 0,90$. Neste caso, tem-se avisos prévios de falha da estrutura a partir de deformações excessivas ou pelo nível de fissuração. Segundo o ACI 318

(ACI, 2019), o limite de $\varepsilon_{ty} + 0,003$ prevê uma condição de ductibilidade suficiente para a maioria das aplicações.

Se a deformação na armadura positiva $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty} = f_y/E_s$, uma condição de falha brusca é esperada, ou seja, o membro analisado pode ser considerado controlado por compressão. Neste caso, o coeficiente redutor adotado depende do tipo de armadura transversal utilizado. Para armadura transversal em espirais, $\phi = 0,75$ e, para outros tipos, $\phi = 0,65$.

Para seções cujos valores de deformação na armadura de tração estejam entre os limites de ε_{ty} e $\varepsilon_{ty} + 0,003$ (região de transição), o fator de redução ϕ é calculado conforme as equações (2.34) ou (2.35) se a armadura transversal for desenvolvida em espirais ou outro tipo, respectivamente.

$$\phi = 0,75 + 0,15 \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{ty}}{0,003} \quad (2.34)$$

$$\phi = 0,65 + 0,25 \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{ty}}{0,003} \quad (2.35)$$

A relação entre a deformação na armadura positiva ε_t e o fator de redução ϕ está apresentada, de forma simplificada, na figura 2.5.

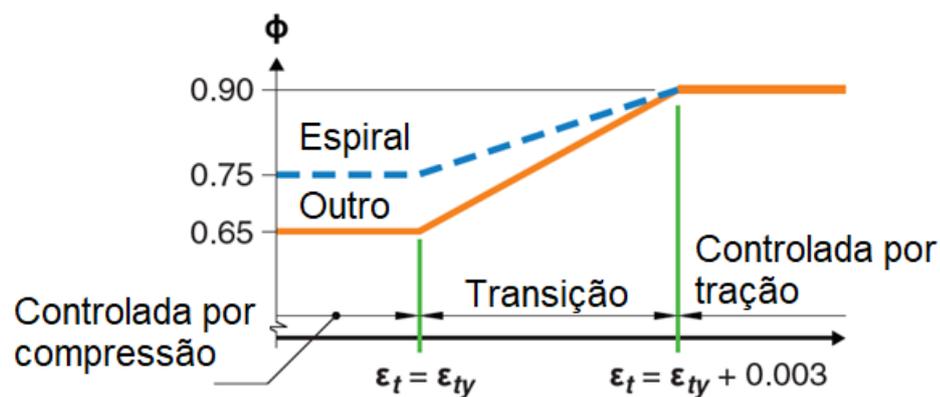


Figura 2.5: Variação de ϕ de acordo com a deformação da armadura tracionada (Adaptado de: ACI, 2019).

De forma sucinta, as definições de seções comprimidas ou tracionadas referem-se à posição da linha neutra c e à deformação da armadura ε_t , calculada em relação à d_t (distância da fibra mais comprimida do concreto até a última fibra de aço tracionada). A ACI 318 (ACI, 2019)

estabelece a deformação limite na fibra comprimida do concreto $\varepsilon_{cu} = 0,003$. Sendo assim, uma seção é considerada controlada por tração quando $\varepsilon_t \geq \varepsilon_{ty} + 0,003$, já para ser considerada de compressão, ε_t assume valores menores que f_y/E_s . Dentre estes valores, tem-se uma região de transição. A figura 2.6 ilustra os valores para classificação do elemento estrutural.

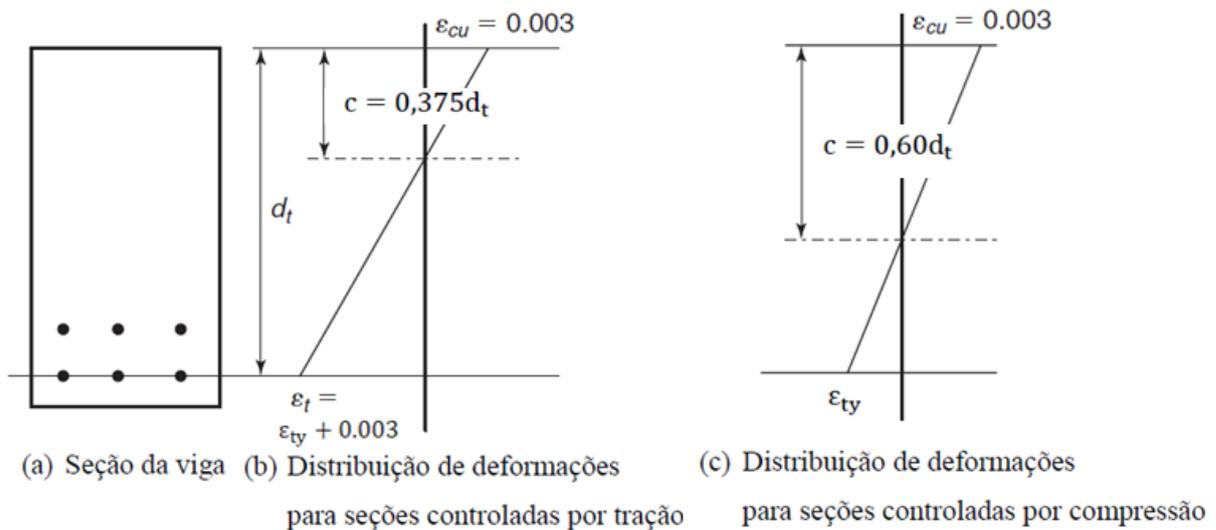


Figura 2.6: Distribuição de deformações em seções controladas por tração e por compressão (Adaptado de: WIGHT E MACGREGOR, 2012).

A relação expressa por (2.36) permite determinar a deformação ε_t na armadura:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{cu} \frac{(d_t - c)}{c} \quad (2.36)$$

Segundo Brusco (2014), diferentemente da norma brasileira, a ACI 318 (ACI, 2019) admite qualquer deformação para o aço, visto que a posição da linha neutra c pode variar além dos limites apresentados na figura 2.7. As expressões para dimensionamento e verificação da condição dada por (2.33) podem ser obtidas a partir do modelo de distribuição de deformações, tensões e esforços apresentados na figura 2.7.

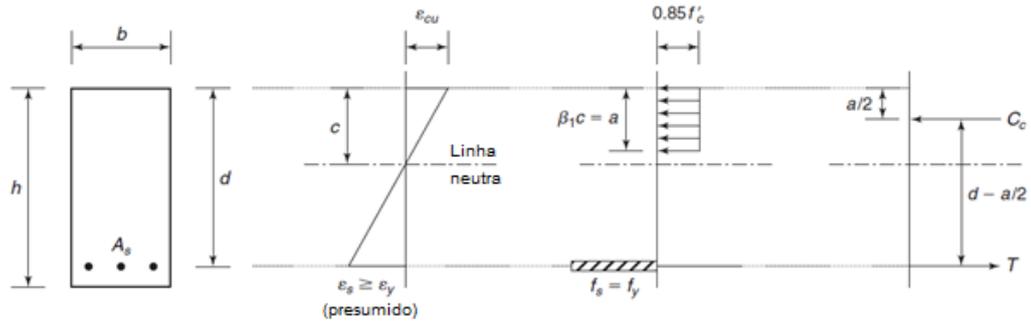


Figura 2.7: Modelo de distribuição de deformações, tensões e esforços para seção com armadura simples (Adaptado de: WIGHT E MACGREGOR, 2012).

O equilíbrio das forças resultantes de compressão C_c e de tração T na seção do elemento é dado pela expressão (2.37):

$$C_c - T = 0 \quad (2.37)$$

A linha c é estabelecida como a distância da linha neutra até a borda comprimida da seção e serve de parâmetro para estabelecer a região de compressão atuante. Como a tensão se distribui de maneira não-linear ao longo da altura c , é assumida a hipótese de que uma tensão de compressão equivalente $0,85f'_c$ seja igualmente distribuída da fibra mais comprimida do concreto até a profundidade $a = \beta_1 c$. Os valores de β_1 variam em função da resistência especificada à compressão f'_c do concreto, conforme tabela 2.4.

Tabela 2.4: Valores de β_1

f'_c [MPa]	β_1
$17 \leq f'_c \leq 28$	0,85
$28 < f'_c < 56$	$0,85 - \frac{0,05(f'_c - 28)}{7}$
$f'_c \geq 56$	0,65

Fonte: Adaptado de ACI 318 (ACI, 2019)

Seguindo, a equação (2.38) representa a força resultante de compressão C_c atuando na região previamente determinada.

$$C_c = 0,85f'_c b \beta_1 c = 0,85f'_c b a \quad (2.38)$$

Sendo b a largura da seção retangular.

Nesta etapa da análise, assumindo a condição de equilíbrio $C_c = T$ tem-se, portanto, a condição dada em (2.39), sendo a força resultante de tração a multiplicação da área de aço A_s tracionado com a respectiva tensão de escoamento f_y do aço adotado.

$$0,85f'_c b \beta_1 c = 0,85f'_c b a = A_s f_y \quad (2.39)$$

Para seções simplesmente armadas, o momento resistente nominal da peça pode ser definido pela equação (2.40), desde que a tensão de escoamento da armadura tracionada seja atingida.

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (2.40)$$

2.4.2 Armadura dupla

As distribuições de deformações, tensões e esforços para o diagrama retangular simplificado no caso de armadura dupla são apresentados na figura 2.8.

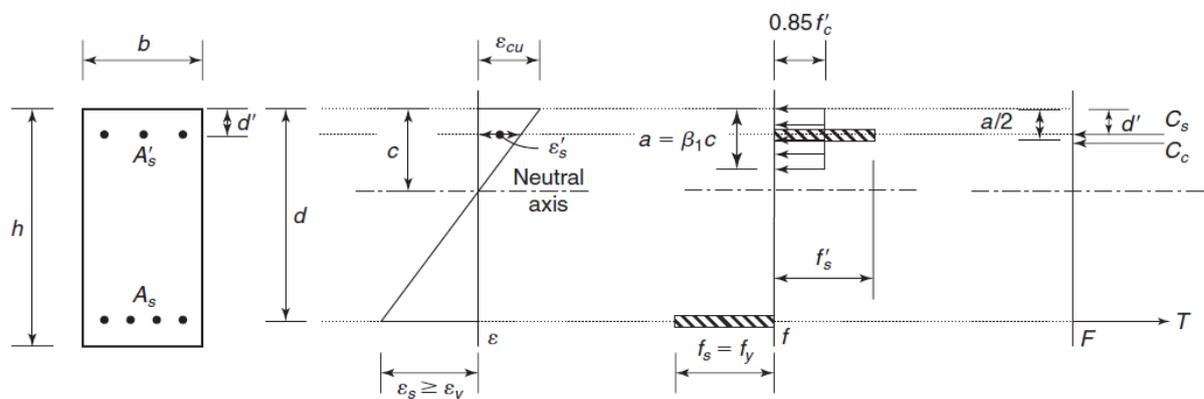


Figura 2.8: Distribuições de deformações, tensões e esforços para o caso de armadura dupla (WIGHT e MACGREGOR, 2012, p. 146).

Nota-se que há o acréscimo de uma parcela resistente de compressão da armadura dupla, composta pela resultante C_s .

A força resultante de compressão proporcionada pelo concreto é a mesma em comparação ao caso de armadura simples, expressa por (2.41):

$$C_c = 0,85f'_c b \beta_1 c = 0,85f'_c b a \quad (2.41)$$

A resultante de compressão proporcionada pela armadura é fornecida pela equação (2.42).

$$C_s = A_s'(f'_s - 0,85f'_c) \quad (2.42)$$

Sendo a tensão f'_s expressa por (2.43):

$$f'_s = E_s \varepsilon' \leq f_y \quad (2.43)$$

Onde:

C_s : força resultante de compressão da armadura;

A_s' : área de aço colaborante comprimida;

f'_s : tensão na armadura comprimida;

E_s : módulo de elasticidade do aço;

ε' : deformação específica na armadura comprimida.

Realizando o equilíbrio de forças, conforme expressão (2.44), e substituindo os termos, obtém-se a equação (2.45).

$$T = C_c + C_s \quad (2.44)$$

$$A_s f_y = 0,85f'_c b \beta_1 c + A_s'(f'_s - 0,85f'_c) \quad (2.45)$$

Observa-se que agora C_c tem uma parcela menor de contribuição no equilíbrio de forças em comparação ao caso de armação simples. Assim, segundo Brusco (2014), é proporcionado um comportamento mais dúctil para a viga, visto que a profundidade da zona de compressão do concreto na distribuição de tensões a diminui e o valor da posição da linha neutra c é reduzido. Por fim, dessa forma, é possível alterar o modo de rompimento da viga pois, caso seja uma seção controlada por compressão ou esteja na região de transição, com a armadura dupla o aço tracionado escoar antes do rompimento do concreto, garantindo que o elemento passe a ser controlado por tração.

O valor do momento resistente da viga é determinado pela expressão (2.46):

$$M_n = (0,85f'_c b \beta_1 c) \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s' (f'_s - 0,85f'_c) (d - d') \quad (2.46)$$

Sendo d' a distância da borda mais comprimida até o eixo da armadura comprimida.

Wight e MacGregor (2012) recomendam que, para o dimensionamento através das equações de armadura dupla, a posição da linha neutra deve ser estimada entre $d/4$ e $d/3$ e, sempre após os cálculos das áreas de aço, verificar se o tipo de seção considerada reflete o valor do fator de redução ϕ considerado.

2.4.3 Armadura mínima de flexão

A norma ACI 318 (ACI, 2019) prescreve uma área de aço mínima para vigas de concreto armado. Este procedimento visa resultar em uma resistência à flexão além do momento de fissuração da peça com certa margem para que, em caso de sobrecarga do membro estrutural, haja avisos antes do colapso estrutural. As expressões (2.47) e (2.48), adaptadas por Brusco (2014), Campos (2015) e Bezerra (2017), fornecem a área de aço mínima requerida para seções retangulares.

$$A_{s,mín} \geq 0,25 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} bd \quad (2.47)$$

$$A_{s,mín} \geq 1,4b \frac{d}{f_y} \quad (2.48)$$

Sendo:

$A_{s,mín}$: Área longitudinal mínima de flexão, em cm²;

f'_c : Resistência à compressão do concreto, em MPa;

f_y : Tensão de escoamento do aço, em MPa;

b : Largura da viga, em cm;

d : Distância da borda mais comprimida até o centro de gravidade da armadura tracionada, em cm.

2.4.4 Cálculo da armadura quando as dimensões da seção são conhecidas

Uma abordagem prática para o dimensionamento de vigas submetidas à flexão é apresentada por Wight e MacGregor (2012). No caso em que as dimensões da seção transversal já são conhecidas, somente é preciso dimensionar a área de aço A_s necessária para resistir aos esforços. É o que acontece em situações de projeto onde há limitações arquitetônicas, por exemplo, bem como em parte do presente trabalho, onde as vigas foram previamente dimensionadas por Scherer (2018) pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e, por isso, as dimensões serão mantidas para o estudo comparativo de confiabilidade.

Segundo Wight e MacGregor (2012), a armadura longitudinal requerida pode ser aproximada pela expressão (2.49), considerando uma viga simplesmente armada.

$$A_s \geq \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)} \cong \frac{M_u}{\phi f_y (jd)} \quad (2.49)$$

Para as taxas de armadura mais comuns em vigas, o valor do braço de alavanca jd , geralmente encontra-se entre $0,87d$ e $0,91d$. Wight e MacGregor (2012) recomendam a utilização de $j = 0,90$ para vigas com zonas de compressão estreitas, ou seja, vigas que sejam controladas por tração (situação ideal). Portanto, estima-se também $\phi = 0,90$.

Utilizando os valores sugeridos, a equação fornece uma boa aproximação da área requerida para reforço. Uma única iteração pode ser utilizada para refinar o valor de A_s , determinando a profundidade a da zona de compressão a partir da expressão (2.50).

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f_c' b} \quad (2.50)$$

Assim, utilizando o valor encontrado de a , retoma-se à equação (2.49) para encontrar a nova área de aço A_s . Cabe salientar a importância de verificar, através dos fundamentos explicitados ao longo do capítulo, se as condições adotadas são atendidas, como a seção ser controlada por tração.

2.5 COMPATIBILIZAÇÃO ENTRE NORMAS

Dentre as diferenças entre a NBR 6118 (ABNT, 2014) e a ACI 318 (ACI, 2019), encontra-se a forma de se trabalhar com a resistência à compressão do concreto no que se refere ao

dimensionamento das estruturas. A distribuição estatística da resistência característica à compressão do concreto f_{ck} adotada pela NBR 6118 (ABNT, 2014) é diferente daquela adotada pela ACI 318 (ACI, 2019) para a resistência à compressão f_c' utilizada em projetos.

Segundo Rabello (2010), a norma brasileira considera o parâmetro f_{ck} como sendo o valor da resistência à compressão do concreto no qual só exista a probabilidade de existência de 5% de valores inferiores a este valor. Já os códigos norte-americanos, a partir da norma ACI 301 (ACI, 2016), garante uma probabilidade diferente de que a média de três testes consecutivos será inferior à resistência especificada à compressão do concreto f_c' .

Alguns estudos buscaram traçar a equivalência entre ambas as resistências, como os casos de Souza e Bittencourt (2003) e Campos (2015). A compatibilização de Souza e Bittencourt (2003) também é apresentada por Rabello (2010), a partir de uma equação simplificada exposta em (2.51), para o caso de não haver um desvio padrão obtido de ensaios. Essa compatibilização, contudo, constitui uma maneira simplista de relacionar as resistências à compressão de projeto entre as destacadas normas.

$$f_c' = f_{ck} - 2,04 \quad (2.51)$$

No presente trabalho, onde o parâmetro f_{ck} na avaliação das vigas de concreto armado tem valores fixados, a compatibilização para o respectivo f_c' é realizado a partir da resistência à compressão média do concreto.

Segundo a NBR 12655 (ABNT, 2015), a resistência média à compressão do concreto (f_{cm}) é dada pela distribuição dada pela equação (2.52):

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,645 \cdot s \quad (2.52)$$

Sendo s o desvio padrão dado pela equação (2.53), com coeficiente de variação V_{fc} adotado de 0,10.

$$s = V_{fc} \mu_{fc} \quad (2.53)$$

Sendo μ_{fc} também a resistência média à compressão do concreto, dada uma distribuição Normal de probabilidade para a resistência do concreto.

Resumidamente, a resistência média à compressão do concreto f_{cr}' , segundo o código ACI 301 (ACI, 2016), que apresenta as especificações do concreto estrutural que a norma ACI 318

(ACI, 2019) contempla, é tomada pelas regras expostas no quadro representativo da figura 2.9. Em que s_s é o desvio padrão da dosagem, em MPa.

Resistência característica à compressão (MPa)	Resistência média à compressão (MPa)
$f'_c \leq 35$	Usar o maior valor obtido das equações $f'_{cr} = f'_c + 1,34s_s$ $f'_{cr} = f'_c + 2,33s_s - 3,5$
$f'_c > 35$	Usar o maior valor obtido das equações $f'_{cr} = f'_c + 1,34s_s$ $f'_{cr} = 0,90f'_c + 2,33s_s$

Figura 2.9: Resistência à compressão média do concreto f'_{cr} (Adaptado de: OLIVEIRA, 2018)

Adotando a mesma equação para o desvio padrão e o mesmo coeficiente de variação, pode-se então realizar a compatibilização das resistências à compressão do concreto. Basicamente, o que se deseja é trabalhar com concretos de mesmas propriedades, então toma-se que $f_{cm} = f'_{cr}$. Assim, mesmo que estatisticamente os valores de f_{ck} e f'_c sejam diferentes, os valores médios, dada uma distribuição normal de probabilidades, são iguais.

A obtenção dos valores compatibilizados utilizados neste trabalho encontra-se ao longo da metodologia explicitada no capítulo 6. Por exemplo, para $f_{ck} = 25$ MPa, e utilizando as equações (2.52) e (2.53), tem-se uma resistência à compressão média dada por (2.54):

$$f_{cm} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,645V_{fc}} = 29,92 \text{ MPa} \quad (2.54)$$

Assim, $f'_{cr} = 29,92$ MPa.

Estima-se, portanto, que $f'_c < 35$ MPa. Respeitando as regras estabelecidas na figura 2.9, tem-se que a resistência média f'_{cr} é o maior valor fornecido para uma resistência à compressão f'_c de valor 25,91 MPa, dado um coeficiente de variação adotado de 0,10 para cálculo do desvio padrão.

3 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

Para realizar uma análise adequada do comportamento de uma determinada estrutura, é de suma importância conhecer as propriedades mecânicas e as equações constitutivas dos materiais que a compõem. Estas equações, por sua vez, relacionam as tensões e deformações e, portanto, são essenciais nas simulações numéricas dos materiais, tais como o concreto e o aço.

O concreto estrutural é constituído basicamente da mistura de agregados e uma pasta de cimento, associados a barras de armadura passiva e/ou ativa. Assim, resultando em um material heterogêneo com comportamento complexo, cuja resposta às solicitações tende a ser não-linear. Esta não-linearidade é causada, principalmente, pela plastificação do concreto comprimido e do aço, pela fissuração do concreto tracionado e pelos efeitos dependentes do tempo, como a fluência e retração do concreto. Desta forma, a aplicação dos modelos constitutivos que regem este complexo comportamento é fundamental no processo de dimensionamento, verificação e otimização das estruturas.

No presente trabalho, o comportamento do concreto estrutural é representado por um modelo computacional que compreende a etapa elastoplástica, essencial para análises instantâneas.

3.1 MODELO CONSTITUTIVO ELASTOPLÁSTICO PARA O CONCRETO

O concreto possui uma resistência à compressão muito maior que sua resistência à tração. Dito isso, utilizou-se dois modelos distintos para os casos de compressão e tração no concreto. Para o concreto comprimido foi utilizado um modelo elastoplástico com endurecimento. No caso do concreto tracionado, o material comporta-se como um material elástico linear antes da fissuração e, após, apresenta o que se chama de enrijecimento à tração (*tension stiffening*), representado por um modelo de fissuras distribuídas.

3.1.1 Modelo para o concreto comprimido

No presente trabalho, foram empregadas as propriedades mecânicas, equações e diretrizes indicadas no Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), cujas prescrições abrangem concretos com resistência característica à compressão (f_{ck}) de até 120MPa. A resistência característica à compressão (f_{ck}) refere-se à idade de 28 dias e seu valor é utilizado para determinação de outras propriedades do concreto, na falta de ensaios específicos. A resistência média à compressão do concreto (f_{cm}), para os modelos, é definida a partir da equação (3.1).

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad (3.1)$$

Onde $\Delta f = 8$ MPa.

O módulo de elasticidade para o concreto aos 28 dias (E_{ci}) é obtido através da equação (3.2) e é definido como o módulo de elasticidade tangente na origem do diagrama tensão-deformação. Este valor é aproximadamente igual à inclinação da secante do ramo de descarga para uma descarga rápida e não inclui as deformações plásticas iniciais. Ainda, é utilizado para a descrição dos diagramas tensão-deformação em compressão e tração uniaxiais.

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{10} \right)^{1/3} \quad (3.2)$$

Onde:

E_{ci} : é o módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias, em MPa;

f_{ck} : é a resistência característica à compressão, em MPa;

$\Delta f = 8$ MPa;

$E_{c0} = 21500$ MPa;

α_E : é o coeficiente considerado em função do tipo de agregado, conforme tabela 3.1.

Tabela 3.1: Efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade.

Tipo de agregado	α_E	$E_{c0} \cdot \alpha_E$ [MPa]
Basalto; calcário denso	1,2	25800
Quartzito	1,0	21500
Calcário	0,9	19400
Arenito	0,7	15100

Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012)

De acordo com o Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), o coeficiente de Poisson ν_c , para uma faixa de tensões entre $-0,16f_{ck}$ e $0,8f_{ctk}$, varia entre 0,14 e 0,26. Na análise de estruturas de concreto, o valor do coeficiente $\nu_c = 0,20$ apresenta precisão suficiente, especialmente em relação à abertura de fissuras no Estado-Limite Último.

Enfim, a curva tensão-deformação uniaxial que representa o modelo constitutivo para o concreto, sob cargas de curta duração em compressão, é apresentada na figura 3.1.

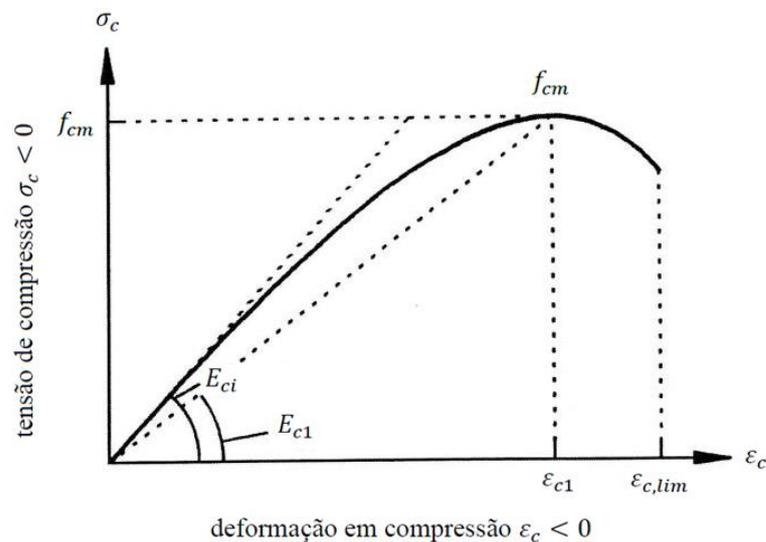


Figura 3.1: Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido (Adaptado de: FIB, 2012).

O pico de tensão ocorre, geralmente, quando é atingida a resistência à compressão média do concreto. Após, o trecho descendente contempla a perda de resistência devido a microfissuração no concreto. Ainda, este ramo é fortemente dependente da geometria do elemento, das condições de contorno e da possibilidade ou não de redistribuição de carga na

estrutura. A ruptura ocorre ao atingir a deformação limite em compressão. As equações (3.3) à (3.5) caracterizam a curva tensão-deformação apresentada na figura 3.1.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \text{ para } |\varepsilon_c| < \varepsilon_{c,lim} \quad (3.3)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (3.4)$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (3.5)$$

Onde:

$\sigma_c < 0$ é a tensão de compressão;

f_{cm} : é a resistência média à compressão do concreto;

k : é o número plástico;

E_{ci} : é o módulo de elasticidade inicial do concreto

E_{c1} : é o módulo secante da origem até o pico da tensão em compressão

ε_c : é a deformação do concreto em compressão;

ε_{c1} : é a deformação correspondente à máxima tensão em compressão;

$\varepsilon_{c,lim}$: é a deformação limite do concreto em compressão.

As tabelas 3.2 e 3.3 apresentam as propriedades do concreto, em função da classe de resistência à compressão.

Tabela 3.2: Propriedades mecânicas para concretos de resistência normal.

Classe do concreto	C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
E_{ci} [GPa]	27,1	28,8	30,3	32,0	33,6	35,0	36,3	37,5	38,6
E_{c1} [GPa]	11,1	12,2	13,3	14,9	16,5	18,2	20,0	21,6	23,2
ε_{c1} [‰]	-1,9	-2,0	-2,1	-2,2	-2,3	-2,4	-2,4	-2,5	-2,6
$\varepsilon_{c,lim}$ [‰]	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,4
k	2,44	2,36	2,28	2,15	1,92	1,82	1,82	1,74	1,66

Fonte: Adaptado de Código Modelo fib 2010 (FIB, 2012)

Tabela 3.3: Propriedades mecânicas para concretos de alta resistência.

Classe do concreto	C55	C60	C70	C80	C90	C100	C110	C120
E_{ct} [GPa]	39,7	40,7	42,6	44,4	46,0	47,5	48,9	50,3
E_{c1} [GPa]	24,7	26,2	28,9	31,4	33,8	36,0	39,3	42,7
ε_{c1} [‰]	-2,6	-2,7	-2,7	-2,8	-2,9	-3,0	-3,0	-3,0
$\varepsilon_{c,lim}$ [‰]	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3,0	-3,0	-3,0	-3,0
k	1,61	1,55	1,47	1,41	1,36	1,32	1,24	1,18

Fonte: Adaptado de Código Modelo fib 2010 (FIB, 2012)

3.1.2 Modelo para o concreto tracionado

Cabe, nesta seção, destacar as propriedades do concreto em relação à tração. O valor médio da resistência à tração (f_{ctm}) pode ser obtido através das equações (3.6), para concretos com $f_{ck} < 50$ MPa, e (3.7), para concretos de classes superiores de resistência à compressão.

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (3.6)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln[1 + 0,1(f_{ck} + 8)] \quad (3.7)$$

Os valores mínimos e máximos para a resistência característica à tração do concreto são, respectivamente (Equações (3.8) e (3.9)):

$$f_{ctk,min} = 0,7f_{ctm} \quad (3.8)$$

$$f_{ctk,max} = 1,3f_{ctm} \quad (3.9)$$

No presente trabalho, o concreto não fissurado, cujas tensões não ultrapassam resistência à tração f_{ct} , é modelado como um material elástico linear, com relação constitutiva representada pela equação (3.10).

$$\sigma_t = E_{ci}\varepsilon_t; \quad \sigma_t < f_{ct} \quad (3.10)$$

Sendo σ_t a tensão de tração e ε_t a deformação no concreto em tração.

Após fissurado, o concreto tracionado é representado por um modelo de fissuras distribuídas. O modelo de fissuração utilizado é baseado na formulação de Hinton (1988) e adaptado por Martinelli (2003).

O modelo de fissuração empregado contempla um fenômeno conhecido como “enrijecimento à tração” ou *tension stiffening*, no qual o concreto entre fissuras ainda tem capacidade de suportar certos níveis de tensão, devido aos mecanismos de aderência às barras de armadura. Esta colaboração na capacidade resistente do concreto entre fissuras, portanto, torna-se fundamental na análise de peças fletidas de concreto. Graficamente, o efeito do *tension stiffening* é realizado na introdução de um ramo descendente na curva tensão-deformação, o qual representa uma redução gradual da resistência em função do nível de abertura de fissuras, conforme figura 3.2.

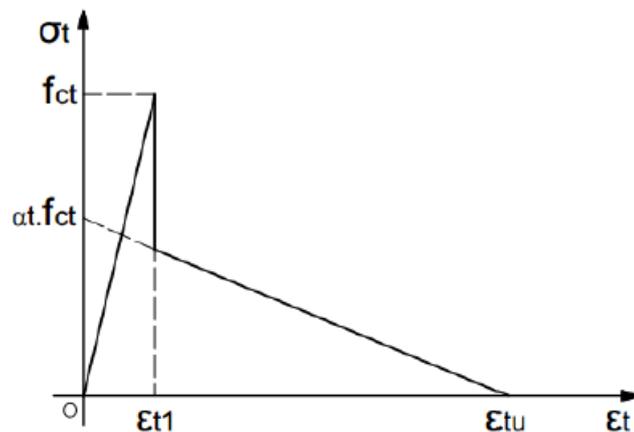


Figura 3.2: Diagrama tensão-deformação do concreto em tração uniaxial (Adaptado de: MARTINELLI, 2003).

A expressão (3.11) representa o diagrama tensão-deformação apresentado, com valores de α e ϵ_{cTU} iguais a 0,6 e 0,001, respectivamente.

$$\sigma_t = \alpha \cdot f_{ct} \left(1 - \frac{\epsilon_t}{\epsilon_{cTU}} \right) \quad (3.11)$$

Com:

σ_t : tensão do concreto em tração;

α : parâmetro que define a inclinação do ramo descendente no diagrama;

f_{ct} : resistência à tração obtida para o concreto;

ϵ_t : deformação em tração;

ε_{CTU} : parâmetro que indica a deformação limite para a qual a colaboração do concreto entre fissuras não deve ser mais considerada.

3.2 MODELO ELASTOPLÁSTICO PARA A ARMADURA PASSIVA

Para o aço das barras de armadura passiva é empregado um modelo elastoplástico perfeito que, portanto, apresenta o mesmo comportamento para tração e compressão. Neste, considera-se que o material resiste apenas a esforços uniaxiais. A representação se dá por um diagrama tensão-deformação bilinear, vide figura 3.3.

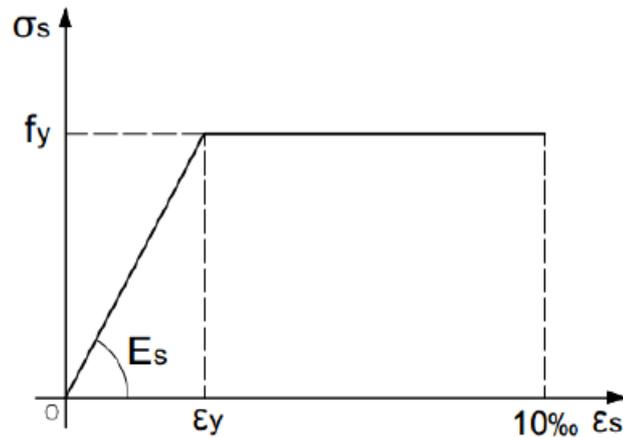


Figura 3.3: Diagrama tensão-deformação para o aço das armaduras (SCHERER, 2018, p. 60).

O aço do tipo A, utilizado no desenvolvimento deste trabalho, apresenta um módulo de elasticidade E_s até atingir a tensão de escoamento f_y . Após, considera-se um módulo tangente E_{ts} nulo. As equações (3.12) e (3.13) representam o comportamento do respectivo material.

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s; \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (3.12)$$

$$\Delta\sigma_s = E_{ts}(\varepsilon_s - \varepsilon_y); \quad \varepsilon_s > \varepsilon_y \quad (3.13)$$

Sendo:

σ_s e ε_s : tensão e deformação no aço, respectivamente;

ε_y : deformação correspondente à tensão de escoamento.

No aço, a ruptura é geralmente caracterizada pela deformação excessiva, no valor de 10%.

4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

O presente capítulo versa sobre a aplicação do método dos elementos finitos na análise de problemas estruturais, os elementos empregados nas simulações numéricas e a utilização do *software* ANSYS na modelagem, incluindo a implementação dos modelos constitutivos dos materiais através da rotina *usermat*.

4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E O SOFTWARE ANSYS

Segundo Ayala (2017), a ideia principal do método dos elementos finitos consiste na discretização de um meio contínuo em um número finito de elementos definidos por funções de interpolação e conectados por nós, assim formando malhas. A partir do cálculo dos deslocamentos nodais são fornecidas as tensões e deformações no interior dos elementos e as reações nos pontos de apoio (LAZZARI, 2015).

Ainda de acordo com Lazzari (2015), o método dos elementos finitos é uma das maneiras mais eficientes de realizar análises não-lineares do comportamento de estruturas de concreto armado e protendido. Isso se deve ao fato de que tal tipo de análise permite a consideração do comportamento não-linear dos materiais, incluindo os processos de fissuração do concreto e de plastificação do concreto e do aço.

Dito isso, um dos *softwares* comerciais de simulação numérica através do MEF amplamente utilizado no meio profissional e acadêmico é o ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*). O sistema ANSYS permite análises estáticas e dinâmicas no campo estrutural, de fluidos, transferência de calor, eletromagnetismo, entre outros. Dispõe, basicamente, de duas plataformas principais: *Workbench* e *APDL*. A plataforma *APDL* é caracterizada por permitir estruturar os problemas em arquivos de texto (*scripts*), permitindo ao usuário um maior controle na entrada de dados, geração da malha de elementos finitos e análises de resultados.

Além disso, o sistema ANSYS disponibiliza a ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*), cuja função é permitir ao usuário a implementação de um novo elemento finito ou modelo constitutivo para determinado material através de programação realizada em linguagem FORTRAN, usualmente. As rotinas programadas pelo usuário devem

ser compiladas e associadas ao programa principal para que as análises, através do ANSYS, possam ser realizadas. Quevedo (2017) apresenta como realizar a compilação e associação de rotinas ao sistema principal.

Pela ampla difusão do uso do *software* e pelas vantagens acima discutidas, o ANSYS foi utilizado no presente trabalho na sua versão 19.1 através da plataforma *APDL*.

A ferramenta UPF foi utilizada para modelar o comportamento mecânico do concreto, implementado através da rotina *usermat*. A *usermat* possui internamente um conjunto de quatro subrotinas, que estão associadas ao tipo de elemento utilizado na análise, seja para elemento sólido (*usermat3D*), elemento de estado plano de tensão (*usermatps*), elementos de viga (*usermatbm*) ou elementos de treliça (*usermat1D*), como apresenta Scherer (2018). Dessa forma, a subrotina principal *usermat* verifica o tipo de elemento adotado na análise e redireciona o processo de solução para a subrotina relacionada ao elemento, atualizando as tensões de acordo com o modelo constitutivo programado em linguagem FORTRAN (ANSYS, 2013).

O *script* implementado para representar o comportamento do concreto, para análises instantâneas, é baseado no código escrito por Barbosa (2017) e adaptado por Scherer (2018). Como os principais objetos de estudo são vigas (elementos reticulados), a rotina programada se dá através da subrotina *usermatbm*. O código utilizado no presente trabalho pode ser consultado em Scherer (2018).

Por fim, salienta-se a presença da ferramenta *Probabilistic Design* no sistema ANSYS, que permite a análise probabilística de estruturas através dos métodos de Monte Carlo e Superfície de Resposta e, dessa forma, contribui para a execução deste estudo. Segundo Barbosa (2017, p. 58), “a principal vantagem da utilização desta ferramenta é a automatização do processo de execução das simulações de Monte Carlo e de geração de valores aleatórios para as variáveis envolvidas nos problemas”.

4.2 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

Nesta seção são apresentados os elementos finitos utilizados, disponíveis na biblioteca do ANSYS, para representação dos materiais. Para a presente etapa do trabalho, tem-se interesse

na representação do concreto através do elemento BEAM189 e da armadura pelo elemento REINF264.

4.2.1 BEAM189

Assim como nos trabalhos de Barbosa (2017), Oliveira (2018) e Scherer (2018), o elemento BEAM189 foi utilizado para modelar o comportamento do concreto. Trata-se de um elemento que permite a análise linear e não-linear de estruturas reticuladas, tais como pilares e vigas esbeltas ou moderadamente esbeltas.

Conforme definição de Scherer (2018), é um elemento unidimensional contido no espaço tridimensional, possuindo 3 nós ao longo de seu comprimento (formulação quadrática), além de um nó extra utilizado para orientação da seção transversal. Para sua configuração padrão, há a ocorrência de 6 graus de liberdade por nó (translações nas direções x, y e z e rotações em torno de x, y e z), além de um sétimo grau de liberdade opcional, relativo ao empenamento, não considerado no presente trabalho. A figura 4.1 ilustra a geometria do elemento BEAM189.

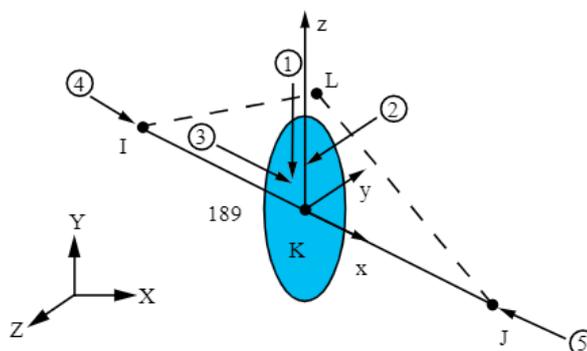


Figura 4.1: Elemento BEAM189: geometria (ANSYS, 2016).

O elemento é baseado na teoria de viga de Timoshenko que, segundo Schmitz (2017), é uma teoria de deformação por corte de primeira ordem, ou seja, nela considera-se as deformações devido ao esforço cortante constantes ao longo de toda seção transversal, implicando que as seções permaneçam planas após a deformação. Por fim, o elemento BEAM189 permite a análise de grandes deformações e rotações, além de aplicações de modelos elásticos, plásticos e de fluência, bem como os programados pelo usuário através da rotina *usermat*, como neste estudo.

Assim, é possível tratar os efeitos oriundos da flexão de forma desacoplada em relação ao cisalhamento. O comportamento axial do modelo é prescrito pelos modelos constitutivos associados ao concreto apresentados no capítulo 3, enquanto os efeitos das tensões de corte são avaliados através de um modelo elástico-linear, tal como realizou Scherer (2018).

As propriedades da seção transversal podem ser determinadas a partir dos comandos SECTYPE e SECDATA, que permitem definir o tipo de seção, sua forma e dimensões, bem como a discretização empregada ao longo da altura e da base. A figura 4.2 apresenta uma seção dividida em 4 regiões de integração contendo 16 pontos de integração totais. Cada elemento finito é dividido em duas destas regiões. Por padrão do programa, a discretização é realizada desta forma. Entretanto, um maior refinamento na discretização da seção transversal conduz a um número maior de pontos e, conseqüentemente, maior precisão na solução (BARBOSA, 2017).



Figura 4.2: Indicação dos nós e pontos de integração na seção transversal do elemento (Adaptado de: ANSYS, 2009).

As equações (4.1) à (4.6) representam as funções de interpolação que fornecem os deslocamentos (u , v e w) e rotações (θ_x , θ_y e θ_z) relativos ao elemento BEAM189.

$$u = \frac{1}{2} [u_I(-s + s^2) + u_J(s + s^2)] + u_K(1 - s^2) \quad (4.1)$$

$$v = \frac{1}{2} [v_I(-s + s^2) + v_J(s + s^2)] + v_K(1 - s^2) \quad (4.2)$$

$$w = \frac{1}{2} [w_I(-s + s^2) + w_J(s + s^2)] + w_K(1 - s^2) \quad (4.3)$$

$$\theta_x = \frac{1}{2} [\theta_{xI}(-s + s^2) + \theta_{xJ}(s + s^2)] + \theta_{xK}(1 - s^2) \quad (4.4)$$

$$\theta_y = \frac{1}{2} [\theta_{yI}(-s + s^2) + \theta_{yJ}(s + s^2)] + \theta_{yK}(1 - s^2) \quad (4.5)$$

$$\theta_z = \frac{1}{2} [\theta_{zI}(-s + s^2) + \theta_{zJ}(s + s^2)] + \theta_{zK}(1 - s^2) \quad (4.6)$$

Sendo “s” a coordenada local de análise.

Uma das vantagens de trabalhar com o elemento BEAM189 é sua compatibilidade com o elemento REINF264, escolhido para representação da armadura passiva.

4.2.2 REINF264

A armadura pode ser introduzida no modelo de elementos finitos de três formas diferentes, conforme apresenta Campos Filho (2003):

- a) modelo contínuo equivalente: conveniente para o caso de placas e cascas com armaduras densamente distribuídas. Neste caso, a discretização do reforço é realizada em camadas;
- b) modelo discreto: a armadura é representada por elementos unidimensionais, cujas matrizes de rigidez se sobrepõem às dos elementos de concreto, restringindo a armadura à malha do concreto. Dessa forma, conduz a malhas mais refinadas e maior custo computacional na resolução de problemas;
- c) modelo incorporado: a barra de armadura é considerada como uma linha de material mais rígido no interior de um elemento de concreto. Permite às barras de aço assumirem posições arbitrárias dentro do elemento-base.

Portanto, para representação da armadura passiva das vigas, é utilizado o elemento REINF264, de forma incorporada. Este, por sua vez, permite a representação de fibras de reforço em direções arbitrárias e apresenta rigidez exclusivamente a esforços uniaxiais.

Para sua aplicação, presume-se a existência de um elemento-base, tal como o BEAM189 explicitado no item anterior. O elemento apresenta as mesmas coordenadas nodais e graus de

liberdade do elemento-base. A figura 4.3 apresenta o sistema de coordenadas do elemento e como se dá sua associação ao BEAM189.



Figura 4.3: Sistema de coordenadas e geometria do elemento REINF264 (Adaptado de: ANSYS, 2009).

Além disso, o elemento REINF264 permite modelos com plasticidade, fluência, tensão inicial e grandes deformações (LAZZARI, 2016). Por isso, também possibilita a representação de armaduras ativas.

4.3 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Para validação do modelo numérico empregado, alguns testes foram realizados comparando os resultados obtidos numericamente, via método dos elementos finitos, e experimentalmente, utilizando dados disponibilizados por Beber (1999) e das vigas ensaiadas pelos pesquisadores Decanini e Grillo (1970) e Schegg e Decanini (1971).

4.3.1 Vigas de BEBER (1999)

Beber (1999) ensaiou vigas de concreto armado reforçadas com polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC), com o objetivo de avaliar a influência desta técnica de reforço na rigidez nas estruturas. Dentre as peças ensaiadas, duas vigas testemunho idênticas (VT1 e VT2) representadas na figura 4.4 foram testadas.

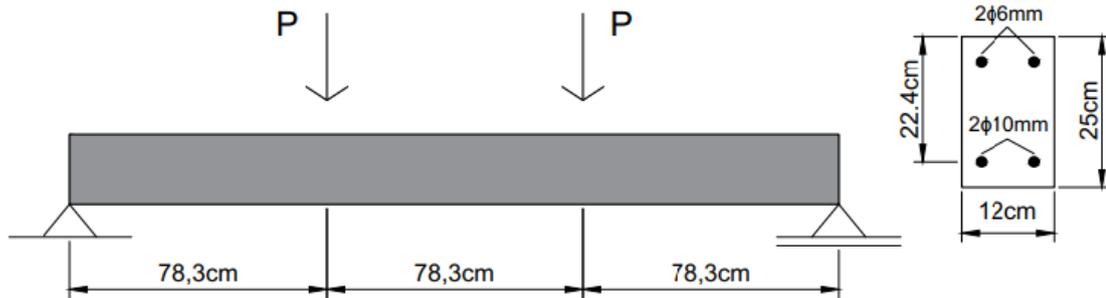


Figura 4.4: Geometria e condições de contorno das vigas ensaiadas (Adaptado de: BEBER, 1999).

Como ilustrado, as vigas de concreto armado, bi-apoiadas, possuíam vão nominal de 2,35 m e seção transversal nominal 12x25 cm. Os carregamentos aplicados em seus terços médios ocorriam de forma gradativa até a ruptura.

Na data de ruptura das peças, corpos de prova foram ensaiados para obtenção das propriedades relativas aos materiais empregados. Para o concreto, a resistência à compressão média, a resistência à tração média e o módulo de elasticidade inicial obtidos foram 3,358 kN/cm², 0,314 kN/cm² e 3831,1 kN/cm², respectivamente. No caso da armadura tracionada (CA-50), o valor para a tensão de escoamento obtido foi de 56,5 kN/cm² e, para a armadura em compressão (CA-60), de 73,8 kN/cm². O módulo de elasticidade para o aço foi tomado como 21000 kN/cm².

Para a simulação numérica via ANSYS, foi considerada a simetria das vigas, de forma a otimizar a modelagem e o posterior processamento. A figura 4.5 representa a esquematização da viga modelada, com as condições de contorno empregadas.

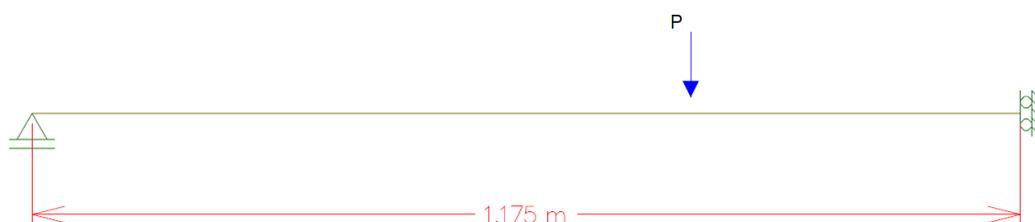


Figura 4.5: Esquematização do modelo para as vigas de Beber (1999) (Elaborado pelo autor, 2020).

Ou seja, no centro do vão, apenas o deslocamento vertical não é bloqueado pela influência do restante do prolongamento da viga.

A figura 4.6a apresenta a discretização longitudinal do modelo, bem como da seção transversal. Ao longo do comprimento da viga, as linhas foram divididas em 6 células, sendo 3 delas até o ponto de aplicação da carga P e mais 3 deste mesmo ponto até o centro do vão, refinando a malha neste trecho onde, notadamente, esperam-se os maiores esforços advindos do carregamento aplicado. A seção foi subdividida em 2 células ao longo da base e 6 ao longo da altura. Nota-se, na figura 4.6b, que há um refinamento concentrado nos bordos inferiores e superiores da peça. Tal especificação visa melhorar os resultados em análises envolvendo plasticidade (ANSYS, 2013).

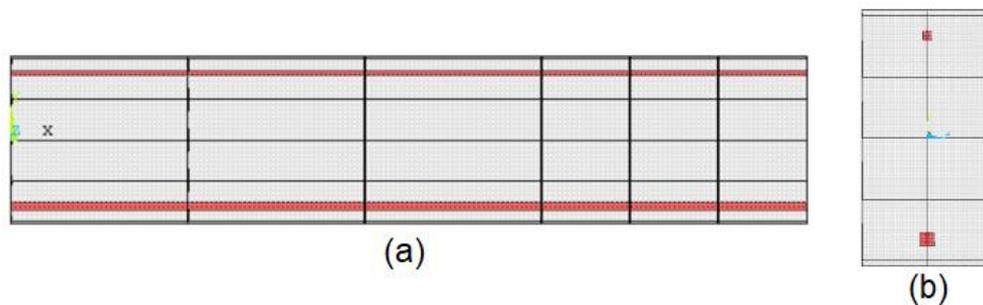


Figura 4.6: Discretização das vigas de Beber (1999): (a) longitudinal; (b) seção transversal (Elaborado pelo autor, 2020).

A relação carga-deslocamento obtida para as vigas estudadas experimentalmente, bem como para a peça simulada numericamente encontra-se na figura 4.7. Nota-se uma clara concordância dos valores encontrados pelo modelo numérico e daqueles obtidos experimentalmente.

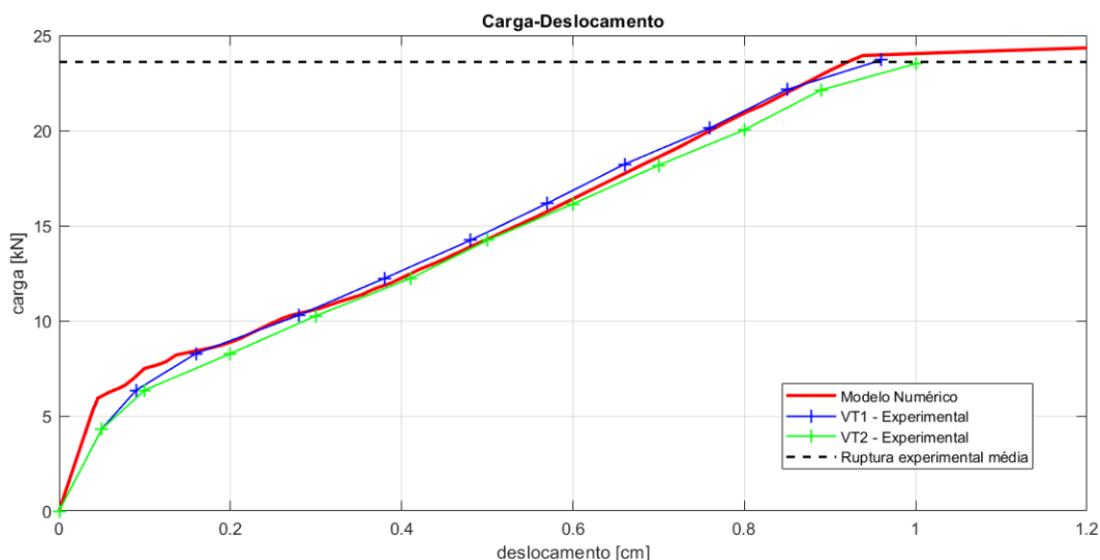


Figura 4.7: Carga-deslocamento das vigas ensaiadas: comparativo entre experimental e numérico (Elaborado pelo autor, 2020).

As cargas de ruptura P obtidas experimentalmente para as vigas de concreto armado VT1 e VT2 foram 23,7 kN e 23,5 kN, respectivamente. Para o modelo numérico, conforme discretização adotada e apresentada anteriormente, a carga de ruptura P obtida foi de 23,9 kN. Os valores, próximos, indicam que o modelo numérico representa adequadamente o comportamento real da estrutura. Em ambos os casos, experimentalmente e numericamente, a ruptura dos modelos se deu acompanhada pelo escoamento da armadura tracionada.

4.3.2 Vigas de Decanini e Grillo (1970) e Schegg e Decanini (1971)

Assim como Real (2000) e Scherer (2018), o presente trabalho apresenta, como validação do modelo numérico empregado, uma comparação dos resultados obtidos via simulação numérica com os dados experimentais obtidos para as vigas de concreto armado de Decanini e Grillo (1970) e Schegg e Decanini (1971). Os pesquisadores ensaiaram uma série de nove vigas com o intuito de obter dados experimentais sobre os fenômenos de deformação, fissuração e ruptura em vigas armadas com aços de alta aderência. Com seção transversal de aproximadamente 15x24 cm e 3 m de vão, as vigas bi-apoiadas eram carregadas pontualmente a 0,75 m dos apoios e possuíam taxas de armadura variáveis. A figura 4.8 apresenta um esquema da geometria e do carregamento aplicado às vigas ensaiadas.

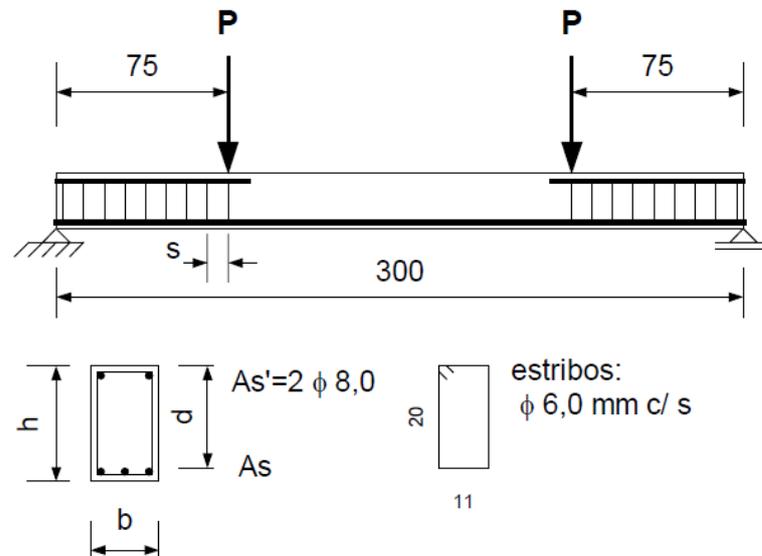


Figura 4.8: Geometria e carregamento aplicado nas vigas de Decanini (REAL, 2000, p. 85)

A malha de elementos finitos utilizada para a análise dos efeitos de flexão nas vigas encontra-se na figura 4.9. Foram empregados 6 elementos ao longo de meia viga, aproveitando a simetria do problema. Já a seção transversal foi dividida em 2 células na base e 6 ao longo da altura.

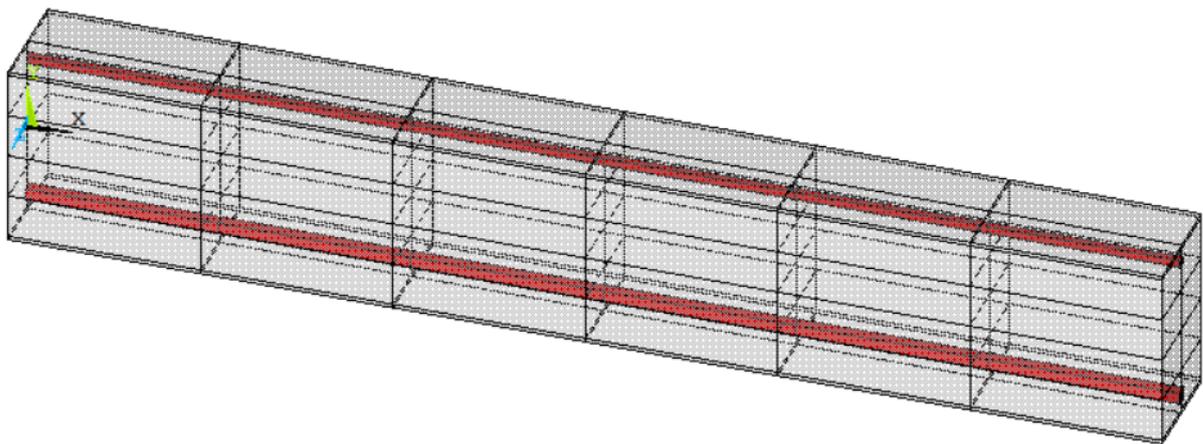


Figura 4.9: Esquematização da discretização utilizada nas vigas de Decanini (Elaborado pelo autor, 2020).

As tabelas 4.1 e 4.2 apresentam as propriedades geométricas da seção transversal e propriedades mecânicas dos materiais para as vigas estudadas.

Tabela 4.1: Propriedades geométricas das vigas de Decanini

Viga	b [cm]	h [cm]	d [cm]	d _{inf} [cm]
RC-075-1	15,30	24,60	22,10	2,50
RC-075-2	14,90	24,70	21,90	2,80
RC-075-3	14,60	24,80	22,10	2,70
RC-100-1	15,00	23,90	21,70	2,20
RC-100-2	14,60	23,90	21,70	2,20
RC-100-3	15,00	23,90	21,70	2,20
RC-200-1	15,00	24,00	21,20	2,80
RC-200-2	14,80	24,00	21,00	3,00
RC-200-3	15,20	23,70	20,90	2,80

Fonte: Adaptado de REAL, 2000

Tabela 4.2: Propriedades dos materiais utilizados nas vigas de concreto armado

Viga	f _{cm} [kN/cm ²]	f _{ck} [kN/cm ²]	E _{ci} [kN/cm ²]	f _{ct} [kN/cm ²]	f _y [kN/cm ²]	A _s [cm ²]	A _s ' [cm ²]
RC-075-1	3,11	2,55	3138,28	0,26	54,9	2,36	
RC-075-2	2,82	2,31	3037,54	0,24	53,8	(3Φ10mm)	
RC-075-3	2,96	2,42	3086,99	0,25	54,8		
RC-100-1	3,22	2,64	3174,85	0,27	43,8	3,39	1,01
RC-100-2	3,40	2,78	3232,94	0,28	42,7	(3Φ12mm)	(2Φ8mm)
RC-100-3	2,74	2,24	3008,54	0,24	42,5		
RC-200-1	2,64	2,16	2971,48	0,23	48,4	6,28	
RC-200-2	2,96	2,42	3086,99	0,25	47,1	(2Φ20mm)	
RC-200-3	2,40	1,97	2878,56	0,22	48,7		

Fonte: Adaptado de REAL, 2000.

As curvas carga-deslocamento para as nove vigas são apresentadas entre as figuras 4.10 e 4.18. Comparando os gráficos encontrados com os dados experimentais, nota-se uma boa concordância entre os comportamentos numéricos e experimentais, fornecendo valores aproximados de deslocamentos e cargas e, portanto, denotando a validade do modelo numérico empregado para o desenvolvimento deste trabalho.

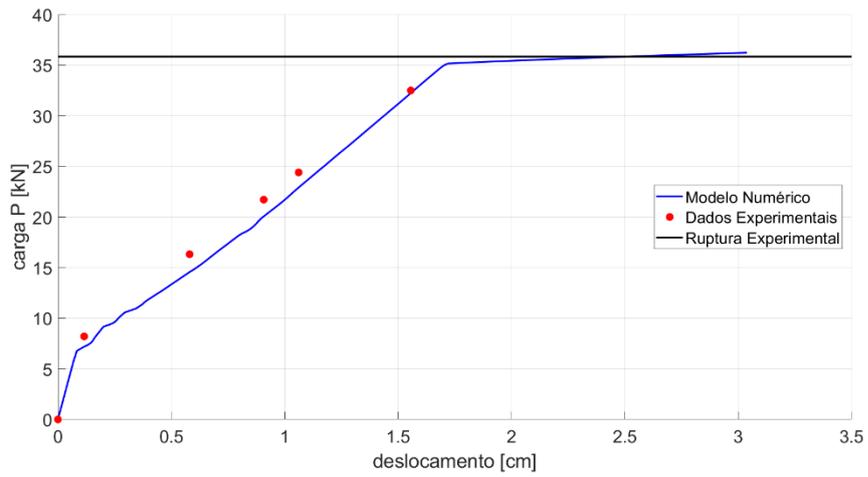


Figura 4.10: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-075-1.

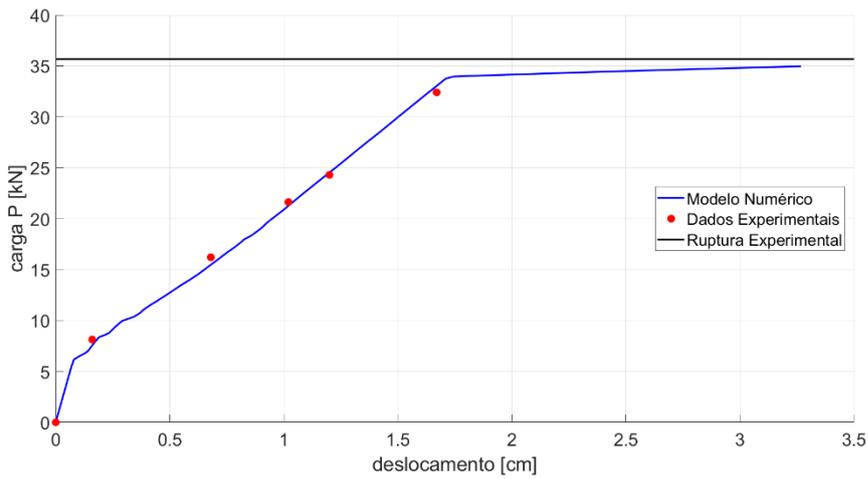


Figura 4.11: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-075-2.

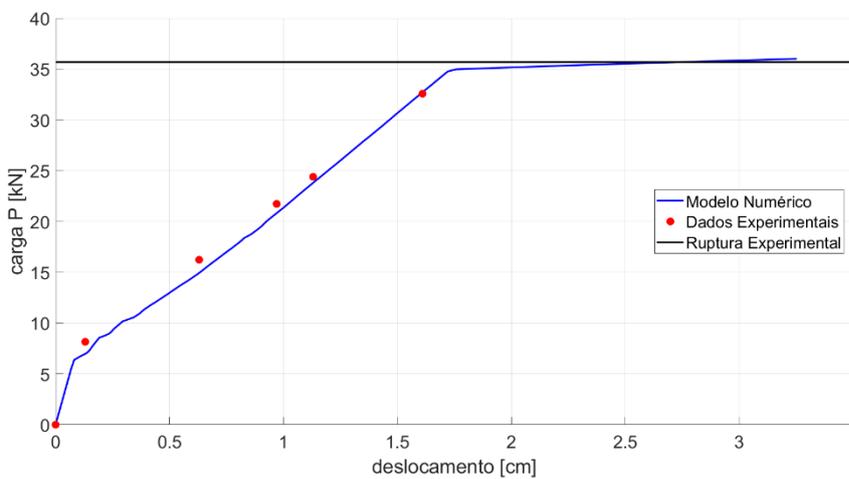


Figura 4.12: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-075-3.

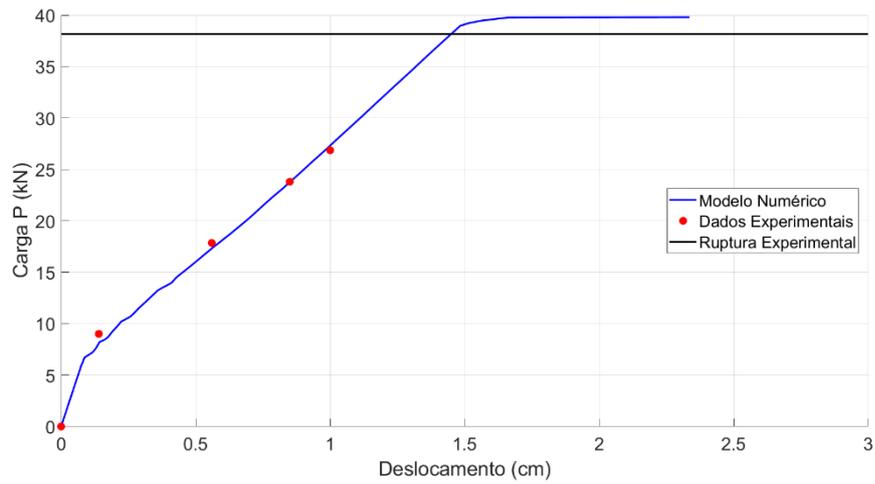


Figura 4.13: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-100-1.

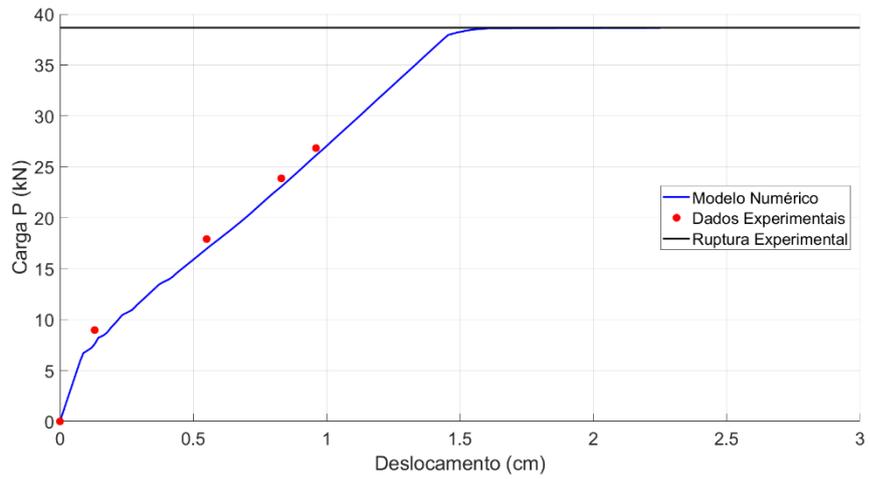


Figura 4.14: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-100-2.

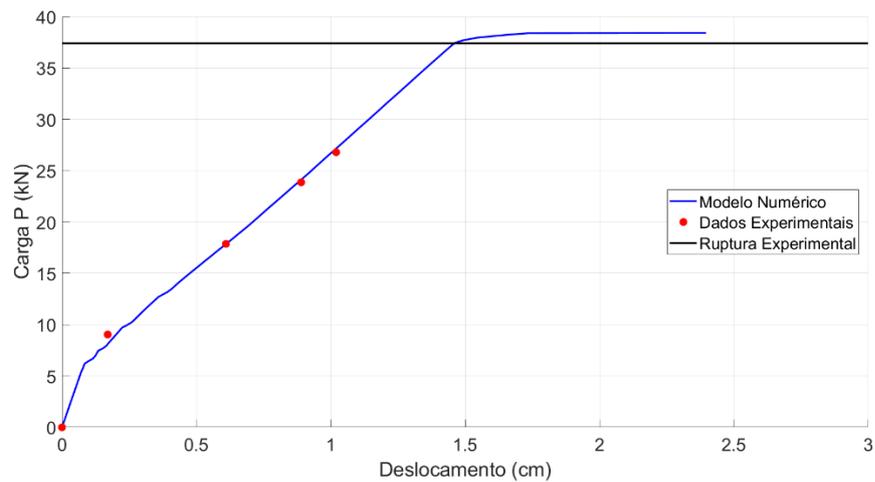


Figura 4.15: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-100-3.

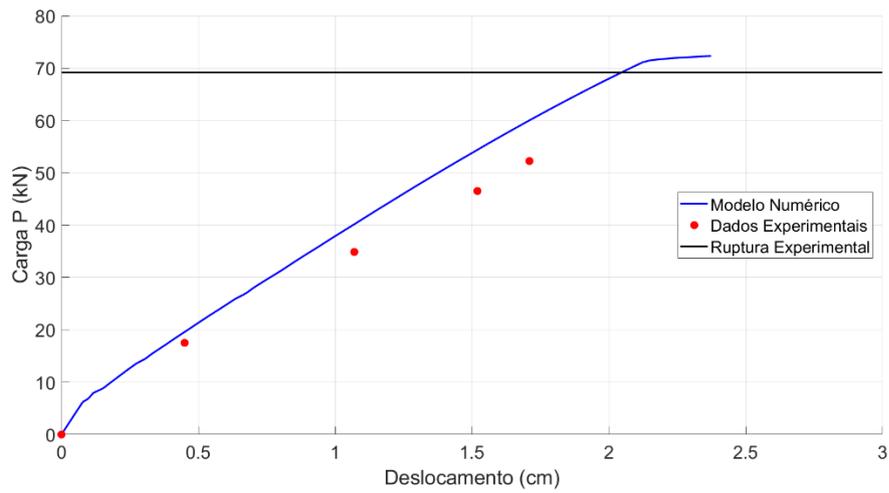


Figura 4.16: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-200-1.

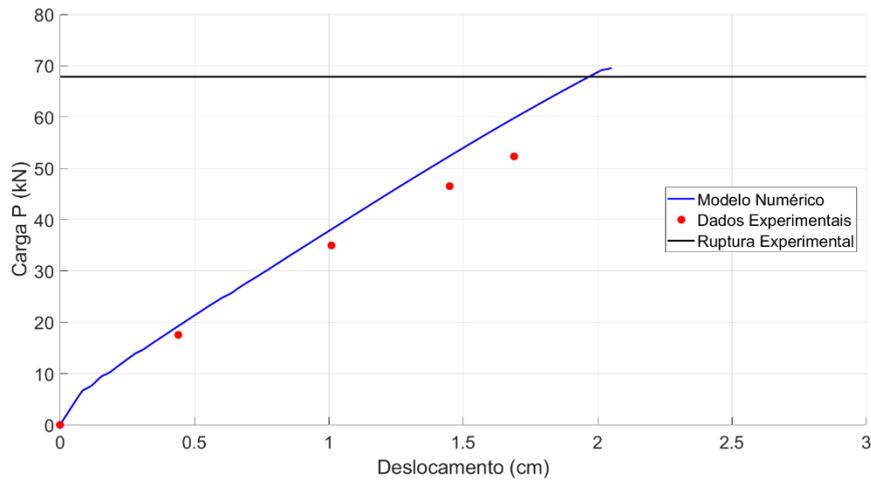


Figura 4.17: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-200-2.

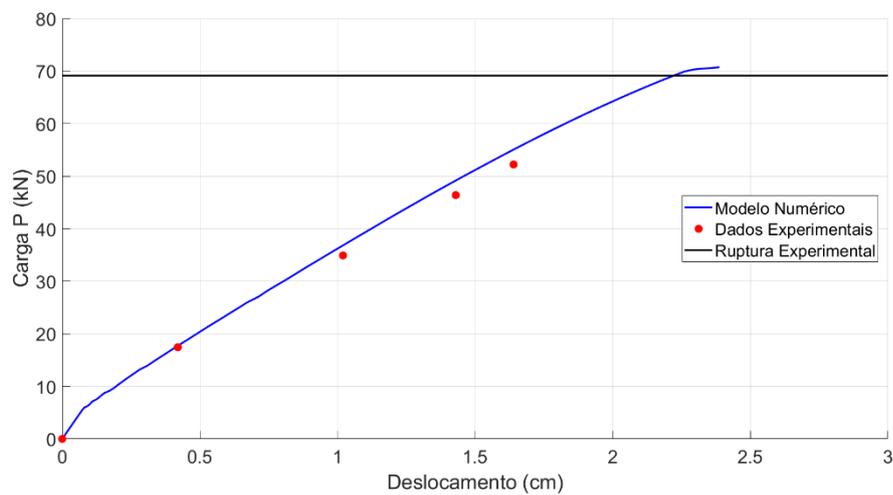


Figura 4.18: Gráfico carga-deslocamento da viga RC-200-3.

Na tabela 4.3 encontram-se os resultados de carga de ruptura obtidos empregando o modelo numérico adaptado para o presente trabalho (P.T.), bem como as cargas últimas encontradas por Real (2000) e Scherer (2018). Ainda, é realizada a comparação com os resultados obtidos experimentalmente, a partir da razão P_n/P_e (carga última numérica P.T./carga última experimental).

Tabela 4.3: Comparação entre as cargas de ruptura obtidas para os diferentes modelos.

Viga	Carga de ruptura [kN]				P _n /P _e
	Real (2000)	Scherer (2018)	P.T.	Experimental	
RC-075-1	37,13	35,93	35,37	35,85	0,99
RC-075-2	35,88	34,75	34,17	35,67	0,96
RC-075-3	36,88	35,72	35,17	35,67	0,99
RC-100-1	40,88	39,66	39,79	38,16	1,04
RC-100-2	40,13	38,81	38,63	38,67	1,00
RC-100-3	39,38	38,35	38,42	37,41	1,03
RC-200-1	69,75	71,68	72,53	69,16	1,05
RC-200-2	69,75	69,72	69,53	67,84	1,02
RC-200-3	66,75	70,88	70,73	69,16	1,02

Fonte: Autor, 2020.

Nota-se que a máxima variação entre as cargas obtidas numericamente e experimentalmente é de 5% e, conforme esperado, os resultados aqui obtidos assemelham-se aos encontrados por Scherer (2018), visto que as únicas diferenças empregadas encontram-se na discretização da seção transversal e na consideração do peso próprio da estrutura como um primeiro caso de carga para o autor citado. Assim, confirma-se que o modelo numérico é válido para a representação de elementos reticulados submetidos à flexão.

5 CONFIABILIDADE NA ANÁLISE ESTRUTURAL

De acordo com Paliga (2008), o conceito de segurança está associado à confiança qualitativa e quantitativa, na forma de coeficiente de segurança, de que a estrutura terá um desempenho satisfatório quando em uso. Esta definição corrobora com a de San Martins (2014), que entende a confiabilidade estrutural como o nível de segurança que um sistema estrutural alcança quando submetido a certas situações limites de desempenho durante sua vida útil.

Por muito tempo, a percepção de segurança baseava-se em observações e execuções de construções passadas, que se tornavam modelos para obras futuras. Ao passar do tempo, com a evolução das teorias envolvidas no comportamento dos materiais e melhor compreensão das leis da natureza, projetos de estruturas evoluíram e apresentam-se de forma mais racional hoje (NOWAK; COLLINS, 2000).

Em geral, os projetos de engenharia compreendem dimensionar elementos de tal modo que estes atendam a determinados critérios. Normalmente, estes cálculos são realizados com base em valores determinísticos para as propriedades dos materiais, geometria dos elementos, ações atuantes, entre outros fatores. Entretanto, sempre há variabilidade e incertezas quanto aos parâmetros de projeto e variáveis que descrevem o sistema estrutural. De acordo com Melchers (1987), estas incertezas podem ser classificadas da seguinte forma:

- a) incertezas físicas: presentes nas avaliações das dimensões dos elementos, valores das ações, propriedades dos materiais, entre outros;
- b) incertezas estatísticas: provenientes da extrapolação de parâmetros extraídos de populações finitas do modelo empregado;
- c) incertezas devido a fatores humanos: provenientes de ações humanas no comportamento estrutural;
- d) incertezas fenomenológicas: provenientes de eventos não previstos;
- e) incertezas de modelamento: são, de acordo com Halder e Mahadevan (2000), as incertezas relacionadas às formulações dos problemas em engenharia, os quais em geral carregam simplificações nas considerações de projeto e modelos de cálculo.

Assim, conforme apresenta Barbosa (2017), as teorias de confiabilidade têm por objetivo quantificar as incertezas presentes em uma análise e avaliar a probabilidade de um sistema estrutural atingir um determinado estado-limite, que pode ser o Estado-Limite de Serviço, referente à situação em que há prejuízo à utilização da estrutura ou o Estado-Limite Último, que corresponde à ruptura propriamente dita do elemento estrutural.

Atualmente, as normas usuais de projeto de estruturas, tal como a NBR 6118 (ABNT, 2014), utilizam como critério de segurança o método dos estados limites, ou método semi-probabilístico, onde coeficientes são utilizados para majorar solicitações e/ou minorar a resistência dos materiais. Assim, uma abordagem em confiabilidade permite avaliar o nível de segurança atingido por elementos projetados de acordo com estas normas (SCHERER, 2018).

5.1 FUNDAMENTOS DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A principal finalidade de uma análise de confiabilidade em engenharia é, segundo Ang e Tang (1984), garantir que a capacidade resistente (R) seja superior aos esforços solicitantes (S) durante a vida útil da estrutura, dentro das condições de funcionamento especificadas. Contudo, tanto a resistência quanto as solicitações são funções de variáveis aleatórias, então esta análise só pode ser tratada em termos probabilísticos, como $P(R > S)$, ou seja, a probabilidade de esforços resistentes serem superiores aos atuantes. Tal condição indica a confiabilidade do sistema, enquanto seu evento complementar $P(R < S)$ representa a probabilidade de falha da estrutura (BARBOSA, 2017).

Assim, determinar uma função que contemple as variáveis aleatórias envolvidas no problema e caracterize o desempenho do modelo estrutural, geralmente expressando uma relação entre capacidade e demanda, torna-se um aspecto primordial para proceder à análise de confiabilidade. Esta função, denominada função performance ou estado limite, pode ser expressa por (5.1), segundo Haldar e Mahadevan (2000):

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (5.1)$$

Sendo:

$g(\mathbf{X})$: função performance do problema;

\mathbf{X} : vetor de variáveis aleatórias envolvidas.

Otimizando a expressão em termos de resistência e solicitação de um modelo estrutural, para análise frente ao estado-limite último, a função performance assume a forma dada em (5.2), que expressa a margem de segurança M , dada pela diferença entre a capacidade portante da estrutura e a solicitação a esta imposta.

$$M = g(R, S) = R - S \quad (5.2)$$

Tem-se uma região onde a estrutura é solicitada aquém da sua resistência $g(R, S) > 0$, bem como uma região de falha, dada por $g(R, S) < 0$. O limite entre a falha e a segurança corresponde à situação $g(R, S) = 0$, sendo denominado estado limite (NOWAK; COLLINS, 2000). A figura 5.1 apresenta, de forma simplificada, as possíveis regiões para a respectiva função performance.

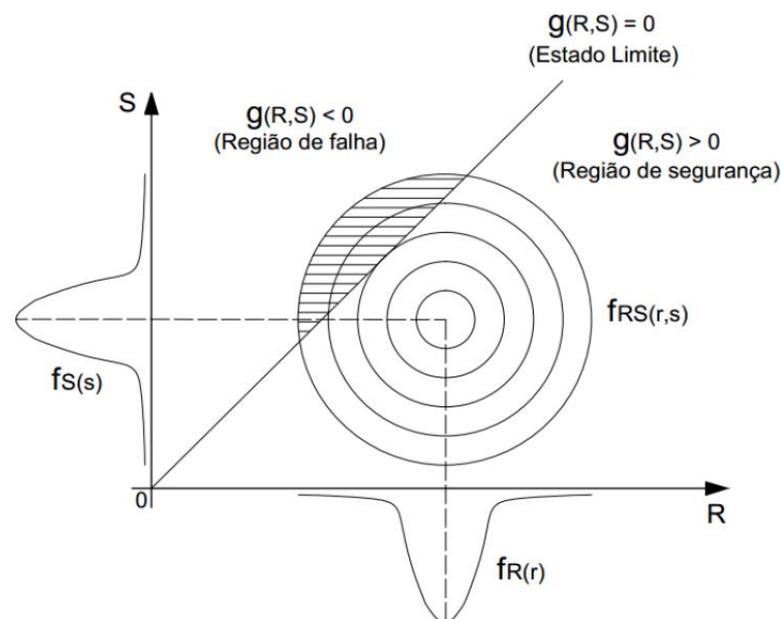


Figura 5.1: Domínios possíveis para a função estado limite (SCHERER, 2018).

Considerando R e S variáveis aleatórias contínuas e estatisticamente independentes, o valor esperado da margem de segurança μ_M é dado por (5.3). Sendo normais as distribuições de probabilidade f_R e f_S , conforme figura 5.2, a região de sobreposição representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha.

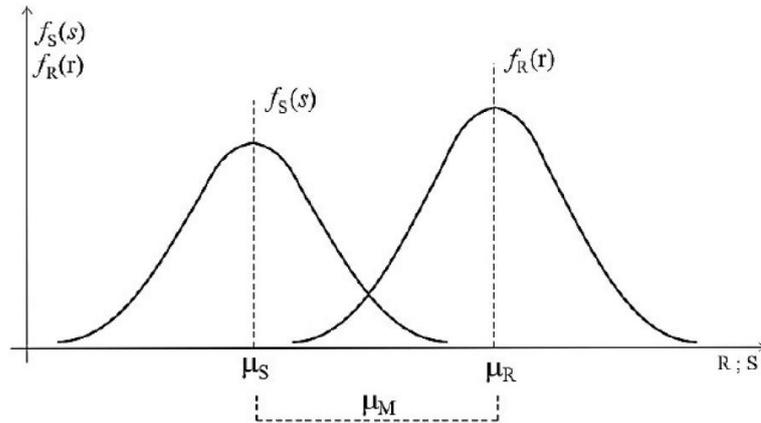


Figura 5.2: Função densidade de probabilidade dos esforços solicitantes e resistentes (ANG E TANG, 1984).

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (5.3)$$

O desvio padrão σ_M da margem de segurança, para R e S estatisticamente independentes, é obtido através da expressão (5.4).

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \mu_S^2} \quad (5.4)$$

Ainda, é possível definir uma variável aleatória padronizada, com distribuição normal, para a margem de segurança, com média zero e desvio padrão unitário, através da equação (5.5).

$$m = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (5.5)$$

A função de densidade de probabilidade f_M é apresentada na figura 5.3.

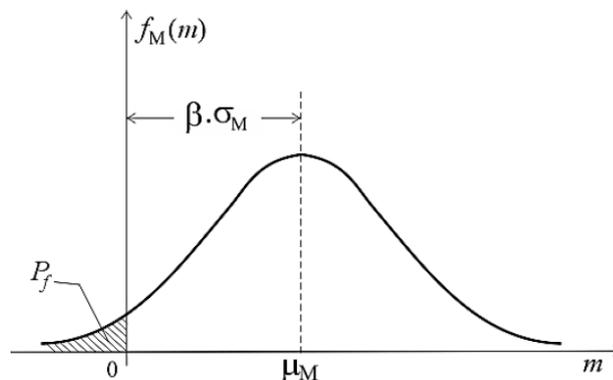


Figura 5.3: Função de densidade de probabilidade f_M (DAMAS, 2015).

A região de falha tem seu início quando a margem de segurança M tem valor nulo, ou seja, a variável padronizada m assume a forma dada por (5.6):

$$m = -\frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (5.6)$$

Com isso, é possível definir o índice de confiabilidade (β), que representa a distância da margem de segurança padronizada no início da região de falha ($M = 0$) e o valor médio de m ($\mu_M = 0$, portanto $m = 0$). Então, a partir da função de densidade de probabilidade f_M , tem-se que o índice de confiabilidade β é dado pela expressão (5.7):

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (5.7)$$

A probabilidade de falha p_f , dada uma margem de segurança com distribuição normal padronizada, é expressa a partir da equação (5.8).

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (5.8)$$

Onde Φ é a função de probabilidade acumulada da variável normal padrão m .

De acordo com o Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), o índice de confiabilidade alvo para uma estrutura deve ser escolhido levando em conta as possíveis consequências da falha da mesma, como perdas de vidas humanas, prejuízos econômicos e o grau de inconveniência social causado. Ainda, deve ser considerado o custo e esforço necessário para reduzir a probabilidade de falha. A tabela 5.1 apresenta os valores recomendados pelo código citado para o índice de confiabilidade, para um período de referência de 50 anos.

Tabela 5.1: Índices de confiabilidade alvo para um período de 50 anos.

Custo relativo da medida de segurança	Consequência da falha			
	Pequena	Reduzida	Moderada	Alta
Alto	0,0	1,5	2,3	3,1
Moderado	1,3	2,3	3,1	3,8
Baixo	2,3	3,1	3,8	4,3

Fonte: Adaptado de Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012)

A tabela 5.2 apresenta uma relação entre a probabilidade de falha da estrutura e o seu respectivo índice de confiabilidade.

Tabela 5.2: Relação entre probabilidade de falha da estrutura e índice de confiabilidade.

P_f	10%	1,0%	0,10%	0,01%	0,0001%
β	1,28	2,32	3,09	3,72	4,75

Fonte: Adaptado de Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012)

5.2 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE CONFIABILIDADE

Dentre os procedimentos empregados para obtenção do nível de confiabilidade de uma estrutura ou elemento, destacam-se os processos de simulação e os métodos de aproximação. Dentre os processos de simulação, um dos procedimentos mais utilizados é o Método de Monte Carlo. Já, no caso dos métodos de aproximação, destaca-se a utilização do Método de Confiabilidade de Primeira Ordem, mais conhecido pela sigla FORM (*First Order Reliability Method*).

Para esta etapa do trabalho será realizada uma abordagem geral e resumida dos métodos especificados.

5.2.1 Método de Monte Carlo

O Método de Monte Carlo é um processo de simulação que permite determinar a probabilidade de falha e a confiabilidade de um modelo estrutural. Para isso, devem ser conhecidas ou estimadas as variáveis aleatórias envolvidas no problema, bem como as distribuições de probabilidade destas. Trata-se de um processo repetitivo, onde cada simulação utiliza um conjunto de valores das variáveis, aleatoriamente gerados a partir da definição das distribuições de probabilidade. De acordo com San Martins (2014, p. 75), “a repetição do processo gera uma amostra de soluções, cada uma correspondendo a um conjunto diferente de valores das variáveis aleatórias”. Assim, tem-se que uma amostra da simulação de Monte Carlo é similar a uma amostra observada experimentalmente (PALIGA, 2008). O esquema adaptado por Real (2000) e apresentado na figura 5.4 mostra o funcionamento da aplicação do Método de Monte Carlo.

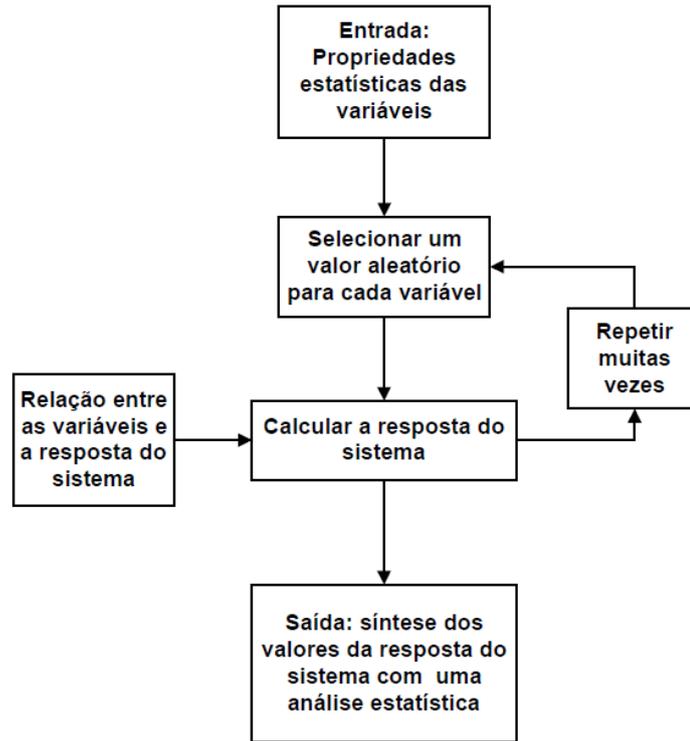


Figura 5.4: Esquema do funcionamento do Método de Monte Carlo (Adaptado de: REAL, 2000).

Dessa forma, conclui-se que os resultados obtidos são, na verdade, diversas previsões do comportamento do sistema.

Segundo Haldar e Mahadevan (2000), há duas formas de analisar a confiabilidade de um sistema a partir do Método de Monte Carlo. O primeiro consiste em obter a probabilidade de falha a partir da relação entre o número de resultados insatisfatórios da função performance N_f – por exemplo, $g(R, S) < 0$ – e o número total de simulações N . Essa relação pode ser expressa na forma da equação (5.9):

$$p_f = P[g(R, S) < 0] = \frac{N_f}{N} \quad (5.9)$$

Contudo, esse processo exige um grande número de simulações para que haja convergência dos resultados, tornando-se oneroso do ponto de vista computacional a obtenção direta do nível de confiabilidade para um determinado sistema.

Dessa forma, a segunda forma de aplicação do Método de Monte Carlo torna-se vantajosa, tal como realizado nos trabalhos de Real (2000), Paliga (2008), Silva (2017), Scherer (2018), entre outros autores. Nesta, um número suficiente de simulações é realizado até que haja

convergência dos momentos estatísticos dos parâmetros de resposta, que podem ser deslocamentos nodais, carga de ruptura, deformações, etc. Após, métodos estatísticos são empregados para ajustar os dados obtidos a uma dada distribuição de probabilidade teórica e, por fim, determinar o valor esperado (média), desvio padrão, coeficiente de variação e outras características estatísticas para estes dados. Então, conclui-se que a segunda forma de aplicação do Método de Monte Carlo consiste em utilizá-lo como uma ferramenta para construção da função performance.

Essa técnica foi adotada por Scherer (2018) utilizando a ferramenta de análise probabilística do ANSYS denominada PDS (*Probabilistic Design System*). Com a utilização da ferramenta, o sistema gera automaticamente um conjunto de valores aleatórios para as variáveis envolvidas no processo, conforme dados estatísticos fornecidos pelo usuário. Cada simulação, solucionada pelo método dos elementos finitos, gera uma resposta de maneira determinística. Este processo, conforme salienta Barbosa (2017), é repetido de maneira automática pelo *software* pelo número de vezes que for informado na construção da análise. Após, as respostas obtidas são tratadas estatisticamente para determinação dos parâmetros estatísticos, de acordo com a segunda forma de aplicação do Método de Monte Carlo anteriormente apresentado.

5.2.2 Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM)

Quando as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias são conhecidas, o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem pode ser aplicado para avaliação da confiabilidade e probabilidade de falha de um sistema.

O princípio básico do FORM consiste em transformar as variáveis aleatórias de um grupo $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ com distribuições quaisquer de probabilidade, correlacionadas ou não entre si, em um grupo de variáveis aleatórias estatisticamente independentes, normais equivalentes padronizadas (média zero e desvio padrão unitário), $\mathbf{U} = (U_1, U_2, \dots, U_n)$.

O índice de confiabilidade β , então, corresponderá à menor distância entre a superfície de falha no espaço normal padronizado $g(\mathbf{U}) = 0$, e a origem deste sistema, conforme sintetizado pela figura 5.5.

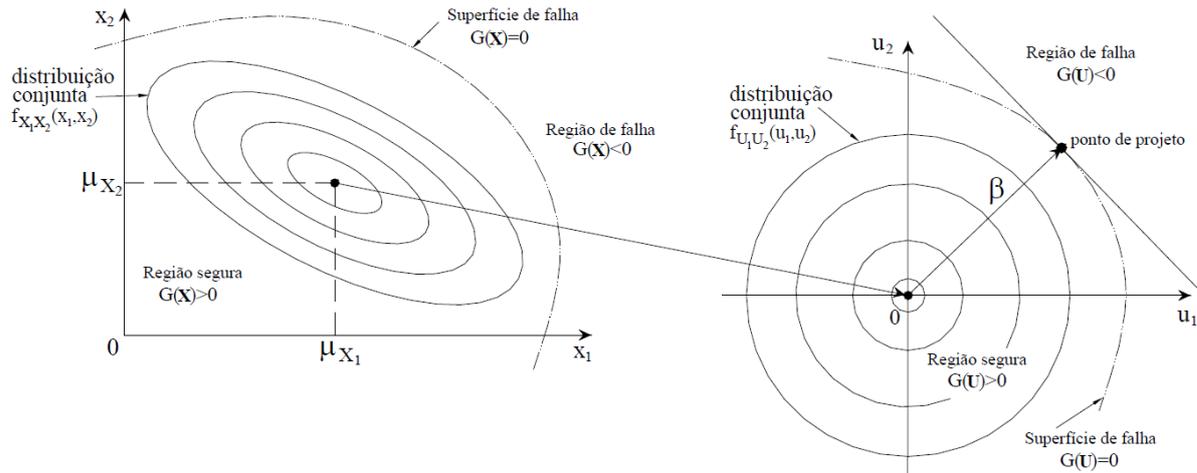


Figura 5.5: Transformação do espaço original para o espaço reduzido (PALIGA, 2008).

Sendo a distância entre a origem e um ponto no sistema padronizado das variáveis aleatórias dada por $D = \sqrt{\mathbf{U}^T \mathbf{U}}$, a determinação do índice de confiabilidade consiste em minimizar a distância D obedecendo à restrição da superfície de falha $g(\mathbf{X}) = 0$.

O coeficiente β , após algumas aplicações numéricas, pode ser representado por (5.10):

$$\beta = \frac{-G^* T \mathbf{u}^*}{(G^* T G^*)^{1/2}} \quad (5.10)$$

Onde G é o vetor gradiente e G^* é o vetor gradiente no ponto mais provável de falha (ou ponto de projeto \mathbf{u}^*). Como o ponto de projeto não é conhecido inicialmente, o valor do índice β é obtido por aproximações sucessivas por meio de método iterativo. O cosseno diretor α_i para cada variável envolvida, cuja função é indicar a influência do parâmetro no nível de confiabilidade obtido, é representado pela expressão (5.11):

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial U_i}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial U_i}\right)^{2*}}} \quad (5.11)$$

Uma vez determinado o vetor de pontos de projeto do espaço padronizado \mathbf{u}^* , o índice de confiabilidade pode ser obtido através da expressão (5.12), correspondente à distância mínima entre o ponto de projeto e a origem do sistema normal reduzido.

$$\beta = \sqrt{\mathbf{u}^* \mathbf{T} \mathbf{u}^*} \quad (5.12)$$

Uma formulação mais detalhada para obtenção do índice de confiabilidade e os cossenos diretores das variáveis pode ser encontrada nos trabalhos de San Martins (2014) e Scherer (2018).

5.3 MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Por muitas vezes, a análise estrutural e o estudo de confiabilidade são realizados por intermédio de procedimentos numéricos, tal como o método dos elementos finitos. Como consequência, não se dispõe de uma função estado limite $g(\mathbf{X})$ explícita, sendo a mesma função implícita dos resultados obtidos via simulação numérica (SCHERER, 2018).

O Método da Superfície de Resposta busca, portanto, substituir essa função estado limite implícita por uma função polinomial aproximadora, cujo objetivo é representar a influência das variáveis aleatórias de entrada (propriedades mecânicas dos materiais e geometria do elemento, por exemplo) em uma dada variável de saída (carga de ruptura, deformações, deslocamentos nodais, entre outros).

De acordo com Gomes (2001), esse processo tem por objetivo diminuir o custo computacional envolvido nas operações sobre a função estado limite implícita. Por exemplo, são necessárias reduzidas simulações de Monte Carlo para construção da função polinomial, cujos coeficientes podem ser obtidos através de técnicas de regressão. Dessa forma, pode-se abdicar do emprego direto do método dos elementos finitos que, por sua vez, exige maior esforço computacional (BECK, 1999).

De forma genérica, uma superfície de resposta pode ser representada por (5.13) (ANSYS, 2013):

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i X_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} X_i X_j \quad (5.13)$$

Sendo:

y : superfície de resposta genérica;

a_0, a_i, a_{ij} : coeficientes ajustados via regressão de dados;

x_i, x_j : variáveis aleatórias genéricas.

Para o presente estudo, a vantagem de trabalhar-se com o Método da Superfície de Resposta encontra-se no fato da possibilidade de aplicação do processo via ferramenta *PDS* do *software* ANSYS. Por fim, conforme apresenta Gomes (2001), sobre a Superfície de Resposta pode-se aplicar outros métodos existentes de avaliação da confiabilidade estrutural, tal como o FORM.

6 METODOLOGIA: CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

O presente capítulo visa apresentar a metodologia desenvolvida para comparação do nível de confiabilidade obtido para vigas de concreto armado – através da obtenção do índice de confiabilidade β – projetadas de acordo com as diretrizes estipuladas pela norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) e americana ACI 318 (ACI, 2019).

6.1 CARACTERIZAÇÃO DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Scherer (2018) estabeleceu os índices de confiabilidade β para o modelo de viga genérica representada pela figura 6.1, considerando os critérios de dimensionamento da NBR 6118 (ABNT, 2014). Com vão fixo de 500 cm e largura fixa $b = 20$ cm, a estrutura bi-apoiada é submetida a um carregamento distribuído característico que possui parcelas permanentes e acidentais variadas.

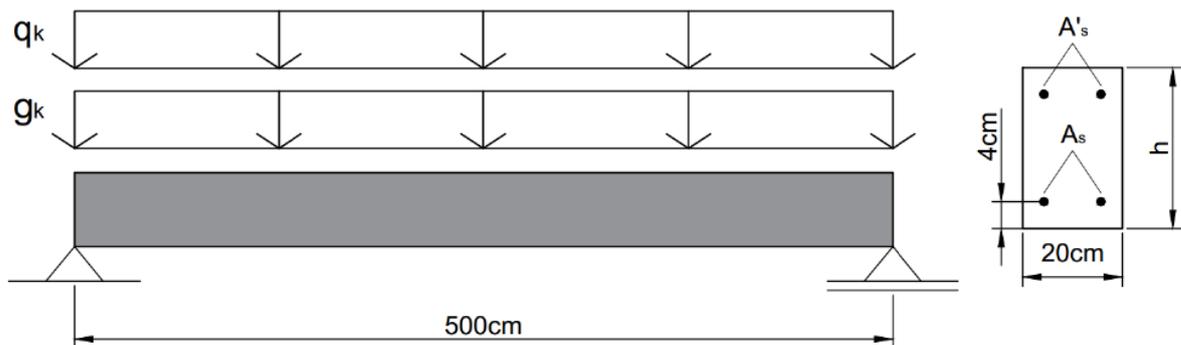


Figura 6.1: Caracterização do primeiro conjunto de vigas de concreto armado (SCHERER, 2018, p. 97).

Para obter os índices de confiabilidade relativos ao dimensionamento via ACI 318 (ACI, 2019), o mesmo modelo é utilizado e, tal como o procedimento adotado por Scherer (2018), é realizada a variação de quatro parâmetros determinísticos estabelecidos em projeto: a resistência à compressão do concreto (f'_c para a norma americana), a altura da viga (h), a razão de carregamento (r) dada pela divisão entre a parcela acidental do carregamento e permanente (q_k/g_k para a NBR 6118 (ABNT, 2014) e L/D para a norma ACI 318 (ACI, 2019))

e, por fim, o parâmetro p_k , sendo a soma do carregamento distribuído, sem aplicação dos respectivos coeficientes de segurança adotados em cada norma.

Dessa forma, foram atribuídos três valores distintos para cada parâmetro variável, chegando-se a um total de 81 combinações de vigas de concreto armado por norma, assim sendo possível realizar um estudo sobre a influência de cada parâmetro sobre o índice de confiabilidade β , bem como comparar o nível de confiabilidade obtido entre normas.

Um segundo conjunto de vigas, desenvolvido para o presente trabalho e identificado na figura 6.2, também é analisado para o estudo comparativo dos índices de confiabilidade β . Da mesma forma, são variados os quatro parâmetros determinísticos estipulados anteriormente e, neste caso, para a resistência à compressão do concreto são atribuídos quatro valores distintos, totalizando 108 combinações de vigas por norma.

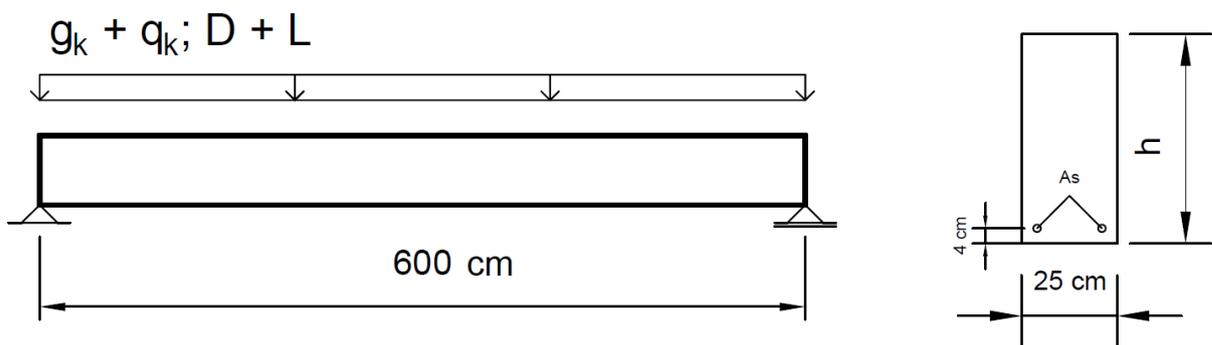


Figura 6.2: Caracterização do segundo conjunto de vigas de concreto armado. (Elaborado pelo autor, 2020)

A tabela 6.1 apresenta os parâmetros fixos e variáveis adotados para os dois conjuntos de vigas de concreto armado estudados. Os itens entre 6.1.1 e 6.1.4 detalham a escolha dos parâmetros variáveis.

Tabela 6.1: Parâmetros fixos e variáveis para as vigas de concreto armado.

Vigas e parâmetros	Viga 1	Viga 2	
Par. Fixos	b [cm]	20	25
	L [cm]	500	600
	d' [cm]	4	4
Par. Variáveis		25	40
	f_{ck} [MPa]	35	50
		45	60
		-	70
	h [cm]	40	45
		50	55
		60	65
	r	0,50	
		1,00	
		2,00	
p_k [kN/m]	15	25	
	20	30	
	25	35	

Fonte: Autor (2020)

Para o segundo conjunto de vigas de concreto armado, estudos adicionais foram realizados. O primeiro diz respeito ao efeito dos coeficientes de ponderação para combinações de ações no estado limite-último. Neste, as vigas de concreto armado serão redimensionadas com fatores “invertidos”, isto é, no procedimento de dimensionamento para a NBR 6118 (ABNT, 2014) serão utilizados os fatores de majoração das cargas atuantes conforme o código americano, e vice-versa. Dessa forma, procura-se visualizar o comportamento do índice de confiabilidade quando ocorre essa mudança dos coeficientes de segurança utilizados e, assim, prover uma discussão acerca do assunto.

Adicionalmente, para o conjunto de vigas 2, foi realizado um estudo sobre a variabilidade dos índices de confiabilidade considerando as características diferentes das variáveis aleatórias (presentes no item 6.2). Para tanto, foram analisadas as características adotadas por Scherer (2018) e Santos, Stucchi e Beck (2014), sendo estas apresentadas no item 6.2.10.

6.1.1 Resistência à compressão

Para obtenção dos índices de confiabilidade do primeiro conjunto de vigas de concreto armado, Scherer (2018) estabeleceu três valores de resistência característica à compressão (f_{ck}) pertencentes ao Grupo I das classes de resistência à compressão do concreto, sendo os valores de 25, 35 e 45 MPa.

O segundo conjunto de vigas, com o objetivo de abranger valores pertencentes ao Grupo II das classes de resistência à compressão do concreto e verificar o comportamento do índice de confiabilidade nestas classes de concreto, tem suas resistências características à compressão do concreto variadas entre 40, 50, 60 e 70 MPa.

O f_{ck} , conforme controle estatístico do concreto por amostragem parcial e lotes representados por amostra com número de exemplares $n \geq 20$, diz respeito ao valor da resistência à compressão abaixo da qual só existe a probabilidade de existência de 5% de valores inferiores a este valor, conforme definições da NBR 12655 (ABNT, 2015) e de Souza e Bittencourt (2003).

No entanto, o controle estatístico realizado pela ACI 318 (ACI, 2019) é realizado de forma distinta, conforme apresentado no item 2.5 do presente trabalho. Dessa forma, para que seja realizada a comparação entre o “mesmo” concreto, a compatibilização para a norma americana se dará pela resistência média à compressão do concreto.

Para a normatização no Brasil, a NBR 12655 (ABNT, 2015) estabelece que a resistência média à compressão do concreto (f_{cm}) se dá por (Equação (6.1)):

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,645 \cdot s \quad (6.1)$$

Sendo s o desvio padrão dado pela equação (6.2), com coeficiente de variação V_{fc} adotado de 0,10.

$$s = V_{fc} \mu_{fc} \quad (6.2)$$

Sendo μ_{fc} a resistência média à compressão do concreto, dada uma distribuição normal de probabilidade para a resistência do concreto.

Estabelecendo que $f_{cm} = \mu_{fc}$, tem-se, portanto (Equação (6.3)):

$$f_{cm} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,645V_{fc}} \quad (6.3)$$

Compatibilizando a resistência à compressão do concreto f_c' para a norma ACI 318 (ACI, 2019), conforme diretrizes estabelecidas no capítulo 2, tem-se as relações apresentadas nas tabelas 6.2 e 6.3, cujos valores de f_c' foram utilizados para dimensionamento das vigas de concreto armado de acordo com a norma americana.

Tabela 6.2: Compatibilização das resistências à compressão do concreto (conjunto 1).

f_{ck} [MPa]	f_{cm} [MPa]	f'_c [MPa]
25	29,92	25,91
35	41,89	35,70
45	53,86	45,90

Fonte: Autor (2020)

Tabela 6.3: Compatibilização das resistências à compressão do concreto (conjunto 2).

f_{ck} [MPa]	f_{cm} [MPa]	f'_c [MPa]
40	47,88	41,46
50	59,84	51,83
60	71,81	62,19
70	83,78	72,56

Fonte: Autor (2020)

6.1.2 Altura da seção transversal (h)

A variação da altura (h) do primeiro conjunto de vigas acompanha àquela estabelecida por Scherer (2018). As vigas de concreto armado foram dimensionadas com alturas de 40, 50 e 60 cm, sendo estes valores usuais de projeto. O segundo conjunto de vigas de concreto armado tem sua altura (h) variada entre 45, 55 e 65 cm.

6.1.3 Razão de carregamento (r)

Foram consideradas razões de carregamento (r) com valores de 0,50, 1,00 e 2,00 para ambos os conjuntos. Dessa forma, três situações são atendidas, considerando que r é dado por q_k/g_k ou L/D , de acordo com a notação de cada norma.

- $r = 0,50$: carregamento permanente é preponderante em relação à carga acidental;
- $r = 1,00$: carga distribuída é composta por carregamentos permanentes e acidentais característicos de igual proporção;
- $r = 2,00$: carregamento acidental é predominante em face à ação permanente.

A principal diferença entre as normas, em termos de dimensionamento, se dá na questão das combinações de ações, onde se têm coeficientes de majoração das ações distintos para cargas permanentes (g_k ou D) e acidentais (q_k ou L), conforme apresentado no capítulo 2.

6.1.4 Carregamento total característico (p_k)

Dado pela soma das parcelas permanentes e acidentais do carregamento, três valores são atribuídos para a parcela total do carregamento distribuído característico: 15, 20 e 25 kN/m para o primeiro conjunto de vigas e 25, 30 e 35 kN/m para o segundo.

6.1.5 Identificação das vigas

As vigas seguem identificação de acordo com seus parâmetros: $V-f_{ck}-h-r-p_k$. Para os resultados obtidos para as vigas dimensionadas pela norma americana, a mesma nomenclatura será mantida, mesmo que haja a compatibilização da resistência à compressão. Dessa forma, um elemento dimensionado pela NBR 6118 (ABNT, 2014) com $f_{ck} = 25$ MPa, é dimensionado pela ACI 318 (ACI, 2019) com $f_c' = 25,91$ MPa, mas permanece com identificação $V-25-h-r-p_k$.

6.2 CARACTERIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Em um processo de análise probabilística, é preciso caracterizar as variáveis aleatórias envolvidas no problema. Na prática, são incontáveis os parâmetros que afetam o comportamento de uma estrutura real e, por isso, é necessário definir as variáveis fundamentais para o problema a ser estudado, como no caso do estado-limite último de flexão. A estimativa adequada destas variáveis e de seus parâmetros estatísticos resultam em modelos numéricos mais precisos.

Para o presente trabalho, no estudo de confiabilidade para vigas dimensionadas pela norma americana, mantém-se as variáveis aleatórias (VA's) consideradas por Scherer (2018). A tabela 6.4 apresenta resumidamente as características das variáveis aleatórias adotadas (distribuição de probabilidade, média e desvio-padrão), que são brevemente detalhadas nos itens subsequentes. Em geral, tais características acompanham as diretrizes do JCSS (2001). As variáveis aleatórias adotadas englobam propriedades mecânicas dos materiais e geométricas do modelo, carregamentos atuantes e, por fim, incertezas do modelamento da resistência e solicitação.

Tabela 6.4: Caracterização das variáveis aleatórias.

Variável	Distribuição	Média	Desvio-padrão
f_c	Normal	Conforme item 6.2.1	$\sigma_{f_c} = 0,10\mu_{f_c}$
f_y	Normal	$\mu_{f_y} = \frac{f_y}{1 - 1,645V_{f_y}}$	$\sigma_{f_y} = 0,05\mu_{f_y}$
h	Normal	h	0,50
d'	Normal	d'	$\sigma_{d'} = 0,125\mu_{d'}$
g ou D	Normal	1,05g	$\sigma_g = 0,10\mu_g$
q ou L	Gumbel	$\mu_q = \frac{q}{1 + 0,35V_q}$	$\sigma_q = 0,25\mu_q$
θ_R	LogNormal	1,00	0,05
θ_S	LogNormal	1,00	0,05

Fonte: Autor (2020)

6.2.1 Resistência à compressão do concreto (f_c)

É considerada uma distribuição normal de probabilidade para geração aleatória da resistência à compressão do concreto, conforme sugerem Agrawal e Bhattacharya (2010) e Gomes (2001).

Além disso, como visto anteriormente, a NBR 12655 (ABNT, 2015) sustenta a seguinte formulação para avaliar o valor médio da resistência à compressão, dada pela equação (6.4):

$$\mu_{f_c} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,645V_{f_c}} \quad (6.4)$$

Onde f_{ck} é o valor característico correspondente a um quantil de 5%, no sentido desfavorável, da distribuição normal da resistência à compressão do concreto e V_{fc} o coeficiente de variação.

Dessa forma, não seria adequado adotar a mesma equação para o cálculo do valor médio da resistência à compressão do concreto para a análise de confiabilidade relativa ao código americano. Por isso, dado o controle estatístico para o material apresentado no capítulo 2, a equação (6.5) é utilizada para representar o valor médio da resistência do concreto com $f_c' = 25,91$ MPa e a expressão (6.6) para as demais classes utilizadas no presente trabalho.

$$\mu_{f_c} = \frac{f_c'}{1 - 1,34V_{f_c}} \quad (6.5)$$

$$\mu_{f_c} = \frac{0,9f_c'}{1 - 2,33V_{f_c}} \quad (6.6)$$

De tal forma que os valores médios para ambas as normas sejam equivalentes e, portanto, seja possível comparar concretos com o mesmo comportamento, conforme apresentado na tabela 6.5.

Tabela 6.5: Cálculo do valor médio da resistência à compressão do concreto.

NBR 6118:2014		ACI 318-19	
f_{ck} [MPa]	$\mu_{f_c} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,645V_{f_c}}$	f_c' [MPa]	μ_{f_c}
25	29,92	25,91	$\mu_{f_c} = \frac{f_c'}{1 - 1,34V_{f_c}} = 29,92$
35	41,89	35,70	$\mu_{f_c} = \frac{0,9f_c'}{1 - 2,33V_{f_c}} = 41,89$
45	53,86	45,90	$\mu_{f_c} = \frac{0,9f_c'}{1 - 2,33V_{f_c}} = 53,86$

Fonte: Autor (2020)

O desvio padrão (σ_{f_c}) é determinado a partir da equação (6.7):

$$\sigma_{f_c} = \mu_{f_c} V_{f_c} \quad (6.7)$$

De acordo com Barbosa (2017), o valor do coeficiente de variação V_{f_c} está diretamente ligado ao controle de qualidade na confecção do concreto. Dessa forma, admite-se um mesmo controle de qualidade para comparação entre normas. Sendo assim, adota-se $V_{f_c} = 0,10$, tal como Scherer (2018).

6.2.2 Tensão de escoamento da armadura (f_y)

Tal como propuseram Santos, Stucchi e Beck (2014), a tensão de escoamento do aço passivo é representada por uma distribuição normal. A média é expressa pela equação (6.8), também utilizada por Real (2000). Para o presente trabalho, considera-se f_y , dado relativo ao dimensionamento para vigas pela ACI 318 (ACI, 2019), como sendo o mesmo valor de f_{yk} . Cabe salientar que este valor atende aos requisitos da norma americana e, portanto, é válido também para a análise probabilística.

$$\mu_{f_y} = \frac{f_y}{1 - 1,645V_{f_y}} \quad (6.8)$$

Adotou-se o coeficiente de variação $V_{f_y} = 0,05$, assim como Barbosa (2017). O aço apresenta um processo de fabricação com maior controle e, por isso, este parâmetro apresenta menor variabilidade, justificando o valor adotado. O desvio padrão para a tensão de escoamento do aço é dado por (6.9):

$$\sigma_{f_y} = \mu_{f_y} V_{f_y} \quad (6.9)$$

6.2.3 Altura da seção transversal (h)

A altura transversal da seção, variável aleatória relacionada a geometria do elemento, é representada por uma distribuição normal com média igual ao seu valor nominal, tal como realizaram Biondini *et al.* (2004) e Santos, Stucchi e Beck (2014). O desvio padrão μ_h é tomado como 0,50 cm, de acordo com o estudo de Scherer (2018).

6.2.4 Distância da armadura tracionada à borda inferior da seção (d')

A distância da armadura tracionada à borda inferior da seção é representada por uma distribuição normal de probabilidade. O valor médio, assim como no caso da altura da seção, é adotado como o valor nominal para a distância d' . Sendo assim, tem-se (6.10):

$$\mu_{d'} = d' \quad (6.10)$$

O coeficiente de variação $V_{d'}$ é assumido como 0,125 e o desvio padrão é dado pela expressão (6.11), assim como apresentado por Scherer (2018).

$$\sigma_{d'} = \mu_{d'} V_{d'} \quad (6.11)$$

6.2.5 Parcela permanente do carregamento

Entende-se como ações permanentes aquelas que possuem pouca variação ao longo da vida útil da estrutura. Assim como Galambos *et al.* (1982) e Coelho (2011), toma-se uma distribuição normal de probabilidade para representação do carregamento permanente, cujo valor médio é expresso pela equação (6.12).

$$\mu_g = 1,05g_k = \mu_D = 1,05D \quad (6.12)$$

Onde os índices g_k e D referem-se às normas brasileira e americana, respectivamente. Para ambos os casos, o coeficiente de variação é tomado como $V_g = V_D = 0,10$, com desvio padrão dado por (6.13), considerando o valor característico da carga permanente referente ao código americano.

$$\sigma_D = \mu_D V_D \quad (6.13)$$

6.2.6 Parcela acidental do carregamento

Considerando, para ambas as normas, que os valores característicos das ações variáveis correspondem a valores que possuem de 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados, no sentido desfavorável, durante um período de 50 anos, tal como preconiza a NBR 8681 (ABNT, 2003), toma-se a equação (6.14) para expressar o valor médio da parcela acidental L (*Live load*) do carregamento. Adota-se, para este caso, uma distribuição de valores extremos do Tipo I (Gumbel), conforme Galambos *et al.* (1982) e Silva (2017), com coeficiente de variação $V_q = V_L = 0,25$. Dessa forma, admite-se uma probabilidade de 30% para que o valor característico seja ultrapassado, conforme salienta Silva (2017).

$$\mu_q = \frac{q}{1 + 0,35V_q} \quad (6.14)$$

Por fim, o desvio padrão é representado por (6.15):

$$\sigma_q = 0,25\mu_q \quad (6.15)$$

6.2.7 Parâmetros de incerteza do modelo resistente e solicitante (θ_R e θ_S)

Gomes (2001) e Santos, Stucchi e Beck (2014) apresentam variáveis aleatórias associadas ao erro e incertezas de modelagem. Essas variáveis procuram representar a relação entre resultados obtidos por modelos numéricos, que implicam em adotar certas simplificações, e resultados experimentais, de acordo com Gomes (2001). Para representação destas variáveis aleatórias foi utilizada uma distribuição do tipo LogNormal, com média unitária ($\mu_{\theta_R} = \mu_{\theta_S} = 1,00$) e desvio padrão $\sigma_{\theta_R} = \sigma_{\theta_S} = 0,05$.

6.2.8 Características das variáveis aleatórias de Santos, Stucchi e Beck (2014)

A caracterização completa das variáveis aleatórias empregada no estudo de Santos, Stucchi e Beck (2014), conforme tabela 6.6, foi utilizada no presente trabalho de forma a comparar com os resultados obtidos do segundo conjunto de vigas a partir das características das VA's adotadas por Scherer (2018) e apresentadas nos itens anteriores deste capítulo.

Tabela 6.6: Caracterização das variáveis aleatórias por Santos, Stucchi e Beck (2014).

Variável	Distribuição	Média	Desvio-padrão
f_c	Normal	$1,17f_{ck}$	$\sigma_{f_c} = 0,10\mu_{f_c}$
f_y	Normal	$1,08f_{yk}$	$\sigma_{f_y} = 0,05\mu_{f_y}$
h	Normal	h	2,25 cm
d'	LogNormal	d'	1,10 cm
g ou D	Normal	g	$\sigma_g = 0,10\mu_g$
q ou L	Gumbel	$0,93q$	$\sigma_q = 0,20\mu_q$
θ_R	LogNormal	1,00	0,05
θ_S	LogNormal	1,00	0,05

Fonte: Adaptado de Santos, Stucchi e Beck (2014)

6.3 FUNÇÃO PERFORMANCE

De forma simplificada, a função performance $g(\mathbf{X})$ para o modelo estrutural em estudo, que caracteriza o desempenho em relação ao estado-limite último pode ser dado pela expressão (6.16).

$$g(\mathbf{X}) = R - S \quad (6.16)$$

Onde R e S representam a capacidade resistente da estrutura e a solicitação imposta a mesma, respectivamente.

Combinando as variáveis aleatórias adotadas para o presente estudo, conjuntamente ao comportamento estatístico destas, apresentados ao longo deste capítulo, a função que

representa a margem de segurança das vigas de concreto armado em relação ao estado-limite último pode ser expressa por (6.17).

$$g(\mathbf{X}) = \Theta_R \mathbf{R} - \Theta_S (D + L) \quad (6.17)$$

Sendo:

\mathbf{R} – Função que representa a resistência do modelo;

D e L – VA's correspondentes às cargas permanentes e variáveis, de acordo com a nomenclatura dada pela ACI 318 (ACI, 2019);

Θ_R e Θ_S – VA's relacionadas às incertezas do modelamento, conforme item 6.2.9.

Para determinação da função \mathbf{R} e, conseqüentemente, para construção da função performance, será utilizada a metodologia apresentada no item 6.4. A partir da função $g(\mathbf{X})$, enfim, são determinados os índices de confiabilidade β através do método FORM.

6.4 METODOLOGIA: MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

A metodologia adotada no presente trabalho, para obtenção das funções \mathbf{R} presentes nas funções performance, é análoga ao procedimento da “Metodologia 3” apresentado por Scherer (2018). Nesta, emprega-se o Método da Superfície de Resposta para estimar a função polinomial aproximadora que representa a influência das variáveis aleatórias de entrada em uma determinada variável aleatória de saída \mathbf{R} que, neste trabalho, se dá na forma da carga distribuída resistente dos modelos.

Foram consideradas, aqui, quatro variáveis aleatórias de entrada para o modelo resistente, cuja simulação numérica para obtenção de \mathbf{R} é realizada no *software* ANSYS pela ferramenta PDS: a resistência à compressão do concreto (f_c), a tensão de escoamento da armadura (f_y), a altura da seção transversal (h) e a distância entre a armadura tracionada e a borda inferior da peça (d'). As demais propriedades mecânicas do concreto são obtidas a partir das relações constitutivas apresentadas no capítulo 4, acompanhando prescrições do Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012).

Dessa forma, são necessárias 25 simulações de Monte Carlo para estimar o polinômio quadrático que representa a função \mathbf{R} , de tal forma que a função performance será

caracterizada pelas variáveis relacionadas à resistência (f_c, f_y, h e d'), às solicitações (D e L) e às incertezas do modelamento. Assim, tem-se (Equação (6.18)):

$$g(\mathbf{X}) = \Theta_R \mathbf{R}_{(f_c, f_y, h, d')} - \Theta_S (D + L) \quad (6.18)$$

Após, é aplicado o método de aproximação FORM sobre a função performance para obtenção do índice de confiabilidade β .

A metodologia é aplicada para todos os conjuntos de vigas do presente trabalho, sendo estes:

- a) Revisão dos resultados das 81 vigas desenvolvidas por Scherer (2018), para obtenção dos índices de confiabilidade das vigas dimensionadas de acordo com a norma NBR 6118 (ABNT, 2014);
- b) 81 vigas de Scherer (2018) dimensionadas conforme o código ACI 318 (ACI, 2019);
- c) 216 vigas referentes ao segundo conjunto, desenvolvido para o presente estudo, englobando o dimensionamento para ambas as normas;
- d) 162 vigas para o estudo quanto ao efeito dos coeficientes de ponderação das ações atuantes;
- e) 162 vigas para estudo comparativo utilizando a caracterização das variáveis aleatórias feita por Santos, Stucchi e Beck (2014).

Cabe salientar que a metodologia adotada, conforme já apresentado por Scherer (2018), mostra resultados satisfatórios em relação a metodologias consideradas mais “robustas”, com custo computacional maior. Nas três metodologias adotadas pelo autor supracitado foram encontrados valores extremamente próximos, sendo a maior diferença, em termos percentuais, de 0,98%, referente a viga *V-25-60-0.50-15*. Um código-exemplo de linguagem APDL desenvolvido para processamento pelo *software* ANSYS é apresentado no Apêndice H.

6.5 FORM PARA OBTENÇÃO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE β

O *First Order Reability Method* (FORM) é utilizado para determinação do índice de confiabilidade β , sendo este aplicado sobre as funções $g(\mathbf{X})$ construídas a partir da metodologia apresentada anteriormente. De acordo com Scherer (2018), o FORM fornece, após poucas iterações, além do índice de confiabilidade, parâmetros que permitem determinar a influência de cada variável aleatória exercida sobre β , sendo este um dos objetivos deste estudo.

O algoritmo de Rackwitz e Fiessler (1978), apresentado por Haldar e Mahadevan (2000) e desenvolvido por Scherer (2018) em linguagem *MatLab*, foi utilizado para a determinação do nível de confiabilidade de vigas de concreto armado projetadas de acordo com a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) e adaptado para obtenção dos resultados referentes ao código ACI 318 (ACI, 2019).

O método consiste em linearizar a função $g(\mathbf{U})$ partindo de um ponto inicial estimado u_0^* , de acordo com a figura 6.3.

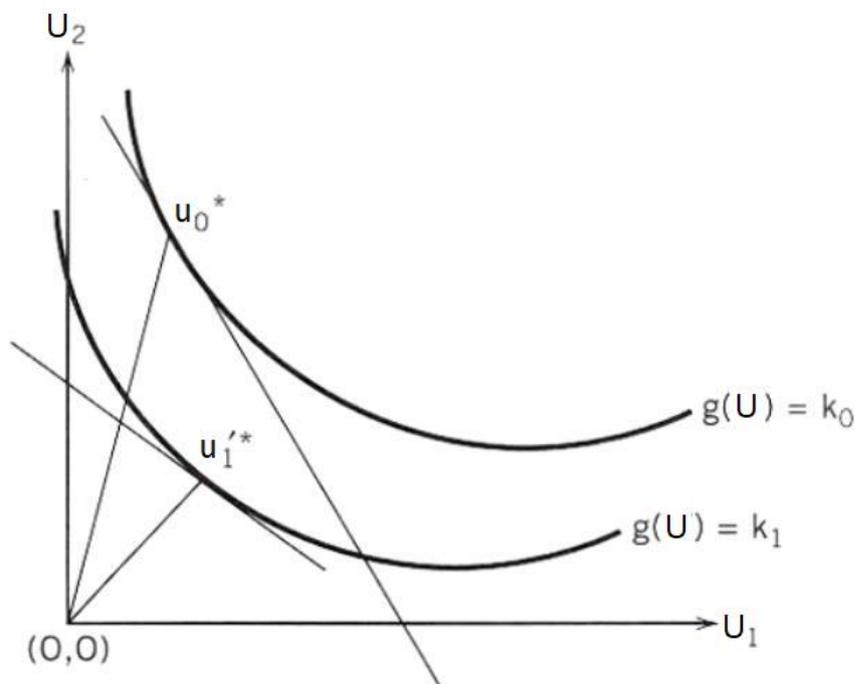


Figura 6.3: Processo iterativo para determinação do ponto de projeto (Adaptado de HALDAR; MAHEDEVAN, 2000).

A estimativa inicial do ponto de projeto u_0^* pode ser tomado como o valor médio de cada variável aleatória. Como a condição $g(\mathbf{U}) = 0$ pode não ser satisfeita, conforme exemplificado no capítulo 5, deve ser empregada a fórmula iterativa dada por (6.19) para estimar o valor atualizado do vetor de pontos de projeto u^* .

$$u_{k+1}^* = \frac{1}{|\nabla g(u_k^*)|^2} [\nabla g(u_k^*)^t u_k^* - g(u_k^*)] \nabla g(u_k^*) \quad (6.19)$$

Sendo:

u_{k+1}^* : Estimativa do vetor com os pontos de projeto para a iteração subsequente;

u_k^* : Vetor com os pontos de projeto da iteração atual;

$\nabla g(u_k^*)$: Gradiente da função performance avaliada na iteração atual.

As componentes do vetor gradiente são obtidas através de (6.20).

$$\frac{\partial g}{\partial U_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial U_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \sigma_{X_i} \quad (6.20)$$

Para variáveis aleatórias que não possuam uma distribuição normal de probabilidade, deve-se calcular uma média e desvio padrão de uma variável normal equivalente, a partir das expressões (6.21) e (6.22), respectivamente.

$$\mu_X^E = x^* - \sigma_X^E \{\Phi^{-1}[F_X(x^*)]\} \quad (6.21)$$

$$\sigma_X^E = \frac{1}{f_X(x^*)} \phi\{\Phi^{-1}[F_X(x^*)]\} \quad (6.22)$$

Onde:

μ_X^E e σ_X^E são a média e o desvio padrão de uma função normal equivalente;

$F_X(x^*)$: FDPA em x^* para a distribuição de probabilidade original;

$f_X(x^*)$: FDP em x^* para a distribuição de probabilidade original;

ϕ : FDP da variável normal padronizada.

A fórmula recursiva (6.23) é aplicada até atingir um critério de convergência tal que $|u_k^* - u_{k-1}^*| \leq 0,001$, por exemplo. Com o vetor dos pontos de projeto no espaço padronizado, dado por u^* , então o índice de confiabilidade β pode ser obtido através da expressão (6.23).

$$\beta = \sqrt{\mathbf{u}^{*T} \mathbf{u}^*} \quad (6.23)$$

Um exemplo do algoritmo empregado no presente trabalho é apresentado no Apêndice I.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES: VIGAS DE CONCRETO ARMADO

O presente capítulo apresenta e discute os resultados obtidos para os dois conjuntos distintos de vigas de concreto armado adotados para realização do estudo comparativo de confiabilidade quando estes elementos são dimensionados pelas normas brasileiras e americanas em relação ao estado último de flexão.

Primeiramente, no item 7.1, são apresentados os resultados obtidos para as vigas desenvolvidas por Scherer (2018), realizando a comparação dos índices de confiabilidade β entre os códigos do estudo, bem como um estudo paramétrico para compreender as variáveis que exercem maior influência no comportamento do índice de confiabilidade da viga.

Após, ao longo do item 7.2, são apresentados os resultados de β e o estudo paramétrico para o segundo conjunto de vigas, que possuem 6 m de vão e abrangem resistências à compressão entre 40 e 70 MPa, desenvolvido para o presente trabalho. Ainda, é analisada a influência dos coeficientes de ponderação aplicados nas combinações de ações na confiabilidade dos elementos. Por fim, para o grupo de vigas destacado, foi realizado um estudo comparativo dos resultados obtidos a partir da caracterização das variáveis aleatórias adotadas desde Scherer (2018) até o presente trabalho com os valores utilizados por Santos, Stucchi e Beck (2014).

7.1 VIGAS DE SCHERER (2018)

Os índices de confiabilidade para todos os elementos, quando estes são dimensionados segundo as diretrizes da NBR 6118 (ABNT, 2014), foram obtidos por Scherer (2018). Para as vigas dimensionadas segundo o código ACI 318 (ACI, 2019) foram obtidos 81 índices de confiabilidade aplicando a metodologia explicitada no capítulo 6, aplicando o Método da Superfície de Resposta via *software* ANSYS e, com o polinômio aproximador resultante, aplicado o método de aproximação FORM na função performance do problema. Os resultados obtidos para o dimensionamento das vigas de Scherer (2018) podem ser consultados nos Apêndices A e B.

As tabelas 7.1, 7.2 e 7.3 apresentam os resultados obtidos aplicando a metodologia para as vigas $V-25-h-r-p_k$, $V-35-h-r-p_k$ e $V45-h-r-p_k$ dimensionadas pelo código americano, respectivamente. A média μ_R e desvio padrão σ_R da carga distribuída última resistente foram

obtidos através dos resultados fornecidos via ANSYS para as 25 simulações necessárias para construção do polinômio aproximador que compõe a função performance $g(\mathbf{X})$. Além disso, também é feita a comparação entre o momento fletor resistente relativo à média μ_R e o momento ao qual a viga foi dimensionada, já considerando os coeficientes de majoração das ações.

Tabela 7.1: Resultados obtidos para as vigas $V-25-h-r-p_k$

ACI 318-19							
Viga	Resistência			Índice β	M_R [kN.m]	M_u [kN.m]	M_R/M_U
	μ_R [kN/m]	σ_R	V_R				
V-25-40-0.50-15	24,60	1,636	0,067	3,48	76,87	62,50	1,23
V-25-40-0.50-20	32,86	2,151	0,065	3,53	102,69	83,33	1,23
V-25-40-0.50-25	40,96	2,674	0,065	3,47	127,99	104,17	1,23
V-25-40-1.00-15	25,83	1,713	0,066	3,26	80,72	65,63	1,23
V-25-40-1.00-20	34,51	2,275	0,066	3,29	107,85	87,50	1,23
V-25-40-1.00-25	42,95	2,806	0,065	3,25	134,21	109,38	1,23
V-25-40-2.00-15	27,06	1,807	0,067	3,08	84,56	68,75	1,23
V-25-40-2.00-20	36,09	2,347	0,065	3,08	112,78	91,67	1,23
V-25-40-2.00-25	44,94	2,930	0,065	3,07	140,45	114,58	1,23
V-25-50-0.50-15	24,56	1,580	0,064	3,48	76,74	62,50	1,23
V-25-50-0.50-20	32,65	2,105	0,064	3,46	102,04	83,33	1,22
V-25-50-0.50-25	41,02	2,634	0,064	3,50	128,18	104,17	1,23
V-25-50-1.00-15	25,71	1,661	0,065	3,24	80,35	65,63	1,22
V-25-50-1.00-20	34,38	2,226	0,065	3,26	107,42	87,50	1,23
V-25-50-1.00-25	43,10	2,781	0,065	3,27	134,68	109,38	1,23
V-25-50-2.00-15	26,96	1,733	0,064	3,06	84,24	68,75	1,23
V-25-50-2.00-20	35,99	2,342	0,065	3,07	112,45	91,67	1,23
V-25-50-2.00-25	45,14	2,915	0,065	3,09	141,07	114,58	1,23
V-25-60-0.50-15	30,27	1,856	0,061	4,71	94,59	62,50	1,51
V-25-60-0.50-20	32,78	2,026	0,062	3,50	102,44	83,33	1,23
V-25-60-0.50-25	40,83	2,600	0,064	3,47	127,60	104,17	1,22
V-25-60-1.00-15	30,27	1,856	0,061	4,02	94,59	65,63	1,44
V-25-60-1.00-20	34,37	2,176	0,063	3,25	107,41	87,50	1,23
V-25-60-1.00-25	42,80	2,733	0,064	3,24	133,74	109,38	1,22
V-25-60-2.00-15	30,27	1,856	0,061	3,53	94,59	68,75	1,38
V-25-60-2.00-20	35,97	2,281	0,063	3,06	112,42	91,67	1,23
V-25-60-2.00-25	44,85	2,874	0,064	3,05	140,15	114,58	1,22

Fonte: Autor (2020)

Tabela 7.2: Resultados obtidos para as vigas $V-35-h-r-p_k$

ACI 318-19							
Viga	Resistência			Índice β	M_R [kN.m]	M_u [kN.m]	M_R/M_U
	μ_R [kN/m]	σ_R	V_R				
V-35-40-0.50-15	24,40	1,624	0,067	3,43	76,25	62,50	1,22
V-35-40-0.50-20	32,62	2,185	0,067	3,45	101,93	83,33	1,22
V-35-40-0.50-25	40,98	2,734	0,067	3,50	128,08	104,17	1,23
V-35-40-1.00-15	25,62	1,717	0,067	3,22	80,06	65,63	1,22
V-35-40-1.00-20	34,29	2,296	0,067	3,24	107,15	87,50	1,22
V-35-40-1.00-25	43,10	2,843	0,066	3,29	134,70	109,38	1,23
V-35-40-2.00-15	26,88	1,810	0,067	3,05	84,00	68,75	1,22
V-35-40-2.00-20	35,98	2,423	0,067	3,06	112,45	91,67	1,23
V-35-40-2.00-25	45,15	2,975	0,066	3,10	141,08	114,58	1,23
V-35-50-0.50-15	24,66	1,547	0,063	3,51	77,05	62,50	1,23
V-35-50-0.50-20	32,50	2,092	0,064	3,43	101,56	83,33	1,22
V-35-50-0.50-25	40,68	2,634	0,065	3,44	127,14	104,17	1,22
V-35-50-1.00-15	25,80	1,644	0,064	3,26	80,63	65,63	1,23
V-35-50-1.00-20	34,10	2,200	0,065	3,22	106,55	87,50	1,22
V-35-50-1.00-25	42,74	2,781	0,065	3,23	133,57	109,38	1,22
V-35-50-2.00-15	26,96	1,736	0,064	3,06	84,25	68,75	1,23
V-35-50-2.00-20	35,73	2,305	0,065	3,04	111,66	91,67	1,22
V-35-50-2.00-25	44,79	2,921	0,065	3,05	139,96	114,58	1,22
V-35-60-0.50-15	32,66	1,956	0,060	5,13	102,07	62,50	1,63
V-35-60-0.50-20	33,11	2,020	0,061	3,57	103,46	83,33	1,24
V-35-60-0.50-25	40,81	2,581	0,063	3,46	127,53	104,17	1,22
V-35-60-1.00-15	32,66	1,956	0,060	4,37	102,07	65,63	1,56
V-35-60-1.00-20	34,61	2,131	0,062	3,30	108,15	87,50	1,24
V-35-60-1.00-25	42,78	2,714	0,063	3,24	133,69	109,38	1,22
V-35-60-2.00-15	32,66	1,956	0,060	3,84	102,07	68,75	1,48
V-35-60-2.00-20	36,18	2,240	0,062	3,09	113,05	91,67	1,23
V-35-60-2.00-25	44,72	2,845	0,064	3,04	139,75	114,58	1,22

Fonte: Autor (2020)

Tabela 7.3: Resultados obtidos para as vigas $V-45-h-r-p_k$

ACI 318-19							
Viga	Resistência		V_R	Índice β	M_R [kN.m]	M_u [kN.m]	M_R/M_U
	μ_R [kN/m]	σ_R					
V-45-40-0.50-15	24,25	1,617	0,067	3,39	75,79	62,50	1,21
V-45-40-0.50-20	32,39	2,167	0,067	3,40	101,21	83,33	1,21
V-45-40-0.50-25	40,59	2,719	0,067	3,41	126,85	104,17	1,22
V-45-40-1.00-15	25,48	1,714	0,067	3,19	79,63	65,63	1,21
V-45-40-1.00-20	34,04	2,275	0,067	3,20	106,37	87,50	1,22
V-45-40-1.00-25	42,65	2,878	0,067	3,21	133,27	109,38	1,22
V-45-40-2.00-15	26,68	1,797	0,067	3,01	83,38	68,75	1,21
V-45-40-2.00-20	35,62	2,385	0,067	3,02	111,31	91,67	1,21
V-45-40-2.00-25	44,77	3,008	0,067	3,04	139,90	114,58	1,22
V-45-50-0.50-15	25,03	1,554	0,062	3,61	78,22	62,50	1,25
V-45-50-0.50-20	32,56	2,098	0,064	3,44	101,76	83,33	1,22
V-45-50-0.50-25	40,49	2,625	0,065	3,41	126,53	104,17	1,21
V-45-50-1.00-15	25,95	1,615	0,062	3,29	81,08	65,63	1,24
V-45-50-1.00-20	34,10	2,198	0,064	3,22	106,58	87,50	1,22
V-45-50-1.00-25	42,46	2,766	0,065	3,20	132,68	109,38	1,21
V-45-50-2.00-15	27,11	1,719	0,063	3,09	84,72	68,75	1,23
V-45-50-2.00-20	35,70	2,290	0,064	3,04	111,57	91,67	1,22
V-45-50-2.00-25	44,48	2,867	0,064	3,02	139,00	114,58	1,21
V-45-60-0.50-15	36,98	2,249	0,061	5,81	115,56	62,50	1,85
V-45-60-0.50-20	36,98	2,249	0,061	4,22	115,56	83,33	1,39
V-45-60-0.50-25	41,00	2,557	0,062	3,50	128,13	104,17	1,23
V-45-60-1.00-15	36,98	2,249	0,061	4,93	115,56	65,63	1,76
V-45-60-1.00-20	36,98	2,249	0,061	3,61	115,56	87,50	1,32
V-45-60-1.00-25	42,84	2,702	0,063	3,24	133,88	109,38	1,22
V-45-60-2.00-15	36,98	2,249	0,061	4,33	115,56	68,75	1,68
V-45-60-2.00-20	36,98	2,249	0,061	3,19	115,56	91,67	1,26
V-45-60-2.00-25	44,79	2,829	0,063	3,05	139,98	114,58	1,22

Fonte: Autor (2020)

Em geral, obtém-se que o momento fletor médio resistente do modelo numérico é cerca de 23% superior ao momento ao qual a viga foi dimensionada. Excepcionalmente, este valor foi maior para os casos onde a armadura passiva utilizada é a mínima de projeto, de acordo com as diretrizes normativas (em **destaque** nas tabelas 7.1, 7.2 e 7.3). Para as vigas dimensionadas pela norma brasileira, tem-se que o momento médio resistente, de acordo com a metodologia 1 de Scherer (2018), é cerca de 28% maior que o momento ao qual a viga foi dimensionada, considerando a aplicação dos coeficientes de ponderação nas ações.

Em relação ao β_{alvo} , nenhuma das vigas cujo dimensionamento não é governado pela regra da armadura mínima atinge o valor de 3,80 que, segundo o Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), é o índice de confiabilidade alvo para um período de referência de 50 anos que leva em

consideração falhas com consequências médias para análises no estado-limite último. Esse índice de confiabilidade alvo também foi considerado nas avaliações de Santos, Stucchi e Beck (2014); Nogueira e Pinto (2016) e Correia (2020).

7.1.1 Comparação dos índices de confiabilidade obtidos entre normas

Sendo um dos objetivos principais deste trabalho comparar os índices de confiabilidade obtidos para vigas de concreto armado dimensionadas segundo as normas brasileiras e a ACI 318 (ACI, 2019), a tabela 7.4 apresenta os resultados obtidos para as vigas primeiramente desenvolvidas por Scherer (2018).

Tabela 7.4: Índices de confiabilidade para as normas brasileira e americana para as vigas de Scherer (2018).

Norma	NBR 6118:2014	ACI 318- 19	Norma	NBR 6118:2014	ACI 318- 19	Norma	NBR 6118:2014	ACI 318- 19
Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}
V-25-40-0.50-15	4,09	3,48	V-35-40-0.50-15	3,99	3,43	V-45-40-0.50-15	3,93	3,39
V-25-40-0.50-20	4,15	3,53	V-35-40-0.50-20	4,04	3,45	V-45-40-0.50-20	3,96	3,40
V-25-40-0.50-25	4,24	3,47	V-35-40-0.50-25	4,15	3,50	V-45-40-0.50-25	4,00	3,41
V-25-40-1.00-15	3,52	3,26	V-35-40-1.00-15	3,44	3,22	V-45-40-1.00-15	3,39	3,19
V-25-40-1.00-20	3,57	3,29	V-35-40-1.00-20	3,48	3,24	V-45-40-1.00-20	3,42	3,20
V-25-40-1.00-25	3,63	3,25	V-35-40-1.00-25	3,56	3,29	V-45-40-1.00-25	3,45	3,21
V-25-40-2.00-15	3,11	3,08	V-35-40-2.00-15	3,04	3,05	V-45-40-2.00-15	2,99	3,01
V-25-40-2.00-20	3,15	3,08	V-35-40-2.00-20	3,07	3,06	V-45-40-2.00-20	3,02	3,02
V-25-40-2.00-25	3,21	3,07	V-35-40-2.00-25	3,15	3,10	V-45-40-2.00-25	3,05	3,04
V-25-50-0.50-15	4,00	3,48	V-35-50-0.50-15	3,99	3,51	V-45-50-0.50-15	4,02	3,61
V-25-50-0.50-20	4,05	3,46	V-35-50-0.50-20	3,97	3,43	V-45-50-0.50-20	3,93	3,44
V-25-50-0.50-25	4,11	3,50	V-35-50-0.50-25	4,00	3,44	V-45-50-0.50-25	3,93	3,41
V-25-50-1.00-15	3,45	3,24	V-35-50-1.00-15	3,44	3,26	V-45-50-1.00-15	3,46	3,29
V-25-50-1.00-20	3,48	3,26	V-35-50-1.00-20	3,42	3,22	V-45-50-1.00-20	3,39	3,22
V-25-50-1.00-25	3,53	3,27	V-35-50-1.00-25	3,45	3,23	V-45-50-1.00-25	3,39	3,20
V-25-50-2.00-15	3,05	3,06	V-35-50-2.00-15	3,03	3,06	V-45-50-2.00-15	3,05	3,09
V-25-50-2.00-20	3,08	3,07	V-35-50-2.00-20	3,02	3,04	V-45-50-2.00-20	2,99	3,04
V-25-50-2.00-25	3,12	3,09	V-35-50-2.00-25	3,04	3,05	V-45-50-2.00-25	3,00	3,02
V-25-60-0.50-15	4,13	4,71	V-35-60-0.50-15	4,09	5,13	V-45-60-0.50-15	4,07	5,81
V-25-60-0.50-20	4,01	3,50	V-35-60-0.50-20	4,04	3,57	V-45-60-0.50-20	4,06	4,22
V-25-60-0.50-25	4,00	3,47	V-35-60-0.50-25	3,97	3,46	V-45-60-0.50-25	3,98	3,50
V-25-60-1.00-15	3,54	4,02	V-35-60-1.00-15	3,50	4,37	V-45-60-1.00-15	3,49	4,93
V-25-60-1.00-20	3,45	3,25	V-35-60-1.00-20	3,47	3,30	V-45-60-1.00-20	3,48	3,61
V-25-60-1.00-25	3,45	3,24	V-35-60-1.00-25	3,41	3,24	V-45-60-1.00-25	3,42	3,24
V-25-60-2.00-15	3,12	3,53	V-35-60-2.00-15	3,08	3,84	V-45-60-2.00-15	3,08	4,33
V-25-60-2.00-20	3,05	3,06	V-35-60-2.00-20	3,06	3,09	V-45-60-2.00-20	3,08	3,19
V-25-60-2.00-25	3,05	3,05	V-35-60-2.00-25	3,02	3,04	V-45-60-2.00-25	3,03	3,05

Fonte: Autor (2020)

Nota-se que, para razões de carregamento (r) até 1,00, os elementos dimensionados de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentam, em geral, índices de confiabilidade relativamente maiores em relação aos projetados segundo a ACI 318 (ACI, 2019). Para $r = 0,50$, β_{NBR} apresenta valores cerca de 15% maiores que β_{ACI} , com máxima diferença absoluta de 0,77 ($V-25-40-0.50-25$) quando desconsideradas as vigas dimensionadas para armadura mínima (destacadas na tabela 7.4), conforme código ACI 318 (ACI, 2019). Já, para $r = 1,00$, a NBR 6118 (ABNT, 2014) fornece índices de confiabilidade de 5% a 9% maiores em relação ao código americano. As exceções se dão para os casos onde o dimensionamento realizado para a norma ACI 318 (ACI, 2019) conduzem a áreas de armadura mínima de tração para resistir aos esforços de flexão, como nos casos das vigas $V-f_{ck}-60-0.50-15$ e $V-f_{ck}-60-0.50-15$, por exemplo. Nestes casos citados, o índice β_{ACI} acaba sempre sendo maior em relação à β_{NBR} .

Quando a razão de carregamento assume valor $r = 2,00$, os índices de confiabilidade para ambas as normas possuem certa convergência, com pouca diferença entre seus valores. Além dos casos de vigas projetadas com armadura mínima para o código ACI 318 (ACI, 2019), a exceção se dá pela viga $V-25-40-2.00-25$, onde tem-se uma diferença relativa de 5% entre os índices de confiabilidade. Entre os demais elementos com $r = 2,00$, a máxima variação entre β_{NBR} e β_{ACI} é de 2%.

7.1.2 Estudo paramétrico

Esta seção tem o objetivo de prosseguir a avaliação da influência de alguns parâmetros nos índices de confiabilidade obtidos para o conjunto de vigas dimensionadas de acordo com as normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 318 (ACI, 2019). Para tal, alguns parâmetros são fixados e outros variados para possibilitar a visualização do comportamento de β em relação a alteração de alguns fatores.

7.1.2.1 Variação de β em função da resistência à compressão do concreto

A variação do índice de confiabilidade frente à variação da resistência à compressão do concreto (f_{ck} e f_c'), avaliada sob diferentes condições de carregamento, alturas para a seção transversal e razões de carregamento, é apresentada nesta seção.

7.1.2.1.1 Análise para carregamento total $p_k = 15$ kN/m

Fixando-se o carregamento total $p_k = 15$ kN/m, apresentam-se as variações no índice de confiabilidade para as alturas $h = 40, 50$ e 60 cm ilustradas nas figuras 7.1, 7.2 e 7.3.

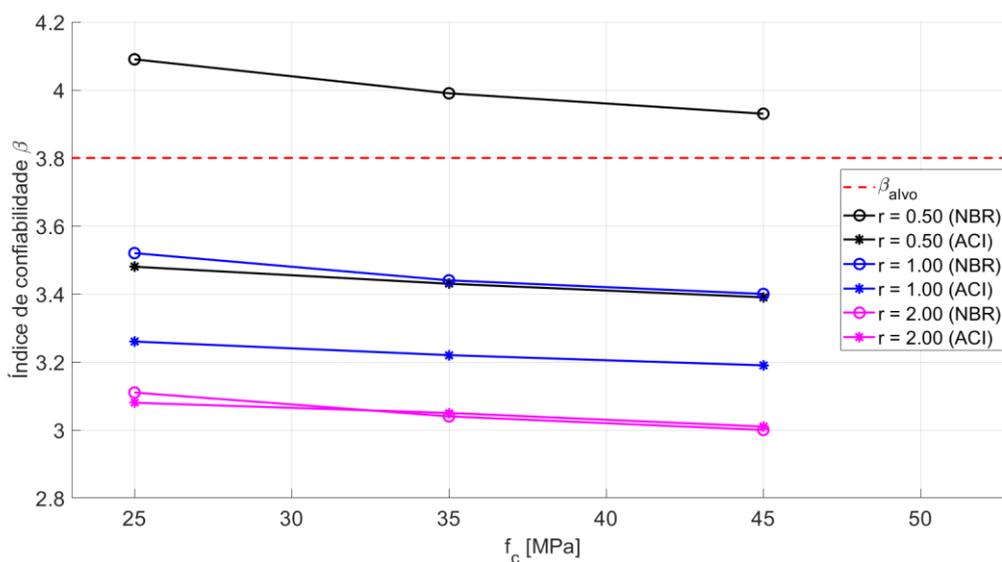


Figura 7.1: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 15$ kN/m e $h = 40$ cm.

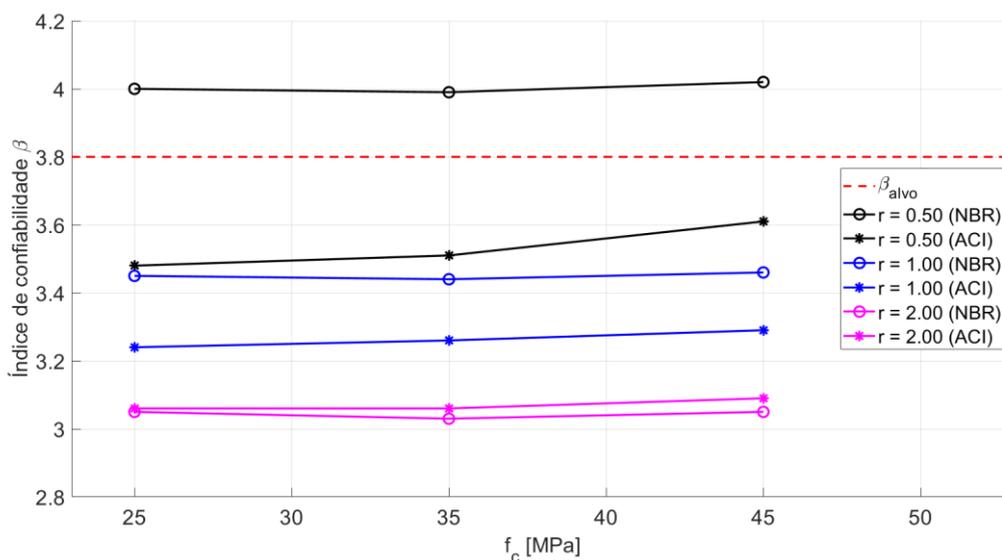


Figura 7.2: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 15$ kN/m e $h = 50$ cm.

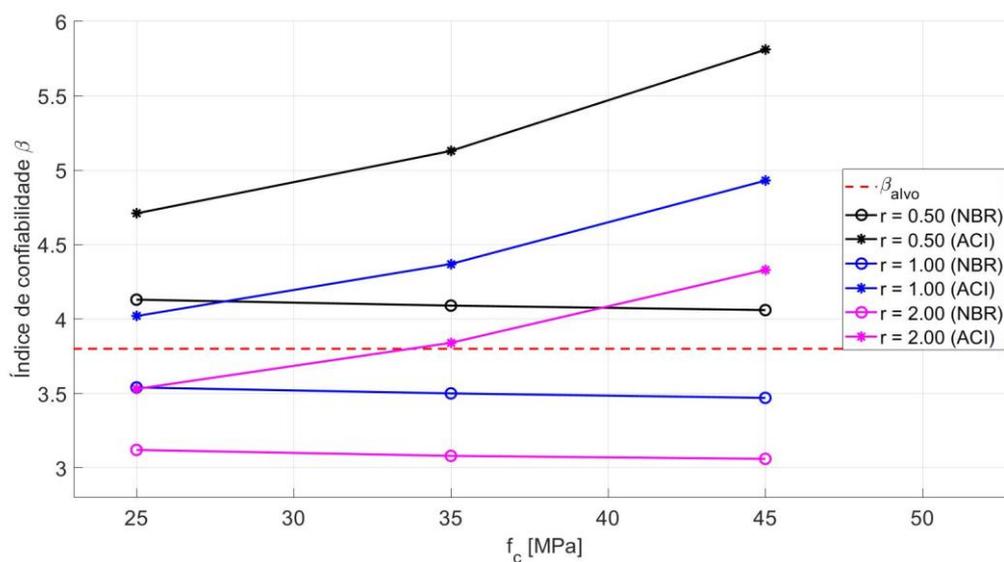


Figura 7.3: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 15$ kN/m e $h = 60$ cm.

7.1.2.1.2 Análise para carregamento total $p_k = 20$ kN/m

Tendo o carregamento total $p_k = 20$ kN/m como fixo, apresentam-se as variações no índice de confiabilidade para as alturas $h = 40, 50$ e 60 cm ilustradas nas figuras 7.4, 7.5 e 7.6.

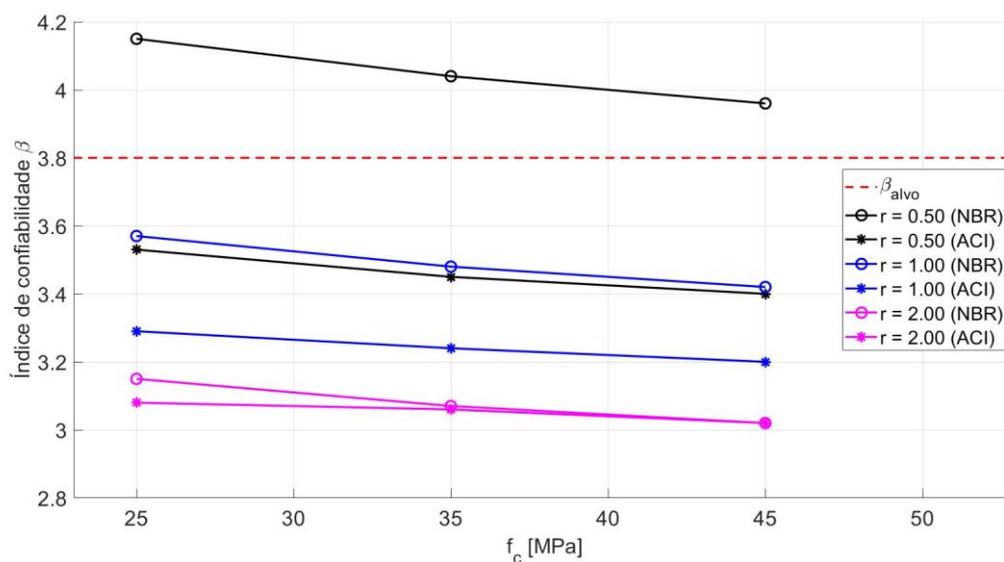


Figura 7.4: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 20$ kN/m e $h = 40$ cm.

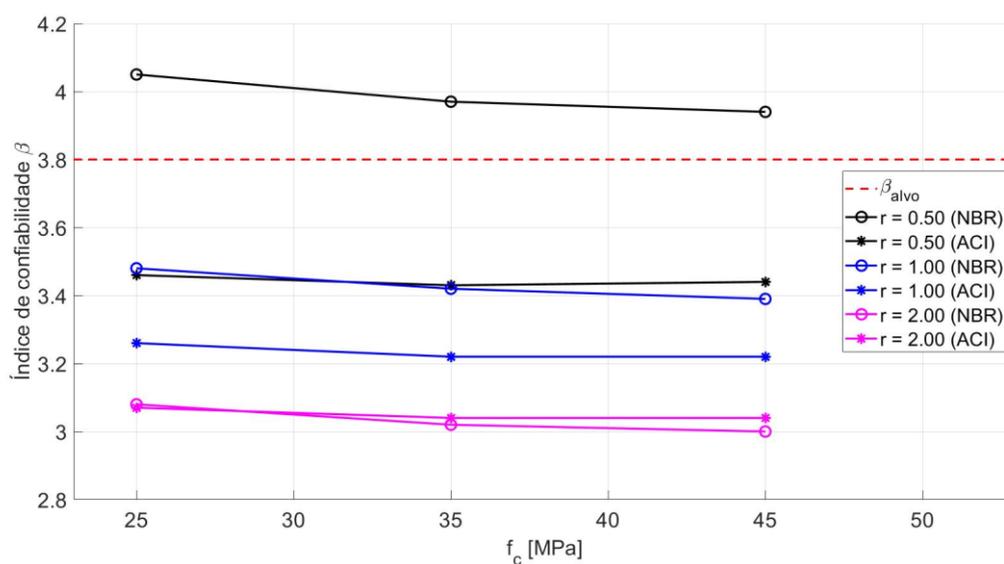


Figura 7.5: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 20$ kN/m e $h = 50$ cm.

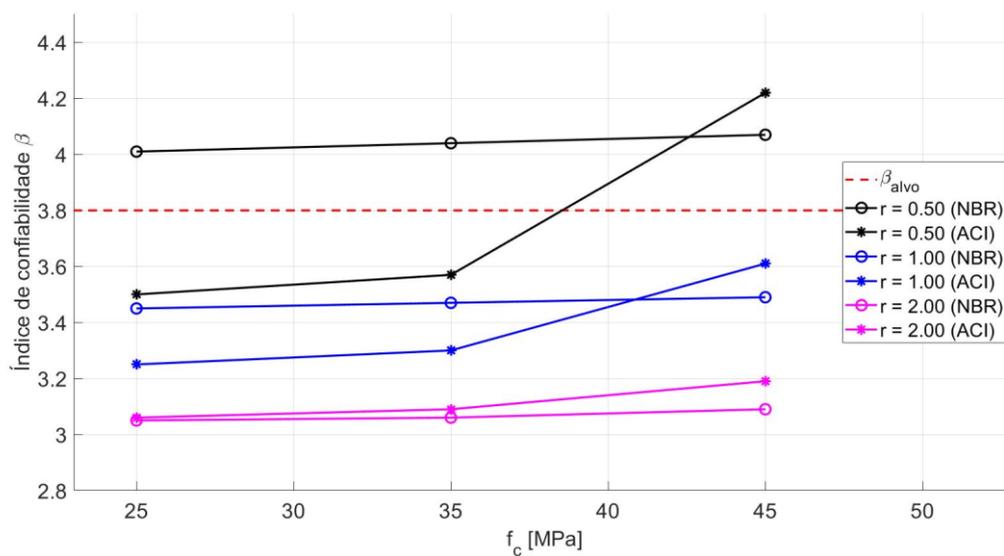


Figura 7.6: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 20$ kN/m e $h = 60$ cm.

7.1.2.1.3 Análise para carregamento total $p_k = 25$ kN/m

As figuras 7.7, 7.8 e 7.9 apresentam a variação do índice de confiabilidade para as diferentes alturas admitidas frente a um carregamento fixo $p_k = 25$ kN/m.

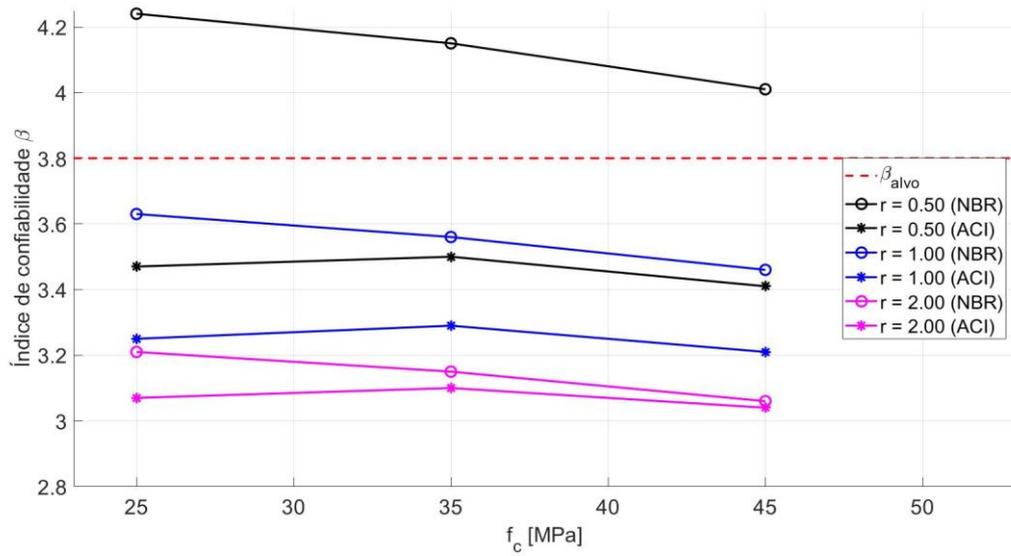


Figura 7.7: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 40$ cm.

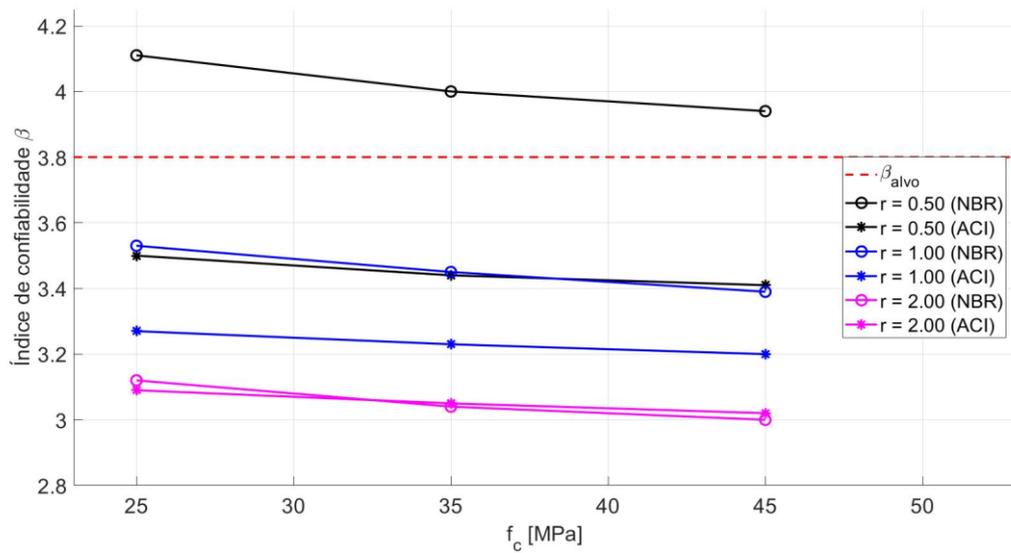


Figura 7.8: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 50$ cm.

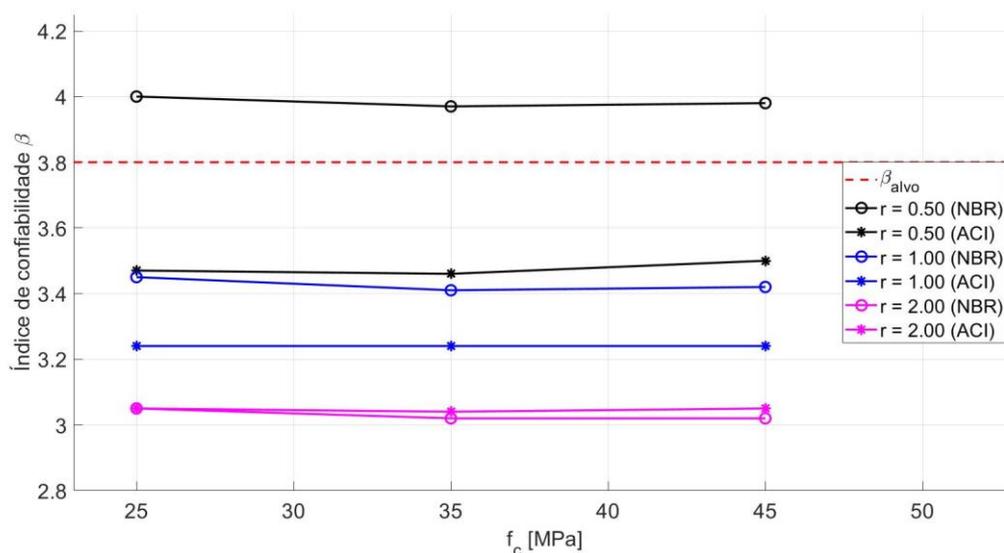


Figura 7.9: Gráfico $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 60$ cm.

7.1.2.2 Variação de β em função da altura da seção transversal

Aqui, tem-se a variação do índice de confiabilidade, quando há variação na altura transversal das vigas de concreto armado. Diferentes combinações de carregamento e resistências à compressão do concreto são performadas para análise do índice β , considerando os dimensionamentos realizados para ambas as normas estudadas.

7.1.2.2.1 Análise para carregamento total $p_k = 15$ kN/m

Fixa-se o carregamento total p_k para avaliação do índice de confiabilidade conforme varia a altura da seção h , considerando as resistências à compressão do concreto equivalentes, para cada norma, de 25, 35 e 45 MPa. As figuras 7.10, 7.11 e 7.12 demonstram, graficamente, a variação de β frente à variação de h .

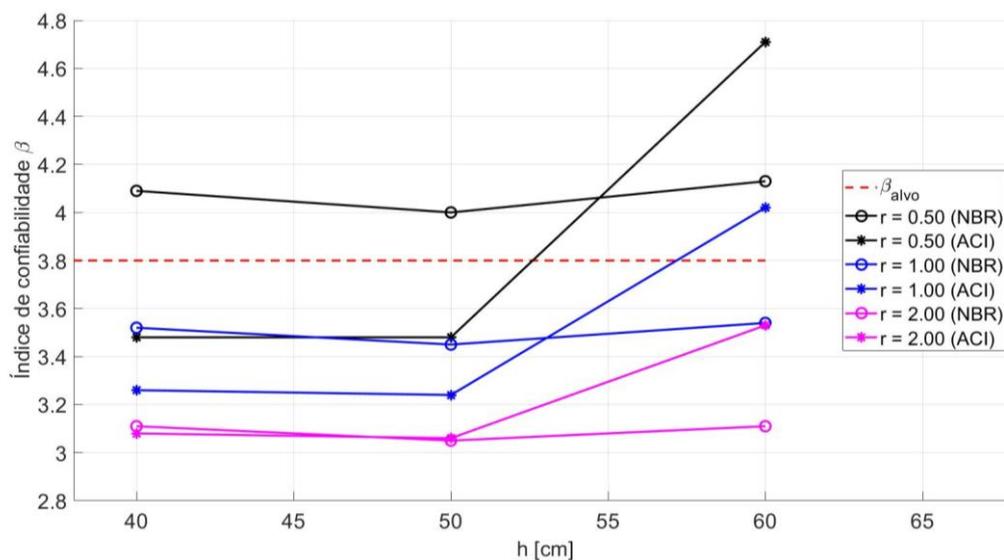


Figura 7.10: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 15$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 25$ MPa.

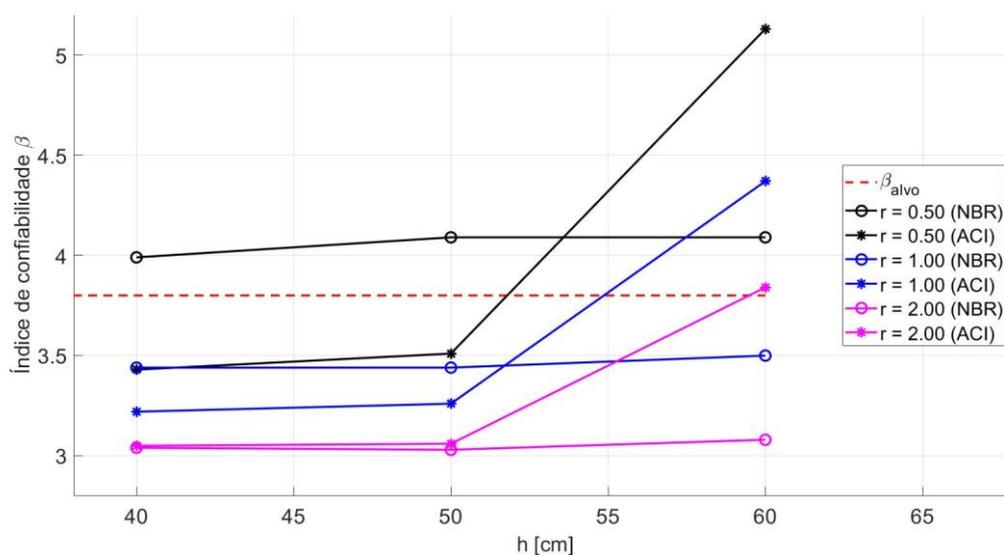


Figura 7.11: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 15$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 35$ MPa.

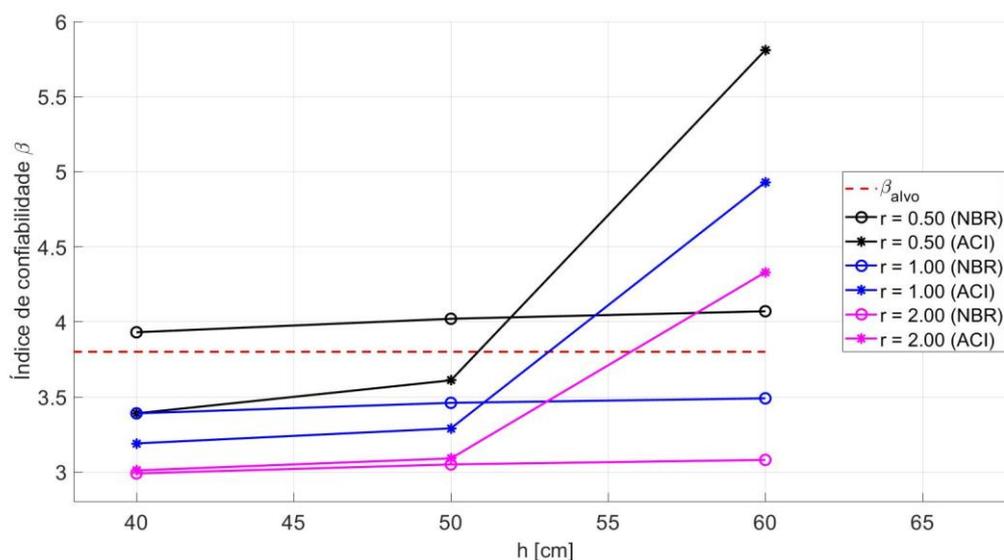


Figura 7.12: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 15$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 45$ MPa.

7.1.2.2.2 Análise para carregamento total $p_k = 20$ kN/m

Agora fixando o carregamento total p_k em 20 kN/m, a variação do índice de confiabilidade frente à variação de h para diferentes combinações de razão de carregamento e resistências à compressão podem ser visualizadas nas figuras 7.13, 7.14 e 7.15.

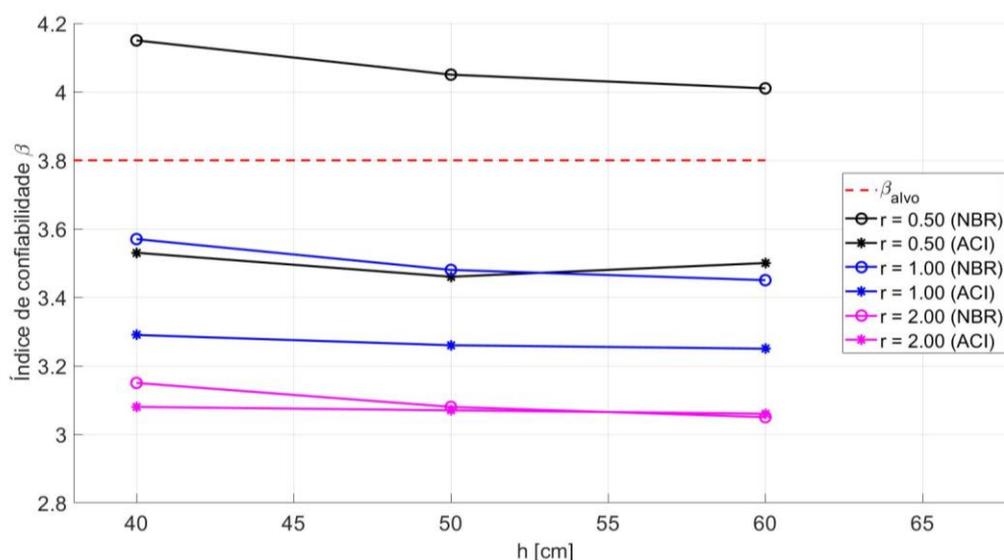


Figura 7.13: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 20$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 25$ MPa.

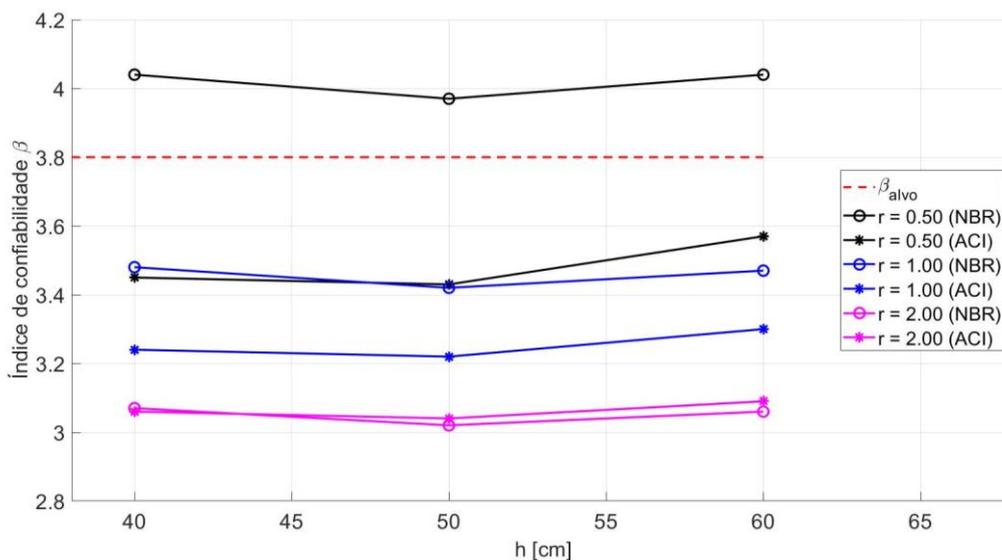


Figura 7.14: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 20$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 35$ MPa.

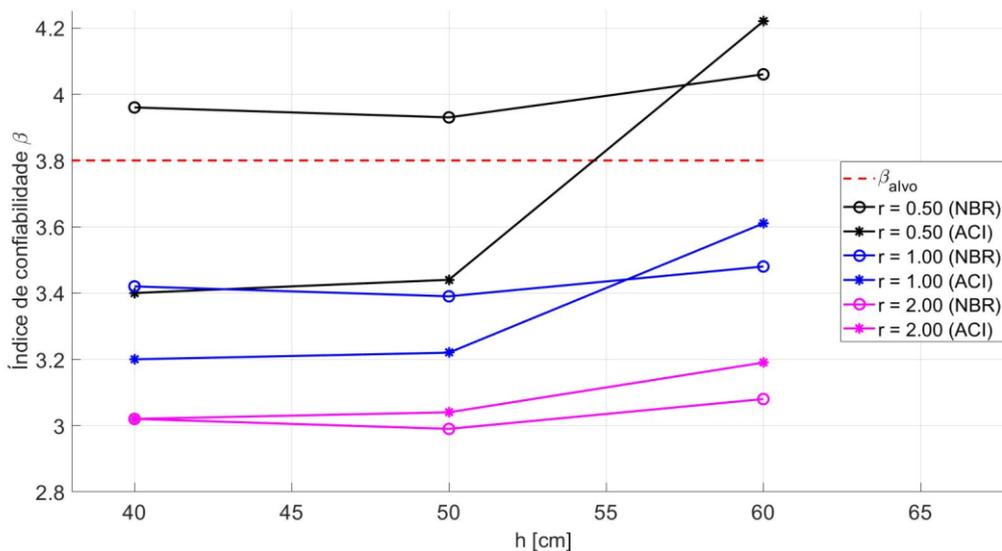


Figura 7.15: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 20$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 45$ MPa.

7.1.2.2.3 Análise para carregamento $p_k = 25$ kN/m

Com carregamento total fixo $p_k = 25$ kN/m, tem-se a variação do índice de confiabilidade em função da variação de h conforme as figuras 7.16, 7.17 e 7.18.

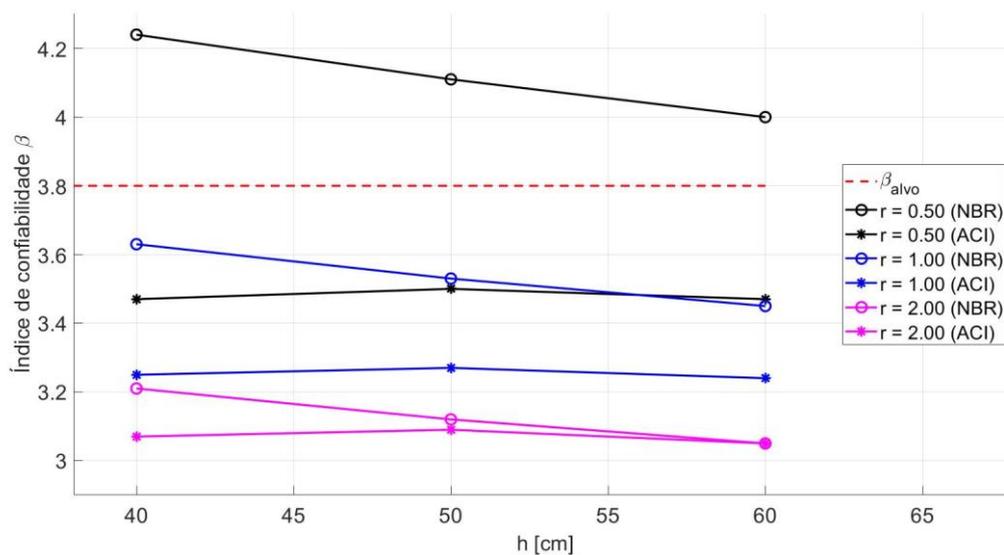


Figura 7.16: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 25$ MPa.

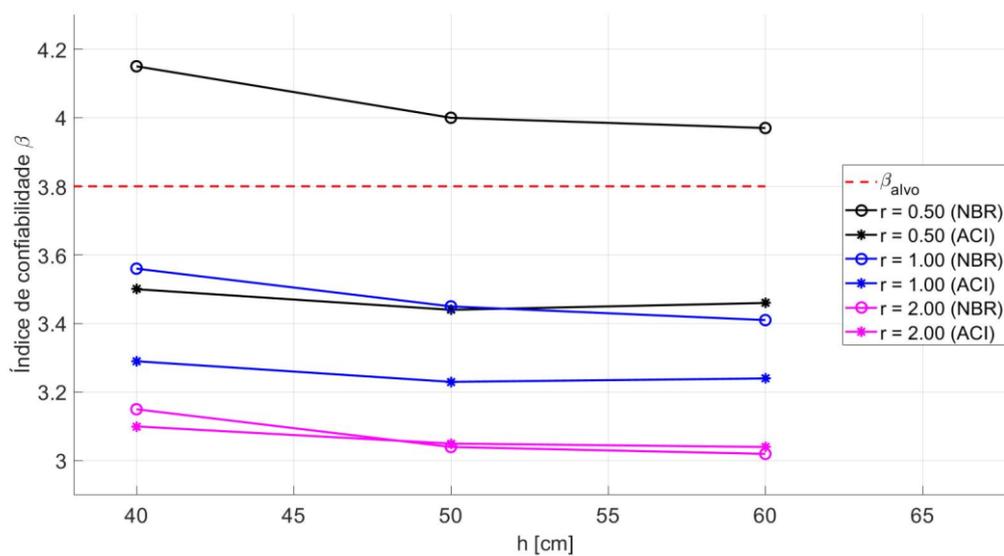


Figura 7.17: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 35$ MPa.

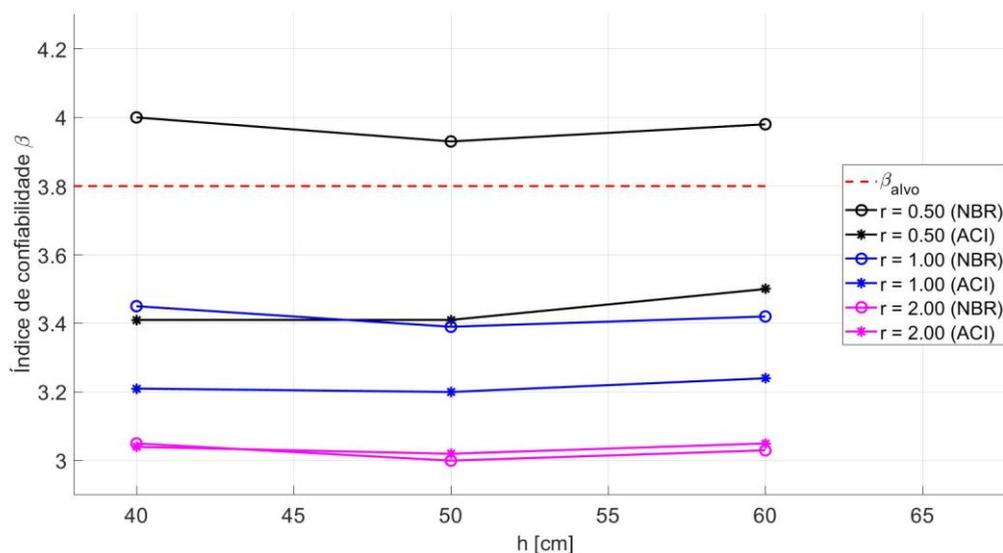


Figura 7.18: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 45$ MPa.

7.1.3 Discussão preliminar dos resultados apresentados

Em relação à resistência à compressão do concreto, não há uma variação significativa do índice de confiabilidade frente à variação do f_c de projeto. Em alguns casos, há uma tendência de redução do nível de confiabilidade com aumento de f_c , visto que se conduz para áreas necessárias de reforço menores e há um decréscimo na média resistente do modelo. Contudo, em determinadas vigas com f_c e/ou h elevados, tanto nos casos dimensionados pela NBR 6118 (ABNT, 2014) quanto pelo ACI 318 (ACI, 2019), o índice de confiabilidade sofre um acréscimo. A explicação se dá por conta de um acréscimo na resistência obtida pelo modelo numérico em função da contribuição do concreto em tração, como demonstrado por Scherer (2018). Em resumo, o comportamento da variação do índice de confiabilidade aparenta ser similar para ambos os casos de dimensionamento, com exceção para vigas que atingem o caso de armadura mínima de tração para o código americano. O mesmo aplica-se para analisar a variação de β em função da variação da altura da seção transversal. Evidencia-se, principalmente para os casos de carregamento mais elevado, uma tendência de redução do índice de confiabilidade frente ao aumento de h pois, assim como para o caso da resistência à compressão, a resistência obtida sofre um pequeno decréscimo.

Porém, para todos os casos, é notável que o parâmetro variável que mais influencia o índice de confiabilidade é a razão de carregamento (r). O estudo paramétrico proposto no item 7.1.2 permite visualizar a influência da razão de carregamento sobre o índice de confiabilidade,

bem como a partir da verificação dos cossenos diretores fornecidos pelo algoritmo programado em *Matlab* (Tabela 7.5). Variáveis que correspondem à resistência da viga possuem sinal positivo, enquanto as variáveis de “solicitação” possuem sinal negativo.

Tabela 7.5: Cossenos diretores para as variáveis aleatórias das vigas V-25-40-r-15.

Variável Aleatória (x_i)	Cosseno diretor - α_i					
	V-25-40-0.50-15		V-25-40-1.00-15		V-25-40-2.00-15	
	NBR	ACI	NBR	ACI	NBR	ACI
f_c	0,03043	0,02678	0,02384	0,02053	0,02018	0,02025
f_y	0,28860	0,29766	0,23014	0,23112	0,19675	0,19646
h	0,08731	0,08945	0,06949	0,06993	0,05935	0,05940
d'	-0,08272	-0,08852	-0,06744	-0,06944	-0,05832	-0,05942
$g; D$	-0,26567	-0,30289	-0,15310	-0,16318	-0,08549	-0,08625
$q; L$	-0,81620	-0,78861	-0,89708	-0,89286	-0,93025	-0,93003
θ_R	0,28683	0,30100	0,23334	0,23730	0,20158	0,20191
θ_S	-0,28683	-0,30100	-0,23340	-0,23730	-0,20158	-0,20191

Fonte: Autor (2020)

Em destaque, os cossenos diretores referentes à tensão de escoamento da armadura (f_y) e incertezas do modelo de resistência (θ_R). Se comparados entre normas, não há grande variação entre o grau de importância dessas variáveis, porém são as de maior grau de importância no valor final do índice de confiabilidade β dentre as variáveis de “resistência”. Ainda, destaca-se a grande influência do carregamento variável no nível de confiabilidade do elemento, sendo aquele de maior valor absoluto entre todos os cossenos diretores. Quanto maior a parcela da carga acidental perante o carregamento total, menor é o nível de confiabilidade obtido. Comparativamente entre NBR 6118 (ABNT, 2014) e ACI 318 (ACI, 2019), os valores do cosseno diretor da variável q (ou L) tornam-se mais próximos quanto maior a razão de carregamento (r). Essa situação se verifica para além das vigas apresentadas na tabela anterior.

Por fim, verifica-se que, como o código norte-americano é mais conservador quanto ao emprego de uma área de armadura mínima de tração, este caso é mais facilmente atingido para as vigas do presente estudo, explicando assim alguns elevados valores para β_{ACI} .

7.2 SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS

O segundo conjunto de vigas de concreto armado, elaborado para o presente trabalho, tem seus índices de confiabilidade apresentados através das tabelas 7.6 e 7.7, compreendendo os dimensionamentos segundo as diretrizes das normas brasileira e norte-americana. Aqui, tem-se um vão fixo de 6 m, base da seção transversal com 25 cm e há a variação da resistência à compressão do concreto entre 40 e 70 MPa, além das variações na altura da seção transversal (h) e carregamento (razão r e carregamento total p_k). Os Apêndices C e D apresentam os resultados para o dimensionamento deste conjunto de vigas.

Tabela 7.6: Índices de confiabilidade para o segundo conjunto de vigas (parte I).

Norma	NBR 6118:2014	ACI 318-19	Norma	NBR 6118:2014	ACI 318-19
Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}
V-40-45-0.50-25	4,03	3,43	V-50-45-0.50-25	3,95	3,39
V-40-45-0.50-30	4,12	3,47	V-50-45-0.50-30	4,00	3,40
V-40-45-0.50-35	4,16	3,52	V-50-45-0.50-35	4,07	3,43
V-40-45-1.00-25	3,47	3,23	V-50-45-1.00-25	3,41	3,19
V-40-45-1.00-30	3,54	3,26	V-50-45-1.00-30	3,45	3,20
V-40-45-1.00-35	3,57	3,29	V-50-45-1.00-35	3,50	3,24
V-40-45-2.00-25	3,07	3,05	V-50-45-2.00-25	3,01	3,02
V-40-45-2.00-30	3,12	3,09	V-50-45-2.00-30	3,05	3,03
V-40-45-2.00-35	3,15	3,09	V-50-45-2.00-35	3,10	3,07
V-40-55-0.50-25	3,96	3,42	V-50-55-0.50-25	3,93	3,41
V-40-55-0.50-30	3,99	3,42	V-50-55-0.50-30	3,93	3,38
V-40-55-0.50-35	4,01	3,43	V-50-55-0.50-35	3,95	3,40
V-40-55-1.00-25	3,41	3,21	V-50-55-1.00-25	3,38	3,20
V-40-55-1.00-30	3,43	3,22	V-50-55-1.00-30	3,39	3,18
V-40-55-1.00-35	3,45	3,22	V-50-55-1.00-35	3,40	3,19
V-40-55-2.00-25	3,02	3,03	V-50-55-2.00-25	2,99	3,01
V-40-55-2.00-30	3,03	3,04	V-50-55-2.00-30	3,00	3,01
V-40-55-2.00-35	3,05	3,04	V-50-55-2.00-35	3,01	3,02
V-40-65-0.50-25	3,98	3,48	V-50-65-0.50-25	3,99	3,53
V-40-65-0.50-30	3,95	3,44	V-50-65-0.50-30	3,95	3,44
V-40-65-0.50-35	3,95	3,42	V-50-65-0.50-35	3,93	3,41
V-40-65-1.00-25	3,42	3,25	V-50-65-1.00-25	3,43	3,28
V-40-65-1.00-30	3,40	3,22	V-50-65-1.00-30	3,40	3,22
V-40-65-1.00-35	3,40	3,21	V-50-65-1.00-35	3,39	3,20
V-40-65-2.00-25	3,02	3,05	V-50-65-2.00-25	3,03	3,06
V-40-65-2.00-30	3,01	3,03	V-50-65-2.00-30	3,00	3,03
V-40-65-2.00-35	3,01	3,03	V-50-65-2.00-35	2,99	3,01

Fonte: Autor (2020)

Tabela 7.7: Índices de confiabilidade para o segundo conjunto de vigas (parte II).

Norma	NBR 6118:2014	ACI 318-19	Norma	NBR 6118:2014	ACI 318-19
Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}
V-60-45-0.50-25	3,93	3,37	V-70-45-0.50-25	3,92	3,35
V-60-45-0.50-30	3,95	3,37	V-70-45-0.50-30	3,93	3,34
V-60-45-0.50-35	4,01	3,37	V-70-45-0.50-35	3,97	3,34
V-60-45-1.00-25	3,39	3,17	V-70-45-1.00-25	3,38	3,16
V-60-45-1.00-30	3,41	3,17	V-70-45-1.00-30	3,39	3,15
V-60-45-1.00-35	3,45	3,19	V-70-45-1.00-35	3,42	3,15
V-60-45-2.00-25	3,00	3,00	V-70-45-2.00-25	2,99	2,99
V-60-45-2.00-30	3,01	3,00	V-70-45-2.00-30	3,00	2,98
V-60-45-2.00-35	3,05	3,02	V-70-45-2.00-35	3,02	2,99
V-60-55-0.50-25	3,93	3,41	V-70-55-0.50-25	3,92	3,42
V-60-55-0.50-30	3,92	3,38	V-70-55-0.50-30	3,90	3,37
V-60-55-0.50-35	3,93	3,36	V-70-55-0.50-35	3,92	3,35
V-60-55-1.00-25	3,38	3,19	V-70-55-1.00-25	3,38	3,19
V-60-55-1.00-30	3,38	3,17	V-70-55-1.00-30	3,36	3,17
V-60-55-1.00-35	3,39	3,17	V-70-55-1.00-35	3,38	3,16
V-60-55-2.00-25	2,99	3,01	V-70-55-2.00-25	2,99	3,02
V-60-55-2.00-30	2,99	3,00	V-70-55-2.00-30	2,97	2,99
V-60-55-2.00-35	2,99	3,00	V-70-55-2.00-35	2,98	2,98
V-60-65-0.50-25	4,02	3,96	V-70-65-0.50-25	4,05	4,39
V-60-65-0.50-30	3,96	3,46	V-70-65-0.50-30	3,96	3,48
V-60-65-0.50-35	3,93	3,41	V-70-65-0.50-35	3,93	3,42
V-60-65-1.00-25	3,45	3,40	V-70-65-1.00-25	3,48	3,76
V-60-65-1.00-30	3,40	3,22	V-70-65-1.00-30	3,41	3,24
V-60-65-1.00-35	3,39	3,20	V-70-65-1.00-35	3,39	3,20
V-60-65-2.00-25	3,05	3,08	V-70-65-2.00-25	3,07	3,31
V-60-65-2.00-30	3,01	3,04	V-70-65-2.00-30	3,01	3,04
V-60-65-2.00-35	2,99	3,01	V-70-65-2.00-35	2,99	3,02

Fonte: Autor (2020)

Assim como para as vigas de Scherer (2018), verifica-se que, independentemente da resistência à compressão do concreto (f_c) e da altura da seção transversal (h), os elementos dimensionados de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) reproduzem maior nível de confiabilidade quando a carga permanente é predominante em relação ao carregamento variável ($r = 0,50$) ou, pelo menos, tem valor característico igual ($r = 1,00$). A partir do crescimento de r , tem-se a convergência do nível de confiabilidade das vigas estudadas, conforme verifica-se na tabela 7.8, desconsiderando os casos de armadura mínima verificados para o código ACI 318 (ACI, 2019) (vigas V-60-65-0.50-25, V-60-65-1.00-25 e V-70-65-r-25).

Tabela 7.8: Diferença entre β_{NBR} e β_{ACI} a partir da variação de r .

Diferença entre β_{NBR} e β_{ACI}		
$r = 0.50$	$r = 1.00$	$r = 2.00$
13-19%	5-8%	1-2%

Fonte: Autor (2020)

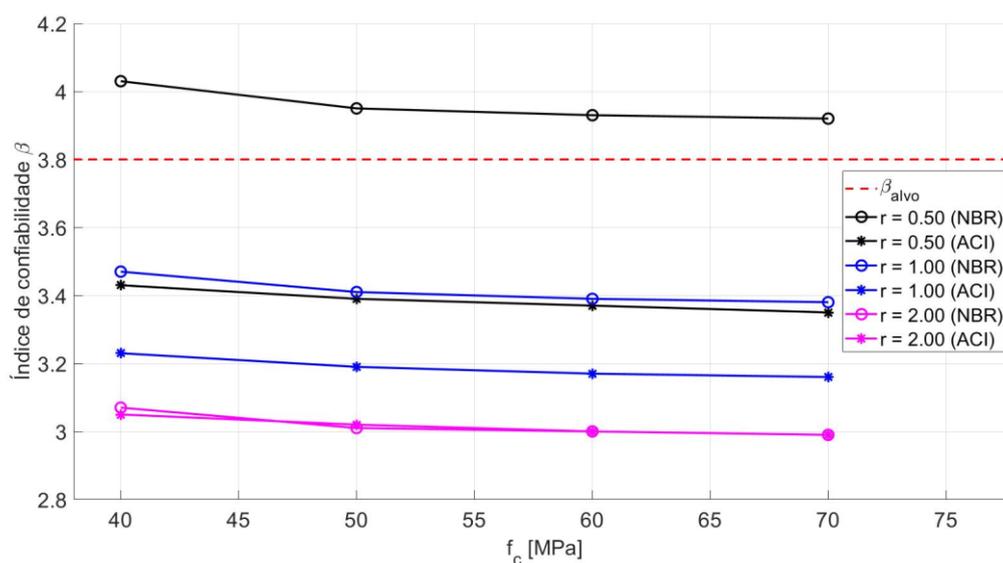
Da mesma forma que o exemplo anterior, foi conduzido um estudo paramétrico para o segundo conjunto de vigas, também com vistas de, a partir dos resultados obtidos para a norma brasileira, verificar o comportamento do índice β quando este é calculado para vigas com propriedades do concreto pertencentes ao Grupo II das classes de resistência à compressão do concreto.

7.2.1 Variação de β em função da resistência à compressão do concreto

Nesta seção, tem-se a variação do índice de confiabilidade frente à variação da resistência à compressão do concreto (f_{ck} e f_c'), avaliada sob diferentes condições de carregamento e alturas para a seção transversal (h).

7.2.1.1 Análise para carregamento total $p_k = 25$ kN/m

Fixando-se o carregamento total $p_k = 25$ kN/m, apresentam-se as variações no índice de confiabilidade para as alturas $h = 45, 55$ e 65 cm ilustradas nas figuras 7.19, 7.20 e 7.21.

Figura 7.19: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 45$ cm.

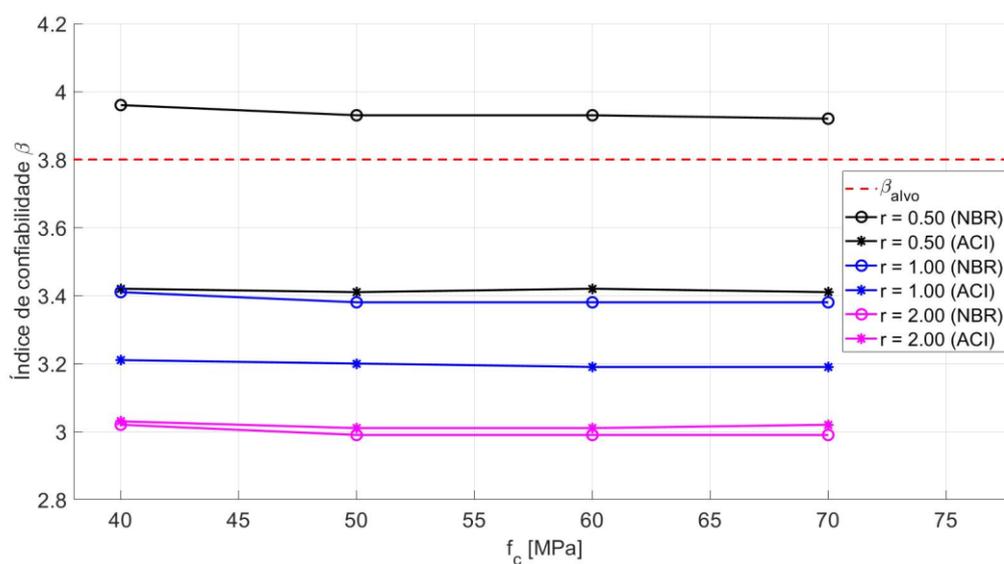


Figura 7.20: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 55$ cm.

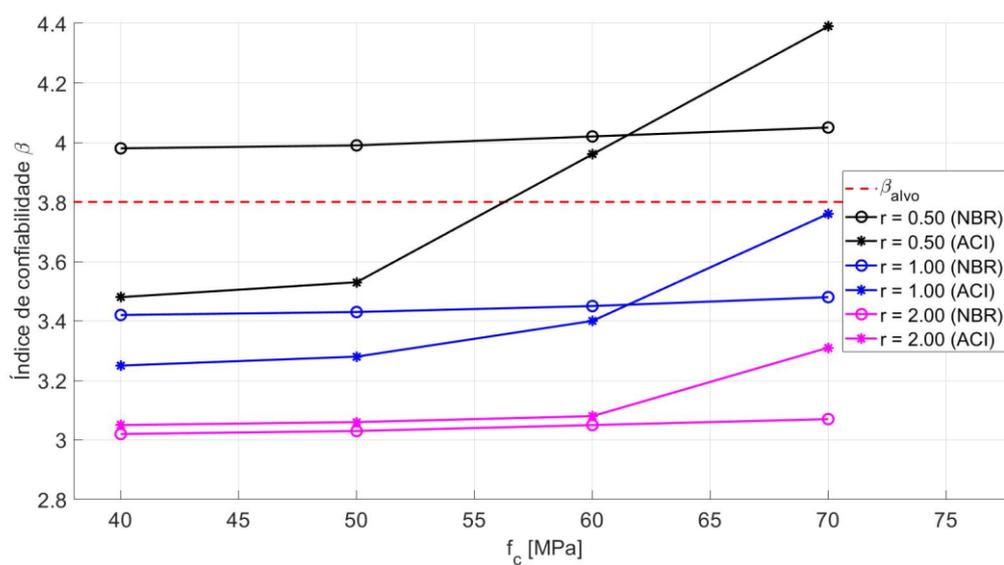


Figura 7.21: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 25$ kN/m e $h = 65$ cm.

7.2.1.2 Análise para carregamento total $p_k = 30$ kN/m

Para o caso de carregamento total fixo $p_k = 30$ kN/m, o índice de confiabilidade β varia, para as alturas de seção transversal $h = 45, 55$ e 65 cm, conforme figuras 7.22, 7.23 e 7.24.

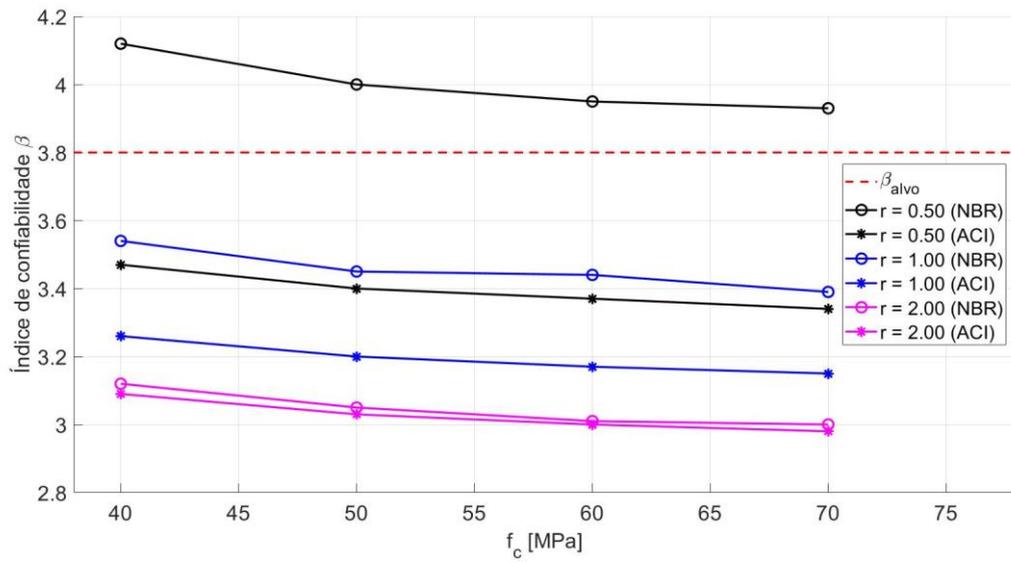


Figura 7.22: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 30$ kN/m e $h = 45$ cm.

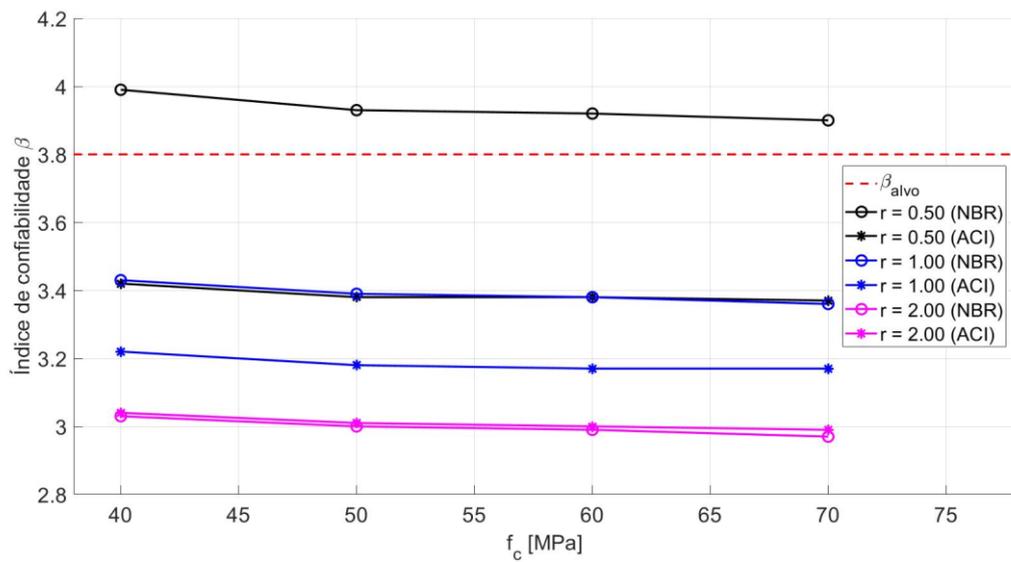


Figura 7.23: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 30$ kN/m e $h = 55$ cm.

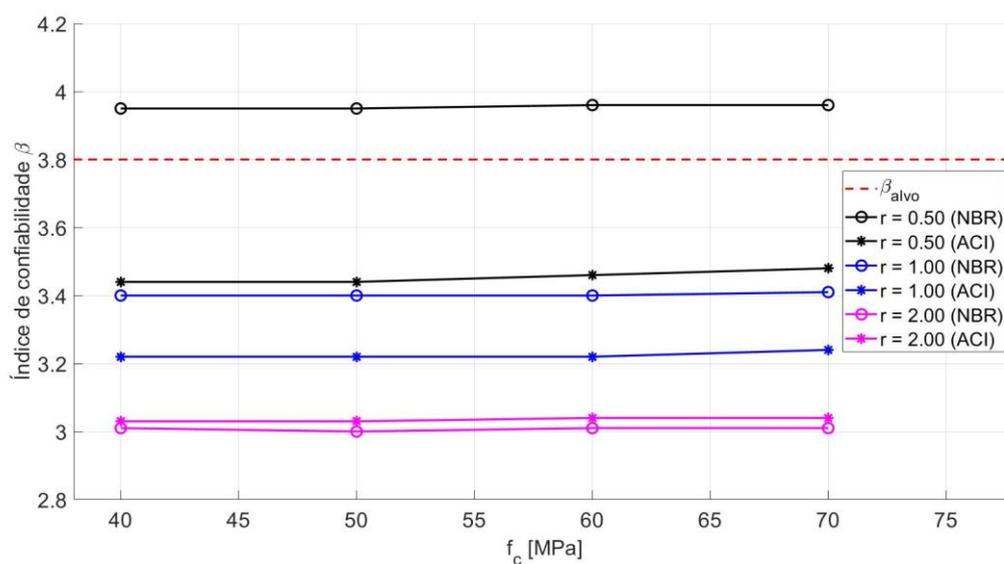


Figura 7.24: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 30$ kN/m e $h = 65$ cm.

7.2.1.3 Análise para carregamento total $p_k = 35$ kN/m

As figuras 7.25, 7.26 e 7.27 apresentam a variação de β conforme o crescimento da resistência à compressão do concreto, dado um valor fixo do carregamento total $p_k = 35$ kN/m.

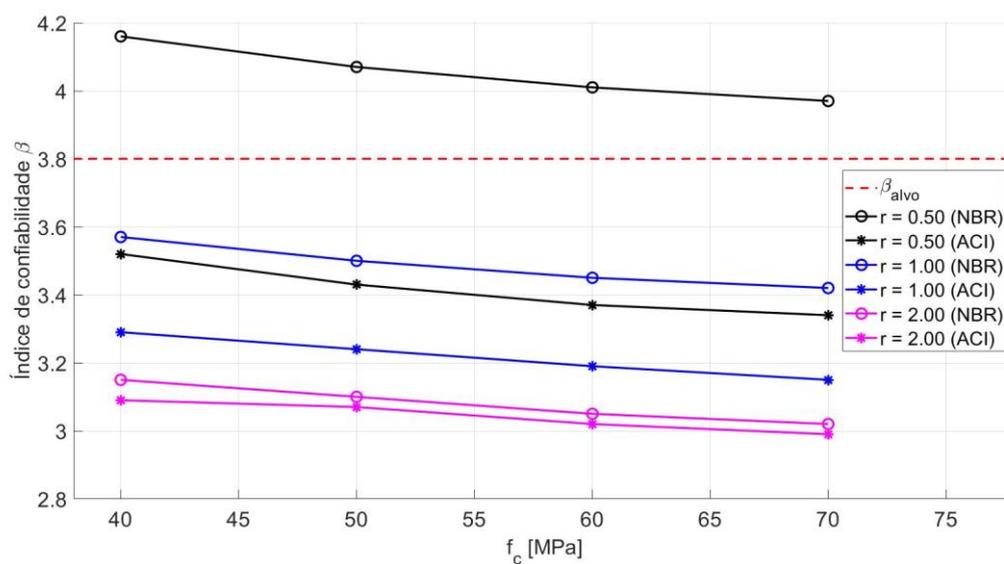


Figura 7.25: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 35$ kN/m e $h = 45$ cm.

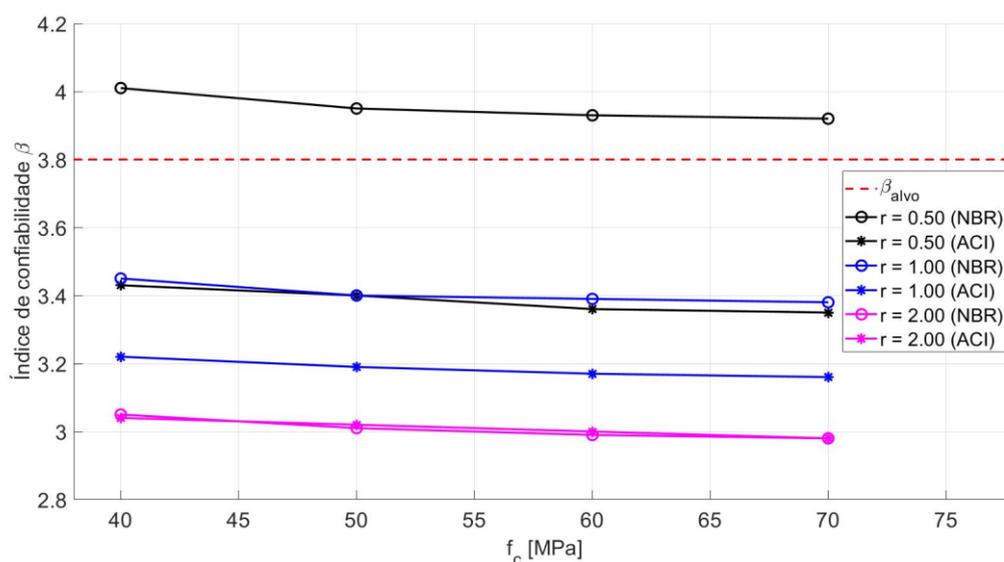


Figura 7.26: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 35$ kN/m e $h = 55$ cm.

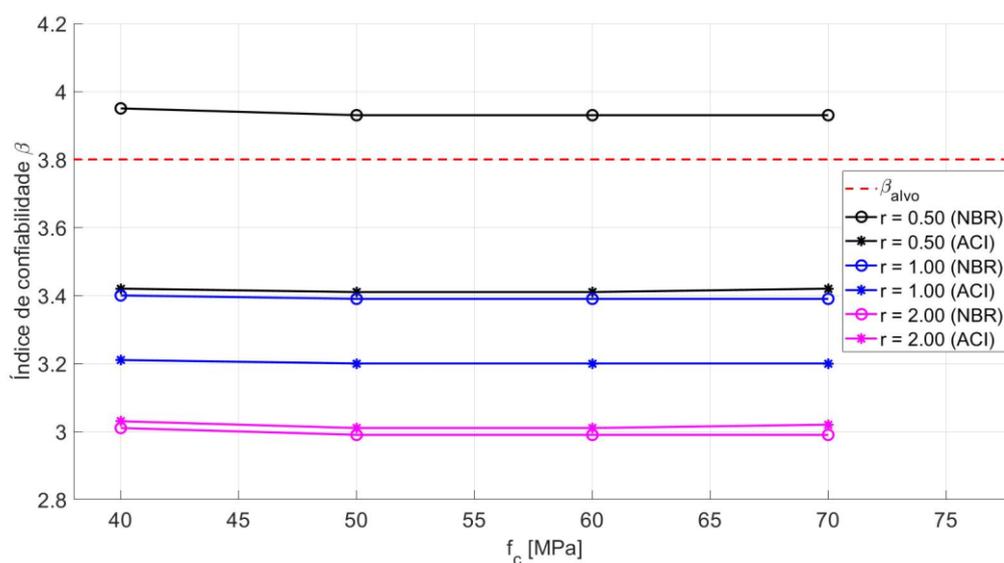


Figura 7.27: $f_c \times \beta$ para carregamento $p_k = 35$ kN/m e $h = 65$ cm.

7.2.2 Variação de β em função da altura da seção transversal

Nesta etapa do estudo paramétrico, é apresentado o comportamento do índice de confiabilidade frente a variação da altura da seção transversal das vigas de concreto armado (h), para diferentes condições de carregamento e classes de resistência à compressão do concreto.

7.2.2.1 Análise para carregamento total $p_k = 25$ kN/m

As figuras 7.28, 7.29, 7.30 e 7.31 demonstram as curvas $h \times \beta$, para os casos de vigas com carregamento total $p_k = 25$ kN/m.

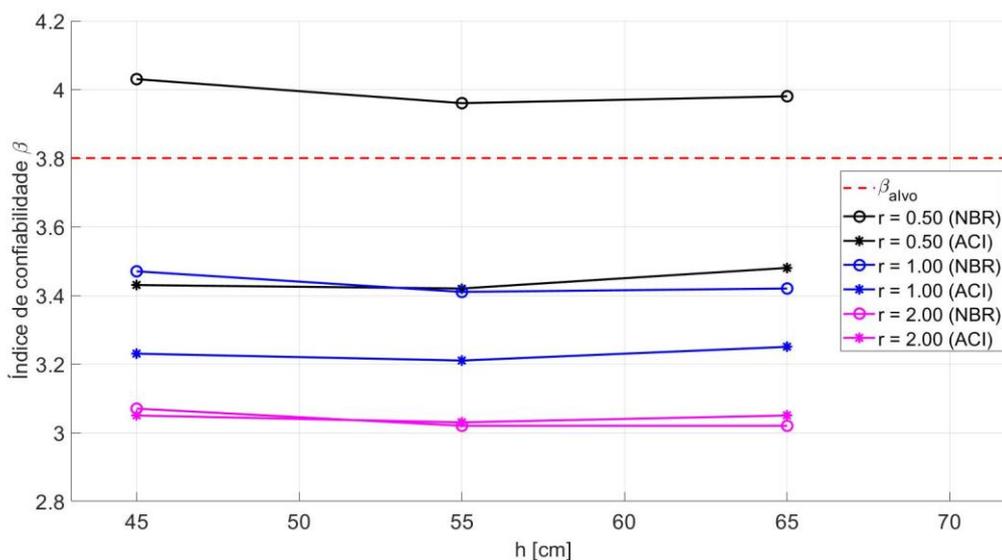


Figura 7.28: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 40$ MPa.

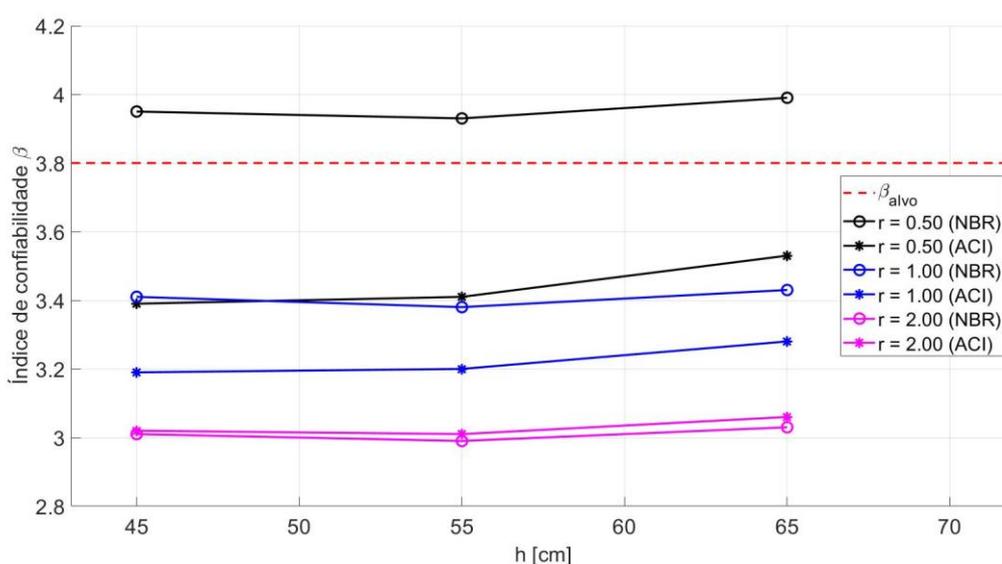


Figura 7.29: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 50$ MPa.

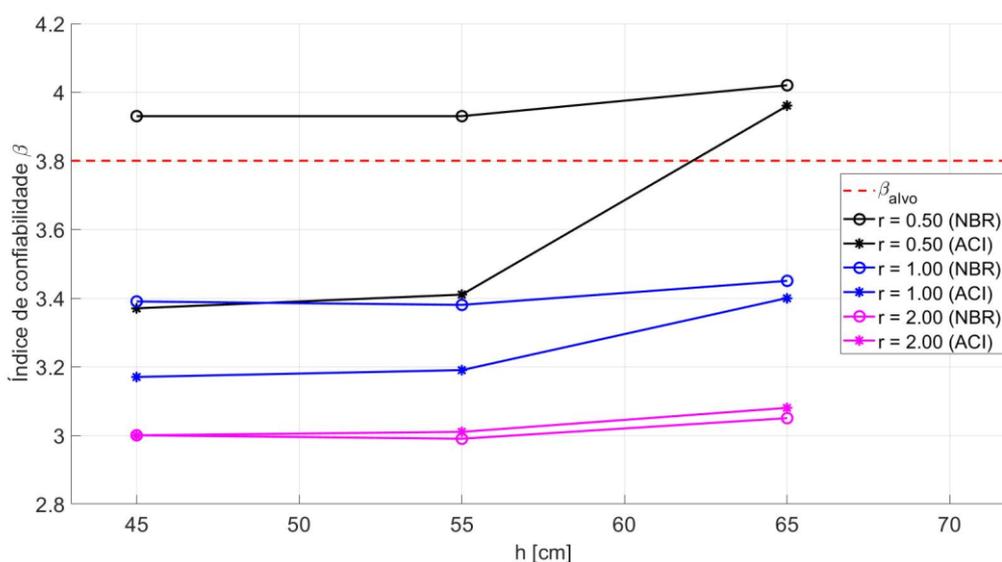


Figura 7.30: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 60$ MPa.

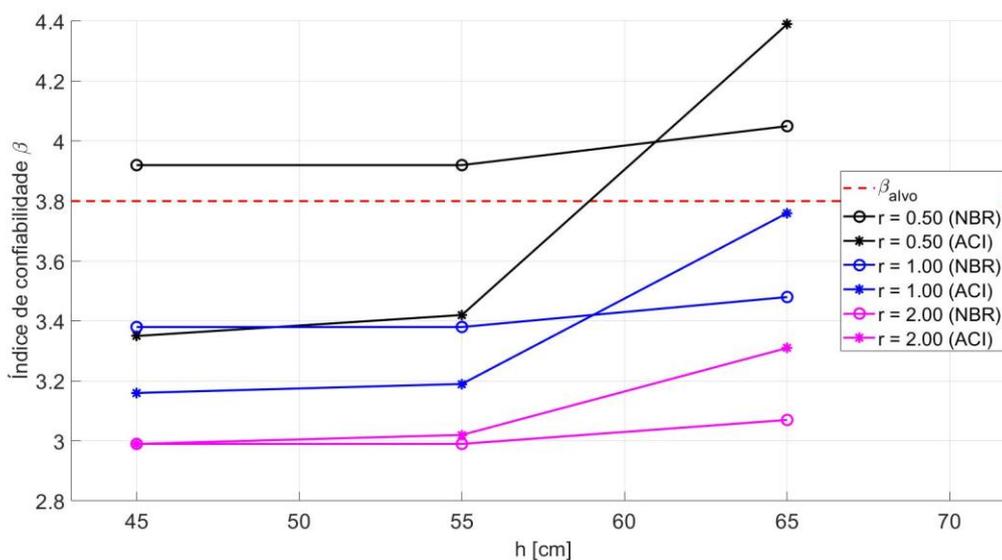


Figura 7.31: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 25$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 70$ MPa.

7.2.2.2 Análise para carregamento total $p_k = 30$ kN/m

Para os casos de carregamento $p_k = 30$ kN/m, para as classes de resistência à compressão do concreto do presente estudo, tem-se os seguintes gráficos $h \times \beta$ (Figuras 7.32, 7.33, 7.34 e 7.35):

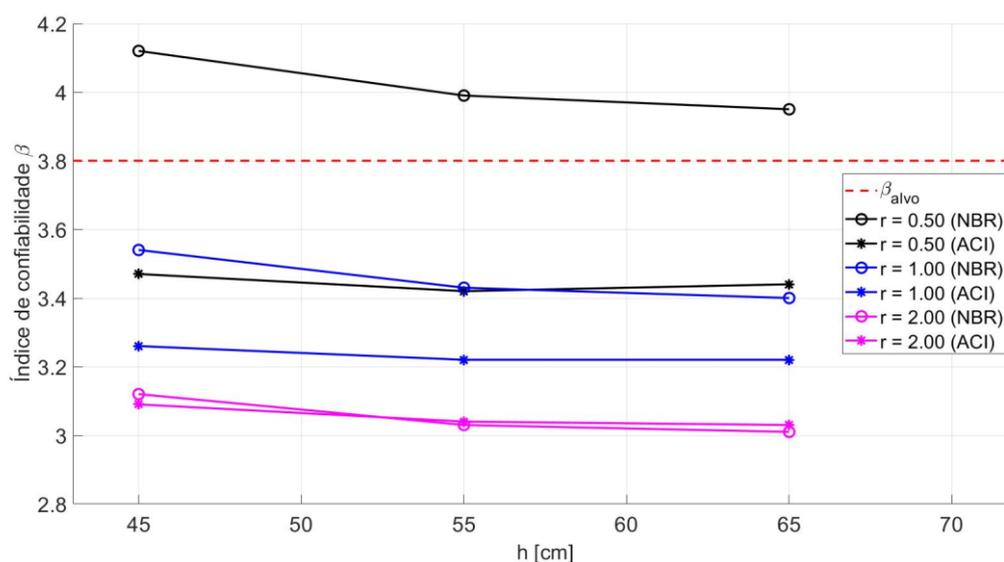


Figura 7.32: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 30$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 40$ MPa.

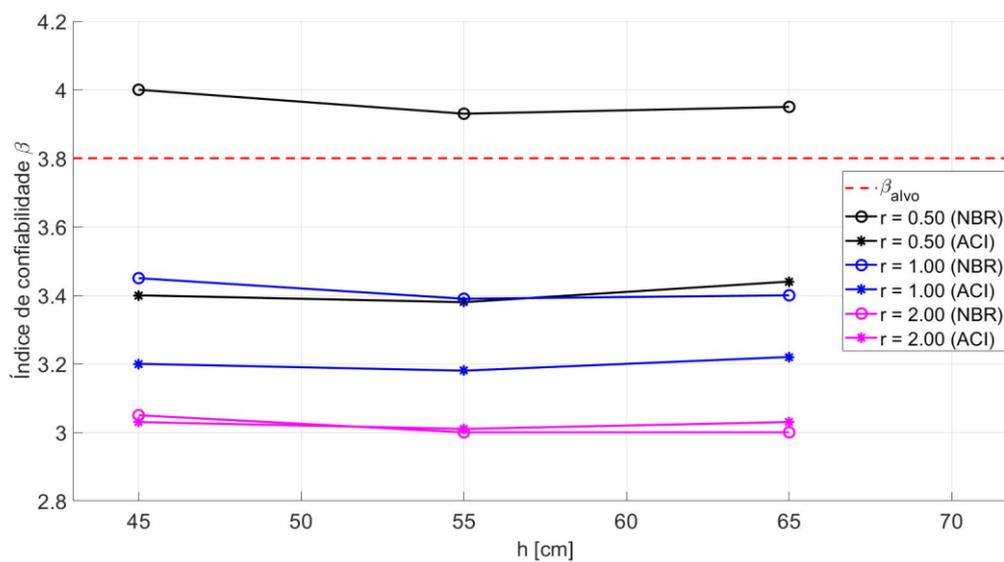


Figura 7.33: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 30$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 50$ MPa.

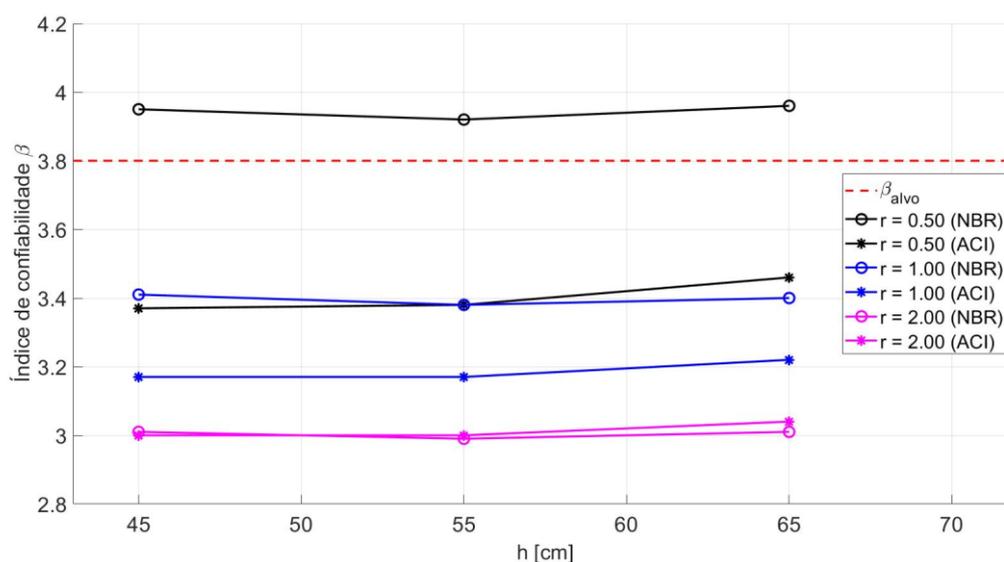


Figura 7.34: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 30$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 60$ MPa.

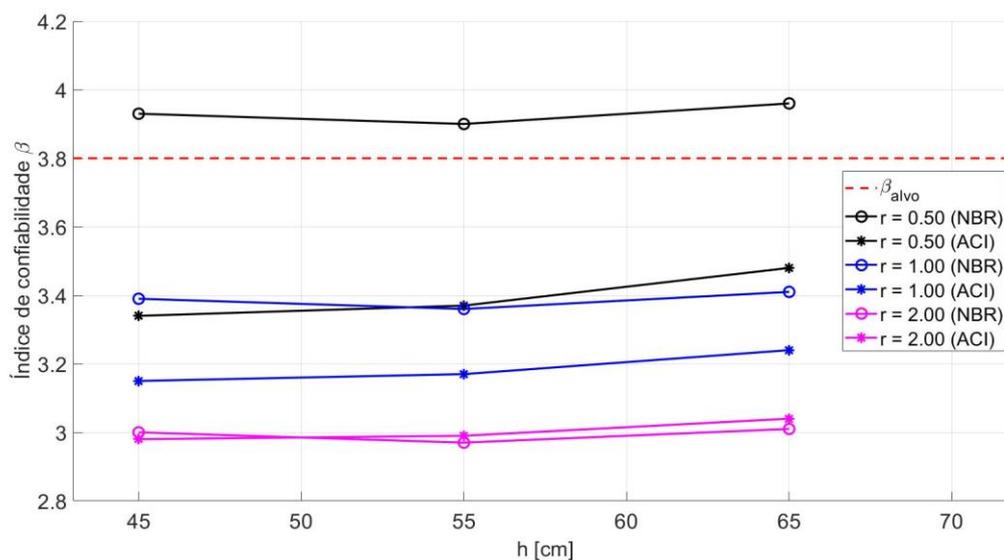


Figura 7.35: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 30$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 70$ MPa.

7.2.2.3 Análise para carregamento total $p_k = 35$ kN/m

Fixando-se a carga total distribuída em 35 kN/m, obtém-se as curvas $h \times \beta$ das figuras 7.36, 7.37, 7.38 e 7.39.

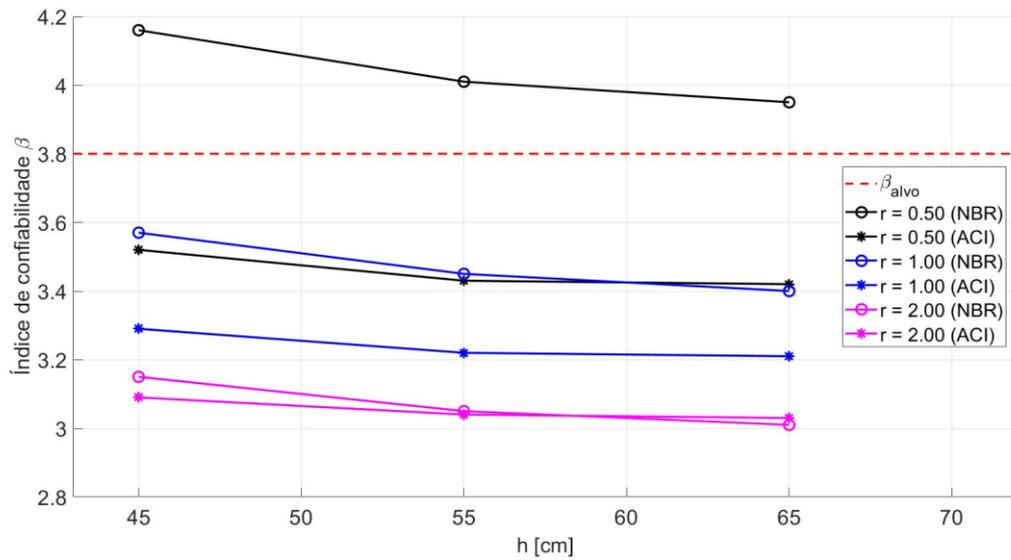


Figura 7.36: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 35$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 40$ MPa.

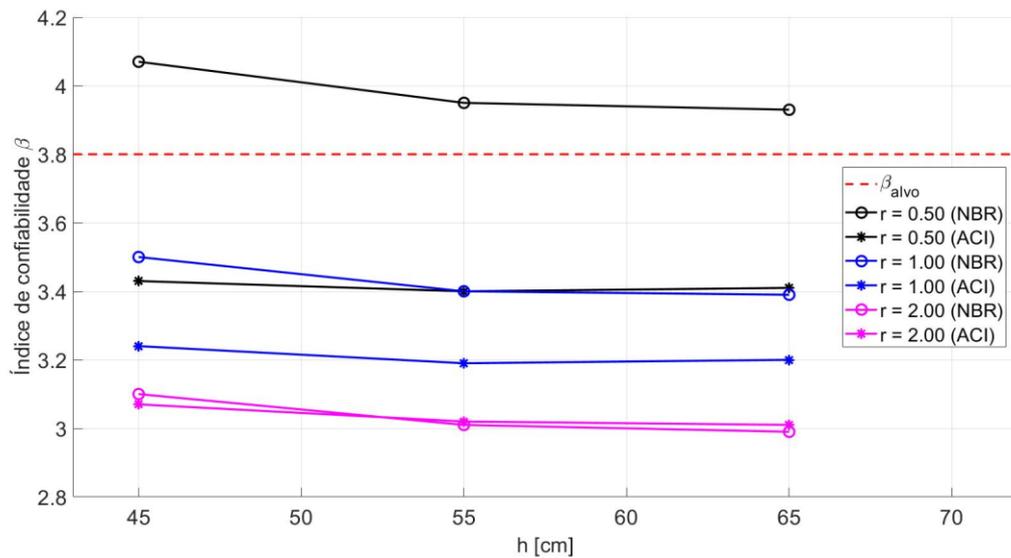


Figura 7.37: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 35$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 50$ MPa.

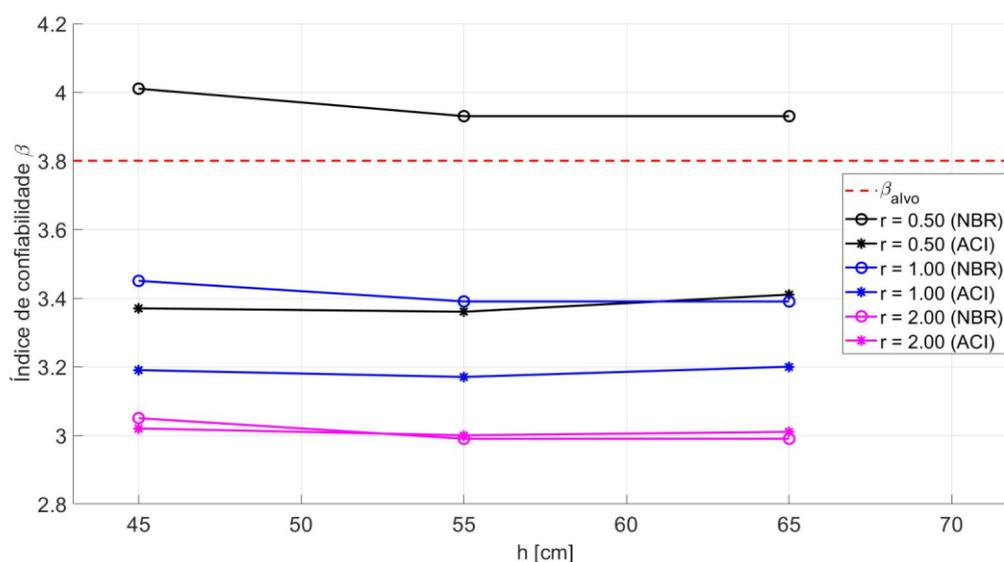


Figura 7.38: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 35$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 60$ MPa.

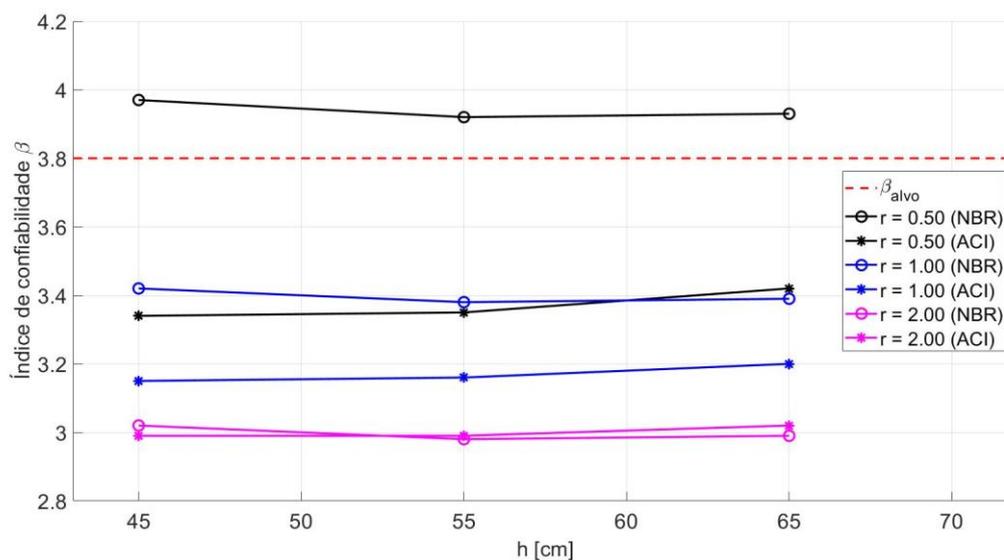


Figura 7.39: $h \times \beta$ para um carregamento $p_k = 35$ kN/m e resistências à compressão equivalentes a $f_{ck} = 70$ MPa.

7.2.3 Discussão geral dos resultados

Em geral, os índices β_{NBR} apresentam valores superiores àqueles obtidos para as vigas dimensionadas de acordo com o ACI 318 (ACI, 2019) para $r = 0,50$ e $r = 1,00$. Como demonstrado anteriormente, os índices para ambas as normas tendem a convergir conforme aumenta a razão de carregamento.

Para nenhuma situação onde não há aplicação da armadura mínima de tração, o índice β_{ACI} atinge ou supera o coeficiente alvo indicado $\beta_{alvo} = 3,80$. No caso da norma brasileira, esse valor é superado apenas quando tem-se casos em que a carga permanente é predominante em relação ao carregamento variável ($r = 0,50$).

O máximo valor de β_{NBR} encontrado foi de 4,16 e o mínimo de 2,97. Para β_{ACI} , tem-se um máximo de 3,52 e um mínimo de 2,98, desconsiderando casos onde a norma americana exige a utilização de armadura mínima de tração. Neste caso, β_{ACI} atinge 4,39 para a viga *V-70-65-0.50-25*. Assim como nas vigas de Scherer (2018), nenhuma dos casos de vigas dimensionadas pela norma brasileira recorre ao emprego de armadura de tração mínima.

A seguir são discutidos os resultados a partir da influência das variáveis analisadas no estudo paramétrico proposto no item 7.2.

7.2.3.1 Sobre a resistência à compressão do concreto

A influência da resistência à compressão do concreto na variação do índice de confiabilidade cresce de acordo com o aumento do carregamento total ao qual as vigas estão submetidas. Na figura 7.19, tem-se que as vigas dimensionadas de acordo com a NBR sofrem uma queda média relativa de 2,69% no valor de β , enquanto as vigas dimensionadas pelo código ACI sofrem decréscimo médio de 2,15%. Para um carregamento total mais elevado, conforme figura 7.25, o índice de confiabilidade β_{NBR} diminui em média 4,36%.

A influência da resistência à compressão do concreto na variação do índice de confiabilidade diminui de acordo com o aumento da altura da seção transversal (h). Como visto anteriormente, para $p_k = 35$ kN/m e $h = 45$ cm, de acordo com a figura 7.25, o índice de confiabilidade β_{NBR} diminui 4,36% em média, enquanto β_{ACI} varia -4,08%. Para o mesmo carregamento, mas considerando $h = 65$ cm (Figura 7.26), β_{NBR} tem variação média de -0,43% e β_{ACI} -0,25%. Para vigas menos solicitadas, o índice de confiabilidade β_{NBR} pode até vir a ter um leve crescimento em função da resistência à compressão do concreto (Figura 7.24).

Apesar disso, a resistência à compressão do concreto é o parâmetro das variáveis aleatórias que menos exerce influência sobre o valor final de β , conforme explicitado pelos cossenos diretores das vigas *V-40-45-r-25* apresentados na tabela 7.9. O mesmo exercício pode ser reproduzido para os demais subconjuntos de vigas.

Tabela 7.9: Cossenos diretores para as vigas V-40-45-r-25.

Variável Aleatória (x_i)	Cosseno diretor - αx_i					
	V-40-45-0.50-25		V-40-45-1.00-25		V-40-45-2.00-25	
	NBR	ACI	NBR	ACI	NBR	ACI
f_c	0,01833	0,01948	0,01451	0,01528	0,01235	0,01327
f_y	0,29164	0,30413	0,23252	0,23594	0,19872	0,19943
h	0,07164	0,07703	0,05818	0,06143	0,05020	0,05150
d'	-0,07670	-0,07876	-0,06202	-0,06138	-0,05339	-0,05271
$g; D$	-0,26897	-0,30642	-0,15495	-0,16475	-0,08649	-0,08698
$q; L$	-0,81549	-0,78617	-0,89712	-0,89227	-0,93049	-0,93017
θ_R	0,28829	0,30252	0,23417	0,23798	0,20210	0,20228
θ_S	-0,28829	-0,30252	-0,23417	-0,23798	-0,20210	-0,20228

Fonte: Autor (2020)

Nas vigas de menor seção transversal ($h = 45$ e 55 cm), a maior variação de β em função de f_c se dá entre as classes de concreto pertencentes ao Grupo I das classes de resistência à compressão do concreto (C40 e C50). Porém, é impreciso afirmar que os concretos de alta resistência – segundo definição da NBR 12655:2015 – tendem a linearizar o comportamento do índice de confiabilidade, visto que o mesmo comportamento ocorre em vigas dimensionadas de acordo com o ACI 318 (ACI, 2019). Como a resistência à compressão do concreto exerce pouca influência no valor final de β , esse comportamento tende a ser mais relacionado ao nível de carga ao qual os elementos estão submetidos.

7.2.3.2 Sobre a influência da altura da seção transversal

É observada a tendência de redução do índice de confiabilidade com o aumento da seção transversal (h) nas vigas de concreto armado submetidas aos maiores carregamentos totais p_k (Figuras 7.36, 7.37, 7.38 e 7.39).

Para vigas submetidas aos menores valores de p_k , principalmente para os maiores valores de resistência à compressão do concreto, podem ser observados casos em que ocorre um pequeno acréscimo no valor de β em função do aumento de h (por exemplo, figura 7.29). Este mesmo comportamento pôde ser observado no estudo de Scherer (2018) e se deve a contribuição do concreto sob tração no modelo numérico.

7.2.3.3 Sobre a influência do carregamento

A carga variável é, de todas as variáveis aleatórias envolvidas, aquela que mais exerce influência sobre o índice de confiabilidade e, por consequência, na probabilidade de falha das

vigas estudadas. Para todas as razões de carregamento (r), o cosseno diretor predominante é o da variável aleatória q (ou L), como pode ser visto, em destaque, na figura 7.40.

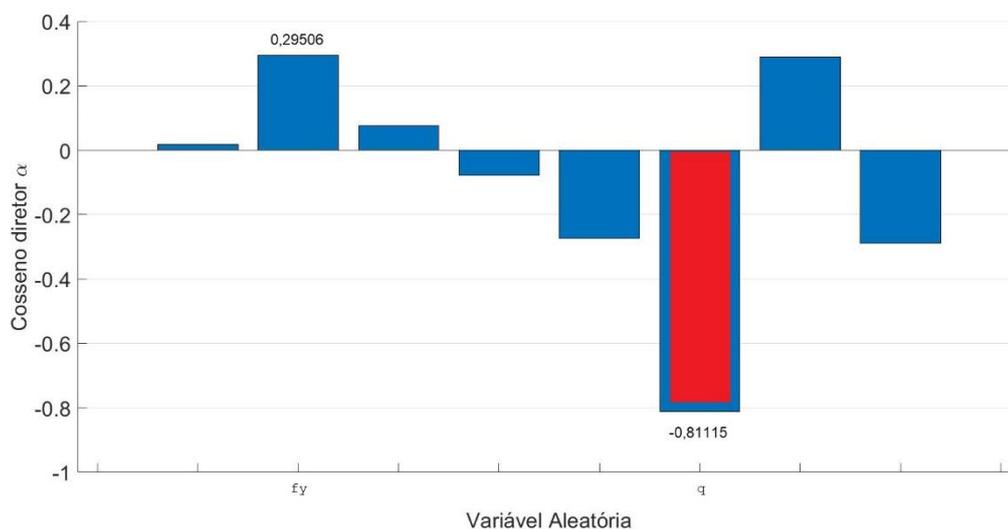


Figura 7.40: Cossenos diretores para a viga V-50-45-0.50-25 dimensionada pela NBR 6118:2014.

Isso incide na grande influência da razão de carregamento (r) no índice de confiabilidade, uma vez que a carga variável é aquela que possui uma maior variabilidade no espaço e no tempo, de acordo com Correia (2020).

Dentre as vigas estudadas, aquelas dimensionadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) sofrem, em média, 24% de redução do valor do índice de confiabilidade quando comparados $\beta_{r=0.50}$ e $\beta_{r=2.00}$. Para as vigas dimensionadas pelo código norte-americano, essa redução é de cerca de 11%. Essa diferença entre normas é em virtude, principalmente, do emprego de diferentes coeficientes de majoração das ações atuantes.

7.2.4 Efeito dos coeficientes de ponderação

Caso a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) adotasse os mesmos coeficientes que a norma americana ACI 318 (ACI, 2019) (1,2 para cargas permanentes e 1,6 para cargas variáveis) e o código americano tivesse 1,4 como os coeficientes de majoração destes carregamentos, os índices de confiabilidade da tabela 7.10 seriam os encontrados para o segundo conjunto de vigas, cujos “novos” dimensionamentos se encontram nos Apêndices E e F.

Tabela 7.10: Índices de confiabilidade para combinações de ações “invertidas”.

Norma	NBR 1,2+1,6	ACI 1,4+1,4	Norma	NBR 1,2+1,6	ACI 1,4+1,4	Norma	NBR 1,2+1,6	ACI 1,4+1,4
Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}
V-40-45-0.50-25	3,72	3,73	V-50-45-0.50-25	3,66	3,69	V-60-45-0.50-25	3,64	3,66
V-40-45-0.50-30	3,81	3,77	V-50-45-0.50-30	3,70	3,69	V-60-45-0.50-30	3,66	3,66
V-40-45-0.50-35	3,87	3,81	V-50-45-0.50-35	3,76	3,74	V-60-45-0.50-35	3,70	3,68
V-40-45-1.00-25	3,47	3,23	V-50-45-1.00-25	3,41	3,19	V-60-45-1.00-25	3,39	3,17
V-40-45-1.00-30	3,54	3,26	V-50-45-1.00-30	3,45	3,20	V-60-45-1.00-30	3,41	3,17
V-40-45-1.00-35	3,57	3,29	V-50-45-1.00-35	3,50	3,24	V-60-45-1.00-35	3,45	3,19
V-40-45-2.00-25	3,27	2,86	V-50-45-2.00-25	3,21	2,83	V-60-45-2.00-25	3,19	2,81
V-40-45-2.00-30	3,33	2,89	V-50-45-2.00-30	3,25	2,83	V-60-45-2.00-30	3,21	2,81
V-40-45-2.00-35	3,33	2,91	V-50-45-2.00-35	3,30	2,87	V-60-45-2.00-35	3,25	2,82
V-40-55-0.50-25	3,67	3,71	V-50-55-0.50-25	3,65	3,69	V-60-55-0.50-25	3,65	3,69
V-40-55-0.50-30	3,68	3,72	V-50-55-0.50-30	3,65	3,68	V-60-55-0.50-30	3,63	3,66
V-40-55-0.50-35	3,72	3,72	V-50-55-0.50-35	3,66	3,69	V-60-55-0.50-35	3,64	3,66
V-40-55-1.00-25	3,41	3,21	V-50-55-1.00-25	3,38	3,20	V-60-55-1.00-25	3,38	3,19
V-40-55-1.00-30	3,43	3,22	V-50-55-1.00-30	3,39	3,18	V-60-55-1.00-30	3,38	3,17
V-40-55-1.00-35	3,45	3,22	V-50-55-1.00-35	3,40	3,19	V-60-55-1.00-35	3,39	3,17
V-40-55-2.00-25	3,21	2,84	V-50-55-2.00-25	3,18	2,83	V-60-55-2.00-25	3,18	2,83
V-40-55-2.00-30	3,22	2,85	V-50-55-2.00-30	3,19	2,82	V-60-55-2.00-30	3,18	2,81
V-40-55-2.00-35	3,24	2,85	V-50-55-2.00-35	3,20	2,82	V-60-55-2.00-35	3,19	2,81
V-40-65-0.50-25	3,71	3,76	V-50-65-0.50-25	3,72	3,80	V-60-65-0.50-25	3,76	3,96
V-40-65-0.50-30	3,68	3,73	V-50-65-0.50-30	3,67	3,73	V-60-65-0.50-30	3,68	3,73
V-40-65-0.50-35	3,66	3,71	V-50-65-0.50-35	3,65	3,70	V-60-65-0.50-35	3,65	3,70
V-40-65-1.00-25	3,42	3,25	V-50-65-1.00-25	3,43	3,28	V-60-65-1.00-25	3,45	3,40
V-40-65-1.00-30	3,40	3,22	V-50-65-1.00-30	3,40	3,22	V-60-65-1.00-30	3,40	3,22
V-40-65-1.00-35	3,40	3,21	V-50-65-1.00-35	3,39	3,20	V-60-65-1.00-35	3,39	3,20
V-40-65-2.00-25	3,21	2,87	V-50-65-2.00-25	3,21	2,90	V-60-65-2.00-25	3,22	3,00
V-40-65-2.00-30	3,20	2,85	V-50-65-2.00-30	3,19	2,85	V-60-65-2.00-30	3,19	2,85
V-40-65-2.00-35	3,21	2,84	V-50-65-2.00-35	3,18	2,83	V-60-65-2.00-35	3,18	2,83

Fonte: Autor (2020)

Considerando as vigas com resistência à compressão do concreto equivalente a 40 MPa, o máximo valor de β_{NBR} e β_{ACI} eram 4,16 e 3,52, respectivamente, utilizando os coeficientes corretos. Caso estes fossem “invertidos”, teríamos um máximo β_{NBR} igual 3,87 e β_{ACI} equivalente 3,81. Os mínimos passariam de 3,01 e 3,03 para 3,20 e 2,84. Ou seja, em alguns casos, o nível de confiabilidade de algumas vigas dimensionadas pelo código americano passariam a ter resultados ainda mais insatisfatórios, comparado ao coeficiente alvo de 3,80. Cabe salientar que as normas americanas e europeias passaram por processos de calibração dos seus coeficientes para atender certos índices de confiabilidade alvo. As normas brasileiras, conforme indica Beck (2019), nunca passaram por este procedimento.

A variância do índice de confiabilidade quando toma-se a combinação de coeficientes 1,4+1,4 é superior em comparação a variância da combinação 1,2+1,6. Por isso, os índices β_{NBR} originais estão contidos em um intervalo de valores maior do que os índices β_{ACI} originais. Tal situação pode ser verificada a partir da figura 7.41.

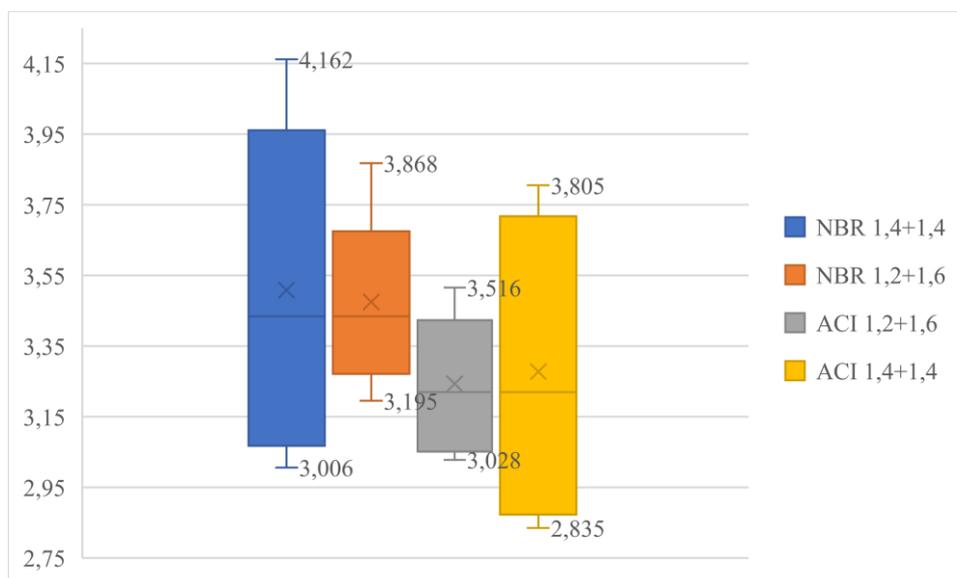


Figura 7.41: Variações dos índices de confiabilidade para $f_c = 40$ MPa.

Assim, tem-se que o procedimento de dimensionamento segundo o ACI 318 (ACI, 2019) leva a uma menor variação do índice de confiabilidade. Portanto, é um método que conduz a uma confiabilidade mais uniforme.

7.2.5 Comparativo dos índices de confiabilidade a partir da caracterização das variáveis aleatórias de Scherer (2018) e Santos, Stucchi e Beck (2014)

Como o coeficiente de variação V_{f_c} para o f_{ck} utilizado por Santos, Stucchi e Beck (2014) é diferente do utilizado por Scherer (2018), a compatibilização da resistência à compressão do concreto entre normas também deve passar por uma adaptação. Para $V_{f_c} = 0,15$, a resistência à compressão equivalente do concreto para a norma americana f_c' tem seus valores conforme tabela 7.11.

Tabela 7.11: Resistência à compressão equivalente para estudo comparativo.

f_{ck} [MPa]	f_{cm} [MPa]	f_c' [MPa]
40	53,10	42,43
50	66,38	53,04
60	79,65	63,64
70	92,93	74,25

Fonte: Autor (2020)

Com isso, as vigas tiveram que ser redimensionadas para o ACI 318 (ACI, 2019), resultando nas áreas de armadura passiva apresentadas no Apêndice G. Os índices de confiabilidade para o segundo conjunto de vigas, considerando a caracterização das variáveis de Santos, Stucchi e Beck (2014) encontram-se na tabela 7.12.

Tabela 7.12: Índices de confiabilidade para caracterização das variáveis aleatórias de Santos, Stucchi e Beck (2014).

Norma	NBR 6118:2014	ACI 318-19	Norma	NBR 6118:2014	ACI 318-19	Norma	NBR 6118:2014	ACI 318-19
Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}
V-40-45-0.50-25	4,15	3,54	V-50-45-0.50-25	4,05	3,50	V-60-45-0.50-25	4,03	3,46
V-40-45-0.50-30	4,17	3,58	V-50-45-0.50-30	4,12	3,51	V-60-45-0.50-30	4,07	3,47
V-40-45-0.50-35	4,20	3,64	V-50-45-0.50-35	4,17	3,54	V-60-45-0.50-35	4,12	3,49
V-40-45-1.00-25	3,70	3,45	V-50-45-1.00-25	3,62	3,41	V-60-45-1.00-25	3,60	3,38
V-40-45-1.00-30	3,72	3,49	V-50-45-1.00-30	3,67	3,42	V-60-45-1.00-30	3,63	3,39
V-40-45-1.00-35	3,75	3,53	V-50-45-1.00-35	3,72	3,46	V-60-45-1.00-35	3,67	3,40
V-40-45-2.00-25	3,31	3,30	V-50-45-2.00-25	3,24	3,26	V-60-45-2.00-25	3,23	3,24
V-40-45-2.00-30	3,34	3,34	V-50-45-2.00-30	3,29	3,28	V-60-45-2.00-30	3,25	3,25
V-40-45-2.00-35	3,36	3,37	V-50-45-2.00-35	3,33	3,32	V-60-45-2.00-35	3,29	3,26
V-40-55-0.50-25	4,19	3,63	V-50-55-0.50-25	4,33	3,62	V-60-55-0.50-25	4,14	3,63
V-40-55-0.50-30	4,21	3,63	V-50-55-0.50-30	4,17	3,60	V-60-55-0.50-30	4,15	3,59
V-40-55-0.50-35	4,24	3,66	V-50-55-0.50-35	4,17	3,59	V-60-55-0.50-35	4,16	3,58
V-40-55-1.00-25	3,69	3,49	V-50-55-1.00-25	3,66	3,48	V-60-55-1.00-25	3,66	3,48
V-40-55-1.00-30	3,71	3,50	V-50-55-1.00-30	3,68	3,46	V-60-55-1.00-30	3,66	3,45
V-40-55-1.00-35	3,74	3,51	V-50-55-1.00-35	3,68	3,47	V-60-55-1.00-35	3,67	3,44
V-40-55-2.00-25	3,29	3,31	V-50-55-2.00-25	3,26	3,29	V-60-55-2.00-25	3,26	3,29
V-40-55-2.00-30	3,31	3,32	V-50-55-2.00-30	3,28	3,29	V-60-55-2.00-30	3,26	3,28
V-40-55-2.00-35	3,33	3,34	V-50-55-2.00-35	3,28	3,31	V-60-55-2.00-35	3,27	3,27
V-40-65-0.50-25	4,27	3,80	V-50-65-0.50-25	4,28	3,80	V-60-65-0.50-25	4,30	4,26
V-40-65-0.50-30	4,24	3,72	V-50-65-0.50-30	4,24	3,73	V-60-65-0.50-30	4,25	3,74
V-40-65-0.50-35	4,26	3,70	V-50-65-0.50-35	4,23	3,69	V-60-65-0.50-35	4,21	3,69
V-40-65-1.00-25	3,74	3,58	V-50-65-1.00-25	3,75	3,61	V-60-65-1.00-25	3,77	3,73
V-40-65-1.00-30	3,72	3,54	V-50-65-1.00-30	3,72	3,54	V-60-65-1.00-30	3,73	3,55
V-40-65-1.00-35	3,73	3,51	V-50-65-1.00-35	3,71	3,51	V-60-65-1.00-35	3,69	3,51
V-40-65-2.00-25	3,33	3,38	V-50-65-2.00-25	3,33	3,39	V-60-65-2.00-25	3,35	3,40
V-40-65-2.00-30	3,31	3,35	V-50-65-2.00-30	3,30	3,35	V-60-65-2.00-30	3,31	3,36
V-40-65-2.00-35	3,31	3,34	V-50-65-2.00-35	3,29	3,32	V-60-65-2.00-35	3,28	3,33

Fonte: Autor (2020)

Para todos os casos, os parâmetros de Santos, Stucchi e Beck (2014) fornecem maiores índices de confiabilidade. A tabela 7.13 apresenta o crescimento relativo de β para 81 vigas utilizando-se da caracterização das variáveis aleatórias dos autores supracitados.

Tabela 7.13: Diferença relativa entre os índices de confiabilidade.

Norma	NBR 6118:2014		Norma	NBR 6118:2014		Norma	NBR 6118:2014	
	ACI 318-19			ACI 318-19			ACI 318-19	
Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}	Viga	β_{NBR}	β_{ACI}
V-40-45-0.50-25	2,83%	3,18%	V-50-45-0.50-25	2,33%	3,21%	V-60-45-0.50-25	2,55%	2,76%
V-40-45-0.50-30	1,21%	3,20%	V-50-45-0.50-30	2,77%	3,24%	V-60-45-0.50-30	2,83%	3,09%
V-40-45-0.50-35	0,84%	3,58%	V-50-45-0.50-35	2,46%	3,03%	V-60-45-0.50-35	2,72%	3,38%
V-40-45-1.00-25	6,45%	6,95%	V-50-45-1.00-25	6,10%	6,93%	V-60-45-1.00-25	6,20%	6,46%
V-40-45-1.00-30	5,23%	6,96%	V-50-45-1.00-30	6,32%	6,97%	V-60-45-1.00-30	6,37%	6,81%
V-40-45-1.00-35	4,95%	7,30%	V-50-45-1.00-35	6,22%	6,76%	V-60-45-1.00-35	6,34%	6,75%
V-40-45-2.00-25	7,89%	8,40%	V-50-45-2.00-25	7,63%	8,26%	V-60-45-2.00-25	7,68%	8,21%
V-40-45-2.00-30	6,88%	8,23%	V-50-45-2.00-30	7,77%	8,25%	V-60-45-2.00-30	7,83%	8,23%
V-40-45-2.00-35	6,66%	8,93%	V-50-45-2.00-35	7,72%	8,12%	V-60-45-2.00-35	7,84%	7,91%
V-40-55-0.50-25	5,76%	6,41%	V-50-55-0.50-25	10,29%	6,25%	V-60-55-0.50-25	5,50%	6,21%
V-40-55-0.50-30	5,62%	6,16%	V-50-55-0.50-30	6,03%	6,32%	V-60-55-0.50-30	5,77%	6,15%
V-40-55-0.50-35	5,76%	6,47%	V-50-55-0.50-35	5,57%	5,68%	V-60-55-0.50-35	5,80%	6,64%
V-40-55-1.00-25	8,23%	8,62%	V-50-55-1.00-25	8,20%	8,76%	V-60-55-1.00-25	8,10%	8,80%
V-40-55-1.00-30	8,12%	8,68%	V-50-55-1.00-30	8,49%	8,64%	V-60-55-1.00-30	8,35%	8,64%
V-40-55-1.00-35	8,31%	9,01%	V-50-55-1.00-35	8,17%	8,87%	V-60-55-1.00-35	8,33%	8,45%
V-40-55-2.00-25	9,19%	9,41%	V-50-55-2.00-25	9,14%	9,29%	V-60-55-2.00-25	9,06%	9,33%
V-40-55-2.00-30	9,10%	9,42%	V-50-55-2.00-30	9,41%	9,27%	V-60-55-2.00-30	9,31%	9,47%
V-40-55-2.00-35	9,31%	9,76%	V-50-55-2.00-35	9,12%	9,55%	V-60-55-2.00-35	9,26%	9,25%
V-40-65-0.50-25	7,45%	8,98%	V-50-65-0.50-25	7,43%	7,68%	V-60-65-0.50-25	7,10%	7,76%
V-40-65-0.50-30	7,31%	8,11%	V-50-65-0.50-30	7,37%	8,25%	V-60-65-0.50-30	7,43%	8,15%
V-40-65-0.50-35	7,75%	8,19%	V-50-65-0.50-35	7,40%	8,12%	V-60-65-0.50-35	7,15%	8,21%
V-40-65-1.00-25	9,44%	10,22%	V-50-65-1.00-25	9,40%	10,14%	V-60-65-1.00-25	9,13%	9,64%
V-40-65-1.00-30	9,28%	9,91%	V-50-65-1.00-30	9,33%	9,86%	V-60-65-1.00-30	9,46%	10,02%
V-40-65-1.00-35	9,58%	9,58%	V-50-65-1.00-35	9,36%	9,85%	V-60-65-1.00-35	9,10%	9,79%
V-40-65-2.00-25	10,10%	10,85%	V-50-65-2.00-25	10,08%	10,85%	V-60-65-2.00-25	9,85%	10,29%
V-40-65-2.00-30	9,94%	10,43%	V-50-65-2.00-30	9,96%	10,46%	V-60-65-2.00-30	10,18%	10,54%
V-40-65-2.00-35	10,18%	10,13%	V-50-65-2.00-35	10,02%	10,29%	V-60-65-2.00-35	9,77%	10,53%

Fonte: Autor (2020).

As vigas com menor razão de carregamento r são menos afetadas com a mudança das características estatísticas das variáveis aleatórias. Este comportamento é compreensível visto que Santos, Stucchi e Beck (2014) adotam um coeficiente de variação para o carregamento acidental inferior (20%) ao adotado por Scherer (2018), de 25%. Como q é a variável aleatória que mais exerce influência sob o valor do índice de confiabilidade, quanto menor for sua variação e maior o seu peso frente ao carregamento total, maior será sua diferença para os índices encontrados a partir dos dados de Scherer (2018). Ainda, soma-se o fato de que o coeficiente de variação referente ao carregamento permanente é adotado de forma igual para ambos os casos (10%). Tal situação verifica-se a partir da curva $r \times \beta$ das vigas $V-50-45-r-25$, onde a diferença entre os índices β avaliados também aumenta (Figura 7.42), principalmente no trecho entre $r = 0,50$ e $r = 1,00$. Este comportamento é notado tanto para os casos da NBR 6118 (ABNT, 2014) quanto para os do ACI 318 (ACI, 2019).

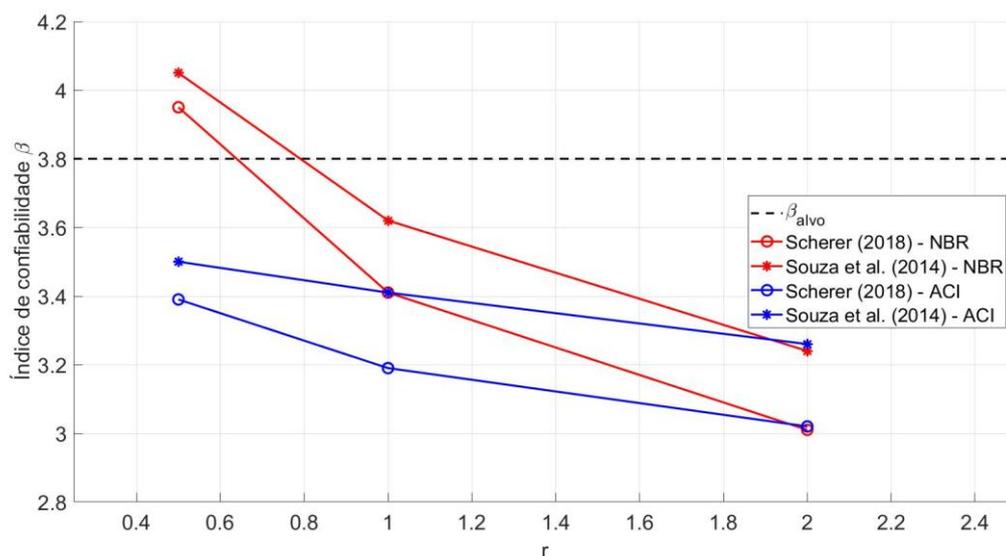


Figura 7.42: $r \times \beta$ para as vigas V-50-45-r-25.

Mesmo adotando média e desvio padrão diferentes para a resistência à compressão do concreto, a partir dos dados de Santos, Stucchi e Beck (2014) não há significativa alteração do comportamento do índice de confiabilidade em função de f_c . Isto é, β tende a ter valores maiores em relação aos de Scherer (2018), porém de maneira mais uniforme em relação ao crescimento em função de r , conforme figura 7.43.

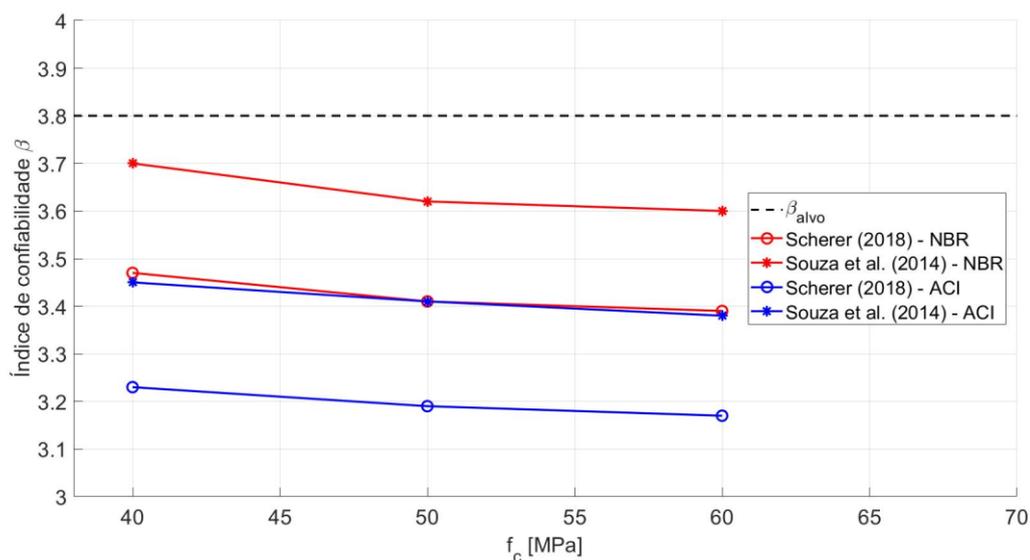


Figura 7.43: $f_c \times \beta$ para as vigas V- f_c -45-1.00-25.

A altura da seção transversal (h) também infere alterações no comportamento de β , quando comparam-se os resultados entre os dados estatísticos dos diferentes autores. Quanto maior a altura da seção transversal, maior a diferença de β . Tal diferença se dá porque Scherer (2018) e Santos, Stucchi e Beck (2014) utilizam-se de valores diferentes de desvio padrão para a altura h . A figura 7.44 apresenta a variação de β em função de h para as vigas $V-40-h-1.00-25$, cujo propósito é verificar o comportamento descrito.

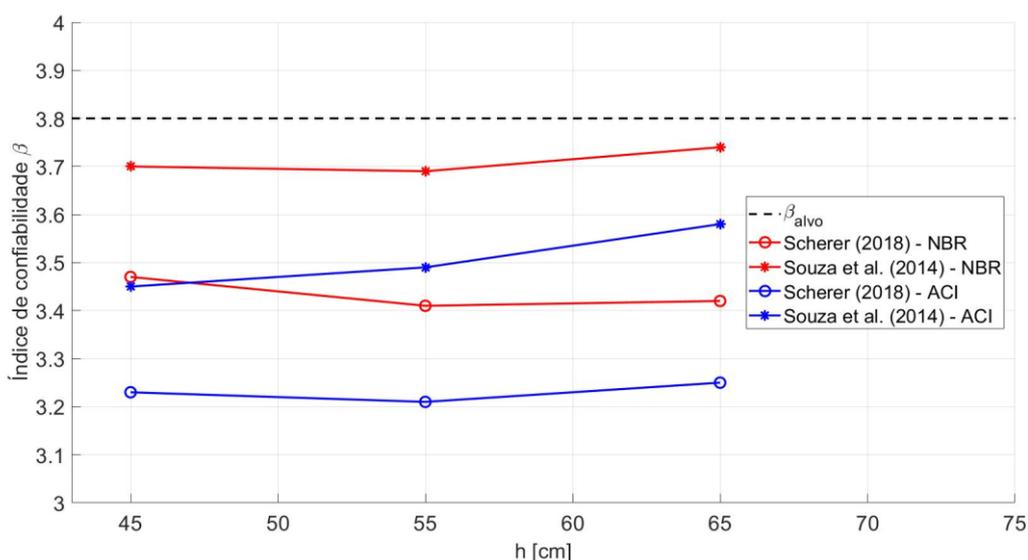


Figura 7.44: $h \times \beta$ para as vigas $V-40-h-1.00-25$.

Embora uma diferente caracterização das variáveis aleatórias influencie no modo com que o índice de confiabilidade se comporte em função destas variáveis, certas situações não sofrem alterações. Quando são comparados os resultados obtidos para β_{NBR} e β_{ACI} , novamente tem-se que os índices obtidos via norma brasileira são superiores aos do código estadunidense quando $r = 0,50$ e $r = 1,00$. Permanece uma convergência, quando a razão de carregamento é estabelecida em $r = 2,00$, situação em que há predominância da carga variável (ou *live load*). Considerando o código americano, ainda que ocorra um acréscimo nos valores de β_{ACI} , apenas as vigas $V-40-65-0.50-25$ e $V-50-65-0.50-25$ atingem o índice alvo adotado de 3,80. As outras vigas que possuem β superior pertencem ao grupo de vigas dimensionadas para armadura mínima de tração.

8 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizada a comparação dos índices de confiabilidade β obtidos para diferentes conjuntos de vigas de concreto armado dimensionadas segundo as diretrizes da norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) e norte-americana ACI 318 (ACI, 2019), sendo estas referências para engenheiros e projetistas de estruturas de concreto no Brasil e no mundo. O Método dos Elementos Finitos (MEF) foi empregado, conjuntamente com o Método da Superfície de Resposta, para obtenção do polinômio aproximador que representa a parcela resistente da função performance do problema de confiabilidade. Para representar os modelos constitutivos dos materiais foi adaptada uma subrotina customizada *usermatbm* integrada ao sistema ANSYS, seguindo linha de pesquisa aplicada em outros projetos do PPGEC/UFRGS. Tanto o modelo numérico, quanto o modelo de confiabilidade foram validados, a partir da comparação de valores experimentais e numéricos de outros pesquisadores, demonstrando resultados coerentes e tecnicamente satisfatórios.

O índice de confiabilidade foi obtido, em sua forma final, a partir da aplicação do método de primeira ordem FORM, viabilizando de forma prática e eficiente a consideração de um número determinado de variáveis aleatórias e a influência destas no nível de confiabilidade (ou probabilidade de falha) de vigas de concreto armado.

A metodologia proposta possibilitou aferir que, dentre as variáveis aleatórias consideradas, o carregamento variável e , por consequência, a razão de carregamento r , é o parâmetro que implica maior influência nos índices de confiabilidade, cujo valor é bastante reduzido quando a carga variável passa a ser dominante na combinação de ações. Dentre as variáveis de “resistência”, a tensão de escoamento do aço e as incertezas do modelamento possuem maior interferência nos valores de β . Ainda, foi possível perceber que a resistência à compressão do concreto exerce pouca influência nos valores de índice de confiabilidade obtidos para ambas as normas. Tais resultados corroboram os encontrados por Scherer (2018), Nogueira e Pinto (2016), Correia (2020) e Santos e Stucchi (2007).

Ainda que grande parte das vigas estudadas tenham índices de confiabilidade abaixo do recomendado pelo Código Modelo *fib* 2010 (FIB, 2012), tal situação é encontrada em casos menos usuais de projeto. Geralmente, a parcela permanente do carregamento é mais significativa e, para estes casos, os índices de confiabilidade obtidos para os elementos

dimensionados de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) foram superiores ao $\beta_{\text{alvo}} = 3,80$. Embora as vigas dimensionadas pelo ACI 318 (ACI, 2019) não tenham atingido o índice alvo no presente trabalho, nestas situações foram encontrados os seus maiores valores. Tendo em vista a constatação, a partir do estudo comparativo proposto, de que a caracterização das variáveis aleatórias influencia não somente os valores, mas também no comportamento do índice de confiabilidade, é impreciso constatar a segurança do elemento somente através de β . É necessário entender que foram avaliados elementos isolados, sem a consideração do efeito da estrutura como um todo e para um estado limite específico. Do ponto de vista prático, além disso, mesmo que atendidas as diretrizes das normas estudadas, no processo de dimensionamento das vigas de concreto armado, são necessárias tomadas de decisão por parte de quem realiza o projeto que, em geral, podem variar em comparação com as decisões de outros projetistas. Neste caso, para a NBR 6118 (ABNT, 2014) foi adotado procedimento análogo ao de Scherer (2018), enquanto para as vigas dimensionadas para o ACI 318 (ACI, 2019) foi adotado processo apresentado por Wight e MacGregor (2012). Contudo, β_{alvo} pode ser considerado o melhor balizador para compreender o nível de confiabilidade de um elemento ou estrutura frente ao estado limite analisado.

Ainda, tem-se que o procedimento de dimensionamento segundo o ACI 318 (ACI, 2019) leva a uma menor variação do índice de confiabilidade em relação aos encontrados para o dimensionamento segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014). Pode-se dizer, portanto, que o método norte-americano conduz a uma confiabilidade mais uniforme.

Embora o JCSS (2001) apresente diretrizes para a consideração da variabilidade das ações e resistências, em termos de valores médios e desvio padrão, conforme salienta Scherer (2018), não há uma homogeneidade nos valores e métodos adotados por diferentes pesquisadores, o que pode levar a diferentes resultados e conclusões para um mesmo problema. Um código modelo probabilístico nacional (ou norma), tal como o JCSS (2001), poderia reduzir o impacto desta questão.

Por fim, é possível afirmar que o presente trabalho atingiu o objetivo de comparar o nível de confiabilidade de vigas de concreto armado dimensionadas para diferentes códigos normativos, aliando a parte teórica da constituição dos materiais, do Método dos Elementos Finitos e dos métodos de análise de confiabilidade estrutural com a parte prática do projeto de estruturas, contribuindo para a avaliação da segurança atingida pelas estruturas dimensionadas pelas normas usuais. Sendo os resultados apresentados válidos apenas para as configurações

de vigas analisadas e a partir da metodologia utilizada, sugere-se a extrapolação do estudo para diferentes configurações dos elementos, bem como para o dimensionamento por outras normas internacionais, tal como o *Eurocode*.

Além disso, seguem outras sugestões de pesquisas futuras, como continuidade deste estudo:

- a) Comparação dos resultados obtidos a partir da caracterização das variáveis aleatórias de diferentes autores;
- b) Considerar, na avaliação da confiabilidade, outras variáveis aleatórias, como o vão da viga, sua base e sua altura útil, por exemplo;
- c) Proceder o estudo do segundo conjunto de vigas do ponto de vista de um problema de otimização;
- d) Ampliação do estudo comparativo de confiabilidade para vigas em concreto protendido.

REFERÊNCIAS

- AGRAWAL, G.; BHATTACHARYA, B. Partial safety factor design of rectangular partially prestressed concrete beam in ultimate flexural limit state. **Journal of Structural Engineering**. [s.l.]. v. 37. n. 4. p. 257-267. 2010.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 301-16**: Specifications for Structural Concrete. Farmington Hills, 2016.
- _____. **ACI 318-08**: Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary. Farmington Hills, 2008.
- _____. **ACI 318-19**: Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary. Farmington Hills, 2019.
- ANG, A. H-S.; TANG, W. H. **Probability concepts in engineering planning and design**. v. 1. New York, John Wiley & Sons, 1984a.
- ANSYS, Inc. **ANSYS Mechanical APDL Programmer's Reference**. Release 15.0. Canonsburg: 2013. 368 p.
- _____. **Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications**. Release 12.0. Canonsburg: 2009. 1190 p.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 4. ed. Rio Grande, RS: Dunas, 2014. 4 v.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- _____. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- _____. **NBR 12655**: Concreto de cimento Portland – preparo, controle e recebimento – procedimento. Rio de Janeiro, 2015.
- AYALA, I. C. A. **Customização do software ANSYS para análise de lajes de concreto protendido pelo método dos elementos finitos**. 2017. 178 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2017.
- BARBOSA, P. R. O. **Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2017. 195 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2017.

- BEBER, A. J. **Avaliação do desempenho de vigas de concreto reforçadas com lâminas de carbono**. 1999. 96 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 1999.
- BECK, A. T. **Um método para análise de confiabilidade para elementos finitos**. 1999. 194 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 1999.
- BECK, A. T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. 1ª ed, Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.
- BECK, A. T.; SOUZA JR., A. C. A first attempt towards reliability-base calibration of brazilian structural design codes. **Revista ABCM**. [s.l]. v. 32. n. 2. p. 119-127. 2010.
- BEZERRA, F. C. C. **Cálculo da armadura mínima de flexão em vigas de concreto armado: estudo comparativo entre normas**. 2017. 70 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil, Natal, 2017.
- BIONDINI, F.; BONTEMPI, F.; FRANGOPOL, D. M.; MALERBA, P. G. Reliability of material and geometrically non-linear reinforced and prestressed concrete structures. **Computers and Structures**, v. 82. n. 13-14. p. 1021-1031. 2004.
- BRUSCO, G. L. **Concreto de alta resistência: estudo comparativo entre a nova norma NBR 6118 e a norma americana quanto as suas propriedades mecânicas e ao dimensionamento de vigas**. 2014. 166 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Departamento de Engenharia Civil, Porto Alegre, 2014.
- CAMPOS FILHO, A. **Fundamentos da análise de estruturas de concreto pelo método dos elementos finitos**. 2003. 45 f. Notas de Aula – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.
- CAMPOS, M. F. **Análise de procedimentos para dimensionamento de vigas de concreto armado sob flexão normal composta e torção simultâneas**. 2015. 211 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, 2015.
- COELHO, J. D’A. **Confiabilidade de vigas de concreto armado no estado limite de serviço**. 2011. 272 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2011.
- CORREIA, R. S. **Avaliação da Confiabilidade de Vigas Otimizadas de Concreto Armado**. 2020. 132f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal

de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, Caruaru, 2020.

CLÍMACO, J. C. T. S. **Estruturas de concreto armado**: fundamentos de projetos, dimensionamento e verificação. 2. ed. rev. UnB: Brasília, 2008. 389 p.

DAMAS, A. P. **Estudo de confiabilidade no projeto de pilares esbeltos de concreto de alta resistência**. 2015. 184 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2015.

DECANINI, L.; GRILLO, F. Comunicación sobre ensayos de vigas de hormigón armado con acero de alta adherencia. **Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, XIV**. Buenos Aires. v.3. p. 126-156. 1970.

FERNANDES, G. B. **Solicitações normais**: cálculo no estado limite último. 2006. 74 f. Apostila para a disciplina de Concreto Armado I – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Departamento de Estruturas.

FONSECA, L. A. **Estudo de caso: dimensionamento e comparação de vigas de concreto armado utilizando classes de resistência dos grupos I e II segundo a NBR 6118:2014**. 2015. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Departamento Acadêmico de Construção Civil. Curso de Engenharia Civil, Campo Mourão, 2015.

GALAMBOS, T. V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. Probability based load criteria: Assessment of current design practice. **Journal of the Structural Division**, v. 108, p. 959-977. 1982.

GOMES, H. M. **Técnicas de avaliação da confiabilidade de estruturas de concreto armado**. 2001. 231 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2001.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design**. John Wiley & Sons, New York, 2000.

HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells**. Swansea: Pineridge Press, 1988. 550 p.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **Model Code 2010**. Lausanne, 2012.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. **JCSS Probabilistic Model Code**. Lyngby, 2001.

LAZZARI, B. M. **Análise por elementos finitos de peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão**. 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado em

Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2015.

LAZZARI, P. M. **Simulação numérica das etapas construtivas de pontes estaiadas através do método dos elementos finitos**. 2016. 301 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2016.

MARTINELLI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2003. 149 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2003.

MELCHERS, R. E. **Structural reability: Analysis and prediction**. New York, John Wiley & Sons, 1987.

NOGUEIRA, C. G.; PINTO, M D. T. Avaliação da variabilidade da segurança de vigas em concreto armado submetidas ao momento fletor considerando os coeficientes parciais de segurança da NBR 6118:2014. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 9, n. 5, p. 682-709, 2016.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reliability of Structures**. McGraw-Hill Companies, Inc., 2000

OLIVEIRA, A. H. C. R. O. **Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014**. 2018. 156 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2018.

PALIGA, C. M. **Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do método de Monte Carlo utilizando um modelo de Elementos Finitos**. 2008. 249 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2008.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. São Carlos: [s.n.], 2007. Paginação irregular.

QUEVEDO, F. P. M. **Comportamento a longo prazo de túneis profundos revestidos com concreto: modelo em elementos finitos**. 2017. 208 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2017.

RABELLO, F. T. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. 2010. 250 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina. Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2010.

RACKWITZ, F.; FIESSLER, B. Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences. **Computers and Structures**, v. 9. n. 5. p. 484-494. 1978.

REAL, M. V. **Análise Probabilística de Estruturas de Concreto Armado, Sob Estado Plano de Tensão, Através do Método dos Elementos Finitos**. 2000. 249 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2000.

SAN MARTINS, D. A. **Confiabilidade de vigas pré-tracionadas de concreto protendido**. 2014. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. M.; BECK, A. T. Reliability of beams designed in accordance with Brazilian codes. **IBRACON Structures and Materials Journal**, v. 7, p. 723-46, 2014.

SCHEGG, A.; DECANINI, L. Sobre las deformaciones em elementos de hormigón armado. In: JORNADAS SULAMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, XV, 1971, Porto Alegre, Brasil. **Anais**, v. 2, p. 1071-1120.

SCHERER, M. **Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado pelo Método dos Elementos Finitos**. 2018. 180 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2018.

SCHMITZ, R. J. **Estrutura mista aço-concreto: análise de ponte composta por vigas de alma cheia**. 2017. 212 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2017.

SOUZA, R. A.; T. N. BITTENCOURT. Definição de expressões visando relacionar f'_c e f_{ck} . In: Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura, 4., 2003, Maringá. **Anais...** Maringá: [s.n.], 2003. 282-290.

SILVA, G. R. **Análise da confiabilidade da ligação laje-pilar interno sob punção de acordo com a NBR-6118:2014**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

STUCCHI, F. M.; SANTOS, D. M. Reability based comparison between ACI 318-05 and NBR 6118. **IBRACON Structural Journal**. v. 3, p. 230-239, 2007.

WIGHT, J. K.; J. G. MACGREGOR. **Reinforced Concrete: Mechanics & Design**. 6. ed. New Jersey: Pearson, 2012. 1157 p.

**APÊNDICE A – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DE SCHERER
(2018) SEGUNDO A NBR 6118 (ABNT, 2014)**

Viga	Parâmetros				Resistências			Solicitação	Dimensionamento					Verificação	
	f_{ck} [MPa]	h [cm]	r (q/g)	P_k [kN/m]	f_{cd} [MPa]	σ_{cd} [MPa]	f_{yd} [kN/cm ²]	M_{sd} [kN.m]	μ	ξ	ξ_{lim}	A_s [cm ²]	A_s' [cm ²]	$A_{s,min}$ [cm ²]	Condição
V-25-40-r-15	25	40	r	15	17,86	15,18	43,48	65,63	0,17	0,23	0,45	4,62	0,00	1,20	ok
V-25-40-r-20	25	40	r	20	17,86	15,18	43,48	87,50	0,22	0,32	0,45	6,41	0,00	1,20	ok
V-25-40-r-25	25	40	r	25	17,86	15,18	43,48	109,38	0,28	0,42	0,45	8,39	0,00	1,20	ok
V-25-50-r-15	25	50	r	15	17,86	15,18	43,48	65,63	0,10	0,13	0,45	3,47	0,00	1,50	ok
V-25-50-r-20	25	50	r	20	17,86	15,18	43,48	87,50	0,14	0,18	0,45	4,72	0,00	1,50	ok
V-25-50-r-25	25	50	r	25	17,86	15,18	43,48	109,38	0,17	0,23	0,45	6,04	0,00	1,50	ok
V-25-60-r-15	25	60	r	15	17,86	15,18	43,48	65,63	0,07	0,09	0,45	2,80	0,00	1,80	ok
V-25-60-r-20	25	60	r	20	17,86	15,18	43,48	87,50	0,09	0,12	0,45	3,78	0,00	1,80	ok
V-25-60-r-25	25	60	r	25	17,86	15,18	43,48	109,38	0,11	0,15	0,45	4,78	0,00	1,80	ok
V-35-40-r-15	35	40	r	15	25,00	21,25	43,48	65,63	0,12	0,16	0,45	4,48	0,00	1,31	ok
V-35-40-r-20	35	40	r	20	25,00	21,25	43,48	87,50	0,16	0,22	0,45	6,12	0,00	1,31	ok
V-35-40-r-25	35	40	r	25	25,00	21,25	43,48	109,38	0,20	0,28	0,45	7,87	0,00	1,31	ok
V-35-50-r-15	35	50	r	15	25,00	21,25	43,48	65,63	0,07	0,09	0,45	3,41	0,00	1,64	ok
V-35-50-r-20	35	50	r	20	25,00	21,25	43,48	87,50	0,10	0,13	0,45	4,61	0,00	1,64	ok
V-35-50-r-25	35	50	r	25	25,00	21,25	43,48	109,38	0,12	0,16	0,45	5,85	0,00	1,64	ok
V-35-60-r-15	35	60	r	15	25,00	21,25	43,48	65,63	0,05	0,06	0,45	2,77	0,00	1,97	ok
V-35-60-r-20	35	60	r	20	25,00	21,25	43,48	87,50	0,07	0,08	0,45	3,72	0,00	1,97	ok
V-35-60-r-25	35	60	r	25	25,00	21,25	43,48	109,38	0,08	0,11	0,45	4,69	0,00	1,97	ok
V-45-40-r-15	45	40	r	15	32,14	27,32	43,48	65,63	0,09	0,12	0,45	4,41	0,00	1,55	ok
V-45-40-r-20	45	40	r	20	32,14	27,32	43,48	87,50	0,12	0,17	0,45	5,99	0,00	1,55	ok
V-45-40-r-25	45	40	r	25	32,14	27,32	43,48	109,38	0,15	0,21	0,45	7,63	0,00	1,55	ok
V-45-50-r-15	45	50	r	15	32,14	27,32	43,48	65,63	0,06	0,07	0,45	3,38	0,00	1,94	ok
V-45-50-r-20	45	50	r	20	32,14	27,32	43,48	87,50	0,08	0,10	0,45	4,55	0,00	1,94	ok
V-45-50-r-25	45	50	r	25	32,14	27,32	43,48	109,38	0,09	0,12	0,45	5,76	0,00	1,94	ok
V-45-60-r-15	45	60	r	15	32,14	27,32	43,48	65,63	0,04	0,05	0,45	2,75	0,00	2,33	ok
V-45-60-r-20	45	60	r	20	32,14	27,32	43,48	87,50	0,05	0,07	0,45	3,69	0,00	2,33	ok
V-45-60-r-25	45	60	r	25	32,14	27,32	43,48	109,38	0,06	0,08	0,45	4,65	0,00	2,33	ok

APÊNDICE B – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DE SCHERER (2018) SEGUNDO O CÓDIGO ACI 318-19

Viga	Parâmetros				Carregamento					Dimensionamento			Verificação	
	f_{ek} [MPa]	f'_c comp. [MPa]	h [cm]	r (L/D)	P [kN/m]	D [kN/m]	L [kN/m]	U = 1,2D + 1,6L	M_u [kN.m]	A_s [cm ²]	a [cm]	A_s [cm ²]	$A_{s,min}$ [cm ²]	A_s final [cm ²]
V-25-40-0.50-15	25	25,91	40	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	4,29	4,87	4,14	2,02	4,14
V-25-40-0.50-20	25	25,91	40	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	5,72	6,49	5,65	2,02	5,65
V-25-40-0.50-25	25	25,91	40	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	7,14	8,11	7,25	2,02	7,25
V-25-40-1.00-15	25	25,91	40	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	4,50	5,11	4,36	2,02	4,36
V-25-40-1.00-20	25	25,91	40	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	6,00	6,81	5,97	2,02	5,97
V-25-40-1.00-25	25	25,91	40	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	7,50	8,51	7,66	2,02	7,66
V-25-40-2.00-15	25	25,91	40	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	4,72	5,35	4,58	2,02	4,58
V-25-40-2.00-20	25	25,91	40	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	6,29	7,14	6,28	2,02	6,28
V-25-40-2.00-25	25	25,91	40	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	7,86	8,92	8,07	2,02	8,07
V-25-50-0.50-15	25	25,91	50	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	3,35	3,81	3,15	2,58	3,15
V-25-50-0.50-20	25	25,91	50	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	4,47	5,08	4,26	2,58	4,26
V-25-50-0.50-25	25	25,91	50	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	5,59	6,35	5,41	2,58	5,41
V-25-50-1.00-15	25	25,91	50	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	3,52	4,00	3,31	2,58	3,31
V-25-50-1.00-20	25	25,91	50	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	4,70	5,33	4,49	2,58	4,49
V-25-50-1.00-25	25	25,91	50	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	5,87	6,66	5,70	2,58	5,70
V-25-50-2.00-15	25	25,91	50	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	3,69	4,19	3,48	2,58	3,48
V-25-50-2.00-20	25	25,91	50	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	4,92	5,58	4,71	2,58	4,71
V-25-50-2.00-25	25	25,91	50	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	6,15	6,98	5,99	2,58	5,99
V-25-60-0.50-15	25	25,91	60	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	2,76	3,13	2,55	3,14	3,14
V-25-60-0.50-20	25	25,91	60	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	3,67	4,17	3,43	3,14	3,43
V-25-60-0.50-25	25	25,91	60	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	4,59	5,21	4,34	3,14	4,34
V-25-60-1.00-15	25	25,91	60	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	2,89	3,28	2,68	3,14	3,14
V-25-60-1.00-20	25	25,91	60	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	3,86	4,38	3,61	3,14	3,61
V-25-60-1.00-25	25	25,91	60	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	4,82	5,47	4,56	3,14	4,56
V-25-60-2.00-15	25	25,91	60	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	3,03	3,44	2,81	3,14	3,14
V-25-60-2.00-20	25	25,91	60	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	4,04	4,59	3,79	3,14	3,79
V-25-60-2.00-25	25	25,91	60	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	5,05	5,73	4,79	3,14	4,79
V-35-40-0.50-15	35	35,70	40	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	4,29	3,53	4,06	2,15	4,06
V-35-40-0.50-20	35	35,70	40	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	5,72	4,71	5,50	2,15	5,50
V-35-40-0.50-25	35	35,70	40	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	7,14	5,89	7,00	2,15	7,00
V-35-40-1.00-15	35	35,70	40	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	4,50	3,71	4,27	2,15	4,27
V-35-40-1.00-20	35	35,70	40	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	6,00	4,94	5,80	2,15	5,80
V-35-40-1.00-25	35	35,70	40	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	7,50	6,18	7,39	2,15	7,39
V-35-40-2.00-15	35	35,70	40	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	4,72	3,88	4,49	2,15	4,49
V-35-40-2.00-20	35	35,70	40	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	6,29	5,18	6,10	2,15	6,10
V-35-40-2.00-25	35	35,70	40	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	7,86	6,47	7,77	2,15	7,77
V-35-50-0.50-15	35	35,70	50	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	3,35	2,76	3,11	2,75	3,11
V-35-50-0.50-20	35	35,70	50	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	4,47	3,69	4,19	2,75	4,19
V-35-50-0.50-25	35	35,70	50	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	5,59	4,61	5,30	2,75	5,30
V-35-50-1.00-15	35	35,70	50	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	3,52	2,90	3,27	2,75	3,27
V-35-50-1.00-20	35	35,70	50	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	4,70	3,87	4,41	2,75	4,41
V-35-50-1.00-25	35	35,70	50	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	5,87	4,84	5,58	2,75	5,58
V-35-50-2.00-15	35	35,70	50	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	3,69	3,04	3,43	2,75	3,43
V-35-50-2.00-20	35	35,70	50	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	4,92	4,05	4,63	2,75	4,63
V-35-50-2.00-25	35	35,70	50	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	6,15	5,07	5,86	2,75	5,86
V-35-60-0.50-15	35	35,70	60	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	2,76	2,27	2,53	3,35	3,35
V-35-60-0.50-20	35	35,70	60	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	3,67	3,03	3,40	3,35	3,40
V-35-60-0.50-25	35	35,70	60	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	4,59	3,78	4,28	3,35	4,28
V-35-60-1.00-15	35	35,70	60	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	2,89	2,38	2,66	3,35	3,35
V-35-60-1.00-20	35	35,70	60	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	3,86	3,18	3,57	3,35	3,57
V-35-60-1.00-25	35	35,70	60	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	4,82	3,97	4,50	3,35	4,50
V-35-60-2.00-15	35	35,70	60	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	3,03	2,50	2,79	3,35	3,35
V-35-60-2.00-20	35	35,70	60	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	4,04	3,33	3,75	3,35	3,75
V-35-60-2.00-25	35	35,70	60	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	5,05	4,16	4,72	3,35	4,72

V-45-40-0.50-15	45	45,90	40	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	4,29	2,75	4,01	2,44	4,01
V-45-40-0.50-20	45	45,90	40	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	5,72	3,66	5,42	2,44	5,42
V-45-40-0.50-25	45	45,90	40	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	7,14	4,58	6,87	2,44	6,87
V-45-40-1.00-15	45	45,90	40	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	4,50	2,88	4,22	2,44	4,22
V-45-40-1.00-20	45	45,90	40	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	6,00	3,85	5,71	2,44	5,71
V-45-40-1.00-25	45	45,90	40	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	7,50	4,81	7,23	2,44	7,23
V-45-40-2.00-15	45	45,90	40	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	4,72	3,02	4,43	2,44	4,43
V-45-40-2.00-20	45	45,90	40	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	6,29	4,03	5,99	2,44	5,99
V-45-40-2.00-25	45	45,90	40	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	7,86	5,04	7,60	2,44	7,60
V-45-50-0.50-15	45	45,90	50	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	3,35	2,15	3,09	3,12	3,12
V-45-50-0.50-20	45	45,90	50	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	4,47	2,87	4,16	3,12	4,16
V-45-50-0.50-25	45	45,90	50	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	5,59	3,58	5,24	3,12	5,24
V-45-50-1.00-15	45	45,90	50	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	3,52	2,26	3,25	3,12	3,25
V-45-50-1.00-20	45	45,90	50	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	4,70	3,01	4,37	3,12	4,37
V-45-50-1.00-25	45	45,90	50	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	5,87	3,76	5,51	3,12	5,51
V-45-50-2.00-15	45	45,90	50	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	3,69	2,36	3,41	3,12	3,41
V-45-50-2.00-20	45	45,90	50	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	4,92	3,15	4,59	3,12	4,59
V-45-50-2.00-25	45	45,90	50	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	6,15	3,94	5,78	3,12	5,78
V-45-60-0.50-15	45	45,90	60	0,50	15	10,00	5,00	20,00	62,50	2,76	1,77	2,52	3,79	3,79
V-45-60-0.50-20	45	45,90	60	0,50	20	13,33	6,67	26,67	83,33	3,67	2,35	3,38	3,79	3,79
V-45-60-0.50-25	45	45,90	60	0,50	25	16,67	8,33	33,33	104,17	4,59	2,94	4,25	3,79	4,25
V-45-60-1.00-15	45	45,90	60	1,00	15	7,50	7,50	21,00	65,63	2,89	1,85	2,65	3,79	3,79
V-45-60-1.00-20	45	45,90	60	1,00	20	10,00	10,00	28,00	87,50	3,86	2,47	3,55	3,79	3,79
V-45-60-1.00-25	45	45,90	60	1,00	25	12,50	12,50	35,00	109,38	4,82	3,09	4,46	3,79	4,46
V-45-60-2.00-15	45	45,90	60	2,00	15	5,00	10,00	22,00	68,75	3,03	1,94	2,78	3,79	3,79
V-45-60-2.00-20	45	45,90	60	2,00	20	6,67	13,33	29,33	91,67	4,04	2,59	3,72	3,79	3,79
V-45-60-2.00-25	45	45,90	60	2,00	25	8,33	16,67	36,67	114,58	5,05	3,24	4,68	3,79	4,68

APÊNDICE C – DIMENSIONAMENTO DO SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS PARA A NBR 6118 (ABNT, 2014)

Viga	Parâmetros				Resistências			Solicitação M_{sd} [kN.m]	Dimensionamento					Verificação	
	f_{ck} [MPa]	h [cm]	r (q/g)	P_k [kN/m]	f_{cd} [MPa]	σ_{cd} [MPa]	f_{yd} [kN/cm ²]		μ	ξ	ξ_{lim}	A_s [cm ²]	A_s' [cm ²]	$A_{s,min}$ [cm ²]	Condição
V-40-45-r-25	40	45	r	25	28,57	24,29	43,48	157,50	0,15	0,21	0,45	9,65	0,00	2,01	ok
V-40-45-r-30	40	45	r	30	28,57	24,29	43,48	189,00	0,19	0,26	0,45	11,82	0,00	2,01	ok
V-40-45-r-35	40	45	r	35	28,57	24,29	43,48	220,50	0,22	0,31	0,45	14,11	0,00	2,01	ok
V-40-55-r-25	40	55	r	25	28,57	24,29	43,48	157,50	0,10	0,13	0,45	7,50	0,00	2,46	ok
V-40-55-r-30	40	55	r	30	28,57	24,29	43,48	189,00	0,12	0,16	0,45	9,11	0,00	2,46	ok
V-40-55-r-35	40	55	r	35	28,57	24,29	43,48	220,50	0,14	0,19	0,45	10,76	0,00	2,46	ok
V-40-65-r-25	40	65	r	25	28,57	24,29	43,48	157,50	0,07	0,09	0,45	6,16	0,00	2,91	ok
V-40-65-r-30	40	65	r	30	28,57	24,29	43,48	189,00	0,08	0,11	0,45	7,45	0,00	2,91	ok
V-40-65-r-35	40	65	r	35	28,57	24,29	43,48	220,50	0,10	0,13	0,45	8,76	0,00	2,91	ok
V-50-45-r-25	50	45	r	25	35,71	30,36	43,48	157,50	0,12	0,17	0,45	9,46	0,00	2,34	ok
V-50-45-r-30	50	45	r	30	35,71	30,36	43,48	189,00	0,15	0,20	0,45	11,53	0,00	2,34	ok
V-50-45-r-35	50	45	r	35	35,71	30,36	43,48	220,50	0,17	0,24	0,45	13,68	0,00	2,34	ok
V-50-55-r-25	50	55	r	25	35,71	30,36	43,48	157,50	0,08	0,10	0,45	7,41	0,00	2,86	ok
V-50-55-r-30	50	55	r	30	35,71	30,36	43,48	189,00	0,10	0,13	0,45	8,98	0,00	2,86	ok
V-50-55-r-35	50	55	r	35	35,71	30,36	43,48	220,50	0,11	0,15	0,45	10,57	0,00	2,86	ok
V-50-65-r-25	50	65	r	25	35,71	30,36	43,48	157,50	0,06	0,07	0,45	6,11	0,00	3,38	ok
V-50-65-r-30	50	65	r	30	35,71	30,36	43,48	189,00	0,07	0,09	0,45	7,38	0,00	3,38	ok
V-50-65-r-35	50	65	r	35	35,71	30,36	43,48	220,50	0,08	0,10	0,45	8,67	0,00	3,38	ok
V-60-45-r-25	60	45	r	25	42,86	34,61	43,48	157,50	0,11	0,15	0,35	9,37	0,00	2,46	ok
V-60-45-r-30	60	45	r	30	42,86	34,61	43,48	189,00	0,13	0,18	0,35	11,40	0,00	2,46	ok
V-60-45-r-35	60	45	r	35	42,86	34,61	43,48	220,50	0,15	0,21	0,35	13,48	0,00	2,46	ok
V-60-55-r-25	60	55	r	25	42,86	34,61	43,48	157,50	0,07	0,09	0,35	7,37	0,00	3,01	ok
V-60-55-r-30	60	55	r	30	42,86	34,61	43,48	189,00	0,08	0,11	0,35	8,92	0,00	3,01	ok
V-60-55-r-35	60	55	r	35	42,86	34,61	43,48	220,50	0,10	0,13	0,35	10,49	0,00	3,01	ok
V-60-65-r-25	60	65	r	25	42,86	34,61	43,48	157,50	0,05	0,06	0,35	6,09	0,00	3,56	ok
V-60-65-r-30	60	65	r	30	42,86	34,61	43,48	189,00	0,06	0,08	0,35	7,35	0,00	3,56	ok
V-60-65-r-35	60	65	r	35	42,86	34,61	43,48	220,50	0,07	0,09	0,35	8,62	0,00	3,56	ok
V-70-45-r-25	70	45	r	25	50,00	38,25	43,48	157,50	0,10	0,14	0,35	9,32	0,00	2,62	ok
V-70-45-r-30	70	45	r	30	50,00	38,25	43,48	189,00	0,12	0,17	0,35	11,31	0,00	2,62	ok
V-70-45-r-35	70	45	r	35	50,00	38,25	43,48	220,50	0,14	0,20	0,35	13,36	0,00	2,62	ok
V-70-55-r-25	70	55	r	25	50,00	38,25	43,48	157,50	0,06	0,09	0,35	7,34	0,00	3,20	ok
V-70-55-r-30	70	55	r	30	50,00	38,25	43,48	189,00	0,08	0,11	0,35	8,87	0,00	3,20	ok
V-70-55-r-35	70	55	r	35	50,00	38,25	43,48	220,50	0,09	0,12	0,35	10,43	0,00	3,20	ok
V-70-65-r-25	70	65	r	25	50,00	38,25	43,48	157,50	0,04	0,06	0,35	6,08	0,00	3,79	ok
V-70-65-r-30	70	65	r	30	50,00	38,25	43,48	189,00	0,05	0,07	0,35	7,33	0,00	3,79	ok
V-70-65-r-35	70	65	r	35	50,00	38,25	43,48	220,50	0,06	0,09	0,35	8,59	0,00	3,79	ok

APÊNDICE D – DIMENSIONAMENTO DO SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS PARA O ACI 318-19

Viga	Parâmetros				Carregamento					Dimensionamento			Verificação	
	f_{ck} [MPa]	f_c' comp. [MPa]	h [cm]	r (L/D)	P [kN/m]	D [kN/m]	L [kN/m]	U = 1,2D + 1,6L	M_u [kN.m]	A_s [cm ²]	a [cm]	A_s [cm ²]	$A_{s,min}$ [cm ²]	A_s final [cm ²]
V-40-45-0.50-25	40	41,46	45	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	9,03	5,13	8,67	3,30	8,67
V-40-45-0.50-30	40	41,46	45	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	10,84	6,15	10,55	3,30	10,55
V-40-45-0.50-35	40	41,46	45	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	12,65	7,18	12,47	3,30	12,47
V-40-45-1.00-25	40	41,46	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	5,38	9,14	3,30	9,14
V-40-45-1.00-30	40	41,46	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	6,46	11,12	3,30	11,12
V-40-45-1.00-35	40	41,46	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	7,54	13,16	3,30	13,16
V-40-45-2.00-25	40	41,46	45	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	9,94	5,64	9,60	3,30	9,60
V-40-45-2.00-30	40	41,46	45	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	11,92	6,77	11,70	3,30	11,70
V-40-45-2.00-35	40	41,46	45	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	13,91	7,90	13,85	3,30	13,85
V-40-55-0.50-25	40	41,46	55	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	7,26	4,12	6,81	4,10	6,81
V-40-55-0.50-30	40	41,46	55	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	8,71	4,95	8,24	4,10	8,24
V-40-55-0.50-35	40	41,46	55	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	10,17	5,77	9,70	4,10	9,70
V-40-55-1.00-25	40	41,46	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	4,33	7,17	4,10	7,17
V-40-55-1.00-30	40	41,46	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	5,19	8,68	4,10	8,68
V-40-55-1.00-35	40	41,46	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	6,06	10,21	4,10	10,21
V-40-55-2.00-25	40	41,46	55	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	7,99	4,53	7,52	4,10	7,52
V-40-55-2.00-30	40	41,46	55	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	9,59	5,44	9,11	4,10	9,11
V-40-55-2.00-35	40	41,46	55	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	11,18	6,35	10,73	4,10	10,73
V-40-65-0.50-25	40	41,46	65	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	6,07	3,45	5,62	4,91	5,62
V-40-65-0.50-30	40	41,46	65	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	7,29	4,13	6,79	4,91	6,79
V-40-65-0.50-35	40	41,46	65	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	8,50	4,82	7,97	4,91	7,97
V-40-65-1.00-25	40	41,46	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	3,62	5,91	4,91	5,91
V-40-65-1.00-30	40	41,46	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	4,34	7,14	4,91	7,14
V-40-65-1.00-35	40	41,46	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	5,07	8,38	4,91	8,38
V-40-65-2.00-25	40	41,46	65	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	6,68	3,79	6,20	4,91	6,20
V-40-65-2.00-30	40	41,46	65	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	8,01	4,55	7,49	4,91	7,49
V-40-65-2.00-35	40	41,46	65	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	9,35	5,31	8,80	4,91	8,80
V-50-45-0.50-25	50	51,83	45	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	9,03	4,10	8,56	3,69	8,56
V-50-45-0.50-30	50	51,83	45	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	10,84	4,92	10,38	3,69	10,38
V-50-45-0.50-35	50	51,83	45	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	12,65	5,74	12,24	3,69	12,24
V-50-45-1.00-25	50	51,83	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	4,31	9,01	3,69	9,01
V-50-45-1.00-30	50	51,83	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	5,17	10,93	3,69	10,93
V-50-45-1.00-35	50	51,83	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	6,03	12,90	3,69	12,90
V-50-45-2.00-25	50	51,83	45	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	9,94	4,51	9,46	3,69	9,46
V-50-45-2.00-30	50	51,83	45	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	11,92	5,41	11,49	3,69	11,49
V-50-45-2.00-35	50	51,83	45	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	13,91	6,32	13,57	3,69	13,57
V-50-55-0.50-25	50	51,83	55	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	7,26	3,30	6,75	4,59	6,75
V-50-55-0.50-30	50	51,83	55	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	8,71	3,96	8,16	4,59	8,16
V-50-55-0.50-35	50	51,83	55	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	10,17	4,62	9,58	4,59	9,58
V-50-55-1.00-25	50	51,83	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	3,46	7,10	4,59	7,10
V-50-55-1.00-30	50	51,83	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	4,15	8,58	4,59	8,58
V-50-55-1.00-35	50	51,83	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	4,85	10,09	4,59	10,09
V-50-55-2.00-25	50	51,83	55	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	7,99	3,63	7,45	4,59	7,45
V-50-55-2.00-30	50	51,83	55	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	9,59	4,35	9,01	4,59	9,01
V-50-55-2.00-35	50	51,83	55	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	11,18	5,08	10,59	4,59	10,59
V-50-65-0.50-25	50	51,83	65	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	6,07	2,76	5,59	5,49	5,59
V-50-65-0.50-30	50	51,83	65	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	7,29	3,31	6,74	5,49	6,74
V-50-65-0.50-35	50	51,83	65	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	8,50	3,86	7,90	5,49	7,90
V-50-65-1.00-25	50	51,83	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	2,89	5,88	5,49	5,88
V-50-65-1.00-30	50	51,83	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	3,47	7,09	5,49	7,09
V-50-65-1.00-35	50	51,83	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	4,05	8,31	5,49	8,31
V-50-65-2.00-25	50	51,83	65	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	6,68	3,03	6,16	5,49	6,16
V-50-65-2.00-30	50	51,83	65	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	8,01	3,64	7,43	5,49	7,43
V-50-65-2.00-35	50	51,83	65	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	9,35	4,25	8,72	5,49	8,72

V-60-45-0.50-25	60	62,19	45	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	9,03	3,42	8,48	4,04	8,48
V-60-45-0.50-30	60	62,19	45	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	10,84	4,10	10,27	4,04	10,27
V-60-45-0.50-35	60	62,19	45	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	12,65	4,78	12,09	4,04	12,09
V-60-45-1.00-25	60	62,19	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	3,59	8,93	4,04	8,93
V-60-45-1.00-30	60	62,19	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	4,31	10,81	4,04	10,81
V-60-45-1.00-35	60	62,19	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	5,02	12,73	4,04	12,73
V-60-45-2.00-25	60	62,19	45	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	9,94	3,76	9,37	4,04	9,37
V-60-45-2.00-30	60	62,19	45	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	11,92	4,51	11,36	4,04	11,36
V-60-45-2.00-35	60	62,19	45	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	13,91	5,26	13,38	4,04	13,38
V-60-55-0.50-25	60	62,19	55	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	7,26	2,75	6,72	5,03	6,72
V-60-55-0.50-30	60	62,19	55	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	8,71	3,30	8,11	5,03	8,11
V-60-55-0.50-35	60	62,19	55	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	10,17	3,85	9,51	5,03	9,51
V-60-55-1.00-25	60	62,19	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	2,88	7,06	5,03	7,06
V-60-55-1.00-30	60	62,19	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	3,46	8,52	5,03	8,52
V-60-55-1.00-35	60	62,19	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	4,04	10,00	5,03	10,00
V-60-55-2.00-25	60	62,19	55	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	7,99	3,02	7,41	5,03	7,41
V-60-55-2.00-30	60	62,19	55	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	9,59	3,63	8,95	5,03	8,95
V-60-55-2.00-35	60	62,19	55	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	11,18	4,23	10,50	5,03	10,50
V-60-65-0.50-25	60	62,19	65	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	6,07	2,30	5,57	6,01	6,01
V-60-65-0.50-30	60	62,19	65	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	7,29	2,76	6,71	6,01	6,71
V-60-65-0.50-35	60	62,19	65	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	8,50	3,22	7,86	6,01	7,86
V-60-65-1.00-25	60	62,19	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	2,41	5,85	6,01	6,01
V-60-65-1.00-30	60	62,19	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	2,89	7,05	6,01	7,05
V-60-65-1.00-35	60	62,19	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	3,38	8,26	6,01	8,26
V-60-65-2.00-25	60	62,19	65	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	6,68	2,53	6,14	6,01	6,14
V-60-65-2.00-30	60	62,19	65	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	8,01	3,03	7,40	6,01	7,40
V-60-65-2.00-35	60	62,19	65	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	9,35	3,54	8,67	6,01	8,67
V-70-45-0.50-25	70	72,56	45	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	9,03	2,93	8,43	4,37	8,43
V-70-45-0.50-30	70	72,56	45	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	10,84	3,52	10,19	4,37	10,19
V-70-45-0.50-35	70	72,56	45	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	12,65	4,10	11,98	4,37	11,98
V-70-45-1.00-25	70	72,56	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	3,08	8,87	4,37	8,87
V-70-45-1.00-30	70	72,56	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	3,69	10,73	4,37	10,73
V-70-45-1.00-35	70	72,56	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	4,31	12,61	4,37	12,61
V-70-45-2.00-25	70	72,56	45	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	9,94	3,22	9,31	4,37	9,31
V-70-45-2.00-30	70	72,56	45	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	11,92	3,87	11,26	4,37	11,26
V-70-45-2.00-35	70	72,56	45	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	13,91	4,51	13,25	4,37	13,25
V-70-55-0.50-25	70	72,56	55	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	7,26	2,36	6,69	5,43	6,69
V-70-55-0.50-30	70	72,56	55	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	8,71	2,83	8,07	5,43	8,07
V-70-55-0.50-35	70	72,56	55	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	10,17	3,30	9,46	5,43	9,46
V-70-55-1.00-25	70	72,56	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	2,47	7,03	5,43	7,03
V-70-55-1.00-30	70	72,56	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	2,97	8,48	5,43	8,48
V-70-55-1.00-35	70	72,56	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	3,46	9,95	5,43	9,95
V-70-55-2.00-25	70	72,56	55	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	7,99	2,59	7,38	5,43	7,38
V-70-55-2.00-30	70	72,56	55	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	9,59	3,11	8,90	5,43	8,90
V-70-55-2.00-35	70	72,56	55	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	11,18	3,63	10,44	5,43	10,44
V-70-65-0.50-25	70	72,56	65	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	6,07	1,97	5,55	6,49	6,49
V-70-65-0.50-30	70	72,56	65	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	7,29	2,36	6,69	6,49	6,69
V-70-65-0.50-35	70	72,56	65	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	8,50	2,76	7,83	6,49	7,83
V-70-65-1.00-25	70	72,56	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	2,07	5,84	6,49	6,49
V-70-65-1.00-30	70	72,56	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	2,48	7,03	6,49	7,03
V-70-65-1.00-35	70	72,56	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	2,89	8,23	6,49	8,23
V-70-65-2.00-25	70	72,56	65	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	6,68	2,17	6,12	6,49	6,49
V-70-65-2.00-30	70	72,56	65	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	8,01	2,60	7,37	6,49	7,37
V-70-65-2.00-35	70	72,56	65	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	9,35	3,03	8,63	6,49	8,63

APÊNDICE E – DIMENSIONAMENTO DO SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS PARA COMBINAÇÃO 1,2+1,6 (NBR)

Viga	Parâmetros				Resistências			Solicitação				Dimensionamento				Verificação		
	f_{ck} [MPa]	h [cm]	r (L/D)	P [kN/m]	f_{cd} [MPa]	σ_{cd} [MPa]	f_{yd} [kN/cm ²]	D [kN/m]	L [kN/m]	U = 1,2D + 1,6L	M_u [kN.m]	μ	ξ	ξ_{lim}	A_s [cm ²]	A_s' [cm ²]	$A_{s,min}$ [cm ²]	Condição
V-40-45-0.50-25	40	45	0,50	25	28,57	24,29	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,15	0,20	0,45	9,14	0,00	2,01	ok
V-40-45-0.50-30	40	45	0,50	30	28,57	24,29	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,18	0,24	0,45	11,19	0,00	2,01	ok
V-40-45-0.50-35	40	45	0,50	35	28,57	24,29	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,21	0,29	0,45	13,33	0,00	2,01	ok
V-40-45-1.00-25	40	45	1,00	25	28,57	24,29	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,15	0,21	0,45	9,65	0,00	2,01	ok
V-40-45-1.00-30	40	45	1,00	30	28,57	24,29	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,19	0,26	0,45	11,82	0,00	2,01	ok
V-40-45-1.00-35	40	45	1,00	35	28,57	24,29	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,22	0,31	0,45	14,11	0,00	2,01	ok
V-40-45-2.00-25	40	45	2,00	25	28,57	24,29	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,16	0,22	0,45	10,16	0,00	2,01	ok
V-40-45-2.00-30	40	45	2,00	30	28,57	24,29	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,19	0,27	0,45	12,46	0,00	2,01	ok
V-40-45-2.00-35	40	45	2,00	35	28,57	24,29	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,23	0,33	0,45	14,90	0,00	2,01	ok
V-40-55-0.50-25	40	55	0,50	25	28,57	24,29	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,09	0,12	0,45	7,12	0,00	2,46	ok
V-40-55-0.50-30	40	55	0,50	30	28,57	24,29	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,11	0,15	0,45	8,64	0,00	2,46	ok
V-40-55-0.50-35	40	55	0,50	35	28,57	24,29	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,13	0,18	0,45	10,20	0,00	2,46	ok
V-40-55-1.00-25	40	55	1,00	25	28,57	24,29	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,10	0,13	0,45	7,50	0,00	2,46	ok
V-40-55-1.00-30	40	55	1,00	30	28,57	24,29	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,12	0,16	0,45	9,11	0,00	2,46	ok
V-40-55-1.00-35	40	55	1,00	35	28,57	24,29	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,14	0,19	0,45	10,76	0,00	2,46	ok
V-40-55-2.00-25	40	55	2,00	25	28,57	24,29	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,10	0,14	0,45	7,88	0,00	2,46	ok
V-40-55-2.00-30	40	55	2,00	30	28,57	24,29	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,13	0,17	0,45	9,57	0,00	2,46	ok
V-40-55-2.00-35	40	55	2,00	35	28,57	24,29	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,15	0,20	0,45	11,32	0,00	2,46	ok
V-40-65-0.50-25	40	65	0,50	25	28,57	24,29	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,07	0,09	0,45	5,86	0,00	2,91	ok
V-40-65-0.50-30	40	65	0,50	30	28,57	24,29	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,08	0,10	0,45	7,08	0,00	2,91	ok
V-40-65-0.50-35	40	65	0,50	35	28,57	24,29	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,09	0,12	0,45	8,32	0,00	2,91	ok
V-40-65-1.00-25	40	65	1,00	25	28,57	24,29	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,07	0,09	0,45	6,16	0,00	2,91	ok
V-40-65-1.00-30	40	65	1,00	30	28,57	24,29	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,08	0,11	0,45	7,45	0,00	2,91	ok
V-40-65-1.00-35	40	65	1,00	35	28,57	24,29	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,10	0,13	0,45	8,76	0,00	2,91	ok
V-40-65-2.00-25	40	65	2,00	25	28,57	24,29	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,07	0,09	0,45	6,47	0,00	2,91	ok
V-40-65-2.00-30	40	65	2,00	30	28,57	24,29	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,09	0,11	0,45	7,82	0,00	2,91	ok
V-40-65-2.00-35	40	65	2,00	35	28,57	24,29	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,10	0,14	0,45	9,21	0,00	2,91	ok
V-50-45-0.50-25	50	45	0,50	25	35,71	30,36	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,12	0,16	0,45	8,98	0,00	2,34	ok
V-50-45-0.50-30	50	45	0,50	30	35,71	30,36	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,14	0,19	0,45	10,93	0,00	2,34	ok
V-50-45-0.50-35	50	45	0,50	35	35,71	30,36	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,16	0,23	0,45	12,95	0,00	2,34	ok
V-50-45-1.00-25	50	45	1,00	25	35,71	30,36	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,12	0,17	0,45	9,46	0,00	2,34	ok
V-50-45-1.00-30	50	45	1,00	30	35,71	30,36	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,15	0,20	0,45	11,53	0,00	2,34	ok
V-50-45-1.00-35	50	45	1,00	35	35,71	30,36	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,17	0,24	0,45	13,68	0,00	2,34	ok
V-50-45-2.00-25	50	45	2,00	25	35,71	30,36	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,13	0,17	0,45	9,95	0,00	2,34	ok
V-50-45-2.00-30	50	45	2,00	30	35,71	30,36	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,16	0,21	0,45	12,14	0,00	2,34	ok
V-50-45-2.00-35	50	45	2,00	35	35,71	30,36	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,18	0,25	0,45	14,41	0,00	2,34	ok
V-50-55-0.50-25	50	55	0,50	25	35,71	30,36	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,08	0,10	0,45	7,04	0,00	2,86	ok
V-50-55-0.50-30	50	55	0,50	30	35,71	30,36	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,09	0,12	0,45	8,53	0,00	2,86	ok
V-50-55-0.50-35	50	55	0,50	35	35,71	30,36	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,11	0,14	0,45	10,04	0,00	2,86	ok
V-50-55-1.00-25	50	55	1,00	25	35,71	30,36	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,08	0,10	0,45	7,41	0,00	2,86	ok
V-50-55-1.00-30	50	55	1,00	30	35,71	30,36	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,10	0,13	0,45	8,98	0,00	2,86	ok
V-50-55-1.00-35	50	55	1,00	35	35,71	30,36	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,11	0,15	0,45	10,57	0,00	2,86	ok
V-50-55-2.00-25	50	55	2,00	25	35,71	30,36	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,08	0,11	0,45	7,78	0,00	2,86	ok
V-50-55-2.00-30	50	55	2,00	30	35,71	30,36	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,10	0,13	0,45	9,43	0,00	2,86	ok
V-50-55-2.00-35	50	55	2,00	35	35,71	30,36	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,12	0,16	0,45	11,11	0,00	2,86	ok
V-50-65-0.50-25	50	65	0,50	25	35,71	30,36	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,05	0,07	0,45	5,81	0,00	3,38	ok
V-50-65-0.50-30	50	65	0,50	30	35,71	30,36	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,06	0,08	0,45	7,02	0,00	3,38	ok
V-50-65-0.50-35	50	65	0,50	35	35,71	30,36	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,07	0,10	0,45	8,24	0,00	3,38	ok
V-50-65-1.00-25	50	65	1,00	25	35,71	30,36	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,06	0,07	0,45	6,11	0,00	3,38	ok
V-50-65-1.00-30	50	65	1,00	30	35,71	30,36	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,07	0,09	0,45	7,38	0,00	3,38	ok
V-50-65-1.00-35	50	65	1,00	35	35,71	30,36	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,08	0,10	0,45	8,67	0,00	3,38	ok
V-50-65-2.00-25	50	65	2,00	25	35,71	30,36	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,06	0,08	0,45	6,41	0,00	3,38	ok
V-50-65-2.00-30	50	65	2,00	30	35,71	30,36	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,07	0,09	0,45	7,75	0,00	3,38	ok
V-50-65-2.00-35	50	65	2,00	35	35,71	30,36	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,08	0,11	0,45	9,10	0,00	3,38	ok

V-60-45-0.50-25	60	45	0,50	25	42,86	34,61	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,10	0,14	0,35	8,90	0,00	2,46	ok
V-60-45-0.50-30	60	45	0,50	30	42,86	34,61	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,12	0,17	0,35	10,81	0,00	2,46	ok
V-60-45-0.50-35	60	45	0,50	35	42,86	34,61	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,14	0,20	0,35	12,78	0,00	2,46	ok
V-60-45-1.00-25	60	45	1,00	25	42,86	34,61	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,11	0,15	0,35	9,37	0,00	2,46	ok
V-60-45-1.00-30	60	45	1,00	30	42,86	34,61	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,13	0,18	0,35	11,40	0,00	2,46	ok
V-60-45-1.00-35	60	45	1,00	35	42,86	34,61	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,15	0,21	0,35	13,48	0,00	2,46	ok
V-60-45-2.00-25	60	45	2,00	25	42,86	34,61	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,11	0,16	0,35	9,85	0,00	2,46	ok
V-60-45-2.00-30	60	45	2,00	30	42,86	34,61	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,14	0,19	0,35	11,99	0,00	2,46	ok
V-60-45-2.00-35	60	45	2,00	35	42,86	34,61	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,16	0,22	0,35	14,19	0,00	2,46	ok
V-60-55-0.50-25	60	55	0,50	25	42,86	34,61	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,07	0,09	0,35	7,01	0,00	3,01	ok
V-60-55-0.50-30	60	55	0,50	30	42,86	34,61	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,08	0,11	0,35	8,47	0,00	3,01	ok
V-60-55-0.50-35	60	55	0,50	35	42,86	34,61	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,09	0,13	0,35	9,96	0,00	3,01	ok
V-60-55-1.00-25	60	55	1,00	25	42,86	34,61	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,07	0,09	0,35	7,37	0,00	3,01	ok
V-60-55-1.00-30	60	55	1,00	30	42,86	34,61	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,08	0,11	0,35	8,92	0,00	3,01	ok
V-60-55-1.00-35	60	55	1,00	35	42,86	34,61	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,10	0,13	0,35	10,49	0,00	3,01	ok
V-60-55-2.00-25	60	55	2,00	25	42,86	34,61	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,07	0,10	0,35	7,74	0,00	3,01	ok
V-60-55-2.00-30	60	55	2,00	30	42,86	34,61	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,09	0,12	0,35	9,36	0,00	3,01	ok
V-60-55-2.00-35	60	55	2,00	35	42,86	34,61	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,10	0,14	0,35	11,02	0,00	3,01	ok
V-60-65-0.50-25	60	65	0,50	25	42,86	34,61	43,48	16,67	8,33	33,33	150,00	0,05	0,06	0,35	5,79	0,00	3,56	ok
V-60-65-0.50-30	60	65	0,50	30	42,86	34,61	43,48	20,00	10,00	40,00	180,00	0,06	0,07	0,35	6,99	0,00	3,56	ok
V-60-65-0.50-35	60	65	0,50	35	42,86	34,61	43,48	23,33	11,67	46,67	210,00	0,07	0,09	0,35	8,19	0,00	3,56	ok
V-60-65-1.00-25	60	65	1,00	25	42,86	34,61	43,48	12,50	12,50	35,00	157,50	0,05	0,06	0,35	6,09	0,00	3,56	ok
V-60-65-1.00-30	60	65	1,00	30	42,86	34,61	43,48	15,00	15,00	42,00	189,00	0,06	0,08	0,35	7,35	0,00	3,56	ok
V-60-65-1.00-35	60	65	1,00	35	42,86	34,61	43,48	17,50	17,50	49,00	220,50	0,07	0,09	0,35	8,62	0,00	3,56	ok
V-60-65-2.00-25	60	65	2,00	25	42,86	34,61	43,48	8,33	16,67	36,67	165,00	0,05	0,07	0,35	6,39	0,00	3,56	ok
V-60-65-2.00-30	60	65	2,00	30	42,86	34,61	43,48	10,00	20,00	44,00	198,00	0,06	0,08	0,35	7,71	0,00	3,56	ok
V-60-65-2.00-35	60	65	2,00	35	42,86	34,61	43,48	11,67	23,33	51,33	231,00	0,07	0,10	0,35	9,05	0,00	3,56	ok

APÊNDICE F – DIMENSIONAMENTO DO SEGUNDO CONJUNTO DE VIGAS PARA COMBINAÇÃO 1,4+1,4 (ACI)

Viga	Parâmetros				Carregamento					Dimensionamento			Verificação	
	f_{ck} [MPa]	f_c' comp. [MPa]	h [cm]	r (L/D)	P [kN/m]	D [kN/m]	L [kN/m]	U = 1,4D + 1,4L	M_u [kN.m]	A_s [cm ²]	a [cm]	A_s [cm ²]	$A_{s,min}$ [cm ²]	A_s final [cm ²]
V-40-45-0.50-25	40	41,46	45	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	9,49	5,38	9,14	3,30	9,14
V-40-45-0.50-30	40	41,46	45	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	11,38	6,46	11,12	3,30	11,12
V-40-45-0.50-35	40	41,46	45	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	13,28	7,54	13,16	3,30	13,16
V-40-45-1.00-25	40	41,46	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	5,38	9,14	3,30	9,14
V-40-45-1.00-30	40	41,46	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	6,46	11,12	3,30	11,12
V-40-45-1.00-35	40	41,46	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	7,54	13,16	3,30	13,16
V-40-45-2.00-25	40	41,46	45	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	9,49	5,38	9,14	3,30	9,14
V-40-45-2.00-30	40	41,46	45	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	11,38	6,46	11,12	3,30	11,12
V-40-45-2.00-35	40	41,46	45	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	13,28	7,54	13,16	3,30	13,16
V-40-55-0.50-25	40	41,46	55	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	7,63	4,33	7,17	4,10	7,17
V-40-55-0.50-30	40	41,46	55	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	9,15	5,19	8,68	4,10	8,68
V-40-55-0.50-35	40	41,46	55	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	10,68	6,06	10,21	4,10	10,21
V-40-55-1.00-25	40	41,46	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	4,33	7,17	4,10	7,17
V-40-55-1.00-30	40	41,46	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	5,19	8,68	4,10	8,68
V-40-55-1.00-35	40	41,46	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	6,06	10,21	4,10	10,21
V-40-55-2.00-25	40	41,46	55	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	7,63	4,33	7,17	4,10	7,17
V-40-55-2.00-30	40	41,46	55	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	9,15	5,19	8,68	4,10	8,68
V-40-55-2.00-35	40	41,46	55	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	10,68	6,06	10,21	4,10	10,21
V-40-65-0.50-25	40	41,46	65	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	6,38	3,62	5,91	4,91	5,91
V-40-65-0.50-30	40	41,46	65	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	7,65	4,34	7,14	4,91	7,14
V-40-65-0.50-35	40	41,46	65	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	8,93	5,07	8,38	4,91	8,38
V-40-65-1.00-25	40	41,46	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	3,62	5,91	4,91	5,91
V-40-65-1.00-30	40	41,46	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	4,34	7,14	4,91	7,14
V-40-65-1.00-35	40	41,46	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	5,07	8,38	4,91	8,38
V-40-65-2.00-25	40	41,46	65	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	6,38	3,62	5,91	4,91	5,91
V-40-65-2.00-30	40	41,46	65	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	7,65	4,34	7,14	4,91	7,14
V-40-65-2.00-35	40	41,46	65	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	8,93	5,07	8,38	4,91	8,38
V-50-45-0.50-25	50	51,83	45	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	9,49	4,31	9,01	3,69	9,01
V-50-45-0.50-30	50	51,83	45	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	11,38	5,17	10,93	3,69	10,93
V-50-45-0.50-35	50	51,83	45	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	13,28	6,03	12,90	3,69	12,90
V-50-45-1.00-25	50	51,83	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	4,31	9,01	3,69	9,01
V-50-45-1.00-30	50	51,83	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	5,17	10,93	3,69	10,93
V-50-45-1.00-35	50	51,83	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	6,03	12,90	3,69	12,90
V-50-45-2.00-25	50	51,83	45	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	9,49	4,31	9,01	3,69	9,01
V-50-45-2.00-30	50	51,83	45	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	11,38	5,17	10,93	3,69	10,93
V-50-45-2.00-35	50	51,83	45	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	13,28	6,03	12,90	3,69	12,90
V-50-55-0.50-25	50	51,83	55	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	7,63	3,46	7,10	4,59	7,10
V-50-55-0.50-30	50	51,83	55	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	9,15	4,15	8,58	4,59	8,58
V-50-55-0.50-35	50	51,83	55	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	10,68	4,85	10,09	4,59	10,09
V-50-55-1.00-25	50	51,83	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	3,46	7,10	4,59	7,10
V-50-55-1.00-30	50	51,83	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	4,15	8,58	4,59	8,58
V-50-55-1.00-35	50	51,83	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	4,85	10,09	4,59	10,09
V-50-55-2.00-25	50	51,83	55	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	7,63	3,46	7,10	4,59	7,10
V-50-55-2.00-30	50	51,83	55	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	9,15	4,15	8,58	4,59	8,58
V-50-55-2.00-35	50	51,83	55	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	10,68	4,85	10,09	4,59	10,09
V-50-65-0.50-25	50	51,83	65	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	6,38	2,89	5,88	5,49	5,88
V-50-65-0.50-30	50	51,83	65	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	7,65	3,47	7,09	5,49	7,09
V-50-65-0.50-35	50	51,83	65	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	8,93	4,05	8,31	5,49	8,31
V-50-65-1.00-25	50	51,83	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	2,89	5,88	5,49	5,88
V-50-65-1.00-30	50	51,83	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	3,47	7,09	5,49	7,09
V-50-65-1.00-35	50	51,83	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	4,05	8,31	5,49	8,31
V-50-65-2.00-25	50	51,83	65	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	6,38	2,89	5,88	5,49	5,88
V-50-65-2.00-30	50	51,83	65	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	7,65	3,47	7,09	5,49	7,09
V-50-65-2.00-35	50	51,83	65	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	8,93	4,05	8,31	5,49	8,31

V-60-45-0.50-25	60	62,19	45	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	9,49	3,59	8,93	4,04	8,93
V-60-45-0.50-30	60	62,19	45	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	11,38	4,31	10,81	4,04	10,81
V-60-45-0.50-35	60	62,19	45	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	13,28	5,02	12,73	4,04	12,73
V-60-45-1.00-25	60	62,19	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	3,59	8,93	4,04	8,93
V-60-45-1.00-30	60	62,19	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	4,31	10,81	4,04	10,81
V-60-45-1.00-35	60	62,19	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	5,02	12,73	4,04	12,73
V-60-45-2.00-25	60	62,19	45	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	9,49	3,59	8,93	4,04	8,93
V-60-45-2.00-30	60	62,19	45	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	11,38	4,31	10,81	4,04	10,81
V-60-45-2.00-35	60	62,19	45	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	13,28	5,02	12,73	4,04	12,73
V-60-55-0.50-25	60	62,19	55	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	7,63	2,88	7,06	5,03	7,06
V-60-55-0.50-30	60	62,19	55	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	9,15	3,46	8,52	5,03	8,52
V-60-55-0.50-35	60	62,19	55	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	10,68	4,04	10,00	5,03	10,00
V-60-55-1.00-25	60	62,19	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	2,88	7,06	5,03	7,06
V-60-55-1.00-30	60	62,19	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	3,46	8,52	5,03	8,52
V-60-55-1.00-35	60	62,19	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	4,04	10,00	5,03	10,00
V-60-55-2.00-25	60	62,19	55	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	7,63	2,88	7,06	5,03	7,06
V-60-55-2.00-30	60	62,19	55	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	9,15	3,46	8,52	5,03	8,52
V-60-55-2.00-35	60	62,19	55	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	10,68	4,04	10,00	5,03	10,00
V-60-65-0.50-25	60	62,19	65	0,50	25	16,67	8,33	35,00	157,50	6,38	2,41	5,85	6,01	6,01
V-60-65-0.50-30	60	62,19	65	0,50	30	20,00	10,00	42,00	189,00	7,65	2,89	7,05	6,01	7,05
V-60-65-0.50-35	60	62,19	65	0,50	35	23,33	11,67	49,00	220,50	8,93	3,38	8,26	6,01	8,26
V-60-65-1.00-25	60	62,19	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	2,41	5,85	6,01	6,01
V-60-65-1.00-30	60	62,19	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	2,89	7,05	6,01	7,05
V-60-65-1.00-35	60	62,19	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	3,38	8,26	6,01	8,26
V-60-65-2.00-25	60	62,19	65	2,00	25	8,33	16,67	35,00	157,50	6,38	2,41	5,85	6,01	6,01
V-60-65-2.00-30	60	62,19	65	2,00	30	10,00	20,00	42,00	189,00	7,65	2,89	7,05	6,01	7,05
V-60-65-2.00-35	60	62,19	65	2,00	35	11,67	23,33	49,00	220,50	8,93	3,38	8,26	6,01	8,26

**APÊNDICE G – DIMENSIONAMENTO ACI PARA A
CARACTERIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DE SANTOS,
STUCCHI E BECK (2014)**

Viga	Parâmetros				Carregamento					Dimensionamento			Verificação	
	f_{ck} [MPa]	f_c' comp. [MPa]	h [cm]	r (L/D)	P [kN/m]	D [kN/m]	L [kN/m]	U = 1,2D + 1,6L	M_u [kN.m]	A_s [cm ²]	a [cm]	A_s [cm ²]	$A_{s,min}$ [cm ²]	A_s final [cm ²]
V-40-45-0.50-25	40	42,43	45	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	9,03	5,01	8,66	3,34	8,66
V-40-45-0.50-30	40	42,43	45	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	10,84	6,01	10,53	3,34	10,53
V-40-45-0.50-35	40	42,43	45	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	12,65	7,01	12,45	3,34	12,45
V-40-45-1.00-25	40	42,43	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	5,26	9,12	3,34	9,12
V-40-45-1.00-30	40	42,43	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	6,31	11,10	3,34	11,10
V-40-45-1.00-35	40	42,43	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	7,36	13,13	3,34	13,13
V-40-45-2.00-25	40	42,43	45	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	9,94	5,51	9,59	3,34	9,59
V-40-45-2.00-30	40	42,43	45	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	11,92	6,61	11,67	3,34	11,67
V-40-45-2.00-35	40	42,43	45	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	13,91	7,71	13,82	3,34	13,82
V-40-55-0.50-25	40	42,43	55	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	7,26	4,03	6,80	4,15	6,80
V-40-55-0.50-30	40	42,43	55	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	8,71	4,83	8,23	4,15	8,23
V-40-55-0.50-35	40	42,43	55	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	10,17	5,64	9,69	4,15	9,69
V-40-55-1.00-25	40	42,43	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	4,23	7,16	4,15	7,16
V-40-55-1.00-30	40	42,43	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	5,07	8,67	4,15	8,67
V-40-55-1.00-35	40	42,43	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	5,92	10,20	4,15	10,20
V-40-55-2.00-25	40	42,43	55	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	7,99	4,43	7,52	4,15	7,52
V-40-55-2.00-30	40	42,43	55	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	9,59	5,32	9,10	4,15	9,10
V-40-55-2.00-35	40	42,43	55	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	11,18	6,20	10,72	4,15	10,72
V-40-65-0.50-25	40	42,43	65	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	6,07	3,37	5,62	4,97	5,62
V-40-65-0.50-30	40	42,43	65	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	7,29	4,04	6,78	4,97	6,78
V-40-65-0.50-35	40	42,43	65	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	8,50	4,71	7,96	4,97	7,96
V-40-65-1.00-25	40	42,43	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	3,54	5,91	4,97	5,91
V-40-65-1.00-30	40	42,43	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	4,24	7,13	4,97	7,13
V-40-65-1.00-35	40	42,43	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	4,95	8,37	4,97	8,37
V-40-65-2.00-25	40	42,43	65	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	6,68	3,70	6,20	4,97	6,20
V-40-65-2.00-30	40	42,43	65	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	8,01	4,44	7,49	4,97	7,49
V-40-65-2.00-35	40	42,43	65	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	9,35	5,19	8,79	4,97	8,79
V-50-45-0.50-25	50	53,04	45	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	9,03	4,01	8,55	3,73	8,55
V-50-45-0.50-30	50	53,04	45	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	10,84	4,81	10,36	3,73	10,36
V-50-45-0.50-35	50	53,04	45	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	12,65	5,61	12,22	3,73	12,22
V-50-45-1.00-25	50	53,04	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	4,21	9,00	3,73	9,00
V-50-45-1.00-30	50	53,04	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	5,05	10,92	3,73	10,92
V-50-45-1.00-35	50	53,04	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	5,89	12,88	3,73	12,88
V-50-45-2.00-25	50	53,04	45	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	9,94	4,41	9,45	3,73	9,45
V-50-45-2.00-30	50	53,04	45	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	11,92	5,29	11,47	3,73	11,47
V-50-45-2.00-35	50	53,04	45	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	13,91	6,17	13,54	3,73	13,54
V-50-55-0.50-25	50	53,04	55	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	7,26	3,22	6,75	4,64	6,75
V-50-55-0.50-30	50	53,04	55	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	8,71	3,87	8,15	4,64	8,15
V-50-55-0.50-35	50	53,04	55	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	10,17	4,51	9,57	4,64	9,57
V-50-55-1.00-25	50	53,04	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	3,38	7,10	4,64	7,10
V-50-55-1.00-30	50	53,04	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	4,06	8,58	4,64	8,58
V-50-55-1.00-35	50	53,04	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	4,74	10,08	4,64	10,08
V-50-55-2.00-25	50	53,04	55	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	7,99	3,54	7,45	4,64	7,45
V-50-55-2.00-30	50	53,04	55	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	9,59	4,25	9,00	4,64	9,00
V-50-55-2.00-35	50	53,04	55	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	11,18	4,96	10,58	4,64	10,58
V-50-65-0.50-25	50	53,04	65	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	6,07	2,69	5,59	5,55	5,59
V-50-65-0.50-30	50	53,04	65	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	7,29	3,23	6,74	5,55	6,74
V-50-65-0.50-35	50	53,04	65	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	8,50	3,77	7,89	5,55	7,89
V-50-65-1.00-25	50	53,04	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	2,83	5,87	5,55	5,87
V-50-65-1.00-30	50	53,04	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	3,39	7,08	5,55	7,08
V-50-65-1.00-35	50	53,04	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	3,96	8,30	5,55	8,30
V-50-65-2.00-25	50	53,04	65	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	6,68	2,96	6,16	5,55	6,16
V-50-65-2.00-30	50	53,04	65	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	8,01	3,56	7,43	5,55	7,43
V-50-65-2.00-35	50	53,04	65	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	9,35	4,15	8,71	5,55	8,71

V-60-45-0.50-25	60	63,64	45	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	9,03	3,34	8,48	4,09	8,48
V-60-45-0.50-30	60	63,64	45	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	10,84	4,01	10,26	4,09	10,26
V-60-45-0.50-35	60	63,64	45	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	12,65	4,68	12,07	4,09	12,07
V-60-45-1.00-25	60	63,64	45	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	9,49	3,51	8,92	4,09	8,92
V-60-45-1.00-30	60	63,64	45	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	11,38	4,21	10,80	4,09	10,80
V-60-45-1.00-35	60	63,64	45	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	13,28	4,91	12,71	4,09	12,71
V-60-45-2.00-25	60	63,64	45	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	9,94	3,67	9,36	4,09	9,36
V-60-45-2.00-30	60	63,64	45	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	11,92	4,41	11,34	4,09	11,34
V-60-45-2.00-35	60	63,64	45	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	13,91	5,14	13,36	4,09	13,36
V-60-55-0.50-25	60	63,64	55	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	7,26	2,68	6,71	5,09	6,71
V-60-55-0.50-30	60	63,64	55	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	8,71	3,22	8,10	5,09	8,10
V-60-55-0.50-35	60	63,64	55	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	10,17	3,76	9,50	5,09	9,50
V-60-55-1.00-25	60	63,64	55	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	7,63	2,82	7,06	5,09	7,06
V-60-55-1.00-30	60	63,64	55	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	9,15	3,38	8,52	5,09	8,52
V-60-55-1.00-35	60	63,64	55	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	10,68	3,95	9,99	5,09	9,99
V-60-55-2.00-25	60	63,64	55	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	7,99	2,95	7,40	5,09	7,40
V-60-55-2.00-30	60	63,64	55	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	9,59	3,54	8,94	5,09	8,94
V-60-55-2.00-35	60	63,64	55	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	11,18	4,13	10,49	5,09	10,49
V-60-65-0.50-25	60	63,64	65	0,50	25	16,67	8,33	33,33	150,00	6,07	2,24	5,57	6,08	6,08
V-60-65-0.50-30	60	63,64	65	0,50	30	20,00	10,00	40,00	180,00	7,29	2,69	6,71	6,08	6,71
V-60-65-0.50-35	60	63,64	65	0,50	35	23,33	11,67	46,67	210,00	8,50	3,14	7,85	6,08	7,85
V-60-65-1.00-25	60	63,64	65	1,00	25	12,50	12,50	35,00	157,50	6,38	2,36	5,85	6,08	6,08
V-60-65-1.00-30	60	63,64	65	1,00	30	15,00	15,00	42,00	189,00	7,65	2,83	7,05	6,08	7,05
V-60-65-1.00-35	60	63,64	65	1,00	35	17,50	17,50	49,00	220,50	8,93	3,30	8,26	6,08	8,26
V-60-65-2.00-25	60	63,64	65	2,00	25	8,33	16,67	36,67	165,00	6,68	2,47	6,14	6,08	6,14
V-60-65-2.00-30	60	63,64	65	2,00	30	10,00	20,00	44,00	198,00	8,01	2,96	7,39	6,08	7,39
V-60-65-2.00-35	60	63,64	65	2,00	35	11,67	23,33	51,33	231,00	9,35	3,46	8,66	6,08	8,66

APÊNDICE H – *SCRIPT* EM LINGUAGEM APDL

```

!=====
!           ANÁLISE PROBABILÍSTICA ACI 318-19
!           V-50-45-0.50-25
!
! PROGRAMADOR:           MICHAEL LOPES HONSCHA
! ADAPTADO DE:           MAÍLSON SCHERER
! DATA DA ÚLTIMA ATUALIZAÇÃO:   30/06/2020
! UNIDADES:              [kN], [cm]
! STATUS:                TESTADO - OK
!=====
!
*create,AnaliseProbViga,pdan
!=====
!           D E F I N I Ç Õ E S   I N I C I A I S
!=====
!
FINISH
/CLEAR,NOSTART
!
! Opções de visualização
!
/RGB,INDEX,100,100,100, 0
/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15
/SHRINK,0.0
/ESHAPE,1.0
/UIS,MSGPOP,2
/EFACET,1
/CFORMAT,32,0
/REPLOT
!
! Tipo de análise
!
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_ELMAG,0
KEYW,MAGNOD,0
KEYW,MAGEDG,0
KEYW,MAGHFE,0
KEYW,MAGELC,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
!
!=====
!           P A R Â M E T R O S   D E   E N T R A D A
!=====
!
Met = 2! 1: Método de Monte Carlo | 2: Método da Superfície de Resposta
!
!=====

```

```

!          DIMENSÕES E ARMADURAS          !
!===== !
!
L      = 300.0d0 ! [cm]      - Comprimento de meia viga
b      = 25.0d0  ! [cm]      - Largura da viga
h      = 45.0d0  ! [cm]      - Altura da viga
Asi    = 8.56d0  ! [cm²]     - Armadura passiva inferior
Ass    = 0.00d0  ! [cm²]     - Armadura passiva superior
dinf   = 4.00d0  ! [cm]      - Distância da armadura inferior à fi
dsup   = 4.00d0  ! [cm]      - Distância da armadura superior à fs
cob    = 2.50d0  ! [cm]      - Cobrimento
!
!===== !
!          CARREGAMENTO          !
!===== !
!
cargad = 0.60d0 ! [kN/cm] - Valor da carga distribuída
!
!===== !
!          PARÂMETROS ESTATÍSTICOS          !
!===== !
!
!===== !
!          GEOMETRIA          !
!===== !
Vh     = 0.50/h   ! Coeficiente de variação da altura da seção
Vdinf  = 0.50/dinf ! Coeficiente de variação da distância inf
!===== !
!          CONCRETO          !
!===== !
Vfc    = 0.10     ! Coeficiente de variação da resistência à compressão
!===== !
!          ARMADURA PASSIVA          !
!===== !
Vfy    = 0.05     ! CV da tensão de escoamento inicial do aço
!
!===== !
!          PROPRIEDADES DOS MATERIAIS          !
!===== !
!
!          CONCRETO          !
!===== !
fck    = 5.183d0 ! [kN/cm²] - Resistência característica à compressão
v      = 0.20d0  ! [adm]   - Coeficiente de Poisson
alfae  = 1.0d0   ! [adm]   - Parâmetro do agregado - 1: quartzito
outinst = 0      ! Saída de dados instantânea - 1: sim ; 0: não;
kelem  = 5       ! Número do elemento
gauss  = 20      ! Número do ponto de integração
TA     = 1       ! Tipo de análise
! Cálculo os valores médios a partir das propriedades de projeto !
fcm    = 0.9d0*fck/(1 - 2.33*Vfc)
Eci    = 2150*alfae*(fcm)**(1/3)
fck1   = fcm*(1.0d0 - 2.33d0*Vfc)/0.9d0
*IF, fck1, LE, 5.0d0, THEN
fct    = 0.03*(fck1*10.d0)**(2/3)
*ELSE
fct    = 0.212d0*log(1.0d0 + 0.1d0*(10.d0*fck1 + 8.0d0))

```

```

*ENDIF
!===== !
!           ARMADURA PASSIVA           !
!===== !
Es   = 20000.0d0
fyk  = 50.0d0
vs   = 0.30d0
Hs   = 0.00d0
! Cálculo valores médios a partir das propriedades de projeto !
fy   = fyk/(1 - 1.645*Vfy)
!                                           !
!===== !
!           CARACTERIZAÇÃO DA MALHA     !
!===== !
!                                           !
nl   = 5
nb   = 2
nh   = 6
!                                           !
!===== !
!           E L E M E N T O S           !
!===== !
!                                           !
!===== !
!           CONCRETO                    !
!===== !
!                                           !
/PREP7
!                                           !
ET,1,189                                     ! Define o elemento
BEAM189 para o material 1 (concreto)
!                                           !
KEYOPT,1,1,0                                ! 6 graus de
liberdade por nó [default]
KEYOPT,1,2,0                                ! Seção transversal
escalada em função do alongamento axial [default]
KEYOPT,1,4,1                                ! Tensão de corte
apenas por carga transversal
KEYOPT,1,6,1                                ! Esforços e
deformações generalizados apenas para os pontos de integração no
comprimento + Área atualizada
KEYOPT,1,7,2                                ! Tensões e
deformações em todos pontos de integração
KEYOPT,1,9,3                                ! Não utiliza valores
extrapolados aos nós
KEYOPT,1,11,0                               ! Integração
automática [default]
KEYOPT,1,12,0                               ! Opção utilizável
para peças de seção variável [default]
KEYOPT,1,13,0                               ! Hydrodynamic output
!
!
!===== !
!           M A T E R I A I S           !
!===== !
!                                           !
!===== !
!           CONCRETO                    !
!===== !

```

```

!===== !
!
TB,USER,1,1,9 ! Definido
material 1 modelado pelo usuário, 1 temperatura e 9 constantes por
temperatura
TBTEMP,1.0 !
TBDATA,1,fck,fc,Eci,fct,v,alfae !
TBDATA,7,kelem,gauss,outinst !
TB,STATE,1,,300, ! Armazena
em variáveis de estado
!
!===== !
! AÇO !
!===== !
!
! Modelo Bilinear isotrópico !
!
MPTEMP,,,,,,, !
MPTEMP,1,0 !
MPDATA,EX,2,,Es !
MPDATA,PRXY,2,,vs !
!
TB,BISO,2,1,2, ! Modelo
Bilinear isotrópico para material 2, 1 temperatura, e 2 constantes por
temperatura
TBTEMP,0 !
TBDATA,,fy,Hs,,,, !
!
!===== !
! G E R A Ç Ã O D A G E O M E T R I A !
!===== !
!
!===== !
! TIPO DE SEÇÃO !
!===== !
!
SECTYPE, 1, BEAM, RECT, , 0 ! Define
seção de viga retangular
SECOFFSET, CENT ! OFFSET
para o centroide
SECDATA,b,h,nb,nh,0,0,0,0,0,0,0,0,0 ! Descreve
a geometria da seção e a divide em células
!
!===== !
! KEYPOINTS !
!===== !
!
K,1,0,0,0 !
K,2,L,0,0 !
K,3,0,L,0 !
!
!===== !
! LINHAS !
!===== !
!
LSTR,1,2 !
!

```

```

!===== !
!           G E R A Ç Ã O   D A   M A L H A           !
!===== !
!
!
LATT,1,,1,,3,,1           ! Elemento, Material,
Keypoint de orientação, Seção
!
LSEL,S,LINE,,1           !
LESIZE,ALL,,nl           !
ALLSEL                   !
!
LMESH, ALL               ! Gera a malha
!
NUMMRG,NODE, , , ,LOW   ! Reagrupa os nós
coincidentes
NUMCMP,NODE             ! Renumerar os nós
!
!===== !
!           I N S E R Ç Ã O   D A   A R M A D U R A           !
!===== !
!
SECTYPE,2,REINF,DISC,   ! Seção de
reforço (armaduras)
!
!===== !
!           P A S S I V A           !
!===== !
!
SECDATA, 2, Asi, BEAM, 0, -((h/2)-dinf)           ! Armadura
inferior
!
ESEL,ALL                 ! Seleciona
todos os elementos
SECNUM,2                 !
EREINF                   !
!
/COLOR,NUM,DGRA,1       ! Beam Concreto
- Cinza
/COLOR,NUM,RED,2        ! Armadura
passiva - Vermelho
/PNUM,MAT,1             !
/NUMBER,1               !
!
ESEL,S,TYPE,,1         ! Seleciona
elementos de concreto
/TRLCY,ELEM,0.6,ALL    ! Opção para
deixar os elementos 60% translúcidos
ALLSEL,ALL              !
/REPLOT                 !
!
!===== !
!           V Í N C U L O S   ( A P O I O S )           !
!===== !
!
!===== !
!           E S T R U T U R A   B I - A P O I A D A           !
!===== !
!

```

```

! Apoio esquerdo
!
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,UY,0
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0
ALLSEL,ALL
!
! Apoio direito
!
NSEL,S,LOC,X,L
D,ALL,UX,0
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0
D,ALL,ROTZ,0
ALLSEL,ALL
!
/REPLOT
FINISH
/GO
/SOLU
!=====
!           O P Ç Õ E S   D E   A N Á L I S E
!=====
!
ANTYPE,0,NEW      ! Análise do tipo estática
NLGEOM,ON        ! Não-linearidade geométrica
NROPT,FULL,,ON   ! Newton Raphson completo
EQSLV,SPARSE,,,, ! Solver Sparse Direto
AUTOTS,ON        ! Passo de carga automático
ERESX,NO        ! Cópia os resultados dos pontos de integração para nós
PSCONTROL,ALL,OFF
!=====
!           E T A P A S   D E   C A R R E G A M E N T O
!=====
!
!=====
!           C A R G A
!=====
!
SFBEAM,ALL,1,PRES,cargad,,,,,0
!
KBC,0
NSUBST,1000,2000,150
NEQIT,1200
!
CNVTOL,F,,0.01,2,0.01
CNVTOL,U,,0.01,2,0.01
CNVTOL,M,,0.01,2,0.01
!
NCNV,2,3000,,,,
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,ON
NLGEOM,ON
TIME,1
!

```

```

LSWRITE,1
!
!=====
!          SOLUÇÃO
!=====
!
LSSOLVE,1,1,1
!
!=====
!          PÓS-PROCESSAMENTO
!=====
!
/POST1      ! Abre a seção de pós-processamento 1
SET, LAST   ! Seleciona o último substep que convergiu
/POST26     ! Abre a seção de pós-processamento 2
!
NUMVAR,200
!
NSEL,S,LOC,X,L
*GET,NODEPOST,NODE,0,NUM,MIN      Seleciona nó
ALLSEL
!
NSOL,2,NODEPOST,u,Y
RFORCE,3,1,F,Y
!
/AXLAB,Y, reação de apoio [kN]    ! Legenda do eixo y
/AXLAB,X, deslocamento [cm]      ! Legenda do eixo x
!
PROD,2,2,,,,,-1      ! Inverte o sinal no diagrama carga-deslocamento
XVAR,2
PLVAR,3
!
*GET,SARRAY,VARI,2,NSETS,      ! Captura o tamanho do vetor com as reações
*GET,FRUP,VARI,3,RSET,(SARRAY-2) ! Captura o valor da reação
PR = (FRUP)/(L/100)      ! Valor da carga distribuída que rompeu o modelo
!
FINISH
*END
!
!=====
!          ANÁLISE PROBABILÍSTICA
!=====
!
!=====
!          ABRINDO MACRO PARA ANÁLISE PDS
!=====
!
/inp,AnaliseProbViga,pdan
/PDS
pdanl,AnaliseProbViga,pdan
!
!=====
!          VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DE ENTRADA
!=====
!
!=====
!          CONCRETO
!=====

```

```

!
PDVAR, fcm, GAUS, fcm, (Vfc*fcm)      ! Resistência à compressão do concreto
!
!=====
!           AÇO
!=====
!
PDVAR, fy, GAUS, fy, (Vfy*fy)      ! Tensão de escoamento da armadura
!
!=====
!           GEOMETRIA
!=====
!
PDVAR, h, GAUS, h, (Vh*h)           ! Altura da seção transversal
PDVAR, dinf, GAUS, dinf, (Vdinf*dinf) Distância da armadura a fi !

!=====
!           VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DE SAÍDA (RESULTADOS)
!=====
!
PDVAR, FRUP, RESP ! Reação de apoio na ruptura
PDVAR, PR, RESP   ! Carga distribuída resistente do modelo
PDVAR, fck1, RESP ! Resistência característica de referência
PDVAR, fct, RESP  ! Resistência à tração do concreto
PDVAR, Eci, RESP  ! Módulo de elasticidade do concreto
!
!=====
!           TIPO DE ANÁLISE (MC | SR)
!=====
!
! Método de Monte Carlo
!
*IF, Met, EQ, 1, THEN
    PDMETH, MCS, LHS ! Método de MC com amostragem LH
    PDLHS, 50, 8, RAND, , AUTO, 0.01, 0.02, 50, INIT ! 50 Simulações por
ciclo, 8 ciclos
    PDEXE, AnaliseProbVig ! Executa análise probabilística
!
! Método da Superfície de Resposta
!
*ELSEIF, Met, EQ, 2, THEN
    PDMETH, RSM, CCD ! Superfície de Resposta
    PDEXE, AnaliseProbViga ! Executa análise probabilística
    RSFIT, Viga, AnaliseProbViga, PR, QUAX, , , , ! Ajuste com polinômio
quadrático
FINISH
!
!=====

```



```

uQ = qk/(1+0.35*vQ); % Média da carga variável
sQ = vQ*uQ; % Desvio padrão da carga variável
%
% ---- Incerteza
%
% Resistência (Lognormal)
%
uTr = 1;
sTr = 0.05;
%
% Solicitação (Lognormal)
%
uTs = 1;
sTs = 0.05;
%
% =====
% Estimativa do ponto inicial de projeto %
% =====
%
fc = ufc;
fy = ufy;
h = uh;
d = ud;
g = uG;
q = uQ;
Tr = uTr;
Ts = uTs;
%
% =====
% Função Estado Limite %
% =====
%
syms FC FY H D G Q TR TS
%
% ---- Termos do polinômio ajustado
%
% Termo constante
%
a0 = 4.04081e+01;
%
% Termos ti's
%
a1 = 1.53085e-01; % t1 = fc
a2 = 2.48546e+00; % t2 = fy
a3 = 6.73324e-01; % t3 = h
a4 = -6.63936e-01; % t4 = d
%
% Termos ti's^2
%
a5 = -2.06775e-02; % t1^2 = fc^2
a6 = 0; % t2^2 = fy^2
a7 = 0; % t3^2 = h^2
a8 = 0; % t4^2 = d^2
%
% Termos cruzados ti x tj
%
a9 = 1.35836e-02; % t1 x t2 = fc x fy
a10 = 0; % t1 x t3 = fc x h
a11 = 0; % t1 x t4 = fc x d
a12 = 3.94897e-02; % t2 x t3 = fy x h
a13 = -3.07762e-02; % t2 x t4 = fy x d
a14 = 0; % t3 x t4 = h x d
%
% Termos ti's
%
t1 = 1.27669e+00*FC - 7.76449e+000;
t2 = 2.85034e-01*FY - 1.55290e+001;
t3 = 1.55290e+000*H - 6.98804e+001;
t4 = 1.55290e+000*D - 6.21159e+000;
%
gx = TR*(a0 + ...
a1.*t1 + a2.*t2 + a3.*t3 + a4.*t4 + ...
a5.*t1.*t1 + a6.*t2.*t2 + a7.*t3.*t3 + a8.*t4.*t4 + ...
a9.*t1.*t2 + a10.*t1.*t3 + a11.*t1.*t4 + a12.*t2.*t3 + ...
a13.*t2.*t4 + a14.*t3.*t4) - TS*(G + Q);
%

```

```

% =====
%          Variáveis de controle          %
% =====
%
erroX = 10;      % Erro em X
erroB = 10;      % Erro do índice de confiabilidade
Bo = 10;        % Estimativa inicial do índice de confiabilidade
iter = 0;       % Contador de iterações
%
while erroX > 0.00001 & erroB > 0.00001
%
iter = iter + 1;
%
% ----- Variáveis com distribuição normal equivalente
%
% Resistência à compressão do concreto (Normal)
%
ufcN = ufc;
sfcN = sfc;
%
% Tensão de escoamento do aço (Normal)
%
ufyN = ufy;
sfyN = sfy;
%
% Altura da seção transversal (Normal)
%
uhN = uh;
shN = sh;
%
% Distância da armadura à face inferior (Normal)
%
udN = ud;
sdN = sd;
%
% Solicitação permanente (Normal)
%
uGN = uG;
sGN = sG;
%
% Solicitação acidental (Valores extremos I - Gumbel)
%
alfaQ = (pi/sqrt(6))/sQ;
gama = 0.577215665;
u = uQ - gama/alfaQ;
fdpQ = vpa(alfaQ*exp(-alfaQ*(q-u))*exp(-exp(-alfaQ*(q-u))),10);
FdpaQ = vpa(exp(-exp(-alfaQ*(q-u))),10);
fdpN = vpa(normpdf(norminv(FdpaQ,0,1),0,1),10);
sQN = vpa(fdpN/fdpQ,10);
uQN = vpa(q - sQN*norminv(FdpaQ,0,1),10);
%
% Incerteza de modelamento - Resistência (Lognormal)
%
zetaTR = sqrt(log(1+(sTr/uTr)^2));
lambdaTR = log(uTr) - 0.5*zetaTR^2;
sTrN = Tr*zetaTR;
uTrN = Tr*(1-log(Tr)+lambdaTR);
%
% Incerteza de modelamento - Solicitação (Lognormal)
%
zetaS = sqrt(log(1+(sTs/uTs)^2));
lambdaS = log(uTs) - 0.5*zetaS^2;
sTsN = Ts*zetaS;
uTsN = Ts*(1-log(Ts)+lambdaS);
%
% ----- Variáveis no espaço normalizado
%
fc_norm = (fc - ufcN) /sfcN;
fy_norm = (fy - ufyN) /sfyN;
h_norm = (h - uhN) /shN;
d_norm = (d - udN) /sdN;
g_norm = (g - uGN) /sGN;
q_norm = (q - uQN) /sQN;
Tr_norm = (Tr - uTrN) /sTrN;
Ts_norm = (Ts - uTsN) /sTsN;
%

```

```

% ---- Vetor de variáveis aleatórias normalizadas no passo atual
%
X0n = [fc_norm; fy_norm; h_norm; d_norm; g_norm; q_norm; Tr_norm; Ts_norm];
%
% ---- Derivadas da função estado limite no ponto de falha atual
%
dg_FC = subs(diff(gx,FC),[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]);
dg_FY = subs(diff(gx,FY),[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]);
dg_H = subs(diff(gx,H) ,[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]);
dg_D = subs(diff(gx,D) ,[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]);
dg_G = subs(diff(gx,G) ,[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]);
dg_Q = subs(diff(gx,Q) ,[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]);
dg_TR = subs(diff(gx,TR),[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]);
dg_TS = subs(diff(gx,TS),[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]);
%
% ---- Vetor Gradiente
%
Grad = [dg_FC*sfcN; dg_FY*sfyN; dg_H*shN; dg_D*sdN;...
        dg_G*sGN; dg_Q*sQN; dg_TR*sTrN; dg_TS*sTsN];
%
% ---- Cossenos diretores
%
c_FC = vpa(Grad(1)/norm(Grad),6);
c_FY = vpa(Grad(2)/norm(Grad),6);
c_H = vpa(Grad(3)/norm(Grad),6);
c_D = vpa(Grad(4)/norm(Grad),6);
c_G = vpa(Grad(5)/norm(Grad),6);
c_Q = vpa(Grad(6)/norm(Grad),6);
c_Tr = vpa(Grad(7)/norm(Grad),6);
c_Ts = vpa(Grad(8)/norm(Grad),6);
%
CD = [c_FC; c_FY; c_H; c_D; c_G; c_Q; c_Tr; c_Ts];
%
% ---- Atualização do vetor de variáveis aleatórias
%
Xn = vpa((1/norm(Grad)^2)*...
        (Grad*X0n-subst(gx,[FC,FY,H,D,G,Q,TR,TS],[fc,fy,h,d,g,q,Tr,Ts]))*Grad,5);
%
fc = ufcN + Xn(1)*sfcN;
fy = ufyN + Xn(2)*sfyN;
h = uhN + Xn(3)*shN;
d = udN + Xn(4)*sdN;
g = uGN + Xn(5)*sGN;
q = uQN + Xn(6)*sQN;
Tr = uTrN + Xn(7)*sTrN;
Ts = uTsN + Xn(8)*sTsN;
%
X = [fc; fy; h; d; g; q; Tr; Ts];
B = norm(Xn);
%
% ---- Verificação do erro
%
erroB = abs((B - Bo)/Bo);
erroX = abs(norm(Xn - X0n)/norm(X0n));
%
Bo = B;
%
end
%
fprintf('-----');
fprintf('\n');
fprintf('----- RESULTADOS -----');
fprintf('\n');
fprintf('-----');
fprintf('\n');
fprintf('O índice de confiabilidade é:');
Beta = vpa(B,4)
%
fprintf('Os cossenos diretores são:');
Cossenos = CD;
%
fprintf('As variáveis aleatórias no ponto de falha são:');
VA_Falha = X;

```